ORONTII FINAEI DELPHINATIS, REGII MATHEMATICARVM LVTETIAE PROFESSORIS,

In sex priores libros Geometricorum elementorum Euclidis Megarẽsis demonstrationes, Recens auctæ, & emendatæ: vnà cum ipsius Euclidis textu græco, & interpretatione latina Bartholamæi Zamberti Veneti. Omnia ad fidem geometricam, per eundẽ Orontium recognita.

LVTETIAE PARISIORVM,
Apud Simonem Colinæum.
1544.
Cum priuilegio Regis.

Virescit vulnere virtus.

Christianissimo ac potentiss.

GALLIARVM REGI, FRANCISCO HVIVS nominis primo, Orontius Finæus Delphinas, S. D.

DVm celebres illas & fidissimas artes, Francisce Rex inuictissime, quæ solæ Mathematicæ, hoc est, disciplinæ meruerunt adpellari, sub tuo fęlici profiterer nomine: raros admodùm offendi (etiam in numerosa auditorũ multitudine) qui satis fido ac liberali animo, tam vtile ac iucundum philosophandi genus, à limine (vt aiunt) salutare, ne dicam ad illius penetralia, penitioráq; secreta, peruenire dignarentur. Cuius adeò miseræ ac deplorandæ infęlicitatis radicẽ ex eo, maximè pullulare vel facilè percepi: quòd siue inclementia tẽporis, siue parentum & prę̨ceptorum incuria, Geometricę nusquàm prægustauerint elementa. sine quorum præuia, ac exacta cognitione: omnis prorsus, nedum Mathematica, negatur philosophia. Perscrutatur enim Geometria continuæ, & prout immobilis est, quantitatis accidentia: nempe magnitudinum, & figurarum rationes, affectiones item, positionésque diuersas: multiformia ipsarum discrimina subtili admodùm examine discutiendo. Exordium præterea sumit, à per sese, & vulgo notis principijs. & potissimis Dialectices innixa præceptis, ac collecta syllogismis: ad prima demonstrationum insurgit elementa. à quibus per mediorum ordinem discurrendo, atque simplicia compositis, & composita simplicibus comparando, progreditur ad vltima: ad propria tandem singula resoluendo principia. Quanquàm insuper circa intellectilia & abstracta, quemadmodùm & diuina versetur philosophia: sensilia tamẽ & ipsi materiæ subiecta, veluti physica ratiocinatio, simul attingere comperitur.

Et proinde fit, vt nulla disciplina certior existat Geometria: vel quæ illam antiquitatis dignitate præcellat. Nulla etiam quæ vires ingenij magis foueat, augeat, locupletétque: vel quæ ingenium ipsum ad puriora studia, omniúmque ingenuarum adinuentionũ excogitationem, adeò facile reddat, ac suapte natura propẽsum. Adde quòd vsui, & commodo generis humani plurimùm cedit. Hinc præclara illa & toti Orbi decora liberalium artiũ facultas, cæterarũ mater & alumna, ad veterum philosophorum imitationẽ, prudẽtissima sanciuit institutione: ne quispiam in doctorum, seu (vt vocant) magistrorum admittatur ordinem, ni cũ cęteris philosophici discursus authoribus, sex priores libros geometricorum elementorum Euclidis saltem audiuerit. quasi ignoratis Geometriæ rudimentis, ad cęteras disciplinas præclusa videatur esse via. Cuius rei vestigia, Parisiẽsis adhuc obseruat academia. Qui enim ad lauream adspirant philosophicam: iureiurando profitentur arctissimo, sese prænominatos Euclidis libros audiuisse. An verò illius elementa, multis ab hinc annis, vsque ad nostra viderint (ne dicam intellexerint) tempora (paucis forsitan exceptis, quos æquus amauit Iupiter) nõ ausim honestè confiteri. Nouerunt enim singuli, etiam exteri: quibus deliramentis non modò fœcundissima iuuenum ingenia hactenus torserint, ac penè dixerim deprauarint pseudophilosophi, verumetiam omnem bonam extinxerint eruditionem. Redit tamen suus singulis honos, suáque dignitas: & in pristinum illum disciplinarum splendorem (reiectis barbaris, ac sophisticis nugis) paulatim cuncta reduci conspicimus. Idque tuo in primis fauore, ac liberali succurrẽte munificẽtia, Princeps humanissime: qui primus inter maiores tuos, non sine magna tui nominis ac dignitatis propagatione, & incomparabili Reipu. commodo, bonarum literarum studia fouere cœpisti, & publicis augere professoribus. Inter quos, me liberalium Mathematicarum interpretem in primis instituisti: & præter decretum stipendium, laborum meorum rationem te tandem habiturũ sæpius es pollicitus. Vt igitur pro mea virili parte, tum erga munificentiam tuam, tum erga ipsam Rempub. debito fungar officio, & præter publicas lectiones, aliquod hominis vestigium, in fidele tuæ liberalitatis & clementiæ testimonium, posteris relinquam, vtque viam ad grauiora ijs simul aperiam, qui mathematici fieri, hoc est, aliquid scire desiderant: cõscripseram nuper in sex (quos paulo antè dixi) libros Euclidis, commentaria admodùm vtilia, clarissimásque propositionum demonstrationes, & sub nomine, auspicióque tuo fęlicissimo tandẽ ædideram. Quæ à studiosa iuuentute, non sine magno eruditionis incremento, sic auidè recepta fuerunt: vt iam distributa sint primæ æditionis exemplaria. Quapropter ipsas demonstrationes denuò recognoui, & emendaui, atq; ad eam perduxi fidelitatis rationem: vt omni vel accessione, vel detractione, in posterum carere facilè possint. Quas rursum sub tuo nomine & auspicio, in publicum redire concessi. Reliquum est igitur, vt hosce labores nostros liberaliter suscipere: & tui Orontij tandem meminisse non graueris. Vale Regum decus, & literarum refugium vnicum. Ex Lutetia Parisiorum, mense Octobri, Anno Christi M. D. XXXVI: Et rursus mense Augusto, M. D. XLIIII.

IDEM ORONTIVS AD CANDIDVM quenque, ac studiosum Lectorem.

Recognouimus tandem, candide ac studiose Lector, *& non sine magna rerum geometricarum accessione adauximus & emendauimus, æditas superioribus annis in sex priores libros elementorum* Euclidis, *disciplinarum omnium facilè ianitoris, demonstrationes* : Vnà *cum ipsius* Euclidis *contextu greco suis locis inserto, & interpretatione* Latina Bartholomæi Zamberti Veneti, *quam vbi geometricum visa est offendere sensum, ea qua decet modestia fideliter emendauimus.* In *primis itaque diffinitiones ipsas, quæ durioris, quàm iuuenum captus exposceret, plerunque videbantur interpretationis (potissimum libri quinti) qua potuimus elucidauimus facilitate, atq; cætera principiorum genera, à quibus vniuersa problematum atque theorematum multitudo consurgit, in suam redegimus harmoniam.* Ipsorum *porrò theorematum atque problematum subtiles difficilésque demonstrationes, tali artificio, adeóque ordinato ac facili discursu conscripsimus, & conuincentibus probauimus syllogismis (multis tum in melius commutatis, tum recens adinuentis: nullísque, præter ea quæ in ipso continentur* Euclide, *subrogatis principijs) vt nemo futurus sit, qui legendo simul non valeat intelligere, quíque minimum addere verbum absque temeritate, aut detrahere sine iactura possit.* Adde *quòd ipsarum demonstrationum schemata siue figuras, ad rigorem artis seu literæ, propria manu depinximus: quò satis ex omni parte huic labori faceremus.* Primo *itaq; libro describũtur triangula, lineæ, anguli, paralleli, necnõ quadrata & parallelogramma tum inuicem tum ipsis comparata triangulis. Secundo, gnomon atque rectangulum diffinitur parallelogrammum: linearum insuper tum sectarum, tum coniunctarum adinuicem potestates: hoc est, ex ipsis lineis, ac earundem segmentis resultantium quadratorum & rectilineorum qualitates edocentur.* Tertio *autem, circulorum perscrutantur inspectiones, atque rectarum in circulo subtensarum, & ipsorum angulorum tum ad centrum tum ad circuli circunferentiam consistentium discrimina.* Quarto *porrò libro, ipsius trianguli dein regularium aliquot figurarum inscriptiones, atque circunscriptiones cum ipso ostenduntur circulo.* Quinto, *magnitudinum rationes atque proportiones (quæ totius artis geometricæ videntur esse thesaurus) in vniuersum discutiuntur. Sexto denique libro, post diffinitam rationum compositionem, linearum proportionalium inuentiones, rationes item atque proportiones figurarum, mirabili resoluuntur artificio.* Quæ *quidem omnia syllogismis, tum à causis, tum ab inspectionibus sumptis (quæ fidem efficere possunt) suo demonstrãtur ordine.* Incepit *igitur* Euclides *à triangulis, & angulis, atque lineis rectis: propterea quòd rectilinearum figurarum prima est trilatera, in quam cæteræ rectilineæ figuræ resoluuntur.* Penes *insuper laterum & angulorum diuersam habitudinem, earundem rectilinearum figurarum attenduntur, considerantúrve discrimina.* Et *proinde liber primus, vniuersalior est secundo, secundus tertio, tertius quarto: & deinceps ita de cæteris.* Nec *alienum velim*

Cur hos sex libros seorsum aediderit Orontius.

habeas iudicium, de proprijs singulorum librorum diffinitionibus. Hos autem sex priores libros, ad continuā spectantes quantitatem, seorsum de industria collibuit exponere. Nempe in gratiam tum auditorum nostrorum, atque professorum artium liberalium, nostrae potissimùm Academiae Parisiensis, qui eosdem libros suis tenentur interpretari discipulis: tum etiam ob ipsorum discipulorum non aspernandam utilitatem. Poterunt siquidem eorundem sex librorum adminiculo, viam sibi ad uniuersam parare philosophiam: praecipuè Aristotelicam, quae geometricum praesupponere videtur auditorem. hinc fit, ut ijs qui Geometriam ignorant, subobscurus difficilisque videatur Aristoteles. Quantum igitur publicae studentium consuluerimus utilitati, quàm longè praeterea caeteros omnes hac in parte superauerimus: non facilè persuadebitur ambitiosis illis & vanissimis rabulis ac pernitiosissimis impostoribus, qui dum nihil agunt boni, sed vitam protrahunt parasiticam, suum de omnibus impudenter audent proferre iudicium. Sed tu aequissime ac humanissime Lector, qui iudicio, doctrina & eruditione polles, & omnia boni & aequi semper consulere nosti, nec ignoras quàm pulchrum & quàm decorum sit, pro concessa dexteritate, caeteros iuuare mortales: dum perlegeris, & perpenderis singula, poteris apud te tandem iudicare. Quòd si hunc laborem nostrum, tibi pergratum (ut optamus & speramus) futurum acceperimus: in reliquos omnes ipsius Euclidis libros non aspernāda tibi parabimus commentaria. Vale igitur rursum faeliciter: & Christianissimo Frācorum Regi, mecoenati nostro clementissimo (cuius fauore & auxilio haec tibi communicamus) vitae in primis, dein rerum omnium faelicissimum imprecare successum.. Lutetiae Parisiorum mense Augusto. Anno Christi saluatoris M.D.XLIIII.

ANTONIVS MIZALDVS MONSLVCIANVS, *Lectori.*

ORnatus Euclides suis coloribus,
Pictore prodit diligente, sedulò
Posthac legendus: quem Finaeus reddidit
Maiore dignum protinus spectaculo:
Manabit illi certa laus, & praemium,
Ni prorsus obstet temporum vecordia:
Pollêre raris haud parùm est sic artibus:
Illis fauêre, ac has fouêre Regium.

INDEX OPERVM, AB ORONTIO FINAEO Delphinate, Regio Mathematicarum Lutetiæ professore, ab hinc annis XXVIII (quibus easdem Mathematicas Lutetiæ publicè docere, ac instaurare non cessauit) successiuè conscriptorum.

¶ *In primis quæ iam ædita, & impressa sunt.*

1. De Arithmetica practica, Libri quatuor, ijs qui ad Mathematicam adspirant philosophiam perutiles ac necessarij: ter iam æditi.
2. De Geometria practica, Libri duo: vbi de rectis in circulo subtẽsis: & de longitudinum, planorum, & solidorum dimensionibus.
3. De Mundi Sphæra, siue Cosmographia, primáve Astronomiæ parte, Libri quinq;, proprijs eiusdem Orontij commentarijs elucidati: bis iam æditi, & absque commentarijs semel.
4. De quadrantibus & solaribus horologijs, Libri quatuor: in quibus præter emendatas aliorum inuentiones, plurima suo excogitauit ingenio, & hydraulicum inter cætera horologium, æqualia describens horarum interualla.
5. De sinibus, hoc est, rectis in circuli quadrante subtensis, Libri duo: vnà cum eorundem sinuum tabula, per ipsum Orontium fideliter admodùm supputata.
6. Organum sinuum: quo tum geometrici, tum astronomici canones, ex quatuor sinuum proportione pendentes, certa ratione, ac inaudita facilitate tractantur.
7 Commentaria, siue demonstrationes in sex priores libros elementorum Geometricorum Euclidis: quorum hæc est æditio secunda.
8. Quadrans vniuersalis astrolabicus, omnibus Europæ regionibus inseruiẽs, eiusdem (& amplioris) cũ ipso Astrolabio siue Planisphærio cõmoditatis: bis iam æditus.
9. Aequatorium planetarum, sub quadrangula & altera parte longiori forma comprehensum, bis itidem æditum.
10. Theoricæ planetarum gallicè conscriptæ, & elegantissimis figuris ornatæ: vnà cum Armillis & Metheoroscopio Ptole.
11. ¶ Almanach cõiunctionum & oppositionum Luminarium, cum ijs quæ ad ecclesiasticum computum spectare videntur, xxxv annis inseruiens.
12. Aliud item Almanach vniuersale magis, vtilissimis refertum cõmoditatibus, gallicè & latinè æditum, pluribus annis duraturum.
13. Chorographia Galliarum, seu Charta Gallicana, sæpius impressa.
14. Descriptio vniuersi orbis, sub gemina cordis humani figura, & vnico papyri folio comprehensa.
15. Eiusdem Orbis amplior designatio, in vnicam humani cordis effigiem dudum coextensa, sæpiúsque impressa.
16. Chorographia terrarum, ad sacræ scripturæ intelligentiam necessariarum, quam vocant diui Pauli peregrinationem.
17. ¶ De Circuli quadratura, Liber vnus: vbi de area seu dimẽsione ipsius circuli, & ratione circunferentiæ ad diametrum.
18. De multangularum omnium & regularium figurarũ descriptione, tam intra quàm extra circulum, ac super quauis data linea recta, Liber hactenus desideratus.
19. De inuenienda longitudinis locorũ differentia, aliter quàm per Lunares eclipses, etiam dato quouis tempore, Liber admodùm singularis.
20. Planisphærium geographicum: quo tum longitudinis atque latitudinis differentiæ, tum directæ locorum deprehenduntur elongationes.

Quæ absoluta, sed nondum ædita sunt.

1. Theoricæ motuum cælestium in suam harmoniam redactæ, peropportunisq; tum figuris elegantissimis, tum scholijs & demonstrationibus recens illustratæ.
2. Liber de componendis artificialibus theoricis, tam peculiaribus quàm generali instrumento comprehensis: quibus vera planetarũ loca, vel facilè deprehenduntur.
3. De ratione partium vsúque Astrolabii siue Planisphærij, libri tres: vnà cum ipso instrumento, noua & eleganti vsuiq; paratissima descriptione fabricato, ac geographicis canonibus per eundem Orontium recens adinuentis illustrato.
4. Lilium astronomicum, vniuersam motuum cælestium & theoricam & praxin breui admodúmque subtili complectens artificio: Opus planè diuinum.
5. Directorium planetarum, tum circa limbum Astrolabij, tum seorsum mirabili ratione contextum: ijs qui iudiciariam exercent Astrologiam perutile valdéque necessarium.
6. Nouæ aliquot quadrantum, & horariorum anulorum descriptiones, ab eodem Orontio recens excogitatę: quę cum prius æditis horologijs propediem in lucem emittentur.
7. Galliarum Chorographia noua, ad iustam locorum positionem summa diligentia aucta, emendata, & depicta.
8. Topographia Delphinatus, Prouinciæ, Sabaudiæ, & patriæ Pedemontanæ, ad viuũ quantum fieri potuit figurata.
9. Noua Orbis descriptio geminis constans hemisphærijs, ex fidelioribus terrarum obseruationibus deprompta.

Molitur nunc & alia quàm plurima, tum circa reliquos Euclidis *libros, tum in magnam* Ptolemæi *constructionem, quam vocant* Almagestum, *atque cælestium motuum tabulas: quæ per inclementiam temporum, & domesticorum negociorum vrgentem multitudinem, in sua cogitur differre tempora.*

Adde quòd non pauca ex alienis emendauit, ac in lucem emisit, & tum scholijs & appendicibus, tum figuris pro singulorum exigentia decorauit. Quæ cùm longum esset recensere, data prætermittimus opera.

AVTHOR IN INVIDVM.

SOmniculose Glis, caput papauere
Oppletum agresti, trunce, stipes Aethiops:
Vt mortui, cuius iacet corpus pigrum,
Fortasse vel si paululum vigilaueris,
Impendis inguini, lusibus, gutturi:
Noli inuidere vigilias longas bonis,
Te non adurat docta lucubratio.
Non inuideo tot vicia, non somnum tibi.
Volito per ora, iacebis in silentio.

Orontij Finæi Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In sex priores libros elementorum Euclidis, Demonstrationes: recẽns auctæ & emendatæ.

¶*Principiorum libri primi interpretatio.*

RECEPTVM EST AB OMNIBVS, VNAMQVANque disciplinã propria sibi vẽdicare principia: quę etsi nulla prorsus videãtur indigere probatione, ex ipsis tamen saneq̃ intellectis principijs, ad ea quæ eadem consequũtur principia, deuenire vel facilè cõtingit. Idcirco generalẽ principiorũ geometricorũ elucidationẽ, protheoriámve in sex priores libros geometricorũ elementorũ Euclidis Megarensis (quos in gratiam studiosorum omnium suscepimus interpretãdos) præmittere: atq; intellectualem illam magnitudinum, & figurarum cõtemplationem (prius, quàm ad propositionum ostensionem deueniamus) rudioribus geometricarum speculationum tyrunculis aperire, non duximus importunum.

Cuiuslibet disciplinæ propria recipienda fore principia.

¶Triplicem itaque principiorum offendimus ordinem: vtpote, diffinitiones, terminorum naturam exprimentes: postulata, ex ipsis collecta diffinitionibus: & effata, seu cõmunes sententias, quæ dicuntur axiomata In primis ergo diffinitiones: dein reliqua, suo declarabimus ordine. ¶Animaduertendum est igitur, subiectum ipsius Geometriæ fore magnitudinem, à numero quidem & materia seorsum abstractam. Magnitudinis autem, triplex assignatur dimensio. Aut enim magnitudo longa tantùm imaginatur, vt linea: aut longa & lata, veluti superficies: vel deniq; longa & lata, simúlq; profunda siue crassa, hoc est, solida siue corporea, abstrahitur. Quorum omnium mediatum vel immediatũ principiũ, punctum (aliàs signum) esse dicitur. Fingitur enim magnitudo per continuam suiipsius diuisionẽ (quáquàm in semper diuisibilia naturaliter distribuatur) deuenire tandem ad partem minimam, quæ videlicet amplius diuidi non possit, ac si foret omni dimensione priuata: instar quidem vnitatis in discreta quantitate. Vt quemadmodùm ex vnitatis multiplicatione, omnis cõficitur numerus: haud dissimiliter ex huiuscemodi parte, vel indiuisibili nota, per abstractum seu transsumptiuum eiusdem notulę motum, omnem effingamus oriri seu produci magnitudinẽ. Hanc itaq; magnitudinis partem minimã, siue notulã indiuisibilem seorsum abstractam, punctum adpellamus: & ab Euclide ita primùm describitur,

Triplex ordo principiorum geometricorũ. Geometriæ subiectum. Triplex in magnitudine dimensio. Punctũ omnis magnitudinis principium. Puncti cum vnitate comparatio.

¶*De puncto, linea, atque superficie, Diffinitiones.*

¶Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

Punctum

1 Punctum est, cuius pars nulla.

Id est, quod abstractũ à cõtinuo, velut ipsius cõtinui pars minima, omni dimẽsione priuatũ imaginatur. ¶Ex cuius quidẽ pũcti abstracto defluxu, per infinitã suiipsius multiplicationẽ, longitudo dimensionũ primaria cõficitur: quæ Linea vocitatur, in hunc diffinita modũ,

Vt linea ex puncto describatur.

¶Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.

2 Linea verò, est longitudo latitudinis expers.

Hoc est, latitudine priuata. Cũ enim punctũ omni careat dimẽsione: suo fluxu, seu trãssumptiuo motu causat tantummodò longitudinem.

¶Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.

3 Lineæ autem limites, sunt puncta.

Incipit enim à puncto, & ex infinitis conficitur punctis, in punctúmq; terminatur. Omnis porrò linea, vel recta, vel obliqua venit imaginanda,

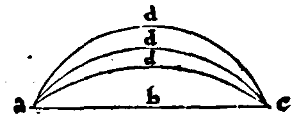
¶Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

Recta linea est, quæ ex æquali sua interiacet puncta. 4

Recta linea non datur rectior.

Vt pote, quæ à puncto in pūctum breuissimè ducitur, ipsa terminatiua puncta intermedijs æquali positione cōnectens: vti subscripta a/b/c/linea repręsentat. Cùm igitur à dato pūcto, in datum quodcūque punctum vnica sit breuissima via: fit, vt nulla recta linea rectior detur altera, sed quotquot ab eodem puncto ad idem punctum producentur lineæ rectæ, in vnam eandémq; lineam rectam coincidant. Secus est de obliqua: quæ per contrariam ipsius rectæ diffinitionē facilè describitur. nam ab eodem puncto ad idem punctum, infinitę producūtur obliquæ lineæ, quæ circunferentiarum portiones adpellantur: dantúrque obliquis obliquiores. Veluti, quæ ab eodem pūcto a/ad punctum c/ per ipsum d/ protrahuntur, ostendunt.

Obliquarum linearū infinita diuersitas.



Superficiei abstractiua descriptio.

¶Ex lineæ autem imaginario fluxu, acsi succedentium adinuicem linearum vestigium relinqueret, latitudo dimensionum altera respondenter acquiritur, describitúrq; superficies.

¶Ἐπιφάνειά ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Superficies est, quæ longitudinem, latitudinémq; tantùm habet. 5

Quæ cùm exordiatur à linea, & ipsius lineæ terminatiua puncta, ad motum eiusdem, rectam vel obliquam lineam describant, in eadémque linea mota quiescat ipsa superficies: relinquitur euidens, quòd superficiem terminăt lineæ. hinc subiungit Euclides.

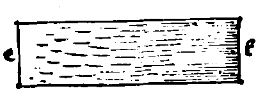
¶Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

Superficiei autem extrema sunt lineæ. 6

Porrò cùm linea, ad descriptionem mota superficiei, recta fuerit, atq; in longum lineæ rectæ vniformiter, breuissiméque traducta: fit superficies, quæ plana dicitur, & in hunc diffinitur modum,

¶Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις ἔχει.

Plana superficies est, quæ ex æquali suas interiacet lineas. 7

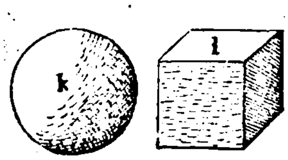


Id est, quæ per totam rectam ineam quaquauersum accommodatur, nullo prorsus inflexa curuamine: veluti obiecta superficies e/f.

Curua superficies.

Hinc curuæ superficiei diffinitio, per contrariam elicitur imaginationem: quæ ex ea parte qua circunflectitur, cōcaua: forinsecus autē, curua siue conuexa nominatur. quemadmodum tibi repræsentat figura g/h.

Solidorum origo.



¶Ex superficiei deniq; fluxu, solidum siue corpus trina dimēsione, vt pote, longitudine, latitudine, atque profunditate contentū, abstractiuè describitur. Quod vel vnica tantummodò superficie, vti sphæra k: pluribúsve superficiebus, vt cubum l/terminatur. Sed de his in posterioribus libris ipsius Euclidis tractandum. Solidum porrò motum, nullam videtur acquirere dimensionem: sed ipsas dimensiones augmentat, immutátque figuram.

Vnde superficierū & corporum tanta diuersitas.

Igitur pro linearum atque superficierum varietate, diuersóque eorundem motu, seu abstracto defluxu: varia, & penè infinita tum planorum, tum etiam solidorum, hoc est superficierum & corporū abstrahitur multitudo, pro limitum & angulorum varietate, diuersis expressa nominibus.

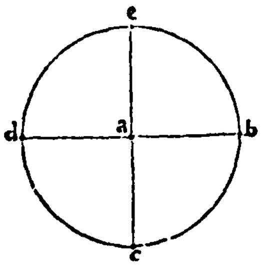
¶De rectilineis angulis.

Angulus, Planus, Solidus.

¶ANGVLORVM IGITVR, QVIDAM PLANI: QVIDAM VERÒ solidi. Planos vocitamus angulos, qui ex mutua concurrentium adinuicem linearum causantur inclinatione. Solidi autem dicuntur anguli, qui ex planorum angulorum cōcursu figurantur: de quibus in postremis elementorum libris. Nunc itaque de planis tractandum angulis.

Angulorū origo notanda.

Pro quorū elucidatione animaduertendum est, quoties linea recta, altero limitum manente fixo, altero autem moto, completè circunducitur: describi superficiem, quæ circulus adpellatur. vtpote, si a/b/recta, immoto puncto a, ex b/ in c, per d/ & e, rediēs tandem



in b, circum idem punctum a, completè reuoluatur: describens planum circulare b/c/d/e. Nam punctum b/ hoc modo circũductum, lineam efficit orbicularem, quæ circunferentia dicitur: & immotum punctum a, medium, siue centrum eiusdem vocatur circuli. Hinc orta est subscripta circuli, & in ordine decimaquinta diffinitio. Prius quàm autem eiuscemodi linea vniuersum compleuerit orbẽ, diuersas cũ prima & relicta linea facit inclinationes, nusquam ab immoto recedendopũcto. Hæc igitur linearum super eodem plano sese ita contingentium inclinatio mutua, vel inclinationis habitudo (vt linearum a/b/& a/e, vel a/e/&a/ d) & non in directum constitutarum, hoc est, vnam eandémque rectam lineam minimè efficientium (cuiusmodi sunt a/b/& a/d, vel a/c/& a/e) planus vocitatur angulus: qui ab ipso Euclide, hoc modo consequenter diffinitur,

¶Επίπεδος δὲ γωνία, ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

8 Planus angulus, est duarum linearum in plano sese tangentium, & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

Hæc autem inclinatio de rectis lineis potissimùm venit intelligenda: tales enim anguli in his primis sex libris geometricorũ elementorũ præcipuè considerãtur. Hinc dicit Euclides,

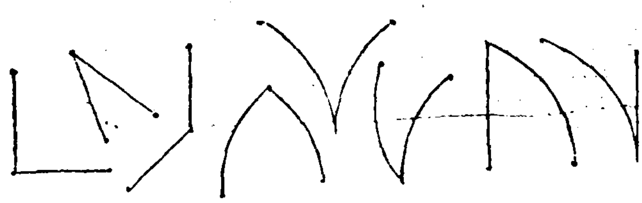
¶Οταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ, εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

9 Quando autem quæ angulum cõtinent rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur.

Quòd si eædem lineæ datum efficientes angulum fuerint obliquæ, siue curuæ: curuilineus dicetur angulus. quales sunt, qui à circunferentiarum causantur interfertionibus. Si autem ex recta & curua angulus ipse conficiatur: is mixtus venit adpellandus. Veluti sunt anguli ex dimetiente, seu chorda, & arcubus circulorum comprehensi. Potissima tamen inter planos angulos, rectilineorum apud Geometras (vti supra diximus) habetur consideratio. *Planorum angulorum diuersitas.*

A N G V L I.

Rectilinei. Curuilinei. Mixti.



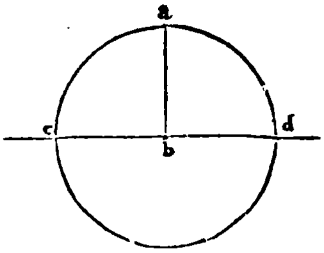
¶*Penes quid rectilineorum angulorum attendenda magnitudo.*

¶CVIVSLIBET IGITVR ANGVLI PLANI RECTILINEI magnitudo siue quãtitas, dicitur arcus circuli ab ipsis lineis rectis datũ efficiẽtibus angulum comprehẽsus: circuli inquã, cuius centrũ ad concursum dictarum linearũ imaginatur, & qui ad completam minoris earundem linearum reuolutionem describitur. Si datæ itaque lineæ rectæ angulum continentes, quadrantẽ adamussim comprehendant ipsius circuli: huiusmodi angulus rectus dicitur. Si verò arcum includant quadrante minorem: acutus. Quoties autem idem arcus, quadrantem exuperauerit circuli: datus angulus nominatur obtusus. Quod ex ipso facile colligitur Euclide, cùm dicit, *Angulus, Rectus, Acutus, Obtusus.*

¶Οταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν. καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα, εὐθεῖα κάθετος, καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10 Cùm verò recta linea super rectam consistens lineam, vtrobique angulos adinuicem æquales fecerit: rectus est vterque æqualium angulorum. *Anguli recti diffinitio.*
Et quæ superstat recta linea, perpendicularis vocitatur, super quam steterit. *Linea perpendicularis.*

Cuiusmodi sunt anguli a/b/c/ & a/b/d, à recta a/b/ super rectā c/d/ ad perpendiculum incidente, causati. Fit enim recta c/d, in quam cadit a/b, dimetiens circuli, à circunducta b/a, circa punctum b/descripti. Nec possunt ijdem anguli a/b/c/ & a/b/d/ adinuicem æquales esse, quin vterque quadrantem includat circuli: & a/b/ recta, super rectam c/d/ perpendicularis existat. Ex quibus infert consequenter, obtusi et acuti anguli diffinitiones.



¶ Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶ, ἡ μείζων ὀρθῆς.

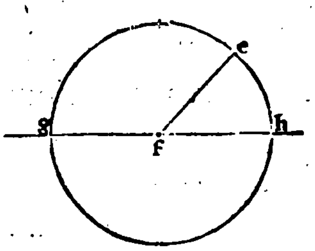
Obtusus angulus, maior est recto. 11

Vt angulus e/f/g, includens arcum e/g, quadrante maiorem, descripti circa punctum f/circuli. Dicitur autem idem angulus e/f/g/obtusus: quoniam e/f/& f/g/lineę rectæ, obtusam extrinsecus faciunt inclinationem.

¶ Ὀξεῖα δὲ, ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

Acutus verò, minor est recto. 12

Veluti angulus e/f/h: cuius arcus e/h, eodem circuli quadrante minor est. Vnde fit, vt e/f/& f/h/ rectarum linearum inclinatio, in acutam conueniat habitudinem. Quanto igitur obtusus angulus e/f/g/maior extiterit, tanto minor erit acutus e/f/h: ipsa porrò linea e/f, incidens in g/h/vocitetur. Et quoniā eiusdē circuli quadrantes sunt adinuicē æquales: non datur propterea rectus angulus, altero rectior angulo. Secus de obtusis, vel acutis angulis: quoniā arcus circuli quadrāte maiores, eodémve quadrāte minores, varij sunt, atque infiniti. Linearum itaq; maior aut minor longitudo, quemadmodùm nec magnitudo circuli, angulū non immutat: hoc est, neque maiorem, neque minorem eundem efficit angulum.



Cur omnes anguli recti inuicē æquales.
Acutorum & obtusorū angulorum diuersitas.
Linearū quantitas angulum non immutat.

¶ *De termino & figura.*

¶ CVM AVTEM OMNIS MAGNITVDO FINITA SIT, ET terminata: diffinit consequenter Euclides ipsius magnitudinis terminum, in hunc qui sequitur modum,

¶ Ὅρος ἐστὶ, ὅ τινός ἐστι πέρας.

Terminus est, quod cuiusque finis est. 13

Vtpote, punctum ipsius lineæ, linea superficiei, superficies denique solidi: quemadmodùm ex eorundē abstractiua descriptione facilè colligitur. Itaque figuræ tam planæ, quàm etiam solidæ hæc colligitur diffinitio.

¶ Σχῆμα ἐστὶ, τὸ ὑπό τινος, ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

Figura est, quæ sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur. 14

Sub aliquo quidem, vt planū circulare, vel solidum sphæricum: sub aliquibus verò, vt triangulum vel quadrangulū inter planas, & cubū aut pyramis inter solidas, & quæ sunt eiuscemodi. Sed de planis figuris, atq; de lineis & angulis in eodē plano constitutis, his sex prioribus libris determinandum.

Notandum.

Libris sex prioribus [illegible]

¶ *De circulo, eiúsque partibus.*

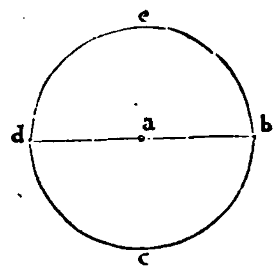
¶ INTER FIGVRAS, QVAE PLANAE VOCANTVR EA DICItur esse simplicissima, quæ vnico comprehenditur termino: cuiusmodi videtur esse circulus. Hunc itaque primùm diffinit Euclides,

¶ Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Circulus, est figura plana, vna linea contenta, quæ circunferentia adpellatur: ad quam, ab vno puncto introrsum medio existente, omnes pro= 15

deuntes lineæ, in ipsius circuli circunferentiam incidentes, adinuicem sunt æquales.

Hęc diffinitio, ex data nuper (cùm de planis loqueremur angulis) abstractiua circuli descriptione fit manifesta. Cùm enim a/b/recta linea data, circum a/punctum completè reuolui



tur: punctum b/suo motu circunferentiam causat, & immotum punctum a/in circuli cētrum permutatur. Hoc itaq; circuli centrum, secundum longitudinem ipsius a/b/rectæ lineæ datæ, ex omni parte distabit à circunferentia. Ex quo necessum est, omnes rectas lineas, ab ipsius circuli centro in circunferētiam eiusdem incidentes, fore eidem a/b (ex qua circulus describitur) atque adinuicem æquales. Hoc est, eiusdem circuli circunferentiam à suo cētro æqualiter vndiquaq; distare. Hinc dicit consequenter,

¶Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16 Centrum verò ipsius circuli, punctum adpellatur.

De puncto medio velim intelligas: vt punctum a, in obiecta circuli figura b/c/d/e. Lineæ nanque limites sunt puncta: quorum immotum (circa quod videlicet alterum in circuli descriptione circunducitur) in medio permanet, & centrum efficitur circuli.

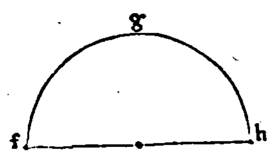
¶Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου, ἐστὶν εὐθεῖά τις, διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

17 Dimetiens circuli, est recta quædam linea per centrum acta, & ex vtraque parte in circuli circunferentiam terminata, quæ circulum bifariam dispescit.

Cuiusmodi est linea b/d/supra scripti circuli b/c/d/e, per a/centrum vtrinque producta: & quæcunque illi similis. Dimetiens enim, siue diameter, propriè circulorum esse videtur: diagonius autem, rectilinearum figurarum: axis verò, solidorum, et propriè ipsius sphæræ. *Dimetientis à diagonio et axe differētia.*

¶Ἡμικύκλιον δέ, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

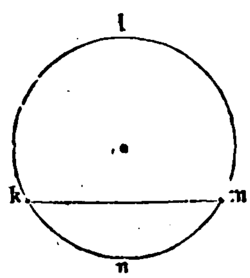
18 Semicirculus, est figura quæ sub dimetiente, & ea quæ ex ipsa circuli circunferentia sublata est, continetur.



Vt ea figura, quæ ex f/h/dimetiente, & dimidia circuli circunferentia f/g/h/comprehenditur. Semicirculus enim cùm sit dimidium circuli: non potest alijs lineis quàm dimetiente, & media claudi circunferentia.

¶Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

19 Sectio circuli, est figura quæ sub recta linea, & circuli circunferentia aut maiore aut minore semicirculo, continetur.



Cùm enim recta linea per circuli centrum minimè ducitur, vtrinque tamen in circunferentiam terminatur: ea circulum ipsum in binas partes dispescit inæquales, quæ circuli sectiones adpellantur. Quarum ea quæ centrum includit circuli, vt k/l/m/obiectæ descriptionis, maior dicitur: reliqua verò, vt k/n/m, minor adpellatur. Ipsa porrò linea recta k/m, chorda siue subtensa: & comprehensa circunferentiæ pars, arcus respondenter nominatur. *Chorda. Arcus.*

¶*De rectilineis figuris.*

¶POST CIRCVLAREM FIGVRAM, QVAE VNICO CLAVDITVR limite,ſuccedunt rectilineæ,hoc eſt,rectis lineis terminatæ figuræ,variam quidē,pro laterũ numero, angulorúmve qualitate,denominationē obtinētes:quæ ita ab Euclide diffiniuntur.

¶Εὐθύγραμμα σχήματα ἐστὶ,τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

Rectilineæ figuræ,ſunt quæ ſub rectis lineis continentur. 20

Trilatera figura rectilinearũ prima.

Porrò inter rectilineas figuras,primum locum ſibi vendicāt trilateræ,ſub tribus rectis lineis comprehenſæ. Quoniam ſub duabus lineis rectis non poteſt cōtineri figura,per ipſius lineæ rectæ deſcriptionem.Subiungit itaq; generalem trilaterarum figurarũ diffinitionem.

¶Τρίπλευρα μὲν,τὰ ὑπὸ τριῶν.

Trilateræ figuræ ſunt,quæ ſub tribus rectis continentur lineis. 21

His ſuccedunt quadrilateræ,à quaternario laterum numero denominatæ.

¶Τετράπλευρα δὲ,τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Quadrilateræ figuræſunt, quæ ſub quatuor comprehenduntur rectis lineis. 22

Et quoniam rectilinearum figurarum ſupra quadrilateras per continuam laterum additionem,infinita videtur excreſcere multitudo,quam ſingulatim deſcribere, longum nimis vel impoſſibile foret:idcirco reliquas omnes multilateras adpellauit Euclides, & ſub hac diffinitione complexus eſt.

¶Πολύπλευρα δὲ,τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

Multilateræ figuræ ſunt, quæ ſub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur. 23

Quæ quidē multilateræ figuræ,longè faciliorē ab angulis,q̃ ab ipſa laterum multitudine, ſortiuntur nomenclaturam: vtpote,pentagona,hexagona,heptagona, octogona,&c. Sunt enim in rectilinea quacunq; figura tot anguli,quot & latera. Cùm autem omnis multilatera figura immediate reſoluatur in trilateras, vel partim in trilateras,partim verò in quadrilateras:ſubiungit propterea primùm trilaterarum,deinde quadrilaterarum figurarum,tum ab ipſis lateribus,tum ab angulis ſumpta diſcrimina. Omnis itaque trilateræ figuræ,aut tria latera ſunt adinuicem æqualia,vel duo tantùm,aut nulla.

¶Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων,ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι,τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

Trilaterarum figurarũ à lateribus diſcrimina.

Trilaterarum porrò figurarum,æquilaterum eſt triangulum,quod tria continet æqualia latera. 24

Veluti ſubſcripta in exemplum trianguli figura a/& quæ illi ſimiles.

¶Ἰσοσκελὲς δὲ,τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

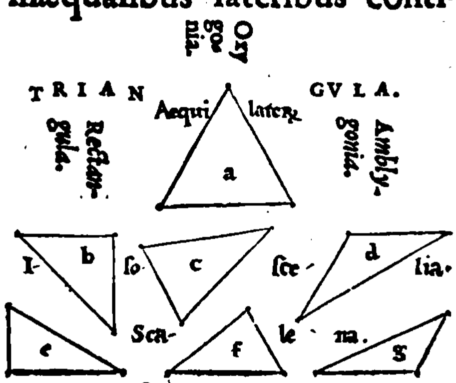
Iſoſceles autem eſt, quod ſub binis tantum æqualibus lateribus continetur. 25

Cuiuſmodi ſunt triangula b,c,d,ad clariorem ſingulorum euidentiam depicta.

¶Σκαληνὸν δὲ,τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

Scalenum verò eſt, quod ſub tribus inæqualibus lateribus continetur. 26

Vt obiecta e,f,g,triangula:& quæ ſunt eiuſce modi. ¶Ab angulis autem totidem differentias nanciſcuntur ipſa triangula.Omnis ſiquidem trianguli,vel tres anguli ſunt acuti,vel vnus rectus & cæteri duo acuti, aut denique vnus obtuſus & reliqui itidē acuti:duos enim rectos aut duos obtuſos, vel vnum rectum & vnũ obtuſum angulum in triangulo offendere non eſt poſſibile. Hanc igitur angularem trilaterarum differentiam,ita ſubſcribit Euclides,



¶Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

27 Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum eſt, quod rectum angulum habet. *Trilaterarum figurarum ab angulis differentiæ.*

Vt iſoſceles b, vel ſcalenum triangulum e, proxima diffinitione deſcriptum.

¶Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

28 Ambligonium autem, quod obtuſum angulum habet.

Veluti antecedens iſoſceles d, ſcalenúmve triangulum g.

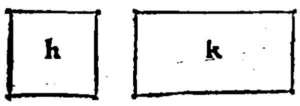
¶Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29 Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

Cuiuſmodi ſunt æquilaterum a, & iſoſceles c, atque triangulum ſcalenum f: & quæ eis ſimilia ſunt triangula. Omnis porrò trianguli vnumquodque latus, cæteris duobus expreſſis, baſis vocitatur. *Baſis triãguli* Sequitur itaque, rectangula & amblygonia triangula: fore tantummodò iſoſcelia, vel ſcalena. Oxygonium autem: & æquilaterum, & iſoſceles, & ſcalenum offenditur triãgulum. Quemadmodùm ex ſupraſcriptis triangulorũ licet elicere figuris. ¶Haud diſſimiliter quadrilaterarum figurarum, tum ab angulorum rectitudine vel obliquitate, tum ab æqualitate vel inæqualitate laterum, ſuccedentia colliguntur diſcrimina. *Quadrilaterarũ figurarũ diſcrimina.*

¶Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστι, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον.

30 Quadrilaterarum autem figurarũ, quadratum quidem eſt, quod & æquilaterum & rectangulum eſt.



Veluti quadratum h. Omnis itaque quadrati vnumquodque latus radix eiuſdem indifferenter adpellatur. *Radix quadrati.* Fit enim quadratum, ex data linea recta abſtractiuè in ſeipſam rectiſſimè ducta: quemadmodùm numerus in ſeipſum ductus, quadratum efficit numerum.

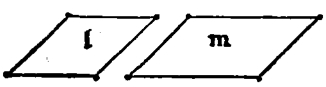
¶Ἑτερόμηκες δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

31 Altera parte longius, eſt quod rectangulum quidem, at æquilaterum non eſt.

Quemadmodũ ſupraſcripta figura k, quoad angulorum rectitudinem conueniẽs cum ipſo quadrato, diſſidens autem ex parte laterum.

¶Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32 Rhombus, eſt quæ æquilatera, at rectangula non eſt.



Cuiuſmodi eſt figura l. Conuenit itaque rhombus cum ipſo quadrato, in ſola laterũ æqualitate: habet enim duos obtuſos, & totidem acutos angulos, quatuor rectorum ſimul efficientes quantitatem.

¶Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστι, οὔτε ὀρθογώνιον.

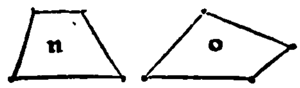
33 Rhomboides verò, eſt quæ ex oppoſito latera & angulos habens æquales, neque æquilatera, neque rectangula eſt.

Quemadmodum ſupra depicta figura m repræſentat. Súntque hæc omnia nuper enarrata quadrilatera, parallelogramma: id eſt, quorum oppoſita latera ſunt adinuicem parallella, ſeu æquidiſtantia. *Parallelogrãma.* Neque plures quadrilaterarum & regularium figurarum contingit inueniri differentias: hinc dicit Euclides,

¶Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34 Præter hæc autem reliqua quadrilatera, trapezia adpellantur.

In quibus videlicet nulla oppositorum vel laterum, vel angulorum simul obseruatur æqualitas, siue respondentia: veluti sunt n/& o,& quæcunque eis similes quadrilaterorum descriptiones.

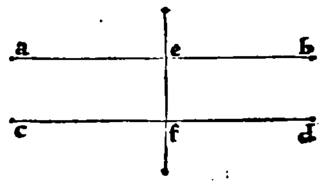


Parallelarum linearum diffinitio vltima.

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι αἵ τινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex vtraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt. 35

Quales tibi repræsentant a/b/& c/d/lineæ rectæ. In quarum videlicet alteram, vtpote a/b, recta linea e/f/ad æquales seu rectos incidens angulos: & cum reliqua c/d/rectos itidem vel æquales angulos efficit. Ex eo enim, alterius in alteram æqualis vtrobique surgit inclinatio: vnde fit, vt ipsæ datæ lineæ in infinitum ex vtraque parte productæ, æqualiter seu parallelicè distent, nusquàm adinuicem concurrentes.



Αἰτήματα. *Postulata.*

ORONTIVS.

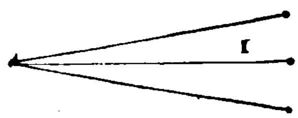
Postulata quæ

SECVNDO LOCO SESE OFFERVNT POSTVLATA: quæ petitiones à nonnullis adpellantur. Sunt autem postulata, generales quædam propositiones, ex ipsis collectæ diffinitionibus: quæ pendenter ab auditore concessæ, postulantur, assumuntúrve in ordinem seu rationem principij. Primum itaque postulatum, est huiusmodi,

Ἠτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον, εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ab omni puncto in omne punctum, rectam lineam ducere. 1

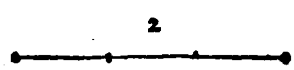
Potest enim datum quodcunque punctum, in aliud quodlibet punctum, etiam vbilibet imaginatum, per viam abstractiuè fluendo breuissimam: rectam describere lineam. quemadmodum ex quatuor primis licet elicere diffinitionibus. Admittenda est itaque linea recta quantalibet, ac quibus voluerimus punctis, vbilibet indifferenter terminata.



Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν.

Rectam lineam terminatam, in continuum rectúmque producere. 2

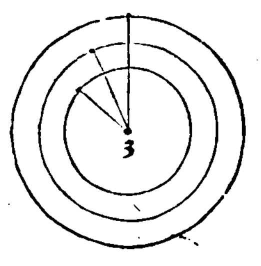
Nam vtrunque punctum ipsius datæ rectæ lineæ terminatiuum, per rectum eiusdem puncti defluxum, quãtumlibet abstractiuè continuatũ: potest ipsam datam lineam rectam efficere longiorem. quemadmodũ ex data linearum rectarum colligitur descriptione.



Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

Omni centro & interuallo, circulum describere. 3

Hoc est, licet vbicunque volueris centrum designare circuli, & circa idem centrum, ad liberam semidiametri quantitatem, ipsum figurare circulum. Aut (si velis) ex data quacunque linea recta terminata, altero eiusdem lineæ termino vbiuis collocato, per completam ipsius lineæ circunductionem, circulum describere. Admittendi igitur sunt, liberæ quantitatis circuli, pro data semidiametri vel interualli magnitudine.



Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

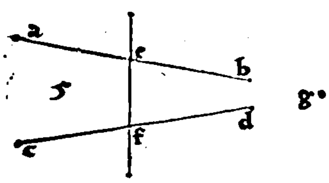
Omnes angulos rectos, adinuicem æquales esse. 4

Cùm enim dati cuiuslibet anguli recti magnitudo quadrans existat circuli, eiusdémq; circuli quadrantes sint adinuicem æquales: fit vt inter quosuis angulos rectos nulla possit esse differentia, sed omnes sint adinuicẽ æquales. Quemadmodùm ex his quæ septima, nona, & decima præmisimus diffinitionibus, elicere vel facilè potes.

¶Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπίπτονται ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν, αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est, ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Vt pote, si in rectas a/b/ & c/d, recta incidẽs e/f, interiores angulos b/e/f/ & d/f/e/ simul cõparatos, duobus rectis minores fecerit: ipsæ lineæ a/b/ & c/d, in infinitũ productæ, cõueniẽt tandem in g, ad partes quidem b/ & d. Quoniam plus inclinãtur adinuicem partes b/d, quàm a/c. Vnde quantò magis producentur b/e, & d/f/ partes, tantò propiores efficientur, in vnũ tandem signum (vtpote g) concurrentes. Secus est de a/e, & c/f/ partibus: propterea quòd anguli a/e/f/ & c/f/e/ sunt duobus angulis rectis tantò maiores, quantò eisdem rectis minores fuerint ipsi b/e/f/ atq; d/f/e/ anguli.



¶Possent & alia his haud dissimilia subrogari postulata: quæ cùm sunt omnibus (etiam rudissimis) per sese manifesta, vel quæ ~~recenseantur~~ indigna, hoc quinario cum Euclide contenti erimus numero. *De cæteris postulatis.*

¶Κοιναὶ ἔννοιαι. *Communes sententiæ.*

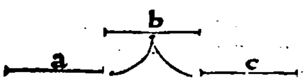
ORONTIVS.

RELIQVVM EST TANDEM, COMMVNES ELVCIDARE sententias: quas græci axiomata, latini verò effata solent adpellare. Sunt igitur cõmunes sententiæ, generales quædã ac per sese manifestæ propositiones, cõmunitérve scitæ ab omnibus, & in principij rationem vel ordinem coassumptæ. Quarum prima est hæc. *Axiomata, effata, seu communes sententiæ.*

¶Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

1 Quæ eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia. *5. communes sententiæ rationem æqualitatis respicientes.*

Vtpote, si a/ magnitudo sit æqualis b/ magnitudini, eidem quoque b/ sit æqualis magnitudo c: necessum est a/ & c/ magnitudines fore adinuicem æquales. Idem habeto iudicium de numeris, atque cæteris eiusdem generis adinuicem comparabilibus.



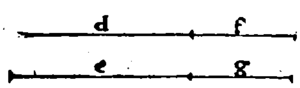
¶Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2 Et si æqualibus æqualia adijciantur, omnia erunt æqualia.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquentur æqualia erunt.

Vt si d/ & e/ magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales addantur magnitudines f/ & g: consurgent d/f/ & e/g magnitudines adinuicẽ pariter æquales. Quòd si versa vice ab ipsis d/f/ & e/g/ magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales tollantur f/ quidẽ & g/ magnitudines: relinquentur d/ & e/ magnitudines rursum adinuicem æquales.



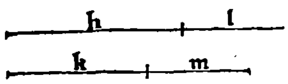
¶Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia inæqualia erunt.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.

Si nanque h,k/magnitudinibus inæqualibus, æquales adiungātur magnitudines l,m: consurgent inæquales adinuicem magnitudines h/l/& k/m. Aut si ab eisdem inæqualibus magnitudinibus datis h/l/& k/m, æquales auferantur l/ & m: quæ relinquentur h/ & k/magnitudines, erunt adinuicē inæquales.



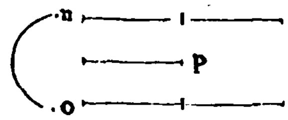
Vnde & versa vice, si æqualibus inæqualia adiungantur, vel ab æqualibus inæqualia auferantur: consurgent, aut relinquentur inæqualia. Hæ sunt igitur quinque præcipuæ communes sententiæ, rationem æqualitatis inter magnitudines, atque inuicem comparabilia, tum facta inuicem comparatione, tum addendo, subtrahendóve occurrentem, respicientes.

¶Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 6

Cõmunis sententia, pro ratione maioris inæqualitatis.

Hoc est, quæ eiusdem sunt æquè multiplicia, vel æquè super particularia, aut æquè superpartientia, vel (vt summatim comprehendam) æquè maiora: ea sunt adinuicem æqualia, nempe quòd æquali excessu eandem superent magnitudinem. Vt si n/& o/magnitudines, eiusdē magnitudinis p/sint æquè maiores, vtpote duplæ: necessum est easdē magnitudines n/& o, fore adinuicem æquales. Nam æqualibus magnitudinibus ipsi p/ in eisdē n/& o/comprehensis, æquales adduntur excessus.



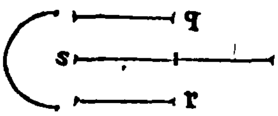
Idem censeto de numeris, & quibuscunque inuicem comparabilibus rebus, eandem ad tertiam maioris inæqualitatis rationem obtinentibus.

¶Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἥμισυ, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem. 7

Cõmunis sententia pro ratione minoris inæqualitatis.

Hæc communis sentētia, pro magnitudinibus rationem minoris inæqualitatis ad eandem tertiam obseruātibus magnitudinem, ita venit intelligenda: vt quæcunque eiusdem sunt æquè submultiplicia, aut superparticularia, vel subsuperpartientia, hoc est, æquè minora, ea sunt adinuicem æqualia. Vtpote, si q/& r/magnitudines, eiusdem magnitudinis s/sint (verbi gratia) subduplæ: illæ erunt adinuicem æquales, propterea quòd æquali ab eadem magnitudine superentur excessu.



¶Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἀλλήλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Et quæ sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem. 8

Vtpote, si duæ rectę lineę in limitibus, duęve supficies in terminis, seu lateribus & angulis, & quę sunt similia similibus ex omni parte cōueniāt: ea oportet adinuicē ęquari, & ècōtrario.

¶Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι.

Totum est sua parte maius. 9

Adde partes integrales, quòd & æquale suis partibus integralibus, id est quę simul sumptæ ipsum totum videntur integrare.

¶Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.

Duæ rectæ lineæ superficiem non concludunt. 10

Prius quàm enim supèrficiem concludere valerent: operæpretium esset, gemina puncta vtriusque datarum linearum terminos limitantia mutuò cōuenire. Duæ itaque lineæ rectæ, à dato puncto in datum punctum producerentur: coinciderent igitur in vnam atque eandem lineam rectam, superficiem concludere non valentes. quēadmodùm ex ijs, quæ quarta prædiximus diffinitione, fit manifestum.

¶*De problemate, Theoremate, atque Hypothesi.*

Problemata. *Theoremata.* *Hypotheses.*

¶EX HIS ITAQVE SANE QVAM INTELLECTIS PRINcipijs, colliguntur problemata: hoc est, ambiguę propositiones, sciscitationésve, practicas figurarum affectiones discutientes: & Theoremata, id est, speculatiuæ propositiones, præceptionis vtcunque participes, quæ singulis accidunt figuris sola inspectione diiudicantes. Quæ quidem omnia tali sunt artificio ab Euclide distributa, vt ex antecedentibus omnis subsequentium videatur pendere comprobatio: fiátque mutua subministratio singulorum inter sese & problematum & theorematum. Quibus suffragantur hypotheses, hoc est, ex præuia supradictorum cognitione, assumenti concessæ suppositiones.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΠΡΩΤΟΥ

Πρόβλημα α, Πρότασις α.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

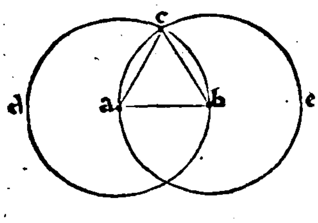
EVCLIDIS LIBRI PRIMI

Problema I. Propositio I.

1 SVper data linea recta terminata, triangulum equilaterum constituere.

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea terminata a/b, cuius limites sint a/& b/puncta: super quam oporteat triangulum æquilaterum constituere: hoc est, datam rectam lineam terminatam in latus ipsius coaptare trianguli, & reliqua duo latera, quæ sint eidem lineæ datæ æqualia, ex superius enarratis principijs inuestigare. Centro igitur a, interuallo autem a/b, describatur circulus b/c/d, per tertium postulatum. Et per idem postulatum, centro rursum b, eodémque interuallo b/a, describatur circulus a/c/e. Cùm igitur circuli b/c/d/& a/c/e/in eodem sint plano, & communem habeant semidiametrũ, nempe datam a/b/rectam, transeátque per constructionem vnius circunferentia per centrum alterius: necessum est, b/c/d/circunferentiam partim esse intra circulum a/c/e, partim verò extra, & è cõtrario, & propterea sese mutuo intersecare. Sit ergo sectionum altera in puncto c, & connectantur tandem rectæ lineæ a/c/& b/c, per primum postulatum. Triangulum est itaque a/b/c, (non congruunt enim, neque in directum cõstituuntur ipsæ a/b, b/c, & c/a/ lineæ rectæ: sed trigonam includunt superficiem a/b/c) dico quòd & æquilaterum. Quoniam punctum a, centrum est circuli b/c/d: æqualis est igitur a/c/recta, ipsi a/b, per decimamquintam diffinitionem. Rursum, quoniam punctum b, centrum est circuli a/c/e: æqualis est, per eandem diffinitionem b/c/recta, eidem a/b. Duæ igitur a/c, & b/c, eidem a/b, sunt æquales: eapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Tres itaque lineæ a/b, b/c, c/a, sunt adinuicem æquales. Igitur super data recta linea terminata a/b, cõstitutũ est triangulũ æquilaterũ a/b/c. Quod facere oportebat.

Nota propositionis interpretationem.



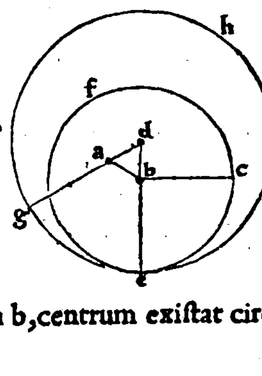
Πρόβλημα β, Πρότασις β.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Problema 2, Propositio 2.

2 AD datum punctũ, datæ rectæ lineæ æquam rectã lineam ponere.

ORONTIVS. ¶Sit datum punctum a, data verò linea recta b/c: cui expedit, ad ipsum punctum a, æquam rectam lineam ponere. Ducatur itaque recta a/b, per primum postulatum: super qua triangulum æquilaterum constituatur a/b/d, per primam propositionem. Et centro b, interuallo autem b/c, circulus describatur c/e/f, per tertium postulatum. Atque per secundum postulatum, producatur recta d/b/in ipsius circuli circunferentiam: sitque d/e. Centro rursum d, interuallo autem d/e, circulus describatur e/g/h, per idem tertium postulatum. Producatúrque tandem recta d/a, in circunferentiam ipsius e/g/h/circuli, per secundum postulatum: sitque d/g. Cùm igitur punctum b, centrum existat circuli



c/e/f: æqualis est b/c/recta ipsi b/e, per decimamquintam diffinitionem. Rursum quoniam punctum d, centrum est e/g/h/circuli: æqualis est, per eandē diffinitionē, recta d/e/ipsi d/g. A quibus si auferātur a/d, & b/d/inuicē æquales (nempe latera trianguli æquilateri) reliqua a/g, reliquæ b/e, per tertiam communē sententiam erit æqualis. Atqui monstratum est, quòd & b/c/eidem b/e/est æqualis. Binæ igitur a/g, & b/c, eidem b/e/sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Ad datum ergo punctum a/datæ rectæ lineæ b/c, æqualis recta linea posita est a/g. Quod oportuit fecisse.

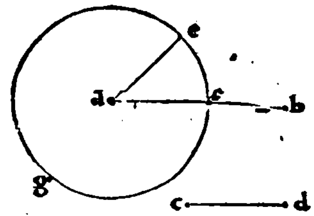
Πρόβλημα γ, Πρότασις γ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων, ἀπὸ τῆς μείζονος, τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Problema 3, *Propositio* 3.

DVabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æquam rectam lineam abscindere. 3

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ inæquales, a/b/quidem maior, minor verò c/d: cui receptum sit, ab ipsa maiore a/b, æquam lineam rectam abscindere. Ad datum ergo punctum a/alterum ipsius maioris a/b/limitem, eidem minori c/d/ponatur æqualis, per secundam propositionem: sitque a/e. Et centro a, interuallo autē a/e, circulus describatur e/f/g, per tertium postulatum. Cùm igitur a/e/recta sit æqualis ipsi c/d, sitque c/d/minor ipsa a/b, per hypothesin: erit & a/e/eadem a/b/minor. quæ enim sunt æqualia, eiusdē sunt æquè minora, per conuersam septimæ communis sentētiæ. Egredietur ergo a/b/maior ipsa a/e, circūferentiā circuli e/f/g, ad interuallum eiusdem a/e/descripti, eandémque circunferētiam egrediendo secabit: secet igitur in puncto f. Et quoniā punctū a, centrum est circuli e/f/g: æqualis est a/f/recta ipsi a/e, per decimamquintam diffinitionem. Eidem porrò a/e, æqualis est & recta c/d. Binæ igitur a/f/& c/d, eidē a/e/sunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Est autem & a/f, pars ipsius maioris a/b. Duabus ergo lineis rectis inæqualibus datis, a/b/quidē & c/d: à maiori a/b, secta est a/f/ipsi c/d/ minori æqualis. Quod oportebat facere.



Θεώρημα α, Πρότασις δ.

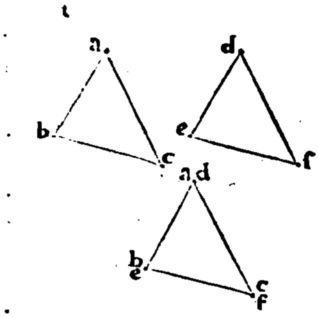
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 1. *Propositio* 4.

SI duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis lineis contentum: & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. 4

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/e/f, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/& d/f/alternatim æqualia, hoc est, a/b/ipsi d/e, & a/c/ipsi d/f: atque angulum b/a/c, æqualem angulo e/d/f/ sub æqualibus rectis lineis contento. Dico primùm, quòd basis b/c/est æqualis basi e/f. Comparato nanque triangulo a/b/c/ ipsi d/e/f, atque puncto a/ supra d/ pūctum constituto, extensáque recta a/b/ super rectam d/e: conueniet punctū b/ipsi puncto e: nam a/b/ ipsi d/e/ per hypothesin est æqualis: quæ autem sunt adinuicem æqualia, sibimetipsis conueniunt, per conuersam octauæ communis sententiæ. Et quoniam angulus b/a/c, angulo e/d/f/ per hypothesin quoque est æqualis: cadet igitur, per eandem conuersam, a/c/recta, super rectam d/f. secus enim alter angulorum foret reliquo maior, cōtra ipsam hypothesin. At cum a/c/& d/f/rectæ, sint ex eadem hypothesi adinuicem æquales: cōueniet

Pars prima theorematis.



rursum punctũ c ipsi puncto f, per allegatã octauæ communis sententiæ conuersionem. Binæ igitur rectæ b/c/& e/f, ab eodem communi puncto, ad idem commune punctum educentur: conuenient ergo adinuicem, per datam ipsius lineæ rectæ diffinitionem. Conuenientibus enim b, e/& c, f/limitibus, si eædem b/c/& e/f/rectæ minimè conuenirent: duæ lineæ rectæ includerent superficiem, contra decimam communem sententiam, & diffinitam rectarum linearum descriptionem. conuenit itaq; b/c/ ipsi e/f. Quæ autẽ sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem, per octauam cõmunem sententiam. basis ergo b/c, basi e/f/concluditur æqualis. ¶Dico præterea, q; triangulum a/b/c, triangulo d/e/f/æquum est. Conueniunt enim singula latera ipsius a/b/c/trianguli, singulis d/e/f/trianguli lateribus: & triangulum igitur triangulo conuenit. Vnde per eandem octauam communem sententiam, a/b/c/ triangulum, ipsi d/e/f/triangulo æquum erit. ¶Aio tandem, reliquos angulos reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, fore alterum alteri æquales: vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, sub quibus a/c/& d/f, & a/c/b/ipsi d/f/e, sub quibus a/b/& d/e/latera subtenduntur æqualia. Conueniunt enim singula latera singulis lateribus, sub quibus ipsi continentur anguli. Ex laterum porrò conuenientia æqualis eorundem subsequitur inclinatio. ex æquali autem inclinatione laterum, contentorum angulorum conuincitur æqualitas. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint &c. vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Pars secunda.

Tertia pars.

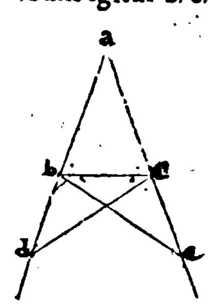
Θεώρημα β, Πρόθεσις ε.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2, Propositio 5.

5 ISoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales: & productis æqualibus lineis, qui sub basi sunt anguli adinuicem æquales erunt.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum isosceles a/b/c: cuius latera a/b/& a/c/sint adinuicem æqualia. Hæc autem versus d, & e puncta, in continuum rectúmque producantur: per secundum postulatum. Aio itaque primùm, angulos a/b/c/& a/c/b, qui ad basin b/c, fore adinuicem æquales: angulum præterea d/b/c, angulo b/c/e/sub eadem basi b/c/constituto, itidem coæquari. Suscipiatur enim in b/d/recta contingens punctum, sítq; illud d. & data recta b/d, secetur ei æqualis c/e, per tertiam propositionem: cõnectantúrq; b/e, & c/d/lineæ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur a/b/sit æqualis a/c, per hypothesin, & b/d/ipsi c/e, per constructionem: erit & a/d/ipsi a/e, per secundam communem sententiã, æqualis. Bina ergo latera a/b/& a/e/trianguli a/b/e, sunt æqualia duobus a/c/& a/d/trianguli a/c/d, alterum alteri: éstque angulus qui ad a/ sub æquis lateribus comprehensus, vtrique triangulo communis. Basis igitur b/e/basi c/d/est æqualis, & totum triangulum a/b/e/toti triangulo a/c/d/ æquale, atque reliqui anguli reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, respondenter æquales, vtpote/a/b/e/ipsi a/c/d, & a/d/c/ipsi a/e/b: per quartam propositionem. Rursum, quoniam b/d/ ipsi c/e/ per constructionem est æqualis, & b/e/ ipsi c/d/ æqualis ostensa est: bina propterea latera d/b/ & d/c/ trianguli d/b/c, duobus e/b/& e/c/ipsius e/b/c/trianguli lateribus sunt alternatim æqualia. & contentos sub ipsis æqualibus lateribus angulos, vtpote, qui ad d/& e/monstrauimus æquales: eandémque basin subtendunt b/c. Triangulum igitur d/b/c, triangulo e/b/c/est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis, sub quibus æqualia subtendũtur latera, adinuicem æquales: per eandẽ quartam propositionem. Angulus itaq; d/b/c, angulo b/c/e/est æqualis: nec non angulus b/c/d, ipsi angulo c/b/e. Totus porrò angulus a/b/e, toti angulo a/c/d/æqualis nuper ostẽsus est. Igitur si ab eisdem



Primus ostensionis discursus.

Secundus.

Recollectio demõstrationis.

æqualibus angulis a/b/e/& a/c/d, æquales auferatur anguli b/c/d/& c/b/e: qui relinquentur anguli a/b/c/& a/c/b/ad basin b/c, erunt per tertiam communem sententiam adinuicem æquales. Et qui sub eadem basi b/c/sunt anguli, vtpote, d/b/c/& b/c/e, nunc quoq; monstrati sunt æquales. Isoscelium ergo triangulorum, qui ad basin sunt anguli, &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Corollarium.

Hinc manifestum est, triangulum æquilaterum tres angulos adinuicem æquales continere. Quoniam binatim sumpta latera, semper offenduntur æqualia: & duo quoque anguli omnifariam sumpti, consequenter æquales.

Θεώρημα γ, Πρότασις ς.

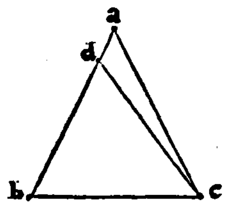
Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 3, Propositio 6.

SI trianguli duo anguli, æquales adinuicem fuerint: æquales quoque angulos subtendentia latera, æqualia adinuicem erunt. 6

ORONTIVS. Esto a/b/c/triangulũ, cuius anguli a/b/c/& a/c/b/sint adinuicem æquales. Dico propterea, quòd latus a/b/æquum est lateri a/c. Si nanq; a/b/& a/c/latera forent inæqualia, alterum esset maius: vtpote, a/b. Posset itaque à maiori a/b, secari ipsi a/c/minori æqualis, per tertiam propositionem. esto igitur b/d: & connectatur c/d/recta, per primum postulatum. Cadet igitur recta c/d/intra triangulum a/b/c: diuidétque latus a/b, & angulum a/c/b/in duos angulos, atque datum a/b/c/triangulum in bina triangula a/c/d/& d/b/c. Atqui a/b/c/triangulum, ipso d/b/c/triangulo (nempe totum sua parte) maius est: per nonam communem sententiam. Quòd si a/c/recta foret æqualis ipsi b/d, & b/c/sit vtrique triangulo communis: essent bina latera a/c/& c/b/trianguli a/c/b, æqualia binis lateribus c/b/& b/d/ ipsius trianguli c/b/d. quæ cũm æquales adinuicẽ cõprehendãt angulos a/b/c/& a/c/b, per hypothesin: basis a/b/ dati a/c/b/trianguli, foret æqualis basi c/d/ipsius trianguli c/b/d, per quartã propositionem ipsum deniq; triangulum a/b/c, ipsi triangulo d/b/c/æquale, totum videlicet suæ parti. quod per nonam communem sententiam est impossibile. Non est igitur a/b/latus, maius a/c. Similiter ostendetur, quòd neque minus. Aequum est itaque latus a/b, ipsi lateri a/c. Si trianguli itaque duo anguli, æquales adinuicem fuerint: æquales quoque angulos subtendentia latera, æqualia adinuicem erunt. Quod fuerat ostendendum.

Demonstratio ab impossibili



Corollarium.

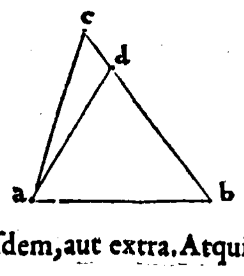
Et proinde fit manifestum, triangulum æquiangulum, fore versa vice æquilaterum. anguli enim binatim sumpti, semper offenduntur æquales: & duo quoque latera omnifariam sumpta, respondenter æqualia.

Θεώρημα δ, Πρότασις ζ.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

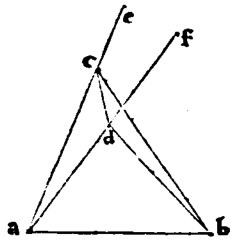
Theorema 4, Propositio 7.

SVper eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis, aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes. 7

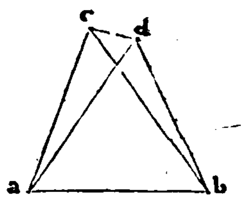


ORONTIVS. Super data inquàm recta linea a/b, duæ rectæ lineę a/c/& b/c, à limitibus a/& b, ad datum punctũ c/constituantur. Dico quòd super eadem a/b, aliæ duæ rectæ lineæ, vtpote a/d/& b/d, ad aliud punctum, hoc est d, ad easdẽ quoq; partes, non constituentur eisdem a/c/& b/c/altera alteri æquales, vtpote a/d/ipsi a/c, & b/d/ipsi b/c, eosdẽ fines a/& b, cum eisdem primis rectis lineis a/c/& b/c/possidentes. Aut enim punctum d/cadet in alterutram linearum a/c/& b/c, vel intra easdem, aut extra. Atqui in alterutram datarũ linearum, ipsum d/ punctum minimè potest incidere. Cadat enim (si possibile sit) in rectam b/c. coincidet igitur b/d/ recta, super rectam b/c: & cùm d/ sit aliud punctum quàm c, erit eadem b/d/ pars ipsius b/c. Non erit igitur b/d, æqualis b/c: totum enim foret æquale suæ parti, contra nonam communem sententiam. Similiter ostendetur, quòd neque in a/c/ rectam, neque in alterutram aut a/c/ aut b/c/ in continuum rectúmque productam, cadet idem punctum d. *Prima figuræ dispositio.*

¶Dico præterea, quòd neque intra easdem lineas a/c/ & b/c, ipsum d/ punctum potest incidere. Esto enim (si fuerit possibile) vt in subscripta figura. & connexa c/d/ recta, per primum postulatum, vtraque a/c/ & a/d, per secundum postulatum, in continuum rectúmque, vsque ad e/ & f/ signa producatur. Triangula igitur a/c/d/ & b/c/d/ super eadem basi c/d/ constituta, forent isoscelia. & angulus propterea a/c/d, æquus esset angulo a/d/c: necnon b/c/d/ angulus, ipsi b/d/c/ respondēter æqualis, per primam partem quintæ propositionis: & per secundam eiusdem propositionis partem, qui sub eadē basi c/d/ fiunt anguli, adinuicem quoq; forent æquales: vtpote, c/d/f/ ipsi d/c/e. Angulus porrò d/c/e, maior est angulo b/c/d (nempe totus sua parte) eapropter & c/d/f/ angulus, foret eodem angulo b/c/d/ maior: & maior consequenter ipso angulo b/d/c. nam æquales anguli, eiusdem sunt æquè maiores, vel æquè minores: per conuersam sextæ, atque septimæ communis sententiæ interpretationem. Est autem c/d/f/ angulus, pars ipsius anguli b/d/c. Particularis igitur angulus, maior esset totali: quod per eandem nonam communem sententiam est impossibile. *Secunda.*



¶Haud dissimile sequetur inconueniens: vbi datum punctum d, inciderit extra præfatas lineas rectas a/c/ & b/c. Si nanque id possibile foret, vel earum altera quæ ex a/ puncto, alteram quæ ex b/ secabit: aut nulla dabitur prædictarum linearum intersectio. Secet primùm a/d/ ipsam b/c: & connectatur c/d/ recta, per primum postulatum. Triangula rursum a/c/d/ & b/c/d/ essent isoscelia: & qui ad communem vtriusque trianguli basin c/d/ fiunt anguli, per primam partem ipsius quintæ propositionis, æquales adinuicem. vtpote, a/c/d/ ipsi a/d/c, & b/c/d/ ipsi b/d/c. Atqui angulus a/c/d, angulo b/c/d/ maior est, per nonam communem sententiam: recta enim b/c/ diuidit a/b/d/c/ quadrilaterum, & angulum propterea a/c/d. Igitur & a/d/c/ angulus, eodem angulo b/c/d/ maior esset: & maior consequenter ipso b/d/c/ angulo. angulus porrò a/d/c, est pars ipsius anguli b/d/c: recta namque a/d, diuidit eundem b/d/c/ angulum, atque a/b/d/c/ quadrilaterū. Pars itaq;, totū rursum excederet: quod ipsi nonæ communi videtur aduersari sententiæ. Idē etiam concludetur, vbi a/c/ recta secuerit b/d: vbive punctum d/ ita seorsum locabitur, vt nulla subsequatur prædictarum linearum intersectio. quemadmodùm ex secunda figuræ dispositione deducere vel facilè potes, c/ in d, atque è diuerso permutato. Non sunt igitur a/c/ & a/d/ rectæ lineæ, neque b/c/ & b/d/ adinuicem simul æquales. Super eadem ergo recta linea, duabus eisdem rectis lineis &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat. *Tertia figuræ differentia.*



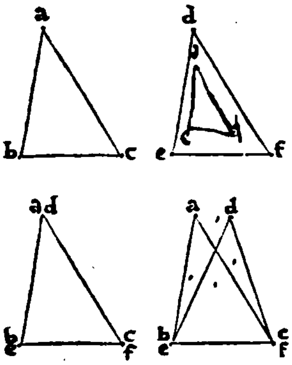
Θεώρημα ε, Πρόθεσις η.

Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5, Propositio 8.

8 SI bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoque basi æqualem: angulum quoque sub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/ & d/f/ alterutrim æqualia, hoc est, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: sitque basis b/c, basi d/f/ itidem æqualis. Aio itaque angulum b/a/c, angulo e/d/f/ esse respondenter æqualem. Comparatis nanque adinuicem triangulis, & puncto b/ supra punctum e/ constituto, extensáque basi b/c/ in rectum ipsius e/f: conueniet punctum c/ cum puncto f, per conuersam octauę communis sententię. Conuenientibus autem b/ & e, atque c/ & f/ punctis: conueniet & punctum a/ cum puncto d. Quoniam si a/ & d/ puncta minimè conuenirent:



ſequeretur ex hypotheſi laterum, quòd ſuper eadē recta linea b/c/aut e/f, duabus eiſdem lineis a/b/& a/c,vel d/e/& d/f, aliæ duæ rectæ lineæ d/b/& d/c,ſeu d/e/& d/f,ad aliud atque aliud punctum, hoc eſt a/& d,ad eaſdem quoque partes, eoſdem denique fines b/ & c/vel e/ & f/ primis rectis lineis poſſidentes, altera alteri conſtituerentur æquales. quod per antecedentem ſeptimam propoſitionem demonſtratum eſt impoſſibile. Congruit igitur d/ punctum,ipſi puncto a: quapropter & angulum b/a/c,angulo e/d/f, congruere neceſſum eſt, foréque illi æqualem. Congruentibus enim terminis: congruunt & ipſæ lineæ rectæ. ex rectarum porrò conuenientia, ſub quibus ipſi continentur anguli:eadem ſurgit inclinatio. ex qua demum pari linearum inclinatione: eorundem angulorum conuincitur æqualitas.Ergo ſi bina triangula,duo latera duobus lateribus &c. vt in theoremate.Quod oportuit demonſtraſſe.

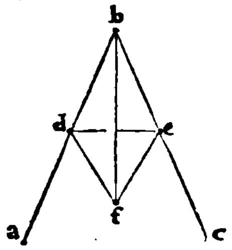
Πρόβλημα δ΄, Πρότασις θ΄.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Problema 4, Propoſitio 9.

DAtum angulum rectilineum,bifariam ſecare. 9

ORONTIVS. ¶Eſto datus rectilineus angulus a/b/c:quem oporteat bifariam ſecare. Suſcipiatur igitur in a/b/ recta,contingens punctum d: ſecetúrque à reliqua b/c, ipſi b/d/ æqualis,per tertiam propoſitionem, ſítque illa b/e.Et per primum poſtulatum,connectatur recta d/e:ſuper quam triangulum æquilaterum d/e/f,per primam propoſitionem conſtituatur.connectatur tandem recta b/f,per idem primum poſtulatum.Manifeſtum eſt igitur,rectam b/f/ſecare datum angulum a/b/c:protrahitur enim ab angulo qui ad b, ad oppoſitum angulum qui ad f,in b/d/f/e/quadrilatero. Aio quòd & ipſa b/f,datum a/b/c/angulum bifariam ſecat. Cùm enim b/d/ per conſtructionem ſit æqualis ipſi b/e, communis autem b/f:bina itaque latera d/b/& b/f/trianguli d/b/f,duobus lateribus f/b/& b/e/trianguli f/b/e/ſunt alternatim æqualia.Eſt inſuper baſis d/f,baſi e/f/itidem æqualis:ſunt enim latera trianguli æquilateri d/e/f.Angulus igitur d/b/f,angulo f/b/e, per octauam propoſitionem eſt æqualis. Datus itaque rectilineus angulus a/b/c,bifariam à recta b/f/ſecatur.Quod facere oportebat.



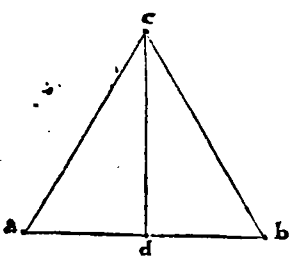
Πρόβλημα ε΄, Πρότασις ι΄.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, δίχα τεμεῖν.

Problema 5, Propoſitio 10.

DAtam rectam lineam terminatam bifariam ſecare. 10

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea terminata a/b, quam bifariam ſecare ſit operæpretium.Conſtituatur igitur ſuper eadem a/b,triangulum æquilaterum a/c/b,per primam propoſitionem:ſecetúrque per antecedentem nonam propoſitionem angulus a/c/b/bifariam,recta quidem c/d,à puncto c,in d/ punctum ipſius lateris a/b/coextenſa.Dico lineam a/b/ datam, ſecari bifariam in puncto d.Cùm enim a/c/b/ triangulum ſit æquilaterum,æqualis eſt a/c/ipſi c/b:cōmunis verò c/d. Binæ igitur a/c/& c/d/trianguli a/c/d,duabus d/c/ & c/b/trianguli d/c/b,ſunt altera alteri æquales:& qui ſub ipſis æquis lateribus continentur anguli, per conſtructionem ſunt adinuicem æquales,hoc eſt,a/c/d, ipſi d/c/b. Baſis igitur a/d, baſi d/b/eſt æqualis,par quartam propoſitionem.Data igitur recta linea terminata a/b,bifariam ſecta eſt in puncto d.Quod oportuit feciſſe.



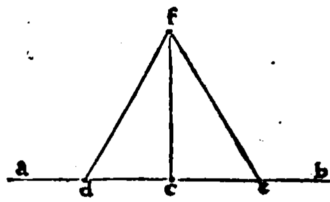
Πρόβλημα ς, Πρότασις ια.

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας, εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 6, Propoſitio 11.

11 DAta recta linea, à puncto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

ORONTIVS. ¶Eſto recta linea data a/b, datúmque in ea punctum c: à quo oporteat, rectam lineam ad angulos rectos excitare. Suſcipiatur igitur in a/c/recta, contingens punctum: ſitq; illud d. ſecetur præterea à recta c/b, ipſi d/c/æqualis, per tertiam propoſitionem, vtpote c/e. Denique ſuper recta d/e, triangulum æquilaterum conſtituatur d/f/e, per primam propoſitionem: connectatúrque recta c/f, per primum poſtulatum. Dico c/f/rectam, ad rectos angulos conſiſtere ſuper datam rectam a/b. Quoniam d/c/ eſt æqualis ipſi c/e, communis autem c/f/diuidens d/f/e/triangulum. Duæ igitur f/c/ & c/d/trianguli f/c/d, duabus f/c/& c/e/ trianguli f/c/e, ſunt altera alteri æquales: & baſis d/f/baſi f/e, per conſtructionem æqualis. Angulus itaque f/c/d, angulo f/c/e/ſub æqualibus rectis lineis contento, per octauam propoſitionem eſt æqualis. Recta igitur c/f/conſiſtens ſuper rectam a/b, æquales vtrobique facit angulos: ergo rectos, per decimam diffinitionem. A dato igitur puncto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/f/ad rectos excitata eſt angulos. Quod faciendum ſuſceperamus.



Πρόβλημα ζ, Πρότασις ιβ.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

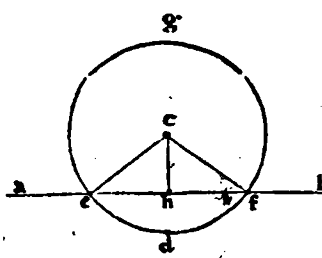
Problema 7, Propoſitio 12.

12 SVper datam rectam lineam infinitam, à dato puncto quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam deducere.

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea infinita a/b, datum verò punctum quod in ea non eſt c: à quo, in ipſam a/b, perpendicularem rectam lineam deducere ſit operæpretium. In eodem itaq; plano, in quo data a/b/recta linea infinita, & datum punctum c, ex oppoſita quidem parte ipſius c, contingens punctum ſuſcipiatur: ſitque illud d. Erit igitur c/d/ interuallum, dirimétq; ipſam a/b/rectam. Centro ergo c, interuallo autem c/d, circulus deſcribatur e/f/g, per tertium poſtulatum. Hic porrò circulus e/f/g, cùm in eodem ſit plano in quo & recta a/b, ſitque finitus, eadem verò a/b/infinita, & dirempta ab interuallo c/d: ſubtendet propterea idem e/f/g/circulus partem ipſius a/b, egredietúrque eadem a/b/recta circunferentiam ipſius e/f/g/circuli, eandémque circunferentiam egrediendo ſecabit. Secet igitur in e/& f/ punctis: diuidatúrque recta & ſubtenſa e/f/bifariam, in puncto quidem h, per decimam propoſitionem. & connectatur tandem c/e, c/h, atque c/f/rectæ, per primum poſtulatum. Dico itaque, rectam c/h/perpendiculariter incidere ſuper datam rectam a/b. Quonam e/h/ æqualis eſt ipſi h/f, per conſtructionem: c/h/verò dirimens c/e/f/triangulum, vtrique communis. Binæ igitur c/h/& h/e/trianguli c/h/e, duabus c/h/& h/f/trianguli c/h/f/ ſunt altera alteri æquales: baſis quoque c/e, baſi c/f/æqualis, per decimamquintam diffinitionem. Aequus eſt igitur angulus c/h/e, angulo c/h/f/ſub æquis lateribus contento, per octauam propoſitionem. Recta ergo c/h/conſiſtens ſuper datam rectam lineam a/b, æquales vtrobique facit angulos: ergo rectos. Et proinde c/h/perpendicularis eſt ſuper a/b, per decimam diffinitionem. Super datam itaque rectam lineam infinitam a /b, à dato puncto c/quod in ea non eſt, deducta eſt perpendicularis c/h. Quod feciſſe oportuit.

Conſtructio figuræ.

Oſtenſio problematis.



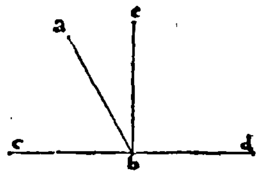
Θεώρημα ς, Πρότασις ιγ.

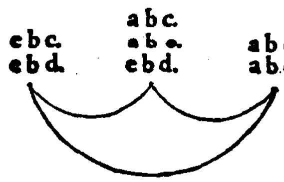
Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Theorema 6, *Propositio 13.*

CVm recta linea, super rectam consistens lineam angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

ORONTIVS. ¶Incidat inquàm a/b/recta, super rectam c/d, efficiens angulos a/b/c/& a/b/d. Anguli itaque a/b/c/& a/b/d, aut sunt æquales adinuicem, aut inæquales. Si æquales, ergo recti, per decimã diffinitionem: prima igitur pars vera. Quòd si inæquales extiterint ipsi a/b/c/& a/b/d/anguli, vtpote, a/b/c/recto minor, & eodẽ recto maior a/b/d: dico nihilominus eosdẽ angulos a/b/c/& a/b/d, fore binis rectis angulis æquales. Quoniam a/b/c/& a/b/d/anguli sunt inæquales: nõ est igitur a/b/recta, perpendicularis super rectam c/d, per conuersam ipsius decimæ diffinitionis. Excitetur ergo super data recta linea c/d, à dato in ea puncto b, perpendicularis b/e, per vndecimam propositionem. Diuidet itaque recta b/e, angulum a/b/d/recto maiorem: nec non recta a/b, ipsum angulum e/b/c/rectum, maiorem acuto a/b/c. Aequus est igitur angulus e/b/c, binis angulis a/b/c/& a/b/e. communis adijciatur angulus e/b/d. bini itaque anguli e/b/c/& e/b/d, tribus angulis, hoc est a/b/c, a/b/e, & e/b/d, sunt æquales, per secundam communẽ sentẽtiam. Angulus rursum a/b/d, æquus est duobus angulis a/b/e/& e/b/d. communis addatur angulus a/b/c. Duo igitur anguli a/b/c/ & a/b/d, tribus angulis, vtpote, a/b/c, a/b/e, & e/b/d, sunt per eandẽ secũdam communẽ sentẽtiam æquales. Atqui monstratum est, quòd & anguli e/b/c/& e/b/d, eisdem tribus æquantur angulis. Anguli porrò qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem quoque sunt æquales, per primam communem sententiam. Igitur anguli a/b/c/& a/b/d, duobus e/b/c/ & e/b/d/ sunt æquales. Sunt autem per constructionem anguli e/b/c/& e/b/d/recti. & duo igitur anguli a/b/c/ & a/b/d, binis sunt rectis æquales. Idem etiam ostendetur, vbi a/b/c/angulus, fuerit maior ipso a/b/d. Cùm igitur recta linea, super rectam consistens lineam, angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.





Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ιγ.

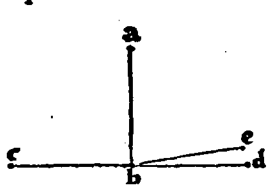
Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 7, *Propositio 14.* 14

SI ad aliquam rectam lineam, atq; ad eius punctum, duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, vtrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint: ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

ORONTIVS. ¶Ad datam enim rectam lineam a/b, atque ad eius punctum b, duæ rectæ lineæ b/c, & b/d, altera quidem ad læuam c, reliqua verò ad dextram partem d/conuenientes: angulos efficiant a/b/c/& a/b/d, aut rectos, aut duobus rectis æquales. Aio propterea, rectam lineam b/d, in directum ipsius b/c/fore constitutam, hoc est, vnam eandémq; rectam efficere lineam. Nam si recta b/d, non fuerit in directum ipsius b/c/constituta: producta b/c/in continuum rectúmque, ab ipso b/versus e/ per secundum postulatum, non cadet ipsa b/e/cum b/d. Cadat ergo (si possibile sit) inter a/b/& b/d. Recta igitur a/b, incideret super rectam c/e/ ad angulos a/b/c/& a/b/ e, aut rectos, vel duobus rectis æquales, per decimamtertiam propositionem. Atqui duo anguli a/b/c/& a/b/d/aut recti sunt, aut binis itidem rectis æquales, per hypothesin. Anguli itaque a/b/c/& a/b/d, angulis a/b/c/& a/b/e, forent per primam communem sententiam æquales. Dempto igitur communi angulo a/b/c: reliquus a/b/d/ reliquo a/ b/ e, per tertiam communem sententiam æquaretur, maior minori, hoc est, totum suæ parti: quod per nonam communem sententiam est impossibile. Idem quoque deducetur inconueniens, si producta b/e, detur incidere sub ipsa b/d. In directum est igitur b/d/ipsi b/c. quod demonstrandum fuerat. Si ad aliquam igitur rectam lineam, atque ad eius punctum duæ rectæ lineæ, &c. vt in theoremate.

Demonstratio ab impossibili



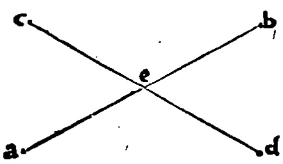
Θεώρημα η, Πρόθεσις ιε.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσι.

Theorema 8, Propoſitio 15.

15 SI duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: angulos qui circa verticem ſunt, æquos adinuicem efficient.

ORONTIVS. ¶Secent ſe adinuicem binæ rectæ lineæ a/b, & c/d, in puncto quidem e: dico quòd angulus a/e/c, æquus eſt angulo b/e/d, circa e/verticem poſito. Incidit enim recta c/e/in rectam a/b, efficiens angulos a/e/c/& c/e/b/ duobus rectis æquales: per decimamtertiam propoſitionem. Recta inſuper b/e/incidens ſuper rectam c/d, facit angulos c/e/b/ & b/e/d/ binis itidem rectis æquales: per eandem decimamtertiam propoſitionem. Anguli porrò qui eiſdem, vtpote binis rectis æquantur: & hi quoque ſunt adinuicem æquales, per primam communem ſententiam. Et duo igitur anguli a/e/c/& c/e/b, duobus angulis c/e/b/& b/e/d/ſunt æquales. Dempto itaque communi c/e/b: reliquus a/e/c/reliquo b/e/d, per tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Simili diſcurſu monſtrabitur, quòd anguli a/e/d/ & c/e/b/ſunt æquales adinuicem. Si duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, angulos qui circa verticem ſunt, æquos adinuicem efficient. Quod oportebat oſtendere.



¶*Corollarium.*

¶Hinc manifeſtum eſt, quotlibet rectas lineas in eodem puncto ſeſe adinuicem interſecantes, angulos efficere quatuor rectis æquales.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις ις.

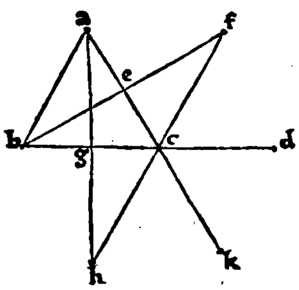
Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστί.

Theorema 9, Propoſitio 16.

16 Omnis trianguli vno latere producto, exterior angulus vtriſque interioribus & ex oppoſito maior eſt.

ORONTIVS. ¶Eſto datum a/b/c/triãgulum, cuius vnum latus, vtpote b/c, producatur in directum ad punctum vſque d, per ſecundum poſtulatum. Aio itaque primùm, exteriorem angulum a/c/d, maiorem eſſe intrinſeco & ex oppoſito b/a/c. Secetur enim a/c/ bifariam in puncto e, per decimã ~~propoſitionem: & connectatur b/e/recta~~, per primum poſtulatum. quæ per ſecundum poſtulatum, extendatur in directum verſus f: ſeceturque recta e/f/æqualis ipſi b/e, per tertiam propoſitionem. tandem connectatur recta c/f, per idem primum poſtulatum. Cùm igitur a/e/ſit æqualis e/c, & b/e/ipſi e/f/itidem æqualis, per conſtructionem: binæ itaque a/e/& e/b/trianguli a/e/b, duabus c/e/& e/f/trianguli c/e/f, ſunt altera alteri æquales. & æquos adinuicem efficiunt angulos a/e/b/ & c/e/f, per decimamquintam propoſitionem, nempe qui circa e/verticem. Baſis igitur a/b, baſi c/f/eſt æqualis: & triangulum a/e/b, æquale triangulo c/e/f, atq; reliquus angulus b/a/e, reliquo e/c/f/æqualis, per quartam propoſitionem. Angulus porrò a/c/d, maior eſt angulo a/c/f, per nonã communem ſentẽtiam: quapropter & ipſo b/a/c/angulo maior. æquales enim anguli, eiuſdem ſunt æquè minores. ¶Dico inſuper, quòd idem angulus a/c/d, maior eſt a/b/c/ angulo. Diuiſa nanque b/c/ bifariam in puncto g, & connexa a/g/recta, productáq; ipſi a/g/æquali g/h, connexa item c/h, atq; tandem producta a/c/in k, per nunc expreſſa poſtulata, citatáſq; propoſitiones: haud diſſimili diſcurſu colligemus, angulum a/b/g, æquum eſſe angulo g/c/h. Et quoniam angulus b/c/k, angulo b/c/h/maior eſt, per nonã communem ſententiam: erit & idem angulus b/c/k/ipſo a/b/c/angulo maior. Aequus eſt autem a/c/d/angulus ipſi b/c/k, per decimamquintã propoſitionem: & angulus igitur a/c/d/eodem angulo a/b/c/maior eſt. Omnis itaq; trianguli vno latere producto, exterior angulus vtriſq; interioribus & ex oppoſito maior eſt. Quod erat demonſtrandum.

Prima demonſtrationis pars.



Secunda pars.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ιζ.

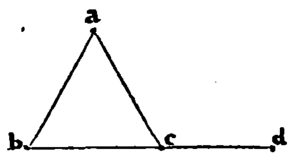
Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 10, Propoſitio 17.

OMnis trianguli, duo anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti. 17

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c. Dico in primis, duos angulos a/b/c/ & a/c/b, duobus rectis eſſe minores. Producatur enim b/ c/ latus in directum, vſque ad punctum d: per ſecundum poſtulatum. Exterior igitur angulus a/c/d, maior eſt interiore & ex oppoſito a/b/c, per decimamſextam propoſitionem. Addatur vtriq; eorundem angulorum, communis a/c/b. Duo igitur anguli a/b/c/ & a/c/b, duobus angulis a/c/b/ & a/c/d/ ſunt minores, per quartam communem ſententiam. Anguli porrò a/c/b/ & a/c/d, duobus rectis ſunt æquales, per decimamtertiam propoſitionem. Et duo igitur anguli a/b/c/ & a/c/b, eiſdem binis rectis ſunt minores: ijdem nanque anguli, æqualium angulorum æquè minores exiſtunt. ¶Nec diſſimili via, anguli b/a/c/ & a/c/b, duobus itidem rectis oſtendentur eſſe minores: necnon a/b/c/ & c/a/b/ anguli, producto a/b, vel a/c/ latere. Omnis itaq; trianguli, duo anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti. Quod expediebat demonſtrare.

Præcipua oſteſionis pars.



De cæteris angulorum combinationibus.

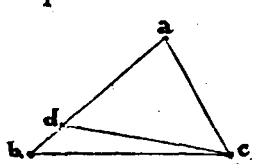
Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιη.

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ, τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Theorema 11, Propoſitio 18.

OMnis trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. 18

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius latus a/b, maius ſit a/c/ latere. dico quòd a/ c/ b/ angulus, maior eſt angulo a/ b/ c. Secetur enim à maiori a/ b, ipſi minori a/c/ æqualis, per tertiam propoſitionem: ſitque illa a/d. & connectatur c/d/ recta, per primum poſtulatum. Diuidit itaque recta c/d/ triangulum a/b/c, & angulum propterea a/c/b. Maior eſt igitur angulus a/c/b/ angulo a/c/d, per nonam communem ſententiam. Ipſi porrò a/c/d/ angulo, ęquus eſt angulus a/d/c, per primam partem quintæ propoſitionis: ſunt enim per conſtructionem a/c/ & a/d/ latera adinuicem æqualia. Et a/c/b/ igitur angulus, maior eſt angulo a/d/c. Angulus rurſum a/d/c, maior eſt interiore & ex oppoſito d/b/c, hoc eſt a/b/c/ angulo, per decimamſextam propoſitionem. Multò maior igitur eſt angulus a/c/b, ipſo d/b/c/ ſeu a/b/c/ angulo. quod enim maiore maius eſt, à fortiori videtur eſſe maius. Omnis itaq; trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.



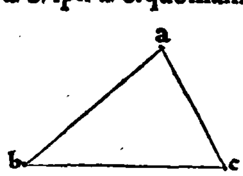
Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιθ.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Theorema 12, Propoſitio 19.

OMnis trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtenditur. 19

ORONTIVS. ¶Sit rurſum a /b/c/ triangulum, habēs angulum a/c/b, maiorem angulo a/b/c. Aio verſa vice, quòd latus a/b, maius eſt ipſo latere a/c. Si nanque a/b/ latus, non foret maius a/c: eſſet igitur vel eidem a/c/ æquale, vel eo minus. Aequum porrò non eſt a/b/ ipſi a/c: quoniam anguli a/b/c/ & a/c/b, per quintam propoſitionem, forent adinuicem æquales. ſunt autem inæquales, per hypotheſin. non eſt igitur a/b/ latus, æquale ipſi a/c. Neque etiam minus eſt a/b, eodem a/c/ latere: eſſet enim angulus a/c/b, minor angulo a/b/c, per antecedentem decimamoctauam propoſitionem. hoc autem aduerſatur hypotheſi. Igitur a/b/ latus, non eſt minus ipſo a/c/ latere. oſtenſum eſt autem, quòd nec eidem æquale. Maius eſt igitur ipſum latus a/b, eodem a/c/ latere. Omnis ergo trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtenditur. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



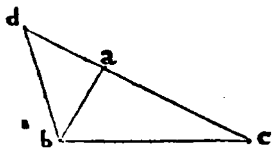
Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις κ.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13, Propositio 20.

20 OMnis trianguli duo latera, reliquo ſunt maiora, quomodocunq; aſſumpta.

ORONTIVS. ¶Eſto datum a/b/c triangulum. Dico primùm, duo latera a/b/ & a/c, fore maiora reliquo b/c. Producatur enim per ſecundum poſtulatum, recta c/a/ in directum, vſque ad punctum d: ſecetúrque a/d/ recta, æqualis ipſi a/b, per tertiam propoſitionem. & connectatur b/d/ recta, per primum poſtulatum. Cùm igitur a/b, ſit æqualis ipſi a/d, per cõſtructionem: qui ad baſin b/d/ ſunt anguli, æquales adinuicem erunt, per quintam propoſitionem, vtpote, a/b/d, ipſi a/d/b. Angulus porrò d/b/c, maior eſt angulo a/b/d, per nonam communem ſententiam: igitur & angulo a/d/b/ maior. Triangulum igitur d/b/c, habet angulum d/b/c/ maiorem angulo b/d/c. Omnis autem trianguli maior angulus ſub maiori latere ſubtenditur, per decimamnonam propoſitionem. maius eſt itaque d/c/ latus, ipſo latere b/c. Atqui latus d/c, æquum eſt ipſis a/b/ & a/c/ lateribus: data eſt enim a/d, ipſi a/b/ æqualis, & vtrique iungitur a/c. Duo igitur latera a/b/ & a/c, ſunt maiora reliquo b/c. Similiter oſtẽdemus, quòd a/b/ & b/c latera/ maiora ſunt reliquo a/c: atque a/c/ & c/b, reliquo a/b/ itidem maiora. Omnis itaque trianguli duo latera, reliquo ſunt maiora, quomodocunq; aſſumpta. Quod oportuit oſtendiſſe.



Θεώρημα ιδ, Πρόθεσις κα.

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

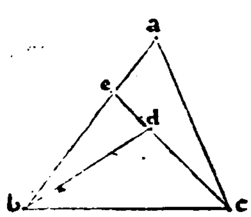
Theorema 14, Propoſitio 21.

21 SI trianguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur: quæ conſtituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorémque angulum continebunt.

ORONTIVS. ¶In triãgulo enim a/b/c, à limitibus lateris b/c, duæ rectæ lineæ d/b/ & d/c/ introrſum, ad punctum d/ conſtituantur. Aio itaq; primùm, ipſas d/b/ & d/c/ lineas rectas, minores eſſe reliquis a/b/ & a/c/ lateribus. Producta nanque c/d, quouſq; ſecet latus a/b, in puncto quidem e, per ſecundum poſtulatum: erunt bina latera a/e/ & a/c/ trianguli a/e/c, maiora reliquo e/c, per vigeſimam propoſitionem. Addatur ipſis a/e/ & a/c, atq; ipſi e/c, communis e/b. & compoſita igitur a/b/ & a/c/ latera, ipſis e/b/ & e/c/ lateribus, per quartã communem ſententiam, erunt maiora. Bina rurſum latera e/b/ & e/d/ trianguli e/b/d, ſunt maiora reliquo b/d, per eãdem vigeſimam propoſitionem. Addatur ipſis inæqualibus, communis d/c. ergo bina latera e/b/ & e/c, binis d/b/ & d/c/ lineis rectis ſunt maiora, per eandẽ quartam communem ſententiam. Oſtenſum eſt autẽ, quòd a/b/ & a/c/ latera, eiſdẽ e/b/ & e/c/ ſunt maiora. Multò igitur maiora ſunt eadem a/b/ & a/c/ latera, ipſis d/b/ & d/c/ lineis rectis, à limitibus b/ & c/ introrſum cõſtitutis. ¶Dico præterea, quòd angulus b/d/c, maior eſt angulo b/a/c. Trianguli enim e/b/d, exterior angulus b/d/c, maior eſt interiore & ex oppoſito b/e/d: idẽ quoq; angulus b/e/d, interiore & ex oppoſito e/a/c, ipſius a/e/c/ trianguli maior, per decimamſextam propoſitionem. Longè itaque maior eſt angulus b/d/c, ipſo e/a/c, hoc eſt, b/a/c/ angulo. Igitur ſi triãguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ, & quæ ſequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Primæ partis oſtenſio.

Secũda part.



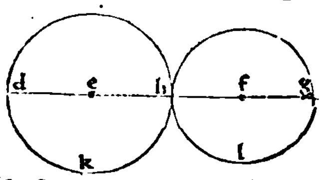
Πρόβλημα η, Πρόθεσις κβ.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. δεῖ δὲ τὰς δύο, τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς, τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας.

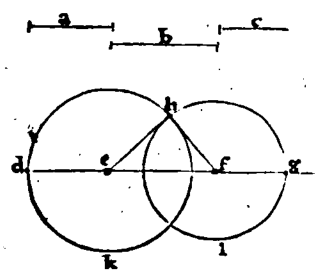
Problema 8, Propositio 22.

EX tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulum cõstruere. Oportet autem duo latera, reliquo esse maiora quomodocunque assumpta: quoniam trianguli bina latera quomodocunque assumpta, reliquo sunt maiora. 22

ORONTIVS. ¶Dentur ergo tres lineæ rectæ a,b,& c, adinuicem ita proportionatæ, vt duæ quomodocunque assumptæ, sint maiores reliqua: vt pote, a/& b/ipsa c, atque b/& c/ ipsa a, denique a/& c/ipsa b/maiores. Oportet enim ipsius trianguli, ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis æquales, cõstruendi duo latera, reliquo esse maiora, per vigesimam propositionem. *Constructio figuræ.* Assumatur itaque recta quædam linea, ex altera parte puncto d/limitata: infinita verò secundum reliquam. à qua secentur tres rectę lineæ, ipsis datis singulatim æquales, per tertiam propositionem: d/e/quidem æqualis ipsi a, e/f/autem ipsi b, & f/g/ipsi c. Et centro e, interuallo autem e/d, circulus describatur d/h/k: centro rursum f, & interuallo f/g, alius describatur circulus g/h/l, per tertium postulatum. Et quoniam circuli d/h/k/ & g/h/l, in eodem sunt plano, & e/f/recta, ab vnius circuli centro, ad centrum alterius producitur: necessum est, eosdem circulos d/h/k/& g/h/l/sese mutuo intersecare. Si nanque minimè se secarent, sed sese adinuicem tangerent, vtpote in puncto h: tunc recta e/f/ipsi b/æqualis, vtriusque circuli semidiametrum necessario contineret. quapropter & duarum rectarum a/& c/magnitudinem. Esset enim e/h/pars ipsius e/f, æqualis d/e, & propterea ipsi a: pars quoque h/f, ipsi f/g, & ipsi ergo c/æqualis. quemadmodùm ex decimaquinta diffinitione, & prima communi sententia deducere vel facilè est. Bina ergo trianguli latera, essent æqualia reliquo: contra datam hypothesin, & vigesimam propositionem. Longè item maius inconueniens sequeretur: vbi circuli ipsi vtcunque distare ponerentur. Secat igitur circulus d/h/k, circulum g/h/l. esto sectionum altera in puncto h: & connectantur rectæ e/h/ & h/f, per primum postulatum. Triangulum est igitur e/h/f: dico quòd ex tribus rectis lineis constructum, quæ sunt tribus datis æquales.



Problematis ostensio. Cùm enim punctum e/sit centrum circuli d/h/k: æqualis est d/e/ipsi e/h, per decimamquintam diffinitionem. ipsa porrò d/e, secta est æqualis ipsi a. Binæ igitur, hoc est a/& e/h, eidem rectæ d/e/sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. e/f/autem, ipsi b/data est æqualis per constructionem. Rursum quoniam punctum f, centrum est circuli g/h/l: æqualis est f/h/ipsi f/g, per eandem decimam quintam diffinitionem. ipsa autem f/g, secta est æqualis ipsi c. Ergo f/h/& c, eidem f/g/sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per eandem primam communem sententiam. Tres igitur lineæ rectę e/h, e/f, & f/h, tribus datis a,b,&c, sunt adinuicem æquales: & constituunt triangulum e/h/f. Ex tribus igitur rectis lineis e/h, e/f, & f/h, quæ tribus datis, hoc est, a,b, & c, sunt æquales, constructum est triangulum e/h/f. Quod faciendum susceperamus.



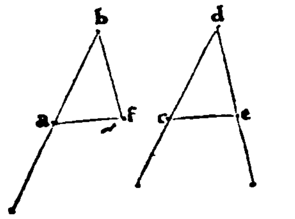
Πρόβλημα θ, Πρόθεσις κγ.

ΠΡὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ, ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Problema 9, Propositio 23.

AD datam rectam lineam, ad datúmque in ea punctum, dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineum constituere. 23

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a/b, & datum in ea punctum b, rectilineus porrò angulus c/d/e: cui receptum sit, ad datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/b, æquum angulum rectilineum constituere. *Figuræ cõstitutio.* Suscipiatur itaque in c/d/recta contingens punctum, sitque illud c:in d/e/quoque recta,contingens punctum,& illud sit e.connectatur deinde recta c/ e,per primum postulatum.Ex tribus denique lineis rectis a/b,b/f,& f/a,quæ sint tribus datis,hoc est,ipsius c/d/e trianguli lateribus æquales,vtpote a/b/ipsi c/d,& b/f/ipsi d/e,atque f/a/ipsi e/c,triangulum construatur a/b/f,per præcedentem vigesimamsecũdam propositionem. *Figuræ constitutio.*



Dico angulum a/b/f,æquum fore ipsi angulo dato c/d/e. Cùm enim binæ lineæ rectæ a/b/ & b/f/trianguli a/b/f,duabus lineis rectis c/d/& d/e/trianguli c/d/e/sint altera alteri æquales,basis quoque a/f,basi c/e/per constructionem æqualis: erit angulus a/ b /f, angulo c/d/e/ sub æqualibus rectis lineis contento,per octauam propositionem,æqualis. Ad datam ergo lineam rectam a/b,& datum in ea punctum b, dato angulo rectilineo c/d/ e: æqualis angulus rectilineus a/ b/ f/ constitutus est. Quod fecisse oportuit. *Cõclusio problematis.*

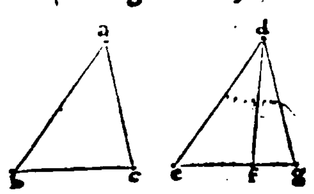
Θεώρημα ιε, Πρότασις κδ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

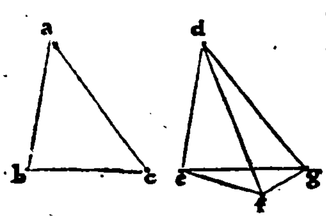
Theorema 15. Propositio 24.

24 SI bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum:basin quoque,basi maiorem habebunt.

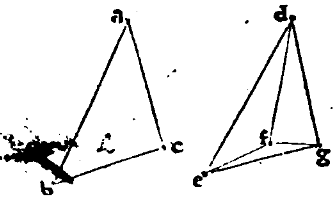
ORONTIVS.¶Sint bina triangula a/b/c,& d/e/f,habentia duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia,vtpote,a/b/ipsi d/e,& a/c/ipsi d/f:sitque angulus qui ad a,maior angulo qui ad d/sub æquis lateribus contento.Aio itaque,basin b/c/trianguli a/b/c,maiorem esse basi e/f/trianguli d/e/f.Quoniam angulus b/a/c,maior est angulo e/d/f, per hypothesin:ad datam ergo lineam rectam e/d,ad datúmque in ea punctum d, dato angulo rectilineo b/a/c,æqualis angulus rectilineus constituatur e/d/g,per vigesimamtertiam propositionem. *Constructio figuræ generalis.* Vtrique demum a/c/& d/f,æqualis ponatur d/g,per secundam aut tertiam propositionem:connectantúrque rectæ e/g/& g/f,per secundum postulatum.Erunt itaque bina latera a/b/& a/c/trianguli a/b/c,æqualia duobus lateribus d/e/& d/g/trianguli d/e/g/alterũ alteri : & qui sub eisdem lateribus continentur anguli,adinuicem æquales, per constructionem.Basis igitur b/c,basi e/g, per quartam propositionem est æqualis. ¶His ita præmissis, quoniam triangulorum adinuicem comparatorum,varia contingit habitudo:poterit itaque recta e/g, diuersis incidere modis, vtpote,aut in directum ipsius e/f,aut supra,vel infra.



Cadat ergo primùm in rectam e/f, vt in hac prima figuræ dispositione. *Primus inferendi modus.* Igitur cùm in triangulo d/e/g,ab angulo qui ad d/ in oppositũ latus e/g,recta producatur d/f,diuidens tum ex hypothesi,tum ex constructione ipsum e/d/g/angulum:diuidet quoque ipsa d/ f,basin e/g,in puncto quidem f.Est itaque basis e/f,pars ipsius e/g:& propterea ipsa e/g,maior eadem e/f,per nonam communem sententiam.Ipsi porrò e/g, æqualis ostensa est b/c:& b/c/igitur basis,maior est basi e/f,per cõuersam sextæ communis sentẽtię interpretationem. ¶Quòd si e/g/recta inciderit supra e/f,velut in secunda figura:fiet triangulum e/f/g,ex tribus basibus constitutum. *secundus modus.* Et quoniam trianguli d/f/g,latus d/f/lateri d/g/est æquale: æquus erit & d/f/g/angulus, angulo d/g/f, per quintam propositionẽ.



Atqui d/g/f/angulus, maior est angulo e/g/f, per nonam communem sententiam:& d/f/g/itaque angulus, maior erit eodem angulo e/g/f, per eandem sextæ communis sententiæ conuersionem. Angulo rursum d/f/g, maior est angulus e/f/g, nempe totus sua parte:& propterea ipso angulo e/g/f/tantò maior. Omnis porrò trianguli maior angulus,sub maiori latere subtenditur, per decimamnonam propositionem: maior est itaque e/g, ipsa e/ f/ recta. Præostensum est autem,quòd & b/ c/ ipsi e/ g/ coæquatur: basis ergo b/ c, e/f/cõsequenter est maior. ¶Cùm autem e/g/sub eadẽ e/f,vt in tertia figuræ dispositione, *3. modus.*



ceciderit: idem etiam concludetur. Nam in triangulo d/e/g, à limitibus lateris d/e, binæ rectæ lineæ d/f/ & e/f/ introrsum constituentur: erunt itaq; d/f/ & e/f/ reliquis ipsius trianguli lateribus d/g/ & e/g/ minores, per vigesimamprimam propositionem. Subductis ergo d/f/ & d/g/ inuicem æqualibus: quæ relinquetur, erũt pariter inæquales, e/g/ quidem maior e/f. Ipsi porrò e/g, æqualis monstrata est b/c: concludes ergo rursum, b/c/ basin fore maiorem ipsa basi e/f. Igitur si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

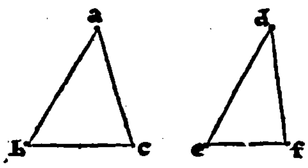
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις κε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16, Propositio 25.

SI bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, basin verò basi maiorem: angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt. 25

ORONTIVS. ¶Dentur inquàm bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/ & d/f/ æqualia alterum alteri, vtpote, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: esto autem b/c/ basis, maior ipsa e/f. Aio versa vice, angulum b/a/c, angulo e/d/f/ esse maiorem. Quoniam angulus b/a/c/ non potest in primis æqualis esse angulo e/d/f: basis enim b/c, basi e/f/ per quartam propositionem foret æqualis. Est autem b/c/ basis, maior ipsa e/f, per hypothesin. Neque rursum angulus b/a/c, minor erit eodẽ angulo e/d/f: quoniam basis b/c, minor itidem foret basi e/f, per antecedentem vigesimamquartam propositionem. Atqui data est maior: non est igitur angulus b/a/c, ipso e/d/f/ angulo minor. Patuit autẽ quòd nec eidem æqualis: ergo maior. Si bina igitur triangula duo latera: & reliqua, vt in theoremate. Quod erat demonstrandum,



Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις κς.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

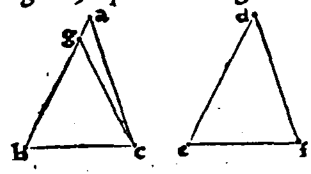
Theorema 17, Propositio 26.

SI bina triangula, duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, vnúmque latus vni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterũ alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt. 26

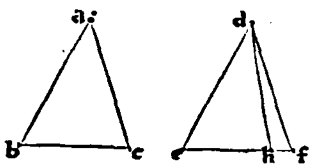
ORONTIVS. ¶Sint duo triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia duos angulos qui ad latus b/c, duobus angulis qui ad latus e/f/ alterum alteri ęquales, vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, & a/c/b/ ipsi d/f/e, vnum præterea latus vni lateri æquale: primò quidem quòd æquis adiacet angulis, hoc est b/c/ ipsi e/f. Dico propterea, quòd & reliqua latera reliquis lateribus alterum alteri habebunt æqualia, a/b/ quidem ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: atque reliquum angulum b/a/c, reliquo e/d/f/ æqualem. Si nanque a/b/ non fuerit æqualis ipsi d/e: altera earum maior erit, vtpote a/b. poterit igitur à maiori a/b, secari ipsi d/e/ minori æqualis, per tertiam propositionem. Abscindatur ergo, sitq; b/g: & connectatur c/g/ recta, per primum postulatum. Bina itaque latera g/b/ & b/c/ trianguli g/b/c, duobus lateribus d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f, erunt alternatim æqualia: & qui ad b/ & e/ sub æquis lateribus cõtinẽtur anguli, adinuicẽ æquales,

Primæ partis demonstratio, ex prima hypothesi laterum.

per hypothesin. Basis igitur c/g,basi d/f,& reliquus angulus g/c/b,reliquo qui ad f(sub quo latus æquale subtenditur) erit per quartam propositionem æqualis. Eidem porrò qui ad f/ angulo,æquus est angulus a/c/b,per hypothesin. Duo igitur anguli a/c/b/& g/c/b, eidem



angulo qui ad f/erũt æquales:& propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiam.totus itaque angulus, suæ parti æquabitur:quod per nonam communem sententiam est im possibile.Non est igitur a/b/maior ipsa d/e.similiter ostendetur, quòd neque minor. ergo æqualis. Et quoniam b/c,ipsi e/f/per hypothesin est æqualis:bina ideo latera a/b/& b/c/trianguli a/ b/c,duobus lateribus d/e/& d/f/trianguli d/e/f,sunt æqualia alterũ alteri:& æquales qui ad b/& e/comprehendũt angulos,per hypothesin.basis itaq; a/c,basi d/f (seu reliquũ latus, reliquo lateri)atq; reliquus angulus b/a/c,reliquo e/d/f,per quartam propositionem æquatur. ¶Sint autem quæ sub altero æqualium subtenduntur angulorum latera,adinuicem æ- *Ostensio secũ-* qualia:scilicet a/b,ipsi d/e. Aio rursum,quòd & reliqua latera, reliquis lateribus habebunt *dæ partis,ex* æqualia,alterum alteri,vtpote a/c/ipsi d/f,& b/c/ ipsi e/f: atque reliquum angulum qui ad *secũda hypo-* a,reliquo qui ad d/æqualem.In primis enim,si b/c/non fuerit æqualis ipsi e/f, altera maior *thesi laterũ.* erit:esto verbi gratia e/f.poterit ergo ab eadem maiori e/f, secari æqualis ipsi minori b/c, per tertiam propositionem. Secetur itaque,& sit e/h:connectatúrque d/h/recta,per primum postulatum.Erunt igitur bina latera a/b/& b/c/trianguli a/b/c,æqualia duobus lateribus d/ e/ & e/h/trianguli d/e/h/alterum alteri:& qui ad b/& e/ sub eisdem æquis lateribus continentur anguli,sunt per hypothesin adinuicem æquales.Basis ergo a/c, basi d/h:& reliquus angulus a/c/b,reliquo d/h/e(sub quibus æqualia subtenduntur latera)per quartam propositionem æquabitur. Angulus porrò d/f/e,eidem angulo a/c/b,per hypothesin est æqualis. duo itaq; anguli d/f/e/& d/h/e,eidem angulo qui ad c/erũt æquales:& æquales propterea



adinuicem,per primam communem sententiam. In triangulo igitur d/f/h, producto f/h/latere, exterior angulus d/h/e, interiori & ex opposito d/f/h/æquabitur angulo:quod per decimamsextam propositionem est impossibile. Nõ est igitur e/f, maior b/c.simili discursu monstrabitur,quòd nec minor.æqualis est igitur b/c,eidem e/f.est autem & a/b/ipsi d/e/per hypothesin æqualis. Binæ igitur a/b/& b/c,duabus rursum d/e/ & e/f/ sunt æquales altera alteri:& æquos adinuicem per eandem hypothesin capiunt angulos.Reliquum ergo latus a/c, reliquo d/f,hoc est basis basi,atq; reliquus angulus qui ad a,reliquo qui ad d,respondenter æquatur,per sæpius allegatam quartam propositionem. Ergo si bina triangula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint:& quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

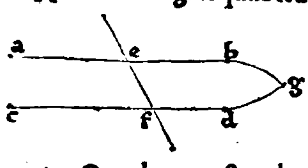
Θεώρημα ιη, Πρότασις κζ.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 18, Propositio 27.

27 **SI in binas rectas lineas recta incidens linea,alternatim angulos æquos adinuicem fecerit:parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt.**

ORONTIVS.¶Sint binæ rectæ lineæ a/b,& c/d,& in eas incidat e/f/recta, efficiátque alternos angulos a/e/f/& e/f/d/æquales adinuicem. Aio quòd a/b/recta, parallela est ipsi c/d. Si nanque minimè forent parallelæ:productæ tandem in aliqua parte conuenirent, per conuersam vltimæ diffinitionis. Concurrant ergo(si possibile sit)ad partes b,d,in puncto quidem g. Efficietur itaque triangulum e/f/g,cuius exterior angulus a/e/f,interiori & ex opposito e/f/g/æquabitur:quod per decimãsextam propositionem non videtur esse possibile. Non conueniunt igitur a/b, & c/d,ad partes b,d. neque



similiter ad partes a,c: idem nanque sequeretur inconueniens. Quæ autem in nulla parte conueniunt, per vltimam diffinitionem existunt parallelæ. Igitur a/b,parallela est ipsi c/d. Si in binas ergo rectas lineas:& quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα ιθ, Πρότασις κη.

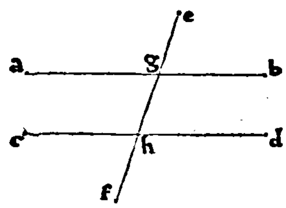
Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 19, Propositio 28.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorem angulum interiori & opposito ad easdē partes æqualem fecerit, aut interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales: parallelæ erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ. 28

ORONTIVS. ¶Sint rursum binę lineę a/b, c/d: & in eas incidēs e/f/recta, efficiat primùm exteriorem angulum e/g/a, interiori & ex opposito ad easdem partes g/h/c/æqualem.

Primæ partis ostensio. Dico, quòd a/b/ipsi c/d/est parallela. Angulus enim g/h/c, angulo e/g/a/per hypothesin est æqualis. eidem rursum angulo e/g/a, æquus est ad verticem positus b/g/h: per decimamquintam propositionem. Anguli porrò qui eidem æquantur angulo, æquales sunt adinuicem: per primam communem sententiam. Angulus itaque b/g/h, æquatur alterno g/h/c.



Parallela est igitur a/b/ipsi c/d, per vigesimamseptimam propositionem.

Demōstratio secūdæ partis ¶Sint rursum interiores & ad easdem partes a/g/h/& g/h/c/anguli, binis rectis æquales. Aio rursum, quòd & eadem a/b, ipsi c/d/ est parallela. Anguli nanq; a/g/h/& b/g/h, duobus itidem rectis æquantur, per decimamtertiam propositionem. Qui autem eisdem, vtpote binis rectis, sunt æquales anguli, & adinuicem sunt æquales: per primam communem sententiam. Duo itaq; anguli a/g/h/& g/h/c, binis angulis a/g/h/& b/g/h/sunt æquales. A quibus subducto communi angulo a/g/h: reliquus b/g/h, reliquo & alterno angulo g/h/c/æquabitur: per tertiam communem sententiam. Parallela est igitur a/b/ipsi c/d: per eandem vigesimamseptimam propositionem. Si in binas itaque rectas lineas, recta incidens linea: &c. vt in theoremare. Quod demonstrare oportebat.

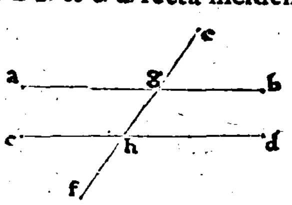
Θεώρημα κ, Πρότασις κθ.

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Theorema 20, Propositio 29.

IN parallelas rectas lineas, recta incidens linea: & alternatim angulos adinuicē æquales, & exteriorem interiori & opposito & ad easdē partes æqualē, & interiores & ad easdē partes duobus rectis æquales efficit. 29

Prima theorematis pars. ORONTIVS. ¶Sint a/b/& c/d/inuicem parallelæ: in quas incidat recta e/f. Dico primùm, quòd alternatim sumptos angulos efficit æquales: vtpote, a/g/h/ipsi g/h/d. Nam si a/g/h/non fuerit æqualis ipsi angulo g/h/d: alter eorū maior erit. Esto maior (si fierit possit) a/g/h: & vtrique inæqualium angulorum, communis addatur b/g/h. Compositi igitur anguli b/g/h/& g/h/d, ipsis a/g/h/& b/g/h/angulis minores erunt: per quartam communem sententiam. Anguli porrò a/g/h/& b/g/h, binis rectis sunt æquales: per decimamtertiam propositionem. Igitur b/g/h/& g/h/d/anguli, duobus rectis erunt minores. In rectas ergo lineas a/b/& c/d/recta incidens e/f, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores efficiet.



Conuenient itaque tandem a/b/& c/d/rectæ lineæ in infinitum productæ, ad partes b/d: per quintum postulatum: non erunt ergo parallelæ, per conuersam vltimæ diffinitionis. Hoc autem aduersatur hypothesi: æqualis est igitur angulus a/g/h, alterno g/h/d.

Pars secūda. ¶Aio rursum, eandem e/f/rectam exteriorem angulum, vtpote e/g/b, interiori & opposito & ad easdem partes g/h/d/angulo, æqualem efficere. Angulus siquidem e/g/b, ipsi ad verticem posito a/g/h, per decimamquintam propositionem est æqualis: patuit quòd & g/h/d. Bini itaq; anguli e/g/b/& g/h/d, eidem a/g/h/sunt æquales: quapropter &

æquales adinuicem, per primam communem sententiam. ¶Dico tãdem, quòd & interiores *Tertia pars.*
& ad easdem partes sumptos angulos, vtpote, a/g/h/ & g/h/c, binis rectis æquales efficit. Ostensum est enim, quòd angulus a/g/h, alterno g/h/d/ est æqualis. communis vtriq; æqualium addatur angulus g/h/c. Bini igitur anguli a/g/h/ & g/h/c, duobus angulis g/h/c/ & g/h/d, per secundam communem sententiam adæquantur. Eisdem quoq; angulis g/h/c/ & g/h/d, bini recti sunt æquales: per decimamtertiam propositionem. Et a/g/h/ igitur atq; g/h/c/ anguli, duobus rectis, per primam communem sententiam coæquantur. In parallelas igitur rectas lineas, recta incidens linea: & alternatim angulos: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse. ¶*Corollarium.*

¶Quæ igitur in parallelas rectas lineas incidit, & in alteram perpendicularis existit: cum reliqua itidem cadit ad perpendiculum.

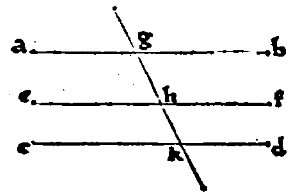
Θεώρημα κα, Πρότασις λ.

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theorema 21, Propositio 30.

30 QVæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem sunt paralleli.

ORONTIVS. ¶Sit vtraq; a/b/ & c/d/ recta, eidem e/f/ parallela. Dico a/b/ & c/ d/ fore itidem parallelas. Coincidat enim in ipsas lineas, recta quædam g/h/k. Cùm igitur præfatæ lineæ in eodem existant plano, & recta g/h/ incidat in a/b/ & e/f/ parallelas: erit angulus a/g/h, alterno g/h/f/ æqualis, per primam partem vigesimænonæ propositionis. Rursum, quoniam recta g/k/ incidit in e/f/ & c/d/ parallelas: æquus erit interior & oppositus angulus h/k/d, exteriori & ad easdẽ partes, hoc est, eidem g/h/f/ angulo, per secundam partem eiusdem vigesimænonæ propositionis. Duo itaq; anguli a/g/h/ & h/k/d/ hoc est, a/g/k/ & g/k/d, eidem angulo g/h/f/ sunt æquales: & æquales igitur adinuicem, per primam communem sententiam. Sunt autem a/g/k/ & g/k/d/ anguli alterni, à recta g/k/ in a/b/ & c/d/ rectas incidente causati. Parallela est igitur a/b/ ipsi c/d, per vigesimamseptimam propositionem. Quæ eidem igitur rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem sunt parallelæ. Quod oportebat ostendere. ¶*Corollarium.*



¶Quæ vni igitur parallelarum est parallela: alteri quoque versavice parallela est.

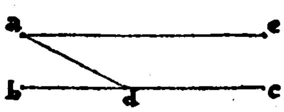
Πρόβλημα ι, Πρότασις λα.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 10, Propositio 31.

31 PEr datũ punctum, datæ rectæ lineæ parallelã rectã lineam ducere.

ORONTIVS. ¶Esto datum punctũ a: data verò linea recta, cui per a/ punctum oporteat ducere parallelam, sit b/c. Suscipiatur ergo in b/c/ recta, contingens punctum d: & connectatur a/d/ recta, per primum postulatum. Ad datam insuper lineam a/d, & in ea datum punctum a, dato angulo rectilineo a/d/b, æqualis angulus rectilineus constituatur d/a/e: per vigesimamtertiam propositionem. Et quoniam in rectas a/e/ atq; b/c/ recta incidit a/d, efficiens alternos angulos æquales, hoc est, a/d/b/ ipsi d/a/e: parallela est igitur a/e/ ipsi b/c, per vigesimamseptimam propositionem. Per datum itaq; punctum a, datæ rectæ lineæ b/c, parallelam duximus a/e. Quod expediebat facere.



Θεώρημα κβ, Πρότασις λβ.

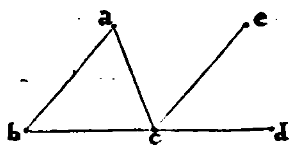
Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 22, Propositio 32.

32 OMnis trianguli vno latere producto, exterior angulus binis interioribus & ex opposito est æqualis: & trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius vnum latus, vtpote b/c, producatur in

Primæ illationis demõstratio. d, per ſecundum poſtulatum. Aio primùm quòd exterior angulus a/c/d, binis interioribus & ex oppoſito, hoc eſt a/b/c, & b/a/c/ angulis eſt æqualis. Ducatur enim per datum punctum c, datæ rectæ lineæ a/b, parallela c/e: per trigeſimamprimam propoſitionem. Quoniam igitur in a/b/ & c/e/ parallelas, recta incidit a/c: æquus eſt angulus b/a/c, alterno a/c/e, per primam partem vigeſimænonæ propoſitionis. Rurſum, quoniam in eaſdem parallelas a/b/ & c/e, coincidit recta b/d: exterior angulus e/c/d, æqualis eſt interiori & oppoſito, ad eaſdem partes a/b/c, per ſecundam partem eiuſdem vigeſimænonæ propoſitionis. Porrò ſi æqualibus angulis, æquales addantur anguli: qui inde conſurgent, erunt adinuicem æquales, per ſecundam communem ſententiam. Totus igitur angulus a/c/d, binis interioribus & oppoſitis a/b/c/ & b/a/c/ angulis eſt æqualis.



Secundæ partis uel illationis oſtenſio. ¶Dico inſuper, quòd eiuſdem trianguli tres interiores anguli, binis ſunt rectis æquales. Patuit enim exteriorem angulum a/c/d, æquum eſſe duobus angulis a/b/c/ & b/a/c. Quibus æqualibus angulis, ſi idem communis addatur angulus a/c/b: erunt per ſecundam communem ſententiam, tres anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, æquales binis angulis a/c/b/ & a/c/d. Eiſdem porrò angulis a/c/b/ & a/c/d, duo recti itidem æquantur anguli, per decimamtertiam propoſitionem. Tres igitur anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, trianguli a/b/c, per primam communem ſententiam, binis ſunt rectis æquales. Omnis itaquè trianguli, vno latere producto: & reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonſtraſſe. ¶*Corollarium.* ¶Hinc fit manifeſtum, cuiuſlibet trianguli tres angulos, æquales eſſe tribus angulis alterius cuiuſcunque trianguli: nempe quòd eiſdem, vtpote binis rectis vtrobique ſint æquales.

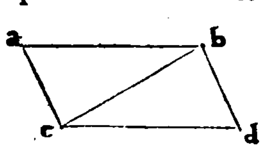
Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσί.

Theorema 23, Propoſitio 33.

Æquas & parallelos, ad eaſdem partes rectæ lineæ coniungentes: 33
& ipſæ æquales & parallelæ ſunt.

ORONTIVS. ¶Sint æquales & adinuicem parallelæ rectæ lineæ a/b, & c/d: quas ad eaſdem partes coniungant rectæ a/c, & b/d. Dico a/c/ & b/d/ rectas, fore adinuicem æquales & parallelas. Cõnectatur enim b/c/ diagonius, per primum poſtulatum. In datas igitur a/b/ & c/d parallelas, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/b/c/ & b/c/d/ adinuicem æquales: per primam partem vigeſimænonæ propoſitionis. Eſt autem a/b/ recta æqualis ipſi c/d, per hypotheſin: & vtrique communis b/c. Binæ igitur a/b/ & b/c/ trianguli a/b/c, duabus b/c/ & c/d/ trianguli b/c/d, ſunt altera alteri æquales: & æquos adinuicem continent angulos, nempe alternos a/b/c/ & b/c/d. Per quartam ergo propoſitionem, baſis a/c/ æqualis eſt ipſi b/d: atque reliquus angulus a/c/b, reliquo c/b/d/ æqualis, vtpote ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera. In rectas itaque lineas a/c/ & b/d, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/c/b/ & c/b/d/ adinuicẽ æquales. parallela eſt igitur a/c/ recta ipſi b/d, per vigeſimamſeptimam propoſitionem. Patuit autem quòd & eidem æqualis. Aequas igitur & parallelas: & quæ ſequuntur reliqua. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.



Θεώρημα κδ, Πρόθεσις λδ.

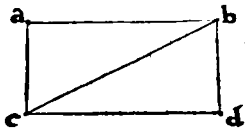
Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Theorema 24, Propoſitio 34.

Parallelogrammorum locorum, latera quæ ex oppoſito, & anguli 34
æqualia ſunt adinuicem: & dimetiens ea bifariam ſecat.

Prima pars. ORONTIVS. ¶Eſto datum parallelogrammum a/b/c/d: illius verò dimetiens b/c. Aio primùm, ipſius a/b/c/d/ parallelogrammi latera quæ ex oppoſito, & angulos fore adinuicem æqualia. In parallelas enim a/b/ & c/d/ recta incidens b/c, facit alternos angulos a/b/c/ & b/c/d/ æquales adinuicem: per primam partem vigeſimæ nonæ propoſitionis.

Eadem quoque b/c/incidens in parallelas a/c/& b/d,efficit rursum alternos angulos a/c/b/ & c/b/d/ adinuicem æquales , per eandem vigesimamnonam propositionem . Duo itaque triangula a/b/c/& b/c/d,habent duos angulos duobus angulis æquales alterũ alteri:vnũmque latus vni lateri æquale,commune scilicet b/c,quod æquis adiacet angulis.Reliqua igitur latera,reliquis lateribus erunt æqualia alterum alteri,hoc est, a/b/ipsi c/d,& a/c/ipsi b/d:atque reliquus angulus qui ad a/reliquo qui ad d/æquabitur , per vigesimamsextam propositionem. Monstrauimus autem binos angulos qui circa b,duobus angulis qui circa c/fore alternatim æquales: totus igitur angulus qui ad b , toti qui ad c,per secundam communem sententiam æquabitur.Parallelogrammi igitur a/b/c/d,latera quæ ex opposito , & anguli æquantur adinuicem. *pars secunda.* ¶Dico præterea, quòd & dimetiens illud bifariam secat . Ostensa est enim a/b/ æqualis ipsi c/d,atque a/c/ipsi b/d:éstque b/c/communis.Bina itaque triangula a/b/c/& b/c/d , habent singula latera singulis lateribus æqualia: & eos qui sub æqualibus lateribus cõtinentur angulos(vti nunc monstrauimus)singulatim æquales,vtpote a/b/c/ipsi b/c/d,& a/c/b/ipsi c/b/d : atque eum qui ad a/ei qui ad d/æqualem.Conuenit ergo triangulum a/b/c,triangulo b/c/d.Quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem:per octauam communem sententiam. Triangulum igitur a/b/c,triangulo b/c/d/est æquale. Dimetiens itaque b/c, datum parallelogrammum a/b/c/d/bifariam secat. Quod ostendendum fuerat.



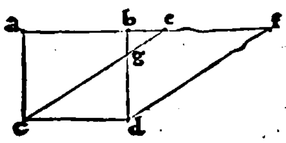
Θεώρημα κε, πρόθεσις λε.

Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

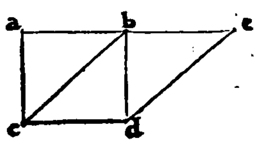
Theorema 25, Propositio 35.

35 **Parallelogramma in eadem basi, & in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia.**

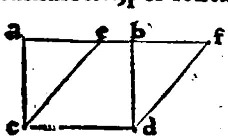
ORONTIVS. ¶Sint parallelogramma a/b/c/d/& c/d/e/f,in eadem basi c/d,atque in eisdem parallelis a/f/& c/d/constituta. Dico a/b/c/d/parallelogrammum,æquum esse c/d/e/f/parallelogrãmo. *Prima theorematis differentia.* Secet enim in primis latus vnius,vtpote c/e,alterius latus b/d,in puncto quidem g.Et quoniam parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito sunt adinuicem æqualia,per trigesimamquartam propositionem:vtraque igitur a/b/& e/f,æqualis est ipsi c/d.Quæ autem eidem æqualia,& adinuicem sunt æqualia,per primam communem sententiam:æqualis est igitur a/b,ipsi e/f.Communis addatur b/e:tota igitur a/e,toti b/f/ erit æqualis,per secundam communem sententiam.Est autem & a/c,ipsi b/d/æqualis, per eandem trigesimamquartam propositionem.Binæ itaq; a/c/& a/e,trianguli a/c/e,duabus b/d/ & b/f/ trianguli b/d/f/ æquales sunt altera alteri : & æquos adinuicem continent angulos, nempe exteriorem d/b/f/interiori qui ad a,per secundam partem vigesimænonæ propositionis.Basis itaque c/e,basi d/f,per quartam propositionem est æqualis:atque triangulum a/c/e,triangulo b/d/f.A quibus subducto communi triangulo b/e/g: reliquum trapezium a/b/g/c, reliquo trapezio e/f/d/ g , per tertiam communem sententiam æquabitur.Eisdem rursum æqualibus trapezijs, commune adijciatur triangulum c/d/g:consurgent a/b/c/d/& c/d/e/f/parallelogramma adinuicem æqualia, per secũdam communem sententiam.



Differentia secunda. ¶Quòd si latus vnius parallelogrammi,dimetiens alterius efficiatur,vt in hac secunda figura:idem,sed paulò leuius,cõcludetur. Dimetiens enim b/c,bifariam diuidit a/b/c/d/parallelogrammũ:similiter & b/d/ipsum parallelogrammũ b/c/d/e, per trigesimamquartã propositionem.Fit igitur,vt vtraque parallelogramma a/b/c/d/& b/c/d/e,eiusdem trianguli b/c/d/sint duplicia:& proinde æqualia adinuicem,per sextam communem sententiam.



¶Nec minus facilè deducetur propositionis intelligẽtia:vbi latus vnius parallelogrammi,in latus alterius inciderit,velut in tertia figuræ dispositione. Erunt enim rursum a/b/ & e/f/ æquales adinuicẽ:à quibus dempta communi b/e, reliqua a/e/reliquæ b/f, per tertiã communẽ sentẽtiam erit æqualis.Hinc triangulũ a/c/e,triangulo b/d/f,veluti suprà



monſtrabitur,æquale.Quòd ſi vtrique æqualium angulorum, addatur commune trapezium e/b/c/d:reſultabit iterum a/b/c/d/ parallelogrammum,eidē parallelogrammo c/d/e/f, per ſecundam communem ſententiam æquale.Igitur parallelogramma in eadem baſi,& in eiſdem parallelis exiſtentia,adinuicem ſunt æqualia.Quod erat oſtendendum.

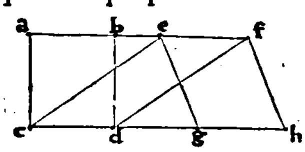
Θεώρημα κϛ, Πρόθεσις λϛ.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 26, Propoſitio 36.

Parallelogramma in æqualibus baſibus,& in eiſdem parallelis exiſtentia:adinuicem ſunt æqualia. 36

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/d/& e/f/g/h/parallelogramma,in baſibus æqualibus c/d/ & g/h,atque in eiſdem parallelis a/f/& c/h/conſiſtentia.Dico a/b/c/d/parallelogrammum, æquari parallelogrammo e/f/g/h.Connectantur enim rectæ c/e/& d/f, per primum poſtulatum.Et quoniam parallelogrammum eſt e/f/g/h,æqualis eſt e/f/ipſi g/h,per trigeſimamquartam propoſitionem.Eidem quoque g/h,æqualis eſt c/d,per hypotheſin. Binæ igitur c/d/& e/f,eidem g/h/ſunt æquales:& propterea æquales adinuicem,per primam communem ſententiam. ſúntque adinuicem parallelæ, ex hypotheſi. Quæ autem æquales & parallelas coniungunt lineæ rectæ,æquales ſunt & parallelæ, per trigeſimamtertiam propoſitionem: & c/e/igitur atque d/f,æquales ſunt & parallelæ.Parallelogrammum eſt itaque c/d/e/f.Ipſi porrò c/d/e/f/parallelogrammo, æquum eſt a/b/c/d/ parallelogrammum, per trigeſimamquintam propoſitionem:in eadem enim baſi c/d,atque in eiſdem parallelis a/f/& c/h/conſtituuntur.



Et per eandem trigeſimamquintam propoſitionem, e/f/g/h/parallelogrammum, æquum eſt ipſi c/d/e/f/parallelogrammo:ſunt enim in eadem baſi e/f,atque in eiſdem parallelis a/f/& c/h.Bina igitur parallelogramma a/b/c/d/& e/f/g/h, eidem parallelogrammo c/d/e/f/ſunt æqualia:quapropter & æqualia adinuicem , per primam communem ſententiam . Idem etiam oſtendere licebit,de quacunque parallelogrammorum diſpoſitione:hypotheſi ſeruata. Parallelogramma igitur in baſibus æqualibus:& cætera,vt in theoremate.Quod demonſtrare oportebat.

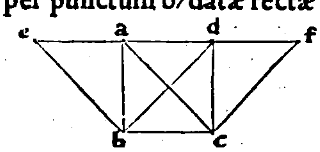
Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λζ.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 27, Propoſitio 37.

Triangula in eadem baſi,& in eiſdem parallelis cōſtituta:adinuicem ſunt æqualia. 37

ORONTIVS.¶Sint triangula a/b/c/& d/b/c,in eadem baſi b/c, atque in eiſdem parallelis a/d/ & b/c/ exiſtentia. Dico triangulum a/b/c, æquari propterea triangulo d/b/c. Producatur enim vtrobique a/d/recta, vſque ad puncta e/& f, per primum poſtulatum. & per punctum b/datæ rectæ lineæ a/c,parallela ducatur b/e:atque ipſi b/d/parallela c/f,per trigeſimamprimam propoſitionem.



Sunt itaque a/c/b/e/ & d/b/c/f/parallelogramma,& in eadem baſi b/c, atque in eiſdem parallelis b/c/& e/f,per hypotheſin conſtituta:igitur adinuicē æqualia,per trigeſimamquintam propoſitionem. Triangulum porrò a/b/c, dimidium eſt parallelogrammi a/c/b/e,atque d/b/c/triangulum,dimidium ipſius d/b/c/f/parallelogrammi:dimetientes enim a/b/& c/d,ipſa bifariam ſecant parallelogramma,per trigeſimamquartā propoſitionem.Quæ autem æqualium ſunt dimidium,æqualia ſunt adinuicem , per ſeptimam communem ſentētiam. Igitur a/b/c/triangulum,æquum eſt d/b/c/triangulo.Ergo triangula in eadem baſi:& quæ ſequuntur reliqua.Quod oſtendendum fuerat.

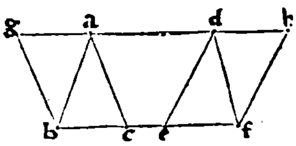
Θεώρημα κη, Πρόθεσις λη.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 28, Propoſitio 38.

Triangula in æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis conſtituta: adinuicem ſunt æqualia. 38

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/& d/e/f/triangula, in basibus æqualibus b/c/& e/f, in eisdémque parallelis a/d/& b/f/cõstituta. Aio triangulum a/b/c, æquum esse d/e/f/triangulo. Producatur enim vtrobique in directum & continuum recta a/d, vsque ad g/& h/puncta, per secundum postulatum. Et per datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/g: atque per f/pũctum, ipsi d/e/parallela f/h, per trigesimam primam propositionem. Sunt igitur a/c/b/g/& d/e/f/h/parallelogramma, in basibus quidem æqualibus b/c/& e/f, ac in eisdem parallelis b/f/& g/h/per hypothesin constituta: & propter id æqualia adinuicem, per trigesimamsextam propositionem. Atqui parallelogramma a/c/b/g/& d/e/f/h, à dimetientibus a/b/& d/f/bifariam secantur, per trigesimamquartam propositionem. Est igitur a/b/c/triangulum, dimidium ipsius a/c/b/g/parallelogrammi: atque triangulum d/e/f, ipsius d/e/f/h/parallelogrammi dimidium. Quæ autẽ æqualium sunt dimidium, ea sunt adinuicem æqualia, per septimam communem sentẽtiam. æquum est igitur triangulum a/b/c, ipsi d/e/f/triangulo. Triangula itaque in æqualibus basibus: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum erat.



Θεώρημα κθ, Πρότασις λθ.

ΤΑ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

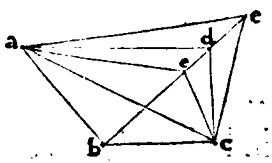
Theorema 29, Propositio 39.

39 TRiangula æqualia, in eadem basi constituta, & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis. *Conuersa 37.*

ORONTIVS. ¶Sint in eadem basi b/c, atque ad easdem partes a/& d, triangula a/b/c/& d/b/c/adinuicem æqualia. Dico quòd ex a/in d/connexa linea recta, ipsi b/c/est parallela. Si nanque a/d, non fuerit parallela ipsi b/c: poterit per datum punctum a, ipsi b/c/duci parallela, per trigesimamprimam propositionem. Ducatur igitur, & sit a/e: quæ vel incidet sub a/d, aut supra. Cadat primò infra, si possibile sit: & per primũ postulatum connectatur recta c/e. quæ cùm incidat intra d/b/c/triangulum, & ab angulo qui ad c, in b/d/subtensum latus extendatur: diuidet ipsum d/b/c/triangulum. Erunt itaque a/b/c/& e/b/c/triangula, in eadem basi b/c, ac in eisdem parallelis a/e/& b/c constituta: æquum erit propterea triangulum e/b/c, ipsi a/b/c/triangulo, per trigesimamseptimam propositionem. Eidem porrò a/b/c/triangulo, æquum est d/b/c/triangulum, per hypothesin. Bina itaq; triangula d/b/c/& e/b/c, eidẽ a/b/c/triangulo erunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communem sententiam. Triangulum ergo d/b/c, æquum erit ipsi e/b/c, maius scilicet minori, seu(maius)totum suæ parti: quod non est possibile. Non cadit igitur a/e/parallela, sub a/d. ¶Idem sequetur inconueniens, si eadem a/e/ detur incidere super a/d. Producta enim b/d/per secundum postulatum, conueniet tandem cum ipsa a/e, per quintum postulatum: propterea quòd recta a/b, incidens in a/e/& b/d/rectas, facit interiores angulos & ad easdem partes a/b/d/& b/a/e/minores duobus rectis(nempe minores a/b/c/& b/a/e angulis, qui per tertiam partem vigesimænonæ propositionis erunt binis rectis æquales)Connexa itaque c/e/recta, per primum postulatum, ea cadet extra d/b/c/triangulum: fiet propterea triangulum d/b/c, pars ipsius e/b/c/trianguli. Vtrunque rursum, ipsi a/b/c/concludetur æquale (e/b/c/quidem per trigesimamseptimam propositionem, & d/b/c/per hypothesin)& e/b/c/consequenter ipsi d/b/c, totum suæ parti: quod rursum est impossibile. omne siquidem totum est sua parte maius, per nonam communem sententiam. Non cadit ergo parallela super a/d. patuit quòd nec infra. igitur ex a/in ipsum d. Triangula igitur æqualia: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Prima ostensionis differentia.

secunda differentia.



Θεώρημα λ, Πρότασις μ.

ΤΑ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

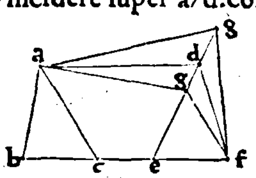
Theorema 30, Propositio 40.

40 TRiangula æqualia, in ęqualibus basibus existentia, & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis. *Conuersa 38.*

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/& d/e/f/triangula æqualia adinuicem,& in basibus æqualibus b/c/& e/f(in directum quidem existentibus,semper velim intelligas)atq; ad easdem partes a/ & d/constituta: & connectatur a/d/recta, per primum postulatum. Aio quòd a/d,ipsi b/f/est parallela.Nam si a/d/non fuerit eidem b/f/parallela: poterit per datum punctum a,ipsi datæ lineæ b/f/alia quædam parallela duci, per trigesimamprimam propositionem.Ducatur igitur,si possibile sit:& sit a/g.Cadet itaq; a/g/recta,vel supra a/d,aut infra. Quodcunq; autem dederis:eam cum e/d(vtraq; in directum producta)conuenire necessum est.quoniam ex a/in e/connexa per imaginationē linea recta,incidit in a/g/& e/d,efficiens angulos interiores & ad easdem partes a/e/d/& e/a/g/duobus rectis (veluti suprà) minores. ¶Incidat ergo primum a/g/sub a/d: & connectatur f/g, per primum postulatum, dirimens d/e/f/triangulum. Erit igitur triangulum g/e/f/æquum ipsi a/b/c/triangulo, per trigesimamoctauam propositionem:sunt enim in basibus æqualibus b/c/& e/f/ex hypothesi, & in eisdem parallelis a/g/& b/f/ per datam constructionem . Ipsi porrò a/b/c/triangulo, æquum est per hypothesin d/e/f/triangulum. Triangula igitur d/e/f/& g/e/f, eidem a/b/c/triangulo erunt æqualia:& æqualia propterea adinuicem,per primam communem sententiam. Itaq; triangulum d/e/f,æquum erit ipsi g/e/f/triangulo:maius scilicet minori,hoc est, totum suæ parti, quod per nonam communem sententiam est impossibile. ¶At si detur a/g/incidere super a/d:conuenient rursum a/g/& e/d,idémq; subsequetur inconueniens.Producta siquidem e/d/in g,per secundum postulatum:connectatur rursum f/g,per primum,cadens extra d/e/f/triangulum. Túncq; g/e/f/& d/e/f/triangula, eidem a/b/c/ triangulo concludentur æqualia:g/e/f/quidem per trigesimamoctauam propositionem, & d/e/f/per ipsam hypothesin.Vnde rursum totum g/e/f/triangulum,suæ parti,hoc est,d/e/f/triangulo, per primam communem sententiam æquabitur.quod per ipsam nonam communem sententiam est impossibile. Cadit igitur parallela ex a/in d/verticem. Concludendū ergo,triāgula æqualia in æqualibus basibus existentia,& ad easdem partes:& in eisdem fore parallelis.Quod demonstrare fuerat operæpretium. ¶ Eadem quoq; via,supradictarum sex propositionum concludetur intentum, vbi plura duobus oblata fuerint vel triangula vel parallelogramma: facta binatim,iuxta hypothesin,eorundem triangulorum vel parallelogrammorum comparatione.

Prima demonstrationis differentia.

Secunda pars siue differentia.



Notandum.

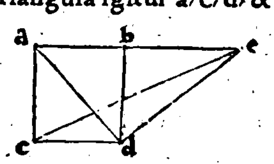
Θεώρημα λα, Πρόθεσις μα.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Problema 31, Propositio 41.

SI parallelogrammum & triangulum eandem basin habuerint,in eisdémq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum est. 41

ORONTIVS. ¶Esto parallelogrammum a/b/c/d,eandē habens basin c/d/cum triangulo c/d/e,in eisdémq; parallelis a/e/& c/d/constitutum.Aio a/b/c/d/parallelogrammum, fore duplum ipsius trianguli c/d/e.Connectatur enim a/d/recta , per primum postulatum. Triangula igitur a/c/d/& c/d/e/erunt adinuicem æqualia,per trigesimamseptimam propositionem:habent enim eandem basin c/d, súntque in eisdem parallelis a/e/& c/d. Atqui triangulum a/c/d/dimidium est ipsius a/b/c/d/parallelogrammi : secat enim illud bifariam dimetiens a/d , per trigesimamquartam propositionem . Quæ autem sunt æqualia,eiusdem sunt dimidium: per conuersam septimæ communis sententiæ.Triangulum igitur c/d/e,dimidium est a/b/c/d/ parallelogrammi:& ipsum itaq; parallelogrammum a/b/c/d,eiusdem c/d/e/trianguli duplum. Si parallelogrammum igitur & triangulum: &c. vt in theoremate.Quod oportebat ostendere.¶Idem quoque demonstrabitur: vbi parallelogrammum & triangulum æquales habuerint bases,in eisdémque fuerint parallelis.



Notandum.

¶*Corollarium.*

¶Hinc fit manifestum, cur in dimetiendis triangulorum areis , dimidium basis ducatur in perpendicularem:aut ipsius perpendicularis dimidium, per basin ipsam multiplicetur . Fit enim hoc modo dimidium parallelogrammi, quod in eadem basi,atque in eisdem collocatur parallelis cum ipso triangulo dato.

Πρόβλημα ια, Πρόθεσις μβ.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

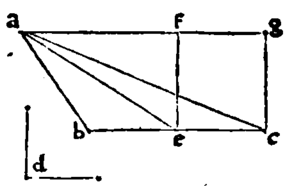
Problema 11, Propositio 24.

42 DAto triangulo, æquale parallelogrammum cõſtituere, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶ Sit datum a/b/c/triangulum, cui oporteat in angulo æquali ei qui ad d/ æquum parallelogrammum conſtituere. Diuidatur itaq; b/c/latus bifariam in puncto e, per decimam propoſitionem: & connectatur a/e/recta, per primum poſtulatum. Ad datam inſu per lineam rectam e/c, datúmque in ea punctum e, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus cõſtituatur f/e/c: per vigeſimãtertiam propoſitionem. Et per punctum a, datæ rectæ lineæ b/c/parallela ducatur a/g: atq; per punctum c, ipſi e/f/parallela c/g, per trigeſimamprimam propoſitionem. Et quoniam a/b/e/& a/e/c/triangula, in baſibus ſunt æqualibus b/e/& e/c, atque in eiſdem parallelis a/g/& b/c/conſtituta: ipſa propterea ſunt adinuicem æqualia, per trigeſimamoctauam propoſitionem. Triangulum igitur a/b/c, duplum eſt a/e/c/trianguli. Atqui parallelogrammum f/e/c/g, eiuſdem a/e/c/trianguli duplum eſt, per quadrageſimamprimam propoſitionem: habent nanque eandem baſin b/c, in eiſdémque ſunt parallelis a/g/& b/c. Quæ autem eiuſdem ſunt duplicia, æqualia ſunt adinuicem: per ſextam communem ſententiam. Parallelogrammum ergo f/e/c/g, æquum ipſi a/b/ c/ triangulo dato: ſuſcipítque angulum f/e/c, æqualem ei qui ad d. Dato itaque triangulo, æquale parallelogrammum conſtituitur, in dato angulo rectilineo. Quod faciendum erat.

Conſtructio figuræ.

Oſtenſio problematis.



Θεώρημα λβ, Πρόθεσις μγ.

Παντὸς παραλληλογράμμου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

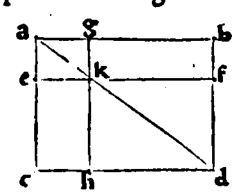
Theorema 32, Propoſitio 43.

43 OMnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplementa, ſibi inuicem ſunt æqualia.

ORONTIVS. ¶ Parallelogramma circa dimetientem alicuius dicuntur eſſe parallelogrammi, quando eundem cum toto poſſident dimetientem. Supplementa autem, vocantur reliqua parallelogramma extra communem dimetientem conſtituta. Sit igitur a/ b/c/d/parallelogrammum, cuius dimetiens a/d, & circa ipſum dimetientem ſint e/g/& h/f/ parallelogramma, ſupplementa verò ſint e/h/& g/f: quæ dico fore adinuicem æqualia. Parallelogrammum enim a/b/c/d, bifariam ſecatur à dimetiente a/d, per trigeſimamquartam propoſitionem: igitur a/b/d/triangulum, æquum eſt ipſi triangulo a/c/d. Dimetiens inſuper a/k, bifariam ſecat e/g/parallelogrãmum, necnon & k/d/ipſum h/f, per eandem trigeſimamquartam propoſitionem. æquum eſt igitur a/e/k/triangulum, ipſi a/g/k: atq; triangulum k/h/d, ipſi k/f/d/triangulo. Si autem æqualibus triangulis æqualia iungantur triangula: omnia erunt æqualia, per ſecundam communem ſententiam. Triangula itaque a/e/k/& k/h/d, triangulis a/g/k/ & k/f/d/ſunt æqualia. Patuit autem quòd & totũ a/b/d/triangulum, toti triangulo a/c/d/itidẽ coæquatur. Porrò ſi ab æqualibus triangulis, æqualia ſubducantur triangula: quæ relinquẽtur æqualia erũt, per tertiam communẽ ſentẽtiam. Subductis itaq; triangulis a/g/k/& k/f/d, ab ipſo a/b/d/triangulo, atque a/e/k & k/h/d/triangulis, ab ipſo triangulo a/c/d: relinquentur g/f/& e/h/ſupplemẽta adinuicem æqualia. Omnis ergo parallelogrammi: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Parallelogrãma circa dimetientem.

ſupplementa.



Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις μδ.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

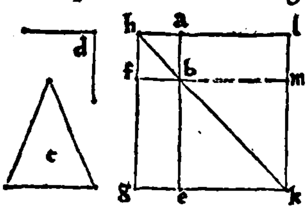
Problema 12, *Propoſitio* 44.

AD datam rectam lineam: dato triangulo, æquale parallelogrammum conſtruere, in dato angulo rectilineo. 44

Problematis interpretatio

ORONTIVS. ¶Conſtituere parallelogrammum ad datam lineam rectam, & in dato angulo rectilineo, eſt ipſam lineam datam coaſſumere in latus eiuſdem parallelogrammi: ſic vt eadem linea cum altero adiacentium laterum, angulum comprehendat æqualem ipſi angulo dato. Eſto igitur data linea recta a/b: ad quam oporteat conſtituere parallelogrammum, dato triangulo c/æquale, & in angulo æquali ei qui ad d. Producatur in primis a/b/ recta in directum vſque ad punctum e, per ſecundum poſtulatum: & ad datam rectam lineam b/e, ad datúmque in ea punctum b, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus conſtituatur f/b/e, per vigeſimamtertiam propoſitionem. In ipſo conſequenter angulo f/b/e, dato triangulo c, æquale conſtruatur parallelogrammum f/g/e/b, per quadrageſimamſecundam propoſitionem: extendatúrq; g/f/ in directum vſq; ad h, per ſecundum poſtulatum. Per datum inſuper punctum a, vtrique & f/b/ & g/e/ parallela ducatur h/a, per trigeſimam primam propoſitionem: connectatúrque, per primum poſtulatum, dimetiens h/b. Et quoniam in rectas g/e/ & h/b, recta incidens h/g/ interiores angulos & ad eaſdem partes g/h/b/ & h/g/e, duobus rectis minores efficit (nempe minores ipſis g/h/a/ & h/g/e, qui binis rectis per vltimam partem vigeſimænonæ propoſitionis ſunt æquales) concurrent ergo tandem g/e/ & h/b, in infinitum ad partes b/ & e/ productæ, per quintum poſtulatum. Producantur igitur, per ſecundum poſtulatum: & concurrant in puncto k. Per idem rurſum poſtulatum, extendantur f/b/ & h/a, vſque ad puncta l/ & m: & per datum punctum k, vtrique h/g/ & a/e/ parallela ducatur k/l, per trigeſimamprimam propoſitionem.

Conſtructio figuræ.



Demonſtrationis reſolutio.

¶His ita conſtructis, quoniam h/g/k/l/ parallelogrammi, eorum quæ circa dimetientem h/k/ ſunt parallelogrammorum ſupplementa, ſibi inuicem ſunt æqualia, per quadrageſimamtertiam propoſitionem: æquum eſt ſupplementum ſeu parallelogrammum a/b/m/l, ipſi f/b/e/g/ parallelogrammo. Eidem porrò f/b/e/g/ parallelogrammo, æquũ eſt datum c/triangulum, per quadrageſimamſecundam propoſitionem: ita enim conſtructum eſt. Igitur parallelogrammum a/b/m/l, ipſi triangulo c/ per primam communem ſententiam coæquatur. Eſt autem & a/b/m/ angulus, ei qui ad d/ æqualis: vterque enim æquatur ipſi f/b/e, a/b/m/ quidem per decimamquintam propoſitionem, qui ad d/ verò per vigeſimamtertiam. Coaſſumitur prætereà data linea recta a/b, in latus ipſius a/b/l/m/ parallelogrammi. Ad datam igitur lineam rectam a/b, dato triangulo c, æquale parallelogrammum conſtruitur a/b/m/l, in dato angulo rectilineo a/b/m, ei qui ad d/ æquali. Quod facere oportebat.

Πρόβλημα ιγ, Πρότασις με.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

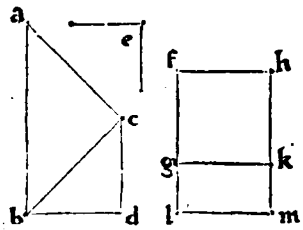
Problema 13, *Propoſitio* 45.

DAto rectilineo, æquale parallelogrammum conſtituere, in dato angulo rectilineo. 45

ORONTIVS. ¶Sit datum rectilineum a/b/c/d: cui oporteat conſtruere æquale parallelogrammum, in dato angulo rectilineo qui ad e. Connectatur ergo b/c/ recta, per primùm poſtulatum. & dato a/b/c/ triangulo, æquale parallelogrammum cõſtituatur f/g/h/k, in dato angulo rectilineo f/h/k, ei qui ad e/ æquali: per quadrageſimamſecundã propoſitionem. Ad datam inſuper rectam lineam g/k, dato b/c/d/ triangulo, æquum conſtruatur parallelogrammum g/k/l/m, in dato angulo rectilineo g/k/m, æquali eidem qui ad e: per antecedẽtem quadrageſimamquartam propoſitionem. Oſtendendum eſt itaque primùm, hæc duo parallelogramma vnum efficere parallelogrammum: quod ita fit manifeſtum.

Quòd cõſtructa parallelogramma, unũ efficiãt parallelogrãmum.

Quoniam anguli f/h/k/ & g/k/m, eidem angulo qui ad e/ ſunt æquales, per conſtructionem: ſunt igitur æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. Addatur vtriq; communis angulus g/k/h: igitur anguli g/k/h/ & g/k/m, ſunt per primam communem ſententiam, æquales angulis f/h/k/ & g/k/h. Eiſdem porrò angulis f/h/k/ & g/k/h, duo anguli recti ſunt æquales, per vltimam partem vigeſimænonæ propoſitionis: anguli igitur g/k/h/ & g/k/m, binis ſunt rectis æquales, per eandem primam communem ſententiam. In directũ eſt igitur h/k, ipsi k/ m, per decimamquartam propositionem. Rursum quoniam angulus f/ g/ k, opposito qui ad h/ per trigesimamquartam propositionem est æqualis: patuit autem quòd & g/k/m. Bini itaq; anguli f/ g/k/& g/k/m, eidem qui ad h/sunt æquales:& æquales propterea adinuicem, per primam communem sententiam. Communis rursum adatur angulus k/g/l. erunt igitur f/g/k/& k/g/l/anguli, binis interioribus & ad easdem partes l/ g /k & g/k/m , per secundam communem sententiam æquales. Ipsis porrò l/g /k/ & g/k/m/ angulis, bini recti coæquantur, per eandem partem vltimam vigesimænonæ propositionis: per primam ergo communem sententiam, anguli f/g/k/& k/g/l/sunt æquales duobus rectis. In directum est itaque f/g/ipsi g/l, per ipsam decimamquartam propositionem. Est autem & f/g/ipsi h/k, atque g/l/ipsi k/m, per trigesimamquartam propositionem æqualis:& vtraque vtrique parallela. Igitur f/l/& h/m, per secundam communem sententiam, sunt æquales adinuicem, atque parallelæ: & eas itaque coniungentes rectæ lineæ f/h/& l/m, æquales & parallelæ sunt, per trigesimamtertiam propositionem. Parallelogrammum est igitur f/l/h/m. Huius autem pars f/g/h/k/triangulo a/b/c/æquatur:& reliqua g/k/ l/m/ipsi triangulo b/c/d, per ipsam cōstructionem. Totum ergo f/l/h/k/parallelogrammum ipsi dato a/b/c/d/rectilineo est æquale:suscipítque angulum f/h/m/æqualem dato qui ad e/ angulo. Dato itaque rectilineo a/b/c/d, æquale construximus parallelogrammum f/l/h/m, in dato angulo rectilineo qui ad e. Quod faciendum proposueramus. ¶Idem quoq; licebit ostendere, vbi datum rectilineum, in plura duobus separabitur triãgula. Cuilibet enim triangulo peculiare construetur parallelogrammum, per quadragesimamsecundam & quadragesimamquartam propositionem: quæ simul vnum efficere parallelogrammum ipsi dato rectilineo æquale, haud dissimili discursu conuincentur.



Demonstrationis resolutio.

Notandum.

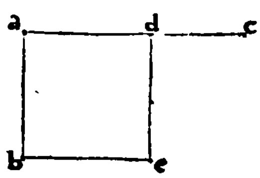
Πρόβλημα ιδ, Πρόθεσις μϛ.

ΑΠὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Problema 14, *Propositio* 46.

46 EX data recta linea, quadratum describere.

ORONTIVS. ¶Esto data linea recta a/b: ex qua sit operæpretium describere quadratum. A dato itaque puncto a, ipsi rectæ lineæ a/b, ad angulos rectos excitetur a/c, per vndecimam propositionem, indefinitę quidem quantitatis, donec ipsam superet a/b. A qua secetur æqualis eidem a/b: sítque a/d, per tertiam propositionem. Rursum per datum punctum d, ipsi a/b/rectæ parallela ducatur d/e, atque per punctum b/ipsi a/d/parallela b/e, per trigesimamprimā propositionem. Parallelogrammum est igitur a/b/d/e: dico quòd & quadratum. Nam parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito, æquantur adinuicem: per trigesimamquartam propositionem. Aequum est igitur latus d/e, ipsi a/b: atque b/e, ipsi a/d. Sunt autem a/b/& a/d, per constructionem æquales. Quatuor igitur a/b, a/d, b/e/& e/d/latera, æqualia sunt adinuicem: quæ enim æqualibus sunt æqualia, & adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiam. Aequilaterum est igitur a/b/d/e/parallelogrammum. Rursum quoniam in parallelas a/b/ & d/e/recta incidit a/c: facit igitur interiores & ad easdem partes angulos b/a/d/& a/d/e, binis rectis æquales, per vltimam partem vigesimænonæ propositionis. Rectus autem est qui ad a/angulus: igitur & qui ad d/rectus. & qui ex opposito consistunt ad b/& e/anguli, itidem recti sunt: per eandem trigesimamquartam propositionem. Rectangulum est igitur a/b/d/e/parallelogrammum. Patuit quòd & æquilaterum: ergo quadratum, per trigesimam diffinitionem. Ex data igitur linea recta a/b, quadratum descripsimus. Quod oportuit fecisse.



Quòd descriptum parallelogrammum sit quadratū.

¶*Corollarium.*

¶Quæ ab æqualibus igitur lineis rectis quadrata describuntur, æqualia sunt adinuicem:& ediuerso. quæ autem ab inæqualibus fiunt quadrata, sunt inequalia: maius quidem quod à maiore, minus autem quod à minore describitur.

Θεώρημα λγ, Πρόθεσις μζ.

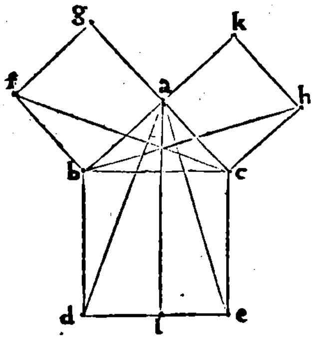
ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Theorema 33, Propositio 47.

IN rectangulis trangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quę fiunt ex lateribus angulum rectum continentibus. 47

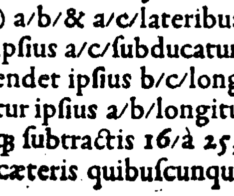
ORONTIVS. ¶Sit rectangulum triangulum a/b/c, cuius sub b/a/& a/c/lateribus contentus angulus, rectus existat. Dico quòd descriptum ex b/c/quadratum, ijs quæ ex b/a/& a/c/fiunt quadratis, est æquale. Describantur ergo quadrata, per quadragesimamsextam propositionem: ex b/c/quidem quadratum b/c/d/e, ex a/b/verò a/b/f/g, & ex ipso a/c/quadratum a/c/h/k. Deinde per a punctum, vtrique b/d/ & c/e/ parallela ducatur a/l: per trigesimamprimam propositionem. Parallelogramma igitur erunt b/l/& c/l/quadrangula. Connectantur denique a/d/& c/f/lineæ rectæ: per primum postulatum. Et quoniam ad rectam lineam a/b, atque ad eius punctum a, duæ rectæ lineæ a/c/ & a/ g/ non ad easdem partes ductæ, angulos vtrobique rectos efficiunt (recti enim sunt, qui circa punctum a/consistunt anguli) in directum est igitur a/c/ipsi a/g: & a/b/consequenter ipsi a/k, per decimamquartam propositionem.

Alterius partis demōstratio. Parallelæ itaque sunt b/f/& c/g: similiter & b/k/atque c/h. Cum porrò omnes anguli recti sint adinuicem æquales, per quartum postulatum: erit angulus a/b/f, æqualis angulo c/b/d. Communis apponatur angulus a/b/ c: totus igitur a/b/d, toti f/b/c/angulo, per secundam communem sententiam erit æqualis. Rursum, quoniam per trigesimam diffinitionem, æqualis est a/b/ipsi b/f, atque b/c/ipsi b/d: sunt igitur bina latera a/b/& b/d/trianguli a/b/ d, duobus lateribus f/b/& b/c/ trianguli f/b/c/æqualia alterum alteri. & æquales continent angulos a/b/d/& f/b/c. Basis ergo a/d/basi f/c, & triangulum a/b/ d/triangulo f/b/c, per quartam æquatur propositionem. Ipsius porrò trianguli a/b/d, duplum est b/l/parallelogrammum, in eadem basi b/d, atque in eisdem parallelis a/l/& b/d/constitutum: per quadragesimamprimam propositionem. & per eandem propositionem, a/b/f/g/quadratum, duplum ipsius f/b/c/trianguli: habent enim eandem basin b/f, in eisdémque consistunt parallelis f/b/& g/c. Quæ autem æqualium duplicia sunt, & adinuicem sunt æqualia: per sextam communem sententiam. Igitur b/l/parallelogrammum, æquum est/a/b/f/g/quadrato.



Reliquæ partis ostensio. Haud dissimili via, ostendetur c/ l/parallelogrammum, æquum esse a/c/h/k/parallelogrammo siue quadrato. Connexis enim a/e/& b/h/lineis rectis, per primum postulatum: erunt rursum a/c/e/& b/c/h/triangula adinuicem æqualia. Etcùm c/l/parallelogrammum duplum sit a/c/e/trianguli, & quadratū a/c/ h/k/ipsius b/c/h/trianguli itidem duplum, per eandem quadragesimamprimam propositionem: concludetur tandem parallelogrammum c/l, æquari quadrato a/c/h/k. Atqui b/l/& c/ l/parallelogramma, conficiunt quadratum b/c/d/e, quod fit ex b/c: quadratū ergo b/c/d/e, æquum est a/b/f/g/& a/c/h/k/descriptis ex a/b/& a/c/quadratis. In rectangulis itaque triangulis: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod expediebat demonstrare.

Notandum. ¶Hoc spectabile & semper admirandum theorema, Pythagoras in his fertur offendisse numeris, 3, 4, 5: velut ex obiectà potes elicere figura. in qua angulus qui ad b, rectus est: & qualiū partium a/b/ latus est trium, & b/c/quatuor, talium a/c/rectū subtendens angulum 5/reperitur. Quinquies porrò 5, faciunt 25: ter 3 verò/9, & quater 4/sedecim. atqui 9 & 16/conficiunt 25.



¶Corollarium,

¶In triangulis itaque rectangulis, duobus lateribus datis, ipsorum adminiculo, deuenire licebit in cognitionem reliqui: per quadratorum nempe tum additionem, tum subductionem adinuicem, & lateris seu radicis eorundem inuestigationem. Nam cognitis (verbi gratia) a/b/& a/c/lateribus, vtrunque in sese multiplicetur & quadratum ipsius a/b/à quadrato ipsius a/c/subducatur: relinquetur enim quadratum quod fit ex b/c, cuius radix quadrata ostendet ipsius b/c/longitudinem. Haud dissimiliter cognitis b/c/& a/c/lateribus, cognoscetur ipsius a/b/longitudo. Subductis enim 9/à 25, relinquentur 16: quorum radix est 4. Atq; subtractis 16/à 25, relinquentur 9: quorum radix est 3. Idem velim habeas iudicium, de cæteris quibuscunque similibus. Quemadmodum in dimetiendis rerum longitudinibus, passim obseruari comprobabis.

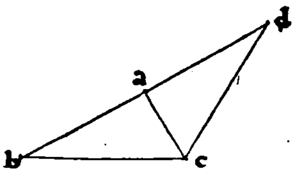
Θεώρημα λδ', Πρόθεσις μη.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον, ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ὀρθή ἐστι.

Theorema 34, *Propositio* 48.

48 SI trianguli quod ad vno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ à reliquis trianguli lateribus quadratis: angulus comprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit. *Conuersa præcedentis.*

ORONTIVS. Esto a/b/c/trianguli quod ex b/c/quadratũ, æquum eis quæ ex a/b/& a/c/lateribus fiunt quadratis: aio propterea, angulum b/a/c/fore rectum. A dato enim puncto a, datæ lineæ a/c, perpendicularis excitetur a/d: per vndecimam propositionem. Et per tertiam propositionem, ponatur a/d/ipsi a/b/æqualis: connectatúrque c/d/ recta, per primum postulatum. Cùm igitur a/b/ipsi a/d/sit æqualis: æquum est quod ex a/b/quadratum, ei quod fit ex a/d, per corollarium quadragesimæsextæ propositionis. Addatur vtrique, id quod ex a/c/quadratum. Quæ ex a/b/igitur & a/c/quadrata, æqualia sunt eis quæ ex a/c/& a/d/quadratis: per secundam communem sentẽtiam. Eis autem quæ ex a/c/& a/d/ quadratis, æquũ est quòd ex c/d, per antecedẽtem quadragesimamseptimã propositionem: angulus enim c/a/d/ rectus est. Quadratis porrò quæ ex a/b, & a/c, æquũ est quòd ex b/c/ quadratum: per hypothesin. Quæ autẽ æqualibus sunt æqualia, ea sunt æqualia adinuicem/ per primam communem sentẽtiam. Quadratum igitur quod ex b/c, æquum est ei quod ex c/d/quadrato. Aequalis est ergo b/c/ipsi c/d: æqualia enim quadrata sunt, quæ ab æqualibus describuntur lineis rectis. Posita est autem a/d/ipsi a/b/æqualis, & a/c/vtrique communis. Bina ergo latera a/b/& a/c/trianguli a/b/c, binis lateribus a/c/& a/d/trianguli a/c/d/sunt alternatim æqualia: basis quoque b/c, basi c/d/æqualis. Angulus igitur b/a/c, angulo c/a/d, per octauam propositionem est æqualis. Est antem c/a/d, angulus rectus, per constructionem: & b/a/c/ igitur angulus rectus est. Si trianguli itaque quod ab vno laterum fit quadratum, æquale fuerit eis quæ à reliquis trianguli lateribus describuntur quadratis: angulus comprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit. Quod tandem ostendendum suscepe ramus.



Primi Libri Geometricorum Elementorum, Ex Orontij Finæi Delph. Regij Mathematicarum professoris, recens aucta & emendata traditione,

FINIS.

Orontij Finæi Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Secundum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον.

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

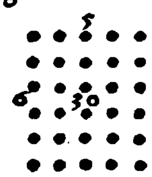
Parallelogrammum rectangulum.

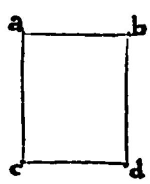
Omne parallelogrammum rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicicitur contineri. 1

Quid parallelogrammum. Quot parallelogrammorũ genera.

ORONTIVS. ¶Parallelogrammum, dicitur figura quadrilatera, sub oppositis lateribus adinuicem æqualibus comprehẽsa. Sunt autem parallelogrammorum quatuor tantummodò genera: vtpote, quadratũ, altera parte longius, rhombus, & rhomboides: quemadmodùm trigesimatertia primi libri antè monuimus diffinitione. Vtrunq; porrò & quadratum & altera parte longius, rectangulum adpellatur: continetúrque sub duabus lineis rectis ad rectum conuenientibus angulum, quarũ altera in reliquam abstractiuè ducta, ipsum efficit parallelogrammum. ¶Vt ex a/b/c/d/potes elicere parallelogrammo: quod sub a/b/& a/c/lateribus, rectum qui ad a/comprehendentibus angulum, cõtinetur. Non potest enim angulus qui ad a/fore rectus, quin per vigesimamnonam & trigesimamquartam propositionem libri primi, reliqui tres anguli sint itidem recti. Imaginanda est igitur a/b/recta, fluere directa via in c: & punctum b/describere latus b/d. vel a/c/rectam, venire recto fluxu in b: atque punctum c/efficere latus c/d. Ita enim abstractiuè describuntur parallelogramma rectangula. Ad quorum similitudinem, numerus per alium quenuis numerum multiplicatus, planum atque rectangulum efficit numerum: vti subiecta videtur indicare figura, in qua 6/vnitates per 5/multiplicatæ, reddunt 30/planum & rectangulum numerum.

Exemplum.





¶*Corollarium.*

¶Quemadmodum igitur æquales numeri per numeros æquales multiplicati, æquales inuicem procreant numeros: haud dissimiliter sub æqualibus rectis comprehensa rectangula, æqualia sunt adinuicem.

Γνώμων τί.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτῶν, ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

Quid gnomon.

Omnis parallelogrammi, loci eorum quæ circa dimetientem illius sunt parallelogrammorum, vnumquodque eorum cum binis supplementis, gnomon vicetur. 2

ORONTIVS. ¶Quanquàm gnomonem, propriè intelligamus rectangulum: accipitur passim obseruari comprobabis.

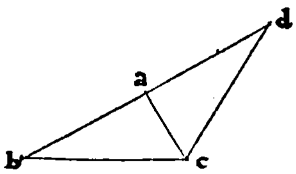
Θεώρημα λδ', Πρόθεσις μη'.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον, ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ὀρθή ἐστι.

Theorema 34, Propositio 48.

48 SI trianguli quod ad vno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ à reliquis trianguli lateribus quadratis: angulus comprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit. *Conuersa præcedentis.*

ORONTIVS. ¶Esto a/b/c/trianguli quod ex b/c/quadratũ, æquum eis quæ ex a/b/& a/c/lateribus fiunt quadratis: aio propterea, angulum b/a/c/fore rectum. A dato enim puncto a, datæ lineæ a/c, perpendicularis excitetur a/d: per vndecimam propositionem. Et per tertiam propositionem, ponatur a/d/ipsi a/b/æqualis: connectatúrque c/d/ recta, per primum postulatum. Cùm igitur a/b/ipsi a/d/sit æqualis: æquum est quod ex a/b/quadratum, ei quod fit ex a/d, per corollarium quadragesimæsextæ propositionis. Addatur vtrique, id quod ex a/c/quadratum. Quæ ex a/b/igitur & a/c/quadrata, æqualia sunt eis quæ ex a/c/& a/d/quadratis: per secundam communem sentẽtiam. Eis autem quæ ex a/c/& a/d/ quadratis, æquũ est quòd ex c/d, per antecedẽtem quadragesimamseptimã propositionem: angulus enim c/a/d/ rectus est. Quadratis porrò quæ ex a/b, & a/c, æquũ est quòd ex b/c/ quadratum: per hypothesin. Quæ autẽ æqualibus sunt æqualia, ea sunt æqualia adinuicem/ per primam communem sentẽtiam. Quadratum igitur quod ex b/c, æquum est ei quod ex c/d/quadrato. Aequalis est ergo b/c/ipsi c/d: æqualia enim quadrata sunt, quæ ab æqualibus describuntur lineis rectis. Posita est autem a/d/ipsi a/b/æqualis, & a/c/vtrique communis. Bina ergo latera a/b/& a/c/trianguli a/b/c, binis lateribus a/c/& a/d/trianguli a/c/d/sunt alternatim æqualia: basis quoque b/c, basi c/d/æqualis. Angulus igitur b/a/c, angulo c/a/d, per octauam propositionem est æqualis. Est antem c/a/d, angulus rectus, per constructionem: & b/a/c/ igitur angulus rectus est. Si trianguli itaque quod ab vno laterum fit quadratum, æquale fuerit eis quæ à reliquis trianguli lateribus describuntur quadratis: angulus comprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit. Quod tandem ostendendum susceperamus.



Primi Libri Geometricorum Elementorum, Ex Orontij Finæi Delph. Regij Mathematicarum professoris, recẽns aucta & emendata traditione,

FINIS.

Orontij Finæi Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Secundum elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙ'ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον.

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

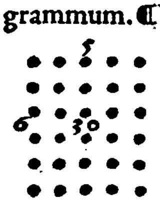
Parallelogrammum rectangulum.

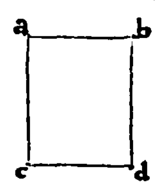
Omne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicicitur contineri. 1

Quid parallelogrammum. Quot parallelogrammorū genera.

ORONTIVS. ¶Parallelogrammum, dicitur figura quadrilatera, ſub oppoſitis lateribus adinuicem æqualibus compreheſa. Sunt autem parallelogrammorum quatuor tantummodò genera: vtpote, quadratū, altera parte longius, rhombus, & rhomboides: quemadmodùm trigeſimatertia primi libri antè monuimus diffinitione. Vtrunque porrò & quadratum & altera parte longius, rectangulum adpellatur: continetúrque ſub duabus lineis rectis ad rectum conuenientibus angulum, quarū altera in reliquam abſtractiuè ducta, ipſum efficit parallelogrammum. ¶Vt ex a/b/c/d/potes elicere parallelogrammo: quod ſub a/b/& a/c/lateribus,

Exemplum.





rectum qui ad a/comprehendentibus angulum, cōtinetur. Non poteſt enim angulus qui ad a/fore rectus, quin per vigeſimamnonam & trigeſimamquartam propoſitionem libri primi, reliqui tres anguli ſint itidem recti. Imaginanda eſt igitur a/b/ recta, fluere directa via in c: & punctum b/deſcribere latus b/d. vel a/c/rectam, venire recto fluxu in b: atque punctum c/efficere latus c/d. Ita enim abſtractiuè deſcribuntur parallelogramma rectangula. Ad quorum ſimilitudinem, numerus per alium quenuis numerum multiplicatus, planum atque rectangulum efficit numerum: vti ſubiecta videtur indicare figura, in qua 6/vnitates per 5/multiplicatæ, reddunt 30/planum & rectangulum numerum. ¶*Corollarium.*

¶Quemadmodum igitur æquales numeri per numeros æquales multiplicati, æquales inuicem procreant numeros: haud diſſimiliter ſub æqualibus rectis comprehenſa rectangula, æqualia ſunt adinuicem.

Γνώμων τί.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτῶν, ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

Quid gnomon.

Omnis parallelogrammi, loci eorum quæ circa dimetientem illius ſunt parallelogrammorum, vnumquodque eorum cum binis ſupplementis, gnomon vicetur. 2

ORONTIVS. ¶Quanquàm gnomonem, propriè intelligamus rectangulum: accipitur

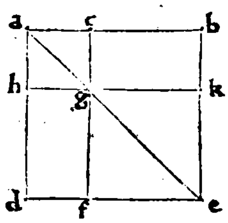
Θεώρημα δ', Πρότασις δ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 4, Propositio 4.

4 SI recta linea secetur vtcunque: quadratum quod fit ex tota, æquum est quadratis quæ fiunt ex segmentis, & ei quod bis sub segmentis comprehenditur rectangulo.

ORONTIVS. ¶Sit a/b/linea recta, quæ secetur vtcunque in puncto c. Dico quadratum quod ex tota fit a/b, æquum esse eis quæ ex a/c/& c/b/segmentis describuntur quadratis, & bis sub eisdem segmentis comprehenso rectangulo. Describatur in primis ex a/b, quadratum a/b/d/e: per quadragesimamsextam primi. Et connectatur a/e/dimetiens, per primum postulatum. & per datum punctum c, vtrique a/d/& b/e/parallela ducatur c/f, secans a/e/dimetientem in puncto g. Per punctum denique g, ipsis a/b/& d/e/parallela ducatur h/k: per trigesimamprimam eiusdem primi. Cùm igitur a/b/d/e/sit quadratũ, æqualis est a/b/ ipsi b/e: per trigesimã ipsius primi diffinitionẽ. Isoscelis igitur a/b/e/ trianguli, qui ad basin a/e/ fiunt anguli, hoc est b/a/e/ & a/e/b, sunt per quintam primi adinuicem æquales. Eiusdem porrò trianguli a/b/e/tres anguli, binis sunt rectis æquales: per trigesimamsecundam eiusdem primi. Rectus est autem angulus qui ad b. reliqui igitur anguli b/a/e/ & a/e/b, vni recto sunt æquales. sunt autem & æquales adinuicem: vterque igitur dimidium est anguli recti. Trianguli rursum a/c/g/tres anguli, duobus rectis, per eandem trigesimamsecundam primi, coæquantur. angulus porrò a/c/g, rectus est: nempe æqualis interiori, & ad easdem partes qui ad b, per vigesimamnonam ipsius primi. Ergo reliqui duo anguli c/a/g/& a/g/c, vni recto sunt æquales. sed angulus c/a/g, dimidio recti æqualis præostensus est: & a/g/c/igitur angulus, recti itidem est dimidius. Aequus est propterea angulus c/a/g/ipsi a/g/c: per primam communem sententiam. Et latus consequenter a/c, lateri c/g, per sextam primi æquale. Est autem & a/h/latus, ipsi c/g, nec non h/g, ipsi a/c/æquale: per trigesimamquartam eiusdem primi. Aequilaterum est itaque a/c/g/h/parallelogrammum. Aio quòd & rectangulum: nam angulus qui ad/a, rectus est. Rectangulum porrò sub duabus rectis lineis angulum rectum comprehendentibus, per primam huius diffinitionem, contineri dicitur. Quadratum est igitur a/c/g/h: & æquum ei quod ex a/c. Haud dissimili discursu, f/k/parallelogrammum, quadratum esse conuincetur: & æquale ei quod ex c/b. Nam æqualis est g/k/eidem a/c, per eandem trigesimamquartam primi. Et quoniam æquum est h/f/supplementum ipsi c/k, per quadragesimamtertiam primi: & eidem c/k, id quod sub a/c/& c/b continetur æquale (nam a/c/ ostensa est æqualis ipsi c/g) & proinde æquale ipsi h/f. Rectangulis igitur c/k/& h/f, æquum est id quod bis sub segmentis a/c/& c/b/ conprehenditur rectangulum. Ostensum est autem quæ ab eisdem segmentis fiunt quadrata, ipsis a/g/& g/c/quadratis fore æqualia. Quæ igitur ex a/c/& c/b/segmentis fiunt quadrata, & id quod bis sub eisdem segmentis comprehenditur rectangulum: ipsis a/g, g/e, c/k, & h/f, sunt æqualia. Eisdem porrò a/g, g/e, c/k, & h/f, æquum est quadratum a/b/d/e, ex ipsa a/b/descriptum: nempe totum suis partibus integralibus. Quod igitur ex tota a/b/fit quadratum: æquum est quadratis quæ fiunt ex a/c/& c/b/segmentis, & ei quod bis sub eisdem segmentis comprehenditur rectangulo. Quod fuerat demonstrandum.



Hoc theorema à nonnullis aliter demonstratur: sed hæc demõstratio est omnium clarissima.

¶*Corollarium.*

¶Parallelogramma igitur, quę circa quadrati dimetientem consistunt, fore itidem quadrata: relinquitur manifestum.

Θεώρημα ε', Πρότασις ε'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

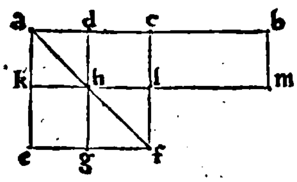
Theorema 5, Propositio 5.

SI recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia: rectangulum comprehenſum ab inæqualibus ſectionibus totius, vnà cum quadrato quod à medio ſectionum, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato. 5

ORONTIVS. ¶Sit rurſum a/b/linea recta: quæ bifariam ſecetur in puncto c, atque in nō æqualia, in puncto d. Aio quod ſub a/d/& d/b/comprehēſum rectangulum, vnà cum eo quod ex d/c/quadrato: æquum eſt ei, quod ex a/c/dimidia fit quadrato. Deſcribatur ergo ex a/c, quadratum a/c/e/f: per quadrageſimamſextam primi. & connectatur dimetiens a/f, per primum poſtulatum. per punctum inſuper d, vtrique a/e/& c/f/parallela ducatur d/g, ſecans a/f/dimetientem in puncto h. Rurſum per datum punctum h, ducatur k/l/ m, ipſis a/b/& e/f/parallela: per trigeſimamprimam ipſius primi. tandem per punctum b, ipſis a/k/& c/l/ parallela ducatur b/m: per eandem trigeſimamprimam primi. His ita conſtructis, quoniam ſupplementum g/k, æquum eſt ſupplemento d/l, per quadrageſimamtertiam ipſius primi: addatur cōmune a/h. totū ergo a/ g rectangulum, toti a/l/rectangulo, per ſecundā communem ſententiam erit æquale. At c/m/rectangulum, eidem a/l/eſt æquale, per trigeſimamſextam eiuſdē primi: ſunt enim in baſibus æqualibus a/c/& c/b, & in eiſdem parallelis a/b/& k/m. Et a/g/itaque rectangulum, ipſi c/m, per primam communem ſententiam eſt æquale. Addatur rurſum commune rectangulum d/l. Et d/m/igitur rectangulum, per eandem ſecundam communem ſententiam, æquabitur gnomoni g/a/l. Atqui d/m/rectangulo, æquum eſt id quod ſub a/d/& d/b/continetur: quadratum eſt enim a/h, per corollarium quartæ propoſitionis huius: & æqualis propterea a/d/ipſi d/h, ſub qua & d/b, ipſum d/m/comprehenditur rectangulum. Quod igitur ſub a/d/& d/b/continetur rectangulum, æquum eſt per primā communem ſententiam gnomoni g/a/l. Addatur tandem ei quod ſub ad &d/b/ continetur rectangulo, quadratum quod fit ex d/c: & ipſi gnomoni g/a/l, quadratum h/f/ei quod ex d/c/fit æquale (fit enim ex h/l, quæ ipſi d/c/per trigeſimamquartam primi eſt æqualis.) Comprehenſum igitur ſub a/d/ & d/b/rectangulum, vnà cum quadrato quod ex c/d, æquum eſt per primam communem ſententiam gnomoni g/a/l, atque ipſi quadrato h, f. Ipſis demum g/a/l/gnomoni & quadrato h/f, æquum eſt a/c/e/f, quod à dimidia a/c/deſcriptum eſt quadratum. Quod igitur ſub a/d/ & d/b/ inæqualibus ſectionibus continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod à medio ſectionum d/c, æquum eſt per primam communem ſententiam ei quod ex a/b/dimidia fit quadrato. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua: vt in theoremate. Quod eſtendendum ſuſceperamus.

Conſtructio figuræ.

Demonſtratio theorematis.



Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

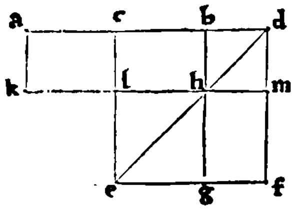
Theorema 6, Propoſitio 6.

SI recta linea bifariam ſecetur, adijciatúrque ei aliqua recta linea in rectū: rectangulū cōprehenſum ſub tota cū appoſita & appoſita, vnà cū quadrato quod fit à dimidia, æquū eſt ei quod ex coniecta ex dimidia & appoſita, tanquam ex vna deſcripto quadrato. 6

ORONTIVS. ¶Eſto a/b/linea recta, ſecta bifariam in puncto c: cui recta quædā linea b/d/in directum adijciatur. Dico, quod ſub a/d, & d/b/comprehēſum rectāgulum, vnà cum eo quod ex c/b/quadrato: æquū eſt quadrato quod ex c/d. Fiat enim ex c/d, quadratū c/d/ e/f/per quadrageſimamſextam primi: & connectatur e/d, per primum poſtulatum. Per punctum inſuper b, vtrique c/e/& d/f, per trigeſimamprimā eiuſdē primi, parallela ducatur b/g, quæ ſecet dimetientem e/d/in puncto h. Rurſum per punctum h, ducatur k/l/m, ipſis a/d/& e/f/parallela: necnon per a/punctū, vtrique c/l/& d/m/parallela a/k, per eandē trigeſimamprimam primi. Cùm igitur a/c/æqualis ſit ipſi c/b/per hypotheſin, & a/d/ipſi k/m/parallela: æquum eſt a/l/parallelogrammum, ipſi c/h/parallelogrammo, per trigeſimamſextam primi.

Figuræ compoſitio.

Oſtenſionis deductio.



Eidem porrò c/h, æquum est h/f/supplementum: per quadragesimamtertiam eiusdē primi. Et a/l/igitur ipsi h/f, per primam cōmunē sententiam est æquale. Addatur, vtriq; æqualiū, commune rectangulum c/m. totum igitur a/m/rectāgulum, gnomoni l/d/g, per secundā communē sententiam æquabitur. Atqui a/m/rectāgulo, æquum est id quod sub a/d/& d/b/comprehenditur rectangulū: continetur enim sub a/d/& d/m, quæ est æqualis ipsi d/b, nam b/m/quadratum est, per corollarium quartæ huius secundi. Comprehensum igitur sub a/d/& d/b/rectangulum, æquum est gnomoni l/d/g. Addatur rursum ei quod sub a/d/& d/b/cōtinetur rectāgulo, quadratum quod ex b/c: ipsi porrò gnomoni l/d/g, quadratū l/g/ei quod ex b/c/fit æquale (nam b/c/ipsi h/l/per trigesimāquartā primi est æqualis, & ipsum l/g, per corollarium quartæ huius quadratū.) Quod igitur sub a/d/& d/b/continetur rectangulum, vnà cum eo quod ex b/c/fit quadrato: æquū est gnomoni l/d/g, & ipsi quadrato l, g. Eisdem porrò gnomoni l/d/g, & quadrato l/g: æquum est c/d/e/f/quadratum. Rectāgulum igitur sub a/d, hoc est sub tota a/b/cum adposita b/d, & ipsa b/d/adposita comprehensum, vnà cum quadrato quod fit à dimidia c/b: æquum ei estquod fit ex c/d, hoc est ex dimidia c/b, & adposita b/d, tanq̃ ex vna descripto quadrato. Quod demōstrare fuerat operæpreciū.

Θεώρημα ζ, Πρότασις ζ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

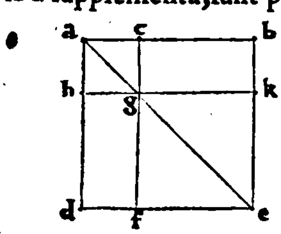
Theorema 7, Propositio 7.

7 SI recta linea secetur vtcunque: quod à tota & ab vno segmentorum vtraque fiunt quadrata: æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub tota & dicto segmento, & ei quod à reliquo segmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶Data enim recta linea a/b, vtcunq; secetur in puncto c. Aio ex tota a/b/& vno segmentorum, vtpote a/c, vtraque descripta quadrata: æqualia fore ei quod bis sub a/b/& a/c/continetur rectangulo, & ei quod ex c/b/fit quadrato. Ex ipsa enim a/b/describatur quadratum a/b/d/e, per quadragesimamsextam primi: & connectatur a/e/dimetiens, per primum postulatum. Per punctum deinde c, ducatur c/f/ipsis a/d/& b/e/parallela, secans a/e/dimetientem in g. & per idem punctum g, vtriq; a/b/& d/e/parallela rursum ducatur h/k: per trigesimamprimam primi. Erunt igitur h/c/& f/k/parallelogramma, circa dimetientem a/e/consistentia, quadrata: per quartæ huius corollarium. Et quoniam c k/& h/f/supplementa, sunt per quadragesimamtertiam ipsius primi adinuicem æqualia: addatur vtriq;, commune quadratū h/c. Totū igitur rectangulū a/k, toti a/f, per secundā communē sentētiam erit æquale. Est autem ipsi a/k/ æquum id quod sub tota a/b, & segmento a/c/ continetur rectangulo: nam a/c, ipsi a/h, per quadrati diffinitionē est æqualis. Rectangulis itaq; a/k/& a/f, æquum est id quod bis sub a/b/& a/c/continetur rectangulum. Eisdem porrò a/k/& a/f/rectangulis, æquatur gnomon f/a/k, & quadratū insuper h/c (bis enim cū ipsis a/k/& a/f/rectangulis, includitur quadratū h/c) gnomon igitur f/a/k, vnà cum quadrato h/c, æqualis est ei quod bis sub a/b/& a/c/comprehenditur rectāgulo. Addatur insuper ei quod sub a/b/& a/c/cōtinetur rectāgulo, quadratū quod ex c/b: eisdē porrò gnomoni f/a/k/& quadrato h/c, quadratū f/k/ ei quod ex c/b/fit æquale (nā c/b/& g/k/æquales sunt adinuicem, per trigesimamquartam primi.) Quod igitur sub a/b/& a/c/bis comprehenditur rectangulū, vnà cum eo quod ex c/b/fit quadrato: æquum est gnomoni f/a/k, & ipsis f/k/& h/c/quadratis. Ipsis porrò gnomoni f/a/k, & quadrato f/k: æquum est quadratum a/b/d/e, nempe totum suis partibus integralibus. Est autem a/b/d/e/quadratum, id quod ex tota a/b/descriptum est: & h/c, id quod sub a/c/segmento. Quod igitur ex tota a/b, & segmento a/c/vtraque fiunt quadrata: æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub tota a/b, & dicto segmento a/c, & ei quod sub reliquo segmento c/b/fit quadrato. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Figuræ præparatio.

Demonstratio theorematis.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Ἐὰμ εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτωρ περιεχόμενομ ὀρθογώνιομ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσομ ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 8, Propositio 8.

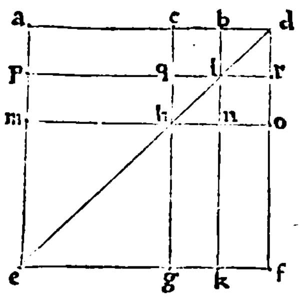
SI recta linea secetur vtcunque: rectangulum comprehensum quater sub tota & vno segmẽtorum, cum eo quod ex reliquo segmento est quadrato, æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanquam ab vna descripto quadrato. 8

ORONTIVS. ¶Esto a/b/recta linea, vtcunque secta in puncto c. dico quòd rectangulũ quater sub tota a/b, & vno segmentorum, vtpote b/c/ comprehensum, vnà cum quadrato quod fit ex a/c: æquum est ei, quod ex a/b/& eodem segmento b/c, tanquam ab vna describitur quadrato. Producatur enim a/b/in directum versus d, per secundum postulatum: & ponatur b/d/æqualis ipsi b/c, per tertiam primi. Ex a/d/autem describatur quadratum a/d/e/f, per quadragesimamsextam eiusdem primi: & connectatur dimetiens e/d, per primum postulatum. Per trigesimamprimam deinde ipsius primi, per c/& b/puncta, ipsis a/e/& d/f/parallelæ ducantur c/g/& b/k, dimetientem e/d/secantes in punctis h, l: & per eandem trigesimamprimã, per puncta h/& l, ipsis a/d/& e/f/ parallelæ rursum ducantur m/h/o/& p/l/r.

Figuræ constructio.

Demonstratio theorematis.

Et quoniam per constructionem, c/b/ipsi b/d/est æqualis: & q/l/ipsi c/b, necnon l/r, ipsi b/d, per trigesimamquartam primi. Est igitur q/l/æqualis ipsi l/r, per primam communem sententiam: quæ enim æqualibus æqualia sunt, ea sunt æqualia adinuicem. & h/n/cõsequenter, ipsi n/o/ itidem concludetur æqualis. Parallelogrammum itaque b/r/æquum est ipsi c/l, & proinde q/n/ipsi l/o/parallelogrammo æquale, per trigesimamsextã ipsius primi: sunt enim b/r/& c/l/ in æqualibus basibus, ac in eisdem parallelis constituta, similiter & q/n/atque l/o. Atqui c/l/& l/o/supplementa eorum quæ circa dimetientem h/d/sunt parallelogrammorum, per quadragesimamtertiam eiusdem primi æqualia sunt adinuicem. Igitur b/r/& q/n/parallelogramma, æquis sunt æqualia parallelogrammis: & æqua propterea adinuicem, per eandem primam communem sententiam. Quatuor igitur b/r, c/l, l/o, & q/n, sunt adinuicem ęqualia: & quadrupla cõsequenter ipsius c/l. Insuper quoniam b/r/& q/n/parallelogramma, per corollarium quartæ huius sunt quadrata: æqualis est b/l/ipsi b/d, & q/h/ipsi q/l, per ipsius quadrati diffinitionem.



Eidem porrò b/d/æqualis est c/b, per constructionem: & b/l/ igitur ipsi c/b, per primam communem sententiam est æqualis. Ipsi rursum c/b/æqualis est q/l, necnon c/q/ipsi b/l/æqualis, per trigesimamquartã primi: & c/q/ igitur ipsi q/l, per eandem communem sententiam est æqualis. at q/h/eidem q/l/æqualis pręostensa est: & c/q/igitur, ipsi q/h, per ipsam primam communem sententiam est æqualis. Patuit autem, quòd & h/n/ipsi n/o/itidem æqualis est. Parallelogrammum igitur a/q/ipsi p/h, necnon h/k/ipsi n/f/, per trigesimamsextam primi coæquatur: sunt enim a/q/& p/h/similiter & h/k/atque n/f/ in basibus æqualibus/ ac in eisdem parallelis, constituta. Vtrunque igitur a/q/& p/h, dimidium est ipsius a/h: necnon vtrunque h/k/& n/f, ipsius h/f/dimidium. Et quoniam a/h/& h/f/supplementa eorum quæ circa dimetientem e/d/sunt parallelogrammorum, æqualia sunt adinuicem, per quadragesimãtertiam primi: & quæ æqualium sunt dimidium, ea sunt adinuicem æqualia, per septimam communem sententiam. Quatuor igitur a/q, p/h, h/k, & n/f, æqualia sunt adinuicem: & quadrupla consequenter ipsius a/q/parallelogrammi. Ostensum est autem, quòd & b/r, c/l, l/o, & q/n, quadruplũ sunt ipsius c/l. Octo igitur parallelogramma/m/d/g/gnomonem constituentia, quadruplum efficiunt totius a/l/parallelogrammi. Est autem a/l/parallelogrammo, id quod sub a/b/& b/c/continetur rectangulum æquale: nam b/l/ipsi b/c/æqualis ostensa est. Rectangulum igitur quater sub a/b/& b/c/comprehensum, æquum est gnomoni m/d/ g. Addatur ei quod sub a/b/& b/c/ quater comprehenditur rectangulo, quadratum quod ex a/c: ipsi autem gnomoni m/d/g, quadratum m/g/eidem quod ex a/c/fit æquale (nam a/c, ipsi m/h/per trigesimamquartam primi est æqualis.) Quater igitur sub a/b/ & b/c/comprehensum rectangulum, vnà cum quadrato quod ex a/c: æquatur quadratum,duplum est eius quod ex e/f. Aequalis autem est e/f/ ipsi c/d, per trigesimam quartam primi:& quæ ab æqualibus rectis describuntur quadrata,æqualia sunt adinuicem, per ipsum quadragesimæsextæ primi corollarium. Quod igitur ex e/g/fit quadratum, duplum est eius quod ex c/d.Ostendimus autem descriptũ ex a/e/quadratum,duplum itidem fore eius quod fit ex a/c.Quæ igitur ex a/e/& e/g/vtraque quadrata,dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum. Eis autem quæ ex a/e/& e/g/fiunt quadratis, æquum est rursum quod ex a/g/describitur,per ipsam quadragesimamseptimam primi:rectus est enim a/e/g/angulus.Descriptum itaque ex a/g/ quadratum, duplum est eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum.Ei demum quod ex a/g/fit quadrato,æqualia sunt quę ex a/d/& d/g/ quadrata describuntur,per sæpius allegatam quadragesimamseptimam primi:quoniam a/d/ g/angulus,rectus est.Ergo descripta ex a/d/& d/g/quadrata, eorum quæ ex a/c/& c/d/fiũt quadratorũ dupla sunt.Aequalis porrò ostensa d/b,ipsi d/g:& vnius propterea quadratum, alterius quadrato æquum fore necessum est. Quod igitur ex tota a/b/cum adposita b/d,& quod ex eadem b/d/adposita vtraq; quadrata:dupla sunt eius quod ex a/c/dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia c/b/ & adiuncta b/d/ tanquam ex vna descriptorum quadratorum.Quod demonstrare oportebat.

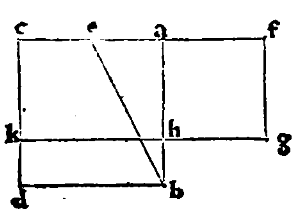
Πρόβλημα α, Πρόθεσις ια.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Problema I, *Propositio* II.

II Datam rectam lineam secare:vt quod ex tota & altero segmẽto comprehensum rectangulum,æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento quadrato.

ORONTIVS. ¶Esto recta linea a/b:quam oporteat ita secare,vt quod ex tota a/b/& altero segmento comprehendetur rectangulum,æquum sit ei quod à reliquo segmento fiet quadrato.Ex a/b/igitur,describatur quadratum a/b/c/d, per quadragesimamsextam primi. Ipsa postmodùm c/a,bifariam secetur in puncto e,per decimam ipsius primi.& per primum postulatum,connectatur e/b/recta.producatur deinde c/a/in rectum versus f,per secundum postulatum:atque ipsi b/e,secetur æqualis e/f,per tertiam primi. Per ipsam rursum quadragesimamsextam primi,describatur ex a/f,quadratum a/f/g/h:& per idem secundum postulatum, producatur g/h/directè in k. Secta est igitur a/b/in puncto h:idque tali ratione,vt quod sub a/b/& b/h/comprehenditur rectangulum,æquum sit ei quod ex a/h/fit quadrato. Recta enim linea c/a/secta est bifariam in puncto e,cui in rectum adposita est a/f:comprehensum igitur sub c/f/ & f/a/rectangulum , vnà cum quadrato quod fit ex e/a, æquum est quadrato quod ex e/f/describitur,per sextam huius propositionem.Data est autem e/f/ipsi e/b/ æqualis : & quæ ab æqualibus rectis quadrata describuntur , sunt adinuicem æqualia. *Confirmatio problematis.*



Comprehensum igitur sub c/f/& f/a/rectangulum,vnà cũ quadrato quod fit ex e/a:æquum est ei quod ex e/b/describitur quadrato.Quadrato rursum quod fit ex e/b,æqualia sunt quæ ex e/ a/& a/b/describuntur quadrata , per quadragesimamseptimam primi.Rectangulum igitur quod sub c/f/& f/a/continetur, vnà cum eo quod ab e/a/fit quadrato:æquatur eis,quæ ex e/a/& a/ b/fiunt quadratis . Auferatur quadratum quod ex e/a, vtrique commune . Reliquum ergo quod sub c/f/ & f/a/continetur rectangulum:æquum est ei quod ex a/b/describitur quadrato,per tertiam communem sententiam . Atqui a/b/c/d/quadratum est id , quod fit ex a/b.& c/g/ rectangulum,æquum ei quod sub c/f/ & f/a,continetur : æqualis est enim f/g/ ipsi f/a,sunt enim eiusdem quadrati latera. Rectangulum igitur c/g , æquum est quadrato a/b/c/d.Auferatur pars c/h,vtrique communis.Reliquum itaque rectangulum d/h,reliquo a/g/quadrato,per eandem tertiam communem sententiam est æquale.Porrò d/h/rectangulum,æquum est ei quod sub a/b/& b/ h segmento continetur:est enim b/d , ipsi a/b/æqualis , per ipsius quadrati diffinitionem.a/g/verò , æquum est ei quod ex h/a/reliquo segmento fit quadrato:descriptum est enim ex a/f,quæ ipsi a/h/rursum æquatur. Comprehensum ergo sub a/b/ & b/h/rectangulũ,æquum est ei quod ex a/h/fit quadrato. Data igitur recta linea a/b, tali ratione ſecta eſt in puncto h:vt comprehenſum ſub tota a/b, & vno ſegmentorum (vtpote b/h)rectangulum, æquum ſit ei quod ex reliquo ſegmento h/a/fit quadrato. Quod faciendum ſuſceperamus.

Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ.

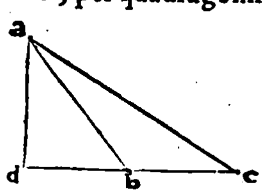
Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 11, Propoſitio 12.

IN obtuſiangulis triangulis, quod ad obtuſum angulum ſubtendēte latere fit quadratum, maius eſt eis quæ fiunt ad obtuſum angulum comprehendentibus lateribus quadratis: comprehenſo bis ſub vno eorū, quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod protractum cadit perpendicularis, & aſſumpto extrinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum. 12

ORONTIVS. ¶Sit triangulum obtuſiangulum ſeu amblygonium a/b/c, habens obtuſum angulum qui ab b. producatur ergo c/b/latus in rectum verſus d, per ſecūdum poſtulatum: & per duodecimam primi, à dato puncto a, in productum latus c/b, perpendicularis ducatur a/d. Aio quòd deſcriptum ex a/c/quadratum, eis quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis, maius eſt, comprehenſo bis ſub c/b/& b/d/ rectangulo. Cùm enim recta c/d, vtcunque ſecta ſit in b: deſcritpum igitur ex d/c/quadratum, æquum eſt eis quæ ex d/b/& b/c/quadratis, & ei quod bis ſub d/b/& b/c/comprehenditur rectangulo, per quartam huius ſecundi. His autem æqualibus, addatur commune quadratum quod ex a/d. quæ igitur ex a/d/& d/c/vtraque quadrata, æqua ſunt eis quæ ex a/d, & d/b, & b/c/fiunt quadratis, & bis comprehenſo ſub d/b/& b/c/rectangulo. Quadratis porrò quæ ex a/d/& d/b, æquum eſt id quod fit ex a / b, per quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim angulus qui ad d. Quadrata igitur quæ ex a/d/ & d/c, eis quæ fiunt ex a/b/& b/c/quadratis ſunt æqualia, & ei quod bis ſub d/b/& b/c/continetur rectangulo. Quadratis rurſum quæ ex a/d/& d/c, æquum eſt quadratum quod ex a/c/per eandem quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ex a/c/fit quadratum, æquum eſt eis quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis, & comprehenſo bis ſub d/b/& b/c/rectangulo. Superat igitur deſcriptum ex a/c/quadratum, ea quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadrata: comprehenſo bis ſub c/b / & b/d/rectangulo. In obtuſiangulis igitur, ſeu amblygonijs triangulis: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportuit oſtendiſſe.

Deductio theorematis.



Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης αὐτῆς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 12, Propoſitio 13.

IN oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum ſubtendente latere fit quadratum, minus eſt eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: comprehenſo bis ſub vno eorum, quæ ſunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulum. 13

ORONTIVS. ¶Sit datum oxygonium, ſiue acutiangulum triangulum a/b/c, & datus in eo acutus angulus qui ad b. Ducatur itaque in latus b/c, à puncto a, quod in eo non eſt, perpendicularis a/d: per duodecimam primi. Dico quadratum quod fit ex a/c, minus eſſe eis quadratum, duplum est eius quod ex e/f. Aequalis autem est e/f/ ipsi c/d, per trigesimam quartam primi: & quæ ab æqualibus rectis describuntur quadrata, æqualia sunt adinuicem, per ipsum quadragesimæsextæ primi corollarium. Quod igitur ex e/g/fit quadratum, duplum est eius quod ex c/d. Ostendimus autem descriptū ex a/e/quadratum, duplum itidem fore eius quod fit ex a/c. Quæ igitur ex a/e/& e/g/vtraque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum. Eis autem quæ ex a/e/& e/g/fiunt quadratis, æquum est rursum quod ex a/g/describitur, per ipsam quadragesimamseptimam primi: rectus est enim a/e/g/angulus. Descriptum itaque ex a/g/ quadratum, duplum est eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum. Ei demum quod ex a/g/fit quadrato, æqualia sunt quę ex a/d/& d/g/ quadrata describuntur, per sæpius allegatam quadragesimamseptimam primi: quoniam a/d/g/angulus, rectus est. Ergo descripta ex a/d/& d/g/quadrata, eorum quæ ex a/c/& c/d/fiūt quadratorū dupla sunt. Aequalis porrò ostensa d/b, ipsi d/g: & vnius propterea quadratum, alterius quadrato æquum fore necessum est. Quod igitur ex tota a/b/cum adposita b/d, & quod ex eadem b/d/adposita vtraq; quadrata: dupla sunt eius quod ex a/c/dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia c/b/ & adiuncta b/d/ tanquam ex vna descriptorum quadratorum. Quod demonstrare oportebat.

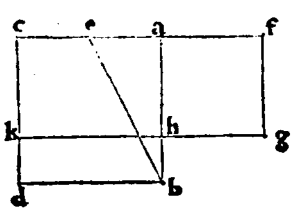
Πρόβλημα α, Πρόθεσις ια.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Problema I, *Propositio* II.

11 DAtam rectam lineam secare: vt quod ex tota & altero segmēto comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento quadrato.

ORONTIVS. ¶Esto recta linea a/b: quam oporteat ita secare, vt quod ex tota a/b/& altero segmento comprehendetur rectangulum, æquum sit ei quod à reliquo segmento fiet quadrato. Ex a/b/igitur, describatur quadratum a/b/c/d, per quadragesimamsextam primi. Ipsa postmodùm c/a, bifariam secetur in puncto e, per decimam ipsius primi. & per primum postulatum, connectatur e/b/recta. producatur deinde c/a/in rectum versus f, per secundum postulatum: atque ipsi b/e, secetur æqualis e/f, per tertiam primi. Per ipsam rursum quadragesimamsextam primi, describatur ex a/f, quadratum a/f/g/h: & per idem secundum postulatum, producatur g/h/directè in k. Secta est igitur a/b/in puncto h: idque tali ratione, vt quod sub a/b/& b/h/comprehenditur rectangulum, æquum sit ei quod ex a/h/fit quadrato. Recta enim linea c/a/secta est bifariam in puncto e, cui in rectum adposita est a/f: comprehensum igitur sub c/f/ & f/a/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/a, æquum est quadrato quod ex e/f/describitur, per sextam huius propositionem. Data est autem e/f/ipsi e/b/ æqualis: & quæ ab æqualibus rectis quadrata describuntur, sunt adinuicem æqualia. *Confirmatio problematis.*



Comprehensum igitur sub c/f/& f/a/rectangulum, vnà cū quadrato quod fit ex e/a: æquum est ei quod ex e/b/describitur quadrato. Quadrato rursum quod fit ex e/b, æqualia sunt quæ ex e/a/& a/b/describuntur quadrata, per quadragesimamseptimam primi. Rectangulum igitur quod sub c/f/& f/a/continetur, vnà cum eo quod ab e/a/fit quadrato: æquatur eis, quæ ex e/a/& a/b/fiunt quadratis. Auferatur quadratum quod ex e/a, vtrique commune. Reliquum ergo quod sub c/f/ & f/a/continetur rectangulum: æquum est ei quod ex a/b/describitur quadrato, per tertiam communem sententiam. Atqui a/b/c/d/quadratum est id, quod fit ex a/b. & c/g/ rectangulum, æquum ei quod sub c/f/ & f/a, continetur: æqualis est enim f/g/ ipsi f/a, sunt enim eiusdem quadrati latera. Rectangulum igitur c/g, æquum est quadrato a/b/c/d. Auferatur pars c/h, vtrique communis. Reliquum itaque rectangulum d/h, reliquo a/g/quadrato, per eandem tertiam communem sententiam est æquale. Porrò d/h/rectangulum, æquum est ei quod sub a/b/& b/ h segmento continetur: est enim b/d, ipsi a/b/æqualis, per ipsius quadrati diffinitionem. a/g/verò, æquum est ei quod ex h/a/reliquo segmento fit quadrato: descriptum est enim ex a/f, quæ ipsi a/h/rursum æquatur. Comprehensum ergo sub a/b/ & b/h/rectangulū, æquum est ei quod ex a/b/fit quadrato. Data igitur recta linea a/b, tali ratione secta est in puncto h: vt comprehensum sub tota a/b, & vno segmentorum (vtpote b/h) rectangulum, æquum sit ei quod ex reliquo segmento h/a/ fit quadrato. Quod faciendum susceperamus.

Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ,

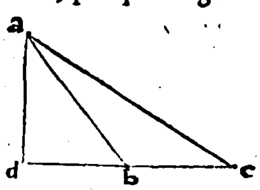
Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσα ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 11, Propositio 12.

IN obtusiangulis triangulis, quod ad obtusum angulum subtendēte latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ad obtusum angulum comprehendentibus lateribus quadratis: comprehenso bis sub vno eorũ, quæ sunt circa obtusum angulum, in quod protractum cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ad obtusum angulum. 12

ORONTIVS. ¶ Sit triangulum obtusiangulum seu amblygonium a/b/c, habens obtusum angulum qui ab b. producatur ergo c/b/ latus in rectum versus d, per secũdum postulatum: & per duodecimam primi, à dato puncto a, in productum latus c/b, perpendicularis ducatur a/d. Aio quòd descriptum ex a/c/ quadratum, eis quæ ex a/b/ & b/c/ fiunt quadratis, maius est, comprehenso bis sub c/b/ & b/d/ rectangulo. Cùm enim recta c/d, vtcunque secta sit in b: descritpum igitur ex d/c/ quadratum, æquum est eis quæ ex d/b/ & b/c/ quadratis, & ei quod bis sub d/b/ & b/c/ comprehenditur rectangulo, per quartam huius secundi. His autem æqualibus, addatur commune quadratum quod ex a/d. quæ igitur ex a/d/ & d/c/ vtraque quadrata, æqua sunt eis quæ ex a/d, & d/b, & b/c/ fiunt quadratis, & bis comprehenso sub d/b/ & b/c/ rectangulo. Quadratis porrò quæ ex a/d/ & d/b, æquum est id quod fit ex a/b, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad d. Quadrata igitur quæ ex a/d/ & d/c, eis quæ fiunt ex a/b/ & b/c/ quadratis sunt æqualia, & ei quod bis sub d/b/ & b/c/ continetur rectangulo. Quadratis rursum quæ ex a/d/ & d/c, æquum est quadratum quod ex a/c/ per eandem quadragesimamseptimam primi. Quod igitur ex a/c/ fit quadratum, æquum est eis quæ ex a/b/ & b/c/ fiunt quadratis, & comprehenso bis sub d/b/ & b/c/ rectangulo. Superat igitur descriptum ex a/c/ quadratum, ea quæ ex a/b/ & b/c/ fiunt quadrata: comprehenso bis sub c/b/ & b/d/ rectangulo. In obtusiangulis igitur, seu amblygonijs triangulis: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Deductio theorematis.



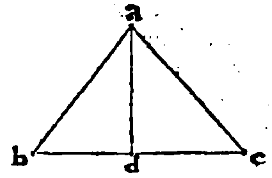
Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 12, Propositio 13.

IN oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum subtendente latere fit quadratum, minus est eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: comprehenso bis sub vno eorum, quæ sunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulum. 13

ORONTIVS. ¶ Sit datum oxygonium, siue acutiangulum triangulum a/b/c, & datus in eo acutus angulus qui ad b. Ducatur itaque in latus b/c, à puncto a, quod in eo non est, perpendicularis a/d: per duodecimam primi. Dico quadratum quod fit ex a/c, minus esse eis quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis, comprehenso bis sub c/b/& b/d/rectangulo. Recta si quidem linea b/c, secta est vtcunque in puncto d: quod igitur ex tota c/b/& segmento b/d/ vtraque quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub tota c/b/& eodem segmento b/d/rectangulo, & ei quod ex reliquo segmento d/c/ fit quadrato: per septimam huius secundi. *sumaria theorematis ostensio.*



Addatur ipsis æqualibus, commune quadratum quod fit ex a/d: quę igitur ex c/b/& b/d/& d/a/fiunt quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub c/b/& b/d/rectangulo, & eis quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis, per secundam communem sententiam. Eis autem quæ ex b/d/& d/a/fiunt quadratis, æquum est id quod ex a/b/describitur, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad/d. Igitur quadrata quę fiūt ex a/b/& b/c, ęqualia sunt bis sumpto sub c/b/& b/d/rectangulo, & eis quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis. Eisdem porrò quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis, æquum est rursum id quod ex a/c/describitur, per eandem quadragesimamseptimam primi: rectus est enim, qui sub a/d/c/angulus. Quæ igitur ex a/b/& b/c/vtraque quadrata, æqua sunt bis comprehenso sub c/b/& b/d/rectangulo, & ei quod ex a/c/est quadrato. Superatur ergo id quod ex a/c/fit quadratum, ab ijs quæ ex a/b/& b/c/ fiunt quadratis, comprehenso bis sub c/b/& b/d/rectangulo. In oxygonijs itaque, vel acutiangulis triangulis: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Corollarium.

Hinc facilè colligitur, huiuscemodi perpendicularem, in rectangulis triangulis, necessariò coincidere super ipsius trianguli latus, hoc est, neque intra, neque extra triangulum: in amblygonijs verò extra, & in oxygonijs intra. Non potest enim perpendicularis ipsa in amblygonijs neque in oxygonijs triangulis, cum ipso trianguli latere conuenire: obtusus enim vel acutus angulus, foret æqualis recto, contra vndecimam & duodecimam diffinitionem primi. Similiter nec in amblygonijs intra, vel in oxygonijs extra potest incidere: tunc enim trianguli exterior angulus, minor esset interiore & ex opposito, contra decimamsextam ipsius primi. Nec te fugiat insuper, quòd hic de latere oxygonij proponitur trianguli: verum etiam habere, de quocunque latere angulum acutum tam in rectangulis quàm amblygonijs triangulis subtendente. *Notandum.*

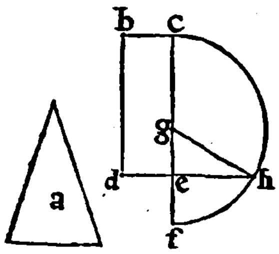
Πρόβλημα β, Πρόθεσις ιδ.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Problema 2, Propositio 14.

14 DAto rectilineo, æquum quadratum constituere.

ORONTIVS. Esto datum rectilineum a: cui oporteat æquale quadratum constituere. In primis ergo ipsi a/rectilineo, æquale constituatur parallelogrammum rectangulum b/c/d/e: per quadragesimamquintam primi. Si igitur c/e/ & e/d/latera, fuerint adinuicem æqualia: constabit iam ipsius problematis intentio, erit enim b/c/d/e/ parallelogrammum quadratum. At si latus c/e/ ipsi e/d/non fuerit æquale, alterum eorum erit maius: esto maius c/e. Producatur igitur c/e/in rectum versus f, per secundum postulatum: detúrque e/f, ipsi e/d/æqualis, per tertiam primi. Recta insuper c/f/diuidatur bifariam in puncto g, per decimam eiusdem primi. Et centro g, interuallo autem g/c/aut g/f, semicirculus describatur c/h/f: per tertium postulatum. Et per secundum postulatum, producatur d/e/in rectum vsque ad h: & connectatur g/h/recta, per primum postulatum. His ita constructis, quoniam recta linea c/f/secta est in æqualia in g/& in non æqualia in puncto e: rectangulum igitur comprehensum sub c/e/& e/f, vnà cum quadrato quod ex e/g, æquum est ei quod à dimidia g/f/describitur quadrato, per quintam huius. Aequalis est autem g/f/ipsi g/h, per decimamquintam diffinitionem primi: & ab æqualibus lineis rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollarium quadragesimæsextæ primi. Comprehensum igitur sub c/e/& e/f/rectangulum, vnà cum quadrato quod ab e/g: æquum est ei quod ex g/h/fit quadrato. Ei porrò quod ex g/h/fit quadrato, æqualia sunt ea, quæ ex g/e/& e/h/describuntur, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad e, per decimamtertiam, aut vigesimamnonam ipsius primi. Comprehensum igitur sub c/e/ *Vt constituenda figura.* *Demōstratur problema.*



& e/f/rectangulum, vnà cum eo quòd ex g/e/ fit quadrato: æquum est ijs, quæ ab eadem g/e/& ipsa e/h/fiunt quadratis. Tollatur id quod ex g/e/fit quadratum, vtrisque æqualibus commune. Reliquum igitur rectangulum sub c/ e/ & e/ f/ comprehensum, æquum erit descripto ex e/h/quadrato: per tertiam communem sententiam. Ipsi porrò sub c/e/& e/f/ comprehenso rectangulo, æquum est b/c/d/e/ parallelogrammum: ipsa enim e/ f, data est æqualis e/ d. Igitur b/c/d/e/parallelogrammo, æquum est id quod ex e h/fit quadratum, per primam communem sententiam. Eidem rursum b/c/d/e/parallelogrammo, æquum est datum a/ rectilineum, per constructionem. Per eandem itaque primam communem sententiam, dato a/rectilineo: æquum est id quod ex e/ h/ fit quadratum. Quod fuerat in primis constituendum.

(∴)

Secundi Libri Geometricorum Elementorum,

FINIS.

Orontij Finei, Delphinatis, Regij MATHEMATICARVM PROFESSORIS, IN Tertium elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Ὅροι.

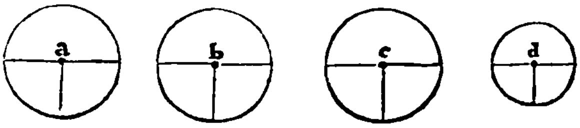
Ἴσοι κύκλοι ἐσὶν, ὧν αἱ διάμετροι ἐσὶν ἴσαι, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων, ἴσαι ἐσίν.

Diffinitiones

AEquales circuli ſunt, quorum dimetiẽtes ſunt æquales: vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.

Quales tibi repræſentant ſubſcripti a/ & b/circuli. Hinc patet circulorum non æqualium diffinitio. Quorum enim dimetiẽtes, vel quæ ex centris fuerint inæquales: & ipſi quoque inæquales erunt circuli. Maior autem erit, cuius dimetiens, vel quæ ex centro maior: minor verò, cuius dimetiens, vel quæ ex centro minor extiterit. veluti ſunt c/& d/circuli: quorum c, maior eſt ipſo d.

Circulorũ inæqualiũ contraria diffinitio.

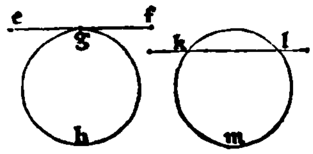


Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη, οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulum tangens & eiecta, circulum non ſecat.

Hanc tibi repræſentat e/f, tangens circulum g/h, in puncto quidem g. Quæ igitur cadit intra circulum: eiecta, circulum ſecare perhibetur. veluti recta k/ l, quæ datum k/ l/ m/ circulum interſecat.

Quæ circulũ ſecat.

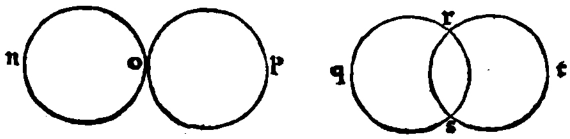


Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

Circuli ſeſe tangere adinuicem dicuntur: qui ſeſe adinuicem tangentes, ſe non inuicem ſecant.

Quales eſſe vidẽtur n/o/& o/p/circuli, in o/puncto ſeſe inuicem contingentes. Cùm porrò vnius circunferentia, alterius ingreditur aream: tunc huiuſcemodi circuli, ſeſe dicuntur interſecare. Veluti circuli q/r/s, & r/s/t, in punctis quidem r/& s/ ſe mutuò interſecantes.

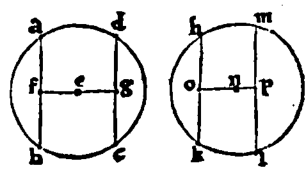
Circuli ſeſe interſecantes.



Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι. μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur: cùm à centro in eas penpendiculares ductæ ſunt æquales. Magis autem diſtare dicitur: in quam maior perpendicularis cadit.

Quẽadmodùm in a/b/c/d/circulo, cuius centrum e, exiſtentes lineæ rectæ a/b/& c/d, æqualiter ab eodẽ centro e/ diſtare cenſentur: propterea quod e/f/& e/g/perpẽdiculares, ſunt inuicẽ æquales. In circulo porrò h/k/l/m, cuius centrũ n, plus diſtare dicitur h/k/à cẽtro n, quàm l/m: quoniã perpendicularis n/o, maior eſt n/p.

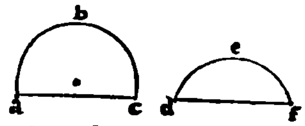


Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

Sectio circuli: est figura cōprehēsa sub recta linea, & circuli circūferētia. 5

Sectio: maior, minor.

In exemplum habes a/b/c/ & d/e/f/ circulorum sectiones: sub rectis a/c/ & d/f, & a/b/c/ atque d/e/f/ circunferentijs comprehensas. Quarum a/b/c/ centrum includens, maior est ipsa d/e/f/ extra centrum constituta.



Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶ, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

Sectionis angulus: est qui sub recta linea, & circuli circunferentia comprehenditur. 6

Cuiusmodi est angulus b/a/c, antecedētis descriptionis: sub a/c/ recta, & a/b/ circūferentia comprehensus. aut e/d/f/ angulus, qui sub recta d/f, & d/e/ circunferentia continetur.

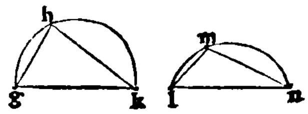
Anguli mixti.

Quos quidem angulos mixtos vocitare solemus: id est, sub recta & curua linea cōprehēsos.

Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶ, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος, ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥτις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι: ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. 7

In sectione autem angulus est: cùm in circunferentia sectionis cōtingit aliquod punctum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ basis est sectionis, rectæ lineæ cōiunguntur: Contētus angulus, sub coniūctis rectis lineis.

Quemadmodùm ex subiectæ descriptionis angulis g/h/k, & l/m/n, deprehendere licet. A puncto enim h, in fines ipsius rectæ g/k (quæ basis dicitur) rectæ lineæ h g/ & h/k/ coniunctæ: angulum ipsum g/h/k/ in data sectione, & ad punctum h/ constituunt. Idem censeto de l/ m/n/ alterius sectionis angulo.

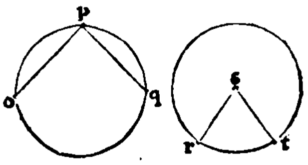


Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία. 8

Cum verò comprehendentes angulum rectæ lineæ, aliquam suscipiunt circunferentiam: in illa angulus esse dicitur.

Veluti sunt o/p/ & p/q/ lineæ rectæ, angulū qui ad pūctū p/ comprehendētes, & o/p/q/ suscipientes circūferētiam. In ipsa igitur circunferētia o/p/q, comprehensus angulus esse dicitur. Quòd si rectę lineę angulum cōstituentes, ad centrū conueniant circuli: comprehēsus tūc angulus in cētro dicetur esse circuli, veluti angulus r/s/t, sub rectis r/s/ & s/t/ ex centro s/ prodeuntibus comprehensus.

Angulus in centro.



Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶ, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης, ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

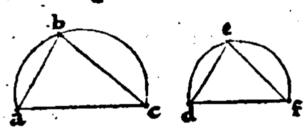
Sector autem circuli est: cùm ad centrum circuli steterit angulus, comprehensa figura sub angulum comprehēdentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circunferentia. 9

Cuiusmodi esse videtur figura r/s/t/ antecedentis descriptionis, sub rectis lineis r/s/ & s/t/ angulum qui ad centrum s/ constituentibus, & circunferentia r/t/ comprehensa. Differt igitur sector, à sectione circuli.

Ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστὶ, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Similes sectiones circuli sunt quæ angulos æquos suscipiūt, vel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales. 10

Vti subiectæ circuli sectiones a/b/c/ & d/e/f: in quibus anguli qui ad b/ & e, sunt inuicē æquales. Quāuis itaq; circuli sectiones fuerint inæquales, possunt nihilominus esse similes. Nam similitudo sectionū respicit tantummodò susceptorū angulorū æqualitatē: non autē datarum sectionum magnitudinem. quemadmodùm angulorum magnitudo, nō linearū angulos ipsos comprehendentium quantitatem: sed earundem linearum solam respicit inclinationem.



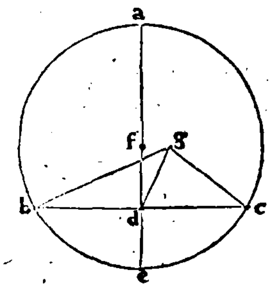
Πρόβλημα α, Πρόθεσις α

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Problema 1, Propositio 1.

1 DAti circuli, centrum inuenire.

ORONTIVS. ¶Esto datus a/b/c/ circulus: cuius oporteat inuenire centrum. Ducatur in ipso a/b/c/ circulo, recta quædam linea b/c: quæ bifariam secetur in d, per decimam primi. Et à puncto d, datæ rectæ lineæ b/c, ad angulos rectos excitetur d/a, per vndecimam eiusdem primi: producatúrque in rectum vsque ad e, per secũdum postulatum. Secetur tandem a/e/ bifariam in puncto f, per ipsam decimam primi. Dico, quòd f/punctum, centrum est ipsius dati a/b/c/ circuli. Si enim non fuerit in a/e/linea recta, erit igitur extra eam. esto (si possibile sit) in g: & connectantur g/b, g/d, & g/c/rectæ, per primum postulatum. Et quoniam b/d, ipsi d/c/est æqualis, & vtrique communis d/g: binæ igitur b/d/ & d/g/ triãguli b/d/g, duabus g/d/ & d/c/ trianguli g/d/c, sunt altera alteri æquales. Basis quoque b/g, basi g/c (si g/ foret centrum circuli) per decimamquintam primi diffinitionem esset æqualis. Per octauam igitur ipsius primi, angulus b/d/g, angulo g/d/c/ sub æquis lateribus comprehenso, respondenter æquaretur. Recta itaque linea g/d, incidens in rectam b/c, efficeret vtrobique angulos æquales: ergo rectos, per decimam primi diffinitionem. Rectus igitur esset b/d/g/ angulus. Atqui b/d/a/ rectus est, per constructionem: sunt que recti omnes æquales adinuicem, per quartũ postulatum. Et b/d/g/ itaque angulus, æquus esset angulo b/d/a: totus videlicet suæ parti, contra nonam communem sententiam. Recta enim d/a/ cadit inter b/d/ & d/g: diuiditque propterea angulum b/d/g. Non est igitur centrum a/b/c/ circuli in g. Haud dissimiliter ostendemus, quòd nec alibi quàm in puncto f. Igitur f/ centrum est dati circuli a/b/c. Quod inueniendum fuerat. *Demonstratio ab impossibili*



¶Corollarium.

¶Si igitur in circulo recta linea, aliam quãdam rectam lineam bifariam, & ad rectos secuerit angulos: in ipsa diuidente erit centrum dati circuli.

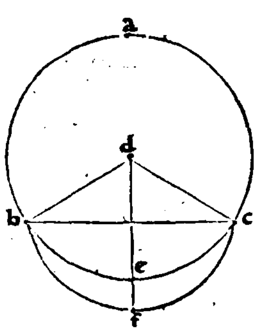
Θεώρημα α, Πρόθεσις β.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Theorema 1, Propositio 2.

2 SI in circuli cercunferentia duo fuerint puncta vtcunque contingentia: ad ea puncta applicata recta linea, intra ipsum circulum cadit.

ORONTIVS. ¶Sit a/b/c/ circulus: in cuius circunferentia sint b/ & c/ vtcunque contingentia puncta. Aio quòd connexa ex b/ in c/ recta linea, cadit intra circulum a/b/c. Si enim non cadit intra: coincidit igitur in comprehensam circunferentiam, vel cadit extra circulum. Atqui recta ipsa, cum ipsius circuli circunferentia minimè potest conuenire: non differret enim rectum à curuo. Cadat igitur, si possibile sit, extra circulum a/b/c. & inuento ipsius circuli centro d, per primam huius, susceptóque puncto e/ in b/c/ circunferentia: connectantur d/b, d/e, & d/c/ rectæ lineæ, per primum postulatum: producatúrque per secundum postulatum, recta d/e/ in directum vsque ad f, hoc est, in eam quæ extra cadere concessa est. Erunt igitur d/b, d/e, & d/c, adinuicem æquales, per decimamquintam diffinitionem primi: & d/f/ insuper maior ipsa d/e, per nonam communem sententiam. Triangulum itaque erit d/b/f/c, atque isosceles: quoniam d/b/ æqualis est ipsi d/c. Vnde per quintam primi, anguli d/b/c/ & d/c/b, qui ad basin b/f/c: erunt adinuicem æquales. Triangulum insuper erit d/b/f, & ipsum b/f/ latus, productum in c: exterior igitur angulus d/f/ c, maior erit interiore & ex opposito d/b/f, per *Ostensio rursum per impossibile.*



decimamſextam ipſius primi. Ipſi porrò d/b/f/angulo, oſtenſus eſt æqualis d/c/f:& d/f/c/ igitur angulus, ipſo d/c/f/angulo maior erit. quæ enim ſunt æqualia, eiuſdem ſunt æquè minora, per ſeptimæ communis ſententiæ cõuerſionem. In triangulo igitur d/c/f, angulus qui ad f/maior erit angulo qui ad c. Omnis porrò trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur, per decimamoctauam eiuſdẽ primi. maius igitur erit latus d/c, ipſo d/f. Ipſi autem d/c, æqualis eſt d/e, vti nuper oſtendimus. Et d/e/igitur, maior erit ipſa d/f, minor videlicet maiore, ſeu pars toto: quod per nonam communem ſentẽtiam eſt impoſſibile. Non cadit igitur connexa ex b/in c/recta, extra circulum a/b/c, neq; in circunferentiam b/e/c: igitur intra. Quod oſtendendum fuerat.

Θεώρημα β, Πρόθεσις γ.

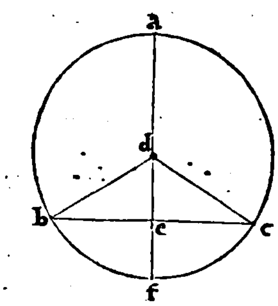
Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Theorema 2, Propoſitio 3.

SI in circulo recta linea quædam per centrum extenſa, quandam non per centrum extenſam rectam lineam bifariam ſecuerit: & ad angulos rectos ipſam diſpeſcet. Et ſi ad angulos rectos ipſam diſpeſcat: bifariam quoq; ipſam ſecabit. 3

ORONTIVS. ¶Sit datus a/b/c/ circulus, & illius centrum d: recta verò linea per idem centrum extenſa ſit a/f, quæ aliam quandam rectam lineam b/c/non ductam per centrum, bifariam imprimis ſecet, in puncto e. Aio quòd & ad rectos eam ſimul diſpeſcit angulos. Connectãtur enim d/b/& d/c/rectæ, per primum poſtulatum. Cùm igitur ex hypotheſi recta b/e/ſit æqualis e/c, & e/d/vtrique communis: binæ igitur b/e/& e/d/trianguli b/e/d, duabus d/e/& e/c/trianguli d/e/c/ſunt æquales altera alteri. baſis quoque b/d, baſi d/c/eſt æqualis, per decimamquintam diffinitionem primi. Angulus ergo b/e/d, angulo d/e/c/ſub æquis lateribus comprehenſo, per octauam ipſius primi, eſt æqualis. Recta itaque d/e/conſiſtens ſuper rectam b/c, efficit vtrobique angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam eiuſdem primi diffinitionem. Rectus eſt igitur vterque angulorum qui ſub b/e/d/& d/e/c. ¶Secet rurſum eadem a/f, datam ipſam b/c/ad rectos angulos. Dico, quòd & bifariam eandẽ verſa vice diuidet. Eadem nanq; figuræ manente diſpoſitione, quoniam æqualis eſt d/b, ipſi d/c, per circuli diffinitionem: æquus eſt proinde angulus d/b/c, angulo d/c/b, per quintam primi. Rectus inſuper d/e/b, recto d/e/c/itidem æqualis eſt, per quartum poſtulatum. Reliquus igitur angulus b/d/e, reliquo e/d/c, per corollarium trigeſimæſecundæ primi, & tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Bina itaque triangula b/d/e/& e/d/c, habent duo latera b/d/& d/e, binis lateribus e/d/& d/c/æqualia alterum alteri (nam b/d/ipſi d/c/eſt æquale, & d/e/vtrique commune) & angulum angulo æqualem ſub æquis lateribus contentum. Baſis igitur b/e, baſi e/c, per quartam eiuſdem primi eſt æqualis.

Pars ſecunda conuerſa præcedentis.



¶Poteſt & hæc ſecunda pars ita demonſtrari: quoniam vterque angulorum qui circa e/rectus eſt, per hypotheſin: rectangula igitur ſunt b/e/d/& d/e/c/triangula. Quę igitur ex b/e/& e/d/vtraque fiunt quadrata, æqua ſunt ei quod ex b/d: ſimiliter & quæ ex d/e/& e/c, ei quod fit ex d/c, per quadrageſimamſeptimam primi. Quadrata porrò quæ fiunt ex b/d/& d/c, æqualia ſunt adinuicem, per quadrageſimæſextæ primi libri corollarium: recta enim b/d, ipſi d/c/eſt æqualis, per decimamquintam ipſius primi diffinitionem. Quæ autem æqualibus æqualia ſunt: ea ſunt inuicem æqualia, per primam communem ſententiam. Quæ igitur ex b/e/& e/d/fiunt quadrata, æqua ſunt eis, quæ ex d/e/& e/c. Tollatur cõmune quadratum quod fit ex e/d: reliquum ergo quadratum quod ex b/e, reliquo quod fit ex e/c, per tertiam communem ſentẽtiam eſt æquale. Aequalia porrò quadrata ſunt, quæ ab æqualibus rectis deſcribuntur: per idem corollarium quadrageſimæſextæ primi libri. Aequalis eſt igitur b/e/ipſi/e/c. Itaque ſi in circulo recta linea quædã: & quæ ſequuntur reliqua. Quod demonſtrare oportebat.

Θεώρημα γ, πρότασις δ.

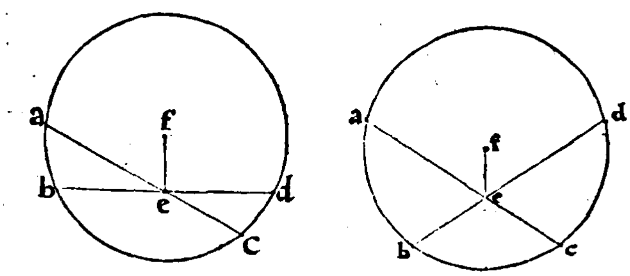
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theorema 3, Propositio 4.

4 SI in circulo binæ rectæ lineę sese inuicem secuerint, nō per centrum extensæ: sese inuicem bifariam non secabunt.

ORONTIVS. ¶Esto datus a/b/c/d/circulus: in quo binæ rectæ lineæ a/c/ & b/d, non per centrum extensæ, sese inuicem secent in puncto e. Aio quòd altera alteram bifariam non secat in eodem puncto e: vtpote, si a/c/secuerit bifariam ipsam b/d, eadem nihilominus a/c, ab ipsa b/d/bifariam non diuidetur. Inueniatur enim centrum dati circuli a/b/c/d, sítque illud f, per primam huius: & connectatur e/f/recta, per primum postulatum. Si igitur a/e/ipsi e/c/fuerit æqualis: recta e/f/per centrum extēsa, eandem a/c/ non ductam per centrum bifariam secabit, & ad rectos igitur angulos, per tertiam huius. Rectus erit itaque a/e/f/ angulus. Haud dissimiliter si b/e/ sit æqualis ipsi e/d: eadem e/f/per cētrum educta, ipsam b/d/non per centrum extensam, bifariam & ad rectos quoq; secabit angulos, per eādem tertiam huius. Rectus erit igitur angulus b/e/f. At qui rectum itidem fore monstrauimus a/e/f/angulū: súntq; recti omnes inuicē æquales, per quartum postulatum. Aequus erit igitur b/e/f/angulus, ipsi angulo a/e/f. Angulus porrò a/e/f, est pars ipsius b/e/f/anguli: recta siquidem e/a, cadit inter b/e/& e/f/ rectas, diuidítque propterea ipsum angulum b/e/f. Totus itaque b/e/f/angulus, suæ parti a/e/f/erit æqualis: quod per nonam communem sententiam est impossibile. Si in circulo igitur a/b/c/d/ binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, sese inuicem secuerint, non per centrum extensæ: sese inuicem bifariam non secabunt. Quod ostendere fuerat operæprecium.

Demonstratio ab impossibili



Θεώρημα δ, πρότασις ε.

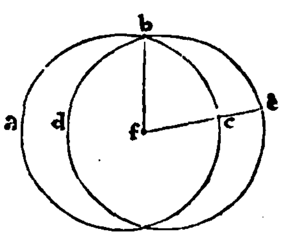
Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 4, Propositio 5.

5 SI bini circuli sese inuicem secuerint: non erit eorum idem centrum.

ORONTIVS. ¶Bini enim circuli a/b/c/ & d/b/e, sese inuicem secent in duobus punctis, quorum alterum sit b. Dico quòd ipsorum circulorum non est idem centrum. Si enim fuerit possibile, vt idem habeant centrum: esto illud f. & connectantur f/b/& f/c, per primum postulatum: extendantúrque per secundum postulatum, eadem f/c/in rectum vsque ad e. Si igitur f/punctū, fuerit centrum circuli a/b/c, erit f/c, ipsi f/b/æqualis, per decimamquintā diffinitionē primi. Si idem quoq; punctum f, centrum extiterit ipsius d/b/e/circuli: æqualis rursum erit f/e/ eidem f/b, per eandē decimamquintā diffinitionē: producetur enim f/b/ ex communi centro in vtriusque circuli circunferentiam. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam communem sententiam. Aequalis igitur erit f/e/ipsi f/c. atqui f/c, pars est ipsius f/e: totum igitur esset æquale suæ parti. Omne porrò totum est sua parte maius, per nonam communem sententiam: igitur punctum f, non est commune centrum datorum a/b/c, & d/b/e/circulorum. Si bini itaque circuli: & quæ sequuntur reliqua. Quod receperamus ostendendum.

Ostensio rursum ab impossibili.



Θεώρημα ε, πρότασις ς.

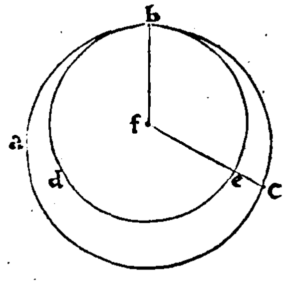
Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 5, Propositio 6.

SI duo circuli se adinuicem intus tetigerint: eorum nõ est idem centrum. 6

ORONTIVS. ¶De circulis potissimum intelligit Euclides, quorum vnus intra alium collocatur. Tangãt igitur se bini circuli a/b/c/& d/b/e, in pũcto b. Dico rursum, quòd ipsorum circulorum non est idem commune centrum. Si id enim fuerit possibile: esto illud f. & connectatur f/b/& f/e, per primum postulatum: & per secundum postulatum extẽdatur in rectum f/e/in punctum c. Si f/igitur punctum, sit cẽtrum a/b/c/circuli: æqualis erit f/e/ipsi f/b, per decimamquintam diffinitionem primi. Item si idem punctum f, centrum fuerit circuli d/b/e: æqualis rursum erit f/e/eidem f/b, per eandem decimamquintã ipsius primi diffinitionem: nam f/b/ex communi centro, in vtriusq; circuli producetur circunferẽtiam. Binę igitur f/c/& f/e, eidẽ f/b/erunt æquales: & propterea ęquales adinuicem, per primã communẽ sententiam. Ergo f/c, æqualis erit ipsi f/e. est autẽ f/e, pars ipsius f/c: tota igitur f/c, suę parti f/e/coæquabitur. quod per nonam communem sentẽtiam non videtur esse possibile. Ergo punctum f, non est idem commune centrum eorundem circulorum a/b/c/& d/b/e, intus se adinuicem tangentium (nam de ijs qui se tangunt extra, per se fit manifestum) Si duo igitur circuli: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Idẽ qui prius arguendi modus ab impossibili.



Θεώρημα ϛ, Πρόθεσις ζ.

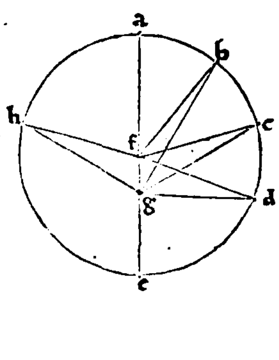
ἘΑν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου
προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον, μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή.
τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ, ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι 7
ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 6, Propositio 7.

SI in diametro circuli aliquod contingat punctum quod minimè circuli centrum sit, ab eóque puncto in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima verò reliqua. Aliarum verò, semper propinquior ei quę per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales, ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtrasque partes minimæ.

ORONTIVS. ¶Esto datus circulus a/c/e/h, cuius centrum f, dimetiens verò a/f/e, & contingens in eo punctum g, quod non est circuli centrum: procidentes autem ex eodem puncto g/in ipsius circuli circunferentiam lineæ rectæ, sint g/b, g/c, & g/d. Aio primùm, quòd g/a/est omnium maxima, & g/e/minima: aliarũ porrò, g/b/ipsi g/a/propinquior, maior ipsa g/c, atq; g/c, remotiore g/d/maior. Connectãtur enim f/b, f/c, & f/d/rectæ, per primũ postulatum. Cùm igitur f/a, ipsi f/b, per decimamquintam diffinitionem primi, sit æqualis, & vtrique communis f/g: binæ igitur g/f/& f/a, duabus g/f/& f/b/sunt æquales. Porrò g/f/& f/b, maiores sunt ipsa g/b: omnis siquidem trianguli bina latera, reliquo sunt maiora quomodocunque assumpta, per vigesimam primi. Et g/a/igitur, ipsa g/b/maior est: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè maiora, per ipsius sextæ communis sententiæ conuersionem. Item quoniam æqualis est f/b/ipsi f/c, & g/f/rursum vtrique communis: binæ igitur g/f/& f/b/trianguli g/f/b, duabus g/f/& f/c/trianguli g/f/c, sunt æquales altera alteri. Atqui g/f/b/angulus, maior est ipso g/f/c/sub æquis lateribus comprehenso: recta enim f/c, cadit inter f/b/& f/g, & diuidit propterea ipsum angulum g/f/b. Basis itaq; g/b, basi g/c/maior est, per vigesimamquartam primi. Simili discursu, g/c/ipsa g/d/maior ostendetur. Insuper quoniam f/g/& g/d/maiores sunt ipsa f/d, per ipsam vigesimam primi, & æqualis est f/e/ipsi f/d, per decimamquintam eiusdem primi diffinitionem: igitur f/g/& g/d, maiores sunt eadem f/e. quæ enim sunt æqualia, eiusdẽ sunt æquè minora, per septimæ communis

Pars prima theorematis.



ſententiæ conuerſionem. Tollatur communis f/g: ergo reliqua g/d/ reliqua g/e, per quintam communem ſententiam erit maior. Omnium itaque maxima eſt g/a, minima verò reliqua g/e: aliarum porrò, g/b/ maior ipſa g/c, & eadem g/c/ ipſa g/d/ itidem maior. ¶Dico præterea, quòd ab eodem puncto g, duæ rectæ lineæ coincidunt æquales, ad vtraſque partes ipſius g/e/ minimæ: vtpote ipſi g/c, æqualis verſus h. Ad datam enim rectam lineam g/f, datúmque in ea punctum f, dato angulo rectilineo g/f/c: æqualis angulus rectilineus conſtituatur g/f/ h, per vigeſimamtertiam primi. connectatur deinde g/ h, per primum poſtulatum. Cúm igitur f/c, ipſi f/h/ ſit æqualis, per decimamquintam ipſius primi diffinitionem, & g/f/ vtrique communis: binæ ergo g/f/ & f/c/ trianguli g/f/c, duabus g/f/ & f/h/ trianguli g/f/h/ ſunt altera alteri æquales: & æquos inuicem comprehendunt angulos, per cōſtructionem. Baſis igitur g/c, baſi g/h, per quartam eiuſdem primi eſt æqualis. ¶Aio tandem, quòd ipſi g/c, ab eodem puncto g, alia quàm g/h/ non cadet æqualis. Si enim id poſſibile fuerit: aut illa cadet ſupra punctum h, vel infra. Si ceciderit ſupra, verſus a: tunc ipſa erit propinquior ei quæ per centrum, vtpote ipſi g/a, ergo maior ipſa g/h/ remotiore, per primam partem iam demonſtratam: & maior conſequenter ipſa g/c. Quòd ſi detur incidere infra punctum h, verſus e: tunc ipſa linea, remotior erit ab eadem g/a/ quæ per centrum. ergo minor ipſa g/h/ propinquiore, per eandem præoſtenſam primam partem: & minor igitur ipſa g/c. Similiter oſtendemus, quòd nec ipſi g/h/ alia quàm g/c/ dabitur æqualis, ab eodem puncto g, & ad partes b/d. De cæteris quibuſcunque, idem reſpondenter ſubſequetur. Igitur ſi in diametro circuli aliquod contingat punctum: & quæ ſequuntur reliqua. Quod demonſtrandum fuerat.

Secunda pars. *Tertia pars.*

Θεώρημα ζ, Πρότασις η.

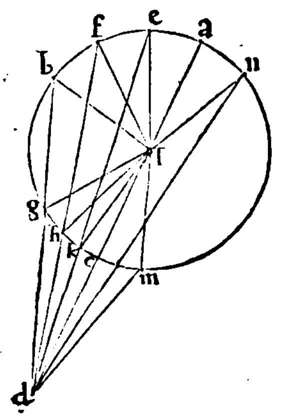
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου: τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον, μείζων ἐστί. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερον ἐστὶν ἐλάττων. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 7, Propoſitio 8.

8 SI extra circulum ſuſcipiatur aliquod punctum, ab eóque puncto ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem vna per centrum extendatur, reliquæ verò vtcunque: In concauam circunferentiam cadentium rectarum linearum, maxima eſt, quæ per centrum ducta eſt: Aliarum autem ſemper ei quæ per centrum tranſit propinquior, remotiore maior eſt. In curuam verò circunferentiam cadētium rectarum linearum, minima eſt, quę inter punctum & dimetientē iacet: minimæ verò propinquior, ſemper remotiore minor eſt. Duæ autem tātùm rectæ lineæ, ab eo puncto in ipſum circulum cadunt æquales, ad vtraſque partes minimæ.

¶ORONTIVS. ¶Eſto circulus a/b/c, datum vero punctum extra circulum d: à quo in ipſum circulum procidant rectæ lineæ d/a, d/e, d/f, & d/b, curuam eiuſdem circuli circunferētiam in punctis g, h, k, c, diſpeſcentes: quarum d/a/ per ipſius circuli centrum (quod ſit l) extēdatur. Dico primùm, quòd in a/b/ concauam circunferētiam, hoc eſt intra circulum, cadentium rectarum linearum, maxima eſt d/a, per l/ centrum educta: & quæ illi vicinior d/e, remotiore d/f/ maior, eadémq; d/f/ maior ipſa d/b. Connectantur enim l/e, l/f, & l/b/ rectæ lineæ, per primum poſtulatum. Et quoniam æqualis eſt l/a/ ipſi l/ e, per decimamquintam diffinitionem primi, & vtrique communis d/l: tota igitur d/a, ipſis d/l/ & l/e, per ſecundam communem ſententiam eſt æqualis. Atqui d/ l, & l/ e/ bina ipſius d/ l/ e/ trianguli latera, ſunt maiora reliquo d/e, per vigeſimam primi: & ipſa igitur d/a, maior eſt ipſa d/e. æqualia enim eiuſdē ſunt æquè maiora, per ſextæ cōmunis ſentētiæ cōuerſionem. Inſuper, quoniam

Pars prima theorematis.



l/e/ ipſi l/f, per eandem decimamquintam diffinitionem primi eſt æqualis,& vtrique communis d/l:binæ igitur d/l/ & l/e/trianguli d/l/e,duabus d/l/& l/f/ trianguli d/l/f, ſunt æquales altera alteri,per eandem ſecundam cõmunem ſententiam.Angulus porrò d/l/e,maior eſt ipſo d/l/f/ſub æquis lateribus comprehenſo:recta ſiquidem l/f,cadit inter d/l/& l/e, diuidítque propterea ipſum angulum d/l/e.Baſis igitur d/e,baſi d/f/maior eſt, per vigeſimamquartã primi. Et proinde d/f, maior eſt ipſa d/b. Igitur d/a/maxima eſt:& d/e/ipſa d/f, atq; d/f/ipſa d/b/maior.

Pars ſecunda. ¶ Dico præterea , quòd incidentium in curuam ſeu conuexam circunferentiam g/c,hoc eſt extra circulum, minima eſt d/c: & quæ ipſi d/c/minimæ propinquior ſemper remotiore minor,hoc eſt,d/k/ipſa d/h,& d/h/ipſa d/g.Connectantur enim l/g,l/h,& l/k/rectæ, per primum poſtulatum.Et quoniam trianguli d/k/l, bina latera d/k/& k/l,reliquo d/l, per vigeſimã primi ſunt maiora,tollantur l/c/ & k/l, quæ per decimamquintã ipſius primi diffinitionem ſunt æquales. Reliqua igitur d/c,reliqua d/k,per quintã communem ſentẽtiam erit minor.Item,quoniam trianguli d/h/l,à limitibus lateris d/l,duæ rectæ lineæ d/k/& k/l/introrſum conſtituuntur: ipſæ igitur conſtitutæ, reliquis ipſius trianguli lateribus d/h/& h/l,per vigeſimamprimam ipſius primi,ſunt minores.Auferantur l/h/& l/k,per ipſam decimamquintam diffinitionem primi,adinuicem æquales.Reliqua igitur d/k,reliqua d/h/minor erit,per eandem quintam communem ſententiam.Et d/h/propterea minor erit ipſa d/g.Minima igitur eſt d/c:& quæ illi propinquior d/k/minor ipſa d/ h , eadémque d/h/remotiore d/g/itidem minor. ¶Aio

Tertia pars. tandem,quòd binæ tantùm æquales,à pũcto d,in circulum ipſum a/b/c/cadunt, ad vtraſq; partes ipſius d/c/minimæ,ſiue in concauam, ſiue in curuam inciderint circunferentiam:vtpote,ipſi d/h/vna tantùm in primis æqualis,ad alteram partem ipſius d/c,verſus m.Ad rectam enim d/l,atque ad datum in ea punctum l,dato angulo rectilineo d/l/h: æqualis angulus rectilineus conſtituatur d/l/m,per vigeſimamtertiam primi. & connectatur d/m,per primum poſtulatum.Cùm igitur l/h/ipſi l/m/ſit æqualis,per decimamquintam ipſius primi diffinitionem,& vtrique communis d/l: binæ igitur d/l/& l/h/trianguli d/l/h,duabus d/l/ & l/m/trianguli d/l/m,ſunt æquales altera alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos,per conſtructionem.Baſis igitur d/h/baſi d/m,per quartam primi eſt æqualis.Neque ipſi d/h/alia cadit ęqualis,pręter d/m:& ediuerſo.Aut enim caderet inter h/& m/puncta:túncque minor eſſet vtraque & d/h/& d/m,nempe vicinior ipſi d/c/minimæ.vel caderet extra puncta h/ & m/verſus a: &tunc remotior eſſet ab eadem minima , & propterea maior ipſa d/h/vel d/m,per primam partem iam demonſtratam.Haud aliter,ſi angulo rectilineo d/l/e, æqualis augulus conſtituatur d/l/n , per eandem vigeſimamtertiam primi, & connectatur recta d/n/ per primum poſtulatum:ipſa d/n,ipſi d/e/concludetur æqualis. Nec poterit ipſis d/e/& d/n/alia dari æqualis.quoniam vel ea erit vicinior ei quæ per centrum,vel ab eadem remotior,quam ſint ipſæ d/e/& d/n, & proinde vtraque maior aut minor,per primam huiuſce demonſtrationis partem:quæ ſimul impoſſibilia ſunt.Non cadunt igitur ab eodem puncto d,in circulum ipſum a/b/c, plures duabus rectis lineis æquales , ad vtraſque partes ipſius d/c/minimæ,aut d/a/maximæ.Si extra igitur circulum:&c,vt in theoremate . Quod tandem erat oſtendendum.

¶*Corollarium.*

¶Quæ igitur à puncto extra circulum dato, in circulum ipſum cadunt rectæ lineæ,ab ipſa minima,vel maxima(quæ per centrum)æquè diſtantes:æquales ſunt adinuicem, & è diuerſo,ſiue in concauam,ſiue in curuam aut cõuexam inciderint eiuſdem circuli circũferentiam.

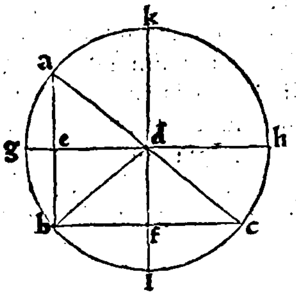
Θεώρημα η, Πρότασις θ.

Εὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον,κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theorema 8, Propoſitio 9.

SI in circulo ſuſcipiatur punctum aliquod, & ab eo puncto ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales:ſuſceptum punctum,centrum ipſius eſt circuli.

ORONTIVS. ¶ Sit intra circulum a/b/c/ suſceptum punctum d: à quo in eundem circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ inuicem æquales, d/ a, d/ b, & d/ c. Aio quòd punctum d, eſt centrum ipſius circuli a/b/c. Connectantur enim a/b/& b/c/ rectæ, per primum poſtulatum:ſecetúrque bifariam a/b/in puncto e,& b/c/in puncto f, per decimam primi.connectantur rurſum d/e/& d/f,per idem primum poſtulatum: & per ſecundum



poſtulatũ, producatur in directum vtrobiq; ad puncta quidem g,h/& k,l. Cùm igitur a/e/ſit æqualis e/b,& vtriq; communis e/d:binæ igitur a/e/& e/d/trianguli a/e/d, duabus b/e/& e/d/ trianguli b/e/d,ſunt æquales altera alteri:baſis quoque d/a,baſi d/b, per hypotheſin eſt æqualis. Angulus igitur a/e/d,æquus eſt per octauam primi,angulo b/e/d:& proinde vterque rectus, per decimam ipſius primi diffinitionem. Recta igitur g/h, rectam a/b,bifariam & ad rectos angulos interſecat:in diſpeſcente itaque g/h,erit centrum ipſius a/b/c/circuli,per corollarium primæ huius tertij. Haud diſsimili via oſtendetur,eiuſdem circuli centrum fore in recta k/l. In vtraque igitur & g/h/& k/l, eſt centrum dati circuli a/b/c:& in puncto propterea vtrique communi. Atqui nullum aliud punctum habent commune,præter ipſum d:punctum igitur d,centrum eſt ipſius a/b/c/ circuli. Si ergo intra circulum ſuſcipiatur pũctum aliquod:& quæ ſequuntur reliqua.Quod oportuit demonſtraſſe.

Hoc theorema aliter oſtendi poteſt: ſed hæc eſt demõſtratio potiſſima.

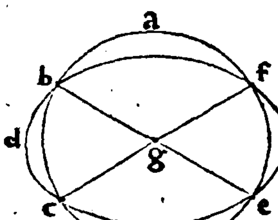
Θεώρημα θ, Πρότασις ι.

Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

Theorema, Propoſitio 10.

Circulus,circulum in pluribus duobus punctis non ſecat.

ORONTIVS. ¶ Secet enim(ſi poſsibile ſit)circulus a/b/c,circulum d/e/f, in pluribus duobus punctis, hoc eſt in punctis b,c,e,f.Et ſuſcipiatur centrum ipſius circuli a/b/c,per primam huius, ſitque illud g:& connectantur g/b,g/c, g/e,& g/f/rectæ, per primum poſtulatum. Cùm igitur punctum g,ſit centrum



circuli a/b/c:erunt g/b,g/c,g/e,& g/f/adinuicem æquales, per decimamquintam primi libri diffinitionem. Et quoniam b,c,e, f,ſunt communes vtriuſque circuli ſectiones, per hypotheſin: erit punctum g, vtcunque ſuſceptum intra circulum d/e/f. Ab ipſo itaque puncto g,in eundem circulum d/e/f,cadunt plures quàm duæ rectæ lineæ inuicem æquales:vtpote g/b, g/c, g/e, & g/f.Erit ergo punctum g,centrum eiuſdem circuli d/e/f,per antecedentem nonam propoſitionem.Atqui idem punctum g, centrum eſt ipſius a/b/c/circuli. Duorum itaq; circulorũ a/b/c, & d/e/f/ ſeſe inuicem ſecantium,idem erit centrum : quod per quintam huius tertij, non eſt poſsibile. Circulus ergo,circulum in pluribus duobus punctis non ſecat. Quod oſtendere fuerat operæpretium.

Hæc rurſum aliter potuiſſet oſtendi,ſed hãc potiorem exiſtimo demonſtrationẽ.

Θεώρημα ι, Πρότασις ια.

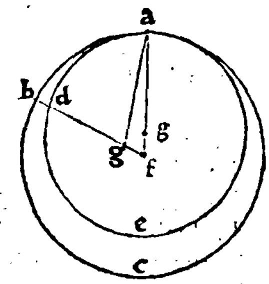
Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Theorema 10, *Propoſitio* 11.

Si bini orbes ſe introrſum adinuicem tetigerint, ſuſcipianturque eorum centra : ad eorum centra applicata recta linea & eiecta,in contactum circulorum cadit.

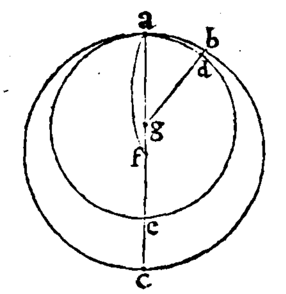
ORONTIVS. ¶ Duo enim circuli a/b/c/& a/d/e,ſe introrſum adinuicem tangant,in puncto quidem a : ſítque ipſius a/b/c/circuli centrum f, ipſius verò a/d/e/centrum g. Dico quòd ad centra f/g,applicata recta linea,& eiecta:id eſt,in directum vtrinque producta:cadit in cõtactum a. Si enim non ceciderit in punctum a:cadet igitur aliò. Cadat ergo(ſi poſsibile ſit)vt eiecta verſus g,in d/& b/puncta,vtranq; dirimens circunferentiam.

Demonſtratio ab impoſsibili.



& connectatur a/f,& a/g/recta,per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/g/f: & duo propterea latera a/g/ & g/f, erunt maiora reliquo a/f, per vigesimam primi. Atqui ipsi a/f, æqualis est f/b (vtraque enim à centro f, in circunferentiam circuli a/b/c) & a/g/ igitur & g/f, maiores sunt eadem f/b. Tollatur f/g, vtrisque inæqualibus communis: reliqua igitur a/g,reliqua g/b/ maior erit, per quintam communem sententiam. Ipsi porrò a/g,æqualis est g/d(vtraque enim à centro g, in circunferentiam ipsius a/d/e/circuli)& g/d/igitur maior erit ipsa g/b.quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè maiora:per sextæ communis sententiæ conuersionem. Ipsa porrò g/d,pars est ipsius g/b: pars igitur erit maior toto, contra nonam communem sententiam. Cadit igitur f/g/eiecta,in contactum a.¶Cogimur in hac demonstratione,centrum interioris circuli extra proprium locum (vt oculari satisfaciamus inspectioni)vel inuiti collocare:quanquam id videatur absurdum.Nam ex hypothesi,necessum est lineam f/g/b/trãsire per centra f,g. non poterit itaque rēcta f/g/b/ ad aliud punctum quàm ad a/peruenire,& simul transire per g,quin ipsum g/ centrum à suo loco dimoueatur: aut connexa a/f/linea,tanquàm recta imaginetur. Non erunt enim/ per aduersarium f/g/& g/a/ in directum constitutæ (alias enim sequeretur propositionis intentio) & proinde inclinabuntur adinuicem: & vnà cum a/f, triangulũ a/g/f/de necessitate constituent.Quæ enim impossibilia sunt, depingi minimè possunt: sed solo intellectuali discursu concipienda sunt.Intelligendum est itaq; centrum g(quanuis dimoueatur)à proprio nõ recedere loco:aut linea a/f,ac si recta foret imaginanda est. Vt in hac secunda figura:in qua rursum duo latera a/g/& g/f;sunt maiora tertio a/f,per vigesimam primi,& proinde maiora ipsa f/g/b,quæ per circuli diffinitionem ipsi a/f/est æqualis. Sublata porrò communi parte g/f:relinquetur a/g/maior ipsa g/d,per tertiam communem sententiam. In circulo itaque a/d/e, quæ à centro g/ in circunferentiam prodeunt lineæ rectæ g/a,& g/d, non erunt inuicem æquales:contra decimamquintam diffinitionem primi. Cadit igitur f/g/eiecta,in contactum a.Ergo si bini orbes se introrsum:&c.vt in theoremate.Quod ostendendum fuerat.

Alia figuræ dispositio.



Θεώρημα ια, Πρότασις ιβ.

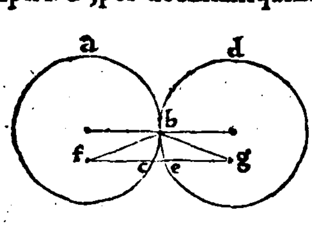
Ἐὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

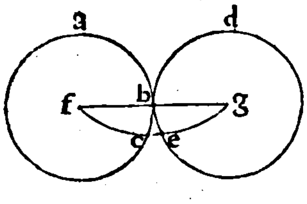
Theorema 11, *Propositio* 12.

SI duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint:ad centra eorum applicata recta linea,per contactum transibit. 12

ORONTIVS.¶Tangant se exterius bini circuli a/b/c/& d/b/e,in puncto quidem b:sitque ipsius a/b/c/circuli centrum f,& ipsius d/b/e/centrum g. Aio quòd connexa f/g/recta linea, transibit per contactum b. Si enim non transierit per punctum b,transeat(si possibile sit)per c/& e/puncta:& connectantur b/f/ & b/g/rectæ lineæ, per primum postulatum.Et quoniam punctum f,centrum est circuli a/b/c:æqualis erit f/b/ ipsi f/c/,per decimamquintam diffinitionem primi. Rursum quoniam g,centrum est circuli d/b/e:æqualis erit per eandem decimamquintam primi diffinitionem g/b,ipsi g/e. Binæ igitur f/b/& b/g,duabus f/c/& e/g, per secundam communem sententiam erunt æquales. Tota porrò f/g,ipsis f/c/& e/g/maior est (nempe c/e/extra circulos incidente particula) Et tota igitur f/g,maior est eisdem f/b/& b/g.In triangulo itaque f/b/g,bina latera f/b/& b/g,erunt minora reliquo f/g:sunt autem maiora,per vigesimam primi.quæ simul impossibilia sunt.Igitur à centro f/ad centrum g/adplicata recta linea f/g,transit per contactum b.Si duo igitur circuli: & quæ sequuntur reliqua. Quod demõstrare oportebat.¶In hac igitur,veluti proxima propositione,aut intellectuali discursu, aut oculari inspectione demonstrationi succurrendum est. Cùm non possit igitur

Idē qui prius ostendendi modus ab impossibili.





f/g/linea recta alibi transire, quàm per contactum b: erunt cētra f, g, à suis veris sedibus (ostensionis gratia) dimouenda: aut producta f/c/e/g/linea, & si obliqua videatur, recta tamen imaginanda est, & cum duabus f/b/ & b/g (quæ per aduersarium inclinabuntur adinuicem, & non erunt in directum constitutæ) triangulum efficient b/f/g. Vt ex hac potes elicere figura: quæ te ad pristinum deducet inconueniens.

Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

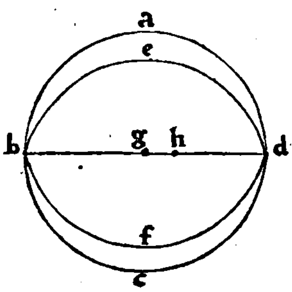
Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ᾽ ἕν, ἐάν τε ἐντὸς, ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Theorema 12, *Propositio* 13.

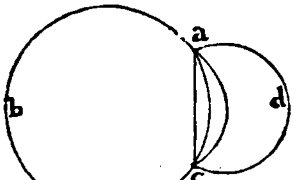
13 Circulus circulum non tangit in pluribus punctis vno: & si extra, & si intus tangat.

ORONTIVS. ¶Tangat in primis circulus a/b/c/d, circulum b/e/d/f, introrsum (si fuerit possibile) in punctis b, d: sitque ipsius a/b/c/d/circuli centrum g, circuli autem b/e/d/f, centrum h. Adplicata igitur ex g/in h/ recta linea, & eiecta: cadet in puncta contactuum b, d, per vndecimam huius secundi libri. Et quoniam g/centrum est circuli a/b/c/d: erit g/b, ipsi g/d, per circuli diffinitionem æqualis. Tollatur g/h, ab ipsa g/d: eadem ergo g/b, reliqua h/d/maior erit. Rursum quoniam h/centrum est circuli b/e/d/f: æqualis erit h/b, ipsi h/d, per eandem circuli diffinitionem. Tollatur rursum g/h, ab ipsa h/b: reliqua igitur g/b, minor erit ipsa h/d. Ostensum est autem, quòd & multò maior: quod non est possibile. Non tangit igitur circulus a/b/c/d/ circulum b/e/d/f/ introrsum, in pluribus punctis vno. ¶Secet rursum circulus a/b/c, circulum a/c/d/exterius in punctis a/& c/ (si id fuerit possibile) & connectatur recta a/c/ per primum postulatum. Et quoniam in circunferētia circuli a/b/c, duo sunt accepta pūcta a/& c: adplicata igitur recta linea a/c, intra ipsum circulum cadet, per secūdam huius tertij: ergo extra circulū a/d/c. Rursum quoniam eadem a/ & c/ puncta in circunferentia ipsius a/d/c/ circuli coassumpta sunt (vtpote vtrique circulo communia) eadem igitur recta a/c, cadet intra circulum a/d/c, per eandem secundam huius: & extra igitur circulum a/b/c. Patuit autem, quòd & intra ipsum a/b/c/circulum cadit eadem a/c, atque extra ipsum a/d/c/circulum. Cadet igitur intra & extra vtrumque datorum circulorum: quod est impossibile. Non tangit ergo circulus a/b/c/ circulum a/d/c/ exterius in pluribus punctis vno. Patuit, quòd nec introrsum. Quod ostendere fuerat operæpretium.

De circulis se introrsum tangentibus.



De circulis qui se tangūt extra.



Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιδ.

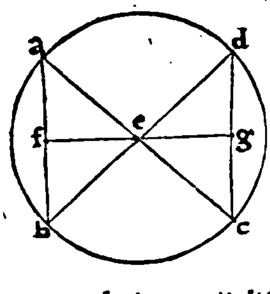
Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου: καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 13, *Propositio* 14.

14 In circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à cētro: & si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.

ORONTIVS. ¶Sint in circulo a/b/c/d, cuius centrum e, binæ rectæ lineæ a/b/& c/d/inuicem primùm æquales. Aio quòd & æqualiter distant à centro e. Diuidatur enim a/b/bifariam in puncto f, & c/d/in puncto g, per decimam primi: & connectantur e/a, e/b, e/c, e/d, e/f, & e/g/lineæ rectæ, per primum postulatum. Recti sunt itaq; anguli qui circa f/& g/puncta cōsistunt: & ipsæ e/f/& e/g, in easdē a/b/& c/d/perpendiculares, per tertiam huius tertij. Et quoniā a/b/recta, æqualis est per hypothesin ipsi c/d, & a/e/ipsi e/d/æqualis: duo itaq; latera b/a/& a/e/trianguli b/a/e, duobus lateribus e/d/& d/c/trianguli e/d/c/sunt æqualia alterum alteri. basis quoq; b/e, basi e/c/itidem æqualis est. Angulus igitur qui ad a, angulo qui ad d/per octauam primi est æqualis. Rectus præterea

Pars prima theorematis.



a/f/ e , recto e/ g/ d/ per quartum æquatur postulatum . Bina ergo triangula a/f/e/& d/e/g,habẽt duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri : & vnum latus vni lateri æquale , quod sub vno æqualium subtenditur angulorũ,vtpote a/e/ipsi e/d.Reliqua igitur latera reliquis lateribus habebũt æqualia alterum alteri,per vigesimamsextã primi.sed a/f/ipsi d/g/æqualis est (sunt enim ipsarũ a/b/ & c/d/inuicẽ æqualium dimidium) reliqua igitur e/f, reliquæ e/g/ est æqualis. Quæ igitur in a/b,&d/c/rectas,ex centro e/deducũtur perpendiculares e/f/& e/g,æquales sunt adinuicẽ:distant ergo a/b/ & d/c/rectæ æquali ter ab eodẽ centro e/ipsius a/b/c/d/circuli,per quartam huius tertij diffinitionẽ.¶Esto autẽ e/f,ipsi e/g/æqualis,hoc est,distẽt a/b/& d/c/ æqualiter ab eodẽ cẽtro e.Dico quòd a/b/æqualis est ipsi c/d.Eisdẽ nanq; constructis,quoniam triãgula a/e/f/& d/e/g/sunt rectãgula,& qui ad f/& g/cõsistunt anguli recti:quæ igitur ex a/f/& f/e/describũtur quadrata, æqualia sunt ei quod ex a/e,similiter & ea quæ fiunt ex d/g/& g/e,ei quod ex d/e/æqualia,per penultimã primi.Porrò a/e,ipsi d/e/est æqualis: & ex ipsis igitur descripta quadrata inuicẽ æqualia,per corollariũ 46.ipsius primi.Quæ autẽ æqualibus sunt æqualia,ea sunt æqualia adinuicẽ,per primã cõmunẽ sentẽtiam.Quæ igitur ex a/f/& f/e/fiunt quadrata,ęqua sunt eis quæ ex d/g/& g/e.quorũ id quod ex f/e,ei quod fit ex g/e/per idem corollarium est æquale.His itaq; subtractis,reliquũ quod ex a/f/reliquo quod ex d/g/fit quadrato per tertiã cõmunẽ sententiã est æquale.Et proinde latus a/f,lateri d/g,respondẽter æquale.Ipsius porrò a/f/dupla est a/b,& c/d/ipsius d/g/itidẽ dupla.quę autẽ æqualium duplicia sunt, æqualia sunt adinuicẽ, per sextã communẽ sentẽtiam:Aequalis est igitur a/b/ipsi c/d.In circulo itaq; rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro:& si æqualiter distãt à cẽtro,æquales adinuicẽ sunt.Quod receperamus ostẽdendũ.

Secunda pars conuersa præcedentis.

Θεώρημα ιδ', Πρότασις ιε'.

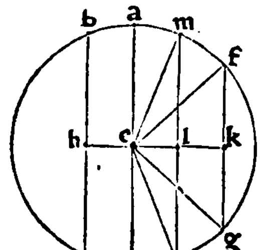
ΕΝ κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος: τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Theorema 14, Propositio 15.

IN circulo, maximus quidem est dimetiens : aliarum autem 15
semper propinquior centro,remotiore maior.

¶ORONTIVS.¶Sit in circulo a/b/c/d, cuius cẽtrum e,dimetiens a/d:& ipsi centro vicinior b/c,remotior autẽ f/g.Aio quòd a/d/quæ per centrũ, maxima est:b/c/verò,maior ipsa f/g.Diuidatur enim b/c/bifariam in puncto h,& f/g/in puncto k,per decimã primi:& connectãtur e/h/& e/k,per primũ postulatum.Perpendicularis erit igitur e/h/super b/c,atq; e/k/super f/g:per tertiam huius tertij.Maior erit itaq; perpendicularis e/k,ipsa e/h,per quartã huius diffinitionem.Secetur itaq; à maiori e/k,ipsi e/h/minori æqualis,per tertiam primi:sitq; e/l.& per datũ punctum l,datæ rectæ lineæ f/g,paral-

Construitur figura.



lela ducatur m/n : per trigesimamprimam primi.cadet igitur e/l/ad perpendiculum super m/n:per corollarium vigesimænonæ ipsius primi.Et quoniã e/h/est æqualis ipsi e/l:distãt igitur b/c/& m/n/æqualiter à centro e,per quartam huius tertij diffinitionem: súntque,per decimamquartã ipsius tertij,inuicẽ æquales.Connectantur demum, per primum postulatum,e/f,e/g,e/m,& e/n: quæ per circuli diffinitionem,æquales sunt adinuicem.Cùm igitur e/a/ipsi e/m,& e/d/ipsi e/n,per circuli diffinitionem sit æqualis: tota a/d, binis m/e/& e/n, per secundam communem sententiam æquabitur.Binæ porrò m/e/& e/n/trianguli m/e/n,sunt maiores reliqua m/n,per vigesimam primi. & a/d/igitur, maior est eadẽ m/n:& ipsa consequenter b/c/maior,per cõuersam sextæ atq; septimæ communis sententiæ interpretationem.Rursum quoniam æqualis est e/m/ipsi e/f, & e/n/ipsi e/g:bina igitur latera m/e/& e/n/triãguli m/e/n,binis lateribus f/e/& e/g/trianguli f/e/g,sunt æqualia alterum alteri: & qui sub m/e/n/angulus,eo qui sub f/e/g/maior(rectæ siquidem e/f/& e/g,coincidunt inter e/m/& e/n,ipsum angulũ m/e/n/diuidẽtes) basis igitur m/n,per vigesimamquartã primi , basi f/g/maior est.Ipsi porrò m/n/æqualis est b/c. & b/c/igitur,est eadem f/g/maior:quæ enim sunt æqualia,eiusdem sunt æquè maiora.ostensum est autem,quòd & a/d,ipsa b/c/maior est.Dimetiens itaque a/d, est omnium maxima: & b/c/centro vicinior,ipsa f/g/remotiore maior. Quod oportuit ostendisse.

Demõstratur theorema.

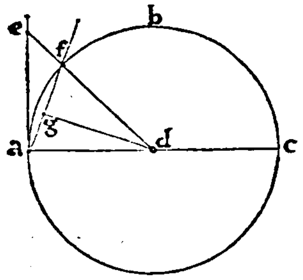
Θεώρημα ιε, Πρότασις ις.

Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται: καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν: ἡ δὲ λοιπή, ἐλάττων.

Theorema 15, Propositio 16.

16 **Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit: & in locum inter ipsam rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet: & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est: reliquus autem, minor.**

ORONTIVS. ¶Esto circulus a/b/c, & illius centrum d, dimetiens verò a/c: & ab a/ dimetientis extremitate, ad angulos rectos excitetur a/e, per vndecimam primi. Dico primùm, quòd a/e/ recta extra ipsum cadit circulum. Suscipiatur enim in ipsa e/a, contingens aliquod punctum: sitque illud e. & connectatur e/d, per primum postulatum. Triangulum erit igitur e/a/d. omnis porrò trianguli tres interiores anguli, binis rectis sunt æquales: per trigesimamsecundam primi. rectus est autem qui ad a, per constructionem. Reliqui igitur qui ad e/& d/ sunt anguli, vni recto sunt æquales: & eorum propterea quilibet, ipso recto qui ad a/ minor. In triangulo autem maior angulus, sub maiori latere subtenditur, per decimamnonam primi: maior est igitur d/e, ipsa a/d, quæ est ipsius dati circuli semidiameter. Egreditur ergo d/e, circunferentiam ipsius a/b/c/ circuli: caditque punctum e/ extra eundem circulum a/b/c. Haud dissimilis erit, cæterorum punctorum ipsius a/e/ demonstratio. Cadit ergo tota a/e, extra datum circulum a/b/c. *Prima pars theorematis.*



¶Aio rursum, quòd inter rectam a/e, & circunferentiam a/b, non cadit altera recta linea. Si enim id fuerit possibile: esto a/f. & ad datam rectam lineam a/d, ad datúmque in ea punctum d, dato angulo rectilineo e/a/f, æqualis angulus rectilineus constituatur a/d/g: per vigesimamtertiam primi. Vterque igitur a/d/g, & g/a/d, pars erit ipsius e/a/d: & recto propterea minor. In rectas itaque a/f/& d/g, recta incidit a/d, efficiens interiores & in eadem parte angulos binis rectis minores: ipsæ igitur a/f/& d/g, in infinitum productæ, tandem concurrent, per quintum postulatum: conueniant ergo ad punctum g. Triangulum est itaque a/g/d: cuius tres interiores anguli binis rectis, per eãdem trigesimamsecundã primi, sunt ęquales. & qui sub g/a/d/ & a/d/g/ anguli, vni recto, hoc est, ipsi e/a/d/ coæquantur (datus est enim a/d/g, æqualis ipsi e/a/f) Reliquus igitur a/g/d, rectus est: & maior propterea vtroque, & g/a/d/& a/d/g. Vnde rursum a/d/ semidiameter, maior est ipsa d/g, per eandem decimamnonam primi. Cadit igitur pũctum g, intra circulũ a/b/c: ergo & a/f/ recta (in qua pũctum g) circulum ipsum intersecat, vtpote in f. Non cadit itaq; a/f/ recta, inter rectam a/e, & circunferentiam a/b. *Pars secunda.*

¶Dico tandem, quòd angulus b/a/d/ ipsius a/b/c/ semicirculi, omni acuto & rectilineo angulo maior est: reliquus autem (vtpote, b/a/e) minor. Cùm enim angulus e/a/d/ sit rectus, & diuisus à sola circunferentia a/b, inter quam & rectam a/e/ non cadit altera recta linea (vti nunc ostensum est) non potest ipse angulus b/a/e/ bipartiri: & proinde non minuetur neque augebitur consequenter ipse b/a/d. Igitur angulus b/a/d, sub a/b/ circunferentia, & a/d/ recta comprehensus, omni acuto rectilineo maior est angulo: b/a/e/ verò, qui sub eadem circunferentia, & a/e/ recta continetur (quem angulum contingentiæ nominare consueuimus) omni itidem acuto & rectilineo angulo minor est. Quæ omnia fuere demonstranda. *Tertia pars de angulo cõtingentiæ.*

¶Corollarium.

¶Quæ igitur ab extremitate dimetientis dati circuli, ad rectos ducitur angulos, ipsum circulum tangit, ídque in vno tantummodò puncto: ad duo enim puncta adplicata recta linea, per secundam huius tertij, cadit intra datum circulum.

Πρόβλημα β, Πρότασις ιζ.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

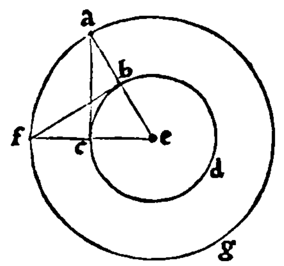
Problema 2, Propositio 17.

A Dato pũcto, dato circulo, contingentẽ rectam lineam ducere. 17

Constructio figuræ.

ORONTIVS. ¶Sit a/punctum datum: à quo oporteat in datum circulum b/c/d/ contingentem rectam lineam ducere. Inueniatur ipsius b/c/d/ circuli centrum, per primam huius tertij, sitque illud e: & connectatur a/e/recta, per primum postulatum. quæ cùm ab interiore puncto e, ad exterius punctum a/deducatur, secabit b/c/d/circunferentiam: secet igitur in puncto b. & centro e, interuallo autem e/a, circulus describatur a/f/g, per tertium postulatum. Postmodùm à puncto b, datæ rectæ lineæ a/e, ad rectos angulos excitetur b/f: per vndecimam primi. & connectatur e/f, per primum postulatum: quæ eandem circunferentiam b/c/d, secet rursum in puncto c. Connectatur demum a/c, per idem primum postulatum.

Demõstratio.



Dico quòd a/c, contingit circulum/ b/c/d. Cum enim per circuli diffinitionem, æqualis sit a/e/ipsi e/f, & b/e/ipsi e/c: erunt bina latera a/e/& e/c/triãguli a/e/c, æqualia duobus f/e/ & e/b/trianguli f/e/b: & communem comprehendunt angulum qui ad e. Basis igitur a/c/basi f/b, & triangulum a/e/c/triangulo f/e/b, & reliqui anguli reliquis angulis (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam primi coæquantur. æqualis est igitur angulus a/c/e, angulo e/b/f. Angulus porrò e/b/f, rectus est: igitur & qui sub a/c/e/rectus. Et quoniam e/c/semidiameter est ipsius b/c/d/circuli, & ab illius dimetientis extremitate c, eadẽ a/c/ad rectos excitata est angulos: ipsa ergo a/c/ tangit circulum b/c/ d, per corollarium decimæsextæ huius tertij. Igitur à dato puncto a, dato b/c/d/circulo, contingentem rectam lineam duximus. Quod facere oportebat.

Θεώρημα ιϛ, Πρόθεσις ιη.

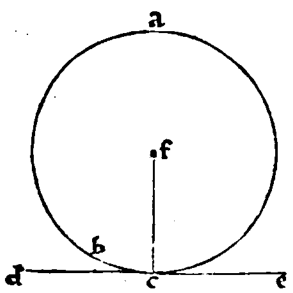
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα: ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἁπτομένην.

Theorema 16 Propositio 18.

SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta, perpendicularis erit in contingente. 18

Hæc aliter ostendi potest, sed hic demõstrãdi modus præstat.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c, quem tangat recta linea d/e, in puncto quidem c: sitque centrum ipsius circuli f, & connectatur f/c/recta, per primũ postulatum. Dico quòd f/c, perpendicularis est ipsi d/e. Si enim f/c, non fuerit perpendicularis ipsi d/e: erunt



d/c/f/& f/c/e/anguli, per decimæ diffinitionis primi libri conuersionem, inæquales, & proinde alter recto maior, alter verò minor. nam d/c/f/& f/c/e/anguli, per decimamtertiam primi binis rectis sunt æquales. Esto maior (si fuerit possibile) & obtusus f/c/e: erit itaque d/c/f/acutus. Et quoniam recta d/e, tangit circulum a/b/c, per hypothesin: ipsum igitur nõ secat circulum. Cadit itaque circunferentia b/c, inter d/c/ & c/f/lineas rectas: & proinde acutus & rectilineus angulus d/c/f, maior erit angulo semicirculi b/c/f/ex circunferentia b/c/& recta c/f/comprehenso. Dabitur itaque rectilineus & acutus angulus, maior angulo semicirculi: contra decimamsextam huius tertij propositionem. Angulus ergo d/c/f, non est recto minor: similiter ostendetur, quòd nec recto maior. est igitur rectus: & qui sub ~~f/c/e/cõtinetur~~ angulus, itidem rectus. & proinde recta f/c, in ipsam d/ e/ perpendicularis est, per decimam primi diffinitionem. Si circulum itaque tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.

Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις ιθ.

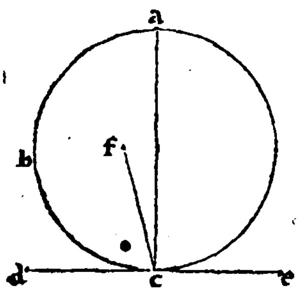
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theorema 17, Propositio 19.

19 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.

ORONTIVS. ¶Esto circulus a/b/c: quē rursum tangat recta d/e, in puncto c. & à dato puncto c/ datæ rectæ lineæ d/e, ad rectos excitetur angulos c/a: per vndecimam primi. Dico quòd in c/a, est centrum ipsius dati circuli a/b/c. Si enim non fuerit in recta c/a: erit alicubi. Esto (si possibile sit) in puncto f: & connectatur f/c/ recta, per primum postulatum. Et quoniam recta quædam linea d/e, tangit per hypothesin circulum a/b/c, à centro autem f, in contactum c, coniuncta erit f/c/ recta linea: coniuncta igitur f/c, perpendicularis erit in contingente d/e, per antecedentem decimamoctauam huius tertij propositionem. Rectus erit igitur vterque angulorum d/c/f, & f/c/e. Atqui per constructionem/ angulus d/c/a/ rectus est: súntque recti omnes inuicem æquales, per quartum postulatum. Aequus erit igitur angulus d/c/a, ipsi angulo d/c/f. Est autē d/c/f, pars ipsius anguli d/c/a: recta siquidem f/c, cadit intra circulum, ac inter d/c/ & c/a/ rectas, diuidítque propterea ipsum angulum d/c/a. Totus igitur angulus d/c/a, suæ parti d/c/f, æquabitur: quod per nonam communem sententiam est impossibile. Centrum itaq; circuli a/b/c, non est in puncto f. haud dissimiliter ostendemus, quòd nec alibi: præter quàm in a/c. Si circulum ergo tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Demonstratio ab impossibili



Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κ.

ΕΝ κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

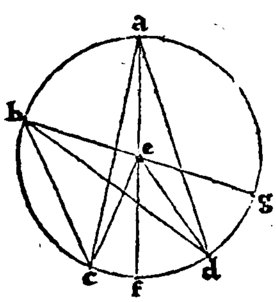
Theorema 18, *Propositio* 20.

20 IN circulo angulus qui ad centrū, duplus est eius qui ad circunferentiam: quando anguli eandem circunferentiam habuerint.

ORONTIVS. ¶Sit a/b/c/d/ circulus: ad cuius centrum e, sit angulus c/e/d, ad circunferentiam autem c/a/d, & vtriusq; basis eadem circunferentia c/d. Aio quòd angulus c/e/d, ipsius anguli c/a/d/ duplus est. Cōnectatur enim a/e, per primum postulatum: & per secundum postulatum, directè producatur in f. Cùm igitur per circuli diffinitionem, a/e/ sit æqualis e/c: æquus est angulus e/a/c, ipsi angulo e/c/a, per quintam primi. Anguli itaque e/a/c/ & e/c/a/ simul sumpti, alterutrius eorum dupli sunt: vtpote ipsius e/a/c. Exterior porrò angulus c/e/f, binis īterioribus & ex opposito e/a/c/ & e/c/a, per trigesimamsecundam primi est æqualis. quæ autem sunt æqualia, eiusdem duplicia sunt: per conuersam sextæ communis sententiæ. Duplus est igitur c/e/f/ angulus, ipsius e/a/c. Et proinde angulus f/e/d, ipsius e/a/d/ anguli duplus est. Totus itaque angulus c/e/d, totius anguli c/a/d/ consequenter est duplus. Si enim æquè multiplicibus, addantur æquè multiplicia: æquè itidem multiplicia resultabunt. ¶Quòd si angulus qui ad circunferētiam, fuerit extra cētrum ipsius circuli, veluti c/b/d: idem nihilominus subsequetur. connexa enim recta b/e, per primum postulatum, & directè producta in g/ per secundum: concludemus veluti suprà. ex eadem quinta & trigesimasecunda primi, angulum c/e/g, duplum fore ipsius anguli c/b/e. quoniam d/e/g/ pars ipsius anguli c/e/ g, duplus rursum est partis ipsius c/b/e, vtpote anguli e/b/d: reliquus igitur angulus c/e/d/ qui ad centrum, duplus itidem est reliqui c/ b/ d/ qui ad circunferentiam dati constituitur circuli. In circulo itaque angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam : quando ipsi anguli communem basin eandem circunferentiam habuerint. Quod fuerat ostendendum.

Quādo angulus qui ad circunferentiam includit centrum.

Quando idem angul⁹ qui ad circūferētiam non capit centrum circuli.



Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κα.

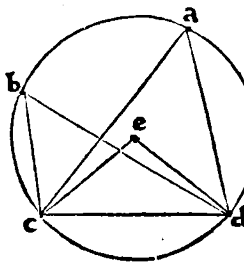
ΕΝ κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 19, *Propositio* 21.

IN circulo qui in eodem ſegmento ſunt anguli : ſibi inuicem ſunt æquales. 21

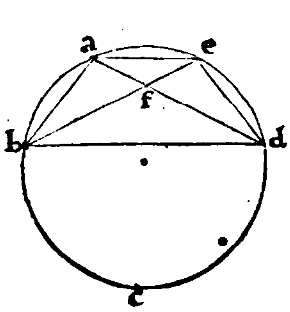
De ſegmento ſemicirculo maiori.

ORONTIVS. ¶Sint primùm in ſegmento ſemicirculo maiori e/a/d, dati a/b/c/d/circuli: anguli c/a/d, & d/b/c/. Dico eoſdem angulos c/a/d/& d/b/c, fore adinuicem æquales. Inueniatur enim centrum ipſius a/b/c/d/circuli, per primam huius tertij, ſitque illud e: & connectatur e/c/& e/d, per primum poſtulatum. Cùm igitur angulus c/e/d/ad centrum exiſtat circuli, c/a/d/verò angulus ad circunferentiam, habeántque baſin eandem, & communem circunferentiam c/d : angulus propterea c/e/d, duplus eſt, per antecedentem vigeſimam propoſitionem, anguli c/a/d. Angulus itaque c/a/d, dimidius eſt ipſius anguli c/e/d. Et proinde præfatus angulus c/e/d, duplus eſt ipſius anguli d/b/c: atque idem angulus d/b/c, eiuſdem c/e/d/anguli dimidius. Quæ autem eiuſdem ſunt dimidium, ea ſunt adinuicem æqualia: per ſeptimam communem ſententiam. Aequus eſt igitur angulus c/a/d, angulo d/b/c.



De ſegmento ſemicirculo minori.

¶Sint rurſum in ſegmento b/a/d/ ſemicirculo minori, ipſius a/b/c/d/circuli, b/a/d/& d/e/b/anguli. Hos dico fore ſimiliter æquales. Connectatur enim recta a/e, per primum poſtulatum: ſitque ipſarum a/d/& b/e/ſectio f. Erit igitur a/c/e, ſegmentum maius: & qui in eodem ſegmento maiori ſunt anguli a/b/e/& e/d/a, per primam partem iam demonſtratam, adinuicem æquales. Et quoniam trianguli a/b/f, interiores & qui ex oppoſito ſunt anguli a/b/f/& f/a/b, extrinſeco b/f/d/ coæquantur angulo: necnon & duo anguli e/d/f/& f/e/d/ipſius d/e/f/trianguli, eidem extrinſeco b/f/d/ ſunt itidem æquales, per trigeſimamſecundã primi. Duo igitur anguli a/b/f/& f/a/b, duobus angulis e/d/f/& f/e/d, ſunt per primam communem ſententiam æquales. A quibus ſi demantur æquales anguli a/b/f/ & e/d/f: reliquus b/a/f, reliquo d/e/f, hoc eſt, b/a/d/ipſi d/e/b, per tertiam communem ſententiam erit æqualis. Idem quoque demonſtrare licebit de angulis in ſemicirculo conſtitutis. In circulo igitur, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales. Quod receperamus oſtendendum.



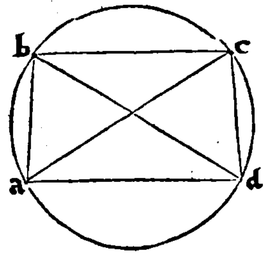
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κβ.

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων, αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 20, *Propoſitio* 22.

IN circulis quadrilaterorum exiſtentium anguli, qui ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales. 22

ORONTIVS. ¶Sit in a/b/c/d/circulo, quadrilaterum a/b/c/d. dico angulos qui ad a/& c, ſimiliter qui ad b/& d/ex oppoſito conſtituuntur, duobus rectis coæquari. Connectantur enim a/c/& b/d/rectæ, per primum poſtulatum. Triangulum eſt igitur a/b/c. Et quoniam angulo b/a/c, æquus eſt angulus c/d/b, per antecedentem vigeſimamprimam huius tertij: ſunt enim in eodem ſegmento b/a/d/c. Angulo rurſum a/c/b, æqualis eſt angulus b/d/a, per eandem vigeſimamprimam huius tertij: in eodem nanque ſegmento conſiſtunt a/d/c/b. Totus igitur qui ſub a/d/c/ continetur angulus, binis angulis b/a/c/& a/c/b (nempe ſuis partibus integralibus) coæquatur. Adijciatur ~~vtriſque æqualibus~~, communis angulus a/b/c. duo igitur anguli a/b/c/ & c/d/a, tribus angulis b/a/c, a/c/b, & c/b/a, ipſius a/b/c/ trianguli, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales. Eiſdem porrò tribus angulis eiuſdem a/b/c/trianguli, duo recti ſunt æquales anguli : omnis ſiquidem trianguli, tres interiores anguli binis ſunt rectis æquales, per trigeſimamſecundam primi. Qui igitur ex oppoſito ſunt anguli a/b/c, & c/d/a, per primam communem ſententiam, ſunt æquales duobus rectis. Nec diſſimiliter



ostendemus, quòd anguli b/a/d/& d/c/b, duobus itidem rectis coæquantur. Igitur in circulis quadrilaterorum existentium anguli, qui ex oppositio: duobus rectis sunt æquales. Quod demonstrare oportebat.

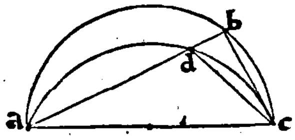
Θεώρημα κα, Πρότασις κγ.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα, οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theorema 21, Propositio 23.

23 **Super eadem recta linea, duæ sectiones circulorum similes, & inæquales non constituentur ad easdem partes.**

ORONTIUS. ¶ Super eadem nanque recta linea a/c, binæ & inæquales circulorum sectiones, a/b/c/quidem maior, minor autem a/d/c, ad easdem partes b, d/constituantur. Dico quòd ipsæ sectiones non sunt similes, & simul inæquales. Si enim id fuerit possibile: extendatur recta quædam linea a/d/b, quæ secet vtranque sectionem, maiorem quidem in b, & ipsam minorem in d: & connectantur b/c, & c/d/ rectæ, per primum postulatum. Triangulũ erit igitur b/c, d: cuius vnum latus b/d, producitur in a. exterior igitur angulus a/d/c, interiore & ex opposito c/b/d/maior est, per decimamsextam primi. Quòd si segmentum a/d/c/, fuerit ipsi a/b/c/ simile: æquus erit angulus a/d/c, eidem angulo c/b/d, per vltimam huius tertij diffinitionem. similes nanque sectiones circuli sunt, quæ angulos æquos suscipiunt. Esset igitur angulus a/d/c, maior angulo c/b/d, atque eidem æqualis: quod est impossibile. Super eadem itaque recta linea, duæ sectiones circulorum similes, & inæquales non constituentur ad easdem partes. Quod ostendere fuerat operæpretium.



Θεώρημα κβ, Πρότασις κδ.

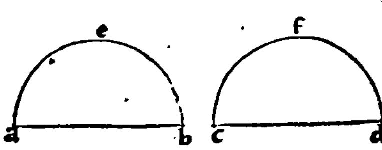
Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

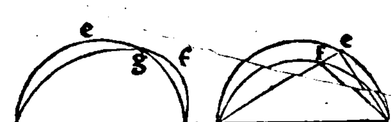
Theorema 22, Propositio 24.

24 **Super æqualibus rectis lineis similes circulorum sectiones cõstitutæ, sibi inuicem sunt æquales.**

ORONTIUS. ¶ Constituantur enim super æqualibus rectis lineis a/b, & c/d, similes circulorum sectiones a/e/b, & c/f/d. Dico quòd sectio a/e/b, sectioni c/f/d/est æqualis. Comparatis nanque adinuicem ipsis a/e/b/& c/f/d/sectionibus, & puncto c/supra punctum a/collocato, extensáque recta linea c/d/in directum ipsius a/b: cõgruet punctum d, ipsi puncto b. quæ enim sunt æqualia, sibimetipsis cõueniunt, per octauæ communis sententiæ conuersionem. Conueniente autẽ recta c/d/ipsi a/b, cõueniet & c/f/d/ circunferentia, ipsi a/e/b: & illi consequenter erit æqualis. Tunc enim super eadem recta & communi linea a/b/vel c/d, duæ circulorum sectiones constituentur similes: igitur & æquales, per vigesimamtertiam huius. Aequalis est igitur a/e/b/ipsi c/f/d. ¶ Quòd si non fueris contentus hac demonstratione, & dixeris forsan circunferentiam c/f/d, ipsi a/e/b/ minimè conuenire: tunc vel altera alteram secabit, vel vna cadet intra reliquam. Secent se primùm (si possibile fit) in puncto g. Et quoniam se secant iam, in cõmunibus punctis a, b/vel c, d: secabũt sese inuicem circuli, quorum sunt sectiones, in pluribus duobus punctis. quod per decimam huius tertij, est impossibile. Quòd si vna ceciderit intra reliquam, vtpote c/f/d/ intra a/e/b: idẽ quod in proxima sequetur inconueniens, velut ex ipsa potes elicere figura. Exterior enim angulus qui ad f, trianguli a/f/b/aut e/f/d, maior erit intrinseco & ex opposito qui ad e, per decimamsextam primi: ac eidem æqualis, per similium sectionum diffinitionem, quod non est possibile. Congruit itaque circunferetia c/f/d, ipsi a/e/b: quemadmodùm & recta c/d, ipsi a/b. quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem: per octauam communem sententiam. Aequalis est igitur sectio a/e/b, ipsi c/f/d. Igitur super æqualibus rectis lineis, similes circulorum sectiones constitutæ, sibi inuicem sunt

Alia eiusdem theorematis ostensio.





æquales. Quod receperamus ostendendum.

Πρόβλημα γ, Πρόθεσις κε.

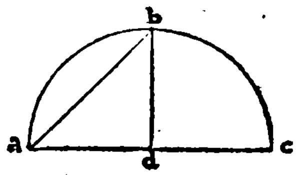
Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗπέρ ἐστι τμῆμα.

Problema 3, Propositio 25.

Circuli sectione data: describere circulum, cuius est sectio. 25

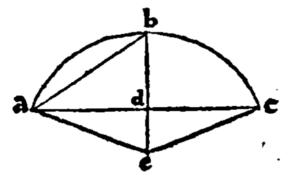
ORONTIVS. ¶ Esto data circuli sectio a/b/c, cuius centrum oporteat inuenire: hoc est, circulum cuius est sectio describere. Secetur itaque a/c/recta bifariam in puncto d, per decimam primi. Et per vndecimam eiusdem primi, à puncto d/ipsius a/c/rectæ lineæ, perpendicularis excitetur d/b: & connectatur a/b/recta, per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/b/d: cuius angulus b/a/d, ipsi angulo d/b/a/erit æqualis, aut eo minor, vel eodem angulo maior. Si æqualis (vt in hac prima figura) æqualis erit a/d, ipsi d/b, per sextam primi. Eidē porrò a/d, æqualis est d/c, per constructionem: & d/b/igitur ipsi d/c, per primam communem sententiam erit æqualis. Tres itaque a/d, d/b, & d/c, erūt inuicem æquales. Cadent ergo à puncto d, in circunferentiam a/b/c, plures quàm duæ rectę lineę æquales: erit igitur pūctū d, centrum circuli, cuius a/b/c/est sectio, per nonam huius tertij.

Prima huius ostensionis differentia.



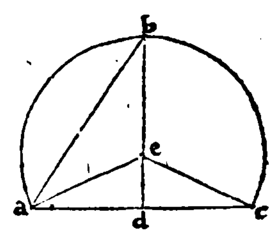
Secunda differentia.

¶ At si angulus b/a/d, minor fuerit angulo d/b/a (vt in secūda figuræ dispositione) cōstituatur ad datum pūctum a/datæ rectæ lineę a/b, dato angulo rectilineo d/b/a, æqualis angulus rectilineus b/a/e: per vigesimamtertiam primi. Et quoniam trianguli a/b/d, angulus qui ad d/rectus est: igitur & qui ad b/minor est recto, per trigesimamsecundam primi. Angulo autem d/b/a, datus est æqualis b/a/e: & b/a/e/igitur angulus recto minor est. incidit itaque recta linea a/b, in a/e/& b/d/rectas, efficiens interiores & in eadem parte angulos, duobus rectis minores: conuenient igitur a/e/& b/d/in rectum productæ, per quintum postulatum. conueniant ergo ad punctum e: & cōnectatur e/c/recta, per primum postulatum. Cùm igitur angulus e/a/b, æquus sit angulo a/b/e: æqualis est a/e, ipsi e/b, per sextam primi. Rursum quoniam a/d, ipsi d/c/est æqualis, & d/e/vtrique communis: bina igitur latera a/d/& d/e/trianguli a/d/e, binis lateribus e/d/& d/c/trianguli e/d/c, sunt æqualia alterum alteri: & æquales comprehēdunt angulos, nempe rectos qui circa d. Basis igitur e/c, basi a/e, per quartam primi est æqualis. Eidem porrò a/e, æqualis ostēsa est e/b: ~~tres igitur a/e, e/b,~~ & e/c, sunt adinuicem æquales. Quare rursum, ex nona huius tertij, punctū e/cētrū erit circuli, cuius a/b/c/est sectio.



Tertia differentia.

¶ Quòd si idē augulus b/a/d, maior extiterit ipso d/b/a: idem respōdenter concludetur. Dato enim rursum angulo b/a/e, ipsi d/b/a, per vigesimātertiam primi, æquali: cōcludemus (veluti suprà) ex sexta primi, e/b/fore æqualem ipsi a/e: ac eidem a/e, ipsam e/c, per quartam ipsius primi, consequenter æquari. Et proinde punctum e, centrum erit circuli, cuius a/b/c/est sectio: per nonam huius tertij.

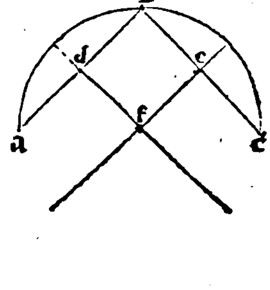


¶ *Corollarium.*

¶ Hinc fit manifestum, in semicirculo angulū b/a/d, fore æqualem ipsi d/b/a: in sectione autem semicirculo minore, minorem: & in maiore, maiorem.

Alia & vniuersalior eiusdē problematis ostensio.

¶ EST ET ALIVS modus vniuersalis inueniendi præfatum centrum, cuicunque sectioni datæ indifferenter adcommodus. Assumantur itaque in data circunferentia siue sectione a/b/c, tria vtcunque contingentia puncta: síntque a, b, c. Connectantur deinde a/b, & b/c/rectæ, per primum postulatum. vtraque postmodùm bifariam diuidatur, per decimam primi: a/b/quidem in puncto d, & b/c/in puncto e. A punctis autem d/& e, in easdem a/b/& b/c, perpendiculares excitentur d/f/& e/f, per vndecimam eiusdem primi. Cùm igitur vterque angulorum b/d/f/& b/e/f/sit rectus: recta quæ ex pūcto d/in punctū e/producetur, vtrunque diuidet angulū. quæ cùm incidat in d/f/& e/f/rectas, efficiet propterea interiores & in eadem parte angulos d/e/f/& e/d/f/duobus



rectis minores. Concurrent igitur d/f/ & e/f/ productæ, per quintum postulatum: & sese tandem intersecabunt in eodem puncto f. Et quoniam recta quædam linea d/f, quandam rectam lineam a/b, bifariam & ad rectos dispescit angulos: in ipsa igitur d/f/ est centrũ circuli. & proinde in e/f/ recta, erit eiusdẽ circuli centrum: per corollarium primę huius tertij. Est igitur cẽtrum circuli, cuius sectio est a/b/c/ in puncto f, vtriq; & d/f/ & e/f/ communi. Data igitur circuli sectione a/b/c/ describitur circulus cuius est sectio. Quod oportuit ostendisse.

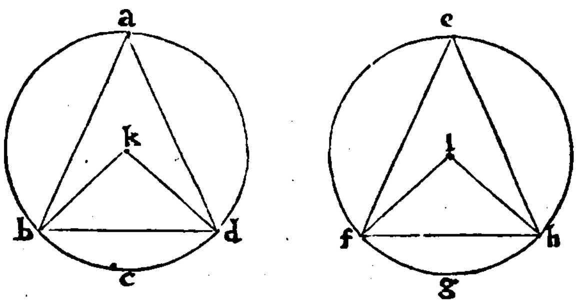
Θεώρημα κγ, Πρόθεσις κϛ.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 23, Propositio 26.

26 IN æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur: etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint.

ORONTIVS. ¶Sint bini circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h, inuicẽ æquales: in quibus æquales deducantur anguli, ad eorum quidem centra k, l, anguli b/k/d, & f/l/h: ad circunferentias autem, b/a/d/ & f/e/h. Dico quòd b/c/d/ circunferentia, æqualis est f/g/h/ circunferentiæ. Connectantur enim in primis b/d/ & f/h/ rectæ, per primum postulatum. Et quoniam per hypothesin circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h, sunt inuicem æquales: quæ igitur ex eorum centris prodeunt rectæ lineæ, sunt æquales adinuicem, per primam huius tertij diffinitionem. Duæ igitur b/k/ & k/d/ trianguli b/k/d, duabus f/l/ & l/h/ trianguli f/l/h/ sunt æquales altera/alteri: & æquos inuicem, qui ad k/ & l/ comprehendunt angulos. Basis itaq; b/d, basi f/h, per quartam primi est æqualis. Rursum quoniam angulus qui ad a/ æquus est angulo qui ad e, similis est sectio



b/a/d, sectioni f/e/h, per decimam huius tertij diffinitionem: & super æqualibus rectis consistunt b/d/ & f/h. Aequalis est igitur sectio b/a/d, ipsi f/e/h: super æqualibus enim rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ, sibi inuicem sunt æquales, per vigesimamquartam huius tertij. Atqui totus a/b/c/d/ circulus, toti e/f/g/h/ circulo est æqualis. si ab æqualibus autem circulis, æquales auferantur circunferentiæ: quæ relinquentur æquales erũt, per tertiam communem sententiam. Aequalis est igitur circunferentia b/c/d, ipsi f/g/h. In æqualibus ergo circulis: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.

Θεώρημα κδ, Πρόθεσις κζ.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

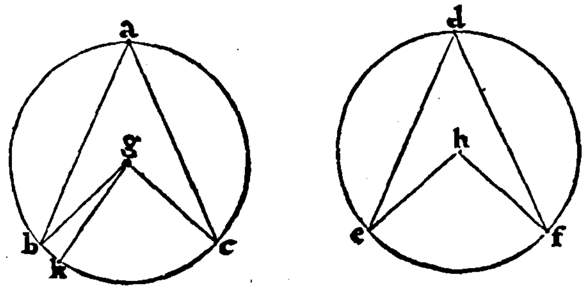
Theorema 24, Propositio 27.

27 IN æqualibus circulis, anguli qui super æquales circunferentias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales: & si ad centra, & si ad circunferentias fuerint deducti.

ORONTIVS. ¶Hæc est conuersa præcedentis. Sint ergo in circulis æqualibus a/b/c/ & d/e/f, super æqualibus circunferentijs b/c/ & e/f, anguli b/g/c/ & e/h/f, ad eorum centra g, h: ad circunferentias autem, b/a/c/ & e/d/f. Aio quòd angulus qui ad g, æquus est angulo qui ad h: necnon qui ad a, æqualis ei qui ad d. In primis enim, si angulus b/g/c, angulo e/h/f/ non fuerit æqualis: alter eorum erit maior. Esto maior (si possibile sit) b/g/c: & ad datam rectam lineam g/c, ad datúmque in ea punctum g, dato angulo rectilineo e/h/f, æqualis angulus rectilineus constituatur k/g/c, per vigesimamtertiam primi. Maior erit itaque angulus b/g/c, ipso k/g/c/ angulo: incidétque propterea recta g/k, inter b/g/ & g/c/ rectas, & proinde secabit circunferentiam k/c/ ipsa b/c/ minorem. At

conuersa præcedentis 26.

quoniam in circulis ęqualibus ęquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur, per antecedentem vigesimamsextam propositionem: æqualis erit circunferentia k/c, ipsi e/f. Eidem porrò circunferentiæ e/f, æqualis est per hypothesin circunferentia b/c. & b/c/igitur circunferentia, ipsi k/c, per primam communem sententiam erit æqualis: maior videlicet minori, totúmve suæ parti. quod per nonam communem sententiam est impossibile. Non est igitur angulus b/g/c, maior ipso e/h/f: similiter ostendemus, quòd neque minor. Est igitur æqualis. Et quoniam per vigesimam huius tertij, angulus b/a/c, dimidius est eius qui ad centrum g: necnon & e/d/f/angulus, illius qui ad cẽtrum h/dimidius. quæ autẽ eiusdem vel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem: per septimam communem sententiam. Et angulus igitur b/a/c, angulo e/d/f/est æqualis. In æqualibus ergo circulis, anguli qui super æquales circunferentias: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.



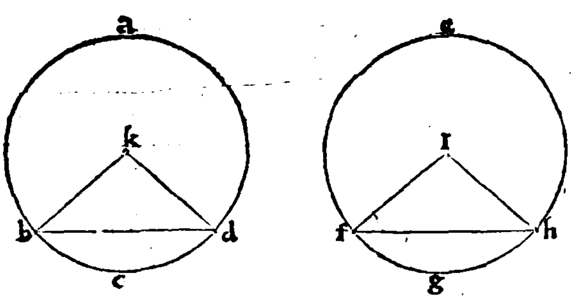
Θεώρημα κε, Πρόθεσις κη.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι· τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι· τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

Theorema 25, Propositio 28.

IN æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori. 28

ORONTIVS. ¶ Sint bini circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ inuicem æquales, quorum centra k, l: in ipsis verò æqualibus circulis, æquales sint rectæ lineæ b/d, & f/h, auferentes circunferentias b/a/d/ quidem & f/e/h/ maiores, minores autem b/c/d/ & f/g/h. Aio quòd circunferentia b/a/d, circunferentiæ f/e/h/ est æqualis: necnon & b/c/d, ipsi f/g/h. Connectantur enim b/k/ & k/d, atque f/l/ & l/h/ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur ex hypothesi, circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ sint æquales: & æquales quoque adinuicem erunt quæ ex eorum centris deducentur lineæ rectæ, per primam huius tertij diffinitionem. Duæ itaque b/k/ & k/d/ trianguli b/k/d, binis f/l/ & l/h/ triãguli f/l/h, sunt æquales altera alteri: basis quoque b/c, basi f/h, per hypothesin æqualis. Angulus igitur b/k/d, angulo f/l/h, per octauam primi est æqualis. In æqualibus porrò circulis æquales anguli, & ad cẽtra deducti, in æqualibus circũferentijs subtenduntur: per vigesimamsextam huius tertij. Et b/c/d/ igitur circunferentia, ipsi f/g/h/ circũferentiæ est æqualis. Atqui totus a/b/c/d/ circulus, toti e/f/g/h/ circulo per hypothesin æquatur: & si ab æqualibus circulis æquales auferantur circunferentiæ, quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam communem sententiam. Reliqua igitur circunferentia b/a/d, reliquæ f/e/h/ est æqualis. Igitur in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori. Quod demonstrare fuerat operæpretium.



Θεώρημα κϛ, Πρόθεσις κθ.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

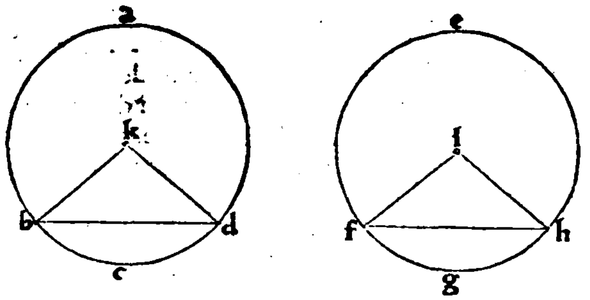
Theorema 26, Propositio 29.

IN æqualibus circulis: sub æqualibus circunferentijs, æquales rectæ lineæ subtenduntur. 29

Conuersa proxima 28.

ORONTIVS. ¶ Hæc est conuersa proximè antecedentis propositionis.

Sint igitur rursum æquales circuli a/b/c/d/& e/f/g/h, quorum centra k, l: sintque in eisdem circulis, b/c/d/& f/g/h/circunferentię inuicem æquales. Dico quòd connexæ b/d/& f/h/rectæ lineæ, ęquales sunt adinuicem. Producantur enim ex centro k, rectæ lineæ b/k/& & k/d: necnon ex centro l, rectæ lineæ f/l/& l/h, per primum postulatum. Et quoniam ex hypothesi circunferentia b/c/d, æqualis est circunferentiæ f/g/h: æqualis est propterea angulus b/k/d/angulo f/l/h, per vigesimamseptimam huius tertij. Rursum quoniam dati circuli per hypothesin sunt inuicem æquales: & quæ ex eorum centris igitur k/& l, per primam huius diffinitionem sunt æquales. Aequales itaque inuicem sunt b/k, k/d, f/l, & l/h. Triangula ergo b/k/d/& f/l/h, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales. Basis igitur b/d, basi f/h, per quartam primi est æqualis.



In æqualibus ergo circulis, sub æqualibus circunferentijs, æquales rectæ lineæ subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.

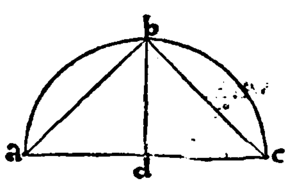
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Problema 4, *Propositio* 30.

30 Datam circunferentiam bifariam discindere.

ORONTIVS. ¶Esto data circunferentia a/b/c: quam oporteat bifariam discindere. Connectatur ergo recta linea a/c, per primum postulatum: quæ bifariam secetur in puncto d, per decimam primi. Et per vndecimam eiusdem primi, à dato puncto d, datæ rectæ lineæ a/c, ad angulos rectos excitetur d/b: cōnectanturq; a/b/& b/c/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur a/d/ipsi d/c/sit æqualis, & d/b/vtriq; communis: bina itaque latera a/d/& d/b/trianguli a/d/b, duobus lateribus b/d/& d/c/trianguli b/d/c/sunt æqualia alterum alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos, nempe rectos. Basis igitur/a/b, basi b/c, per quartam primi est æqualis. Aequales porrò lineæ in eodem circulo, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori, per vigesimamoctauam huius tertij. Aequalis est ergo a/b/circunferentia, ipsi b/c. Data itaque circunferentia a/b/c, bifariam discinditur in puncto b. Quod facere oportebat..



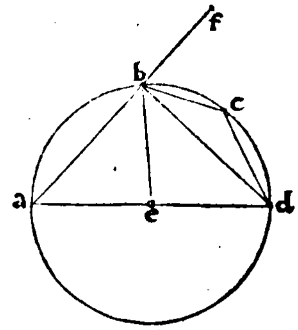
Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λα.

Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία, ὀρθή ἐστιν: ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς: ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς. καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς: ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Theorema 27, *Propositio* 31.

31 In circulo, angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui autem in maiori segmento, minor recto: qui verò in minori segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d: cuius centrum e, dimetiens verò a/d: descriptus autem in semicirculo angulus, sit a/b/d. & suscipiatur in b/d/circunferentia contingens aliquod punctum, sitque illud c: & per primum postulatum, connectantur rectæ lineæ e/b, b/c, & c/d. Dico primùm, quòd angulus a/b/d/rectus est. Extendatur enim, per secundum postulatum, a/b/recta in directum, versus f. Cùm igitur æqualis sit a/e, ipsi e/b, per *Prima theorematis pars.*



circuli diffinitionem: æquus erit angulus e / a / b, ipsi angulo a/b/e, per quintam primi. Et proinde æqualis est angulus e/b/d, ipsi angulo b/d/e: æqualis siquidem est e/b/recta ipsi e/ d, per eandem circuli diffinitionem. Totus itaque angulus a/b/d, binis angulis b/a/d/& a/d/b / est æqualis. Eisdem porrò angulis b/a/d/& a/d/b, æquus est exterior angulus d/b/f, per trigesimam secundam primi. Duo itaque anguli a/b/d/& d/b/f, eisdem angulis b/a/d/& a/d/b/sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Recta igitur b/d/ incidens super a/f, efficit vtrobique angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam ipsius primi diffinitionem. Rectus est igitur angulus a/b/d in dato consistens semicirculo.

Pars secunda. ¶Dico insuper quòd angulus qui ad a / existens in maiori segmento b/a/d, recto minor est. Trianguli siquidem a/b/d/tres anguli, binis rectis per trigesimamsecundam primi sunt æquales. Rectus est autem qui ad / b (veluti nunc ostendimus) reliqui igitur qui ad a, & qui ad d, vni recto sunt æquales: & proinde vterque recto minor. *Pars tertia.* ¶Aio consequenter, quòd & angulus qui ad c/in segmento b/c/d/ semicirculo minori, maior est recto. Nam a/b/c/d/quadrilaterum est, & in dato consistens circulo. In circulis porrò quadrilaterorum existentium, anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales, per vigesimamsecundam huius tertij. Qui igitur ad a/& c/existunt anguli, binis rectis sunt æquales. Angulus porrò qui ad a, recto minor ostensus est: igitur & qui ad c, hoc est sub b/c/d/continetur angulus, recto maior est. *Quarta eiusdē theorematis pars.* ¶Dico tandem, quòd angulus maioris segmenti b/a/d, vtpote a/b/c/d, sub a/b/recta, & circunferentia b/c/d / comprehensus, maior est recto. Minoris autem segmenti angulus, veluti c/b/d, sub eadem b/c/d/circunferentia & recta b/d/ comprehensus, recto minor est. Anguli enim rectilinei a/b/d/& d/b/f/recti sunt: caditque b/d/recta intra datum circulum, per secundam huius tertij. Eadem itaque recta b/d, diuidit ipsum angulum sub a/b/recta, & b/c/d/circunferentia comprehensum: & proinde rectus angulus a/b / d, eiusdem anguli sub a/b/recta & circūferentia b/c/d/comprehensi fit pars. Omne porrò totum, est sua parte maius, per nonam communem sententiam. Datus igitur segmenti maioris angulus, sub a/b/recta, & b/c/d / circunferentia contentus, recto maior est. *Pars quinta & vltima.* ¶Rursum, quoniam recta b/d, cadit intra datum circulum, & b/f/extra: diuidit itaque circunferentia b/c/d, ipsum angulum rectum d/b/f. Et proinde datus angulus sub b/d/recta/& eadem circunferentia b/c/d/comprehensus, pars est ipsius anguli recti d/b/f. Omnis autem pars minor est toto, per ipsius nonæ communis sententiæ conuersionem. Angulus igitur segmenti minoris, sub d/b/recta & b/c/d/circunferentia comprehensus, minor est recto. In circulo itaque angulus qui in semicirculo est: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportebat ostendere.

¶Corollarium primum.

¶Ex hac, & decimasexta huius tertij propositione fit manifestum, quòd tametsi in mixtis angulis, sub recta linea & circuli circunferentia comprehensis, detur minor atque maior recto: nunquàm tamen dabitur æqualis.

¶Corollarium secundum.

¶Sequitur etiam ex huiusce propositionis demonstratione, quòd in triangulis angulus qui reliquis duobus æquatur, rectus est. ¶Et quando vtrobique consistentes anguli, eisdem angulis fuerint æquales: vterque æqualium angulorum rectus erit.

Θεώρημα κη, Πρότασις λβ.

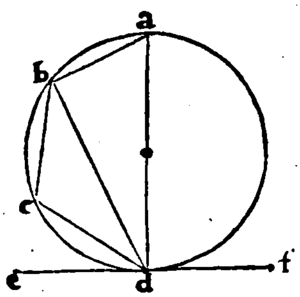
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Theorema 28. Propositio 32.

SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem extendatur quædam recta linea circulum dispescens: anguli quos efficit ad tangentem, æquales sunt eis, qui alterni in circuli segmentis consistunt, angulis. 32

ORONTIVS. ¶Esto enim circulus a/b/c/d, quem tangat recta linea e/f/in puncto d: à contactu autem d, extendatur recta quædam linea d / b, dipescens datum circulum a/b/c/d. Aio quòd angulus b/d/e, æqualis eſt angulo qui in ſegmento b/a/d:& angulus b/d/f,ei qui in ſegmento b/c/d/itidem æqualis. In primis enim,aut b/d/recta ſuper rectam e/f/ad rectos incidet angulos:aut non. Si ad rectos inciderit angulos: ea tranſibit per centrum,efficietúrque dimetiens ipſius a/b/c/d/circuli,per decimamnonam huius tertij. Qui autem in vtroque ſemicirculo conſiſtet angulus,rectus erit,per antecedentem trigeſimamprimam ipſius tertij. hinc per quartum poſtulatum,vterque rectus qui circa d,vtrique recto in alternis ſemicirculis conſtituto erit æqualis. ¶Sed eſto b/d/ minimè perpendicularis ſuper e/f:& per vndecimam primi,à dato puncto d,datæ rectæ lineæ e/f,perpendicularis excitetur a/d. Sumatur pręterea in b/d/circunferentia punctum aliquod, ſitque illud c: & per primum poſtulatum,connectantur rectæ a/b,b/c,atque c/d. Cùm igitur ex hypotheſi,recta linea e/f,tangat ipſum a/b/c/d/circulum,à contactu autem d,ipſi tangenti e/f/ad rectos angulos excitata eſt a/d:tranſit igitur a/d/recta per centrum, ſitque dimetiens ipſius a/b/c/d/circuli, per decimamnonam huius tertij. Trianguli igitur a/b/d,angulus qui ad b/in ipſo exiſtens ſemicirculo, per antecedentem trigeſimamprimam huius tertij, rectus eſt:reliqui itaque anguli a/d/b/& b/a/d,vni recto,per trigeſimamſecundam primi,ſunt ęquales. Angulus porrò a/d/e, rectus eſt: qui igitur ſub a/d/b/& b/a/d/continentur anguli, ipſi angulo a/d/e/ſunt æquales. vtrique autem æqualium,communis eſt a/d/b:reliquus igitur b/d/e,reliquo b/a/d(qui alternus in b/a/d/ſegmēto conſiſtit) angulo, per tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Rurſum quoniam anguli b/d/e/& b/d/f,duobus rectis,per dicimamtertiam primi, ſunt æquales:eiſdem quoque duobus rectis,æquales ſunt qui in a/b/c/d/quadrilatero, ex oppoſito conſiſtunt anguli b/a/d/& b/c/d,per vigeſimamſecundam huius tertij. Et anguli igitur b/a/d/& b/c/d,ipſis angulis b/d/e/& b/d/f,ſunt per primam communem ſententiam æquales: quorum alter, vtpote b/a/d, alteri b/d/e/æqualis præoſtenſus eſt. Reliquus igitur angulus b/d/f,reliquo & alterno b/c/d, per tertiam communem ſententiam coæquatur. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea:&c. vt in theoremate. Quod receperamus oſtendendum.

Quādo diſſecés, orthogonalis eſt ad tāgentem.



Quando extenſa, non eſt orthogonalis cum tangente circulum.

Πρόβλημα ε, Πρόθεσις λγ.

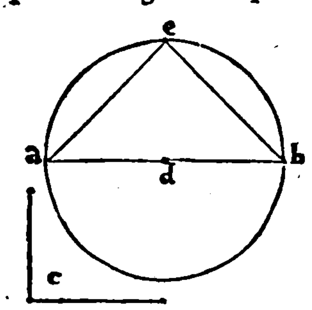
Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 5, Propoſitio 33.

33 **S**Vper data recta linea, deſcribere ſectionem circuli, capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo.

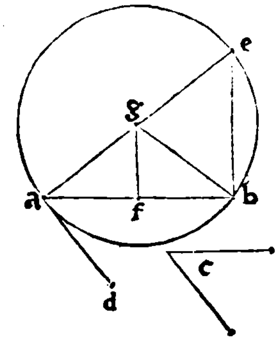
ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a/b,datus porrò angulus rectilineus qui ad c:ſitq; receptū deſcribere ſuper a/b/circuli ſectionē,quæ capiat angulū ipſi dato angulo c/æqualem. Datus itaque angulus, aut erit rectus,aut acutus,vel obtuſus. Eſto primùm rectus,vt in prima figura. Secetur ergo ipſa a/b/recta linea bifariam, per decimam primi, in puncto d:& centro d,interuallo autem d/a,vel d/b, circulus deſcribatur a/e/b,per tertium poſtulatum. Sumatur deinde contingens aliquod punctum in alterutro ſemicirculo, ſitque illud e: & coniungantur a/e/& e/b/lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Et quoniam ſemicirculus eſt a/e/b:angulus igitur qui ad e, per trigeſimamprimam huius tertij rectus eſt, & ipſi propterea angulo c, per quartum poſtulatum ęqualis. Deſcriptus eſt itaque ſuper a/b/recta,ſemicirculus a/e/b,ſuſcipiens angulum qui ad e,dato angulo c/æqualem. ¶Sit autem ipſe datus angulus c/acutus,velut in ſecunda figuræ deſcriptione. Ad datam itaque rectam lineam a/b, datúmque in ea punctum a,dato angulo rectilineo c:æqualis angulus rectilineus conſtituatur b/a/d,per vigeſimamtertiam primi. Erit igitur angulus b/a/d/acutus:& proinde a/b, ſuper ipſam a/d/non eſt perpendicularis. Excitetur ergo per vndecimam primi, à dato puncto a/datæ rectæ lineæ a/d, perpendicularis a/e: diuidatúrque ipſa a/b/recta bifariam in puncto f, per decimam ipſius primi. & per vndecimam eiuſdem primi, à dato puncto f, ipſi a/b/ rectæ

Quando datus angulus rectus eſt.



Cùm dat⁹ angulus eſt acutus

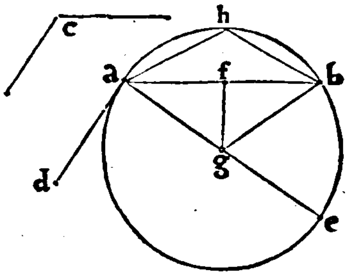
Partium figuræ præparatio.



lineę ad angulos rectos excitetur f/g. Conuenient itaque a/e/& f/g, per quintum postulatum: interiores enim & in eadem parte anguli a/f/g/& g/a/f, binis rectis sunt minores. cõueniant igitur ad punctũ g: & connectatur b/g/recta, per primum postulatum. Cùm igitur a/f/ipsi f/b/sit æqualis, & vtriq; communis f/g: duæ igitur a/f/& f/g/trianguli a / f / g, duabus g/f/& f/b/trianguli g/f/b, sunt æquales altera alteri. & æquos inuicem capiunt angulos: nempe rectos, qui circa f. Basis igitur a/g, basi g/b, per quartam primi est æqualis. Centro itaque g, interuallo autem g/a/vel g/b, circulus describatur a/e/b, per tertium postulatum. transibit ergo circulus a/e/b, per ipsius a/b/limites. Extensa igitur a/e/recta, per secundum postulatum, in circunferentiam ipsius circuli: connectatur recta b/e, per primum postulatum. Et

Resolutio demõstrationis. quoniam a/d/recta, ab a/puncto ipsius a/e/dimetientis extremitate, ad rectos est angulos: tangit igitur a/d/ipsum a/e/b/circulũ, per corollarium decimæsextæ huius tertij. Rursum, quoniam recta quædam linea a/d, tangit ipsum a/e/b/circulum, à contactu autẽ extensa est recta quædam linea a/b/circulum dispescens: angulus igitur qui ad e/consistens in alterno segmento a/e/b, angulo b/a/d/quem facit extensa a/b/cum tangente a/d, per trigesimamsecundam huius tertij est æqualis. Eidem porrò b/a/d, æquus est angulus c, per constructionem. Angulus igitur qui ad e, dato angulo c, per primam communem sententiam est æqualis. Super data itaque recta linea a/b, descriptum est circuli segmentum a/e/b, suscipiens angulum qui ad e, dato angulo c/æqualem.

Quando idem angulus datus est obtusus. ¶Quòd si datus augulus c/fuerit obtusus: haud dissimili via, propositionis intentum perficietur. Dato enim rursum angulo b/a/d, ipsi angulo c/æquali, per vigesimamtertiam primi: & a/b/recta diuisa bifariam in puncto f/per decimam, excitatáque perpendiculari f/g/per vndecimam eiusdem primi: conuenient rursum a/e/& f/g/in rectum extẽsæ, per quintum postulatũ (anguli enim a/f/g/& g/a/f/sunt minores duobus rectis) conueniant ergo ad punctum g. & sumpto puncto h, prout in a/b/circunferentia contigerit: connectantur a/h, h/b, & b/g/lineæ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur a/f/sit æqualis f/b, & f/g/vtrique communis: duo latera a/f/& f/g/trianguli a/f/g, duobus lateribus g/f/& f/b/trianguli g/f/b, sunt æqualia alterum alteri: & æquales inuicem continent angulos, vtpote rectos qui crca punctum f. Basis igitur a/g, basi g/b, per quartam primi est æqualis. Centro itaque g, interuallo autem g/a/vel g/b, describatur a/e/b/circulus, per tertium postulatum. transibit ergo circulus ipse, per limites datæ



Resolutio demonstrationis priori similis. rectæ lineæ a/b. Hinc rursum, quoniam recta a/d/ab extremitate dimetientis a/e/ad rectos excitata est angulos: tangit igitur a/d/ipsum a/e/b/circulum, per corollarium decimæsextæ huius tertij. Item quoniam a/d/recta tangit a/e/b/circulum, à contactu autem extensa est a/b/recta, circulum dispescens: angulus igitur qui ad h/consistens in alterno circuli segmento a/h/b, angulo b/a/d/sub contingente d/a/& extensa a/b/comprehenso, per trigesimamsecundam huius tertij est æqualis. Eidem quoque angulo b/a/d, æquus est per constructionem angulus qui ad c. Qui igitur ad c/& h/puncta consistunt anguli, per primam communem sententiam, sunt inuicem æquales. Itaque super data recta linea a/b, describitur sectio circuli a/h/b/ capiens angulum qui ad h / æqualem dato angulo rectilineo qui a d c. Quod facere oportebat.

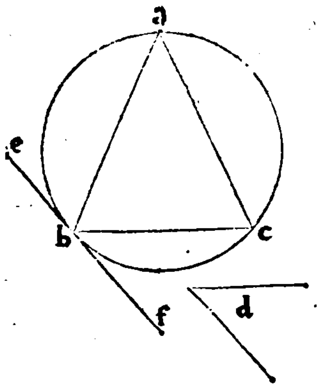
Πρόβλημα ς, Πρόθεσις λδ.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου, τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 6, Propositio 34.

Dato circulo, segmentum abscindere, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo. 34

Constructio figuræ. ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c: à quo oporteat segmentum abscindere, capiens angulum æqualem dato angulo qui ad d. A dato igitur puncto



e,ducatur recta linea e/f/contingens ipsum a/b/c/ circulum in puncto b,per decimamseptimam huius tertij. & ad datam rectam lineam b/ f, datúmque in ea punctum b, dato angulo rectilineo qui ad d,æqualis angulus rectilineus cõstituatur c/b/f, per vigesimamtertiam primi. & per primum postulatum, coniungantur a/b/ & a/c/ lineæ rectæ comprehendentes angulum qui ad a. Cùm igitur recta quædam linea b/ f/ tangat circulum a/ b/ c, & à contactu b/ alia quædam linea recta b/ c/ extensa est,circulum dispescens: angulus igitur qui ad a/existens in alterno segmento b/a/c,æquus est ipsi angulo c/b/f,quem efficit recta b/c/cum tangente b/f,per trigesimamsecundã huius tertij. Eidem porrò c/b/f/angulo , æquus est per constructionem angulus d. Est igitur sub b/a/c/contentus angulus, æqualis ipsi angulo d, per primam communem sententiam . A dato itaque circulo a/b/c, segmentum abscinditur b/a/c, capiens angulum qui ad a/æqualem dato angulo rectilineo d.Quod oportuit fecisse. *Demonstratio problematis.*

Θεώρημα κθ, Πρόθεσις λε.

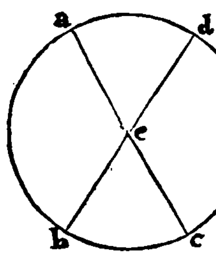
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 29 Propositio 35.

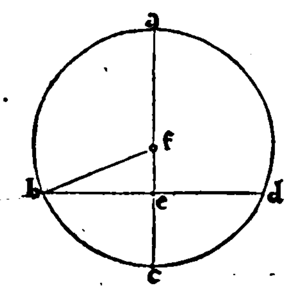
35 SI in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint:rectangulum comprehẽsum sub sectionibus vnius, æquum est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur rectangulo.

ORONTIVS.¶In dato enim circulo a/b/c/d, binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, seinuicem secent in puncto e.Aio quòd rectangulũ comprehensum sub a/e/& e/c,æquum est comprehenso sub b/e/& e/d/rectangulo.In primis itaque/vel vtraque linearũ transit per centrum circuli,vel vna tantùm, aut neutra. Transeat primùm vtraque per centrum e, vt in prima figura. Erunt igitur, per decimamquintam diffinitionem primi,a/e,e/c,b/e,& e/d/inuicem æquales:nempe eiusdem circuli semidiametri.Quod igitur sub a/e/in e/c/fit rectangulum,æquum est ei,quod sub b/e/& e/d/continetur rectangulo,per corollarium quadragesimæsextę primi libri: sunt enim ambo rectangula quadrata, & sub æqualibus rectis comprehensa. ¶Sed iam altera tantũmodò linearũ,vtpote a/c, transeat per centrum, quod sit f: secétque reliquam b/d/in eodem puncto e.Secabit igitur a/c/ipsam b/d/in duo æqualia,vel in duo non æqualia. Secet primùm bifariam:& ad rectos igitur eam secabit angulos,per tertiam huius tertij. Connectatur ergo recta b/f,per primum postulatum. Rectangulum erit itaque triangulum b/e/f. Et quoniam recta a/c/secatur in æqualia in puncto f,& in non æqualia in puncto e:quod igitur sub a/e/& e/c/continetur rectangulum,vnà cum quadrato quod ex e/f,æquũ est ei/ per quintam secũdi,quod ab f/c/fit quadrato.Ei porrò quod ab f/c/ fit quadrato,æquum est id quod ex b/f,per corollarium quadragesimæsextæ primi:æqualis siquidem est b/f,ipsi f/c. Comprehensum igitur sub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod ex e/f:æquum est quadrato quod fit ex b/f. Quadrato autem quod fit ex b/f,æqualia sunt per quadragesimamseptimam primi,quæ ex b/e/& e/f/describuntur quadrata. Comprehẽsum itaque sub a/e/& e/c/rectangulum,vnà cum quadrato quod fit ex e/f:æquum est quadratis quæ fiunt ex b/e/& e/f.Ablato igitur communi quadrato quod ex e,f:reliquum sub a/e/& e/c/cõprehensum rectangulum: æquum erit, per tertiam communem sententiam,reliquo quod ex b/e/describitur quadrato. Quod autem ex b e/fit quadratum, idem est quod sub b/e/& e/d/ comprehensum rectangulum: est enim per hypothesin b/e/ ipsi e/d/æqualis.Comprehensum igitur sub a/e/& e/c/rectangulum,æquum est rectangulo,

Prima linearũ sese inuicẽ secantium dispositio.

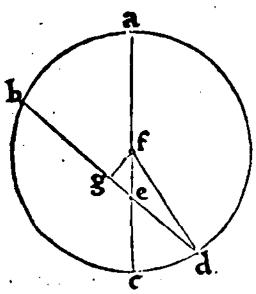


Secũda linearum supradictarum dispositio.



Earundem linearum dispositio tertia.

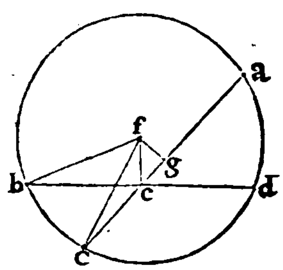
quod sub b/e/& e/d/continetur.¶Quòd si a/c/per f/centrū educta,ipsam b/d/non ductam per centrum secuerit inæqualiter & ad angulos impares: idem non minus facilè concludetur. Diuidatur enim b/d/recta bifariam in puncto g,per decimā primi:& cōnectantur f/g/ atque f/d,per primum postulatum. Cùm igitur f/g/per centrum educta,ipsam b/d/non ductam per centrum bifariam diuidat:& ad rectos quoque eam dispescet angulos,per tertiam huius tertij. Rectus erit igitur vterque angulorum qui circa g: & proinde triangula f/g/d/ & f/g/e/rectangula. Et quoniam recta a/c/bifariam secatur in puncto f,& in non æqualia in puncto e:quod igitur sub a/e/& e/c/continetur rectangulum , vnà cum quadrato quod ex e/f,æquum est ei quod ex f/c/describitur quadrato,per quintam

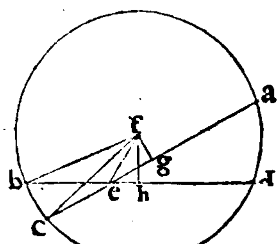


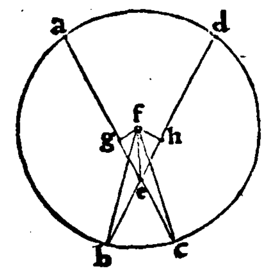
secundi. Quadrato autem quod ex f/c,æquum est id quod fit ex f/d:æqualis siquidem est f/c/ipsi f/d , per decimamquintam ipsius primi diffinitionem. Quadrato rursum quod ex e/f,æqualia sunt descripta ex f/g/& g/e/quadrata, per quadragesimam septimam eiusdem primi. Comprehensum igitur sub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum descriptis ex f/g/& g/e/quadratis:æquum est quadrato quod fit ex f/d. Quadrato insuper quod fit ex f/d, ęqualia sunt quę ex f/g/& g/d/fiunt quadrata,per eandem quadragesimamseptimam primi. Quod igitur sub a/e/& e/c/cōtinetur rectangulū,vnà cum quadratis quę ex f/g/& g/e:ęquum est eis,quæ ex f/g/& g/d/fiunt quadratis. Subducto igitur quod ex f/g,vtrisq; communi: reliquum sub a/e/& e/c/cōprehensum rectangulū,vnà cū quadrato quod ex g/e,æquum est ei quod ex g/d/fit quadrato. Eidē rursum quod ex g/d/fit quadrato,æquum est comprehensum sub b/e/& e/d/rectāgulum,vnà cum eo quod ex eadem g/e/fit quadrato,per eandem quintam secundi: diuiditur enim b/d/ bifariam in puncto g, & in non æqualia in puncto e. Quæ autem eidē æqualia sunt,ea sunt æqualia adinuicem,per primam communē sententiam. Rectangulum itaq; sub a/e/& e/c/comprehensum, vnà cum quadrato quod ex g/e: æquum est comprehēso sub b/e/& e/d/rectāgulo,vnà cum eodē quadrato quod fit ex g/e. Ablato autem cōmuni quadrato quod ex g/e:reliquū sub a/e/& e/c/ cōprehensum rectāgulū,reliquo quod sub b/e/ & e/d/continetur rectangulo,per tertiam communē sententiam est æquale.

Quarta prædictarū linearū dispositio.

¶Neutra demùm supradictarum linearum per cētrum educatur (vt in his vltimis figuris) siue vna secet aliam per æqualia,siue non:sitque rursum ipsius circuli centrū f. Connectatur igitur e/f,recta , per primum postulatum:& vtraque a/c/& b/d/bifariam diuidatur,per decimam primi , a/c/quidem in g , & b/d/ in puncto h. & connectantur demum f/b, f/c, f/e,f/g,& f/h,per primū postulatum. Diuidet ergo f/g/ipsam a/c/ad rectos angulos: similiter & f/h/ipsam b/d,per tertiam huius tertij propositionem: eruntque triangula f/g/e/& e/f/h,necnon f/g/c/& f/b/h/ rectangula . Et quoniam a/c/bifariam secatur in g, & in non æqualia in puncto e: comprehensum igitur sub a/e/& e/c/rectangulum , vnà cum eo quod ex g/e/fit quadrato,æquum est per quintam secundi quadrato quod fit ex g/c. Addatur cō-







mune quadratum,quod ex f/g/describitur:quod igitur sub a/e/& e/c/ continetur rectangulum,vnà cum quadratis quæ fiunt ex f/g/& g/e,binis quadratis quæ ex f/g/& g/c, per tertiam communem sententiam est æquale. Quadratis porrò quæ fiunt ex f/g/& g/e,æquū est quadratum quod fit ex e/f:eis item quæ ex f/g/& g/c/fiūt quadratis,æquum est id quod ex f/c,per quadragesimamseptimā primi. Quod igitur sub a/e/& e/c/continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f, æquum est quadrato quod ex f/c. Ipsi autem f/c/æqualis est f/b,per circuli diffinitionē:hinc per corollariū quadragesimæsextæ primi descriptum ex f/b/quadratum, æquum eſt ei quod fit ex f/c. Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquum eſt quadrato quod fit ex f/b. Et proinde quod ſub b/e/& e/d/continetur rectangulum, vnà cum ipſo quadrato quod fit ex e/f: æquum eſt eidem quadrato, quod fit ex f/b. Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem æqualia ſunt, per primam communem ſententiam. Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquatur rectangulo, quod ſub b/e/& e/d/ continetur, ac ipſi quadrato quod fit ex e/f. Dempto itaque communi quadrato quod ex e/f: reliquum ſub a/e/& e/c/comprehenſum rectangulum, reliquo quod ſub b/e/& e/d/ continetur rectangulo, per tertiam communem ſententiam eſt æquale. In prima autem trium antecedentium figurarum, vbi a/c/bifariam ſecat ipſam b/d, erit f/e/ſuper eadem b/d/perpendicularis: & quadratũ quod fit ex f/b, ijs quæ ex b/e/& e/f/fiunt quadratis æquale. Hinc facilè concludetur, quadratum quod ex b/e, ſeu rectangulum ſub b/e/& e/d/comprehenſum, æquum fore rectangulo quod ſub a/e/& e/ c/ continetur. Si igitur in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

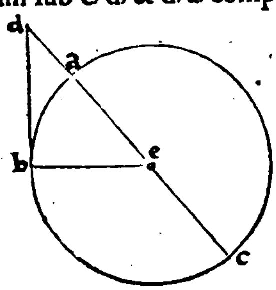
Θεώρημα λ, Πρόθεσις λϛ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται: ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης, μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theorema 30, Propoſitio 36.

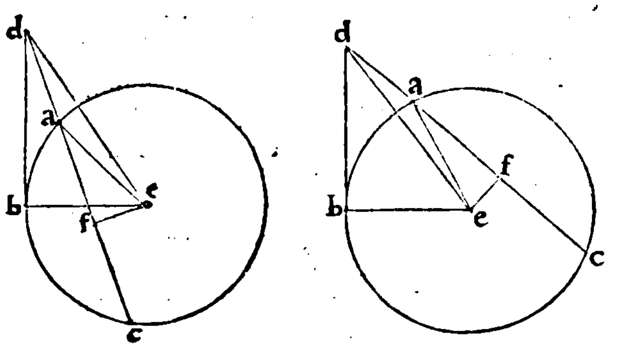
36 SI extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eóque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earum altera circulum diſpeſcat, altera verò tangat: quod ſub tota diſpeſcente, & extrinſecus ſumpta inter punctum & curuam circunferẽtiam comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato.

ORONTIVS. ¶De tangente hic velim intelligas, quæ inter punctum exteriùs ſumptum, & contactum ipſum intercipitur. Eſto igitur datus circulus a/b/c, extra quem ſumatur punctum d: & à pũcto d/in ipſum circulũ cadant binæ rectę lineę d/b/& d/a/c, quarum d/b/tangat ipſum circulum, d/a/c/ verò eundem circulum diſpeſcat. Aio quòd rectangulum ſub c/d/& d/a/comprehenſum: æquum eſt quadrato, quòd fit ex d/b. Aut enim recta linea d/a/c/tranſit per circuli centrum, vel extra. Tranſeat primò per centrum, ſitque illud e: & connectatur e/b/ recta, per primum poſtulatum. Aequalis eſt igitur a/e, ipſi e/c, per circuli diffinitionem. Diſcinditur itaque a/c/bifariam, in puncto e: & illi in rectum adijcitur a/ d. Quod igitur ſub c/d/in d/a/continetur rectangulum/vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato: æquum eſt, per ſextam ſecũdi, quadrato quod fit ex e/d. Ei porrò quod ex a/e/fit quadrato, æquum eſt quadratum quod ex b/ e: ſunt enim a/e/& b/e, per ipſius circuli diffinitionem, inuicem æquales. Comprehenſum igitur ſub c/d/& d/a/rectangulum, vnà cum eo quod ex b/e/fit quadrato: æquum eſt quadrato, quod ex e/d. Quadrato rurſum quod fit ex e/d, ęqualia ſunt, quæ ex d/b/& b/e/vtraque fiunt quadrata, per quadrageſimamſeptimam primi: angulus enim qui ad b, per decimamoctauam huius tertij, rectus eſt. Quod igitur ſub c/d/& d/a/continetur rectangulum, vnà cum eo, quod ex b/e/fit quadrato: æquum eſt eis, quæ ex d/b/& b/e/fiũt quadratis. Subducto itaq; communi quadrato, quod ex b/e: reliquũ quod ſub c/d/& d/a/continetur rectãgulum, æquum eſt per tertiam communem ſententiam reliquo, quod ex tangente d/b/fit quadrato. ¶Non extendatur autem d/a/c/recta per centrũ ipſius ipſius circuli, quod rurſum ſit e. & diuidatur a/c/bifariam in puncto f, per decimam primi: connectantúrq; per primum poſtulatum e/a, e/b, e/d, & e/f. Diuidet igitur e/f/eandẽ a/c/ orthogonaliter, per tertiam huius tertij: & e/b/perpendicularis erit ad tangentem b/d, per decimamoctauam eiuſdem tertij. Et quoniam a/c/bifariam diuiditur in puncto f, cui in rectum adpoſita eſt a/d: quod igitur ſub c/d/in d/a/continetur rectangulum, vnà cum eo quod ex a/f/deſcribitur quadrato: æquum eſt, per ſextam ipſius ſecundi, quadrato quod fit ex d/f.



Vbi diſpeſcẽs circulũ, trãſit per centrum.

Quãdo circulum diſpeſcẽs, nõ tranſit per centrum.



Addatur commune quadratũ, quod fit ex f/e. comprehensum igitur sub c/d/ & d/a/rectangulum, vnà cum descriptis ex a/f/ & f/e/ quadratis: æquum est quadratis, quæ ex d/f/& f/e/describuntur. Quadratis porrò quæ fiunt ex a/f/ & f/e, æquum est quadratũ quod ex a/e: eis item quæ ex d/f/& f/e, fiũt quadratis, æquum id quod ex ipsa d/e, per quadragesimamseptimã primi. Quod fit igitur ex c/d/in d/ a, vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato: æquũ est est quadrato quod, fit ex d/e. Quadrato rursum quod fit a/e, æquũ est id quod ex e/b: æqualis est enim a/e, ipsi e/b, per ipsam circuli diffinitionem. Quod igitur sub c/d/& d/a/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/b: æquum est quadrato, quod fit ex d/e. Ipsi autem quod ex d/e/fit quadrato: æqualia sunt, per eandem quadragesimamseptimam primi, descripta ex e/b/& b/d/quadrata. Comprehensum igitur ex c/d/in d/a/rectangulum, vnà cum quadrato quod ex e/b: æquum est eis, quæ ex eadem e/b/& ipsa b/d/fiunt quadratis. Ablato itaque quadrato quod ex e/b/vtrique æqualium cõmuni: reliquum ex c/d/in d/a/comprehensum rectangulum, reliquo quod ex tangente b/d/ fit quadrato, per tertiam communem sententiam est æquale. Igitur si extra circulum sumatur punctum aliquod: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Corollarium.

Quotlibet igitur rectangula, sub rectis singulis ex eodem puncto extra circulum sumpto deductis, atque circulum ipsum dispescentibus, & extrinsecus sumptis inter punctum & curuam circunferentiam comprehensa: sunt inuicem æqualia. Nam eidem æqualia quadrato, quod ex ipsa tangente describitur.

Θεώρημα λα, Πρόθεσις λζ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ: ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

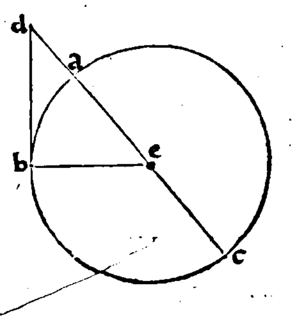
Theorema 31, Propositio 37.

Conuersa præcedentis.

SI extra circulum sumatur punctum aliquod, & ab eo puncto 37
in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum secet, altera verò cadat: sit autem quod fit sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter punctum & curuam circunferentiam, æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulum tanget.

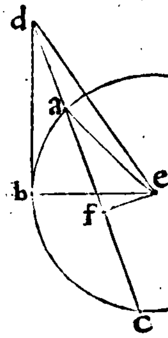
ORONTIVS. Hæc est conuersa præcedentis: & de cadente rursum venit intelligenda, quæ inter punctum datum extra circulum, & ipsum contactum comprehenditur. Sit igitur rursum extra circulum a/b/ c /, susceptum punctum d, à quo in eundem circulum duæ procidant lineæ rectæ, d / b / quidem in circulum incidens, d/a/c/verò eundem circulum dispescens: sit autem receptum, vt id quod sub c/d/in d/a/comprehenditur rectangulum, æquum sit ei quod ex cadente d/b/fit quadrato. Aio quòd d/b/tangit circulum a/b/c. In primis enim aut d/ b / circulum dispescens transit per ipsius circuli centrum (quod rursum sit e/) vel extra. Detur primum: & connectatur e/b/recta, per primum postulatum. Cùm igitur a/c/bifariam diuidatur in puncto e, & eidem adponatur in directum a /d: erit sub c/d/in d/a/comprehensum rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex a/e, æquale quadrato quod ex e/d, per sextam secundi. Ipsi porrò a/e/æqualis est e/b, per circuli diffinitionem: & ab æqualibus rectis æqualis describuntur quadrata, per corollarium qua-

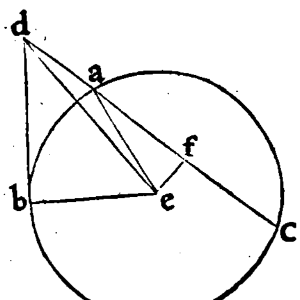
Prima figuræ differentia.



dragesimæsextæ primi. Comprehenso igitur sub c/d/ in d/a/rectangulo, vnà cum eo quod ex e/b/fit quadrato, æquũ est quadratum quod fit ex e/d. Eidem porrò sub c/d/in d/a/comprehenso rectangulo: æquũ est quadratum quod fit ex b/d, per hypothesin. Quod igitur ex e/d/fit quadratum: æquum est eis quæ ex d/b/& b/e/ quadratis describuntur. Rectus est igitur angulus qui ad b, per vltimam primi. hinc per corollarium decimæsextæ huius tertij, ipsa d/b/tangit circulum in puncto b. ¶ Sed dispescat d/a/c/recta eundem circulum alibi, quàm per centrum: vt in secunda vel tertia figura. & diuidatur a/c/ bifariam in puncto f, per decimam primi: & connectantur per primum postulatum a/e, e/b/& e/f. Perpendicularis erit igitur e/f/super a/c, per tertiam huius tertij: & a/e/f, atque e/f/d/triangula, rectangula. His ita constructis, erit rursum per eandem sextam secundi, comprehensum sub c/d/in d/a/rectangulum, vnà cum quadrato quod ex a/f, æquale quadrato quod fit ex d/f. Addatur vtrobiq; quadratum quod fit ex f/e. Comprehensum igitur sub c/d/& d/a/rectangulum, vnà cum quadratis quæ fiũt ex a/f/& f/e: æqualia sunt eis, per secundam communem sententiam, quæ ex d/f/& f/e/quadratis describũtur. Eis autem quæ ex a/f/& f/e/quadratis describuntur: æquum est quadratum quod fit ex e/a, per penultimam primi: & proinde id quod fit ex e/b. Eis rursum quæ ex d/f/& f/e/ quadratis describuntur: æquum est per eandem penultimam primi, id quod fit ex e/d. Quod igitur sub c/d/in d/a/continetur rectangulum, vnà cum eo quod ex e/b/ fit quadrato: æquum est quadrato quod fit ex e/d. Eidem porrò sub c/d/in d/a/comprehenso rectangulo, æquum est per hypothesin, quod ex b/d/fit quadratum. Quæ igitur ex d/b/& b/e/ quadrata describuntur: æqualia sunt ei, quod ex e/d/fit quadrato. Et proinde angulus qui ad b/rectus est, per vltimã ipsius primi: & b/d/propterea tangit circulum a/b/c/d, per ipsum decimæsextæ huius tertij corrollarium. Quod fuerat ostendendum.

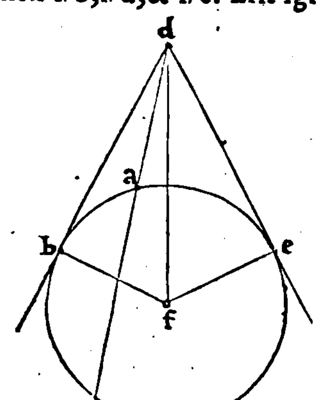
secũda figuræ differentia.





¶ Potest & hæc vltima propositio aliter in vniuersum demonstrari, vnica tantummodò coassumpta figura: in hunc qui sequitur modum. A dato puncto d, dato circulo a/b/c, contingens recta linea ducatur, per decimamseptimam huius tertij: sitque illa d/e. Ipsius autem circuli centrum esto f: & per primum postulatum connectantur rectæ lineæ f/b, f/d, & f/e. Erit igitur f/e, perpendicularis in contingente d/e, per decimamoctauam huius tertij: & proinde angulus d/e/f/rectus. Cùm igitur à puncto d/cadant binæ lineæ rectæ d/a/c/& d/e, quarũ altera, vtpote d/a/c, circulũ secat, reliqua verò d/e/ipsum tangit circulum: quod igitur ex d/e/fit quadratum, æquum est comprehenso sub c/d/& d/a/rectangulo, per antecedẽtem trigesimamsextam propositionem. Eidem porrò quod ex c/d/in d/a/fit rectãgulo, æquum est per hypothesin, quod ex d/b/fit quadratũ. Quæ igitur ex d/b/& d/e/fiunt quadrata, sunt per primam communem sententiam inuicem æqualia. Et proinde recta d/b, æqualis ipsi d/e, per corollarij quadragesimæsextæ primi conuersionem. Aequalis rursum est f/e/ ipsi f/b, per sæpius allegatam circuli diffinitionem. Binæ igitur d/b/& b/f/ trianguli d/b/f, duabus d/e/& e/f/trianguli d/e/f, sunt æquales altera alteri: habéntque eandem basin communem d/f. Angulus itaq; d/b/f, ipsi angulo d/e/f, per octauam primi est æqualis. Atqui d/e/f/angulus est rectus: & qui sub d/b/f/igitur continetur angulus, rectus est. Est autem f/b/semidiameter circuli, & altera igitur pars diametri, à cuius extremitate b, ad angulos rectos excitatur b/d: tangit igitur b/d/circulum ipsum a/b/c, per corollarium decimæsextæ huius tertij. Idem quoq; deducetur, vbi d/a/c/recta per centrũ ipsius transibit circuli. Si extra circulum igitur sumatur punctum aliquod: &c. vt in ipso theoremate. Quod tandem fuerat ostendendum.

Idẽ aliter & vniuersaliter magis ostendere.



Tertij Libri Geometricorum Elementorum, FINIS.

Orontij Finæi, Delphinatis, Regij MATHEMATICARVM PROFESSORIS, In Quartum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ τοῦ ἐγγράφεσθαι καὶ περιγράφεσθαι σχῆμα, ὅροι ζ.

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

De inſcriptione ac circunſcriptione figurarum, Diffinitiones 7.

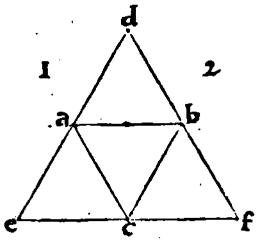
Figura rectilinea, in figura rectilinea deſcribi dicitur: 1
quando vnuſquiſque inſcriptæ figuræ angulus, vnum-
quodque latus eius in qua deſcribitur, tangit.

Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur: 2
quando vnumquodque latus circunſcriptæ, vnumquenque angulum eius circum quam deſcribitur tangit.

ORONTIVS. Huiuſcemodi figurarum inſcriptiones ac circunſcriptiones, de regularibus, hoc eſt æqualia latera, & angulos inuicē æquales habētibus (exceptis forſitan triangulis, in quæ cæteræ reſoluuntur rectilineæ figuræ) veniunt potiſſimùm intelligendæ. Inſcribuntur præterea, atque inuicem circunſcribuntur rectilineæ tantummodò figuræ, quæ eiuſdē ſunt ſpeciei: vtpote, triangulum triangulo, quadratū quadrato, pētagonū pentagono: &c. Oportet enim tot eſſe latera circunſcriptæ, quot ipſius inſcriptæ ſunt anguli. Quanquàm porrò circulus non ſit figura rectilinea: propter illius tamen regularitatem, poſſunt & ipſæ rectilineæ ac æquilateræ figuræ, circulo inſcribi ac circūſcribi, & è diuerſo. In exemplum igitur primæ ac ſecūdæ diffinitionis, habes obiectū a/b/c/ triangulum æquilaterum, deſcriptū in d/e/f/ triangulo: vel ipſum d/e/f/ triangulum, ipſi a/b/c/ triangulo reſpondenter circunſcriptum.

Quæ figuræ inſcribātur & circunſcribantur adinuicē.



Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου, ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

Figura rectilinea, in circulo deſcribi dicitur: quando vnuſquiſque angu- 3
lus inſcriptæ, circuli circunferentiam tangit.

Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

Circulus verò, circa figuram rectilineam deſcribi dicitur: quando circu- 4
li circunferentia, vnumquenque eius, circum quam deſcribitur, angulum tangit.

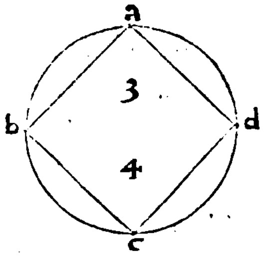


Figura circularis, ob vniformem & regulatam circunferentiæ à centro distantiam, rectilineas omnes ac regulares figuras, tum intra, tum extra facilè capit: singulos angulos inscriptæ, vel omnia circunscriptæ contingens latera. Quemadmodùm in præcedentium tertiæ & quartæ diffinitionum elucidationem, ostendit descriptum in a/b/c/d/circulo quadratum: vel idem circulus, quadrato a/b/c/d/circunscriptus.

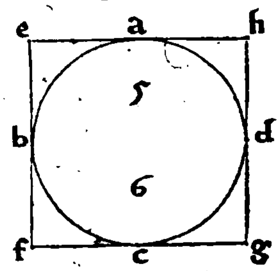
Cur figura circularis rectilineis inscribatur & circunscribatur.

¶ Κύκλος δὲ ὁμοίως ἐς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς, τοῦ ἐς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

5 Circulus autem, in figura rectilinea describi dicitur: quando circuli circunferentia, vnumquodque latus eius in qua describitur tangit.

¶ Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

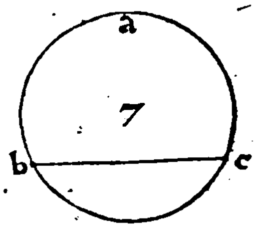
6 Figura verò rectilinea, circa circulum describi dicitur: quando vnumquodque latus circunscriptæ, circuli circunferentiam tangit.



In exemplum, habes circulū a/b/c/d, in quadrato e/f/g/h/descriptum: atque idem quadratum e/f/g/h, descriptum circa eundem circulum a/b/c/d. Idem respondenter velim intelligas de cæteris quibuscunque regularibus figuris, in circulo, vel circa eundem circulum, prius diffinita ratione descriptis.

¶ Εὐθεῖα ἐς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας, ᾖ τοῦ κύκλου.

7 Recta linea circulo congruere dicitur: quando eius extrema, in circuli circunferentiam cadunt.



Quanquàm hæc vltima diffinitio, tam de circuli dimetientibus, quàm de ceteris rectis non per centrum eductis (quas vocans chordas) sit intelligenda: ipsas tamen rectas circuli dimeciente minores potissimùm respicere videtur, quæ sunt videlicet latera inscribendarum intra circulum rectilinearum figurarum. Cuiusmodi videtur esse recta b/c: cuius extrema, siue limites b/& c, in dati circuli a/b/c/circunferentiam cadunt.

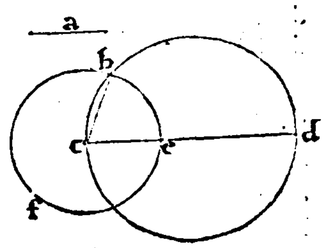
Πρόβλημα α, Πρότασις α.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Problema 1, Propositio 1.

1 IN dato circulo, datæ rectæ lineæ minimè maiori circuli diametro existenti: æqualem rectam lineam coaptare.

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea a, non maior dimetiente dati circuli b/c/d (non intraret enim circulum, si foret maior: quoniam in circulo maximus est dimetiens, per decimamquintam tertij) in quo quidem circulo oporteat ipsi datæ rectæ lineæ a, æqualem rectam lineam coaptare. Producatur ergo circuli b/c/d, dimetiens c/d. Erit itaque a/recta linea, aut æqualis ipsi dimetienti: aut eo minor. Si æqualis: iam coaptata est recta linea c/d, æqualis ipsi datæ rectæ lineæ a. Quòd si a/recta linea, fuerit minor dimetiente c/d: secetur à maiori c/d, ipsi a/minori æqualis, per tertiam primi: sitque illa c/e. Et centro c/ interuallo autem c/e, describatur circulus b/e/f, per tertium postulatum. Secabit igitur circulus b/e/f, datum b/c/d/circulum: sunt enim in eodem plano, & semidiameter vnius pars dimetientis alterius, atque vnius circunferentia partim intra reliquum, partim verò extra. Secet igitur in puncto b: & per primum postulatum, connectatur recta b/c. Coaptatur itaque



b/c/recta, in dato b/c/d/circulo: cadunt enim extrema b/& c, in ipsius b/c/d/ circuli circũferentiam. Aio quòd æqualis est ipsi a. Quoniam punctum c/cẽtrum est circuli b/e/f: æqualis est igitur b/c/ipsi c/e, per circuli diffinitionem. Eidẽ porrò c/e, æqualis est a/recta linea, per cõstructionem. Duæ igitur, a/inquàm, & b/c, eidem c/e/sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Datæ igitur rectæ lineæ a, æqualis recta linea b/c/in dato circulo b/c/d/coaptatur. Quod oportebat facere.

Πρόβλημα β, Πρόθεσις β.

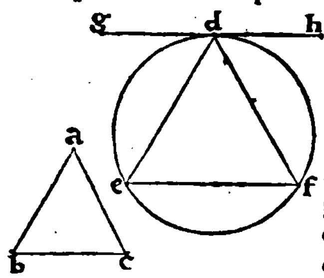
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Problema 2, Propositio 2.

IN dato circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere. 2

ORONTIVS. Esto datum triangulum a/b/c, cui oporteat describere æquiangulum triangulum, in dato circulo d/e/f. A dato igitur puncto g, dato circulo d/e/f: contingens recta linea ducatur g/d/h, tangens ipsum circulum d/e/f/in puncto d, per decimamseptimam tertij. Et ad datam rectã lineam d/h, datũmque in ea punctum d, dato angulo rectilineo qui ad b, æqualis angulus rectilineus constituatur f/d/h, per vigesimamtertiam primi. & per eandem, angulo qui ad c, æqualis angulus constituatur ad idem pũctum d, datæ rectæ lineæ g/d, sitque g/d/e: ipsis d/e/& d/ f, circulo d/e/f/coaptatis. connectatur demum e/f/recta, per primum postulatum. Et quoniam circulũ d/e/f, tangit quædam recta linea g/d/h, à cõtactu autem d, recta quædam linea d/f/extenditur, circulum dispescẽs: angulus igitur qui ad e, in alterno segmento d/e/f, angulo f/d/h, per trigesimamsecũdam tertij est æqualis. Eidem porrò angulo f/d/h, datus est æqualis angulus qui ad b: per primã igitur cõmunem sententiam, angulus qui ad b, æquus est angulo qui ad e. Et proinde angulus qui ad f, ipsi angulo qui ad c/æqualis. Reliquus igitur, angulus qui ad a, reliquo qui ad d, per trigesimã secundam primi est æqualis. Aequiangulum est itaque triangulum d/e/f, ipsi a/b/c/triangulo, describitúrque in dato circulo d/e/f. In dato igitur circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Constructio figuræ.



Ostensio problematis.

Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.

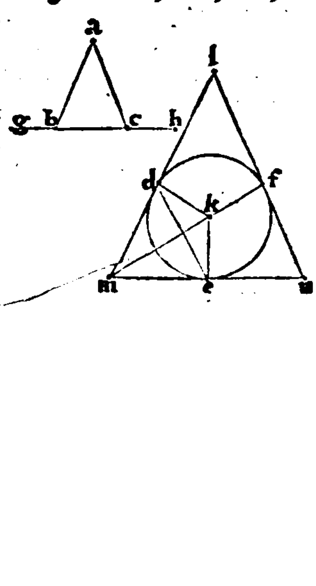
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Problema 3, Propositio 3.

CIrca datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere. 3

ORONTIVS. Sit datum triangulum a/b/c, datus verò circulus d/e/f, circa quem expediat describere triangulum æquiangulum ipsi a/b/c/triangulo dato. Producatur itaque in directum ex vtraque parte latus b/c, in g/& h/puncta, per secundum postulatum: sitque per primam tertij, ipsius circuli a/b/c/centrum k, & cõnectatur d/k/ semidiameter, per primum postulatum. Ad punctum deinde k, datæ rectæ lineæ d/k, ipsi angulo a/b/g/æqualis angulus constituatur d/k/e, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, ad idem punctum k, datę rectę lineæ e/k, angulus cõstituatur e/k/f/ipsi angulo a/c/h/ æqualis. A punctis autem d, e, f, ad rectos vtrinque excitentur angulos d/l, d/m, e/m, e/n, f/n, & f/l, per vndecimam primi: quæ per decimamquartã eiusdem primi, in directum constituentur, atque per corollarium decimæsextæ tertij, tangent ipsum circulum in punctis d, e, f, conueniéntque ad puncta l, m, n. Connexa enim d/e/per primum postulatum, diuidet vtrunque angulum rectum qui ad d, & qui ad e: efficiétque propterea ad easdem partes versus m, interiores angulos m/d/e/ & d/e/m/binis rectis minores. quare per quintum postulatum, conuenient d/m/& e/m/ in punctum m. Et proinde e/n/& f/n, in punctũ n: atque d/l/& f/l, ad punctum l. Triangulum erit igitur l/ m/ n: & circa datum circulum d/ e/f,

Quòd l, m, n, sit triangulũ.



per sextam diffinitionem huius descriptum. Dico, quòd & a/b/c/triangulo, est æquiangulum. Quadrilaterum enim d/m/e/k, connexa m/k, in bina triangula diuidetur: & cuiuslibet trianguli tres anguli, binis rectis, per trigesimamsecundam primi, sunt æquales. Et quatuor igitur anguli ipsius quadrilateri d/m/e/k, sunt æquales quatuor rectis. quorum qui ad d/& e, recti sunt per constructionem: reliqui igitur qui ad m/& k/puncta consistunt anguli, duobus rectis coæquantur. Eisdem quoq; duobus rectis, æquales sunt per decimamtertiam primi, a/b/g/& a/b/c/anguli. Aequales igitur sunt anguli qui ad m/& k/pũcta, hoc est d/m/e/& d/k/e, ipsis angulis a/b/g/& a/b/ c, per primam communem sententiam. Angulus porrò a/b/g, angulo d/k/e, per cõstructionem est æqualis: reliquus igitur d/m/e, seu qui ad m/angulus, reliquo qui sub a/b/c, per tertiam communem sententiam est æqualis. Haud dissimiliter ostendemus angulum qui ad n, æqualem esse angulo a/c/b: atque reliquum angulũ qui ad l, reliquo qui sub b/a/c/tandẽ coæquari. Aequiangulum est igitur l/m/n/triangulum, ipsi dato triangulo a/b/c: describitúrq; circa datum circulum d/e/f. Circa datum itaq; circulum, dato triangulo, æquiangulum descriptum est triangulum. Quod faciendum fuerat.

Quòd triangulum l, m, n, ipsi a, b, c, sit æquiāgulum.

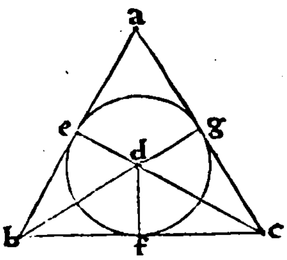
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις δ.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 4, Propositio 4.

4 IN dato triangulo, circulum describere.

ORONTIVS. ¶Esto datũ triangulũ a/b/c, in quo oporteat circulũ describere. Secẽtur ergo bifariam, per nonã primi, qui sub a/b/c/& a/c/b/cõtinentur anguli: rectis quidem lineis b/d/& d/c, in pũctum d, per quintum postulatum, tandem conuenientibus. Et ab ipso puncto d, in rectas a/b, b/c, & c/a, perpendiculares deducantur d/e, d/f, & d/g, per duodecimam primi. quæ quidẽ perpendiculares, cadent necessariò intra datum triangulum: tametsi laterales eiusdem trianguli lineæ non sint infinitæ, vt eadem præsupponit duodecima (Aliàs enim productis in infinitum eiusdem trianguli lateribus, vsque ad casum perpendicularium: triangula constituerentur, quorum exterior angulus non esset maior interiore & ex opposito, contra decimamsextam ipsius primi.) His ita præparatis, aio primùm, d/e, d/f, & d/g, fore inuicem æquales. Triangula enim b/e/d/& d/f/b, habent duos angulos duobus angulis æquales: vtpote, e/b/d/ipsi d/b/f/per constructionem, & rectum qui ad e, recto qui ad f, per quartum postulatũ. habent insuper vnum latus, vni lateri ęquale: cõmune scilicet b/d, quod sub vno æqualium subtenditur angulorum. Reliqua itaque latera, reliquis lateribus habebunt æqualia alterum alteri, per vigesimamsextam primi. Aequalis est igitur d / e, ipsi d / f. & proinde d/g, ipsi d/f/itidem æqualis. Hinc per primam communem sententiam, d/e/atq; d/g, inuicem æquales erunt. Tres igitur d/e, d/f, atq; d/g, æquales sunt adinuicem. Centro igitur d, interuallo autem d/e, aut d/f, aut d/g, circulus describatur e/f/g, per tertium postulatum. Transibit ergo circulus ipse, per eadem puncta e, f, g: tangéntque propterea eundem circulum e/f/g, ipsa a/b, b/c, & c/a, dati a/b/c/trianguli latera, per decimæsextæ tertij corollarium: excitantur enim ad rectos angulos, ab ipsorum dimetientium d/e, d/f, & d/g, extremitatibus. Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur: quando circuli circunferentia, vnumquodque latus eius in qua describitur tangit, per quintã huius quarti diffinitionem. In dato itaq; triãgulo a/b/c, circulus describitur e/f/g. Quod oportuit fecisse.



Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ε.

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 5, Propositio 5.

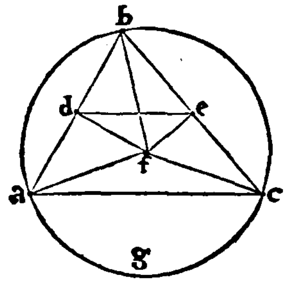
5 CIrca datum triangulum, circulum describere.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: circa quod receptum sit describere circulum. Secentur itaque bifariam, per decimam primi, a/b/& b/c/ipsius dati trianguli latera: in punctis quidem d/& e. Ab ipsis deinde punctis d/& e, ad rectos excitentur angulos d/f/& e/f, per vndecimam ipsius primi. Aio primùm, rectas d/f/& e/f/in directum productas, tandem conuenire. Connexa enim recta d/e, per

Generalis figuræ præparatio.

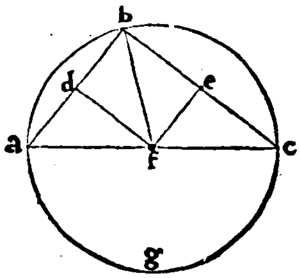
primum postulatum:ea diuidet vtrunque rectum angulum b/d/f/& b/e/ f.& proinde in rectas d/f/& e/f,recta incidens d/e:efficiet/ ad easdem partes interiores angulos,duobus rectis minores. Conuenient igitur ipsæ d/f/& e/f/ per quintum postulatum:conueniant itaque,ad punctum f.Aut igitur f/punctum cadet intra triangulũ a/b/c, aut super latus a/c,vel extra ipsum a/b/c/triangulum.Cadat primùm intra triangulum,veluti in prima figuræ dispositione: & cõnectãtur, per primum postulatum,f/a,f/b,& f/c/lineæ rectæ. Cùm igitur a/d,sit æqualis ipsi d/b,& vtrique cõmunis d/f:erũt duo latera a/d/& d/f/trianguli a/d/f, duobus lateribus f/d/ & d/b/trianguli f/d/b/æqualia alterũ alteri: & æquos inuicem cõtinent angulos,per quartum postulatum:nempe rectos,qui circa d. Basis igitur a/f,basi f/b,per quartam primi est æqualis.Haud dissimiliter ostẽdetur,quòd f/c,eidem f/b/ęqualis est:& proinde f/a,æqualis ipsi f/c,per primam communem sententiam. Tres igitur f/a, f/b/,& f/c,sunt inuicem æquales. Centro itaque f,interuallo autem f/a,vel f/b,aut f/c:circulus describatur a/b/c/g,per tertium postulatum.Transibit igitur descriptus ipse circulus, per puncta a,b,c,ad quæ dati trianguli a/b/c/continentur anguli: tangẽtque propterea ipsius circuli circunferentia,vnumquenque angulum dati a/b/c/trianguli. Ergo per quartam huius quarti diffinitionem, circa datum triangulum a/b/c, circulus describitur.

Prima figuræ differentia.



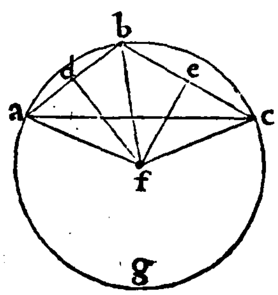
¶Concurrant autem ipsæ rectę lineę d/f/& e/f, super latus a/c, vt in secunda figura: & connectatur f/ b, per primum postulatum. Haud dissimiliter ostendemus, quòd f/a/ ipsi f/b/est æqualis:necnon & f/c,eidem f/b,per eandem quartam primi. Hinc rursum, iuxta præmissam demonstrationem, colligemus tres rectas lineas f/a,f/b,& f/c,fore inuicem ęquales. Quapropter si centro f, interuallo autem f/a, vel f/b,aut f/c, circulus per tertium describatur postulatum:is per puncta a,b,c,transire cogetur.Ipsius itaque circuli circunferentia,tanget vnumquenque angulum ipsius a/b/c/trianguli:describetúrque propterea circulus ipse, circa datum triangulum a/b/c,per eandem quartam huius quarti libri diffinitionem.

secunda figuræ differetia.



¶Sed conueniant demum ipsæ d/f/& e/f/perpendiculares,extra datum a/b/c/triangulum,vt habet vltima descriptionis formula: & connectantur rursum f/a, f/b, & f/c/lineæ rectæ,per primum postulatum. Simili prorsus concludemus ostensione, tres rectas lineas f/a,f/b, & f/c, fore rursum inuicem æquales. habent enim triangula a/d/f/& f/d/b,duo latera a/d/& d/f,duobus lateribus f/d/& d/b/ęqualia alterum alteri: & æquos angulos, vtpote rectos qui circa d/continentia. vnde per quartam ipsius primi, basis a/f, basi f/b, concludetur æqualis. Et proinde f/c,æqualis eidem f/b. Hinc per primam communem sententiam f/a,ipsi f/c/æquabitur:tres quoque f/a,f/b,& f/c, tandem conuincentur æquales. Quapropter descripto,per tertium postulatum,pro centro f,ad ipsius f/a,vel f/b,aut f/c/interuallum circulo:transibit ipsius circuli circunferentia, per eadem puncta a,b,c,ad quæ dati trianguli a/b/c/conueniunt latera. Hinc per quartam huius quarti diffinitionem,descriptus erit idem circulus,circa datum a/b/c/triangulum.Quod faciendum susceperamus.

Tertia figuræ dispositio.



¶Corollarium.

¶Ex his,& trigesimaprima tertij fit manifestum, quòd dùm f/centrum circuli cadit intra datum a/b/c/triangulum:angulus qui ad b/recto minor est,nempe in segmento semicirculo maiori consistens.Dum autem cadit in latus b/c:angulus ipse qui ad b,in semicirculo est, & proinde rectus.Quando verò centrum ipsum cadit extra datum triangulum:idem angulus qui ad b/ recto maior est, vtpote in segmento semicirculo minori constitutus. Hinc versa vice sequitur,quòd dum angulus qui ad b/est acutus,circunscribendi circuli centrum cadit intra datum triangulum: si autem rectus extiterit, cadit in medium subtensi lateris: quòd si idem angulus fuerit obtusus,cadit centrum extra ipsum triangulum datum.

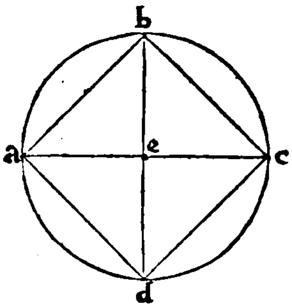
Πρόβλημα ς, πρότασις ς.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Problema 6, propositio 6.

6 IN dato circulo, quadratum describere.

ORONTIVS. ¶Esto datus circulus a/b/c/d, cuius centrũ e: in quo quidem circulo, oporteat describere quadratum. Coaptentur igitur ipsi a/b/c/d/circulo, dimetientes a/c/& b/d, ad rectos angulos sese inuicẽ dirimẽtes: & coniungantur a/b, b/c, c/d, & d/a/lineæ rectæ, per primũ postulatũ. Quadrilaterũ erit igitur a/b/c/d: & intra datũ circulũ, per tertiam huius quarti diffinitionẽ descriptũ: vnusquisq; enim angulus inscripti quadrilateri, circuli circũferentiam tãgit. Aio ipsum a/b/c/d/quadrilaterũ, fore quadratũ. Nam e/a, e/b, e/c, & e/d/lineæ rectæ, sunt per circuli diffinitionẽ inuicem æquales: ex centro enim, in circũferentiam. Binę igitur a/e/ & e/b/triãguli a/e/b, duabus b/e/ & e/c/triãguli b/e/c, coæquãtur: & ęquos inuicẽ continẽt angulos, nempe rectos qui ad centrum e. Basis igitur a/b, basi b/c, per quartam primi est æqualis. Et proinde a/d/ & d/c, tũ inuicem, tum vtriq; ipsarũ a/b/ & b/c, ostendentur æquales. Aequilaterum est itaque a/b/c/d/quadrilaterum. Insuper, quoniam a/c, dimetiens est ipsius dati circuli: vterque propterea angulorum qui ad b/ & qui ad d, est in semicirculo, & proinde rectus, per trigesimamprimam tertij. Et per eandem, qui ad a/ & c/sunt anguli, itidem recti: dimetiens enim est b/d. Rectangulum est igitur ipsum a/b/c/d/quadrilaterum. Patuit quòd & æquilaterum: ergo quadratum, per trigesimam ipsius primi diffinitionem. In dato igitur circulo a/b/c/d, quadratum describitur. Quod facere oportebat. *Postrema demonstrationis pars.*



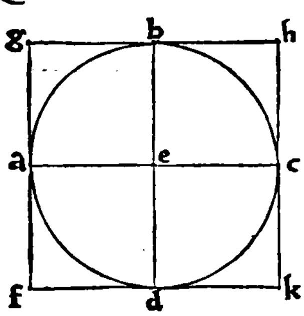
πρόβλημα ζ, πρόθεσις ζ.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Problema 7, Propositio 7.

7 CIrca datum circulum, quadratum describere.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d: circa quem receptum sit quadratum describere. Coextendantur ergo ipsius dati circuli dimetientes a/c/& b/d, in centro e/ad rectos sese dirimentes angulos. Et per ipsorum dimetientium extrema puncta a, b, c, d, parallelæ ducantur, per trigesimamprimam primi: f/g/quidem & h/k/ipsi b/d, f/k/autem & g/h/ipsi a/c, ad puncta tandem f, g, h, k, inuicem concurrentes (conuenient enim per quintum postulatum, si intelligantur rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, & d/a, interiores & ad easdem partes angulos binis rectis minores efficientes) Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem, per trigesimam ipsius primi, sunt parallelę. Parallela est igitur f/g/ipsi h/k, & f/k/ipsi g/h: & proinde quadrilaterum f/g/h/k/parallelogrammum, atque singula in eodem f/g/h/k/comprehensa quadrilatera itidem parallelogramma. Dico ipsum f/g/h/k/parallelogrammum, fore quadratum: descriptúmque circa datum a/b/c/d/circulum. Parallelogrammorum enim locorum latera quæ ex opposito, æqualia sunt adinuicem, per trigesimamquartam primi. æqualis est igitur f/g/ipsi h/k, & f/k/ipsi g/h: necnon vtraque f/g/ & h/k/ipsi b/d, vtraque rursum f/k/ & g/h/ipsi a/c/æqualis. Porrò a/c/& b/d, æquales sunt adinuicem: nempe eiusdem circuli dimetientes. Quæ autem æqualibus æqualia sunt: ea quoque sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam. Quatuor igitur f/g, g/h, h/k, & k/f, sunt adinuicem æquales: & proinde f/g/h/k/parallelogrammum, æquilaterum. Parallelogrammorum rursum a/b, b/c, c/d, & d/a, qui ex opposito sunt anguli, æquales sunt adinuicem, per eandem trigesimamquartam primi: æquales sunt igitur singuli qui ad puncta f, g, h, k, sunt anguli, singulis qui ad e/centrum ex opposito consistunt angulis. Anguli porrò qui circa e, per constructionem recti sunt: & recti igitur sunt, qui ad puncta f, g, h, k, continentur. Rectangulum est itaque f/g/h/k/parallelogrammum. Patuit quòd & æquilaterum: est igitur quadratum, per trigesimam ipsius primi diffinitionem. Aio demum, quòd & circa datum circulũ a/b/c/d/describitur. In parallelas enim f/g/ & b/d, recta incidẽs a/e, facit alternos angulos a/e/b/ & e/a/f: similiter & a/e/d/atq; e/a/g, inuicẽ æquales, per vigesimãnonam *Quòd descriptum parallelogrammum, sit quadratũ.* *Quòd ipsum quadratum, circulo circũscribatur.*



primi. Atqui recti ſunt qui ſub a/e/b/& a/e/d, per conſtructionem: & vterque igitur qui circa a, rectus eſt. Haud aliter oſtendemus, quòd & reliqui circa puncta b, c, d/conſiſtentes anguli, recti ſunt. Quæ autem à circuli dimetientium extremitatibus, ad rectos ducuntur angulos: ipſum circulum tangunt, per decimæſextæ tertij corollarium. Tangit igitur vnumquodque latus ipſius quadrati f/g/h/k, circunferentiam dati a/b/c/d/circuli. Igitur per ſextam huius quarti diffinitionem, circa datum circulum a/b/c/d, quadratū deſcribitur f/g/h/k. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρόθεσις η.
Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

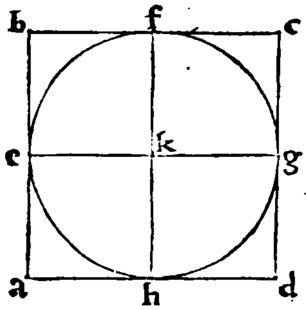
Problema 8, Propoſitio 8.

IN dato quadrato, circulum deſcribere. 8

ORONTIVS. ¶In quadrato enim a/b/c/d, circulum deſcribere ſit operæpretium. Secetur itaque bifariam vtrunque latus a/b/& b/c, in punctis quidem e/& f; per decimam primi. æquales erunt igitur a/e, e/b, b/f, & f/c/adinuicem, per ſeptimam communem ſententiam: nempe æqualium laterum a/b/& b/c/dimidiæ. Rurſum per trigeſimamprimam eiuſdē primi, per punctum e, ipſis a/d/& b/c/ parallela ducatur e/g: per f/autē punctum, ipſis a/b/& c/d/parallela f/h, ſecans eandē e/g/in puncto k.

Centri inſcribendi circuli inueſtigatio.

Parallelogramma ſunt igitur a/ f, f/ d, d/e, & e/c: necnon e/f, f/g, g/h, & h/e. Parallelogrammorum autem locorum latera quæ ex oppoſito, & anguli, æqualia ſunt adinuicē: per trigeſimamquartam ipſius primi. Parallelogrammi igitur d/e, angulus qui ad e, æqualis eſt oppoſito qui ad d: ipſius item e/c/parallelogrammi angulus qui ad e, oppoſito qui ad c/itidem æqualis. Qui autem ad c/& d/conſiſtunt anguli, recti ſunt, per quadrati diffinitionem. Rectus eſt igitur vterque angulus, qui circa punctum e. Haud diſſimiliter oſtendetur, quòd vterque angulus, qui circa f, aut g, vel h/punctum, rectus eſt. Aequalis inſuper eſt k/h, ipſi a/e, & k/f/ipſi e/b: item k/e/ipſi b / f, & k/g/demum ipſi f/c. Atqui a/e, e/b, b/f, & f/c, ſunt æquales adinuicem: quæ autem æqualibus ſunt æqualia, & adinuicem æqualia ſunt, per primam communem ſentētiam.



Abſolutio problematis.

Quatuor igitur k/ e, k/f, k/g, & k/h, æquales ſunt adinuicem. Centro ergo k, interuallo autem k/e, vel k/f, aut k/g, ſeu k / h, circulus per tertium deſcribatur poſtulatum e/f/g/h. Tranſibit igitur ipſius circuli circunferentia, per eadem puncta e, f, g, h, ipſorum e/g/& f/h/dimetientium extremitates: cum quibus demetientibus, ipſius a/b/c/d/quadrati latera, ad rectos (vt præoſtenſum eſt) conueniunt angulos. Tangit ergo circuli e/f/g/h/circunferentia, vnumquodque latus eiuſdem quadrati a/b/c/d, per decimæſextæ tertij corollarium. Hinc per quintam huius quarti diffinitionem, in dato quadrato a/b/c/ d, circulus deſcribitur e/f/g/h. Quod faciendum fuerat.

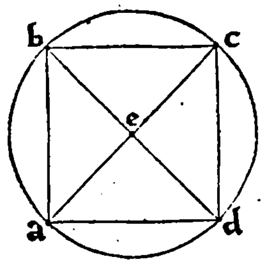
Πρόβλημα θ, Πρόθεσις θ.
Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 9, propoſitio 9.

CIrca datum quadratum, circulum deſcribere. 9

ORONTIVS. ¶Eſto quadratum a/b/c/d, circa quod oporteat deſcribere circulum. Connectantur igitur a/c/& b/d/rectæ lineæ, per primum poſtulatum, in puncto e/ſeſe inuicem dirimentes. Et quoniam per quadrati diffinitionem, æqualis eſt a/b/ipſi b/c, & b/d/vtrique communis: binæ igitur a/b/& b/d/trianguli a/b/d, duabus d/b/& b/c/trianguli d/b/c, ſunt æquales altera alteri: & baſis a/d, baſi d/c/itidem æqualis. Angulus igitur a/b/d, angulo d/b/c, per octauam primi eſt æqualis. Totus itaque angulus a/ b/ c, bifariam diuiditur ſub recta b/ d. Haud aliter monſtrabimus quòd vnuſquiſque reliquorum angulorum qui ſub b/a/d, b/c/d, & a/d/c, bifariam itidem ſub ipſa b/d, & a/c/recta diuiditur. Angulus porrò a/b/c, angulo b/a/d, per quartū poſtulatum eſt æqualis: nempe rectus recto. Quæ autem æqualium ſunt dimidium, æqualia ſunt adinuicem, per ſeptimam cōmunem ſententiam. Aequalis eſt igitur angulus a/b/e, angulo e/a/b:

Vt circumſcribendi circuli centrum inueniatur.



& proinde latus e/a, lateri e/b, æquale, per ſextam primi. Eodem prorſus modo oſtendemus, e/c/& e/d/rectas, tum adinuicem, tum ipſis e/a/& e/b/rectis lineis coæquari. Quatuor igitur e/a, e/b, e/c, & e/d, æquales ſunt adinuicem. Centro igitur e, interuallo autẽ e/a, vel e/b, aut e/c, vel e/d, circulus deſcribatur, per tertium poſtulatum. Tranſibit ergo deſcriptus circulus per puncta a, b, c, d: quapropter & ipſius circuli circunferentia, tanget vnumquenque angulum ipſius quadrati a/b/c/d. Per quartam igitur huius quarti diffinitionem: circa datum quadratum a/b/c/d, circulus deſcribitur. Quod oportuit feciſſe.

Oſtenſio problematis priori ſimilis.

Πρόβλημα ι, Πρόθεσις ι.

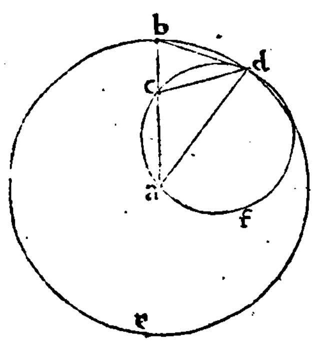
Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Problema 10, *Propoſitio* 10.

10 ISoſceles triangulum conſtituere, habens vnumquenque eorum qui ad baſin ſunt angulorum, duplum reliqui.

ORONTIVS. ¶Hoc quæſitum, ad ſuccedentium propoſitionum demonſtrationem, ita confirmatur. Sit data recta quædam linea a/b: quæ per vndecimam ſecundi ita ſecetur in puncto c, vt comprehẽſum ſub tota a/b/& ſegmẽto b/c/rectangulum, æquum ſit ei quod ex reliquo ſegmẽto a/c/fit quadrato. Et cẽtro a, interuallo autem a/b, circulus deſcribatur b/d/e, per tertium poſtulatum. Et per primam huius quarti, in circulo b/d/e, datæ rectæ lineæ a/c/(quæ non eſt maior ipſius circuli diametro) æqualis recta linea à puncto b/coaptetur: ſitque b/d. connectantúrque a/d/& c/d/ lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Triangulum erit igitur a/b/d, atque iſoſceles: æqualis eſt enim a/b/ipſi a/d, per quindecimam diffinitionem primi. Dico quòd vnuſquiſque angulorum qui ad baſin b/d, duplus eſt reliqui anguli qui ad a. Circa enim triangulum a/c/d, per quintam huius quarti, deſcribatur circulus a/c/d/f. Et quoniã per cõſtructionem, quod ſub a/b/& b/c/continetur rectangulum, æquũ eſt ei quod ex c/a/fit quadrato: & ipſi c/a/data eſt æqualis b/d. ab æqualibus autem rectis æqualia deſcribuntur quadrata, per corollarium quadrageſimæ ſextæ primi. Comprehenſum igitur ſub a/b/& b/c/ rectangulum, æquum eſt ei, quod ex b/d/fit quadrato. Atqui b/punctum extra circulum a/c/d/f/ ſuſcipitur, ab eóque in circulum geminæ procidunt lineæ rectæ a/b/& b/d, quarũ altera vtpote a/b/circulum ſecat, altera verò b/d/cadit: éſtque ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta b/c/comprehenſum rectãgulum, æquale ei quod ex cadente b/d/fit quadrato. Cadens igitur b/d, tangit per vltimam tertij circulum a/c/d/f, in puncto d/vtrique circulo cõmuni. Rurſum quoniam b/d/ recta tangit circulum a/c/d/f, & à contactu d/ extenditur recta quædam linea d/c/circulum diſpeſcens: angulus igitur b/d/c, angulo c/a/d, (qui in alterno conſiſtit ſegmento) per trigeſimamſecũdam tertij, eſt æqualis. Quòd ſi vtrique æqualium angulorũ addatur communis angulus a/d/c: totus angulus a/d/b, duobus qui ſub c/a/d/& a/d/c/ſunt angulis, erit per ſecundam communem ſententiam æqualis. Eiſdem porrò qui ſub c/a/d/& a/d/c/continentur angulis, exterior angulus b/c/d/per trigeſimamſecũdam primi coæquatur. Per primam igitur communẽ ſententiam, angulus a/d/b, angulo b/c/d/eſt æqualis. Angulo rurſum a/d/b, æquus eſt angulus c/b/d, aut (ſi velis) a/b/d, per quintã primi: ſunt enim ad baſin b/d/iſoſcelis trianguli a/b/d. Duo itaque anguli b/c/d/& c/b/d, eidẽ angulo a/d/b/ſunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam communẽ ſententiam. Hinc latus c/d/lateri b/d, per ſextam ipſius primi coæquatur. Sed eidem b/d, æqualis eſt per cõſtructionem a/c. binæ igitur a/c/& c/d, eidem b/d/ſunt æquales: & æquales itaque rurſum adinuicem, per eãdem primam communem ſententiam. Angulus igitur a/d/c, angulo c/a/d, per eandẽ quintam primi eſt æqualis: & vterque propterea dimidius ipſius anguli a/d/b, nam angulus a/d/b/eiſdem angulis a/d/c/& c/a/d/æqualis iam oſtenſus eſt. Duplus eſt igitur angulus a/d/b, ipſius anguli qui ad a. Eidem porrò angulo a/d/b, æqualis rurſum eſt a/b/d: quæ autem æqualia ſunt, eiuſdem ſunt duplicia, per ſextæ communis ſententiæ cõuerſionem. Et a/b/d/itaque angulus, eiuſdem

Conſtructio figuræ.



Oſtenſio problematis.

anguli qui ad a/duplus itidem eſt. Iſoſceles ergo triangulum conſtituitur a/b/ d, habens vnumquenq; eorũ qui ad baſin b/d/ſunt angulorũ duplum reliqui. Quod facere oportebat.

Πρόβλημα ια, Πρόθεσις ια.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

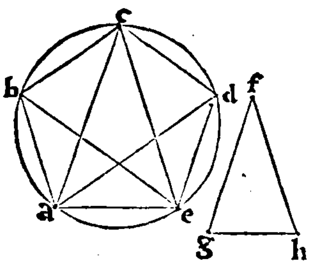
Problema 11, Propoſitio 11.

IN dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 11

Cõſtructio inſcribendi pentagoni.

ORONTIVS. ¶Eſto datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptũ ſit deſcribere pentagonum æquilaterũ & æquiangulum. Cõſtituatur per antecedentem decimam propoſitionem, triangulum f/g/h: cuius vnuſquiſq; eorum qui ad baſin g/h/ſunt angulorum, duplus ſit reliqui anguli qui ad f. Et per ſecundam huius quarti, in dato circulo a/b/c/d/e, dato triangulo f/g/h, æquiangulum triangulum deſcribatur a/c/e, ſitque angulus qui ad c, angulo qui ad f/æqualis. Cúm igitur vterq; angulorum qui ad baſin g/h, duplus ſit reliqui qui ad f: erit & vterque eorum qui ad baſin a/e, reliqui anguli qui ad c/itidem duplus. Secetur itaq; bifariam, per nonam primi, vterq; angulorum qui ſub c/a/e & a/e/c, productis in circunferentiam a/d/& e/b/lineis rectis: & connectãtur a/b, b/c, c/d, & d/e/lineæ rectæ, per primũ poſtulatum. Pentagonum eſt itaq; a/b/c/d/e/rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem deſcriptum. ¶Aio primùm, quòd & æquilaterum.

Quòd inſcriptum pentagonum ſit æquilaterum.



Nam angulus qui ſub a/c/e, dimidius eſt vtriuſq; ęqualium angulorum qui ſub c/a/e/& a/e/c. ſed anguli c/a/d/& d/ a/ e, ipſius c/a/ e, anguli item a/e/b/& b/e/c, ipſius a/e/c/ſunt dimidiũ: ſecti enim ſunt bifariã c/a/e/& a/e/c/ anguli. Quæ autem eiuſdem, vel æqualium ſunt dimidium, æqualia ſunt adinuicem, per ſeptimam communem ſententiam. Quinque igitur anguli a/ c/ e, a/e/b, b/e/c, c/a/d, & d/a/e, ad circunferentiam ipſius circuli cõſiſtentes, ſunt adinuicem æquales. In eodẽ porrò circulo æquales anguli, in ęqualibus circunferentijs ſubtenduntur, etſi ad centrum, etſi ad circunferentiam deducti fuerint, per vigeſimamſextam tertij. Quinq; ergo circũferentiæ a/b, b/c, c/d, d/e, & e/a, æquales ſunt adinuicem. In eodem rurſum circulo, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur, per vigeſimamnonam ipſius tertij. Aequales itaque inuicem ſunt præfatas circunferentias ſubtendentes lineæ rectæ: & proinde a/b/c/d/e/ pentagonum æquilaterum.

Quòd idem pentagonum ſit æquiangulum.

¶Dico tandem quòd & æquiangulum. Quoniam circunferentia a/b, circunferentiæ c/ d / eſt æqualis: ſi vtriq; æqualium addatur communis circunferentia a/e/d, reſultabunt a/e/d/c/& b/a/e/d/circunferentiæ, per ſecundam communem ſententiam inuicem ęquales. Sub ipſa porrò circunferentia a/e/d/c, deducitur angulus a/b/c: ſub ipſa autem b/a/e/d, angulus b/c/d, & vterq; ad circunferẽtiam eiuſdem circuli. Aequalis eſt igitur angulus a/b/c, angulo b/c/ d: ſub æqualibus enim circunferentijs, æquales deducuntur anguli, in eodem potiſſimum circulo, etſi ad centrum etſi ad circunferẽtiam fuerint deducti, per vigeſimamſeptimam tertij. Haud diſſimiliter oſtendemus, reliquos angulos qui ſub c/d/e, & d/e/a, & e/a/b, tum inuicem, tum vnicuiq; ipſorum a/b/c/& b/c/d/coæquari. Aequiangulum eſt igitur a/b/c/d/e, pentagonũ. patuit quòd & æquilaterum. In dato itaq; circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcripſimus. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις ιβ.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

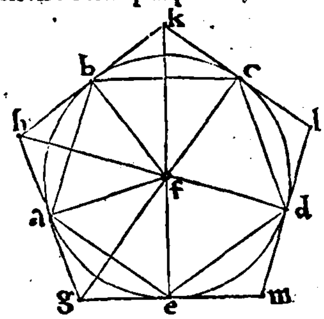
Problema 12, Propoſitio 12.

CIrca datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 12

Pẽtagoni propoſiti circunſcriptio.

ORONTIVS. ¶Sit rurſum datus circulus a/b/c/d/e, cuius centrum f: circa quem oporteat deſcribere pentagonum æquilaterum & æquiangulum. Deſcribatur in primis in ipſo circulo dato, pentagonũ æquilaterum & æquiãgulum a/b/c/d/e, per antecedentem vndecimam propoſitionem: & connectantur f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e/ſemidiametri, per primum poſtulatum. A punctis autem a, b, c, d, e, ad rectos vtrinq; ſuſcitentur angulos a/g,a/h,b/h,b/k,c/k,c/l,d/l,d/m,e/m/& e/g, per vndecimam primi. In directum igitur constituentur g/a/h,h/b/k,k/c/l,l/d/m, & m/e/g, per decimâquartam eiusdem primi: tangéntq; circulum datum, per decimæsextæ tertij corollarium, in punctis quidem a,b, c,d,e. Cõuenient insuper ad puncta g,h,k,l,m. Recta enim a/b, incidens in g/h/& h/k/rectas, diuidit vtrunq; angulum rectum qui sub f/a/h/& h/b/f, efficítque propterea interiores & in eadẽ parte angulos a/b/h/& h/a/b/duobus rectis minores: necessum est igitur, rectas g/h/& h/k/in infinitum productas, tandem cõcurrere ad partes h, per quintum postulatum. Haud dissimiliter ostendemus, quòd h/k/& k/l/cõuenient ad punctum k, atq; k/l/& l/m/ad punctum l, necnon l/m/& m/g/ad punctum m: & m/g/tandem g/h/ad punctum g. Pẽtagonum est igitur g/h/k/l/m: & circa datum circulum a/b/c/d, per sextam huius quarti diffinitionem, descriptum. ¶Aio iam quòd & æquilaterum. Coniungantur enim f/g, f/h, & f/k/rectæ lineæ, per primum postulatũ. Cùm igitur f/a/ipsi f/b, per circuli diffinitionem sit æqualis: isosceles est triangulum a/f/b, & proinde angulus f/a/b, angulo f/b/a, per quintam ipsius primi est æqualis. Atqui rectus f/a/h, recto f/b/h, per quartum postulatum æquus est: reliquus igitur angulus a/b/h, reliquo h/a/b, per tertiam cõmunem sentẽtiam est æqualis. Et latus propterea a/h/lateri b/h, per sextam eiusdem primi æquum est. Similiter ostendetur quòd a/g/ipsi g/e, & b/k/ipsi k/c/ est æqualis: & consequenter ita de cæteris. Rursum quoniam a/f/ipsi f/b/est ęqualis, & f/h/ vtrique cõmunis: duo igitur latera a/f/& f/h/trianguli a/f/h, duobus h/f/& f/b/trianguli h/f/b, sunt æqualia alterum alteri: basis quoq; a/h, basi h/b/æqualis. Angulus igitur a/f/h, angulo h/f/b/ęqualis est, per octauã primi: & vterq; proinde, ipsius anguli a/f/b/dimidius. Eodem modo colligemus, angulum a/f/g/ dimidiũ fore ipsius anguli a/f/e. Atqui anguli a/f/b/& a/f/e, æquales sunt adinuicẽ, per vigesimamseptimam tertij: nempe ad centrum f, sub circunferentijs a/b/& a/e/inuicem æqualibus deducti. Quæ autẽ æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus a/f/g, angulo a/f/h: & rectus f/a/g, recto f/a/h, per quartum postulatum æqualis. Triangula igitur a/f/g/& a/f/h, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri, vnúmq; latus a/f/vtriq; commune, quod æquis adiacet angulis: reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, per vigesimamsextam primi. Aequalis est igitur a/g/ipsi a/h, & tota consequenter g/h/ipsius a/h/dupla. Haud aliter ostẽdemus quòd h/k, dupla est ipsius b/h. Porrò a/h/& h/b, æquales præostensæ sunt. Quæ autem æqualium duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia, per sextam communem sententiam: æqualis est igitur g/h/ipsi h/k. Similiter quoq; demõstrabitur, quòd cætera ipsius pentagoni latera, vtpote k/l, l/m, & m/g, bifariam diuiduntur: & tum inuicem, tum vtrique ipsarum g/h/& h/k/sunt æqualia. Aequilaterum est igitur g/h/k/l/m/pentagonum. ¶Dico tandem quòd & æquiangulum. Quoniam enim ostensum est a/h, ipsi h/b/fore æqualem, necnõ & a/g/ipsi g/e: quatuor igitur a/h, h/b, a/g, & g/e, æquales sunt adinuicem. Bina ergo triangula a/h/b, & a/g/e, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & basin a/b, basi a/e/ æqualem (sunt enim latera inscripti a/b/c/d/e/pentagoni æquilateri & æquianguli) angulus igitur a/h/b, angulo a/g/e/ per octauam primi est æqualis. Similiter ostendemus, quòd reliqui anguli qui sub b/k/c, & c/l/d, atq; d/m/e, tum inuicem, tum vtriq; ipsorum a/g/e/& a/h/b/respondenter coæquantur. Aequiangulum est itaq; g/h/k/l/m/pentagonum. Patuit quòd & æquilaterum: descriptúmque circa a/b/c/d/e/ circulum. Circa datum ergo circulum a/b/c/d/e, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describitur g/h/k/l/m. Quod oportuit fecisse.

Quòd circumscriptum pentagonum, sit æquilaterum.



Quòd idẽ circumscriptum pentagonum sit æquiangulum.

Πρόβλημα ιγ, Πρότασις ιγ.

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

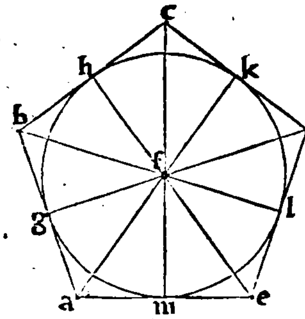
Problema 13, Propositio 13.

13 IN dato pẽtagono æquilatero & ęquiãgulo, circulũ describere.

ORONTIVS. ¶Esto datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e, in quo expediat describere circulum. Secetur in primis vterq; angulorum a/b/c/& b/a/e/bifariam, per nonam primi, sub rectis quidem lineis a/f/& b/f: quas operæpretium est tandem conuenire. Angulus enim a/b/c, minor est duobus

Vt centrũ inscribẽdi circuli reperiatur.

rectis (nam aliàs a/b/ & b/c, in rectum constituerentur) quapropter & angulus a/b/f,dimidius ipsius anguli a/b/c,recto minor est.Et proindem b/a/f,recto itidem minor.Hinc fit, vt recta a/b,incidat in a/b/& b/f/lineas rectas,efficiens in eadem parte interiores angulos binis rectis minores. Cócurrent igitur,per quintum postulatum a/f/& b/f/in directum productæ:idque intra datum pentagonum. Angulo enim a/b/c,opponitur latus d/e:& c/d/latus,ipsi b/a/e/angulo.Recta igitur a/f/in rectum extensa,cadet in latus c/d: & ipsa b/f, in latus d/e:sese inuicem intra datum interfecantes pentagonum . Secent se igitur, & concurrant in puncto f.Aio punctum f,fore cētrum describendi in dato pentagono circuli. Connectantur enim f/c, f/d, & f/e/lineæ rectæ,per primum postulatum.Cùm igitur a/b,sit æqualis b/c,& b/f,vtrique communis : erunt bina latera a/b/ & b/f/trianguli a/b/f, duobus lateribus c/b/ & b/f/trianguli c/b/f/alternatim æqualia: & qui sub æquis lateribus continentur anguli a/b/f/& c/b/f, sunt per constructionem adinuicem æquales.Basis igitur a/f,basi f/c,& angulus b/a/f,angulo b/c/f, per quartam primi est æqualis.Angulus porrò b/a/f,dimidius est ipsius anguli b/a/e : & ipsi b/a/e,æqualis angulus b/c/d, per hypothesin. Quæ autem inuicem æqualia sunt,eiusdem vel æqualium dimidium esse videntur: per septimæ communis sententiæ conuersionem. Angulus igitur b/c/f, dimidius est ipsius anguli b/a/e, & proinde anguli b/c/ d:reliquus insuper angulus f/c/d,dimidius itidem est eiusdem anguli b/c/d. Bifariam itaque diuiditur angulus b/c/d, sub recta c/f. Nec dissimiliter ostendetur,vterque reliquorum angulorum qui sub c/d/e/& d/e/a,bifariam discindi sub rectis lineis d/f/& e/f:atque f/c,f/d,& f/e/rectas,tum inuicem, tum ipsis f/a/& f/b/coæquari.Diuidantur consequenter singula ipsius pentagoni latera bifariam,per decimam primi,in punctis g,h,k,l,m:& connectantur rectæ lineæ f/g,f/h,f/k, f/l,& f/m,per primū postulatum. Erunt igitur singulæ ipsorum laterū medietates inuicem æquales:quæ enim æqualium sunt dimidium,æqualia sunt adinuicem , per septimam communem sententiam. Et quoniam triangulorum g/b/f/& f/b/h , duo latera g/b/& b/f,duobus lateribus f/b/& b/h/sunt æqualia alterum alteri, & angulus g/b/f/angulo f/b/h/æqualis:basis igitur g/f,basi f/h,per quartam primi est æqualis.Haud dissimiliter ostendentur reliquæ f/k,f/l,& f/m,tum inuicem, tum vtriq; ipsarum f/g/& f/h/coæquari . Quinque ergo rectæ lineæ f/g,f/h,f/k,f/l,& f/m,sunt æquales adinuicem. Centro itaque f,interuallo autem f/g,aut f/h, vel f/k,seu f/l,aut f/m,circulus describatur g/h/k/l/m,per tertium postulatum . Transibit ergo ipsius circuli circunferentia, per singula puncta g,h,k,l,m.Et quoniam triangulorum a/g/f/& f/g/b, duo latera a/g/& g/f, duobus f/g/& g/b/sunt æqualia alterum alteri,& basis a/f/basi f/b/æqualis:angulus igitur a/g/f,angulo f/g/b,per octauam primi est æqualis:& proinde vterque rectus per decimam primi diffinitionem. Haud aliter ostendetur vterque angulus qui circa reliqua puncta h,k,l,m,esse rectus.Tangit itaque dati circuli circūferentia singula ipsius pentagoni latera,per decimæsextæ tertij corollarium. Circulus porrò in figura rectilinea describi dicitur,quādo circuli circūferentia,vnumquodque latus eius in qua describitur tangit : per quintam huius quarti diffinitionem . In dato igitur pentagono a/b/c/d/e,circulus describitur g/h/k/l/m.Quod expediebat facere.



Quòd inuentum punctū f, centrum existat eiusdem circuli.

Problematis absoluta resolutio.

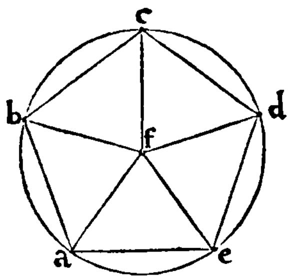
Πρόβλημα ιδ', Πρότασις ιδ'.

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 14, *Propositio* 14,

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere. 14

ORONTIVS. ¶Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e, circa quòd circulum describere sit operæpretium. Secetur bifariam vterque angulorum qui sub a/b/c/& b/a/e,per nonam primi, productis a/f/& b/f/lineis rectis:quę per quintum postulatum,concurrent tandem adinuicem intra datum pentagonum, vterque enim angulus qui sub a/b/f/ & f/a/b/recto minor est, nēpe dimidius anguli ipsius pentagoni,qui binis rectis minor est.Concurrant igitur ad punctum f:& connectantur f/c, f/d,& f/e/lineæ rectæ,per primum postulatum.Et quoniam angulus a/b/c,angulo b/a/e/est æqualis:& quæ eiusdem vel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicē,per septimam



cõmunem ſentẽtiam. Angulus igitur a/b/f, angulo f/a/b/ æqualis eſt: & latus propterea a/f, lateri f/b/ æquale, per ſextã primi. Rurſum quoniam latus a/b, lateri b/c/ eſt æquale, & b/f/ vtriq; commune: bina ergo latera a/b/ & b/f/ trianguli a/b/f, binis lateribus f/b/ & b/c/ trianguli f/b/c, ſunt æqualia alterum alteri: & æquos inuicem continent angulos per conſtructionem. Baſis igitur a/f, baſi f/c, per quartam primi eſt æqualis: & reliquus angulus b/c/f, reliquo f/a/b/ æqualis. Angulus porrò f/a/b, dimidium eſt anguli b/a/e: & b/c/f/ igitur angulus, dimidium eſt ipſius anguli b/c/d. quæ enim æqualia ſunt, eiuſdem vel æqualium ſunt dimidium, per ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem. Reliquus igitur angulus f/c/d, eiuſdẽ anguli b/c/d/ eſt dimidiũ: & proinde ipſi angulo b/c/f/ ęqualis. Haud aliter oſtendẽtur f/d/ ipſi f/b, & f/e/ ipſi f/c: & omnes demum quinque lineæ rectæ, ex puncto f/ in ſingulos angulos incidentes coæquari. Centro igitur f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, vel f/d, aut f/e, circulus deſcribatur a/b/c/d/e, per tertiũ poſtulatum. Veniet ergo ipſius circuli circunferentia, per ſingula puncta a, b, c, d, e: tangétq; propterea vnumquenque angulum dati pentagoni. Circa datum igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e: circulus, per quartam huius diffinitionẽ, deſcribitur. Quod faciendum fuerat.

Πρόβλημα ιε, Πρότασις ιε.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

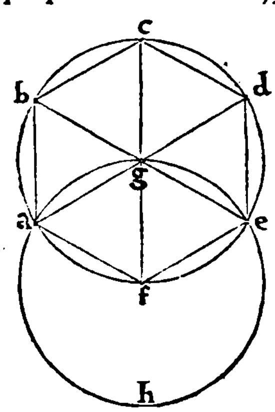
Problema 15, Propoſitio 15.

15 IN dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

ORONTIVS. ¶ Eſto datus circulus a/b/c/d/e/f, cuius centrum g: in quo quidem circulo oporteat deſcribere hexagonũ æquilaterum & æquiangulum. Coaptetur itaque in circulo a/b/c/d/e/f, dimetiens c/f. Et centro f, interuallo autem f/g, deſcribatur per tertium poſtulatum circulus a/g/e/h. Et quoniam præfati circuli in eodem ſunt plano, communem habentes ſemidiametrum f/g, & centrum vnius in alterius circunferentia conſtituitur: fit vt vnus prædictorum circulorum, ſit partim intra reliquum, partim verò extra. Vndę neceſſum eſt, circulum a/g/e/h, interſecare datum circulum a/b/c/d/e/f: ídque per decimam tertij, in duobus tãtummodò punctis, vtpote a, & e. Coniungantur igitur a/g, & e/g/ lineæ rectæ, per primum poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum, directè producãtur in puncta b, d. Rurſum per idem primum poſtulatum, connectantur rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a. Hexagonum eſt itaque a/b/c/d/e/f/ rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem, deſcriptum. ¶ Aio primùm ipſum fore æquilaterum. Quoniam punctum g/ centrum eſt circuli a/b/c/d/e/f: æqualis eſt igitur a/g, ipſi g/f, per circuli diffinitionem. Rurſum quoniam punctum f/ centrum eſt circuli a/g/e/h: æqualis eſt, per eandem circuli diffinitionem, a/f/ ipſi f/g. Binæ igitur a/g/ & a/f, eidem f/g/ ſunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam communem ſententiam. Aequilaterum eſt igitur ipſum a/f/g/ triangulum: & proinde æquiangulum, per quintæ libri primi corollarium. Et quoniam per trigeſimamſecundam primi, omnis trianguli tres anguli ſunt æquales duobus rectis: quilibet trium angulorum eiuſdem trianguli a/f/g, vnum tertium duorum rectorum comprehendit. Angulus itaque a/g/f, duorum rectorum tertium eſt. Et proinde triangulum e/f/g, æquilaterum & æquiangulum eſt: & angulus conſequenter f/g/e, vnum itidem tertium duorum rectorum. Recta inſuper a/g, conſiſtens ſuper rectam b/e: efficit duos angulos b/g/a/ & a/g/e/ binis rectis ęquales, per decimamtertiam ipſius primi. quorum a/g/e/ duo tertia eorundem duorum rectorum comprehendit: reliquus igitur angulus b/g/a, vni tertio duorum rectorum eſt æqualis. Quilibet igitur trium angulorum b/g/a, a/g/f, & f/g/e, vni tertio duorum rectorũ eſt ęqualis: & æquales ob id adinuicem, per primam cõmunem ſentẽtiam. Et qui ad verticem igitur conſiſtũt anguli b/g/c, c/g/d, & d/g/e, eiſdẽ angulis, per decimãquintam primi coęquantur:

Inſcriptio propoſiti hexagoni.

Quòd inſcriptum hexagonum ſit æquilaterum.

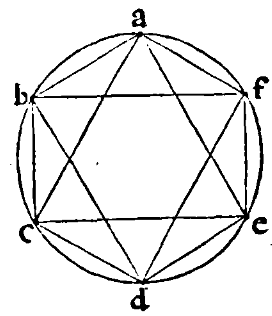


hoc eſt, d/g/e/ipſi b/g/a, & c/g/d/ipſi a/g/f, atque b/g/c/ipſi f/g/e. Hinc colligitur, ſex angulos ad g/ centrum deductos fore inuicem æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circunferentijs ſubtenduntur, per vigeſimamſextam tertij. Sex igitur circunferentiæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a, ſunt adinuicem æquales. Sub æqualibus rurſum circunferentijs, æquales rectæ lineæ, per vigeſimamnonam tertij ſubtenduntur. Sex itaque rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a, ſibi inuicem coæquantur. Aequilaterum eſt propterea hexagonum a/b/c/d/e/f. ¶Dico iam quòd & æquiangulum. Nam circunferentia a/b, circunferentiæ c/d/eſt æqualis: ſi addatur igitur communis circunferentia d/e/f/a: conſurgent per ſecundam communem ſententiam, æquales circunferentiæ c/d/e/f/a, & d/e/f/a/b. Sub ipſa porrò circunferentia c/d/ e/f/a, continetur angulus a/b/c: ſub ipſa verò circunferentia d/e/f/a/b, angulus b/c/d. Anguli autẽ qui ſuper æquales circunferentias in eodem circulo deducũtur, ſibi inuicem ſunt æquales, etſi ad centra, etſi ad circunferẽtias deducti fuerint, per vigeſimãſeptimam tertij. Aequalis eſt igitur angulus a/b/c, angulo b/c/d. Haud aliter mõſtrabitur, quòd reliqui anguli ipſius a/b/c/d/e/f/hexagoni, vtpote c/d/e, d/e/f, & e/f/a, tum ſibi inuicem, tum vtriꝗ ipſorum a/b/c/& b/c/d/coæquantur. Aequiangulum eſt igitur ipſum a/b/c/d/e/f/hexagonum. Patuit iam ꝙ & æquilaterũ, & in dato circulo deſcriptum.

Quòd idẽ hexagonum ſit æquiangulũ.

Alia eiuſdem hexagoni deſcriptio facillima.

¶Idem rurſum hexagonum æquilaterum & æquiangulum aliter in dato deſcribitur circulo. Sit datus circulus a/b/c/d/e/f: in quo deſcribatur in primis triangulum æquilaterum & æquiangulum, per ſecundam huius quarti. Erunt igitur arcus a/ b/ c, c/d/e, & e/ f/ a, tum per vigeſimamſextam, tum per vigeſimamoctauam ipſius tertij inuicem æquales. Diuidatur quilibet ipſorum trium arcuum bifariam, per trigeſimam eiuſdem tertij, in punctis quidem b, d, f: & connectantur a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a/ lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Deſcriptũ erit igitur hexagonum a/b/c/d/e/ f/ in dato circulo per tertiam huius quarti diffinitionem: quod palam eſt fore æquilaterum. Singuli enim arcus ipſa latera ſubtendẽtes, æquales ſunt adinuicẽ, nempe æqualium (hoc eſt) ipſorum a/b/c, c/d/e, & e/f/a/dimidij: & ſub æqualibus eiuſdem circuli arcubus, æquales ſubtenduntur rectæ lineæ, per vigeſimamnonam eiuſdem tertij. Aequalia ſunt igitur ipſius hexagoni latera. Aio quòd & æquales cõprehendunt angulos. vniquiſꝗ enim ipſius hexagoni angulus ſub æqualibus deducitur arcubus, nempe ſub quatuor circunferentiæ partibus, qualium ipſa circunferentia eſt ſex. Aequales igitur ſunt adinuicem ipſius hexagoni anguli, per vigeſimamſeptimam eiuſdem tertij. In dato igitur circulo a/b/c/d/e/f, hexagonũ æquilaterũ & æquiangulum deſcribitur. Quod feciſſe oportuit.



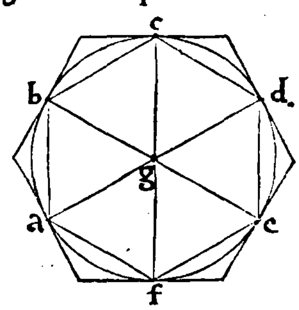
¶*Corollarium.*

¶Hinc fit manifeſtum, quòd hexagoni latus, ei quæ ex centro circuli, in quo ipſum deſcribitur hexagonum, eſt æquale. Oſtenſa eſt enim vtraꝗ a/f/ & f/e (quæ latera ſunt hexagoni) ipſi f/g/ quæ ex centro g/ æqualis: & a/f/ ipſi a/g, atque f/e/ ipſi e/g/ itidem æqualis.

Vt circulo hexagonum circumſcribatur.

¶Item ſi per puncta a, b, c, d, e, f, rectæ ducãtur lineæ circulum ipſum contingentes, & cum illius dimetientibus ad rectos conuenientes angulos: hexagonum æquilaterũ & æquiangulum circa datum circulum deſcribetur. quemadmodùm ex duodecima huius quarti propoſitione de pentagono, & obiecta figura vel facilè deducetur. ¶Præterea, nec minus facilè in dato hexagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribere, & circunſcribere poterimus: per ea quæ decimatertia & decimaquarta propoſitione, de pentagono ipſo, præoſtenſa ſunt. Quod ex ſupradictis colligere oportebat.

De circuli in dato hexagono inſcriptione, ac circunſcriptione.



Πρόβλημα ις, Πρόθεσις ις.

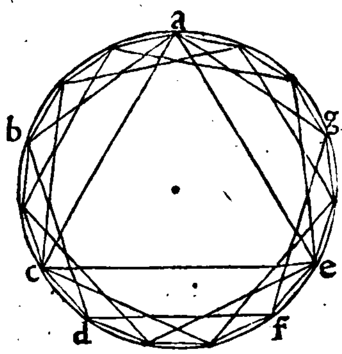
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 16, Propoſitio 16.

IN dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 16

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/ b/ c/ d/ e, in quo receptum ſit deſcribere quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum. Deſcribatur in primis ſuper data quapiam recta linea terminata triangulum æquilaterũ, per primam primi:quod per quintæ eiusdem primi corollarium,erit æquiangulum. Huic postmodum triangulo,æquiangulum rursum describatur triangulum in dato circulo a/b/c/d/e , per secundam huius quarti propositionem:sitque a/c/e.Item à puncto a, in eodem circulo a/b/c/d/e, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describatur a/b/d/f/g , per vndecimam huius quarti . Erit igitur triangulum a/c/e/æquilaterum,per sextæ primi libri corollarium:cuius latus quodlibet,subtendit tertiam circunferentiæ partem circuli a/b/c/d/e. quodlibet autem ipsius a/b/d/f/g, pentagoni latus subtendit quintam eiusdẽ circunferentiæ partem. Qualium igitur partium vel segmentorum , tota circuli a/b/c/d/e/ circunferentia est quindecim : talium segmentum a/b/c/erit quinque,& vtrunque segmentum a/b/& b/d/trium, & proinde totum segmentum a/b/d,sex. Et quoniam segmentum a/b/c/est quinq̃:erit reliqua pars c/d/sextum ipsius a/b/d, seu tertium ipsius b/ d, & totius propterea a/ b/c/d/ e/ circuli quindecimum. Coniuncta igitur c/d/recta,per primum postulatum , erit latus quintidecagoni in dato circulo describendi. Cui si æquales rectas lineas in dato circulo a/b/c/ d/e, ab ipso quidem puncto d/versus e/& a/in c/continuè,per primam huius quarti coaptaueris: erit in eodẽ circulo descriptum quintidecagonum æquilaterum. ¶Poterũt & singulorum quindecim segmentorum distinctiones,per ipsius pentagoni æquilateri & æquianguli, in dato circulo a/b/c/d/e,geminatam rursum descriptionem obtineri,à punctis quidem c/& e:& comparatis inuicem segmẽtis,demõstratiuè concludi.Quemadmodùm ex ipsa licet inspicere figura.

Artificiosa lateris quintidecagoni adinuentio.



Idem aliter.

¶Aio iam quòd ipsum quintidecagonum æquilaterum,est æquiangulum.Quibuslibet enim angulis,sub duobus quibúsvis ipsius quintidecagoni lateribus ad circunferentiam comprehensis, æquales subtendũtur circunferẽtiæ:nempe segmentorum inuicem æqualium tredecim,qualium totus circulus est quindecim.In eodem porrò circulo,anguli qui super æquales circunferentias deducuntur,sibi inuicem sunt æquales,etsi ad centra,etsi ad circũferentias fuerint deducti,per vigesimamseptimã tertij.Aequiangulũ est igitur ipsum a/b/c/d/e/ quintidecagonum.Patuit quòd & æquilaterum,& in dato circulo descriptum.In dato itaq̃ circulo a/b/c/d/e,quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describitur . Quod tandem faciendum receperamus.

Quòd descriptum quintidecagonum æquilaterũ, sit æquiangulum.

¶*Corollarium.*

¶Quòd si per singulas segmentorum & angulorum quintidecagoni distinctiones,rectæ ducantur lineæ circulum ipsum contingentes,& ad rectos angulos cum productis è centro semidiametris conuenientes : quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum,circa datum circulum describetur.quemadmodùm duodecima huius quarti propositione , de circunscribendo tradidimus pentagono.

¶Haud dissimiliter,per ea quę decimatertia & decimaquarta eiusdem quarti propositione,de pentagonis ostensa sunt:in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo circulum describere , ac circunscribere licebit.

(.·.)

Quarti libri Geometricorum Elementorum,

F I N I S.

Orontij Finæi, Delphinatis, Regij MATHEMATICARVM PROFESSORIS, In quintum Elementorum Euclidis, Demonstrationes.

¶ *Diffinitionum elucidatio non aspernanda.*

ORONTIVS.

POSTQVAM EVCLIDES QVATVOR ANTEcedentibus libris, quantitatis cõtinuæ qualitatem, illiúsq; dimensiones apertè demonstrauit: iam binis succedentibus libris, magnitudinum rationes, atque proportiones, acutissimis prosequitur ostensionibus.

Scopus huius libri quinti.

Huius itaque libri quinti scopus est, de proportionibus in vniuersum pertractare: singula enim quæ in eo demonstrantur, non solùm ad geometricam videntur spectare contemplationem, sed commune aliquid habent cum Arithmetica, & Musica, & cum doctrinis omnibus quæ sub mathematica traditione comprehenduntur. Verùm quoniam de proportionibus futurus est sermo, proportio autem rationum videtur esse similitudo: de rationibus, quibus ipsæ componuntur proportiones, in primis tractandum est. prius enim oportet agnoscere simplicia, quàm composita.

Magnitudinũ comparatio. Habitudo. Ratio.

Cùm igitur binæ magnitudines inuicem comparãtur: hæ proculdubio aut æquales, aut inæquales offenduntur. Proprium enim quantitatis esse diffinit Aristoteles, secundum eam æquale, vel inæquale dici, & huiuscemodi comparatio, habitudo dicitur: quam Euclides, ad veterum imitationem, rationem appellat. Ipsæ autem magnitudines, termini tunc vocitantur: illa quidem quæ alteri refertur, antecedens: : reliqua verò, consequens, ad quam scilicet alterius fit comparatio. Id porrò, quo altera distat à reliqua: differentia propriè dicitur. ¶ Quoties itaque propositæ & adinuicem comparatæ magnitudines, fuerint inæquales, & minor metiãtur maiorem, hoc est, aliquotiens sumpta, seu per datum aliquem multiplicata numerum, ipsam maiorem restituit magnitudinem: tunc minor magnitudo, pars ipsius maioris dicitur: quam vulgus peculiari nomenclatura, iuxta multiplicationis numerum, multiplicatiuam seu quotam partem eiusdem maioris adpellat. Quę ab Euclide sic primùm diffinitur.

Quota seu multiplicatiua pars.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

¶ Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem. 1

Exemplũ quotæ partis.

Vtpote, binis magnitudinibus datis, quarum altera bipedalis, altera verò sextupedalis existat, quoniam bipedalis ter sumpta, seu per tria multiplicata, sextupedalem metitur magnitudinem: idcirco bipedalis magnitudo, pars est ipsius sextupedalis magnitudinis, & tertia pars eiusdẽ sextupedalis peculiari discretione vocatur. ¶ Ipsa porrò maior magnitudo, quam minor suprascripta multiplicatione metitur: multiplex ipsius minoris adpellatur magnitudinis, hoc est, multotiens ipsam minorem comprehendens magnitudinem, vel ex multiplici eiusdem minoris repetitione consurgens. Hinc dicit Euclides.

Multiplex.

¶ Πολλαπλάσιον δὲ, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Multiplex autem, maior minore, quando eam metitur minor. 2

Exemplum multiplicis.

Vt in præassumpto nuper exẽplo, sextupedalis magnitudo multiplex dicitur ipsius bipedalis magnitudinis, vtpote, q multotiẽs, hoc est ter, eandẽ bipedalẽ cõtineat magnitudinẽ, seu quam bipedalis ter multiplicata metitur. & propterea sextupedalis, triplex ipsius bipedalis peculiari restrictione vocatur. ¶Cùm autem minor magnitudo aliquotiēs sumpta, seu multiplicata, plus aut minus efficit, quàm sit ipsa magnitudo maior: nō quota, sed adgregatiua pars ipsius maioris videtur esse magnitudinis, ex quotis scilicet partibus adgregata, ab ipsarum partium quotarum tum numero, tum qualitate denominanda Veluti quadrupedalis ad sextupedalem relata magnitudinem, adgregatiua pars eiusdem sextupedalis dicenda est magnitudinis. Componitur enim ex geminis bipedalibus magnitudinibus, quarum quælibet tertiam sextupedalis partem efficit: hinc bipartiens tertias eiusdem sextupedalis denominatur. ¶Quæ igitur adinuicem comparatæ magnitudines, cōmuni aliqua metiuntur magnitudine: commensurabiles, seu communicantes, & rationales adpellantur. Cuiusmodi sunt omnes numeri, à binario in infinitū distributi, quos indifferenter metitur vnitas: omnes insuper ad numeros relatæ magnitudines, determinatā inter sese rationē vel habitudinem obtinentes. Quibus autem non accidit cōmunis aliqua, & per numerū expressa mensura: incommēsurabiles, & incommunicātes, irrationalésve dicūtur magnitudines, quarū habitudo determinatis non exprimitur numeris. Veluti sunt diagonius, & latus quadrati geometrici.

Pars adgregatiua.

Exemplum.

Cōmēsurabiles & rationales magnitudines.

Incommensurabiles & irrationales.

Illa igitur rationalium vel irrationalium, seu commensurabilium, & incommensurabilium magnitudinum comparatio, vel habitudo, ratio (quemadmodùm suprà dictum est) à veteribus adpellatur: quæ ab Euclide in hunc modum diffinitur,

¶Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

3 **Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis, aliquatenus adinuicem quædam habitudo.**

Sola enim vniuoca veniunt inter sese comparanda, vtpote, numerus numero, linea lineæ, superficies superficiei, solidum solido, sonus sono, tempus tempori, velocitas velocitati, & quæ sunt huiuscemodi. Inter ea enim quę diuersorum sunt generum, nulla videtur accidere comparatio. ¶Offenditur autem ratio inter numeros absolutè consideratos, quā arithmeticam nuncupamus rationem: intérve sonoros, hoc est, ad sonorum harmoniam relatos numeros, quæ harmonica ratio dicitur: vel inter abstractas tum à motu, tum à materia magnitudines, quæ ratio geometrica propriè nominatur. Quæcunque porrò rationes inter ipsos inueniuntur numeros, eædē inter singula continuorum offenduntur genera: at non è diuerso. Arithmetica siquidem ratio, tantummodò rationalium videtur esse magnitudinum: geometrica verò, tam rationalium quàm irrationalium contemplatur magnitudinum habitudinem. Quæcunq; insuper rationis diuersitates vni cōtinuorum accidunt generi, vtpote lineis: cæteris continuorum vidētur euenire generibus, superficiebus inquàm & solidis. quod ipsis non solet accidere numeris. Idcirco de geometrica, & veluti principatū obtinente ratione, hoc loco tractare principaliter intendit Euclides. ¶Duplex est autē ratio geometrica: altera quidem æqualitatis, cuius differentia nulla est: altera verò inæqualitatis, cuius rationales species sunt quinque: tres quidem simplices, vtpote multiplex, superparticularis, & superpartiēs: & duæ ex eis cōpositæ, scilicet multiplex superparticularis, & multiplex superpartiens. Primò igitur doctrina simplicium, postea cętera in vniuersum perscrutantur rationum discrimina: debet enim simpliciū doctrina, in omnibus doctrinā præcedere compositorum.

Quæ inuicem comparantur.

Ratio Arithmetica. Harmonica. Geometrica.

Ratio Aequalitatis. Inæqualitatis.

¶Multiplicem itaq; solemus adpellare rationē, quoties maior magnitudo minorē (vti suprà dictum est) pluries & adæquatè comprehēdit magnitudinem: quæ in duplam vt quaternarij ad binarium, triplam veluti senarij ad ipsum binarium, quadruplam vt duodenarij ad ternarium, & deinceps ita quantumlibet subdiuiditur, prout maior magnitudo bis, ter, quater, pluriésve minorem comprehendit. Superparticularis autem ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorem semel, & quotam insuper minoris partem continet: quæ sesqualtera dicitur vt ternarij ad binariū, aut sesquitertia veluti quaternarij ad ternarium, vel sesquiquarta vt quinarij ad quaternarium, & respondenter ita quantumlibet, prout pars ipsa alteram minoris magnitudinis partem, vel tertiam, aut quartam, aliámvè quotā partem efficit, à dato quouis numero denominatam. Superpartientem verò rationem adpellamus, quoties maior magnitudo minorem itidem semel comprehendit, & contingētem præterea vel adgregatiuam eiusdem minoris partem, ex quotis ipsius minoris partibus compositam: quæ varia, pro numero ac ratione partium, sortitur discrimina, gemino indigentia numero, altero quippe multitudinem, altero autem nomenclaturam talium partium exprimente: sic tamen vt ipse numerator, à denominatore sola vnitate superetur. Alia enim superbipartiēs tertias dicitur, vt quinarij ad ternariū: alia supertripartiēs quartas, velut septenarij ad quaternariū:

Ratio multiplex.

Superparticularis ratio.

Ratio superpartiens.

Multiplex superparticularis. *Multiplex superpartiens.* *Surdæ rationes.* *Notandum.*

alia verò superquadripartiens quintas, veluti nouenarij ad quinarium, & deinceps ita sine statu, vocitatur. ¶Hinc facilè colligitur, vtriusque compositarum rationum diffinitio. Multiplex enim & superparticularis ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorẽ pluries, & quotam insuper eiusdem minoris partem comprehendit. Multiplex denique & superpartiens ratio nominatur, quoties eadem magnitudo maior, minorem itidem pluries, & partẽ vltra non quotam, sed ex quotis eiusdem minoris partibus adgregatam continet. Quæ tum pro varietate multiplicis, tum pro vtriusque & superparticularis & superpartientis diuersitate, in varia, & (si liceat dicere) infinita compositarum rationum partiuntur discrimina. ¶Cæteræ autem ab his magnitudinum habitudines, quarum denominationes ignoramus: surdæ irrationalésve nuncupantur. Porrò hæc omnia velim intelligas, dum maiores minoribus comparantur magnitudines: nã si minores ipsis maioribus comparentur magnitudinibus, subrationales erunt minores maioribus. Hinc talium magnitudinũ rationes, submultiplices, subsuperparticulares, subsuperpartiẽtes, submultiplices superparticulares, & submultiplices superpartientes, pro ratione atque transpositione terminorum, adpellantur. ¶Cuiuslibet autem suprascriptarum rationum cum alia quavis simili ratione comparatio vel habitudo (non vt magnitudo magnitudini, sed vt hæc ratio cum illa ratione comparatur) proportio dicitur: cuius hæc est summaria diffinitio,

De rationum comparatione

¶Ἀναλογία δὲ ἐστιν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

Proportio verò, est rationum identitas. 4

De proportione arithmetica. *De musica proportione.*

Hoc est, duarum pluriúmve geometricarũ rationũ similitudo. vt si duplã duplæ, sesqualteram sesqualteræ, pluresve duplas, aut sesqualteras, & alias quascunque similes rationes inuicem comparaueris. Nam de Arithmetica proportione, quam vocant æqualium differentiarum inter datos numeros obseruatam progressionem: nihil ad præsentem doctrinam. Neque de proportione musica, quæ potius harmonia quædã esse videtur: vtpote, quæ fit cùm oblatis tribus numeris, quam rationem maximus obtinet ad minimum, eam quoque seruat differentia maximi supra medium ad differentiam medij supra minimum, in suprascripta rationum similitudine minimè consistens. Sicuti enim arithmetica progressio, à musica differre perhibetur harmonia: sic & geometrica proportio (quæ sola peculiari nomine proportionis venit adpellanda) ab vtraque distinguitur. ¶Est autem geometrica proportio, aut continua, aut discontinua. Continuam adpellamus proportionem, cùm datis quotlibet eiusdem generis quantitatibus, omnium antecedentium ad proximè succedentes continuata seruatur rationis habitudo: sic vt prima solùm antecedentis, vltima verò consequentis, intermediȩ autem & antecedentis & consequentis fungantur officio. Vtpote cùm prima ad secundã eam seruat rationem, quam secunda ad tertiam, & tertia ad quartam, & deinceps ita quantumlibet. Quæcunque igitur continua proportione ligantur, eiusdem oportet esse generis: propter necessariam cuiuslibet antecedentis cum suo consequente respondẽtiam, & continuandam inuicem comparabilium habitudinem, siue relationem. ¶Discontinua verò proportio, fit: cùm oblatis quatuor, pluribúsve quãtitatibus, prima ad secũdam eam habet rationẽ, quam tertia ad quartam, & quinta ad sextam, & cõsequenter ita quantũlibet. Huiuscemodi nanque rationum similitudo, vel identitas, proportio, sed discontinua vocitatur. consequens enim primæ rationis, non fit antecedens secundæ: neque item consequens ipsius secundæ, in tertiæ rationis continuatur antecedens. velut ipsi continuæ diximus euenire proportioni. Possunt itaque genere diuersa, discontinua inuicem proportione colligari: ob singulorum antecedentium, ad singula consequentia, separatim factam comparationem. Eadem nanque ratio inter duos accidens numeros: potest simul inter duas lineas, binásve superficies, aut alias quasvis inuicem comparabiles inueniri magnitudines. Hinc patet, discõtinuam proportionem sub pari semper terminorum comprehendi numero: cõtinuam verò tam parem, quàm imparem admittere terminorum seu quantitatum multitudinem.

Proportio geometrica continua. *Sola uniuoca continua proportione ligantur.* *Discontinua proportio geometrica.* *Genere diuersa discõtinuam proportionem obseruant.* *Corollarium.*

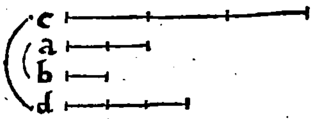
¶Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται, πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. 5

Quonam modo magnitudines rationem habere diffiniantur.

Post ipsius rationis, atque proportionis adsignatas diffinitiones: describit consequenter Euclides, qualiter inuicem comparatæ magnitudines rationem habere dicãtur. Cùm igitur tam rationalium quàm irrationalium hic perscrutentur magnitudinum habitudines, & ipsa irrationaliũ magnitudinum habitudo, tum nobis, tum ipsi naturæ sit ignota, denominationẽ ab aliquo non valens accipere numero: coactus est Euclides (vt generalem quandam rationalium & irrationalinm perscriberet diffinitionem) ad comparatarum inuicem magnitudinum cõfugere multiplicationem, hoc est, per ipsarum magnitudinum æquè multiplicia diffinire, qualiter magnitudo alteri comparata magnitudini rationem habere dicatur. Si igitur magnitudo a/ magnitudini b/ comparetur, & ambæ æqualiter multiplicentur, hoc est, ambarum sumãtur æquè multiplicia, c/ quidem ipsius a, & d/ ipsius b: quam rationem habebit multiplex c/ ad multiplex d, eam seruabit & a/ magnitudo, ad b/ magnitudinem. Quasi ignota inter a/ & b/ differentia, per multiplicationẽ ipsarum augeatur magnitudinum: & in rationis ignotæ nos inducat agnitionem. Tanta siquidem multiplicium cum submultiplicibus, seu partibus inuenitur esse fraternitas: vt ipsæ æquè multiplices magnitudines non possint aliquam rationalem aut irrationalem inter sese habitudinem obseruare, quin ea simul partibus accidat submultiplicibus, & è contrario.

Exemplum.



Notandum.

¶ Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων, καθ᾽ ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου, ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

6 In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ æquè multiplicia, secundæ & quartæ æquè multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem, vtraque vtranque vel vnà excedunt, vel vnà æquales sunt, vel vnà deficiunt sumptæ adinuicem.

Quæ magnitudines in eadem ratione consistant.

Ostensa rationis atq; proportionis diffinitione, qualiter insuper magnitudines rationem habere adinuicem iudicentur: diffinit respondenter Euclides, quónam modo magnitudines ipsæ fiant proportionales, hoc est, similem videantur obtinere rationem, habitudinísve nanciscantur identitatem. Quæ diffinitio, non potuit per alicuius præcedentium quinque rationalium specierum ipsius rationis vel habitudinis, vtpote aut multiplicis, aut superparticularis, aut superpartientis, vel multiplicis superparticularis, vel denique multiplicis superpartientis describi similitudinem: propter surdas (vt vocant) irrationalium magnitudinum habitudines, quarum denominationes exprimi non possunt. Confugiendum ergo fore existimauit Euclides, ad contingentem æquè multiplicium habitudinem, tam continuè, quàm separatim facta earundem magnitudinum relatione. Nam in proportionibus sicuti antecedentia adinuicem, & ipsa pariter consequentia, mutuam quandam inter sese videntur habere relationem: haud dissimiliter ipsorum antecedentium, pariter & consequentium æquè multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coassumpta, fraterna quadam rationum colligantur similitudine, atque è diuerso: tametsi alia inter ipsa æquè multiplicia, ab ea quæ inter partes offenditur submultiplices, contingat plerunque rationum identitas. Quòd autem ex multiplicium proportione, earundem partium, sub multipliciúmve magnitudinum proportio, vel è cõtrario subsequatur: succedentibus ostendetur propositionibus. prius enim diffinire, quàm diffinitorum concludere necessitatem est operæpretium. ¶ Cùm itaq; similitudo rationis, binarium ad minus rationum, & proinde quaternarium magnitudinum videatur exoptare numerum: ait Euclides, magnitudines in eadem esse ratione, prima quidem ad secundam, & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ, hoc est antecedentium magnitudinum sumptis æquè multiplicibus, & consequentium itidem magnitudinum, secundæ videlicet & quartæ, æquè multiplicibus (etiam in alia quauis ab antecedentium multiplicatione) coassumptis, multiplex primæ ad multiplex secundæ eam seruat rationem, quam multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: siue ipsa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis. Hæc enim de excessu, vel defectu proportionali veniunt intelligenda. Velut ex obiecta numerorum potes colligere formula. In qua numeri dati sint a, b, c, d: & ipsorum a / & c, primi inquàm & tertij æquè multiplices e, f, nempe dupli: numerorum autem b, d, hoc est secundi & quarti æquè itidem multiplices g, h, vtpote tripli. Et quoniam multiplex e/ ad multiplicem

Notandum.

Diffinitionis elucidatio.

Exemplum.

a	b	c	d	
12	6	8	4	Nu. discõtinuè proportoinales.
e	g	f	h	
24	18	16	12	Aequè multiplices.

g/eam habet rationem, quam multiplex f/ad multiplicem h(vtrobique enim ſeſquitertia) neceſſum eſt primum numerum a/ad ſecũdum numerum b/eam ſimul obſeruare rationem, quam tertius numerus c/ad quartũ d,nempe duplam.Haud aliter de magnitudinibus, ſiue continuis intelligito. ❡Hinc fit,vt in continuè proportionatis, vbi videlicet conſequens primæ rationis ſit antecedens ſecundæ, ſumenda ſint æquè multiplicia ſingularum magnitudinum iuxta eandem multiplicationem,hoc eſt,aut ſimul tripla, aut ſimul quadrupla,&c. propterea quòd ſecunda magnitudo, ipſius tertiæ ſimul fungatur officio, & geminas potentia magnitudines repræſentet. Vt datis in exemplum a, b, c, numeris:quorum æquè multiplices ſint d,e,f,vtpote tripli,d/quidem ipſius a,& e/ipſius b,atque f/ipſius c. Si multiplex d/ad multiplicem e/habuerit eam rationem,quam idem e/ad f:tunc a/primus numerus ad ſecũdum b/eam ſimul obſeruabit rationem,quam idem numerus b,ad tertium c.quemadmodùm ex ipſa numerorum potes elicere deſcriptione:in qua tam dati numeri a,b,c,quàm eorundem numerorum æquè multiplices d,e,f,ſub dupla inuicem ratione proportionantur.

De continuè proportionalibus.

Exemplum.

a	b	c	
8	4	2	Nu.continuè proportionales.
d	e	f	
24	12	6	Aequè multiplices.

❡Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

Diffinitio proportionaliũ.

Eandem autẽ habentes rationẽ magnitudines,proportionales vocẽtur. 7

Cùm enim proportio rationum ſit identitas:fit vt magnitudines, quæ in eadẽ offendentur eſſe ratione,vel inter quas rationum offendetur ſimilitudo (ſiue continua ſiue diſcontinua eiuſdem rationis obſeruetur identitas) proportionales adpellentur.

❡Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

Improportionalium magnitudinum diffinitio.

Quando verò æquè multiplicium multiplex primi exceſſerit multiplex ſecundi, multiplex autem tertij non exceſſerit multiplex quarti: tunc primum ad ſecundum maiorem rationem habere dicetur, quàm tertium ad quartum. 8

Quemadmodùm datarum magnitudinum continuam vel diſcontinuam proportionem, ex coaſſumptorum æquè multiplicium, & ordinatim comparatorum proportione pendere diffinitum eſt:haud diſſimiliter & improportionalium magnitudinum diſproportio, ex ſupraſcripto modo ſumptorum æquè multiplicium diſproportione,verſa vice colligitur. Eſt enim diſproportio,rationum diſſimilitudo:vtpote,quando prima magnitudo ad ſecundam maiorem vel minorem rationẽ habet,quàm tertia ad quartã. Huius itaq; diffinitionis hæc eſt ſumma. Si quatuor oblatarum magnitudinum coaſſumantur æquè multiplicia primæ & tertiæ,atq; ſecundæ & quartæ,& multiplex primæ ad multiplex ſecundæ maiorẽ rationem habuerit,quàm multiplex tertiæ ad multiplex quartæ:tũc prima magnitudo ad ſecundam maiorem itidem rationem obſeruabit,quàm tertia ad quartam:& ſi minorem,minorem. Et proinde rationum ſubſequetur diſſimilitudo,ergo diſproportio:ſiue ipſæ magnitudines cõtinua, vel diſcontinua ratione, ſeu relatione terminorum inuicem conferantur. Quorum exempla dare,inutile iudicamus:vtpote,quæ à contraria proportionalium interpretatione colligi vel facilè poſſunt.

Diſproportio.

Diffinitionis interpretatio.

❡*Corollarium.*

Hinc fit,vt cùm æquè multiplicium ſupraſcripto modo coaſſumptorum,multiplex primi non exceſſerit multiplex ſecundi,ſed multiplex tertij exceſſerit multiplex quarti:tunc primum ad ſecundum minorem rationem habere dicetur,quàm tertium ad quartum.

❡Ἀναλογία δὲ, ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

Proportio autem,in tribus terminis ad minus eſt. 9

De continua velim intelligas proportione. Cùm enim proportio rationũ exiſtat ſimilitudo: operæpretium eſt in ipſa proportione duas ad minus inuicem ſimiles occurrere rationes,& proinde terminos quatuor, duo inquàm antecedentia & totidem conſequentia. Et quoniam in proportione continua, conſequens primæ rationis ſit antecedens ſecundæ, in diſcontinua verò minimè:fit vt continua proportio non poſſit conſiſtere in paucioribus tribus terminis,diſcontinua autem in paucioribus quatuor. Hi ſunt ergo numeri terminorum minimi, inter quos videtur accidere proportio: maximi verò, nuſquam dabiles ſunt, vtpote, quoniam ſimilitudo rationum in infinitum poteſt deuenire numerum.

¶Ὅταν τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

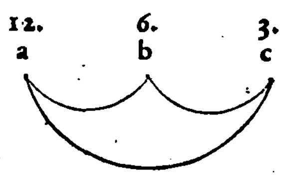
10 Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam duplo maiorem rationem habere dicetur, quàm ad ſecundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint: prima ad quartam triplo maiorem rationem habere dicetur, quàm ad ſecundam, & ſemper ordine vna plus, quouſque ſit abſoluta proportio.

Quam ratione habeat prima magnitudo ad vltimã, in cõtinue proportionalib⁹.

Hic diffinit Euclides quam rationem habeat prima magnitudo ad vltimam, in continuè proportionalibus. Senſus itaque diffinitionis eſt, quòd in proportione continua ratio extremarum magnitudinum, ex ſingulis rationibus in eadem occurrẽtibus proportione inuicem compoſitis generatur. Hinc fit, vt in minima proportione, quæ ſub tribus comprehenditur terminis, prima magnitudo ad vltimam duplo maiorem rationem habere dicatur, quàm habeat ad ſecundam, hoc eſt, ex ipſis duabus rationibus ſimilibus, primæ inquàm magnitudinis ad ſecundam, & eiuſdem ſecundæ ad tertiam inuicem compoſitis, vel altera earum duplata conſurgentem. Multiplicandi ſunt igitur ipſarũ rationum denominatores adinuicem: producetur enim optatæ rationis denominator. quemadmodùm ſecundo capite, libri quarti noſtræ docuimus Arithmeticæ: & quinta diffinitione libri ſexti clarius oſtendemus. Sint exempli cauſa obiecti numeri a, b, c, ſub dupla ratione proportionati. vtraque igitur ratio à binario denominatur numero. Bis autem duo efficiunt quatuor: à quibus ratio primi numeri ad tertiũ, hoc eſt, a/ad c/denominabitur. Erit ergo primi ad ipſum tertium ratio quadrupla, ſeu primi ad ſecundũ duplicata.

Vbi tres tantùm magnitudines proportionales.

Exemplum.



¶Porrò ſi quatuor extiterint magnitudines continuè itidem proportionales: prima ad quartam triplo maiorem rationem habere dicetur, quàm ad ſecundã, hoc eſt, ex tribus rationibus, primæ quidem ad ſecundam, & ſecundæ ad tertiam, atque tertiæ ad quartã generatam. Sed animaduertas oportet, quòd in trium aut plurium rationũ compoſitione, operæpretium eſt ex duabus primis vnam efficere rationem, & ex illa conſequẽter & ſuccedente tertia vnã rurſum conſtituere: & deinceps ita quantumlibet, pro datarum rationũ multitudine. Dentur in exemplũ quatuor numeri continuè proportionales d, e, f, g, ſub dupla itidem ratione diſtributi. Quælibet igitur trium rationum, à binario rurſum denominatur numero. bis autem duo, efficiunt quatuor: quæ oſtendunt primum numerum ad tertium, vel ſecundum ad quartum, quadruplam obtinere rationem. bis autem quatuor, reſtituunt octo: à quibus octupla ratio denominatur. Aio itaq; eundem primum numerum ad quartum, octuplam ſeruare rationem. quæ non propterea primi ad ſecundũ triplata ratio vocitatur, quòd ipſa ratio primi ad ſecundum per tria ſit multiplicanda: ſed quoniam ter in eadem proportione reperiatur, ex qua quidem triplici ratione, extremorum ratio ſupraſcripto modo conſurgit. Eadem quoque ratio primi ad quartum reſultabit, ſi eam rationem quæ eſt primi ad tertium, vel ſecundi ad quartum, per rationem eiuſdem primi ad ſecũdum multiplicaueris. Vtraque enim in præaſſumpto numerorum exemplo eſt quadrupla: quæ in duplam ducta, reſtituit octuplam.

Vbi quatuor magnitudines continuè fuerint proportionales.

Notandum.

Exemplum.

¶Quòd ſi quinque magnitudines continuè fuerint proportionales, prima ad quintam quadruplo maiorem rationẽ habere dicetur, quàm ad ſecundam: ſi ſex, quintuplo maiorẽ, & conſequenter ita, vna ſemper ordinatim adiuncta ratione, pro extenſione proportionis, vel adiuncto magnitudinum continuè proportionalium numero.

Vbi quinque, uel plures fuerint magnitudines.

¶Ὁμόλογα μεγέθη λέγεσθαι εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

11 Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentia antecedentibus, & conſequentia conſequentibus.

De uaria rationum ſimilitudine.

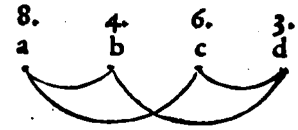
Id eſt, ſimilitudo rationum inter eaſdem magnitudines inuicem proportionales, non ſolùm inuenitur per relationem antecedentium ad ſua conſequentia, vel è diuerſo: ſed tum ex ipsorum antecedentium,tum etiam cõsequentium inuicem facta comparatione. Ex quibus subscriptæ rationum illationes,speciésve proportionũ deriuatæ sunt:quæ primùm diffiniuntur ab Euclide,postea suo elucidantur & ostenduntur ordine.

¶ Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ,λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον,καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

Permutata ratio est,acceptio antecedentis ad antecedens,& consequen tis ad consequens. 12

Permutata seu reciproca ratio.

Vtpote,si fuerint quatuor magnitudines inuicem proportionales a,b,c,d,sicut quidem a/ ad b,ita c/ad d:inferamus autem,& permutatim igitur sicut a/ ad c,ita b/ad d.Hanc rationum illationem,permutatam adpellamus.permutatur enim consequens primæ rationis, in antecedens secundæ:& antecedens eiusdem secundæ rationis,in consequens ipsius primæ vertitur. Primæ itaq; rationis vterq; terminus,antecedentis:& vterque terminus secundæ rationis,consequentis fungitur officio.



¶ Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ,λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου,πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

Conuersa ratio,est acceptio consequentis tanquam antecedentis,ad antecedens tanquam ad consequens. 13

Id est,consequentium in antecedentia,& antecedentium in consequentia permutatio:rationem maioris inæqualitatis,in rationem minoris,aut è diuerso,conuertendo.Vt si a/ad b/ eam habuerit rationem quam c/ad d:& à conuersa terminorum ratione inferamus.ergo sicut b/ad a,ita d/ad c. Igitur in permutata atque conuersa ratione,nulla terminorum subsequitur alteratio:sed & antecedentia,& consequentia manent substantialiter eadem.

Notandum.

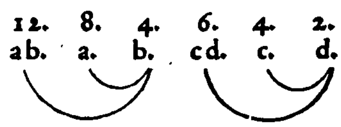
¶ Σύνθεσις λόγου ἐστὶ,λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου,ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

Composita ratio,est acceptio antecedẽtis cum consequẽte,sicut vnius, ad ipsum consequens. 14

Illatio rationis à diuisis ad coniuncta.

Exemplum.

Solemus nonnunquàm in proportionibus,arguere à diuisis ad coniuncta : vnde huiuscemodi rationis illatio,composita,seu cõiuncta ratio dicitur. Est enim acceptio cuiuslibet antecedentis cum proprio consequente,tanquam vnius antecedentis,ad ipsum cõsequens. Vtpote,si a/ad b/eam habeat rationem, quam c/ ad d:& coniunctim inferamus. Igitur sicut a/b/ad b,ità c/d/ad d.augẽtur enim proportionaliter antecedentia,per cõsequentium ipsorum compositionem.Huic contraria est diuisa,seu disiuncta ratio:quæ ita diffinitur,



¶ Διαίρεσις λόγου ἐστὶ,λῆψις τῆς ὑπεροχῆς,ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

Diuisa ratio,est acceptio excessus, quo excedit antecedens ipsum consequens,ad ipsum consequens. 15

Illatio rationis,à coniunctis ad diuisa.

Hoc est, comparatio differentiæ cuiuslibet antecedentis supra consequens proprium, ad ipsum consequens.Veluti si eadẽ sit ratio a/b/ad b,quæ est c/d/ad d:& diuisim in hũc modum inferatur.Igitur sicut a/ad b,ita c/ad d.Est enim a/differentia,qua tota a/b/ ipsam b/ superat:& c/itidem differentia,qua tota c/d/excedit ipsam d.Hic autem modus arguendi, à coniunctis ad diuisa nuncupatur.

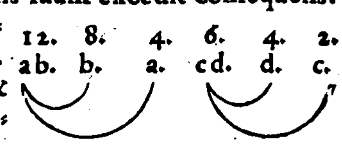
¶ Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

Conuersio rationis,est acceptio antecedentis ad excessum, quo excedit antecedens ipsum consequens. 16

Euersa seu reflexa ratio.

Hanc rationis illationem : plerique euersam seu reflexam nominant . Est enim comparatio cuiuslibet antecedentis,ad differentiam , qua idem antecedens suum excedit consequens. Exempli gratia.Sit rursum veluti a/b/ad b,ita c/d/ad d:& cõuertamus in hunc modum . Ergo sicut a/b/ad a, ita c/d/ad c. Sunt enim a/ & c/ differentiæ , quibus b/ & d/ab ipsis a /b/& c/d/superantur.In composita igitur, & diuisa ratione, ac conuersione rationis, quanquàm nihil sumatur extrinsecũ:alterantur nihilominus termni,ijdem secundum substantiam minimè permanentes.

Notandum.



¶ Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ, πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον: ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

17 Aequa ratio eſt, pluribus exiſtentibus magnitudinibus, & alijs eis æqualibus multitudine, cum duabus ſumptis & in eadem ratione: quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum, ſic in ſecundis magnitudinibus primum ad vltimum. Vel aliter: acceptio extremorum, per ſubtractionem mediorum.

Exempli gratia, ſint primi ordinis quãtitates a, b, c, ſecũdi verò d, e, f: ſitq; a/ad b/veluti d/ad e, & b/ad c/ſicut e/ad f: vel a/ad b/ſicut e/ad f, & b/ad c/veluti d/ad e: & concludendo ſubinferamus. Igitur ſicut a/ad c, ita d/ad f. Hũc modum arguendi, ex æquali, aut ex æqua ratione vocitamus. Vt ſi a/ ad b/& d/ad e/ſeſqualteram, b/autem ad c/& e/ad f/duplam obtinuerit rationem: vel a/ad b/& e/ad f/ dupla, b/autem ad c/atque d / ad e/ ſeſqualtera ratione proportionetur: neceſſum eſt a/ad c, atque d/ad f, triplam obſeruare rationem. vt ex ipſa numerorum potes elicere formula. Aequa igitur ratio, tam in ijs quæ ordinatam, quàm etiam perturbatam obſeruant proportionem reperitur. *Inferendi modus ex æqua ratione.*

6 3 2

9 6 3 12 8 4
a. b. c. d. e. f.

¶ Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον: ἦ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι.

18 Ordinata proportio eſt, cùm fuerit antecedens ad conſequens, ſicut antecedens ad conſequens: & conſequens ad rem aliam, ſicut conſequens ad rem aliam.

Expeditis quæ ex eadem proportione ſubinferuntur rationum comparationibus: diffinit tandem Euclides, binas proportionum ſpecies, inter geminos proportionalium magnitudinum ordines accidentes. Ordinatam itaque proportionem adpellamus, quando antecedentium & conſequentium ordinatim fit comparatio. Vt ſi bini (verbi gratia) fuerint numerorum ordines, a/b/c/inquàm primus, & d/e/f/ſecundus: fuerítque a/ad b/veluti d/ad e, & b/ad c/ ſicut e/ ad f. Hanc rationum identitatem, ordinatam ſolemus vocitare proportionem. Huic contraria eſt perturbata, quæ ſic diffinitur, *Exemplum ordinatæ proportionis.*

a	b	c		d	e	f
9	6	3		12	8	4

¶ Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνηται: ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον, πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἄλλό τι.

19 Perturbata autem proportio eſt, quando tribus exiſtentibus magnitudinibus, & alijs eis æqualibus multitudine: fit ſicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad conſequens, ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequens: ſicut autem in primis magnitudinibus conſequens ad rem aliam, ſic in ſecundis res alia ad antecedens.

Hæc diffinitio tam lucida eſt, vt ampliori non videatur indigere declaratione. Non grauaberis tamen exemplarem intelligere formulam. Sint igitur rurſum a/b/c, & d/e/f/gemini numerorum ordines: ſitque a/ad b/ſicut e/ad f, & b/ad c/veluti d/ad e. Hunc itaq; inuerſum proportionis ordinem, perturbatam proportionẽ adpellamus. ¶ Præter has autẽ, Zambertus Venetus adiecit extẽſæ atq; inordinatæ proportionis diffinitiones, ab ipſius ordinatæ atq; perturbatæ proportionis diffinitionibus minimè diſcrepãtes: quas tum *Exẽplum perturbatæ rationis.* *De extenſa, atque inordinata ratione.*

a	b	c		d	e	t
8	6	4		6	4	3

quia in græcis nusquàm reperi exemplaribus, tum quòd mihi superabundare videantur, consultò prætermisi. Omnis siquidem extensa proportio, ordinata est: & inordinata, eadem quæ perturbata. *Notandum.* Ni forsitan voluerimus extensam proportionem, terminorum vtriusque ordinis continuatam præsupponere relationem: cùm scilicet præcedentium rationum consequentia, fiunt antecedentia succedentium. Vt extensa proportio, continuè proportionalium solummodò respiciat magnitudinum habitudinem: ordinata verò, tam continuè, quàm discontinuè proportionata. Et sic extensa proportio, simul erit ordinata: sed non omnis ordinata, extensa vocabitur. Idem velim habeas iudicium, de inordinata atque perturbata proportione.

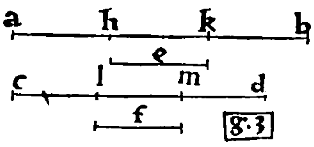
Θεώρημα α, Πρότασις α.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Theorema 1, Propositio 1.

SI fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices: quotuplex est vnius vna magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium. 1

ORONTIVS. ¶ Exordium sumit Euclides, à ratione multiplici. quæ est omniũ simplicissima, vtpote, quæ vnico denominatur & exprimitur numero. Ait itaq; primùm. Si quotlibet antecedẽtes magnitudines, totidem consequentium magnitudinũ, in data ratione multiplici fuerint proportionales: omnes antecedentes omnium consequentium, vt vna antecedentium ad suam consequentem, in eadem ratione multiplici coniunctim proportionales erunt. Sint enim a/b/& c/d/ quælibet magnitudines, ipsarum e/& f/ magnitudinum, æqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices: vtpote, a/b/ ipsius e, & c/d/ ipsius f. Aio, a/b/& c/ d/ magnitudines, totuplices fore ipsarum e/& f/ magnitudinum, quotuplex est a/ b/ ipsius e, vel c/d/ ipsius f. Nam ex hypothesi, tot sunt magnitudines in a/b, æquales ipsi e: quot in c/d/ magnitudine, æquales ipsi f. Sit vtraque multitudo, æqualis numero g. Et distinguantur (exempli gratia) in a/b, magnitudines æquales ipsi e, iuxta numerum g, *Notandum.* sintque a/h, h/k, & k/b: in ipso porrò c/d, æquales ipsi f, quæ sint c/l, l/m, & m/d. Cuilibet enim magnitudini, quotlibet dari, vel adsignari posse æquales, recipiendum est. Omnis præterea magnitudo, in determinatas quotlibet, & adinuicem æquales partes (etsi forsitan nondum præostensum fuerit, quanam ratione id exequatur) abstractiuè saltem partibilis est: potéstque magnitudo quælibet discretione quadam (ac si seorsum distincta foret) annotari. *Deductio theorematis.* Cùm igitur a/h/ æqualis sit ipsi e, & c/l/ ipsi f: æquales erunt a/h/& c/l, ipsis e/& f/ magnitudinibus, per secundam communem sententiam. Rursum quoniam æqualis est h/k/ ipsi e, & l/m/ ipsi f: æquales rursum erunt, per eandem communem sententiam, h/k/& l/m, ipsis e, & f. Haud dissimiliter ostendetur, quòd & cæteræ k/b/& m/d, eisdem e/& f/ coæquantur. Quoties igitur a/b/ continet ipsam e, aut c/d/ ipsam f: toties a/b/& c/d, easdem e/& f/ simul comprehendunt, nempe secundum eundem numerum g. Quotuplex igitur est a/b/ ipsius e, vel c/d/ ipsius f: totuplices sunt a/b/& c/d, ipsarum e/& f. Idem respondenter licebit ostendere: vbi plures duabus, plurium fuerint æquè multiplices. Hoc autem in discretis euidentius manifestatur: quemadmodùm subiectæ formulæ videntur indicare numeri. Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum: &c, vt in theoremate. Quod oportebat demonstrare.



8.3

	2	1		3	1		4	1		5	1
Numeri in du-	4	2	In ratione	6	2	In ratione	8	2	In ratione	10	2
pla ratione pro-	6	3	tripla.	9	3	quadrupla.	12	3	quintupla.	15	3
portionales.	8	4		12	4		16	4		20	4
	10	5		15	5		20	5		25	5
Coniuncti.	30	15	Coniuncti.	45	15	Coniuncti.	60	15	Coniuncti.	75	15

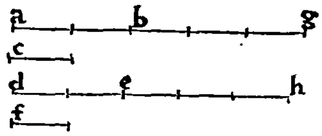
Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου· καὶ συντεθὲν πρῶτον, καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theorema 2, Propoſitio 2.

2 SI prima ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æque multiplex & ſexta quartæ: & compoſita prima & quinta ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ.

ORONTIVS. ¶Id eſt ſi æquè multiplicibus, æquè multiplices addãtur magnitudines. conſurgent æquè multiplices. Sint enim ſex magnitudines, a/b/prima, c/ſecunda, d/e/tertia, f/quarta, b/g/quinta, & e/h/ſexta: quarum prima a/b/ſecundæ c/ſit æquè multiplex, ac tertia d/e/ipſius quartæ f: & quinta rurſum b/g/eiuſdem ſecundæ c/æquè multiplex eſto, ac ſexta e/h/eiuſdem f/quartæ. Aio quòd compoſita ex prima & quinta, vtpote a/g, ipſius ſecundæ c/erit æquè multiplex: ac tertia & ſexta ſimul, videlicet d/h, ipſius quartæ f. Cùm enim ex hypotheſi, æquè multiplex eſt a/b/ipſius c, vt d/e/ipſius f: quot igitur magnitudines ſunt in a/b/æquales ipſi c, tot ſunt & in d/e, æquales ipſi f. Rurſum quoniam b/g/æquè multiplex eſt eiuſdem c, ac e/h/eiuſdem f: tot igitur ſunt magnitudines eidem c/æquales in b/g, quot & in e/h/æquales eidem f. Quot igitur ſunt magnitudines in tota a/g, ipſi c/æquales: tot ſunt & in tota d/h, æquales ipſi f. ſi enim æqualibus multitudinibus, æquales addantur multitudines: reſultabunt, per ſecundam communem ſentẽtiam, multitudines adinuicem æquales. Quotuplex igitur eſt a/g/ipſius c: totuplex eſt d/h/ipſius f. Sed a/g, continet primam & quintam magnitudinẽ: d/h/autem, tertiã & ſextã. Et cõpoſita igitur prima & quinta a/g, ſecũdę c/ęquè multiplex erit: ac tertia & ſexta d/h, ipſius quartæ f. Igitur ſi prima ſecũdę ęquè fuerit multiplex, & tertia quartæ: & quæ ſequuntur reliqua. Quod fuerat oſtendendum.



Demonſtratio theorematis.

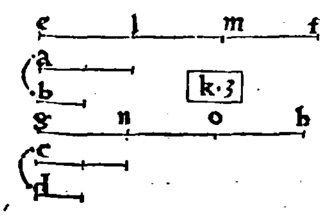
Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου, καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων, ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν, τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ, τοῦ τετάρτου.

Theorema 3, Propoſitio 3.

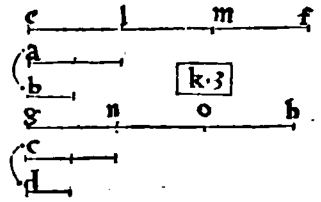
3 SI primum ſecundi æquè fuerit multiplex, & tertium quarti, ſumantur autem æquè multiplicia primi & tertij: & æquè ſumptorum vtrunque vtriuſque æquè erit multiplex, alterum quidem ſecundi, alterum autem quarti.

ORONTIVS. ¶Hoc eſt, quæ æquè multiplitium, ſunt æquè multiplicia: eadẽ partium æquè multiplicia ſunt. Sit primum a/ſecundi b/æquè multiplex, ac tertium c/ipſius quarti d: & accipiantur ipſorum a/& c/æquè multiplicia, e/f/& g/h. Dico quòd e/f/tam multiplex eſt ipſius ſecundi b, quàm multiplex eſt g/h/ipſius quarti d. Cùm enim per hypotheſin, totuplex ſit e/f/ipſius a, quotuplex eſt g/h/ipſius c: tot igitur erunt magnitudines in e/f/ęquales ipſi a, quot in magnitudine g/h/æquales ipſi c. Sit vtraque multitudo, iuxta numerum k. & diſcernantur (maioris euidentiæ gratia) in e/f, magnitudines æquales ipſi a, ſíntque e/l, l/m, & m/f: & in g/h/magnitudine, ipſi c/æquales, vtpote g/n, n/o, & o/h. Et quoniam per hypotheſin, æquè multiplex eſt a/ipſius b, atque c/ipſius d. Eſt autem e/l/ipſi a, & g/n/ipſi c/per conſtructionem æqualis. Aequalia porrò eiuſdem ſunt æquè multiplicia, per ſextæ diffinitionis primi libri conuerſionem. Aequè multiplex igitur eſt e/l/ipſius b, ac g/n/ipſius d. Et proinde l/m/æquè multiplex itidem eſt ipſius b, ac n/o/ipſius d. Sunt itaque ſex magnitudines, quarum prima



Primus oſtenſionis diſcurſus.

e/l/secundæ b/ æquè multiplex est,ac tertia g/n/ipsius quartæ d: quinta rursum l/m/ eiusdem secundæ b/æquè multiplex est, ac sexta n/ o/ eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/m/ ipsius secundæ d/ æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/o/ipsius quartæ d:per antecedentem secundam propositionem. Rursum quoniam æqualis est m/f/ipsi a,& o/h/ ipsi c:æquè multiplex itidem erit m/f/ipsius b, atque o/h/ipsius d, per eandē sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Ostensum est autem,e/m/& g/o/ipsarum b/& d/fore æquè multiplices. Sunt itaq; rursum sex magnitudines,quarū prima e/m/secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia g/o/ipsius quartæ d: quinta insuper m/f/eiusdem secundæ b/ æquè est multiplex, ac sexta o/h/eiusdē quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/ f, ipsius secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/h/eiusdem quartæ d:per allegatam huius quinti secūdam propositionem. Et deinceps ita quantumlibet,prioribus consequentes adiungendo magnitudines,pro contingente ipsorum æquè multiplicium e/f/& g/h/multitudine. Atqui multitudo e/l,l/m,& m/f,multitudini g/n,n/o,& o/h/ æqualis est:vtraq; enim ipsi k/numero æqualis. Si igitur primum secundi æquè fuerit multiplex & tertium quarti:&c.vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum.



Secūdus,priori similis, discursus ostensionis.

Θεώρημα δ, Πρόθεσις δ.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ᾽ ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

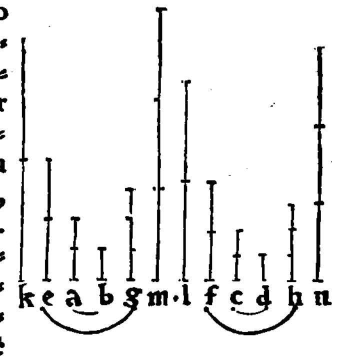
Theorema 4, Propositio 4.

SI primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum:& æquè multiplicia primi & tertij,ad æquè multiplicia secundi & quarti iuxta quanuis multiplicationem,eandem habebunt rationem sumpta adinuicem. 4

De æquè multiplicium & submultiplicium proportione reciproca.

ORONTIVS. ¶Sicuti enim ex ipsorū æquè multiplicium proportione,datas magnitudines in eadem esse ratione, sexta huius quinti visa est innuere diffinitio:haud dissimiliter ex ipsarum magnitudinum habitudine proportionata,eorūdem æquè multiplicium versa vice cōcluditur rationis idētitas.tāta est æquè multipliciū cum submultiplicibus necessitudo. Esto igitur vt primum a/ad secundū b/eandē habeat rationē,quam c/tertium ad quartū d: & accipiantur ipsorum a/& c,hoc est, primi & tertij æquè multiplicia e/& f,secundi pariter & quarti,vtpote,ipsorum b/& d/alia itidem æquè multiplicia g/& h. Aio quòd e/multiplex primi, ad g / multiplex secundi eandem habet rationem, quam f/multiplex tertij ad h/multiplex quarti. Sumantur enim ipsorum e/& f,æquè multiplicia k/& l:ipsorum porrò g/& h,alia similiter æquè multiplicia m/& n. Cùm igitur e/totuplex sit ipsius a,quotuplex est f/ipsius c,& ipsorū e/& f/sumpta sunt æquè multiplicia k/ & l / primæ inquàm & tertiæ magnitudinis:igitur æquè multiplex est k/ipsius a,& l/ipsius c,per tertiam huius quinti. & per eandem æquè multiplex est m/ipsius b,atque n/ipsius d. Est autem ex hypothesi,sicut a/ad b/ita c/ad d: & ipsorum a/& c/ ostensa sunt æquè multiplicia k/& l, necnon ipsorum b/ & d/alia itidem æquè multiplicia m / & n. Est igitur sicut k/ad m,ita l/ad n:per conuersionem sextæ diffinitionis huius quinti. hoc est, sicut multiplex primi ad multiplex secundi,ita multiplex tertij ad multiplex quarti. Ipsa porrò k/& l,ipsorū e/& f/sunt æquè multiplicia:m/verò & n/æquè multiplicia ipsorum g/& h,per constructionem. Est igitur vt e/ad g, sic f/ad h:per sextam huius quinti diffinitionem. Atqui e/& f,sunt æquè multiplicia primi & tertij:g/autem & h, secundi & quarti alia itidem æquè multiplicia. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem:& quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.

Demonstratio theorematis.



Lemma,siue assumptum.

¶Et quoniam ostensum est, quòd multiplex k/ad multiplex m/se habet,vt multiplex l/ad multiplex n. si igitur k/excedit m, & l/proportionaliter excedit n: & si æquale, æquale: & si minus, itidem proportionaliter minus. Quare & versa vice, si m/excedit k, & n/proportionaliter excedit l: & si æquale, æquale: si autem minus, & proportionaliter denique minus. Et proinde, per sextam huius quinti diffinitionem, erit vt g/ad e, sic h/ad f: atque responter sicut b/ad a, ita d/ad c.

¶Corollarium.

¶Si quatuor igitur magnitudines fuerint proportionales: & èccontra, seu à conuersa ratione proportionales erunt: facta videlicet consequentium tanquàm antecedentium, ad antecedentia tanquàm ad consequentia relatione. *Conuersa ratio.*

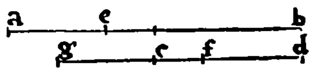
Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

Theorema 5, Propositio 5.

5 Si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ erit multiplex, quotuplex tota totius est multiplex.

ORONTIVS. ¶Esto magnitudo a/b/magnitudinis c/d/tam multiplex, quàm multiplex est ablata a/e/ablatæ c/f. Dico reliquam e/b, reliquæ f/d/totuplicem fore, quotuplex est tota a/b/totius c/d. Ponatur enim e/b/æquè multiplex ipsius g/c, vt a/e/ ipsius c/f. Cùm igitur tum per hypothesin, tum per constructionem, totuplex sit a/e/ipsius c/f, quotuplex est e/b/ipsius g/c: quotuplex autem est vna vnius, totuplices sunt & omnes omnium, per primam huius quinti. Quotuplex est itaque a/e/ ipsius c/f, totuplex est & tota a/b/totius g/f. At quotuplex est a/e/ipsius c/f, totuplex est & eadem a/b/ipsius c/d, per hypothesin. *Assumptum. Demonstratio theorematis.*



Et a/b/igitur vtriusque & g/f/& c/d/est æquè multiplex: & proinde vtraque g/f/ & c/d, eiusdem a/b/æquè submultiplex est. Quæ autem eiusdem sunt æquè submultiplicia, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur g/f/ipsi c/d, & vtrique communis c/f: qua dempta, reliqua g/c/reliquæ f/d, per tertiam communem sententiam est æqualis. Aequalia rursum eiusdem sunt æquè submultiplicia, per ipsius septimæ communis sententiæ conuersionem. Et g/c/ igitur atque f/d, eiusdem e/b/sunt æquè submultiplices: & proinde e/b/vtriusque & g/c/& f/d/ æquè est multiplex. Porrò e/b/æquè multiplex est ipsius g/c, per constructionem, vt a/e/ipsius c/f. Et eadem propterea e/b, ipsius f/d/tam multiplex est, quàm multiplex est ipsa a/e/eiusdẽ c/f. Atqui per hypothesin a/e/totuplex est ipsius c/f, quotuplex est tota a/b/totius c/d. Et reliqua igitur e/b, reliquę f/d/ęquè multiplex est, atque tota a/b/totius c/d. Ergo si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

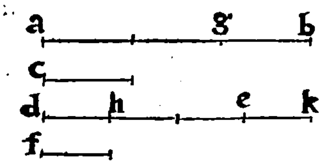
Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστίν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theorema 6, Propositio 6.

6 Si duæ magnitudines, duarum magnitudinũ æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ, earũ æquè fuerint multiplices: & reliquæ eisdem vel æquales sunt, vel ęquè ipsarum multiplices.

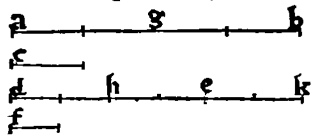
ORONTIVS. ¶Sit a/b/magnitudo tam multiplex ipsius c, quàm multiplex est d/e/ ipsius f: æquè insuper multiplex esto ablata a/g/eiusdem c, vt ablata h/e/ipsius f. Aio quòd reliquæ g/b/& d/h, ipsis c/& f/aut sunt æquales altera alteri: vel earundem c/& f/ęquè multiplices. Esto primum, vt g/b/sit æqualis ipsi c: dico quòd & d/h, ipsi f/ est æqualis. Detur enim e/k/ipsi f/æqualis. Cùm igitur a/g/æquè multiplex sit ipsius c, vt h/e/ipsius f, per hypothesin. Porrò g/b/æqualis est ipsi c/per hypothesim: & e/k/ipsi f, per constructionem. Et æquè igitur multiplex est a/b/ipsius c, & h/k/ipsius f. Ponitur autem ex hypothesi, a/b/æquè multiplex ipsius c, vt d/e/ipsius f. Et vtraq; igitur d/e/& h/k, æquè est multiplex ipsius f: *Prima theorematis differentia.*



nempe vt a/b/ipsius c. Quæ autē eiusdē sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextæ cōmunis sentētiæ interpretationem. Aequalis est ergo d/e/ipsi h/k, & vtriq; cōmunis h/e: ea itaq; dempta, reliqua d/h/reliquæ e/k/erit per tertiam communē sententiam æqualis. Eidē porrò e/k, æqualis est per constructionē ipsa f/magnitudo. Binæ igitur magnitudines d/h/& f, eidem e/k/sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Si reliqua igitur g/b, sit æqualis ipsi c: & reliqua d/h, ipsi f/erit æqualis.

Secūda theorematis differentia.

¶Quòd si g/b/ fuerit multiplex ipsius c: aio respondenter d/h, æquè multiplicē fore ipsius f. Quotuplex est enim g/b/ipsius c, totuplex assumatur e/k/ipsius f. Et quoniam per hypothesin, a/g/ prima secūdæ c/æquè est multiplex, ac tertia h/e/quartæ f: quinta rursum g/b/eiusdē secundæ c/ tam multiplex est per constructionē, quàm multiplex est sexta e/k/eiusdē quartę f. Et composita igitur prima & quinta a/b, eiusdem secundæ c/æquè erit multiplex, ac tertia & sexta h/k/ipsius quartæ f, per secundam huius quinti. Quotuplex est autem a/b/ipsius c, totuplex data est d/e/ipsius f, per hypothesin. Et vtraque igitur d/ e/ & h/k, æquè est multiplex ipsius f, vt a/b/ipsius c. Hinc per sextam cōmmunem sententiam, æqualis rursum est d/e/ipsi h/k, & vtriq; cōmunis h/e: qua subtracta, reliqua d/h/reliquæ e/k, per ipsam tertiam cōmunem sententiam, est æqualis. Aequalia porrò eiusdem sunt æquè multiplicia, per ipsius sextæ communis sententiæ conuersionem. Et d/h/igitur & e/k, eiusdem f/ æquè multiplicia sunt. At e/k/ipsius f/tam multiplex est per constructionem, quàm multiplex est g/b/ipsius c. Et reliqua igitur d/h/ æquè est multiplex ipsius f, quotuplex est reliqua g/b/ipsius c. Hæc autem omnia subsequens numerorum, ad faciliorem demonstrationis intelligentiam adiuncta, corroborat formula.



Exemplum in numeris.

Prima.	secunda.	tertia.	quarta.	Ablata.	reliqua.	Ablata.	reliqua.	Magnitudines datæ.
a/b	c.	d/e.	f.	a/g.	g/b.	h/e.	d/h.	
12	3	8	2	9	3	6	2	vt in prima figura.
12	3	8	2	6	6	4	4	vt in secunda figura.

Si duæ itaque magnitudines: & quæ sequuntur reliqua. Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα ζ, Πρότασις ζ.

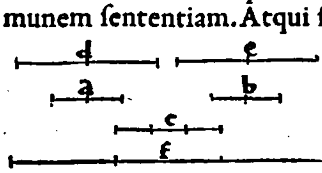
Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Theorema 7 Propositio 7.

Aequales ad eandē, eandē habent rationē: & eadem, ad ęquales. 7

Prima theorematis pars.

ORONTIVS. ¶Sint binæ & inuicē ęquales magnitudines a/& b, ad aliam quandam magnitudinem relatę, vtpote c. Dico primùm, a/& b/ad eādem c/eandem habere rationē. Assumantur enim ipsarum a/& b, æquè multiplices d/& e: ipsius autē c, alia vtcunq; multiplex f. Cùm igitur æquè multiplex sit d/ipsius a, vt e/ ipsius b, & per hypothesin a/& b/magnitudines sint adinuicē æquales: erit & d/ęqualis ipsi e. quę enim eiusdem vel æqualium sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicē, per sextam communem sententiam. Atqui f/magnitudo binas ipsius c/repræsentans æquè multiplices, sibimet æqualis est.



Vt se habet igitur d/ multiplex ad f, ita e/ad eandem f: nam quæ sunt æqualia, eiusdē sunt æquè multiplicia, aut submultiplicia, per sextæ aut septimæ communis sententiæ conuersionem. Est autē a/prima magnitudo, c/secūda, b/tertia, & c/rursum in ordine quarta: suntq; d/& e/ipsarum a/& b/ęquè multiplicia, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis: f/porrò bis repetita, ipsius c/bis repetendæ, hoc est, secundæ & quartæ alia vtcunq; multiplex. Præostensum est insuper d/multiplex primæ ad f/multiplex secundæ ita se habere, vt e/multiplex tertiæ ad ipsum f/multiplex quartæ. Est igitur per sexam huius quinti diffinitionem, vt a/ad c, ita b/ad eandem c. Aequales igitur magnitudines a/& b, ad eandem magnitudinem c, eandem habent rationem.

Pars secunda theorematis.

¶Aio quoque, eandem magnitudinem c, ad a/& b/inuicem æquales magnitudines, eandem versa vice obseruare rationem. Hoc autem conuerso licebit ordine concludere. Ostendemus enim (veluti suprà) d/ & e/multiplices, fore rursum inuicem æquales: & f/bis coassumpta, geminas æquè multiplices repræsentare non denegabitur. Et proinde d/ad f/ita se habere concludetur, vt e/ad eandem f. hinc per assumptum, siue lemma quartæ propositionis huius quinti, f/ad d/se habebit, vt eadem f/ad e. Est autem f/ primæ & tertiæ magnitudinis, hoc est, ipsius c/bis repetendæ æquè multiplex: d/verò & e/secundæ & quartæ, vtpote ipsarum a/& b/æquè multiplices. Est igitur vt c/ad a, sic eadem c/ad b, per eandem sextam huius quinti diffinitionem. ¶Idem quoque à conuersa ratione, per quartæ propositionis huius quinti corollarium, leuius concludere licebit. Si quatuor enim magnitudines fuerint proportionales, & è contra proportionales erunt. Atqui ostensum est a/ad c/eandem habere rationē, quam b/ad eandem c: & è cōtra igitur, vt c/ad a, ita eadem c/ad b. Aequales ergo ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad æquales. Quod oportuit ostendisse. *Idem aliter.*

Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

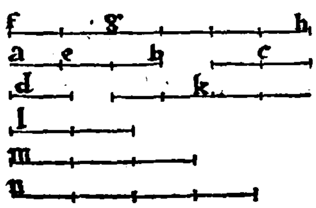
Theorema 8, *Propositio* 8.

8 INæqualium magnitudinū maior ad eādem, maiorē rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

ORONTIVS. ¶Sint binæ magnitudines inæquales, a/b/quidem maior, & c/minor: d/autem alia quædam magnitudo. Aio primùm quòd a/b/ad d/maiorem rationem habet, quàm c/ad ipsam d. Cùm enim ex hypothesi a/b/sit maior magnitudine c: comprehendet itaque a/b/magnitudo eandem c, & aliquam insuper magnitudinem. Sit igitur e/b, æqualis ipsi c, & a/e/residua eiusdē magnitudinis pars. Erunt ergo a/e/& e/b/aut inæquales, aut æquales adinuicē. Sint primū inæquales, & a/e/minor ipsa e/b. Suscipiatur autē ipsius minoris a/e/vtcunque multiplex, maius tamen ipsa magnitudine d: sitque illud f/g. Quàm multiplex insuper est f/g/ipsius a/e: tam multiplex detur g/h/ipsius e/b, & k/ipsius c. Suscipiatur rursum duplum ipsius d, vtpote l: postea triplum, sitque illud m. & deinceps ita, vno semper adiuncto: quatenus resultet multiplex ipsius d, proximò maius ipso g/h, id est, quod inter multiplicia ipsius d/per continuam simplicis additionem consurgentia, primò incipiat excedere g/h: sitque illud n/ quadruplum ipsius d. Erit ergo g/h/multiplex, proximò minus ipso n: & proinde non minus ipso m: hoc est, aut illi æquale, aut eo maius. ¶His ita constructis, quoniam æquè multiplex est f/g/ipsius a/e, vt g/h/ipsius e/b: quotuplex igitur est f/g/ipsius a/e, totuplex est f/h/ipsius a/b, per primam huius quinti. Sed quotuplex est f/g/ipsius a/e, totuplex est k/ ipsius c. Et f/h/igitur tam multiplex est ipsius a/b, quàm multiplex est k, ipsius c: nempe vt f/g/ipsius a/e. Insuper quoniam æquè multiplex est g/h/ipsius e/b, vt k/ipsius c: & e/b/ipsi c/per constructionem est æqualis. quæ autem æqualium sunt æquè multiplicia, ęqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur g/h/ipsi k. Verùm g/h/ipsa m/ non est minor, vti nuper ostensum est: & f/g/data est maior ipsa d. tota igitur f/h, binis d/& m/erit maior. Sunt autem d/& m/ipsi n/æquales. est enim n/quadruplum ipsius d, & m/triplum, vnà cum ipso d/efficiens quadruplum. Et f/h/igitur ipso n/maius est: nam idem, æqualium est æquè maius. Porrò k/ipsi g/h/æqualis ostensa est: & k/ igitur minor est ipsa n. Atqui f/h/& k, ipsarum a/b/ & c, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis sunt æquè multiplicia: n/verò vtcunque multiplex ipsius d/secundam & quartam magnitudinem repræsentantis. & multiplex primæ excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ.

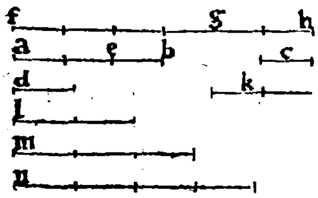
Primæ partis differētia prima.

Demonstratio eiusdē primæ differentiæ.



Prima igitur a/b/ ad secundam d/maiorem rationem habet, quàm tertia c/ ad quartam d: per octauam diffinitionem huius quinti. ¶Quòd si a/ e/ fuerit maior e/b, multiplicetur iam ipsa e/b/minor, quatenus insurgat multiplex maius ipsa d/magnitudine: sitque illud g/h. Quàm multiplex insuper est g/h/ ipsius e/b: tā multiplex accipiatur f/g/ipsius a/e, & k/rursum ipsius c. Subsumatur præterea multiplex ipsius d, ꝓximò maius ipso f/g: sitque rursum n/quadruplū ipsius d. Haud dissimiliter ostēdemus,

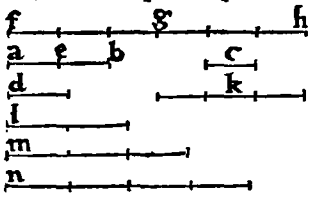
Eiusdē primæ partis differētia secunda.



totam f/h/ipsius a/b/fore totuplicẽ, quotuplex est g/h/ipsius e/b:& demum f/h/& k,ipsarum a/b/& c/æquè itidem fore multiplices. item g/h/æquari ipsi k. Et quoniam n/multiplex,proximo maius est f/g:non est igitur f/g,minus ipso m.Atqui g/h/maius est ipso d,per constructionem.totum igitur f/h,ipsis d/& m/maius est:& maius cõsequenter ipso n.Porrò k/non excedit ipsum n:est enim k,ipsi g/h/æquale, quod tam multiplex est ipsius minoris e/b,quàm multiplex est f/g/ipsius maioris a/e. quæ autem inæqualium sunt æquè multiplicia,sunt respondenter inæqualia.Et k/igitur,minus est ipso f/g: & ipso n/propterea longè minus. Rursum itaque multiplex primi excedit multiplex secundi:at multiplex tertij,non excedit multiplex quarti. Per ipsam igitur octauam huius quinti diffinitionem, primum a/b,ad secundum d/maiorem rationem habet,quàm tertium c/ad quartum d.¶Porrò cùm a/e,fuerit æqualis ipsi e/b:vtraque erit æqualis ipsi c. Cuiuslibet itaque ipsarum trium magnitudinum, sumenda sunt æquè multiplicia, ipso d/maiora: f/g/quidem ipsius a/e, & g/h/ipsius e/b, & k/rursum ipsius c. quæ per sextam communem sententiam,erunt adinuicem ęqualia.Item n/multiplex ipsius d, quod illorum quolibet proximò maius existat:vtpote,triplũ ipsius d.Quibus constructis, ostendentur rursum f/h/& k,ipsarum a/b/& c/fore æquè multiplicia: & f/h/multiplex primæ magnitudinis,excedere ipsum n/multiplex secundæ:k/autem multiplex tertiæ, non excedere multiplex quartæ.Hinc priori deductione colligemus,a/b/ad d/maiorẽ habere rationẽ,quàm c/ad ipsam d.¶Dico insuper, quòd eadem magnitudo d,ad minorẽ c/maiorem rationem habet, ꝙ ad maiorem a/b. Hoc autem ex suprascripto discursu, immutato magnitudinum & æquè multiplicium ordine, haud obscurè colligemus.Cùm enim omnibus modis præostensum sit, f/h/excedere ipsum n,& k/ab eodem n/superari:& conuersim igitur,n/excedit k,non excedit autem f/h.Porrò n/est multiplex ipsius d,hoc est,primæ & tertiæ magnitudinis: k/autem multiplex secundæ,vtpote c,& f/h/æquè multiplex quartæ,scilicet a/b. Multiplex insuper primæ,excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Per octauam ergo diffinitionem huius quinti,prima d/ad secundam c/ maiorem rationem habet,quàm tertia d/ad quartam a/b.Ergo d/ad minorem c/maiorem rationem habet,quàm ad maiorem a/b.

Ostensionis resolutio.

Tertia eiusdẽ primæ partis differentia.



Pars secunda principalis theorematis.

Inæqualium igitur magnitudinum:&c.vt in theoremate.Quod ostendere oportebat.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις θ.

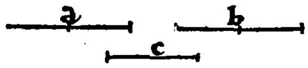
Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 9, Propositio 9.

Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales inuicem sunt:& ad quas eadem eandem habet rationẽ,ipsę sunt ęquales. 9

ORONTIVS.¶Hic in vniuersum ostendendum proponitur, quod prima, sexta,atque septima communi sententia, & illarum conuersione, in rationem assumpseramus principij.Vtpote quòd ea quæ eidẽ æqualia,vel eiusdẽ sunt æquè maiora,vel æquè minora:sunt adinuicem æqualia,& è diuerso. Sint ergo datæ magnitudines a/& b,ad eandem magnitudinem c/eandem rationem obtinentes. Aio quòd æqualis est a,ipsi b.Nam si a/& b/magnitudines,forent inæquales:maior ad eandem c/ maiorem rationem haberet, quàm minor, per primam partem antecedentis octauæ propositionis huius quinti. Habet autem vtraque ipsarum a/& b/eandem rationem ad ipsam c,per hypothesin. Haberent igitur a/& b,eandem,atque diuersam rationem ad eandem c,quod est impossibile.Aequalis est itaque a, ipsi b. ¶Quòd si c/ad easdem a/& b/eandẽ habuerit rationẽ: dico rursum,quòd a/& b/æquales sunt adinuicem.Si enim forent inæquales: eadem c/ad ipsas a/& b/magnitudines eandem non haberet rationem,ad minorem enim maiorem rationem obtineret,quàm ad maiorem,per secundam partem eiusdem octauæ propositionis.Supponitur autem, eadem c/ad ipsas a/& b/eandem habere rationem.Eadem itaque magnitudo c,ad ipsas a/& b/magnitudines,eandem simul atque diuersam rationem haberet. Quod videtur absurdum.Aequalis est igitur a/ipsi b. Quod susceperamus ostendendum. Idem quoque respondenter ostendetur:vbi plures duabus ad eandem,vel eadem ad plures eandem rationem habuerint.

Primæ partis ostensio ab impossibili.



Pars secunda theorematis.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ι.

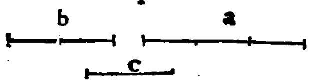
ΤΩν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι: πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Theorema 10, Propoſitio 10.

10 AD eandem rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior eſt: ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor eſt.

Prima theorematis pars.

ORONTIVS. ¶Sint rurſum a/& b/magnitudines ad eandem magnitudinem c/comparatæ: habeátque a/ad c/maiorem rationē, quàm b/ad eandem c. Dico quòd a, ipſa b/maior eſt. Quoniam ſi non fuerit maior: vel erit æqualis ipſi b, vel eadem minor. Aequalis porrò non eſt a/ipſi b: haberent enim a/& b/eandem rationem ad c / magnitudinem, per primam partem ſeptimæ propoſitionis huius quinti, quod aduerſatur hypotheſi. Non eſt igitur a, æqualis ipſi b. Haud diſſimiliter oſtendetur, quòd neq; minor eſt a/ipſa b: quoniam a/magnitudo, minorem rationē haberet ad c/magnitudinem, quàm ipſa b/ad eandem c, per primam partam octauæ propoſitionis eiuſdem quinti. habet autem a/maiorem rationem, quàm b/ad eandem c/per hypotheſin. Haberet igitur a/ad c/maiorem & minorem rationem, quàm b/ad ipſam c. Quod non eſt poſſibile. Itaque a/non eſt minor b: neque eidem (vti nunc oſtendimus) æqualis. Et a/igitur, ipſa b/maior eſt.



Partis ſecūdæ demonſtratio.

¶Quòd ſi eadem magnitudo c, maiorem rationem habuerit ad b/quàm ad a: dico rurſum, a/fore maiorem ipſa b. Non erit enim a/ipſi b/æqualis: quoniam c/ad a, eandem rationem haberet quam ad b/per ſecundam partem præallegatæ ſeptimæ propoſitionis. Habet autem c, minorem rationem ad a, quàm ad b, ex hypotheſi. quæ ſimul ſtare non poſſunt. Non eſt igitur a, ipſi b / æqualis. Neque etiam minor: tunc enim c/ad ipſam a /maiorem rationem haberet, quàm ad b, per ſecundam partem ipſius octauæ propoſitionis huius quinti. Habet autem c/ minorem rationem ad a, quàm ad b, ex ipſa hypotheſi. Haberet itaque c/minorem ſimul atque maiorem rationem ad a, quàm ad b. quod videtur impoſſibile. Igitur a/non eſt minor ipſa b. oſtenſum eſt, quòd nec eidem æqualis. Maior eſt itaque rurſum a/ipſa b. Ad eandem ergo rationem habentium: & quæ ſequuntur reliqua. Quuod oportuit demonſtraſſe.

Θεώρημα ια, Πρόθεσις ια.

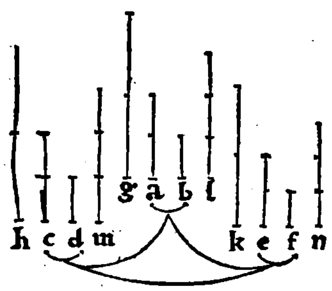
ΟΙ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοί, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theorema 11, Propoſitio 11.

11 QVæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem.

ORONTIVS. ¶Sint eidem rationi quæ a/ad b, eædem rationes quæ c /ad d, & e/ad f. Aio quòd rationes c/ad d/ & e/ad f, ſunt eædem adinuicem: ſicut quidem c/ad d, ſic e/ad f. Accipiantur enim ipſarum antecedentium a, c, e, æquè multiplicia g, h, k: ipſarum autem conſequentium b, d, f, alia quæuis æquè multiplicia l, m, n. Cùm igitur ex hypotheſi a/ad b/eandem habeat rationem, quam c/ad d, & ipſarum a/& c, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis, ſumpta ſint ęquè multiplicia g, h, ſecundę rurſum & quartæ, vtpote ipſarum b/& d/alia itidem æquè multiplicia l, m: & æquè multiplicia igitur g, h, ad æquè multiplicia l, m, eandem habent rationem ſumpta adinuicem, per quartam huius quinti. Itaque ſi g/excedit l, & h / proportionaliter excedit m: & ſi æquale, æquale: ſi autem minus, itidem proportionaliter minus. Inſuper quoniam per ipſam hypotheſin, ſicut a/ad b, ita e/ad f: & ipſarum a/& b, primæ videlicet & tertiæ magnitudinis, ſumpta ſunt æquè multiplicia g/k, ſecundæ rurſum & quartæ, vtpote ipſarum b/& f, alia vtcunque æquè multiplicia l/n. Si itaque g/excedit l, & k/proportionaliter excedit n: etſi æquale, æquale: ſi verò minus, itidem proportionaliter minus, per eandem quartam huius quinti propoſitionem. Atqui præoſtenſum eſt, quòd ſi g/excedit l, excedit & h/ipſum m: etſi æquale, æquale: ſi autem minus, & h/proportionaliter minus eſt ipſo m. Quapropter ſi h/excedit m, excedit & k/proportionaliter ipſum n: & ſi h/æquatur ipſi m, coæquatur &

Diſcurſus æquè multiplicium.



Reſolutio demōſtrationis.

k/ipsi n:& si minus fuerit h/ ipso m, & k/demum proportionaliter minus est ipso n. Porrò h/& k/ipsarum c/& e, primæ videlicet & tertiæ magnitudinis data sunt æquè multiplicia: ipsarum autem d/ & f, hoc est secundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia m/& n. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, sicut c/ad d, ita e/ad f. Quæ eidem itaque sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem. Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιβ.

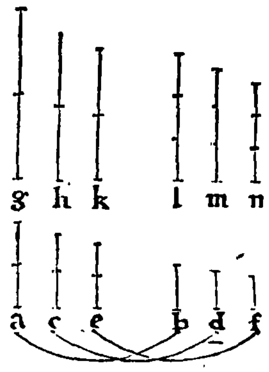
Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Theorema 12, Propositio 12.

SI fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes: erit sicut vna antecedentium ad vnam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. 12

ORONTIVS. ¶Quod in prima huius quinti propositione, de ratione tãtùm præostensum est multiplici: hic de sub quacũq; ratione proportionatis magnitudinibus, vniuersaliter proponit Euclides. Sint itaq; a, b, c, d, e, f/quotlibet magnitudines inuicem proportionales: sicut quidẽ a/ad b, ita c/ad d, sicútq; c/ad d, sic e/ad f. Aio quòd quam rationem habet a/ad b, eam habẽt & compositæ a/c/e, ad cõiunctas b/d/f. Suscipiãtur enim ipsarum antecedentium a/c/e, æquè multiplicia g, h, k: & ipsarum cõsequentium b, d, f, alia quæuis æquè multiplicia l, m, n. Cùm sit igitur vt a/ad b, sic c/ad d, & ipsarum a/& c/æquè multiplicia sunt g, h, ipsarũ verò b, d, alia itidem æquè multiplicia l, m: sicut se habet igitur g/ad l, sic h/ad ipsum m, per quartam huius quinti. Rursum quoniam est vt c/ad d, sic e/ad f, & ipsarum c/& e/æquè multiplicia sunt h, k, ipsarum autem d/f, alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: sicut se habet igitur h/ multiplex ad ipsum m, sic k/ad ipsum n, per eandẽ quartam ipsius quinti. Vt autẽ se habet h/ad m, sic g/ad l/se habere præostensum est. Est igitur vt g/ad l, sic k/ad n, per antecedẽtem vndecimam propositionem. Sunt itaq; g, h, k, & l, m, n, multiplicia inuicẽ proportionalia: sicut quidẽ g/ad l, sic h/ad m, & k ad n. Igitur si g/multiplex excedit l, excedit & h/proportionaliter ipsum m, necnõ & k/ipsum n: & si g/æquatur ipsi l, æquum est & h/ipsi m, & k/respondenter ipsi n: si autem g/minus fuerit ipso l, est & h/proportionaliter minus ipso m, & k/demũ ipso n. Et proinde si g/multiplex excedit l, excedunt & g, h, k/multiplicia proportionaliter ipsa l, m, n: & si æquũ est g/ipsi l, æqualia sunt & g, h, k/ ipsis l, m, n: si autem g/sit minus ipso l, erunt & eadem g, h, k, eisdẽ l, m, n, tandem æquè minora, per secũdam & quartam cõmunem sentẽtiam. Atqui g, h, k/magnitudines, ipsarum a, c, e/magnitudinum sunt per cõstructionem singulæ singularum æquè multiplices: quotuplex igitur est vnius vna magnitudo, hoc est g/ ipsius a, totuplices sunt & omnes g/h/k, omniũ a/c/e, per primam eiusdem quinti. Et proinde quotuplex est l/ipsius b, totuplices sunt l/m/n/ipsarum b/d/f. Sunt itaq; g/& g/h/k, ipsarũ a/& a/c/e, hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia: l/autem / & l/m/n/secundæ b/& tertiæ b/d/f, æquè itidem multiplicia. Et ostensum est, quòd si g/multiplex excedit l, excedit & g/h/k/proportionaliter ipsum l/m/n: etsi æquale, æquale: si verò minus, itidẽ proportionaliter minus. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, sicut a/ad b, sic a/c/e/composita ad b/d/f/compositam: hoc est, sicut vna antecedentium ad vnam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Quod demonstrandum susceperamus. In quorum omnium rationalem confirmationem, subiectam contemplare numerorum formulam.

Quatuor æquè multiplicium inuicem proportionalium, inferendarũ magnitudinũ, subtilis adinuentio.



g.	l.	g,h,k.	l,m,n.
a.	b.	a,c,e.	b,d,f.
prima.	secunda.	tertia.	quarta.

Sũmaria theorematis ostensio.

	Dupli.			sesqualteri.			superbipartientes.			duplisesqualteri.			dupli superbipartientes.	
Multiplices.	2	1	superparticulares.	3	2	superpartientes.	5	3	multiplices superpartic.	5	2	multiplices superpartiẽ.	8	3
	4	2		6	4		10	6		10	4		16	6
	6	3		9	6		15	9		15	6		24	9
Cõpo.	12	6	Cõpositi.	18	12	Cõpositi.	30	18	Compositi.	30	12	Compositi.	48	18

Θεώρημα ιγ, Πρότασις ιγ.

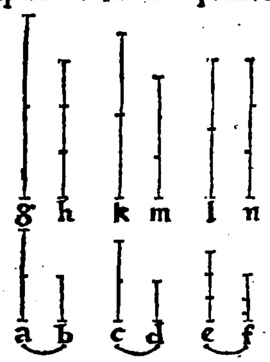
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον· καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13, Propositio 13.

13 SI prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam: prima quoque ad secũdam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam.

ORONTIVS. ¶Habeat enim prima magnitudo a/ad secũdam b/eandem rationem, quam tertia c/ad quartam d: ipsa porrò tertia c/ ad eãdem quartam d/maiorẽ rationem habeat, quàm e/quinta ad f/sextam magnitudinem. Aio quòd & a/ prima magnitudo ad secundam b/maiorem itidem rationẽ habebit, quàm ipsa e/quinta ad eãdem sextam f. Multiplicetur enim vtraque ipsarum a, b: sintque earundem a, b, vtcunque multiplicia g, h, sed g/maius ipso h. potest enim a/toties multiplicari, quousque multiplex ipsius a/superet multiplex eiusdem b. Quàm multiplex insuper est g/ipsius a, tam multiplex detur k/ipsius c, & l/ipsius e. Rursum quàm multiplex est h/ipsius b, tam multiplex esto m/ipsius d, & n/ipsius f. Cùm igitur a/ad b/eãdem rationẽ habeat, quam c/ad d, sintque g/& k/ primæ & tertiæ æquè multiplicia, h/autẽ & m/secũdæ & quartæ æquè itidem multiplicia: si g / itaq; excedit h, excedit & k/ipsum m, per quartam huius quinti. Atqui g/superat h, per cõstructionẽ: & k/igitur superat m. Rursum quoniam c/ad d/ maiorem rationem habet, quàm e/ad f, & ipsarum c/& e/primæ inquàm & tertiæ magnitudinis, æquè multiplicia sunt k, l, secũdæ porrò d/& quartæ f/ alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: si k/igitur excedit m, nõ excedit l/ipsum n, per cõuersionem octauæ diffinitionis eiusdẽ quinti. Porrò k (vti nunc ostensum est) excedit m: & l/igitur non excedit n. Excedit autẽ & g/ ipsum h, sintq; g/& l/ipsarũ a/& e, hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia, per cõstructionẽ: h/rursum & n/ipsarũ b/& f, vtpote secũdæ & quartæ alia vtcunq; æquè multiplicia: & g/multiplex primæ excedit multiplex secũdæ, l/autẽ multiplex tertiæ nõ excedit n/multiplex quartæ. Prima igitur a/ad secundã b, maiorem rationem habet, quàm e/tertia ad quartam f, per octauã huius quinti diffinitionem. Ergo si prima ad secundã eandẽ rationẽ habuerit: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Discursus multiplicium ad theorematis illationẽ nos perducẽtium.



Θεώρημα ιδ, Πρότασις ιδ.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

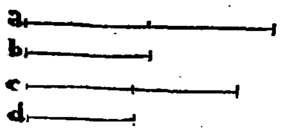
Theorema 14, Propositio 14.

14 SI prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: prima verò tertia maior fuerit, & secũda quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

ORONTIVS. ¶Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d/inuicẽ proportionales: sicut quidem a/ad b, ita c/ad d. sit autem primùm, a / maior ipsa c: dico quòd & b, ipsa d/respondenter est maior. Cùm enim ex hypothesi a/sit maior c: habebit igitur a/ad b/maiorem rationem, quàm c/ad eandem b, per octauã huius quinti. Est autem ratio a/ad b/eadem, quæ c/ad d, per hypothesin: & c/ igitur ad d/maiorem rationem habet, quàm eadem c/ad b. Ad quam autem eadem maiorem rationem habet: & illa minor est, per secundam partem decimæ propositionis ipsius quinti. Minor est itaq; d, ipsa b: & b/propterea ipsa d/maior. ¶Quòd si a/fuerit minor c: erit & b/minor ipsa d/magnitudine. Rursum enim per eandem octauam huius quinti, c/maior, ad ipsam b/maiorem rationem habebit, quam a/minor ad eandem b.

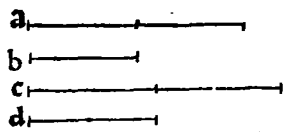
Quando prima maior est tertia.

Quando prima minor est tertia.



Quam rationem porrò habet a/ad b,eam seruat ex hypothesi c/ad d. Et c/igitur ad b/maiorem ratione habet, quàm ad d.Est igitur b/minor ipsa d,per ipsam decimam eiusdem quinti.¶Porrò si a/fuerit æqualis ipsi b:haud dissimiliter ostẽdemus, b/fore æqualem ipsi d.Aequales enim a/& c/ad eandem b/eandem rationem habebunt,per septimam huius quinti.Sed quam rationem habet a/ad b, eam rursum habet c/ad d,per hypothesin. Et c/igitur ad vtranque b/& d,eandem obseruabit rationem.Ad quas autem eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt ęquales,per nonã ipsius quinti propositionẽ.Aequalis erit igitur b/ipsi d. Si prima igitur ad secũdã eandẽ habuerit rationẽ:& quę sequũtur reliqua. Quod demõstrare oportebat.

Vbi prima æquatur tertiæ



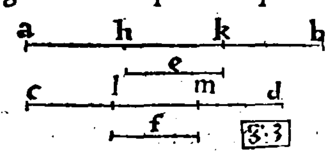
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις ιε.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 15, Propositio, 15.

Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem. 15

ORONTIVS. ¶Sint a/b/& c/d,ipsarum e/& f/æquè multiplices: Aio partem e/ad partẽ f/eandem rationẽ habere,quam a/b/multiplex ad c/d/multiplicẽ. Cùm enim a/b/ æquè multiplex sit ipsius e,vt c/d/ipsius f:quot igitur partes sunt in a/b/ æquales ipsi e,tot sunt & in c/d/æquales ipsi f.Sint exẽpli gratia iuxta numerũ g: & distingatur a/b/in partes æquales ipsi e, sintq a/h,h/k, & k/b: necnon & c/d/in partes æquales ipsi f,vtpote in c/m,m/l,& l/d.Erit itaq multitudo ipsarũ a/h, h/k,& k/b,multitudini c/m,m/l,& l/d/æqualis:vtraque enim æqualis ipsi numero g.Rursum quoniã a/h,h/k,& k/b/eidem e/sunt æquales: sunt igitur æquales adinuicem, per primam communem sententiam.& proinde c/m, & m/l,l/d,sunt quoque adinuicem æquales. Aequales porrò ad eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per septimam huius quinti. Est igitur vt a/h / ad c/l, sic h/k/ad l/m,& k/b/ad m/d.Proportionales igitur sunt ipsæ a/h,h/k,& k/b,ipsis c/l,& l/m, m/d.Et sicut igitur vna antecedentium ad vnam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes, per duodecimam ipsius quinti. Ergo sicut a/h/ad c/ l, sic tota a/b/ad totam c/d.æqualis porrò est a/h/ipsi e,& c/m/ipsi f: & æquales ad easdẽ,eãdem habent rationem,per ipsam huius quinti septimam.Et sicut igitur a/b/multiplex,ad c/d/ multiplicem:sic pars e,ad partem f. Partes itaque eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem.Quod ostendendum fuerat.



Θεώρημα ις, Πρόθεσις ις.

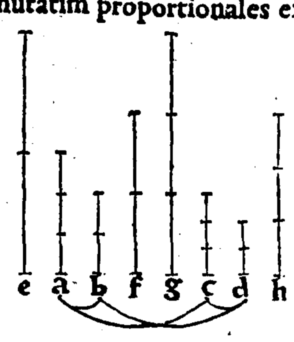
Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 16, Propositio 16.

SI quatuor magnitudines proportionales fuerint: & permutatim proportionales erunt. 16

Permutatæ seu reciprocæ rationis demonstratio.

ORONTIVS. ¶Sint verbi gratia quatuor magnitudines a,b,c,d, inuicem proportionales:sicut a/ad b,sic c/ad d.Dico quòd & viciſsim,hoc est,permutatim proportionales existunt:sicut quidem a/ad c,sic b/ad d.Accipiantur enim ipsarum a,b, æquè multiplices e, f: ipsarum quoque c, d, aliæ vtcunq æquè multiplices g,h. Cùm igitur æquè multiplex sit e/ipsius a,vt f/ipsius b:erit vt a/ad b,sic e/ad f:nam partes eodem modo multiplicium,eãdem rationem habent sumptæ adinuicem, per antecedẽtem decimamquintam propositionem. Vt autem a/ad b,sic se habet c/ad d,per hypothesin.Et sicut igitur e/ad f,sic c/ad d:nam quæ eidem sunt eædẽ rationes, & adinuicem sunt eædem, per vndecimam huius quinti. Insuper quoniam æquè multiplex est g/ipsius c, vt h/ipsius d:erit rursum vt c/ad d,sic g/ad h,per eandem quindecimam huius quinti.Sicut porrò c/ad d, sic e/ad f/se habere præostensum est: & sicut igitur e/ad f,sic g/ad h,per ipsam vndecimam ipsius quinti.Quatuor itaq magnitudines e,f,g,h,



ſunt inuicem proportionales:habétque prima e/ad ſecundam f/eam rationem , quam tertia g/ad quartam h. Si prima igitur e, fuerit maior tertia g:& ſecunda f , ipſa h/quarta maior erit:etſi æqualis,æqualis:etſi minor , minor , per decimamquartam eiuſdem quinti . Atqui e/& f,ipſarũ a/& b,hoc eſt primæ & tertiæ magnitudinis(de illationis ordine velim intelligas)ſunt æquè multiplices:g/autem & h , ſecũdæ & quartæ , vtpote ipſarum c/& d/æquè rurſum multiplices.Eſt igitur per ſextã huius quinti diffinitionem, vt prima a/ad ſecũdam c,ſic tertia b/ad quartam d. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint:& permutatim ſeu viciſſim proportionales erunt.Quod erat demonſtrandum.

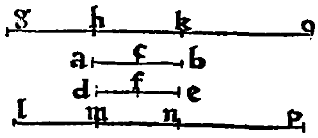
Θεώρημα ιζ, Πρότασις ιζ.

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 17, Propoſitio 17.

17 SI cõpoſitæ magnitudines proportionales fuerint: diuiſæ quoque proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint compoſitæ magnitudines a/b,b/c,d/e,& e/f,inuicem proportionales:ſicut a/b/ad b / c , ſic d/e/ad e/f.Aio quòd & diuiſæ proportionales erunt:ſicut quidem a/c/ad c/b,ſic d/f/ad f/e.Accipiãtur enim ipſarum a/c,c/b, d/f,& f/e,ęquè multiplices g/h,h/k,l/m,& m/n:ipſarum rurſum b/c,e/f, aliæ itidem æquè multiplices k/o,& n/p. His ita cõſtructis,quoniã g/h/& h/k/ magnitudines,ipſarũ a/c/ & c/b/magnitudinũ æqualiũ numero ſingulæ ſingularum, per cõſtructionem,ſunt æquè multiplices: quotuplex igitur eſt vna g / h / vnius a/c , totuplex eſt & tota g/k/totius a/b,per primam huius quinti . Quotuplex autem eſt g/h/ipſius a/c,totuplex eſt l/m,ipſius d/f,per conſtructionem: quàm multiplex eſt igitur g/k/ipſius a/b,tam multiplex eſt l/m/ipſius d/f,per vndecimam ipſius quinti.Rurſum quoniam l/m/& m/n,ipſarum d/f/& f/e/æqualium numero ſingulæ ſingularum æquè ſunt multiplices,per ipſam cõſtructionem:quotuplex igitur eſt vna l/m/vnius d/f , totuplex eſt tota l/n/totius d/e , per eandem primam huius quinti . Quotuplex autem eſt l/m/ipſius d / f , totuplicem oſtendimus g/k/ipſius a/ b:quotuplex eſt igitur g/k/ipſius a/b , totuplex eſt l/n/ipſius d/e, per ipſam vndecimam eiuſdem quinti.Sunt itaq; g/k/& l/n, ipſarũ a/b/& d/e/ ęquè multiplices.Item quoniam æquè multiplex eſt h/k/ipſius b/c,vt m/n/ipſius e/f:quinta rurſum k/o,eiuſdem b/c/æquè multiplex eſt, vt ſexta n/p/eiuſdem e/f.Et cõpoſita igitur h/o,eiuſdẽ b/c/ęquè erit multiplex,ac tota m/p/eiuſdem e/f,per ſecundam huius quinti . Et proinde h/o/& m/p, ipſarum b/c/& e/f/ſunt æquè multiplices.Inſuper quoniam ex hypoheſi,ſicut a/b,ad b/c,ſic d/e/ad e/f:& ipſarum a/b/& d/e,primæ inquàm & tertiæ,æquè multiplices ſunt g/k/& l/n:ipſarũ rurſum b/c/& e/f,hoc eſt ſecundæ & quartæ , æquè itidem multiplices h/o/& m/p . Eſt igitur vt g/k/ad h/o, ſic l/n/ad m/p , per quartam huius quinti . Auferantur vtriſque cõmunes h/k,& m/n:vt reliqua igitur g/h/ ad reliquam k/o, ſic l/m/reliqua ad reliquã n/p, per tertiam & quintam cõmunem ſententiam. Si enim ab æquè multiplicibus,æquè multiplicia auferantur:relinquentur æquè multiplicia.Igitur ſi g/h/excedit k/o, excedit & l/m/proportionaliter ipſam n/p:etſi æqualis,æqualis:ſi autem minor,itidem proportionaliter minor.Atqui g/h/& l/m,primæ & tertiæ magnitudinis(iuxta ordinem illationis) hoc eſt,ipſarum a/c/ & d/f/datæ ſunt æquè multiplices: k/o / verò & n/p , ipſarum c/b/& f/e,ſecundæ inquàm & quartæ magnitudinis æquè itidem multiplices. Prima igitur a/c, ad ſecundam c/b/ eam rationem habet: quam tertia d/f,ad quartam f/e , per ſextam huius quinti diffinitionẽ. Si compoſitæ itaq; magnitudines proportionales fuerint,diuiſę quoq; proportionales erũt.Quod ſuſceperamus oſtendendum.



g/.k	g/h.	l/m.
a/b.	a/c.	d/f.

g/k.	l/m.	l/n.
a/b.	d/f.	d/e.

g/k.	h/o.	l/n.	m/p.
a/b.	b/c.	d/e.	e/f.

g/h.	k/o.	l/m.	n/p.
a/c.	c/b.	d/f.	f/e.

Diuiſa ratio, ſiue modus arguendi à compoſitis ad diuiſa.

Θεώρημα ιη, Πρότασις ιη.

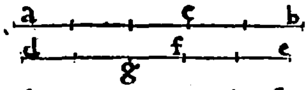
Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 18, Propoſitio 18,

18 SI diuiſæ magnitudines proportionales fuerint : compoſitæ quoque proportionales erunt.

Composita ratio, siue arguendi modus à diuisis ad coniuncta.

ORONTIVS. ¶ Sint diuisæ magnitudines a/c, c/b, d/f, & f/e, inuicem proportionales: sicut a/c/ad c/b, sic d/f/ad f/e. Aio quòd & compositæ, erunt versa vice proportionales: sicut quidem a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f. Sicut enim a/b/ad b/c, sic d/e/ad aliam quandam magnitudinem se habere necessum est. Hæc autem magnitudo, si nõ fuerit e/f: erit vel ipsa



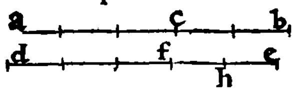
e/f/maior, aut eadem minor. Esto primum a/b/ad b/c, sicut d/e/ ad maiorem (si possibile fuerit) ipsa e/f: vtpote ad e/g. Erit igitur sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/g. Si compositę autem magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoque proportionales erunt, per antecedentem decimamseptimam propositionem. Erit itaque sicut a/c/ad c/b, sic d/ g/ ad g/e. Sicut porrò a/c/ad c/b, sic per hypothesin d/f/ad f/e. Ergo sicut d/f/ad f/e, sic d/g/ad g/e: nam quæ eidem sunt eædem rationes, adinuicem sunt eædem, per vndecimam huius quinti. Quatuor itaque magnitudines d/f, f/e, d/g, atque g/e, sunt inuicem proportionales, & prima d/f, maior est tertia d/g: & secunda igitur f/e, maior erit quarta g,e, per decimamquartam eiusdem quinti. Atqui f/e, minor est ipsa g/e, per hypothesin. Erit itaq; f/e, minor simul & maior eadẽ g/e/ magnitudine. quod est impossibile. Nõ est igitur sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad maiorẽ ipsa e/f.

Prima ostensionis differentia.

d/ f.	a/ c.	d/ g.
f/ e.	c/ b.	g/ e.

Secunda pars siue differentia.

¶ Aio rursum, quòd neq; ad minorem ipsa e/f: vtpote e/h. Concludemus enim iterum ex decimaseptima & vndecima huius quinti, fore sicut d/f/ad f/e, sic d/h, ad h/e: vtrobique e-



nim sicut a/c/ad c/b. Et quoniam prima d/f, minor est tertia d/h: erit rursum per ipsam decimamquartam eiusdem quinti, secunda f/e, minor quarta h/e. Supponitur autem maior: quæ simul stare non possunt. Non est ergo sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ ad minorem e/f. patuit quòd neque ad maiorem. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic d/e/ad ipsam e/f. Itaq; si diuisæ magnitudines proportionales fuerint: compositæ quoque proportionales erunt. Quod ostendęre fuerat operæpretium.

d/ f.	a/ c.	d/ h.
f/ e	c/ b.	h/ e.

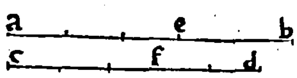
Θεώρημα ιθ, Πρότασις ιθ.

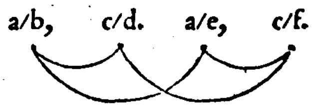
Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσαι, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Theorema 19, Propositio 19.

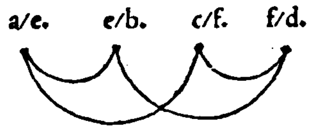
SI fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum: & re- 19
liquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum.

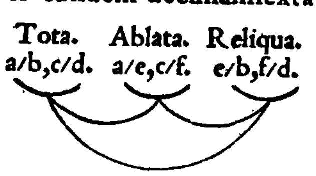
ORONTIVS. ¶ Quòd quinta huius, de ratione multipli tantùm proposuisse videtur: hæc de quibuscunque rationibus in vniuersum proponit. Sit igitur vt totum a/b/ad totum c/d, sic ablatum a/e/ad ablatum c/f. Aio reliquum e/b/ad reliquum f/d, fore sicut idem totum a/b/ad idem totum c/ d. Cùm enim sit velut a/b/ ad c/d, sic a/e/ad c/f, per hypothesin: erit per decimamsextam huius quinti, & permutatim sicut a/b/composita ad a/ e, sic c/ d/ composita ad c/ f.





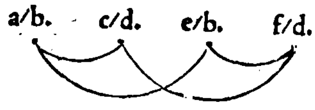
Cùm autem compositæ magnitudines proportionales sunt, & diuisæ quoque sunt proportionales, per decimãseptimam huius quinti propositionem. Et sicut igitur a/e/ ad e/ b, sic c/f/ad f/d: & permutatim rursum, per eandem decimamsextam huius quinti, sicut a/e/ablata/ ad ablatam c/f, sic reliqua e/b/ad reliquam f/d. Sicut porrò ablata a/e/ad ablatam c/f, sic totum a/b/ad totum c/d, per hypothesin. Reliquum igitur e/b/ad reliquum f/d, se habet vt totum a/b/ad totum c/d, per vndecimã eiusdẽ quinti. Si fuerit ergo sicut totũ ad totum: &c. vt in theoremate. Quod expediebat demõstrare.





¶ *Lemma siue assumptum.*

¶ Et quoniam erat ex hypothesi, vt a/b/ad c/d, sic a/e/ad c/f: & permutatim deinde vt a/b/ ad a/e, sic c/d/ad c/f. Nunc porrò ostensum est, quòd sicut a/b/ ad c/d, sic e/b/ad f/d. Et permutatim itaque rursum, vt a/b/ad e/b, sic c/ d/ ad f/ d, per sæpius allegatam decimamsextam



huius quinti. Fit igitur, vt sicut a/b/ad a/e, sic c/d/ad e/f: atque rursum velut idem a/b/ad e/b, sic idem c/d/ad f/d.

Corollarium.

Et proinde conuersio rationis, hoc est, acceptio antecedentis ad excessum quo antecedẽs ipsum excedit consequens, fit manifesta. *Conuersio rationis.*

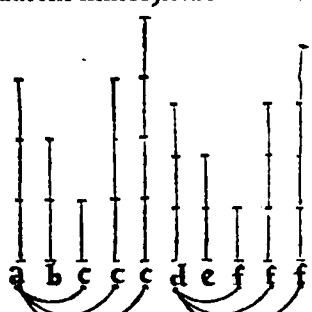
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κ.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 20, Propositio 20.

20 SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binatim sumptæ, & in eadem ratione: ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

ORONTIVS. Sint tres magnitudines a, b, c, & rursum aliæ tres d/e/f, cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: vtpote, sicut a/ad b, sic d/ad e, sicut item b/ad c, sic e/ad f. Aio quòd si a/fuerit maior ipsa c, erit ex æquali d/maior ipsa f: etsi æqualis, æqualis: si autem minor, itidem minor. Sit primùm a, maior ipsa c. Et quoniam est sicut b/ad c, sic e/ad f: erit & à conuersa ratione, sicut c/ad b, sic f/ad e, per corollarium quartæ huius quinti. verùm c/minor est a, per hypothesim, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ad b/maiorem rationem, quàm c/ad eandem b, per primam partem octauæ huius quinti. Sicut porrò c/ad b, sic f/ad e: & a/igitur ad b/maiorem rationẽ habet, quàm f/ad e. Sicut rursum a/ad b, sic d/ad e, per hypothesin: & d/igitur ad e/maiorem rationem habet, quàm f/ad ipsam e. Ad eandem autem rationem habentium, maiorem rationem habens illa maior est, per decimam ipsius quinti. Et d/igitur, ipsa f/maior est. Quòd si a/sit æqualis ipsi c: erit & d/æqualis ipsi f. habebunt enim a/& c/ad eandem b/eandem rationem, per primam partẽ septimæ huius quinti. Et quoniam est sicut a/ad b, sic d/ad e, sicútque c/ad b, sic f/ad ipsam e: habebũt quoque d/& f/eandem rationem ad ipsam e. Quæ autem ad eandem eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt, per primam partem nonæ ipsius quinti. Aequalis est igitur d, ipsi f. Haud dissimiliter ostendetur/quòd si a/fuerit minor ipsa c: erit consequenter d/minor ipsa f. Tunc enim c/ad b/maiorem rationem habebit, quàm a/ad ipsam b, per eandem octauam huius quinti. Est autem vt a/ad b, sic d/ad e, per hypothesin: sicútque c/ad b, sic f/ad e/se habere præostensum est. Et proinde f/ad e/maiorem rationem habebit, quàm d/ad ipsam e. Hinc rursum per primam partem decimæ eiusdem quinti, f/ipsa d/maior erit: & d/propterea ipsa f/minor. Itaque si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.



Aequã ratione respiciẽtia in ordinatis.

Prima differẽtia.

Secunda differentia.

Tertia differentia.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις κα.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

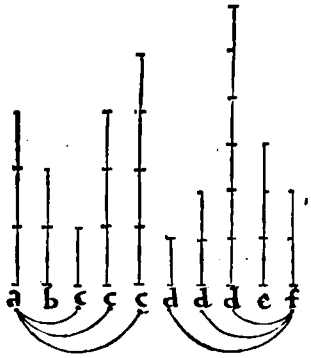
Theorema 21, Propositio 21.

21 SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binatim sumptæ, & in eadem ratione, fuerit autem perturbata earũ proportio: ex æquali verò prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

ORONTIVS. Sint tres magnitudines a, b, c, & rursum aliæ tres d, e, f, cum duabus perturbatim in eadem ratione coassumptis: vtpote, sicut a/ad b, sic e/ad f: sicútque b/ad c, sic d/ad e. Dico quòd si a/fuerit maior c, erit ex æquali d/maior f: etsi æqualis, æqualis: etsi *Aequã ratione respiciẽtia in pturbatis.*

Quando prima maior eſt tertia.

minor, minor. Sit primùm a/maior c: iam recipio probandũ, quòd d/ſit maior f. Et quoniam eſt ſicut b/ad c, ſic d/ad e, per hypotheſin: erit à conuerſa ratione, vt c/ad b, ſic e/ad d, per quartæ huius quinti corollarium. Rurſum quoniam a/maior eſt c, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ad b/maiorẽ rationem, quàm c/ad eandẽ b, per primam partem octauæ huius quinti. Sicut porrò a/ad b/ſic ex hypotheſi e/ad f: ſicútque c/ad b, ſic e/ad d (vti nunc oſtenſum eſt). & e/propterea ad f/maiorẽ rationẽ habet, quàm ad d, Ad quam autem eadem magnitudo maiorem rationem habet, & illa minor eſt: per ſecundam partem decimę ipſius quinti. Eſt igitur f/ipſa d/minor: & d/propterea maior f.



Vbi prima æquatur tertiæ.

¶Haud diſſimiliter ſi a/fuerit æqualis ipſi c: oſtendetur & d/æqualis ipſi f. Nam a/& c, ad eandem b/ eandem rationem habebunt: per primam partem ſeptimæ huius quinti. Et quoniam eſt ſicut a/ad b, ſic e/ad f, ſicútq; c/ad b, ſic e/ad d: & e/igitur ad vtranq; d/& f/eandem rationẽ habebit. Ad quas autem eadem eandem habet rationẽ, ipſæ ſunt æquales: per ſecundã partẽ nonæ ipſius quinti. Aequalis erit igitur d, ipſi f.

Quando prima minor eſt tertia.

¶Item ſi a/fuerit minor c: dico tandẽ, quòd & d/minor erit f. Tunc enim c/ad b/maiorem rationem habebit, quàm a/ad eandem b: per eandem octauam huius quinti. Et cùm ſit velut c/ad b, ſic e/ad d, ſicútq; a/ad b, ſic e/ad f (veluti ſuprà deductum eſt) habebit conſequẽter e/ad d/maiorem rationem, quàm e/ad f. Ad quam autem eadem maiorem rationem habet, & illa minor eſt: per ſecundam partem decimæ eiuſdem quinti. Eſt itaq; d/ipſa f/minor. Ergo ſi fuerint tres magnitudines: &c. vt in theoaemate. Quod oſtendendum fuerat.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κβ.

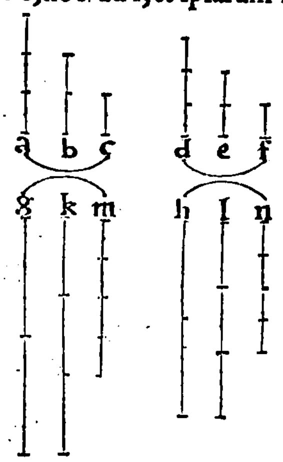
Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Theorema 22, Propoſitio 22.

SI fuerint quælibet magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, binatim ſumptæ in eadẽ ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt. 22

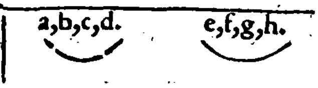
Aequa ratio in ordinatis.

ORONTIVS. ¶Sint verbi gratia tres magnitudines a, b, c, & aliæ eiſdem numero æquales d, e, f, cum duabus ordinatim ſumptis in eadem ratione: vtpote, ſicut a, ad b, ſic d/ad e, ſicut autem b/ad c, ſic e/ad f. Dico quòd extremæ vtriuſque ordinis magnitudines, ex æquali in eadem ratione erunt: ſicut quidem a/ad c, ſic d/ad f. Accipiantur enim ipſarum a, d, æquè multiplices g, h: ipſarum verò b, e, aliæ itidem æquè multiplices k, l: ipſarũ deniq; c, f, vtcunque etiam multiplices m, n. Cùm ſit igitur vt a/ad b, ſic d/ad e: & ipſarũ a, d, hoc eſt primæ & tertiæ, æquè multiplices ſint g, h: ſecundæ autem & quartæ, vtpote ipſarũ b/e, aliæ itidem æquè multiplices k, l. Eſt igitur ſicut g, multiplex ad k/multiplicem, ſic h/ad l: per quartam huius quinti. Et proinde erit, vt k/ad m, ſic l/ad n: eſt enim ex hypotheſi, vt b/ad c, ſic e/ad f, & ipſarum b, e, æquè multiplices k, l: ipſarum autem c, f, æquè rurſum multiplices m, n, per cõſtructionem. Sunt ergo g, k, m, tres magnitudines, & h, l, n, aliæ eiſdem numero æquales, cum duabus ordinatim ſumptis in eadem ratione: ſicut quidẽ g/ad k, ſic h/ad l, ſicútq; k/ad m, ſic l/ad n. Si g/itaque fuerit maior ipſa m, & ex æquali h/ipſa n/maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor, per huius quinti vigeſimam. Atqui g, h, ipſarum a, d, hoc eſt primæ & tertiæ magnitudinis (quoad illationis ordinem) datæ ſunt æquè multiplices: m, n/autem ſecundæ & quartæ, vtpote ipſarum c, f/æquè itidẽ multiplices. Eſt igitur per ſextam huiuſce quinti diffinitionem, vt prima a/ad ſecundam c: ſic d/tertia, ad quartam f.



Vbi plures tribus in vtroq; magnitudinũ extiterint ordine.

¶Idem quoque licebit oſtendere, vbi plures tribus in vtroque magnitudinum extiterint ordine. Vtpote ſi fuerint quatuor a, b, c, d, & aliæ quatuor e, f, g, h: ſimiliter oſtẽdemus cum tribus primis magnitudinibus a, b, c, & e, f, g, fore velut a/ ad c, ſic e/ad g. Et rurſum cum tribus ſuccedentibus (secunda vtrobique prætermissa, & coassumpta quarta) vtpote a,c,d, & e,g,h: concludemus veluti suprà, fore vt a/ad d, sic e, ad h. Et deinceps quantumlibet, pro vtriusque ordinis multitudine. Si fuerint ergo quælibet magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum proposueramus.



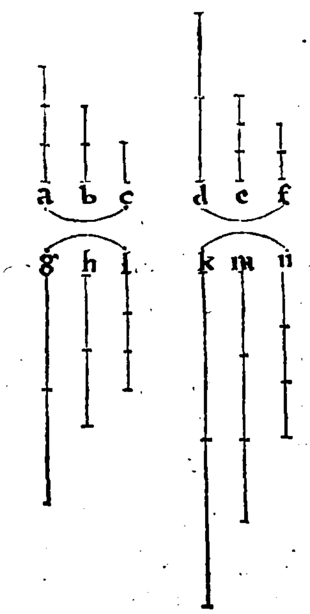
Θεώρημα κγ, Πρόθεσις κγ.

ΕΑν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσαι.

Theorema 23, Propositio 23.

23 SI fuerint tres magnitudines, aliæq; eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio: & ex æquali in eadem ratione erunt.

ORONTIVS. Sint tres magnitudines a,b,c, & aliæ eisdem numero æquales d,e,f, cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis: sicut quidem a/ ad b, sic e/ ad f, sicútque b/ ad c, sic d/ ad e. Aio fore ex æqua ratione, sicut a, ad c: sic d, ad f. Assumantur enim ipsarum a, b, d, æquè multiplices g,h,k: ipsarum porrò c/e/f, aliæ itidẽ æquè multiplices, l,m,n. Cùm ergo g, h, ipsarum a, b, sint per constructionem æquè multiplices, & partes eodem modo multiplicium eandem habeant rationem sumptæ adinuicem, per quindecimam huius quinti: est igitur vt a/ad b, sic g/ad h. Sicut autem a ad b, sic e/ad f, per hypothesin: & sicut igitur g/ad h, sic e/ad f, per vndecimam ipsius quinti. Rursum quoniam m,n, ipsarum e,f, sunt æquè multiplices: erit rursum per eandem quindecimam huius quinti, vt e/ad f, sic m/ad n. Sicut porrò e/ad f, sic g/ad h/ se habere monstratum est: & sicut itaq; g/ad h, sic m/ ad n, per ipsam vndecimam eiusdem quinti. Insuper quoniam est sicut b/ad c, sic d/ad e, per hypothesin: & ipsarum b,d, sumptæ sunt æquè multiplices h,k: ipsarum verò c,e, aliæ itidem æquè multiplices l,m. Est igitur vt h/multiplex, ad l/multiplicem, sic k/ ad m, per quartam huius quinti propositionem. Ostensum est autem quòd sicut g/ad h, sic m/ad n. Sunt itaq; g,h,l, tres magnitudines, & k,m,n, aliæ eisdẽ æquales numero, cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis: sicut quidem g/ad h, sic m/ad n, sicut rursum h/ad l, sic k/ad m. Ergo si g, fuerit maior l, erit ex æquali k/maior n: & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem minor, per vigesimamprimã huius quinti. Porrò g,k, sunt æquè multiplices ipsarum a,d, primæ & tertiæ magnitudinis (seruato illationis ordine) l/autem & n, secundæ & quartæ, hoc est ipsarum c,f, æquè rursum multiplices, per constructionem. Est igitur vt prima a/ad secundam c, sic tertia d, ad quartam f: per sextam eiusdem quinti diffinitionem. Si fuerint igitur tres magnitudines, aliæque eisdem æquales: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse. *Aequa ratio in perturbatis.*



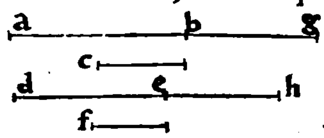
Θεώρημα κδ, Πρόθεσις κδ.

ΕΑν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον: καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Theorema 24, Propositio 24.

24 SI primum ad secundum eandẽ habuerit rationem, & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secũdum eandem rationem & sextum ad quartũ: & composita primum & quintum ad secundum eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

ORONTIVS. ¶Quòd secunda huius quinti, de ratione tantùm proposuit multiplici: hæc indifferenter ad omnem rationum sese extendit similitudinem. Habeat itaq; primùm a/b, ad secũdum c/eandem rationem, quam tertium d/e, ad quartum f: quintum rursus b/g/ ad secundum c, eandem quoque rationem habeat, quam sextum e/h, ad ipsum f/quartum.



Aio, quòd & composita primum & quintum a/ g, eandem rationem habebunt ad idem secũdum c: quam tertium & sextum d/h, ad idem quartum f. Cùm enim sit ex hypothesi, vt b/g/ad c, sic e/h/ad f: & à conuersa itaq; ratione, erit vt c/ad b/g, sic f/ ad e/h, per corollarium quartæ huius quinti. Præterea quoniam ex ipsa hypothesi, est sicut a/b/ad c, sic d/e/ad f: sicut rursum c/ad b/g, sic f/ad e/h. Et ex

a/b.c.b/g. d/e.f.e/h.

æquali igitur, sicut a/b/ad b/g, sic d/e/ad e/h: per vigesimamsecundam huius quinti. Diuisæ itaq; magnitudines a/b, b/g, d/e, & e/h, sunt proportionales. Et compositæ igitur, per decimam octauam ipsius quinti, proportionales erunt: vt a/g/ad b/g, sic d/h/ad e/h. Receptum est autem, sicut b/g/ad c, sic e/h/ad f. Et ex ęquali igitur, per eandem

a/g.g/b.c. d/h.h/e.f.

vigesimamsecundam quinti, sicut a/g/ad c, sic d/h/ad f. Ergo si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum: & quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrare.

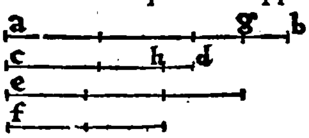
Θεώρημα κε, Πρότασις κε.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονα ἐστίν.

Theorema 25, Propositio 25.

SI quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis maiores erunt. 25

ORONTIVS. ¶ Sint quatuor eiusdem generis magnitudines a/b, c/d, e, & f, inuicem proportionales, sicut quidẽ a/b/ad c/d, sic e/ad f: sitq; a/b/omnium maxima, f/verò minima. Dico quòd a/b/& f, reliquis c/d/& e/sunt minores. Quoniam enim a/b/omnium quatuor supponitur maxima: maior est igitur a/b, ipsa e/magnitudine. A maiori itaque a/b, secetur æqualis ipsi e/minori, per tertiam primi: sitq; a/g. Rursum, quoniam est vt a/b/ad c/d, sic e/ad f, prima autem a/b, maior est tertia e: & secunda igitur c/d, ipsa f/quarta maior erit, per decimamquartam huius quinti. A maiori rursum c/d, secetur ipsi f/æqualis, per eandem tertiam primi: sitq; c/h. Cùm igitur sit vt a/b/ad c/d, sic e/ad f, & æqualis sit a/g/ipsi e, & c/h/ ipsi f: est igitur vt a/b/ad c/d, sic a/g/ad c/h, hoc est, sicut totũ a/b/ad totum c/d, sic ablatum a/g/ ad ablatum c/h. Et reliquum itaq; g/b/ad reliquum h/d/erit, sicut totum a/b/ad totum c/ d: per decimamnonam ipsius quinti. Prima autem a/b/ maior est tertia c/ d: & secunda itaque g/b, maior erit quarta h/d, per ipsam decimamquartam eiusdem quinti. Porrò a/g/æqualis est ipsi e: & c/h/ipsi f, per constructionem. Binæ igitur a/g/& f, duabus c/h/& e, sunt per secundam communem sentẽtiam æquales. Si autem inæqualia æqualibus adiungantur, omnia erunt inæqualia: per quartam communem sententiam. Et quoniam ipsis a/ g/ & f/ additur g/b, ipsis autem c/ h/ & e/ additur h/d, & maior est g/b/ipsa h/d: maiores ergo sunt a/b/ maxima & f/ minima, reliquis c/ d/ & e/ magnitudinibus. Quod receperamus ostendendum.



Quinti libri Geometricorum Elementorum,

FINIS.

Orontij Finæi, Delphinatis, Regij
MATHEMATICARVM PROFESSORIS,
In ſextum Elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

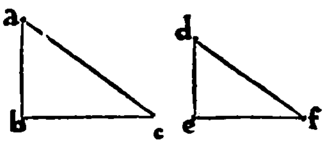
Ὅροι ϛ.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμα ἐστὶν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

Diffinitiones ϛ.

1 SImiles figuræ ſunt, quæ & angulos æquales habent ad vnum, & quæ circa angulos æquales ſunt latera proportionalia.

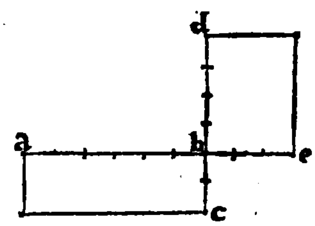
Vtpote, ſi fuerint bina triangula a/b/c, & d/e/f/ inuicē æquiangula, fueritq; angulus qui ad a/ æqualis angulo qui ad d, & qui ad b/ eſt angulus ei qui ad e, atq; is qui ad c/ angulo qui ad f/ reſpondenter æqualis. ſitq; inſuper vt a/b/ latus ad b/c, ſic d/ e/ad e/f: vtq; b/c/ ad c/a, ſic e/f/ ad f/d: atq; demū ſicut c/a/ad a/b, ſic f/d/ad d/e. Huiuſcemodi nanq; triangula, ſimilia nūcupamus: etiam ſi fuerint inæqualia.



Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2 Reciprocæ autem figuræ ſunt, quando in vtraque figura antecedentes & conſequentes termini rationales fuerint.

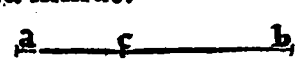
De rectilineis videtur intelligere figuris. quemadmodùm ſi duorum rectilineorum & æquiangulorum a/b/c/& d/b/e, angulum qui ſub a/b/& b/c, ei qui ſub d/b/& b/e/continetur æqualem habētium: fuerit ſicut latus a/b/ad latus b/d, ſic latus e/b/ ad latus b/c: aut ſicut a/b/ad b/e, ſic d/b/ad b/c. Tali nanq; modo fit antecedentium & conſequentium terminorum, hoc eſt, comparatorum adinuicem laterum, quæ circum æquales angulos, reflexa proportio, reciprocáve rationum ſimilitudo: dicuntúrque eiuſcemodi figuræ, cùm adinuicem comparantur, reciprocæ.



Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλαττον.

3 Per extremam & mediam rationem, recta linea diuidi dicitur: quando fuerit ſicut tota ad maius ſegmentum, ſic maius ad minus.

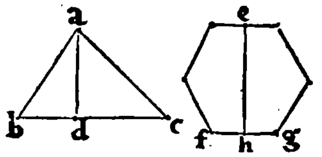
Per extremam & mediam rationem, hoc eſt, per extremos & medios terminos rationum ſimilitudinem conſtituentes. Vtpote, ſi data recta linea a/b/ diuidatur in puncto c: fueritque vt tota a/b/ ad ſegmentum maius b/c, ſic idem ſegmentum b/c, ad reliquum c/a.



Ὕψος ἐστὶ, παντὸς σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4 Altitudo eſt, vniuſcuiuſque figuræ à vertice ad baſin perpendicularis deducta.

Exempli gratia, trianguli a/ b/c/ altitudo, erit a/ d/ recta linea, ab a/vertice ad basin b/c/ perpendiculariter incidens. Et hexagoni e/f/g/altitudinem, ostendet perpendicularis e/h, quę ab e/vertice, in basin f/g/deducitur.



¶Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσί τινας.

Ratio ex duabus raionibus, aut ex pluribus constare dicitur: quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quantitatem. 5

De cōpositione rationum, interpretatio notanda.

Expressimus diffinitione tertia libri quinti, quídnam rationem adpellemus: quot insuper rationum fuerint species siue differentiæ, atq; singula in vniuersum comprehensa rationum discrimina. Nunc porrò diffinit Euclides, quónam modo ratio ex rationibus componi, seu constare dicatur. Ea nanq; ratio ex rationibus constat, siue componitur: quarum quantitates inuicem multiplicatæ illam efficere videntur. De ea rationis compositione, seu rationalium terminorum illatione, hic minimè velim intelligas: quam decimaquarta libri quinti diffinitione, compositam rationem adpellauimus: acceptionem videlicet antecedentis cum consequēte, sicut vnius, ad ipsum consequens. Aliud siquidem est, rationem ex rationibus componere: aliud verò in proportionibus, à diuisis rationum terminis ad coniunctos siue compositos, rationum subinferre similitudinem. ¶Ait igitur Euclides, rationem ex binis aut pluribus rationibus componi, siue constare: cùm datarum rationum quantitates fuerint adinuicem multiplicatæ, & aliam quampiam genuerint rationis quantitatem. Ea enim quantitas, rationem exprimit, quæ ex datis rationibus procreatur. Fit autem huiuscemodi quātitatum multiplicatio, inter duarum tantummodò rationum quātitates. Nam vbi plures sese obtulerint rationes: ea in primis colligatur ratio, quæ ex multiplicatione duarū primarum quantitatum generatur. Ex hac postmodùm ratione & sequente tertia, alia ratio procreanda est.

Diffinitionis interpretatio.

Vbi plures duabus extiterint rationes.

Hinc rursum, per quantitatum huiusce rationis & succedentis quartæ multiplicationem, consurgens ratio tandem eliciatur. Idque deinceps, pro datarum rationum multitudine: siue datæ rationes eiusdē, aut diuersæ fuerint speciei, & sub cōtinua aut discontinua ordinatáve seu perturbata proportione constitutæ. Adde quòd hæc intelligenda sunt, de rationibus quæ simul maioris, vel simul minoris sunt inæqualitatis. Nam si vna propositarū rationum foret maioris, altera verò minoris inæqualitatis: tunc quantitas maioris, per quātitatem minoris veniret diuidenda: resultans enimquantitas, procreatā inde rationem ostendet. Quod nemo hactenus animaduerterat. ¶Quantitates autem rationū hic vocat Euclides, non illas quæ sub datis continētur rationibus: sed eas quantitates, à quibus rationes ipsæ denominantur. Vt in discretis duo, à quibus dupla: tria, à quibus tripla: & quatuor, vnde quadrupla ratio in multiplicibus exprimitur. Aut in superparticularibus vnum & dimidium, à quo sesqualtera: vnum & tertium, à quo sesquitertia: vnum insuper & quartum, vnde sesquiquarta ratio nomēclaturam accipit. Item vnum & duo tertia, vnde rationem superbipartientem tertias: atq; vnum & tria quarta, ex quibus supertripartientem quartas in superpartientibus adpellamus. Haud alienum habeto iudicium, de rationibus ex multiplici & superparticulari ratione, aut ex multiplici & superpartiente compositis: & datis quibuscunq; singularum quinque rationalium specierum differentijs. Necnon & de surdis irrationalium quantitatum rationibus: quæ ex surdis itidem & ignotis rationibus constare videntur.

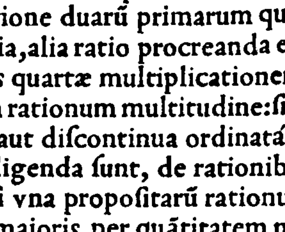
Notandum.

Quænam sint rationū quantitates.

¶ESTO, LVCIDIORIS INTELLIGENTIAE GRATIA, DAta in exemplum ratio multiplex, ipsius inquàm a/ad b/dupla: ponatúrque inter a/& b, alia quædam magnitudo c, subsesquitertia ipsius a, & sesqualtera ipsius b. Aio rationem a/ad b, componi siue constare, ex ratione a/ad c, & ratione c/ad b. Nam si quantitas rationis a/ad c, vtpote vnum & tertium, per rationis quātitatem ipsius c/ad b, vnum inquàm & dimidium multiplicetur: prouenient duo, à quibus dupla ratio (quam habet a/ad b) nominatur. Cùm enim c/magnitudo ad a/magnitudinem sit subsesquitertia, ad b/autem sesqualtera: qualium igitur partium c/est trium, talium necessum est a/fore quatuor, & b/duarum similium. Habet igitur a/ad b/rationem, quam quatuor ad duo: & proinde duplam, ex sesquitertia ipsius a/ad c, &

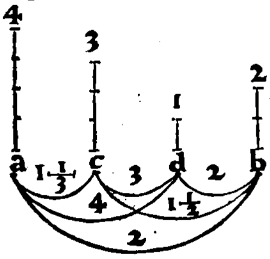
Exemplū ubi ratio multiplex ex binis componitur rationibus.

Exempli demonstratio.



sesqualtera ipsius c/ad b/resultantem. ¶Sit rursum in maiorem expressionem, inter c/& b/ alia quædam magnitudo d, subtripla ipsius c, ipsius autem b/subdupla. Aio quoq; rationem a/ad b, ex rationibus a/ad c, & c/ad d, atque d/ad b/constare. Duco enim vnum & tertium rationis a/ad c/denominatorem, in tria denominatorem triplæ, quæ est c/ ad d: fient quatuor, ostendentia a/ad d/quadruplam obtinere rationem. Et quoniam d/ad b/ratio, minoris est inæqualitatis, nempe subdupla: diuidã quatuor, à quibus nominatur quadrupla, per duo ipsius subduplæ denominatorem: prouenient enim duo, duplam (quæ est ipsius a/ad b) rationem denominantia. Nam cum d/subduplum sit ipsius b, & subtriplum ipsius c: qualium igitur d/est vnum, talium b/est duorum, & c/trium similium. Item quoniam a/ad c est sesquitertium: qualium propterea c/est trium, a/erit quatuor. Sed qualium c/est trium, b/duorũ esse deductum est: qualium itaq; b/est duorum, a/quatuor erit similium. Quatuor rursum ad duo, rationem habent duplam, qualem a/ad b/obtinere supposuimus.

Exemplũ ubi tres rationes (quarum una minoris est inæqualitatis) eandem componunt multiplicem.

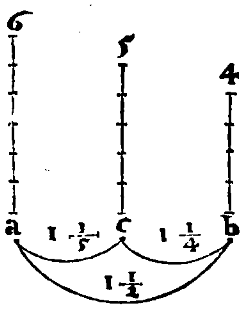


Ostensio eiusdem exempli.

¶Sed demus exemplum in ratione superparticulari: sitque a/ad b/sesqualtera, ad c/autem sesquiquinta, & c/ad b/sesquiquarta. Dico rationem sesqualterã, ex sesquiquarta & sesquiquinta resultare. Si nanq; multiplicaueris vnum & quartum, per vnũ & quintũ: proueniet vnum & dimidium, à quibus sesqualtera ratio denominatur. Cùm enim c/subsesquiquintum sit ipsius a, & sesquiquartum ipsius b: qualium ergo partium c/est quinq;, talium a/erit sex, & b/quatuor similium. habent autem sex ad quatuor, veluti a/ad b, rationem sesqualteram.

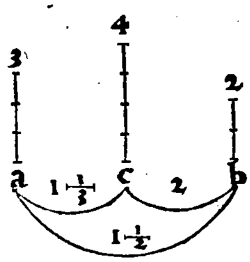
Exemplum de ratione superparticulari.

Inductio.



¶Quòd si c/ magnitudo fuerit ipsius a/sesquitertia, & dupla ipsius b, vt in secunda figura: non multiplicabis vnum & tertium subsesquitertiæ (quæ est a/ad c) denominatorem, per duo, à quibus dupla ratio ipsius c/ad b/denominatur. Diuides itaque duo, per vnum & tertium: propterea quòd a/ad c/ratio minoris sit inæqualitatis. Vnum igitur & tertium, efficiũt quatuor tertia: duo autem, tertia sex. Diuide itaq; sex per quatuor: proueniet vnum & dimidium, sesqualteræ rationis (quæ est a/ad b) denominator. Nam cùm c/ ad a/ sit sesquitertium, ad b/ autem duplum: qualium proinde partium c/est quatuor, talium a/ est trium, & b/duarum similium. Ratio igitur a/ad b, est vt tria ad duo, quæ sesqualtera nuncupatur.

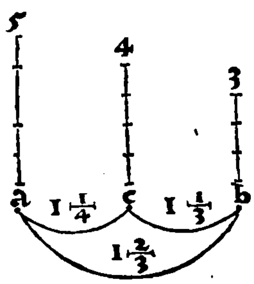
Aliud exemplũ superparticularis, ubi una rationum minoris est inæqualitatis.



Exempli declaratio.

¶Idem in superpartiente ratione tandem obseruari videbis. Sit enim a/ ad b/ superbipartiens tertias: & inter a/& b/incidat c, subsesquiquartũ ipsius a, & sesquitertium ipsius b. Dico iam rationem a/ ad b, componi ex ratione a/ ad c/ sesquiquarta, & sesquitertia ipsius c/ad b. Multiplicetur enim vnum & quartum, per vnum & tertium: fiet vnum & duo tertia, vnde superbipartiẽs tertias (quæ est ipsius a/ad b) denominatur. Oportet enim propter rationum hypotheses, qualium partium c/fuerit quatuor, talium b/ fore trium, & a/quinque similium. Quinque porrò ad tria, eam seruant rationem, quam a/ad b: nempe superbipartientem tertias.

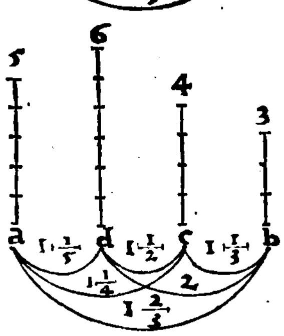
Exemplum de superpartiẽtis compositione.



Ostensio exempli.

¶Quòd si inter a/& c/inciderit magnitudo d, sesquiquĩta ipsius a, & ipsius c/sesqualtera. Ratio a/ad b, ex rationibus a/ad d, & d/ad c, atque c/ad b/itidem componetur. Duco enim vnum & tertium rationis c/ad b/denominatorem, in vnum & dimidium denominatorem rationis quam habet d/ad c: fient duo, à quibus ratio d/ad b/denominatur, vtpote dupla. At quoniam a/ad d/ratio minoris est inæqualitatis, nempe subsesquiquinta: diuidam ipsa duo per vnum & quintum, in hunc modum. vnum & quintum, efficiunt quinta sex: & duo, vertuntur in decem quinta. Diuido ergo decem per sex: proueniũt vnum & duo tertia, à quibus ratio a/ad b/denominãda est, quæ superbipartiens tertias adpellatur. Idem quoq; per superius expressam partiũ cũ rationibus datis, & rationũ cum partibus respondentiam,

Aliud superpartiẽtis exẽplum, ubi una rationum minoris est inæqualitatis.



Sũmaria exẽpli recollectio.

deducere vel facilè licebit: qualium enim partium c/fuerit quatuor,& d/sex, talium b/erit trium , & a/ quinque similium . Hinc rursum consurgit a/ ad b/ ratio , vt quinque ad tria.

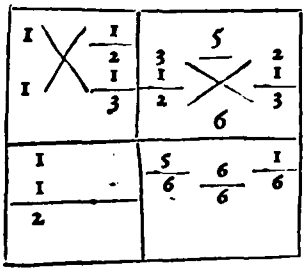
Notandum.

De fractionũ astronomicarum commoditate, in rationum compositionibus.

¶Porrò si forsitan in hac partium quotarum, seu fractionum vulgarium multiplicatione minus fueris exercitatus, consulito librum secundum nostræ Arithmeticæ practicæ. Nec volumus te latere, huiuscemodi quantitatum (à quibus datæ rationes nominantur) tum expressionem, tum etiam multiplicationẽ, per astronomicas, hoc est sexagenarias integrorum fractiones(quæ scrupula, seu minuta vocant)indifferẽter absolui posse: de quibus libro tertio eiusdẽ Arithmeticæ nostræ abundè tractauimus. Est enim sexagenarius numerus, propter partium quotarum in eo contentarum multitudinem, omnibus rerum supputationibus indifferenter adcommodus.

Primi exẽpli supputatio, per fractiones uulgares.

¶Conferamus in exemplum vtrunque calculum: & primam rationis compositionem, vbi rationem a/ad b/duplam, ex sesqualtera & sesquitertia constare monstrauimus, rursum examinemus. Multiplico itaq; vnum & dimidium, per vnum & tertium, in hunc qui sequitur modum. Duco primùm integra in sese: fit vnũ integrum. Deinde numeratorem fractionis multiplicandæ, in integrum multiplicantis: atq; numeratorem multiplicantis, per integrum multiplicandæ: procreabuntur enim fractiones prioribus haud dissimiles, vtpote dimidium, & vnum tertium, quæ reducta ad vnam fractionem simplicem, efficiunt quinque sexta. Tandem multiplico fractiones ipsas adinuicem, numeratores quidem per sese, atq; denominatores : fiet vnum tantummodò sextum. Compono vnum sextum & quinque sexta: consurgunt sexta sex , quæ vnum valent integrum priori integro adijciendum. Resultabunt itaque duo integra, à quibus proposita ratio dupla denominatur.



Eiusdẽ exempli supputatio, per fractiones astronomicas.

¶Verùm idem per astronomica inquiramus scrupula siue minuta . Denominator itaque sesqualteræ rationis, erit vnum integrum, & triginta integri minuta: ipsius verò sesquitertiæ rationis denominator, vnum itidem integrum & minuta viginti. Sunt enim triginta, dimidium: viginti autem, tertium sexagenarij numeri. Duco igitur triginta minuta, in minuta viginti: fiunt secunda sexcenta, quæ diuisa per sexaginta, restituunt decẽ minuta. hæc subscribo suo loco. Deinde multiplico vnum integrũ per ipsa viginti minuta: redeunt minuta viginti. hæc noto sub prioribus decem minutis. Postea duco triginta minuta in vnum integrum: restituuntur minuta triginta (nam fractio per integra multiplicata, similem videtur producere fractionem) . Quibus subnotatis, multiplico integra adinuicem: & vnum tantummodò restituitur integrum. Compono tandem decem, viginti & triginta minuta: consurgunt sexaginta, quæ vnum valent integrum priori demum adiungendum . Proueniunt igitur ex hac quantitatum multiplicatione duo integra , à quibus dupla ratio (quæ erat a/ ad b) venit denominanda. In cæteris respondenter facito, siue vulgaribus , siue astronomicis iuuet vti fractionibus.

Integra.	Minuta.	Secũda.
1	30.	00
1	20.	00
	10	$\cancel{6}00$
	20	10
1	30	$\cancel{6}\cancel{0}0$
2		6

Alius modus componendi rationes adinuicem.

¶EST ET ALIVS RATIONALIVM QVANTITATVM multiplicandi modus, ipsis potissimùm numeris, ad numerúmve relatis quantitatibus peculiaris, siue numeri ipsi in maioris aut minoris inæqualitatis ratione proponantur . Nam ex eorundem numerorum sub datis rationibus constitutorũ multiplicatione, numeri procreantur, sub composita, vel inde constante ratione se habentes. Multiplicandi sunt itaq; primùm antecedentes numeri adinuicem: & antecedẽs ipsius compositæ rationis efficietur. Deinde consequentes itidem inter sese ducendi, vt consequens eiusdem rationis generetur .

Primum exemplum de compositione multiplicis.

¶Repetatur in maiorem singulorum euidentiam, antecedẽtis primæ compositionis exemplum: sintque rursum numeri, tria ad duo in ratione sesqualtera, & quatuor ad tria in sesquitertia ratione constituti . Duc igitur antecedentes numeros inter sese, vtpote quatuor in tria: fient duodecim , quæ pro generatæ rationis antecedente subnotabis. Postea consequentes, hoc est tria & duo, inuicem multiplicato: fient sex, eiusdẽ productæ rationis cõsequentẽ exprimẽtia numerũ. Atqui duodecim ad sex, duplam constat obtinere rationem, ex sesqualtera & sesquitertia resultãtem.

Ratio	sesqualtera.	3——2
	sesquitertia.	4——3
Dupla ex eisdem cõposita		12——6

Secundũ exẽplũ, de compositione superparticularis.

¶Sint rursum binæ rationes, altera quidem subsesquitertia, vt trium ad quatuor: altera verò dupla, veluti

Ratio	Subſeſquitertia.	3—4
	Dupla.	4—2
Seſqualtera ratio.		12—8

quatuor ad duo. Si compoſitam ex his volueris obtinere rationem, ducito tria in quatuor, vnum videlicet antecedentium in reliquum: fient duodecim. Poſtmodùm ipſa conſequentia inuicem multiplicato, vtpote quatuor in duo: fient octo. Porrò duodecim ad octo, ſeſqualteram rationem obſeruant, qualem exemplo quarto (denominatorem duplæ, per ipſius ſubſequitertiæ denominatorem diuidendo) reperimus. ¶Haud diſſimiliter ex ſeſquiquarta & ſeſquitertia, veluti quinque ad quatuor, & quatuor ad tria, ſuperbipartiẽs tertias producetur: quemadmodùm obiecta monſtrat formula. Ex antecedentium nanque multiplicatione, fient viginti: ex multiplicatione verò conſequentium, duodecim. continent autem viginti ſemel duodecim, & duo inſuper eorundẽ tertia. ¶Et proinde non minus facilè colligemus, ex quintupla & ſubdupla ratione, conflari duplam ſeſqualteram: necnon ex dupla & ſeſquitertia, duplam ſuperbipartientem tertias reſultare. Sed hæc de rationum compoſitione, ſiue rationalium quantitatum multiplicatione, ſint ſatis.

Tertium exẽplum de compoſitione ſuperpartientis.

Ratio	ſeſquiquarta.	5—4
	ſeſquitertia.	4—3
Superbipartiens tertias.		20—12

Ratio	Quintupla.	5—1	Ratio	Dupla.	2—1
	Subdupla.	2—4		Seſquitertia.	4—3
Dupla ſeſqualtera.		10—4	Dupla ſuperbipartiens tertias		8—3

¶ *Corollarium.*

¶HINC FIT MANIFESTVM, QVOD SI A QVALIBET ratione compoſita, vnaquæq; componentium ſubtrahatur: proſiliet ipſarum componentium reliqua. Subtrahitur quidem ratio, non omnis indifferenter à qualibet: ſed minor tantùm à maiori. Hæc autem rationum diſgregatio per diuiſionem, ſicuti compoſitio per multiplicationem abſoluitur: idq; rurſum dupliciter. ¶In primis enim, ſi compoſitæ rationis denominatorem, per denominatorem alterius componẽtium diuiſeris: habebis reliquæ rationis denominatorem, ſiue numeros in relicta ratione conſtitutos. Oportet autem (vbi alterius vel vtriuſque rationis denominator, integro & fracto exprimetur numero) ipſa integra ad ſimile genus denominationis cum propria, vel occurrente fractione reducere: poſtea numeratorem diuidendæ rationis, per communem multiplicare denominatorem, fiet enim relictæ rationis numerator. Deinde numeratorem diuidentis, in eundem communem denominatorem ducere, nam eiuſdem relictæ rationis prodibit denominator. Quemadmodùm ex ſecundo libro noſtræ deprehendere potes Arithmeticæ. ¶Reſumatur in exemplum ratio dupla, ex ſeſquitertia & ſeſqualtera reſultans: ſitque propoſitum alteram componentium, vtpote ſeſquitertiam, ab ipſa dupla ratione ſubducere. Denominator itaque ſeſquitertiæ, eſt vnum & tertium, quæ quatuor efficiunt tertia: duo autem, à quibus dupla denominatur ratio, conficiunt tertia ſex. Diuide itaq; ſex tertia, per quatuor tertia, in hunc modum. Duc ſex in tria, fient decem & octo: & rurſum quatuor per tria multiplicato, fient duodecim. Et quoniam decem & octo continent ſemel duodecim, & alteram eorundẽ partem: relicta itaq; ratio, ſeſqualtera eſt.

De ſubtractione rationum adinuicem.

Primus mod⁹.

Primum exemplum.

$$\frac{6}{3} \times \frac{4}{3} \qquad \frac{18}{12}$$

¶Detur rurſum ſeſqualtera ratio, à qua velis auferre ſeſquiquintã. Ex vno itaq; & dimidio, à quibus ſeſqualtera denominatur, fiunt tria ſecũda: ex vno autẽ & quinto, ipſius ſeſquiquintę denominatatore, fiunt quinta ſex. diuidenda ſunt igitur tria ſecunda, per ſex quinta. Duc itaq; tria in quinq;, fient quindecim: poſtea ſex in duo multiplicato, proueniẽt duodecim. Et quoniã quindecim ad duodecim, rationẽ habẽt ſeſquiquartã: idcirco relicta ratio, ſeſquiquarta dicetur. Nã ex ſeſquiquarta & ſeſquiquinta ratione, ſeſqualtera (veluti ſuprà deduximus) generatur.

Secundũ exẽplum.

$$\frac{3}{2} \times \frac{6}{5} \qquad \frac{15}{12}$$

¶POTERIS ET IDEM PER NVMEROS IN DATIS RAtionibus conſtitutos reſpondenter abſoluere. Dentur enim rurſum numeri, ſub antecedentibus rationibus conſtituti, vtpote duo ad vnum in dupla, & quatuor ad tria in ſeſquitertia ratione ſe habentes: ſitque veluti prius, ſeſquitertia ab ipſa dupla ratione ſubducenda.

Alius ſubtrahendi modus rationes adinuicem.

2	1	Dupla, diuidentia.
4	3	Seſquitertia.
6	4	Seſqualtera, relicta.

Scribatur in primis ſeſquitertia, ſub eadem ratione dupla. Poſtea multiplicato duo in tria, hoc eſt, antecedens diuidendæ rationis, in conſequens diuidẽtis: fient ſex. Rurſum ducito vnũ in quatuor, vtpote cõſequens ipſius diuidendę

Aliud exemplum.

rationis, in diuidentis ancedens: fient quatuor. A ratione igitur quam habent sex ad quatuor, relicta ratio denominanda est: quæ rursum ostenditur sesqualtera. ¶Subducamus rursum ad maiorem singulorum respondentiam, à sesqualtera ratione, præfatam rationem sesquiquintam. Propone itaque tibi numeros sub datis rationibus constitutos: vtpote, tria ad duo in sesqualtera, & sex ad quinque in sesquiquinta. Et posita sesquiquinta sub sesqualtera: ducito tria in quinque, fient quindecim. postea multiplicato duo per sex, prouenient duodecim. Habent autem quindecim ad duodecim, rationem sesquiquartam, qualem superius offendimus. Haud aliter, de cæteris quibuscunque inuicem subducendis facito rationibus. & si minus in hoc genere calculi fueris exercitatus, ad caput secundum libri quarti ipsius Arithmeticæ nostræ confugito.

3	2	sesqualtera ratio.
6	5	sesquiquinta.
15 —	12	sesquiquarta.

Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

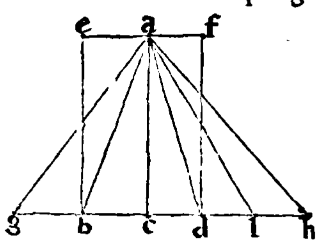
Theorema 1, Propositio 1.

Triangula & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem sunt, vt bases. 1

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/ & a/c/d, totidémq; parallelogrã ma e/c/ quidem atq; c/f, sub eadem altitudine, seu perpendiculari ex a/ vertice in b/d/ basin incidente constituta. Aio in primis, triangulum a/b/c/ ad triangulum a/c/d/ se habere, veluti basis b/c/ ad basin c/d. Cùm enim e/c/ & c/f/ parallelogramma, in eadem sint altitudine: in directum est igitur e/a/ ipsi a/f, atq; b/c/ ipsi c/d, & proinde e/f/ ipsi b/d/ parallela. Producatur igitur recta b/d/ ex vtraque parte in continuum rectúmque, ad g/ & h/ puncta: per secundum postulatum. Secetur deinde b/g, æqualis ipsi b/c: necnon d/l/ & l/h, ipsi c/d/ æquales: per tertiam primi. & per primum postulatum, connectantur a/g, a/l, & a/h/ lineæ rectæ. Cùm itaque g/b, ipsi b/c/ sit æqualis: erunt triangula a/g/b/ & a/b/c/ in basibus æqualibus, & in eisdem parallelis e/f/ & g/h/ constituta: & propterea inuicem equalia, per trigesimamoctauam primi. & proinde a/c/d, a/d/l/ & a/l/h/ triangula, æqualia quoque erunt adinuicẽ. Quotuplex igitur est g/c/ basis, ipsius b/c: totuplex est triangulũ a/g/c, ipsius a/b/c/ triãguli. quotuplex rursum est c/h/ basis, ipsius c/d: totuplex est & a/c/h/ triangulum, ipsius trianguli a/c/d. Si basis itaque g/c, maior est basi c/h: erit a/g/c/ triangulum, triãgulo a/c/h/ proportionaliter maius. Et si g/c/ & c/h/ bases, fuerint inuicem æquales: erunt a/g/c/ & a/c/h/ triangula, æqualia quoque adinuicem. Quòd si basis g/c, minor extiterit basi c/h: erit & a/g/c/ triangulum, ipso a/c/h/ triangulo æquè itidem minus. Quatuor itaque magnitudinum, duarum inquàm basium b/c/ & c/d, totidémque triãgulorum a/b/c/ & a/c/d, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ: necnon secundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia. Et sicut multiplex primæ magnitudinis, ad multiplex secundæ, hoc est, g/c/ basis, ad basin c/h: sic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ, vtpote a/g/c/ triangulum, ad triangulum a/c/h, se habere præostensum est. Sicut igitur prima, ad secũdam prædictarum magnitudinum: sic tertia ad quartam, per sextam ipsius quinti diffinitionem. Vt basis ergo b/c, ad basin c/d: sic triangulum a/b/c, ad triangulum a/c/d. Quod prius veniebat ostendendum.

Figuræ constitutio.

Prima deductio theorematis, de triangulis.



g/c.	c/h.	a/g/c.	a/c/h.
b/c.	c/d.	a/b/c.	a/c/d.

Secunda theorematis resolutio, de parallelogrammis.

¶Insuper quoniam a/b/c/ triangulum, & parallelogrammum e/c, in eadem sunt basi, & in eisdem parallelis constituta: duplum est e/c/ parallelogrammum, ipsius a/b/c/ trianguli, per quadragesimamprimã primi: & propterea c/f/ parallelogrammum, ipsius trianguli a/c/d/ itidem duplum. Sunt igitur e/c/ & c/f/ parallelogramma, ipsorum a/b/c/ & a/c/d/ triangulorum æquè multiplicia. Partes autem æquè multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem: per decimãquintam quinti. Vt igitur a/b/c/ triãgulum, ad triangulum a/c/d: sic parallelogrammum e/c, ad c/f/ parallelogrammum. Ostensum est autem a/b/c/ triangulum, ad triãgulũ a/c/d/ se habere, veluti b/c/ basis, ad basin c/d. Binæ itaque rationes, vtpote b/c/ basis, ad

b/c. c/d.	a/b/c. a/c/d.	e/c. c/f.

basin c/d, atque parallelogrammi e/c/ ad c/f/parallelogrammum, eædem sunt cum ratione ipsius a/b/c/trianguli, ad triangulum a/c/d. Quę autem eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem: per vndecimam eiusdem quinti. Est igitur vt basis b/c, ad basin c/d: sic parallelogrammum e/c, ad c/f/ parallelogrammum. Poterit & ipsorum parallelogrammorum ratio, quemadmodùm & triangulorum, seorsum demonstrari: descriptis super g/b, d/l, & l/h/basibus, & in eadem altitudine parallelogrammis. Triangula itaque & parallelogrāma, quæ sub eadē sunt altitudine: ad se inuicē sunt, vt bases. Quod erat ostendendum. *Notandum.*

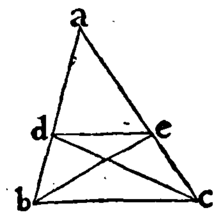
Θεώρημα β, Πρότασις β.

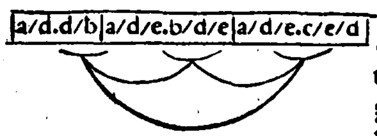
Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς: καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσαι τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

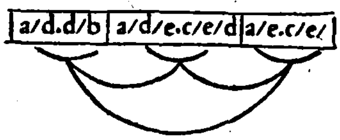
Theorema 2, Propositio 2.

2 SI trianguli ad vnum laterum acta fuerit aliqua recta linea parallela: proportionaliter secat ipsius triāguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: ad segmenta connexa recta linea, parallela ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

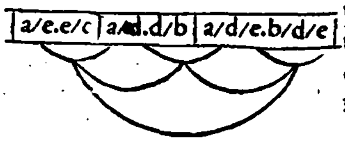
ORONTIVS. ¶In triangulo enim a/b/c, agatur recta d/e, ipsi b/c/lateri parallela. Dico primùm ipsam d/e, secare a/b/ & a/c/latera proportionaliter: sicut quidem a/d/ad d/b, sic a/e/ad e/c. Connectantur enim b/e/ & c/d/lineæ rectæ: per primum postulatum. Erunt itaque b/d/e/ & c/e/d/ triangula, in eadem basi d/e, ac in eisdem parallelis b/c/ & d/e: & proinde inuicē æqualia, per trigesimamseptimam primi. Est autem & a/d/e, aliud quoddam triangulum. Idem porrò triangulum, ad æqualia triangula eandem habet rationem: per septimam quinti. Ergo sicut a/d/e/triangulum, ad triangulum b/d/e: sic idem triangulum a/d/e, ad c/e/d/triangulum. Est autem a/d/e/triangulum, ad triangulum b/d/e, veluti basis a/d/ad basin d/b: per primam huius sexti. sunt enim sub eodem vertice e, & proinde sub eadem altitudine. Et sicut igitur basis a/d, ad basin d/b: sic a/d/e/ triangulum, ad triangulum c/ e/ d, per vndecimam quinti. Sicut rursum a/d/e/ triangulum, ad triangulum c/e/d: sic basis a/e, ad basin e/c, per eandem primam huius sexti. sunt enim a/d/e/ & c/ e/d/ triangula sub eodem vertice d: & sub eadem consequenter altitudine. Et sicut igitur a/d/basis, ad basin d/b: sic basis a/e, ad basin e/c, per eandem vndecimā quinti. Secat ergo d/e/parallela, ipsa a/b/ & a/c/latera, in punctis d/ & e/proportionaliter. *Prima theorematis pars.*

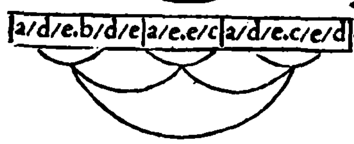






¶Sed iam esto vt a/d/ad d/b, sic a/e/ad e/c: & cōnectatur recta d/e, per primum postulatū. Aio versa vice, d/e/ipsi b/c/fore parallelā. Cōnexis enim (veluti prius) b/e/ atq; c/d/rectis, per idem primū postulatum: erit rursum, per primā huius sexti, triangulum a/d/e/ad triangulū b/d/e, veluti basis a/d/ad basin d/b. At sicut a/d/ad d/b, sic per hypothesin a/e/ad e/c. Et sicut igitur per vndecimam quinti, a/e/ad e/c: sic a/d/e/ triangulū, ad triangulum b/d/e. Sicut rursum per eandem primam sexti, a/e/basis, ad basin e/c: sic idem triangulū a/d/e, ad triangulum c/e/d. Et proinde sicut a/d/e/triangulum, ad triangulū b/d/e: sic idem triangulum a/d/e, ad triangulum c/e/d, per vndecimam ipsius quinti. Idem ergo triangulū a/d/e, ad ipsa b/d/e/ & c/e/d/triangula, eandē habet rationem. Ad quæ autē triangula idem triangulum eandem habet rationem: & ipsa sunt inuicem æqualia, per nonam eiusdem quinti. Aequum est igitur b/d/e/triangulum, ipsi c/e/d/triangulo. Quæ cùm in eadem sint basi d/e, & ad easdem partes: & in eisdem quoque sunt parallelis, per trigesimamnonam primi. Parallela est itaq; d/e, ipsi b/c. Si trianguli ergo ad vnum latus: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat. *Partis secūdæ demonstratio.*





Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

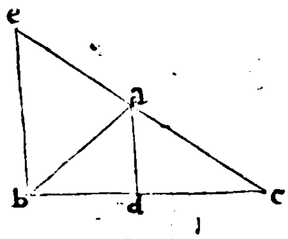
Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν· τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Theorema 3, Propoſitio 3.

SI trianguli angulus bifariam ſecetur, diſpeſcens autem angulum recta linea ſecuerit & baſin: baſis ſegmenta eandem habebunt rationem, reliquis ipſius trianguli lateribus. Et ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem, reliquis ipſius trianguli lateribus: à vertice ad baſin coniuncta recta linea, bifariam diſpeſcit trianguli angulum. 3

Figuræ compoſitio.

ORONTIVS. ¶ Sit datum a/b/c/triangulum, cuius angulus b/a/c/bifariam ſecetur, per nonam primi: recta quidem a/d, baſin ipſam b/c/itidem ſecante in puncto d. Aio quòd b/d, ad d/c/ſe habet: vt b/a, ad a/c. Per datum enim punctum b, datæ rectæ lineæ a/d, parallela ducatur b/e, per trigeſimamprimam primi: producatúrque c/a/recta, per ſecundum poſtulatum, donec conuenerit in punctum e/cum ipſa b/e, fecerítque triangulum b/e/c. Conueniet autem c/a/cum b/e, per quintum poſtulatum: propterea quòd anguli e/b/c/& b/c/e, duobus rectis ſunt minores. nam angulus e/b/c, exteriori & oppoſito a/d/c, per vigeſimamnonam primi eſt æqualis: & duo anguli a/d/c/& d/c/a/ trianguli a/d/c, binis rectis minores exiſtunt, per ipſius primi decimamſeptimam:



Primæ partis oſtenſio.

His ita conſtructis, quoniam in parallelas a/d/& b/e, rectæ incidunt a/b/& e/c: æqualis eſt angulus a/b/e/alterno b/a/d, necnō interior a/e/b/exteriori & ex oppoſito d/a/c, per vigeſimamnonam primi. Atqui b/a/d/& d/a/c/anguli, ſunt inuicē per hypotheſin æquales: duo itaque anguli a/b/e/ & a/e/b, æquales proinde ſunt adinuicem. hinc latus a/ b, lateri a/e, per ſextam primi, æquale. Trianguli demùm b/e/c, ad latus b/e/acta eſt parallelus a/d, per conſtructionem: ſecat igitur a/d/proportionaliter ipſius trianguli latera, per ſecundam huius ſexti, ſicut quidem b/d, ad d/c, ſic e/a, ad a/c. Ipſi porrò e/a, oſtēſa eſt æqualis b/a. æquales autem ad eandem, eandem habent rationem: per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur b/d, ad d/c: ſic b/a, ad a/c. ¶ Sit autem vt b/d/ad d/c, ſic b/a/ad a/c: & cōnectatur a/d/recta, per primum poſtulatum. Dico verſa vice, quòd a/d/ recta bifariam diſcindit angulum b/a/c.

Pars ſecunda theorematis, conuerſa primæ.

Conſtructa enim vt prius figura, quoniam ex hypotheſi receptum eſt, ſicut b/d/ad d/c, ſic b/a/ad a/c. ſed per ſecundam huius ſexti, ſicut b/d/ad d/c, ſic e/a/ad a/c: in triangulo enim b/e/d, ad latus b/e/ acta eſt parallelus a/d. Binæ itaque rationes, b/a/ inquàm ad a/c, & e/a/ ad a/c, eidem rationi b/d/ad d/c/ſunt eædem: & propterea eædem adinuicem, per vndecimam quinti. Et ſicut igitur b/a/ad a/c, ſic e/a, ad eandem a/c. Quæ autem ad eandem, eandem habent rationem: æquales ſunt adinuicem, per nonam ipſius quinti. Aequalis eſt itaque b/a, ipſi e/a: & proinde qui ad baſin b/e/ſunt anguli, adinuicem æquales, per quintam primi, hoc eſt, a/b/e/ipſi a/e/b. Et quoniam parallela eſt a/d/ipſi b/e, & in eas incidunt a/b/& e/c/lineæ rectæ: æqualis eſt angulus b/a/d/alterno a/ b/ e, necnon & exterior angulus d/a/c/ interiori & ex oppoſito a/e/b, per vigeſimamnonam ipſius primi. Oſtenſum eſt autem, angulos a/b/e/& a/e/b/ fore inuicem æquales. quæ verò æqualibus æqualia ſunt, ea quoque inuicem ſunt æqualia: per primæ communis ſententiæ interpretationem. Aequalis eſt igitur angulus b/a/d, angulo d/a/c. Et proinde angulus b/a/c, ſub a/d/recta bifariam diſcinditur. Si trianguli itaque angulus bifariam ſecetur: & quæ ſequuntur reliqua. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.

b/a.a/c.	b/d.d/c.	e/a.a/c.

Θεώρημα δ, Πρόθεσις δ.

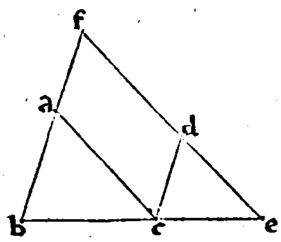
Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Theorema 4, *Propositio* 4.

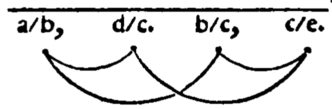
4 AEquiangulorũ triangulorum, proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos:& similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

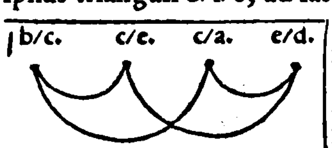
ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula inuicem æquiangula, a/b/c/& d/c/e: sitq; angulus a/b/c/æqualis angulo d/c/e,& b/a/c/angulus ipsi c/d/e,atque a/c/b/ipsi angulo d/e/c. Aio latera ipsorum triangulorum a/b/c/& d/c/e/quæ circum æquales angulos, fore proportionalia:& quæ angulis subtenduntur æqualibus,eiusdem esse rationis,sicut quidẽ a/b/ad b/c, sic d/c/ad c/e, sicútque b/c/ ad c/a, sic c/e/ ad e/d, atque sicut c/a/ ad a/b, sic e/d/ad d/c. Constituatur enim in directum bina eorundem triangulorum latera, ea scilicet quæ æqualibus subtenduntur angulis:vtpote b/c/latus,in directum ipsius c/e.id autẽ efficietur, cùm anguli b/c/d/& d/c/e, binis rectis fuerint æquales,per decimamquartam primi. Producantur insuper b/a/& e/d/latera in rectum & continuum ad partes a/& d,per secundum postulatum: donec tandem in vnum congrediantur punctum. Id enim per quintum postulatum euenire necessum est:propterea quòd anguli a/b/c/& a/c/b, duobus rectis per decimamseptimam primi sunt minores:& angulus d/e/c/angulo a/c/b/per hypothesin est ęqualis. Ex quo fit, vt anguli a/b/e/& d/e/b,eisdem angulis a/b/c/& a/c/b/sint æquales:& proinde binis rectis itidem minores. Et quoniam ex hypothesi angulus d/c/e,interiori & opposito ad easdem partes a/b/c/est æqualis angulo, necnon & a/ c/ b/ ipsi d/ e/ c/ itidem interiori & opposito æqualis : parallela est igitur c/d/ipsi b/f,& a/c/ipsi f/e, per vigesimamoctauam primi. Parallelogrammum est itaque a/c/d/f: & proinde a/c/latus opposito f/d/ æquale, similiter & a/f/ipsi c/d,per trigesimamquartã eiusdem primi. His ita cõstructis,quoniam trianguli b/f/e,ad latus f/e,acta est parallela a/c:secat igitur a/c,ipsius trianguli latera proportionaliter,per secundam huius sexti:sicut quidem b/a/& a/f, sic b/c/ad c/e. & æqualis ostensa est a/f,ipsi c/d.æquales autem ad eandem, eandem habent rationem:& eadem ad ęquales,per septimam quinti.Et sicut igitur a/b/ad d/c:sic b/c,ad c/e.Et permutatim insuper,sicut a/b,ad b/c:sic d/c,ad c/e,per decimamsextã eiusdem quinti.Item quoniam ipsius trianguli b/f/e, ad latus b/f, acta est parallela c/d: secat rursum eadem c/d,eiusdem trianguli latera proportionaliter,per eandem secundam huius sexti: sicut quidem b/c/ ad c/e, sic f/d/ad d/e. Ipsi porrò f/d, ostẽsa est æqualis a/c.Et sicut igitur b/c,ad c/e:sic c/a/ad e/d, per eandem septimam quinti. atque rursum permutatim, per ipsius quinti decimamsextam, sicut b/c/ad c/a: sic c/e/ad e/d.

Constructio figuræ.

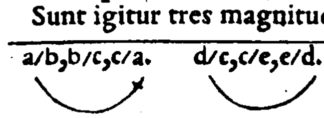


Demonstratio problematis.





Iam itaq; ostensum est,sicut a/b/ad/b/c,sic d/c/ad/c/e:sicútq; b/c/ad c/a,sic & c/e/ad e/d. Sunt igitur tres magnitudines a/b, b/c, & c/a: & aliæ eisdem æquales numero d/c, c/e, & e,d,cum duabus sumptis in eadẽ ratione.Et ex æqua igitur ratione,erit sicut b/a, ad a/c:sic etiam c/d,ad d/e, per vigesimamsecundam quinti. Aequiangulorum itaque triangulorum a/b/c/& d/c/e, proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos:& similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.Quod demonstrandum fuerat.



Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσαι τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

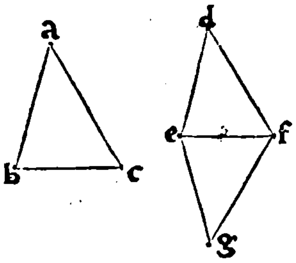
Theorema 5, *Propositio* 5.

5 SI duo triangula,latera proportionalia habuerint:æquiangula erunt triangula,& æquales habebũt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶ Hæc est conuersa præcedentis: quæ non potuit eadem figura, vel

deductione (quemadmodùm secunda & tertia obseruauimus propositione) demonstrari.
Sint igitur bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia latera proportionalia: sicut quidem a/b, ad b/c, sic d/e/ad e/f, sicut præterea b/c/ad c/a, sic e/f/ad f/d, sicut denique c/a/ad a/b, sic f/d/ad d/e. Aio triangula ipsa a/b/c/ & d/e/f, fore æquiangula: & æquales angulos comprehendere, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: vtpote, angulum a/b/c, æquum fore angulo d/e/f, & angulum b/c/a/ angulo e/f/d, atque angulum b/a/c/ angulo e/d/f. Ad datam enim rectam lineam e/f, & data illius puncta e/& f, datis angulis rectilineis a/b/c/& a/c/b, æquales anguli constituantur, per vigesimam-tertiam primi: f/e/g/ quidem ipsi a/b/c, & e/f/g/ipsi a/c/b. Et quoniam anguli a/b/c/ & a/c/b, per decimamseptimam ipsius primi, binis rectis sunt minores: & f/e/g/itaque ac e/f/g/anguli, binis itidem rectis minores erunt. Conuenient ergo tandem e/g/& f/g/rectæ lineæ, per quintum postulatum. Conueniant ad punctum g. triangulum erit igitur e/f/g: & reliquus angulus qui ad g, reliquo qui ad a/æqualis, per corollarium trigesimæsecundæ eiusdem primi, vnà cum ipsa tertia communi sententia. Aequiangula sunt itaque a/b/c/& e/f/g/ triangula, & proinde latera ipsorum proportionalia, quæ circum æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtẽduntur, per quartam huius sexti. Est igitur sicut a/b/ad b/c, sic g/e/ad e/f. sicut porrò a/b/ad b/c, sic est per hypothesin d/e/ad ipsam e/f. Et sicut igitur d/e/ad e/f, sic g/e/ad eandem e/f, per vndecimam quinti. Quæ autem ad eandẽ, eandem habent rationem, æquales sunt adinuicẽ, per nonam quinti: æqualis est igitur d/e, ipsi e/g. Haud dissimiliter ostendemus d/f, ipsi f/g/æqualem. eadem enim e/f/ad vtranque, tum ex hypothesi, tum ex quarta huius sexti, eandem habet rationem: nempe quam b/c/ad c/a. Ad quas porrò magnitudines, eadem magnitudo eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales, per eandem nonam quinti.

Constructio figuræ.



Ostẽsionis deductio.

| d/e.e/f. | a/b.b/c. | g/e.e/f. |

Et quoniam æqualis est d/e, ipsi e/g, vtrique autem cõmunis e/f: binæ itaque d/e/& e/f/trianguli d/e, f, duabus f/e/& e/g/trianguli e/f/g/ sunt æquales altera alteri. & basis d/f, basi f/g/æqualis. Angulus igitur d/e/f, angulo f/e/g/sub æqualibus rectis cõprehenso, per octauam primi, est æqualis. Nec dissimili via demonstrabimus, angulum e/d/f, angulo e/g/f, æqualem: atque e/f/d, ipsi e/f/g. semper enim ipsorum triangulorum bina latera, binis lateribus alterum alteri ostendentur æqualia: necnon & basis, basi æqualis. Et contentos propterea sub æqualibus lineis rectis angulos, æquales habebunt: per eandem octauam primi. His præostensis, quoniam angulus d/e/f, æqualis est angulo f/e/g: eidem quoque angulo f/e/g, æquus est per constructionem angulus a/b/c. Duo itaque anguli a/b/c/& d/e/f, eidem angulo f/e/g/ sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, prer primam communem sententiam. Pari discursu angulus a/c/b, angulo d/f/e: necnon & b/a/c/angulus, ipsi e/d/f/angulo concludetur æqualis. Aequiangula sunt itaque a/b/c, & d/e/f/triangula. Si bina ergo triangula: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Resolutio theorematis.

Θεώρημα ϛ, Πρόθεσις ϛ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 6, Propositio 6.

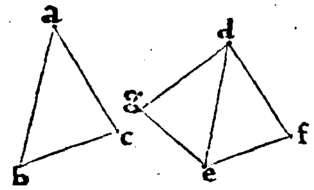
SI bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint, & circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt triãgula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. 6

ORONTIVS. ¶Sint rursum bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia vnum angulum vni angulo æqualem, vtpote eum qui ad b/ei qui ad e: atque circum eosdem æquales angulos latera proportionalia, sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f. Dico ipsa triangula a/b/c/& d/e/f, fore æquiangula: & angulum b/a/c/angulo e/d/f, atque a/c/b, ipsi d/f/e/respondenter coæquari. Ad datam enim rectam lineam d/e, datúmque illius punctum e, vtrique æqualium

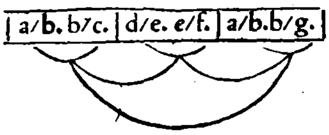
Figuræ compositio.

qui ad b/& e/sunt angulorum : æqualis angulus constituatur d/e/g,per vigesimamtertiam primi.& per eandem,ad punctum d,ipsi angulo b/a/c:æqualis rursum constituatur angulus e/d/g.Et quoniam duo anguli a/b/c/& b/a/c,sunt minores duobus rectis,per decimamseptimam ipsius primi:erunt & ipsi anguli d/e/g/& e/d/g/binis itidem rectis minores.Conuenient ergo tandem d/g/& e/g/ rectæ in continuum productæ, per quintum postulatum:sit illarum concursus in puncto g. Triangulum erit itaque d/e/ g: & reliquus angulus qui ad g,reliquo qui ad c/æqualis,per tertiam communem sententiam,& ipsius trigesimæsecundę primi corollarium. Aequiãgula sunt itaq; a/b/c/& d/e/g/triangula:& proinde latera ipsorum proportionalia , similisq; rationis erunt quæ æqualibus angulis latera subtenduntur,per quartam huius sexti.Et sicut igitur a/b,ad b/c:sic d/e,ad e/g.Sicut porrò a/b,ad b/c: sic per hypothesin d/e,ad e/f.Et sicut igitur d/e/ad e/f,sic ipsa d/e/ad e/g:quę enim eidem sunt eædem rationes,& adinuicẽ sunt eædem,per vndecimam quinti.Eadem itaque d/e , ad ipsas e/f/& e/g/eandem habet rationem : æqualis est igitur e/f/ipsi e/g,per nonam ipsius quinti. His ita præostẽsis,quoniam æqualis est e/f/ipsi e/g, vtrique autem communis d/e:binæ itaque d/e/& e/f/trianguli d/e/f , duabus d/e/& e/g/trianguli d/e/g , sunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, per constructionem.Basis ergo d/f,basi d/g/est æqualis, & totum triangulum toti triangulo æquale : reliqui insuper anguli reliquis angulis æquales sub quibus ęqualia subtẽduntur latera,per quartam primi.Aequalis est igitur angulus e/d/f/ipsi e/d/g, atq; is qui ad f/ei qui ad g,æqualis.Sed eidem angulo e/d/g,æqualis est per constructionem angulus b/a/c:eidẽ insuper qui ad g,is qui ad c/itidem æqualis.quæ autem eidem æqualia:& adinuicem sunt æqualia,per primam communem sententiam . Aequus est igitur angulus e/d/f,ipsi b/a/c:necnon &/d/f/e,ipsi angulo a/c/b. Reliquũ porrò angulum d/e/f, reliquo a/b/c,ex hypothesi recepimus æqualẽ.Aequiangula itaq; sunt a/b/c/& d/e/f/triangula:& æquales habent angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. Ergo si bina triangula:& quæ sequuntur reliqua.Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Deductio theorematis.



Resolutio demõstrationis.



Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

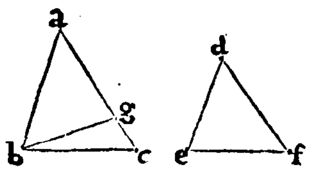
Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Theorema 7, Propositio 7.

7 SI bina triãgula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia,reliquorum verò vtrunq; simul aut minorem aut non minorem recto:æquiangula erunt triãgula,& æquales habebunt angulos,circum quos proportionalia sunt latera.

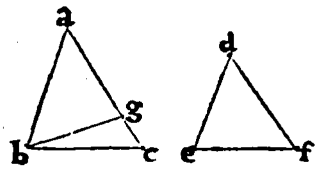
ORONTIUS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/e/f,vnum angulum vni angulo,vtpote,eum qui ad a/ei qui ad d/æqualem habentia : & circum alios angulos , scilicet a/b/c/& d/e/f,latera proportionalia, sicut quidẽ a/b/ad b/c,sic d/e/ad e/f: reliquorum porrò qui ad c/& f/sunt angulorum, vterque primùm sit recto minor.Aio a/b/c/& d/e/f/triangula,fore æquiãgula:& angulum a/b/c/æquũ esse angulo d/e/f,atq; reliquum a/c/b/reliquo d/f/e/itidem æqualẽ. In primis enim,vel angulus a/b/c/æqualis est angulo d/e/f, vel eidẽ inæqualis . Si æqualis fuerit a/b/c/ipsi d/e/f:reliquus a/c/b reliquo d/f/e,per corollariũ trigesimæsecundæ primi,& tertiam communem sententiam , erit æqualis . & proinde ipsa triangula a/b/c/& d/e/f/æquiangula. Quòd si angulus a/b/c, non fuerit æqualis ipsi d/e/f:alter eorum,reliquo maior erit.Esto (si possibile fuerit)a/b/c/angulus,ipso d/e/f/angulo maior.& ad datam rectam lineam a/b,& datum in ea punctũ b:ipsi angulo d/e/f/ æqualis angulus constituatur a/b/g,per vigesimamtertiam primi. producatúrque b/g/in latus a/c: cùm enim angulus a/b/c,

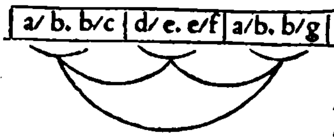
Prima theorematis,siue hypothesis pars.



Demonstratio eiusdẽ primæ partis, ab impossibili.

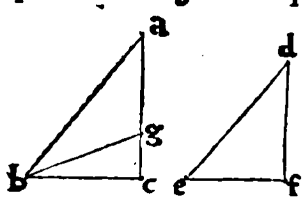
datus sit maior angulo d/e/f, cadet recta b/g/ inter a/b/ & b/c/ latera. His ita constructis, quoniam æqualis est angulus qui ad a/ei qui ad d, & qui sub a/b/g/ ei qui sub d/e/f/ æqualis: reliquus igitur angulus a/g/b, reliquo d/f/e, per corollarium trigesimæsecundę primi, & tertiam communem sententiam erit æqualis. Et proinde a/b/g/triangulũ, ipsi d/e/f/triangulo æquiangulum. Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ circum æquales angulos: sicut quidem d/e/ad e/f, sic a/b/ad b/g. sicut porrò d/e/ad e/f, sic receptũ est a/b/ad b/c. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic a/b/ad b/g, per vndecimam quinti. Eadem itaq; a/b, ad vtranq; ipsarum b/c/ & b/g, eãdem habet rationem: ęqualis erit igitur b/c/ipsi b/g, per nonã ipsius quinti. Hinc per quintã primi, angulus b/c/g, angulo b/g/c/erit æqualis. Angulus porrò b/c/g, minor recto suppositus est: & b/g/c/ propterea angulus, recto minor erit. Et quoniam angulus qui ad f/ recto minor est, & ei æqualis est a/g/b, & b/g/c/itidem recto minor (vti nũc ostẽsum est) duo itaq; anguli b/g/a, & b/g/c, à recta b/g/super a/c/incidente causati, duobus rectis erunt minores: cõtra decimãtertiam primi. Nõ est igitur a/b/c/angulus, maior angulo d/e/f. haud dissimiliter ostendetur, quòd neq; minor. Aequalis igitur est angulus a/b/c, ipsi d/e/f. Hinc reliquus qui ad c, reliquo qui ad f/ (vti suprà) cõcludetur æqualis: & triangula cõsequenter a/b/c/ & d/e/f, inuicem æquiãgula.





Secunda pars theorematis, siue hypotheseis differẽtia.

¶ Sed esto simul vterque eorum qui ad c/ & f/ sunt angulorum, nõ minor recto: hoc est, aut vterque rectus, vel vterque recto maior. Si vterque rectus extiterit (cum recti omnes, per quartum postulatum sint adinuicem æquales) statim cõcludetur propositionis intẽtum. Quòd si vterq; fuerit recto maior: aio nihilominus triangula a/b/c/ & d/e/f, esse inuicem æquiãgula. Constructis nanq; (veluti suprà) figuræ partibus: haud dissimiliter ostendemus, b/c/ atq; b/g/latera, esse inuicem æqualia: & angulum propterea b/c/g, angulo b/g/c/per quintam primi respondẽter coæquari. Et quoniam angulus b/c/g/maior est recto: & eodem recto maior erit angulus b/g/c. Trianguli itaq; g/b/c, duo anguli b/c/g/ & b/g/c/binis rectis erunt maiores: quod per decimamseptimam primi est impossibile. Non est igitur a/b/c/angulus, maior angulo d/e/f: neq; eodẽ angulo minor. Aequalis est propterea angulus a/b/c, ipsi d/e/f: & reliquus a/c/b, reliquo d/f/e/consequenter æqualis, veluti suprà deductum est. Aequiangula sunt igitur a/b/c/ & d/e/f/triangula: & æquales habent angulos, circum quos proportionalia sunt latera. Quod ostendendum receperamus.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 8, Propositio 8.

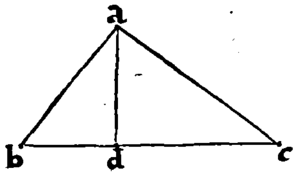
SI in triangulo rectangulo, ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti, & adinuicem. 8

ORONTIVS. ¶ Esto rectangulum triangulum a/b/c, habens angulum qui sub b/a/c/ rectum: & à dato puncto a, super datam rectam lineam b/c, perpendicularis deducatur a/d, per duodecimam primi. Cadet enim huiuscemodi perpendicularis, intra datum a/b/c/ triangulum: ipsúmque in bina diuidet triangula. Si enim incideret extra, producto b/c/ latere vsque ad ipsam perpendicularem, triangulum efficeretur, cuius exterior angulus minor esset interiore & ex opposito, nempe acutus recto, contra decimamsextam primi. Neq; in alterutrũ laterum aut a/b/aut a/c/poterit coincidere: duo enim anguli eiusdem trianguli non essent binis rectis minores, contra eiusdem primi decimamseptimam. Cadit igitur intra a/b/c/triangulum. Aio itaq; a/b/d/ & a/d/c/triangula, toti a/b/c, atque inuicem fore similia.

Nota de casu ipsius perpendicularis.

Quòd triangulum a/b/d: simile sit toti a/b/c.

¶ In primis quòd triangulum a/b/d, simile sit toti a/b/c: in hunc ostenditur modum. Angulus enim a/d/b, æquus est angulo b/a/c, per quartum postulatum, nempe rectus recto. & angulus qui ad b, vtriq; trianguli cõmunis. Ergo reliquus a/c/b, reliquo b/a/d, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam communẽ sentẽtiam est æqualis. Aequiangula sunt itaq; a/b/c/& a/b/d/triangula: & proinde quæ circum æquales angulos sunt latera, inuicem proportionalia, per quartã huius sexti. Sicut igitur b/c/ad c/a, trianguli a/b/c: sic b/a/ad a/d, trianguli a/b/d. sicut prçterea c/a/ad a/b, ipsius a/b/c/ trianguli: sic a/d/ad d/b, ipsius a/b/ d/ trianguli. sicut demum c/b/ad b/a, eiusdẽ trianguli a/b/c: sic a/b/ad b/d, eiusdem trianguli a/b/d. Simile est itaq; triãgulum a/b/d, toti a/b/c/triangulo: per primam huius sexti diffinitionem.



¶Haud dissimili via ostẽdemus, triangulum a/d/c/ipsi toti a/b/c/fore simile. Rectus enim angulus a/d/ c, recto b/a/ c, per quartum æquatur postulatum. & is qui ad c/est angulus, vtriq; rursum triangulo communis. reliquus ergo d/a/c/angulus, reliquo a/b/c(veluti suprà deduximus) est æqualis. Aequiangula itaq; sunt a/b/c/& a/d/c triangula. Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erũt latera quæ circum æquales sunt angulos. sicut quidem b/c/ad c/a, trianguli a/b/c: sic a/c/ad c/d, trianguli a/d/c. sicut rursum c/a/ad a/b, ipsius a/b/c/triãguli: sic c/d/ad d/a, ipsius a/d/c/trianguli. sicut præterea c/b/ad b/a, eiusdem trianguli a/b/c: sic c/a/ad a/d, eiusdẽ trianguli a/d/c. Simile est igitur a/d/c/triangulum, toti a/b/c: per eandem primam diffinitionẽ huius sexti. *Qz eidẽ triã gulo a/b/c: simile sit a/d/c/ triangulum.*

¶Reliquum est, demonstrare quòd ipsa a/b/d/& a/d/c/triangula similia sunt adinuicem. Id autem ex supradictis ostensionibus, haud difficilè colligemus. Angulus enim b/a/d, angulo qui ad c/præostensus est æqualis: & is qui ad b, ipsi d/a/c. reliqui autem sunt recti, vtpote a/d/b/& a/d/c/anguli: & proinde æquales adinuicẽ, per idem quartũ postulatum. Aequiangulum est itaq; a/b/d/triangulum, ipsi triangulo a/d/c. Et sicut igitur a/c/ad c/d, sic b/a/ad a/d. sicut præterea c/d/ad d/a, sic a/d/ad d/b. sicut demum c/a/ad a/d, sic a/b/ad b/ d. Proportionalia nanque sunt latera, quæ circum æquales angulos: per sçpius allegatam quartam huius sexti. Triangula itaq; a/b/d/& a/d/c, similia sunt adinuicem: per eandem primam huius sexti diffinitionem. Si in rectangulo igitur triangulo, ab angulo recto: &c. vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse. *Quòd a/b/d, & a/d/c/triangula, sunt adinuicem similia.*

¶*Corollarium.*

¶Et quoniã ostẽsum est sicut c/d/ad d/a, sic a/d/ad d/b: sicut insuper c/b/ad b/a, sic a/b/ad b/d: sicútque b/c/ad c/a, sic a/c/ad c/d. Proinde manifestum est, quòd in triangulo rectangulo deducta ex angulo recto in basin perpẽdicularis, est media proportionalis inter ipsius basis segmenta: & vnumquodq; præterea laterum rectum cõtinentium angulum, medium itidem proportionale est inter basin & segmentum, quod cum ipso congreditur latere.

¶*Notandum.*

¶Ex hoc corollario fit pendentet manifestum, qualiter datis binis lineis rectis duæ medię lineæ rectæ in eadem ratione cõtinuè proportionales reperiantur. vt in nostra Circuli quadratura demonstrauimus.

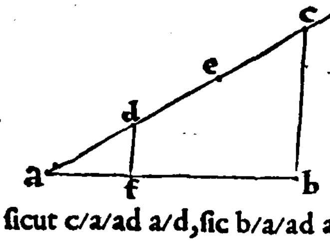
Πρόβλημα α, Πρόθεσις

Της δοθείσης εὐθείας, τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Problema 1, *Propositio* 9.

9 DAta recta linea, ordinatam partem abscindere.

ORONTIVS. ¶Ordinatam partem hic vocat Euclides, quæ ab ordinato aliquo denominatur numero, & quota pars integræ magnitudinis ab ipsis nuncupatur arithmeticis: vti secunda siue dimidia pars quæ à binario, tertia quæ à ternario, & quarta quæ ab ipso quaternario numero denominatur. *Ordinata pars quid.* Sit igitur data linea recta a/b: à qua sit operæpretium ordinatam aliquam, vtpote tertiã abscindere partem. A dato itaque puncto a, recta quædam linea producatur a/c, contingentem qui sub b/a/c/cum eadem efficiens angulum. *Exequutio problematis.* Ipsius porrò a/c, liberum aliquod punctum versus a/suscipiatur: sitq; illud d. Secentur deinde ipsi a/d/æquales d/e/& e/c, per tertiam primi: & connectatur recta b/c, per primum postulatum. Tandem per punctum d, ipsi b/c/parallela ducatur d/f, per trigesimãprimam eiusdẽ primi. Triãgulum est itaq; a/c/b, & ad latus c/b / acta est parallela d / f: secat igitur d/f/ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundã huius sexti, sicut quidẽ c/d/ad d/a, sic b/f/ad f/a. Et à cõposita igitur ratione, sicut c/a/ad a/d, sic b/a/ad a/f: per decimãoctauam quinti. Tripla est autem c/a/ipsius a/d:



& a/b/igitur ipsius a/f/itidem erit tripla,& proinde a/f/tertia pars ipsius a/b. Data itaque recta linea a/b,ordinatam partem(nempe tertiam)abscidimus.Quod facere oportebat.

Πρόβλημα β, Πρότασις ι.

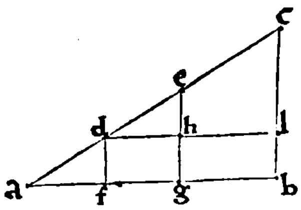
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

Problema 2, Propositio 10.

DAtam rectam lineam non sectam,datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare. 10

ORONTIVS. ¶Sit rursum a/b/data & insecta linea recta, a/c/verò vtcunque secta in punctis d/& e. Componantur autem a/b/& a/c/datæ rectæ lineæ,ad contingentem angulum qui sub b/a/c:& connectatur recta b/c, per primum postulatum. Per puncta consequenter d/& e,ipsi b/c,parallelæ ducãtur rectæ lineæ d/f/ & e/g: itidem & per punctum d,ipsi a/b/parallela ducatur d/h/l, per trigesimãprimam primi,diuidens e/g/ in puncto h. Parallelogramma sunt itaque,d/g/& h/b: & æqualis propterea f/g/ipsi d/h,& g/b/ipsi h/l, per trigesimamquartam ipsius primi. His ita pręmissis,quoniã trianguli a/e/g,ad latus e/g/acta est parallela d/f: secat igitur d/f/ipsius trianguli latera proportionaliter,per secundam huius sexti.Et sicut igitur a/d/ad d/e, sic a/f/ad f/g.Insuper quoniam triãguli d/c/l, ad latus c/l/acta est parallela e/h: sit rursum per eandem secundam huius sexti, sicut d/e/ad e/c, sic d/h/ad h/l. Ipsi verò d/h/æqualis ostensa est f/g,atque ipsi h/l/æqualis g/b.Aequales porrò ad easdem, eandem habent rationem,& eædem ad æquales:per septimam quinti. Sicut itaque d/e/ad e/c,sic f/g/ad g/b.Præostensum est autẽ,sicut a/d/ad d/e,sic a/f/ad f/g.Et sicut igitur a/d/ad d/e,sic a/f/ad f/g:sicútq; d/e/ad e/c,sic f/g/ad g/b.Data ergo recta linea insecta a/b,datæ rectæ lineæ vtcunque sectæ a/c,similiter secatur.Quod faciendum receperamus.

Problematis ostensio.



Πρόβλημα γ, Πρότασις ια.

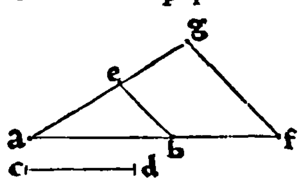
Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 3, Propositio 11.

DVabus datis rectis lineis,tertiam proportionalem inuenire. 11

ORONTIVS. ¶Sint datæ bine rectæ lineæ a/b/ & c/d, quibus tertiam oporteat inuenire proportionalem.Ad datum itaque punctum a,datæ rectæ lineæ c/d/æqualis recta linea ponatur a/e,per secundam primi,cõtingentem qui sub e/a/b/efficiens angulum.Et ipsis a/b/& a/e/in continuum rectúmque ad f/& g/puncta productis:vtriq; ipsarum c/d/& a/e/æqualis abscindatur b/f,per tertiam ipsius primi:cõnectatúrque recta b/e, per primum postulatum. Per trigesimam deinde primã eiusdem primi: per datum pũctum f,ipsi b/e/parallela ducatur f/g,conueniens cum a/e/ad punctum g.Cõuenient enim tandem per quintum postulatum: propterea quòd anguli e/a/b/& a/b/e/trianguli a/e/b, sunt per decimamseptimam primi binis rectis minores, & ipsi angulo a/b/e/interior, & ad easdem partes qui ad f/ per vigesimamnonam ipsius primi æqualis. His ita constructis, quoniam trianguli a/g/f/ ad latus f/g/ acta est parallela b/e: secat igitur b/e/ipsius a/g/f/trianguli latera proportionaliter,per secundam huius sexti,sicut quidẽ a/b/ad b/f,sic a/e/ad e/g. Aequalis porrò est c/d/vtriq; ipsarũ a/e/& b/f/per constructionem:& æquales ad eandem,eãdem habent rationem, & eadem ad æquales,per septimam quinti.Et sicut igitur a/b/ad c/d,sic eadem c/d/ad e/g. Datis itaque binis rectis lineis a/b/& c/d,tertia proportionalis inuenta est e/g.Quod oportuit fecisse.

Constructio figuræ.



Demonstratio problematis.

Πρόβλημα δ, Πρότασις ιβ.

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 4, Propositio 12.

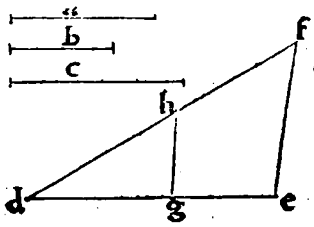
TRribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire. 12

ORONTIVS.¶Sint datæ tres lineę rectę a,b,c,quibus oporteat quartam inuenire proportionalem.Constituantur itaque binæ quædam rectæ lineæ d/e,

Figuræ præparatio.

atque d/f,contingentem qui ſub e/d/f/angulum efficientes. Secetúrque per tertiam primi, ipſi a/æqualis d/g , ipſi verò b/æqualis g/e,& ipſi c/æqualis d/h . Et connexa g/h,per primum poſtulatum:ducatur e/f/ipſi g/h/parallela,per trigeſimâprimam ipſius primi . Per ſecundum tandem poſtulatum ipſæ d/h/ & e/f/in continuum rectúmque,producantur:donec conueniant ad punctum f. Concurrent enim tandem: quemadmodùm ex præcedēti potes elicere demonſtratione. His in hunc modum pręparatis,quoniam triangulum eſt d/f/e,& ad latus e/f/acta eſt parallela g/h: proportionalia itaq; ſunt reliquorum laterum ſegmēta , per ſecundam huius ſexti , ſicut d/g/ad g/e , ſic d/h/ad h/f . Ipſi porrò d/g/æqualis eſt a , & b/ipſi g/e , atque c/ ipſi d/h/æqualis,per conſtructionem. Aequales autem,ad eandem eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur a/ad b,ſic c/ad h/f. Tribus itaque rectis lineis datis,a,b,c:quartam inuenimus proportionalem h/f. Quod faciendum fuerat.

Demōſtrationis reſolutio.



Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ιγ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

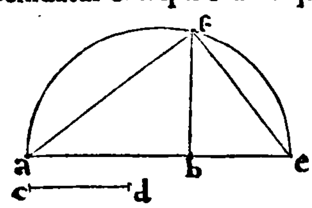
Problema 5, Propoſitio 13.

13 DVabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ,a/b/& c/d : inter quas receptum ſit,mediam inuenire proportionalem. Producatur ergo altera earum,vtpote a/b/in rectum & continuum verſus e , per ſecundum poſtulatum : & abſcindatur b/e/ipſi c/d / æqualis , per tertiam primi . Et diuiſa a/e/bifariam , per decimam ipſius primi:deſcribatur ad alterutrius partis interuallum ſemicirculus a/f/e,per tertium poſtulatum. A puncto deniq; b,perpendicularis excitetur b/f,per vndecimam primi:& cōnectantur a/f/& f/e/ lineæ rectæ , per primum poſtulatum. His ita conſtructis, quoniam trianguli a/f/e/angulus qui ad f/eſt in ſemicirculo : is propterea rectus eſt,per trigeſimâprimam tertij. Rectangulum eſt itaque a/f/e/triangulum , & ab angulo recto qui ad f/in baſin a/e/ perpēdicularis demittitur f/b. Eſt igitur ipſa perpendicularis f/b,media proportionalis inter a/b/& b/e/ipſius baſis ſegmēta, per primam partē corollarij octauæ huius ſexti . Eſt igitur vt a/b/ ad b/f,ſic b/f/ad b/e . Ipſi porrò b/e/æqualis eſt c/d,per conſtructionem:& æquales ad eādem,eandem habent rationem, & eadem ad æquales,per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur a/b/ad b/f,ſic b/f/ad/c/d. Binis itaque rectis lineis datis, a/b/& c/d,media proportionalis inuenta eſt b/f. Quod oportebat facere.

Conſtructio figuræ.

Sūmaria problematis oſtēſio.



Θεώρημα θ, Πρόθεσις ιδ.

Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν παραλληλογράμμων, μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

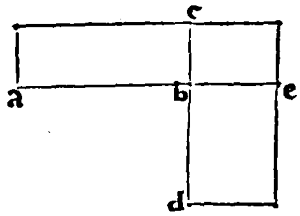
Theorema 9, Propoſitio 14.

14 AEqualium & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum:reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habētium,reciproca ſunt latera, quæ circū æquales angulos:ea quoque ſunt æqualia.

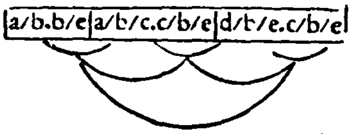
ORONTIVS. ¶Sint bina parallelogramma inuicem ęqualia,a/b/c/& d/b/e , angulum qui ſub a/b/& b/c,ei qui ſub d/b/& b/e/cōtinetur æqualem habētia. Dico ipſorum parallelogrammorū a/b/c/& d/b/e/latera, quæ circū æquales angulos fore reciprocè proportionalia:ſicut quidē a/b/ad b/e,ſic d/b/ad b/c. Cōſtituantur enim a/b/& b/e/latera in directū: hoc autem fiet , cùm anguli a/b/c/ & c/b/e/fuerint æquales duobus rectis , per decimam quartam primi. In directū quoq; tunc erit d/b/ipſi b/c, per eandem propoſitionem: anguli enim d/b/e/& e/b/c,binis itidem rectis , per primam & ſecundam communem ſentētiam,

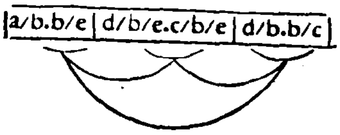
Pars prima theorematis.

Eiusdē primæ partis ostēsio.



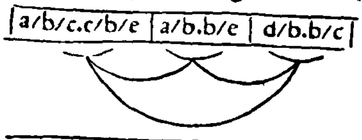
erunt æquales. Compleatur tandem c/b/e/parallelogrammum: productis in continuum rectúmq; datorum parallelogrammorum lateribus, per secundum postulatum. Cùm igitur a/b/c/parallelogrammum, æquale sit per hypothesin ipsi d/b/e/ parallelogrammo, & c/b/e/aliud quoddam vtrique comparabile parallelogrammum: erit proinde vt a/b/c/parallelogrãmum, ad parallelogrammum c/b/e, sic parallelogrãmum d/b/e/ad idem c/b/e/parallelogrãmum. Aequales enim magnitudines, ad eandem magnitudinem eandem habent rationem, per septimam quinti. Sicut porrò a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e, sic per primam huius sexti, basis a/b/ad basin b / e: sub eadem enim sunt altitudine, ipsa a / b / c / & c/b/e/parallelogramma. Et sicut igitur basis a/b, ad basin b/e: sic per vndecimam quinti, d/b/e/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e. Sicut rursum per eandem primam huius sexti, d/b/e/parallelogrammum, ad ipsum parallelogrammum c/b/e: sic basis d/b, ad basin b/c. Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti, a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Datorum itaq; parallelogrammorum a/b/c/& d/b/e, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per secundam huius sexti diffinitionem.

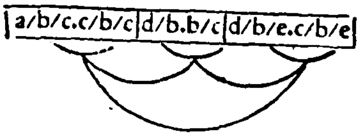




Secunda pars theorematis, conuersa primæ.

¶Sed esto vt qui ad b/sunt anguli æquales sint adinuicem, & circum eosdē æquales angulos latera reciprocè proportionalia, sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Aio versa vice, quòd a/b/c/parallelogrammum, æquum est ipsi d/b/e/parallelogrammo. Receptū est enim ex hypothesi, vt a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Sed sicut a/b, ad b/e: sic per primam huius sexti, parallelogrammum a/b/c, ad c/b/e/parallelogrãmum. Et sicut igitur a/b/c/ parallelogrãmum, ad parallelogrammum c/b/e: sic per vndecimam quinti, d/b/ad b/c. Sicut rursum d/b, ad b/c: sic per eãdem primam huius sexti, parallelogrammum d/b/e, ad c / b / e / parallelogrammum. Et sicut igitur per ipsam vndecimã quinti, a/b/c/parallelogrãmū, ad c/b/e/parallelogrammum: sic parallelogrammum d/b / e, ad idem c/b/e/parallelogrãmum. Vtrunq; igitur a/b/c/& d/b/e/parallelogrammum, ad idem parallelogrammum c/b/e/ habet eandem rationem: æquum est itaque a / b/c/parallelogrammum, ipsi d/b/e/parallelogrammo, per nonam ipsius quinti. Aequalium igitur, & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum: & quę sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.





Θεώρημα ι, Πρόθεσις ιε.

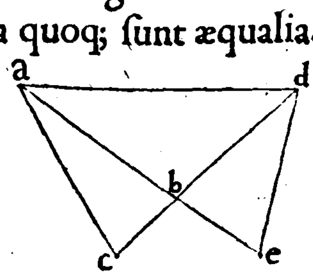
Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theorema 10, Propositio 15.

AEqualium & vnū vni æqualem habētium angulum triãgulorum: reciproca sunt latera, quæ circū æquales ãgulos. Et quorum vnum vni angulū æqualem habētium triãgulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia. 15

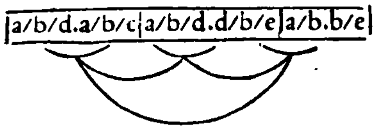
Prima theorematis pars.

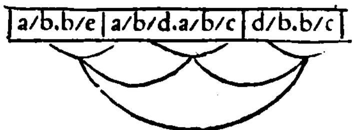
ORONTIVS. ¶ Sint bina & inuicem æqualia triangula a/b/c/& d/b/e, angulū qui sub a/b/& b/c, ei qui sub d/b/& b/e/ cōtinetur æqualem habētia. Dico latera ipsorū a/b/c/& d/b/e/ triangulorū, quæ circum eosdē æquales sunt angulos, fore reciprocè proportionalia: sicut quidem a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Collocētur enim a/b/& b/e/latera in directū, & d/b/ipsi b/c: quemadmodùm præcedenti demonstratione, ex decimaquarta primi, de parallelogrammorū deductū est lateribus. Connectatur demum recta a/d, per primū postulatum. Et quoniam per hypothesin, æquum est a/b/c/

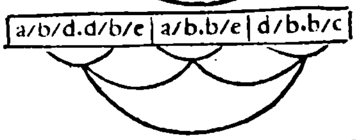


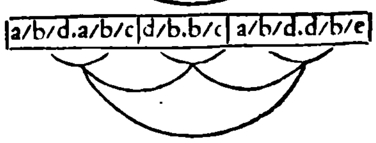
triangulum, ipsi triangulo d/b/e: & a/b/d/aliud quoddam vtrique cõparabile triangulum. Et sicut igitur a/b/d/triangulum ad triangulum a/b/c, sic idem triangulum a/b/d/ad triangulum d/b/e: eadem enim magnitudo, ad æquales eandem habet rationem, per septimam quinti. Sicut porrò triãgulum a/b/d/ad triãgulum d/b/e, sic per primam huius sexti, a/b/ad b/e. Et sicut igitur per vndecimam quinti, a/b/ad b/e, sic a/b/d/triangulum ad triangulum a/b/c. Rursum, vt triangulum a/b/d/ad triangulum a/b/c: sic per eandem primam huius sexti, d/b/ad b/c. Ergo sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c, per ipsam vndecimam quinti. Triãgulorũ itaque a/b/c/& d/b/e, latera quæ circum æquales angulos reciprocè sunt proportionalia: per secundam huius sexti diffinitionem. ¶Sed receptum sit angulos qui ad b/fore inuicẽ æquales, & quæ circum eosdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia: sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Aio quòd a/b/c/triangulum, ęquum est ipsi d/b/e/triangulo. Est enim ex hypothesi, sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Sed sicut a/b/ad b/e: sic a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e, per primam huius sexti. Et sicut igitur d/b/ad b/c: sic per vndecimam quinti, a/b/d/triangulũ, ad triãgulum d/b/e. Sicut rursum d/b/ad b/c: sic triangulum a/b/d/ad triangulum a/b/c, per sæpius allegatam primam huius sexti. Et proinde sicut a/b/d/triangulum, ad triangulum a/b/c: sic per vndecimã ipsius quinti, idem a/b/d/triãgulum, ad triãgulum d/b/e. Ad quas porrò magnitudines, eadem magnitudo eandẽ habet rationem: ipsæ per nonam eiusdem quinti, sunt æquales. Aequum est igitur a/b/c/triãgulum, ipsi triãgulo d/b/e. Aequalium itaque & vnum vni æqualem habentium angulum: &c. vt in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

Pars secunda, conuersa primæ.









Θεώρημα ια, Πρόθεσις ις.

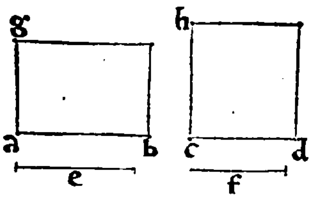
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 11, *Propositio* 16.

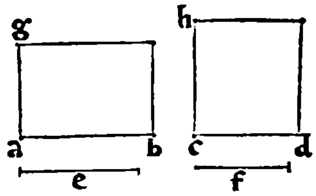
16 SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei, quod sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis cõprehensum rectangulum, æquum fuerit ei, quod sub medijs cõtinetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint datæ quatuor rectæ lineæ discõtinuè proportionales a/b, c/d, e, & f: sicut a/b/ad c/d, sic e/ad f. Aio quòd sub extremis a/b/& f/comprehẽsum rectãgulum, æquum est ei quod sub medijs c/d/& e/rectãgulo continetur. A datis enim punctis a/& c/ datarũ linearum a/b/& c/d, perpendiculares excitẽtur a/g/& c/h, per vndecimã primi: fecetúrque a/g/æqualis ipsi f, & c/h/æqualis ipsi e, per tertiam ipsius primi propositionẽ. & ductis vtrinque parallelis, per trigesimam eiusdem primi: compleantur g/b, & h/d/parallelogrãma. Et quoniã receptum est vt a/b/ad c/d, sic e/ad f. Ipsi porrò e/æqualis est c/h, & ipsi f/æqualis a/g, per constructionem: & æquales ad eandem, eãdem habent rationem, per septimam quinti. Est igitur vt a/b/ad c/d, sic c/h/ad a/g. Parallelogrammorum itaque g/b/ & h/d, latera quæ circum æquales sunt angulos (vtpote rectos qui ad a/& c) reciprocè sunt proportionalia. Aequum est proinde g/b/parallelogrammum, ipsi h/d/parallelogrammo, per secundam partem decimæquartæ propositionis huius sexti. Est autem g/b/parallelagrammum id quod sub a/b/& f, parallelogrammum verò h/d/id quod sub c/d/& e/continetur rectangulum: æqualis est enim c/h/ipsi e, & a/g/ipsi f, per constructionem. Comprehẽsum itaque sub extremis a/b/& f/rectãgulum, ei quod sub medijs c/d/& e/cõtinetur

Primæ partis demonstratio.



secundæ partis conuersæ prioris, ostensio.



rectangulo, est æquale. ¶Esto nunc vt ipsum g/b/sub extremis comprehensum rectangulum, æquum sit h/d/rectangulo, quod sub medijs c/d/& e/continetur. Dico versa vice, quatuor ipsas rectas lineas fore inuicē proportionales. Eadem nanque manēte constructione, quoniam g/b/est id quod sub a/b/& a/g, ipsum verò h/d/id quod sub c/d/& c/h/continetur rectangulum, per primam diffinitionem secundi: & e/ipsi c/h, atque f/ipsi a/g, per cōstructionē æqualis. Est itaque g/b/id quod sub a/b/& f, necnō & h/d/id quod sub c/d/& e/ comprehēditur rectāgulum. Sed id quod sub a/b/& f/comprehēditur rectāgulum, æquum est ei per hypothesin quod sub c/d/& e/cōtinetur rectāgulo. Aequū est igitur g/b/rectāgulum, ipsi rectāgulo h/d: & angulus qui ad a/ angulo qui ad c/æqualis, per quartū postulatū, nempe rectus recto. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habētium angulum parallelogrammorū, reciproca sunt latera quæ circū æquales angulos, per primam partem ipsius decimæquartæ huius sexti. Et sicut igitur a/b/ad c/d, sic c/h/ad a/g. Ipsi porrò c/h/æqualis est e, & f/ipsi a/g, per ipsam constructionē: æquales præterea ad eandem, eādem habēt rationē, & eadē ad æquales, per septimā quinti. Est igitur vt a/b/ad c/d, sic e/ad f. Si quatuor itaque rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιζ.

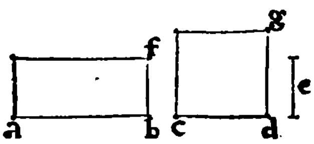
Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. καὶ ἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 12, Propositio 17.

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis 17
comprehēsum rectangulū, æquū est ei quod à media fit quadrato. Et si quod sub extremis cōtinetur rectāgulū, æquū fue ei quod à media fit quadrato: ipsæ tres rectę lineæ proportionales erunt.

Pars prima theorematis.

ORONTIVS. ¶Sint tres rectę lineę cōtinuè proportionales a/b, c/d, & e: sicut a/b/ad c/d, sic c/d/ad e. Dico quòd sub a/b/& e/comprehensum rectangulum, æquum est ei quod à media c/d/fit quadrato. Describatur enim ex a/b/& b/f/quæ sit æqualis ipsi e, rectangulum a/f, per vndecimam, & tertiam, atque trigesimamprimam primi: ex c/d/verò, quadratum c/g, per ipsius primi quadragesimamsextam. Aequalis erit igitur d/g, ipsi c/d, per ipsius quadrati diffinitionem: & æquales ad eandem, eādem habent rationem, per septimam quinti. Sicut igitur a/b/ad c/d, sic d/g/ad e. Quatuor itaque rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & e, sunt discontinuè proportionales. Comprehensum ergo sub extremis rectangulum, æquum est ei quod sub medijs rectangulo continetur: per primam partem antecedentis decimæsextæ propositionis. Sed rectangulum a/f, est id quod sub a/b/& e, nam b/f/est æqualis ipsi e, per constructionem: rectangulum autem c/g, id quod ex c/d/quadratum. Quod igitur sub extremis a/b/& e/comprehenditur rectangulum, æquū est ei quod à media c/d/fit quadrato.



secunda pars conuersa primæ.

¶Sed detur, vt id quod sub a/b/& e/continetur rectangulum, æquum sit ei quod ex c/d/fit quadrato. Aio respondenter, fore sicut a/b/ad c/d, sic c/d/ad e. Eisdem nanque veluti suprà cōstructis: quoniam id quod sub a/b/& e/continetur rectangulum, æquum est ei per hypothesin quod ex c/d/fit quadrato. Sed ei quod sub a/b/& e/continetur rectangulo, æquum est rectāgulum a/f, (æqualis siquidem est b/f/ipsi e, per cōstructionem) & c/g, id quod ex c/d/fit quadratum. Aequū est igitur a/f/rectāgulum ipsi quadrato c/g. Quadratum porrò c/g/sub duabus rectis lineis c/d/& d/g, per primam diffinitionem secundi continetur. Quatuor itaque sunt rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & b/f: & quod sub extremis a/b/& b/f/rectangulum cōtinetur, æquum est ei quod sub medijs c/d/& d/g/comprehenditur rectangulo. Proportionales itaque sunt eædem quatuor rectæ lineæ, per secundam partem ipsius antecedentis decimæsextæ propositionis: sicut a/b/ad c/d, sic d/g/ad b/f. Sed e/ipsi b/f/per constructionem est æqualis: & c/d/ipsi d/g, per quadrati diffinitionem. æquales porrò ad eandem, eādem habēt rationem, & eædem ad æquales, per septimā quinti. Est igitur vt a/b/ad c/d, sic eadē c/d/ad e. Si tres itaque rectæ lineæ proportionales fuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum receperamus.

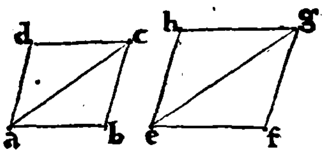
Πρόβλημα ς, Πρόθεσις ιη.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Problema 6, Propositio 18.

18 A Data recta linea: dato rectilineo simile, similitérque positum rectilineum describere.

ORONTIVS. ¶Sit datum rectilineum a/b/c/d, data verò linea recta e/f, ex qua, vel super quam, oporteat ipsi a/b/c/d/ rectilineo simile similitérque positum describere rectilineum. Connectatur itaq; a/c/ recta, per primum postulatum. Et ad datam rectam lineam e/f, & data illius puncta e/ & f: datis angulis c/a/b/ & a/b/c, æquales per vigesimamtertiam primi cõstituantur anguli, g/e/f/ quidem ipsi c/a/b, & e/f/g/ ipsi a/b/c. Et quoniam anguli c/a/b/ & a/b/c, per decimamseptimam primi, sunt minores duobus rectis: & ipsi quoq; anguli g/e/f/ & e/f/g, binis itidẽ rectis sunt minores. concurrent ergo tandem e/g/ & f/g/ in continuum rectúmq; productæ, per quintum postulatum: conueniant itaq; ad punctum g. Reliquus igitur angulus e/g/f, reliquo a/c/b, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam cõmunem sententiam erit æqualis. Aequiangulum est propterea e/f/g/ triangulum, ipsi a/b/c/ triangulo. *Descriptio propositi rectilinei.*



Ad datam rursum lineam rectam e/g, & data illius pũcta e/ & g: datis angulis d/a/c/ & a/c/d, æquales anguli per eandem vigesimamtertiam primi constituantur, h/e/g/ quidem ipsi d/a/c, & e/g/h/ ipsi a/c/d. & producantur e/h/ & g/h, per secundum postulatum: donec (veluti priores) congrediantur ad punctum h. Erit itaq; reliquus angulus qui ad h, reliquo qui ad d/ cõsequẽter æqualis: & proinde e/g/h/ triãgulum, ipsi a/c/d/ triangulo æquiangulum. Aequiangulum insuper est e/f/g/ triangulũ, ipsi triangulo a/b/c. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circũ æquales angulos, per quartam huius sexti. Est igitur vt a/b/ ad b/c, sic e/f/ ad f/g. sicut insuper b/c/ ad a/c, sic f/g/ ad e/g. sicut præterea a/c/ ad c/d, sic e/g/ ad g/h. Et ex æquali igitur, per vigesimamsecundam quinti, sicut b/c/ ad c/d, sic f/g/ ad g/h. Rursum est sicut c/d/ ad d/a, sic g/h/ ad h/e. & sicut d/ a/ ad a/c, sic h/e/ ad e/g. sicútq; a/c/ ad a/b, sic e/g/ ad e/f. Et ex æquali rursum, per eandem vigesimamsecundam quinti, sicut d/a/ ad a/b, sic h/e/ ad e/f. *Problematis ostensiua resolutio.*

b/c. a/c. c/d.	f/g. e/g. g/h.

Et quoniam angulus g/e/f, angulo c/a/b/ est æqualis, & h/e/g/ ipsi d/a/c: totus propterea angulus h/e/f, toti d/a/b, per secundam communem sententiam æqualis est. Et proinde totus f/g/h, toti b/c/d/ respondenter æqualis. Angulus porrò qui ad f, angulo qui ad b: & reliquus qui ad h, reliquo qui ad d/ æqualis ostensus est. Aequiangulum est itaque e/ f/ g/ h/ rectilineum, ipsi rectilineo a/b/c/d. Patuit, quòd & latera quæ circum æquales sunt angulos, cum eodem habet proportionalia: sicut a/b/ ad b/c, sic e/f/ ad f/g: sicut item b/c/ ad c/d, sic f/g/ ad g/h: & sicut c/d/ ad d/a, sic g/h/ ad h/e: sicut denique d/a/ ad a/b, sic h/e/ ad e/f. Simile est itaque rectilineum e/f/g/h, ipsi rectilineo a/b/c/d, atque similiter positum: per primam huius sexti diffinitionem. Super data igitur recta linea e/f, dato rectilineo a/b/c/d, simile similitérq; positum rectilineum descriptum est e/f/g/h. Quod fecisse oportuit.

d/a. a/c. a/b.	h/e. e/g. e/f.

Θεώρημα ιγ, Πρότασις ιθ.

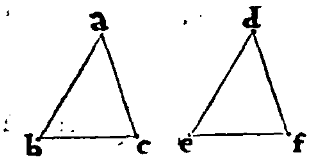
Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theorema 13, Propositio 19

19 Similia triangula: adinuicem in duplo maiore sunt ratione laterum similis rationis.

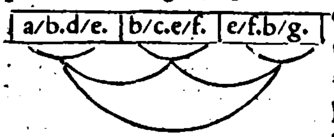
ORONTIVS. ¶Sint bina & similia, hoc est æquiangula & proportionalium laterum triangula, a/b/c/ & d/e/f: habẽtia angulum qui ad b/ æqualem angulo qui ad e, & sicut a/ b/ ad b/c, sic d/e/ ad e/f. Dico triangulum a/ b/ c/ ad triangulum d/e/f/ duplo maiorẽ habere rationẽ, quàm latus b/c/ ad latus e/f: hoc est, quòd ratio ipsius a/ b/ c/ trianguli ad triangulum d/ e/ f, ex ratione lateris b/ c/ ad latus e/ f/ per seipsam *Prima ostensionis differentia.*

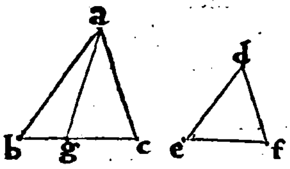
multiplicata consurgit. In primis itaq;, aut b/c/est æqualis ipsi e/f, aut inæqualis. Si æqualis: erit sicut a/b/ad e/f, sic d/e/ad b/c. ęquales enim ad eādē, eādē habent rationem, & eadem ad æquales, per septimā quinti. Et proinde triāgula a/b/c/& d/e/f, habebunt vnum angulum vni angulo æqualem: & quæ circū æquales angulos latera reciprocè proportionalia. Aequū erit itaq; triangulum a/b/c/ipsi triangulo d/e/f, per secundam partem decimæquintę huius sexti: sicuti & basis b/c, basi e/f. Atqui ratio æqualitatis eorundem triangulorum, ex ipsa rationę æqualitatis laterum b/c/& e/f/duplicata, id est, per seipsam multiplicata consurgit. Quantitates enim duarum rationū ęqualitatis, per quintā diffinitionem huius sexti inuicem multiplicatæ: restituunt æqualitatis itidem quantitatem.



¶At si b/c/fuerit inæqualis ipsi e/f, altera earum erit maior. Esto b/c, ipsa e/f/maior. Et ipsis b/c/& e/f, tertia suscipiatur proportionalis b/ g, per vndecimam huius sexti: sicut b/c/ad e/f, sic e/f/ad b/g. & connectatur recta a/g, per primum postulatum (cūm enim b/c/maior sit e/f, multò maior erit igitur ipsa b/g: poterit itaq; b/g/secari ab eadem b/c) Et quoniam est vt a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f: & permutatim igitur, per sedecimā quinti, sicut a/b/ad d/e, sic b/c/ad e/f. Sicut porrò b/c/ad e/f, sic e/f/ad b/g: & proinde sicut a/b/ad d/e, sic per vndecimā quinti e/f/ad b/g. Triangulorum itaq; a/b/g/& d/e/f, vnū angulum qui ad b/vni angulo qui ad e/æqualem habentium, reciproca sunt latera quæ circū æquales angulos. Aequum est itaq; a/b/g/triāgulum, ipsi triāgulo d/e/f, per secūdam partem quindecimæ huius sexti. Rursum quoniam est sicut b/c/ad e/f, sic e/ f/ ad b/ g: tres itaque rectæ lineæ sunt proportionales. Prima igitur ad tertiam, duplo maiorem rationem habet, quam ad secundam: per decimam ipsius quinti diffinitionem. Sed sicut prima b/c/ad tertiam b/g, sic a/b/ c/ triangulum ad triangulum a/ b/g, per primam huius sexti: sub eodē enim sunt vertice, atque in eadem altitudine ipsa triāgula. Et triangulum igitur a/b/ c/ ad triangulum a/b/ g, duplo maiorem rationem habet quàm b/c/ad e/f. Ipsi porrò a/b/g/triangulo, æquum est triangulum d/ e/ f: & idem triangulum ad æqualia triangula eandem habet rationem, per septimam quinti. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum d/e/f, duplo maiorē rationem habet quam b/c/ad e/f: hoc est, ex duabus rationibus b/c/ad e/f/inuicem multiplicatis consurgentem. Similia itaque triangula, in duplo maiore ratione sunt laterum similis rationis. Quod demonstrandum receperamus.

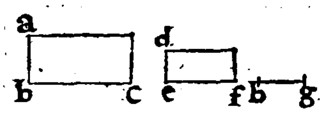
secunda eiusdem ostensionis differētia.





¶*Corollarium.*

¶Fit proinde manifestum, quòd si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic quod à prima describitur rectangulum, ad simile similitérq; positum rectangulum quod à secunda. Ostensum est enim sicut b/c/ad b/g, sic a/b/c/triāgulum ad triangulū a/b/g. Et sicut igitur b/c/ad b/g, sic a/c/rectangulum ad d/f/rectāgulum. Omne siquidē rectangulum, diuisibile est in duo similia & æqualia triangula, per trigesimamquartam primi. Quicquid igitur de triangulo ad triangulum præostensum est: id per decimamquintam quinti de trianguli similibus & æqualibus ad similia & æqualia triangula relatis, subsequi necessum est.



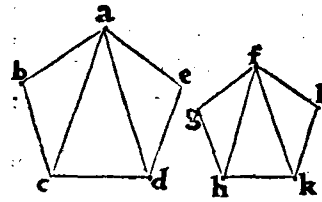
Θεώρημα ιδ΄, Πρόθεσις κ.

ΤΑ ὅμοια πολύγωνα, εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. καὶ τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theorema 14, *Propositio* 20.

SImilia polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero: & æqua ratione totis. Et polygonum ad polygonum duplo maiorem rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus. 20

ORONTIVS. ¶Sint bina & similia polygona a/b/c/d/e/& f/g/h/k/l: habētia angulū qui ad f/angulo qui ad a/æqualem, & eum qui ad g/ei qui ad b, & qui ad h/ei qui ad c, & sic de cæteris: sitque vt latus a/b/ad b/c, sic f/g/ad g/h, sicútque b/c/ad c/d, sic g/h/ad h,k, & deinceps ita, seruata laterum & angulorũ respondentia. Dico primùm, quòd ipsa a/b/c/d/e/ & f/g/h/k/l/polygona, in similia & æqualia numero diuidũtur triangula. Cõnectãtur enim a/c/& a/d, necnõ f/h/& f/k/lineæ rectæ, per primũ postulatum. Et quoniam per hypothesin (hoc est, datã polygonorum similitudinem) angulus qui ad b/æquus est angulo qui ad g, & *Prima theorematis pars.*



sicut latus a/b/ad b/c, sic f/g/ad g/h: fit vt bina triangula a/b/c/ & f/g/h, habeant vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circũ æquales angulos latera proportionalia. Aequiangula sunt propterea a/b/c/& f/g/h/triangula, per sextam huius sexti: & æquales habẽt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, vtpote angulũ b/a/c/angulo g/f/h, & angulũ b/c/a/ ipsi g/h/f. Hinc per quartam eiusdem sexti, proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos: & similis rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. sicut igitur a/c/ad b/c, sic f/h/ad g/h. Sed per hypothesin, vt b/c/ad c/d, sic g/h/ad h/k. Et ex æquali igitur, sicut a/c/ad c/d: sic f/h/ad h/k, per vigesimamsecundam quinti. Et quoniam totus angulus b/c/d, toti angulo g/h/k, per hypothesin est æqualis, & angulus b/c/a, ipsi g/h/f/æqualis nunc ostensus est: reliquus igitur a/c/d, reliquo f/h/k, per tertiam communẽ sentẽtiam est æqualis. Triangula itaq; a/c/d/& f/h/k, habent rursum vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula sunt igitur a/c/d/& f/h/k/triangula, per eandem sextam huius sexti. Et per quartam ipsius sexti, latera quæ circum æquales angulos proportionalia. Haud dissimiliter ostendetur triangulum a/d/e, triangulo f/k/l/fore æquiangulum: & proportionalia quæ circum æquales angulos habere latera. Simile est itaque a/b/c/triangulum ipsi f/g/h/triangulo, & a/c/d/ipsi/f/h/k, necnon a/d/e/ ipsi triangulo f/k/l: per primam huius sexti libri diffinitionem. Data igitur a/b/c/d/e/& f/g/h/k/l/polygona, in similia & æqualia numero triangula diuiduntur.

a/c. b/c. c/d	f/h. g/h. h/k.

Pars secunda theorematis. ¶Dico insuper, quòd ipsa triangula sunt inuicem, atque totis ipsis polygonis proportionalia: sicut triangulum a/b/c/ ad triangulum f/g/ h, sic a/c/d/ad f/h/k, & a/d/e/ad f/k/l/ triangulum: sicútq; a/b/c/triangulum ad ipsum triangulum f/g/h, sic a/b/c/d/e/polygonum ad polygonum f/g/h/k/l. Cùm enim a/b/c/triangulum simile sit f/g/h/triangulo, síntq; a/c/& f/h/similis rationis latera: triangulum igitur a/b/c/ad triangulum f/g/h, duplo maiorem rationem habet, quàm latus a/c/ad latus f/h, per antecedentem decimamnonam propositionem. Et proinde triangulum a/c/d, ad triangulum f/h/k/duplo itidem maiorem rationem habet, quàm idem latus a/c/ad latus f/h. Quę autem eidem sunt eædem rationes, adinuicem sunt eædem: per vndecimam quinti. Et sicut igitur a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h, sic triangulum a/c/d/ad triangulum f/h/k. Rursum quoniam triangulum a/c/d/simile est triangulo f/h/k, & latus a/d/similis rationis cum f/k: triangulũ propterea a/c/d, ad triangulum f/h/k/duplo maiorem rationem habet, quàm latus a/d/ad latus f/k/per ipsam antecedentem decimamnonam huius sexti. Et triangulum cõsequenter a/d/e, ad triangulũ f/k/l/duplo itidẽ maiorẽ rationẽ habet, quàm idem latus a/d/ad ipsum latus f/k. Et sicut igitur a/c/d/triangulum, ad triangulum f/h/k: sic per eandem vndecimam

a/b/c/	f/g/h	a/c/d. f/h/k	a/d/e. f/k/

quinti, triangulum a/d/e/ ad triangulum f/k/l. Sicut porrò a/c/d/ad f/h/k, sic patuit a/b/c/triangulum, ad triangulum f/g/h. Et sicut igitur, per vndecimã ipsius quinti, triangulum a/b/c/ad triangulũ f/g/h: sic triangulum a/d/e/ad triãgulum f/k/l. Proportionalia itaq; sunt ipsa nuper expressa triangula: sicut a/b/c/ad f/g/h, sic a/c/d/ad f/h/k, & a/d/e/ad f/k/l. Est igitur per duodecimam quinti, sicut vnum antecedẽtium ad vnum consequentium: sic omnia antecedentia, ad omnia consequentia.

Sicut	a/b/c.	ad	f/g/h.
sic	a/c/d.		f/h/k.
&	a/d/e.		f/k/l.

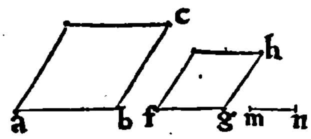
Sicut itaq; triangulum a/b/c, ad triangulum f/g/h: sic a/b/c/d/e/polygonum, ad polygonũ f/g/h/k/l. Sunt igitur ipsa triangula tum inuicem, tum ipsis totis polygonis proportionalia. *Tertia pars.* ¶Aio demũ, quòd polygonũ a/b/c/d/e, ad f/g/h/k/l, duplatam rationem habet, quam latus a/b/ad similis rationis latus f/ g. Ostensum est enim vt triangulum a/b/c, ad triangulum f/g/h: sic a/b/c/d/e/polygonũ, ad polygonũ f/g/h/k/l. Sed triangulum a/b/c, ad triangulum f/g/h/duplo maiorẽ rationem habet, quàm a/b/latus ad similis rationis latus f/g, per antecedentem decimamnonam propositionem huius sexti: simile nanque ostensum est a/b/c/triangulum, ipsi f/ g/ h/triangulo. Et polygonum igitur a/b/c/d/e,ad polygonum f/g/h/k/l/duplo maiorem rationem habet, quàm latus a/b/ad similis rationis latus f/g. Similia itaque polygona:&c.vt in theoremate.Quod fuerat ostendendum.

¶Corollarium primum.

¶Fit itaque generaliter manifestum, quòd similes quæcunque rectilineæ figuræ, in duplo maiore ratione sunt adinuicem similis rationis laterum:id est, quod ratio similium rectilinearum figurarum,ex duplo maiore similium laterum ratione consurgit.Id enim primò patuit in triangulis,& rectãgulis,siue quadratis:nunc autem in polygonis, & omnia polygona in triangula diuisibilia sunt.Hic & in similibus quibuscunque propositionibus & corollarijs,per duplo maiorem rationem ipsa ratione data,non eam velim intelligas quæ per duo: sed quæ per seipsam multiplicata consurgit.

¶Corollarium secundum.

¶Sequitur rursum, quòd si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam,sic descripta super primam vel à prima species rectilinei,ad similem similitérque positam speciem,quæ à secunda vel supra secundam conscribitur.Ostensum est enim polygonum a/b/c/d/e,ad polygonum f/g/h/k/l/duplam rationem habere, quam latus a/b/ad latus f/g.Et si ipsarum a/b/& f/g/tertiam acceperimus proportionalem, per vndecimam huius sexti,vtpote m/n: ipsa a/ b/ad m/ n/ duplam itidem rationem habebit,quam eadẽ a/b/ad f/g,per decimã diffinitionẽ quinti.Et proinde sicut a/b/ad m/n,sic a/b/c/rectilineũ ad simile similitérq; positũ rectilineũ f/g/h.



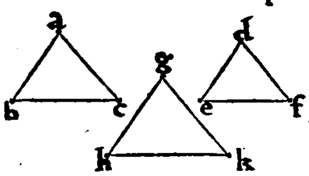
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις κα.

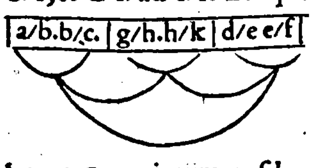
ΤΑ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Theorema 15, Propositio 21.

QVæ eidem rectilineo sunt similia:& adinuicem sunt similia. 21

ORONTIVS. ¶Sint bina rectilinea a/ b/ c/& d/ e/ f, eidem rectilineo g/h/k/similia. Dico a/b/c/rectilineum, simile fore rectilineo d/e/f. Cùm enim ex hypothesi a/b/c/& g/h/ k/rectilinea, similia sint adinuicem: habebunt propterea angulos ęquales ad vnum,& quæ circum ęquales angulos sunt latera proportionalia:per primę diffinitionis huius sexti conuersionem. Et proinde rectilinea d/e/f/& g/h/k,æquiangula erunt,& proportionalium itidem laterum:cùm ex ipsa hypothesi similia sint adinuicem. Sit vterque angulorum qui ad b/ & e,ipsi angulo qui ad h/æqualis:& sicut g/h/ad h/k,sic a/b/ad b/c,& d/e/ad e/f. Et quoniam angulus qui ad b/æqualis est angulo qui ad h,& eidem angulo qui ad h/ æqualis angulus qui ad e: angulus igitur qui ad b/angulo qui ad e,per primam cõmunem sententiam est æqualis.Insuper quoniam est vt a/b/ad b/c,sic g/h/ad h/k:sicut rursum g/ h/ad h/k, sic d/e/ad e/f. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic per vndecimam quinti, d/e/ad e/f. Proportionalia itaque sunt latera,quæ circum eosdem æquales angulos qui ad b/& e. Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos ipsius a/b/c/rectilinei,reliquis angulis ipsius d/e/f/ fore inuicẽ æquales: & circum eosdẽ æquales angulos latera proportionalia.Simile est itaq; a/b/c/ rectilineum, ipsi rectilineo d/e/f,per primam huius sexti diffinitionem.Quod oportebat demonstrare.





Θεώρημα ις, Πρόθεσις κβ.

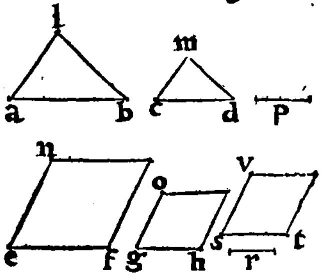
ΕΑν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 16, Propositio 22.

SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similitérq; descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea similia similitérq; descripta, proportionalia fuerint:ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt. 22

Pars prima theorematis. ORONTIVS.¶Sint quatuor rectę lineę discõtinuè proportionales a/b,c/d,e/f,& g/h: sicut quidem a/b/ad c/d, sic e/f/ad g/h. Et per decimamoctauam huius sexti,ab ipsis a/b/

& c/d,similia similitérq; posita rectilinea describātur,l/a/b/& m/c/d:& per eandē decimā-octauā,ab ipsis e/f/& g/h,alia quędā similia similitérq; posita rectilinea,n/e/f/& o/g/h.Aio fore sicut l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ad o/g/h. Inueniatur enim ipsis a/b/& c/d,tertia proportionalis p:ipsis autē e/f/& g/h,tertia itidem proportionalis r, per vndecimā huius sexti.Cū sit igitur ex hypothesi,vt a/b/ad c/d/sic e/f/ad g/h:& per cōstructionem,sicut c/d/ad p,sic g/h/ad r.Et ex ęqua igitur ratione,sicut a/b/ad p:sic e/f/ad r,per vigesimāsecundam quinti.Sicut porrò a/b/ad p,sic l/a/b/rectilineum,ad rectilineū m/c/d:per secundū corollariū vigesimæ huius sexti.



a/b.	c/d.	p	e/f.	g/h.	r

Et sicut igitur l/a/b/rectilineum, ad rectilineum m/c/d:sic per vndecimā ipsius quinti,e/f/ad r. Sicut rursum e/f,ad r: sic,per idem corollarium , rectilineum n/e/f/ad rectilineum o/g/h. Et sicut itaq; l/a/b,ad m/c/d: sic per eandē vndecimā quinti,n/e/f/ad o/g/h.

l/a/b.m/c/d	a/b. p	e/f. r

¶Si autē fuerit vt l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ad o/g/h: dico versa vice, quatuor lineas rectas a/b,c/d, e/f, & g/ h, fore proportionales , sicut a/b/ad c/d,sic e/f/ad g/h.Datis enim tribus rectis lineis a/b, c/d,& e/f:quarta inueniatur proportionalis s/t, per duodecimā huius sexti.Et per decimamoctauā eiusdē sexti,ab eadem s/t,ipsis n/e/f/ & o/g/h/ simile similitérq; positū rectilineum describatur v/s/t.Et quoniā est vt a/b/ad c/d,sic e/f/ad s/t:& ab ipsis a/b/& c/d/similia similitérq; posita describuntur rectilinea l/a/b/& m/c/d,ab ipsis autem e/f/& s/t/ similia itidem similitérq; posita rectilinea n/e/f/& v/s/t.Est igitur per primam partem iam demōstratam huius propositionis,sicut l/a/b/ad m/c/d,sic n/e/f/ad v/s/t.Receptum est autē ex hypothesi,vt l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ad o/g/h. Et sicut igitur n/e/f/ad o/g/h: sic per vndecimam quinti, n/e/f/ad v/s/t.Eadē itaq; magnitudo n/e/f,ad vtrasq; o/g/h/ & v/s/t,eandem habet rationem.Aequum est igitur rectilineum o/g/h,ipsi v/s/t:per nonā quinti.Est autem & eidem simile, similitérq; positum,per constructionem.Similia porrò similitérq; posita,& inuicem æqualia rectilinea:ab æqualibus,aut super æqualibus rectis lineis describuntur. Aequalis est igitur s/t/ipsi g/h. Est autem vt a/b/ad c/d, sic e/f/ad s/t. ipsi porrò s/t, æqualis ostensa est g/h:& eadem ad æquales,eandem habet rationem, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ad c/d:sic e/f,ad g/h. Ergo si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint:& quæ sequuntur reliqua.Quod ostendendum susceperamus.

secunda pars conuersa primæ.

l/a/b.m/c/d	e/t/r	n/e/f.o/g/h

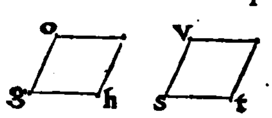
n/e/f.o/g/h	l/a/b.m/c/d	n/e/f.v/s/t

Hypothesis.

¶*Lemma siue assumptum.*

¶Quòd autem similia,similitérque posita,& inuicem æqualia rectilinea,habeant similis rationis latera inuicem æqualia:sic demonstratur.Sint rursum æqualia,& similia, similitérque posita rectilinea,o/g/h/& v/s/t: sítq; vt o/g/ad g/h, sic v/s/ad s/t.Aio quòd g/h/& s/t,sunt inuicem æquales.Si nanq; fuerint inæquales:altera maior erit.Esto(si possibile sit)g/h,maior s/t. Et quoniam est vt o/g/ad g/h,sic v/s/ad s/t: & econtra igitur, vel à conuersa ratione,sicut g/h/ad o/g,sic erit s/t/ad v/s:per corollariū quartæ libri quinti. Sed prima g/h/maior est tertia s/t: & secunda itaque o/g, quarta v/s/maior erit, per decimamquartam ipsius quinti.Binæ itaq; o/g/& g/h,duabus v/s/& s/t/erunt maiores : & proinde ipsum rectilineum o/g/ h, maius rectilineo v/s/t.quæ enim sub maioribus rectis comprehenduntur,maiora esse necessum est. Est autem eidem æquale,per hypothesin: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur g/h, maior ipsa s/t.Similiter ostendetur,quòd neque minor.Aequalis est itaque g/h/eidem s/t. Quod fuerat ostendendum.

Hypothesis demonstratio.



g/h	o/g	s/t	v/s

Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις κγ.

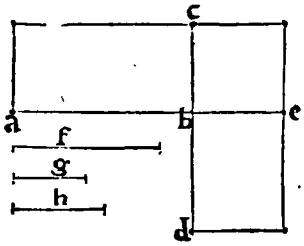
ΤΑ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 17, Propositio 23.

23 AEquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus,

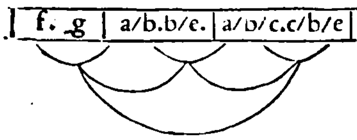
Partiũ figuræ præparatio.

ORONTIVS. ¶De lateribus velim intelligas, quæ circum æquales sunt angulos. Sint igitur bina parallelogramma inuicem æquiangula, a/b/c, & d/b/e: quorum angulus qui sub a/b/& b/c, angulo qui sub d/b/& b/e/continetur sit æqualis. Dico a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum d/b/e, rationem habere compositam ex ratione laterum a/b/ad/b/e, & c/b/ad b/d. Constituantur enim a/b/& b/e/latera in directum: hoc autem fiet, cùm anguli c/b/a, & c/b/e/duobus rectis fuerint æquales, per decimamquartam primi. tunc quoque in directum erit c/b/ipsi b/d, per eandem propositionem: nam anguli e/b/c/& e/b/d, per primam & tertiam communem sententiam, duobus itidem rectis æquabuntur. Compleatur denique parallelogrammum c/b/e: productis in continuum rectúmque, per secundum postulatum, eorundem parallelogrammorum lateribus. Proponatur insuper recta quædam linea f: & tribus datis rectis lineis a/b, b/e, & f: quarta subsumatur proportionalis g, per duodecimam huius sexti. Erit igitur vt a/b, ad b/e: sic f, ad g. Et per eandem duodecimam propositionem, tribus datis rectis lineis c/b, b/d, & g: quarta rursum proportionalis accipiatur h. Erit ergo vt c/b, ad b/d: sic g/ad h. Est autem sicut a/b/ad b/e, sic f/ad g. Rationes itaq; ipsius f/ad g, & g/ad h: eædem sunt ipsis rationibus a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Ratio porrò f/ad/h, componitur ex ratione ipsius f/ad g, atque ipsius g/ad h: veluti quinta huius sexti pręmissum est diffinitione. Et proinde ratio f/ad h, componitur ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d.

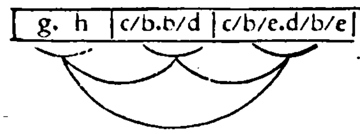


Præcipua demonstrationis resolutio.

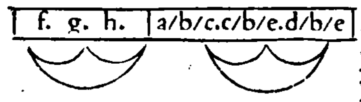
His præostẽsis, quoniam a/b/c/& c/b/e/parallelogrãma, sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem igitur sunt vt bases, per primã huius sexti. Sicut igitur a/b, ad b/e: sic a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e. Sicut autem a/b/ad b/e, sic per constructionem f/ad g. Et sicut igitur f, ad g: sic per vndecimam quinti, a/b/c/parallelogrammum, ad c/b/e/parallelogrammum.



Insuper, quoniam c/b/e/& d/b/e/parallelogramma, in eadem sunt altitudine: ad se inuicem rursum sunt vt bases, per eandem primam huius sexti. Sicut ergo c/b/ad b/d: sic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/parallelogrammum. Sicut porrò c/b, ad b/d: sic per constructionem g, ad h. Et sicut igitur g/ad h: sic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/parallelogrammum, per ipsam vndecimam quinti.



Et quoniam ostensum est, vt f/ad g, sic a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e: sicut rursum g/ad h, sic idem parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/parallelogrammum. Ex qua igitur ratione, per vigesimamsecundam eiusdem quinti, sicut f/ad h: sic a/b/c/parallelogrammum, ad d/b/e/parallelogrammum. Atqui ratio f/ad h, composita est (vti suprà deduximus) ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d.



Et parallelogrãmum igitur a/b/c/ad parallelogrammum d/b/e, rationem habet compositam ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Aequiangula itaq; parallelogramma, rationem habent compositam ex lateribus, angulos inuicem æquales continentibus. Quòd demonstrandum fuerat. ¶Haud dissimili discursu probabis, eandẽ rationẽ a/b/c/parallelogrammi ad parallelogrammum d/b/e, componi ex ratione lateris a/b/ad b/d, atque c/b/ad b/e: vbi tribus datis rectis a/b, b/d, & f, quartam dederis proportionalem g. & rursum tribus datis c/b, b/e, & g, quartam acceperis proportionalem h, per duodecimam huius sexti propositionem.

Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κδ.

Παντὸς παραλληλογράμμου, τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

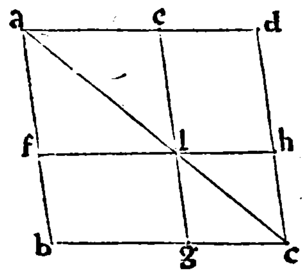
Theorema 18, Propositio 24.

OMnis parallelogrammi, quæ circa dimetientẽ parallelogramma: similia sunt toti, & adinuicem. 24

ORONTIVS. ¶Esto datum parallelogrammum a/b/c/d, cuius dimetiens sit a/c, & circa ipsum dimetientem parallelogramma, e/f, & g/h. Aio ipsa e/f/&

g/h/parallelogramma,toti parallelogrammo a/b/c/d,atque inuicem fore similia.Quòd autem e/f/parallelogrammum,toti a/b/c/d/sit simile:sic demonstratur. In primis enim,æquiangulum est ipsum e/f/parallelogrammum,eidem a/b/c/d/parallelogrammo.Nam angulus

Quòd e/f/parallelogrammũ, simile sit toti a/b/ c/d.



qui ad a,vtrique parallelogrammo communis est.Insuper, quoniam parallela est f/l,ipsi b/c:æqualis est angulus a/f/l,ipsi angulo a/b/c:necnon & a/l/f,ipsi a/c/b,per vigesimamnonam primi. Angulus porrò qui sub f/a/l/aut b/a/c,vtrique triangulo a/b/c/ & a/f/l/communis est.Aequiangulum est itaq; triangulum a/f/l, triangulo a/b/c. Haud dissimiliter triangulum a/e/l, triangulo a/d/c/ostendetur æquiangulum:& angulus a/e/l/angulo a/d/c/ æqualis,atque a/l/e/ipsi angulo a/c/d.Si autem æquales anguli, æqualibus componantur angulis:consurgent per secundam communem sententiam, æquales anguli. Aequus est igitur angulus f/l/e,ipsi b/c/d:& totum proinde parallelogrammum e/f, toti a/b/c/d/æquiangulum. Aio quòd proportionalia habent latera quæ circum æquales angulos. quoniam a/b/c/ & a/f/l/ triangula sunt(vti nuper ostẽsum est)inuicem æquiangula:proportionalia itaque sunt latera

b/a. a/c. a/d. f/a. a/l. a/e.

quæ circũ æquales angulos,per quartam huius sexti.Sicut igitur b/a/ad a/c, sic f/a/ad a/l: item sicut a/c/ad a/d, sic a/l/ad a/e.Et ex æqua igitur ratione,sicut b/a,ad a/d: sic f/a,ad a/e. Proportionalia itaque sunt latera,quæ circum angulum qui ad a/vtrique parallelogrammo communem.Rursum erit per eandem quartam sexti, sicut a/b/ ad b/c,sic a/f/ad f/l:sicútq; b/c/ad c/a, sic f/l/ad l/a . Sicut rursum a/c/ad c/d,sic a/l/ad l/e: sicut denique c/d/ad d/a , sic l/e/ad e/a . Et quoniam ostensum est,vt b/c/ad c/a,sic f/l/ad l/a:sicut præterea a/c/ad c/d,sic a/l/ad l/e.Et ex æqua igitur ratione,per vigesimamsecundam quinti,sicut b/c/ad c/d:sic f/l/ad l/e.

| a/b/ | b/c/ | c/a/ | c/d/ | d/a/ | | a/f/ | f/l/ | l/a/ | l/e/ | e/a/ |

Aequiangulorum itaque parallelogrammorum a/b/c/ d/ & e/f , proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos.Simile est igitur e/f/parallelogrammum,ipsi a/b/c/d/parallelogrammo : per primam huius sexti diffinitionem. Haud dissimili via, g/h/parallelogrammum,ipsi a/b/c/d/ parallelogrammo simile fore conuincetur: eundem qui prius, versus angulum c, & ipsum g/ h/ parallelogrammum respondenter iterando discursum. Et proinde vtrunque ipsorum e/f/& g/h/parallelogrãmorum,simile est eidem a/b/c/d/parallelogrammo.Omne autem parallelogrammum, rectilineum est:& quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem similia sunt,per vigesimamprimam huius sexti.Simile est igitur e/f/parallelogrammum,ipsi g/h/parallelogrammo. Omnis itaq; parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma:similia sunt toti,& adinuicem.Quod oportuit ostendisse.

Quòd g/h/parallelogrãmũ eidẽ a/b/c/d/ sit simile.

Quòd e/f/& g/ h/ similia sint adinuicẽ.

Πρόβλημα ζ, Πρότασις κε.

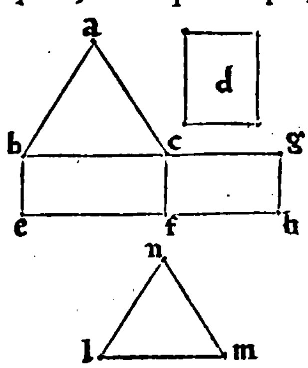
Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον, τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Problema 7, Propositio. 25

25 DAto rectilineo simile,& alij dato æquale,idem constituere.

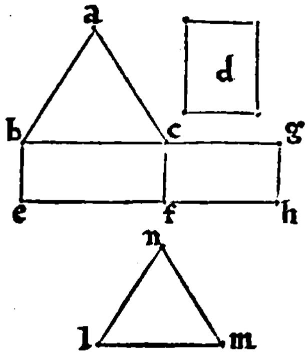
ORONTIVS. ¶Sint bina rectilinea, a/b/c/inquàm,& d:sítque receptũ, ipsi dato a/b/c/rectilineo simile,ipsi verò d/æquale,idem rectilineum constituere.Ad datam itaque rectam lineã b/c, & in dato angulo qui sub e/b/c, dato rectilineo a/b /c , æquale construatur parallelogrammum b/f: similiter & ad rectam lineam f/c,atque in dato angulo qui sub f/c/g/ ei qui sub e/b/c/æquali,dato rectilineo d,ęquale rursum parallelogrammum constituatur c/h, per quadragesimamquartam, & quadragesimamquintam primi, vtroque rectilineo (si expediat) in triangula distributo. Et quoniã angulus f/c/g, æquus est angulo e/b/c, per constructionẽ,vtrique autem communis b/c/f : anguli propterea b/c/f/ & f/c/g, duobus angulis e/b/c/& b/c/f,sunt per secũdam cõmunem sentẽtiam ęquales.

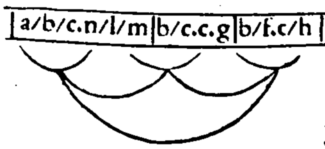
Partium figuræ præmittẽda descriptio.



ſed anguli e/b/c/& b/c/f,ſunt æquales duobus rectis,per vigeſimamnonam ipſius primi.Et duo igitur anguli b/c/f/& f/c/g,binis itidem rectis ſunt æquales.In directū eſt igitur b/c, ipſi c/ g, per decimamquartam eiuſdem primi: & e/ f/ conſequenter ipſi f/h. Binis inſuper datis rectis lineis b/c/ & c/g, media proportionalis inueniatur l/m,per decimamtertiam huius ſexti.Et per decimamoctauam eiuſdem ſexti,ſuper data recta linea l/m,dato rectilineo a/b/c, ſimile ſimilitérque poſitum rectilineum deſcribatur n/l/m. Aio rectilineum n/l/m,æquum fore ipſi d.Cùm enim tres lineæ rectæ b/c,l/m, & c/g, ſint per conſtructionem continuè proportionales:erit per ſecundum corollarium vigeſimæ huius ſexti,ſicut prima ad tertiam,ſic ſpecies rectilinei quæ à prima,ad ſimilem ſimilitérque poſitam ſpeciem quæ à ſecunda . Sicut igitur b/c,ad c/g: ſic a/b/c/ rectilineum, ad rectilineum n/l/m. Sicut porrò b/c,ad c/g:ſic b/f/parallelogrammum,ad parallelogrammum c/h,per primam huius ſexti:ſunt enim in eadem altitudine c/f.Ergo ſicut a/b/c/rectilineum,ad rectilineum n/ l/ m: ſic

Demōſtratiua problematis reſolutio.





per vndecimam quinti, b/ f/ parallelogrammum, ad parallelogrammum c/h. Sed rectilineum a/b/c, æquum eſt per conſtructionem ipſi b/f/parallelogrammo:& rectilineum igitur n/l/m, ipſi parallelogrammo c/h/per decimamquartā quinti eſt æquale. Eidem rurſum parallelogrammo c/ h, æquum eſt d/ rectilineum,per conſtructionem:& n/l/m/itaque rectilineum,ipſi d/rectilineo,per primam communem ſententiam eſt æquale.Conſtructum eſt autem & ipſi a/b/c/ſimile.Idem itaque rectilineum n/l/m,ipſi dato rectilineo a/b/c/ſimile,& alij dato ſcilicet d/æquale cōſtitutum eſt.Quod efficere oportebat.

Θεώρημα ιθ, Πρότασις κϛ.

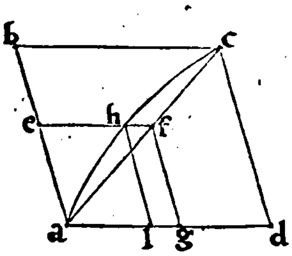
Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theorema 19, Propoſitio 26.

SI à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitum, communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem eſt toti. 26

ORONTIVS.¶De dimetiente velim intelligas,qui ab ipſo cōmuni angulo,in vtrunq; oppoſitum extēditur. Eſto datum parallelogrammum a/b/c/d:à quo ſimile ſimilitérq; poſitum,& communem illi habens angulum qui ad a,auferatur diſtinguatúrve parallelogrammum a/e/f/g.Dico ipſa a/b/c/d/& a/e/f/g/parallelogramma,circa eundem fore dimetientem a/f/c:hoc eſt dimetientem a/f/c/totius parallelogrammi a/b/c/d,tranſire per angulum qui ad f,& vtrique parallelogrammo fore communem.Si enim a/c/non tranſierit per f:tranſeat (ſi poſſibile ſit) vt a/h/c. ſecabit igitur a/h/c, aut e/f, aut f/g/latus ipſius a/e/f/g/ parallelogrammi. Secet ipſum latus e/f,in puncto h. & per punctum h, vtrique ipſarum a/ e/ & f/g/ parallela ducatur h/l, per trigeſimamprimam primi. Erit itaque e/l/parallelogrammum, & circa eundem dimetientem cum ipſo a/ b/ c/d/parallelogrammo. Simile erit igitur e/l/ parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/ parallelogrammo , per vigeſimamquartam huius ſexti. Eidem porrò a/ b/ c/ d/ parallelogrammo , ſimile eſt per hypotheſin , ipſum e/ f/ g/ parallelogrammum.Quæ autem eidem rectilineo ſimilia,& adinuicem ſimilia ſunt,per vigeſimamprimam huius ſexti. Simile erit itaque e/l/parallelogrammum,ipſi e/f/g/parallelogrammo. Similia porrò parallelogramma ſunt,quæ angulos æquales habent ad vnum , & quæ circa angulos æquales latera proportionalia , per primæ diffinitionis huius ſexti conuerſionem . Et ſicut igitur e/a/ad a/g,ſic e/a/ad a/l. Ad quas autem eadem,eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales,per nonam quinti.Aequalis foret igitur a/g,ipſi a/l,totum ſuæ parti:quod per nonam communem ſententiam eſt impoſſibile . Idem etiam ſubſequetur inconueniens , vbi

Oſtenſio theorematis ab impoſſibili.



posueris eundem a/c/dimetientem secare latus f/g. Transit igitur a/c/totius a/b/c/d/parallelogrammi dimetiens, per angulum atque punctum f: & proinde ipsum a/e/f/g/parallelogrammum, circum eundem dimetientem est toti a/b/c/d/parallelogrammo. Igitur si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

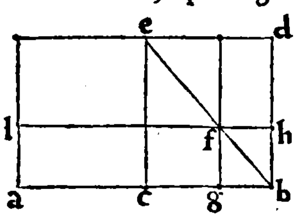
Θεώρημα κ, Πρότασις κζ.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ: μέγιστόν ἐστι, τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

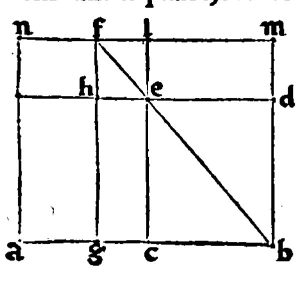
Theorema 20, Propositio 27.

27 Omnium parallelogrammorum circum eandem rectam lineam proiectorum, deficientiúmque specie parallelogrammis similibus similitérq; positis ei quod à dimidia descriptum est: maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum, simile existens sumpto.

ORONTIVS. ¶Deficere specie dicitur parallelogrammum, dato parallelogrammo: quando vtrunque parallelogrammum super eadem recta linea cõsistens, alterum deest alteri, ad complendum similis speciei parallelogrammum super totam datam rectam lineam coextensum. Vel dum comparatum parallelogrammum, reliquo deficit ab ipso similis speciei parallelogrammo, super totam ipsam rectam lineam constituto. *Quomodo parallelogrãmũ deficiat specie dato parallelogrammo.* Sit igitur data recta linea a/b, secta bifariam in c, per decimam primi: describatúrque à dimidia c/b, contingens parallelogrammum c/d. *Prima theorematis differentia.* Iuxta verò datam rectam lineam a/b, gemina comparentur parallelogramma. alterum proiectum à reliqua dimidia a/c, vtpote a/e, simile similitérque descriptum existens sumpto c/d, & deficiens specie ipso c/d/à toto a/d/parallelogrammo: alterum autem a/f, super a/g/comparatum maiore dimidia ipsius a/b, & proinde subingrediens ipsum parallelogrammum c/d, deficiénsque specie parallelogrammo g/h, simili similitérque posito ipsi c/d/ quod à dimidia c/b/descriptum est, ad complendum ipsum a/h/parallelogrammum.



Dico quòd a/e/parallelogrammum, maius est a/f/parallelogrammo. *Demõstratio.* Cùm enim ex hypothesi g/h/parallelogrammum, simile sit ipsi parallelogrammo c/d: circum igitur eundem sunt dimetientem e/f/b, per vigesimamsextam huius sexti. Producatur ergo g/f/in rectum & continuum vsque ad latus e/d, per secundum postulatum. Parallelogrammi igitur c/d, eorum quæ circa dimetientem sunt parallelogrammorum supplemẽta c/f/& f/d, sunt per quadragesimamtertiam primi adinuicem æqualia. Addatur vtrique commune g/h. totum ergo c/h, toti g/d, per secundã communem sentẽtiam est æquale. Eidem porrò c/h, æquum est c/l, per trigesimamsextam primi: sunt enim in basibus æqualibus a/c/& c/b, in eisdémque parallelis a/b/& l/h. Et g/d/ itaque, ipsi c/l/per primam communem sententiam æquum est. Commune rursum addatur c/f. totus igitur gnomon c/b/d, toti a/f/parallelogrammo est æquale. Sed totum parallelogrammum c/d, maius est per nonam communem sententiam, ipso gnomone c/b/d: & proinde ipso a/f/maius. Aequum est porrò a/e/parallelogrammum, ipsi c/d/parallelogrammo, per eandem trigesimamsextam primi: in basibus enim sunt æqualibus a/c/& c/b, atque in eisdem parallelis a/b/& e/d. Quæ autem sunt æqualia, eiusdẽ sunt æquè maiora: per sextæ communis sententiæ cõuersionem. Maius est itaque parallelogrammum a/e, ipso a/f/parallelogrammo. ¶Sed esto a/f/ parallelogrammum, proiectum super a/g, minore dimidia ipsius a/b/lineę datę, & egrediẽs ipsum a/e/parallelogrammum: deficiens rursum specie ipso f/b/parallelogrãmo, simili similitérque posito ipsi c/d, quod à dimidia c/b/descriptum est, ad complendum totum a/m/parallelogrammum. *Secunda theorematis differentia.*



Aio quòd & a/e/parallelogrammum, maius est ipso a/f/parallelogrammo. *Demõstratio.* Cùm enim ex hypothesi c/d/& f/b/parallelogramma, similia sint: circum eundem propterea dimetientem f/e/b, per vigesimamsextam huius sexti constituentur. Compleantur itaque, per trigesimamprimam primi,& secundum postulatum,h/l/& a/m/parallelogramma:vt in ipsa continetur figura.Et quoniam parallelogramma sunt a/l/& c/m:sunt igitur per trigesimamquartam primi,n/l/& l/m/ipsis a/c/& c/b/quæ ex opposito,atque inuicem ęquales. Et proinde n/e/parallelogrammum, ipsi e/m/parallelogrammo, per trigesimamsextam primi æquale. Eidem porrò e/m,æquum est e/g, per quadragesimamtertiam ipsius primi. Et n/e/itaque ipsi e/g, per primam communem sententiam est æquale. Subducto igitur h/l:reliquum e/g,reliquo n/h/maius est. Si autem inæqualibus e/g/& n/h,æqualia vel idem commune a/h/apponatur:omnia,per quartam communem sententiam, erunt inæqualia. consurget igitur a/e/parallelogrammum, maius ipso a/f/parallelogrammo. Omnium itaque parallelogrammorum iuxta eandem lineam consistentium,& deficientium specie:& quæ sequuntur reliqua.Quod ostendendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρότασις κη.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ, ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Problema 8, Propositio. 28.

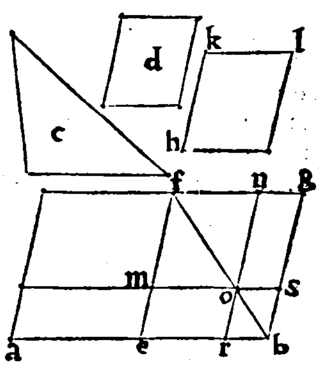
AD datam rectam lineã,dato rectilineo æquale parallelogrammum comparare,deficiens specie parallelogrammo simili dato. Oportet iam datum rectilineum,cui expedit ęquum comparare, non maius esse eo quod à dimidia comparatum,similibus existentibus sumptis,& eius quod à dimidia,& cui expedit simile deficere. 28

Notandum.

ORONTIVS. Ostensum est enim antecedẽti vigesimaseptima propositione,omnium parallelogrammorum iuxta eandem rectam lineam comparatorum, deficientiúmque specie similibus similitérque positis parallelogrammis ei quòd à dimidia describitur: maximum esse quòd à dimidia comparatum parallelogrammũ,simile existens sumpto. Oportet itaque datum rectilineum, cui ad datam rectam lineam æquale comparandum est parallelogrammum:nõ maius esse eo quod à dimidia ipsius datæ recte lineæ comparatur,similibus simílitérque positis existẽtibus vtriusque comparati parallelogrammi defectionibus (ad complenda similis speciei parallelogramma super totam datam rectam lineam coextensa)eius inquàm quòd à dimidia, & eius cui simile similitérque positum eidem quòd à dimidia defuturum est parallelogrammum.

Interpretatio problematis.

Sit ergo data recta linea,a/b: datum verò rectilineum, cui oportet ad datam rectam lineam a/b/æquum parallelogrammum comparare,esto c,non existẽs maius eo quòd à dimidia comparatur,similibus existentibus vtriusque defectionibus.Ipsum autem parallelogrammum, cui expedit simile deficere,sit d. Recipio itaque ad datam rectam lineam a/b,dato rectilineo c,æquum parallelogrammum comparare, deficiens specie parallelogrammo ipsi d/simili. Secetur itaque a/b/recta bifariam in puncto e,per decimã primi. Et per decimamoctauam huius sexti,à data recta linea e/b,dato rectilineo d, simile similitérque positum rectilineum (quod erit & parallelogrammum) describatur e/f/ g: compleatúrque per trigesimamprimam ipsius primi, & secundum postulatum, a/e/f/parallelogrammum.



Prima ostensionis differentia.

Aut igitur a/e/f/parallelogrammum, æquum est ipsi rectilineo c,aut eo maius: non enim minus esse potest,per assumptam ex antecedenti vigesimaseptima propositione problematis determinationem. Si æquale fuerit a/e/f/ parallelogrammum, ipsi rectilineo c: iam comparatum erit ad datam rectam lineam a/ b, dato rectilineo c, æquale parallelogrammum a/e/f, deficiens specie parallelogrammo e/f/g/simili ipsi d.

Differẽtia secunda,& absoluta partiũ figuræ compositio.

At si a/e/f/parallelogrammum, eodem c/rectilineo fuerit maius: erit & e/f/g/parallelogrammum, æquè itidem maius ipso c.sunt enim a/e/f/ & e/f/g/parallelogramma, in basibus æqualibus a/e/&

e/b,atque in eiſdem parallelis a/b/& f/g:& proinde/per trigeſimamſextam primi,inuicem æqualia . Exceſſui autem ſiue rectilineo , quo e/ f/ g/ parallelogrammum ſuperat ipſum c/ æquale, ipſi autē d/ſimile ſimilitérq; poſitum,idem conſtruatur h/k/l, per vigeſimamquintam huius ſexti.Eidem porrò d/ſimile eſt e/f/g,per conſtructionē:& h/k/l/igitur ſimile eſt ipſi e/f/g, per vigeſimamprimam eiuſdem ſexti . Similes autem rectilineæ figuræ, habent angulos æquales ad vnum,& quæ circum angulos æquales latera proportionalia,per primæ diffinitionis huius ſexti conuerſionem . Sit igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f:& ſicut e/f/ad f/g,ſic h/k/ad k/l.Et quoniam e/f/g/ parallelogrammum, æquum eſt ipſis c/& h/l:maius eſt igitur e/f/g,ipſo h/l.& proinde latus e/f,maius ipſo h/k:& f/g,ipſo k/l/ itidem maius.Oſtenſum eſt enim lemmate vigeſimæſecundæ huius ſexti,ſimilia ſimilitérq; poſita & inuicem æqualia rectilinea:habere ſimilis rationis latera adinuicem æqualia.Ergo quæ ſimilia ſunt & ſimiliter poſita,ſed inæqualia:habent ſimilis rationis latera inæqualia,& proinde maiora quæ ſunt maioris, & minora quæ minoris ſunt rectilinei . Maius eſt itaque f/e/ipſo h/k,& f/g/ipſo k/l.Secetur igitur per tertiam primi, ipſi h/k/æqualis f/m, & ipſi k/l/æqualis f/n:& per trigeſimamprimam ipſius primi,compleatur m/o/n,& reliqua parallelogramma,vt in figura. Aequum eſt igitur m/n/parallelogrammum,ipſi h/l:atque eidem ſimile.ſed h/l,ipſi e/f/g/ſimile eſt,per conſtructionem: & m/n/igitur, ipſi e/f/g/ſimile eſt, per eandem vigeſimamprimam huius ſexti.Circum ergo eundem ſunt dimetientem f/o/b, ipſa e/f/g/& m/n/parallelogramma,per vigeſimamſextam eiuſdem ſexti.Et proinde parallelogrammum r/s,ipſi m/n,atque toti e/f/g/ſimile eſt, per vigeſimamquartam huius ſexti: atque demum ipſi d/ſimile,per ipſam vigeſimamprimam eiuſdem ſexti. His ita pręmiſſis, *Præcipua demonſtrationis reſolutio.* quoniam e/f/g/parallelogrammum, ipſis c/& h/l/eſt æquale,& ipſum h/l/æquale ipſi m/n: reliquus proinde gnomon m/b/n,rectilineo c,per tertiam communem ſententiām eſt ęqualis.Rurſum quoniam e/o/ſupplementum,æquum eſt o/g/ſupplemento,per quadrageſimamtertiam primi:addatur vtrique commune r/s.totum igitur e/s, toti r/g:per ſecundam communem ſententiam eſt æquale.Sed eidem e/s, æquum eſt a/m, per trigeſimamſextam primi:ſunt enim a/ m/& e/s , in baſibus æqualibus, ac in eiſdem parallelis. Et a/m,igitur ipſi r/g, per primam communem ſententiam æquum eſt. Adponatur rurſum vtrique commune e/o:totum igitur a/o, ipſi e/o/g/aut m/ b/ n/gnomoni, per eandem ſecundam communem ſententiam eſt æquale. Eidem porrò gnomoni m/ b/n, æquum eſt rectilineum c:& quæ eidem ęqualia,adinuicem ſunt æqualia,per primam communem ſententiam.Aequum eſt igitur a/o/parallelogrammum, ipſi rectilineo c:deficítque ſpecie(ad complendum a/s/parallelogrammum)ipſo r/s/parallelogrammo,quod ſimile eſt ipſi d. Ad datam itaque rectam lineam a/b,dato rectilineo c,æquum parallelogrammum comparauimus a/o,deficiens ſpecie parallelogrammo r/s,dato parallelogrammo d/ſimili.Quod oportebat facere.

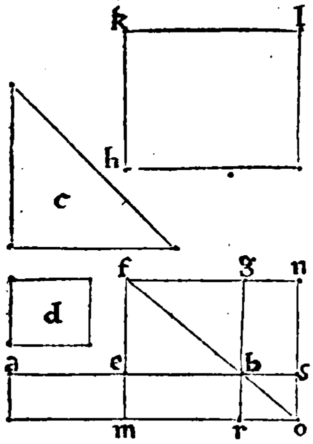
Πρόβλημα θ, Πρόθεσις κθ.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Problema 9, Propoſitio 29.

29 AD datam rectam lineam, dato rectilineo, æquale parallelogrammum prætendere, excedens ſpecie parallelogrammo ſimili dato.

ORONTIVS.¶Sit rurſum data recta linea a/b,datum verò rectilineum c,datum inſuper parallelogrammum d. Operæpretium itaq; ſit,ad datam rectam lineam a/b,dato rectilineo c,æquum parallelogrammum comparare,excedens ſimilis ſpeciei parallelogrammum ſuper totam a/b/comparatum, parallelogrammo ipſi d/ſimili. Secetur itaque primùm a/b/ *Præparatio figuræ,ipſius oſtēſionis præambula.* recta bifariam in puncto e,per decimam primi.& à data recta linea e/b/dato rectilineo d, ſimile ſimilitérque poſitum rectilineum(& proinde parallelogrãmum)deſcribatur e/f/g/b: per decimamoctauam huius ſexti.Vtriſq; præterea & e/g/parallelogrammo & c/rectilineo æquale,ipſi autem d/ ſimile ſimilitérque poſitum, idem conſtituatur h/k/l: per vigeſimamquintam ipſius ſexti. Vtrunq; igitur e/g/& h/l,ipſi d/ſimile eſt:& proinde e/g/& h/l/ſimilia adinuicem, per vigeſimamprimam eiuſdem ſexti.Similia verò rectilinea, habent angulos æquales ad vnum,& quæ circum æquales angulos latera proportionalia:per primæ diffinitionis huius ſexti conuerſionem.Eſto igitur angulus qui ad k,æqualis angulo qui ad f:&



ficut e/f/ad f/g, fic h/k/ad k/l. Et quoniam h/l,vtrifque fimul & e/g/parallelogrãmo, & ipfi c/rectilineo eft æquale,per conftructionem:maius eft igitur h/l, ipfo e/g/parallelogrammo.& latus propterea h/k/ipfo e/f/ maius: necnon & k/ l/maius ipfo f / g : per ea quæ proxima annotauimus propofitione , aut per lemmatis vigefimæfecundæ huius demonftrationem.Producantur itaque in rectum & cõtinuum,f/e/& f/g/verfus m/& n,per fecundum poftulatum:fecetúrque ipfi h/k/æqualis f/m,ipfi autem k/l/æqualis f/n,per tertiã primi.Compleatur deinde m/n/ parallelogrammum , per trigefimamprimam ipfius primi , vnà cum r/s , atque cæteris quæ in figura funt parallelogrammis. Parallelogrammum itaque m/n,æquum eft & fimile ipfi h/l.fed eidem h/l/fimile oftenfum eft e/g:fimile eft igitur m/n,ipfi e/g, per vigefimãprimam huius fexti.& proinde ipfa e/g/& m/n/parallelogramma , circa eundem dimetientem f/b/o , per vigefimamfextam ipfius fexti funt conftituta. Rurfum quoniam e/g/& r/s/parallelogramma,circa eundem funt dimetientem f/b/ o: fimile eft propterea, per vigefimamquartam eiufdem fexti,r/s/parallelogrammum,ipfi e/g,atque toti m/n,& proinde ipfi d/ parallelogrammo. His ita præmiffis,quoniam m/n,æquum eft ipfi h/l, & ipfum h/l/vtrifque & e/g/parallelogrammo & c/rectilineo æquale:& m/n/igitur,eifdem e/g/parallelogrammo & c/rectilineo eft æquale.quæ enim inuicem æqualia,eifdem æqualia funt:per primæ communis fententiæ conuerfionem . Subducto igitur communi/ e/ g:reliquum c/ rectilineum,reliquo gnomoni e/o/g,per tertiam communem fententiam,eft æquale. Et quoniam g/s/fupplementum,ipfi e/r/fupplemẽto,per quadragefimamtertiam primi eft æquale:& eidem e/r,æquum eft a/m, per trigefimamfextam eiufdem primi, nempe in æquali bafi,ac in eifdem parallelis conftituto.Et a/m/igitur ipfi g/s,per primam commuem fententiam æquum eft.Commune adponatur e/o:confurget itaq; a/o/parallelogrammum,ipfi e/o/g/gnomoni,per fecundam communem fententiam,æquale.Sed eidem gnomoni e/o/g,æquum eft rectilineum c:& quę eidem æqualia , adinuicem funt æqualia per primam communem fententiam. Et a/ o/igitur parallelogrammum , æquum eft ipfi dato rectilineo c: exceditque fimilis fpeciei parallelogrammum a/r/fuper totam rectam a/ b/comparatum, ipfo parallelogrammo r/ s,quod ipfi d/fimile oftenfum eft . Ad datam igitur rectam lineam a/b, dato rectilineo c,æquale comparatum eft parallelogrammũ a/o , excedens fimilis fpeciei parallelogrammũ a/r/fuper totam a/b/comparatum, parallelogrammo r/s,fimili dato parallelogrammo d. Quod faciendum receperamus.

Difcurfus principalis demonftrationis.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

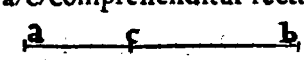
Problema 10, *Propofitio* 30.

DAtam rectam lineam terminatam, per extremam ac mediam rationem difpefcere. 30

Problematis interpretatio.

ORONTIVS.❡Recta linea per extremam & mediam rationem fecari dicitur : quando fic defpefcitur , vt tota ad vnum fegmentorum eandem habeat rationem , quam idem fegmentum ad reliquum. Efto igitur data recta quædam linea terminata a/b, quam oporteat per extremam & mediam difpefcere rationem. Secetur itaque a/b/ recta in puncto c, per vndecimam fecundi: vt quod fub tota a/ b /& altero fegmento a/c/comprehenditur rectangulum,ęquum fit ei quod ex c/b/reliquo fegmẽto fit quadrato.

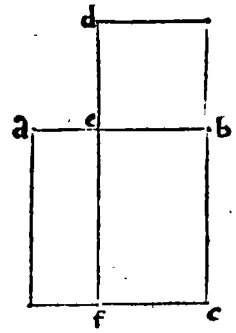
Exequutio demonftratiua problematis.



Propofitis itaque tribus rectis lineis a/b, b/ c,& c/a, quod fub extremis a / b/& c/ a/ continetur rectangulum , æquum erit ei quod à media b/c/fit quadrato.Ipfæ igitur tres rectæ lineæ proportionales erũt,per fecundam partem decimæfeptimæ huius fexti: ficut a/b/àd b/c, fic b/c/ad c/a. Data ergo recta linea a/ b, per extremam & mediam rationem fecatur in c , & illius fegmentum maius eft b/c. ❡Aut fi velis,defcribatur ex a/ b/ recta linea data,quadratum a/b/c, per quadragefimamfextam primi.Et ad datam rectam lineam b/c,dato quadrato a/b/c,æquum parallelogrammum comparetur c/ d, excedens fimilis fpeciei parallelogrammum c/ e/fuper totam

Idem alia ratione demonftrare.

b/c/comparatum, ipſo d/b/ parallelogrammo ſimili a/b/c/ dato: per antecedentem vigeſimamnonam propoſitionem. Et quoniam ſimile eſt a/b/c, ipſi d/b, & quadratum eſt a/b/c, & vtrique commune c/e: ablato itaque c/e, reliquum a/f/ reliquo d/b, per tertiam communem ſententiam eſt æquale. & qui circa e/ ſunt anguli, æquales ſunt adinuicem, per decimam quintam primi, vel quartum poſtulatum. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum, reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: per decimamquartam huius ſexti. Et ſicut igitur e/f/ ad e/d, ſic b/e/ ad e/a. Sed b/e/ æqualis eſt e/d, & a/b/ ipſi b/c, per quadrati diffinitionem: eidem rurſum b/c, ęqualis eſt e/f, per trigeſimamquartam primi. Et e/f/ igitur, ipſi a/b, per primam communem ſententiam eſt æqualis. Aequales autem ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad ęquales: per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur a/b/ad b/e, ſic b/e/ad e/a. Data igitur rectalinea a/b, per extremam & mediam rationem, in puncto e/diſpeſcitur. Quod oportuit feciſſe.



Θεώρημα κα, Πρότασις λα.

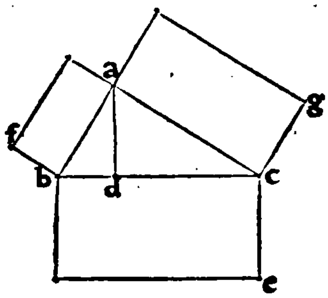
ἘΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Theorema 21, Propoſitio 31.

31 IN rectangulis triangulis, quę ab rectum angulum ſubtendente latere ſpecies: æqualis eſt eis, quæ ab rectũ angulum cõprehẽdẽtibus lateribus ſpeciebus ſimilibus, ſimilitérq; deſcriptis.

ORONTIVS. ¶Quod de quadratis ſuperficiebus, propoſuit quadrageſimaſeptima primi: hic de quibuſcunque rectilineorum ſpeciebus, proponit Euclides. Eſto igitur datum rectangulum triangulum a/b/c, rectum habens angulum qui ad a. Dico quòd ſpecies rectilinei, quæ deſcribitur ex b/c/ rectum angulum ſubtendente: æqualis eſt ambabus ſimilibus ſimilitérque deſcriptis ſpeciebus, ab ipſis a/b/ & a/c/ rectum angulum continentibus. A dato enim puncto a, ſuper datam rectam lineam b/c, perpẽdicularis deducatur a/d, per duodecimam primi: quæ per octauam huius ſexti, cadet intra datum a/b/c/ triangulũ, ipſúmq; in bina diuidet triãgula a/b/d/ & a/d/c, toti a/b/c/ atque adinuicem ſimilia. Deſcribatur inſuper ex b/c, contingens, & cuiuſcunque libuerit ſpeciei rectilineum b/e: & à datis rectis lineis a/b/ & a/c, dato rectilineo b/e, ſimilia ſimilitérque poſita rectilinea deſcribantur a/f/ & a/g, per decimãoctauam huius ſexti. Et quoniam ſimile eſt a/b/c/ triangulum ipſi a/b/d/ triangulo, & qui ad b/ angulus vtrique communis: eſt igitur vt c/b/ad b/a, ſic a/b/ad b/d. ſunt itaque b/c/ & a/b, ſimilis rationis latera. Similia porrò triangula, adinuicem in dupla ratione ſunt ſimilis rationis laterum, per decimamnonam eiuſdem ſexti. Triangulum igitur a/b/c, ad triangulum a/b/d, duplam rationem habet quàm b/c/ latus ad latus a/b. Rurſum quoniam b/e/ rectilineum, ſimile eſt ipſi a/f: ſimiles autem rectilineæ figuræ, in dupla ratione ſunt adinuicem ſimilis rationis laterum, per primum corollarium vigeſimæ huius ſexti. Et b/e/ itaque rectilineum, duplam rationem habet, quàm latus b/c/ ad ſimilis rationis latus a/b. Oſtenſum eſt autem, quòd & triangulum a/b/c/ ad triangulum a/b/d, duplam itidem rationẽ habet quàm latus b/c/ ad latus a/b. Et ſicut igitur a/b/c/ triangulum ad triangulum a/b/d, ſic per vndecimam quinti, b/e/ rectilineum ad rectilineum a/f. & à conuerſa inſuper ratione, ſicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c: ſic a/f/ rectilineum, ad rectilineum b/e, per quartæ ipſius quinti corollarium:

Interpretatio theorematis cum partium figuræ deſcriptione.



Demonſtratio ipſius theorematis.

Haud diſſimiliter oſtendemus triangulum a/b/c/ ad triangulum a/d/c, atque b/e/ rectilineum, ad rectilineum a/g, duplicem itidem habere rationem, quàm latus b/c/ ad ſimilis rationis latus a/c. Et proinde fore ſicut a/b/c/ triangulum, ad triangulum a/d/c: ſic b/e/ rectilineum, ad rectilineum a/g. Et econtrà rurſum, ſicut triangulũ a/d/c, ad triangulum a/b/c;

ſic a/g/rectilineum,ad rectilineum b/e.Patuit autẽ,quòd ſicut a/b/d/triangulũ ad triangulum a/b/c,ſic a/f/rectilineum ad rectilineum b/e.Primum igitur a/b/d,ad ſecundum a/b/c/ eandem habet rationem,& tertium a/f/ad quartum b/e:habet rurſum & quintum a/d/c/ad ſecundum a/b/c/eandem rationem,& ſextum a/g/ad ipſum quartum b/e.Et compoſita igitur primum & quintum a/b/d/& a/d/c,ad ſecundum a/b/c/eandem habebunt rationem,& tertium a/f/cum ſexto a/g/ad ipſum quartum b/e:per vigeſimamquartam ipſius quinti.Sed a/b/d/& a/d/c/triangula, æqualia ſunt ipſi a/b/c/triangulo , tanquàm partes ipſum totum a/b/c/triangulum integrantes ; & ipſa igitur a/f/& a/g/rectilinea , ipſi b/e/rectilineo ſunt æqualia.Aequum eſt ergo rectilineum quod ex b/e, eis quæ ex a/b/& a/c/ſimilibus ſimilitérque deſcriptis. ¶Idem etiam oſtendere licebit,ex ſecundo corollario eiuſdem vigeſimę huius ſexti:coaſſumptis propter ſimilitudinem triangulorum a/b/c, a/b/d, & a/d/c, tribus rectis lineis b/c,a/b,& b/d/proportionalibus,& alijs tribus itidem proportionalibus , b/c, a/c,& c/d.Erit enim per idem corollarium,ſicut b/c/ad b/d,ſic b/e/ad a/f:ſicútque eadem b/c/ad c/d,ſic b/e/ad a/g.Hinc ipſarum trium linearum b/c,b/d,& d/c,quemadmodùm & ſupradictorum triangulorum adminiculo,concluſionẽ haud diſſimili poteris elicere diſcurſu.In rectangulis igitur triangulis,quæ ad rectum angulum ſubtendente latere ſpecies:&c. vt in theoremate.Quod oſtendendum fuerat.

Idem alia ratione demonſtrare.

Θεώρημα κϐ, Πρόθεσις λϐ.

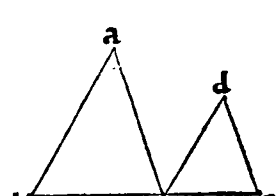
Ἂν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι: αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ, ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

Problema 22, Propoſitio 32.

SI duo triangula componantur ad vnum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, vt ſint eiuſdem rationis eorum latera & parallela : reliqua ipſorum triangulorum latera,in rectam lineam erunt. 32

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/c/e,ad vnum angulum qui ſub a/c/d, compoſita,habẽtia duo latera b/a/& a/c/duobus lateribus c/d/& d/e/proportionalia, ſicut b/a/ad a/c/ita c/d/ad d/e:ſintque eiuſdem rationis latera inuicem parallela,vtpote a/b/ipſi c/d, & a/c/ipſi d/e. Dico quòd reliqua latera b/c/& c/e, in rectam lineam ſunt conſtituta. Cùm enim ex hypotheſi a/ b / & c / d / ſint parallelæ , & in eas incidat a/ c: erit angulus b/a/c,æqualis alterno a/c/d,per vigeſimãnonam primi.Haud diſſimiliter quoniam a/c/parallela eſt ipſi d/e, & in eas incidit recta c/d:erit per eandem vigeſimamnonam primi,angulus c/d/e,alterno a/c/d/itidem æqualis.Duo itaque anguli b/a/c/& c/d/e,eidem angulo a/c/d/ſunt æquales: & proinde ęquales adinuicem,per primam communem ſententiam.Bina itaque triangula a/b/c/& d/c/e,habent vnum angulum vni angulo ęqualem,& quæ circum ęquales angulos latera proportionalia:ęquiangula ergo ſunt ipſa a/b/c/& d/c/e/triangula,& æquales habẽt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur,per ſextam huius ſexti. Aequus eſt itaq; angulus c/b/a,angulo d/c/e.Oſtenſum eſt autẽ,quòd & b/a/c/angulus,æquus eſt ãgulo a/c/d.Duo igitur anguli a/c/d/& d/c/e, duobus angulis b/a/c/& c/b/a/ſunt æquales.Totus rurſum qui ſub a/c/e/cõtinetur angulus,eiſdẽ angulis a/c/d/& d/c/e/ęqualis eſt.Et proinde ãgulus a/c/e,duobus ãgulis b/a/c/& c/b/a/eſt æqualis. Communis addatur angulus a/c/ b: duo igitur anguli a/c/b/& a/c/e,tribus angulis b/a/c,a/c/b,& c/b/a/ipſius a/b/c/trianguli,ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales . Sed eiſdem tribus angulis ipſius a/ b/ c/ trianguli, ſunt æquales duo recti,per trigeſimamſecundam primi. Et duo itaq; anguli a/c/b/& a/c/e,duobus rectis per primam communem ſententiam coæquantur.Ad datam ergo rectam lineam a/c,atq; ad eius punctum c, duæ rectæ lineæ b/ c/& c/e/non ad eaſdem partes ductæ,efficiunt vtrobique angulos a/c/b/& a/c/e/binis rectis æquales: ipſæ igitur rectæ lineæ b/c/& c/e,in directum ſeu rectam lineam,per decimamquartam ipſius primi ſunt conſtitutæ. Ergo ſi bina triangula:& quæ ſequuntur reliqua.Quod oportuit demonſtraſſe.

Oſtenſio theorematis.



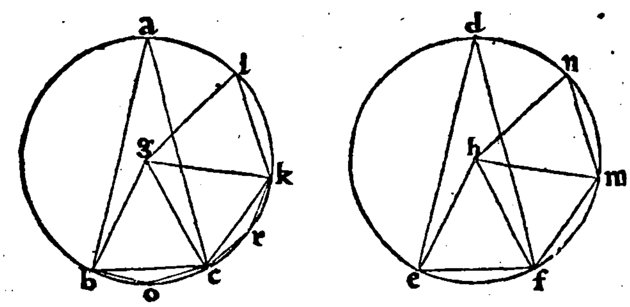
Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις ἐφ᾽ ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

Theorema 23, Propositio 33.

33 IN æqualibus circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus deducuntur: etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti. Tum etiam sectores, tãquam ad centra constituti.

ORONTIVS. ¶Sint bini & adinuicem æquales circuli, a/b/c/& d/e/f: ad quorũ centra, g/& h, anguli deducantur b/g/c/& e/h/f, ad circunferentias autem, b/a/c, & e/d/f, circunferentias b/c/& e/f/ comprehendentes. Aio primùm, quòd veluti circunferentia b/c, ad e/f/ circunferentiam, sic angulus b/g/c/ ad angulum e/h/f, necnon & angulus b/a/c/ ad angulum e/d/f. Connectantur enim per primum postulatum b/ c/ & e/ f. & in datis circulis a/b/c/& d/e/f, datis rectis lineis b c/& e/f, non maioribus eorundem circulorum dimetientibus: quotcunque æquales rectæ lineæ ordine coaptentur, c/k/& k/l/ ipsi b/c, atque f/m/& m/n/ ipsi e/f/ æquales, per primam quarti. & per primum postulatum, connectantur g/k, g/l, h/m, & h/n/ rectæ lineæ. Et quoniam æquales sunt b/c/c/k, & k,l/ rectæ lineæ: æquales sunt & circunferentiæ b/ c, c/k, & k/l/ easdem rectas inuicẽ æquales subtendentes, per vigesimamoctauam tertij. Hinc per vigesimãseptimam eiusdẽ tertij, anguli b/g/c, c/g/k, & k/g/l, æquales sunt adinuicẽ. Et proinde anguli e/ h/ f, f/ h/ m, & m/h/n, adinuicem pariter æquales. Quotuplex igitur est b/c/l/ circunferentia, ipsius circunferentiæ b/c: totuplex est angulus b/ g/ l/ ipsius anguli b/ g/ c. quotuplex insuper est e/ f/ n/ circunferentia, ipsius circunferentiæ e/f: totuplex est & angulus e/ h/ n, ipsius anguli e/h/f. quia æquè multiplicia, æquè multiplicium sunt æquè maiora, vel æquè minora. Si itaque circunferentia b/c/l/ maior est circunferentia e/f/n: æquè maior est & angulus b/g/l/ ipso angulo e/h/n: & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaq; magnitudinum, vtpote b/c/& e/f/ circunferentiarum, & angulorum b/g/c/ & e/h/f, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ: necnon secundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia. & sicut multiplex primæ, ad multiplex secundæ: sic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ se habere deductum est. De angulis q ad centrum.



Circunferentiæ		Anguli.	
b/c/l.	e/f/n.	b/g/l.	e/h/n.
b/ c.	e/ f.	b/g/c.	e/h/f.

In eadem ratione igitur est prima ad secũdam, & tertia ad quartam, per sextã ipsius quinti diffinitionem: hoc est, sicut b/c/ circunferentia, ad e/f/ circunferentiam: sic angulus b/g/c, ad angulum e/h/f. ¶Et quoniam angulus b/g/c/ duplus est anguli b/a/c, & e/h/f/ ipsius e/d/f/ itidem duplus, per vigesimã tertij. Sunt itaq; b/g/c/& e/h/f/ anguli, ipsorũ b/a/c/& e/d/f/ qui ad circunferẽtias sunt angulorum, æquè multiplices. Partes autem eodem modo multiplicium, eandem rationẽ habent sumptæ adinuicem: per decimamquintam eiusdem quinti. Quam rationem igitur habet angulus b/g/c, ad angulũ e/h/f: eam habet & angulus b/a/c, ad angulum e/d/f. Ostensum est autẽ, quòd angulus b/g/c/ ad angulum e/h/f/ eam habet rationem: quam b/c/ circunferentia, ad circunferentiam e/f. Et b/a/c/ igitur angulus/ ad angulum e/d/f/ eam habet rationem, per vndecimã quinti: quam b/c/ circunferentia, ad circunferentiam e/f. ¶Dico insuper, quòd sicut eadem circunferentia b/c, ad circunferentiam e/f: sic g/b/c/ sector, ad sectorem h/e/f. Coassumantur enim in b/c/& c/k/ circunferẽtijs, contingentia signa o/& r: & connectantur b/o, o/c, c/r, & r/k/ lineę rectæ, per primum postulatum. Et quoniam trianguli De angulis q ad circunferentiam. De sectoribus.

b/c.e/f	b/g/c.e/h/f	b/a/c.e/d/f

g/b/c/ duo latera b/g/& g/c, sunt æqualia duobus c/ g/ & g/k/ trianguli c/g/k, per quindecimam diffinitionem primi,& æquos adinuicem continent angulos,basis quoq; b/c/ basi c/k/est æqualis : totum itaque triangulum g/ b/ c, toti triangulo c/g/k,per quartam ipsius primi,est æquale. Rursum quoniam b/c/circunferentia, æqualis est circunferentiæ c/k:si à tota a/b/c/circunferentia,eædem æquales auferantur circunferentiæ,reliqua b/a/c/reliquæ c/a/k, per tertiam communem sententiam, est æqualis. Et proinde anguli h/o/c/& c/r/k, æquales sunt adinuicē,per vigesimamseptimā tertij. Similis est igitur sectio b/o/c,sectioni c/r/k,per decimā ipsius tertij diffinitionē:& in æqualibus rectis lineis b/c/& c/k/cōstitutæ sunt. Aequalis est igitur sectio b/o/c,sectioni c/r/k,per vigesimamquartam eiusdem tertij. Et quoniam æquum est triangulum g/ b/c , triangulo c/g/k:totus propterea sector g/ b/c, toti c/g/k/sectori,per secundam cōmunem sentētiam est æqualis. Et proinde sector g/k/l, vtrique ipsorum g/b/c,& c/g/k/conuincitur æqualis. Tres itaque sectores g/b/c,c/g/k/& g/k/l,sunt æquales adinuicem. Haud dissimiliter, sectores h/e/f,f/h/m, & h/m/n, inuicem æquales fore cōcludentur. Quotuplex est igitur circūferentia b/c/l,ipsius b/c/circūferentię: totuplex est g/b/l/sector,ipsius sectoris g/b/c. Et proinde quotuplex est circūferētia e/f/n, ipsius e/f/circūferentiæ:totuplex est & sector h/e/n, ipsius sectoris h/e/f. Ergo si b/c/l/circunferentia, maior est ipsa e/f/n : æquè maior est & sector g/b/l, ipsius sectoris h/e/n:& si æqualis,æqualis:& si minor,itidem proportionaliter minor. Quatuor itaq; magnitudinum, duarum inquàm circunferentiarum b/c/& e/f,& duorum sectorum g/b/c/ & h/e/f,sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ,necnon secundæ & quartæ alia vtcunq; ęquè multiplicia:& vt multiplex primę ad multiplex secūdæ,sic multiplex tertię ad multiplex quartæ se habere deductum est. Prima igitur ad secundam,eandem habet rationem, & tertia ad quartam,per sextam diffinitionem quinti. Sicut igitur circunferentia b/c/ad circunferentiam e/f:sic g/b/c/sector,ad sectorem h/e/f.

Circunferentiæ.		Sectores.	
b/c/l.	e/f/n.	g/b/l.	h/e/n.
b/c.	e/f.	g/b/c.	h/e/f.

In æqualibus igitur circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus deducuntur:etsi ad centra,etsi ad circunferentias fuerint deducti. Tum etiam sectores, tanquam ad centra constituti. Quod tandem receperamus ostendendum.

Corollarium.

Et proinde manifestum est,quòd veluti sector ad sectorem,sic per vndecimam quinti angulus ad angulum:vtrobique enim ratio offenditur,quæ circūferentiæ ad circunferentiam.

SEXTI LIBRI GEOMETRICORVM Elementorum Euclidis Megarensis, Ex Orontij Finæi Delphinatis,Regij Mathematicarum Lutetiæ professoris,recens aucta & emendata traditione,

FINIS.

Virescit vulnere virtus.

Registrum.

2. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.

a.A.B.C.D.E.F.G.H.I.K.L.M.N.