EVCLIDIS

ELEMENTORVM GEOMETRICORVM,

LIBRI SEX PRIORES.

Noua interpretatione in vſum ſtudioſæ iuuentutis in lucem dati

A IOANNE LANZ SOCIETATIS IESV.

Et nunc recens impreſſi.

NOBILISSIMIS ACADEMIAE A PORTV ARDENTIBVS DICATI.

Ex alijs P: Dominici Brunetti Romani

Bononiæ, apud Hæredes Ioannis Roſſij, & C. 1629.
Superiorum permiſſu.

NOBILISSIMIS

ACADEMIÆ

A PORTV

ARDENTIBVS.

Persij Rossij Hæredes εὐπράττειν.

PVsillvs hic partus, Spei optimę Adoleſcentes paucis ab hinc annis è magni Euclidis viſceribus neſcio quo bono Machaone extractus; ac leuidenſa, veſte ſcilicet craſſo, & ſoloci filo, niſi mauultis centone contectus; & quaſi ἀκέφαλος miſellus errans Perſio Roſſio Impreſſori fortè, vt fit, in itinere occurrit; adeoq́; illum ſua in huiuſmodi ętatula Parentum orbitate commouit, vt præter indolem, quam vultu, & acutis reſponſionibus optimam præſeſerebat, domum extemplò manu arreptum deduxerit. Vbi trito, & ſquallido illo amictu reiecto nouum Typis indumentum, quanta potuit diligentia, circumueſtiuit, & modo quodam interpolauit. Sed (heu breuem vitæ noſtræ ſummam) Perſius hic inuida nobis morte ereptus non potuit cogitata perficere; & ille apud nos eius Hæredes eſſe vlterius non ferens ſupplex, & lacrymabundus petijt, vt ſe dimitteremus, & ad vos dimitteremus, ne priorem denuò fortunam dimiſſus experiretur, quòd nempè vos vni ingruente nunc hyeme ipſum ardenti veſtro à frigoribus ardore defendetis; ſub acri xij. Virum, imò Patrum amantiſſimorum cura, & cuſtodia educamini; Præter cæteras Artes, quæ iſtic vobis traduntur, vna eſt Lingua græca, quà græci Patris ſui, & Græciæ Patriæ ſæpius recordabitur, eſtis,

& vos

& vos paruuli, & pares cum paribus facillimè congregantur, & apud vos demum Mathematicus profitetur, qui bono ipsum naso nequis malo audax suspendat, potéter vetabit, illud creberrimè succines

Inueni Portum, spes, & fortuna valete,
Nil mihi vobiscum, ludite nunc alio.

Quibus auditis, & vehementer probatis conscij in primis Persianæ voluntatis, ecce ad vos iam illum dimittimus, ardenterq; obsecramus, vt quà ipse, & nos animi lætitia id facimus, ea vos illum excipiatis; nos Clientes vestros protegatis; & pijs Persij manibus benè vsque precemini. Illum igitur Ardentes humanissimi arridentes suscipite pro certissimo habentes, si ipsum inter familiares vestros adsciueritis, nec nos obsequij, nec vos facti vnquam in posterum pœnituros. Valete, florete, proficite. Bonon. ex Laribus nostris Id. Nouemb. M. DC. XXIX.

INTERPRES CANDIDO LECTORI.

DVas Matheseos alias esse, recte scripsit Plato, Geometriam, & Arithmeticam. hac posteriore cùm vtcunque instructa iam studiosa iuuentus videretur, supererat, vt eadem & priore instrueretur. Itaq; cùm de habenda aliqua Geometricorum Elementorum Epitome cogitationem suscepissem, nihilq; melius ipso summo Geometra Euclide in mentem venisset; cœpi solicitus, & mecum ipse, & cum alijs quoque communicato consilio deliberare, quemnam potissimum ex tanta interpretum turma,

quam-

quamque adeo in vniuersum rationem Euclidis publicandi deligerem. Mens vna fuit omnium, iuuentutem nimia libri mole non esse grauandam. Recidenda ergo necessario fuerunt primùm scholia, & commentationes alienæ, quibus plerique dum ingenio suo indulgent maximè, minimè nobis Euclidem ipsum repræsentarunt. Tum deinde quoniam vix aliqua apparebat tam religiosa interpretatio, quæ non ab Autore, si sua lingua loquentem audias, licentiùs subinde recederet; optimum factum videbatur si in Latinum sermonem deintegro conuerteretur. Ad eam ego prouinciam postquam aggressus sui, illud antiquißima curæ habui, vt quamlibet simplici dictione, genuinam demonstrationem sententiam ex Græco prorsus exprimerem, sed pro instituta breuitate verbis sic appensis, vt longiorem alicubi circumductionem paullo breuiori gyro colligerem. Posteriores tamen libri quinti propositiones, quoniam in Euclide desiderantur, fraudi non erit earum loco Pappi Alexandrini ex Commentarijs Federici Commandini

dini

dini substituisse. Quin ad difficiliores etiam definitiones breuiculas notas eo consilio apposui, ne in ipso statim limine aut hærere Lector, aut aliunde subsidium petere cogeretur. Deniq; nonam, & decimam propositionem libri decimitertij idcirco adieci, vt si quis Triangulorum Canonem, hoc est, Tabulas Sinuum, Tangentium, & Secantium, aut condere, aut conditas à Typographorum non infrequentibus mendis vindicare cuperet, id libelli huius auxilio posset. Vale Lector, & his laboribus nostris ad Dei gloriam vtere. Bon. 9. Nouemb. Anno Christi. 1629.

LIBER PRIMVS ELEMENTORVM EVCLIDIS

Libri Sex priores ex Græco fonte translati.

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

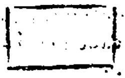
Definitiones.

1 Punctum est cuius pars nulla.

2 Linea, longitudo latitudinis expers.

3 Lineæ termini sunt puncta.

4 Recta linea est, quæ ex æquali suis interijcitur punctis.



5 Superficies est, quæ longitudinem, & latitudinem tantũ habet.

6 Superficiei termini sunt lineæ.

7 Plana superficies est, quæ ex æquali inter suas lineas iacet.

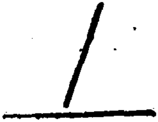
8 Planus angulus est, duarum linearum in plano se mutuo tãgentium, & nõ in directum iacẽtium alterius ad alteram inclinatio.

In directum iacere dicuntur duæ lineæ quando ex illis fit una linea.

9 Si lineæ angulum continẽtes, rectæ fuerint, recti lineus angulus dicitur.

10 Si recta linea super rectam consistens, eos, qui deinceps sunt angulos æquales fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum. Et insistens recta, perpendicularis dicitur eius, cui insistit.

Linea A B consistens super C D dicitur perpendicularis. Anguli A B C, A B D dicuntur recti, dicuntur quoque anguli deinceps.



11 Obtusus angulus est, qui maior est recto.

12 Acutus, q recto minor est.

13 Terminus est, quod alicuius est finis.

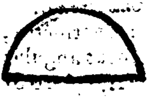
14 Figura est, quæ sub aliquo, aut aliquib. terminis continetur.

Circulus continetur sub vna linea circulari.

15 Circulus est figura plana, sub vna linea contenta, quæ peripheria dicitur, ad quam omnes lineæ ab vno puncto eorum, quæ intra figuram sunt cadentes, æquales sunt.

16 Punctum autem illud centrum circuli dicitur, *nimirum A.*

17 Diametrus circuli, est quædam recta linea per centrum acta, & ad vtramq; partem peripheriæ circuli terminata; quæ & circulum bifariam secat, *nempe linea B C.*



18 Semicirculus est figura à diametro, & intercepta circuli peripheria contenta.

19 Seg-

19 Segmētum circuli est, quod à recta linea, & peripheria circuli continetur.

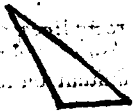
20 Rectilineæ figuræ sunt, quæ rectis lineis continentur. Trilateræ, quæ tribus; quadrilateræ, quæ quatuor; multilateræ, quæ pluribus quàm quatuor lineis rectis continentur.

21 

21 Trilaterarum figurarum, æquilaterum triãgulum est, quod tria latera habet æqualia.

22 

22 Isosceles, quod duo tantùm æqualia habet latera.

23 

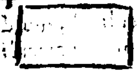
23 Scalenum, quod omnia tria inæqualia habet latera.

24 Trilaterarum præterea figurarum rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

25 Obtusangulum, quod obtusum, *ut est figura 23*.

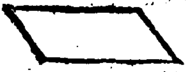
26 Acutangulum, quod tres acutos habet angulos. *ut sunt figuræ 21. & 22.*

27 Quadrilaterarũ figurarum, Quadratum est, quod æquilaterum & æquiangulum est.



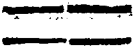
28 Altera parte longior figura est, quæ æquiangula quidem, at non æquilatera est.

29 Rhombus, quæ æquilatera, æquiangula verò non est.



30 Rhomboides, quæ opposita, & latera, & angulos æqualia habet; at neq; æquilatera est, neque ęquiangula.

31 Reliqua ab his quadrilatera, vocentur trapezia.



32 Parallelę rectę lineæ sūt, quæ in eodem plano existentes, & vtrinq; in infinitum eiectæ, in neutram partem coincidunt.

Postulata.

POstuletur à quouis puncto ad quoduis rectam lineam ducere.

Et rectam lineam terminatam in continuum, & directum producere.

Et quouis centro & interuallo circulum describere.

Communes sententia seu axiomata.

1 QVæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia.

2 Et,

2 Et, si æqualibus æqualia adduntur, tota sunt æqualia.

3 Et, si ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua sunt æqualia.

4 Et, si inæqualibus æqualia addantur, tota sunt inæqualia.

5 Et, si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua sunt inæqualia.

6 Et, quæ eiusdem sunt dupla, inter se sunt æqualia.

7 Et, quæ eiusdem sunt dimidia, inter se sunt æqualia.

8 Et, quæ sibi inuicem congruunt, inter se sunt æqualia.

9 Et, totum est maius sua parte.

10 Et, omnes anguli recti inter se sunt æquales.

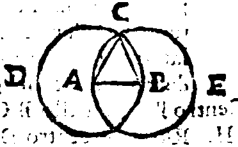
11 Et, si in duas rectas lineas recta incidens angulos interiores; & ad easdem partes, duobus rectis minores fecerit, coincident duæ illæ lineæ in infinitum protractæ versus illam partem, ad quam sunt duo anguli duobus rectis minores.

12 Et, duæ rectæ spacium non concludunt.

Propositiones.

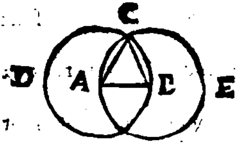
Propositio I. Problema I.

Super data recta linea terminata triangulum æquilaterum constituere.



SIt data recta AB, super qua oporteat triangulum æquilaterũ constituere. *a* Centro A, interuallo AB describatur circulus BC *a Post. 3.*

 D. Rurb Post. 3.



D. Rursus b centro B, interuallo B A describatur circulus A C E: & ex C, vbi se circuli secant ad A, B puncta, c ducantur rectæ C A,

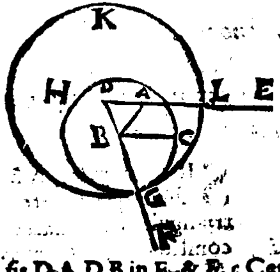
c Post. 1.

C B. Quoniam A centrum est circuli B C D, d erit A C æqualis ipsi A B. Rursus, quia B centrum est circuli C A E, e erit & B C æqualis ipsi B A. demonstrata est autem & C A æqualis ipsi A B: vtraque ergo C A, C B æqualis est ipsi A B: f quæ autẽ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia: igitur C A æqualis est C B: tres ergo C A, A B, B C sunt æquales. Quare triangulum A B C est æquilaterum, & super recta A B constitutum. Quod facere oportuit.

d def. 15. e def. 15. f ax. 1.

Propos. 2. Problema 2.

Ad datum punctum datæ rectæ lineæ æqualem rectam ponere.



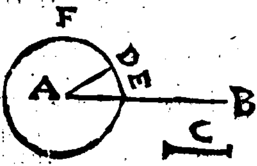
Sint data, punctũ A, recta B C, & oporteat ad punctũ A rectæ B C æqualẽ ponere. Ducatur ab A ad B recta A B, super a eaq; constituatur triangulum æquilaterum D A B, b productis in directum ipsis D A, D B in E, & F, c Centro B, interuallo B C describatur circulus C G H. Rursus d centro D, inter-

a prop. 1. 1. b post. 2. c post. 3.

interuallo D G describatur circulus G K L. Quo- d post.
niam ergo B centrum est circuli C G H, e erit ipsi 3.
B C æqualis B G. Rursus cum D sit centrum cir- e def,
culi G K L, f erit D L æqualis ipsi D G: g quarum 15.
pars D A est æqualis parti D B: h reliqua ergo A f def.
L æqualis erit reliquæ B G. Ostensa est autem & 15.
B C æqualis ipsi B G: vtraque ergo A L, B C æqua- g prop.
lis est ipsi B G. i Quæ autem eidem sunt æqualia, 1.
& inter se sunt æqualia; ergo A L æqualis est ipsi h ax.3
B C. Quare ad punctum datum A, datæ rectæ B C i ax.1.
æqualis est posita, A L. Quod facere oportuit.

Propos. 3. Probl. 3.

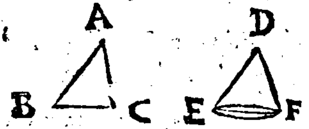
Datis duabus inæqualibus rectis lineis, à majore minori æqualem abscindere.



Sint datæ rectæ inæquales A B, & C; quarũ maior sit A B; à qua, minori C, æqualem abscindere oporteat. Sit a ad pun- a prop.
ctum A, rectæ C æ- 2. 1.
qualis posita, A D. & b centro A, interuallo A D, b post.
describatur circulus D E F. Et quia A centrum est 3.
circuli D E F, o erit A E æqualis ipsi A D, sed & C o def.
æqualis est ipsi D A: vtraque ergo A E, C æqualis 15.
est ipsi A D: igitur & A E æqualis erit ipsi C. Duabus ergo inæqualibus datis rectis lineis A B, & C, à maiore A B, minori C æqualis est abscissa, A E. Quod facere oportuit.

Propos. 4. Theor. 1.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri; habuerint autem & angulum angulo, æqualibus lateribus cõtentum, æqualem, & basim basi æqualem habebunt: eritq; triangulum triangulo æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera subtenduntur.



SInt duo triãgula A B C, D E F, quæ duo latera A B, A C, duobus D E, D F æqualia habeãt, vtramque vtrique, A B ipsi D E, & A C ipsi D F, & angulum B A C, angulo E D F. Dico quod & basis B C, basi E F sit æqualis, & triangulum A B C, triangulo D E F, & reliqui anguli reliquis, vterq; vtrique, quibus æqualia latera subtenduntur, nempe A B C ipsi D E F; & A C B ipsi D F E. Si enim triangulum A B C triangulo D E F* congruat, & A super D ponatur, a congruet A B recta rectæ D E, & B ipsi E, quod A B sit æqualis D E. Congruente igitur A B ipsi D E, congruet & A C ipsi D F, quod angulus B A C angulo E D F sit æqualis: ideo & C ipsi F congruet, quod & A C æqualis sit ipsi D F. Sed & B ipsi E congruebat. Quare & basis B C basi E F congruet. Si enim congruente B ipsi E, & C ipsi F, basis B C basi E F nõ cõgruat,

** superponatur.*

a ax. 8.

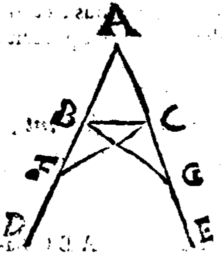
conti-

continebunt duæ rectæ spacium; *b* quod fieri nequit. Congruet ergo basis B C basi E F, & æqualis illi erit; adeoque totum triangulum A B C toti triangulo D E F congruet, *c* eiq; æquale erit: congruent ergo & reliqui anguli reliquis, eritque A B C angulus angulo, D E F, & A C B ipsi D F E æqualis. Si ergo duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, &c.

b *ax.* 12.
c *ax.* 8.

Propos. 5. Theor. 2.

Isoscelium triangulorum anguli ad basim sunt æquales: & productis æqualibus rectis, erunt & anguli infra basim æquales.



Sit triangulum A B C, habens latus A B lateri A C æquale. Producantur in directum A B, A C rectæ in D & E. Dico angulum A B C, angulo A C B; & C B D, ipsi B C E æqualem esse. Accipiatur in B D quoduis punctum F; & *a* auferatur à maiori A E, minori A F æqualis A G: *b* ducanturq; rectæ F C, G B. & cum A F, ipsi A G; & A B æqualis sit ipsi A C; erunt duæ F A, A C, duabus G A, A B æquales, altera alteri, continentque angulum communem F A G: *c* erit igitur basis F C basi G B æqualis & triangulum A F C triangulo A G B, & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur; nempe A C F ipsi A B G, & A F C ipsi A G B. Et quia tota A F toti A G æqualis

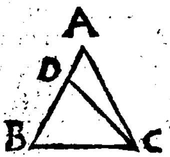
a *prop.* 3. 1.
b *post.* 1
c *prop.* 4. 1.

d ax. 3. lis est, quarum A B est æqualis ipsi A C; *d* erit & reliqua B F, reliquæ C G æqualis. Ostensa autem est & F C æqualis ipsi G B. Cum ergo duæ B F, F C duabus C G, G B æquales sint altera alteri: & angulus B F G angulo C G B æqualis, & basis B C communis, *e* erit triangulum B F C triangulo C G B æquale, & reliqui anguli reliquis alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur: ergo & angulus F B C angulo G C B, & B C F ipsi C B G æqualis erit. Et quia totus A B G toti A C F ostensus est æqualis, & C B G ipsi B C F; erit ergo & reliquus, A B C reliquo A C B æqualis: & sunt ad basim trianguli A B C; ostensus est autem F B C angulus, angulo G C B æqualis, & sunt sub basi. Isoscelium igitur triangulorum anguli ad basim æquales sunt, & productis æqualibus lateribus, etiam anguli infra basim. Quod demonstrare oportuit.

e prop. 4. 1.

Propos. 6. Theor. 3.

Si trianguli duo anguli æquales fuerint; erunt & latera æqualia angulos subtendentia, æqualia.



SIt triangulum A B C habens angulum A B C, angolo A C B æqualem. dico & latera A B, A C æqualia esse. Si enim sunt inæqualia, erit alterum maius, sit maius A B. *a* Auferatur à maiore A B, minori A C æqualis D B, ducaturque D C. Cum ergo D B, A C æquales sint, communis verò B C; erunt duæ D B, B C, duabus A C, C B, æquales, altera

a prop 3. 1.

tera

tera alteri, & angulus D B C æqualis angulo A C B: *b* igitur & basis D C, basi A B erit æqualis, & triangulum A B C, triangulo D B C, minus maiori, *c* quod est absurdum; non igitur inæqualis est A B, ipsi A C: ergo æqualis. Quare si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera, æquales angulos subtendentia, æqualia. quod demonstrare oportuit.

b *prop. 4. 1.*
c *ax. 9*

Propos. 7. Theor. 4.

Super eadem recta linea, duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales altera alteri, non constituentur, ad aliud atq; aliud punctum, ad easdem partes, eosdemq; cum primò ductis terminos habentes.

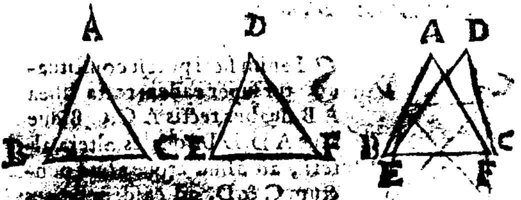
SI enim fieri potest constituatur super eadem recta linea A B, duabus rectis A C, C B, duæ aliæ A D, D B æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum C & D, ad easdem partes C, D, eosdem terminos habẽtes A, B, quos primæ: ita, vt C A ipsi D A, eundem cum ipsa terminum A habens, C B verò ipsi D B, eundem cum illa terminum B habens, sit æqualis, & ducatur C D. Cum ergo A C sit æqualis ipsi A D, *a* erit & angulus A C D æqualis angulo A D C: maior ergo est A D C angulus, angulo D C B: multo ergo maior C D B. Rursus cum C B æqualis sit ipsi D B; erit & angulus C D B angulo D C B æqualis: osten-

a *prop. 5. 1.*

b ax.9. ostensus autem est multo illo maior. *b* Quod fieri non potest. Non igitur super eadem recta linea duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem cum primò ductis terminos habentes. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 8. Theor. 5.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, habuerint verò & basim basi æqualem, habebunt quoque angulum æqualibus lateribus contentum angulo æqualem.



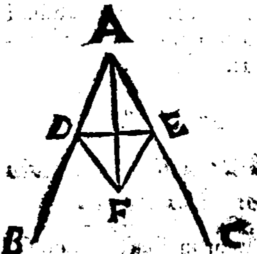
Sint duo triangula A B C, D E F, quæ habeant duo latera A B, A C, duobus D E, D F æqualia, alterum alteri; nempe A B ipsi D E, & A C ipsi D F; habeant quoque bases B C, E F æquales. Dico quod & angulus B A C, angulo E D F sit æqualis. Congruente enim triangulo A B C, triangulo D E F, positoque B super E, & recta B C super E F;

a ax.8 *a* congruet & C ipsi F; quod B C, E F æquales sint. Congruente igitur ipsa B C ipsi E F, congruent & B A, C A, ipsis E D, D F. Quod si congruat quidem basis

basis B C, basi E F: at B A, A C latera ipsis, E D, D F, non congruant, sed aliò cadant, vt sunt E D, D F, *b* constituentur super eadem recta duabus rectis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem terminos habentes. At non constituuntur. Non ergo congruente basi B C, basi E F, non congruent B A, A C latera ipsis E D, D F: congruent ergo. quare & angulus B A C angulo E D F congruet, eique æqualis erit. Si ergo duo triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, habuerint verò & basim basi æqualem, habebunt quoque angulum æqualibus lateribus contentum, angulo æqualem. Quod oportuit demonstrare. b *prop.* 7. 1.

Propos. 9. Probl. 4.

Datum angulum rectilineum bifariam secare.

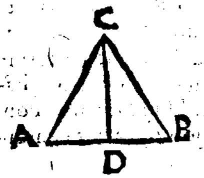


SIt datus angulus rectilineus B A C, quē oporteat bifariam secare. Accipiatur quoduis punctum D. Atque *a* ex A C, ipsi A D, æqualis auferatur A E: & super ductam D E, *b* constituatur triangulum equilaterum D E F, & iungatur A F. Dico angulum B A C recta A F bifariam secari. Cum enim A D, A E æquales sint, communis A F; erunt duæ D A, A F, duabus E A, A F æquales, altera alteri, est verò & basis D F basi E F æqualis: *c* ergo & angulus D A F, angulo E A F, æqua- a *prop.* 3. 1. b *prop.* 1. 1. c *prop.* 8. 1.

F, æqualis erit. Datus ergo angulus rectilineus B A C à recta A F bifariam secatur. Quod facere oportuit.

Propos. 10. Probl. 5.

Datam rectam finitam bifariam secare.



Sit data recta finita A B, quam oporteat bifariam secare. Constituatur super illa triangulum æquilaterum A B C, *a* & secetur angulus A C B bifariam recta C D. Dico rectam A B, in D bifariam esse sectam. Cum enim A C, C B æquales sint communis C D: erunt duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales, altera alteri, & angulus A C D angulo B C D æqualis: *b* igitur & basis A D æqualis est basi B D. data ergo recta finita A B in D secta est bifariam, quod faciendum erat.

a *prop.* 9. 1.

b *prop.* 4. 1.

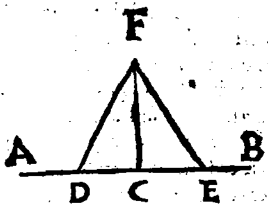
Propos. 11. Probl. 6.

Datæ rectæ lineæ ex puncto in illa dato lineam rectam ad angulos rectos ducere.

Sit data recta A B, datum in illa punctum C, oporteatq; ex C, ipsi A B rectam lineam ad angulos rectos ducere. Accipiatur in A C quoduis punctum D, & *a* ponatur ipsi C D æqualis C E, *b* constituaturque super E D triangulum æquilaterum F D E, & ducatur F C. Dico ad punctum C datæ

a *prop.* 3. 1.

b *prop.* 1. 1.

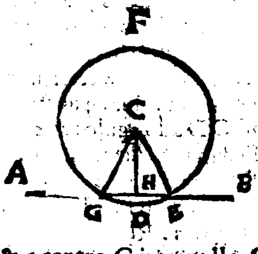


datæ rectæ A B ad angulos rectos esse ductam F C. Cum enim D C, C E sint æquales, F C communis; erunt duæ D C, C F, duabus E C, C F æquales, altera alteri: sed & basis D F, æqualis est basi E F: erit c ergo & angulus D C F æqualis angulo E C F; & sunt deinceps. d Quando autem recta super rectam consistens, eos qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterq; æqualium angulorum: recti igitur sunt anguli D C F, F C E. Quare datæ rectæ, ex puncto in illa dato, ducta est ad angulos rectos, recta F C. quod facere oportuit.

c *prop.* 8. 1.
d *def.* 10.

Propos. 12. Probl. 7.

Ad datam infinitam, à puncto dato extra illam perpendicularem rectam ducere.



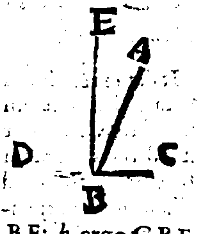
SIt data recta infinita A B, punctum extra illam C. & oporteat ad rectam datam A B ex pūctō C, quod in illa non est, perpendicularem rectam ducere. a Accipiatur ad alteras partes rectæ A B, quoduis punctū D, & a centro C interuallo C D circulus E F G describatur, b diuidaturque E G in H bifariam, ductis rectis

a *post.* 3.
b *prop.* 10. 1.

rectis C G, C H, C E. Dico quod ad datam infinitam A B, à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta sit C H. Cum enim G H, H E sint æquales, H C communis: erunt duæ G H, H C, duabus
c def. 15. E H, H C æquales, altera alteri; c sed & basi C G, basis C E, est æqualis; erit d ergo & angulus C H
d prop. 8. 1. G angulo E H C æqualis, & sunt deinceps. e quando autem recta super rectam consistens, eos qui de-
e def. 10. inceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum, & insistens linea, perpendicularis dicitur eius, cui insistit. Quare ad datam rectam infinitam A B à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta est, C H. quod facere oportebat.

Propos. 13. Theor. 6.

Quando linea recta super rectam consistens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.



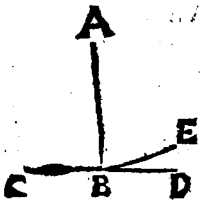
Recta .n. quædã A B, super rectã C D, consistens, angulos faciat C B A, A B D. dico illos, aut duos rectos aut duob rectis æquales esse. Si .n. C B A, ipsi A B D
a def. 10. est æqualis, duo a recti sunt. Si non: ducatur à puncto B ipsi C D ad angulos rectos,
b def. 10. B E: b ergo C B E, E B D duo recti sunt. Et quia C B E duobus C B A, A B E, æqualis est, si apponatur communis E B D. erunt duo C B E, E B D, tribus C B A, A B E, E B D æquales. Rursus cum angulus D B A, duobus D B E, E B A æqualis sit; si addatur communis A B C; erunt duo D B A, A B C tribus

tribus D B E, E B A, A B C æquales. Ostensum est autem & duos C B E, E B D, ijsdem tribus, æquales esse. c Quæ autem eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia: duo igitur C B E, E B D æquales sunt duobus D B A, A B C: sed C B E, E B D recti sunt: igitur D B A, A B C duobus rectis æquales. Si igitur recta super rectam consistens angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales facit. Quod oportuit demonstrare. c ax. 1.

Propositio 14. Theor. 7.

Si ad rectam aliquam lineam, atq; ad punctum in illa datum, duæ rectæ non ad easdem partes ductæ angulos, qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illæ lineæ.

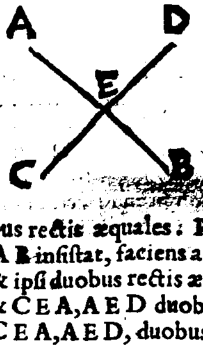
AD rectam A B, & ad punctum in illa datum B, duæ rectæ B C, B D non ad easdem partes positæ, faciant angulos deinceps A B C, A B D, duobus rectis æquales. Dico B D ipsi C B in directum esse. Quod si B D ipsi B C non sit in directum, sit B E. Cum igitur recta A B rectæ C B E insistat, a erunt anguli A B C, A B E duobus rectis æquales: Sunt verò & A B C, A B D duob. rectis æquales: anguli igitur C B A, A B E sunt angulis C B A, A B D, æquales. Communis A B C auferatur: b reliquus ergo A B E, reliquo A B D, est æqualis, a prop. 13. 1. b ax. 3.



e ax. 3. minor maiori, e quod fieri nequit. Non ergo B E in directum est ipsi B C. Similiter ostendemus nullam aliam esse, præter B D: in directum ergo est B D, ipsi C B. Si ergo ad rectam, & ad punctum in ea, datum duæ rectæ non ad easdem partes positæ, angulos qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illæ duæ lineæ. quod demonstrare oportuit.

Propositio 15. Theor. 8.

Si duæ rectæ se inuicem secuerint, angulos ad verticem æquales facient.



Rectæ A B, C D, secẽt se in E puncto. Dico quod tam angulus A E C. angulo D E B, quam C E B, angulo A E D, æqualis sit. Cum enim recta A E, rectæ C D, insistat, faciens angulos C E A, A E D, a erunt ipsi duo

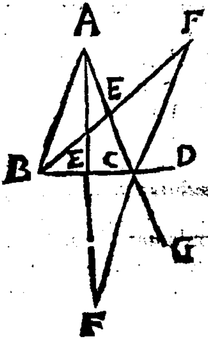
a prop. 16 1. bus rectis æquales: Rursus cum recta D E rectæ

b prop. 13. 1. A B insistat, faciens angulos A E D, D E B *b* erunt & ipsi duobus rectis æquales. Ostensi autem sunt & C E A, A E D duobus rectis æquales: Quare duo C E A, A E D, duobus A E D, D E B æquales sunt. auferatur communis A E D: ergo reliquus C E A, reliquo B E D æqualis est. Pariter ostendetur C E B, D E A æquales esse. Si ergo duæ rectæ se inuicem secuerint, facient angulos, qui ad verticem sunt æquales. Quod demonstrare oportuit.

Pro-

Propos. 16. Theor. 9.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus vtrolibet interno & opposito maior est.



SIt triangulum A B C, & vnum ipsius latus B C, in D producatur. Dico angulum externum A C D, maiorem esse internis & oppositis C B A, B A C. *a* Bisecetur A C in E, & ducta B E producatur in F, sitque ipsi B E æqualis E F, iungatur C F, & producatur A C in G. Et quia A E ipsi E C est æqualis; erunt duæ A E, E B, duabus C E, E F æquales, altera alteri; & angulus A E B, angulo F E C est *b* æqualis, sunt enim ad verticem: *c* igitur & basis A B, basi F C æqualis erit, & triangulum A B E triangulo F E C; adeoq; & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quos æqualia subtendunt latera: Erit igitur & angulus B A E angulo E C F æqualis; est *d* autem E C D maior, quam E C F. Ergo & A C D maior est quam B A E. Pari modo secto B C latere bifariam demonstrabitur angulus B C G, hoc est, A C D maior esse angulo A B C. Omnis ergo trianguli vno latere producto externus angulus vtrouis interno, & opposito maior est, quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 11. 1.

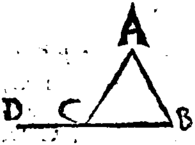
b *prop* 15. 1.

c *prop.* 4. 1.

d *ax* 9.

Propositio 17. Theor. 10.

Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt, quomodocunque sumpti.



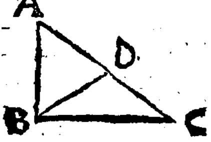
SIt triangulum A B C. Dico duos eius angulos minores esse duobus rectis quomodocunque sumptos. Producatur B C in D. Et quia trianguli A B C, angulus A C D externus, a maior est interno & opposito A B C. Si communis apponatur A C B. erunt A C D, A C B anguli, maiores A B C, B C A angulis: Sed A C D, A C B b duobus rectis sunt æquales: Ergo A B C, B C A minores. Similiter ostendemus tam B A C, A C B, quam C A B, A B C duobus rectis esse minores. Omnis ergo trianguli duo anguli quicunq; duobus rectis sunt minores, quod oportuit demonstrare.

a prop. 16. 1.

b prop. 13. 1.

Propos. 18. Theor. 11.

Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.



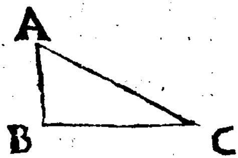
SIt triangulum A B C, habens latus A C maius latere A B. Dico & angulum A B C maiorem esse angulo B C A. Quia enim A C maius est, quam A B, A B; fiat A D ipsi A B æqualis: & ducatur B D. Et a quia trianguli B D C externus angulus A D B maior est interno & opposito D C B, & b æqualis angulo A B D, quod latera A B, A D æqualia sint, maior ergo etiam est A B D quam A C B: multo ergo maior erit totus A B C, quam A C B. Omnis ergo trianguli maius latus, maiorem angulum subtendit.

a prop. 16. 1.

b prop. 5. 1.

Propos. 19. Theor. 12.

Omnis trianguli maior angulus maiori lateri subtenditur.



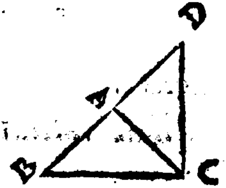
Sit triangulum A B C habens angulum A B C maiorem angulo B C A. dico & latus A C maius esse latere A B Si non: erit A C ipsi A B aut æquale, aut minus. Non æquale. Si enim æquale, a esset & angulus A B C angulo A C B æqualis: at non est: ergo A C æquale non est ipsi A B. Non minus: nam si A C minus esset quam A B, esset b & angulus A B C minor angulo A C B; at non est: non ergo A C minus est ipso A B. Ostensum autem est, quod nec æquale: ergo maius. Omnis ergo trianguli maiori angulo maius latus subtenditur.

a prop. 5. 1.

b prop. 18. 1.

Propos. 20. Theor. 13.

Omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt quomodocumq; sumpta.

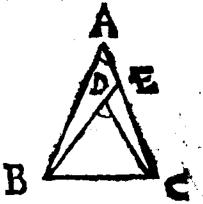


SIt triangulum A B C. dico duo latera B A, A C, maiora esse reliquo B C; & A B; B C reliquo A C; & B C, C A reliquo A B. Producatur enim B A in D; sitq; recta D A ipsi C A æqualis, & iungatur D C. Cum ergo D A ipsi A C sit equalis, erit & angulus A D C, angulo A C
a ax. 9. D æqualis. Sed *a* B C D angulus maior est angulo A C D; maior ergo etiam est B C D, ipso A D C. Et cum D C B sit triangulum habens angulum
b prop. 19. 1. B C D maiorem angulo A D C, *b* maiorem autem angulum maius latus subtendat; erit D B maius ipso B C, æquale autem est D B ipsis A B, A C: maiora ergo sunt B A, A C, quam B C. Omnis ergo trianguli duo latera reliquo maiora sunt; quomodocunque sumpta.

Propos. 21. Theor. 14.

Si à terminis vnius lateris trianguli duæ rectæ intra constituantur, erunt hæ minores reliquis duobus trianguli lateribus, at maiorem angulum continebunt:

A Terminis lateris B C, trianguli A B C, constituantur duæ rectæ B D, C D intra. Dico B D, B D, D C reliquis trianguli lateribus B A, A C minores esse; at angulum B D C maiorem continere, angulo B A C. Producatur enim B D in E. Et *a* quia omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt: erunt & trianguli A B E, latera A B, A E maiora B E latere. apponatur communis E C, *b* eruntq; B A, A C maiora ipsis B E, E C. Rursus trianguli C E D latera C E, E D *c* maiora sunt latere C D, communis apponatur D B; eruntq; C E, E B maiora ipsis C D, D B. Sed B A, A C maiora ostensa sunt ipsis B E, E C; multo ergo A B, A C maiora erunt ipsis B D, D C. Rursus, quoniam *d* omnis trianguli externus angulus interno, & opposito est maior; erit & trianguli C D E externus B D C, maior interno C E D. Eandem ob causam erit trianguli A B E, externus C E B, maior interno B A C: sed & B D C ostensus est maior, ipso C E B: multo ergo maior est B D C; quàm B A C. Quare si à terminis, &c, quod oportuit demonstrare.



a *prop.* 20. 1.
b *ax.* 4.
c *prop.* 20. 1.
d *prop.* 16. 1.

Propos. 22. Probl. 8.

Ex tribus rectis, tribus datis rectis aequalibus, triangulum constituere. Oportet autem duas, reliqua maiores esse quomodocumq; sumptas. quod omnis trianguli duo latera reliquo maiora sint, quomodocúq; sumátur.

SInt tres rectæ, A, B, C, quarum duæ quomodocunque sumptæ reliqua maiores sint, vt A, B, quam C; A, C quam B; B C quã A. Oporteat autem ex tribus A, B, C, æqualibus triangulum cõstituere.

Exposita sit recta quædam D E, terminata ad D, interminata ad E; sitq; *a* D F ipsi A, F G ipsi B; ipsi C æqualis facta G H. Describatur centro F, intervallo F D, circulus D K L: Centro verò G, intervallo G H, circulus K L H; iunganturq; F K, K G. Dico ex tribus F K, K G, G F æqualibus tribus datis A, B, C triãgulum F K G esse constitutum. Cùm enim F centrum sit circuli D K L, *b* erit F D æqualis ipsi F K; sed F D est æqualis ipsi A; *c* ergo & F K, erit æqualis ipsi A. Rursus cum G sit centrum circuli L K H, *d* erit G H æqualis ipsi G K; sed G H æqualis est ipsi C; *e* erit ergo & G K æqualis ipsi C: Est verò & F G æqualis ipsi B. Tres ergo K F, F G, G K æquales sunt tribus datis A, B, C. Quare ex tribus K F, F G, G K, æqualibus tribus A, B, C triangulum est constitutum. Quod facere oportuit.

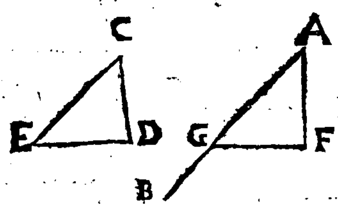
a *prop.* 3. 1.
b *def.* 15.
c *ax.* 1.
d *def.* 15.
e *ax.* 1.

Propos. 23. Probl. 9.

Ad datam rectam, datumq; in ea punctum dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineum constituere.

SIt data recta A B, datumque in ea punctum A, datus angulus rectilineus D C E. Oporteat autem

autem ad punctum datum A, datæ rectæ A B, dato angulo rectilineo D C E æqualem angulum rectilineum constituere. Capiantur in vtraq; C D, C E, quælibet puncta D, E, & iungatur D E: *a* atq; ex tribus rectis, quæ æquales sint tribus C D, D E, E C, triangulum A F G constituatur: ita vt C D æqualis sit ipsi A F; C E ipsi A G; D E ipsi F G. Cum ergo duæ D C, C E æquales sint duabus F A, A G, altera alteri, sit verò & basis D E æqualis basi F G; *b* erit & angulus D C E æqualis angulo F A G. Quare ad datam rectam A B datumq; in ea punctum A, dato rectilineo angulo D C E, æqualis angulus rectilineus F A G est constitutus. Quod oportuit facere.



a prop. 22. 1.

b prop. 8. 1.

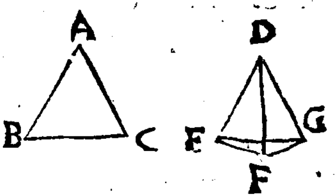
Propos. 24. Theor. 15.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri; angulum vero angulo maiorem, qui æqualibus rectis lineis continetur, & basim basi maiorem habebunt.

SInt triangula A B C, D E F, habentia duo latera A B, A C, duobus D E, D F æqualia, alterum alteri: A B quidem ipsi D E; A C verò ipsi D F. At angulus B A C maior sit angulo E D F. Dico & basim

basim B C maiorem esse basi E F. Cum enim angulus B A C maior sit E D F, angulo, a constituatur ad punctum D rectę D E angulo B A C, æqualis E D G; sitq; vtrique A C, D F æqualis D G, & iungantur G E, F G. Quia igitur A B ipsi D E, & A C ipsi D G æqualis est; erunt duæ B A, A C, duabus E D, D G æquales, altera alteri; estque & angulus B A C, angulo E D G æqualis: b erit igitur & basis B C, basi E G æqualis. Rursus quia D G ipsi D F est æqualis, & c angulus D F G angulo D G F; d erit angulus D F G maior angulo E G F: multo ergo maior erit E F G, ipso E G F. Et quia E F G triangulum est, habens angulum E F G maiorem angulo E G F (e maiori autem angulo maius latus subtenditur) erit & latus E G maius latere E F: æquale autem est E G ipsi B C: maius ergo est & B C, ipso E F. Si ergo duo triangula, &c. quod oportuit demonstrare.

a prop. 23. 1.



b prop. 4. 1.

c prop. 5. 1.

d ax. 9.

e prop. 19. 1.

Propos. 25. Theor. 16.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & basim basi maiorem, & angulum angulo, qui æqualibus lateribus continetur, maiorem habebunt.

Sint

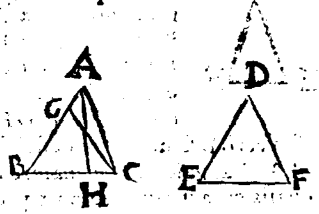
Sint duo triangula A B C, D E F, duo latera A B, A C, duobus D E, D F habentia æqualia, alterum alteri, A B ipsi D E, & A C ipsi D F. Basim verò B C maiorem basi E F. Dico & angulum B A C angulo E D F maiorem esse. Si non: aut æqualis est, aut minor. Non æqualis; Nam si angulo B A C, angulus E D F æqualis esset, *a* esset & basis B C, basi E F æqualis; at non a prop.
est; non ergo angulus B A C angulo E D F est æ- 4. 1.
qualis. Sed neque minor: nam si minor esset, *b* es- b prop.
set & basis B C minor basi E F: at non est: non er- 24. 1.
go angulus B A C minor est angulo E D F. Demonstratum est autem, quod nec æqualis: maior ergo erit. Si ergo duo triangula, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 26. Theor. 17.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri, & vnum latus vni lateri æquale, seu quod æqualibus angulis adiacet, seu quod vni æqualium angulorum subtenditur; & reliqua latera reliquis lateribus, alterum alteri; & reliquum angulum reliquo angulo, æqualem habebunt.

Sint duo triangula A B C, D E F, duos angulos A B C, B C A, duobus D E F, E F D æquales haben-

habentia, alterum alteri, A B C quidem ipſi D E F, & B C A ipſi E F D: habeant verò & vnum latus vni lateri æquale. Et primo quod æqualibus angulis adiacet nempe B C, ipſi E F. Dico quod & reliqua latera, reliquis æqualia habeant, alterum alteri, A B ipſi D E. A C ipſi D F, & reliquum angulum B A C reliquo E D F. Quod ſi A B, D E inæqualia ſint; vnum erit maius. Sit maius A B: *a* fiatque ipſi D E æqualis G B linea, & ducatur G C. Cum igitur tam B G. D E; quam E F, B C æquales ſint; erunt duæ B G, B C, duabus D E, E F æquales, altera alteri; & angulus G B C angulo D E F æqualis: *b* erit ergo & baſis G C baſi D F æqualis, & triangulum G C B triangulo D E F æquale, reliquique anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur. Quare angulus G C B æqualis erit angulo D F E: ſed & D F E ponitur æqualis ipſi B C A: erit ergo B C G æqualis ipſi B C A, minor maiori; quod fieri nequit: non ergo A B, D E inæquales ſunt: ergo æquales. Eſt verò & B C ipſi E F æqualis: duæ ergo A B, B C æquales ſunt duobus D E, E F, altera alteri, & angulus A B C angulo D E F: *c* ergo & baſis A C baſi D F, & reliquus angulus B A C reliquo E D F æqualis erit. Rurſus ſint latera æquales angulos ſubtendentia, A B, D E æqualia, dico & reliqua latera, reliquis lateribus, vt A C, D F, & B C, E F, reliquumq; angulum B A C, reliquo E D F, æqualem eſſe. Si enim B C,



a prop. 3. 1.

b prop. 4. 1.

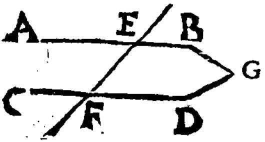
c prop. 4. 1.

E F ſunt inæqualia; erit vnum maius; ſit, ſi fieri poteſt, maius B C, & *d* fiat ipſi E F æqualis B H, iungaturq; A H. Et quia B H ipſi E F; & A B ipſi D E æqualis eſt: erunt duæ A B, B H, duabus D E, E F æquales, altera alteri, continentq; angulos æquales: *e* baſis ergo A H, baſi D F eſt æqualis, & triangulum A B H triangulo D E F, reliquiq; anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur, æquales erunt. Eſt igitur angulus B H A æqualis angulo E F D: ſed E F D æqualis eſt angulo B C A: erit ergo & B H A æqualis ipſi B C A. Trianguli ergo A H C externus angulus B H A æqualis eſt interno & oppoſito B C A, *f* quod fieri nequit: igitur B C, E F inęquales non ſunt: æquales ergo. Cum verò & A B, D E ſint æquales: erunt duæ A B, B C duabus D E, E F æquales altera alteri, æqualesq; angulos continent: *g* ergo & baſis A C baſi D F æqualis eſt, & triangulum A B C triangulo D E F, & reliquus angulus B A C, reliquo E D F. Si ergo duo, &c. Quod demonſtrare oportuit.

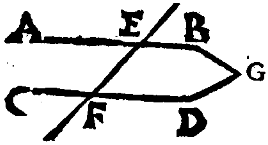
d prop. 3. 1.
e prop. 4. 1.
f prop. 16. 1.
g prop. 4. 1.

Propoſ. 27. Theor. 18.

Si in duas rectas lineas recta incidens angulos alternos æquales fecerit, parallelæ erunt illæ lineæ.



IN duas rectas A B, C D incidens recta E F faciat angulos alternos A E F, E F D æquales. Dico A B, C D parallelas eſſe.

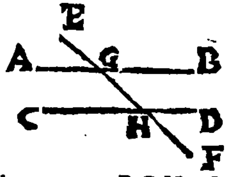


esse. Si non; productæ concurrent, aut versus partes B, D; aut versus A, C: producantur, & concurrant versus partes B, D in G. *a* Est itaque trianguli G E F angulus externus A E F maior interno, & opposito E F G: sed * & æqualis; quod fieri nequit: non ergo A B, C D productæ concurrunt versus partes B, D. Pari ratione demonstratur, quod neq; ad partes A, C: *b* quæ autem in neutram partem concurrunt, parallelæ sunt: parallelæ ergo sunt A B, C D. Si igitur, &c. quod oportuit demonstrare.

a prop. 16.1.
** ex hypothesi.*
b def. 32.

Propos. 28. Theor. 19.

Si in duas rectas lineas recta incidens, angulum externum interno, & opposito, & ad easdem partes, æqualem fecerit: vel internos, & ad easdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt illæ lineæ.



IN duas rectas A B, C D incidens recta E F, externum angulum E G B, interno, & opposito G H D æqualem faciat: aut internos, & ad asdem partes B G H. G H D duobus rectis æquales. Dico A B, C D parallelas esse. Cum enim

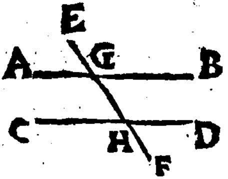
E G B

E G B angulus, * æqualis sit, & angulo G H D, *a* & angulo A G H; *b* erit & A G H æqualis ipsi G H D *c* & sunt alterni: parallelę ergo sunt A B, C D. Rursus cum B G H, G H D duobus rectis sint æquales; *d* sint autem & A G H. B G H, duobus rectis æquales: erunt A G H, B G H ipsis B G H, G H D ęquales: communis B G H auferatur: *e* erit igitur reliquus A G H, reliquo G H D æqualis: *f* & sunt alterni: sunt ergo A B, C D parallelæ. Si ergo in duas rectas, &c. Quod demonstrare oportuit.

* *ex hypothesi.*
a *prop.* 15. 1.
b *ax.* 1.
c *prop.* 27. 1.
d *prop.* 13. 1.
e *ax.* 3.
f *prop.* 27. 1.

Propositio 29. Theor: 20.

Recta in parallelas rectas incidens æquales facit angulos alternos: & externum interno & opposito, & ad easdem partes æqualem: & internos & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.



IN parallelas rectas A B, C D recta E F incidat. Dico quod & alternos angulos A G H, G H D ęquales faciat; & externum E G B interno, & opposito, & ad easdem partes G H D æqualem; & internos, & ad easdem partes B G H, G H D duobus rectis æquales. Si enim A G H, G H D inæquales sunt, vnus illorum A G H sit maior: & quia A G H maior est quam G H D, communis addatur B G H. Hi ergo A G H, B G H maiores sunt his B G H, G H D

a sed

a prop. 13.1. a sed A G H, B G H duobus rectis sunt æquales: ergo B G H, G H D duobus rectis minores erunt. b

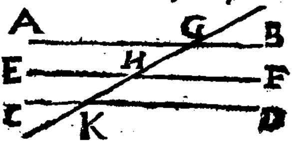
b ax. 11 Quæ autem à minoribus quam duobus rectis in infinitum producuntur lineæ rectæ, concurrunt: ergo A B, C D in infinitum productæ cócurrunt: at non concurrunt; parallelæ enim sunt: ergo anguli A G H, G H D, non sunt inęquales: igitur æquales. Porrò c A G H angulus æqualis est angulo E G B. Ergo & E G B æqualis erit angulo G H D: communis apponatur B G H: ergo hi E G B, B G H, æquales sunt his B G H, G H D: d sed E G B, B G H sunt æquales duobus rectis: erunt ergo & B G H, G H D duobus rectis æquales. Recta ergo in parallelas, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 15.1

d. prop. 13. 1.

Propos. 30. Theor. 21.

Quæ eidem rectæ sunt parallelæ, & inter se sunt parallæ.



SIt vtraq; ipsarum A B, C D ipsi E F parallela. Dico & A B, C D esse parallelas. Incidat enim in ipsas recta G K. Et quia in rectas parallelas A B, E F recta G K incidit; a erit angulus A G H, angulo G H F æqualis. Rursus, quia in parallelas rectas E F, C D cadit recta G K, b erit & angulus G H F æqualis angulo G K D; ostensus est autem & angulus A G K angulo G H F æqualis: c ergo & angulus A G K æqualis erit angulo G K D: & sunt alterni: d ergo A B, C D sunt parallelæ. Ergo quæ eidem, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 27. 1.

b prop. 28. 1.

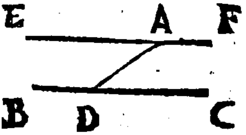
c ax. 1.

d prop. 28. 1.

Pro-

Propos. 31. Probl. 10.

Per datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam ducere.

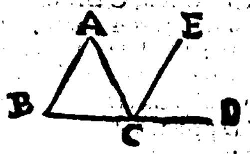


EX dato puncto A, Datæ rectæ B C, oporteat parallelam ducere. Accipiatur in B C quodlibet punctum D, iunganturq; A, D. *a* & constituatur ad A punctum rectæ D A angulo A D C æqualis D A E, ducaturq; ipsi A E in directū A F. *b* Quia ergo in duas rectas B C, E F recta A D incidens angulos alternos E A D, A D C æquales facit, erunt B C, E F parallelæ. Per datum ergo punctum, &c. quod facere oportuit.

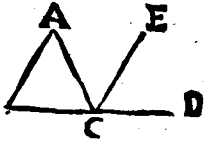
a prop. 22. 1.
b prop. 27. 1.

Propos. 32. Theor. 22.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus, duobus internis, & oppositis est æqualis; & tres interni duobus rectis sunt æquales.



SIt triangulum A B C, & vnum eius latus B C producatur in D. Dico angulum externum A C D æqualem esse duobus internis, & oppositis C A B, A B C; &



tres internos A B C, B C A, C A B duobus rectis ęquales. *a* Ducatur per C ipsi A B recta parallela C E. Quia

a prop. 31. 1.

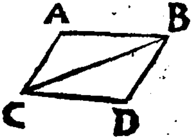
b prop. 27. 1. ergo in A B, C E parallelas cadit A C; *b* erunt anguli alterni B A C, A C E æquales. Rursus quia A B, C E parallelæ sunt, & in ipsas cadit recta B D,

c prop. 28. 1. *c* erit externus angulus E C D, æqualis interno, & opposito A B C: ostensus est autem & A C E ęqualis B A C. Totus ergo A C D æqualis est duobus internis, & oppositis B A C, A B C. Apponatur communis A C B: & erunt A C D, A C B æquales

d prop. 13. 1. tribus A B C, B C A, C A B: *d* sed A C D, A C B æquales sunt duobus rectis: ergo & A C B, C B A, C A B æquales sunt duobus rectis. Omnis ergo trianguli, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 33. Theor. 23.

Lineæ rectæ, quæ æquales & parallelas lineas ad easdem partes coniungunt, & ipsæ æquales sunt, & parallelæ.



Sint æquales, & parallelæ A B, C D. easque ad easdem partes coniungant rectæ A C, B D. Dico & ipsas A C, B D parallelos & æquales esse. Ducatur enim B C. Quoniam A B, C D parallelæ sunt, & in ipsas incidit B C; *a* erunt anguli alterni A B C, B C D æquales. Et quia A B, C D æquales sunt; communis

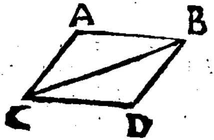
a prop. 27. 1.

munis addatur B C; erunt duæ A B, B C, duabus B C, C D æquales, estq; angulus A B C angulo B C D æqualis. *b* Quare & basis A C, basi B D equalis erit, & triangulum A B C triangulo B C D; & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia altera subtenduntur, æquales erunt. Est ergo angulus A C B angulo C B D æqualis. Et quia in duas rectas A C, B D incidens recta B C, facit angulos alternos A C B, C B D equales; *c* erunt A C, B D parallelæ: ostensæ autem sunt & æquales. Ergo lineæ rectæ, quæ æquales, &c. Quod oportuit demonstrare. b *prop.* 4. 1. c *prop.* 27. 1.

Propos. 34. Theor. 24.

Parallelogrammorum spaciorum, quæ ex aduerso & latera, & anguli, sunt inter se æqualia, eaq; diametrus bisecat.

Esto parallelogrammum A C D B diametrus B C. Dico parallelogrammi A C D B, quæ ex aduerso, latera & angulos, equalia esse; eaq; diametrum BC bifariam secare. Cum enim A B, C D parallelæ sint, & in ipsas incidat B C; *a* erunt anguli alterni A B C, B C D equales. Rursus cum A C, B D sint parallelæ, & in illas incidat B C, *b* erunt & anguli alterni A C B, C B D æquales. Duo ergo triangula A B C, C B D habent duos angulos A B C, B C A, duobus B C D, C B D æquales, alterum alteri, & vnum latus, vni lateri, quod adiacet angulis æqualibus, vtriq; com- a *prop.* 27. 1. b *prop.* 27. 1.



c prop. 26. 1. mune B C. *c* Quare & reliqua latera reliquis, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo, æqualem habebunt. æquale ergo est latus A B lateri C D; & A C, ipsi B D; & angulus B A C angulo B D C. Et cum tam anguli A B C, B C D, quam C B D, A C B
d ax. 2. æquales sint: *d* erit & totus A B D, toti A C D æqualis. ostensus est autem & B A C æqualis B D C: Parallelogrammorum ergo spaciorum quæ ex aduerso, & latera, & anguli, inter se æqualia sunt. Dico & diametrum illa bifariam secare. Cum enim A B, C D æquales, & B C communis sit: erunt duo latera A B, B C, duobus C D, B C æqualia, alterum alteri; & angulus A B C æqualis angulo B C D:
e prop. 4. 1. *e* erit ergo & basis A C basi D B æqualis; & triangulum A B C triangulo B C D. Diametrus ergo B C, parallelogrammum A B C D bifariam secat. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 35. Theor. 25.

Parallelogramma in eadem basi; & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto parallelogramma A B C D, E B F C in basi B C, & in parallelis A F in B C constituta.

Dico A B C D æquale esse ipsi E B F C. Cum enim A B C D, parallelogrāmū sit;
a prop. 34. 1. *a* erunt B C, A D, æquales: eandem ob causam E F, B C æquales erant:
b ax. 1. *b* vnde & A D

& A D ipsi E F æqualis erit; & communis est D E: c ax.2.
c ergo tota A E, toti D F æqualis est. Est d verò & d prop.
A B ipsi D C æqualis: duæ ergo E A, A B, duabus 34.1.
F D, D C æquales sunt, altera alteri; sed & e angu- e prop.
lus, F D C, angulo E A B æqualis est, externus in- 29.1.
terno: f quare & basis E B basi F C æqualis erit; & f prop.
triangulum E A B triangulo F D C. Commune 4.1.
D G E auferatur; & erit g reliquum trapezium A B g ax.3.
G D, reliquo E G F C æquale. Apponatur com-
munis G B C triangulus: h totum ergo A B C D h ax.2.
parallelogrammum, toti E B F C æquale erit: ergo
parallelogramma in eadem basi, &c. Quod opor-
tuit demonstrare.

Propos. 36. Theor. 26.

Parallelogramma in æqualibus basibus, & in ijsdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

Sunto parallelogramma A B C D, E F G H super æqualibus basibus, B C, F G; & in ijsdem parallelis A H, G B constituta. Dico illa esse æqualia iungantur enim B E, C H. Quia enim B C, F G, æquales sunt: estque F G qualis ipsi E H; a erit & B C ip- a ax.1.

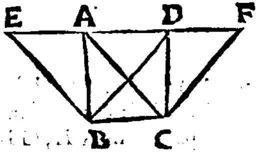
si E H æqualis: b sunt verò & parallelæ, coniun- b prop.
guntq; ipsas rectæ B E, C H c Quę autem ęquales, 33.1.
& parallelas ad easdem partes coniungunt, æqua- c prop.
les, & parallelæ sunt: Quare E B, C H æquales, & 33.1

d prop. 33. 1. parallelæ sunt: d ergo E B C H est parallelogrammum; estq; æquale ipsi A B C D, quippe eandem cum illo basim B C habens; & in ijsdem parallelis B C, A H constitutum. Eandem ob causam E F G H eidem E B C H est æquale. e ax 1. e Quare & A B C D parallelogrammum æquale est E F G H parallelogrammo. Ergo parallelogramma, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 37. Theor. 27.

Triangula super eadem basi, & in ijsdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D C B super eadem basi B C; & in ijsdem parallelis A D, B C constituta. Dico triangulum A B C æquale esse triangulo D B C. Producatur A D, vtrinque ad E, & F; a & per B ipsi C A, per C verò ipsi B D, parallelæ ducantur B E, C F.



a prop. 32. 1.

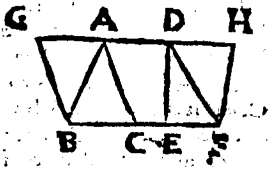
Vtrumq; ergo E B A C, D B C F parallelogrammum est: b suntq; æqualia, quippe in eadem basi B C; & in ijsdem parallelis B C, E F constituta. c Et est parallelogrammi E B C A, dimidium triangulum A B C; diameter enim A B ipsum bisecat: Parallelogrammi verò D B C F, dimidium est triangulum D B C; nam diameter D C ipsum bisecat. d Quæ autem æqualium sunt dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangula ergo super eadem basi, &c. quod oportuit demonstrare.

b prop. 35. 1. c prop. 34. 1. d ax. 7.

Propos. 38. Theor. 28.

Triangula super æqualibus basibus; & in ijsdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D E F super æqualibus basibus B C; E F; & in ijsdem parallelis B F, D A constituta. Dico illa esse æqualia. Producatur enim A D vtrinq; ad G & H. *a* Atque per B, & F ducantur ipsis C A, D E parallelæ B G: F H, eritq; vtrumq; G B C A, D E F H, parallelogrammum, *b* Et sunt æqualia quippe super æqualibus basibus B C, E F, & in ijsdem parallelis B F, G H constituta, *c* estq; triangulum A B C dimidium parallelogrammi G B C A; ipsum enim diametrus A B bisecat: Et triangulum F E D est dimidium parallelogrammi D E F H; *e* nam & ipsum diametrus F D bisecat. *d* Quæ autem æqualium sunt dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangulum igitur A B C est æquale triangulo D E F. Quare triangula super æqualibus basibus, &c. Quod oportuit demonstrare.



a *prop.* 31. 1.

b *prop.* 36. 1.

c *prop.* 34. 1.

e *prop.* 34. 1.

d *ax.* 7.

Propositio 39. Theor. 29.

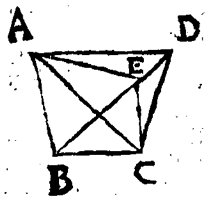
Triangula æqualia super eadem basi, & ad easdem partes constituta, in ijsdem sunt parallelis.

SVnto triangula æqualia A B C, D B C super eadem basi B C constituta. Dico illa in ijsdem esse parallelis. Ducta enim A D, dico illam esse parallelam ipsi B C. Si non. *a* Ducatur per A ipsi B C parallela A E: iuncta igitur E C, *b* erit triangulum A B C æquale triangulo E B C; sunt enim super eadem basi B C, & in ijsdem parallelis B C, A E. Sed triangulo A B C æquale ponitur triangulum D B C. *c* erit ergo D B C triangulum æquale ipsi E B C triangulo maius minori, quod fieri nequit: non ergo A E parallela est ipsi B C. pari modo demonstrabimus quod nulla alia præter A D. Sunt igitur A D, B C parallelæ. Quare triangula æqualia super eadem basi, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 31. 1.

b prop. 35. 1.

c ax. 1.



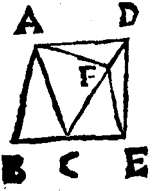
Propositio 40. Theor. 30.

Aequalia triangula super æqualibus basibus, & ad easdem partes constituta, in ijsdem sunt parallelis.

SVnto æqualia triangula A B C, C D E super æqualibus basibus B C, C E constituta. Dico illa

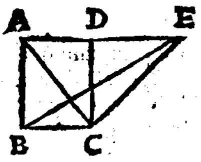
illa in ijsdem parallelis esse. Si non: *a* Ducatur per A ipsi B E parallela F A. iuncta ergo F B, *b* erit triangulum A B C æquale triangulo F C E. Sunt enim super æqualibus basibus B C, C E, & in ijsdem parallelis B E, A F. Sed triangulum A B C æquale etiã est triangulo D C E: *c* erit ergo & D C E ipsi F C E æquale, maius minori, quod fieri nequit: non ergo A F ipsi B E parallela est. Similiter ostendemus, quod præter A D, nulla alia. A D ergo ipsi B E parallela est. Triangula ergo æqualia, &c. quod demonstrare oportuit.

a *prop.* 31. 1.
b *prop.* 38. 1.
c *ax.* 1.



Propos. 41. Theor. 31.

Si parallelogrammum, & triangulum eandem habuerint basim, sintq; in ijsdem parallelis, erit parallelogrammum duplum trianguli.



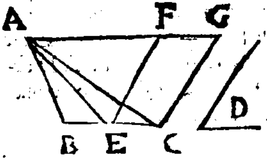
Sint parallelogrãmum A B C D, & triangulum E B C super eadem basi B C; & in ijsdem parallelis B C, A E. dico parallelogrammum A B C D duplum esse trianguli E B C. Ducta enim A C, *a* erit triangulum A B C æquale triangulo E B C: habent quippe eandem basim B C, & sunt in ijsdé paral-

a *prop.* 37. 1.

b prop. 34. 1. parallelis B C, A E. Sed parallelogrammum A B C D duplum est trianguli A B C; *b* diametrus enim
c ax. 1. A C ipsum bisecat: *c* quare & trianguli E B C duplum erit. Si igitur parallelogrammum & triangulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 42. Probl. 11.

Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

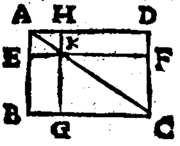


Esto datum triangulũ A B C: datus angulus rectilineus D. oporteat autem triangulo A B C ęquale parallelogrãmum constituere in
a prop. 10. 1. dato angulo D. *a* Bisecetur B C in E; iungatur A E; & *b* constituatur ad E rectæ E C angulo D æqualis
b prop. 23. 1. angulus C E F. Atq; *c* per A quidem agatur ipsi E C parallela A G. per C verò ipsi E F parallela C
c prop. 31. G, eritq; F E C G parallelogrammum. Et quia B E, E C æquales sunt, *d* erunt & triangula A B E, A E
d prop. 37. 1. C æqualia; quippe super æqualibus basibus B E, E C, & in ijsdem parallelis B C, A G constituta: duplum ergo est triangulum A B C trianguli A E C:
e prop. 41. 1. sed *e* parallelogrammum F E C G duplum quoq; est trianguli A E C. Sunt enim super eadem basi E C, & in ijsdem parallelis E C, A G: est ergo parallelogrammũ F E C G æquale triangulo A B C; habetq; angulum C E F æqualem dato angulo D. Dato ergo triãgulo A B C æquale parallelogrammum F E C G constitutum est in angulo F E C, dato angulo D, æquali. Quod facere oportuit.

Pro-

Propos. 43. Theor. 32.

Omnis parallelogrammi, eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum complementa sunt inter se æqualia.



SIt parallelogrammum A B C D, diametrus eius A C; circa A C parallelogramma sint E H, F G: & quæ dicuntur complementa B K, K D. Dico complementa B K, K D æqualia esse. quia enim A B C D parallelogrammum est, diametrus eius A C; fit *a* vt triangula A B C, A D C æqualia sint. Rursus quia E K H A parallelogrammum est, eius diametrus A K: *b* erunt triangula E A K, A H K æqualia. Eandem ob causam erunt æqualia triangula K F C, K G C. Cum igitur tam triangula A E K, A H K, quam K G C, K F C sint æqualia; erũt & duo A E K, K G C, duobus A H K, K F C æqualia. Est verò & totum A B C, toti A D C æquale: igitur reliquo complemento K D, reliquum B K est æquale. Omnis igitur parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 34. 1.
b *prop.* 34. 1.

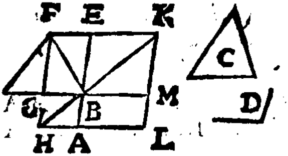
Propos. 44. Probl. 12.

Ad datam rectam lineam dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo rectilineo.

SIt data recta A B; datus triangulus C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem ad datam

tam rectam A B dato triangulo C æquale parallelogrammum applicare in angulo æquali angulo

a prop. 42. 1.



D. *a* Constituatur triangulo C æquale parallelogrammum B E F G in angulo E B G æquali angulo D. & iaceat B E ipsi A B indirectum; producatur F G in H; *b* per A alterutri ipsarum B G, E F agatur parallela A H, & iungatur H B. Et quia in parallelas A H, E F recta H F incidit, *c* erunt anguli A H F, H F E duobus rectis æquales: *d* ergo B H G, G F E duobus rectis sunt minores: *e* quæ autem à minoribus angulis quam sint duo recti in infinitum producuntur, concurrunt: igitur H B, F E producta concurrent; concurrant in K; *f* & per K ad alteru- tram ipsarum E A, F H ducatur parallela K L; productis H A, G B in L, M: erit igitur H L K F parallelogrammum, diametrus eius H K: *g* parallelogramma circa H K, erunt A G, M E. Complementa L B, B F: *h* ergo L B ipsi B F æquale est; sed & C ipsi B F est æquale: *i* erit igitur & L B ipsi C æquale. Et *k* quia angulus G B E æqualis est angulo A B M; & G B E æqualis angulo D: *l* erit & A B M, ipsi D æqualis. Ad datam ergo rectam, &c. Quod facere oportuit.

b prop. 31. 1. c prop. 29. 1. d ax. 9. e ax. 11. f prop. 31. 1. g prop. 43. 1. h prop. 43. 1. i ax. 1. k prop. 15. 1. l ax. 1.

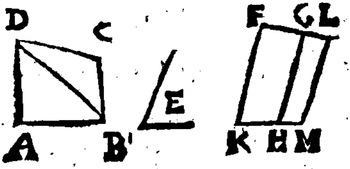
Propos. 45. Probl. 13.

Dato rectilineo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

E Sto datum rectilineum A B C D: datus angulus rectilineus E. Oportet autem ipsi A B

C D

C D æquale parallelogrammum in data angulo
E constituere. iungatur D B, & *a* constituatur trian *a prop.*
gulo A B D *42. 1.*



æquale paral
lelogrammū
F H in angu-
lo H K F æ-
quali angulo
E. Deinde *b* *b prop.*
applicetur ad *44. 1.*
lineam G H parallelogrammum G M triangulo
D B C æquale, in angulo G H M æquali angulo E. *c per*
Et *c* quia angulus E vtriq; H K F, G H M est æqua- *struct.*
lis: erunt & H K F, G H M æquales: addatur com-
munis K H G: *d* ergo H K F, K H G æquales erunt *d ax. 2.*
his G H M, K H G: at hi *e* sunt æquales duobus re- *e prop.*
ctis; ergo & illi. Quare ad punctum H rectæ G H *29. 1.*
positæ sunt duæ lineæ K H, H M non ad easdem
partes, facientes angulos deinceps æquales duobus
rectis, *f* in directum ergo erunt K H, H M. Et quia *f prop.*
in parallelas K M, F G recta incidit H G, *g* erunt *14. 1.*
anguli alterni M H G, H G F æquales: Communis *g prop.*
apponatur H G L: *i* erunt ergo hi M H G, H G L, *27. 1.*
his H G F, H G L, æquales; *k* at illi sunt æquales *i ax. 2.*
duobus rectis: ergo & hi: *l* in directum ergo est F *k prop.*
G ipsi G L. Et quia tam K F, H G quam H G, M *29. 1.*
L æquales & parallelæ sunt: *m* erunt & K F, M L *l prop.*
æquales & parallelæ: & coniungunt illas rectæ K *14. 1.*
M, F L: *n* ergo & K M, F L æquales & parallelæ *m prop.*
erunt. Parallelogrammum ergo est K F L M. & *30. 1.*
cum triangulum A B D æquale sit parallelogram- *n prop.*
mo H F; & triangulum D B C parallelogrammo *33. 1.*
G M, erit totum rectilineum A B C D toti K F L
M æquale. Dato ergo rectilineo A B C D æqua-

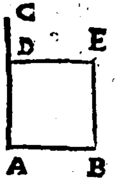
le parallelogrammum constituimus K F L M, in angulo dato E. Quod facere oportebat.

Propos. 46. Probl. 14.

A data recta linea quadratum describere.

a prop. 11. 1.
h prop. 34. 1.
i per struct.
b prop. 34. 1.
c per struct.

ESto data recta A B, à qua quadratum describere oporteat. a Ducatur à puncto A rectæ A B ad angulos rectos A C; & fiat h ipsi A B æqualis A D; & à D ipsi A B agatur parallela D E: i per B verò ipsi A D ducatur parallela B E: est ergo A D E B parallelogrammum: b vnde A B ipsi D E, & A D ipsi B E æqualis erit; c sed & A B æqualis est ipsi A D. Omnes ergo quatuor B A, A D, D E, B E sunt æquales; est ergo A D E B æquilaterum. dico quod & rectangulum. Cum enim recta A D in parallelas A B, D E incidat, d erunt anguli B A D, A D E æquales duobus rectis. e rectus autem est B A D: ergo & A D E. f Parallelogrammorum autem spaciorum anguli & latera, quæ ex aduerso, æqualia sunt; erit igitur vterq; A B E, B E D rectus: rectangulum igitur est A D E B. Ostensum autem est & æquilaterum: g ergo est quadratum; & à recta A B descriptum. Quod oportebat facere.



d prop. 29. 1.
e per struct.
f prop. 34. 1.
g def. 27.

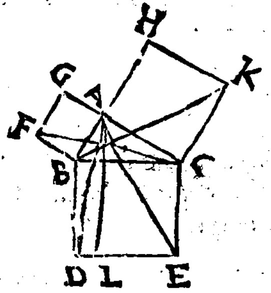
Propositio 47. Theor. 43.

In rectangulis triangulis, quod à latere rectum angulum subtendente describitur quadratum,

tum,

tum; æquale est illis, quæ à lateribus rectum comprehẽdentibus describuntur quadratis.

ESto triangulum rectangulum A B C, rectum habens B A C. Dico quadratum à latere B C descriptum, æquale esse quadratis à lateribus B A, A C descriptis. *a* describantur à rectis B C, B *a prop.*
A, A C quadrata B *46. 1.*
D C E; G B; H C; &
b per A, vtriq; B D, *b prop.*
C E agatur paralle- *31. 1.*
la A L. iunganturq;
A D, F C. Et quia
vterq; angulorum B
A C, B A G rectus
est, suntq; ad punctũ
A lineæ A B duæ re-
ctæ A C, A G positę,
faciétes angulos de-
inceps duobus rectis

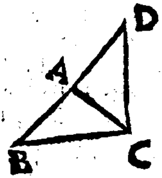


æquales, *c* erit A G *c prop.*
ipsi A C in directum. Eandem ob causam est A B *14. 1.*
ipsi A H in directum. Et quia angulus D B C æqualis est angulo F B A, quod vterq; sit rectus, si apponatur communis A B C: *d* erit totus D B A, *d ax. 2*
toti F B C æqualis. Cumque duæ D B, B A, duabus B C, B F æquales sint, altera alteri, & angulus D B A, angulo F B C æqualis; *e* erit & basis A D, *e prop.*
basi F C æqualis, & triangulum A B D, triangulo *4. 1.*
F B C: *f* estq; trianguli A B D parallelogrammum *f prop.*
B L duplum; habent enim eandem Basim B D, & *41. 1.*
sunt in ijsdem parallelis B D, A L. *g* Trianguli verò F B C duplum est quadratum G B; habent enim *g prop.*
eandem basim F B, & sunt in ijsdem parallelis F B, *41. 1.*
G C;

h *ax.1.* G C; *h* quæ autem æqualium ſunt dupla, æqualia inter ſe ſunt: parallelogrammum ergo B L æquale eſt G B quadrato. Eodem modo iunctis A E, B K demonſtrabitur C L æquale eſſe quadrato H C: Totum ergo quadratum D B E C æquale eſt duobus G B, H C quadratis: & eſt D B E C à B C; ipſa vero G B, H C à B A, A C, deſcripta: Quadratum ergo à B C deſcriptum æquale eſt quadratis à B A, A C deſcriptis. In rectangulis ergo Triangulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 48. Theor. 35.

Si quadratum ab vno trianguli latere deſcriptum, æquale fuerit quadratis à reliquis lateribus deſcriptis angulus à reliquis lateribus contentus, rectus erit.



ESto quadratum à latere B C trianguli A B C deſcriptum, æquale quadratis à lateribus B A, A C deſcriptis. Dico angulum B A C rectum eſſe. *a* Ducatur enim ab A puncto lineæ A C ad angulos rectos recta A D, & ſit *b* A D ipſi A B æqualis, iūgaturq; D C Et quia D A, A B ęquales ſūt, erit & quadratum ab A D deſcriptum æquale quadrato ab A B deſcripto. apponatur commune quadratum ab A C deſcriptum: *c* erunt igitur quadrata ipſarum D A, A C æqualia quadratis ipſarum B A, A C. Sed quadrata ipſarum D A, A C æqualia ſunt quadrato ipſius D C. *d* angulus enim D A C rectus eſt.

a *prop. 11. 1.*

b *prop. 2. 1.*

c *ax. 2.*

d *per ſtruct.*

est. Quadratis autem ipsarum A B, A C ponitur æquale quadratum ipsius B C. quadrata ergo ipsarum D C, B C sunt æqualia: ergo & latera. Et cum A D, A B æquales sint, communis A C, igitur duæ D A, A C, duabus B A, A C sunt æquales, & basis D C basi B C: e erit ergo & angulus D A C angulo B A C æqualis: Est vero D A C rectus: ergo & B A C rectus erit. Si ergo quadratum, &c. Quod oportuit demonstrare.

e prop. 8. 1.

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

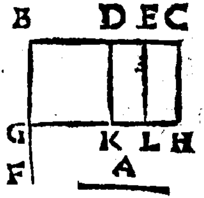
Definitiones.

1 Omne parallelogrammũ rectangulum contineri dicitur à duabus rectis lineis angulum rectum comprehendentibus. *Vt in proposit. 1. parallelogrammum B H continetur à lineis B C, B G, quæ angulum rectum B continent.*

2 Parallelogrammi spacij vnum eorum, quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum, cum duobus complementis gnomon vocetur. *Vt in proposit 5 figura C B F G H L contenta parallelogrammis D L, H F, & quadrato D C.*

Propositio 1. Theor. 1.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, quarum altera secetur in quotcunq; partes, rectangulum ab ipsis contentum, æquale erit rectangulis ab insecta, & singulis sectæ partib. contentis.

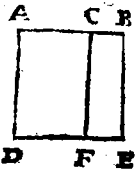


SInt duæ rectæ A, B C, quarum B C secetur vtcunq; in D, & E. Dico rectangulum lineis A, & B C contentum æquale esse rectangulis contentis A, B D; & A, D E; & A, E C. *a* Ducatur enim ex B ipsi
a prop. B C ad angulos rectos B
11. 1. F, fiatq; *b* ipsi A æqualis B G; & *c* per G ipsi B C
b prop. parallela ducatur G H; per D, E, C verò ipsi B G
2. 1. paraltelæ ducantur D K, E L, C H. Est autem B H
c prop. æquale ipsis B K, D L, E H. Nam B H est rectan-
31. 1. gulum ipsarum A, B C; Continetur enim ipsis B C, B G, & B G est ipsi A æqualis. B K, est rectangulũ ipsarum A, B D; Continetur enim rectis G B, B D: siquidem G B ipsi A æqualis est. D L est rectangulum ipsarum A, D E; nam & D K æqualis est ipsi A. & similiter E H est rectangulum ipsarum A, E C. Est ergo quod A, B C continetur æquale illis, quæ A, B D: A, D E; & A, E C continentur. Si ergo fuerint duæ rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos.2. Theor. 2.

Si recta linea secetur vtcunque, erunt rectangula, quæ tota & partibus continentur, æqualia quadrato, quod fit à tota.



RECta A B secetur vtcunq; in C. Dico rectangula ipsis A B, A C, & A B, B C cōtenta, æqualia esse, quadrato ipsius A B. *a* Describatur super A B quadratum A B D E, & ducatur per C ad vtrāq; A D, B E parallela C F. *b* æquale ergo est A E ipsis A F, C E. Est autem A E quadratum ipsius A B, rectangulum ipsarum B A, A C est A F; Continetur enim ipsis A D, A C; & est A D ipsi A B æqualis. C E continetur, A B, B C; Est autem B E æqualis ipsi A B; Ergo quæ A B, A C; & A B, C B continentur æqualia sunt quadrato ipsius A B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportebat.

a prop. 46. 1.

b *prop.* 1. 2.

Propos. 3. Theor. 3.

Si recta linea vtcunq; secetur, erit rectangulum tota, & vna parte contentum, æquale rectangulo partibus contento, & quadrato à dicta parte descripto.

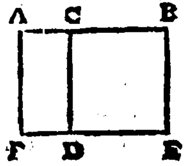
RECta A B sit vtcunq; secta in C. Dico rectangulum A B, B C contentum, æquale esse, & rectangulo A C, C B; & quadrato B C contento.

a prop. 46. 1. a Describatur enim à BC quadratum C D B E, producaturq; E D in F; & b per A vtriq; C D, B E parallela ducatur, A F: c Ergo A E æquale est, ipsis AD, C E. Estq; A E, rectangulum ipsis A B, B C contentum: continetur enim ipsis A B, B E, & d est B E ipsi B C æqualis. A D verò est rectangulum ipsarum A C, C B; est enim D C ipsi C B æqualis. D B, deniq; est quadratum ipsius C B. Rectangulum ergo A B, B C contentum, æquale est A C, C B contento, vna cum quadrato ipsius C B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

b prop. 31. 1.

c prop. 1. 2.

d def. 27. 1.



Propos. 4. Theor. 4.

Si recta linea vtcunq; secetur, quadratum totius æquale erit & partium quadratis, & rectangulo bis partibus contento.

Recta A B secetur vtcunque in C. Dico quadratum ipsius A B æquale esse quadratis ipsarum A C, C B; & rectangulo bis A C, C B contento. a Constituatur enim super A B quadratum A D E B, ducaturq; B D; ac b per C vtrique A D, E B ducatur parallela C F; per G verò vtriq; A B, D E parallela H K. Et c quia C F, A D parallelæ sunt in ipsasq; incidit B D, d erit externus angulus B G C æqualis interno & opposito A D B: e sed A D B est æqualis ipsi C B D; quod & latus B A lateri A D sit æquale; erit igitur & C G B angulus, æqualis G B C angulo. f Quare & latus B C lateri C G æquale

a prop. 46. 1.

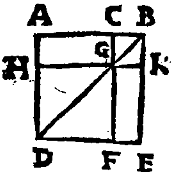
b prop. 31. 1.

c per struct.

d prop. 29. 1.

e prop. 5. 1.

quale erit: g sed & C B ipsi G K, & C G ipsi K B æquale; erit ergo & G K ipsi K B æquale: æquilaterum ergo est C G K B. Dico quod & rectãgulum. Cum enim C G, B K parallelæ sint, in ipsasque incidat C B; erunt h anguli K B C, G C B æquales duobus rectis: i rectus autem est K B C; ergo & G C B rectus erit. k Quare & qui ex aduerso C G K, G K B recti erunt; rectangulum igitur est C G K B. Demonstratum autem est, quod & æquilaterum: quadratum l ergo est; & est à C B descriptum. Eandem ob causam & H F quadratum est; & est ab H G descriptum, hoc est, ab A C. Sunt ergo quadrata H F, C K ab ipsis A C. C B descripta. Et quia A G ipsi G E m æquale est, estque A G quod A C, C B continetur; sunt enim G C, C B æquales; erit & G E æquale A C, C B contento. Ergo A G, G E æqualia sunt bis A C, C B contento. Sunt autem & H F; C K quadrata ipsarum A C, B C quatuor ergo H F, C K, A G, G E æqualia sunt, & quadratis ipsarum A C, C B; & rectangulo bis A C, C B contento. Sed H F, C K, A G, G E constituunt totum A D E B, quod est quadratum ipsius A B. Quadratum ergo ipsius A B æquale est quadratis ipsarum A C, C B, & rectangulo bis A C, C B contento. Si ergo, &c. Quod demonstrare oportuit.



f prop. 6. 1.
g prop. 33. 1.
h prop. 29. 1.
i def. 27. 1.
k prop. 34. 1.
l def. 27. 1.
m prop. 43. 1.

Alia demonstratio.

DIco quadratum ipsius A B ęquale esse quadratis partium A C, C B, & rectangulo bis A C, C B contento. In eadem figura, cum B A, A D sint

a prop. æquales, *a* erunt & anguli A B D, A D B æquales.
5. 1. Et *b* cum omnis trianguli tres anguli æquales sint
b prop. duob. rectis; erunt & trianguli A B D tres A B D, A
32. 1. D B, B A D æquales duob. rectis. *c* & est B A D re-
c per ctus: ergo reliqui A B D, A D B vni recto æquales;
struct. cumq; sint æquales, erit vterque semirectus. *d* re-
d per ctus autem est B C G, est namq; æqualis angulo op
struct. posito ad A; reliquus ergo C G B semirectus est: *f*
& per igitur æquales sunt C G B, C B G: *g* quare & late-
29. 1. ra B C, C G æqualia erunt: *h* sed C B æquale est ip-
f prop. si K G, & C G ipsi B K: ergo C K est æquilaterum;
32. 1. *i* cumq; habeat angulum C B K rectum: quadra-
g prop. tum erit C K, & quidem, quod fit ex C B. Eandem
6. 1. ob causam quadratum est F H, estque æquale illi,
h prop. quod fit ex A C: sunt ergo C K, H F quadrata; æ-
33. 1. qualiaque quadratis ipsarum A C, C B. Et *k* cum
i per A G, E G æqualia sint, sitq; A G id, quod A C, C B
struct. continetur, sunt enim C G, C B æquales: ergo E G
k prop. æquale est contento A C, C B: igitur A G, G E æ-
43. 1. qualia sunt bis A C, C B contento. Sunt verò & C K, H F æqualia quadratis ipsarum A C, C B: Ergo C K, H F, A G, G E æqualia sunt quadratis ipsarum A C, C B; & bis A C, C B contento: sed C K, H F, A G, G E totum A E constituunt, quod est ipsius A B quadratum. Ergo quadratum ipsius A B æquale est quadratis ipsarum A C, C B, & rectangulo bis A C, C B contento. Quod oportuit demonstrare.

Corollarium.

EX his manifestum est in quadrati spacijs illa quæ circa diametrum sunt, quadrata esse.

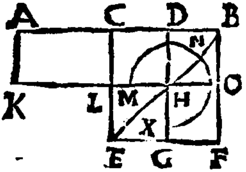
Pro-

Propof.5. Theor.5.

Si recta linea fecetur in æqualia, & in inæqualia, erit rectangulum inæqualibus totius partibus cantentum vna cum quadrato lineæ, quæ inter fectiones interijcitur æquale ei, quod à dimidia fit quadrato.

RECta A B *a* fecetur in æqualia ad C; in inæqua lia ad D. Dico contentum A D, D B rectangulum cum quadrato quod ex C D, æquale efle quadrato ipfius C B, *b* Defcribatur enim fuper B C quadratum C E F B; & ducatur B E; *c* atque per D vtriq; C E, B F ducatur parallela D G: per H verò vtriq; C B, E F parallela K O. Rurfufq; per A vtriq; C L, B O parallela A K; & cum complementa C H, H F *d* æqualia fint, fi addatur commune D O; erit totum C O, toti D F æquale. Sed C O æquale eft A L; quod & A C ipfi C B fit æqualis: erit igitur & A L ipfi D F æquale: fi addatur cõmune C H, erit A H ipfis D F, D L *e* æquale: fed A H, contento A D, D B eft æquale; *e* eft enim, & D H ipfi D B æqualis: F D, D L autem funt gnomon M N X: *f* ergo gnomon M N X eft æqualis A D, D B contento. Si L G commune, quod eft æquale quadrato ex C D, addatur: erunt M N X gnomon, & L G æqualia contento A D, D B, & illi quod ex C D fit quadrato. Sed gnomon M N X, & L G totum C E F B

a prop. 10. 1.
b prop. 46. 1.
c prop. 46. 1.
d prop. 43. 1.
e Corol. 4. prop. 2.
f ax. 1.



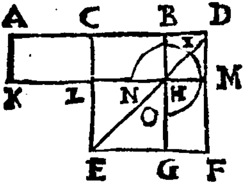
quadratum, quod est quadratum ex C B: ergo A D, D B contentum, cum quadrato quod fit ex C D, æquale est quadrato ipsius C B. Si ergo recta linea secetur, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 6. Theor. 6.

Si recta linea bisecetur, eiq; in directum quædam recta adijciatur, erit rectangulum, quod fit ex tota composita, & adiecta, vnà cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato quod fit ex dimidia & adiecta.

Recta A B bisecetur in C, adijciaturq; ei quædam B D in directum. Dico rectangulum A D, D B contentum, cum quadrato rectæ C B, æquale esse quadrato quod fit ex C D. *a* Describatur enim super C D quadratum C E F D; ducaturque D E. & *b* per B quidem vtriq; E C, D F parallela ducatur B G: per H verò vtriq; A D, E F parallela K M. Item per A vtriq; C L, D M parallela A K. Cum igitur A C æqualis sit rectæ C B; erit & A L æquale ipsi C H: sed C H *c* æquale est ipsi H F: ergo & A L, æquale est ipsi H F. Commune addatur C M: *d* totum ergo A M gnomoni N X O erit æquale: sed A M est quod continetur A D, D B (est *e* enim D M æqualis ipsi D B:) & gnomon N X O æqualis est A D, D B contento. Commune addatur L G, quod est æquale

a prop. 46. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 43. 1.
d ax. 2.
e def. 57.

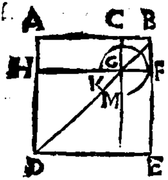


qua-

quadrato rectæ C B: ergo contentum A D, D B, cum quadrato ipsius B C, æquale est gnomoni N X O, & L G, Sed gnomon N X O, & L G sunt quadratum C E F D, quod est quadratum ipsius C D: ergo quod A D, D B continetur, cum quadrato ipsius B C, æquale est ipsius C D quadrato. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 7. Theor. 7.

Si recta linea secetur vtcumq;, quod à tota, quodq; ab vna partium fit, vtraq; quadrata, æqualia sunt ei, quod bis à tota & dicta parte fit rectangulo, vna cum alterius partis quadrato.



Recta A B secetur vtcumque in C. Dico quadrata, quæ ex A B, C B fiunt, æqualia esse bi A B, B C contento, & quadrato quod fit ex A C. *a* Describatur enim super A B quadratũ A D E B, & figura * construatur. Et quia A G, G E æqualia sunt, si commune C F addatur, erunt tota A F, C E æqualia: vtraq; ergo A F, C E dupla sunt ipsius A F: sed A F, C E sunt gnomon K L M & C F quadratum: gnomon ergo K L M, & C F dupla sunt ipsius A F. Est vero eiusdem A F duplum bis A B, B C contentum; *b* sunt enim, B F, B C æquales. Gnomon ergo K L M, & C F æquantur bis A B, B C contento. Commune addatur D G, quod est quadratum ex A C: gnomon ergo K L M, & quadrata B G, G D

a *prop. 46. 1.*

* *vt in praecedentib.*

b *def. 17.*

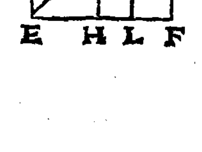
G D æquantur bis A B, B C contento, & quadrato quod ex A C. Sed gnomon K L M, & quadrata B G, G D sunt totum A D E B, & C F; quæ sunt ex A B, B C quadrata. Quadrata ergo ex A B, B C æquantur bis A B, B C contento, & quadrato ex A C: si ergo, recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 8. Theor. 8.

Si recta linea secetur vtcumq;, rectangulum quater tota, & vna parte contentum, cum quadrato alterius partis, æquale est quadrato à tota & dicta parte, tanquam ab vna linea descripto.

Recta A B sit secta vtcumq; in C. Dico rectangulum quater A B, B C contentum, cum eo, quod fit ex A C quadrato æquale esse quadrato, quod fit ex A B, B C, tanquam ex vna linea. Producatur enim A B in directum, & sit B D æqualis C B; & *a* super A D constituatur quadratum A E F D; & dupla figura construatur. Quia igitur C B ipsis B D; G K; B D verò ipsi K N æqualis est; erunt & G K, K N æquales. Ob eandem causam, erunt P R, R O æquales. Cumq; tam B C, B D; quam G K, K N æquales sint; *b* erunt etiam tam C K, K D: quam G R, R N æqualia sed C K, R N *c* sunt æqualia (sunt enim com-

a prop. 46. 1.



b prop. 36. 1.

c prop. 43. 1.

complementa parallelogrammi C O) igitur & K D, G R æqualia erunt. Quatuor ergo D K, C K, G R, R N æqualia sunt: quatuor ergo illa sunt quadruplicia ipsius C K. Rursus cum C B ipsi B D: B D *d* ipsi B K, hoc est, ipsi C G; & C B ipsi G K, hoc est, ipsi G P æqualis sit, erit C G ipsi G P æqualis. Et cum C G ipsi G P; & P R ipsi R O æqualis sit; erit & A G ipsi M P; & P L ipsi R F æquale. Sed M P, P L sunt *e* æqualia, quippe parallelogrammi M L complementa, erunt & A G, R F æqualia. Quatuor ergo A G, M P, P L, R F sunt æqualia; quatuor ergo illa quadruplicia sunt ipsius A G, Ostensa autem sunt & C K, K D, G R, R N ipsius C K quadruplicia: ergo octo illi quæ gnomonem S T Y continent, quadrupla sunt ipsius A K: & cum A K contento A B, B D sit æquale, est enim B K; ipsi B D æqualis, erit quater A B, B D contentum, quadruplum ipsius A K. ostensus est autem & gnomon S T Y quadruplex ipsius A K. Quod ergo quater A B, B D continetur æquale est gnomoni S T Y. Commune addatur X H (quod æquale est quadrato ex A C) quater ergo A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato quod fit ex A C, æquale est gnomoni S T Y, & X H. Sed gnomon & X H sunt A E F D quadratum, quod est quadratum ex A D: ergo quater A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato ex A C, est æquale illi, quod fit ex A D quadrato, hoc est, quod fit ex A B, B C tanquam ex vna linea. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

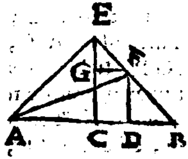
d coroll. 4.2. & def 27.

e prop. 43. 1.

Pro-

Propof. 9. Theor. 9.

Si recta linea secetur in æqualia, & non æqualia, quadrata partium inæqualium dupla sunt, & eius quod fit à dimidia, & eius quod fit à linea, quæ inter sectiones intercipitur quadrati.



a prop. 21. 1.

SEcetur recta A B in C æqualiter, in D inæqualiter. Dico quadrata ex A D, D B dupla esse eorum, quæ ex A C, C D fiunt. *a* Ducatur ex C ipsi A B ad angulos rectos E C, quæ sit vtriq; A C, C B æqualis, ducanturque E A, E B. Atq; per D ipsi E C agatur parallela D F: per F verò ipsi A B parallella F G iungaturq; A F. Et quia A C, C E
b prop. 5. 1. æquales sunt; *b* erunt & anguli E A C, A E C æquales. Et cum angulus ad C rectus sit; *c* erunt reliqui
c prop. 32. 1. A E C, E A C vni recto æquales, ideoq; semirecti. Eandem ob causam C E B, E B C semirecti erunt: vnde totus A E B rectus erit. Cumq; G E F semi-
d prop. 29. 1. rectus sit; *d* rectus E G F (est enim interno & opposito E C B æqualis) erit reliquus E F G semirectus: Ergo G E F ipsi E F G est æqualis; *e* quare
e prop. 23. 1. & latus E G lateri F G æquale erit. Rursus cum angulus ad B semirectus sit; rectus F D B (est enim æqualis interno & opposito E C B) erit reliquus B F D semi rectus. Est ergo angulus ad B æqualis D
f pr p. 6. 1. F B angulo. *f* Quare & latus D F lateri D B æquale erit: Et cum A C, C E æquales sint, erunt & quadrata

drata ex A C, C E æqualia: dupla ergo sunt quadrato ex A C: g æquale autem est quadratis ex A C, C E quadratum ex E A (nam angulus A C E rectus est) est igitur quod ex E A duplum eius quod ex A C. Rursus cum E G, G F æquales sint; erunt & quæ ex E G, G F quadrata æqualia: dupla ergo sunt eius quod fit ex G F: Et h æqualis eius, quod ex E F: ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex G F quadrati (sunt autem G F, C D æquales) ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex C D. Est autem & quod ex A E duplum eius, quod ex A C: ergo quadrata quæ ex A E, E F dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Quadratis autem ex A E, E F, i æquale est quod ex A F (est enim angulus A E F, rectus) ergo quod ex A F quadratum duplum est eorum, quæ ex A C, C D: ei autem, quod ex A F k æqualia sunt quæ ex A D, D F fiunt (nam angulus ad D rectus est) igitur quæ ex A D, D F dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D quadratorum (sunt autem D F, D B æquales) ergo quæ ex A D, D B quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

g prop. 6. 1.

h prop. 47. 1.

i prop. 47. 1.

k prop. 47. 1.

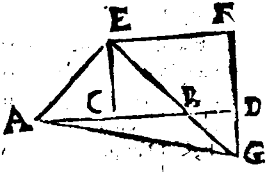
Propos. 10. Theor. 10.

Si recta linea bisecetur, eique in rectum quædam alia adijciatur; quæ à tota cum adiecta, & ab adiecta fiunt quadrata, dupla erunt quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & ad composita ex dimidia & adiecta.

Recta A B bisecetur in C, adijciaturq; ei in rectum B D. Dico quadrata quæ ex A D, D B dupla a prop. 11. 1. dupla esse eorum, quæ ex A C, C D. *a* Ducatur enim ex C ipsi A B ad angulos rectos C E; *b* sitq;

b prop. 2. 1. C E ipsis, A C, C B æqualis; & iungantur

c prop. 31. 1. A E, E B. atq; *c* per E ipsi A D agatur parallela E F. Per D verò ipsi C E parallela D F; & cum in parallelas E C, F D



d prop. 29. 1. incidat E F, *d* erunt anguli C E F, E F D æquales duobus rectis: vnde

e ax. 11. F E B, E F D duobus rectis minores erunt. *e* Quæ autem à minoribus quam sint duo recti producuntur rectæ lineæ, concurrunt: ergo E B, F D ad partes B, D productæ concurrent: concurrant in G, iungaturq; A G. Et quia A C, C E æquales sunt,

f prop. 5. 1. *f* erunt & anguli A E C, E A C æquales; *g* & est angulus ad C rectus: ergo E A C, A E C sunt semirecti. Eandem ob causam C E B, E B C semirecti

g per struct. sunt: ergo A E B rectus est: cumq; E B C sit semire-

h prop 29. 1. ctus, *h* erit & D B G semirectus: est verò B D G rectus; *i* æqualis enim est angulo D C E, quod sint

i prop 15. 1 alterni: reliquus ergo D G B semirectus est: quare anguli D G B, D B G æquales sunt; *k* erunt igitur

k prop 6. 1. & latera B D, G D æqualia. Rursus cum E G F semirectus sit: *l* rectus qui ad F (est enim ad C oppo-

l prop. 34. 1. sito æqualis) erit & F E G semirectus: sunt igitur E G F, F E G æquales. *m* Quare & latera G F, E F

m prop 6. 1. æqualia erunt. Cum ergo E C, C A æquales sint; erit & quod ex E C quadratum, æquale ei, quod ex A C: Quadrata ergo quæ ex E C, C A, dupla sunt

n prop. 47. 1. eius, quod fit ex C A: illis autem, quæ ex C E, C A, *n* æquale est quod ex E A: ergo quod ex E A duplum

est

est eius quod ex A C. Rursus cum G F, E F sint æquales, erunt & quæ ex F G, F E quadrata æqualia. Sunt ergo quæ ex F G, F E dupla eius, quod ex E F: illis autem, quæ ex G F, F E *o* æquale est o prop.
quod ex E G: ergo quod ex E G duplũ est eius, quod ex E F, sũt 47. 1.
autẽ E F, C D æquales: ergo quod ex E G duplum est eius quod ex C D: ostensum est autem id, quod ex E A duplum esse eius quod ex A C: quæ ergo ex A E, E G quadrata dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D: illis autem quæ ex A E, E G *p* æquale est quod
ex A G: ergo quod ea A G duplum est eorum, quæ p prop.
ex A C, C D: ei autem quod ex A G, *q* æqualia 47. 1.
sunt, quæ ex A D, D G: ergo quę ex A D, D G qua- q prop.
drata dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D, æquales 47. 1.
autem sunt D G, D B. ergo quæ A D, D B quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Si ergo recta linea bisecetur, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 11. Probl. 1.

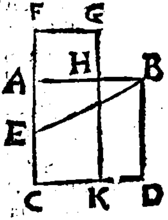
Datam rectam secare, vt quod tota, & vna parte continetur rectangulum, æquale sit quadrato quod fit ex reliqua parte.

Sit data recta A B, quam oporteat ita secare, vt a prop.
quod ex tota & vna partium fit rectangulum, 46. 1.
æquale sit ei, quod ex altera parte fit quadrato. *a* b prop.
Describatur ex A B quadratum A B C D, & *b* bise- 10. 1.
cetur A C in E, iungaturque; B E. producatur C A in c prop.
F, sitq; E F *c* æqualis rectæ B E. *d* constituatur su- 2. 1.
per A F quadratum F H, & producatur G H in K. d prop.
Dico rectam A B in H sectam esse, vt A B, B H 46. 1.

con-

contentum rectangulú, æquale sit ei, quod ex A H sit quadrato. Cum enim recta A C bisecta sit in E, eique adiecta in directum A F; *e* erit C F, F A contentum, cum eo quod fit ex A E, æquale illi quod fit ex E F, sunt autem E F, E B æquales: ergo C F, F A contentum, cum eo quod fit ex A E; æquale est illi; quod ex E B quadrato: sed ei, quod ex E B *f* æqualia sunt, quæ ex B A, A E quadrata (rectus enim est angulus ad A) ergo quod C F, F A continetur, cum illo quod ex A E quadrato, æquale est illis, quæ ex B A, A E quadratis: Commune quod ex A E auferatur; reliquum ergo, quod C F, F A continetur, æquale est ei, quod ex A B quadrato. Est autem C F, F A contentum, ipsum F K (*g* nam A F, F G sunt æquales) Quod autem fit ex A B, est A D quadratum: ergo F K, A D sunt æqualia. Commune A K auferatur: eruntq; reliqua F H, H D æqualia. Est autem H D quod A B, B H continetur *h* (sunt enim A B, B D æquales) F H autem est quod fit ex A H quadratum. Ergo quod A B, B H continetur rectangulum, æquale est quadrato quod ex A H: recta ergo A B secta est in H, vt quod A B, B H continetur rectangulum æquale sit ei, quod ex A H sit quadrato. Quod facere oportebat.

e prop.6 2.



f prop. 47.1.

g def. 27.

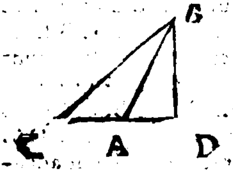
h def. 27.

Pro.

Propositio 12. Theor. 11.

In triangulis obtusangulis quadratum quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum continentium, rectangulo bis contento & ab vno latere obtusum continente in quod productum perpendicularis cadit, & à linea exterius assumpta à perpendiculari ad angulum obtusum.

Sit triangulum obtusangulum A B C, obtusum angulum habens B A C. *a* Ducatur ex B ad C A productam perpendicularis B D. Dico quadratum ex B C maius esse eis, quæ ex B A, A C, rectangulo bis C A, A D contento. Cum enim recta C D secta sit vtcunq; in A; *b* erit quod ex D C æquale illis, quæ ex C A, A D quadratis; & ei, quod bis C A, A D continetur. Commune addatur, quod ex D B. Ergo quæ ex C D, D B æqualia sunt illis, quæ ex C A, A D, D B quadratis; & illi, quod bis C A, A D continetur: sed illis, quæ ex C D, D B quadratis, *c* æquale est quod ex C B, (est enim angulus ad D rectus) illis autem, quæ ex A D, D B *d* æquale est, quod ex A B quadratum. Quod igitur ex C B æquale est illis, quæ ex C A, A B quadratis, & rectangulo bis C A, A D contento.



a prop. 12. 1.

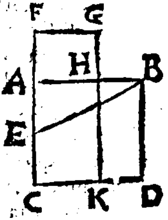
b prop. 4. 2.

c prop. 47. 1.

d prop. 47. 1.

contentum rectangulũ, æquale sit ei, quod ex A H sit quadrato. Cum enim recta A C bisecta sit in E, eique adiecta in directum A F; e erit C F, F A contentum, cum eo quod fit ex A E, æquale illi quod fit ex E F, sunt autem E F, E B æquales: ergo C F, F A contentum, cum eo quod fit ex A E; æquale est illi; quod ex E B quadrato: sed ei, quod ex E B f æqualia sunt, quæ ex B A, A E quadrata (rectus enim est angulus ad A) ergo quod C F, F A continetur, cum illo quod ex A E quadrato, æquale est illis, quæ ex B A, A E quadratis: Commune quod ex A E auferatur; reliquum ergo, quod C F, F A continetur, æquale est ei, quod ex A B quadrato. Est autem C F, F A contentum, ipsum F K (g nam A F, F G sunt æquales) Quod autem fit ex A B, est A D quadratum: ergo F K, A D sunt æqualia. Commune A K auferatur: eruntq; reliqua F H, H D æqualia. Est autem H D quod A B, B H continetur h (sunt enim A B, B D æquales) F H autem est quod fit ex A H quadratum. Ergo quod A B, B H continetur rectangulum, æquale est quadrato quod ex A H: recta ergo A B secta est in H, vt quod A B, B H continetur rectangulum æquale sit ei, quod ex A H sit quadrato. Quod facere oportebat.

e prop. 6 2.



f prop. 47. 1.

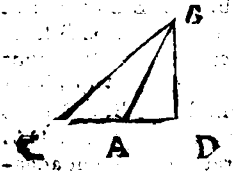
g def. 27.

h def. 27.

Propositio 12. Theor. 11.

In triangulis obtusangulis quadratum quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum continentium, rectangulo bis contento & ab vno latere obtusum continente in quod productum perpendicularis cadit, & à linea exterius assumpta à perpendiculari ad angulum obtusum.

Sit triangulum obtusangulum A B C, obtusum angulum habens B A C. a Ducatur ex B ad C A productam perpendicularis B D. Dico quadratum ex B C maius esse eis, quæ ex B A, A C, rectangulo bis C A, A D contento. Cum enim recta C D secta sit vtcunq; in A; b erit quod ex D C æquale illis, quæ ex C A, A D quadratis; & ei, quod bis C A, A D continetur. Commune addatur, quod ex D B. Ergo quæ ex C D, D B æqualia sunt illis, quæ ex C A, A D, D B quadratis; & illi, quod bis C A, A D continetur: sed illis, quæ ex C D, D B quadratis, c æquale est quod ex C B, (est enim angulus ad D rectus) illis autem, quæ ex A D, D B d æquale est, quod ex A B quadratum. Quod igitur ex C B æquale est illis, quæ ex C A, A B quadratis, & rectangulo bis C A, A D contento.



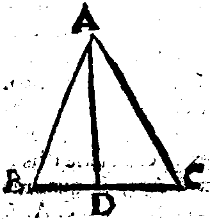
a prop. 12. 1.
b prop. 4. 2.
c prop. 47. 1.
d prop. 47. 1.

tento. In triangulis ergo obtusangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 13. Theor. 12.

In acutangulis triangulis quadratum lateris acutum angulum subtendentis minus est quadratis acutum continentibus rectangulo bis contento, & ab vno latere acutum continente, in quod perpendicularis cadit, & à linea à perpendiculari intus assumpta ad angulum acutum.

a prop. 12. 1. SIt acutangulum triangulum A B C, habens acutum B: *a* ducatur ab A in B C perpendicularis A D. Dico quadratum quod fit ex A C minus esse illis quæ fiunt ex C B, B A, rectangulo bis C B, B D contento. Cum enim recta C B secta



b prop. 7. 2. sit vtcumque in D; *b* erunt quæ ex C B, B D quadrata æqualia bis C B, B D contento, & illi quod ex D C quadrato. Commune addatur, quod ex A D: Ergo quæ ex C B, B D, D A quadrata, æqualia sunt bis C B, B D contento, & quadratis quæ ex A D, D C. Sed illis, quæ ex B D, D A, quale est quod ex A B (est enim angulus ad D rectus) illis verò quæ ex A D, D C æquale est quod ex A C. Ergo quæ ex C B, B A, æqualia sunt & illi quod ex A C quadrato; & illi quod bis C B, B D continetur. Quare quod ex A C quadratum minus est illis, quæ ex C B, B A quadratis, rectangu-

lo

labis B C, B D ebs contento. In triangulis ergo acutangulis, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 14. Probl. 2.

Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

ESto rectilineum A, cui oporteat æquale quadratum cõstituere. *a* Fiat rectilineo A æquale parallelogrammum rectangulum B D. Si igitur B E, E D fuerint æquales, factum est quod petitur; erit enim rectilineo A æquale quadratum B D. Si non; erit vna ipsarũ B E, E D maior: Sit maior B E, quæ producatur in F, *b* fiatq; F E, ipsi E D equalis, *c* bisceturq; F B in G, & centro G, interuallo G B, aut G F describatur semicirculus B H F, & producatur D E in H, ducaturq; G H. Cum itaq; recta B F secta sit æqualiter in G, inæqualiter in E; *d* erit quod B E, E F cõtinetur, cum eo quod ex E G quadrato, æquale ei quod ex G F quadrato. Sunt autem G F, G H æquales. Quod ergo B E, E F continetur cum eo quod ex G E, æquale est illi, quod ex G H: illi verò quod ex G H, *e* æqualia sunt quæ ex H E, G E quadrata: ergo quod B E, E F continetur, cum eo quod ex G E, æquale est illis, quæ ex H E, G E: Commune auferatur, quod ex G E; & erit reliquũ, quod B E, E F continetur, æquale ei, quod ex E H quadrato: sed quod B E, E F continetur est ipsum B D; siquidem E F, E D sunt æquales in parallelogrammum ergo B D æquale est ei, quod ex H E quadrato: Est autem B D æquale rectilineo A: er-

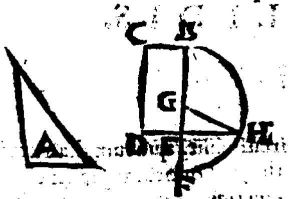
a prop. 45. 1.

b prop. 2. 1.

c prop. 10. 1.

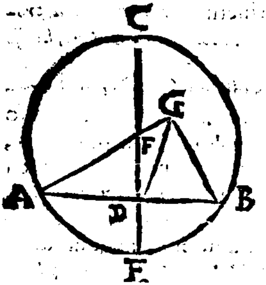
d prop. 5. 2.

e prop. 47. 1.



d prop. 10. 1. e prop. 8. 1. f prop. 8. 1.

æquales sint, communis D G; e erunt duæ A D, D G, duabus G D, D B æquales, altera alteri; f & basis G A æqualis basi G B; sunt enim ex centro G: ergo & anguli A D G, G D B æquales erũt: Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps æquales fecerit, rectus erit vterq; angulorum: rectus ergo est G D B; sed & F D B rectus est; erit ergo angulus F D B æqualis angulo G D B, maior minori, quod fieri nequit. Non ergo G centrum est. Similiter ostendemus quod præter F nullum aliud: F ergo centrum est. Quod inuenire oportuit.



Corollarium.

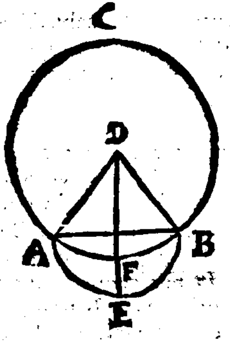
EX his manifestum est, si in circulo recta quædam rectam quandam bifariam, & ad angulos rectos secet, in secante centrum circuli esse.

Propos. 2. Theor. 1.

Si in circuli peripheria duo puncta accipiantur, recta illa coniungens intra circulum cadet.

ESto circulus A B C, & in eius peripheria accipiantur quæcunq; duo puncta A, B. Dico rectam

rectam, quę ex A in B ducitur intra circulum cadere. Si non: Cadat, si fieri potest, extra, vt A E B, & accipiatur centrum circuli A B C, quod sit D, iunganturque D A, D B, & producatur D F in E.



Quia D A *a* æqualis est ipsi D B; *b* erit & angulus D A E angulo D B E æqualis; cumq; trianguli D A E vnum latus A E productum sit in B, *c* erit angulus D E B maior angulo D A E: æquales sunt autem anguli D A E, D B E, maior ergò est D E B angulus, quam D B E; *d* maior autem angulus maius latus subtendit; maius ergo est D B latus, quam D E *e* at D B ipsi D F æquale est; maius ergo est D F, quã D E, minor maiore, quod fieri nequit: Non ergo quæ ex A in B ducitur extra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in ipsam peripheriam; cadet ergo extra. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a def. 15. *b prop. 5. 1. 8* *c prop. 16. 1.* *d prop. 19.* *e def. 15.*

Propos. 3. Theor. 2.

Si in circulo recta quædam linea per centrum ducta, rectam non per centrum ductam bisecet, & ad angulos rectos ipsam secabit: Et si ad angulos rectos ipsam secet, bifariam quoque secabit.

Esto circulus A B C, & recta quædam C D per centrum, rectam quandam A B non per centrum ductam bisecet in F. Dico quod & ad angulos rectos ipsam secet. Accipiatur enim centrum E, ducanturq; E A. E B. Cumque A F, F B æquales sint, communis F E; erunt duæ A F, F E duabus F B, F E, æquales basisq; E A, basi E B: *a* ergo & angulus A F E angulo B F E æqualis erit. Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps æquales fecerit, *b* rectus erit vterque æqualium angulorum: vterq; ergo A F E, B F E rectus erit: ergo C D per centrum ducta bisecans A B non per centrum ductam, & ad angulos rectos ipsam secabit: Sed iam C D ad angulos rectos secet ipsam A B; dico & bisecare ipsam, hoc est, A F, F B æquales esse. ijsdem constructis, cum E A, E B æquales sint; *c* erunt & anguli E A F, E B F æquales: est autem rectus A F E recto B F E æqualis: duo ergo triangula E A F, E F B, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & vnum latus vni lateri, nempe commune E F, quod vni æqualium angulorum subtenditur, *d* habebit & reliqua latera reliquis æqualia: æquales ergo sunt A F, F B. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 8. 1.

b def. 10. 1.

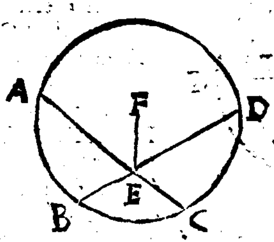
c prop. 5. 1.

d prop. 26. 1.

Pro-

Propos.4. Theor.3.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se mutuò secent, non per centrum ductæ, se bifariam non secabunt.



ESto circulus A B C D, in eoq; duæ rectæ A C, B D non per centrum ductæ, se inuicem in E secent. Dico quod se bifariam non secent. Si fieri potest, se bifariam secent; sintq; & A E, E C; & D E, B E æquales; & accipiatur centrum F ducaturq; F E. Cum ergo recta quædam F E per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam bisecet, ad rectos *a* angulos ipsam secabit: angulus ergo F E A *a prop.*
rectus est. Rursus cum recta F E, rectam quandam 3. 3.
B D non per centrum ductam bisecet, ad *b* angulos *b prop.*
rectos ipsam secabit; rectus ergo est F E B. Ostensus 3. 3.
autem est & F E A rectus: ergo F E A, æqualis est F E B, minor maiori, quod fieri nequit: non ergo A C, B D se bifariam secant. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 5. Theor.4.

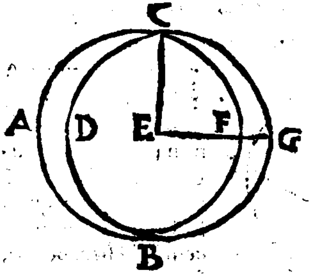
Si duo circuli se inuicem secuerint, non erit ipsorum idem centrum.

DVo circuli A B C, C D G se inuicem secent in B, & C. dico ipsorum non esse idem centrum.

trum. Si est; Esto E, iungatur E C; & ducatur E F G vtcunq. Et quia E centrum est circuli A B C, *a* erit E C æqualis E F. Rursus quia E centrum est circuli C D G *b* erit & E C æqualis E G: Ostensa est autem E C æqualis E F. erit igitur E F æqualis E G, minor maiori. Quod fieri nequit. Non ergo E centrum est circulorum A B C, C D G. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

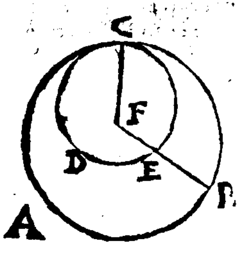
a *def.* 15. 1.

b *def* 15. 1.



Propos. 6. Theor. 5.

Si duo circuli interius se contingant, non erit illorum idem centrum.



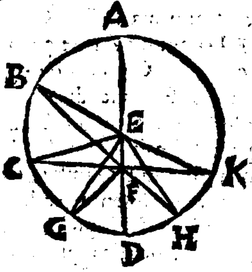
DVo circuli A B C, C D E se tangant interius in C. Dico illorum non esse idē centrum. Si est: Esto F, iungaturq; F C, & ducatur F E B vtcunque. Cum ergo F centrum sit circuli A B C, *a* erit F C æqualis F B. Et cū F centrum etiam sit circuli C D E, *b* erit F C æqualis

a *def* 15. 1.
b *def.* 15. 1.

lis F E demonstrata est: autem & F C æqualis F B: ergo F E æqualis est F B, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo F centrum est circulorum A B G, C D E. Si ergo duo circuli, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 7. Theor. 6.

Si in diametro circuli accipiatur punctum, quod centrum non sit, ab eoq; in circulum cadant rectæ quædam, maxima erit in qua est centrum; minima reliqua. aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum transit remotiore semper maior est. Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadent ad vtrasq; partes ipsius minimæ.



Esto circulus A B C D, diametrus eius A D, in qua sumatur punctum quoduis F, quod centrum non sit: Centrum autem sit E: Cadant ab F ad circulum rectæ quædã F B, F C, F G. Dico maximam esse F A, minimam F D: aliarum F B maiorem, quam F C; & F C maiorem quam F G. iungantur enim B E, C E, G E. Et quia omnis trianguli a duo latera reliquo maiora sunt, erunt E B, E F maiores B F; a prop. 20.1.

Est

Est autem A E ipsi B E æqualis; sint ergo B E, E F æquales ipsi A F; maior igitur est A F quàm B F. Rursus cum B E, C E æquales sint communis E F; erunt duæ B E, E F, duabus C E, E F æquales; sed
b ax. 9. angulus B E F *b* maior est angulo C E F: erit igi-
c prop. tur & basis B F maior basi C F. Eandem ob cau-
24. 1. sam maior est C F, quàm F G. Rursus cum G F, F E maiores sint quam E G: & E G, E D æquales; erunt G F, F E maiores quam E D; commu-
d ax. 5. nis auferatur E F; *d* reliqua ergo G F, reliqua F D. maior erit. Est ergo F A maxima; minima D F; maior autem F B, quam F C, & hæc maior quam F G.

Dico secũdo, quod ex F duæ tantum æquales ad circulum cadant vtrinq; à minima D F. *e* Con-
e prop. stituatur enim ad E rectæ E F, angulus F E H æqua-
23. 1. lis angulo G E F, ducaturq; F H. Cum ergo G E, E H æquales sint, communis E F erunt duæ G E, E F, duabus H E, E F æquales, angulusq; G E F, an-
f prop. gulo H E F æqualis: *f* igitur & basis F G basi F H
4. 1. erit æqualis. Dico tertio, quod ipsi F G nulla alia æqualis ex F ad circulum cadat. Si enim cadit; Cadat F K. Cum ergo vtraq; F K, F H ipsi F G sit
g ax. 1. æqualis; *g* erit & F K ipsi F H æqualis: propin-
h def. quior ergo ei, quæ est per centrum, æqualis est re-
15. motiori, quod fieri nequit. Vel sic. Ducatur E K. Cum ergo G E, E K æquales sint, communis F E,
i prop. itẽm *h* basis G F basi F K æqualis; *i* erit & angulus
8. 1.

GEF

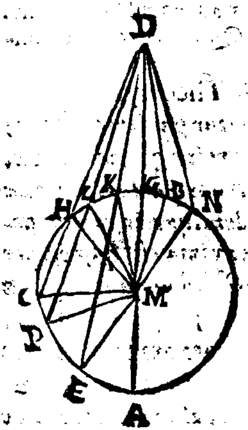
GEF angulo KEF æqualis: sed GEF æqualis est angulus HEF: ergo & HEF æqualis erit ipsi KEF, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ab F plures vna ipsi GF æquales ad circulum cadunt. Si ergo in diametro, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 8. Theor. 7.

Si extra circulum accipiatur punctum, ab eoq; ad circulum ducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna per centrum transeat, reliquæ vt libet. Earum quidem, quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima est, quæ est per centrum: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum, remotiore semper maior est. At earum, quæ in conuexam peripheriam cadunt, minima est, quæ inter punctum & diametrum interijcitur; aliarum verò, quæ propinquior minimæ semper remotiore minor est. Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadunt ad vtrasq; partes minimæ.

Esto circulus ABC, extra quem accipiatur punctum D, ab ipsoq; ducantur rectæ quædã ad circulum DA, DE, DP, DC, ducaturque DA per centrum. Dico quod cadentium ad cauam peripheriam AEPC maxima sit, quæ per centrum transit, DA; minima, quæ inter punctum D, & diametrum AG interijcitur; quæ est DG; maior autem DE, quam DP, & hæc maior quam DC. Earum

rum verò quę in conuexam peripheriam H L K G cadunt semper propinquior MINIMAE D G, minor est remotiore, hoc est, D K minor est quam D L, & hæc minor quam D H. Accipiatur centrũ M, iunganturq; M E, M P, M C, M H, M L, K M. Et cum A M, E M *a* æquales sint, communis addatur M D, eritq; A D æqualis vtrisq; E M, M D; sed E M, M D *b* maiores sunt quam E D: ergo & A D maior est quã E D. Rursus M E, M P æquales sunt, communis addatur M D; eruntq; E M, M D æquales ipsis P M, M D: sed angulus E M D maior est angulo P M D; *c* ergo & basis E D maior est basi P D. Similiter ostendemus P D maiorem esse C D. Maxima ergo est D A, maior D E quam D P, & D P maior quam D C. Cumq: M K, K D *d* maiores sint quam M D; & M G æqualis M K, *e* erit reliqua K D maior reliqua G D: Quare G D minor est quam K D, est enim omnium minima. Et quia linea M K, K D à terminis lateri M D intra triangulum M L D constitutæ sunt, *f* erunt illæ minores quam M L, L D: sunt autem M K, M L æquales: ergo reliqua D K minor est, reliqua D L. Eodem modo ostendemus D L minorem esse D H.



a def. 15.

b prop. 20. 1.

c prop. 24. 1.

d prop. 20. 1.

e ax. 5.

f prop. 21. 1.

Mini-

Minima ergo est D G; minor autem D K quam D L, & D L minor quam D H. Deinde dico, quod à puncto D tantum duæ æquales in circulum cadant ad vtrasq; partes Minimæ. *g* Constituatur ad M lineæ M D angulo K M D æqualis D M B, ducaturque D B. Cum ergo M K, M B æquales sint, M D communis; erunt duæ K M, M D, duabus B M, M D æquales, altera alteri, sunt verò & anguli K M D, B M D æquales, *h* erunt igitur & bases D K, D B æquales. Dico tertio rectæ D K à puncto D ad circulum æqualem aliam non cadere. Si enim potest, cadat D N. Cum ergo D K sit æqualis D N; & ipsi D K æqualis D B; erit *i* & D B ipsi D N æqualis propinquior minimæ remotiori, quod fieri non posse demonstratum est. Aliter. Ducatur M N. Cum igitur K M, æqualis sit M N, communis M D, & basis D K æqualis basi D N, *k* erit & angulus K M D angulo D M N æqualis: sed K M D æqualis est angulo B M D: ergo & B M D æqualis erit N M D, minor maiori; quod fieri nequit: Non ergo plures quam duæ à puncto D ad circulum A B C æquales ad vtrasq; partes D G cadunt. Si ergo extra circulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

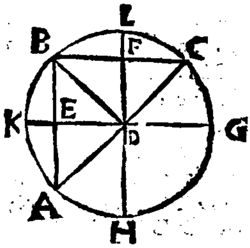
g prop. 32. 1.
h prop. 4. 1.
i ax 1.
k prop. 8. 1.

Propos. 9. Theor. 8.

Si intra circulum accipiatur punctum, ab eoq; ad circulum plures quam duæ æquales rectæ cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

Esto intra circulum A B C acceptum punctum D, ab eoque ad circulum A B C plures quam duæ

duæ rectæ æquales cadant, nempe D A, D B, D C. Dico D centrum esse circuli A B C. iungantur A B, B C. bisecenturque in E & F, & iunctæ E D, D F, producantur in G, K: & H, L. Cum ergo A E æqualis sit E B, communis E D: erunt duæ A E, E D, duab. B E, E D æquales; est *a* verò & basis D A basi D B æqualis: erit *b* igitur & angulus A E D angulo B E D æqualis: *c* rectus ergo vterque est, secat *d* ergo G K ipsam A B bifariam, & ad angulos rectos. Et quia, *e* quando in circulo recta rectam secat bifariam & ad angulos rectos, in secante centrum est circuli, erit in G K centrum circuli A B C. Eadem ratione centrum erit in H L: & nullum aliud commune punctum habent rectæ G K, H L præter D; ergo D centrum circuli A B C. Si ergo intra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

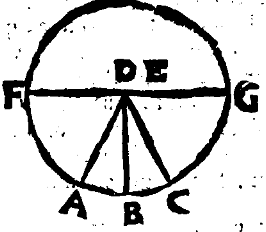


a ex hypothesi. b *prop.* 8. 1. c *def.* 10. 1. d *prop.* 33. e *Corol prop.* 1. 3.

Aliter.

INtra circulum A B C sumatur punctum D, ab eoq; ad circulum plures quam duę rectæ æquales cadant, D A, D B, D C. Dico D esse centrum circuli A B C. Si non est. Esto E, & iuncta D E producatur in F & G. *a* Est autem F G diametrus circuli A B C. Cum ergo in diametro F G acceptum sit punctum D, quod centrum circuli non est; *b* erit D G maxima; maior autem D C quam D B, & D B maior quam D A; sed & æquales sunt; quod fieri

a *def.* 17. 1. b *prop.* 7. 3.

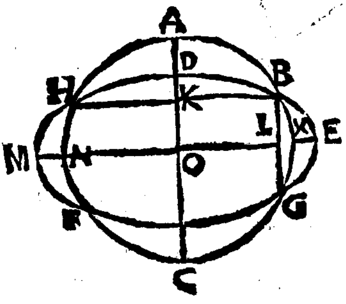


fieri non potest. E ergo centrum circuli A B C non est. Similiter ostendemus quod præter D aliud nullum: D ergo centrum est circuli.

Propos. 10. Theor. 9.

Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non secat.

SI fieri potest secet circulus A B C circulum D E F in pluribus punctis quàm duobus, vt in B, G, F, H, iunctæq; B G, B H *a* bisecentur in K & L; atq; ex K, & L ipsis B G, B H ad *b* angulos rectos ductæ K C, L M, in A, & E producantur. Cum ergo in circulo A B C recta quædam A C, rectam quandam B H bifariam, & ad angulos rectos secet, *c* erit in A C centrum circuli A B C. Rursus cum in eodem circulo A B C recta quædam N X rectam quandam B G bifariam,



a prop. 10. 1.

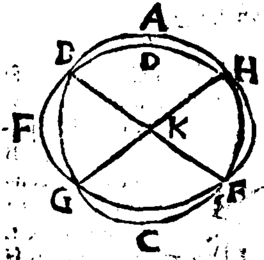
b prop. 11. 1.

c prop. 3. 3.

d prop. 5. 3. riam, & ad angulos rectos secet, d erit in N X centrum circuli A B C. Demonstratum autem est quod & in A C: atqui in nullo alio puncto rectæ A C, N X concurrunt, quam in O: est ergo O centrum circuli A B C. Similiter demonstrabimus centrum circuli D E F in O esse: duorum ergo circulorum A B C, D E F se inuicem secantium idem est centrum O: e quod fieri nequit. Non ergo circulus circulum, &c.

e prop. 5. 3.

Aliter. Circulus A B C circulum D E F, in pluribus quam duobus punctis secet, vt in B, G, H, F. Accipiatur circuli A B C centrum K, iunganturque K F, K G, K B. Cum ergo intra circulum D E F acceptum sit punctum K, ab eoq; ad circulum D E F cadant plures quam duæ rectæ æquales K B, K F, K G, a erit K centrũ circuli D E F: sed est etiam centrum circuli A B C: Duorum ergo circulorum se secantium idem est centrum; b quod fieri non potest. Non ergo circulus circulum in pluribus quam duobus punctis secat. Quod oportuit demonstrare.



a prop. 9. 1.

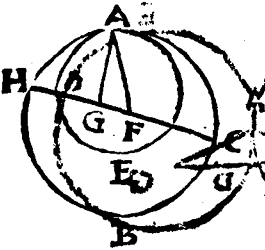
b prop. 5. 3.

Propos. 11. Theor. 16.

Si duo circuli se interius contingant, recta linea eorum centra coniungens, si producatur, cadet in contactum circulorum.

DVo circuli A B C, A D E interius se contingant in A. Accipiatur circuli quidem A B C cen-

centrum F; circuli verò A D B centrum G. Dico quod, quæ ex G in F ducitur, si producatur, in contactum cadat. Si non. Cadat aliò, vt F G D H, iunganturque A F, A G. Cum ergo A G, G F *a* maiores sint quam F A, hoc est, quam F H (æqualis enim est F A, ipsi F H; est enim vtraque ex centro) auferatur communis F G: reliqua ergo A G maior erit reliqua G H: est autem A G, ipsi G D *b* æqualis: erit ergo G D maior ipsa G H, minor maiore quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur, extra contactum A cadet. Ergo in ipsum.



a prop. 21. 1.

b def. 15. 1.

Aliter. Cadat vt G F G, quæ in H producatur, iunganturq; A G, A F. Quia ergo A G, G F maiores sunt quam A F: sed A F *d* æqualis est F H, hoc est, F H: communis auferatur F G; eritq; A G, quam reliqua G H maior: hoc est, G D maior erit quam G H; minor quam maior; quod fieri non potest. Idem absurdum demonstrabimus si maioris centrum sit extra minorem circulum. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

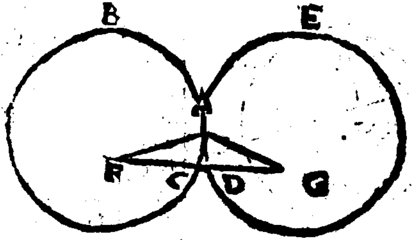
c prop. 20. 1.

d def. 15.

Propos. 12. Theor. 11.

Si duo circuli sese exterius contingant recta ipsorum centra coniungens per contactum transibit.

DVo circuli A B C, A D E tangunt se exterius in A. accipianturq; circulorum centra quæ sunt F,G. Dico, quod, quæ F,G iungit, per contactum A transeat. Si non: transeat, si fieri potest,



vt F C D G; & iungantur A F, A G. Cum igitur F
a def. 15. centrum sit circuli A B C; a erit F A, æqualis F C: Et cum G sit centrum circuli A D E, erit & G A ipsi G D æqualis. Ostensa est autem & F A æqualis F
b prop. 20. 1. C. Sunt ergo F A, A G ipsis F C, D G æquales. Quare tota F G maior erit ipsis F A, A G: sed & b minor est: quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur aliorsum quam per A contactum transit. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 13. Theor. 12.

Circulus circulum in pluribus punctis vno non tangit, siue interius, siue exterius tangat.

SI fieri potest, tangat primo circulus A B D C circulum E B F D interius in pluribus quam vno punctis, vt in B, D: & sumatur circuli A B D C
a prop. 11. 3. centrum G: circuli E B F D centrum H: ergo recta centra G, H iungens a cadet in contactus B, D; cadat

dat & sit B G H D. Cum igitur G sit centrum circuli A B D C; erit B G æqualis ipsi G D; maior igitur est B G quam H D multo ergo maior B H, quam H D. Rursus cum sit H centrum circuli E B F D, æqualis erit B H ipsi H D: ostensa est autẽ multò illa maior, quod fieri nequit: Non igitur circulus circulum interius pluribus quam vno puncto tangit. Dico quod neq; exterius. Si enim fieri potest, tangat circulus A C K circulum A B D C exterius in pluribus pũctis vno, vt in A, & C, iunganturq; A, C. Cum ergo in peripheria circulorum A B D C, A C K accepta sint quæcunq; puncta A, & C, a cadet recta illa coniungens intra vtrumque circulum. Sed cadit quidem in circulum A B D C; extra verò circulum A C K. b Quod est absurdum. Non ergo circulus circulum extra in pluribus punctis vno tangit, ostensum est autem quod neq; interius. Circulus ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 2. 3.

b prop. 2. 3.

Propositio 14. Theor. 13.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant. Et, quæ æqualiter à centro distant, æquales sunt.

SVnto in circulo A B D C rectæ A B, C D, æquales. Dico eas æqualiter à centro distare. Esto centrum E, à quo ad rectas A B, C D perpendiculares

a prop. 12. 1.

lares ducantur E F, E G, & iungantur A E, E C. Cum ergo recta E F per centrum ducta, rectam quandam A B non per centrum ductam, ad angulos rectos secat; b & bifariam eam secabit: æquales ergo sunt A F, F B. Ergo A B dupla est ipsius A F. Ob eandem causam est C D dupla ipsius C G: c æquales ergo sunt A F, C G. cum igitur d & A E, E C æquales sint, erunt & quadrata ipsarum A E, E C æqualia. Sunt autem ei quadrato f quod ex A E, æqualia quę ex A F, E F (est enim angulus ad F rectus) ei autem, quod ex E C æqualia sunt, quę ex E G, G C (nam & angulus ad G rectus est.) Sunt ergo quæ ex A F, E F æqualia illis, quæ ex C G, G E. Cum ergo quod ex A F, æquale sit illi, quod ex C G (sunt enim A F, C G æquales) erit & reliquum, quod ex F E, reliquo quod ex E G, æquale: sunt ergo E F, E G æquales. g In circulo autem æqualiter à centro abesse dicuntur rectæ, quando perpendiculares ex centro ad ipsas ductæ, æquales fuerint. Sed iam distent A B, C D æqualiter à centro, hoc est, E F, E G sint æquales. Dico A B, C D æquales esse, iisdem constructis, demonstrabimus, ut prius, A B duplam esse ipsius A F, & C D ipsius C G. Cumq; A E, C E æquales sint, erunt & earum quadrata æqualia. h Sunt vero ei, quod ex A E æqualia, quæ ex E F, F A: & ei, quod ex C E, illa quæ ex E G, G C: ergo quæ ex E F, F A, sunt illis quæ ex E G, G C æqualia. Cum autem ei quod ex E G, æquale sit quod ex E F (sunt enim E G, E F æquales) erit & reli-

b prop. 3. 4.

c ax 7.

d definit. huius.

f prop. 47. 1.

g def. 3. 1.

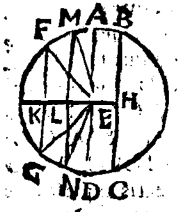
h prop. 47. 1.

reliquum, quod ex A F, reliquo, quod ex C G, æquale, æquales ergo sunt A F, C G. Est autem ipsius A F dupla A B; & ipsius C G dupla C D; æquales ergo sunt A B, C D. In circulo ergo æquales recta, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 14.

In circulo maxima est diametrus: aliarum verò semper quæ propinquior est centro remotiore maior est.

Esto circulus A B C D, cuius diametrus A D, centrum E; propinquior diametro B C, remotior sit F G. Dico maximam esse, A D, maiorem B C, quam F G. *a* Ducantur enim à centro ad B C, F G perpendiculares E H, E K. Et quia B C propinquior est centro, remotior F G: *b* maior erit E K, quam E H. *c* Ponatur ipsi E H æqualis E L; & per L *d* ducatur ipsi E K ad angulos rectos L M, quæ ducta in N iungantur E M, E N, E F, E G. Cum ergo E H ipsi E L sit æqualis, *e* erit & B C ipsi M N æqualis. Rursus cum A E ipsi E M, E D verò ipsi E N sit æqualis; erit & A D ipsis M E, N E æqualis: sed *f* M E, N E ipsa M N maiores sūt: erit ergo & A D maior quam M N. Et quia duæ M E, E N, duabus F E, E G æquales sunt; angulus verò M E N maior angulo F E G: *g* erit & basis M N maior basi F G: sed M N ostensa est æqualis B C: ergo & B C maior est quam F G. Maximæ ergo



a prop. 12. 1.
b def. 5. 2.
c prop. 3. 1.
d prop. 11. 1.
e prop. 14. 3.
f prop. 20. 1.
g prop. 24. 1.

est diametrus; maior B C quam F G. *Si ergo in circulo, &c.* Quod oportuit demonstrare.

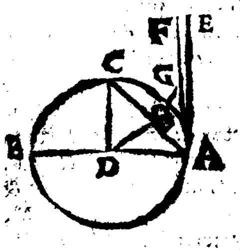
Propos. 16. Theor. 15.

Quæ diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locum, qui inter rectam lineam & peripheriam interijcitur, alia recta non cadit. Et semicirculi angulus omni acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

Esto circulus A B C circa centrum D, & diametrum A B. Dico rectam lineam ab A ipsi A B ad angulos rectos ductam extra circulum cadere. Si non cadat, si fieri potest, intra, vt A C, & iungatur D C. Cum ergo D A sit æqualis D C, erit & angulus D A C angulo A C D æqualis: est autem D A C rectus, rectus ergo erit & A C D: sunt ergo D A C, A C D duobus rectis æquales, a quod fieri nequit: Non ergo quæ ab A puncto ipsi B A ad angulos rectos ducitur, intra circulũ cadit. Similiter ostẽdemus quod

a ex hypothesi.

a prop. 32. 1.



nec in peripheriam: ergo extra cadit, vt A E. Dico secundò, in locum inter A E, & peripheriam C H A interiectum, aliam rectam non cadere. Si potest Cadat, vt F A, ducaturq́; ex D ipsi F A perpendicularis D G. Et cum angulus A G D rectus sit, b minor

minor recto D A G; c erit A D maior quam D G: b prop.
est autem D A æqualis ipsi D H; maior ergo est D 32. 1.
H, quam D G, minor maiore; quod fieri nequit. c prop.
Non ergo in locum recta A E, & peripheria C H 19. 1.
A interceptum, alia recta cadit. Dico tertio angulum semicirculi recta A B, & peripheria C H A contentum, omni acuto rectilineo maiorem esse; reliquum verò peripheria C H A, & recta A E contentum, minorem. Si enim est aliquis angulus maior contento recta B A, & peripheria C H A; minor verò contento peripheria C H A, & rècta A E, cadat inter peripheriam C H A, & rectam A E linea recta, quæ faciat angulum maiorem rectà B A, & peripheria C H A contentum (qui rectis lineis contineatur) minorem verò peripheria C H A, & recta A E contentum: at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior sit angulo recta B A, & peripheria C H A contento; neq; minor, C H A, & A E contento.

Corollarium.

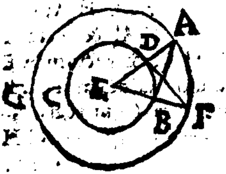
EX his manifestum est rectam, quæ diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, circulum tangere. & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: siquidem quæ circulo in duobus d prop.
punctis occurrunt, d intra circulum cadere ostensum est. Quæ ergo diametro, &c. quod oportuit 2. 3.
demonstrare.

Pro-

Propos. 17. Probl. 2.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.

ESto punctum datum A, circulus datus B C D: Oporteat autem ex puncto A rectam ducere, quæ circulum B C D tangat. Accipiatur centrum circuli E, ducaturq; A E; & centro E, interuallo E A describatur circulus A F G, & ex D rectæ E A ad *a* angulos rectos ducatur D F, iunganturque E B F, A B. Dico à puncto A rectam A B ductam esse, quę circulum B C D tangat. Cum enim E cētrum sit circulorum B C D, A F G; *b* erunt tam E A, E F, quam E D, E B æquales: duæ ergo A E, E B duabus F E, E D æquales sunt, habentque angulum E communem: *c* erit igitur basis D F basi A B æqualis; & triangulum D E F, triangulo E B A æquale; reliquiq; anguli reliquis: est igitur ipsi E D F æqualis E B A: at E D F rectus est; erit igitur & E B A rectus. Est verò E B ex centro: *d* quæ autem diametro circuli à d rectos ducitur recta linea, tangit circulum: tangit ergo A B circulum. A dato ergo puncto, &c. Quod oportuit demonstrare.



a prop. 11. 1.

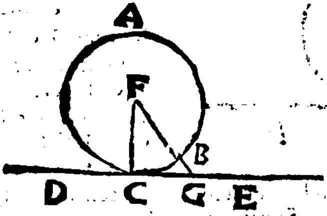
b def. 15. 1.

c prop. 4. 1.

d Corol prop. 16 3.

Propositio 18. Theor. 16.

Si circulum tangat linea quædam recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.



Tangat recta quædam D E circulum A B C in C, sumaturque centrum F, atq; ab F ad C ducatur F C. Dico F C ad D E perpendicularem esse. Si non: ducatur ab F ad D E perpendicularis F G. Cum ergo angulus F G C rectus sit; *a* erit G C F acutus: *b* cumq; maiori angulo maius latus subtendatur, erit linea FC maior, quam F G: Est verò F C, *c* æqualis ipsi F B: maior est ergo F B, quam FG, minor maiore, quod est absurdum: non ergo F G ad D E perpendicularis est: Similiter ostendemus præter F C nullam aliam: F C ergo ad D E est perpendicularis. Si ergo circulum tangat, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 32. 1.
b *prop.* 19. 1.
c *def.* 15.

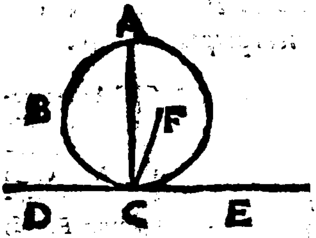
Propos. 19. Theor. 17.

Si recta linea circulum tangat, & à tactu tangenti recta quædam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.

Tangat circulum A B C recta D E in C, & ex C ipsi D E ad angulos rectos ducatur C A. Dico

Dico in C A esse centrum circuli. Si non: sit, si fieri potest, F, iungaturq; C F. Cum ergo circulum A B C tangat recta D E, & à cẽtro ad tactum ducta sit F C; a erit F C ad D E perpendicularis: angulus ergo F C E rectus est: est verò & A C E rectus: æqualis ergo est angulus F C E, angulo A C E, minor maiori; quod est absurdum: F ergo centrum circuli A B C non est. Similiter ostendemus nullum aliud esse, præter id quod in A C. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrate oportuit.

a prop. 18. 3.



Propos. 20. Theor. 18.

In circulo angulus ad centrum duplus est anguli ad peripheriam, quando eandem peripheriam pro basi habent.

Esto in circulo A B C angulus ad centrum B E C, ad peripheriam B A C, sitq; vtriusq; basis peripheria B C. Dico angulũ B E C duplum esse anguli B A C iũcta enim A E producatur in F. Cum

Propof. 23. Theor. 21.

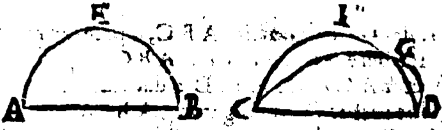
Super eadem recta linea duæ circulorum portiones similes, & inæquales ad easdem partes non constituentur.

SI fieri poteft, cõftituantur fuper eadẽ recta AB duæ circulorum portiones fimiles, & inæquales ad eafdẽ partes, ACB, ADB; ductaq; ACD iungantur CB, BD. Cum ergo portio ACB fimilis fit portioni ADB, *a* fimiles autem portiones æquales angulos capiant, erunt anguli ACB, ADB, æquales; externus & internus oppofitus, *b* quod fieri nequit. Non ergo fuper eadem, &c. Quod oportuit demonftrare.

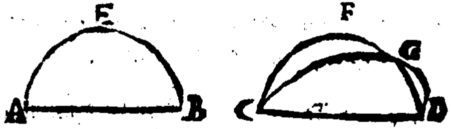
a def. 11. 3.
b prop. 16. 1.

Propof. 24. Theor. 22.

Super æqualibus rectis lineis fimiles circulorum portiones, æquales funt.



SInt fuper æqualibus rectis AB, CD fimiles circulorum portiones AEB, CFD. Dico illas effe esse æquales. Congruente enim portione A E B portioni C F D, positoq; A puncto super C, & re-



cta A B super C D, congruet & B ipsi D, quod A B, C D æquales sint. Congruente autem recta A B rectæ C D; congruet & portio A E B portioni C F D. Quod si recta quidem A B congruat rectæ C D; portio verò A E B, portioni C F D non congruat, sed aliò cadat, vt C G D, secabit circulus circulum in pluribus quam duobus locis vt in C, G,

a prop. 10. 3. D, a quod fieri nequit. Non ergo congruente recta A B rectæ C D, non congruet portio A E B,

b def. 8. 1. portioni C F D: Congruet ergo, b adeoq; æqualis illi erit. Si ergo super, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 25. Probl. 3.

Data portione circuli, describere circulum cuius est portio.

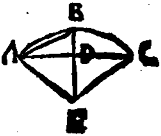
a prop. 10. 1. SIt data circuli portio A B C, oporteatque describere circulum, cuius A B C sit portio. a

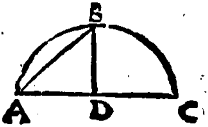
b prop. 11. Bisecetur A C in D, & ex D b ducatur ipsi A C ad angulos rectos D B, iungaturq; A B. Angulus ergo A B D, angulo B A D aut est maior, aut æqualis,

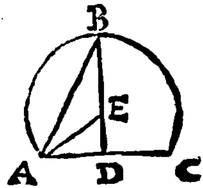
c prop. 23. 1. aut minor. Sit primo maior, c constituaturq; ad A rectæ A B angulus B A E æqualis angulo A B D,

produ-

producaturque D B ad E, & iungatur E C. Cum itaque angulus A B E sit æqualis angulo B A E, *d* *d prop. 6. 1.*







erit & E B æqualis ipsi A E & cum A D equalis sit ipsi D C, si communis D E addatur, erunt duæ A D, D E, duabus C D, D E æquales, altera alteri; & angulus A D E angulo C D E æqualis; est enim vterque rectus; *e* ergo & basis A E basi C E æqualis erit. Sed ipsi A E demonstrata est B E equalis; erit ergo & B E æqualis ipsi C E: tres ergo A B, E B, E C æquales sunt: *f* circulus ergo centro E, & interuallo vna ipsarum A E, E B, E C descriptus, transibit etiam per reliqua portionis puncta, & circulus descriptus erit. Circuli ergo portione data, descriptus est circulus, cuius est portio; & cum centrum extra portionem cadat, manifestum est portionem minorem esse semicirculo.

e prop. 4. 1.

f prop. 9. 3.

Similiter si A B D angulus, fuerit æqualis angulo B A D, *g* erit A D æqualis vtrique B D, D C; ergo tres DA, D B, D C æquales sunt, & D centrum circuli, portioque semicirculus. Si vero angulus A B D minor fuerit angulo B A D, *h* constituatur ad A rectæ B A angulus B A E æqualis angulo A B D, cadetque centrum in D B lineam intra portionem A B C, & erit portio A B C semicirculo maior.

g ex constructura, ex prop. 6 1.

h prop. 23 1.

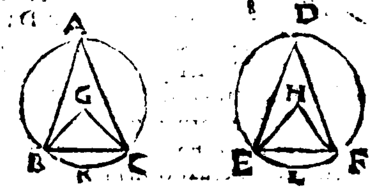
G Si ergo

Si ergo ducatur E C ostendetur vt in prima figura tres B E, E A, E C esse æquales. Data ergo portione circuli, descriptus est circulus, cuius est portio, quod oportuit facere.

Propos. 26. Theor. 23.

In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus peripherijs insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN circulis æqualibus A B C, D E F æquales insistant anguli ad centra, B G C, E H F; ad peripherias B A C, E D F. Dico peripherias B K C,



E L F æquales esse. Iungantur B C, E F. Et quia circuli æquales sunt, *a* erunt & quæ ex centris ęquales. Duæ ergo B G, G C, duabus E H, H F æquales sunt: sed & anguli G, H æquales sunt: *b* ergo & bases B C, E F æquales erunt. Et quia anguli ad A, D æquales ponuntur, *c* erunt portiones B A C, E D F similes, & sunt in æqualibus rectis B C, E F, *d* quę autem circulorum portiones similes in ęqualibus sunt rectis lineis, æquales sunt: portiones ergo BAC, EDF æquales sunt: Sunt verò & toti circuli æquales; reliqua ergo peripheria B K C, reliquæ E L F æqualis est. In ęqualibus ergo, &c. Quod demonstrare oportuit.

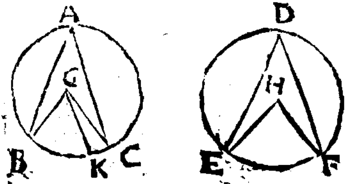
a *def.* 1. 3.
b *prop.* 4. 1.
c *def.* 11. 3
d *prop* 24. 1.

Propo-

Propoſitio 27. Theor. 24.

In æqualibus circulis anguli qui æqualibus inſiſtunt peripherijs, æquales ſunt ſiue ad centra, ſiue ad peripherias inſiſtant.

IN ęqualibus circulis A B C, D E F æqualibus peripherijs B C, E F inſiſtant anguli ad centra

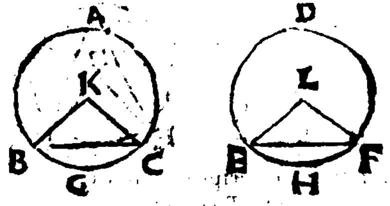


B G C, E H F, ad peripherias B A C, E D F Dico
tam angulos B G C, E H F, quam B A C, E D F æ-
quales eſſe. Si enim B G C, E H F æquales ſunt, *a* a prop.
perſpicuum eſt & B A C, E D F æquales eſſe. Si nō 20. 1.
ſunt: erit vnus maior. Sit maior B G C: & *b* con- b prop.
ſtituatur ad punctum G rectæ B G angulus B G K 23. 1.
æqualis angulo E H F: *c* anguli autem æquales æ- c prop.
qualibus peripherijs inſiſtunt, cum ſunt ad centra: 26. 3.
peripheria ergo B K æqualis erit peripheriæ E F:
ſed & E F æqualis eſt B C: ergo & ipſi B C æqua-
lis erit B K, minor maiori; quod fieri non poteſt.
Non ergo anguli B G C, E H F inæquales ſunt:
æquales ergo. *d* Eſtque angulus ad A anguli B G C;
& angulus ad D anguli E H F dimidius: ęſunt er- d prop.
go & anguli ad A, D æquales. In ęqualibus ergo 20 3.
circulis, &c. Quod oportuit demonſtrare. e ax 7.
1.

Propositio 28. Theor. 25.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori; minorem autem minori.

SInt in æqualibus circulis A B C, D E F æquales rectę B C, E F, auferentes peripherias ma



iores B A C, E D F; minores B G C, E H F. Dico tam maiores peripherias, quàm minores æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & ducantur K B, K C; E L, L F; & sunt circuli æquales; *a* ergo & quæ ex centris æquales erunt: igitur
a *def.* 1. 3. duæ B K, K C, duabus E L, L F æquales sunt; sed
b *prop.* 8. 1. & bases B C, E F æquale sunt: *b* erunt ergo & anguli B K C, E L F æquales: *c* ęquales autem angu-
c *prop.* 26. 3 li æqualibus peripherijs insistunt cum fuerint ad centra; ergo peripherię BGC, EHF æquales sunt; sed & toti circuli sunt æquales: reliquæ ergo peripheriæ B A C, E D F æquales quoque erunt. Si ergo in æqualibus circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos. 29. Theor. 26.

In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.

ACcipiantur in æqualibus circulis ABC, DEF æquales peripheriæ, B G C, E H F, & ducantur rectæ B C, E F: Dico rectas B C, F F æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & iungantur B K, K C; E L, L F; Cum ergo peripheriæ B G C, E H F æquales sint, *a* erunt & anguli, BKC, E L F æquales; & cum circuli æquales sint; *b* erunt, & quæ ex centris æquales: Duæ ergo B K, K C, duabus E L, L F æquales sunt, continentq. æquales angulos; *c* ergo & bases BC, E F æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

fig. vide pag. præc.

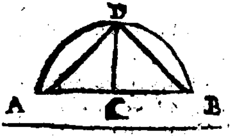
a prop. 27. 3.

b *def.* 1. 3.

c *prop.* 4. 1.

Propos. 30. Probl. 4.

Datam peripheriam bifariam secare.



ESto data peripheria A D B, quam bisecare oporteat ducatur A B, *a* bisecceturque in C; & à *b* puncto C ducatur ipsi AB ad angulos rectos C D, iunganturq; A D, D B. Et quia A C æqualis est C B, communis C D; erunt duæ AC, CD, duabus B C, C D æquales, & angulus A C D angulo B C D æqualis, est enim vterque rectus; *c* erit ergo & basis A D basi D B æqualis; *d* æquales autem rectæ æquales peripherias auferunt, maiorem maiori,

a *prop.* 10. 1.

b *prop.* 11. 1.

c *prop.* 4. 1.

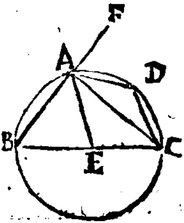
d *prop.* 29. 3.

iori, & minorem minori, estq; vtraq; peripheriarum A D, D B minor semicirculo, quare peripheria A D æqualis est peripheriæ D B: data ergo peripheria bisecta est. Quod oportuit facere.

Propositio 31. Theor. 27.

In circulo angulus, qui in semicirculo rectus est; qui in portione maiore minor; qui in minore maior recto est. Insuper maioris portionis angulus maior recto; minoris recto minor est.

Esto circulus ABCD, diametrus B C, centrum E, & iungantur B A, A C, A D, D C. Dico angulum BAC in semicirculo, rectum esse. A B C, qui est in portione maiore semicirculo, minorem; ADC, qui est in portione minore, maiorem recto. Ducatur A E, producaturque B A in F. Et quia B E, E A æquales sunt,



a erunt & anguli E A B, E B A æquales. Rursus, quia E A, E C æquales sunt, erunt & anguli A C E, C A E æquales: totus ergo B A C duobus A B C, A C B æqualis est. b Est verò & F A C externus duobus A B C, A C B æqualis: æquales ergo sunt B A C, F A C; c ergo rectus vterque. Quare angulus B A C in semicirculo B A C rectus est. d Et quia trianguli A B C duo anguli A B C, B A C duobus rectis minores sunt; B A C autem rectus est; erit A B C minor recto; & est in portione A B C maiori semicirculo.

a *prop.* 5. 1.
b *prop.* 32. 1.
c *def.* 10. 1.
d *prop.* 17. 1.

circulo. Rursus qa ABCD in circulo quadrilaterũ est quadrilaterorũ autẽ in circulo descriptorũ, qui ex aduerso anguli duobus rectis ęquales sunt; erunt A B C, A D C duobus rectis æquales; & est A B C minor recto; reliquus ergò A D C maior; & est in portione minore semicirculo. Dico præterea maioris portionis angulum contentum periphería A BC, & recta A C maiorem esse recto; minoris verò portionis periphería A D C, & recta A C contentum, minorem. Quod per se apparet. Cum enim angulus rectis B A, A C contentus rectus sit, erit qui periphería A B C, & recta A C continetur maior recto. Et cum angulus rectis A C, A F contentus, rectus sit; erit recta AC, & periphería ADC contentus, minor recto. Aliter demonstratur, BAC rectum esse. Angulus AEC duplus est anguli BAE, *g* æqualis enim est duobus internis & oppositis. Est verò & AEB duplus anguli E A C: anguli ergo A E B, A E C dupli sunt anguli B A C; at A E B, A E C æquales sunt duobus rectis: ergo B A C rectus est.

e *prop.* 22. 3.

g *prop.* 32. 1.

Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo vnus angulus duobus sit æqualis, eum rectum esse, quod etiam, qui est ei deinceps, duobus rectis æqualis sit: *f* sũ autẽ anguli deinceps æquales fuerint, recti sũt.

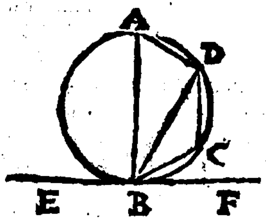
f *def.* 10 1.

Propos. 32 Theor. 28.

Si circulum quædam recta tetigerit, & à tactu ducatur recta circulum secans, erunt anguli quos ad tangentem facit, æquales illis, qui in alternis circuli portionibus cõsistũt.

 Tan-

TAngat circulum A B C D recta quædam B F, in B; à quo ducatur alia B D secans circulũ.



Dico angulos, quos B D cum tãgente facit, ęquales esse illis, qui sunt in alternis circuli portionibus: hoc est, angulum F B D æqualem esse illi, qui est in portione D A B: angulum verò E B D illi, qui est in portione D C B. *a* Ducatur enim ex

a prop. 11. 1. B ipsi E F ad angulos rectos B A, & accipiatur in peripheria B D quoduis punctum C, & ducantur A D, D C, C B; & quia circulum tangit recta quędam E F in B, & à tactu B ducta est tangenti ad

b prop 19 1. angulos rectos B A, *b* erit in B A centrum circuli:

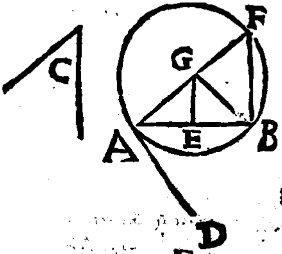
c prop. 31. 3. *c* angulus ergo A D B in semicirculo existens, rectus est: reliqui ergo B A D, A B D vni recto ęquales. Sed & A B F rectus est, æqualis ergo angulis B A D, A B D; communis A B D auferatur: ergo reliquus D B F erit æqualis reliquo B A D in alterna circuli portione existenti. Et quia A B C D quadrilaterum est in circulo descriptum, *d* erunt an-

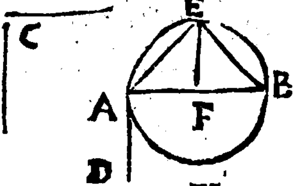
d prop. 22. 3. guli oppositi duobus rectis æquales: erunt ergo anguli D B F, D B E ęquales angulis B A D, B C D; quorum B A D ostensus est ęqualis D B F; erit ergo & reliquus D B E, reliquo D C B in alterna circuli portione D E B existens æqualis. Si ergo circulum recta quędam, &c. Quod oportuit demonstrare.

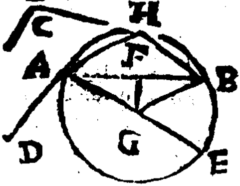
Pro-

Propos. 33. Probl. 5.

Super data recta describere portionem circuli, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilinio.



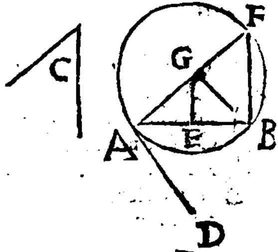




SIt data recta linea AB, datus angulus rectilineus C, & oporteat super AB portionem circuli describere, quæ angulum æqualẽ angulo C capiat. Angulus ergo C, aut acutus, aut rectus, aut obtusus est. Sit primo acutus, vt in prima descriptione. *a* Constituatur ad A punctum rectæ AB angulus BAD, æqualis angulo C, qui acutus erit. Ex *b* A ducatur AE ad angulos rectos ipsi AD; atque AB in F *c* bisecetur. Ex F *d* ducatur FG ad angulos rectos ipsi AB, ducaturq; BG. Et quia AF æqualis est FB, communis FG; erunt duę AF, FG, duabus FB, FG æquales, angulusque AFG angulo GFB æqualis: *e* erit ergo & basis AG basi

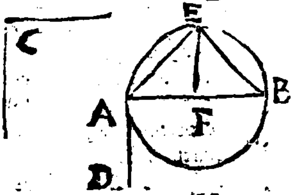
a prop. 23. 1.
b prop. 11. 1.
c prop. 10. 1.
d prop. 11. 1.
e prop. 4. 1.

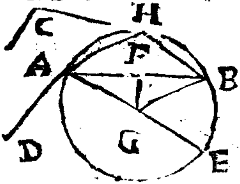
A G basi B G ęqualis. circulus ergo centro G, interuallo A G descriptus transibit etiam per B. Describatur, & sit A B E, jungaturq; EB. * Cum itaque diametro A E ab extremitate A ad angulos rectos sit ducta A D; f tanget ipsa circulum; cumque cir-



f prop. cor. 16. 3.
g prop. 23. 3.

culum ABE recta quędam AD tangat, sitq; à tactu A in circulum ducta recta AB; g erit angulus D A B ęqualis angulo A E B in alterna sectione A E B existenti: sed DAB est ęqualis angulo C: igitur & angulus C ęqualis erit AE B angulo. Super data ergo recta A B portio circuli descripta est capiens angulum AE B. ęqualem angulo C. Sit tam angulus C rectus, sitq; rursus super A B portio circuli capiens angulum recto C ęqualem describenda h. Fiat angulus B A





h prop. 23. 3.
i prop. 10. 1.
k cor. propos. 16. 1.

D angulo C æqualis, vt in 2. descriptione: i A B F bisecetur; & centro F, interuallo F A, aut FB describatur A E B circulus. k Tangit igitur recta A D circulum, quod angulus B A D rectus sit: sed angulus B A D ęqualis est & angulo C; & angulo

gulo l AEB in alterna sectione: erit igitur & AEB, angulo C æqualis. Descripta ergo est super AB portio circuli AEB capiens angulum AEB æqualem angulo C. Sit tertio angulus C obtusus. m ponatur ea ad A rectæ AB æqualis BAD, vt in tertia descriptione, n ducaturq; rectæ AD ad angulos rectos recta AE; & AB in F o bisecetur, cui ex F ad p angulos rectos ducatur FG, & iungatur GB. Cũ itaq; AF æqualis sit FB, cõmunis FG; erũt duę FG, AF, duabus FG, BF æquales, & angulus AFG angulo BFG æqualis: q erit igitur & basis AG basi BG æqualis. Circulus ergo centro G, interuallo GA descriptus transibit etiam per B, transeat vt AEB. quia ergo diametro AE ab extremitate A ad angulos rectos ducta est AD, r tanget illa circulum; & cum à tactu A in circulum ducta sit AB, s erit angulus BAD æqualis angulo AHB, qui est in alterna portione circuli AHB. Sed angulus BAD æqualis est angulo C. erit ergo & angulus AHB in alterna portione æqualis angulo C. super data ergo recta AB descripta est portio circuli AHB capiens angulum æqualem angulo C. quod oportuit facere.

l prop. 23. 3.
m prop. 23. 1.
n prop. 11. 1.
o prop. 10. 1.
p prop. 11. 1.
q prop. 4. 1.
r cor. propos. 15. 3.
s prop. 32. 3.

Propos. 34. Probl. 6.

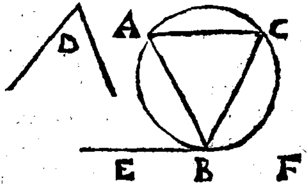
A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ESto datus circulus ABC, datus angulus rectilineus D. Oporteat autem à circulo ABC portionem auferre, quæ capiat angulum, angulo D æqualem. Ducatur EF tangens circulum in B. a Constituaturq; ad B rectæ EF angulus FBC æqualis

a prop 23. 1.

æqualis angulo D. Cum ergo circulum A B C tangat recta EF, & à tactu B ducta ſit BC, *b* erit angu-

b *prop.* 32. 3.

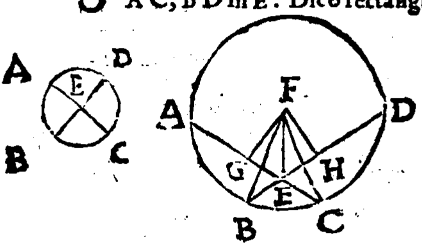


lus F B C ęqualis angulo BAC in alterna portione BAC cõſtituto: ſed angulus FBC ęqualis eſt angulo D: erit igitur & BAC in alterna ſectione eidẽ angulo D æqualis. à dato ergo circulo AB C ablata eſt portio BAC capiens angulũ æqualẽ dato angulo D. q̃ oportebat facere.

Propoſ. 35. Theor. 29.

Si in circulo duæ rectæ ſe inuicem ſecent, erit rectangulum portionibus vnius contentum, æquale portionibus alterius contento.

SEcent in circulo A B C D ſe inuicem duæ rectæ A C, B D in E. Dico rectangulum A E, E C contentum, æquale eſſe D E, E B cõtẽto. Si igitur AC, BD per cẽtrũ tranſeãt, perſpicuũ eſt cũ AE, EC: DE, EB ęquales ſint; ẽt AE, EC



cõtẽtũ, æquale eſſe, DE, EB contento. Quod ſi per centrum non tranſeant: accipiatur centrum F, ab eoque ad rectas A C, D B *a* ducantur perpendiculares FG, FH, iunganturq; FB, FC, FE. Et quia recta quædam GF per centrum ducta, rectam quã-

a prop. 21. 1.

dam

dam A C non per centrum ductam ad angulos rectos secat, & *b* bifariam illam secabit: ęquales ergo sunt AG,GC. Cum igitur recta AC in G ęqualiter, in E inęqualiter secta sit; *c* erit quod A E, EC continetur rectangulum, cum quadrato quod ex E G æquale quadrato quod ex G C, si commune, quod ex GF, addatur, erit quod A E, E C continetur, cum illis, quæ ex G E; GF quadratis, æquale illis, quæ ex C G, G F. *d* Sed illis, quæ ex C G, G F æquale est, quod ex FC: illis verò, quæ ex GE,GF, æquale est, quod ex FE: ergo quod AE, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale est ei, quod ex F C (æqualis autem est F C ipsi F B) ergo quod AE,EC continetur, cum illo quod ex E F, æquale est ei, quod ex F B. Ob eandem causam erit quod DE,EB continetur, cum illo quod ex F E æquale ei quod ex F B. ostensum est autem & id, quod A E, EC continetur, cum eo quod ex FE, æquale esse ei, quod ex FB: ergo quod A E, E C continetur cum illo quod ex FE, æquale est illi quod DE, EB, continetur, cum illo quod ex FE quadrato; commune, quod ex FE, auferatur; & erit reliquum A E, E C contentum, æquale reliquo D E, E B contento. Si ergo in circulo, &c. quod oportuit demonstrare.

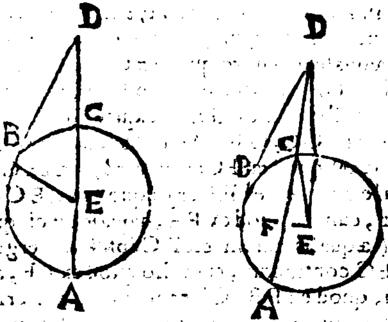
b *prop.* 3. 3.
c *prop.* 5. 2.
d *prop.* 47. 1.

Propos. 36. Theor. 30.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ lineæ cadant, quarum vna circulum secet, altera tangat, rectangulum tota secante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuam peripheriam est, erit æquale tangentis quadrato.

Extra

EXtra circulum A B C sumatur quodvis punctum D, ab eoq; ad circulum cadant duæ



rectæ DCA, DB; quarum D C A circulum secet, D B tangat. Dico rectangulum A D, C D contentum, æquale esse quadrato, quod fit ex DB. Transit autem D C A per centrum, aut non. Transeat primo per centrum quod sit E. Ducta ergo E B, *a* erit angulus E B D rectus. Et quia recta A C bisecatur in E, eiq; apposita est, in directum C D; *b* erit quod AD, D C continetur: cum eo, quod ex E C æquale ei, quod ex E D; est vero E C æqualis ipsi E B: ergo quod AD, DC continetur rectangulum, cum quadrato quod ex E B, æquale est ei, quod ex E D, quadrato. *c* Est autem quod ex E D æquale illis, quæ ex E B, B D quadratis, quod angulus E B D rectus sit. Ergo quod AD, D C continetur, cum eo quod ex EB; æquale est illis, quæ ex E B, B D; commune, quod ex EB tollatur. eritque quod A D, D C continetur, æquale ei quod ex Tangente D B quadrato.

a prop. 18. 3.
b prop. 6. 2.
c prop. 47. 1.

Sed

Sed iam D C A non transeat per centrum, accipiaturq; centrum E, *d* ab eoq; ad A C perpendicularis ducatur FE, iunganturq; E B, E C, E D; *e* erit ergo angulus E B D rectus. Et cum recta quædam EF per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam secet, *f* ad rectos angulos illam, & bifariam secabit; sunt ergo A F, F C æquales. Et quia recta A C bisecatur in F, eiq; in directum additur C D, *g* erit quod A D, D C continetur, cum illo quod ex F C, æquale ei quod ex F D: Commune, quod ex FE, addatur, & erit quod A D, DC continetur, cum illis quæ ex F C, F E, equale illis, quę ex FD, FE: illis autem, quæ ex DF, F E, *h* æquale est, quod ex D E (est enim angulus E F D rectus:) illis verò, quæ ex CF, FE, æquale est, quod ex C E. Ergo quod A D, D C continetur, cum illo quod ex EC, ęquale est ei, quod ex E D, *i* est autem EC ęqualis ipsi EB: Ergo quod A D, D C continetur, cum illo quod ex E B, ęquale est ei, quod ex E D: ei autem quod ex *k* E D æqualia sunt quę ex EB, BD, cum angulus E B D sit rectus: ergo quod AD, DC continetur cum eo quod ex EB, equale est illis, quę ex EB, B D: Commune, quod ex EB tollatur, & erit quod A D, D C continetur rectangulum, ęquale quadrato ex tangentis D B. Si ergo extra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

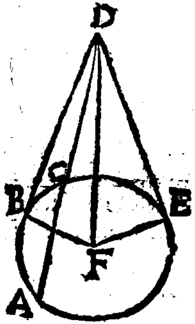
d prop. 12. 3.
e prop. 18. 3.
f prop. 3. 3.
g prop. 6. 2.
h prop. 47. 1.
i def. 15
k prop. 47. 1.

Propos. 37. Theor. 31.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ cadant; quarum vna circulum secet; altera incidat; sit autem quod tota secante, & ea parte, quæ inter punctum

punctum & curuam peripheriam est, continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit ab incidente, tanget incidens circulum.

SVmatur extra circulum A B C punctum D, ab eoque in circulum cadant duæ rectę D C A, D B; quarum D C A secet, D B incidat circulo. Sit autem quod A D, D C continetur rectangulum, ęquale quadrato quod fit ex D B. Dico D B circulum tangere. *a* Ducatur enim D E circulum tangens, sumptoq; centro F, iungantur F E, F B, F D, *b* & erit angulus F E D rectus. Et quia D E tangit, D C A secat circulum; *c* erit quod A D, D C continetur ęquale ei quod ex D E; ponitur autem & quod A D, D C continetur, ęquale ei quod ex D B. ergo quod ex D E ęquale est ei, quod ex D B; ęquales sunt ergo D E, D B; *d* sunt verò & F E, F B ęquales: duę igitur DE, EF, duabus D B, B F ęquales sunt; & basis FD cōmunis; *e* angulus ergo D E F ęqualis est angulo DBF: est autem D E F rectus; ergo & DBF rectus est. Et BF, si producatur, est diametrus, *f* quę autem diametro ad angulos rectos ducitur ab extremitate, circulum tangit. Idem demonstrabitur pari modo si centrum sit in A C. Si ergo extra circulum, &c. quod oportuit demonstrare.



a *prop.* 17. 3.
b *prop.* 18. 3.
c *prop.* 36. 3.
d *def.* 15. 1.
e *prop.* 8. 1.
f *cor. propos.* 16. 3.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

Definitiones.

1 Figura rectilinea figuræ rectilineæ inscribi dicitur, cum singuli inscriptæ anguli, singula latera eius, cui inscribitur, tangunt.

2 Similiter figura figuræ circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ, singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangunt.

3 Figura rectilinea circulo inscribi dicitur; cũ singuli anguli inscriptæ tangunt peripheriam circuli. *Ita prop. 2. triangulum A B C; sexta quadratum ABCD circulo inscriptum vides.*

4 Figura rectilinea circulo circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ circuli peripheriam tangunt. *Ita prop. 4 triangulum ABC; octaua quadratum ABCD circulo circumscriptum cernis.*

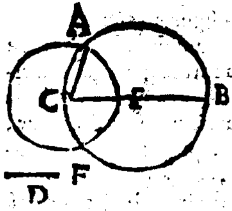
5 Circulus similiter figuræ inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera eius, cui inscribitur, tangit. *Ita prop. 4. circulum EFG triangulo ABC, octaua circulum E F H K quadrato, A B C D inscriptum vides.*

6 Circulus figuræ circumscribi dicitur, cum peripheria circuli singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangit. *Ita prop. 2. circulum A B C triangulo, sexta circulum ABCD quadrato circumscriptũ vides.*

7 Recta linea in circulo aptari dicitur, cū eius termini in circuli peripheria fuerint.

Propos. 1. Probl. 1.

In dato circulo, data rectæ lineæ, quæ diametro circuli maior non sit, æqualem rectam lineam aptare.



SIt datus circulus ABC, data recta, quæ circuli diametro maior non sit, D. Oporteat autem in circulo A B C rectam, rectæ D æqualem, aptare. Ducatur diametrus circuli B C; si ergo B C æqualis fuerit D, factum est, quod iubebatur. Circulo enim A B C aptata est B C æqualis rectæ datæ. Si autem B C maior est quam D, a Fiat C E æqualis ipsi D; & centro C, interuallo C E describatur circulus E A F, ducaturq; C A. Quia ergo C centrum est circuli A E F; b erit C A æqualis C E: sed ipsi D æqualis est C E: erit ergo & D æqualis ipsi A C. Dato ergo circulo ABC, datæ rectæ D non maiori circuli diametro, æqualis CA aptata est. Quod oportuit facere.

a *prop.* 3. 1.

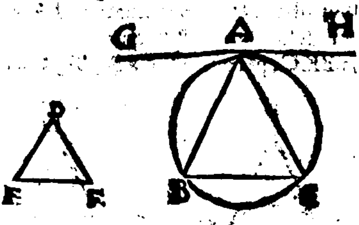
b *def.* 15. 1.

Propos. 2. Probl. 2.

Dato circulo triangulum dato triangulo æquiangulum inscribere.

Sit

SIt circulus datus A B C, triangulum datum DEF; oporteatque circulo ABC triangulum, triangulo DEF æquiangulum inscribere. Ducatur



G A H tangens circulum A B C in A; *a* constituaturque ad A rectæ G A H, angulus H A C æqualis angulo DEF, & G A B æqualis D F E; ducaturque B C. Quia ergo circulum A B C tangit recta G A H, & à tactu ducta est A C, *b* erit angulus H A C æqualis angulo A B C in alterna portione: sed HAC est æqualis DEF angulo; erit ergo & A B C æqualis eidem D E F. Eadem ratione erit angulus ACB angulo DFE æqualis, *c* reliquus ergo B A C æqualis erit reliquo E D F. Est ergo triangulum ABC triangulo DEF æquiangulum, & inscriptum est circulo A B C. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

a *prop.* 23. 1.

b *prop.* 32. 3.

c *prop.* 32. 1.

Propos. 3. Probl. 3.

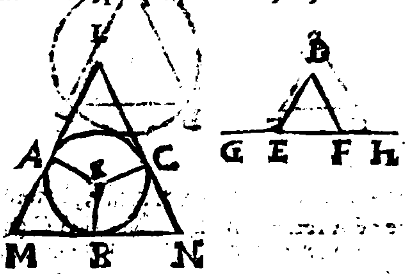
Circa datum circulum dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

ESto datus circulus A B C, datum triangulum D E F. oporteatque circa A B C circulum

 trian-

triangulo D E F æquiangulum triangulum describere. Producatur vtrinque E F in G & H, sumaturque centrum K circuli A B C, & ducatur recta K B vt libet; & *a* constituatur ad K rectæ K B angulo D E G æqualis B K A; angulo verò D F H æqualis BKC, perque puncta A, B, C *b* ducantur

a *prop.* 23.1.
b *prop.* 17 3.



tangentes circulum L A M, MBN, NCL. Et quia L M, MN, NL tangunt circulum in A, B, C; & à centro K ad puncta A, B, C ductæ sunt K A, K B, K C: *c* recti igitur erunt anguli ad A, B, C puncta. Et quia quadrilateri AMBK quatuor anguli æquales sunt quatuor rectis; * diuiditur enim quadrilaterum AMKB in duo triangula KAM, KBM, quorum anguli K A M, K B M recti sunt; reliqui ergo AKB, A M B duobus rectis æquales erunt: *d* Sunt verò & D E G, D E F duobus rectis æquales: ergo A K B, A M B anguli æquales sunt angulis D E G, DEF. quorum AKB, DEG æquales cum sint; erunt & reliqui A M B, D E F æquales. Pari modo demonstrabitur angulum LNM angulo D F E æqualem esse: reliquus ergo MLN reliquo E D F æqualis erit, æquiangulum ergo est triangulum L M N triangulo D E F, & descriptum est circa circulum ABC.

c *prop.* 18. 3.
* *Si intelligatur ducta linea K M.*
d *prop.* 13. 1.

ABC. Ergo circa datum circulum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 4. Probl. 4.

In dato triangulo circulum describere.

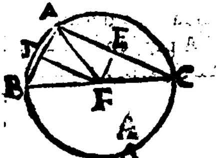
SIt datum triangulum ABC, in quo oporteat circulum describere. *a* bisecentur anguli A BC, BCA rectis BD, CD, quæ in D puncto concurrant, *b* ducanturque ex D ad rectas AB, BC, CA perpendiculares DE, DF, DG. Et quia anguli ABD, CBD æquales sunt (est enim ABC bisectus) anguli verò BED, BFD recti, habebunt duo triangula EBD, DBF duos angulos duobus angulis, & unum latus uni lateri æquale, nempe commune BD, *c* habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia; unde DE, DF æquales erunt. Eandem ob causam DG, DF æquales erunt. Circulus ergo centro D, interuallo vno pũctorum E, F, G descriptus, transibit etiam per alia puncta, tangetque rectas AB, BC, CA quod anguli ad E, F, G recti sint. Si enim ipsas secaret, caderet, quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur, intra circulum; *d* quod est absurdum. Non ergo circulus centro D. interuallo vna harum DE, DF, DG descriptus secat rectas AB, BC, CA; ergo eas tanget; estque circulus in triangulo ABC descriptus. In dato ergo triangulo, &c. Quod oportuit facere.

a prop. 9. 1.
b prop. 12. 1.
c prop. 26. 1.
d prop. 16. 3.

Propositio 5. Probl. 5.

Circa datum triangulum circulum describere.

Esto datum triangulum ABC, circa quod oporteat circulum describere. bisecentur AB, AC in D & E; atque à punctis D, E ducantur ad AB, AC ad angulos rectos DF, EF, quæ con-



current aut intra triangulum ABC, aut in recta BC, aut extra triangulum. Concurrant primò intra triangulum in F, ducanturq; BF, FC, FA. Et quia AD, DB æquales sunt, communis & ad angulos rectos DF, a erunt & bases AF, FB æquales. Similiter demonstrabimus CF, AF æquales esse: quare & FB, FC æquales erunt. Tres ergo FA, FB, FC æquales sunt. Circulus ergo centro F interuallo vna ipsarum FA, FB, FC descriptus transibit & per reliqua puncta, eritque circulus circa ABC triangulum descriptus. Concurrant iam DF, EF in recta BC in F, vt in secunda descriptione, iungaturque AF. Similiter demonstrabimus punctum F centrum esse cir-

a prop 4. 1.

se circuli circa triangulum A B C descripti. Concurrant demum D F, E F extra triangulum A B C in F, vt tertia habet descriptio, & iungantur A F, F B, F C. Cumque A D, D B æquales sint, communis, & ad angulos rectos D F, b erunt & bases A F, B F æquales. Similiter demonstrabimus & C F ipsi F A æqualem esse: quare & B F æqualis erit F C. Rursus ergo circulus centro F: interuallo vna harum F A, F B, F C, descriptus transibit etiam per reliqua puncta, estque circa A B C triangulum descriptus. Quod facere oportuit. b prop. 4. 1.

Corollarium.

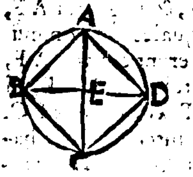
Vnde perspicuum est, quando centrum circuli in triangulum cadit, angulum B A C in maiore portione semicirculo existentem recto minorem esse. quando verò centrum in B C cadit, in semicirculo existentem, rectum: quando denique centrum extra BC cadit, in minore portione semicirculo existentem, maiorem recto. Vnde quando datus angulus minor est recto, intra triangulum cadunt rectæ D F, E F; quando rectus, in B C; quando maior recto, extra B C; quod oportuit demonstrare.

Propos. 6. Probl. 6.

In dato circulo quadratum describere.

Sit in dato circulo A B C D quadratum describendum. a ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, iunganturque A B, B C, C D, D A. Cum ergo B E, E D sint æquales, quippe ex centro E, communis & ad angulos rectos E A; b erit & basis a prop. 11. 1. b prop. 4. 1.

basis A B basi A D æqualis. Eadem ratione vtraque ipsarum BC, CD, vtrique AB, AD est æqualis. Est ergo quadrilaterum A B C D æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum recta B D diametrus sit circuli A B C D; *c* erit B A D semicirculus; rectus est ergo angulus B A D. Ob eandem causam qui libet angulorum ABC, BCD, CDA rectus est; rectangulum ergo est quadrilaterum ABCD. Ostensum est autem & æquilaterum; *d* quadratum ergo est; & est circulo inscriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.



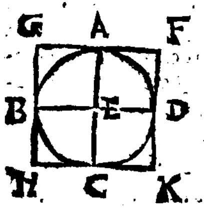
c prop. 31. 3.

d def. 27. 1.

Propos. 7. Probl. 7.

Circa datum circulum quadratum describere.

SIt circa datum circulum A B C D quadratum describendum. Ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, & per puncta A, B, C, D ducantur tangentes circulum F G, G H, H K, K F. Cum ergo F G tangat circulum, & à centro E ad tactum A ducta sit E A; *a* erunt anguli ad A recti. Eadem de causa *a* erunt & anguli ad B, C, D recti, cumque anguli AEB, EBG recti sint, *b* erunt G H, A C parallelæ. Eadem de causa erunt A C, F K parallelæ; Similiter demonstrabimus, quod G F, HK sint ipsi BED parallelæ. Sunt ergo G K, G C, AK, FB, BK parallelogramma, *c* vnde æqualis est G F ipsi



a prop. 18. 3.

b prop. 28. 1.

c prop. 34. 1.

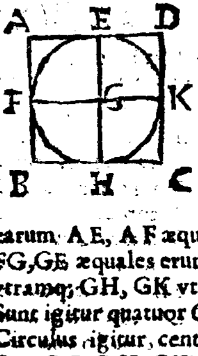
GF ipsi HK; & GH ipsi FK. *d* & quia AC, BD æquales sunt. Atque AC vtrique GH, FK; & BD vtrique GF, HK est æqualis; ergo vtraque GH, FK, vtrique GF, HK est æqualis. Est igitur FGHK quadrilaterum æquilaterum; dico quod & rectangulum. Cum enim GBEA sit parallelogrammum, sitq; angulus AEB rectus, *e* erit & AGB rectus. Similiter demonstrabimus quod anguli ad H, K, F recti sint; est ergo FGHK rectangulum quadrilaterum, ostensum est autem, & æquilaterum, *f* quadratum ergo est, & est circa ABCD circulum descriptum: ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

d *def.* 15.1.
e *prop.* 34.1.
f *def.* 27.1.

Propos. 8. Probl. 8.

In dato quadrato circulum describere.

SIt in dato quadrato ABCD circulus describendus. *a* Bisecentur AB, AD in F, E; *b* ac per E quidem ducatur alterutri AB, CD parallela EH: per F verò alterutri AD, BC parallela FK. Sunt ergo AK, KB, AH, HD, AG, GC, BG, GD parallelogramma, *c* ideoque latera opposita æqualia. Et quia AD, AB æquales sunt, erunt & semisses earum AE, AF æquales: *d* quare & opposita illis FG, GE æquales erunt. Similiter demonstrabimus vtramq; GH, GK vtrique FG, GE æqualem esse. Sunt igitur quatuor GE, GF, GH, GK æquales. Circulus igitur, centro G, interuallo vna harum GE, GF, GH, GK descriptus, transibit & per reliqua



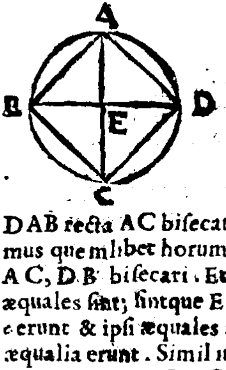
a *prop.* 10.1.
b *prop.* 31.1.
c *prop.* 34.1.
d *prop.* 34.1.

liqua puncta: sed & tangit rectas AB, BC, CD, DA, quod anguli ad E, F, H, K recti sint. Si enim circulus ipsas AB, BC, CD, DA secaret, caderet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos
c prop. 16. 3. ducitur, in circulum, c quod est absurdum; Non ergo circulus centro G, & interuallo vna harum GE, GF, GH, GK descriptus secat rectas AB, BC, CD, DA: tangit ergo: & est quadrato ABCD inscriptus. In dato ergo quadrato, &c, Quod oportuit facere.

Propos. 9. Probl. 9.

Circa datum quadratum circulum describere.

SIt circa datum quadratum ABCD circulus describendus: ductæ rectæ AC, BD se in E secent. Et quia DA, AB æquales sunt, AC communis, erunt duæ DA, AC, duabus BA, AC æquales:

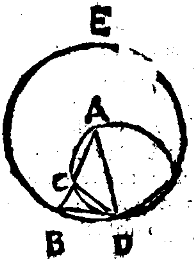


a def. 37. b prop. 8. 1. sed & bases DC, BC a æquales sunt: b erunt ergo & anguli DAC, BAC æquales: angulus ergo DAB recta AC bisecatur. Similiter demonstrabimus quemlibet horum ABC, BCD, CDA rectis AC, DB bisecari. Et cum anguli DAB, ABC æquales sint; sintque EAB, EBA eorum dimidij, c erunt & ipsi æquales: quare & latera EA, EB
c ax. 7. æqualia erunt. Similiter demonstrabimus vtramque rectarum EC, ED, vtrique EA, EB æqualem esse. Quatuor ergo EA, EB, EC, ED æquales sunt. Igitur circulus centro E, interuallo vna harum EA, EB descriptus, transibit & per reliqua puncta,

puncta, est igitur circa A B C D quadratum descriptum. Ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 10. Probl. 10.

Triangulum isosceles constituere, habens vtrumque qui ad basim angulum duplum reliqui.

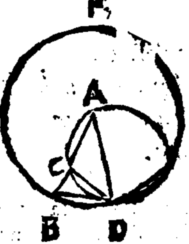


EXponatur recta quædam AB, *a* quæ in C sic secetur, vt A B, B C contentum æquale sit quadrato ex C A descripto. Igitur centro A, interuallo A B describatur circulus B D E, *b* eiq; aptetur recta B D æqualis ipsi AC; & ductis DA, DC, *c* describatur circa triangulum ACD circulus A C D. Et cum quod A B, B C continetur æquale sit ei, quod ex A C quadrato, sitque A C ipsi B D æqualis; erit & quod A B, B C continetur æquale ei, quod ex B D. Cum igitur extra circulum A C D, acceptum sit punctum B, ab eoq; ad circulum A C D cadant duæ rectæ B C A, BD, quarum vna circulum secat, altera ei incidit, sitque quod A B, B C continetur æquale ei quod ex B D, *d* tanget B D circulum A C D; cumque B D circulum A C D tangat, à tactu autem D ducta sit D C, *e* erit angulus B D C angulo D A C in alterna circuli portione consistenti æqualis. Cum ergo anguli BDC, D A C sint æquales, si communis CDA addatur, erit totus BDA duobus C D A, D A C

a prop. 11. 2.
b prop. 1. 4.
c prop. 5. 4.
d prop. 37. 3.
e prop. 32. 3.

f prop. 32.1. DAC æqualis: *f* ſed duobus CDA, DAC æqualis eſt externus BCD: ergo BDA æqualis *erit* ipſi BCD: ſed ipſi BDA æqualis eſt CBD, cum & *g* latera AD, AB ſint æqualia: quare & DBA, BCD æquales erũt: tres ergo BDA, DBA, BCD ſunt æquales: & cũ anguli DBC, BCD æquales ſint, erunt & latera BD, DC æqualia; ſed BD ipſi CA ponitur æquale: ſunt ergo AC, CD æqualia: vnde & anguli CDA, DAC æquales erunt: ergo anguli CDA: DAC dupli ſunt anguli DAC. Eſt verò & BCD æqualis duobus CDA, DAC; ergo BCD duplus eſt ipſius DAC: Et cum vterque BDA, DBA angulo BCD ſit ęqualis, duplus erit vterq; reliquo DAB. Triangulum ergo iſoſceles, &c. Quod oportuit facere.

g def. 15.1.



Propoſ. 11. Probl. 11.

Dato circulo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum inſcribere.

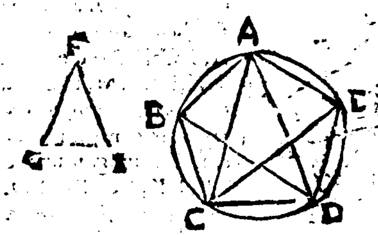
SIt in dato circulo ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribendum. Exponatur triangulum iſoſceles duplum habens vtrumq; angulum ad G, H, eius qui eſt ad F; & *a* inſcribatur circulo ABCDE triangulum ACD æquiangulum triangulo FGH; ita vt angulo F æqualis ſit angulus CAD; anguli G, H anguli ACD, CDA. Et quia vterque ACD, CDA duplus eſt anguli CAD, *b* biſecentur rectis CE, DB, iunganturque AB, BC, CD, DE, EA.

a prop. 2.4.

b prop. 9.1.

Cum

Cum itaque vterque angulorum ACD, CDA duplus sit anguli CAD, bisectique sint rectis CE, DB, erunt quinque anguli DAC, ACE, ECD, CDB, BDA æquales inter se: c Et cum æquales anguli æqualib. peripheriis insistant, erunt quinque peripheriæ AB, BC, CD, DE, EA æquales: d sed æquales peripherias æquales rectę subtendunt; sunt ergo hæ quinque rectæ AB, BC, CD, DE, EA æquales; est ergo pentagonum ABCDE æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Quia AB, DE peripheriæ æquales sunt, si communis BCD addatur, erunt totæ ABCD, EDCB æquales; & insistit peripherię ABCD angulus AED; peripheriæ vero BCDE angulus BAE; e sunt ergo AED, BAE anguli æquales. Eadem de causa, quilibet angulorum ABC, BCD, CDE vtrique AED, BAE æqualis erit: est ergo pentagonum ABCDE æquiangulum; demonstratum autem est, quod & æquilaterum. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.



c prop. 26 3.

d prop. 29. 3.

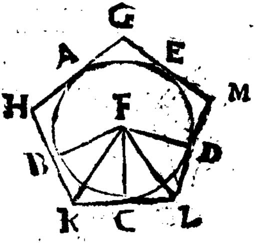
e prop. 29. 3.

Propos. 12. Probl. 12.

Circa datum circulum pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

OPorteat circa circulum ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

bere. Cogitentur angulorum pentagoni inscripti puncta, A, B, C, D, E ita vt peripherię, AB, BC,



CD, DE, EA æquales sint, *a* ducanturque per A,B,C,D,E rectę GH, HK,KL,LM,MG tangentes circulum, & accipiatur centrum circuli F, iunganturque FB, FK, FC, FL, FD. Cum itaque KL recta circulum in C tangat, & ab F ad contactum C ducta sit FC, *b* erit ipsa ad KL perpendicularis: vterque ergo angulus ad C est rectus. Eandem ob causam recti sunt anguli ad B,D; & cum angulus FCK rectus sit, *c* erit quod ex FK æquale illis, quæ ex FC, CK quadratis. eadem de causa, erunt quæ ex FB, BK æqualia illi, quod ex FK: sunt ergo quæ ex FC, CK æqualia illis, quę ex BF, BK; quorum quod ex FC ęquale * est ei, quod ex FB: erit igitur & reliquum quod ex CK ęquale reliquo, quod ex BK: sunt ergo BK, CK æquales. Et quia FB, FC æquales sunt, communis FK, erunt duę BF, FK duobus CF, FK æquales, & basis BK basi CK æqualis; *d* ergo & angulus BFK ęqualis erit angulo KFC: & angulus BKF, angulo FKC: est ergo angulus BFD duplus anguli KFC; & BKC duplus anguli FKC. Ob eandem causam erit & CFD duplus ipsius CFL: & CLD duplus ipsius CLF. Cumq; peripheriæ BC, CD æquales sint, *e* erunt & anguli BFC, CFD æquales, estque BFC ipsius KFC duplus, DFC verò duplus ipsius LFC: æquales ergo sunt KFC, CFL: *f* duo ergo triangula

a prop. 17.3.

b prop. 18.3.

c prop. 47.1.

** quia FB, FC sunt æquales, quippe ex centro ad peripheriam.*

d prop. 8.1.

e prop. 27.3.

f prop 26.1.

FKD,

FKC, FLC duos angulos duobus habentia æquales alterum alteri, & latus vnum vni lateri FC vtrique commune; habebunt & reliqua latera reliquis æqualia, angulumque reliquum reliquo. Sunt igitur tam rectæ KC, CL, quam anguli FKC, FLC æquales, cumque KC æqualis sit CL, dupla erit KL ipsius KC. Eadem de causa demonstrabitur HK dupla ipsius BK; & cum demonstratum sit BK æqualis KC, sitq; KL dupla ipsius KC, & HK dupla ipsius BK; g erit & HK ipsi KL æqualis. Similiter demonstrabitur quælibet ipsarum GH, GM, ML vtriq; HK, KL æqualis: est ergo pentagonum GHKLM æquilaterum Dico quod & æquiangulum. Cum enim anguli FKC, FLC æquales sint, ostensusque sit HKL duplus ipsius FKC: & ipsius FLC duplus KLM; erit & HKL ipsi KLM æqualis. Similiter demonstrabitur quilibet ipsorũ KHG, HGM, GML vtrique HKL, KLM æqualis. Quinque ergo anguli GHK, HKL, KLM, LMG, MGH sunt æquales; æquiangulum ergo est pentagonum. Ostensum autem est & æquilaterum, & est descriptum circa circulum ABCDE. Quod oportebat facere.

g *ax. 6.*

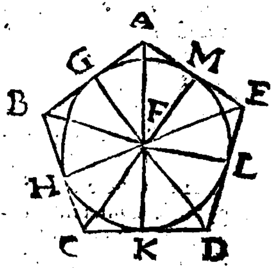
Propos. 13. Probl. 13.

Dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inscribere.

OPorteat dato pentagono æquilatero & æquiangulo ABCDE circulum inscribere. a bisecetur vterq; angulorum BCD, CDE rectis CF, DF, & à puncto F, in quo CF, DF, concurrunt, ducantur rectę FB, FA, FE. & quia BC, CD æquales

a *prop. 9. 1.*

ęquales sunt, communis C F, erunt duæ B C, C F duabus D C, C F æquales, & angulus BCF angulo D C F æqualis: *b* ergo & basis B F, basi D F æqualis erit, & triangulum B F C triangulo D C F, reliquiq; anguli reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt: Sunt igitur anguli C B F, C D F æquales. Et cum angulus C D E duplus sit anguli C D F; æquales autem & C D E, A B C; & C D F, C B F; erit & C B A duplus ipsius C B F: æquales ergo sunt A BF, FBC: bisecatur ergo angulus ABC recta BF. Similiter demonstratur quemlibet angulorum B A E, A E D rectis F A, F E bisecari. *c* Ducantur enim ab F ad A B, B C, C D, D E, E A rectæ perpendiculares F G, F H, F K, F L, F M. Quia ergo anguli H C F, K C F æquales sunt; F H C rectus, æqualis recto F K C; erunt duo triangula F H C, F K C duos angulos duobus æquales habentia vnumque latus vni, F C latus commune, & vni æqualium angulorum subtensum, *d* habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia: sunt ergo perpendiculares FH, F K æquales. pari modo demonstratur quęlibet harum F L, F M, F G vtriq; FH, F K æqualis. quinq; ergo rectæ FG, FH, FK, FL, F M ęquales sunt, circulus ergo centro F, interuallo vna harum FG, FH, FK, FL, FM descriptus, transibit & per reliqua puncta, tangetq; rectas AB, BC, CD, DE, EA, eo quod anguli ad G, H, K,



b prop 4. 1.

c prop. 12. 1.

d prop. 26. 1

H,K;L,M recti sint. Quod si illas non tangat, sed secet; cadet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur intra circulum, *e* quod absurdum esse ostensum est; non ergo circulus centro F, interuallo F G, F H, F K, F L, F M descriptus secat rectas A B, B C, C D, D E, E A; ergo tanget. dato ergo pentagono. quod oportuit facere. *e prop. 16. 1.*

Propos. 14. Probl. 14.

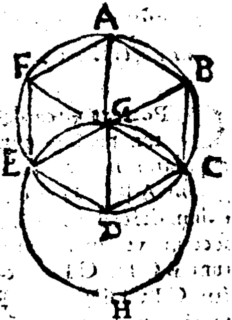
Circa datum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum, circulum describere.

Oporteat circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum A B C D E circulum describere. *a* Bisecetur vterq; angulorum B C D, C D E rectis C F, F D; & ab F puncto in quo rectæ cõcurrunt ad B, A, E ducantur rectæ F B, F A, F E. Similiter ergo, vt in præcedente, demonstrabitur quemlibet angulorum C B A, B A E, A E D, rectis B F, F A, F E bisecari. Et quia anguli B C D, C D E æquales sunt, estq; F C D dimidius ipsius B C D, & C D F dimidius ipsius C D E; erunt F C D, F D C æquales, *b* quare & latera F C, F D æqualia erunt. Similiter demonstrabitur, quamlibet ipsorũ F B, F A, F E, vtrilibet F C, F D æqualem esse. Quinque ergo F A, F B, F C, F D, F E æquales sunt. circulus igitur centro F, interuallo vna harum F A, F B, F C, F D, F E *a prop. 9. 1.* *b prop. 6. 1.*

descriptus, transibit & per reliqua puncta; eritq; circa pentagonum A B C D E descriptus. Circa datum ergo, &c. Quod facere oportebat.

Propos. 15. Probl. 15.

In dato circulo hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



Sit in dato circulo A B C D E F hexagonum æquilaterum & æquiangulum describendum. Ducta diametro A D, sumatur centrum G, atque centro D, interuallo D G describatur circulus E G C H; & ductæ E G, C G producantur ad B, F, iunganturq; A B, B C, C D, D E, E F, F A. Dico A B C D E F hexagonum æquilaterum, & æquiangulum esse. Cum enim G centrum sit circuli A B C D E, & erunt G E, G D æquales. Et cum D centrum sit circuli E G C H, erunt & D E, D G æquales. Sed G E ostensa est æqualis ipsi D G; a erit ergo & G E æqualis ipsi E D: triangulum ergo E G D æquilaterum est, & tres anguli eius E G D, G D E, D E G æquales, cum isoscelium triangulorum anguli ad basim æquales sint. Et quia tres anguli trianguli duobus rectis æquales sunt, b erit angulus E G D tertia pars duorũ rectorum. Similiter demonstratur D G C tertia pars esse

a ax. 1.

b prop. 32. 1.

duo-

duorum rectorum,& cum recta C G super E B con sistens *c* angulos deinceps, E G C, C G B duobus rectis æquales faciat; erit & reliquus C G B tertia pars duorum rectorum, sunt igitur anguli E G D, D G C, C G B inuicem æquales; *d* erunt igitur & qui ad verticem B G A, A G F, F G E æquales, *e* æquales autem anguli æqualibus peripherijs insistunt: peripheriæ ergo A B, B C, C D, D E, E F, F A sunt æquales; *f* æqualibus autem peripheris æquales rectæ lineæ subtenduntur: sex igitur rectæ æquales sunt; ideoque hexagonum A B C D E F æquilaterum est. Dico quod & æquiangulum. Cum enim peripheriæ A F, E D æquales sint: si communis A B C D, addatur, erunt totæ F A B C D, E D C B A æquales: *g* Sed peripheriæ F A B C D insistit angulus F E D; peripheriæ verò E D C B A, angulus A F E; sunt ergo anguli A F E, D E F æquales. Similiter demonstrabitur, reliquos hexagoni A B C D E F angulos, vtriq; A F E, F E D æquales esse. Est ergo hexagonum A B C D E F æquiangulum: ostensum est autem & æquilaterum; & est in circulo descriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportebat facere.

c prop. 13. 1. *d prop. 15. 1.* *e prop. 26. 3.* *f prop. 29. 3.* *g def. 9. 3.*

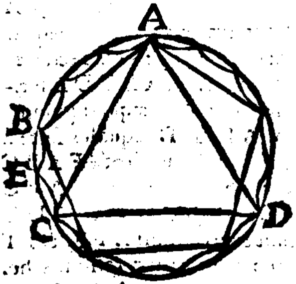
Corollarium

EX his manifestum est latus hexagoni æquale esse ei, quæ ex centro circuli. Et si per puncta A, B, C, D, E, F, *h* tangentes circulum rectæ ducantur, circa circulum hexagonum æquilaterum, & æquiangulum descriptum esse, vt in illis quæ de pentagono dicta sunt videre licet. Præterea iuxta illa quæ de pentagono dicta sunt in dato hexagono circulum describemus.

h prop. 17. 3.

Propoſ. 16. Probl. 16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.



OPorteat in dato circulo A B C D quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere. Deſcribatur in circulo A B C D, trianguli æquilateri latus A C, pentagoni æquilateri A B. Qualium ergo totus circulus partium eſt quindecim, talium eſt A B C peripheria, tertia circuli pars exiſtens, quinque; A B, quinta pars circuli exiſtens, trium; pars ergo B C, duarum; quæ ſi in E a biſecetur, erit quælibet peripheriarum B E, E C decimaquinta pars circuli. Si ergo ductis rectis B E, E C, eis æquales in continuum circulo rectas b aptemus, erit quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcriptum. Quod facere oportuit.

a prop. 30. 3.
b prop. 1. 3.

EVCLI-

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

1 PArs est magnitudo magnitudinis, minor maioris, quando minor metitur maiorem. *Vt, 2. est pars ipsius 6. at non ipsius 7. quia 2. metitur 6. non metitur 7.*

2 Multiplex est maior minoris, quando minor metitur maiorem. *Vt 6. est multiplex ipsius 2. at 7. ipsius 2. multiplex non est. Quia 2. metitur 6. non item 7*

3 Proportio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem, habitudo. *Proportio ergo est inter res eiusdem generis vt inter numeros, lineas, superficies, corpora, &c.*

4 Proportionem inter se habere dicuntur magnitudines, quæ multiplicatæ possunt se inuicem superare. *Vnde liquet inter angulum contingentiæ, & rectilineum quemcumque proportionem non esse. Quia licet prior in infinitum multiplicetur, nunquam tamen superabit posteriorem.*

5 In eadem proportione dicuntur esse magnitudines, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando æquè multiplices, primæ & tertiæ, æquè multiplices, secundæ, & quartæ, secundum quanuis

nis multiplicationem, vtraq; ab vtraque, vel æquè deficiunt, vel ęquè ęquales sunt, vel ęquè superant, si ordine sumantur. *Vt si horum quatuor numerorum 8. 6. 4. 3. primi, & tertij accipiantur æquè multiplices 16. & 8 secundi, & quarti 18. & 9 & collocentur eo ordine, quo numeri, quorum sunt multiplices, hoc nimirum 16. 18 8. 9. si iam primus minor sit secundo, erit & tertius quarto minor; & si maior, maior, si æqualis, æqualis, si inquam hoc semper contingat dicentur quatuor magnitudines in eadem esse proportione.*

6 Magnitudines quæ eandem proportionem habent, proportionales vocantur. *Vt 4 & 2. item 6 & 3. cum habeant eandem proportionem, nempe duplam, dicuntur proportionales.*

7 Quando æquè multiplicium multiplex primæ superat multiplicem secundę; at multiplex tertię non superat multiplicem quartæ; prima ad secundam dicitur habere maiorem proportionem quam tertia ad quartam.

8 Analogia est proportionum similitudo.

9 Analogia in tribus minimis terminis consistit. *Vt in his numeris 4. 6. 9. vt enim est primus ad secundum, ita secundus ad tertium.*

10 Cum fuerint tres magnitudines proportionales, prima ad tertiam duplicatā proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. *Vt cum fuerint proportionales hi tres numeri 2. 4. 8. erit proportio quam habet 2. ad 8. duplicata eius, quam habet ad 4.*

11 Cum fuerint quatuor magnitudines proportionales prima ad quartam triplā proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. Et deinceps semper vna amplius quoad vsque proportio extiterit. *Vt si sint proportionales hi quatuor numeri*

meri 2.4.8.16 erit proportio quam habet 2. ad 16. tripla eius quam habet ad 4.

12 Homologæ, seu similis rationis magnitudines dicuntur esse, antecedentes antecedentibus, consequentes consequentibus.

13 Permutata ratio, est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem. *Demonstratur prop. 16. in qua cum est vt A ad B, ita C ad D, est quoq; permutando, vt A ad C; ita B ad D.*

14 Conuersa ratio, est sumptio consequentis vt antecedentis ad antecedentem, vt ad cõsequentem. *Vide cor. prop. 4.*

15 Compositio rationis est sumptio antecedentis vnà cum consequente, vt vna, ad consequentem. *Demonstratur prop. 18. in qua cum est vt A B ad E D; ita C F ad F D; est quoque vt A B ad F D; ita C D ad F D.*

16 Diuisio rationis est sumptio excessus, quo antecedens superat consequentem, ad consequentem: *Demonstratur prop. 17. in qua cum est, vt A B ad B E; ita C D ad D E, est quoque vt A E ad E B; ita C F ad F D.*

17 Conuersio rationis est sumptio antecedentis ad excessum, quo antecedens consequentem superat. *Demonstratur prop. 19. in qua cum est vt A B ad C D, ita A E ad C F erit quoque E B ad F D; vt est A B ad C D.*

18 Ex æquali ratio est cum plures fuerint magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur, fueritq; vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, ita in secundis prima ad vltimam. Vel est sumptio extremarum per subtractionem mediarum. *Demonstratur 22. in qua cum est vt A ad B; ita D ad E; & vt*

B ad C, ita E ad F; erit ex æquali, vt A ad C, ita D ad F.

19 Ordinata proportio est, cum fuerit vt antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; vt autem consequens ad aliam quampiam, ita consequens ad aliam quampiam. *In prop. 20. & 23. in primis magnitudinibus antecedens est A, consequens B, alia quæpiam C, in secundis antecedens est D, consequens E, alia quæpiam F.*

20 Perturbata proportio est, quando tribus existentibus magnitudinibus; & alijs ipsis numero æqualibus fuerit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem; ita in secundis antecedens ad consequentem. Vt autem in primis consequens ad aliam quampiam: ita in secundis alia quæpiam ad antecedentem. *Vt in 21. & 23. prop. in primis tribus magnitudinibus antecedens est A consequens B, alia quæpiam C. In secundis antecedens est E, consequens F, alia quæpiam D.*

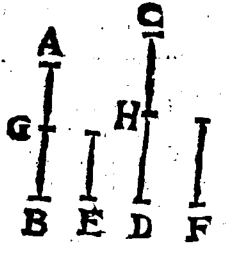
Propos. 1. Theor. 1.

Si fuerint quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinum, æqualium numero, singula singularum æquè multiplices, quotuplex est vna magnitudo vnius totuplices sunt omnes omnium.

SInt quotcumq; magnitudines A B, C D, quotcumque magnitudinum E, F æqualium numero, singulæ singularum æque multiplices. Dico quam multiplex est A B ipsius E, tam multiplices esse A B, C D simul, ipsarum E, F simul. Cum enim quam multiplex est A B ipsius E, tam multiplex sit

C D

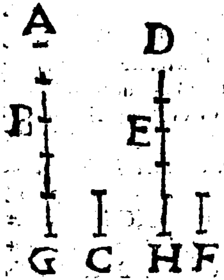
C D ipsius F; erunt in C D tot magnitudines æquales ipsi F, quot sunt in A B æquales ipsi E. Diuidatur A B in magnitudines A G, G B æquales ipsi E; & C D in C H, H D æquales ipsi F; eritque multitudo ipsarum A G, G B æqualis multitudini ipsarum C H, H D: cumque A G ipsi E, & C H æquale sit ipsi F; erunt A G, C H æquales ipsis E, F. Eadem de causa erunt G B, H D ipsis E, F æquales: quot ergo in A B sunt magnitudines æquales ipsi E, tot sunt in A B, C D æquales ipsis E, F. Quare quam multiplex est A B ipsius E, tam multiplices sunt A B, C D ipsarum E, F. Si ergo fuerint, &c. Quod oportuit demonstrare.



Propos. 2. Theor. 2.

Si prima secundæ æquè multiplex fuerit, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta secundæ æquè multiplex, atq; sexta quartæ; erit & composita ex prima & quinta æquè multiplex secundæ, atque tertia & sexta, quartæ.

Esto prima A B secundæ C æquè multiplex, atq; tertia D E quartæ F: sit verò & quinta B G secundæ C æquè multiplex, atque sexta E H quartæ F. Dico & compositam ex prima & quinta A G secundæ C, æquè multiplicem esse, atque est tertia & sexta D H, quartæ F. Cum enim quam multiplex est A B ipsius C, tam multiplex sit D E ipsius F, erunt in D E tot magnitudines æquales ipsi F, quot sunt in A B æquales ipsi C. Eademque de causa quot sunt in B G æquales ipsi C, tot erunt in E H æquales ipsi F: quot ergo sunt in tota A G æquales ipsi C; tot sunt in tota D H æquales ipsi F. Quam multiplex est ergo A G ipsius C, tam multiplex est D H ipsius F. Ergo A G composita ex prima, & quinta secundæ C æquè multiplex est, atq; tertia & sexta D H quartæ F. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

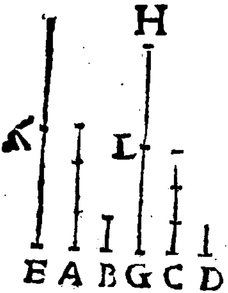


Propos. 3. Theor. 3.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; sumantur autem æquè multiplices primæ, & tertiæ; erit ex æquali sumptarum vtraq; vtriusq; æquè multiplex, altera quidem secundæ; altera autem quartæ.

Esto prima A secundæ B æquè multiplex, atque tertia C quartę D, & accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices E F, G H. Dico æquè multi-

multiplicem esse E F ipsius B, atque est G H ipsius D. Cum enim ęque multiplex sit E F ipsius A, atque est GH ipsius C: continebuntur in G H tot magnitudines ęquales ipsi C, quot in EF ęquales ipsi A. Diuidatur E F in magnitudines E K, K F, ęquales ipsi A; & G H in G L, L H ęquales ipsi C. Est autem multitudo ipsarum E K, K F ęqualis multitudini ipsarum G L, L H. Et quia ęque multiplex est



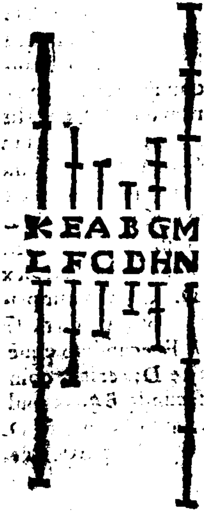
A ipsius B, vt C ipsius D; estque E K ipsi A; & G L ipsi C ęqualis, erit & E K ęquè multiplex ipsius B, vt G L ipsius D. Eadem de causa ęquè multiplex est K F ipsius B, vt L H ipsius D. Cum igitur prima E K secundę B ęquè multiplex sit, vt tertia G L quartę D; sit verò & quinta K F secundę B ęquè multiplex, vt est sexta L H quartę D; [a] erit & composita ex prima & quinta E F secundę B ęquè multiplex, atque est tertia cum sexta G H quartę D. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare. a prop. 2. 5.

Propos. 4. Theor. 4.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebunt, & æquemultiplices primæ & ter-

tiæ ad æquemultiplices secundæ, & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, eandem proportionem, si, vt inter se respondent, sumptæ fuerint.

HAbeat prima A ad secundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Et accipiãtur ipsarum A, C æque multiplices E, F; ipsarum verò B, D quæcunque aliæ æque multiplices G, H. Dico vt est E ad G, ita esse F ad H. Accipiantur enim ipsarum E, F æquè multiplices K, L; ipsarum verò G, H æque multiplices M, N. Et quia ita multiplex est E ipsius A, vt F ipsius C: acceptæque sunt ipsarum E, F æque multiplices K, L: *a* ita ergo multiplex est K ipsius A, vt L ipsius C. Eadem de causa ita multiplex est M ipsius B, vt N ipsius D. Et quia est vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, C æque multiplices K, L; ipsarum verò B, D aliæ quæcunque M, N: *b* ergo si K superat M, superabit & L ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor minor; suntque K, L ipsarum E, F æque multiplices; M vero & N sunt ipsarum G, H æque



a prop. 3. 5.

b def. 5. 5.

Hæque multiplices: c est ergo, vt E ad G; ita F ad H. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare. c def. 5. 5.

Lemma.

QVoniam demonstratum est, si K superet M, superare & L ipsum N; & si sit æqualis, esse æqualem; si minor, minorem. Constabit etiam, si M, superet K, superare & N ipsum L, & si sit æqualis, esse æqualem; si minor, minorem, atq; idcirco erit vt G ad E; ita H ad F.

Corollarium.

EX hoc manifestum est, si quatuor magnitudines fuerint proportionales, & conuersim proportionales esse. *Hoc est si est vt A ad B; ita C ad D; esse quoque B ad A, vt D ad C.*

Propos. 5. Theor. 5.

Si magnitudo magnitudinis æque multiplex fuerit, atq; ablata ablatæ; & reliqua reliquæ æque multiplex erit: atque tota totius.

SIt magnitudo A B magnitudinis C D æque multiplex, atque est ablata A E ablatæ C F. Dico & reliquam E B, reliquæ F D æque multiplicem esse, vt est tota A B totius C D. Quotuplex enim est A E ipsius C F, totuplex fiat E B ipsius C G. Et quia æque multiplex est A E ipsius C F, atque E B ipsius C G, a erit A E æque multiplex C F a prop. 1. 5.

atque

atq; A B ipsius G F; ponitur autem A E æque multiplex ipsius C F, atq; est A B ipsius C D: æq; multiplex ergo multiplex est A B vtriusq; G F, C D: b æquales ergo sũt G F, C D; Cõmunis C F auferatur, & erit reliqua G C reliquæ D F æqualis. Et cum æque multiplex sit A E ipsius C F, atq; E B ipsius G C, estque G C æqualis D F. æque ergo multiplex est A E ipsius C F, atque E B ipsius F D, ponitur autem & A E ipsius C F æque multiplex, vt A B ipsius C D: æque ergo multiplex E B ipsius F D; atque A B ipsius C D; ergo reliqua E B, reliquæ F D æque multiplex est, atque est tota A B totius C D. Si ergo magnitudo, &c. Quod oportuit demonstrare.

b Colligitur ex ax. 7.

Propositio 6. Theor. 6.

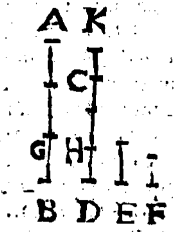
Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè multiplices fuerint, & ablatæ quædam sint earundem æquè multiplices, erunt reliquæ eisdem aut æquales, aut æque multiplices.

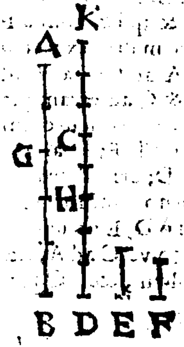
Sint duæ magnitudines A B, C D duarum magnitudinum E, F æque multiplices, auferanturq; A G, C H earundem E, F æque multiplices. Dico reliquas G B, H D ipsis E, F, aut æquales esse, aut æque multiplices. Sit primo G B ipsi E æqualis. Dico & H D ipsi F æqualem esse. Ponatur ipsi F æqualis C K. Cum igitur A G æque multiplex

plex sit ipsius E, atque C H ipsius F; sit verò G B æqualis ipsi E, & CK ipsi F, a æque multiplex erit A B ipsius E, atque K H ipsius F. Ponitur autem eque multiplex A B ipsius E, atque est C D ipsius F: eque ergo mul tiplex est K H ipsius F, atque C D eiusdem F. Cum ergo vtraque K H, C D ipsius F eque sit multiplex, b equalis erit K H ipsi C D. Communis C H auferatur, & erunt reliquę K C, H D equales. Sed K C equalis est F ergo, & H D eidem F æqualis erit. Est ergo G B æqualis ipsi E, & H D ipsi F. Similiter demonstrabimus si G B ipsius E fuerit multiplex, eque multiplicem esse H D ipsius F. Si ergo due magnitudines. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 1.5.

b Colligitur ex ax. 6.





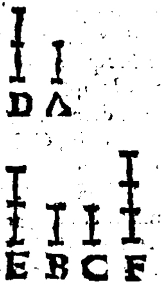
Propos. 7. Theor. 7.

Aequales ad eandem, eandem habent proportionem, & eadem ad aequales.

SInt magnitudines A, B equales, & alia quęcumque C. Dico vtramque A, B eandem proportionem habere ad C, & C eandem ad easdem A, B.

A,B. Accipiantur ipsarum A,B ęquè multiplices D,E;& alia F ipsius C,vtcunque multiplex. Cum igitur æque multiplex sit D ipsius A,& E ipsius B;sit verò A æqualis B,*a* erit & D ęqualis E; estque alia F vtcunque multiplex ipsius C. Si ergo D maior est ipsa F; erit & E eadem F maior,& si ęqualis,ęqualis; si minor,minor; suntq; D,E ipsarum A, B ęquè multiplices, & ipsius C alia F vtcunque multiplex: est *b* ergo vt A ad C; ita B ad C. Dico & C ad vtramque A,B eandem habere proportionem. Iisdem enim constructis ostēdemus D ęqualem esse E; & aliam quandam F. Si ergo F maior est D; erit & maior quam E;& si ęqualis,ęqualis;si minor, minor; estque F ipsius C multiplex;aliç verò D, E vtcunque multiplices ipsarum A,B: *c* est ergo vt C ad A, ita C ad B. Si ergo ęquales ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

a Colligitur ex 6.



b *def. 5. 5.*

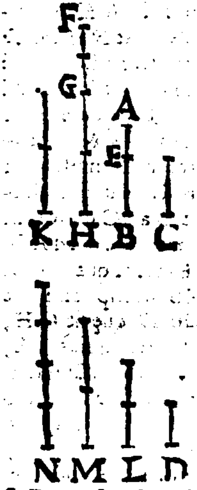
c *def. 5. 5.*

Propositio 8. Theor. 8.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quam minor; Et eadem ad minorem maiorem habet, quam ad maiorem.

Sint inęquales magnitudines A B, C; sitque A B maior quam C, sit & alia D quęcunque. Dico

Dico A B ad D maiorem habere proportionem, quam C ad D; & D ad C maiorem, quam ad A B. Cum enim A B maior sit, quam C; ponatur ipsi



C æqualis B E. Itaque minor ipsarum A E, E B *a* multiplicetur, donec maior fiat quam D. Sit primò AE minor quam E B; & multiplicetur A E, donec maior fiat quam D, quæ sit F G, Et quam multiplex est F G ipsius A E, tam multiplex fiat G H ipsius E B, & K ipsius C. Sumatur L ipsius D dupla, M tripla, & ita deinceps vna plus quoad sumpta multiplex ipsius D, fiat primò maior quam K, sumpta sit N quadrupla ipsius D, & primo maior quam K. Cũ ergo K primò minor sit quã N, non erit K minor quam M, cumque æque multiplex sit F G ipsius A E, & G H ipsius E B; *b* erit F G æque multiplex ipsius A E, & F H ipsius A B. æque autem multiplex est F G ipsius AE, & K ipsius C, *c* æque ergo multiplex est F H ipsius AB, & K ipsius C: sunt ergo F H, & K æque multiplices ipsarum A B, C. Rursus cum G H ipsius E B æque sit multiplex, vt K ipsius C; sitque E B ipsi C æqualis: *d* erit & G H ipsi K æqualis. At K non est minor M: ergo nec G H minor erit M: maior autem est FG quã D: tota ergo F H vtraq; D, M maior est. Sed vtraq; D, M æqualis est ipsi N, cum M ipsius D sit tripla, vtraque autem M,

a def. 4. 5.

b prop. 1. 5.

c ax. 1.

d Colligitur ex ax. 1.

D ipsius D quadrupla: est vero & N ipsius D quadrupla: ergo vtraq; M, D æquales sunt ipsi N: sed F H ipsis M, D maior est. *e* Ergo F H superat N, & K non superat N, Quia ergo F H, & K sunt æque multiplices ipsarum A B, C, At N ipsius D vtcunq; multiplex est, *f* habebit A B ad D maiorē proportionem quam C ad D. Dico contrà D ad C maiorem habere, quam ad A B. ijsdem enim constructis, similiter demonstrabimus N superare K, & non superare F H. Etenim N multiplex est ipsius D: ipsarum vero A B, C vtcunque multiplices sunt FH, K. habet ergo D ad C maiorem proportionem, quam ad A B.

e def. 7. 5.

f [illegible]

Sit iam A E maior quam E B, & minor EB multiplicata fiat maior quàm D, quę sit G H, multiplex quidem ipsius E B, maior vero quam D. Et quam multiplex est G H ipsius E B, tam multiplex fiat F G ipsius AE, & K ipsius C; similiterq; ostendemus FH, & K ipsarum AB, C æque multiplices esse. Sumatur deinde N multiplex quidem ipsius D; primo autem maior quam F G, vt rursus F G minor non sit quam M; maior verò G H quam D; ita vt tota F H ipsas D, M, hoc est, N superet; K vero ipsam N non superet, quoniā & GF maior quam GH, hoc est, quam K, non superat N. atq; ita perficiemus demonstrationem vt supra. Inæqualium ergo, &c. Quod oportuit, &c.

Pro-

Propositio 9. Theor. 9.

Quæ ad eandem, eandem habent proportionem, æquales sunt: Et ad quas eadem eandem habet, & illæ sunt æquales.

Habeat vtraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales, a non habebit vtraque A, B ad C eandem proportionem; habet autem; æquales ergo sunt. Habeat deinde C ad A, B, eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales; b non habebit C ad A, B eandem proportionem; Habet autem, æquales ergo sunt; Quę ergo ad eandem, &c. Quód oportuit demóstrare.

a prop. 8. 5.

b prop. 8. 5.

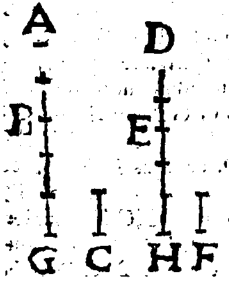
Propositio 10. Theor. 10.

Ad eandem proportionem habentium, quæ maiorem habet maior est, ad quam verò eadem maiorem habet, minor est.

Habeat A ad C maiorem proportionem, quam B. Dico A maiorem esse. Si non. aut A est æqualis B, aut minor. non æqualis, a vtraque

a prop. 9. 5.

ta A G secundæ C, æquè multiplicem esse, atque est tertia & sexta D H, quartæ F. Cum enim quam multiplex est A B ipsius C, tam multiplex sit D E ipsius F, erunt in D E tot magnitudines æquales ipsi F, quot sunt in A B æquales ipsi C. Eademque de causa quot sunt in B G æquales ipsi C, tot erunt in E H æquales ipsi F: quot ergo sunt in tota A G æquales ipsi C; tot sunt in tota D H æquales ipsi F. Quam multiplex est ergo A G ipsius C, tam multiplex est D H ipsius F. Ergo A G composita ex prima, & quinta secundæ C æquè multiplex est, atq; tertia & sexta D H quartæ F. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

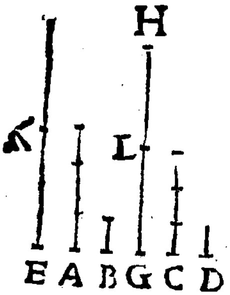


Propos. 3. Theor. 3.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; sumantur autem æquè multiplices primæ, & tertiæ; erit ex æquali sumptarum vtraq; vtriusq; æquè multiplex, altera quidem secundæ; altera autem quartæ.

Esto prima A secundæ B æquè multiplex, atque tertia C quartæ D, & accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices E F, G H. Dico æquè multi-

multiplicem esse E F ipsius B, atque est G H ipsius D. Cum enim ęque multiplex sit E F ipsius A, atque est GH ipsius C: continebuntur in G H tot magnitudines ęquales ipsi C, quot in EF ęquales ipsi A. Diuidatur E F in magnitudines E K, K F, ęquales ipsi A; & G H in G L, L H ęquales ipsi C. Est autem multitudo ipsarum E K, K F ęqualis multitudini ipsarum G L, L H. Et quia ęque multiplex est



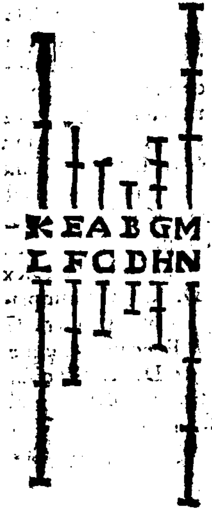
A ipsius B, vt C ipsius D; estque E K ipsi A; & G L ipsi C ęqualis, erit & E K ęquè multiplex ipsius B, vt G L ipsius D. Eadem de causa ęquè multiplex est K F ipsius B, vt L H ipsius D. Cum igitur prima E K secundę B ęquè multiplex sit, vt tertia G L quartę D; sit verò & quinta K F secundę B ęquè multiplex, vt est sexta L H quartę D; a erit & composita ex prima & quinta E F secundę B ęquè multiplex, atque est tertia cum sexta G H quartę D. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare. a prop. 2. 5.

Propos. 4. Theor. 4.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebunt, & æquemultiplices primæ & ter-

tiæ ad æquemultiplices secundæ, & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, eandem proportionem, si, vt inter se respondent, sumptæ fuerint.

HAbeat prima A ad secundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Et accipiatur ipsarum A, C æque multiplices E, F; ipsarum verò B, D quæcunque aliæ æque multiplices G, H. Dico vt est E ad G, ita esse F ad H. Accipiantur enim ipsarum E, F æquè multiplices K, L; ipsarum verò G, H æque multiplices M, N. Et quia ita multiplex est E ipsius A, vt F ipsius C: acceptæque sunt ipsarum E, F æque multiplices K, L: a ita ergo multiplex est K ipsius A, vt L ipsius C. Eadem de causa ita multiplex est M ipsius B, vt N ipsius D. Et quia est vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, C æque multiplices K, L; ipsarum verò B, D aliæ quæcunque M, N: b ergo si K superat M, superabit & L ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor minor; suntque K, L ipsarum E, F æque multiplices; M vero & N sunt ipsarum G, H æque



a prop. 3. 5.

b def. 5. 5.

H æque multiplices: c est ergo, vt E ad G; ita F ad H. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare. c def. 5. 5.

Lemma.

QVoniam demonstratum est, si K superet M, superare & L ipsum N; & si sit æqualis, esse æqualem; si minor, minorem. Constabit etiam, si M, superet K, superare & N ipsum L, & si sit æqualis, esse æqualem; si minor, minorem, atq; idcirco erit vt G ad E; ita H ad F.

Corollarium.

EX hoc manifestum est, si quatuor magnitudines fuerint proportionales, & conuersim proportionales esse. *Hoc est si est vt A ad B; ita C ad D; esse quoque B ad A, vt D ad C.*

Propos. 5. Theor. 5.

Si magnitudo magnitudinis æque multiplex fuerit, atq; ablata ablatæ; & reliqua reliquæ æque multiplex erit atque tota totius.

SIt magnitudo A B magnitudinis C D æque multiplex, atque est ablata A E ablatæ C F. Dico & reliquam E B, reliquæ F D æque multiplicem esse, vt est tota A B totius C D. Quotuplex enim est A E ipsius C F, totuplex fiat E B ipsius C G. Et quia æque multiplex est A E ipsius C F, atque E B ipsius C G, a erit A E æque multiplex C F, a prop. 1. 5.

atq;

atq; A B ipsius G F; ponitur autem A E æque multiplex ipsius C F, atq; est A B ipsius C D: æq; multiplex ergo multiplex est A B vtriusq; G F, C D: b æquales ergo sūt G F, CD; Cōmunis C F auferatur, & erit reliqua G C reliquæ D F æqualis. Et cum æque multiplex sit A E ipsius C F, atq; E B ipsius G C, estque G C æqualis D F. æque ergo multiplex est A E ipsius C F, atque E B ipsius F D, ponitur autem & A E ipsius C F æque multiplex, vt A B ipsius C D: æque ergo multiplex E B ipsius F D; atque A B ipsius C D; ergo reliqua E B, reliquæ F D æque multiplex est, atque est tota A B totius C D. Si ergo magnitudo, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *Colligitur ex ax. 7.*

Propositio 6. Theor. 6.

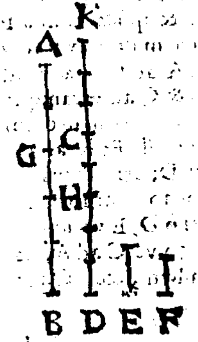
Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè multiplices fuerint, & ablatæ quædam sint eaidem æquè multiplices, erunt reliquæ eisdem aut æquales, aut æque multiplices.

SInt duæ magnitudines A B, C D duarum magnitudinum E, F æque multiplices, auferanturq; A G, C H earundem E, F æque multiplices. Dico reliquas G B, H D ipsis E, F, aut æquales esse, aut æque multiplices. Sit primò G B ipsi E æqualis. Dico & H D ipsi F æqualem esse. Ponatur ipsi F æqualis C K. Cum igitur A G æque multiplex

plex sit ipsius E, atque C H ipsius F; sit verò G B æqualis ipsi E, & CK ipsi F, a æque multiplex erit A B ipsius E, atque K H ipsius F. Ponitur autem eque multiplex A B ipsius E, atque est C D ipsius F: eque ergo mul tiplex est K H ipsius F, atque C D eiusdem F. Cum ergo vtraque K H, C D ipsius F eque sit multiplex, b equalis erit K H ipsi C D. Communis C H auferatur, & erunt reliquę K C, H D equales. Sed K C equalis est F ergo, & H D eidem F æqualis erit. Est ergo G B æqualis ipsi E, & H D ipsi F. Similiter demonstrabimus si G B ipsius E fuerit multiplex, eque multiplicem esse H D ipsius F. Si ergo duę magnitudines. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 1.5.

b Colligitur ex ax. 6.



Propos. 7. Theor. 7.

Aequales ad eandem, eandem habent proportionem, & eadem ad æquales.

Sint magnitudines A, B ęquales, & alia quęcunque C. Dico vtramque A, B eandem proportionem habere ad C, & C eandem ad easdem A, B.

A,B. Accipiantur ipsarum A,B ęquè multiplices D,E;& alia F ipsius C,vtcunque multiplex. Cum igitur æque multiplex sit D ipsius A,& E ipsius B; sit verò A æqualis B, *a* erit & D ęqualis E; estque alia F vtcunque multiplex ipsius C. Si ergo D maior est ipsa F; erit & E eadem F maior,& si ęqualis,ęqualis; si minor,minor; suntq; D,E ipsarum A, B ęquè multiplices, & ipsius C alia F vtcunque multiplex: est *b* ergo vt A ad C; ita B ad C. Dico & C ad vtramque A,B eandem habere proportionem. Iisdem enim constructis ostẽdemus D ęqualem esse E; & aliam quandam F. Si ergo F maior est D; erit & maior quam E;& si equalis,ęqualis;si minor, minor; estque F ipsius C multiplex;alię verò D, E vtcunque multiplices ipsarum A,B: *c* est ergo vt C ad A, ita C ad B. Si ergo ęquales ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

a Colligitur ex 6.

b def. 5.5.

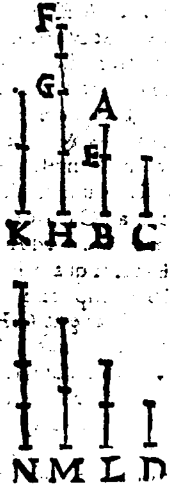
c def. 5.5.

Propositio 8. Theor.8.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quam minor; Et eadem ad minorem maiorem habet,quam ad maiorem.

SInt inęquales magnitudines A B, C; sitque A B maior quam C, sit & alia D quęcunque. Dico

Dico AB ad D maiorem habere proportionem, quam C ad D; & D ad C maiorem, quam ad AB. Cum enim AB maior sit, quam C; ponatur ipsi C æqualis BE. Itaque minor ipsarum AE, EB *a* multiplicetur, donec maior fiat quam D. Sit primò AB minor quam EB; & multiplicetur AE, donec maior fiat quam D, quæ sit FG, Et quam multiplex est FG ipsius AE, tam multiplex fiat GH ipsius EB, & K ipsius C. Sumatur L ipsius D dupla, M tripla, & ita deinceps vna plus quoad sumpta multiplex ipsius D, fiat primò maior quam K, sumpta sit N quadrupla ipsius D, & primo maior quam K. Cũ ergo K primò minor sit quã N, non erit K minor quam M, cumque æque multiplex sit FG ipsius AE, & GH ipsius EB; *b* erit FG æque multiplex ipsius AE, & FH ipsius AB. æque autem multiplex est FG ipsius AE, & K ipsius C. *c* æque ergo multiplex est FH ipsius AB, & K ipsius C: sunt ergo FH, & K æque multiplices ipsarum AB, C. Rursus cum GH ipsius EB æque sit multiplex, vt K ipsius C; sitque EB ipsi C æqualis: *d* erit & GH ipsi K æqualis. At K non est minor M: ergo nec GH minor erit M: maior autem est FG quã D; tota ergo FH vtraq; D, M maior est. Sed vtraq; D, M æqualis est ipsi N, cum M ipsius D sit tripla, vtraque autem M, D ipsius



a def. 4. 5.

b prop. 1. 5.

c ax. 1.

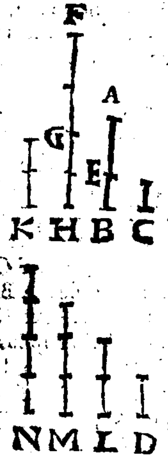
d Colligitur ex ax. 1.

K

D ipsius D quadrupla: est vero & N ipsius D quadrupla: ergo vtraq; M, D æquales sunt ipsi N : sed F H ipsis M, D maior est. *e* Ergo F H superat N, & K non superat N; Quia ergo F H, & K sunt æque multiplices ipsarum A B, C, At N ipsius D vtcunq; multiplex est, *f* habebit A B ad D maiorẽ proportionem quam C ad D. Dico contrà D ad C maiorem habere, quam ad A B. ijsdem enim constructis, similiter demonstrabimus N superare K, & non superare F H. Etenim N multiplex est ipsius D : ipsarum vero A B, C vtcunque multiplices sunt F H, K: habet ergo D ad C maiorem

e def. 7. 5.

f Cũ.n. sint quatuor magnitudines A B, D, C, D, superetque multiplex primæ FH multiplicem secundæ N; at multiplex tertiæ K nō superet multiplicẽ quartæ N, erit maior proportio A B ad D, quam C ad D per def. 7 huius.



proportionem, quam ad A B. Sit iam A E maior quam E B, & minor E B multiplicata fiat maior quàm D, quæ sit G H, multiplex quidem ipsius E B, maior vero quam D. Et quam multiplex est G H ipsius E B, tam multiplex fiat F G ipsius A E, & K ipsius C; similiterq; ostendemus F H, & K ipsarum A B, C æque multiplices esse. Sumatur deinde N multiplex quidem ipsius D; primo autem maior quam F G, vt rursus F G minor non sit quam M; maior verò G H quam D; ita vt tota F H ipsas D, M, hoc est, N superet; K vero ipsam N non superet; quoniã & G F maior quam G H, hoc est, quam K, non superat N. atq; ita perficiemus demonstrationem vt supra. Inæqualium ergo, &c. Quod oportuit, &c.

Pro-

Propositio 9. Theor. 9.

Quæ ad eandem, eandem habent proportionem, æquales sunt: Et ad quas eadem eandem habet, & illæ sunt æquales.

HAbeat vtraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales, *a* non habebit vtraque A, B ad C eandem proportionem; habet autem; æquales ergo sunt. Habeat deinde C ad A, B eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales; *b* non habebit C ad A, B eandem proportionem; Habet autem, æquales ergo sunt. Quæ ergo ad eandem, &c. Quod oportuit demõstrare.

a *prop.* 8. 5.

b *prop.* 8. 5.

Propositio 10. Theor. 10.

Ad eandem proportionem habentium, quæ maiorem habet maior est, ad quam verò eadem maiorem habet, minor est.

HAbeat A ad C maiorem proportionem, quam B. Dico A maiorem esse. Si non. aut A est æqualis B, aut minor. non æqualis. *a* vtraque

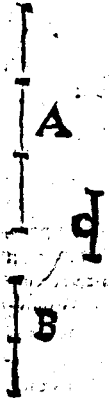
a *prop.* 9. 5.

traque enim A, B eandem haberet proportionem ad C; at non habet; non ergo B æqualis est ipsi A. Non minor. quia si minor esset A quam B. *b* haberet A ad C minorem proportionem, quam B; at non habet: non ergo A minor est quam B. ostensum est autem quod neque sit æqualis. maior est ergo A quam B. Habeat rursus C ad B maiorem proportionem quam ad A; dico B minorem esse, quam A. Si non; aut est æqualis, aut maior. Non æqualis, *c* haberet enim C ad A & B eandem proportionem; at non habet; non ergo A æqualis est ipsi B. Neque maior est B quam A; *d* haberet enim C ad B minorem proportionem quam ad A; at non habet: non ergo B maior est quam A. Ostensum est autem quod neque æqualis. maior ergo est A, quam B. Ad eandem ergo proportioné, &c. Quod oportuit demõstrare.

b prop. 8. 5.

c prop. 9. 5.

d prop. 8. 5.



Propos. 11. Theor. 11.

Quæ eidem eadem sunt proportiones, & inter se eædem sunt.

SIt vt A ad B, sic C ad D; & vt C ad D, sic E ad F. Dico esse vt A ad B; ita E ad F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et quia est, vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, C æque multiplices G, H; ipsarum verò B, D vtcunque æque multiplices

tiplices

tiplices L, M: *a* ergo si G excedit L, excedit & H ipsam M, & si æqualis; si minor, minor. Rursus cũ sit vt C ad D; ita E ad F, & acceptę sint ipsarũ C, E æque multiplices H, K, ipsarũ verò D, F aliæ vtcunque æquę multiplices M, N. *b* ergo si excedit H ipsam M, excedet & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Sed si excedit H ipsam M; excedet & G ipsam L; & si ęqualis, ęqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L, excedet & K ipsam N; & si æqualis; æqualis: si minor, minor. Et sunt quidem G, K ipsarum A, E æque multiplices: L, N vero ipsarum B, F sunt aliæ vtcunque ęque multiplices. Est *c* ergo vt A ad B; ita E ad F. Quæ ergo eidem, &c. Quod demonstrare oportuit.

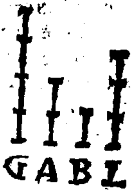
a def. 5. 5. *b def. 5. 5.* *c def. 5. 5.*

Propos. 12. Theor. 12.

Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit vt vna antecedentium ad vnam consequentiũ ita omnes antecedentes ad omnes consequentes.

Sint quotcunq; magnitudines A, B, C, D, E, F, vt quidem A ad B; ita C ad D, & E ad F. Dico vt est A ad B; ita esse A, C, E ad B, D, F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E ęque multiplices

 G, H,



G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et cum sit vt A ad B; ita C ad D; & E ad F, acceptæque sint ipsarum quidem A, C, E æque multiplices G, H, K; ipsarum verò B, D, F. aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N; ergo si *a* G excedit L, excedet & H ipsam N; & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L; excedent & G, H, K ipsas L, M, N, & si æqualis, æquales, si minor, minores; suntque G; & G, H, K ipsarum A, & A, C, E, æquè multiplices; *b* quia si fuerint quotcunquè magnitudines quotcunq; magnitudinum, æqualium numero singulæ singularũ æquè multiplices, quam multiplex est vna vnius, tam multiplices sunt omnes omnium. Eadem de causa sunt, L, & L, M, N ipsarum B, & B, D, F æque multiplices. Est ergo vt A ad B; ita A, C, E ad B, D, F. Si ergo quodcumque magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *def.* 5. 5.

b *prop.* 5. 1.

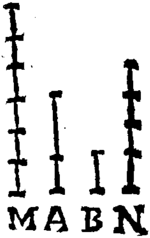
Propos. 13. Theor. 13.

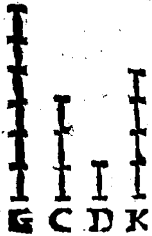
Si prima ad secundam eandem proportionem habuerit, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad sextam; habebit & prima ad secundam maiorem, quam quinta ad sextã.

PRima A habeat ad secundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Tertia verò C ad quartam D maiorem habeat, quam quinta E ad sextam F. Dico primam A ad secundam B maiorem habere, quam quintam E ad sextam F. Cum enim C ad D maiorem proportionem habeat, quam E ad F; sintque ipsarum C, E quędam æque multiplices; ipsarum verò D, F alię quæcumque: ac multiplex quidem ipsis C excedat multiplicem ipsius D; multiplex verò ipsius E non excedat multiplicem ipsius F. Sint ergo ipsarum C, E æquè multiplices G, H; ipsarum D, F aliæ vtcũque K, L, *a* sic, vt G quidem K excedat: H verò L non excedat. & quam multiplex est G ipsius C, tam multiplex sit M ipsius A; & quam multiplex est *K* ipsius D, tam multiplex sit N ipsius B. Et cum sit vt A ad B; ita C ad D, acceptæque sint ipsarum A, C ęque multiplices M, G: ipsarum verò B, D aliæ vtcumque æquè multiplices N, *K*, si M superat N, & G superabit *K*; & si æqualis, æqualis: si minor, minor: superat autem G ipsam *K*; *b* superabit ergo & M ipsam N: at H non superat L; & sunt M, H ipsarum A, E æquè multiplices; N verò & L ipsarum B, F vtcumque

a def. 7 5.

b def. 5. 5.



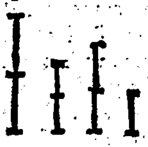


æque multiplices sunt: habet ergo A ad B maiorem proportionem, quam E ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 14. Theor. 14.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & secunda quam quarta maior: & si æqualis, æqualis; si minor, minor.

PRima A ad secundam B eandem habeat proportionem, quam tertia C ad quartam D. & sit A quam C maior. Dico & B quam D maiorem esse. Cum enim A quam C maior sit, sitque alia quæcunq; magnitudo B; a habebit A ad B maiorem proportionem, quam C ad B. Vt autem A ad B, sic est C ad D: ergo C ad D maiorem habet proportionem, quam C ad B. Ad b quam autem eadem maiorem proportionem habet; illa minor est; minor ergo est D quam B. quare B quam D maior est. Similiter demonstrabimus si A æqualis sit C, & B ipsi D æqualem esse: & si A minor sit quam C, & B minorem esse quam D. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.



A B C D

a prop. 8. 5.

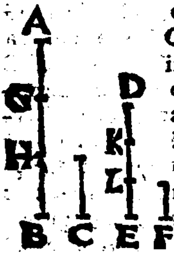
b prop. 8. 5.

Pro-

Propos. 15. Theor. 15.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem; si vt sibi mutuo respondent, sumantur.

Sint æque multiplices A B ipsius C, & D E ipsius F. Dico esse vt C ad F; ita A B ad D E. Cum enim A B ipsius C ita multiplex sit, vt D E ipsius F, erunt in A B tot magnitudines æquales ipsi C; quot sunt in D E æquales ipsi F. Diuidatur



enim A B in magnitudines A G, G H, H B equales ipsi C. Et D E in D K, K L, L E æquales ipsi F, eritq; multitudo A G, G H, H B æqualis multitudini D K, K L, L E. Et quia tam A G, G H, H B, quam D K, K L, L E æquales sunt, erit vt A G ad D K; ita G H ad K L, & B H ad L E; *a* erit ergo vt vnum antecedentium ad vnum consequentium; ita omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est ergo vt A G ad D K; ita A B ad D E. Est autem A G ipsi C æqualis, & D K ipsi F: ergo vt C ad F; ita A B ad D E. Partes ergo, &c. Quod oportuit demõstrare. *a prop. 12. 5.*

Propos. 16. Theor. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt.

Sint quatuor magnitudines proportionales A, B, C, D. Vt A ad B; ita C ad D. Dico & permutatas

mutatas proportionales esse: Vt A ad C; ita B ad D. Accipiantur enim ipsarum A, B æque multiplices, E, F; ipsarum C, D aliæ vtcumque G, H. Et quia E, F æque multiplices sunt ipsarum A, B, *a* habentque partes eodem modo multiplicium eandem proportionem inter se comparatæ, erit vt A ad B; ita E ad F. Vt verò A ad B; ita est C ad D: ergo vt C ad D; ita est E ad F. Rursus cum G, H ipsarũ C, D sint æquè multiplices; *b* erit vt C ad D, ita G ad H. Vt autem C ad D; ita est E ad F: ergo vt E ad F; ita est G ad H. *c* Cum autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, & prima quam tertia maior fuerit, erit & secunda quam quarta maior; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Ergo si E superat G, & F superabit H. &, si æqualis, æqualis; si minor, minor. Sunt autem E, F ipsarum A, B, æque multiplices. G, H verò ipsarum C, D vtcumque sunt æque multiplices. *d* Est ergo vt A ad C: ita B ad D. Si ergo quatuor magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 15. 5.

b prop. 15. 5.

c prop. 14. 5.

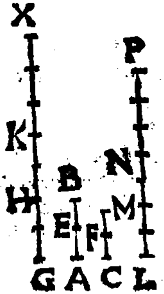
d def. 5. 5.

Propos. 17. Theor. 17.

Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, & diuisæ proportionales erunt.

Sint compositę magnitudines AB, BE. CD, DF proportionales: Vt quidam AB, ad BE; ita CD, ad DF. Dico & diuisas proportionales esse, vt AE vt A E ad E B; ita C F ad F D. Accipiantur enim ipsarum AE, EB, CF, FD æque multiplices G H, HK, LM, MN ipsarum verò EB, FD aliæ vtcumque æquè multiplices KX, NP. Et quia æquè multiplex est G H ipsius A E, vt H K ipsius E B; *a* erit GH ipsius A E æquè multiplex, vt G K ipsius AB. æquè autem multiplex est G H ipsius A E, vt L M ipsius C F: *b* ergo æque multiplex est G K ipsius AB, vt LM ipsius C F. Rursus quia æquè multiplex est L M ipsius CF, vt M N ipsius F D; *c* erit LM ipsius CF æquè multiplex, vt LN ipsius CD. æquè autem multiplex erat L M ipsius CF, vt GK ipsius AB: *d* ergo GK æque multiplex est ipsius AB, vt LN ipsius CD. Sũt ergo G K, L N ipsarum A B, CD æquè multiplices. Rursus quia HK ipsius E B æquè multiplex est, vt M N ipsius FD. Est verò & KX ipsius EB æquè multiplex, vt N P ipsius F D. *e* erit composita H X ipsius E B æquè multiplex, vt MP ipsius D F. Et quia est vt A B ad BE; ita CD ad FD; sumptæque sunt ipsarum A B, C D æque multiplices G K, L N. Ipsarum verò E B, FD aliæ vtcunque æquè multiplices H X, M P. Si ergo G K superat H X, & L N superabit M P. Et si æqualis, equalis; si minor, minor. Superet GK ipsam H X, ablata communi HK, superabit GH ipsum K X. Sed si G K superat H X, superabit & L N ipsam M P. Superet ergo L N ipsam M P, superabit (communi M N ablata) & L M ipsam N P. Quare si G H superat K X, &

a *prop.* 1. 5.
b *prop.* 11. 5.
c *prop.* 1. 5.
d *prop.* 11. 5.
e *prop.* 1. 5.



KX, & LM superabit N P. Similiter demonstrabimus, si GH ęqualis sit K X, & LM ęqualem esse NP; & si minor, minorem. Et sunt GH, LM ipsarum AE, CF æquè multiplices. ipsarum verò E B, FD aliç vtcumque KX, NP. *f* Est ergo vt A E ad EB; ita CF, ad FD. Si ergo compositę, &c. Quod oportuit demonstrare.

def. 5.5.

Propos. 18. Theor. 18.

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, & compositæ proportionales erunt.

SInt diuisæ magnitudines AE, EB; CF, FD proportionales. Vt A E ad E B; ita C F ad F D. Dico & compositas proportionales esse, vt A B ad BE; ita C D ad F D. Si non est vt A B ad B E; ita C D ad F D; sit vt AB ad B E; ita C D vel ad minorem F D; vel ad maiorem. Sit primo ad minorem DG. Cum ergo sit, vt A B ad BE; ita C D ad DG, erunt compositæ magnitudines proportionales; *a* sunt ergo & diuisæ, vt A E ad EB, ita CG ad GD; ponitur autem vt AE ad EB; ita C F ad F D: *b* erit ergo vt CG ad GD, ita CF ad FD. Est autem prima C G maior tertia CF: *c* erit ergo & secunda GD maior quarta F D; sed & minor est: quod fieri non potest. Non ergo est vt AB ad B E; ita CD ad minorem ipsa FD. Similiter demonstrabimus, quod neque ad maiorem F D; ergo ad ipsam: Si ergo diuisæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 17.5.

b prop. 11.5.

c prop. 14.5.

Pro-

Propos. 19. Theor. 19.

Si fuerit vt tota ad totam; ita ablata ad ablatam; & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam.

SIt vt tota AB ad totam CD; ita ablata AE ad ablatam CF. Dico & reliquam EB ad reliquam FD esse, vt est tota AB, ad totam CD. Cũ

enim sit vt tota AB ad totam CD, ita AE ad CF; *a* erit permutando a *prop.*
AB ad AE, vt CD ad CF, & *b* di- 16 5.
uidendo BE ad EA, vt DF ad FC; b *prop.*
rursusque permutando vt BE ad 17. 5.
DF; ita EA ad FC. Vt verò AE ad CF; sic ponitur tota AB ad totam CD. *c* est ergo reliqua EB ad reliquam FD, vt tota AB ad totam c *prop.*
CD. Si ergo fuerit, &c. Quod oportuit demonstrare. 11. 5.

Corollarium.

ET quia demonstratum est, vt est AB ad CD, sic esse EB ad FD, erit *d* permutando vt AB d *prop.*
ad EB; ita CD ad FD. compositæ ergo magnitu- 16. 5.
dines proportionales sunt. Ostensum est autem, vt est AB ad AE; ita esse CD ad CF, quod est per conuersionem rationis. Vnde perspicuum est, si compositæ magnitudines proportionales sint; & e *def.*
per conuersionem rationis proportionales esse. 17. 5.
Factæ autem sunt proportiones, & in æque multiplici-

tiplicibus,& in analogijs. Nam si prima secundę ęque fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; erit vt prima ad secundam; ita tertia ad quartam. Sed non ita ex contrario conuertitur. Si enim fuerit vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam, non omnino erit prima secundę, & tertia quartę ęque multiplex, vt in sesquialteris, vel sesquitertijs proportionibus, vel alijs huiusmodi.

Propos.20.Theor.20.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ illis numero æquales, quæ bina & in eadem ratione sumantur, ex æquali autem prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta quam sexta maior; etsi æqualis, æqualis; si minor, minor.

SInt tres magnitudines A,B,C; & aliæ ipsis numero æquales D,E,F, quæ binę, & in eadem ratione sumantur. Vt quidem A ad B; ita D ad E. Vt verò B ad C; sic E ad F, ex ęquali autem A maior sit quam C. Dico & D quam F maiorem esse: & si ęqualis, æqualem: si minor minorem. Cum enim A maior sit quam C; alia verò quęcumq; B. *a* Habebit A ad B maiorem proportionē quam C ad B. Sed vt A ad B: sic est D ad E. vt autem C ad B ita est *b* conuertendo F ad E: Ergo D ad E maiorem

a *prop.* 8.5.
b *prop.* 16.5.

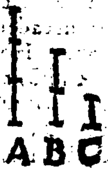
iorem

iorem proportionem habet, quam F ad E: c ad eandem autem proportionem habentium, quæ maiorem habet, illa maior est; maior est ergo D quam F. Similiter demonstrabimus. Si A sit æqualis C; & D æqualem esse F; & si minor, minorem. Si ergo tres fuerint magnitudines, &c. Quod demonstrare oportuit.

c prop. 10. 5.

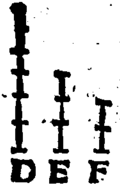
Propos. 21. Theor. 21.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales quæ bina, & in eadem proportione sumantur, fuerit autem earũ perturbata proportio, & ex æquali prima maior fuerit quam tertia, & quarta quã sexta maior erit. & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.



SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis numero æquales D, E, F quę binę, & in eadem ratione sumantur sit autem perturbata earum proportio vt A ad B, sic E ad F, & vt B ad C, sic D ad E; sitq; ex ęquali A quam C maior. Dico & D maiorem esse ipsa F; & si ęqualis, ęqualem; si minor, minorem. Cum ergo A maior sit quam C, sitque alia quædam B. a Habebit A ad B maiorem proportionem, quam C ad B sed vt A ad B; ita est E ad F. Et b conuertendo, vt C ad B, ita E ad D: quare E ad

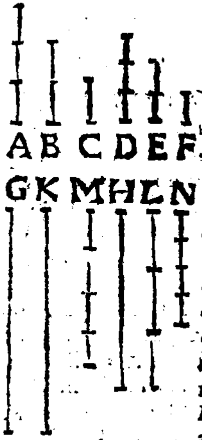
a prop. 8. 5.
b prop. 4. 5.
c prop. 8. 5.



re E ad F maiorem proportionem habet, quam E ad D. Ad quam autem eadem maiorem proportionem habet, illa minor est: minor est ergo F, quam D: adeoque maior D quam F. Similiter ostendemus si A sit æqualis C, & D ipsi F æqualem esse: & si minor, minorem. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 22. Theor. 22.

Si fuerint quotcumq; magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, & ex æquali in eadem proportione erunt.



Sint quotcumque magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ & in eadem proportione sumantur, vt quidem A ad B; ita D ad E; vt verò B ad C; sic E ad F. Dico quod ex æquali in eadem sint proportione. Hoc est, dico vt est A ad C; ita esse D ad F. Sumantur enim ipsarum A, D æquè multiplices G, H; ipsarum B, E aliæ vtcumque K, L: Item ipsarum C, F aliæ vtcumq; M, N: Et cum

cum sit, vt A ad B; ita B ad E, acceptæq; sint ipsarum A, D æquè multiplices G, H. Ipsarum B, E aliæ vtcumq; æquè multiplices K, L, a erit vt G ad K; ita H ad L. Eadem de causa erit, vt K ad M; ita L ad N. Cum ergo tres magnitudines sint G, K, M; & aliæ ipsis æquales numero H, L, N, quæ binæ, & in eadem proportione sumuntur; b ex æquali si G superat M, & H superabit N; si æqualis, æqualis; si minor, minor. Et sunt G, H ipsarum A, D æquè multiplices, M, N ipsarum C, F: c erit ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo quotcumque, &c. Quod oportuit demonstrare. a prop. 4.5. b prop. 20.5. c def.5.

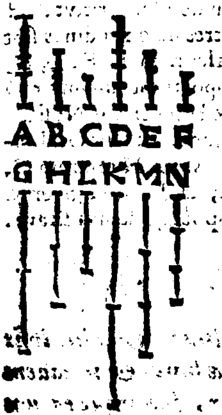
Propos. 23. Theor. 23.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, fueritque earum perturbata proportio; & ex æquali in eadem proportione erunt.

Sint tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis æquales numero binæ in eadem proportione sumptæ D, E, F; sit autem earum perturbata proportio. Vt A ad B; sic E ad F. Vt verò B ad C; sic D ad E. Dico esse vt A ad C; ita D ad F. Sumantur ipsarum A, B, D æquè multiplices G, H, K. Ipsarum C, E, F, aliæ vtcumque L, M, N. Et quia G, H ipsarum A, B sunt æquè multiplices, a partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem, erit vt A ad B; sic G ad H. Eadem de causa erit, vt E ad F; sic M a prop. 15.5.

b prop. 21. 5. ad N, cumq; sit vt A ad B; ita E ad F; b erit quoq; vt C ad H; ita M ad N. Rursus quia est vt B ad C ita D ad E, sumptæq; sunt ipsarum B, D æque multiplices H K: ipsarum verò C, E aliæ vtcumq; L, M; c erit vt H ad L; ita K ad M. Ostensum est autem esse, vt G ad H; ita M ad N. Cum ergo tres magnitudines G, H, L, proportionales sint; & aliæ ipsis numero æquales K, M, N, binę in eadem proportione sumptæ, sitque earũ perturbata proportio; ex d æquali si G superat L; & K superabit N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor, suntq; G, K ipsarum A, D æque multiplices. L, N verò ipsarum C, F. e Est ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo sint tres, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 4. 5.



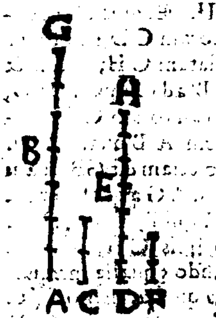
d prop. 21. 5.

e def. 5. 5.

Propositio 24. Theor. 24.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habeat autem & quinta ad secundam eandem, quam sexta ad quartam; habebit & composita ex prima & quinta ad secundam eandem proportionem, quam tertia, & sexta ad quartam.

HAbeat prima A B ad secundam C eandem proportionem, quam tertia D E ad quartam F. habeat verò & quinta B G ad secundam C eandem proportionem, quam sexta E H ad quartam F. Dico compositam ex prima, & quinta A G ad secundam C eandem habere proportionē, quam habet composita ex tertia, & sexta D H ad quartam F. Cum enim sit vt B G ad C; ita E H ad F; *a* erit conuertendo vt C ad B G; ita F ad E H. Et quia est, vt A B ad C: ita D E ad F. Vt verò C ad B G; ita F ad E H. *b* Ex æquali ergo est; vt A B ad B G: ita D E ad E H. *c* Et cum diuisæ magnitudines proportionales sint, erunt & compositæ proportionales. Vt ergo A G ad G B; ita D H ad H E. Est verò, vt G B ad C: ita E H ad F: *d* ex æquali ergo est, vt A G ad C: ita D H ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

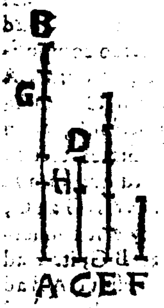


a *Lemma pro pos.* 4. 5.
b *prop.* 22. 5.
c *prop.* 18. 5.
d *prop.* 22. 5.

Propos. 25. Theor. 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima duabus reliquis maiores erunt.

SInt quatuor magnitudines proportionales A B, C D, E, F, vt quidem A B, ad C D: ita E ad F. Sit maxima A B, minima F. Dico A B, & F, a prop. 3. 1. quam C D, E maiores esse. a Ponatur ipsi E æqualis A G; ipsi F, æqualis C H. Cum ergo sit vt A B ad C D, ita E ad F. Sit autem ipsi E æqualis A G; F verò C H; erit vt A B ad C D; ita A G ad C H. Et quia est vt tota A B ad totam C D, ita ablata A G ad ablatam C H; b erit & reliqua G B ad reliquam H D, vt tota A B ad totam C D: maior est autem A B quam C D. maior ergo etiam est G B, quam H D. Et cum A G æqualis sit ipsi E; & C H ipsi F; erunt A G & F æquales ipsis C H, & E, & cum, c quando æqualia inæqualibus adduntur, tota fiant inæqualia. Ergo si (G B, H D inæqualibus existentibus & maiori G B) addantur ipsi G B, ipsæ A G; & F; ipsi verò H D, ipsæ C H, & E, colligentur A B, & F maiores, quam C D; & E. Si ergo quatuor, &c. Quod oportuit demonstrare.



b prop. 19. 5.

c ax. 4.

Sequentes propositiones non sunt Euclidis, sed à Federico Commandino ex Pappo Alexandrino collectæ.

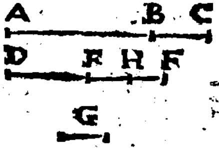
Propos. 26. Theor. 26.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, habebit conuertendo secunda ad primam minorem, quam quarta ad tertiam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico C B ad B A

mino-

minorem habere, quam F E ad E D. Sit vt A B ad B C: ita D E ad aliam G: ergo D E ad G maiorem habet proportionem, quam D E ad



E F: *a* minor ergo erit G, quam E F. Ponatur ipsi G æqualis E H. Quia igitur vt A B ad B C; ita est D E ad E H: *b* erit conuertendo, vt C B ad B A; ita H E ad E D. *c* Sed H E ad E D minorem habet proportionem, quam F E ad E D: Ergo & C B ad A B minorem habebit, quam F E ad E D. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 8. 5.
b Lemma pro pos. 4. 5.
c prop. 8. 5.

Quod si A B ad B C minorem habuerit proportionem, quam D E ad E F; habebit conuertendo C B ad B A maiorem, quam F E ad E D. sit vt A B ad B C; ita D E ad aliam E G, *d* quæ maior erit quam E F. *e* Conuertendo ergo erit vt C B ad B A; ita G E ad E D. *f* At G E ad E D maiorem habet proportionem, quam F E ad E D: ergo C B ad B A maiorem habebit, quam F E ad E D.

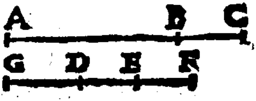
d prop. 8. 5.
e Lemma pro pos. 4. 5.
f prop. 8. 5.

Propos. 27. Theor. 27.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam;

habebit permutando prima ad tertiam maiorem, quam secunda ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorẽ proportionem, quam D E ad E F. Dico A B ad D E maiorẽ habere, quam B C ad E F. Vt enim A B ad B C; ita sit alia G E ad E F: *a* quæ maior erit, quam D E. *b* Est ergo permutando, vt A B ad G E; ita B C ad E F. *c* Habet autem A B, ad D E maiorem proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. Ergo A B ad D E maiorem proportionem habebit, quam B C ad E F. Quod oportuit demonstrare.



a prop. 8. 5.
b prop. 16. 5.
c prop. 8. 5.

Eadem ratione, si A B ad B C minorem habeat proportionem, quam D E ad E F, sequetur permutando A B ad D E minorem habere, quam B C ad E F. Sit enim vt A B ad B C; ita alia G E ad E F, *d* quæ minor erit quam D E. *e* Sed A B ad D E minorem habet proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. Habebit igitur A B ad D E minorem proportionem, quam B C ad E F.

d prop. 8. 5.
e prop. 8. 5.

Pro-

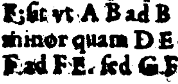
Propositio 28. Theor. 28.

Si prima ad secundam maiorem proportionem habeat, quam tertia ad quartam, etiam componendo prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habebunt, quam tertia & quarta ad quartam.

Habeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico & A C ad C B maiorem habere, quàm D F ad F E. sit vt A B ad B C; ita alia G E ad E F: *a* erit G E maior quã D E. Quia igitur est, vt A B ad B C; ita G E ad E F; *b* erit componendo, vt A C ad C B; ita G F ad F E. *c* Sed G F ad F E maiorem proportionem habet, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B maiorem habet proportionẽ, quam D F ad F E. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 8. 5.
b prop. 18. 5.
c prop. 8. 5.

Quod si A B ad B C minorem proportionem habeat, quam D E ad E F, *d* habebit etiam componendo A C ad C B minorem, quam D F ad E F. Quia enim A B ad B C minorem proportionem habet, quam D E ad E F; sit vt A B ad B C; ita alia G E ad E F, *e* erit ea minor quam D E ergo vt A C ad C B, ita erit G F ad F E. sed G F ad F E minorem habet pro-

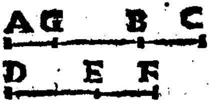


d prop. 18. 5.
e prop. 8. 5.

portionem, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B minorem habebit, quam D F ad F E.

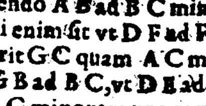
Propos. 29. Theor. 29.

Si prima, & secunda ad secundam maiorem habeat proportionem, quam tertia, & quarta ad quartam, habebit & diuidendo prima ad secundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.



HAbeat A C ad C B maiorem proportionem, quam D F ad F E. Dico & A B ad B C maiorem habere, quam D E ad E F. Vt enim D F ad F E; ita fit alia G C ad C B; *a* eritque G C minor, quam A C; & diuidendo erit G B ad B C; vt D E ad E F. *b* sed A B ad B C maiorem proportionem habet, quam G B ad B C. Ergo & A B ad B C maiorem habebit, quam D E ad E F.

a *prop.* 8. 5.
b *prop.* 8. 5.



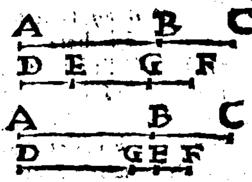
Si vero A C ad C B minorem habeat proportionem, quam D F ad F E; habebit & diuidendo A B ad B C minorem, quam D E ad E F. Si enim sit vt D F ad F E; ita alia G C ad C B, *c* erit G C quam A C maior, *d* eritque diuidendo G B ad B C, vt D E ad E F. Habet autem A B ad B C minorem proportionem, quam G B ad B C; ha-

c *prop.* 8. 5.
d *prop.* 8. 5.

C; habebit ergo & A B ad B C minorem, quam D E ad E F.

Propos. 30. Theor. 30.

Si prima, & secunda ad secundam maiorem proportionem habeat, quam tertia, & quarta ad quartam; per conuersionem rationis prima, & secunda ad primam minorem habebit, quam tertia, & quarta ad tertiam.



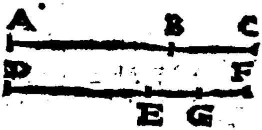
HAbeat A C ad B C maiorem proportionem, quam D F ad F E. Dico C A ad A B minorem habere, quam F D ad D E. Sit enim vt A C ad C B, sic D F ad aliam F G, *a* quæ minor erit quam F E. *b* Quare per conuersionem rationis, vt C A ad A B: ita erit F D ad D G. *c* sed F D ad D G minorem proportionem habet, quam F D ad D E. Ergo & C A ad A B minorem habebit, quam F D ad D E. Quod si A C ad C B minorem proportionem habeat, quam D F ad F E; habebit per conuersionem rationis C A ad A B maiorem, quam F D ad D E; erit enim vt A C ad C B, ita D F ad maiorem quam F E reliqua manifesta sunt.

a prop 8. 5.
b corol. 19. 5.
c prop. 8. 5.

Pro-

Propos. 31. Theor. 31.

Si prima ad tertiam maiorem proportionem habeat; quam secunda ad quartam; habebit etiam prima ad tertiam maiorem, quam prima & secunda ad tertiam, & quartam.



HAbeat A B ad D E maiorem proportionem, quam B C ad E F. Dico & A B ad D E maiorē habere, quā A C ad D F. Sit enim vt A B ad D E; ita B C ad
a prop. aliam E G, *a* quæ minor erit quam E F. *b* Ergo
8. 5. tota A C ad totam D G est vt A B ad D E. *c* sed
b prop. A C ad D G maiorem proportionē habet quam
12. 5. ad D F: ergo A B ad D E maiorē habebit, quam
c prop. A C ad D F. Et manifestum est totam A C ad to-
8. 5. tam D F minorem habere, quam A B ad D E, & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

Propos. 32. Theor. 32.

Si tota ad totam maiorem habuerit proportionem, quam ablata ad ablatam; habebit & reliqua ad reliquam maiorem quam tota ad totam.

HAbeat A C ad D F maiorē proportionem, quam A B ad D E. Dico & reliquam B C ad re-ad reliquam E F maiorem habere, quam A C ad D F. Sit enim vt A C ad D F, ita A B ad D G. *a* ergo & reliqua B C ad reliquã G F est, vt A C ad D F. sed *b* B C ad E F maiorem proportionẽ habet, quam ad F G. Ergo & B C ad E F maiorem habebit, quam A C ad D F. Si verò A C ad D F minorem proportionem habeat, quam A B ad D E, & reliqua B C ad reliquam E F minorem habebit, quam A C ad D F, quod eodem, quo supra, modo ostendetur.

a prop. 19. 5.

b prop. 8. 5.

Propos. 33. Theor. 33.

Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, habeatq; prima priorum ad secũdam maiorẽ proportionem, quam prima posteriorum ad secundam; secunda verò priorum ad tertiam maiorem habeat quam secunda posteriorum ad tertiam: etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem habebit, quam prima posteriorum ad tertiam.

HAbeat A ad B maiorem proportionem, quam D ad E, & B ad C maiorem, quam E ad F. Dico ex æquali A ad C maiorem habere quàm D ad F. Cum enim A ad B maiorem proportionem habeat, quàm D ad E, a habebit permutando A ad D maiorem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E maiorem, quam C ad F. ergo A ad D maiorem habet quam C ad F, & permutando A ad C maiorem habebit, quã D ad F. Quod oportebat demonſtrare.

a prop. 27. 5.

Quod ſi prima priorum ad ſecundam minorem habeat proportionem, quam prima poſteriorum ad ſecundam: ſecunda vero priorum ad tertiam minorem habeat, quam ſecunda poſteriorum ad tertiam. Similiter demonſtrabitur etiam ex æquali primam priorum ad tertiam minorem proportionem habere, quam primam poſteriorum ad tertiam.

EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

Definitiones.

1 SImiles figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia. *Cuiusmodi sunt propos. 4. triangula A B C, D C E.*

2 Reciprocæ figuræ sunt, quando in vtraque figura antecedentes, & consequentes rationes sunt. *Vt propos. 14. sunt figuræ A D B F, B E C G, in quibus antecedentes sunt D B, G B, consequentes B E, B F. & propos. 15. triangula A B C, A D E. in quibus antecedentes sunt C A, A E: consequentes A D, A B.*

3 Extrema ac media ratione linea recta secari dicitur, quando est vt tota ad maiorem portionem; ita maior portio ad minorem. *Hæc sectio demonstrata est prop. 11. lib. 2. in qua linea A B in H extrema ac media ratione secta est; estque vt recta A B ad maiorem portionem A H, ita maior ad minorem BH. demonstrabitur etiam lib. 6. prop. 30.*

4 Altitudo cuiusque rectilineæ figuræ est perpendicularis, quæ à vertice ad basim ducitur. *Vt propos. prima triangulorum A H B, A B D, A D L, altitudo est perpendicularis A C.*

5 Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter se multi-

multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. *Vt ex proportione dupla & tripla cōponitur sextupla: nam denominator duplæ 2, ductus in denominatorem triplæ 3, facit 6. sunt autem ipsi denominatores quantitates proportionum.*

Propos. 1. Theor. 1.

Triangula & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter se sunt vt bases.

Sint triangula A B C, A C D, parallelogramma E C, C F habentia altitudinem eandem, perpendicularem nempe ex A in B D ductam. Dico esse, & triangulum A B C, ad triangulum A C D, & parallelogrammum E C, ad parallelogrammum C F, vt est basis B C ad basim C D. Producatur enim B D vtrinque in H, L, sintque basi B C æquales B G, G H; basi verò C D quæcunque D K, K L, & iungantur A G, A H, A K, A L. Cumque B C, B G, G H æquales sint, a erunt & triangula A G H, A G B, A B C æqualia. Quam multiplex ergo est basis H C baseos B C, tam multiplex est triangulum A H C trianguli A B C. Eadem de causa quàm multiplex est L C

a prop. 38. 1.

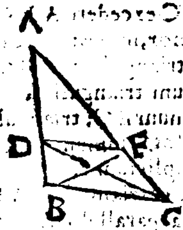
basis

basis ipsius C D, tam multiplex est triangulum A L C trianguli A G D. Et si basis H C, basi C L æqualis sit; erit & triangulum A H C; triangulo A C L æquale; Et si superet H C, ipsam C L, superabit & triãgulum A H C, triangulum A C L, & si minor, minus. Cum ergo quatuor sint magnitudines, duæ bases B C, C D; & duo triangula A B C, A C D; acceptæq; sint baseos quidem B C, & trianguli A B C æque multiplicia, basis H C, & triangulum A H C. Baseos verò C D, & trianguli A C D, alia vtcunque, nempe basis C L; & triangulum A L C: demonstratumq; sit si H C exceedat C L, & A H C exceedere A L C; & si æqualis, æquale; & si minor, minus; *b* erit vt basis B C ad basim C D; ita triangulum A B C, ad triangulum A C D. Et cum trianguli A B C *c* duplum sit parallelogrammum E C; trianguli verò A C D duplum parallelogrammum F C, & *d* partes eodem modo multiplicium eandem habeant proportionem, erit vt triangulum A B C ad triangulum A C D; ita parallelogrammum E C, ad parallelogrammum F C. Et quia demonstratum est, esse vt basim B C ad basim C D, ita triangulum A B C ad triangulum A C D. Vt vero A B C ad A C D; ita E C ad C F; *e* erit vt basis B C ad basim C D; ita parallelogrammum E C ad parallelogrammum C F, triangula ergo & parallelogramma, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *def.* 5. 5.
c *prop.* 41. 1.
d *prop.* 15. 5.
e *prop.* 11. 5.

Propos. 2. Theor. 2.

Si vni laterum trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, recta sectiones coniungens, reliquo lateri parallela erit.



Lateri B C trianguli A B C ducta sit parallela D E. Dico esse, vt B D ad D A; ita C E ad E A. Ductis enim B E, C
a prop. 37.1. D *a* erit triangulum B D E æquale triangulo C D E; habent enim eandem basim D E, & sunt in iisdem parallelis D E, B C. Aliud autem triangulum est
b prop. 7.5. A D E. *b* Aequalia autem ad idẽ eandem habent proportionem: erit ergo vt B D E triangulum ad A D E; ita C D E triangulum ad idem A D E triangulum. *c* Sed vt B D E ad A D E; ita est B
c prop 1.6. D ad D A. cum enim in eadem sint altitudine, quam perpendicularis ex E in A B ducta ostendit, inter se erunt vt bases. Ob eandem causam, vt est triangulum C D E ad A D E; ita est C E ad E A: *d* vt ergo B D ad D A; ita est C E ad E A.
d prop 11.5. Sint iam trianguli A B C latera A B, A C proportionaliter secta, sitq; vt B D ad D A, ita C E

ad

ad E A. Ducta ergo D E, dico illam ipsi B C paralellam esse, ijsdem enim constructis, cum sit vt B D ad D A, ita C E ad E A; *e* atqui vt B D ad D A; ita est triangulum B D E ad triangulum A D E. Et vt C E ad E A; ita triangulum C D E ad idem A D E; *f* vt ergo triãgulum B D E ad triangulum A D E, sic triangulum C D E, ad triangulum A D E. vtrumque ergo triangulorum B D E, C D E, ad triangulum A D E *g* eandem habet proportionem, æqualia ergo sunt, suntq; in eadem basi D E. *h* at triangula æqualia eandem habentia basim, in ijsdem sunt parallelis, ergo D E parallela est ipsi B C. Si ergo vni lateri, &c. Quod oportuit demonstrare.

e *prop.* 1. 6.

f *prop.* 11. 5.

g *prop.* 9. 5.

h *prop.* 40. 1.

Propos. 3. Theor. 3.

Si trianguli angulus bisecetur, rectaq; angulum secans, secet & basim, habebunt basis partes eandem proportionem, quam reliqua trianguli latera. Et si basis partes eandem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera, quæ à vertice ad basim ducitur recta linea, trianguli angulum bisecabit.

Esto triangulum A B C, & angulus B A C bisecetur rectà A D. Dico esse, vt B D ad D C, ita B A ad A C. Ducatur C E per C, parallela D A, cui B A producta in E occurrat. Et quia in parallelas A D, B C recta A C incidit, *a* erunt angu-

a *prop.* 29. 1.

anguli A C E, C A D æquales sed C A D, B A D
b ax.1. ponuntur æquales; *b* erunt ergo & B A D, A C E
æquales. Rursus cum in parallelas A D, E C in-
c prop. cidat B E, *c* erit angulus externus B A D, æqualis
29.1. interno A E C; ostensus est autem & A C E ipsi
d ax.1. B A D æqualis: *d* erit ergo &
e prop. A C E æqualis ipsi A E C. *e*
6.1. vnde & latera A E, A C æqua-
lia erunt. Et quia trianguli

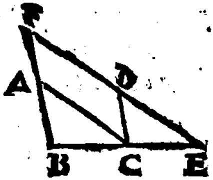
B C E lateri E C ducta est pa-
f prop. rallela A D; *f* erit vt B D ad
2.6. D C; ita B A ad A E; est autem
g prop. A E ipsi A C æqualis: *g* est er-
7.5. go vt B D ad D C ita B A ad
A C. Sed esto iam vt B D ad D C; ita B A
ad A C, iunctaq; sit A D. Dico angulum B A C
bisecari rectà A D: iisdem enim constructis, cum
h prop. sit vt B D ad D C; ita B A ad A C: *h* & vt B D ad
2.6. D C; ita B A ad A E (est enim lateri E C triangu
li B C E ducta parallela A D) erit vt B A ad A C
i prop. ita B A ad A E; *i* æqualis ergo est A C ipsi A E.
9.5. *k* Quare & angulus A E C angulo A C E æqua-
k prop. lis erit. *l* Sed A E C externo B A D est æqualis;
6.1. *m* & A C E alterno C A D; erit ergo & B A D
l prop. æqualis ipsi C A D: ergo B A C rectà A D bise-
9.1. catur. Si ergo trianguli angulus, &c. Quod opor-
m prop tuit demonstrare.
29.1.

Propos. 4. Theor. 4.

Aequiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionalia sunt; Et latera æqualibus angulis subtensa, homologa, siue eiusdem rationis.

Sint

SInt triangula A B C, D C E æquiangula, æquales habentia angulos A B C, D C E, & A C B, D E C, & B A C, C D E. Dico latera circa æquales angulos esse proportionalia; & latera æqualibus angulis subtensa, homologa.

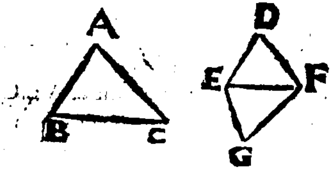


Cōponantur enim B C, C E in directum. Et cum anguli A B C, A C B duobus rectis minores sint, sit autem angulus D
E C angulo A C B æqualis, erunt & A B C, D E a def.
C duobus rectis minores *a* cōeurrent, ergo B A, 11. 1.
E D productæ. Concurrant in F; cumque angu *b prop.*
li D C E, A B C æquales sint, *b* erunt rectæ B F, 28. 1.
C D parallelæ. Rursus cum anguli A C B, D E *c prop.*
C æquales sint, *c* erunt & A C, F E parallelæ, 28. 1.
ideoque F A C D parallelogrammum est; *d* erit- *d prop.*
que F A æqualis ipsi C D; & A C ipsi F D; & cum 30. 1.
ad latus F E trianguli F B E ducta sit parallela A *e prop.*
C, *e* erit vt B A ad A F; ita B C ad C E; est au- 2. 6.
tem A F æqualis ipsi C D; vt *f* ergo B A ad C D; *f prop.*
ita B C ad C E; & *g* permutando, vt A B ad B C; 7. 5.
ita D C ad C E. Rursus cum C D, B F parallelæ *g prop.*
sint, *h* erit vt B C ad C E; ita F D ad D E. Est au- 16. 9.
tem D F æqualis A C. Vt *i* ergo B C ad C E; ita *h prop.*
A C ad E D. *k* ergo permutando, vt B C ad C A; 2. 6.
ita C E ad E D. Cum ergo demonstratum sit, es- *i prop.*
se vt A B ad B C; ita D C ad C E. Vt verò B C 7. 5.
ad C A; ita C E ad E D; erit ex *l* æquali vt B A ad *K prop.*
A C; ita C D ad D E. æquiangulorum ergo, &c. 16. 5.
Quod oportuit demonstrare. *l prop.*

 22. 5.

Propos.5.Theor.5.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quibus homologa latera subtenduntur, æquales.



HAbeant triangula A B C, D E F latera proportionalia, nempe, vt A B ad B C; ita D E ad E F. Et vt B C ad C A; ita E F ad F D: atq; vt B A ad A C, ita E D ad D F. Dico triangula A B C, D E F æquiangula esse, æqualesque habere angulos, quibus homologa latera subtenduntur, vnde æquales erunt anguli A B C, D E F; & B C A, E F D; & B A C; E D F. *a* Constituantur
a prop. enim ad puncta E, F rectæ E F anguli F E G, E F
23. 1. G æquales angulis A B C, B C A erunt ergo & reliqui B A C, E G F æquales: triangula ergo A
b prop. B C, E G F sunt æquiangula: *b* habent igitur la-
4. 6. tera circa æquales angulos proportionalia; erútque latera æqualibus angulis subtensa, homologa. Ergo vt A B ad B G; ita E G ad E F: Sed vt
c prop. A B ad B C; ita ponitur D E ad E F: *c* vt igitur
11. 5. D E ad E F; ita G E ad E F. Vtraque ergo D E,

G E

G E ad E F eandem habet proportionem; *d* æquales igitur sunt D E, G E. Eadem de causa D F, G F æquales erunt. Cum igitur D E, E G æquales sint, communis E F: erunt duæ D E, E F, duabus G E, E F æquales; & basis D F basi G F æqualis; *e* erit ergo angulus D E F angulo G E F æqualis; & triangulum D E F triangulo G E F æquale; & reliqui anguli, reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur: anguli ergo D F E, G F E sunt æquales; item E D F, E G F: & cum angulus F E D æqualis sit angulo G E F; & G E F ipsi A B C; *f* erit & A B C ipsi F E D æqualis. Eadem de causa erit angulo A C B æqualis angulus D F E; & angulus ad A angulo ad D. triangula ergo A B C, D E F æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

d prop. 9. 5.

e prop. 8. 1.

f ax. 1.

Propos. 6. Theor. 6.

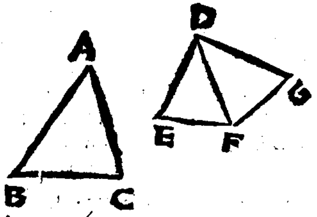
Si duo triangula vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quos homologa latera subtendunt, æquales.

SInt duo triangula A B C, D E F, angulos B A C, E D F habentia æquales, & circa ipsos latera proportionalia, vt B A ad A C; ita E D ad D F. Dico triangula A B C, D E F esse æquiangula, adeoque angulum A B C angulo D E F; & A C B ipsi D F E, æqualem habere. *a* Constituatur enim ad puncta D, F rectæ D F alterutri angulo-

a prop. 23. 1.

gulorum B A C, E D F æqualis F D G; angulo verò A C B æqualis D F G: erit igitur & reliquus ad B, reliquo ad G æqualis *b* triangula ergo A B C, D G F sunt equiangula. Est ergo vt B A ad AC; ita G D ad D F: ponitur autē vt

b. prop. 8. 1.



B A ad A C, ita E D ad D F; ergo vt E D ad D F; ita est G D ad D F; *c* æqualis ergo est E D ipsi G D, communis D F. Duæ ergo E D, D F, duabus G D, D F sunt æquales, & angulus E D F angulo G D F æqualis; *d* erit ergo, & basis E F basi G F æqualis, & triangulum D E F triangulo G D F: quare reliqui anguli reliquis æquales erunt, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus ergo D F G æqualis est angulo D F E; & qui ad G illi, qui ad E. Sed D F G æqualis est A C B angulo; *e* ergo & A C B ipsi D F E æqualis erit; ponitur autem & B A C ipsi E D F equalis: reliquus ergo ad B æqualis erit reliquo ad triangula ergo A B C, D E F æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 9. 5.

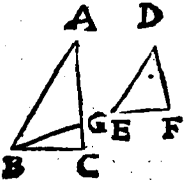
d prop. 8. 1.

e ax. 1.

Pro-

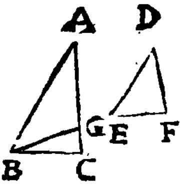
Propos. 7. Theor. 7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem; & circa alios angulos latera proportionalia habuerint; reliquorum vero vtrunque, aut minorem, aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula; & angulos, circa quos latera sunt proportionalia, æquales habebunt.



Sint duo triangula ABC, DEF, habentia angulos BAC, EDF æquales; circa alios vero angulos ABC, DEF latera proportionalia. Vt AB ad BC; ita DE ad EF. reliquorum verò angulorũ qui ad C, & F, primum vtrumque minorem recto. Dico ABC, DEF triangula, esse æquiangula; angulumque ABC angulo DEF; & qui est ad C, illi qui est ad F, æqualem. Quod si anguli ABC, DEF inæquales sint; erit vnus maior. Sit maior ABC; & *a* constituatur ad punctum B rectæ AB angulus ABG, æqualis angulo DEF. Et cum anguli A, D æquales sint; item ABG, DEF; *b* erunt & reliqui AGB, DFE æquales. triangula ergo ABG, DEF æquiangula sunt; est ergo vt AB, ad BG; ita DE ad EF: sed vt DE ad EF; ita ponitur AB ad BC: ergo vt AB ad BC; ita est AB ad BG. *d* Cum

a prop. 23. 1.
b prop. 32. 1.
c prop. 4. 6.

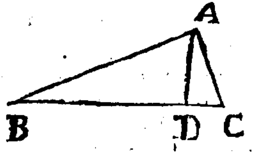


d prop. 9. 5. d Cum ergo A B ad vtramque B C, B G eandem habeat proportionem, erunt B C, B G æquales. e prop. 5. 1. e ergo & anguli B G C, B C G æquales erunt: At B C G minor recto ponitur, erit ergo & B G C recto minor: f prop. 13. 1. f quare angulus A G B ei deinceps maior erit recto: ostensus est autem æqualis angulo F: erit igitur & angulus F maior recto; at minor ponitur, quod est absurdum: anguli ergo A B C, D E F non sunt inæquales: æquales ergo. g prop. 32. 1. g sunt verò & anguli A, D æquales: ergo & qui ad C & F æquales erunt. Quare triangula A B C, D E F æquiangula erunt. Sit rursus vterque angulus ad C & F non minor recto. Dico & sic triangula A B C, D E F æquiangula esse, iisdem enim constructis, ostendemus rectas B C, B G esse æquales, vt prius: h prop. 5. 1. h erunt igitur & anguli C, B G C æquales. Cum ergo C recto non sit minor, nec B G C recto minor erit. Sunt ergo trianguli B G C duo anguli non minores duobus rectis, i prop. 17. 1. i quod fieri non potest, non ergo anguli A B C, D E F inæquales sunt: æquales ergo. Sunt vero & anguli ad A & D æquales; erunt k igitur k prop. 32. 1. & reliqui ad C & F æquales. Quare triangula A B C, D E F sunt æquiangula. Si ergo duo triangula; &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

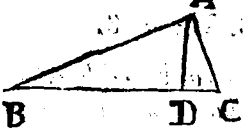
Propos. 8. Theor. 8.

In rectangulo triangulo si ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, quæ ad perpendicularem sunt triangula, & toti, & inter se similia sunt.



Esto triangulum rectangulum A B C rectum habens B A C, ducaturque ab A ad B C perpendicularis A D. Dico triangula A B D, A D C. & toti A B C, & inter se esse similia. Cum enim angulus B A C ęqualis sit angulo A D B; rectus enim est vterque: & angulus ad B cōmunis vtriq; triangulo A B C, A B D; *a* erit & reliquus A C B reliquo B A D æqualis: æquiangula ergo sunt triangula A B C, A B D. *b* Est ergo vt B C rectū trianguli A B C subtendens, ad B A rectum trianguli A B D subtendentem; ita ipsa A B angulum C trianguli A B C subtendens, ad B D subtendentem angulum B A D trianguli A B D. Et ita A C ad A D subtendentem angulum B communem vtriusque trianguli. Trianguła ergo A B C, A B D æquiangula sunt, habentque latera circa æquales angulos proportionalia; *c* similia ergo sunt triangula A B C, A B D. Eodem modo ostendemus triangulum A D C triangulo A B C simile esse. Vtrumque ergo triangulum A B D, A D C toti A B C simile est. Dico quod & inter

a colligitur ex 32. 1.
b prop. 4. 6.
c def. 1. 6.



inter se similia sint A B D, A D C triãgula. Cũ enim anguli B D A, A D C recti sint, erunt & æquales: ostensus est autem & B A D ipsi C æqualis: *d* ergo & reliquus ad B, reliquo D A C ęqualis erit. Triangula ergo A B *D*, A *D* C æquiangula sunt. *e* Est ergo, vt B *D* subtendens angulum B A *D* trianguli A B *D*, ad *D A* subtendentem angulum C trianguli A *D* C æqualem angulo B A *D*; ita ipsa A *D* subtendens trianguli A B *D*, angulum B, ad *D* C subtendentem angulum *D* A C trianguli A *D* C æqualem angulo B; & ita B A ad A C subtentem rectum A *D* C. Triangula ergo A B *D*, A *D* C similia sunt. Si ergo in triangulo rectangulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

d colligitur ex 32. 1.
e prop 4. 6.

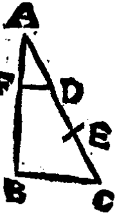
Corollarium.

EX his manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, ipsam inter basis partes mediam proportionalem esse. Et inter basim, & partem basis, medium proportionale esse latus, quod ad partem. *Vt inter B C, B D medium proportionale, & latus B A. Inter B C, C D, latus D C.*

Pro-

Propos. 9. Probl. 1.

A data recta linea imperatam partem auferre.



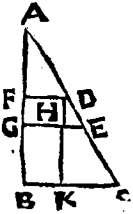
OPorteat à data recta A B, imperatam partem auferre. Sit auferenda pars tertia. *Ducatur* ab A recta A Ç cum A B quemcumque angulum cötinens; & accipiatur in A C quodcumq; punctum *D*, *a* ponanturq; ipsi A *D* æquales *D* E, E C; ducatur C B, *b* eiq; per *D* parallela ducatur *D* F. Cum ergo lateri B C trianguli A B C parallela sit ducta *D* F; *c* erit vt C D ad *D* A; ita B F ad F A. Est autem *D* C ipsius *D* A dupla; dupla ergo est & B F ipsius F A. tripla ergo est B A ipsius A F. A data ergo recta A B imperata pars, nimirum tertia A F ablata est. Quod oportuit facere.

a *prop.* 3. 1.
b *prop.* 31. 1.
c *prop.* 2. 6.

Propos. 10. Probl. 2.

Datam rectam lineam insectam, data recta secta similiter secare.

OPorteat datam insectam A B similiter secare, vt secta est A C. Sit A C in punctis *D*, E secta. Collocentur A B, A C vt angulum quemcumque contineant, & ducatur C B; atque per *D*, E agantur ipsi B C parallelæ *D* F, E G; & per *D* ipsi A B ducatur parallela *D* H K; & erit vtrum-

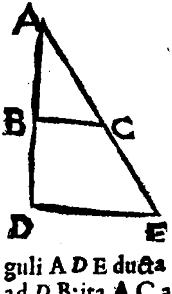


a *prop.* 34. 1.
b *prop.* 2. 6.
c *prop.* 34. 1.
d *prop.* 2. 6.

vtrumque F H, H B parallelogrammum. *a* Sunt ergo tam *D* H, F G; quam H K, G B æquales & cum ipsi K C trianguli *D* K C ducta sit parallela H E; *b* erit vt C E ad E *D*; ita K H ad H *D*. *c* Est autẽ tam K H ipsi B G; quam H *D* ipsi G F æqualis; est ergo vt C E ad E *D*; ita B G ad G F. Rursus *d* cum lateri E G trianguli A G E ducta sit parallela F *D*, erit vt E *D* ad *D* A; ita G F ad F A: ostensum est autem esse, vt C E ad E *D*, ita B G ad G F, est ergo vt C E ad E D; ita B G ad G F, vt verò E *D* ad *D* A; ita G F ad F A: data ergo recta insecta A B similiter secta est, vt secta A C. Quod oportuit facere.

Propos. 11. Probl. 3.

Duabus rectis datis tertiam proportionalem inuenire.



a *prop.* 3. 1.
b *prop.* 31. 1.
c *prop.* 2. 6.

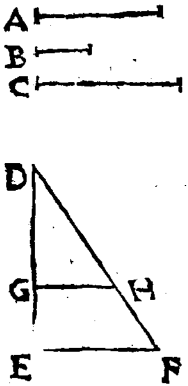
SInt datæ B A, A C, & ponãtur vt angulum quemcumque contineant. oportet ergo ipsis B A, A C tertiam proportionalem inuenire. Producantur A B, A C ad *D*, E puncta; & *a* ponatur ipsi A C æqualis B *D*; & ipsi B C *b* ducatur parallela *D* E per *D*. Cum itaque lateri *D* E trianguli A *D* E ducta sit parallela B C; *c* erit vt A B ad *D* B; ita A C ad C E; ęqualis est autem B *D* ipsi A C; est ergo vt A B ad A C; ita A C ad C E.

Datis

Datis ergo duabus A B, A C inuenta eſt tertia proportionalis C E. Quod oportuit facere.

Propoſ. 12. Probl. 4.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.



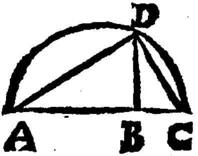
Oporteat tribus datis rectis A, B, C, quartam proportionalem inuenire. Exponantur duæ rectæ *D* E, *D* F continentes angulum quemcunque E *D* F: & *a* ponatur ipſi A æqualis recta *D* G; ipſi B, recta G E: & ipſi C recta *D* H; *b* atque ipſi G H agatur parallela E F per E. Cum ergo lateri E F trianguli *D* E F ducta ſit parallela G H, *c* erit vt *D* G ad G E; ita *D* H ad H F. Eſt autem *D* G æqualis ipſi A, G E ipſi B; *D* H ipſi C; eſt ergo vt A ad B; ita C ad H F. Tribus ergo datis A, B, C inuenta eſt quarta proportionalis H F. Quod oportuit facere.

a prop 3. 1.
b *prop. 31. 1.*
c *prop. 2. 6.*

Pro-

Propoſ. 13. Probl. 5.

Duabus rectis datis mediam proportionalem inuenire.



SIt duabus datis A B, B C media proportionalis inuenienda. Ponantur in directum, deſcribaturq; ſuper A C ſemicirculus A D C; *a* & ducatur à B puncto, B D, ipſi A C ad angulos rectos, iunctis A D, D C. *b* Et quia angulus A D C rectus eſt; quippe in ſemicirculo, eſtque in triangulo rectangulo ex angulo recto D ad baſim A C perpendicularis ducta D B. *c* erit B D inter partes baſis A B, B C, media proportionalis. Duabus ergo, &c. Quod oportuit facere.

a prop. 11. 1.
b prop. 31. 3.
c corol. 1. *prop.* 8. 6.

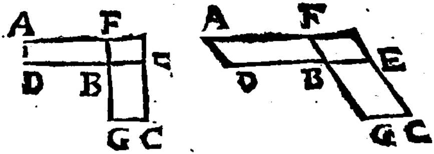
Propoſitio 14. Theor. 9.

Aequalium, & vnum vni angulo æqualem habentium parallelogrammorum, reciproca ſunt latera, quæ circa æquales angulos. Et parallelogramma, quæ vnum vni angulum æqualem habent, & quorum reciprocantur latera circa æquales angulos, æqualia ſunt.

SInt parallelogramma A B, B C æqualia, habentia angulos ad B æquales, poſiteque ſint

D B,

D B,B E in directum, *a* erunt ergo & F B, B G in a *Colli-*
directum. *D*ico parallelogrammorum A B, B *C* *gitur ex*
latera, quæ circa æquales angulos, esse recipro- 13.14.
ca. Hoc est, esse vt *D* B ad B E; ita G B ad B F. *&* 15.
1.



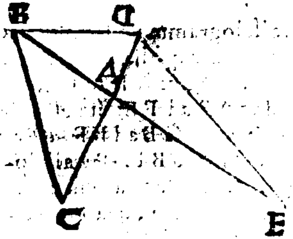
Perficiatur enim parallelogrammum F E. Et quia A B, B C parallelogramma æqualia sunt, aliud autem quoddam est, F E: *b* erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E. *c* sed vt A B ad F E; ita est D B ad B E; & vt B C ad F E; ita est G B ad B F. *d* Ergo est vt *D* B ad B E; ita G B ad B F. Parallelogrammorum ergo A B, B C *e* latera sunt reciproca. *f* Reciprocentur iam latera, quæ circa æquales angulos; sitque vt *D* B ad B E; ita G B ad B F. *D*ico parallelogramma A B, B C æqualia esse. Cum enim sit vt *D* B ad B E; ita G B ad B F. *g* Et vt *D* B ad B E; ita A B ad F E; atque vt G B ad B F; ita *B* C ad F E: erit vt A *B* ad F E; ita *B* C ad idem F E; *h* æqualia ergo sunt parallelogramma A *B*, *B* *C*. Æqualium ergo, & vnum vni, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *prop.* 7.5.
c *prop.* 1.6.
d *prop.* 11.1.
e *def.* 6.1.
f *def.* 2.6.
g *prop.* 1.6.
h *prop.* 9.5.

Pro-

Propositio 15. Theor. 10.

Aequalium triangulorum, & vnum angulum vni æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et triangula, quæ vnum angulum vni æqualem habent, & quorum latera quæ circa æquales angulos, reciprocantur, sunt æqualia.



Sint triangula A B C, A D E æqualia, habeátq; vnum angulum B A C, vni D A E æqualem. Dico latera, quæ circa æquales sũt angulos, reciproca esse: Hoc est, esse, vt C A ad A D; ita E A ad A B. Ponantur enim C A, A D in directum; *a* erunt ergo & E A, A B in directum, & ducatur B D. Cum igitur triangula A B C, A D E æqualia sint, sitque aliud A B D; *b* erit vt C A B ad B A D; ita A D E ad idem B A D: *c* sed vt C A B ad B A D; ita est C A ad A D. Et vt E A D ad B A D; ita est E A ad A B: *d* Ergo vt C A ad A D; ita est E A ad A B. Triangulorum ergo A B C, A D E latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur. Sed reciproca sint iam latera triangulorum A B C, A D E. Et sit vt C A ad A D; ita E A ad A B. Dico trian-

a *Colligitur ex* 13. 14. & 15. 1.
b *prop.* 7. 5.
c *prop.* 1. 6.
d *prop.* 11. 5.

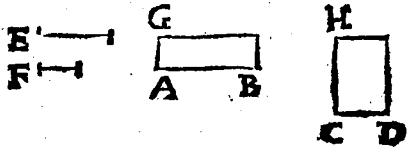
triangula A B C, A D B esse æqualia. Iuncta rursus B D, erit vt C A ad A D; ita E A ad A B, e sed vt C A ad A D; ita est triangulum A B C ad triangulum B A D; vt verò E A ad A B; ita triangulum E A D ad triangulum B A D. Vt ergo A B C ad B A D; ita est E A D ad idem B A D: vtrumque ergo A B C, E A D ad B A D eandem habet proportionem: f æquale ergo est triangulum A B C, triangulo E A D. Æqualium ergo triangulorum, &c. Quod oportuit demonstrare.

e prop. 1. 6.

f prop. 9. 5.

Propositio 16. Theor. 11.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale illi quod medijs continetur rectangulo. Et si rectangulum extremis contentum, æquale fuerit medijs contento rectangulo; quatuor illæ lineæ proportionales erunt.

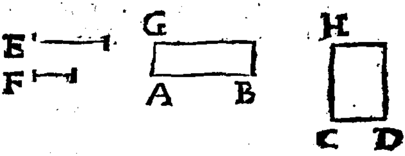


SInt quatuor rectæ A B, C D, E, F proportionales, vt A B ad C D; ita E ad F. Dico rectangulum A B, & F contentum, æquale esse contento C D, & E. a Ducantur à punctis A, C ad rectas

a prop. 11. 1.

ctas A B, C D ad angulos rectos A G, C H; sitq; ipsi F æqualis A G: & ipsi E, ipsa C H, compleanturque parallelogramma B G, D H. Et quia est, vt A B ad C D; ita E ad F, & est E ipsi C H; & F ipsi A G æqualis, erit vt A B ad C D; ita C H ad A G: *b* parallelogrammorum ergo B G, D H latera, quæ circa æquales angulos sunt, reciprocan-

b prop. 14. 6.



c prop. 14. 6.

tur: *c* quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum latera reciprocantur, illa æqualia sunt: parallelogramma ergo B G, D H æqualia sunt. Et est B G, quod A B, & F continetur, (est enim A G ipsi F æqualis) D H, quod C D & E cõtinetur (est enim C H ipsi E æqualis.) Quod ergo A B, & F continetur, æquale est ei, quod C D & E continetur rectangulo. Sit iam quod A B, & F continetur, æquale ei quod C D & E continetur. Dico quatuor rectas esse proportionales. Vt A B ad C D; ita E ad F. ijsdem constructis, cum quod A B, F continetur, æquale sit ei quod C D, E continetur, sitque B G id quod A B, & F continetur (est enim A G ipsi F æqualis) D H vero, quod C D, & E continetur (est enim & C H ipsi E æqualis) erit B G ipsi D H æquale: & sunt æquiangula. *d* Æqualium autem & æquiangulorum parallelogrammorum latera, quæ circa æquales angulos, reciproca sunt: Erit ergo

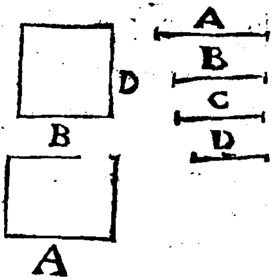
d prop. 14. 6.

vt

vt A B ad C D; ita E ad F. Si ergo quatuor rectæ lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 17. Theor. 12.

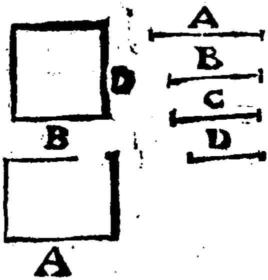
Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint; erit quod extremis continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit à media. Et si quod extremis continetur rectangulum æquale fuerit quadrato quod à media fit, erunt tres lineæ illæ proportionales.



Sint tres rectæ A, B, C proportionales, vt A ad B; ita B ad C. Dico quod A, C continetur æquale esse ei quod ex B. Ponatur D æqualis ipsi B. Et cum sit vt A ad B; ita B ad C; sit vero ipsi B æqualis D; erit vt A ad B; ita D ad C. *a* Cum autem quatuor rectæ proportionales sunt, est quod extremis continetur rectangulum, æquale ei quod medijs continetur rectangulo. Quod ergo A & C continetur, æquale est ei quod B, D continetur; at quod B, D continetur æquale est ei quod ex B; est enim D ipsi B æqualis; Ergo quod A, C continetur, æquale est ei quod ex B quadrato. Sit iam quod

a prop. 16. 6.

A, C continetur, ęquale ei, quod ex B. Dico esse, vt A ad B; ita B ad C. ijsdem enim constructis, cũ quod A, C continetur æquale sit ei quod ex B; & quod ex B, æquale ei quod B, D continetur, quod B, D æquales sint; erit quod A, C continetur, æquale ei quod B, D continetur. *b* quãdo autem quod extremis continetur, æquale est ei quod continetur medijs, sunt quatuor illæ lineæ proportionales. Est igitur vt A ad B; ita D ad C: æqualis autem est D ipsi B: ergo vt A ad B; ita est B ad C. Si ergo tres lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare.



b prop. 16. 6.

Propos. 18. Probl. 6.

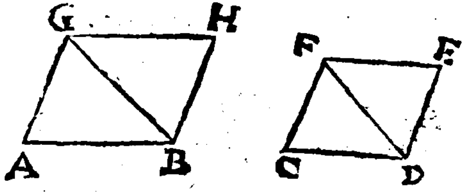
Super data recta linea dato rectilineo simile similiterque positum rectilineum describere.

OPorteat super data A B dato rectilineo C E simile similiterque positum rectilineum describere. Ducatur D F, & *a* constituantur ad puncta A, B rectæ A B anguli G A B, A B G æquales angulis C, C D F; eritque reliquus C F D reliquo A G B æqualis: triangula igitur F C D, G A B sunt æquiangula. *b* Est ergo, vt F D ad G B; ita

a prop. 23. 1.

b prop. 4. 6.

B; ita F C ad G A; & C D ad A B. c Constituantur rursus ad puncta B, G rectæ B G anguli B G c. prop. 23. 1.



H, G B H æquales angulis D F E, F D E; eritque reliquus E reliquo H æqualis: triangula ergo F D E, G B H æquiangula sunt; d est igitur vt F D ad G B; ita F E, G H; & E D ad H B. Ostensum autem est, esse vt F D ad G B; ita F C ad G A, & C D ad A B; e igitur vt F C ad A G; ita est C D ad A B; & F E ad G H; itemque E D ad H B. Et cum angulus C F D æqualis sit angulo A G B: & D F E ipsi B G H: erit totus C F E toti A G H æqualis. Eadem de causa erit angulus C D E æqualis angulo A B H. Est verò & angulus C angulo A; Et angulus E angulo H æqualis: æquiangula ergo sunt A H; C E, habentque latera circa æquales angulos proportionalia; f Est igitur A H rectilineum simile similiterque positum rectilineo C E. Super data ergo recta linea, &c. Quod oportuit facere.

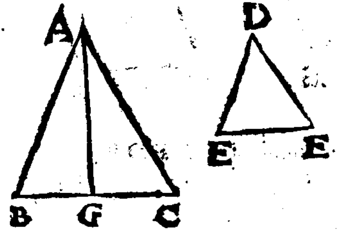
d prop. 4. 6.

e prop. 11. 5.

f def. 6. 1.

Propof. 19. Theor. 13.

Similia triangula inter se sunt in dupla proportione suorum laterum.



Sint ABC, DEF triágula similia, habentia angulos B, E æquales; sitque vt A B ad B C; ita D E ad E F, vt latera B C, E F sint homologa.

Dico triangulum A B C ad triangulum D E F duplam habere proportionem eius, quam habet
a *prop.* B C ad E F. *a* Sumatur enim ipsarum B C, E F
15. 6. tertia proportionalis B G; vt sit quemodo B C ad E F; ita E F ad B G; ducaturque G A. Cum
b *def.* igitur sit vt A B ad B C; ita D E ad E F; *b* erit permutando vt A B ad D E; ita B C ad E F, sed vt
10. 5. B C ad E F; ita est E F ad B G: ergo vt A B ad D E; ita est E F ad B G: Triangulorum ergo A B G, D E F latera circa æquales angulos reciprocantur. Quorum autem triangulorum vnum angulum vni æqualem habentium latera circa æquales angulos reciprocantur, illa æqualia sunt: *c*
c *prop.* triangula ergo D E F, A B G æqualia sunt. Et
15. 6. quia est vt B C ad E F; ita E F ad B G; quando au
d *def.* tem tres lineæ proportionales sunt, *d* prima ad
10. 5. tertiam duplam proportionem habere dicitur

eius,

eius, quam habet ad secundam: B C ergo habet ad B G duplam proportionem eius, quam habet ad E F. Vt verò B C ad B G; e ita est triangulum A B C ad triangulum A B G: habet ergo triangulum A B C ad triangulum A B G duplam proportionem eius, quam habet B C ad E F. Est autem triangulum A B G æquale triangulo D E F: habet ergo triangulum A B C ad triangulum D E F duplam proportionem eius, quam habet B C ad E F. Similia ergo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare. e prop. 1. 6.

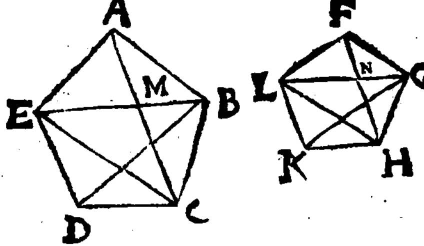
Corollarium.

EX his manifestum est, si tres lineæ proportionales fuerint; esse; vt primã ad tertiam, ita triangulum super prima descriptum ad triangulum super secunda simile similiterq; descriptũ. Ostensum est enim, vt est C B ad B G; ita esse triangulum A B C ad triãgulum A B G, hoc est, ad triangulum D E F. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 20. Theor. 14.

Similia polygona in similia triangula diuiduntur; & numero æqualia, & homologa totis; & polygonum ad polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.

SInt similia polygona A B C D E, F G H K L, & sit latus A B homologum ipsi F G. Dieo polygona A B C D E, F G H K L in similia triangula diuidi, & numero æqualia, & homologa totis: & polygonum A B C D E ad polygonum F G H K L duplicatam habere proportio-



nem eius, quam habet A B ad F G. Iungantur enim B E, E C, G L, L H; & quia polygonum A B C D E simile est polygono F G H K L; erit angulus B A E æqualis angulo G F L; & est, vt B A ad A E; ita G F ad F L. Cum itaque duo sint triãgula A B E, F G L, vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportio-
a prop. 6. 6. nalia habentia, *a* erunt ipsa æquiangula, ideoq; & similia: æqualis est ergo angnlus A B E augulo F G L; est verò & totus A B C, toti F G H æqua-
b ax. 3. lis, propter similitudinem polygonorum; *b* reliquus ergo E B C, reliquo L G H æqualis erit. Et quia propter similitudinem triangulorum A B E, F G L, est, vt E B ad B A; ita L G ad G F. Sed & propter similitudinem polygonorum, est
c prop. 22. 5. vt A B ad B C; ita F G ad G H: *c* ex æquali ergo est, vt E B ad B C; ita L G ad G H; latera ergo circa

circa æquales angulos E B C, L G H, sunt proportionalia; æquiangula *d* ergo sunt triangula E B C, L G H; quare & similia. Eadem de causa similia sunt triangula E C D, L H K: Similia ergo polygona A B C D E, F G H K L in similia triangula, & æqualia numero diuisa sunt. Dico & homologa esse totis, hoc est, proportionalia, & antecedentia quidem A B E, E B C, E C D; Consequentia verò ipsorum F G L, L G H, L H K; atque polygonum A B C D E ad polygonum F G H K L duplam habere proportionem eius, quam habet latus homologum A B ad latus homologum F G. Iungantur enim A C, F H. Et quia propter similitudinem polygonorum, sunt anguli A B C, F G H æquales; estque vt A B ad B C, ita F G ad G H; *e* æquiangula ergo sunt triangula A B C, F G H: æquales igitur sunt tam anguli B A C, G F H, quam B C A, G H F. Et quia anguli B A M, G F N æquales sunt, ostensique sunt & A B M, F G N æquales; erunt & reliqui A M B, F N G æquales; sunt ergo triangula A B M, F G N æquiangula. Similiter ostendemus, & triangula B M C, G N H esse æquiangula. Est ergo vt A M ad M B; ita F N ad N G. Et vt B M ad M C; ita G N ad N H; ex *f* æquali ergo est vt A M ad M C; ita F N ad N H: *g* sed vt A M ad M C; ita est triangulum A B M ad triangulum M B C; & A M E ad E M C; sunt enim ad se inuicem vt bases; & *h* vt vnum antecedentium, ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia. Vt ergo triangulum A M B ad B M C; ita triangulũ A B E ad C B E: *i* sed vt A M B ad B M C; ita est A M ad M C; Vt ergo A M ad M C; ita triangulum A B E ad E B C.

d *prop.* 6. 6.

e *prop.* 6. 6.

f *prop.* 22. 5.

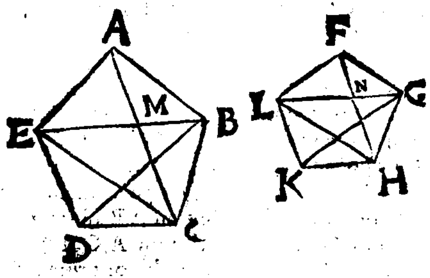
g *prop.* 1. 6.

h *prop.* 12. 5.

i *prop.* 1. 6.

Eadem

Eadem de causa, est vt F N ad N H; ita triangulum F G L ad G L H. Et est vt A M ad M C; ita

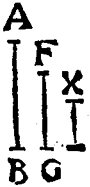


F N ad N H; Vt ergo triangulum A B E ad B E
k prop. C; ita triangulum F G L ad G H L; *k* & permu-
16. 5. tando, vt A B E ad F G L; ita E B C ad G L H.
Similiter demonstrabimus ductis B D, G K. Esse
vt triangulum B E C ad L G H; ita E C D ad L
H K: & quia est, vt A B E ad F G L; ita E B C ad
l prop. L G H; & E C D ad L H K: *l* erit vt vnum ante-
12. 5. cedentium ad vnum consequentium; ita omnia
antecedentia ad omnia consequentia: est ergo
vt A B E ad F G L; ita A B C D E ad F G H K L:
l prop. sed *l* A B E ad F G L duplam proportionem ha-
19. 6. bet eius, quam A B latus homologum ad F G la-
tus homologum *m* Similia enim triangula in
m prop. dupla proportione sunt laterum homologorum:
19. 6. habet ergo & A B C D E polygonum ad F G H
K L polygonum duplam proportionem eius,
quam habet A B ad F G. Similia ergo polygo-
na, &c. Quod oportuit demonstrare. Eodem
modo in similibus quadrilateris ostendetur in

dupla

dupla illa esse proportione laterum homologorum. *a* Ostensum est autem & in triangulis. a *prop* 19.

Corollarium I.



VNiuersè ergo similes rectilineæ figuræ ad se inuicem sunt in dupla proportione laterum homologorum; & si ipsarum A B, F G tertiam proportionalem sumamus X, *b* habebit A B ad X duplam proportionem eius, quam habet ad F G. Habet autem & polygonum ad polygonum, & quadrilaterum ad quadrilaterum duplam proportionem eius, quam habet homologum latus ad homologum, hoc est: A B ad F G. *c* Ostensum est autem hoc in triangulis.

b *def.* 10. 5.

c *cor. prop.* 19. 6.

Corollarium II.

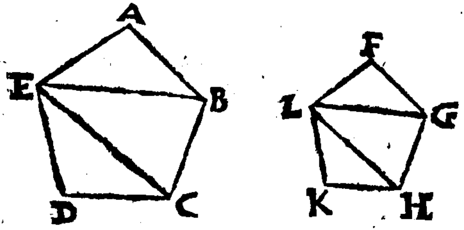
VNiuersè ergo manifestum est; si tres fuerint rectæ, esse vt prima est ad tertiam, ita figuram à prima descriptam, ad figuram à secunda similiter descriptam. Quod oportuit demonstrare.

Corol. prop 19. 6.

Ostendemus etiam aliter, & expeditius triangula esse homologa. Exponantur rursus polygona A B C D E, F G H K L, ducanturque B E, E C, G L, L H. Dico esse vt triangulum A B E ad triangulum F G L; ita E B C ad L G H; & C D E ad H K L. Cum enim triangula A B E, F G L similia sint, *a* habebit A B E ad F G L duplam proportionem eius, quá habet latus B E ad G L. a *prop* 9. 6.

Eadem

Eadem de causa habebit triangulum B E C ad G L H duplam proportionem eius, quam habet B



E ad G L. Est ergo vt A B E ad F G L; ita E B C ad G L H. Rursus cum triangula E B C, L G H similia sint; habebit E B C ad L G H duplam proportionem eius, quam habet C E recta ad H L. Eadem de causa habet triangulum E C D ad L H K duplam proportionem eius, quam habet C E ad H L. Est ergo vt B E C ad L G H; ita C E D ad L H K. Ostensum autem est, esse, vt E B C ad L G H; ita A B E ad F G L; ergo vt A B E ad F G L; ita est B E C ad G L H; & E C
b prop. 12. 5. D ad L H K, b vt ergo vnum antecedentium ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia; & reliqua vt in priori demonstratione. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 21. Theor. 15.

Quæ eidem rectilineo sunt similia, & inter se sunt similia.

SIt vtrumque rectilineorum A, B ipsi C simile. Dico & A ipsi B simile esse. Cum enim

A ipsi

A ipsi C sit simile, erit & æquiangulum illi, habebitque latera circa æquales angulos proportionalia. Rursus cum B simile sit ipsi C, æquiangulum illi erit, habebitque circa æquales angulos latera proportionalia: Vtrumq; ergo ipsorum A, B æquiangulum est ipsi C, & habet circa æquales angulos latera proportionalia: erunt ergo & A, B æquiangula, habebuntq; circa æquales angulos, latera proportionalia: similia ergo sunt. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 22. Theor. 16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; erunt, & rectilinea ab ipsis similia similiterque descripta proportionalia: Et si rectilinea similia similiterque ab ipsis descripta proportionalia fuerint; erunt & ipsæ proportionales.

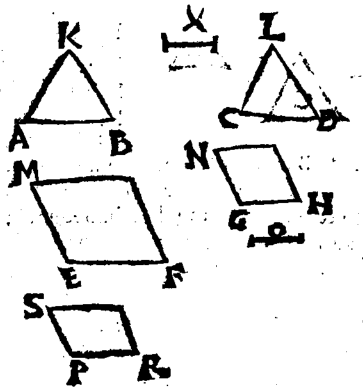
SInt quatuor rectæ A B, C D, E F, G H proportionales. Vt A B ad C D; ita E F ad G H, *a* describanturque super A B, C D similia, similiterque posita rectilinea K A B, L C D. super E F, G H similia similiterque posita M F, N H. Dico esse, vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. *b* sumatur enim ipsarum A B, C D tertia proportionalis X; ipsarum vero E F, G H tertia proportio-

a *prop.* 18. 5.

b *prop.* 11. 6.

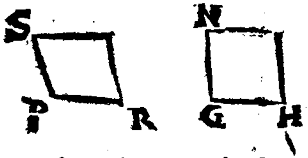
portionalis O. Et cum sit vt A B ad C D; ita E F ad G H & vt C D ad X; ita G H ad O: *c* erit ex æquali; vt A B ad X; ita E F ad O: *d* sed vt A B ad X, ita est K A B ad L C D; & vt E F ad O; ita *e* M F ad N H: ergo vt A B K ad C D L, ita est M F ad N H. Sed sit vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. Dico esse, vt A B ad C D; ita F E ad G H. Fiat *f* enim vt A B ad C D, ita E F ad P R, *g* describaturque super P R rectilineum S R simile similiterque positum ipsis M F; N H. Cum ergo sit, vt A B ad C D; ita E F ad P R, descriptaque sint super A B, C D rectilinea K A B, L C D similia similiterque posita; super E F, P R verò similia similiterque posita M F, S R; erit vt K A B ad L C D; ita M F ad S R: ponitur autem vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. Habet ergo M F ad N H, & ad S R eandem proportionem; *h* æqualia ergo sunt N H, S R; sed sunt similia similiterque posita; æquales ergo sunt G H, P R. Et quia est, vt A B ad C D, ita E F ad P R; sunt P R, G H æquales;

c *prop.* 22. 5.
d *prop.* 19. 6.
e *cor. prop.* 26. 6.
f *prop.* 12. 6.
g *prop.* 18. 6.
h *prop.* 9. 5.



quales; erit vt A B ad C D: ita E F ad G H. Si ergo quatuor, rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Lemma.



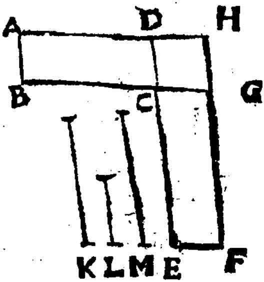
QVod autē quādo rectilinea æqualia similia fuerint, ipsorum latera homologa æqualia sint, sic ostendemus. Sint N H, S R æqualia, & similia; sitque vt H G ad G N; ita R P ad P S. Dico R P, G H æquales esse. Si non: erit vna maior. Sit maior R P; cum ergo sit vt R P ad P S; ita H G ad G N; *a* erit permutando, vt R P ad G H; ita P S ad G N: maior est autem P R quam G H: maior ergo etiam erit P S quam G N. Quare & R S maius erit, quam H N: sed est illi æquale; quod fieri non potest: Non est ergo P R maior quam G H. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 16. 5.

Propos. 23. Theor. 17.

Aequiangula parallelogramma inter se proportionem habent ex lateribus compositam.

SInt æquiangula parallelogramma A C, C F æquales angulos B C D, E C G habentia. Dico illa proportionem habere, ex proportione laterum compositam ex illa nimirum quam habet a prop. 14. 1. bet B C ad C G; & quam habet D C ad C E. Ponatur B C ipsi C G in directum; *a* erit ergo & D C ipsi C E in directum, & compleatur parallelogrammum D G. Exponatur quædam recta K, *b* fiatque vt B C ad C G; ita K ad L; & vt D C ad C E; ita L ad M. Proportiones ergo K ad L, & L ad M, eædem sunt quæ laterum, B C ad C G & D C ad C E. *c* Sed proportio K ad M componitur ex proportione K ad L, & L ad M; habet ergo & K ad M proportionem ex laterum proportione compositam. Et cum sit vt B C ad C G; *d* ita A C parallelogrammum ad C H: & vt B C ad C G; ita K ad L; *e* erit vt K ad L, ita A C ad C H. Rursus *f* cum sit vt D C ad C E; ita parallelogrammum C H ad C F; & vt D C ad C E; ita L ad M, *g* erit vt L ad M, ita C H ad C F. Cum igitur ostensum sit, vt K ad L; ita esse A C ad C H; vt verò L ad M; ita C H ad C F; *h* erit ex æquali, vt K ad M, ita A C, ad C F. At K ad M proportionem habet compositam ex lateribus: ergo & A C ad C F, proportionem habet compositam ex lateribus: æquiangula ergo parallelogrammum, &c. Quod oportuit demonstrare.



b prop. 12. 6.

c def. 5. 6.

d prop. 1. 6.

e prop. 11. 5.

f prop. 1. 6.

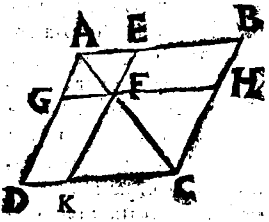
g prop. 11. 5.

h prop. 22. 5.

Pro-

Propof. 24. Theor. 18.

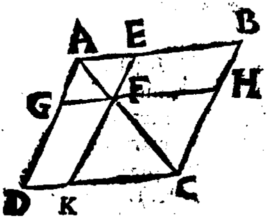
Omnis parallelogrammi quæ circa diametrum ſunt parallelogramma, ſimilia ſunt toti, & inter ſe.



SIt parallelogrã mum A B C D, diametrus A C, circa quam ſint parallelogramma E G, H K. Dico vtrumq; E G, H K toti A B C D; & inter ſe ſimilia eſſe. Cũ enim ad latus B C trianguli A B C ducta ſit parallela E F, *a* erit vt B E ad E A; ita C F ad F A. Rurſus cum ad latus C D trianguli A C D ducta ſit parallela F G, erit vt C F ad F A; ita D G ad G A. Sed vt C F ad F A; ita oſtenſa eſt B E ad E A: *b* ergo vt B E ad E A; ita eſt D G ad G A: *c* componendo ergo vt B A ad A E; ita D A ad A G: & per *d* mutando, vt B A ad A D; ita A E ad A G: parallelogrammorum ergo A B C D, E G latera circa communem angulum B A D ſunt proportionalia. Cumque G F, D C parallelæ ſint, *e* erunt anguli A G F, A D C; item G F A, D C A æquales; communis D A C: triangula ergo A D C, A G F æquiangula ſunt. Eadem de cauſa erũt & A B C, A F E æquiangula: tota ergo parallelogramma A B C D, E G ſunt æquiangula; *f* eſt igitur vt A D ad D C; ita A G ad G F; & vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita

a *prop.* 2. 6.
b *prop.* 11. 5.
c *prop.* 18. 5.
d *prop.* 16. 5.
e *prop.* 29. 1.
f *prop.* 4. 6.

AF ad FE; & vt CB ad BA; ita FE ad EA. Et quia demonstratum est, esse vt DC ad CA; ita GF ad FA. Vt verò AC ad CB; ita AF ad FE; erit ex æquali vt DC ad CB; ita GF ad FE. Parallelogrammorum ergo ABCD, EG latera circa æquales angulos sūt proportionalia; similia ergo sunt. Eadem de causa erit parallelogrammum KH toti ABCD simile: vtrumq; ergo EG,



g prop. 21. 6. KH toti ABCD simile est. g Quæ autem eidem sunt similia, & inter se sunt similia: est ergo EG ipsi KH simile. Omnis ergo parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

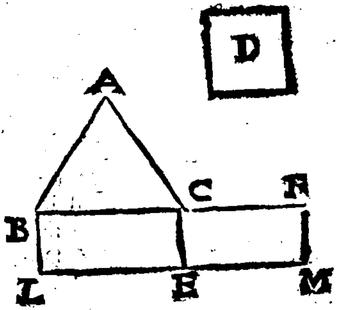
Propos. 25. Probl. 7.

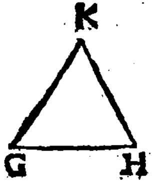
Dato rectilineo simile, & alteri dato æquale constituere.

Sit dato rectilineo ABC simile constituendum, æquale verò ipsi D. a Applicetur ad latus BC triangulo ABC æquale parallelogrammum BE; ad CE verò æquale ipsi D, nimirum CM in angulo FCE, æquali angulo CBL; b indirectum ergo erit BC ipsi CF, & LE ipsi EM. c Accipiatur ipsarum BC, CF media proportionalis GH; & super ipsa ipsi ABC rectilineo d simile describatur, & similiter positum KGH. Cum ergo sit vt BC ad GH, ita GH ad CF (quan-

a prop. 44. 1.
b prop. 14. 1.
c prop. 13. 6.
d prop. 18. 6.

(quando enim fuerint tres *e* rectæ proportiona- *e col.*
les, est vt prima ad tertiam; ita figura super prima *2 prop.*
descripta ad figuram super secunda similem, simi *20. 6.*

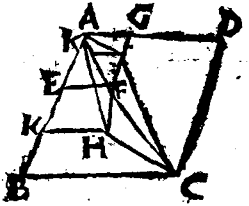




literq; descriptam) Est ergo vt B C ad C F; ita triã-
gulum A B C ad triangu-
lum K G H. *f* Sed vt B C *f prop.*
ad C F, ita est B E ad E F. *1. 6.*
vt ergo *g* triangulum A B *g prop.*
C ad triangulum K G H; *11. 5.*
ita est B E parallelogram- *h prop.*
mum ad E F parallelo- *16. 5.*
grammum: & *h* permutando, vt A B C ad B E; ita est K G H ad E F. Æquale autem est triangulum A B C parallelogrammo B E: ergo & triangulum K G H æquale est parallelogrammo E F. Sed E F æquale est ipsi D: ergo & K G H ipsi D est æquale. Est verò & K G H ipsi A B C simile. Dato ergo rectilineo, &c. Quod oportuit facere.

Propos. 26. Theor. 19.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti similiterque positum, communem ipsi habens angulum, circa eandem diametrum est toti.



A Paralellogrã mo A B C D auferatur parallelogrammum A F simile toti A B C D, & similiter positum, communem angulum D A B cum ipso habens. Dico A B C D circa eandem diametrum esse ipsi A F. Si non. Sit ipsorum diametrus A H C. & ducatur per H vtrique A D, B C parallela H K. Cum ergo A B C D circa eandem diametrum sit ipsi K G; *a* erit A B C D ipsi K G simile. Est ergo vt D A ad A B; ita G A ad A K: est autem propter similitudinem ipsorum A B C D, E G, vt D A ad A B; ita G A ad A E. ergo vt *b* G A ad A E, ita G A ad A K; habet ergo G A ad vtramque A K, A E *c* eandem proportionem, æqualis ergo est A E ipsi A K, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo A B C D circa eandem diametrum est ipsi A H. Circa eandem ergo diametrum est ipsi A F. Si ergo à parallelogrammo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 14. 6.

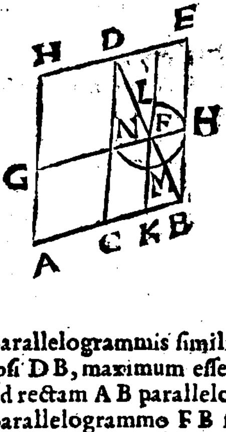
b prop. 11. 5.

c prop. 9. 5.

Pro-

Propos. 27. Theor. 20.

Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, & similiter positis ei quæ à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.



Recta A B *a* bisecetur in C, & applicetur ad A B recta * parallelogrammum A D deficiens figura parallelogramma D B, simili, & similiter posita ei, quæ à dimidia ipsius A B descripta est. Dico omniũ parallelogrãmorum ad A B applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, similiterque positis ipsi D B, maximum esse A D. *b* Applicetur enim ad rectam A B parallelogrammum A F, deficiẽs parallelogrammo F B simili similiterque posito ipsi D B. Dico A D maius esse ipso A F. Cum enim D B simile sit ipsi F B, *c* erunt circa eandem diametrum. Ducatur illorum diameter D B, & describatur figura. *d* Cum ergo ipsi C F æquale sit F E, si communis apponatur F B, *e* erit totum

a *prop.* 10. 1.

* *qualecũq;*

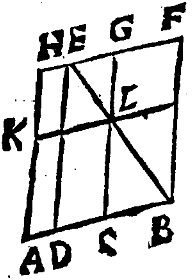
b *prop.* 44. 1.

c *prop.* 26. 6.

d *prop.* 43. 1.

e *ax.* 2.

C H toti K E æquale. Sed ipsi C H æquale est C G cum A C, C B æquales sint; ergo & G C ipsi E K æquale est. Commune C F apponatur; & erit totum A F gnomoni L M N æquale. Quare D B, hoc est A D, quam A F maius est. Omnium ergo parallelogrammorum, &c. Quod oportuit demonstrare.



Aliter. Sit A B rursus in C bisecta, & applicatum A L, deficiẽs figura L B. Applicetur ad A B parallelogrammũ A E deficiens figura E B, simili & similiter posita ipsi L B à dimidia A B descriptæ. Dico parallelogrammum A L ad dimidiam applicatũ maius esse ipso A E. Cum

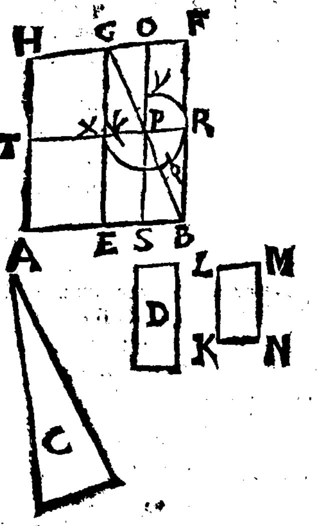
a prop. 20. 6. enim E B ipsi L B simile sit *a* erunt circa eandem diametrum, quæ sit E B, perficiaturq; figura. Quia ergo L F ipsi L H æquale est, quod & F G ipsi G H sit æqualis; F L, quam E K

b prop. 43. 1. maius erit: *b* æquale est autem L F ipsi D L: maius ergo est D L quam E K; commune addatur K D; totum ergo A L toto A E maius est. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propoſ. 28. Probl. 8.

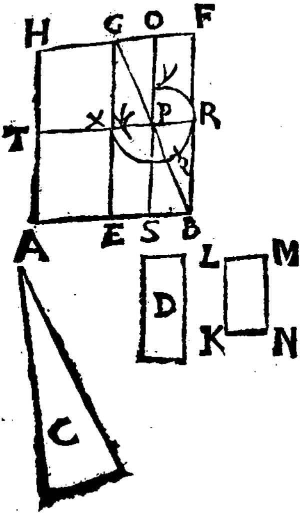
Ad datam rectam lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ ſit ſimilis alteri datæ. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum eſt, maius non eſſe eo, quod ad dimidiam applicatur, ſimilibus exiſtentibus defectibus; & eo quòd à dimidia, & eo, cui oportet ſimile deficere.



SIt recta data A B; rectilineũ datum, cui oporteat æquale applicare, ſit C, nõ mai' exiſtẽs eo quod ad dimidiã applicatum eſt, ſimilibus exiſtentibus defectibus. Cui autem oportet ſimile deficere, ſit D. Oportet ergo ad

A B rectilineo C æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma simili

a prop. 10. 1. b prop. 18. 6.



ipsi D. a Bisecetur A B in E & b describatur super E B ipsi D simile, similiterq; positum E B F G compleaturque A G parallelogrammum: quod ipsi C aut æquale est, aut maius ob determinationē. Si æquale, factum est quod iubebatur; applicatum enim est ad A B rectilineo C æquale parallelogrammum A G deficiens figura parallelogramma G B simili ipsi D. Si verò H E maius est quam C; erit & G B maius, cum G B ipsi H E sit æquale. Excessui autem, quo G B excedit C, c fiat æquale K L M N, simile similiterque positum ipsi D. Et cum D simile sit ipsi G B, erit & K M ipsi G B simile. sit linea K L ipsi G E; & L M ipsi G F homologa; quia ergo G B æquale est ipsis C, & K M; erit G

c prop. 25. 6.

B; quam

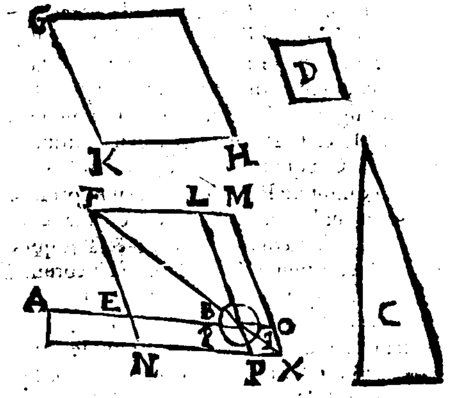
B; quam K M maius; erit ergo & G E linea maior quam K L; & G F, quam L M. *d* Fiat ipsi K L d *prop.*
æqualis G X; ipsi L M ipsa G O, compleaturque 3. 1.
parallelogrammum X G O P, quod erit æquale;
& simile ipsi K M, sed K M ipsi G B simile est; *e* e *prop.*
erit ergo & G P ipsi G B simile: *f* sunt ergo G P, 21. 6.
G B circa eandem diametrum, quæ sit G P B. & f *prop.*
describatur figura. Cum itaque G B æquale sit 26. 6.
ipsis C; K M, & G P ipsi K M; erit reliquus Y
gnomon ipsi C æqualis, *g* cumq; O R ipsi X S sit g *prop.*
æquale, si commune P B addatur; erit *h* totum O 43. 1.
B toti X B æquale. sed X B ipsi T E est *i* æquale, h *ax.* 2.
quod A E, E B sint æquales: est ergo & T E ipsi O i *prop.*
B æquale, si commune X S addatur, erit totum T 36. 1.
S gnomoni Y æquale, sed gnomon ipsi C ostensus est æqualis: *k* est ergo T S ipsi C æquale. Ad k *ax.* 1.
datam ergo A B dato rectilineo C æquale parallelogrammum T S applicatum est deficiens figura P B simili ipsi D, cum P B ipsi G P simile sit. Quod oportuit facere.

Propos. 29. Probl. 9.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, simili alteri datæ.

SIt data recta A B; & rectilineum C, cui oporteat ad A B æquale applicare, cui autem simile esse debeat excedens sit D. *a* Bisecetur A B a *prop.*
in E, *b* describaturque super E B parallelogram- 10. 1.
mum simile, similiterq; positum ipsi D; Æquale b *prop.*
verò vtriq; B F, & C & simile ipsi D *c* fiat G H, 18. 6.
quod

c prop. quod ipsi F B simile erit. Sit autem latus K H
25. 6. homologum lateri F L; K G ipsi F B. Et cum



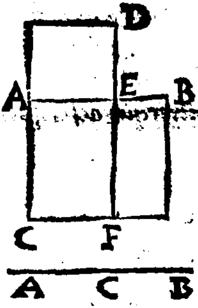
G H maius sit quã F B, erit & K H maior, quam F L; & K G qnam F E; producantur F L, F E, vt ipsis K H, K G æquales fiant, in M & N, compleaturque M N, quod ipsi G H æquale, & simile est:
d prop. sed ipsi G H simile est E L; d est ergo & M N ip-
21. 6. si E L simile; e sunt ergo circa eandem diametrũ,
e prop. quæ ducatur, & sit F X, compleaturque figura.
26. 6. Quia ergo G H tam ipsis E L, & C, quam ipsi M N æquale est; f erit & M N ipsis E L & C æquale.
f ax. 1. Commune E L tollatur; & erit gnomon Y ipsi C æqualis. Cumque E A ipsi E B sit æqualis, g erit
g prop. & A N ipsi N B æquale. hoc est, h ipsi L O, com-
36. 1. mune addatur E X, eritque totum A X, toti gno-
h prop. mon i Y æquale: sed gnomon ipsi C æqualis est:
43. 1. erit ergo & A X ipsi C æquale. Ad datam ergo

A B,

A B, dato rectilineo C æquale parallelogrammum A X applicatum est, excedens figura parallelogramma P O simili ipsi D, *i* cum & E L ipsi O P simile sit. Quod oportuit facere. *i prop.* 24. 6.

Propos. 30. Probl. 10.

Datam rectam lineam terminatam extrema ac media ratione secare.



O Porteat datam terminatam A B extrema ac media ratione secare: *a* Describatur super A B quadratum B C, *b* applicetur q; ad A C parallelogrammum C D, æquale quadrato B C, excedens figura A D simili B C quadrato, quæ quadratum erit. Et quia B C ipsi C D æquale est, si commune C E auferatur; erit reliquum B F reliquo A D æquale, sunt vero, & æquiangula; *c* latera ergo ipsorum B F, A D reciproca sunt circa æquales angulos: est ergo vt F E ad E D; ita A E ad E B: & est F E ipsi A C, hoc est, ipsi A B æqualis: & E D ipsi A B; quare est vt B A ad A E; ita A E ad E B: *d* maior est autem A B quam A E: maior ergo, & A E quam E B: est igitur recta A B extrema ac media ratione secta in E; & maior portio est A E. Quod oportuit facere.

a prop. 46. 1. *b prop.* 29. 6. *c prop.* 14. 6. *d prop.* 14. 5.

Aliter.

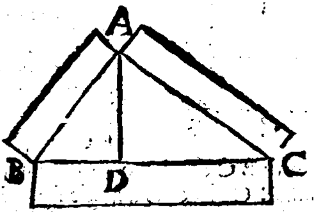
Aliter. Oporteat rectam AB extrema ac media ratione secare: *e* secetur AB in C; vt quod AB, BC continetur, æquale sit ei quod ex AC quadrato. Cum ergo quod AB, BC continetur æquale sit ei quod ex AC fit quadrato: *f* erit vt AB ad AC; ita AC ad CB. Est ergo AB extrema ac media ratione secta. Quod oportuit facere.

e prop. 11. 2.

f prop. 17. 6.

Propositio 31. Theor. 21.

In triangulis rectangulis figura quæ fit à latere rectum subtendente æqualis est figuris quæ fiunt à lateribus rectum continentibus, similibus; similiterque descriptis.



Sit triangulum rectangulum ABC rectum habens angulum BAC. Dico, id quod fit ex BC æquale esse illis, quæ fiunt ex BA, AC similibus similiterque descriptis. Ducatur perpendicularis AD, *a* eruntque triangula ABD, ADC à perpendiculari facta, & toti ABC, & inter se similia. Cumque ABC, ABD similia sint, erit vt CB ad BA, ita AB ad BD; *b* quando autem

a prop 8. 6.

tres

tres sunt proportionales, est vt prima ad tertiã; b ita quæ à prima describitur figura ad figuram similem à secunda descriptam. Vt ergo C B ad B D; ita est figura ex C B ad figuram ex B A, similem similiterque descriptam. Eadem de caussa, erit vt B C ad C D; ita figura ex B C ad figuram ex C A. Ergo vt B C ad B D, D C; ita figura ex B C descripta, ad figuras ex B A, A C descriptas similes, similiterque positas: æqualis est autem B C ipsis B D, D C; ergo & figura ex B C æqualis erit figuris ex B A, A C similibus similiterque descriptis. In rectangulis ergo triangulis, &c. Quod oportuit demonstrare. Aliter. c Cum similes figuræ in dupla proportione sint homologorum laterum, habebit figura ex B C ad figuram ex B A duplam proportionem eius, quam habet latus B C ad B A. Habet verò & quod ex B C quadratum, ad quadratum ex B A duplam proportionem eius, quam habet B C ad B A. d Vt ergo est figura ex B C ad figuram ex B A; ita est quadratum ex B C ad quadratum ex A B. Eadem de caussa est, vt figura ex B C ad figuram ex C A; ita quadratum ex B C ad quadratum ex C A. Est ergo vt figura ex B C ad figuras ex B A, A C; ita quadratum ex B C ad quadrata ex B A, A C. Sed e quadratum ex B C est æquale quadratis ex B A, A C: Est ergo & figura ex B C æqualis figuris ex B A, A C, similibus similiterque descriptis. Quod oportuit demonstrare.

b cor. 2. prop. 20. 6.

c prop. 20. 6.

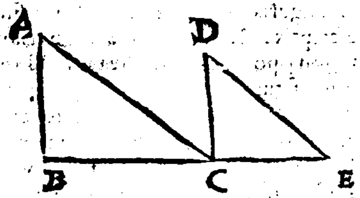
d prop. 11. 5.

e prop. 47. 1.

Pro-

Propos. 32. Theor. 22.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad vnum angulum componantur, ita vt latera homologa sint parallela, reliqua latera in directum erunt constituta.



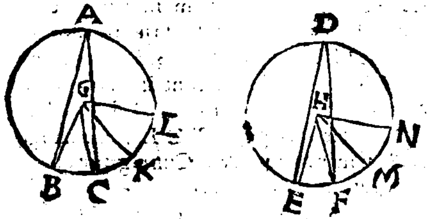
SInt triangula A B C, D C E habentia duo latera B A, A C, duobus D C, D E proportionalia; Vt A B ad A C; ita D C ad D E, sintq; tam A B, D C, quam A C, D E parallela; Dico C E ipsi B C in directum esse. Cum enim in A B, D C parallelas recta A C incidat, *a* erunt an-
a prop. 29. 1. guli alterni B A C, A C D æquales. Eadem de causa & C D E, A C D æquales erunt: vnde & B A C, C D E æquales sunt. Cum igitur duo triangula A B C, D C E vnum angulum qui est ad A, vni qui est ad D æqualem habeant, & circa æquales angulos latera proportionalia, vt *b* B A
b prop. 6. 6. ad A C, ita C D ad D E, æquiangula erunt: anguli igitur A B C, D C E æquales sunt. Ostensi autem sunt & A C D, B A C æquales. totus ergo

A C E

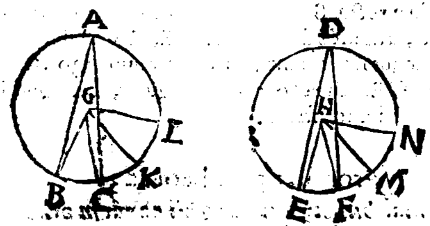
A C E duobus A B C, B A C est æqualis: communis A C B addatur, & erunt A C E, A C B æquales his, B A C, A C B, C B A: *c* sed hi tres duobus *c prop.*
rectis sunt æquales: ergo & A C E, A C B duobus *32. 1.*
rectis æquales erunt. Ad punctum ergo C rectæ A C duæ rectæ B C, C E non ad easdem partes positæ, angulos deinceps A C E, A C B duobus rectis æquales faciunt; in *d* directum ergo est B *d prop.*
C, ipsi C E. Si ergo duo triangula, &c. Quod *14. 1.*
oportuit demonstrare.

Propos. 33. Theor. 23.

In æqualibus circulis anguli eandem proportionem habent, quam peripheriæ, quibus insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. Quin & sectores, quippe ad centra constituti.



IN æqualibus circulis A B C, D E F ad centra G, H constituti sint anguli B G C, E H F ad peripherias B A C, E D F. Dico esse, vt B C peripheria ad E F peripheriã; ita angulum B G C; ad ad angulum E H F; & B A C ad E D F; & insuper B G C sectorem ad E H F sectorem. Ponantur peripheriæ B C ęquales quotcunque deinceps C K, K L: peripheriæ E F quotcunq; æquales F M,



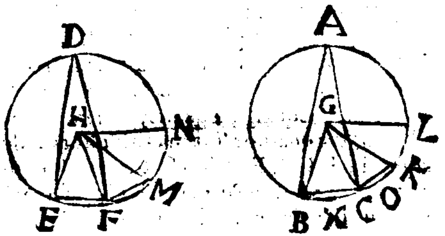
M N, ducanturque G K, G L; H M, H N. Cum ergo peripheriæ C B, C K, K L æquales sint, a erunt & anguli B G C, C G K, K G L æquales, quam multiplex ergo est peripheria B L periphe riæ B C, tam multiplex est angulus B G L anguli B G C. Eadem de causa quam multiplex est peripheria N E peripheriæ E F, tam multiplex est angulus N H E anguli E H F. Si igitur peripheriæ B L, E N ęquales sunt, erunt & anguli B G L, E H N æquales: Et si peripheria B L quam E N maior est, erit & angulus B G L maior angulo E H N; & si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo anguli B G C, E H F; acceptæque sint peripheriæ B C & anguli B G C æque multiplices peripheria B L, & angulus B G L: Peripheriæ verò E F & anguli E H F peripheria E N, & angulus E H N, demonstratumque sit si peripheria B L maior sit peripheria E N, & angulum B G L

a prop. 27. 3.

angu.

angulo E H N maiorem esse; & si æqualis æqualem; si minor, minorem: *b* Est ergo vt B C peripheria ad peripheriam E F; ita angulus B G C ad angulum E H F. Sed vt B G C ad E H F; *c* ita est B A C angulus ad E D F angulum, vterque enim vtriusque duplus est: ergo vt B C ad E F; ita est B G C ad E H F; & B A C ad E D F. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *def.* 5. 5.
c *prop.* 15. 5.



Dico prætereà, vt est B C peripheria ad E F peripheriam; ita esse G B C sectorem ad H F E sectorem. Ducantur B C, C K; accipianturque periferiarum B C, C K puncta X, O, & ducantur B X, X C, C O, O K. Cum ergò duæ B G, G C, duabus C G, G K æquale sint, angulosque æquales contineant: *d* erunt & bases B C, C K æquales igitur & triangula B G C, G C K æqualia erunt; cumque peripheriæ B C, C K sint æquales, erit & reliqua B A C peripheria reliquæ C A K æqualis; *e* ergo & angulus B X C angulo C O K æqualis erit, *f* portiones ergo B X C, C O K similes sunt, & sunt super æqualibus rectis B C, C K: *g* circulorum autem portiones super æquali-

d *prop.* 4. 1.
e *prop.* 27. 3.
f *def.* 11. 3.
g *prop.* 24. 3.

qualibus rectis constitutæ, æquales sunt: portiones igitur B X C, C O K æquales sunt. Sunt verò & triangula B G C, G C K æqualia; totus ergo sector B G C toti G K C est æqualis. Eadem de causa, erunt sectores G K L, G K C æquales: tres igitur sectores B G C, C G K, G L K æquales sunt. eandem de causa, erunt & tres H E F, H F M, H M N æquales. quam multiplex ergo est peripheria B L peripheriæ C B, tam multiplex est sector G B L sectoris G B C. Eadem de causa quam multiplex est peripheria E N peripheriæ E F, tam multiplex est sector H E N sectoris H E F. Si ergo peripheria B L maior est peripheria E N, erit & sector B G L maior sectore E H N; Et si æqualis, æqualis; & si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo sectores G B C, E H F; acceptæque sint peripheriæ B C, & sectoris G B C. æque multiplices B L peripheria, & G B L sector. Peripheriæ verò E F, & sectoris H E F, peripheria E N, & sector H E N; demonstratumq; sit si B L maior sit quam E N; & sectorem B G L maiorem esse sectore E H N; & si æqualis, æqualem; si minor minorem. g erit vt peripheria B C ad E F peripheriam; ita G B C sector ad H E F sectorem. Manifestum ergo est, esse, vt est sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.

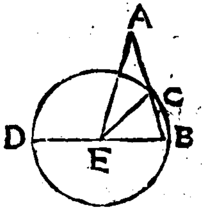
g def. 5. 5.

***

Ex libro 13. Euclidis.

Propositio 9.

Si latera hexagoni & decagoni eidem circulo inscripta componantur, erit tota composita proportionaliter secta.



SInt in circulo D CB, latera B C decagoni, A C hexagoni in directum posita. Dico totam AB in C proportionaliter esse sectam, maioremque portionem esse A C. Sumpto enim centro E. iungantur rectæ E B, E C, E A, producaturque E B in D. Quia igitur B C latus est decagoni æquilateri, erit peripheria B C D quintupla peripheriæ C B: igitur C D quadrupla erit eiusdem C B. Vt *a* verò peripheria C D ad peripheriam C B; ita est angulus C E D ad angulum C E B. Quadruplus est ergo angulus C E D anguli B E C. Et quia *b* angulus E B C æqualis est angulo B C E, erit *c* angulus D E C duplus anguli E C B, cumque E C rectæ C A sit æqualis (vtraque enim est æqualis lateri hexagoni circulo B C D inscripti) *d* erit & angulus C E A angulo E A C æqualis: *e* duplus ergo est angulus B C E anguli C A E: sed anguli B C E duplus ostensus est angulus C E D: qua-

a *prop.* 33. *6.*
b *prop.* 5. 1.
c *prop.* 30. 3.
d *prop.* 5. 1.
e *prop.* 32. 1.

 druplus

druplus igitur est angulus C E D anguli C A B. ostensus est autem & angulus C E D quadruplus anguli C E B: æquales ergo sunt anguli C A E, B E C. Triangulorum autem A B E, E C B angulus E B C est communis; *f* erit ergo & reliquus A E B. reliquo E C B æqualis. Quare triangula A B E, C B E sunt æquiangula: *g* est ergo vt A B ad E B: ita E B ad C B. Est verò B E ipsi A C æqualis: igitur est vt A B ad A C; ita A C ad C B: Maior autem est A B, quam A C: *h* igitur & A C quam C B. Quo circa A B in C secta est proportionaliter, & portio maior est A C. Quod demonstrare oportuit.

f *prop.* 32. 1.
g *prop.* 4. 6.
h *prop.* 14. 5.

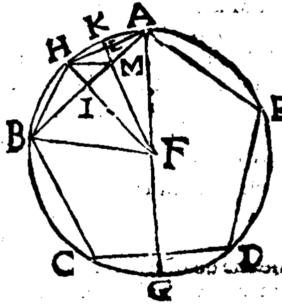
Propositio 10.

Si circulo pentagonum æquilaterum inscribatur, latus pentagoni poterit, & latus hexagoni, & latus decagoni, eidem circulo inscriptorum.

Esto circulus A B C D E, cui pentagonum æquilaterum A B C D E inscribatur. Dico latus pentagoni posse & hexagoni, & decagoni latus eidem circulo inscriptorum. Accepto enim centro F ducantur A F G, F B, & ex F ad A B perpendicularis F I, quæ producatur in H, iunganturque A H, H B, rursusque ab F ad A H agatur perpendicularis F L, quæ in K producatur, iungaturque H M. Et quia peripheria A B C G æqualis est peripheriæ A E D G, *a* quarum A B C æqualis est A E D: est igitur & reliqua C G, reliquæ D G æqualis. Est autem C D penta-

a *prop.* 28. 3.

pentagoni; C G ergo Decagoni erit. Et quia A F, F B *b* æquales sunt, & perpendiculari F I, *c* erit angulus A F H angulo H F B æqualis, *d* ideoq; & peripheria A H peripheriæ H B. quare peripheria A B dupla erit peripheriæ H B: igitur A H latus est decagoni. Eadem ratione A H peripheria ipsius A K dupla est. Quia ergo peripheria A B peripheriæ H B dupla est; peripheria verò C D peripheriæ A B æqualis; erit & C D peripheria dupla peripheriæ H B. Est verò & C D peripheria dupla peripheriæ C G: peripheriæ ergo C G, B H æquales sunt: sed B H ipsius H K dupla est, quod & A H. Igitur & C G ipsius H K est dupla. Est autem peripheria C B peripheriæ A B æqualis: ergo tota B G peripheria, peripheriæ B K dupla est: *e* vnde & angulus G F B, anguli B F K duplus erit. Est *f* verò & angulus G F B duplus anguli F A B, & *g* sunt F A B, A B F æquales: est *h* igitur & B F M angulus, angulo F A B æqualis. Triangulorum autem A F B, B F M communis est angulus A B F: erit igitur & reliquus A F B reliquo B M F æqualis. Quare triangula A B F, B F M sunt æquiangula, *i* Ergo est vt A B ad B F; ita F B ad B M: *k* rectangulum



b *def.* 15. 1.
c *prop.* 2. 3.
d *prop.* 26. 3.
e *prop.* 27. 3.
f *prop* 20. 3.
g *prop.* 5. 1.
h *ax.* 7. 1.
i *pr*

ergo 4

k prop. 17. 6. ergo rectis A B, B M contentum æquale est quadrato ipsius F B. Rursus *l* quoniam A L, L H æquales sunt; communis, & ad angulos rectos L M; *m* erunt & bases H M, M A æquales. *n* Vnde & anguli L H M, L A M æquales erunt: sed *o* angulus L A M, angulo H B M est æqualis: erunt igitur & L H M, H B M æquales, & est duorum triangulorum B A H, H A M angulus B A H communis: erit igitur & reliquus A H B reliquo H M A æqualis. Triangula igitur A H B, H A M sunt æquiangula. *p* Quare est, vt B A ad A H; ita A H ad A M. Rectangulum ergo *q* rectis A B, A M contentum, æquale est quadrato rectæ A H. Ostensum est autem & rectangulum rectarum A B, B M æquale esse quadrato rectæ B F; ergo rectangulum linearum A B, B M, cum rectangulo linearum A B, A M (*r* quæ sunt æqualia quadrato totius A B) est æquale quadratis ipsarum B F, A H; & est A B latus pentagoni; F B hexagoni; A H decagoni: igitur latus pentagoni potest & latus hexagoni, & latus decagoni eidem circulo inscriptorū, quod erat demonstrandum.

l prop. 3. 3.

m prop. 4. 1.

n prop. 5. 1.

o prop. 27. 2.

p prop. 4. 6.

q prop. 17. 6.

r prop. 2. 2.

FINIS.

D. Aegidius Polus R. Pœnit. pro Illustriſs. & Reuerendiſs. D. Cardinali Archiepiſcopo Bononiæ.

Imprimatur

Fr. Hieron. Onuphr. pro Reuerendiſs. P. Inquiſit. Bonon.

BONONIAE,
Apud Hæredes Ioannis Roſſij, & C.
M. DC. XXIX.