

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

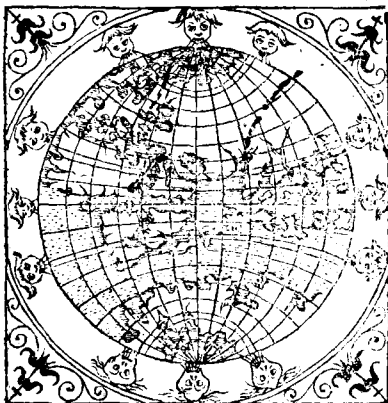
42
LES SIX

PREMIERS LIVRES
DES ELEMENS
D'EVLIDE,

Extraicts & tirez de ses Oeuures
Mathematiques,

Traduites de Latin en François,

Par D. HENRION Mathématicien.

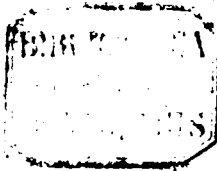


A PARIS,

Chez SAMVEL THIBOVST, au Palais en la
gallerie des Prisonniers.

M. DC. XXX.

Avec Privilège du Roy.



**Bayerische
Staatsbibliothek
München**

D. HENRION,

AV^{TE}LECTEUR.

 Ly a quelques vingt ans que i'entrepris de traduire en nostre langue toutes les Oeuures Mathematiques d'Euclide: ce qu'ayant fait, ie ne trouué personno qui voulut faire la despence de l'impression d'icelles Oeuures entieres d'Euclide, ains seulement de ses Elemens, lesquels autoient desja esté r'imprimez diuerſes fois: Mais ayant recognu que plusieurs desiroient en auoir toutes les Oeuures, & que d'autres aussi se contentoient des six premiers liures des Elemens; pour satisfaire au desir de ceux-là, i'ay fait imprimer à mes propres couſts & despens toutes leſdites Oeuures d'Euclide en grand volume: & pour contenter ceux-cy, i'en ay tiré & mis à part en ce petit volume les six premiers liures des Elemens: l'estime neantmoins que plusieurs les ayant veu, & gouſté les demōſtrations, voudront aussi veoir non seulement le reſte de ce tant admirable ouurage des Elemens Geometriques d'Euclide, mais encore les cinq autres liures que nous auōs de luy, ſçauoir le liure des Donnez, les deux de L'optique, & Catoptrique, celuy des Phœnomenes, & le dernier de la Muſique; les demōſtrations deſquels derniers liures i'eſpere t'eſtre (amy Lecteur) autant agreables & vtiles, que celles des premiers. Adieu.

Extraict du Priuilege du Roy.

PAR grace & Priuilege du Roy, il est permis à D. HENRION; Professeur es Mathematiques, de faire r'imprimer tant les Oeuures sur lesquelles il a trauaillé, que celles par luy composees, sçauoir est, les Memoires Mathematiques, la Cosmographie, le Canon manuel des sinus, Collection Mathematique, les Triangles Spheriques, l'V sage tant du Cōpas de proportion, & des Globes, que de la Reigle proportionnelle, la Geometrie d'Errard, les œuur. d'Euclide, les Elemens Spheriques de Theodose, les Tables des Directions de Mont-royal, &c. Soit qu'il les vueille faire r'imprimer conioinctement ou separément, & se, iusques au terme de neuf ans, à compter du iour que chacun de sesdits liures sera acheué d'imprimer en vertu des presentes; pendant lequel temps, defences sont faites à tous Imprimeurs & Libraires d'imprimer, ou faire imprimer aucun liure dudit HENRION: ny susciter les estrangers à ce faire, soit en l'estat que sont à present chacun de sesdits liures, ou seront cy-après, soit conioinctement ou separément, les abreger ou alterer en quelque sorte & maniere que ce soit, sous couleur de diminution ou sommaires extraicts, corrections, augmentations, illustration, ou traduction en autre langue, sans la consentement dudit HENRION: d'acheter, eschanger, vendre, ny distribuer aucuns de sesdits liures sinon de ceux qu'il aura fait imprimer, sur peine de six mil liures d'amende, & de confiscation des exemplaires qui se trouueront d'autres impressions que de celles qu'aura fait faire ledit HENRION. Voulant en outre sa Maieité, qu'en apposant au commencement ou à la fin desdits liures un extraict des presentes, elles soient tenuës pour bien notifiees, & signifiees, nonobstant quelconque lettre au contraire: Car tel est le plaisir de sa Maieité. Donnè à Paris, le 24. iour de Decembre 1624. & de nostre regne le quinziesme. Signé par le Roy en son Conseil, RENOUARD: Et plus bas signé en queneü, FOYDRIAC; Et scellé de cire iaulné.

Acheué d'imprimer en Ianuier 1630.



ELEMENT PREMIER

DEFINITIONS.

1. Le poinct, est ce qui n'a aucune partie.



Es Physiciens disent que le poinct est le moindre object de la veüe; & iceluy peut estre descript avec ancre ou autre chose: Mais les Marhematiciës reietans ceste definition, disent que le poinct est vn obiect de l'intelle& si subtil qu'il ne peut estre diuisé en aucunes parties. Et iceluy ne se peut escrire, mais seulement entendre & imaginer: bien est yray que pour le represéter à nos sens exterieurs nous nous seruôs du poinct Physique. Le poinct n'a donc aucunes des dimensions geometriques, c'est à

dire qu'il n'a longueur, largeur, ny espaisseur, mais bien est-il principe d'icelles.

2. La ligne, est vne longueur sans largeur.

Après le point, Euclide vient à la ligne, qui n'est autre chose que le flux ou coulement d'iceluy point d'un lieu en vn autre; car par ainsi l'intervalle compris entre ces deux lieux-là, sera vne longueur sans largeur, puis que le point du coulement duquel elle est produite n'en a aucune: & par conséquent la ligne (qui est la première espèce de magnitude ou quantité continue) a seulement vne dimension, sçavoir est longueur, car n'ayant aucune largeur, il est certain qu'elle n'aura aussi aucune espaisseur ou profondeur. Et pour tant mieux entendre cecy, qu'on imagine le point A estre meu ou coullé depuis A iusques en B,



& avoir laissé par son flux ou coulement la trace & vestige AB: or ceste trace AB sera appelée ligne: car l'intervalle cōpris entre les deux points A & B est vraiment vne longueur sans largeur & espaisseur, puis que le point A, par le coulement duquel elle est produite, est priué de toute dimension.

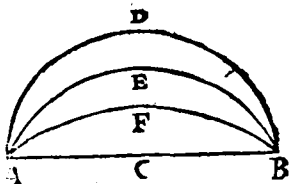
3. Les extremittez de la ligne, sont points.

Cecy est intelligible, puis que toutes lignes ter-

minees commencent à vn poinct, & achenent aussi à vn poinct, comme les lignes precedentes AB, qui ont pour leurs extremittez les poincts A & B: car Euclide n'entend parler icy ny des lignes infinies, ny des circulaires, ny de toutes autres sortes de lignes, auxquelles on ne peut assigner aucun terme ny extremité.

4. La ligne droicte, est celle qui est également comprise & estendue entre ses poincts.

Les Mathematiciens ont de trois sortes de lignes, c'est aſçauoir la ligne droicte, la ligne circulaire, qu'ils appellent aussi ligne courbe, & la ligne mixte: Euclide definit icy la droicte, laquelle il dit estre celle-là qui est esgalement estendue entre ses poincts: ainsi la ligne ACB est dicte ligne droicte, pource que tous les poincts entremoyens d'icelle ligne, comme C, sont esgalement posés entre les extremes A & B, l'un n'estant plus esleué ou abaissé que l'autre: ce qui n'aduient aux trois autres lignes ADB, AEB, AFB, car



il est manifeste que les poincts entremoyens D, E, F sont bien plus esleuez que les extremes A & B. Quelques autres Auteurs ont diuerſement defini la ligne droicte: car Campanus dit, que c'est le plus court chemin d'un poinct iusqu'à vn autre: & selon Archimede, la ligne droicte est la plus courte

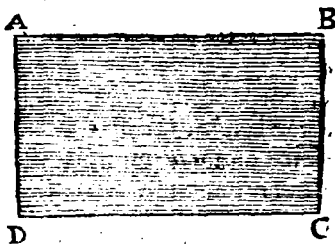
de toutes celles qui ont mesmes extremittez. Mais Platon dit que c'est celle-là, dont les poinçts du milieu ombragent les extremes: côme par exemple, si en la ligne ACB le poinçt extreme A auoit la vertu d'illuminer, & le poinçt du milieu C la force de cacher: iceluy poinçt C empescheroit que le poinçt extreme B fust illuminé de l'autre extreme A: Et aussi l'œil estant au poinçt extreme A, il ne pourroit voir l'autre extreme B, à cause du poinçt C posé entre iceux extremes: ce qui n'arriueroit pas aux lignes non droictes, comme le demōstrent les lignes ADB, AEB, & AFB.

Or tout ainsi que les Mathematiciens conçoieēt la ligne estre descrite par le flux & mouuement imaginaire du poinçt, ainsi aussi entendent-ils la qualité de la ligne descrite par la qualité d'iceluy mouuement: car si on entend que le poinçt coule droict par le plus court chemin ne se destournāt çà ne là, la ligne ainsi descrite sera appelée **droite**: mais si le poinçt fluāt vacille en son mouuement, & s'escarte çà & là; la ligne descrite sera appelée **mixte**: & finalement si le poinçt fluant ne vacille en son mouuement, mais est porté en rond d'un certain mouuement vniforme & regulier, gardant tousiours vne esgale distāce à quelque certain poinçt à l'entour duquel il est porté; ceste ligne descrite sera appelée **circulaire**. Or Euclide ne traite icy que des deux simples lignes, sçauoir est de la droite & de la circulaire. Il a defini celle-là cy dessus, & il definira ceste-cy à la 15. def. Mais quant à la mixte, il en obmet la definition, pource qu'elle n'a aucun v-sage en ses elemens Geometriques: il y en a de plusieurs sortes, & d'icelles traitent amplement Apol-

Ionius Pergeus, Nicomedes, Archimedes & autres
Auteurs.

5. Superficie, est ce qui a longueur & largeur tant seulement.

Après la ligne, qui est la premiere espece de quantité continue, & qui a vne seule dimension, Euclide definit la superficie, qui est la seconde espece de quantité, & a deux dimensions; car on n'y trouue pas la seule longueur comme en la ligne, mais aussi latitude, sans toutesfois aucune profondeur: comme la quantité $A B C D$ comprise entre les lignes $A B$, $B C$, $C D$, $D A$, & consideree selon la longueur $A B$, ou $D C$, & selon la latitude $A D$, ou $B C$, sans aucune espaisseur ou profondeur, est appelée superficie. Quelques vns



descriuans la superficie disent, que c'est l'extremité du corps. Et comme dit Proclus, la superficie nous est fort naïfvement representee par les ombres du corps: car veu qu'elles ne peuuent penetrer au dedans de la terre, elles seront seulement longues & larges. Dauantage comme les Mathematiciens entendent que la ligne est produite par le flux ou coullement du point, ainsi disent-ils que la ligne se mouuant en trauers, produit la superficie: comme par exemple, si on entend que la ligne $A B$ se

se meue vers la ligne DC, elle fera la superficie ABCD, laquelle n'aura aucune profondeur, puis que c'est la trace & vestige du mouuement de la ligne AB qui n'a aucune profondeur.

6. Les extremittez de la superficie, sont lignes.

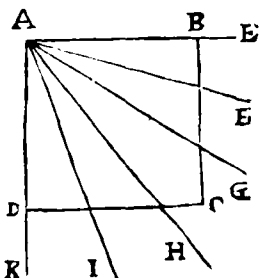
Il faut icy entendre des superficies bornees, & terminees par lignes droites, cōme la superficie ABCD cy dessus, de laquelle les extremittez sont les lignes AB, BC, CD, & DA: car il y a bien plusieurs superficies encloses d'une seule ligne, cōme de la circulaire, & autres, dont Euclide ne fait mētion en ces Elements-cy: mais il n'en veut icy parler, non plus que de la superficie spherique, qui circuit & enuironne vn corps entierement rond & spherique. Comme donc la ligne terminee commence à vn point, & finit à vn autre point, ainsi aussi la superficie terminee commence par vne ligne, & finit par vne ligne, tant selon sa longueur, que selon sa largeur.

7. Superficie plane, est celle qui est également comprise entre ses lignes.

Cette definition de la superficie plane a quelque similitude & rapport à celle de la ligne droite: car comme la ligne qui est également estendue entre ses points, est appelée ligne droite, ainsi aussi la superficie qui est également estendue entre ses lignes, tellement que toutes les parties du milieu ne

sont plus eleuees ny abaissees que les extremes, est appellee superficie plane. Et derechef, comme la ligne droicte est la plus courte d'entre ses extremittez, ainsi aussi la superficie plane est la plus courte, ou briefue de toutes celles qui ont mesmes extremittez. C'est encore pour la mesme raison que quelques autres descriuans la superficie plane, disent que c'est celle-là de laquelle toutes les parties du milieu ombragent les extremes : ou bien celle-là à toutes les parties de laquelle vne ligne droicte peut estre accomodee. Côme par

exemple, la superficie ABCD sera dicte plane, si la ligne droicte AE se mouuant à l'entour du point immobile A, en sorte qu'elle vienne à estre la mesme que AF, puis la mesme que AG, & puis encore la mesme que AH, en apres la

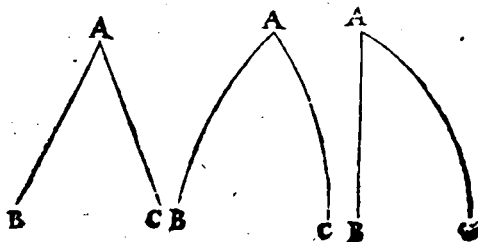


mesme que AI, & finalement la mesme que AK; elle ne rencontre rien en la superficie de plus eleue ou abaisse l'un que l'autre, ains que tous les points de ladite superficie soient touchez d'icelle ligne mouuante AE, & en quelque sorte raclez par icelle. Mais toutes superficies esquelles il y a des endroits les vns plus eleuez que les autres, tellement qu'on n'y peut pas accommoder vne ligne droicte par tous les lieux & endroits d'icelles, telle qu'est la superficie interieure d'une voulte ou arcade, ou bien l'exterieure d'un globe, ou d'une colonne ronde, & aussi d'un cone, &c. sont appellees super-

ficies courbées : & icelles sont de plusieurs sortes, c'est à sçauoir conuexe , comme la superficie extérieure d'une sphere , ou d'une colonne ronde : & concaue , comme la superficie intérieure d'une voulte ou arcade : mais la contemplation de toutes ces choses appartient à la Stereometrie dont traite Euclide es cinq derniers liures : c'est pourquoy il explique seulement icy la superficie plane , de laquelle il traite es six premiers liures. Et cependant est à noter que ceste superficie est souuentefois appelée plan par les Mathematiciens : tellement que quand ils parlent de plan , il faut tousiours entendre vne superficie plane.

8. Angle plan , est l'inclination de deux lignes , l'une à l'autre se touchant en vn plan non directement.

Euclide enseigne icy que quand deux lignes constitues en quelque superficie plane concurrent en vn point d'icelle superficie , & ne se rencontrent directement , alors l'inclination d'icelles deux lignes s'appelle angle plan. Comme par exemple , pource que les deux lignes AB, & AC, cōcurrēt en A, & ne se rencō-



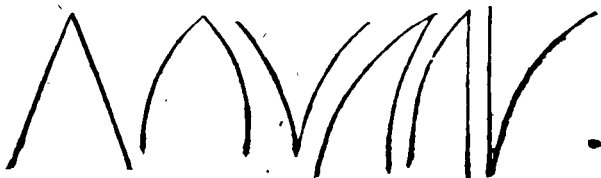
trient pas directement ; ce concours ou inclination qu'icelles deux lignes font au point A , s'appelle angle : Et d'autant qu'iceluy angle est constitué au mesme plan qu'icelles deux lignes AB & AC , on l'appelle angle plan, à la difference d'autres angles, dont les vns sont nommez angles solides, desquels traicte cy apres Euclide en la Stereometrie ; & les autres sont appellés angles spheriques, desquels traictent amplement Menelaus & Theodose en leurs elemens spheriques, cōme nous auons aussi faict en nos rriangles spheriques.

Or quant à l'angle plan cy-dessus deffiny est à remarquer , premierement que la grandeur ou quantité dudit angle plan consiste en la seule inclination des lignes qui le constituent , & non pas en la longueur d'icelles lignes ; car le prolongement desdites lignes n'augmente point leur inclination, ny par consequent la grandeur de l'angle. En apres que quelques Geometres ont estimé qu'afin que deux lignes fassent angle, il estoit necessaire qu'estans continuées du point de leur rencontre, elles s'entrecoupassent en iceluy, dont s'ensuiuroit que deux cercles s'entretouchans en vn plan , ou qu'une ligne droicte touchant vn cercle neferoit angle, ce qui est contre l'intention d'Euclide , ainsi qu'il appert, tant par ceste definition de l'angle plan, que par la 16. p. 3. & commel'a aussi bien démontré Clavius sur la mesme proposition, où il refute Pelletier , qui disoit que la ligne droicte touchant le cercle, ne faisoit angle ; c'est pourquoy ceux qui tiennent encore ceste opinion, se moquent bien d'Euclide, de Clavius , & autres Geometres, qui disent qu'une ligne droicte touchant

vn cercle, fait vn angle contingent, ou d'ayrouche-
ment.

9. Que si les lignes comprenant l'angle
sont droictes, l'angle sera appelé re-
ctiligne.

Tout angle plan est fait, ou de deux lignes droi-
ctes, & alors il se nomme angle rectiligne, comme
dit icy Euclide; ou de deux lignes courbes, &
alors on l'appelle angle curviligne; ou bien d'v-
ne ligne droicte & d'vne courbe, & alors on le
nomme angle mixte. Or les angles curvilignes
peuvent varier en trois manieres, & les mixtes en
deux, à cause de la diuerse inclination ou habitu-
de des lignes courbes, ainsi qn'il appert manife-
stement aux angles plans de la figure cy apposee.

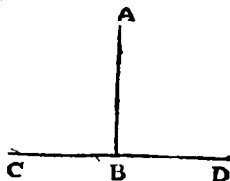


10. Quand vne ligne droicte tombant
sur vne autre ligne droicte, fait les
angles de part & d'autre esgaux
entr'eux, les angles sont droicts; &
la ligne tombante, est perpendi-

culaire à celle-là, sur laquelle elle tombe.

Il y a de trois sortes d'angles rectilignes, sçavoir est droit, obtus & aigu : le premier desquels Euclide définit icy avec la ligne perpendiculaire, & quant aux deux autres, il les définit aux deux définitions prochainement suivantes. Il dit donc icy que si vne ligne droite tombe sur vne autre ligne droite, en sorte qu'elle fasse les angles de part & d'autre esgaux, ce qui aduient lors que ladite ligne ne s'incline ou panche plus d'un costé que de l'autre ; chacun d'iceux angles est appelé angle droit, & la ligne ainsi tombante, est dite perpendiculaire à celle-là sur laquelle elle tombe.

Comme par exemple, si la ligne droite AB tombe sur la ligne droite CD, en sorte qu'elle ne s'incline pas plus d'un costé que de l'autre, les deux angles, quelle fait au point B seront esgaux entr'eux, & chacun



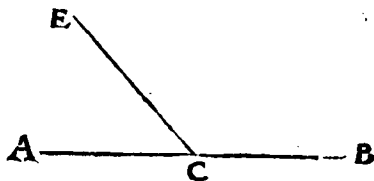
d'iceux sera nommé angle droit ; mais la ligne AB sera dite perpendiculaire à CD, sur laquelle elle tombe. Par mesme raison, la ligne droite CB sera aussi dite perpendiculaire à la ligne droite AB, encore qu'icelle CB fasse vn seul angle droit avec AB ; Et ce d'autant que si ladite ligne AB estoit prolongée directement de la part de B, elle y feroit vn autre angle esgal au premier. Parquoy en Geometrie, pour conclure que quel-

que angle est droit, ou que la ligne qui le constitue est perpendiculaire à vne autre, il faut seulement prouuer que ledit angle est esgal à celuy de l'autre costé. Semblablement, si quelque angle est dict droit, ou que l'une des lignes qui le constitue soit perpendiculaire à l'autre, on pourra aussi conclurre que ledit angle est égal à celuy de l'autre costé; car si ces angles-là n'estoient égaux, ils ne seroient nommez angles droits, ainsi qu'il appert tant par la susdite definition, que par les deux suivantes.

11. Angle obtus, est celuy qui est plus grand qu'un droit.

12. Mais l'aigu, est celuy qui est plus petit qu'un droit.

Quand vne ligne droite tombant sur vne autre s'incline ou panche plus d'un costé que de l'autre, elle fait consequemment deux angles inégaux, dont l'un est plus grand que l'angle droit, & se nôme angle obtus; mais l'autre est plus petit, & s'appelle angle aigu. Ainsi pour ce qu'en cette figure, la ligne droite EC tombant sur la ligne droite AB, s'incline & panche plus du costé de A C que de la part de BC, les deux



angles du point C seront inégaux, & celuy vers B, qui est plus grand & ouuert que le droit sera dit angle obtus : mais celuy de la part de A, qui est plus petit & fermé que l'angle droit, sera nommé angle aigu.

Et d'autant que souuentefois en vn plan concurrent plus de deux lignes à vn mesme point, & par consequent y constituent plusieurs angles, les Geometres ont accoustumé (pour euiter confusion) d'exprimer l'angle dont ils parlent par trois lettres, desquelles celle du milieu denotte le point auquel les lignes constituent l'angle, & celles des extremes signifient les commencemens d'icelles lignes qui font iceluy angle : tellement qu'en la figure cy-dessus l'angle obtus que nous auons dit estre celuy de la part de B, sera exprimé & entendu par ces trois lettres ECB ou BCE, à cause qu'il est constitué au point C, & contenu par les deux lignes droictes EC, & BC, qui commençant en E & B, se vont rencontrer au susdit point C. Mais l'angle aigu que nous auons dit estre de la part de A, s'exprimera par ces trois lettres ECA ou ACE, par ce qu'il est constitué au point C, & fait par les deux lignes droictes EC & AC, qui commencent en E & A, & se vont rencontrer au susdit point C. Ce qu'on doit bien noter, afin de connoistre & discerner facilement les angles, dont sera fait mention és demonstrations suivantes.

13. Terme, est l'extremité de quelque chose.

Ainsi les poinçts sont termes ou extremittez des lignes, les lignes des superficies, & les superficies des corps.

14. Figure, est ce qui est compris & environné d'un, ou de plusieurs termes,

Toute quantité ayant termes, n'est pas dite figure : mais seulement celles que les termes environnent : ainsi la ligne terminée par deux poinçts, n'est pas dite figure : mais toutes superficies, & solides, finis & limitez, sont nommez figures, pource qu'ils sont environnez d'un seul, ou de plusieurs termes : d'un seul, comme le Cercle, l'Ellipse, & la Sphere : de plusieurs, comme le triangle, le quarré, le cube, la pyramide, &c.

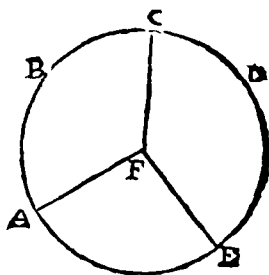
15. Cercle, est vne figure plane, contenue par vne seule ligne qu'on appelle circonference, vers laquelle toutes les lignes droictes menees d'un seul poinçt de ceux qui sont en icelle figure, sont égales entre elles.

16. Et ce poinçt-là est appelé centre du cercle.

De toutes les figures planes, la plus parfaite est

le cercle, lequel, selon que le definit icy Euclide, est vne figure plane contenue & enuironnee d'une seule ligne, à laquelle toutes celles menees d'un seul point de ceux qui sont dedans la figure, sont égales entr'elles: & ceste ligne-là s'appelle periphè-re, ou circonference du cercle; & le susdict point, centre du cercle: Comme

par exemple, si vne superficie ou espace est enuironnee d'une seule ligne ACE, & que de quelque point d'audedans d'icelle, comme de F, toutes les lignes droictes menees au terme ou circuit ACE, comme FA, FC, & FE, sont égales entr'elles: telle figure plane sera appel-



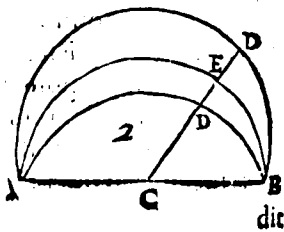
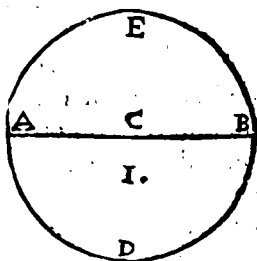
lee cercle, & le terme ou ligne ACE, qui circuit & enuironne icelle figure, s'appelle periphè-re, ou circonference du cercle: mais ledit point F, est nommé centre du cercle.

Quelques Geometres definissent autrement lo cercle, & disent, que c'est vne figure plane, descrite par vne ligne droicte finie, laquelle ayant vn des points extremes fixe, est meüe à l'entour d'iceluy iusques à ce qu'elle retourne au mesme lieu où elle a commencé à mouuoir: comme si la ligne droicte AF ayant le point F fixe, est entendue se mouuoir à l'entour d'iceluy point F, tirant de A vers C, E, iusques à ce qu'elle reuienne au mesme lieu FA, où elle a commencé son mouuement; elle descrira par iceluy mouuement le cercle ou espace ACE,

duquel la circonference est descrite & traſſée par le point mobile A, & le point fixe F, est le centre d'iceluy cercle, duquel centre toutes les lignes droictes menées à la susdite circonference ACE, sont égales entr'elles, puis qu'elles prouiennent toutes d'une seule & mesme mesure, c'est à ſçavoir de la ligne FA.

17. Diametre du cercle, est vne ligne droicte menée par le centre du cercle, & finissant de part & d'autre à la circonference d'iceluy cercle, le diuise en deux également.

Si dans vn cercle on mene vne ligne droicte par le centre, qui aille de part & d'autre iusques à la circonference; icelle ligne s'appellera diametre du cercle. Comme en ceste premiere figure, la ligne droicte AB, qui est tiree par le centre C, & va de part & d'autre iusques à la circonference du cercle, s'appelle diametre du cercle: Et iceluy, comme adiousté Euclide, coupe le cercle en deux parties égales; tellemēt que la partie AEB est égale à la partie ADB. Ce qui est assez manifeste, puisque le-



dit diamètre AB passe par le milieu du cercle, c'est à sçavoir par le centre C : car s'il ne diuisoit le cercle en deux parties égales, les lignes droictes tirées du centre à la circonference, ne seroient pas égales, contre la definition du cercle : Neantmoins plusieurs interpretes d'Euclide rapportent en cet endroiect la demonstration que Proclus dit, en auoir esté faite par Thales Milesien, qui est telle : Imaginons nous que la partie de cercle ADB soit superposée & accommodée à l'autre partie du cercle AEB, en sorte que le diamètre AB soit commun à l'une & à l'autre partie. Or la circonference ADB se rencontrera totalement avec la circonference AEB, ou bien elle tombera au dessus d'icelle, ou au dessous : Si elles se rencontrent & conuiennent l'une à l'autre, il est euident que ces deux parties-là faites par le diamètre AB, sont égales entr'elles, puisque l'une n'excede l'autre. Mais si on dit que la circonference ADB ne se rencontre pas avec la circonference AEB, ains qu'elle tombe au dessus ou au dessous d'icelle, comme en la 2. figure, soit tirée du centre C une ligne droicte, laquelle coupe la circonference ADB en D, & la circonference AEB en E ; les deux lignes droictes CD & CE, qui sont tirées du centre à la circonference d'un mesme cercle, seront égales entr'elles, par la definition du cercle : Ce qui est absurde, car l'une n'est que partie de l'autre. Donc l'une de ces circonférences là ne tombera pas au dessus ny au dessous de l'autre ; mais se rencontreront & conuiendront totalement l'une avec l'autre, & par consequent seront égales : ce qu'il falloit demonstrier.

De ceste demonstration il appert que le diametre ne coupe pas seulement la circonference en deux egallement, mais aussi route l'aire & superficie du cercle: Car puisque les demyes circonfereances conuiennent & s'accordét entr'elles, comme il a esté démontré; les superficies contenuës & encloses entre le diametre & chacune d'icelles demy circonfereances conuiendront aussi entr'elles, puisque l'une n'excede l'autre; & par consequent elles seront égales entr'elles.

18. Demy cercle, est vne figure comprise du diametre, & moitié de la circonference.

19. Portion ou segment de cercle, est vne figure comprise d'une ligne droicte, & de partie de la circonference.

Au cercle precedent la figure AEB contenuë sous le diametre AB, & la moitié de la circonference AEB, est dite demy cercle; car il a esté démontré cy dessus qu'icelle figure est moitié du cercle AEBD, & ce à cause que le diametre ou ligne droicte AB, qui le diuise en deux parties, passe par le centre C: Mais quant vne ligne droicte, qui ne passe pas par le centre du cercle, le diuise en deux parties; chacune d'icelles parties contenuë sous ladite ligne droicte, & vne partie de la circonference, est nommée segment

ou portion de cercle; & ces deux parties sont inegales, car celle où est le centre est plus grande que l'autre. Comme par exemple, au cercle $A B C D$, duquel le centre est E , soit vne ligne droicte $B F D$, qui coupe ledit cercle en deux parties sans passer par ledit centre E ; la partie $B A D$, composee sous la ligne droicte $B D$, & la partie de circonference $B A D$, s'appelle segment ou portion de cercle, comme aussi $B C D$, qui est contenuë sous la mesme ligne droicte $B D$, & la circonférence $B C D$

Or il est assés euident

que la portion $B A D$,

en laquelle est le centre E , est plus grande

que l'autre portion

$B C D$, attendu que si

de B par le centre E

on menoit vn diametre,

il couperoit le cercle en deux moi-

tiez, chacune des-

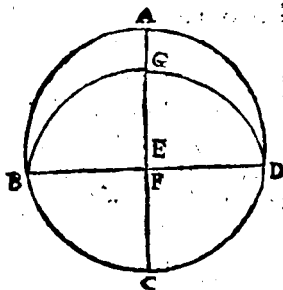
quelles seroit plus grande que la portion $B C D$,

& moindre que l'autre portion $B A D$: Neant-

moins Clavius & quelques autres interpretes

d'Euclidé le demonstrent ainsi. Soit conceu ou

imaginé que par le centre E , soit mené le diametre



$A C$ perpendiculaire à $B D$, donc si les susdites portions $B A D$, & $B C D$, sont dictes esgales, & que la portion $B C D$, soit entendue se mouvoir à l'entour de la ligne droicte $B D$, en sorte qu'elle tombe sur l'autre portion $B A D$; ceste portion là conuiendra avec ceste-cy, & la ligne

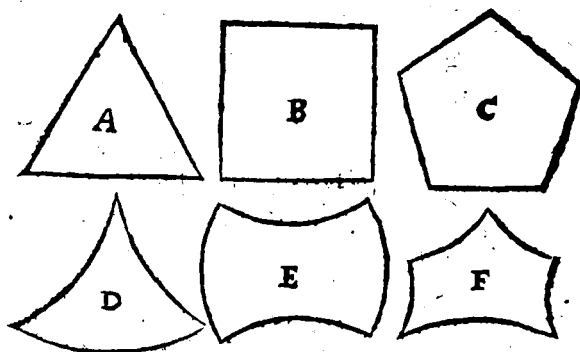
droiſte EF à la ligne droiſte AF , à cauſe que par la 10. defin. les angles du point F ſont droiſts & egaux : Parquoy la ligne droiſte FC , qui eſt maintenant la meſme que FA , ſera plus grande que EA , qui n'eſt que partie d'icelle FA . Mais d'autant que EC , eſt égale à EA , eſtans toutes deux menees du centre E à la circonſerence ; FC ſera pareillement plus grande que EC , la partie que le tout : Ce qui eſt abſurde. Donc la portion BCD ne conuiendra pas à la portion BAD ; ains elle tombera dedans icelle, comme eſt la portion BGD , de ſorte que la ligne droiſte FG , qui ſera lors la meſme que FC ſera moindre que EA ou EC ; car ſi on diſoit qu'elle tombe dehors, comme ſi le cercle eſtoit $BCDG$, duquel le centre fuſt E ; auſſi la portion BCD tomberoit dehors BGD , ainſi que la portion BAD : Derechef FA , qui ſeroit lors la meſme que FC , ſeroit plus grande que EG , c'eſt à dire que EC ; & partant la partie FC ſeroit derechef plus grande que le tout EC : Ce qui eſt abſurde. Il eſt donc manifeſte que la portion BAD , en laquelle eſt le centre E , eſt plus grande que l'autre portion BCD , puis que ceſte cy eſt égale à la portion BGD , qui eſt partie de la portion BAD . Car puisque il a eſté demonſtré que la portion BCD , meüé à l'entour de la ligne droiſte BD , ne peut conuenir ſur la portion BAD , ne tomber hors icelle ; elle tombera totalement au dedans comme BGD .

Or ces deux definitions n'eſtoient pas proprement de ce lieu, veu qu'elles ne ſont

employées en ce premier liure, mais bien au troi-
siesme, auquel la dernière est répétée.

20. Figure rectiligne, est celle qui est comprise de lignes droictes.

Après avoir définy le cercle, le demy cercle, &
les portions de cercle, Euclide passe aux figures
planes rectilignes, & dit que ce sont celles conte-
nues & encloses de lignes droictes, & telles sont
les trois figures cy dessous cotees A, B, C; par
consequent les figures planes comprises & enui-



ronnées de lignes courbes, comme celles cotees
D, E, F, sont appellees figures courbelignes, ou
curvilignes : mais les figures qui sont circuites &
encloses en partie de lignes droictes, & en partie
de lignes courbes, sont nommees figures mix-
tes.

21. Figure de trois costez, est celle qui est comprise de trois lignes droictes.

Euclide voulant descrire diuers genres de figures rectilignes, commence par les figures trilateres, ou de trois costez, & dit que ce sont celles qui sont contenues & enuironnees de trois lignes droictes: & d'autant que telles figures ont tousiours trois angles, on les appelle communement triangles. Ainsi la figure A cy dessus, laquelle est contenue sous trois lignes droictes, qui constituent trois angles, sera nommee figure trilaterale, ou plustost triangle rectiligne; & y en a de diuerses especes, qui seront declarees cy apres: mais la figure D, circuite & enclose de trois lignes courbes, sera dicte triangle curuiline.

22. Figure de quatre costez, est celle qui est comprise de quatre lignes droictes.

Après les figures trilateres viennent en ordre les quadrilateres, ou de quatre costez, c'est à sçauoir les figures contenues sous quatre lignes droictes lesquelles constituent aussi quatre angles; & pour ce sont elles souuent appelees quadrangles: ainsi entre les figures precedentes celle cotree B, comprise & enclose de quatre lignes droictes qui constituent quatre angles, sera appelee quadrilaterale, ou quadrangle rectiligne; & y en a de diuerses es-

peces cy apres declarees : mais la figure cotee E enclose de quatre lignes courbes sera dicte quadrangle curuilligne.

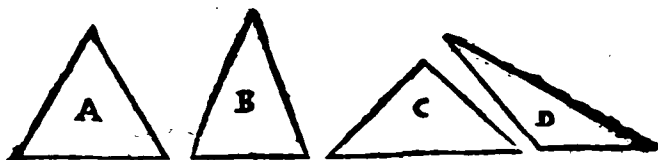
23. Figures multilateres , ou de plusieurs costez, sont celles qui sont comprises de plus de quatre lignes droictes.

Le nombre des especes de figure rectiligne estant infiny, Euclide s'est contenté de definir, & particulièrement de nommer les deux premieres especes cy dessus declarees, c'est à sçauoir celles contenues sous trois & quatre lignes droictes: & quant aux autres especes de figures, qui sont contenues & encloses par plus de quatre lignes droictes, il les appelle de ce nom general, multilateres: mais les Geometres denommant particulièrement quelqu'une de ces figures multilateres, prennent la denomination du nombre des angles d'icelle: ainsi les figures cy deuant cotees C, & F, lesquelles sont comprises & environnées de cinq lignes, qui constituent cinq angles, sont appelées pentagones: Et celles contenues de six lignes, sont nommées hexagones; de sept, heptagones; de huit, octogones; de neuf, enneagone; de dix, decagone; de vnze, endecagone; de douze, dodecagone, &c.

24. Or des figures de trois costez, celle se nomme Triangle equi-

- lateral, qui a les trois costez
egaux.
25. Triangle Ifofcele, qui a deux co-
stez egaux seulement.
26. Scalene, qui a les trois costez in-
egaux.

Ily-a diuerfes especes de triangles rectilignes, soit qu'on les considere selon les costez, soit qu'on ait esgard à leurs angles : considerant les costez il y en a de trois especes, lesquelles Euclide expose par ces trois definitions; & dit premierement que



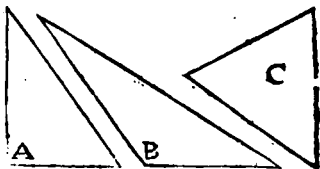
le triangle qui a tous les trois costez egaux, comme le triangle A, s'appelle triangle equilateral : Mais les triangles qui n'ont que deux costez egaux, comme B & C, s'appellent triangles Ifofcelles. Et finalement le triangle qui a tous les trois costez inégaux, comme D est nommé triangle scalene. Or les triangles Equilateraux sont tousiours vniformes & d'une mesme sorte : mais les Ifofcelles, & les Scalenes sont diuersifiez en infinites manieres.

Encores des figures de trois costez,
celle se nomme triangle rectangle
qui a vn angle droit.

Amblygone, qui a vn angle ob-
tus.

29. Oxygone, qui a les trois angles ai-
gus.

Euclide considere maintenant les triangles
ayant egard à leurs angles, lesquels triangles sont
de trois sortes, c'est à sçauoir rectangle, amblygo-
ne, & oxygone: les triangles rectangles sont ceux
qui ont vn angle
droit; & tel est icy
le triangle A: mais
les triangles ambly-
gones sont ceux
qui ont vn angle
obtus, comme est
icy le triangle B: & les triangles oxygones sont
ceux qui ont tous les trois angles aigus, & tel est
icy le triangle C.



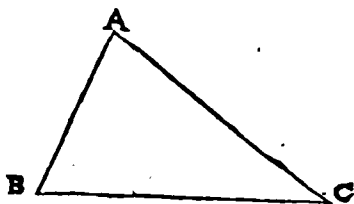
Or est à noter qu'en tout triangle deux quel-
conques lignes des trois qui le contiennent estans
prises pour deux costez, la troisieme restante a
accoustumé d'estre appellée par les Geometres, la
base du triangle, soit qu'icelle ligne soit le costé
infime du triangle, ou non: tellement que chacu-
ne desdites trois lignes qui constituent & enfer-

ment le triangle peult estre prise pour base: Ain-
si au triangle

ABC, les lignes
AB, & AC es-
tās prises pour
les deux costés,
la troisiéme lig.
BC sera la base:

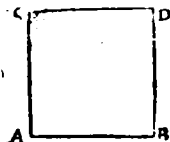
mais si on préd
AB, & BC pour

les deux costés, AC sera la base du triangle.



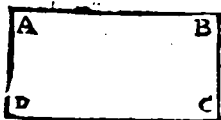
30. Mais des figures de quatre costez;
celle qui a les quatre costés égaux,
& les quatre angles droicts s'appel-
le quarré.

Après les figures trilateres, Euclide expose les
quadrilateres, qui sont de cinq sortes: la premiere
d'icelles, qui est equilaterale & rectāgle, s'appelle
quarré. Ainsi la figure quadri-
latere ABCD, ayant tous les
quatre costez égaux, & tous les
quatre angles droicts sera ap-
pellee quarré.



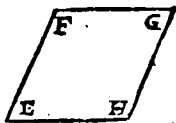
31. Quarré long, qui a les quatre an-
gles droicts, mais non pas tous les
costez égaux.

La seconde figure quadrilatere s'appelle quarré long, à cause qu'estât plus long d'une part que de l'autre, elle a tous les quatre angles droicts. Ainsi la fig. quadrilatere ABCD, sera appellée quarré long, car elle a les quatre angles droicts, & non pas tous les costés égaux entr'eux, ains seulement les costés opposez AB, DC, qui sont plus longs que les deux autres opposez AD, BC, qui sont aussi égaux entr'eux.



32. Rhombe, qui a les quatre costez égaux, mais non pas les quatre angles droicts.

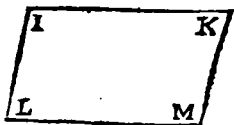
La troisieme sorte de figure quadrilatere, laquelle on appelle Rhombe, a bien tous les quatre costez égaux entr'eux, ainsi que le quarré, mais elle n'a pas comme luy les quatre angles droicts; ains elle en a deux opposez obtus, & deux opposez aigus. Ainsi le quadrilatere EFGH, duquel tous les quatre costés sont égaux entr'eux, & les quatre angles non droicts, ains obtus & aigus, sera appellé Rhombe.



33. Rhomboide, qui a les angles opposez, & les costez opposez aussi égaux

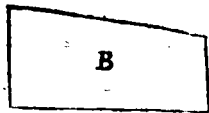
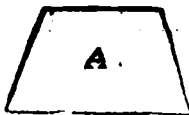
entr'eux, sans estre equilateral,
ny rectangle.

La figure quadrilatere qui n'est equilateralle
ny rectangulaire, mais à les costés opposés egaux
entr'eux, & les angles opposés aussi égaux entre
eux, s'appelle Rhomboide;
& telle est icy la figure
IKLM, de laquelle les costés
opposez IK, LM sont égaux
entr'eux, & plus longs que
les deux autres costés op-
posés IL, KM, qui sont pareillement egaux entr'
eux, mais les angles opposés I, M, egaux, & plus
grands que les deux autres K, L, lesquels sont
aussiegaux entr'eux.



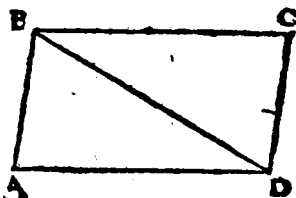
34. Toute autre figure de quatre co- stés, est appelée trapeze

Toute autre figure quadrilatere differente des
quatre susdites, c'est à sçavoir qui n'est ny quarré,
ny quarré long, ny Rhombe, ny Rhomboide,
s'appelle
trapeze; &
telles sont
ces deux
figures A
& B; car



l'une ny l'autre n'est equilateren y rectangle, ny
n'a les angles opposez egaux, ny tous les costez
opposez aussi égaux.

Où est icy à noter que quand d'un angle de quelconque figure quadrilatere on tire vne ligne droicte à l'angle opposé, cette ligne est appellée diametre par aucuns, & diagonalle par d'autres; ainsi au quadrilatere ABCD la ligne BD, menée de l'angle B à son opposé D est dictée diagonalle, ou diametre.



35. Lignes droictes paralleles, sont celles qui estant sur vn mesme plan, & prolongées infiniment de part & d'autre ne se rencontrent iamais.

Afin que les lignes droictes soient dictées paralleles, ou equidistantes, il ne suffit pas qu'estans prolongées infiniment de part & d'autre, elles ne viennent iamais à se rencontrer; mais il est aussi necessaire qu'elles soient en vne mesme superficie plane: Car plusieurs lignes droictes n'estans en vne mesme superficie, pourroient bien estre prolongées à l'infiny & ne se rencontrer iamais, lesquelles toutesfois ne seroient dites paralleles. Comme par exemple, si deux lignes droictes posées de trauers au milieu de l'air ne se touchent point, bien qu'elles soient prolongées tant

qu'en vandra, elles ne se rencontreront iamais, & toutesfois elles ne seront pas dites paralleles. Parquoy les deux lig. droictes AB, & CD,

A ————— B

C ————— D

lesquelles sont en vne mesme superficie plane, & qui estans prolongees à l'infy tant de la part de A, C, que de B, D, ne se rencontrent iamais, seront dictes lignes paralleles.

Or icy finissent les definitions du premier liure d'Euclide : Mais d'autant qu'en ce mesme liure est souuent parlé de parallelogramme, & de leurs complemens, lesquels Euclide n'a point definy, nous adjousterons icy leurs definitions..

36. Parallelogramme, est vne figure quadrilatere qui a les costez opposez parallels, ou equidistans.

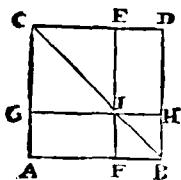
Telle figure est tousiours l'une de ces quatre: Quarré, Quarré long, Rhombe & Rhomboide, car elles ont toutes leurs costez opposés parallels.

37. Mais quand en vn parallelogramme on mene vn diametre, & deux lignes droictes paralleles aux costez lesquelles couppant iceluy diametre

vn même poinct, diuisent le parallelograme en quatre autres parallelogrammes; ces deux là par lesquels le diametre ne passe point, sont appelez complemens; mais les deux autres par lesquels le diametre passe, sont dicts estre à l'entour du diametre.

Soit vn parallelogramme ABCD, duquel lo diametre est BC, & la ligne EF couppant iceluy diametre au poinct I soit parallele aux costez AC, BD; mais la ligne GH couppant ledit diametre BC au mesme poinct I, soit parallele aux costés AB, CD. Il est manifeste

que tout le parallelogramme est diuisé par lesdites 2. lignes paralleles EF, GH, en quatre autres parallelogrammes, deux desquels, sçauoir AGIF, & DEIH, par lesquels le diametre BC ne passe point, sont



appelez par les Geometres complemens, ou supplemens des deux autres parallelogrammes BFHD, CEIG, lesquels sont dicts estre à l'entour du diametre, à cause que par iceux passe le diametre.

PETITIONS OV demandes.

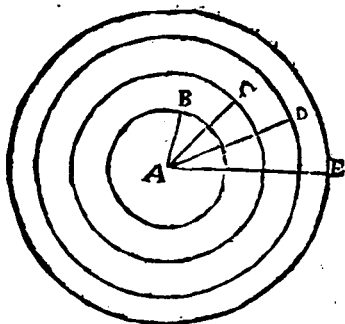
1. D'un point donné à un autre point mener une ligne droite.
2. Continuer infiniment une ligne droite donnée & terminée.
3. Descire un cercle de quelque centre & interual que ce soit.

Euclide ne se sert en ces Elemens-cy que de deux sortes de lignes simples, sçavoir est de la droite & de la circulaire, la description desquelles estant fort facile, il demande icy qu'on luy concede & accorde, sans qu'il soit contrainct de demonstrier qu'elle est possible : ce qui est toutefois manifeste ; car puisque la ligne est un flux & coullement imaginaire du point, & partant la ligne droite estre un flux procedant de droit chemin, & le plus court qui puisse estre d'un lieu à un autre, il est certain que si on entend quelque point se mouvoir directement à un autre, une ligne droite sera menée d'un point à l'autre. Parquoy on ne peut pas nier que depuis le point A iusques à quelconque point B, on ne puisse mener une droite ligne, comme AB, ainsi qu'Euclide requiert qu'on luy accorde par la

premiere

A B C D

premiere des trois petitions susdictes. Et si on entend le mesme poinct se mouuoir encore plus outre directement & sans aucunement decliner çà ne là, la ligne droicte terminee sera prolongee; & ce prolongement se pourra faire à l'infiny, veu que nous pouuons entendre ce poinct là se mouuoir infiniment: Et partant personne ne pourra nier que la ligne droicte AB cy-dessus ne puisse estre continuée iusques en C, puis encore iusques en D, & ainsi à l'infiny, comme Euclide demande qu'on luy accorde par la 2. petition. Mais si on conçoit quelconque ligne droite terminee



se mouuoir à l'entour d'un de ses points extremes qui demeure fixe, iusques à ce qu'elle retourne au mesme lieu où elle a commencé son mouvement, sera décrit vn cercle, & fait ce qui est requis par la 3. petition, comme il appert en ces quatre lignes droictes AB, AC, AD, AE, chacune desquelles estant menées à l'entour du centre A, a décrit vn cercle selon la grandeur & intervalle d'icelle.

Aux trois petitions precedentes, Clavius a adiousté la suiuite.

4. Estant donné quelconque grandeur, on en peut prendre vne autre plus grande ou moindre.

Car d'autant que toute quantité continue peut estre infiniment augmentee par addition, & diminuée par diuision, il ne se peut donner quantité continue si grande, qu'il ne s'en puisse donner encore vne plus grande; ny vne si petite qu'il ne s'en puisse encore donner vne plus petite. Ce qui est dit icy touchant l'addition, est aussi veritable aux nombres; car chaque nombre peut estre augmenté à l'infiny par l'addition continuelle de l'vnité, jaceoit qu'en la diminution d'iceluy on paruienne à l'vnité indiuisible.

A X I O M E S O V

communes sentences.

1. Les choses esgales à vne mesme, sont egales entr'elles.

A ce premier axiome, Clavius a adjousté, qu'une chose qui est plus grande ou plus petite qu'une des egales, est aussi plus grande ou plus petite que l'autre: Et si l'une des choses egales est plus grande ou plus petite que quelque grandeur, l'autre est pareillement plus grande ou plus petite que la mesme grandeur.

2. Si à choses egales, on adjouste choses egales, les tous sont egaux.
3. Si de choses egales, on oste choses egales, les restes sont egaux.
4. Si à choses inegales, on adjouste choses egales, les tous sont inegaux.

A cet-axiome Clavius a adjouste, que si à choses inegales on adiouste choses inegales, c'est à sçavoir la plus grande à la plus grande, & la plus petite à la plus petite; les tous sont inegaux, sçavoir est celuy la plus grand, & celuy-cy plus petit.

5. Si de choses inegales, on oste choses egales, les restes sont inegaux.

A ceste notion Clavius adiouste aussi, que si de choses inegales on oste choses inegales, c'est à sçavoir de la plus grande, moins, & de la plus petite, plus, les restes sont inegaux, sçavoir est celuy-là plus grand, & cestuy-cy plus petit.

Or en toutes les quatre notions precedentes par le mot de choses ou quantitez egales, il faut aussi-entendre vne mesme commune à plusieurs; Car si à choses égales on y en a iouste vne mesme commune, les tous seront égaux. Et si de choses égales on en retranche vne commune, les restes seront aussi égaux. Et si a cho-

ses inegales on en adjouste vne commune; où à vne mesme chose commune, on adjouste choses inegales, les tous seront inegaux. Et si de choses inegales on en retranche vne mesme commune, ou d'une mesme chose, on en retranche d'inegales, les restes seront inegaux.

6. Les choses doubles d'une autre sont egales entr'elles.

Clavius adjouste à cet axiome, que ce qui est double d'une des choses égales est pareillement double de l'autre: Mais il est aussi manifeste que les choses qui sont triples d'une mesme, ou bien quadruple, ou quintuple, &c. sont égales entr'elles.

7. Les choses qui sont moitez d'une mesmes, sont egales entr'elles.

Il est aussi evident que les choses égales entre elles sont moitiés d'une mesme: Et semblablement que les choses qui sont tierces parties d'une mesme, ou quarts, ou cinquiemes, &c. sont aussi egales entr'elles.

En ces deux derniers axiomes, par vne mesme quantité on doit aussi entendre les quantitez egales, car les choses doubles, triples, quadruples, &c. de choses egales, sont aussi egales entr'elles; item les choses qui sont moitez, ou tierces parties &c. de choses egales, sont pareillement egales entr'elles.

8. Les choses qui conuiennent entr'elles, sont egales entr'elles.

C'est à dire, que deux grandeurs seront egales entr'elles, si estant posees l'une sur l'autre, l'une n'excede l'autre, mais toutes deux ensemble s'adjustent entr'elles : cōme deux lignes droictes, seront dictes estre egales entrelles, si l'une estant posee sur l'autre, celle qui est posee dessus s'adjuste à toute l'autre, tellement qu'elle ne l'excede, ny ne soit excedee d'icelle. Ainsi aussi deux angles rectilignes seront egaux entr'eux quand le sommet de l'un, estant posé sur le sommet de l'autre, l'un n'excede l'autre, mais les lignes de l'un tombent totalement sur celles de l'autre : car par ainsi les inclinations des lignes seront egales combien que souuentefois icelles lignes soient inegales entr'elles. Ainsi aussi deux superficies seront esgales entr'elles, quand l'une estant posee sur l'autre, elle ne l'excede, ny n'est excedee par icelle, mais s'adjustent totalement entr'elles. Quelqu'un expliquant cette notion a dit que conuenir, c'est auoir les extremittez sur les extremittez : ce qui n'est pas vray en toutes grandeurs ; Car pour exemple, vne ligne droicte peut bien auoir ses extremittez sur les extremittez d'une ligne courbe, laquelle neantmoins, ne luy sera egale. Ainsi aussi vne ligne courbe peut bien auoir ses extremittez sur les extremittez d'une autre ligne courbe, laquelle ne luy sera pas pourtant egale. Or il est manifeste que de cest axiome on peut bien conuertir & pren-

dre pour principe, *que les lignes droictes egales conuiennent* : Aussi *que les angles rectilignes egaux conuiennent* : Semblablement, *Que les superficies planes egales & semblables conuiennent*. On peut bien encore tirer quelques autres conuerses de cet axiome : mais de le vouloir conuertir vniuersellement (comme quelques-vns) c'est se moquer, veu que si on trouue vne ligne courbe egale à vne droicte, elles ne conuiendront pas pour tant : & aussi qu'à tout angle rectiligne, il s'en peut bailler vn curuiline egal, lesquels neantmoins ne conuiendront iamais : voire mesme faire vn quarré egal à vn triangle, ou à quelconque autre figure rectiligne : lesquels pourrant ne peuuent iamais conuenir.

9. Le tout est plus grand que sa partie.
10. Tous les angles droicts sont egaux entr'eux.

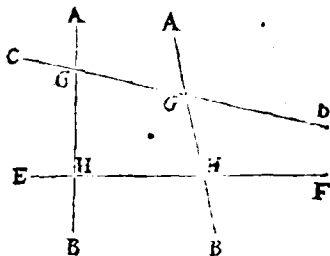
De ce principe, nous pouuons conuertir & prendre pour maxime, que tout angle rectiligne egal à vn angle droict, est aussi droict.

11. Si vne ligne droicte tombant sur deux autres lignes droictes, faict les angles interieurs d'un mesme costé plus petits que deux droicts, icelles deux lignes estans conti-

mées à l'infiny, se rencontreront du costé où les angles sont plus petits que deux droicts.

Comme par exemple, si la ligne droicte AB,

tombant sur les deux lignes droictes CD, EF, & les coupant aux poincts G, H, faict les deux angles intérieurs DGH, FHG, pris ensemble plus

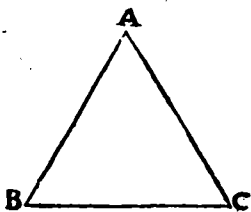


petits que deux droicts, icelles deux lignes CD, EF, estans continuées à l'infiny se rencôtreront de la part de D, F, où les susdits angles intérieurs sont faits moindres que deux droicts: Car il est manifeste que de l'autre costé, sçavoir est vers C, E, l'espace d'entre lescites deux lignes CD, EF, s'elargira tousiours de plus en plus; mais de cestuy cy il s'estrecira en sorte que finalement icelles lignes se rencontreront à vn poinct.

12. Deux lignes droictes n'enferment pas vn espace.

Vne seule ligne courbe enferme bien vn espace, comme font aussi vne ligne droicte & vne courbe, mais deux droictes ne le pouuent faire,

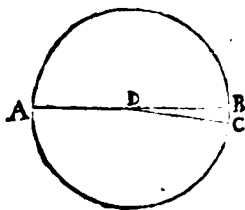
ains il en faut du moins 3. pour contenir & enclore vne espace, cōme il appartient en ceste figure, en laquelle les 2. lignes droictes AB, & BC, qui font l'angle B, estans prolōgées tant qu'on voudra de la part de A & C, ne se joindront point, mais au contraire elles se dilateront tousiours de plus en plus; tellement que pour enclore l'espace d'entre icelles deux lignes il sera necessaire d'en mener vne troisieme comme AC.



A ces 12. axiomes, Clavius & autres interpretes d'Euclide, ont encore adiousté les 8. suiuaus.

13. Deux lignes droictes se rencontrans indirectement n'ont pas vn mesme & commun segment.

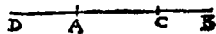
Combien que par la nature de la ligne droicte, il soit assez manifeste que deux lignes droictes, se rencontrans de trauers, ne peuvent auoir aucune partie cōmune tant petite qu'elle puisse estre, outre le point de leur rencontre; si est ce toutesfois que Proclus le demonstre ainsi. Quo deux lignes



droiâtes AB, AC, ayent, s'il est possible, vne partie commune AD. Du centre D & de l'interval d'icelle AD soit d'escrit vn cercle couppant les deux lignes droiâtes proposees aux poinâts B & C. Donc les circonferances AB, & AC seront égales entr'elles: (car elles sont circonferances de deux cercles égaux, puis que ADB, ADC sont posez diametres) la partie & le tout : ce qui est absurde. Donc deux lignes droiâtes, &c.

Or nous n'auons pas rapporté cet axiome, ny aussi les sept autres suiuaus, tout de mesme qu'ils se trouuent dans Claius & autres Interpretes d'Euclide, ains auons changé quelques mots aux vns, & adiousté aux autres, afin d'oster de ceux là tout doubte & ambiguité, & ne laisser en ceux cy aucune defectuosité : comme par exemple, en cestuy cy nous auons adiousté *se rencontrant indirectement*, pource que deux lignes droiâtes peuuent bien auoir vn commun segment, quand elles sont posees directement, & constituent comme vne seule ligne droiâte, ainsi

qu'il appert icy aux deux lignes droiâtes DC & BA, qui ont la partie ou seg-



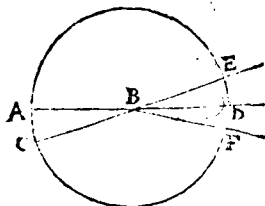
ment AC commun: mais quand elles sont posees de trauers & indirectement, elles ne peuuent auoir aucune partie cômune outre le poinâ de leur rencontre.

14. Deux lignes droiâtes se rencontrans à vn poinâ indirectement, si elles sont toutes deux prolongees, elles

s'entrecouppent necessairement en iceluy poinct.

Cet axiome depend aussi de la nature de la ligne droicte, & toutesfois Clavius le demonstre ainsi. Que deux lignes droictes AB, CB se rencontrent indirectement au poinct B: ie dis qu'icelles lignes estās pro-

longees s'entrecouperōt à iceluy poinct B, sçavoir est que CB prolongee tombera comme en E au dessus de AB prolongee. Car si CB continuee ne tomboit au

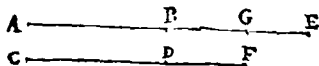


dessus de AB prolongee, ou elle conuiendroit avec icelle AB continuee, de sorte qu'elle passeroit par D, & par ainsi les deux lignes droictes ABD, CBD auroient vn mesme segment BD commun, contre le precedent axiome: ou bien elle tomberoit au dessous de AB prolongee, comme en F, tellement que CBF seroit vne ligne droicte. Donc du centre B, & de quelconque interualle soit descrit vn cercle ACFD, couppant les lignes droictes AB, CB prolongees en D, F. D'autant que l'une & l'autre ligne droicte ABD, CBF passe par le centre B, tant ACD que CF sera demy-cercle par la 18. def. & consequemment ABD & CF seront égales entr'elles, le tout & la partie: ce qui est absurde.

15. Si à choses égales on adjouste cho-

ses inégales, l'excez des toutes sera le
mesme que l'excez des adioustees.

Aux grandeurs egales AB , CD estans adioustees les inégales BE , DF , desquelles la difference ou excés c'est GE il est manifeste que la toute AE excedera la toute CF du mesme exciez GE .



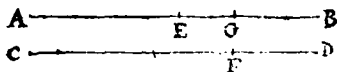
16. Si à choses inégales on adiouste choses egales, l'excez des toutes sera le mesme que l'excez de celles qui estoient au commencement.

Comme si (en la figure precedente) aux grandeurs inegales BE , DF , dont l'excez ou difference est GE , on adiouste les grandeurs inegales AB , CD : il est manifeste que la toute AE excedera la toute CF du mesme exciez GE .

17. Si de choses egales on retranche choses inegales, l'excez des restantes sera le mesme que l'excés des retranchees.

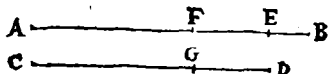
Des grandeurs égales AB , CD estans retrans-

chees les inegales, BE, DF dont l'excez est EG, il est euident que le reste CF excèdera le reste AE du mesme excez EG.



18. Si de choses inegales on oste choses egales, l'excez des restantes sera le mesme que l'excez des toutes.

Comme si des grandeurs inegales AB, CD, dont l'excez est BE, on retranche les grandeurs egales AE, CG, il est manifeste que le reste FB excèdera le reste GD du mesme excez BE.



19. Le tout est egal à toutes ses parties prises ensemble.
 20. Si vn tout est double d'un tout, & le retranché du retranché, le reste sera aussi double du reste.

Comme par exemple, le nombre total 24. estant double du nombre total 12. & 18. retranché de celly-là, double de 5. retranché de cestuy-cy, 14. reste du premier tout, sera aussi double de 7. reste du second tout.



ELEMENT

PREMIER

PROBL. I. PROP. I.

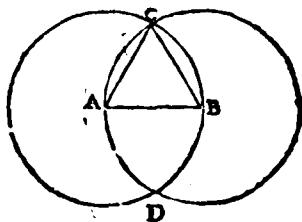
Sur vne ligne droicte donnee & termi-
nee, delcrire vn triangle equilateral.



S O I T la ligne droicte donnee AB ,
sur laquelle il faut faire vn triangle
equilateral.

Du centre A , & de l'intervale de
 AB , soit descript le cercle BUD : Item
du centre B , & de l'intervalle de la meisme AB ,
soit descript

vn autre cer-
cle ACD ,
coupant le
premier es
poincts C &
 D , de l'vndes
quels, sca-



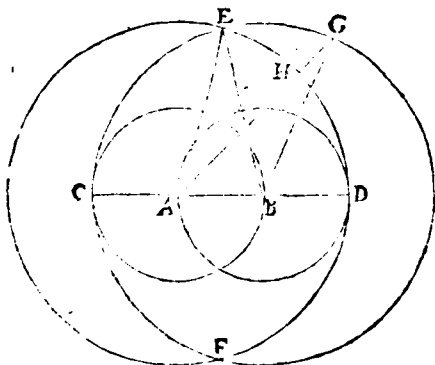
voir de C , soient menees les deux lignes droictes
 CA , & CB : le dis que le triangle ABC , construit

sur la ligne droite donnee AB, est equilateral.

Car le costé AB, est egal au costé AC par la 15.^e deff. d'autant qu'ils procedent de mesme centre vers mesme circonference: & par la mesme raison, le costé BA est egal au costé BC. D'oc par la 1.^{re} com. sent. les costés CA, & CB seront égaux, estant chacun egal à AB: & partant le triangle ABC descript sur AB, est equilateral, qui est ce qu'il falloit faire.

S C H O L I E.

Quelques Interpres ont icy enseigné à descrire aussi sur une ligne droite donnee un triangle Isoscele, & un Scalene, ce que nous ferons aussi en ceste maniere. Soit une ligne droite donnee AB, à l'entour de laquelle des centres A & B, soient descripts deux cercles, ainsi que dessus. En apres soit prolongee icelle AB, de part & d'autre vers les circonférences iusques en C & D: puis du centre A & interneale AD soit descript le cercle DEF:



Item du centre B, & interneale BC, le cercle CEF, comp.

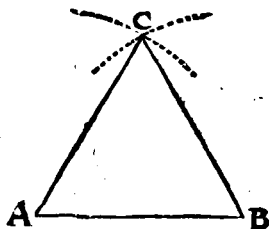
pant le premier es points E & F , de l'un ou l'autre desquels, sçauoir de E , soient menees aux points A & B , les deux lignes AE , EB : le dis que le triangle AEB , fait sur la ligne donnee AB , est isoscelle, qui est que les deux costez AE , EB , sont egaux entr'eux, & plus grands que AB . Car d'autant que par la 15. def. AE , est egal à la ligne droite AD , & icelle AD est double de AB , d'autant que BA , DB sont egales entr'elles: aussi AE sera double de AB . Derechef parce que BE est egal à BC , & icelle BC est double de AB , aussi BE , sera double d'icelle AB . Veu donc que l'un & l'autre costé AE , BE est double de la mesme AB , ils seront egaux entr'eux par la 6. com. sent. & partant plus grâds que la ligne AB . Donc le triangle AEB est isoscelle. Maintenant si du point A , on tire la ligne droite AG à la circonference EGF , qui ne soit la mesme que AE , ou AD , couppant la circonference EHD en H , & de G on mene à B la ligne droite GB , sera constitué le triangle AGB sur la ligne AB , lequel ie dis estre scalene. Car par la 15. def. tant AH , AD , que BG , BC sont egales. Mais AD , BC sont doubles de AB : d'icelle seront aussi doubles AH , BG : & partant plus grandes qu'icelle AB . Veu donc que AG est plus grande que BH , ou que BG : le triangle AGB sera scalene: ce qu'il falloit faire.

Or est icy à noter que pour briefuete nous mettons Souuentefois ce mot ligne au lieu de ligne droite: & quelquesfois aussi nous posons simplement deux lettres capitales: comme par exemple AB , au lieu de dire la ligne droite AB , c'est pourquoy quand on trouuera le dit mot ligne posé simplement, ou bien deux lettres capitales de suite, il faudra entendre vne ligne droite. Semblablement quand on trouuera ce mot angle, ou trois

lettres capitales posées simplement de suite sans aucune explication, il faudra entendre vn angle rectiligne, le lieu duquel sera tousiours denotté par la lettre du milieu, ainsi que nous auons desia remarqué à la 12. Def.

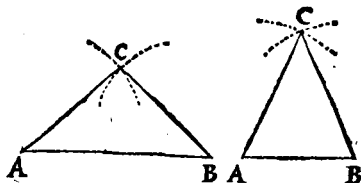
Et d'autant qu'en la construction & demonstration de la plus part des problemes de ces Elemens-cy, Euclide employe beaucoup de paroles, & tire plusieurs lignes qui ne sont necessaires pour pratiquer lesdits problemes, nous enseignerons en suite de leurs demonstrations, comme on peut facilement & briefuement construire lesdits problemes, & principalement ceux qui sont les plus en usage chez les Mathematiciens, & en la pratique desquels on peut apporter quelque briefueté.

Premierement donc pour descrire un triangle equilateral sur une ligne droicte donnee AB , des centres A & B , mais de l'intervalle d'icelle AB soient descrits deux arcs de cercles s'entreceupans en C ; puis à iceluy point C , soient tirees les lignes droictes AC , BC , & sera fait le triangle equilateral ACB .



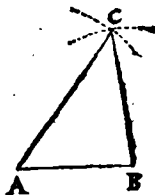
Mais pour descrire un triangle Isoscelle sur ladite ligne AB : des centres A & B , mais d'un intervalle plus grand qu'icelle AB , si on veut les costés plus grands que la ligne donnee, ou moindres (& toutesfois plus grands

la moi-



que la moitié d'icelle AB) si on veut les costez moindres, & soient descripts deux arcs s'entrecoûpans en C , puis tiré les deux lignes AC , BC , lesquelles feront sur AB le triangle *Isoscelle* ACB .

Et pour construire un triangle *scalene* sur ladite AB , du centre B , & d'un intervalle plus grand que BA soit descript un arc, puis du centre A , & d'un intervalle encore plus grand que le precedent, soit descript un autre arc qui coupe le premier en C , auquel point soient menées les deux lignes droictes AC , BC , & sera fait le triangle *scalene* ACB .



Voilà donc comme il faut descrire sur une ligne donnée un triangle ou *equilateral*, ou *Isoscelle*, ou *scalene*, & sur la 22. prop. de ce liure nous enseignerons comme il faut construire quelcōque triangle ayant les trois costez egaux à trois lignes droictes donnees.

PROB. 2. PROP. II.

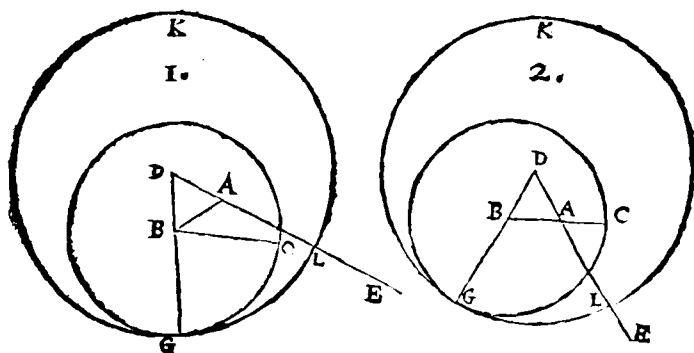
D'un point donné, mener vne ligne droicte egale à vne ligne droicte donnee.

Soit le point donné A , & la ligne droicte donnee BC : & il faut du point A , mener vne ligne droicte egale à icelle donnee BC .

De l'un ou l'autre extreme de la ligne donnee BC , sçavoir est de B , comme centre, & de l'intervalle d'icelle BC , soit descript le cercle CG : puis

D

du point donné A, au centre B, soit mencee la ligne



droicte AB (sinon que le point A fut donné en la ligne BC, comme en la 2. fig.) sur laquelle ligne AB par la precedente proposition soit descript le triangle equilateral ADB, & soit continué le costé DB, iusques à ce qu'il reneontre la circonférence en G: mais le costé DA tant qu'on voudra en E. En apres, du centre D, & de l'intervalle de la ligne droicte DG, soit d'escriit le cercle GkL coupant la ligne DE en L: le dis que la ligne AL, qui est mencee du point donné A, est egale à la ligne droicte donnee BC.

Car les lignes droictes DG & DL sont egales, d'autant qu'elles procedent de mesme centre vers vne mesme circonférence, desquelles lignes si on oste DA & DB, qui sont egales, estant DAB triangle equilateral: les restes BG & AL seront aussi egales par la 3. com. sent. Mais BG est egale à BC, parce qu'elle procede de mesme centre vers

mesme circonference. Donc AL sera egale à BC , parce que les choses egales à vne mesme sont egales entr'elles. Nous auons donc du point donné A mené la ligne droicte AL egale à la ligne droicte donnee BC . Ce qu'il falloit faire.

S C H O L I E,

Ce probleme peut auoir diuers cas : car on le point donné est posé en la mesme ligne droicte donnee, ou hors icelle: & selon chacune de ces positions il y peult encores auoir diuers cas, deux desquels seulement nous auons rapporté icy, d'autant qu'en tous les autres cas il y a tousiours vne mesme construction & demonstration.

Que si en la construction on fait sur la ligne droicte AB le triangle ADB , isoscelle au lieu qu'il a esté fait equilateral, on demonstrera en la mesme maniere la ligne droicte AL estre egale à la ligne droicte BC .

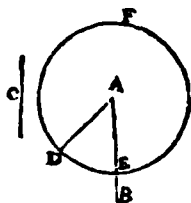
Quant a la pratique de ce probleme, elle est fort facile: car il n'y a qu'à prendre la ligne donnee BC , & de son intervalle decrire un arc du centre A , & quelconque ligne droicte menée d'iceluy centre à cet arc sera egale à la ligne droicte donnee BC ,

P R O B. 3. P R O P. III.

Deux lignes droictes inegales estés donnees, oster de la plus grande, vne ligne droicte egale à la plus petite.

Soient les deux lignes droictes inegales AB &

C, desquelles AB est la plus grande : & d'icelle il faut oster vne ligne egale à C. A l'un ou l'autre des extremes de la plus grande ligne AB, sçauoir est au point A, soit posce par la precedente prop. la ligne droite AD egale à la moindre C: puis du centre A, & de l'intervalle AD, soit décrit vn cercle coupant AB en E. Je dis que la ligne AE est egale à C. Car d'autant que par la 15. def. les lignes droictes AD, AE sont egales : & par la construction AD est egale à C; par la 1. com. sent. AE sera aussi egale à C. Nous auõs donc osté de AB la ligne AE egale à C, ainsi qu'il falloit faire.



S C H O L I E.

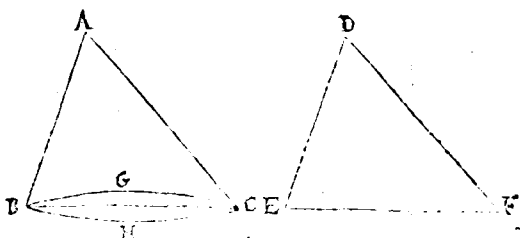
Il y peut bien auoir diuers cas en ce probleme, à cause des diuerses positions auxquelles se peuvent rencontrer les deux lignes donnees, mais en tous ces cas-là on peut tousiours faire la mesme construction & demonstration que cy dessus, comme Proclus a fort bien remarqué sur ceste prop.

Quant à la pratique de ce probleme, elle est tres-aisée, ven qu'il n'y a qu'à prendre la moindre ligne donnee, & de l'intervalle d'icelle, decrire de l'un ou l'autre extreme de la plus grande ligne vn petit arc, qui coupera d'icelle, vne ligne egale à la moindre donnee.

THEOREME I. PROP. IV.

Si deux triangles ont deux costez egaux à deux costez, chacun au sien: & l'angle contenu d'iceux, egal à l'angle: la base sera egale à la base; & les autres angles egaux aux autres angles, chacun au sien: & le triangle egal au triangle.

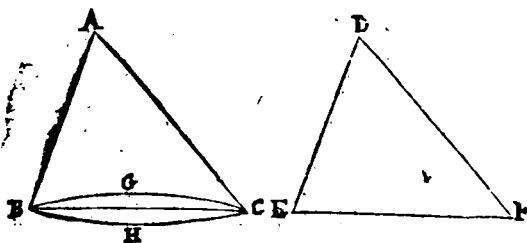
Soient les deux triangles ABC & DEF, desquels le costé AB soit egal au costé DE, & AC à DF, &



l'angle A egal à l'angle D: Je dis que la base BC sera egale à la base EF, & l'angle B egal à l'angle E, & l'angle C à l'angle F, & le triangle ABC egal au triangle DEF.

Qu'il ne soit ainsi; si on entend le triangle DEF, estre posé sur le triangle ABC, en sorte que le point D soit sur le point A, & que DE tombe sur AB: aussi DF tombera sur AC: autrement l'an-

gle A ne seroit pas egal à l'angle D. Et d'autant



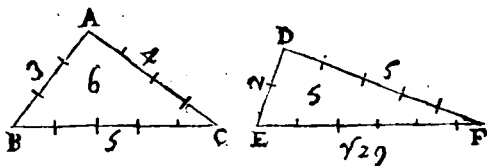
que les costez AB & AC sont egaux aux costez DE & DF, chacun au sien, ils conuiendront par la 8. com. sent. conuertie, & partant les extremittez E & F tomberont sur les extremittez B & C : ainsi la base EF conuiendra avec la base BC : car si elle ne conuenoit, elle tomberoit ou au dessus d'icelle BC, comme BGC, ou au dessous, comme BHC : ce qui est impossible, attendu que deux lignes droictes ne peuuent enclore yne espace par la 12. com. sent. Donc les deux bases BC, & EF conuiendront, & partant seront egales entr'elles par la susdite 8. com. sent. Et par ainsi tout le triangle DEF conuiendra avec tout le triangle ABC, consequemment egal à iceluy, & l'angle B conuiendra aussi avec l'angle E, & l'angle C avec l'angle F ; partant egaux. Si donc deux triangles ont deux costez egaux à deux costez, chacun au sien, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

S C H O L I E.

Euclide met deux conditions en ce theoreme qui y sont du tout necessaires, la premiere desquelles est que deux costez d'un triangle soient egaux aux deux costez de l'autre chacun au sien : & la seconde, que les deux an-

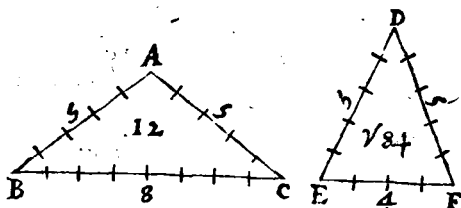
gles contenus d'iceux costez egaux, soient aussi egaux. Car defaillant l'une ou l'autre de ces deux conditions, ny les bases, ny les autres angles ne pourroient iaman estre egaux: & la dernière defaillant, les triangles peuvēt bien estre quelquefois egaux, mais le plus souvent ils sont inegaux: ce que nous pourrions facilement demonstter icy n'estoit que plusieurs choses à ce requises n'ont encore esté demonstrees: neantmoins afin de rendre aucunement evidente la necessité des susdites conditions nous rapporterons icy ce qu'en dit Proclus sur ceste proposition, & Clavius apres luy.

Pour la première condition de ce theoreme, soient deux triangles ABC , DEF , ayans les angles A & D egaux, sçavoir droicts, & les deux costez AB , AC , egaux aux



deux costez DE , DF , non chacun au sien, mais ces deux là pris ensemble egaux à ces deux cy aussi pris ensemble & soit AB 3, & AC 4, qui adionstrez ensemble font 7, mais DE soit 2, & DF 5, qui sont aussi ensemble 7. Ce qu'estant ainsi, la base BC sera 5, & la base EF , racine quarree de ce nombre 29, laquelle est plus grande que 5, mais moindre que 6, & l'aire ou superficie du triangle ABC sera 6: mais l'aire du triangle DEF ne sera que 5. Finalement les angles sur la base BC ne seront pas egaux aux angles de dessus la base EF , chacun au sien. Toutes les quelles inegalitez adveniēt à cause de ce que les costez AB , AC ne sont pas egaux aux costez DE , DF chacun au sien.

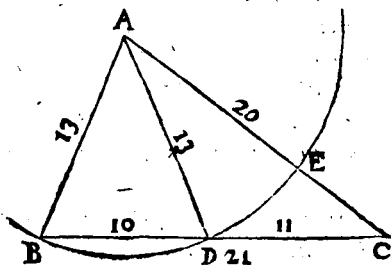
Quant à la seconde condition; Les costez AB , AC du triangle ABC soient egaux aux costez DE , DF du triangle DEF , chacun au sien, & chacun d'iceux soit 5, mais les angles A & D contenus d'iceux costez



soient inegaux, & soit A plus grand que D . Toutes lesquelles choses estans ainsi, la base BC sera plus grande que la base EF , comme il sera demonstre en la 24. prop. de ce livre.

Que si nous posons la base BC estre 8, & la base EF 4, l'aire du triangle ABC , sera 12; mais l'aire du triangle DEF sera la racine quarree de ce nombre 84, laquelle est plus grande que 9, mais moindre que 10. Ce qui est tres-bien cogneu des Geometres.

Et afin qu'on n'estime pas que ceste inegalité aduienne à raison de ce que tous les quatre costez des triangles sont egaux & rendre tant plus manifeste la necessité de de la seconde condition de ce theoreme, soit un triangle ABC duquel le costé AB soit moins



dre que le costé AC , & aussi que la base BC . Du centre A , & de l'intervalle du petit costé AB , soit descript un cercle BDE qui coupera tant le plus grand costé AC , que la base BC : Car autrement il passeroit ou par le point C , ou au delà d'iceluy; ce qui est absurde, veu que toutes les lignes droictes tirées du centre A à la circonference du cercle BDE , doivent estre egales entr'elles par la 15. def. Qu'il coupe donc la base BC en D , & soit tirée la ligne AD . Par la mesme 15. def. AB est égale à AD , & AC est commun à tous les deux triangles ABC , ADC , & partant iceux triangles auront les deux costez AB , AC egaux aux deux costez AD , AC , chacun au sien; mais l'angle DAC , contenu des deux costez AD , AC , n'est que partie de l'angle BAC contenu des costez egaux à ceux-là; & parant la base DC ne sera aussi que partie de la base BC , & pareillement le triangle ADC partie du triangle ABC . Ce qui est aussi manifeste par l'application des nombres aux lignes: Car les Geometres sçavent tres-bien que le costé AB estant 13, le costé AC 20, & la base BC 21; le costé AD sera aussi 13, & la base DC 11; mais l'aire ou contenu du triangle ABC sera 126, & celui du triangle DAC ne sera que 66. Donc afin que de deux triangles les bases soient egales entr'elles, & leurs angles aussi egaux entr'eux, & pareillement les triangles egaux; il est du tout nécessaire que non seulement chaque costé de l'un soit égal à chaque costé de l'autre, mais aussi que les angles contenus d'iceux costez soient egaux entr'eux, comme a fort bien dit Euclide.

Finalemment, nous remarquerons une fois pour toutes qu'Euclide n'entend parler en ces Elements cy que des

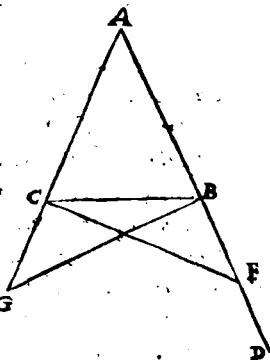
triangles rectilignes, car combien que cette proposition & plusieurs autres se puissent faire generales, estans veritables, tant au regard des triangles rectilignes que des spheriques, si est-ce toutesfois que cela n'aduient pas en toutes propositions, comme on peut voir en nostre traitté des triangles spheriques, c'est pourquoy nous estendrons toutes ses propositions seulement aux triangles rectilignes, encores qu'Euclide ne les specifie.

THEOR. 2. PROP. V.

Les triangles Ifofceles, ont les angles sur la base egaux: & les costez egaux estans continuez, les angles extérieurs sous la base sont egaux.

Soit le triangle Ifofcele ABC: Je dis premierement que les angles ABC, & ACB, sur la base BC, sont egaux.

Qu'il ne soit ainsi. Soient prolongez AB & AC, costez egaux insques en D & G: & soit fait AF egale à AG par la 3. prop. & soient menees les lignes BG & CF. Les deux triangles ABG, & ACF, ayans l'angle A commun, ont les deux costez AB & AG egaux aux deux costez AC, & AF, chacun au sien; & par 4. proposition, la base



BG sera egale à la base CF, & l'angle ABG egal à l'angle ACF. & l'angle G egal à l'angle F Item les triangles GCB, FBC, ayant l'angle G egal à l'angle F, & les deux costez CB, & GC egaux aux deux costez CF & FB; Car CF a esté prouué rartostegal à BG; & AG, AF estans egaux; & AC, AB aussi egaux; les restes CG, & BF seront aussi egaux par la 4. prop. la base sera egale à la base, & les autres angles egaux aux autres angles, chacun au sien: sçauoir l'angle GBC, sera egal à l'angle FCB. Et qui des angles egaux ABG & ACF, oste les angles egaux CBG & BCF; les demeurans ABC & ACB, seront egaux.

Pour la seconde partie. Que les costez egaux AB & AC estans continuez, les angles extérieurs sous la base BC, sont egaux, sçauoir FBC à BCG, elle a esté suffisamment demonstrée, lors qu'on a prouué que les triangles GBC, & CFB, auoient leurs angles egaux, chacun au sien. Parquoy les triangles Mosceles, &c. Ce qu'il falloit demôstrer.

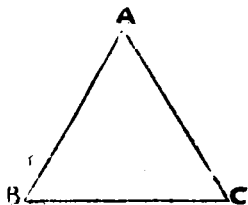
S C H O L I E.

Cette proposition est aussi vraie es triangles equilateraux. Car les deux costez AB, AC du triangle ABC estans egaux entr'eux, ou l'autre coste CB, est pareillement egal à iceux, comme il aduient au triangle equilateral, ou bien inegal, comme il arrive au triangle Moscele: Il s'ensuit necessairement, que les angles de dessus la base BC, sont egaux entr'eux, & ceux de dessous la mesme base aussi egaux entr'eux, comme il appert par la demonstration cy-dessus.

C O R O L L A I R E.

De ceste 5. proposition il s'ensuit que tout triangle equi-

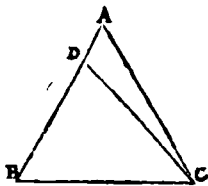
lateral est aussi equiangle, c'est à dire que les trois angles de quelconque triangle equilateral sont egaux entr'eux. Car soit un triangle equilateral ABC : Donc par ce que les deux costez AB , AC sont egaux, par la 5. prop. les deux angles B & C seront egaux. Semblablement, pour ce que les deux costez AB , BC sont egaux, les deux angles A & C seront aussi egaux. Donc par la 1. com. sent. tous les trois angles A , B , C , seront egaux entr'eux. Ce qu'il falloit demonstrier.



THEOR. 3. PROP. VI.

Si vn triangle a deux angles egaux entr'eux; les costez soustendans iceux angles, seront aussi egaux entr'eux.

Soit le triangle ABC , duquel les deux angles ABC , & ACB sur la base BC sont egaux: Je dis que les deux costez AB & AC qui soustendent les susdits angles egaux, sont aussi egaux.



Autrement, soit AB plus grand que AC , s'il est possible: on en pourra donc retrancher vne partie egale à AC par la 3. prop. laquelle partie soit BD , & soit mence la ligne DC : les deux triangles DBC , & ACB , ont deux costes egaux à deux costes chacun au sien, & les angles compris d'iceux costes aussi egaux, car les

deux costez BD & BC du triangle DBC sont egaux aux deux costez AC , & CB du triangle ACB , & l'angle B egal à l'angle ACB ; & par la 4. prop. iceux triangles DBC , ACB , seront egaux; ce qui est impossible: car l'un est partie de l'autre, Donc les costez AB , & AC n'estoient pas inegaux, ains egaux. Ce qu'il falloit demonstrier.

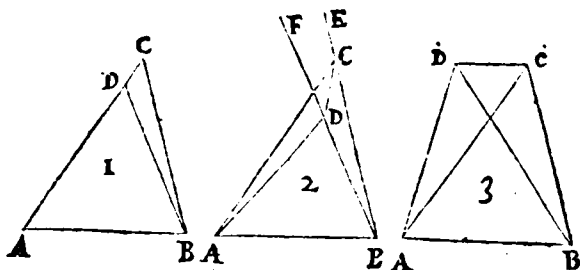
COROLLAIRE.

Il s'ensuit de cette proposition, que tout triangle equi-angle, c'est à dire qui a tous les angles egaux, est equilateral: car par ce qui a esté icy demonstté, les angles ABC , ACB estans egaux, les deux costez AB , AC , seront pareillement egaux: Mais si les deux angles A & B estoient encore egaux, aussi les costez CA , CB subtendants iceux angles, seroient aussi egaux: & partant tous les trois costez AB , AC , BC egaux entr'eux, puis que les choses egales à une mesme, sont egales entr'elles.

THEOR. 4. PROP. VII.

Si des extremittez de quelque ligne droite, on mene deux autres lignes droites, se rencontrans à vn poinct; des mesmes extremittez, on n'en pourra pas mener deux autres egales à icelles, chacune à la sienne, & de mesme part, se rencontrant à vn autre poinct.

Soit la ligne AB , des extremittez de laquelle soient menées deux lignes droictes AC & CB se rencontrant à quelconque point C . Je dis que des mesmes extremittez A & B , & de la mesme part que C , on ne peut mener deux autres lignes droictes egales à icelles AC, BC , chacune à la sienne, qui se rencontrent à vn autre point que C ; c'est à dire que si de l'extremité A on mene la ligne AD egale à AC , & de l'extremité B la ligne BD egale à BC , il ne peut estre que le point de rencontre D , soit autre que le point de rencontre C .



Car si faire se peut que le point de rencontre D , tombe ailleurs qu'au point C : ou iceluy point D tombera sur l'une ou l'autre des lignes AC, BC ; ou dans le triangle ACB ; ou hors iceluy.

Premierement iceluy point de rencontre D , ne peut estre sur la ligne AC , comme en la premiere figure: car il faudroit que les deux lignes AD , & AC fussent egales entr'elles, sçavoir est la partie

au tout; ce qui est absurde: partant la rencontre D , ne se fera point sur AC , ny aussi sur BC , à cause de la mesme absurdité.

Soit donc iceluy poinct de rencontre D , dans le triangle ABC , comme en la 2. figure: & apres avoir prolongé BC iusques en E , & BD iusques en F , soit menée CD . Puis que les deux lignes AC , & AD sont posees egales, le triangle ACD sera Iloscele, & par la 5. proposition les deux angles ACD & ADC sur la base CD seront egaux. Mais l'angle ACD est moindre que l'angle DCE : (car il n'est que partie d'iceluy) donc l'angle ADC est aussi moindre que le mesme angle DCE : & par consequent l'angle CDF , qui n'est que partie d'iceluy ADC , sera beaucoup moindre que le mesme angle DCE . Derechef puis que les lignes BC , BD , sont posees egales, le triangle BCD doit estre Iloscele, & partant les angles CDF & DCE sous la base DC , seront egaux par la mesme 5. prop. Mais il a esté démontré que l'angle CDF est beaucoup moindre que l'angle DCE , donc le mesme angle CDF est moindre que l'angle DCE , & aussi egal à iceluy: ce qui est absurde.

Soit donc finalement iceluy poinct de rencontre D hors iceluy triangle ACB , comme en la 3. figure: apres avoir mené la ligne CD , il s'enfuiura que les deux triangles ADC & BCD se feront Ilosceles; & partant qu'ils auront les angles sur la base CD egaux: sçavoir est ADC à ACD , & BDC à BCD . Mais iceluy BCD , est plus grand que ACD , donc aussi BDC sera plus

grand que ADC, c'est à dire la partie que le tout: ce qui est absurde. Le point de rencontre D ne tombera donc pas hors le triangle ABC, ny dedans iceluy, ny sur les lignes AC & BC: Il faut donc qu'iceluy point de rencontre D tombe au premier point de rencontre C: Parquoy si des extremitéz de quelque ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit demonstrez.

S C H O L I E.

Il est manifeste que si AD, BD prises ensemble estoient faictes egales à AC, BC aussi prises ensemble, le point de leur rencontre D, seroit autre que le premier point C; comme il seroit encore si on faisoit AD égale à BC, & BD égale à AC, mais en l'une ny l'autre maniere, icelles lignes AD, BD ne seroient pas selon l'intencion d'Euclide: car il veut que non seulement les lignes AD, BD, soient egales aux lignes AC BC, chacune à la sienne, mais aussi que les lignes egales soient menees d'un même point, & de plus que ce soit de mesme part. Car il est tres evident qu'icelles AD, BD, peuuent bien estre tirées de l'autre costé de C, c'est à sçavoir au dessous de la ligne AB. Donc fort à propos Euclide met en ce theoreme que les lignes soient egales chacune à la sienne, & menees de mesme part, &c.

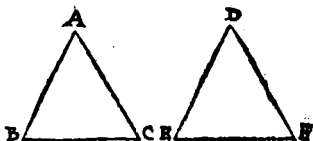
THEOR. 5. PROP. VIII.

Si deux triangles ont deux costés égaux
à deux costés, chacun au sien, & la
base

base egale à la base; ils auront aussi l'angle, compris d'iceux costez egaux, egal à l'angle.

Soient deux triangles ABC, DEF, desquels le costé AB, est egal à DE; AC à DF, & la base BC à la base EF:

Je dis que les angles A & D compris d'iceux costez egaux, sont egaux.



Car puis que la base

BC est egale à la base EF; si on entend icelles estre posees l'une sur l'autre, elles conviendront tombant le point E sur le point B, & F sur C: & par la 7. prop. les deux lignes ED, & FD, qui sont egales à BA & CA, se rencontreront au point A, & conviendront avec icelles lignes BA & CA: partant conviendront aussi les angles A & D contenus d'icelles lignes; & par consequent seront egaux par la 8. com. sent. Donc si deux triangles, &c, Ce qu'il falloit demonstrier.

COROLLAIRE.

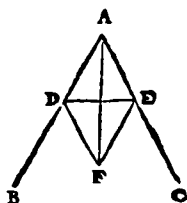
Puis que la base EF convient avec la base BC, & les costez DE, DF, conviennent aussi avec les costez AB, AC, s'ensuit que non seulement l'angle A est egal à l'angle D; mais aussi que l'angle E est egal à l'angle B, & l'angle F, egal à l'angle C, & sont le triangle egal à tous le triangle.

PROB. 4. PROP. IX.

Couper en deux également vn angle rectiligne donné.

Soit l'angle rectiligne donné BAC , lequel il faut couper en deux également; c'est dire en deux angles égaux entr'eux.

Soit de AB & AC retranché deux parties égales AD & AE : & apres auoir mené la ligne DE , sur icelle soit décrit le triangle equilateral DEF par la premiere proposition, & soit menée la ligne AF : Je dis que icelle ligne coupe l'angle donné BAC en deux également.



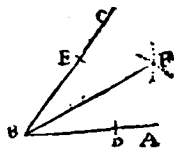
Car puisque les lignes AD , AE ont esté prises égales, & AF est commune aux deux triangles DAF , EAF ; les deux costez AD & AF , du triangle DAF , seront égaux aux deux costez AE & AF du triangle EAF , & la base DF égale à la base EF : (estant DFE triangle equilateral) donc par la 8. prop. l'angle DAF sera égal à l'angle EAF : & partant l'angle BAC est coupé en deux également. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Que si au lieu du triangle equilateral cy-dessus con-

étruit, on en fait un Iſoſcelle, la démonſtration ſera toujours la meſme : Ce qu'on peut auſſi faire aux trois propoſitions ſuivantes.

Quant à la pratique de cette propoſition nous l'avons enſignée en noſtre Geometrie pratique Probl. 5. Et neantmoins nous ne laifferons de la repeter icy; Et pour ce ſoit un angle rectiligne ABC , qu'il faut couper en deux également. Du centre B & de tel intervalle qu'on voudra, ſoient couppees BD , BE egales; puis des points D & E ſoient deſcrits deux arcs ſ'entrecoupans en F , & d'icelle interſeccion ſoit tirée par le point B , la ligne droite FB , laquelle diuiſera l'angle donné ABC en deux également.



Or il appert par ce que deſſus qu'on peut auſſi couper un angle rectiligne en quatre parties egales, en huit, en ſeize, en trente deux, & ainſi conſecutivement, en procedant toujours par augmentation double : Car apres qu'un angle rectiligne eſt couppe en deux également, ſi on diuiſe derechef chaſque partie en deux également, on aura quatre angles egaux. Que ſi on coupe derechef chacun d'iceux en deux également, nous aurons huit angles egaux, & ainſi conſequemment.

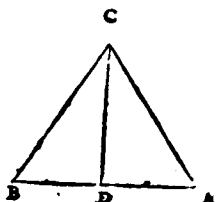
PROBL. 5. PROP. X.

Couper en deux également vne ligne

droiçte donnée & terminée.

Soit la ligne droiçte donnée & terminée AB ;
laquelle il faut couper en deux également.

Sur icelle ligne AB soit construit le triangle equilateral ACB par la 1. prop. & par la prec. l'angle C soit couppe en deux également par la ligne CD , tirée iuiques à ce qu'elle coupe AB en D . Je dis qu'icelle AB est couppee en deux également en D .

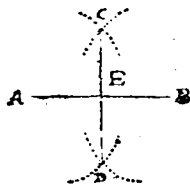


Car puis que les angles du poinçt C sont egaux, & le triangle ACB , est equilateral, les deux triangles ACD , & BCD , ont deux costez AC , CD , egaux à deux costez BC , CD , chacun au sien, & les angles du poinçt C , qn'ils comprennent aussi egaux ; partant par la 4. prop. la base AD , sera egale à la base DB . Donc AB est couppee en deux également en D . Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Nous auons enseigné la pratique de cette proposition en nostre Geometrie pratique Prob. 1. & ce faut ainsi. Pour diuiser la ligne droiçte AB en deux parties egales, du centre A , & de quelque interuall. que ce soit (plus grand toutesfois que la moitié d'icelle AB) soient desçris deux arcs de cercle, l'un au dessus d'icelle

ligne, comme C, & l'autre au dessous, comme D, puis du centre B, & du mesme intervalle soient descriptz deux autres arcs qui couppent les precedens esdicts pointz C & D, puis d'une intersection à l'autre, soit tiree la ligne droicte CD, laquelle coupera AB en deux egalelement au point E. Est à noter que si de part ou d'autre de AB on ne pouvoit descrire deux arcs comme D, il faudroit ayant descript les deux arcs C, ouvrir le compas d'un plus grand intervalle, & en descrire deux autres arcs au dessus de C, & la ligne menee d'une intersection à l'autre, & continuee jusques à AB, la couppera en deux egalelement.



Or il appert par ce que dessus, qu'on peut aussi couper une ligne droicte finie en quatre parties egales, en 8, en 16, en 32. &c. ainsi que nous auons dit, en la precedente prop. de la diuision de l'angle rectiligne. Mais comment on peut diuiser une ligne droicte terminee en tant de parties egales qu'on voudra, nous l'auons enseigne en nostre Geometrie pratique Probl. 7: & ce tant Geometriquement que Mechaniquement avec le compas de proportion.

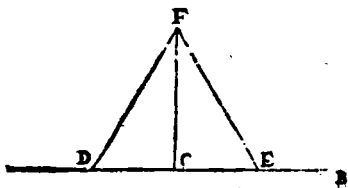
PROBL. 6. PROP. XI.

Sur vne ligne droicte donnee, & d'un point en icelle, esleuer vne ligne droicte perpendiculaire.

Soit la ligne droicte donnee AB, & le point

en icelle C : d'iceluy poinct il faut mener vne ligne perpendiculaire à icelle AB.

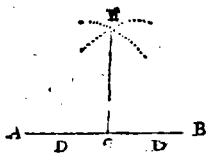
Soient du poinct C prinſes les deux lignes egales CD & CE par la 3. proposition, & ſur DE ſoit faiſt le triangle equilatéral DFE, & de C à F ſoit menée la ligne CF : Je diſ qu'icelle CF eſt la ligne perpendiculaire demandée.



Car les triangles DFC & CFE ayans deux coſtez egaux à deux coſtez, chacun au ſien, ſçavoir DC à CE par la conſtruction, & CF commun, & la baſe DF egale à la baſe EF, à cauſe que le triangle DFE eſt equilatéral ; par la 8. prop. les angles au poinct C, contenus des coſtez egaux, ſeront egaux ; & partant par la 10. def. ils ſont diſt droits, & la ligne CF perpendiculaire à AB, ainſiqu'il falloit faire.

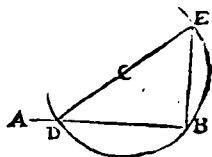
SCHOLIE.

La pratique de cette propoſition eſt enſeignée en noſtre Geometrie pratique, Prob. 2. & neantmoins nous la repeterons encore icy. Pour eſleuer ſur AB vne ligne perpendiculaire du poinct C, ſoient marquees en icelle AB deux poinctſ comme D, egalemens diſtans de C, & d'iceux poinctſ, ſoient deſcrits deux arcs d'un meſme intervalle ſ'entrecouppans en E, de la

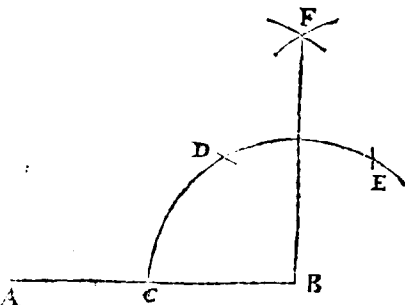


quelle intersection soit tirée à C la ligne droite EC, qui sera perpendiculaire à ladite AB.

Que si le point donné estoit B à l'extrémité de la ligne, il faudroit continuer ladicte ligne, & sur icelle estant continuée faire comme dessus : ou bien nous prendrons un point au dessus d'icelle ligne, comme C, lequel soit plus prez du point donné B, que de l'autre extrémité A ; puis d'iceluy point C, & de l'intervalle CB, nous décrirons la circonférence DBE, qui coupe la ligne donnée en D, & d'iceluy point D par C, nous tirerons la ligne droite DCE coupant la susdite circonférence en E, duquel point E soit tirée la ligne droite EB, laquelle sera perpendiculaire à AB.



Autrement, du point donné E, & de quel que intervalle que ce soit BC, moindre toutesfois que la ligne donnée, soit décrit un arc CDE plus grand que le tiers de la circonférence en-



tière du cercle, puis sur iceluy arc CDE soient pris deux intervalles CD, DE, chacun égal au semidiamètre BC, & des points D; E, soient décrits

deux arcs de cercle s'entrecouppans au point F , duquel soit tirée au point B la ligne droite FB , qui sera perpendiculaire à AB .

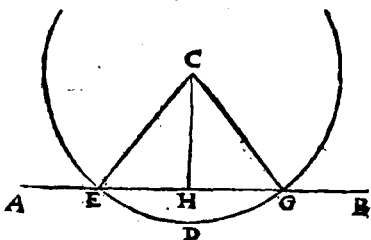
Est à noter qu'encore que le point donné B ne fut l'extrémité de la ligne, on pourroit neantmoins mener la perpendiculaire par l'une ou l'autre des deux manieres cy dessus.

PROBL. 7. PROP. XII.

Abaissier vne ligne droite perpendiculaire sur vne ligne droite indeterminee, & d'un point hors icelle.

Soit la ligne droite donnée & interminée AB , & le point hors icelle C , duquel il faut mener vne ligne perpendiculaire sur AB .

Soit pris au delà de la ligne AB quelcōque point D ; puis du centre C , & intervalle CD , soit décrit le cercle EDG , couppant la ligne AB es points E & G , puis par la 10. prop. soit coupée EG en deux également au point H , & soit menée la ligne CH , laquelle ie dis estre perpendiculaire à AB .

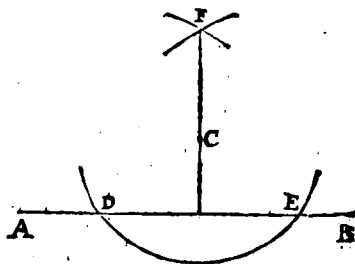


Car estans tirées les lignes droictes CE , CG ; les deux costez EH & HC du triangle EHC , seront egaux aux deux costez GH & HC du triangle GHC , vn chacun au sien, & la base CE est egale à la base CG , estans icelles tirees du centre C à la circonference, & par la 8. prop. les angles du point H seront egaux; & partant par la 10. definir. ils seront droicts, & la ligne CH perpendicul. à AB . Ce qu'il falloit faire.

S C H O L I E.

La pratique de ce probleme est enseignée en nostre Geometrie pratique probl. 3. & est telle qu'il ensuit.

*Pour mener
à une ligne
donnée AB
une perpen-
diculaire
d'un point
donné hors
icelle, cōme
 C ; d'iceluy
point C soit
d'escriit un
arc qui coup*

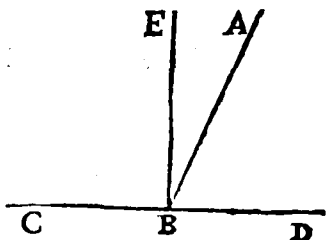


pe la ligne donnée en D & E , puis d'iceux points, comme centres, soient d'escriis deux arcs de cercles d'un même intervalle, qui s'entrecouppent au point F : (il n'importe pas de quel costé ce soit, au dessus ou au dessous de la ligne AB) puis d'iceluy point F par celuy donné C , soit tirée une ligne droicté FCG , qui rencontre la donnée en G , & icelle FCG sera perpendiculaire à AB .

THEOR. 6. PROPOS. XIII.

Quand vne ligne droicte tombant sur vne ligne droicte fait angles, ou iceux seront deux angles droicts, ou egaux à deux droicts.

Soit la ligne droicte AB, laquelle tombant sur vne autre ligne droicte CD, fait les angles CBA, & DBA: le dis que iceux sont deux angles droicts, ou egaux à deux droicts.



Car ou icelle ligne AB est perpendiculaire à CD, ou elle ne l'est pas: Si elle est perpendiculaire, les deux angles sont droicts par la 10. def. Si elle ne l'est pas, soit leuee la perpend. BE par la 11. prop. & les deux angles CBE & DBE seront droicts par la susdite deff. mais par la 19. com. sent. le seul angle droict DBE, est egal aux deux angles DBA, ABE ensemble: parquoy si on leur adiouste le commun CBE, les trois angles DBA, ABE & CBE seront egaux aux deux droicts DBE, CBE. Derechef d'autant que par la mesme 19. com. sent. les deux angles CBE, ABE ensemble sont egaux au seul ABC: si on adiouste le commun DBA, les deux angles ABC, DBA seront egaux aux trois CBE, ABE, DBA: mais ces trois cy ont esté demonstrez egaux à deux droicts: donc ces deux-là ABC, ABD seront aussi egaux à deux droicts. Parquoy si vne ligne

droicte tombante sur vne autre ligne droicte, &c.
Ce qu'il falloit demonst rer.

S C H O L I E.

Ceste demonstration de Theon est suivie par la plus part des Interpretes d'Euclide, mais les autres ayans monstré comme dessus, que les deux angles CBE & DBE sont droicts, concluent incontinent par la 8. com. sent. que les deux ABC , & ABD ensemble, seront donc aussi egaux à deux droicts, veu qu'ils occupent autans d'espace, voire le mesme, que les deux droicts CBE , DBE , & conuiennent avec eux.

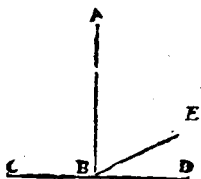
Aussi Clavius a remarqué, que cette preposition semble dependre de quelque commune notion de l'esprit : car de ce que l'angle ABC excède l'angle droict EBC , l'angle restant ABD est excédé par l'angle droict EBD , car comme en celuy-là l'excez est l'angle ABE , ainsi en cestuy-cy le defaut est le mesme angle ABE . Parquoy l'on pourra conclurre, que les angles ABC , ABD sont egaux à deux droicts, attendu que l'excez de l'angle obtus ABC , est le defaut de l'aigu ABD .

THEOR. 7. PROP. XIV.

Si à vn poinct de quelque ligne droicte se rencontrent deux autres lignes droictes de part & d'autre d'icelle, faisant deux angles egaux à deux droicts : icelles deux lignes se rencontreront directement.

Soit la ligne droicte AB , & en icelle le poinct B , auquel se rencontrent deux autres lignes droictes

CB & DB de part & d'autre d'icelle AB, faisant les deux angles ABC & ABD égaux à deux droicts: Je dis que CB & DB se rencontrent directement, c'est à dire que CBD est vne ligne droicte.

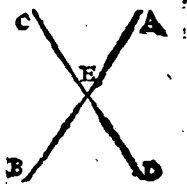


Autrement, si CBD n'est ligne droicte, soit continuee CB directement de la part de B, & la continuation d'icelle tombra ou au dessus de BD, ou au dessous: quelle tombe donc au dessus, s'il est possible, comme BE, en sorte que CBE soit ligne droicte. D'autât que AB tombe sur CBE, les deux angles ABC, & ABE, serót égaux à deux droicts par la 3. prop. Mais par l'hypothese les deux ABC & ABD sont aussi égaux à deux droicts, & par la 10. com. sent. tous les angles droicts sont égaux entr'eux: donc par la 1. com. sent. ces deux angles ABC, & ABD seront égaux aux deux ABC, & ABE. Parquoy ostant l'angle commun ABC, les restans ABD, & ABE, seront égaux, le tout & la partie; ce qui est impossible. Parquoy la ligne droicte CB estant prolongee, ne tombera pas au dessus de BD; mais elle ne tombera pas aussi au dessous, car il aduiendroit tousiours la mesme absurdité: donc CB, & DB se rencontroient directement. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. 8. PROP. XV.

Si deux lignes droictes se coupent l'une l'autre, elles feront les angles oppo-
sez au sommet égaux.

Soient les deux lignes AB & CD, se couppans l'une l'autre au point E : le dis que les angles opposez au sommet, sçavoir AEC, & DEB, sont egaux entr'eux.



Car d'autant que sur AB tombe la ligne CE, les angles AEC, & BEC, sont egaux à deux droicts par la 13. prop. Item, pour la mesme raison, CEB, & DEB, seront egaux à deux droicts : partant les deux angles AEC & CEB, sont egaux aux deux CEB & DEB. Que si on oste le commun CEB, le demeurant AEC sera egal au demeurant DEB. Le mesme se peut aussi dire des deux angles opposez AED, & CEB. Parquoy si deux lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit demonster.

COROLLAIRE.

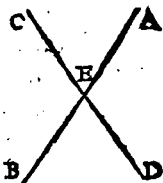
Il s'ensuit de ceste demonstration, que deux lignes droictes s'entre couppans, font au point de leur section quatre angles egaux à quatre angles droicts. Est aussi manifeste qu'estans constituez tant d'angles qu'on voudra à l'entour d'un seul & mesme point, qu'ils seront seulement egaux à quatre angles droicts : car si de E, en la precedente figure, on meine tât d'autres lignes droictes qu'on voudra, elles diuiseront seulement les quatre angles constituez au point E, en plusieurs parties ; toutes lesquelles parties prinsees ensemble, seront egales aux quatre angles d'iceluy point E, par la 19. com. sens. c'est à dire à quatre angles droicts.

SCHOLIE.

Nous demonstrerons icy la conuerse qui, selon Proclus, est telle.

Si à vn point de quelque ligne droite se rencontrent deux autres lignes droictes, non de mesme part, faisant les angles au sommet egaux : icelles deux lignes se rencontreront directement.

Soit la ligne droite AB , & vn point en icelle E , auquel soient menées les deux lignes droictes CE , DE de part & d'autre de AB faisant les angles CEA , DEB egaux entr'eux. Je dis qu'icelles lignes CE , DE se rencontreront directement. Car adioustant aux angles egaux CEA , DEB , l'angle cõmun CEB : les deux angles CEA , CEB seront egaux aux deux angles DEB , CEB par le 2. axiome. Mais les deux angles CEA , CEB sont egaux à deux droicts par la 13. prop. Donc les deux DEB , CEB seront aussi egaux à deux droicts, & par la 14. prop. les lignes droictes CE , DE se rencontreront directement. Ce qui estoit proposé.



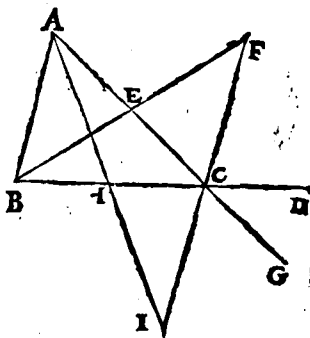
Pelletier a aucunement changé ceste conuerse : car il dit que si quatre lignes droictes AE , CE , BE , DE se rencontrans au point E y font quatre angles, dont les opposez AEC , BED soient egaux entr'eux, & les opposez BEC , AED , aussi egaux entr'eux : les deux lignes opposees AE , BE se rencontreront directement, comme aussi les deux CE , DE . Ce qui est manifeste, car si aux angles egaux AEC , BED , on adiouste les egaux CEB , AED , par le 2. axiome les deux angles AEC , CEB seront egaux aux deux angles BED , AED . Donc tant ces deux l a que ces deux-cy sont moitié des quatre angles faicts au point E , lesquels par le Corol. prec. sont egaux   quatre droicts. Parquoy les deux angles AEC , CEB seront egaux   deux droicts, & par la 14. prop. les

Deux lignes, AE , BE se rencontreront directement.
Et pour mesme raison CE , DE feront aussi une seule
ligne droite CD .

THEOR. 9. PROP. XVI.

Vn costé de quelconque triangle estant
prolongé, l'angle extérieur est plus
grand que l'un ou l'autre des opposés
intérieurs.

Soit le triângle ABC ,
duquel le costé BC
soit continué iusques
à D . Je dis que l'angle
extérieur ACD est
plus grand que l'op-
posé intérieur BAC :
Et encore que ABC
autre opposé inte-
rieur.



Qu'ainsi ne soit:
Après auoir coupé
 AC en deux égale-

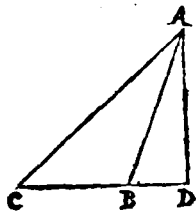
ment en E , soit menée la ligne BE , & continuée
iusques en F : en sorte que EF soit faicte égale à
 BE , & soit menée FC . Les deux triangles AEB , &
 CEF , auront les deux costez AE , & EC égaux aux
deux costez CE & EF , chacun au sien par la con-
struction, & par la précédente prop. l'angle AEB
est égal à l'angle CEF : donc par la 4. prop. les ba-
ses AB , & FC seront égales; & les autres angles

egaux, chacun au sien: & partant l'angle BAE, sera egal à l'angle ECF, qui n'est que partie de l'angle ACD, lequel pour ceste raison sera plus grand que l'opposé interieur BAC. Que si le costé AC est prolongé en G, & BC couppé en deux, également en H, & on tire la ligne AH, tellement que HI soit egale à AH, & soit menée CI: On démontrera par mesme raison que dessus, que l'angle externe BCG est plus grand que l'interne, & opposé ABC. Mais par la proposition precedente à iceluy BCG, est egal l'externe ACD: donc iceluy ACD, est aussi plus grand que l'interne & opposé ABC. Parquoy en tout triangle, vn costé estant prolongé, &c. Ce qu'il falloit démonstrer.

COROLLAIRE.

De ceste proposition il s'ensuit (dit Proclus) que d'un mesme point on ne peut mener à une mesme ligne droite plus de deux lignes droictes egales entr'elles. Car si faire se peut, soient menées du point A à la ligne BC, trois lignes droictes AB, AC, AD, egales entr'elles: d'autant que les costez AB, AD, sont egaux, par la 5. prop. les angles ABD, ADB sur la base BD seront egaux. Derechef, pource que les costez AB, AC sont egaux, par la mesme 5. prop. les angles ABC, ACB sur la base BC seront egaux. Parquoy veu que chascun angle ADB & ACB, est egal à l'angle ABD, par la 1. com. sent.

l'angle

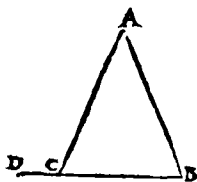


l'angle $\angle ABC$ sera egal à l'angle $\angle ADC$, c'est à dire l'exterieur à l'opposé interieur: ce qui est absurde, puis que par ceste 16. p. l'externe est plus grand que l'interne. Donc on ne pourra pas mener de A à BC plus de deux lignes droictes egales entr'elles. Ce qui estoit proposé.

THEOR. 10. PROP. XVII.

Tout triangle a deux angles plus petits que deux droicts, de quelle façon qu'ils soient pris.

Soit le triangle ABC : Je dis que les deux angles B , & ACB sont ensemble plus petits que deux droicts; comme aussi les deux A , & ACB : item les deux A , & B .

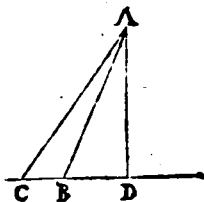


Car apres auoir continué le costé BC , iusques en D , il est euidét par la 16. prop. que l'angle exterieur ACD est plus grand que l'opposé interieur B : & par la 4. com. sent. si on leur adioute l'angle commun ACB , les deux ACD & ACB seront plus grâds que les deux B & ACB . Mais les deux ACD , & ACB , sont egaux à deux droicts, par la 13. prop. Partant ABC , & ACB sont plus petits que deux droicts. On demonstrera pareillement que les deux angles A & ACB : Item les deux angles A & B , en prolongeant vn autre costé, sont moindres que deux droicts. Parquoy tout triangle a deux angles plus petits que deux droicts, &c. Ce qu'il falloit demonster.

PREMIER COROLLAIRE.

De cecy est manifeste que d'un mesme point on ne peut mener plus d'une ligne perpendiculaire sur une ligne droite. Car si faire se peut, soient menees de A sur la ligne droite BD , les deux perpendic.

AD , AB . Donc au triangle ABD , les deux angles internes ABD , ADB , seront egaux à deux droicts, puis que chacun est droict. Ce qui est impossible: car il a esté démontré cy dessus



que deux angles d'un triangle sont moindres que deux angles droicts.

Il s'ensuit aussi de cette prop. qu'en tout triangle, d'un quel un angle est droict, ou obtus, que les autres s'ont aigus. Car puis qu'il a esté démontré que deux angles quels qu'ils soient, sont moindres que deux droicts, il est nécessaire que s'il y en a un droict ou obtus, celuy qu'on voudra des deux autres soit aigu: car autrement en un triangle seroient deux angles droicts, ou plus grands que deux droicts.

S'ensuit encore de cette prop. que si une ligne droite AB , fait avec une autre ligne droite CD , angles inegaux, sçavoir est ABD , aigu, & ABC , obtus, & de quelconque point d'icelle AB , on tire une perpendiculaire sur CD , comme AD : icelle perpendiculaire AD , tombera de la part de l'angle aigu ABD : car qu'elle tombe, s'il est possible, du costé de l'angle obtus ABC . Donc au triangle ABD , les deux angles ABC , ACB , obtus & droict, sont plus grands que deux droicts; mais aussi moindres que deux droicts par cette prop. ce qui est absurde. La p^{er}pendiculaire tirée de A , ne tombera donc

pas du costé de l'angle obtus, & partant tombera du costé de l'angle aigu.

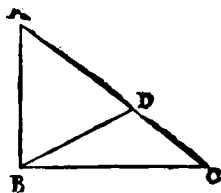
Est encore manifeste par cette prop. que tous les angles d'un triangle equilateral, & les deux angles de dessus la base d'un triangle isoscelle, sont aigus. Car puis que deux angles quels qu'ils soient, d'un triangle equilateral, et les deux de dessus la base d'un isoscelle sont egaux entr'eux par la 5. prop. & tant ces deux cy ensemble, que ces deux-là, sont moindres que deux droicts par cette prop. chacun d'iceux sera moindre qu'un droit, c'est à dire aigu: car s'il estoit droit ou obtus, tous les deux ensemble seroient, ou egaux à deux droicts, ou plus grands.

THEOR. II. PROP. XVIII.

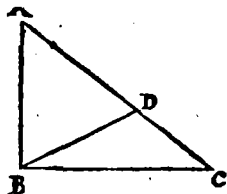
De tout triangle, le plus grand costé
soustient le plus grand angle.

Soit vn triangle ABC, ayant le costé AC plus grand que le costé AB. Je dis que l'angle ABC, est plus grand que l'angle ACB.

Qu'il ne soit ainsi: Puis que AC est plus grand que AB, d'iceluy soit retranchée AD, egale à AB, & soit menée BD. Le triangle ABD est isoscele, & par la 5. prop. les deux angles ABD, & ADB, sur la base BD, seront egaux. Or l'angle extérieur ADB, est



plus grand que l'opposé interieur C, par la 16. prop. Mais At C estant plus grand que ABD, il sera aussi plus grand que son égal ADB: & à plus forte raison ABC sera plus grand que C. Par mesme raison, si on pose le costé AC, plus grand que le costé BC; on démontrera l'angle ABC estre plus grand que l'angle BAC, sçavoir est, si de CA on coupe vne ligne egale à BC, &c. Parquoy le plus grand costé de tout triangle &c. Ce qu'il falloit démontrer.



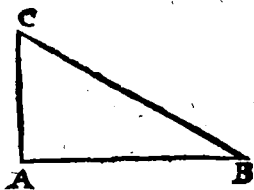
COROLLAIRE.

Il est donc manifeste par cette démonstration que tous les trois angles d'un triangle scalene sont inégaux.

THEOR. 12. PROP. XIX.

En tout triangle, le plus grand angle est soutenu du plus grand costé.

Soit le triangle ABC duquel l'angle A est plus grand que l'angle C. Je dis que le costé BC qui soutient le plus grand angle A, est plus grand que le costé AB, qui soutient vn moindre angle C.



Autrement, il iera egal, ou plus petit: Il ne peut estre egal, d'autant que le triangle ieroit isoscelle, & par la 5. prop. les deux angles A & C ieroient

egaux contre l'hypothese. Il ne peut aussi estre plus petit, d'autant que par la 18. prop. l'angle A seroit plus petit que l'angle C, ce qui est aussi contre l'hypothese. Il sera donc plus grand. Par mesme raison on prouuera le costé BC, estre plus grand que le costé AC, si on pose l'angle A, estre plus grand que l'angle B. Donc de tout triangle le plus grand angle est soustenu du plus grand costé. Ce qu'il falloit demonstrier.

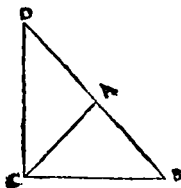
C O R O L L A I R E.

Il s'ensuit de ceste proposition, que si de quelconque point on tire sur une ligne droite tant d'autres lignes droictes qu'on voudra, l'une desquelles soit perpendiculaire, icelle perpendiculaire sera la plus petite de toutes, puis qu'elle sera toujours opposée a un angle aigu, & les autres à l'angle droit fait par icelle perpendiculaire.

THEOR. 13. PROP. XX.

Entout triangle, deux costez de quelle façon qu'ils soient pris, sont plus grands que le troisieme.

Soit le triangle A B C : Je dis que deux costez d'iceluy, lesquels on voudra, sçauoir est A B, & A C, sont plus grands ensemble que le troisieme costé B C.



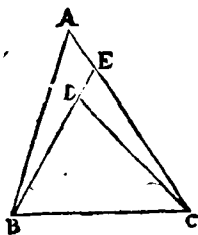
Qu'il ne soit ainsi : apres auoir prolongé BA iusques en D, & fait AD egale à AC, soit menee la ligne DC. Le triangle DAC sera Isoscelle, & par la 5. prop, les deux angles ADC, & ACD sur la base DC, seront egaux. Mais par le 9. ax. DCE est plus grand que DCA : il sera donc aussi plus grand que son egal ADC : & partant par la 19 prop. BD sera plus grand costé que BC. Mais BD est egal aux deux costez AC & BA : donc aussi iceux AC & BA seront plus grands que BC. On demonstrera en la mesme maniere que deux autres costez tels que l'on voudra sont plus grands ensemble que l'autre. Parquoy deux costez d'un triangle pris en quelque sorte que ce soit, sont plus grands que l'autre. Ce qu'il falloit demonstrer.

THEOR. 14. PROP. XXI.

Si des extremités d'un costé de quelconque triangle, on mene deux lignes droictes se rencontrans au dedans d'iceluy : icelles seront plus petites que les deux autres costez du triangle, mais elles feront un plus grand angle.

Soit le triangle ABC, & des extremittez du costé

B C, soient menees interieurement deux lignes droictes **BD**, **CD**, se rencontrans au point **D**: le dis qu'icelles lignes **BD**, & **CD** ensemble sont plus petites que les costez **BA** & **CA** ensemble: Mais que l'angle **D**, est plus grand que l'angle **A**.



Qu'ainsi ne soit, soit continuee **BD**, iusques au point **E**. Donc par la 20. prop. les deux costez **BA**, & **AE**, du triangle **BAE**, seront plus grands que le troisieme **BE**: Et si on leur adiouste chose commune **EC**. par la 4. com. sent. les tous **CE**, **EB** seront tousiours plus petits que les tous **CE**, **EA**, **AB**, c'est à dire **CA**, **AB**. Pareillement les deux costez **CE**, & **ED**, du triangle **CED**, sont plus grâds que le troisieme **CD**, ausquels si on adiouste chose egale, sçauoir **DB**; les tous **CE**, **ED**, **DB**, ou **CE**, **EB**, seront tousiours plus grands que les tous **CD** & **DB**. Mais il a esté demonstté que **CA**, **AB** sont plus grands que **CE**, **EB**: donc **CA**, **AB** seront beaucoup plus grands que **CD**, **BD**. Ce qui estoit* proposé en la premiere partie.

Pour la seconde partie, sçauoir que l'angle **BDC** est plus grand que l'angle **A**. D'autant qu'il est exterior du triangle **CED**, il sera plus grand que son opposé interieur **CED** par la 16. prop. Mais pour la mesme raison, iceluy angle **CED** est aussi plus grand que son opposé interieur **A**: donc

à plus forte raison BDC sera plus grand que A. Si donc des extremitéz d'un costé de quelconque triangle, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

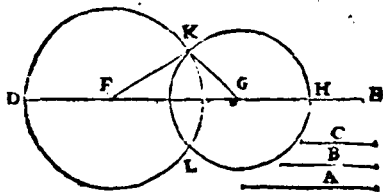
PROB. 8. PROP. XXII.

Faire vn triangle de trois lignes droictes egales à trois autres donnees: mais il faut que deux d'icelles de quelle façon qu'elles soient prises, soient plus grandes que l'autre; d'autant que de tout triangle, deux costez de quelque façon qu'ils soient pris, sont plus grands que l'autre.

Soient trois lignes donnees A, B & C, desquelles deux de quelle façon qu'elles soient prises sont plus grandes que la troisieme: car autrement d'icelles on ne pourroit pas constituer vn triangle, comme il appert de la 20. prop. en laquelle il a esté demonsté que de tout triangle deux costez sont tousiours plus grands que l'autre. Il faut faire vn triangle ayant les trois costez egaux à icelles trois lignes donnees.

Soit prise vne ligne droicte, tant grande qu'il sera de besoin, comme DE, de laquelle soit retrai.chee DF, egale à A; & puis du reste soit prise FG egale à B, & GH egale à C,

& du centre F, & de l'intervalle FD, soit décrit vn cercle DKL: Item vn autre cercle HkL du centre G, & de l'intervalle GH, coupant le premier cercle au point K duquel soient menées les

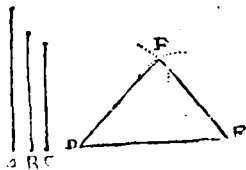


deux lignes KF, KG. Je dis que les costés du triángle FKG sont egaux aux trois lig. donnees A, B, C.

Car d'autant que FD, FK sont egales par la def. du cercle: item GK & GH; les trois costez du triangle FKG, sont egaux aux trois lignes FD, FG, GH, lesquelles estans egales aux trois donnees par la construction; aussi les costez du triangle FKG seront egaux à icelles lignes donnees A, B, C. Nous auons donc fait vn triangle de trois lignes droictes egales aux trois lignes droictes donnees A, B, C. Ce qu'il falloit faire.

S C H O L I E.

La pratique de ce probl. est enseignee en nostre Geometrie pratique Prob. 11, & est telle: Soit prise la ligne droicte DE egale à quelconque des donnees cõme à A, puis du point D, & intervalle de la ligne B, soit décrit vn arc F: semblablement du point E, & de l'intervalle de l'autre ligne C, soit décrit vn autre arc qui coupe le premier



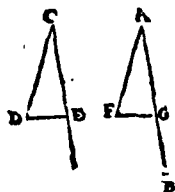
au point F : puis à ladite intersection soient tirées les deux lignes droictes DF , EF ; & sera fait le triangle DEF , ayant les trois costez égaux aux trois lignes droictes données ABC .

PROBL. 9. PROP. XXIII.

Sur vne ligne droicte donnée, & à vn point donné en icelle, faire vn angle rectiligne egal à vn angle rectiligne donné.

Soit la ligne donnée AB ; & le point en icelle A ; sur lequel il faut faire vn angle rectiligne egal à l'angle rectiligne donné C .

Ayant pris és lignes CD , CE , qui constituent l'angle donné C quelques points D , E , soit mencee la ligne DE : & sur AB soit construit par

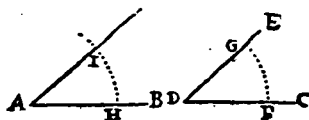


la prop. precedente le triangle AFG , ayant les trois costez égaux aux trois costez du triangle CDE , sçauoir est les deux costez AF , AG , égaux aux deux costez CD , CE , & la base FG à la base DE . Il est donc euident par la 8. prop. que l'angle A sera egal à l'angle C donné. Nous auons donc fait sur AB , & au point A , l'angle FAG egal à vn donné DCE , au si qu'il estoit requis.

SCHOLIE.

Combien que la pratique de ce probleme soit ensei-

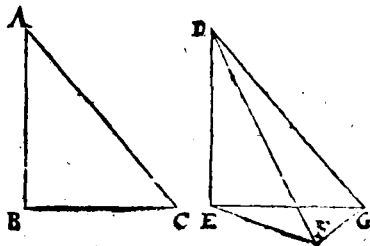
gnée en nostre Geometrie pratique, neantmoins nous l'en-
seignerons encore icy. Soit une ligne donnée AB , & un
point en icelle A , auquel il faut faire un angle recti-
ligne egal au donné
 CDE . Du centre D
soit fait de tel in-
terualle qu'on vou-
dra un arc FG , qui
couppe les lignes de
l'angle donné en points F, G : puis du mesme in-
terualle, soit d'escrie du centre A un arc interminé HI :
En apres, soit prise la distance FG , & icelle portée sur
l'arc HI , puis du point A par I , soit tirée la ligne
droite AI , & sera fait l'angle HAI egal à l'angle
donné CDE .



THEOR. 15. PROP. XXIV.

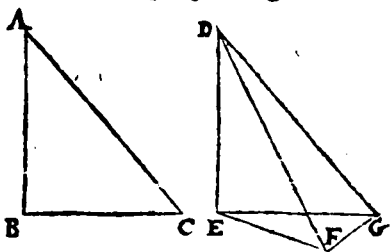
Si deux triangles ont deux costez egaux à deux costez, chacun au sien, & l'angle contenu d'iceux costez plus grand que l'angle, ils auront aussi la base plus grande que la base.

Soient deux triangles ABC & DEF , desquels
deux costez
 AB, AC sont
egaux aux co-
stez DE, DF ,
chacū au sien:
mais l'angle A
est plus grand
que l'angle
 E ou F . Je dis



que la base BC est plus grande que la base EF .

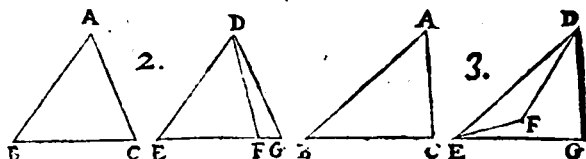
Qu'ainsi ne soit. Sur la ligne DE , & au poinct D , soit fait par la precedente prop. l'angle EDG , egal à l'angle A , (& la ligne droite DG , tombe hors le triangle DEF , puis que l'angle EDF a esté posé moindre que



l'angle A) & soit posée DG , egale à DF , c'est à dire à AC : Soit tirée puis apres la ligne EG , laquelle tombera ou au dessus de la ligne EF , ou sur icelle, ou au dessous d'icelle. Qu'elle tombe premièrement au dessus de EF , & soit tirée la ligne FG . D'autant que les deux costez AB, AC , sont egaux aux deux costez DE, DG , vn chacun au sien, & l'angle A egal à l'angle EDG par la construction: la base BC sera egale à la base EG , par la 4. prop. Et puis que les deux costez DF, DG , sont egaux entr'eux: les angles DFG, DGF seront aussi egaux entr'eux par la 5. prop. Mais l'angle DGF est plus grand que l'angle EGF : donc aussi l'angle DFG sera plus grand que le mesme angle EGF : parquoy tout l'angle EFG sera beaucoup plus grand que le mesme angle EGF : donc au triangle EFG le costé EG sera plus grand que le costé EF par la 19. propos. Mais il a esté démontré que EG est egale à BC : donc BC sera aussi plus grande que EF : Ce qui estoit proposé.

Maintenant, que EG tombe sur icelle EF : d'autant que comme dessus la base EG , sera egale à la

base BC par la 4. prop. & EG est plus grande



que EF par la 9. com. sent. aussi BC sera plus grande que EF : Ce qui estoit proposé.

En troisieme lieu, que EG tombe au dessous de EF. Il est evident que les deux lignes interieures DF, EF sont plus petites que les deux costez DG, EG par la 21. prop. Mais par la construction DG est egale à DF : donc EG est plus grande que EF par la 5. com. sent. Mais comme dessus par la 4. prop. EG est egale à BC : donc aussi icelle BC sera plus grande que EF. Si donc deux triangles ont deux costez egaux, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

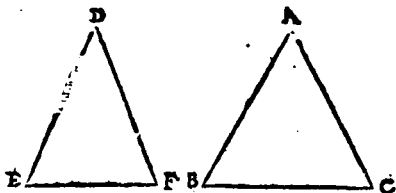
THEOR. 16. PROP. XXV.

Si deux triangles ont deux costez egaux à deux costez, chacun au sien, & la base plus grande que la base; ils auront aussi l'angle contenu d'iceux costez egaux, plus grand que l'angle.

Soient deux triangles ABC & DEF, desquels

les deux costez AB & AC, sont egaux aux deux DE & DF, chacun au sien : Mais la base BC est plus grande

que la base EF. Je dis que l'angle A est plus grand que l'angle D.



Autrement

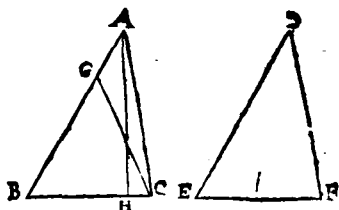
il sera égal, ou plus petit. Mais il ne peut estre égal: d'aurant que par la 4. prop. les bases BC & EF seroient egales contre l'yhothese. Pareillement il ne peust estre plus petit; d'aurant que par la 24. prop. la base BC seroit plus petite que la base EF, & elle a esté posée plus grande. Parquoy l'angle A sera plus grand que l'angle D, puis qu'il ne peust estre égal, n'y plus petit. Si donc deux triangles ont deux costez egaux à deux costez, chacun au sien, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEO. 17. PROP. XXVI.

Si deux triangles ont deux angles egaux à deux angles, chacun au sien, & vn costé égal à vn costé, sçauoir est, ou celuy aux extremittez duquel sont les angles egaux, ou bien celuy qui soustient l'un d'iceux an-

gles egaux : ils auront aussi les autres costez egaux aux autres costez, chacun au sien, & l'autre angle egal à l'autre angle.

Soient deux triangles ABC & DEF , desquels les angles B & ACB , sont egaux aux deux E & F , chacun au sien, & soit premierement le costé BC , aux extremittez duquel sont les angles B & ACB , egal au costé EF , aux

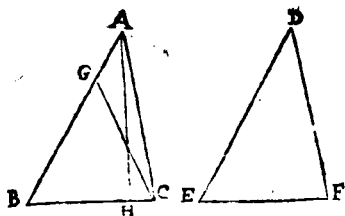


extremitez duquel sont les angles E & F . Je dis que les deux autres costez AB , AC , sont egaux aux deux autres costez DE , DF , chacun au sien, sçavoir est AB à DE , & AC à DF , & l'autre angle BAC egal à l'autre angle D .

Car si AB n'est egal à DE , l'un d'eux sera plus grand : Soit donc AB plus grand, s'il est possible, & d'iceluy soit retranchée BG egal à DE : puis soit tirée la ligne droite CG . Donc puis que les costez BC , BG , sont egaux aux costez EF , DE , chacun au sien, & l'angle B egal à l'angle E , par la 4. prop. la base CG sera egal à la base FD , & les autres angles egaux aux autres angles chacun au sien, c'est à sçavoir que l'angle BCG sera egal à l'angle F , auquel est aussi egal

l'angle ABC par l'hypothese. Partant les deux angles ACB & GCB seroient egaux, la partie au tout : ce qui est absurde. Donc le costé AB n'estoit pas inegal au

costé DE, mais egal. Parquoy veu que les costez AB, BC sont egaux aux costez DE EF, chacun au sien, & l'angle



B egal à l'angle E; la base AC sera egale à la base DF, & l'autre angle BAC egal à l'autre angle D, par la 4. prop. de ce liure. Ce qui estoit proposé.

Soient maintenant egaux deux autres costez, sçauoir est AB à DE soustendans angles egaux ACB & F. Je dis derechef que les deux autres costez AC, BC sont egaux aux deux autres costez DF, EF, chacun au sien, c'est à dire AC à DF, & BC à EF : & l'autre angle BAC egal à l'autre angle D. Car si le costé BC n'est egal au costé EF, soit le plus grand BC, duquel soit couppe BH egal à EF, puis tiré la ligne AH. Donc puis que les costez AB, BH sont egaux aux costez DE, EF, vn chacun au sien, & l'angle B est egal à l'angle E par l'hypothese, par la 4. prop. la base sera egale à la base, & les autres angles egaux aux autres angles, c'est à sçauoir, que l'angle AHB sera egal à l'angle F. Mais par l'hypothese l'angle ACB, est aussi egal à l'angle F. Donc l'angle AHB sera aussi egal à l'angle ACB, l'exterieur à son opposé interieur :
ce qui

ce qui est absurde : car il est plus grand par la 16. prop. Le costé BC n'estoit donc pas plus grand que le costé EF, ains egal. Parquoy les deux costez AB, BC, sont egaux aux deux costez DE, EF, chacun au sien, & par la 4. prop. l'angle B estant egal à l'angle E, les bases AC, DF, seront egales, & les autres angles BAC & D aussi egaux. Parquoy si deux triangles ont deux angles egaux, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

C O R O L L A I R E.

Il est manifeste par la demonstration de cette proposition, que le triangle est aussi egal au triangle.

S C H O L I E.

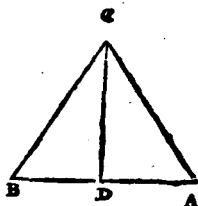
Nous demonstrerons icy deux theoremes assez utiles & necessaires en Geometrie : le premier est tel.

En vn triangle equilateral, ou Isoscelle, estant menee vne ligne droicte de l'angle contenu des deux costez egaux, laquelle diuise en deux egale-ment, ou l'angle, ou la base ; elle sera perpendiculaire à la base : & si elle coupe l'angle en deux egale-ment, elle coupera aussi la base en deux egale-ment : Mais si elle coupe en deux egale-ment la base, elle coupera pareillement l'angle en deux egale-ment. Et au contraire estant tiree vne ligne droicte perpendiculaire à la base, elle diuise-
ra en deux egale-ment, tant la base que l'angle.

Au triangle ABC soient deux costez egaux AC, BC, & la ligne droicte CD diuise premierement l'angle C en deux egale-ment. Je dis qu'icelle ligne CD est

perpendiculaire à la base AB , & la diuise en deux également. Car puis que les deux costez AC , CD , sont égaux aux deux costez BC , CD , & les angles qui la contiennent aussi égaux, par la quatriesme prop. les bases AD , BD seront aussi égales, & les angles au point D égaux, & partant droicts

Que si la ligne droite CD diuise en deux également la ligne AB : Je dis que la ligne droite CD est perpendiculaire à la ligne AB , & que l'angle C est coupé en deux également.



Car puis que les deux costez AD , DC , sont égaux aux deux costez BD , DC , & la base AC égale à la base BC , par la 8. prop. les angles du point D seront égaux, & partant droicts, & la ligne CD perpendiculaire, & par le Corol. de la 8. prop. les angles qui sont en C seront aussi égaux.

Maintenant soit la ligne droite CD perpendiculaire à AB : Je dis qu'elle coupe aussi la base BA , & l'angle C en deux également. Car par la 5. prop. les angles A & B seront égaux: parquoy puis que les deux angles A & D du triangle ACD , sont égaux aux deux angles B & D , du triangle BCD , vn chacun au sien, & le costé CD opposé aux angles égaux A & B commun, par la 26. prop. les autres costez AD , BD , seront aussi égaux, & les autres angles du point C pareillement égaux. Ce qu'il falloit démonstrer.

Le second Theoreme est tel.

Le triangle auquel vne ligne droite tirée de l'un des angles perpendiculaire à la base, diuise ou la base ou l'angle en deux également, a les deux costez comprenant iceluy angle égaux: Et si la ba-

se est diuisee en deux egalement, l'angle sera aussi diuise en deux egalement : Mais si l'angle est diuise en deux egalement, aussi sera la base diuisee en deux egalement.

Au mesme triangle ABC , soit CD perpendiculaire à la base AB , & la diuise en deux egalement. Je dis que les costez AC & BC sont egaux, & les angles à C aussi egaux. Car puis que les deux costez AD , DC , sont egaux aux deux costez BD , DC , & les angles qui la comprennent aussi egaux, sçauoir droicts par la 4. prop. les bases AC , BC , & les angles à C seront pareillement egaux.

Maintenant que la perpendiculaire CD coupe en deux egalement l'angle C : ie dis que les costez AC , BC , & les lignes AD , BD sont egales: Car puis que les deux angles D , C du triangle ACD , sont egaux aux deux angles D , C du triangle BCD , & le costé CD est commun, par la 26. prop. les deux costez AC , BC , & les costez AD , BD , seront egaux : Ce qu'il falloit demonstrier.

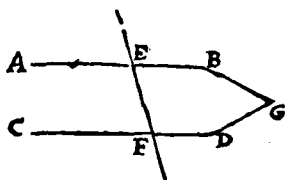
THEOR. 18. PROP. XXVII.

Si vne ligne droicte tombant sur deux lignes droictes faict les angles opposez alternatiuement egaux ; icelles deux lignes serót paralleles entr'elles.

Soient deux lignes droictes AB & CD , sur lesquelles tombant la ligne droicte EF , faict les angles BEF , & EFC alternatiuement egaux. Je dis que AB & CD sont paralleles.

Car si elles ne sont paralleles, estans continuées elles se rencontreront. Que si elles se rencon-

troient comme au point G , elles feroient vn triangle avec le coste EF , & l'angle extérieur CFE seroit plus grand que l'opposé intérieur FEB par la 16. prop. ce qui est contre l'hypothese. Donc les deux lignes AB , & CD ne se rencontreront iamais; & par la 25. def. icelles lignes seront paralleles entr'elles. Parquoy si vne ligne droite tombante sur deux lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.



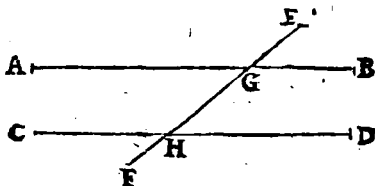
THEOR. 19. PROP.^{re} XXVIII.

Si vne ligne droite tombant sur deux lignes droictes, faict l'angle extérieur égal à son opposé intérieur du mesme costé; ou bien les deux intérieurs de même costé, egaux à deux droicts; icelles deux lignes seront paralleles entr'elles.

Soient deux lignes droictes AB & CD , sur lesquelles tombant vne autre ligne droite EF , fasse l'angle extérieur $E G A$ égal à $G H C$ son

opposé interieur de mesme costé. Je dis que AB & CD sont paralleles entr'elles.

Car puis que l'angle G H C est posé egal à l'angle EGA auquel est aussi egal l'angle BGH



par la 15. prop. les angles alternes BGH, GHC, seront egaux par la premiere commune sentence: partant les lignes droictes AB, CD seront paralleles par la proposition precedente. Ce qui estoit proposé.

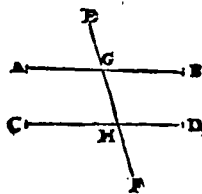
Pour la seconde partie. Je dis que si les deux angles interieurs de mesme costé AGH, & CHG sont egaux à deux droicts, que aussi AB & CD seront paralleles. Car par la 13. proposition, les deux angles G H C & G H D sont egaux à deux droicts; partant aussi egaux aux deux A G H & G H C. Que si d'iceux angles egaux, on oste le commun G H C, les demeurans A G H & G H D se trouueront alternativement egaux, & par la 27. prop. AB & CD seront paralleles. Si donc vne ligne droicte tombant sur deux lignes droictes, &c. Ce qui falloit demonstrier,

THEOR. 20. PROP. XXI X.

Si vne ligne droicte tombe sur deux lignes droictes paralleles, elle fera

les angles opposez alternatiuement
egaux ; & l'exterieur egal à son op-
posé interieur du mesme costé : &
les deux interieurs de mesme costé
egaux à deux droicts.

Soient deux lignes droictes paralleles AB & CD ,
sur lesquelles tombe la ligne droicte EF . Je dis
en premier lieu que les angles AGH & GHD
opposez alternatiuement sont egaux. Autrement,
s'ils ne sont egaux, AGH sera plus grand, ou plus
petit que l'autre: Soit donc AGH plus petit s'il
est possible que GHD : & si à iceux angles ine-
gaux on adiouste chose comm. sçauoir l'angle
 GHC , les deux AGH & GHC seront plus pe-
tits que les deux GHC & GHD , lesquels par la 13.
propof. estans egaux à deux
droicts, AGH & GHC seront
plus petits que deux droicts,
& par la 11. com. sent. les deux
lignes AB & CD ne sont
point paralleles : ce qui est
contre nostre hypothese.
Donc il falloit que l'angle
 AGH fust egal à l'angle GHD son alterne op-
posé.



Pour la seconde partie. Je dis que l'angle exte-
rieur EGB est egal à son opposé interieur de mes-
me costé GHD : ce qui est manifeste par ce qui a
esté demonsté cy dessus, sçauoir que les angles
 AGH & GHD estoient egaux, estant aussi EGB

egal à AGH par la 15. proposition & par la 1. com.sent.EGB &GHD seront egaux,estans tous deux egaux au mesmeAGH.

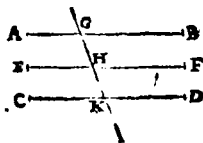
Pour la troisieme partie: ie dis que les deux interieurs de mesme costé AGH & G H C. sont egaux à deux droicts: car s'il estoit autrement les lignes AB & CD ne seroient paralleles par la 11. commune sentence, contre l'hypothese. Si donc vne ligne droite tombe sur deux lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit demonstrier,

THE OR. 21. PROP: XXX.

Les lignes droictes paralleles à vne mesme ligne droite, sont paralleles entr'elles.

Soient les lignes droictes AB,CD paralleles à vne mesme ligne droite EF. Ie dis que AB & CD sont paralleles entr'elles.

Car d'autant que toutes ces lignes AB, EF, CD, sont posees en vn mesme plan, soit tiree la ligne droite GHK, qui les coupe toutes trois, sçauoir est AB en G; EF en H; & CD en K. Et puis que AB est posee parallele à EF, les angles alternes AGH, GHF, seront egaux entre-eux par la precedente proposition. Derechef, puis que CD est aussi posee parallele à la mesme EF; l'angle DKH sera aussi egal au même angle GHF



c'est à sçauoir l'interne à l'externe. Parquoy les angles AGH & DKH seront egaux entr'eux, lesquels estans alternes, les lignes AB & CD sont paralleles entr'elles, par la 27. prop. Parquoy les lignes droictes paralleles à vne mesme ligne droicte sont paralleles entr'elles. Ce qu'il falloit demonstrier.

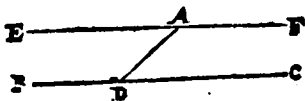
S C H O L I E.

Si quelqu'un disoit que AG & BG sont paralleles à EF, & toutesfois elles ne sont paralleles entr'elles, il faudroit respondre qu'icelles AG & BG ne sont pas deux lignes, mais seulement les deux parties d'une seule & mesme ligne: Car il faut entendre que toutes les paralleles dont parle icy Euclide, soient infiniment produites sans se rencontrer: mais il appert que AG estant prolongee se rencontre avec BG.

THEOR. 10. PROP. XXXI.

D'un point donné, mener vne ligne droicte parallele à vne ligne droicte donnée.

Soit le point donné A, duquel il faut mener vne ligne droicte parallele à la donnee BC.

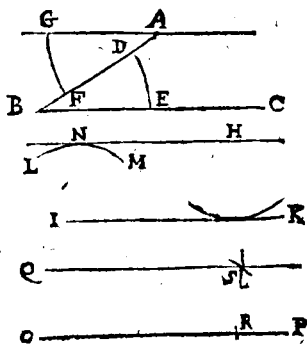


Soit menee la ligne AD faisant avec la ligne donnee BC, quelconque angle ADC, & sur icelle AD, & au point A soit fait l'angle DAE egal à

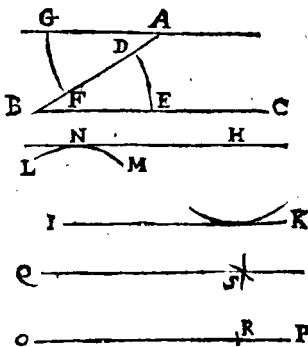
l'angle ADC. Je dis que la ligne EA tirée tant qu'on voudra vers F, est parallèle à BC. Car puis que par la construction les angles alternes ADC, DAE sont égaux, les lignes BC, FE seront parallèles entr'elles par la 27. prop. Nous auons donc à vn poinct donné A, mené vne ligne droicte EF parallèle à vne ligne droicte donnée BC. Ce qu'il falloit faire.

S C H O L I E .

Il est manifeste par cette construction, que le poinct donné doit estre tellement situé hors la ligne donnée, qu'elle estant continuée directement ne rencontre iceluy. Quant à la prattique de cette proposition, nous l'auons enseignée en nos Mémoires Mathématiques, Prob. 6. de la Geometrie prattique, laquelle toutesfois nous repeterons ici. Du poinct donné A soit menée la ligne droicte AB faisant avec la ligne donnée BC, l'angle ABC; puis de A & B comme centres, & d'un mesme intervalle soient décrits les deux arcs DE, FG, & fait EG égal à DE, puis par les points A & G soit menée la ligne droicte AG si grande qu'on voudra & icelle sera parallèle à BC.



Autrement, si du point H on veut mener une parallèle à la ligne droite IK , du centre H soit fait un arc qui touche seulement la ligne donnée IK , puis du centre I (qui est l'extrémité de la ligne le plus esloigné de l'arc ia fait) & du mesme intervalle soit descript un autre arc LM , puis du point H soit tirée la ligne HN , qui touche l'arc LM , & icelle ligne HN sera la parallèle requise.



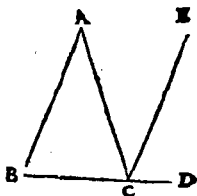
Encore autrement: Si du point Q , il faut tirer une ligne parallèle à une ligne donnée OP , soit pris en icelle ligne quelconque distance, comme OR , avec laquelle soit descript du centre Q un arc S ; puis soit pris la distance ou intervalle QO , & d'iceluy soit aussi descript du centre R un arc qui coupe le précédent en S , & d'icelle intersection soit tirée par le point donné Q la ligne droite QS , laquelle sera parallèle à OP .

THEOR. 22. PROP. XXXII.

En tout triangle, l'un des costez estant prolongé, l'angle extérieur est égal aux deux opposez intérieurs; & de

chacun triangle les trois angles intérieurs sont égaux à deux droicts.

Soit le triangle ABC , duquel le costé BC , soit prolongé jusques en D . Je dis en premier lieu que l'angle extérieur ACD , est égal aux deux opposés intérieurs A & B .



Qu'il ne soit ainsi : qu'on mène CE parallèle à BA par la 31. prop. & d'autant que la ligne AC tombe sur les parallèles AB , EC , par la 29. prop. les angles BAC , & ACE , seront alternativement égaux : item l'extérieur ECD , sera égal à son opposé intérieur ABC . Partant il est manifeste que le total ACD , est égal aux deux A & B , opposés intérieurement.

Pour la seconde partie, que les trois angles A , B & C , intérieurs du triangle ABC sont égaux à deux droicts, il est évident, étant ACD égal aux deux A & B . Mais ACD & ACB , sont ensemble égaux à deux droicts par la 13. prop. Partant les trois angles intérieurs A , B , & ACB , seront aussi égaux à deux angles droicts. Si donc de tout triangle, l'un des costez est prolongé, &c. Ce qu'il falloit démontrer.

S C H O L I E.

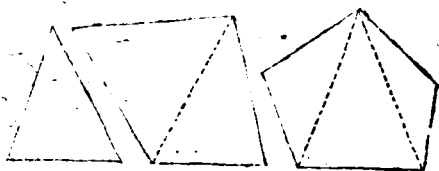
De ceste proposition nous pouvons colliger à combien d'angles droicts sont égaux tous les angles internes de quelconque figure rectiligne, qui n'en a point

d'externe : & ce par deux manieres, dont la premiere est telle.

Tous les angles de quelconque figure rectiligne, sont egaux à deux fois autant d'angles droicts, qu'icelle est entre les figures rectilignes.

C'est à dire, que tous les angles de la premiere figure rectiligne sont egaux à deux fois un droict, c'est à dire, à deux droicts: Mais les angles de la seconde figure rectiligne, sont egaux à deux fois deux droicts, sçavoir est à quatre droicts: Mais ceux de la troisieme figure, sont egaux à deux fois trois droicts, c'est à dire à six droicts, & ainsi des autres. Or le lieu qu'obtient chasque figure rectiligne entre les figures rectilignes, est monstré par le nombre des costez, ou des angles, deux d'iceux ostez; d'autant que deux lignes droictes n'enferment pas une superficie, & par consequent ne constituent une figure: mais sont requises au moins trois lignes droictes pour constituer une figure rectiligne: d'où vient que le triangle est la premiere figure rectiligne: Car de ses costez, en estans ostez deux, reste un: ainsi la figure ayant douze costez, ou douze angles, sera la dixiesme figure, puis que deux estans ostez de douze restent dix: & ainsi faut il iuger des autres. Parquoy puis que la figure contenue de douze costez, est la dixiesme, elle aura aussi douze angles equiuallans à vingt angles droicts, c'est à sçavoir à deux fois dix angles droicts: Ainsi aussi tous les dix angles de la figure contenue de dix costez, equiuallent à seize angles droicts, puis qu'icelle figure est la huitiesme en ordre entre les figures rectilignes. Or la raison de cecy est, que toute figure rectiligne se diuise en autant de triangles, qu'elle est quantiesme en ordre en

tre les figures, ou bien qu'elle a d'angles, ou de costés, deux estans ostez: Car de quelconque angle d'une figure, on peut tirer des lignes droictes à tous les angles opposez: mais aux deux plus prochains on n'en peut pas tirer. Parquoy la figure sera diuisee en autant de triangles qu'elle a d'angles, deux estans ostez. Ainsi il est euident que le triangle ne se peut diuiser en autres triangles: mais le quadrangle se coupe en deux: le Pentagone en trois, &c, Ven donc que les angles d'iceux triangles constituent tous les angles de la figure proposee.

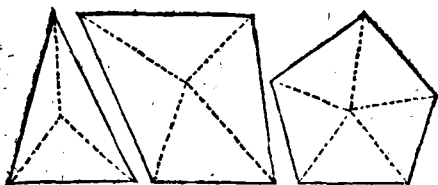


Et tous les angles de quelconque triangle rectiligne sont egaux à deux droicts: il est manifeste que tous les angles de quelconque figure rectiligne sont egaux à deux fois autant d'angles droicts, qu'est le nombre des triangles esquels elle se diuise, c'est à dire à deux fois autant d'angles droicts, qu'icelle figure est quantiesme en ordre entre les figures rectilignes. Ce qui est ven manifestement es figures cy dessus apposees.

Le second moyen par lequel on sçaura la valeur des angles de quelconque figure rectiligne, est cestuy-cy.

Tous les angles de quelconque figure rectiligne, sont egaux à deux fois autant d'angles droicts, quatre estans ostez, qu'il y a en icelle d'angles, ou de costez.

C'est à dire, que les angles de chasque triangle sont égaux à deux fois trois droicts, quatre ostez, c'est à sçavoir à deux droicts : Ainsi aussi les angles de la figure de douze costés, vaudront deux fois douze angles droicts, moins quatre, sçavoir est vingt angles droicts, &c. Or la démonstration de cela est telle. Si de quelconque point pris dedans la figure on tire des lignes droictes à tous les angles, il y aura autant de triangles en ladite figure, qu'elle a d'angles ou de costez. Veu donc que les trois angles de chasque triangle par la 32. prop. sont égaux à deux droicts, tous les angles d'iceux triangles, sont égaux à deux fois autant de droicts qu'il y a de costez en la figure. Mais il est euidēt que les angles des mesmes triangles qui sont à l'entour du point pris dedans la figure, n'appartiennent aux angles de ladite figure proposée : & partāt si on oste ces angles là, les autres angles des triangles qui constituent ceux de la figure proposée, seront aussi égaux à deux fois autant d'angles droicts, ceux d'alentour le point pris estans ostez, qu'il y a de costez, on

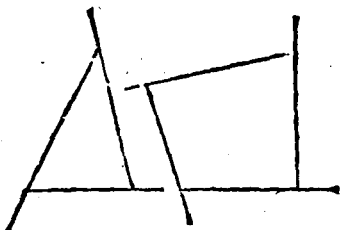


d'angles à la figure. Mais tous ces angles-là d'alentour le point pris, sont seulement égaux à quatre droicts, ainsi que nous l'avons colligé de la 15. prop. Parquoy les angles de quelconque figure rectiligne sont égaux à deux fois autant de droicts, quatre estans ostez, que ladite fi-

gure contient d'angles ou de costez.

Or il appert de ce que dessus, que si chascque costé de quelconque figure rectiligne, qui n'a que des angles intérieurs, est prolongé par ordre vers une mesme part; tous les angles externes pris ensemble, seront egaux à quatre droicts. Car par la 13. prop. les angles intérieurs pris avec les extérieurs, sont egaux à deux fois autant d'angles droicts, qu'il y a d'angles, ou de costez en la figure. Mais les angles intérieurs sont egaux à deux fois autant de droicts, quatre ostez, que ladite figure a d'angles, comme nous auons monsté

cy dessus: partant les extérieurs sont tousiours egaux à quatre droicts. Par exemple: En quelconque triangle, les angles intérieurs & extérieurs ensemble, sont egaux à six



droicts: comme il appert en cette figure. Mais par la 32. prop. les internes seuls sont egaux à deux droicts. Donc les seuls extérieurs seront egaux à quatre droicts. En un quadrangle, les angles extérieurs, & les intérieurs ensemble, sont egaux à huit droicts. Mais les intérieurs seuls sont egaux à quatre droicts, comme nous auons demonsté: les extérieurs seuls seront donc aussi egaux à quatre droicts. Toutes lesquelles choses peuvent estre veues ez figures apposees cy dessus. Il y a la mesme raison en toutes autres figures qui ont tous leurs angles intérieurs.

COROLLAIRE.

Il résulte de cette 32. propos. que les trois angles de quelconque triangle pris ensemble, sont égaux aux trois angles de quelconque autre triangle pris ensemble: Pource que tant ces trois-là, que ces trois-cy, sont égaux à deux droicts: d'où vient que si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un autre triangle, le troisieme angle de l'un sera aussi égal au troisieme angle de l'autre; & de plus, si les deux angles de ce triangle-là sont égaux aux deux angles de cestuy-cy, chacun au sien, les triangles seront equiangles.

Il appert aussi que tout triangle Isoscelle, duquel l'angle compris des costez égaux, est droict, à chacun des autres angles demy droict: car ces deux ensemble font un droict, puis que par la 32. prop. les trois sont égaux à deux droicts, & que le troisieme est posé droict: Parquoy puis que par la 5. prop. les deux restans sont égaux entr'eux: chacun d'iceux sera demy droict. Mais si l'angle contenu des costez égaux estoit obtus, chacun des autres seroit moindre qu'un demy droict: car les deux ensemble seroient moindres qu'un droict, &c. Finalement si ledit angle estoit aigu, chacun des autres, seroit plus grand qu'un demy droict: pource que les deux ensemble seroient plus grâds qu'un droict, &c. D'où résulte derechef que les triangles Isoscelles, qui ont les angles du sommet égaux, sont equiangles: attendu que chacun des angles de dessus la base, sera la moitié du reste de deux droicts.

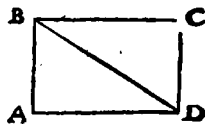
Il est pareillement manifeste, que chascun angle d'un triangle equilateral, est les deux tierces parties d'un droict, ou la tierce partie de deux droicts. Car deux angles droicts, auxquels sont égaux les trois angles d'un trian-

triangle equilateral, par cette 32. prop. estans diuisez en trois angles egaux, chacun d'iceux sera necessairement la tierce partie de deux droictz, ou bien les deux tierces parties d'un droict.

THE OR. 23. PROP. XXXIII.

Les lignes droictes qui conjoignent deux lignes droictes egales & paralleles, & de mesme part, sont aussi egales & paralleles.

Soient deux lignes droictes AB, & CD, qui conjoignent de mesme part deux autres lignes droictes AD & BC egales & paralleles. Je dis que AB, & CD, sont aussi egales & paralleles.



Qu'il ne soit ainsi: soit menee la diagonalle BD. Icelle tombant sur les deux paralleles AD & BC, fera les angles ADB & CBD alternativement egaux par la 29. prop. Item AD & BC estans egales, les deux triangles ABD & CBD, auront deux costez egaux à deux costez chacun au sien, & les angles qu'ils comprennent aussi egaux, & par la 4. prop. la base AB sera egale à la base CD, & l'angle ABD sera egal alternativement à l'angle CDB, & par la 27. prop. icelles lignes egales AB & CD, seront aussi paralleles. Donc les lignes droictes qui con-

ioignent deux lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit demonst rer.

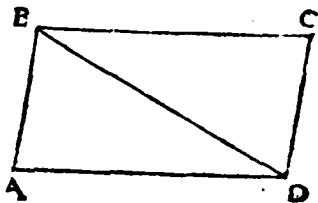
S C H O L I E.

Euclide a dit que les lignes egales & paralleles doivent estre conioinctes de mesme part, afin que celles qui les ioindront soient aussi egales & paralleles, pource que si on les conioignoit de part & d'autre, comme de A à C, & de B à D: il est manifeste que les lignes qui les ioindroient ainsi, ne seroient iamais paralleles, ains s'entrecoupperoient tousiours, & ne seroient que rarement egales.

THEOR. 24. PROP. XXXIV.

En tout parallelogramme, les costés & les angles opposez, sont egaux entr'eux; & la diagonalle le coupe en deux egalement.

Soit le parallelogramme A B C D, auquel soit menee la diagonalle BD. Je dis que le costé A B est egal à son opposé CD; & aussi le costé A D egal au costé B C: Item que l'angle A est egal à son angle opposé C, & encore



l'angle ABC égal à l'angle ADC : finalement qu'iceluy parallelogramme $ABCD$, est coupé en deux également par la diagonalle BD .

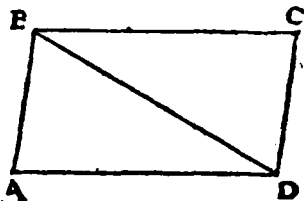
Car puisque la figure quadrilatere $ABCD$ est vn parallelogramme, le costé AB sera parallele au costé CD , & le costé AD au costé BC , & par la 29. propos. l'angle ABD sera alternativement égal à BDC . Item l'angle ADB alternativement égal à l'angle CBD . Ainsi les deux triangles BAD & DCB auront les angles ABD & BDA , egaux aux angles BDC & CBD , chacun au sien: & le costé BD commun à tous les deux susdits triangles: Et partant par la 26. prop. les autres costez AB & AD , seront egaux aux autres costez CD & BC , chacun au sien, & l'autre angle A égal à l'autre angle C . Et de plus il est evident que les deux angles du poinct B ensemble, seront egaux aux deux ensemble du poinct D . Encores par la 4. propos. les triangles ABD & CDB seront egaux; & partant le parallelogramme $ABCD$ est coupé en deux également par la diagonalle BD . Donc en tout parallelogramme les costez & les angles, &c. Ce qui estoit à prouver.

S C H O L I E.

Euclide a bien dit icy que la diagonalle coupe le parallelogramme en deux également, mais il n'a rien dit des angles, pource qu'icelle diagonalle les coupe quelquesfois en deux également, & d'autresfois inégalement, ainsi qu'il est demonsté au 3. Theoreme suivant.

1. Tout quadrilatere ayant les costez opposez egaux est parallelogramme.

Au quadrilatere $A B C D$, les costez opposez $A B$, $C D$ soient egaux, & aussi les opposez $A D$ $B C$. Je dis qu'iceluy quadrilatere $A B C D$ est un parallelograme. Car ayant mene la diagonale $B D$, les deux costez $A B$, $B D$ du triangle $A B D$ seront egaux



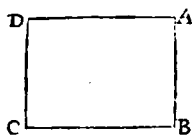
aux deux costez $D C$, $B D$ du triangle $B C D$, chacun au sien, & la base $B D$, egale à la base $B C$. Donc par la 8. propof. l'angle $A B D$ sera egal à l'angle $C D B$, qui luy est alterne, & encore $A D B$ à son alterne $C B D$ par le Corol. d'icelle 8. prop. Et par la 27. p. les lignes $A B$, $C D$ seront paralleles; comme aussi $B C$, $A D$: & par la 36. def. le quadrilatere $A B C D$ est un parallelogramme. Ce qui estoit propofé.

De cecy refulte que les Rhombes, & les Rhomboides font parallelogrammes, puis qu'ils ont leurs costez opposez egaux.

2. Tout quadrilatere qui a les angles opposez egaux, est parallelogramme.

Au quadrilatere $A B C D$, les angles opposez A & C soient egaux, comme aussi les opposez B & D . Je dis que $A B C D$ est un parallelogramme. Car si aux angles egaux A & C , on adiouste les angles egaux B & D : par le 2. Ax. les deux

angles A & B seront égaux aux deux angles C & D : partant les deux A & B seront la moitié des quatre angles A, B, C & D . Mais ces quatre cy sont égaux à quatre droicts, comme nous auons démontré

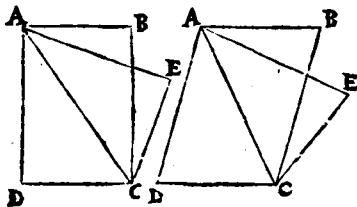


au Scholie de la 32. prop. Donc les deux A & B seront égaux à deux droicts, & par la 28. prop. les costez AD, BC seront paralleles. Par mesme raison les costez AB, DC seront aussi paralleles. Parquoy le quadrilatere $ABCD$ est un parallelogramme. Ce qui estoit proposé.

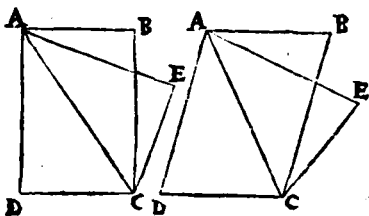
De cecy resulte que tout quadrilatere qui a tous les angles droicts est parallelogramme, attendu que les deux angles A & B seront égaux à deux droicts, comme aussi les deux D & C , &c. Consequemment tant le quarré, que le quarré long, sont parallelogrammes, puis qu'ils ont tous leurs angles droicts.

Or par les deux Theoremes precedents sont conuerties les deux premieres parties de la 34. propos. mais quant à la 3. partie, on ne la peut pas conuertir, veu que tout quadrilatere qui est couppé en deux également par la diagonalle, n'est pas parallelogramme.

Car soit $ABCD$ un quarré long, ou bien un Rhomboide, lequel sera parallelogramme, & consequemment

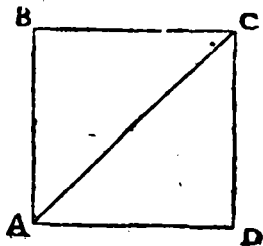


estant tirée la diagonalle AC , elle le coupera en deux également: & sur icelle soit cōstruit le triangle AEC , en sorte que le costé AE soit egal au costé AD , & le costé CE egal au costé CD : & sera fait le trapeze $ADCE$, duquel la diagonalle sera AC , qui le coupera en deux également, puis que les deux triangles ABC , AEC ayans tous leurs costez egaux chacun au sien, sont consequemment egaux.



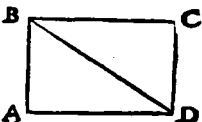
3. Si vn parallelogramme est equilateral, la diagonalle coupera les angles en deux également: mais inegalement s'il n'est equilateral.

Soit vn parallelogramme $ABCD$, duquel tous les costez soient egaux entr'eux, & soit mennee la diagonalle AC : Je dis qu'elle coupe les angles A & C en deux également. Ce qui est manifeste par la 8. propos. ven que les deux triangles ABC , ADC ont tous les trois costez egaux, chacun au sien.



Soit derechef le parallelogramme $ABCD$, auquel le costé AD soit plus grand que le costé AB , & soit tiree la diagonalle BD :

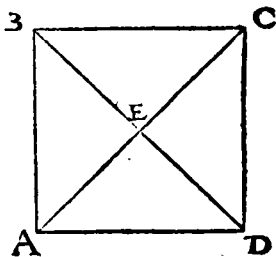
Je dis qu'elle coupe inegalement les angles B & D . Car puis que au triangle ABD le costé AD est plus grand que le costé AB , par la 18. propos.



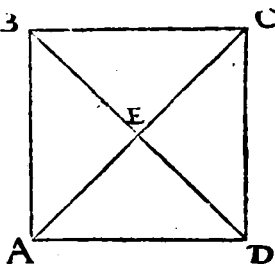
l'angle ABD sera plus grand que l'angle ADB . Mais par la 29. prop. l'angle ABD est egal à son alterne BDC , car AD est parallele à BC , puis que $ABCD$ est vn parallelogramme. Donc aussi l'angle BDC sera plus grand que l'angle ADB : & partant tout l'angle D est couppe inegalement par la diagonalle BD . Il y a mesme raison des autres angles. Parquoy appert ce qui estoit proposé.

4. Si vn parallelogramme a tous les angles egaux, les deux diagonalles seront egales entr'elles: mais inegales, si les angles sont inegaux.

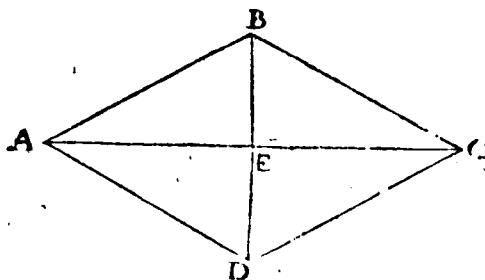
Soit premierement vn parallelogramme $ABCD$, duquel tous les angles soient egaux, & soient menees les deux diagonalles AC , BD : Je dis qu'icelles diagonalles sont egales entr'elles. Car atten-



du que les deux costez AB , BC du triangle ABC sont egaux aux deux costez DC , CB du triangle BCD , chacun au sien, & l'angle B egal à l'angle C , par la 4. propos. la base AC sera egale à la base BD : ce qui estoit proposé. Partant au quarré, & au quarré long les diametres sont egaux, puis que l'un & l'autre a tous les angles egaux, sçavoir droicts.



Maintenant au parallelogramme $ABCD$, du-



quel l'angle ABC soit plus grand que l'angle BAD , & soient les deux diagonales AC , BD . Je dis que la diagonale AC , qui souffient le plus grand angle B , est plus grande que la diagonale BD , qui souffient le moindre angle A . Car d'autant qu'au triangle ABC les deux costez AB ,

BC , sont égaux aux deux costez AB , AD du triangle BCD , chacun au sien, & l'angle B plus grand que l'angle A , par la vingt-quatriesme proposition, la base AC sera plus grande que la base BD . Ce qui estoit proposé.

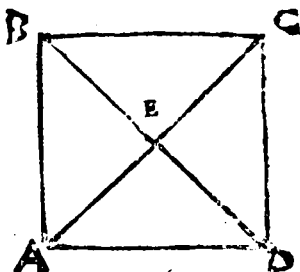
De cecy resulte qu'au Rhombe, ou Rhomboïde les diagonalles sont inégales: car il ont les angles obliques, & par conséquent inégaux.

5. En tout parallelogramme, les diagonalles s'entrecouppent en deux également: & tout quadrilatere auquel les diagonalles s'entrecouppent en deux également, est parallelogramme.

Au parallelogramme $ABCD$ cy-dessus, soient les deux diametres AC , BD qui s'entrecouppent au point E : Je dis que chacun d'iceux diametres est couppe en deux parties égales en E , c'est à dire que AE , CE sont égales, & BE , DE aussi égales. Car d'autant que par la 29. prop. les deux angles EAB , EBA du triangle ABE , sont égaux aux alternes ECD , EDC du triangle CDE , un chacun au sien, & le costé AB égal au costé opposé CD par la 34. prop. le costé AE sera égal au costé CE , & le costé BE au costé ED par la 26. prop. Ce qui estoit premierement proposé.

Maintenant au quadrilatere $ABCD$ soient les deux diagonalles AC , BD , qui s'entrecouppent en deux également en E : Je dis qu'iceluy quadrilatere $ABCD$ est un parallelogramme. Car puis que les costez AE , BE du triangle AEB sont égaux aux costez CE , DE du triangle CED , chacun au

sien, & que par la quinzième proposition les angles au sommet E sont aussi égaux; par la quatrième proposition les bases AB , CD seront égales, & l'angle ABE égal à l'angle alternatif CDE : Donc les lignes droites AB , CD seront parallèles par la 27. proposition. Par mes-



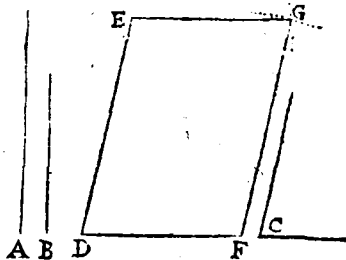
me raison AD , BC seront démontrées parallèles. Parquoy $ABCD$ est un parallélogramme.

De cecy appert que si on veut promptement construire un parallélogramme, il faut tirer deux lignes droites interminées AC , BD , qui s'entrecouppent comme que ce soit en E ; puis prendre AE , EC égales, & BE , ED aussi égales, puis soient tirées les lignes AB , BC , CD , DA : & sera fait le parallélogramme $ABCD$: lequel sera un Rhombe, si les angles du point E sont faits droits, & s'ils sont obliques, ce sera un Rhomboïde: Mais les susdits angles estans droits, si on fait toutes les quatre lignes EA , EB , EC , ED égales entr'elles; le parallélogramme constitué sera un carré: Finalement lesdits angles du point E estans obliques, & toutes les quatre susdites lignes égales, le parallélogramme constitué sera un carré long; le tout comme il appert des choses démontrées cy-dessus.

A ce que dessus nous adionterons encore ce probleme.

6. Construire vn parallelogramme qui ait vn angle egal à vn angle donné, & les costez comprenant iceluy angle, egaux à deux lignes droictes donnees.

Soient donnees deux lignes droictes A, B , & vn angle C : il faut construire vn parallelogramme ayant vn angle egal au donné C , & les deux costez comprenant iceluy angle, egaux aux deux lignes donnees A & B .



Soit prise DE egale à A , puis à l'extremité D , soit fait l'angle EDF egal au donné C , faisant DF egale à B : en apres du centre E , & du mesme intervalle B soit descript vn arc de cercle G , puis du centre F & intervalle A soit descript vn autre arc qui coupe le precedent G , & de l'interfection soient tirees les lignes droictes EG, FG : & le quadrilatere $DEGF$, sera le parallelogramme requis, ainsi qu'il est manifeste par les choses cy-disus demonstrees.

THEOR. 25. PROP. XXXV.

Les parallelogrammes constituez sur vne mesme base, & entre mesmes

paralleles, sont egaux entr'eux.

Soient deux parallelogrammes $A B C D$ & $B C F E$, tous deux sur mesme base BC , & entre mesmes paralleles $A F$, & BC : le dis qu'ils sont egaux entr'eux.

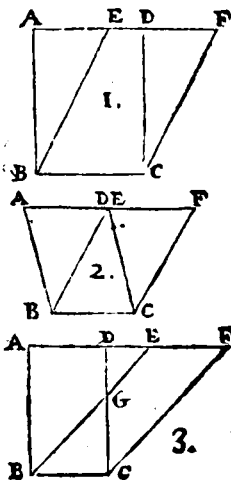
Or le point E tombera, ou entre A & D , ou au point D , ou entre D & F : qu'il tombe premierement entre A & D , comme en la premiere figure. D'autant que par la 34. prop. au parallelogramme $A B C D$, le costé AD est egal au costé BC qui luy est opposé, & qu'au mesme BC est aussi egal EF costé du parallelogramme $B E F D$, par la 1. com. sent. les costez AD , EF seront egaux entr'eux : ostant donc d'iceux la partie commune ED , les restes AE & DF seront egaux par la 3. com. sent. Mais par la mesme 34. prop. au parallelogramme $A B C D$, les costez opposez AB , DC sont aussi egaux; & puis qu'estans parallels, sur iceux tombe la ligne droicte FA , l'angle exterior CDF sera egal à l'angle interior BAE par la 29. prop. Donc les triangles ABE , DCF auront deux costez egaux à deux costez, chacun au sien, & les angles qu'ils comprennent aussi egaux; & partant iceux triangles ABE , DCF seront egaux entr'eux par la 4. prop. leur adioustant donc le trapeze commun $B E D C$, sera fait le parallelogramme $A B C D$ egal au parallelogramme $B E F C$. Ce qui estoit proposé.

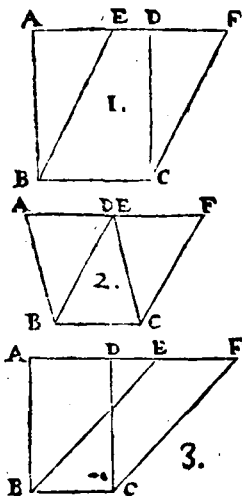
Maintenant, que le point E tombe avec le

point D, comme en la deuxiesme figure, d'autant que comme dessus les lignes AD, EF seront egales entr'elles, & l'angle exterior FEC egal à l'interieur DAB; les triangles BAD & CEF seront egaux par la quatriesme proposition. Adjoustant donc à chacun le triangle commun BDC, seront faicts egaux les parallelogrammes ABCD, & BEFC.

En troisiemes lieu, que le point E tombe entre D & F, comme en la troisiemes fig. D'autant que par la 34 propos. les costez opposez des parallelogrammes sont egaux, AD & BC seront egaux: Item BC & EF; & partant AD & EF egaux, auxquels si on adjouste la ligne commune DE; la toute AE sera egale à la toute DF. Item AB est egale à DC, lesquelles

estans paralleles, l'angle exterior CDE sera egal à l'oppoſé interieur EAB: & par la quatriesme proposition les triangles BAE & CDF, seront egaux: desquels si on oste le triangle commun GDE, les demeurans trapezes BADG & CGEF, seront egaux: auxquels



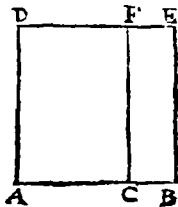


si on adiouste le triangle commun BGC , le parallelogramme $ABCD$ sera egal au parallelogramme $BCFE$: Donc les parallelogrammes constituez sur vne mesme base, & entre mesmes paralleles, sont egaux entr'eux : Ce qui estoit à demonstrier.

SCHOLIE.

Est icy à noter, que quand Euclide & les autres Geometres parlent de parallelogrammes constituez sur vne mesme base, & entre mesmes paralleles, ils entendent

que ladite base soit en l'une d'icelles paralleles comme aux exemples cy-dessus : Car entendant autrement cette proposition elle pourroit estre faulce, comme a fort bien remarqué le sieur Donnot, & ainsi qu'il appert en ces deux parallelogrammes $ADFC$, $CFEB$. Lesquels sont tous deux constituez sur la base CF , & entre mesmes paralleles AB , DE : & toutesfois il est euident, qu'ils ne sont pas egaux. Ce qui aduient à cause de ce que leur base commune CF , n'est pas en l'une ne l'autre des paralleles AB , DE . Le mesme se doit aussi entendre des par



rallelogrammes & des triangles mentionnez aux propositions suivantes, c'est à dire qu'ils doivent tous avoir leur bases en l'une des paralleles.

Clavius a converty cette 35. prop. ainsi :

Les parallelogrammes egaux constituez sur vne mesme base, & de mesme part, seront entre mesmes paralleles.

Soient deux parallelogrammes egaux $ABCD$, $CDEF$, sur une mesme base CD , &

d'une mesme part :

Je dis qu'ils sont entre mesmes paralleles,

c'est à dire que

prolongeant la ligne droite AB elle ren-

contrera directement

EF . Car autrement

si elle ne la rencontre elle tombera ou

au dessus d'icelle EF

ou au dessous. Pre-

mierement qu'elle

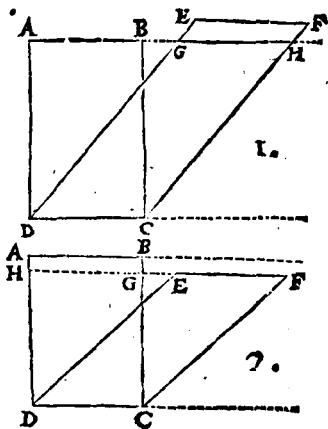
tombe au dessous,

s'il est possible, com-

me est AH , en la premiere figure. Donc par la 35.

proposition le parallelogramme $CDGH$ sera egal

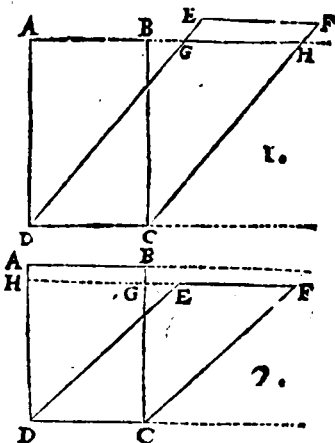
au parallelogramme $ABCD$: Mais à iceluy pa-



me est AH , en la premiere figure. Donc par la 35. proposition le parallelogramme $CDGH$ sera egal au parallelogramme $ABCD$: Mais à iceluy parallelogramme $ABCD$ est pose egal le parallelogr. $CDEF$. Parquoy les parallelogrammes $CDEF$,

$CDHG$ seront égaux: le tout & la partie. Ce qui est absurde. Le prolongement & continuation directe de AB ne tombera donc pas au dessous de EF .

Secondement que AB prolongée tombe s'il est possible, au dessus de EF , comme en la 2. figure, donc EF prolongée tombera au dessous de AB . Parquoy comme dessus les parallelogrammes $ABCD$ $CDHG$ seront égaux, le tout & la partie. Ce qui est absurde. Donc puis que AB produite ne tombera pas au dessus de EF , ny au dessous elle la rencontrera directement. Ce qui estoit proposé.



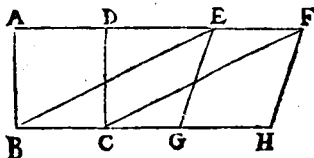
THEOR. 26. PROP. XXXVI.

Les parallelogrammes constituez sur bases égales, & entre mesmes paralleles, sont égaux entr'eux.

Soient les deux parallelogrammes $ABCD$ & $EFGH$, ayans les bases BC & GH égales, & entre mesmes paralleles AF & BH . Je dis qu'ils sont égaux entr'eux.

Qu'il

Qu'il ne soit ainsi: soient menees les deux lignes BE, CF : d'autant que BC est posée égale à GH , & que par la 34. prop. la mesme GH est égale à son opposée EF ; les deux li-



gnes BC, EF , seront égales entr'elles par la 1. com. sent. Mais elles sont aussi parallèles par l'hypothese: Donc les lignes BE, CF , qui les conioignent seront aussi égales & parallèles par la 33. propos. & par conséquent $BEFC$ sera vn parallelogramme constitué sur mesme base BC , & entre mesmes parallèles BH, AF que le parallelogram. $ABCD$, & par la 35. prop. ils seront égaux; & par la mesme prop. il sera aussi égal au parallelog. $EFGH$, étant sur mesme base EF , avec iceluy, & entre mesmes parallèles AF, BH ; Et par la 1. com. sent. les parallelog. $ABCD$, & $EFGH$, seront égaux entr'eux. Donc les parallelogrammes constitués sur bases égales, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

S C H O L I E.

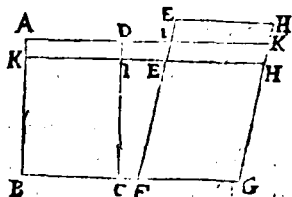
Clavius a converty cette 36. propos. ainsi qu'il en suit.

Les parallelogrammes égaux constituez sur bases égales: & de mesme part sont entre mesmes parallèles. Et si les parallelogrammes égaux constituez entre mesmes parallèles, n'ont vne mesme base, ils seront sur bases égales.

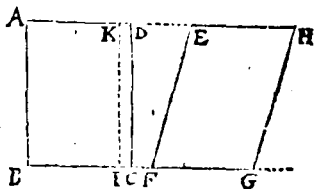
Premierement, soient deux parallelogrammes égaux

$ABCD, EFGH$, constituez sur bases egales BC, FG , & de mesme part : le dis qu'ils sont entre mesmes paralleles, c'est à dire que AD prolongee se rencontrera directement avec EH .

Car autrement elle tomberoit ou au dessous d'icelle EH , ou au dessus ; & il s'ensuiuroit le tout estre egal à la partie : comme il a esté dit en la conuerse de la precedente proposition.



Secondement, soient les parallelogrammes egaux $ABCD, EFGH$, entre mesmes paralleles AH, BG : le dis que leurs bases BC, FG sont egales : car autrement l'une sera plus grande que l'autre, & soit BC la plus grande, s'il est possible, & d'icelle soit retranchee BI egale



le à FG : puis soit menee IK parallele à AB . Donc par la 36. propos. le parallelogramme $ABIK$ sera egal au parallelogramme $EFGH$; & puis aussi egal au parallelogramme $ABCD$, la partie au tout. Ce qui est absurde. La base BC n'est donc pas plus grande que la base FG : Et par mesme raison elle ne sera pas plus petite. Parquoy les bases BC, FG sont egales.

Clavius demonstre encore icy cest autre Theoreme.

Si deux parallelogrammes constituez entre mesmes paralleles, ont leurs bases inegales; celuy-là sera le plus grand, qui aura la plus grande base. Et au contraire, si deux parallelogrammes inegaux sont entre mesmes paralleles; le plus grand aura vne plus grande base que l'autre.

Soient les deux parallelogrammes $ABCD$, $EFGH$ de la figure precedente, entre les paralleles AH , BG , & soit la base BC plus grande que la base FG : Je dis que le parallelogramme $ABCD$, qui est sur la plus grande base BC , est plus grand que le parallelogramme $EFGH$. Car de BC soit retranchee BI , egale à FG , & soit tiree IK parallele à AB par la 31. propos. de ce liure. Donc par la 36. propos. les parallelogrammes $ABIK$, $EFGH$ constituez sur bases egales, seront egaux: & puis que par le 9. ax. le parallelogramme $ABCD$ est plus grand que le parallelogramme $ABIK$, le mesme parallelogramme $ABCD$ sera aussi plus grand que le parallelogramme $EFGH$. Ce qui estoit propose.

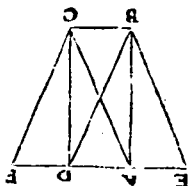
Soient derechef les parallelogrammes $ABCD$, $EFGH$ inegaux, & $ABCD$ le plus grand: Je dis que la base BC est plus grande que la base FG . Car si elle estoit egale, les parallelogrammes seroient egaux par la 33. proposition de ce liure. Ce qui est absurde, puis que $ABCD$ a esté pose plus grand que $EFGH$. Mais si ladite base BC estoit moindre, le parallelogramme $EFGH$ seroit plus grand que le parallelogramme $ABCD$,

comme il a esté démontré cy dessus : Ce qui est encore absurde. Donc puis que la base BC ne peut estre egale, ny moindre que la base FG, elle sera plus grande. Ce qui estoit proposé.

THEOR. 27. PROP. XXXVII.

Les triangles constituez sur vne mesme base; & entre mesmes paralleles, sont egaux entr'eux.

Soient deux triangles ABC , BDC , tous deux constituez sur la mesme base BC , & entre mesmes paralleles EF , & BC . Je dis qu'ils sont egaux entr'eux.



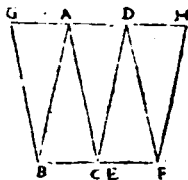
Car si on mene BE parallele a CA , & CF parallele a BD , afin d'accomplir les parallelog. $BEAC$, & $BCFD$, iceux seront egaux par la 35. prop. attendu qu'ils sont constituez sur mesme base BC , & entre mesmes paralleles BC , EF . Mais les triangles donnez AEC , & DBC , sont moitez d'iceux parallelogrammes par la 34. prop. pource qu'ils sont coupeez en deux egalement par les diagonales AB , DC : donc aussi les triangles ABC , & BDC seront egaux, par la 7. com. sent. Parquoy les triangles constituez sur vne mesme base, & entre, &c. Ce qu'il falloit prouver.

THEOR. 28. PROP. XXXVIII.

Les triangles constituez sur bases egales, & entre mesmes paralleles, sont egaux entr'eux.

Soient deux triangles ABC , DEF , constituez sur bases egales BC , & EF , & entre mesmes paralleles GH & BF . Je dis qu'ils sont egaux entr'eux.

Car apres auoir mené BG , parallele à CA , & FH parallele à DE par la 31. prop. qui accomplissent les deux parallelogram. $ACBG$, $DEFH$: iceux estans constituez sur bases egales, & entre mesmes paralleles, seront egaux par la 36.

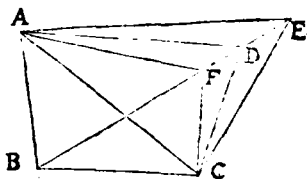


prop. aussi egales seront leurs moitez, sçauoir les triangles proposez ABC , & DEF par la 34. prop. estans les parallelogrammes coupez en deux egalemment par les diagonales BA & DF . Donc les triangles constituez sur bases egales, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. 29. PROP. XXXIX.

Les triangles egaux constituez sur vne mesme base, & de mesme part, sont aussi entre mesmes paralleles.

Soient deux triangles égaux ABC , & BCD constituez sur vne mesme base BC , & de mesme part. Je dis qu'ils sont entre mesmes parallèles, c'est à dire, que si



on mène la lig. droite AD , elle sera parall. à BC .

Autrement, du point A , on en pourra mener vne autre qui sera parallèle à BC (si AD ne l'est) par la 31. prop. laquelle tombera, ou bien au dessus de AD , ou au dessous. Qu'elle tombe premierement au dessus, & soit icelle AE , s'il est possible; & apres auoir continué BD jusques en E , & mené EC , les deux triangles BAC , & BEC par la 37. prop. estans sur mesme base, & entre mesmes parallèles, seront égaux. Mais par l'hypothese les deux triangles BEC , & BCD sont aussi égaux: donc par la 1. com. sent. les triangles BEC & BCD seroient aussi égaux, la partie & le tout; partant la parallèle menée du point A , ne tombera pas au dessus de AD . Le mesme inconuenient s'ensuiura si on la fait tomber au dessous de AD , comme AF : car ayant mené CF , les triangles BFC & BCD se trouueroient égaux, ce qui ne peut estre: donc du point A on ne menera point d'autre ligne que AD parallèle à BC . Parquoy les triangles égaux constituez sur mesme base, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

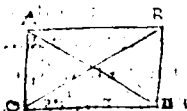
S C H O L I E.

Par cette prop. qui est la conuerse de la 37. il est aisé

de demonſtrer comme a fait Commandin le Theor. ſuivant.

Tout quadrilatere qui eſt couppé en deux egalement par l'un & l'autre diametre, eſt parallelogramme,

Le quadrilatere $ABDC$ ſoit diuiſé en deux egalement par l'un & l'autre diametre AD, BC : Je dis qu'iceluy eſt parallelogramme. Car d'autant que les triangles ACD, BDC ſont chacun moitié du quadrilatere $ABDC$, ils ſont egaux entr'eux par le 7. ax. Et pource qu'ils ont une meſme baſe CD , & ſont de meſme part, ils ſont entre meſmes paralleles par la 39. prop, & partant AB eſt parallele a CD . Semblablement ven que les triangles ABC, ACD ſont egaux & ſur meſme baſe AC , icelle ligne AC ſera auſſi parallele a BD : donc le quadrilatere $ABDC$ eſt parallelogramme, puis que les coſtez oppoſez d'iceluy ſont parallels. Ce qui eſtoit propoſé.



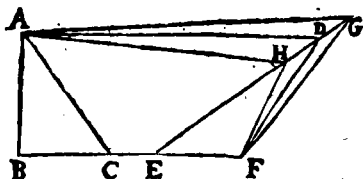
THEOR. 30. PROP. XL.

Les triangles egaux conſtituez ſur baſes egales, & de meſme part, ſont auſſi entre meſmes paralleles.

Soient deux triangles egaux $ABC, \& DEF$, conſtituez ſur baſes egales $BC \& EF$, & de meſme part. Je dis qu'ils ſont auſſi entre meſmes paralleles: c'eſt à dire, que ſi on mene vne ligne droicte de A en D , qu'icelle ſera parallele à BF .

Autrement, du point A on en pourra mener vne autre qui ſera parall. à BF (ſi AD ne l'eſt) par

la 31. prop. La-
quelle tombe-
ra, ou au des-
sus de AD , ou
au dessous. Soit
donc premiere-
ment au dessus,



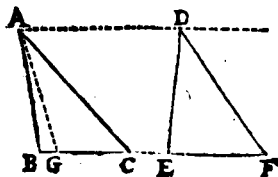
& soit icelle AG , s'il est possible, & apres auoir con-
tinué ED iusques à ce qu'il rencontre AG en G , &
mené EG , les deux triangles BAC , & EGF seront e-
gaux par la 38. prop. mais par l'hypothese les trian-
gle BAC & DEF sont aussi egaux: donc par la 1.
com. sent. le triangle EDF sera egal au triangle EGF ,
la partie au tout; ce qui est impossible: Partant la
parallele menee du point A ne tombera point au
dessus de AD . Le mesme inconuenient s'ensuira
si on la fait tomber au dessous, comme AH , car les
triangles EHF & EDF , se trouueroient egaux: donc
du point A ne pourra estre menee autre ligne
que AD parallele à BF . Parquoy les triangles egaux
constituez sur bases egales, &c. Ce qu'il falloit
demonstrer.

S C H O L I E.

*Commandin & Clavius apres luy, demonstrent en ce
lien le Theoreme suivant.*

Si les triangles egaux constituez entre mesmes
paralleles, n'ont vne mesme base, ils seront sur
bases egales.

*Soient les triangles e-
gaux ABC , DEF , entre
mesmes paralleles AD ,
 BF , & sur les bases BC ,
 EF : Je dis qu'icelles*



bases sont égales entr'elles. Car si elles ne sont égales soit BC la plus grande, & d'icelle soit retranchée CG , égale à EF , & tirée AG . Donc par la 38. proposition. le triangle ACG sera égal au triangle DEF : Mais à ce mesme triangle a esté posé égal le triangle ABC . Donc par le 1. axiome les triangles AGC , ABC seront égaux, la partie & le tout: Ce qui est absurde. Donc les bases BC , EF , ne sont pas inégales, mais égales. Ce qui estoit proposé.

En suite de ce theoreme Clavius demonstre encore le suivant.

Si deux triangles constituez entre mesmes paralleles, ont leurs bases inégales, celui là sera le plus grand, duquel la base sera la plus grande. Et au contraire, si deux triangles inegaux sont entre mesmes paralleles, la base du plus grand sera la plus grande.

En la figure precedente soient entre mesmes paralleles AD , BF , les triangles ABC , DEF , & soit la base BC plus grande que la base EF : Je dis que le triangle ABC , est plus grand que le triangle DEF . Car ayans pris CG égale à EF , & tiré AG , les triangles ABC , DEF , seront égaux par la 38. propositions. Et puis que par le 9. axiome le triangle ABC est plus grand que le triangle AGC , le mesme triangle ABC sera plus grand que le triangle DEF .

Soient derechef les triangles inegaux ABC , DEF , & le plus grand soit ABC . Je dis que la base BC est plus grande que la base EF . Car si on dit qu'elle est égale, le triangle ABC sera égal au triangle DEF : ce qui est absurde, attendu qu'il a esté posé plus grand. Et si on l'estime estre moindre, le triangle DEF sera plus grand que le triangle ABC , comme il a esté démontré.

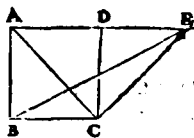
cy-dessus : Ce qui est encore plus absurde , puis que ABC a esté posé plus grand que DEF. Donc la base BC sera plus grande que la base EF, puis qu'elle ne peut estre ny egale, ny moindre. Ce qui estoit proposé.

THEOR. 31. PROP. XLI.

Si vn parallelogramme, & vn triangle ont vne mesme base, & sont entre mesmes paralleles; le parallelogramme sera double du triangle.

Soit le parallelogramme ABCD sur la mesme base BC, que le triangle BCE, & tous deux entre mesmes paralleles AE & BC. Je dis que le parallelogramme ABCD est double du triangle BEC.

Car si on mene la diagonale AC, le triangle ABC sera la moitié du parallelogramme ABCD par la 34. prop. Mais par la 37. prop. le mesme triagle ABC sera egal au triangle BEC. Donc par la 6. com. sent. le parallelogramme ABCD, qui est double de l'un, sera aussi double de l'autre. Si donc vn parallelogramme & vn triangle ont vne mesme base, &c. Ce qu'il falloit prouuer.



SCHOLIE.

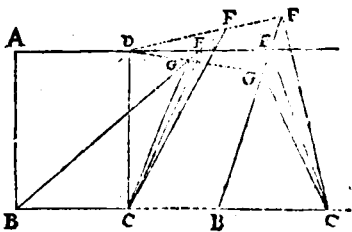
Si les bases estoient egales, on demonstreroit encore la mesme chose, & en la mesme maniere que dessus, tirant

le diametre du parallelogramme. Car d'autant que les triangles constituez sur bases egales, & entre mesmes paralleles sont egaux entr'eux, le parallelogramme qui est double de l'un, seroit aussi double de l'autre.

Clavius a demonstre apres Commandin la conuerse de cette 41. prop. ainsi qu'il ensuit.

Si vn parallelogramme double d'un triangle est constitué sur vne mesme base qu'iceluy, ou sur vne base egale, & de mesme part; ils seront entre mesmes paralleles. Et si vn parallelogramme est double d'un triangle, & entre mesmes paralleles, leurs bases seront egales, si elles ne sont vne mesme.

Soit le parallelogramme $ABCD$ double du triangle EBC , sur vne mesme base, ou sur bases egales: Je dis qu'ils sont entre mesmes paralleles, c'est à dire que AD



qui est parallele à BC , estant prolongee directement tombera au point E . Car autrement elle tombera ou au dessus de E , ou au dessous. D'où aduendra comme il a esté demonsté en la 39. ou 40. prop. la partie estre egale au tout. Car par la 41. prop. le parallelogramme sera pareillement double du triangle BFC , ou BGC : & par le 6. axiom. les triangles EBC , FBC , ou les triangles FBC , GBC seront egaux, la partie & le tout. Ce qui est absurde.

Soit maintenant le parallelogramme $ABCD$ double du triangle EFH , & entre mesmes paralleles. Je dis que la base BC est egale à la base FG . Car si l'une d'icelles

ſçavoir BC eſt plus grande, ayant pris CH egale à FG & tiré HI parallele à BA, on démontrera les parallelogrammes ABCD, IHCD eſtre egaux, le tout & la partie: (pour ce que chacun eſt double du triangle EFG, celui-là par l'hypotheſe, & ceſtuy-cy par la 41. prop.) ce qui eſt

absurde. On demõ-

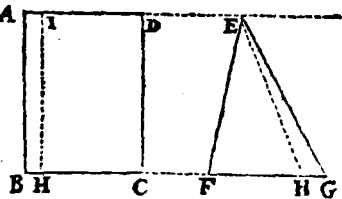
strera encore le même, si on dit la ba-

se F G estre plus
grande que la ba-

BC : Car ayant
fait FH égale
à BC, et tiré la li-

gne droite HE, les

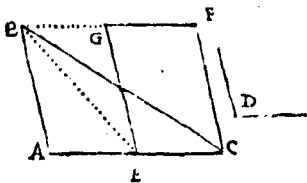
triangles EFH , EFG seront égaux, la partie & le tout ;
(d'autant que chacun est moitié du parallélogramme
 $ABCD$, celui-là par la 41. prop. & cettuy-cy par l'hypothese) Ce qui est absurde.



PROBL. II. PROP. XLII.

Faire vn parallelogramme egal à vn triangle donné, & qui ait vn angle egal à vn angle rectiligne donné.

Soit le triangle
donné ABC , &
l'angle rectiligne
donné D : il faut
faire vn parallelo-
gramme egal au



triangle donné ABC , & qui ait vn angle egal à l'angle donné D ,

L'vn des costez du triangle, sçauoir, AC soit couppe en deux egalelement en E , par la 10. prop. puis soit fait l'angle CEG egal à l'angle D par la 23. prop. Et par là 31 prop. soit menee de B , la ligne BF parallele à AC , laquelle coupe EG en G . Derechef, de C soit menee CF parallele à EG , rencontrant BF en F : & sera constitué vn parallelogramme $EGFC$, ayant l'angle CEG egal au donné D , lequel parallelogramme ie dis estre egal au triangle donné ABC . Car estant tiree la ligne BE , iceluy parallelogramme $EGFC$ sera double du triangle EBC par la proposition precedente, duquel est aussi double le triangle ABC , iceluy estant egal aux deux ABE , EBC , qui sont egaux entr'eux par la 38. propos. Donc le parallelogramme $EGFC$, & le triangle ABC seront egaux entr'eux par la sixiesme commune sentence, & puis qu'iceluy parallelogramme a l'angle CEG egal au donné D par la construction, nous auons construit vn parallelogramme egal à vn triangle donné, &c. Ce qu'il falloit faire.

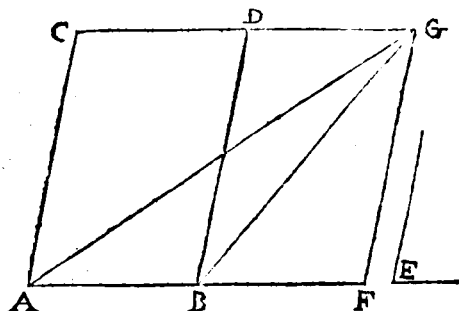
S C H O L I E.

La pratique de ce probleme est enseignee au 13. de nostre Geometrie practique : Et est si facile à entendre par la construction cy-dessus, qu'il n'est besoin d'en dire autre chose : mais nous adionsterons icy (apres Pelletier) la conuerse de cette 42. proposition, qui est telle.

Faire vn triangle egal à vn parallelogramme

donné, & qui ait vn angle egal à vn angle rectiligne donné.

Soit donné le parallelogramme $ABDC$, & l'angle rectiligne E : il faut faire un triangle egal au paralle-



logramme donné AD , ayant vn angle egal au donné E . Soient prolongees CD , tant qu'il sera de besoin, & AB en sorte que BF soit egal à icelle AB ; puis au point A soit fait l'angle FAG egal au donné E , tirant AG iusques à ce qu'elle rencontre CD prolongee, & estant joint FG , le triangle AGF sera le requis: Car l'angle FAG est egal au donné E , & estant tiree BG , les triangles AGB & BGF seront egaux par la 38. prop. & partant le total AGF sera double de AGB : Mais par la 41. prop. le parallelogramme AD est aussi double d'iceluy triangle ABG . Donc le triangle AGF , & le parallelogramme $ACDB$ seront aussi egaux entre eux. Ce qu'il falloit faire.

COROLLAIRE.

Il est enident par les deux demonstrations cy-dessus, qu'un triangle qui a la base double de celle d'un parallelogramme constitué entre mesmes paralleles qu'iceluy, est egal à iceluy parallelogramme.

THEOR. 32. PROP. XLIII.

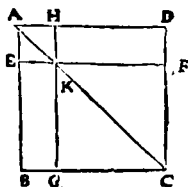
En tout parallelogramme les suppléments des parallelogrammes qui sont à l'entour du diametre, sont egaux entr'eux.

Soit le parallelogramme ABCD, son diametre AC, à l'entour duquel sont les parallelogrammes AEKH & KGCF. Je dis que les parallelogrammes HKFD & EB GK, qu'on appelle suppléments, sont egaux entr'eux.

Car d'autant que par la 34.

prop. les triangles ABC, ADC sont egaux entr'eux : Item les triangles CKG, CFK aussi egaux ; si on oste ceux cy de ceux-là, resteront egaux les trapezes AB GK, ADFK :

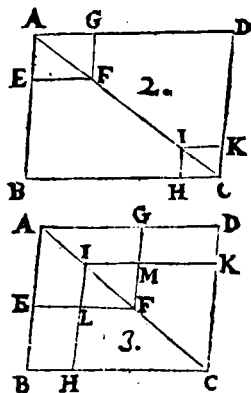
Mais par la 34. prop. sont aussi egaux les triangles AEK, AHK ; partant si on les oste des trapezes susdits, demeureront egaux les complemens EB GK, HKFD. Donc en tout parallelogramme les suppléments, &c. Ce qu'estoit à prouver.



S C H O L I E.

Si les deux parallelogrammes d'à l'entour le diametre n'estoient conjoincts au point K, ainsi qu'en la figure cy-dessus, mais que l'un fut éloigné de l'autre, comme en la deuxiesme figure, ou bien qu'ils s'entrecoupassent ainsi qu'en la troisieme, on demonstreroit en la mesme maniere que dessus, estre aussi egaux, les

complementens ou restes, sçavoir en la 2. figure, les pentagones $BEFIH$, $DGFIK$, & en la 3. les parallelogrâmes $BELH$, $DGMK$: Car puis que par la 34. prop. les triangles ABC , ADC , de l'une & l'autre fig. sont egaux entr'eux, comme aussi les triangles AEF , AGF ; les trapezes $BEFC$, $DGFC$ seront pareillement egaux par le 3. axiome. Parquoy si d'iceux trapezes de la seconde figure, on oste les triangles egaux HIC , KIC , resteront encore egaux les pentagones $BEFIH$, $DGFIK$. Mais adionstant aux trapezes de la troisieme fig. les triangles egaux LIF , MIK , les figures $BELIC$, $DGMIC$ seront egales entr'elles, desquelles si on oste les triangles egaux HIC , KIC , resteront aussi egaux les parallelogrammes $BELH$, $DGMK$. Ce qui estoit proposé.



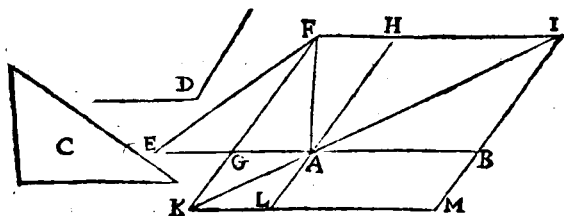
PROB. 12. PROP. XLIII.

Sur vne ligne droicte donnee, d'escrire vn parallelogramme egal à vn triangle donné, ayant vn angle egal à vn angle rectiligne donné.

Soit la ligne droicte donnee AB , le triangle donné C .

mé C, & l'angle rectiligne donné D. Il faut sur AB descrire vn parallelogramme egal au triangle C, & qui ait vn angle egal au donné D.

Soit prolongee la ligne donnee A B iusques en E, tellement que A E soit egal à quelconque des costez du triangle C, & soit acheué de construire par la 22. prop. le triangle AFE, ayant les costez egaux aux costez dudit triangle donné C, lequel

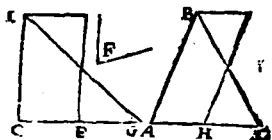


luy sera aussi egal par le Corol. de la 8. propos. Soit maintenant construit par la 42. prop. le parallelogramme AGFH, egal au triangle AFE, & ayant l'angle GAH egal au donné D : & apres auoir continué la ligne FH iusques en I, tellement que HI soit egal à AB, soit menee IA iusques à ce qu'elle rencontre FG prolongee en K; (ce qui doit arriuer, n'estant IA parallele à FG, par la 11. com. sent. puis du point K, soit menee KM parallele à GB) iusques à ce qu'elle rencontre IB tiree en M: & finalement soit prolongee HA iusques à ce qu'elle rencontre KM en L. Je dis que le parallelogramme ABML est le requis.

Car il est constitué sur la ligne droite donnee AB, & à l'angle BAL egal à l'angle donné D, puis

K

Soit prolongé CE infques en G , tellement que CF, FG soient egales, & soit menée DG , qui fera le triangle CDG : En apres, par la prec. propos. soit construit sur AB le parallelogramme BH egal au triangle CDG , ayant l'angle $B \hat{A} H$ egal au donné F : puis soit prolongée AH infques en L , de sorte que HL soit egale à AH , & ayant tiré BL , le triangle ABL , sera le requis. Car par le corol. de la 42. prop. iceluy triangle ABL est egal au parallelogramme BH . Mais iceluy parallelogramme est egal par la construction au triangle DCG , lequel est egal au parallelog. CK par le mesme corol. Donc le triangle ABL sera aussi egal à iceluy parallelogramme CK : mais il a l'angle A egal au donné F , & est fait sur la ligne donnée AB ; parquoy appert estre fait ce qui estoit proposé.



PROB. 13. PROP. XLV.

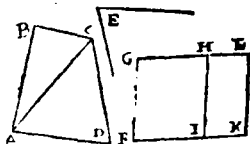
Faire vn parallelogramme egal à vne figure rectiligne donnée, ayant vn angle egal à vn angle rectiligne donné.

Soit la figure rectiligne donnée $ABCD$, & l'angle donné E : Et il faut faire vn parallelogramme egal à icelle figure rectiligne $ABCD$,

K ij

qui ait vn angle egal au
donné E

Soit resoluë la figure
rectiligne donnee en
triangles, sçauoir est me-
nant la ligne droicte



AC : puis par la 42. propôs. soit fait le parallelo-
gramme FGH I egal au triangle ADC, ayant l'an-
gle F egal à l'angle donné E. Item sur H I soit fait
le parallelogramme H I K L : egal au triangle
ABC, ayant vn angle H I K egal au donné E, & se-
ra fait ce qui est requis. Car les deux parallelo-
grammes FH & IL, sont construits egaux à la fi-
gure rectiligne ABCD, & ont chacun vn angle
egal à l'angle donné E; & ces deux parallelogram-
mes ensemble en font vn seul. Car d'autant que
chacun des angles G F I, H I K est esgal à l'angle
donné E, ils le seront aussi entr'eux: ausquels si
on adiouste l'angle commun F I H, les deux angles
G F I, H I F, qui sont egaux à deux droicts par la 29.
prop. estant F H parallelogramme; seront egaux
aux deux angles H I K, H I F, lesquels partant fe-
ront egaux à deux droicts, & par la 14. prop. les
deux lignes F I, K I, se rencontreront directement.
Pareillement les deux angles G H I, H L K estans
egaux par la 34. prop. car ils sont opposez à angles
egaux G F I, H I K : Si à iceux on adiouste l'angle
commun I H L, par le mesme discours que cy des-
sus, les deux lignes G H & L H se rencontreront
directement: ainsi F K & G L estans lignes droi-
ctes, & conioignant de mesme part les egales &
paralleles F G & K L, elles seront aussi egales & pa-
ralleles par la 33. prop. & partant F G L K sera pa-

rallelogramme ; lequel nous auons construit
egal à la figure rectiligne donnee $ABCD$, & fait
l'angle F egal au donné E , ainsi qu'il estoit requis.

S C H O L I E.

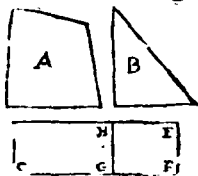
S'il y enst eu dauantage de triangles en la figure
donnee, il eust fallu construire sur KL un troisieme pa-
rallelogramme egal au troisieme triangle : puis sur le
costé opposé à KL , un autre parallelogramme egal au 4.
triangle, & ainsi proceder de triangle en triangle ius-
ques à la fin. Et quant à la demonstration, ce sera tou-
siours la mesme que dessus, repetee autant de fois qu'il
sera de besoin. Or comme on descrira sur une ligne droi-
te donnee un parallelogramme egal à une figure recti-
ligne donnee, & qui ait un angle egal à un angle rectili-
gne donné ; il est assez manifeste par les choses cy dessus
dictes : car pour exemple, si la ligne droite FG eust esté
donnee, nous eussions par la precedente prop. décrit sur
icelle le parallelogramme $FGHI$: puis sur la mesme li-
gne FG , ou plustost sur une egale à icelle HI , le paralle-
logramme $HIKL$, & ainsi consecutiuellement s'il y auoit
dauantage de triangle en la figure rectiligne donnee.

Pelletier a adionsté en ce lieu un Probleme fort uti-
le, lequel nous rapporterons icy, mais beaucoup plus brief-
uement qu'il n'a fait.

Estans donnees deux figures rectilignes inega-
les, trouuer l'excez de la plus grande par dessus
la moindre.

Soient donnees deux figures rectilignes A & B , dont
 A est la plus grande : il faut trouuer l'excez de A par

dessus B. Par la 45. prop. soit fait le parallelogramme CDEF egal au rectiligne A, ayant quelconque angle C: puis sur la ligne CD soit fait le parallelogramme CDHG egal au rectiligne B, ayant l'angle C commun: & le parallelogramme GHEF sera l'excez du rectiligne A par dessus le rectiligne B.

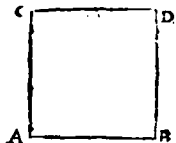


Car d'autant qu'iceluy parallelogramme GE est l'excez du parallelogramme CE egal à A, par dessus le parallelogramme CH egal à B; le mesme parallelogramme GE sera aussi l'excez du rectiligne A par dessus le rectiligne B. Ce qu'il falloit faire.

PROB. 14. PROP. XLVI.

Sur vne ligne droicte donnee, descrire vn quarré,

Soit la ligne droicte donnee AB, sur laquelle il faut descrire vn quarré. Du point A, soit menee AC ligne perpendiculaire à AB par la 11. prop. laquelle soit faite egale à icelle AB, & après auoir mené CD parallele à AB, & BD parallele à AC, par la 31. propos. Je dis que le quadrilatere ABCD est vn quarré.



Car d'autant que par la construction il est parallelogramme, les costez & les angles opposez sont egaux par la 34. propos. partant le costé AB

est egal à CD , & AC à BD : mais AC estant egal à AB par la construction; il est evident que les quatre costez sont egaux entr'eux. Item l'angle A estant droit par la construction, aussi son opposé D sera droit. Et la ligne AC tombant sur les deux lignes paralleles AB , CD , les deux angles interieurs A & C sont egaux à deux droits par la 29. prop. Mais l'angle A est droit: donc l'angle C sera aussi droit: partant aussi droit son opposé B . Ainsi les quatre angles A, B, C, D seront droits: & par la def. du quarré la figure $ABDC$ sera quarrée. Nous auons donc descrit vn quarré sur la ligne droite donnée AB . Ce qu'il falloit faire.

S C H O L I E.

Nous auons enseigné la pratique de cette propos. en nostre Geometrie pratique. Prob. 12. laquelle ne differe gueres de la construction cy dessus: car ayant mené la perpendiculaire AC , & icelle faitte egale à AB , du mesme interualle AB soient descrits des centres C & B , deux arcs qui s'entrecoüppent en D , duquel estans tirees les lignes CD , BD , sera faitte le quarré requis.

Proclus demonstre icy: Que les quarréz de lignes egales sont egaux entr'eux: & que des quarréz egaux les lignes sont egales. Ce qui est aisé à prouuer par la superposition d'un quarré sur l'autre: Car les lignes estans egales, si l'une est posée dessus l'autre, elles conuiendront entr'elles; & les angles estans aussi egaux, c'est à sçauoir droits, ils conuiendront pareillement entr'eux: & partant tout le quarré conuiendra à tout le quarré.

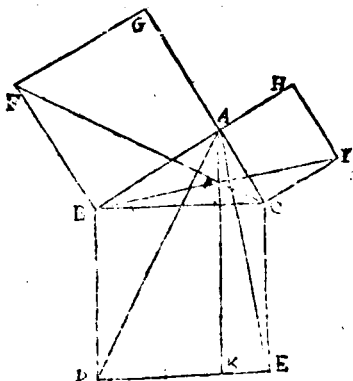
sont egaux, il conuiendront entr'eux, à cause de l'égalité des angles : donc aussi les lignes; autrement un quarré seroit plus grand que l'autre. Nous auons laissé la demonstration de Proclus qui est tres-longue, pour suivre celle-cy qui est brieue & facile.

THEOR. 33. PROP. XLVII.

Aux triangles rectangles, le quarré du costé qui soustient l'angle droit, est egal aux quarez des deux autres costez.

Soit le triangle rectangle ABC , sur les costez duquel soient descrits les trois quarez $BCED$, $ABFG$, $AHIC$. Je dis que le quarré $BCED$ descrit sur le costé BC , qui soustient l'angle droit BAC , est egal aux deux quarez $ABFG$ & $AHIC$ descrits sur les deux autres costez AB & AC .

Car soit menee la ligne AK parallele à BD , ou à CE , & tirees les lignes AD , AE , CF & BI . D'autant que par la definition du quarré, les 4. angles au point A sont droits, les lignes droictes AB , AH se rencontreront directement, & ne feront qu'une ligne droite: Ité CA , AG par la 14. pr.



Derechef, puis que les angles ABF , CBD sont égaux, car ils sont droicts, si on leur adjouste le commun ABC , le total FBC sera egal au total ABD . Le triangle ABD a donc les deux costez AB , BD , égaux aux deux costez FB , BC du triangle CBF , chacun au sien, & les angles ABD , CBF contenus d'iceux costez, égaux, & par la 4. prop. les triangles ABD , CBF feront égaux. Mais le quarré AF est double du triangle FBC par la 41. prop. car ils sont sur mesme base BF , & entre mesmes paralleles BF , GC : il sera donc aussi double de son egal ABD , duquel le parallelogramme BK est aussi double par la mesme 41. prop. & par consequent le quarré AF sera egal au parallelogramme BK : car les choses doubles d'une mesme sont egales entr'elles. Par mesme discours on prouuera que le parallelog. CK est egal au quarré AI : partant les deux parallelogrammes ensemble BK & CK , seront égaux aux deux quarrez ensemble AF & AI . Donc le quarré BE qui est composé d'iceux parallelogrammes BK , CK , sera aussi egal aux mesmes quarrez AF , AI : parquoy aux triangles rectangles, le quarré du costé, &c. Ce qu'il falloit prouver.

SCHOLIE.

Par ce theoreme on peut facilement entendre, qu'aux triangles ambligones le quarré du costé opposé à l'angle obtus est plus grand que les deux quarrez ensemble des deux autres costez: Et qu'en tout triangle le quarré d'un costé opposé à un angle aigu est moindre que les

deux quarréz ensemble des deux autres costez. Car si l'angle obtus est resserré iusques à ce qu'il vienne à estre droit, les costez qui le comprennent demeurans les mesmes, le costé opposé viendra moindre par la 24. proposition. Mais si l'angle aigu est ouuert & eslargy iusques à ce qu'il vienne droit, les costez, qui le contiennent demeurans les mesmes, le costé opposé à iceluy angle sera fait plus grand par la mesme 24. prop. v. u. donc qu'il a esté démontré cy-dessus que le quarré du costé opposé à l'angle droit, est egal aux deux quarréz ensemble des deux autres costez; il est evident que le quarré du costé opposé à l'angle obtus, est plus grand que les deux quarréz ensemble des deux autres costez; & que le quarré du costé opposé à un angle aigu, est moindre que les deux quarréz ensemble des deux autres costez: Mais de combien celuy-là est plus grand, & de combien cestuy cy est moindre, Euclide le démontrera ez 12. & 13. prop. du second liure.

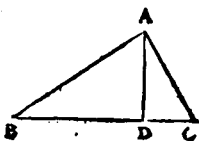
Or l'inuention de ce celebre & tant renommé Theoreme est attribuée à Pythagoras, lequel en fut si content & ioyeux, que pour en rendre grace aux dieux, plusieurs disent qu'il sacrifia un He-catombe, & d'autres rapportent qu'il ne leur sacrifia qu'un bœuf, ce qui est plus vray-semblable, que non pas qu'il en ait immolé 100, veu que ce Philosophe faisoit tres-grand scrupule d'espandre le sang des animaux. Mais quoy qu'il en soit ce Theoreme est un des plus utiles aux choses Geometriques, encore qu'il ne semble pas si admirable que la 31. prop. du 6. liu. où Euclide demonstre qu'aux triangles rectangles, la figure descripte sur le costé qui soustient l'angle droit, est egale aux deux

figures semblables, descriptes & semblablement posées sur les deux costez qui contiennent iceluy angle droit.

Par le moyen de cette 47. prop. il est fort aisé de démonstrer cet autre Theoreme suivant.

Si de l'angle d'un triangle compris de deux costez inegaux, est tirée vne perpendiculaire à la base, laquelle tombe dans le triangle; elle coupera la base en deux parties inegales, la plus grande desquelles sera vers le plus grand costé: Et au contraire, si la base est couppee inegalement par la perpendiculaire, les deux costez seront inegaux, & le plus grand sera celuy adjaceant au plus grand segment.

Au triangle ABC , duquel le costé AB est plus grand que le costé AC , soit la ligne AD perpendiculaire à la base BC , laquelle tombe dedans le triangle: ce qui advient tousiours quand l'un & l'autre angle d'icelle base est aigu, ainsi qu'il appert du Cor. de la 17. prop. Je dis que la partie BD est plus grande que la partie CD . Car par la 47. prop. le quarré de AB est egal aux deux quarréz de AD, BD ; & le quarré de AC , egal aux deux de AD, CD : Mais le quarré de AB est plus grand que celuy de AC , puis que le costé AB est plus grand que le costé AC ; donc aussi les deux quarréz de AD, BD , seront plus grands que les deux quarréz de AD, DC ; parquoy ostant le commun quarré de AD , restera le quarré de BD plus



grand que le quarré de CD ; & partant la ligne droite BD sera plus grande que la ligne droite CD .

Maintenant, que la ligne perpendiculaire AD fasse le segment BD plus grand que le segment CD . Je dis que le costé AB est plus grand que le costé AC . Car le quarré de BD sera plus grand que le quarré de DC , & adioustant le commun quarré de AD , les deux quarréz de BD , AD , seront plus grands que les deux de CD , AD . Mais par la 47. prop. le quarré de AB est égal aux deux de BD , AD ; & celui de AC égal aux deux de CD , AD . Donc aussi le quarré de AB sera plus grand que le quarré de AC , & par conséquent le costé AB sera plus grand que le costé AC . Ce qu'il falloit prouuer.

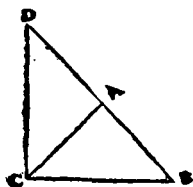
THEOR. 34. PROP. XLVIII.

Si le quarré de l'un des costez d'un triangle, est égal aux quarrés des deux autres costez; l'angle soustenu d'iceluy costé est droit.

Au triangle ABC , le quarré du costé BC soit égal aux quarréz des deux autres costez BA & AC . Je dis que l'angle BAC , soustenu d'iceluy costé BC , est droit.

Car apres auoir mené AD perpendiculaire à AC , par la 11. prop. & fait icelle AD égale à AB , soit mencee CD . Le triangle CAD sera rectangle, & par la 47. prop. le quarré de CD sera égal aux deux quarréz de CA & AD , les-

quels sont egaux aux quarréz de BA & AC , estans leurs lignes egales ; & par la 1. com. sent. le quarré de BC sera egal au quarré de CD : partant la ligne CB egale à CD . Donc les triangles BAC , & CAD auront deux costez egaux à deux costez, chacun au sien, & la base BC egale à la base DC , & par la 8. prop. l'angle BAC sera egal à l'angle droit CAD : partant il sera aussi droit. Si donc le quarré de l'un des costez d'un triangle est egal, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.



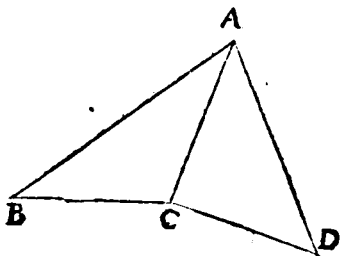
S C H O L I E.

A cette proposition, qui est la conuerse de la precedente, nous adionsterons cet autre theoreme.

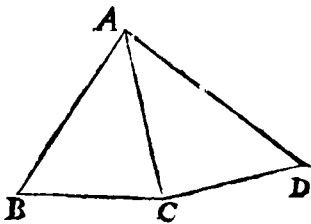
Si le quarré d'un costé de quelque triangle est plus grand que les deux quarréz ensemble des deux autres costez; l'angle soutenu d'iceluy costé est obtus : Et s'il est moindre, aigu.

Au triangle ABC , le quarré du costé AB , soit plus grand que les deux quarréz ensemble des deux autres costez AC , CB : Je dis que l'angle ACB oppose au costé AB est obtus. Car soit tiré de C perpendiculaire à AB , la ligne droite CD egale à BC , & soit joinct AD . D'autant que par la 47. proposit. le quarré de AD est egal aux deux quarréz de AC , CD , c'est à dire AC , CB , & le quarré de AB a esté posé plus grand que les quarréz de AC , CB , le quarré

de AD , sera moindre que le quarré de AB ; & partant la ligne AD moindre que ladite ligne AB . Parquoy veu que les costez BC , AC , du triangle ABC , sont égaux aux costez CD , AC , du triangle ACD , un chacun au sien, & la base AB plus grande que la base AD , par la 25. propos. l'angle ACB sera plus grand que l'angle ACD : Mais iceluy ACD est droit. Donc ACB est plus grand qu'un droit; & partant obtus. Cee qui est proposé.



Maintenant, soit le quarré de AB moindre que les deux quarréz des deux autres costez AC , CB : Je dis que l'angle ACB soutenu d'iceluy costé AB , est aigu. Car ayant fait comme au parauant le triangle rectangle ACD , on prouuera par les mesmes raisons que dessus, que la base AD est plus grande que la base AB , & l'angle droit ACD plus grand que l'angle ACB , qui partant est aigu. Ce qui est proposé.



Or d'autant que l'application des nombres

aux costez des triangles rectangles est utile à plusieurs operations, nous remarquerons icy que tout triangle est rectangle, duquel le plus grand costé contenant 5 parties egales, le moindre contient trois des mesmes parties, & l'autre 4 : ou bien selon trois autres nombres, doubles, ou triples, ou quadruples, &c. des trois susdits 5, 4, 3, comme 10, 8 & 6 : ou 15, 12 & 9 ; ou 20, 16 & 12 ; ou 30, 24 & 18 ; &c. Car il appert que le quarré du plus grand de trois tels nombres, est toujours egal aux quarez des deux autres nombres.

Mais si sans avoir egard aux nombres cy dessus, on vouloit faire un triangle rectangle, ayant tous les trois costez en nombre de parties egales sans fraction, on pourroit trouver lesdits nombres en deux manieres ; dont la premiere qu'on attribue aussi à Pythagoras est telle. Soit pris pour le moindre costé un nombre de parties impair, & iceluy nombre estant quarré, soit ostée l'unité de sondit quarré, & la moitié du reste d'iceluy quarré, sera le moyen nombre, auquel adionstant l'unité viendra le plus grand nombre : Comme par exemple, prenant 5 pour le nombre des parties du moindre costé, son quarré est 25, duquel ostant l'unité restent 24, dont la moitié est 12, pour le nombre des parties du moyen costé ; mais adionstant l'unité à iceluy, viendront 13 pour le nombre des parties du plus grand costé.

La deuxiesme maniere est attribuee à Platon, & est telle : Soit pris un nombre pair, & du quarré de la moitié d'iceluy soit ostée l'unité, & restera l'un des

deux autres nombres; mais adioustant ladite unité au mesme quarré, viendra le troisiésme nombre: comme par exemple, prenant 6 pour l'un des nombres, le quarré de la moitié d'iceluy est 9, dont l'unité estant ostée, restent 8, pour l'un des deux autres nombres; mais adioustant ladite unité à iceluy quarré, viennent 10 pour le troisiésme nombre.

Fin du premier Element.



ELEMENT

SECOND.

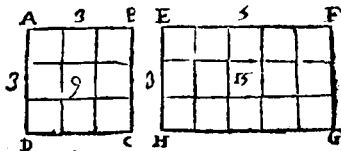
DEFINITIONS.

- i. Tout parallelogramme rectangle, est dit estre contenu sous deux lignes droictes qui font l'angle droict.



La esté dit en la 36. def. 1. que c'est que parallelogramme, & qu'il y en a de quatre sortes : mais maintenant il faut entendre qu'un parallelogramme est dit rectangle, lors qu'il a tous les angles droicts, & par consequent il y a seulement le quarré, comme $ABCD$, & le quarré long, comme $EFGH$, qui soient rectangles : car il n'y a que ces deux sortes de parallelogrammes qui ayent les angles droicts. Et est à noter, qu'en

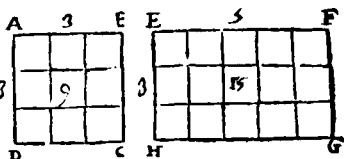
tout parallelogramme si un seul angle est donné droict, il est necessaire que les trois autres soient aussi droicts : comme



par exemple, si l'angle E du parallelogramme $EFGH$ est droict : Je dis que les trois autres F, G, H , sont aussi

droiëts. Car d'autant que les lignes EF , GH sont parallèles les angles internes E & H , sont égaux à deux droiëts par la 29. p. 1. Mais l'angle E est droiët par l'hypothese: donc aussi l'angle H sera droiët: & par la 34. p. 1. leurs opposez G & F seront aussi droiëts. Et puis que par la 34. p. 1. tout parallelogramme a les costez opposez égaux, il n'y peut auoir en un parallelogramme que deux costez inegaux, lesquels constituent chaque angle d'iceluy: C'est pourquoy Euclide dit icy, tout parallelogramme rectangle estre contenu sous deux lignes droiëtes, qui comprennent un angle droiët; tellement que le parallelog. rectagle $EFGH$

sera dict estre contenu sous les deux lignes droiëtes, EF , EH : ou sous les deux EF , FG , ou sous FG , GH : ou



finalement sous GH , HE : ainsi deux lignes expriment toute la magnitude ou grandeur d'un parallelogramme rectangle: sçauoir l'une comme EF , ou HG , sa longueur: & l'autre comme EH , ou FG , sa largeur: & par le meue- ment imaginaire de l'une de ces deux lignes en l'autre, se faict iceluy parallelogramme. Car si l'esprit conçoit que la ligne EF , en allant en bas au long de ligne EH , se meue en trauers, tellement qu'elle face tousiours angle droiët avec icelle EH , iusques à ce que le poinët E paruienne au poinët H , & le poinët F au poinët G ; sera descript tout le paralle. rectangle $EFGH$. Le mesme sera faict, si on pose EH se mouoir en trauers, selon la ligne EF . D'où aduient que pour obtenir l'aïre ou contenu de tout parallelogramme rectangle on multiplie vn costé d'iceluy par l'autre: comme par exemple, le costé EF estant de 5. pieds, & l'autre costé EH de trois: si on multiplie vn nombre par l'autre,

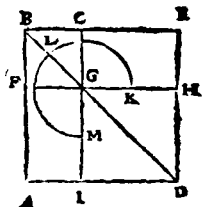
seront produicts 15 pieds quarez, pour l'aire ou contenu de tout le parallelogramme $EFGH$. Pareillement au parallelogramme rectangle $ABCD$, le costé AB estant de 3 pieds, & le costé AD aussi de trois pieds : multipliant l'un par l'autre, seront produicts neuf pieds quarez pour l'aire d'iceluy rectangle, comme monstre la figure cy-dessus.

Or est icy à noter, qu'en ce second liure, & és autres suivans, Euclide appelle les parallelogrammes rectangles, simplement rectangles, ce qu'observent aussi les autres Geometres, tellement que par le nom de rectangle, il faut tousiours entendre parallelogramme rectangle. Derechef, que pour briefuete, & afin de ne repeter souventesfois toutes les lettres apposees aux parallelogrammes, les Geometres ont de coustume d'exprimer chaque parallelogramme, soit rectangle ou non, par deux lettres seulement, sçavoir par celles qui sont diametralement opposees : tellement que pour denoter le parallelogramme $ABCD$, on dira seulement le parallelogramme AC , ou BD .

2. En tout parallelogramme, l'un des parallelogrammes descrits à l'entour du diametre, avec les deux suppléments, est appellé Gnomon.

Au parallelogramme $ABED$, soit menee la diagonale BD : & la ligne CGI parallele à AB , couppant icelle diagonale BD en G , & par iceluy point G , soit menée FGH parallele à AD : & le parallelogramme $ABED$ sera diuisé en quatre parallelogrammes, deux desquels FC & HI , sont dictés estre descrits à l'entour du diametre ou diagonale, mais les autres deux EG , AG , sont ap-

pellez suppléments; ainsi que nous auons dict à la 37. def. du premier liure. Or la figure composée d'iceux suppléments & de l'un ou l'autre des parallelogrammes d'alentour la diagonalle, sera dit Gnomon: comme la figure $CED AFG$, laquelle est composée des deux suppléments AG , GE , & du parallelogramme HI , qui est alentour le diametre; sera appelée Gnomon. Pour mesme raison la figure $ABEHGI$, qui est composée des deux suppléments IF , GE , & du parallelogramme FC , qui est alentour le diametre, sera aussi dit Gnomon. Et est à noter que pour briefuement exprimer telles figures, les Geometres y descriuent quelquesfois vne circonference, comme le Gnomon susdit $ABEHGI$, auquel est descrite la circonference KLM , sera exprimé & denoté par icelle circonference KLM .



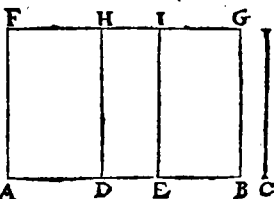
THEOR. I. PROP. I.

Si de deux lignes droictes l'une est couppee en tant de parties que l'on voudra, le rectangle contenu sous les deux toutes, est egal aux rectangles compris de la non couppee, & d'une chacune partie de celle qui est couppee.

Soient deux lignes droictes AB & C , dont la premiere AB est couppee à l'aduanture en plusieurs parties, sçauoir est en AD , DE , EB . Je dis

que le rectangle compris d'icelles deux lignes AB & C, sera egal aux trois rectangles compris de la ligne non couppee, & d'une chacune partie de la couppee AB.

Qu'il ne soit ainsi: qu'on meine AF perpendiculaire à AB, par la 11. p. 1. laquelle soit faite egale à C, & du point F soit menee FG parallele à AB; & BG parallele à AF par la 31. prop. 1. Il est



evident que le quadrilatre AFGC, sera vn parallelog. rectangle, & qu'iceluy sera compris des deux lignes donnees AB & C, puis que AF est egale à C. Item soient menees les deux lignes DH & EI paralleles à AF par la 31. prop. 1. Donc par la deff. des parallelog. les trois quadrilateres AH, DI, EG, seront parallelogrammes rectangles compris des lignes egales AF, DH, EI, & des trois segmens AD, DE, EB, c'est à dire de la ligne C, & d'iceux trois segmens. Mais iceux trois parallelogrammes rectangles ensemble, conuiennent au rectangle AG, compris des lignes donnees: & par la 8. com. sent. ils luy sont egaux. Parquoy si de deux lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit prouuer.

S C H O L I E.

Ce qu'Euclide propose en lignes aux dix premiers Theoremes de ce second liure, nous l'auons appliqué & demonsté en nombres au Scholie de la 14. pr. 9. Neantmoins, i'estime qu'il ne sera inutile de les expliquer des icy par nombres, comme a fait Clavius: Car d'autant que ce qui prouient de la multiplication d'un nombre

par un autre respond au produit d'une ligne en une autre, on peut facilement & brievement monstrier par nombres ce qui est icy demonsté en lignes avec beaucoup de paroles.

Soient donc proposez deux nombres, comme 10 & 6, le premier desquels soit diuisé en trois autres nombres ou parties, 5, 3 & 2. Or multipliant les deux nombres proposez entr'eux, c'est à sçauoir 10 & 6, sera produit le nombre 60, auquel sera egale la somme de ces trois nombres 30, 18 & 12, lesquels sont procreez multipliant chaque partie du nombre diuisé 10, c'est à sçauoir 5, 3, 2, par le nombre non diuisé 6 : ainsi qu'il appert en l'operation cy-dessous :

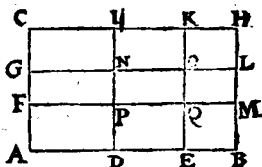
				30
10	5	3	2	18
6	6	6	6	12
60	30	18	12	60.

Or Commandin demonstre icy deux autres Theoremes, dont le premier est tel.

S'il y a deux lignes droictes, l'une & l'autre desquelles soit coupee en tant de parties qu'on voudra ; le rectangle compris d'icelles deux lignes, est egal aux rectangles contenus de chaque segment de l'une, & d'un chacun des segmens de l'autre.

Soient deux lignes droictes AB , AC , contenant un angle droit A , & AB soit couppee és poinçts D & E , mais AC és poinçts F & G . Je dis que le rectangle contenu sous AB , AC , est egal aux rectangles cōpris de chaque partie AD , DE , EB , & d'un chacun segment AF , FG , GC , c'est à dire egal aux rectangles contenus de AD , AF : AD , FG : AD , GC : DE , AF ; DE , FG : DE , GC : EB , AF : EB , FG : EB , GC . Car estant accompli le rectangle AH , soient tirees DI , EK patalleles à

AC : Item FM, GL parallèles à AB , qui couppront les premières es poinçts P, Q, N, O . Veu donc que le rectangle AP est contenu sous AD , AF & FN sous AD, FG :

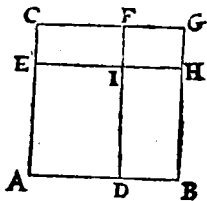


& GI sous AD, GC , (pource que par la 34. prop. 1. les lignes FP, GN sont égales à icelle AD .) Item que les rectangles DQ, PO, NK , sont contenus sous $DE, AF : DE, FG : DE, GC$: (car DP, PN, NI sont égales à icelles AF, FG, GC & PQ, NO , à icelle DE , par la 34. prop. 1.) Et par la mesme raison les rectangles EM, QL, OH , sont compris sous $EB, AF : EB, FG : EB, GC$. Il est evident que le rectangle contenu sous AB, AC , est égal aux rectangles compris sous sous chacune des parties AD, DE, EB , & un chacun des segmens AF, FG, GC : ce qui estoit proposé.

Nous rendrons aussi manifeste ce Theoreme par nombres : & pource soient deux nombres 12 & 8, le premier desquels soit diuisé en trois parties 6, 4 & 2 : mais le dernier soit seulement diuisé en deux parties 5 & 3. Or le produit de ces deux nombres proposez multipliez entr'eux est 96, laquelle est manifestement égale la somme de ces six nombres, 30, 20, 10, 18, 12 & 6, lesquels sont produits par la multiplication de chacune des parties 6, 4, 2, en chacune des parties 5 & 3, comme vouloit Commandin en ce premier Theor. Quant au second il est tel qu'il ensuit.

S'il y a deux lignes droictes couppées comme on voudra, le rectangle compris sous icelles, avec celui compris sous vne partie de l'une d'icelles lignes, & vne partie de l'autre, est égal aux rectangles contenus sous les lignes totales, & les susdictes parties reciproquement, avec le rectangle contenu des deux autres parties.

Soient deux lignes droictes AB , AC , faisant l'angle droict A , lesquelles soient coupees comme on voudra en D & E . Je dis que le rectangle compris sous AB , AC avec celuy compris sous les parties AD , EC , est egal aux rectangles contenus sous AB , EC : AC , AD : DB , AE . Car ayans accompli le rectangle AG , soit menee DF parallele à AC ; & EH à AB , s'entrecoappans en I . Veu donc que le rectangle AG est egal aux rectangles EG , AI , DH : si on leur adionste le commun rectangle EF : les rectangles AG , EF , qui sont compris sous les toutes AB , AC , & les parties AD , EC , seront egaux aux rectangles EG , AF , DH , compris sous AB , EC : AC , AD : DB , AE : ce qui estoit propose.



Afin que ce theor. de Commandin soit aussi manifeste par nombre, soient proposez deux quelconques nombres 9 & 5, le premier desquels soit diuisé en deux parties 3 & 4 : mais l'autre soit diuisé en 3 & 2 : Or le produit de ces deux nombres proposez est 45, & celuy de la partie 5, multipliee par la partie 3 est 15, & la somme de ces deux produits est 60, auquel nombre est manifestement egale la somme & addition de ces trois nombres 27, 25 & 8, qui sont produits de 9 par 3, de 5 par 5, & de l'autre partie 4 par l'autre partie 2.

COROLLAIRE.

Parce que dessus est manifeste que s'il y a deux lignes droictes, l'une & l'autre desquelles soit coupee comme on voudra, le rectangle compris sous icelles sera egal au rectangle cõpris sous une totale, & un segmen de l'autre, & aux deux rectãgles cõtenus de l'autre segmen de ceste & de l'un chacun segmen de celle-là. Car le rectãgle AG

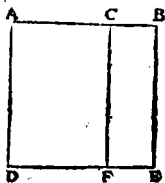
qui est compris des deux toutes AB, AC , est egal au rectangle EG , contenu de la toute EH , c'est à dire AB , & du segmen EC , & aux deux rectangles AI, DH , compris de l'autre segmen AE , & des segmens AD, DE . Iceluy rectangle AG est aussi egal aux trois rectangles AH, EF, IG . Pareillement aux trois AF, DH, IG , comme aussi aux trois autres DG, AI, EF .

Le mesme se doit aussi entendre des nombres: car il est euident que les deux nombres cy dessus proposez, c'est assavoir 9 & 5, estans multipliez entr'eux produisent 45, auquel sont egaux ces trois nombres 27, 10 & 8, produits de la multiplication de 9 par la partie 3: & de la partie 2 par chacune des parties 5, 4. Et ainsi de toute autre partie qu'on voudra prendre.

THEOR. 2. PROP. II.

Si vne ligne droicte est coupee comme on voudra: les rectangles compris de la toute & d'une chascune partie, sont egaux au quarré de la toute.

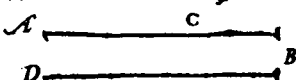
Soit la ligne droicte AB , coupee en deux parties telles qu'on voudra au point C . Je dis que le rectangle de la toute AB , & de la partie AC , avec le rectangle de la toute AB , & de l'autre partie CB , sont ensemble egaux au quarré de la toute AB .



Qu'ainsi ne soit: Sur AB soit descrit le quarré

AE; puis de C soit menee CF parallele à AD, laquelle CF sera egale à icelle AD, c'est à dire à AB: car icelles AD, AB sont egales par la def. du quarré. Il est donc euident que les deux rectangles AF & CE, sont compris de la toute AB, ou son egale CF, & des deux parties AC & CB, & si ils conuiennent avec le quarré AE, & par consequent luy sont egaux. Si donc vne ligne droicte est coupee comme on voudra, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

S C H O L I E.

Clavius demonstre encore ce Theoreme ainsi. Soit prise une ligne droicte D  égale à AB: Or puis que AB est coupee en C, le rectangle contenu sous la non coupee D, & la coupee AB (qui est le quarré de la toute AB) sera egal aux deux rectangles compris sous la non coupee D (c'est à dire sous AB) & un chacun des segmens AC, CB par la prec. prop. Ce qui estoit propose.

Pour accommoder ce Theoreme aux nombres. Soit le nombre 12 diuisé en deux nombres 7 & 5: il est euident qu'au quarré d'iceluy nombre, qui est 144, sont egaux les deux nombres 84 & 60, qui sont produicts du mesme nombre 12 multiplié par chascune des parties 7 & 5: car ils sont aussi 144, comme monstre l'addition d'iceux.

Or encore qu'en ce second Theoreme Euclide propose d'une ligne diuisee en deux parties seulement, si est-ce toutesfois qu'en la mesme ma-

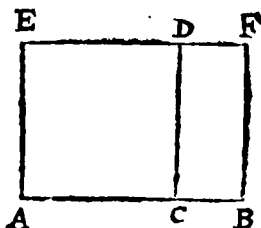
niere sera démontré le mesme, si la ligne est diuisée en tant de parties qu'on voudra. Ce qui se peut aussi voir par nombres, ainsi qu'il ensuit. Soit le nombre 12 diuisé en trois parties 5, 4 & 3. Le quarré dudit nombre sera 144; auquel sont egaux ces trois nombres 60, 48 & 36, lesquels sont produicts du nombre proposé 12, multiplié par chacune des parties 5, 4 & 3.

Sera aussi démontré comme dessus, que si une ligne droicte est couppee en tant de parties qu'on voudra; le quarré de la toute est egal aux rectangles contenus sous chascun segmens & un chascun segment. Ce que nous rendras aussi manifeste par nombres: & pour ce soit le nombre 10 diuisé en trois parties 5, 3 & 2: Il est evident que le quarré du nombre total 10 est 100, & qu'à iceluy sont egaux ces neuf nombres 25, 15, 10, 15, 9, 6, 10, 6 & 4, lesquels sont produicts par chacune des parties multipliée par chacune d'icelles.

THEOR. 3. PROP. III.

Si une ligne droicte est couppee comme on voudra; le rectangle compris de la toute, & de l'une des parties, est egal au rectangle compris d'icelles parties, & au quarré de la partie premierement prise.

Soit la ligne droite AB couppee comme on voudra au poinct C . Je dis que le rectangle compris de la totale AB , & de l'une ou l'autre partie, comme AC , est egal aux deux rectangles compris des deux parties AC & CB , & au quarré de la partie AC , laquelle auoit esté premierement prise.



Qu'il ne soit ainsi : Sur la partie AC soit fait le quarré AD par la 46. prop. 1. puis soit menée BF parallele à CD par la 31. prop. 1. rencontrant ED prolongee en F . Il est donc euident que AD est le quarré de la partie AC ; & CF le rectangle des parties AC & CB ; (car CD est egale à AC par la definition du quarré) & AF le rectangle de la route AB & de la partie AC , sur laquelle a esté fait le quarré. Or le quarré AD , & le rectangle CF ensemble, conuiennent avec le rectangle AF ; & par consequent egaux à iceluy. Si donc vne ligne droite est couppee comme on voudra, &c. Ce qu'il falloit demonstret.

S C H O L I E.

Clavius demonstre encore ce Theor. ainsi. Soit prise la ligne droite D egale à la partie AC . D'autant que la ligne droite AB est diuisee en C , par la 1. prop. dece liure, le rectangle contenu sous D & AB (c'est à dire sous

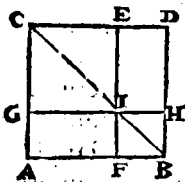
AC & AB) sera egal au rectangle compris sous D & CB (c'est à dire sous AC , CB) & au rectangle contenu sous D & BC , c'est à dire au quarré de la partie AC .
Ce qui est proposé.

Pour accommoder ce Theor. aux nombres, soit quelconque nombre 12 diuisé en deux parties telles qu'on voudra 7 & 5. Or multipliant ledit nombre proposé 12 par sa partie 7, viendront 84, auquel produit sont egaux ces deux nombres 35 & 49, lesquels sont produits de 7 multipliez par 5, & de 7 par soy-mesme. Mais multipliant le mesme nombre 12 par l'autre partie 5, sera produit le nombre 60, auquel sont aussi egaux ces deux nombres 35 & 25, qui sont les produits des deux parties 7 & 5, multipliées entr'elles, & de la partie 5 en soy-mesme: Et par tant appert ce qui a esté proposé.

THEOR. 4. PROP. IV.

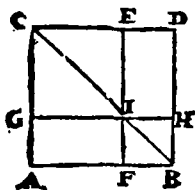
Si vne ligne droicte est coupee comme on voudra; le quarré de la toute est egal aux deux quarez des parties, & à deux fois le rectangle d'icelles parties.

Soit la ligne donnée AB , coupée comme on voudra au point F . Je dis que les deux quarez descrits sur les parties AF & FB , avec deux fois le rectangle d'icelles AF & FB , sont ensemble egaux au quarré de la totale AB .



Qu'ainsi ne soit. Sur la ligne totale AB soit descrit le quarré AD ; & apres

avoir mené la diagonale BC; du point F, soit menée la ligne droite FE parallèle à AC, coupant la diagonale BC en I, & derechef par iceluy point I soit menée GH parallèle à AB, le tout par la 31. prop. 1. Je dis premierement que les quadrilateres HF & EG sont quarréz.



Car desia il appert qu'ils sont parallelogrammes, estans descrits entre lignes paralleles. Item puis que AD est quarré, les deux costez AB & AC seront egaux, & le triangle ABC est Isoscelle: & par la 5. prop. 1. les deux angles sur la base BC, sçavoir est ABC & ACB, seront egaux. Pareillement la ligne BC tombant sur les deux paralleles AC & FE, fera l'angle extérieur FIB égal à l'opposé intérieur ACB par la 29. prop. 1. lequel estant égal à ABC, par la 1. com. sent. ABC & FIB seront egaux, & par la 6. prop. 1. les deux costez BF & FI seront egaux: & par la 34. prop. 1. le parallelogramme HF aura les quatre costez egaux: & partant il sera quarré; car l'angle FBH estant droit, les trois autres seront aussi droits, comme nous auons démontré à la 1. def. de ce livre. Par mesme discours on monstrera GE estre aussi quarré. Maintenant, d'autant que AI & ID sont descrits entre lignes paralleles, & les angles A & D sont droits, il appert qu'ils sont parallelogr. rectangles, & egaux entr'eux par la 43. pr. 1. & sont compris des deux parties AF, FB, estant GI, EI, chacune egale à AF, & HI, IF à FB par la 34. prop. 1. & def. du quarré. Partant AI &

ID sont deux fois le rectangle de AF & FB, lesquels avec les deux quarréz FH & GE conuiennent avec le quarré total AD, & par la 8. comm. sent. ils luy seront égaux. Si donc vne ligne droicte est couppee comme on voudra, le quarré de la toute est egal, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

COROLLAIRE.

Il est manifeste par la demonstration cy dessus, que les parallelogrammes descrits à l'entour de la diagonale d'un quarré, & qui ont un angle commun avec iceluy, sont aussi quarréz. Et de plus, il est evident que la diagonale coupe en deux également les angles du quarré: Ce que nous auons aussi demonstté au 3. Theor. du Scholie de la 34. p. 1.

S C H O L I E.

Clavius demonstre encore apres Campanus ce 4. Theor. d'Euclide ainsi. D'autant que la ligne droicte AB est couppee en P, par la

$$\begin{array}{ccccc} A & & F & & B \\ \hline \end{array}$$

2. prop. 2. le quarré de la toute AB sera egal aux rectangles compris sous la toute AB, & chacune des parties AF, FB. Mais par la 3. prop. 2. le rectangle contenu sous AB, AF est egal au rectangle compris sous AF, FB avec le quarré de la partie AF. Item le rectangle de AB, FB est egal au rectangle de FB, AF, avec le quarré de la partie FB. Donc le quarré de AB est aussi egal aux quarréz des parties AF, FB, & aux rectangles contenus sous AF, FB, & sous FB, AF. Ce qui est proposé.

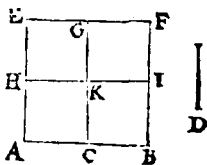
Pour accommoder ce Theoreme aux nombres: Soit le nombre 10 diuisé en deux parties 6 & 4: Il est manifeste que le nombre 100, qui est le quarré du nombre total 10, est egal à 36 & 16, qui sont les quarez des parties 6 & 4, avec deux fois 24, nombre produit desdites parties 6 & 4 multipliees entr'elles: car tous ces quatre nombres 36, 16, 24 & 24 font ensemble 100, ainsi qu'il appert en l'operation suivante.

10	6	4	6	36
10	6	4	4	16
100.	36.	16.	24.	24
				100.

Clavius demonstre aussi en ce lieu le Theoreme suivant.

Si vne ligne droicte est double d'une autre, le quarré de celle là est quadruple du quarré de ceste-cy: & si vn quarré est quadruple d'un autre quarré, le costé de celuy-là est double du costé de cestuy-cy.

Soient deux lignes droictes AB & D , desquelles AB est double de D . Je dis que le quarré de AB est quadruple du quarré de D . Car ayant diuisé AB en deux également en C , si on fait telle construction qu'en ceste 4. propos. il est euident que les 4. parallelogrammes AK, CI, EG, KF seront quarez & egaux entr'eux. Mais le quarré AF est egal à iceux quatre quarez: donc le quarré de AB sera quadruple du quarré



Quarré de AC , c'est à dire de D , qui luy est égale : car AB est double de l'une & de l'autre.

Pour la seconde partie : Soit le quarré de AB quadruple du quarré de D . Je dis que AB est double de D . Car AB estant couppee en deux également en C , le quarré de AB sera quadruple du quarré de AC , comme il a esté démontré cy-dessus. Mais le quarré de AB a esté posé aussi quadruple du quarré de D : donc les quarrés des lignes AC & D , sont égaux : & partant icelles lignes AC & D aussi égales. Mais AB est double de AC : donc aussi double de D .

Ce Theoreme est aussi manifeste en nombres : Car soient deux quelconques nombres 10 & 5, dont le premier est double de l'autre. Il appert que 100, quarré du premier nombre 10, est quadruple de 25, quarré du dernier nombre 5.

THEOR. 5. PROP.^e V.

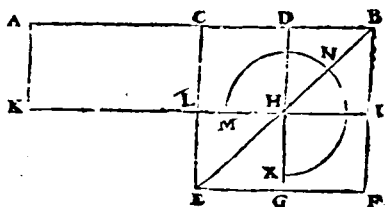
Si vne ligne droicte est couppee en deux parties égales, & en deux inégales : le rectangle contenu d'icelles parties inégales, avec le quarré de la partie du milieu, sont égaux au quarré de la moitié de la toute.

Soit la ligne donnée AB couppee en deux parties égales au point C , & en deux inégales au point D . Je dis que le rectangle compris des deux parties inégales AD & BD , avec le quarré

M

de la partie du milieu CD, sont egaux au quarré de la moitié CB.

Car sur la ligne CB soit décrit le quarré CF par la 46. prop. 1. & apres auoir mené DG pa-



rallele à BF soit menee la diagonale BE coupnant DG au point H, par lequel soit menee interminement IK parallele à AB, coupnant CE en L : puis du point A, soit aussi menee AK parallele à DH, rencontrant KI en K. Donc par le Corol. de la prec. prop. DI, LG seront quarréz : & partant la ligne DH egale à la ligne DB : & par la 34. prop. 1. LH est aussi egale à CD : parquoy le rectangle AH est compris des deux segmens AD, DB ; & LG sera quarré de la partie du milieu CD. Il faut donc prouuer que le rectangle AH, avec le quarré GL, est egal au quarré CF, faict sur la ligne CB, moitié de la toute AB.

Or le rectangle AL est egal au rectangle CI, par la 36. prop. 1. d'autant qu'ils sont sur bases egales AC & CB, & entre mesmes paralleles AB & KI. Pareillement les supplementens CH & HF sont egaux par la 43. proposition 1. ausquels si on adioust le quarré commun DI, les tous CI & DF seront egaux : & par la 1. com. sent. DF sera egal à AL, ausquels si on adioust aussi le supplement commun CH, le gnomon MNX sera egal au rectangle AH. Mais iceluy Gnomon, & le quarré GL, conuiennent avec le quarré CF : & partant sont egaux par

la 8. com. sent. Donc aussi le rectangle AH , & le quarré GL seront egaux au quarré CF par la 1. com. sent. Parquoy si vne ligne droicte est couppee en deux parties egales, & en deux inegales, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

S C H O L I E.

Nous adionstons tant en ce Theor. qu'aux 5. suiuans les demonstrations qu'en $\mathcal{A}$ C D B
a fait le docte Maurolycus.

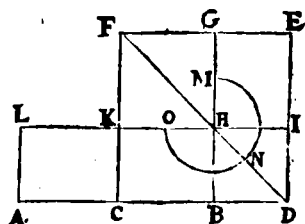
D'autant que par la 4. p. 2. le quarré de CB est egal aux quarez de CD & DB , avec deux fois le rectangle d'icelles; & que par la 3. p. 2. le rectangle de CB , DB est egal au rectangle de CD , DB , avec le quarré de DB : le quarré de CD sera egal à l'autre quarré de CD , avec le rectangle de CB , DB , & celui de CB , DB , ou de $\mathcal{A}C$, DB . Mais par la 1. prop. 2. le rectangle des toutes $\mathcal{A}D$, DB , est egal aux rectangles de DB , $\mathcal{A}C$, & de DB , CD . Donc le quarré de CB sera egal au quarré de CD , avec le rectangle de $\mathcal{A}D$, DB . Ce qui estoit proposé.

Pour accommoder ce Theoreme aux nombres, soit le nombre 12 diuisé en deux parties egales 6 & 6; Et aussi en deux parties inegales 8 & 4; & par ainsi la plus grande partie 8 excède la moitié 6 du nombre 2, qui est la partie du milieu. Il est euident que 32, nombre produit des deux nombres inegaux, 8 & 4, avec 4 qui est le quarré de 2, est egal à 36, qui est le quarré de 6, moitié du nombre proposé.

THEOR. 6. PROP. VI.

Si vne ligne droicte est coupee en deux parties egales, & qu'on luy adiouste directement quelque autre ligne droicte: le rectangle de la toute & de l'adioustee comme d'une, & de l'adioustee, avec le quarré de la moitié, est egal au quarré qui est faict de la moitié & de l'adioustee comme d'une.

Soit la ligne droicte AB coupee en deux également au point C; & à icelle AB soit adioustee directement la ligne BD. Je dis que le rectangle compris de la totale AD, & de



l'adioustee BD, avec le quarré de la moitié CB, est egal au quarré de la ligne CD, laquelle est composee de la moitié CB, & de l'adioustee BD.

Qu'ainsi ne soit: sur la ligne CD soit descript le quarré CE, & tiré la diagonale DF; & apres auoir du point B, mené BG parallele à DE, laquelle coupe la diagonale au point H; par iceluy point H soit menee interminement IKL parallele à AD par la 31. prop. 1. Item AL parallele à DI, rencontrant IL en L.

Premierement le rectangle AI est compris de la route & adioustee comme d'une AD , & de l'adioustee DI (car icelle DI est egale à l'adioustee BD estant BI quarré par le Cor. de la 4. p. de ce liure.) Item KG , qui est quarré par le mesme Cor. est fait sur HK egale à la moitié CB par la 34. prop. Je dis donc que le rectangle AI , & le quarré KG sont ensemble egaux au quarré CE . Car les deux suppléments CH & HE estans egaux par la 43. pr. 1. Item les deux rectangles AK & CH aussi egaux par la 36. prop. 1. d'autant qu'ils sont sur bases egales, & entre mesmes paralleles: & par la 1. com. sent. AK sera egal à HE , & en adioustant à chacun d'iceux le rectangle commun CI , le Gnomon MNO sera egal au rectangle AI . Mais iceluy Gnomon avec le quarré KG , sont egaux au quarré CE : donc le rectangle AI avec le quarré KG sera egal au mesme quarré CE . Parquoy si vne ligne droicte est coupee en deux parties egales, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

S C H O L I E.

Autrement. D'autant que par la 4. pr. 2. le quarré de CD est egal aux deux quarrés de CB , BD avec deux fois le rectangle d'icelles CB , BD ; & que par la 1. pr. 2. le rectangle des toutes AD , BD est egal aux trois rectangles de DB , AC ; DB , CB ; & DB , DB , (qui est le quarré de DB) le quarré de CD sera egal à l'autre quarré de CB avec le rectangle de AD , BD . Ce qu'il falloit demonstrier.

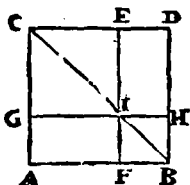
Pour appliquer ce Theor. aux nombres, soit le nombre 12 diuise en deux nombres egaux 6 & 6; & à iceluy nombre 12 soit adiousté 3. Il est euident que le nombre 45 produict de tout le nombre composé 15 multiplié par

l'adiouſté 3. avec 36 quarré de la moitié 6, font 81, tout ainſi que le quarré de 9, compoſé de ladite moitié 6, & de l'adiouſté 3.

THEOR. 7. PROP. VII.

Si vne ligne droicte eſt couppee comme on voudra; le quarré de la toute & le quarré de l'une des parties, ſont egaux au quarré de l'autre partie, & deux fois le rectangle cõpris de la totale, & de la partie premieremẽt prile.

Soit la ligne AB couppee comme on voudra au poinct F. le diſ que les deux quarrés de la totale AB, & de la partie AF, ſont egaux au quarré de l'autre partie FB, & deux fois le rectangle de AB, AF.



Qu'il ne ſoit ainſi: ſur AB ſoit deſcrit le quarré AD avec ſa diagonale BC, & apres auoir mené du poinct F, la ligne FE parallele à AC, laquelle coupera la diagonale BC au poinct I; d'iceluy poinct ſoit menée GH parallele à AB par la 12. pr. 1. Donc FH & GE ſeront quarrés par le Cor. de la 4. pr. de ce liu. & puis que par la 34. pr. 1. GI eſt egale à AF, GE ſera quarré du ſegm. AF. Derechef pource que AC eſt egale à AB, le rectangle AE ſera compris ſous la toute AB & le ſegm AF. Par meſme raiſon le rectangle GD ſera compris ſous les meſmes lignes AB, AF: (car CD, CG ſont egales à AB, AF, à cauſe des quarrés AD, GE.) Veu donc que les re-

Et angles AE, ID, avec le quarré FH sont egaux au quarré AD; si on leur adiouste le commun quarré EG, les quarréz AD, EG seront egaux aux rectangles AE, GD, (chacun desquels est compris de la route AB & de la partie AF) avec le quarré FH. parquoy si vne ligne droicte est couppee comme on voudra, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

S C H O L I E.

Autrement. D'autant que par la 4. pr. 2. le quarré de AB est egal aux deux quarréz de $\overset{A}{\text{AF}}$ $\overset{F}{\text{FB}}$ & deux fois le rectangle $\overset{A}{\text{AF}}$ $\overset{B}{\text{FB}}$ d'icelles AF, FB; si on adiouste le quarré commun de AF, les quarréz de AB, AF seront egaux aux trois quarréz de AF, AF, FB, avec deux fois le rectangle de AF, FB. Mais par la 3. p. 2. le rectangle de AB, AF est egal au rectangle de AF, FB, avec le quarré de AF; & partant deux fois le rectangle de AB, AF, est egal à deux fois le rectangle de AF, FB avec deux fois le quarré de AF: donc les quarréz de AB, AF, sont egaux à l'autre quarré de FB, avec deux fois le rectangle de AB, AF. Ce qui estoit a demonstrier.

Pour accommoder ce Theor. aux nombres, soit diuisé le nombre 12 en deux tels nombres qu'on voudra 7 & 5. Or il est euident que 144 nomb. quarré de 12, & 49 nombre quarré de la partie 7, sont ensemble egaux à 193 qui est fait de 25 nombre quarré de l'autre partie 5 & deux fois 84, produit de 12 multiplié par 7. Semblablement 144 & 25, nombres quarréz de 12 & 5 sont ensemble egaux à 169, fait de 49 quarré de 7, & deux fois 60 produit de 12 multiplié par la partie 5.

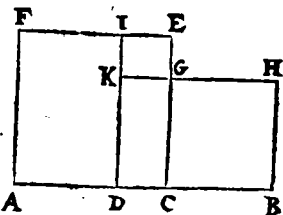
Commandin demonstre en ce lieu le Theor. suiuant.

Si vne ligne droicte est couppee en deux parties inegales, les quarréz d'icelles parties sont egaux au rectangle contenu deux fois sous icelles

parties, & au quarré de la ligne, dont la plus grande de partie excède la moindre.

Soit la ligne droite AB couppee en deux parties inegales, AC, CB , desquelles AC est la plus grande, & d'icelle AC soit prise AD egale à BC , afin que DC soit l'excez de la partie AC par dessus BC . Je dis que les quarez des parties AC, CB sont egaux au rectangle contenu deux fois sous

AC, CB , & au quarré de DC . Car soient construits les quarez AE, CH , & mené DI parallele à CE : puis prolongé HG iusques à ce qu'elle rencontre DI en K . Or d'autant que les li-



gnes BC, AD sont egales, leur adionstant la commune DC , la toute AC , c'est à dire CE , sera egale à la toute DB . Mais CG est aussi egale à CB : donc aussi le reste GE sera egal au reste DC . & partant puis qu'aussi IE est egale à DC par la 34. pr. 1. GE, IE seront egales: & partant IG sera le quarré de l'excez DC . Et d'autant que les rectangles AI, DH sont contenus sous les parties AC, CB ; (car AC est egale à l'une & à l'autre ligne AF, DB : CB à l'une & à l'autre AD, BH .) Il est manifeste que les quarez AE, CH , des parties AC, CB sont egaux aux rectangles AI, DH , qui sont contenus sous les parties AC, CB , & à IG quarré de l'excez DC . Ce qui estoit proposé.

Le mesme est aussi manifeste par nombres: car le nombre 12 estant diuisé en deux parties inegales 7 & 5, dont la plus grande excède la moindre de 2: les quarez d'icelles parties seront 49 & 25, qui sont ensemble 74, auquel nombre sont egaux deux fois 35 produit de 7 multiplié par 5, avec 4 quarré de l'excez 2.

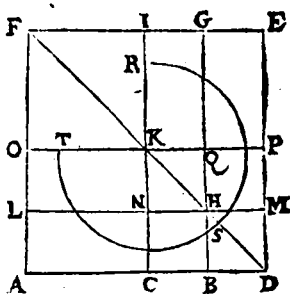
THEOR. 8. PROP. VIII.

Si vne ligne droicte est couppee comme on voudra : quatre fois le rectangle compris de la toute & de l'une des parties, avec le quarré de l'autre partie, est egal au quarré de la toute, & d'icelle partie premiere-ment prise comme d'une seule ligne.

Soit la ligne donnee AB couppee comme on voudra au point C . Je dis que quatre fois le rectangle, compris de AB & de l'une ou l'autre partie, sçavoir BC , avec le quarré de l'autre partie AC , sont ensemble egaux au quarré de AD composée de la totale AB , & de la partie BC .

Qu'il ne soit ainsi :

Soit prolongee AB vers D , & pris BD egale à BC , puis sur la totale AD soit fait le quarré AE avec sa diagonale FD , & des deux points B & C , soient menees BG & CI paralleles à DE . Item des points H



& K , auxquels elles coupent la diagonale FD , soient menees LM & OP paralleles à AD , par

de AD est egal aux quarrez de AB , BD , & à deux fois le rectangle d'icelles AB , BD , c'est à dire, aux quarrez de AB , BC avec deux fois AC C B D
le rectangle de AB , BC :

que par la precedente les quarrez de AB , BC sont egaux au carré de AC avec deux fois le rectangle de AB , BC : le carré de AD sera egal à quatre fois le rectangle de AB , BC , avec le carré de AC . Ce qu'il falloit demonstrier.

Pour accommoder ce theoreme aux nombres, soit le nombre 12, diuisé comme on voudra en 7 & 5. Or ledit nombre 12 multiplié par la partie 7, fait 84, qui pris quatre fois avec 25 carré de l'autre partie 5, font 361, qui est le nombre carré de 19, composé de 12 & 7. Semblablement le nombre 240, qui est fait du nombre proposé 12 multiplié quatre fois par la partie 5, estant adiousté avec 49, carré de l'autre partie 7, font 289, tout ainsi que le carré de 17, nombre composé du donné 12, & de la partie 5.

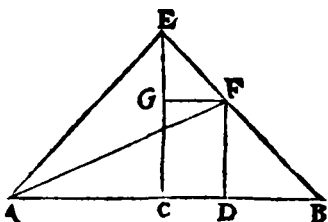
THEOR. 9. PROP. IX.

Si vne ligne droite est couppée en deux parties egales, & en deux inegales: les carrés d'icelles parties inegales seront doubles des quarrez de la moitié, & de la partie du milieu.

Soit la ligne donnée AB couppée en deux également au point C , & en deux inegalement en D . Je dis que les quarrez de AD & DB parties inegales, sont doubles des quarrez de AC moitié, & de CD partie du milieu.

Qu'il ne soit ainsi : au point C soit leuée la perpendiculaire CE , qu'on fera egale à CA , & apres auoir mené AE & BE , soit leuée la perpen-

diculaire DF , coupant BE en F , duquel point
soit menée FG paral-
lele à AB , coupant
 CE en G : & finale-
ment soit menée AF .



Premierement, les
triangles ACE , &
 ECB seront Isoscel-
les, & feront les an-
gles sur les bases AE & EB egaux par la 5. prop. 1.
estant l'angle ECB droit pour estre CE perpen-
diculaire. Item FDB estant droit, & DBF demy
droit, aussi par la 32. pr. 1. DFB sera demy droit,
& par la 6. pr. 1. les costez DB & DF , du triangle
 BDF , seront egaux entr'eux. Par le mesme dis-
cours sera demonsté que les costez GF , GE du
triangle FGE , sont egaux entr'eux. Item il est eu-
ident que l'angle AEB sera droit, estant composé
des deux demy droicts AEC , & BEC .

Maintenant par la 47. pr. 1. au triangle rectan-
gle ACE , le quarré de AE , costé qui soustient l'an-
gle droit, est double du quarré de AC ; estant
egal à tous les deux de AC & CE . Par mesme dis-
cours, le quarré de EF est double du quarré GF ,
ou CD son egal par la 34. pr. 1. partant les deux
quarrez AE & EF , seront doubles des deux de
 AC & CD . Pareillement le quarré AF estant egal
aux deux de AE & EF par la 47. pr. 1. iceluy sera
double des deux de AC & CD . Mais par la mes-
me 47. pr. 1. le quarré de AF est egal aux deux de
 AD & DF , ou DB son egale : donc les deux quar-
rez de AD & DB seront doubles des deux de
 AC & CD . Si donc vne ligne droite est coupee,
&c. Ce qu'il falloit demonstrier.

SCHOLIE.

Autrement. D'autant que par la 4. prop. 2. Le carré de la ligne AD est égal aux deux carrés de AC , CD , & $\mathcal{A}$ $\begin{array}{ccc} C & D & B \end{array}$ à deux fois le rectangle d'icelles

AC , CD : si on adiouste le commun carré de DB , les deux carrés de AD , DB , seront égaux aux trois carrés de AC , CD & DB , avec deux fois le rectangle de AC , CD , ou de BC , CD . Mais par la 7. prop. 2. les carrés de BC ou AC , & de CD , sont égaux au carré de DB avec deux fois le rectangle de BC , CD . Donc les carrés de AD , DB sont égaux à deux fois les carrés de AC , CD : & partant doubles d'iceux. Ce qu'il falloit démonstrer.

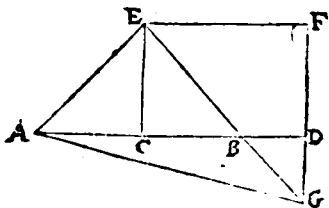
Commandin demonstre encore cette proposition autrement, ainsi qu'il ensuit. D'autant que AC est égale à CB , & icelle CB excède CD de DB , aussi AC excèdera la mesme CD de DB . Parquoy comme il a esté démontré à la 7. proposit. 2. les carrés de AC ; CD , sont égaux à deux fois le rectangle de AC , CD , avec le carré de DB , & partant les trois carrés de AC , CD , DB avec deux fois le rectangle de AC , CD , sont doubles des carrés de AC , CD . Mais par la 4. proposit. 2. le carré de AD est égal aux carrés de AC , CD avec deux fois le rectangle de AC , CD . Donc les carrés de AD , DB sont doubles des carrés de AC , CD .

Pour aussi rendre manifeste ce Theoreme par les nombres, soit le nombre 12 diuisé en deux parties égales 6 & 6, & en deux inégales 8 & 4: de sorte que la partie du milieu sera 2. Or il est euident que 64 & 16, qui sont les carrés des parties inégales 8 & 4, sont ensemble doubles de 36 & 4, qui sont les carrés de la moitié 6, & de la partie du milieu 2, comme vouloit la propos.

THEOR. 10. PROP. X.

Si vne ligne droicte est couppee en deux parties egales, & on luy adioustee directement quelque autre ligne droicte; le quarré de la toute avec l'adioustee comme d'une, & le quarré de l'adioustee, sont doubles des quarréz de la moitié, & de celle qui est faite de la moitié, & de l'adioustee comme d'une.

Soit la ligne droicte AB couppee en deux egalem^{en}t au poinct C , à laquelle soit adioustee directement BD . Je dis que les quarréz de AD & BD , sont doubles des quarréz de AC , & CD .



Qu'ainsi ne soit:
au poinct C soit leuee la perpendiculaire CE par la 11. prop. 1. egale à AC : & apres auoir mené les deux lignes AE & EB , soient menees par la 31. prop. 1. EF parallele à CD , & DF à CE se rencontrant en F , & soient continuees EB , & FD iusques à ce qu'elles se rencontrent au poinct G ;

(celles s'y rencontreront, puis que les deux angles BEF, EFD, sont moindres que les deux droicts CEF, EFD.) Finalement soit tirée la ligne droicte AG.

Premierement, puisque AC & CE sont egaux : aussi par la 5. prop. 1. les angles EAC & CEA sont egaux, & demy droicts par la 32. prop. 1. estant l'angle ACE droict. Par mesme discours, les angles CBE & BEC seront aussi demy droicts; & l'angle AEB droict, estant composé de deux demy droicts. Item par la 15. prop. 1. l'angle DBG sera egal à CBE, & partant demy droict; & les deux lignes CD & EF estans paralleles, par la 29. pr. 1. l'angle interieur de mesme costé BEF sera aussi demy droict, & l'angle F estant droict par la 34. prop. 1. car il est opposé à vn droict, BGD sera aussi demy droict par la 32. p. 1. & par la 6. p. 1. les triangles EGF, & BDG, seront Isoscelles rectangles, & CF parallelogramme rectangle.

Maintenant par la 47. prop. 1. le quarré de AE, costé qui soustient l'angle droict. C, est egal aux deux quarez des deux autres costez AC, CE, partant double du quarré de AC. Par mesme discours EG se trouuera double du quarré de EF, ou de CD, qui luy est egal par la 34. prop. 1. ainsi les deux quarez de AE & EG, ou le seul de AG qui leur est egal par la 47. prop. 1. sera double des deux de AC, CD. Mais par la mesme 47. p. 1. il est egal aux deux quarez de AD & DG, ou BD son egal, & par consequent les deux quarez de AD & BD, seront doubles des deux de AC & DC. Si donc vne ligne droicte est couppée en deux parties egales, &c Ce qu'il falloit prouuer.

Autrement. D'autant que par la 4. prop. 2. le quarré de AD est égal aux quarréz de AC , CD , avec deux fois le rectangle d'icelles AC , CD , ou de BC , CD : Si on adiouste le commun quarré de BD , les deux quarréz de AD , BD seront egaux aux trois quarréz de AC , CD , BD avec deux fois le rectan-

$\begin{array}{cccc} A & C & B & D \\ \hline \end{array}$

gle de BC , CD . Mais par la 7. p. 2. le quarré de BD avec deux fois le rectangle de BC , CD , est égal aux quarréz de CD , BC , c'est à dire de AC , CD . Donc les quarréz de AD , BD , sont egaux à deux fois les quarréz de AC , CD : & partant ils sont doubles d'iceux. Ce qu'il falloit démonstrer.

Commandin démonstre encor cette prop. ainsi. D'autant que AC est égale à CB , & CD excède icelle CB de BD , aussi la mesme CD excèdera AC du mesme excez BD : Parquoy comme il a esté démonstré à la 7. prop. de ce livre, les quarréz de AC , CD , sont egaux à deux fois le rectangle de AC , CD avec le quarré de BD : & partant les trois quarréz de AC , CD , BD avec deux fois le rectangle de AC , CD , sont doubles des quarréz de AC , CD . Mais par la 4. p. 2. le quarré de AD est égal aux deux quarréz de AC , CD , & deux fois le rectangle d'icelles AC , CD : Donc les quarréz de AD & BD sont doubles des quarréz de AC , CD .

Ce Theoreme est aussi evident en nombres : car le nombre 8 estant diuisé en deux parties egales 4 & 4, si en luy adiouste quelconque nombre 5, le nombre composé sera 13, duquel le quarré 169, avec 25 quarré du nombre adiouste 5, fait 194, qui est double du nombre 97, somme de ces deux nombres 16 & 81, qui sont les quarréz de la moitié 4, & de 9, composé de ladite moitié, & du nombre adiouste 5.

PROBL.

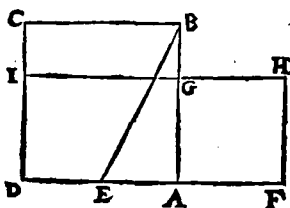
PROBL. I. PROP. XI.

Couper vne ligne droite donnee, tellement que le rectangle de la toute, & de l'une des parties, soit egal au quarré de l'autre partie.

Soit la ligne droite donnee AB, laquelle il faut diuiser selon le requis de la proposition.

Après auoir construit sur icelle AB le quarré AC, soit diuisée AD en deux également au point E, & après auoir mené EB, & prolongé EA vers F, tellement que EF soit égale à EB, sur AF soit fait le quarré AH; & soit continuée HG iusques en I. Je dis que la ligne AB est couppee au point G, en sorte que le rectangle CG compris de BC égale à BA, & de BG partie de BA, est égal au quarré de l'autre partie AG, sçauoir est à GF.

Car la ligne AD estant couppee en deux également en E, & on luy adiousté directement AF, le quarré de la moitié & de l'adioustée comme d'une, sçauoir EF, ou de son égale EB, est égal au rectangle de DF, AF, & au quarré de AE par la 6. p. de ce liure. Mais le quarré de EB est égal aux deux de BA & AE par la 47. prop. 1. ainsi les deux quarrés de BA & AE seront égaux au re-



Angle de DF , AF , & au quarré de AE : ostant donc le quarré de AE commun, les demeurans quarré de AB , sçauoir AC , & le rectangle de DF , AF , sçauoir FI , seront egaux; desquels AC & FI , si on oste le rectangle commun AI ; le demeurant quarré FG , sera egal au demeurant rectangle GC . Parquoy nous auons coupé la ligne droicte AB en G , tellement que le rectangle d'icelle & de la partie GB , est egal au quarré de l'autre partie AG : Ce qu'il falloit faire.

S C H O L I E.

Nous auons enseigné en nos *Memoires Mathematiques* Probl. 72. de la *Geometrie* pract. à couper vne ligne droicte, non seulement comme enseigne icy *Euclide*, mais aussi en sorte que le rectangle de la toute, & de l'une des parties soit double, ou triple, ou quadruple, &c. ou moitié, ou tiers, ou quart, &c. du quarré de l'autre partie: bref qu'iceluy rectangle soit au quarré, selon quelconque raison donnée.

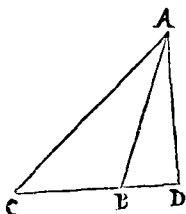
Quant aux nombres, ils ne se peuuent accommoder à ce probleme, sinon qu'on emploie les nombres irrationaux: Car aucun nombre absolu ne peut estre diuisé en deux autres tels que le nombre produict du tout, multiplié par l'une des parties soit egal au nombre quarré de l'autre partie, comme il sera demonstré au Scholie de la 14. p. 9. auquel les 10. theoremes precedens seront demonstrez en nombres: Neantmoins pour le contentement de ceux qui entendent les operations des nombres irrationaux, nous appliquerons les nombres aux lignes & superficies mentionnez en la demonstration cy-dessus. Que la ligne AB soit 8: donc sa moitié AE sera 4, & leurs quarrés seront 64 & 16, qui sont ensemble 80, pour le quarré de BE ou EF , qui par consequent sera irrationnelle, c'est à sçauoir $\sqrt{80}$: & d'icelle EF , osons EA 4, & reste-

ront pour AF , ou AG , $\sqrt{80}-4$, qui otez de la toute AB 8, resteront pour l'autre partie BG $8-\sqrt{80}-4$, c'est à dire $12-\sqrt{80}$, qui multipliez par le nombre total 8, feront $96-\sqrt{5120}$ pour le rectangle GC , & autant est le quarré AH ; car la partie AG , qui est $\sqrt{80}-4$, multipliee par soy-mesme fait aussi $96-\sqrt{5120}$, comme vouloit ce probleme.

THEOR. II. PROP. XII.

Aux triangles ambligones, le quarré du costé qui soustient l'angle obtus, est plus grand que les quarez des deux autres costez, de la quantité de deux fois le rectangle, compris d'un des costez contenant l'angle obrus, sçavoir celuy sur lequel estant prolongé tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise dehors entre la perpendiculaire & l'angle obtus.

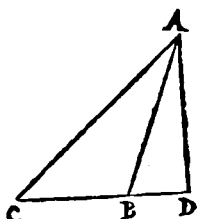
Soit le triangle ambligone ABC , duquel soit



prolongé le costé CB iusques en D , & du point A soit menée la perpendiculaire AD par la 12. prop. 1. Je dis que le quarré du costé AC , qui soustient l'angle obtus ABC , est plus grand

que les quarez de AB & CB , de deux fois le rectangle de CB & BD , sça-

voir CB, qui est l'un des costez faisant l'angle obtus, celui sur lequel estant prolongé tombe la perpendiculaire AD, & BD prise dehors entre l'angle obtus, & la perpendiculaire, c'est à dire que le quarré du costé AC est egal aux deux quarréz des costez AB, BC, avec deux fois le rectangle de CB, BD.

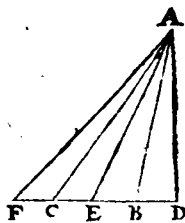


Qu'il ne soit ainsi : Puis que la ligne CD est couppee en B, le quarré d'icelle CD sera egal aux deux quarréz de CB, BD, & au rectangle compris deux fois sous CB, BD, par la 4. prop. de ce liure: Adioustant donc le commun quarré de AD, les deux quarréz de CD, DA, seront egaux aux trois quarréz de CB, BD, DA, & au rectangle compris deux fois sous CB, BD. Mais par la 47. prop. 1. le quarré de AC est egal aux quarréz de CD, DA: donc aussi le quarré de AC sera egal aux trois quarréz de CB, BD, DA, & au rectangle compris deux fois sous CB, BD. Et puis que par la 47. p. 1. le quarré de AB est egal aux quarréz de BD, DA; le quarré de AC sera egal aux quarréz de CB, AB, & deux fois le rectangle de CB, BD. Parquoy aux triangles ambligones, le quarré du costé qui soustient l'angle obtus, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

S C H O L I E.

Or que la perpendiculaire tiree de A, doine tomber sur le costé CB prolongé de la part, de l'angle obtus, comme l'a pris icy Euclide, nous le demonstrecrons ainsi: Soit le trian-

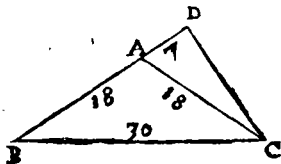
gle ABC ayant l'angle B obtus, & le costé CB prolongé de la part de B . Je dis que la perpendic. tirée de A tombe hors le triangle sur le costé CB prolongé, comme est la ligne droite AD . Car si elle tomboit dans le triangle, comme est la ligne AE , les deux angles ABE , AEB seroient plus grands que deux droicts, contre la 17. prop. 1. Mais si elle tomboit hors le triangle sur le costé BC prolongé de la part de C , comme est AF ; derechef au triangle ABF , les deux angles ABF , AFB seroient plus grands que deux droicts; ce qui est absurde.



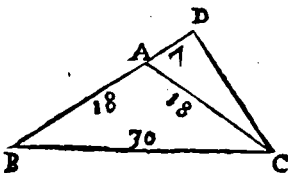
Or afin de pouvoir par le moyen des nombres faire paroistre la verité de ce theoreme, nous enseignerons icy certaines regles, par lesquelles on pourra construire diuers triangles ambliques, ayans les costez commensurables en nombre entier, & aussi la ligne d'entre la perpendiculaire & l'angle obtus.

REGLE I.

Pour construire un triangle ambliques isoscèle, ayant les costez, & la ligne prise dehors entre la perpendiculaire & l'angle obtus commensurables en nombre entier, soit fait le segment extérieur, d'autant de parties égales que le nombre d'icelles parties se puisse diuiser exactement par 7, comme de 7, ou de 14, ou de 21, ou de 28, ou 35, &c. puis apres soit posé pour chasque costé égal, le double d'iceluy segment, & outre ce 7 d'iceluy, mais pour le plus grand



costé, le quadruple & $\frac{2}{3}$ dudit segment extérieur : comme au triangle ABC , ou le segment AD est posé de 7, & l'un & l'autre des costez AB , AC de 18, qui est double & $\frac{2}{3}$ de 7; mais le plus grand costé BC de 30, qui est le quadruple



& $\frac{2}{3}$ de 7. Or que ce triangle ABC composé comme dessus soit ambli-gone, il est evident : Car le quarré du costé BC est 900, & ceux des costez AB , AC sont seulement ensemble 648, chacun d'iceux estant 324 : & partant parce que nous auons démontré au Scholie de la 48. p. 1. l'angle BAC sera obtus. Donc le triangle ABC duquel les costez & la ligne extérieure AD sont commensurables en nombre entier, est ambli-gone. Parquoy le quarré dudit costé BC , qui est 900 sera egal à la somme des quarrez des deux autres costez AB , AC , & de deux fois BA en DA , c'est à dire à la somme de ces quatre nombres 324, 324, 126, 126, qui font aussi 900, comme veut cette 12. prop.

REGLE II.

Pour construire un triangle Ambli-gone scalene duquel non seulement les costez & la ligne prise dehors entre la perpendiculaire tombant sur le moindre costé prolongé & l'angle obtus, mais aussi ladite perpendiculaire, soient commensurables en nombre entier; soit posé le segment extérieur d'autant de parties qu'on voudra qui se puissent exactement diuiser par 5; comme de 5, 10, 15, 20, &c. puis au double d'icelles parties adionstrez $\frac{1}{2}$ pour auoir le petit costé, $\frac{3}{2}$ pour auoir le moyen, & $\frac{5}{2}$ pour auoir la perpendiculaire, mais le quadruple dudit segment sera le plus grand costé. Ou bien posez le segment extérieur de 9, ou

18, ou 27, ou d'autre nombre de parties qui se puisse partir exactement par 9 : puis pour le petit costé prenez $\frac{7}{9}$ du dit segment ; pour auoir le moyen, adioustez à iceluy segment $\frac{2}{9}$, pour la perpendiculaire $\frac{1}{3}$, & pour le grand costé adioustez $\frac{2}{9}$ au double d'iceluy segment : Comme si nous posons que le segment extérieur soit de 9 parties égales, le plus petit costé sera 7 d'icelles parties, le moyen 15, la perpendiculaire 12, & le plus grand costé 20. Or le quarré d'iceluy costé est 400, auquel est égale la somme de ces quatre nombres 225, 49, 63, 63, qui sont les quarrés des deux costez 15 & 7, & deux fois le produit de 9 multiplié par 7, c'est à dire le segment extérieur par le moindre costé : Parquoy appert que le triangle ainsi construit est amblygone, & cette 12. prop. estre véritable.

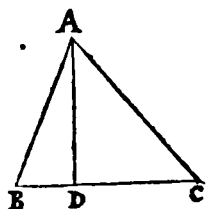
REGLE III.

Pour construire un triangle amblygone Scalene, duquel les costez & le segment extérieur du moyen costé prolongé iusques à la rencontre de la perpendiculaire tombant sur iceluy costé, soient commensurables en nombre entier : Soit pris ledit segment extérieur de 5 parties, ou de 10, ou de 15, &c. puis soit adiouste $\frac{2}{5}$ au triple d'iceluy segment, & viendra le moindre costé, le double duquel donnera le moyen costé, mais multipliant ledit segment par 8, nous aurons le plus grand costé : comme si nous posons le segment extérieur de 5 parties, adioustant $\frac{2}{5}$ d'iceluy segment à son triple 15, nous aurons 16 pour le moindre costé, & doublant iceluy costé viendront 32 pour le moyen costé : & finalement multipliant ledit segment par 8, nous aurons 40 parties pour le plus grand costé du triangle : lequel sera amblygone, veu que le quarré d'iceluy costé 40, est 1600, & la somme des quarrés des deux autres costez 16 & 32 n'est que 1280 ; mais ces deux quarrés estant adioustez à deux fois 160 procreent de la multiplication du moyen costé 32 par le segment extérieur 5, font aussi 1600, cōme veut Euclide en ceste 12. prop.

THEOR. 12. PROP. XIII.

Aux triangles Oxigones, le quarré du costé qui soustient l'angle aigu, est plus petit que les quarez des deux autres costez, de deux fois le rectangle contenu de l'un des costez qui font l'angle aigu, sçavoir celuy sur lequel tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise au dedans entre la perpendiculaire, & l'angle aigu.

Soit le triangle ABC, ayant les angles B & C aigus, mais de l'angle A tombe AD perpendiculaire au costé BC. Je dis que le quarré du costé AB, qui soustient l'angle aigu C, est plus petit que les deux quarez des deux autres costez AC & CB, de deux fois le rectangle de BC & CD : sçavoir BC, l'un des costez qui font l'angle aigu C, sur lequel tombe la perpendiculaire, & CD prise entre la perpendiculaire, & iceluy angle aigu C.



Car d'autant que la ligne BC est couppee en D, les quarez de BC, CD, sont egaux au quarré de BD, & deux fois le rectangle de BC, CD par la 7. prop. de ce liure, ausquels si on adiouste le

quarré commun de AD, les trois quarez de BC, CD, AD, seront egaux aux deux quarez de BD, AD, & deux fois le rectangle de BC, CD. Mais les deux triangles AD B, A D C estans rectangles, le quarré de AB est egal aux deux quarez de AD, DB : & le quarré de AC aux deux quarez de AD, DC par la 47. prop. 1. Donc les deux quarez de AC, BC seront egaux au quarré de AB, & deux fois le rectangle de BC, CD : en ostant donc iceux deux rectangles, le quarré de AB sera d'autant plus petit que les quarez de AC, BC ; ce qui estoit proposé à prouver. On démontrera en la mesme maniere que le quarré du costé AC, qui soustient l'angle aigu, B, est plus petit que les deux quarez des deux autres costez AB, BC, de deux fois le rectangle de CB, BD. Donc aux triangles Oxigones, le quarré du costé qui soustient l'angle aigu, &c. Ce qu'il falloit démonstrer.

S C H O L I E.

Or combien qu'Euclide propose ce Theoreme des triangles oxigones seulement : toutesfois le mesme est aussi veritable ex triangles rectangles & ambligones, la perpendiculaire tombant de l'angle droit ou obtus : Car il est manifeste par la 17. pr. 1. que les deux autres angles sont aigus : & partant la perpendiculaire tombera tousiours dans le triangle, comme Euclide l'a pris en la demonstration cy-dessus : Ce qui est aussi facile à prouver. Car si elle tomboit hors le triangle, il s'ensuiuroit qu'un angle aigu seroit plus grand que le droit. Ce qui est absurde.

Et comme au precedent Scholie nous auons enseigné à construire diuers triangles ambligones ayans les costés & le segment cōpris entre la perpendiculaire & l'angle obtus cōmensurables en nomb. entiers, afin de pouuoir plus facilement faire apparoir en nombres la verité de ce qu'Euclide a demonsté en la 12. prop. aussi enseignerons nous icy quelques reigles pour construire diuers triangles oxigones ayant les costez & les segmens de la base commensurables en nombres entiers, afin de faire aussi paroistre en nombre la verité de ceste 13. prop.

R E G L E I.

D'autant qu'autriangle equilateral, & à l'Isocelle, la perpendiculaire tombant de l'angle compris des deux costez egaux fait les segmens de la base egaux, ainsi qu'il a esté demonsté sur la 26. prop. 1. il sera fort aisé de construire tels triangles qui ayent les costez & les segmens commensurables en nombre entier, c'est pourquoy il n'est pas besoin de nous y arrester: Mais quand est requis un triangle Isocelle, auquel la base soit plus grande que chaque costé, & que la perpendiculaire tombe sur l'un d'iceux costez egaux; elle le coupera en deux segmens inegaux, comme nous auons demonsté à la 47. prop. 1. le moindre desquels segmens il faut poser d'autant de parties qu'on voudra, & icelles estans multipliees par 8, produiront le plus grand segment, mais les multipliant par 12, sera produit la base, & les deux segmens estans adioustez, l'on aura l'une & l'autre des iambes: ce qu'on aura aussi multipliant le moindre segment par 9. Comme par exemple, ayant posé le moindre segment de 4. parties, nous les multiplierons par 8, & viendront 32 pour le plus grand segment: mais les multipliant par 12, viennent 48

pour la base, & par 9 viennent 36 pour chasque costé. Or que ce triangle Isofcelle soit oxigone, il est manifeste parce que nous auons demonstté au Scholie de la 48. prop. 1. car veu que le quarré de la base 48 n'est que 2304, & la somme des quarez des deux iambe est 2592, chacun d'iceux estant 1296, l'angle compris d'iceux costez sera aigu, & par consequent les autres seront aussi aigus, puis qu'ils sont plus petits par la 18. prop. 1. Et si à iceluy quarré 2304, nous adions 288, qui sont deux fois 144, nombre produit de 36, costé sur lequel tombe la perpendiculaire, par 4, segments compris entre la perpendiculaire & l'angle opposé à ladite base, viendront aussi 2592. Pareillement 1296, quarré de l'une des iambe est moindre que 3600, somme des quarez de la base & de l'autre iambe, de deux fois 1152, nombre produit du costé 36 multiplié par le grand segment 32: car ces trois nombres 1296, 1152, 1152 font ensemble le mesme nombre 3600. Parquoy appert estre veritable ce que dit Euclide en cette 13. prop.

R E G L E II.

Que s'il est requis que le triangle soit Isofcelle, ayant la base moindre que chacune iambe, & que sur l'une d'icelle tombe la perpendiculaire: il faudra poser le moindre segment, d'autant de parties que l'on voudra en nombre pair, & multipliant la moitié d'iceluy nombre par 7, on aura le plus grand segment, mais multipliant ledit moindre segment par 3, on aura la base, & finalement la somme des deux segments fera chacune des iambe; qu'on aura aussi multipliant la moitié du moindre segment par 9. Parquoy ayant posé le moindre segment de 4, ie multiplie sa moitié 2, par 7, & viennent 14 pour l'autre segment, tellement

que toute la iambe sera 18, & multipliant ledit segment 4 par 3, viennent 12 pour la base. Or que ce triangle soit oxigone, il est evident, attendu que le quarré du costé 18 n'est que 324, & la somme des quarez des deux autres costez est 468: Et de plus, iceluy quarré 324 est moindre que ladite somme 468, de deux fois 72, nombre produit de la multiplication de 18, costé sur lequel tombe la perpendiculaire par 4, segment compris entre ladite perpendiculaire & l'angle opposé à l'autre iambe: partant il appert estre veritable ce que dit Euclide en cette 13. prop.

R E G L E III,

Que s'il est requis que le triangle soit scalene, & la perpendiculaire tombe sur le moindre costé, il faudra poser le moindre segment de 70 parties, ou de 140, ou de quelque autre nombre qui se puisse diuiser exactement par 70; puis adiouster à iceluy nombre $\frac{29}{70}$ & viendra le plus grand segment, & la somme de ces deux segments sera le moindre costé; mais ayant doublé le moindre segment, & à iceluy double adiousté $\frac{12}{70}$ c'est à dire $\frac{1}{5}$ du dit segment, sera procréé le moyen costé; & finalement si à ce double du moindre segment on adiouste $\frac{16}{70}$, c'est à dire $\frac{4}{17.5}$, on aura le plus grand costé. Comme si nous posons le moindre segment de 70, & à iceluy adioustons $\frac{29}{70}$, nous aurons 99 pour le plus grand segment, & par consequent le moindre costé sera 169; mais adioustant $\frac{4}{17.5}$ au double d'iceluy moindre segment, viendront 182 pour le moyen costé; & adioustant au mesme double $\frac{16}{70}$, viendront 195 pour le plus grand costé. Or que ce triangle soit oxigone, il est evident, attendu que le quarré du plus grand costé 195 n'est que 38025, & la somme des quarez des deux autres costez est 61685: par quoy le plus grand

angle est aigu, & conséquemment les autres sont aussi aigus. Que si à iceluy quarré 38025, on adiouste deux fois 11830, nombre produit de la multiplication de 169, costé sur lequel tombe la perpendiculaire par le moindre segment 70, viendra le mesme nombre 61685. Parquoy appert encore estre veritable ce que dit Euclide en cette 13. prop.

R E G L E I V.

Que si au triangle scalene il est requis que la perpendiculaire tombe sur le moyen costé, soit posé le moindre segment de 5 parties, ou de 10, ou de quelqu'autre nombre qu'on puisse exactement diuiser par 5, puis à iceluy segment soient adioustez $\frac{4}{5}$, & on aura le plus grand segment; & la somme d'iceux sera le moyen costé: mais adioustant $\frac{2}{5}$ au double d'iceluy moindre segment, on aura le moindre costé, & le plus grand sera le triple dudit segment. Parquoy si nous posons le moindre segment de 10 parties, adioustant à iceluy les $\frac{4}{5}$, nous aurons 18 pour l'autre segment, & conséquemment tout le moyen costé sera 28. Mais adioustant 6, qui sont les $\frac{3}{5}$ du moindre segment 10, au double d'iceluy segment, viennent 26 pour le moindre costé; & le plus grand sera 30, triple dudit moindre segment. Or qu'iceluy triangle soit oxigone, il est manifeste: car le quarré du plus grand costé 30, n'est que 900, & la somme des quarrés des deux autres costez 26 & 28 est 1460: & partant le plus grand angle est aigu, & conséquemment les autres angles sont aussi aigus. Maintenant si nous multiplions le costé sur lequel tombe la perpendiculaire, sçavoir 28 par le moindre segment 10, nous aurons 280, & pour le double 560, qui adioustrés au susdit quarré de 30 sçavoir 900, sont le mesme nombre 1460, somme des

deux quarez des deux autres costez 26 & 28, qui sont 676 & 784. Pareillement le quarré du moindre costé 26, n'est que 676, & la somme des quarez des deux autres costez est 1684: tellement qu'il est moindre que ceste dite somme de deux fois 504, nombre produit de la multiplication de 28, costé sur lequel tombe la perpendiculaire par 18, segment compris entre ladite perpendiculaire & l'angle opposé à iceluy moindre costé. Parquoy appert derechef estre veritable ce que dit Euclide en cette 13. prop.

R E G L E V.

Et finalement, s'il estoit requis que la perpendiculaire tombe sur le plus grand costé, soit encore posé le moindre segment de 5 parties, ou de 10, ou de 15, &c. puis au triplé d'iceluy segment soit adiousté $\frac{1}{3}$, & viendra le plus grand segment, tellement que la somme d'iceux segmens sera le plus grand costé: mais adioustant $\frac{1}{2}$ au double d'iceluy moindre segment, on aura le moindre costé, & le moyen sera le quadruple dudit segment. Par ainsi le moindre segment estant posé de 5 parties, le plus grand sera de 16, & le plus grand costé 21, le moindre 13, & le moyen 20. Or le quarré de ce plus grand costé 21, n'est que 441, & la somme des deux quarez des deux autres costez 20 & 13 est 569: parquoy l'angle opposé à iceluy costé, qui est le plus grand par la 18. prop. 1. est aigu. & consequemment le triangle susdit est oxigone. D'auantage le quarré du moindre costé 13, sçauoir 169. est plus petit que la somme des quarez des deux autres costez 20 & 21, sçauoir est 841, de deux fois 336, nombre produit de la multiplication de 21, costé sur lequel tombe la perpendiculaire par 16, segment compris entre ladite perpendiculaire & l'angle opposé à iceluy moindre

costé. Pareillement le quarré du moyen costé 20, sçavoir 400, est moindre que 610, somme des quarez des deux autres costez 13 & 21, de deux fois 105, nombre produit de 21 multiplié par le moindre segment 5. Parquoy appert encore par ce 5 triangle estre veritable ce que dit Euclide en cette 13. prop.

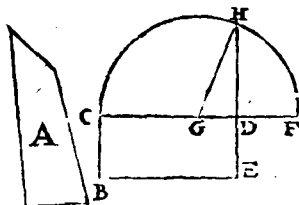
Mais il est aussi evident tant par la demonstration d'Euclide, que par l'application des nombres cy deuant faicte, que ce qu'il dit icy des triangles oxigones seulement, est aussi veritable tant aux triangles rectangles qu'aux ambligones, tellement qu'on peut dire qu'en tout triangle, le quarré du costé qui soustient un angle aigu est plus petit que la somme des quarez des deux autres costez, de deux fois le rectangle contenu du costé sur lequel tombe la perpendiculaire, & de la ligne comprise entre icelle perpendiculaire, & ledit angle aigu.

PROBL. 2. PROP. XIV.

Faire vn quarré egal à vne figure rectiligne donnee.

Soit donnee la figure rectiligne A, à laquelle il faut faire vn quarré egal.

Soit premiere-
ment fait le paral-
lelogramme B D
egal à la figure
donnee A, ayant
vn angle droit par



la 45. prop. 1. puis soit prolongé vn costé, comme C D, iusques en F, & fait D F egale à l'autre co-

stéDE: & apres auoir couppé CF en deux également au poinct G, & d'iceluy poinct G & interualle GC ou GF descript le demy cercle CHF, soit continuee ED iusques à ce qu'elle rencontre la circonference du demy cercle en H. Je dis que le quarré de DH est egal à la figure rectiligne A.

Car puis que CF est couppee en deux également au poinct G, & en deux inegalement au poinct D; le rectangle de CD & DF, sçauoir BD, avec le quarré de la partie du milieu GD, est egal au quarré de la moitié GF par la 5. prop. de ce liuré, ou de son egale GH, lequel est egal aux deux quarez de GD & DH par la 47. prop. 1. Que si on oste le quarré commun de GD, le demeurant quarré de DH se trouuera egal au demeurant rectangle BD: & par consequent à la figure rectiligne donnee A. Nous auons donc trouué le costé d'un quarré egal à vne figure rectiligne donnee A. Ce qu'il falloit faire. ,

Fin du second Element.



ELEMENT

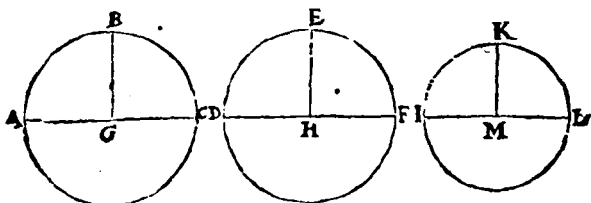
TROISIÈME.

DEFINITIONS.

CERCELES égaux, sont ceux desquels les diametres sont égaux, ou desquels les lignes droictes menees des centres aux circonferences, sont égales.

D'autant qu'Euclide demonstre en ce 3. liure diuerses proprietéz & affections du cercle, il explique auparauant quelques termes dont l'usage sera fort frequēt en iceluy: Il dit donc premierement que ces cercles-là sont égaux, desquels les diametres ou semidiametres sont égaux. Car puis que le cercle est descript par le mouuement & reuolution du demy diametre à l'entour d'une de ses extremitéz fixe & immobile, comme nous auons dit à la 15. def. du 1. liure. Il est euident que ces cercles-là sont égaux desquels les demy diametres, ou les lignes droictes menees des centres aux circonferences sont égales entr'elles, ou bien desquels les diametres entiers sont égaux en-

tr'eux. Comme si les diametres AC , DF , ou les lignes



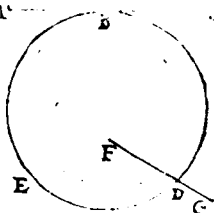
droictes GB , HE , menees des centres G & H , sont egales entr'elles, les cercles ABC , DEF seront egaux entr'eux. Et au contraire si les cercles sont egaux, leurs diametres ou les lignes droictes menees des centres aux circonferences, seront aussi egales.

De cecy il appert, que les cercles sont inegaux quand les diametres, ou les lignes droictes menees des centres aux circonferences, sont inegales; & que celui est le plus grand, duquel le diametre, ou demy diametre est le plus grand. Comme si les diametres DF , IL , ou les lignes droictes HD , MK , menees des centres aux circonfer. sont inegales, les cercles DEF , IKL seront inegaux; & si le diametre DF est le plus grand, aussi le cercle DEF sera le plus grand. Et au contraire, des cercles inegaux, les diametres ou semidiametres seront inegaux, c'est assavoir celui du plus grand cercle, plus grand, & celui du moindre plus petit.

2. Vne ligne droicte est dicte toucher le cercle, laquelle touchant le cercle, si elle est continuee ne le coupe point.

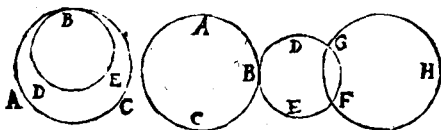
Comme la ligne droicte AB sera dicte toucher le cer-

cle BDE en B , si elle l'y touche, en sorte qu'estant prolongee vers C , elle ne le coupe point, ains demeure totalement dehors iceluy cercle. Mais d'autant que la ligne droite GD atteint le mesme cercle au point D , en telle sorte qu'estant prolongee iusques à F , elle coupe le cercle, & tombe dedans iceluy, elle ne sera pas dicte toucher le cercle, mais le couper.



3. Les cercles sont dictz se toucher l'un l'autre, quand en se touchant ils ne se coupent point.

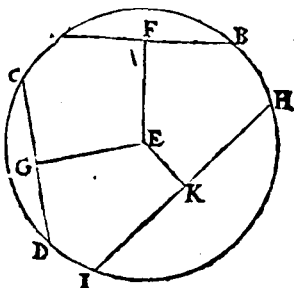
Ainsi les deux cercles ABC , DBE seront dictz se tou-



cher l'un l'autre en B , s'ils s'y touchent en sorte qu'ils ne s'entrecouppent point. Or cet attouchement des cercles est de deux sortes; Car les cercles s'entretouchent ou en dedans, ou en dehors: Ils se touchent en dedans, quand l'un est posé dedans l'autre; & en dehors, quand l'un est constitué hors de l'autre, comme il appert icy. Mais si deux cercles s'atteignent de telle sorte que l'un coupe l'autre, comme font icy les deux cercles DGE , FGH , ils seront dictz se couper, & non pas se toucher.

4. Au cercle, les lignes droictes sont dictes estre également distantes du centre, lors que les perpendiculaires tirees du centre sur icelles, sont egales. Mais celle-là est dictée estre plus esloignée du centre, sur laquelle tombe la plus grande perpendiculaire.

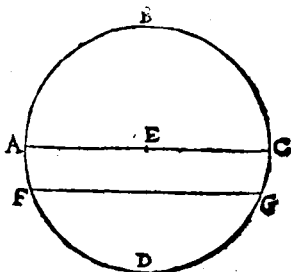
Comme au cercle $ABDC$, les lignes droictes AB, CD , seront dites estre également distantes & esloignées du centre E , si les perpendiculaires EF, EG , sont egales: Mais la ligne droicté AB sera dictée estre plus esloignée du centre E que la ligne HI , si la perpendiculaire BF est plus grande que la perpendiculaire EK .



5. Segment, ou portion de cercle, est vne figure comprise d'une ligne droicté, & de la circonferance du cercle.

Si dans un cercle, comme $ABCD$, on mene vne ligne droicté qui coupe le cercle en deux parties, comme fait

La ligne droite FG ; tant la figure FBG contenue sous l'adite ligne droite FG , & la partie de circonference FBG , que la figure FDG comprise sous la mesme ligne droite FG , & la partie de circonference FDG , sera dicté segment ou portion de cercle. Mais est icy à noter qu'il y a de trois sortes de segmens de cercle. Car si la ligne droite passe par le centre du cercle, comme AEC , elle diuise le cercle en deux segmens egaux ABC , ADC , chacun desquels s'appelle proprement demy cercle, comme il a esté dit au premier liu. Mais quand la ligne ne passe point par le centre, comme FG , elle diuise le cercle en deux parties inegales FBG , FDG , l'une desquelles, sçauoir FBG , dans laquelle est le centre E , est plus grande que le demy cercle, & s'appelle portion ou segment majeur: mais l'autre portion FDG , est plus petite que le demy cercle, & s'appelle segment mineur. Dauantage, la ligne droite FG est appelée corde par plusieurs Geometres, & la partie de circonference FBG , ou FDG , arc.



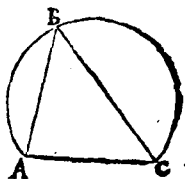
6. L'angle du segment, est celuy compris d'une ligne droite, & de la circonference du cercle.

Euclide vient maintenant à définir trois sortes d'angles que l'on considere aux cercles, & commence par l'angle du segment, disant que l'angle mixte BFG , ou

BGF, qui en la figure prec. est contenu sous la ligne droi-
 Ète *FG*, & la circonference *FBG*, s'appelle angle du seg-
 ment. Que si le segment est un demi cercle, l'angle d'iceluy
 sera appellé angle du demi cercle, & tel est l'angle *EAB*,
 ou *ECB*. Mais si le segment est plus grand que le demi cer-
 cle l'angle d'iceluy, comme *BFG*, ou *BGF*, sera dicté angle
 du segment majeur : Et si le segment est plus petit que
 le demy cercle, l'angle d'iceluy, comme *DFG*, ou *DGF*,
 sera appellé angle du segment mineur.

7. Vn angle se dit estre au segment, ou
 en la portion, lors qu'à vn poinct
 pris en la circonference du segment,
 sont menees deux lignes droictes des
 extremittez de la ligne qui sert de
 base au segment ; & cet angle-là est
 celuy compris d'icelles deux lignes.

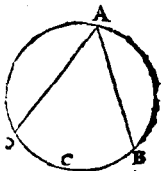
Soit un segment de cercle *ABC*, duquel la base est
 la ligne droictte *AC*, des extremi-
 tez de laquelle soient menees au
 poinct *B*, pris en la circonference
 les deux lignes droictes *AB*, *CB*,
 qui constituent l'angle rectiligne
ABC; iceluy angle est dit estre au
 segment *ABC*.



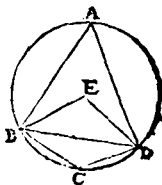
8. Mais quand les lignes droictes qui
 comprennent l'angle embrassent

quelque circonference, l'angle est dit estre, ou s'appuyer sur icelle.

En la circonference du cercle $A B C D$ soit pris quelconque point A , & d'iceluy à deux autres points B & D d'icelle circonference, soient menées deux lignes droictes AB , AD , qui constituent l'angle rectiligne DAB , & embrassent la circonference $B C D$: Iceluy angle $B A D$ sera dit estre ou s'appuyer sur icelle circonference $B C D$.



Est icy à noter que quelques Interpretes n'ont fait aucune difference entre cet angle cy & le precedent, mais les ont pris pour un mesme: & toutesfois si on les considere bien, on y trouuera une grande discrepancy: Car celuy-là se refere au segment auquel il est constitué, & certuy-cy se rapporte à la circonference qui luy sert de base: Comme par exemple, si au cercle $A B C D$ on prend quelque segment de cercle $B C D$, l'angle qui est en ce segment ne sera pas le mesme que celuy qui insiste, ou est appuyé sur la circonference d'iceluy segment: car l'angle qui est en iceluy sera $B C D$, & l'angle qui insiste ou s'appuye sur la circonference d'iceluy, sera l'angle $B A D$.

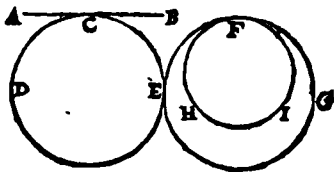


Une autre chose est encore à remarquer icy, c'est que les angles qui s'appuyent sur la circonference, peuuent estre non seulement constituez en la circonference, comme il a esté dit cy-dessus, mais peuuent aussi estre constituez au centre du cercle; comme par exemple, l'angle $B E D$ constitué au centre E par les deux lignes droictes BE ,

DE, sera aussi dit s'appuyer sur la circonférence BGD, tellement qu'il y-a icy deux angles appuyez sur ladite circonférence BCD, sçavoir $\angle BAD$ constitué en la circonférence, & $\angle BED$ constitué au centre.

Or outre les trois sortes d'angles cy-dessus definis & expliquez, les Geometres en considerent encore vn autre qu'ils appellent angle de contingence ou d'atouchement: cest angle

est contenu d'une ligne droicte touchant le cercle, & de la circonférence d'iceluy cercle, ou bien de deux circonférences se touchant l'une

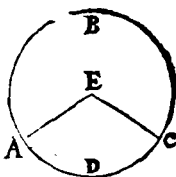


l'autre au dehors ou au dedans. Comme par exemple, si la ligne droicte AB touche le cercle CDE au point C , l'angle mixte ACD , ou BCE sera dit angle de contingence ou d'atouchement. Derechef, si le cercle EFG touche le cercle CDE au dehors en E , & le cercle HFI au dedans en F , tant l'angle curviligne CEF que EFH , ou GFI , sera appelé angle de contingence, ou d'atouchement.

9 Secteur de cercle, est vne figure contenue sous deux lignes droictes qui font vn angle au centre, & la circonférence comprise entre icelles lignes.

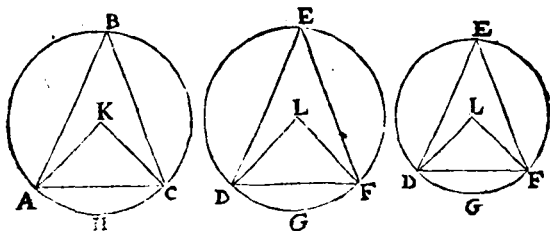
Si au cercle $ABCD$, duquel le centre est E , les deux lignes droictes AE , CE , constituent au centre E , l'an-

gle $\angle AEC$; la figure $AECD$, contenue des deux lignes droites AE , EC , & de la circonférence ADC comprise entre icelles lignes, sera appelée *secteur de cercle*. Item la figure $ABCE$ comprise des mesmes lignes droites AE , EC , & de la circonférence ABC , sera aussi dicté *secteur de cercle*.



10. Semblables portions de cercle, sont celles qui reçoivent angles égaux; ou bien esquelles les angles sont égaux entr'eux.

Comme si aux cercles ABC , DEF , les angles rectilignes B , E , sont égaux; les segments ABC , DEF , qui



reçoivent iceux angles égaux, ou esquels sont les susdits angles égaux, seront dictés *segments semblables*: Et les circonférences ABC , DEF , seront pareillement dictés *semblables*, c'est à dire que le segment ABC sera telle partie de tout le cercle $ABCH$, que le segment DEF est partie de tout le cercle $DEFG$: & la circonférence ABC sera aussi telle partie de toute la circonférence $ABCH$, que la

circonférence DEF est de toute la circonférence $DEFG$. Par mesme raison les arcs ou circonférences AHC , DGF , sur lesquelles s'appuient angles égaux, sont aussi dictes semblables: Comme si aux mesmes cercles ABC , DEF , les angles BAC , DEF ou AKC , DLF sont égaux; les arcs ou circonférences AHC , DGF , sur lesquelles s'appuient les susdits angles, seront dictes arcs semblables.

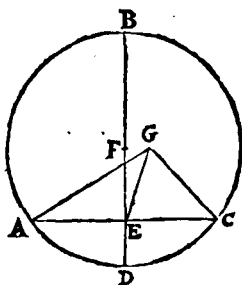
Des choses susdites, l'on peut colliger que les semblables portions d'un mesme cercle, ou de cercles égaux, sont aussi égales entr'elles, attendu qu'elles sont parties égales d'une mesme chose, ou de choses égales,

PROBL. I. PROP. I.

Trouuer le centre d'un cercle donné.

Soit le cercle donné ABC , duquel il faut trouuer le centre.

Soit tirée en iceluy la ligne droite AC , qui coupe la conférence, comme que ce soit, és poinçts A & C : puis par les 10. & 11. p 1. soit icelle AC couppee en deux également, & à droicts angles par la ligne droite BD , se terminant à la periphère és poinçts B & D : & finalement icelle BD soit aussi couppee en deux également en F , par la susdite 10. prop. 1. le dis que F est le centre du cercle proposé.



Car en icelle ligne droite BD , vn autre poinçt que F ne sera pas le centre, veu que tout autre

poinct la diuise inegalement. Si donc le poinct F n'est pas le centre, le poinct G hors la ligne BD soit le centre, (s'il est possible) duquel soient menees les trois lignes droictes GA, GE, & GC. D'autant que G estant le centre, par la def. du cercle les lignes droictes AG & GC seront egales : mais par la construction AE & EC sont aussi egales, & GE est commune aux deux triangles GEA & GEC : donc iceux triangles ont deux costez egaux à deux costez, chacun au sien, & la base AG egale à la base CG, & par la 8. pr. 1. les angles AEG & CEG seront egaux : & partant droicts, & la ligne EG perpendiculaire par la 10. def. 1. Mais l'angle BEA par la construction est droict, & tous les angles droicts sont egaux par la 10. com. sent. donc les deux angles AEG & BEA seront egaux, sçauoir le tout à sa partie : ce qui est absurde. Donc le poinct G n'est pas le centre. Le mesme inconuenient s'enfuiura prenant tout autre poinct hors la ligne BD. Partant le poinct F sera le centre du cercle ABC, requis à trouuer.

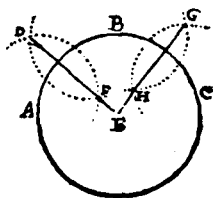
C O R O L L A I R E.

Decey est manifeste, que si au cercle une ligne droite coupe une autre ligne droite en deux egalelement, & à angles droicts, le centre du cercle sera en icelle coupante. Car il a esté demonsté qu'il est impossible que le centre du cercle ABC soit ailleurs qu'au poinct F, milieu de la ligne BD, laquelle coupe la ligne AC en deux egalelement, & à angles droicts en E.

S C H O L I E.

Combien que la pratique de ce Probleme soit aisee par

la construction d'iceluy, si est-ce toutesfois qu'elle est encore plus briefue & facile, ainsi qu'il ensuit. Pour trouver le centre du cercle ABC , soient pris en la circonference d'iceluy les trois poinçts A, B, C , comme on voudra: puis des deux poinçts A & B , soient descrits d'un mesme intervalle, deux arcs qui s'entrecouppent es poinçts D & F , par lesquels soit menee la ligne droicte DFE interminement: en apres, des poinçts B & C , soient aussi descrits d'un mesme intervalle deux autres arcs s'entrecouppans ez poinçts G & H , par lesquels soit menee la ligne droicte GH , qui coupe DF en E , & iceluy poinçt sera le centre requis.

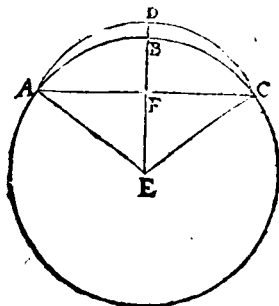


THEOR. I. PROP. II.

Si en la circonference d'un cercle, on prend deux poinçts comme on voudra; la ligne droicte menee de poinçt à autre, tóbera dans le cercle.

Soit le cercle ABC , & en la circonference d'iceluy soient pris deux poinçts tels qu'on voudra A & C : Je dis que la ligne droicte menee du poinçt A au poinçt C tombera dedans le cercle: car si elle ne tombe au dedans, elle tóbera, ou sur la circonference, ou hors du cercle. Qu'elle tombe donc hors le cercle, s'il est possible, comme la ligne ADC : & ayant trouué le centre E par la proc.

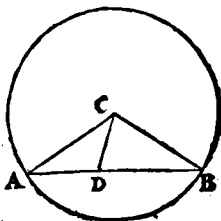
prop. d'iceluy soient menees aux points A & C, les lignes droites EA, EC, & à quelque point D de la ligne ADC, soit aussi menee ED, qui coupe la circonference du cercle ABC en B. Or d'autant que les deux costez EA, EC sont egaux, le triangle AEC aura les angles EAD, ECD, sur la base ADC, egaux par la 5. prop. 1. Mais puis que du triangle AED, le costé AD est prolongé, l'angle extérieur EDC sera plus grand que son opposé intérieur EAD, par la 16. prop. 1. Donc le mesme angle EDC sera aussi plus grand que l'angle ECD, qui est egal à EAD. Parquoy EC opposé au plus grand angle EDC sera plus grand que ED par la 19. prop. 1. & partant EB egale à EC, sera aussi plus grande que ED, la partie que le tout. Ce qui est absurde. Dóc la ligne droite menee de A à C ne tombera pas hors le cercle. On démontrera par mesme raison qu'elle ne peut pas aussi tomber sur la circonference ABC. Il faut donc qu'elle tombe dedans le cercle, comme la ligne droite AC. Parquoy si en la circonference d'un cercle, &c. Ce qu'il falloit démonstrer.



SCHOLIE.

Ce mesme Theoreme peut aussi estre démontré affirmativement ainsi qu'il ensuit.

En la circonference du cercle AB , dont le centre est C , soient pris deux poinçts tels qu'on vouldra A & B . Je dis que la ligne droite AB menee d'un poinçt à l'autre tombe dans iceluy cercle.



Car soit prins en icelle ligne droite AB quelconque poinçt comme D , entre sés extremes A & B , puis du centre C , soient menees les lignes droictes CA , CD , CB . D'autant que les deux costez AC , BC , du triangle ACB sont egaux, les angles BAC , ABC seront egaux par la 5. prop. 1. Mais l'angle externe ADC est plus grand que l'angle interne ABC par la 16. prop. 1. donc le mesme angle ADC sera plus grand que l'angle BAC : & partant par la 19. prop. 1. le costé AC sera plus grand que le costé CD : parquoy puis que CA est tiree du centre iusques à la circonference, la ligne droite CD ne parviendra pas iusques à icelle circonference, & par consequent le poinçt D tombe dans le cercle. Le mesme sera demonstéré de tout autre poinçt qu'on vouldra prendre. Donc toute la ligne droite AB tombe dedans le cercle proposé. Ce qu'il falloit prouuer.

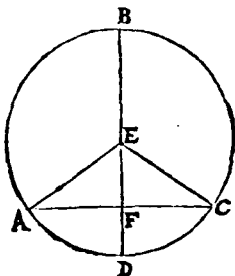
CORROLAIRE.

De cecy est manifeste, qu'une ligne droite touchant un cercle, le touche seulcment à un poinçt: car si elle le touchoit à deux poinçts, la partie de la ligne d'entre iceux poinçts tomberoit dans le cercle par cette proposition, parquoy elle coupperroit le cercle, contre l'hypothese.

THEOR. 2. PROP. III..

Si dans le cercle quelque ligne droicte passe par le centre, & coupe en deux également vne autre ligne droicte, qui ne passe point par le centre; elle la couppera à angles droicts: & si elle la coupe à angles droicts, elle la couppera aussi en deux également.

Au cercle ABCD soit la ligne droicte BD, laquelle passant par le centre E, coupe en deux également la ligne droicte AC, laquelle ne passe point par le centre; Je dis que BD coupe aussi AC en angles droicts au point F.



Car estans menees les deux lignes droictes CE & AE, les deux triangles AEF, CEF, auront les deux costez AF, FE, egaux aux deux costez CF, EF, chacun au sien, & la base AE egale à la base EC; & par la 8. prop. 1. les deux angles au point F seront egaux, & partant droicts par la 10. def. 1.

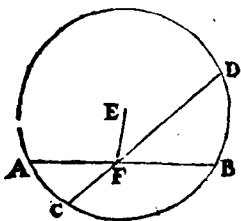
Je dis pareillement, que si BD coupe AC à angles droicts au point F; qu'elle la couppera aussi en deux également. Car les deux angles au point F estans droicts, ils seront egaux, & l'an-

gle A. est égal à l'angle C par la 5. prop. 1. estant AEC triangle Isoscelle, & le costé EF commun aux deux triangles AEF, CEF, & par la 26. prop. 1. AF sera égale à CF. Parquoy si dans le cercle quelque ligne droicte passe par le centre, &c. Ce qu'il falloit prouver.

THEOR. 3. PROP. IV.

Si dans le cercle, deux lignes droictes ne passans point par le centre, s'entre-couppent; elles ne se couperont pas l'une l'autre en deux également.

Au cercle ACBD, duquel le centre est E, soient deux lignes droictes AB & CD, s'entre-couppans au point F, & desquelles ny l'une ny l'autre ne passe par le centre E. Je dis que l'une ou l'autre est couppee inegalement. Car du centre E estant menee la ligne EF; si icelles lignes AB, CD s'entre-couppent en deux également au point F, la ligne EF les couppera au mesme point aussi en deux également, & à droicts angles par la prop. prec. & les angles AFE, EFB seront droicts, & egaux à CFE, EFD, aussi droicts, & egaux: ce qui est impossible, n'estant AFE que
partie



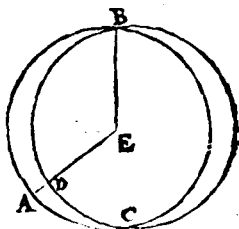
partie de CFE: ainsi les lignes droictes AB, CD ne s'entrecouppoient pas en deux egalement. Parquoy si dans le cercle deux lignes droictes ne passant point par le centre, &c. Ce qu'il falloit prouuer.

THEOR. 4. PROP. V.

Si deux cercles se couppent l'un l'autre, ils n'auront pas mesme centre.

Soient les deux cercles ABC, BCD se couppans l'un l'autre en B & C. Je dis qu'ils ne sçauroient auoir vn mesme centre.

Car s'il est possible, soit leur centre commun E, duquel soient tirees deux lignes droictes, sçauoir EB à la section B: Mais EA



couppant l'une & l'autre circonference en A & D. Donc puis que E est posé centre du cercle BCD, la ligne droicte ED sera egale à la ligne droicte EB par la 15. def. 1. Derechef, puis que E est aussi posé centre du cercle ABC, la ligne droicte EA sera aussi egale à la mesme ligne EB, & par la 1. com. sent. ED, EA seront egales entr'elles, la partie au tout; ce qui est impossible: partant les deux cercles ne pouuoient auoir vn mesme centre. Ce qu'il falloit demonstrier.

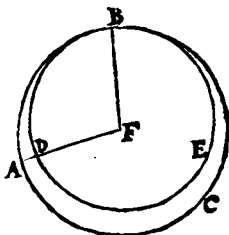
P

THEOR. 5. PROP. VI.

Si deux cercles se touchent l'un l'autre au dedans, ils n'auront pas même centre.

Soient les deux cercles ABC, & DBE se touchans l'un l'autre au dedans en B. Je dis qu'ils n'auront pas même centre.

Car s'il est possible, soit leur centre commun F, & d'iceluy soient menées les deux lignes FA & FB: sçavoir est FB à l'attouchement B; & FA, coupant l'un & l'autre cercle en D, A. D'autant que F est posé centre du cercle ABC, les lignes droictes FA, FB seront égales: derechef, d'autant que F est aussi posé centre du cercle BDE, la ligne FD sera égale à la ligne FB, à laquelle a esté démontré estre aussi égale FA: donc FA, FD seront égales entr'elles; la partie au tout. Ce qui est absurde. Parquoy F ne pouvoit estre centre commun des cercles s'entretouchans intérieurement en B. Ce qu'il falloit démonstrer.



S C H O L I E.

Euclide a proposé ce Theoreme des cercles s'entre-tou-chans seulement au dedans, d'autant que des cercles qui se touchent par dehors, il appert assez que leurs centres

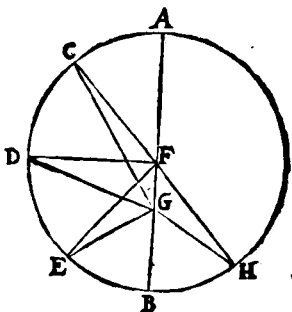
sont diuers: veu qu'un des cercles est dehors l'autre, & le centre est tousiours au milieu de son cercle.

THEOR. 6. PROP. VII.

Si au diametre du cercle l'on prend quelque poinct qui ne soit pas le centre du cercle, & d'iceluy poinct tombent quelques lignes droictes à la circonference; la plus grande sera celle en laquelle est le centre, & la plus petite celle qui reste: Mais des autres tousiours la plus proche de celle qui est menee par le centre, est plus grande que la plus esloignee: Et du mesme poinct ne peuuent estre menees à la circonference que deux lignes droictes egales, de part & d'autre de la plus petite.

Au diametre AB du cercle ACDEB, duquel le centre est F, soit pris quelque poinct G outre le centre; & d'icelui poinct G tombent tant qu'on voudra de lignes droictes GC, GD, GE, en la circonference. Je dis en premier lieu, que de toutes les lignes menees de G à la circonference, GA en laquelle est le centre, est la plus grande. Car du centre F estans menees à C, D & E,

les lignes FC, FD & FE : le triangle GFC aura les deux costez GF, FC, plus grands que le costé GC par la 20. pr. 1. Mais les lignes droictes GF, FC sont egales aux lignes droictes GF, FA, c'est à dire à toute la ligne GA: donc GA sera aussi plus grande que GC. Par mesme raison GA sera aussi plus grande que GD, & que GE: parquoy la ligne GA est la plus grande de toutes celles menees de G à la circonference.



Secondement, ie dis que GB est plus petite que GD, ou autre quelconque : car au triangle DFG, les deux costez DG & GF, seront plus grands que le troisieme DF par la 20. prop. 1. ou que son egale BF. Que si on oste la ligne commune GF, le demeurant GD sera plus grand que le demeurant GB. Par mesme raison GB, sera aussi plus petite que GE, & que GC, ou autre quelconque tombant de G à la circonference.

Tiercement, ie dis que GC plus proche de la ligne AG que GD, est plus grande qu'icelle GD: & pour la mesme raison GD plus grande que GE, & ainsi des autres s'il y en auoit dauantage de tirees de G à la circonference. Car les deux costez GF, FC du triangle GFC, sont egaux aux deux costez GF, FD du triangle GFD, chacun au sien; mais l'angle CFG est plus grand que l'angle DFG; & partant par la 24. p. 1. la base GC sera plus grande

que la base GD . Pour mesme raison GC sera plus grande que GE : Item GD plus grande que GE . Parquoy la ligne la plus proche de celle qui est menée par le centre, est plus grande que celle qui en est plus esloignée.

Finalemēt, ayant fait l'angle BFH egal à l'angle BFE , & tiré GH : ie dis que les lignes GE , GH , sont egales entr'elles, & qu'on n'en peut mener de G à la circonference aucune autre egale à icelles. Car d'autant que les costez EF , FG du triangle EFG , sont egaux aux costez HF , FG du triangle HFG , & les angles EFG , HFG aussi egaux: les lignes GH , GE , qui sont de part & d'autre, du diametre, sont egales entr'elles. Et il est euident qu'on ne pourra tirer du poinct G vne autre ligne dans le cercle, qui ne s'approche ou recule de la ligne BA , tombant de costé ou d'autre de GE , ou GH ; & par ce qui a esté monstré cy dessus, elle sera plus grande ou plus petite que l'une & l'autre d'icelles GE , GH . Donc du poinct G à la circonference ne se peuuent tirer plus de deux lignes droictes qui soient egales entr'elles. Parquoy si au diametre d'un cercle on prend quelconque poinct qui ne soit pas le centre, &c. Ce qu'il falloit demonsttrer.

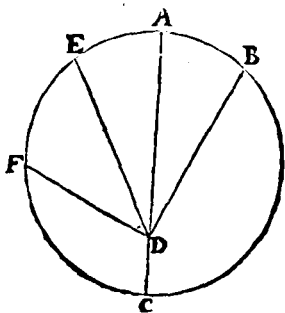
S C H O L I E.

Iacoit qu'Euclide ait seulement demonstté que des lignes droictes tirees de mesme part du diametre, la plus proche de celle tiree par le centre est plus grande que la plus esloignée, toutesfoi cela est aussi vray, si elles sont tirees de diuerse part: comme si la ligne droictte GD est plus proche de GA que la ligne droictte GH ; Icelle GD sera plus grande que GH : car si de la part de GD on fait l'ang

gle BGE egal à l'angle BGH les lignes GE , GH seront égales, attendu qu'elles sont également distantes de G . Et le point E tombera entre B & D , puis que GD a esté posée plus proche de G que GH . Mais par ceste prop. GD est plus grande que GE : donc la mesme GD sera aussi plus grande que GH . Quelques interpretes veulent convertir cette 7. prop. ainsi qu'il ensuit.

Si on prend vn point dedans le cercle, & d'iceluy point tombent des lignes droictes à la circonference, entre lesquelles soient la plus grande & la plus petite qui puissent estre menees de ce point-là à ladite circonference: mais des restantes, les vnes soient inegales, & les autres egales: la plus grande passera par le centre du cercle, & la plus petite sera le reste du diametre: mais des autres les plus grandes seront les plus proches du centre, & les egales en seront également distantes.

Sur le cercle ABC soit pris le point D , duquel tombent, en la circonference tant qu'on voudra de lignes droictes DA , DB , DC , DE , DF , desquelles DA soit la plus grande qui puisse estre tirée d'iceluy point à ladite circonference, & DC la moindre: mais des autres DE soit plus grande que DF , & egale à DB . Je dis premierement que DA passe par le centre du cercle: Car si elle



n'y passe, estant tiree quelque ligne droicte de D par le dit centre, elle sera la plus grande de toutes celles tombantes de D par la 7. prop. 3. Ce que est absurde, puis que DA est posée la plus grande. Donc D A passe par le centre.

En second lieu, ie dis que DC est le reste du diametre, c'est à dire qu'elle est directement à DA : Car autrement icelle DA estant prolongee directement, son prolongement sera autre que DC , & la plus petite ligne qui puisse tomber de D à la circonference, par la 7. prop 3. Ce qui ne peut estre, puis que DC a esté posée la plus petite: donc DC est l'autre partie du diametre.

Tiercement, ie dis que DE est plus proche de DA que DF . Car elle n'y pourroit pas estre également distante, attendu que par la susdite prop. elles seroient egales, & elles ont esté posées inegales. Mais DE ne peut pas aussi estre plus esloignée de la mesme DA que DF : car elles seroient plus petites qu'icelle DF , par la mesme proposition, & elle a esté posée plus grande.

En dernier lieu, ie dis que DB , DE sont également distantes de DA : Car si l'une en estoit plus proche elle seroit plus grande que l'autre par la mesme 7. prop. & elles ont esté posées egales.

THEOR. 7. PROP. V.III.

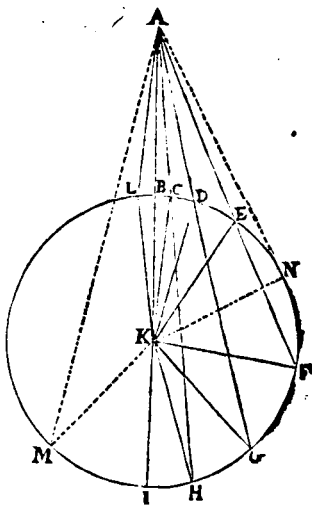
Si on prend quelque poinct hors le cercle, & d'iceluy poinct soient menees quelques lignes droictes dans iceluy cercle, desquelles l'une passe par le

centre, & les autres où l'on voudra: celle qui passe par le centre sera la plus grande de toutes celles qui seront menees en la circonference concave. Quant aux autres, tousiours la plus proche de celle qui passe par le centre est plus grande que la plus esloignee. Mais de celles qui tombent à la circonference convexe, la plus petite est celle qui est comprise entre le poinct & le diametre: Quant aux autres, la plus esloignee de la plus petite est plus grande que celle qui en est plus proche: Et d'iceluy poinct ne peuvent tomber à la circonference que deux lignes droictes egales de part & d'autre de la plus petite.

Du poinct A hors le cercle B C D E, le centre duquel est K, soient menees les lignes droictes AF, AG, AH & AI couppans ledit cercle, desquelles lignes AI passe par le centre K, & les autres comment que ce soit. Je dis premierement que AI qui passe par le centre, est la plus grande de toutes icelles lignes tirees à la circonference concave: puis apres que AH qui est la plus proche d'icelle AI

est plus grande que AG , qui en est plus esloignee;

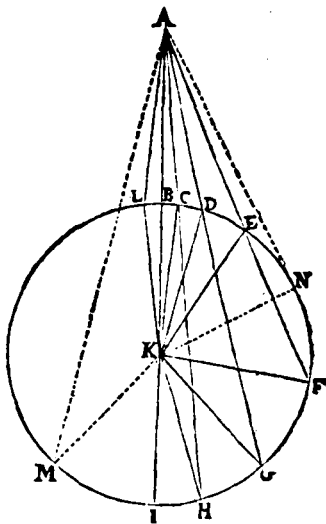
Et pour mesme raison AG , plus grande que AF . Et au contraire, ie dis que AB comprise entre le point A & la circonference conuexe, est la plus petite ligne de toutes celles qui sont hors le cercle: puis apres, que la ligne AC plus prochaine de la plus petite AB , est moindre que AD , qui en est plus esloignee: Et par mesme raison, icelle



AD moindre que AE . Finalement, ie dis que de A , on peut seulement mener deux lignes droictes egales de part & d'autre de la plus petite AB .

Car du centre K estans menees aux points C , D , E , F , G & H , les lignes droictes KC , KD , KE , KF , KG & KH ; les deux costez AK , KH , du triangle AKH , sont plus grands que la ligne AH par la 20. pr. 1. Mais les lignes AK , KH sont egales aux lignes AK , KI , c'est à dire à toute la ligne droicte AI : icelle AI sera donc aussi plus grande que AH . Pour la mesme raison AI sera plus grande que AG , & aussi que AF . Parquoy la ligne AI est la plus grande de toutes celles qui tombent du point A dans le cercle.

Puis apres, d'autant que les costez AK & KH du triangle AKH sont egaux aux costez AK , KG du triangle AKG , chacun au sien, & l'angle AKH plus grand que l'angle AKG ; la base AH sera plus grande que la base AG , par la 24. prop. 1. Par mesme raison AH sera plus grande que AF ; item AG plus grande que la mesme AF . Parquoy la ligne plus proche de celle qui passe par le centre, est plus grande que celle qui en est plus esloignee.



Derechef, puis qu'au triangle ACK la ligne AK est moindre que les deux AC , CK ; si on oste les egales BK , CK , demeurera encore AB moindre que AC . Par semblable raison AB sera plus petite que AD , & aussi que AE . Parquoy la ligne AB est la plus petite de toutes celles qui sont menees de A à la circonference conuexe.

Derechef, d'autant que dans le triangle ADK tombent deux lignes droictes AC , CK , des extremittez du costé AK , icelles AC , CK seront moindres que AD , DK par la 21. prop. 1. desquelles si on oste les egales CK , DK , restera encore AC moindre que AD . Par même raisõ on prouera que AC

est moindre que AE : Item AD moindre que la même AE . Parquoy la ligne la plus proche de la plus petite AB , est moindre que la plus esloignée.

Finablement, soit fait l'angle AKL egal à l'angle AKC , tirant KL iusques à ce qu'elle rencontre la periphère en L , & soit menée la ligne AL . D'autant que les costez AK , KC du triangle AKC , sont egaux aux costez AK , KL du triangle AKL ; & les angles AKC , AKL aussi egaux, les lignes droictes AC , AL de part & d'autre de la moindre AB , seront egales entr'elles par la 4. prop. 1. Or que nulle autre puisse estre egale à icelles, il est euident; car si on en mene vne autre du poinct A , il faudra qu'elle soit plus proche ou plus esloignée de AB ; & parce qui a esté demonsté cy-dessus, elle sera plus grande ou plus petite que l'une & l'autre d'icelles AC , AL . Donc du poinct A tomberont seulement deux lignes droictes egales de part & d'autre de la moindre AB . Parquoy si on prend quelque poinct hors le cercle, &c. Ce qu'il falloit prouuer.

S C H O L I E.

Par mesme raison de A ne peuuent tomber en la circonference concave que deux lignes droictes egales de part & d'autre de la plus grande AI . Car ayant fait l'angle AKM egal à l'angle AKG , & mené AM , les triangles AKM , AKG auront les bases AG , AM egales par la 4. prop. 1. & on ne peut de A mener à la dite circonference concave d'autre ligne egale à icelle AG , AM , attendu qu'elle seroit plus proche ou plus esloignée de AI , & par consequent plus grande ou plus

petite qu'icelles, ainsi qu'il appert par ce qui a esté démontré cy-dessus.

Il appert aussi que quand l'une des lignes tombantes de A , touche le cercle, comme AN , qu'icelle touchante est plus petite qu'aucune de celles qui tombent en la circonférence concave : Car étant tirée du centre à l'atouchement la ligne droite KN , les deux costez AK , KF du triangle AKF , seront égaux aux deux costez AK , KN du triangle AKN , chacun au sien, & l'angle AKF est plus grand que l'angle AKN , & par la 24. pr. 1. la base AF sera plus grande que la base AN : Et par mesme raison toute autre ligne tombante en la circonférence concave sera plus grande qu'icelle AN .

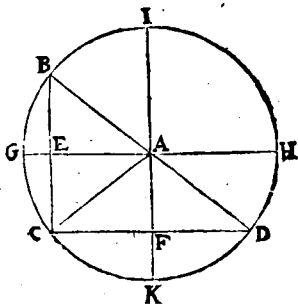
Mais la mesme ligne touchante AN sera la plus grande de toutes les autres lignes qui tombent de A en la circonférence convexe. Car puis que par la 21. prop. 1. les deux costez AE , EK sont moindres que les deux costez AN , NK , si on en ôste les lignes égales KE , KN , restera AE moindre que AN ; & ainsi des autres.

Au reste ce qu'Euclide a démontré en cette 8. prop. aduenir aux lignes menées d'une mesme part de la plus grande ou plus petite, aduientra encore, les lignes estans menées de diuerses parts, c'est à dire, que si AI est plus proche de A que AM : Icelle AI sera aussi plus grande que ladite AM , iacoit qu'elles ne soient toutes deux d'une mesme part : & si AD est plus éloignée de A que AI , elle sera aussi plus grande qu'icelle AI . Ce qu'on peut démonstrer procedant, ainsi qu'au precedent Scholie pour les lignes tirées de diuerses part.

THEOR. 8. PROP. IX.

Si on prend quelque poinct au dedans d'un cercle, & d'iceluy poinct tombent à la circonference plus de deux lignes droictes egales, le poinct pris est le centre du cercle.

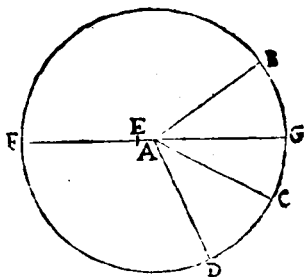
Soit pris le poinct A au cercle B C D, & d'iceluy poinct tombent à la circonference les trois lignes droictes egales AB, AC, AD. Je dis que le poinct pris A est le centre du cercle.



Qu'il ne soit ainsi : soient menees les lignes droictes BC & CD, & apres les auoir coupees en deux egalement aux poincts E & F, d'iceux poincts au poinct A, soient menees les deux lignes droictes EA, FA, & prolongees de part & d'autre en la circonference. D'autant que les deux triangles BEA & CEA, ont deux costez egaux à deux costez, chacun au sien, & les bases AB, AC aussi egales, les deux angles au poinct E seront egaux, & partant droicts, & par le Corol. de la 1. prop. de ce liure le centre du cercle sera en la ligne droite GAH, puis qu'elle diuise la ligne droite

BC en deux également, & angles droicts en E. Par mesme discours le centre du cercle se trouuera aussi en la ligne droicte KI. Il faut donc que ce soit à leur commune section A, n'y ayant point d'autre point commun. Parquoy si on prend quelque point dedans vn cercle, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

Autrement. Si le point A n'est le centre du cercle, soit iceluy centre au point E, si faire se peut, duquel soit mené par A le diametre FC. D'autant donc qu'au diametre FG, est pris le point A outre le centre, duquel tombent en la circonference les lignes droictes AD, AC;



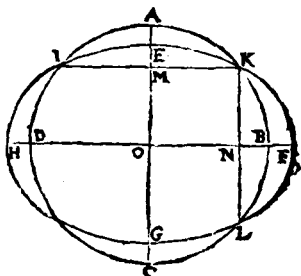
icelle AD qui est plus proche de AF tirée par le centre E, sera plus grande que AC par la 7. p. 3. Ce qui est absurde, car icelles AB, AC ont esté posées égales. La mesme absurdité s'ensuivra toujours si on pose le centre estre à vn autre point que A : parquoy iceluy point A sera le centre du cercle ABC. Ce qu'il falloit prouver.

THEOR. 9. PROP. X.

Vn cercle ne coupe pas vn autre cercle en plus de deux points.

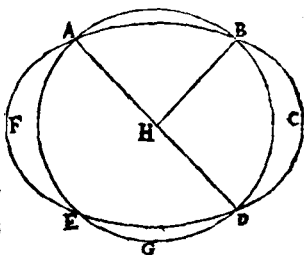
Soient les deux cercles ABCD & EFGH,

Se couppans aux trois poinçts I, K & L, s'il est possible. Item soient menees les deux lignes droictes IK & KL, lesquelles soient coupees en deux également aux poinçts M & N par la 10. prop. 1. & soient menees les lignes droictes MC, NH à droictes angles sur IK & KL. Il faudra par le Corol. de la 1. pr. de ce liure, que les



deux centres des deux cercles soient en la ligne AC ; ils seront aussi en la ligne FH : Ce sera donc au poinçt de la commune section O , & en ce faisant les deux cercles auroient mesme centre, contre la 5. prop. de ce liure. Donc les cercles ABCD & EFGH ne se pouuoient pas couper en plus de deux poinçts : Ce qu'il falloit demonstrier.

Autrement. Que les deux cercles ABCDEF, & ABDGE se couppent, s'il est possible, en plus de deux poinçts c'est à sçauoir en A, B, D : & soit trouué le centre du cercle ABDGE, lequel soit H, & d'iceluy soient menees les lignes droictes HA, HB, HD, lesquelles seront egales entr'elles par la defin. du cercle. Et d'autant qu'au cercle

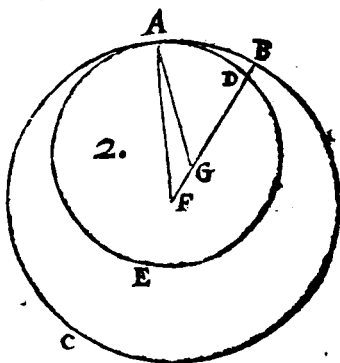
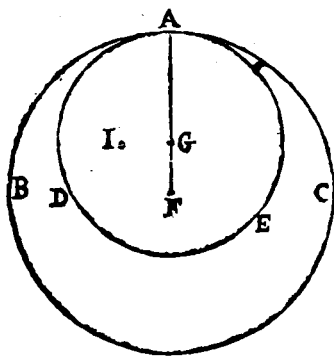


AB C D E F on a pris le point H, duquel tombant à la circonférence plus de deux lignes égales, iceluy point H sera le centre dudit cercle, par la 9. prop. 3. Mais il est aussi le centre du cercle ABDGE. Donc deux cercles s'entre-couppans ont mesme centre. Ce qui est absurde.

THEOR. 10. PROP. XI.

Si ayant pris les centres de deux cercles qui se touchent l'un l'autre au dedans, on conjoint iceux centres par vne ligne droicte; icelle ligne estant prolongee tombera en l'attouchement des cercles.

Soient deux cercles ABC & ADE s'entre-tou-chans interieurement au point A, & par la



1. pr. 3. soit trouué le centre du cercle ABC le-
quel soit F; & puis que par la 6. prop. 3. deux
cercles

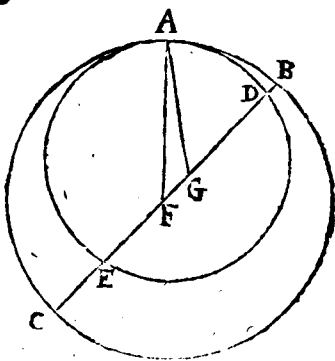
cercles s'entretouchans au dedans ne peuent auoir vn mesme centre, F ne sera pas le centre du cercle ADE: Soit donc aussi trouué son centre, qui soit G. Je dis que la ligne droicte mence du centre F au centre G, & prolongee de ce costé-là iusquès à la circonference du plus grand cercle ABC, tombera au poinct de l'atouchement A, comme à la premiere figure. Car autrement il faudra qu'elle tombe à quelque autre poinct de ladite circonference, car d'autant que les deux centres F & G sont au dedans du cercle ABC, ladite ligne FG estant continuee, elle ira necessairement rencontrer la circonference d'iceluy cercle: & si quelqu'un dir que ce n'est pas au poinct d'atouchement, soit s'il est possible, à quelconque autre poinct, comme B en la 2. figure; tellement que la ligne FGB coupe la circonference du moindre cercle ADE au poinct D. D'autant donc que les centres F & G, & le poinct d'atouchement A ne sont pas en vne ligne droicte, si dudit poinct A on mene des lignes droictes aux deux centres F & G, elles feront vn triangle avec la ligne FG, qui est la distance d'un centre à l'autre, lequel triangle soit AFG. Donc puis que par la 20. prop. 1. les deux costez AG, FG dudit triangle AFG, sont plus grands que l'autre costé FA; & iceluy FA est egal à ligne FB, (pource que F est le centre du cercle ABC) aussi les lignes AG, GF seront plus grandes que FB: ostant donc FG commune, restera GA, plus grande que GB. Et partant, puis que GA est egale à GD; (car G est le centre du cercle ADE) GD sera aussi plus grande que GB,

la partie que le tout : ce qui est absurde. Donc la ligne droite conioignant les deux centres des cercles AEC , ADE , & produicte, ne tombera pas ailleurs qu'à l'attouchement A . Parquoy si deux cercles se touchent l'un l'autre au dedans, &c. Ce qu'il falloit demonstter.

S C H O L I E.

Candalle, Errard & quelques autres Interprettres demonstrent ceste 11. prop. ainsi qu'il ensuit. Soient deux circonferences ABC & ADE se touchans interieurement au point A ,

& de la plus grande ABC , le centre soit F , duquel au point d'attouchement A soit menee la ligne droite AF : Je dis que le centre de la plus petite circonference ADE est en icelle ligne AF . Autrement, qu'il soit hors d'icelle, s'il est possible, cōme au point



G , & soit conioinct FG , & prolongé de la part de G iusques à ce qu'il coupe les deux circonferences aux points D & B , puis soit menee GA . D'autant que par la 20. p. 1. les deux costez AG , FG du triangle AFG sont plus grands que l'autre costé FA , & iceluy FA est egal à la ligne FB , puis que F est le centre du cercle ABC , aussi AG , FG seront plus grandes que FB . Ostant donc FG commune, restera GA plus grande que GB : mais GA est egale à GD (car G a esté posé centre du cercle ADE .) Donc aussi GD sera plus grande que GB ; la partie que le tout; ce qui est absurde. Parquoy le centre de l'autre cir-

conference ADE ne sera pas hors la ligne FA . & partant les deux centres des circonferences ABC & ADE seront en ladite ligne FA . Donc la ligne conioignant iceux centres & prolongee tombera au point d'attouchement A .

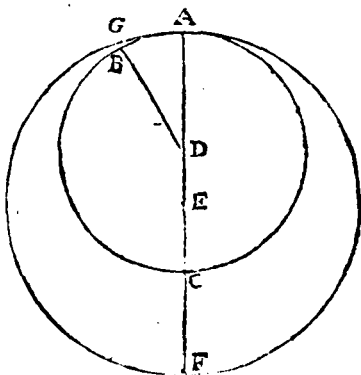
Encore autrement selon Pelletier & Billingsley. Soient deux cercles ABC ,

AFG s'entretouchans au dedans en A , & par la 1. pr. 3. soit trouué le

centre du cercle ABC , qui soit D , & aussi le centre de AFG , lequel soit E : Je dis que la ligne droicte menée du cètre E à D

& prolongee ins-

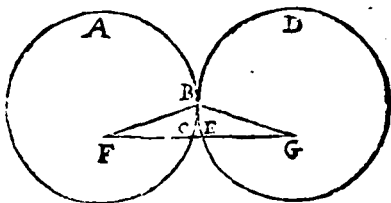
ques à la circonference du plus grand cercle tombera au point de l'attouchement A . Car autrement elle tombera de part ou d'autre d'iceluy attouchement A ; qu'elle tombe donc, s'il est possible, à un autre point, comme G . tellement que $FEDG$ soit diametre du grand cercle AGF , & $CEDB$ du petit cercle ABC , & soit tiree DA . D'autant qu'au diametre $FEDG$, le point D est autre que le centre E , la ligne droicte DA sera plus grande que DG par la 7. pr. 3. Mais DB est egale à DA par la def. du cercle: donc DB sera aussi plus grande que DG , la partie que le tout. Ce qui est absurde. Parquoy la ligne ED prolongee vers A ne pourra tomber ailleurs qu'à iceluy point d'attouchement A .



THEOR. II. PROP. XII.

Si deux cercles se touchent l'un l'autre au dehors, la ligne droite menée d'un centre à l'autre, passera par l'attouchement.

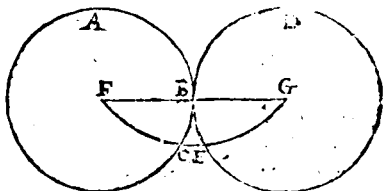
Soient deux cercles ABC , DBE se touchans l'un l'autre au dehors au point B , desquels les centres soient F & G . le dis que si d'un centre à l'autre on mène une ligne droite, qu'icelle passera par le point d'attouchement B .



Autrement, il s'ensuivra absurdité : car si icelle ligne ne passe par le point d'attouchement B , qu'elle passe ailleurs, s'il est possible, sçavoir aux points C & E , où elle coupe les deux circonférences, & du point d'attouchement B soient menées les deux lignes droites FB , GB , lesquelles par la 20. prop. 1. seront plus grandes que FG , & par la def. du cercle, il s'ensuit que FC , étant égale à FB , & GE à GB , que les deux lignes FC & GE , seront plus grandes que FG , la partie que le tout. La ligne droite menée d'un centre à l'autre, passera donc par l'attouchement B . Parquoy si deux cercles se touchent l'un l'autre au dehors, &c. Ce qu'il falloit démonstrer.

D'autant qu'en cette demonstration d'Euclide, les centres ne demeurent en leurs vraies places, & que cela pourroit

peut estre causer quelque doute, Oronce & Schubelius en ont adiousté une autre où les centres retiennent leurs places, laquelle

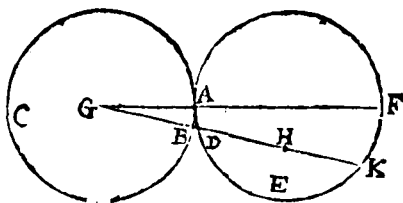


est telle. Que les cercles ABC , DBE s'entretochent au dehors en B , & d'iceux les centres soient F & G : Je dis que la ligne droite menée d'un centre à l'autre passera par le point d'attouchement B , c'est à dire. que si on mene à iceluy point B les lignes droictes FB ; GB , elles feront une seule ligne droite FBG . Car autrement elles feront un angle à iceluy point B , & de F à G on pourra mener une ligne droite, laquelle soit (s'il est possible) $FCEG$, qui coupe les circonferences en C & E . Donc icelle ligne droite $FCEG$ constituera un triangle avec les deux lignes FB ; GB , puis qu'on a posé qu'elles s'inclinent & font angle au point B : & par la 20. p. 1. icelles FB , GB sont plus grandes que $FCEG$: Mais par la def. du cercle FC est égale à FB , & GE à GB : donc FC & GE seront aussi plus grandes que la mesme $FCEG$, la partie que le tout: (car icelle $FCEG$ outre FC , GE contient encore la ligne droite CE ,) Ce qui est absurde.

Pelletier, & apres luy Billingsley demonstrent encore cette 12. pr. ainsi. Soient les deux cercles ABC & DEF qui s'entretochent par de hors au point A ; & que G soit le centre du cercle ABC , duquel soit tirée par l'attouchement des cercles, la ligne droite GA jusques à ce qu'elle

rencontre la circonference DEF au point F: Je dis que le centre du cercle ADE est en icelle ligne droite GAF.

Autrement
qu'il soit hors
d'icelle, s'il
est possible,
comme au
point H, &
du centre G à
iceluy centre
H soit tirée la



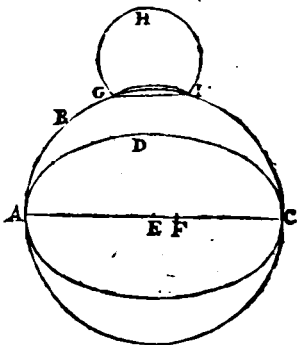
H soit tirée la
ligne droite GHK iusques à ce qu'elle rencontre la cir-
conference en K, couppant la periphère ABC en B, & la
circonference ADE en D. D'autant que du point G, qui
est hors le cercle ADE, sont tirées à iceluy cercle les deux
lignes droictes GK, GF, desquelles GK passe par le centre
H, par la 8. pr. 3. la partie extérieure GD sera moindre
que GA partie extérieure de GF. Mais AG est égale à
GB par la def. du cercle: donc aussi GD sera moindre que
GB, le tout que la partie: ce qui est absurde. Donc le cen-
tre du cercle ADE ne sera pas hors la ligne GAF, &
partant les deux centres des cercles ABC, & ADE
seront en icelle ligne GF; parquoy la ligne conioignant
iceux centres passera par l'assouchement des cercles.

THEOR. 12. PROP. XIII.

Vn cercle ne touche point vn autre
cercle à plus d'un point, tant dehors
que dedans.

Soient les deux cercles ABC, & ADC se tou-
chans interieurement aux deux points A & C,

s'il est possible: & d'autant qu'ils ne peuvent auoir vn mesme centre par la 6.pr. de ce liure, soient les deux centres diuers E & F, par lesquels estant tirée la ligne droicte EF, & produite de part & d'autre, il faut qu'elle tombe és poinçts d'attouchement A & C par la 11.pr. de ce mesme liure: & par la def. du cercle, il faut que les lignes droictes EA & EC soient egales.

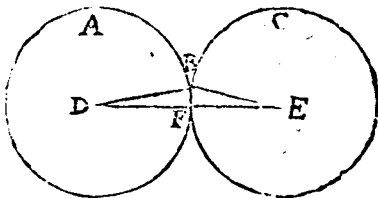


Item FA & FC. Mais FA est plus grande que EA. Partant FC sera aussi plus grande que EC, la partie que le tout: ce qui est impossible. Donc les deux cercles ne se toucheront point en deux poinçts au dedans.

Pareillement, il est impossible qu'ils se touchent exterieurement à plus d'un poinçt: car si le cercle GHI pouuoit toucher en dehors le cercle ABC en deux poinçts, comme G & I, il faudroit que la ligne droicte GI menée par lesdits deux poinçts, tombast dedans l'un & l'autre cercle par la 2. pr. 3. ce qui est impossible: car icelle ligne droicte GI tombant dedans le cercle ABC, elle ne peut pas tomber dedans le cercle GHI, puis qu'iceluy est tout dehors ABC. Parquoy les cercles ne se touchent point à plus d'un poinçt, tant dehors que dedans. Ce qu'il falloit demonstrier.

SCHOLIE.

Cette seconde partie est encore demonstree par plusieurs interpretes ainsi. Que les deux cercles AB & CB , dont les centres sont D & E , s'entretouchent par dehors au point F : Je dis qu'ils ne se peuvent toucher à un autre point.



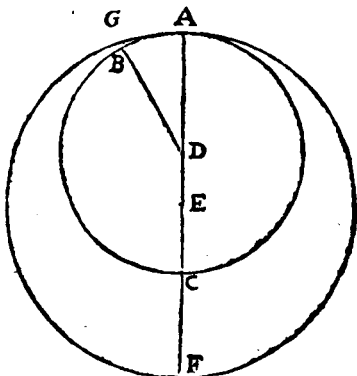
Car ayant mené du centre D au centre E la ligne droite DE , elle passera par ledit attouchement F par la precedente prop. & si les cercles se touchoient encore à un autre point, comme B , la ligne droite menée d'un centre à l'autre passeroit aussi par iceluy attouchement B ; & par ainsi les deux lignes droites DPE , DBE enclorroient une superficie, ce qui est impossible.

Clavius demonstre en ce lieu le Theoreme suivant.

Si au demy diametre d'un cercle produit, on prend un point outre le centre, le cercle décrit d'iceluy point comme centre, par le point extreme du demy diametre, touchera le premier cercle en iceluy point extreme du demy-diametre, & tombera tout dehors le mesme cercle.

Soit le cercle ABC , duquel le centre est D , & au demy diametre AD prolongé, soit prins quelconque point E , duquel & de l'intervalle EA soit décrit le cercle AEF , lequel je dis toucher le cercle ABC au seul point A . Car ou le point E est dans le cercle ABC , ou dehors,

S'il est dedans: d'autant que AE est plus grand que AD , c'est à dire que DC , & à plus forte raison que $EC : EF$ qui est égale à $E A$ sera aussi plus grande que EC : & partant le point F est hors le cercle ABC & le cercle AFG hors le mesme cercle pres du point F . Iceluy point F tombera beaucoup davantage hors le cercle ABC , si E



est hors le mesme cercle ABC . Si donc le cercle AFG ne tombe tout dehors le cercle ABC , tellement qu'il le touche au seul point A , que le cercle AFG coupe ou touche le cercle ABC , en un autre point B , si faire se peut, & soit tirée la ligne DB . Veu donc qu'au diametre du cercle AFG est pris le point D , outre le centre E , la ligne DA sera la plus petite de toutes les lignes droites tombantes de D à la circonference, par la 7. prop. 3. Donc DA est moindre que DB , ce qui est absurde; car DA , DB tombant du centre D en la circonference d'un mesme cercle ABC , sont égales. Donc le cercle AFG ne coupe ou touche le cercle ABC en un autre point que A , mais tōbe tout dehors iceluy: ce qui estoit proposé.

Que si au semy-diametre non produit, on prend un point outre le centre, le cercle descript d'iceluy point comme centre, par le point extreme du semy-diametre touchera partiellement le premier cercle au susdit point extreme du demy-diametre, & tombera tout dedans le

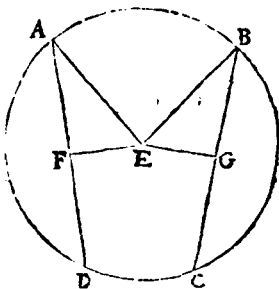
mesme cercle. Comme si au semy-diametre AE , du cercle AFG , on prend le point D , duquel & de l'intervalle DA , on descriue le cercle ABC , iceluy tombera totalement dedans AFG , & le touchera au seul point A . Car puis qu'il a esté démontré cy dessus que le cercle AFG tombe tout dehors le cercle ABC , pareillement tout cestuy-cy tombera dedans celuy-la, tellement qu'il s'entre-touche au seul point A : & par ainsi appert ce qui estoit proposé.

THEOR. 13. PROP. XIV.

Dans le cercle, les lignes droictes egales, sont également distantes du centre; & les également distantes du centre sont egales entr'elles.

Au cercle $ABCD$, duquel le centre est E , soient deux lignes droictes egales AD & BC . Je dis qu'elles seront également distantes du centre E .

Qu'ainsi ne soit, par la 12. prop. 1. du centre E soient menees les deux lignes EF , EG , perpendiculaires aux deux lignes droictes AD , BC : puis soient tirees les deux lignes AE & BE . Or les deux lignes droictes AD & BC , estans couppees en angles droicts par les perpendiculaires EF & EG , elles seront aussi couppees en deux également par



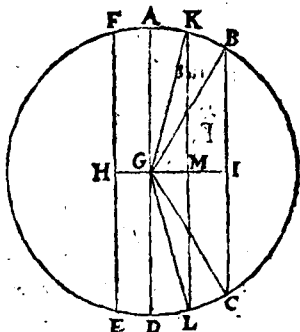
la 3. p. 3. & puis qu'icelles AD, BC sont posees egales, la moitié AF sera egale à la moitié BG . Pareillement AE estant egale à BE par la def. du cercle; le quarré de AE sera egal au quarré de BE . Mais iceluy quarré de AE est egal aux deux quarréz de AF, FE , par la 47. p. 1. & le quarré de BE est egal aux deux quarréz de BG, GE . Donc les deux quarréz de AF, FE seront egaux aux deux quarréz de BG, GE . Mais puis que les lignes AF, BG sont egales, le quarré de AF est egal au quarré de BG , & par consequent le quarré de FE , est egal au quarré de GE . Parquoy la ligne FE sera egale à la ligne GE , & par la 4. def. du 3. AD & BC seront egalelement distantes du centre E .

Quant à la seconde partie. le dis que si AD, BC sont egalelement distantes du centre E , qu'elles seront egales entr'elles : car ayant construit, comme dessus, les perpendiculaires EF & EG seront egales par la 4. def. de ce liu. & couperont AD, BC en deux egalelement par la 3. pr. de ce mesme liu. & par deduction de la 47. p. 1. comme cy dessus, AF se trouuera egale à BG , & par consequent aussi leurs doubles AD & BC seront egales entr'elles. Si donc au cercle les lignes droictes egales, &c. Ce qui estoit à demonstrier.

THEOR. I 4. PROP. XV.

Dans le cercle, la plus grande ligne est le diametre : quant aux autres toujours la plus proche du centre est plus grande que la plus esloignee.

Au cercle $ABCDEF$, duquel le centre est G soit le diametre AD , & la ligne FE la plus proche d'iceluy, mais BC la plus esloignee. Je dis que de toutes ces lignes AD est la plus grande, & que FE est plus grande que BC .



Car soient tirées du centre G les lignes droictes GH , GI perpendiculaires aux lignes droictes FE , BC : & pource que BC est plus esloignee du centre que FE ; la perpendiculaire GI sera plus grande que GH , par la 4. def. de ce liure. Soit donc couppé d'icelle GI , la ligne GM egale à GH , & par M soit menée KML perpendiculaire à GI , & soient tirées les lignes GK , GB , GC , GL . Donc puis que les perpendiculaires GM , GH sont egales, les lignes droictes KL , FE seront egalelement distantes du centre par la 4. def. de ce liure, & parrant egales entr'elles par la prop. precedente. Derechef, puis que GK , GL sont plus grandes que KL par la 20. prop. 1. & icelles GK , GL sont egales au diametre AD ; iceluy diametre AD sera aussi plus grand que KL ou FE . Par mesme raison on demonstrera que AD est la plus grande de toutes les autres lignes.

Item, d'autant qu'aux triangles GKL & $GB C$, les costez GK , GL , GB , GC , sont egaux par la definition du cercle, & l'angle GKL est plus grand que l'angle BGC , par la 24. prop. 1. la base KL , ou

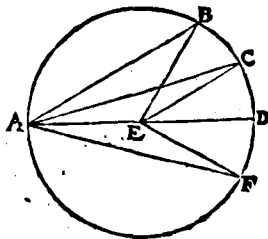
son egale FE, sera plus grande que la base BC, & ainsi des autres. Parquoy dans le cercle la plus grande ligne est le diametre, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

S C H O L I E.

Clavius demonstre icy le Theoreme suivant pris de Commandin.

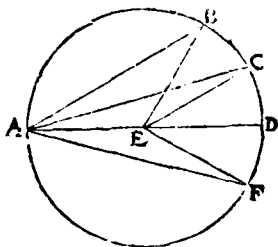
Si en la circonference du cercle on prend vn point, & d'iceluy l'on mene quelque ligne droite au cercle, l'une desquelles passe par le centre, & les autres où l'on voudra : celle qui passe par le centre sera la plus grande de toutes : mais des autres les plus proches de celle-là qui passe par le centre seront plus grandes que les plus esloignees : & n'y en peut auoir que deux egales de part & d'autre de la plus grande.

En la circonference du cercle $ACBD$, soit pris le point A , & d'iceluy soient menees plusieurs lignes droictes AB, AC, AD , desquelles AD passe par le centre E : ie dis que AD est la plus grande de toutes, & AC estre plus grande que AB , qui est plus esloignee d'icelle AD . Car estans menees les lignes BE, CE ; au triangle AEC les deux costez AE, EC seront plus grands que le costé AC par la 20.



prop. 1. Mais icelles lignes AE, EC sont egales aux lignes droictes AE, ED , c'est à dire à la ligne droite AD . Donc icelle AD sera plus grande que AC : & par mesme raison elle sera aussi plus grande que AB , & ainsi des autres.

En apres, d'autant qu'au triangle AEC les deux costez AE, EC sont egaux aux deux costez AE, EB triangle AEB , chacun au sien, & tout l'angle AEC , grand que l'angle AEB , la base AC sera plus grande que la base AB par la 24. prop. I. Et par mesme raison AC sera plus grande que toute autre ligne plus esloignée du centre E .



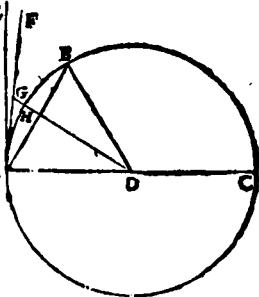
En troisieme lieu : ie dis que du point A on ne peut mener au cercle que deux lignes droictes egales entr'elle de part & d'autre de la plus grande AD . Car ayant fait l'angle AEF egal à l'angle AEC , & joinct AF , les deux costez AE, EC seront egaux aux deux costez AE, EF , & les angles AEC, AEF , contenus d'iceux costez, aussi egaux, & par la 4. prop. I. les bases AC, AF sont egales : & il est evident que du mesme point A on ne peut tirer dans le cercle une autre ligne, qui ne s'approche ou esloigne de AD ; & partant plus grande ou plus petite que l'une & l'autre d'icelles AC, AF . Donc du point A ne se peuvent tirer dans le cercle que deux lignes droictes egales entr'elles.

Que si de AB, AF , tirees de diuerse part du diametre AD , on dit que AF est plus proche d'iceluy diametre AD , on demonstrera comme au scholie de la 7. prop. de ce liure que ladite AF est plus grande que AB .

THEOR. 15. PROP. XVI.
Si à l'extremité du diametre d'un cer-

cle, on leue vne ligne perpendiculaire, elle tombera dehors le cercle : & entre icelle perpendiculaire & la circonference ne tombera pas vne autre ligne droicte ; & l'angle du demy cercle est plus grand que tout angle rectiligne aigu, & celuy qui reste plus petit.

Du cercle $A B C$, soit le centre D , & le diametre $A C$, sur l'extremite duquel A , soit leuee la ligne perpendiculaire $A E$, par la 11. prop. 1. Je dis premierement qu'icelle ligne $A E$ tombe hors le cercle.

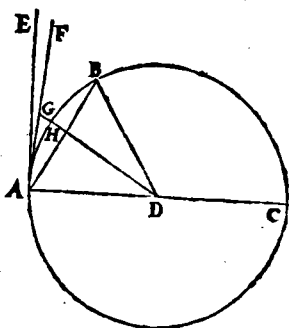


Car si elle tomboit dans iceluy, ainsi que $A B$; estant tiree $D B$, les deux angles $D A B$, $D B A$, seront egaux par la 5. prop. 1. Mais $D A B$ est droict par la construction : $D B A$ sera donc aussi droict : ce qui est absurde, puis que par la 17. propos. 1. deux angles d'un triangle sont moindres que deux droicts. Donc la perpendiculaire ne tombera pas dans le cercle. Pour la mesme raison elle ne tombera pas aussi en la circonference, mais dehors, comme est $A E$.

Maintenant, ie dis que de A ne peut tomber

entre la perpendiculaire AE , & la circonférence AB , vne autre ligne droite. Car s'il est possible

que quelque ligne droite y tombe, comme AF , de D soit menée sur icelle AF la perpendiculaire DG , couppant la circonférence en H , laquelle tombera necessairement de la part de l'angle aigu DAF par le Corol. de la 17. prop. 1. Veu donc que au triangle DAG , les



deux angles DAG , DGA , sont moindres que deux droicts par la 17. pr. 1. & par la construction DGA est droit, l'angle DAG sera moindre qu'un droit, & partant la ligne DA , ou son egale DH , sera plus grande que DG , par la 19. pr. 1. la partie que le tout: ce qui est absurde. Entre la perpendiculaire AE , & la circonférence AB ne tombera donc pas vne autre ligne droite.

Je dis finalement, que tout l'angle du demy cercle BAC contenu du diam. AC & de la circonférence AB , est plus grand que tout angle rectiligne aigu, & que celui qui reste BAE contenu de la ligne droite AE & de la circonférence AB , est plus petit que tout angle rectiligne aigu. Car puis que CAE est angle droit diuisé par la seule circonférence AB , & qu'entre icelle circonférence AB & la ligne droite AE , ne peut tomber vne autre ligne droite; l'angle BAE ne peut estre diuisé par aucune ligne droite, & par ainsi ne sera diminué par aucune ligne droite, ny par consequent

qu'ent l'angle BAC ne sera augmenté par aucune ligne droicte. Si donc à l'extremité du diametre d'un cercle on leue vne perpendiculaire, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

COROLLAIRE.

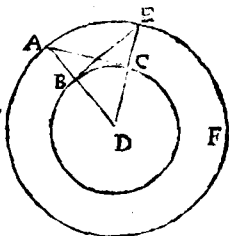
Par ces choses est manifeste qu'une ligne droite tirée perpendiculairement de l'extrémité du diamètre, touche le cercle en un seul point. Car il a esté démontré qu'elle tombe hors le cercle : & partant elle le touche seulement au point extrême du diamètre. Parquoy s'il estoit requis tirer une ligne droite par le point *A* donné en la circonférence du cercle, laquelle toucha le cercle en *A* nous tirerions de *A* au centre *D* la ligne droite *AD*, & sur icelle seroit esleue la perpendiculaire *AE*, laquelle toucheroit le cercle en *A*, comme il a esté démontré.

PROBL. 2. PROP. XVII.

D'un point donné, mener vne ligne
droicte qui touche vn cercle donné.

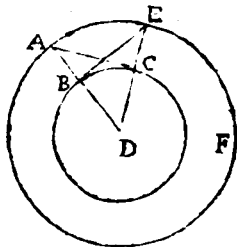
Soit le point donné A, duquel il faut mener une ligne droite qui touche le cercle donné BC, dont le centre est D.

Soit menee la ligne
AD coupant le cercle
BC en B : puis du cen-
tre D, & intervalle DA,
soit décrit le cercle A E F : Et apres avoir leué la



R.

perpendiculaire BE au bout du demy diametre BD par la 11. p. 1. laquelle coupe la circonferen-
ce AEF en E, soit men-
nee la ligne ED coup-
pant le cercle BC au
point C, & du point
donné A, à iceluy point
C, soit mennee la ligne
AC : ie dis qu'elle tou-
che le cercle donné
BC au point C.



Car les deux triangles ACD & EBD ayans
deux costez egaux, & l'angle D commun, la base
AC sera egale à la base EB, & l'angle droit ACD
egal à l'angle EBD, qui sera aussi droit. Et par le
Corol. de la preced. prop. la ligne AC touchera le
cercle BC au seul point C. Nous auons donc du
point donné A mené la ligne droite AC, qui
touche le cercle donné au point C. Ce qu'il fal-
loit demonstrier.

SCHOLIE.

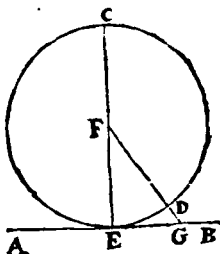
*La pratique de cette prop. est aisée à entendre par la
construction d'icelle : mais nous auons enseigné en nostre
Geometrie pratique, Prob. 20. une autre maniere beau-
coup plus facile, laquelle nous rapporterons encore à la 31.
prop. de ce liure.*

THEOR. 16. PROP: XVIII.

Si vne ligne droite touche vn cercle,
& du centre à l'attouchement on
mene vne ligne droite, elle sera
perpendiculaire à la touchante.

Soit la ligne droicte AB touchant le cercle CDE , au point E , & d'iceluy point d'attouchement soit mence la ligne droicte EC passant par le centre F . le dis qu'elle sera perpendiculaire à AB .

Car si elle ne l'est, soit mence FG perpendiculaire à AB , couppant la circonference en D . Veu donc qu'au triagle EFG les deux angles FEG, FGE sont moindres que deux droicts par la 17. p. 1. & FGE est droict par la construction, FEG sera moindre qu'un droict, & par la 19. p. 1. la ligne FE , ou FD son egale, sera plus grande que FG , la partie que le tout : ce qui est absurde. Donc FE est perpendic. à AB . Parquoy si vne lig. droicte touche vn cercle, &c. Ce qu'il falloit demonst. r.



SCHOLIE.

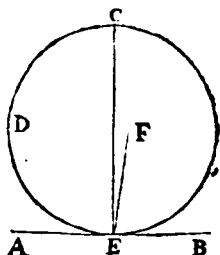
Clauius demonstre encore cette prop. ainsi. si EC n'est perpendiculaire à AB , l'un des angles qu'elle fait au point E sera obtus, & l'autre aigu. soit donc CEB aigu; & veu qu'il est plus grand que l'angle du demy cercle CED , l'angle du demy cercle sera plus petit que quelque angle rectiligne aigu: ce qui est contre la 16. pr. 3. & partant absurde.

THEOR. 17 PROP. XIX.

Si vne ligne droicte touche vn cercle, & au point de l'attouchement est leuee vne perpendiculaire; en icelle sera le centre du cercle.

R ij

Soit la ligne droite AB , touchant le cercle CDE au point E : & d'iceluy soit leuee EC perpendiculaire à AB . Je dis que le centre du cercle sera dans icelle ligne perpendiculaire EC .



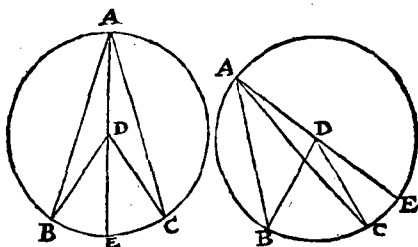
Autrement, il sera dehors icelle ligne; soit donc au point F , s'il est possible, & d'iceluy point soit menee la ligne droite EF au point de l'attouchement E ; icelle ligne EF sera aussi perpendiculaire à AB par la prec. prop. ce qui est impossible: car les deux angles AEC , AEF seroient droicts & egaux, la partie au tout: partant le centre du cercle n'estoit pas hors la ligne EC , ains dedans. Si donc vne ligne droite touche vn cercle, &c. Ce qu'il falloit prouuer.

THEOR. 18. PROP. XX.

Au cercle, l'angle du centre est double de l'angle de la circonference, quand iceux angles ont vne mesme circonference pour base.

Au cercle ABC , duquel le centre est D , soient constituez les deux angles BAC & BDC , sçauoir BAC en la circonference, & BDC au centre, ayant pour base vne mesme circonference BC . Je dis que l'angle BDC sera double de l'angle BAC .

Car premierement si les lignes droictes AB,



A C enclorent les lignes DB, DC, comme en la premiere figure; estant menee par le centre D la ligne droicte ADE, & les lignes DA, DB & DC, estans egales, les deux triangles ADB & ADC seront Isoleles, & par la 5. pr. 1. ils auront les angles egaux sur les bases AB & AC. Mais l'angle exterieur BDE par la 32. p. 1. est egal aux deux angles interieurs DAB & DBA, qui sont egaux: partant il sera double du seul DAB: par mesme discours EDC se trouuera aussi double de DAC, & par consequent les deux ensemble BDC seront doubles des deux ensemble BAC.

Que si l'angle de la circonference BAC est comme en la seconde figure, il s'ensuiura toujours le mesme, sçauoir que l'angle BDC sera double de l'angle BAC.

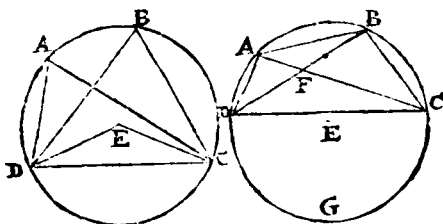
Car apres auoir mené par le centre D la ligne ADE, par la 32. pr. 1. l'angle exterieur BDE sera egal aux deux opposez interieurs ABD, DAB, & double du seul DAB, estant le triangle Isolele: par mesme discours CDE sera double de CAD, & par la 20. com. sent. si de BDE double de BAE on oste CDE, double de CAE, le demeurant

BDC sera double du demeurant BAC. Parquoy au cercle, l'angle du centre est double de l'angle de la circonference, &c. Ce qu'il falloit prouver.

THEOR. 19. PROP. XXI.

Au cercle, les angles qui sont en vne mesme portion, sont egaux entr'eux.

Toute portion de cercle, est ou plus grande, ou plus petite que le demy cercle. Soit donc pre-



- mierement au cercle ABCD, le centre duquel est E, vne plus grande portion DABC, en laquelle soient les angles DAC & DBC. Je dis qu'ils sont egaux entr'eux.

Car si du centre E on mene les deux lignes ED & EC, l'angle du centre DEC sera double de l'angle en la circonference DAC par la prop. precedente: & par la mesme prop. il sera aussi double de l'autre angle DBC. Mais les choses qui sont moitié d'une mesme, sont egales entr'elles: Donc aussi les angles A & B seront egaux entr'eux.

Soit maintenant vne portion plus petite que le

demy cercle, comme en la 2. figure. Je dis que les deux angles DAC, DBC , estans en la mesme portion $DABC$ sont egaux.

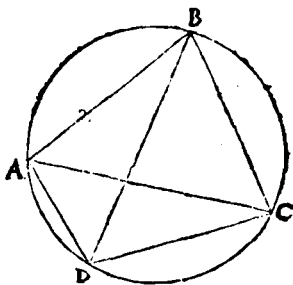
Car si on meine la ligne dr. AB , il se fera vne portion BGA , plus grande que le demy cercle; & comme nous auons demonstté cy dessus, les deux angles ADB & BCA , qui sont en vne mesme portion AGB , seront egaux: pareillement aux deux triangles DAF & CBF , les angles opposez au poinct F sont egaux par la 15. pr. 1. & par ce qui a esté demonstté à la 32. pr. 1. le troisieme angle DAF sera egal au troisieme angle CBF . Donc au cercle, les angles qui sont en vne mesme portion sont egaux entr'eux: ce qui estoit à prouuer.

THEOR. 20. PROP. XXII.

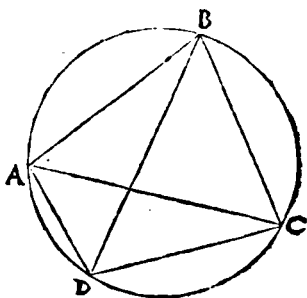
Les figures de quatre costez inscrites au cercle, ont les angles opposez egaux à deux angles droicts.

Soit le cercle $ABCD$, auquel soit inscrite la figure de quatre costez $ABCD$. Je dis que les angles opposez ABC, ADC ; item BAD, BCD , sont egaux à deux droicts.

Car si on meine les deux diagonales AC & BD , les deux angles ACD & ABD , estans en vne mesme portion $ABCD$, seront egaux



par la pr. prec. Pareillement les deux angles DBC & CAD , estans en vne mesme portion $DABC$, seront egaux; donc les deux angles sous le point B , seront egaux aux deux DAC & DCA , lesquels avec les deux du point D , sont egaux à deux droicts par la 32. pr. 1. partant aussi les deux sous le point B avec les deux sous le point D : c'est à dire le total ABC , avec le total ADC , seront egaux à deux droicts. Nous demonsturerons en la mesme maniere que les deux angles BAD , BCD , sont egaux à deux droicts. Car derechef les deux angles ABD , ACD , sont egaux. Item les deux BCA , BDA ; & partant tout l'angle BCD sera egal aux deux ABD , ADB , lesquels avec BAD sont egaux à deux droicts par la 32. p. 1. Donc aussi les deux BCD , BAD , seront egaux à deux droicts. Parquoy les figures de quatre costez inscrites au cercle, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.



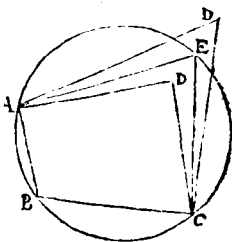
S C H O L I E.

La conuerse de cette 22. prop. peut estre demonstree ainsi qu'il ensuit.

Si deux angles opposez d'un quadrilatere sont egaux à deux droicts, le cercle descript par trois angles; d'iceluy passera aussi par le quatriesme angle.

Au quadrilatere $ABCD$, les deux angles opposez B & D soient egaux à deux droicts, & par les trois angles A, B, C , soit descript un cercle :

Je dis qu'il passera aussi par le 4. angle D . Car s'il n'y passe, il passera ou au de çà de D , ou au delà. Soient donc tirees les deux lignes droictes AE, CE , en telle sorte que ne couppant les lignes droictes CD, AD , elles constituent au cercle un quadrilatere



$ABCE$. Donc par la 22. prop. 3. les deux angles opposez B, E sont egaux à deux droicts : Mais par l'hypothese les deux angles B & D , sont aussi egaux à deux droicts ; & partant les deux angles B & E seront egaux aux deux B & D . Parquoy en ostant l'angle commun B , resteront les angles D & E egaux : Ce qui est absurde, car estant tiree la ligne droicte CA , l'angle D sera plus grand que l'angle E par la 21. prop. 1. ou au contraire l'angle E plus grand que l'angle D . Le cercle passera donc par le point D .

Nous demonstrerons encore icy quatre theoremes non seulement utiles aux choses Geometriques, mais aussi necessaires aux Astronomiques.

I. Aux cercles, les angles qui s'appuyent sur arcs semblables sont egaux entr'eux, soit qu'ils soient constituez aux centres ou aux circonferences : & au contraire, les arcs auxquels s'appuyent angles egaux constituez aux centres ou aux circonferences, sont semblables.

Aux cercles $ABCD, EFGH$ desquels les centres

I & K , soient premierement les arcs semblables BCD , FGH , auxquels insistent & s'appuyent les angles I & K aux centres; & les angles A & E aux circonferences.

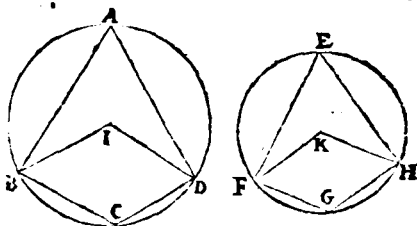
Je dis que tant ces deux-là, que ces deux-cy sont egaux entr'eux.

Car estans constitués en iceux arcs les angles C , G , qui par la 10. d.

3. seront egaux: & par la 22. pr. 3. tant les deux angles C , A , que les deux G , E , sont egaux à deux droicts. Ostant donc les egaux C , G , les restans A , E seront aussi egaux: Mais d'iceux sont doubles les angles I , K , par la 20. prop. 3. & par consequent ils sont aussi egaux. Ce qui estoit proposé.

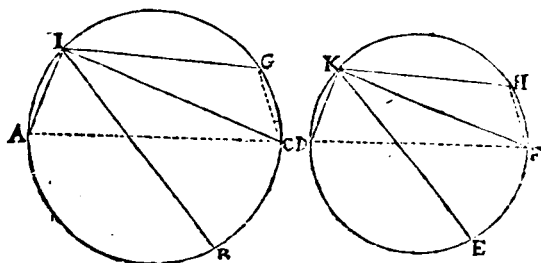
Secondement, soient egaux tant les angles I , K , que A , E , lesquels s'appuyent sur les arcs BCD , FGH : Je dis qu'iceux arcs BCD , FGH sont semblables. Car si A & E sont egaux, & par la 22. prop. 3. tant les deux angles A & C , que les deux E & G sont egaux à deux droicts, les deux autres C & G seront aussi egaux; & partant les arcs BCD , FGH , auxquels insistent les angles A , E aux circonferences, seront semblables par la 10. d. 3. Mais si les angles I & K aux centres sont egaux, leurs moitiés A & E seront aussi egales. Parquoy comme dessus, les arcs BCD , FGH sont semblables. Ce qu'il falloit démonstrer.

2. Si aux demy cercles, ou autres segmens semblables, l'on adiouste des segmens semblables; les totaux segmens seront aussi semblables: &c



si des cercles, demy cercles, ou autres segmens semblables, on oste des segmens semblables; les segmens restans seront aussi semblables.

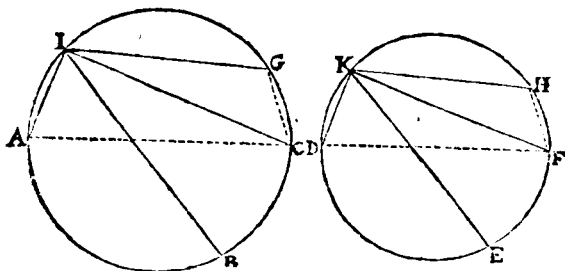
Aux cercles ABC , DEF , soient les segmens ou arcs semblables ABC , DEF , qui soient demy cercles ou non,



Et a iceux soient adioustez les arcs semblables CG , FH . Je dis que tout l'arc ABG est semblable à tout l'arc DEH . Car estans pris aux arcs restans les deux poinçts I , K , comme on voudra, soient menees les lignes droictes AI , CI , GI : DK , FK , HK . D'autant que les arcs ABC , DEF sont semblables, les angles AIC , DKF , seront egaux par le prec. Theor. Et par mesme raison les angles CIG , FKH seront aussi egaux, à cause des arcs semblables CG , FH . Donc tout l'angle AIG sera egal à tout l'angle DKH : Et par le mesme theor. prec. les arcs ABG , DEH seront semblables: ce qui estoit proposé.

Maintenant, que des segmens ou arcs semblables ABC , DEF , soient retranchez les arcs semblables AB , DE . Je dis que les arcs restans BC , EF , sont aussi semblables. Car estans pris derechef les deux poinçts I , K , aux peripheres restantes des

arcs donnez soient menees les lignes droictes $AI, BI, CI: DK, EK, FK$. Donc puis que tout l'arc ABC est semblable à tout l'arc DEF , tout l'angle AIC sera egal



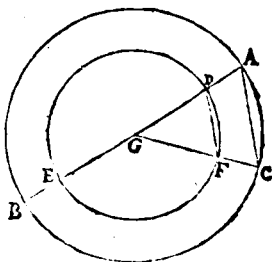
à tout l'angle DKF par le prec. theor. Et par mesme raison l'angle retranché AIB sera egal à l'angle retranché DKE , à cause des arcs semblables AB, DE : donc aussi l'angle restant BIC sera egal à l'angle restant EKF ; & consequemment les arcs BC, EF , seront semblables. Ce qu'il falloit demonstrier.

Que si des cercles entiers on oste les segmens semblables IAC, KDE , les segmens restans CGI, FHK seront aussi semblables. Car ayant pris aux arcs d'iceux segmens les poinçts A, G, D, H , soient menees les lignes droictes $IA, CA, IG, CG: KD, ED, KH, EH$. D'autant que les segmens IAC, KDE sont semblables, les angles IAC, KDE seront egaux par la 10. def. 3. Et puis que par la 22. prop. 3. tant les deux angles opposez A, G , que les deux D, H , sont egaux à deux droictes; en ostant les deux angles egaux A & D , les deux restans G & H seront aussi egaux, & partant les segmens IGC, KHF seront semblables par la mesme def. Ce qui estoit proposé.

3. Si deux ou plusieurs cercles sont descripts d'un

mesme centre, & d'iceluy soient menees deux ou dauantage de lignes droictes, qui couppent les circonferences; les arcs compris entre deux quelconques d'icelles lignes, seront semblables.

Soient deux cercles ABC , DEF , descrits d'un mesme centre G , duquel soient menees les deux lignes droictes GB , GC , qui couppent les circonferences en B , C , & E , F : Je dis que les arcs EF , BC , sont semblables. Car estant prolongee la ligne BG iusques en A , & tiré les lignes droictes AC , DF , l'angle G constitué au centre sera double de chacun des angles A , D , en la circonference par la 20. pr. 3. Donc par le 1. de ces theor. les arcs BC , EF , sur lesquels ils s'appuient seront semblables. Ce qui estoit proposé.

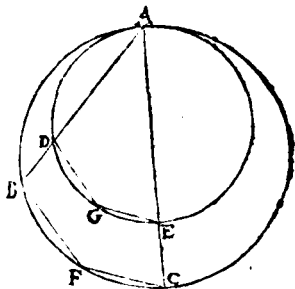


Autrement. D'autant que sur les arcs EF , BC s'appuient angles egaux au centre; ou plustost un seul & mesme angle BGC ; iceux arcs EF , BC seront semblables par le theor. susdit.

4. Si deux ou dauantage de cercles s'entretouchent au dedans, & du point d'attouchement soient tirees deux ou dauantage de lignes droictes qui couppent les cercles; les arcs compris entre deux quelconques d'icelles lignes, seront semblables; comme aussi les arcs compris entre le point d'attouchement, & laquelle on voudra d'icelles lignes.

Que les deux cercles ABC , ADE s'entretouchent en

dedans au point A , duquel soient menees les deux lignes droictes AB, AC , qui couppent les cercles en B, C , & D, E : Je dis que tant les arcs BC, DE , que AB, AD : & ACB, AED sont semblables. Car ayant pris les deux pointes F, G , & tiré les lignes droictes, BF, CF, DG, EG ; les deux angles DAE, DGE , seront egaux aux deux angles BAC, BFC , attendu que tant ces deux-là, que ces deux cy sont egaux à deux droicts par la 22. pr. 3. & partant l'angle commun BAC étant



osté, les deux autres angles DGE, BFC demeureront egaux : & par la 10. def. 3. les arcs DE, BC seront semblables. Et d'autant que si on conçoit estre tirée la ligne droicte AC par le centre du cercle, elle tombera en l'atouchement A par la 11. pr. 3. & en la mesme maniere que dessus les arcs DE, BC seront semblables, lesquels estans ostez des demycercles semblables, resteront aussi semblables les arcs AD, AB , qui ostez des circonferences entieres, resteront encores les arcs AED, ACB semblables, comme nous auons demonsté au 2. theor. Ce qui estoit proposé.

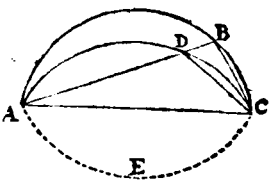
THEOR. 21. PROP. XXIII.

Deux portions de cercles, semblables & inegales, ne se mettront pas dessus vne mesme ligne droicte, & de mesme part.

Car si faire se peut, soient deux portions de cer-

cles semblables, & inegales ABC & ADC , sur la ligne droiète AC , & de mesme costé. Il est euident qu'elles s'entrecouperont seulement és points A & C , puis que par la 10. pr. de ce liure vn cercle ne coupe pas vn autre cercle en plus de deux points; & partant la circonference d'une portion sera toute dehors la circonference de l'autre. Soit d'óc menée

la ligne droiète AB couppant les circonferences en D & B , & tirees les deux lignes droiètes BC , & DC :



par la definition des semblables portions, les

deux angles ABC & ADC seront egaux, ce qui est absurde: car par la 16. prop. 1. l'angle exterior ADC doit estre plus grand que l'opposé interieur B . Donc les deux portions ABC & ADC , estans semblables & inegales, ne se pouoient mettre sur vne mesme ligne droiète AC , & de mesme part Ce qu'il falloit demonstrier.

SCHOLIE.

Encore qu'en ceste 23. prop. & demonstration d'icelle les portions de cercles soient constituées de mesme part, si est-ce toutesfois que la prop. sera aussi veritable, si lesdites portions sont posées de diuerse part; comme sont les portions ABC , AEC . Car si on conçoit que l'une d'icelles portions, cōme AEC , soit meüe à l'entour de la ligne dr. AC , & vienne à estre de mesme part que ABC il aduiendra tousiours la mesme absurdité que dessus, attendu qu'une portion ne conuiendra point à l'autre, à cause de leur inegalité.

D'autantage il est evident, que ce qui est dit icy de deux portions constitues sur une mesme ligne droicte se doit aussi entendre de celles constitues sur lignes droictes egales; car l'une d'icelles lignes estant superposée à l'autre, elle luy conuendra, & partant les deux portions seront lors posées sur une mesme ligne droicte, ainsi que dessus, &c.

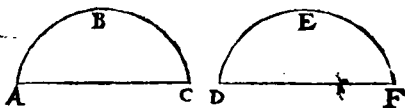
THEOR. 22. PROP. XXIV.

Semblables portions de cercles estans constitues sur lignes droictes egales, sont egales entr'elles.

Soient deux portions de cercles semblables ABC & DEF

constitues sur lignes droictes egales AC, &

DF. Je dis qu'icelles portions sont egales entr'elles.



Autrement, si elles estoient inegales, il s'ensuiuroit que deux portions semblables & inegales, pourroient estre posées sur lignes droictes egales, ou bien sur vne mesme, contre la prop. precedente: donc les deux portions ABC & DEF constitues sur lignes droictes egales, seront egales; Ce qu'il falloit prouuer.

S C H O L I E.

il est aisé de demonstrier la conuersé tant de cette 24. prop.

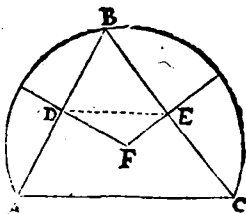
prop. que de la precedente, c'est à sçavoir que les egaux segmens de cercles constituez sur lignes droictes egales, ou sur une mesme, sont semblables. Car à cause de l'egalité desdits segmens ou portions de cercles, l'une contiendra à l'autre: & partant tous les angles constituez en icelles sont egaux: Parquoy icelles portions seront semblables. Que si quelqu'un dit que lesdites portions ne contiennent entr'elles, il faudroit ou que l'une tombast toute hors de l'autre, & elles ne seroient egales entr'elles, contre l'hypothese; ou bien que la circonference de l'une couppast la circonference de l'autre, & par ainsi un cercle en coupperait un autre à plus de deux points, contre la 10. prop. 3.

PROB. 3. PROP. XXV.

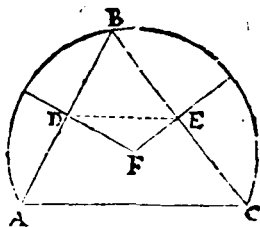
La portion d'un cercle estant donnee, descrire le cercle duquel elle est portion.

Soit vne portion de cercle ABC, de laquelle il faut trouver le centre pour acheuer le cercle d'icelle.

En la circonference d'icelle portion soient pris comme on voudra les trois points A, B, C, & apres auoir mené les deux lignes droictes AB & BC, & icelles coupees en deux egalement en D & E par la 10. prop. 1. d'iceux points soient leuees par la 11. prop. 1. les perpendiculaires DF,



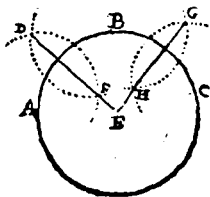
& EF, se rencontrans au point F: (or elles se doivent rencontrer, pource que si on menoit vne ligne droicte de D à E, comme DE, seroient faicts deux angles EDF, DEF, moindres que deux droicts.) le dis que le point F est le centre cherché.



Car par le Corol. de la 1. prop. de ce liure le centre sera en la ligne DF: Il sera aussi en EF: ce sera donc au point F, qui leur est commun. Parquoy nous auons trouué le centre du cercle, duquel le segment donné ABC est portion: ce qu'il falloit faire.

S C H O L I E.

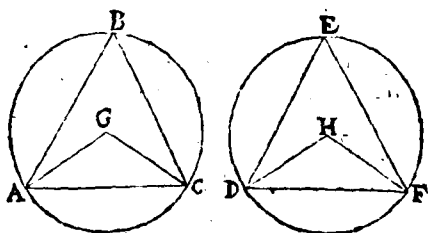
La pratique de cette prop. n'est differente à celle de la premiere, c'est à sçauoir qu'ayant pris en la circonference les trois points A, B, C, il faut des points A & B, descrire d'un mesme intervalle deux arcs qui s'entrecouppent en D, F, & par iceux mener une ligne droicte DFE: en apres des points B & C, descrire encore d'un mesme intervalle deux autres arcs qui s'entrecouppent en G & H, par lesquels soit menee une ligne droicte GHE, qui coupe la precedente DF en E, qui sera le centre requis.



THEOR. 23. PROP. XXVI.

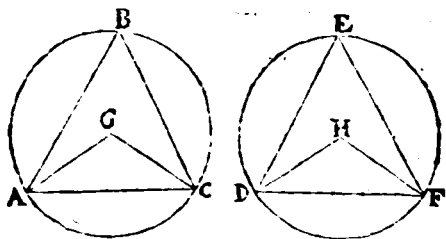
Aux cercles egaux , les angles egaux s'appuyent sur circonferences egales , soit qu'ils s'appuyent estans constituez aux centres , ou aux circonferences.

Soient les cercles egaux ABC & DEF , desquels les centres sont G & H , & à iceux soient constituez les angles egaux G, H : Item les angles B, E constituez aux circonferences, soient aussi egaux. Je dis que les circonferences AC & DF , sur lesquelles iceux angles s'appuyent, sont egales.



Car d'autant que les cercles sont egaux , les lignes tirees du centre à la circonferance seront egales par la. def. de ce liure. Parquoy ayant tiré les deux lignes droictes AC, DF , les deux triangles AGC & DHF , auront deux costez egaux à deux costez, chacun ausien, & l'angle G egal à

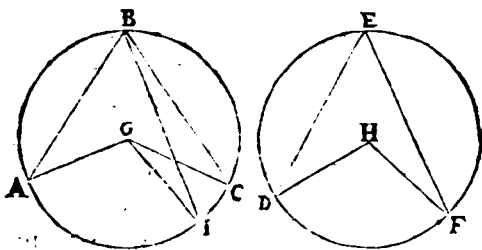
l'angle H : & par la 4. prop. 1. la base AC sera égale à la base DF. Pareillement l'angle B étant égal à l'angle E, la portion ABC sera semblable à la



portion DEF, par la 10. def. de ce liu. & par la 24. prop. elles seront égales; & qui de cercles égaux ôste portions égales, sçavoir ABC & DEF, le demeurant AC sera égal au demeurant DF : ainsi les angles égaux s'appuyent dessus circonférences égales AC, DF. Donc aux cercles égaux, les angles égaux s'appuyent sur circonférences égales, &c. Ce qu'il falloit prouver.

SCHOLIE.

Que si les susdits angles estoient inégaux, le plus



grand s'appuyeroit sur un plus grand arc que le moindre. Car aux cercles égaux ABC, DEF, soit l'angle

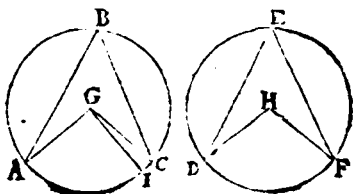
AGC au centre G, plus grand que l'angle DHF au centre H. Item l'angle ABC en la circonference, plus grand que l'angle DEF en la circonference. Je dis que l'arc AC est plus grand que l'arc DF. Car ayant fait l'angle AGI egal à l'angle DHF, & l'angle ABI egal à l'angle DEF; par ce qui a esté démontré cy dessus, les arcs AI, DF seront egaux; & partant AC sera plus grand que DF.

Or ce qu'Euclide dit des cercles egaux en ceste proposition, & aux trois prochaines suivantes, se doit aussi entendre d'un mesme cercle; c'est à dire qu'en un mesme cercle, les angles egaux s'appuyent sur circonférences egales, &c. Car tousiours la mesme demonstration qui se fera en deux ou plusieurs cercles egaux, aura aussi lieu en un mesme cercle.

THEOR. 24. PROP. XXVII.

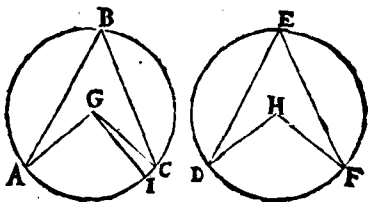
Aux cercles egaux, les angles qui s'appuyent dessus circonférences egales, sont egaux entr'eux, soit qu'ils s'appuyent estans constituez aux centres, ou aux circonférences.

Soient deux cercles egaux ABC & DEF, les centres desquels sont G & H, & sur les circonférences egales AC & DF, soient les angles ABC & DEF, tous



deux en la circonference. Item AGC & DHF au centre : ie dis premierement qu'iceux angles AGC & DHF seront egaux.

Autrement, l'un d'iceux angles sera plus grand que l'autre: Soit donc AGC plus grand que DHF s'il est possible, & par la 23. pr. 1. sur AG soit fait l'angle AGI egal à DHF , & par la



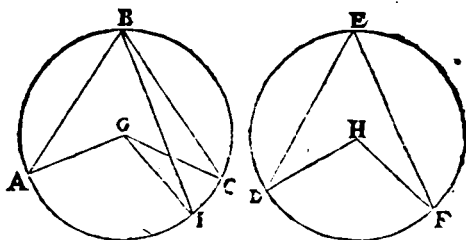
precedente prop. les circonférences AI & DF seront egales ; ce qui est contre nostre hypothese ; car nous auons posé AC egale à DF . Il faudroit doncques que AC & AI fussent egales, contre la 8. com. sent. Donc l'angle AGC n'estoit point plus grand que l'angle DHF , & partant egal: ce qui estoit proposé.

Or l'egalité des angles du centre estant prouuee, les angles de la circonference sont entendus egaux, puis qu'ils sont moitez d'iceux par la 20. proposition de ce liure. Donc aux cerceles egaux les angles qui s'appuyent dessus circonférences egales, sont egaux, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

SCHOLIE.

Que si les arcs estoient inegaux, l'angle insistant sur le plus grand arc seroit plus grand que celui du moindre. Comme en la figure du Scholie precedent, soit l'arc AC plus grand que l'arc DF : ie dis que l'angle AGC est plus grand que l'angle DHF , & l'an-

gle ABC , plus grand que l'angle DEF . Car ayant fait l'arc AI egal à l'arc DF , & tiré les lignes



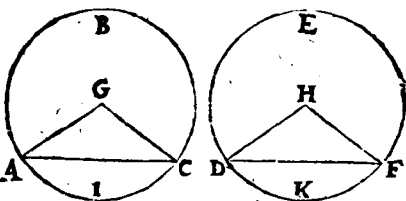
droiſtes GI, BI ; tant les angles AGI, DHF , que les angles ABI, DEF , ſeront egaux, comme il a eſté démontré cy deſſus: & partant l'angle AGC ſerá plus grand que l'angle DHF , & l'angle ABC plus grand que l'angle DEF .

THEOR. 25. PROP. XXVIII.

Aux cercles egaux, les lignes droiſtes egales prennent circonferences egales, ſçauoir la plus grande à la plus grande, & la plus petite à la plus petite.

Soient deux cercles egaux ABC & DEF , deſquels les centres ſont G & H , & dans ces cercles ſoient deux lignes droiſtes egales AC & DF : Je diſ que les circonferences qu'elles coupent, ſont egales, ſçauoir la petite AIC à la petite DKF , & la grande ABC à la grande DEF .

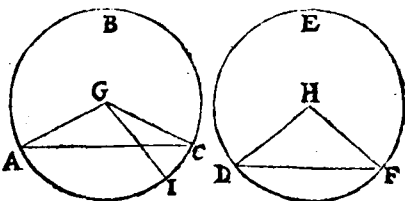
Qu'il ne soit ainſi; des centres G & H, ſoient menees les lignes GA, GC, HD, HF, qui ſeront egales par la 1. def. de ce liure, eſtans les cercles egaux; & la ligne droite AC eſtant egale à la ligne droite DF, A



les deux triangles AGC & DHF, auront les trois coſtez egaux aux trois coſtez, chacun au ſien: & par la 8. pr. 1. l'angle G ſera egal à l'angle H, & par la 26. p. de ce liure ils ſ'appuyeronſ deſſus circonſerences egales AIC, DKF; & qui de cercles egaux oſte icelles circonſerences egales, reſteront les circonſerences ABC, DEF, auſſi egales. Donc aux cercles egaux, les lignes droites egales prennent circonſerences egales, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

S C H O L I E.

Que ſi les lignes droites eſtoient inegales, la plus grande prendroit aux ſegmens mineurs une plus grande circonſerence que la moindre: mais une moindre aux ſegmens maieurs. Comme aux cercles egaux ABC, DEF, deſquels les centres ſont G & H, ſoit la ligne droite AC, plus grande que la ligne droite DF: Je dis que la circonſerence AC moine,



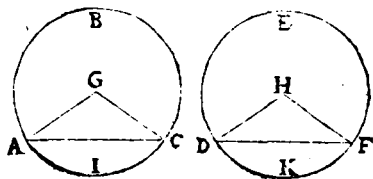
dre que le demy-cercle, est plus grande que la circonférence DF : & que la circonférence ABC est moindre que la periphère DEF . Car estans tirees les lignes droictes AG , GC , DH & HF : les costez AG , GC du triangle AGC , seront egaux aux costez DH , HF du triangle DHF : & la base AC est posée plus grande que la base DF : Donc l'angle AGC sera plus grand que l'angle DHF par la 25. pr. 1. Parquoy soit fait l'angle AGI égal à l'angle DHF par la 23. p. 1. & par la 26. p. 3. l'arc AI sera égal à l'arc DF , & partant la circonférence AIC sera plus grande que la circonférence DF , & conséquemment le reste ABC sera moindre que le reste DEF .

THEOR. 26. PROP. XXIX.

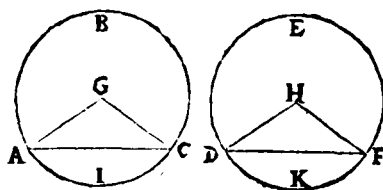
Aux cercles egaux, les circonférences egales, soustendent lignes droictes egales.

Es cercles egaux ABC & DEF , desquels les centres sont G & H , soient les circonférences ABC , DEF egales : item les circonférences AIC , DKF aussi egales & soustendues des lignes droictes AC & DF . Je dis qu'icelles lignes soustendantes sont egales.

Qu'ainsi ne soit ; des centres G & H soient mencees les lignes droictes GA , GC , HD , HF .



Or d'autant que l'on pose les circonferences AIC, DKF egales, les angles G & H qui s'appuyent dessus icelles circonferences, seront



celles circonferences, seront egaux par la 27. pro. de ce liure : pareillement les costez GA & GC, estans e-

gaux aux costez HD & HF par la 1. d. 3. la base AC sera egale à la base DF par la 4. propos. 1. Donc aux cercles egaux les circonferences, &c. Ce qui estoit à prouver.

SCHOLIE.

Mais si les circonferences estoient inegales, la plus grande seroit soustendue d'une plus grande ligne que la moindre, lesdites circonferences estans moindres que le demy cercle : Car si elles estoient plus grandes, la moindre d'icelles circonf. seroit soustendue d'une plus grande ligne que la plus grande. Comme aux cercles egaux ABC, DEF, desquels les centres sont G & H, soient les circonferences AC, DF, chacune moindre que le demy cercle, & soit AC plus grande que DF, & partant ABC moindre que DEF : Je dis que la ligne droite AC est plus grande que la ligne droite DF. Car estans tirees les lignes droictes AG, GC, DH, & HF, l'angle AGC sera plus grand que l'angle DHF par le Scholie de la 27. prop. de ce liure ; & puis que les costez AG, GC, du triangle AGC sont egaux aux costez DH, HF du triangle DHF, par la 24. propos. 1. la base AC sera plus grande que la base DF.

Clavius, apres Commandin, demanstre en ce lieu les quatre Theoremes suiuaus.

1. Les cercles, desquels les lignes droictes egales retranchent semblables circonferences, sont egaux.

Soient deux cercles ABC, DEF, desquels les lignes droictes egales AC, DF, couppent semblables circonferences ABC, DEF: Je dis qu'iceux cercles sont egaux. Car si les segmens ABC, DEF sont semblables, les segmens restans AIC, DKF, seront aussi semblables, cōme nous auons demonstre au Scholie de la 22. prop. de ce liure. Derechef, pour ce que sur les lignes droictes egales AC, DF, sont constituees les semblables segmens ABC, DEF, ils seront egaux par la 24. prop. 3. Par mesme raison seront aussi egaux les semblables segmens AIC, DKF. Donc les cercles entiers ABC, DEF, seront egaux. Ce qui estoit propose.

2. Des cercles inegaux, les lignes droictes egales couppent circonferences dissemblables

En la mesme figure precedente les lignes droictes AC, DF soient posees egales, & les cercles ABC, DEF, inegaux. Je dis que les circonferences ABC, DEF, sont dissemblables. Car si elles estoient semblables, les cercles seroient egaux, comme nous auons demonstre cy-dessus, contre l'hypothese. Donc les circonferences ABC, DEF, sont dissemblables. Par mesme raison les circonferences AIC, DKF, seront aussi dissemblables. Ce qu'il falloit demonstrier.

3. Les lignes droictes, qui prennent circonferences semblables de cercles inegaux, sont inegales.

En la mesme figure soient posez les cercles inegaux, & les circonferences ABC , DEF semblables : Je dis que les lignes droictes AC , DF sont inegales. Car si elles estoient egales, les cercles seroient egaux par le 1. Theor. cy-dessus, contre l'hypoth. icelles lignes droictes AC , DF , sont donc inegales.

4. Les lignes droictes, qui de quelconques cercles prennent circonferences semblables & inegales, sont inegales.

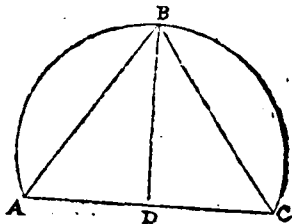
En la mesme figure, soient posees les circonferences ABC , DEF semblables & inegales. Je dis que les lignes droictes AC , DF sont inegales. Car les cercles sont ou egaux, ou inegaux : Soient premierement egaux. Si donc les lignes droictes AC , DF , sont dictes egales, par la 28. prop. 3. les circonferences ABC , DEF , seront egales : ce qui est contre l'hypoth. Icelles lignes droictes AC , DF , ne sont donc pas egales. Soient puis apres les cercles inegaux. Donc les lignes droictes AC , DF , estans les circonferences ABC , DEF , semblables, seront inegales, comme il a esté demonsté au precedent Theor. En la mesme maniere nous demonstrerons les lignes droictes AC , DF estre inegales, si les circonferences AIC , DKF sont posees semblables & inegales.

PROB. 4. PROP. XXX.

Couper vne circonference donnée en deux egalemant.

Soit la circonference donnée ABC , laquelle il faut couper en deux également.

Soit menée la ligne droite AC , laquelle soit couppee en deux également au point D , duquel point soit esleuee la perpendiculaire DB

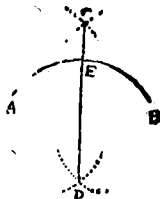


par la 11. propos. 1. qui rencontre la circonference en B . Je dis que la circonference ABC est couppee en deux également en B .

Qu'il ne soit ainsi: soient menées les lignes droictes AB & BC . D'autant que les deux costez AD & DB du triangle ADB , sont egaux aux deux costez CD & DB du triangle CDB , chacun au sien, & les deux angles au point D egaux: par la 4. p. 1. la base AB fera egale à la base BC , & par la 28. prop. de ce liure les circonférences AB & BC seront egales. Nous auons donc couppe la circonference donnée en deux également. Ce qu'il falloit faire.

S C H O L I E.

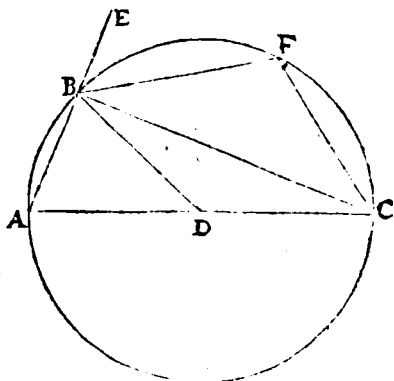
La pratique de ceste proposition est fort aisee, car il n'y a qu'à descrire deux arcs de cercles de chaque extremité de la circonference donnée A & B , qui s'entrecouppent es points C & D , desquels points estant menée une ligne droite CD , elle couppera la circonference donnée AB en deux également au point E .



THEOR. 27. PROP. XXXI.

Au cercle, l'angle qui est au demy cercle est droit : & celuy qui est en la plus grande portion, est plus petit qu'un droit ; mais celuy qui est en la plus petite, est plus grand qu'un droit. Et d'avantage, l'angle de la plus grande portion, est plus grand qu'un droit : mais l'angle de la plus petite portion est moindre qu'un droit.

Au cercle ABC, duquel D est le centre, & AC le diametre, soit constitué au demy cercle ABC, l'angle rectilig. ABC & en la plus grāde portion BAC, l'angle BAC, mais en la moindre portion BFC, l'angle CFB. Je dis en premier lieu que l'angle ABC au demy cercle, est droit.



Car apres auoir mené la ligne BD, & continué

AB insques en E : il est euident que les triangles ABD & CBD sont Isosceles, & par la 5. pr. 1. ils auront les angles sur la base egaux, sçauoir BAD à ABD, & CBD à BCD : & partant les deux ensemble ABD, CBD, seront egaux aux deux ensemble BAD & BCD. Mais par la 32. p. 1. l'exterieur CBE est egal à iceux deux angles BAD, BCD : & partant les deux au point B, faisant le seul ABC, seront aussi egaux à l'exterieur CBE, & par la 10. def. 1. les deux angles ABC & CBE, seront deux droicts.

Ie dis en second lieu, que l'angle BAC, qui est en la plus grande portion CAB, est plus petit qu'un droict : ce qui est aisé à prouuer par la 32. pr. 1. d'autant qu'au triangle BAC, l'angle ABC, estant droict, les deux autres ensemble ne vaudront qu'un droict : & partant le seul angle BAC est plus petit qu'un angle droict, & ainsi des autres.

Ie dis tiercement, que l'angle BFC, qui est en la petite portion CFB, est plus grand qu'un droict : car par la 22. p. de celiure la figure de quatre costez ABFC inscrite au cercle, a les deux angles opposez A & F. egaux à deux droicts, Mais nous auons prouué A estre plus petit qu'un droict, par consequent F sera plus grand.

Ie dis en quatriesme lieu, que l'angle de la plus grande portion, sçauoir CBA, compris de la ligne droicte BC & de la periphère BAC, est plus grand qu'un angle droict : ce qui est euident ; car l'angle droict rectiligne ABC n'est que partie d'iceluy angle mixte CBA.

Finalement, ie dis que l'angle de la petite portion, compris de la ligne droicte BC & de la circonference BFC, c'est à dire l'angle mixte CBF,

est moindre qu'un droit, car iceluy n'est que partie de l'angle droit CBE. Donc au cercle, l'angle qui est au demy cercle est droit, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

COROLLAIRE.

De ce que dessus, est manifeste qu'un angle d'un triangle estant egal aux deux autres, est droit.

SCHOLIE.

La conuerse de cette prop. est manifestement vraye, c'est à sçauoir, que

Le segment de cercle, auquel est constitué un angle droit, est demy cercle; & celuy auquel est un angle aigu, est segment maieur: mais celuy auquel est un angle obtus, est segment mineur: Et le segment duquel l'angle est plus grand qu'un droit est plus grand que le demy cercle; mais celuy duquel l'angle est moindre que le droit, est ou demy cercle, ou moindre que le demy cercle.

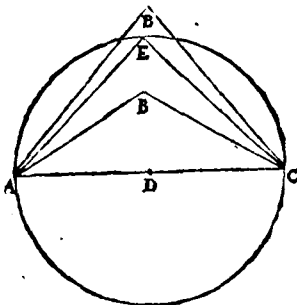
Car l'angle estant droit, si le segment n'est pas un demy cercle, il sera ou plus grand, & ainsi l'angle sera aigu; ou moindre, & ainsi l'angle sera obtus: contre l'hypothese. Derechef, l'angle estant aigu, si le segment n'est pas plus grand que le demy cercle, il sera ou demy cercle, & ainsi l'angle en iceluy sera droit: ou moindre que le demy cercle, & ainsi l'angle en iceluy sera obtus: Ce qui est aussi contre l'hypothese. Finalement, l'angle estant obtus, si le segment n'est moindre que le demy cercle, il sera ou demy cercle, & ainsi l'angle en iceluy sera droit; ou plus grand, & ainsi l'angle sera aigu: Ce qui est semblablement contre l'hypothese. D'auantage, quand l'angle du segment est plus grand qu'un droit, si le segment n'est pas plus grand que le demy cercle, il sera ou demy cercle, ou moindre que

dre que le demy cercle, & ainsi l'angle d'iceluy sera moindre qu'un droit, contre la position. Et quand l'angle du segment est moindre qu'un droit, si le segment n'est pas demy cercle, ou moindre que le demy cercle, il sera plus grand, & par ainsi l'angle d'iceluy sera pareillement plus grand que le droit: Ce qui est contre l'hypothese.

Clavius demonstre en ce lieu le theoreme suivant.

Si le costé opposé a l'angle droit d'un triangle rectangle est couppe en deux egaleement, & du point de la section est descrit vn cercle de l'intervalle de la moitié d'iceluy costé; iceluy cercle passera par l'angle droit du triangle.

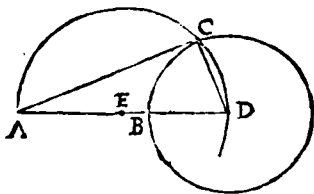
Au triangle rectangle ABC , le costé AC opposé à l'angle droit B , soit couppe en deux egaleement au point D , auquel & de l'intervalle DA , ou DC , soit descrit le cercle AEC , lequel ie dis passer par B . Car s'il passoit au dessus de B , ou au dessous, estans tirees les lignes droictes AE , CE , tellement qu'elles ne couppent les lignes droictes AB , AC , ains qu'elles tombent au



deçà d'icelles, ou au delà: l'angle AEC par la 31. p. 3. sera droit, & consequemment les angles B & E seront egaux, estans droicts: ce qui est absurde, veu que l'angle E par la 21. prop. 1. est necessairement ou plus grand ou plus petit que l'angle B . Le cercle AEC passe donc par le point de l'angle droit B . Ce qui estoit propose.

Or de la demonstration de la premiere partie de cette pr. nous colligeons un facile moyen pour d'un point donné hors

un cercle mener une ou deux lignes droictes qui touchent iceluy cercle, ce qui se fait ainsi. Soit donné le point A hors du cercle BC , le centre duquel est D : & il faut mener de A une ligne droicte, qui touche iceluy cercle donné. Ayant mené la ligne AD soit couppee icelle, en deux



egalement en E par la 10. p. 1. & de E cōme centre, & de l'intervalle EA soit descript un cercle ACD qui coupe le donné en C , auquel point C soit menee la ligne droicte AC , & icelle touchera le cercle donné en C . Car estant tiree la ligne droicte CD , l'angle ACD au demy cercle sera droict par ladite 31. pr. 3. & partant la ligne droicte AC touchera le cercle BC en C par le Cor. de la 16. p. 3. Et si du mesme point A on vouloit encore tirer une autre ligne qui touche semblablement ledit cercle BC , il ny auroit qu'à descrire le cercle entier ACD , & il coupperait encore la circonférence BC à un autre point au dessous de AD , &c.

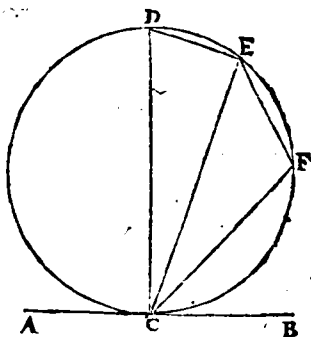
THEOR. 28. PROP. XXXII.

Si quelque ligne droicte touche le cercle, & de l'attouchement on mene quelque ligne droicte coupant le cercle, les angles qu'elle faict à la touchante sont egaux à ceux qui sont aux segmens alternes du cercle.

Soit la ligne droicte AB touchant le cercle CDE , au point C , & d'iceluy point soit menee CE , coupant le cercle en deux portions inegales. Le

dis que l'angle ECB, est egal à tout angle qui peut estre fait en la plus grande portion CDE ; & que l'angle ECA est egal à tout angle qui peut estre fait en la petite portion CFE.

Qu'il ne soit ainsi, apres auoir mené par le centre le diametre CD, soient menees les lignes droictes DE, EF, FC. Maintenant par la pro. preced. l'an-



gle DEC dans le demy cercle est droict, & par la 32. p. 1. les deux autres D & ECD sont egaux à vn droict, c'est à dire à DCB, lequel est droict par la 18. prop. de ce liure, desquels si on oste l'angle commun ECD, le demeurant ECB sera egal au demeurant D. Pareillement par la 22. prop. la figure de quatre costez inscrite au cercle CFED, aura les angles opposez F & D, egaux à deux droicts: c'est à dire aux deux ECA, ECB, desquels si on oste choses egales, c'est à sçauoir les angles egaux D & ECB, les demeurans F & ECA seront egaux.

Que si la ligne coupant le cercle estoit le diametre d'iceluy, tous les angles tant en l'un qu'en l'autre demy cercle, seroient droicts par la proposition precedente. Si donc quelque ligne droictte touche le cercle, &c. Ce qu'il falloit prouuer.

PROBL. 5. PROP. XXXIII.

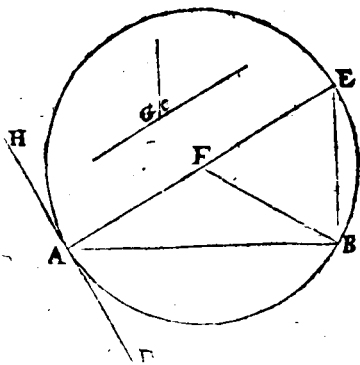
Dessus vne ligne droicte donnee, des-
crire vne portion de cercle capa-
ble d'un angle egal à vn angle recti-
ligne donné.

Soit la ligne donnee AB, & l'angle rectiligne

C: il faut sur
icelle ligne de-
crire vne por-
tion de cercle
comprenant vn
angle egal à
l'angle donné C.

Soit construit
l'angle BAD e-
gal à l'angle do-
né C par la 23.
prop. 1. & au
point A soit

leuee AE perpendiculaire à AD; puis sur la ligne
AB, & au point B, soit fait l'angle ABF egal à
l'angle BAE par la 23. prop. 1. tirant la ligne BF
iusqu'à ce qu'elle rencontre la perpendiculaire
AE au point F: donc par la 6. p. 1. les costez FA,
FB, seront egaux: Partant le cercle descript du cen-
tre F & de l'interuale FA, passera aussi par le point
B; & apres auoir mené la ligne droicte BE, ie dis
que l'angle E, qui est en la portion AEB est egal
à l'angle donné C. Car d'autant que la ligne droi-



&c AE passe par le centre F, & qu'à icelle, DA est perpendiculaire; par le Corol. de la 16. prop. de ce liure le cercle touchera icelle DA en A. Parquoy par la preced. prop, l'angle BAD, qui est egal à l'angle C, sera egal à l'angle E, décrit dans la portion AEB; par consequent l'angle E sera egal à l'angle C: ainsi nous auons décrit vne portion de cercle sur la ligne donnée AB, capable d'un angle egal à vn angle donné C.

Que si l'angle donné eust esté obtus, comme G; il eust fallu construire l'angle BAH egal à iceluy, & chercher le centre F comme dessus, pour descrire le cercle AEBI, & par la prop. precedente la plus petite portion AIB eust compris vn angle egal à l'angle G.

Que si l'angle donné eust esté droit, il ne falloit que descrire vn demy cercle sur la ligne donnée. Or nous auons donc construit sur la ligne donnée AB, vn segment de cercle, &c. Ce qu'il falloit faire.

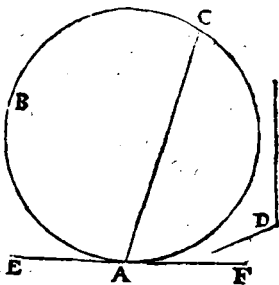
PROB. 6. PROP. XXXIV.

D'un cercle donné, oster vne portion capable d'un angle egal à vn angle rectiligne donné.

Soit le cercle donné ABC; duquel il faut oster vne portion capable d'un angle rectiligne egal à l'angle donné D.

Soit mence la ligne droite EF touchant le cercle en A: puis par la 23. prop. 1. soit fait sur

icelle ligne, & au point A l'angle rectiligne FAC
 egal au donné D, faisant que la ligne droite AC
 coupe le cercle en
 deux portions. Je dis
 que tout angle qui sera
 fait en la portion ABC
 sera egal au donné D.
 Car il sera egal à l'an-
 gle FAC par la 32. pr.
 de ce liure, lequel est
 egal à D par la constru-
 ction. Nous auons d'oc
 du cercle donné ABC
 couppe vne portion &c. Ce qu'il falloit faire.



THEOR. 29. PROP. XXXV.

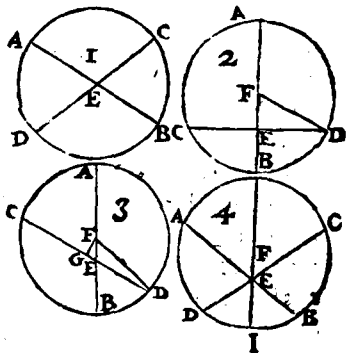
Si dans vn cercle, deux lignes droictes
 se coupent l'une l'autre; le rectangle
 contenu des deux parties de l'une, est
 egal au rectangle compris des deux
 parties de l'autre.

Soient deux lignes droictes AB, CD dans le
 cercle ACBD, s'entrecouppans en E. Je dis que
 le rectangle compris des deux parties AE & EB, est
 egal au rectangle contenu des deux parties CE
 & ED.

Or les lignes qui se couppent dans le cercle, ou
 elles passent toutes deux par le centre, ou bien
 l'une d'icelles seulement, ou ny l'une ny l'autre.

Que si elles passoient toutes deux par le centre, comme en la premiere figure, les quatre parties seront egales; & par ainsi la proposition est euidente.

Que si la seule AB, passe par le centre F, & diuise DC en deux également, comme en la seconde figure elle la diuifera aussi à droicts angles, par la 3. prop. de ce liure. Et apres auoir mené FD, il est euident par la 5. pr. 2. que le rectangle de AE & EB avec le quarré de EF, seront



egaux au quarré de FB, ou FD, (car la ligne AB est couppée en deux également au point F, & en deux inegalement en E) & par la 47. prop. 1. le quarré de FD estant egal aux deux quarréz de FE & ED, en ostant le quarré commun de FE, le demeurant rectangle de AE & EB, se trouuera egal au quarré de ED, comme il a esté demonsté à la 14. prop. 2. ou au rectangle de CE, ED.

Que si la ligne AB passant par le centre F (côme en la troisieme figure) diuise inegalement CD, ne passant point par le centre, il s'ensuiura la mesme chose. Car apres auoir mené la perpendiculaire FG, & la ligne droite FD: pourautant que AB est couppée en deux également en F, & en deux inegalement en E, le rectangle de AE & EB,

auec le quarré de EF, sera egal au quarré de FB, ou de son e gale FD par la 5. prop. 2. Mais le quarré de FE est egal

aux deux de FG & GE par la 47. pr. 1.

Pareillement le quarré de FD, est egal aux deux de

FG & GD par la 47. prop. 1. Donc

aussi le rectangle de AE & EB, auec

les deux quarréz de FG & GE, sera

egal aux deux quarréz de FG, & GD : & partant en ostant le quarré commun de FG, le demeure

rant quarré de GD, sera egal au rectangle de AE & EB, & quarré de GE. Par mesme discours, &

par la mesme 5. pr. 2. le quarré de GD est egal au rectangle de CE & ED, & quarré de GE ; en o

stant donc le quarré commun de GE, le rectangle de AB, EB, se trouuera egal au rectangle de CE

& ED.

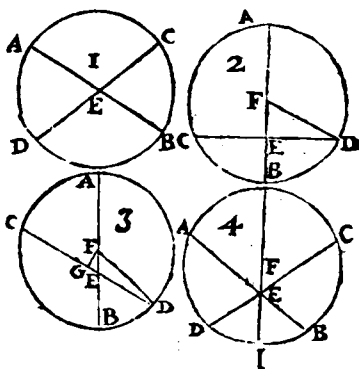
Que si ny l'une ny l'autre des deux lignes ne passe par le centre F, il s'ensuiura le mesme : car si

on meine le diametre HI, passant par le point commun E de la 4. figure, le rectangle de IE &

EH, sera egal au rectangle de CE & ED, comme cy-dessus a esté dit ; & par mesme raison aussi au

rectangle de AE & EB ; & par la 1. com. sent. les deux rectangles de AE & EB ; item de CE & ED

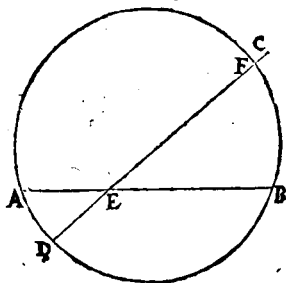
seront egaux. Si donc dans vn cercle, deux lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit demonstrier :



Nous convertirons cette 35. prop. ainsi.

Si deux lignes droictes s'entrecouppent, tellement que le rectangle compris des segmens de l'une soit egal au rectangle contenu sous les segmens de l'autre, le cercle descript par trois des points extremes d'icelles lignes quels qu'ils soient, passera aussi par le quatriesme point.

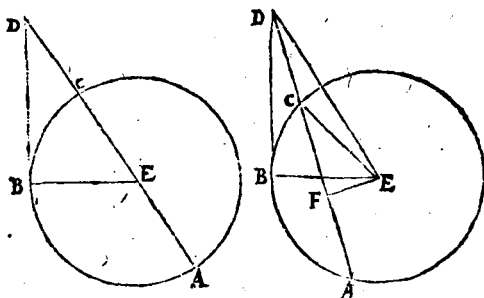
Que les lignes droictes AB , CD s'entrecouppent en E , & que le rectangle compris sous AE , EB soit egal au rectangle compris des parties CE , ED . Je dis que les quatre points A , D , B , C , tombent en la circonference d'un cercle, c'est à dire qu'estant descript un cercle passant par les trois points A , D , B , il passera necessairement par l'autre point C . Car s'il n'y passe, il passera, ou au delà de C , ou au deçà, comme par le point F . D'autant que par la 35. prop. 3. le rectangle compris sous FE , ED est egal au rectangle compris de AE , EB , & que le rectangle contenu sous CE , ED est aussi posé egal au mesme rectangle de AE , EB ; les rectangles compris sous CE , ED ; & sous FE , ED , seront egaux, la partie au tout: ce qui est absurde. Par mesme raison le cercle ne passera pas au delà du point C . Donc le cercle descript par les trois points A , D , B , passera par le quatriesme point C . Ce qu'il falloit demonstrier.



THEOR. 30. PROP. XXXVI.

Si dehors le cercle on prend quelque poinct, & d'iceluy vers le cercle tombent deux lignes droictes, l'une desquelles coupe le cercle, & l'autre le touche; le rectangle contenu de toute la coupante, & de sa partie prise dehors entre le poinct & la circonference conuexe, est egal au quarré de la touchante.

Hors le cercle ABC soit pris le poinct D, duquel soit menee la ligne DA, coupant le cercle



en C, & la ligne DB touchant iceluy cercle en B. Je dis que le rectangle de la toute AD & de la partie CD, prise entre le poinct donné & le cercle, est egal au quarré de la touchante BD.

Qu'il ne soit ainsi : du centre E au poinct d'at-

rouchement B, soit menée la ligne EB, laquelle par la 18. prop. de ce liure sera perpendiculaire à icelle touchante BD: & pourautant que la ligne AC est couppee en deux également au point E, & à icelle est adioustee directement CD, le rectangle de la totale AD, & de sa partie CD avec le quarré de CE, ou BE son égale, est égal au quarré de ED par la 6. p. 2. ou aux deux de DB & BE par la 47. p. 1. Que si on oste le quarré commun de BE, le demeurant quarré de BD, sera égal au demeurant rectangle de AD & CD, par la 2. com. sent.

Que si la ligne AD ne passe par le centre du cercle proposé, comme en la seconde figure, il faudra démonstrer en ceste sorte: du centre E soient menées les lignes EB, EC, ED, & la perpendiculaire EF, laquelle coupera AC en deux également par la 3. prop. de ce liure. Et par la 6. p. 2. comme cy dessus, le rectangle de AD & CD, avec le quarré de CF, sera égal au quarré de DF, auxquelles choses égales si on adiouste le quarré commun de EF, le rectangle de AD & DC, avec les deux quarrés de CF & FE, ou le seul de CE par la 47. p. 1. sera égal aux deux quarrés de DF & FE, ou au seul de DE par la 47. p. 1. ou aux deux de DB & BE par la mesme 47. p. 1. Que si on oste les quarrés égaux de CE & BE, les demeurans quarré de DB, & le rectangle de AD & CD, seront égaux. Parquoy si hors le cercle on prend quelque point, &c. Ce qu'il falloit démonstrer.

COROLLAIRE.

Par ces choses est manifeste, que si d'un point pris

hors le cercle, sont tirées plusieurs lignes droictes, coup-
pant le cercle; les rectangles compris sous chacune d'i-
celles & sa partie extérieure, seront égaux entr'eux:
pource que chacun de ces rectangles-là, sera égal au
quarré de la ligne touchante.

Appert aussi que deux lignes droictes tirées d'un
mesme point, & touchant le cercle, sont égales entr'el-
les: puis que le quarré de chacune d'icelles sera égal au
rectangle de la ligne tirée du mesme point, & coup-
pant le cercle, & de la partie extérieure d'icelle.

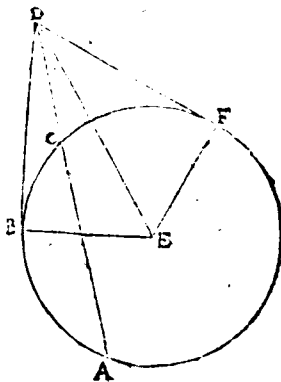
Est aussi évident que d'un mesme point pris hors le
cercle, peuvent estre seulement tirées deux lignes droictes
qui touchent le cercle: Car il faudroit qu'elles fussent
toutes égales entr'elles: & partant du point D pour-
roient estre menées plus de deux lignes droictes égales de
part & d'autre de DE, contre la 8. proposition de ce troi-
siesme livre.

THEOR. 31. PROP. XXXVII.

Si dehors le cercle on prend quelque
point, & d'iceluy point tombent
deux lignes droictes au cercle, l'une
desquelles coupe le cercle, & l'autre
l'atteint: Si le rectangle compris de
toute la coupante, & de la partie
prise entre le point & la circonfe-
rence convexe, est égal au quarré de
celle qui atteint; celle qui atteint
touchera le cercle.

Hors le cercle ABC soit pris le point D, & d'iceluy soit menee la ligne droite DA qui coupe le cercle au point C, & la ligne DB qui atteint le cercle au point B : & soit le rectangle de la route AD, & de la partie CD, egal au quarré de DB. Je dis que DB touche le cercle en B.

Car du point D, estant menee la ligne DF touchant le cercle au point F, & du centre E les lignes EB, ED, EF, par la proposition precedente, le quarré de DF sera egal au re-



ctangle de AD & CD. Mais par l'hypothese le quarré de DB, est aussi egal à iceluy rectangle : & partant les quarréz, & les lignes DF & BD, seront egales. Item EF & EB, sont aussi egales par la def. du cercle, & ED à soy-mesme : ainsi les deux triangles DBE, & DFE ayans les trois costez egaux aux trois costez, chacun au sien, les angles B & F, seront egaux par la 8. p. 1. & Estant droit par la 18. prop. de ce liure, aussi B sera droit ; & par le Cor. de la 16. prop 3. la ligne DB touchera le cercle. Parquoy si dehors le cercle on prend quelque point, &c. Ce qu'il falloit prouver.

Fin du troisieme Element.



ELEMENT

QVATRIESME.

DEFINITIONS.

V Ne figure rectiligne se dict estre inscrite en vne figure rectiligne, lors qu'un chacun des angles de la figure inscrite, touche vn chacun costé de la figure en laquelle elle est inscrite.

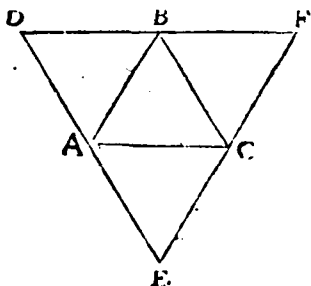
2. Semblablement aussi vne figure se dict estre circonscrite à vne figure, quand vn chacun costé de la circonscrite touche vn chacun angle de l'inscrite.

Ainsi le triangle ABC , duquel chaque angle touche vn chacun costé du triangle DEF est dit estre inscrit en iceluy triangle DEF . Et au contraire, à cause que

chaque costé d'iceluy triangle DEF touche chaque angle du triangle ABC , il est dit estre circonscrit à iceluy triangle ABC .

Il faut entendre le mesme des inscriptions & circonscptions des autres figures rectilignes: & iacoit qu'elles soient proprement dites

estre inscrites, ou circonscrites quand le nombre des costés de l'inscrite est egal au nombre des costez de la circonscrite, & le nombre des angles aussi egal: si est-ce toutes-foi qu'il n'est pas du tout necessaire, ven que plusieurs Geometres ont enseigné à inscrire un quarré, un pentagone, &c. dedans un triangle, &c.

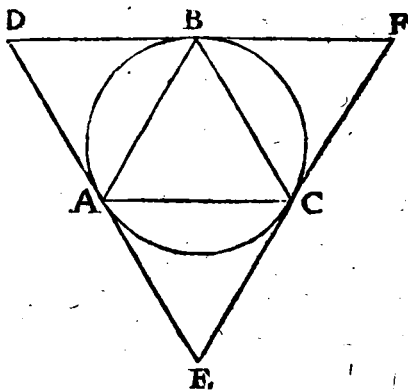


3. Mais vne figure rectiligne se dit estre inscrite au cercle, quand vn chacun angle de la figure inscrite, touche la circonference du cercle.

4. Et vne figure rectiligne se dit estre circonscrite au cercle, quand vn chacun des costez de la figure circonscrite, touche la circonference du cercle.

Ainsi le triangle ABC sera dit estre inscrit au cercle ABC , à cause que chaque angle d'iceluy triangle

touche la circonference dudit cercle ABC . Mais le
 triangle DEF
 sera dit estre
 circonscrit au
 cercle ABC ,
 pource que
 chaque costé
 d'iceluy trian-
 gle DEF tou-
 che la circon-
 ference du-
 dit cercle ex
 points A ,
 B, C .



5. Semblablement aussi le cercle se dit
 estre inscrit en vne figure rectiligne,
 quand la circonference du cercle tou-
 che vn chacun costé de la figure en la-
 quelle il est inscrit.

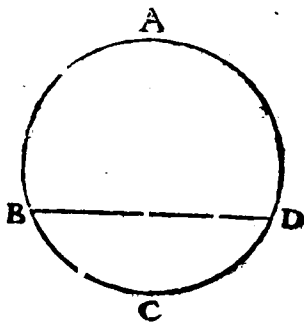
6. Mais le cercle se dit estre circonscrit
 à vne figure, quand la circonference du
 cercle touche vn chacun des angles d'i-
 celle figure à l'entour de laquelle il est
 descrit.

Comme par exemple, en la figure prec. le cercle ABC
 est dit estre inscrit au triangle DEF , à cause qu'il tou-
 che chaque costé d'iceluy triangle es points A, B, C :
 mais le mesme cercle ABC est dit estre circonscrit au
 trian-

triangle ABC , pour ce qu'il touche chaque angle d'iceluy triangle.

7. Vne ligne droicte se dit estre accommodée dans le cercle, quand les extremitéz d'icelle sont en la circonference du cercle.

Ainsi la ligne droicte BD sera dictée estre accommodée au cercle $ABCD$, à cause que les extremitéz d'icelle ligne BD sont en la circonference dudit cercle.



PROBL. I. PROP. I.

Au cercle donné, accommoder vne ligne droicte égale à vne ligne droicte donnée, laquelle ne soit pas plus grande que le diametre du cercle.

Soit le cercle donné ABC , dans lequel il faut accommoder vne ligne droicte égale à la ligne droicte donnée D , qui n'est pas plus grande que le diametre d'iceluy cercle.

Soit mené le diametre AC , & si la ligne donnée

V

est égale à iceluy diametre, on aura accommodé au cercle ABC

la ligne AC

égale à la don-

née D. Mais si

D est moindre

que le diame-

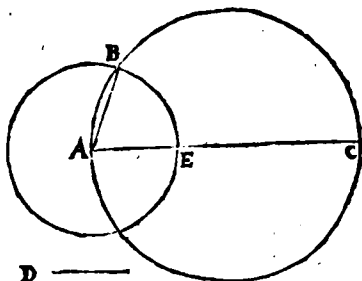
tre AC, d'ice-

luy soit retran-

chee la portio-

AE égale à la-

dite ligne D. En



après du centre A, & del'intervale AE soit décrit le cercle BE coupant le cercle donné au point B, & soit menée la ligne droite AB: icelle sera accommodée au cercle, & égale à D.

Car les extremitéz d'icelle AB sont en la circonférence du cercle ABC, étant menée de l'extrémité du diametre A au point de l'intersection B. Mais par la def. du cercle les lignes droites AB & AE sont égales, & par la construction, icelle AE est égale à D: donc par la 1. com. sent. AB & D seront égales entr'elles. Nous avons donc accommodé au cercle donné vne ligne droite, &c. Ce qu'il falloit faire.

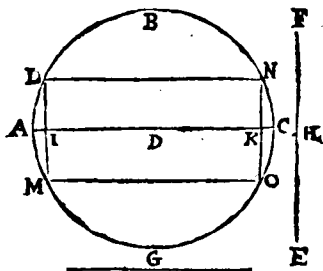
SCHOLIE.

Commandin adionste en cet endroit le probl. suivant.

En vn cercle donné accommoder vne ligne droite égale à vne ligne droite donnée, qui ne soit pas plus grande que le diametre du cercle, & parallele à vne autre ligne droite donnée.

Soit le cercle donné ABC , duquel le centre est D , auquel il faut accommoder une ligne droite égale à une donnée EF , qui n'est pas plus grande que le diamètre du cercle, & laquelle soit parallèle à la ligne droite donnée G . Par le centre

D soit tiré le diamètre ADC parallèle à la ligne donnée G . Que si EF est égale au diamètre AC , sera fait ce qui estoit requis : Mais si elle n'est égale à iceluy diamètre, soit icelle



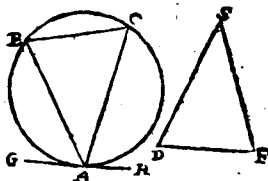
coupée en deux également au point H , & soit prise DI égale à EH , & DK égale à HF , afin que la toute IK soit égale à la toute EF : puis par les points I, K , soient tirées à angles droits LM, NO , & soit joint MO : Icelle MO accommodée au cercle sera égale à EF , & parallèle à G . Car puis que LM, NO , sont également distantes du centre, elles seront égales entr'elles par la 14. p. 3. & par l. 3. prop. 3. elles seront coupées en deux également en I & K , estans coupées à angles droits par le diamètre AC ; & partant IM, KO sont égales entr'elles ; & pource qu'elles sont aussi parallèles par la 28. p. 1. semblablement IK, MO seront égales & parallèles par la 33. p. 1. Parquoy ven que IK est égale à EF & parallèle à G , aussi MO sera égale à icelle EF , & parallèle à G par la 30. p. 1. Par mesme raison, si on tire LN , elle sera égale à EF , & parallèle à G . Donc au cercle ABC , est accommodée la ligne droite MO , ou LN , égale à EF & parallèle à G . Ce qu'il falloit faire.

PROBL. 2. PROP. II.

Dans vn cercle donné, inscrire vn triangle equiangle à vn triangle donné.

Soit le cercle donné ABC , dans lequel il faut inscrire vn triangle equiangle au donné DSF .

Soit menée la ligne droite GH , qui touche le cercle au point A , auquel point soient faits les deux angles GAB égal à l'angle D , & HAC égal à l'angle F , par la 23. pr. 1.



tirant les lignes AB, AC , iusques à ce qu'elles rencontrent la circonference en B & C : puis soit menée BC . Je dis que le triangle inscrit ABC est equiangle au donné DSF .

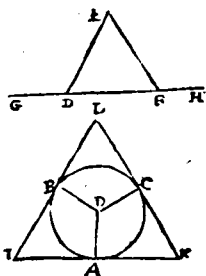
Car puis que la ligne GH touche le cercle, & la ligne AB le coupe en deux portions, l'angle C en la portion BCA sera égal à l'angle de l'attouchement GAB , & par conséquent à l'angle D son égal par la 32. p. 3. & par la mesme raison, la ligne AC couppant le cercle, l'angle B sera aussi égal à l'angle F , & par la 32. p. 1. le troisieme angle A sera aussi égal à l'angle S : & par conséquent les triangles DSF, BAC seront equiangles. Au cercle donné nous auons donc décrit vn triangle equiangle à vn triangle donné. Ce qu'il falloit faire.

PROB. 3. PROP. III.

A l'entour d'un cercle donné, descrire vn triangle equiangle à vn triangle donné,

Soit le cercle donné ABC, à l'entour duquel il faut descrire vn triangle equiangle au triangle donné DEF.

Soit prolongé le costé DF de part & d'autre iusques en G & H, & du centre D soit menee comme on voudra la ligne DA, sur laquelle & au poinct D, soient construits les deux angles ADB egal à EDG, & ADC egal à l'angle HFE par la 23. pr. 1. & aux trois lignes DA, DB, DC, soient menees les trois lignes perpendiculaires IK, IL, KL, lesquelles toucheront le cercle és poincts A, B, C, par le Corol. de la 16. p.



3. & icelles se rencontrent aux trois poincts I, K, L, feront le triangle IKL, lequel ie dis estre le triangle demandé.

Car il appert desia qu'il est circonscrit au cercle; puis que tous les costez d'iceluy le touchent és poincts A, B, C. Et d'autant que toute figure de quatre costez a les quatre angles egaux à quatre angles droicts (comme nous auons demonstté à la 32. p. 1.) le trapeze ADBI aura les quatre angles egaux à quatre droicts. Mais les deux A & B estans droicts par la construction, les deux autres D & I, seront egaux à deux droicts, c'est à dire egaux aux deux GDE & FDE, qui sont egaux à deux angles droicts par la 13. pr. 1. & par la construction ADB est egal à GDE: donc l'angle I sera egal à l'angle EDF. Par mesme discours l'angle K se trouuera egal à l'angle DFE. Et par la 32. p. 1. le troisieme L,

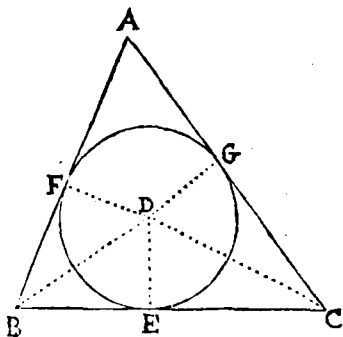
sera egal au troisieme E : ainsi le triangle circonscrit IKL sera equiangle au triangle donné DEF : Parquoy nous auons fait ce qui estoit requis.

PROB. 4. PROP. IV.

Dans vn triangle donné, descrire vn cercle.

Soit le triangle donné ABC, dans lequel il faut descrire vn cercle.

Soient les deux angles B & C coupez en deux également par la 9. pr.1. par les deux lignes BD & CD, se recontrans au point D : Item d'iceluy point de rencontre D, soient menees les trois perpendiculaires DE, DF, DG, par la 12. p.1. & du centre D, & interualle DE soit descript le cercle EFG. Je dis qu'iceluy cercle est inscrit au triangle donné ABC.



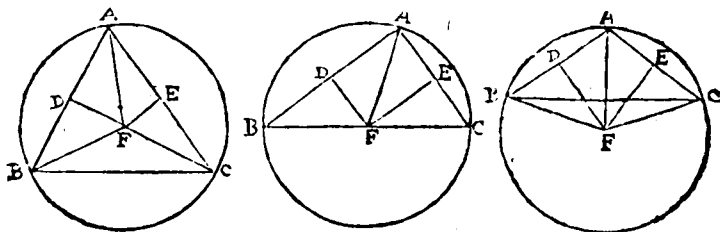
Car d'autant que l'angle DEB est droit, il sera egal à l'angle DFB, qui est pareillement droit, & le total B estant couppe en deux également, les deux DEB & DBE, seront egaux aux deux DFB & FBD, & le costé DB estant cōmun, le costé FD sera egal au costé DE par la 26. p.1. Par mesme discours DG se prouuera egal à DE, & par la 1. com. sent.

les trois lignes DE, DF, DG, seront egales entr'elles: ainsi le cercle EFG descript de l'interualle DE, le sera aussi de l'interualle des deux autres: & par tant il passera par les points E, F, G, & en iceux touchera les trois costez du triangle par le Cor. de la 16. p. 3. pource qu'à iceux costez sont perpendiculaires les demy diametres DE, DF, DG. Donc par la 5. d. de ce liure, le cercle EFG sera inserit au triangle donné: Ce qu'il falloit faire.

PROB. 5. PROP. V.

A l'entour d'un triangle donné, descrire un cercle.

Soit le triangle donné ABC, à l'entour duquel il faut descrire un cercle,



Soient coupez en deux egalelement les deux costez AB & AC aux points D & E par la 10. p. 1. & par la 11. p. 1. d'iceux points D & E, soient leuees les perpendiculaires DF, EF, se rencontrans au point F, lequel sera ou dans le triangle, ou au costé BC, ou hors le triangle: & apres auoir mené les trois lignes FA, FB, FC, les deux triangles ADF, BDF, auront les costez AD, BD egaux, & DF commun, & les deux angles au point D

egaux pour estre droicts : donc les bases AF , BF , seront egales par la 4. prop. 1. Par mesme discours AF , CF , seront aussi egales : & par la 1. com. sent. les trois lignes FA , FB , FC , seront egales entr'elles : & partant le cercle descript de F , & de l'interuale FA , passera aussi par les poinçts B & C . Nous auons donc descript vn cercle à l'entour du triangle donné ABC : Ce qu'il falloit faire.

COROLLAIRE.

Par ces choses est manifeste, que si le centre tombe dans le triangle, les trois angles sont aigus : car ils sont tous en une grande portion de cercle : mais s'il tombe en l'un des costez, l'angle opposé à iceluy sera droict, attendu qu'il sera au demy cercle : si finalement il tombe hors le triangle, l'angle opposé sera obtus, car il sera en une moindre portion de cercle.

Et au contraire, il est euident que si le triangle est oxigone, le centre tombera dedans iceluy : mais s'il est rectangle, il tombera au costé opposé à l'angle droict : & finalement s'il est ambligone, le centre tombera dehors.

SCHOLIE.

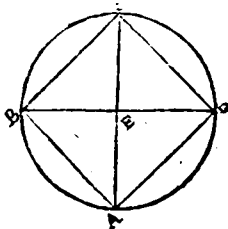
On peut aussi colliger de ce Probl. la maniere de descrire vn cercle par trois poinçts donnez, lesquels ne soient en une ligne droicte : car ayant ioinct iceux poinçts par lignes droictes, on aura vn triangle, à l'entour duquel il faudra descrire vn cercle, comme il est enseigné en ce Prob. Ceci se pratique aussi plus facilement, comme nous auons enseigné en nostre Geometrie pratique, Probl. 21.

PROBL. 6. PROP. VI.

Dans vn cercle donné, descrire vn quarré.

Soit le cercle donné ABC , dans lequel il faut descrire vn quarré.

Soient menez les deux diametres AC & BD se coupans au centre E en angles droicts, & soient menees les quatre lignes droictes AB , BC , DC & DA . Je dis que le quadrilatre $ABCD$ est vn quarré inscrit au cercle donné.



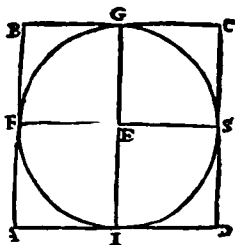
Car d'autant que les quatre angles au point E sont droicts, & egaux par la construction, les quatre arcs auxquels ils insistent seront egaux par la 26. pr. 3. & partant les lignes droictes qui soutendent iceux arcs seront aussi egales par la 29. p. 3. donc tous les costez du quadrilatre $ABCD$ seront egaux entr'eux. Mais par la 31. prop. 3. les angles d'iceluy quadrilatre sont droicts, chacun d'iceux estant au demy cercle : donc le quadrilatre $ABCD$ est vn quarré inscrit au cercle proposé. Ce qu'il falloit faire.

PROBL. 7. PROP. VII.

A l'entour d'un cercle donné descrire vn quarré.

Soit le cercle donné FGSI à l'entour duquel il faut descrire vn quarré.

Soient menez les deux diametres FS & GI se coupans à angles droicts au centre E, & par la 31. p. 1. des poinçts G & I, soient menées les deux lig. BC, AD paralleles au diametre FS : Item par les poinçts F & S soient aussi menées les



deux lignes AB, DC paralleles à GI : & icelles quatre lignes paralleles se rencontrans aux poinçts A, B, C, D, feront le quadrilatere ABCD, lequel ie dis estre le quarré demandé.

Car en premier lieu, il est euident par la construction qu'il est parallelogramme, & par la 34. prop. 1. les quatre costez seront egaux, chacun d'iceux estant egal à l'un des deux diametres FS, GI, qui sont egaux entr'eux. Pareillement par la mesme 34. prop. 1. les quatre angles A, B, C, D, sont egaux aux quatre qui sont au poinçt E, chacun à son opposé, d'autant que ce sont parallelogrammes. Mais chacun d'iceux angles du poinçt E estant droit, aussi chacun des quatre A, B, C, D, sera droit ; & par consequent le parallelogramme ABCD, aura les quatre costez egaux, & les quatre angles droicts, & partant il sera quarré, les costez duquel touchent le cercle és poinçts F, G, S, I, par le Corol. de la 16. prop. 3. Parquoy nous auons descrit vn quarré à l'entour d'un cercle donné. Ce qu'il falloit faire.

PROBL. 8. PROP. VIII.

Dans vn quarré donné, deſcrire vn cercle.

Soit le quarré donné $A B C D$, (en la fig. prec.) dans lequel il faut deſcrire vn cercle.

Soient coupez en deux également les quatre coſtez du quarré aux poinçts F, G, S, I ; & apres auoir mené les deux lignes FS & GI s'entrecouppans au poinçt E , d'iceluy poinçt E , & de l'intervalle EF , ſoit deſcrit vn cercle $F G S I$, lequel ſera le demandé.

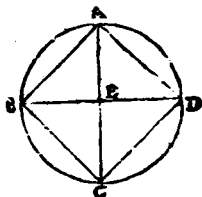
Car d'autant que AD, BC ſont egales & paralleles, leurs moitez AI, BG ſeront auſſi egales & paralleles, & par la 33. prop. 1. AB ſera egale & parallele à IG . Semblablement CD ſera egale & parallele à la meſme IG : & par meſmes raiſons on demonſtrera que AD, BC ſont egales & paralleles à FS . Donc le quarré donné ſera auſſi diuiſé en quatre parallelogrammes, leſquels par la 34. prop. 1. auront les coſtez oppoſez eſgaux: ainſi AF & IE ſeront egaux; Item FE & AI ; FB & EG ; ID & ES : mais toutes icelles moitez des coſtez du quarré ſont egales entr'elles; partant EF, EG, ES, EI , ſeront auſſi egales entr'elles. Parquoy le cercle deſcrit du poinçt E , & de l'intervalle de l'une d'icelles, comme EF , paſſera auſſi par les poinçts G, S, I , & touchera le quarré aux meſmes poinçts F, G, S, I , par le Corol. de la 16. prop. 3. pour ce que les angles à iceux poinçts ſont droicts. Nous auons donc deſcrit vn cercle dans le quarré donné $ABCD$: Ce qu'il failloit faire.

PROBL. 9. PROP. IX.

A l'entour d'un quarré donné, deſcrire
vn cercle.

Soit le quarré donné $ABCD$, à l'entour duquel il faut deſcrire vn cercle.

Soient menees les deux diagonales AC & BD , s'entre-coupans au point E : puis du centre E , & de l'intervale EA , ſoit deſcrit le cercle $ADCB$. Je diſ qu'il ſera le demandé, c'eſt à dire qu'il paſſera par les quatre angles du quarré donné $ABCD$.



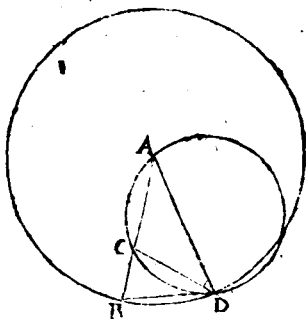
Car le coſté AB eſtant egal au coſté AD , le triangle BAD ſera Iſoſcelle : & par la 5. prop. 1. les angles ABD & ADB , ſur la baſe BD ſeront egaux, & chacun demy droit par la 32. prop. 1. eſtant l'angle BAD droit par la def. du quarré. Par meſme diſcours, nous demonſtrerons que tous les autres angles des points A, B, C, D , ſeront auſſi demy droits : & partant egaux entr'eux : ainſi au triangle AED les deux angles EAD & EDA ſeront egaux, & par conſequent les lignes droictes EA, ED , auſſi egales par la 6. prop. 1. & par meſme diſcours ED ſera egale à EC , & EC à EB : comme auſſi EB à EA : & partant les quatre lignes droictes EA, ED, EC & EB , ſeront egales entr'elles. Parquoy le cercle deſcrit du centre E , & de l'intervalle de l'une d'icelles lignes paſſera par

l'extremité des autres, qui sont les angles du quarré donné $ABCD$. Nous auons donc d'escrit vn cercle à l'entour d'un quarré donné : ce qu'il falloit faire.

PROBL. 10. PROP. X.

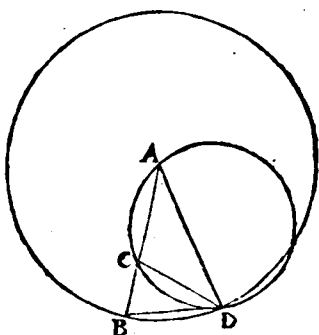
Descire vn triangle Ifofcelle, ayant vn chacun des angles de dessus la base double de l'autre.

Soit prise quelconque ligne droicte AB , laquelle par la 11. p. 2. soit couppee en C , en sorte que le rectangle compris de AB , BC , soit egal au quarré de AC : puis du centre A , & de l'intervalle AB soit descrit vn cercle, dans lequel soit accommodee la ligne droicte BD egale à AC : & apres soit menée la ligne AD . Je dis que ABD est vn triangle Ifofcelle ayant chacun des angles ABD , ADB double de l'autre angle A , ainsi qu'il estoit requis.



Car en premier lieu, il appert assez qu'iceluy triangle ABD est Ifofcelle, puis que les deux costez AB , AD , procedent du centre A à la circonferencc BD : & apres auoir mené CD , à l'entour du triangle ACD , soit descrit le cercle ACD par la 5 p. 4.

D'autant que par la construction le rectangle de AB & BC est égal au carré de CA , ou de son égal DB ; par la 37. prop. 3. la ligne DB touchera le cercle ACD en D , & par la 32. pr. 3. l'angle CDB sera égal à l'angle A , qui est au segment alterne CAD : & si à iceux angles on adiouste le commun ADC ,



les tous seront égaux; sçavoir le total ADB , aux deux CAD & ADC : mais l'angle extérieur DCB , est aussi égal aux deux opposés intérieurs CAD & ADC par la 32. pr. 1. partant il sera aussi égal à l'angle ADB , ou à ABD , qui luy est égal par la 5. p. 1. puis que le triangle est isoscele: & par la 6. p. 1. le triangle DCB sera aussi isoscele, & le costé CD égal à DB : partant aussi égal à CA ; & le triangle DCA étant isoscele, il aura les deux angles sur la base AD égaux par la 5. prop. 1. & l'angle extérieur DCB (qui est égal à tous les deux) sera double du seul A ; aussi sera son égal B , & partant aussi son autre égal ADB . Nous auons donc construit le triangle isoscele ABD , ayant chacun des angles de dessus la base BD double du troisieme: Ce qu'il falloit faire.

COROLLAIRE.

Pource que les trois angles du triangle ABD , sont égaux à deux droicts, c'est à dire à cinq cinquiemes de

deux droicts: Il est euident que l'angle A est la cinquieme partie de deux droicts, & chacun des autres B & D , les deux cinquiemes parties: item A estre les deux quints d'un droict; & chacun des deux B & D les quatre quints, puis que tous les trois sont egaux à deux droicts, c'est à dire à dix quints d'un droict.

S C H O L I E.

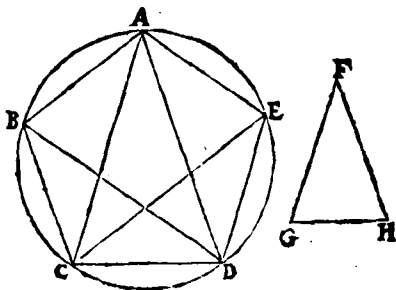
Or par quelle maniere on doit construire un triangle isoscele, ayant un chacun des angles de dessus la base, non seulement double de l'autre, comme fait icy Euclide, mais aussi selon quelconque raison donnee, nous l'auons enseigné (apres Pappus & Clavius) en nostre Geometrie practique Prob. 37. & Scholie du 126.

PROBL. II. PROP. XI.

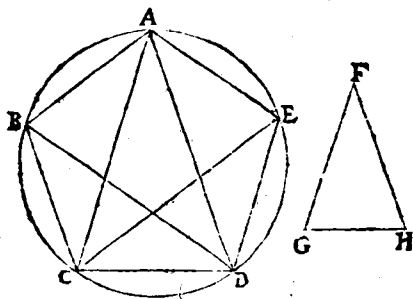
Dans vn cercle donné, descrire vn pentagone equiangle, & equilateral.

Soit le cercle donné $ABCDE$ dans lequel il faut inscrire le pentagone demandé.

Soit par la precedente proposition, construit le trian-



gle FGH Isocelle, qui ait chacun des angles G & H double de l'angle F: puis au cercle donné soit inscrit le triangle ACD equi angle au triangle FGH par la 2. p. 4. Et ayant couppez les angles ACD, ADC en deux également par les lignes droictes



CE & DB par la 9. p. 1. soient menées les lignes droictes CB, BA, AE, ED. Je dis que le pentagone ABCDE inscrit au cercle donné, est equi angle & equilateral.

Car puisque le triangle FGH à chacun des deux angles sur la basse GH, double du troisieme F; le triangle ACD, qui est equi angle à iceluy FGH, aura aussi chacun des angles de dessus la base CD double du troisieme A, lesquels estans coupez en deux également par les lignes droictes CE & DB, les cinq angles ADB, BDC, CAD, DCE, ACE seront egaux, & par la 26. prop. 3. ils auront circonferences egales pour basses: mais les egales circonferences comprennent lignes droictes egales par la 29. pr. 3. donc tous les cinq costez AB, BC, CD, DE & EA, estans egaux, le pentagone sera equilateral.

Aussi

Aussi sera-il bien aisé de prouver qu'il est equiangle par la 27. prop. 3. d'autant que chacun angle est soustenu de circonferences egales, sçavoir de trois arcs comprenans trois costez du pentagone, veu que nous auons prouué que tous iceux arcs sont egaux. Nous auons donc descrit dans vn cercle donné vn pentagone equiangle, & equilateral: ce qu'il falloit faire.

COROLLAIRE.

De cecy il s'ensuit, que l'angle du pentagone equilateral & equiangle, comprend les trois cinquiesmes parties de deux droicts, ou bien les 6 quints d'un droict. Car puis que les trois angles BAC , CAD , DAE sont egaux par la 27. prop. 3, & CAD est le quint de deux droicts, ou les deux quints d'un droict; le total BAE , qui est composé de ces trois, sera les trois quints de deux angles droicts, ou bien les six quints d'un droict.

S C H O L I E.

Clavius enseigne en ce lieu-cy deux manieres pour descrire vn pentagone equilateral, & equiangle sur vne ligne droicte donnee & terminee, la plus facile desquelles nous auons enseignee en nostre Geometrie pratique Prob. 38. c'est pourquoy nous n'en ferons icy repetition.

P R O B. 12. P R O P. XII.

A l'entour d'un cercle donné, descrire vn pentagone equiangle, & equilateral.

Soit le cercle donné $ABCDE$, à l'entour duquel il faut descrire vn pentagone equilateral & equiangle.

Dans iceluy cercle soit descript le pentagone $ABCDE$ par la preced. prop. & apres auoir mené du centre F les cinq lignes FA , FB , FC , FD , FE , soient menees sur icelles les cinq lignes perpendiculaires

GH , HI , IK ,

KL , LG par la 11.

prop. 1. se rencon-

trans aux cinq

points G , H , I , K ,

L : (elles se doi-

uent rencontrer;

car puis que les an-

gles GAE , GEA

sont moindres que

deux droicts, e-

stants parties des angles droicts GAF , GEF

par la 11. com. sent. les lignes droictes AG ,

EG se rencontreront de la part de G , & ainsi

des autres.) Je dis que $GHIKL$ est le penta-

gone demandé.

Car il est euidentement circonscrit au cer-

cle donné, puis que par le Coroll. de la 16.

pr3. les lignes droictes GH , HI , IK , KL , LG

touchent ledit cercle és points A , B , C , D , E :

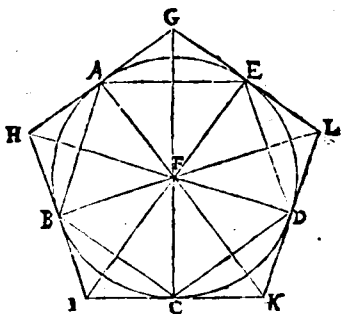
En apres si on mene les cinq lignes FG , FH ,

FI , FK , FL ; d'autant que les angles FAG ,

FEG sont droicts par la 47. prop. 1. le quarré

de FG sera egal aux deux quarez de FA ,

AG ; il sera aussi egal aux deux de FE , EG ,



& par consequent les deux quarez de FA , AG , seront egaux aux deux de FE , EG . Mais les quarez de FA , FE sont egaux (estans descrits sur lignes egales.) Donc ceux de AG , & EG seront aussi egaux; & les lignes AG & EG egales: Parquoy les deux costez AF , FG du triangle AGF sont egaux aux deux costez EF , FG du triangle EGF , chacun au sien, & la base AG egale à la base GE : & par la 8. prop. 1. les angles AFG , EGF seront egaux: & partant AFE sera double de AFG . Par mesme discours AFB , qui est egal à AFE par la 27. p. 3. (car ils ont egales circonferences pour bases) sera aussi double de AFH , & par consequent AFG & AFH seront egaux: Donc les triangles AGF , AHF ont deux angles egaux à deux angles, chacun au sien, & le costé AF commun: & par la 26. prop. 1. AG sera egale à AH . Par mesme discours GE & EL se trouveront egales: mais AG & EG estans egales, aussi leurs doubles GH & GL seront egales. Par mesme discours on prouuera tous les autres costez egaux, & partant le pentagone $GHIKL$ sera equilateral.

Qu'il soit aussi equiangle, il est euident: car nous auons monsté que les angles des triangles AGF , EGF sont egaux, sçauoir est, les angles AGF , EGF : Item AGF , AHF : & qu'on en pouuoit dire autant des autres: donc les deux angles sous le point G , seront egaux aux deux angles sous le point H , & ainsi des autres: partant le pentagone sera equiangle & equilateral. Nous auons donc descrit à l'entour d'un

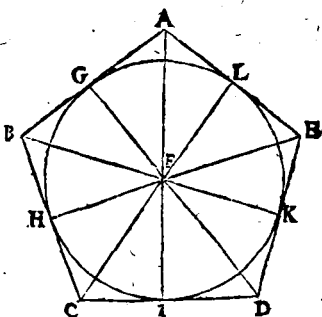
cercle donné vn pentagone, &c. Ce qu'il falloit faire.

PROBL. 13. PROP. XIII.

Dans vn pentagone donné equiangle,
& equilateral, descrire vn cercle.

Soit donné vn pentagone equiangle, & equilateral ABCDE, dans lequel il faut inscrire vn cercle.

Par la 9. prop. 1. soient coupez en deux également deux des angles d'iceluy A & B, par les lignes AF & BF se rencontrans au point F, & par la 12. pr. 1. d'iceluy point F soient menées FG, FI, FH, FK, FL, perpendiculaires sur les costez du



pentagone; puis du centre F, & interuale FG soit descript le cercle GHIKL. Je dis qu'il est inscrit au pentagone donné.

Car ayant mené les lignes droictes FC, FD, & FE: dautant que les deux costez AB, BF, du triangle ABF sont egaux aux deux costez CB, BF du triangle BFC, chacun au sien, & les angles ABF, CBF, contenus d'iceux costez, egaux par la construction; les bases AF, CF seront egales, & les angles BAF, BCF aussi egaux par la 4. p. 1. Mais puisque les angles du pentagone A & C sont

posez egaux, & que par la construction l'angle BAF est moitié de BAE; l'angle BCF sera aussi moitié de BCD, & conséquemment iceluy BCD, est diuisé en deux également par la ligne FC. Par mesmes raison nous monstrerons que les deux autres angles du pentagone D & E, sont diuisés en deux également par les lignes FD & FE. Maintenant puisque par la construction les deux angles sous le poinct A sont egaux ayant esté le total coupé en deux également, & que l'angle droit G est égal à l'angle droit L, & le costé FA commun aux deux triangles AGF, ALF, par la 26. prop. 1. les deux autres costez seront egaux, sçauoir AG à AL, & FG à FL : par mesme discours FH, FI, FK, se trouueront egales: & partant le cercle décrit de F & interualle FG, passe par les poincts G, H, I, K, L, esquels il touche les costez du pentagone proposé par le Coroll. de la 16. prop. 3. Le cercle GHIKL est donc inscrit au pentagone donné. Ce qu'il falloit faire.

PROBL. 14. PROP. XIV.

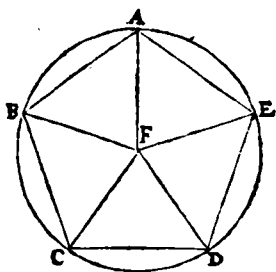
A l'entour d'un pentagone donné, lequel est equiangle, & equilateral, descrire vn cercle.

Soit le pentagone equiangle, & equilateral donné ABCDE, à l'entour duquel il faut descrire vn cercle.

Soient coupez les deux angles A & B en deux également par la 9. prop. 1. avec les lignes droictes AE & BF, se rencontrans au poinct F, & d'i-

celuy point F, & interuale de l'une d'icelles deux lignes, soit décrit le cercle ABCDE. Je dis qu'il sera circonscrit au Pentagone donné.

Car ayant mené les trois lignes FC, FD, FE, nous démontrerons comme au précédent Probl. qu'elles couperont en deux également les angles C, D,



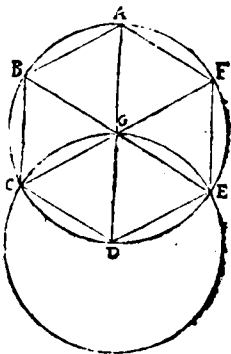
E. En apres, puis que le pentagone est equiangle, & chacun angle d'iceluy est couppe en deux également, au triangle AFB les deux angles sur la base BA seront egaux, & par le 6. prop. 1. les deux costez AF & BF, seront aussi egaux: par le mesme discours BF & FC seront aussi egales, & ainsi des autres coupantes; & par la 1. com. sent. il est evident qu'icelles cinq lignes FA, FB, FC, FD, FE seront egales entr'elles, & partant que le cercle décrit de l'interuale de l'une d'icelles, passera par les extremittez des autres, qui sont aussi les cinq angles du pentagone donné. Parquoy nous auons décrit vn cercle à l'entour d'un pentagone equiangle, & equilateral, donné. Ce qu'il falloit faire.

PROB. 15. PROP. XV.

Dans vn cercle donné, inscrire vn hexagone equiangle, & equilateral.

Soit le cercle donné ABCDEF, dont le centre est G; dans lequel cercle il faut inscrire vn hexagone equiangle, & equilateral.

Soit mené le diametre AD, puis du centre D, & interuale DG, soit descript le cercle GCE coupnant le donné aux poinçts C & E, desquels poinçts soient menées les deux lignes CGF, EGB : finalement soient menées les lignes droiçtes AB, BC, CD, DE, EF, FA; & on aura descript au cercle donné l'hexagone ABCDEF, que ie dis estre equilateral, & equiangle.



Car il esteuident (demonstrant comme en la 1. p. 1.) que les deux triangles CDG, DEG construiçts sur la ligne DG sont equilateraux, & par le Cor. de la 5. p. 1. chacun d'iceux sera aussi equiangle, & par la 32. p. 1. vn chacun de leurs angles vaudra le tiers de deux angles droiçts; & puis que par la 13. p. 1. les deux angles CGE, EGF sont egaux à deux droiçts, l'angle EGF voudra aussi le tiers de deux angles droiçts: donc tous les angles du poinçt G seront egaux entr'eux, valât chacun vn tiers de deux angles droiçts; puis que par la 15. p. 1. les opposez au sommet sont egaux: partant les six bases AB, BC, CD, DE, EF, FA, seront egales, & les angles sur icelles aussi egaux par la 4. p. 1. Donc l'hexagone ABCDEF sera equilateral: mais il est aussi equiangle. Car puis que tous les angles des six triangles sont egaux, les deux du poinçt A seront egaux aux deux du poinçt B, & ainsi des autres. Nous auons donc descript dans vn cercle donné vn hexagone equiangle & equilateral: co

COROLLAIRE.

Par cecy est manifeste que le costé de l'hexagone est égal au demy diametre du cercle ; car le costé de l'hexagone DC, est égal au semidiametre DG par la def. du cercle.

PROB. 16. PROP. XVI.

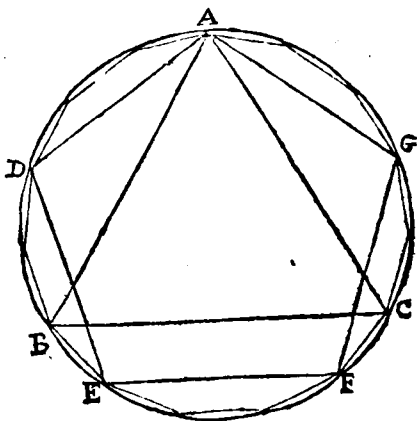
Dans vn cercle donné , descrire vn quindecagone equiangle & equilateral.

Soit le cercle donné ABC, dans lequel il faut inscrire vn quindecagone equiangle & equilateral.

Soit premierement descript dans iceluy le triangle equilateral ABC par la 2. prop. de ce liure ; les trois costez estans egaux, la circonference sera diuisee en trois egalement par les 26. ou 28. pr. 3. pareillement, soit en iceluy cercle inscrit le pentagone ADEFG par la 11. prop. de ce liure, ayant l'un des angles au poinct A. le dis qu'ayant mené la ligne droicte BE, ce sera le costé du quindecagone demandé.

Car, comme il a esté dit, l'arc ADB est le tiers de toute la circonference ; partant doit contenir cinq costez du quindecagone. Item la ligne droicte AD, costé du pentagone, soustient l'arc AD, cinquiésimé partie de la circonference : partant doit contenir trois costez du quindec-

agone : & consequemment les deux arcs AD & DE contiendront six costez du quindecagone, Mais l'arc ADB en contient cinq : donc l'arc BE



sera la quinziesme partie de toute la circonferen-
ce : & partant la ligne droicte BE sera le costé du
quindecagone & si par la 1. p. de ce liure on accom-
mode au cercle encores 14 lignes droictes egales à
icelles BE, sera inscrit au cercle vn quindecago-
ne equilateral, & aussi equiangle par la 27. pr. 3.
puis que tous ses angles souttendent arcs egaux,
chacun d'iceux angles estant composé de 13 arcs
egaux. Nous auons donc au cercle donné décrit
vn quindecagone, &c. Ce qu'il falloit faire.

Pareillement aussi, tout ainsi qu'au pentagone,
si par les quinze poincts des diuisions egales du
cercle, nous tirons des lignes droictes qui le tou-
chent, se descrira vn quindecagone equilateral &

330 QVATRIESME ELEMENT.
equiangle à l'entour dudit cercle : & dauantage
nous descrirons & circonscrirons vn cercle à
vn quindecagone equilateral & equiangle don-
né , suiuant la mesme methode practiquee au
pentagone.

Fin du quatriesme Element.



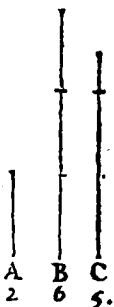
ELEMENT

CINQVIESME.

DEFINITIONS.

Partie, est vne grandeur tiree d'une autre plus grande, lors que la plus petite mesure la plus grande.

C'est à dire que lors qu'une grandeur en mesure une autre plus grande, elle est dite partie d'icelle: Comme *A* qui est contenu 3 fois en *B*, est dit partie d'iceluy. Or entre les Mathematiciens il y a deux sortes de partie: car il y en a une qui mesure son tout; comme *A*, lequel repeté 3 fois constitue son tout *B*: & l'autre sorte ne mesure pas son tout: mais prise ie ne sçay combien de fois excède iceluy, ou deffaut au mesme, comme *A* lequel estant pris 3 fois excède *C*, mais estant pris seulement 2 fois, il est excédé par le mesme *C*: Or la premiere est dite partie aliquote; & l'autre, partie aliquante: de ceste là seulement parle icy *Euclide*, puis que

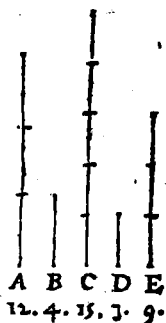


ceste-cy ne mesure font tout, & aussi ne l'appelle-il pas partie au 7. liure, mais parties.

2. Multiplie, est vne grandeur plus grande qu'une autre plus petite, quand la plus grande est mesurée de la plus petite.

C'est à dire que si la grandeur A est mesurée par B, moindre grandeur qu'icelle A, elle est dictée multipliee de B: Ainsi aussi la grandeur C, qui est mesurée 5. fois par D, est dictée multipliee d'icelle D.

Or quand deux petites grandeurs en mesurent également deux autres plus grandes, c'est à dire, qu'une moindre est contenue autant de fois en une plus grande, qu'une autre moindre en une autre plus grande, ces deux plus grandes là sont dictées



equimultiples d'icelles moindres: comme les grandeurs A & E sont dictées equimultiples de B & D, pour ce que tout ainsi que A contient trois fois B, ainsi aussi E contient trois fois D. Et le mesme se doit entendre, si plusieurs moindres grandeurs en mesurent également plusieurs grandes.

3. Raison, est vne habitude de deux grandeurs de mesme genre, comparees l'une à l'autre selon la quantité.

C'est à dire que quand deux quantitez de mesme genre, comme deux nombres, deux lignes, deux superficies, deux solides, &c. sont comparez entr'eux selon la quantité, c'est à dire selon que l'une est plus grande que l'autre, ou moindre, ou egale, telle comparaison est appelée raison, & par quelqu'un proportion : Parquoy on ne peut pas dire qu'il y ait quelque raison d'une ligne à une superficie; ou d'un nombre à une ligne, puis que ny la ligne & la superficie, ny le nombre & la ligne, ne sont pas quantitez de mesme genre. Semblablement si on confere une ligne avec une ligne selon la qualité, c'est à dire, selon que l'une est blanche, & l'autre noire; ou bien que l'une est chaude, & l'autre froide, &c. encore que l'une & l'autre soient de mesme genre, ceste comparaison n'est pas dictée raison, pource qu'elle n'est pas faicte selon la quantité.

Or iadoit que la raison se trouue proprement es seules quantitez, si est-ce toutesfois que toutes autres choses, qui en quelque maniere prennent la nature de la quantité, comme sont les temps, les sons, les voix, les lieux, les mouuemens, les pois, & les puissances, sont aussi dictes auoir raison, si leur habitude est considerée, selon la quantité, comme quand nous disons un temps estre plus grand qu'un autre temps, ou moindre; ou deux temps estre egaux, &c. telle habitude sera dite raison, pource qu'alors les temps sont considerés ainsi que certaines quantitez.

En toute raison ceste quantité-là, qui est rescrée à une autre, est dictée par Euclide, & autres Geometres, antecedant de la raison; & celle-là à laquelle elle est rescrée, est dictée consequent d'icelle raison : Comme en la raison de A à B; A est dict antecedant de la raison, & B consequent : Que si au contraire B est comparé à A; B sera appelé antecedant, & A consequent.

A ———

B ———

Or ceste raison définie par Euclide, est diuisee en raison rationnelle, & irrationnelle.

La rationnelle, est celle qui se peut exprimer en nombres : comme la raison d'une ligne de 10 pieds à une autre de 5 pieds, laquelle est exhibee par ces nombres 10 & 5. Mais l'irrationnelle, est ceste raison-là qui ne se peut exprimer en nombres : comme la raison du diametre d'un quarré au costé d'iceluy, laquelle ne se peut trouuer ny exprimer en nombre : comme est demonstéré par Euclide, en la dernière prop. du 10. liure.

Autres disent que la raison ou proportion rationnelle, est celle qui a les deux quantitez commensurables, c'est à dire, qui ont une commune partie aliquote, ou bien qui sont mesurees par une mesme commune mesure : comme la raison d'une ligne de 20 pieds à une autre de 8 pieds : car une ligne de 4 pieds ou de 2, est partie aliquote de l'une & l'autre de ces deux-là, & par consequent mesure icelles. Mais la raison ou proportion irrationnelle, est celle (disent-ils) qui a les deux quantitez incommensurables, c'est à dire, qui n'ont nulle partie aliquote, ou desquelles on ne peut trouuer aucune commune mesure. Comme la raison du costé d'un quarré à sa diagonalle, & de plusieurs autres lignes dont est traitté au 10. liure.

Ceste raison se diuise aussi en raison d'egalité, & d'inegalité : La raison d'egalité, est quand deux quantitez egales se comparent entr'elles, comme 10 à 10 ; une ligne de 12 pieds à une autre ligne de 12 pieds, &c. Mais la raison d'inegalité, est quand deux quantitez inegales se comparent entr'elles, comme 10 à 4 est raison d'inegalité ; telle est aussi celle de

5 à 9; celle d'une ligne de 7 pieds à une autre de 15 pieds, &c.

Cette raison d'inegalité, est subdivisée en raison d'inegalité majeure, & d'inegalité mineure. La raison d'inegalité majeure, est quand la plus grande quantité est comparée à la moindre: comme la raison de 8 à 5, est dite raison d'inegalité majeure: item la raison d'une ligne de 10 pieds à une de 4, &c. Mais la raison d'inegalité mineure, est quand on compare la moindre quantité à la plus grande: comme la raison de 7 pieds à 9, s'appelle raison de moindre inegalité: item celle d'une ligne de 9 pieds à une autre de 12 pieds, &c.

La raison rationnelle d'inegalité majeure, est divisée en cinq genres, sçavoir raison multiple, superparticulière, superpartiente, multiple superparticulière, & multiple superpartiente: les trois premières desquelles sont simples, & les deux dernières composées d'icelles premières.

La raison multiple, est quand l'antecedant d'icelle contient le consequent plusieurs fois précisément: & ceste raison contient sous soy diverses especes. Car si l'antecedant contient le consequent deux fois précisément, elle est dite double: si trois fois, triple: si 4, quadruple: si dix, decuple, &c. Comme la raison de 20 à 4 est dite quintuple, pource que l'antecedant 20 contient le consequent 4, cinq fois, & la raison d'une ligne de 18 pieds à une autre de 3 pieds, est dite sextuple, d'autant que 18 contient 3 six fois, & ainsi des autres.

La raison superparticulière, est quand l'antecedant contient le consequent une fois, & en outre une partie aliquote d'icelluy consequent: & ceste raison a diverses especes. Car si ceste partie aliquote est moitié d'icelluy consequent, est constituée une raison sesquialtere, comme la raison de 3 à 2, en laquelle l'antecedant 3, contient

le consequent 2, une fois & encore $\frac{1}{2}$ d'iceluy; si elle est tierce partie, sesquitiere: si une quarte partie, sesquiquarte: si une cinquiesme partie, sesquiquinte, &c. commençant tousiours le nom de ladite raison par sesqui, & se terminant par le denominateur de la partie aliquote.

La raison superpartiente, est quand l'antecedant contient le consequent une fois, & en outre plus d'une partie aliquote d'iceluy: & a aussi ceste raison plusieurs especes. Car si l'antecedant contient le consequent une fois, & encore $\frac{2}{3}$ parties d'iceluy, est constituee une raison superbipartiente tierces, comme la raison de 20 à 12, en laquelle le nombre 20 contient 12, une fois & $\frac{2}{3}$ d'iceluy: si $\frac{3}{4}$, sera constituée une raison supertripartiente quarte, comme la raison d'une ligne de 63 pieds à une de 36, & ainsi des autres; le nom d'icelles commençant tousiours par super, & prenant à son milieu le numerateur de la partie aliquote, & le denominateur à la fin d'iceluy.

La raison multiple superparticuliere, est quand l'antecedant contient le consequent plusieurs fois, & encore une partie aliquote d'iceluy: ceste cy est composee de la premiere & de la deuxiesme: & tout ainsi que chacune d'icelles contient plusieurs especes, aussi fait celle cy. Car si l'antecedant contient le consequent 2 fois, & encore $\frac{1}{2}$ d'iceluy, ceste raison sera appelee double sesquialtere, comme la raison de 5 à 2, en laquelle 5 contient 2, deux fois & $\frac{1}{2}$ d'iceluy: si $\frac{2}{3}$, comme d'une ligne de 7 pieds à une autre de 3 pieds, ceste raison s'appellera double sesquitiere: & la raison de 29 à 7, s'appellera quadruple sesquisseptuple, d'autant qu'en 29, 7 est contenu 4 fois & $\frac{1}{7}$ d'iceluy, & ainsi des autres.

La raison

La raison multiple superpartiente, est quand l'antecedant contient le consequent plusieurs fois, & plusieurs parties aliquotes d'iceluy: ceste raison est composee de la premiere & troisieme; & tout ainsi que chacune d'icelles contient sous soy plusieurs especes, aussi fait ceste-cy: comme si l'antecedant contient le consequent, 2 fois, & encore $\frac{1}{2}$ parties d'iceluy, ceste raison sera appelee double superbipartiente tierce, comme est la raison de 8 à 3: mais s'il le contient 3 fois, & encore $\frac{1}{4}$ d'iceluy, elle s'appellera triple superpartiente quarte, comme est la raison de 15 à 4: s'il le contient 4 fois, & encore $\frac{1}{5}$ d'iceluy, elle sera dite quadruple supersextupartiente septuple, comme est la raison de 34 à 7, & ainsi des autres.

Or tout ce qui a esté dit cy-dessus des cinq especes de raison rationnelle d'inegalité majeure, se doit aussi entendre des cinq especes de l'inegalité mineure, excepté qu'il faut tousiours apposer ceste syllabe sub, disant submultiple au lieu de multiple, subsuperparticuliere, au lieu de superparticuliere, & ainsi des autres.

Et pource que les denominateurs des raisons rationnelles cy-dessus exposees sont assez utiles, nous enseignerons icy par quels nombres elles se denomment. Nous appellons denuminateur d'une raison, le nombre qui exprime distinctement & apertement la quantité de la grandeur antecedante au respect de la consequente: comme le dominateur de la raison quintuple est 5, pource que ce nombre là monstre que la grandeur ou quantité antecedante contient 5 fois la consequente. Semblablement le denuminateur de la raison sesquiquarte est $1\frac{1}{4}$ pource qu'iceluy nombre signifie que la quantité antecedante contient la consequente une fois & $\frac{1}{4}$ d'icelle: Item le denuminateur de la raison subtriple, est $\frac{2}{3}$, car il demonstre que l'antecedant est la tierce partie du consequent: & ainsi des autres. C'est pourquoy, comme

estime, Euclide au 6. liure, & autres Mathématiciens, appellent le denominateur de quelconque raison la quantité d'icelle, car il denomme & exprime comme nous auons dit, combien une grandeur est au respect d'une autre avec laquelle elle est conferee, ainsi qu'il appert par les exemples proposez.

Or de ces choses on peut facilement colliger le denominateur de quelconque raison. Car le denominateur de la raison multiple, est le nombre entier contenant autant d'unitéz, que l'antecedant de la raison contient de fois le consequent. Comme le denominateur de la raison double, est 2, de la sextuple, 6; de la centuple 100, &c. Mais le denominateur de quelconque raison submultiple, est un nombre rompu, duquel le numerateur est tousiours l'unité: mais le denominateur est le nombre denommant la raison multiple correspondante. Comme le denominateur de la raison subdouble est $\frac{1}{2}$: de la subsextuple $\frac{1}{6}$: de la subcentuple $\frac{1}{100}$, &c. Il est donc facile de trouuer le denominateur de quelconque raison multiple ou submultiple, puis que la prolation monstre le denominateur de la raison, comme il est euident par les exemples proposez cy-dessus.

Le denominateur de quelconque raison superparticuliere est l'unité avec la partie aliquote que l'antecedant doit comprendre outre le consequent. Comme le denominateur de la raison sesquialtere, est $1\frac{1}{2}$: de la sesquiterce $\frac{4}{3}$; &c. Il n'est donc pas difficile de trouuer le denominateur d'une raison superparticuliere, puis que la prolation d'icelle raison exprime le denominateur par sa partie aliquote, comme il appert par les exemples proposez. Et le denominateur de quelconque raison subsuperparticuliere est un nombre rompu, duquel le numerateur est moindre que le denominateur seulement d'une unité. Comme le deno-

minateur de la raison subſeſquialtere, eſt $\frac{2}{3}$: & celuy de la ſubſeſquitiere, eſt $\frac{3}{4}$ &c. Donc le denominateur de telle raifon ſera aiſement trouué, car il n'y a qu'à prendre pour numerateur de la fraction, le denominateur de la partie aliquote : & pour le denominateur d'icelle fraction, le nombre plus grand de l'unité. Comme le denominateur de la raifon ſubſeſquiquinte eſt $\frac{5}{4}$: & celuy de la raifon ſubſeſquiſeptieſme eſt $\frac{7}{6}$: mais celuy-là de la raifon ſubſeſquineuſieſme, eſt $\frac{9}{10}$.

Le denominateur de quelconque raifon ſuperpartiente, eſt une unité avec les parties aliquotes que l'antecedant doit contenir outre le conſequant. Comme le denominateur de la raifon ſupertripartiente quarte, eſt $1\frac{3}{4}$: celuy de la raifon ſuperquadripartiente quinte, eſt $1\frac{4}{5}$; & ainſi des autres. Or les denominateurs de telles raifons ſont faciles à trouver, pource que la prolation meſmes de la raifon exhibe le propre denominateur d'icelle, comme il appert és exemples cy-deſſus. Mais le denominateur de quelconque raifon ſubſuperpartiente, eſt un nombre rompu, duquel le numerateur eſt moindre que le denominateur, d'autant d'unitéz, que la quantité conſequente contient de parties aliquotes par deſſus l'antecedante. Comme le denominateur de la raifon ſubſupertripartiente quarte eſt $\frac{7}{4}$: celuy de ſubſuperquadripartiente quinte, eſt $\frac{9}{5}$, &c. On trouuera donc le denominateur de telle raifon, ſi pour le numerateur de la fraction on prend le denominateur des parties aliquotes exprimees en la raifon propoſee, auquel ſi on adiouſte le nombre d'icelles parties, on aura le denominateur d'icelle fraction : comme le denominateur de la raifon ſubſupertripartiente quinte eſt $\frac{9}{5}$, pource que le numerateur de ceſte fraction eſt le nombre denommant les quintes, ſçavoir 5, auquel eſt

adiouste le nombre 3, des trois parties, a fin de faire 8, denominateur de la fraction : mais le denominateur de la raison subsuperquadrupartiente neufiesme est $\frac{2}{13}$: & ainsi des autres.

Le denominateur de quelconque raison multiple superparticuliere est le nombre entier, denommant la raison multiple proposee avec la partie que la quantite antecedante doit contenir outre la consequente. Comme le denominateur de la raison triple sesquiseptiesme est $3\frac{2}{7}$: mais celuy de la raison quadruple sesquiquinte, est $4\frac{2}{5}$, &c. Le denominateur de telle raison est aisé à exhiber, pource que la prolation de la raison exprime distinctement tant le denominateur de la multiple raison, que la partie aliquote, comme il se voit ez exemples proposez. Et le denominateur de quelconque raison submultiple superparticuliere est une fraction dont le numerateur est le nombre denommant les parties aliquotes contenues en la raison. Comme le denominateur de la raison subtriple sesquiquarte, est $\frac{4}{13}$: de subquintuple sesquisneufiesme, $\frac{2}{46}$, &c. On trouuera le denominateur de telle raison, si pour le numerateur de la fraction on prend le denominateur de la partie aliquote, & iceluy estant multiplié par le denominateur de la raison multiple, si on adiouste 1 au produit, on aura le denominateur de la fraction, cōme il est manifeste par les exemples cy-dessus.

Le denominateur de quelconque raison multiple superpartiente, est le nombre entier, denommant la raison multiple obtenue en icelle, avec les parties aliquotes que la quantite antecedante doit contenir de la consequente. Cōme le denominateur de la raison triple superbipartiente tierces, est $3\frac{2}{3}$: de quadruple supertripartiente quintes, $4\frac{2}{5}$, &c. Il est facile de trouuer le denominateur de telles raisons, pource que la prolation exprime distinctement, tant le denominateur de la raison multiple, que les parties aliquotes, comme appert

es exemples cy-dessus : & le denominateur d'une raison submultiple superpartiente, est une fraction, dont le numerateur est le nombre denommant les parties aliquotes d'icelle raison : comme le denominateur de la raison subtriple superbipartiente tierces, est $\frac{3}{4}$: de subquadruple supertripartiente quintes $\frac{5}{6}$, &c. Le denominateur de telles raisons sera trouué, si pour le numerateur de la fraction on prend le denominateur des parties aliquotes : lequel estant multiplié par le denominateur de la raison multiple, & au nombre produit adiousté le nombre des parties aliquotes, viendra le denominateur de la fraction, ainsi qu'il appert es exemples posez cy-dessus.

Finalemēt le denominateur de la raison d'egalité est tousiours l'unité, pource que les termes ou quantitez d'icelle raison sont egales entr'elles ; & partant l'une contient l'autre une fois precisément.

4. Proportion, est vne similitude de raisons.

Tout ainsi que la comparaison de deux quantitez entre-elles est dictée raison, ainsi la comparaison & ressemblance de deux ou plusieurs raisons entr'elles, est dictée proportion : comme si la raison de A à B, est semblable à la raison de C à D, l'habitude d'entre ces raisons sera dictée proportion. Et c'est ce que les Grecs appellent analogie, & quelques Latins proportionalité : selon

A.	B.	C.	D.
8.	12.	18.	27.

Boëtius & Iordanus il y en a de plusieurs sortes, dont les principales qu'ils appellent Medietez, sont la proportion

Arithmetique, la Geometrique, & l'Harmonique: Mais Euclide ne traite icy que de la Getmetrique, laquelle est ou continue ou discrete: la proportion continue, est celle de laquelle les grandeurs entre moyennes sont prises deux fois, tellement qu'il ne se faict nulle interruption de raisons, ains chaque quantité entre moyenne est antecedant & consequent, sçavoir antecedant de la quantité subsequente, mais consequent à la quantité antecedante: comme si on dit, que telle qu'est la raison de A à B , telle est celle de B à C , où la quantité B est antecedant de la quantité C , & consequent de la quantité A . Mais la proportion discrete ou non continue, est celle en laquelle chaque quantité entre moyenne est prinse seulement une fois, tellement qu'il se faict interruption de raisons, & aucune quantité n'est antecedant & consequent: mais seulement antecedant ou consequent: comme quand on dit que la raison de A à B , est comme celle de C à D .

5. Les grandeurs sont dictes auoir raison l'une à l'autre, lesquelles estans multipliees se peuuent excéder l'une l'autre.

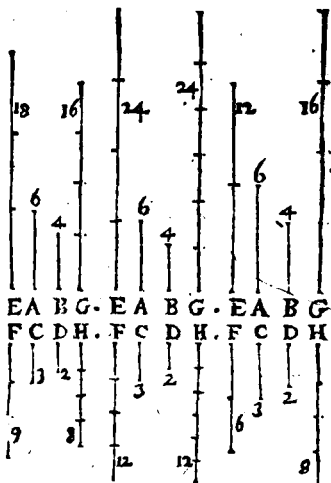
Euclide ayant en la 3. def. appellé raison l'habitude de deux grandeurs de mesme genre, il explique en ceste-cy quelle chose requierent deux quantitez de mesme genre, afin qu'elles soient dites auoir raison, sçavoir est, que l'une ou l'autre d'icelles estant multipliee, elles s'augmente en sorte, que finalement elle surpasse l'autre: ainsi il y a raison entre le coste d'un quarré, & le diametre d'iceluy, puis que le coste multiplié par 2, c'est à dire pris deux fois, excède le diametre. Car d'autant que deux costez du quarré & le diametre, constituent un triangle isoscelle, par la 20. p. 1. les deux costez du quarré seront plus grands que le diametre. Ainsi pareillement entre la circonference d'un cercle & le diametre d'iceluy, il y a raison (laquelle toutesfois n'est encore cogneue) puis que le diametre multiplié par 4, c'est à dire pris 4 fois, excède la

circference : car toute la circference, comme il est demon-
stré par Archimede, ne contient que trois fois le diametre,
& encore une particule peu moindre qu'une septiesme par-
tie d'iceluy diametre. Mais il s'ensuit de ceste def. qu'une
ligne finie n'aura raison à une infinie, encores qu'icelles deux
lignes soient de mesme genre de quantité: car en quelque sor-
te que soit multipliée la ligne finie elle ne pourra surpasser
l'infinie. S'ensuit aussi qu'il n'y a point de raison entre un
angle rectiligne, & un angle contingent. Car il appert de la
16. prop. 3. qu'iceluy angle contingent, ne peut iamais exce-
der un angle rectiligne.

6. Les grandeurs sont dites estre en mesme raison, la premiere à la seconde, côme la troisiéme à la quatriéme, quand les equimultiples de la premiere & troisiéme, aux equemultiples de la seconde & quatriéme, en quelque multiplication que ce soit, deffaillent ensemble, sont egaux, ou excèdent, vn chacun à vn chacun, prenant ceux là qui s'entre respondent.

Ayant esté dit par Euclide, que c'est que raison, & quel-
les grandeurs sont dites auoir raison l'une à l'autre, mainte-
nant il declare quelle condition requierent les grandeurs pour
estre en mesme raison, sçauoir est, que les equemultiples
de la premiere & troisiéme grandeur excèdent, soient egaux
ou deffaillent aux equemultiples de la deuxies. & quatries-
me en quelque multiplication que soient pris iceux equem-
ultiples, comme appert en ces quatre quantitez A, B, C, D,

ou les equemultiplices de A & C , premiere & tierce, sont E & F , & les equemultiplices de B & D , seconde & quatriesme quantitez sont G & H ; tellement qu'il se voit qu'ayant multiplié A & C , par un mesme nombre; & B , D , par quelconque mesme nombre, si le multiplie E excède le multiplie G qui luy correspond, aussi le multiplie F excède le multiplie H ; s'il est egal, l'autre sera aussi egal; s'il defaut aussi fera l'autre, & ce en quelconque multiplication qu'on prenne les equemultiplices: & partant il y a mesme raison de A premiere quantité à B seconde, que de C troisieme à D quatriesme.



Par la conuerse de ceste def. s'il y a telle raison de la premiere à la seconde, que de la troisieme à la quatriesme, il s'ensuit que les equimultiplices de la premiere & troisieme excèdent, sont egaux, ou defaillent aux equemultiplices de la deuxiesme & quatriesme, engendrees de quelque multiplication que ce soit.

Et aussi s'il n'y a mesme raison de la premiere à la seconde, que de la tierce à la quatriesme, il s'ensuira que les equemultiplices de la premiere & troisieme n'excéderont, ne seront egaux, ou ne defailliront aux equemultiplices de la deuxiesme & quatriesme produictes de quelque multiplication que ce soit.

Or ce qui est dit icy de quatre grandeurs se doit aussi

entendre de trois , prenant celle du milieu deux fois , à fin qu'il y en ait quatre.

7. Les grandeurs qui sont en mesme raison sont appellees proportionnelles.

Comme si des grandeurs $A, B, C,$ A ————— 12
 $D,$ il y a mesme raison de A à $B,$ B ————— 8
 que de C à $D,$ icelles grandeurs sont C ————— 6
 dites proportionnelles. D ————— 4

Et les grandeurs $E, F, G,$ lesquelles E ————— 12
 sont en proportion continue , sont aussi F ————— 6
 dites continuellement proportionnelles. G ————— 3

8. Quand des equemultiples , celui de la premiere grandeur excède celui de la seconde , & le multiplie de la troisieme n'excede celui de la quatrieme , lors il y aura plus grande raison de la premiere grandeur à la seconde , que de la troisieme à la quatrieme.

Euclide declare icy quelle condition doivent avoir 4 grandeurs , à fin que la premiere soit dite avoir plus grande raison à la seconde que la tierce à la 4^e , disant qu'ayant pris les equemultiples de la premiere & de la 3^e , & les equemultiples de la deuxiesme & 4^e , si la multiplie de la premiere excède la multiplie de la 2^e , mais la multiplie de la 3^e n'excede la multiplie de la 4^e , il y aura plus grande raison de la premiere grandeur à la seconde , que de la 3^e à la 4^e , comme il appert en l'exem-

ple icy posé, auquel sont prinſes E & F, doubles de A & C, premiere & 3^e grandeurs, mais G & H triples de B & D, deuxiesme & 4^e grandeurs: & pource que E multiplie de A premiere est plus grand que G multiple de B 2^e, & F multiplie de C 3^e n'est pas plus grand que H multiplie de D 4^e, la raison de A premiere grandeur à B 2^e, est dictée plus grande que la raison de C 3^e à D 4^e.

Or afin que quatre grandeurs soient dictes estre en mesme raison, il est necessaire que les equemultiplices d'icelles, pris selon quelques multiplications, excèdent, soient egaux, ou defaillent, comme il a esté expſé en la 6. def. Mais à fin que la premiere grandeur soit dictée auoir plus grande raison à la 2^e, que la 3^e à la 4^e: c'est assez que des equemultiplices pris selon quelque multiplication, celui de la premiere grandeur excède celui de la deuxiesme: & le multiplie de la troiesme n'excede celui de la quatriesme, encore que selon plusieurs autres multiplications ces equemultiplices ne soient tels. Parquoy pour conclurre en quelque demonstration qu'il y a plus grande raison d'une grandeur à une autre, que d'une troiesme à une quatriesme. Il suffira de demonſtrer que selon quelque multiplication, le multiplie de la premiere grandeur excédant celui de la seconde, le multiplie de la troiesme n'excede celui de la quatriesme.

Et conuertissant cette 8. def. s'il y a plus grande raison de la premiere grandeur à la deuxiesme, que de la troiesme à la quatriesme, le multiplie de la premiere excédant celui de la deuxiesme, il se peut faire quelque multiplication par laquelle le multiplie de la troiesme n'excede celui de la quatriesme.

12			
6			6
		2	
E	A	B	G
F	C	D	H
		3	
8	4		9

Que si au contraire d'icelle def. le multiplie de la premiere grandeur ne surmonte celuy de la deuxiesme, & le multiplie de la tierce excède celuy de la quarte, la premiere grandeur sera dicté auoir moindre raison à la deuxiesme que la tierce à la quarte. La conuerse a aussi lieu.

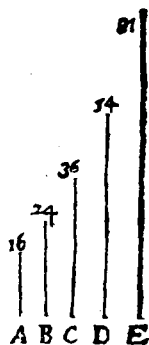
9. Proportion ne peut estre constituee sur moins de trois termes.

Puis qu'il a esté dit en la 3. def. que raison est l'habitude de deux quantitez, & que proportion par la 4. def. est vne similitude de deux ou plusieurs raisons: il s'ensuit qu'il n'y peut auoir moins de trois quantitez ou termes en une proportion, si elle est proportion continue, mais il en faut quatre au moins, si elle est proportion discrete.

10. Quand trois grandeurs sont proportionnelles, la premiere est dicté auoir à la troisieme la raison doublee de la premiere à la seconde: mais s'il y en a quatre, la premiere est dicté estre à la quatriesme, en raison triplee de la premiere à la seconde: & tousiours d'un mesme ordre vne plus, iusques à ce que la proportion soit acheuee.

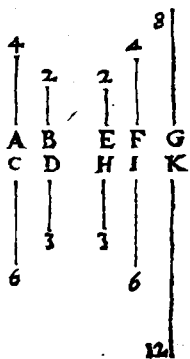
Comme si les grandeurs A, B, C, D, E , sont continuellement proportionnelles, la premiere quantité A est dicté auoir à la 3^e quantité C , la raison doublee de celle de A à la 2^e B , pource qu'entre A & C sont deux raisons, qui sont

egales à la raison de A à B , sçavoir est la raison de A à B , & celle de B à C , tellement que la raison de A à C prend par ce moyen la raison doublee de A à B , c'est à dire posée deux fois d'ordre. Mais la raison de la premiere grandeur A à la 4^e D , est dictée triplée de celle de A à B , pource qu'entre A & D se trouvent trois raisons, lesquelles sont egales à celle de A à B ; c'est à sçavoir la raison de A à B , celle de B à C , & celle de C à D : & partant la raison de A à D encloist par ce moyen la raison triplée de A à B , c'est à dire posée trois fois d'ordre. Et ainsi pareillement la raison de A à E , est dictée quadruplée de la raison de A à B ; pource qu'entre A & E sont encloses 4 raisons, qui sont egales à celle de A à B , & c.



II. Les grandeurs sont dictes homologues, ou de semblables raisons, les antecedans aux antecedans, & les consequens aux consequens.

C'est à dire que si plusieurs quantitez sont proportionnelles, comme A, B, C, D , sçavoir que comme A est à B , ainsi C soit à D , les quantitez A & C , antecedantes de chascune raison, seront dictes homologues, ou de semblable raison, comme aussi les quantitez consequentes B & D . Ainsi pareillement, si les quantitez E, F, G , sont proportionnelles aux quantitez H, I, K : les termes E



Et H, seront dictz homologues, ou de semblable raison: comme aussi le terme F sera dict homologue au terme I: Et aussi G à K: ainsi les costez des figures estans comparez entr'eux, on entend quels costez doivent estre antecedans des raisons, Et quels consequens.

12. Raison alterne, est prendre l'antecedant comparé à l'antecedant, & le consequent au consequent.

Euclide explique en ceste def. Et es suivantes, aucuns moyens d'argumenter es proportions, desquels l'usage est fort frequent en la Geometrie. Il dit donc icy que la raison alterne ou permutée, est quand de quatre grandeurs proportionnelles proposees, comme A, B, C, D, sçavoir que comme A est à B, ainsi C est à D; on vient à conclurre qu'il y a mesme raison de l'antecedant A à l'antecedant C, que du consequent B au consequent D: Et ceste maniere d'argumenter (laquelle est demonstree la 16. p. de ce lin.) se couche ordinairement ainsi: comme A est à B, ainsi C est à D: Donc en permutant comme A sera à C, ainsi B à D. Et est à noter qu'en ceste maniere d'argumenter, les quatre grandeurs doivent estre de mesme genre.



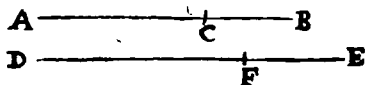
13. Raison inuerse ou transposée, est lors qu'on prend le consequent comme antecedant pour le comparer à l'antecedant, comme si c'estoit le consequent.

Comme si A est à B, ainsi que C à D, nous infererons que

par raison inuerſe, comme B eſt à A, ainſi A —
 D eſt à C, c'eſt à dire les conſequens aux B —
 antecedans. En cette ſorte d'argumenter les C —
 antheurs parlent preſques ſouſiours ainſi : D —
 comme A eſt à B, ainſi C eſt à D : donc en changeant, ou au
 contraire, B ſera à A, comme D à C. Cette maniere d'argu-
 menter ſera demonſtrée au Cor. de la 4. p. de ce liure.

14. Composition de raiſon, eſt lors
 qu'on prend l'antecedant avec le con-
 ſequent, comme vne ſeule choſe,
 pour le comparer au meſme conſe-
 quent.

Comme ſi AC eſt à CB, comme DF à FE, & on vient à
 conclure que
 la route AB
 eſt à CB, com-
 me la route



DE à FE; c'eſt à dire que la compoſee de l'antecedant AC
 & du conſequent CB, eſt au meſme conſequent CB, comme
 la compoſee de l'antecedant DF & du conſequent FE, eſt
 à iceluy conſequent FE; cette maniere d'argumenter ſera
 diſte compoſition de raiſon, & je prononce ainſi; comme
 AC eſt à CB, ainſi DF à FE: donc en compoſant AB ſera
 à CB, comme DE à FE: laquelle ſorte d'argumentation
 ſera demonſtrée en la 18. p. de ce liure.

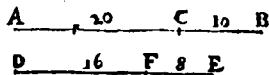
Acce moyen d'argumenter, par la compoſition de raiſon,
 en peuuent eſtre adouſtez deux autres: le premier peut
 eſtre diſte compoſition conuerſe de raiſon: ſçauoir quand on
 prend l'antecedant & le conſequent comme vn ſeul, pour le
 comparer à l'antecedant. Comme ſi AC eſt à CB, comme
 DF à FE; & nous inferons: donc comme AB compoſee de

L'antecedant & du consequent, est à l'antecedant AC, ainsi DE composee de l'antecedant & du consequent est à l'antecedant DF:laquelle argumentation nous demonstrevons estre valable sur la 18.p. 5.

L'autre moyen d'argumenter peut estre dit composition contraire de raison; c'est à sçavoir quand l'antecedant est comparé à l'antecedant & consequent comme un seul. Comme si AC est à CB, ainsi que DF à FE, & nous inférons par composition contraire de raison: donc comme AC antecedant sera à la route AB, composee de l'antecedant & du consequent, ainsi DF antecedant sera à la toute DE, composee de l'antecedant & du consequent. Nous demonstrerons sur la 18. p. de ce livre que cette forme d'argumentater est valable.

15. Division de raison, est lors qu'on prend l'excez par lequel l'antecedant surpasse le consequent, pour le comparer à iceluy mesme consequent.

Comme si on dit qu'il y a telle raison de AB à CB, que de DE à FE: donc aussi AC, excez par lequel l'antecedant surpasse le consequent, sera à CB consequent, comme



DF excez par lequel l'antecedant excède le consequent, sera à FE consequent. Or les auteurs concluent ordinairement avec cette raison ainsi: comme AB est à CB, ainsi DE est à FE: donc en devisant AC sera aussi à CB; comme DF à FE. Ce qui sera demonstré en la 17.p. de ce livre.

Ce moyen d'argumenter en peuuent aussi estre adionstez deux autres: le premier peut estre appelle diuision conuerse de raison, c'est à sçauoir quand le consequent est comparé à l'excez par lequel l'antecedant surpasse le consequent: Comme si AB est à CB , comme DE à FE , & nous inferons; donc aussi par diuision conuerse de raison, comme CB consequent sera à AC , excex par lequel l'antecedant surmonte le consequent, ainsi FE consequent sera à DF , excex par lequel l'antecedant surpasse le consequent: la quelle maniere d'argumenter nous demonstrerons pouuoir estre sur la 17. pr. 5. Il est manifeste qu'en l'une & l'autre d'icelles argumentations par diuision de raison, l'antecedant doit estre plus grand que le consequent.

L'autre moyen d'argumenter peut estre dit diuision contraire de raison, c'est à sçauoir quand l'antecedant est conferé à l'excez, par lequel le consequent excedel l'antecedant. Comme quand on dit, AC estre à AB , comme DF à DE : Donc aussi par diuision contraire de raison AC antecedant sera à CB , excex par lequel le consequent surmonte l'antecedant, comme DF antecedant sera à EF , excex par lequel le consequent surpasse l'antecedant: lequel moyen d'argumenter nous demonstrerons sur la 17. prop. de ce liure.

Il est euident qu'en ceste diuision contraire de raison, le consequent doit estre plus grand que l'antecedant.

16. Conuerfion de raison, est comparer l'antecedant à l'excez, par lequel l'antecedant surpasse le consequent.

Comme si on dit, que comme AB est à CB , ainsi DE à FE : & on vient à conclurre que AB antecedant sera aussi à AC , excex par lequel il surmonte le consequent,
comme

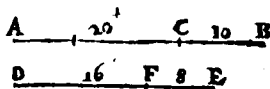
comme *DE* antecedant sera à *DF*, excez par lequel l'antecedant excède le consequent,

cela sera dit conuersion de

raison. En ceste sorte d'argu-

menter les auteurs parlent

ordinairement ainsi: comme



AB est à *CB*, ainsi *DE* est à *FE*: Donc par conuersion de raison *AB* sera à *AC*, comme *DE* à *DF*: laquelle sorte d'argumenter sera demonstree au Cor. de la 19. p. de ce liu.

17. Raison egale, est lors qu'il y a plusieurs grandeurs d'un costé, & autant de l'autre en multitude, prise de deux en deux en mesme raison, & que la premiere des premieres grandeurs, est à la derniere des mesmes, comme la premiere des secondes est à la derniere des mesmes.

Autrement, c'est lors qu'on prend les extremes par la soustraction des moyennes.

Comme s'il y-a d'un costé quatre quantitez, *A, B, C, D*: & autant d'un autre *E, F, G, H*, lesquelles soient prises deux à deux en mesme raison, c'est à dire que *A* soit à *B*, comme *E* à *F*; & *B* à *C*, comme *F* à *G*; & *C* à *D*, comme *G* à *H*: si on inferre que comme *A* est à *D*, premiere & derniere des premieres grandeurs, ainsi *E* est à *H*, premiere & derniere des secondes. Ceste maniere



d'argumenter est dictée raison egale, ou bien d'egalité. Et d'autant que ceste maniere d'argumenter se prend ordinairement en deux sortes, sçavoir est quand les grandeurs qui sont en mesme raison sont prises d'ordre: & quand l'ordre est perverty: Euclide explique és deux def. suivantes que c'est que proportion ordonnée, & perturbée.

18. Proportion ordonnée, est quand l'antecedant est au consequent, comme l'antecedant est au consequent: & que le consequent est à quelque autre, comme le consequent est aussi à quelque autre.

Cecy est aisé à entendre par l'exemple de la def. precedente, où nous avons posé A estre à B , cōme E à F ; & B à C , comme F à G , & C à D , comme G à H : Car ainsi les termes des 4 premieres quantitez sont pris d'un mesme ordre, que ceux des 4 dernieres; & partant ceste proportion est dictée ordonnée. Or que le moyen d'argumenter par' raison d'egalité, la proportion d'ordre estant observée, soit bon, il sera demonstéré en la 22. p. de ce liure.

19. Proportion troublée, est quand trois grandeurs estans d'un costé, & autant d'un autre, la premiere est à la seconde, comme la cinquieme à la sixieme, & comme la seconde à la troisieme, ainsi la quatrieme à la cinquieme.

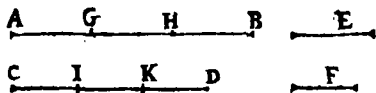
Comme si *A* est à *B*, ainsi que *E* est à *F*;
 & comme *B* est à *C*, ainsi *D* à *E* : ceste pro-
 portion sera dictée troublee ou perturbée, d'au-
 tant qu'un mesme ordre n'est pas gardé en la
 comparaison des premieres grandeurs entr'-
 elles, qu'és secondes aussi entr'elles. Car és
 premieres quantitez, la premiere est compa-
 rée à la seconde, & ceste-cy à la 3^e; mais és
 secondes quantitez la 2^e est comparée à la 3^e,
 & la premiere à la seconde. Or que le moyen
 d'argumenter par raison egale, la proportion
 troublee estant gardée, soit bon, il sera de-
 monstré en la 23. p. de ce liure.



THEOR. I. PROP. I.

S'il y a tant de grandeurs qu'on vou-
 dra equemultiplices d'autant d'autres
 grandeurs, chacune à la sienne; com-
 me l'une sera multiplie de l'une, ain-
 si les toutes seront multipliques des
 toutes.

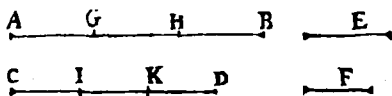
Soient tant
 de grandeurs
 qu'on voudra
AB & *CD*, e-
 quemultipli-



ces d'autant d'autres grandeurs *E* & *F*. Je dis que
 les grandeurs *AB* & *CD* ensemble, seront autant
 multipliques de *E* & *F* ensemble, comme *AB* l'est de
E, ou *CD* de *F*.

Car puis que AB est multiplie de E ; E mesurera AB certain nombre de fois par la 2. def. de ce liure, qu'elle la mesure donc trois fois, & soit icelle AB coupee

en troisperties
egales, AG,
GH, HB, cha-
cune desquel-



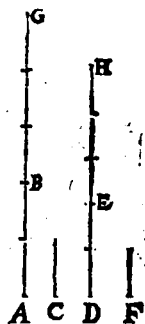
les sera egale à E. Le mesme se peut dire de la grandeur CD, laquelle on coupera aussi en trois parties egales, CI, IK, KD, estant chacune d'icelles egale à F : mais qui a choses egales, sçauoir à AG & E, adiouste choses egales, sçauoir CI & F, les toutes AG, CI ensemble, seront egales aux toutes E & F ensemble. Par mesme raison GH & IK ensemble, seront egales à icelles E & F ensemble : pareillement HB & KD, aux mesmes E & F. Autant donc qu'il y a de grandeurs en AB, egales à E ; & en CD egales à F : autant y en a-il en AB & CD prises ensemble, qui sont egales à E & F prises ensemble : Parquoy les deux AB & CD ensemble, seront triples des deux ensemble E & F, comme la seule AB est triple de la seule E, ou la seule CD de la seule F. S'il y a donc tant de grandeurs qu'on voudra equemultiplices, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. 2. PROP. II.

Si la premiere est autant multiplie de la seconde, que la troisieme de la quarte, & la cinquiesme autant multi-

plice de la seconde, que la sixiesme de la quarte; la composee de la premiere & cinquiesme, sera autant multiplie de la seconde, comme la composee de la troisieme & sixiesme, le sera de la quarte.

Soit la premiere grandeur AB, autant multiplie de la seconde C, comme la 3^e DE l'est de la 4^e F: & soit la 5^e BG autant multiplie de la 2^e C, comme la 6^e EH de la 4^e F: Je dis que AG composee de la premiere & cinquiesme AB & BG, sera autant multiplie de la 2^e C, comme DH composee de la tierce & sixiesme DE & EH, le sera de la quarte F.



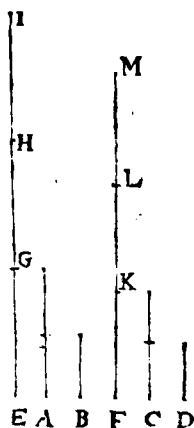
Car puis que AB est autant multiplie de C, comme DE de F, il y a en AB autant de grandeurs egales à C, qu'il y en a en DE d'egales à F. Par mesme raison, il y aura aussi en BG autant de grandeurs egales à C, comme il y en a en EH d'egales à F. Il y aura donc en AG autant de grandeurs egales à C, qu'il y en a en DH d'egales à F: parquoy AG composee de la premiere & cinquiesme est autant multiplie de la seconde C, comme DH composee de la tierce & sixiesme l'est de la quarte F. Parquoy si la premiere est autant multiplie de la seconde, que la troisieme de la quarte, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. 3. PROP. III.

Si la premiere est autant multiple de la seconde , comme la tierce de la quarte ; & on prend des equimultiples de la premiere , & troisieme : aussi le multiple de la premiere sera autant multipliee de la seconde , que le multiple de la tierce le sera de la quarte.

Soit A autant multiple de B , comme C l'est de D ; & de la premiere & tierce A , C , soient pris les equemultiples E & F. Je dis que E sera autant multiple de B 2^e, que F de D 4^e.

Car puis que E est autant multiple de A , que F l'est de C : E contiendra autant de parties egales à A , comme F de parties egales à C. Soit donc E diuisee en EG, GH & HI , chacune egale à A : Item F diuisee en FK , KL & LM , chacune egale à C : & d'autant que EG & FK sont egales à A & C , lesquelles sont equemultiples de B & D par l'hypothese , aussi EG & FK seront equemultiples des mesmes B & D. Par mesme raison GH



& KL: item HI & LM, seront equemultiplices d'icelles B & D. Veu donc que EG premiere grandeur est autant multipliee de la seconde B, que FK tierce l'est de D quarte. Item GH cinquiemesme autant multipliee de la mesme seconde B, que KL sixiesme de la quatriemesme D; aussi EH composee de la premiere & cinquiemesme sera autant multipliee de la seconde B, que FL composee de la tierce & sixiesme l'est de la quatriemesme D, par la prec. prop. Derechef puis que EH premiere grandeur est autant multipliee de la seconde B, que FL tierce l'est de D quarte, & HI cinquiemesme est aussi autant multipliee de la seconde B, que LM sixiesme l'est de la quatriemesme D: EE composee de la premiere & cinquiemesme sera aussi autant multipliee de la seconde B, que FM composee de la tierce & sixiesme l'est de D quatriemesme par la 2. p. de ce liure. Si donc la premiere est autant multipliee de la seconde, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. 4. PROP. IV.

Si la premiere est à la seconde, en mesme raison que la tierce à la quarte: aussi les equemultiplices de la premiere & tierce, auront mesme raison aux equemultiplices de la seconde & quarte, en quelque multiplication que ce soit, si elles sont

prises ainsi qu'elles s'entrerespondent.

Soit A à B en mesme raison que C à D, & soient prises E & F equemultiples de A premiere & C tierce: Item G & H equemultiples de B seconde & D quarte, selon quelque multiplication que ce soit. Je dis qu'il y a mesme raison de E à G, que de F à H.

Car si on prend I & K equemultiples de E & F, pareillement L & M equemultiples de G & H: d'autant que E premiere, est autant multiplie de A seconde, que F tierce l'est de C quarte, & I, K sont prises equemultiples d'icelles E, F, premiere & tierce; aussi par la 3. prop. de ce liure I & K, seront equemultiples de A & C, seconde & quarte. Par mesme raison L & M, seront aussi equimultiples de B & D: & puis que A est à B comme C à D: & d'icelles A & C, premiere & tierce, ont esté demonstrees I & K equemultiples; mais de B & D seconde & quarte, autres equemultiples L & M: par la conuerse de la 6. def. de ce liure, si I deffaut, est egal, ou plus grand que L, aussi K deffaudra, sera egal, ou plus grand que M, selon quelconque multiplication que soient pris iceux equemultiples. Et pour autant que I & K, sont equemultiples de



E & F; pareillement L & M de G & H: par la mesme 6. def. il y aura mesme raison de E à G, comme de F à H. Si donc la premiere est à la seconde en mesme raison que la tierce à la quarte, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

C O R O L L A I R E.

Par cecy est manifeste la preuve de la raison inuerse, qu'Euclide a expliquée en la 13. def. de ce livre, sçavoir est que si 4 grandeurs sont proportionelles, elles le seront aussi estans prises à rebours, c'est à dire que E estant à G comme F à H, aussi en changeant G sera à E comme H à F. Car puis qu'il a esté demonstté que si I defaut, est egal ou plus grand que L, aussi K defaudra, sera egal, ou plus grand que M, selon quelconques multiples. Il appert aussi que si L defaut, est egal, ou plus grand que I, aussi M defaudra, sera egal, ou plus grand que K, selon quelconques multiplications: Et partant par la 6. def. il y aura mesme raison de G à E que de H à F.

T H E O R. 5. P R O P. V.

Si vne grandeur est autant multipliee d'une grandeur, que la retranchée de la retranchée: aussi le reste sera autant multipliee du reste, que la toute de la toute.

Soit la toute AB, autant multipliee de la toute CD, comme la retranchée AE, de la retranchée CF. Je dis que le reste EB sera autant multipliee du reste FD, que la toute AB l'est de la toute CD.

Car A G étant faite autant multipliee de FD

comme AE l'est de CF,

ou comme la route AB



l'est de la route CD:



d'autant que AE, AG

sont equemultiples de CF, FD : par la 1. pr. de ce liure, la route GE, sera autant multiple de la route CD, comme AE de CF : Mais aussi AB, est autant multiple de CD comme AE de CF : donc GE, AB, sont equemultiples de CD, & partant egales entr'elles par la 6. com. sent. Parquoy en ostant ce qui est commun, sçavoir AE, demeureront egales GA, EB; & partant seront equemultiples de FD, puisque GA a esté posée multiple d'icelle FD, & autant comme AB l'est de CD : donc aussi le reste EB sera autant multiple du reste FD, que la route AB l'est de la route CD. Parquoy si vne grandeur est autant multiple d'une grandeur, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

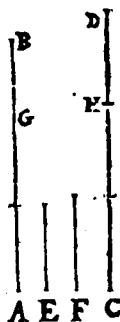
THEOR. 6. PROP. VI.

Si deux grandeurs sont equemultiples de deux autres grandeurs, & d'icelles on retranche des equemultiples : ou les restes seront egaux aux mesmes, ou equemultiples d'icelles.

Soient les grandeurs AB, CD, equemultiples des grandeurs E, F, & les retranchees AG, CH aussi equemultiples des mesmes grandeurs E, F. Je dis que les restes GB, HD, seront ou egaux aux mesmes E, F, ou equemultiples d'icelles.

Car d'autant que AB & CD , sont equemultipli-
ces de E & F ; en AB il y aura autant de grandeurs
egales à E , comme en CD de grandeurs egales à F .

Pareillement d'autant que la retran-
chee AG est autant multipliee de E ,
que la retranchee CH l'est de F ; AG
contiendra autant de grandeurs ega-
les à E , que CH de grandeurs egales
à F , par la 1. & 2. def. de celiure. Si
donc d'egales multitudes de gran-
deurs AB & CD , on ofte egales mul-
titudes de grandeurs AG & CH ,
les multitudes restantes GB & HD
seront egales : c'est à dire que GB
contiendra autant de fois E , comme

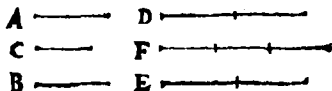


HD contiendra F ; ou bien si GB est egale à E , au-
si HD sera egale à F : & par ainsi iceux restes GB ,
 HD seront egales à E & F , chacune à la sienne, ou
bien seront equemultiplices d'icelles. Parquoy si
deux grandeurs sont equemultiplices de deux au-
tres grandeurs, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. 7. PROP. VII.

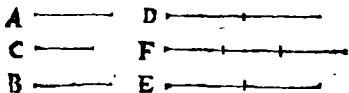
Les grandeurs egales, ont mesme rai-
son à vne mesme grendeur; & ceste
cy aura mesme raison aux grandeurs
egales.

Soient deux gran-
deurs egales A & B ,
& vne autre quelle
qu'elle soit C . Je dis



que A & B ont mesme raison l'une que l'autre à C, & que C aura mesme raison à A qu'à B.

¶ Qu'il ne soit ainsi; soient pris D & E que multi-
 plices de A premie-
 re, & B tierce, soit
 aussi pris F quel-
 conque multiplie



de C, seconde & quarte: donc puis que D est autant multiplie de A, que E est multiplie de B; & que A & B sont posees egales: aussi D & E seront egales par la 6. com. sent. Si donc D est plus grande, egale, ou plus petite que F, aussi E sera plus grande, egale, ou plus petite que la mesme F, & par la susdite 6. def. de ce liur. il y aura telle raison de A à C, comme de B à la mesme C.

Quant à l'autre partie, elle se prouue tout de mesme par la susdite def. en prenant les mesmes equemultiples, & montrant l'excez, &c, ou bien plus facilement par la raison inuerse. Car puis qu'il a esté demonsté que A est à C comme B à C, en changeant C sera à A, comme C à B par le Cor. de la 4. p. de ce liure. Donc les grandeurs egales ont mesme raison à vne mesme, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. 8. PROP. VIII.

Des grandeurs inegales, la plus grande a plus grande raison à vne mesme grandeur, que la plus petite: & vne mesme grandeur a plus grande raison

à la plus petite grandeur, qu'à la plus grande.

Soient deux grandeurs inegales AB & C, desquelles AB est la plus grande, & vne troisieme quelle qu'elle soit D. Je dis que AB a plus grande raison à la troisieme D, que non pas C: item, que D a plus grande raison à C, qu'à AB.

Qu'il ne soit ainsi: soit entendue AB premiere grandeur, D seconde, C tierce, & D quarte. D'autant que AB est plus grande que C, soit retranchee AE egale à icelle C, & soient pris des equemultiples, à sçavoir FG de BE, & GH de EA, en sorte que FG & GH soient plus grandes chacune que D: & puis que les deux FG, GH, sont equemultiples des deux BE, EA, par la 1. prop. de ce liure, la toute HF sera autant multiple de la toute AB, comme HG de AE, ou de C son egale: Maintenant soit prise I K aussi multiple de D, en sorte qu'elle soit plus petite que HF, mais plus grande que HG: (ce qui est facile, puis que D est plus petite que ny FG, ny GH: si bien qu'il faut seulement adiouster tant de fois la grandeur D, iusques à ce que l'on ait ce que l'on cherche.) D'autant que FH, GH sont equemultiples de AB premiere, & C troisieme, si IK est prise pour l'equemultiple, tant de D seconde, que D quatriesme, il est evident que HF multiple de AB premiere, estant plus grande que IK multiple de D seconde HG, multiple de C tierce, n'est pas plus grande



que IK multiplie de D quatre : & partant par la huitiesme def. de ce liure, il y aura plus grande raison de AB à D , que de C à la mesme D .

Quant à la seconde partie : d'autant que IK multiplie de la premiere D , (car il faut maintenant poser D premiere & troisieme, C seconde, & AB quatrieme) est plus grande que HG multiplie de la seconde C ; & IK multiplie de la troisieme D , est moindre que FH multiplie de AB quatrieme: Il y aura plus grande raison de D à C , que D à AB , par la 8. def. de ce liure. Parquoy des grandeurs inegales, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. 9. PROPR. 1X.

Les grandeurs qui ont mesme raison à vne mesme grandeur, sont egales entr'elles : & celles-là aussi sont egales, auxquelles vne mesme grandeur a mesme raison.

Soient premierement deux grandeurs A & B , lesquelles ayent mesme raison l'une que l'autre à la troisieme C . Je dis qu'elles sont egales entr'elles.

Car si elles n'estoient egales, il faudroit que l'une ou l'autre fust plus grande; & par la precedente prop. icelle plus grande auroit plus grande raison à C , que la plus petite : ce qui est contre l'hypothese : donc A & B ne sont pas inegales, mais egales.

Soient maintenant A & B , à chacune desquelles C



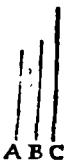
ait vne mesme raison. Je dis qu'icelles A & B sont aussi egales entr'elles: car autrement il faudroit que l'une fust plus petite que l'autre: & par la mesme 8. prop. à icelle plus petite, C auroit plus grande raison qu'à la plus grande: ce qui est contre l'hypothese: A & B ne sont donc pas inegales, mais egales. Donc les grandeurs qui ont mesme raison, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. 10. PROP. X.

Des grandeurs qui ont raison à vne mesme grandeur, celle qui a plus grande raison est la plus grande: & celle là à laquelle vne mesme grandeur a plus grande raison, est la plus petite.

Soient trois grandeurs A, B, C: & en premier lieu la raison de A à C soit plus grande que de B à la mesme C. Je dis que A sera plus grande que B.

Autrement, si A n'estoit plus grande que B, elle seroit egale, ou plus petite, ce qui est impossible: car si elles estoient egales, elles auroient mesme raison l'une que l'autre à C, par la 7. prop. de ce liure, ce qui seroit contre l'hypothese: si aussi elle estoit plus petite, elle auroit plus petite raison à C que non pas B, par la 8. prop. de ce mesme liure, ce qui est pareillement contre l'hypothese. Donc A ne sera pas moindre ny egale à B: & par consequent sera plus grande.



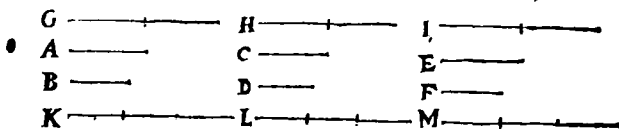
Maintenant que C aye plus grande raison à B, que non pas à A : le dis que B sera plus petite que A. Autrement si B n'estoit moindre que A, elle seroit egale, ou plus grande, ce qui est impossible : car si A & B estoient egales, C auroit mesme raison à l'une qu'à l'autre par la susdite 7. prop. de ce liure : ce qui est contre nostre hypothese : si aussi elle estoit plus grande, C auroit plus grande raison à A qu'à B par la susdite 8. prop. ce qui est aussi contre l'hypothese. Donc B sera moindre que A. Parquoy des grandeurs qui ont raison à vne mesme grandeur, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. II. PROP. XI.

Les raisons qui sont de mesme à vne autre, sont aussi de mesme entr'elles.

Soit A à B, comme C à D, & comme C à D, ainsi E à F : le dis que comme A est à B, ainsi E sera à F.

Qu'il ne soit ainsi : de toutes les antecedantes A, C, E, soient prises quelconques equemultiplices, G, H, I. Pareillement, des consequentes B, D, F, quelconques equemultiplices, K, L, M. D'autant que A est à B comme C à D, par la conuerse de la 6. def. de



ce liure, si G multiplie de A, est egale, plus grande, ou plus petite que K multiplie de B : aussi H multiplie de C, sera egale, plus grande, ou plus petite que L,

que L, multiplie de D. Item, puis que comme C est à D, ainsi E est à F, si H multiplie de C est egale, plus grande, ou plus petite que L multiplie de D, aussi I multiplie de E, sera egale, plus grande, ou plus petite que M multiplie de F: Parquoy si G multiplie de A premiere, est plus grande, egale, ou plus petite que K multiplie de B seconde, aussi I multiplie de E tierce, sera plus grande, egale, ou plus petite que M multiplie de F quarte; & par la susdite 6. def. comme A sera à B, ainsi E sera à F. Parquoy les raisons qui sont de mesme, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

SCHOLIE.

Clauins demonstre en suite de ce, que les raisons qui sont de mesme à d'autres, sont aussi de mesme entr'elles: Comme si A est à B, ainsi que C à D,

Et que E soit à F, comme A à B; Et que G soit à H, comme C à D; Aussi comme E sera à F, ainsi G sera à H. Car d'autant que les raisons de E à F, & de C à D sont de mesme à la raison de

A	B	C	D
3.	2.	6.	4.
E	F	G	H
9.	6.	12.	8.

A à B, par la 11. p. 5. comme E sera à F, ainsi C à D. Derechef, pour ce que les raisons de E à F, & de G à H sont de mesme à la raison de C à D: aussi par la mesme 11. prop. 5. comme E sera à F, ainsi G sera à H.

Derechef, si les raisons de A à B, de C à D, & de E à F sont de mesme entr'elles; Et que comme A est à B, ainsi G soit à H; Et comme C à D, ainsi I à K, Et comme E est à F, ainsi L soit à M: aussi les raisons de G à H, de I à K, & de L à M sont de mesme entr'elles: Car sui-

A	B	C	D	E	F
3.	2.	6.	4.	9.	6.
G	H	I	K	L	M
12.	8.	18.	12.	30.	20.

uant ce que nous auons demonsté cy-dessus de quatre rai-

sons, comme G est à H, ainsi I est à K, pour ce que ces raisons sont semblables aux raisons de A à B, & de C à D. Et en la mesme maniere, cōme I sera à K, ainsi L sera à M, d'autant qu'icelles raisons sont de mesme aux raisons de C à D, & de E à F, lesquelles sont semblables. Item, comme G sera à H, ainsi L à M ; puis que ces raisons sont de mesme que les raisons de A à B, & de E à F, qui sont posees egales : Le mesme seroit encores demonstřé s'il y auoit dauantage de raisons.

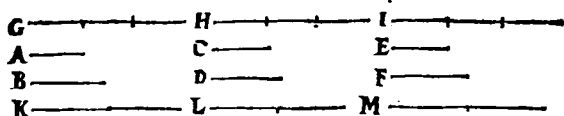
THEOR. 12. PROP. XII.

Si tant de grandeurs qu'on voudra sont proportionnelles : comme l'une des antecedantes sera à sa consequente, ainsi toutes les antecedantes seront à toutes les consequentes.

Soient six grandeurs proportionnelles A, B, C, D, E, F, sçauoirque A soit à B, comme C est à D, & E à F : le dis que comme l'une des antecedantes est à sa consequente; sçauoir est A à B, ainsi toutes les antecedantes ensemble A, C, E, seront à toutes les consequentes ensemble B, D, F.

Car estans prises des antecedantes A, C, E, les equemultiplices G, H, I : item des consequentes B, D, F, les equemultiplices K, L, M ; toutes les trois multiples G, H, I ensemble, seront autant multiple des trois grandeurs A, C, E ensemble, comme la seule G est multiple de la seule A, par la premiere prop. de ce liure. Aussi par la mesme raison toutes les trois multiples K, L, M ensemble, seront

autant multiplie des trois grandeurs B, D, F ensemble, comme K sera multiplie de B. Partant puis que A, B, C, D, E, F sont proportionnelles, si G multiplie de A premiere, est plus grande, egale, ou plus

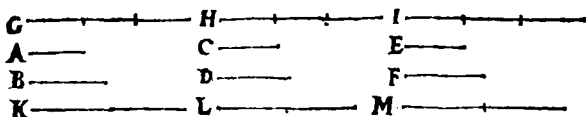


petite que K multiplie de B seconde, aussi H multiplie de C troisieme, sera plus grande, egale, ou plus petite que L, multiplie de D quatrieme, par la conuerse de la 6. def. de ce liure, & ainsi des deux autres: Partant si G est plus grande, egale, ou plus petite que K, le composé des trois G, H, I, sera aussi plus grand, egal, ou plus petit que le composé des trois K, L, M. Donc par la mesme 6. def. comme A sera à B, ainsi les trois A, C, E ensemble, seront aux trois B, D, F ensemble. Parquoy si tant de grandeurs qu'on voudra sont proportionnelles, &c. Ce qui estoit à prouuer.

THEOR. 13. PROP. XIII.

Sila premiere est à la seconde, comme la tierce à la quarte: mais la tierce a plus grande raison à la quarte, que la cinquieme à la sixieme: aussi la premiere aura plus grande raison à la seconde, que la cinquieme à la sixieme.

Soit A premiere à B seconde, comme C tierce à D quarte, & qu'il y ait plus grande raison de C tierce à D quarte, que de E cinquiesme à F sixiesme.



Je dis qu'il y aura aussi plus grande raison de A premiere à B seconde, que de E cinquiesme à F sixiesme.

Car estans prises des antecedantes A, C, E, les equemultiplices G, H, I, & des consequentes B, D, F, les equemultiplices K, L, M: D'autant que A est à B, comme C à D, si G multiplie de A est egale, plus grande, ou plus petite que K multiplie de B, aussi par la conuerse de la 6. def. de ce liure, H multiplie de C, sera egale, plus grande, ou plus petite que L multiplie de D. Pareillement, d'autant qu'il y a plus grande raison de C premiere à D seconde, que de E tierce à F quatriesme, si H multiplie de C, est plus grande que L multiplie de D, il n'est pas necessaire que I multiplie de E excède M multiplie de F, par la 8. def. de ce liure conuertie: donc aussi, si G excède K, necessairement I n'excede pas M: & partant par ladite 8. def. il y a plus grande raison de A à B, que de E à F. Si donc la premiere est à la seconde, comme la tierce à la quarte, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

SCHOLIE.

Que si la tierce C a moindre raison à la quarte D, que la cinquiesme E à la sixiesme F: aussi la premiere A aura moindre raison à la seconde B, que la cinquiesme E à la

sixiesme F. Car si la raison de C à D est moindre que celle de E à F, c'est à dire, que la raison de E premiere à F seconde estant plus grande que celle de C tierce à D quarte, si I excède M, il n'est pas necessaire que H excède L, car quelquesfois elle defaut, ou est egale à icelle par la 8. def. de ce liure conuertie. Mais si H defaut, ou est egale à L, aussi G defaudra, ou sera egale à K par la 6. def. conuertie, parce qu'on a posé C 1. estre à D 2. comme A 3. à B 4. Parquoy si I excède M, necessairement G n'excèdera pas K: & partant par la susdite 8. def, il y aura plus grande raison de E à F, que de A à B, c'est à dire que la raison de A à B sera moindre que de E à F: ce qui estoit proposé.

En la mesme maniere sera demonstré, que s'il y a plus grande raison de la premiere à la seconde, que de la tierce à la quarte: mais la tierce a plus grande raison à la quarte, que la cinquième à la sixième; pareillement la premiere aura beaucoup plus grande raison à la seconde, que la cinquième à la sixième.

Que si la premiere a moindre raison à la seconde, que la tierce à la quarte, & la tierce à moindre raison à la quatrième que la cinquième à la sixième: aussi la premiere aura beaucoup moindre raison à la seconde, que la cinquième à la sixième.

THEOR. 14. PROP. XIV.

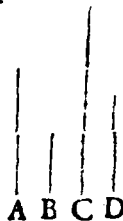
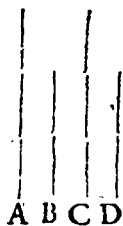
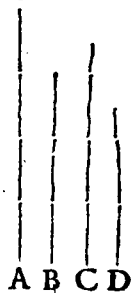
Si la premiere est à la seconde, comme la tierce à la quarte, & que la premiere soit plus grande que la tierce: aussi la seconde sera plus grande que la quarte: & si egale, egale: si plus petite, plus petite.

Soit A à B, comme C est à D, & que A première soit plus grande, égale, ou plus petite que C troisième; le dis que B seconde sera aussi plus grande, égale, ou plus petite que D quatrième.

Soit premièrement A plus grande que C: il y aura donc plus grande raison de A à B, que de C à la même B, par la 8. p. de ce liure, & par conséquent plus grande raison de C à D, que de C à B, étant icelle la même raison que de A à B, & par la 10. prop. de ce même liure B sera plus grande que D.

Soit puis après A égale à C, & par la 7. prop. de ce même liure A sera à B, comme C à B: & puis que les raisons de C à D, & C à B, sont les mêmes que de A à B, les raisons de C à D & de C à B, seront de même entr'elles par la 11. pr. de ce liure, & partant par la 9. p. B & D seront égales.

Enfinement soit A moindre que C, & par la susdite 8. prop. il y aura plus grande raison de C à D, que de A à D; & par conséquent plus grande raison de A à B, que de A à D, puis qu'il y a même raison de A à B, que de C à D, & par la 10. prop. de ce même liure B sera moindre que D. Si donc la première est à la seconde, comme la tierce à la quatrième, &c. Ce qu'il falloit prouver.



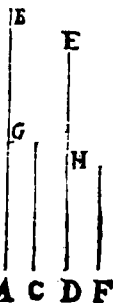
Que si la seconde est plus grande, ou egale, ou moindre que la quarte: aussi la premiere sera plus grande, ou egale, ou moindre que la tierce. Car puis que A est à B comme C à D , en changeant B sera à A comme D à C par le Cor. de la 4. p. de ce liure. Donc si B est plus grande, ou egale, ou moindre que D , aussi A sera plus grande, ou egale, ou moindre que C par la susdite 14. prop.

Or Enclide n'a pas demonstéré que si la premiere est plus grande, egale, ou plus petite que la seconde: aussi la tierce sera plus grande, egale, ou moindre que la quarte, pource que cela est evident à cause de la similitude des raisons. Ce que nous pourrions neantmoins demonstrier apres Commandin: mais d'autant que sa demonstration ne compete qu'aux grandeurs de mesme genre, nous nous tiendrons à ce que la nature des proportions nous monstre, encore que les grandeurs soient de diuers genres.

THEOR. 15. PROP. XV.

Les grandeurs sont entr'elles, comme font leurs equemultiplices entr'elles estans prises comme elles s'entrerespondent.

Soit AB autāt multiplie de C comme DE est multiplie de F . Je dis que AB sera à DE , comme C à F . Car puis que AB & DE sont equemultiplices d'icelles C & F , il y aura en AB autant de parties egales à C , comme DE contient de parties egales à F : soit donc diuisee AB és parties AG , GB egales à C , & DE és parties DH , HE

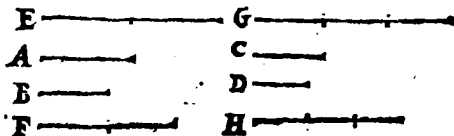


egales à F; & par la 7. prop. de ce liure vne chascune partie de AB, sera à vne ehaque partie de DE, comme C est à F; & par la 12. prop. toutes les antecedentes AB, seront à toutes les consequentes DE, comme AG l'une des antecedentes, est à DH la consequente, c'est à dire comme C à F, puis que c'est la mesme raison. Parquoy les grandeurs sont entr'elles, &c. Ce qu'il falloit prouver.

THEOR. 16. PROP. XVI.

Si quatre grandeurs sont proportionnelles, elles le seront aussi estans permutées.

Soit A à B; comme C à D. Je dis qu'en permutant, A sera à C, comme B est à D.



Car si'on prend E & F equemultiples de A & B; item G & H equemultiples de C & D; E sera à F, comme A à B par la prop. precedente, & G à H comme C à D; & par consequent E estant à F, & C à D, en mesme raison que A à B, elles sont de mesme entr'elles par la 11. p. de ce liure. Derechef, puis que les raisons de E à F, & de G à H sont les mesmes que de C à D, elles seront aussi de mesme entr'elles par la susdite 11. prop. c'est à dire, que comme E premiere est à F seconde, ainsi sera G tierce à H quarte: parquoy par la 14. prop. de ce mesme liure

si E premiere est plus grande, egale, ou moindre que G tierce, aussi F seconde sera plus grande, egale, ou moindre que H quatriesme, en quelconque multiplication que soient prises les equemultiplices; & par la 6. def. d'iceluy cinquiesme liure A sera à C, comme B à D: (puisque E & F sont equemultiplices de A premiere, & B troisieme; & G & H equemultiplices de C seconde & D quatriesme, & celles-là defaillent, sont egales, ou excèdent celles-cy, &c.) Parquoy si quatre grandeurs sont proportionnelles, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

S C H O L I E.

Or la demonstration de ceste proposition a seulement lieu quand les quatre grandeurs sont de mesme genre. Car si les deux A & B estoient d'un genre, & les deux C & D d'un autre: aussi les equemultiplices E & F seroient d'un genre, c'est à sçavoir duquel sont A & B, & les equemultiplices G & H d'un autre genre, c'est à sçavoir de celui duquel sont C & D: Parquoy on ne pourroit pas dire E estre plus grande, egale, ou moindre que G: & partant rien ne se concluroit par la 6. def. de ce liure. La raison permutée a donc seulement lieu quand les quatre grandeurs sont d'un mesme genre.

THEOR. 17. PROP. XVII.

Si les grandeurs composees sont proportionnelles; icelles estans diuisees, seront aussi proportionnelles.

Soient les grandeurs composees AB, CB, & DE, FE, proportionnelles, c'est à dire, que AB soit à CB, comme DE à FE. Je dis que les mesmes gran-

deurs estans diuisees sont aussi proportionelles ; c'est à dire que comme AC est à CB, ainsi DF est à FE.

Car d'icelles AC, CB, DF, FE soient prises les equemultiples GH, HL, IK, KM, chacune à chacune, & par la 1. prop. de ce liure GL sera autant multiplie de AB, que GH de AC, c'est à dire comme IK de DF. Mais icelle IK est autant multiplie de DF, que IM de DE par la mesme 1. prop. donc GL, IM sont equemultiples de AB, DE. Derechef soient prises LN, MO equemultiples de CB, FE. Pour autant que HL premiere est autant multiplie de CB seconde, que KM tierce de la quarte FE, & LN cinquieme autant multiplie de CB seconde, que MO sixieme de la quarte FE, par la 2. p. de ce liure, HN sera autant multiplie de CB seconde, que KO de FE quatrieme. Et puis que AB est à CB, comme DE à FE : & ont esté prises GL, IM equemultiples de AB, DE, mais HN, KO de CB, FE : par la 6. def. conuertie si GL multiplie de AB premiere excède, est egale, ou moindre que HN multiplie de CB seconde, aussi IM, multiplie de DE tierce, excèdera, sera egale, ou moindre, que KO multiplie de FE quarte : ostant donc les choses communes HL, KM ; si GH excède LN, aussi IK excèdera MO ; & si egale, egale ; & si moindre, moindre. Et d'autant que GH, IK sont equimultiples de AC premiere & DF tierce. Item LN, MO equemultipli-



ees de CB seconde & FE quarte, & il a esté demon-
stré (en quelconque multiplication qu'ayent esté
prises icelles equemultiplices) que les equemulti-
plices de la premiere & troisieme excèdent, sont
egales, ou moindres, que les equemultiplices de la
seconde & quatriesme, par la susdite 6. def. de ce
cinquiesme liure AC sera à CB, comme DF à FE: ce
qui estoit proposé. Si donc les grandeurs compo-
sées sont proportionnelles. &c. Ce qu'il falloit de-
monstrer.

S C H O L I E.

*Nous demnstrerons icy ce moyen-là d'argumenter, lequel
en la 15. def. nous auons dict conuerse de la raison di-
uisée: c'est à dire que si AB est à CB, comme DE à FE,
aussi CB sera à AC, comme FE à DF. Car d'autant
que comme AB à CB, ainsi DE à FE, en diuisant par
la 17. p. 5. comme AC sera à CB, ainsi DE à FE: & en
changeant, comme CB sera à AC, ainsi FE sera à DF: ce
qui estoit proposé.*

*Par mesme maniere, sera démontré ce moyen-là d'ar-
gumenter, lequel en la mesme 15. def. nous auons appelé
contraire diuision de raison: c'est à dire que si AC est à
AB, comme DF à DE: aussi AC sera à CB, ainsi que DF
à FE. Car puis que AC est à AB, comme DF à DE: en
changeant, comme AB sera à AC, ainsi DE à DF: donc
en diuisant par la 17. p. 5. comme CB à AC: ainsi FE à
DF: & en changeant derechef, comme AC à CB, ainsi
DF à FE: ce qui estoit à demonstrier.*

THEOR. 18. PROP. XVIII.,

Si les grandeurs diuisees sont propor-

tionnelles ; icelles estans composees seront aussi proportionnelles.

Soient les grandeurs diuisees AB, BC, & DE, EF proportionnelles. Je dis qu'en composant, AC est à CB, comme DF à EF.

Car si comme AC est à BC, ainsi DF n'est pas à EF ; DF aura à quelque grandeur moindre ou plus grande que EF, mesme raison que AC à BC. Soit donc premierement DF à GF, moindre que EF, en mesme raison que AC à BC, s'il est possible : & en diuisant par la precedente proposition, DG sera à GF comme AB à BC. Mais comme AB à BC, ainsi DE est à EF : donc aussi comme DG sera à GF, ainsi DE sera à EF par la 11. prop. de ce liure. Mais DG premiere est plus grande que DE troisieme : donc par la 14. proposition de ce mesme liure GF seconde, sera aussi plus grande que EF quatrieme, la partie que le tout : ce qui est absurde. Il n'y aura donc pas de DF à GF, moindre que EF, mesme raison que de AC à BC.



Par mesme discours on demonstrera que DF n'aura pas à vne grandeur plus grande que EF, mesme raison que AC à BC. Donc comme AC est à BC, ainsi DF est à EF, puisque DF ne peut estre à vne grandeur moindre, ou plus grande que EF, en mesme raison que AC à BC. Parquoy si les grandeurs diuisees sont proportionnelles, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

S C H O L I E.

Nous demonſtrons icy ces deux moyens-là d'argu-
menter es proportions, leſquels nous auons deſcrits en la 14. def.
de ce liure. Quant au premier, que nous auons nommé con-
uerſe compoſition de raiſon: ſoit comme AB à BC ainſi
 DE à EF . Je diſ, que comme AC eſt à AB , ainſi DF
à DE . Car puis que comme AB eſt à BC , ainſi DE à
 EF , en changeant comme BC ſera à AB , ainſi EF à DE :
donc en compoſant par la 18. p. cy deſſus, comme AC ſera à
 AB , ainſi DF à DE : Ce qu'il falloit prouuer.

Quant à l'autre moyen que nous auons appellé contraire
compoſition de raiſon: ſoit derechef comme AB à BC ,
ainſi DE à EF : Je diſ que par le contraire de compoſition
de raiſon, comme AB à AC , ainſi DE à DF . Car puis
que comme AB eſt à BC , ainſi DE à EF , en chan-
geant comme BC ſera à AB , ainſi EF à DE : donc auſſi
en compoſant par la meſme prop. comme AC ſera à AB ,
ainſi DF à DE : & partant en changeant derechef,
comme AB ſera à AC , ainſi DE ſera à DF : Ce qui
eſtoit propoſé à prouuer.

THEOR. 19. PROP. XIX.

Si le tout eſt au tout, comme le tetran-
ché au retranché; le reſte ſera auſſi au
reſte, comme le tout eſt au tout.

Soit la toute AB à la toute DE , comme le retran-
ché AC , au retranché DF . Je diſ que le reſte CB
eſt auſſi au reſte FE , comme la toute AB à la tou-
te DE .

Car puis que AB eſt à DE , comme AC à DF , auſſi
en permutant par la 16. prop. de ce liure AB ſera

à AC, comme DE à DF ; & par la 17. prop. de ce mesme liure , en diuisant comme CB sera à AC,

ainsi FE sera

à DF : par-

quoy en per-

mutant de-

rechef par la susdicte 16. prop. CB sera à FE , comme AC à DF, c'est à dire comme la toute AB à la toute DE , puisque AB, DE, & AC, DF, ont esté posees en mesme raison. Parquoy si le tout est au tout comme le retranché au retranché, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

SCHOLIE.

Nous demonstrerons icy ce moyen là d'argumenter és proportions , qui est pris par la conuersion de raison. Car soit comme AB à CB, ainsi DE à FE. Je dis par conuersion de raison , AB estre aussi à AC, comme DE à DF. Car puis que comme AB est à CB, ainsi DE est à FE en diuisant par la 17. prop. de ce liure, comme AC à CB, ainsi DF à FE: donc aussi en changeant comme CB à AC, ainsi EF à DF: & partant en composant par la 18. prop. de ce cinquiesme liure, comme AB sera à AC, ainsi DE sera à DF: ce qui estoit proposé.

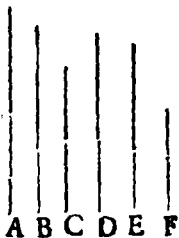
THEOR. 20. PROP. XX.

Si trois grandeurs d'un costé, & trois d'un autre , estans prises de deux en deux, sont en mesme raison, & qu'en raison egale la premiere soit plus

grande que la troisieme; aussi la quatrieme sera plus grande que la sixieme; & si egale, egale; si plus petite, plus petite.

Soient trois grandeurs d'un costé A, B, C, & trois d'un autre D, E, F, & comme A à B, ainsi D à E, & comme B à C, ainsi E à F: & que A premiere soit plus grande que C troisieme. Je dis que D 4^e sera aussi plus grande que F 6^e.

Car puis que A est plus grande que C, il y aura plus grande raison de A à B que de C à B par la 8. prop. de ce cinquieme liure. Mais comme A est à B ainsi D à E, & par la 13. p. 5. il y aura plus grande raison de D à E, que de C à B. Item comme C est à B, ainsi F à E: (car puis que B est à C, comme E à F, en changeant comme C sera à B, ainsi F à E.) il y aura donc aussi plus grande raison de D à E, que de F à E, & par la 10. pr. 5. D sera plus grande que F.



Que si A est egale à C; ie dis aussi que D sera egale à F. Car puis que A est egale à C, par la 7. p. de ce liure, A sera à B comme C à B. Mais comme A est à B, ainsi D à E: & par la 11. pr. 5. D sera à E, comme C à B: & comme C est à B, ainsi F à E. Donc D sera aussi à E comme F à E. & partant D & F seront egales par la 9. p. de ce mesme liure.



En troisieme lieu, si A est moindre que C, ie dis aussi que D est moindre que F. Car puisque A est moindre que C, il y aura moindre raison de A à B, que de C à B par la 8. p. 5. Mais comme A est à B, ainsi D est à E : il y aura donc aussi moindre raison de D à E, que de C à B, par la 13. prop. de ce cinquiesme liure. Mais en changeant comme dessus, C est à B, comme F à E. Il y a donc pareillement moindre raison de D à E, que de F à E : & partant par la 10. p. 5. D sera moindre que F. Parquoy si trois grandeurs d'un costé, & trois d'un autre, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.



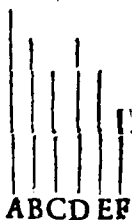
THEOR. 21. PROP. XXI.

Si trois grandeurs d'un costé, & trois d'un autre, prises de deux en deux sont en mesme raison, estant leur proportion sans ordre, & qu'en raison egale la premiere soit plus grande que la troisieme ; aussi la quatrieme sera plus grande que la sixiesme ; & si egale, egale ; si plus petite, plus petite.

Soient trois grandeurs d'un costé A, B, C, & trois d'un autre D, E, F, lesquelles prises de deux en deux soient en mesme raison, estant leur proportion troublée,

troublée, ſçauoir que comme A à B, ainſi E à F, & comme B à C, ainſi D à E. Je diſ que comme A ſera egale, plus grande, ou plus petite que C, auſſi D ſera egale, plus grande, ou plus petite que F.

Car ſi A eſt plus grande que C, il y aura plus grande raiſon de A à B, que de C à B par la 8. pr. de ce liure. Mais comme A à B, ainſi E à F; il y aura donc plus grande raiſon de E à F, que de C à B par la 13. prop. d'iceluy cinquième liure. Et d'autant que comme B eſt à C, ainſi D eſt à E, en changeant comme C ſera à B, ainſi E à D. Il y aura donc auſſi plus grande raiſon de E à F, que de E à D : & partant par la 10. prop. 5. D ſera plus grande que F.



On peut prouuer comme en la precedente, ſi A eſt egale, ou plus petite que C; auſſi D eſtre egale, ou moindre que F. Parquoy ſi trois grandeurs d'un coſté, & trois d'un autre, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOR. 22. PROP. XXII.

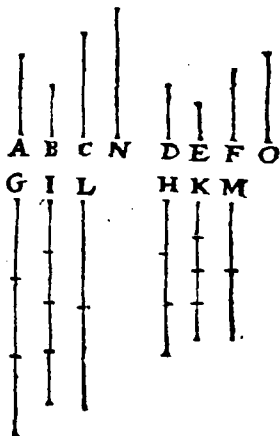
S'il y-a tant de grandeurs qu'on voudra, & autant d'autres, leſquelles eſtans priſes de deux en deux ſoient en meſme raiſon; icelles en raiſon egale ſeront proportionnelles.

Soient trois grandeurs d'un coſté A, B, C, & trois d'un autre D, E, F, & ſoit A à B comme D à E, &

Bb

B à C comme E à F. Je dis qu'en raison egale comme A est à C, ainsi D à F.

Car estans prises G, H equemultiples de A, D: Item I, K, equemultiples de B, E: Item L, M, equemultiples de C, F: puisque A est à B, comme D à E, aussi G multiplie de A premiere sera à I, multiplie de B deuxiesme, comme H multiplie de D troisieme à K multiplie de E quatriesme par la 4. p. de ce cinquiesme liure. Par mesme raison I sera à L, comme K à M. Veu donc que les trois grandeurs, G, I, L, & les trois autres H, K, M, estans prises de deux en deux sont en mesme raison, par la 20. pr. 5. si G excède L, aussi H excèdera M; & si egale, egale; & si plus petite, plus petite:



& partant puis que G, H, equemultiples de A & D defaillent, sont egales, ou excèdent L, M, equemultiples quelconques de C & F, par la 6. def. A sera à C, comme D à F: ce qu'il falloit prouver.

Maintenant soient plus de trois grandeurs, tellement que C soit aussi à N, comme F à O. Je dis que A est encore à N comme D à O. Car puisque nous venons de demonstrier que A est à C, comme D à F; & on a posé C estre à N, comme F à O, il y aura trois grandeurs A, C, N, & trois autres D, F, O, lesquels sont pris de deux en deux en mesme raison. Donc comme il a esté demonstéré es trois grandeurs cy des-

fus, A sera derechef à N, comme D à O. En la mesme maniere sera demonstré en tant de grandeurs qu'on voudra. Si donc il y a tant de grandeurs qu'on voudra, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

S C H O L I E.

Le docteur Steuin en la 19. def. de ses Probl. Geomet. explique une sorte d'argumenter es proportions, qu'il appelle proportion transformée, qui peut estre reduicte en un tel theoreme que le suivant.

S'il y a deux grandeurs, desquelles chacune soit couppee en tant de parties qu'on voudra egales en multitude, & proportionnelles: la composée de tant de parties qu'on voudra de la premiere grandeur, sera à la composée des parties restantes, en mesme raison que la composée, d'autant de parties de la derniere grandeur, sera à la composée des parties restantes d'icelle. Et si quelconque partie de l'une est couppee en deux autres parties, & la partie de l'autre correspondante à ceste partie-là, est aussi couppee en deux autres parties proportionnelles à ces deux-là: les totales grandeurs seront aussi couppees proportionnellement.

Soit une grandeur AB couppee en tant de parties qu'on voudra

AC, CD, DE,

EF, FB; & une

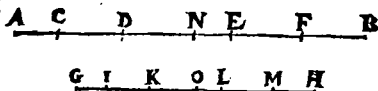
autre grandeur

GH, couppee en autant de parties que AB, sçavoir es cinq GI, IK, KL, LM, MH, proportionnelles à celles là de AB. Je dis que AD composée des deux parties AC, CD, est à DB composée des trois parties restantes, comme GK composée des deux parties GI, IK, est à KH com-

Bb ij

posée des trois autres parties restantes. Car puis que comme AC est à CD , ainsi GI est à IK , en composant par la 18. p. de ce liure AD sera à CD , comme GK à IK . Mais comme CD à DE , ainsi IK à KL : donc par la 22. prop. de ce mesme liure, en raison egale, comme AD sera à DE , ainsi GK sera à KL . Derechef, pource qu'en changeant, BF est à FE ,

comme HM à ML , aussi en composant BE sera à FE , comme HL à ML . Mais FE est à



ED , comme ML à LK : donc en raison egale, BE sera à ED comme HL à LK ; & en composant, BD sera à ED , comme HK à IK ; & en changeant, DE à DB , comme KL à KH . Parquoy puis qu'il a esté demonstré que AD est à DE , comme GK à KL , & DE est à DB , comme KL à KH , par la susdite 22. prop. 5. en raison egale comme AD sera à DB , ainsi GK sera à KH .

Nous demonstrerons en la mesme maniere, que comme AC est à CB , ainsi GI est à IH . Car derechef en changeant, composant, & par egalité de raison, comme BC sera à DC , ainsi HI à KI : & en changeant, comme CD sera à CB , ainsi IK sera à IH . Veu donc que comme AC est à CD , ainsi GI est à IK , & comme CD à CB , ainsi IK à IH : en raison egale, comme AC sera à CB , ainsi GI sera à IH .

Par mesme raison, comme AF sera à FB , ainsi GM sera à MH : Car derechef en composant, & par egalité de raison, comme AF sera à EF , ainsi GM sera à LM , par les susdites 18. & 21. prop. de ce liure. Mais aussi comme EF est à FB , ainsi LM à MH : Donc en raison egale, comme AF est à FB , ainsi GM est à MH , &

ainsi des autres : appert donc ce qui estoit premierement proposé.

Maintenant soit coupée, (comme pour exemple) la troisieme partie DE en deux quelconques parties DN , NE ; & aussi la troisieme KL en deux parties KO , OL proportionnelles à celle-là. Je dis que comme AN à NB , ainsi GO à OH . Car en changeant, comme EN sera à ND , ainsi LO à OK ; & en composant par la 18. prop. 5. comme ED sera à DN , ainsi LK à KO . Parquoy puis que comme CD est à DE ; ainsi IK à KL : & comme DE à DN , ainsi KL à KO : par la 22. prop. 5. en raison egale, comme CD sera à DN , ainsi IK à KO : donc les parties AC , CD , DN , sont proportionnelles aux parties GI , IK , KO . Derechef, pource qu'en changeant, comme FE est à ED , ainsi ML à LK : & en composant, comme DE à NE , ainsi KL à OL , en raison egale, comme FE sera à EN , ainsi ML , à LQ . & en changeant, comme NE à EF , ainsi OL à LM : & partant toutes les parties AC , CD , DN , NE , EF , FB , sont proportionnelles à toutes les parties GI , IK , KO , OL , LM , MH . Donc comme il a esté demonsté en la premiere partie, AN sera à NB comme GO à OH ; appert donc ce qui estoit proposé en second lieu.

Ce Theoreme nous en ioindrons deux autres, le premier desquels est tel.

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, & autant d'autres, lesquelles prises de deux en deux, soient en mesme raison: toutes les grandeurs d'un ordre, seront à laquelle on voudra d'icelles en mesme raison, que toutes les grandeurs de l'autre ordre seront à la correspondante.

Soient trois grandeurs d'un costé A, B, C , & trois d'un

autre D, E, F , & soit A à B ,
comme D à E , & B à C , com-
me E à F : ie dis, que comme
toutes les grandeurs A, B, C en-
semble, seront à laquelle on vou-
dra d'icelles, par exemple à la
derniere C , ainsi toutes les gran-
deurs D, E, F ensemble, seront à



la derniere F . Car puisque comme A est à B , ainsi D à E , en composant A, B sont à B , comme D, E , à E . Mais B est à C , comme E à F : donc en raison egale A, B , seront à C , comme D, E à F : & en composant A, B, C , seront à C , comme D, E, F à F . Ce qu'il falloit prouver.

Que s'il y auoit dauantage de grandeurs, la demonstration ne seroit dissemblable à celle-cy dessus: car il n'y auroit qu'à repeter la composition & egalité de raison autant de fois qu'il seroit de besoin: Comme par exemple, soient encore G & H , tellement que C soit à G , comme F à H . D'autant que A, B est à C , comme D, E est à F , & C à G , comme F à H : en raison egale A, B , sont à G , comme D, E à H : & en composant A, B, G , sont à G , comme D, E, H à H . Mais puis que comme C est à G , ainsi F à H , en changeant, comme G sera à C , ainsi H à F : donc en raison egale, comme A, B, G sont à C , ainsi D, E, H à F ; & en composant comme toutes les grandeurs A, B, G, C ensemble, seront à la seule C , ainsi toutes les grandeurs D, E, H, F ensemble, seront à la seule F .

Mais si on vouloit prouver, que comme toutes les quatre grandeurs A, B, C, G , sont à la derniere G , ainsi les quatre autres D, E, F, H , sont à la derniere H , il seroit bien plus bref: Car puis que nous auons demonstéré, que comme A, B, C , sont à C , ainsi D, E, F à F , & que comme C est à G , ainsi F est à H en raison egale, comme A, B, C seront

à G, ainsi D, E, F à H: donc en composant, toutes les grandeurs A, B, C, G, seront à G, comme toutes les grandeurs D, E, F, H seront à H.

En la mesme sorte on demonstrera, que toutes lesdites grandeurs A, B, C, G seront à A, comme toutes les grandeurs D, E, F, H, seront à D, n'y ayant autre difference, sinon qu'il faut prendre au contraire de ce que dessus.

Et de ce est manifeste, que comme laquelle on voudra des grandeurs du premier ordre, est à sa correspondante du second ordre, ainsi toutes les grandeurs du premier ordre seront à toutes les grandeurs de l'autre ordre.

Le second Theoreme est démontré par Clavius au Scholie de cette 22. prop. & est tel,

Si la premiere est à la seconde en mesme raison que la tierce à la quarte: les equemultiplices de la premiere & troisieme auront aussi vne mesme raison à la seconde & quatrieme. Item les equemultiplices de la seconde & quatrieme, auront vne mesme raison à la premiere & troisieme. Et au contraire, la seconde & quatrieme auront vne mesme raison aux equemultiplices de la premiere & troisieme. Item la premiere & troisieme auront vne mesme raison aux equemultiplices de la deuxieme & quatrieme.

Soit A à B, comme C à D, & soient F, H, equemultiplices de A, C: item G, I, equemultiplices de B, D. Je dis que F est à B, comme H à D: item que G est à A, comme I à C. Et au contraire que B est à F, comme D à H: item A à G, comme C à I. Car puis que F est autans multiple de A, que H l'est de C, comme F est à A, ainsi H à C, & par l'hypothese A est à B, comme C à D; donc en raison egale par la 22. pr. 5. comme F sera à B, ainsi H sera à D. Derechef, pource que G est à B, comme

I à D, & comme B à A, ainsi D à C : (car puis que A est à B comme C à D par l'hypothese, en changeant comme B à A, ainsi

F		H
A		C
B		D
G		I

D à C) en raison egale, comme G sera à A, ainsi

I à C par la susdicte 22. prop. 5.

Maintenant pource que B est à A, comme D à C par raison inuerse : & comme A à F, ainsi C à H : en raison egale, comme B sera à F, ainsi D à H. Derechef, puis que A est à B, comme C à D : & comme B est à G, ainsi D à I ; en raison egale, comme A sera à G, ainsi C à I, par ladicte 22. pr. 5. Ce qui estoit proposé.

Par cecy est manifeste un moyen d'argumenter, dont les Geometres s'aident souuent, principalement Archimedes, Apolonius Pergeus, & autres : sçauoir est comme A à B, ainsi C est à D : donc comme F double, ou triple, ou quadruple, &c. de A est à B, ainsi aussi H double, ou triple, ou quadruple, &c. de C est à D : Item comme A est à B, ainsi C à D : donc come A est au double, triple, ou quadruple, &c. de B, sçauoir à G ; ainsi aussi C sera au double, au triple, ou quadruple, &c. de D, sçauoir à I.

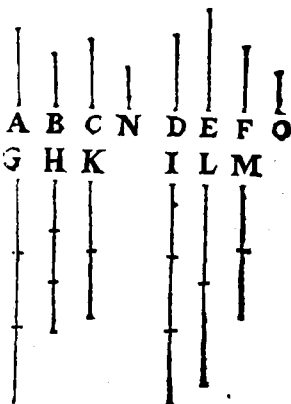
THEOR. 23. PROP. XXIII.

Si trois grandeurs, & autant d'autres, prises de deux en deux sont en mesme raison, & en proportion troublee : icelles en raison egale seront proportionnelles.

Soient trois grandeurs A, B, C, & trois autres

D, E, F, & soient prises de deux en deux en mesme raison, estant leur proportion troublee, sçauoir que comme A à B, ainsi E à F, & comme B à C, ainsi D à E. Je dis E. qu'en raison egale A sera à C, comme D à F.

Car estans prises G, H, I, equemultiplices de A, B, D: item K, L, M, quelconques autres equemultiplices de C, E, F. Par la 15. p. de ce liure comme A sera à B, ainsi G à H, puis que G, H, sont equemultiplices d'icelles A, B, Mais comme A est à B, ainsi est E à F: donc par la 11. p. 5. comme G est à H, ainsi E est à F. Mais comme



E est à F, ainsi aussi L est à M, par la susdite 15. pr. 5. pource que L, M, sont equemultiplices d'icelles E, F: donc aussi comme G est à H, ainsi L est à M, par la 11. p. 5. & puis que comme B est à C, ainsi D à E, par la 4. pr. 5. comme H multiplie de la premiere B, sera à K multiplie de la seconde C, ainsi I multiplie de la troisieme D, sera à L multiplie de la quatrieme E: donc les trois grandeurs G, H, K, & les trois autres I, L, M, estans prises de deux en deux sont en mesme raison, & la proportion d'icelles sans ordre, puis qu'il a esté demonsté, que comme G est à H, ainsi L est à M, & comme H est à K, ainsi I à L; & partant par la 21. p. 5. si G est plus grande, egale, ou moindre que K, aussi I sera plus grande, egale, ou moindre que M, & par la 6. def. 5. comme A sera à

C, ainsi sera D à F. Parquoy si trois grandeurs, & autant d'autres, &c. Ce qu'il falloit demonst rer.

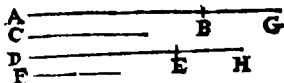
S C H O L I E.

Que s'il y auoit plus de trois grandeurs, & que leur proportion soit troublee, sçauoir est que comme A est à B, ainsi F soit à O, & comme B est à C, ainsi E soit à F, & comme C à N, ainsi D à E. Je dis que A sera à N, comme D à O. D'autant qu'il a esté demonst ré en trois grandeurs que comme A est à C, ainsi F est à O, & que par l'hypothese comme C est à N, ainsi D est à E, il y aura trois grandeurs d'un costé A, C, N, & trois d'un autre D, E, O, lesquelles prises de deux en deux sont en mesme raison, & en proportion troublee. Donc derechef en raison egale demonstree en trois grandeurs A sera à N, comme D à O. Le mesme sera aussi demonst ré en cinq grandeurs par quatre, comme il a esté demonst ré en quatre par trois, & ainsi semblablement de dauantage.

THEOR. 24. PROP. XXIV.

Si la premiere est à la seconde, comme la troisieme à la quatrieme, & la cinquiesme à la seconde, comme la fixiesme à la quatrieme; la composée de la premiere & cinquiesme, fera à la seconde, comme la composée de la troisieme & fixiesme, fera à la quatrieme.

Soit la premiere AB à la seconde C , comme la troisieme DE est à la quatrieme F ; & la cinquiesme BG à la deuxiesme C , comme la sixiesme EH à la quatrieme F . Je dis que la toute AG , sera à C , comme la toute DH à F .



Car puisque comme BG à C , ainsi EH à F , aussi en changeant, comme C sera à BG , ainsi F à EH . Veu donc que AB est à C , comme DE à F , & C à BG , comme F à EH , en raison egale, AB sera à BG , comme DE à EH , par la 22. p. 5. & en composant, comme la toute AG sera à BG , ainsi la toute DH sera à EH , par la 18. pr. d'iceluy 5. liure: & derechef puis que AG est à BG , comme DH à EH , & BG à C , comme EH à F , en raison egale, AG sera à C , comme DH à F . Si donc la premiere est à la seconde, comme la troisieme à la quatrieme, &c. Ce qui estoit à prouver.

S C H O L I E . .

Presque en la mesme maniere sera demonsté en tout genre de proportion, ce qui a esté demonsté à la 6. pr. de ce 5. liure, tant seulement aux grandeurs multiplies, sçavoir est,

Si deux grandeurs ont mesme proportion à deux autres grandeurs, & que des retranchees ayent mesme proportion à icelles; les restantes auront aussi mesme proportion à icelles.

Que AG & DH ayent mesme proportion à C & F , c'est à dire que comme AG est à C , ainsi DH soit à F . Item les retranchez AB & DE ayent mesme proportion à icelles C & F , tellement que comme AB est

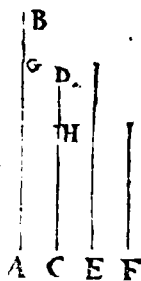
à C, ainsi DE soit aussi à F: Je dis que les restans BG, EH ont mesme proportion à icelles C, F, c'est à dire que comme BG est à C, ainsi EH est à F. Car, d'autant que comme AB est à C, ainsi DE est à F, par raison inuerse, comme C à AB, ainsi F à DE: donc puis que AG est à C, comme DH à F, & C à AB, comme F à DE, en raison egale AG sera à AB, comme DH à DE: & en diuisant comme BG sera à AB, ainsi DH à DE. Et derechef, puis que BG est à AB comme EH à DE; & AB à C, comme DE à F, en raison egale BG sera à C, comme EH à F. Ce qui est propose.

THEOR. 25. PROP. XXV.

Si quatre grandeurs sont proportionnelles, la plus grande & la plus petite, sont plus grandes que les deux autres.

Soient quatre grandeurs proportionnelles AB, CD, E, F, desquelles AB soit la plus grande, & F la plus petite. Je dis que AB & F ensemble, sont plus grandes que les deux autres CD & E ensemble.

Car si de AB on retranche AG egale à F, & de CD on retranche CH egale à E: AG sera à CH, comme E à F, c'est à dire comme AB à CD. Et puisque la route AB est à la route CD, comme la retranchée AG à la retranchée CH; par la 19. prop. de ce liure, comme la route AB sera à la route CD, ainsi le reste GB sera au reste HD: Parquoy iceluy



reste GB sera plus grand que le reste HD, comme la route AB est plus grande que la route CD. Et pour autant que AG & E sont egales, si on adiouste à icelles, les grandeurs egales F & CH, c'est à sçauoir, F à icelles AG, & CH à E; viendront AG & F ensemble, egales à E & CH ensemble. Et adioustant à ces choses egales, les inegales GB, & HD, seront faictes AB & F ensemble plus grandes que GE & CD ensemble, puis que GB est plus grande que HD. Parquoy si quatre grandeurs sont porportionnelles, &c. Ce qu'il failloit demonstrier.

SCHOLIE.

Or il s'ensuit necessairement que si la grandeur antecedante d'une raison, est la plus grande de toutes celles de la propotion, que la consequente de l'autre raison, sera la plus petite de toutes, comme on peut voir en l'exemple propose. Car d'autant que comme AB est à CD, ainsi E à F; & que AB premiere est plus grande que E tierce, par la 14. p. 5. CD seconde sera aussi grande que F quatriesme.

Semblablement, pource que AB est plus grande que CD, aussi E sera plus grande que F a cause de la similitude des raisons, comme nous auons dit au Scholie de la mesme 14. prop. Que si au contraire la grandeur antecedante d'une raison est la plus petite de toutes, la consequente de l'autre sera la plus grande, comme il appert, si on dit que F est à E, comme CD à AB.

Commandin adiouste en ce lieu, le theoreme suiuant.

Si trois grandeurs sont proportionnelles, la plus grande & la plus petite d'icelles, seront plus grandes que le double de l'autre.

Soient trois grandeurs proportionnelles A, B, C, telle-

grande raison à la tierce, que la seconde à la quarte.

Que A ait plus grande raison à B que C à D.

Je dis qu'en permutant A aura plus grande raison à C, que B à D. Car soit entendu E estre à B comme C à D : & la raison de A à B sera aussi plus grande que de E à B : & partant A sera plus grande que E par la 10. prop. 5. donc la raison de A à C sera plus grande que de E à C par la 8. prop. 5. Mais pour ce qu'en changeant comme E est à C, ainsi B est à D. (car E est posée à B, comme C à D,) il y aura aussi plus grande raison de A à C, que de B à D. Ce qui est proposé.

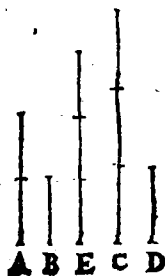


SCHOLIE.

Nous demonstrecrons semblablement, que si la premiere a moindre raison à la seconde, que la troisieme à la quatriesme; en permutant la premiere aura moindre raison à la tierce, que la seconde à la quarte.

Car soit la raison de A à B moindre que de C à D:

Je dis qu'en permutant A aura moindre raison à C, que B à D. Car soit entendu E estre à B comme C à D, & la raison de A à B sera pareillement moindre que de E à B : & par la 10. prop. 5. A sera moindre que E : parquoy la raison de A à C sera moindre que de E à la mesme C par la 8. prop. 5. Et puis que E est posée estre à B, comme C à D : en permutant



tant

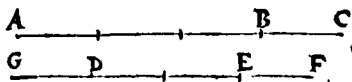
tant comme E à C , ainsi B à D . Donc aussi la raison de A à C sera moindre que de B à D . Ce qui est proposé.

Autrement. D'autant qu'il y a moindre raison de A à B , que de C à D , il y aura plus grande raison de C à D que de A à B : donc en permutant par la 27. p. 5. il y aura aussi plus grande raison de C à A que de D à B : & par la 26. prop. 5. en raison inverse, il y aura moindre raison de A à C , que de B à D . Ce qui est proposé.

THEOR. 28. PROP. XXXVIII.

Si la premiere a plus grande raison à la seconde que la tierce à la quarte : la composée de la premiere & de la seconde aura aussi plus grande raison à la seconde, que la composée de la tierce & de la quarte à la quarte.

Que AB ait plus grande raison à BC , que DE à EF : le dis qu'en composant AC aura plus grande raison à BC , que DF à EF . Car soit

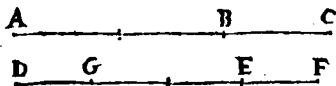


entendu comme AB est à BC , ainsi quelque autre GE soit à EF ; & il y aura aussi plus grande raison de GE à EF , que de DE à EF ; & par la 10. prop. 5. GE sera plus grande que DE . Donc puis que comme AB est à BC , ainsi GE est à EF : en composant comme AC sera à BC , ainsi

GF sera à EF : Mais il y a plus grande raison de GF à EF, que de DF à EF, par la 8. p. 5. (car GF est plus grande que DF) Donc aussi AC aura plus grande raison à BC que DF à EF. Ce qu'il falloit démonstrer.

S C H O L I E.

Que si AB a moindre raison à BC que DE à EF, aussi en composant AC aura moindre raison à BC que DF à EF. Car derechef si comme AB est à BC, ainsi quelque autre GE est à EF : Icelle GE sera moindre que DE par la 10. prop. 5. Et en com-



posant AC sera à BC, comme GF, à EF. Mais GF a moindre raison à EF que DF à EF par la 8. pr. 5. attendu que GF est moindre que DF : donc aussi AC aura moindre raison à CB, que DF à EF.

Autrement. D'autant qu'il y a moindre raison de AB à BC, que de DE à EF, il y aura plus grande raison de DE à EF, que de AB à BC ; & par la 28. p. 5. en composant il y aura aussi plus grande raison de DF à EF, que de AC à BC : & partant il y aura moindre raison de AC à BC, que de DF à EF.

THEOR. 29. PROP. XXIX.

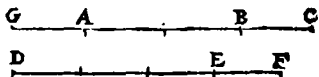
Si la composée de la première & seconde a plus grande raison à la seconde, que la composée de la tierce & quatrième à la quatrième : Aussi en divisant

la premiere aura plus grande raison à la deuxiesme, que la troisieme à la quatriesme.

Que AC ait à BC plus grande raison que DF à EF : Je dis qu'en diuisant AB, aura aussi à BC plus grande raison que DE à EF. Car soit entendu que comme DF est à EF, ainsi quelque autre GC soit à CB; & il y aura aussi plus grande raison de AC à BC que de GC à BC: & partant AC sera plus grande que GC par la 10. p. 5. Ostant donc BC commun, restera AB plus grande que GB: & par la 8. p. 5. il y aura plus grande raison de AB à BC, que de GB à BC. Mais en diuisant par la 17. p. 5. comme GB est à BC, ainsi DE est à EF: (car on a posé GC estre à BC, comme DF à EF.) Donc aussi la raison de AB à BC sera plus grande: que celle de DE à EF. Ce qu'il falloit demonstrier.

S C H O L I E.

Que si AC a moindre raison à BC que DF à EF, aussi en diuisant AB aura moindre raison à BC que DE à EF. Car si on entend GC estre à BC, comme DF à EF, la raison de AC à BC sera pareillement moindre que celle de GC à BC: & par la 10. p. 5. AC sera moindre que GC. Ostant donc BC commune, restera AB moindre que GB; & par la 8. p. 5. la raison de AB à BC sera moindre que de GB à BC: Mais puis



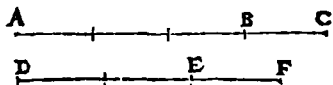
que GC est à BC comme DF à EF , en diuisant GB sera à BC comme DE à EF : Il y aura donc aussi moindre raison de AB à BC que de DE à EF .

Autrement. D'autant que la raison de AC à BC est moindre que de DF à EF , il y aura plus grande raison de DF à EF , que de AC à BC : donc aussi en diuisant il y aura plus grande raison de DE à EF , que de AB à BC par la 29. p. 5. Et partant la raison de AB à BC sera moindre que de DE à EF .

THEOR. 30. PROP. XXX.

Si la compoſee de la premiere & ſeconde a plus grande raiſon à la ſeconde, que la compoſee de la tierce & quarte à la quarte: par conuerſion de raiſon la premiere & ſeconde aura moindre raiſon à la premiere, que la tierce & quarte à la tierce.

Que AC ait plus grande raiſon à BC que DF à EF : Je diſ par conuerſion de raiſon que AC a moindre raiſon à AB , que DF à DE . Car AC ayant plus grande raiſon à BC que



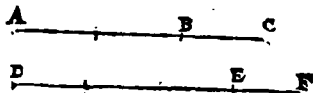
DF à EF , en diuiſant AB aura plus grande raiſon à BC

que DE à EF par la 29. p. 5. Donc par raiſon inuerſe il y aura moindre raiſon de BC à AB que de EF à DE par la 26. pr. 5. Et partant en compoſe

fantil y aura aussi moindre raison de la toute AC à AB, que de la toute DF à DE. Ce qui estoit à démonstrer.

S C H O L I E.

Semblablement si AC à moindre raison à CB que DF à EF, aussi par conuersion de raison AC aura plus grande raison à AB que DF à DE. Car puis qu'il y a moindre raison de AC à BC que



de DF à EF, par la 29. p. 5. en diuisant il y aura moindre raison de AB à BC que de DE à EF, & en changeant par la 26. p. 5. il y aura pareillement moindre raison de BC à AB, que de EF à DE: donc en composant par la 28. p. 5. il y aura plus grande raison de AC à AB que de DF à DE.

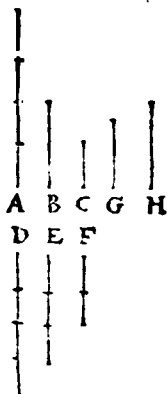
Autrement. D'autant que la raison de AC à BC est moindre que celle de DF à EF, il y aura plus grande raison de DF à EF que de AC à BC: donc par conuersion de raison, il y aura moindre raison de DF à DE, que de AC à AB, c'est à dire qu'il y aura plus grande raison de AC à AB, que de DF à DE.

THEOR. 31. PROP. XXXI.

S'il y a trois grandeurs d'un costé, & trois d'un autre, & qu'il y ait plus grande raison de la premiere des premieres à la seconde, que de la premiere des dernieres à la seconde, & aussi

plus grande raison de la seconde des premieres à la tierce, que de la seconde des dernieres à la tierce : En raison egale il y aura pareillement plus grande raison de la premiere des premieres à la tierce, que de la premiere des dernieres à la tierce.

Soient trois grandeurs A, B, C, & trois autres D, E, F, & la raison de A à B soit plus grande que celle de D à E : Item, la raison de B à C soit aussi plus grande que de E à F : Je dis qu'en raison egale, il y aura plus grande raison de A à C que de D à F.



Car soit entendu G estre à C, comme E à F; & il y aura plus grande raison de B à C, que de G à C : Donc par la 10. p. 5. B sera plus grande que G; & par la 8. p. 5. il y aura plus grande raison de A à G, que de A à B : Mais la raison de A à B est posée plus grande que de D à E : Il y aura donc beaucoup plus grande raison de A à G, que de D à E. Soit derechef posée H estre à G, comme D à E : Il y aura donc aussi plus grande raison de A à G, que de H à G : & par la 10. p. 5. A sera plus grande que H : & partant A aura plus grande raison à C, que H à la mesme C, par la 8. p. 5. Mais comme H est à C, ainsi est en raison egale D à F, (pource que comme

D est à E, ainsi H à G, & comme E est à F, ainsi G à C.) Il y aura donc aussi plus grande raison de A à C, que de D à F. Ce qu'il falloit prouver.

S C H O L I E.

Nous démonstrerons en la mesme maniere, que si la raison de A à B est la mesme que de D à E, & celle de B à C plus grande que de E à F: ou au contraire, si la raison de A à B est plus grande que de D à E, & celle de B à C la mesme que de E à F: en raison egale, il y aura pareillement plus grande raison de A à C, que de D à F: car soit premierement A à B, comme D à E, mais la raison de B à C plus grande que de E à F. Soit posée G à C comme E à F; & la raison de B à C sera plus grande que de G à C, & consequemment B plus grande que G, par la 10. p. 5. Parquoy il y aura plus grande raison de A à G que de A à B. Mais A est posée à B, comme D à E. Donc aussi la raison de A à G sera plus grande que de D à E. Soit posée derechef H à G, comme D à E; & il y aura plus grande raison de A à G que de H à G; & par la 10. p. 5. A sera plus grande que H: Parquoy la raison de A à C sera plus grande que de H à C. Mais comme H est à C, ainsi est en raison egale D à F: (attendu que comme D à E, ainsi H à G, & comme E à F, ainsi G à C.) Il y aura donc aussi plus grande raison de A à C que de D à F.

Maintenant la raison de A à B soit plus grande que celle de D à E, mais B soit à C, comme E à F. Soit posée G à C, comme E à F; & B sera aussi à C, comme G à C: & par la 9. p. 5. B sera egale à G. Parquoy A sera à G, comme A à B par la 7. p. 5. Mais la raison de A à B est posée plus grande que de D à E. Donc aussi la raison de A à G sera plus grande que de D à E. Soit derechef

posée H à G , comme D à E ; & il y aura plus grande raison de A à G , que de H à G : & partant A sera plus grande que H par la 10. p. 5. & il y aura plus grande raison de A à C que de H à C . Mais comme H est à C , ainsi en raison égale D est à F : (car comme D à E , ainsi H à G , & comme E est à F , ainsi G à C .) Il y aura donc pareillement plus grande raison de A à C , que de D à F .

Nous démonstrerons semblablement que si A a moindre raison à B , que D à E ; & B à C moindre raison que E à F : aussi en raison égale A aura moindre raison à C , que D à F . Et le mesme aduendra encore, si A estant à B comme D à E , la raison de B à C est moindre que de E à F .

Ou au contraire, si la raison de A à B estant moindre que de D à E , B est à C comme E à F : Car il est manifeste que la démonstration sera tousiours la mesme que dessus.

THEOR. 32. PROP. XXXII.

S'il y a trois grandeurs d'un costé, & trois d'un autre, & qu'il y ait plus grande raison de la premiere des premieres à la seconde, que de la seconde des dernieres à la tierce: Semblablement, qu'il y ait plus grande raison de la seconde des premieres à la tierce, que de la premiere des dernieres à la seconde: En raison égale, il y aura pa-

reillement plus grande raison de la premiere des premieres à la tierce, que de la premiere des dernieres à la tierce.

Soient trois grandeurs A, B, C, & trois autres D, E, F, & que A ait plus grande raison à B, que E à F, & B à C que D à E : le dis qu'en raison egalle, A aura plus grande raison à C, que D à F.

Car soit entendu que G est à C, comme D à E ; & il y aura aussi plus grande raison de B à C, que de G à C : partant B sera plus grande que G, par la 10. p. 5. Parquoy la raison de A à G sera plus grande que de A à B, par la 8. p. 5. Mais la raison de A à B est plus grande que de E à F : il y aura donc encore beaucoup plus grande raison de A à G que de E à F. Soit derechef entendu H estre à G, cōme E est à F, & il y aura aussi plus grande raison de A à G, que de H à G. & par la 10. p. 5. A sera plus grande que H : parquoy il y aura plus grande raison de A à C que de H à la mesme C. Mais comme H est à C, ainsi est en raison egale D à F : (car comme D est à E, ainsi G est à C, & comme E est à F, ainsi H à G.) Il y aura donc aussi plus grande raison de A à C que de D à F. Ce qu'il falloit demonstrier.



S C H O L I E.

On demonstrea semblablement, que si A a mesme raison à B que E à F, & B à C plus grande que D à E : on

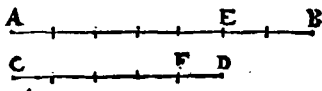
au contraire, si la raison de A à B est plus grande que de E à F , mais celle de B à C la mesme que de D à E ; en raison egale, la raison de A à C sera plus grande que de D à F .

Par mesme raison on demonstvrera aussi, que si les raisons des premieres grandeurs sont moindres; aussi la raison des extremes sera moindre; c'est à dire, que si A a moindre raison à B que E à F , & B à C que D à E : aussi A aura moindre raison à C , que D à F .

THEOR. 33. PROP. XXXIII.

S'il y a plus grande raison du tout au tout, que du retranché au retranché, il y aura aussi plus grande raison du reste au reste, que du tout au tout.

Que la toute AB ait plus grande raison à la toute CD , que la retranchée AE à la retranchée CF : Je dis que le reste EB aura plus grande raison au reste FD , que la toute AB à la toute CD .



Car d'autant qu'il y a plus grande raison de AB à CD , que de AE à CF , en permutant, il y aura aussi plus grande raison de AB à AE , que de CD à CF par la 27. p. 5. & par conuersion de raison il y aura moindre raison de AB à EB , que de CD à FD , par la 30. p. 5. Donc en permutant, il y aura aussi moindre raison de AB à CD , que de EB à FD par la 27. p. 5. c'est à dire, que le reste EB aura plus grande raison au reste FD , que la toute AB ,

à la toute CD . Ce qu'il falloit demonſtrer.

S C H O L I E.

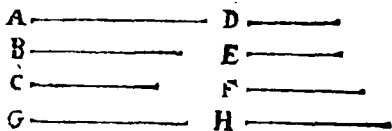
Que ſi la toute AB a moindre raiſon à la toute CD , que la retranchée AE à la retranchée CF : auſſi le reſte EB aura moindre raiſon au reſte FD , que la toute AB à la toute CD , comme il appert par la demonſtration cy-deſſus.

THEOR. 34. PROP. XXXIV.

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra d'un coſté, & autāt d'un autre, & qu'il y ait plus grande raiſon de la premiere des premieres à la premiere des dernieres, que de la ſeconde à la ſeconde; & ceſte-cy ſoit auſſi plus grande que de la tierce à la tierce, & ainſi de ſuite : Toutes les premieres enſemble auront plus grande raiſon à toutes les dernieres enſemble, que toutes les premieres, la premiere oſtée, à toutes les dernieres, la premiere auſſi oſtée; mais moindre raiſon que la premiere des premieres à la premiere des dernieres; Et finalement auſſi plus grande raiſon que la derniere des premieres à la derniere des dernieres.

Soient premierement trois grandeurs A, B, C ,

& trois autres D, E, F; & la raison de A à D soit plus grande que celle de B à E, & celle-cy plus grande que celle de C à F: Je dis que A, B, C ensemble, ont plus grande raison à D, E, F ensemble, que B, C ensemble à E, F ensemble: mais
 moindre que A à D, & aussi plus grâde que C à F.



Car puis qu'il y a plus grande raison de A à D que de B à E, en permutant, il y aura aussi plus grande raison de A à B que de D à E par la 27. p. 5. Donc en composant A & B ensemble, auront plus grande raison à B, que D & E ensemble à E par la 28. p. 5. Et en permutant derechef A & B ensemble, auront plus grande raison à D & E ensemble que B à E. Et puis que la toute A, B, à plus grande raison à la toute D, E, que la retranchée B à la retranchée E, la restante A aura aussi plus grande raison à la restante D, que la toute A, B, à la toute D, E, par la prec. prop. Par mesme raison, il y aura plus grande raison de B à E, que de la toute B, C, à la toute E, F. Il y aura donc encore bien plus grande raison de A à D, que de la toute B, C à la toute E, F. Donc en permutant il y aura plus grande raison de A à B, C ensemble, que de D à E, F ensemble par la 27. p. 5. Et en composant il y aura plus grande raison de A, B, C à B, C, que de D, E, F à E, F, par la 28. p. 5. Et en permutant derechef il y aura plus grande raison des toutes A, B, C ensemble, aux toutes D, E, F ensemble, que de B, C à E, F: ce qui est premierement proposé.

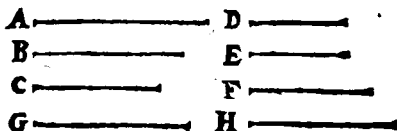
Et puis qu'il y a plus grande raison de la toute A, B, C à la toute D, E, F, que de la retranchée B, C à la retranchée E, F, il y aura aussi plus grande raison de la restante A à la restante D, que de la toute A, B, C, à la toute D, E, F, par la prop. prec. Ce qui est secondement proposé.

Mais d'autant qu'il y a plus grande raison de B à E, que de C à F : en permutant il y aura aussi plus grande raison de B à C, que de E à F par la 27. prop. 5. Et en composant la toute B, C aura plus grande raison à C, que la toute E, F, à F par la 28. p. 5. Donc en permutant derechef, il y aura plus grande raison de B, C à E, F, que de C à F. Mais il a esté démontré que A, B, C ensemble ont plus grande raison à D, E, F, ensemble, que B, C, à E, F: Il y aura donc encore bien plus grande raison des toutes A, B, C, aux routes D, E, F, que de la dernière C à la dernière F. Ce qui est tiercement proposé.

Soient maintenant quatre grandeurs de part & d'autre, avec la mesme hypothese, c'est à dire que la raison de C tierce à F tierce soit plus grande, que de G quarte à H quatriesme. Je dis que la mesme chose s'ensuit. Car comme il a desia esté démontré en trois grandeurs, il y a plus grande raison de B à E que de B, C, G ensemble à E, F, H ensemble. Donc il y aura encore plus grande raison de A à D, que de B, C, G, à E, F, H. Et en permutant il y aura plus grande raison de A à B, C, G que de D à E, F, H. Parquoy en composant il y aura aussi plus grande raison de A, B, C, G à B, C, G, que de D, E, F, H à E, F, H: & en permutant il y aura plus grande raison de A, B, C, G à

D, E, F, H, que de B, C, G à E, F, H. Ce qui est premierement proposé.

Et veu qu'il y a plus grande raison de la toute A, B, C, G, à la toute D, E, F, H, que de la retran-



chee B, C, G, à la retranchée E, F, H, la restante A aura plus grande raison à la restante D, que la toute A, B, C, G, à la toute D, E, F, H. Ce qui est secondement proposé.

Mais comme il a esté démontré en trois grandeurs, B, C, G ont plus grande raison à E, F, H, que G à H : & A, B, C, G plus grande à D, E, F, H, que B, C, G, à E, F, H : Il y aura donc beaucoup plus grande raison de A, B, C, G à D, E, F, H, que de la dernière G à la dernière H : ce qui est tiercement proposé.

En la mesme maniere on conclurra le mesme en 5 grandeurs par 4 : & en 6 par 5, &c. tout ainsi qu'il est démontré en 4 par trois. Parquoy s'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, &c. Ce qu'il falloit démonstrer.

Fin du cinquiesme liure.



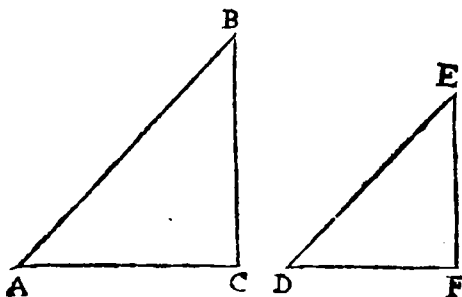
ELEMENT SIXIESME.

DEFINITIONS.

 E M B L A B L E S figures rectilignes, sont celles qui ont les angles egaux, vn chacun au sien, & les costez qui contiennent les angles egaux, proportionnaux.

C'est à dire, que toutes figures rectilignes sont dites semblables, si estans equiangles elles ont les costez d'alentour leurs angles egaux proportionnaux : comme les deux triangles ABC , DEF , seront dits semblables, si l'angle A estant egal à l'angle D , l'angle B egal à l'angle E , & l'angle C à l'angle F ; les costez qui sont & constituent iceux angles egaux, sont proportionnaux; c'est à sçavoir, que comme AB est à AC , ainsi DE soit à DF , & comme AB est à BC , ainsi DE soit à EF , & comme AC

est à BC, ainsi DE sont à EF.

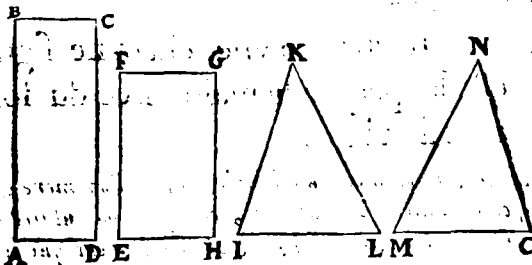


Que si l'une ou l'autre des deux conditions susdites manque, c'est à dire, que chacun des angles de l'une des figures estant egal à chacun des angles de l'autre, si les costez d'alentour leurs angles egaux ne sont proportionnaux; ou au contraire: telles figures ne seront dites semblables, comme sont le quarré, & le quarré long: car ces deux figures ont bien les angles egaux, sçavoir droicts: mais les costez de l'une ne sont pas en mesme raison que les costez de l'autre: car ceux du quarré sont en raison d'egalité, & ceux d'alentour l'angle droict du quarré long, sont en raison d'inegalité, puis que l'un est plus grand que l'autre. D'où est manifeste, que toutes figures rectilignes equiangles & equilaterales, lesquelles ont les angles & les costez egaux en nombre, sont semblables, combien qu'elles soient inegales.

2. Les figures sont reciproques, quand les termes antecedans & consequens des raisons, sont en l'une & en l'autre figure.

C'est à dire, que s'il y a deux figures semblables ou non,

dont le premier & dernier des termes proportionnaux soient en l'une des figures, & le second & troisieme terme en l'autre; icelles figures seront dictes reciproques. Comme si aux deux parallelogrammes $ABCD$, $EFGH$, les costez AB , BC , sont porportionnaux aux costez EF ,



FG ; tellement qu'il y ait mesme raison de AB à EF , que de FG à BC ; ou bien que AB soit à FG . comme EF à BC : Iceux parallelogrammes seront dictz figures reciproques, d'autant qu'en chacun d'iceux est le terme antecedant de l'une des raisons, & le consequent de l'autre. Item les triangles IKL , MNC , seront aussi dictz reciproques, si IK est à MN , comme MC à IL ; ou bien IK à MC , comme MN à IL .

3. Une ligne droicte est dicte estre diuisee en la moyenne & extreme raison, quand la route est au plus grand segment, comme le plus grand segment est au moindre.

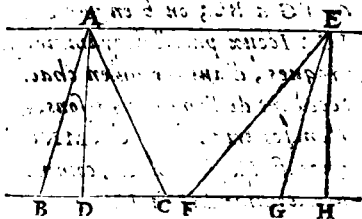
Quand quelque ligne droicte, comme AB , est coupee inegalement en C , de telle sorte que la route AB , soit au plus grand segment AC , comme iceluy plus grand seg-

ment AC , est au moindre segment BC : ceste ligne AB sera dictée estre couppée en C selon la moyenne & extreme raison. Or comme cela se fait, Euclide l'enseignera en la 30. p. de ce liure, combien que sous autres paroles il l'ait desjà enseigné à la 11. p. 2.

4. La hauteur d'une chacune figure, est la perpendiculaire tirée du sommet à la base.

Si de A sommet du triangle ABC , l'on mene AD perpendiculaire à la base BC , icelle perpendiculaire sera la hauteur d'iceluy triangle ABC ; tellement que ledict triangle sera dict avoir autant de hauteur qu'est icelle perpendiculaire AD .

Scmblablement la perpendiculaire EH tirée de E , sommet du triangle EFG , sur la base FG , prolongée de la part de G , sera la hauteur d'iceluy



triangle EFG . Parquoy si les perpendiculaires de deux figures menées des sommets d'icelles sur leurs bases (soit qu'icelles bases soient prolongées, ou non) sont égales; icelles figures seront dictes avoir mesme hauteur. Or telles perpendiculaires seront égales, quand les bases des figures & leurs sommets seront constituez en mesmes paralleles: Comme sont les perpendiculaires AD , EH , des triangles ABC , EFG , constituez entre mesmes paralleles. Car puis que les deux angles ADH , EHD , intérieurs, & de mesme part, sont droits, les lignes AD , EH , seront pa-

ralleles par la 28. p. 1. Mais AE , DH , sont aussi par-
ralleles, puis que les triangles ABC , EFG , sont posez
estre constituez entre mesmes paralleles. Donc le qua-
drilatre $ADHE$, sera parallelogramme, & partant les
costez opposez AD , EH , seront egaux par la 34. prop. 1.
Ce qui estoit à prouuer.

5. Vne raison est dicte estre composee
de raisons ; quand les quantitez des
raisons multipliées entr'elles font
quelque raison.

C'est à dire, que quand les quantités de deux ou plusieurs
raisons multipliées entr'elles, produisent quelque quantité
de raison : icelle raison est dicte estre composee de celles-là.
Or la quantité d'une raison est le denominateur d'icelle,
comme nous auons ia dit sur la 3. def. 1. tellement que la
quantité de la raison triple est 3 : mais de la subtriple
c'est $\frac{1}{3}$, & c. Ainsi la raison double se dit estre composee
de la sesquialtere, & de la sesquiterce, pource que les
quantitez ou denominateurs d'icelles, sçauoir est $1\frac{1}{2}$ &
 $1\frac{2}{3}$, estans multipliés entr'eux produisent 2, denomina-
teur ou quantité de la raison double.

Derechef, la mesme raison double sera dicte estre com-
posee de la double sesquialtere, & de la subsesequiquar-
te : car les quantitez ou denominateurs de ces deux rai-
sons, estans multipliés entr'eux, produisent encore 2, de-
nominateur de la mesme raison double. Pareillement la
raison trigecuple se dit estre composee des raisons double,
triple & quintuple ; d'autant que les denominateurs d'i-
celles raisons, sçauoir est 2, 3, & 5, estans multipliés
entr'eux produisent 30, denominateur d'icelle raison tri-
gecuple. Parquoy estans posees tant de grandeurs qu'on

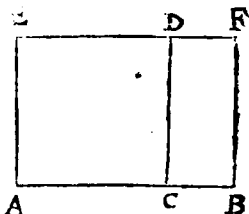
voudra par ordre, la raison des extremes sera composee des raisons entre-moyennes, pource que le denominateur ou quantité de la raison de la premiere grandeur a la derniere, est produite & procreée par les denominateurs des raisons entre-moyennes multipliés entr'eux: comme pour exemple, soit A à B en raison sesquialtere; B à C en raison double, & C à D en raison superbi-partiente tierce: la raison des extremes $A. B. C. D.$ AD , qui est quintuple, est composee des 30 20. 10. 6. trois raisons susdites. Car il est evident que multipliant le denominateur de la raison de A à B , par celui de B à C , sçavoir $1\frac{1}{2}$ par 2 viendront 3: & partant A est à C en raison triple, & multipliant le denominateur d'icelle, sçavoir est 3 par le denominateur de la raison de C à D , qui est $1\frac{2}{3}$ prouiennent 5; & partant A qui est à D en raison quintuple, est produite & composee des raisons entremoyennes.

Quelques interpretes afin de rendre plus intelligibles, tant les 27, 28 & 29 prop. de ce liure, que plusieurs du 10. adioustent icy ceste def.

6. Vn parallelogramme estant appliqué selon quelque ligne droicte donnee, est dict defaillir d'un parallelogramme, lors qu'il n'occupe pas toute ladicte ligne: mais il est dit exceder, quand il en occupe vne plus grande; en forte toutesfois qu'iceluy parallelogramme defaillant, ou excédant ait deux angles communs avec

le parallelogramme appliqué sur toute la ligne proposée ; & la difference de ces deux parallelogrammes est dite défaut, ou excez.

Soit une ligne droite AB sur laquelle soit constitué le parallelogramme $ACDE$, qui n'occupe pas toute ladite ligne AB , ains laisse CB ; & soit achené le parallelogramme $ABFE$ tirant BF parallele à CD jusques à ce qu'elle rencontre ED prolongee en F . Or le parallelogramme AD appliqué selon la ligne droite AB , ayant les deux angles A, E communs avec le parallelogramme



AF , appliqué & décrit sur toute ladite ligne AB , est dit defaillant du parallelogramme CF ; & iceluy parallelogramme CF sera appelé le défaut.

Derechef, soit une ligne droite AC , sur laquelle soit constitué le parallelogramme AF , ayant le costé AB plus grand que la ligne proposée AC , & soit tiree CD parallele à BF . Donc le parallelogramme AF appliqué selon la ligne droite AC , & qui avec le parallelogramme AD décrit sur toute ladicte ligne AC a les deux angles A, E communs, sera dit excéder AD du parallelogramme CF , tellement qu'iceluy CF est dit l'excez.

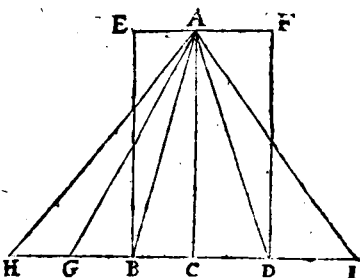
THEOR. I. PROP. I.

Les triangles, & les parallelogrammes

de mesme hauteur, sont l'un à l'autre
comme leurs bases.

Soient deux triangles ABC & ACD de mesme
hauteur, sur les bases BC & CD : soient aussi deux
parallelogrammes
 CE , CF de mesme
hauteur, les bases
desquels soient les
mesmes BC , CD .

Je dis premiere-
ment que le trian-
gle ABC ; est au
triangle ACD ,
comme la base



BC , est à la base CD : c'est à sçauoir que si on pose
pour premiere grandeur la base BC , pour secon-
de la base CD , pour troisieme le triangle ABC ,
pour quatrieme le triangle ACD ; les equemultipli-
ces de la premiere & troisieme seront plus peti-
tes, egales, ou plus grandes, que les equemultipli-
ces de la seconde & quatrieme, ainsi que le re-
quierent la 6. definition du 5. liure.

Qu'il ne soit ainsi; qu'on prolonge BD de part
& d'autre, & apres auoir pris d'un costé BG & GH ,
chacune egale à BC : item de l'autre costé, DI egale
à CD , soient menees les lignes droictes AG ,
 AH , AI . Donc par la 38. pr. 1. les trois triangles
 ABC , ABG , AGH , estans sur bases egales & entre
mesmes paralleles, seront egaux: aussi par les mes-
mes raisons les deux triangles ACD & ADI se-
ront egaux; ainsi il est euident qu'autant de fois
que la base HC contiendra la base BC , autant de

fois le triangle ACH contiendra le triangle ABC . Pareillement, autant de fois que la base CI contiendra la base CD , autant de fois le triangle ACI contiendra le triangle ACD . Parquoy si la base CH , est egale à la base CI , le triangle ACH sera aussi egal au triangle ACI , par la 38. p. 1. Mais si la base est plus grande, consequemment le triangle sera plus grand; si plus petite, plus petit, & par la 6. def. 5. comme la base BC sera à la base CD , ainsi le triangle ABC sera au triangle ACD : ce qui estoit à demonstrier pour la premiere partie.

Quant à la seconde partie touchant les parallelogrammes CE , CF , le mesme se peut dire que des triangles, parce qu'iceux parallelogrammes sont doubles des triangles ABC , ACD par la 41. prop. 1 & par la 15. prop. 5. ce qui est prouvé d'iceux triangles s'entendra des parallelogrammes. Donc les triangles, & les parallelogrammes de mesme hauteur, sont entr'eux comme leurs bases. Ce qu'il falloit demonstrier.

S C H O L I E.

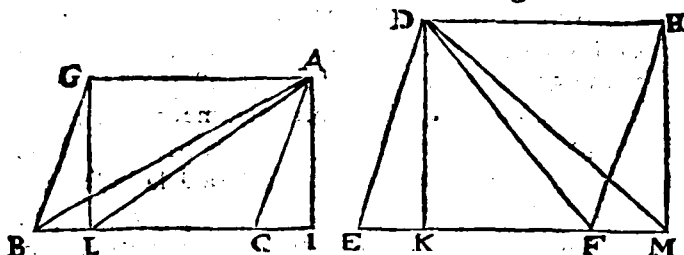
Commandin adiouste en ce lieu cest autre Theoreme.

Les triangles, & les parallelogrammes, desquels les bases sont egales, ou vne mesme, sont entr'eux comme leurs hauteurs.

Soient deux triangles ABC , DEF , & les parallelogrammes $AGBC$, $DEFH$, ayans les bases BC , EF egales: Je dis que le triangle ABC est au triangle DEF , & le parallelogramme $AGBC$ au parallelogramme $DEFH$, comme la hauteur AI est à la hauteur DK . Car si on prend les lignes IL , KM egales aux bases BC , EF , & on tire les lignes LA , MD , le triangle ALI sera egal au

D d iij

triangle ABC par la 38. p. 1. puis qu'ils sont sur bases égales LI, BC , & entre mesmes paralleles AG, IB : Par mesme raison le triangle DKM sera egal au triangle DEF .



Parquoy par la 7. p. 5. comme ABC sera à DEF , ainsi ALI sera à DKM . Mais par la 1. p. 6. comme ALI est à DKM , ainsi AI à DK . (car si AI, DK sont posees les bases, les lignes droictes egales LI, KM seront les hauteurs.) Donc aussi ABC sera à DEF , comme AI à DK .

Et d'autant que par la 15. p. 5. comme ABC est à DEF , ainsi le parallelogr. $AGBC$ au parallelogramme $DEFH$: (car iceux parallelogrammes sont doubles des triangles par la 41. p. 1.) aussi $AGBC$ sera à $DEFH$, comme AI à DK . Le mesme s'ensuiura si les triangles, & les parallelogrammes ont une mesme base.

THEOR. 2. PROP. II.

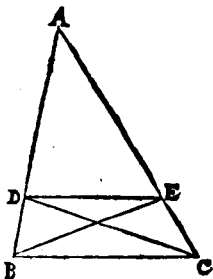
Si on meine vne ligne droicte parallele à l'un des costez d'un triangle, laquelle coupe les deux autres costés; elle les coupera proportionnellement: & si deux costés d'un triangle sont coupez proportionnellement, la ligne coupante sera parallele à l'autre costé.

Soit le triangle ABC, dans lequel soit menee la ligne droicte DE parallele au costé BC, coupnant les deux autres costez AB & AC aux poinçts D & E. Ie dis que les costez AB, AC sont coupeez proportionnellement aux poinçts D & E, c'est à dire que AD sera à DB, comme AE est a EC.

Car estans menees les deux lignes BE & CD : par la 37. p. 1. les deux triangles DEB & EDC, estans sur mesme base, & entre mesmes paralleles, sont egaux ; & par la 7. p. 5. ils auront mesme raison l'un comme l'autre au troisieme ADE. Mais par la 1. p. 6. les triangles DEB & DEA, estans de mesme hauteur, sont l'un à l'autre comme la base BD à la base DA : & par la mesme proposition, le triangle CDE, estant de mesme hauteur qu'iceluy triangle EDA, ils seront aussi l'un à l'autre, comme CE est à EA : & partant par la 11. p. 5. BD sera à DA, comme CE à EA : (puisque ces deux raisons sont les mesmes que du triangle BED au triangle DEA, & du triangle CDE au mesme triangle DEA.) Ce qui estoit proposé.

Pour la seconde partie : ie dis que si DB est à DA, comme CE à EA, la ligne coupnante DE sera parallele au costé BC.

Car les triangles DEB & DEA, seront par la 1. p. 6. l'un à l'autre, comme DB à DA. Item les deux autres triangles CDE, EDA, seront aussi l'un à l'autre, comme CE à EA : & par la 11. p. 5. le triangle DEB sera au triangle DEA, comme le triangle



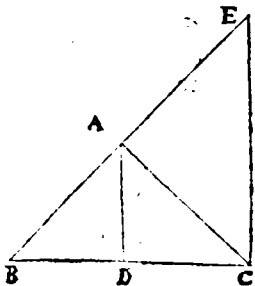
CDE est au mesme triangle DEA: & par la 9. p. 5. les deux triangles BED, & EDC seront egaux, lesquels estans sur mesme base DE, par la 39. p. 1. ils seront entre mesmes paralleles: & partant DE sera parallele à BC. Parquoy si l'on meine vne ligne parallele à l'un des costez d'un triangle, &c. Ce qu'il falloit demonstret.

THEOR. 3. PROP. III.

Si l'angle d'un triangle est couppe en deux egalelement par vne ligne droicte, laquelle coupe aussi la base; les segmens de la base seront l'un à l'autre comme les autres costez du triangle: Et si les segmens de la base sont l'un à l'autre comme les autres costez du triangle: la ligne droicte tiree du sommet à la section de la base, coupe l'angle en deux egalelement.

Au triangle ABC, soit l'angle BAC couppe en deux egalelement par la ligne AD, laquelle coupe aussi la base BC au point D: ie dis premierement, que BD est à DC, comme AB à AC.

Qu'il ne soit ainsi: apres auoir du point C mené CE parallele à DA, soit continué BA directement



iufques à ce qu'il rencontre CE en E; (Or BA, CE fe rencontreront, d'autant que les deux angles B & BCE font moindres que deux droicts, eftans egaux aux deux B & BDA, qui font moindres que deux droicts par la 17. p. 1.) & parce que DA & CE font paralleles, l'angle CAD fera egal à fon alterne ACE par la 29. p. 1. Et fi l'exterieur DAB fera egal à l'oppofé interieur AEC. Mais BAD, CAD eftans egaux par l'hypothefe, auffi par les com. sent. AEC, ACE feront egaux: & partant par la 6. p. 1. les coftez AE & AC feront egaux. Mais par la precedente prop. BA eft à AE, comme BD à DC; (eftant AD parallele à CB) & par confequent BA fera auffi à AC, (egale à AE) comme BD à DC. Ce qui eftoit propofé.

Pour la feconde partie: ie dis que fi BA eft à AC, comme BD à DC, que l'angle CAB fera couppé en deux egalement par la ligne droicte AD.

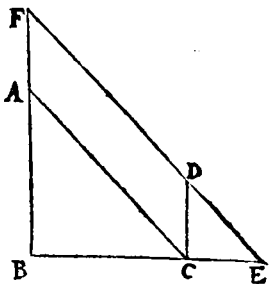
Car apres auoir construit comme deffus, BA fera à AE, comme BD à DC, par la precedente prop. Et partant par la 11. p. 5. BA fera à AE, comme le mefme BA eft à AC, & par la 9. p. 5. AE & AC feront egaux; & partant par la 5. p. 1. les deux angles AEC, ACE, feront auffi egaux; & par la 29. p. 1. ils font egaux, l'un à DAB, & l'autre à DAC, lefquels par ce moyen feront auffi egaux; ce qui eftoit propofé. Parquoy fi l'angle d'un triangle eft couppé en deux egalement, &c. Ce qu'il falloit demonftrer.

THEOR. 4. PROP. IV.

Des triangles equiangles, les coftez qui

sont au long des angles egaux, sont proportionnaux; & les costez qui soutiennent les angles egaux, sont de mesme raison.

Soient deux triangles ABC, DCE, equiangles : c'est à dire, que l'angle ABC soit egal à l'angle DCE, & l'angle ACB à l'angle E, & le troisieme au troisieme. Je dis que comme AB est à BC, ainsi DC à CE; & comme BC à CA, ainsi CE à ED; & finalement comme AB à AC, ainsi DC à DE. Car ainsi les costez d'alentour les angles egaux, sont les proportionnaux, & les costez homologues, ou de mesme raison, sont ceux-là qui soutiennent les angles egaux. c'est à dire, que tous les antecédans, & semblablement les conséquens regardent les angles egaux.



Soient constituez les costez BC, CE selon vne ligne droicte, tellement que l'angle externe DCE soit egal à l'interne ABC, & pareillement l'externe ACB à l'interne DEC : & d'autant que par la 17. p. 1. les deux angles ABC, ACB sont moindres que deux droicts, & l'angle DEC est egal à l'angle ACB, aussi les angles B & E seront moindres que deux droicts : & partant les lignes BA & ED estans produites de la part de A & D, se rencontreront : Qu'elles soient donc prolongees & conuiennent on

F. Il est evident que l'angle extérieur ECD , étant, par l'hypothese egal à son opposé intérieur CBA , DC sera parallele à FB par la 28. p. 1. Pareillement l'angle extérieur ACB étant egal à son opposé intérieur DEC , aussi par la mesme 28. p. 1. CA , & EF seront paralleles. Partant $ACDF$ sera parallelogramme, & par la 34. p. 1. il aura les angles, & les costez opposez egaux. Mais AC étant parallele à EF , par la 2. p. 6. AB sera à AF , ou CD son egale, comme BC à CE ; & en permutant par la 16. p. 5. AB sera à BC , comme DC à CE . Pareillement CD étant parallele à BF , comme BC sera à CE , ainsi FD , ou CA son egale, sera à ED par la 2. p. 6. & en permutant BC sera à AC , comme CE à ED .

Veu donc que AB est à BC , comme DC à CE , & BC à CA comme CE à ED , aussi en raison egale AB sera à AC , comme DC à ED . Parquoy des triangles equiangles, &c. Ce qu'il falloit prouver.

COROLLAIRE.

De cecy resulte, que si une ligne droite parallele a un costé d'un triangle, coupe les deux autres costez d'iceluy; elle ostera un triangle semblable au tout. Comme au triangle BFE étant menée la ligne droite AC parallele au costé FE , qui coupe les deux autres costez en A & C : Je dis que le triangle ABC retranché par icelle ligne AC , est semblable au triangle BFE . Car d'autant que par la 29. p. 1. l'angle externe BAC est egal à l'interne de mesme costé F , & que l'angle B est commun a tous les deux triangles BAC , BFE , ils seront equiangles par le Corol. de la 32. p. 1. Parquoy, comme il a esté demonstré cy-dessus, ils ont les costez autour des angles egaux pro-

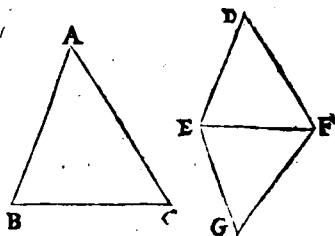
portionnaux: & partant selon la 1. def. 6. iceux triangles BAC & BFE seront semblables.

THEOR. 5. PROP. V.

Si deux triangles ont les costez proportionnaux, ils seront equiangles, & auront les angles egaux, sous lesquels les costez de mesme raison seront sub-tendus.

Soient deux triangles ABC , & DEF , ayans les costez proportionnaux, & soit AB à BC comme

DE à EF , & BC à CA , comme EF à FD , & encore AB à AC comme DE à DF . Je dis que les triangles sont equiangles, sçavoir l'angle A estre egal à



l'angle D , & l'angle

B à l'angle E , & l'angle C à l'angle F : car ainsi les angles egaux regardent les costez de mesme raison.

Qu'il ne soit ainsi: sur la ligne EF , & aux deux points E & F soient construits deux angles, sçavoir FEG egal à l'angle B , & EFG egal à l'angle C , tirant les lignes EG , & FG iusques à ce qu'elles se rencontrent en G : Et par la 32. p. 1. le troisieme angle G sera egal au troisieme angle A . Parquoy les triangles ABC , GEF sont equiangles: & par la 4. prop. 6. comme AB est à BC , ainsi GE à EF . Mais comme AB est à BC , ainsi aussi a esté posé

DE à EF. Donc par la 11. p. 5. comme GE à EF, ainsi DE à la mesme EF : & partant par la 9. p. 5. GE, DE seront egales. Et d'autant que par la proposition precedente, comme BC est à CA, ainsi EF est à FG ; & par l'hypothese comme BC est à CA, ainsi EF est à FD : par la 11. p. 5. comme EF sera à FG, ainsi la mesme EF sera à FD : & par la 9. p. 5. FG, FD seront egales. Veu donc que les costez EG, FG du triangle GEF, sont egaux aux costez DE, DF du triangle DEF, chacun au sien, & la base EF commune aux deux triangles, les angles G & D seront egaux par la 8. p. 1. & partant par la 4. p. 1. les autres angles GEF, GFE seront aussi egaux aux autres DEF, DFE, chacun au sien. Parquoy l'angle G estant egal à l'angle A, aussi l'angle D sera egal au mesme angle A : & ainsi l'angle DEF sera egal à l'angle B, & l'angle DFE à l'angle C, ainsi qu'il estoit proposé. Si donc deux triangles ont les costez proportionaux, &c. Ce qu'il falloit prouver.

THEOR. 6. PROP. VI.

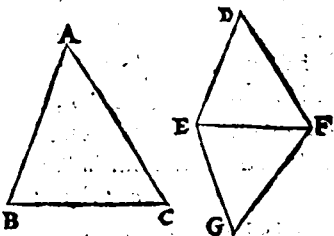
Si deux triangles ont vn angle egal à vn angle, & les costez au long d'iceux angles egaux, proportionaux : ils seront equiangles, & auront les angles egaux sous lesquels les costez de mesme raison sont subtrendus.

Soient les deux triangles ABC & DEF, ayant l'angle B egal à l'angle E, & comme AB à BC, ainsi DE soit à EF. Je dis que les triangles sont equian-

gles, ſçauoir que l'angle A eſt egal à l'angle D, & l'angle C à l'angle F, car ainſi les angles egaux ſont ſubtendus des coſtez homologues.

Qu'il ne ſoit ainſi; ſur la ligne EF ſoit conſtruit comme en la propoſit. precedente, le triangle GEF equiangle au triangle ABC: & par la 4. p. 6. GE ſera à EF, comme

AB à BC, ou DE à EF, (car ils ſont en la meſme raiſon) & par la 9. p. 5. GE & DE (qui ont vne meſme raiſon à EF)



ſeront egaux; &

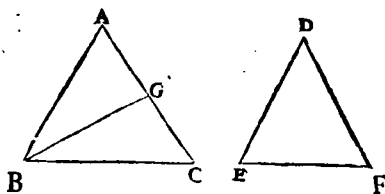
partant les deux triangles GEF & DEF, auront deux coſtez egaux à deux coſtez, ſçauoir GE, EF, à DE, EF, chacun au ſien, & les deux angles au point E, egaux (car ils ſont chacun egal à l'angle B) & par la 4. p. 1. ils auront la baſe egale à la baſe, & les autres angles egaux aux autres angles, chacun au ſien. & partant iceux triangles ſeront equiangles. Mais l'un d'iceux triangles, ſçauoir GEF, eſt equiangle au triangle ABC par la conſtruction. Donc l'autre triangle DEF ſera auſſi equiangle au meſme triangle ABC. Parquoy ſi deux triangles ont vn angle egal à vn angle, &c. Ce qu'il falloit prouuer.

THEOR. 7. PROP. VII.

Si deux triangles ont vn angle egal à vn angle, & les coſtez au long d'un autre

autre angle, proportionnaux, estans les troisiemes angles de mesme espece : Iceux triangles seront equiangles, & auront les angles egaux, au long desquels les costez seront proportionnaux.

Soient deux triangles ABC, & DEF, desquels les deux angles A & D soient egaux, & les costez AB, BC d'alentour l'angle ABC, proportionnaux aux costez

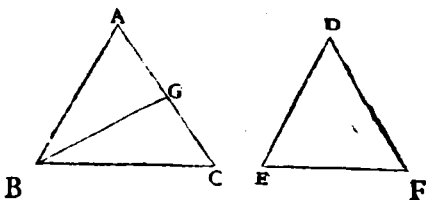


DE, EF d'alentour l'angle E, c'est à dire que comme AB est à BC, ainsi DE soit à EF : mais les autres angles C & F soient de mesme espece, c'est à dire aigus, droicts, ou obtus : & soient premierement aigus. Je dis que les triangles sont equiangles, sçavoir est, que les angles ABC & E, à l'entour desquels sont les costez proportionnaux, & les angles C & F, sont egaux.

Car si l'angle B est egal à l'angle E, il appert par la precedente prop. que les triangles seront equiangles. Mais si lesdits angles ne sont egaux, soit B plus grand que E, & soit fait ABG egal à E par la 23. p. 1. Donc le troisieme angle AGB, sera egal au troisieme F, & partant aigu comme iceluy ; & es deux triangles ABG & DEF seront equiangles ;

Ee

& par la 4. p. 6. comme AB sera à BG, ainsi DE à EF. Mais par l'hypothese, cōme AB est à BC, ainsi DE à EF: donc par la 11. p. 5. comme AB sera à BG, ainsi la



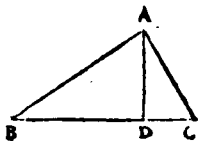
mesme AB sera à BC ; & partant par la 9. p. 5. BG, & BC seront egaux, & par la 5. p. 1. les deux angles C & BGC sur la base CG, serōt egaux, & tous deux aigus, & par consequent l'angle BGA sera plus grād qu'un droit, puis que par la 13. p. 1. les deux BGC, AGB sont egaux à deux droicts: Mais l'angle AGB a esté demonstré egal à l'angle F: donc F seroit aussi plus grād qu'un droit, & on l'a posé aussi moindre: ce qui est absurde. Maintenant, tant l'angle C que F ne soit aigu; & comme dessus l'angle C sera egal à l'angle BGC; & partant iceluy BGC ne sera aussi aigu, & les deux C & BGC ne seront moindres que deux droicts, mais egaux, ou plus grands que deux droicts: ce qui est absurde: car par la 17. p. 1. ils sont moindres que deux droicts. Les angles ABC & E ne sont donc pas inegaux, ains egaux; & partant par la 31. p. 1. le troisieme C sera aussi egal au troisieme F: ce qui est proposé. Si donc deux triangles ont vn angle egal à vn angle, &c. Ce qu'il falloit prouuer.

THEOR. 8. PROP. VIII.

Si de l'angle droit d'un triangle rectan-

gle on tire vne perpendiculaire sur la base ; elle couppera iceluy triangle en deux autres triangles semblables entr'eux , & au total.

Soit le triangle rectangle ABC, & l'angle droit A, duquel soit menée à la base BC la perpendiculaire AD. Je dis que les triangles ABD & ADC, auxquels est diuisé iceluy triangle ABC par la perpendicul. AD, sont semblables entr'eux, & au total ABC.



Qu'ainsi ne soit : d'autant que AD est perpendiculaire, l'angle BDA est droit, & egal à l'angle droit BAC, du triangle total ABC, & l'angle B est commun à tous les deux triangles BAD & ABC, & par la 32. p. 1. le troisieme angle BAD, sera egal au troisieme angle ACB : & partant les deux triangles BAD & ABC, seront equiangles ; & par la 4. p. 6. ils auront les costez au long des angles egaux proportionnaux, c'est à dire, que comme CB sera à AB, ainsi AB à BD ; & comme BA à AC, ainsi BD à DA ; & comme BC à CA, ainsi BA à AD : & partant par la 1. def. de ce liure les triangles ABC, ABD seront semblables.

Par mesme discours, on prouuera que les deux triangles ABC & ADC, sont aussi equiangles, & semblables : car l'angle C estant commun à tous les deux triangles, & l'angle droit BAC egal à l'angle droit ADC, le troisieme angle CAD sera egal au troisieme angle B, par la 32. p. 1. & par la 4. p. 6.

comme BC sera à CA, ainsi CA à CD : & comme CA à AB, ainsi CD à DA, & comme CB à BA, ainsi CA à AD.

On démontrera en la mesme maniere, les triangles ADB, ADC estre semblables entr'eux, puis-que les angles au poinct D sont droicts, & tant les angles ABD, CAD, que BAD, ACD, ont esté demonstrez egaux : & partant par la 4. p. 6. comme BD sera à DA, ainsi DA à DC : & comme DA à AB, ainsi DC à CA : & comme AB à BD, ainsi CA à AD. Si donc de l'angle droit d'un triangle rectangle, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

COROLLAIRE.

De cecy est manifeste, que la perpendiculaire tirée de l'angle droit d'un triangle rectangle à la base, est moyenne proportionnelle entre les deux segmens de la base : & chacun des costez comprenant l'angle droit, estre aussi moyen proportionnel entre toute la base, & le segment qui le touche.

Car il a esté démontré, que comme BD est à DA, ainsi DA est à DC : & partant DA est moyenne prop. entre BD & DC : item que comme CB est à BA, ainsi BA à BD : & par ainsi BA est moyenne prop. entre CB & BD : finalement que comme BC est à CA, ainsi CA à CD : & partant CA est moyenne proportionnelle entre BC & CD.

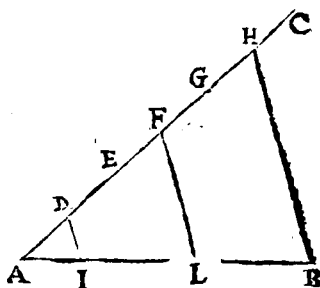
PROB. I. PROP. IX.

D'une ligne droicte donnée, oster vne partie demandée.

Soit la ligne droicte donnée AB, de laquelle il faut oster la cinquiesme partie, ou autre telle qu'on voudra.

Du point A soit menée la ligne droite AC, in-
terminement, faisant quelconque angle avec AB,
comme BAC, & en icelle AC, soient prises à l'ad-
uanture autant de parties egales que denotte la
partie qu'on veut oster, comme en l'exemple pro-
posé, il faut prendre

cinq parties ega-
les AD, DE, EF,
FG, GH : & apres
auoir conjoint les
points B & H par
la ligne BH, du
point D soit me-
née DI, parallele à
HB : le dis que AI



est la cinquième partie requise de AB. ●

Car puis qu'au triangle ABH, la ligne DI est pa-
rallele au costé HB, par la 2. p. 6. comme HD sera
à DA, ainsi BI à IA : & en composant par la 18. p. 5.
comme HA sera à DA, ainsi BA à IA : mais par la
construction HA est quintuple de AD : donc aussi
BA sera quintuple de AI : & partant AI sera la cin-
quième partie de la ligne droite AB, laquelle a-
uoit esté demandée. Donc d'une ligne droite
donnée, &c. Ce qu'il falloit faire.

S C H O L I E.

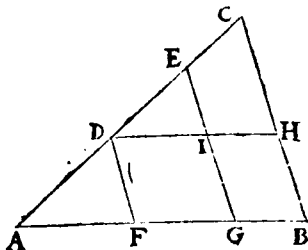
Que si de AB il falloit couper plusieurs parties, com-
me pour exemple les trois cinquièmes, il est euident par
ce qui a esté démontré cy dessus, qu'estant tirée la ligne FL
parallele à HB, le segment AL sera les trois cinquièmes
de AB, tout ainsi que AF est les trois cinquièmes de
AH. Et pour promptement pratiquer cecy, il faut des-
crire du centre F, & de l'intervalle HB un arc au dessous

de la ligne donnée AB , mais de B & de l'intervalle FH d'écrire un autre arc qui coupe le precedent, puis tirer une ligne droite de la section d'iceux arcs à F , & icelle coupera la partie requise AL .

PROBL. 2. PROP. X.

Couper vne ligne droite donnée non coupée, semblablement à vne autre ligne droite donnée & coupée.

Soient données les lignes droites AB , AC , desquelles AC est coupée en D & E : & il faut couper AB en parties semblables & proportionnelles à celles de AC .



Soient accommo-
dees icelles lignes
données en sorte
qu'elles facent quelconque angle BAC ; & apres
auoir mené BC , des poinçts D & E , soient menees
 DF , EG , paralleles à icelle BC , par la 31. p. 1. le dis
que la ligne AB est semblablement coupée en F &
 G , comme la ligne AC est coupée en D & E . Car
par la 2. p. 6. comme AD est à DE , ainsi AF à FG .
Que si on tire DH parallele à AB coupât EG en I .
Derechef, par la susdicte 2. p. 6. comme DE sera à
 EC , ainsi DI à IH , c'est à dire, ainsi FG à GB , pour-
ce que par la 34. p. 1. FG est egale à DI , & GB à IH .
Parquoy les parties FG , GB seront aussi propor-
tionnelles aux parties DE , EC . Les trois parties AF ,
 FG , GB , sont donc proportionnelles aux trois par-

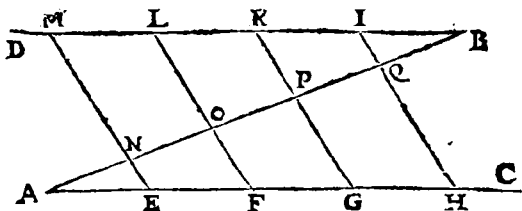
ties AD, DE, EC : & partant AB est couppee semblablement à AC, ainsi qu'il falloit faire.

S C H O L I E.

Nous adiousterons icy deux Probl. fort utiles, & necessaires aux choses geometriques.

1. Estant donnée vne ligne droicte, la couper en tant de parties egales qu'on voudra.

Soit la ligne donnée AB, qu'il faut couper en cinq parties egales. De l'extremite A, soit menée la ligne AC,

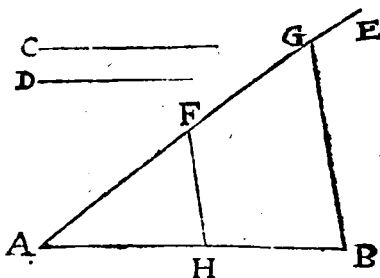


tant qu'il sera de besoin, faisant quelconque angle avec AB; puis de l'extremite B, soit menée BD parallele à AC, & d'icelle AC soient couppees quatre parties egales AE, EF, FG & GH, qui est vne partie moins que le nombre des parties esquelles il faut couper la ligne donnée; en apres, du point B en BD, soient aussi prises les quatre parties BI, IK, KL, & LM egales a celles de la ligne AC; puis estans menées les lignes EM, FL, GK, & HI, elles couperont la ligne donnée AB en cinq parties egales. Car puis que par la cōstruction les lignes EF, ML, sont egales & paralleles entr'elles, par la 33. p. 1. ME, LF, seront aussi paralleles entr'elles: Et par mesme raison LF, KG, HI, seront pareillement paralleles. Veu donc que AH est couppee en quatre parties egales, AQ le sera aussi. Par mesme raison BN sera encore diuisee en qua-

tre parties égales, parce que BM a esté couppee en autant de parties égales. Parquoy ven que tant AN que BQ , sont égales à chasque partie NO , OP , PQ ; toutes les cinq parties AN , NO , OP , PQ , & QB , seront égales entr'elles. Ce qu'il falloit faire.

2. Coupper vne ligne droicte donnée en deux parties, qui soient entr'elles selon vne raison donnée.

Soit la ligne droicte donnée AB , qu'il faut coupper en deux parties, qui aient telle raison entr'elles que C à D : Du point A , soit menée AE faisant quelconque angle avec AB ; & d'icelle AE , soit couppee AF égale à C , & puis FG égale à D : en apres soit menée BG , & du point F tiré FH parallele à icelle BG , laquelle coupe AB en H : & icelle AB sera couppee à iceluy point H , selon la raison de C à D , puis que par la 2. prop. de ce liure, AH est à HB , comme AF à FG , qui sont égales à C & D . Ce qu'il falloit faire.

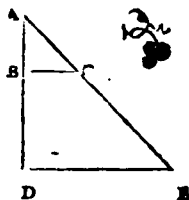


PROBL. 3. PROP. XI.

A deux lignes droictes données, en trouver vne troisieme proportionnelle.

Soient deux lignes droictes données AB & AC , ausquelles il en faut trouver vne troisieme proportionnelle.

Soient disposées icelles lignes en vn angle CAB; & apres auoir prolongé AB interminement, soit faicte BD egale à AC, & mené CB, puis du point D, soit tirée DE parallele à BC,rencontrant AC prolongée en E. Je dis que CE est la troisieme proportionnelle requise, c'est à dire que comme AB est à AC, ainsi AC à CE. Car puis qu'au triangle ADE, la ligne droite BC est parallele au costé DE, par la 2. p. 6. comme AB sera à BD, ainsi AC à CE: mais par la 7. p. 5. comme AB est à BD, ainsi la mesme AB est à AC, egale à icelle BD. Donc comme AB est à AC, ainsi AC à CE. Partant à deux lignes droictes données, nous en auons trouué vne troisieme proportionnelle. Ce qu'il falloit faire.

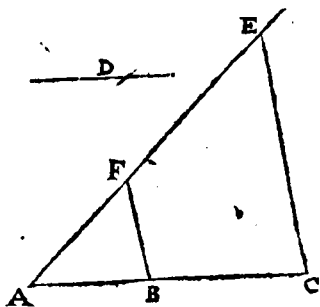


PROB. 4. PROP. XII.

A trois lignes droictes donnees, en trouuer vne quatriesme proportionnelle.

Soient les trois lignes droictes données AB, BC, & D, ausquelles il en faut trouuer vne quatriesme proportionnelle.

Soient disposées les deux premieres AB, BC, selon vne



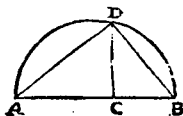
ligne droite AC; & ayant tiré de A vne ligne droite interminée AE, faisant avec la première AB, quelconque angle, comme A; d'icelle AE, soit coupée AF égale à D, & menée BF: en apres, de C, soit menée CE parallèle à icelle BF, rencontrant AE en E. Je dis que FE est la quatriesme proportionnelle requise. Car puis qu'au triangle AEC, la ligne BF est parallèle à CE, par la 2. p. 6. comme AB est à BC, ainsi AF où D est à FE. Nous auons donc trouué vne quatriesme ligne proportionnelle à trois données: Ce qu'il falloit faire.

PROB. 5. PROP. XIII.

Entre deux lignes droictes données, trouuer vne moyenne proportionnelle.

Soient les deux lignes droictes données AC & CB, entre lesquelles il en faut trouuer vne moyenne proportionnelle.

Soient icelles lignes AC, CB, disposées en vne ligne droite AB, sur laquelle soit décrit vn demy cercle ADB: & apres auoir du point C leué la perpendiculaire CD, qui rencontre la circonference en D: Je dis qu'icelle CD est la moyenne proportionnelle demandée.



Car estans menées les deux lignes droictes AD & BD, l'angle ADB dás le demy cercle, sera droit par la 3. p. 3. Veu donc que de l'angle droit ADB du triangle rectangle ADB, est tirée DC perpendiculaire à la base AB, par le Corol. de la 8. p. 6. icelle CD sera moyenne proportionnelle entre AC,

CB. Nous auons donc trouué vne moyenne proportionnelle entre les deux lignes données : Ce qu'il falloit faire.

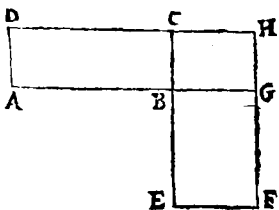
S C H O L I E.

De cecy est euident qu'une ligne droite tirée perpendiculairement de quelconque point du diametre d'un cercle, iusques à la circonférence d'iceluy, est moyenne proportionnelle entre les segmens du diametre faicts par icelle perpendiculaire. Car de quelconque point pris au diametre AB, estant levée une perpendiculaire iusques à la circonférence, par les mesmes raisons que dessus, icelle perpend. sera moyenne prop. entre les deux segmens du diametre AB.

THEOR. 9. PROP. XIV.

Des parallelogrammes egaux, qui ont vn angle egal à vn angle; les costez au long des angles egaux, sont reciproques: & les parallelogrammes qui ont vn angle egal à vn angle, & les costez au long des angles egaux reciproques, sont egaux.

Soient deux parallelogrammes egaux ABCD, & BEFG, desquels les deux angles ABC & EBG soient egaux: Je dis que les costez qui sont autour d'iceux angles

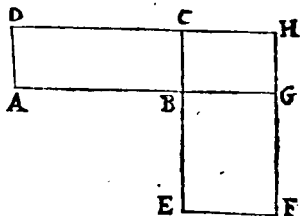


egaux, tant reciproques: c'est à dire, que AB est à BG , comme EB à BC .

Car les parallelogrammes AC , BF , estans disposez de telle façon que les deux costez AB & BG , fassent vne ligne droicte AG ; les deux costez EB , BC , feront aussi vne ligne droicte EC , à cause des angles egaux ABC , EBG , comme il est euident par la 2. com. sent. 13. & 14. p. 1. & soient prolongez DC , FG , iusques à ce qu'ils se rencontrent en H . Puis donc que les deux parallelogrammes AC , EG , sont egaux, ils auront vne mesme raison au parallelogramme BH , par la 7. p. 5. Mais la raison du parallelogramme AC au parallelog. BH , est par la 1. p. 6. comme celle de la base AB à la base BG . Item celle des parallelogrammes EG , BH , est comme celle de EB à BC : & partant par la 11. p. 5. comme AB à BG , ainsi EB à BC . Ce qui estoit proposé.

Pour la seconde partie; si AB est à BG , comme EB à BC , & que les angles ABC & EBG soient egaux: le dis que les parallelogrammes AC & EG , seront aussi egaux.

Car ayant fait la mesme construction que de-



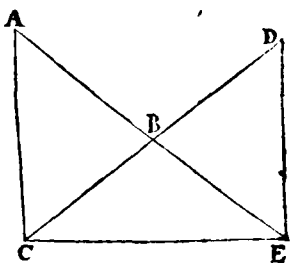
uant, on prouuera par la 1. p. 6. qu'il y a mesme raison du parallelogramme AC au parallelogramme BH , que de la base AB à la base BG : pareillement qu'il y a mesme raison du parallelogramme EG au parallelogramme BH , que de EB à BC : mais les raisons des bases sont posees semblables: donc aussi les raisons des parallelogrammes AC & EG , au troisieme BH seront semblables par la 11. p. 5.

& partant par la 9. p. 5. ils seront egaux. Parquoy des parallelogrammes egaux, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. 10. PROP. XV.

Les triangles egaux ayans vn angle egal à vn angle, ont les costez au long des angles egaux reciproques: & les triangles qui ont vn angle egal à vn angle, & les costez au long des angles egaux reciproques, sont egaux.

Soient deux triangles egaux ABC, & DBE, ayans les angles au point B egaux. Je dis que les costez qui sont au long d'iceux angles egaux, sont reciproques: c'est à dire, que comme AB est à BE, ainsi DB sera à BC.



Car les triangles estans disposez en sorte que les deux lignes AB & BE se rencontrent directement, & facent vne seule ligne droicte AE, les deux lignes DB, BC, feront aussi vne ligne droicte CD par les 2. com. sent. 13. & 14. p. 1. & soit menée la ligne CE. Pour autant que les deux triangles ABC & DBE sont egaux, ils auront vne mesme raison au triangle BEC par la 7. p. 5. mais par la 1. p. 6. la raison du triangle ABC au triangle EBC, (estant de mesme hauteur) est comme de la base AB à la base BE: pareillement par la mesme 1. p. 6. le triangle DBE

fera au triangle ECB, comme DB est à BC : & partant par la 11. p. 5. AB sera à BE, comme DB à BC. Ce qui a esté proposé.

Pour la seconde partie: soient les costez d'alentour les angles egaux au poinct B, reciproques, c'est à scauoir, que comme AB est à BE, ainsi DB à BC. Je dis que les triangles ABC, DBE, sont egaux. Car ayant fait la mesme construction que cy-dessus, par la 1. p. 6. comme AB sera à BE, ainsi le triangle ACB au triangle BCE, & comme DB à BC, ainsi le triangle BED au mesme triangle BEC : mais par l'hypothese les raisons des bases sont semblables : donc aussi les raisons des triangles ACB, BED, au troisieme CBE seront semblables par la 11. p. 5. & partant ils seront egaux par la 9. p. 5. Donc les triangles egaux ayans vn angle egal à vn angle, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

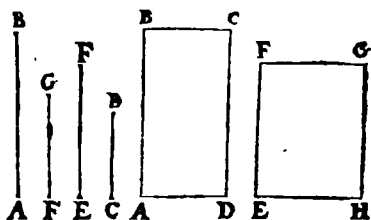
THEOR. II. PRO-P. XVI

Si quatre lignes droictes sont proportionnelles ; le rectangle compris des extremes, est egal à celuy des moyennes : & si le rectangle compris des extremes, est egal au rectangle compris des moyennes ; les quatre lignes sont proportionnelles.

Soient quatre lignes droictes proportionnelles AB, FG, EF, BC, scauoir est que AB soit à FG, comme EF à BC, & soit le rectangle ABCD compris des extremes AB, BC ; & le rectangle EFGH com-

pris sous les moyennes EF, FG. Je dis qu'iceux rectangles AC, EG, sont egaux.

Car puis que les angles droits B & F sont egaux : & que comme AB est à FG, ainsi EF à BC, les costez au long des an-



gles egaux B & F, seront reciproques par la 2. def. 6. & partant par la 14. p. 6. les parallelogrammes AC & EG seront egaux. Ce qui a esté proposé.

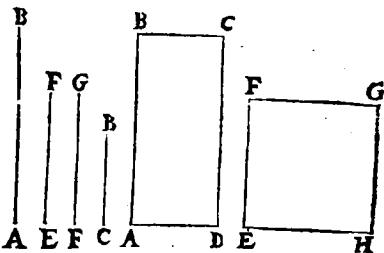
Quant à la seconde partie : soient les rectangles AC, EG egaux. Je dis que les quatre lignes AB, FG, EF, BC, sont proportionnelles : c'est à dire, que comme AB est à FG, ainsi EF à BC. Car puis que les rectangles sont egaux, & ont les angles B & F aussi egaux, sçavoir droicts, ils auront les costez au long d'iceux angles egaux, reciproques par la 14. p. 6. sçavoir est, que comme AB est à FG, ainsi EF à BC. Si donc quatre lignes droictes sont proportionnelles, &c. Ce qu'il falloit prouver.

THEOR. 12. PROP. XVII.

Si trois lignes droictes sont proportionnelles ; le rectangle compris des extremes, sera egal au quarré de la moyenne : & si le rectangle compris des extremes est egal au quarré de la

moyenne; les trois lignes seront proportionnelles.

Soient trois lignes droictes proportionnelles AB, EF, BC, & soit le rectangle ABCD compris sous les extremes AB, BC, & le carré de la moyenne EF soit EFGH. Je dis que le rectangle AC est égal au carré EG.



Car étant prise FG égale à EF, les quatre ligne AB, EF, FG, BC, seront proportionnelles, & le carré EG sera compris sous les moyennes EF, FG, à cause de l'égalité d'icelles. Parquoy par la prec. pro. le rectangle AC compris des deux extremes AB, BC, est égal au rectangle des moyennes EF, FG, c'est à dire au carré EG. Ce quiestoit proposé.

Pour la seconde partie; le rectangle AC soit égal au carré EG: Je dis que comme AB est à EF, ainsi EF à BC. Car puis que les rectangles AC, EG sont égaux, par la 16. p. 6. comme AB sera à FE, ainsi FG à BC: mais par la 7. p. 5. comme FG est à BC, ainsi EF égale à icelle FG, est à la mesme BC: & par tant comme AB est à EF, ainsi EF est à BC. Si donc trois lignes droictes sont proportionnelles, &c. Ce qu'il falloit demonstter.

COROLLAIRE.

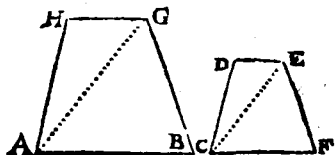
Il est manifeste par la dernière partie de ce Theoreme, qu'une

qu'une ligne droite est moyenne proportionnelle entre deux autres lignes droites, qui comprennent un rectangle égal au quarré d'icelle ligne. Car pource que le rectangle de AB, BC est égal au quarré de EF , il a esté démontré, que comme AB à EF , ainsi EF à BC ; & partant EF est moyenne prop. entre AB & BC .

PROBL. 6. PROP. XVIII.

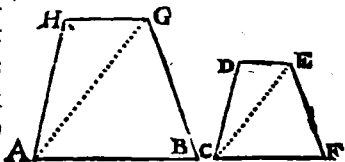
Sur vne ligne droicte donnee, descrire
vne figure rectiligne semblable, &
semblablement posce à vne figure
rectiligne donnee.

Soit la ligne droite donnée AB, sur laquelle il faut construire vne figure semblable, & semblablement posée à la figure rectiligne donnée CDEF.



De quelque angle que ce soit de la figure donnée soient menées des lignes droictes à chacun des angles opposez, afin de diuiser icelle figure en triangles; comme icy de l'angle C, soit menée à l'angle oppose E, la ligne droicte CE, laquelle diuise la figure donnée en deux triangles CEF, CDE: en apres par la 23. p.1. soit descrit sur la ligne AB, & aux poincts extremes A & B, les deux angles BAG & ABG, egaux, sçauoir l'un à l'angle FCE, & l'autre à l'angle CFE. Il est euident par la 32. p.1. que le troisieme AGB sera egal au troisieme

me CEF, & les triangles CEF, AGB seront equiangles, & auront les costez au long des angles egaux proportionnaux par la 4. p. 6. Pareillement sur la ligne AG, & aux deux points A & G, soient descrits les deux angles GAH & AGH, egaux aux deux DCE & CED chacun au sien : aussi



par la 32. p. 1. le troisieme H sera egal au troisieme D, & les triangles CDE & AHG seront equiangles, & par la 4. p. 6. ils auront les costez au long des angles egaux proportionnaux: ainsi l'angle D estant egal à l'angle H, & l'angle F à l'angle B, les deux de C aux deux de A, & les deux de E aux deux de G: les deux figures CDEF, ABGH, seront equiangles: & pourautant qu'elles sont composees de triangles equiangles, lesquels ont les costez au long des angles egaux proportionnaux, comme CF sera à FE, ainsi AB à EG: item comme CF est à CE, ainsi AB à AG; & comme CE à CD, ainsi AG à AH: & en raison egale, comme CF sera à CD, ainsi AB sera à AH; par ainsi les costez au long des angles egaux F, B, & FCD, BAH, seront proportionnaux, & ainsi des autres. Parquoy les figures CDEF, AHGB seront semblables, & semblablement descriptes. Nous auons donc fait ce qui estoit requis.

S C H O L I E.

Il est evident par ce que nous auons dit sur la 31. pr. 1. que si la figure donnee auoit plus de quatre costez, elle seroit diuisee en plus de deux triangles: & alors il faudroit pour les deux premiers operer ainsi que dessus, puis

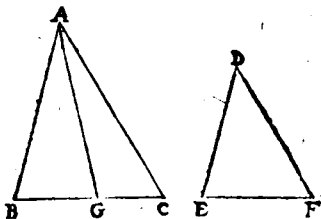
apres proceder de triangle en triangle iusques à la fin, descrivant tousiours sur & aux extremittez de la derniere ligne deux angles egaux aux deux de dessus la diagonalle correspondante, ainsi qu'il a esté fait icy sur AG , homologue & correspondante à la diagonalle CE .

THEOR. 13. PROP. XIX.

Les triangles semblables, sont l'un à l'autre en raison doublee de leurs costez de mesme raison.

Soient deux triangles semblables ABC & DEF , ayans les angles B & E egaux : item C & F , mais côme AB est à BC ainsi DE à EF , &c.

Ie dis qu'ils seront l'un à l'autre en raison doublee de leurs costez de mesme raison AB & DE ou AC & DF , ou

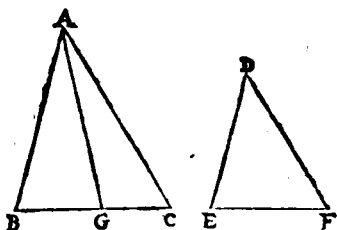


BC & EF , c'est à dire que si à deux quelconques de ces costez de mesme raison, côme par exemple BC & EF , on trouue la troisieme proportionnelle BG ; le triangle ABC sera au triangle DEF , côme la ligne BC est à la troisieme proportionnelle BG : car telle est la raison doublee par la 10. def. 5.

Car estant tiree la ligne AG : d'autant que les triangles ABC , DEF sont semblables, & que côme AB est à BC , ainsi DE est à EF , en permutant par la 16. p. 5. côme AB sera à DE , ainsi BC sera à EF : mais côme BC est à EF , ainsi EF est à BG par

FF ij

la construction. Donc comme AB sera à DE, ainsi EF sera à BG par la 11. p. 5 & par ainsi les deux triangles ABG, DEF, auront les costez au long des angles égaux B & E, reciproques : & par la 15. p. 6, iceux triangles ABG, DEF, seront égaux entr'eux :



& partant comme le triangle ABC sera au triangle DEF, ainsi sera le mesme triangle ABC au triangle ABG par la 7. p. 5. Mais comme le triangle ABC est au triangle ABG de mesme hauteur, ainsi est la base BC à la base BG par la 1. p. 6. Donc comme le triangle ABC est au triangle DEF, ainsi est BC à BG. Mais BC, EF, BG, estans continuellement proportionnelles, BC est à BG en raison doublee de BC à EF par la 10. def. 3. donc aussi le triangle ABC est au triangle DEF en raison doublee du costé BC au costé EF. Donc les triangles semblables &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

COROLLAIRE.

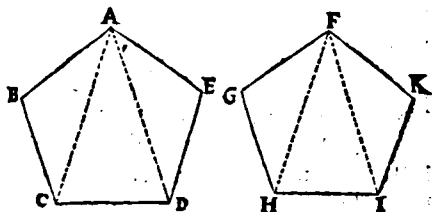
De cecy est manifeste, qu'estans trois lignes droictes proportionnelles, comme la premiere sera à la troisieme, ainsi le triangle descript sur la premiere sera au triangle semblable, & semblablement posé sur la seconde. Car il a esté demonsté, que comme BC 1. est à BG 3. ainsi le triangle ABC au triangle DEF.

THEOR. 14 PROP. XX.

Les polygones semblables peuvent estre

diuisez en nombre egal de triangles semblables entr'eux, & proportionnaux à leur tout : & les polygones sont l'un à l'autre en raison doublee de leurs costez de mesme raison.

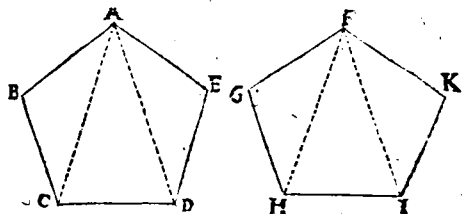
Soient deux polygones semblables AB CDE, & FGH IK, ayans les angles A,



F, egaux. Item B, G, &c. Je dis premierement qu'iceux polygones peuent estre diuisez en nombre egal de triangles semblables.

Car apres auoir mené les lignes AC, AD, FH, FI, il est euident que l'une des figures est diuisée en autant de triangles que l'autre. Et d'autant que l'angle B est posé egal à l'angle G, & que comme BA est à BC, ainsi GF à GH: par la 6. pr. de ce liure les triangles ABC & FGH seront equiangles, & par la 4. pr. de ce mesme liure, ils auront les costez au long des angles egaux proportionnaux, & par consequent ils seront semblables: par mesme discours, les triangles AED & FKI, seront aussi semblables. Pareillement par ce qui a esté dit cy dessus AC est à CB, comme FH à HG: mais BC est à CD comme GH à HI: car ce sont costez de figures semblables: donc en raison egale par la 22. p. 5. AC sera

à CD, comme FH à HI : & d'autant que les angles BCD, GHI sont égaux, & les angles BCA, GHF aussi égaux; ceux-cy estans ostez de ceux-là,



les restans ACD, FHI, seront pareillement égaux: & partant par la 6. p. 6. les triangles ACD, & FHI, seront equiangles, & par consequent semblables.

Je dis secondement, qu'iceux triangles sont proportionnaux à leur tout: c'est à dire, que chaque triangle de l'un des polygones a telle raison à son triangle correspondant de l'autre polygone, que tout le polygone a tout le polygone. Car d'autant que les trois triangles de l'une des figures sont semblables aux trois triangles de l'autre, chacun au sien, & que par la prop. preced. ils sont l'un à l'autre, en raison doublée de leurs costez de mesme raison: les triangles ABC & FGH, seront l'un à l'autre en raison doublée de AC à FH: aussi en la mesme raison doublée seront les triangles ACD, FHI: & le troisieme AED estant au troisieme FKI en raison doublée de AD à FI, qui est la mesme que de AC à FH, estans costez de triangles semblables: aussi les triangles AED, FKI, seront l'un à l'autre en raison doublée de AC à FH: & par la 12. p. 5. tous les triangles du premier polygone, seront à tous les triangles de l'autre polygone, comme l'un des triangles de l'un d'iceux, à son respondant de l'autre.

Je dis tiercement, que le polygone est au polygo-

ne en raison doublée des costez de mesme raison, comme CD & HI : car puisque toute la figure ABCDE, est à toute la figure FGHIK, comme l'un des triangles de l'une, sçavoir ACD, est à l'un des triangles de l'autre, sçavoir FHI, lesquels triangles par la prop. prec. sont en raison doublée de CD à HI, par la 11. p. 5. le polygone sera au polygone, en raison doublée des mesmes costez CD & HI. Parquoy les polygones semblables, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

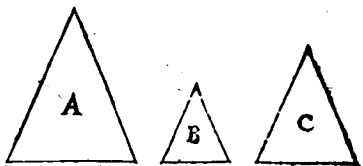
COROLLAIRE.

Par cecy est manifeste, qu'estans trois lignes droictes proportionnelles, comme la premiere sera à la tierce, ainsi sera le polygone descript sur la premiere au polygone semblable, & semblablement descript sur la seconde; puis qu'il a esté demonsté que les polygones sont entr'eux en raison doublée de leurs costez de mesme raison, c'est à dire, comme le costé du premier a une troisieme proportionnelle ausdits costez de mesme raison.

THEOR. 15. PROP. XXI.

Les figures rectilignes semblables à une mesme figure rectiligne, sont aussi semblables entr'elles.

Soit la figure rectiligne A semblable à la figure rectiligne B, & la figure rectiligne C, aussi semblable à la mesme B: Je dis que les figures A & C seront semblables entr'elles.

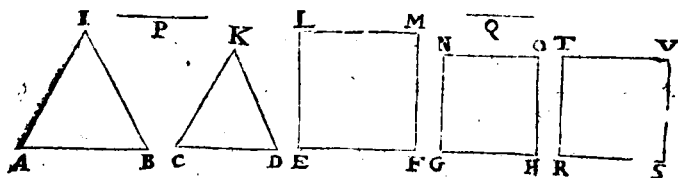


Car d'autant que chacune d'icelles figures A & C est semblable à B, elle a les angles égaux aux angles de B, & les costez d'autour iceux angles égaux, proportionnaux par la 1. def. 6. & partant par la 1. com. sent. les angles de A, seront aussi égaux aux angles de C; & par la 11. prop. 5. les costez au long des angles égaux seront proportionnaux: & par la 1. def. 6. A & C seront semblables: donc les figures rectilignes semblables, &c. Ce qu'il falloit démontrer.

THEOR. 16. PROP. XXII.

Si quatre lignes droictes sont proportionnelles; les figures rectilignes semblables, & semblablement descrites sur icelles, seront aussi proportionnelles: & si icelles figures ainsi descrites sont proportionnelles, icelles lignes droictes seront aussi proportionnelles.

Soient quatre lignes droictes proportionnelles AB, CD, EF, GH: & sur AB, CD, soient consti-



tues deux quelconques figures rectilignes ABI, CDK semblables, & semblablement descrites: item sur EF & GH deux autres quelconques figures re-

tilignes semblables, & semblablement descrites EFML, GHON. Je dis premierement que ces quatre figures rectilignes sont proportionnelles, c'est à dire, que comme ABI est à CDK, ainsi EFML est à GHON.

Qu'il ne soit ainsi : aux deux lignes AB & CD, soit trouuée P troisieme proportionnelle par la 11. p. 6. & aux deux EF & GH, soit trouuée Q aussi troisieme proportionnelle : & d'autant que AB est à CD, comme EF est à GH : Item CD à P, comme GH à Q : en raison egale AB sera à P, comme EF à Q par la 22. p. 5. Mais comme AB est à P, ainsi le rectiligne ABI est au rectiligne CDK par le coroll. de la 19. ou 20. p. 6. Item comme EF est à Q, ainsi le rectiligne EM est au rectiligne GO. Donc comme ABI est à CDK, ainsi EM est à GO par la 11. p. 5.

Je dis pour la seconde partie, que si icelles figures semblables, & semblablement descrites sont proportionnelles, que les lignes sur lesquelles elles sont descrites, seront aussi proportionnelles, c'est à scauoir, que come AB est à CD, ainsi EF est à GH.

Car ayant trouué RS quatrieme proportionnelle aux trois lignes AB, CD, EF par la 12. p. 6. sur icelle RS soit descrit le rectiligne RV semblable, & semblablement posé au rectiligne EM par la 18. p. 6. & partant aussi semblable au rectiligne GO par la prop. prec. & d'autant que comme AB est à CD, ainsi EF est à RS, par ce qui a esté démontré cy dessus, come le rectiligne ABI sera au rectiligne CDK, ainsi le rectiligne EM sera au rectiligne RV. mais comme ABI est à CDK, ainsi aussi a esté posé EM à GO : donc par la 11. p. 5. comme EM sera à RV, ainsi EM sera à GO ; & partant par la 9. p. 5. les rectili-

gnes RV, GO seront egaux : lesquels estans semblables, & semblablement descrits, consistent necessairement (comme nous demonstrerons incontinent) sur lignes droictes egales RS, GH. Parquoy par la 7. p. 5. comme EF sera à RS, ainsi EF sera à GH. Mais par l'hypothese EF est à RS, comme AB à CD : donc par la 11. p. 5. comme AB sera à CD, ainsi aussi EF sera à GH. Parquoy si quatre lignes sont proportionnelles, les figures rectilignes semblables, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

L E M M E.

Or que les rectilignes egaux semblables & semblablement descrits, tels que sont GO, RV, consistent sur lignes droictes egales, on le prouuera ainsi. Si les lignes GH, RS peuvent estre inegales, soit GH la plus grande : & puis que les rectilignes sont semblables, comme GH est à HO, ainsi RS à SV : & GH ayant esté posee plus grande que RS, par la 14. p. 5. HO sera aussi plus grande que SV : & partant le rectiligne GO plus grand que le rectiligne RV ; puis que cestuy cy peut estre constitué dans celuy-là : ce qui est absurde, ayans esté posez egaux. Les lignes GH, RS ne sont donc pas inegales, mais egales. Ce qui estoit proposé.

S C H O L I E.

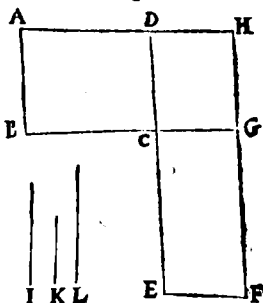
Il est evident, que s'il y a aussi trois lignes droictes proportionnelles, les figures rectilignes semblables, & semblablement descrites sur icelles, seront pareillement proportionnelles, &c. Car la ligne moyenne, & son rectiligne estant prise deux fois, on aura quatre lignes proportionnelles : donc aussi quatre rectilignes proportionnaux, comme il a esté cy dessus demonstrier. Veu donc que le recti-

ligne qui sera décrit sur la seconde ligne, sera égal à celuy décrit sur la troisieme. Est manifeste ce qui estoit proposé.

THEOR. 17. PROP. XXIII.

Les parallelogrammes equiangles, sont l'un à l'autre en la raison composée de celles de leurs costez.

Soient deux parallelogrâmes equiangles ABCD, & CEFG, ayans les deux angles BCD, ECG egaux: Je dis que la raison du parallelogr. AC au parallelogramme CF est composée de celles de leurs costez, scauoir est composée de la raison qui est de BC à CG, & de celle qui est de DC à CE.



Car soient disposez les deux parallelogrammes l'un contre l'autre, en sorte que BC & CG se rencontrent directement, & ne fassent qu'une seule ligne droite, & alors DC & CE feront aussi une ligne droite, puis que les angles BCD, ECG sont egaux, comme il est evident par les 2. com. sent. 13. & 14. p. 1. Soient prolongez les costez AD, FG, qui se rencontrant en H, fassent le parallelogramme DCGH; puis soit prise quelconque ligne droite I; & aux trois BC, CG & I, soit trouuée la 4. proportionnelle K. Item aux trois DC, CE & K, la 4. prop. L. Veü donc que par la 1. p. 6. comme BC est à CG, ainsi AC à DG; & comme BC à CG,

ainsi aussi I est à K par l'hypothese: pareillement comme AC sera à DG, ainsi sera I à K, par la 11. p. 5. Mais par mesme raison DG est à CF, comme K à L, (attendu que comme DG à CF, ainsi DC à CE, par la 1. p. 6. qui est la mesme raison que de K à L.) Donc en raison egale, comme AC sera à CF, ainsi I sera à L par la 22. p. 5. Mais la raison de I à L est composee de la raison de BC à CG, & de celle de DC à CE par la 5. def. de ce liure. Donc aussi d'icelles raisons est composee la raison du parallelogramme AC au parallelogramme CF. Parquoy les parallelogrammes equiangles sont l'un à l'autre, &c. Ce qu'il falloit prouuer.

S C H O L I E.

Le mesme sera encore demonstre plus briuevement, ainsi qu'il ensuit, Les parallelogrammes AC, CF estans disposez comme auparauant, AC sera à CH, comme BC à CG; & CH à EG comme DC à EC par la 1. p. 6. Mais la raison de AC à EG, est composee des raisons entre-moyennes, sçauoir de AC à CH, & de CH à EG par la 5. def. 6. Donc la mesme raison de AC à EG sera aussi composee des raisons de BC à CG, & de DC à CE, qui sont egales à icelles entre-moyennes. Ce qui est propose.

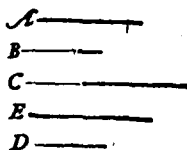
Or il est facile de colliger des choses cy-dessus distes & demonstrees par Euclide en cette 23. p. comment on compose en lignes, ou en nombres une raison de deux ou de dauantage de raisons. Car des raisons de BC à CG, & DC à CE, a esté composee la raison de I à L en lignes: mais de 3 à 2 en nombres. Que s'il faut composer une raison de trois autres proposees; ayant trouué celle composee de deux, d'icelle & de la troisieme nous en composerons une autre en la mesme maniere, laquelle sera com-

posée de trois : & ainsi consequemment des autres.

Cette 23. prop. est aussi veritable en nombres, comme le demontre Euclide au 8. l. p. 5. C'est pourquoy nous enseignerons icy comme il faut trouuer la raison du parallelogramme AC au parallelogramme CF , les raisons de leurs costez, estans cognues en nombres. Comme par exemple, si la raison de BC à CG est la mesme que de 5 à 2, & celle de DC à CE , la mesme que de 3 à 5, nous trouuerons la raison d'iceux parallelogrammes ainsi. Ayant posé la premiere raison estre 5 à 2, soit fait que comme 3 est à 5, (qui est la derniere raison) ainsi 2 soit à un autre nombre, qui sera trouuè estre $3\frac{2}{5}$: Cela fait, nous aurons les trois nombres 5, 2, $3\frac{2}{5}$, lesquels auront entr'eux lee deux raisons proposees, & consequemment en delaisant le nombre entre-moyen 2, demeurera 5 à $3\frac{2}{5}$ pour la raison composee d'icelles : & telle sera la raison du parallelogramme AC au parallelogramme CF , laquelle reduitte en nombres entiers, sera 15 à 10, ou 3 à 2, qui est raison sesquialtere.

On peut aussi en la mesme maniere que dessus oster une raison d'une autre raison plus grande : comme par exemple, soit la raison de A à B , qu'il faut oster d'une plus grande raison C à D . Soit fait que comme A est à B , ainsi C soit à quelque autre, sçauoir E , qui soit posée moyenne entre C & D : & la raison de E à D sera la raison restante de la soustraction requise. Car puisque la raison de C à D est composee de celle de C à E , & de E à D ; si on en oste celle-là de C à E , ou de A à B , qui luy est egale, restera la susdite raison de E à D .

Qu'il faille encore oster la raison de 4 à 3, de celle 6 à 2, soit fait que comme 4 est à 3, ainsi 6 soit à un au-

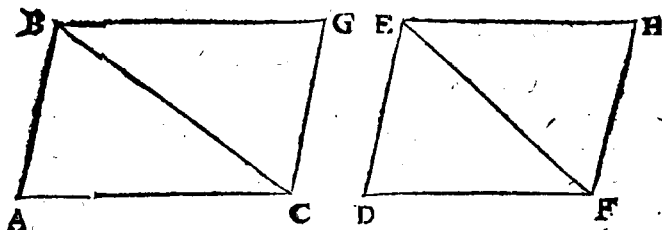


tre nombre, sçavoir $4\frac{1}{2}$: & la raison de $4\frac{1}{2}$ à 2, sera le reste requis. Car il est evident que la raison de 6 à 2, est composée de celles de 6 à $4\frac{1}{2}$, & de $4\frac{1}{2}$ à 2: & partant en ôtant de ces deux raisons celle de 6 à $4\frac{1}{2}$, ou de 4 à 3, qui luy est égale, restera la susdite raison de $4\frac{1}{2}$ à 2, qui est double sesquiquarte.

Commandin demonstre en ce lieu les trois Theor. suivans.

1. Les triangles qui ont vn angle egal à vn angle, sont en raison composée des costez, qui comprenant l'angle egal.

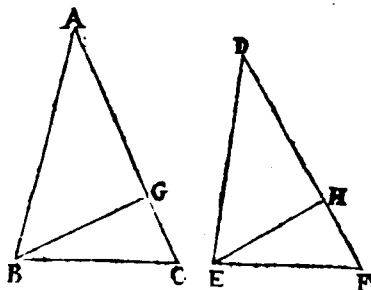
Soient les triangles ABC , DEF , ayans l'angle B egal à l'angle E : Je dis que le triangle ABC est au triangle DEF en raison composée des costez, comprenant les angles



egaux B & E . Car ayant achevé les parallelogrammes AG , DH , ils seront equiangles: & partant par la 23. p. 6. la raison d'iceux sera composée de celle de leurs costez: Veü donc que les triangles ABC , DEF , desquels ils sont moitiez par la 34. p. 1. sont en la mesme raison qu'iceux par la 15. p. 5. aussi iceux triangles seront l'un à l'autre en icelle raison composée des costez.

2. Les triangles qui ont vn angle egal à vn angle, sont l'un à l'autre, en la mesme raison que les rectangles compris sous les costez, qui contiennent l'angle egal.

Soient les triangles ABC , DEF , ayans l'angle A egal à l'angle D : Je dis que le triangle ABC est au triangle DEF , comme le rectangle de AB , AC , est au rectangle de DE , DF . Car estans tirees sur AC , DF , les perpendiculaires BG , EH ; les triangles ABG , DEH , seront equiangles, comme appert par le Corol. de la 32. p. 1. Donc par la 4. p. 6. comme GB est à BA , ainsi HE à ED . Mais par la 1. p. 6. comme GB est à BA , ainsi le rectangle de BG , AC , au rectangle de BA , AC , pource que posant GB , BA , bases, la hauteur d'iceux rectangles sera une mesme, sçavoir AC . Semblablement comme HE à ED , ainsi est le rectangle de EH , DF au rectangle de DE , DF . Donc par la 11. p. 5. le rectangle de BG , AC , est au rectangle de AB , AC , comme le rectangle de EH , DF au rectangle de DE , DF ; & en permutant le rectangle de BG , AC sera au rectangle de EH , DF , comme le rectangle de AB , AC au rectangle de DE , DF . Mais le rectangle de BG , AC , est au rectangle de EH , DF , ainsi que le triangle ABC au triangle DEF par la 15. p. 5. pource que ces triangles sont moitiez d'iceux rectangles, par la 41. p. 1. (Car ils ont mesmes bases qu'iceux AC , DF , & mesmes hauteurs BG , EH : & partant entre mesmes paralleles) donc aussi le triangle ABC sera au triangle DEF , comme le rectangle de AB , AC , est au rectangle de DE , DF . Ce qui estoit proposè.

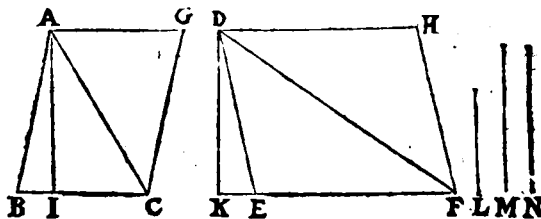


COROLLAIRE.

De cecy resulte que les parallelogrammes equiangles sont aussi entr'eux, en la mesme raison que les rectangles compris sous les costez des angles egaux, puis qu'ils sont doubles d'iceux triangles.

3. Les triangles, & les parallelogrammes, sont entr'eux en la raison composée de la raison des bases, & de celle des hauteurs.

Soient les triangles ABC , DEF ; & les parallelo-

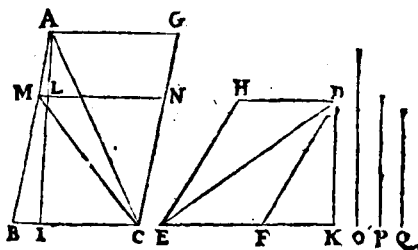


grammes BG , EH ; & les hauteurs d'iceux soient AI , DK . Je dis que la raison tant d'iceux triangles, que des parallelogrammes, est composée de la raison de la base BC à la base EF , & de celle de la hauteur AI à la hauteur DK . Car premierement soient les hauteurs egales, mais les bases, ou aussi egales, ou inegales: & soit fait comme BC à EF , ainsi L à M : & comme AI à DK , ainsi M à N , lesquelles seront egales, puis que AI , DK , sont posees egales: & partant par la 7. p. 5. L sera à N , comme L à M , c'est à dire comme BC à EF . Mais par la 1. p. 6. comme BC est à EF , ainsi est le triangle ABC au triangle DEF ; & le parallelogramme BG au parallelogramme EH : Donc par la 11. p. 5. comme L sera à N , ainsi le triangle au triangle, & le parallelogramme au parallelogramme: Mais la raison de L à N est composée de la raison

raison de L à M , c'est à dire de la raison de BC à EF , & de la raison de M à N , c'est à dire de AI à DK : donc la raison du triangle ABC au triangle DEF , & du parallelogramme BG au parallelogramme EH , est aussi composée des mesmes raisons.

Soient maintenant les hauteurs AI , DK inegales, & AI la plus grande: mais les bases BC , EF , egales, ou aussi inegales. Soit fait que comme AI est à DK , ainsi O à P ; & comme BC à EF , ainsi P à Q : puis ayant couppe IL egale à DK ,

par L , soit tiree MN parallele à BC , & joinct CM . D'autant que le triangle ABC est au triangle MBC , & le paralle-



logramme BG au parallelogramme BN , comme la hauteur AI à la hauteur IL ou DK qui luy est egale, c'est à dire comme O à P ; par le Scholie de la 1. p. 6. & comme le triangle MBC est au triangle DEF , & le parallelogramme BN au parallelogramme FH , ainsi est la base BC à la base EF . (pource qu'ils sont de mesme hauteur) c'est à dire ainsi P à Q ; en raison egale ABC sera à DEF , & BG à FH , comme O à Q . Parquoy puis que la raison de O à Q est composée de la raison de O à P , c'est à dire de AI à DK , & de la raison de P à Q , c'est à dire de la base BC à la base EF : la raison du triangle ABC au triangle DEF , & du parallelogramme BG au parallelogramme FH , sera composée des mesmes raisons. Ce qui estoit propose.

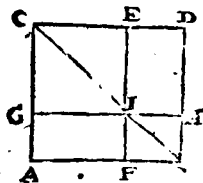
On peut demonstrier en la mesme maniere, que le triangle

DEF, qui à la moindre hauteur, est au triangle ABC, & le parallelogramme FH au parallelogramme BG en la raison compoſee de celle de la baſe EF à la baſe BC, & de celle de la hauteur DK à la hauteur AI; & ce en faiſant que comme EF à BC ainſi Q à P; & puis comme DK à AI, ainſi P à O; & tout le reſte comme deſſus. Appert donc ce qui eſtoit propoſé.

THEOR. 18. PROP. XXIV.

En tout parallelogramme, les parallelogrammes qui ſont à l'entour du diametre, ayans vn angle commun au total, ſont ſemblables entr'eux, & au total.

Soit le parallelogramme ABDC, duquel le diametre eſt BC, & à l'entour d'iceluy diametre ſoient les deux parallelogrammes GE & FH, ayans les angles B & C communs avec le total : Je diſ qu'iceux parallelogrammes GE & FH ſont ſemblables entr'eux, & au total ABDC.



Car d'autant que les lignes AB & GH ſont paralleles, ſur leſquelles tombent les lignes CB & CA par la 29. p. 1. l'angle externe CIG ſera egal à l'interne IBF, & l'externe CGI à l'interne A, auquel eſt auſſi egal l'externe IFB, attendu que BA tombe ſur les deux paralleles EF & CA. Parquoy les trois triangles CAB, CGI & IFB ayans chacun deux angles egaux à deux angles,

chacun au sien, les troisièmes angles seront aussi égaux, & conséquemment iceux triangles seront equiangles entr'eux. Et par mesme raison les trois autres triangles CDB, CEI & IHB, qui par la 34. pr. 1. sont égaux aux trois précédents seront aussi equiangles entr'eux: Donc les parallelogr. composez d'iceux triangles, sçavoir AD, GE & FH, seront pareillement equiangles entr'eux. Dauantage, puis que le triangle CAB est equiangle au triangle CGI, & le triangle CDB au triangle CEI, par la 4. pr. 6. comme CA sera à AB, ainsi GG à GI: & par ainsi les costez d'autour les angles égaux A & G, sont proportionnaux. Derechef, comme AB est à BC, ainsi GI est à IC, & comme CB est à BD, ainsi CI est à IE. Donc en raison égale, comme AB sera à BD, ainsi GI sera à IE: & partant les costez d'alentour les angles égaux ABD, GIE sont proportionnaux. On prouuera en la mesme maniere que les costez d'alentour les autres angles égaux d'iceux parallelogrammes AD & GE sont aussi proportionnaux. Donc par la 1. def. 6, le parallelogramme GE sera semblable au parallelogramme total AD. Et par mesmes raisons, le parallelogramme FH se prouuera aussi semblable au mesme parallelogramme AD. Donc par la 21. p. 6. tous les trois parallelogrammes AD, GE & FH seront semblables entr'eux. Parquoy en tous parallelogrammes; les parallelogrammes qui sont à l'entour du diametre, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

PROB. 7. PROP. XXV.

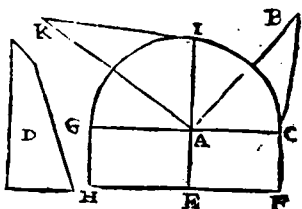
Descrire vne figure rectiligne, sembla-

G g ij

ble à vne figure rectiligne donnée,
& egale à vne autre proposée.

Soient deux figures rectilignes ABC & D : il faut faire vne autre figure rectiligne egale à D , & semblable à ABC .

Sur la ligne AC (qui est l'un des costez du rectiligne ABC , auquel on en doit faire vn semblable) soit fait le rectangle $ACFE$ egal à ladite figure ABC : Item sur la ligne AE , soit construit le rectangle GE egal à la figure donnée D , le tout par les 44. & 45. p. 1. & apres auoir trouué AI , moyenne proportionnelle entre GA & AC : Sur icelle AI , soit descrite la figure AIK semblable & semblablement posée à la figure ACB , par la 18. p. 6. Je dis qu'icelle figure AKI sera aussi egale à la figure donnée D .



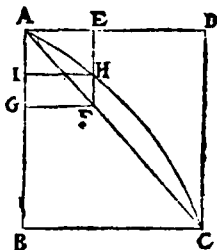
Car par la construction le rectangle GE est egal au rectiligne D , & le rectangle AF au rectiligne ABC , & par la 1. pr. 6. AF est à GE , comme CA à AG : Mais les deux figures semblables ABC & AKI sont l'une vue à l'autre en la mesme raison de AC à AG , par le Corol. de la 19. ou 20. p. 6. attendu qu'icelles figures sont descrites sur les deux premieres lignes des trois proportionnelles CA , AI & AG . Donc par la 11. p. 5. ACB sera à IKA , comme AF à GE : & en permutant ACB sera à AF , comme IKA à GE , par la 16. p. 5. & partant ACB estant egal à AF : aussi IKA sera egal à GE , & par consequent egal à D : & par la construction, iceluy rectiligne IKA est aussi sem-

blable & semblablement posé au rectiligne ABC. Nous auons donc descrit vne figure rectiligne semblable à vne autre donnée, & egale à vne proposée. Ce qu'il falloit faire.

THEOR. 19. PROP. XXVI.

Si d'un parallelogramme on oste vn parallelogramme semblable & semblablement posé au tout, ayant vn angle commun avec le tout; l'osté sera avec le tout à l'entour d'un mesme diametre.

Du parallelogramme ABCD soit retranché le parallelograme AEFG semblable & semblablement posé au total BD, & ayant l'angle A commun avec iceluy: Je dis qu'ils sont tous deux constituez à l'entour d'un mesme diametre, c'est à dire qu'ayant mené au parallelogramme total BD le diametre AC, il passera par F, comme AFC.



Autrement, soit (s'il est possible) vn autre diametre AHC, qui ne passe par l'angle F du parallelogramme retranché EG: ains coupe le costé EF en H, & d'iceluy point soit mence HI parallele à AE, par la 31. prop. 1. donc le parallelogramme IE estant à l'entour d'un mesme diametre avec le total DB sera semblable à iceluy, par la 24. p. 6. auquel

G g iiij

total, GE est aussi semblable par l'hypothese: & partant par la 21. p. 6. les parallelogrammes GE & IE seront semblables entr'eux: & par le 1. def. 6. AE sera à EF comme AE à EH: mais AE estant egal à soy mesme, il faudroit aussi par la 14. prop. 5. que EF^2 fust egale à EH^4 , c'est à sçauoir le tout à la partie, ce qui est absurde: donc le parallelogramme total BD, & le retranché GE, estoient constituez à l'entour d'un mesme diametre: car il aduiendra tousiours la mesme absurdité, si on dit que le diametre de BD coupe à quelconque autre point, soit le costé EF ou FG, du parallelogramme retranché GE. Si donc d'un parallelogramme on oste vn parallelogramme, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOR. 20. PROP. XXVII.

De tous les parallelogrammes appliquez selon vne mesme ligne droicte, & defaillans de parallelogrammes semblables & semblablement posez à vn autre descrit sur la moitié de la mesme ligne; le plus grand est celuy-là qui est descrit sur l'autre moitié de la ligne, & semblable au defaut.

Soit la ligne droicte AB couppee en deux egalemment en C, & sur CB moitié d'icelle, soit constitué quelconque parallelogramme BCDE,

duquel le diametre est BD : Si donc on accomplit tout le parallelogramme AB E H, le parallelogramme AD constitué sur la moitié AC, sera appliqué selon la ligne AB, & defaillant du parallelogramme CE, & semblable à iceluy défaut CE. Je dis que de tous les parallelogrammes qui peuvent estre appliquez selon icelle ligne AB, & defaillans d'une

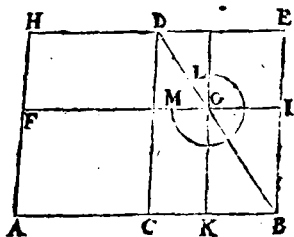


figure semblable & semblablement posée à CE, le plus grand est AD, qui est décrit sur la moitié AC, & defaillant du parallelogramme CE.

Car estant pris au diametre BD quelconque point G, & tirees par iceluy point les lignes droictes FGI, KG, paralleles aux lignes droictes AB, BE ; le parallelogramme A K G F appliqué selon la ligne AB, sera defaillant du parallelogramme K I, lequel par la 24. prop. 6. est semblable & semblablement posé à CE. Et d'autant que par la 43. prop. 1. les complemens CG, GE, sont egaux, si on leur adiouste KI commun ; aussi CI, KE seront egaux. Mais CI, CF, estans sur bases egales, sont pareillement egaux par la 36. prop. 1. donc aussi CF, KE seront egaux, & leur adioustant CG commun, le parallelogramme AG sera egal au gnomon LM. Parquoy puis que CE est plus grand qu'iceluy gnomon LM, car CE, outre le gnomon, contient encore le parallelogramme D, G) aussi AD qui est egal à CE,

par la 36. prop. 1. sera plus grand que le parallelogramme AG, du mesme parallelogramme DG. Et en la mesme maniere sera demonstré que AD est plus grand que tous autres parallelogrammes, qui seront appliquez selon la mesme ligne droicte AB, & defaillans de figures parallelogrammes semblables & semblablement posees à CE. Parquoy de tous les parallelogrammes appliquez selon vne mesme ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

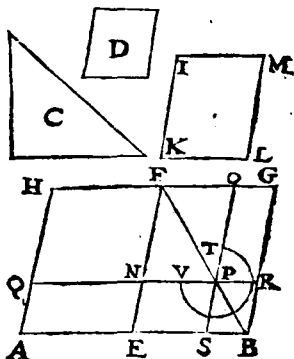
PROB. 8. PROP. XXVIII.

A vne ligne droicte donnee, appliquer vn parallelogramme egal à vne figure rectiligne donnee, & defaillant d'un parallelogramme semblable à vn autre donné, mais il faut que la figure rectiligne donnee ne soit plus grande que le parallelogramme, qui estant appliqué à la moitié de la ligne donnee, est semblable au parallelogramme donné.

Soit la ligne droicte donnee AB, à laquelle il faut appliquer vn parallelogramme egal à la figure rectiligne donnee C, defaillant d'un parallelogramme semblable au parallelogramme donné D.

Ayant couppe AB en deux également en E,

sur la moitié EB soit décrit le parallelogramme E F G B semblable & semblablement posé à iceluy D, par la 18. pr. 6. & soit accompli le parallelogramme A H G B.



Maintenant, si AF est egal à C, on a ce que l'on demande: car il est appliqué selon la ligne AB, & defaillant du parallelogramme EG, qui est fait semblable à D. Mais si C est plus petit que AF, (car par l'hypothese il ne peut estre plus grand) il sera aussi plus petit que EG egal à iceluy AF: soit donc trouvé l'excez de EG par dessus C, [ceste egalité ou inegalité, & excez sera cogneu par ce que nous auons dit à la 45. p. 1.) lequel excez par la 25. p. 6. soit reduit en parallelogramme I K L M, semblable & semblablement posé à EG: & veu que EG est plus grand que K M, il est euident que les costez EF, FG, seront aussi plus grands que les costez homologues K I, I M: parquoy d'iceux EF, FG soient coupez F N, F O, egaux à iceux K I, I M, à fin qu'estant accompli le parallelogramme N F O P, il soit egal à K M, & semblable & semblablement posé au mesme K M; & partant aussi à EG: & par consequent qu'estant tiré le diametre B F, iceux parallelogrammes E G, N O, soient autour d'iceluy diametre par la 26. p. 6. & apres auoir continué de part & d'autre les costez N P, O P, tant qu'il sera de besoin.

sera constitué le parallelogramme AP, lequel ie dis estre le parallelogramme demandé.

Car il est appliqué à la ligne AB, & defaillant du parallelogramme SR, lequel par la 24. p. 6. est semblable à EG, partant aussi à D. Item puis que IL est l'excez par lequel EG excède C, & qu'à iceluy excèz est egal NO: Il est evident que le gnomon TV sera egal à la figure C. Mais il est aussi egal à AP, comme il a esté prouué à la precedente: donc aussi AP sera egal à C: Mais il est appliqué à la ligne donnée AB, & defaillant du parallelogramme SR semblable au donné D. Nous auons donc à vne ligne droicte donnée appliqué vn parallelogramme, &c. Ce qu'il falloit faire.

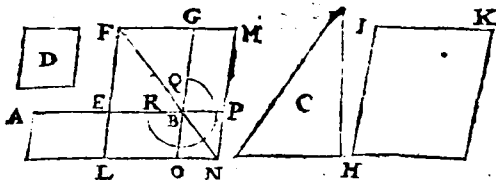
PROBL. 9. PROP. XXIX.

A vne ligne droicte donnée, appliquer vn parallelogramme egal à vne figure rectiligne donnée, excédant d'un parallelogramme semblable à vn autre donné.

Soit la ligne droicte donnée AB, à laquelle il faut appliquer vn parallelogramme egal au rectiligne donné C, mais excédant d'un parallelogramme semblable au parallelogramme donné D.

La ligne AB soit couppee en deux également au point E, & sur la moitié EB soit descript le parallelogramme EFGH semblable, & semblablement posé à D par la 18. p. 6. En apres, soit descript le parallelogramme HK egal aux deux figures C & EG, & semblable, & semblablement posé à EG par la

25. p. 6. & partant à cause de la similitude d'iceux parallelogrammes HK, EG, comme HI sera à IK, ainsi EF sera à FG; & par consequent HK estant plus grand que EG, aussi les costez HI, IK seront



plus grands que les costez EF, FG: estans donc prolongez les costez FE, FG, tellement que FL, FM, soient egales aux lignes IH, IK, & acheué le parallelogramme LFMN, il sera semblable, & semblablement posé à EG. Parquoy par la 26. p. 6. les parallelogrammes LM, & EG seront constitués à l'entour d'un mesme diametre, lequel soit FN. Maintenant estans prolongez AB & GB iusques en P & O; & acheué le parallelogramme LA: le parallelogramme AN sera appliqué à la ligne AB, l'excédant du parallelogramme OP, qui est semblable à EG par la 24. p. 6. & partant à D. Mais ie dis aussi qu'iceluy parallelogramme AN est egal au rectiligne C; car puisque par la 36. p. 1. AL, EO sont egaux, & par la 43. p. 1. EO est egal au complement BM, aussi AL sera egal à iceluy BM: leur adioustant donc LP commun; le parallelogr. AN sera egal au gnomon QR, lequel est egal au rectiligne C: (car puisque HK, c'est à dire LM, est egal aux rectilignes C & EG ensemble: si on oste EG commun, resteront egaux le gnomon QR, & le rectiligne C.) Donc aussi le parallelogramme AN

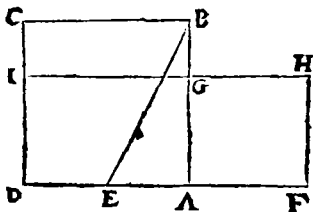
sera egal au rectiligne C. A la ligne droicte AB, nous auons donc appliqué le parallelogramme AN egal au rectiligne C, excédant du parallelogramme OP, qui est semblable à vn autre donné D : Ce qu'il falloit faire.

PROB. 10. PROP. XXX.

Couper vne ligne droicte donnée & terminée, selon la moyenne & extreme raison.

Soit la ligne droicte donnée AB, laquelle il faut couper selon la moyenne & extreme raison.

Ayant décrit sur icelle ligne AB, le quarré AC, au costé DA soit appliqué par la 29. p. 6. le rectangle DH egal à iceluy quarré AC, excédant du parallelogr. AH, semblable à iceluy AC; & la ligne AB sera coupée en G, selon la moyenne & extreme raison.



Car premierement l'excès AH sera quarré, puis qu'il est semblable au quarré AC; & d'autant que DH est fait egal à AC, si d'iceux on oste le parallelogramme commun AI, resteront egaux les parallelogrammes CG & AH, lesquels ont aussi les angles au point G egaux. Donc par la 14. p. 6. les costez d'alentour iceux angles seront reciproques; tellement que comme IG est à GH, ainsi AG'est à GB. Mais par la 34. p. 1. IG est egale à BC, c'est à dire à AB; & GH à AG : Donc comme AB sera à AG, ainsi

AG sera à **GB**. Et puis que **AB** 1. est plus grande que **AG** 3. par la 14. p. 5. **AG** 2. est aussi plus grande que **GB** 4. Veu donc que la toute **AB** est au plus grand segment **AG**, comme iceluy plus grand segment **AG** est au plus petit **GB**; icelle **AB** est coupée en **G**, selon la moyenne & extreme raison, par la 3. def. 6. Ce qu'il falloit faire.

Autrement. La ligne donnée **AB** soit coupée en **G**, par la 11. p. 2. en sorte que le quarré de la partie **AG** soit egal au rectangle de la toute **AB**, & de la partie **GB**. Je dis que **AB** sera coupée selon la moyenne & extrême raison au point **G**.

Car puis que le quarré de **AG** est egal au rectangle de **AB** & **GB**, les trois lignes **AB**, **AG** & **GB**, seront continuellement proportionnelles, par la 17. p. 6. c'est à dire que la toute **AB** sera au plus grand segment **AG**, comme iceluy segment **AG** est au plus petit segment **GB**; & par la 3. d. 6. **AB** est coupée en **G**, selon la moyenne & extrême raison. Ce qu'il falloit faire.

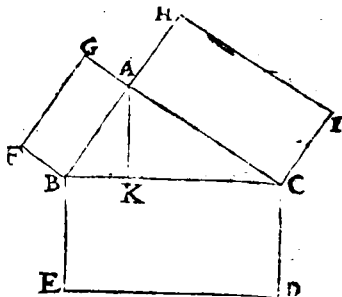
THEOR. 12. PROP. XXXI.

Aux triangles rectangles, la figure descrite sur le costé qui soustient l'angle droit, est egale aux deux autres figures qui luy sont semblables, & semblablement descrites sur les deux autres costez.

Soit le triangle rectangle **ABC**, ayant l'angle **BAC**, droit, & sur le costé **BC**, qui soustient iceluy angle, soit descrite quelconque figure rectiligne

BD, & sur les deux autres costez AB, AC, soient constituées les deux figures AF, AI semblables, & semblablement posées à BD : Je dis qu'icelle figure BD est égale aux deux autres AF, AI.

Car si du point A, on mène sur BC la perpendiculaire AK, par la 8. p. 6. elle fera deux triangles semblables entr'eux, & au total ; & par ainsi les trois triangles BAK, ABC, CAK, seront semblables entr'eux, & par la 19. p. 6. ils seront l'un à l'autre en raison doublée des costez de mesme raison



AB, BC, CA. Mais par la 20. p. 6. les trois figures AF, BD & AI, estans semblables, & semblablement posées, elles seront aussi l'une à l'autre en raison doublée de leurs costez de mesme raison AB, BC, CA, qui sont les mesmes costez des triangles : donc par la 11. p. 5. les rectilignes AF, BD, AI, seront entr'eux, comme les triangles BAK, BAC, CAK entr'eux, c'est à dire que comme le triangle BAK est au triangle ABC, ainsi le rectiligne AF est au rectiligne BD, & comme le triangle CAK est au triangle ABC, ainsi le rectiligne AI est au rectiligne BD : Donc par la 24. p. 5. comme le composé des triangles BAK, CAK, 1. & 5. grandeurs, sera au triangle ABC, 2. grandeur, ainsi le composé des rectilignes AF, AI, 3. & 6. grandeurs, sera au rectiligne BD, 4. grandeur : mais le triangle BAC, est égal aux deux autres ABK, ACK : donc la figure BD se

ra aussi égale aux deux autres AF, AI. Parquoy aux triangles rectangles, &c. Ce qu'il falloit démon-
strer.

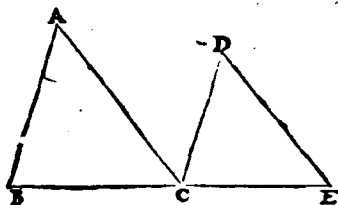
Autrement. D'autant que par la 20. p. 6. les figures semblables sont en raison doublee de leurs costez homologues, comme le quarré de AB 1. grandeur, est au quarré de BC 2. grandeur, ainsi la figure AF 3. grandeur, est à la figure BD 4. grandeur : Mais aussi comme le quarré de AC 5. grandeur, est au quarré de BC 2. grandeur, ainsi la figure AI 6. grandeur, est à la figure BD 4. grandeur. Donc par la 24. p. 5. le composé de la 1. & 5. grandeur, sçavoir le quarré de AB avec celui de AC, sera à la 2. grandeur BC, comme le composé de la 3. & 6. grandeur, sçavoir la figure AF avec la figure AI, sera à la 4. grandeur BD. Mais par la 47. p. 1. les deux quarrés de AB, AC, sont égaux au seul quarré de BC : donc aussi les deux figures AF, AI ensemble, seront égales à la figure BD. Ce qu'il falloit prouver.

THEOR. 22. PROP. XXXII.

Si deux triangles ayans deux costez proportionnaux à deux costez, sont disposez selon vn angle, tellement que les costez de mesme raison soient parallèles; les deux autres costez se rencontreront directement.

Soient deux triangles ABC & CDE, ayans les costez BA & AC proportionnanx aux costez CD

& DE, disposez de telle façon qu'ils fassent l'angle AED, & que BA soit parallele à CD, & AC à DE: Je dis que les deux autres costez BC & CE se rencontreront directement.



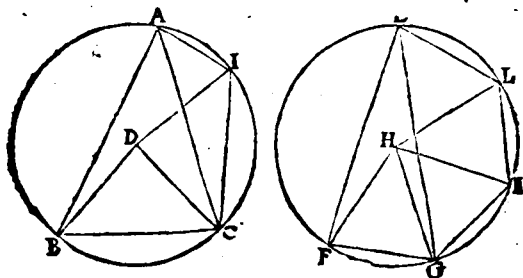
Car puisque BA & CD sont paralleles, l'angle ACD sera egal à son alterne A, par la 29. p. 1. aussi AC estant parallele à DE, l'angle D sera egal à son alterne ACD: parquoy l'angle D sera egal à l'angle A. Mais par l'hypothese les costez qui constituent iceux angles egaux, sont proportionnaux: donc par la 6. p. 6. les deux triangles ABC, DCE, seront equiangles; & auront les angles B & DCE egaux: leur adioustant donc les egaux A & ACD, les deux B & A ensemble, seront egaux aux deux DCE, & ACD ensemble; c'est à dire au seul angle ACE: parquoy adioustant derechef à ces angles egaux, le commun ACB; les deux angles ACE, ACB, seront egaux aux trois angles du triangle BAC, c'est à dire à deux droicts par la 32. p. 1. & par la 14. p. 1. les deux lignes BC & CE se rencontreront directement: Si donc deux triangles ayans deux costez proportionnaux à deux costez, &c. Ce qu'il falloit prouver.

THEOR. 23. PROP. XXXIII.

Aux cercles egaux, les angles constituez tant aux centres qu'aux circonferences, sont entr'eux, comme les circonferences

ferences qui les soustiennent. Et les se-
cteurs sont aussi de mesme entr'eux.

Soient deux cercles egaux ABC & EFG, des-

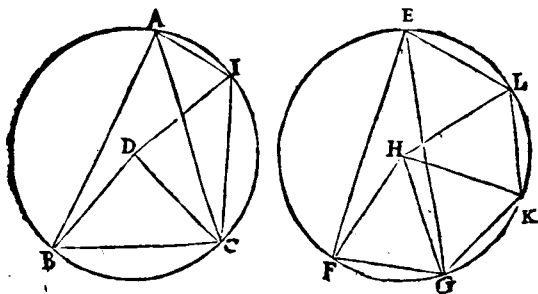


quels les centres sont D & H; & soient les deux an-
gles BDC, FHG aux centres; mais les deux BAC,
FEG, aux circonferences. Je dis premierement, que
comme la circonference BC est à la circonference
FG, ainsi l'angle BDC est à l'angle FHG, & l'angle
BAC à l'angle FEG.

Car ayant mené les deux lignes droictes BC, FG,
soient accõmodees aux cercles des lignes droictes,
sçavoir CI egale à BC; & GK, KL, chacune egale à
à FG: puis soient menées les lignes ID, KH & LH.
Veu donc que les deux lignes droictes BC & CI
sont egales, les arcs BC & CI seront aussi egaux par
la 28. p. 3. & parrant les angles BDC & CDI, seront
egaux par la 27. p. 3. Pour mesmes raisons, tant les
trois arcs FG, GK & KL, que les trois angles FHG,
GHK, & KHL sont egaux entr'eux, donc l'arc
FGKL est autant multiplie de l'arc FG, comme
l'angle FHL est multiplie de l'angle FHG: & l'arc
BCI autant multiplie de l'arc BC, comme l'angle

Hh

BDI, est multiplie de l'angle BDC, puisque les angles BDI, FHL sont diuisez chacun en autant de parties egales, que les arcs BCI, FGKL, sur lesquels ils s'appuient : partant si l'arc BCI est egal à l'arc FGKL, l'angle BDI sera egal à l'angle FHL par la



27. p. 3. si plus grand, plus grand, & si plus petit, plus petit : donc puisque BCI, BDI, sont equemultiples de BC, BDC, première & troisieme grandeur ; & FGKL, FHL equemultiples de FG, FHG 2^e & 4^e grandeur ; par la 6. d. 5. comme l'arc BC est à l'arc FG, ainsi l'angle BDC est à l'angle FHG.

Et d'autant que par la 15. p. 5. l'angle BDC est à l'angle FHG, comme l'angle BAC est à l'angle FEG ; (car ceux-là sont doubles de ceux-cy par la 20. p. 3.) il est euident par la 11. p. 5. que l'angle BAC est aussi à l'angle FEG, comme l'arc BC est à l'arc FG. Ce qu'on peut encore demonstrier par les mesmes raisons, & argumens employez pour les angles du centre, si on tire les lignes droictes IA, KL, LE, &c.

Secondement, Je dis que le secteur BDC est au secteur FHG, comme l'arc BC est à l'arc FG : Car (demeurant la mesme construction que dessus) il est manifeste que les cordes BC & CI estans egales,

& leurs arcs aussi égaux, les angles BAC, & CAI seront pareillement égaux par la 27. p. 3. & conséquemment que les segmens sur lesquels ils insistent & s'appuient, sont semblables & égaux entr'eux. Mais les deux triangles BDC, CDI, sont aussi égaux par la 4. p. 1. leur adioustant donc les deux segmens égaux, les deux secteurs BDC, CDI seront égaux : Parquoy l'arc BCI sera autant multiplie de l'arc BC, que le secteur BDI le sera du secteur BDC : & par mesme discours, l'arc FGKL sera montré autant multiplie de l'arc FG, que le secteur FHL l'est du secteur FHG. Partant si l'arc BCI est égal à l'arc FGKL, aussi le secteur BDI sera égal au secteur FHL ; & si plus grand, plus grand ; & si plus petit, plus petit. Donc les deux arcs BC, FG, avec les deux secteurs BDC, FHG, sont quatre grandeurs, de la 1. & 3^e desquelles BCI, BDI, sont equimultiples, mais de la 2^e & 4^e sont aussi equimultiples FGKL, FHL. Et puis que nous auons prouué que si l'arc BCI est égal à l'arc FGKL, aussi le secteur BDI est égal au secteur FHL ; & si plus grand, plus grand ; & si moindre, moindre : par la 6. def. 5. comme l'arc BC sera à l'arc FG, ainsi le secteur BDC, sera au secteur FHG. Parquoy aux cercles égaux, les angles constituez tant aux centres qu'aux circonférences, &c. Ce qu'il falloit démonstrer.

C O R O L L A I R E.

De cecy il s'ensuit que comme le secteur est au secteur, ainsi l'angle est à l'angle. Car l'une & l'autre raison est la mesme que de l'arc à l'arc ; & partant par la 11. p. 5. ils seront aussi entr'eux en la mesme raison.

H h ij

Il est aussi evident que comme un angle au centre, est à quatre angles droicts, ainsi est l'arc soustendant iceluy angle, à toute la circonference : & au contraire, que comme quatre angles droicts sont à un angle au centre, ainsi toute la circonference est à l'arc soustendant iceluy angle.

Car comme l'angle au centre est à l'angle droit au centre, ainsi l'arc qui soustient iceluy angle, est au quadrant qui soustient l'angle droit par la 33. p. 6. Parquoy comme l'angle au centre sera au quadruple de l'angle droit, c'est à sçavoir à quatre angles droicts, ainsi l'arc soustendant iceluy angle, sera au quadruple du quadrant, c'est à dire à toute la circonference, par les choses demonstrees à la fin du scholie de la 22. p. 5. Puis apres, d'autant qu'un angle au centre est à quatre angles droicts, comme l'arc qui soustient iceluy angle, est à toute la circonference; aussi en permutant, comme quatre angles droicts seront à un angle au centre, ainsi toute la circonference sera à l'arc soustendant l'angle au centre : Ce qui a esté proposé.

Fin du sixiesme Element.