Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES

Bibliothèque nationale de France

Redouve. Erhard Ratdolt and his work at Venice, p. 34, n°26.

GW 7128

Extrait de la Bibliothèque instructive.

1959. *Euclidis Megarensis Elementarum libri XV, latine; cum Campani commentationibus.*
Venetiis, per Ehrardum Ratdolt Augustensem impressorem solertissimum, anno 1482, octav. Cal. Jun

---

Edition recommandable, parcequ'elle est la première de ce livre; mais malgré cet avantage les exemplaires n'en sont pas d'un prix bien considérable. Il est fait mention d'un exemplaire imprimé sur velin, dans le petit catalogue de M^r. Smith, qui contient la notice de toutes les éditions du 15^e. siècle qu'il avait pu rassembler.

Cet exemplaire devient alors un morceau précieux.

Euclidis, Elementa Geometriæ, cum commentariis Ant. Campani, Latinè, editio princeps, fine copy in red morocco. ℔

Venetiis, Erhardus Ratdolt, 1482.

DILECTISSIMO ET ERUDITISSIMO JACOBO CAROLO GUERARD

HUNC LIBRUM

PRINCIPEM ET RARISSIMAM ANTECESSORIS SUI EUCLIDIS EDITIONEM

GRATÆ TESTIMONIUM AMICITIÆ

OBTULIT DISCIPULUS HENRICUS AB AURELIÂ.

MENSE AUGUSTI MDCCCLII.

Boston
161

PRINCETON THEOLOGICAL SEMINARY
FOUNDATION
SMITH-EDWARDS

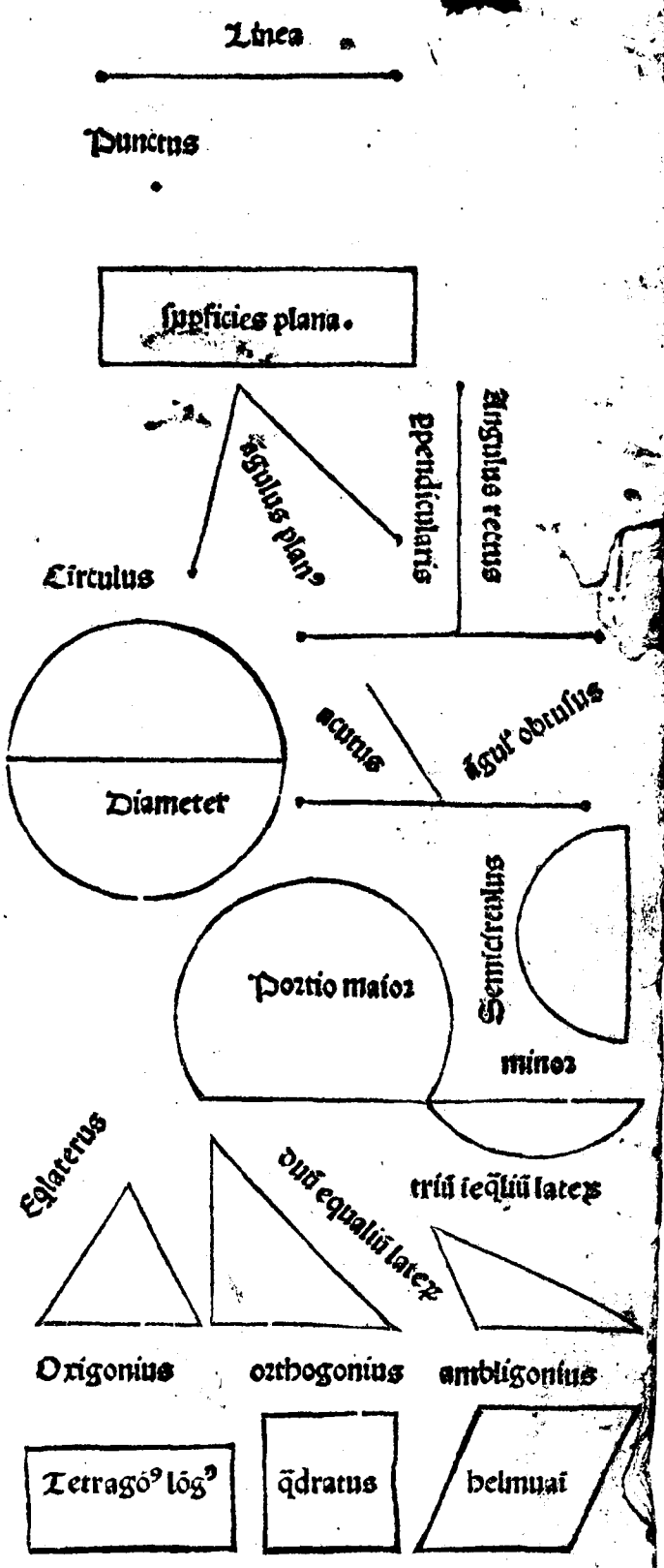
¶ Erhardus ratdolt Augustensis impressor. Serenissimo alme vrbis venete Principi Joanni Mocenico. S.

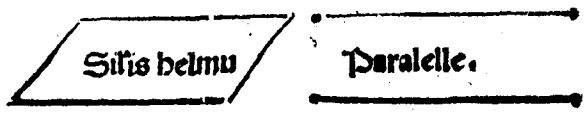
Solebam antea sereníssime princeps mecum ipse cogitans admirari quid cause esset q̄ in hac tua prepotenti ⁊ fausta vrbe cum varia auctorum veterum nouorumq; volumina quottidie imprimerent. In hac mathematica facultate vel reliquarum disciplinarum nobilissima aut nihil aut parua quedam et friuola in tanta impressorū copia qui in tua vrbe agunt: viderentur impressa. Hec cum mecum sepius discuterem inueniebam id difficultate operis accidisse. Non enim adhuc quo pacto schemata geometrica: quibus mathematica volumina lacent: ac sine quibus nihil ī his disciplinis fere intelligi optime potest excogitauerant. Itaq; cum hoc ipsum tantūmodo cōmuni omnium vtilitati que ex his percipitur. obstaret mea industria nō sine maximo labore effeci. vt qua facilitate litterarum elementa imprimuntur. ea etiam geometrice figure conficerentur. Quamobrem vt spero hoc nostro inuento he discipline quas mathemata greci appellant voluminum copia sicuti reliqne scientie breui illustrabuntur. De quarum laudibus ⁊ vtilitate possem multa im presens adducere ab illustribus collecta auctoribus: nisi studiosis iam omnibus hec nota esset. Illud etiam plane cognitum est ceteras scientias sine mathematibus imperfectas ac veluti mancas eē. Neq; hoc profecto negabunt Dialectici neq; Philosophi abnuent: in quoꝝ libris multa reperiuntur: que sine mathematica ratione minime intelligi possunt. Quam diuin⁹ ille Plato mere veritatis arcanū. vt adipisceretur cyrenas ad. Theodorum summum eo tempore mathematicu; ⁊ ad egiptios sacerdotes enauigauit. Quid q̄ sine hac vna facultate viuendi ratio nō perfecte constat. Iam vt de musice taceam: que nobis muneri ab ipsa natura ad perferendos facilius labores concessa videtur: vt astrologiā preteream qua exculti celum ipsum veluti scalis machinisq; quibusdam conscendentes verum ipsius nature argumentum cognoscimus: sine arithmetica ⁊ geometria: quarum altera numeros altera mēsuras docet similiter: comodeq; viuere q̄ possum⁹: Sed quid ego ī his moror que iam omnibus vt dixi: notiora sunt q̄; vt a me dicantur. Euclides igitur megarensis sereníssime princeps qui. xv. libris omnem geometrie rationem consummatissime complexus est: quem ego summa ⁊ cura ⁊ diligentia nullo pretermisso schemate imprimendum curaui: sub tuo numine tutus felixq; prodeat.

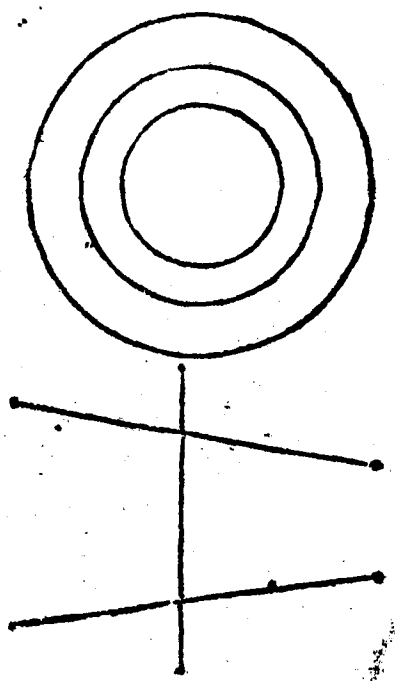
Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi: in artem Geometrie incipit quã foelicissime:

De principijs p se notis: z pmo de diffinitionibus earundem.

Punctus est cuius ps nõ est. ¶ Linea est lõgitudo sine latitudine cui⁹ quidẽ extremitates sũt duo pũcta. ¶ Linea recta ẽ ab vno pũcto ad aliũ breuissima extẽsio ĩ extremitates suas vtrũq; eorz recipiens. ¶ Supficies ẽ q̃ lõgitudinẽ z latitudinẽ tm̃ hz: cui⁹ termi quidẽ sũt linee. ¶ Supficies plana ẽ ab vna linea ad aliã extẽsio ĩ extremitates suas recipiẽs ¶ Angulus planus ẽ duarũ linearũ alternus pactus: quarz expãsio ẽ sup supficiẽ applicatioq; nõ directa. ¶ Quãdo aũt angulum ptinẽt due linee recte rectilineꝰ angulus noiat. ¶ Cñ recta linea sup rectã steterit duoq; anguli vtrobiq; fuerit eqles: eorz vterq; rectꝰ erit ¶ Lineaq; linee supstãs ei cui supstat ppendicularis vocat. ¶ Angulus vo qui recto maior ẽ obtusus dicit. ¶ Angulꝰ vo minor recto acutꝰ appellat. ¶ Terminꝰ ẽ qd vniuscuiusq; finis ẽ. ¶ Figura ẽ q̃ tmino vl termis ptinet. ¶ Circulꝰ ẽ figura plana vna qdem linea ptẽta: q̃ circũferentia noiat: in cui⁹ medio pũctꝰ ẽ: a quo oẽs linee recte ad circũferẽtiã exeũtes sibiinuicez sut equales. Et hic quidẽ pũctꝰ cẽtrũ circuli dr. ¶ Diameter circuli ẽ linea recta que sup ei⁹ centz trãsiens extremitatesq; suas circũferẽtie applicans circulũ ĩ duo media diuidit. ¶ Semicirculus ẽ figura plana diametro circuli z medietate circũferentie ptenta. ¶ Portio circuli ẽ figura plana recta linea z parte circũferẽtie ptẽta: semicirculo quidẽ aut maior aut minor. ¶ Rectilinee figure sũt q̃ rectis lineis cõtinent quarũ quedã trilatere q̃ trib⁹ rectis lineis: quedã quadrilatere q̃ qtuor rectis lineis. q̃dã mltilatere que pluribus q̃z quatuor rectis lineis continent. ¶ Figurarũ trilaterarũ: alia est triangulus hñs tria latera equalia. Alia triangulus duo hñs eqlia latera. Alia triangulus triũ inequalium laterũ. Rurz iterũ alia est orthogoniũ: vnũ. s. rectum angulum habens. Alia ẽ ambligonum aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium: in qua tres anguli sunt acuti. ¶ Figurarũ autẽ quadrilaterarz Alia est q̃dratum quod est equilaterũ atq; rectangulũ. Alia est tetragonꝰ longꝰ: q̃ est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.





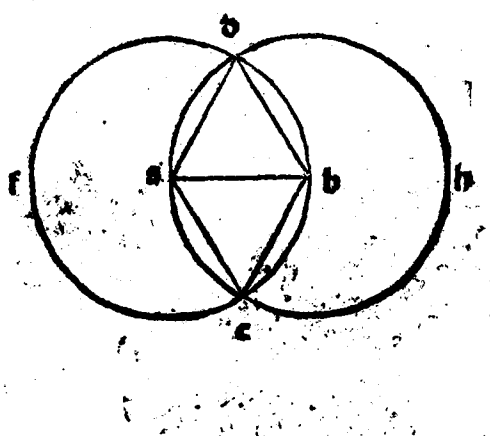


¶ Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia atqz oppositos angulos equales: idē tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinet: Preter has autē oēs quadrilatere figure helmuariphe nominantur. ¶ Equidistantes linee sunt que in eadem superficie collocate atqz in alterutram partem ꝓtracte non conueniunt etiā si in infinitum protrahantur.

Petitiones sunt quinqz: ¶ A quolibet pūcto in quemlibet punctum rectā lineā ducere atqz lineā definitā in cōtinuū rectūqz quātūlibet protrahere. ¶ Super centrū quodlibet quātumlibet occupando spacium circulū designare. ¶ Omnes rectos angulos sibiinuicem esse equales: ¶ Si linea recta sup duas lineas rectas ceciderit duoqz anguli ex vna parte duob⁹ rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eādē ptē ꝓtractas ꝓculdubio ꝓiūctim ire. ¶ Duas lineas rectas superficiē nullam concludere.

Communes animi ꝓceptiones sunt hee: ¶ Que vni ꝛ eidē sunt equalia ꝛ sibiinuicē sunt equalia: ¶ Et si equalib⁹ equalia addant tota quoqz fiēt equalia. ¶ Et si ab equalib⁹ eqlia auferant que relinquūt erūt equalia. ¶ Et si ab ineqlibus equalia demas q̄ relinquūt erūt ineqlia. ¶ Et si ineqlibus equalia addas ipsa quoqz fiēt inequalia. ¶ Si fuerint due res vni equales ipse sibiinuicem erūt equales. ¶ Si fuerint due res quaꝝ vtraqz vni⁹ eiusdez fuerit dimidiū vtraqz erit equalis alteri. ¶ Si aliqua res alicui superponat̄ applicetqz ei nec excedat altera alterā: alle sibiinuicē eruut eqles. ¶ Omne totum ē maius sua ptē.

Liendū est aūt q̄ preter has ainmi cōceptiōes: siue cōes scias multas alias que numero sunt incōprehensibiles pretermisit Euclides: quarū hec est vna. ¶ Si due quantitates equales ad quālibet tertiā eiusdem generis cōparentur simul erunt ambe illa tertia aut eque maiores: aut eque minores: aut simul equales. ¶ Jtē alia Quanta est aliqua qnantitas ad quālibet aliam eiusdē generis tantā esse quālibet tertiā ad aliquam quartā eiusdem generis in quantitatib⁹ continuis: hoc vniuersaliter verum est sine antecedentes maiores fuerint consequentibus sine minores. magnitudo enim decrescit in infinitū. in numeris aūt non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicui⁹ quarti: quoniā numerus crescit in infinitū: sicut magnitudo in infinitum minuitur.

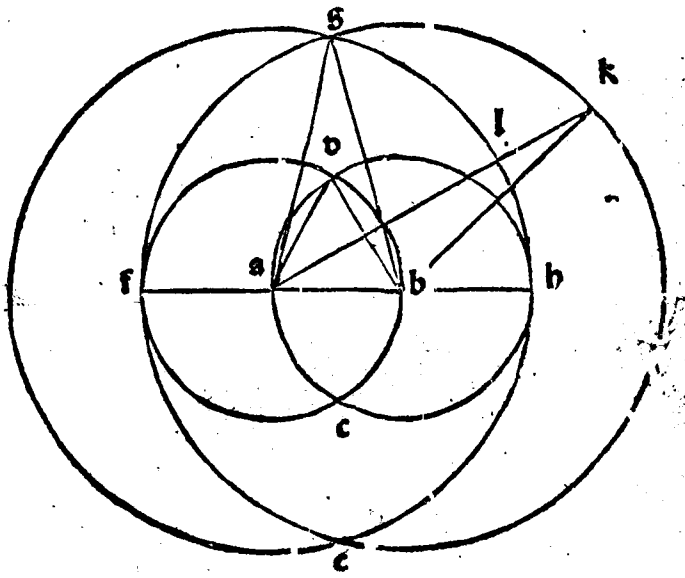


Propositio prima.

Triangulum equilaterum supra datam lineam rectam collocare.

¶ Esto data linea recta, a.b. volo super ipsam triangulū equilaterū cōstituere super alterā eius extremitatē: s. in puncto a. ponam pedē circini immobilem: ꝛ alterū pedem mobilem extendam vsqz ad. b. ꝛ describā ꝟm quantitatem ipsius linee date per secūdam petitionē circulū. c. b. d. f.

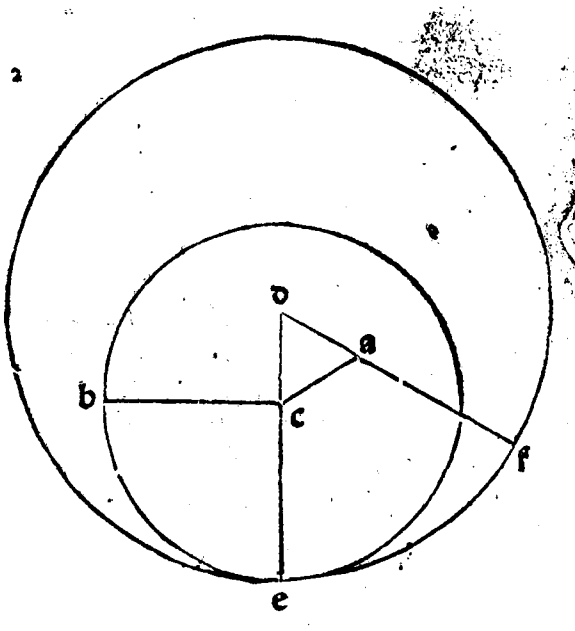
rurſus alterã eius extremitatem .ſ.punctũ b.faciam centrũ: ⁊ per eandem petitio nem ⁊ ꝑm eiuſdem quantitatem lineabo circulum c.a.d.b.qui circuli interſecabũt ſe in duobus punctis:que ſint.c.d.⁊ alteram duarũ ſectionum:ſicut ſectionem.d. continuabo cum ambabus extremitatibus date linee protractis lineis.d.a.d.b. per primã petitionem : quia ergo ą puncto a.qđ eſt centrum circuli.c.b.d. ꝓtracte ſunt linee a.d.⁊ a.b.vſq; ad eius circũferentiam ipſe erunt equales per diffini tionem circuli. Similiter quoq;: quia a puncto b.quod eſt centrum circuli.c.a.d. protracte ſunt lince b.a.⁊.a.d.vſq; ad eius circũferentiã ipſe erunt ẽt equales: qa ergo vtraq; duarũ linearũ.a.d.b.d.equalis ẽ linee a.b.vt probatum eſt:ipſe erũt equales inter ſe per primã cõceptionẽ:ergo ſuper datam lineam collocauimus tri angulum equilaterũ:quod eſt ꝓpoſitum. ¶Si autẽ ſuper eandẽ lineaz libeat col/ locare reliquas duas triangulorꝫ ſpẽs.ſcz.triangulũ duũ eq̃liũ laterũ ⁊ triangulũ triũ inequaliũ laterũ.ꝓtrahat̃ linea.a.b.i vtrãq; ꝑtem vſq; quo occurret circũfe/ rentie amborꝫ circulorꝫ ſup duo pũcta .f.⁊.b.⁊ poſito cẽtro i pũcto.a.lineet̃ circu lus.e.b.g.ꝑm quãtitatẽ lince.a.b. Jtẽq; poſito centro in pũcto.b.lineet̃ circul⁹.e. f.g.ꝑm quantitatẽ linee.b.f.di aũt circuli interſecabũt ſe i duob⁹ pũctis q̃ ſũt e.g. Coniungant̃ igit̃ extremitates date linee cũ altera dictarũ ſectionũ ꝑ duas lineas rectas q̃ ſunt.a.g. b.g.⁊ quia be linee a.b.⁊.a.f.exeũt a centro circuli.c.d.f.ad eius circũferentiã ipſe erũt equales.Silr quoq;.a.b.⁊.b.b.quia exeũt a centro cir culi.c.a.d.b.vſq; ad ipſius circũferẽtiã ipſe erũt equales: Quia ergo vtraq; dua rũ linearꝫ.a.f.⁊.b.b.equalis eſt linee.a.b.ipſe erunt inter ſe equales.ergo poſito a.b.cõi erit.b.f.equalis.a.b.ſz.b.f.eſt equalis.b.g.quia ãbo exeũt a centro circu/ li.e.f.g.ad eius circũferentiam.Similit quoq;.a.b.eſt equalis.a.g.⁊ vtraq; earũ eſt maior.a.b.eo ꝙ vtraq; duarũ linearum.b.f.⁊.a.b.maior eſt.a.b. quare ſup datam lineã collocauimus triangulũ duorꝫ equaliũ laterũ: ¶ Triangulũ etiã triũ incqualiũ laterũ ſup eandẽ lineã collocabim⁹:ſi aliqđ pũctũ exñs in circũferentia alterutrius duorꝫ maiorꝫ circulorꝫ qđ nõ ſit in altera duarũ ſectionũ: ⁊ cui nõ ob/ uiet f.b.cũ in vtrãlibet ꝑtem ꝓtracta fuerit in cõtinuũ: ⁊ directũ: ꝯiunxerimus ꝑ duaslineas rectas cũ ambab⁹ extremitatib⁹ date linee.Sit.n.pũctus.k.ſignat⁹ i circũferentia circuli.c.f.g.⁊ nõ ſit i altera ſectionũ nec occurrat ei.f.b. cũ ꝓtrahe ret̃ in ꝓtinuũ:⁊ directũ vſq; ad eius circũferentiã. ꝓtrahan ergđ lineas.a.k.⁊.b. k.⁊ ſecabit linea.a.k.circũferentiã circuli.e.b.g.ſecet ergo in pũcto.l. eritq;.b.k. equalis.a .l.quia.b.k.eſt equalis.b.g.⁊.a.l.equalis.a.g.quare.a.k.eſt maior.b. k.ſed ⁊.b.k.eſt maior.a.b.triangul⁹ergo.a.b.k.eſt triũ inequaliũ laterũ: Sic igi tur ſup datam lineam omnes triangulorꝫ ſpecies collocauimus.

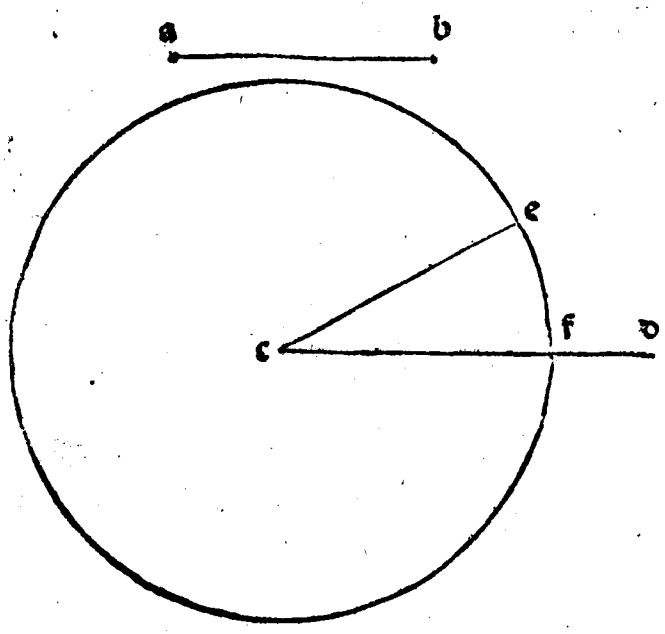


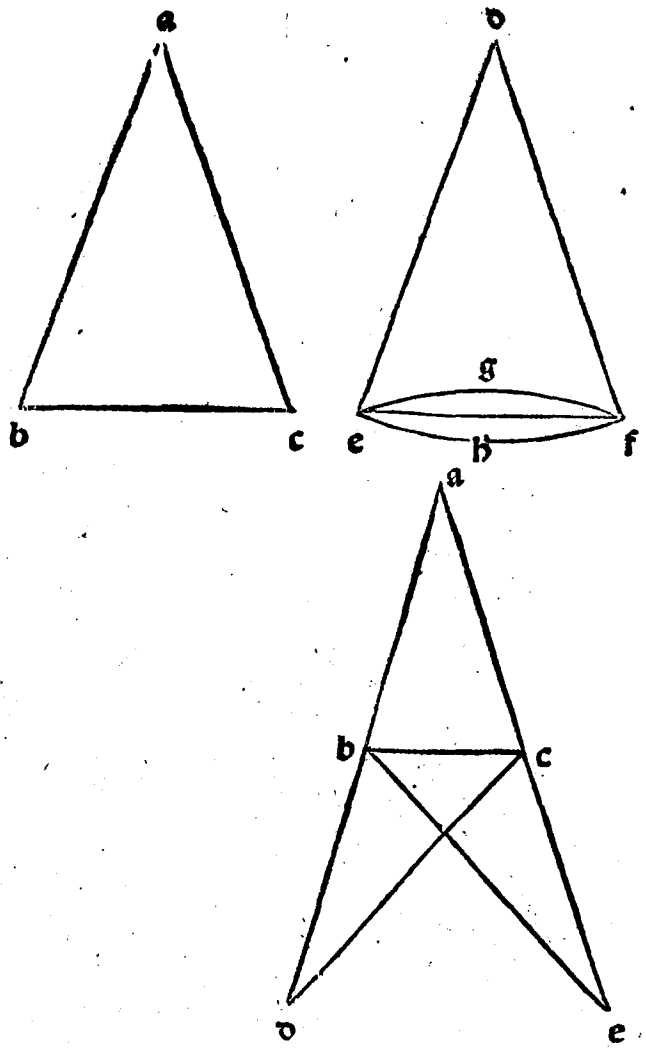
Propoſitio. 2

Dato puncto cuilibet linee recte ꝓpoſite equam rectam lineam ducere.

¶Sit.a.punctus datus ⁊.b.c.linea data volo a puncto.a.ducere li neã vnã equalem linee.b.c.in quãcũq; ꝑtem contingat : cõiungam ergo punctũ.a.cum altera extremitate lince.b.c.cum qua voluero.⁊ coniũgã ipſũ.a.cũ extremitate.c.per lineã.a.c.ſuper quã conſtituã triangulũ eq̃la terũ ꝑm doctrinã ꝓcedentis qui ſit.a. c.d.⁊ in illa extremitate linee date cum qua coniunxi punctũ datũ.ſ.in extremitate.c.ponã pedẽ circini imobilẽ ⁊ deſcribã ſu per ipſum circulũ ꝑm quantitatẽ ipſius date lince q̃ ſit circul⁹.e.b.⁊ latus triãguli







equilateri qđ opponit pũcto dato.ſ.latus.d.c.ptrabam p centrũ circuli deſcripti vſqz ad ei⁹ circũferẽtiã: z ſit tota linea ſic ptracta.d.c.e.ɓm cui⁹ quãtitatẽ linea / bo circulũ poſito centro in.d.qui ſit circulus.e.f.z poſtea ptrahã latus.d.a.vſqz ad circũferentiã b⁹ vltimi circuli z occurrat circũferẽtie ipſius in pũcto.f.dico igit qp.a.f.eſt equalis.b.c.nam.b.c.z.c.e.ſunt equales:quia exeũt a centro circuli.c.b ad eius circũferentiã.Silr quoqz.d.f. z.d.e.ſunt equales qz exeũt a centro circuli e.f.ad circũferentiã.ſed.d.a.z.d.c.ſunt equales qz ſunt latera trianguli equilateri ergo ſi.d.a.z.d.c.demanf.d.e.z.d.f.que ſunt equales: erũt reſidua que ſũt:a.f.z c.e.equalia qz g vtraqz duarũ linearz.a.f.z.c.b.ẽ equalis.c.e.ipſe ſũt equales inf ſe:quare a pũcto.a.ptraximus lineam.a.f.equalem.b.c.quod ẽ ppoſitum.

Propoſitio .3.

Propoſitis duabus lineis inequalibus de longiori earum breniori equalem abſcindere.

Sint due linee.a.b.z.c.d.z ſit.a.b.minor volo ex.c.d.abſcindere vnã que ſit eqlis.a.b.duco pmo a pũcto.c.vnã lincã equalẽ.a.b. ɓz qđ docuit pcedens:que ſit.c.e.poſito ergo centro in pũcto.c.deſcri / bam circulũ ɓm quantitatẽ.c.e.q ſecabit lineã.c.d.Sit ergo vt ſecet eã i pũcto.f. eritqz linea.c.f.equalis linee.c.e.quia ambo exeũt a centro eiuſdem circuli ad cir / cumferẽtiã:z qz vtraqz duarũ linearũ.a.b.z.f.c.eſt equalis.c.e.ipſe ſũt inf ſe equa les:quod eſt ppoſitum.

Propoſitio .4.

Omniũ duoz triangulorz quorz duo latera vnius duobus lateribus alterius equalia fuerint:duoqz anguli eorz illis equilateribus contenti equales fuerint alter alteri:latera quoqz illorz reliqua ſeſe reſpicientia equalia:reliqui vero anguli vni⁹ reliqs angulis alterius equales erũt:ac totus triangul⁹ toti triangulo equalis.

Sint duo trianguli.a.b.c. d.e.f.ſitqz latus.a.b.equale lateri.d.e.z lat⁹.a.c.eq le lateri.d.f.z angul⁹.a.equalis angulo.d.tũc dico qp baſis.b.c.ẽ equalis baſi.e.f z angulus.b.qual angulo.e.Jtẽ angul⁹.c.equalis angulo.f.qđ pbaf: ſupponaz triangulũ.a.b.c.triangulo.d.e.f.ita qp angulus.a.cadat ſup angulũ d.z lat⁹a.b. ſup latus.d.e.z latus.a.c.ſup latus.d.f.z pz per penultimã ꝯceptionẽ qp nec an guli nec latera ſeſe excedent eo qp angulus.a.eſt equalis angulo.d.z latera ſuppo ſita bis quibus ſupponunf p ypotheſym.puncta ergo.b.c.cadent ſup pũcta.e.f. ſi ergo linea.b.c.cadit ſup lineã.e.f.pz ppoſitum:quia cum linea.b.c.ſuperpoſi / ta linee.e.f.non excedat eã nec excedaf ab ea ẽ ei equalis p ꝙuerſionẽ penultime conceptiõis:eadem rõne erit angul⁹.b.equalis angulo.e:z angulus.c.eqlis angu lo.f.ſi autem linea.b.c.non cadit ſuper lineam.e.f.ſed cadit inter triangulum ſi / cut linea.e.g.f.aut extra ſicut linea.e.b.f.tunc due linee recte concludũt ſupficiẽ quod eſt contra vltimã petitionẽ.

Propoſitio .5.

Omnes trianguli duoz eqliũ laterũ angulos qui ſupra ba ſim ſunt equales eſſe neceſſe eſt:qp ſi eius duo equalia la / tera directe ptrabanf fient quoqz ſub baſi duo anguli inuicem equales.

Sit triangulus.a.b.c.cuius latus.a.b.ſit equale lateri a.c.dico qp angulus.a.b.c.ẽ eqnalis angulo.a.c.b.qp ſi ptrabanf.a.b.z.a.c. vſqz ad.d.z.c.

fiet añgulus.d.b.c.equalis angulo.e.c.b.quod sic ꝓbatur:ꝓtractis.a.b.ꝛ.a.c. ponam per tertiam lineam.a.d.equalem linee.a.e.ꝛ ꝓtrahã lineas.e.b. d.c. ꝛ intelligam duos triangulos.a.b.e.ꝛ.a.c̃.d.quos ꝓbabo esse equales ꝛ equila teros ꝛ eq̃angulos.Sunt.n.duo latera.a.b.ꝛ.a.e.trianguli.a.b.e.equalia duob⁹ lateribus.a.c.ꝛ.a.d.trianguli.a.c.d.ꝛ angulus.a.ẽ cõis vtriq; ergo ꝑ p̃missã ba/ sis.b.c.est equalis basi.c.d.ꝛ angulus.e.est equalis angulo.d. ꝛ angulus.a.b.e. equalis angulo.a.c.d.Item intelligo duos triangulos.d.b.c.ꝛ.c.c.b.quos simili ter ꝓbabo esse equilateros ꝛ equiangulos.nam duo latera.d.b.ꝛ.d.c. trianguli b.d.c.sunt equalia duobus lateribus.e.c.ꝛ.e.b.trianguli.e.b.c. ꝛ angulus.d.est equalis angulo.e.ergo per premissam:basis basi: ꝛ reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus.d.b.c.est equalis angulo.e.c.b.ꝛ hoc est sc̃m ꝓpositũ.s.ꝙ anguli sub basi equales sunt:ꝛ angulus.b.c.d.est equalis angulo.e.b.c.sed totus.a.b.e. est equalis.a.c.d.vt probatum fuit supra.ergo angulus.a.b.c.residuus est equa/ lis angulo.a.c.b.residuo quoꝝ vteriq; est super basim:quod p̃mũ ꝓpositum

Propositio .6.

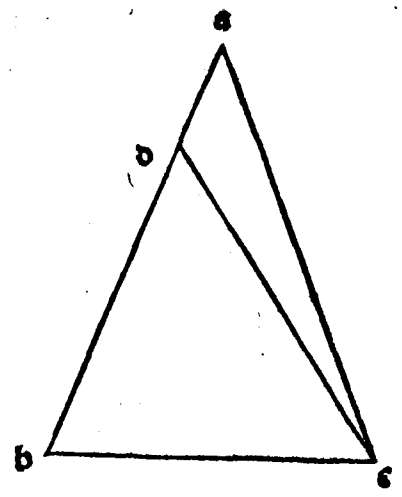
SI duo anguli alicuius trianguli equales fuerint duoq; la tera angulos illos respicientia equalia erunt.

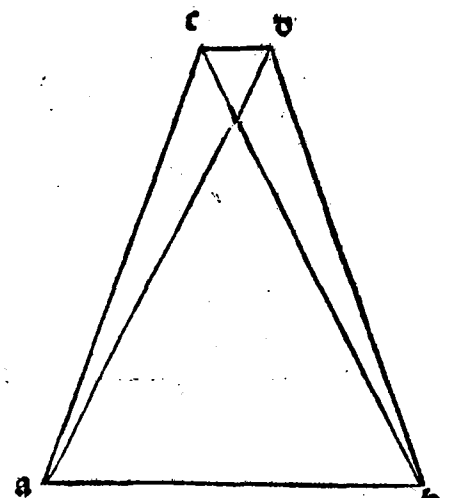
¶Hec ē conuersa p̃misse quantum ad p̃mã eius ptem.Sit enim tri/ angulus.a.b.c.cuius duo anguli.b.ꝛ.c.sunt equales dico ꝙ lat⁹.a. b.est equalis lateri.a.c.Si enī non sunt equales erit alterũ alto ma/ ius.sitq;.a.b.maius quod resecetur ad equalitatem.a.c.per tertiam ꝓpositionẽ vt superfluum sit a parte.a.ꝛ resecetur in puncto.d.sitq;.b.d.equalis.a.c.ꝛ ducat linea.d.c.Intelligo ergo duos triangulos.a.b.c.ꝛ.d.b.c.quos ꝓbabo esse equila teros ꝛ equiangulos.sunt enim duo latera.d.b.ꝛ.b.c.trianguli.d.b.c.eq̃lia duo/ bus lateribus.a.c.ꝛ. b.c.trianguli.a.b.c.ꝛ angulus.b.equalis angulo.c. totali ꝑ ypothesim ergo basis.d.c.est equalis basi.b.a.ꝛ angulus.d.c̃.b.equalis angulo.a c.b.pars vꝫ toti quod est impossibile.

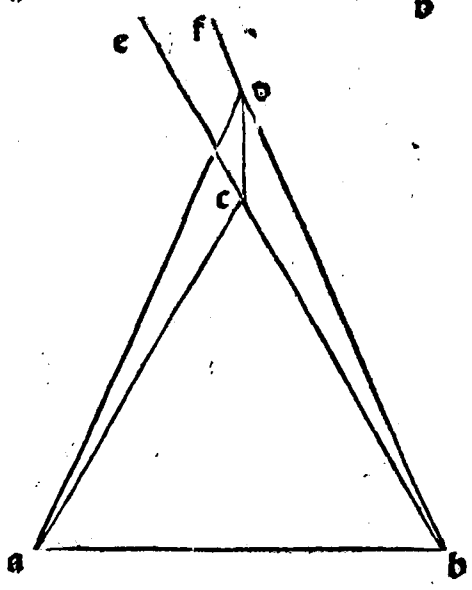
Propositio .7.

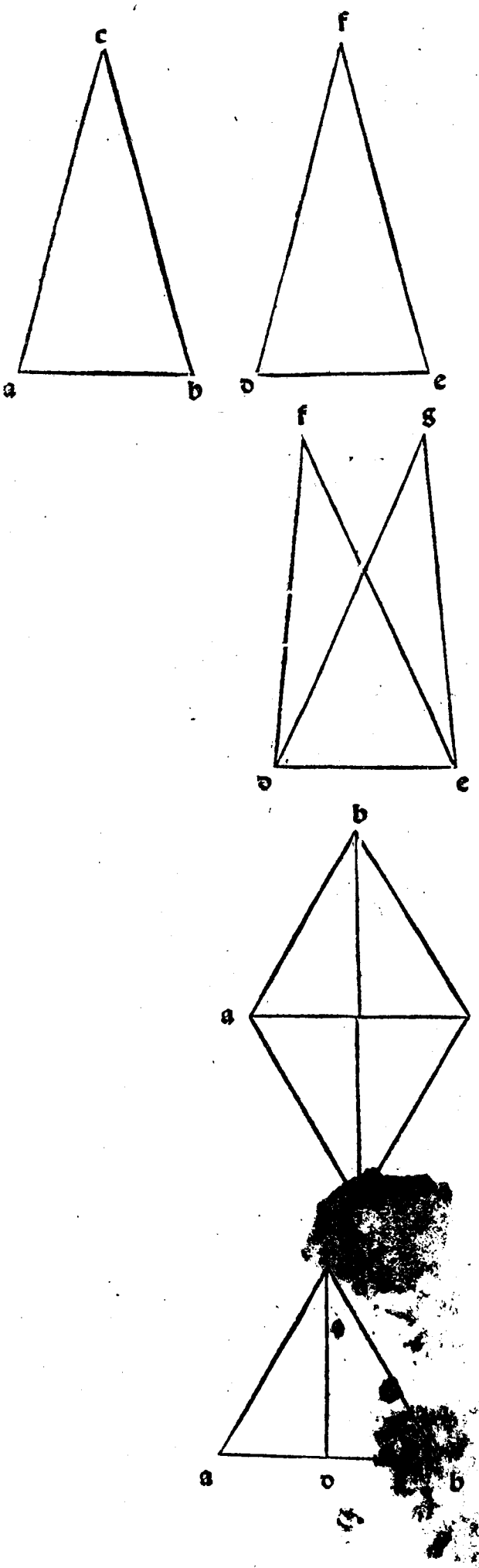
SI a duobus punctis aliquam lineã terminantibus due li/ nee ad punctũ vnum concurrentes exierint ab eisdē pun/ ctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales q̃ ad aliũ ꝯcurrãt in eandē ptem duci est impossibile.

¶Sit linea a.b.a cuius extremitatibus ꝓtrahant̃ due lince in par/ tem vnam que concurrant in eodem puncto vt sint.a.c.ꝛ.b.c.que concurrant in puncto.c.dico ꝙ in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extre/ mitatibus que concurrant ad aliud punctum:ita ꝙ illa que egredietur a pũcto.a. sit equalis linee.a.c.ꝛ que egredietur a puncto.b.sit equal̃ linee.b.c.Quod si fue/ rit possibile protrahantur alie due lince in eandem partem que concurrant in pũ cto.d.ꝛ sit linea.a.d.equalis linec.a.c.ꝛ linea.b.d.equalis.b.c.aut ergo punctus d.cadet intra triangulum aut extra:nam in altero laterum .a.c.ꝛ.b.c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti.Si autem cadat extra aut altera linearum.a. d.ꝛ.b.d.secabit alteram linearum.a.c.ꝛ.b.c.aut neutra neutram: ꝛ secet primo altera alteram ꝛ protrahatur linea.c.d.quia ergo trianguli.a.c.d.duo latera.a.c. ꝛ.a.d.sunt equalia erit angulus.a.c.d.equalis angulo.a.d.c.per.5. Similiter q̃a in triangulo.b.c.d.duo latera.b.c.ꝛ.b.d.sunt equalia erunt ãguli.b.c.d.ꝛ.b.d.c









Similiter equales per eandem: ⁊ quia angulus.b.d.c.est maior angulo.a.d.c.sequitur angulum.b.c.d.esse maiorem angulo.a.c.d.partem.s.toto quod est ipossibile: Si autem.d.cadit extra triangulum.a.b.c.ita ꝙ linee non se secent ꝓtrabã lineam.d.c.⁊ ꝓducam.b.d.⁊ ~~b.d.~~ ⁊.b.c.sub basi vsqz ad.f.⁊ ad.e. ⁊ quia linee a.d.⁊.a.c.sunt equales: erũt anguli.a.c.d.⁊.a.d.c.equales ꝑ.5. Similiĩ quia.b.c ⁊.b.d.sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt.c.d.f.⁊.d.c.e.equales ꝑ scõam partem eiusdem: quia ergo angulus.e.c.d. minor est angulo.a.c.d.sequitur angulum.f.d.c.esse minorem angulo.a.d.c.quod est impossibile: ⁊ eodem modo deducetur aduersarius ad inconueniens: si.d.pũctus cadat intra triangulũ.a.b.c. ⁊c.

Propositio .8.

OMnium duoꝝ trianguloꝝ quorum duo latera vniꝰ duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisqz vnius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necesse est.

¶ Sint duo triãguli.a.b.c. d.e.f.sitqz.a.c.equalis.d.f.⁊.b.c.eqlis e.f.⁊.a.b.equalis.d.e.dico ꝙ angulus.c.est equalis angulo.f.⁊ angulus.a.angulo.d.⁊ angulus.b.angulo.e.superponã basim.a.b.basi.d.c.que cum sint equales neutra excedet alterã per penultimã conceptionem: aut ergo punctus.c.cadet super punctũ.f.aut non. Si sic: tunc quia angulus.c.superpositꝰ erit angulo.f.⁊ neuter coꝝ excedit alterum: ipsi sunt equales per conuersionem conceptionis ꝑdicte: Similiter argue reliquos angulos esse equales: Si autem punctus.c. non cadit super.f.sed super quemlibet alium qui sit punctꝰ.g.quia.e.g. est equalis.b.c. imo eadem: itemqz.d.g.equalis.a.c.erit.e.g.equalis.e.f.⁊.d.g. equalis.d.f.quod est impossibile per precedentem.

Propositio .9.

DAtum angulum per equalia secare.

¶ Sit datus angulus quem oportet dividere: angulus.a.b.c.lineas ipsum continentes que sunt.a.b.⁊.b.c.ponam equales per tertiaz ⁊ producam lineam.a.c.super quaz constituam triangulum equilaterum.a.d.c.⁊ protrabam lineã.b.d.dico ꝙ ipsa dividit datũ angulũ per equalia: Intelligo duos triangulos.a.b.d.⁊.c.b.d.⁊ quia duo latera a.b.⁊.b.d.trianguli.a.b.d.sunt equalia duobus lateribus.c.b.⁊.b.d.trianguli.c.b d.⁊ basis.a.d.basi.c.d.ergo per precedentem angulus.a.b.d.est equalis angulo c.b.d.quod est ꝓpositum facere.

Propositio .10.

DAta recta linea eam per equalia dividere.

¶ Sit proposita linea quã oportet dividere ꝑ equalia.linea a.b.sup ipsã ꝓstituã triãgulũ eqlaterũ.a.b.c.⁊ angulũ.c.divido ꝑ eqlia ꝫm doctrinaz ꝑcedentis per lineam.c.d.dico ꝙ linea.c.d.dividit datã lineã.a.b.ꝑ eqlia: Intelligo.n.duos triãgulos.a.c.d.⁊.b.c.d.⁊ arguo sic: duo lata.a.c.⁊.c.d.trianguli.a.c.d.sũt eqlia duobꝰ lateribꝰ b.c.⁊.c.d.triãguli.b.c.d.⁊ angulus.c.vnius angulo.c.alterius ergo per quartam basis.a.d.basi.d.b.quod est ꝓpositum.

Data linea recta a pũcto in ea signato ppẽdicularẽ extrahere duob⁹ qdem angul' eq̃lib⁹ ac rectis vtrinqz subnixam.

¶Sit data linea.a.b.in q̃ sit datus pũctus.c.a quo oz ppẽdicularez extrahere:faciã g̃ p tertiã lineã.b.c.eq̃lẽ linee.a.c.z sup totã.a.b.cõ stituo triangulũ eq̃laterũ.a.b.d.z ptrabo.lineã.c.d.õ q̃ dico qꝫ ipa ẽ ppẽdicularis sup lineã.a.b. Intelligo duos triangulos.a.c.d. z.b.c.d. z qz duo latera.a.c.z.c.d.trianguli a.c.d.sũt eq̃lia duob⁹laterib⁹.c.b.z.c.d.trianguli.c.b. d.z basis.a.d.basi.b.d.erit p.8.angul⁹.a.c.d.eq̃lis angulo.b.c.d. q̃re vtqz eorũ erit rect⁹p diffinitõem anguli recti:z linea.c.b.ppẽdicularis sup lineã.a.b. p diffinitõem linee ppẽdicularis:qõ ẽ ꝓpositũ.

Propositio 12.

Puncto extra signato ad datã lineã indefinite quantitatis perpendicularem deducere.

¶Sit.a.punctus signat⁹extra lineã.b.c.a quo ad ipsã oz deducẽ p/ pẽdicularẽ: ptrabã ergo lineã.b.c.i vtrãqz ptẽ q̃tũ libuerit z super pũctũ.a. describã circulũ .b.c.sic vt secet lineã datã in pũctis.b.c.et ptrabã lineas.a.b.z.a.c.z diuidã angulũ.b.a.c.p eq̃lia p lineã.a.d.p.9.dico qꝫ a.d.ẽ ppẽdicularis sup lineã.b.c. Intelligo duos triãgulos.a.b.d.z.a.c.d. z quia duo latera.a.b.z.a.d.triãguli.a.b.d.sũt eq̃lia duobus laterib⁹.a.c.z.a.d.trian/ guli.a.c.d.z angul⁹.a. vni⁹eq̃lis angulo.a. alteri⁹erit p.4.basis.b.d.eq̃lis basi.d. c.z angulus.a.d.b.eq̃lis angulo.a.d.c:q̃re vtqz eoꝝ rect⁹z linea.a.d. ppẽdicula/ ris sup lineã.b.c.p diffinitõem anguli recti z linee ppẽdicularis:qõ ẽ ꝓpositũ.

Propositio .13.

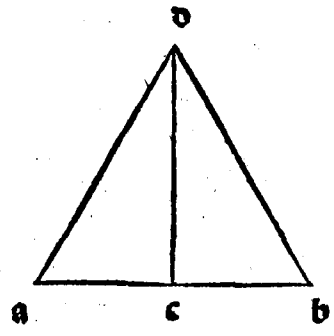
Omnis recte linee sup rectã lineã stantis duo vtrobiqz anguli aut sunt recti aut duobus rectis equales.

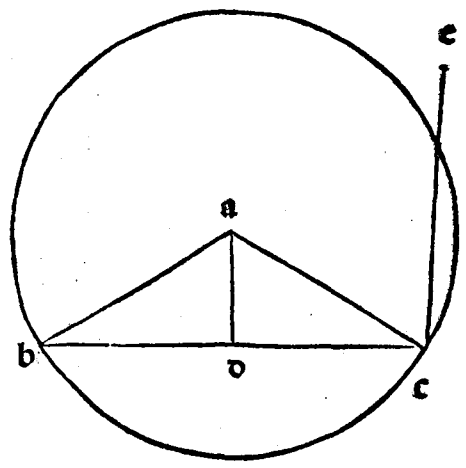
¶Sit vt linea.a.b.supstet linee.c.d.q̃ si fuerit sup eã ppẽdicularis faciet duos angulos rectos p quersionẽ diffinitõis.Si ãt nõ fuerit sup eã ppẽdicularis a pũcto.b.ducat⁹.b.e.ppẽdicularis sup.c.d.p vndecimã:erũtqz duo anguli e.b.c.z.e.b.d.recti p quersionẽ diffinitõis:qz ergo duo anguli.d.b.a.z.a.b.e.adequant⁹ angulo.d.b.e.ipse cũ ãgulo.c.b.e.crũt eq̃les duob⁹ rectis: q̃re tres ãguli q̃ sũt.d.b.a. a.b.e.z.c.b.e.sũt eq̃les duob⁹rectis:sz ãgul⁹c.b a.ẽ eq̃lis duob⁹angul'.c.b.e.z.e.b.a.g̃ duo ãguli.c.b.a.z.a.b.d.sũt eq̃les duob⁹rectis:qõ ẽ ꝓpositũ:Ex quo pz qꝫ totũ spaciũ qõ i q̃libz supficie plana pũctũ qõlibz circũstat q̃tuor rectis agulis ee eq̃le.

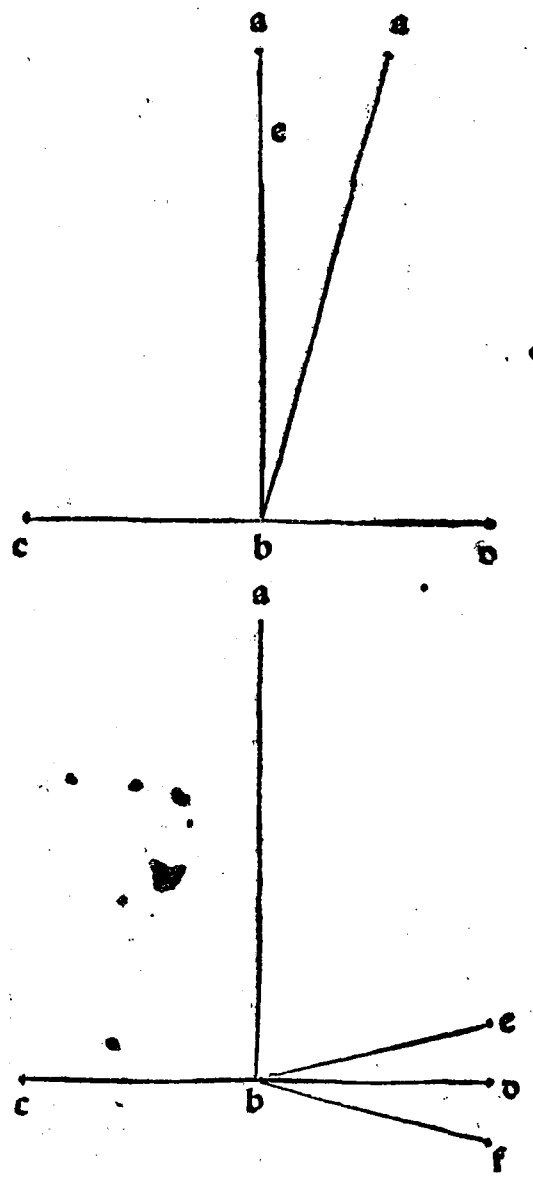
Propoc .14.

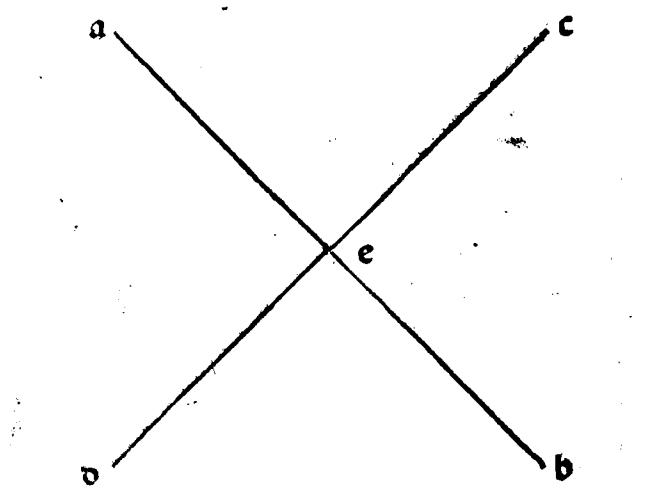
Si due linee a pũcto vni⁹linee ī diuersas ptes exierint duosqz circa se angulos rectos aut duob⁹rectis equales faciant:ille due linee sibi directe coniũcte sũt z linea vna.

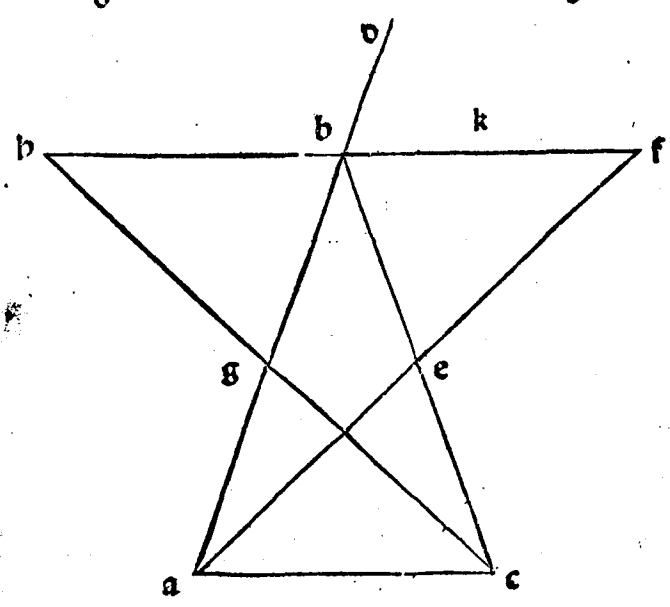
¶Sit vt a pũcto.b.linee.a.b.exeãt due linee in oppositas ptes que sint.b.c.z.b.d.z faciũt duos ãgulos q̃ sũt.c.b.a.z.d.b.a.eq̃les duobus rectis:tũc dico qꝫ due linee.c.b.z.d.b.sũt sibiinicẽ directe ꝯiũcte z linea vna:z hec ẽ q̃si quersa ꝓpositio:qꝫ si nõ fuerit linea vna tũc ptrabat⁹ .c.b.in ꝓtinuũ z directũ q̃ qz nõ ẽ linea vna cũ.d.b.trãsibit sup eã vt.b.c.aut infra eã vt.b.f.qz g̃ sup lincã rectã q̃ ẽ.c.b.e.cadit linea.a.b.erũt anguli.c.b.a.z e.b.a: eq̃les duob⁹ rectis p pcedẽtẽ:z qz oẽs recti sũt ad inicẽ eq̃les p.3.petitõem anguli quoqz⁹c.b.a.z d.b.a sũt eq̃les duob⁹angul' rectis p ypothesym erũt duo ãguli.c.b.a.z.e.b.a.eq̃les duobus angul'.c.b.a.z.d.b.a.g̃ dempto cõi angulo.c.b.a.erit ãgul⁹e.b.a.eq̃lis angulo

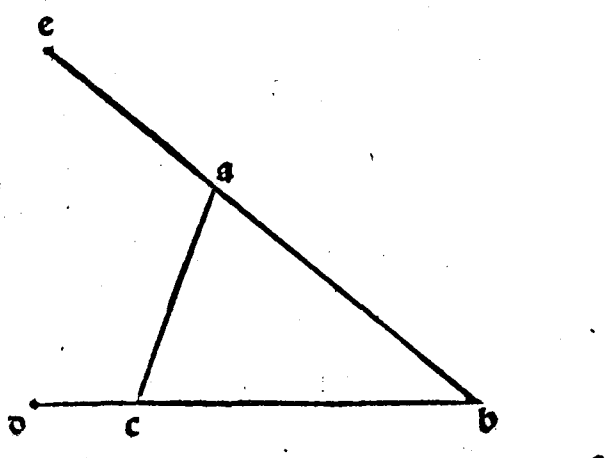


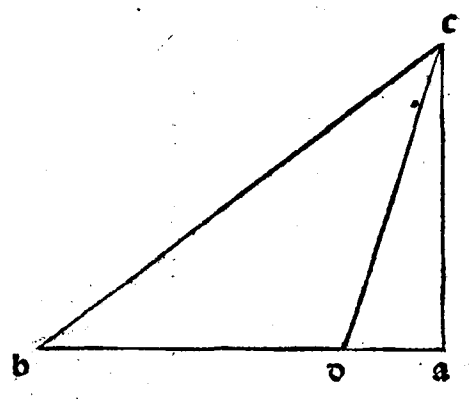












d.b.a.ps toti:quod ē ipossibile:silr lineā.c.b.ptractā ꝓbabis angulū d.b.a.esse eqlem angulo.f.b.a.si forte diceret aduersari9 lineā.c.b.ptractā cadere ifra.b.d.

Propositio 15.

OMnium duarū linearum se inuicē secātiū: oēs anguli cō tra se positi sūt eqles: vnde manifestū est ꝙ cū due linee recte se inuicē secāt qtuor q̄ fiūt āgulos qtuor rectil ee eqles

¶Sint due linee.a.b.z.c.d.se inuicē secātes i pūcto.c.dico ꝙ angul9 d.e.b.est cqlis angulo.a.e.c.z angulus.b.e.c.ē eqlis angulo.a.e.d. Erūt.n.p.13.duo anguli.a.e.c.z.c.e.b.eqles duob9 rectis:itēqz duo anguli.c.e.b. z.d.e.b.eqles duobus rectis p eandē:qre duo pmi st eqles duob9 postremis eo ꝙ oēs recti sūt ad inuicē equales p .4. petitionē:dempto ergo cōi angulo q̄ ē c.e.b. erit angulus.a.e.c.eqlis angulo.d.e.b. Eodē mō ꝓbabit̄ anguluz.c.e.b.cē eqlez angulo.a.e.d.qđ ē ꝓpositū.

Propositio 16

IJ quodlibet laterū trianguli directe ꝓtrahat̄ faciet angu lum extrinsecum vtroqz angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

¶Sit vt trianguli.a.b.c.latus.a.b.ꝓtrahat̄ vsqz ad.d:dico ꝙ angu lus.d.b.c.maior ē vtroqz duoꝝ angulorꝝ itrinsecorꝝ sibi oppositorū q̄ sūt.b.a.c.z.b.c.a.diuidā.n.p.10.lineā.c.b.p eqlia in pūcto.e.z ꝓtrahā.a.e. vsqz ad.f.ita vt.e.f.fiat eqlis.a.e. z ꝓtrahā lineā.f.b: intelligo duos triangulos c.e.a.z.b.e.f.z qz duo latera.a.e.z.e.c.trianguli.a.e.c.sūt eqlia duobus laterib9 f.e.z.e.b.trianguli.f.e.b.z angulus.e.vnius ē cqlis angulo.e.alteri9 p pmissā qa sūt anguli ꝑpositi: erit p.4.angul9.e.c.a.eqlis angulo.e.b.f.z iō angulus.e.b.d. maior erit angulo.b.c.a.Silr quoqz ꝓbabitur ꝙ est maior angulo.c.a.b.naz diui dam.a.b.p eqlia in pūcto.g.p.10.z ꝓtrabaz lineā.g.b.equalē lince.c. g.p.3. po/ stea ꝓtrahā.b. b.k.erūtqz duoꝝ triāguloꝝ q̄ sūt.a.g.c.z.b.g.b.duo latera.a.g.z g.c.p̄mi eqlia duob9 laterib9.b.g.z.b.g.scōi:z angulus.g.vni9 angulo.g. alteri9 p 15.ergo p.4.angulus.g.a.c.est eqlis angulo.g.b.b.qre p.15.z angulo.k.b.d z qz angulus.c.b.d.ē maior angulo.k.b.d.erit etiā maior āgulo.b.a.c.qđ ē ꝓpositū.

Propositio .17.

OMnis triāguli duo qlibet āguli duob9 rectis sūt miores.

¶Sit triangulus.a.b.c. dico ꝙ duo qlibet ei9 anguli duob9 rectis sūt minores: ꝓtrahat̄.n. vnū latus eius vt.b.c.vsqz ad.d.eritqz p ꝓce/ dentē angulus.e.extrinsecus maior.a.z maior.b.sz.c.extrinsec9 cum c.intrinseco ē eqlis duobus rectis p.13:g anguli.b.z.c.intrinseci siue anguli.a.z.c.intrinseci sūt minores duobus rectis:silr si ꝓtrahat̄ latus.b.a.ꝓba bit̄ ꝙ duo anguli.a.z.b.sunt minores duobus rectis:quod ē ꝓpositū.

Propositio .18.

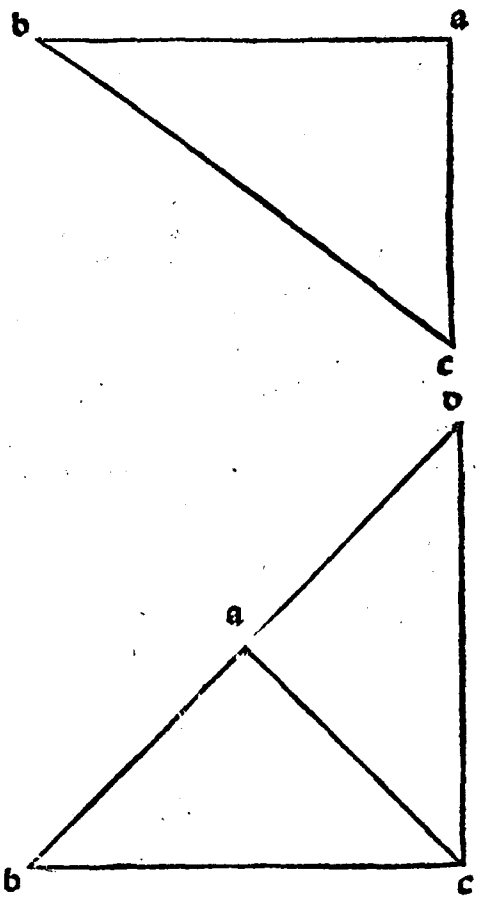
OMnis trianguli lōgius lat9 maiori angulo oppositū est.

¶Sit vt̄ ī tangulo.a.b.c.āgul9.a.sit maior āgulo.c.dico ꝙ lat9 c.b. maior erit latere.a.b.Si.n.sit eqle erit p.5.āgul9 a.eql angulo.c.qđ ē ꝑ ypothesym:si aūt.a.b.sit maio9 rescet̄ ad eqlitatē.c.b.p.3.sitqz.d b.eqle.c.b.erit g̃ p.5.āgul9 d.c.b.eql angl̄o.b.d.c.sz.b.d.c.ē maior āgulo.b.a.c.p.16.g̃ .b.c.d.ē maior.b.a.c.qre mlto forti9 maior.a.c.b.ps toto:qđ ē ipossibile.

Propositio .19.

OMnis trianguli maiori angulo longius latus oppositum ē

¶Sit vt in triangulo.a.b.c.latus.b.c.sit maior latere.a.b.dico q̄ angul⁹ a.erit maior angulo.c.z ē ꝓuersa p̄cedētis:si.n.sit eq̄lis tūc p.6. latus.a.b.ē eq̄le lateri.b.c.qō est p̄ ypothesym:Si āt.c.sit maior tūc p̄ p̄cedentē latus.a.b.ē maior⁹ latere.b.c.qō ē p̄ ypothesym q̄re astruit̄ ꝓpositum.



Propositio 20.

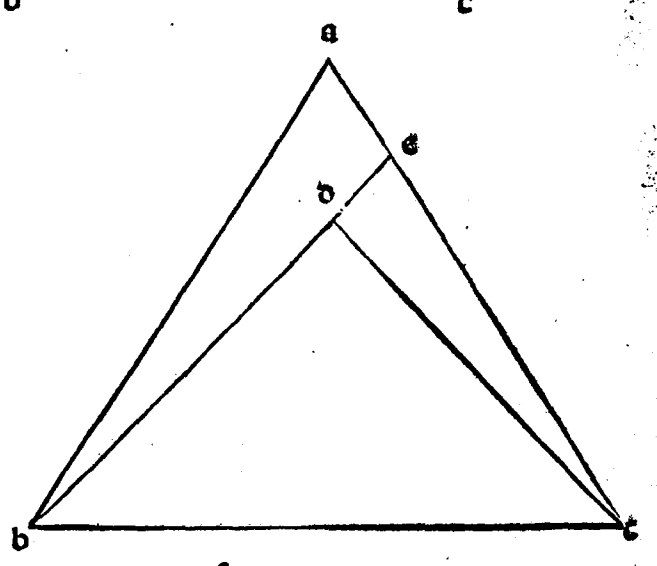
OMnis trianguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.

¶Sit triāgul⁹.a.b.c.dico q̄ duo latera.a.b.z.a.c.sūt lōgiora latere b.c.ꝓtrahat̄ linea.b.a.vsq; ad.d.ita vt a.d.sit eq̄lis.a.c.z ꝓtrahat̄ c.d.p.5.erit angulus.a.c.d.eq̄lis angulo.d.q̄re angul⁹.b.c.d.ē maior angulo.d.ergo p.18.latus.b.d.est maior⁹ latere.b.c.sz.b.d.ē eq̄le.a.b.z a.c.q̄re b.a.z.a.c.sil̄ iūcta st̄ maiora.b.c.

Propositio .21.

SI de duobus punctis terminalibus vnius lateris triāguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctū vnū ꝓueniant eedē duabus quidē reliquis trianguli lineis breuiores erunt z maiorē angulum continebunt.

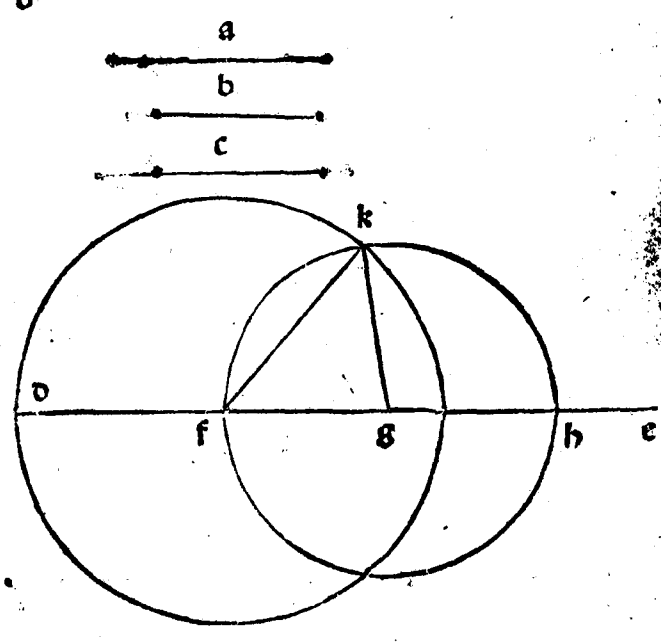
¶Sit vt in triangulo.a.b.c.ab extremitatibus lateris.b.c.concurrant due linee.b d.z.c.d.ad punctū.d.intra triangulum.a.b.c.dico q̄ ipse simul iuncte sūt breuiores duabus lineis.a.b.z.a.c.sil̄ iunctis z q̄ angulus.d.ē maior angulo.a.ꝓtrahāt̄ b.d.vsq; quo secet latus.a.c.in puncto.e.eruntq; per.20.b.a.z.a.e.simul iūcte maiores.b.e.ergo.b.a.z.a.c.sunt maiores.b.e.z.c.c. Ät vero.d.c.z.e.c. simil̄ iuncte ꝓ eandē sūt maiores.d.c.q̄re.b.e.z e.c.sunt maiores.b.d.z.d.c.z q̄.b.a.z a.c.sunt maiores.b.e.z.e.c.vt ꝓbatū ē prius erūt multo fortius maiores.b.d. et d.c.qō ē p̄mū ꝓpositum:Ät qm̄ angulus.b.d.c.est maior angulo.d.e.c. p.16. et angulus.d.e.c.ē maior angulo.e.a.b.ꝓ eandē:erit angulus.b.d.c.multo fortiꝰ maior angulo.b.a.c.qō ē scōz ꝓpositū.



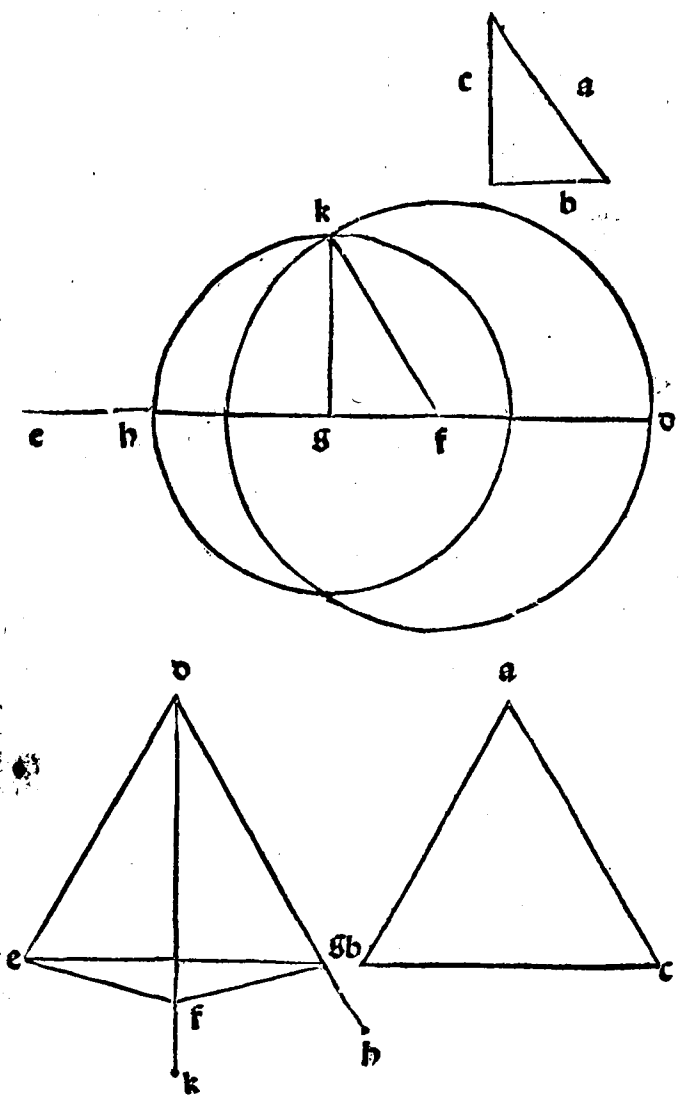
Propositio .22.

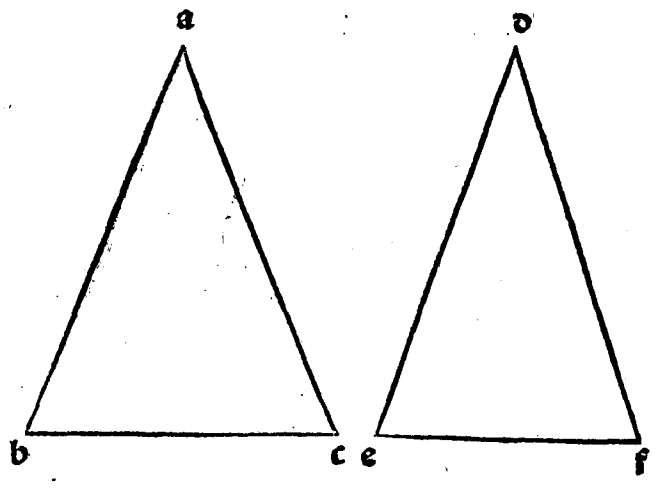
PRopositis tribus lineis rectis quarū due quelibet simul iuncte reliquas sint longiores de tribus alijs lineis sibi equalibus triangulum constituere.

¶Sint tres linee recte ꝓposite.a.b.c.z sint quelibet due sit iūcte longiores reliq̄.alit̄.n.ex illis tribus eq̄libus triangul⁹ non posset constitui p.20. cū ḡ ex illis tribus p̄dictis volo ꝓstituere triangulū:sūmo lineā rectam que sit.d.e.cui nō pono a pte.e.determiatū finē:ō q̄ sūmo p.3.d.f.equalē.a.z.f.g equalē.b.z.g.b.eq̄lem.c.fcōqz puncto.f.centro describo ꝟm quantitatē linee.f.d. circulū.d.k.itēqz facto.g.centro describo ꝟm q̄ptitatē linec.g.b.k.b.q̄ circuli iter/ secabunt se in duobus punctis quoꝝ vnū sit.k.alioquin sequeret̄ vnā dictaꝝ linearū esse equalē alijs duab⁹ iunctis aut maiorez eis:quod est p̄ium p̄ōni:duco ergo lineā.k.f.z.k.g.critqz triangulus.k.f.g.constitutus ex tribus lineis eq̄lib⁹ lineis a.b.c.datis:sūt enim.f.d.z.f.k.equales qm̄ sunt a centro ad circūferentiā quare f.k.ē equalis.a. Similit̄qz.g.b.z.g.k.sunt equales:quia exeunt a centro ad circū/ ferentiam:quare.g.k.est equalis c.z quia.g.f.sūpta fuit equalis.b.patet ꝓpositum manifeste.



Propositio .23.





Data recta linea sup terminū eius cuilibet angulo ꝓposito equum angulum designare.

Sit data linea.f.e.que ē in superiori figura: ⁊ sint linee.b.a.ꝓtinentes āgulū datū cui subtendā basim.c.sup pūctū.f.linee.e.f.iubeē facere eq̄lē angulū angulo dato ad lineā.c.f.adiūgo.f.d.eq̄lem linee.a ⁊ ex f.e.sūmo.f.g.eq̄lē.b.⁊ ex.g.e.sūmo.g.b.eq̄lē.c.⁊ sup puncta.f.⁊.g. describo duos circulos.d.k.⁊.k.b.ꝫm quantitatē duarū linearū.f.d.⁊.g.b.⁊ intersecātes se in pūcto.k.sicut docuit p̄cedēs:ductisq; lineis.k.f.⁊.k.g.erūt eq̄lia duo latera.k.f.⁊.f.g.trianguli.k.f.g.duobus laterib⁹.a.⁊.b.trianguli.a.b.c.⁊ basis.g.k eq̄lis basi.c.ergo p.8.angul⁹k.f.g.eq̄l' erit angulo ꝓtēto.ab.a.⁊ a.b.qō ē ꝓpositum.

Propositio 24.

Oniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vni⁹ duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eq̄lia: si fuerit angulo⁹ sub illis eq̄s laterib⁹ ꝓtētoꝝ alter altero maior basis quoq; eiusdē basi alterius maior erit.

Sint duo triāguli.a.b.c.⁊.d.e.f.sintq; duo latera.a.b.⁊.a.c. eq̄lia duob⁹ laterib⁹.d.e.⁊.d.f.⁊ vnūquodq; suo correlatio dextrū.s.dextro: sinistrū q; sinistro:sitq; angulus.a.maior angulo d.dato:dico q; basis.b.c.maior erit basi.e.f.faciā.n.iuxta doctrinā p̄cedentis.e.d.g.eq̄lē angulo.a.eritq; āgulus.e.d.f. ps ei⁹⁹ ⁊ ponā.d.g.eq̄lē.a.c.⁊ ꝓtrahā.e.g.q̄ aut trāsibit sup̄.e.f.vt secet lineā.d.f. aut sup.e.f.vt sit secū linea vna:aut infra. Transeat ergo p̄mo sup̄:⁊ q⁊.a.b.⁊.a.c latera triāguli.a.b.c.sē eq̄lia.e.d.⁊.d.g.laterib⁹ trianguli.e.d.g.⁊.angul⁹.a.angulo.d.totali:erit p.8.basis.b.c.eq̄lis basi.e.g. At vo q⁊.d.g.⁊.d.f.sūt eq̄les: nam vtraq; ē eq̄lis.a.c.erit p.5.angul⁹.d.f.g.eq̄lis angulo.d.g.f.q̄re d.f.g.maior erit f.g.e.ḡ.e.f.g.mīto forti⁹ maior ē eodē.f.g.e.ḡ p.is.lat⁹.e.g.mai⁹ē latere.e.f.q̄re ⁊.b.c.maior ē.e.f.qō ē ꝓpositū. Si vo.c.g.trāseat sup.e.f.⁊ sit secū linea vna tūc e.f.erit ps.e.g.p vltimā ḡ ꝓceptōem pz ꝓpositū. Si vo.e.g.trāseat infra.e.f. ꝓtrahant̄ due linee.d.f.⁊.d.g.q̄ sūt eq̄les vt ꝓbatū ē vsq; ad.k.⁊ ad.b. fiētq; p scōz ptē.qnte sub basi.f.g.anguli.k.f.g.⁊.f.g.b.eq̄les:q̄re angul⁹.e.f.g.maior erit angulo.f.g.e. ergo p.is.lat⁹.e.g.mai⁹ c̄ latere.e.f.q̄re.b.c.maior ē.c.f.qō ē ꝓpositū. Istud vltimū mēbrū possz ēt ꝓbari p. 21.p.ipsā.n.erunt ī dispositōe ttia due linee.d.g.⁊.e.g.maiores duabus lineis.d.f.⁊.f.e.⁊ q⁊.d.g. ē eq̄lis .d.f.ꝓpt̄ hoc q; ambe sūt eq̄les.a.c.erit.g.e.maior.e.f.q̄re ⁊.b.c.maior:qō ē ꝓpositū: meli⁹ tn est demonstrare priori mō vt in omni dispositōe arguat̄ per quintam.

Propositio 25.

Oniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vni⁹ duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eq̄lia: basis vo vni⁹ basi alteri⁹ fuerit maior:erit quoq; angul⁹ trianguli maioris illis eq̄s laterib⁹ contentus angulo alterius se respiciente maior.

Sint duo triāguli.a.b.c. d.e.f.sintq; duo lata.a.b.⁊.a.c.p̄mi eq̄lia duob⁹ laterib⁹.d.e.⁊.d.f.scōi vnūquodq; suo correlatio: sitq; basis.b.c.maior basi.e.f.dico q; āgul⁹.a.maior erit anglo.d.hec ē q;uersa p̄cedētis: Eq̄lis q̄dē non erit:sic.n.esset p.4.basis.b.c.eq̄lis basi.e.f.qō ē ꝫ ypothesym:sed nec minor quia sic esset.d.maior:⁊ ita p p̄cedētē basis.e.f.erit maior basi.b.c.qō ē ꝫriū ꝓpositiōi q̄re maior erit sicq; ꝓpositū astruit̄. Propō .26.

OMnium duoꝝ triangulorꝝ quorꝝ duo anguli vnius duobus angulis alterius ⁊ vterqꝫ ſe reſpicienti eq̄les fuerint latus quoqꝫ vni⁹ lateri alterius equale: fueritqꝫ latus illud inter duos angulos eq̄les aut vni eorꝝ oppoſitū: erūt quoqꝫ duo vni⁹ reliq̄ latera duob⁹ reliqs alteri⁹ trianguli laterib⁹ vnūquodqꝫ ſe reſpicienti equalia: angulusqꝫ reliquus vnius angulo reliquo alterius equalis.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c. d.e.f.ſitqꝫ angulus.b.eq̄lis angulo.e.⁊.angulus.c. equalis ãgulo.f. ſitqꝫ latus.b.c.eq̄le lateri.e.f. aut alterū duorꝝ laterū.a.b.⁊.a.c. equale alteri duorꝝ laterū.d.e.⁊.d.f.ita q̄.a.b.ſit eq̄le d.e.aut.a.c.d.f.dico q̄ reliqua duo latera vni⁹ erūt eq̄lia reliqs duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ ⁊ reliqu⁹ angul⁹ reliquo angulo eq̄lis:ãgul⁹ vꝫ.a.ãgulo.d.ponã ergo p̄mo vt lat⁹.b.c.ſup qđ iacent anguli b.c.ſit eq̄le lateri.e.f.ſup qđ iacent anguli.e.f.qui poſiti ſūt eq̄les angulis.b.c.tūc dico q̄ latus.a.b.eſt eq̄le lateri.d.e.⁊ latus.a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d Si.n.latus.a.b.non ſit equale lateri.d.e.alterū erit maius: ſit ergo mai⁹.d.e. qđ reſecabo ad equalitatē.a.b.ſitqꝫ.g.e.equale.a.b.⁊ p̄ducã lineã.g.f.eritqꝫ per.4. angulus.g.f.e.eq̄lis angulo.a.c.b.q̄re ⁊ angulo.d.f.e.ps toti quod ē ipoſſibile: erit ergo .d.e.eq̄le.a.b.ergo p.4.d.f.eq̄le.a.c.⁊ angulus.d.eq̄lis angulo.a.qđ eſt p̄mū mēbrū diuiſiōis p̄poſite: Sint rurſus vt p̄i⁹ duo anguli.b.⁊.c.eq̄les duobus angulis.e.⁊.f.ſitqꝫ latus.a.b.quod opponit̄ angulo.c.eq̄le lateri.d.c.qđ opponit̄ angulo.f.cui poſitus ē eq̄lis angulus.c.dico q̄ latus.b.c.erit eq̄le lateri.e.f ⁊ latus.a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d.Si.n.latus.e.f.nō fuerit equale lateri.b.c.erit alterū maius:ſit ergo.e.f.maius:ponat̄ itaqꝫ.e.g.eq̄le.b.c. ⁊ p̄ducã lineã.d.g.eritqꝫ p.4.angulus.d.g.c.equalis angulo.a.c.b.q̄re ⁊ angulo.d.f.e. extrinſec⁹ videlꝫ intrinſeco qđ ē ipoſſibile:p.16.erit ergo.e.f.eq̄le.b.c.ergo p.4.latus.d.f.equale lateri.a.c.⁊ angulus.d.totalis angulo.a.qđ ē ſcōm mēbr̄ diuiſionis p̄poſite:q̄re totū manifeſte pꝫ. **Propoſitio .27.**

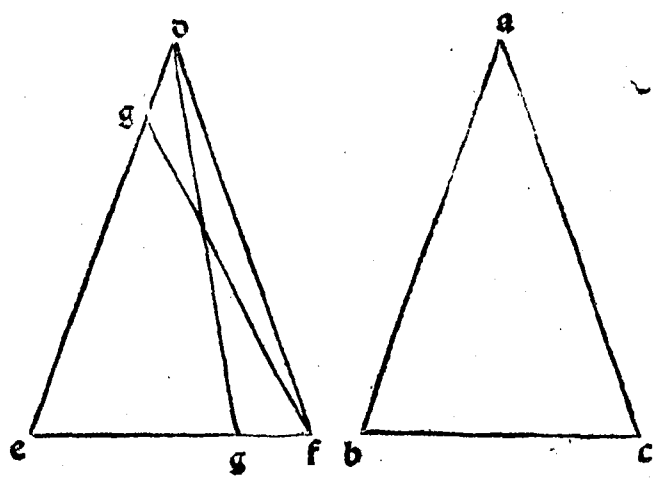
SI recta linea ſup̄ duas lineas rectas ceciderit duoſqꝫ angulos coalternos ſibiinuicē equales fecerit ille due linee erūt equidiſtantes.

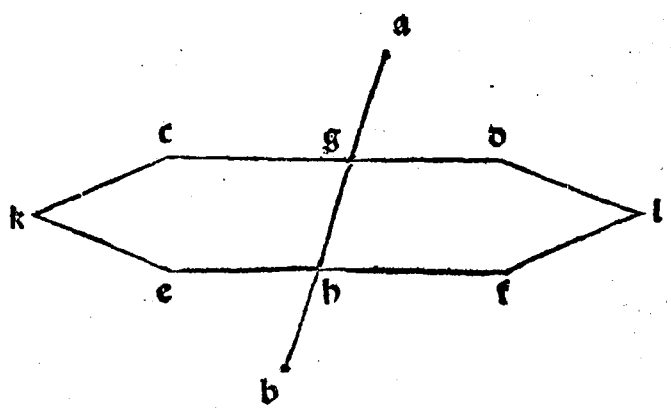
¶ Sit vt linea.a.b.cadat ſuper duas lineas.c.d.⁊.e.f.⁊ ſecet lineã c.d.in puncto.g.⁊ lineam.e.f.in puncto.b.ſitqꝫ angulus.d.g.b. eq̄lis angulo.e.b.g.dico q̄ linee.c.d.⁊.e.f.ſūt eq̄diſtātes.Si.n.nō p̄currant aut ad p̄tē.c.e.ſup̄ p̄ctū.k.aut a p̄te.d.f.ſup̄ p̄ctū.l.⁊ q̄lit̄cūqꝫ fuerit accidet ipoſſibile p.16.videlꝫ angulū extrinſecū cē eq̄lē intrinſeco:nã vn⁹ dictorꝝ angulorꝝ coaltnorū q̄ poſiti ſt̄ eq̄les erit extrinſec⁹ ⁊ reliquus intrinſec⁹:q⁊ igit̄ ipoſſibile ē eas p̄currē i alterutrā p̄tē p̄tractas ipſe p diffinitōem erūt eq̄diſtātes:quod eſt p̄poſitum.

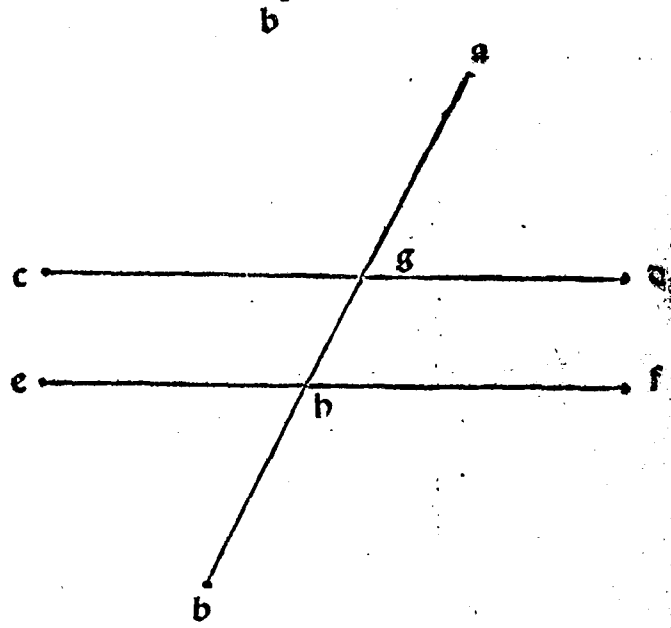
Propoſitio .28.

SI linea recta duabus lineis rectis ſupuenerit fueritqꝫ angulus eius intrinſecus angulo extrinſeco ſibi oppoſito equalis aut duo anguli intrinſeci ex vna parte duob⁹ angulis rectis eq̄les ille due linee equidiſtantes erunt.

¶ Sit vt linea.a.b.ſecet duas lineas.c.d.⁊.e.f.i p̄cto g.⁊.b.ſitqꝫ angulus.g.extrinſecus equalis angulo.b.intrinſeco ex eadem parte ſumpto :aut duo anguli g.⁊.b.intrinſeci ex eadeꝫ parte ſumpti ſint equales duobus angulis

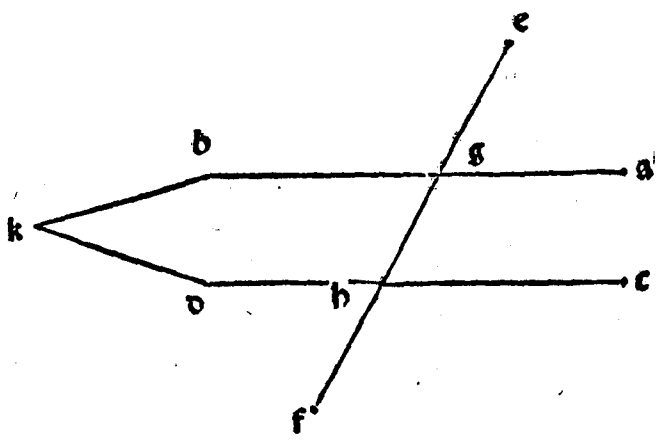






rectis:dico q̄ duē linee.c.d.ꝛ.e.f.ſunt equidiſtantes.Sit ergo p̄mo angul⁹.d.g.a equalis angulo.f.b.g.eritq; per.15.angulus.c.g.b.equalis eidem angulo.f.b.g. q̄re p̄ p̄miſſam. d.ꝛ.e.f.ſunt equidiſtantes. Sint rurſus duo anguli.d.g.b.ꝛ.f.b g.equales duobus rectis:ꝛ qꝛ p.13.duo anguli.d.g.b.ꝛ.c.g.b.ſūt ſiʒ eq̄les duo/ bus rectis erit angulus.c.g.b.eq̄lis angulo.f.b.g.q̄re p̄ p̄miſſā.c.d.ꝛ.e.f.erūt eq̄ diſtantes:quod eſt ꝓpoſitū.

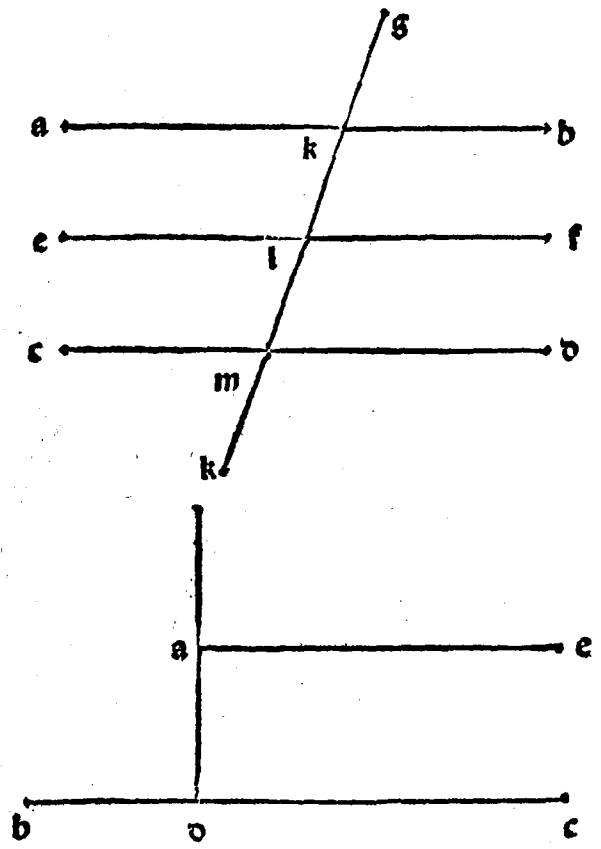
Propoſitio 29.



Si duabus lineis equidiſtantib⁹ linea ſupuenerit duo an/ guli coalterni equales erūt:anguluſq; extriſecus angulo intriſeco ſibi oppoſito eq̄lis. Itēq; duo anguli intriſe ci ex alterutra p̄te conſtituti duob⁹ rectis angul⁹ equales.

¶Sint due linee.a.b.ꝛ.c.d.equidiſtantes ſuper quas cadat linea.e f.ſecans eas in punctis.g.ꝛ.h.dico q̄ anguli.g.ꝛ.h.coalterni ſūt eq̄les:ꝛ q̄ angu lus.g.extrinſecus eſt equalis angulo.h.intrinſeco ſibi oppoſito ex eadem p̄te ſū/ pto:ꝛ q̄ anguli.g.ꝛ.h.intrinſeci ex eadem p̄te ſūpti ſunt eq̄les duob⁹ rectis: ꝛ hec eſt ꝙuerſa duarū p̄cedentiū. Primū ſic pz:Si.enī āgul⁹.b.g.h.nō ē eq̄lis angulo. c.h.g.alter eoꝝ erit maiꝛ.ſit ḡ maiꝛ āgul⁹.c.h.g.ꝛ qꝛ duo āguli.c.h.g.ꝛ.g.h.d ſunt equales duobus rectis ergo p.13.erunt duo anguli.b.g.h.ꝛ.d.h.g.minoꝛes duobus rectis ergo per quartā petitionem due linee.a.b.ꝛ.c.d. ſi p̄trahant᷑ ꝓcurrēt in p̄te.b.ꝛ.d.ad punctum aliquē vt ad.k.non ergo ſūt eq̄diſtantes p̄ diffi nitionem qō ē ꝺ ypotheſim:ꝛ qꝛ hoc eſt impoſſibile.erūt igit᷑ duo anguli coalterni b.g.h.ꝛ.c.h.g.eq̄les quod eſt p̄mū ꝓpoſitū. Ex hoc pz ſecūdū:ē.n.p.15.angulus b.g.h.equalis angulo.a.g.e.ergo angulus.a.g.e.erit eq̄lis angulo.c.h.g.extrin/ ſecus vz intrinſeco: quod ē ſcōz ꝓpoſitū.Ex hoc rurſus pz tertiū:Sūt.n.p.13.duo anguli.a.g.e.ꝛ.a.g.h.eq̄les duobus rectis.ergo duo anguli a.g.h.ꝛ.c.h.g.erunt etiā eq̄les duobus rectis q̄ ſunt duo intrinſeci ex eadem p̄te ſūpti:qō ē tertiū ꝓpo ſitum.

Propoſitio .30.



Si fuerint due linee vni equidiſtantes eedem ſibiinuicē e/ quidiſtantes erunt.

¶Sint due linee.a.b.ꝛ.c.d.quarū vtraq; eq̄diſtet linee.e f.dico il/ las duas videlz.a.b.ꝛ.c.d.eſſe equidiſtantes.hoc aūt eſt vniuerſali ter vez ſiue duc linee.a.b.ꝛ.c.d.ſint in vna ſuꝑficie cū linea.e.f.ſiue non:hic tñ non intelligit᷑ niſi ꝺm q̄ oēs ſunt in ſuperficie vna:ſcōm.n.q̄ ſūt in di uerſis ſuperficieb⁹ ꝓbat᷑ ī nona.libri.il.q̄ ſunt equidiſtātes.Sint ergo oēs i ſuꝑ/ ficie vna:ꝓtrahā aūt lineā.g.h.ſecātem lineas a.b.ꝛ:c.d.in punctis.k.l.m. ꝛ qa a.b.equidiſtat.e.f.erit angulus.b.k.l.equalis angulo.e.l.k.per p̄mā p̄tem p̄cedē tis cum illi ſint coalterni:atq;.c.d.equidiſtat.e.f.erit angulus.k.l.e.extrinſec⁹ eq̄/ lis angulo.l.m.c.intrinſeco p̄ ſcōam p̄tem p̄cedentis ergo angulus.b.k.l.eſt equa lis angulo.c.m.l.qui cū ſint coalterni erūt p.27.linee.a.b.ꝛ.c.d.equidiſtātes: qō eſt ꝓpoſitum.

Propoſitio .31.

Puncto extra lineam dato linee propoſite equidiſtantē ducere.

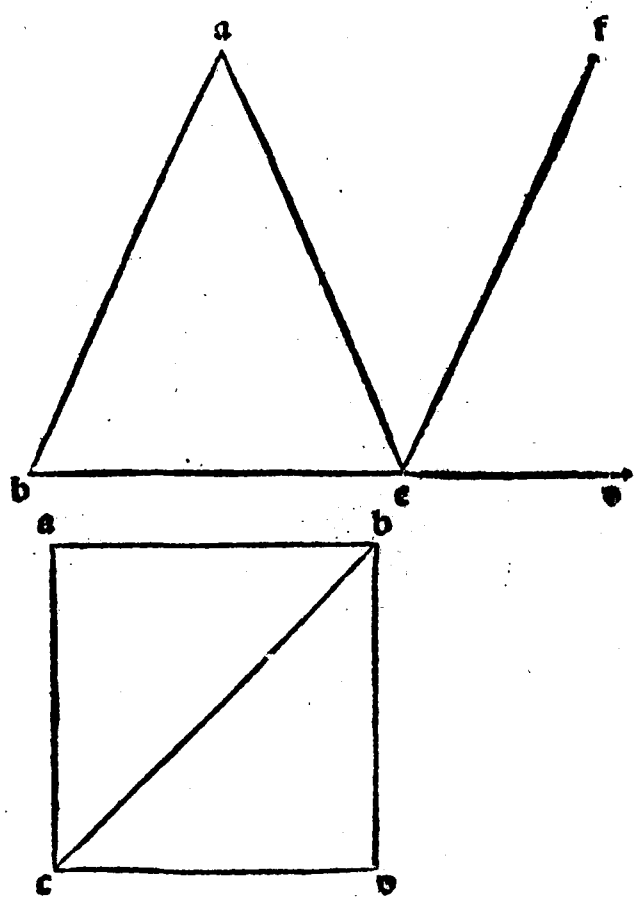
¶Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtrinq; pro/ trahatur per ipſū nō tranſit.Sit ergo punctus.a.datus extra lineā b.c.a quo oportet protrahere ꝓlineam. equidiſtantem.b.c.protra/ ho lineam.a.d.qualitercunq; contingat et ſuper punctum .a. qui eſt extremitas

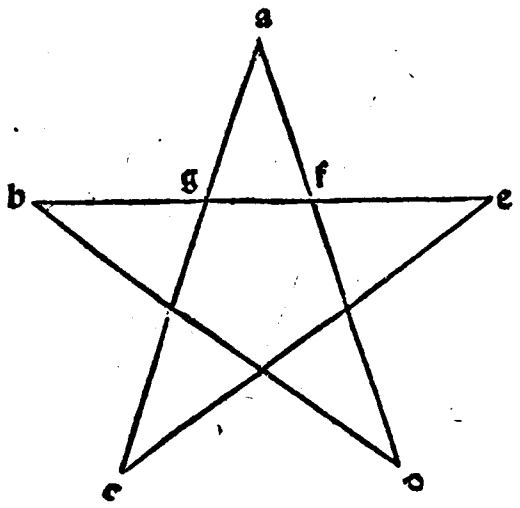
linee.a.d.constituo angulū.e.a.d.p doctrinā.23.equalem angulo.b.d.a.sibi coal terno:critq3.a.c.equidistās.b.c.p.27.quod est ꝓpositum.

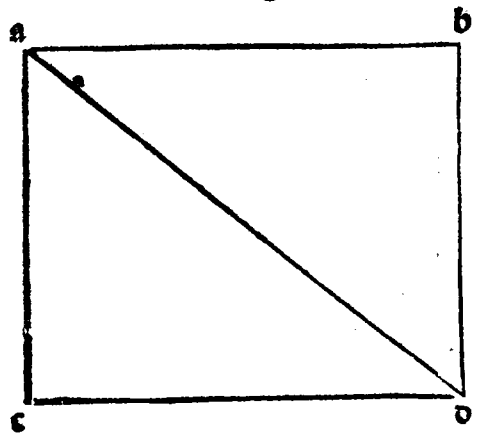
Propositio .32.

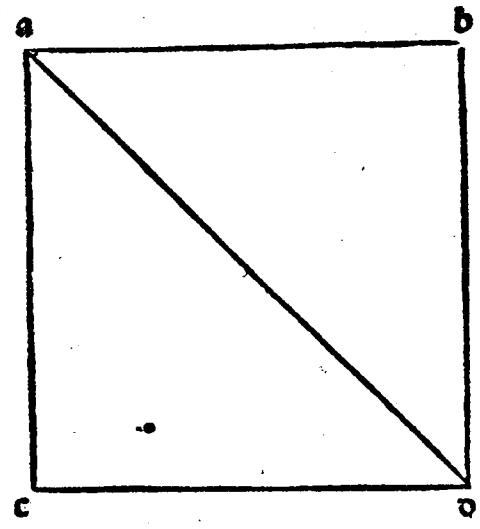
OMnis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autē tres angulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

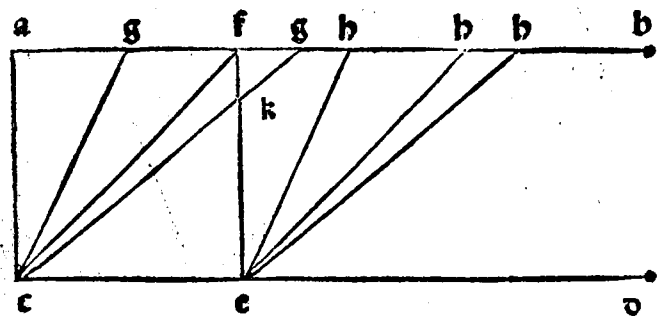
CSit triangulus a.b.c.cuius lat9 b.c. ꝓtrahaī vsq3 ad.d.dico ꝙ angulus.c.extrinsecus ē eq̄lis duob9 angulis.a.7.b.intrinsecis sibi oppositis sil' iūctis: 7 ꝙ tres anguli trianguli.a.b.c.sil' iuncti sūt eq̄les duob9 rectis. A puncto.c.ꝓtrabam.c.f.eq̄distantē.a.b.ꝟm doctrinā p̄cedētis: eritq3 angul9.f.c.a.cq̄lis angulo.a.q2 sūt coalterni p p̄mā ptē.29.7 angulus.f.c.d.extrinsec9 eq̄lis angulo.b.intrinseco p scōam ptem eiusdē: q̄re tot9.a.c.d.extrinsec9 ē equal' duob9 angulis.a.7.b.intrinsecis sibi oppositis: qō ē p̄mū .7 q2 duo anguli.a.c.b.7.a.c.d.sūt cq̄les duob9 rectis p.13.erūt tres anguli.a.b.7.c.intriseci eq̄les duob9 rectis: qō ē scōm ꝓpositū. CEx hac aūt p3 ꝙ ois figure poligonie oēs anguli sil' sumpti tot rectis angulis sūt eq̄les quot9 ē nūer9 quo a p̄ma destiterit duplicat9: vbi gr̄a Poligoniarū figurarū ć triangula p̄ma: q2 si ess3 duaꝝ lineaꝝ: cū figura sit clausio linearū: tunc due linee recte includerent superficiē qō ē ipossibile p vltimā petitionē Quadrilatera scōa: penthagona 3a. sil'r aūt q̄libet tota erit ī ordie quotus erit numer9 laterū aut angulorꝝ ei9 inde dempto binario. Dico ꝫ ꝙ triāgule q̄ ē p̄ma oēs anguli sūt cq̄les duob9 rectis. Quadrilaterc q̄ ē scōa erūt cq̄lis q̄tuor rectis 7 penthagone q̄ ć ttia erūt eq̄les sex rectis. Hoc aūt inde manifestū ē qm̄ cū q̄libet talis figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulorꝝ eius ad oēs angulos oppositos: sintq3 oēs anguli ois trianguli duobus rectis eq̄les erūt oēs laterate figure oēs āguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a p̄ma: quod ē ꝓpositū: Sit.n.exēpli gr̄a: Penthagon9.a.b.c.d.e.a cuius angulo.a.ducā lineas ad angulos.c.d.sibi oppositos: eritq3 tot9 penthagon9 resolutus in triangulos.a.b.c.a.c.d.7.a.d.e.quorꝝ cū cuiuslibet sint anguli eq̄les duob9 rectis erūt penthagoni anguli eq̄les sex rectis: qō ē duplū ei9 nūeri quo a p̄/ma distat siue duplum numeri angulorum aut laterum ei9 inde dempto binario. CPossum9 quoq3 7 sic idē ꝓponē dicentes ꝙ ois figure poligonie oēs anguli pariter accepti sūt tot rectis angulis eq̄les q̄tus est numer9 quē ei9 anguli duplicant inde dēptis q̄tuor. pūcto.n.quolibet intra figurā signato 7 ab eo ad singulos āgulos lineis ꝓtractis erit ipsa figura in tot angulos resoluta quāti fuerit ei9 anguli: iō q3 oēs anguli oīum illorꝝ triangulorꝝ piter accepti tot rectis angulis erūt eq̄les quātus ć numer9 quē duplicāt anguli ꝓpositę figure: cū itaq3 sint oēs anguli triangulorꝝ in quos ipsa resoluta ē pūctuz mediū circūstātes q̄tuor rectis equales p.13. manifestū constat ꝓpositū. CSimilit quoq3 p3 ꝙ ois figure poligonie anguli oēs extrinseci q̄tuor rectis angulis sūt eq̄les: sūt enī itrinseci 7 extrisei 7 bis tot rectis cq̄les quot būerint angulos per.13. Intrinseci āt sūt bis tot rectis eq̄les quot būerit āgl'os demptis inde q̄tuor: ꝫ extrinseci sunt q̄tuor rectis equales: qō ē ꝓpositū. Exempli gratia: ꝓpositi penthagoni latera ꝓtrahantur vt fiant anguli extrinseci a.b.quidē ꝓtrahaī vsq3 ad.f. b.c.vsq3 ad.g.c.d.vsq3 ad.b. d.e. vsq3 ad.k.e.a. vsq3 ad.l.eruntq3 per.13. duo anguli.a. intrinsecus 7.a. extrinsecus equales duobus rectis: eadem autem ratione duo anguli.b.intrinsecus.7.b.extrinsecus: sic et











ceteri q̃re.a.b.c.d.e.anguli intrinseci ⁊ extrinseci decẽ rectis.demptis igit̃ intrinsecis q̃ sũt eq̃les sex rectis erũt extrinseci.vidz.b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.b.⁊.a.e.k.eq̃les q̃tuor rectis. ¶ Patet ẽt ꝙ oĩs pentagoni cui⁹vnũquodq; lat⁹ duo secat ex rcliqs bz.5.angulos duob⁹ rectis eq̃les.sit q̃lis ꝓponit̃ pentagon⁹.a.b.c.d.e.⁊ secet latus.a.c.latus.b.e.i pũcto.g.⁊ lat⁹.a.d.idẽ latus.b.e.i pũcto.f.eritq; angul⁹.a.f g.eq̃lis duob⁹ angul̃.b.⁊.d.cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo.f.d.b. Itẽq; angul⁹.f.g.a.erit equalis duob⁹ angul̃.c.⁊.e.cũ sit extrinsec⁹ ad ipsos in triãgulo g.c.e.sed duo anguli.a.f.g.⁊.f.g.a.cũ angulo a sunt equales duob⁹ rectis ergo q̃tuor anguli.b.d.⁊.c.e.sũt cũ angulo.a.eq̃les duob⁹ rectis:qd̃ ẽ ꝓpositũ.

Propositio .33.

Si in sũmitatib⁹ duarũ linearũ eq̃distãtiũ ⁊ eq̃lis q̃ntitatis alie due linee ꝓiũgant̃ ipse quoq; eq̃les ⁊ eq̃distãtes erũt. ¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.eq̃les ⁊ eq̃distãtes q̃rũ extremitates cõiungã ꝓ lineas.a.c.⁊.b.d.quas dico esse eq̃les ⁊ cq̃distantes.ptrabam.n.lineã.a.d.⁊ q⁊ linee.a.b.⁊.c.d.sunt equidistãtes erit angul⁹ b.a.d.eq̃lis angulo.a.d.c.ꝓ p̃mã ptẽ.29.ergo erũt duo latera.a.b.⁊.a.d.trianguli.a.b.d.eq̃lia duob⁹ laterib⁹ d.c.⁊.d.a.trianguli.d.c.a.⁊ angulus a.p̃mi eq̃lis angulo.d.secũdi.ergo ꝓ .4.basis.b.d.p̃mi ẽ equalis basi a.c.secũdi.⁊ angul⁹.a.d.b. primi equalis angulo.d.a.c.secũdi.At quia ipsi sunt coalterni erunt linee.b.d.⁊ a.c.equidistantes ꝓ.27.⁊ quia pri⁹ ꝓbatũ est ipas esse eq̃les: pz ꝓpositũ vtrũq;.

Propositio .34.

Omnis supficies equidistantibus ꝓtenta laterib⁹ lineas atq; angulos ex aduerso collocatos habet eq̃les diametro ⁊ dividente eam ꝓ medium: ¶ Sit supficies.a.b.c.d.equidistãtiũ laterũ:ita ꝙ linea.a.b.equidistet.c.d.⁊.a.c.b.d.dico duas lineas.a.b.⁊.c.d.itẽ duas lineas.a.c ⁊.b.d.esse equales.Sit̃ ⁊ dico angulũ.a.esse eq̃lem angulo.d.⁊ angulũ.b. angulo c.protrabam diametrũ.a.d.que etiã dividet supficiem illã ꝓ mediũ.cũ.a.b.⁊.c.d.sint equidistantes:erũt anguli.b.a.d.⁊.c.d.a.qui sunt coaltĩni eq̃les per.29.Ãt quia etiã.a.c.⁊.d.b.sũt equidistantes:erũt anguli.c.a.d.⁊.b.d.a.qui sunt coaltĩni equales ꝓ eandẽ. Intelligo.n.duos triangulos.a.d.b.⁊.d.a.c. ⁊ quia duo anguli a.⁊.d.trianguli.a.d.b.sunt equales duobus angulis.d.⁊.a.trianguli.d.a.c. ⁊ latus.a.d.sup quod iacẽt illi anguli i vtroq; triãgulo ẽ cõe: erit ꝓ.26.lat⁹.a.b.eq̃le lateri.c.d.⁊ latus.a.c.lateri.b.d.⁊.angulus.b.angulo.c.⁊ quia angulũ.a. totalẽ pz esse equalẽ angulo.d.totali ꝓ secũdã cõceptõez totũ ꝓpositũ cũ corrcla° liquet.

Propositio .35.

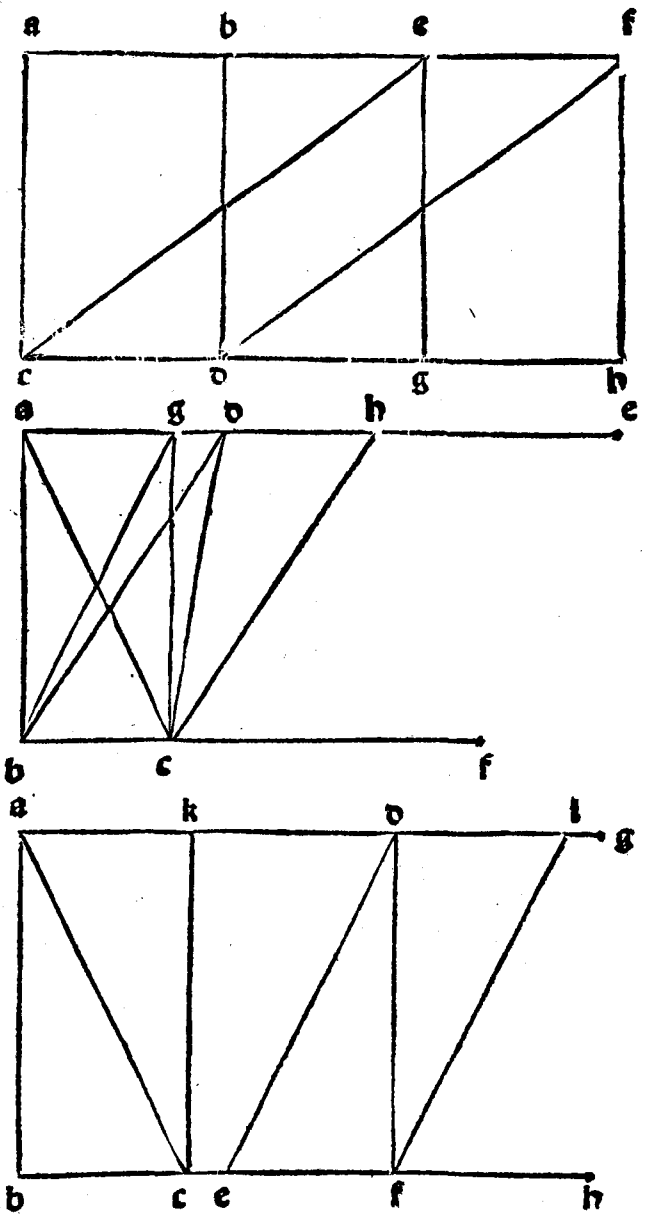
Omnes supficies equidistantiũ laterũ sup vnã basim atq; eisdem alternis lineis constitute equales esse ꝓbantur. ¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes inter quas fiat.a.c.f.e.supficies eq̃distãtiũ laterũ sup basim.c.e.⁊ sup eandẽ basim ⁊ inter easdẽ lineas fiat alia supficies.g.c.b.e.similit̃ eq̃distantiũ latez̃ dico duas p̃dcãs supficies eẽ eq̃les quod sic ꝓbat̃.aut.n.linea.c.g.secabit lineam.a.b in aliquo puncto linee.a.f.aut in puncto.f.aut ĩ aliquo puncto linee.b.f.secet ergo p̃mo in aliquo pũcto linee.a.f.vt in p̃ma figuratiõe apparet.⁊ q⁊ vtraq; duaz̃ linearũ.a.f.⁊.g.b.est equalis linee .c.e. per p̃cedentẽ vna carũ erit equalis alteri

dempta ergo linea.f.g.cõmuni remanebit.a.g.equalis.f.b.qz p ꝓcedentẽ iterũ ẽ a.c.equalis.f.e.z angulus.b.f.e.angulo.g.a.c.per ſcõam ptẽ.29.videlicet extrin ſecus intrinſeco erit p.4.triangulus.a.c.g.equalis triangulo.f.e.b. ergo irregula ri figura quadrilatera que eſt.g.c.f.e.addita vtriqz erit ſupficies.a.c.f.e.equaꝫ ſu perficiei.g.c.b.c.quod eſt ꝓpoſitum.Secet ergo mõ linea.c.g.lineã.a.b.in pun cto.f.vt in ſecũda figuratione apparet.erũtqz ſiꝫi argumentatione priori duo tri anguli.a.c.f.z.f.c.b.equales quare vtrobiqz addito triangulo.f.c.e. patet ꝓpoſi tum. Secet tertio mõ linea.c.g. lineam.a.b.inter duo puncta.f.b.vt in tertia fi gu ratione apparet:ſecabitqz lineam.f.e.ſic vt in puncto.k.z quia ſimili argumẽ tatione priori linea.a.f.ẽ equalis linee.g.b.facta cõmuni linea.g.f.erit a.g.equaꝫ f.b.z triangulus.a.g.c.equalis triangulo..f.e.b.addito ergo vtriqz triangulo.c. k.e.z detracto ab vtroqz triangulo.f.k.g.erit ſuperficies.a.c.f.e.equaꝫ ſuperficiei g.c.b.e.quod eſt ꝓpoſitum.

Propoſitio .36

OMnia palellograma in baſibus equalibus atqz in eiſdez lineis conſtituta equalia eſſe neceſſe eſt.

¶Paralellogramũ dicit ſupficies eq̃diſtantiũ laterũ.Sint due ſup ficies.a.b.c.d.z e.f.g.h.equidiſtantiũ laterũ conſtitute inter duas lineas equidiſtantes que ſunt:a.f.z.c.h.z ſuper equales baſes que ſunt.c.d.z.g.h.dico eas eẽ equales.nam protrabã duas lineas.c.e.z .d.f. eritqz per.zz.ſuperficies.c.d.e.f.equidiſtantium laterum ꝓpter hoc qꝺ.e.f.eſt equalis z equidiſtans. c.d.nam vtraqz earũ eſt equalis.g.h.quia ergo per p̃miſſaz vtraqz duarũ ſuperficierũ.a.b.c.d.z.e.f.g.h.eſt equalis ſuperficiei.c.d.e.f.ipſe erũt ſibi inuicem equales:quod eſt ꝓpoſitum.



Propoſitio .37.

EQuales ſunt ſibi cuncti trianguli qui ſup eãdẽ baſim atqz inter duas lineas equidiſtantes ſunt conſtituti.

¶Sint duo trianguli.a.b.c.z.d.b.c.ꝓſtituti ſuper baſim.b.c.inter duas lineas.a.e.z.b.f.que ſint equidiſtãtes:dico eas eſſe equales. ꝓtrabam enĩ.c.g.equidiſtantẽ.a.b.z.c.b.equidiſtantẽ.d.b.per.zi. erũtqz due ſuperficies.a.b.c.g.z.d.b.c.b.equales per.35.z quia dicti trianguli ſunt earũ dimidia p corelariũ.34.ipſe erũt eq̃les per cõez ſciam queeſt quoz tota ſũt eq̃lia z dimidia:ſicqz pz ꝓpoſitũ.

Propoſitio .38.

SI duo trianguli ſuper baſes equales atqz inter duas lineas equidiſtantes ceciderint equales eos eſſe neceſſe eſt.

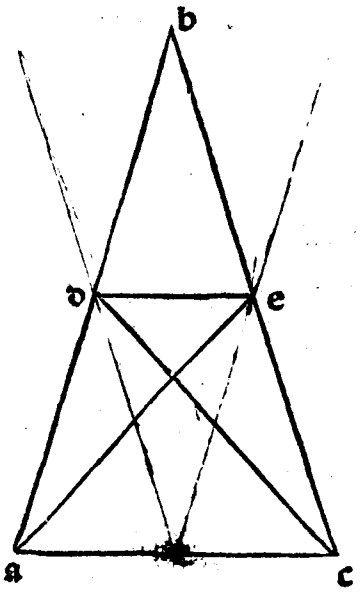
¶Sint duo triãguli.a.b.c.z.d.e.f.ꝓſtituti ſup baſeſ.b.c.z.c.f.eq̃leſ z inẽ lineas.a.g.z.b.h.eq̃diſtãtes:dico eos eſſe eq̃les. ꝓtrabã enĩ. c.k.eq̃diſtantẽ.a.b.z.f.l. eq̃diſtantẽ.e.d. erũtqz due ſupficies.a.b. c.k.z.d.e.f.l.eq̃les p.36.z qz dicti triãguli ſũt eaz dimidia p cõrelariũ.34.ipi erũt eq̃les p antedictã cõmunẽ ſcientiam.

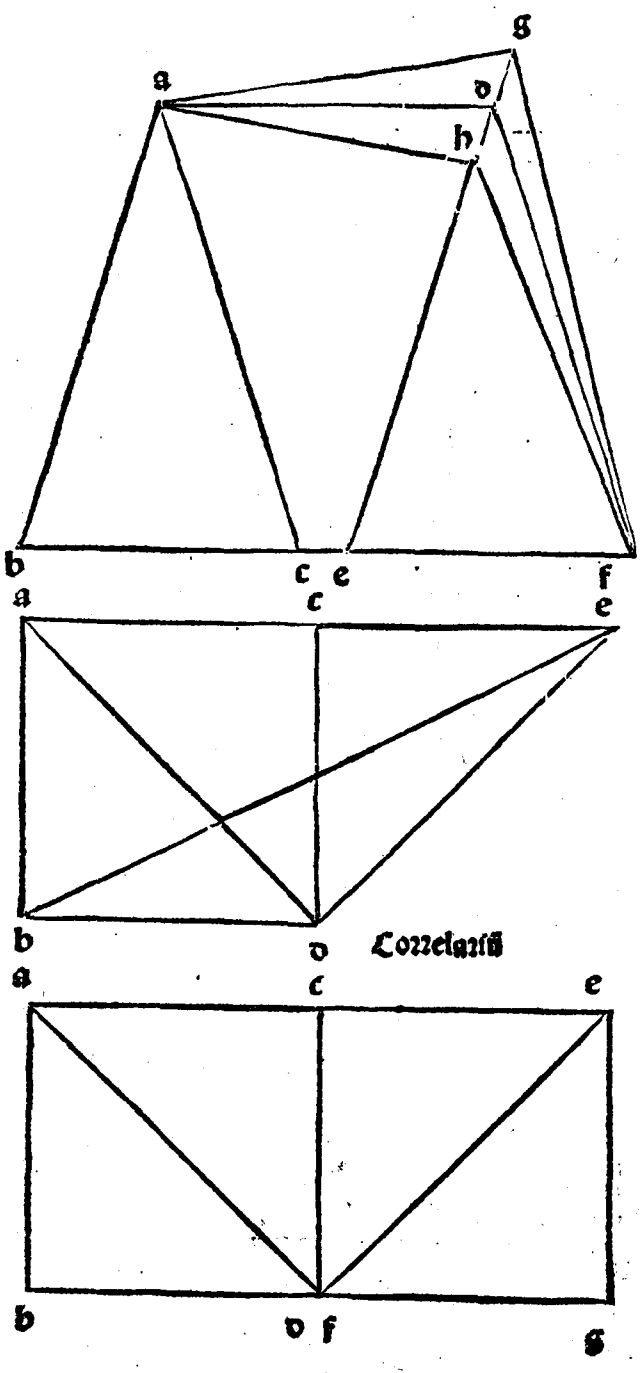
Propoſitio .39.

OMnes duo triãguli eq̃les ſi in eandẽ baſim z ex eadẽ pte ceciderint:inter duas lineas equidiſtantes erunt:

¶Sint duo ſanguli.a.b.c.z.d.b.c.ꝓſtituti ſup baſi.b.c.ex vna ea demqz pte:ſintqz equales:dico eaſ eẽ inẽ lineas equidiſtantes:z hec eſt converſa.37.a puncto.a.ꝓtraham lineam equidiſtantez linee.b c.que ſi pertranſierit per punctuz.d.liquet propoſitum.Si autem pertranſierit ſu pra aut infra: tranſeat primo ſupra z ſit .a.e. producamqz .b.d.vſquequo ſecet

Corrolarium





lineā .a.e.in pūcto .ē. z ptrabam lineaz.e.c.z quia triangulus c.b.c.est equalis triangulo a.b.c.p.37.z triangulus.d.b.c. positus ē equalis triangulo a.b.c.erit triangulus.d.b.c.equalis triangulo e.b.c.pars toti quod est impossibile. Nō igit pertransibit linea que a puncto a ducitur eque distanter.b.c.supra.d.transeat.ergo infra.z sit.a.f. secans lineam d.b.in puncto.f.protrabam ergo lineam.f.c.z quia per.37.triangulus.f.b.c. est equalis triangulo.a.b.c. ipse etiam erit equalis triangulo.d.b.c.pars toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto a. equidistanter .b.c. non transit nisi per punctum .d. patet propositum. ¶ Ex hac autem z premissa nota qꝫ si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera ꝙ equa secet vl' secuerit ipsa erit ttio equidistans quod sic probatur. Sit triangulus a.b.c.cuius duo latera que sunt a.b.z.b.c.secet lineam.d.e.per equalia.a.b.qō i puncto.d. z.b.c.in puncto.e.dico qꝫ linea.d.e.est equidistans .a.c. protrabam enī in quadrilatero.a.c.e.d.diametros.a.e.z.d.c.eritqꝫ per.38.triāgulus.a.e.d. equalis triangulo.d.e.b.propter id qꝫ linea.a.d.posita est equalis linee.d.b. Itez qꝫ per eandem triangulus.c.e.d. erit equalis eidem triangulo.d.e.b.propter id qꝫ linea .c.e.posita est equalis linee.e.b.quia triangulus.a.e.d.est equalis triangulo. c.e.d.quia ergo ipsi sunt ꝓstituti sup eandē basim videlicet lineā.e.d. z ex eadem parte ipsi erunt per hanc.39.inter lineas eque distantes ergo linea.d.e.est equidistans linee.a.c.quod quidem propositum ad quintam quarti tibi valebit.

Si duo trianguli equales super equales bases vnius eiusdemqꝫ linee ex eadeꝫ parte fuerint constituti eos inter duas lineas eque distantes necesse ē contineri.

¶Sint duo trianguli.a.b:c. d.e.f .equales constituti super duas bases que sunt.b.c.z.e.f.z ex eadem parte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. z hec est conuersa.38. z probatur per ipsam sicut precedēs per.37.a puncto.a.ducatur linea equidistans linee.b.f.que si transierit per punctum.d.patet propositum.sin autem pertransierit supra vt.a.g. z producatur.e.d.vsqꝫ ad ipsum que sit .e.g.z ducatur linea.g.f.eritqꝫ per.38.triangulus.a.b.c. equalis triangulo.g.e.f.quare z triangul⁹.d.e.f. erit equalis triangulo.g.e.f.ps toti quod est impossibile. Non ergo transibit supra: transeat ergo infra.z secet lineam .d.e.in puncto.b.z ducatur linea.f.b.eritqꝫ per .38.triangulus.b.e.f. eq̄lis triangulo.a.b. c.quare z triangulo.d.e.f: pars toti qnod est impossibile. quia ergo non transibit nisi per punctum.d.patet ꝓpositum.

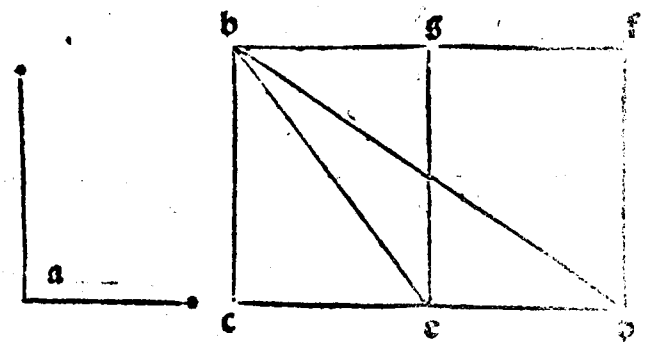
Si ꝑallellogramū triangulusqꝫ in eadem basi atqꝫ i eisdem alternis lineis fuerint ꝓstituta ꝑallellogramū triāgulo duplum esse ꝓueniet.

¶Sit ꝑallellogramū.a.b. c.d.z triāgul⁹.e.b.d.sup basim b.d.z.iiii lineas a.e.z.b.d.q̄ sint eque distantes: dico ꝑallellogranū duplū esse triangulo ꝓtrabā in ꝑallelograno diametrum.a.d.eritqꝫ triangulus.a.b.d.dimidiū ꝑallelogrami ꝙ corre⁹.34.z quia triangulus e.b.d.est eq̄lis triangulo .a.b.d. ꝙ.37.ꝑz triangulū.e.b.d.eē dimidiū ꝑallelogrami.a.b.c.d.qō ē ꝓpositū. Similit quoqꝫ pōt ꝓbari qꝫ si ꝑallellogramū triangulusqꝫ in equalib⁹ basib⁹ atqꝫ inter lineas eq̄ distātes fuerit ꝓstituta ꝑallellogramū duplū erit triāgulo: qō iō nō posuit euclides: qz leuit ꝑz ex hac ꝓcedēte corrolariū. z .38. diuiso ꝑallelogramo ꝙ diametrū in duos triangulos. vel sup basim ꝑallelogrami int' easdē lineas eq̄ distantes

triangulo cõstituto ad quẽ duplũ erit paralellogramũ per hanc precedentẽ ꝛ ipse equalis alteri triangulo per.38. **Propositio .42.**

Quidistantium laterum superficiẽ designare cuius angulus sit angulo assignato equalis.ipsa vero superficies triangulo assignatõ equalis.

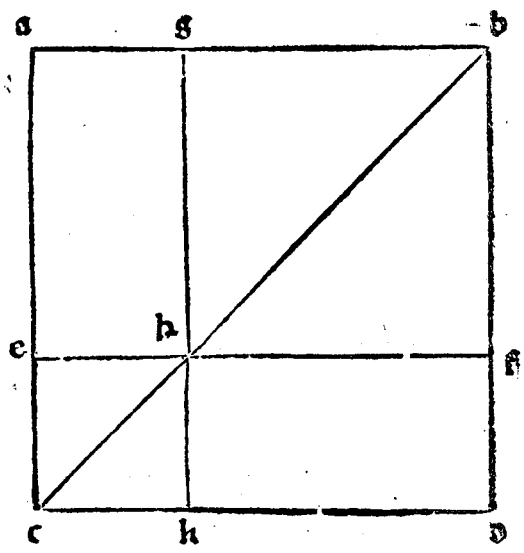
¶Sit assignatus angulus.a.ꝛ assignatus triangul⁹.b.c.d.volo describere supficiẽ equidistantium laterũ equalem triangulo .b.c.d.cuius vterqꝫ duoꝝ angulorum contra se positoꝝ sit equalis.a.diuido basim.c.d.per dimidiũ in puncto.e.ꝛ protrabo lineã.b.e.ꝛ a puncto.b.duco.b.f. equidistantem c.d.eritqꝫ per.38.triangulus.b.e.d.equalis triangulo.b.e.c.quare triangulus.b.e.d.est dimidiũ totalis trianguli.b.c.d.igit̃ super punctũ.e.linee.d.c.constituo angulum.d.e.g.equalem angulo.a.ꝛ perficio paralellogramũ.g. e.d.f. quod etiã qꝛ per precedentẽ ẽ duplũ ad triangulũ.b.c.d.erit etiã equale triangulo.b.c. d.ꝓ hãc cõem scienciam:quoꝝ dimidia sunt equalia ipsa quoqꝫ sunt equalia . est cni triangulus.b.e.d.vtriusqꝫ dimidiũ quare descripsimus palellogramũ. g.e .d.f. equale triangulo.b.c.d.cuius vterqꝫ duoꝝ anguloꝝ.g.e.d.ꝛ.d.f.g.cõtrase positorum est eq̃lis angulo.a.quod fuit propositum.



Propositio .43.

Omnis paralellogrami spacij eorum que circa diametrũ sunt palellogramoꝝ supplementa equa sibi invicẽ esse necesse est.

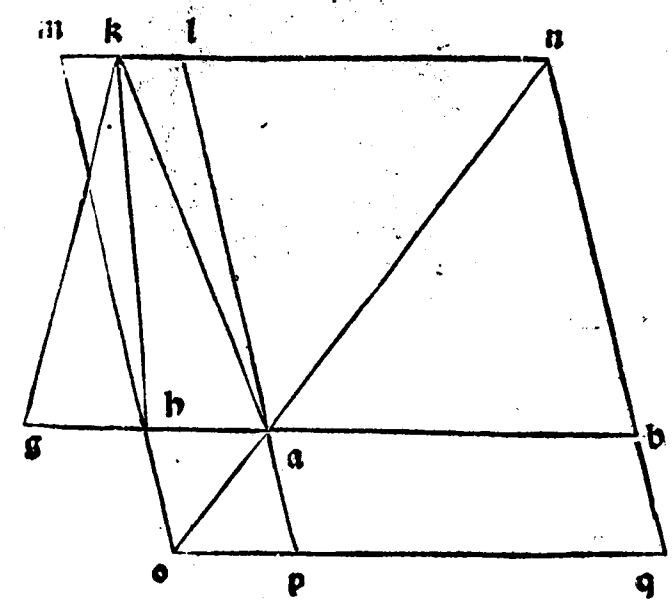
¶Sit paralellogramũ.a.b.c.d.in quo protrabam diametrum.b.c. ꝛ protrabam.e.f.equidistantẽ vterqꝫ duoꝝ lateꝝ.a.b.ꝛ.c.d.que secet diametrum in puncto.k.a quo ducã.k.g.equidistanꝛest vtriqꝫ duoꝝ laterũ.a.c.ꝛ.b.d.ꝛ producã eam quousqꝫ secet vtrũqꝫ lat⁹.a.b ꝛ.c.d.sitqꝫ tota.g.k.b .eritqꝫ totum palellogramũ.a.b.c.d.diuisum in quatuoꝛ palellograma quoꝝ duo scꝫ.e.c.k.b.ꝛ.g .k.b.f. dicunt̃ consistere circa .c.b.qꝫ diametrum transit per medium eorum et ideo suntcirca diametrum :reliqua duo scilicet .a.e.g.k.ꝛ.k.b.f.d.dicũt̃ supplemẽta hec duo supplementa dicunt̃ eẽ equalia.sunt enĩ duo triangulꝫ.a.b.c.ꝛ.c.d.b.equales ꝑ correl̃.34.silr quoqꝫ duo triangulꝫ.g.k.b.ꝛ.f.k.b.sũt equales per idẽ correl̃.34.At duo triangulꝫ.c.e.k.ꝛ.k.b.c.silr equales ꝑ idẽ corrclariuꝫ demptis igitur duobus triangulis.b.g.k.ꝛ.k.c.c.de totali triãgulo.a.b.c.ac duobus triangulis reliquis.b.f.k.ꝛ.k.c.b.de totali triangulo reliquo.c.d.b. erunt per cõem sciam residua:que sunt duo dicta supplemẽta equalia:quod est propositum.

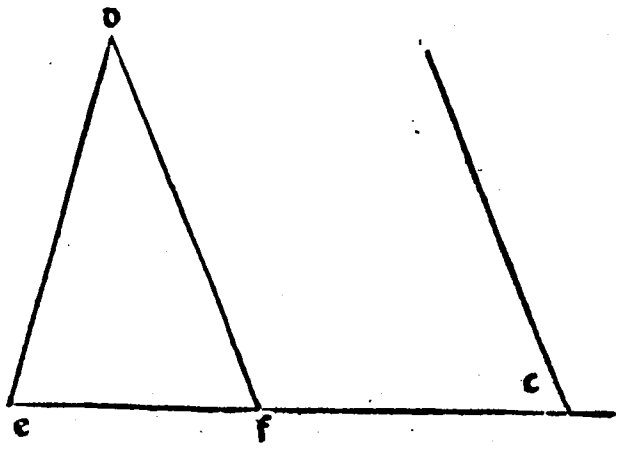


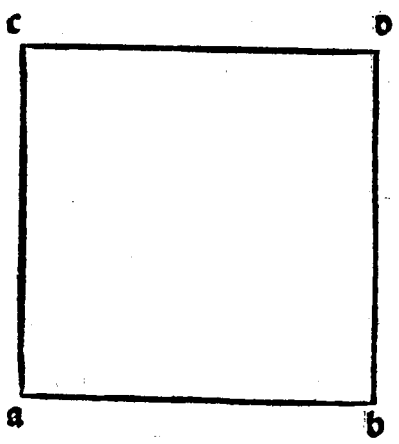
Propositio .44.

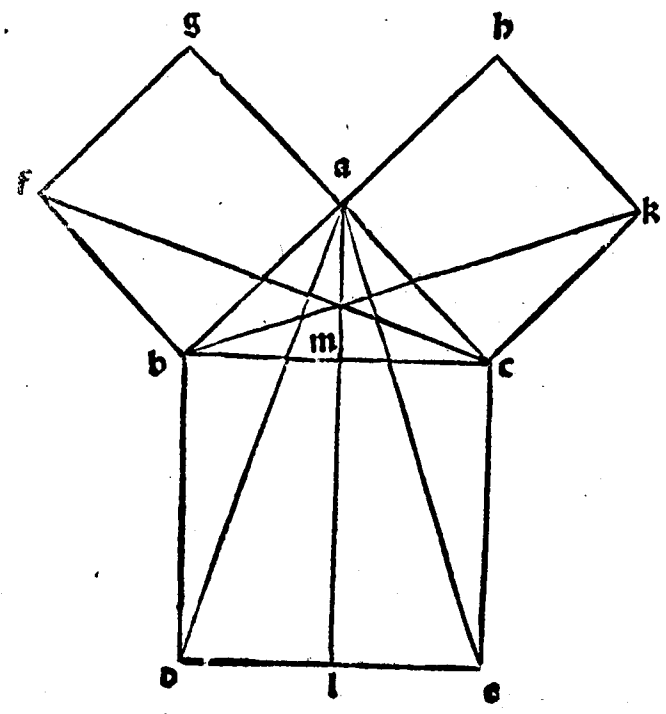
Proposita linea recta sup eam supficiẽ equidistantiũ laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

¶Designare superficiẽ equidistantiũ lateꝝ super lineã aliquã ẽ lineã ipsã facere latus vnũ ipsi⁹ supficiei .Sit ergo data linea.a.b.ꝛ dat⁹ angulus.c.ꝛ datus triangulus.d.e.f.super lineã.a.b.volo designare supficiẽ vnã equidistantiũ lateꝝ ita qꝫ linea.a.b.sit vnũ ex lateribus eius cuius vterqꝫ duorum angulorum contra se positorum sit equalis angulo.c.ꝛ ipsa totalis supficies sit eq̃lis triangulo .d.e.f.differt autem hec a.42.qꝛ hic dat̃ latus vnius supficiei deserihende scꝫ linea.a.b. ibi autem nullum.cũ ergo voluero facere adiungo lineam.a.g









linee .a.b.ſm rectitudinem:quã pono equalem linee.c.f. baſi trianguli dati ſ per quã cõſtituo triangulũ vnũ ei eq̃lé ꝛ equilatcrũ.qõ hoc modo facio. Conſtituo ãgulum.a.g.k.equalem angulo.e.ꝛ ngulum.g.a.k.equalem angulo.f.per.23.ꝛ quia g.a.poſita fuerat equalis.e.f.erit per.26.triangulus.g.a .k. equalis ꝛ equilaterus triangulo.c.f.d.diuidã ergo.g.a.per equalia in puncto.b.ꝛ ꝓtrahã.k.b. ꝛ ꝓtrahã a puncto.k.lineã .m.k.n. equidiſtantẽ linee.g.b.eritq; per.38.triangul⁹.a.b.k.equalis triangulo.g.b.k.tunc iuper punctũ.a.linee.g.a.faciã angulum.g.a.l.q 23. equalem angulo.c.dato:ꝛ conplebo ſup baſim.a.b.ꝛ inter lineas.g.b.ꝛ.m.n. equidiſtantes ſuperficiem equidiſtantiuꝫ laterum.m.l.b.a.que p.41.dupla erit ad triangulũ.k.b.a quare equalis totali triangulo.k.g.a.quare ꝛ triangulo.d.e.f.ꝓpoſito:ꝓtrahã ergo.b.n.equidiſtantẽ.a.l.ꝛ ꝓducã diametrum. n.a.quã ꝓtrahã quouſq; cõcurrat cũ.m.b.in puncto.o.ꝛ cõplebo ſuperficiem equidiſtãtium laterum .m.o.n.q.ꝛ ꝓtrahã.l.a.vſq; ad.p.eritq; per ꝓcedentẽ ſupplementũ a.b.p.q. equale ſupplemento.m.l.b.a.quare ꝛ triangulo.d.e.f.ꝛ qꝛ per.15.angulus .l.a.b.ẽ equalis angulo.b.a.p.ꝛ ideo angulus.b.a.p.eſt equalis angulo.c.ꝓ ſuper datam lineã .a.b. deſcriptã eſſe ſuperficiem equidiſtantiũ laterum.a.b.p.q. equalem dato triangulo.d.e.f.cuius vterq; duoꝝ angulorum contra ſe poſitorum qui ſunt.a.ꝛ.q.ẽ equalis dato angulo.c.quod fuit ꝓpoſitum.

Propoſitio .45.

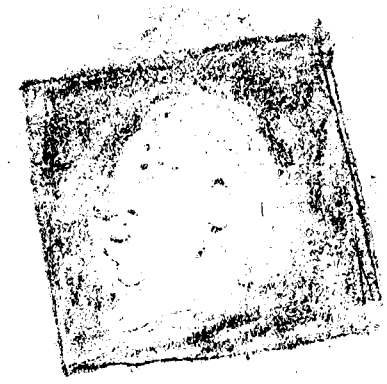
Exdata linea quadratum deſcribere.

¶Sit data linea .a.b. ex qua volo q̃dratum deſcribere:a punctis.a ꝛ.b.linee .a.b.educo p.11.lineas.a.c.ꝛ.b.d.perpendiculares ad lineam.a.b.que erũt equidiſtantes per vltimã ꝓtem.28. ꝛ pono vtrã qꝫ eaꝝ eidem.a.b.per ſcõam equalem ꝛ ꝓtrahо lineam.c.d.eritq; ipſa equalis et equidiſtans linee.a.b.per.33.ꝛ quia vterq; duoꝝ angulorꝝ.a.ꝛ b.eſt rectus.erit vterq; duoꝝ.c.ꝛ.d.rectus per vltimã ꝓtem.29.ergo per diffiniti/onem.a.b.c.d.ẽ quadratum quod eſt ꝓpoſitũ. Idem aliter ſit.a.c. perpendicularis ſuper lincam.ab.per.11.ꝛ ſit ei equalis vt ꝓius ꝛ a puncto.c.per.31. ducatur c.d.equidiſtans.a.b.ꝛ ponatur equalis ei ꝛ ducatur linea.d.b.que per.33.erit cq̃lis ꝛ equidiſtans .a.c.ꝛ omnes anguli recti per vltimã ꝓtem.29.quare per diffinitionem habemus ꝓpoſitum.

Propoſitio .46.

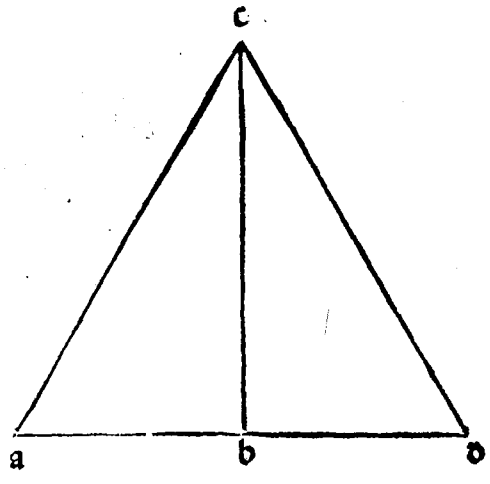
In omni triangulo rectangulo quadratum qõ a latere recto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribit equũ ẽ duobus quadratis que ex duob⁹ reliquis lateribus conſcribuntur.

¶Sit triangulus.a.b.c.cuius angulus.a.ſit rectus dico ꝙ quadratũ lateris .b.c.equũ ẽ quadrato.a.b.ꝛ quadrato.a.c.ſiꝫ ſumptis. Quadrabo ꝯ hoc tria latera ſm doctrinã ꝓcedentis:ſitq; q̃dratũ.b.c.ſupficies.b.c.d.e.ꝛ q̃dratũ.b.a.ſupficies .b.f.g.a.ꝛ q̃dratũ.a.c.ſupficies.a.c.b.k.ab ãgulo.a.recto ducã ad baſiꝫ.d.e. baſiꝫ maximi q̃drati tres lineas .ſ.a.l eq̃diſtãtẽ vtriq; lateri.b.d.ꝛ.c.e.q ſecet.b.c i pũcto.m.ꝛ ꝓthemiſas.a.d.ꝛ.a.e.itẽq; a duob⁹ reliq̃s ãglis triãgli q̃ ſũt b.ꝛ.c.ducã ad duos angl'os duoꝝ q̃dratoꝝ mioꝝ duas liẽas ſe inſecãtes itra ipſũ



triangulū que ſunt.b.k.ꝛ.c.f.ꝛ qꝝ vterqꝫ duoꝝ angulorum.b.a.c.ꝛ.b.a.g.eſt rectꝰ per.14.erit.g.c.linea vna: cadē rōne erit.b.h.linea vna.qꝝ vterqꝫ duoꝝ angulorꝫ c.a.b.ꝛ.c.a.h.eſt rectus:quia ergo ſup baſim.b.f.ꝛ inter duas lineas equidiſtan/tes q̄ ſunt.c.g.ꝛ.b.f.cōſtituta ſūt palellogramū .b.f.g.a.ꝛ triāgulꝰ.b.f.c.erit p.41. palellogramū.b.f.g.a.duplū triāgulo.b.f.c. ſꝫ triāgulꝰ.b.f.c. ē eq̄lis triāgulo.b.a d.p.4.quia .f.b.ꝛ.b.c.latera primi ſunt equalia.a.b.ꝛ.b.d.lateribus poſtremi .et angulus.b.primi ē equalis āgulo.b.poſtremi.eo qꝫ vterqꝫ cōſtat ex angulo recto ꝛ angulo.a.b.c.comuni.ergo palellogramū.b.f.g.a.eſt duplum ad triāgulꝫ .a.b.d ſed pallellogramū.b.d.l.m.eſt duplū ad eundē triangulū. p.41.qꝝ cōſtituti ſūt ſup eandem baſim ſcꝫ. b.d .ꝛ inter lineas equidiſtantes que ſunt. b.d.ꝛ.a.l. ergo per cōmunē ſciam quadratū.a.b.f.g.ꝛ palellogramū.b.d.l.m.ſunt equalia. qꝝ eorum dimidia videlicet predicti trianguli ſunt equalia Eodē mō ꝛ per eaſdē ꝓpoſitiōes mediantibꝰ triangulis.k.b.c.ꝛ.a.e.c.ꝓbabimꝰ q̄dratū.a.c.b.k.eē equale palello grauio.c.e.l.m.q̄re pꝫ ꝓpoſitū. Propoſitio .47.

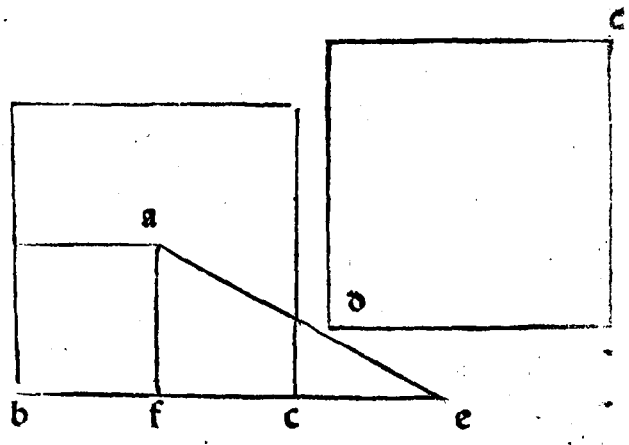
SI qō ab vno trianguli latere in ſeipſū ducto ꝓducit̄:equū fuerit duobus quadratis q̄ a duobus reliquis lateribꝰ de ſcribuntur.rectus eſt angulus cui latus illud opponitur. Lineā in ſe ipſam ducere eſt eius quadratū deſcribere. Sit trian gulus.a.b.c.ſitqꝫ quadratum lateris.a.c.equale quadratis duorum laterū.a.b.ꝛ.b.c.ſimul iunctis.dico angulū.b.cui latus.a.c.opponit̄ eſſe rectū:ꝛ hec eſt cōuerſa prioris. A puncto.b.extrabo lineā.b.d.p. 11 .ꝓpendicularē ſuper lineam.b.c.quā pono equalem .a.b.ꝛ produco lineam .d.c.eritqꝫ per precedentē quadratum.d.c.equale duobus quadratis duarum linearum.d.b.ꝛ.b.c. ꝛ qꝝ.b.d poſita eſt equalis.b.a.erunt per cōmunē ſcientiā que eſt linearū equaliū equalia eſ ſe quadrata:quadrata duarū linearꝫ.a.b.ꝛ.b.d.equalia:quapropter erit quadra/tum.d.c.equale quadrato.a.c.ergo per aliam cōmunem ſciam que ē conuerſa pri oris ſcꝫ lineas quarꝫ quadrata ſunt equalia eſſe equales:erit.d.c.equalis.a.c.qua/re p.8.angulus.b.triāguli.a.b.c.ē rectus qō ē ꝓpoſitū.



Propoſitio .48.

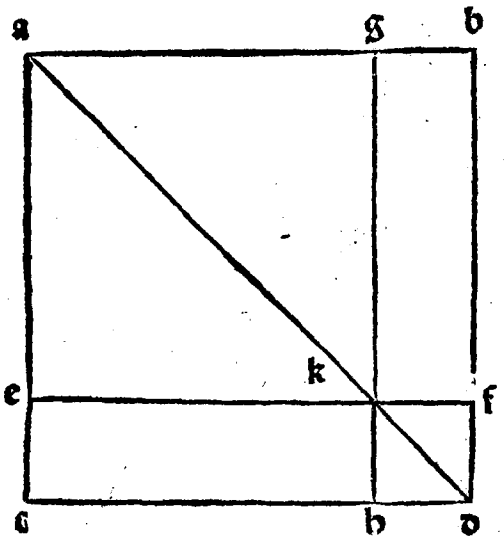
PRoposītis quibuſcunqꝫ quadratis alteri illoꝝ gnomonē reliquo equalem deſcribere.

Proponant̄ ergo duo quadrata ſcꝫ.a.b.ꝛ.c.d.ꝛ ſit propoſitū pro/ducere gnomonē circa.a.b.equalem.c.d.quadrato:protrahat̄ itaqꝫ vnū latus qnadrati.a.b.ad equalitatem vniꝰ lateris quadrati. c.d. in continuum ꝛ directum ꝛ ſit.f.e.ita qꝫ .f.e.ſit equale vni laterū quadrati.c.d. ꝛ ex.e.ducā lineam rectā ad.a. ſit ergo trianꝫgulꝰ orthogoniꝰ quia.f.ē angulꝰ rectus arguat̄ ergo ꝫm penultimā primi ſic:q̄dratū.e.a.ē tm̄ quātū q̄dratū.c.f.ꝛ q̄dratū f.a.ſed q̄dratū.c.f.ē eq̄le q̄drato.c.d.ꝛ quadratū.f.a.eſt equale quadrato.a.b.er go quadratū.a.e.eſt equale quadratis.a.b.ꝛ.c.d. Item.c.f.a.eſt triangulus ergo e.f.ꝛ.f.a.latera ſunt longiora.a.e.latere.ſecūdū.20.primi.ſed.f.a.eſt equale:a.b. rōne quadraturē:ergo.e.f.ꝛ.f.b.ſunt longiora.a.e.ergo illa totalis linea ſcꝫ .e.b. eſt maior.a.e.reſcceī ergo .b.e.ad equalitatē.a.e.ad punctū.c.ita qꝫ.b.c.ſit equa le.a.e.ergo quadratum.b.c.eſt equale.quadrato.a.e. ſed quadratū.a.e. vt prius ꝓbatū fuit ē equale quadratis.a.b.ꝛ.c.d.ergo quadratū.b.c.ē equale eiſdem ſed quadratum.b.c.addit ſuper quadratum.a.b.gnomonē illū quē vides.ergo gno/



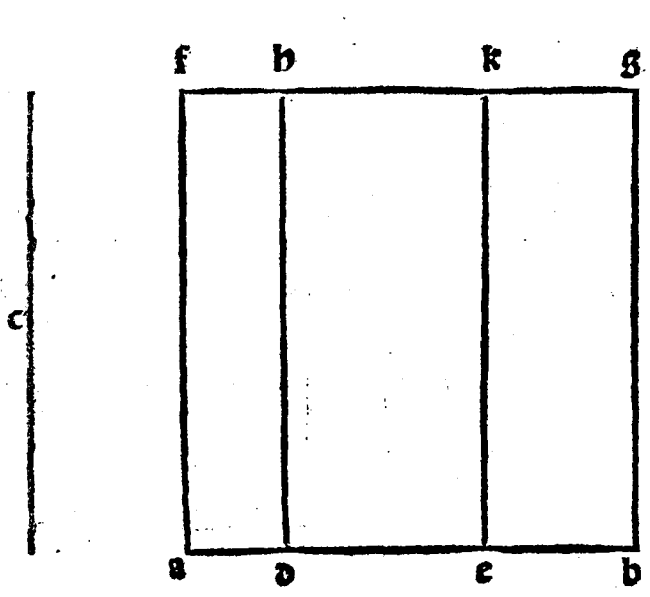
mo ille ẽſt quadrato.c.d.equalis.quod erat p̃bandum. Explicit liber p̃mus
Incipit liber ſecundus.

ODne paralellogramū rectāgulū ſub duab⁹ lineis āgulū rectū ābiẽtib⁹ dicit̃ p̃tineri. ¶Paralellogramū eſt ſup̃ficies equidiſtātiū latez ¶Paralellogramū rectangulū eſt habens omnes angulos rectos.ꝛ p̃ducit̃ ex vno duorū latez eius ambientiū vnū ex ſuis angulis in reliquū. ꝛ ideo ſub illis dicitur cõtineri.



OMnis paralellogrami ſpacij ea q̃dẽ q̃ diameter ſecat p̃ mediū ꝑalellograma circa eandẽ diametz cõſiſtere dicunt̃. Eoz vero paralellogramoz que circa eandẽ diametrū conſiſtūt quodlibet vnū cū ſupplementis duob⁹ gnomo noiat̃. ¶Que paralellograma dicunt̃ cõſiſtere circa diametz.ꝛ que ſūt ſupplemẽta: expoſitū eſt ſupra in demonſtratione.43.primi. ¶Sit enim paralellogramū.a.b.c.d. cuius diameter.a.d.diuidant due linee.e.f.g.h.ducte equidiſtanter: laterib⁹ oppoſitis dicti parallellogrami.ſecãtes ſc ſup̃ diametz.a.d.in puncto .k. eritq; ipſum paralellogramū diuiſū in .4. parallellograma ꝛ vnūquodq; duoz paralellogramoz que ſunt.a.g.e.k.ꝛ.k.f.h.d.que diameter ſecat p̃ medium dicitur conſiſtere circa diametz. Reliqua duo que diameter nó ſecat dicunt̃ ſupplemẽta q̃ duo ſupplementa cū vtroq; dictoz paralellogramoz cõſiſtentiū circa diametz cõponūt figurā quādā q̃ gnomo appellat̃ cui deeſt ad cõplemẽtū paralellogrami paralellogramū vnū reliquū circa diametz cõſiſtẽs:qõ ſi addat̃ ſupra diametz totalis cõpoſiti cõſiſtet.eritq; ſimile totali. Vnde paralellogramū addito gnomone quãuis creſcat minime tñ alterat̃.quẽadmodum dixit Ariſtoteles in predicamentis.

Propoſitio .j.



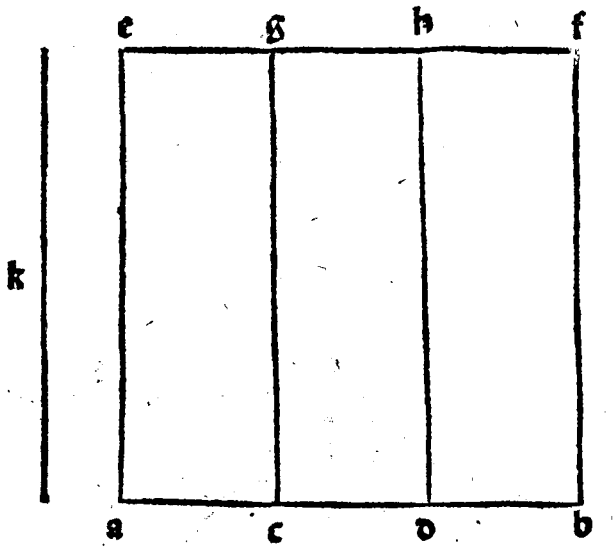
SI fuerint due linee quarū vna in quodlibet partes diuidatur.illud q̃ ex ductu alterius in alteram fiet.equum erit his que ex ductu linee indiuiſe in vnãquãq; partem linee particulatim diuiſe rectangula producentur.

¶Lineã in aliam lineã ducere ẽ ſupra terminos vnius eaz duas lineas orthogonaliter alij eq̃les erigere.ꝛ ſup̃ficiẽ equidiſtātiū latez rectāgulū cõplere q̃ ſub illis duab⁹ lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶Sunt duc linee.a.b.ꝛ.c. quaz. vna ſcz.a.b.in quodlibet ptes diuidat̃ que ſint.a.d.ꝛ.d.e ꝛ.e.b.dico q̃ illud quod fit ex ductu.c.in totū.a.b. equū eſt illis paralellogramis rectangulis ſimul iunctis que fiūt.ex.c.i.a.d.ꝛ i.d.c.ꝛ in.e.b. ¶Sup̃ pūcta.a.b erigã lineas.a f.ꝛ.b.g.perpẽdiculares ſup̃ lineã.a.b.quaz vtraq; ſit eq̃lis lince.c. ꝛ complebo rectangulã ſup̃ficiẽ.a.f.b.g.ducta linea.f.g.que per diffinitionẽ p̃ducit̃ ex.c. in.a b.ꝛ ſub illis dicit̃ contineri.protrahã quoq; a punctis.d.ꝛ.e.lineas.d.h.ꝛ.e.k. equidiſtantes lateribus .a.f.ꝛ.b.g.eritq; vtraq; earū eq̃lis.c.p.34.primi vtraq; eaz eſt eq̃lis .a.f.p diffinitionẽ igit̃ rectangulū .a.d.f.b. p̃ducit̃ ex.c.i.a.d.ꝛ ſub illis dicitur cõtineri ꝛ rectangulū.d.h.ꝛ.e.k.ex.c.in.d.e.ꝛ rectangulū.c.k.b.g.ex.c.in.e.b.ꝛ q; hec rectangula ſimul iuncta ſunt equalia totali rectangulo.a .f.b.g. patet vez eẽ p̃poſitum.

Propositio .2

Si fuerit linea ī ptes diuisa.illud qō ex ductu toti⁹ lince in seipsā fit: equū erit bis q̄ ex ductu eiusdē ī oēs suas ptes.

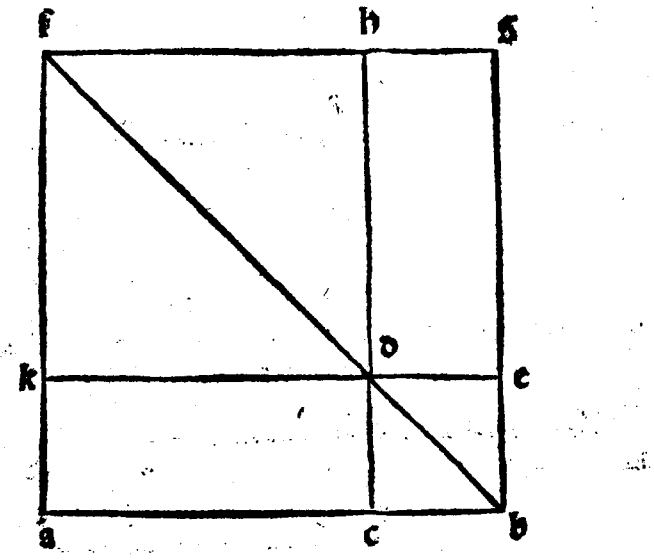
¶Sit linea.a.b.diuisa in.a.c.z.c.d.z.d.b.dico q̄ illud qō fit ex ductu totius.a.b.in se qō sit.a.c.b.f.equū est bis que fiunt ex ipsa tota in vnamquāqz dictarum partium qō palam patebit.ductis.c.g.z.d.b.equidistanter.a.c.z.b.f.¶Aliter sumatur.k.eq̄lis.a.b.eritqz p̄missam qō fit ex ductu.k.in totam.a.b.equū ei qō fit ex ductu.k.in omnes ptes.a.b.z q̄ ex.k.ī.a.b. tantū fit quantū ex.a.b.in se.z ex.k.in omnes ptes.a.b.quātū ex.a.b. in omnes ptes eiusdē.ppter id q̄.k.z.a.b.sūt equales patet vez esse p̄positum.



Propositio .3.

Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qō fiet ex ductu totius in alterutrā partē equū erit bis q̄ ex ductu eiusdē partis in seipsam z alterius in alteram.

¶Sit linea.a.b.diuisa in.a.c.z.b.c.dico q̄ illud quod fit ex tota.a.b.in eius partem.a.c.equū est quadrato eiusdem.a.c.partis.z ei quod fit ex eadē parte.a.c.in.b.c.fiat quadratum linee.a.c.q̄ sit.a.c.d.f.z pficiatur superficies.a b.d.e.patebitqz p̄positū.¶Aliter sumat̄.g.eq̄lis.a.c.z q̄.b.a.in.a.c. tantū est quantū.a.c.in.a.b.econuerso.z.a.c.in.a.b.z in.c.b.z in seipsaz quātū.g. ī casdē. At.g.in totā.a.b.quātū in.a.c.z in.c.b.p primam huius patet ppositū scz q̄ tm̄ erit.a.c.ī.a.b.quātū in se z in.c.b.q̄re econuerso. a.b.ī.a.c.quātū.a.c.in se.z in.c b.qō volum⁹ demōstrare.



Propositio .4.

Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qō ex ductu toti⁹ ī seipsā fit:equū ē bis q̄ ex ductu vtriusqz ptis ī seipsā z alteri⁹ ī alterā bis.Ex hoc manifestū ē q̄ ī oī q̄drato due superficies quas diameter secat p mediū sunt ambe quadrate.

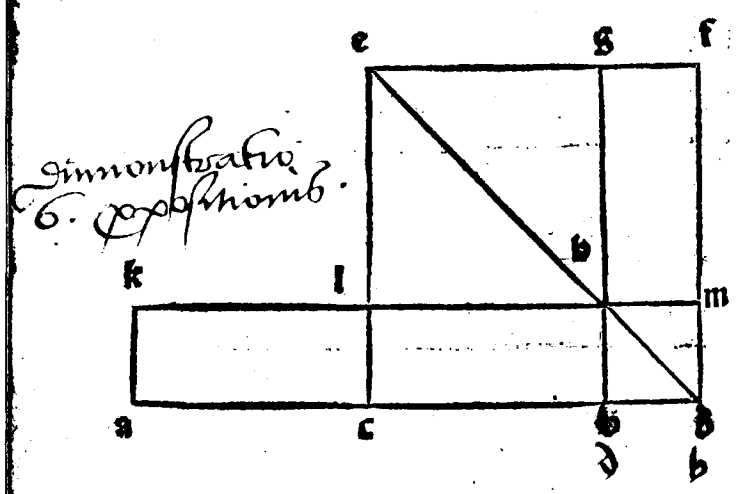
¶Sit linea.a.b. diuisa in. a.c.z. b.c. dico q̄ quadratum totius a.b. equum est duobus quadratis duarum linearum .a.c.z.b.c. duplo eius qō fit ex ductu vnius eaz in alteram:describam quadratum alterius partialium sitqz c.d.b.e.quadratū linee.c.b.cui adiungam gnomonē secūdū ductū directiuū linee alterius scz.a.c. qō faciam hoc mō.in quadrato descripto protrahā diametrū b.d.z a puncto.a.educam perpendicularem sup lineam.a.b .que sit.a.k.quā.a.k z diametrū.b.d.pducam vsqz quo cōcurrāt in puncto.f.z a puncto.f. producam f.b.equidistantē linee .a.b.quā.f.b.z.b.e.producam vsqz quo concurrāt ī pūcto g.z producā.c.d.vsqz ad.b.z.e.d.vsqz ad.k.Et quia duo latera.d.e.z.e. b.trianguli.d.c.b.sunt equalia:erūt per.5.primi duo anguli.e.d.b.z.e.b.d.equales:z q̄ angulus.e.est rectus erit p.32.primi vterqz eoz medietas recti. Eadē rōne vterqz duorū angulorū.c.d.b.z.c.b.d.erit medietas recti. quare p secūdā ptem.29.p̄mi erit vnusquisqz quatuor angulorz qui sunt.b.f.d.z.b.d.f.z.k.f.d.z.k.d.f. medietas recti ergo p .6.primi.f.g.z.g.b.sunt equales. similiter quoqz .f.a.z.a.b. pari rōe.f.b.z.b.d.itēqz.f.k.z.k.d. quare vtraqz duarū supficierū.a.b.g.f.z.k. d.b.f.est quadrata z q̄ totale quadratum.a.b.f.g.q̄ est quadratū linee.a.b.constat ex duobus quadratis que cōsistunt circa diametz que sunt quadrata duarum linearum.a.c.z.c.b.z ex duobus supplementis quoz vnūqōqz pducit ex .a. c.in b.c.patet propositum nostrū.¶Aliter sit linea.a.b.vt prius diuisa in.a.c.z.c.b.

eritqz p.2.huius quod fit ex tota.a.b. in se:equũ ei qđ fit ex ipsa in.a.c.z.c.b. sed ex ipsa in.a.c.tm̃ fit quãtũ ex.a.c.in se.z ex.a.c.in.b.c.p.3.hui9. Itẽqz ex ipsa a.b.tota in.b.c.tm̃ fit quãtum ex.c.b.in se.z ex.c.b.in.a.c. per eandem. ergo qđ fit ex tota.a.b.in se equũ ẽ ei qđ fit ex.a.c.in se z in.c.b.z ex.c.b.in se.z in.a.c.qđ est propositum. Sed hac via non patet corrclariũ. sicut via precedenti patet. vn/ de prima est auctori magis consona.

Propositio .5.

Si linea recta per duo equalia dnoqz inequalia secetur.qđ sub inequalibus totius sectionis rectangulũ continet cũ eo quadrato qđ ab ea que inter vtrasqz ẽ sectiones describitur equum est ei quadrato qđ a dimidio totius linee i se ducto describitur.

¶Sit linea.a.b.diuisa p equalia in pũcto.c.z p inequalia in puncto.d. dico qua/ dratuz.c.b.esse equale ei qđ fit ex.a.d.in.d.b.z q̃drato.c.d. ¶Describã quadra/ tum.c.b.q̃ sit.c.b.f.e.in quo ptrabam diametrũ. e.b. z ducã.d.g. equidistanté b.f.q̃ secet diametz.e.b.i pũcto.b.z a pũcto.b.educã eq̃distãtẽ linee.a.b.q̃ sit.b. k.secãs lineã.b.f.in puncto.m. z lineã.c.e.in puncto.l.z ptrabã.a.k.equidistan tẽ.c.e.eritqz p corrclariũ pmisse vtraqz duaz superficiez.l.g.z.d.m.quadrata.z per 43.primi duo supplemẽta.c.b.z.b.f.equalia.ergo addito quadrato.d.m. vtriqz erit palellogramũ.e.m.equale palellogramo.d.f.z qz.a.l.est equale.c.m. p.36.pri mi:erit.a.b.equale gnomoni qui circũstat quadrato.l.g. ergo addito vtriqz qua/ drato.l.g.erit.a.b.cũ quadrato.l.g.equale quadrato.e.f.qđ est propositum.

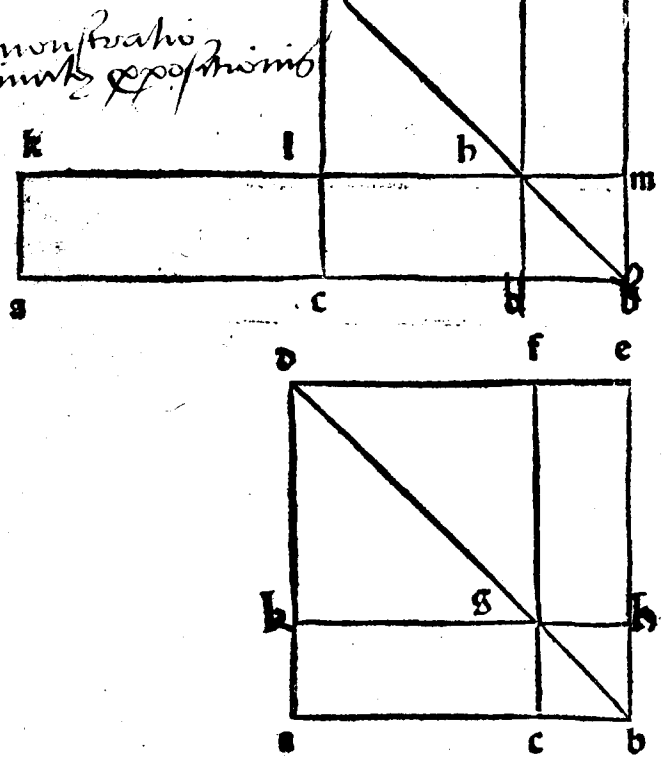


demonstratio 6. propositionis.

Propositio .6.

Si recta linea in duo equalia diuidat.alia vero ei linea in longũ addat.qđ ex ductu totiꝰ iã cõposite i eã q̃ iã adiecta ẽ cũ eo qđ ex ductu dimidie in seipsã:equũ ẽ ei q̃drato qđ ab ea q̃ cõstat ex adiecta z dimidia i seipsã ducta describit ¶Sit linea.a.b.diuisa p equalia in puncto.c.eiqz addat linea.b.d. dico qz quadratũ.c.d.qđ sit.c.d.e.f.equale ẽ ei qđ fit ex tota.a.d.i.b.d.z quadra to.c.b. Producã i quadrato predicto diametrũ.d.e.z ducã lineã.b.g.equidistãté d.f.q̃ secet diametrũ.d.e.in pũcto.h.a quo.h. pducã equidistãté linee.a.b.que sit h.k.secans.d.f. in pũcto.m.z.c.e.in pũcto.l.z producã.a.k. equidistantem.c.l. eritqz per.36.primi.a.l.equale.c.b.At.c.b.erit equale.b.f.per.43.primi.quare.a l.ẽ equale.b.f.ergo addito.c.m.vtrobiqz erit.a:m. equalis toti gnomoni circũstã ti.l.g.quare.l.g.addito vtrobiqz erit.a.m.cũ.l.g.equale toti quadrato.c.f.z quia vtraqz duaz superficiez.l.g.z.b.m.ẽ quadrata:p corrclariũ.4.hui9 pz propositũ.

demonstratio quinti propositionis



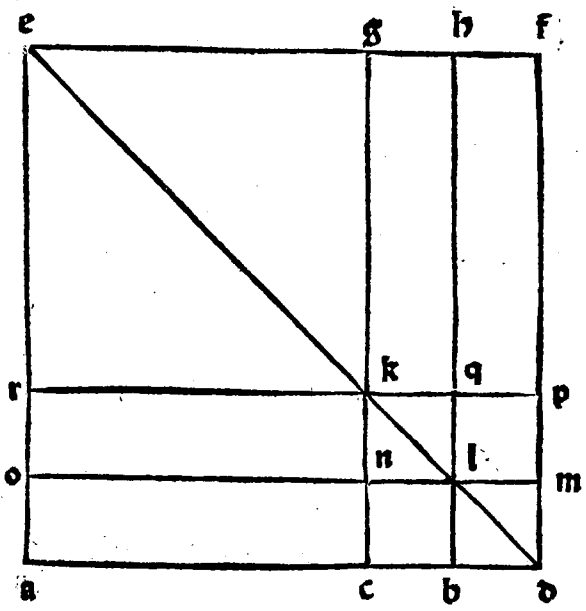
Propositio .7.

Si linea in duas partes diuidat.qđ fit ex ductu totius i se ipsam cum eo qđ est ex ductu alterius partis i seipsam. e/ quum est q̃ eis ex ductu totius linee i eandem partem bis z ex ductu alterius partis in seipsam.

¶Sit linea.a.b.diuisa in duas partes in puncto.c. dico qz quadra/ tum totius.a.b.cũ quadrato.b.c.equũ est ei qđ fit ex.a.b.in.b.c.bis cum quadra to.a.c.describatur quadratuz totius qđ sit.a.b.d.e.z ducatur diametrum.b.d.e

e.f.equidiſtans.b.e.ſecans diametrum in puncto.g.ꝛ ducatur.k.g.b. equidiſtãs a.b.ꝛ quia quadratum.a.c.cum quadrato.c.b.tm̃ ſunt quãtum quadratum .k.f. cum duabus ſuperficiebus.a.b.et.g.e.patet propoſitum

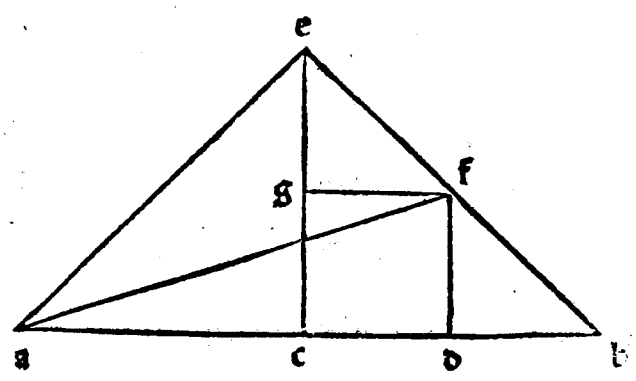
Propoſitio .8.



Si linea in duas partes diuidatur :eiqꝫ in longum equalis vni diuidentium adiungatur:qd̃ ex ductu totius iam cõposite in ſeipſaꝫ fiet. equum erit bis que ex ductu prioris linee in eam adiectam quater. ꝛ ei qd̃ ex ductu alterius diuidentis in ſeipſam.

¶Sit.a.b.diuiſa in puncto.c.qualitercũqꝫ contingat:cui addatur.b.d. equalis.c b.dico ꝙ quadratum totius.a.d.qd̃ ſit.a.d.e.f.eſt equale ei qd̃ fit ex.a.b. ꝛ.b.d. quater cũ quadrato.a.c.hoc aũt patebit ducta diametro.d.e.ꝛ lineis. e.g. ꝛ.b.b equidiſtantibus linee.d.f.ꝛ ſecantibus diametrum in puncto.k.l. per que puncta ducantur.p.q.k.r.ꝛ.m.n.l.o.equidiſtantes.a.d.erit enim per corrolariũ.4.huius vnaqueqꝫ ſuperficierum .r.g.n.q.ꝛ.b.m.quadrata:ꝛ quia.c.b.poſita eſt equalis b.d.erit vtraqꝫ ſuperficierum.c.l.ꝛ.l.p.quadrata.Erũtqꝫ.4.quadrata diuidentia quadratũ.c.p.equalia ꝛ quia totus gnomo circũſtãs q̃drato .r.g.eſt q̃druplus ei qd̃ ex.a.b.in.b.d.qꝛ quadruplus ad ſupficiẽ.a.l.patet propoſitum.

Propoſitio .9.

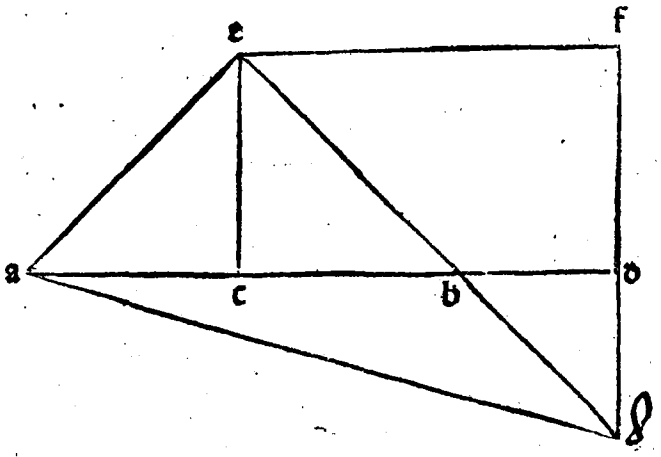


Si linea ĩ duo equalia duoqꝫ inequalia diuiditur:q̃ fiũt ex ductu inequaliũ ſectionũ in ſeipſam pariter accepta: duplũ ſũt vtriuſqꝫ pariter acceptis.q̃ q̃dẽ ex dimidia.eaqꝫ q̃ vtriqꝫ ſectioni interiacet quadratis deſcribuntur.

¶Sit linea.a.b.diuiſa per equalia.m.c.ꝛ per inequalia.in.d.Dico ꝙ quadratum.a.d.ꝛ quadratũ.d.b.ſimul iuncta: dupla ſunt quadrato.a.c. ꝛ quadrato.c.d.ſimul iunctis.¶Super lineã:a.b.erigo lineã.c.e. perpendicularẽ ꝛ eq̃lem vtriqꝫ caꝫ lineaꝫ.a.c.ꝛ.c.b.ꝛ produco.e.a.ꝛ.e.b.eritqꝫ p.32.primi vterqꝫ angulorum.a.ꝛ.b.ꝛ vterqꝫ angulorꝫ partialium qui ſunt ad.e.medietas recti.totꝰqꝫ e.rectus.ꝛ produco.d.f.equidiſtantẽ.c.e.ꝛ perpendicularem ſuper lineaꝫ.a.b.erit qꝫ vterqꝫ angulorum.d.rectus:ꝛ angulus.d.f.b.medietas recti per.32.primi:ſi/ue per ſecũdã partẽ.29.primi:quare per.6.primi.d.f.ꝛ.d.b.ſunt equalia.a puncto f.duco.f.g.equidiſtantẽ.a.b.eritqꝫ per ſecũdã ptẽ.29.primi:vterqꝫ angulorum.g rectus.ꝛ angulus.e.f.g.medietas recti quare ꝑ ſextã ciuſdẽ latera.e.g. ꝛ.g.f. ſunt equalia:ꝛ quia per penultẽ.eiuſdem quadratum:e.f.eſt equale quadrato.e.g.ꝛ q̃/drato.g.f.ipſum erit duplum ad quadratum.g.f.quare ad quadratũ.c.d.¶Jtẽqꝫ per eandem quadratum.e.a.eſt equale quadrato.a.c.ꝛ quadrato .c.e. ipſum erit duplum ad quadratum.a.c.ꝛ quia quadratum.a.f.eſt equale quadrato.e. f.ꝛ.a.e per eandem ipſum erit duplum ad quadratum.a.c.ꝛ ad quadratum.c.d.ſed quadratum.a.f.eſt iterum equale per eandem quadrato.a.d.ꝛ quadrato.d.f.ergo q̃/dratum.a.d.ꝛ quadratum .d.f dupla ſunt ad quadratum.a.c.ꝛ ad quadratum c.d.ꝛ quia quadratum.d.f.eſt equale quadrato.d.b.erũt quadrata duaꝫ linearũ,

a.d.z.d.b.dupla quadratis duarum linearum que sunt.a.c.z.c.d.qđ ē ꝓpositum

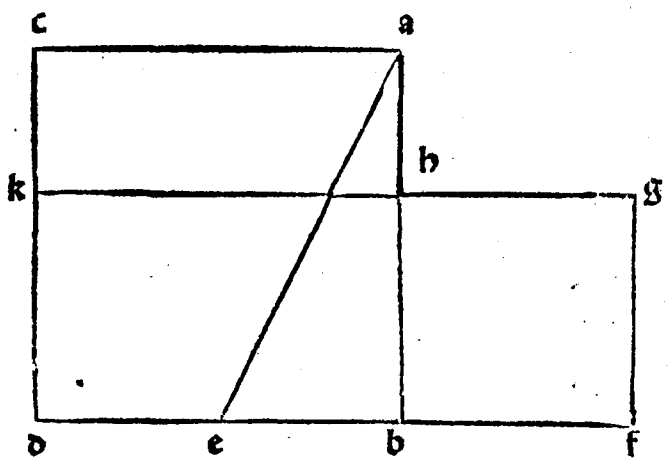
Propositio .10.



Si linea in duo equalia diuidatur eiqȝ ī longum alia addatur: quadratum qđ describitur a tota cum addita z quadratum qđ ab ea que addita est. vtraqȝ quadrata pariter accepta. ei quadrato qđ a dimidia. eiqȝ qđ ab ea producitur q̄ ex dimidia adiectaqȝ consistit vtrilqȝ quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

¶Sit linea.a.b.diuisa per equalia in.c.z addita sibi linea.b.d.dico ꝙ duo quadrata duarum linearum.a.d.z.b.d.pariter accepta dupla sunt duob⁹ quadratis duarum linearum.a.c.z.c.d.pariter acceptis. ¶Erigo.c.e.perpendicularem sup lincam.a.b.z equalē vtriqȝ linearum.a.c.z.c.b.z perficio triangulū.a.e.b.ductis lineis.a.e.z.e.b eritqȝ ut in p̄missa vterqȝ angulorū.a.z.b.z vterqȝ eorum q̄ sunt ad.e.medietas recti p.32.primi:totusqȝ.e.ē rectus a puncto.e.produco.e.f.equalem z equidistantem.c.d.z produco.f.d.z.c.b.quousqȝ cōcurrūt in puncto.g.z ꝓduco lineam.a.g.eritqȝ per vltimam partem.29.primi:angulus.c.e.f. rectus sed angulus.c.e.b. est medietas recti. ergo angulus .b.e.f. est similiter medietas recti:z quia per.33.eiusdē.f.d.est equidistans.c.e.erit per.34.eiusdem angulus .f. rectus.ergo per.32.eiusdem.erit angulus.e.g.f.medietas recti. Itemqȝ per eandē angulus.d.b.g.similiter medietas recti:propter id quod angulus.b.d.g. est rect⁹ ergo per.6.eiusdem duo latera.c.f.z.f.g.sunt equalia. Itēqȝ duo latera. d.b.z.d.g.sunt equalia:ergo per penultimam eiusdem quadratum.e.g.duplum est ad quadratum.c.f.quare ad quadratum.c.d. ¶Itemqȝ per eandem quadratum.a.e.duplum est ad quadratum.a.c.z quia quadratum.a.g.est per eandem equale quadrato.a.e.z.e.g.similiter quoqȝ z quadrato. a.d.z.d.g. At qz quadratū.d.g.est equale quadrato.b.d.erūt duo quadrata duarum linearum.a.d.z.b.d.pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum.a.c. z.c.d. pariter acceptis qđ est propōsitum: hec autem z omnes premisse veritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11

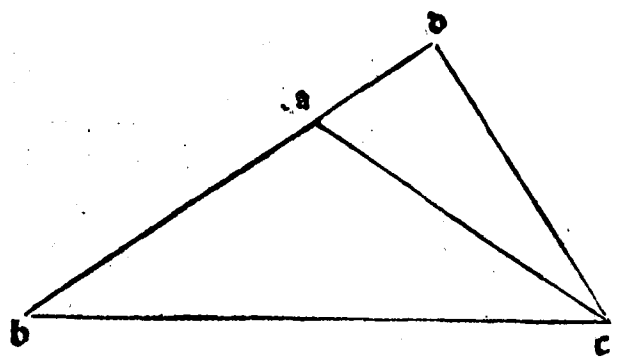


Data lineam sic secare.vt qđ sub tota z vna portione rectangulum continetur:equum sit ei qđ fit ex reliqua sectione quadratū.

¶Sit linea data.a.b.q̄ȝ volumus sic diuidere: vt qđ ex tota z eius minore producitur equum sit quadrato maiori. ¶Describo quadratum ipsius qđ sit.a.b.c.d.z latus. b.d.diuido per equalia in.e.z produco.a..e.et e.b.produco vsqȝ ad.f.ita quod .c.f.sit equalis.a.e.z ex.b.f. portione extrinseca:describo quadratum quod ex latere.a.b.resecat portionem equalem.b.f. que sit . b.b .z quadratum descriptum sit. b.f. b. g. Dico ꝙ: a.b. sic est diuisa in puncto.b.qđ illud qđ fit ex tota.a.b.in eius portionem.b.a.est equale quadrato b.b. ꝓduco.g.b.vsqȝ ad.k.que erit equidistans.a.c qz ergo linea .d.b. diuisa est per equalia in.e.z est sibi addita linea.b.f.erit per.6.huius qđ fit ex.d.f.in.b.f.cū quadrato.e.b.equale quadrato.e.f.quare z quadrato.e.a. Quare ꝑ penultimam

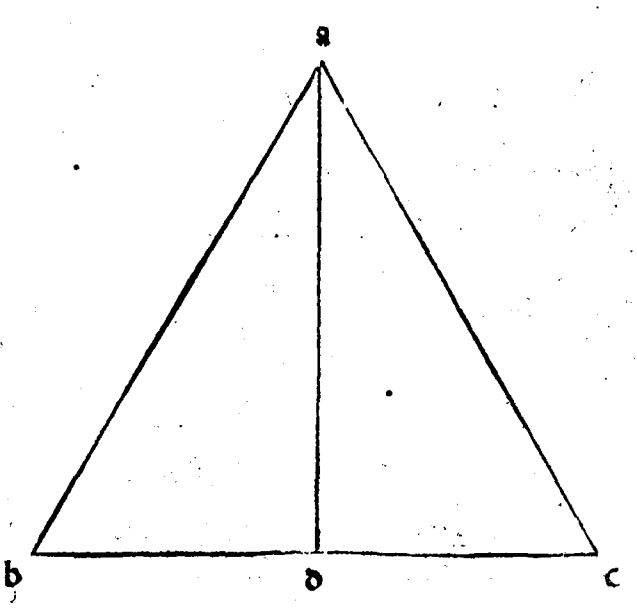
primi:qnadratis duaꝝ linearum.e.b.ꝛ.b.a.ergo dempto ab ẏtriſqꝫ quadrato li/nee.c.b.erit qđ fit ex.d.f.in.b.f.ꝛ ipſũ eſt ſuperficies.d.g .equale quadrato linee a.b.ergo dempto ab vtriſqꝫ paralelogramo.b.d.erit quadratũ.b.f.equale palello gramo.b.c.ꝛ quia quadratum.b.f.eſt quadratum linee.b.b.ꝛ palellogramũ.b.c. producitur ex.c.a.que eſt equalis.a.b.in.a.b.pater factum eſſe propoſitũ. ¶Ad hoc autẽ faciendum in numeris non laborꝛs:quia impoſſibile eſt numerum ſic vi/uidi:vt hic vndecima proponit ſicut ſcies ſexti.29.te docente.

Propoſitio .12.



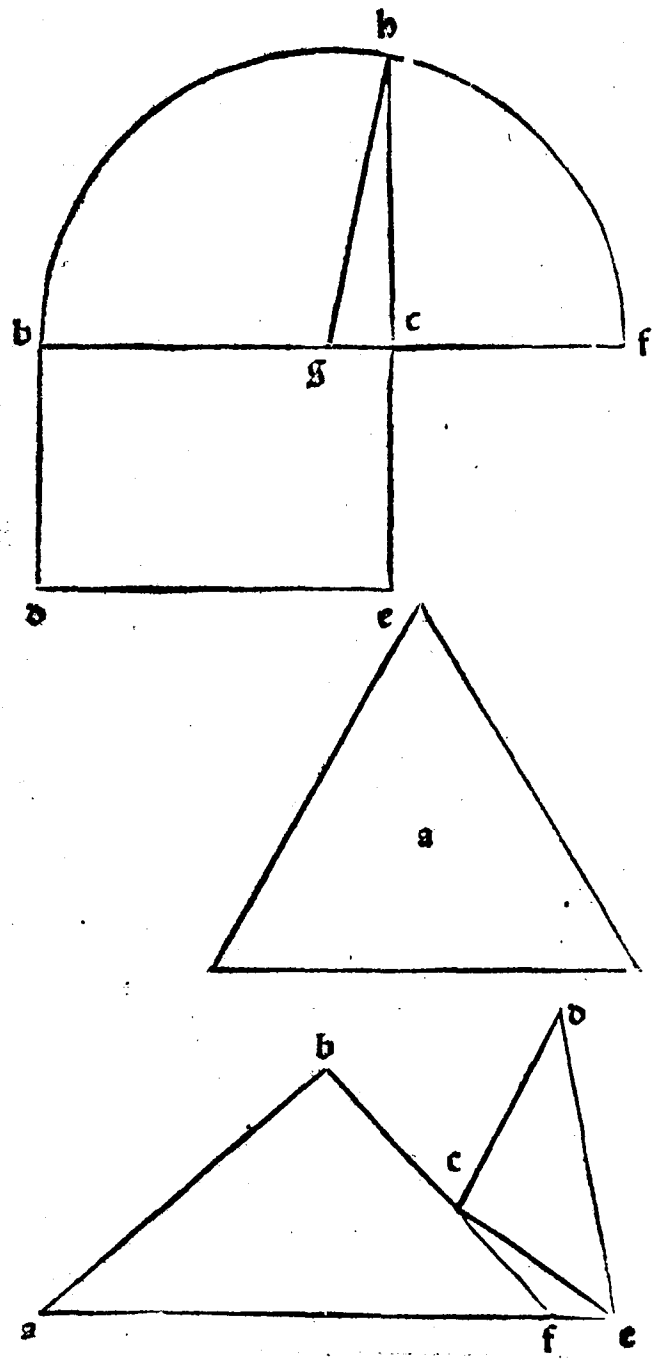
IN his triangulis qui obtuſum habent angulum: tanto ea que obtuſum ſubtendit angulum:ambobus reliquis lateri bus que obtuſum continent angulum amplius poteſt.quã tũ eſt qđ cõtineť bis ſub vno eoꝝ:atqꝫ ea que ſibi directe iũcta ad obtuſum angulũ a ꝑpẽdiculari extra depẽdit. ¶Sit triangulus.a.b.c.habens angulum.a.obtuſum.a puncto.c.ducať linea ꝑ/pendicularis ad lineã.b.a.que neceſſario cadet extra triangulũ.a.b.c. alioqn an/gulus obtuſus eſſet rectus aut minor recto p.16.primi:ſit ergo.c.d. perp ẽndicula ris ſuper lineam.a.b. productam vſqꝫ ad.d. Dico ꝙ quadratum lateris.b.c.qđ ſubtenditur angulo obtuſo tanto maius eſt duabus quadratis duarum linearum a.b.ꝛ.a.c.ambientibus ipſum angulũm obtuſum.quantum eſt illud qđ fit ex.b. a.in.a.d.bis: potentia enĩ linee reſpectu q̃drati ſui eſt.vnde tm̃ dicit̃ poſſe linea quelibet quantũ in ſe ducta producit̃.Erit enĩ p.4.huiꝰ q̃dratũ.b.d.equale duo/bus quadratis duarum linearum.b.a.ꝛ.a.d.ꝛ duplo eius qđ fit ex.b.a.in.a. d.et quia quadratum.b.c.per penultimam primi eſt equale quadrato.b.d.ꝛ quadrato d.c.ipſum erit equale quadratis trium linearum.b.a.a.d. ꝛ.d.c. ꝛ duplo eius qđ fit ex.b.a.i.a.d.ſed ꝑ eandẽ quadratũ.a.c.ẽ equale quadratis.a.d.ꝛ.d.c.ergo q̃/dratum.b.c.eſt equale quadratis duarum linearum.b.a.ꝛ.c.a.ꝛ duplo eius qđ fit ex.b.a.in.a.d.quare.b.c.tanto amplius poteſt duabus lineis.b.a.a.c. quantum eſt duplũ eius.qđ fit ex.b.a.in.a.d. Jam enim diximus ꝙ tantũ dicitur poſſe li/nea quelibet quantum in ſe ducta producit quod eſt propoſitum.

Propoſitio .13.



OMnis oxigonij tanto ea que acutum reſpicit angulũ am bobus lateribus angulum acutum continentibus minus poteſt:quãtum eſt qđ bis continetur ſub vno eoꝝ cui ꝑ pendicularis intra ſuperſtat:eaqꝫ ſui parte:que perpendi culari anguloqꝫ acuto interiacet.

¶Quod hic proponitur de latere ſubtenſo alicui angulo acuto in triangulo oxi/gonio veritatem habet de latere ſubtenſo cuilibet angulo acuto in omni triangu/lo ſiue fiat orthogonius ſiue ambligoniꝰ ſiue oxigonius. ¶Sit ergo in triangulo a.b.c.quicũqꝫ triangulus fuerit.angulus.c.acutus qui ſi fuerit oxigonius ducatur ꝑpendicularis ab vtroqꝫ angloꝝ.a.vel.b.ad vtrãqꝫ baſim.b.c.vel.a.c.quia cum ſic fuerit ſemper cadet perpendicularis intra triangulum.Si autem ſit ambligo/nius aut orthogonius ab angulo obtuſo vel recto ducatur perpendicularis ad la tus oppoſitũ quã manifeſtũ eſt cadere intra triangulũ:ꝛ ut ſimpliciter dicam cum in omni triangulo ſunt duo acuti anguli neceſſario erit alter reliquoꝝ angulorũ. qui ſunt.a.ꝛ.b.acutus.Ducam igitur perpendiculare ad lineam illam que duobus



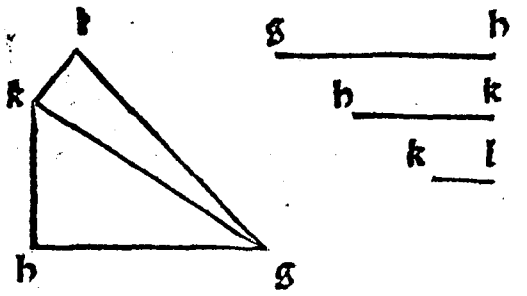
acutis interiacet. Sit ergo vt trianguli.a.b.c.angulus.b.etiã sit acutus ducã :ergo ad b.c.ppẽdicularẽ q̃ sit.a.d.que vt dictũ est cadet intra triangulũ.dico itaq; ꝙ q̃/dratum.a.b.qó subtendit angulo acuto.c.tanto minus est duobus quadratis du/arum linearũ.a.c.ꝛ.c.b.quãtũ duplũ eius qó fit ex.b.c.in.d.c. ¶Vel dico ꝙ qua/dratum.a.c.qó etiam subtenditur angulo.b.quẽ posuimus acutum quicquid fue/rit de angulo.a.tanto minus est duobus quadratis duarum linearum.a.b.ꝛ.b.c. quãtũ est duplum eius qó fit ex.c.b.in.b.d. Erit enim per.7 huius quadratũ .b.c cum quadrato.d.c.equale ei quod fit ex.b.c.in.d.c.bis ꝛ quadrato alterius ptis scz.b.d.quare addito vtriq; quadrato.a.d.erit quadratũ.b.c.cũ quadratis duaꝝ linearum.a.d.ꝛ.d.c.equale quadratis duarum linearum.a.d.ꝛ.d.b.ꝛ duplo eius quod fit ex.c.b.in.c.d. At quia per penultimam primi quadratum.a.c.est equale quadratis duarum linearuꝫ.a.d.ꝛ.d.c.erit quadratum.b.c.cum quadrato .a.c.ꝛ/quale quadratis duarum linearum.a.d.ꝛ.b.d.ꝛ duplo eius quod fit ex.b.c.i.c.d. sed per eandem penultimam primi quadratũ.a.b.equũ est quadratis duarum li/nearum.a.d.ꝛ.b.d.ergo quadratum.b.c.cum quadrato.a.c.equum est quadrato a.b.ꝛ duplo eius qó fit ex.b.c.i.c.d.quare tanto minꝰ potest.a.b.duobus lateribꝰ b.c.ꝛ.a.c.quantũ est duplum eius quod fit ex.b.c.in.c.d.quod est propositũ. Si/mili modo probabis latus.a.c.qó subtenditur angulo.b.acuto posse tanto minꝰ duobus lateribus.a.b.ꝛ.b.c.quantum est duplum eius :quod fit ex.c.b.in.b.d. ¶Notãdũ aũt per hanc ꝛ precedentẽ ꝛ penultimam primi: ꝙ cognitis lateribus omnis trianguli cognoscit̃ area ipsius ꝛ auxiliantibus tabulis de corda ꝛ arcu co/gnoscitur omnis eius angulus.

Propositio .14.

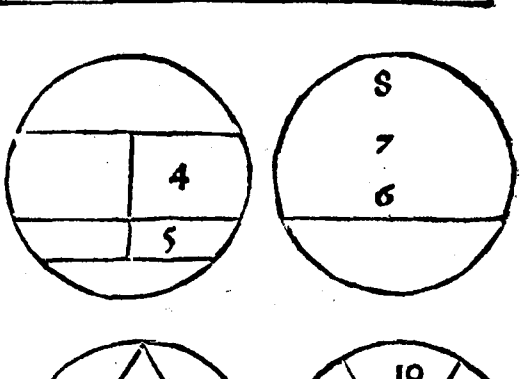
Dato trigono equum quadratum describere.

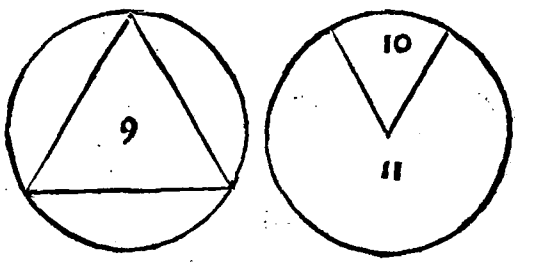
¶Sit datus trigonus.a cui nos volumus equum quadratũ describe/re. Designabo superficiẽ equidistantium laterum ꝛ rectorum angulo/rum equalem trigono dato ꝟm quod docet.42.primi: sitq; superfici/es illa.b.c.d.e.cuius si latera fuerint equalia habemus qó querim⁹. ipsa cui erit q̃drata.ꝑ diffinitionẽ Si aũt latera sint ineq̃lia tũc adiũgã minꝰ ipso/rum laterũ maiori ꝟm rectitudinẽ.sitq; linea.e.f.equalis minori duoꝝ laterũ qó/ c.e.adiuncta maiori quod est.b.c.ꝟm rectitudinẽ. Totam.b.f.diuidam per equa/lia in pũcto.g.ꝛ facto.g.cẽtro sup lineã.b.f.ꝟm quãtitatẽ linee.g.b. describam se/micirculũ.b.b.f.ꝛ latus.e.c.ꝓducã vsq; quo secet circũferentiã in puncto.b.dico ꝙ quadratũ linee.c.b.est equale trigono dato. Producã lineã.g.b.ꝛ qꝛ linea .b.f. diuisa ẽ ꝑ equalia in.g. ꝛ ꝑ inequalia in.c.erit ꝑ.5.huiꝰ qó fit ex ductu.b.c.i.c.f.cũ q̃drato.c. g.equale q̃drato .g.f.quare ꝛ quadrato.g.b.quare per penultimã pri/mi ꝛ duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.g.c.ꝛ.c.b.ergo dempto vtriq; quadrato.c.g erit qó fit ex.b.c.in.c.f.qó est equale superficiei.b.e.eo ꝙ.e.f.ẽ equale.c.e. equale quadrato linee.c.b.quare quadratũ linee.c.b.ẽ equale trigono.a.qó ẽ propositũ: ¶Et nota ꝙ ꝑ hoc inuenit̃ latꝰ tetragonicũ cuiuslibz altera ꝑte lõgioris ꝛ simplici/ter omnis figure rectis lineis cõtente quecũq; fuerit.qm̃ omnẽ figurã talẽ in trian/gulos resoluemꝰ ꝛ cuiuslibz illoꝝ triangulorum inueniemꝰ tetragonicũ latus ꝟm do/ctrinam istius.ꝛ inueniemus per penultimam primi . lineam vnam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. verbi gratia volo nunc inuenire latus tetrago/nicũ rectilince figure irregularis .a.b.c.d.e.f.resoluo eam.in.3.triangulos qui sũt

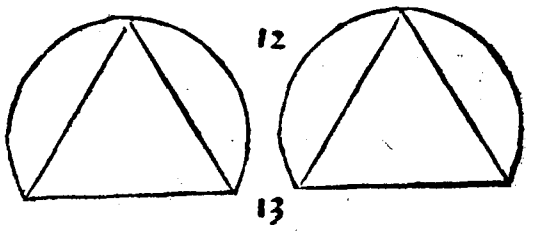
a.b.f.c.d.e.z.c.f.e. Inuenio quoq; ꝺm doctrinam iſtius tria latera tetragonica iſtoꝝ trium triangulorum.qui ſunt.g.h.h.k.z.k.l:z erigo.h.k.perpendiculariter ſuper.g.h.z produco.g.k.eritq; per penultimã quadratum primi.g.k.equale quadratis duarum linearum.g.h.z.h.k.z tertium latus.k.l.erigo perpendiculariter ſuper lineam.g.k.z produco lineam.g.l.eritq; per penultimam primi.g.l.latus tetragonicum totius figure rectilinee propoſite. Explicit liber ſecundus. Incipit liber tertius.



QUoꝝ diametri ſunt eq̃les.ipſos circulos eq̃les eſſe. Maiores aũt quoꝝ maiores z minores quoꝝ minores. Circulũ linea ꝓtingere dicitur:que cũ circulũ tangat in vtrãq; partẽ eiecta.circulũ non ſecat. Circuli ſe le contingere dicunt̃ qui tangentes ſeinuicem non ſecant. Recte linee in circulo equaliter diſtare dicũt̃ a centro.cũ a centro ad ipſas ducte perpendiculares fuerint equales. Plus vero diſtare a centro dicit̃.in quã ꝑpendicularis longior cadit. Recta linea portionũ circuli cõtinẽs corda noiat̃. Portio vero circũferentie arc9 nũcupat̃. Angulus aũt portionis dicit̃ q̃ a corda z arcu continet̃. Supra arcũ angulus conſiſtere dicit̃.qui a quolibet pũcto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exeuntib9 cõtinet̃. Sector circuli eſt figura q̃ ſub duab9 a cẽtro ductis lineis z ſub arcu qui ab eis cõprehendit̃ cõtinet̃. Angulus aũt qui ab eis lineis ambitur ſupra centrũ cõſiſtere dicit̃. Sil'es circuloꝝ portiões dicũt̃ in quib9 qui ſupra arcum conſiſtunt anguli ſibi inuicẽ ſũt eq̃les. Arc9 quoq; ſimiles ſunt qui'equos angulos predicto modo ſulcipiunt.

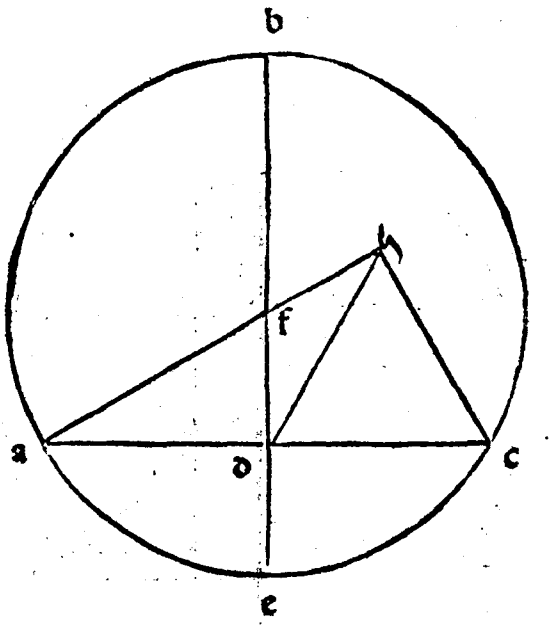




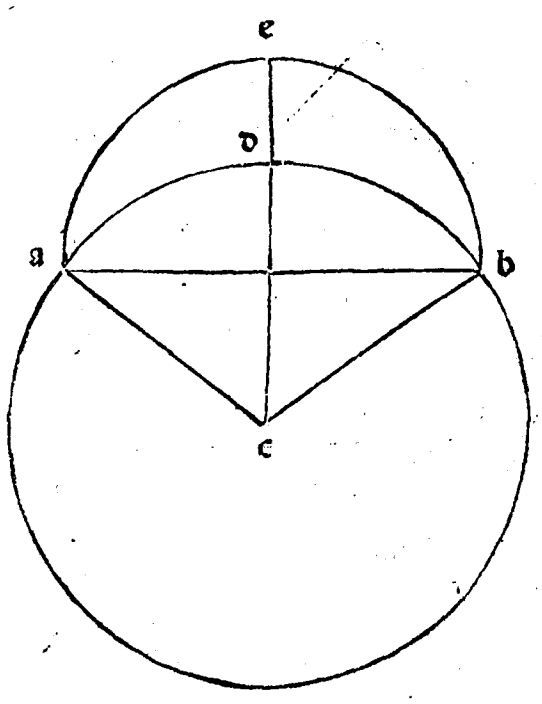


Propoſitio .1.

CIrculi ꝓpoſiti cẽtrũ inuenire.vñ manifeſtũ ẽ q̃ duab9 rectis lineis in eodẽ circulo apud circũferẽtiã termiatis neutra illaꝝ alterã per eq̃lia orthogonal'r ſecat niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.



CSit circulus propoſitus.a.b.c.cuius volumus centrũ inuenire. duco in ipſo circulo lineã.a.c.qualitercũq; contingat quã diuido per equalia i pũcto d.a quo duco perpendicularem ad lineã.a.c.quã applico circũferentie ex vtraq; pte.ſitq;.e.d.b.quã rurſus diuido p eq̃lia in pũcto.f.quẽ dico eſſe centrũ circuli.Si eni nõ ẽ:erit aũt alibi aut i linea.e.b.ãut extra. In linea.e.b.nõ: ſi eni fuerit i ea vt i puncto.g.erit linea.e.f.maior linea.e.g.ps videlz toto qõ eſt ipoſſibile. Qõ ſi fuerit extra lineã.c.b.ut in pũcto.b.ducant̃ linee.b.a.b.d.b.c.z qr latera.b.d.z d.a.trianguli.b.d.a.ſũt eq̃lia laterib9.b.d.z.d.c.trianguli.b.d.c.z baſis.b.a. baſi.b.c.erit p.8.primi angul9.a.d.b.eq̃lis angulo.c.d.b.q̃re vterq; rect9 z qr angulus.a.d.b.fuit etiã rect9 erit.a.d.b.eq̃lis.a.d.b.p.3.petitione p̃mi ps videlicet toti qõ ẽ ipoſſibile.nõ ẽ ergo cẽtrũ dati circuli alicubi quã i pũcto.f.qõ ẽ propoſitũ.



Propositio .2.

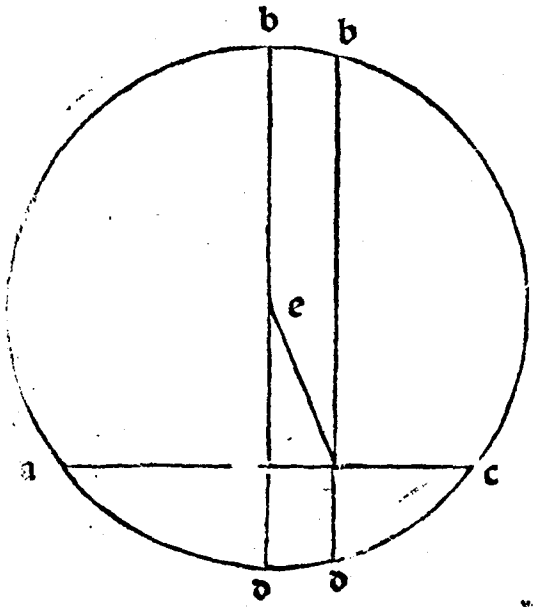
Super circuli circũferentiam duobus punctis signatis.li/neam rectam ductam ab altero ad alterum.circulum secare necesse est.

¶Sit vt in circũferentia circuli.a.b.cuius centruz sit.c.signata sint duo puncta que sunt.a.z.b.dico qꝫ linea recta coniũgens vnũ cum altero secabit circulum.Alioquin cadet extra circulum:sitqz.a.e.b.linea recta si possibile est:producã lineas.c.a.z.c.b.erũtqz per.5.primi:angulus.c. a.b.z.c. b.a.equales:protraham itẽ lincã.c,e.que secet circãferentiam in puncto.d. eritqz per. 16.primi:angulus.a.e.c.maior angulo.c.b.e.quare maior angulo.c.a.e. quare per. 18.eiusdem latus.a.c.maius latere.c.e.z quia.c.d.est equalis.c.a.erit.c.d maior.c.e.pars toto quod est impossibile:quia ergo linea coniungens duo pũcta a.b.non transibit extra circulum secabit ipsum quod est propositum.

Propositio .3.

Si lineam intra circulum preter centrum collocatam. alia a centro veniens per equa secet.orthogonaliter sup eam insistere.z si in eam orthogonaliter steterit. eam ꝑ equa/lia dividere necesse est.

¶Sit vt lineam.a.b.collocatã intra circulum.a.b.cuius centrum sit c.linea.c.d.veniẽs a cẽtro dividat ꝑ eq̃lia: dico qꝫ dividit eam orthogonaliter.z e conuerso videlicet si dividit eam orthogonaliter dividit eam per equalia:producã lineas.c.a.z.c.b.z ponã primo qꝫ dividat eã per eq̃lia: erũt ergo duo latera.c.d. z.d.a.trianguli.c.d.a.equalia duobus lateribus.c.d.z.d.b.trianguli.c.d.b.z ba/sis.c.a.basi.c.b.ergo per.8.primi:angulus.d.vnius est equalis angulo.d.alterius quare vterqz rectus:quare.c.d.est perpendicularis super.a.b.qđ est propositum. ¶Ponam iterum qꝫ.c.d.sit perpendicularis super.a.b.z ostendam qꝫ ipsa divi/dit.a.b.per equalia erit enim ꝓpter hanc positionẽ vterqz angulorꝫ qui sunt ad.d rectus quare vnus equalis alteri. At qz ꝑ.5.primi angulus.c.a.d.est equalis an/gulo.c.b.d.z latus.c.a.eq̃le lateri.c.b.per.26.primi:eiusdem erit linea.a.d.equa/lis linee.d.b.quod est propositum.

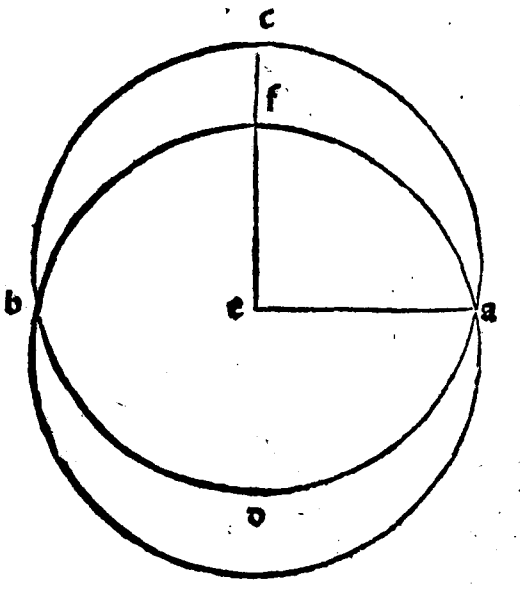


Propositio .4.

Si intra circulum due linee se invicem secent. z super cen/trũ non transeant.nõ per equalia eas secari necesse est.

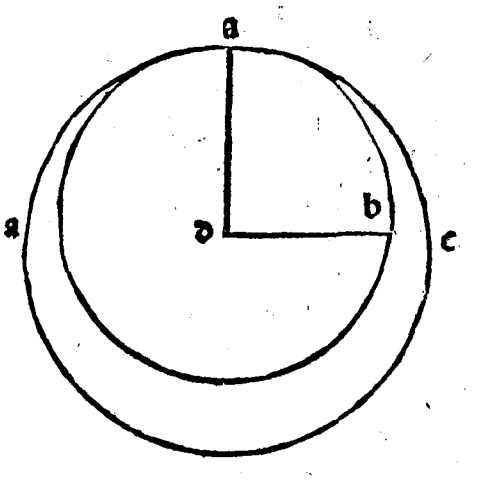
¶Sit vt in circulo.a.b.c.d.cui9 centrũ sit.e.due linee.a.c.z.b. d.se/cent se in pũcto.f.z vtraqz earꝫ vel altera non trãseat per centꝝ.dico qꝫ ipse nõ dividunt sese ꝑ equalia:ita qꝫ vtraqz ꝑ equalia dividat ab altera. ¶Qđ si fuerit hoc possibile:ponat̃ z sic primo vt neutra trãseat ꝑ centrum a centro.e.producã lineã.e.f.eritqz ꝑ primã premisse vnusquisqz.4. angulorꝫ qui sunt.a.f.e.e.f.c.b.f.c.z.c.f.d.rect9 qđ ẽ impossibile:sic enĩ rect9 esset minor recto. ¶Sit igit̃ vt altera eorꝫ trãseat ꝑ centꝝ z altera nõ:sitqz.b.d.trãsiens per centrum adhuc dico qꝫ nõ dividunt sese per equalia:qđ si sic.tunc ꝑ primã ptẽ premisse:cũ b.d.ducta a centro dividat.a.c.per equalia dividat eã orthogonaliter. quare etiã a.c.dividet.b.d.orthogonaliter:z qz dividit.a.c.ipsã.b.d.ꝑ eq̃lia vt ponit aduer sarius:ipsa transibit per centrum ꝑ er corrolarium prime huius:quare ambe tran/seunt per centrum quod est contra ypothesim.

Propositio .5.



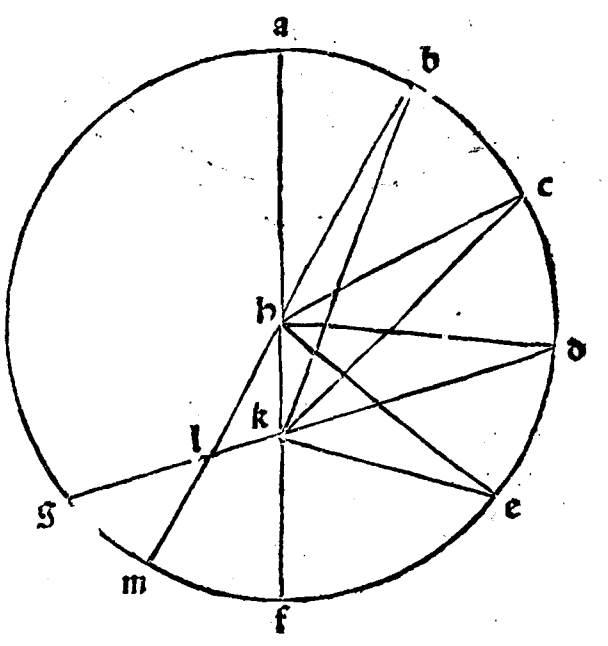
Circulorum se invicem secantium centra diversa esse.
¶Sint duo circuli.a.c.b.a.d.b.secantes se super duo puncta.a.et.b Dico qꝫ eorum sunt diversa centra. ¶Si enim haberēt idem cētrum ipsū erit per diffinitionē in portione vtriqꝫ circulo cōmuni;sitqꝫ illud e.et ducantur linee.e.a.et.e.f.c.eruntqꝫ p diffinitionē due linee.e.a.et e.f.equales. ¶Itemqꝫ per diffinitionem due linee.c.a.et.e .c.equales:quare c.f. est equalis.e.c.cum vtraqꝫ earum sit equalis.e.a.pars videlicet toti qd̄ est impos/sibile.

Propositio .6.

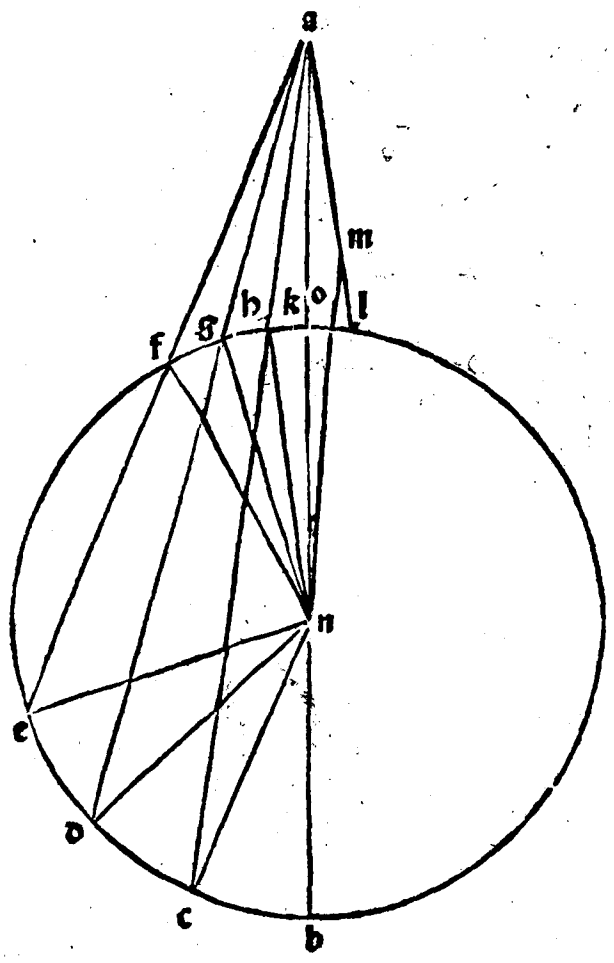


Circulorum se se contingentium nō idem centrum esse ne/cesse est.
¶Sint duo circuli.a.b.et.a.c.contingentes se in puncto.a. Dico qꝫ eorum sunt diversa centra.Si enim habuerint idem centrum erit p diffinitionem inter minorem eorꝫ cum minor positus fuerit itra ma iorem:sitqꝫ ipsum.d.et ducantur linee.d.a.et.d.b.c.eritqꝫ per diffinionem vtraqꝫ duarum linearum.d.b.et.d.c.equalis.a.d.qd̄ est impossibile.¶De circulis autem se contingentibus extra quorum secꝫ vnus est extra alterū:manifestum est per diffi nitionem centri qd̄ ipsi non habent idem centrum.

Propositio .7.



Si in diametro circuli punctus preter centrum signetur:et ab eo ad circūferentiam linee plurime ducātur:que super centrum transierit omnium erit longissima.que vero dyametrum perficiet omnium erit brevissima.que autem centro proxime ceteris longiores. ¶Quanto vero a centro remotiores tanto breviores esse conveniet.¶Duas quoqꝫ equidistā tes linee brevissime collaterales equales esse necesse est.
¶Sit vt in diametro.a.f.circuli.a.b.c.cuius centrum sit.h.sit signatus punctus k.preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt.k.a.k.b.k.c.k.d.k.c.k. f.k.g.ad circumferentiam:et transeat.a.k.per centrum.h.et.k.f.sit complemētum dyametri:sitqꝫ vt.k.e.et.k.g.equidistent a.k.f.hoc est dicere vt angulus.e.k.f.sit equalis angulo.f.k.g.dico qꝫ.k.a.est omnium longissima.et.k.f.omnium brevis/sima:alie vero tanto lōgiores quāto cētro ꝓpinquiores:vt.k.b.est longior. k.c.et k.c.est longior. k.d.et.k.d.longior. k.e.et. k. e.et.k.g. sunt equales: quia enim in triangulo.b.k.h.duo latera.b.h.et.h.k.per.20.primi:sunt maiora latere.b. k .et ipsa sunt equalia linee.a.k.erit.a.k.maior b.k.et eadem ratione maior omnibus alijs et hoc est primum.¶Itemqꝫ quia in triangulo.e.h.k.duo latera .h.k.et. k. e.per eandem sunt maiora latere.h.e. quod est equale linee .h.f. ipsa erūt ma iora linea.h.f. ergo dempta communi linea que est.h.k. remanebit .k.e.maior k.f.eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa et hoc est secundum. ¶Itēqꝫ qꝫ duo latera.h.h.et.h.k.trianguli .h.h.k.sunt equalia duob⁹ laterib⁹ .e.h.et.h.k



trianguli.c.b.k.z angulus.b.b.k.e maior angulo.c.b.k. erit p.24.primi basis .b. k.maior basi.k.c.eadē rōne.k.c.maior erit.k.d.z.k.d.maior.k.e. z hoc ē tertium ¶Qō si due linee.k.g.z.k.e.nō sunt equales erit altera maior:sitq3.k.g. de q̄ sū/ mam.k.l.equalem.k.c.z producā.b.l.quousq3 secet circūferentiam in puncto.m. z qr per ypothesim angulus.g.k.f.ē equalis angulo.f.k.e.erit per.13.primi:angu lus.l.k.b.equalis angulo.c.k.b.z duo latera.l.k.z.k.b.trianguli.l.k.b. sūt equa lia duobus laterib9.e.k.z.k.b.trianguli.e.k.b.ergo p.4.primi basis.b.l. est equa lis basi.b.e.z qr.b.m.est equalis.b.e.erit.b.m.equalis.b.l.qō ē impossibile.sunt ergo due lince.k.g.z.k.e.equales qō est nostrū propositum.quartum

Propositio .8.

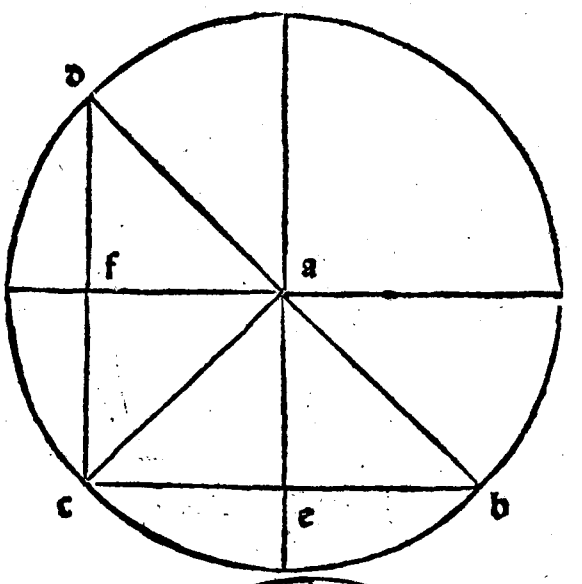
SI extra circulum puncto signato ab eo ad circumferenti/ am linee plurime ducantur circulum secando.que super centrum transierit omnium erit longissima. ¶Centro au tem propinquiores ceteris remotioribus lōgiores. ¶Li nee vero partiales ad circūferentiaz extrinsecus applica te:ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiq3 propinquiores remotioribus breuiores. ¶Due vero que linee breuissime vtrūq3 eque propinquāt equales sunt.

¶Sit vt in puncto.a.assignato extra circulū.b.c.d.cuius centrum sit.n. ducātur plurime linee ad circūferentiam secando circulum que sint.a.k.n.b.a.b.c.a.g.d. z.a.f.e.Dico q.a.b.transiens per centrum omniū erit longissima.z q.a.c.ē ma/ ior.a.d.z.a.d.maior.a.c.z q.a.k.ē omniū breuissima extrinsecaz: z q.a.b.est minor.a.g.z.a.g.minor.a.f.z dico q si ducatur.a.l.ita q ipsa z. a.b. equaliter di/ stent ab.a.k.hoc est q angulus.k.a.b.sit equalis angulo.l.a.k.ipse erūt equales ¶Producā eni a cētro.n.lineas.n.c.n.d.n.c.n.f.n.g.z n.b.crūtq3 per.20.primi duo latera.a.n.z.n.c.trianguli.a.n.c.maiora.a.c.z qr ipsa sunt equalia linee.a.b erit.a.b.maior.a.c.eadq3 ratione erit maior omnibus alijs qō est primum.z quia duo latera.a.n.z.n.c.trianguli.a.n.c.sunt equalia duobus lateribus.a.n.z.n.d. trianguli.a.n.d.z angulus.a.n.c.est maior angulo.a.n. d. erit per.24.primi:ba/ sis.a.c.maior basi.a.d.z eadē rōnc erit.a.d.maior.a.e.qō est scōm. ¶Itēq3 quia in triāgulo.a.n.b.duo latera.a.b.z.n.b.sunt maiora.a.n.per.20.primi.z.b.n.ē equalis.n.k.erit per cōmunē sciam.a.b.maior.a.k.eadem rōne quelibet extrinse/ cus applicataz maior erit.a.k.qō est tertiuz. ¶Item quia per.21.primi:due linee a.b.z.b.n.sunt minores duabus lineis.a.g.z.g.n.z.b.n.est equalis.g.n.erit per communem scientiam.a.g.maior.a.b.eadem rōne erit.a.f.maior.a.g.qō ē quar/ tum.¶Qō si.a.l.non sit equalis.a.b.cum ipse sint equaliter distātes ab.a.k.erit altera maior:sitq3.a.l.ponam ergo.a.m.equalem.a.b.z producam.n.o.m. quia ergo duo latera.m.a.z.a.n.trianguli.m.a.n.sunt equalia duobus laterib9. b.a.z a.n.trianguli.b.a.n.z angulus.m.a.n.est equalis angulo.b.a. n.erit per.4.pri/ mi:basis.m.n.equalis basi.n.b.z quia.m.o.est equalis.n.b.erit.n.o.equalis .n. m. pars videlicet toti qō est impossibile z hoc est quintū

Propositio .9.

SI intra circulū puncto signato.ab eo plures q̄z due linee ducte ad circūferentiam fuerint equales.punctū illud centrum circuli esse necesse est.

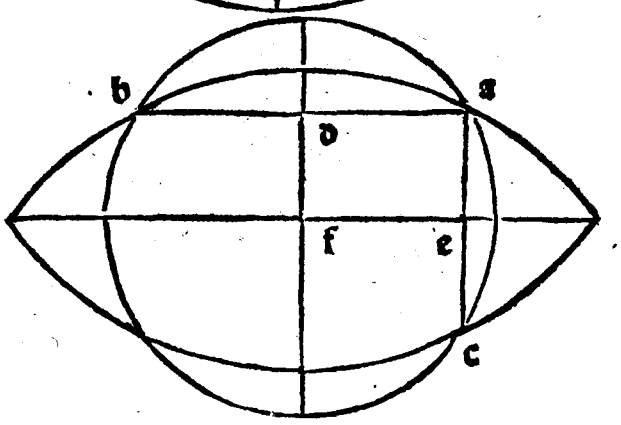
¶Sit vt a puncto.a.signato intra circulū.b.c.d.ducte sint.3.linee.a b.a.c.a.d.ad circūferentiā quas pono ęc equales dico punctum.a. esse centrū circuli.Producā enim duas lineas.c.b.z.d.c.z diuidā vtrāq3 eaꝝ p eq̄ lia.c.b.quidem in puncto.e.z.d.c.in puncto.f.z producam.e.a.z.f.a. quas applico circūferentie ex vtraq3 parte.eritq3 per.8.primi vterq3 angulorū qui sunt.a. d.e.eq̄l alteri.igit̄ p.13.vterq3 erit rect⁹.Silr quoq3 p eādē vterq3 angulorꝝ q̄ sūt.a d.f.rectus:ergo per corrolariū primc huius.quia.a.e.diuidit.c.b.per equalia z orthogonaliter ipsa transit per centrū.similiter quoq3.a.f.transit per centrum. qua diuidit.d.c.per equalia z orthogonaliter.quare.a.ē centrū qō est propositum



Propositio .10.

SI circulus circulum secet.in duobus tantum locis secare necesse est.

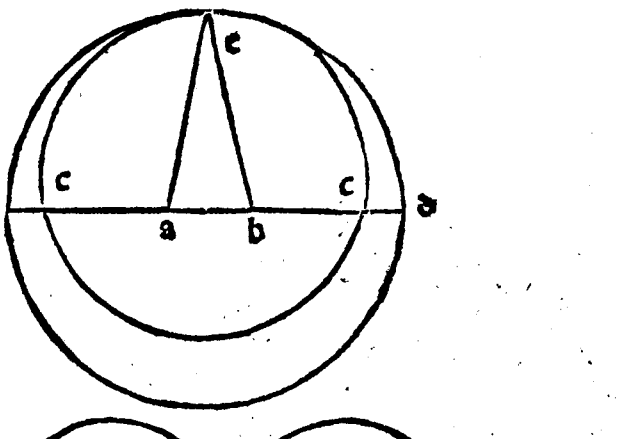
¶Sint si possibile est duo circuli secantes se in pluribus q̄z in duobus locis super.3.puncta.a.b.c.producam lineas.a.b.z.a.c. quas diuidam per equalia in punctis.d.z.e.z producam a puncto.e.lineam.e.f.perpendicularem super lineam.a.c.z a puncto.d.lineam.d. f. ꝑpendicularem super lineam.a.b. z secent se due linee.e.f.et.d.f.i puncto. f. eritq3 per corrolarium prime huius punctuꝫ.f.centrum circuli vtriusq3 qō est impossibile. per 5.huius.



Propositio .11.

SI circulus circulum contingat.lineaq3 per centra eorum transeat.ad punctum contactus eaꝝ applicari necesse est.

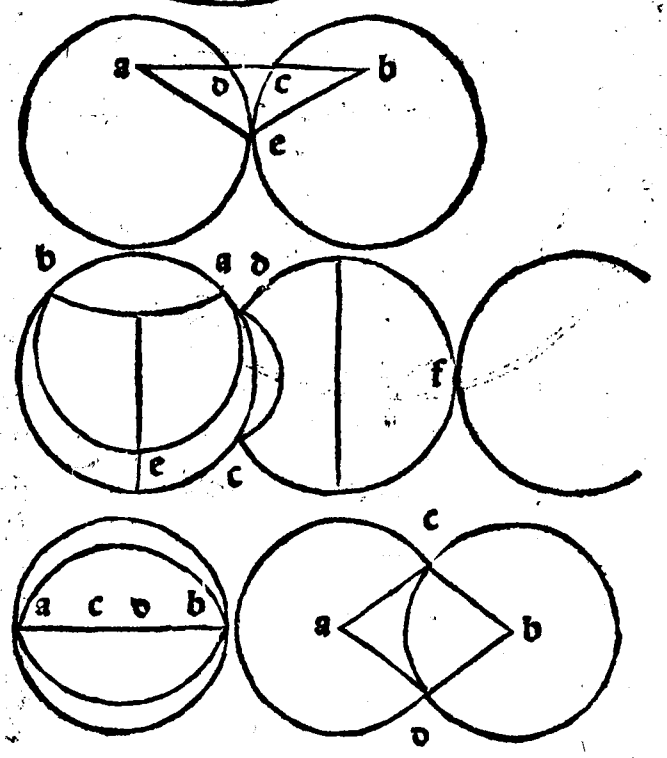
¶Si enim linea transiens per centra duorum circulorum.c.e.et.d.c sese contingentium intra vl extra. nō vadit ad locum contactus sed cet circūferentiam vtriusq3:sitq3.a.centrum circuli.e.d.et.b. centrū circuli.e.c.et ducatur linea recta.a.b.c.d.secans circūferentiam vtriusq3: et ducantur linee a puncto.e.qui sit locus contactus ad centra que sint. e.a.c.b. eruntq3 in cōtactu interiori.p.20.p̄mi due linee.e.b.z.b.a.longiores.e.a.q̄re longiores.a d.est enim.a.centrū circuli.e.d.z qm̄.b.c.est equalis.e.b.qm̄ .b,est centrum circuli.e.c.erit.c.a.longior.a.d.qō est impossibile.¶In cōtactu vero exteriori erūt due linee.a.e.z.e.b.longiores.a.b.quare.a.d.e.c.b.maius erūt q̄ꝝ tota.a.b.qō est falsum.

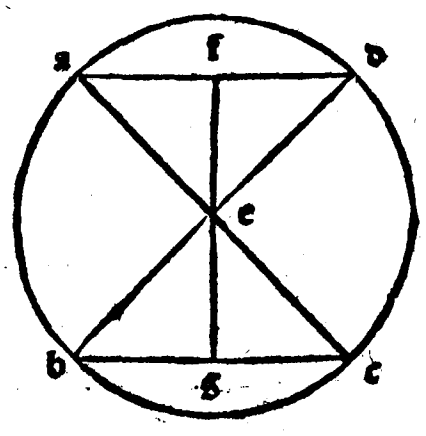


Propositio .12.

SI circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus.in vno tantum loco contingere necesse est.

¶Si eni fuerit possibile.vt circulus circulū cōtingat in duob⁹ locis intra vl extra cōtingat circulū.a.b.c.d.circulus.a.b.e.interi⁹ i duobus pūctis.a.b.vel exteri⁹ circulus.c.d.f.i duob⁹ pūctis.c.d.Cū ergo ducemus lineā rectā ab.a.ad.b.si ipsa cadat extra circulū .a.b.e. interiorē accidet ꝓtrariū secūde hui⁹.Qō si ipsa cadat intra ipsū:cū diuiserimus ipsā p equalia z eduxerim⁹ a pūcto diuisionis ꝑpendicularē ad ipsā.fueritq3 applicata circumferentie ex vtraq3 pte ipsa trāsibit p centrū amboꝝ circuloꝝ.quare accidet cōtrarium premisse.¶In circulo vero cōtingente exteri⁹ in pūctis.c.d.si ducam⁹ lineā rectā a puncto.c.ad punctū.d.necesse est accidere ꝓtrariū be h⁹.quare vtrūq3 ipossibile



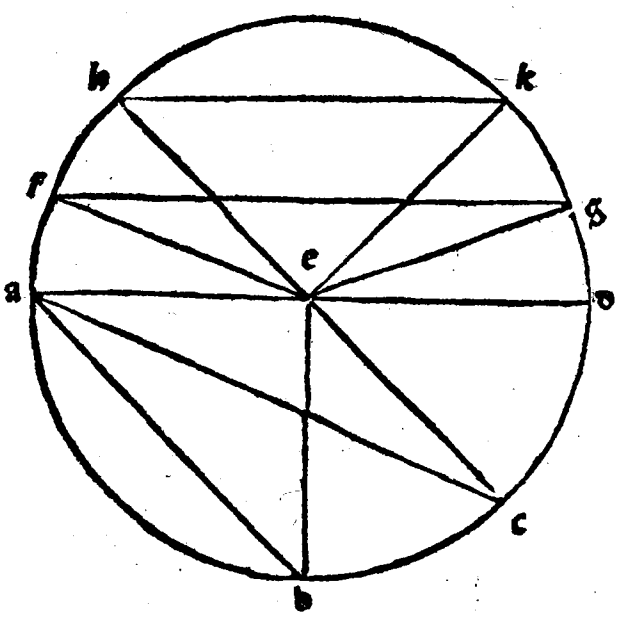


Propositio .13.

Recte linee in circulo si fuerint equales eas a centro equi distare .7 si a centro equidistiterint equales esse necesse est.

¶Sit vt in circulo.a.b.c.d.cuius centrum sit.e.due linee.a.b.7.c.d sint equales.dico qꝫ ipse equidistant a centro 7 econuerso. Producā tur enim a centro.e.linee.e.f.7.e.g.perpendiculares ad.a. d.7.b. c. eritqꝫ per.2. partem tertie hui⁹.a.d.diuisa per equalia.in.f.7.b.c.in.g.qꝫ ergō duo latera.e.d 7.d.a.trianguli.e.d.a.sunt equalia duobus lateribus.e.c.7.c.b.trianguli.e.c.b. 7 basis.e.a.basi.c.b.erit per.8.primi angulus.d.equalis angulo.c.7 qꝫ duo late/ ra.e.d.7.d.f.trianguli.e.d. f.sunt equalia duobus lateribus.e.c.7.c.g.trianguli e.c.g.Nam.d.f.est equalis.c.g.eo qꝫ tota.a.d.posita est equalis.b.c.7 angulus d.est equalis angulo.c.erit per.4.primi basis.e.f.equalis basi.e.g. 7 quia iste sūt ppēdiculares veniētes ad eas a cētro patet ꝑ diffinitionē:siue.4.hui⁹ipsas eq̄liter distare a centro.¶Aliter idem.Quadratū enim.e.d.per penultimam primi valet quadrata duarum linearum.e.f.7.f.d.7 quadratum.e.c.quadrata duarū linearū que sunt.e.g.7.c.g.7 quia quadratum.d.e.est equale quadrato.e.c.7 quadratum d.f.quadrato.g.c.erit quadratū.e.f.equale quadrato.e.g.quare.e.f.est equale.e. g.sicqꝫ patet idem.Sit ergo.c.f.equalis.e.g.qō est eas equaliter distare a centro. dico tunc qꝫ .a.d.est equalis.b.c.d.e.quadratis enī duarum linearum.e.d.7.e.c. equalibus demptis quadratis duarum linearum. e.f.7 .e.g. equalibus remanēt per penultimam primi quadrata duaruꝫ linearum.f.d.7.g. c.q̄ per cōmunē scien tiam necesse est esse equalia:quare.f.d.est equalis.g.c.ergo duplum.f.d.qō est.a. d.est equale duplo.g.c.quod est.b.c.7 hec est scōa pars propositi.

Propositio .14.



Si intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrū eius omnium longissimam. eiqꝫ propinquiores remoti/ oribus longiores esse necesse est.

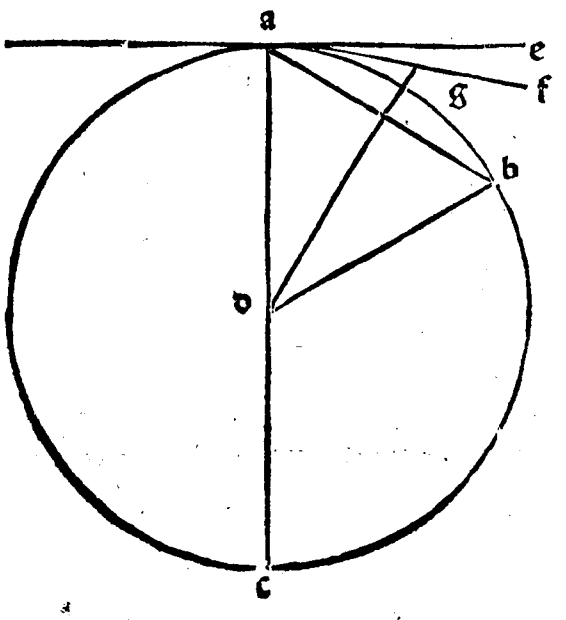
¶Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.e.cadant plurime linee que sint.a.b.a.c.a.d.f.g.b.k.sitqꝫ.a.e.d.diameter.dico ipsam esse lon gissimam 7 alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro.e. linee ad extremitates omnium que sint.e.b.e.c.e.f.e.b.7.e.k.eruntqꝫ per.20.primi duo latera.e.f.7.e.g.trianguli.e. f.g.longiora.f.g.7 quia ipsa sunt equalia.a.d.erit.a.d.maior.f.g.eadem ratione maior erit q̄ꝫ.a.c.quia.a.e.7.e.c. sunt maiora.a.c.7 equalia.a.d.ergo.a.d.maior est.a.c.sic quoqꝫ est maior.b.k. 7 maior etiā q̄ꝫ.a.b. Qō autem.f.g.sit maior.b.k. 7.a.c.a.b.patet.quia per.24. primi cum duo latera.f.e.7.e.g.trianguli.f.e.g.sint equalia duobus laterib⁹.b.e. 7.e.k.trianguli.b.e.k.7 angulus.f.e.g.maior angulo.b.e.k.erit basis.f.g.maior basi.b.k.Similiter quoqꝫ quia.a.e.7.e.c.sunt equalia.a.e.7.e.b.7 angulus.a.e.c maior angulo.a.e.b.erit basis.a.c.maior basi.a.b.7 sic est propositum.

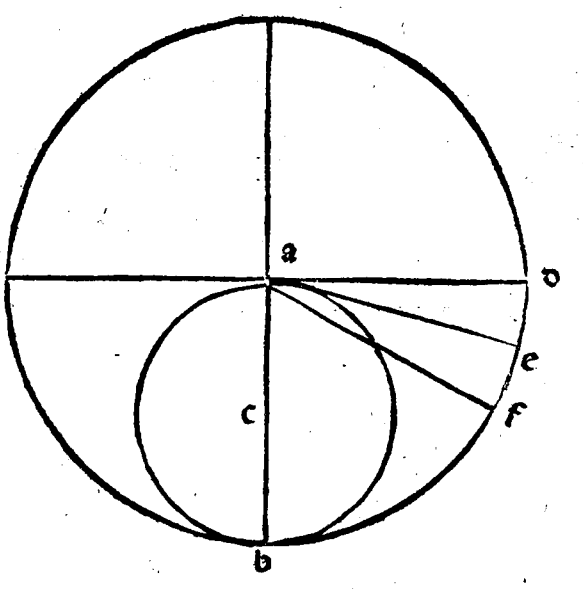
Propositio .15.

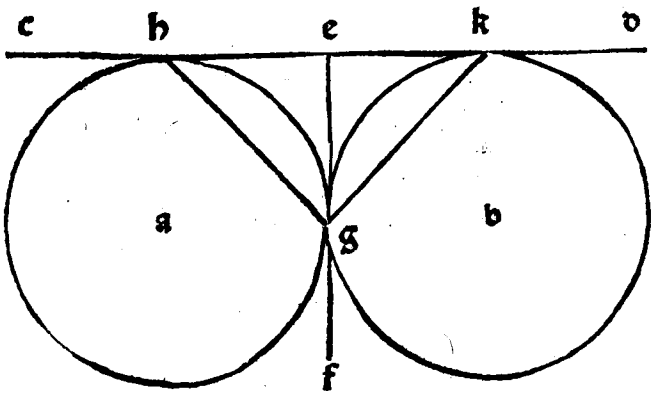
Si ab altero terminorū diametri cuiuslibet circuli ortho/ gonaliter linea recta ducatur:extra circulum eam cadere necesse est.¶Atqꝫ inter illam 7 circulū aliā lineā rectā ca

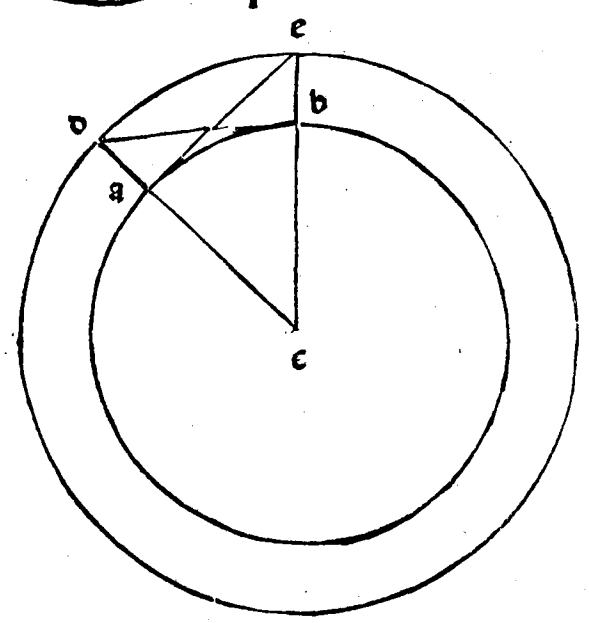
pi impoſſibile eſt¶Angulum autem ab illa ⁊ circũferentia contentũ. omnium acutorum angulorum eſſe anguſtiſſimum. ¶Angulum vero intrinſecum a diametro ⁊ circumferentia contentum omnium angulo rum acutorum eſſe ampliſſimum neceſſe eſt.¶Unde etiam manifeſtũ eſt omnem lineam rectam a termio diametri cuiuſlibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipſum contingere.

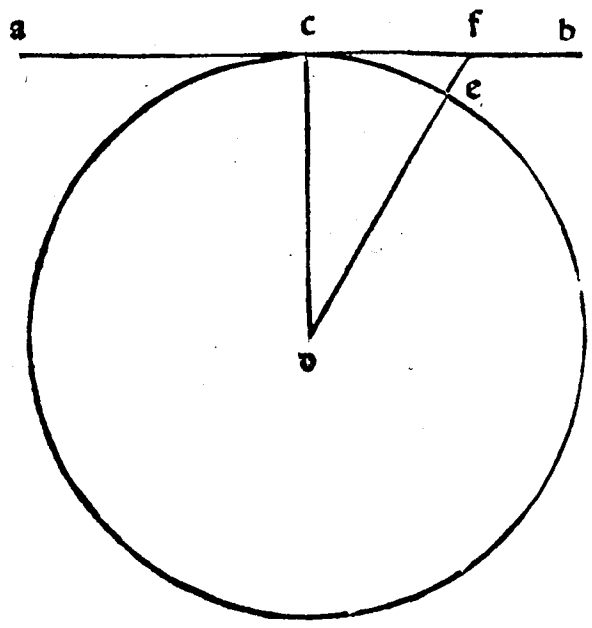
¶Sit vt a termio a diametri.a.c.circuli.a.b.c.cui⁹cĕtr.d.ducaĩ linea orthogonaliter:dico q ipſa cadit extra circulum.⁊ q inter lineam illam ⁊ circũferentiã nulla alia recta linea itercipiĩ:⁊ q angulus quẽ ipſa ⁊ circũferẽtia cõtinet ẽ minor omni angnlo rectilineo qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. ⁊ q angulus cõ tentus a diametro ⁊ circumferentia eſt maior omni angulo rectilineo acuto.¶Si enim linea ducta. ab.a orthogonaliter ſuper.a.c.lincam:poteſt cadere infra cir/ culũ.ſit illa linca.a.b.⁊ ducatur linea.d.b.critq; per.5.primi angul⁹.d.a.b.equa lis angulo.d.b.a.⁊ quia angulus.d.b.a.eſt rectus per ypotheſim.habebit trian/ gulus.a.b.d.duos angulos rectos quod eſt impoſſibile.p.32.primi: ¶Cadet er/ go extra ſitq;.a.e.q ſi inter ipſam ⁊ circũferentiã põt linca recta intercipi ſit illa a.f.ad quã ducaĩ perpendicularis.d.g.⁊ quia angulus.d.g.a.eſt rectus.crit p.18. primi linea.a.d.longior linea.d.g.quod eſt impoſſibile.quare inter ipſam ⁊ circũ ferentiã nulla linca recta intercipieĩ.¶Propter quod patet q angul⁹cõtentus.ab e.a.⁊ circũferentia qui dicitur angulus contingentie ẽ minor omni angulo a dua/ bus rectis lineis contento.Si enim aliquis rectilineus angulus eſſet angulo cõtin gentie equalis.aut eo minor cum omnis talis poſſit per equalia diuidi ſecũdũ do ctrinaz.9.primi inter lincã.a.c.⁊ circũferentiam poſſet linea recta itercipi q mon ſtrauimus eſſe nõ poſſe.per quod patet angulum contentum a diametro ⁊ circũ/ ferentia omnium acutorum rectilineorum eſſe maiorem.quia non differt a recto niſi in angulo contingentie quem monſtrauimus eſſe minorem omni rectili/ neo.¶Corrolariũ patet per primam partem.Cum enim liuea.a.e.in vtrãq; par/ tem erecta non ſecet circulum ⁊ tangat ipſum in puncto.a.ipſa eſt contingens p diffinitionem.¶Ex hoc notandum q nõ valet iſta argumentatio. hoc tranſit a minori ad maius.⁊ per omnia media.ergo per equale.nec iſta contingit reperire maius hoc ⁊ minus eodem ergo cõtingit reperire equale.hoc autem ſic patet. Sit circulus.a.b. ſuper centrum.c.cuius diameter .a.c.b. ⁊ ducatur ab eius termino a.linea.a.d.orthogonaliter:eritq; contingens circulum per corrolarium huius. Deſcribaĩ iterũ ſup pũctũ.a.ẽm quãtitatẽ diametri.a.b.circul⁹.b.e.d.⁊ imagineĩ linea.a.b.moueri ſuper punctum.a.per circumferentiam arcus.b.e.d.ita q pun/ ctum.b.numeret omnia puncta arcus.b.e.d.quouſq; perueniat ad lineam. a.d. ⁊ cooperiat ipſam.⁊ quia angulus.b.a.d.eſt rectus: erit vt nõ ſit ſumere aliquem angulum acutum cui equalẽ non fecerit linea.a.b.cum diametro .a.c.b. minoris circuli.quia tranſiuit ad angulum rectum dinumerans ſitum omnium angulorum acutorum quorum manifeſtum eſt quoſdam eſſe minores angulo ſemicirculi con tento a ſemicircumferentia . a.b . ⁊ diametro.a .c.b. ⁊ angulum rectum mani/ feſtum eſt eſſe maiorem eodem.Dico q nullus in tranſitu ab acutis minoribus ad recto maiorẽ intermedius fuit ei equalis.Si eni fuerit aliquis:ſit vt illũ fecerit linea .a. b. cum punctus. b.fuit in puncto .c. arcus .b. e. d. quia ergo angulus











e.a.b.eſt equalis angulo ſemicirculi predicto:angulus aũt ſemicirculi ẽ amplissim⁹ omniũ acutoꝝ p vltimã partẽ huius:erit angulus.e.a.b.amplissim⁹ omniũ acutorũ:diuidat̃ ergo angulus.e.a.d.ſicut propoſuit.9.primi p equalia ducta linea.a.f. eritqꝫ p cõceptionẽ angulus.f.a.b.ãplior angulo.e.a.b.quare erit aliq̃d ãpli⁹ amplissimo quod ẽ ipossibile. ¶Vel ſic cũ angulus e.a.b.ſit equalis angulo ſemicirculi ſicut ponit̃ .At angulus ſemicirculi cũ angulo cõtingẽtie ẽ equalis vni recto.Similiter quoqꝫ angulus.e.a.b.cũ angulo.e.a.d.ẽ equalis vni recto:erit angul⁹.e.a d.equalis angulo cõtingentie:ꝛ qꝛ angulus cõtingentie ẽ anguſtiſſimus omnium acutoꝝ per.3.ptem huius:erit ſimiliter angulus.e.a.d.ſibi equalis anguſtiſſimus omniũ acutoꝝ.ſed angul⁹.e.a.f.ẽ eo anguſtior p cõceptionẽ:erit ergo aliquid anguſtius anguſtiſſimo quod ẽ impoſſibile:¶Non ergo erit angulus rectilineꝰ equalis angulo ſemicirculi ꝛ qꝛ trãſitur a minori ad maius ꝛ non p equale. Itẽ qꝛ eſt reperire minorẽ eo ꝛ maiorẽ :patet inſtantia cõtra vtrãqꝫ argumẽtationẽ predictam Vnde per interemptionem ad illud eſt reſpondendum.

POſſet probari quod angulus contingentie eſt diuiſibilis ſcõm lineã rectã vt cõſtat per figurationẽ hic a latere poſitam.Certum ẽ qꝫ angulus qui cauſat̃ ex cõtactu duoꝝ circuloꝝ vel ſpaꝝ ẽ angulus contingentie ꝛ talis diuidat̃ per lineã.e.g: qꝛ hic habeẽ triangulus. b.g.k.cuius baſis.b.k.diuidatur per equalia in puncto.e.ꝛ protrahat̃ verſus.g.contactum ꝛ arguitur per.4.primi. deinde p.26. huius ꝛ patet ꝓpoſitum.

Propoſitio .16.

DAto puncto ad datum circulũ lineã cõtingentẽ ducere. ¶Sit circulus datus.a.b.cui⁹ centꝝ.c.punctuſqꝫ datur.d.volo ergo a puncto.d.ducere lineã ꝓtingentẽ circulũ.a.b.,pduco lineã.d.c.ſecantẽ circũferentiã circuli.a.b.in puncto.a.ſup quã deſcribo circulum.d.e.ſecũdũ quãtitatẽ linee.d.c.concẽtricũ circulo.a.b.ꝛ a pũcto a.produco lincam.a.e.ꝓpendicularẽꝫ ad lineã.d.c.que ſecet circũferentiã circuli.d e.in puncto.e. ꝛ ꝓduco lineã.e.c.ſecantẽ circũferẽtiã circuli.a.b.in puncto.b. deinde produco lineã.d.b.que erit cõtingens circulum.a.b.qꝛ eni duo latera.a.c. et c.e.trianguli.a.c.e.ſunt equalia duobus lateribꝰ.b.c.ꝛ.c.d.trianguli.b.c.d.ꝛ angulus.c.ẽ cõis vtriqꝫ erit p.4.primi angulus.e.a.c.equalis angulo .d.b.c. angulus autem.e.a.c.eſt rectus quare angulus.d.b.c.eſt rectus:p corrolarium ergo precedentis erit linea.d.b.contingens circulum.a.b .quod eſt propoſitum.

Propoſitio .17.

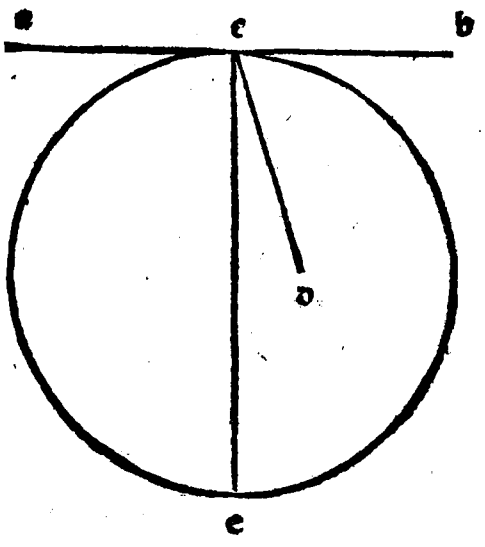
SI circulum liuea recta contingat a contactu vero ad centrum linea recta ducatur.neceſſe eſt eam ſuper lineã contingentem eſſe perpendicularem.

¶Sit linea.a.b.contingens circulum.c.e.cuius centrũ ſit.d.in puncto.c.qui iungatur cũ centro per lineam.c.d. dico hanc eſſe perpendicularem ſuper lincam contingentem.Si enim non eſt perpendicularis ad ipſã. ſit ergo.d.f.perpendicularis ad eandem que ſecet circũferentiam circuli i puncto e.eritqꝫ vterqꝫ angulorum qui ſunt.ad.f.rectus igitur per.18. primi linea. c.d.eſt maior linea.d.f.quod eſt impoſſibile:Conſtat itaqꝫ.d.c.eſſe perpendicularem ſuper.a.b.quod eſt propoſitum.

Propositio .18.

Si circulū linea recta cōtingat: & a cōtactu in circulū linea quedā orthoganaliter ducat. i eadē cētrū eē necesse é.

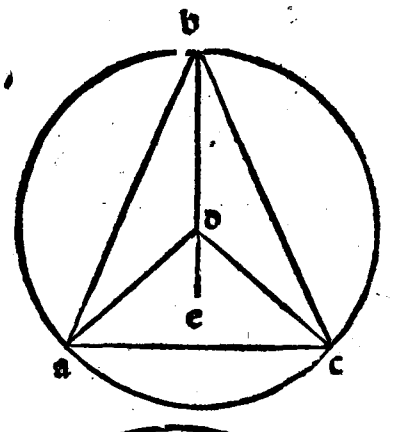
¶Sit vt prius linea.a.b.contingens circulum.c.c.in puncto.c. & a contactu ducat intra circulū.c.e.linea perpendicularis ad lineam.a.b.dico q centrum circuli est in linea.c.e.& est cōuersa prioris. Si enī non fuerit centrū in linea.c.e.sit alibi vbicunq cōtingat.sitq.d.& producat linea.d c.eritq.d.c.per premissam perpendicularis ad lineā.a.b.qō est impossibile cū.e.c.posita sit perpendicularis ad ipsam:quare patet propositum.

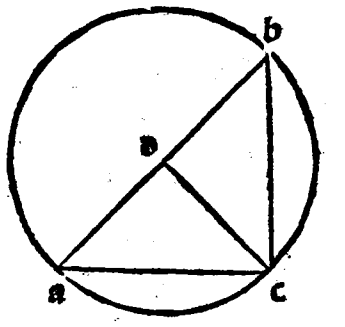


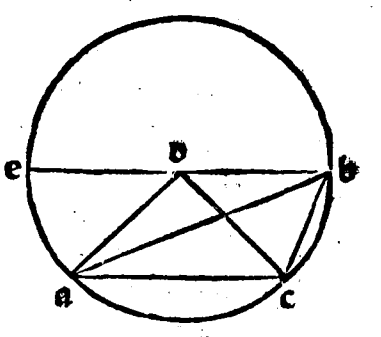
Propositio. 19.

Si intra circulum angulus supra centrū consistat: alius vero angulus supra circūferētiā cōsistēs cādē basim habeat inferior superiori duplus erit.

¶Sit vt in circulo.a.b.c. cuius centrū.d .fiat angulus. a.d.c.super centrū & angulus.a.b.c.sup circūferentiā.sitq vtriusq anguli cadē basis q̄ sit arcus.a.c.dico angulū.a.d.c.duplū esse ad angulū.a.b.c.¶Qō sic probatur.Aut enī due linee.a.b.& b.c.includūt duas lineas.a.d.& d.c.aut altera earū fit linea vna cū altera reliquarū.aut etiā altera primarum secat alterā postremarū ¶Sit ergo primo vt includant eos vt in prima figuratione apparet.& producatur linea.b.d.e.eritq per.32.primi:angulus.a.d.e.extrinsecus equalis duob⁹ intrinsecis qui sunt.b.a.d.& a.b.d.anguli & quia ipsi sunt equales per.5.eiusdē erit angulus.a.d.e.duplus ad angulū.a.b.d.similiter quoq erit augulus.e.d.c. duplus ad angulū.d.b.c.quare totus angulus.a.d.c.duplus é ad totū angulū. a.b.c.qō est propositum.¶Qō si altera duarū linearum.a.b.& b.c.fiat linea vna cū altera duarū linearū q̄ sunt.a.d.& d.c.vt in secūda figuratione apparet.per casdē p quas prius:& simili mō liquet ꝓpositum.¶Qō si altera duarum primarū secet alteram duarum postremarum.vt in.3.figuratione apparet.vbi linea.a.b.secat lineā.d.c. producatur linea.b.d.e.eritq per casdez quas prius assumpsimus & simili modo angulus.e.d.a.duplus ad angulū.d.b.a.& totus angulus.e.d.c.duplus ad totū angulū.d.b.c.quare angulus.d.b.c.dupl⁹ é ad angulū.a.b.c. qō est propositum.



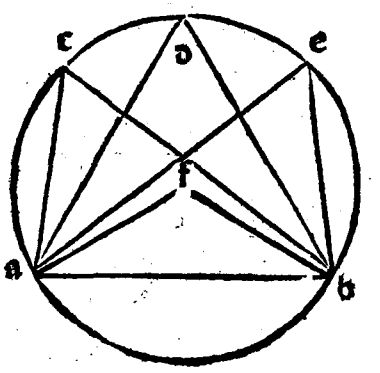




Propositio .20

Si in vna circuli portione anguli super arcum consistant angulos quoslibet esse equales necesse est.

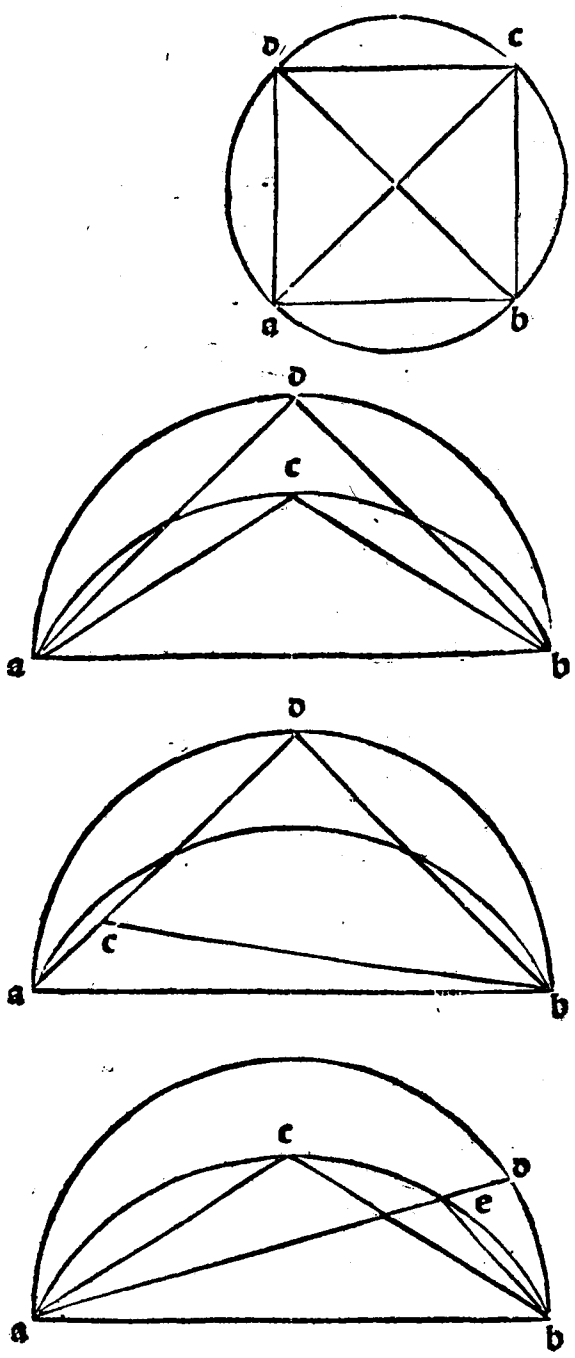
¶Sit vt in portione.a.d.b.circuli.a.d.b.cuius centrum.f.cōsistant quoslibet anguli super arcum.a.d.b.qui sūt.c.d.e.dico eos eē equales.protrahatur enī corda.a.b.& ab eius extremitatibus :ducantur in centrum linee.a.f.& b.f.eritq per premissam angulus.f. consistens super centrū ad vnūquēq eorum.duplus:quare ipsi sunt equales:qō est propositum.



Propositio .21.

Si intra circulum quadrilaterū describat. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶Sit quadrilaterū.a.b.c.d.inscriptū circulo.a. b.c.d. dico quosq duos ei⁹ angulos ex aduerso collocatos eē eq̄les duob⁹ rectis. ꝓtrahant enī in q̄drilatero diametri.a.c.b.d.eritq p premissā angulus. c.b.d. eq̄lis



angulo.c.a.d.ꝛ angulus.a.b.d.angulo.a.c.d.quare totus.a.b.d.crit eq̃lis duo/bus angulis qui ſunt.a.c.d.ꝛ.c.a.d.ꝛ quia ipſi cum angulo.a.d.c. ſunt eq̃les duo bus rectis.per.32.primi: erunt duo anguli.b.totalis.ꝛ.d.totalis equales duob⁹ rectis quod eſt propoſitum.Similiter quoq; probabitur angulos. a.ꝛ.c. totales eſſe equales duobus rectis.

Propoſitio .22

DUas circuli ſimiles portiones inequales.ſuper vnam re/ctam lineam aſſignatã.ex eadẽ parte cadere impoſſibile ẽ

¶Sit linea recta aſſignata.a.b.ſup quã fiat portio circuli.a.c.b.di/co q̃ ſup eandem lineã ex parte eadem non fiet alia portio que ſit ſi milis huic.ꝛ ea maior aut minor.¶Qó ſi fuerit hoc poſſibile fiat er go portio.a.d.b.maior ea que tamen ſit ſimilis ei.fiat ergo angulus.a.c. b.i̇ por tione minori.ꝛ angulus.a.d.b.in maiori.erit ergo vt linec.a.d.ꝛ .d.b. includant lineas.a.c.ꝛ.c.b.vt p̃z i̇ figuratiõe prima.Aut vt altera primarum fiat eadem cum altera poſtremaꝝ.vt in ſcõa.aut vt altera ſecet alteram vt in tertia.¶Qó ſi fuerit primo mõ erit per.21. primi: ãgulus.c.maior angulo.d.nõ ergo ſũt portiones ſi/miles per diffinitionẽ. Qó ſi ſcõo modo erit ad huc angulus.c.maior angulo.d. per. 16.ciuſdem.nec ſic igit̃ erũt portiones ſimiles.Si aũt tertio modo ſit ut linea a.d.ſecet lineam..c.b.ꝛ ſecet circũferentiam portionis minoris in puncto.e.ꝛ du/cat̃ linea.e.b.eritq̃ ꝑ eãdẽ.16.primi:angulus.a.e.b.ꝓſiſtẽs i̇ portiõe.a.c.b.maior ãgulo.d.ſ̃z.e.ẽ eq̃lis.c.p.20.b⁹ q̃re.c.ẽ maior.d.q̃re nullo mõ ſiles. ¶Sili quoq; mõ ꝓbabis q̃ ſup lineã. a.b.nõ fiet portio ſilis portioni.a.c.b.mior.e.a.poſito.c in loco.d.ꝛ.d.in loco. c.in figurationibns predictis.erit enĩ per premiſſas ſc̃z per 21.ꝛ.16.primi:ꝛ premiſſo modo angulus.d.omniũ figurationũ maior angulo.c. quare portiones nõ erũt ſimiles.¶Et nota q̃ licet proponatur ſuper lineam vna z nõ poſſe fieri portiones ſimiles inequales ex eadem parte.verum eſt tamẽ q̃ nec ex diuerſis qó licet probare minori que eſt ex vna parte ſuppoſita maiori que ẽ ex alia.neceſſe enĩ.erit per cõmunem ſciam ipſam a maiori excedi. non ergo ſunt ſi/miles per hanc.22.

Propoſitio .23.

SI circulorum ſimiles portiones ſuper lineas equas fue/rint.ipſas portiones equales eſſe neceſſe eſt.

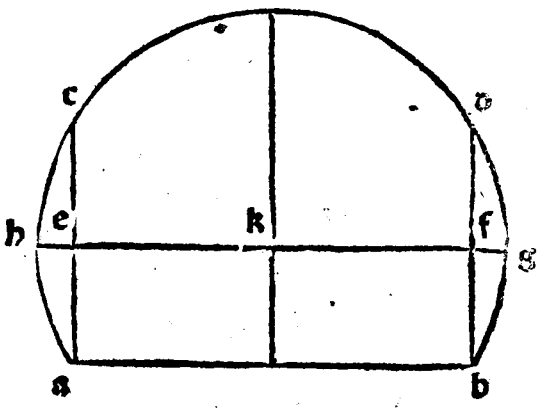
¶Sint due linee.a.b.ꝛ.c.d.equales ſuper quas ſint due portiones circulorum.a.e.b.c.f.d.que ſunt ſimiles.dico q̃ ipſe ſunt equales. ſi enim non ſunt equales altera earum ſuppoſita alteri excedet ma/ior minorem. ſed linea .a.b.non excedet lineam.c.d.nec excedetur ab ea: cum ſint equales.quare accidit contrariuz p̃miſſe qó ẽ impoſſibile.crũt enĩ.a.b.ꝛ.c.d.linea vna.

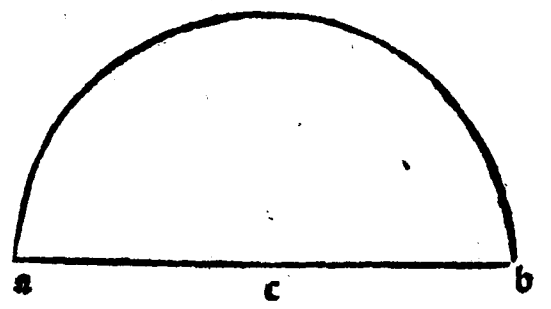
Propoſitio .24.

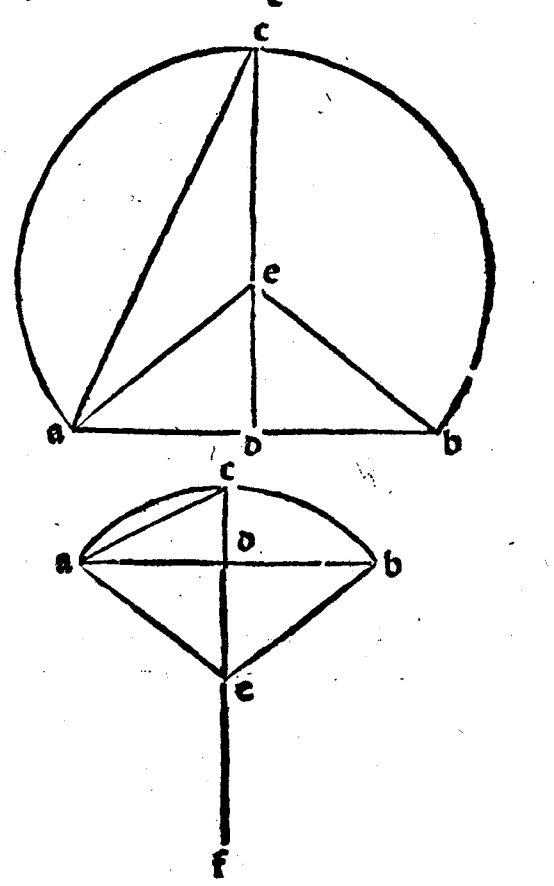
DAti ſemicirculi.ſiue ſemicirculo maioris minoriſue portionis circulum perficere.

¶Intentum per hanc cõcluſionẽ eſt ex omni arcu dato ſiue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo.a.b. quilibet arc⁹

ex quo volo perficere circulum protrahã in eo duas lineas qualitercunq; cõtin gat que sint.a.c.z.b.d.quas diuidam per equalia.a.c.quidã i puncto.e.z.b.d.in puncto.f.z protrahã.c.g.perpendicularem ad.a.c .z.f.b .perpendicularem ad b.d.que secent se in puncto.k.critq; per correl'.prime huius centrũ circuli in vtra/ q; linearum.c.g.z.f.b.quare centrum est punctũ.k.Si autem.e.g.non secet. f.b: sed sint linea vna.quẽadmodũ erit si due linec.a.c.z.b.d.sint equidistantes tunc ipsa applicabit circũferẽtie dati arc⁹.ex vtraq; pte ipsa igit diuisa p mediũ i pũcto k.erit ibi centrũ circuli per idem correl'.Equidistantes autem non erũt.e.g. z.f.b. quia cum in vtraq; sit centrum circuli per dictum correl'.essent eiusdem circuli duo centra.Sic potest de omni arcu siue de omni portione cõmuniter demõstrari qua liter inde circulus perficiatur.¶Quia tamen auctor videt hanc cõclusionẽ varia/ re fm diuersas species arcuũ omniũ portionũ enumerãdo species:demõstrabim⁹ diuisim per species qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primũ.a.b.portio data semicirculus.eritq; per diffinitionẽ semicirculi.linea .a.b. diametri.ea igitur diuisa per medium in puncto.c.erit.c.centrũ circuli.¶Sit rur sus portio.a.c.b.semicirculo maior cuius corda sit.a.b.quã diuido per equalia in puncto.d.a quo duco.d.c.perpendicularem ad ipsam que transibit per centrum per correl'.prime huius: z protrabo lineam.a.c.z quia linea.a.b.est minor diame tro cum sit.a.c.b.portio maior semicirculo:erit.a.d. minor semidiamctro.scd.d.c est maior semidiametro. ergo.d.c.est maior q̃z.a.d.ergo per.19.primi: angulus c.a.d.est maior angulo.a.c.d.fiat itaq; per.23.primi:angulus.c.a.e, equalis an/ gulo.a.c.d.producta linea.a.e.que secet lineam.c.d.in puncto.e.eritq; p sextã pri mi.linea.a.e.equalis linee.e.c.producat igitur linea.e.b .eritq; per.4.primi linea e.b.equalis linee.a.e.quare tres linee.e.a.e.b.e.c.sunt equales ergo per.9.huius e.est centrum circuli.¶Sit iterum.a.c.b.portio minor semicirculo.cuius corda sit a.b.quã diuido per equalia in puncto.d.a quo produco lineam.c.d.e.perpendicu larem ad lineã.a.b.que secet circũferentiam in puncto.c. hãc manifestũ est transi re per centrum per correlarium prime huius.produco iterũ lineam.a.c:eritq; an/ gulus.a.c.d.maior angulo.c.a.d.si est equalis erit portio.a.c.b, semicirculus.z si minor erit maior semieirculo:positũ est autẽ qp sit minor.produco igitur lineã .a. e.que cum linea.a.c.faciat angulũ equalem angulo.c.z secet lineam.c.f.in puncto e.z manifestũ ẽ qp punctum.e.cadat extra datam portionẽ.z produco lineam.e.b z quia angulus.a. totalis est equalis angulo.c .erit per.6.primi linea.e.a.equalis linee.e.c.z quia per quartã primi linea .e.b.est equalis linee. e.a. erit per.9. hu/ ius punctũ.e.centrum circuli quare patet propositum fm omnes species portio/ num circuli.



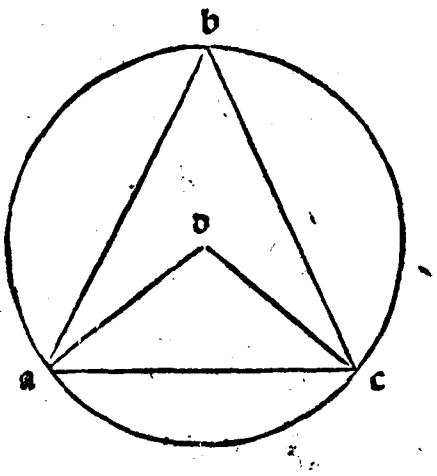


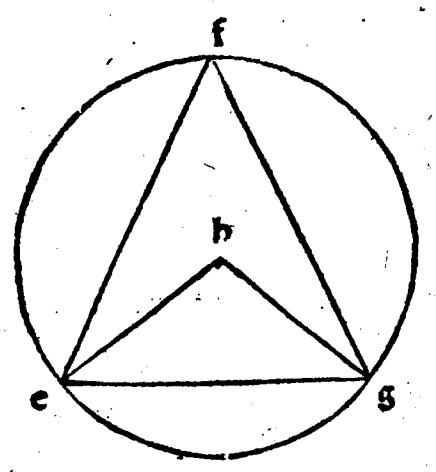


Propositio 25.

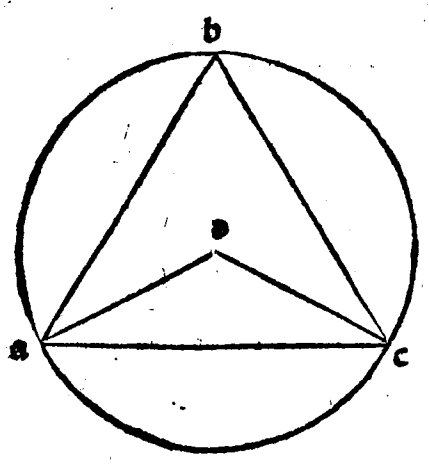
SI in equis circulis seu super centra seu sup circũferẽtias equales anguli consistant.super equos arcus eos cadere necesse est.

¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrũ.d.z.e.f.g.cuius cen trũ.b.z fiãt supra cẽtra eor duo anguli.a.d.c.z.c.b.g. qui ponant equales.dico duas arcus.a.b.c.z.e.f.g.esse equales.protrahantur due linee.a.c. z.e.g.z fiant duo anguli in circũferentiis ipsorũ consistentes supra predictos ar cus qui sint angulus.a.b.c.z angulus.e.f.g.quia ergo circuli sunt equales. erunt





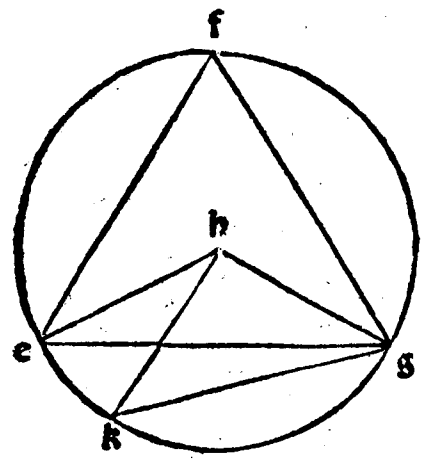
per diffinitionez equalium circulorum semidiametri equales: ⁊ quia duo anguli.d ⁊.b. sunt equales erit per.4.primi:linea .a.c.equalis linee.e.g.⁊ per.19.huius erit angulus.b.equalis angulo.f.cum.d.angulus sit equalis angulo.b.ergo per diffi/nitionem similium portionum due portiones.a.b.c.⁊.c.f.g.sunt similes:⁊ q⁹ ipse sunt sup lineas:a.c.⁊.e.g.equales ipse erunt equales per.23. huius: quare are⁹.a b.c.⁊.e.f.g.sunt equales.Q̄ō si ãguli.b.⁊.f.qui sunt in circũferentia ponantur equales erunt per diffinitionẽ portiones similes ⁊ anguli.d.⁊.b .equales p.19. huius :⁊ quia circuli sunt equales per positionem erunt per .4. primi: due linee.a.c. ⁊.e.g.equales quare ut prius portiones equales per.23.huius cum sint similes ⁊ super equales lineas.igitur ⁊ arcus equales :quod est propositum.



Propositio .26.

SI in equis circulis equi sumãtur arcus.infra illos forma/tos angulos. qui supra centra eoꝝ seu supra circumferẽ/tias cõstituãtur equos esse necesse est.

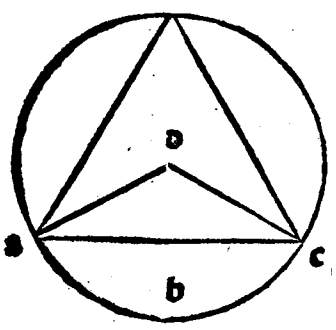
¶Sint vt prius duo circuli.a.b.c.cuius centrũ.d.⁊.e.f.g.cui⁹ centrũ b.sintq; duo arcus.a.b.c.⁊.e.f.g.equales fiantq; super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint .d.⁊. b.ductis.a.d.c.d.e.b.g .b. Itemq; super eos/dem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint.b.⁊.f.ductis lineis.a.b c.b.e.f.⁊.g.f.dico duos angulos d.⁊.b.adinuicẽ eẽ eq̃les Itẽq; duos.b.⁊.f.adin uicem esse equales ⁊ est hec conuersa prioris.si enim non sunt.d.⁊. b.anguli ad in uicem equales:sit ergo.b.maior a quo abscindatur angulus.k.b.g.qui sit equalis angulo.d.eritq; per premissam arcus.k.e.f.g.equalis arcui.a.b.c. sed duo arcus a.b.c.⁊.e.f.g.positi sunt equales:accidet ergo partẽ esse equalem toti: quod ẽ im/possibile:quare anguli.d.⁊.b.totales sunt equales. ¶Simili quoq; modo proba bis angulos.b.⁊.f.esse equales.vel si maius probato q̄ anguli.d.⁊.b:sint equa/les.sequitur.b.⁊.f.esse equales per.19.huius ⁊ econuerso.

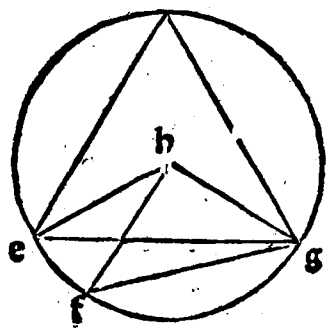


Propositio .27.

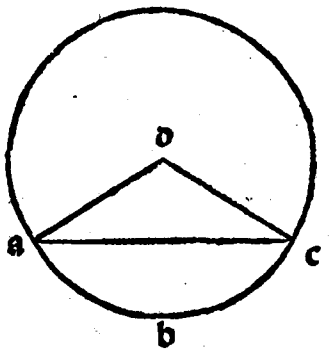
SI in circulis equalibus eque linee arcus resecent. arcus quoq; equos esse.si autẽ linee ĩequales fuerint arc⁹ quo q; inequales.⁊ a maiore linea maiorem arcum:a minore vero minorem abscindi necessariũ est.

¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centr̃.d.⁊.e.f.g.cui⁹ cẽtrũ b.sitq; corda.a.c.eq̃lis corde.e.g.dico duos arcus.a.b.c.⁊.e.f.g.quos p̄dicte cor de ex predictis circulis resecant esse equales.Q̄ō si corda.e.g.ponat̃ maior corda a.c.dico arcũ.e.f.g.esse maiorẽ arcu.a.b.c. Primũ quidem sic probat̃ ducantur a centris linee ad extremitates cordar̃ que sint.d.a.d.c.b.e.b.g.⁊ quia circuli posi ti sunt fore eq̃les.erũt hee semidiametri equales.⁊ q⁹ linea: a.c. posita est equalis linee.e.g.erit per.8.primi:angulus.d.equalis angulo.b.totali: quare per.25.hui⁹ erit arcus.a.b.c.equalis arcui.e.f.g.sicq; patet primum. scõm sic. sit.e.g. maior a.c.eritq; per.25.primi angulus.b.maior angulo.d.fiat ergo angulus.f.b.g.eq̃/lis angulo.d.eritq; per.25.huius arcus.f.g.equalis arcui.a.b.c.quare arcus. e.f. g.est maior arcu.a.b.c.quod est scõm. ꝓpositũ.



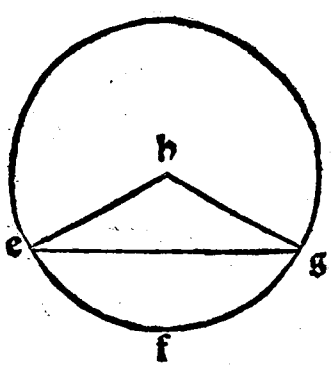


Propositio .28.



CIrculorum equalium equos arcus.equas cordas habe/re necesse est.

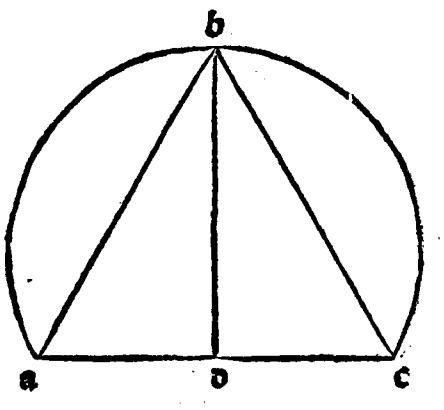
¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrum.d.et.e.f.g .cui⁹ centrum.h.sitq; arcus.a.b.c.equalis arcui. e.f.g. dico q; corda.a. c.est equalis corde.e.g.et est hec conuersa prime partis premisse.¶Ducãt lince.d.a.d.c.h.e.h.g.eruntq; per.26.huius anguli.d.et.h.equales:quare p quar/tam primi:erit.a.c.equalis.e.g.quod est propositum. Quecunq; autem probate sunt passiones de diuersis circulis equalibus intellige multo fortius veras esse de eodem.



Propositio .29.

DAtum arcum per equalia diuidere.

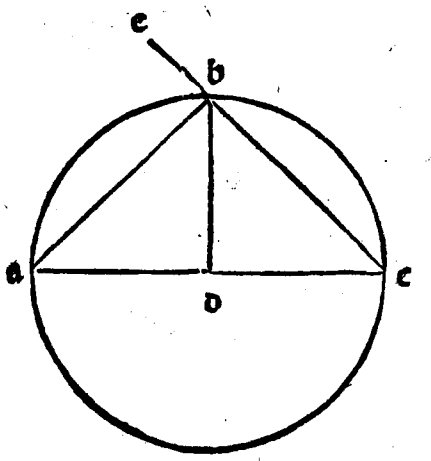
¶Sit datus arcus.a.b.c.cui subtendatur corda.a.c.que diuidat̃ per equalia in puncto.d.a quo ducatur perpendicularis ad ipsa; que sit d.b.secans circũferentiam dati arcus in puncto.b.quẽ dico diuidere datum arcum per equalia.ducantur enim linee.b.a.b.c.que crũt eq̃les per.4. primi quare p primã partem.27.hui⁹ arcus.a.b.erit equalis arcui.b.c. quod est propositum.

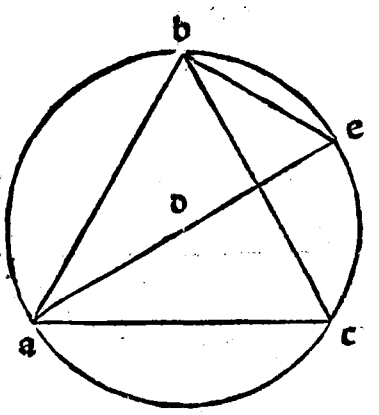


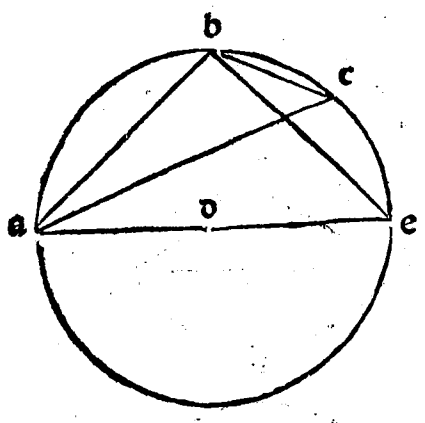
Propositio .30.

SIrrectilineus angulus in semicirculo supra arcum consi/stat.rectus est.Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶Itemq; omnis portionis angulus semi/circulo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

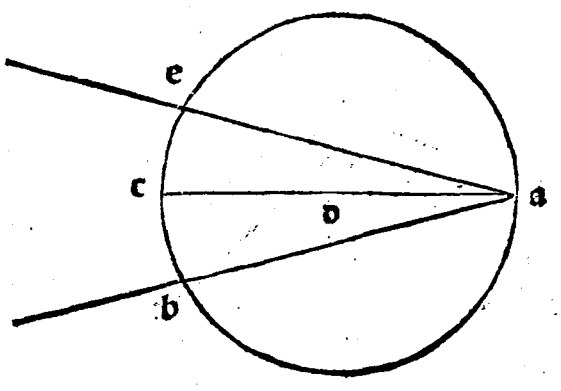
¶Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.d.et diameter.a.d.c.semicirculus. a.b.c. in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus.a.b.c.ductis lineis.a.b.et.b.c.di/co illum angulum esse rectum.protrabatur ab ipso angulo in centrum linea .b.d. eritq; per quintã primi: angulus.a.b.d.equalis angulo.a.et angulus.d.b.c. equalis angulo.c.et quia ãgulus.c.d.b.é equalis duobus angulis.d.b.a. et.a.per.32.p̃mi:ipse erit duplus ad angulum.d.b.a.eadem ratione angulus.a.d.b.dupl⁹ erit ad angulum.d.b.c.ergo duo anguli.c.d.b.et.a.d.b.dupli sunt ad totalem angu/lum.a.b.c.sed ipsi sunt equales duobus rectis. per.13.primi: erit igitur angulus a.b.c.totalis medietas duorum rectorum:quare rectus quod est primum propo/situm.¶Idé aliter protrabatur.b.c.vsq; ad.e.eritq; per.32.primi:angulus .a.b. c.equalis duobus angulis.a.et.c.et quia angulus.a .est equalis angulo .a.b. d.et angulus.c.angulo.c.b.d.erit angulus.a.b.e.equalis totali ãgulo.a.b.c.ergo vter q; eorum est rectus per diffinitionem.¶Scõo sic patet:sit in circulo. a.b.c. cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo:et fiat super eius cir/ferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.et.b.c.dico illum angulum esse mino/rem recto.ducantur enim diametri.a.d.e.et linea.e.b.eritq; per primam partem huius.b.totalis rectus.quare angulus.a.b.c.erit minor recto per cõmunem scien tiam cum sit pars eius:sicq; patet scõm.¶Tertium sic.Sit rursus in circulo. a.b.



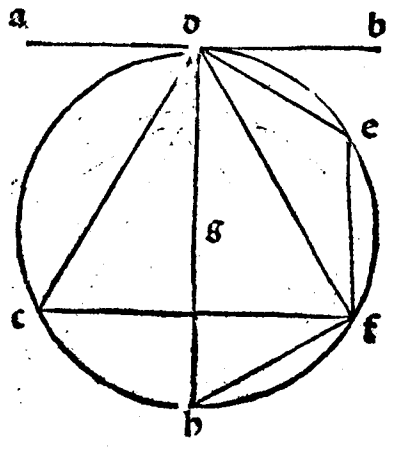




c.cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.que sit semicirculo minor: z fiat super eius circumferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.z.b.c.dico hunc angulum esse maiorem recto.producantur enim diametri a.d. e .z linea.b.e. eritq; per primam partem huius angulus.a.b.e.rectus.quare angulus. a.b.c. erit maior recto quod est tertium propositum. ¶ Quartum z quintum sic. Sint in circulo a.b.c.d.cuius centrum.e.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo z portio.a.d.c.cuius eadē corda.a.c.minor semicirculo dico angulū contentum ab arcu b.a.z corda.a.c.esse maiorem recto z angulum contentum ab arcu .d.a. z corda a.c.esse minorem recto.producantur diametri..c.e.b.z linea.b.a.vsq; ad.f.eritq; per primam partem huius angulus.b.a.c.rectus.quare per.13.primi angulus.f. a.c.est similiter rectus.Quia igitur angulus rectus est primi z secūdus pars recti euidenter patet vtrūq;.quare tota liquet hec pēthamembris conclusio. ¶ Ex istis autem duobus vltimis partibus nota etiā instantiam contra illas duas argumē/ tationes ad quas tulimus instantiam.in.15.huius.transitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per vltimam partem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius.non tamen per equale.Cum enim omnis portio circuli sit semicirculus aut maior semicirculo.aut minor:sit autem tam angulus semicirculi per primam partem.15.quā angulus portionis minoris per vltimā partē huius minor recto. portionis vero maioris sit maior recto.z tñ nō erit alicui° portionis āgul°.nec simplr aliquis contentus a circumferentia.z linea recta nec rect° nec cq̄lis recto.Qō ut darius pateat sit i circulo.a.b.c.cuius centrum.d.linea.a.b.cui non sit determinatus finis ex parte.b.secans ex ipso portionē semicirculo minorē.eritq; per vltimā partem huius minor recto.huius circuli sit diameter.a.d.c.z imaginetur linea. a.b. moueri ad partem.c.super punctū.a.que quādiu fuerit citra.c.vel in ipso.6.coopiens diametrum.a.d.c.faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem pūcto vltra.c.velut in.e.faciet p penult ptem b° angulū maiorē recto.trāsiū ergo a minori ad maius non per equale.z sicut in rectilineis angulis est reperire maiorē angulo semicirculi z minorem.non tamē equalem ut mōstratū ē .i. 15.huius:sic in angulis portionis est reperire maiorem recto z minorem non tamen equalem :vt patet ex ista demonstratione.



Propositio .31.



Si circulum linea recta contingat z a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum ducatur quoscunq; duos angulos cum contingēte facit.duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibns:equales sunt.

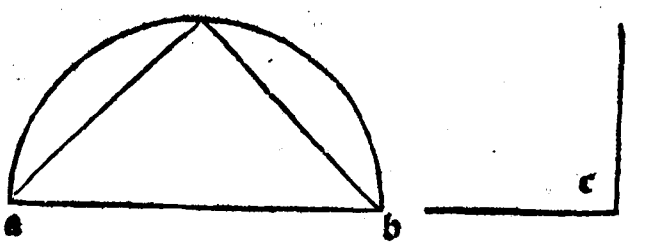
¶ Sit recta linea.a.b.contingens circulum.c.d.e.f.cuius centrū.g .in puncto.d. a quo.d.ducatur in circulum preter centrum linea.d.f.secans ipsum.fiantq;angulus.d.c.f.consistens super arcum portionis.d.e.f.ductis lineis.c.d.z.c.f. z angulus.d.e.f.consistens super arcum portionis.d.e.f.ductis lineis.e.d.z.e.f.dico angulum.c.esse equalem angulo.b.d.f.z angulum.e. angulo. a.d.f. ducantur enim diametri.d.g.b.z linea.f.b.eritq; per.17.huius.d.b.perpendicularis super. a.b. z per primam partem premisse angulus.d.f.b.rectus.quare duo anguli.a. d.b.z

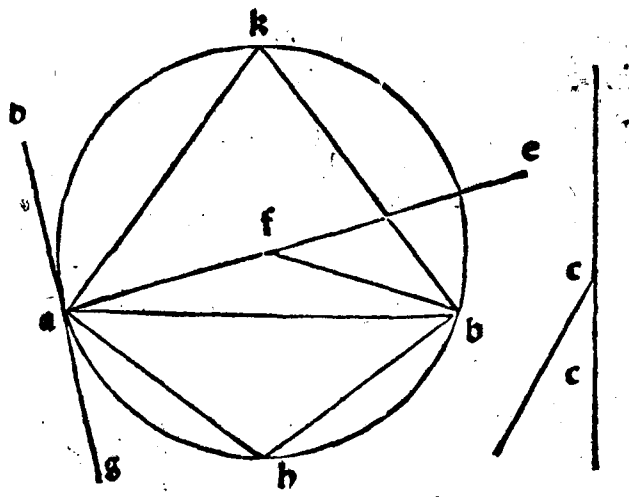
d.f.b.ſunt equales.poſito ergo cõmuni angulo.b.d.f:erit angulus.a.d.f.equalis duobus angulis qui ſunt.d.f.b.ꝛ.b.d.f.ſed hi duo cum angulo.b. ſunt equales duobus rectis per.32.primi:ergo angulus a.d.f.cum angulo.b. equales duobus rectis.ſed angulus.a.d.f.cum angulo.b.d.f.equiualet duobus rectis per.13.pri/mi:ergo angulus.b.d.f.eſt equalis angulo.b.ergo ꝛ angulo. c.per.20.bui⁹ ꝛ hoc eſt primum.ꝛ quia duo anguli.c.ꝛ.c.ſunt equales duobus rectis per.21. bui⁹ erit angulus.e.equalis angulo.a.d.f.quod eſt ſcõm. Vel iſtud ſcõm ſit angulus. a.d.f cum angulo.b.equiualet duobus rectis.vt premonſtratum eſt.ſed angulus.e.cum angulo.b.equiualet duobus rectis per.21.huius.ergo angulus.e.eſt equalis angulo.a.d.f.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .32.

SUper datam lineam.circuli portionẽ deſcribere capien/tem angulum.dato angulum equalem.ſeu rectum. ſeu ma iorem ſeu minorem recto.

¶Sit.a.b.linea data ꝛ.c.datus angulus ſuper lineam a.b.volo de ſcribere vnã circuli portionẽ recipiẽtẽ i circũferẽtia rectilineũ angulũ equalem angulo.c.Si igitur fuerit angulus.c.rectus diuiſa.a.b.p medium deſcri/bam ſuper eam ſemicirculum.factumq; erit propoſitum.per primam partem.30. huius.¶Si autẽ fit obtuſus ductã lineam.d.a.cum linea.b.a. continentẽ equalẽ angulum angulo.c.ꝛ a puncto.a.ducam lineam.a.e.perpendicularem ſup lineam a.d.ꝛ ſuper punctũ.b.faciã angulũ p.23.p̃mi equalẽ angulo.e.a.b.i quo obtuſus excedet rectum.ducta linea.b.f.vſq; ad perpendicularem.a.e.eruntq; per.6.p̃mi: linee.f.a.ꝛ f.b.equales:facto itaq; pũcto.f.centro circuli deſcribam ꝟm quantita/tem linee.f.a:circulum.a.b.b.eritq; per correl.15.huius linea.a.d.contingens cir culum.quare per premiſſam angulus qui fit in portione.a.b.b.eſt equalis angu/lo.d.a.b.quare ꝛ angulo.c.quod eſt propoſitum.¶Si autem angulus.c. ſit acu/tus.producam lineam.a.g:continentem cum linea.a.b.angulum equalem angu/lo.c.ꝛ a puncto.a.ducam.a.e.perpendicularem ad lineam.a.g.ꝛ ſuper punctum b.faciam angulum equalem angulo.e.a.b.in quo rectus excedit acutũ.ducta linea b.f.vſq; ad perpendicularez.a.e.eruntq; per.6.primi linee.f.a.ꝛ.f.b.equales: fa/cto itaq; puncto.f centro circuli.deſcribam ꝟm quantitatem linee.f.a.circulum.a. k.b.eritq; per corrclarium.15.huius linea.a.g.contingens circulũ.quare per pre/miſſam angulus qui fit in portione.a.k.b.eſt equalis angulo.g.a. b. quare ꝛ an/gulo.c.quod eſt propoſitum.

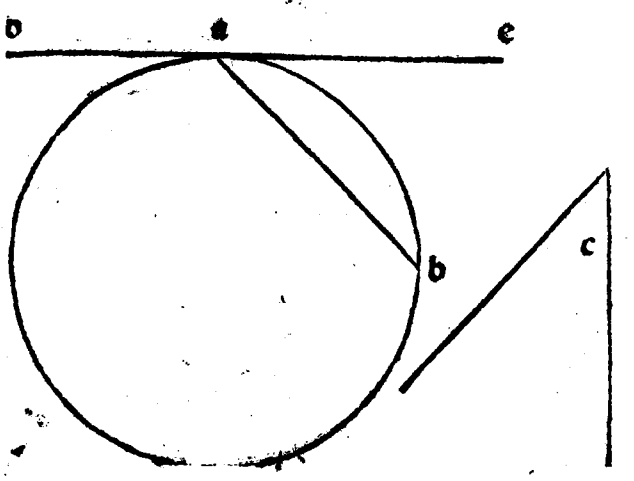


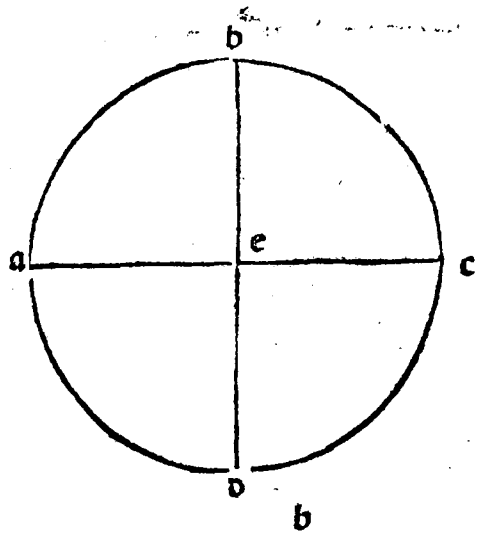


Propoſitio .33.

ADato circulo :dato angulo. equum angulum capientem portionem abſcindere.

¶Sit.a.b.datus circulus.et.c.datus angulus.volo ergo a circulo.a b.abſcindere portionem vnam capientem equalez angulum angu/lo.c.produco lineam.d.a.e.contingentem datum circulum in pun/cto.a.a quo ducto in circulum lineam.a.b.continentem cum linea .a.e. angulum equalem angulo.c.critq; per.31.huius portio.a.b.exiſtens a parte linee.a.d.reci/piens angulum equalem angulo.c.quod eſt propoſitum.

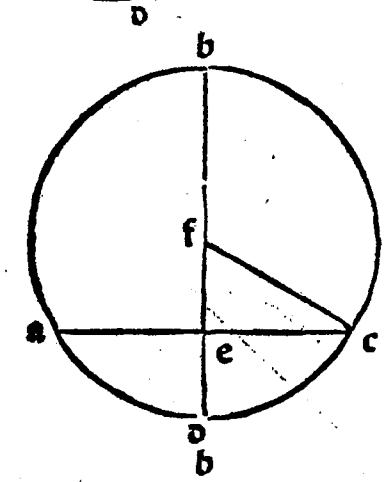


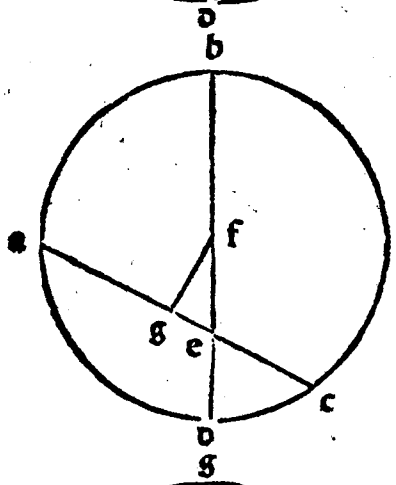


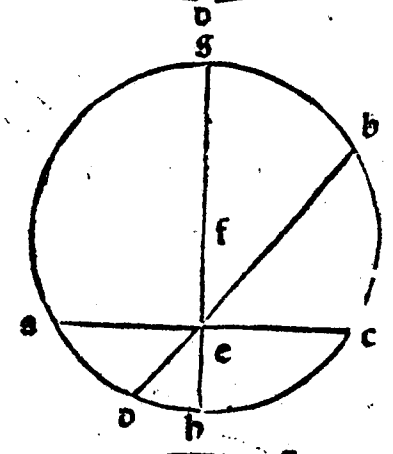
Propositio .34.

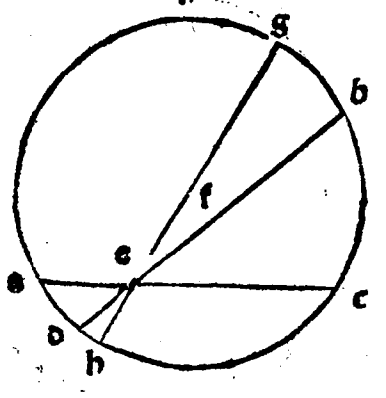
Si intra circulu3 due recte linee sese inuicem secent. q̄ sub duabus partibus vnius earu3 ꝓcedit. equū est ei rectāgu lo qd̄ sub duabus alterius linee ꝑtibus cōtinetur.

¶ Sint due linee. a.c. ⁊ b.d. secantes se in circulo a.b.c.d. super pū/ctū e. dico q̄ illud rectangulum qd̄ fit ex. a.e. i e.c. equum est ei qd̄ fit ex b.e. in e.d. aut enim ambe linee a.c. ⁊ b.d. transibūt ꝑ centrum circuli aut altera tm̄ aut neutra. q̄ si ambe transeant per centrū. erit. e. centrum circuli. omnesq3 4. linee equales: quare liquet ꝓpositum. ¶ Qd̄ si altera earū tantum transit per cen trū sit illa. b.d. centrumq3 circuli sit. f. aut ergo. b.d. secabit a.c. per equalia aut per inequalia. secet ergo primo per equalia: eritq3 per primā partez. 3. huius secans eā orthoganaliter. ducatur itaq3 linea. f.c. eritq3 per. 5. secundi qd̄ fit ex. b.e. in. e.d. cū quadrato. e.f. equale quadrato linee. f.d. quare ⁊ quadrato linee. f.c. ergo per pe/nultimam primi ⁊ quadratis duaꝝ linearum. f.e. ⁊ e.c. dempto ergo vtriq3 qua/drato. e.f. erit quod fit ex. b.e. in. e.d. equale quadrato linee. c.c. ⁊ quia. e.c. ē equa lis. a.c. patet propositum. ¶ Qd̄ si. b.d. transiens per centrum secat. a.c. per ineq̄ qualia a centro. f. ducatur. f.g. perpendicularis ad. a.c. eritq3 per secundam par/tem tertii huius. a.g. equalis. g.c. ⁊ ducatur linea. f.c. eritq3 per. 5. secundi quod fit ex. b.e. in. e.d. cū quadrato. c.f. c. ⁊ ideo per penultimā primi cū quadratis dua rum linearum. f.g. ⁊ g.e. propter id qd̄ angulus. f.g.e. ē recto ⁊ ē equalis quadrato linee. d.f. ⁊ ideo linee. f.c. propter quod per penultimā primi ⁊ quadratis duarum linearum. f.g. ⁊ g.c. dempto ergo vtriq3 quadrato lince. f.g. erit quod fit ex. b.e. i e.d. cum quadrato linee. g.e. equale quadrato linee. g.c. sed per. 5. secundi quod fit ex. a.e. in. e.c. cum quadrato linee. g.e. est equū ei quod fit ex. a.e. in. c.c. cum qua drato eiusdem. g.e. dempto igitur vtriq3 quadrato lince. g.e: erit quod fit ex. b.e. in. e.d. equale ei quod fit ex. a.e. in. e.c. quod est propositum. ¶ Qd̄ si neutra earū transit per centrum siue altera dividat alteraz per equalia siue per inequalia. pro/ducam lineam. g.f.e.b. diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis ea rum. Et si altera dividat alteram per equalia. ut. b.d. a.c. tūc. g.b. dividit etiā. a.c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modū hu ius conclusionis quod fit ex. g.e. in. e.b. equum est ei quōd fit ex. a.c. in. e.c. ⁊ per tertium modum huius quod fit ex. g.e. in. e.b. equum est ei quod fit ex: b.e. in. e.d ergo quod fit ex. a.e. in. e.c. equum est ei quod fit ex. b.e. in. e.d. quod est propos/tum. ¶ At si neutra dividit alterā per equalia erit per tertiū modū hn̄i⁹ cōclusiōis qd̄ fit ex. g.e. in. e.b. eq̄le vtriq3 eorum que fiunt ex. a.e. in. e.c. ⁊ b.e. in. e.d. quare vnum eorum erit equale alteri: quod est propositum.







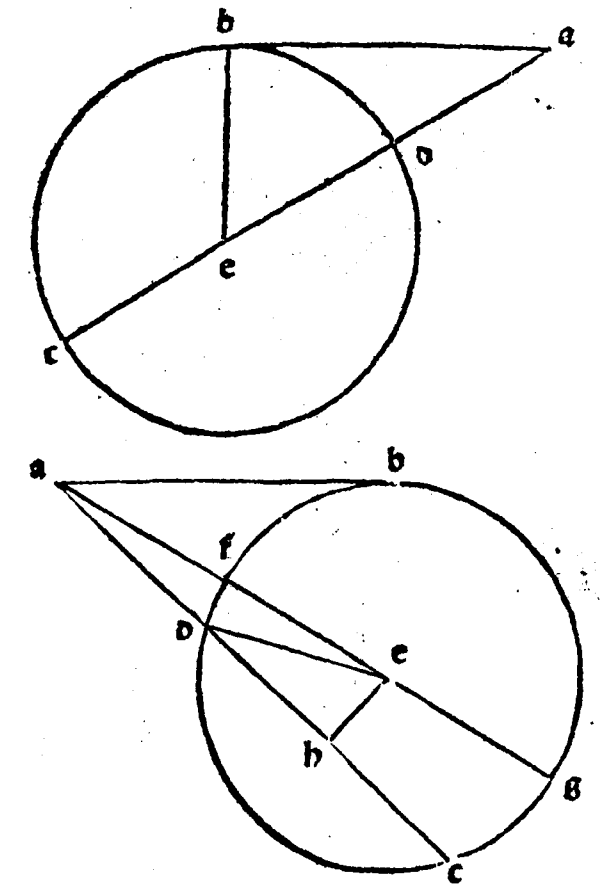


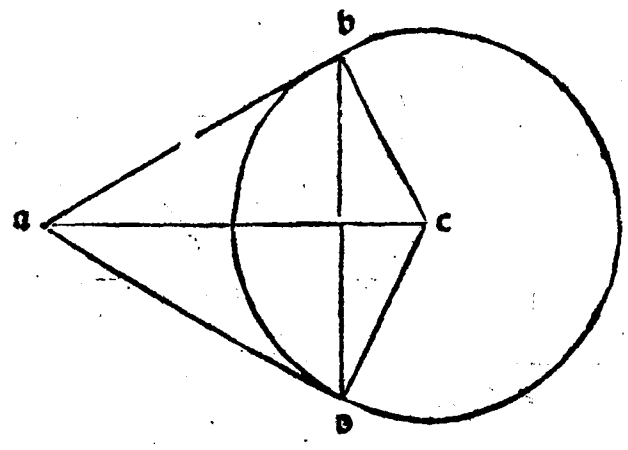
Propositio .35.

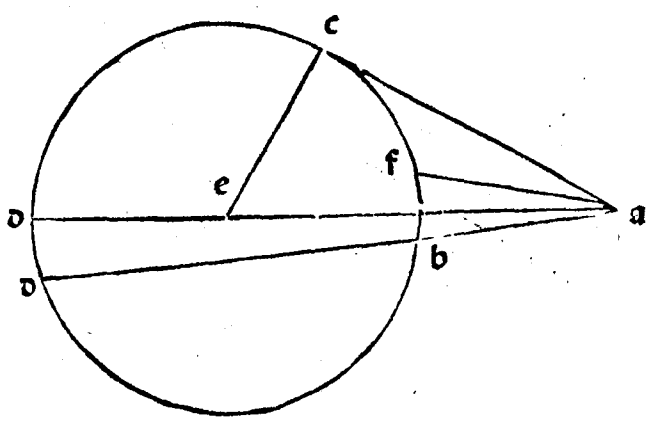
Si extra circulum punctus signetur. ab eo autem ad circu/luz alia linea secās. alia contīgens due recte linee ducant qd̄ sub tota secante. atq3 parte sui extrinseca continē equū est ei quadrato qd̄ ex contingente linea describitur.

Sit. a. punctus signatus extra circulum. b.c.d. cuius centrū. e. a quo

ducantur ad circulum due linee.a.b.contingens.z.a.c.d.secãs.dico qꝫ illud quod fit ex.a.c.in.d.a.equum est quadrato linee.a.b.aut enim.a.d.c. transit per cen/trum aut non transeat:ergo primo per centrum quod est.e.z ducatur linea. e.b. que per.17.huius perpendicularis erit super lineam.a.b.z quia linea. d.c. diuisa est per equalia in puncto.e.z est ei addita linea.d.a.erit per sextam secundi quod fit ex.c.a.z.a.d.cum quadrato linee.e.d.z ideo cum quadrato linee. e.b. equale quadrato linee.e.a.z ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linea rum:e.b.z.b.a.propter id quod angulus.b.est rectus.dempto ergo vtriqꝫ qua/drato.e.b.erit quod fit ex.c.a.in.a.d,equale quadrato linee,a.b.quod est propo sitū.¶Qđ si linea.a.d.c.non transit per centrum sumatur.a.f.e.g.transiens per centrū z ducãt linee.e.d.z.e.b.z sit.e.b.ppendicularis ad.a.d.c.eritqꝫ p.3.huius d.b.equalis.b.c.quia ergo linea.d.c.diuisa est per equalia in puncto.b. z addita sibi linea.a.d.erit per.6.secundi quod fit ex.c.a.in.a.d.cum quadrato.d.b. equa le quadrato linee.a.b.ergo addito vtriqꝫ quadrato.b.e.erit quod fit ex.c.a.in .a. d.cum quadratis duarum linearum.d.b.z.b.e.z ideo per penultimam primi cū quadrato.d.e.propter id quod angulus.b.est rectus .z ideo cum quadrato.e.f. propter id quod.e.d.z.e.f.sunt equales.equale quadratis duarum linearum.a.b z.b.c.z ideo per penultimam primi quadrato lince .a.e.sed quia per sextam se/cundi quod fit ex.g.a.in.a.f.cum quadrato.f.e.equale est quadrato lince.a.e. qꝛ ergo vtriqꝫ eorum que fiunt ex.c.a.in.a.d.z ex.g.a.in.a.f.cum quadrato linee.f. e.est equale quadrato linee.a.e.ipsa erunt inter se equalia. Dempto ergo vtrinqꝫ quadrato linee.e.f.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale ei quod fit ex.g.a.in.a.f.sed id quod fit ex.g.a.in.a.f.est equale quadrato linee. a.b .per premissum modum huius:ergo quod fit ex.c.a.in.a.d.est equale quadrato linee.a.b.quod est propo situm.¶Et ex hac nota qꝫ puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. z earum portionibus extrinsecis adinuicem sunt equalia.quoniam omnia sunt equalia qua drato linee contingentis.¶Nota etiam qꝫ si a quolibet puncto extra circulum si/gnato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur.ipse erunt adinuicem equales.erit enim quadratum vtriusqꝫ earum equale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulum.in partem eius extrinsecam .hoc autem euidenti/us patet per penultimam primi.¶Sit.a.punctus signatus extra circulum.b.c.d. cuius centrum.e.z ab ipso ducantur due linee.a.b.z.a.d. contingentes circulum in punctis .b.d.dico ipsas esse equales. producam enim lineas. e.a. c.b.z.e.d. eritqꝫ per.17.huius vterqꝫ angulorum.b.z.d.rectus. quare per penultimam pri/mi quadratum.a.e.erit equale duobus quadratis duarum linearum .a.b.z .b.e. Similiter quoqꝫ z duobus:duarum.a.d.z.d.e.quare quadrata duarum linearuꝫ a.b.z.b.e.sunt equalia quadratis duarum.a.d.z.d.e .z quia quadrata duarum que sunt.b.e.z.e.d.sunt equalia:erunt quadrata duarum que sunt. a.b.z. a.d.e/qualia:ergo.a.b.est equalis.a.d.quod est propositum.¶Aliter etiã ducatur linea b.d. eritqꝫ per quintam primi angulus .e.b.d.equalis angulo.e.d.b. propter id quod linea:e.b.est equalis linee.e.d.z quia vterqꝫ duorum angulorum.b.z.d. est rectus.erit per cõmunem sciẽtiam angulus.a.b.d.residuus equalis angulo.a.d.b residuo.per sextam.ergo primi est linea.a.b.equalis linee.a.d.

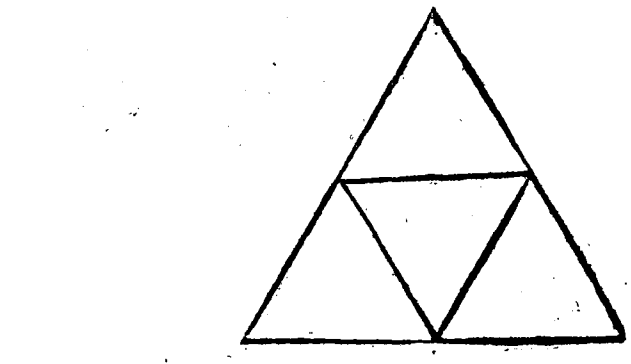






Propositio .36.

Si fuerit punctus extra circulū signatus a quo due linee ad circūferētiā ducant .altera secans.altera circumferentie applicata fueritq3 qđ ex ductu totius secantis in partē sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsam fit:erit linea applicata ex necessitate circulū contingens. ¶ Sit a punctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius centrum.e. a quo ducantur ad circulum linea.a.b.d.secans ipsum ꝛ linea.a.c.applicata circumferentie.ꝛ esto vt qđ fit ex.d.a.in.a.b.sit equale quadrato.a.c.dico lineam.a,c.esse contingentē ꝛ est hec conuersa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea a.f: eritq3 per premissam quod fit ex.d.a.in.a.b.equale quadrato linee.a.f.quare quadratum linee.a.f.est equale quadrato linee.a.c.ergo.a.c.est equalis.a.f.quod est impossibile.per.8.huius.erit ergo.a.c.contingens quod est propositum. ¶ Idē ostēsiue ꝓbabit̄ maneat prior dispositio ꝛ ypothesis.ꝛ si linea.a.b.d.trāsit p cētꝝ ducatur linea.c.e.q3 erit per.6.secundi qđ fit ex.d.a.in.a.b.cum quadrato.e.b .et ideo cum quadrato.c.c.equale quadrato.a.e.sed qđ fit ex.d.a.in.a.b.positum est equale quadrato.a.c.ergo quadratum.a.c.cū quadrato .c.e.c̄ equale quadrato.a e. ergo per vltimā primi angulus.c.est rectus.ergo per coneꝝ 15.huius linea.a.c. est contingens circulum quod est propositum. ¶ Si autem.a.b.d.non transit per centrum ducatur a puncto.d.linea transiens per centrum.ꝛ quia qđ fit ex hac tota in eius partem extrinsecam est equale ei quod fit ex.d.a.in.a.b.per premissam ipsum erit equale quadrato linee.a.c.quare vt prius.a.c.erit contingens circulū. Explicit liber tertius. Incipit liber quartus.



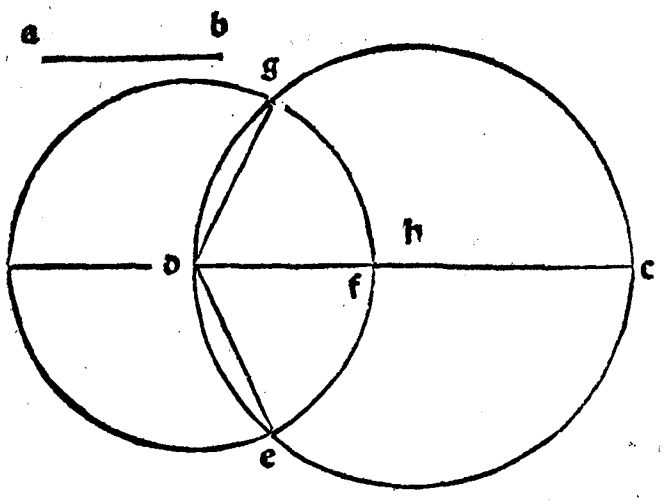
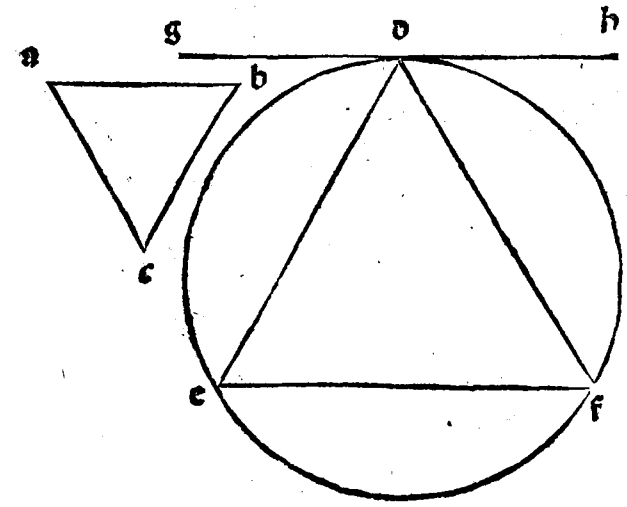


Figura intra figuram dicitur īscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur.latera vno quoq3 suorum angulorum ab interiore parte contingit. ¶ Circumscribi vero figura figure perhibetur quotiēs ea quidē figura eius cui circūscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio. .1.

Intra datum circulum date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare. ¶ Sit linea data.a.b.circulusq3 datus.c.d. e.cui⁹ diameter.c.d.qua nō ē maior linea.a.b.volo itra datū circulū coaptare lineā eq̄lē.a.b que si fuerit equalis diametro cōstat ꝓpositū.si aūt minor ex diametro sumat̄.d.f.sibi eq̄lis ꝛ sup puncrū.d.ꝫm quātitatē linee.d.f.describat̄ circulus f.e.g.secans datum circulum in punctis.g.ꝛ.c.ad alterum quorum ducatur linea a puncto.d.vt.d.e.vel.d.g.eritq3 vtralibet earum equalis linee.a. b.eo.q̄ vtraq3 earū est equalis linee.d.f.per diffinitionem circuli:quare habemus propositū.

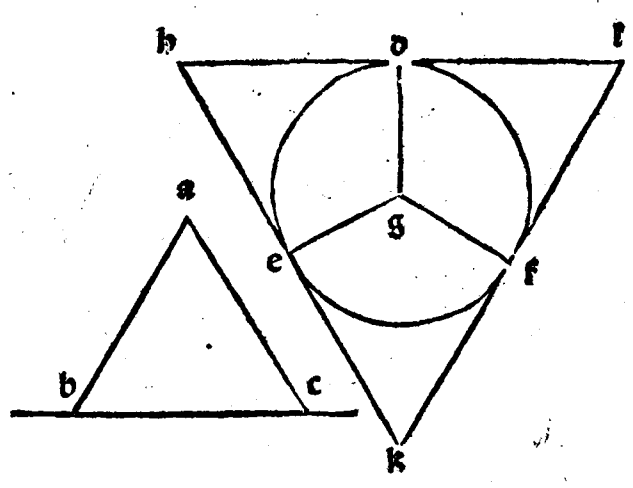
Propositio .2.



Intra assignatū circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

Sit assignatus triāgulus.a.b.c.assignatusq; circulus.d.e.f.volo intra hunc circulum collocare vnū triangulum equiangulum triangulo.a.b.c. equilateruz enim non ē necessariūcē sed ē possibile.produco.g.d.b.contingentem circulum in puncto.d.super quē facio angulum.b.d.f. ducta linea.d.f.equalē angulo.c.z angulum.g.d.e.ducta linea.d.e.equalem angulo.b.z protrabo lineam.e.f.eritq; per.31.tertii angul⁹.e.equalis angulo.c.qz vterq; est equalis angulo.b.d.f.c.quidē per positionē .e .vero per.31.tertii eadē rōne erit angulus.f.equalis angulo.b.quare per.32.primi.d.tertius erit equalis.a.tertio.quare habemus propositum.

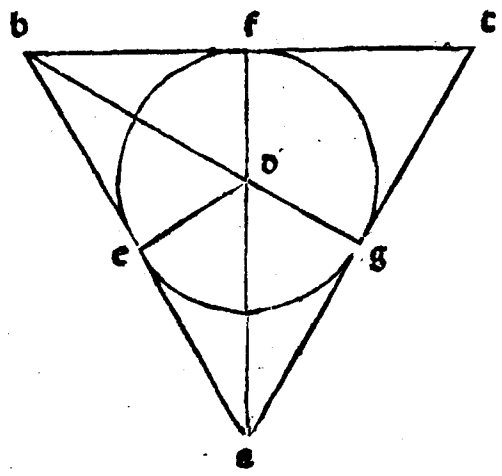
Propositio .3.



Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulū equiangulum describere.

Sint vt prius assignatus triangulus.a.b.c. assignatusq; circulus d.e.f.cuius centrum.g.circa hunc circulum volo describere vnū triangulum equiangulum triangulo.a.b.c.equilaterum enim nō ē necessarium sed ē possibile.producam basim.b.c.i vtrāq; partem.vt fiant duo anguli extrinseci.z a centro.g.producam lineam.g.d.ad circūferentiam.z constituā angulum.d.g.e.ducta linea.g.e.equalem angulo.b.extrinseco, z.d. g.f. ducta linea g.f.equalem.c.extrinseco.z a punctis.d.e.f.producam in vtranq; partem lineas orthogonaliter que per correl.15.tertii erunt contingentes circulū q̄s cōtingentes ꝓtrabā quousq; concurrant in punctis.h.k.l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim vterq; angulorum qui sunt ad.d.z vterq; eorum qui sunt ad.e. sit rect⁹ si intelligatur protrahi linea.d.e.erunt duo anguli qui sunt ad partez.h. minores duobus rectis.quare p penultimā petitionē i ptem illam ꝓtracte concurrent linee l.d.h.k.e.h.eadem rōne concurrent due linee.h.d.l.k.f.l.cum vterq; angulorum qui sunt. ad.f.sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero .h.d.e.g. duo anguli.d.z.e.sunt recti.erunt duo anguli.g.z.h.equales duobus rectis.cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis.vt mōstratū ē supra.32 primi:z quia duo anguli.h.intrinsecus z extrinsecus sunt similiter equales duob⁹ rectis.p.13.p̄mi:at vero.h.extrinsec⁹ posit⁹ ē equalis.d.g.e.erit intrinsec⁹.h.equalis.h.simili quoq; rōne erit.c.intrisecus equalis.l.z quia duo anguli.h.z.c. intrinseci sunt minores duobus rectis.per .32.primi:erunt similiter duo anguli .h.z.l. minores duobus rectis.quare per penultimaz petitionem due linee. h.e.z.l.f. protracte concurrent in puncto.k.fietq; triangulus.h.k.l.z quia angulus.h. ē equalis angulo.b.intrinseco.z angulus.l.angulo.c.intrinseco.erit per.32.primi: angulus.k.equalis angulo.a.quare habemus propositum.

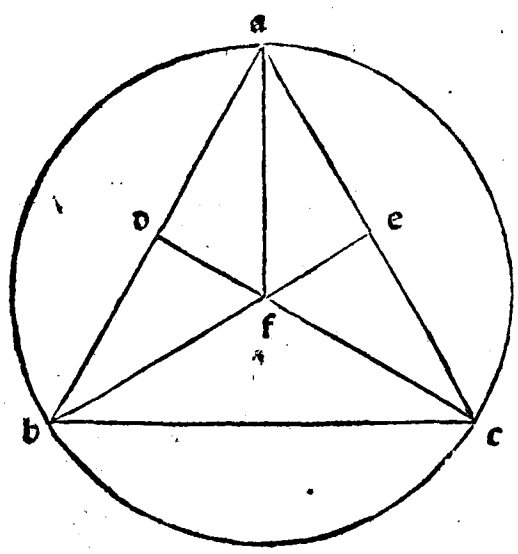
Propositio .4.



Intra datum triangulum circulus describere.

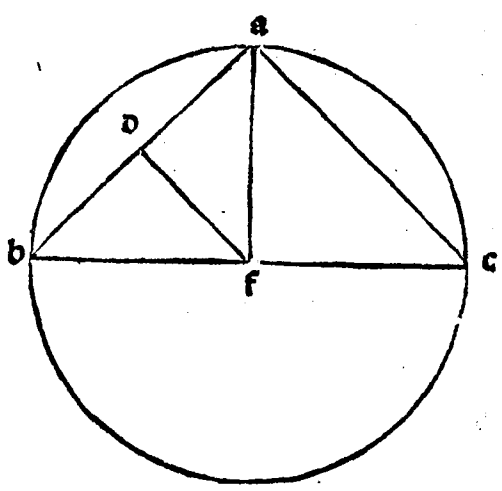
¶Sit assignat⁹ triāgulus.a.b.c.volo intra ipsuz circulum describere hec ē q̄si cōuersa scōe .diuido enī duos ei⁹ angulos.a.z.b .p cōlia.a q̄dā ducta linea.a.d.b.vero .ducta linea.b.d.q̄ ꝓcurrāt ī puncto.d. a quo ducā ppēdiculares ad tria latera ipsi⁹.d.e.q̄dē:ad.a.b.d.f.ad .b.c.z.d.g.ad.a.c.z quia duoꝝ trianguloꝝ.e.a.d.z.g.a.d. angulus.a.vni⁹ ē eq̄/lis angulo.a.alterius.z vterqz angulorū.e.z.g.rectus z latus.a.d.cōmune. erit ꝑ 26.primi:linea.d.c.equalis linee.d.g.eadem rōne cum duorum triangulorum.e.b d.z.f.b:d.angulus.b.vnius sit equalis angulo.b.alterius z vterqz angulοꝝ.e. et f.rectus:latus quoqz.d.b.commune:erit per eandem.linea.e.d.equalis linee.d.f. quare tres linee.d.e.d.f.d.g.sunt equales,posito ergo centro in.d.z descripto cir culo secundū quantitatē vnius earum transibit per.9.tertii per reliquarum duarū extremitates:z quia per correl'.15.tertii vnaqueqz linearum.a.b.b.c.z.c.a. erit cō tingens circulum.patet perfectum esse propositum.

Propositio .5.

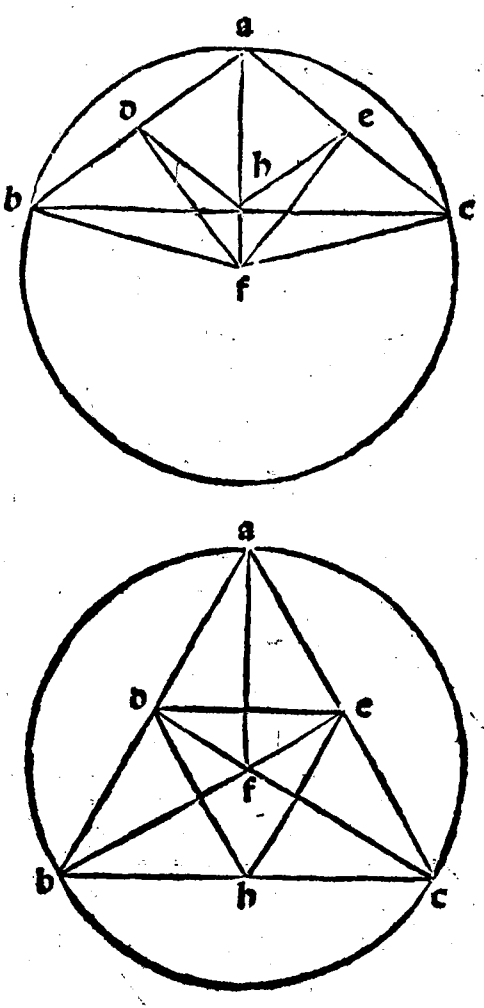


Circa trigonum assignatum siue illud sit orthogoniū siue ambligonium.siue oxigonium circulum describere.

¶Sit trigonus assignatus.a.b.c.volo circa ipsum describere circulū hec est quasi conuersa tertie.diuido duo eius latera .a.b.et.a.c.per equalia.a.b.quidē in puncto.d.z.a.c.in puncto.e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas.a.b.z.a.c.quas protrabo quousqz cōcurrant in puncto.f.sintqz.d.f.z.e.f.concurrent enī qm̄ cū vterqz angulοꝝ.d.z.e.sit rect⁹ si intelligatur ꝓtrahi linea.d.e.fient duo anguli ad partē in quā protrahunt minores duobus rectis:quare cōcurrent per penultimā petitionē igitur a puncto. f.qui est punctus cōcursus quē dico esse centrum circuli quesiti.protrabō lineas ad sin/gulas angulos que sunt.f.a.f.b.f.c.z quia in triangulo.a.d.f.duo latera.a.d.z.d f.sunt equalia duobus lateribus.b.d.z.d.f.trianguli.b.d.f.z angulus.d. vni⁹ an gulo.d.alterius:quia vterqz rectus:erit per quartā primi.f.a.equalis. f.b.cadē ra tione erit.f.a.equalis.f.c.cōpatis lateribus z angulis duorum triangulorum.a.e. f.z.c.e.f.ergo per.9.tertii punctum.f.erit centrum circuli quesiti.hec est vniuersa/lis demonstratio ad omnes spēs trigoni.¶Quia tamē auctor videt velle mediuz variare disiungendo inter orthogonium ambligonium z oxigonium. de quolibet eorum sigillatim est demōstrandū .¶Sit ergo trigonus propositus orthogonius sitqz angulus.a.rectus:latus.b.c.respiciens hunc angulū rectū diuido per equalia in.f.a quo pncto quē dico esse centrū circuli ad medium punctum vtriusqz duoꝝ reliquoꝝ lateꝝ qui sit.d.duco lineam.f.d.z quia linea.f.d.divisit duo latera.a.b z.b.c.trianguli.a.b.c.per equalia:ipsa erit equidistans tertio .videlicet linee.a.c. hoc enī demōstratū est supra.39.primi:et quia angulus.a.positus est rectus .erit per secundā partem z per tertiam.29.primi:vterqz angulorum qui sunt ad .d.re/ctus:ducatur igit̄ linea.f.a. eritqz per quartā primi:linea.a.f.equalis linee.b.f.cō paratis adinuicē lateri⁹ z angulis triāguloꝝ.a.d.f.b.d.f.z qz linea.b.f. ē eq̄lis linee.c.f.erūt.3.linee.b.f.a.f.c.f.adinuicē eq̄les.quare p.9.tertii erit. f. centrum circuli quesiti. ¶Sit rursus trigonus. a. b. c. ambligonius .sitqz augulus .a.

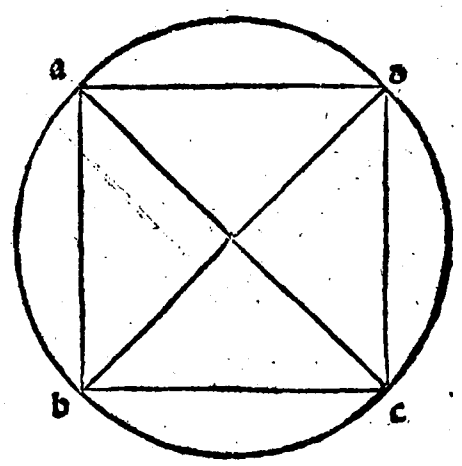


obtusus latus.b.c.respiciens huuc angulum obtusum.diuido per equalia in pun cto. b.a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt .d. ⁊ .e. duco lineas.b.d.⁊.b.e.eritq; .d.b.equidistans.a.c.⁊.e.b.equidistans.a.b. pro/pter id quod demonstratum est supra.39.primi: videlicet q̄ linea secans duo late/ra alicuius trianguli per equalia.tertio est equidistans:quare per secundam par/tē.29.primi erit vterq; duoꝝ angulorꝝ.b.d.b.⁊.c.e.b. eq̄lis ãgulo.a.⁊ ideo vterq; obtusus.ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.et.e.f.ad lineam.a. c.quousq; concurrant in puncto.f.quē dico esse centrum circuli. Manifestū ē enī eas concurrere propter causā p̄us dictā.secabit vtraq; earum lineam. b.c .que re/spicit obtusum ⁊ concurrent extra triangulum.a.b.c.igitur a puncto.f.qui ē punctus concursus earum:produco lineas.f.a.f.b.f.c.que per quartam primi bis as/sumptam erunt equales cōparatis primo lateribus et angulis duorum triangu/lorum.a.d.f.b.d.f.deinde aliorum duorum.a.e.f.c.e.f.quare per.9.tertii.f.ē cen/trum circuli quesiti. ¶Esto iterum vt trigonus.a.b.c.sit oxigonius diuisis omni/bus eius lateribus per equalia: videlicet latus.a.b.in puncto.d.⁊ latus.a.c.i̇ punc to.e.⁊.b.c.in puncto.b.protrabo lineas.d.e.d.b.⁊.e.b.eritq; .d.b. equidistans a.c.⁊.e.b.a.b.propter id quod demonstratum est super.39.primi:quare per secun dam partem.39.primi: vterq; angulorum.b.d.b.c.e.b.erit equalis angulo.a.⁊ iō acutus:ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.⁊.e.f.ad lineam .a.c. manifestum est eas concurrere intra triangulum.a.b .c.sitq; punctus concursus f.quem dico esse centrum circuli:produco enim lineas.f.a.f. b.f.c. que per q̄rtam primi:bis assumptam vt prius erunt equales:quare per.9.tertii erit.f.centrum cir culi quesiti. ¶Per predicta patet q̄ si triangulus fuerit orthogonius centrum cir/culi circūscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambligonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet i/tra triangulum.



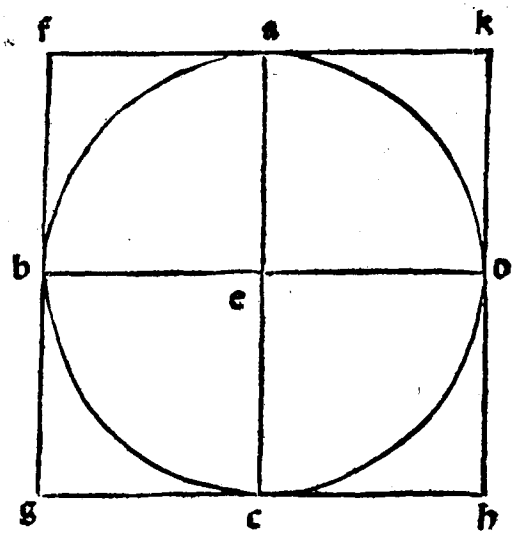
Propositio .6.

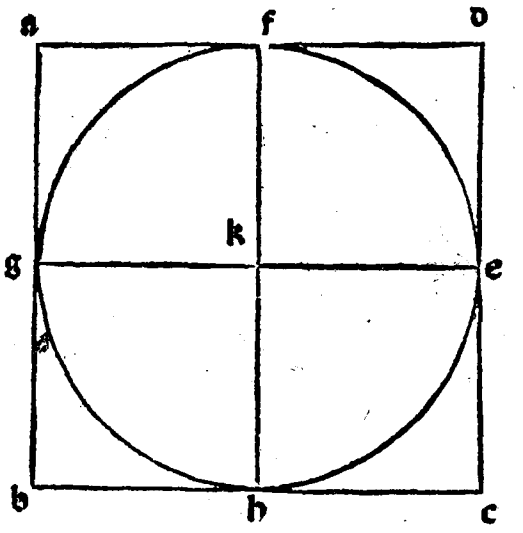
Intra ōatum circulum quadratū describere.
¶Sit datus circulus.a.b.c.d.cuius centruꝫ.e.volo intra ipsuꝫ de/scribere quadratuꝫ.protrabo in ipso duas diametros.a.c.⁊.b.d.se cantes se orthogonaliter supra centruꝫ.e.quaruꝫ extremitates con iungo protractis lineis.a.b.b.c.c.d.⁊.d.a. quas dico cōtinere qua dratum quesitum :ipse enim erunt equales adinuicem.per quartam primi ter as/sumptam propter id qō quatuor linee.e.a.e.b.e.c.⁊.e.d.sunt equales.et quatuor anguli qui sunt.a.d.e.recti.si vnusquisq;.quatuor angulorum.a.b.c.⁊. d.est rectꝰ per primam partem .30.tertii:propter id quod quilibet eorum ē in semicirculo erit igitur.a.b.c.d.quadratum per diffinitionem quod est propositum.

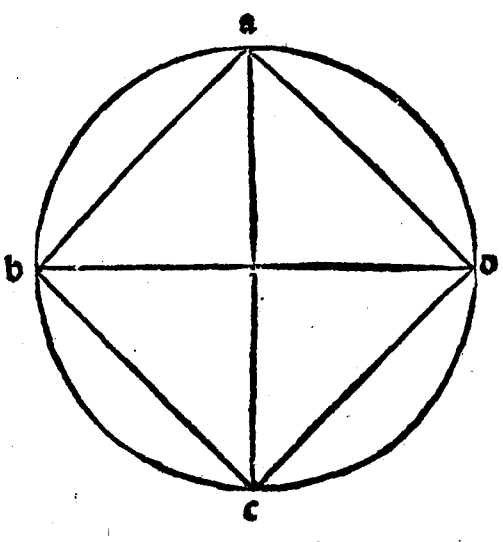


Propositio .7.

Circa propositum circulum quadratum describere.
¶Sit ꝓpositꝰ circulꝰ.a.b.c.d.cuiꝰ centrꝫ.e.volo circa ipm describere q̄dratū: ꝓtrabo i ipso duas diametros.a.c.et.b.d.secātes se ortho/







gonaliter ſup cẽtrũ.e.a q̃ extremitatibus duco i vtrãq; ptẽ lineas orthogonaliter quouſq; q̃libet eaꝝ ꝓcurrãt cũ duab⁹ lateralib⁹ ſintq; pũcta ꝓcurſus eaꝝ.f.g.b.k. eritq; p coñel'.15.tertij vterq; anguloꝝ qui ſũt ad vnũquẽq; quatuor pũctoꝝ.a.b. c.d.rectus:quia ergo in quadrilatero.a.f.b.e.tres anguli.a. b.ꝛ.c. ſunt recti: erit quartus angulus qui eſt.f.rectus:habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor angulos equales q̃tuor rectis:vt demonſtratum eſt ſupra.32.primi :eadem rõne quilibet angulorum.g.b.ꝛ.k.erit rectus:ergo per ſecũdam partem.28.primi. due lince.f.g.ꝛ.k.b. Item; due.f.k.ꝛ.g.b.ſunt equidiſtantes.ergo per.34.primi.f.k eſt equalis.g.b.ꝛ.f.g.k.b.ꝛ quia p eandẽ.f.k.eſt equalis.b.d.ꝛ. f.g.a.c. At vero b.d.eſt equalis.a.c.erũt quatuor linee.f.k.g.b.f.g.ꝛ.k.b. equales: ſed ꝛ quatuor anguli.f.g.k..b. ſunt recti :vt probatum eſt prius. ergo.f.g. k.b. eſt quadratum per diffinitionẽ quod eſt propoſitum.

Propoſitio .8.

Intra quadratum aſſignatum circulum deſcribere.

¶Sit quadratum aſſignatum. a.b.c.d.volo intra ipſum deſcribere circulu; hec eſt quaſi conuerſa .6.diuido vnũq̃q; latus eius p equalia.a.d.quidẽ in puncto.f.b.a.in puncto.g.c.b.in puncto.h.ꝛ.d.c. in puncto.e.ꝛ produco lineas.e.g.ꝛ.f.h.ſecantes ſe in pũcto .k.quẽ dico eſſe centrum circuli.erit enim.f.h.equidiſtans ꝛ equalis.a.b.per.33.primi:propter id quod.a.f.ꝛ.d.h.ſunt equales ꝛ equidiſtantes.Similiter per eandem ꝛ.d.c. a.b.ꝛ quia omnes medietates quatuor laterũ ipſius quadrati ſunt adinuicẽ equales erunt per.34.primi:quatuor linee.k.e.k.f.k.g.ꝛ.k.b.equales.ergo per.9.tertij.k.eſt centrum circuli queſiti.

Propoſitio .9.

Circa aſſignatum quadratum circulum deſcribere.

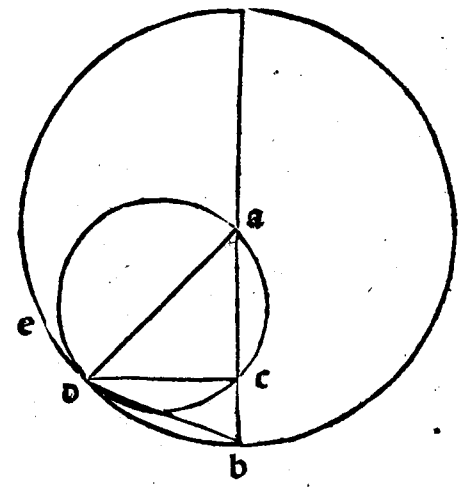
¶Sit quadratum.a.b.c.d.volo circa ipſum circulu; deſcribere.hec eſt quaſi conuerſa.7. Protrahe in ipſo duas diametros.a.c.ꝛ.b.d. ſecantes ſe in puncto.e.quẽ dico eſſe centrum circuli. Cum enim linee a.d.ꝛ.a.b.ſint equales erũt per.5.primi: anguli.a.d.b.ꝛ.a.b.d.equales.ꝛ quia angulus.a.totalis eſt rectus.erit per.32.primi:vterq; eorum medietas recti.¶Simili quoq; modo ꝓbabitur quẽlibet partialiũ angulorum a predictis diametris ꝛ laterib⁹ quadrati propoſiti contentorum eſſe medietatem recti quia igitur angulus.e.a.d.eſt equalis angulo. e.d.a.erit per.9.primi:linea.e.a. equalis line ꝛ.e.d.eadem rõne erit.e.a.equalis.e.b.ꝛ.e.c.equalis.e.d.quare quatuor linee.e.a.e.b.e.c.c.d.ſunt equales.erit per.9. tertii e.centruꝫ circuli queſiti.quod eſt propoſitum.

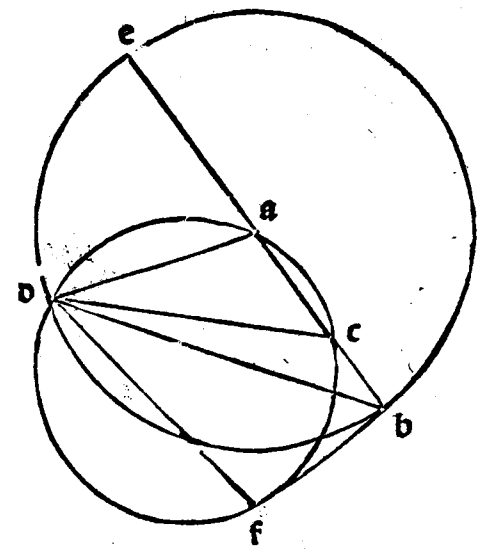
Propoſitio .10.

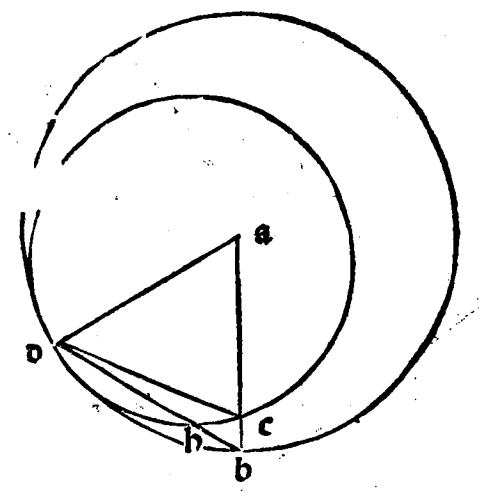
Datum equaliu; laterum triangulum deſignare. cuius vterq; duorum angulorum quos baſis optinet. reliquo duplus exiſtat.

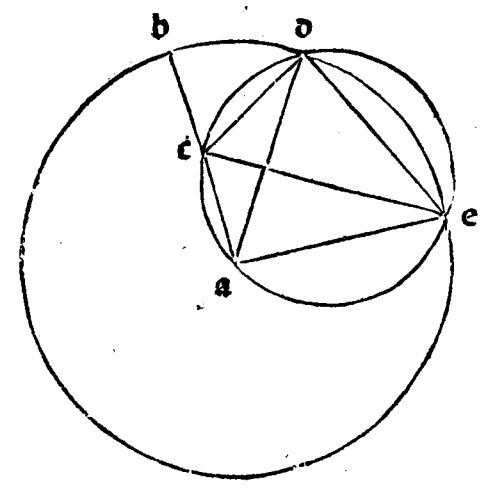
Intentio ẽ deſcribere vnũ triangulũ duũ eq̃liũ latez ꝛ tertii ineq̃lis cui⁹ vterq; anguloꝝ q̃ ſup rat⁹ qd ẽ reli q̃s i eq̃le exiſtũt ad tertiũ duplus exiſtat. Ad hoc aũt faciẽdũ ſumat̃. linea q̃libet q̃ ſit .a.b.que diuidat̃ vm q̃ docet.ii.ſcõi in puncto.c.ita q̃ illd quod fit ex.a.b.ĩ.b.c.ſit equale quadrato.a.c

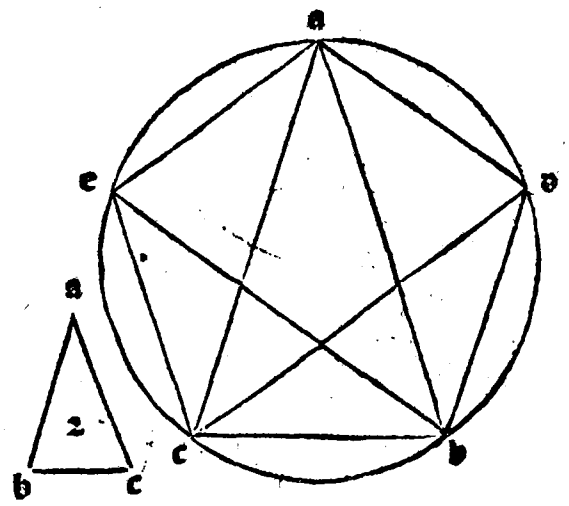
actoq3 puncto.a.centro ſm ipſius quantitatem deſcribatur circulus.b.d.e.intra
ué per primam huius coaptetur linea.b.d.equalis linee.a.c.et producantur due
nee.d.a.d.c.dico triāgulū.a.b.d.cé q̄lis ꝓponit: circūſcribaꝫ circul⁹ q̀ ſit d.c.a.
er.5.huius triangulo.d.c.a,quia ergo linea.d.b.eſt equalis .linea.a.c.erit quod
it ex.a .b. in.b.c .equale quadrato linec. b.d. quare per vltimam tertii. b.d.
nea eſt contingens circulum.d.c.a.z per.31.eiuſdem angulus.c. d.b. eſt equalis
ngulo.c.a.d.poſito ergo cōmuni angulo.c.d.a.erit totus angulus.b.d.a. equa/
s duobus angulis.c.a.d.c.d.a.ſed per.32.primi angulus.b.c.d.cſt eq̄lis eiſdé
uia extrinſecus ad ipſos.ergo angulus.b.d.a.eſt equalis angulo.b.c.d.z q2 an/
ulus.a.d.b.eſt equalis angulo.a.b.d.per.5.primi:eo q̄ latera.a.d.z.a.b.ſūt e/
ualia.erit angulus.b.c.d. cq̄lis angulo.c.b.d.ergo per.6.primi: linea.c.d.eſt e /
ualis linee.b.d.quare z linee.c.a.ergo per.5.primi:angulus.c.a.d.eſt equalis an
ulo.c.d.a.quia ergo vterq3 angulo2 c.d.b.z.c.d.a.é eq̄lis āgulo.c.a.d. erit tot⁹
ngul⁹.b.d.a.dupl⁹ ad āgulū.d.a.b.z iō angul⁹.a.b.d.ſibi eq̄lis.dupl⁹eſt etiā ad
ngulū.b.a.d.qō eſt propoſitū.¶ Forſan dicet aduerſarius circulū.d.c.a.circūſcri
tum trigono partiali ſecare circulum.b.d.e in aliquo puncto arcus.b.d.ita q̄ ſi/
ul ſecabit lineam.b.d.vnde ipſa non erit circulo applicata.ſicut in demonſtra/
one ſupponitur. ſed ipſum ſecans. Sit ergo ſi poſſibile eſt vt ponit aduerſarius
a puncto.b.ducatur ad ipſum circulum minorem contingens.b.f.z ducantur li/
ee.f.a.f.d.eritq3 per penultimā tertii qō fit ex.a.b.in.b.c.equale quadrato .b.f.
rgo.b.f.eſt equalis.b.d.quare per.5.primi angulus.b.f.d.eſt equalis angulo .b.
.f.z quia per.31.tertii angulus.b.f.a.eſt equalis angulo.a.d.f.erit angulus .b.d
maior angulo.a .d.f.quod eſt impoſſibile.cum ipſe ſit pars eius.¶ Aliter poſſu/
us iſtud refellere z oſtendere q̄ ille minor circulus nullo modo ſecabit lineā. b.d
orſan enim diceret q̄ ſecaret eam non ſecando arcum.d.b.maioris circuli. Si enī
oſſibile eſt q̄ ſecet eam.ſit hoc in puncto.b.eritq3 qō fit ex.a.b.in. b.c. equale ei
uod fit ex.d.b.in.b.b.Monſtratum eſt enim ſupra penultimā tertii q̄ ſi ab ali/
qō puncto extra circulum ſignato quotlibet linee ſecantes ad circulum ducantur
ne ſub totis z earum portionibus extrinſecis continentur.equalia ſunt adinuicē:
quia quod fit ex.a.b.in.b.c.eſt equale quadrato.b.d.erit qō fit ex. d.b. in.b.b.
quale quadrato.d.b.quod eſt impoſſibile per ſcōam ſcōi:quare cōſtat ꝓpoſitum
Et nota q̄ minor circulus neceſſario ſecabit maiorē z abſcindet ab eo arcū vnū
qualem arcui.b.d.z maior abſcindet ſimiliter ab eodem vnum arcum equalē ar/
ui.d.c.Quod ſic probaꝫ.ſi enim minor non ſecat maiorem.contingit ergo ipſum
in puncto.d.z quia per.11.tertii circulorum ſe contingentium centra.z punct⁹ con
actus ſunt in linea vna.erit centrū minoris circuli in linea.a.d.propter hoc q̄ in
a eſt centrum maioris z punctus contactus.ergo per.17.tertii angulus.a.d.b.eſt
ectus quare ſimiliter z angulus.a.b.d.ſibi eq̄lis ē rectus qō ē impoſſibile.per.32.
rimi:Secet ergo ipſuz in punctis.e.d.dico arcum.e.d.maioris eſſe equalē arcui.
.b.z arcum.e.d.minoris eſſe equalem arcui.d.c.produco lineas. d.e.c.e.z. e.a.
riq3 per.26.tertii vnuſquiſq3 quatuor angulorum qui ſunt.d.e.c.c.e.a.d.a. c.et
.d.c.equalis alii propter id q̄ duo arc⁹.d.e.z.e.a. ſūt eq̄les.p.27. ciuſdē q̄re to
alis angul⁹.a.e.d.dupl⁹ ē ad angulū.b.a.d.z iō eq̄lis vtriq3 angulorum .a.b.d.
z.a.d.b.z q2 angul⁹.a.e.d.ē eq̄lis angulo.a.d.c.p.5.primi: ꝓpter id qō.a. e.z.a
.ſunt equales a cētro ad circūferentiam.erūt duo anguli.e.z.d.trianguli. a.c.d.

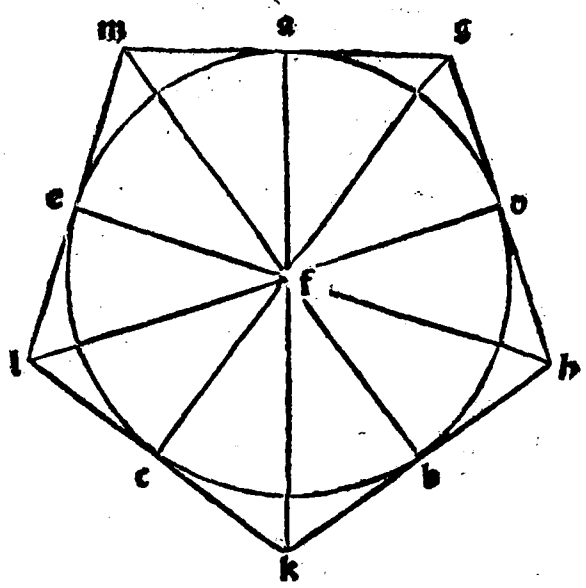












equales duobus angulis.d.z.b.trianguli.a.d.b.ergo per.32.primi: reliquus angulus.a. vnius est equalis reliquo angulo.a.alterius:ergo per.25.tertii arcus .c.d maioris est equalis arcui.d.b.z per eandē arcus.e.d.minoris est equalis arcui.d.c.z hoc est quod proposuimus.

Propositio .11.

Intra datum circulz equilaterum.atqz equiangulū penthagonum describere.

¶Sit datus circulus.a.b.c.volo intra ipsum describere penthagonum vnū equilatez atqz equiangulū.designo triangulū vnū qualez premissa proponit.qui sit.2.cui aliuz equiangulum intra datū circulum describo.sicut docet secūda huius:qui sit.a.b.c.sitqz vterqz angulorum .a.b.z z.a.c.b.duplus ad angulum.c.a.b.vtrūqz eorum diuido per equalia ductis lineis b.e.z.c.d.eruntqz per.25.tertii.5.arcus in quos.5.puncta.a.d.b.c.e. diuidūt circulum adinuicē equales.propter id qō quinqz anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicem eq̄les.continuatis igitur illis quinqz pūctis per lineas rectas que sunt.a.d.d.b.b.c.c.e.e.z.c.a.erit penthagonus.a.d .b.c.e. inscriptus dato circulo qualis proponitur:est enim equilaterus per.28.tertii cū.5.arc9:quoz eius quinq; latera sunt corde:sint ad inuicem equales:z etiam equiangulus per.26.eiusdem eo. qz quinqz arcus.d.a.e.a.e.c.e.c.b.c.b.d.z.b.d.a.in quos anguli ipsius penthagoni cadunt sunt adinuicem equales:sicqz constat propositum.

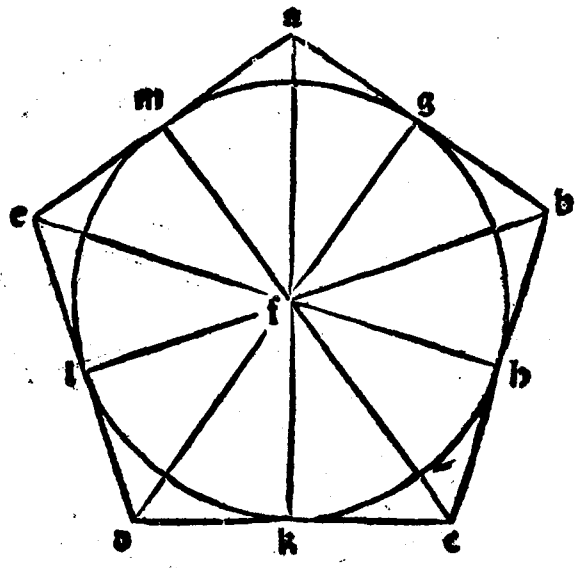
Propositio .12.

Circa propositum circulum pēthagonum equilaterū atqz equiangulum designare.

¶Sit propositns circulus.a.b.c.cuius centrū.f.volo circa ipsuz designare penthagonū equilatez atqz equiangulum.supra circumferentiam ipsius circuli quasi ꝺm doctrinam premisse sibi inscripsissem pēthagonum quinqz puncta angularia notabo.que sunt.a.d.b.c.e.ad que cētra ducam lineas.f.a.f.d.f.b.f.c.f.e.z ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtranqz partem quousqz concurrant in punctis.g.b.k.l.m.eruntqz hee linee contingentes circulum per corelarium.15.tertii:z ad ista pūcta concurrsus ducam a centro lineas.f.g.f.b.f.k.f.l.f.m. Et quia monstratum est superpenultimā tertii qz si ab aliquo puncto extra circuluz signato due linee contingentes ad ipsū circulum ducanť qz ipse erunt equales. erit linea.g. a.equalis linee.g.d.z b.d.b.b.z sic de ceteris. At qm̄ quinqz arcus ī quos quinqz puncta.a.d.b.c.e.dividunt circulum.sunt adinuicem equales.erunt per.26.tertii quinqz anguli.a.f.d d.f.b.b.f.c.c.f.e.e.f.a.consistentes super hos arcus in centro.f.sibi inuicem equales.Sunt autem duo latera.a.g.z.f.a.trianguli.f.g.a. equalia duobus lateribus d.g.z.f.d.trianguli.f.g.d.z latus g.f.cōmune.ergo p.8.primi:duo anguli eorū.q̄ sunt.a.d.f. Itēqz duo anguli qui sunt.a.d.g.sunt adinuicem equales. eadē rōne duo anguli qui sunt.a.d.f.in triangulis.d.f.b.z.b.f.b. Itemqz duo qui sunt .a.d b.sunt adinuicem equales.Similiter quoqz singuli trium reliquoz angulorū qui sunt.b.f.c.c.f.e.e.f.a.z singuli triū.qui sunt.k.l.m.dividanť p equalia.primi quidem per lineam.f.k.secundi per lineā.f.l.tertii vero per lineā.f.m. z quia hii tres anguli qui sunt.b.f.e.c.f.e.e.f.a.sunt sibi inuicem equales z aliis duob9.q̄ sūt.a.f d.z.d.f.b.equales erunt eorum dimidia que sunt deinde anguli facti in centro.f.ad

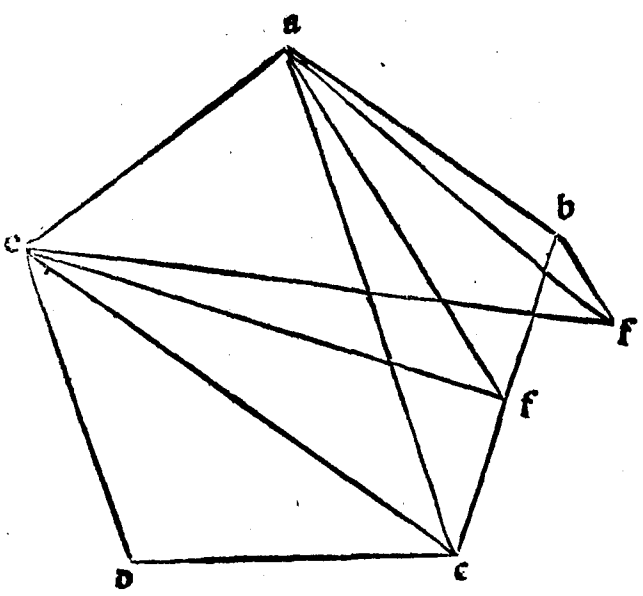
inuicez equales. Quia igitur duo anguli.a.z.f.trianguli.g.a.f.sunt equales duo/bus angulis.a.z.f.trianguli.m.a.f.z latus.a.f. cōmune erit per.26.primi angul⁹ g. vnius equalis angulo.m.alterius z latus.g.a.equale lateri.a.m.eadem ratiōe erit angulus.g.m triangulo.g.f.d.equalis angulo.b.in triangulo.d.f.b.z latus.g d.equale lateri.d.b.quare quia.g.a.est dimidiū.g.m.z.g.d.dimidiū.g.b.z.g.a.z g.d.sunt equalia:erunt per cōem scientiā.g.m.z.g.b.eorū dupla equalia.Simili/ter quoqz ꝓbabim⁹.g.m.esse eqnale.m.l z.m.l.l.k.z.l.k.k.b.quare pēthagon⁹.g b.k.l.m.est equilaterus.sed z equiangulus: cuz eni duo anguli qui sunt ad.g.sunt adinuicem equales. z duo qui sunt ad .m.siliter adinuicem equales. z.g. partia/lis.sit equalis.m.ptiali.vtrūqz eni probatū est prius.erit per eandē cōem scientiā g.totalis equalis.m.totali.z eadem rōne ꝓbabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangulus.sicqz constat propositum.

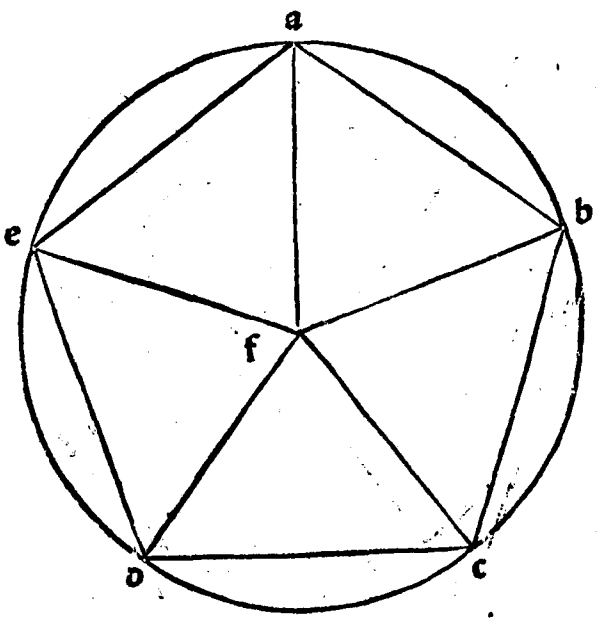
Propositio .13.

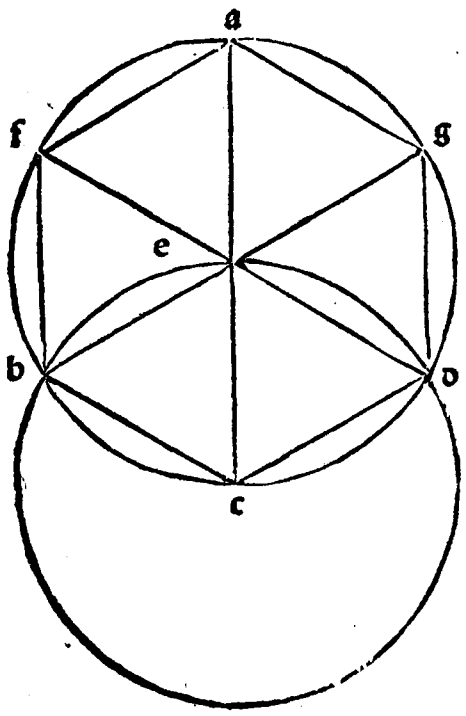


TRa equilaterυz atqz equiangulum penthagonum assi gnatum.circulυz describere.

¶Sit assignatus penthagonus equilaterus atqz equiangulus:quia de aliis nō est necessariū hoc esse possibile.a.b.c.d.volo sibi iscribe re circulū.hec est quasi cōuersa.11.duos eius ꝓpiquos angulos qui sunt.a.z.e.duuido per equalia ductis lineis.a.f.z.e.f.donec cōcurrāt in pūcto.f.i tra ipsum penthagonum quē dico esse centrum circuli: cōcurrent enim propter id qūod dimidiū totalis anguli.a.z similiter totalis anguli.c.minus ē angulo recto. ¶Si enim intra penthagonum non cōcurrēt.aut extra ipsum penthagonum aut in latere pēthagoni.aut in eius angulo:qui vtriqz angulorū diuersoꝝ opponitur. Concurrāt ꝑ primo extra in pūcto.f.z ducatur linea.b.f.z quia duo latera. e.a.et a.f.trianguli.e.a.f.sūt equalia duobus lateribus.b.a.z.a.f.trianguli .b.a.f.z an gulus.a.vnius angulo.a.alterius erit per.4.primi basis.e.f.equalis basi. f.b. z qz angulus.a.partialis ē equalis angulo.e.partiali.propter id qō.a.totalis.e. totali erit per.6.primi.f.a.equalis.f.e.quare.f.a. est equalis.f.b. ergo per.5.primi duo anguli.b.totalis.z.a.ptialis sunt eq̄les.quare.a.ptialis ē eq̄lis vī maior.a. totali qō est impossibile.Concurrāt ergo in pūcto.f.super latus.b.c .eritqz arguendo p premissas z premisso modo angulus.a.ptialis equalis angulo .a.totali quod est impossibile.Quod si forsan concurrant in angulo.c.erit per easdez z eodē modo c.b.equalis.c.a.z ideo ad huc ut prius angulus.a.partialis equalis angulo .a.to tali.Qō qz hoc ēe nō potest sit ergo punctus concursus qui ē.f.infra penthagonū a quo duco.5.perpendiculares ad eius.5.latera.que sint.f.g.f.b.f.k.f.l.f.m .z ad duos eius angulos ꝓpinquos altrinsecus angulis per equalia diuisis qui sunt .b. z.d.duco lineas.f.b.f.d.z quia duo anguli.a.z.m.trianguli.a.f. m. sunt equales duobus angulis.a.z.g.trianguli.a.f.g.z latus.a.f. cōmune erit per.26.primi.f. m.equalis.f.g.per eandem quoqz probabis.f.l.equalem.f.m.sumptis duob⁹ tri/angulis.z.f.m.z.e.f.l.quia iterum duo latera.a.f.z.a.b.trianguli.a.f. b.sūt equa lia duobus lateribus.a.f.z.a.e.trianguli.a.f.e.z angulus.a.vnius.angulo.a:al/terius erit per.4.primi angulus.b.partialis equalis angulo.e. partiali. z quia.b. totalis equalis est.e.totali:z.e.totalis diuisus est per equalia erit etiam.b.totalis diuisus per equalia. ¶Eodem modo probabis.d.totalē diuisum per eq̄lia ꝓpter equalitatem.d.partialis z.a.partialis sumptis triangulis.e.a.f.z. e.d.f. qz ergo







duo anguli.g.z.b.trianguli.g.f.b.ſunt equales duobus angulis.h.z.b. trianguli h.f.b.z latus.f.b.cõe erit per.26.primi.f.h.equalis.f.g. ¶Eodem modo ꝓbabis f. k.equalem.f.l.ſumptis triangulis.l.f.d.k.f.d.qm igitur .5.linee.f.g.f.h.f.k.f.l. z.f.m.ſunt equales.erit.f.centruz circuli.per .9.tertij .que deſcribemus ſm quãtitatem vnius earum.z tanget omnia latera penthagoni.ꝓpter equalitatem linearũ. z nullum eorum ſecabit per primam ptem.15.tertij.ſicqz cõſtat ꝓpoſitum.

Propoſitio .14.

Circa datum penthagonum qd ſit equilaterum. atqz equiangulum circulum deſcribere.

¶Sit vt prius datus penthagonus equilaterus atqz equiangulus. quia de alijs non eſt neceſſariũ hoc eſſe poſſibile.a.b.c.d.e.volo circa ipſum deſcribere circuluz.hec eſt quaſi conuerſa.12.Duos eius ꝑ pinquos angulos qui ſunt.a.z.e.diuido ꝑ equalia ductis lineis.a.f.z.f.e. quouſqz concurrant intra ipſum penthagonũ in puncto.f.cõcurrent enĩ z intra pẽthagonum vt ꝓbatum eſt in premiſſa.z a puncto cõcurſus duco ad reliquos angulos lineas que ſint.f.b.f.c.f.d.z qz duo latera.a.f.z.a.b.trianguli.a.f.b.ſunt equalia duobus lateribus.a.f.z.a.e.trianguli.a.f.e.z angulus.a.vnius angulo. a. alteri⁹ erit ꝑ.4.primi.f.a.equalis.f.e.z angulus.b.ptialis angulo.e.ptiali.z quia.b.totalis eſt equalis.a.totali.z.e.totalis diuiſus eſt ꝑ equalia.erit ſimiliter.b. totalis diuiſus ꝑ equalia.hoc quoqz modo ꝓbabis vtrũqz angulorz.c.z.d.diuiſum eſſe per equalia.z.5.lineas.f.a.f.b.f.c.f.d.f.e.eſſe equales.quare ꝑ.9.tertij.f.erit centruz circuli.ſicqz patet ꝓpoſitum.

Propoſitio .15.

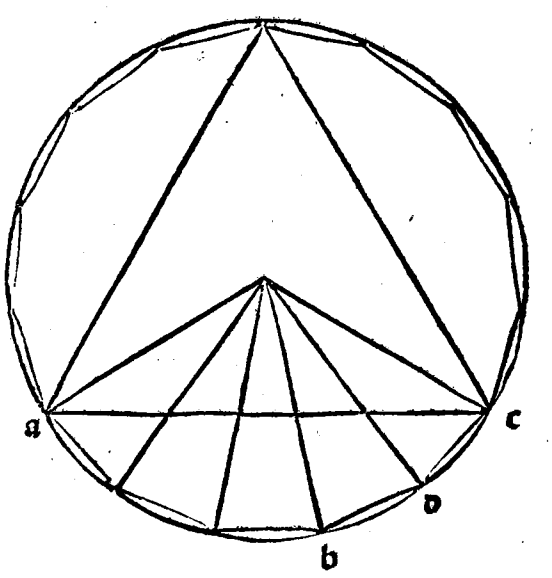
Intra propoſitum circulum.exagonum equilaterum atqz equiangulum deſcribere.¶Ex hoc itaqz manifeſtum eſt ꝙ latus exagoni equũ eſt dimidio diametri circuli cui inſcribitur.

¶Sit ꝓpoſitus circulus.a.b.c.d.cuius centrum. e. volo ſibi inſcribere exagonum equilaterz atqz equiangulũ. ꝓduco diametrum.a.e.c.z ſm quantitatem ſemidiametri.e.c.facto centro puncto.c.deſcribo circulum.e.b.d. ſecantem priorẽ in duobus punctis.b.d.a quibus ꝓduco duas diametros in circulo primo que ſint.b.e.g.d.e.f.trium ergo diametrorz extremitates coniungo.6.lineas que ſunt.a.f.f.b.b.c.c.d.d.g.z.g.a.quas dico continere exagonum queſitum.erit enĩ vt demonſtrat prima primi vterqz triangulorz.b.e.c.c.e.d. equilaterus. quare et equiangnlus ꝑ.5.eiuſdẽ ergo ꝑ.32.primi duo anguli.b.e.c.z.c.e.d.cũ vno equali vni eorum ſunt equales duobus rectis ꝓpter id qd quiſqz dorz ẽ tertia duorum rectorum.ſed ipſi ꝑ.13.eiuſdẽ cũ angulo.d.e.g.ſunt equales duobus rectis.ergo angulus.d.e.g.e equalis vtriqz eorz.quare ꝑ.15.eiuſdẽ. 6.anguli.qui ſunt ad.e.ſunt adinuicẽ equales.ergo ꝑ.25.tertij arcus in quos cadũt ſunt equales.quare z eorũ corde ꝑ.28.eiuſdẽ qui ſũt latera ipſi⁹ exagoni.Equilater⁹ igitur ẽ ſed z equiangul⁹ ꝑ.26.tertij ꝓpter id qd ſex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidũt circulũ bini z bini ſũpti ſũt adinuicẽ equales.vt arc⁹.a.f.b.arcui.f.b.c.z iõ angulus.f. qui cõſiſtit in ꝑmo ẽ eqlis angulo.b.qui cõſiſtit ĩ ſcõo. idẽ in ceteris .quare cõſtat ꝓpoſitum. ¶Corrolarium ex hoc patet ꝙ dimidiũ diametri z latus exagoni ſunt

latera eiusdem trianguli equilateri. vt.e.c.z.c.b.z.c.d. ¶Et nota qꝫ ñon ꝓpo/nitur circa ꝓpositum circulum exagonum equilaterum atqꝫ equiangulum desi/gnare. Nec intra talem exagonum aut circa talem circulum describere .quēadmo/dum fecit de triangulo quadrato z penthagono. non qꝛ non sit necessariū hoc eē possibile. sed quia hec tria per eadem ꝓcepta fiunt in penthagono equilatero et equiangulo. z in omni figura equilatera. atqꝫ equiangula quecunqꝫ fuerit. Vnde quamcūqꝫ figurā equilaterā z equiangulā scimus circulo inscribere :candē circulo extra. z circulū sibi intra z extra: bisdem medijs per que hec in penthagono fecim⁹ describemus. ¶Nota etiam qꝫ omnis figura equilatera circulo inscripta. aut cir/cūscripta est etiā necessario equiangula. de inscripta patet per·27.z.26.tertij sum ptis arcubus circuli. quibus latera inscripte figure corde sūt binis z binis. In bos eni arcus ipsius figure anguli cadunt. De circūscripta autē ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos. z ad loca cōtactus facile probabis. si plene intelle/cte demonstrationi. 13. huius diligēs intellectus accesserit .erit eni vt omnes ipsi⁹ figure angulos linee a centro venientes ꝑ equalia diuidāt. sumptis itaqꝫ quibusli bet duobus eius ꝓximis lateribus cū linea ad angulū ab eis contentum .z cū duo bus ad eoꝝ extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis cōtentos equiangulos adinuicē. p. 4. primi esse ꝓbabis. Sicqꝫ faciendo de omnibus patebit eos esse equiangulos ꝑ hanc cōmunē sciam quoꝝ dimidia sūt equalia. tota quoqꝫ esse equalia.

Propositio. 16.

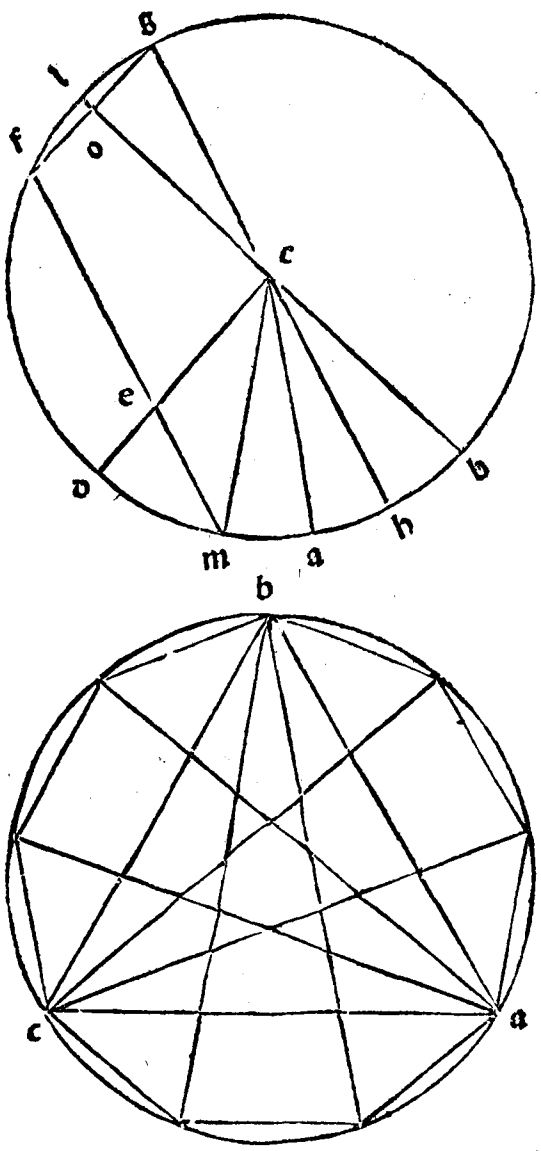
INtra datuꝫ circulum. quindecagonum equilaterum atqꝫ equiangulū designare. ¶Deinde circa quēlibet circulū assignatuꝫ quindecagonum equilaterum atqꝫ equiangu lum atqꝫ intra datum quindecagonuꝫ circulū describere



¶Sit datus circulus. a.b.c. volo sibi inscribere quindecagonū equi laterum z equiangulum. deinde etiam circūscribere atqꝫ intra talem quindecago/num ꝓpositum circulum describere. Non ꝓponit autem circa talem quindecago/num circulū describere. quia hoc satis dat intelligere ꝑ alia quc ꝓponit. In dato circulo iuxta doctrinā secunde huius. ꝓtrabo latus trianguli equilateri. qꝫ sit. a.c z iuxta doctrinā scōi latus penthagoni equilateri atqꝫ equianguli qō sit. a.b. Et quia arcus. a.c. est totius circūferentie tertia: cuius arcus. a.b. est quinta. erit sup/flumm inter eos qō est arcus. b.c. due tertie: arcus. a.b. vel due quinte arcus. a.c. si ue due quintedecime totius circūferētie Nam in omni toto excedit tertia quintā. in duabus tertijs ipsius quinte. vel in duabus quintis ip sius tertie. siue in duab⁹ quintis decimis totius. hoc eni patet in quinta z tertia p̄mi numeri habētis quin tam z tertiam qui est. 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que ē tria in duabus vnitatibus que sunt due tertie ipsius ternarij qui ē quinta. vl̄ due quin te ipsius quinarij qui est tertia siue due quintedecime ipsius. 15. qui est totū. diui/so igitur arcu. b.c. per equalia. in. d. patet vtrumqꝫ duorum arcuum .c.d.z. d.b. esse tertiam arcus. a.b. vl̄ quintam arcus. a.c. siue quintādecimā totius circumfe/rentie. subtensis igitur eis cordis. c.d.z.d.b. coaptatisqꝫ continue intra datum cir culum sibi equalibus per primam huius complebitur figura ꝓposita. ¶Cetera vero duo que ꝓponit cū tertio qꝫ dat intelligere videlicet quindecagonū circulo

circumscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex. 12. 13. 7. 14. huius plene intellectis facile perficies. ¶ Et nota ꝙ quamcunqꝫ figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterum circulo scimus inscribere ⁊ circũscribere. ⁊ ipsi circulum. diuisis enī arcubus quibus latera eius q̄ scitur inscribi subtenditur. per equalia ⁊ a punctis mediꝫs ad extremitates laterū ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per. 28. tertij. ergo ⁊ equiangula. hoc enim demonstratū est supra. 15. huius ꝙ omnis figura equilatera circulo inscripta est etiam equiangula. Et quia hāc circulo scimus inscribere sciemus cetera tria per. 12. 13. 7. 14. huius. ¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum: sciemus per hoc ⁊ exagonum ⁊ per exagonū duodecagonū ac per dodecagonuꝫ figuram. 24. laterum. ⁊ sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit vt diximus inscribi exagonus. posuit tamen huius propriā demonstrationē ex qua sequitur potissima pervtile. Et similiter quia scimus ⁊ inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figurā cuius laterum numerus est pariter par. per pentbagonum quoqꝫ sciemus decagonum. ⁊ figurā. 20. laterum. sicqꝫ continue duplando. idem quoqꝫ intellige de quindecagono. per ipsum enim scientur figure. 30. 7. 60. ⁊ omnium continue duplatoꝝ laterum. ¶ Ceterarum autem figurarum de quibus ista non docet. vel que ꝑ bas nō habent difficilis est scientia. ⁊ parū vtilis. vt sunt eptagona nonagena vndecagona. Qđ si scirem⁹ triangulū duū equaliū laterū designare. cuius vterqꝫ angulorum ad basim triplus esset ad reliquū sciremus eptagonū vt supra pentbagonum circulo inscribere. ꝙ si vterqꝫ quadruplus esset ad reliquū sciremus nonagonū. et si quintuplus. vndecagonū. Idemqꝫ in ceteris figuris imparium laterum. posito vtroqꝫ anguloꝝ ad basim multiplici ad reliquū. per eum numerum qui est medietas. maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

DAtū angulū in tria equa diuidere. Sit angulus dat⁹. c. volo ipsū diuidere in treꝫ eq̄les angulos qđ sic facio. pono ꝑmo. c. centrū circuli describendo circulū q̄litercūqꝫ cōtingat. ⁊ ꝓtrabo latera cōtinentia datū angulū vsqꝫ quo secēt circūferentiā in punctis. a. ⁊. b. tunc a puncto. c. qđ est centrū circuli duco lineā. c. d. perpendiculariť ad lineā. c. b. ⁊ in linea. c. d. assigno punctū. e. a quo duco lineam ad equalitaté. c. b. vsqꝫ quo secet circūferentiā circuli in puncto. f. ⁊ ꝓduco. e. vsqꝫ a. deinde protrabo lineā. g. h. equidistanté. f. a. que scꝫ. g. b. transeat per centrū. ⁊ duco lineam. f. g. equidistanté linee e. c. ⁊ protrabo lineam. c. b. incontinuū ⁊ directum vsqꝫ ad. l. que secat lineā. f. g. orthogonaliter in puncto. o. ⁊ per equalia. dico ergo ꝙ arcus. l. g. est equalis arcui. b. b. propter hoc. ꝙ angulus. l. g. c. est equalis angulo. b. c. b. cū sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiā duplus arcui. b. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui. a. b. cū sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. ⁊. g. b. ergo arcus. b. a. est duplus arcui. b. b. ergo ⁊ angulus. a. c. b. est duplus angulo. b. c. b. diuidam ergo angulum. a. c. b. per equalia per lineam. c. m. ⁊ patet propositum.



INtra datū circulū nonāgulū equilateꝫ atqꝫ eq̄āgulū designare. qđ sic fieri potest iuxta doctrinā scđe hui⁹. inscribā circulo assignato triangulū eq̄lateꝫ atqꝫ eq̄angulū q̄ sit a. b. c. ⁊ vnūquēqꝫ anguloꝝ ei⁹ diuidā ꝑ tria eq̄lia ⁊ protrahā lineas diuidētes angulos vsqꝫ ad circūferentiā ⁊ tunc q̄ nouē anguli locati in circulo sūt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. protrahā enim

cordas subtractas singulis arcubus z habebo intentum. Explicit liber quartus incipit liber quintus.

Diffinitio .1.

Pars est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.

¶ Pars quãdoqz sumitur proprie: z hec est q̃ aliquotiens sumpta suum totum precise constituit: sine diminutione vel augmento: z dicitur suum totum numerare per illum numerum ꝺm quẽ sumitur ad ipsi⁹ totius constitutionẽ: talem autem partem quã multiplicatiuã dicimus hic diffinit. ¶ Quãdoqz sumitur cõmuniter z hec est quelibet quantitas minor q̃ quotiensc̃ũqz sũpta suo toto min⁹ aut maius constituit. quã aggregatiuã dicimus: eo ꝙ cum alia quantitate diuersa totum suũ cõstituat: ꝓ se aũt quotiensc̃ũqz sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.

Multiplex est maior minoris quando eaz minor metitur.

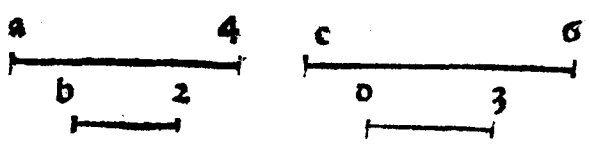
¶ Pars relatiue dicitur ad totuz: z in istis duobus extremis consistit eoruz adinuicẽ relatio: z ideo diffinito minori extremo diffinit hic maius: vocat autez ipsum multiplex propter hoc ꝙ minus ipsũ aliquotiens sumptuz constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicẽ: pars z multiplex. Nã omnis pars submultiplex: vt patet per eius diffinitionẽ.

Diffinitio .3.

Proportio est duarum quantecunqz sint eiusdem generis quantitatum certa alterius ad alteram habitudo.

¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo ꝙ earuz altera maior aut minor: est reliqua vel sibi equalis. Non enim soluz in quantitatibus reperitur proportio. sed ī põderibus: potentijs et sonis. Jn ponderibus quidẽ z potẽtijs vult plato ī thimeo esse proportionẽ: vbi elementorum numerũ ostendit: in sonis autem esse proportionem liquet ex musica. Nam vt vult Boecius in quarto si quilibet neruus in duas inequales partes diuidatur. erit ipsaruz partiũ suorumqz sonoꝝ: eadem cõuerso modo proportio. Sz in quibuscunqz proportio reperitur: ea participant naturã ꝓprietatẽqz quãtitatis: nõ enim reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo ꝙ earum vna est reliqua maior aut minor. aut sibi equalis. ¶ Quantitatis autem ꝓprium est ꝺm ipsam equale vel inequale dici. vt vult Aristo. in predicamẽtis. vnde liquet ꝓportionẽ primo in quantitate reperiri. z per ipsam in omnibus alijs Nec esse in aliquib⁹ rebus proportionẽ cui similis nõ sit in aliquibus quantitatib⁹ ꝓpter qõ benc dixit euclides ꝓportionẽ simpliciter esse in quantitate cum eã diffiniuit per habitudinem duarũ quantitatũ eiusdem generis adinuicem: ¶ Cui⁹ diffinitionis intellectus ẽ: ꝙ proportio ẽ habitudo duarum quantitatum adinuicem que attenditur in eo ꝙ vna earum est maior aut minor alia vel sibi equalis: ꝓ qõ patet ꝙ oportet eas esse eiusdem generis: vt duos numeros: aut duas lineas: aut duas superficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo tempora. Non enim potest

dici linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tempus loco. sed linea. linea ꝛ superficies superficie. Sola enim vniuoca compabilia sunt. ¶Qđ autem dicit certa habitudo non sic intelligas quasi nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duaruꝫ quantitatum: ita inquã determinata ꝙ hec ꝛ non alia. Non enim est necessarium vt omnis habitudo duarũ quantitatum sit scita a nobis: nec etiã a natura. ¶Nam proportio quedam est discretoruꝫ vt numeroꝝ. quedã aũt continuoꝝ. In numeris autẽ minor ẽ pars aut partes maiores vt demonstratur in septimo: quare ꝛ in eis omnibus est habitudo certa ꝛ nota. ¶At vero in continuis est proportio magis larga: est enim ĩ eis vbi minor quantitas est pars: aut ptes maioris: ꝛ talium omnium mediantibus numeris ẽ proportio nota: que ꝛ rationalis dicit̃. Dicuntur qꝫ omnes tales quantitates cõmunicantes: quia eas vna ꝛ eadẽ necessario metitur. vnde ꝛ omnes numeri sũt cõmunicantes. omnes eni ipsos metitur vnitas. Est etiam vbi minor non ẽ pars. aut partes maioris ꝛ in talibus nõ est nota proportio. nec nobis nec nature. Dicturqꝫ hec proportio irrõnalis: ꝛ hee quãtitates incõmunicantes: vnde fit: ut quecunqꝫ proportio reperitur in numeris reperiat̃ in omni genere continuoꝝ: vt in lineis superficiebus corporibus ꝛ temporib9: nõ autem econuerso: infinite eni sunt proportiones in continuis reperte: quas numeroꝝ natura nõ sustinet. Sꝫ quecunqꝫ proportio reperitur in vno genere continuoꝝ eadem reperitur ĩ oibus alijs. Nam qualitercunqꝫ se habet aliqua linea ad quãlibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquã aliã. ꝛ quodlibet corpus ad aliqđ aliud: similiter ꝛ tempus. sed non sic qulibet numerus ad aliquẽ aliũ: vnde magis ẽ larga ꝓportio in continuis. q̃ꝫ in discretis Exquo manifestum est proportionẽ geometricam esse maioris abstractionis: q̃ꝫ proportionem arismeticam: omnis eni proportio circa quã arismetica versatur rõnalis est: geometria vero rõnales ꝛ irrõnales eq̃liter considerat.



Diffinitio .4.

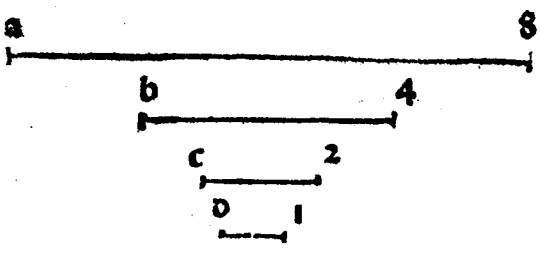
Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶Vt si dicamus ꝙ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam. c. ad. d. proportio que est inter. a. ꝛ. b. similis est illi que est inter. c. ꝛ. d. hec autem silitudo que ex istis ꝓportionibus resultat dicit̃ ꝓportiõalitas

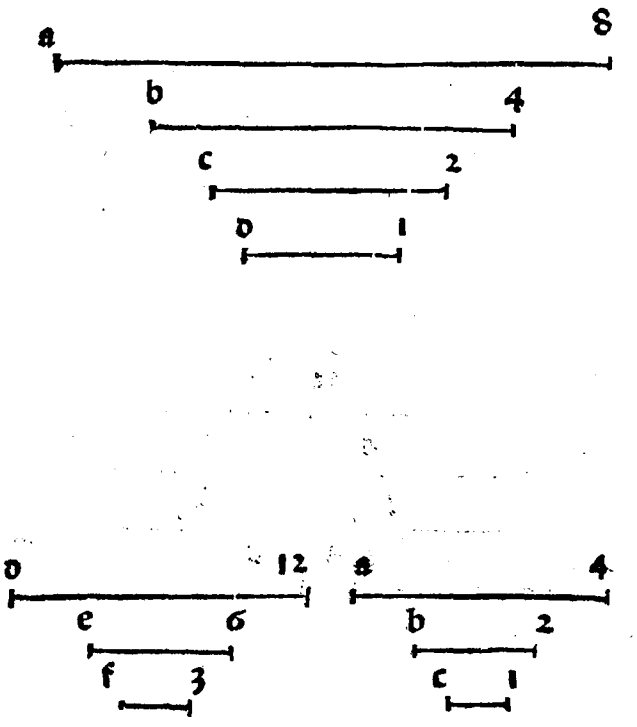
Diffinitio .5.

Quantitates que dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut equa sũt: aut eque sibi sine interruptiõe addunt aut minuunt.

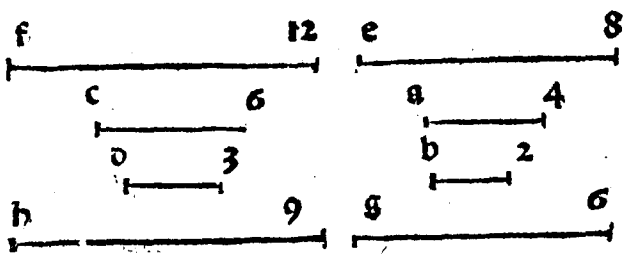
¶Supposita diuisione proportionalitatis ꝑ cõtinuã ꝛ discõtinuam diffinit mẽbra diuidentia. ꝛ primo cõtinuã ĩmo vt verius dicã: supposita diuisione proportionalium ꝑ continuc ꝓportionalia ꝛ incõtinue: diffinit nõ cõtinuã ꝓportionalitatẽ: nec incõtinuam: sed cõtinue ꝓportionalia ꝛ incontinue. diffinitio autem continue ꝓportionalitatis ꝛ incõtinue satis patet per diffinitionẽ cõtinue ꝓportionalium ꝛ incontinue. ¶Cõtinua aũt ꝓportionalitas ẽ cũ quotlibet quãtitatũ eiusdẽ generis in qua ꝓportiõe prima antecedit scõam in eadẽ quelibet alia ꝙ antecedit ꝑimo cõsequentẽ. vt cũ dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. b ad. c. ꝛ. c. ad. d. eritqꝫ quelibet earum antecedens ꝛ consequens: excepta prima que est solũ antecedens: ꝛ vltima que est tm̃ cõsequens. Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter cõtinuationẽ propor/



tionū co q̄ nō ſit ꝓportio inter quantitates generum diuerſoꝝ: ⁊ hec erit ad minꝰ in tribus terminis conſtituta. ¶ Incōtinua autem eſt cū quatuor quantitatū ſiue omnes fuerint eiuſdē generis ſiue due prime vnius ⁊ due poſtreme alterius: i qua proportione prima antecedit ſcōam in eadē tertia antecedit quartā: vt cū dicimus ſicut ſe habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. eritq; earum quelibet: aut tm̄ antecedēs aut tm̄ conſequens: nec eſt neceſſe vt ſint omnes quatuor eiuſdē generis ſicut erat in proportionalitate cōtinua: eo q̄ cōſequēs prime proportionis nō cōtinuat̄ antecedenti ſcōe: ſed poſſibile eſt vt ſint eiuſdē generis: ⁊ poſſibile eſt vt ſint diuerſoꝝ. Sicut eni contingit lineā repiri duplam ad lineam aut triplam: ita ſuperficiem ad ſuperficiē: ⁊ corpus ad corpus: ⁊ tēpus ad tempus: ⁊ numerus ad numeꝝ. ¶ Viſo quid ſit continua ꝓportionalitas. ⁊ quid incōtinua explanemus diffinitionē continue ꝓportionaliū premiſſam. Quantitates inquit proportionales cōtinue ſunt quaꝝ cq̄ multiplicia aut ſibi ſunt eq̄lia: aut eq̄ ſibi ſine iterruptione addūt: aut minuūt verbi gratia. Sint tres quātitates eiuſdē generis. a. b. c. ad quas ſumant̄. d. e. f. eq̄ multiplicia: vt ſicut. d. eſt multiplex ad. a. ita. e. ſit multiplex ad. b ⁊. f. ad. c. crūtq; omnes in eodē genere. Multiplicia eni ⁊ ſubmultiplicia in codē ſunt genere: ſitq; vt. d. e. f. aut ſint equalia adinuicē: aut ſilr ſe habeant in addendo aut minuendo ita q̄ ſicut. d. addit ſuper. e. aut minuit ab ipſo: ita. e. addat ſup. f. aut minuat ab ipſo. Cū hec inquā multiplicia ſic ſe habuerint erūt tres quātitates. a. b. c: cōtinue ꝓportionales. Multiplicia autē nō intelligas ſilr ſic ſe habere in addēdo aut minuendo quantū ad quantitatē exceſſus: ſed quantū ad proportionē: aliter eni diffinitio eſſet falſa. Nam quarūlibet quantitatū eiuſdē generis equis ſe differentijs excedentium eque multiplicia accepta equis etiā differentijs ſe excedūt: vnde ſilr ſe habent in addendo ⁊ minuendo quantū ad quātitatem exceſſus. Nec tamē priores qnātitates ſūt cōtinue proportionales: imo minoꝝ eſt ſemp maior proportio. hoc autē ideo euenit qm̄ eaꝝ multiplicia nō ſilr ſe excedunt quātū ad proportionē. ſed ſolū quantū ad quantitatē exceſſus: eſt eni ⁊ ibi in minoribus multiplicib⁹ maior proportio. verbi gratia: ſumant̄ tres numeri equis differentijs ſe excedentes: immediate videlicet ariſmetice: vt. 2. 3. 4. horuꝫ trium omnes eque multiplices equaliter ſe excedunt. dupli quidē binario tripli ternario. ⁊ ſic de ceteris: nō tamen ſunt. 2. 3. 4. cōtinue proportionalia: imo minoꝝ eſt maior proportio: eſt eni ipſorū ꝓportio ſeſquilatera: ⁊ maioꝝ ſeſquitertia: q̄ ergo inter eos nō eſt ſimilitudo proportionū. Nō erit inter eos ꝓportionalitas: ⁊ iō neq; continua neq; incontinua. patet ergo ſimilitudinē illam additionis aut diminutionis nō intelligi quantū ad quantitatem exceſſus: ſed quantum ad proportionem: erit itaq; ſenſus diffinitionis premiſſe. Continua proportionalia ſunt quarū omnia multiplicia equalia ſūt continue proportionalia: ſed noluit ipſam diffinitionez proponere ſub hac forma quia tunc diffiniret idem p̄ idem: aperte tamē rei eſt iſtud cum ſua diffinitione cōuertibile. Tres autem quantitates. a. b. c. oportet eſſe eiuſdē generis ad hoc ut earum multiplicia ſibi inuicem equalia ſint: aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. Si enim. a. ⁊. b. eſſent diuerſorum generum. eſſent etiā. d. ⁊. e. ipſarum a. ⁊. b. multiplicia eorūdē diuerſorum generum: propter hoc q̄ multiplicia ⁊ ſubmultiplicia eiuſdē ſūt generis: quare. d. nō eſſet equalis. e. nec ea maior: aut mior. Nam qnantitates diuerſorum generum non ſunt adinuicem comparabiles.

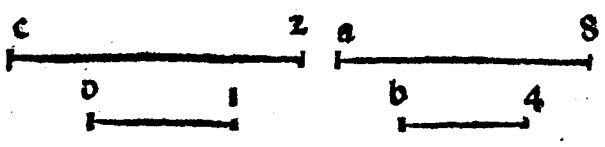


Diffinitio .6.



Quantitates que dicunt eē ꝺm ꝓportionē vnā prima ad secūdā ⁊ tertia ad quartā sunt quax prime ⁊ tertie multiplices equales multiplicibus secūde ⁊ quarte equalibus fuerint similes vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte.

¶ Posita superi⁹ diffinitione quātitatū continue ꝓportionaliū. hic ponit diffinitionē incōtinue ꝓportionaliū: ⁊ ē ꝙ quarūlibet. 4. quantitatū quax prime ⁊ tertie eque multiplicia sūpta fuerint: itēqꝫ scōe ⁊ quarte eque multiplicia: fueritqꝫ multiplex prime sic se habens ad multiplex scōe quantū ad additionē aut diminutionē aut equalitatē: sicut multiplex tertie ad multiplex q̄rte: erit ꝓportio p̄me earuꝫ ad scōam: sicut tertie ad q̄rtā. verbi gr̄a. Sint q̄tuor quātitates. a. b. c. d. sumanturqꝫ ad p̄mā ⁊ ad tertiā que sunt. a. ⁊. c. eq̄ multiplicia vtpote dupla: que sint. e. ⁊. f. Itēqꝫ ad scōam ⁊ quartā que sunt. b. ⁊. d. sumāt alia eq̄ multiplicia: vtpote tripla. q̄ sint g. ⁊. h. sitqꝫ vt hec. 4. multiplicia sic sūpta cōpata adinuicem ꝺm ordinē primarum quatuor quantitatum: ita videlicet ꝙ. e. cōpetur ad. g. ⁊. f. ad. b. non autē. e. ad. f. aut. g. ad. b. sint similia in additione diminutione ⁊ equalitate: videlicet ꝙ si. e. addit supra. g. ⁊ silr. f. addat supra. b. aut si. e. minuit. a. g. ⁊. f. similiter minuat. ab. b aut si. e. est equalis. g. ⁊ similiter. f. sit equale. b. tunc proportio. a. ad. b. est sicut. c ad. d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffinitione cōtinue ꝓportionaliū: videlicet nō quantū ad quantitatē excessus. sed q̄ntum ad proportionē. ¶ Qꝺ aūt dicit eodē ordine sumpte intelligatur sicut expositum est: videlicet vt multiplicia non referant adinuicem ꝺm ordinē earum quantitatum: quibus eque multiplicia assumunt. vt multiplex prime non referat ad multiplex tertie: aut multiplex scōe ad multiplex quarte. sed referatur ꝺm primū ordinē ipsax. 4. quantitatum: videlicet multiplex prime ad multiplex scōe. ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. ¶ Erit itaqꝫ sensus istius diffinitionis. Incōtinue ꝓportionales sunt quatuor quātitates ⁊ ꝓportio prime ad scōam ē sicut tertie ad quartam cū sumptis eque multiplicibus ad primā ⁊ tertiam. Itēqꝫ eque multiplicibus ad scōam ⁊ quartā erit ꝓportio multiplicis prime ad multiplex scōe: sicut multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed nō diffinivit sub hac forma. propter cām predictā. licet a pte rei idē sit. Nō ē autē necessariū ut quatuor quantitates. a. b. c. d. sint einsdem generis: eo ꝙ. b. nō continuat in proportione: cum. c. sed possunt eē due prime vnius generis: ⁊ due sequentes alterius. ꝙ qꝺ patet ꝙ necesse est referri multiplex prime ad multiplex secunde: ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. nō autē multiplex prime ad multiplex tertie: aut multiplex scōe ad multiplex quarte q̄ non semp sunt eiusdē generis. multiplex p̄me ⁊ tertie; nec multiplex scōe ⁊ q̄rte: fuit autē necesse sumere eq̄ multiplices ad p̄mā ⁊ tertiā: itēqꝫ eque multiplices ad scōam ⁊ q̄rtam: ⁊ nō eque multiplices ad primā ⁊ scōam: ⁊ itē non eque ad tertiā ⁊ quartā q̄ nisi ꝑ mīpliciū sūptionē cōtinuāt terminip̄me ꝓportiōis cū terminis scōe. nō erit ꝑ quid sit ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.



Diffinitio .7.

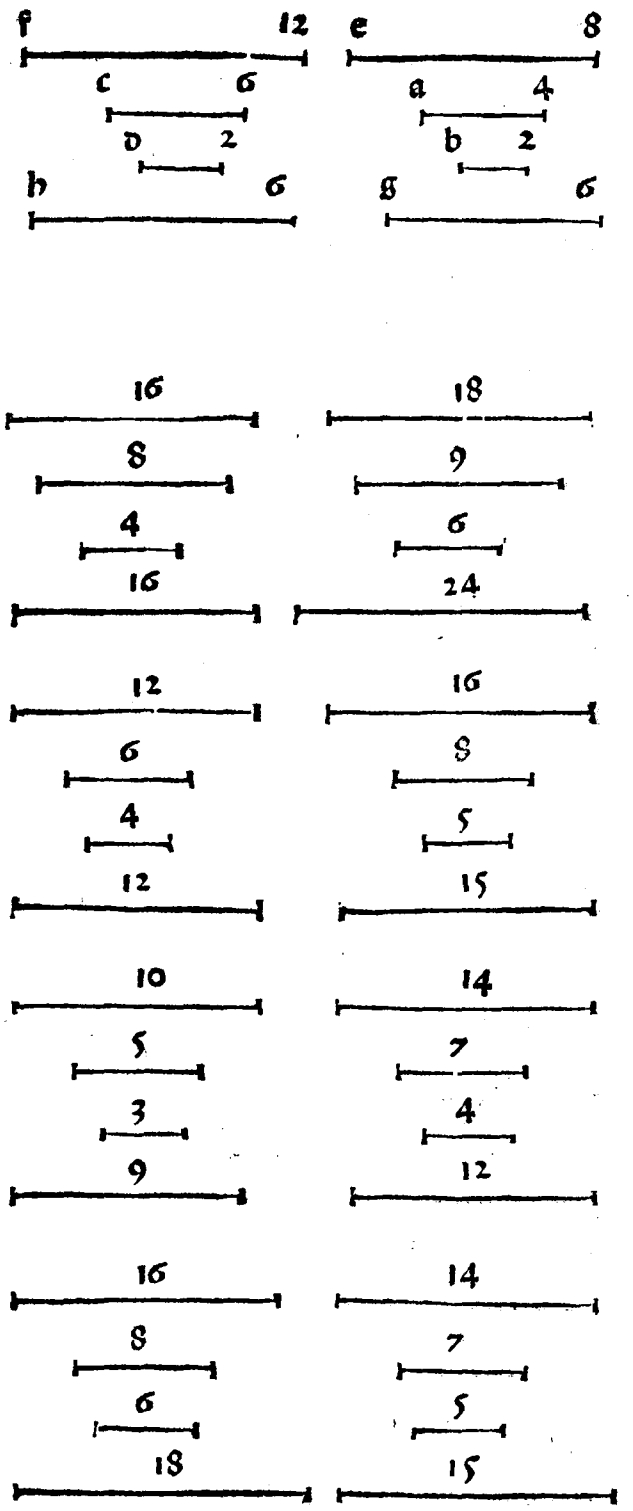
Quantitates quarū ꝓportio ē vna ꝓportiōales noīantur.

¶ Postquā diffinivit quantitates continue proportionales ⁊ incontinue diffinivit quantitates ꝓportionales simplr: et ꝑ diffinitio.

Diffinitio .8.

Cum fuerint prime ⁊ tertie eque multiplices: Itemq; ſecunde ⁊ quarte eque multiplices. adderq; multiplex prime ſuper multiplicem ſecunde. Nō addet autē multiplex tertie ſuper multiplicē quarte. dicetur prima maioris proportionis ad ſcōam q̄; tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quātitatibus proportionalibus diffinit quantitates impportiōales Sūt aūt impportionales inter quas ē ſilitudo proportionū qō cōtigit dupliciter aut quia maior eſt ꝓportio p̄me ad ſecundā q̄; tertie ad quartā: aut quia minor ⁊ ideo eius ſunt due ſpecies. Prima quando maior eſt ꝓportio primi ad ſcōm q̄; tertij ad quartum: ⁊ dicitur hoc maior improportionalitas. ¶ Secūda vero q̄n minor eſt proportio primi ad ſcōm q̄; tertij ad quartū: ⁊ dicit minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas eſt maior proportio primi ad ſcōam q̄; tertie ad quartā que eſt maior improportionalitas: diffinitionē autē earum inter quas eſt minor proportio prime ad ſcōam q̄; tertie ad quartā non ponit quia ipſa patet ex alia. ¶ Cū igit fuerint .4. quantitates ad quarum p̄mam ⁊ tertiā ſumpta ſint eque multiplicia. ⁊ ad ſcōam ⁊ quartā eque multiplicia ⁊ multiplicia p̄me ⁊ ſcōe relata adinuicez non ſe habebunt ſimiliter multiplicibus tertie ⁊ quarte relatis adinuicem in additione diminutione ⁊ eq̄litate: ille .4. quantitates erunt improportionales. ¶ Q̄ō ſi ita fuerit q; multiplex prime ſit equale multiplici ſcōe. multiplex vero tertie ſit minus multiplici quarte. Aut q; multiplex p̄me ſit maius multiplici ſcōe. multiplex aūt tertie ſit equale. aut minus multiplici quarte. Aut q; multiplex p̄me ſit maius multiplici ſecūde: ⁊ ſimiliter multiplex tertie multiplici quarte: verūtamen plus excedit quātum ad proportionem non quantum ad quātitatē exceſſus. multiplex prime multiplex ſcōe q̄; multiplex tertie multiplex q̄rte. Aut q; multiplex prime ſit min⁹ multiplici ſcōe. ⁊ ſilr multiplex tertie multiplici quarte. verūtñ minus minuit quātū ad proportionē non quātū ad quātitatē exceſſus: multiplex prime multiplici ſecūde: q̄; multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet iſtoz .4. modoz maior proportio prime ad ſecūdā q̄; tertie ad quartā. Quatuor autē modis iſtis oppoſitis erit minor ꝓportio p̄me ad ſecūdā q̄; tertie ad q̄rtā. Exempla aūt iſtoz oium euidenter ſumēt ex numeris. Additio ḡ illa multiplicis p̄me ſuper multiplex ſecūde. Non aūt multiplicis tertie ſup multiplex quarte: de qua lōquitur auctor in diffinitione: latitudinē habet ad iſtos .4. modos predictos ⁊ ipſos comprehēdit. vñ ſenſus iſti⁹ diffinitionis ē cū ſūptis ſit multiplicib⁹ vt proponit fuerit maior proportio multiplicis p̄me ad multiplex ſecūde q̄; multiplicis tertie ad mltiplex q̄rte: erit maior ꝓportio p̄me ad 6am q̄; tertie ad q̄rtā: nō diffiniuit autē ſub hac forma ꝓpter cōez cām p̄us dictā. Vel poſſum⁹ dicere q; additio mltiplicis p̄me ſup multiplex ſecūde: ⁊ nōmultiplicis tertie ſup mltiplex q̄rte: de q̄ loquit in p̄miſſa diffinitione maioris ī ꝓportionalitatis ꝓprie accipit prout verba diffinitionis ſonāt: ⁊ nō ſe extēdit niſi ad ſcōm q̄tuor predictoz modoz: lz reuera quolibet illoz q̄tuor modoz ſit maior ꝓportio p̄me ad ſecūdā q̄; tertie ad quartam vñ ſenſus illius diffinitionis ē cū ſūptis ſit multiplicib⁹ vt ꝓponit ſi multiplici prime exīte maiori multiplici ſecūde: non ſit neceſſariū q; multiplex tertie ſit maius multiplici quarte: tūc erit maior ꝓportio prime ad ſecūdā q̄; tertie ad quartam. ꝓpter hoc autem non poſuit reliquos treſ additionis modos in predicta diffinitione: q⁹ iſte eſt illis omnib⁹ magis plan⁹: ⁊ ad dictā diffinitionē ſufficiēs. Nuſq̄;



enī est maior proportio prime.4.quantitatū ad scōam q̄z tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primā ꝛ tertiā repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia scōe ꝛ quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex scōe: nō aūt multiplex tertie super multiplex quarte. Nec vsq̄z contingit hoc reperire quin sit maior proportio prime ad scōam q̄z tertie ad quartam vt demonstrabimus infra supra decimam huius. ¶ Possunt autem esse hee quātitates improportionales diuersorū generum sicut ꝛ quātitates incōtinue proportionales si inter eas fuerit incōtinua improportionalitas: vt si dicatur maior est proportio a.ad.b.q̄z.c.ad.d. Si autem fuerit continua improportionalitas erūt oēs eiusdē generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. vt si dicatur maior est proportio.a:ad.b.q̄z.b.ad.c. Diffinitio .9.

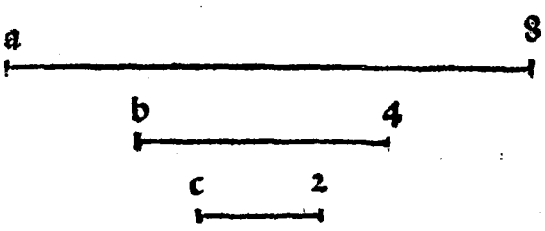
Est autem proportionalitas ad minus inter tres termios constituta.

¶ Postq̄z auctor diffiniuit ꝓportionē ꝓportionalitatē ꝛ q̄ntitates ꝓportionales ꝛ i ꝓportionales. ostēdit q̄s sit minim⁹ numer⁹ terminorū inter quos proportionalitas potest cōsistere maximū autē nō ponit: quia illum nō cōtingit sumere: potest enim proportio quelibet continuari i terminis infinitis: siue fuerit rōnalis proportio siue irrōnalis. ¶ Ad proportionalitatē aūt exigunt ad minus due proportiōes silēs: eo q̄ proportiōalitas sit similitudo proportionū. Quelibet aūt proportio habet antecedens ꝛ consequēs: ergo q̄libet proportionalitas habet ad minus duo antecedētia ꝛ duo consequētia: hoc ē impossibile fieri in paucioribus q̄z tribus terminis: in quibus medius coꝛ fiet antecedēs ꝛ ꝯsequēs: ꝛ iō proportiōalitas erit ꝓtinua: quare in trib⁹ terminis ad minus erit cōtinua proportionalitas cōstitnta. Incōtinua aūt non erit i paucioꝛib⁹ q̄z in.4.eo q̄ in ipsa quilibet termin⁹ ē t m̄ antecedēs: aut tm̄ ꝯnēs: idem intellige de minori numero terminoꝝ improportionalitatis. Si enim fuerit ꝓtinua: erit ad minus inter tres terminos. Si incōtinua ad minus inter quatuor.

Diffinitio 10.

Si fuerīt tres q̄ntitates ꝓtinue ꝓportiōales dicet ꝓportio prime ad tertiā. ꝓportio prime ad scōam duplicata.

¶ Diffinit proportionē q̄ ē iter extremos termios continue proportionalitatis in trib⁹ termis cōstitute. ꝛ dicit q̄ si fuerit proportio primi ad scōm sicut scōi ad tertiū: erit proportio p̄mi ad tertiū sicut primi ad scōm duplicata: hoc ē ex duabus talib⁹ cōpositā. siue qō idē ē: erit proportio primi ad tertiū. sicut p̄mi ad scōm duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi gra. i numeris Sint. 3. numeri cōtinue proportionales: sintq̄z continue dupli: vt.2.4.8 proportio primi ad tertiū erit sicut proportio p̄mi ad scōm in se multiplicata: proportio aūt p̄mi ad scōm ē dupla: dupla vero in se multiplicata: producit quadruplā: vnde proportio extremoꝝ ē quadrupla: videlicet duplū dupli: vel scōm priorē expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundū duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

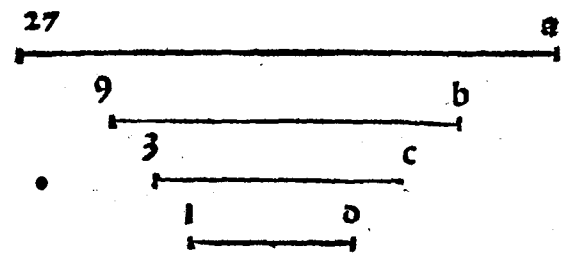


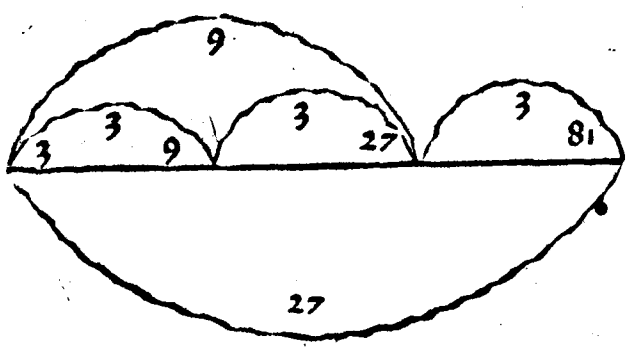
Diffinitio .11.

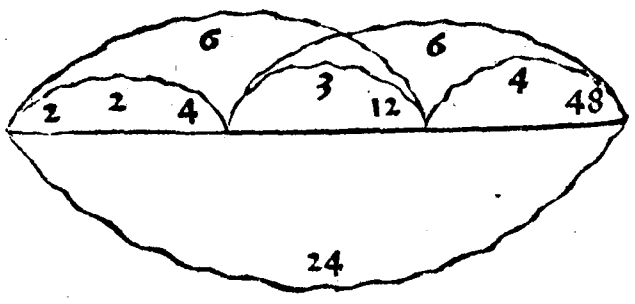
Cum fuerīt q̄tuor q̄ntitates ꝓtinue ꝓportionales. ꝓportio prime ad quartā dicet ꝓportio prime ad scōaz triplicata

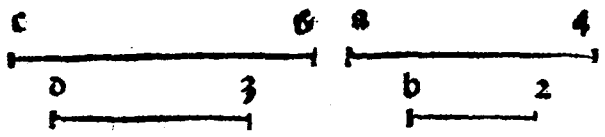
V

¶ Diffinit ꝓportionē q̄ ē iter extremos termios ꝙtinue ꝓportiōalitatis ī. 4. terminis ꝓstitute: ⁊ dicit qꝫ si fuerit. 4. q̄ntitates ꝙtinue ꝓportionales erit ꝓportio p̄me ad q̄rtā sicut ꝓportio p̄me ad scōam triplicata hoc ē ex tribus talib⁹ cōpositā. qm̄ tales inueniūtur in ea: siue qō idem est: erit proportio prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata. hoc est in se. postea in productum multiplicata. Verbi gratia: in numeris. Sunt quatuor numeri continue proportionales: sintqꝫ cōtinue triplici. vt sint. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut ꝓportio primi ad secundū in se postea productū multiplicata: proportio autem primi ad secūdum est tripla: tripla vero in se multiplicata ꝓducit nocuplā ⁊ tripla in nocuplam pro/ducit vigincuplam septuplam. erit itaqꝫ proportio extremorum vigincupla septu/pla. qō est triplum tripli. Vel ꝫm priorem expositionem proportio extremorum ē sicut proportio primi ad scōm triplicata: quia vigincupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportio/nalitatis inter plures q̄ꝫ quatuor terminos cōstitute: propter id qꝫ dimensiones in rebus naturalibus reperte non excedunt ternariū. ¶ Denominatio autem ꝓpor/tionis duarum quantitatum quibus nullum interponitur medium habet naturaꝫ linee. Earuꝫ vero quibus interponitur vnū mediū in cōtinua ꝓportionalitate ha bet naturā superficiei eo qō fit ex multiplicatione denomiationis duarū primarū in se. Omne autem qō ex multiplicatione linee: in lineam ꝓducitur: naturā habet superficiei: si in se quidē quadrati: si vero in alterā partē altera longioris. Sed ꝓ/portionis earum quantitatuꝫ denominatio quibus in cōtinua ꝓportione duo me dia interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione deno/minationis duarum primarum primo in se. ex qua multiplicatione producitur su perficies: deinde in productum ex qua multiplicatione prouenit solidum siue cor/pus: omne ⁊ enim qō ex multiplicatione linee in superficiem producitur crescit iso lidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatum est simplex inter/uallum: ⁊ habens naturam simplicis dimensionis ut linee: proportionalitas au/tem trium est duplex interuallum: ⁊ habens naturam duplicis dimensionis vt su/perficiei: proportionalitas aūt quatuor est triplex interuallum: ⁊ habens naturā trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones vlterius non procedunt. ideo nō diffiniuit proportionem contentam inter extremos proporcionalitatis in quinqꝫ terminis: aut pluribus constitute: vel non diffiniuit proportionem in his quia ea rum ꝓportio habetur ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis ꝓ/portio extremorum cōstat ex proportione primorum duplicata: ⁊ in q̄tuor termi/nis cōstat ex eadem triplicata: i. 5. terminis constat ex eadem quadruplicata: ⁊ in sex ex eadē quicuplicata: vñ quēadmodū i trib⁹ termis ꝙtinue ꝓportiōalib⁹ ꝓpor tio extremoꝝ ꝙtinet ꝓportionē p̄moꝝ bis. ⁊ i. 4. termis ter. sic i. 5. termis ꝙtinebit quater. ⁊ in sex quinquies. ⁊ ita deinceps. ut semp ꝓportio extremoꝝ i termis cō/tinue ꝓportionalibus totiēs cōtineat ꝓportionē p̄morum quot sunt omnes ter/mini min⁹ vno. Silīter quoqꝫ si ꝓportio extremoꝝ cōtinue proportiōalitatis i tri bus termis ꝓstitute ē ea q̄ producit ex proportōe p̄moꝝ in se semel multiplicata: ⁊ in. 4. in se bis multiplicata: in quinqꝫ terminis ea que producitur ex proportione p̄morum in se ter multiplicata. ⁊ i. 6. termis quater: ⁊ sic semp ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: siue vt multiplicationes sint equales medijs









extremis interpositis. Et nota q̄ etiam in proportionalitate continua extremorum proportio producitur ex omnibus proportionib⁹ intermedijs. ¶ Ex predictis apparet q̄ proportio extremoꝝ continue proportionalitatis in tribus termis constitute denominatur a quadrato: in quatuor vero terminis constitute denominatur a cubo: quorum quidē quadrati ꝛ cubi latus est denominatio proportiōis primi ad secundū: verbi gratia: ī numeris Sint quatuor numeri continue proportiōales qui sint continue tripli. 3. 9. 27. 81. proportio primi ad secūdū denominatur a ternario. est enī tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus ternarij. nam ipsa est nocupla. At vero proportio p̄mi ad quartū denominat̄. a. 27. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundā videlicet ternarij. ipsa enim est vigincupla septupla. ¶ Et proportio extremoꝝ im̄pportionalitatis continue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionū. in quatuor vero terminis cō/stitute denominatur a solido nō cubo. cuius tria latera sunt denominationes triū proportionū: qō etiā patet in numeris. Sint quatuor numeri p̄tinue imp̄portionales: qui sunt. 2. 4. 12. 48. in quibus proportio primi ad secūdū est dupla: secundi ad tertiū tripla: ꝛ ideo primi ad tertiū sexcupla: tertij vero ad q̄rtuꝝ q̄drupla: ꝛ iō p̄mi ad q̄rtū vigincuplū q̄drupla. Senari⁹ ergo qui ē denomiatio proportiōis primi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo ꝛ tria. qui sunt denominationes duarum primarum proportionū 24. vero qui est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latus sunt. 2. 3. ꝛ. 4. qui sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.

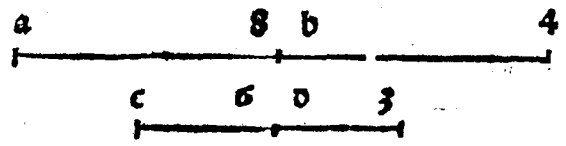
Diffinitio .12.

Quantitates que sunt in proportione vna. antecedens ad consequentez ꝛ antecedens ad consequentē. dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentē. ¶ Itemqz permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam cōsequens ad consequentem. ¶ Diffinit spēs proportionalitatis que sunt. 6. videlicet cōuersa. permutata. disiuncta: coniuncta: euersa ꝛ equa. ¶ Sunt autē hec species quasi quidā modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem ꝛ permutatam: in quib⁹ manent añcedentia ꝛ consequētia eadē ſm substantiā: qō nō ē ī disiuncta: p̄iūcta aut euersa: ꝛ in quibus nihil extra sumitur ꝛt in equa: vocat autem antecedens primum extremū proportionis: consequens vero vocat secundum. ¶ Vult itaqz per hanc diffinitionem q̄ si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ꝛ ex hoc ego cōdudam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. videlicet vt faciam de antecedentibus cōsequētia ꝛ de consequentibus antecedentia: qō iste modus arguendi vocetur proportionalitas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. videlicet vt ambo extrema prime p̄portionis: fiant antecedentia: ꝛ ambo extrema secunde cōsequentia: vult q̄ iste mod⁹ arguendi vocetur proportionalitas permutata: ꝛ in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis cōsequens: ꝛ cōsequens prime antecedens.

Propositio. 13.

Coniuncta vero proportionaltas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad cõsequens.sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

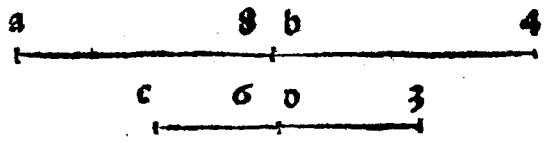
¶Diffinit coniunctam disiunctam ꝛ euersam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis.idem ẽm substantiã vult ꝙ si ita fuerit.vt sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝛ ego ex hoc concludam. ergo totus.a.b.ad.b.sicut totius.c.d.ad.d.ꝙ iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.



Propositio.14.

Disiuncta vero proportionalitas dicitur augmẽtorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

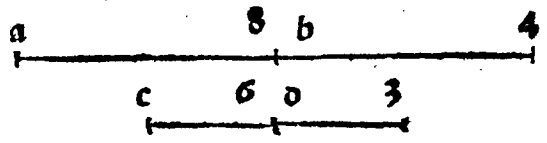
¶Vult ꝙ si fuerit proportio totius.a.b.ad.b.sicut totius.c.d.ad.d.ꝛ ex hoc ego condudam.ergo.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝙ iste modus arguendi vocetur disiuncta proportionalitas.



Propositio .15.

Uersa proportionalitas dicitur quorũlibet antecedentiũ ad augmenta sui supra cõsequentia sua similitudo proportionum.

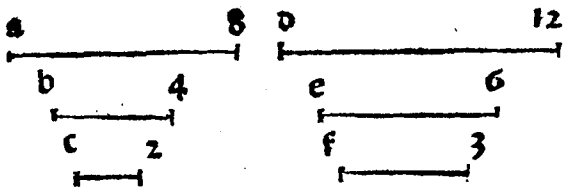
¶Vult ꝙ si fuerit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. ꝛ ex hoc ego concludã ergo.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c.ꝙ iste modus arguendi dicatur euer proportionalitas.

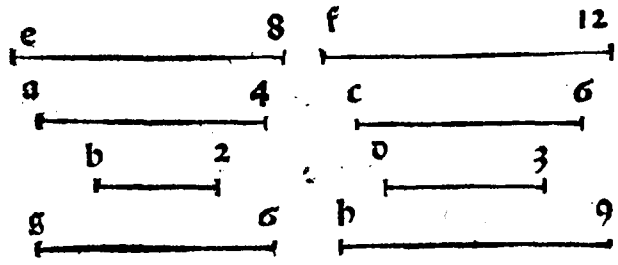


Propositio .16.

Una proportionalitas dicitur quãtitatibus plurimis proportionis aliisq; scõm eundem numerũ in vna proportione applicatis mediorum equali numero remoto vtrorumq; summorum similitudo proportionum.

¶Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum proposi in ad extra sumiť.ꝛ vult ꝙ si sumanť quotlibet quantitates.vt.a.b.c. itemq; todem alie sive sint eiusdem generis cum primis.sive alterius. vt .d.e.f. fuerintq; unde in proportiõe primaꝝ sive codẽ ordine.vt si dicatur.a.ad.b.sicut.d. ad.e b.ad.c.sicut.e.ad.f.sive ordine cõuerso vt si dicať.a.ad.b.sicut.e.ad.f. ꝛ.b .ad icut.d.ad.e.ꝛ ex hoc concludatur.ergo.a. ad.c. sicut.d. ad.f. ꝙ iste modus arendi vocetur equa proportionalitas.¶Horum autẽ 6.modõrum arguendi quiꝫitur species ꝓportionalitatis quatuor ꝓbat auctor in lrã infra in isto .5.Permutatam quidẽ proportionalitatem probat in.16.huius.disiunctã vero in.17.conctam in.18.equam vero proportionalitatẽ demonstrat.in.22.ꝛ.23.Sed in.22. quantitates duorũ ordinũ eodẽ ordine sunt proportionales. in.23.cũ vero sũt portionales ordine conuerso. Cõuersam vero ꝓportionalitatẽ: aut euersã non mõstrãt eo ꝙ conuersa pꝫ ex diffinitiõe quãtitatũ icõtinue ꝓportionaliũ.Euersam aũt pꝫ ex pmutata adinuicẽ.19.vt sup eãdẽ.19.sum9 dicturi.qualr autẽ ꝙuersa portiõalitas ex dione quãtitatũ icõtinue ꝓportiõaliũ mãifesta sit demõstrem9 ic.¶Sit ergo ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.volo ꝫ demõstrare qõ erit b.ad.a.

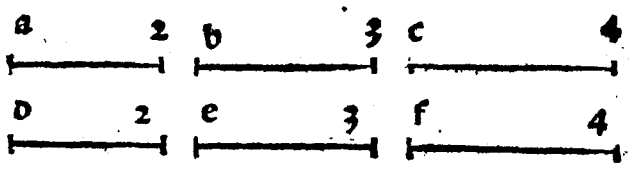




ſicut.d.ad.c.ſumatur.e.ad.a.ꝛ.f.ad.c.eque multiplicia.ſimiliter quoqȝ.g. ad.b. ꝛ.h.ad.d.eque multiplicia.eritqȝ per conuerſionem diffinitionis quātitatum in/ continue proportionalium. vt.e. ꝛ.g. itemqȝ.f.ꝛ.h.ſimiliter ſe habeant in addi one diminutione ꝛ equalitate.intelligo tunc.b.primum.a.ſecundum. d.tertium.ꝛ q̄rtū.ſūptaqȝ ſūt ad primū ꝛ tertiū.g.ꝛ.h.eque multiplicia. Itēqȝ ad ſecūdū ꝛ qr/ tum.e.ꝛ.f.eque multiplicia ꝛ quia multiplicia primi ꝛ ſecundi que ſunt.g.ꝛ.e.ſimi liter ſe habent multiplicibus tertij ꝛ quarti que ſunt.h.ꝛ.f.adinuicem diminutiōe ꝛ equalitate.erit ꝑ dictā diffinitionem proportio.b.primi.ad.a.ſecundum.ſicut.c tertij ad.d.quartum quod eſt propoſitum. Conſtat itaqȝ modus arguendi qui ad citur conuerſa proportionalitas. ¶ Huius autē quinti libri principia plurimis dif/ ficilima eſſe videntur.ꝛ quibuſdam concluſionibus quas ex ipſis demonſtrat. ma gis ab intellectu diſtantia . Nihil enim videtur intellectui imediacius adherere. q̄ȝ ꝙ duarum quarūlibet quantitatū equalium ſit ad tertium quālibet vna propor tio:qȯ tamen huius quinti ſeptima demonſtrat ex diffinitione incontinue propor tionalitatis.que ab intellectu primo videtur q̄ȝ plurimum eſſe remota .quis enim non facilius duarum quantitatum equalium ad aliquē tertiam eandem eſſe pro/ portionem concedat.q̄ȝ.4.quantitatum ſi multiplicia prime ꝛ tertie equaliter ſum pta multiplicibus ſecunde.ꝛ quarte equaliter ſumptis ſimiliter ſe habuerint i ad/ ditione diminutione ꝛ equalitate eſſe proportionem prime ad ſecundam.ſicut ter tie ad quartam. Verum ſi ſubtiliter intuemur liquido conſtabit nō poſſe vniri in/ tellectui ꝙ proportio duarum quantitatum equalium ad tertiam ſit vna. niſi per quid eſt eſſe proportionem vnam.Si enim quis ignoret quid eſt eſſe proportionē vnam eandem proportionem alteri .quomodo cognoſcet duarum quantitatum equalium eſſe eandem proportionem ad tertiam. Indiget igitur proculdubio in/ tellectus anteq̄ȝ illam que videbatur conceptibilis propoſitio apprehendat huius rei que per ipſius diffinitionē habebitur cognitione.poſtmodum vtrum ea diffi/ nitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis cōueniat pertracta tione.qȯ ſi diffinitio inuenta fuerit illis quātitatibus conuenire concludetur pro/ poſitum. Sin autem oppoſitum. Non eſt igitur immediata propoſitio q̄ȝ ſuper ficialis apprehenſio immediatā iudicauit. ¶ Similiter quoqȝ imediacius iudicat prima appbenſio adherere intellectui ꝙ duarum quantitatum inequalium maior eſt proportio maioris earum ad aliam q̄ȝ minoris ad eandem quā demonſtrat.s. huius. q̄ȝ qȯ.4.quātitatum ſit maior proportio prime ad ſecundam q̄ȝ tertie ad quartam.cum multiplicibus ad primam ꝛ tertiam equaliter ſumptis. Itemqȝ alijs ad ſecundā ꝛ quartam ꝛ equaliter multiplex prime addit ſuper multiplex ſe/ cunde.ꝛ multiplex tertie non addit ſuper multiplex quarte.ex quo que predicta eſt propoſitio demonſtratur:ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi niſi per quid eſt eſſe proportionē maiorem ¶. Igitur oportuit euclidem que quantitates dicuntur pro portionales:ꝛ que inproportionales diffinire. Proportionales autem ſunt qua/ rum proportio vna eſt.ꝛ Improportionales quaruȝ proportiones diuerſe. Itaqȝ diffiniuit quantitates quarum proportio vna . ꝛ eas in quibus connectuntur extrema nō diſſociatis medijs quas vocauit continue proportionales.et dixit hāc ꝓportionalitatē i trib⁹ termis ad min⁹ exiſtere.ꝓpter hoc ꝙ vnū ſaltē bis ſumēdū ē mediū.et eas ī quib⁹ accidit interruptio medioꝝ:ꝛ hec ſūt icōtinue ꝓportiōales ꝛ hec ꝓportiōalitas ad minus exigit q̄tuor termios ꝓpter alteri⁹ medij ſūptionē

ꝛ diffiniuit etiam quantitates que ſunt inproportionales. quarum eſt maior vna proportio quã ſit alia. Et ſi eſſet omnis proportio ſcita ſiue rationalis. tunc facile eſſet intellectui cognoſcere que proportiones eſſent vna ꝛ que diuerſe. ¶ Que enĩ haberent vnam denominationem eſſent vna. que autem diuerſas diuerſe. hec autem facilitas manifeſta eſt ex ariſmetica. quoniam omnium numerorum proportio ſcita ꝛ rationalis eſt. Vnde Jordanus in ſcõo ariſmetice ſue diffiniẽs que proportiones ſunt eedem ꝛ que diuerſe. dicit eaſdem eſſe que eandẽ denominationem recipiunt. Maiorem vero que maiorem ꝛ minorem que minorem. Sed infinite ſũt proportiones irrationales. quarum denominatio ſcibilis non eſt. quare cum euclides cõſideret in hoc libro ſuo proportionalia cõmuniter nõ contrahẽdo ad rõnales vt irrõnales quoniam cõſiderat proportionem repertam in continuis que communis eſt ad iſtas. Non potuit diffinire idemptitatem proportionũ per idẽptitatem denominationũ. ſicut ariſmeticus: eo ꝙ multarum proportionum vt dictum ẽ ſunt denominationes ſimpliciter ignote. diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis vnde malicia ꝓportionum irrõnalium cogit euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit vt patet ex premiſſis diffinire proportionalitatem ſiue idemptitatem proportionum. per idemptitatem habitudinum. ſiue denominationum ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitudinũ ꝛ in cõuenientiam terminorum coactus eſt refugere ad terminos multiplicia. vt ex illorum habitudinibus quantum ad exceſſum ꝛ equalitatem conſideratis equis numeroſitatibus ſumptis per qõ ad naturam irrationalitatis reducuntur propoſitam diffinitionẽ venetur. nihil enim in quocunq; inequalitatis genere terminis magis idẽ q̃z eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. q̃z multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio eſt duarum quãtitatũ eiuſdem generis certa habitudo. conſiderata in eo ꝙ ſunt equales aut ꝙ altera maior. ideo idemptitas proportionum intium inter primam. 4. quantitatum ad ſecundam ꝛ tertiam ad quartam eſt ſimilis equalitas prime ad ſecundam. ꝛ tertie ad quartam. aut ſimilis maioritas. aut ſimilis minoritas. hec autem ſimilis equalitas. aut ſimilis maioritas. aut ſimilis minoritas. tunc eſt inter quatuor. quaſlibet quantitates cum eſt inter omnes eaꝝ equaliter multiplices. ¶ Qõ ergo dicit in quinta diffinitõe. quantitates que dicunt cõmunam proportionalitatem habere. ꝛ cetera ac ſi diceret. omnes illas quantitates voco continue proportionales qõ eſt eas ſimiliter eſſe equales continue ꝛ ſimiliter continue eſſe maiores. ꝛ ſimiliter continue eſſe minores quarum omnes eque multiplices. aut ſibiinuicem ſunt. ſimiliter continue equales. vel ſimiliter continue maiores. vel ſimiliter continue minores quod eſt etiam ipſas multiplices eſſe cõtinue ꝓportiõales qõ ſi hoc alicubi i mltiplicib⁹ diſſonat eas dico nõ eẽ cõtinue ꝓportionales. ¶ Qõ autẽ dicit in ſexta diffinitione. Quãtitates que dicũt ẽ bm ꝓportionẽ vnam prima ad ſcõam ꝛ tertia ad quartam. ꝛ cetera ac ſi diceret ẽs. 4. quãtitates voco icõtinue proportionales. ꝛ ſe habere primam ad ſecundam ſicut tertia ſe habet ad quartã: qõ ẽ primã ad ſcõam. ꝛ tertiam ad quartã ſimiliꝫ ſe habere in equando aut addẽdo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime ꝛ tertie ad oẽs eque multiplices ſecũde ꝛ q̃rte. ſimiliter ſe habẽt aut i equãdo aut addẽdo aut minuẽdo quod eſt etiam multiplices prime in eadem proportione habere ad multiplices ſecunde. in qua multiplices tertie ſe habẽt ad multiplices quarte. quod ſi hoc alicubi diſſonat in multiplicibus. dico non eſſe proportionem

prime ad secūdā sicut tertie ad quartā.qō autē dicit in.8.diffinitione ē ac si diceret maiorē proportionem voco.4.quātitatū prime ad secundā quā tertie ad quartam quod est primā magis excedere secūdā quā tertia excedat quartā. quax aliqua ex multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde:aliqua ex multiplicibus tertie sumpta secundum numerationē multiplicis prime non addente sup aliquē ex multiplicibus quarte:sumpta ꝺm numerationē multiplicis scōe. qō ē esse maiorē proportionē multiplicis prime ad multiplicē scōe. q̄z multiplicis tertie ad multiplicē quarte. ¶Diffinitiones autē istas nisi sunt aliqui demonstrare: quox ametus filius Joseph tentauit eas demōstrare in epistola sua quā de ꝓportione z proportiōalitate cōposuit.z accepit tria per modū positiōis tanq̄z principia que dicit esse per se nota z ꝓbatione non indigere. ¶Ouox primū est quod si fuerint.4.quātitates.quax sit proportio prime ad scōam sicut tertie ad quartam, erit ecōuerso ꝓportio scōe ad primā sicut quarte ad tertiam.z hic est modus arguendi quē vocauit superius euclides conuersam proportionalitatē.z errauit qm dixit ꝓpositionem esse per se notā. cuius antecedens z cōsequēs sunt ignota. Ignotum ē enim quid sit esse proportionem prime quantitatis ad secūdā sicut tertie ad quartam.quare hoc ignoto posito impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur similiter quoq3 q3 cōsequēs est ignotum.impossibile est intelligere quid ad ipsum antecedat. ¶Scōm principiū eius fuit:q̄ si fuerint.4.quātitates quax sit proportio prime ad scōam sicut tertie ad quartā.si prima sit maior scōa:erit tertia maior quarta.z si minor minor.z si equalis equalis. ¶Tertiū fuit q̄ si fuerint.4.quātitates quarum sit proportio prime ad secūdā sicut tertie ad quartā:erit primo ad qōlibet multiplex secunde:sicut tertie ad eque multiplex ex multiplicibus quarte:z accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum qō accidebat in primo.Accepit enim i oibus ignota similit̄rtāq̄z nota.quare non demonstrauit.peccauit etiā in secunda demōstratione z in tertia z in quinta.i quarū qualibet arguit ex.8.vl ex 10. huius que probantur ex diffinitione in continue ꝓportionalitatis : Arguit cm̄ sic si proportio a'.b.ad.c.est maior q̄ .g.ad.d.sit ergo .v.b.ptis.a.b.ad.e.sicut .g. ad.d.per qō apparet ipsum supponere q̄ duax quātitatū.a.b.z.u. b.inequalitz relatarum ad.e.maior maiorem z minor minorem ad ipsā optinet proportionem vel q̄ quātitas ad.e. habebit minorem proportionē q̄z habeat. a.b.erit minor.a b.quorum primum demonstrat.8.huius.z scōm.ic Nā cū vultis sumere quātitatē que se habeat ad.e.in proportione.g.ad.d.dabo tibi maiorem aut minorem aut equalem.a.b.indifferenter sicut voluero.quare autē non demonstrat aut accidit sibi circulus z principia esse ignotiora conclusionibus.Supponēda sunt igit̄ cū euclide principia tanq̄z nota.z non ipsa ex conclusionibus.sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.



Propositio .1.

SI fuerint quolibet quantitates aliax totidem eque multiplices. aut singule singulis equales necesse ē quemadmodum vna illarum ad sui cōparem.totum quoq3 ex bis aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

¶Sit quotlibet quātitates.que sint.a. b.c. aliarum totidem que sint.d.e.f. eque multiplices vnaquecq3 ad sui cōparē.aut singule sint singulis equales.ita videlicet

sit AB ad B et AC ad C equimultiplices, multiplicata scilicet per quantitatem A; dico quod AB + AC equantur A multiplicate in B + C

ꝙ sicut .a. ē mltiplex .d. ita .b. ē multiplex .e. ꝛ .c. mltiplex .f. vł si .a. ē eq̄lis .d. ꝙ silit̄ b. sit eq̄le .e. ꝛ .c. eq̄lis .f. dico ꝙ sicut se hab. ꝫ a. ad. d. ita se habet aggregatū ex omnibus que sunt .a.b.c. ad aggregatum ex omnibus que sunt d.e.f. ¶ Qđ si singule singulis sint equales patet ꝓpositū per hanc cōmunē sciam: si equalib⁹ equalia addant̄ tota quoq; erunt equalia. Si autē sint omnes suis cōparibus eque multiplices diuisis eis ꝟm quantitatē suaꝝ submultipliciū: erit aggregatū ex prima ꝓte. a. ꝛ prima .b. ꝛ prima .c. equale aggregato ex .d.e.f. ꝙ predictā cōmunez sciam adiuuante hac: que eidem sunt equalia inter se sunt equalia . ¶ Similiter quoq; aggregatū ex secūdis ꝓtibus quantitatum .a.b.c. erit equale aggregato ex .d.e.f. sicq; de ceteris: ꝛ q; hoc poterit totiens fieri quotiens. d. continet̄ in .a. erit vt eq̄le aggregatū ex .d.e.f. totiēs ꝓtineat̄ i aggregato ex .a.b.c. quotiēs .d. continet̄ i .a. q; ꝫ quotiēs .d. numerat .a. totiēs aggregatū ex .d.e.f. numerat aggregatū ex .a.b.c. patet ꝙ sicut .a. est multiplex ad .d. ita aggregatū ex .a.b.c. aggregati ex .d.e.f. quod ē ꝓpositum.

Propositio .2.

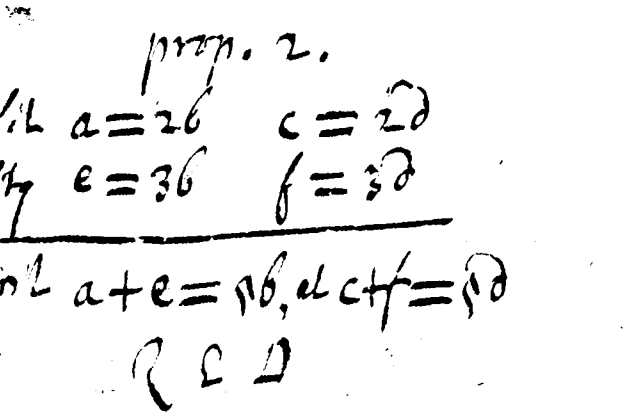
SI fuerint sex quantitates. quaꝝ prima ad scōam atq; tertia ad quartā eque multiplices. quinta vero ad secundam atq; sexta ad quartā eque multiplices: totum prime ꝛ quinte ad scōam. totumq; tertie ꝛ sexte ad quartam eque multiplicia esse conueniet.

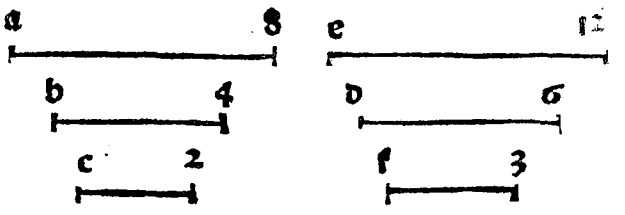
¶ Sint sex quantitates .a. prima .b. secunda .c. tertia .d. quarta .e. quinta .f. sexta. Sitq; .a. ꝛ .c. eque multiplices ad .b. ꝛ .d. itēq; .e. ꝛ .f. sint eque mltiplices ad easdē dico ꝙ sicut totū aggregatū ex .a. ꝛ .e. ē multiplex ad quātitatē .b. ita totū aggregatū ex .c. ꝛ .f. est multiplex ad quantitatē .d. Nam q; numerus ꝟm quē .b. continet̄ in .a. est equalis numero .ꝟm quē .d. continetur in .c. Similiter quoq; numerus ꝟm quē .b. continet̄ in .e. est equalis numero ꝟm quē .d. continet̄ in .f. erit per cōmunez sciaz que est: si equalibus equalia addant̄ ꝛ cetera. numerus ꝟm quē .b. continetur in aggregato ex .a. ꝛ .e. equalis numero ꝟm quē .d. continet̄ in aggregato ex .c. ꝛ .f. quare sicut aggregatū ex .a. .e. .e. est multiplex ad .b. ita aggregatū ex .c. ꝛ .f. ē multiplex ad .d. quod est ꝓpositum.

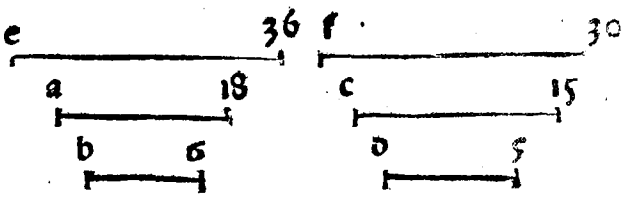
Propositio .3.

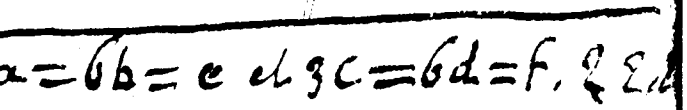
SI fuerint primum secundi ꝛ tertiuz quarti eque multiplicia: ad primum vero ꝛ tertium multiplices sumantur equales erunt: multiplex primi ad secūdū atq; multiplex tertij ad quartum eque multiplicia.

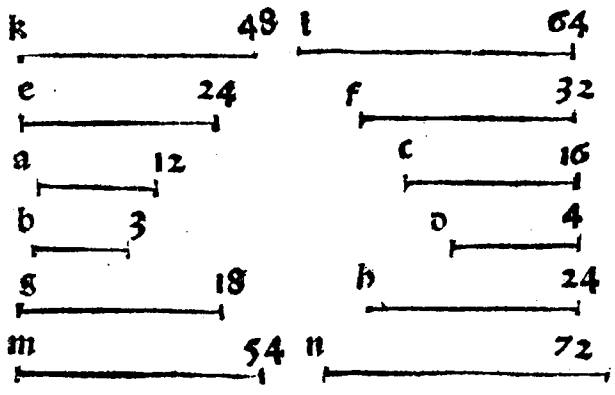
¶ Sit sex q̄ntitates .a. prima .b. secūda .c. tertia .d. quarta .e. quīta. f. sexta. Sitq; .a. ad .b. ꝛ .c. ad .d. itēq; .e. ad .a. ꝛ .f. ad .c. eq̄ mltiplices. dico ꝙ sicut .e. est multiplex ad .b. ita .f. ad .d. diuidat̄ enim .e. ꝟm quantitatē .a. sui multiplicis. ꝛ .f. ꝟm quantitatē .c. eritq; ꝓpter equalitatē partiū .e. ad .a. ꝛ partiū .f. ad .c. vt q̄libet ꝓtiū .e. sit ita multiplex ad .b. sicut quelibet ꝓtiū .f. ad .d. Quia ergo sicut prima ps .e. ē multiplex ad .b. ita prima ps .f. ē multiplex ad .d. Jtēq; sicut scōa pars .e. ē mltiplex ad .b. ita secūda .f. ad .d. ergo erit per premissā aggregatū ex duabus primis ꝓtibus .e. ita multiplex ad .b. sicut aggregatū ex duab⁹ p̄mis ꝓtib⁹ .f. ad .d ꝛ q; rursus tertia ps .e. si sit aliq̄ tertia ps ē ita mltiplex .ad .b. sicut tertia .f. ad .d. erit p eādē ut totū aggregatū ex tribus primis partibus .e. sit ita multiplex ad .b. sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus .f. ad .d. ¶ Sitq; si plures fuerint partes .e. ꝛ .f. componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludēs

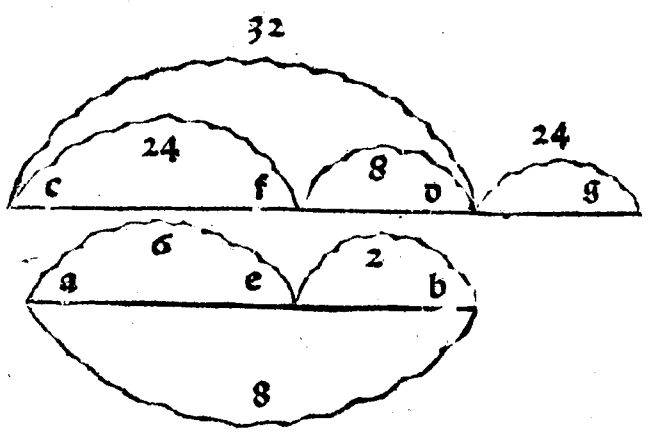












q̄ sicut.e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d.per premissam totiens sumptā: quot fuerint partes in.e.aut in.f.minus vna:sicq̄ patet propositum.

Propositio .4.

SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertii adquartum: ad primum autez et tertium eque multiplicia assignētur. Itemq̄ ad secundum et quartum multiplices equales erunt assignate multiplices eodem ordine proportionales.

¶Sit proportio.a.primi ad.b.secūdū.sicut.c.tertij ad.d.quartum. Sumanturq̄.e ad.a.z.f.ad.c.eque multiplicia. Itēq̄.g.ad.b.z.h.ad.d.eque multiplicia :dico q̄ pportio.e.ad.g.est sicut.f.ad.h.Sumam.k.ad.e.z.l.ad.f.eque multiplicia.itēq̄ m.ad.g.z.n.ad.h.eque multiplicia:z quia.e.z.f.sunt eque multiplicia ad.a.z.c. itemq̄.k.z.l.eque multiplicia ad .e.z.f .erunt per premissam.k.z. l.eque multiplicia ad.a.z.c.per eandem quoq̄ erunt.m.z.n.eque multiplicia ad.b.z.d. quare per conuersionē diffinitionis incontinue proportionalitatis.k:ad m.z.l. ad.n. similiter se habebunt in addendo diminuendo z equando:q̄ ergo.k. z.l. sūt eque multiplicia ad.e.z.f.itemq̄.m.z.n.eque multiplicia ad.g.z.h.erit per diffinitionē incontinue pportionalitatis pportio.e.ad.g.sicut.f.ad.h.qō est propositum.

Propositio .5.

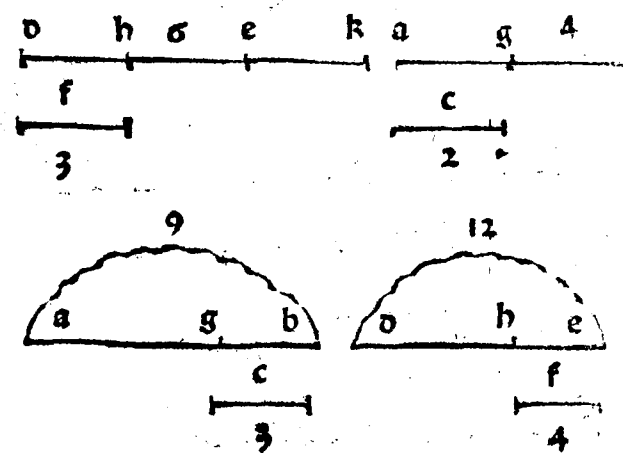
SI fuerint due quantitates quarum vna sit pars alterius minuaturq̄ ab vtraq̄ ipsarum ipsa pars erit reliquum reliquo atq̄ totum toti eque multiplex.

¶Vel sic si aliquota erit reliquū reliqui tota ps quota totū toti[9].Sit q̄ntitas.a.b.tota ps quantitatis.c.d.quota.e.b.ipsius.a.b.minuaturq̄.a.b. ex quantitate .c.d.z sit residuum.f.c .eritq̄. f.d.equalis.a.b .Similiter quoq̄ minuatur.e.b.ex quantitate.a.b.sitq̄ residuum e.a.dico q̄ quota pars est quantitas.a.b.quantitatis.c.d.tota est quantitas.a.e.quantitatis.c.f. cū eni f.d.sit equalis.a.b:erit.f.d.ita multiplex.e.b.sicut.c.d.est multiplex .a.b. ponam itaq̄.d.g.ita multiplicem.a.e.sicut .f.d. est multiplex.e.b. eritq̄ ex prima huius quantitas.f. g.ita multiplex. a.b.sicut.f.d .est multiplex. e.b. z quia sic fuit. c.d. multiplex.a.b.sicut.f.d.fuit multiplex.e.b .erit vtraq̄ duarum quantitatū.c. d.f. g.eque multiplex quantitatis.a.b.quare per cōmunem scientiam.c .d.z .f.g. sunt equales adinuicem:dempta igitur ab vtraq̄ earum quantitate.f.d.erit.c.f. equalis.d.g.z quia.d.g.fuit ita multiplex.a.e.sicut.f.d.e.b.z ideo sicut.a.b.e.b.quare z sicut.c.d.a.b.erit.c.f.ita multiplex.a.e.sicut tota.c.d.totius.a.b. qō est propositum.

Propositio .6.

SI fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices.dueq̄ minores duabus maioribus vtraq̄ a sua multiplice subtrahantur.erunt duo reliqua earundē partium eque multiplicia.aut eis equalia.

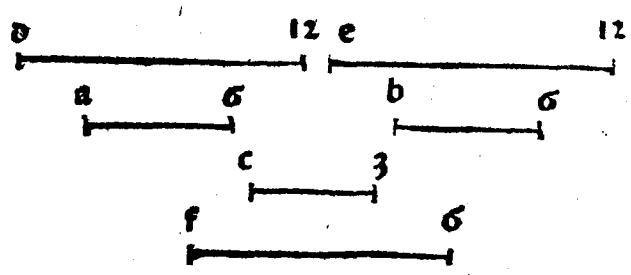
¶Sint quantitates.a.b .ad.c.z.d.e.ad.f.eque multiplices :ſubtrahanturqz.c.ex a.b.z.f.ex.d.e.z ſint reſidua:ex a.b.quidē.a.g.ex.d.e.d.b.eritqz.g.b.equalis.c. z.b.c.equalis.f.dico ꝙ duo reſidua.a.g.z.d.b. erunt equalia duabus quantitatibus.c.z.f.aut eis eque multiplicia.Sit ergo primo.a.g.equalis.c.dico ꝙ .d.b.eſt equalis.f.Sumam enim quantitatem.e.k.equalem.f.eritqz per premiſſas ypotheſes vt tociens.f.ſit in.b.k.quotiens.c.in.a.b. quare ſicut.a.b.eſt multiplex.c.ita b.k.eſt multiplex.f.ſed ſic erat etiam.d.e.erat multiplex eiuſdem.f.erit igitur per cōem ſcientiam.b.k.equalis .d.e. dempta igitur cōmuni earum quantitate.b.e. erit.d.b.equalis.e.k.quare equalis.f.quod eſt propoſitū.¶Si autem.a.g.ſit multiplex.c.ponam vt.e.k.ſit eque multiplex.f.eritqz vt prius vt tociens.f.ſit in.b.k quotiens.c.in.a.b.Sed tociens erat etiam in.d.e.erit igitur vt prius.d.e.equalis b.k.z.d.b.e.k.quare ſicut.a.g.eſt multiplex.c.ita.d.b.eſt multiplex.f.ꝙ eſt propoſitum. Aliter idem cum ſm eundem numerum contineat quantitas.a.b.quantitatem.c.ſm q̄ quantitas.d.e.quantitatē.f.demptaqz ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus ſecundum q̄.a.g.continet.c.z ſm q̄.d.b.continet.f.patet quantitates.a.g.z.d.b.eſſe equales aut eque multiplices quantitatibus.c.z.f.



Propoſitio .7.

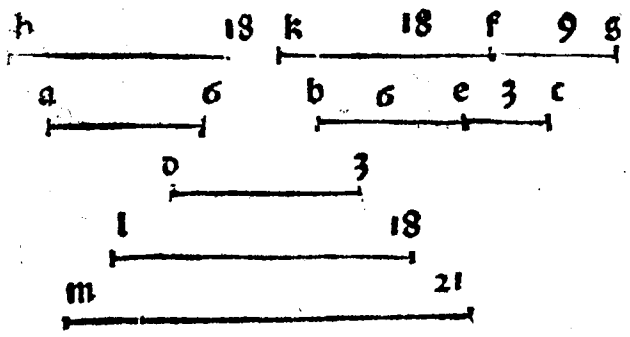
Si due quantitates equales ad quamlibet cōparentur eaz ad illam erit vna proportio .itemqz ad illas ꝓportio illi? vna eſt.

¶Sint due quantitates.a.b.equales.que comparentur ad quamlibet tertiaz vt ad.c.dico ꝙ eadem eſt proportio.a.ad.c.z.b.ad.c.itēqz eadem.c.ad.a.z.c.ad.b. Primum ſic probatur:cum enim.c.ſit cōſequens ad.a primam z ad.b.tertiam ipſa erit in ratione ſecunde z quarte.Sumā igitur.d.ad.a primam:z.e.ad.b.tertiam eque multiplices: z ſumam.f.quamlibet ex multiplicibus.c.que eſt ſecunda z quarta:z quia.a.z.b.quarū ſunt eque multiplices .d.z.e. poſite ſunt equales erit:vt ſi.d, diuidatur ſm quantitatem.a.z.e.ſecundū quantitatem.b.ꝙ partes vtrobiqz ſint numero z q̄ntitate equales: numero quidam per ypotheſim ꝓpter equalitatem multiplicationis vtrobiqz :quantitate autē per hāc cōem ſcientiam quotiens oportuerit repetitam: que eidem ſūt equalia ſibiinuicem ſunt equalia:quia igitur prima ex partibus.d.eſt equalis prime ex partibus.e. z ſecunda:ſecunde:z cetere ceteris.Suntqz tot partes in.d.quot ſunt in.e.erit per primam huius.d.equalis.e.quare per cōem ſcientiam: ſi due quātitates equales cōparentur ad aliam tertiam:aut ambe quantitates.d.z.e:ſunt ſimiliter maiores.f. aut ſimiliter minores:aut ſibi equales:igitur ex diffinitione incontinue proportionalitatis:que eſt proportio.a.prime ad.c.ſecundam:cadē eſt.b.tertie ad.c.quartā qō eſt propoſitum.¶Secundum eodē modo probabis ordine cōuerſo:vt.c.ponatur prima z tertia.a.vero ſecunda .b quarta .Cum vero quantitas.f.que eſt eque multiplex prime z tertie ſit aut ſimiliter maior quātitatibus .d.z.e.que ſūt eque multiplices ſecunde z quarte:aut ſimiliter minor aut eis equalis:erit per eandem diffinitionem proportio.c. prime ad.a.ſecundā :ſicut.c.tertie ad.b. quartam quod eſt propoſitum ſecundum.



Imp.

Propositio .8.



Si due quantitates inequales ad vnã quantitatem proportionentur.maior quidem maiorem. minor vero minorem optinebit proportiones. illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior ad maiorem vero minor erit.

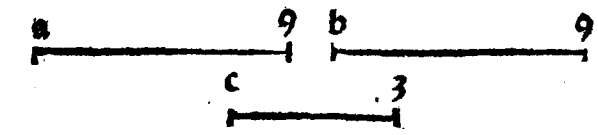
¶Sint due quantitates inequales.a.z.b.c. sitqz maior .b.c. z proportionentur ad eandem quantitatem que sit.d.dico qꝫ maior est proportio.b.c. ad.d.q̃z.a.ad.d.z qꝫ econtrario maior est.d.ad.a.q̃z.d.ad .b.c. Primũ sic probatur:ponam.e.b.equalem.a.z multiplicabo totiens.e.c.qꝫ proueniat quantitas maior.d.sitqz.f.g.z sumam.k.f.ita multiplicem.b.e.z similiter.b.ita multiplicẽ. a.sicut.f.g.est multiplex.e.c.eritqz per primam huius. b.ita multiplex .a.sicut.k. g.est multiplex.b.c.erit etiam.b.equalis.k.f.propter hoc qꝫ earum submultiplices que sunt.a.z.b.e.posite sunt equales:ponam quoqz qꝫ.b.nõ sit minor.d. sed equalis:aut maior:totiens enim multiplicabo vnãquẽqz trium quantitatum.e.c.b.ex a.equaliter:qꝫ.f.g.multiplex.e.c.proueniat maior.d.z qꝫ.b.multiplex.a.nõ proueniat minor eadem:deinde totiens multiplicabo.d.quod proueniat quantitas maior.b.sitqz.m.prima quãtitas multipliciũ.d.q̃ sit maior.b.Sub qua sumã maximam multiplicem.d.aut sibi equalem :si. m.est prima in ordine multiplicium .d. que sit.l.eritqz ut.l.non sit maior.b.z constabit.m.ex.d.per.l. propter id qꝺ omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici z simplo: vt triplum ex duplo: z simplo.excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo.¶ Quia ergo.b.ẽ equalis.k.f.non erit.k.f.minor.l.itaqz.k.f.z.d.nõ efficient minus q̃z.l. z.d. quare non efficient minus q̃z.m.z quia.f.g.est maior.d.erit.k.g.maior q̃z.m. ¶Intelligo igitur quantitatem.b.c.primam.d.secundam.a. tertiam.d. quartam: z qꝫ ad primam z tertiam sumpta sunt eque multiplicia videlicet. k.g. z.b. Similiter quoqz ad secundam z quartam eque multiplicia:immo idem in ratione duorũ qꝺ est.m.z addit.k.g.multiplex prime super.m.multiplex secunde: non addit autem b.multiplex tertie super.m.multiplex quarte:erit per diffinitionem maioris imꝓportionalitatis maior proportio.b.c.prime ad.d.secundã q̃z.a.tertie ad.d. quartam qꝺ est primum. ¶Secundũ probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine:vt.d.sit prima z tertia.a.secunda.b.c.quarta:addit enim.m.multiplex prime super.b.multiplicem secunde.Non addit autem.m.multiplex tertie super.k.g. multiplicem quarte:quare maior est proportio.d.ad.a.q̃z.d.ad.b .c. quod est secundum.¶Ex huius autem demonstrationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris imꝓportionalitatis: q̃z posuit auctor in principio huius quinti. Nusquã enim est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secũdam q̃z tertie ad quartam.qnin contingat aliqua eque multiplicia ad primam z tertiam reperiri:que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde z quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte:hec autem multiplicia sic reperiemus :sicut demonstrabimus infra supra.12.huius.

Propositio 9.

SI fuerit aliquax quantitatum ad vnam quantitatem proportio : vna ipsas esse eqles. Si vero vnius ad eas proportio vna ipsas equales esse necesse est.

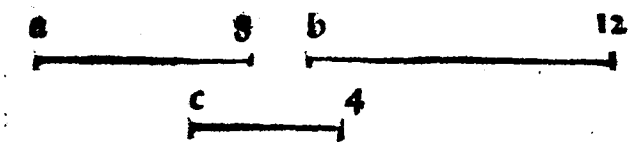
¶Sit duarum quantitatum.a.z.b.proportio vna ad.c.dico eas eē equales.z si ecōuerso fuerit eadem proportio.c .ad vtrāqz earū:ad huc dico eas esse equales .hec est conuersa .7. Primum sic patet.si enim non sunt equales:sed altera earum maior: vtpote.a.erit per primam partē.premisse maior proportio.a.ad.c.q̄z.b.ad.c.quod est contra ypothe. Secundum quoqz patet: qr si.a.est maior.b.erit per secundam partem premisse maior proportio.c.ad.b. q̄z ad.a.quod est etiam contra ypothesim.

Propositio .10.



SI fuerit vni9ad quātitatē vnā aliquā ꝓportio maior quātitatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandez proportio maior minorem esse necesse est.

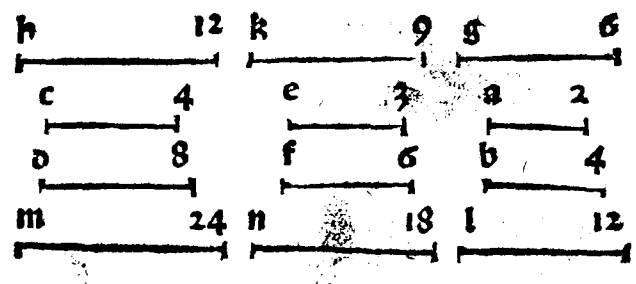
¶Qō si fuerit maior proportio.a.ad.c.q̄z.b.ad.c.dico.a.esse maiorem.b.z si fuerit maior.c.ad.b.q̄z.c.ad.a.adhuc dico.a.esse maiorē b.hec est conuersa.8.Primum patet per primam partem.7.z per primam.8.nam per primam partem septime:non erit.a.equalis.b.nec etiam minor per primam octaue.Secundum vero patet ex secundis partibus earundem.



Propositio .11.

SI fuerint quantitatum proportiones alicui vni equales ipsas quoqz ꝓportiones sibi invicē equales eē necesse ē.

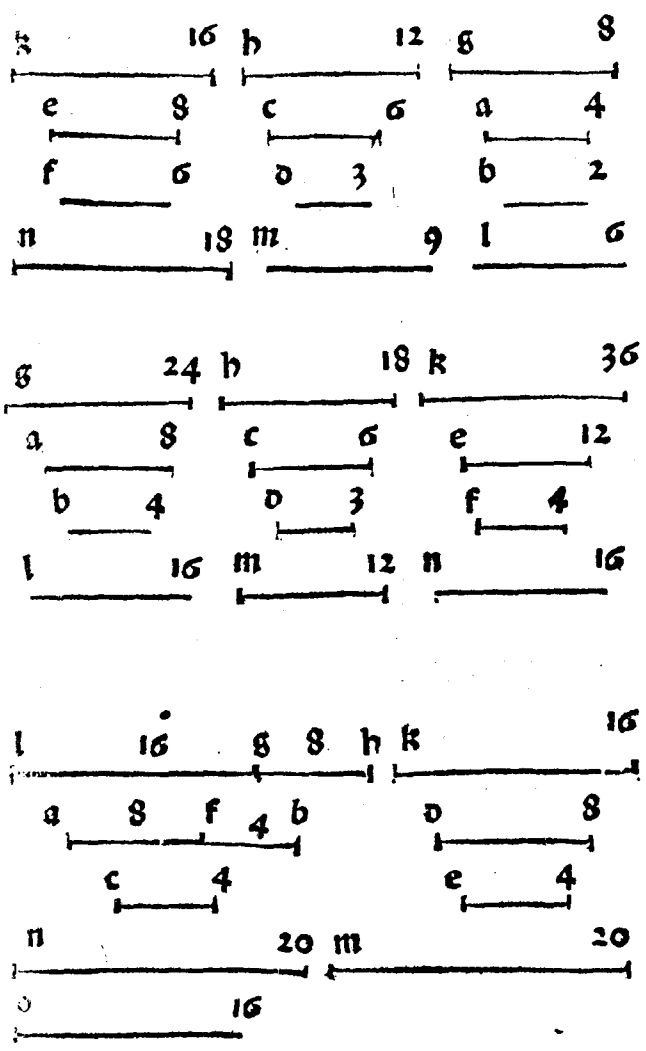
¶Proportionem hāc quā eudides in principio primi annumerauit inter cōmunes animi conceptiones:que eidē sunt equalia sibi quoqz sunt equalia : ꝓut de quantitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur.Sit ergo vtraqz duarum proportionum que sunt.a.ad.b.z.c.ad.d.equalis proportioni que est.e.ad.f.oico proportiones que sunt.a.ad.b.z.c.ad.d.sibi invicem esse equales.Sumam enim.g.ad.a.z.b.ad.c. z.k.ad.e.eque multiplices. Itemqz.l .ad.b .z.m. ad.d.z.n.ad.f. eque multiplices:z quia per ypothesim proportio.e.ad.f.est sicut.a.ad.b.z similiter sicut.c. ad d.erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptā si.k.addit super.n.q.g.addit super.l.z.b.super.m.z si.k.minuit ab.n.q.g.minuat ab.l.z.b.ab.m.z si.k.est equalis.n.qō.g.sit equalis.l.z.b. equalis. m. quia igitur.g.ad.l.z.b.ad.m.similiter se habent in addendo diminuendo z equando: mediantibus.k.z.n.erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis.a .ad.b sicut.c.ad.d.quod est propositum.

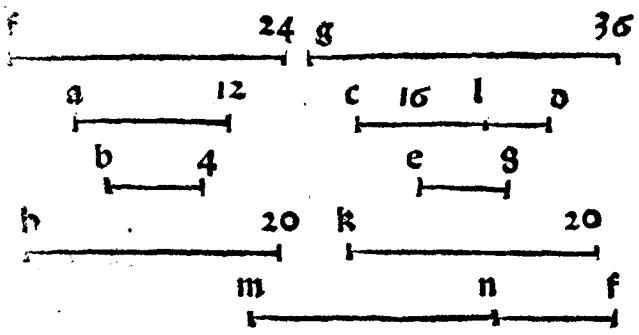


Propositio .12.

SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum. tertij vero ad quartum maior q̄z quinti ad sextū erit proportio primi ad secundum maior q̄z quinti ad sextum.

¶Sicut in precedēti ꝙ hic demonstrat in proportionalibus conceptibile est in q̄ntitatibus:videlz ꝙ si due q̄ntitates fuerit sibi invicē





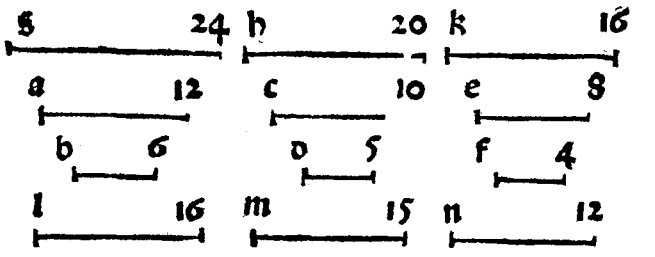
cẽles quacunq; fuerit vna eaꝝ maior eadẽ maior erit ⁊ reliqua. ¶ In proportionibus tamen hoc demonstratur: vt si sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.c.vero ad.d. sit maior q̃z.e .ad.f.erit quoq;.a.ad.b.maior q̃z.e.ad.f.Sumã enim.g.ad.a.⁊.b. ad.c.⁊.k.ad.e.eque multiplices. Itemq;.l.ad.b.⁊.m.ad.d.⁊.n.ad. f.eque multiplices:⁊ quia per ypothesim proportio.c.ad.d.est sicut.a.ad.b.⁊ maior q̃z.e.ad.f erit per conuersionem diffinitionis incontinuc proportionalitatis si .b. addit sup m.⁊ .g.addat super .l.⁊ per conuersionem diffinitionis maioris improportionalitatis ꝙ non sit necesse.k.addere super.n.quia igitur mediantibus.b.⁊. m.si.g. addit super.l.nõ est necesse.k.addere super.n.erit per diffinitionem maioris improportionalitatis maior proportio.a.ad.b.q̃z.e.ad.f.quod est propositũ. ¶ Simili quoq; modo ꝓbabis ꝙ si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.c.ad.d.minor q̃z.e.ad.f; erit.a.ad.b.minor q̃z.e.ad.f.cum enim sit.c.ad.d. minor q̃z .e.ad. f.erit.c. ad.f. maior q̃z.c.ad.d.per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis.si.k.addit super.n.non est necesse ꝙ.b.addat super. m. sed si.b. non addit super.m.g.non addit super.l.ergo si.k.addit super.n.non est necesse vt.g .addat super.n.per diffinitionẽ igitur maioris improportionalitatis maior erit proportio e.ad.f.q̃z.a.ad.b.ergo econuerso:minor erit.a.ad.b.q̃z.e.ad.f.quod ẽ ꝓpositum ¶ Ex modo autem demõstratiõis octaue hui⁹ ⁊ hac:fiet manifestũ ꝙ si fuerit prime quatuor quantitatum ad secundã maior proportio q̃z tertie ad quartam cõtinget reperire aliqua eque multiplicia prime ⁊ tertie.que cũ cõparabuntur ad aliq̃ eq̃ multiplicia secũde ⁊ quarte inuenietur multiplex prime addere sup multiplex scõe. non autem multiplex tertie super multiplex quarte:qõ sic patet:Sit enim maior proportio.a.b.ad.c.q̃z.d.ad.e.ponam ergo vt sit proportio.a.f. ad.c. sicut.d. ad.e; eritq; per hanc.12.⁊ per.10.a.f.minor.a.b.⁊ sit minor in quantitate.f.b. quã multiplicabo totiens ꝙ proueniat quãtitas maior.c.que sit.g.b.hac conditione. vt.d totiens multiplicata producat quantitatẽ non minorem.e .que sit.k .tunc ponam vt.l.g.sit ita multiplex.a.f.sicut.g.b.est multiplex.f.b.aut.k.d.eritq; per primam huius.l.b.ita multiplex.a.b.sicut.k.d. Deinde ponam ꝙ.m .sit prima quantitas multiplex.e.que sit maior.k.⁊ ponam.n.ita multiplicem.c.sicut. m. est multiplex e.eritq; per premissas ypotheses ⁊ conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis quantitas.n .prima multiplicium.c .que erit maior .l.g. nec erit .l.g. minor.c. Sumam ergo sub.n.maximã multipliciũ.c.aut sibi equalem si forsan.n. sit prima multiplicium eius que sit.o.constabitq;.n.ex.o.⁊.c.quia ergo. l.g. non est minor.o.⁊.g.b.est maior.c.erit.l.b.maior.n.quare cum.k.sit minor.m. patet propositum. ¶ Conuersam quoq; huius demonstrare possumus. videlicet ꝙ si cõtingit reperire aliqua eque multiplicia prime ⁊ tertie:quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secũde:⁊ multiplex tertie non addat super multiplex quarte:maior erit proportio prime ad secundam q̃z tertie ad quartam: qõ sic probatur. Sint quatuor quãtitates.a.prima.b.secunda.c.d.tertia.e.quarta.sintq;.f. ad.a.⁊.g.ad.c.d.eque multiplicia. Similiter.h.ad.b.⁊.k.ad. e.eque multiplicia. ⁊ addat.f.super.h.non addat autem.g.super.k.dico ꝙ maior est proportio.a.ad b.q̃z.c.d.ad.e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet.g.super. k.qõ est contra ypothe. Si autẽ minor sit.c.l. ad.e. sicut.a.ad.b.eritq; per huius.10.c.l.minor.c.d.⁊ sit minor ĩ quãtitate.l.d. Ponã igitur vt.m.n.sit ita multiplex.c.l. ⁊. n.p. multiplex.l .d. sicut f. est multiplex.a.

eritq3 per primã huius.m.p.ita multiplex.c.d.sicut.f.est multiplex.a.vtraq3 igit vuaꝝ quantitatum.m.p.z.g.est eque multiplex quantitatis.c.d.ergo ipse sũt cq̃/les. Nam hec illatio demõstrata est in.7.huius :z quia.g.non est maior.k.nõ erit ni.p.maior eadem.sed per conuersionẽ diffinitionis incõtinue ꝓportionalitatis m,n.est maior.k.eo qꝫ.f.est maior.b.ergo.m.n.est maior.m.p.qõ est inpossibile quare relinquitur propositum.

Propositio .13.

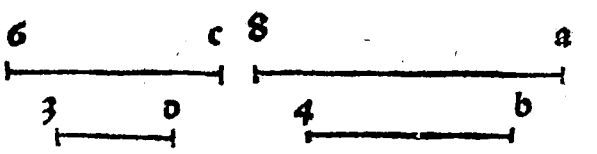
I fuerint quotlibet quantitatũ ad totidem alias propor/tio vna erit quoq3 que proportio vnius ad vnam. eadem proportio harum omniu3 pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

¶Qõ primo proposuit de multiplicib9:hic proponit de omnib9pro/portionibus:vñ hec est cõmunior illa:eo qꝫ omnis multiplicitas est proportio:nõ autez econuerso.Sit igitur.a.ad.b.z.c.ad.d.z.e.ad.f.vna proportio :dico qꝫ que est proportio.a.ad.b.eadem est cõpositi ex.a.c.e.ad cõpositũ ex.b.d.f. Sumã.g ad.a.z.b.ad.c.z.k.ad.e.eque multiplicia. Itemq3.l.ad.b.z.m.ad.d.z.n.ad.f.eq̃ multiplicia:eritq3 per primã huius cõpositum ex.g.b.k. ita multiplex cõpositi ex a.c.e.sicut.g.est multiplex.a.Similiter per eandẽ cõpositum ex.l.m.n.erit ita multiplex cõpositi ex.b.d.f.sicut.l.ẽ multiplex.b.z p cõuersionẽ diffinitionis incõtinue ꝓportionalitatis.bis sũptã si.g.addit sup .l.b.addit sup.m.z.k.super.n. z si minuit minuit : z si equat equat:ergo per cõmunez scientiam si.g.addit sup.l. compositũ ex.g.b.k.addit super compositum ex.l.m.n.z si minuit minuit :z si equat equat:ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a .ad.b.ẽ sicut cõpositi ex.a.c.e.ad compositũ ex.b.d.f.quod est propositũ.



Propositio .14.

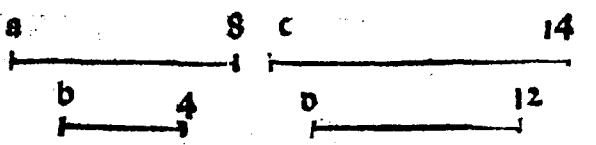
I fuerint quatuor quantitates proportionales .fueritq3 maior prima tertia.necesse est secundã.quarta esse maiorem. Qõ li minor z minorẽ. Si vero equalis z equalẽ ee. ¶Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico qꝫ si.a.est maior.c.b.erit maior.d.z si minor minor.z si equalis equalis.Si enim.a.sit maior c.erit per primã partẽ.8. huius maior proportio.a.ad.d.q̃z.c .ad.d. quare maior erit.a.ad.d.q̃z ad.b.ergo per secũdã partẽ.10.huius.b.erit maior.d.qõ ẽ propo/situm.Qõ si.a.sit minor.c.erit per primã ptẽ.8.minor proportio.a.ad.d.q̃z.c.ad d.quare maior erit.a.ad.b.q̃z ad.d.per secũdã ergo ptem.10.b.erit minor.d. Si autem.a.sit equalis.c.erit per primã partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d.quare.a.ad.d sicut ad.b.itaq3 per secũdã ptẽ:9.b.erit equalis.d.sicq3 patet propositum.

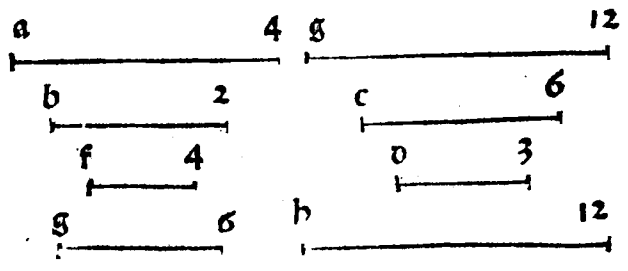


Propositio .15.

I fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assignate.erit iplarum multipliciũ atq3 sub multiplicium vna proportio.

¶Sint.c.ad.a.z.d.ad.b.eque multiplices. dico qꝫ que ẽ proportio a.ad.b.eadẽ est.c.ad.d.dividat̃.c.ẽm quãtitatẽ.a.z.d.ẽm quãtitatẽ b.c.sũtq3 tot partes.c.quot.d.z quia quelibet pars.c.ad q̃zlibet partem.d.se ha/bet sicut.a.ad.b.erit per.13.huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.qõ est propositum.

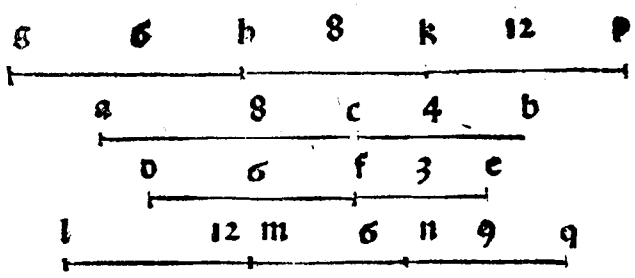




Propositio .16.

SI fuerit quatuor quantitates proportionales. permutatim quoq; proportionales erunt.

¶Sit proportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.dico q; erit.a.ad.c.ſicut.b.ad d.z iſte eſt modus arguẽdi qui dicit̃ ꝓportionalitas permutata. cuius demonſtratio ſic patz. Sumã.e.ad.a.z.f.ad.b.eque multiplices itemqz.g.ad.c.z.h.ad.d.eque multiplices:eritqz per premiſſam.e.ad.f.ſicut.g.ad h.quare p. 14.ſi.e.addit ſupra.g.z.f.addit ſuper .h. z ſi minuit minuit: z ſi equat equat:per diffinitionẽ igitur incontinue proportionalitatis erit.a.ad.c.ſicut.b.ad d.quod eſt propoſitũ. Neceſſe eſt aũt vt in permutata proportionalitate ſint omnes quatuor quantitates eiuſdem generis.

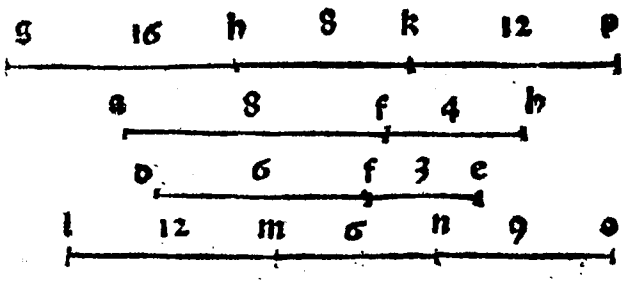


Propositio .17.

SI fuerint quantitates coniunctim proportionales: eaſdẽ diſiunctim quoq; proportionales eſſe.

¶Demonſtrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas permutata:demonſtrat illũ qui dicit̃ proportionalitas diſiuncta. Sit itaq; ꝓportio .a.b.ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f. dico q; erit.a.c.ad.c.b.ſicut d.f.ad.f.e. Sumã enim.g.h.ad.a.c.z.h.k.ad.c.b.itemqz.l.m.ad.d.f.z.m.n.ad f.e.eque multiplices:eritqz per primam huius.g.k.ita multiplex.a.b.ſicut.g.h.eſt multiplex.a.c.z.l.n.ita multiplex.d.e.ſicut.l.m.eſt multiplex .d.f. z ideo per premiſſas ypotheſes.g.k.ẽita mltiplex.a.b.ſicut eſt.l.n.d.e.ponã iterũ.k.p.ad.c.b. z.n.q.ad.f.e.eque multiplices:eruntqz per ſecundã.h.p.ad.c.b.z.m.q.ad.f.e.eq multiplices per conuerſionẽ igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. ſi g.k.addit ſuper.h .p.l.n.addit ſup.m.q.z ſi minuit minuit:z ſi equat equat.demptis itaq; cõmunibus.h.k.z.m.n.erit per cõmunem ſcientiam:vt ſi.g.h.addit ſuper.k.p.q.l.m.addit ſuper.n.q.z ſi minuit minuit:z ſi equat equat. ergo p diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a.c.ad.c.b.eſt ſicut. d.f. ad.f. e.quod eſt propoſitum.

Propositio .18.

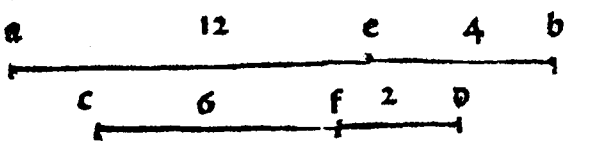


SI fuerint quantitates diſiunctim proportionales.coniunctim quoq; proportionales erunt.

¶Demonſtrat modũ arguendi qui dicit̃ proportionalitas coniuncta z eſt modus conuerſus prioris. Ad cuius demonſtrationem reſumatur diſpoſitio premiſſe.z maneãt omnes eius ypotheſes:excepto q; ponatur eſſe proportio.a.c.ad.c.b.ſicut.d.f.ad.f.e.dico q; erit proportio.a.b. ad.b.c.ſicut.d.e.ad.f.e.ſequit̃ enĩ ex hac ypotheſi z alijs ypotheſibus premiſſe de multiplicib9 equaliter ſũptis per cõuerſionẽ diffinitõis incõtinue ꝓportiõalitatis ſi.g.h.addit ſuper.k.p.q.l.m.addat ſup.n.q.z ſi minuit minuat:z ſi equat equat ergo poſitis cõmunibus.h.k.z.m.n.ſequit̃ per cõem ſciam ſi.g.k.addit ſup .h.p. q.l.n.addat ſup.m.q.z ſi minuit minuat:z ſi equat equat:quare per diffinitionẽ incõtinue proportionalitatis erit ꝓportio.a.b.ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f. qd̃ ẽ ppoſitũ. Aliter idẽ indirecte ſic.Cũ ſit ꝓportio.a.c.ad.c.b.ſicut.d.f.ad.f.e.nõ ẽ. a.b. ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f.ſit ergo ꝓportio.d.e.ad aliquã aliã quantitatẽ ſicut. a.b. ad.b.c.que aut erit maior.e.f.aut minor.ſi enĩ eſſet ei eqnalis cõſtaret propoſitũ.

Sit itaq3 primo maior & sit.e.g. eritq3 p premissam.a.c.ad .c.b. sicut.d.g .ad.g. quare.d.g.ad.g.ẽ.sicut.d.f.ad.f.c.Sequit igit p.14.q cũ.d.g.prima sit mior.d.f. tertia erit.g.e.scda minor.e.f.quarta:sed erat positũ q esset maior.Sit ergo proportio.d.c.ad minorẽ.e.f.que sit.e.b.sicut.a.b.ad.b.c.eritq3 p p̃missã. a.c.ad.c.b.sicut.d.b.ad.b.e.q̃rc p.11 .d.b.ad .b.e.sicut.d.f.ad.f.e.& q2.d.b.p̃ma ẽ maior d.f.tertia erit p.14.e.b.scda maior.e.f.tertia:q quia est ipossibile.sequit ppositũ.

Propositio .19.



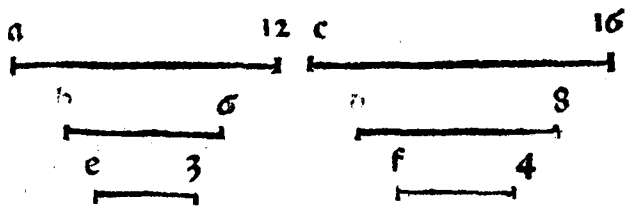
Si a duobus totis due portiones abscindantur.fueritq3 totum ad totũ quantum abscisum ad abscisum:erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.

¶Qd quinta pponit de multiplicibus. hec pponit vniuersaliter de omnibus proportionibus.vnde est illa tanto cõmunior quãto multiplicitate pportio.Sint igitur due quãtitates.a.b.&.c.d.a quibus abscindant due que sint.b.e.&.d.f.sitq3 pportio totius.a.b.ad totã.c.d.sicut.b.e.abscise ad.d.f. abscisam.dico q eadem erit.a.e.residui ad.c.f.residuum que est totiꝰ.a.b.ad totam.c.d.cũ eni sit.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.erit permutati.a.b.ad. b.e. sicut c.d.ad.d.f.& disiunctim.a.e.ad.e.b.sicut.c.f.ad.f.d,& iterũ permutatim.a.e. ad c.f.sicut.e.b.ad.f.d.& quia sic erat.a.b.ad.c.d.patet propositũ. ¶Ex hac aũt.19. & permutata pportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicit proportionalitas eucrsa.vt si sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.dico q erit.b.a .ad.a.e. sicut c.d.ad.c.f.quia cũ sit.a.b.ad.b.c.sicut.c.d.ad.d.f.erit permutatim.a.b. ad.c.d. sicut.b.e.ad.d.f.quare per hanc.19.b.a.ad.d.c.sicut.a.e.ad.c.f.igitur pmutatim b.a.ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f.qd est propositum. ¶Conuersa quoq3 pportionalitas q̃3 ex diffinitione incõtinuc pportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti.põt hic quoq3 demõstrari indirecte ex pmutata pportionalitate & .9. huius vt si sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q erit.b.ad. a.sicut.d.ad.c.sin autẽ sit.d.ad.c. sicut.b.ad.a.& q2.a.ad.b.ẽ sicut.c.ad.d.erit pmutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.& quia iterum.b.ad.a.sicut.d.ad.e.erit quoq3 pmutatim.b.ad.d.sicut.a.ad.e.quare erit.a.ad.e.sicut.d.ad.c.si igitur.e.non sit equale c.accidet impossibile & contrariu3 secunde partis.9. si autem equalis erit.b. ad.a. sicut.d.ad.c.quod est propositum.

Propositio .20.

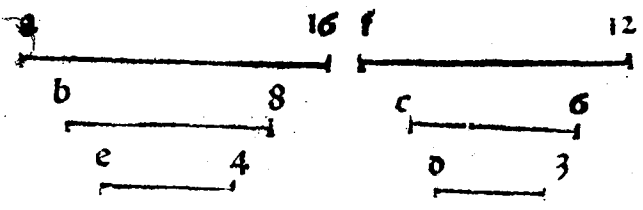
Si fuerint quotlibet quantitates alieq3 secundũ earum numerum quarum queq3 due priorum secundũ proportionem duarum postremarum necesse est improportionalitate quidã equalitatis vt si fuerit prima prioꝛ vltima maior. & posteriorum primã vltima esse maiorez.Qd si minor & minorem.Si vero equalis & equalem.

¶Demõstraturus euclides modũ arguendi qui dicit eq̃ pportionalitas sine q̃ntitates duoꝝ ordinũ directe siue puersim pportionẽt:p̃mittit duo añcedẽtia ad demõstrãdũ ppositũ necessaria:p quoꝝ p̃mũ demõstrat eq̃ pportõalitas cũ q̃ntitates duoꝝ ordinũ directe pportionãt:p 5m aũt cũ pportionãt puersim pponit aũt hec duo añcedetia de q̃ntitatibꝰ duoꝝ ordinũ numero eq̃libꝰ quecũq3 fuerit. Vtrcni sumptis vtrobiq3 quãtitatibꝰ scõm quecunq3 numerum veritatem habẽt. nõ ẽ



autē neceſſe ut demōſtrrem⁹ ea niſi ſolū i trib⁹ hoc eni oio ſufficiēs ē ad ꝓpoſitū. de plibus aūt q̄buſq; patebit p equā ꝓportiōalitatē cū ipſa demōſtrata fuerit ¶ Sint igit̄ tres quātitates. a. b. c. ſumant̄q; tres alie q̄ ſint. c. d. f. z ſit ꝓportio. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. z. b. ad. e. ſicut. d. ad. f. dico q̄ ſi. a. eſt maior. e. c. erit maior. f. z ſi minor minor: z ſi equalis equalis. Si eni eſt maior erit per primā ptē. 8. maior proportio. a. ad. b. q̄z. e. ad. b. quare per. 12. maior erit. c. ad. d. q̄z. e. ad. b. z q̄ per cōuerſam ꝓportionalitatē. e. ad. b. ē ſicut. f. ad. d. erit. c. ad. d. maior q̄z. f. ad. d. itaq; per primā ptē. 10. c. eſt maior. f. qđ eſt propoſitum. Qđ ſi. a. ſit minor. e. p eaſdem z eodē modo ꝓbabit̄. c. eſſe minorē. f. erit eni minor proportio. a. ad. b. q̄z. e. ad. b. p primā ptē. 8. z ideo per. 12. z p cōuerſam ꝓportionalitatē minor erit. c. ad d. q̄z. f. ad. d. z ideo p primā ptem. 10. erit. c. minor. f. qđ eſt propoſitum. Si autem a. ſit eq̄le. e. erit p primā ptē. 7. ꝓportio. a. ad. b. ſicut. e. ad. b. z ideo p ſcḋam. 11. z cōuerſam ꝓportionalitatē erit. c. ad. d. ſicut. f. ad. d. quare per primā ptē. 9. c. ē eq̄lis. f. quod eſt propoſitum. ¶ Quidā aūt hanc cōcluſionē demonſtrauerūt eā per ꝓportionalitatem permutatim hoc modo. ꝓportio. a. ad. b. eſt ſicut. c. ad. d. ergo permutatim. a. ad. c. ſicut. b. ad. d. z q̄ rurſus. b. ad. e. ſicut. d. ad. f. erit permutatim b. ad. d. ſicut. e. ad. f. ſed erat. b. ad. d. ſicut. a. ad. c. ergo per. 11. erit. a. ad. c. ſicut. e ad. f. itaq; per. 14. ſi. a. prima eſt maior. e. tertia. erit. c. ſecūda. maior. f. quarta: z ſi minor minor: z ſi equalis equalis: quod ē ꝓpoſitum: ¶ Iſti aūt errauerunt i ſua demonſtratione: q̄ ſi eſſet intentio euclidis ſic demonſtrare nō oporteret ipſū prē mittere hanc concluſionē p antecedēte ad equā ꝓportionalitatem: ſi enim rurſus fiat vna permutatio ꝓportionalitatis ad quā deuentū eſt que eſt eſſe. a. ad. c. ſicut. e. ad. f. ſequitur q̄ ſit. a. ad. e. ſicut. c. ad. f. z hoc eſt equa ꝓportionalitas. Preterea eorum concluſio non ſequitur: niſi omnes quantitates amborū ordinū fuerit generis vnius. Si enim. a. b. e. ſint linee. z. c. d. f. ſuperficies: aut corpora: aut tempora: non erit tunc permutare proportiones: peccant igitur vniuerſaliter dictū particulariter demonſtrantes.

Propoſitio. 21.



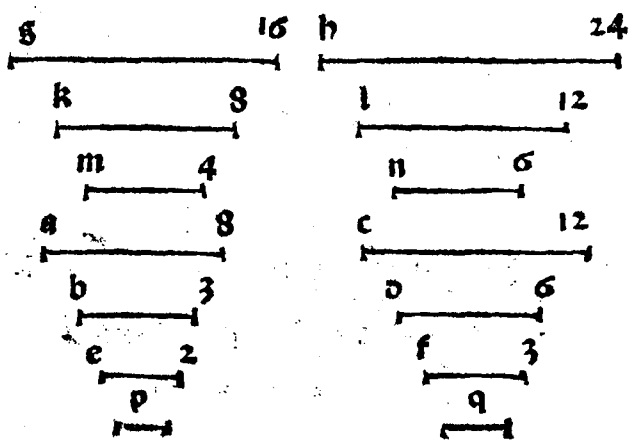
SI fuerint quotlibet quantitates alieq; ſecundum earum numerum quarum queq; due ex prioribus quibuſq; duabus ex poſterioribus peruerſim comparate ſecūdū proportionem earum fuerint. neceſſe quoq; ē vt ſi fuerint in proportionalitate equalitatis priorum prima vltima maior. z poſteriorum prima vltima eſſe maiorem. ſi autem minor z minorem. Si vero equalis z equalem.

¶ Secundū antecedens ſint tres quātitates. a. b. e. ſumant̄q; alie tres que ſint. f. c. d. z ſit proportio. a. ad. b. ſicut. c ad. d. z. b. ad. e. ſicut. f. ad. c. dico q̄ ſi. a. ē. maior. e. f. erit maior. d. z ſi minor minor: z ſi equalis. equalis: hic autē probatur per eaſdē z eodē modo quo precedens: ſi eni. a. ſit maior. e. erit maior proportio. a. ad b. q̄z. e. ad. b. quare maior. c. ad. d. q̄z. e. ad. b. z ideo maior q̄z. c. ad. f. maior igit̄ f. q̄z. d. per ſecundā partem. 10. quod eſt propoſitum. qđ ſi. a. ſit minor. e. erit tandem minor. c. ad. d. q̄z ad. f. quare per eandem partem eiuſdē. f. erit minor. d. Si autem. a. ſit equalis. e. ſequitur ut ſit proportio. c. ad. d. ſicut. c. ad. f. igitur per ſecundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod eſt propoſitum.

Propositio .22.

SI fuerint quotlibet quantitates alieqz ſecundum earum numerum quarum queqz due ſecundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

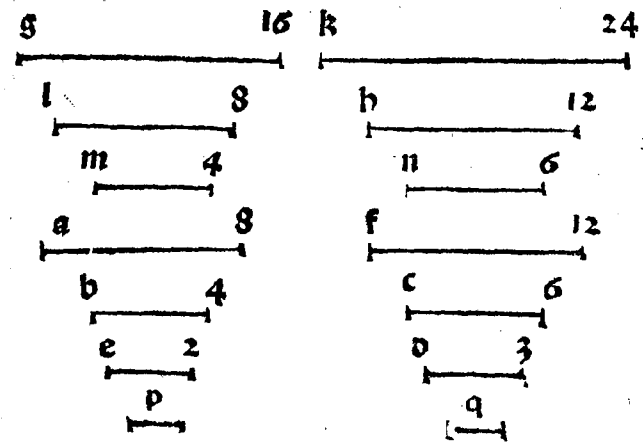
¶ Demonſtratis antecedentibus ad equã proportionalitatẽ.hic demonſtrat eam:z primo cum quantitates duorum ordinũ ſunt directe proportionales. Nõ eſt aũt neceſſe vt demõſtraret nisi cũ in vtroqz duoꝝ ordinũ ſunt tantũ tres quantitates. Per hoc eni euidenter ſequitur cum in vtroqz ordine fuerint quatuor quantitates z deinceps:z ideo etiã nõ oportuit eius añs demõſtrari niſi ſolũ cũ in vtroqz ordine ſunt etiã tres quantitates. ¶ Sint igitur tres quantitates.a .b e.ſumanꝫqz tres alie que ſunt.c.d.f.z ſit proportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.z.b. ad. e.ſicut.d.ad.f.dico ꝙ erit.a.ad.e.ſicut.c.ad.f.ſumã eni.g.ad.a.z.b.ad.c. cq̃ multiplicia. Itemqz.k.ad.b.z.l.ad.d.eque z rurſus.m.ad.e.z.n.ad.f.eque. eritqz p 4.g.ad.k.ſicut.b.ad.l.z.k.ad.m.ſicut.l.ad.n.quare per.20.ſi.g.eſt maior.m. erit b.maior.n.z ſi minor minor:z ſi equalis equalis.igitur per diffinitionẽ incõtinue ꝓportionalitatis ꝓportio.a.ad.e.ẽ ſicut.c.ad.f.qõ ẽ propoſitũ. ¶ Põt quoqz hoc demonſtrari per.15.huius ſumptis.g.k.m.ad.a.b.e.z.b.l.n.ad.c.d.f. eque multiplicibus:erit enim per.15.g.ad.k.ſicut.b.ad.l.z.k.ad.m.ſicut.l.ad.n. cetera p tracta vt prius. ¶ Qõ ſi fuerint quantitates plures tribus in vtroqz ordine:vtpote quatuor additis.p.z.q.ita ꝙ ſit.e.ad.p.ſicut.f.ad.q.erit iterum.a. ad.p. ſicut c.ad.q.erit enim.a.ad.c.ſicut.c.ad.f.hoc enim demonſtratum eſt. ſublatis igitur b.z.d.erunt tres quantitates.a.e.p.z alie tres.c.f.q.vt proponitur:quare.a.ad.p ſicut.c.ad.q.ſicqz demõſtratur de.4.per tres ſublato vno medio. Eodẽ modo demonſtrabis de.5.per.4.ſublatis duobus mediis:z de.6.per.5.ſublatis tribus:z ſic de ceteris.

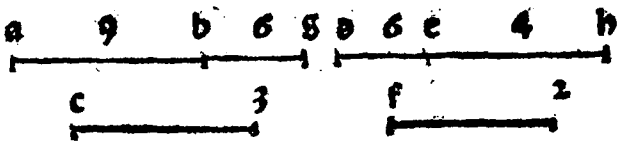


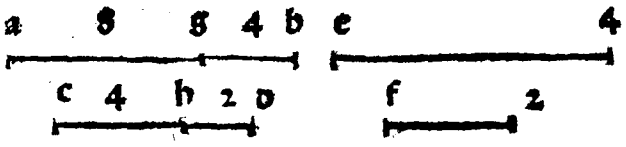
Propositio .23.

SI fuerint quotlibet quantitates alieqz ſecundum earum numerum quarum queqz due ſecunduz proportionẽ duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportiones erunt.

¶ Demonſtrat equam ꝓportionalitatem in quantitatibus duorum ordinũ indirecte ſiue puerſim ꝓportionatis .Nec ẽ neceſſe ꝙ demonſtret niſi cum in vtroqz duoꝝ ordinũ ſunt tantũ tres quantitates:ꝑ hoc eni euidẽter ſequit̃ que/ cũqz ponant̃ i vtroqz ordine ſicut i premiſſa de directe ꝓportionatis demõſtratũ ẽ.Sint igit̃.3.q̃ntitates.a.b.c.ſumãt̃qz alie.3.q̃ ſint.f.c.d.z ſit ꝓportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.z.b.ad.e.ſicut.f.ad.c.dico ꝙ erit.a.ad.e.ſicut.f.ad.d.ſumã eni.g.ad a.z.b.ad.c.z.k.ad.f.eque multiplicia.Itẽqz.l.ad.b.z. m. ad.e.z. n.ad. d.eque: eritqz per quartã.g.ad.l.ſicut.b.ad.n.z per 15.l.ad.m. ſicut.k. ad. b. quare per 21.ſi.g.addit ſuper.m z.k. addit ſup. n .z ſi minuit minuit: z ſi equat equat:ergo per diffinitionem incõtinue ꝓportionalitatis ꝓportio.a.ad. e.ẽ ſicut.f. ad.d. qõ ẽ propoſitũ. ¶ Poteſt quoqz z hoc demõſtrari p.15.huiꝰ ſũptis.g.l.m.ad.a.b .z.k. b.n. ad.f.c. d. eque multiplicibus :erit enim per.15.g.ad.l. ſicut.b.ad.n. .l.ad.m. ſicut.k.ad.b. cetera pertracta vt prius. Conuenientius tamen demonſtrantur hec z premiſſa ſecundm primum modum. ¶ Qõ ſi plures tribus fuerint quantitates in vtroqz ordine:vtpote q̃tuor additis.p. z.q. ita ꝙ ſit.a. ad.b.ſicut







d.ad.q.z.b.ad.e.ſicut.c.ad .d.z.e.ad.p.ſicut.f.ad.c.erit iterum.a.ad.p. ſicut.f ad.q.erit enim per predemonſtrata.a.ad.e.ſicut.c.ad.q. Sublatis igitur. b.z.d. erunt tres quãtitates.a.e.p.z alie tres.f.c.q.vt proponitur:quare.a.ad.p.ſicut.f. ad.q.Sic igitur demonſtratur de.4.per tres ſublato vno medio. Eodẽ modo de/ monſtrabis de.5.per quatuor ſublatis, duobus medijs.z de.6.per.5.ſublatis tri/ bus:z ſic in ceteris.

Propoſitio .24.

Si fuerit proportio primi ad ſecundum tanq̃ tertii ad quar tum.proportio vero quinti ad ſecundum. tanq̃ ſexti ad q̃r tum:erit proportio primi z quinti pariter acceptorum ad ſecundum tanq̃ ſexti z tertii pariter acceptorum ad quar/ tum.

¶ Qõ ſcõa propoſuit de multiplicibus hec proponit vniuerſaliter de omnib⁹ pro/ portionibus.vnde eſt illa tanto cõmunior quãto multiplicitate proportio z ſe ba/ bet ad illam:quemadmodum. 13.ad primam.Sit igitur proportio.a.b.ad.c. ſicut d.e.ad.f.z itẽ.b.g.ad.c.ſicut.e.h.ad.f.dico q̃ proportio.a.g.ad.c. eſt ſicut.d.h. ad.f.erit enim per conuerſam proportionalitatem.c.ad.b.g.ſicut.f.ad.e.h.quare per.22.erit in equa proportionalitate.a.b.ad.b.g.ſicut.e.d.ad.e.h.ergo conim/ ctim per.18.a.g.ad.g.b.ſicut.d.h.ad.h.e.itaq̃ per.22.erit in equa proportionali tate.a.g.ad.c.ſicut.d.h:ad.f.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .25.

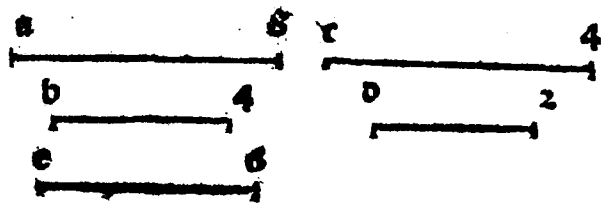
Si fuerint quantitates proportionales:fueritq̃ prima ea/ rum maxima.z vltima minima. primam z vltimaq̃ pariter acceptas ceteris duabus maius eſſe neceſſario cõproba/ tur.

¶ Qõ hic proponitur nõ habet locum niſi cum omnes quatuor quã titates ſint eiuſdem generis. Sint igitur quatuor quantitatuq̃ eiuſdẽ generis pro/ portio.a.b.ad.c.d.ſicut.e.ad.f.ſitq̃.a.b.maxima:neq̃ oportet ponere q̃.f.ſit mi nima:quia ipſum ex hoc ſequitur q̃.a.b.poſita eſt maxima. vnde non poſuit hoc auctor in concluſione tanq̃ poſitionem:ſed potius tanq̃ precedentis poſitiõis cõ cluſionem.dico q̃ cum ita fuerit maius erit aggregatum ex.a.b.z.f.q̃ ex. c.d.z.e Cum enim.a.b.ſit maior.e.abſcindam ex.b.a.g.b.equalem.e. ¶ Similiter quoq̃ quia.c.d.eſt maior.f.abſcindam ex.c.d.b.d.equalem.f.eritq̃ propter ypotheſim a.b.ad.c.d.ſicut.g.b.ad.b.d.quare per.19.a.g. reſiduum ad. c.b. reſiduum ſicut tota.a.b.ad totum.c.d.ſ.a.b.ad.c.d .Cũ ergo.a.g.ſe habet ad.c.b.ſicut.a.b.ad.c d. ſed.a.b.ẽ maior.c.d.quare.a.g.maior eſt.c.b.additis igitur vtriq̃ duab⁹ quan titatibus.g.b.z.b.d.erit per cõmunem ſcientiam aggregatum ex.a.b.z.b.d. ma/ ius aggregato ex.c.d.z.g.b.z quia.d.b. poſita eſt equalis. f.z.g. b.e. maius erit aggregatum ex:a.b.z.f.quã aggregatum ex.c.d.z.e.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .26.

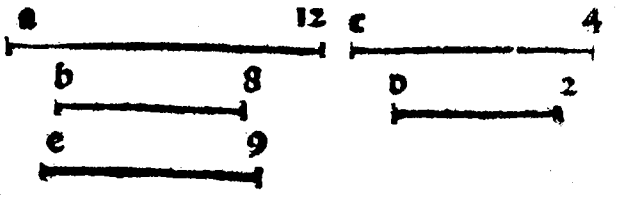
Si fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad ſecun/ dam maior quam tertie ad quartam. erit conuerſim econ/ trario,pportio ſcõe ad primã minor q̃ quarte ad tertiam Sit,pportio.a.ad.b.maior q̃.c.ad.d.dico q̃ erit ecõuerſo mõ p̃rio mior,pportio.b.ad.a.q̃.d.ad.c.ſi ei ẽ eadẽ.b.ad.a.q̃ ẽ.d.ad.c.erit

econuerſo.a.ad.b.vt.c.ad.d.ſz nõ ẽ imo maior:At vero ſtẽ.b.ad.a.maior q̃z d.ad c.ſit.e.ad.a.vt.d.ad.c.eritq3 ex.12.e.ad.a.minor q̃z.b.ad.a .q̃re ex p̃ma parte.10.e ẽ minor.b. Jdeoq3 ex ſcõa parte.8.maior erit ꝓportio.a.ad.e.q̃z.e.ad.b.ꝛ q1 p̃ conuerſam proportionalitatem.a.ad.e.ſicut.c.ad.d.erit ex.12.proportio.c.ad.d.maior q̃z.a.ad.b.ſed erit minor:relinquitur ergo propoſitũ. ¶ Poſſumus quoq3 ſi libet aſtruere propoſitum oſtenſiue:manifeſtum enim eſt ex prima parte.10.q̃ illa quantitas cuius ad.b.eſt.eadem proportio que eſt.c.ad.d.eſt minor.a.eo q̃ ponitur maior proportio.a.ad.b.q̃z.c.ad.d .illa ergo quantitas ſit.e. cum ſit igitur proportio.e. ad.b.vt.c .ad.d.erit econuerſo .b .ad.e.vt.d.ad .c. Conſtat autem ex ſecunda parte.8.q̃ proportio.b.ad.a.minor eſt q̃z proportio.b.ad.e.itaq3 per 12.proportio.b.ad.a.eſt minor q̃z. d. ad.c.qõ voluimus.



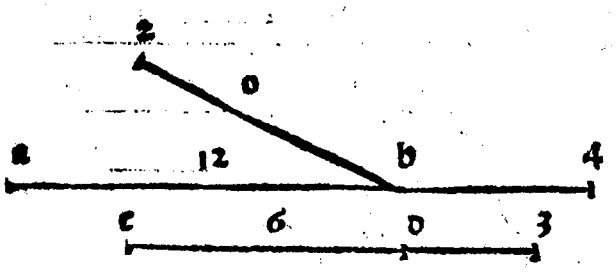
Propoſitio .27.

Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio prime ad ſecundam.q̃z tertie ad quartam. erit permutatim maior proportio prime ad tertiam. quam ſecunde ad quartam. ¶ Sit hic quoq3 proportio.a.ad.b.maior q̃z.c.ad.d.dico q̃ erit permutatim maior proportio.a.ad.c.q̃z.b.ad.d.eadem enim non erit quia tunc quoq3 eſſet permutatim.a.ad.b. ſicut.c. ad.d. neq3 minor. Nam ſi hoc ponatur:ſit itaq3 .e.ad.c.vt.b.ad.d.eritq3 ex.12.maior ꝓportio.e.ad. c.q̃z.a.ad c.quare ex prima parte.10.e.eſt maior.a. Jtaq3 per primam partem.8.proportio e.ad.b.eſt maior q̃z.a.ad.b.ꝛ quia poſitum eſt vt ſit.e.ad.c.ſicut.b.ad.d. erit permutatim.e.ad.b.ſicut.c.ad.d.ex.12.igitur maior erit proportio.c.ad.d.q̃z.a. ad b.ſed poſitum erat oppoſitum:verum eſt ergo propoſitũ: ¶ Oſtẽſiue quoq3 idem quẽadmodum in premiſſa:ſumpta enim eſt.e.ad.b.vt.c.ad.d.erit ex prima parte 10.e.minor.a.quare ex prima parte.8.maior erit.a.ad.c.q̃z.e.ad.c .ſed ex permutata proportionalitate eſt.c.ad.c.vt. b.ad.d.igitur ex.12.a.ad.c.eſt maior q̃z.b. ad.d.quod eſt propoſitum.



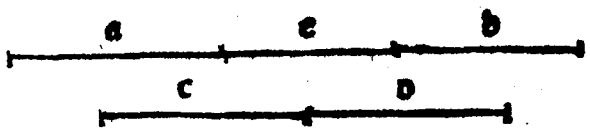
Propoſitio .28.

Si fuerint quatuor quantitates quarum prime ad ſecundã ſit maior proportio q̃z tertie ad quartam.erit quoq3 conjunctim maior proportio prime ꝛ ſecunde ad ſecũdam q̃z tertie ꝛ quarte ad quartam. ¶ Sit maior proportio.a.ad.b.q̃z.c.ad.d.dico q̃ maior erit totius a.b.ad.b .q̃z totius.c.d.ad.d.quia ipſa neq3 erit equalis neq3 minor.Si enī equalis:tunc erit diſiunctim.a.ad.b.vt.c.ad.d.Si autem eſt minor:ſit.e.b.ad.b. vt.c d.ad.e.eritq3 ex.12.maior proportio.e.b.ad.b.q̃z.a.b. ad.b. itaq3 ex prima parte.10.e.b.eſt maior q̃z.a.b.ꝛ per cõceptionem.e.maior q̃z.a. quare ex prima parte.8. maior eſt proportio . e. ad.b. q̃z.a.ad. b.ſed.e.ad.b. eſt vt .c. ad .d. per diſiunctam proportionalitatem:eo q̃ erat.e.b.ad.b.vt.c.d. ad.d. ergo per.12.c. ad.d.eſt maior q̃z.a.ad.b. hoc autem eſt contra ypothe. ¶ Jdem etiam oſtenſiue: cum enim propoſitum ſit q̃ maior ſit proportio .a . ad. b. q̃z . c. ad . d . ſit proportio .e. ad.b. vt. c. ad.d. eritq3 ex prima parte decime. e. minor . a.



Ideoq3 ex cõmuni scientia.e.b.erit minor.q̃3.a.b. quare ex prima parte.8. maior erit proportio.a.b.ad.b.q̃3.e.b.ad.b.At vero proportio.c.b.ad.b.est per coniunctam proportionalitatem sicut.c.d.ad.d.positum enim est vt sit. e.ad. b.tanqtã c.ad.d.igitur ex.12.maior est.a.b.ad.b.q̃3.c.d.ad.d.quod est propositum.

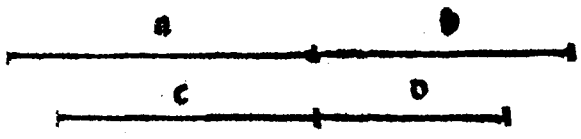
Propositio .29.



Si fuerit quatuor quantitates quarum prime ⁊ secunde ad secundam sit maior proportio q̃3 tertie ⁊ quarte ad quartam . erit quoq3 disiunctim proportio prime ad secundam maior q̃3 tertie ad quartam.

¶Sit proportio.a.b.ad.b.maior q̃3.c. d.ad. d.dico q̃ erit disiunctim proportio.a.ad.b.maior q̃3.c.ad.d.alioquin erit equalis vel mior.qõ si equalis erit per coniunctam proportionalitatem.a.b.ad.b.ut.c.d. ad.d. si autem minor erit maior.c.ad.d.q̃3.a.ad.b.ergo per premissam maior erit.c. d.ad d.q̃3.a. b.ad.b.quod est inconueniens:quia positum est q̃ minor.verum est ergo qõd dictum.Qõd etiam ostensiue astruemus hoc modo ponemus enim ut proportio.e.b. ad.b:sit tanq̃3 proportio.c.d.ad.d.eritq3 ex prima parte.10.e.b.minor q̃3. a.b. quare ex communi scientia.e.est minor q̃3.a.minor igitur est ex prima parte.8. proportio.e.ad.b.q̃3 sit.a.ad.b.sed proportio.e.ad. b.est sicut.c .ad.d. ex disiuncta proportionalitate:itaq3 ex.12.proportio.a.ad.b.est maior q̃3 sit.c.ad.d. quod est propositum.

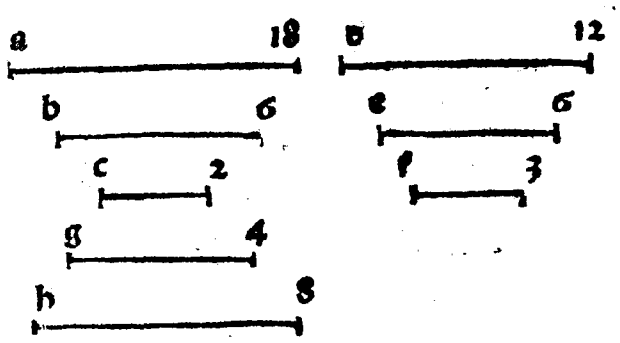
Propositio .30.



Si fuerint quatuor quantitates quarum prime ⁊ secunde ad secundã sit maior proportio q̃3 tertie ⁊ quarte ad quartam: erit euersim minor proportio prime ⁊ secũde ad primam q̃3 tertie ⁊ quarte ad tertiam.

¶Sit maior proportio.a.b.ad.b.q̃3.c.d.ad.d. dico q̃ euersim minor erit proportio.a.b.ad.a.q̃3.c.d.ad.d.erit enim disiunctim ex premissa maior proportio.a.ad.b.q̃3.c.ad.d . Itaq3 per.26.erit econuerso minor. b.ad.a. q̃3.d. ad.c.quare per ante premissam coniunctim minor erit.b.a.ad.a.q̃3.c.d. ad.c.qõ est propositum.

Propositio .31.



Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq3 tres in alio fueritq3 prime priorum ad secundam maior proportio quam prime posteriorum ad secundam.itemq3 secunde priorum ad tertiam maior quam secunde posteriorum ad tertiam.erit quoq3 prime priorus ad tertiã maior proportio q̃3 prime posteriorum ad tertiam.

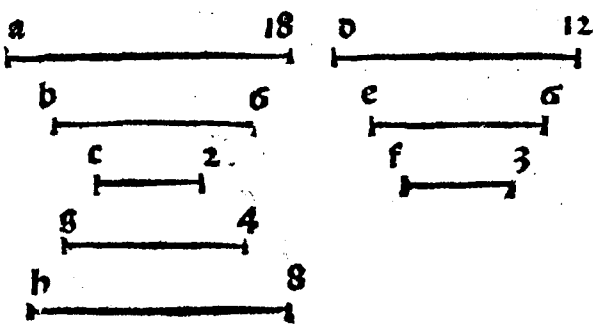
¶Sint tres quãtitates.a.b.c.itẽq3 alie tres.d.e.f.sitq3 maior ꝓportio.a.ad.b.q̃3 d.ad.e.itẽq3 maior.b.ad.c.q̃3.e.ad.f.dico q̃ maior erit ꝓportio.a.ad.c.q̃3.d.ad f.sit enim.g.ad.c. ut.e.ad.f.eritq3 ex p̃ma ꝑte.10..g.mior.b.q̃re ex scõa pte.8.proportio.a.ad.g.ẽ maior q̃3.a.ad.b.mlto maior ergo ẽ ꝓportio.a.ad.g.q̃3.d. ad.c sit itaq3.b.ad.g.vt.d.ad.e.eritq3 ex p̃ma ꝑte.10.a.maior.b.q̃re ex p̃ma pte.8.ꝓ/

portio.a.ad.c.maior est q̃z proportio.b.ad.c. At vero proportio.b.ad.c. est per equam proportionalitatem: sicut.d.ad.f.est enim.b.ad.g.vt.d.ad.e.z.g.ad.c.vt e.ad.f.igitur ex. 12.proportio.a.ad.c.est maior q̃z.d.ad.f. quare constat propositum

Propositio .32.

SI fuerint tres quantitates in v̄no ordine. itemq; tres in alio fueritq; proportio secunde priorum ad tertiam maior quam prime posteriorum ad secundam Itemq; prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiam.erit maior proportio prime priorum ad tertiã quam prime posteriorum ad tertiam.

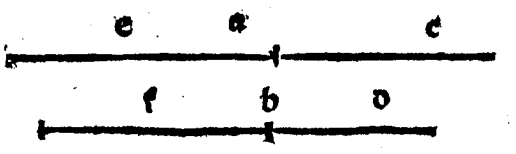
¶Sint enim tres quantitates in vno ordine.a.b.c. Itemq; tres in alio.d.c.f.quẽ admodum in premissa: sitq; maior proportio.b.ad.c.q̃z.d.ad.e.z maior.a.ad.b. q̃z.e.ad.f. dico q̄ maior erit.a.ad.c.q̃z.d.ad.f.sit enim.g.ad.c.vt.d.ad.e. eritq; g.minor.b.per primam partem.10.quare maior erit proportio.a. ad.g. q̃z ad.b. per secundam partem.8.igitur multo maior est.a.ad.g.q̃z.e.ad.f.sit itaq; b. ad g.vt.e.ad.f.eritq; a.maior.b.ex prima parte.10.quare proportio.a. ad.c. maior est q̃z.b.ad.c.ex prima parte.8.At vero ex.23.proportio.b.ad.c.est tanquã.d.ad f.eo q̄ est.g.ad.c.vt.d.ad.e.z.b.ad.g.vt.e.ad.f.igitur ex.12.maior est proportio.a.ad.c.q̃z.d.ad.f.quod est propositum.



Propositio .33.

SI fuerit proportio totius ad totũ maior: q̃z abscisi ad abscisum erit residui ad residuum maior proportio q̃z totius ad totum.

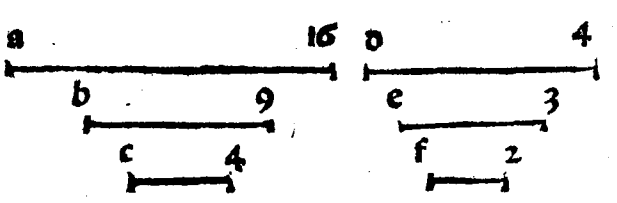
¶Sint due quantitates.a.z.b.a quibus abscindantur.c.z.d.z residua sũt.e.z.f.sitq; maior proportio.a.ad.b.q̃z.c.ad.d.dico q̄ maior erit proportio.e.ad.f.q̃z.a.ad.b.erit enim ex.27. permutati maior proportio a.ad.c.q̃z.b.ad.d.quare ex.30.erit euersim minor proportio. a. ad.e.q̃z. b.ad.f. igitur rursus ex.27.permutatim minor erit.a.ad.b.q̃z.e .ad.f. quod est propositum.

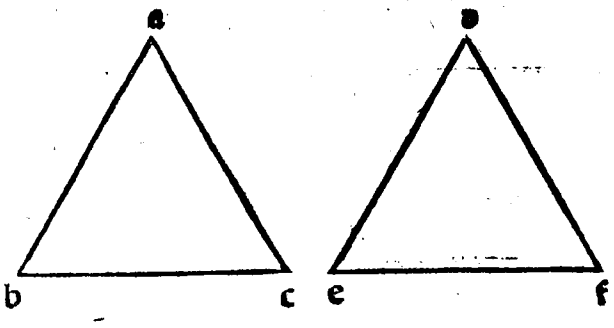


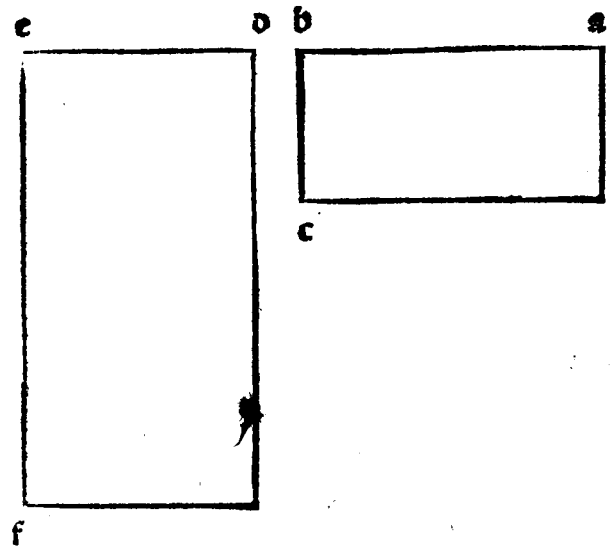
Propositio .34.

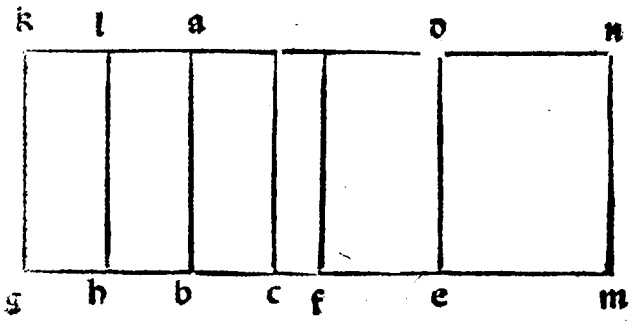
SI quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritq; cuiuslibet precedentis ad suam relatiuam maior proportio q̃z alicuius subsequentis ad suaz. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃z alicuius subsequentiuz ad suam comparem aut etiam q̃z omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas: minor autem q̃z prime ad primam

Sit.3.q̃ntitates.a.b.c.relate ad totidẽ alias q̃ sit.d.e.f.sitq; maior ꝓportio.a.ad d.q̃z.b.ad.e.z.b.ad.e.sit maior q̃z.c.ad.f.dico q̄ ꝓportio.a.b.c.piter acceptaꝝ. ad.d.e.f.piter acceptas. ẽ maior q̃z.b.ad.e.vl̃ maior q̃.c. ad.f.z etiã maior.q̃z.b









z.c.pariter acceptaȝ ad.e.z.f.pariter acceptas: z ꝑ ipsa est minor q̃ȝ.a.ad. d.cũ sit enī.a.ad.d.maior q̃ȝ.b.ad.e.erit permutatim.a.ad.b.maior q̃ȝ.d.ad.e.z coniunctim.a.b.ad.b.maior q̃ȝ.d.e.ad.e.z iterum permutatim. a.b.ad. d.e.maior q̃ȝ.b.ad.e.quare per premissam.a.ad.d.est maior q̃ȝ.a.b.ad .d.c. eodēqȝ modo ꝓbaī maiorē ēe.b.ad.e.q̃ȝ.b.c.ad.e.f.itaqȝ maior ꝓportio ē.a.ad.d.q̃ȝ.b.c.ad.e f.q̃re permutatim maior est. a.ad.b.c.q̃ȝ.d.ad.e.f.z coniunctim maior.a.b.c.ad b.c.q̃ȝ.d.e.f.ad.e.f.z iterum permutatim maior.a.b.c.ad.d.e .f.q̃ȝ.c.b .ad.e.f. quare per premissam maior est.a.ad.d.q̃ȝ.a.b.c.ad.d.e.f. quod est ꝓpositum. Explicit liber quintus Incipit liber Sextus.

Superficies similes dicūt q̃rū anguli vnius angulis alterius equales.lateraqȝ equos angulos continentia proportionalia.

¶ Vt si trigonus.a.b.c.fuerit equiangulus trigono de..f.fueritqȝ angulus.a.equalis angulo.d.z angulus.b.equalis angulo.e.z ꝓportio.a.b.ad.d.e.sicut a.c.ad.d.f.z.b.c.ad.e.f.ipsi erunt similes.

Superficies mutuoȝ laterum sūt inter quarum latera incontinua proportionalitas retrālitineabetur.

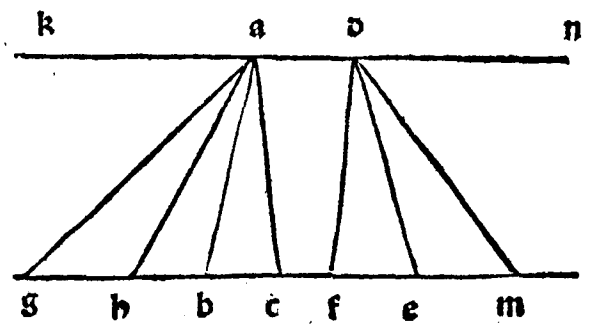
¶ Vt si duoȝ quadrilaterum.a.b.c.d. e.f.proportio .a.b.lateris primi.ad. d.e.latus secundi fuerit sicut proportio.e.f. lateris secundi. ad.b.c.latus primi:illa duo quadrilatera dicuntur mutuorum laterum siue mutekesia. ¶ Linea dicitur diuidi secundū proportionē habentē mediū z duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionē que ē maioris ad minorem.

Propositio .1.

Si duarum rectilinearum superficierum equidistantium laterum siue triangulorum fuerit altitudo vna:tanta erit alterutra earum ad alteram.quanta sua basis ad basim alterius.

¶ Sint duo paralellograma.a.b.c.d.e.f.equalis altitudinis.dico eē ꝓportionē corū:sicut.b.c.ad.e.f.ponam illa duo paralellograma sup lineā vnamque sit.g.m.erūtqȝ propter hoc q̄ sunt equalis altitudinis inter lineas equidistantes quarū sit altera .k.n.deinde ex linea.g.m.sumā.g.c.multiplicē ꝺm quēcumqȝ numerū voluero.a.d.b.c.z diuidā eā in ptes equales.b.c.in punctis.b.z. b.a quibus z punto.g. ducā equidistantes linee.a.b.que sūt.g.k.z.b.l.z cōplebo supficies equidistantiū laterū.k.b.z.l.b.eritqȝ vnaq̃qȝ earū p.36.primi equalis.a.c.qre sicut linea.g.c.ē multiplex linee.b.c.ita supficies.c.k.superficiei.a.c.Similiter quoqȝ ad lineā.e.f.sumā ex linea.g.m.lineā.f.m.multiplicē ꝺm quēcūqȝ numerū voluero e.f.z cōplebo superficiē equidistātium laterum ducta linea.m.n.equidistāter linee d.e.eritqȝ superficies .n.f. ita multiplex superficiei .d.f.sicut linea .m.f. linee.c. f.zquia per.36. primi si linea.g.c.est maior linea.f.m.superficies.k.c.est maior superficie.n.f.et si minor minor .et si equalis equalis erit per diffinitionez icōtinue

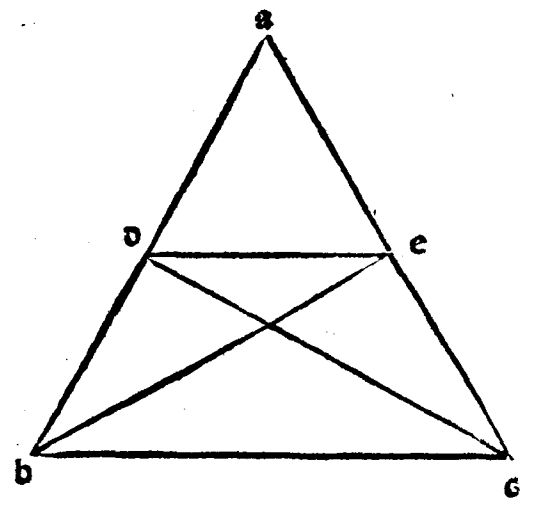
proportionalitatis eadem ꝓportio basis.b.c.ad basim.e.f.que est superficici.a.c. ad superficiē.d.f.quod est propositum. ¶De triangulis equalis altitudinis idem probabis:z eodem modo per.38.primi ductis lineis ab extremitatibus eaꝝ quas ad bases sumes multiplices ad vertices triangulorum.



Propositio .2.

SI linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistans:eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero ꝓportionaliter secet eā reliquo latere equidista re necesse est.

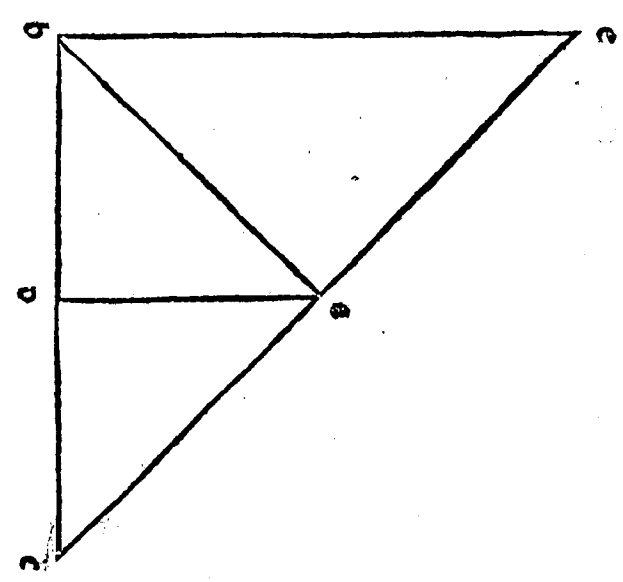
¶Sit triangulus.a.b.c.cuius duo latera.a.b.z.a.c.secet linea.d.e. equidistanter tertio lateri.qō est.b.c. dico ꝙ erit ꝓportio .a.d.ad.d.b.sicut .a.e. ad.e.c.z ecōuerso si fuerit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.linea.d.e.erit eꝫ distans linee.b.c.protrahatur enī duas lineas.e.b.z.d.c.eritqꝫ per.37.primi triangulus.e.d.b.equalis triangulo.d.e.c.propter id qō ipsi sunt ambo sup lineā. d.e. inter lineas equidistantes.itaqꝫ per scōam partē.7.quinti: ꝓportio trianguli.a.d. c.ad vtrūqꝫ illorum erit vna:sed ꝓportio eiꝰ ꝓpremissā ad triangulū.e.d.b. ē sicut linee.a.d.ad lineā.d.b.z ad triangulū.d.e.c.sicut linee.a.e.ad lineā.e.c.Nam ipe cum vtroqꝫ illoꝝ est equalis altitudinis:quare erit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut. a.e ad.e.c.qō est primum. ¶Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius .a.d.e.vtrūqꝫ illoꝝ ꝓportio vna:quare per secundam partem.9.quinti ipsi sunt adinuicē equales:z quia ipsi sunt super candē basim.videlicet lineam.d.e.z ex eadem ꝑte erit ꝑ 39.primi:linea.d.e.equidistans linee.b.c.qō est secundum.

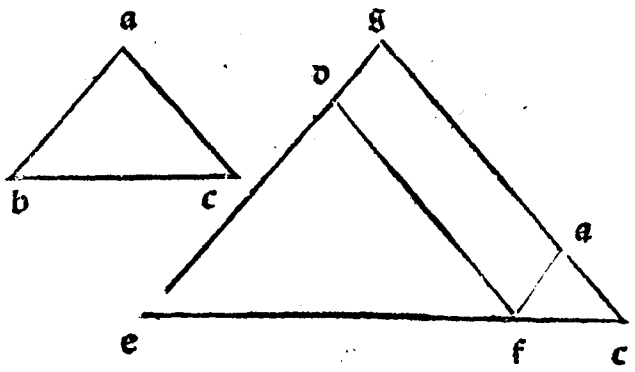


Propositio .3.

SI ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsiꝰ basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus ꝓportionales fuerint lineam illam angulū ꝑ equalia diuidere necessario cōprobaf.

¶Sit trigonus.a.b.c.cuius angulum.a.diuidat linea. a.d.ꝑ equalia :dico ꝙ proportio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c.z ecōuerso:protrahatur enim.b.e. equidistantem.a.d.z producā.c.a.quousqꝫ concurrat cū.b.e.in puncto.e.eritqꝫ per primam partē.29.primi angulus.e.b.a.equalis angulo.b.a.d. z per scōam partem eiusdem angulus.e.angulo.d.a.c.quare angulus.e.est equalis angulo.e.b.a.ergo per.6.primi.e. a.est equalis.a.b.z ideo ꝑ primā partem.7.quinti proportio.e.a. ad.a.c.ē sicut.b.a.ad.a.c.sed per premissam.e.a.ad.a.c. ē sicut.b.d.ad.d.c.ergo b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quod est primum. ¶Secunda pars que est conuersa prime ꝑtis probabitur conuerso modo.Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quare per premissā.e.a.ad.a.c.ē sicut b.d.ad.d.c.erit eadem proportio.e.a.ad.a.c.que est,b.a.ad.a.c. ergo per primā partem.9.quinti.e.a.z.a.b.sunt equales. quare per.5.primi duo anguli.e.z.e.b.a sunt equales.igitur per primā z secundā partem.29.primi angulus.b.a.d.ē equalis angulo.d.a.c.quod est secundum.

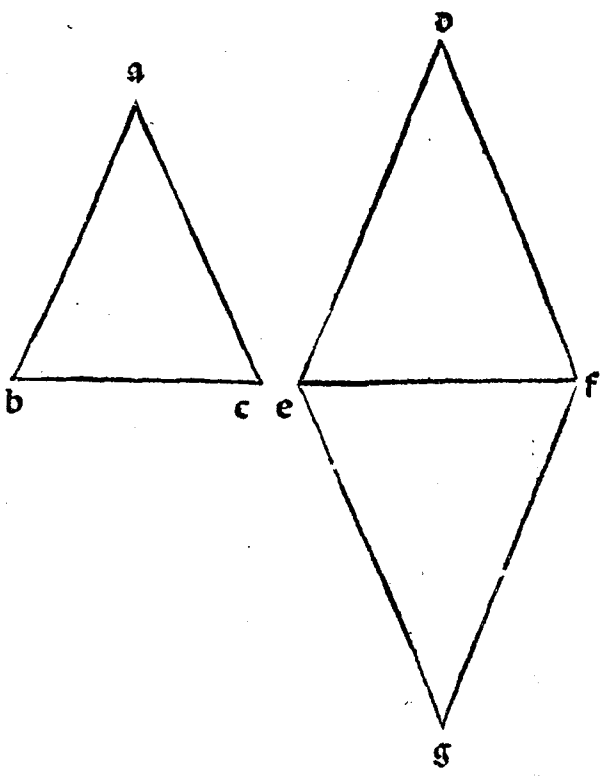




Propositio .4.

OMnium duorum triangulorum quoꝝ anguli vnius angulis alterius sunt equales: latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.

¶ Sunt duo trianguli. a.b.c. d.e.f. equianguli. sitqꝫ angulus. a. eq̄lis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo .e. ⁊ angulus. c. angulo. f. dico qꝫ ꝓportio. d.e. ad. a.b. ⁊ d.f. ad. a.c. est sicut. e.f. ad. b.c. ponā enim ambos triangulos sup lineā vnā que sit. e.c. ita qꝫ duo anguli vnius qui erunt sup hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt super eandē. non quidē medius medio aut extremus extremo. sed medius vnius extremo alterius. ⁊ ponā duos eorū medios angulos in eodē pūcto coire. sitqꝫ. a. f. c. ipse idē triangul⁹ q̄ erat. a.b.c. ⁊ qꝫ angulus. a.f.c. ē eq̄lis angulo. c. ⁊ angulus. d.f.e. āgulo. c. ꝑ ypothesiz: erit ꝑ primum. 28. primi linea. a.f. equidistans. d.e. ⁊ d.f. equidistans. a.c. cōplebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit. g.f. eritqꝫ per. 34. primi. g.a. equalis. d.f. ⁊ g.d. equalis. a.f. quia. ergo per secūdum huius. g.a. ad. a.c. sicut. e.f. ad. f.c. et per eandem. e.f. ad. f.c. sicut. e.d. ad. d.g. erit per. 7. quinti. d.f. ad. a.c. ⁊ per eandem. c.d. ad. f.a. sicut. e.f. ad. f.c. quod est propositum.



Propositio .5.

OMnium duorum triangulorū quorū cunctorū laterū se se respicientiū ē proportio vna anguli lateribus ꝓportionalibus contenti equi sibi invicez esse probantur.

¶ Hec est conuersa prioris nec fecit ex ea ⁊ premissa vnā cōclusionem sicut fecit in secunda ⁊ tertia huius: qꝫ nec eadē figuratione nec eisdē mediis demonstratur quibus ꝑcedens. Sint itaqꝫ duo trianguli. a.b.c. d.e.f. sitqꝫ proportio. a.b. ad. d.e. ⁊ a.c. ad. d.f. sicut. b.c. ad. e.f. dico qꝫ angulus. a. ē equalis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo. e. ⁊ angulus. c. angulo. f. constituā super lineam. e.f. in opposita ꝑte trianguli. d.e.f. angulū. f.e.g. equalem angulo. b. ⁊ angulū. e.f.g equalem angulo. c. eritqꝫ per. 32. primi: angulus. g. equalis angulo. a. ergo per premissam proportio. a.b. ad. e.g. ⁊ a.c. ad. f.g. sicut. b.c. ad. e.f. quare. a.b. ad. d.e. sicut ad. e.g. ⁊ a.c. ad. d.f. sicut ad. f.g. igitur per secundam partem none quinti d.e. est equalis. e.g. ⁊ per eandem. d.f. equalis. f.g. quare per. 8. primi: duo trianguli. d.e.f. ⁊ g.e.f. sunt equianguli: quare ergo triangulus. g.e.f. est etiam equiangulus triangulo. a.b.c. constat propositum.

Propositio .6.

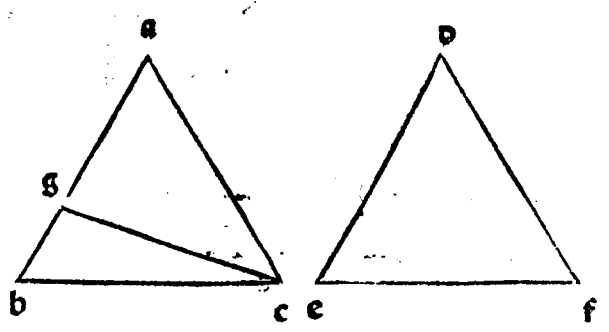
ODnes duo trianguli quorum vnus angulus vni⁹ vni angulo alterius eq̄lis. lateraqꝫ illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se invicem equianguli.

¶ Maneat prior dispositio. ⁊ sit solū angulus. b. equalis angulo. d. e.f. ⁊ proportio. a.b. ad. d.e. sicut. b.c. ad. e.f. dico adhuc duos triāgulos. a.b.c. d e.f. esse equiangulos: cum enim sit per. 4. huius propter ypothesis ꝑmisse condu/

sionis.a.b.ad.c.g.sicut.b.c.ad.e.f.erit.a.b.ad.d.e.sicut.a.b.ad.e.g.quare per secundam partem none quinti.d.e.est equalis.e.g.quia ergo duo latera.d.e.z.e.f. trigoni.d.e.f.sunt equalia duobus lateribus.e.g.z.e.f.trigoni.g.e.f.z angulus.e. vnius angulo.e.alterius:quia vterqz est equalis angulo.b.ipsi erunt per quartam primi equianguli z quia.e.g.f.est etiam equiangulus.a.b.c.patet propositum.

Propositio .7.

Si fuerint duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis:duoqz suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti:duorum vero demum reliquorum vterqz aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.

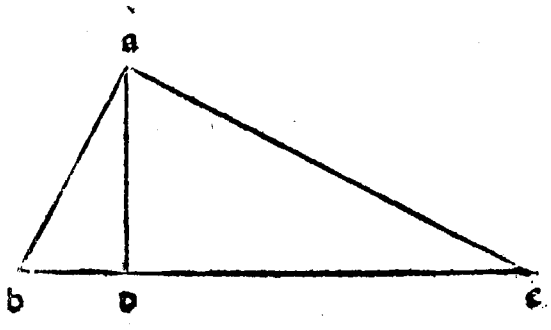


¶Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitqz angulus.a.equalis angulo.d.z proportio a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e.z vterqz duorz angulorum.b.z.e.aut neuter sit minor recto:dico eos esse equiangulos.Si eni angulus.c.vnius est equalis angulo.f. alterius:patet propositū per premissam.Sin autem sit.c.maior fiatqz angulus. a.c g.equalis eidem:eritqz per.32.primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d. e.f.quare per quartam huius proportio.a.c.ad.d.f.sicut.g.c.ad.e.f.sz sic fuit.b.c ad.e.f.ergo per.9.quinti.g.c.z.b.c.sunt equales .ergo per quintā primi angulus b.est equalis angulo.b.g.c.si ergo neuter duorū anguloz.b .z.e. fuerit minor recto:accidet duos angulos vnius trianguli nō esse minores duobus rectis: qđ esse non potest per.32.primi Qđ si vterqz fuerit minor recto:erit āgulus.a.g.c.maior recto per.13.primi:quare z angulus.e.sibi equalis est etiam recto maior qđ ē contra ypothe.quare destructo opposito remanet propositū: oportet aūt vtrūqz angulorum reliquorz aut neutrū esse minorem recto.possibile enim est in eodem triangulo vt in triāgulo.a.b.c.lincam.g.c.eē equalē.b.c .z iō erit.a.c.ad vtrāqz earz vna proportio per.7.quinti.Nec tamē erunt trianguli.a.g.c. z.a. b.c. equianguli quāuis vnus angulus vnius sit equalis vni angulo alterius immo idem vt angulus.a.z proportio linee.a .c.put est latus magni ad.a.c.prout est latus pui sicut b.c.latus magni. ad.g.c. latus parui . vtraqz enim equalis :z hoc est ppter hoc q angulus.g.minoris est maior recto:z angulus.b.maioris minor.Nam in omni triangulo duum equalium laterum vterqz angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

Propositio .8.

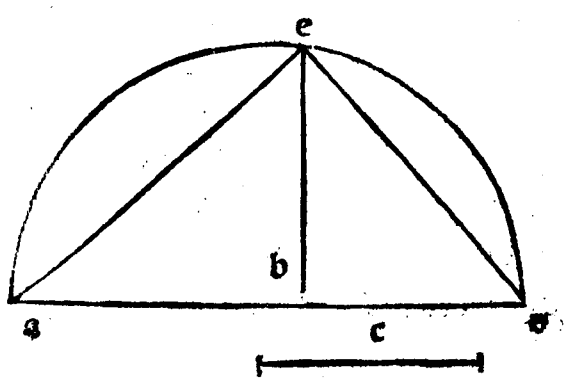
Si ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. fiēt duo trianguli partiales toti triangulo z sibi inuicem similes.Unde etiam manifestum est quia in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad basim perpendicularis ducatur. erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis.Itemqz vtrūqz latus inter totam basim atqz sibi conteriminalē basis portionem.

¶Sit trigonus.a.b.c.orthogonius eiusqz angulus.a.rectus a quo ducatur. a.d.



perpendicularis ad basim. dico q̄ vterq3 duorum triangulorum partialium qui sū a.b.d. a.d.c. similis est totali triangulo. a.b.c. ⁊ vnus eorum alteri. ē enim vterq3 ipsorum equiangulus totali per. 32. primi. co q̄ vterq3 est orthogonius ⁊ in vno angulo cōmunicat cum totali: quare ⁊ sibi inuicem sunt equianguli. ita q̄ angulus b. est equalis angulo. d. a. c. ⁊ angulus. b. a. d. angulo. c. ⁊ duo anguli qui sunt. ad d. sibi inuicem ⁊ angulo. a. totali equales: quare per. 4. huius latera equos eorum angulos respicientia. sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: qō est propositum: vtrūq3 correl'. ex his euidenter apparet.

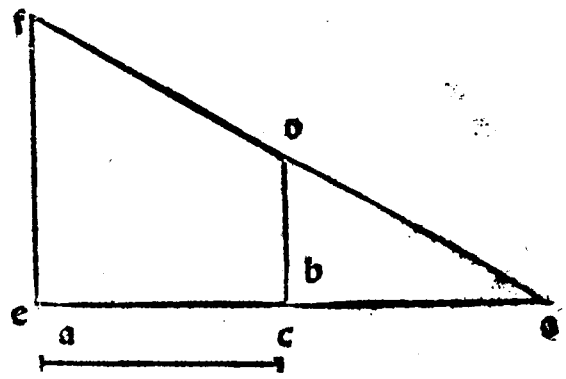
Propositio .9.



Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

¶ Sint due linee proposite. a.b. ⁊ c. inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earuz alteri sitq3 tota ex eis composita. a.d. ita q̄. b.d. sit equale. c. ⁊ super totam describo semicirculum. a.e.d. ⁊ produco .e.b. vsq3 ad circumferentiam perpendicularem ad lineam. a.d. dico lineam. b.e. esse quē querimus: produco enim lineas. e.a. ⁊ e.d. eritq3 per. 30. tertij angulus. e. totalis rectus: quare per primam partē correl'. premisse proportio. a.b. ad. b.e. sicut. b.e. ad. b. d. qō est propositum.

Propositio .10.



Duabus lineis datis tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

¶ Sint due linee proposite. a.b. ⁊ c. quibus volo tertiam in cōtinua proportionalitate subiungere: coniūgo lineam. c. angulariter vt cōtingit cuz linea. a.b. sitq3. a.d. sibi equalis. ⁊ produco lineā. a.b. vsq3 ad. e. donec fiat. b.e. equalis. a.d. ⁊ protracta linea. b.d. a puncto. e. duco lineā sibi equidistantemq̄3 ⁊ lineam. a.d. produco quousq3 concurrant in puncto. f. dico igitur lineam. d.f. esse quē querimus. est enim per secundā huius proportio. a.b. ad. b.e. sicut. a.d. ad. d.f. sed. a.b. ad. b.e: est sicut. a.b. ad. a.d. per. 2. ptē. 7. quinti: quare. a.b. ad. a.d. sicut. a.d. ad. d.f. qō est propositum. Qō si propositis tribus lineis velimus inuenire quartam. ad quam sit proportio tertie sicut prime ad secūdaz: ex prima ⁊ secūda fiat linea vna ⁊ toti cōposite tertia: angulariter adiungat' ⁊ a cōmuni termio prime ⁊ secunde: ducatur linea ad extremitatē tertie: ⁊ ab altero termino secūde ducat' huic linee equidistans: quousq3 concurrat cum tertia in cōtinuz rectumq3 protracta: eritq3 per secundam huius linea q̄3 hec equidistās abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima. a.b. secunda. b.e. tertia. a.d. erit quarta. d.f.

Propositio .11.

A B assignata linea quotamcūq3 iubearis partem abscindere.

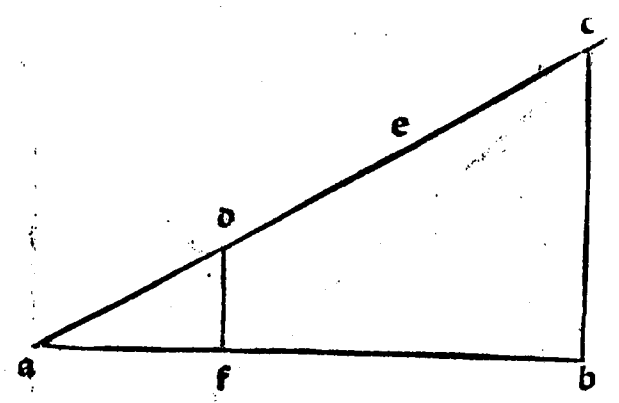
¶ Sit. a.b. linea assignata ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam abscindere: coniungo ei angulariter vt contingit lineam | finite quantitatis que sit .a.c. a qua reseco tres equas portiones.

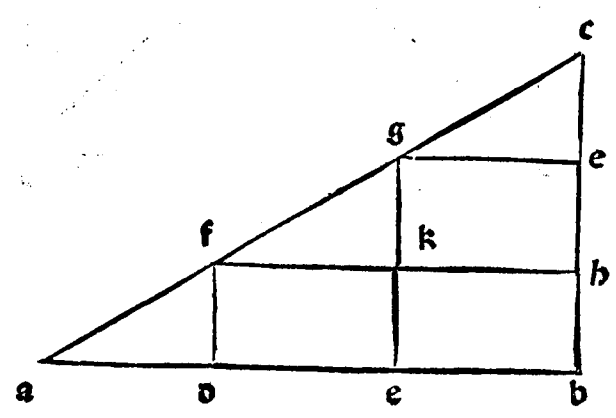
que sint a.d.d.e.z.e.c.z produco lineas .c.b.z.d.f.sibi equidistãtes.dico.a.f.esse tertiam.a.b.est enim per secundam huius proportio.c.d.ad.d.a.sicut.b.f.ad.f.a quare coniunctim.c.a.ad.d.a.sicut.b.a.ad.f.a.cum igitur.c.a.sit tripla.ad. d.a. patet.a.f.esse tertiam.a.b.quod est propositum.

Propositio .12.

Duabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

¶Sint duo linee quas angulariter vt continget coniungam.a.b.z.a c.sitqz.a.b.diuisa in tres vel qualescũqz portiones signatis i ea punctis.d.z.e.volo secundũ easdem portiones diuidere lineam.a.c.cum igitur ipsas angulariter cõiũxero.protrahã lineã.b.c.z equidistantes.ei.d.f.z.e.g dico istas equidistantes diuidere lineam.a.c.in partes proportionales partib⁹.a. b.protraham enim.f.b.equidistantez ꝑ.a.b.que secet.e.g.in puncto.k.eritqz per secundã huius proportio.g.f.ad.f.a.sicut.e.d.ad.d.a.z.c.g.ad.g.f.sicut.b.k.ad.k f.quare z sicut.b.e.ad.e.d.per.34.primi.z scõam partem.7.quinti qõ est ꝓpositũ Oportet autem secũdam huius toticns repetere quot erunt partes lince.a.b. minus vna.At vero.34.primi.z septimi quinti minus duabus.

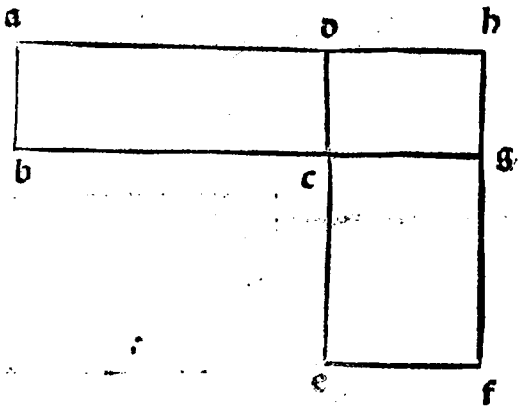




Propositio .13.

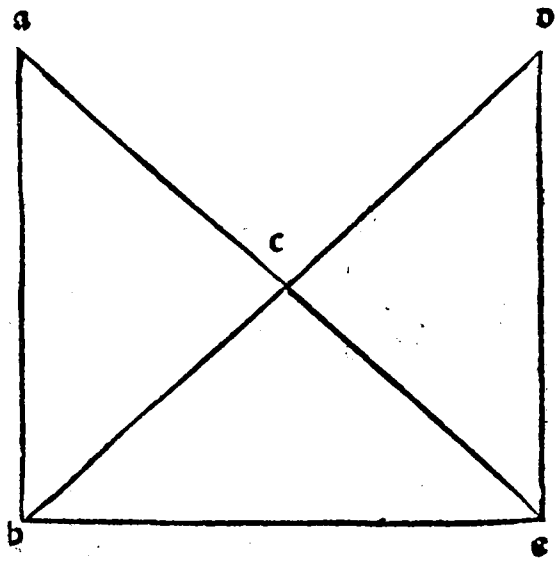
Si due superficies equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni ãngulo alterius equalis equales fuerint latera duos equos angulos continentia mutekesia eẽ Si vero latera duos equos angulos cõtinẽtia mutekesia fuerint duas superficics equales esse necesse est.

¶Sint due superficies.a.b.c.d.z.c.e.f.g.equidistantium laterum z equales. sitqz angulus.c.vnius equalis angulo.c.alterius.dico ꝓportionẽ.b.c.ad.c.g.esse sicut e.c.ad.c.d.z si ꝓportio.b.c.ad.c.g.fuerit sicut.e.c.ad .c.d. z predicti anguli fuerint adhuc equales:dico illas duas superficies equidistantiũ laterũ esse equales. coniungam enim eas angulariter videlicet angulum.c.vnius cum angulo.c.alteri⁹ ita q duo latera earum que sunt.b.c.z.c.g.fiant linea vna :eruntqz similiter duo reliqua latera.d.c.z.c.e.linea vna.alioquin sequereẽ per presentem ypothe.que est angulum.c.vnius:esse equalem angulo.c.alterius.z per.15.primi:partem cẽ equalem toti.cõplebo itaqz supficiem equidistantium laterum productis lineis.a.d.z.f g.quousqz concurrant in.b.eritqz per primam partem.7.quinti vtriusqz superficiei.a.c.z.c.f.ad superficiem.c.b.proportio vna:z quia per primam huius ꝓportio superficiei.a.c.ad supficiẽ.c.b.sicut lince.b.c.ad lineam.c. g. z superficiei. c.f. ad eandem superficiem.c.b.sicut .e.c.ad.c.d.manifesta ẽ prima pars propositc cõditionis.Scõa ps sic pz.q primã eni huius ẽ proportio.b.c.ad. c.g. sicut.a. c.ad c.b.z.e.c.ad.c.d.sicut:c.f.ad eandẽ.c.b.z qz positũ ẽ q proportio.b.c.ẽ ad.c.g.sicut.e.c.ad.c.d.erit vtriusqz duaꝝ supficierũ.a.c.z.e.g.ad supficiẽ .c.b. vna proportio.ergo per primã partem.9.quinti.a.c.est equalis.c.f.sicqz patet scõa pars.



Propositio .14.

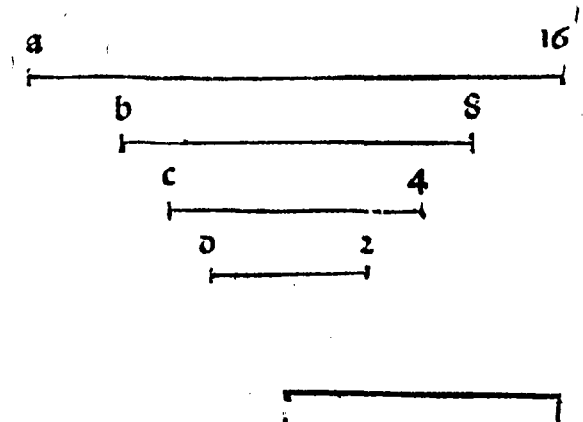
Si duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alteri⁹ equalis eqles fuerint:latera duos angulos equos continentia eruut mutekesia. Si vero latera duos equos angulos cõtinentia fuerint mutekesia duo trianguli eqles



esse comprobantur.

¶Sint duo trianguli.a.b.c.c.d.e.equales:sitq3 angulus.c.vnius equalis angulo c.alterius:dico proportionem.a.c.ad.c.e.esse sicut.d.c.ad.c.b.7 si fuerit ꝓportio a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.7 predicti anguli fuerint adhuc equales:dico illos duos triangulos esse equales:coniungam enim eos angulariter ita q3 latera.a.c.7.c.e.fiant linea vna.eruntq3 similiter.b.c.7.c. d. linea vna. aliter sequeretur partem esse equalem toti.per.15.primi:7 protrahatur lineam.b.e.eritq3 per primam ptem 7.quinti vtriusq3 dictor3 triangulor3 ad triangulum.c.b.c.proportio vna: 7 q3 per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut.a.c.ad.c.c.e secundi eorum ad eũdem sicut.d.c.ad.c.b.manifesta est prima pars ꝓposite conclusionis.¶Secunda pars ecõuerso probatur.q3.a.c.ad.c.c.est sicut primi trianguli ad triangulũ.b.c.e 7.d.c.ad.c.b.sicut secundi ad eundem per primam huius:7 quia positum est vt sit a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.erit vtriusq3 dictorum triangulorum ad triangulũ.b.c.e.vna proportio:quare per primam ptem.9.quinti ipsi sunt equales. sicq3 patet secunda pars.

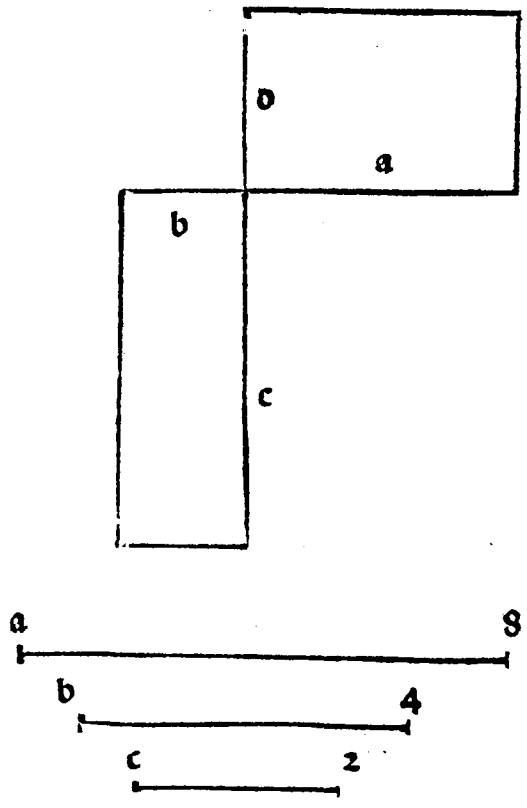
Propositio .15.



Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima 7 vltima rectangulum continetur:equũ erit ei qd̃ sub duabus reliquis. Si vero qd̃ sub prima 7 vltima continetur equu3 fuerit ei qd̃ sub duabus reliquis continetur rectãgulum:quatuor lineas proportionales esse conuenit.

¶Sint quatuor linee.a.b.c.d.proportionales:Sitq3 proportio.a. ad.b .sicut.c. ad.d.dico q3 superficies contenta sub.a.7.d.equalis est superficiei contente sub.b 7.c.7 si superficies contenta sub.a.7.d.est equalis supficiei contente sub.b. 7.c.dico q3 proportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d.Fiant eni superficies contenta sub.a.7.d 7 superficies cõtenta sub.b.7.c.Si ergo est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. laterum illarum superficierũ erunt mutekesia.sed 7 anguli ab eis contenti equales:q3 vtraq3 est rector3 angulorũ: quare per scdam partẽ.13.huius ipsi sunt equales quod est primum.¶Scdm patet per primam partem eiusdẽ.si enim ipse sunt equales. q3 oes anguli earum sunt recti : latera earum erunt mutekesia:quare proportio.a.ad.b. sicut.c.ad.d.quod est secundum.

Propositio .16.



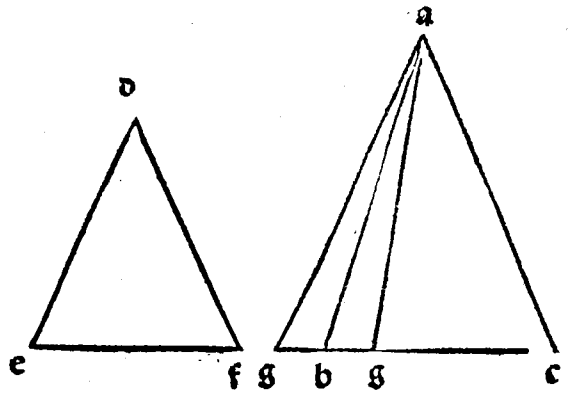
Si fuerint tres linee proportionales qd̃ sub prima 7 tertia rectangulu3 continetur: equũ erit ei qd̃ a secunda quadrato describitur. Si vero qd̃ sub prima 7 tertia continetur equum est ei quadrato qd̃ a secunda producitur: ipse tres linee proportionales erunt.

¶Sit proportio lince.a.ad lineam.b.sicut linee.b.ad lineam.c.dico q3 superficies contenta sub.a.7.c.equalis est quadrato.b.7 si superficies contenta sub.a.7.c.est equalis quadrato.b.dico q3 proportio.a.ad.b.est sicut.b.ad.c.hoc autem est euidens per precedentem posita alia linea que sit equalis.b.ita q3.b.sit in ratione secunde 7 tertie.

Propositio .17.

Si fuerint duo triāguli similes proportio alterius ad alterū est tanq̄z ꝓportio cuiuslibet sui lateris ad suū relatiuū lat⁹ alteri⁹ duplicata. Manifestū etiā ex hoc q̄ omnium triū lineaꝝ cōtinue ꝓportionaliū quāta ē prima ad tertiā tanta erit superficies cōstituta sup primā ad superficiē cōstitutā sup scōam. cū fuerit ei similis in lineatione ⁊ creatione.

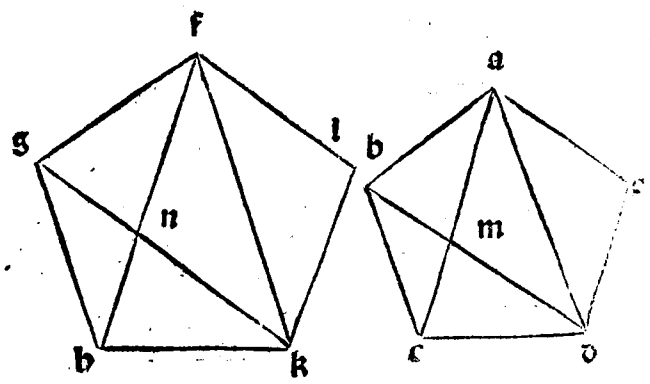
¶ Sint duo trianguli. a.b.c. ⁊ d.e.f. similes erūtq̄ ꝑ diffinitionē equianguli ⁊ laterum ꝓportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo e. ⁊ angulus. c. angulo. f. eritq̄z proportio. a.b. ad. d.e. ⁊ a.c. ad. d.f. sicut. b.c. ad. e f. dico q̄ proportio trianguli. a.b.c. ad triangulum. d.e.f. ē sicut ꝓportio. b.c. ad. e f. duplicata. Subiūgaī enim ꝟm doctrinā .1 o. huius duabus lineis. b.c. ⁊ .e.f. tertia in continua proportionalitate que sit. c.g. ꝓtracta aut resecata. c.b. si. c.g. fuerit ea maior aut minor ⁊ producatur linea. g.a. eritq̄z per scōam partem .14. huius triangulus. a.g.c. equalis triangulo. d.e.f. propter id q̄ ꝓportio. a.c. ad. d.f. est sicut. e f. ad. c.g. ⁊ angulus. c. equalis angulo. f. quare per scōam partem .7. quinti trianguli. a.b.c. ad vtrūq̄z illorum erit vna ꝓportio: sed per primā huius ꝓportio trianguli. a.b.c. ad triangulum. a.g.c. est sicut b.c. ad. g.c. At vero ꝓportio. b.c. ad. c.g sicut. b.c. ad. c.f. duplicata per .10. descriptionem quinti: ꝫ ꝓportio trianguli. a.b. c. ad triangulum. d.e.f. ē sicut proportio. b.c. ad. d.f. duplicata q̄ ō est ꝓpositum. Si autē. c.g. sit equalis. b.c. erit per scōam ptem .14. huius triangulus. a.b.c. equalis triangulo. d.c.f. equalis autē ꝓportio cōponitur ex equali duplicata vel triplicata vel quotiēscūq̄z sumpta. Istam eandē passionē possemus eodē modo ⁊ per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterū similibus sumpta solū .13. presentis loco. 14. Non demonstrat autē eam. q̄ per sequentem demōstratur vniuersaliter de omnibus superficiebus similib⁹. Quare ꝑ correl. q̄ vniuersaliter ꝓponitur de omnibus superficiebus similibus nōdū patet nisi de triangulis. ſz demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic ⁊ non in sequente quia est correl. huius. non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua veritas manifestata est. non ex modo illius.



Propositio .18.

Omnes due superficies simles multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq̄z numero equales. Estq̄z ꝓportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata

¶ Sint gratia exempli duo penthagoni. a.c. d.f.b.k. siles. dico q̄ ipsi sunt diuisibiles in triangulos siles numero eq̄les. ⁊ q̄ ꝓportio alterius eorum ad alteꝝ ē sicut .a.b. ad. f.g. ꝓportō duplicata. ducāī ei linee due. a.c. ⁊ a.d. itēq̄z f.b. ⁊ f.k. eritq̄z ꝑ presentē ypothe. ⁊ ꝑ. 6. huius triangulus. a.b.c. equiangulus triangulo. f.g.b. ⁊ triangulus. a.e.d. triangulo. f.l.k. Similiter quoq̄z per hāc cōem sciam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa sunt: erit triangul⁹. a.c.d. equiangulus triangulo. f.b.k. Nam ipsi penthagoni positi sunt equianguli. ⁊ latez ꝓportionaliū: ⁊ q̄ trianguli in quos diuidunī sunt adinuicē equianguli: vt ꝓbatum est. erunt etiā ⁊ siles ꝑ. 4. huius ⁊ diffinitionē similiū superficiez: quare cum ipsi sint numero equales patet primū. ¶ Scōm sic. ꝓtrahanī. b.d. que secet. a.c. i puncto

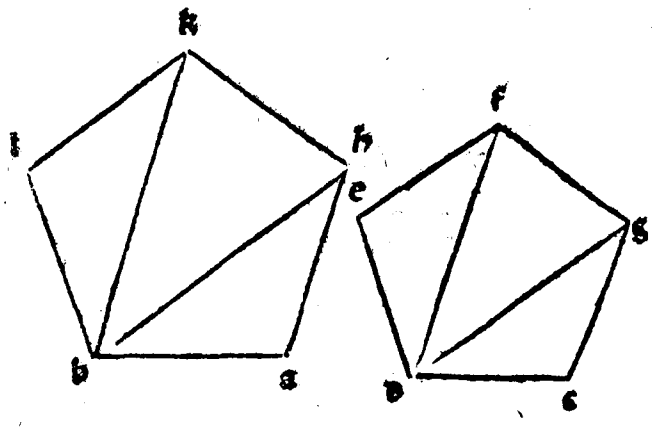


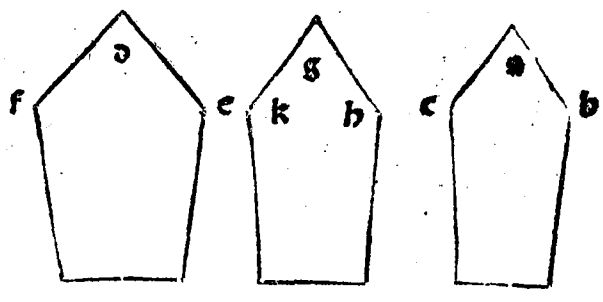
m.z.g.k.que ſecet.f.b.in puncto.n.eritqz triangulus.b.c.d.equiangulus triangu lo.g.b.k.per.6.huius z pſentē ypoth.quare z triangulus.a.b.m.triangulo .f.g. n.z.a.m.d.f.n.k.ergo p.4.huius proportio.b.m.ad.g.n.eſt ſicut.a.m.ad. f.n.z a.m.ad.f.n.ſicut.m.d.ad.n.k.quare per.11.quinti.b.m.ad.g.n.ſicut.m.d.ad.n. k.ergo pmutatim.b.m.ad.m.d.ſicut.g.n.ad.n.k.ſed per primā huius.a.b.m.ad a.m.d.z.b.c.m.ad.c.m.d.ſicut.b.m.ad.m.d.z per eandē.f.g.n.ad.f.n.k.z.g.n b.ad.b.n.k.ſicut.g.n.ad.n.k.ergo p.13.quinti.a.b.c.ad.a.c.d.ſicut.f.g.b. ad.f. b.k.quare permutatim.a.b.c.ad.f.g.b.ſicut.a.c.d.ad.f.b. k.eadē rōne ꝓbabis q z ſicut.a.e.d.ad.f.l.k.ergo p.13.p̄mi quiti toti⁹ pēthagoni ad totū pēthagonū ſicut.a.b.c.ad.f.g.b.per p̄miſſam igitur eſt proportio penthagoni.a.c.d.ad pen/ thagonū.f.b.k.ſicut ꝓportio.a.b.ad.f.g.duplicata qō eſt ꝓpoſitū:ex quo rurſus patet corre.precedentis. ¶Aliter pōt demōſtrari ſcōm.cū eni trianguli i quos pe thagoni diuidunt̄ ſint adinuicem ſimiles: erit per precedētem proportio.a.b.c.ad f.g.b.ſicut.b.c.ad.g.b.duplicata.z.a.c.d.ad.f.b.k.ſicut.c.d.ad.b. k.duplicata. z.a.e.d.ad.f.l.k.ſicut.d.c.ad.k.l.duplicata.q igitur omnes hec ꝓportiōes du/ plicate ſunt equales propter hoc qō poſitū eſt ſimplas eſſe equales:erit p.13.quin/ ti totius penthagoni ad totum penthagonum ſicut lateris vnius ad ſuum relati/ unm.latus alterius proportio duplicata.

Propoſitio .19.

Supra datam lineam date ſuperficiei ſimilem ſuperficiem deſcribere.

¶Sit data linea.a.b.ſupra quā volo conſtituere ſuperficiem ſimilē date ſupficiei que ſit penthagona:z ſit.c.d.e.f.g. diuido hunc pēthagonū in triangulos ductis lineis.d.f.z.d.g.z ſup punctū.a.cōſtituo angulum equalē angulo.c.ducta linea.a.b.z ſuper punctū.b.conſtituo alium an/ gulum:qui ſit.a.b.h.equalē angulo.c.d.g. ꝓtracta linea.b.h.quouſqz cōcurrat cū a.b.in pūcto.h.eritqz per.32.primi angulus.a.b.h.equalis angulo .c.g.d. z ideo per.4.huius latera duoꝝ triangulorꝝ.g.c.d.z.h.a.b.ꝓportionalia:facio quoqz an gulum.b.h.k.ducta linea.b.k.equalē angulo.g.d.f.z angulum.k.b.l. ducta linea b.e.equalē angulo.f.e.d.z angulum.b.h.k.ducta linea.h.k.equalē angulo.d.g.f. z angulum.b.k.l.ducta linea.k.l.equalē angulo.d.f.e.eritqz perfectus penthago/ nus qui cōſtituend⁹ erat ſup lineā.a.b. eſt eni equiangulus dato penthagono p/ pter equalitatē angulorꝝ triangulorꝝ in quos eſt vterqz diuiſus ſed z laterū ꝓpor/ tionaliū propter ꝓportionalitatē laterum ipſorū triangulorꝝ que ex.4. huius eni/ denter apparet:quare per diffinitionem ſimilium ſuperficierū penthagonus con/ ſtitutus ſuper lineam.a.b.eſt ſimilis penthagono dato qō eſt propoſitum.





Propoſitio .20.

Si fuerint vni ſuperficiei ſimiles quaſlibet ſuperficies ſibi inuicem ſimiles eſſe neceſſe eſt.

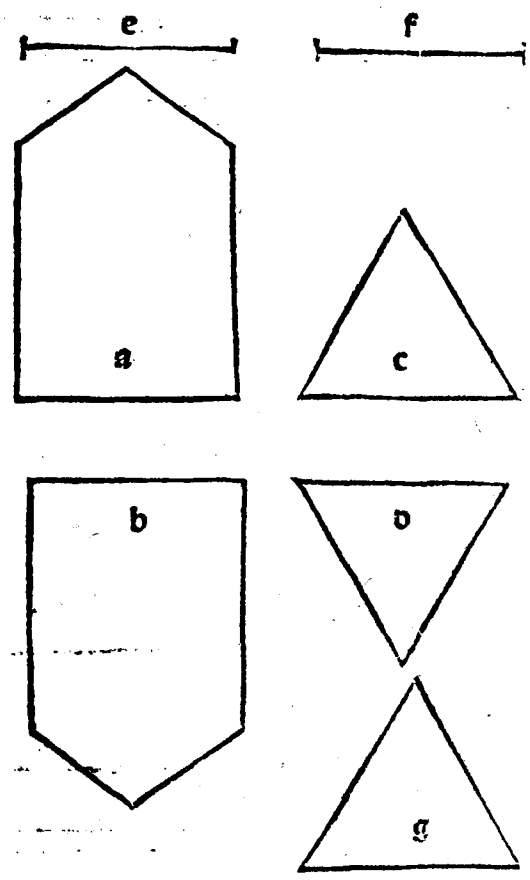
¶Sit vterqz penthagonorum.a..b.c.d.e.f.ſimilis penthagono.g.b k.dico eos eſſe ſimiles ſibi inuicem.Eſt enim vterqz eorum equian/ gulus pēthagono .g.b.k.per cōuerſionē diffinitōis ſiliū ſuperficiē: quare ſunt equianguli adinuicē.Similiter quoqz p cōuerſionē eiuſdē diffinitionis

proportio.a.b.ad.g.b.ſicut.a.c.ad.g.k.ꝛ.g.b.ad.d.e.ſicut.g.k.ad.d.f. ergo per equam proportionalitatem.a.b.ad.d.e.ſicut.a.c.ad.d.f. eodem modo probabis reliqua latera penthagonorum.a.b.c.ꝛ.d.e.f.continentia equos angulos eſſe proportionalia.per diffinitionem itaq; ſimilium ſuperficierum ipſi ſunt ſimiles adinuicem.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .21.

Si fuerint quotlibet linee proportionales atq; ſup binas ꝛ binas ſimiles ſuperficies deſignentur:ipſe quoq; ſuperficies erunt proportionales. Si vero ſuper binas ꝛ binas ſimiles ſuperficies conſtitute fuerint,pportionales:ipſas quoq; lineas proportionales eſſe neceſſe eſt.

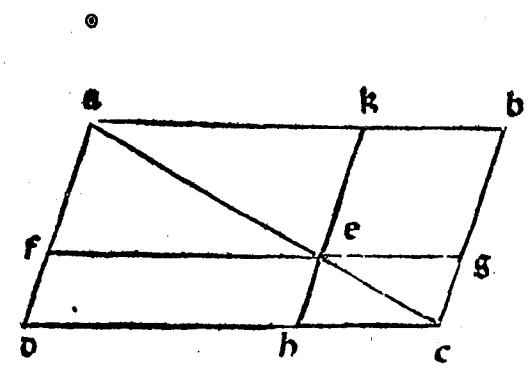
¶Sint quatuor linee proportionales.a.b.c.d.ſitq; proportio.a.ad.b. ſicut.c. ad d.dico q̄ ſi ſuperficies ſimiles conſtituantur ſuper.a.ꝛ.b.vtpote duo penthagoni ſimiles ꝛ alie ſimiles conſtituantur ſuper.c.ꝛ.d. vtpote duo trianguli ſimiles: erit proportio penthagonorum ſicut triangulorum.Qđ ſi fuerint penthagoni ſimiles ꝛ ſimiliter etiã trianguli ſimiles:fueritq; proportio penthagoni ad penthagonum:ſicut trianguli ad triangulũ:dico q̄ erit ,pportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.Subiungat̃ enim lineis.a.ꝛ.b.e.ꝛ lineis.c.ꝛ.d.f. in continua,pportionalitate:ſicut docet.10.huius.eritq; per.22.quinti ꝛ per equã ,pportionalitatẽ.a.ad.e.ſicut.c.ad.f. quia ergo per corrẽ. 17.huius proportio penthagonorum: ẽ ſicut.a.ad.e.ꝛ triangulorum ſicut.c.ad.f.erit proportio penthagonorum ſicut triangulorum:ꝛ hoc eſt primũ.¶Scõm ſic patet.Sint duo penthagoni ſimiles ꝛ duo trianguli ſiles. ſitq; proportio penthagonorum ſicut triangnlorum.dico q̄ proportio. a. ad.b. ẽ ſicut c.ad.d.Sit enim.c.ad.g.ſicut.a.ad.b.hoc enim qualiter fiat.dictum eſt ſupra.10 huius .ꝛ ſuper.g.fiat ſicut docet.19.huius.ſuperficies ſimilis illi que eſt conſtituta ſuper lineam.c.eritq; per premiſſam ſimilis ei que conſtituta eſt ſuper lineam.d. eritq; etiam per primam partem huius.21.que proportio penthagoui.a. ad penthagonum.b.eadem trianguli.c.ad triangulum.g.ſed eadem erat etiam triangu/li.c.ad triangulum.d.ergo per ſecundam partem.9.quinti triangulus. d.eſt equalis triangulo.g.Et quia ſunt ſimiles:erit linea.g.equalis linee.d.per primam partem.17.huius cum ſuper lineas.c.d.ꝛ.g.ſint trianguli:vel per ſecundam partem 18.cum fuerint quelibet alie figure multiangule:equalitas enĩ nõ ,ducit̃ ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quoticnſlibet ſumpta niſi ex eq̃li.erit itaq; c.ad.d.ſicut.a.ad.b.quod eſt propoſitum.



Propoſitio .22.

Tancte ſuperficies equidiſtantium laterum que circa diametrum conſiſtunt toti paralellogramo atq; ſibi inuicem ſunt ſimiles.

¶Sit vt in paralellogramo.b.d.cuius diameter.a.c. conſiſtant ſuperficies.g.b.ꝛ.f.k.equidiſtãtiũ laterũ.circa diametrũ.dico eas eẽ ſiles toti palellogramo ꝛ ſibi iuicẽ.ẽ enĩ p̄ ſcõaz b9 .b.g.ad.g.c.ꝛ.d.b.ad.b.c.ſicut.a.e ad..e.c.ergo coniunctiz,b.c.ad.c.g.ꝛ.d.c.ad.c.b.ſicut.a.c.ad.c.e. q̃re p. 11.hui9 b.c.ad.c.g.ſicut.d.c.ad.c.b.ſed etiam ſicut.a.b.ad.e.g.cũ.a.b.ſit eq̃lis.d.c.ꝛ.e. g.b.c.eodẽ modo erit .a.d.ad.e.b.ſicut.a.b.ad.e.g.ꝛ.d.c.ad.b.c.quia ergo iſta

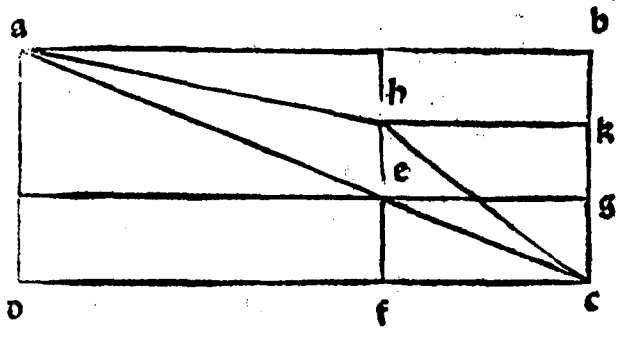


paralellograma ſunt equiangula conſtat per diffinitionē ſimilium ſuperficiey.g.b, eſſe ſile.b.d. Sili quoq; modo ꝓbaī.f.k.eē ſile eidē. ꝓpt̄ hoc q.b.a.ad.a.k.z.d.a ad.a.f.ē ſicut.c.a.ad.a.e.p ſcōaz hui⁹ z cōiūctā ꝓportionalitatē: q̄re p.20.hui⁹.f.k ē etiā ſile.g.b. ſicqz pz totū.

Propoſitio .23.

I in ſuo ſpacio palellogramū partiale diſtinctum toti paralellogramo ſimile. atqz ſcōm ſuū illius eſſe fuerit: circa einſdem diametrum conſiſtit.

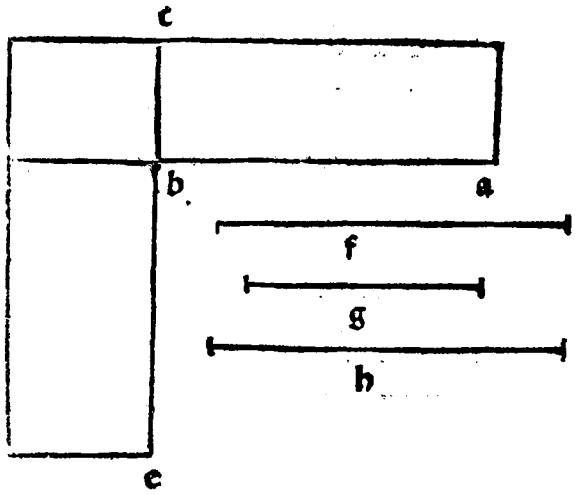
¶ Sit ut in paralellogramo.b.d. ſit diſtinctum paralellogramū. f.g. qō ſit ſibi ſimile. z ſcōm ſuū eē. i. participans cū eo in angulo.c. dico q paralellogramū.f. g. conſiſtit circa diametrū paralelligrami .b.d.z. eſt hec conuerſa precedentis. producā enī.a.e.c. que ſi fuerit diameter paralellogrami.b.d.cō ſtat propoſitum. Sin autem ſit.a.b.c. diameter eius. z ducaī.b.k. equidiſtans.f. c. eritqz per premiſſam paralellogramū.f.k. ſimile palellogramo.b.d. ergo per conuerſionē diffinitionis ſimilium ſuperficiey ꝓportio.b.c.ad.k.c.ē ſicut.d.c.ad.f.c. ſed per eandē cōuerſionē dicte diffinitionis ꝓportio.b.c.ad. g.c.ē ſicut.d.c.ad.f.c propter id qō palellogramum.f.g. poſitum eſt ſimile paralellogramo.b.d. ergo per 11.quinti proportio.b.c.ad.g.c.eſt ſicut.b.c.ad.k.c. vtraqz enī eſt ſicut.d.c.ad.f.c quare p ſecūdā ptē none quinti.g.c.eſt equalis.k.c. pars videlicet toti quod ē impoſſibile. Erit igitur.a.e.c. diameter palellogrami.b.d. quod eſt propoſitum.



Propoſitio .24.

Omnium duarum ſuperficierum equidiſtantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis ꝓportio alterius ad alteram ē que ꝓducitur ex duab⁹ proportionibus ſuoy latey duos equos angulos ꝓtinentium

¶ Sint due ſupficies equidiſtantiū laterū.a.c.z.e.d. ſitqz angul⁹.b. vnius equalis angulo.b. alterius. dico q ꝓportio vnius ad alterā ꝓducta eſt ex proportione.a.b.ad.b.d.z.c.b.ad.b.e. diſponā enim has duas ſupficies penitus ſicut diſpoſui eas in..13.huius. adiuncto ad vtrāqz palellogramo.c.d.z ponam ut ꝓportio linee.f.ad lineā.g. ſit ſicut.a.b.ad.b.d.z.g.ad.b. ſicut.c.b.ad.b.e. qualiter enī hoc fiat. dictum eſt ſupra.10.huius: eritqz per primā huius.z.11.quinti. a.c. ad.c.d. ſicut.f.ad.g.z.c.d.ad.d.e. ſicut.g.ad.b. quare p.22.quinti erit in equa proportionalitate.a.c.ad.d.e. ſicut.f.ad.b.z quia.f.ad.b. producitur ex.f.ad.g.z.g. ad.b. vt dictū ē in fine expoſitionis.11. diffinitōis q̄nti. erit ut.a.c.ad.d.e. ꝓducaī ex eiſdē: q̄re cōſtat ꝓpoſitū.



Propoſitio .25.

Date ſupficiei ſimilem alijq; ꝓpoſite equalem deſignare.

¶ Sint ꝓpoſite due ſupficies rectilince. A. penthagona. B. exagona. volo facere vnā ſupficiem ſilem. a. z equalē. b. vtrāqz ꝓpoſitay ſuperficiey reſoluo in triangulos. A quidez i triangulos. c.a.d. B. vero i triangnlos. e.b.f.g. z ſup baſim ſuperficiei. a. que ſit. h.k. cōſtituo ſecūdū doctrinā. 44. primi ſuperficiē equidiſtantium laterum rectangulam equalem c. que ſit. h.l. z.l.m. equalem. a. z. m.n. equalem. d. ut ſit tota ſuperficies equidiſtātium laterum. h.n. conſtituta ſuper baſim .h. k. equalis penthagono. a. Eodem modo ſuper lineam. k.n. que eſt ſm latus huius ſuperficiei conſtituo aliā ſuperficiem rectangulā eq̄lem exagono. b. q: facio. k.o. equalem. e. z. q: p. equalē. b. z. p.q equalē. f. z. q.r. equalem. g. vt ſit tota rectangula ſuperficies. n.r. equalis exagono.

b.z pono per.9.huius lineam.s.t.proportionalē inter lineam.h. k.z lineā.k.r. z super eam scōm doctrinam.19.huius constituo superficiem.v. similem superficiei a.dico ipsā esse quā querimus z equalem superficiei.b.cum enīz tres linee.h.k.s.t. z.k.r.sint continue proportionales.z super primā z secūdā sint constitute super/ficies similes videlicet.a.z. v.erit per corrē.17.huius.a.ad.v.sicut. h.k. ad.k.r. quare per primam huius sicut.h.n.ad.n.r.z ideo per primam partem septime q̄n ti sicut.a.ad.n.r.z propter hoc per secundam partem eiusdem sicut.a. ad.b. itaqz per scōam. parte.9.quinti.v.est equalis.b.qō est propositum. ¶ Qō etiā possum⁹ ex pmutata ꝓportionalitate facile ꝓbare.quia cum sit. a.ad.v.sicut.h.n.ad.n.r. erit permutatim.a.ad.h.n.sicut.v.ad.n.r.z quia.a.est equalis.h.n.erit.v.equa/lis n.r.quare.v.est etiā equalis.b.per hanc cōmunē scientiam:quecunqz vni z ei/dem sunt equalia inter se sunt equalia.Nō est autē necessariū vt superficies.h. l.l. m.z.m.n.equidistantium laterum equales triangulis.c.a.d.aut supficies.k. o.o. p.p.q.z.q.r.equales triangulis.e.b.f.g.sint rectangule. sed ut angulus extrinsec⁹ superficiei.l.m.sit equalis angulo intrinseco superficiei.l.h.z extrinsecus.m.n.in/trinseco.m.l.Similiter quoqz ut extrinsecus superficiei.k.o.sit equalis intrinseco superficiei.h.n.z extrinsecus.o.p.intrinseco.k.o.sicqz de ceteris. Cum enīz sic fue rit erit vnaquaqz linearum.k.n.z sibi opposita.h.m.itemqz.h.r.z sibi opposita.n q.linea vna per vltimam partem.29.primi:z per.14.eiusdem: quotiens oportuc/rit equaliter repetitas:propter id qō omnes superficies.h.l.l.m.z.m.n.Itemqz.k o.o.p.p.q.z.q.r.sunt equidistantium laterum z angulus extrinsec⁹ cuiusqz sequē/tis est equalis intrinseco eā p̄cedentis:quare due supficies.h.n.z.n.r.erunt equi/distantium laterū z inter lineas equidistantes.z equalis altitudinis. Cetera ergo argue vt prius:

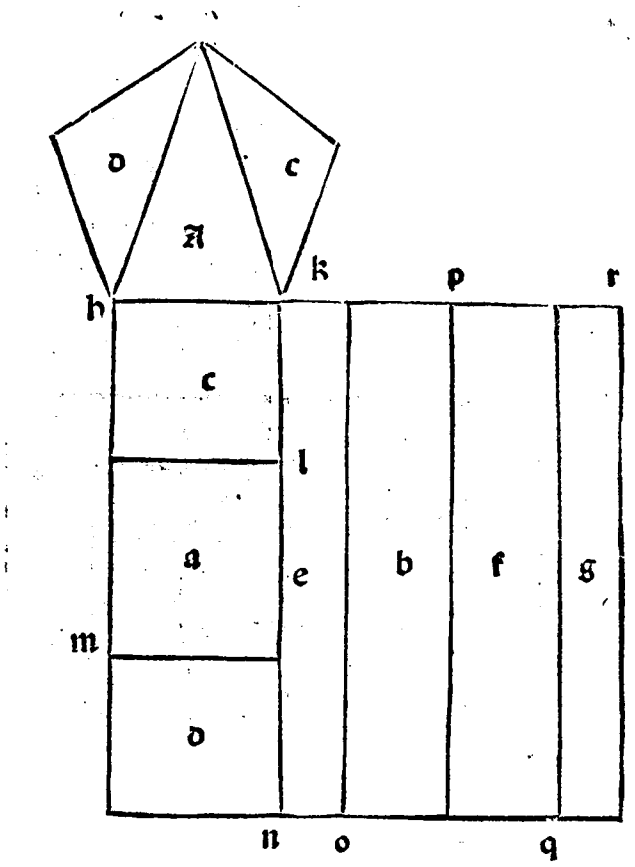
Propositio .26.

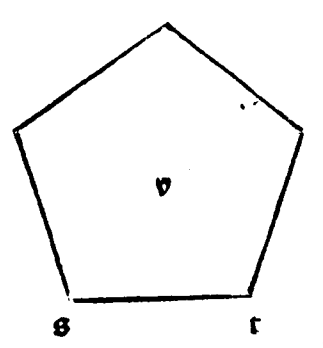
Super dimidiū date linee palellogramū designatum ma/ius ē eo palellogramo cui date linee applicato deest ad cōpletionē linee sil'e z sup diametruz consistens super di midium collocati.

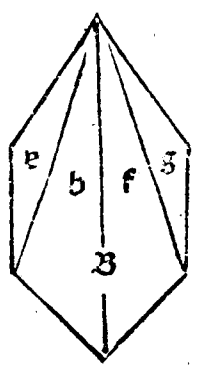
¶ Sit data linea.a. b.sup cuius dimidiū.c.b.cōstituaī palellogramū c.d.cuius diamcter.b.e.z ad lineā.a.b.applicēī palellogramū.a.f.cuius vnū lat⁹ secet.e.c.in puncto.g.ita q̄ ad cōplementū totius linee.a.b. desit supficies. f.b.q̄ sit similis supficiei.c.d.z consistēs circa diametrū eius:dico tunc q̄ palellogramū c.d.est mai⁹ palellogramo.a.f.Est enī p̄ primā huius.a.g.equale.g. b.z p.43.pri mi.c.f.equale.f.d.ergo per hāc cōmunē scientiam:si equalibus equalia addas.zc. erit gnomo cōstans ex tribus palellogramis q̄ sunt.c.f.f.b.z.f.d.eq̄lis palellogra mo.a.f.quare palellogramū.c.d.ē maius palellogramo. a. f.i palellogramo.e.f. qō ē propositū. Idē etiā eēt si supficies.a.f.fieret altior supficie.c.d.vt videre po/tes in secunda figura i qua etiā per primā huius.a.g.ē equale.g.b. demptis itaqz vtriqz duobus supplemētis superficiei.f.b.excedet palellogramū.c.d. palellogra/mum.a.f.in palellogramo.f.e.

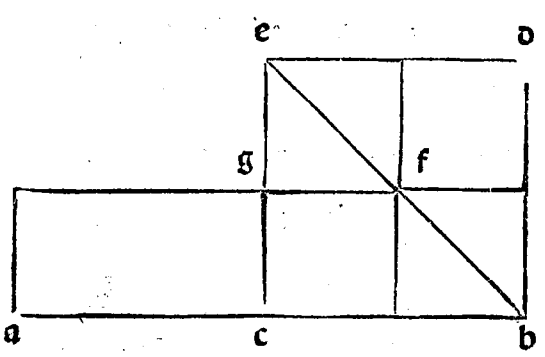
Propositio .27.

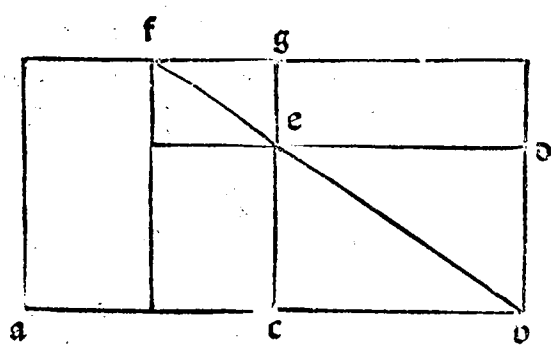
Rilatera superficie ꝓposita equū ei sup quēlibet assigna/tā lineā palellogramū designare cui desit ad cōplēdā line am alij supficiei ꝓposite sil'e palellogramū qō scōm eiusdē suum esse paralellogramo super dimidium date linee col/locato minime maius existat.

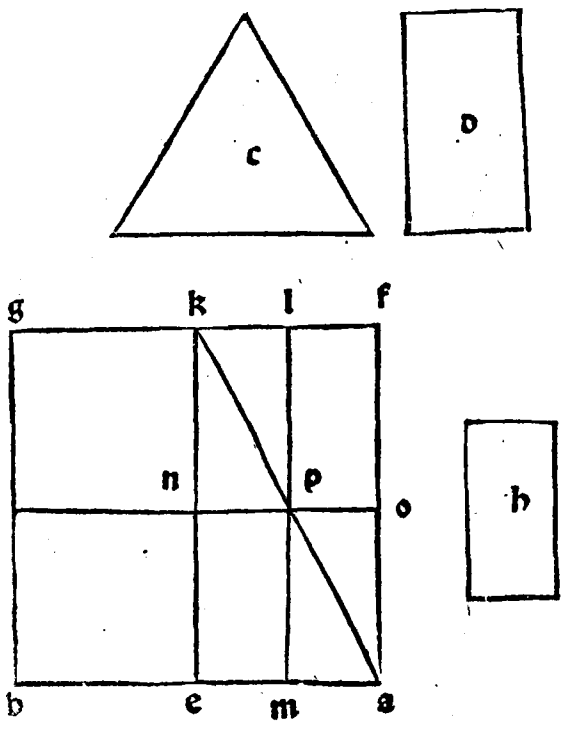






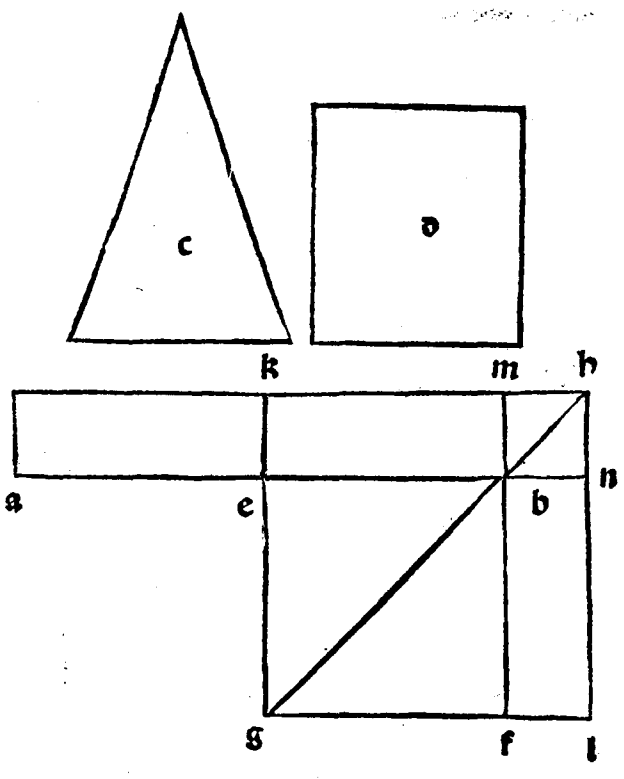






¶Sit assignata linea.a.b.z propositus triangulus.c.propositūqz palellogramum d.volo super lineam.a.b.designare palellogramū equale triangulo.c. ita ꝙ desit ad cōplendam lineam.a.b.paralellogramū simile.d.z sit ita conditionatū. ꝙ triangulus.c.non sit maior palellogramo simili.d.collocato sup dimidiū linee.a.b. alioquin ad impossibile laborarē per premissam. Diuido igitur lineā.a.b.per equalia in puncto.e.z secundum doctrinam.19.huius.super eius medietatem .e.b constituo paralellogramuz.e.f.simile.d. z complebo super totam lineam.a.b.paralellogramū.b.g.quia igitur.c.non est maior paralellogramo. e.f. sed equalis ei aut minor sicut positū est. Si fuerit ei eq̄lis.erit palellogramū.e.g.quale intendit̄ p.36.p̄mi coadinuāte p̄ma pte.9.z p diffinitionē silīū superficierū z.20.hui⁹.Si aūt mior sit mior in superficie aliq̄ cui eq̄lis z silis.d.fiat ꝟm doctrinaz.25.huius que sit h.eritqz.h.similis.e.f.per.20.huius.quare per conuersionem diffinitionis equiangula sibi z proportionalium laterum:protrahabam igitur in palellogramo.e.f.diametrum.b.k.z resecabo latera.k.f.z.e.k.superficiei.e.f.ad mensurā laterum superficiei.b.protractis lineis.l.m.z.n.o.equidistantibus lateribus superficiei.e.f.secantib⁹ se in pūcto.p.vt superficies.k.p.sit equalis z similis superficiei.b.eritqz p.23. huius punctū.p.in diametro.k.b.protracta itaqz.o.n.vsqz ad.a.g.dico paralellogramū.a.p.esse q̄le ꝓponit̄.Deest enī sibi ad cōplemētū linee.a.b.pallellogramū p.b.qđ per.22.z.20.huius est simile palellogramo.d. Sed ipsū etiā palellogramū a.p.est equale triangulo.c.Est enim per primā huius.a.n.equale.n.b. ergo p.43. primi: z hanc cōmunem scientiaz :si equalibus equalia addas.zc.paralellogramū a.p.est equale gnomoni.n.b.l.z quia iste gnomo est equalis triangulo.c. propter id qđ paralellogramū.e.f.positum fuit esse maius triangulo.c.in paralellogramo b.qđ est equale paralellogramo.k.p.patet propositum.

Propositio .28.



Super datam lineam date superficiei trilatere equum paralellogramum constituere .qđ addat super cōpletionem date linee superficiem equidistantium lateruz date superficiei equidistantium laterum similem.

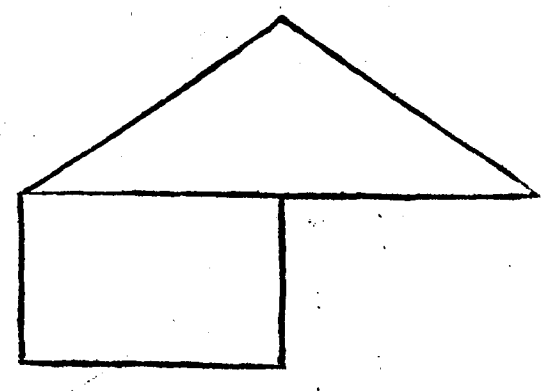
¶Sit vt prius data linea.a.b.z datus triangulus.c.datumqz paralellogramum.d.volo super lineam.a.b.constituere palellogramū equale triangulo.c.qđ addat super totam lineā.a.b.palellogramū simile.d.divido lineam. a.b.p equalia in puncto.e.z super eius medietatem.c.b.facio.e.f.similem.d. ꝟm qđ docet.19.huius. z ꝟm doctrinam .25.huius.facio.k.l.cui⁹ diametrū.g.b. similem.d z equalem duabus superficiebus.e.f.z.c.eritqz per.20.huius.k.l.similis.e.f. supposita igitur superficie.k.l.superficiei.e.f.ita ꝙ ābe cōmunicēt in angulo.g.erit per 23.huius superficies.e.f.consistens circa diametrum superficiei. k.l. quare pūctū b.est in diametro.g.b.cōplebo igitur palellogramū.a.b.qđ dico esse quale ꝓponitur.qđ cōstat ꝓtractis linea.f.b.vsqz ad.m.z linea.e.b.vsqz ad.n.Est enim per primam partem huius.a.k.equale.k.b.z ideo per.43.primi ē etiā eq̄le.n.f. addito ergo vtriqz.e.b.erit p cōez sciam.a.b.equale gnomoni. e.b.f. sed iste gnomo ē equalis triangulo.c.quia paralellogramū.k.l.positum fuit equale duab⁹ superficiebus.c.z.e.f.ergo palellogramū.a.b.ē eq̄le.c.z addit ad cōplemētū linee.a.b.palellogramū.m.n.ꝙ p.22.z.20.b⁹ ē silē palellogramo.d. q̄re ꝓstat pfectū esse quod

volumus. Possumus aũt ad lineã datã adiungere palellogramũ equale nõ solũ tri atlere superficiei posite. sed ꝛ cuilibet rectilince figure proposite quecunqꝫ ipsa fue rit cui desit ad cõplendã lineam datam superficies similis superficiei equidistanti um laterum proposite: sicut docꝫ premissa obseruata conditione eius nc laboretur ad impossibile per ante premissam. vel ꝙ addat ad cõplendam lineam superficiẽ equidistantium laterum similem superficiei proposite: sicut proponit cũclusio pre/ sens. propositam enim snperficiem cui equale paralellogramũ debet ad lineã da/ tam adiungi. qõ addat aut diminuat ad completionem linee paralellogramũ simi le paralellogramo dato: resoluemus in triangulos. ꝛ ipsis mediantibus describe/ mus superficiem equidistantium laterum totali superficiei proposite equalem. hoc autem qualiter fiat: ꝛ si scire volueris. require. 25. huius. debinc super duplum ba/ sis eius equalis altitudinis triangulum cõstituemus quẽ si. 44. primi diligenter in spexeris paralellogramo prius designato inuenies esse equalem :quare ꝛ superfi/ ciei proposite: huic ergo triangulo si equale paralellogramũ ad lineam datam ad/ iunxeris qõ addat ad complementum linee aut minuat paralellogramũ simile pa/ ralellogramo dato secundum ꝙ docet hic et premissa: quod propositum erat te p/ fecisse non dubites.

Propositio .29.

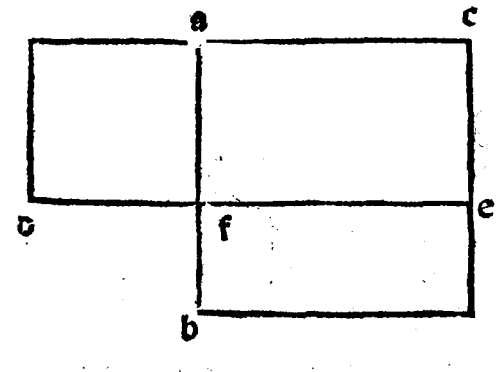
Quamlibet lineam propositam secundũ proportionem ha bentem medium. duoqꝫ extrema secare.

Sit proposita linea. a. b. q̃ꝫ volo diuidere secundũ proportionem habentem medium ꝛ duo extrema ex ipsa describo quadratum .b.c. ꝛ ad eius latus. a. c. adiungo ẽm qõ docet premissa paralellogramũ r. d. equale quadrato. b. c. ꝙ addat ad cõplementũ linee. a. c. paralellogramũ. a. d. ꝙ sit simile. b. c. sitqꝫ latus palellogrami. c. d. qõ equidistat. a. c. d. e. ꝛ secet lineam a. b. in puncto. f. dico lineã. a. b. esse diuisam in puncto. f. sicut proponitur: est enĩ a. d. quadratum propter id qõ est simile. b. c. quare. a. f. est equale. f. d. sed ꝛ. f. e. est equalis. a. b. propter id qõ est equalis .a. c. per. 34. primi: ꝛ quia. c. d. equale. b. c. empto vtrũqꝫ. c. f. erit. a. d. equale. e. b. ꝛ angulus. f. vnius angulo. f. alterius. er/ go per. 13. huius latera sunt mutekesia: ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. ꝛ qꝛ. e. f. est equalis. a. b. ꝛ. f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi: diuidatur enim. a. b. in puncto. f. ẽm qõ docꝫ. 11. secundi: sitqꝫ. e. b. qõ continetur sub tota. a. b. ꝛ eius parte .f. b. ita ꝙ .f. e. sit equalis. a. b. ꝛ. a. d. sit quadratum. a. f. est itaqꝫ per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. qõ restat arguere ut pri⁹: per. 13. huius. vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum qõ docet. 11 secundi. qõ fit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partẽ 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secundã ad. f. b. tertiã per diffinitionem itaqꝫ diuisa est. a. b. vt proponitur.

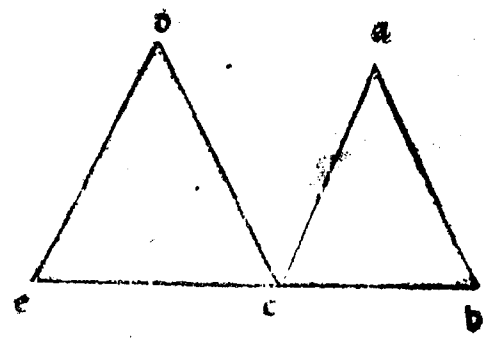


Propositio .30.

Si fuerint duo trianguli super vnũ angulũ ꝓstituti quorũ duo latera angulũ illuꝫ continentia duobus alijs eorum lateribus equidistẽt. fuerintqꝫ illa q̃tuor latera scõm equi distantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super vnã lineam rectam cõstitutos esse necesse est.

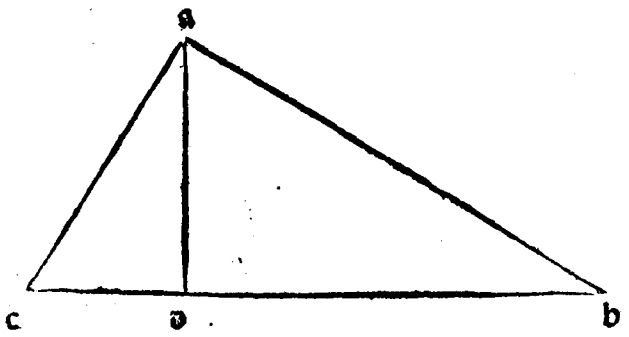


Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. ꝓstituti sup angulũ. a. c. d. sitqꝫ. a. c. equidistãs



d.e.z.d.c.a.b..z sit proportio.a.c.ad.d.e.sicut.a.b.ad.d.c.dico q3 due bases eo rum.b.c.z.c.e.sunt linea vna.Est enim angulus.a.equalis angulo.d .quia vterq3 eorum est equalis angulo.a.c.d.per primam partem·29.primi:igitur per presentē ypothe.z.6.huius ipsi trianguli sunt equianguli. z angulus. b. est equalis angulo d.c.e.z angulus.a.c.b.angulo .e.quare per .32.primi:tres anguli qui sunt. ad.c. sunt equales duobus rectis:ipsi enī equantur tribus angulis vtriuslibet duorum trī angulorum:ergo p.14.primi.b.e.est linea vna:quod est propositum.

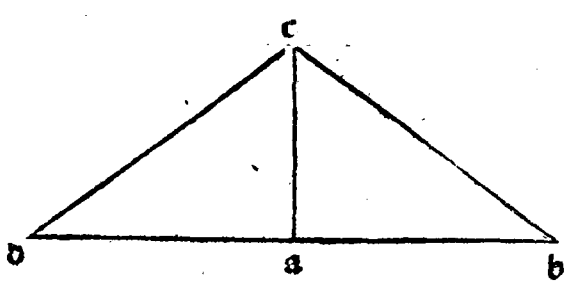
Propositio .31.

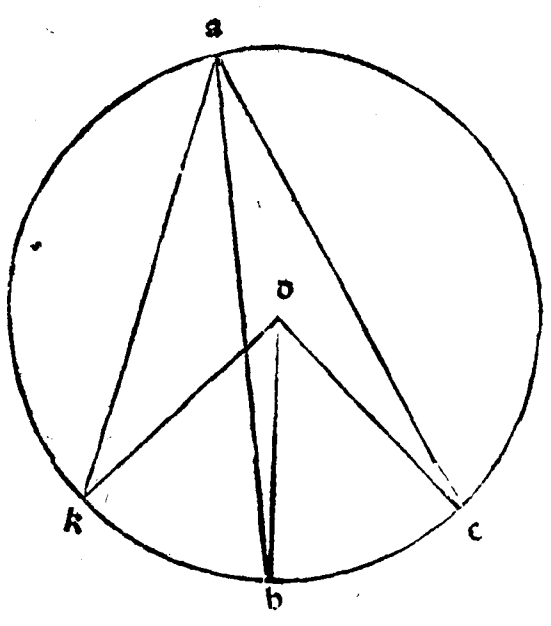


IN omni triangulo rectangulo superficies lateris q3 subtenditur angulo recto equalis est superficiebus duorū laterum angulum rectum continentium pariter acceptis.cū fuerint similes ei in lineatione z creatione:

¶Hoc proponit penultia primi de superficieb9 quadratis proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus .vnde hec est illa tāto vniuersalior quāto superficies laterata q̄drato.¶Sit itaq3 triangulus rectangulus.a b.c.cuius angulus.a.sit rectus.dico q3 superficies constituta super latus.b.c.est equalis duabus superficiebus constitutis super.a.b.z.a.c. cuz omnes tres superficies fuerint similes in figura z situ:ducam perpendicularem.a.d.ad lineam.b.c. eritq3 per secundā partem corel'.8.huius proportio .b.c.ad.c.a.sicut.c.a.ad.d.c. z.c.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.d.b.Si itaq3 super quālibet triū linearum.b.c.c.a.z.a b.fiat supficies similis alijs in figura z situ.erit per corel'.17.huius ꝓportio superficiei cōstitute sup.b.c p̄mā.ad cōstitutā sup.c.a.scōaz sicut.b.c.p̄me ad.d.c.ttiāz itē eiusdē supficiei cōstitute sup b.c.p̄mā ad cōstitutā sup .a.b.scōaz sicut.b.c. p̄me ad.d.b.ttiā p idē corel'.q̄re p cōuersā ꝓportionalitatē supficiei.a.c.ad supficiē.c.b sicut.c.d.ad.c.b.z sīr supficiei.a.b.ad sr̄ficiē.b.c.sicut .b.d.ad sr̄ficiē.b.c.z ponat a.c p̄maz.c.b.scōa z q̄rta z.c.d.supficies ttia.z.a.b. supficies quita. z.b.d. supficies sexta.z arguat' p .24.quiti qō proportio superficiei constitute super.b.c. ad. duas supficies constitutas super.c.a.z.a.b.simul.ē sicut.b.c.ad.c.d.e .d.b.simul quia igitur .b.c.est equalis duabus lineis.c.d.z.d.b.simul sumptis .erit superficies constituta super.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super.c.a.z.a. b.simul sūptis:qō est ꝓpositū.¶Cōuersam quoq3 huius possumus facile demonstrare per modū demōstrationis vltime primi.sit enī triangul9.a.b.c. sitq3 superficies constituta sup.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super duas lineas.a.b.z.a.c.sibi similibus.dico q3 angulus.a.est rectus:ponā enim angulū.c.a. d.rectū.z lineā.a.d.eq̄lē.a.b.z claudo sr̄ficiē ducta linea.d.c.eritq3 p hāc.31.supficies cōstituta sup .c.d.eq̄lis duab9 cōstitutl sr̄ duas lieas.c.a.z.a.d.sibi silib9.q̄re etiā cōstitute sup.b.c.sibi sil'i.hec enī posita ē eq̄lis duabus cōstitutis sup.a.b.z.a c.sibi sil'ibus:erit ergo linea.b.c.equalis.c.d.quare p.8.primi angulus. a. ē rectus qō est propositum.

Propositio .32.

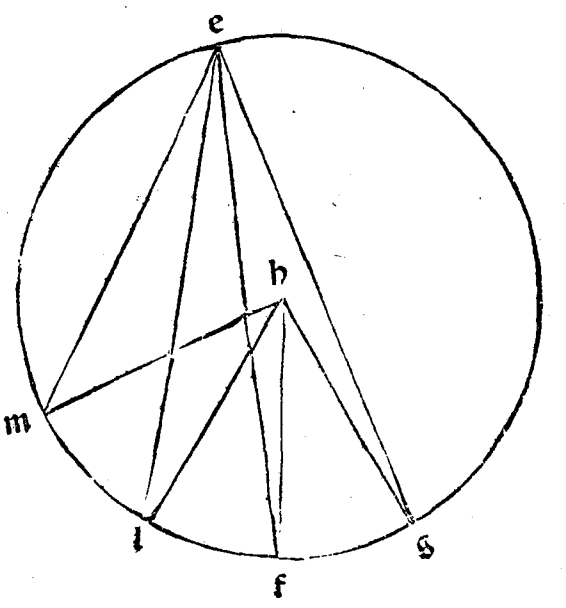




SI in circulis equalibus supza centrū siue supza circūferētiam anguli consistant .erit angulorum proportio tanq3 proportio arcuū illos angulos suscipientium.

¶Sint circuli.a.b.c.cuius centrū.d.z.e.f.g.cuius centrū.h. eq̄les: sup quoz centra fiant duo anguli.b.d.c.z.f.h.g.z sup eoz circūferētias alij duo qui sint.b.a.c.z.f.e.g.dico q3 ꝓportio angulorz tā eorz q̄ sūt sup centra

q̄z eorum qui super circūferentias: est sicut arcus.b.c.ad arcum.f.g.cōtinuabo enī illis duobus arcubus alios arcus equales.siue scōm cundē numerum:siue secundū diuersos:sitq; arcus.k.b.equalis.b.c.ꝛ vterq; duorum arcuum.l.m.ꝛ.f.l.equalis f.g.ꝛ producam lineas.k.d.k.a.m.b.l.b.m.c.ꝛ.l.e. eruntq; per.26.tertij anguli qui sunt ad.d.adinuicem equales.Similiter quoq; ꝛ qui sunt ad.b.adinuicē equales. Idem etiam de his qui sūt ad.a.ꝛ de his qui sūt ad.e. sicut igit̄ arcus.k.c. est multiplex arcus.b.c: ita angulus.k.d.c.anguli.b.d.c.ꝛ angulus.k.a.c.anguli.b.a c.similiter sicut arcus.m.g.est multiplex arcus.f.g.ita angulus.m.b.g.anguli.f.b. g.ꝛ angulus.m.e.g.anguli.f.e.g.sed si arcus.k.c.est equalis arcui. m.g. angulus k.d.c.est equalis angulo.m.b.g.ꝛ angulus.k.a.c.angulo.m.e.g. ꝛ si maior maiores.ꝛ si minor minores per.26.tertij.per diffinitionem itaq; incontinue proporționalitatis proportio arcus.b.c.ad arcum.f.g.est sicut anguli.b.d.c. ad angulum b.g.ꝛ sicut anguli.b.a.c.ad angulum.f.e.g.quod est propositum. Idem intelligē in eodem circulo. Explicit liber sextus. Incipit liber septimus.

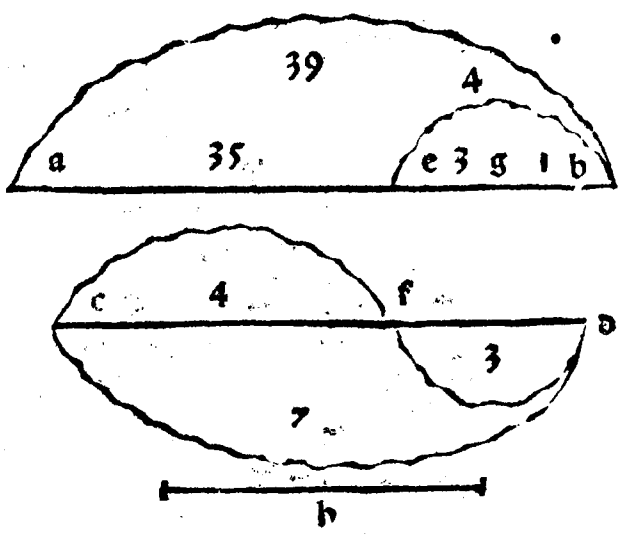


VNitas est qua vna queq; res vna dicitur. ¶ Numerus est multitudo ex vnitatibus cōposita. ¶ Naturalis series numerorum dicitur in qua secundū vnitatis additionem fit ipsorum computatio. ¶ Differentia numerorum appellatur numerus quo maior habūdat a minore. ¶ Numerus primus dicit̄ qui sola vnitate metitur. ¶ Annmerus compositus dicitur quē alius numerus metitur. ¶ Numeri contra se primi dicunt̄.qui nullo numero excepta sola vnitate numerantur. Numeri adinuicem compositi siue cōmunicantes dicuntur .quos ius numerus q̄z vnitas metitur.nullusq; eorum est ad aliū primus. ¶ Numerus per alium multiplicari dicitur.qui totiens sibi coacervatur. quotiens in multiplicante est vnitas. ¶ Productus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. ¶ Numerus alium numerare dicitur qui secundū aliquē multiplicatus illū ꝓducit. ¶ Pars ē merus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et i numeratur numerantis multiplex appellatur. ¶ Denominās est merus secūdū quē pars sumit̄ in suo toto. ¶ Similes dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. ¶ Prima.simpla uumeri rs est vnitas. ¶ Quando duo numeri partem habuerint cōmunem partes maioris dicetur esse minor.quotiens eadem pars fuerit in minore.tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore. ¶ Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod ē maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundū ꝙ eū ntinet ꝛ eius partem vel partes. ¶ Cum fuerint quotlibet numeri tinue ꝓportionales dicet̄ ꝓportio primi ad tertiū sicut primi scōm plicata ad q̄rtū vero triplicata. ¶ Cū cōtinuate fuerit eedē vel diuerse ꝓportiones dicet̄ ꝓportio primi ad vltimū ex omnib⁹ cōposita.

¶ Denominatio dicitur proportionis minoris quidē numeri ad maiorem pars. vel partes ipsius minoris. que in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum ⁊ pars vel partes: prout maior superfluit. ¶ Similes siue vna alij eadem dicūtur proportiones que eandem denominationem recipiunt. Maior vero que maiorē. Minor autem que minorem. ¶ Numeri vero quoꝝ ꝓportio vna: proportionales appellantur. ¶ Termini siue radices dicunt quibus in eadē ꝓportione minores sumi ipossibile est. ¶ Petitiones sunt quatuor. ¶ Cuilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vt multiplices. ¶ Quolibet numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorem. ¶ Seriem numerorum in infinitum posse procedere. ¶ Nullus numeꝝ in infinitū posse diminui. ¶ Cōmunes animi cōceptiones sunt decē. ¶ Omnis pars minor est suo toto. ¶ Quicunqꝫ eiusdē siue equalium fuerint eque multiplices: ipsi quoqꝫ erūt eqles. ¶ Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quorūꝫ eque multiplices fuerint equales: ⁊ ipsi etiam erunt equales. ¶ Omnis numeri pars ē vnitas ab ipso denominata. ¶ Omnis pars est minor que maiorē habet denominationē: maior vero que minorem. ¶ Cuilibet numerus totus est ab vnitate. quota pars ipsius ē vnitas. ¶ Quicunqꝫ numer⁹ in vnitatem ducitur. seipsum producit. Vnitas quoqꝫ in quēcūqꝫ ducta producit eundem. ¶ Quicunqꝫ numerus numerat duos: numerat quoqꝫ cōpositum ex illis. ¶ Quicunqꝫ numerus numerat aliquē: numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Quicunqꝫ numerus numerat totum ⁊ detractum: numerat residuum.

Propositio .1

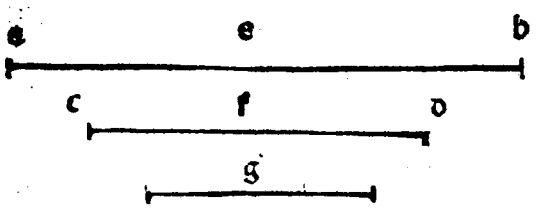
Sa maiore duorum numeroꝝ minor detrahatur. donec minus eo supersit. Ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur: Itēqꝫ a reliquo primo reliquū secundū quousqꝫ minus eo supersit: atqꝫ in huiusce/modi continua detractione nullus fuerit reliquus: qui antem relictum numeret vsqꝫ ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.



¶ Sint duo numeri. a.b. ⁊ c.d. c.d. minor detrahaturqꝫ. c.d. ex. a.b. quotiens potest: ⁊ sit residuum. e.b. qui erit minor. c.d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c.d. detrahatur ⁊ ipse. e.b. ex. c.d. quotiens potest. sitqꝫ residuū. f.d. sed ⁊. f.d. detrahatur ex. e.b. quotiens potest: ⁊ si residuum. g.b. qꝫ sit vnitas. dico tunc duos numeros. a.b. ⁊. c.d. esse contra se primos. Si enim sunt cōpositi numerabit eos cōmuniter per diffinitionē aliquis numer⁹ preter vnitatem qui sit. b. ⁊ quia. b. numerat. c.d. numerabit. a.e. per penultimā cōceptionē: ⁊ quia idem numerat. a.b. numerabit etiam. e.b. per vltimā cōceptionē. ergo ⁊. c.f. per penultī. quare ⁊. f.d. per vltimā. ergo ⁊. g.e. per penultī. ergo ⁊. g.b. qꝫ vltī. ⁊ quia. g.b. est vnitas. sequit numerum esse partē vnitatis vel sibi equalem: quod est impossibile: erunt igitur. a.b ⁊. c.d. contra se primi quod est propositum. ¶ Qō si duo numeri .a.b .⁊. c.d. sint contra se primi. non erit in hac mutua detractione status anteqꝫ ad vnitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius qꝫ auctor proponit. Si autē in hac mutua

detractione fuerit status anteq̃z perueniatur ad vnitatem: sit vt. g. b. sit numerus que detrahatur ab. f. d. ꝛ nihil sit residuū. igitur. g. b. numerat. f. d. ergo ꝑ penul'. concept. numerat ꝛ. e. g. ꝛ quia etiam numerat se ipsū numerabit ꝑ antepenul'. cōcept. totum. e. b. ergo per penul'. numerat. c. f. sed ostensum est prius ꝙ numerat. f d. ergo per antepenul'. numerat totum. c. d. quare ꝑ penul'. numerat. a. e. ꝛ qꝛ ostē/sum est prius ꝙ etiā numerat. e. b. sequitur per antepenul'. vt etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b. numerat vtrūq̃z duoꝝ numeroꝝ. a. b. ꝛ. c. d. numeri. a. b ꝛ. c. d. sunt cōpositi: nō igitur contra se primi qđ est contra ypothe. ¶ Per hanc ergo viam propositis quibusq̃z duobus numeris inuestigamus vtrū ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniaꝫ ad vnitatem. ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq̃z perueniaꝫ ad vnitatē ipsi sunt compositi.

Propositio 2

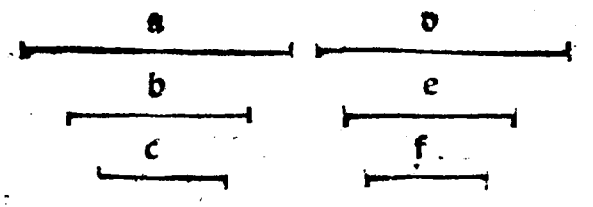


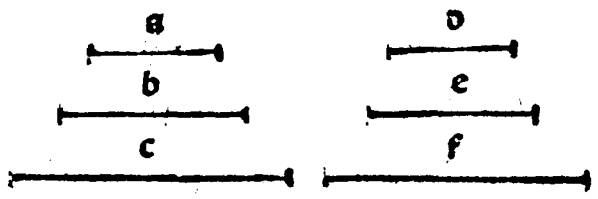
PRopositis duobus numeris adinuicem compositis maximum numerum cōmunem eos numerante inuenire. Hꝫ manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans numerat numeꝝ maximum ambos numerantem. ¶ Sint duo numeri cōpositi. a. b. ꝛ. c. d. minor. c. d. qꝛ ġ numerat eos cōmuniter aliquis numerus ꝑ diffinitionē. volo inuenire maximū numerū eos cōmuniter numerātē. ꝟm modū ꝛ similitudinē prioris: minuo minorē de maiori quoad possum. videlicet. c. d. de. a. b. ꝛ sit residuū. e. b. itemq̃z. e. b. de. c. d. quoad possum. ꝛ sit residuū. f. d. ꝛ quia huius diminutio nō pōt fieri infinities per vltimā petitionem: nec pōt etiā ad vnitatē peruenire in proposito per precedentē. quia tunc essent numeri ꝓpositi cōtra se primi. qđ est contra ypoth'. sit ut cū detraxero. f. d. ex. e. b. quoad potero ꝙ nihil sit residuū. dico tunc. f. d. esse maximū numerum numerantē. a. b. ꝛ. c. d. Qđ eni numeret eos patet per penul'. ꝛ antepenul'. cōcep. alternatim quotiens oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse precedētis. Numerat eni. f. d. e. b. qꝛ cum ab ipso detrahitur quoad potest nihil sit residuū ergo ꝛ. c. f. per penul'. cōcep. ergo ꝛ. c. d. ꝑ antepenul'. quare ꝛ. a. e. per penul'. igitur ꝛ. a. b. per antepenulꝫ. Qđ aūt nullus maior. f. d. numeret. a. b. ꝛ. c. d. sic patet. Si enim fieri potest: sit numerus. g. maior. f. d. numerās vtrūq̃z duoꝝ numeroꝝ. a. b. ꝛ. c. d. quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul'. concep. a. e. ꝛ qꝛ numerat. a. b. numerabit per vltimā. e. b. ergo per penul. numerat. c. f. ꝛ quia etiam numerat. c. d. numerabit per vlt'. f. d. maior videlicz minorē: quod est impossibile. Ex hoc scđo ꝓcessu liquet corre'.

Propositio

PRopositis tribus numeris adinuicem cōpositis maximū numeroꝝ eos cōiter numerantium inuenire.

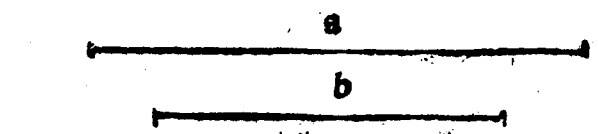
¶ Priusq̃z hanc tertiā cōclusionē demōstremus: demōstrandū arbitramur ipsi⁹añs: videlicet ꝓpositis tribus numeris qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicē compositi. ¶ Sint itaq̃z tres numeri. a. b. c. de quibus volo videre vtrū ipsi sint adinuicē cōpositi. per primā igitur inquiro an duo primi qui sunt. a. ꝛ. b. sint adinuicē p̄mi: qđ si sic nō erūt. a. b. c. adinuicē cōpositi. ꝑ diffinitionē. Si aūt. a. ꝛ. b. sūt adinuicē cōpositi: sit per precedentem. d. maxim⁹ numerus eos numerās: qui si numerat. c. erūt per diffinitionē. a. b c. adinuicez compositi. Si autē nō numerat ipsū. ꝫ ipsi. c. ꝛ. d. quidē sunt contra se primi. nō erunt. a. b. c. adinuicem cōpositi. Nā quicūq̃z numeraret eos: numeraret





etiam.d.p corel'.precedentis.sicqz essent.d.z.c.cõpositi qõ est contra ypothe. Si autẽ.c.z.d.sunt cõpositi erunt etiã.a.b.c.adinuicẽ cõpositi. Sit eni per premissã e.maximus numerans.c.z.d.qui etiã p penult'.cõcep.numerabit.a.z.b.quare per diffinitionẽ.a.b.c.sunt adinuicẽ cõpositi. ¶Sili quoqz mõ scietur ꝓpositis quotlibet pluribus q̃z tribus an omnes sint ad inuicem cõpositi. Propositis itaqz tribus qui sunt adinuicem compositi.qui etiam sint.a.b.c.volo inuenire maximũ numerum numerantẽ omnes.Sũmo ẽm doctrinã premisse.d.maximũ numerantẽ.a.z b.qui si numerat.c.ipse est quẽ querimus.alioquin per corel'.precedentis sequeretur maiorem numerare minorem.Si autem non numerat.c.erũt tamẽ.c.z.d.adinuicem cõpositi per ypothe.z corel'.precedentis ẽ diffinitionẽ. sit igitur maximus eos numerans.e.dico.e.esse maximum numerantẽ.a b.c.Qõ enim eos numeret patet per hanc vlt'.ypothe.que est ipsum esse maximũ numerantẽ.c.z.d.z per penult'.concep.Et qz nullus eo maior numeret eos sic patet.sit enim si potest fieri.f. maior.e.qui numeret.a.b.c.qui cũ numeret.a.z.b.numerabit p corel'.premisse.d z quia etiã numerat.c.numerabit p idẽ corel'.c.maior videlicet minorem quod est impossibile.Non erit igitur numerus aliquis maior.e.numerans.a.b.c.qõ ẽ propositum. ¶Simili quoqz modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos:vnde nõ oportuit euclidem de pluribus tribus hoc docere:quia idem est modus z ars in tribus z pluribus. Ex vltimo aũt huius demonstrationis processu:possumus etiam istud corel'.huic tetric conclusioni adijcere. Vnde manifestum est qz omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos:numerat maximum numerantem eos omnes.z etiam maximos numerantes binos z binos eorum.

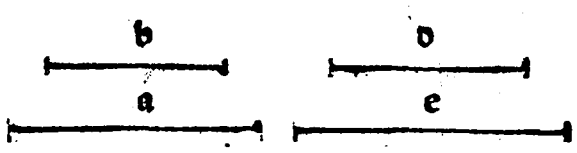
Propositio .4.



OMnium duorum numerorũ inequalium minor maioris aut pars est:aut partes.

¶Sint duo numeri.a.z.b.b. minor. dico qz.b. est pars vel ptes.a. Aut eni.b.numerat.a.aut nõ.si numerat pars eius ẽ p diffinitionẽ Si nõ numerat ipsum.aut ergo sunt adinuicem primi aut nõ:si non sunt adinuicem primi:habebunt per diffinitionem partem cõmunez: que quoties fuerit in.b.tot partes.a.dicetur esse.b.per diffinitionem.si autem sint adinuicem primi:quia tamen omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata.patet idez per vnitates.

Propositio 5.



SI fuerit quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti:erunt primus z tertius pariter accepti tota pars secundi z quarti pariter acceptorum quota primus secundi.

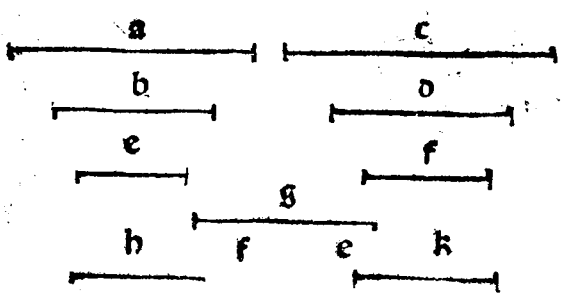
¶Volens euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere sed per se ipsos stare: partez eius qõ proposuit per primã quinti de quantitatibus in genere:proponit per hanc quintã huius septimi de numeris.Sint igitur.4.numeri.a.b.c.d.sitqz .b.tota pars.a.quota.d.c.dico qz.b.z.d.pariter accepti sũt tota pars.a.z.c.pariter acceptoz:quota.b.est.a.diuisis eni.a.z.c.scõm quãtitatẽ.b.z.d.argumẽtare sicut in prima quinti.erit eni ut totidẽ sunt ptes.a. quot.c.per positionẽ:z ut aggregatũ ex p̃ma pte.a.z p̃ma.c.sit equale aggregato ex.b.z.d.similiter quoqz z aggregatũ ex scõa pte. a.z scõa.c. z qz hec aggregatio

totiens potest fieri quotiens continetur.b.in.a.sequitur vt numerus equalis aggregato ex.b.z.d.totiens cõtineat in aggregato ex.a.z.c.quotiens. b.continetur in.a.quare constat propositũ.

Propositio 6

SI fuerint quatuor numeri quorum primus tote ptes scõi quote tertius quarti:erunt primus z tertius pariter accepti tote partes secundi z quarti pariter acceptorum. quote primus secundi.

QÓ ppositi premissa de parte:ponit ista de partib⁹. Sint itaqz vt prius quatuor numeri.a.b.c.d.sitqz ut.b.sit tot z tote ptes.a.quot z quote .d. ẽ.c.dico q.b.z.d.pariter accepti erunt tot z tote ptes.a.z.c.pariter acceptorum: quot z quote.b.est.a.dico aũt tot z totas:qz ptiũ pluralitas duobus numeris diffinitur:quoz alter numerator dicit alter denominator:ut cũ dicim⁹ tres quinte:ternarius numerat:quinarius denominat.Quia igit.b.est ptes.a. sit vt sint ptes ei⁹ numerate ab.b.z denominate a.k.eritqz similiter p positionẽ.d.partes.c.numerate ab.b.z denoiate a.k.Una itaqz ptiũ.b.sit.e.z vna ptium.d. sit.f. eritqz per ypothe.c.pars.b .denominata ab.b.z pars.a.denominata a.k. Similiter quoqz z.f.erit pars.d.scõm.b.z ps.c.scõm.k.Lõpositus igitur ex.e.z.f. sit.g. eritqz per premissam.g.ps.b.z.d .pariter acceptoz scõm.b. itẽqz per candẽ erit pars. a.z.c pariter acceptoz scõm.k.quare per.16.diffinitionẽ erunt.b.z.d.pariter accepti ptes.a.z.c pariter acceptorũ numerate ab.b.z denoiate a. k.eo q eorum cõmunis pars est.g.minoris ẽm.b.z maioris ẽm.k.z quia sic erat.b.a.constat ppositum.

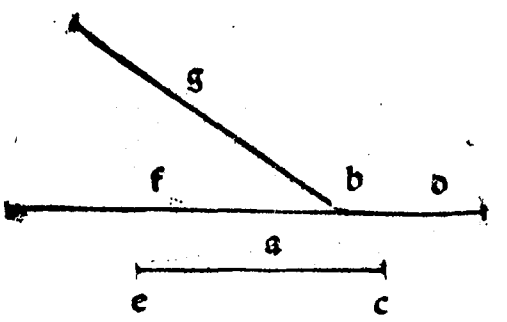


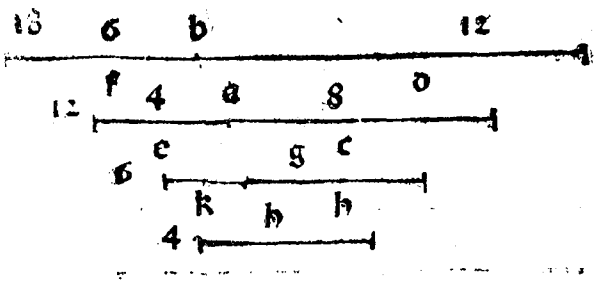
Potes autẽ z per hanc z premissã qõ pponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare:q si quotlibet numeri minores ad totidem maiores cõparent fuerintqz singule singuloz tota pars aut partes:quota vel quote primus scõi:erunt quoqz omnes pariter accepti tota pars aut ptes omnium pariter acceptoz quota vel quote primus scõi.qõ facile probatur p hanc z premissam: quotiens oportuerit repetitas.Et si crederemus esse intentionẽ euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationẽ eoz:que hic proponit ex.13.quinti:facile demõstrassem⁹ hanc sextam .Nunc autem qz videt oppositũ aliter eni superuacue posuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere.Necesse habuimus propijs vti demonstrationibus tanquã ex prioribus nihil sumentes:solis huius septimi contenti principijs:propter qõ z petitiones z cões animi cõceptiones ppositi proprias nõ incõuenienter huius septimi principio apposuimus.

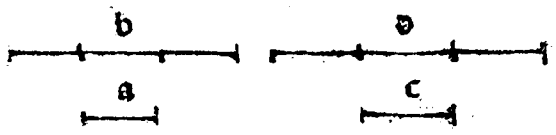
Propositio .7.

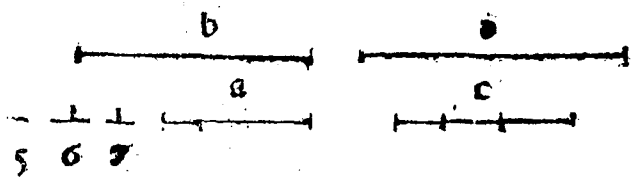
SI fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detrahaturqz ab ambob⁹ ipia ps: erit reliquus tota ps reliqui quota totus totius.

QÓ proponit hic euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti.de quantitatibus in genere.Sit itaqz ut quota pars est totus.a.totius.b.tot⁹ sit.c.detractus ab.a.d.detracti .a.b. dico q tota erit.e.residuus.a.f.residui.b.quota est totus.a.totius.b.z hec est quasi cõuersa quinte.Sit enim p petitionẽ .e.tota ps .g.quota.c.est.d.eritqz p.5.tota ps.a.cõpositi ex .g. z.d.quota est.c.d.quare z quota ẽ.a.b.igit per scõam cõceptionẽ cõpositus. ex.g z.d.est equalis.b.dempto itaqz ab vtroqz numero.d.erit.g. equalis.f. quare erit









.tota pars.f.quota est.a.b.tota enim erat.e.g.quod est propositum.

Propositio 8

SI a duobus numeris quorum alter alterius partes proprias positis partes ille subtrabãtur: erit reliquus reliqui eedẽ partes qui est totus totius.

¶Hec est quasi cõuersa sexte: vt si sit quot ꝛ quote ptes est totus. a. totius. b. tot ꝛ tote. c. detractus ab. a. d. detracti. a. b. erit. e. residuꝰ. a tot ꝛ tote ptes. f. residui. b. quot ꝛ quote ẽ. a. b. Sit enim. g. vna ptiũ. a. ꝛ. b. vna partium. c. eritqꝫ ꝓpter ypoth. g. tota ps. a. quota. b. c. ꝛ tota. b. quota. b. d. detrahat igitur. b. de. g. ꝛ remaneat. k. eritqꝫ. k. p pmissã tota pars. e. quota. g. a. ꝛ tota. f. p eandẽ quota. g. b. quia igitur. e. ꝛ. f. habent partẽ cõmunẽ que ẽ. k. erit per. 16. diffinitionẽ. e. ptes. f. tot quidẽ quota pars est. k. e. ꝛ tote quota est. k. f. ꝛ quia tot et tote erat. a. b. patet propositum.

Propositio 9

SI fuerint quatuor numeri quoꝝ primꝰ scõi tota ps quota tertius quarti: erit pmutatim tota ps aut ptes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

¶Sit. a. primus tota pars. b. scõi quota. c. tertius. d. quarti. sintqꝫ a ꝛ. b. minores. c. ꝛ. d. aliter enim esset econuerso ei qõ proponit. dico ꝙ quota pars vel ptes est. a. c. tota vel tote est. b. d. diuidant enim. b. quidẽ ẽm quãtitatẽ. a. d. vero ẽm. c. eruntqꝫ per presentem ypoth. tot partes. b. quot. d. ꝛ qꝛ vnaqueqꝫ ptium. b. est equalis. a. ꝛ vnaq̃qꝫ. d. c. est autẽ. a. c. ps aut ptes per presentẽ ypoth. ꝛ per quatuor erit vnaq̃qꝫ partium. b. sue cõparis ex partibus. d. ut prima prime scõa scõe: sicqꝫ de ceteris tota ps aut ptes quota vel quote est. a. c. per. 5. igitur vel. 6. sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes b. d. quota vel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio 10

SI fuerint quatuor numeri quoꝝ primus tote ptes secũde quote tertius quarti: erit pmutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

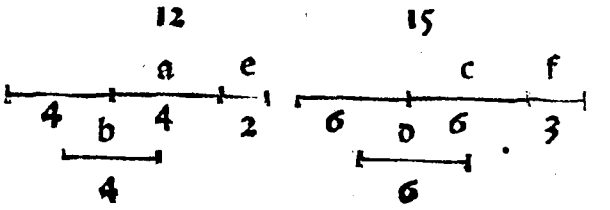
¶Sint quatuor numeri ut prius quoꝝ similiter minores sint. a. et .b. sitqꝫ. a. tote ptes .b. quote. c. est. d. dico ꝙ quota pars aut ptes est. a. c. tota vel tote est. b. d. diuidantur enim minores in partes illas qui sunt. a. ꝛ. c. eruntqꝫ per presentẽ ypoth. tot partes. a. quot. c. ꝛ quia vnaq̃qꝫ ex partibus. a est tota pars. b. quota quelibet ex ptibus. c. est. d. hoc enĩ habemus ex nra ypothe. erit permutatim per premissam: ut quota pars aut ptes ẽ. b. d. tota vel tote sit vnaq̃qꝫ ex partibus. a. sue cõparis ex partibus. c. ꝙ quintã igitur vel. 6. sub disiunctiõe quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes. b. d. quota vel quote ẽ. a. c. quod est propositum.

Propositio .11.

SI fuerint quatuor numeri ꝓportionales quoꝝ primꝰ secũdo ꝛ tertiꝰ q̃rto sit maior: erit scõs tota pars. aut partes primi quota vel quote quartꝰ tertij. Qõ si scõs fuerit tota ps aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conuenict.

¶Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sintqꝫ. a. ꝛ. c. maiores: dico ꝙ quota ps aut

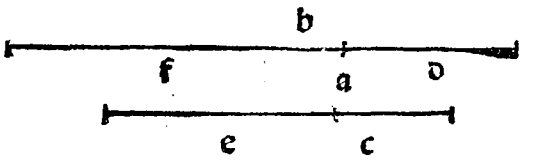
partes est.b.a.tota vel tote est.d.c.z ecõuerso:erit eni p conuersionẽ diffinitiõis similiũ ꝓportionũ vt quotiens.b.in.a.totiens sit.d. in.c. z si qua ps aut ptes.b. superfluunt in.a. tota pars aut ptes.d. supfluant in.c.si itaqz contineaʒ . b.in.a. sine supfluitate ptis:qz totiens sine supfluitate continet.d.in.c.erit per diffinitio/ nẽ silium ptium:quota ps.b.a.tota.d.c.ꝙ si quotienslibet continet.b.in .a.cuz su perfluitate partis:qz totiens continet.d.in.c.cũ supfluitate silis ptis distincto .a. ꝟm.b.ut superfluat.e.atqz.c.ꝟm.d.ut superfluat.f.erit tota ps.e.b.quota.f.d. At qz totiens continet.b.in dꝛa.a.ad.e.quotiens.d.in dꝛa.c.ad.f. erit p cõem sciam totiens.e.in.a.quotiens.f.in.c.cũ igiʒ.a.z.b.habeãt.e.ptem cõmunem:siliter.c.z d.f.sit itaqz.e.in.b.quotiens.f.in.d.itemqz.e.in.a.quotiens.f.i.c.erit per.16.dif/ finitionẽ.b.tot z tote ptes.a.quot z quote.d.c.Si aũt.b.quotienslibet continet in a.cũ supfluitate quotlibet ptium:qz totiens continet.d.in.c.cũ supfluitate totidem z similiũ ptium:distincto.a.ꝟm.b.vt supfluat.e.siliter.c.ꝟm.d.ut superfluat.f.erit e.tot z tote ptes.b.quot z quote.f.d.sumpta itaqz vna ex ipsis argumentandum ut prius:sicqz patz primũ. ¶Scõm sic.sit.b.a.tota ps aut ptes quota vel quote.d c.dico ꝙ erit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.si eni est tota ps constat propositum. Si autem tote ptes diuisis eis ꝟm partes illas patebit totiens esse.b.in.a. quoti/ ens.d.in.c.z totã partẽ aut ptes.b.superfluere in.a.quotã aut quote.d.supfluunt in.c.p diffinitionẽ itaqz est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sicqz liquet totum.



Propositio .12.

SI a duobus numeris ꝟm suas proportiones duo nume/ ri detrahantur:erit proportio reliqui ad reliquum tanqz proportio totius ad totum.

¶Qõ proposuit euclides in.19.quinti.de quãtitatib⁹ in genere:pro/ ponit hic de numeris.vt si sit proportio totius.a .ad totum.b.sicut c.detracti.ab.a.ad.d.detractum.a.b.erit.c.residui.a.ad.f.residuũ.b. sicut.a. ad b.Si enim.a.sit minor.b.erit p presentẽ ypotb. z per cõuersionẽ diffinitiõis.c.to ta pars aut ptes.d.quota vel quote est.a.b. per.7.igitur vel.8.erit. e. tota ps aut partes.f.quota vel quote ẽ.a.b.per diffinitionẽ igitur erit ꝓportio vna: qõ ẽ pro/ positũ.Qõ si.a.sit maior.b.erit per primã ptem ꝑmisse quota pars aut ptes.b.a. tota vel tote.d.c.quare p.7.vel.8.tota vel tote erit.f.e.itaqz per scõam partẽ pre/ misse.e.ad.f.sicut.a.ad.b.quare constat propositum.Ledunt aũt huic.7.z.8. hec enim sola ꝙ ambe ille continet.Volunt aũt quidã scõam partẽ huius probare per 19.quinti:sed si hoc intenderet euclides:cum ista ꝓponat particulariter qõ illa vni uersaliter vane illa demonstrata in quinto ꝓposuisset hanc hic in septimo : z quia ictum non demonstrãt eam simplr p.19.quinti.At vero nec modũ demonstratio nis illius possunt affirmare ad demonstrationẽ huius cum illa demonstret i quan titatibus in genere.p ꝓportionalitatẽ ꝑmutatã que infra demonstratur in nume/ ris.Existimo autem z rationabiliter conuinci videtur euclidem quẽ vultũ demon/ stratoris arismetici:gratia decimi in quo sine numerorũ aliqua precognitione trã/ sire non poterat constat assumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quanti tatibus in genere demonstrauit. hic repetere demonstrãda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum que magis nota sunt intellectui q̃z



ea per que ꝓceſſit in quinto ipſa demonſtrare intendit:principia enim quinti ꝓpter maliciam quãtitatum incõicantium difficilia ſunt :principia vero numerorũ magis vltro ſe intellectui applicãt:faciliuſq; q̃z illa.Egent enĩ illa intellectu magis diſpoſito.

Propoſitio .13.

SI fuerint quotlibet numeri ꝓportionales quantus erit vnus añs ad ſuũ ꝓſequẽtẽ:tanti erũt oẽs antecedẽtes pariter accepti ad oẽs cõſequẽtes pariter acceptos.

¶ Qđ ꝓponit euclides p.13.quinti de quantitatib⁹ i genere ꝓponit hic de numeris:vt ſi ſint.a.b. ꝛ.c.d.ꝛ.e.f.ꝓportionales dico q̃ q̃ é ꝓportio.a.ad.b.ea eſt q̃.a.c.e.pariter acceptoꝝ ad.b. d.f.pariter acceptos.Si enim.a.c.e.ſint minores.b.d.f.erit per cõuerſionẽ diffinitionis quota ps aut partes.a.b.tota vel tote.c.d.ꝛ.e.f. per.5.ergo vel per .6.quotiens oportuerit repetitas:erit quota pars vel partes.a.b.tõta vel tote.a.c.e.pariter accepti. b.d.f. pariter acceptoꝝ:quare per diffinitionẽ ꝓportio vna.Si autem.a.c.e.ſint maiores b.d.f.erit per primam partem.11.quota pars vel partes.b.a.tota vel tote. d.c.ꝛ.f e.per.5.ergo vel.6.quotiens oportuerit repetitas:erit quota pars vel partes.b.a. tota vel tote.b.d.f.pariter accepti.a.c.e.pariter acceptorum.itaq; per ſcõam partem.11. proportio.a.ad.b.ſicut.a.c.e.pariter acceptorum ad.b .d.f. pariter acceptos:quod eſt propoſitum.

Propoſitio .14.

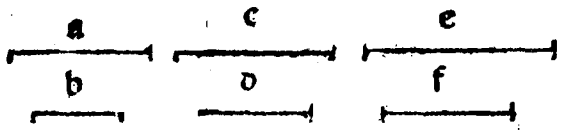
SI fuerint quatuor numeri proportionales:permutatim quoq; proportionales erunt.

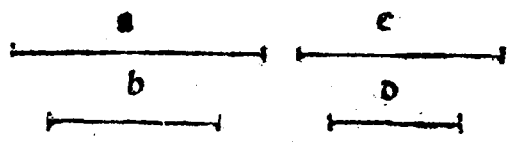
¶ Modũ arguẽdi qui dicitur proportionalitas permutata quã demonſtrauit euclides per.16.quinti in quãtitatibus in genere: ꝓponit hic demonſtrandũ i numeris: vt Si ſit ꝓportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d erit permutatim.a.ad.c.ſicut.b.ad.d.erit enĩ.a.maior.b.aut minor: ſiꝫ quoq; et maior.c.aut minor.Sit itaq; primo minor vtroq;:erit ergo p preſentem ypothe.et conuerſionem diffinitionis.a.tota pars aut partes.b.quota vel quote.c.d.per.9. itaq; vel.10.erit ꝑmutatim.a.tota pars aut ptes.c.quota vel quote.b.d.quare per diffinitionẽ proportio vna.Sit igitur.a.maior vtroq; :critq; per primam partem 11.vt quota pars aut partes eſt.b.a.tota vel tote ſit.d.c. quare per.9. vel.10.tota pars aut ptes erit.b.d.quota vel quote.c.a.igitur per ſcõam partẽ .11.erit.a.ad.c ſicut.b.ad.d.Sit tertio.a. maior.b.ꝛ minor.c.eritq; ꝑ primã ptẽ.11.tota pars aut ptes.b.a.quota vel quote.d.c.quare per.9.vel .10.quota vel quote eſt.a.c. tota vel tote erit.b.d.per diffinitionẽ itaq; ꝓportio vna:Vltimo quoq; ſit.a.maior.b. maiorq;.c.critq; vt tota pars aut partes ſit.c.d.quota vel quote eſt.a.b. per.9. itaq; vel. 10.erit tota vel tote.d.b.quota vel quote.c.a. quare per ſecundã partem.11.b ad.d.ſicut.a.ad.c.ſicq; conſtat propoſitum:huic autẽ cedũt.9.vel.10.qr hec ſola qđ ambe ille proponit.

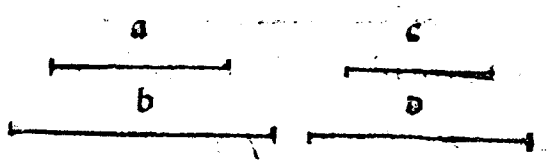
Propoſitio .15.

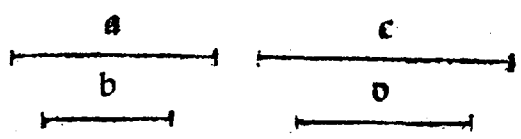
SI fuerint quotlibet numeri alijq; ſcõm eorum numerum omneſq; duo ex prioribus ſcõm proportionem omnium duorum ex poſterioribus] in proportione equalitatis proportionales erunt.

¶ Modũ arguendi qui dicit equa ꝓportionalitas quã demonſtrauit euclides p.22.quinti de quãtitatib⁹ in genere ꝓponit hic demõſtrãdũ in numeris







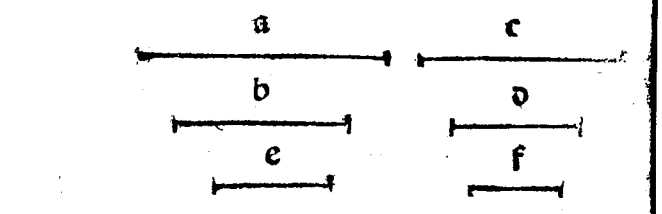


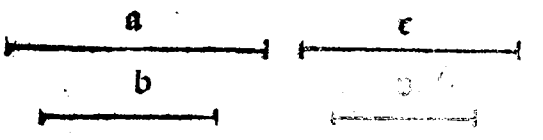
directe ꝓportiõalitatis: cquã aũt ꝓportiõalitatẽ quã demõſtrauit per. 23. quinti: t e quãtitatibus indirecte ꝓportionalitatis non ꝓponit demõſtrãdũ i numeris: ſed cã demõſtrabim⁹ infra ſup. 19. huius. Nec eſt neceſſariũ ut p̃demõſtremus i numeris qõ demõſtratũ ẽ p. 11. quinti de quãtitatib⁹ i genere videlz ſi quotlibz ꝓportiões i numerisfuerint vni eq̃les vel eedẽ ipſas eẽ ſibi eq̃les vel caſdẽ. hoc eni manifeſtũ ẽ per diffinitionẽ ut ſi. a. ad. c. ꝛ. e. ad. f. ſit ſicut. b. ad. d. erit tam. a. c. q̃z. e. f. tota ps aut partes. quota vel quote. b. d. aut totiens continebit. a. c. ꝛ. e. f. quotiens. b. d. ꝛ tota pars aut partes ſuperfluent. c. in. a. ꝛ. f. in. e. quota vel quote. d. in. b. q; ergo quota pars aut ptes ẽ. a. c. tota vel tote eſt. e. f. aut quotiens. a. continet. c. totiens e. f. ꝛ quota pars aut partes. c. ſuperfluunt. in. a. tota vel tote. f. in. e. erit per diffi/nitionẽ. a. ad. c. ſicut. e. ad. f. Sint igitur ut ꝓponitur numeri. a. b. c. ꝛ alij totidem d. e. f. ſitq; a. ad. b. ſicut. c. ad. d. ꝛ. b. ad. e. ſicut. d. ad. f. dico q; erit in equa ꝓpor/tionalitate. a. ad. e. ſicut. c. ad. f. crit eni per premiſſam. a. ad. c. ſicut. b. ad. d. ſed ꝛ b. ad. d. ſicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. ſicut. e. ad. f. igiť per eandẽ. a. ad. e. ſicut. c. ad. f idẽ erit ſumptis plurib⁹: ſicq; cõſtat ꝓpoſitũ. ¶ Qm̃ aũt euclides ceteras quatuor ſpecies ꝓportiõalitatis que ſunt conuerſa: coniũcta: diſiuncta: cuerſa: non ꝓponit demonſtrandas in numeris: cõuenies arbitramur eas quas auctor tanq; facile demonſtrabiles ꝑmiſit demonſtrare: Primũ itaq; demonſtrabimus conuerſã: vt ſi ſit. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. dico q; erit ecõuerſo. b. ad. a. ſicut. d. ad. c. ſi eni fuerit. a. minor b. tunc quoq; erit. c. minor. d. ꝛ tota pars aut partes. a. b. quota vel quote c. d. quare per ſcõam ptem. 11. erit. b. ad. a. ſicut. d. ad. c. ſi autem fuerit. a. maior. b. erit quoq; ꝛ. c. maior. d. ꝛ per primam partem. 11. b. tota pars aut partes. a. quota vel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. ſicut. d. ad. c.

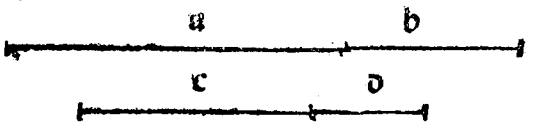
¶ Diſiunctam proportionalitatem oſtendere. ¶ Vt ſi ſit. a. b. ad. b. ſicut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. crit enim permutatim. a. b. ad. c. d. ſicut. b. ad. d. ꝛ p. 12. ſicut. a. ad. c. q; ergo. a. ad. c. ſicut. b. ad. d. crit pmutati. a. ad. b. ſicut c. ad. d. ¶ Coniuncte proportionalitati demonſtrationem afferre ¶ Vt ſi ſit. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. crit. a. b. ad. b. ſicut. c. d. ad. d. erit eni pmutatim a. ad. c. ſicut. b. ad. d. quare p. 13.. a. b. ad. c. d. ſicut. b. ad. d. pmutatim igitur erit. a b. ad. b. ſicut. c. d. ad. d. ¶ Cuerſam proportionalitatem reſtat in numeris ſtabilire. ¶ Vt ſi ſit. a. b. ad. b. ſicut. c. d. ad. d. erit. a. b. ad. a. ſicut. c. d. ad c. crit eni pmutatim. a. b. ad. c. d. ſicut. b. ad. d. q̃re p. 12. ſicut. a. ad. c. permutatim igitur crit. a. b. ad. a. ſicut. c. d. ad. c. patet itaq; totum. Ex his quoq; leue ẽ demonſtrare i numeris q; euclides ꝓponit p penu'ẽ. quiti de quãtitatib⁹ i genere videlz q;

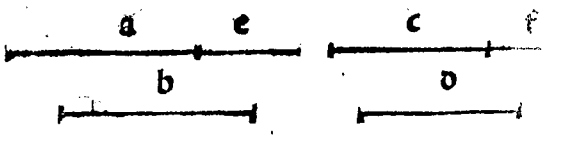
¶ Si proportio primi ad ſcõm fuerit ſicut tertij ad q̃rtũ quinti quoq; ad ſecundum ſicut ſexti ad quartum: erit proportio primi ꝛ quinti pariter acceptorum ad ſecundum ſicut tertij ꝛ ſexti ad quartum.

¶ Vt ſi ſit. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. itemq; e. ad. b. ſicut. f. ad. d. erunt. a. ꝛ. e. pariter accepti ad. b. ſicut. c. ad. f. pariter accepti ad. d. erit enim per conuerſam proportionalitatem. b. ad. e. ſicut. d. ad. f. quare per equam proportionalitatem. a. ad. e. ſicut c. ad. f. ergo coniunctim. a. ꝛ. e. ad. e. ſicut. c. ꝛ. f. ad. f itaq; per equã proportiona/litatem. a. ꝛ. e. ad. b. ſicut. c. ꝛ. f. ad. d. quod eſt propoſitum. Eodemq; modo pro/babis ecõuerſo. ſi ſit. b. ad. a. ſicut. d. ad. c. itẽq; b. ad. e. ſicut. d. ad. f. erit. b. ad. a. ꝛ. e. ſicut. d. ad. c. ꝛ. f. erit enim per conuerſam proportionalitatẽ. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. quare per equam. a. ad. e. ſicut. c. ad. f. ꝛ coniunctim. a. ꝛ. e. ad. e. ſicut. c. ꝛ. f.

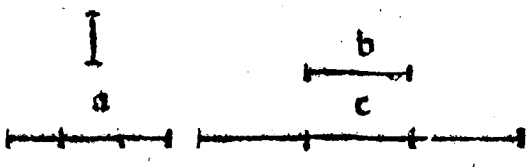




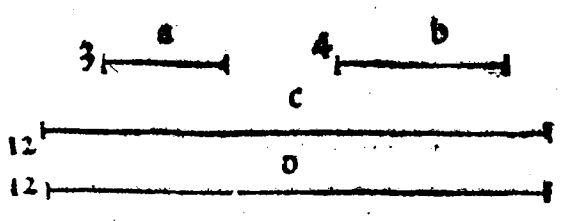




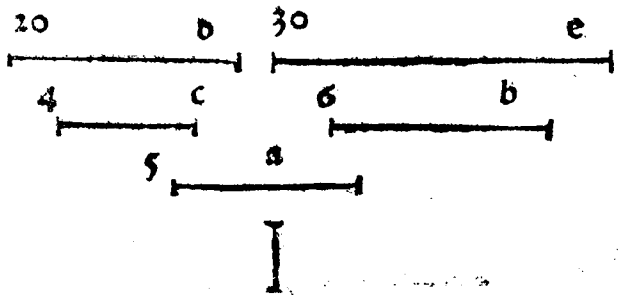
ad.f.igitur ecõuerſo.e.ad.a.ꝛ.e.ſicut.f.ad.c.ꝛ.f.per equã itaqꝫ ꝓportionalita/
tem erit. b.ad.a.ꝛ.e.ſicut.d.ad.c.ꝛ.f.qõ crat ꝓpoſitũ.Ex hoc quoqꝫ manifeſtũ ẽ
qꝫ ſi fuerit ꝓportio quotlibet numeroꝝ ad primũ ſicut totidem alioꝝ ad ſcõm.erit
aggregati ex omnibus antecedentibus ad p̃mũ: ad p̃mũ ſicut aggregati ex oibus
añtib⁹ ad ſcõm:ad ſcõm.itẽqꝫ ecõuerſo ſi fuerit ꝓportio p̃mi ad quotlibet numeros
ſicut ſcõi ad totidẽ alios:erit primi ad aggregatũ ex oib⁹ ꝯñtib⁹ ad ipſũ:ſicut ſcõi
ad aggregatũ ex oib⁹ ꝯñtib⁹ ad ipſũ. ℙroposítio .16.



Si numeret vnitas aliquẽ numeꝝ quotiẽs quilibet tertius
aliquẽ quartũ:erit quoqꝫ ꝑmutati ut quotiẽs vnitas nume
rat tertium totiens ſecũdus numeret quartum.
¶Vt ſi ſit vnitas ad.a.ſicut.b.ad.c.erit ꝑmutatim vnitas ad. b.ſi/
cut.a.ad.c. Non ſupfluit aũt hec demonſtrata ꝑmutata ꝓportione;
non eni ex illa põt cõcludi qõ hic proponitur. Nã illa demonſtrata eſt de.4.nume
ris ꝓportionalibus:vnitas vero nõ eſt numerus ꝑ diffinitionẽ:hoc ergo mõ patẽ
at propoſitum.diuidaẽ.a.ꝑ vnitates ꝛ.c.ꝑm quãtitatem.b.eruntqꝫ per preſentem
ypothe.tot ptes.a:quot.c.ꝛ quia vnaq̃qꝫ partiũ.a .eſt vnitas ꝛ vnaq̃qꝫ ptium.c.
eſt equalis.b.erit ut quotiens vnitas in.b.totiens vnaq̃qꝫ ptiũ.a.in ſua cõpari ex
ptib⁹.c.ꝑ modũ itaqꝫ demõſtratiõis.5.ſequeẽ totiens eſſe.a.in.c.quotiens vnitas
in.b.qõ eſt propoſitum. ℙroposítio .17.



Si duorum numeroꝝ vterqꝫ ducatur in alterum :qui in/
de producentur erunt equales.
¶Sicut ſi ex.a.in.b.ꝓueniat.c.ꝛ ex.b.in.a.ꝓueniat.d.erunt.c.ꝛ.d
equales:cũ eni.b.multiplicatus ꝑ.a.ꝓducat.c.erit ꝑ cõuerſionẽ diffi
nitionis.b.in.c.quotiens vnitas in.a.ergo ꝑ premiſſam erit.a.in.c.
quotiens vnitas in.b.ꝛ qꝛ totiens eſt.a.etiã in.d.qꝛ ex.b.in.a.fit.d.ſequitur ut to
tiẽs ſit.a.i.c.quotiẽs in.d.ꝑ concept.igitur.c.ꝛ.d.ſunt ſimiles. Poſſumus quoqꝫ
hanc concluſionem alio modo ꝓponere:ſi duoꝝ numeroꝝ vterqꝫ ducaẽ in alterũ
idẽ numerus vtrobiqꝫ ꝓueniet:vt ſi ex.a.in.b.ꝓueniat.c.idẽ etiã ex.b.in.a.ꝓ/
ueniet:qꝛ eni ex.a.in.b.fit.c.erit ut prius ꝑ cõuerſionẽ diffinitionis.b.in.c.quoti/
ens vnitas in.a.Et permutatim ꝑ premiſſam.a.in.c. quotiens vnitas in. b. quia
igiẽ.a.totiens ſibi coaceruaẽ in.c.quotiens in.b.eſt vnitas:ſequiẽ ꝑ diffinitionem
qꝫ ex.b.in.a.fit.c. ℙroposítio .18.



Si vnus numerus in duos ducatur:tantus erit duoꝝ inde
productoꝝ alter ad alterum:quantus duorum multipli
catorum alter ad alterum.
¶Multiplicet.a.vtrũqꝫ duoꝝ nũeroꝝ.b.et.c.ꝛ ꝓueniãt.d.ꝛ.e.dico
qꝫ erit ꝓportio.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.ſequiẽ eni ꝑ cõuerſionẽ diffini/
tionis eius qõ eſt multiplicari ut.b.in.d.ꝛ.c.in.e.ſit quotiens vnitas in.a. quare
ꝑ diffinitionẽ ꝓportio.d.ad.b.ẽ ſicut.e.ad.c.equaliter eni eos continent. qꝛ quo/
tiens.a.vnitateẽ:ergo permutatim.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.quod eſt propoſitum.
ℙroposítio .19..

Si duo numeri vnum multiplicent :erit ꝓportio duorũ
inde ꝓductoꝝ tanq̃ duorum multiplicantium.
¶Ex conuerſione antecedentis premiſſe concluditur hec eadẽ paſſio
que in premiſſa:vt ſi vterqꝫ duoꝝ numeroꝝ.b. ꝛ.c. multiplicet.a.et

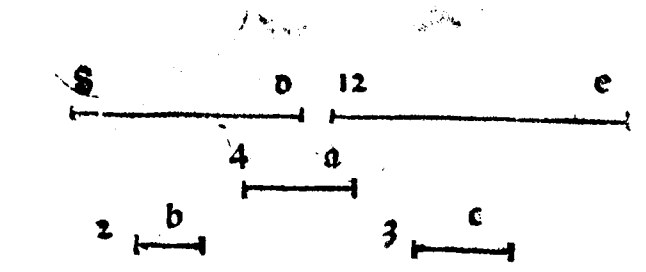
ꝓueniant.d.ꝛ.e.erit.d.ad.c.ſicut.b.ad.c.erit enī ꝑ ante p̄miſſā ut ex.a.in.b.ꝛ.c:
fiāt.d.ꝛ.e:q̄re ꝑ premiſſā.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.qō ē ꝓpoſitū: ¶ Potes aūt qō pro
ponit ꝑ hanc ꝛ p̄miſſā de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare :ꝙ ſi
vnus multiplicet quotlibet erit ꝓductoꝝ ꝛ multiplicatoꝝ vna ꝓportio. Sīr quoqꝫ
ſi quotlibet multiplicēt vnū erit ꝓductoꝝ ꝛ multiplicantium vna ꝓportio qō ꝑ hāc
ꝛ premiſſā quotiens oportuerit repetitas facile ꝓbabis. hic aūt ut ſupra pollitici
mus demōſtrare volumus equā ꝓportionalitatē in quotlibet numeris duoꝝ or/
dinū indirecte ꝓportionalitatis quā demōſtrat euclides p.23.quinti ī quantitati/
bus in genere: dicim⁹ igitur quoniā.

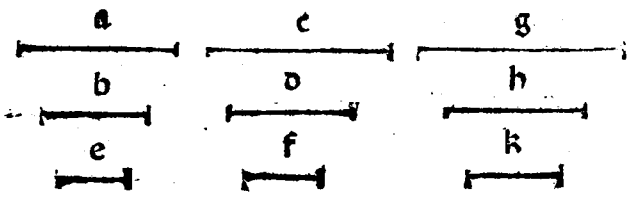
¶ Si quotlibet numeri totidē alijs fuerint indirecte proportionales
extremi quoqꝫ in eadem ꝓportione proportionales erunt.

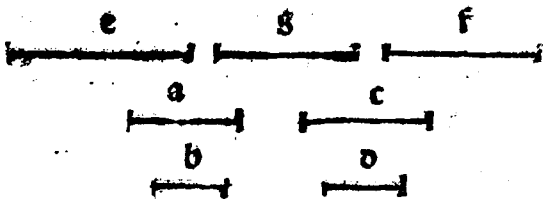
¶ Vt ſi ſit.a.ad.b.ſicut.d.ad.f.ꝛ.b.ad.e.ſicut.c.ad.d.erit.a. ad.e. ſicut.c. ad.f.
ducatur enī.c.in.d.ꝛ.f.ꝛ proueniant.g.ꝛ.h.eritqꝫ per premiſſam.g.ad.h. ſicut.d
ad.f.quare ꝛ ſicut.a.ad.b.ducaī.itē.f.in.d.ꝛ ꝓueniat.k.eritqꝫ per hanc. 19.g.ad
k.ſicut.c.ad. f.ꝛ qꝛ ex.f.in.d.ſit.k. fiet idem ecōuerſo p.10.ex.d. in.f. quia igiī ex
c.ꝛ.d.in.f.fiunt.h.ꝛ.k.erit ꝑ hanc.19.h.ad.k.ſicut.c.ad.d.quare ſicut. b.ad.e .et
ꝓiam oſtenſum eſt ꝙ ē.g.ad.h.ſicut.a.ad.b.erit ꝑ.15.a.ad.e.ſicut.g.ad.k.ſed ſic
erat etiam.c.ad.f.eſt igitur.a.ad.e.ſicut.c.ad.f.quod eſt propoſitum. Idem pro/
babis ſi fuerint in vtroqꝫ ordine numeri plures tribus quēadmodum probatur in
23.quinti de quantitatib⁹ plurib⁹ trib⁹.

Propoſitio .20.

Si fuerint quatuoꝝ numeri proportiōales qō ex ductu pri
mi in vltimū ꝓducetur equū erit ei qō ex ductu ſecundi in
tertiū. Si vero qō ex primo ī vltimū ꝓduceī equū ē ei qō
ex ſecundo in tertiū: illi quatuoꝝ numeri ſūt ꝓportiōales.
¶ Quod propoſuit euclides per.15.ſexti de quatuoꝝ lineis ꝓportio/
nalibus: ꝓponit hic de quatuoꝝ numeris ꝓportionalibus. verbi gratia. Sit ꝓpoꝝ
tio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.fiatqꝫ ex.a.in.d.e.ꝛ ex.b.in.c.f. dico ꝙ.e.ꝛ.f.ſunt equa/
les econuerſo: ducatur enim.a.in.b.ꝛ fiat.g.eritqꝫ per.18.g.ad.c.ſicut.b.ad.d. et
ꝙ per.17.ex.b.in.a.fit.g.ꝛ ex eodē.b.i.c.f.erit p.18.g.ad.f.ſicut.a.ad.c.ſed p.14.
eſt.a.ad.c.ſicut.b.ad.d.ergo erit.g.ad.f.ſicut.g.ad.e.eq̄les igiī ſūt.f. ꝛ.e. qō eſt
p̄mū. Nec oportet p̄demōſtrare ſi vni⁹ numeri ad duos ſit vna ꝓportio ꝙ ipſi ſūt
eq̄les: aut ſi ipſi ſūt eq̄les ꝙ vni⁹ ad ipſos ſit vna ꝓportio. Si enim eſt vna pro/
portio.g.ad.e.ꝛ ad.f.aut ipſe erit tota pars vel partes.e. quota vel quote idem
eſt.f.ꝛ tunc per conceptionem patet.e.ꝛ.f.eſſe eq̄les: aut totiens.g. continebit.e.
quotiens.f.ꝛ ſuperfluent in eo tota pars vel partes.e. quota vel quote in eodem
ſuperfluent .f.ꝛ tūc etiam per conceptionē patet eos eſſe equales. Qō ſi ipſi fue/
rint equales patet per conceptionē ꝙ aut.g.erit tota pars vel partes.e.quota vel
quote.f.ꝛ tunc per diffinitionem erit ipſius.g.ad vtrumqꝫ eorum proportio vna:
aut equaliter continebit vtrunqꝫ cum ſuperfluitate ſimilium ꝛ tot numero par/
tium: ꝛ tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrunqꝫ proportio vna. ¶ Se/
cundū ſic patet: ſit.e.productus ex.a.in.d.equalis.f. ꝓducto ex.b.in.c. dico ꝙ ꝓ/
portio.a.ad.b.eſt ſicut.c.ad.d.ꝛ eſt hec conuerſa prime partis. Sit enim vt prius







g.qui fit ex.a.in.b.z quia.e.z.f.sunt eq̃les.erit.g.ad vtrũqz eorum proportio vna z quia vt prius per.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c.z ad.e.sicut.b.ad.e.erit.a.ad.c.sicut.b ad.d.quare permutatim.a.ad.b.sicut .c.ad.d. Non proponit autem euclides de tribus numeris continue proportionalibus qꝫ ille qui ex ductu primi in tertium producitur sit equalis quadrato medij. Et si ille qui ex primo in tertium producit fuerit equalis quadrato medij: qꝫ illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in.16.sexti de tribus lineis .hoc eni facile demonstratur per hanc.2o.medio illorum trium numerorum equali assumpto: quẽadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quatuor equali medie.

Propositio 21.

NUmeri secundum quãlibet proportionem minimi: numerant quoslibet in eadem proportione minor minorem et maior maiorem equaliter.

¶Sint. a.z. b. minimi numeri in sua proportione.sitqz. c.ad.d. sicut .a. ad. b.dico qꝫ .a.numerat.c.z.b.d. equaliter. Cum sit enim a.ad.b.sicut.c.ad. d. erit permutatim. a.ad.c. sicut. b .ad.d. erit igitur .a.c.tota pars vel partes quota vel quote .b .d. si itaqz fuerit pars constat propositum. At si partes sit .e.vna partium.a.z.f.vna partium.b.z quia tota pars est.c.d.per ypothe.quota.f.d.erit per diffinitionem proportio.e.ad.c.sicut. f.ad.d. quare permutatim.e.ad.f.sicut.c.ad.d.quare etiam sicut.a.ad.b.non sunt itaqz.a.z.b.minimi suę proportionis:quod est contrarium positis. Similiter quoqz:

¶Quotlibet numeri siue in eadem proportione siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem proportione quisqz suum correlatiuũ equaliter.

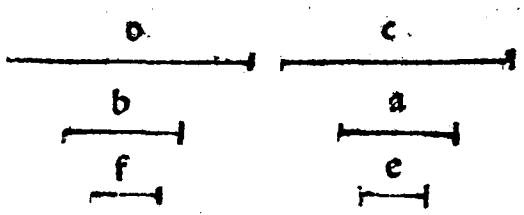
¶Vt si sint.a.b.c.minimi in eadem proportione vel in diuersis: sintqz in eadem vel cisdem.d.e.f.ita qꝫ sit.d.ad.e.vt.a.ad.b.z.e.ad.f.vt.b.ad.c.dico qꝫ.a. numerat.d.z.b.e.z.c.f.equaliter:quia enim est.a.ad.b.vt.d.ad.e.erit permutati.a.ad d.vt.b.ad.e. et quia.b.ad.c.ut.e.ad.f.erit etiam permutatim.b.ad. e.ut.c. ad.f. quare.b.ad.e.z.c.ad.f.sicut.a.ad.d.z quia.a.b.c.sunt minores.d.e. f.erit.b.e.z c.f.tota pars aut partes.quota est.a.d.Si itaqz pars constat propositũ .At si partes sit.g.vna partium.a.z.b.vna partium .b.z.k .vna.c.eritqz per presentem ypothe.tota pars.b.e.z.k.f.quota.g.d.quare per diffinitionẽ.b.ad.e.z.k.ad.f.sicut g.ad.d.permutatim igitur erit.g.ad.b.vt.d.ad.e.z.b.ad.k.vt.e. ad. f.quare g. ad.b.ut.a.ad.b.z.b.ad.k.vt.b.ad.c.quia ergo.g.b.k.sunt minores.a.b.c.in eadem proportione sequitur contrarium positi.

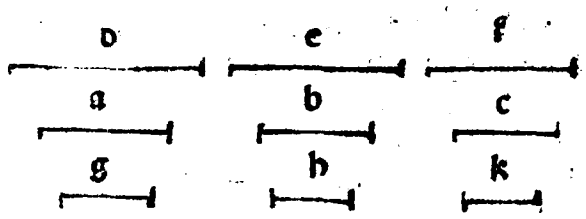
Propositio .22

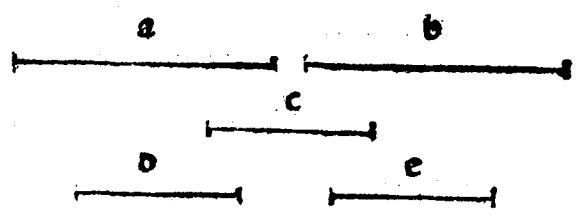
SI fuerint duo numeri scõm suam proportionem minimi ipsi erunt adinuicem primi.

¶Sint duo numeri.a.z.b.scõm suaz proportionem minimi. dico qꝫ ipsi sunt contra se primi. Si enim nõ numeret eos.c.vm.d.z.e. eritqz per.18. d.ad.e.sicut.a.ad.b.z quia.d.z.e.sũt minores .a.z.b.sequitur.a.z.b.non esse suę proportionis minimos:qõ ẽ ꝓriũ positioni. Silr quoqz

¶Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum ꝓportionum



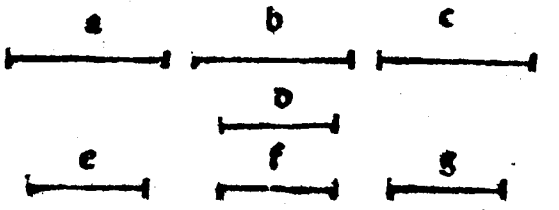




siue eadē siue diuerse fuerint mīmi. nullus numerus numerabit oīs.
¶ Vt si sint. a. b. c. minimi in ꝓtinuatione suaꝝ ꝓportionū: dico ꝙ nullus numerabit omnes. Sin autem numeret eos. d. a. quidē. ƀm. e. b. vero ƀm. f. ꝛ. c. ƀm. g. eritq3 ꝑ. 18. e. ad. f. sicut. a. ad. b. ꝛ. f. ad. g. sicut. b. ad. c. qꝛ ergo. e. f. g. sūt minores a. b. c. ꝛ ƀm ꝓportionē eorum nō erunt. a. b. c. quales positi sunt: quod ē inconueniens. ¶ Quāq3 autē nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi: potest tamē esse ut quoslibet duos ex eis numeret vnus: ductoetenim quolibet numero in aliquez ad se primū ac vtroq3 eoꝝ in aliquē tertiū ad vtrunq3 primū: prouenient tres numeri quoꝝ quiq3 duo erunt cōpositi. Nullꝰ tamē numerabit oīs. Sint enim a. b. c. tres numeri quoꝝ quisq3 sit primus ad alios; ducaq3. a. in. b. ꝛ. c. ꝛ proueniat. d. ꝛ. c. itemq3. b. in. c. ꝛ pueniat. f. dico quosq3 duos ex. d. e. f. esse adinuicem compositos tamē nullus numerabit omnes duos quosq3 ꝑ esse cōpositos. a. enim numerat. d. c. b. vero. d. ꝛ. f. ꝛ. c. e. ꝛ. f. Qđ autē nullus numeret oēs: patebit prius demōstrando ꝙ. a. est maximus numerans. d. ꝛ. e. b. quoq3 maximꝰ numerās. d. ꝛ. f. ꝛ. c. maximus numerās. e. ꝛ. f. hoc aūt sic cōstat: si enim. a. nō ē maximꝰ numerās. d. ꝛ. e. sit itaq3. g. numeretq3. d. ƀm. b. ꝛ. e. ƀm. k. eritq3 ꝑ scōam ptē. 20. a. ad. g. sicut. b. ad. b. itemq3 ꝑ eādē. a. ad. g. sicut. k. ad. c. qꝛ ergo. a. est minor. g. erit. b. minor. b. ꝛ. k. minor. c. ꝛ qꝛ b. ad. k. sicut. b. ad. c. vtraq3 enim ē sicut. d. ad. e. ꝑ. 18. bis assumptā. sunt autē: b. ꝛ. k. minores. b. ꝛ. c. erit ꝑ imediate sequētē ꝛ per hāc ypoth. ꝙ. b. ꝛ. c. sint ꝓra se primi reperire minimis minores: qđ qꝛ ē impossibile: erit. a. maximꝰ numerās. d. ꝛ. e. Eodēq3 mō ꝓbabit̄ ꝙ. b. sit maximus numerās. d. ꝛ. f. ꝛ. c. maximꝰ numerās. e. ꝛ. f. siquis ergo numerat. d. e. f. ꝑ corel̄. scōe ter assūptū ipse numerabit. b. c. sed quisq3 eorū primus erat ad reliquos. Accidit igit̄ ipossibile. Sit̄ quoq3

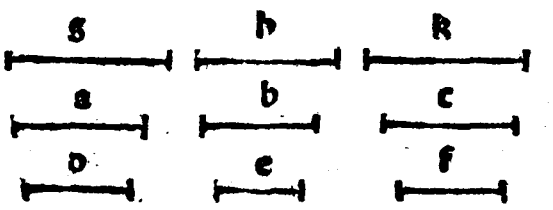
¶ Quotlibet numeri quos vnus nō numerat scōm cōtinuationē suaꝝ ꝓportionū sunt minimi.

¶ Vt si sint. a. b. c. quilibet numeri quos oēs nullus numerat. dico ꝙ ipsi sunt in continuatione suaꝝ ꝓportionū minimi. Alioquin aut minimi. d. e. f. qui ꝑ. 21. numerabunt. a. b. c. quisq3 suū relatiuum equaliter. sit ergo vt scōm. g. eritq3 per. 17. vt viceuersa. g. numeret. a. b. c. scōm. d. e. f. quare aliter ꝓpositum positioni.



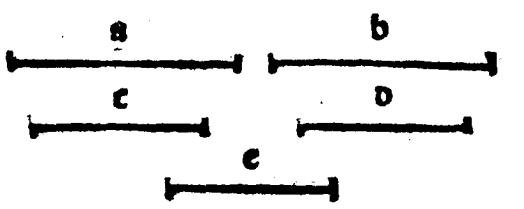
¶ Propositio .23.

¶ Vilibet numeri ꝓtra se primi sūt ƀm suā ꝓportiōem mimi.
¶ Hec ē cōuersa ꝓmisse vt si duo numeri sint. a. ꝛ. b. ꝓtra se ꝑmi: ipsi erūt ƀm suā ꝓportionē minimi: sin aūt sint minimi i eadē ꝓportiōe si possibile ē. c. ꝛ. d. cōstat itaq3 ꝑ. 21. ꝙ. c. numerat. a. ꝛ. d. b. eq̄liter sit igitur vt scōm. e. erit per. 17. vt viceuersa. e. numerat. a. ꝛ. b. a. quinō secdđ. c. ꝛ. b. scōm. d. non sunt igit̄. a. ꝛ. b. ꝛ sc ꝑmi qđ ē ꝛ ypoth.



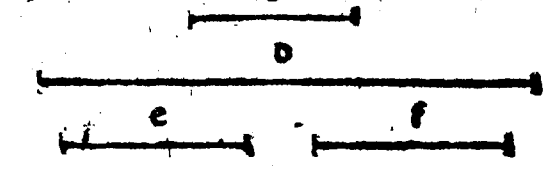
¶ Propositio .24.

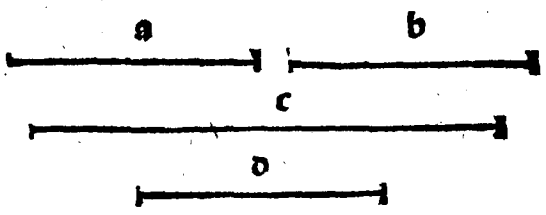
¶ Si fuerint duo numeri cōtra se primi. si quis vnū eoꝝ numeret ad alterū eē primus necessario comprobatur.
¶ Sit. a. ꝛ. b. ꝛ se ꝑmi. c. vero numeret. a. dico ꝙ. c. ꝑmꝰ ē ad. b. aliquis nūeret eos. d. q̄ ꝑ penul̄. ꝓcept. nūerabit etiā. a. nō sūt ḡ. a. ꝛ. b. ꝛ se ꝑmi. d. eni numerat ābos.



¶ Propositio .25.

¶ Si fuerint duo numeri ad aliū quēlibet primi qui ex ductu vnius in alterū ꝓducetur. ad eundem erit primus.
¶ Sit vterq3 duoꝝ numeroꝝ. a. ꝛ. b. primus ad. c. ꝛ ex. a. in. b. sit. d. dico ꝙ. d. est primus ad. c. aliter eni numeraret eos. e. d. q̄dā ƀmi. f.





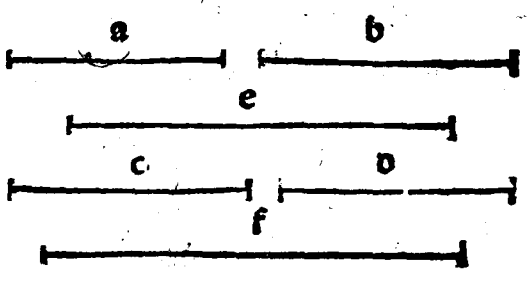
eritqz p scdam ptē.20.a.ad.e.sicut.f.ad.b.z qz. a.z.c.sūt p̄mi z .e.numerat.c.ipse erit p.24.primus ad.a.q̄re p.23.a.z.e.sunt scdm suā ꝓportionē minimi:sequit ergo p.21.ut.c.numcret.b.z qz positū ē ꝙ ipse numeret.e.nō erunt.b.z.c. ꝫ se p̄mi: qđ est contra ypothe.

Propositio 26.

SI fuerint duo numeri contra se primi qui ex vno eorū in se ipsum producitur ad reliquum est primus.

¶Sint cōtra se primi .a.z.b.z ex.a.in se fiat.c.dico ꝙ.c.primus est ad.b.sit enim.d.equalis.a.eritqz.d.primus ad.b.z ex.a.in.d:fiet.c per premissam igitur patet.c.primū esse ad.b.qđ proposuimus.

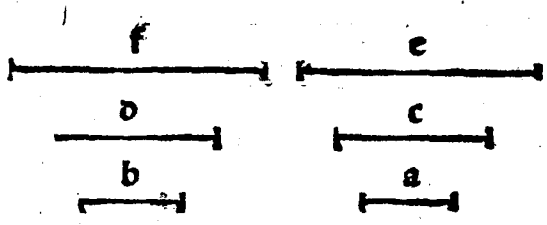
Propositio .27.



SI duobus numeris ad alios duos cōpatis vterqz ad vtrūqz fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

¶Sint.a.z.b.p̄ores.c.z.d.posteriores:sitqz vterqz duoꝝ.a.z.b.primus ad vtrūqz duoꝝ.c.z.d.z ex.a.in.b.sit.e.z ex.c.in.d.f.dico qđ e primus est ad.f.hoc aūt.25.ter assumpta euidenter concludit:cū enī fiat.e.ex.a.in.b.quorum vterqz primus est ad.c.z ad.d.erit per ipsam.e.primus ad.c.z item ꝙ ipsam primus ad.d.quia item.f.fit.ex.c.in.d.quoꝝ vterqz prim⁹ est ad.d.erit rursus per ipsam.f.primus ad.e.qđ ē ꝓpositū.

Propositio .28.

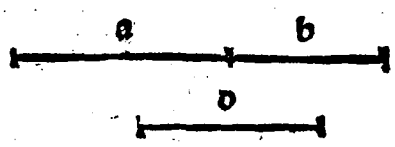


SI fuerint duo numeri contra se primi ducaturqz eorum vterqz in seipsum: erunt inde producti cōtra se primi. Itē qz si in vtrūqz productoꝝ suum ducatur principiuz: erūt quoqz producti contra se primi.

¶Sint.a.z.b.cōtra se primi: ducaq̄qz vterqz in se:z proueniant ex.a quidem.c.ex.b.vero.d.itēqz ducaſ.a.in.c.z proueniat.e.z.b.in.d.z proueniat.f. dico.c.z.d.esse contra se primos:itemqz.e.z.f.contra se primos:est enim per.26. c.primus ad.b.per eandē igitur erit.d.primus ad.a.z ad.c.sicqz constat primum qđ ē.c.z.d.esse contra se primos.¶Reliquum sic:est enī vterqz duoꝝ numerorum a.z.c.primus ad vtrūqz duoꝝ.b.z.d.itaqz per.27.crit.e.primus ad.f.qđ est vltimum. Non solum autem erit.c.primus ad.f.sed etiā per.25.ad.b. z ad.d. itemqz per eandē.f.ad.a.z.c.sicqz si infinities duceret vtrūqz productoꝝ in suum principium essent omnes producti contra se primi:z non solum sed quilibet eductus ab a.ad quemlibet eductum.a.b.

Propositio .29.

SI fuerint duo numeri contra se primi:qui ex ambobus coaceruatur ad vtrūqz eorum erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrūqz eorū fuerit prim⁹ duo quoqz numeri adinuicem erunt primi.



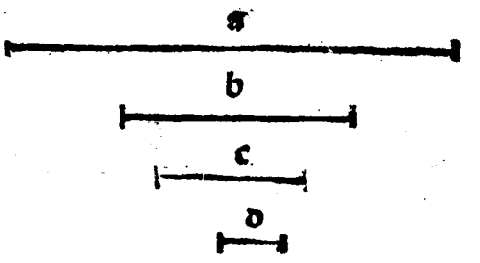
¶Sint .a.z.b.cōtra se primi:dico ꝙ ex eis cōpositus.a.b.ad vtrūqz eorū erit prim⁹ z ecōuerso.nā si.d.numerat totū.a.b.z alterū eoꝝ numerabit ꝙ cōes sciaz z reliquū.q̄re nō erūt ꝫ se p̄mi:sz hoc positū fuerat:pz ergo p̄mū.Scdm sic:sit.a.b .prim⁹ ad vtrūqz suoꝝ componentium qui sunt. a. z.b. dico ꝙ.a.z.b.

sunt ꝓtra se primi: posito enī q̄. d. numeret vtrūq; duorum numeroꝝ. a. et. b. sequitur per cōem sciam q̄ etiā numeret. a. b. ex eis cōpositum: quare ad neutrum duoꝝ numeroꝝ. a. et. b. erit. a. b. primus: sed positum erat q̄ esset ad vtrūq;. Accidit igitur impossibile. Eodē quoq; mō si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad alterum: primus quoq; erit ad reliquū. ideoq; et coaceruati inter se: sit enī cōpositus ex. a. et. b. primus ad. a. dico q̄ erit etiā primus ad. b. alioquin numeret eos. d qui per cōceptionē numerabit et. a. cum numeret totum et detractum: hoc autē inconueniens erat enim compositus ex. a. et. b. primus ad. a.

Propositio .30.

OMnis numerus cōpositus ab aliquo primo numeratur.

CSit. a. quilibet numerus cōpositus: dico q̄ aliquis prim⁹ numerat ipsū: qz enī est cōpositus numerabit ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit primus verū erit qđ dicit. si aūt cōpositus sit. c. qui numerat eum: qui etiā per cōem sciam numerabit. a. si ergo vel ipse fuerit primus constat qđ dicit. At si cōpositus necessario numerabit eū. alius qui sit. d. qui etiā per cōem sciam numerabit. a. de quo rōcinare vt prius: qz ergo quotiens occurrit cōpositus necesse est minorem assumere qui cōpositum occurrentē numeret sequitur ut tandē deueniatur ad aliquē primū: alioquin accidet impossibile et contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.



Propositio .31.

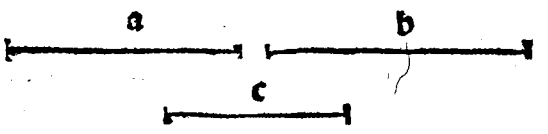
OMnis numerus aut ē primus aut a primo numeratur.

CSit. a. quilibet numerus: dico ipsum esse primū vel numerari a primo. quia si non est primus erit cōpositus: quilibet autē talis ab aliquo primo numeratur per premissam. a. igitur vel primus est vel a primo numeratur: quod proponitur.

Propositio .32.

OMnis numer⁹ primus ad omnē quē nō numerat ē prim⁹.

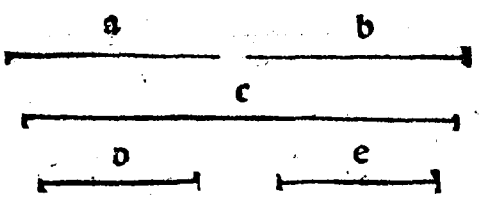
CSit. a. numerus primus non numerās. b. dico q̄. a. et. b. sūt cōtra se primi. si enī. c. numerat eos nō est verū q̄. a. sit primus.



Propositio .33.

SI numer⁹ ex duob⁹ ꝓduct⁹ ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primū alterꝝ illoꝝ duoꝝ numerare.

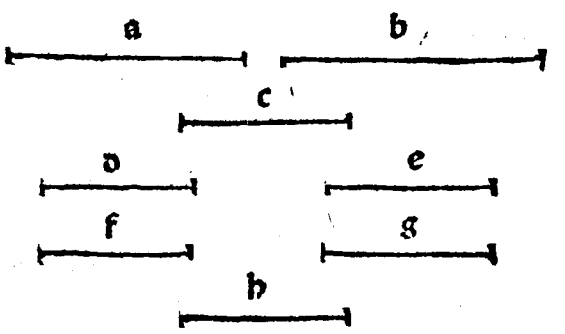
CSit. c. productus ex. a. in. b. et sit. d. numerus primus qui ponatur numerare. c. dico q̄. d. numerat. a. vel. b. numeret enī. c. ꝟm. e. si ergo nō numerat. a. erit primus ad ipsū ꝑ premissam: et iō erūt ꝟm suā ꝓportionē mimi ꝑ. 23. et qz. a. ad. d. sicut. e. ad. b. ꝑ scōam ptē. 20. sequit ut. d. numeret. b. ꝑ. 21. qđ est propositū. Añ manifestū ē q̄ si aliquis numerus numerat ꝓductū ex duobus vel si cidē fuerit cōmēsurabilis cōmēsurabilis quoq; erit alteri eoꝝ.

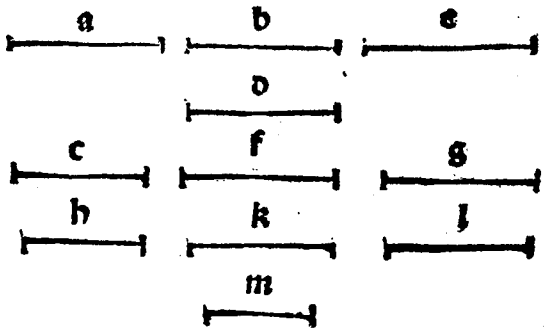


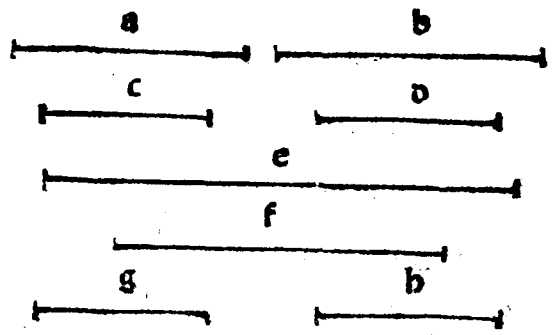
Propositio .34.

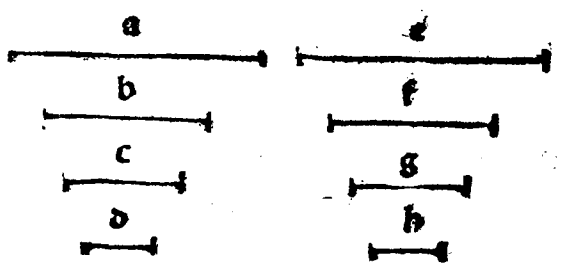
NUmerus ꝟm ꝓportionē nūeroꝝ assignatoꝝ minimos invenire. CUnde manifestū ē maximū numeꝝ duos cōiter numerantē ꝟm minimos illius ꝓportionis eos numerare

CSint. a. et. b. numeri propositi ꝟm quorum proportionē volumus invenire mimos. si ḡ fuerit ꝯ se p̄mi sūt q̄les inq̄rim⁹ ꝑ. 23. si aūt cōpositi sumaī: vt docet scōa maxim⁹ eos cōiter numerās q̄ sit. c. numeretq; eos ꝟm









d.z.e.erũtqȝ in cadẽ ꝓportione ꝑ.18.quos dico ee q̃les q̃rim⁹.Sint autẽ sint.f.z g.q̃ ꝑ.21.numerabũt. a.z.b.eq̃liter:sit igit̃ ut ƀm.b.eritqȝ ꝑ scdam ptẽ.20.c.ad.b sicut. f.ad.d.vel sicut.g.ad.e.quare.c.ẽ minor.b.itaqȝ cũ.b.numeret.a. z.b. non fuit.c.maxim⁹ eos numerãs sed erat positũ qꝫ sic.ergo ꝛc.Siliter quoqȝ possum⁹.

¶ Numeros ƀm continuitatem proportionum numeroꝝ assignatoꝝ minimos repire.Unde etiã manifestũ ẽ maximũ numeꝝ quotlibet cõ muniter numerãtẽ ƀm minimos proportionũ eorum eos numerare.

¶ Ut si sint.a.b.c.ƀm quoꝝ proportiones volumus minimos inuenire siue fuerit in eadem ꝓportione siue in diuersis: siue nullus numerus numerat eos oms: ipsi sunt quos querimus per.23.hoc enim ibi demonstratũ est. Si autem vnus numerat oms:sumaṫ ut docet tertia:maximus eos cõiter numerans qui sit. d.numeret qȝ eos ƀm.e.f.g.qui erunt in cadẽ ꝓportione per.18.dico eos esse quos querimus alioquin sint.h. k.l.qui per.21. numerabunt.a.b.c.equaliter:sit ut ƀm.m.eritqȝ ꝑ scdam ptem.20.d.ad.m.ut.h.ad.e.vel.k.ad.f.vel.l.ad.g.Minor est igitur. d.q̃ m.quare cũ.m.numeret.a.b.c.nõ fuit.d.maximus eos numerans:quare sequitur impossibile:fuit eni.d.maximus numerans.a.b.c.

Propositio .35.

Quilibet duo numeri minimos numeros siue ꝓportionis maior minorẽ z minor maiorẽ multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producũt. Unde manifestum ẽ minimũ quẽ duo numerãt quẽlibȝ ab eis numeratũ numerare

¶ Sint duo numeri.a.z.b.minimiqȝ in eoꝝ ꝓportiõe. c.z.d. eritqȝ per primã ptẽ.20.vt ex.a.in.d.z.b.in.c.fiat idem numerus.qui sit.e.quẽ dico esse minimũ numeratũ ab.a.z.b.aliter eni sit.f.quẽ numeret.a.z.b.ƀm.g.z.b.eritqȝ ꝑ scdam partẽ.20.b.ad.g.sicut.a.ad.b.z sicut.c.ad.d.z per.18.erit.c.ad.b.sicut.e. ad.f.cũ itaqȝ ꝑ.21.c.nũeret.b.e. nũerabit.f.maior minorẽ:qz ergo hoc ẽ ipossibile cõstat vcꝝ eẽ qõ dicit̃.

Propositio .36.

Propositis quotlibet numeris minimũ ab eis numeratũ repire.Manifestũ etiã ex hoc ẽ minimum numeꝝ quem quotlibet numerãt quẽlibet ab eis numeratũ numerare.

¶ Sint ꝓpositi numeri.a.b.c.d.volo inuenire mimũ numeꝝ numeratũ ab eis. Inuenio itaqȝ primo minimũ numeratũ ab.a.z.b.qꝫ.a numerat.b.nõ erit ali⁹ q̃ȝ.b.si autẽ nõ numerat eũ nec ecõuerso:si ipsi sunt ꝓtra se ꝑmi qui ex vno in alterũ ꝓuenit erit minimus per.23.z ꝑmissam.Qõ si sunt cõ/ cantes:sumaṫ minimi in eoꝝ ꝓportione:vt docet.34.z maior in minorẽ eorum multiplicato ꝓueniat.e.qui erit minimus numeratus ab eis per ꝑmissam.Simili quoqȝ modo inueniaṫ minimus numerat⁹ ab.e.z.c.qui sit.f.eritqȝ.f.minimus numeratus ab.a.b.c.sed z minimus quẽ numerant.f.z .d. sit.g. eritqȝ.g. minimus quẽ numerant numeri ꝓpositi:qõ eni omnes ipsũ numerent:patet per cõceptionẽ sed si nõ ẽ minimus ponaṫ ergo.b. quẽ qz numerat.a.z .b.numerabit etiã ipsũ ꝑ correl̃.ꝑmisse.c.ꝑ idẽ quoqȝ correl̃.numerabit ipsũ.f. sed z.g.maior itaqȝ nũerat minorẽ qõ est impossibile.Hec z ꝑmissa ꝓponunt̃ i alio loco sub trib⁹ conclusiõib⁹ quaꝝ prima equivalet ꝑmisse:secũda componit̃ ex corrolarijs ambobus :tertia ꝓ/ ponit de tribus qõ hec de quotlibet numeris.Est itaqȝ prima.

¶ Datis duobus numeris minimum ab eis numeratum inuenire.

¶ Dati numeri sint. a. ⁊ b. quorũ minor si numerat maiorem est maior quẽ queri/
mus. alioquin maior eor numeraret minorem se. Si autẽ neuter neutrũ numeret
si ipsi sunt contra se primi. erit qui ex. a. in. b. ꝓuenit qui sit. c. minimus omnium
quẽ numerat. a. ⁊ b. Nam si minorem eo numerauerint esto. d. quẽ numerent ꝫm
⁊. ⁊ f. eritq; per scdam partem. 20. a. ad. b. sicut. f. ad. e. ⁊ quia. a. ⁊ b. sunt sue ꝓ/
portionis minimi per. 23. numerabit. a. f. per. 21. ⁊ quia per. 18. est. c. ad. d. sicut. a.
ad. f. Nam ex. b. in. a. ⁊ f. fiunt. c. ⁊ d. sequitur. c. numerare. d. sed erat. d. minor. c
quare impossibile. Si autem. a. ⁊ b. sint cõicantes: negociare propositus ut in. 35.
secunda trium conclusionum ex ambobus correl. est confecta.

¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt mini/
mus quẽ numerant eundẽ numerum numeret.

¶ Vt si sit quilibet numerus quẽ numerat. a. ⁊ b. d. minimusq; ab eisdem nume/
ratus. c. erit ut. c. numeret. d. cũ eni sit. d. maior. c. si. c. nõ numerat ipsũ. numera
bit tamẽ aliquid eius: sitq; plurimũ qõ numerat. c. ⁊ residuũ sit. f. eritq; f. minus
c. quia igitur. a. ⁊ b. numerant. c. numerabunt per cõem scientiaz ⁊. e. sed numera
bunt. d. itaq; per aliã cõmunem sciam numerabunt. f. incõueniens ergo sequit̃ ꝙ
c. nõ fuit minimus quẽ numerant. a. ⁊ b. ¶ Idem cõuinces ⁊ eodẽ mõ de quolibet
numerato a quotlibet pluribus. s. ꝙ minim⁹ ab illis quotlibet pluribus numera/
tis eundem numeret: vltima triũ cõclusionũ é.

rum inuenire.

¶ Propositis tribus numeris: minimũ numeror ab eis numerato/

¶ Tres numeri ꝓpositi sint. a. b. c. minimusq; quẽ numerant. a. ⁊ b. sit. d. qui su/
matur ut prima trium conclusionũ docet. Si igitur. c. numerat. d. scito. d. esse quẽ
querim⁹. Si eni. a. b. c. minorem eo numerant: sit eni. e. quẽ per ꝑmissam conclusio
nẽ numerabit. d. qõ est impossibile. Si autem. d. non numerat. c. sumatur. e. mini/
mus numeratus ab eis. ꝙ autem. e. numeret̃ ab. a. b. c. patet qz. c. numerat ipsum
d. similiter: ergo ⁊. a. b. qui numerant. d. quare. e. numerabitur ab. a. b. c. eritq; c
minimus quẽ numerãt. a. b. c. Sin autem sit. f. quẽ per premissam conclusionẽ nu/
merabit. d. scd. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerant cum: quare. c. d. numerabit
eum: quare per premissam. e. numerabit eum ⁊ est maior co scd ⁊. e. maior minorẽ
q̃ nõ esse potest. Idem inuenies ⁊ eodẽ modo quotlibet propositis.

Propositio .37.

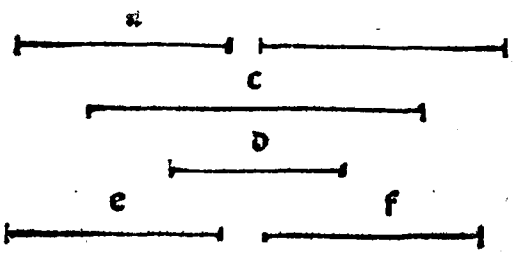
Si numerus aliquis aliũ numerum numeret: erit in nume/
rato pars a numerante denominata.

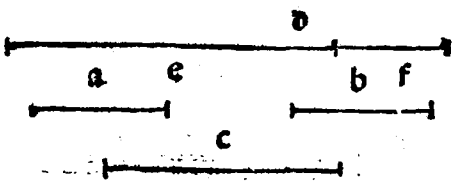
¶ Cuius sensus est ꝙ ois numer⁹ numerat⁹ a ternariõ habet tertiaz
⁊ numerat⁹ a quinario bz quintã. sicq; de ceteris: vt si. b. numeret. a.
erit in. a. ps denominata a. b. numeret eniz ipsũ quotiens vnitas in
eritq; per. 16. vt. c. quoq; totiens numeret. a. quotiens vnitas i. b. quare tota ps
s. t. c. a. quotta vnitas. b. ⁊ qz vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata
per cõmunem sciam: erit. c. pars. a. denominata a. b. quod est propositum.

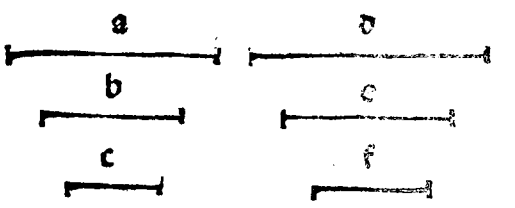
Propositio .38.

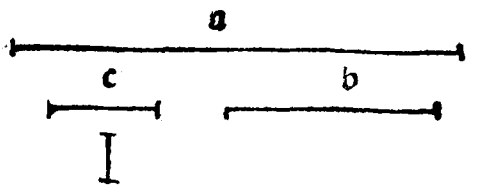
Si numerus aliquis partẽ quotãcunq; habeat numerabit
ipsum numerus ad illam partem dictus.

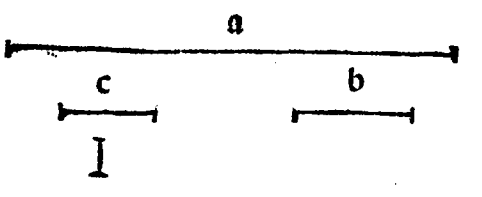
¶ Hec est cõuersa premisse cuius est intentio: ꝙ ois nũerus hñs ter/
tiã numerat̃ a ternario: ⁊ hñs quitã a quinario: sicq; de ceteris vt si. b
hit ps. a. denoiata a. c. seq̃t̃ ut. c. nũeraz. a. qz ei. b. é ps. a. denoiata a. c











ſed ꝛ vnitas eſt pars.c. denominata ab ipſo ꝙ cõcep. ſequitur vt quotiens vnitas numerat.c. totiens.b. numerat.a. itaqꝫ per.16. quotiens vnitas.b .totiens.c. numerat.a. ꝗre cõſtat ꝓpoſitũ. ¶ Aliter idẽ: cũ ſit.b. pars.a. ſi tota vnitas.c. eritqꝫ per hanc cõmunem ſciam vnitatem eſſe partem omnis numeri ab ipſo denominatam.c. denoians.b. in.a. ꝛ quia eſt.b. in.a. quotiens vnitas in.c .euidẽter ſequitur propoſitum ꝙ.16.

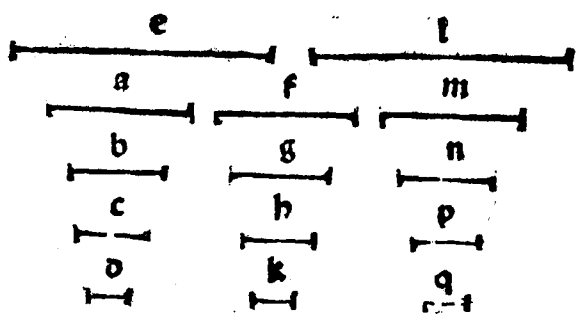
Propoſitio .39.

NUmerum minimum propoſitarum denominationum habentem partes inuenire. Exquo manifeſtum é ꝙ minim⁹ numerus numeratus a quotlibet ẽ minimus habens partes denominatas ab ipſis.

¶ Sint.a.b.c.d. denominantes partes ꝓpoſitas. ꝛ.e. minimus numeratus ab eis ſũptũ ꝟm.36.: ipſũ.e. dico eſſe quẽ querimus. Sint enĩ ꝟmquos numerant ipſum.f.g.h.k. eritqꝫ per.16. ꝛ hanc cõmunem ſcientiam: vnitas eſt pars omnis numeri ab ipſo dicta: vt viceuerſa.f.g.h.k. numerent.e. ꝟm.a.b.c.d. quare ſunt partes eius ab illis dicte. eſt igitur.e. habens partes propoſitarum denominationũ. ¶ Minimus etiã qm̃ ſi alter fuerit vt.l. ſint ptes.l. dicte ab eis.m.n.p.q. eruntqꝫ per.16. ꝛ predictam cõem ſcientiam. a b.c.d. viceuerſa ptes.l. dicte ab.m. n.p.q. quare nõ erat.e. minim⁹ quẽ numerãt.a.b.c.d. qõ eſt incõueniẽs. ¶ Habito minimo: ſi cura eſt habere ſcõm .aut quotũcũqꝫ libet: ſi ſcom qõ ſume duplũ minimi: ſi tertium triplum: ꝛ ad hunc modũ in alijs. Cum enim omnis multiplex e. numeretur ab.a.b.c.d. per hanc cõem ſcientiam: Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratũ ab illo neceſſe eſt per.37. vt omnis multiplex.e. habeat partes denominatas ab.a.b.c.d. ſi itaqꝫ duplus.e .nõ fuerit ſcõs habens ptes ꝓpoſitarũ denoiationũ: erit ali⁹ quẽ ſicut ſequit̃ eẽ maiorẽ. e. ſic ſequit̃ ẽe minorẽ duplo: ꝛ qꝛ illum numerant.a.b.c.d. per.38. ſequitur per corrol. 36. ꝙ.e. numeret eundẽ qõ eſt impoſſibile. cum enim numeret ſc. numeraret ꝙ hanc cõmunem ſciaꝫ omnis numerus numerãs totũ ꝛ detractum: numerat reſiduũ: differentiam illius ad ſe. que cum ſit minor ſe: maior numerus numeraret minorem qõ eſſe non poteſt ſequitur itaqꝫ duplum. e. eſſe ꝟm numerũ habentẽ propoſitarum denominationũ partes. ¶ Similit̃ quoqꝫ argues triplũ. e. eſſe tertiũ probato duplo eſſe ſcõm. aliquin quia eſſet triplo minor. ꝛ duplo maior. ſequeretur. e. numerare aliq̃ꝫ iter ipſius duplum ꝛ triplum. qõ ut prius patꝫ eſſe impoſſibile: probato aũt triplo eſſe tertium ad huius ſimilitudinem probabis quadruplum eſſe quartum: ꝛ ſic in ceteris.

¶ Minimũ numerum habentem partes propoſitarum denominationum ſumptarum continue reperire.

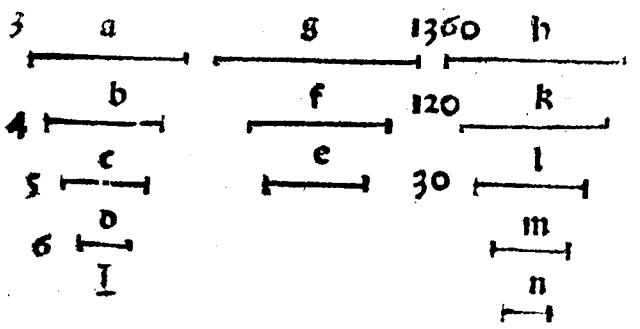
¶ Vt minimum numeꝝ habentẽ tertiã que tertia habeat quartam: que etiã quarta habeat quintã: aut ſeptimã: aut qualitercũqꝫ contingat eas ab eiſdem vel diuerſis denominari. Multiplicari oportet denominatorẽ prime partis in denominatorẽ ſcõe: ꝛ ex eis ꝓductum in denominatorẽ tertie: ꝓductum quoqꝫ i denominatorẽ quarte. ſicqꝫ de ceteris vſqꝫ ad vltimam. a prima vel vſqꝫ ad primã ab vltima ꝛ qui pruencrit erit qui inquirit̃ vt in ꝓpoſito.60. vel.84. ¶ Hoc autẽ ita eſſe demonſtratiue ſic habeto. Sint numeri ptes ꝓpoſitas denoiantes. a.b.c.d. volum⁹ inuenire minimũ numerum qui habeat partem denominatam ab.a. ita ꝙ illa ps habeat partẽ denominatã a.b. ꝛ illa aliã denominatã a.c. ſed ꝛ hec aliã dictã a.d

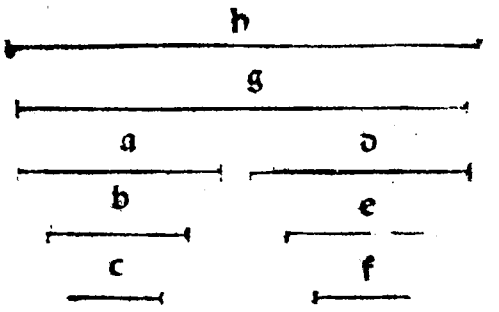


ducatur itaq3.d.in.c.z prouenīat.c.z.e.in.b.z prouenīat.f.f.quoq3 ducatur in.a z prouenīat.g.quē dico esse quē inquirimus.cum enī ipse .g.puenīat etiam ex.a.i f.p.17.erit.f.pars.g.dicta ab.a.At q3.f.puenit p cādē ex .b.i.e.erit.c.pars.f.dcā a.b.sed z propter hoc erit.d.pars e.dicta a.c.z quia vnitas est ps.d.dicta ab ipo d.p3.g.habere ptes ut ꝓponī.Si ergo nō fuerit minimus sit.b.sitq3.k.ps eī⁹ dicta ab.a.z.l.ps.k. dicta a.b.z.m ps.l.dicta a. c.n .quoq3 pars.m.dicta a. d.erit q3 per.18.g.ad.f.vt.b.ad.k.z.f.ad.e.vt.k.ad.l.z.c ad.d.ut.l .ad.m. sed z.d. ad vnitatem vt.m.ad.n.ergo per.15.erit in proportionc equalitatis.g. ad vnitatē vt b.ad.n.ergo ꝑmutatim erit.g.ad.b.vt vnitas ad.n.quare cum.b.sit minor.g.erit n.minor vnitate.sequitur igitur impossibile partē numeri minorē esse vnitate.erit itaq3.g.minimus habens ptes vt ꝓponī Quo inuēto si cura fuerit habere scōm aīt quotūquelibet p minimii multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc autem.39.proponitur in alio ꝺm hunc modum.

¶ Propositis partibus quotiscūq̄libet:minimū numerum eas continentium inuenire.

¶ Vt si ptes proposite sint.a.b.c.sintq3 eas denominātes.d.e.f. z sumaī minim⁹ quē numerant.d.e.f.qui sit.g.hunc dico esse quē querimus:erunt enī in eo propo site partes per.37.qui si nō fuerit minimus eas continens:sit ergo.b.quē numera bunt.d.e.f.per.38.igitur nō erit .g.minimus numeratus ab eis qō est incōueniēs qd erat. Intelligo vero ptes.a.b.c.indeterminate poni z nō sub quātitate certa:alī ter enī nō esset necessarium vt minimus numerus quē numerant.d.e.f. esset mini mus continens partes ꝓpositas:plurimas enī contingit partes reperire q̄s numē rus numeratus ab eox denoiatoribus non continet:verbi grā. Tres numeri q̄ sūt 120.90.z.72.sunt eiusdem numeri ptes.primus quidē tertia.secūd⁹ vero quarta.z tertius quinta.nec tamē minimus quē numerāt denoiatores eox qui est.60. ptes istas continet. Instandū igitur est si ptes sub certa quantitate ponanī prime con/ sequentie huius demōstratiōis:nō enim sequit ut arguit p.37.si ternari⁹ hunc nu/ merat ergo hic numerus positus est eius tertia:s3 ergo habet tertiā: qua ꝓpter idē est quod ꝓponī ꝺm vtrūq3 modū: sed scōm primuz conuenientius videī qō intē/ dī proponi. Attēdere aūt oportet q cū oīs ps habeat quātitatē i eo ꝓtingit pone re quotlibet z quaslibet ptes scōm quātitatē:z inquirere quis minimus eas cōtinet z sub quibus denominationibus. Minimū aūt eas cōtinentē cōstat esse minimū numeratū ab eis.ꝺm quos vero numerāt sunt qui illas in illo denoiant .Contingit iterū ponere quotlibet z quaslibet denominatiōes: z inquirere in quo minimo hee denominationes reperiunī z ꝺm quas quātitates. Minimū quoq3 cōstat esse mi/ nimū numeratū ab illis:ꝺm quos vero numerant sunt qui quātitates determināt: vtrobiq3 autē idcirco inquiritī minim⁹:q3 infiniti sunt hinc quidē qui has ptes con tinent. Inde vero in quibus hee denoiationes reperiunī.Contingit rursus ponere quotlibet partes z totidē denoiationes vel quotlibet denoiatiōes z totidē partes. nō aūt quaslibet cū quibuslibz:sed certas cū certis.Si enī ponā ptes tres quatuor quinq3 z denoiationes earū.6.7.8.z inquirā quis numerus continet has ptes sub istis denoiationibus.silis ero inquisitori vano querenti impossibile.Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis z nō ut contingit z inquirere quis numerus positas partes sub positis denoiationib⁹ cōtinet:nō aūt quos minimus vnicus enī est:nā siue ꝓposita fuerit vna ps z vna denoiatio siue plures z plures:





non erit sumere plures numeros qō ꝓpositū erit cōtinentes. Solus enī ē cuiꝰ ternarius ē quinta: nō plures. Solus quoqꝫ cuius ternarius octaua: ⁊ senarius quarta: nō plures. ideoqꝫ ꝓponentem ptes ⁊ denoīationes ipsaꝝ in toto nō est querere quis minimus cōtinet has ptes sub istis denoīationibus: sed quis vnus continet: proponentē aūt partes tantū. Contingit querere quis minimus continet ⁊ a quibus in eo denominantur: solas quoqꝫ ꝓponentē denoīationes conuenit querere que partes ab illis dicte ⁊ in quo minimo reperiuntur. Cōuenientius autē videt partes p denominationes inquirere: q̄ꝫ denominationes p ptes: diuersitatē quidem denominationū non partiū comitat ꝓportionū diuersitas. Explicit liber septimus incipit liber Octauus.

Tatera numeroꝝ dicunt quoꝝ multiplicatōe numeri ꝓducunt. ¶ Superficies appellat numerꝰ qui ex duobꝰ lateribꝰ cōtinet. ¶ Solidus vero qui sub tribus ex quoꝝ cōtinua multiplicatione hꝫ procreari. ¶ Quadratus ē numerus superficialis equalibꝰ lateribus cōsistēs. ¶ Cubus est solidus equalibꝰ cōsistēs lateribus. ¶ Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi quoꝝ latera sūt proportionalia.

Propositio .1.

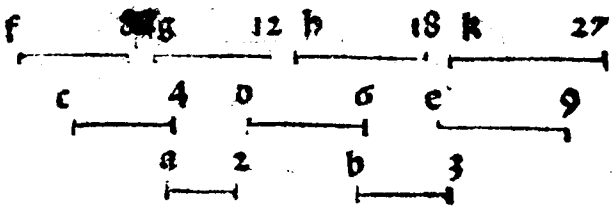
Si numeroꝝ quotlibet cōtinue ꝓportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

¶ Sint cōtinue ꝓportionales. a. b. c. duoqꝫ extremi qui sunt. a. c. sint cō se primi. dico q in eadē ꝓportione nō reperiēt totidē minores. Si aūt contingit sint. d. e. f. critqꝫ p. 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ⁊ qr. a. ⁊ c. sunt mmi i sua ꝓportione p. 23. eiusdē sequit̄ p. 21. ut. a. numeret. d. ⁊ c. f. miores scilicꝫ maiores qō esse non potes.

Propositio .2.

Numeros quotlibet cōtinue ꝓportiōalitatis sm ꝓportionē datā minos inuenire. vñ manifestum erit: q si fuerint tres numeri cōtinue ꝓportionalitatis sm eā mimi duo extremi erūt quadrati. q si fuerint q̄tuoꝝ erūt extremi cubi.

¶ Sint date ꝓportionis minimi. a. ⁊ b. ducat̄qꝫ a. in se ⁊ fiat. c. ⁊ in b. ⁊ fiat. d. b. quoqꝫ in se. ⁊ ꝓueniat. e. eruntqꝫ. c. d. e. cōtinue ꝓportionales i proportione. a. ad. b. p. 18. ⁊ 19. septimi: ⁊ qr. c. ⁊ e. sūt ꝓtra se primi p. 28. eiusdē erunt c. d. ē. sm datā ꝓportionē minimi p p̄missam: ducat̄ iterū. a. i oēs illos. ⁊ ꝓueniāt f. g. b. ⁊ b. i. c. ⁊ ꝓueniat. k. ⁊ erūt etiā. f. g. b. k. cōtinue ꝓportionales i ꝓportione a. ad. b. p. 18. ⁊ 19. septimi: mimi quoqꝫ p. 28. eiusdē ⁊ p̄missā hac via ⁊ rōne ineni



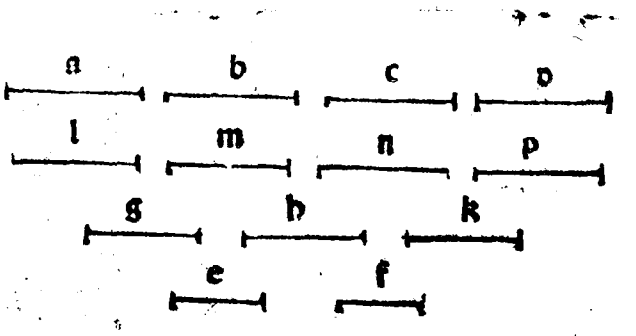
Propositio .3.

ent. 5. vel. 6. vel quotlibet.

Si numeri quotlibet continue proportionales secundum suam proportionem fuerint mimi: duos eorum extremos contra se primos esse necessario comprobatur.

¶ Hec tertia ē cōuersa prime. Sint enī. a. b. c. d. cōtinue ꝓportiōales

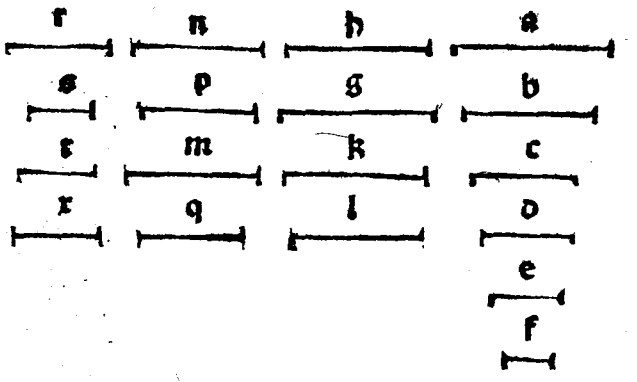
ꝛ ꝺm ſuã ꝓportionẽ minimi. ꝺico ꝙ. a. ꝛ. d. extremi erũt adinuicẽ primi: mini enĩ in ꝓportione. a. ad. b. ſint. e. ꝛ. f. eruntq; ꝑ. 22. ſeptimi contra ſe primi. ꝑ hos ergo ꝺuos ꝺm ꝺoctrinã ꝓmiſſe inueniant totidẽ cõtinue ꝓportionales ꝛ minimi quot ſũt numeri ꝓpoſiti: primo quidẽ tres qui ſunt. g. b. k. ꝺeinde ꝗtuor qui ſunt. l. m. n. p. ꝛ ad hunc modũ cõtinue ꝑ additionẽ vnius quouſq; fiãt tot quot ſunt numeri ꝓpoſiti vt ſunt hic. l. m. n. p. ſequit ergo. l. m. n. p. equales eſſe. a. b. c. d. eo ꝙ in eadem proportione ſunt vtriq; minimi ꝛ qꝛ. l. ꝛ. p. ſunt cõtra ſe primi ꝑ. 28. ſeptimi: erunt quoq; a. ꝛ. d. illis equales contra ſe primi: quod eſt propoſitum.



Propoſitio .4.

SImilitudinẽ aſſignatarũ ꝓportionũ i minimis numeris ꝺm ipſas ꝓportiões cõtinuatim proportionalibus inuenire.

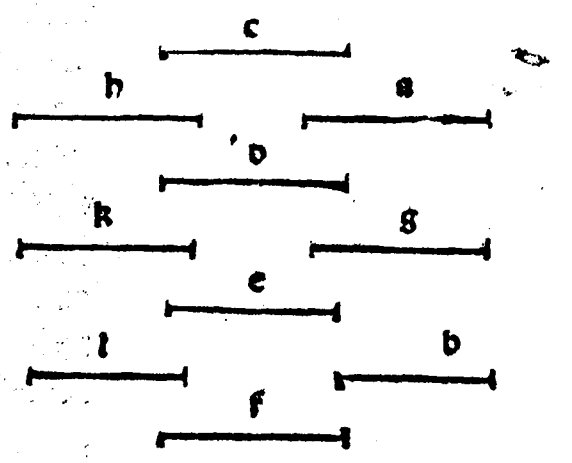
CAſſignate ꝓportiones i minimis termis inueniant ut ꝺocet. 34. ſeptimi Sintq; prima inter. a. ꝛ. b. ſcꝺa inter. c. ꝛ. d. tertia inter. e. ꝛ. f. ſit quoq; ꝺe pluribus ſi fuerint plures. volo has ꝓportiões in quatuor minimis numeris cõtinuare. Sumo ergo. g. minimũ quẽ numerãt. b. ꝛ. c. ꝛ quotiens. b. numerat ipſũ. g. totiẽs. a. numerat. h. d. quoq; totiẽs numeret. k. quotiẽs. c. g. itaq; ſi. e. numerat. k. ſit vt. f. totiẽs numeret. l. erũtq; b. g. k. l. quos querim⁹: cõſtat enĩ ꝑ. 18. ſeptimi ꝙ ſit. b. ad. g. ſicut. a. ad. b. ꝛ. g. ad. k. ſicut. c. ad. d. at. k. ad. l. ſicut. e. ad. f. Minimi quoq; nã ſi alij ſint minimi vt. m. n. p. q. oportebit ꝑ. 21. ſeptimi bis aſſumptã ut vterq; ꝺuoꝝ. b. ꝛ. c. numeret. p. ꝗrc ꝛ. g. nũerabit eũꝺẽ. ꝛ ꝑ correl'. 35. ſep. ꝙꝺ ẽ incõueniẽs. Sunt igit'. b. g. k. l. minimi. at vero ſi. e. non numerat. k. ſit. m. minimus numerat⁹ ab eis ſcz. e. ꝛ. k. quẽ. m. quotiẽs nũat. k. totiẽs. b. numeret. n. ꝛ. g. totiẽs. p. erũtq; ꝑ. 18. ſeptimi. n. p. m. in ꝓportione. b. g. k. ꝗrc. n. ad. p. vt. a. ad. b. ꝛ. p. ad. m. vt. c. ad. d. ſed quotiens. e. numerat. m. totiens. f. numeret. q. ꝛ erit ꝑ candẽ. m. ad. q. ſicut. e. ad. f. Manifeſtũ ẽ igit' ꝙ aſſignate ꝓportiones cõtinuate ſũt in quatuor numeris qui ſunt. n. p. m. q. Qui ſi nõ fuerint minimi ſint ſi poſſibile eſt alij qui ſint. r. ſ. t. x. qꝛ itaq; ꝑ. 21. ſeptimi bis aſſumptã vterq; ꝺuoꝝ numeroꝝ. b. ꝛ. c. numerat. ſ. ſequit' per correl'. 35. ſep. vt. g. numeret eundẽ. ſ. nare etiã. k. numerabit. t. at qꝛ ꝑ. 21. ſeptimi. e. numerat eundẽ. t. nõ erit. m. minimus quẽ numerãt. k. ꝛ. e. hac rõne quartã illis ꝛ quotlibet alias ſine omni offendiculo cõtinuare poteris.

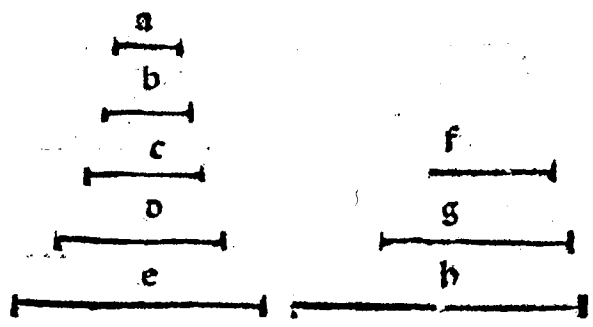


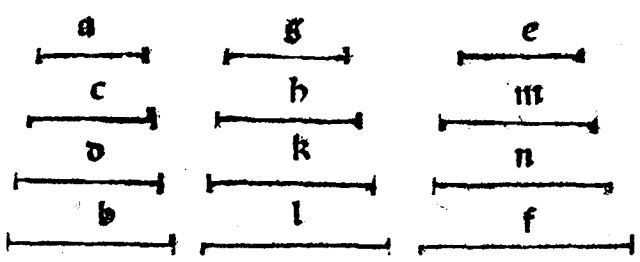
Propoſitio .5.

OMnium ꝺuoꝝ numeroꝝ cõpoſitoꝝ ꝓportio vnius ad alterum eſt ex laterũ ſuoꝝ producta proportionibus.

CQꝺ proponit. 24. ſexti ꝺe ſuperficiebus equidiſtantiũ laterũ: ꝓponit hic ꝺe numeris cõpoſitis. Sit ꝺuo numeri cõpoſiti. a. b. latera. a ſint. c. ꝛ. d. latera. b. ſint. e. ꝛ. f. ꝺico itaq; ꝙ ꝓportio. a. ad. b. conflat ex ea que eſt. c. ad. e. ꝛ ea que eſt. d. ad. f. ſit enĩ ut ex. d. i. e. fiat. g. qꝛ ergo ex. d. i. f. fit. a. ꝛ ex. f. in. e. fit. b. ꝑ cõuerſionẽ ꝺiffinitiõis latex erit ꝑ. 18. ſeptimi. a. ad. g. ſicut. c. ad. e. ꝛ ꝑ. 19. einſꝺẽ. g. ad. b. ſicut. d. ad. f. quare per ꝺiffinitionẽ ꝓportio. a. ad. b. cõpoſita ẽ ex ea que ẽ. c. ad. e. ꝛ ea que eſt. d. ad. f. ꝙꝺ eſt ꝓpoſitum. Nec eſt neceſſariũ vt cõtinuemus ꝓportiones latex videlicet eã que ẽ. c. ad. e. ꝛ eã que eſt. e. ad. f. in minimis numeris reptis ꝺm ꝺoctrinã ꝑcedentis vt ꝺocent quidam: hoc enim eſt propoſito ꝑter neceſſarium. Arguũ. enĩ poſito ꝙ illi minimi ſint. b. k. l. ꝛ ꝙ ſit. b: ad. k. ſicut. c. ad. e. ꝛ. k. ad. l. ſicut. d. ad. f. ꝓportionẽ. b. ad. l. eſſe cõpoſitã ex ꝓpoſitoꝝ latex ꝓportionibus. ſumptoq; ꝛ. g. fieri ex. d. in. c. arguũt. a. ad. g.







vt.b.ad.k.q; ut.c.ad.e.z.g.ad.b.vt.k.ad.l.q; vt.d.ad.f. ideoq; ẽm equã ꝓpor. z.a.ad.b.vt.h.ad.l.cõcludunt igitur.a.ad.b.cõponi ex quibus.b.z.l.verũ quidẽ sed non necessario assumpto.

Propositio .6.

SI numerorum quotlibet continue proportionalium primus scõm non numeret:nullus eorũ numerabit vltimum.

Sint.a.b.c.d.e.continue ꝓportionales.dico ꝙ si.a. nõ numerẽ. b.nullus eorũ numerabit.e.Manifestũ aũt est ꝙ si ipsum numeret omnes numerabunt.e.z simpliciter quilibet p̃cedens quẽlibet sequẽtem.Si autẽ non numerat ipsum patet ꝙ.d.nõ numerabit.e. nec simlr aliqs eorum ꝓximo sequentẽ:q; sunt positi continue ꝓportionales:sed ꝙ nullus ali⁹ ut.c. numeret ipsum sic constat:sumanť ẽm doctrinã scõe huius totidẽ minimi cõtinue proportionales in ꝓportione cadẽ quot sũt ipse.c.z oẽs sequẽtes qui sunt.f.g.b. eruntq; p.3.bui⁹ z.f.z.b.ꝑ se primi:z q; ꝑ equã ꝓportionẽ.c.ad.e.vt. f.ad. b.ũ f.non numeret.b.nec.c.numerabit.c.eodem modo nec aliquis alioꝝ: quare liquet quod propositum est.

Propositio .7.

SI numeroꝝ cõtinue proportionalium primus vltimũ numeret: idem ipse z secundum numerabit.

Sint qui pri⁹ continue ꝓportionales.dico si.a.numerat.e.ipse numerabit.b.alioquin ex premissa non numeraret.e. qõ ẽ contrariũ et impossibile.Nõ solum autẽ numerabit.b. sed z oẽs z quisq; eorum quẽlibet ipsum sequentem.

Propositio .8.

SI inter duos numeros numeri quotlibet in cõtinua proportionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.

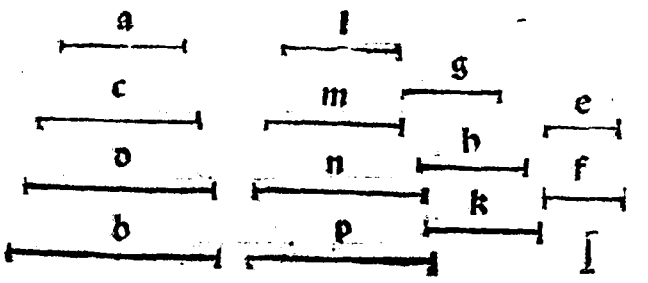
Sint.a.z.b.inter quos cadunt.c.z.d.in cõtinua ꝓportione habẽtes se in proportione.e.ad.f.dico ꝙ totidẽ cadunt inter.e.z.f.z in eadem proportione quot inter.a.z.b.Sint enĩ.g.h.k.l.totidẽ minimi quot sunt.a. z.b.qui inter eos cadunt sumpti.quẽadmodũ docet secũda huius cõtinue ꝓportionales in cadẽ ꝓportione:eruntq; p.3.g. z.l.cõtra se primi: z per equã ꝓportionem crit.g.ad.l.sicut.a.ad.b.ideoq; z sicut.e.ad.f.e q; ipsi sunt in sua ꝓportione minimi p.23.septimi.sequiť per.21.eiusdẽ ut.g.numeret.e.z.l.f.equaliter:totiens igitur numeret.h.m.z.k.n.positisq; .m.z.n.inter .e.z.f. constat p.18.septimi.e.m. n.f.esse cõtinue ꝓportionales:quẽadmodũ sunt.g.h.k.l.z ideo quẽadmodũ.a.z. d.b.quare patet quod dictũ ẽ.Ex hac constat nullã supticularẽ posse per eãlia dividi:si enĩ hoc esset oporteret inter duos numeros sola vnitate distantes numerum cadere medium quod esse nõ põt: ideoq; tonus in musica quẽ sexquioctã continet ꝓportio: in duo vera semitonia dividi non potest:sed necessario dividiť in minus semitonium et maius.

Propositio 9.

SI inter duos numeros ꝓtra se primos numeri quotlibet cõtinua ꝓportionalitate ceciderint: inter vtrũq; eorum z vnitatẽ totidem cõtinua ꝓportionalitate cadere necesse ẽ.

Sint.a.et.b.ꝓtra se primi.inter quos cadat in cõtinua proportione.c.z.d.dico ꝙ totidẽ erunt continue ꝓportionales inter.a.z vnitatẽ:inter q; totidem inter.b.z vnitatẽ.Sint enĩ in illa proportione minimi.e.z.f.sumpti.ut docet.34.septimi:ex quibus sumanť tres cõtinue proportionales et minimi i eorũ

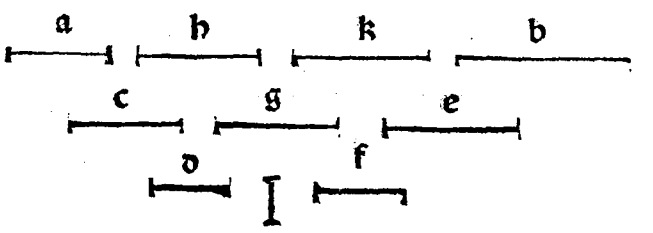
proportione,put docet scda huius qui sint.g.b.k.deinde ꝙtuor qui sint.l.m.n.p.ꝛ hoc totiens fiat vsquequo sic sumpti fiãt totidẽ quot sunt numeri ꝓpositi :vt sunt hic.l.m.n.p.Cõstat itaqꝫ cũ sint.a.c.d.b.in sua ꝓportione mimi p primã huius. sintqꝫ.l.m.n.p.totidẽ ꝛ mimi in eadẽ.Nõ sit aũt possibile eẽ aliquid minus min/ mo ꝙ numeri.l.m.n.p.equales erũt nũeris.a.c.d.b.qui vsqꝫ suo relatiuo ẽ igiꝫ:l. equalis.a.ꝛ.p.b.Manifestũ aũt ex scda huius ꝙ ex.f.in se fit.k.ꝛ ex eodẽ.m. k.p ꝙ diffinitionẽ igiꝫ eius qõ ẽ mltiplicari:erit.f.in.k.k quoqꝫ in. p.quotiẽs vnitas ẽ in.f.itaqꝫ vnitas.f.k.p.sunt cõtinue ꝓportionales.Silr aũt ꝛ vnitas.e.g.l.sũptis ergo.a.ꝛ.b.loco.l.ꝛ.p.sibi equaliũ erunt inter.a.ꝛ vnitatẽ.g.ꝛ.e.ꝛ inter.b. ꝛ vni/ tatem.k.ꝛ.f.cõtinue proportionales:totidem quot sunt inter.a.ꝛ.b. quod est pro positum.



Propositio 10.

SI inter vtrũqꝫ eoꝝ ꝛ vnitatem quotlibet numeri cõtinua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate inter esse necesse est.

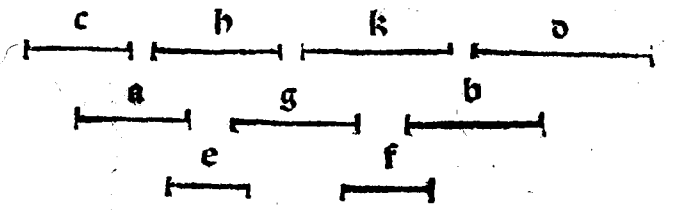
CSint duo numeri.a.ꝛ.b.sintqꝫ.c.ꝛ.d.inter.a.ꝛ vnitatẽ.e.quoqꝫ ꝛ f.inter.b.ꝛ vnitatẽ continue proportionales.dico totidẽ esse inter.a ꝛ.b.cõtinue proportiõales:hec ẽ eõuersa prioris excepto ꝙ ad subiectum ꝑmisse appositũ erat.a.ꝛ.b.esse contra se primos qõ nõ apponiꝫ hic ad passionẽ: qua p/ pter vlior est passio huius subiecto illius.Quia igiꝫ quotiens vnitas in.d.totiẽs ẽ d.in.c.ꝛ totiẽs.c.in.a.cõstat qõ ex.d.in se fit.c.ꝛ ex eodẽ.d.ĩ.c.a.Silr quoqꝫ ex.f. in se ꝛ in.e.fient.e.ꝛ.b.ducaꝫ itaqꝫ.d.in.f.ꝛ ꝓductus sit.g.itẽqꝫ idẽ.d.ducaꝫ.ĩ.g. ꝛ.e.ꝛ sint producti.b.ꝛ.k.Constat igitur ex.18.septimi ꝙ.c.ad.g .vt. d.ad. f.ꝛ ex 19.ꝙ.g.ad.e.vt.d.ad.f.quare.c.g.e.sunt continue proportionales ĩ proportione d.ad. f.itẽ p.18.itemꝫ sunt.a.ad.b.sicut.c.ad.g.ꝛ.b.ad.k.sicut.g.ad.e.ꝛ p.19.k.ad b.sicut.d.ad.f.igitur sunt.a.b.k.b.continue proportionales:quare cõstat propo/ situm.



Propositio 11.

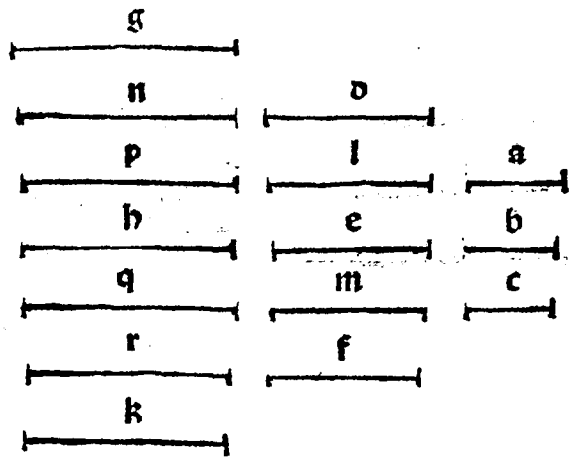
SI fuerint ambo quadrati erit ꝓportio vnius ad alterũ tã quã sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si ve ro ambo fuerint cubi:erit proportio alterius ad alterum tãquã sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CSint duo quadrati.a.ꝛ.b.ꝛ duo cubi.c.ꝛ.d. latera tã quadratorũ ꝙ cuboꝝ sint.e.quidẽ.a.ꝛ.c.f.vero.b.ꝛ.d.dico ꝙ proportio.a.ad.b.erit sicut.e. ad.f.duplicata.c.vero ad.d.sicut eadẽ triplicata.Manifestũ enĩ est ꝙ ex.e. in se fit.a.ꝛ ex ipso.e.ĩ.a.c.sic quoqꝫ ex.f.in se fit.b.ꝛ ex ipo in.b.d.ducaꝫ igiꝫ.e.in.f.ꝛ puenit.g.ꝛ in.g.ꝛ.b.ꝛ proueniant.b.ꝛ.k.eritqꝫ p.18.septimi.a.ad.g.sicut.e.ad.f ꝛ per.19.g.ad.b.sicut.e.ad.f.igitur ex diffinitione.a.ad.b.sicut.e.ad.f. duplicata ꝙ est primũ.Scõm eodeꝫ modo cõstat.sunt enĩ p.18.itemꝫ.c.ad.b.sicut.a.ad.g.ꝛ b.ad.k.sicut.g.ad.b.ꝛ per.19.k.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.c.b.k.d. sunt etiã con/ tinue proportionales in ꝓportione.e.ad.f.ꝙ diffinitionẽ igitur erit.c. ad.d. sicut e.ad.f.triplicata:quod est secũdũ.



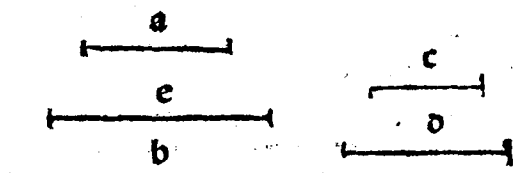
Propositio 12

SI numeroꝝ cõtinue ꝓportionalitatis quisqꝫ in seipsũ du catur:qui inde ꝓducent sub cõtinua ꝓportionalitate esse. Qõ si itẽ in ipsos ꝓductos principia sua ducant: inde quo qꝫ ꝓductos cõtinue ꝓportionalitatis eẽ necesse est. idẽqꝫ in omnibus hoc modo productis extremitatibus.



¶Sint.a.b.c.ꝓtinue ꝓportionales quoꝝ quilꝫ in ſe ducatur ⁊ prouenīat ex.a. quidē.d.ex.b.vero.e.⁊ ex.c.f.dico ꝙ.d.e.f.ſūt ꝓtinue ꝓportionales:ꝙ ſi item.a ducaī in.d.⁊ ꝓueniat.g.b.quoꝫ in.e.⁊ prouenīat.h.⁊.c. in. f.⁊ ꝓueniat.k. dico etiā ꝙ.g.b.k.erunt cōtinue ꝓportionales.ſit enī ex.a.in.b.l.⁊ ex.c.i eundem. m. eruntꝫ ꝑ.18.⁊.19.ſeptimi.d.l.e.m.f.ꝓtinue ꝓportionales i proportione.a.b.c: itaqꝫ per equā proportionalitatem argue.d.ad.e.ſicut.e.ad.f.qō eſt primū. Reli/ quū ſic.ducaī.a.in.l.⁊.e.⁊ prouenīat.n.⁊.p.c.quoꝫ ducaī in.e.⁊.m.⁊ prouenīat q.⁊.r.eruntꝫ per eaſdem.g.n.p.b.q.r.k.continue quoꝫ proportionales in pro/ portione primoꝝ:ꝑ equā igiī ꝓportionalitatē cōclude.g.ad.b.ſicut.b.ad.k.qō eſt reliquum. Eadem erit rō quotienſcunqꝫ primi in productos ducantur.

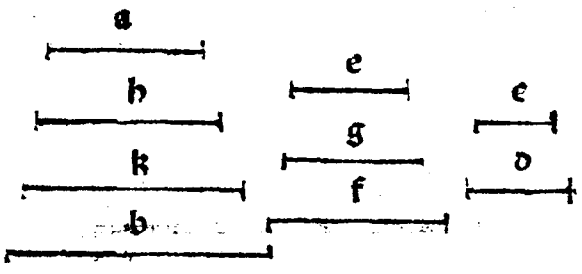
¶Propoſitio .13.



Si quis quadratus numerus alium quadratum numeret la tus quoqꝫ ſuū latus illi⁹ numerare ꝓbatur. Si vero latus ſuum latus illius numeret quadratus numerat quadratuꝫ

¶Sint duo numeri.a.⁊.b.quadrati:lateraqꝫ eoꝝ.c.⁊.d.dico ꝙ ſi.a numerat.b.c.quoqꝫ numerabit.d.⁊ ecōuerſo:cōſtat enī ꝙ ex.c.in ſe fit.a.ex.d.quoqꝫ in ſe.b.fiat igitur.e.ex.c.in.d.eruntꝫ per.18.⁊.19.ſeptimi.a.e.b ꝓtinue proportionales in ꝓportione.c.ad.d.ſi igiī.a.numerat.b.idem ipſe per.7 huius numerabit.e.quare ⁊.c.d.qō eſt primū. Conuerſa ſic patet.ſi.c.numerat.d. a.numerabit.e.ꝓpter id qō ꝓportio.a.ad.e.ſicut.c.ad.d.⁊ ſi numerat.e.ipſe nu/ merabit.b.propter hoc ꝙ ſunt continue proportionales.

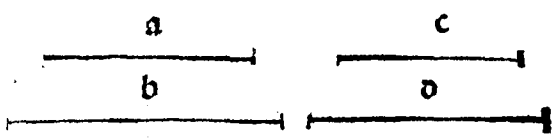
¶Propoſitio .14.



Si cubus alium cubum numeret:latus quoqꝫ ſuū latus al/ terius numerabit. Si vero latus ſuum latus alterius nu/ meret:cubum numerabit cubum.

¶Sīt duo numeri.a.⁊.b.cubi lateraqꝫ eoꝝ.c.⁊.d.dico ꝙ ſi.a.nume rat.b.c.quoqꝫ numerabit.d.⁊ ecōuerſo:ducatur enī.c.in ſe.⁊ fiat.e. d.quoqꝫ in ſe.⁊ fiat.f.ꝓſtat igiī ꝙ ex.c.in.e.fit.a.⁊ ex.d.in.f.b.fiat itaqꝫ.g.ex.c. in.d.eruntꝫ per. 12.⁊.19.ſeptimi.e.g.f.ꝓtinue proportionales in proportione.c ad.d.ſed ⁊.b.⁊.k.prouenīant ex.c.in.g. ⁊.f.per eaſdem igitur erunt.a .b.k.b. cō tinue quoqꝫ proportionales in eadem proportione.itaqꝫ ſi.a.numerat.b. idem ꝑ 7.huius numerabit.b.quare ⁊.c.d.eſt enim.c.ad.d.ſicut.a.ad.b.conſtat igiī pri ma pars. Conuerſa patet:ſicut conuerſa prioris. Nam ſi.c. numerat. d.a. quoqꝫ numerabit.b.quē ſi numerat neceſſe eſt vt numeret.b.

¶Propoſitio .15.



Si numerus quadratus quendā alium quadratū nō nume ret:nec latus ſuum latus illius numerabit. Si vero latus ſuum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex neceſſitate conuincitur.

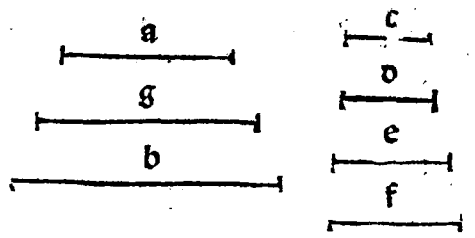
¶Hec.15.proponit negationes cōuerti:que affirmationib⁹ quas.13. huius conuerti propoſuit opponuntur:vt ſi ſint duo numeri quadrati.a.⁊.b.quo rum latera.c.⁊.d.ſi.a.non numerat.b.c.quoqꝫ non numerabit. d. econuerſo:etiā ſi.c.non numerat.d.nec.a.b.ſit enim primo vt. a. non numeret.b. ſi itaqꝫ.c. nu/ merat.d.per ſecundā partem.13.huius ⁊.a.numerabit.b. qō ē cōtrariū poſitioni ſicqꝫ patet primum.ſecūdū quoqꝫ ſic:ſit vt.c.nō numeret.d.itaqꝫ ſi.a. numerat.b

per primã ptem.13.necesse est vt.c.numeret.d.necesse est igitur vt numeret ipsum cũ non numerat ipsũ:qõ est impossibile.Quẽadmodũ autẽ necesse est cõuerti negationes oppositas affirmatiõibus quas.13.demõstrauit ꝙuerti:sic quoqz necesse ẽ eas negatiões que opponũt illis affirmationibus quas p̃missa cõuerti demõstrauit cõuertant.vnde si cubus nõ numerat cubũ nec latus eius numerabit latus illi⁹ ecõuerso quoqz si latus vnius nõ numerat latus alterius:nec ipse cubus numerabit alterũ cubũ.demõstrat aũt hoc p p̃missam a destructione ꝙsequẽtis:sicut qõ ꝓpositum est per.13.ideoqz hoc auctor nõ proposuit:sed per id qõ propositũ ẽ ipsũ dedit intelligi.

Propositio .16.

SI duo numeri supficiales fuerint sil'es necesse ẽ tertiũ numerũ ꝟm ꝓportionalitatẽ cõtinuã eis ĩteresse:eritqz proportio vnius numeri ad alterꝝ sibi simile velut vni⁹ lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

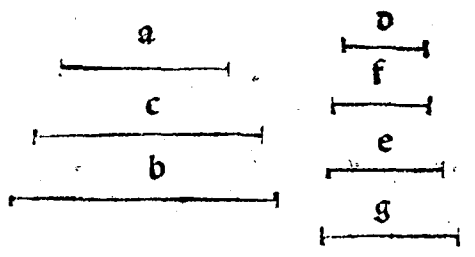
¶Sint duo numeri.a.z.b.superficiales z similes:dico ꝙ inter ipsos cadet vnus numerus in cõtinua ꝓportione:latera eni.a.sint.c.z.d.b. vero latera sint.e.z.f.eruntqz ex cõuersione diffinitionis numerorꝝ similiũ.c.ad.e.sicut.d. ad f.constat aũt ꝙ ex.c.in.d.fiat.a.z ex.e.in.f.b.fiat itaqz.g.ex. e.in. d.eritqz p. 19. septimi.a.ad.g.sicut.c.ad.e.z per.18.einsdẽ.g.ad.b.sicut.d.ad.f. quare.a. ad.g. sicut.g.ad.b.est itaqz.g.cõtinua ꝓportionalitate medius inter.a.z.b.qõ est propositum.Lorel'.aũt patet.cũ sit.a.ad.b.per diffinitionẽ sicut.a.ad.g. duplicata. que eadem est illi que est.c.ad.e.



Propositio 17.

SI secũdũ cõtinuam ꝓportionalitatẽ terti⁹ numer⁹ duob⁹ numeris intersit:illi duo numeri supficiales sunt z similes.

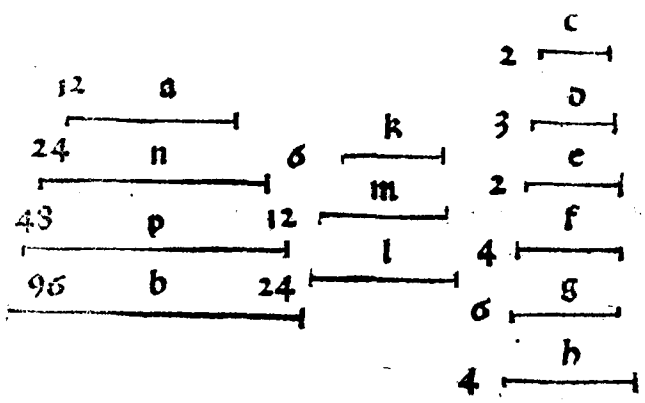
¶Hec est cõuersa p̃misse:ut si inter.a.z.b.sit.c.sub cõtinua ꝓportionalitate cõstitutus.a.z.b.erunt supficiales z similes.sint enĩ.d.z e.minimi in proportione qua continuantur.a.b. c.qui per.21.septimi numerabunt.a.z.c.equaliter:sitqz vt ꝟm.f.z per eandem.c.z.b.equaliter :z sit vt ꝟm.g.erunt igitur per diffinitionem.a.z.b.superficiales:z erunt etiam per diffinitionem.d.z.f.latera numeri.a.e.quoqz z.g.latera numeri.b.Qõ autẽ ipsi sint similes sic habeto:cum enim ex.d.in.g.sit.c.z ex.e.in.f.sit idẽ.c.erit ꝑ scõam partem.20.septimi.d.ad.e.sicut.f.ad.g.per diffinitionẽ igitur.a.z.b.sunt similes qõ est propositum:hoc autem vltimum qõ est.a z.b.esse similes potest etiam haberi per.19.z.18.septimi z per has ypoth.ꝙ.a.c.b. sunt ꝓtinue ꝓportionales in ꝓportione.d.ad.e.minimorꝝ numerantiũ.a.z.c.ꝟm.f.z.c.z.b.scõm.g.



Propositio 18.

SI fuerint duo numeri solidi sil'es:necesse est eis duos numeros ꝟm continuam proportionalitatem interesse.eritqz proportio vnius solidi ad alterum sibi similem.velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se ꝓportionaliter proportio triplicata.

¶Sint duo numeri.a.z.b.solidi similes:dico ꝙ inter ipsos cadent duo numeri in cõtinua ꝓportione.Sunt enĩ latera numeri.a.c.d.e.latera vero.b.sint.f.g.h.erũt qz excõuersione diffinitionis numerorꝝ similiũ.c.ad.f.z.d.ad.g.sicut. c.ad.h.Sic igitur ex.c.in.d.k.z ex.f.in.g.l.eruntqz ex diffinitione.k.z.l.supficiales z similes.

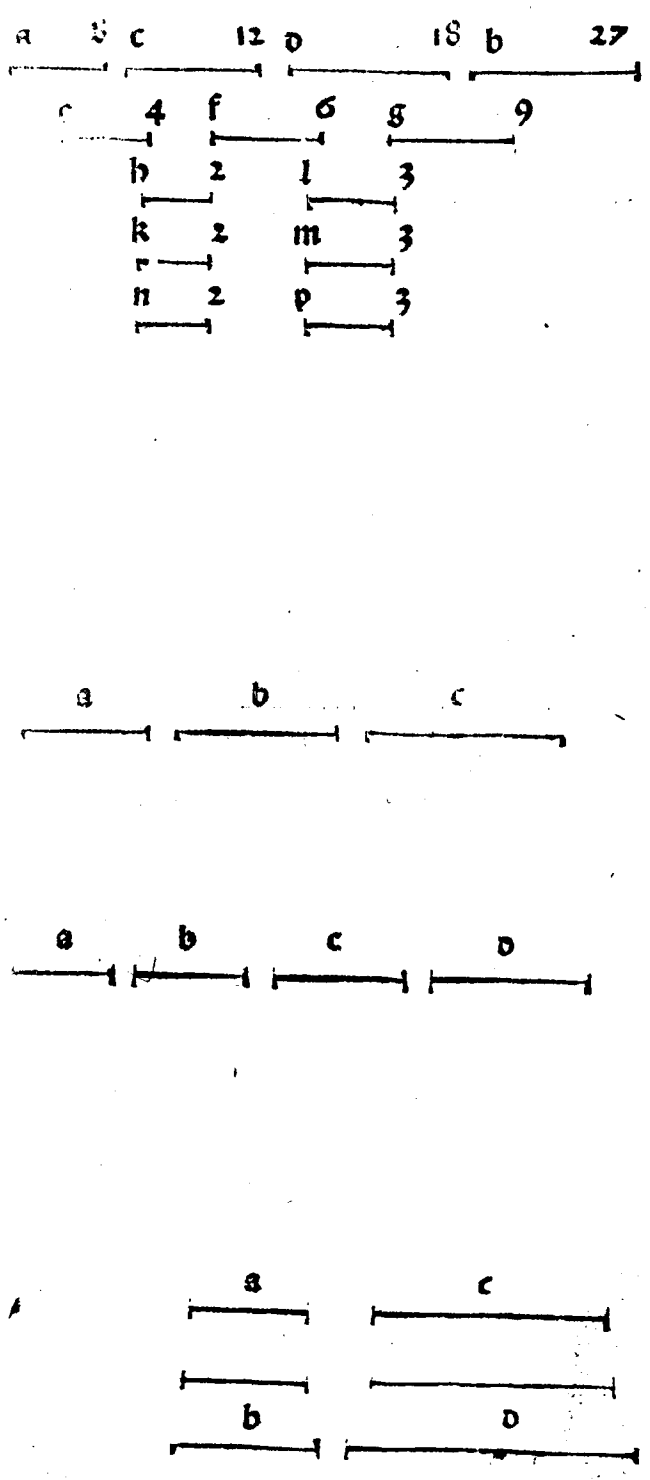


quare per.16.huius vnus numerus cadet inter eos medius ꝺm ꝓportionē.c.ad.f. qui ſit.m. Manifeſtū aũt ē ꝙ ex.e.in.k.fit.a.ꝛ ex.b.in.l.b.ſi igit̃ ex.e.in.m. ꝛ.l. fiant.n.ꝛ.p.erũt ꝑ.18.ſeptimi.a.ad.n.ſicut.k.ad.m.ꝛ.n.ad.p. ſicut.m. ad.l. q̃re a.n.p.ſunt ꝓtinue ꝓportionales in ꝓportionc.c.ad.f.ꝛ qꝛ per.19.eiuſdē.ꝑ .ad.b. ſicut.e.ad.b.ꝛ ideo ſicut.c.ad.f.ſequit̃ ut quatuoꝛ numeri.a.n. p.b. ſint continue ꝓportionales ꝺm ꝓportionē.c.ad.f.ſunt itaqꝫ inter.a.ꝛ.b.duo numeri.n.ꝛ.p.me dij incōtinu. ꝓportionalitate ſuoꝝ laterum interpoſiti:qꝺ ē ꝓpoſitū. Corel.autē pꝫ cū ꝓportio.a.ad.b.ſit ꝑ diffinitionē ſicut.a.ad.n.triplicata que eſt eadem illi. que eſt.c.ad.l.

Propoſitio 19

Si eis ſcōm cōtinuā ꝓportionalitatē duo numeri interia/cent quilibet duo numeri ſolidi ſunt atqꝫ ſimiles.

Thec eſt querſa p̄miſſe vt ſi inter.a.ꝛ.b.ſint duo numeri.c.ꝛ.d.me dij in cōtinua ꝓportione:erũt.a.ꝛ. b.ſolidi ꝛ ſimiles:Sumant̃ enim tres minimi in eadē proportionc ꝓtinue ꝓportionales qui ſunt. e.f. g.crũtqꝫ per.17.e.ꝛ.g.ſuperficiales ꝛ ſimiles.ſint ergo.h.ꝛ.k.latera.c.at.l.ꝛ.m,la tera.g.eritqꝫ per corel.·16.huius.e.ad.f.ſicut.h.ad.l.aut ſicut.k. ad.m. manife/ſtū autē eſt ex tertia ꝙ.e.ꝛ.g.ſunt ꝓtra ſe primi: ideoqꝫ per.23.ſeptimi in ſua ꝓ/portione minimi.ꝛ qꝛ ꝑ equā ꝓportionalitatē ſunt.a.ad.d.ꝛ.c.ad.b.ſicut.e.ad.g ſequit̃ per.21.ſeptimi:ut ipſi numerent.a.ꝛ.d.equaliter qꝺ ſit ꝺm.n.ꝛ item.c .ꝛ.b. eq̃lit̃ qꝺ ſit ꝺm.p.Quia igit̃ ex.h.in.k.fit.e.ꝛ ex.e.in.n.fit.a.ſequit̃ ꝑ diffinitionē vt.a.ſit ſolidus eiuſqꝫ latera.h.k.n.ſil̃r qꝛ ex.l.in.m.fit.g.ꝛ ex.g.in.p.b. ſequitur etiam ut.b.ſit ſolidus ꝛ eius latera.l.m.p.ipſos aũt eſſe ſiles ſic conſtabit cū ex.g. in.n.fiat.d.ꝛ ex eodē in.p.b.erit ꝑ. 18.ſeptimi.n.ad.p.ſicut.d.ad.b.ꝛ qꝛ ſic erant b.ad.l.ꝛ.k.ad.m.ꝑ diffinitionē manifeſtū eſt.a.ꝛ.b.eſſe ſimiles:qꝺ eſt ꝓpoſitū.



Propoſitio 20.

Si trium numeroꝝ̃ continue ꝓportionaliū̃ primus fuerit quadratus tertium quoqꝫ quadratum eſſe.

Sint tres numeri continue ꝓportionales.a.b.c.ſitqꝫ.a.quadrat⁹ ꝺico qꝺ.c.eſt etiā quadratus ſunt enī ꝑ.17.a.ꝛ.c.ſupficiales ꝛ ſimiles cum igitur.a.ſit quadratus ꝑ ypothe.erit.c.quadratus.

Propoſitio 21

Si quatuoꝛ numeroꝝ continue ꝓportionalium. pri/mus fuit cubus:quartum cubum eſſe neceſſe eſt.

Sint quatuoꝛ numeri cōtinue ꝓportionales.a.b.c.d. ſitqꝫ.a.cubus:ꝺico qꝺ.d.eſt etiam cubus:cōſtat enim per.19.qꝺ.a. ꝛ.d. ſunt ſolidi ſimiles:ꝛ qꝛ.a.eſt cubus per ypothe.erit etiam.d.cubus.

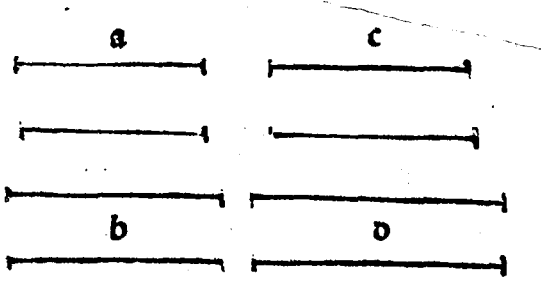
Propoſitio 22.

Si duoꝝ numeroꝝ quoꝝ ꝓportio ſicut quadrati ad quadratū̃ fuerit vn⁹ quadrat⁹:alterū̃ quoqꝫ quadratum eſſe.

Sint duo numeri.a.ꝛ.b.in ꝓportione duoꝝ quadratoꝝ qui ſũt c.ꝛ.d.ſitqꝫ.a.vel .b.quadratus:ꝺico reliquū̃ eſſe quadratū̃: cū̃ enim c.ꝛ.d.ſint quadrati:ſequitur eos eſſe ſuperficiales ſimiles.ideoqꝫ per 16.cadet vnus medius inter eos in continua ꝓportione:quare per.8.ꝛ inter.a.ꝛ b.per·20. igitur cōſtat ꝓpoſitum.

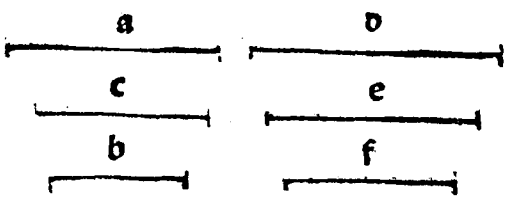
Propoſitio 23.

SI duoꝝ numeroꝝ quoꝝ ꝓportio ad alterum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus ad alteꝝ cubicum esse.
¶Sint duo numeri.a.ꝛ.b.in ꝓportione duoꝝ cuboꝝ qui sunt.c.ꝛ.d sitqꝫ.a.vel.b.cubus: dico reliquū esse cubum. necesse est enim ꝙ.c.ꝛ d.sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes ꝛ solidi: itaqꝫ ꝙ 18.inter ipsos cadent duo medij in continua proportione totidem igitur per.8.cadent inter.a.ꝛ.b.itaqꝫ per.21.manifestum est quod dicitur.



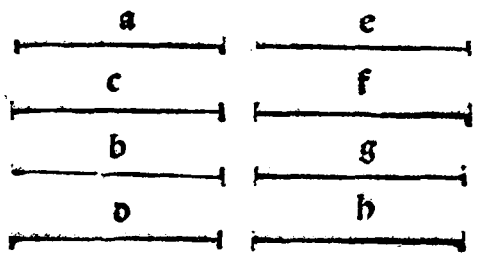
Propositio .24

NUmeroꝝ superficialium similium est proportio vnius ad alterum sicut proportio quadrati ad quadratum.
¶Sint.a.ꝛ.b.superficiales similes. dico ꝙ vnus ad alterū est ꝓportio sicut quadrati ad quadratū: erit enī per.16.inter eos vnus numerus medius in continua proportione qui sit.c.sumptis itaqꝫ tribus minimis in ꝓportione eoꝝ: qui sunt.d.e.f.erunt per corel'.2.d.ad.f.quadrati: et qꝛ ꝙ equā proportionalitatē est.a.ad.b.sicut.d.ad.f.cōstat veꝝ esse qđ ꝓponitur.



Propositio 25

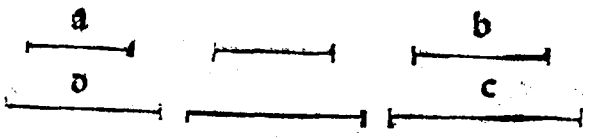
OMnium duoꝝ solidoꝝ similium est proportio vnius ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.
¶ Sint.a.ꝛ.b.solidi similes: dico ꝙ ꝓportio vnius eoꝝ ad alterum est sicut alicuius cubi ad aliquē alium cubum. Sūt quidem ꝙ.18.inter eos duo numeri medij ꝟm continuā ꝓportionē qui sit.c.ꝛ.d.i eoꝝ proportione sint minimi: quatuoꝛ.e.f.g.h.quoꝝ.e.ꝛ.b.erunt cubi per corelarium scđe.qꝛ igitur per equā proportionalitatem est.a.ad.b.sicut.e.ad.b.liquet propositum. Explicit liber Octauus Incipit liber Nonus.

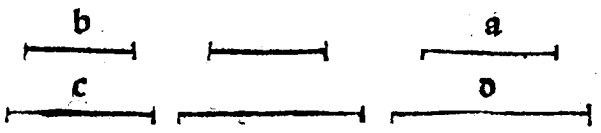


PAr numerus est qui potest in duo equalia diuidi. ¶Impar numerus ē qui i duo equalia diuidi nō pōt: additqꝫ supꝛa parē vnitatē Pariter par ē quē cūcti pares eū numerantes paribus vicibus numerant: ¶Pariter impar est quē cuncti pares eū numerātes ipaꝛib⁹ vicib⁹ numerāt. ¶Pariter par ꝛ ipariter ē quē pares eū numerātes quidā paꝛib⁹ quidā imparib⁹ vicib⁹ numerāt. ¶Impariter ipar quē cūcti ipares eū numerantes imparibus vicibus numerāt. ¶Perfectus numerus appellaꝫ qui oībus ptib⁹ suis quib⁹ numeraꝫ ē equalis. ¶Habundans dicitur qui oībus suis ptibus minoꝛ est. ¶Diminutus vero qui maioꝛ.

Propositio. .1.

SI fuerint duo numeri supficiales silꝫ qui ex ductu alterius in alterum producetur numerū quadratū eē necesse ē.
¶Sint.a.ꝛ.b.superficiales similes ex quoꝝ multiplicatione proueniat.c.dico.c.esse quadratū.fiat enī.d.ex.a.in se.eritqꝫ per.18.septimi.d.ad.c.sicut.a.ad.b. ꝛ qꝛ inter.a.ꝛ. b.cadit vnus medius scōm cōtinuā ꝓportionalitatē ꝙ.17.octaui.sequiꝫ ꝙ.8.eiusdē vt vn⁹ quoqꝫ cadat inter.d ꝛ.c.itaqꝫ cū.d.sit quadratus erit per.20.eiusdē.c.quoqꝫ quadratus qđ ē ꝓpositū.

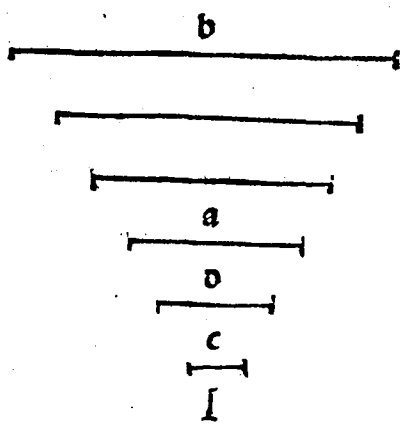




Propositio 2

Si ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur: duo quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaq; patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producetur tetragonum esse. Si vero ex ductu tetragoni in numerū aliquē tetragonus producatur illū numerum aliquē esse tetragonū. Itēq; si ex ductu tetragoni in numex aliquē non tetragonus producatur eū numerum aliquē non tetragonū esse. Si vero tetragonus in numex aliquē non tetragonum ducatur: qui inde producetur non tetragonum esse necesse est.

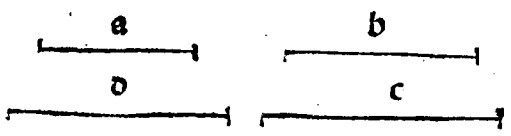
Hec est uersa prioris vt si ex.a.in.b.fiat.c.fueritq;.c.quadratus: erunt.a.et.b. superficiales similes. sit enī.d.ex.a.in se.eritq; per.18.septimi.d.ad.c. sicut.a.ad.b. per.16.aut.8.cum.d.et.c.sint superficiales similes: eo q; sūt ambo quadrati. erit inter eos vnus numerus medi⁹ ꝺm cōtinuā propor.p.8. itaq; ciusdē erit etiam vnus inter.a.et.b. igitur p.17. ciusdē.a.et.b. sunt superficiales siles: quod est propositum. Prima ps correl'. patet p premissam: sunt enī omnes tetragoni superficiales similes. scōa patet ex hac cū sit solus tetragonus silis tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius correl'. pte a destructione ꝯsequētis. quarta vero ꝑ ex ciusdē pte scōa a destructione etiā ꝯsequētis.



Propositio 3.

Si numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde producetur erit cubus.

Sit.a.cubus ex quo in se ducto fiat.b. dico. b. esse cubū. sit enī.c. latus cubicū. a. ex.c. vero in se fiat.d. patet itaq; q; ex. c. in. d. sit. a. sunt igitur vnitas. c. d. a. ꝓtinuc ꝓportionales: qō ex. 18. septimi et p̄sentibus ypothesibus manifestū est: et quia est.a.ad.b. sicut vnitas ad.a. eo q; quotiens vnitas ē i.a. totiēs.a. in.b. erūt iter.a. et.b. duo numeri medij ꝺm ꝓportionalitatē ꝓtinuā per.8. octaui: cum igit̄ ex ypothesi sit.a. cubus erit per.21. eiusdem.b. quoq; cubus: qō oportebat demōstrare.



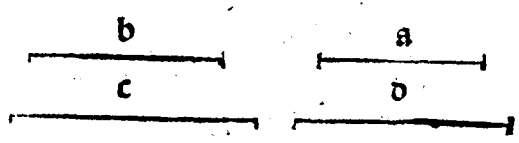
Propositio 4.

Si cubus ī alium cubum ducatur. qui inde producetur erit cubus.

Sint.a.et.b.cubi: fiatq;.c. ex.a.in.b. dico.c. esse cubum. fiat enim d. ex.a. in se. eritq; per premissā. d. cubus et q; per. 18. septimi ē. a. ad b. sicut. d. ad. c. constat ex. 23. octaui. c. eē cubum: qō est propositum.

Propositio 5.

Si numerus cubus in numex alium ducatur: fueritq; productus cubus in quē ductus ē numerum cubum esse necesse est. vnde et manifestū est: quia ex ductu cubi in nō cubū producitur non cubus. Ductoq; cubo in numex aliquem si fuerit qui inde producitur non cubus in quē ille ductus fuerit necesse est esse non cubum.

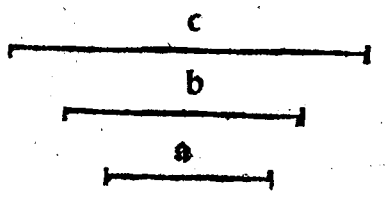


Sit enī ex.a.cubo in.b.numex ꝓduct⁹.c.cub⁹ dico.b.eē cubū: fiat enī.d. ex.a.in se qui p antepmissā erit cub⁹: q; igit̄ ē p.18.sep.a.ad.b.sicut.d.ad.c.estq;.a.cubus ſ; et.d.et.c.cubi erit p.23.octaui.b.cub⁹ qō ē ꝓpositū: p̄ma ps correl'. patet ex hac quinta a destructione ꝓn̄tis. scōa per p̄missam silr a destructione cōsequentis.

Propositio .6.

Si ex ductu cuiuscã numeri in se ipsum cubus producat eũ esse cubuz necessario comprobatur.

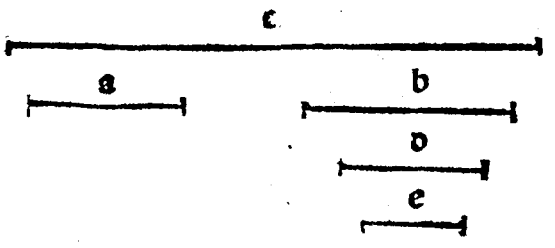
¶Sit vt ex.a.in se fiat.b.sitqz.b.cubus: dico ergo.a. esse cubũ:fiat eni.c.ex.a.in.b.eritqz ex diffinitione.c.cubus. et qm̃ constat ex.18. septimi q̃ sit.a.ad.b.sicut.b.ad.c. cũ sint.b. et.c.cubi: sequit ex.23 octaui.a.esse cubũ:qd̃ ẽ ꝓpositũ.



Propositio .7.

Si numerus cõpositus in numerum quẽlibet ducatur :qui inde producetur erit solidus.

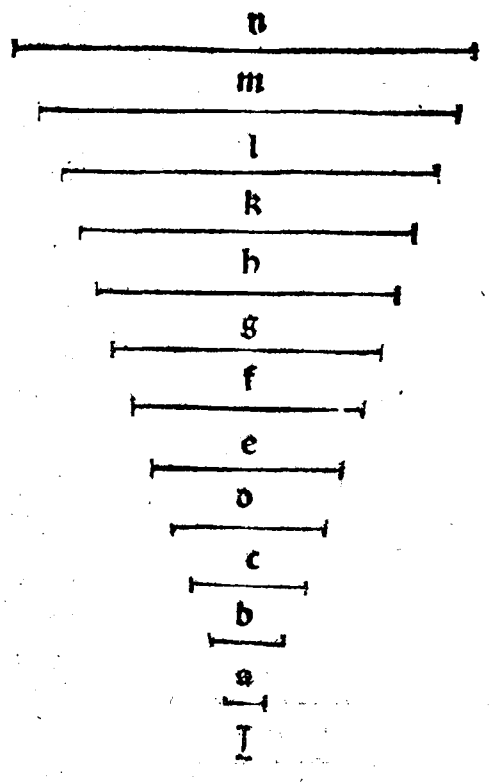
¶Sit.a.numerus cõpositus:qui ducatur in.b.et ꝓueniat.c.dico.c esse numerũ solidũ:cũ eni.a.sit cõpositus numeratur ab aliquo nu/ mero qui sit.d.numneretqz eum scõm.e.quia igitur ex.e.in.d.fit.a.z ex.a.in.b.c.erit ex diffinitiõe solidoꝝ.c.solidus eiusqz latera.e.d.b.qd̃ ẽ ꝓpositũ.

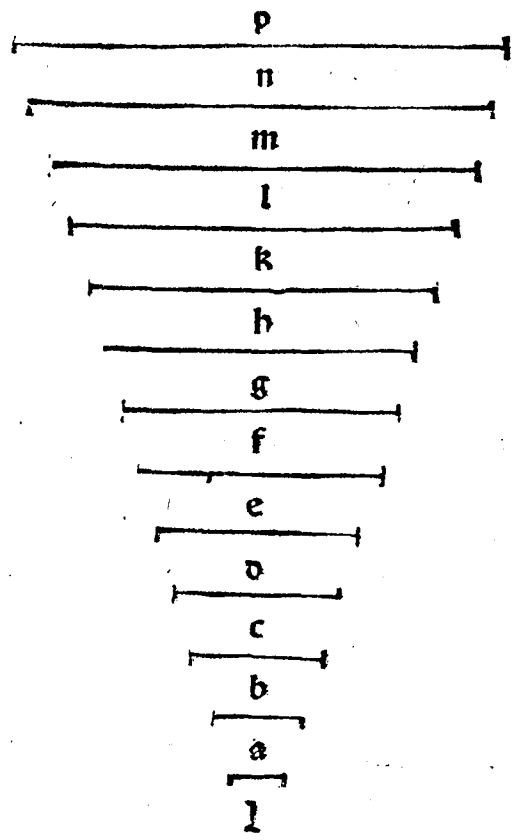


Propositio .8.

Si fuerint nũmeri ab vnitate cõtinue proportionales :ter tius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itẽqz septimus ab vnitate ẽ quadratus cubicus.ac deinceps:quinqz semper intermis sis quadratus cubicus continuo sequitur.

¶Sint cõtinue proportionales vnitas.a.b.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n.dico.b.esse qua dratũ z.d.obmisso.c.zsic alios vno semp obmisso.vnde simplr oms existẽtes in in locis iparibus sunt quadrati:vt sunt tertius quintus et septimus: dico item.c. esse cubũ z.f.duobus obmissis:et sic in ceteris. Omnisqz simplr est cubus cui9 ab vnitate locus addit sup ternariũ:vel quẽlibet multiplicẽ ipsius ternarij vnitatẽ:vt sũt quartus septimus decim9 tertiusdecimus z sextusdecimus. in bs enĩ ꝓueniunt omnes qui duos transmittunt. Itẽqz dico.f.ab vnitate septimũ esse quadratũ cu/ bicũ:z sil'r.n.quinqz numeris intermissis : idẽqz in ceteris. Simplr autẽ dico cui9 locus ab vnitate addit super senariũ vel quẽlibet multiplicẽ ipsius vnitatẽ: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus z vicesimusquintus:illũ eẽ quadratũ cu/ bicum: quadratũ quidẽ qm̃ eius locus impar : cubũ aũt qm̃ sup multiplicem ter/ narij addit vnitatem quippe senarij multiplices cũctos ternarij necesse est eẽ mul/ tiplices. Que aũt ꝓposita sunt sic constãt. Est enĩ ex ypothesi.a.in.b. quotiẽs vni tas in.a.itaqz.b.ex diffinitione quadratus:qz igit'.b.c.d.sũt cõtinue proportiona les cũ.b.sit quadratus pz ex. 17.vel.20.octaui.d.esse quadratum. Eadem rõne et f.qz.d.e.f.sunt ꝯtinue ꝓportionales:et.d.est quadratus:idem in ceteris vno iter/ misso:ꝯstat itaqz primũ. Scõm sic cũ sit.b.in.c.quotiẽs.a.in.b.ex ypothe.sequit' a diffinitione vt ex.a.in.b.suũ quadratum fiat.c.igit' ex diffinitiõe cubi .c.est cub9 At qz.c.d.e.f.sũt ꝯtinue ꝓportionales sed z.f.g.b.k.est aũt.c. cubus : necesse est per. 19.vel.21 .octaui vt.f.quoqz sit cubus.ideoqz z.k.idemqz i ceteris duob9 trãs missis:q̃re liquet scõm. Qm̃ aũt.m.f.septimo z in.n.tertiodecimo:ceteriqz quin qz medios obmittẽtib9.simplr vero z in oibus quoꝝ loc9 semp quẽlibet multiplicẽ senarij addit vnitatez:terminant' quadratoꝝ z cuboꝝ cõputatiões:in bis quidem vni9:in illis aũt duoꝝ obmissione sequit' ipsos esse q̃dratos: ex huius prima ptc z cubicos ex scõa:quare quadrati cubici:constat ergo totum quod dicitur





Propositio 9

Si numeris quotlibet ab vnitate cõtinua ꝓportionalitate dispositis vnitatẽ sequẽs quadratꝰ fuerit: ceteri quoqꝫ oẽs erunt quadrati. Si vero qui vnitatẽ sequitur fuerit cubus ceteri quoqꝫ omnes erunt cubi.

¶ Sint qui prius continue proportionales ab vnitate. sitqꝫ .a. quadratus: dico omnes esse quadratos. aut sit idem cubus: tunc quoqꝫ dico omnes eẽ cubos. b. enĩ constat esse quadratũ ꝑ premissaꝫ: qꝛ ergo .a. ad .b. sicut .b. ad .c. ex 22. octaui sequit̃. e. esse quadratũ. idẽ quoqꝫ ex eiusdẽ. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autẽ idẽ eodẽqꝫ modo ꝓbabis: quare patet primũ. Scõm autẽ sic. cũ. b fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoqꝫ cubus. c. vero constat esse cubum per premissam. itaqꝫ per. 23. octaui. d. omnesqꝫ sequentes cubicos esse probabis: est enĩ. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoqꝫ arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem sunt enĩ. a. b. c. d. sed et. b. c. d. e. singuliqꝫ quatuoꝛ continue sumpti continue proportionales.

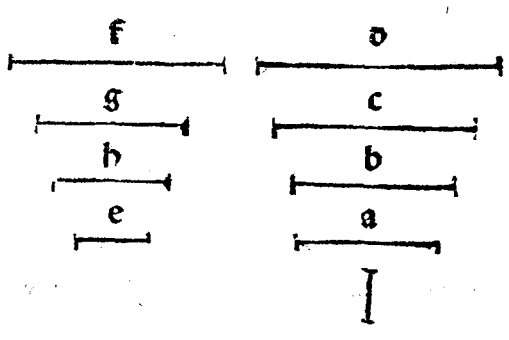
Propositio 10.

Si numeris quotlibet ab vnitate continua ꝓportionalitate dispositis vnitatẽ sequẽs non quadratus fuerit. non erit alioꝛ quisqꝫ quadratus exceptis ab vnitate: tertio ex his qui deinceps vno semꝑ ĩtermisso reperiunt̃ tetragoni. Si vero secũdus ab vnitate nõ fuerit cubus: nullus ceteroꝛũ erit cubus exceptis ab vnitate quarto: et deinceps his qui duoꝛ semꝑ ĩtermissione formantur cubicis.

¶ Hec ex opposito subiecti premisse infert ꝑtem oppositi passionis. dico aũt partẽ qm̃ ex. 8. ꝓstat oĩs impares esse quadratos. omnesqꝫ quoꝛ locus sup ternarium vel quẽlibet ipsius multiplicẽ addit vnitatẽ esse cubos. sint itaqꝫ qui prius ab vnitate ꝓtinue proportionales nõ sit autẽ. a. quadratus sed nec cubus. dico nullum eoꝝ esse quadratum: autꝫ cubicũ nisi quos octaua proponit. si enĩ quis alius ponatur quadratus sequit̃ ꝑ. 22. octaui. a. esse quadratũ. Qõ si cubus sequit̃ per. 23. eiusdem. a. esse cubum quoꝛ vtrũqꝫ contrarium est ypothe. Constat ergo ꝓpositũ:

Propositio .11.

Si numeris quotlibet ab vnitate cõtinua ꝓportionalitate dispositis aliquis numerꝰ primus vltimum numeret: eum quoqꝫ qui vnitatẽ sequitur numerare necesse est.



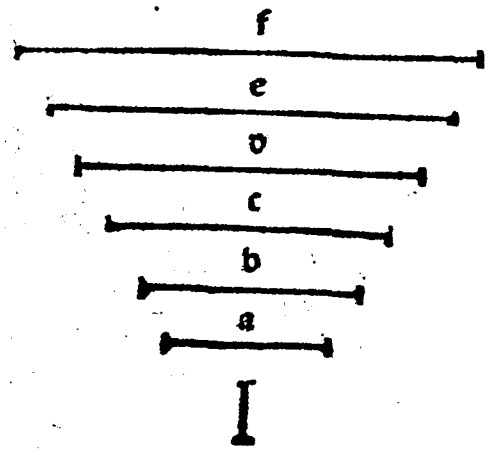
¶ Sint vsqꝫ ad .d. ꝓtinue proportionales ab vnitate: sitqꝫ .c. numerꝰ primus de quo ponat̃ ipsũ numerare. d. dico ꝙ idem numerabit. a. Nã si nõ erit ad ipm primꝰ ꝑ. 32. sep. et qꝛ ex. a. i se fit. b. sequit̃ ex. 20. eiusdẽ ut ipe quoqꝫ sit primꝰ ad. b. sed et ad. c. et ad. d. sequit̃ ipm eẽ p̃mũ. p. 25. eiusdẽ: eo ꝙ ex. a ĩ. b. fit. c. et ex eodẽ in. c. d. nõ ergo numerat. d. cũ sit primus ad ipm: q̃re accidit p̃riũ ypoth. Idẽ aliter cũ sit. e. primꝰ si nõ numerat. a. p̃mus erit ad ipm p. 32. sep. itaqꝫ p. 32. eiusdẽ erũt minimi i sua ꝓportione: qꝛ aũt. e. ex ypoth. numerat. d. sit vt ẽm. f. ꝓstat vero ꝙ ex. a. in. c. fiat. d. ergo ꝑ secũdã ptẽ. 20. sep. erit. a. ad. e. sicut f. ad. c. q̃re p. 21. eiusdẽ. e. numerabit. c. et sit ut ẽm. g. et qꝛ ex. a. i. b. fit. c. sequit̃ quoqꝫ per easdem et eodẽ mõ ut. e. numeret. b. esto ergo ꝙ ẽm. b. et qm̃ rursus ex. a. in se fit. b. necesse est iterũ per easdẽ ut. e. numeret. a. sed positũ erat non numerare ꝫ accidit impossibile.

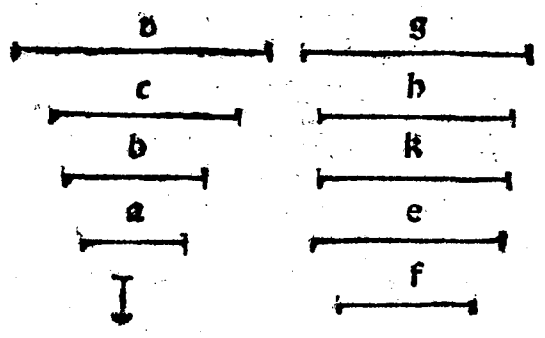
Propositio .12.

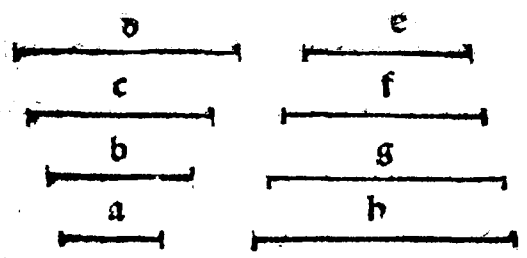
IN numeris ab vnitate ꝯtinue ꝓportiõalib⁹ minor maior/
rẽ numerat ꝟm aliquẽ i illa ꝓportionalitate diſpoſitum.
¶Sint ab vnitate vſq; ad.f.cõtinue ꝓportionales.dico nullũ ipſoꝝ
numerare.f.niſi ꝟm aliquẽ alioꝝ:cõſtat eni ꝙ.e.numerat ipſũ.f.ꝟm
a.eſt eni.e.ad.f.vt vnitas ad.a.ſed ꝛ.d.numerat eũdẽ.f.ꝟm.b.ẽ nã
q; p equã ꝓportionalitatẽ.d.ad.f.vt vnitas ad.b. De.c.quoq; patet eodẽ mõ ꝙ
ſecũdũ ſe ipſũ numeret eum. ¶conuerſo quoq;.a.numerat eũ ꝟm.e. eo ꝙ ſicut vni
tas ad.e.ita.a.ad.f.b.vero ꝟm.d.eſt eni vt vnitas ad.d.ita.b.ad.f. vꝝ igiꝫ eſt ꝙ
ꝓponitur. Quippe quotus quiſq; qui proponiꝫ vltimũ numerare fuerit ſub vlti/
mo ꝟm totum ſupra vnitatem:numerare ipſum conuinciꝫ p equã proportionalita/
tem ꝛ diffinitionem. ℙropositio 13

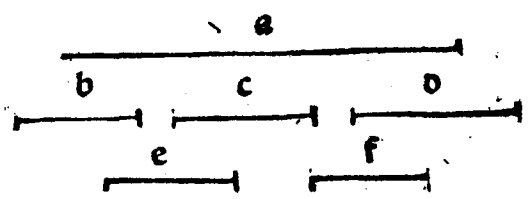
QUotlibet numeris ab vnitate cõtinue ꝓportionalibus ſi
qui vnitatem ſequitur fuerit numerus primus maximum
eorum niſi de numeris in illa proportionalitate diſpoſitis
nullus numerabit.

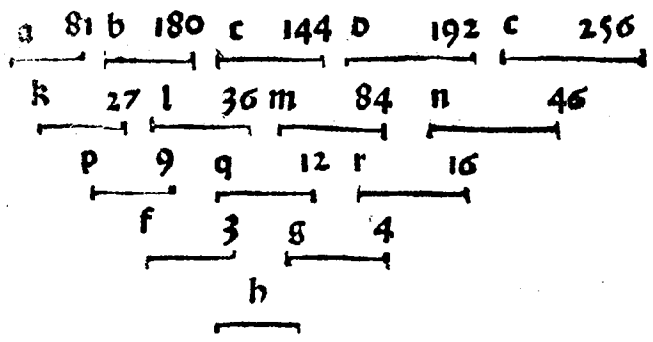
¶Sint vt prius vſq; ad .d.continue proportiõales ab vnitate .ſitq;
a.numer⁹ prim⁹:dico ꝙ nullus numerabit vltimũ nec ſimplr aliquẽ eoꝝ niſi aliq;
eoꝝ qui antecedit vltimũ vel eũ qui ponit numerari. Sit eni ſi poſſibile ẽ.e.diuer/
ſus ab eis qui numeret.d.qui ſi fuerit primus p.11.numerabit.a.non igiꝫ ẽ.a.p̃m⁹
quod ẽ ꝫ ypoth. Si aũt ipſe fuerit cõpoſitus neceſſe ẽ per.30.ſeptimi: vt aliq; pri/
mus nũeret eũ qui nõ erit niſi.a. Nã ſi ẽ alius ab.a. vt.f.cũ neceſſe ſit ipſũ nũerare
d.argueꝫ etiã eũdẽ numerare.a.p.11.ſic quoq;.a.nõ erit p̃mus. ¶ſt igiꝫ.a.primus
numerãs.e.qm̃ aũt.e.nũerat.d.ſit vt ꝟm.g.eritq; p ſcõaz ptẽ.20.ſep.a.ad.e.ſicut
g.ad.c.ſit eni.d.ex.a.i.c.q̃re cũ.a.numeret.e.ꝛ.g.numerabit.c.ſitq; ut ꝟm.b. ſe/
quiq; ut.a.numeret.g.ſicut ſeq̃bat vt numeraret.c.alioquin ſi.g. quidẽ ẽ p̃m⁹ cũ
numeret.c.ſequiꝫ p.11.ipſũ numerare.a. Si aũt cõpoſitus p eãdem ſequiꝫ numerũ
primũ numerantẽ.g.numerare.a.quod ẽ incõueniẽs.itaq;.a. numerat eũ. ſequiꝫ
ergo p ſecundã ptẽ.20.ſeptimi vt.b.numeret quoq;.b.eo ꝙ tã ex.a.in.b.q̃; ex. g.
in.b.ꝓſtat ꝓduci.c.numeret.b.itaq; ip̃m ꝟm.k. ¶onſtat aũt vt pri⁹ de.g.ꝙ.a.nu
meret.b. Nã ſi nõ nõ erit.a.prim⁹ itaq; p ſecũdã ptẽ.20.ſep.ſeq̃t ut.k.numeret.a
ſit eni tã ex.a in ſe q̃; ex.b.i.k.b. Manifeſtũ ẽ autẽ.k.nõ eſſe.a.nullus eni nume
roꝝ.g.b.k.ẽ aliquis ex.a.b.c.d.ſi eni.g.eſſet aliquis ex eis cũ ipe numeret. d.ſe/
cundũ.e.eẽt p p̃miſſã.c.quoq; aliquis ex eis.ſ; nõ erat: nec igiꝫ.g.ſiꝫ cũ.b.nume
ret.c.ꝟm.g.nõ erit.b.aliquis ex.a.b.c. Nam eſſet.p p̃miſſã ꝛ.g.oſtẽſum ẽ autez ꝙ
non :nec igiꝫ.b.eadẽ rõne nec.k.cũ eni ipſe numeret.b.ſecundũ.b.ſi ipſe eẽt.a.cõ
uinceret p p̃miſſã.b.quoq; eẽ.a. At nõ erat:nec igiꝫ.k.erit.a.numerat autẽ ipſum
Nõ ẽ itaq;.a.prim⁹ qõ ẽ ipoſſibile. ¶Aliter idẽ ſi.e.diuerſus ab.a.b.c.d.numerat
d.ſit vt ſecundũ.f.ꝛ q;.a.numerus primus numerat .d. ꝓductũ ex.c.in.f.ſequiꝫ ex
33.ſep.ꝙ ipſe numeret.e.vel.f.numeret.ergo.e.q; igiꝫ tã ex.a.i.c.q̃; ex.e. in.f.fit
d.erit per ſecundã partẽ.20.ſeptimi.a.ad.e.ſicut.f.ad.c. numerat itaq;.f.c. ſit vt
ſecundũ.g.eritq; per.33.ſeptimi ut.a.quoq; numeret. f.vel. g.ſitq; ut. f.ſequiq;
per ſecundam partem.20.eiuſdem vt .g.numeret .b.ſitq; ut ſecundum.b.ut pri/
us igitur.a.numerabit.g.vel.b.ꝛ ſit vt nnmeret.g.b. ergo per ſecundam ptẽ.20.
numerabit.a.ſi itaq;.b.non ẽ equalis.a.non erit.a.primus :quod ẽ ꝓtra ypoth.
Si autẽ equalis erit vnuſquiſq; numeroꝝ.g.f.e.aliquis ex.a.b.c.d.p p̃miſſã quo

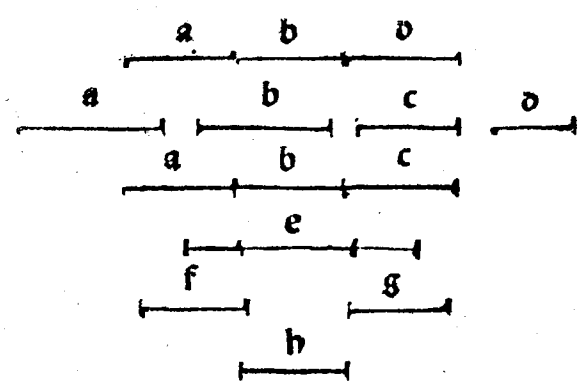












tiens oportet assumptam. Non est igit̃.e.diuersus ab eis:qđ est etiã cõtra ypothe. itaqz constat vez esse qđ proponit̃.

Propositio .4.

Si ppositus fuerit numer⁹ minus quẽ numerãt primi assignati nõ numerabit eũ aliquis numerus primus preter illos assignatos:

¶Sit.a.minimus numerus numerat⁹ a numeris primis qui sũt.b.c.d.dico qđ alius primus p̃ter eos nõ numerabit.a. Sin autem sit.e primus numerãs cũ ꝑm.f.qz ergo quilibet numeroz.b.c.d.numerat .a. pductũ ex e.in.f.é autẽ quilibet eorum primus sequitur ex.33.septimi:vt quilibet eoz numeret.e.vel.f.sed.e.nullus numerat cũ sit primus:quilibet ergo eoz numerat.f.cum itaqz sit.f.minor.a.vtpote qui numerat eũ ꝑm. e.nõ erit.a. minimus numeratus ab illis qđ est inconueniens.

Propositio .15.

Si quotlibet numeri continue proportionales ꝑm suã proportionẽ fuerint minimi: quicũqz aliquẽ illorũ numerat alteri terminorũ illius ꝓportionis erit cõmensurabilis

¶Sint.a.b.c.d.e. cõtinue ꝓportionales z minimi ꝑm ꝓportionẽ f.ad.g.qui sint in sua ꝓportione minimi:z ponatur.b.numerare.c. dico qđ.b.est cõmensurabilis.f.vel.g.sumant̃ eni in eadẽ ꝓportione quatuor minimi qui sunt.k.l.m.n.cõstat aũt ex scõa octaui qđ ex.f.in.m.fit.c.alioquin cõtingeret esse minus minimo qđ esse nõ potest.itaqz per correl̃.33.septimi erit.b.cõmensurabilis.f.vel.m.qđ si.f.cõstat ꝓpositum:si aũt.m.sumant̃ in eadẽ ꝓportione tres minimi qui sint.p .q.r.eritqz ex scõa octaui vt. m.fiat ex.f.in.r. ne minus minimo aliqđ eẽ cogamur cõcedere :q̃re per predictũ correl̃ .b.é cõmensurabilis.f.vel r.sed nõ erat.f.sic eni constabat propositũ :cõmensurabilis igitur é. r. qui cum ex secũda octaui fiat ex.g.in se sequitur ex dicto correl̃.vt.b.sit cõmensurabilis.g.qđ est propositum.

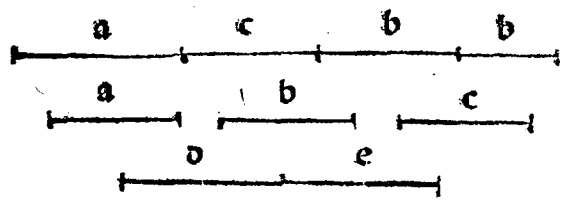
Propositio .16.

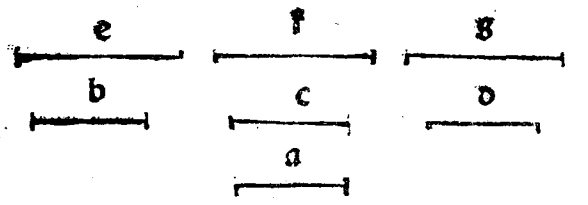
Si fuerint numeri quotlibet cõtinue proportionales i ſuꝫ proportione minimi quilibet eorũz ad compositum ex reliquis primis esse necessario comprobatur.

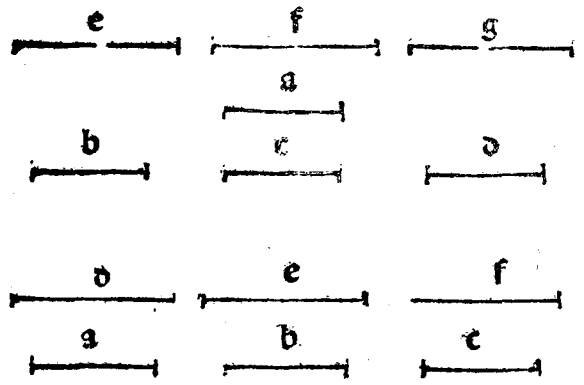
¶Sint.a.b.c.d. cõtinue ꝓportionales z minimi. dico cõpositũ ex.a b.c.primũ esse ad.d.Si eni nõ numerabit aliquis numerus qui sit.e cõpositũ ex.a.b.c.z.d.ꝑ ꝑmissã igit̃ erit.e.cõicans alteri terminoz illius ꝓportionis qui sunt.f.z.g.erit itaqz numer⁹ aliqs numerãs.c.z alterum duorum.f.g. qui sit.b.quia ergo.b.numerat.e.numerabit.d.z cõpositum ex.a. b.c. z quia numerat.f.vel.g.quorũ vterqz numerat vtrũqz mediorum z ſimpliciter oẽs si plures duobus sint:ex secũda octaui sequit̃ ut ipse numeret.b.z.c.ergo z.a.qz numerat totum a.b.c.nõ sunt igit̃.a.z.d.ꝫ se ꝑmi qđ é inconueniẽs ꝑ.3.octaui:silr quoqz constabit ꝓpositũ ex.a.b.d.ꝑmũ eẽ ad.c.si eni vt prius.e.numerat ãbos sequit̃ ꝑ ꝑmissam, ut aliquis numerus qui etiã sit.b.numeret.e.z alterũ duorũ.f.g.itaqz.b.numerat c.z totũ.a.b.d.sed z.b.cũ vtraqz radicũ numeret omnes medios :igit̃ z cõpositũ ex.a.z.d.z qz necessario numerat alterũ duorũ.a.d.cũ numeret alterũ duorũ.f.g. numerabit z reliquũ. Nõ sũt igitur a.z.d.cõtra se primi:z ita idẽ ut pri⁹.¶Demõstrãt aũt idẽ aliter de trib⁹ cõtinue ꝓportiõalib⁹ z minimis sine aminiculo ꝑmissę probãt eni ex quibusqz duob⁹ cõpositũ ꝑmũ eẽ ad reliquũ.sint itaqz.3.cõtinue ꝓportionales z mimi.a.b.c.qnoz termini.d.z.e.dico tũc compositum ex.a.z.b.primũ

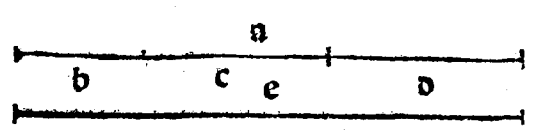
esse ad.c.z cõpositũ ex.b.z.c.ad.a.itẽqz ex.a .z.c. ad.b. manifestũ enim est ex se/
cunda octaui qõ ex.d.in se fit.a.z in.e.fit.b. z ex.e. in se. c.z ex.22.septimi.qõ.d.
z.e.sũt cõtra se primi:itaqz ex pma pte.29.eiusdẽ erit tot9.d.e.pm9 ad vtrũqz coz
q igit vterqz duoz numeroz.d.z.d.e.prim9 ẽ ad.e.erit p.25.eiusdẽ qui ex.d.in.d
e.pducitur z ipse ẽ cõpositus ex.a.z.b.pmus ad.e.sequit ergo p.26.eiusdẽ.ut etiã
cõpositus ex.a.z.b.sit pm9 ad.c.fit eni.c.ex.e.i se ¶ Simili quoqz demõstratõe p/
babis cõpositũ ex.b.z.c.pmũ esse ad.a. At vero cõpositũ ex.a.z.c.pmũ esse ad.b:
it habeto:cũ sit eni vterqz duoz.d.z.e.pmus ad totum.d.e.erit p.25.septimi qui
ex.d.in.e.pducit:z ipse est.b.pmus ad.d.e.itaqz p.26.eiusdẽ qui ex. d. e.in se p/
cenit:z ipse est qui cõponit ex.a.z.c.z duplo.b.primus erit ad.b.sequit ergo com
positũ ex.a.z.c.pmũ esse ad.b.necesse eni ẽ ut ex duobus cõpositus cũ primus fue
rit ad vnũ eoz ex quib9 componit:sit primus ad reliquũ:demonstratum aũt ẽ hoc
supra.29.septimi. Oportet aũt stabilire ad robur istius demonstratiõis compositũ
ex.a.z.b.pduci ex.d.in cõpositũ ex.d.z.e.suppositio q ex.d.in se fit.a. z ex eodez
in.e.b.itẽqz q ex.d.e.i se pducat cõpositũ ex.a.z.c.z duplo.b.suppositio eo quod
primus z q ex.e.in se sit.c.huius itaqz gra pponim9 hec demonstrãda.

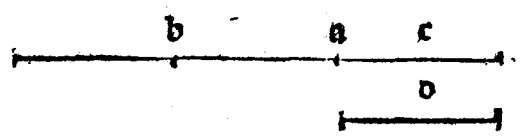
¶ Qõ fit ex ductu vni9 numeri i quotlibet tantũ ẽ:quantũ qõ ex ductu
eiusdẽ i cõpositũ ex illis. ¶ Idẽ ponit pma scõi de lineis. Sit eni ut ex.a.i.b
sint in.c.z in.d. pueniant.e.z.f.z.g.dico q ex.a.in cõpositũ ex. b.z. c.z. d. puenit
cõpositũ ex.e.z.f.z.g.sequit eni ex cõuersione diffinitionis eius qõ multiplicat ut
tota pars sit.b.e.z tota.c.f.sed z.d.tota.g.quota ẽ vnitas.a. per quintã itaqz se/
ptimi:tota quoqz ps erit cõpositus ex.b.z.c.z.d.compositi ex.e.z.f.z.g.quota est
vnitas.a.ergo per diffinitionẽ ex.a.in cõpositũ ex.b.z.c.z.d.fit cõpositus ex.e.z
f.z.g.qõ est propositũ. ¶ Qõ fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum
equũ ẽ ei qõ fit ex cõposito eorũ in cundẽ. ¶ Hoc ẽ cõuersũ eius qõ modo
demonstratũ ẽ:vt si ex.b.z.c.z.d.in.a.fiant.e.z.f.z.g.fiet quoqz cõpositus ex cõ
posito i eundẽ:qõ ex.17.septimi z pdemonstrato facile cõcludit. ¶ Qõ fit ex du
ctu quotlibet numeroz in quotlibet alios:equũ est ei qõ fit ex cõposi
to horum in compositũ illoz. ¶ Vt si.a.b.c.multiplicẽt.d.e.f. quilibet quẽ/
libet:iunganturqz pducta.dico aggregatũ ex productis esse equale pducto ex cõpo/
sito ex.a.z.b.z.c.in cõpositũ ex.d.z.e.z.f. est eni p premissam qõ fit ex cõpositio
ex.a.b.c.in.d.quãtũ qõ ex singulis in illũ.d.sic z in.e.z in.f.ex cõpositio aũt horũ
a.b.c.in quẽlibet illoz.d.e.f.p ante pmissã fit quãtũ ex cõpositio in cõpositũ.itaqz
constat ppositũ. ¶ Numero in quotlibet ptes diviso: tantũ est qõ fit ex
toto eo in se:quantũ qõ ex eo in omnes suas ptes. ¶ Idẽ ponit scõa se/
cundi de lineis. vt si.a. diuidat in.b.z.c.z.d.dico qõ tantum fit ex.a.in se quantũ
ex oẽs illos.b.c.d.posito eni.e.equali.a.constat ex prima baz incidentiũ tm fieri
ex.e.in.a.quãtũ in oẽs ptes.a.sed p cõcept.ex.e.in.a.fit quãtum ex.a.in se.z ex.e
in ptes.a.quãtũ ex.a.in easdẽ. Manifestũ ergo ẽ vez esse qõ dicit. ¶ Numero
in duo diuiso qõ fit ex toto in alterum dividentium:tm est quantũ qõ
ex eodem in se z in alterum. ¶ Idem proponit tertia scõi de lineis. Sit eni.a
diuisus in.b.z.c.dico tm fieri ex.a.in.c.quãtũ ex.c.in se.z in.b. Nam qõ ex.a.i.c.
quãtũ qõ ex.c.in.a.p.17.septimi.sumpto itaqz.d.equali.c.erit.a.in.c. quantum
in.a. At per primã barũ.d.in.a.ẽ quantũ in.b.z.c.q ergo.d.in.a.z i.b.z.i.c.ẽ
quantum.c.in.a.z in.b.z in se propter equalitatem.c.z.d.constat propositum.

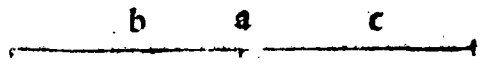




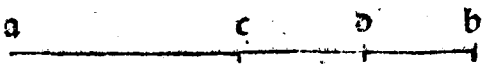






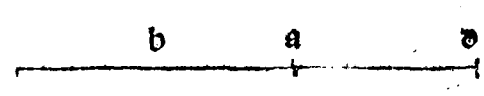


¶ Numero in duo diuiſo qđ ex ductu totius in ſe: eſt quantum qđ ex ductu vtriuſqz diuidentium in ſe ꝛ alterius eorum bis in alterum.
¶ Idem ꝓponit quarta ſcōi de lineis vt ſi a. diuidatur in. b. ꝛ. c. dico tm̃ fieri ex. a in ſe. quātū ex. b. in ſe. ꝛ. c. i ſe ꝛ ex. b. bis in. c. eſt enī per quartam harum ꝙ ex. a in ſe quantū qđ ex eo in. b. ꝛ in. c. ex eo autē in. b. per premiſſā eſt quantū ex. b. in ſe. ꝛ in. c. at ex. a. in. c. per eandem eſt quantum ex. c. in ſe. ꝛ in. b. ꝛ qꝛ ex. c. in. b. tum eſt quantum ex. b. in. c. per. 17. ſeptimi. liquet verum eſſe quod ꝓponitur.
¶ Numero per duo equalia duoqz inequalia diuiſo quod fit ex maiori inequalium in minorem cum quadrato intermedij equum ē quadrato medietatis totius.

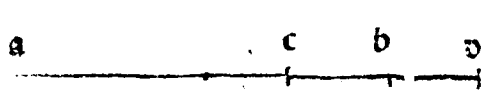


¶ Idem ꝓponit de lineis quinta ſecundi: vt ſi. a. b. diuidatur in duos numeros equales qui ſint. a. c. ꝛ. c. b. itemqz in duos inequales quoꝝ ſit maior. a. d. ꝛ minor. d. b. dico ꝙ illud qđ fit ex toto. a. d. in. d. b. cū quadrato. c. d. equale eſt q̄drato. c. b. per premiſſam enim quadratū. c. b. eſt equale quadrato. c. d. ꝛ quadrato. d. b. ꝛ ei qđ fit ex. b. d. in. c. d. bis: ſed ex. b. d. ipſe ꝛ i. c. d. tm̃ fit quātū i. c. b. ꝙ ꝑmā baꝝ ꝛ ſō quātū i. a. c. itaqz ex. b. d. in ſe ꝛ in. c. d. bis quātū ex ipſo. b. d. i. a. d. ꝙ eādē igitur quadratū. c. b. ſupat id qđ fit ex. b. d. in. a. d. in q̄drato. c. d. cōſtat ergo ꝓpoſitū.
¶ Cum fuerit numerus in duo eq̄lia diuiſus eiqz alius numerus adiūctus: qđ fit ex ductu totius compoſiti in adiunctum cum quadrato medietatis equum eſt quadrato compoſiti ex dimidio ꝛ adiuncto.

¶ Idem ꝓponit ſexta ſecundi de lineis: Sit eni. a. b. diuiſus in duos equales numeros qui ſint. a. c. ꝛ. c. b. addaturqz ei numerus. b. d. dico illud qđ fit ex toto. a. d. in. d. b. c. cū quadrato. b. eſſe equale quadrato. c. d. eſt enim ex ſexta harū quadratū. c. d. equale quadrato. d. b. ꝛ q̄drato. b. c. ꝛ ei qđ fit ex. d. b. in. b. c. bis: ſz per ꝑmā baꝝ ex. b. d. in ſe ꝛ in. b. c. bis eſt q̄ntū ex: b. d. in. d. a. Sūt eni. a. c. ꝛ. c. b. equales. itaqz q̄dratū. c. d. ſupat id qđ fit ex. b. d. in. d. a. in q̄drato. c. b: qđ ē ꝓpoſitum
¶ Cū numerus in duo diuidit qđ fit ex toto in ſe cū eo qđ ex altero diuidētiū in ſe: ē equū ei qđ ex toto in eundē bis cū eo qđ ex altero ipſe.

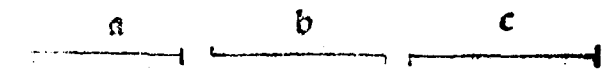


¶ Idem ꝓponit ſeptima ſcōi de lineis. Sit eni numerus. a. diuiſus in. b. ꝛ. d. vt dico quadratū. a. cū quadrato. d. tm̃ eſſe quātum qđ fit ex. a. in d. bis cum quadrato b. conſtat quidē ex ſexta baꝝ ꝙ quadratum. a. tantū ē quantū quadratū. d. cum quadratum. b. ꝛ qđ fit ex. d. in. b. bis: itaqz quadratum. a. cum quadrato. d. tm̃ ē quantum qđ ex. d. bis in ſe. ꝛ bis in. b. cum quadrato. b. ſed ex. d. bis in ſe ꝛ bis in. b. fit quantum ex. d. bis in. a. per ꝑmam harum: ergo quod fit ex. d. bis i. a. cū quadrato. b. eſt quantum quadratum. a. cum quadrato. d. quare patet ꝓpoſitum.
¶ Cum fuerit numerus in duo diuiſus eiqz equalis vni diuidentium additus: quadratum totius compoſiti equum eſt quadruplo eius qđ fit ex priori in additum cum quadrato alterius.



¶ Idem ꝓponit octaua ſcōi de lineis. Sit numerus. a. b. diuiſus in. a. c. ꝛ. c. b. cui addatur. b. d. qui ponatur equalis. c. b. dico quadratum. a. d. tantum eſſe quantum eſt id quod fit ex. a. b. in. b. d. quater cum quadrato. a. c. eſt nanqz per ſeptimam baꝝ quadratum. a. d. equum quadrato. a. b. ꝛ quadrato. b. d. ꝛ ei qđ fit ex. a. b. in b. d. bis: ꝛ quia quadratum. b. d. eſt equale quadrato. c. b. erit quadratū. a. d. equale quadrato. a. b. ꝛ quadrato. c. b. ꝛ ei qđ fit ex. a. b. in. b. d. bis: per ꝑmiſſam autē eſt quadratum. a. b. cum quadrato. c. b. quantum quadratum. a. c. cū eo quod fit

ex.a.b.in.b.c.bis:itaqz quadratum.a.d.tantū ẽ quātū qđ ex.a.b.in.b.d.bis ⁊ ex a.b.in.b.c.bis cū quadrato.a.c.⁊ qz ex.a.b.in.b.c.tm̄ fit quantū in. b.d. constat vex eẽ quod ꝓpositum est. ¶Cum fuerit numerus in duo equalia duo/ qz inèqualia diuisus: quadrata amborum inequalium pariter accepta duplum sunt quadrato medietatis ⁊ quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis. ¶Idem proponit nona scōi de lineis Sit enim.a.b.diuisus ꝑ duos equales qui sint.a.c.⁊.c.b.⁊ ꝑ duos inequales qui sint.a.d.⁊.d.b.dico q̄ quadrata duox numerox.a.d.⁊.d.b.pariter accepta sunt duplū duobus quadratis duox numerox.a.c.⁊.c. d.pariter acceptis. Est eni per sextam bax quadratum.a.d.quantū quadratū.a.c. ⁊ quadratū.c.d.⁊ duplū eius qđ fit ex.a.c.in.c.d.qz aūt.a.c.ẽ equalis.c.b. erit quadratū.a.d.quantū quadratū b.c.⁊ quadratū.c.d. ⁊ duplū eius qđ fit ex.b.c.in.c.d.itaqz quadratū.a.d. cū quadrato.b.d.sunt quātū quadratū.b.c.⁊ quadratū.c.d.⁊ duplū eius qđ fit ex.b.c.in c.d. ⁊ quadratū.b.d.duplū aūt eius qđ fit ex.b.c.in.c.d.cū quadrato.b.d. ẽ equale quadrato.b c.⁊ quadrato.c.d.p.9.bax ergo quadrata duox numerox.a. d.et d.b.sunt quantū quadrata duox numerox.b.c.⁊.c.d.duplicata:⁊ quia.b .c.⁊.c.a sunt equales:pz ꝓpositū. ¶Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliusqz adiunctus: quadratum totius cōpositi cum quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compo/ siti ex medietate ⁊ adiuncto. ¶Idē proponit.10.scōi de lineis.Sit eniz nu/ merus.a.b.diuisus in duos equales.a.c.⁊.c.b.sitqz sibi adiunctus numerus.b.d. dico quadratū.a.d.cū quadrato.b.d.duplū eẽ ad quadratū.a.c.cū quadrato .c.d cū sit eni numerus.c.d.in duo diuisus sibiqz sit.a.c.equalis vni diuidentiū addit° erit per.10.bax quadratū.a.d.quantū qđ fit ex.c.d.in.c.a.quater cū quadrato.b. d.qz vero.a.c.ẽ equalis.c.b.erit quadratū.a.d.quātū qđ fit ex.d.c.i.c.b.q̄ter cū q̄ drato.b.d.itaqz quadratū.a.d.cū quadrato.d.b.erit quantū qđ fit ex.d.c. in.c.b quater cū duplo quadrati.b.d.hoc aūt ꝑ.19.bax duplū ẽ ad q̄dratū .c.d.cū q̄dra to.c.b .cū igit̄ sit q̄dratū.c.b.equale quadrato.a. c.cōstat ꝓpositum. ¶Nu/ merum aliquem ita diuidere ut qđ ex toto ⁊ vna eius portione cōtine tur equum sit quadrato alterius est impossibile. ¶Qđ.11.secundi pro/ ponit faciendum in lineis.demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus.a.b.dico impossibile esse ipsū sic diuidi ut proponitur:sic eni di uideret̄ ꝺm proportionē hab ntem medium ⁊ duo extrema:ut patet ex diffinitiōe ⁊.20.septimi.Si autem potest diuidatur in.c.sitqz.a.b.ad.b.c. sicut. b.c.ad .c.a. erit itaqz.a.c.minor.c.b.detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c.d qz igitur est proportio totius.a.b.ad totum.b.c.sicut.b.c detracti ab.a.b. ad.c. d. detra/ ctum ab.b.c.erit eadem .a.c .residui.a.b.ad.b.d.residuum.b.c.quare .b.c. ad.c. d.sicut.c.d.ad.d.b.erit igitur.c.d.maior.d.b.detracto itaqz.d.e.de.c.d.ut sit.d. e.eq̄lis.d.b.erit etiā ꝓportio.b.c.ad.c.d.sic.c.d.ad.d.e. q̄re sic.d.b.residui.c.b. ad.c.e.residuū.c.d.pōt igit̄.c.e.detrahi ab.e.d.nō erit itaqz finis ist⁹ detractiōis qđ ẽ ipossibile.Nūc ad ꝓpositū reuertamur. ℙroposition .17. Si fuerint duo numeri ꝓtra se primi quātus ẽ primus eox ad scōm:tantū esse scōm ad tertium quēcqz impossibile est. ¶Sint.a.⁊.b.contra se primi:dico impossibile esse aliquē eis in con tinua ꝓportionalitate adiungi.Si eniz pōt sit.c.qz igit̄.a.ad.b.sicut



b.ad.c.ſunt aũt.a.ꝛ.b.in ſua ꝓportione minimi per .23.ſeptimi: ſequitur p.21. eiuſdem ut.a.numeret.b.qui cum etiaꝫ numeret ſe: non erunt.a.ꝛ.b.contra ſe primi:quod eſt contrarium poni.

Propoſitio .18.

SI quotlibet numeroꝝ cõtinue ꝓportionalium duo extrema fuerint cõtra ſe primi quantꝰ eſt primus ad ſcõm tantũ eſſe vltimum ad aliquem alium eſt impoſſibile.

¶ Sint.a.b.c.cõtinue ꝓportionales.ſintqꝫ.a.ꝛ.c.contra ſe primi dico ꝙ in eadẽ ꝓportione non poteſt eis adiũgi alius. ſi eni poteſt ſit.d.quia igitur é.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.erit permutati.a.ad.c.ſicut.b. ad.d. ſunt autẽ.a.ꝛ.c.in ſua ꝓportione minimi per.23.ſeptimi itaqꝫ p.21.eiuſdem.a. numerat.b.quare etiam numerat.c.numeroꝝ enim continue ꝓportionalium:ſi primꝰ numerat ſcõm: ipſe numerat omnes ꝛ ſimpliciter quilibet precedẽs quẽlibet ſequẽtem.at qꝛ etiam numerat ſe:non erunt.a.ꝛ.c.cõtra ſe primi: qõ eſt inconueniens.

Propoſitio .19.

PRopoſitis duobus numeris an ſit eis tertius cõtinue ꝓportionalis perſcrutari.

¶ Sint.a.ꝛ.b. duo numeri ꝓpoſiti: volo inquirere an eis poſſit tertius ſub continua ꝓportionalitate adiũgi. Igitur ſi ipſi ſunt cõtra ſe primi impoſſibile eſt per.17.ſi vero cõpoſiti ducatur.b.i ſe.ꝛ ꝓueniat.c.quẽ ſi.a.numerat erit.ſi vero nõ numerat non erit. Numeret enim eũ ſm d.qui erit quẽ querimus per.2.partem.20.ſeptimi. ſit ergo ut no ꝫ numeret eum eſt tamen ut.a.ad.b.ſicut.b.ad.d.itaqꝫ qꝛ ex.b.in ſe fit.c.ſequitur per primã partem.20.ſeptimi.ut ex.a.in.d.ſit idẽ.igiẽ.a.numerat.c.ſm.d. ſed erat poſitũ ꝙ nõ quare ſequiẽ impoſſibile.

Propoſitio .20.

DAtis tribus numeris cõtinue ꝓportionalibus an ſit aliquis quartus eis continue ꝓportionalis inquirere.

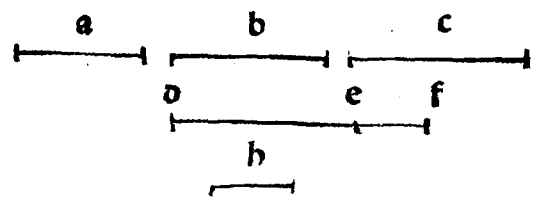
¶ Sint cõtinue ꝓportiõales.a.b.c.volo inquirere an alius eis ſub continua ꝓportionalitate poſſit adiungi.igitur ſi.a.ꝛ.c.ſunt ꝓma ſe primi impoſſibile eſt per.18.ſi aũt cõpoſitus.ſit.d.qui ꝓuenit ex b.in.c.quẽ ſi numerat.a.erit.ſi vero nõ numerat nõ erit.numeret enim eum ſm ꝫ qui erit quẽ querimus:per ſcõam partem.20.ſeptimi.ſit ergo ut nõ n meret eum. eſt tamen ut.a.ad.b.ſicut.c.ad.e.itaqꝫ qꝛ ex.b.in.c.fit.d.ſequitur per primã ptem 20.ſeptimi.vt ex.a.in.e.ſit idem.ergo.a.numerat.d.ſm.e.ſed poſitũ erat ꝙ non: Idẽ potes perſcrutari quotlibet cõtinue ꝓportionalibus ꝓpoſitis.ſi enim duo extremi ſint cõtra ſe primi finem habet intentio per.18.ſi autem compoſiti: ducto ſcõo in vltimũ ſi productum numeret primus:is ſcõm quẽ eũ numerat eſt quẽ querimus per ſcõam ptẽ.20.ſep.ſi aũt primꝰ ꝓductũ nõ numerat nullꝰ erit: quotlibet enĩ poſito ꝑ primã ptẽ eiuſdẽ ſm ipſũ poſitũ.numerabit primꝰ ꝓductũ: qõ poſitũ erat nõ numerare.

Propoſitio .21.

DAtis quotlibet numeris primus aliquẽ primũ ab eis diuerſum eſſe neceſſe eſt.

¶ Nihil aliud intendiẽ niſi ꝙ numeri primi ſint infiniti demonſtrare Sint enĩ.a.b.c.numeri primi.dico eſſe aliquẽ primũ diuerſuꝫ ab eis ſit quidẽ.d.f.minimus quẽ numerãt cui addita vnitate fiat.d.g.qui

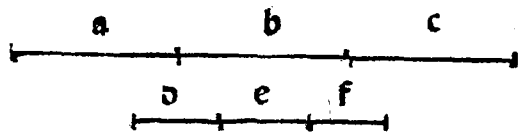
eſt primus aut compoſitus .ſi primus conſtat ꝓpoſitum.ſi compoſitus numerat eū aliquis primus qui ſit.b.qué non eſt poſſibile eſſe aliqué ex primis ꝓpoſitis.ſi enī eſſet aliquis coꝝ cū quilibet ipſoꝝ numeret.d.f.ipſe quoqʒ numeraret eundē: at qꝛ numerat.d.g.oporteret ipſuʒ numerare.f.g.qui eſt vnitas qꝺ:eſt impoſſibile Jdē ſequitur poſito.d.f.quolibet numero qué numerant.a.b.c.q̄re ꝓſtat ꝓpoſitū



Propoſitio .22.

SJ coaceruentur quotlibet numeri pares:totus quoqʒ ab eis coaceruatus erit par.

CSit quiſqʒ numeroꝝ.a.b.c.par:dico ex eis cōpoſitū eē parem. habet enī ex cōuerſione diffinitionis quiſqʒ coꝝ medietaté.ſint ergo eorum medietateſ.d.e.f.qꝛ igitur ſicut.a.ad.d.ſic.b.ad.e.ꝛ.c.ad.f.erit ex.13.ſeptimi ſicut.a.ad.d.itaqʒ tot⁹.a.b.c.ad totum.d.e.f.itaqʒ.d.e.f.eſt mediętas.a.b.c.ergo per diffinitionem.a.b.c.eſt par:quod eſt propoſitum.



Propoſitio .23.

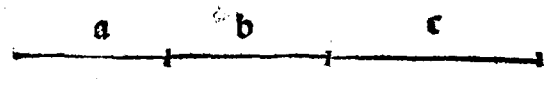
SJ numeri impares numero pares coaceruent̄:totus quoqʒ ex eis coaceruatus erit par.

CSit quilibet numeroꝝ.a.b.c.d.impar:dico ex eis compoſitum eſſe parem:dempta enim a quolibet vnitate cōſtat reſiduos eſſe pares:ꝛ qꝛ ille vnitates dempte cōponūt paré.cū ſint numero pares:conſtat propoſitum per premiſſam.

Propoſitio .24.

SJ numeri impares numero impares coaceruentur:totum quoqʒ ex eis coaceruatum imparem eſſe.

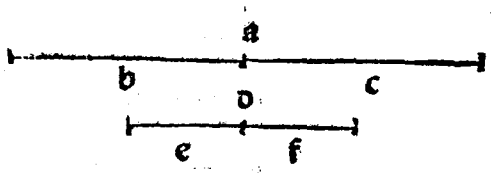
CSit quilibet numeroꝝ.a.b.c.impar:dico totū ex eis cōpoſitū eſſe imparem.erit enī per p̄miſſam cōpoſitus ex.a.ꝛ.b.par:ꝛ qꝛ.c.dempta vnitate eſt par erit per ante premiſſā tōtus.a.b.c.dempta vnitate par:per diffinitionem itaqʒ conſtat totum eſſe imparem.



Propoſitio .25.

SJ a numero pari numerus par detrahaſ̄ reliquus erit par

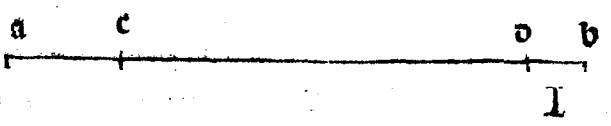
CSit totus.a.par a quo detrahaſ̄.b.qui quoqʒ ſit par :ꝛ reſidu⁹ ſit c. dico.c.eſſe paré.ſit enī.d.medietas.a.e.quoqʒ ſit medietas.b.detractoqʒ.e.de.d.ſit reliquus.f.erit p.13.ſeptimi.c.ad.f.ſicut.a.ad.d. quare.f.é medietas.itaqʒ.c.eſt par:qꝺ eſt propoſitum.



Propoſitio .26.

SJ a numero impari detrahaſ̄ impar reliquus erit par.

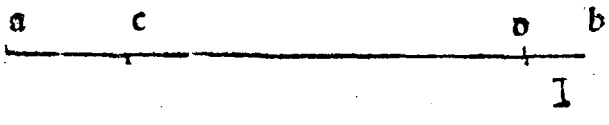
CSit.a.b.numer⁹ impar a quo detrahaſ̄ .b.c.qui etiā ſit impar:dico reliquum qui eſt.a.c.eſſe paré:detrahatur enī ab vtroqʒ duorum numeroꝝ.a.b.ꝛ.b.c.vnitas q̄ ſit.b.d.eritqʒ vterqʒ duoꝝ reſiduoꝝ q̄ ſūt.a.d.ꝛ.d.c.par.p̄ p̄miſſā itaqʒ conſtat.a.c.eé paré:qꝺ é ꝓpoſitū.



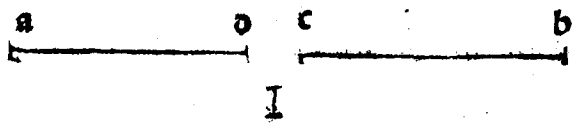
Propoſitio .27.

SJ a numero impari numerū paré ſubtrahas qui relinquitur impar eſt.

CSit.a.b.impar:a quo detrahatur.a.c,qui ſit par:dico.c.b.reſiduū eé imparé.ſit enī.b.d.vnitas:eritqʒ.a.d.par ꝛ qꝛ.a.c.é par erit p.25 c.d.par cū itaqʒ ſit.d.b.vnitas erit.c.b.impar : qꝺ eſt propoſitum.



Propoſitio .28.



SI de numero pari imparē tollas qui relinquit impar est.
¶ Sit.a.b.par a quo tollat.a.c.qui sit impar:dico.c.b.residuuz esse imparē:subtrahatur enim ab.a.c.vnitas que sit.c.d.eritqz.a. d.par itaqz per.25.d.b.quoqz erit par.qz igit.d.c.est vnitas sequit.c.b.esse imparē:qd ē ꝓpositū. Propositio .29.

SI numerus impar in numerū parem ducatur qui inde produ/cetur erit par.
¶ Ex.23.manifestum est quod dicitur.

Propositio .30.

SI in imparem ducatur impar qui producetur erit impar.
¶ Hec quoqz ex.24.manifesta est.

Propositio .31.

SI numer⁹ impar numerum parem numeret :numero pari eum numerabit.
¶ Si eni numero ipari eū numeraret ex ipari i imparē fieret par:qd ē incōueniēs p ꝑmissā. Propositio .32.

SI impar imparē numeret impariter eum numerat.
¶ Si eni pariter eū numeraret ex numero impari i numez parē fieret im par qd ē incōueniēs p.29. Propositio .33.

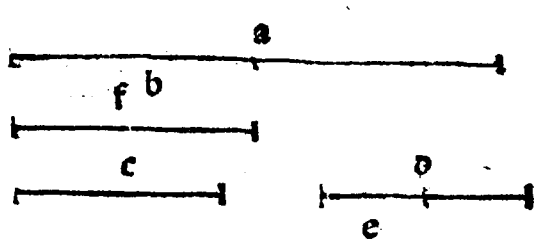
SI numerus impar numerum parem metiatur eiusdē quo/qz dimidium ipsum metiri necesse est.
¶ Sit.a.numer⁹ par cuius dimidiū.b.sitqz.c.numer⁹ impar qui nu/meret.a.dico qꝺ.c.numerabit.b.numeret eni.a.ꝑm.d.eritqz ꝑ.31.d. numerus par.Esto igit eius dimidiū.e.ducaturqz.c.in.e.z ꝓueniat f.eritqz ꝑ.18.sep.a.ad.f.sicut.d.ad.e.z qz etiā est.a.ad.b.sicut.d.ad.e. sequit.b.z f.esse equales.cū itaqz.c.numeret.f.idē numerabit.b.quod est propositum.

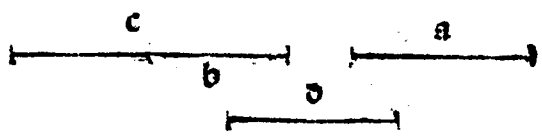
Propositio .34.

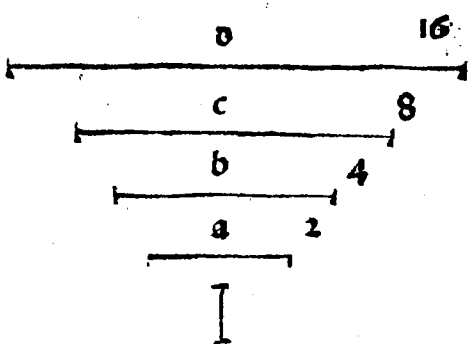
SI numerus impar ad aliquē fuerit primus:idem ad eiusdē duplum erit primus.
¶ Sit.a.numerus impar primus ad.b.cuius duplū sit.c. dico qꝺ.a. ē primus ad.c.sin autem numeret eos.d.cūqz.a.sit impar sequit.d. esse imparē:quicūqz eni iparē numerat impar est ꝑ premissam itaqz d.numerabit.b.non sunt igitur.a.z.b.contra se primi :qd est contra ypothesi.

Propositio .35.

NUmeri a duobus dupli sunt pariter pares tantum:
¶ Sint vnitas.a.b.c.d.cōtinue ꝓportioales.sitqz.a.binarius: dico oēs eos eē pariter pares eisqz ꝑm hanc ꝓportionē in infinitū auctis nullū aliū eē pariē parē: de his quidē constat ꝑ diffinitionē cū ꝑ.12. quilibet p̄cedens numeret quēlibet sequētē ꝑ aliquē eoz.quos omnes oportet esse pares:z nullus alius numeret aliquē eoz per.13.eo qꝺ.a.qui ē binari⁹ vnitatē sequēs ē prim⁹.Qd aūt null⁹ ali⁹ ab his sit pariter par ꝓstat:sic posito eni aliquo dividat i duas medietates eiusqz medietas i duas: z hoc toties fiat quoūqz numer⁹ aut vnitas diuisionē impediat qd necesse ē euenire ꝑ vltimā petitionē.si vero numer⁹ hāc ꝓhibeat ipse erit ipar q cū numeret ꝓiter parē positū nō erat pi⁹ par q posit⁹ ē ꝓiter par.si aūt vnitas nō erit.15. ali⁹ a cōtinue duplis ab vnitate.



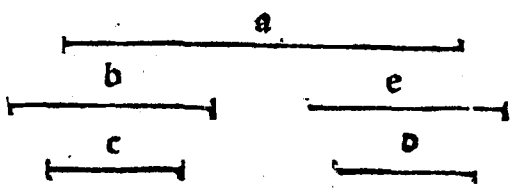




Propositio .36.

NUmerus cuius medietas est impar est pariter impar.

¶Sit.a.numerus cuius medietas que sit .b .sit impar dico. a.esse pariter imparē.sit enī.c.binarius manifestū itaqz qm̄ ex.c.in.b.fit.a. sit aūt.d.quilibet numerus par numerās.a. qui numeret eū scōm.e eritqz p scōam ptē.20.septimi.e.ad.b .sicut.c.ad.d.igit̄.e .numerat b.nā qz.c.numerat.d.erit itaqz.e.numerus impar.erat enī z.b.p diffinitionē igit̄ a.est pariter impar.



Propositio .37.

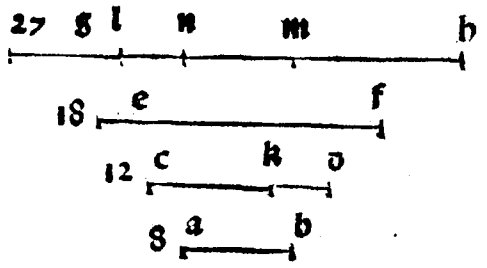
ODnis numerus a duobus nō duplus cuius medietas est par est pariter par z impariter.

¶Sit numer⁹.a. nō duplus a duobus cuius medietas que sit .b.po natur par. dico ipsū esse pariter parē z ipariter.sit enī.c.binarius de quo manifestū ē qp ipse numerat.a.ƀm.b.qz vero.a.nō est duplus a duobus:necesse ē si eius medietas que ē.b.in alias duas medietates diuidat̄:me/ dietatisqz medietas in alias duas vt tandē occurrat numerus impediēs diuisionē qui ꝓpter hoc qp diuisionē nō recipit erit impar.sitqz is in quo sistit diuisio.d. in numero q̄ppe necesse ē stari qz sivsqz ad vnitatē pueniret diuisio eēt.a de numeris duplis a binario de quibus nō ē:de.d.vero manifestū ē qp ipse numerat.a.p hanc cōem sciam:ois numerus numerās aliū numerat omnē numeratū ab illo. Nume/ ret ergo eū ƀm.c.eritqz.e.par.Alioquin.cū.d.sit maior impar sequeret̄ p.30.a.eē imparē:qz igit̄.b.numerus par numerat.a.ƀm.c.qui quoqz ē par est enī binarius At vero.e.numer⁹ par numerat eādē ƀm.d.q̄ ē impar.ꝓstat ex diffinitiōe numerꝝ a.cē piter parē z impiter:qō ē ꝓpositū.

Propositio .38.

SI de scōo arqz vltimo numerorꝝ cōtinue ꝓportionalium equale primi demat̄ quantū ē reliquuz scōi ad primum tm̄ eē reliquū vltimi ad coaceruatum ex cūctis precedentibus necessario comprobatur.

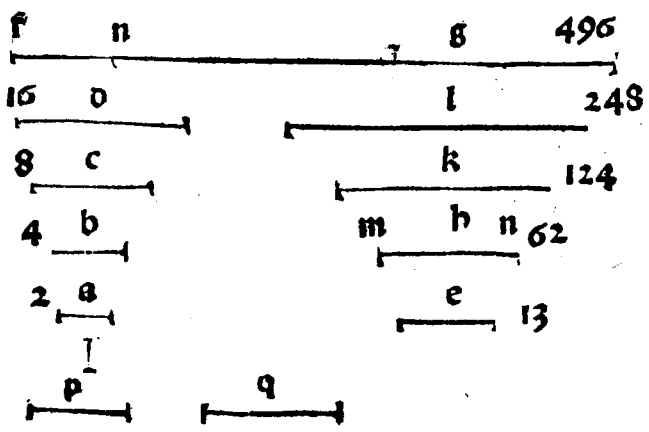
¶Sint ꝓtinue ꝓportionales.a.b.c.d.e.f.g.h.demat̄qz.de.c.d.eq̄/ lis.a.b.qui sit.c.k.z de.g.h.qui sit.g.l.dico tūc qp ꝓportio.k.d.ad.a.b. ē sicut.l.h ad cōpositū ex.e.f.c.d.z.a.b.sumat̄ ex.g.h.equalis.e.f.qui sit.g.m. z eq̄lis.c.d.q̄ sit.g.a.eritqz.l.n.eq̄lis.k.d.manifestū aūt ē p.12.sep.qp cū sit.g.h.ad. g.m. sicut g.n.ad.g.n.erit.h.m. residuū ad .m.n.residuū sint.g.h.ad.g.m.ideoqz sicut.e.f. ad.c.d.sil̄i quoqz mō erit.m.n.ad.l.n.sicut.c.d.ad.a.b.ꝑmutatim igit̄ erit. h.m. ad.e.f.z.m.n.ad.c.d.sicut.n.l.ad.a.b.itaqz cōiuncti p.13.sep.erit.l.h. cōpositus ex.h.m.m.n.z.l.n.ad cōpositū ex.e.f.c.d.z.a.b.sicut.l.n.ad.a.b. ideoqz sicut.k. d.ad.a.b.qō est propositum.



Propositio .39.

CAm coaptati fuerint numeri ab vnitate cōtinue dupli qui cōiuncti faciāt numerū primū extremus eorꝝ in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

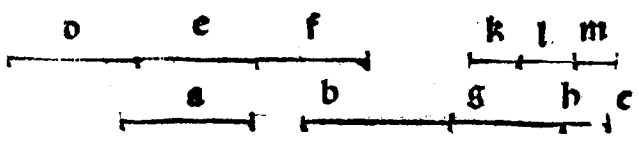
¶Sint ab vnitate ꝓtinue dupli.a.b.c.d.ex eis aūt z vnitate coacer/ uatus sit.e.qui ponat̄ eē numer⁹prim⁹ in quē.e.multiplicet̄.d.z pro/ ueniat.f.g.dico.f.g.eē numerꝝ ꝑfectū. Sumāt̄ igit̄.b.k.l.ꝓtinue dupli ad.e.ut tot sint.e.b.k.l.quot sint cōtinue dupli ad vnitatē sumpti.eritqz p equā ꝓportionalitatē.l.ad.e.sicut.d.ad.a.quare p primā ptē.20.sep.ex.a. in.l.pueniт.f.g. Nā ipse f.g.pueniт ex.d.in.e.z qz.a.ē binari⁹ ē.f.g.duplus ad.l.sunt igit̄. c.b.k. l.z.f.g.



cõtinue ꝓportionales: demaꝫ igiꝫ ex.b. equalis.e. qui sit .m.b.ꝛ residuus.b. n.q̃ erit etiã eq̃lis.e. itẽqꝫ ex.f.g. demaꝫ eidẽ equalis qui sit.f.n. eritqꝫ ꝑ ꝑmissam.n.g. quãtũ aggregatũ ex.e.ꝛ.b.ꝛ.k.ꝛ.l. sed ꝛ.f.n. cũ sit equalis.c. ẽ quãtũ aggregatum ex.a.ꝛ.b.ꝛ.c.ꝛ.d.ꝛ vnitate. itẽqꝫ totus.f.g. ẽ quantus aggregatꝰ ex oibus bis scꝫ a.b.c.d.ꝛ vnitate ꝛ illis.e.b.k.l. de quibus oibus manifestũ ẽ ꝙ numerãt cũ scꝫ.f.g.c. quidẽ ꝟm.b.ꝛ.b.ꝟm.k. qó ex ꝑma pte.20.sep. quinciꝫ adiuuãte equa ꝓportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut.d.ad.c. sic.b.ad.e.ꝛ ut.d.ad.b. sic.k.ad.e.ꝙ equam ꝓportionalitatẽ: quare ꝛ ex.c. in.b.ꝛ ex.b. in.k. necesse ẽ ꝓuenire.f.g. quẽ dudũ ꝓduxerat.d. in.e. si igiꝫ nullus alius ab bis numerat.f.g. i pse erit ꝙ diffinitionẽ numerus ꝑfectus. ¶ Quod autem nullus alius eum numeret sic patet si eni hoc possibile ẽ sit.p. qui numeret eũ ꝟm.q. eritqꝫ ꝙ.33.sep. vt.e. numeret alteꝫ eoꝝ ponaꝫqꝫ ꝙ numeret.p.ꝛ qꝛ ꝙ scõam ptẽ.20.sep. ẽ.q.ad.d. sicut e.ad.p. seqꝫ ut.q. numeret.d. quare cũ.a. qui sequiꝫ vnitatẽ sit ꝓmus ẽ eni binariꝰ erit.q.ꝙ.13 huius aut.a. aut .b. aut.c. quicunqꝫ aũt hoꝝ fuerit erit.p. aut.l. aut.k. aut.b. si eni q. fuerit.a. constat ꝙ p. erit.l. qó fit fuerit.b.p. erit.k. si aũt.c.p. quoqꝫ erit.b. non ẽ igiꝫ.p. diuersus ab illis vt fuerat positũ: relinquitur ergo ꝙ.f.g. sit numerus perfectus quod erat demonstrandum. Explicit liber Nonus Incipit liber Decimus

Quantitates quibꝰ fuerit vna quantitas cõis eas numerãs: dicẽtꝫ cõicãtes. quibꝰ vero nõ fuerit vna cõis q̃ntitas eas numerãs dicẽtꝫ incõmẽsurabiles. Linee ĩ potẽtia cõicãtes dicũntꝫ quaꝝ supficies q̃dratas vna cõis supficies nũerat. Linee icõmẽsurabiles ĩ potẽtia dicũntꝫ quaꝝ supficies q̃dratas nõ numerat vna cõis supficies: q̃ cũ ita sint manifestũ ẽ qꝛ oi linee posite multe alie sũt incõmẽsurabiles. q̃dã ĩ longitudie tm̃. q̃dã ĩ lõgitudine ꝛ potẽtia. Dis aũt linea cũ q̃ rõcinamur posita voceꝫ rõnalis. Lineeqꝫ ei cõicãtes dicũntꝫ rõnales: Eidẽ aũt icõicãtes dicũntꝫ irrõnales siue surde. Dis vero q̃drata supficiel de q̃ ꝙ ypotesi rõcinamur dicitꝫ rõnalis. Supficies vero ei cõicãtes dicũntꝫ rõnales. Eidẽ autem incommensurabiles superficies dicũtur irrationales siue surde Latera vero q̃ in illas q̃dratas possũt dicũntꝫ rõnalia. ¶ Quãlibꝫ quãtitatẽ totiẽs posse multiplicari vt quãlibet eiusdẽ generis quãtitatem positam excedat.

ꝓpositio .i.

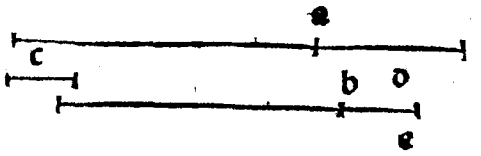


Si a duabus quãtitatibus inequalibus ꝓpositis maius dimidio a maiori detrahaꝫ. itẽqꝫ de reliquo maius dimidio demaꝫ deinceps quoqꝫ eodẽ mõ: necesse ẽ vt tandẽ minore positaꝝ minoꝛ quãtitas relinquaꝫ. ¶ Sint due quantitates inequales.a.ꝛ.b.c. b.c. maioꝛ. dico ꝙ totiẽs põt maius dimidio detrahi a.b.c. vel eius residuo ꝙ necesse erit relinqui quantitatẽ minorem.a. multiplicetꝫ eni.a. quotiẽs excedat.b.c. sitqꝫ eius multiplex.d.e.f. maius.b.c. detrahatur itaqꝫ.a.b.c. maius dimidio ꝙ sit.b.g. itẽqꝫ ex residuo qó est.g. c. maiꝰ dimidio qó sit.g .h. hoc quoqꝫ toticns fiat quousqꝫ.b.c. diuisa fiunt in tot ptes quotiẽs a ꝓtinet in.d.e.f. dico tunc ꝙ vltimũ residuũ vt est hic.b.c. est minꝰ.a. multiplicet

namqz.b.c.quotiens ẽ multiplicata.a.i.d.e.f.ſitqz eius multiplex.k.l.m.qꝛ igitur vnaqueqz quãtitatũ.k.l.m.ẽ equalis.b.c.ſequiť ut ꝛ.k.ſit minoꝛ.b.g.ſed ꝛ.l.minoꝛ g.b.aꝛ qꝛ.m.ẽ equalis.b.c.erit ꝑ cõceptionẽ.k.l.m.minoꝛ.b.c.quare minoꝛ. d.e.f cũ ſit ergo.d.e.f.ad .a.ſicut.k .l.m.ad.b. c.ſitqz.d.e.f.maioꝛ.k.l.m. ſequiť ꝑ.14. quinti ꝙ.a.ſit maioꝛ.b.e.qꝺ ẽ propoſitũ. Jdẽqz ſequiť ſi de.a.maiori dimidiũ de mať.itẽqz de reliquo dimidiũ: ſitqz totiens quouſqz maioꝛ diuidať in tot partes quotiens cõtineť minoꝛ in quolibet ſuo multiplice:maioꝛẽ poſitaꝫ quãtũlibet excedente. ¶Attendere aũt oportet ꝙ huic videť.15.tertij ꝺicere ꝓponẽs angulũ contingentie minoꝛẽ foꝛe quolibet angulo a duabus lineis rectis cõtento : poſito enim angulo quolibz rectilineo:ſi ab ipſo maius dimidio demať.itẽqz de reſiduo maius dimidio : neceſſe videť hoc totiens poſſe fieri quouſqz angulus rectilineus minoꝛ angulo cõtingentie relinquať:cuius oppoſitũ.15.tertij ſyllogizat:ſed hi nõ ſũt vnius voce anguli:nõ enim eiuſdẽ ſunt generis ſimpliꝛ curuũ ꝛ rectũ.At vero nec angulum contingentie totiens cõtingit ſumi ut qualẽcũqz rectilineũ excedat: qꝺ neceſſariũ ẽ ut ex prebabita demõſtratione pz:ad hoc ut ꝓñs ex antecedente ſequať:planũ ꝫ ẽ etiã quẽlibet angulũ rectil.neũ infinitis angulis contingẽtie eſſe maioꝛem.

Propoſitio .2.

SI fuerint due quantitates inequales detrahať qz maioꝛi equale minoꝛi donec minus eo ſupſit: ac deinde minoꝛi ipſius reliqui equale demať donec minus eo relinquatur denuo quoqz reliquo primo eql̃e reliqui ſcꝺi donec minus eo ſupſit auferať:ꝛ in huiuſmodi cõtinua detractione nullũ reliquũ qꝺ ante relictũ numeret:inueniať:eas duas quãtitates. incõmenſurabiles eſſe neceſſe eſt. ¶Simile huic ꝓpoſuit prima ſeptimi i numeris.Sint due quãtitates inequales.a.ꝛ.b.maioꝛ.a.quibus ſi fiat reciproca quoad põt detractio:nõ occurrat etiã ſi infinities fiat aliq̃ ꝗntitas detractiõez ipe diés ſine ante relictũ numerãs dico eas incõmẽſurabiles eſſe.Sin aũt ſit cõis eaꝫ menſura.c.detrahať igiť.b.ex a.quotiés põt.ſitqz reſiduũ d.qꝺ reſiduũ detrahať ex.b.quotiens põt ꝛ ſit reſiduũ.e. ʃiatqz totiens iſta detractio quouſqz ex alterutra duaꝫ quantitatũ.a.ꝛ.b.remaneat minus.c.hoc enim neceſſe eſt eſſe poſſibile ꝑ ꝓcedentẽ.Siqz hic.e.minus.c.cũ igiť.c.mẽſuret.b.detractã ab.a.ꝛ etiã.a.menſurabit per cõceptionẽ.d.reſiduũ:ideoqz cũ menſuret.d.detractũ.a.b.ꝛ etiã ipſũ.b: menſurabit.e.reſiduũ.ſed erat.e.minus.c.maioꝛ:ergo quantitas menſurat minorem.qꝺ eſt impoſſibile.



Propoſitio .3.

PRopoſitis duabus quantitatibus inequalibꝫ cõicantibus maximã quantitatẽ cõiter eas numerantẽ inuenire. Ex hoc itaqz manifeſtum eſt :que duas metitur quantitates maximam quoqz cõmuniter ambas metientem metiri.

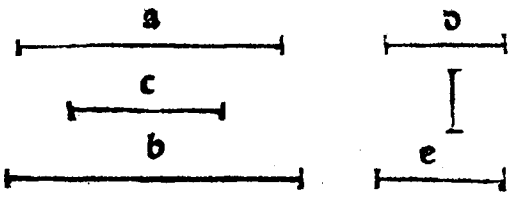
¶Huius demonſtrationem ſi ſcꝺam ſeptimi non ignoras nõ potes ignoꝛare: ꝓceſſus enim vtrobiqz idem.

Propoſitio .4.

PRopoſitis tribus quantitatibus communicantibus maximam eas cõmuniter numerantem inuenire.

¶Hec ex tertia ſeptimi ſic patet ſicut premiſſa ex ſecunda ſeptimi.

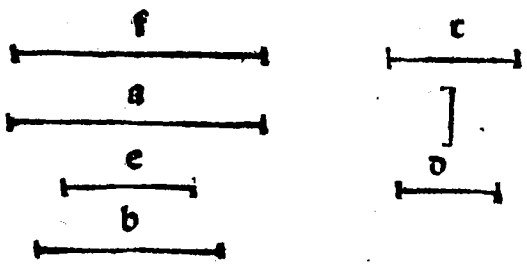
Propoſitio .5.



OMnium duarum quantitatum cõmunicantium est ꝓportio tanq̃z numeri ad numerum.

¶Sint due quãtitates.a.z.b.cõmunicantes:dico ꝙ earum ꝓportio est sicut alicuius numeri ad aliũ numer.sit eni.c.maxima quantitas cõmuniter mensurans.a.z.b.reperta ut docet scõa huius:que mensuret.a.ẽm numer.d.z.b.ẽm numerũ.c.eritq̃z.a.ad.c.vt.d.ad vnitatẽ:eo ꝙ sicut a.est multiplex.c.ita.d.ẽ multiplex vnitatis.ac.c.ad.b.vt vnitas ad.e.qm̃ sicut.c. ẽ submultiplex.b.ita vnitas ẽ sub multiplex.e.igitur per equã ꝓportionalitatem. a.ad.b.ut.d.ad.e.quod est propositum.

Propositio .6.

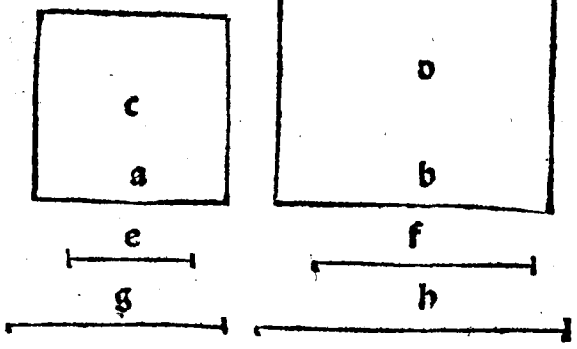


SI fuerint due quantitates quar sit proportio vnius ad alterã tanq̃z numeri ad numer:eas duas cõmunicantes esse necesse est.

¶Hec est conuersa prioris ut si sit.a.ad.b.sicut numerus.c.ad numerum.d.erunt due quantitates.a:z.b.ꝯmunicantes.sit eni.c.totiens mensurans.b.quotiẽs est vnitas in.d.z totiens mensurans.f.quotiens vnitas in c. Cum sit igitur.f.ad.e.ut.c.ad vnitatẽ.ac.e.ad.b.vt vnitas ad.d. erit ꝑ equam ꝓportionalitatẽ.f.ad.b.ut.c.ad.d.quare etiã ut.a.ad.b.igit̃ per primã partem.9. quinti.f.est equalis.a.cũ itaq̃z.e.mensuret.f.per conceptionẽ mensurabit.a.igitur a.z.b.cõicantes:mẽsurabat eni z.b.quod est propositum.

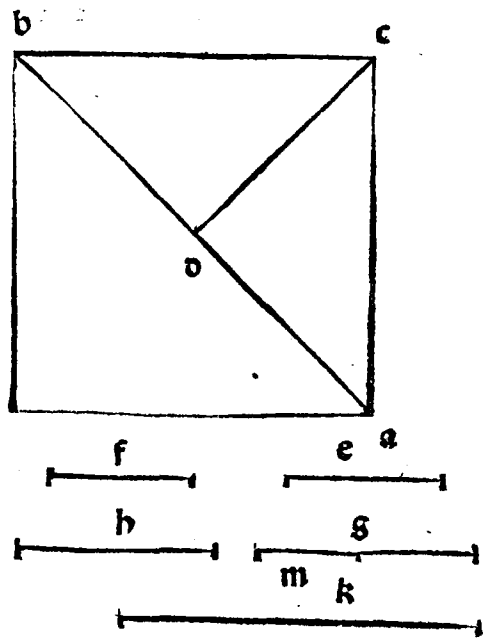
Propositio .7.

OMnium duarum superficierũ quadratar quar latera in longitudine cõmunicant est proportio vnius ad alteram tanquã numeri quadrati ad numerũ quadratum.Si vero fuerit proportio superficiei quadrate ad superficiem quadratã:tanquã proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ: erunt latera earũ in longitudine communicantia .Qd̃ si fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratã:non velut numeri quadrati ad numerum quadratum:latera earum erunt in longitudine incõmensurabilia.



¶Sint.a.z.b.due linee quadrate quar quadrata sint.c.z.d.dico ꝙ si.a.z. b.communicant in longitudine erit ꝓportio.c.ad.d.sicut numeri quadrati ad numerum quadratũ z ecõuerso:si aũt ꝓportio.c.ad.d.nõ sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ.a.z.b.erũt incõmẽsurabiles in longitudine z ecõuerso.Veritãtem uero istud argumẽtũ quartũ nõ proponit: Primũ pz sic.si.a.z.b.cõmunicant i longitudine ipse per.5.erunt in proportione duor numeror qui sint.e.z.f.quor quadrati sint g.z.b.q1 ergo ẽ.c.ad.d.sicut.a.ad.b.duplicata per.18.sexti :sequit̃ ut sit etiam.c. ad.d.sicut.e.ad.f.duplicata.sed etiã ẽ per. 11.octani.g.ad.b.ut.e.ad.f. duplicata ergo.c.ad.d.sicut.g.ad.b.qd̃ ẽ primũ.Scõm sic:sit.c.ad.d.sicut.g.numerus quadratus ad.b.numer quadratũ:dico ꝙ.a.z.b.erunt in longitudine cõicantes.Cũ enim sit.e.ad.d.ut.a.ad.b.duplicata p.18.sexti.z.g.ad.b.p.11. octani ut.c. ad.f. duplicata:quare z simpla.a.ad.b.sicut simpla.e.ad.f.p.6.igitur sunt .a.z.b.cõicantes qd̃ est scõm. Tertiũ vero pz ex primo a destructione cõsequentis. Silr quartũ patet ex scõo a destructione ꝑtis. ¶Ex tertia pte hui9 nota diamet ee incõmensurabilẽ coste.Cũ eni sit q̃dratũ diamet duplũ q̃drato coste: dupla vero ꝓportio

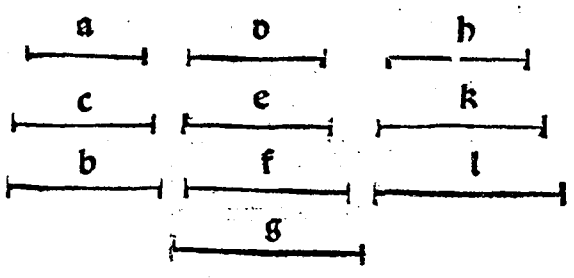
nō sit sicut numeroꝝ q̄dratoꝝ: seq̄t̄ diametꝝ eē incōmensurabilē coste i lōgitudine Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus essent oēs pariter pares q̄drati ꝛ etiā alij infiniti qui nō sunt quadrati. Ducit aūt Aꝝ. ad istud inconueniens si diameter ponatur cōmensurabilis coste q̄ impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter. a.b. commensurabilis lateri. a.c. eritq; per. 5. a.b. ad a.c. sicut aliquis numerus ad aliuꝝ. Sint ergo bij numeri. e.ꝛ.f. qui sint minimi in sua proportione: eritq; ob hoc alter eoꝝ impar. Si enī vterq; par: nō erūt minimi: quadrati quoq; eoꝝ sint. g.ꝛ.b. si ergo. e. é ipar: erit quoq; ex. 30. noni. g. ipar sit itaq; .k. duplus ad. b. eritq; .k. ex diffinitione par. q; igitur. a.b. ad. a.c. ut. e. ad f. erit per. 8. sexti ꝛ. 11. octaui quadratū. a.b. ad quadratū. a.c. ut. g. ad. b. é itaq; .g. duplus ad. b. sic enim est quadratū. a.b. ad quadratū. a.c. p penultimā primi: ꝛ q; etiam. k. est duplus ad. b. sequitur per. 9. quinti ut. g. numerus impar sit eq̄lis. k. numero pari. Qō si. e. sit par ꝛ. f. impar: erit ꝓportio. f. ad dimidiū. e. qō sit. l. sicut. a.c. ad dimidiū. a.b. qō sit. a.d. ꝛ ideo erit proportio quadrati. a.c. ad quadratum. a.d. sicut proportio numeri. b. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cui. k. ponatur eē duplus; eritq; .k. per diffinitionem par. At q; quadratū. a.c. é duplū ad quadratū. a.d. per penultimā primi erit. b. dupl⁹ ad m. cūq; .k. sit etiā duplus ad. m. erit per. 9. quinti numerus impar. b. equalis. k. numero pari qō é propositū.



Propositio .8.

SI fuerint due quantitates vni quantitati cōicantes: ipsas quoq; inuicem cōmensurabiles esse necesse est.

Sit vtraq; duaꝝ quantitatū. a.ꝛ.b. cōicans quantitati. c. dico. a.ꝛ b. esse cōmensurabiles: est enim per. 5. a. ad. c. sicut numerus ad numeꝝ: similiter quoq; per eandē, c. ad. b. sicut numerus ad numerum Sit itaq; numerus. d. ad numerū. c. sicut. a. ad. c. numerusq; .f. ad numerum. g. sicut. c. ad. b. At proportiones que sunt. d. ad. e. ꝛ. f. ad. g. continentur in tribus terminis qui sunt. h. k. l. ut docet. 4. octaui: eritq; per equā proportionalitatē. a. ad. b sicut. h. numerus ad. l. numeꝝ: per. 6. igitur sunt. a.ꝛ. b. cōicantes qō est ꝓpositū.

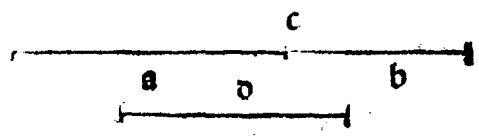


Ex hac quoq; sequitur q̄ si fuerint due quātitates sibi inuicē cōicantes: cuicūq; vna earum communicat ꝛ reliqua: ꝛ cuicunq; vna nō cōmunicat nec reliqua. Sint enim due quantitates. a.ꝛ.b. cōmunicantes: ponaturq; quelibet quantitas que sit .c. cum qua cōmunicet. a. dico q̄. b. cōmunicabit cum eadeꝝ: qō ex hac octaua patet cum vtraq; earum cōmunicet cum. a. ex ypothesi. Qō si itex. a.ꝛ.b. sint cōmunicantes ut prius: ponatur. c. quelibet quātitas cum qua non cōmunicet. a. dico q̄. b. nō communicabit cum eadem. si enim. c. cōmunicaret cum. b. cum. a. quoq; ꝓ ypoth. communicet cum eodem. b. essent per hanc octauam. a.ꝛ.c. communicantes. sed posituꝫ erant q̄ non essent: quare constat quod diximus.

Propositio :9.

SI fuerint due quantitates cōicantes: totum quoq; ex eis confectum vtriq; eaꝝ: erit cōmunicans. Si vero fuerit totum vtriq; cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

Sint due quātitates. a.ꝛ.b. cōmensurabiles: dico totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtriq; earum esse commensurabile ꝛ econuerso. Item quoq; si totum ex eis compositum vni earum communicet. dico q̄ communicabit alteri: ꝛ ipse similiter inter se. Idem quoq; in contrario. si enim. a.ꝛ



b.ſint incõicantes:dico qꝫ.c. vtriqꝫ earum erit incõmunicans ꝛ ecõuerſo :ac ſi.c.alteri earum ſit incõmunicans:erit quoqꝫ incõmunicans ꝛ alteri:ꝛ ipſe etiã inter ſe. Sint itaqꝫ primum.a.ꝛ.b.cõmu icantes:ſitqꝫ earum cõmunis menſura.d.qui cũ vtrãqꝫ eaꝝ numeret per cõceptionẽ ſimilẽ antepenultume numerabit.ꝛ.c.quare p diffinitionẽ.c.cõicabit vtriqꝫ eaꝝ.ſcz.a.ꝛ.b.Ecõuerſo quoqꝫ ſi.c.cõmunicet vtriqꝫ earum.ſit oim cõis menſura.d.cõſtat itaqꝫ per diffinitionẽ.a.ꝛ.b. cõmunicantes eſſe ſed cõmunicet.c.cũ altera earum que ſit.a.dico qꝫ cõmunicabit cũ.b.ꝛ.a .etiã ꝛ.b.communicabunt adinuicem.ſit enim.d.communiter menſurans.c.ꝛ.a. quia igitur.d.menſurat totum ꝛ detractum per conceptionem ipſa menſurabit reſidu/ um videlicet.b.per diffinitionem ergo ꝛ .c.communicat cum. b.ꝛ.a.communicat quoqꝫ cum.b. Si autẽ a.ꝛ.b.ſint incommunicantes erit .c.incommunicans vtriqꝫ earum:ſi enim cum vtraqꝫ ſeu etiam cum altera earum communicaret ꝛ ipſe cõmunicarẽt adiuuicem: quod eſt contra ypotheſiꝫ Similiter quoqꝫ econuerſo ſi.c.ẽ incommunicans vtriqꝫ earum ſeu etiam alteri earum:erit quoqꝫ incommunicans reliqueꝫ ꝛ ipſe inter ſe:qõ palam eſt ex predemonſtratis a deſtructiõe conſequẽtis.

Propoſitio .10.

OMnium quatuor quantitatum proportionalium ſi fuerit prima communicãs ſecunde: tertia quoqꝫ erit communicans quarte. Si vero prima incõmenſurabilis fuerit ſecũde:tertia quoqꝫ incõmenſurabilis erit quarte.

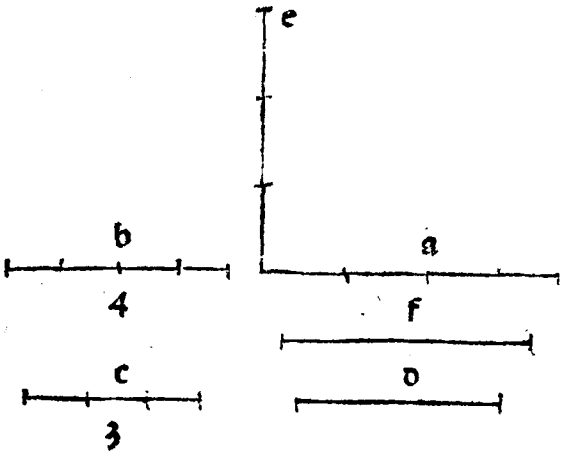
¶Sint quatuor quantitates proportionales.a.b.c.d.dico qꝫ ſi.a.cõmunicat cũ.b.c.quoqꝫ cõmunicabit cũ.d.qꝫ ſi.a.eſt incõmenſurabilis.b.c. quoqꝫ erit incõmenſurabilis.d.ꝛ ſi.a.cõicat cũ.b.in potentia tm̃. c.quoqꝫ cõmunicabit cum.d.in potentia tantum.Verũtamẽ illud non ꝓponit auctor qꝛ facile patet ex demonſtratione priorũ.Si enim.a.cõicat cũ.b.erit per.5.a.ad.b.ſicut numerus ad numerum.ſit ergo ſicut.e.ad.f.at qꝛ eſt per ypotheſim.a.ad.b.ſicut.c.ad. d.erit.c ad.d.ſicut numerus.e.ad numeꝝ.f.per.6.igiꝫ eſt.c.communicans cũ.d.qõ eſt primum.Scõm patet ex primo a deſtructione conſequentis.ſi enim.a. eſt incõmenſurabilis.b.oportet.c.eſſe incõmenſurabilẽ.d. nam ſi eſſet ei cõmẽſurabilis cũ ſit ut c.ad.d.ſic.a.ad.b.per ypotheſim:eſſet per primam partẽ. a. cõmunicans cum.b. ſed non erat: quare conſtat totũ qõ ꝓponit auctor. Qõ autẽ adiunxim⁹ videlicet qꝫ ſi.a.cõicat cum.b.in potentia tm̃.c.cõmunicat cum.d.i potentia tm̃. ſic patet.Luꝫ enim.a.non cõmunicet cũ.b.in longitudine: nec.c.quoqꝫ ex parte ſecũde huius cõmunicabit cum.d.in longitudine.At vero cum quadratum.a.communicet cum quadrato.b.ex ypotheſi erit per.5.quadratum linee.a. ad quadratũ linee b.ſicut numerus ad numerum qui ſint.e.ꝛ.f.ꝛ quia quadratum.c. ad quadratum d.ſicut quadratũ.a.ad quadratũ.b.erit etiã quadratũ.c.ad quadratũ.d.ſicut numerus.e.ad numerũ.f.per.6.igitur.c.ꝛ.d.cõicant in potentia:ꝛ qꝛ non cõmunicãt in longitudine:cõſtat ꝓpoſitũ.

Propoſitio .11.

PRoposita qualibet recta linea duas ei incõmenſurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas innenire.

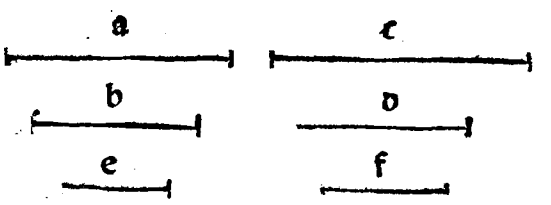
¶Sit linea.a.ꝓpoſita:volo duas lineaſ reperire quaꝝ vna cõicet cũ a.i potẽtia tm̃:altera vero ſit icõmẽſurabilis ei i lõgitudie ꝛ i potẽtia

Sumo itaq; duos numeros nequaq; se habentes in ꝓportione aliquox numerox quadratox. sintq; bij. b. z. c. quos facile est sumere cū quilibet quadrat⁹ numer⁹ ad quelibet nō quadratū eā habeat ꝓportionē quā nequaq; habent aliqui numeri q̄drati cōfirmāte hec. 22. octaui: duob⁹ talib⁹ numeris sūptis iuenio lineā. d. ad cui⁹ q̄dratū se habeat q̄dratū linee. a. sicut numerus. b. ad numex. c. Hanc aūt lineā ita reperio diuido lineā. a. in tot ptes equales quot sunt vnitates in numero. b. qō facile facio adiuuāte. 11. vel. 12. sexti: debinc sup extremitatē linee. a. erigo lineā. e. perpendiculariter in qua totiens ꝓtineatur vna ex ptibus. a. quoticns vnitas est in. c. Quia igit̄ ex p̄ma sexti ꝓportio quadrati linee. a. ad superficiē que fit ex. a. i. e. est sicut. a. ad. e. z iō sicut numeri. b. ad numex. c. si ponat̄. d. in medio loco ꝓportionalis inter. a. z. e. sicut docet. 9. sexti q̄ tūc per primā partē. 16. eiusdē quadratū. d. erit equale superficiei ꝓducte ex. a. in. e. z erit ꝓportio quadrati linee. a. ad q̄dratū linee. d. sicut numeri. b. ad numex. c. quare. a. z. d. sunt cōmensurabiles in potētia ex diffinitione z per vltimā ptē. 7. ipse sūt incōmensurabiles in lōgitudine. repta est itaq; d. prima linea quā ꝓpositū erat inquirere. ¶ Alterā sic reperio interpono ut docet. 9. sexti lineā. f. medio loco ꝓportionalē inter. a. z. d. critq; per correl'. 17. sexti quadratū. a. ad quadratū. f. sicut. a. ad. d. itaq; per scōam partē. 10. quadratum. a. est incōmensurabile quadrato. f. igit̄ linea. f. ē incōmensurabilis linee. a. i potentia quare z in longitudine. ē itaq; f. scōa linea quā ꝓpositū erat reperire. Et sic p; propositum.



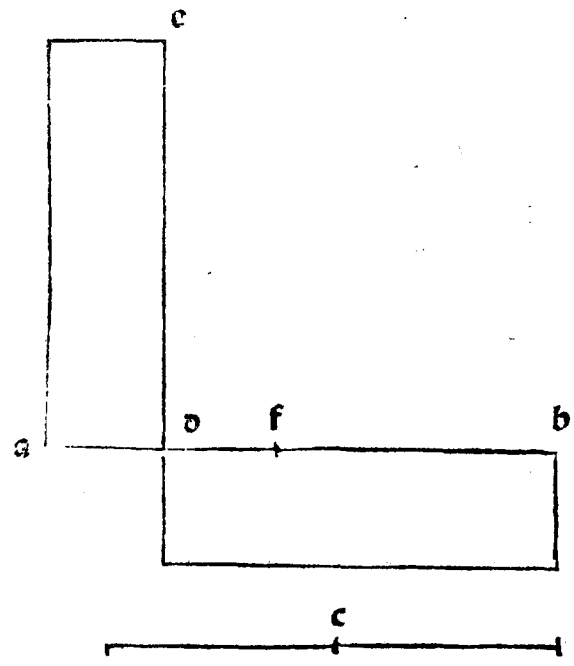
Propositio .12.

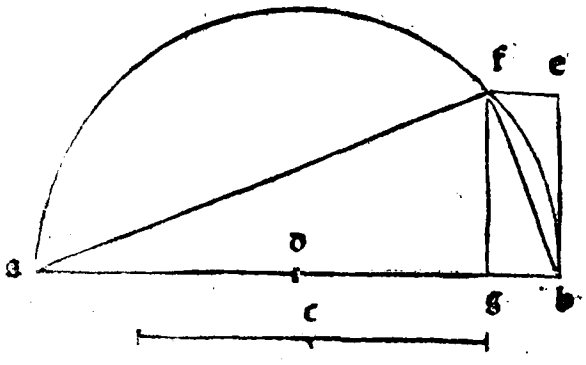
Omniū quatuor linearū ꝓportionaliū si prima tanto amplius possit scōa quātū ē quadratū alicuius linee cōicātis sibi in longitudine. necesse ē tertiā quoq; tanto amplius posse quarta quātū est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine: ꝙ si fuerit prima potentior scōa q̄drato alicuius linee incōmensurabilis sibi in longitudine. erit quoq; tertia potentior q̄rta q̄drato alicui⁹ linee sibi icōmēsurabilis i lōgitudine ¶ Sint q̄tuor linee ꝓportiōales. a. b. c. d. sitq; a. maior. b. z. c. maior. d sit quoq; a. potētior. b. q̄drato linee. e. z. c. potētior. d. q̄drato linee. f. dico ꝙ si. a. cōicet. e. in lōgitudie. c. quoq; cōicabit. f. i lōgitudie ꝙ si. a. nō cōicat. e. i lōgitudie nec. c. cōicabit. f. i lōgitudine. Qō z si. a. cōicat. e. i potētia tm̄. c. quoq; cōicabit. f. i potētia tm̄ Hec tamen illud vltimū nō ꝓponit auctor q; facile patet ex prioꝝ demōstratione cū sit eni ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit quadrati. a. ad quadratū. b. sicut quadrati. c. ad quadratū d. z q; quadratum. a. est equale quadratis duaꝝ linearū. d. z. b. z. e. sit quadratū. c. quadratis duarum linearū. d. z. f. erit ꝓportio quadratox duaꝝ linearū. b. z. e. et quadratū. e. sicut q̄dratox. d. z. f. d̄. ad q̄dratū. f. ergo diuisiū sim erit quadratū. b. ad quadratū. e. sicut quadratū. d. ad quadratū. f. ergo. b. ad e. sicut. d. ad. f. item per equam proportionalitatem erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo per primam partem de ime constat prima pars huius: z per secūndam scōa: z per tertiam ibi adiunctam tertia: hic adiuncta.



Propositio .13.

Si fuerint due linee inequales quorum longiorem in duo communicantia diuidat superficies sibi adiuncta equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte superficiei desit ad complendam totam lineam superficies





quadrata neceſſe ẽ ipſã lineã longiorẽ linea breuiori tãto ãpli⁹ poſſe quãtũ ẽ q̃dratũ alicui⁹ linee cõicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit lõgior potẽtior breuiori augmẽto q̃drati linee cõicantis ſibi ī lõgitudine adiũgaťqz ei ſuperficies eq̃lis quarte pti q̃drati breuioris linee cui deſit q̃drata ſuperficies ſuperficiẽ ſibi adiunctã eãdẽ lineã lõgiorẽ in duas portiones cõmẽſurabiles diuidere neceſſe eſt.

¶ Sint due linee.a.b.ꝛ.c.maior.a.b.ꝛ adiũgaťad lineã.a.b.q̃rta ps q̃drati linee c.ita ꝙ deſit ad ꝙplendã lineã.a.b.ſuperficies q̃drata.hoc eni ẽ poſſibile p.27.ſexti qđ facile fiet hoc mõ.diuidať.a.b. i duas lineas.a.d.ꝛ.d.b.ita ꝙ inter eas cadat medietas lince.c.ꝓtinue ꝓportionalis:hoc aũt qualiter fiat in fine demõſtratiõis hui⁹ docebiť:eritqz ex. 16.ſexti ſuperficies.a.d.in.d.b.q̃ ſit.d.c.eq̃lis q̃drato medietatis linee.c.q̃re ex.4.ſcõi erit eadẽ ſub quadrupla q̃drati lince.c. deeſt quoqz ad ꝙplendã lineã.a.b.ſuperficies q̃drata:cũ ꝛ.a.d.ſit equalis.d.g.ꝛ.d.b.eq̃lis.g.e.dico itaqz ꝙ ſi ſuperficies.d.c.diuidat lineã.a.b.in duo cõicãtia erit linea.a.b.potẽtior linea.c.in q̃drato alicui⁹ linee ſecũ cõicantis in longitudine ꝛ econuerſo. ¶ Cum aũt lit linea.a.b.maior linea.c.nõ erit.a.d.eq̃lis.d.b.ſic eni cẽt ſuperficies.d.e.quadrata ꝛ qz ipſa ẽ eq̃lis q̃drato medietatis linee.c.eſſet.a.d.eq̃lis medietati.c.ꝛ tota.a.b.toti.c.qđ ẽ ꝝ ypoth.nõ eſt igiť.a.d.equalis.d.b.itaqz de maiori eaꝝ que ſit d.b.abſcindaťd.f.equalis.a.d.eritqz p.8.ſcõi q̃dratũ totius.a.b.eq̃le bis q̃ ſunt ex.d.b.in.d.a.q̃ter et q̃drato.f.b.quare linea.a.b.erit potentior linea.c .in q̃drato linee.f.b.quã neceſſe ẽ cõicari toti.a.b.ſi linea.a.d.eſt cõicãs lince.d.b. ſi enim hoc fuerit erit.d.b.cõicans.d.f.ſue eq̃li quare p.9.b.f.cõicat cũ.f.d.ꝛ iõ toti.a.d. ꝛ ppt̃ hoc cũ tota.a.f.igiť ꝛ cũ tota.a.b.ſicqz ps ꝑmũ. ¶ Cõuerſũ hui⁹ ſic ps ſit.a.b potẽtior.c.in linea .f.b.q̃. cõicet ſecum in longitudine.dico tũc ꝙ quarta ps quadrati linee.c.addita ad lineã.a.b.ita ꝙ deſit ſuperficies q̃drata diuidet lineã.a.b.in duo cõicãtia:diuidaťcniz.f.a. p eq̃lia in.d.ꝛ fiat ſuperficies .d.c .ex.d.b. in.d.a.q deerit ad ꝙplẽdã lineã.a.b.ſuperficies q̃drata eritqz p.8.ſcõi:q̃dratũ.a.b.eq̃le q̃druplo ſuperficiei.d.e.ẽ equale q̃drato.f.b. igiť q̃druplũ ſuperficiei.d.c. ẽ eq̃le q̃drato.c q̃re ſuperficies.d.e.ſit eq̃lis quarte pti q̃drati.c.dico igiť ꝙ.d.b.ẽ cõicãs cũ.a.d:cũ ſit.f.b.cõicans cũ.a.b.ſi eni hoc fuerit ut ꝙ.a.d.ſit cõicans cũ.a.b.erit etiã cõmunicãs cũ.a.f.p.9.quare ꝛ cũ.a.d.ſz ꝛ cũ.d.f.itaqz ꝛ.d.b.ẽ cõicãs cũ.a.d.qđ ẽ ſcõm ¶ Nũc aũt mõſtrãdũ eſt qualr linea.a.b.cũ ipa poſita fuerit maior linea.c.poſſit ſic diuidi ut inter ptes eius cadat medietas linee.c: ꝓtinue ꝓportionalis. ¶ Cum eni ſic fuerit diuiſa: ſuperficies q̃ fiet ex vna in alterã erit equalis q̃drato medietatis linee.c.ꝛ ipſa erit ſuperficies eq̃lis quarte pti q̃drati linee.c.adiuncta ad lineã.a b.ita ꝙ deſit ſuperficies q̃drata.hoc eni ſic fiet diuiſa.a.b.p eq̃lia in.d. lineaťſup eã ſemicirculus.a.f.b.ꝛ ſitr.b.e.ꝑpendicularis ad.a.b.que ponať eq̃lis medietati linee.c.ꝛ ducať.e.f.equidiſtans ad.a.b.vſqz quo ſecet circũferentiã ſemicirculi in puncto.f.neceſſe eſt eni vt ſecet eã:cũ linea.a.b.ſit maior linea.c.ꝛ ducať.f.g.perpendicularis ad.a.b.q̃ cũ ꝑ.34.p̃mi ſit equalis linee.e.b.erit quoqz eq̃lis medietati linee.c.ducãť itaqz linee.f.a.f.b.eritqz p p̃mã pt̃ē.30.tertij angulus.a.f.b.rectus:ꝛ iõ per primã partẽ conuerſ.s.ſexti erit linea.f.g.medio loco ꝓportiõalis iter a.g.ꝛ.g.b.q̃re medietas linee.c.q̃ ẽ ſibi equalis erit etiã ꝓportiõalis iter caſdẽ qđ eſt noſtrum ꝓpoſitum:

Propoſitio .14.

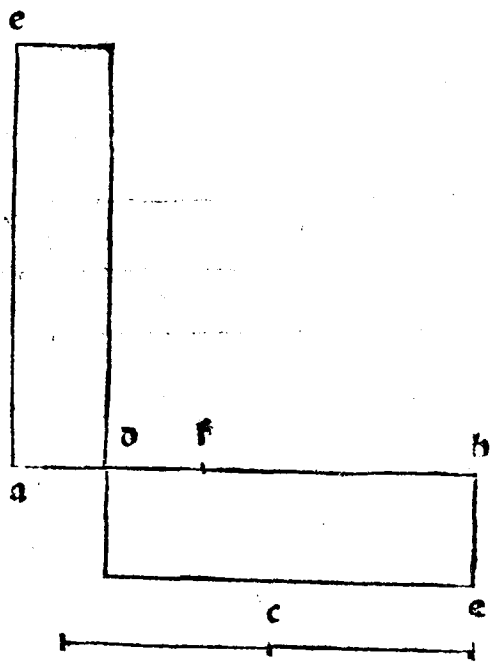
Si fuerint due linee inequales quarum longiorem diuidat in duas partes incōmensurabiles superficies equalis quadrate parti quadrati breuioris sibi adiuncta ita ꝙ desit ad eiꝰ cōpletionē: superficies quadrata erit lōgior potētior breuiori augmēto q̄drati linee icōmensurabilis ipsi longiori ī longitudine. Si vero lōgior potētior fuerit breuiori quadrato linee incōmensurabilis sibi longiori in longitudine adiungaťqz ei superficies equalis pti quarte q̄drati breuioris defueritqz longiori superficies quadrata necesse est ut ipsa superficies sibi adiuncta eundem longiorem lineam in duas portiones incōmensurabiles diuidat.

Hec. 14. ex ōrio añtis pmisse infert ōriū ꝓntis pmisse ⁊ non differt eius dispō a dispōne illius. sed ⁊ modꝰ argumētandi vtrobiqz idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b nec. d. f. sibi adequalis cōicabit cū eadē. d. b. itaqz p. 9. d. f. nō cōicabit cū. f. b. q̄re neqz. a. f. sunt enī. a. f. ⁊. e. f. cōicantes tanq̄z numerans ⁊ numcratū. iō neqz. a. b. cōicabit cū linea. f. b. Qđ si hoc fuerit videlicet si a. b. nō cōicet cū. f. b. nō cōicabit cū. a. f. q̄re neqz cū. a. d. aut. d. f. neqz igiť. a. b. cū. d. a. Pōt quoqz hec. 14. demōstrari p pmissā. pma ps huius ex scōa illiꝰ ⁊ scōa ex pma a destructiōe ꝓntis. si enī. a. d ⁊. d. b. nō cōicent nec etiā. a. b. ⁊. f. b. cōicabunt: nā si. a. b. ⁊. b. f. cōicarent oportēret p scōam ptē pmisse ut. a. d. cōicaret cū. d. b. sed positum ē ꝙ non. Eodē mō de scōa pte. si enī. b. a. ⁊. b. f. nō cōicant nec. a. d. ⁊. d. b. cōmunicabunt. nā si sic sequitur per primā ptē pmisse ut. a. b. ⁊. b. f. cōicēt q̄ nō cōicant: quare patet propositū.

Propositio. 15.

Omnis superficies rectāgula quā continent due linee ī lōgitudine rationales rōnalis esse probatur.

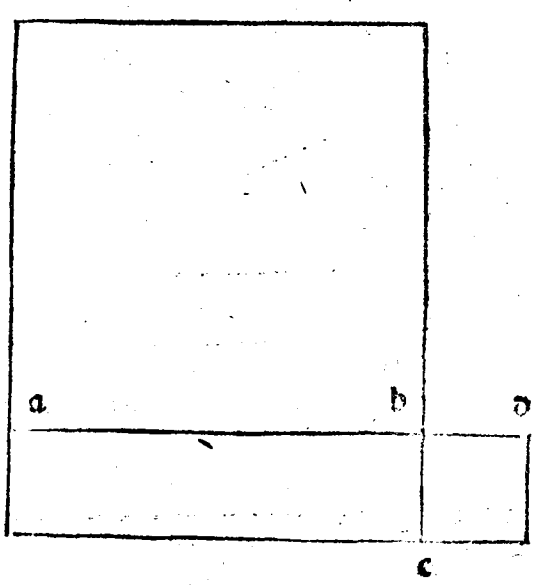
Sint due linee. a. b. ⁊. b. c. ꝓtinētes superficiē rectāgulā. a. c. rōnales in longitudine: dico superficiē. a. c. esse rōnalē: descripto enī quadrato cuius vis eaꝝ. ut. c. d. linee. b. c. erit p primā sexti. c. d. ad. a. c. sicut. b d. ad. a. b. qꝛ igiť. b. d. cōicat in longitudine cū. a. b. ex ypothesi eo ꝙ. b. c. sua equalis erit p primā ptē. 10. c. d. cōicans. a. c. cū sit itaqz. c. d. rōnalis p diffinitionē erit ⁊. a. c. rōnalis qđ est ꝓpositū.



Propositio. 16.

Cum adiuncta fuerit linee in longitudine vel cōicata rōnali superficies rōnalis rectāgula latus eius scōm erit in longitudine rōnale lateriqz primo ī longitudine cōmēsurabile

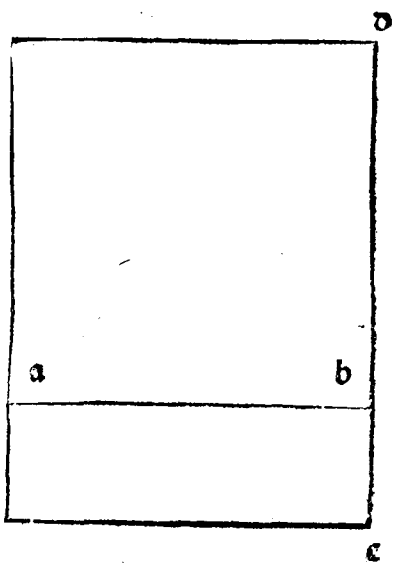
Hec ē quasi ꝓuersa prioris ut si superficies. a. c. adiuncta ad lineā. a. b. rōnalē in longitudine fuerit rōnalis: dico ꝙ latus eius scōi qđ ē. b c. erit etiā rōnale in longitudine ⁊ coicans lateri primo. sit enī. a. d. quadratū. a. b. eritqz rōnale ex diffinitione ⁊ ꝓpter hoc erit cōicans cū superficie. a. c. rōnali: qꝛ igiť p primā sexti sicut. a. d. ad. a. c. ita ē etiā. d. b. ad. b. c. cōicat aūt. d. a. cum. a. c. erit p pmā ptē. 10. b. d. cōicās cū. b. c. ergo cū. b. a. sua eq̄li sed. b. a. rōnalis ē q̄re p diffinitionē ⁊. b. c. ꝓstat itaqz ꝓpositū.

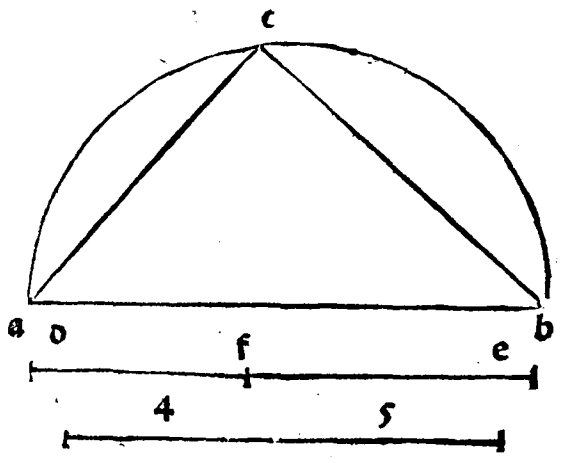


Propositio. 17.

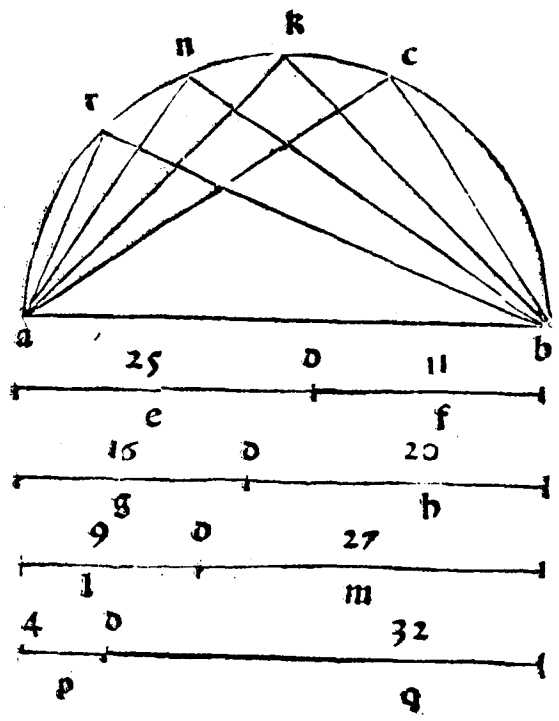
Vas lineas inuenire potentia tantum rōnales cōmensurabiles quarum lōgior plus possit breuiori quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine.

Propositū ē inuenire duas lineas rōnales potētia tm̄ cōicātes q̄rū longior sit potētior breuiori q̄drato linee sibi cōicās in longitudine





Sumo itaq3 aliquã lineã rõnalẽ que sit. a. b. sup quã describo semicirculũ. a. c. b. ꝛ sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsũ in duos numeros. d. f. ꝛ. f. e ita ꝙ sit ꝓportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri q̃drati ad nũmerũ q̃dratũ nõ sit aũt ꝓportio. d e. ad. f. e. ut numeri q̃drati ad numeꝝ q̃dratũ: talis aũt numer⁹ ẽ quilibꝫ q̃drat⁹ & uisibilis in quadratũ ꝛ nõ quadratũ. ut. 9. qui diuiditur in. 4. ꝛ. 5. ꝛ oẽs hoꝝ equ multiplices: ꝛ inuenio lineã ad cuius q̃dratũ se habeat q̃dratũ linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. qualiter aũt ipsa reperiaꝛ in demonstratione. 5. dicũ ẽ: hanc lineã inuentã que necessario ẽ minor. a. b. coapto ꝙ primã quarti intra semicirculum. a. c. b. sitq3. a. c. ꝛ subtrabã lineã. c. b. dico duas lineas. a. b. ꝛ. c. b. esse quas querim⁹. erit igiꝛ ꝙ primã ptẽ. 30. tertij angulus. c. rectus: ꝛ iõ ꝙ penultimam primi quadratũ. a. b. equale est q̃dratis duaꝝ linearꝝ. a. c. ꝛ. c. b. ꝛ qꝛ ꝓportio quadrati linee. a. b. ad quadratũ lince. a. c. ẽ sicut. d. e. ad. d. f. ꝙ ypothe. erit ꝙ euersam ꝓportionalitatẽ ꝓportio quadrati linee. a. b. ad quadratũ linee. c. b. sicut. d. e. ad. f e. ergo quadratũ. c. b. cõicat cũ quadrato. a. b. per. 6. hui⁹ erit igiꝛ quadratum. c. b. rõnale per diffinitionem cũ cõicet rõnali supficiei: ꝛ qꝛ. c. b. ꝛ. a. b. sunt incõmensurabiles ꝙ vltimã partem. 7. constat duas lineas. a. b. ꝛ. c. b esse rõnales potẽtia tm̃ cõicantes. Aꝛ qꝛ linea. a. b. ẽ potentiꝛ linea. c. b. in quadrato linee. a. c. que ꝙ scdaꝫ partem. 7. cõicat secũ in longitudine cõstat habitũ esse ꝓpositũ. ¶ Si autẽ libeat plures duab⁹ potentia tm̃ rõnales cõicantes quaꝝvna potentiꝛ longiꝛ sit quaꝫ libet aliaꝝ in quadrato alicuius linee secũ cõicantis in lõgitudine repire. sit ut ꝓꝛ linea. a. b. rõnalis in longitudine super quã describatur semicirculus. a. c. b. sumaꝫ turq3 numerus. d. quadratus qui sit diuisibilis in multos quadratos ꝛ nõ quadratos quoꝝ nõ quadratoꝝ mime sit ꝓportio sicut aliquoꝝ numeroꝝ q̃dratoꝝ: tales aũt numeri vtro se offerũt vt. 36. qui ẽ diuisibilis i. 25. ꝛ. 5. itẽq3 i. 16. ꝛ. 20. rursuꝫ q3 in: 9. ꝛ. 27. ac itẽꝝ in. 4. ꝛ. 32. istoꝝ vero nõ quadratoꝝ qui sunt. 11. 20. 27. 32. ad inuicẽ nõ est ꝓportio sicut alicuius numeri q̃drati ad aliũ. Esto igitur ut numerus d. quadratus diuidaꝛ in. e. q̃dratũ ꝛ. f. non quadratũ: sitq3 quadratũ linee. a. b. ad q̃dratũ linee. a. c. sicut numerus. d. ad numeꝝ. e. ꝛ ducaꝛ linea. c. b. ꝛ ꝓstat ꝓpositum ut prius demonstratũ ẽ. a. b. ꝛ. b. c. esse duas tales lineas quas inquirimus. Silr quoq3 diuidã. d. i. g. q̃dratũ ꝛ. b. nõ q̃dratũ sitq3 q̃dratũ linee. a. b. ad q̃dratũ linee. a. k. sicut. d. ad. g. ꝛ ducaꝛ linea. k. b. eruntq3 vt prius due linee. a. b. ꝛ. b. k quales inquirim⁹. Eodẽ mõ si rursus diuidaꝛ. d. m. l. q̃dratũ ꝛ in nõ q̃dratũ ꝛ ponatur ꝓportio q̃drati linee. a. b. ad quadratũ linee. a. n. sicut. d. ad. l. ꝛ ꝓducatur n. b. erunt due linee. a. b. ꝛ. b. n. quales inquirim⁹. Qõ si rursus diuidaꝛ. d. in. p. quadratũ ꝛ in. q. nõ quadratũ ꝛ fuerit ꝓportio q̃drati linee. a. b. ad quadratum linee. a. r. sicut. d. ad. p. ꝛ protracta fuerit linea. r. b. erũt ctiã due linee. a. b. ꝛ. b. r. quales inquirimus. Sunt itaq3 linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potentia tm̃ rationales ꝛ in ea cõicãtes q̃rũ vna videlicet. a. b. ẽ potẽtiꝛ qualibet aliaꝝ i q̃drato linee secũ cõicãtis in lõgitudine. si igiꝛ quatuoꝛ linearꝝ. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cõicans alij in longitudine ꝓstat ꝓpositũ. Istud aũt sic ꝓbaꝛ ꝙ eni ex ꝑmissis ꝙ quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. a. b. est sicut numerus. f. ad numerum. d. q quadratum lince. a. b. ad quadratum linee. b. k. est sicut numerus. d. ad numerum. b. ergo per equam proportionalitatem quadratum lince. b. c. ad quadratum linee. b. k. cst sicut numer⁹. f. ad numerũ. b. sed null⁹ q̃tuoꝛ numeroꝝ. f. b. i. q se habet ex ypothesi ad aliũ sicut numer⁹ q̃dratus ad numeꝝ q̃dratũ. q̃re ꝙ. 3. ptẽ

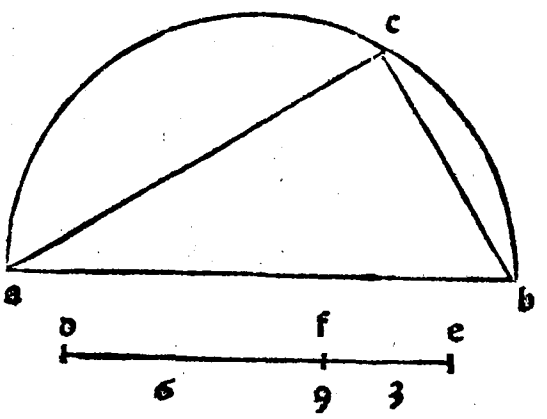


7 due linee.b.c.b.k.sunt incõmensurabiles in longitudine. Eadem rõne quelibet due ex illis quatuor sint incõmensurabiles i longitudine :liquet ergo qõ volumus.

Propositio .18.

Duas lineas in potentia tantum rõnales cõicantes quorũ longior plus possit breviori quantum est quadratũ linee sibi incõmensurabilis in longitudine inuenire.

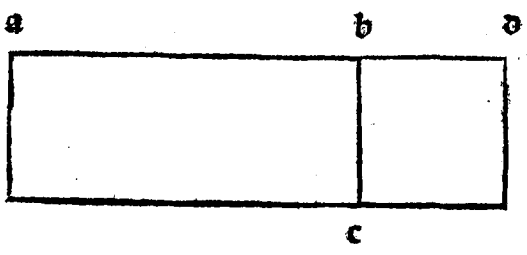
¶ In hac quoq3 remaneat eadẽ dispositio cedẽq3 ypotheses que in premissa hoc solũ mutato q3 pportio numeri.d.c. ad neutrũ duorũ numerorũ.d.f.7.f.e.sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ:hoc aũt facile fiet:posito.d.c.quotlibet numero quadrato diuiso in duos numeros nõ quadratos vt si.d.e.sit.9.7.d.f.6.7.f.e.3.argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q3.a.b.7.a.c.sint incõmensurabiles in longitudine p vltimã partẽ.7. ¶ Et sciendũ q3 due linee quales hec et premissa docent inuenire cõponunt binomium:7 minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum. Nota etiã q3 linee tm̃ potentia rõnales cõicantes possũt esse vna rõnalis 7 alia irrõnalis sicut latera tetragonica duaꝝ superficieꝝ quaꝝ vna sit.25.pedũ 7 alia.24.sunt rõnalia potẽtia tm̃ cõicantia:latus enim prime superficiei est.5.latus vero scõde nõ numerat 7 possũt esse ambe irrõnales ut latera tetragonica duaꝝ superficieꝝ quarũ vna sit.24.pedũ 7 alia.23.neutrius enĩ numerat latus.suntq3 i longitudine incõmensurabilia ex vltima pte septime. ¶ Qõ si libeat etiã inuenire plures lineas duabus potentia tm̃ rõnales cõicantes quaꝝ vna sit potentior qualibet aliaꝝ in quadrato linee secum nõ cõicantis in longitudine: sumat talis numer9 qui possit pluries sic diuidi q3 ipsius ad nullã suaꝝ partiũ nec alicui9 ad aliquã aliaꝝ sit pportio ut numeri quadrati ad numerũ quadratũ ut.25.pòt diuidi in.2.7.25.item in .5.7.20. 7 rursus in.7.7.18. Et sic pcessus idẽ q̃ fuit in pmissa.



Propositio .19.

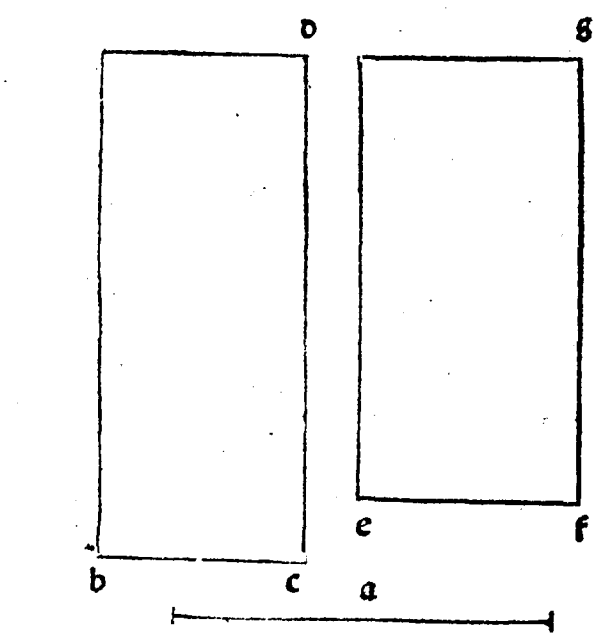
Omnis superficies quã cõtinẽt due linee potẽtialiter tãtũ rõnales cõicantes ẽ irrõnalis dicit̃q3 supficies medialis eiusq3 latus tetragonicum scz q̃ õ i eam potest est irrõnale dicturq3 linea medialis.

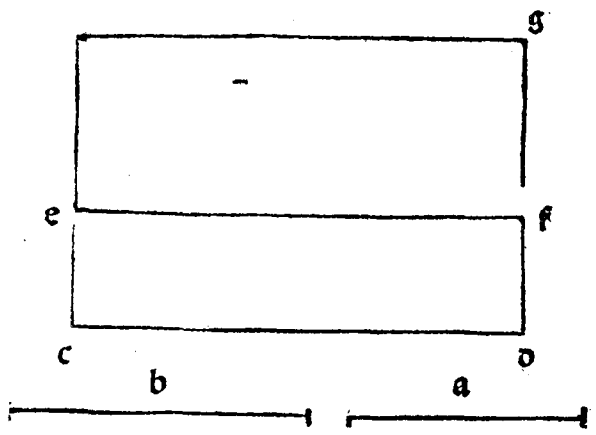
¶ Sint due linee.a.b.b.c.q3tinẽtes supficiẽ.a.c. rõnales potẽtia tm̃ cõicãtes:q̃ qualr reperiant̃ ex pmissa 7 añpmissa.manifestum ẽ:dico supficiẽ.a.c. esse irrõnalem.Sit enĩ.c.d.quadratũ.b.c.eritq3 rõnale p ypothesim eo q3 linea.b.c.ẽ rõnalis i potẽtia:7 q7 ex prima sexti.a.c.ad.c.d.sicut.a.b. ad.b.d.non cõicat aũt a.b.cũ.b.d.q7 ex ypothesi nõ cõicat cũ sua equali q̃ ẽ.b.c. sequit̃ p scõam pte nõ.ut etiã.a.c.nõ cõicet cũ.c.d.q̃re p diffinitionẽ supficies.a.c.ẽ.irrõnalis.ideoq3 7 suũ latus tetragonicũ ẽ etiã irrõnale.dicit̃ aũt hec supficies medialis qm̃ ipsa ẽ medio loco pportiõalis inter duas superficies rõnales videlicet inter q̃drata duarũ lineaꝝ ipsã q3tinẽtiũ 7 lineã potẽs in ipsã dicit̃ medialis .qm̃ ipsa quoq3 ẽ medio loco pportiõalis inter duas lineas potẽtia tm̃ rõnales cõicantes 7 hec due linee sunt latera dicte supficiei.Et hoc est quod volumus.

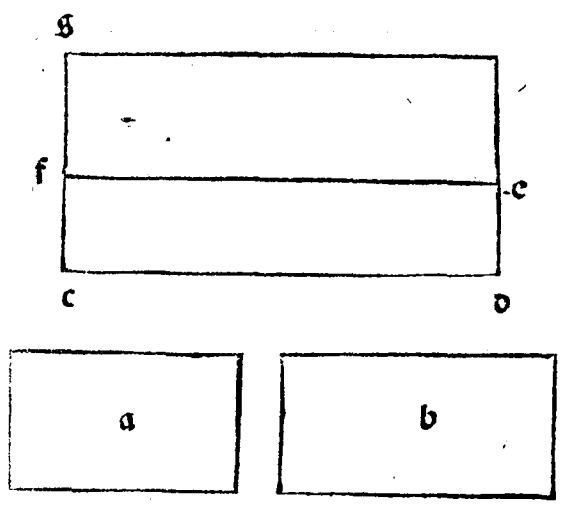


Propositio .20.

Cum adiuncta fuerit linee in lõgitudine rõnali superficies equalis quadrato linee medialis lat9 eius scõm potentialitãtũ erit rõnale lateriq3 primo i lõgitudine icõmẽsurabile ¶ Hec est quasi conuersa premisse. Sit .a. linea medialis. sitq3







linea.b.c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. b.d. equalis quadrato linee.a.q̄ hoc modo fiet: subiungatur duabus lineis.b.c.z.a.linea.c. d.i cōtinua proportionalitate: ut docet. 10. sexti: eritq; superficies ex.b.c.in.c.d. equalis quadrato linee.a. per. 16. eiusdē: dico latus eius ꝟm quod est.d.c. esse rōnale in potentia tm̄ z incōmensurabile in longitudine lateri.b.c. Eritq; ex premissa p diffinitionē linee medialis ut linea.a. possit in aliquē superficiē contentam a duabus lineis potentia tm̄ rōnalibus cōmunicantibus que sit superficies.e.g. cuius latera e.f. z.f.g. eruntq; due superficies.b.d. z.c.g. per primam partem. 13. sexti: laterum mutuorum propter hoc q̄ ipsi sunt equales z rectangule: ꝓportio ergo.b.c.ad.c.f. est sicut.f.g.ad.c.d. quare p. 10. cū.b.c. cōicet i potentia cū.e.f. eo q̄ q̄drata vtriusq; earuz sunt rōnalia ex ypothesi. f.g. cōicabit in potentia cum.c.d. cū igit̄ quadratum.f.g. sit rōnale per ypothesim: erit quoq; quadratū.c.d. rōnale per diffinitionem: at q̄ superficies.b.d. est irrōnalis sicut sua equalis.e.g. per premissa. sequitur vt quadratum linee.c.d. nō cōicet cū superficie. b.d. z quia quadratū linee c.d. ad superficiem.b.d. est per primam sexti: sicut.c.d. ad. c.b. erit per secundam partem. 10. ut.c.d. non cōmunicet cum.b.c. quare cum.b.c. sit rōnalis in longitudine ex ypothesi: erit.c.d. irrōnalis in longitudine z potentia tm̄ rationalis: patet ergo proposita conclusio.

Propositio .21.

OMnis linea communicans mediali est medialis.

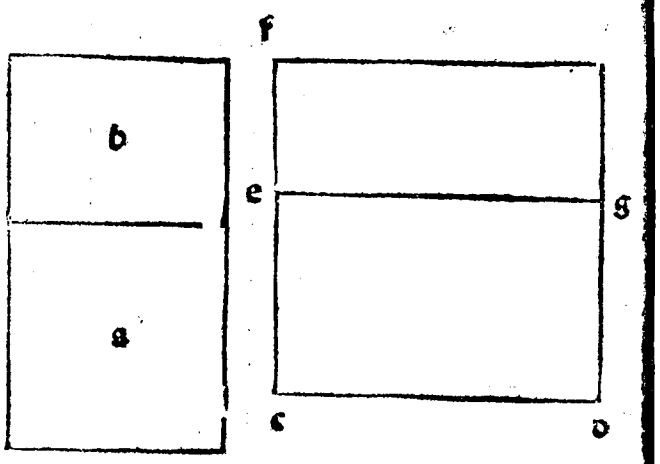
CSit linea.a. medialis cui ponatur linea.b. esse cōmunicans siue in longitudine siue in potentia tm̄: dico q̄ etiam linea.b. est medialis. Sit enim linea.c.d. rationalis i longitudine cui adiungatur superficies.c.f. equalis quadrato linee.a. z item superficies.e.g. equalis quadrato linee.b. hoc autem qualiter .iat in premisse demonstratione dictū ē. Eritq; per premissam linea .d.f. rōnalis in potentia tm̄ z incōmensurabilis linee.c.d. et quia per primam sexti. e.g. ad.c.f. sicut.f.g. ad.d.f. cōtat autem. e.g. cum. c.f. eo q̄ quadratum.b. communicat cum quadrato. a. per ypothesim: quibus quadratis dicte superficies posite sunt equales: sequitur per primaz partem. 10. ut linea.f.g. cōmunicet cum linea.d.f. quare.f.g. est rōnalis i potentia tm̄ sicut est.d.f. z incōmensurabilis in longitudine linee.c.f. cū linea.d.f. sibi cōmunicans sit incōmensurabilis eidem.e.f. eo q̄ sue equali: hoc enim probatum est in. 8. qō si fuerint due quantitates cōicantes cuicūq; vna earuz non cōicat nec reliqua: itaq; per. 19. erit superficies.e.g. medialis z eius latus tetragonicum quod est.b. mediale quod est propositū. CSilr quoq; omnes superficies cōicans superficiei mediali medialis ē conuincitur. Sit eni superficies.a. medialis cui ponatur superficies.b. esse cōicans dico superficiem.b. esse medialem quod sic constabit. sit linea.c.d. rōnalis in longitudine: adiungaturq; ei superficies.c.e. que sit equalis superficiei.a. qō hoc modo fiet. Inueniatur linea.c.f. ad quā sic se habeat vnum ex lateribus superficiei.a. sicut linea.c.d. se habet ad reliquum. hec autem linea qualiter reperiatur in. 19. sexti dictum est. Eritq; ex. 15. eiusdem superficies.d.f. equalis.a. itēq; eodem modo ad lineam.e.f. adiūgatur superficies.e.g. que sit equalis.b. erit itaq; per. 20. linea c.f. potentia tm̄ rōnalis: erit quoq; linee.c.d. in longitudine incōmensurabilis. Et quia.a. z.b. erant cōicantes ex ypothesi: erunt quoq;.c.e. z.e.g. eis equales cōicantes: itaq; per primam partem sexti z per primaz partem. 10. huius erunt due linee c.f. z.f.g. cōicantes in longitudine. CEst igitur linea.f.g. rōnalis in potentia tm̄ z

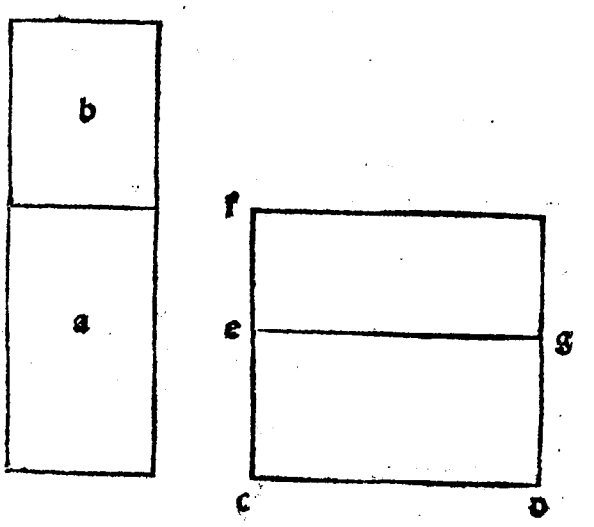
linee.e.f.incõmensurabilis in longitudine:quare per.19.superficies.e.g.erit medialis:cum linea.e.f.sit rõnalis ī longitudine sicut.c.d.sibi equalis:cũ sit ergo.b.eq̃lis.e.g.erit quoqz.b.medialis qõ ẽ propositũ. ¶Et nota qꝫ omnes superficies mediales cõicantes cõponunt superficiem medialẽ. Vnde tota .d.g.ẽ medialis:qz cũ due linee.c.f.z.f.g.sint rõnales in potẽtia tm̃ z nõ cõmunicantes in longitudine sequitur ut tota.c.g.sit rõnalis in potẽtia tm̃ z nõ cõicãs.c.d.ī longitudine.itaqz p.19.d. g.ẽ medialis ¶Eodẽqz mõ si sint plẽs.

Propositio .22.

OMnis differentia qua habundat mediale a mediali:irrationalis esse probatur.

¶Sit vtraqz duaꝝ superficierũ.a.b. z.a. medialis:dico qꝫ supficies .c.que est eaꝝ differentia ẽ irrõnalis.Sit enī linea.c.d.rõnalis ī longitudine cui adiungat superficies.d.e.equalis supficiei.a.z superficies.d.f.equalis totali superficiei.a.b. hoc aũt qualiter fiat in premissa docuim9:qz ergo.d.f.est equalis.a.b.z.d.e.equalis.a.erit p cõceptionẽ.g.f.equalis.b. Si itaqz supficies.b.nõ est irrõnalis sed rõnalis:erit z.f.g.sua equalis rõnalis. At cum linea.e.g.sit rõnalis in longitudine sicut sua equalis.c.d.erit per.16.linea. e.f. rationalis in longitudine z cõmunicãs linee.e.g. p.20.aũt est vtraqz duaꝝ linearuz c.e.z.c.f.potentialiter tm̃ rõnalis z linee.c.d.incõmensurabilis ī longitudine: ita qꝫ.e.f.linea est incõmensurabilis linee.c.e.in longitudine. Et quia per primã sexti quadratum linee.e.f.ad superficiem que fit ex.c.f.in.c.e.ẽ sicut.c.f.ad. c.e.sequit̃ per scõam partem. 10.ut quadratũ linee.e.f. sit incõmensurabile supficiei facte ex e.f.in.c.e. quare z ipsũ quadratũ erit incõmensurabile duplo supficiei ex.e.f.i.c.e quadratũ vero.c.e.cum sit rõnale est cõicans quadrato e.f.totum igitur ex ambobus compositũ erit per.9. cõicans quadrato e.f.z ideo incõmensurabile duplo superficiei ex.e.f.in.c.e.Et qz per quartã scõi quadratũ linee.c.f.ẽ equale duob9 quadratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.z.e.f. sequitur per ea que addita sunt in.9.ut quadratũ.c.f.sit incõmensurabile aggregato ex duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.z.e.f.at cũ aggregatũ ex bis quadratis sit rõnale:sequit̃ quadratũ linee.c.f.nõ esse rõnale: z ideo linea.c.f.nõ ẽ rationalis in potentia: z idcirco nõ erit superficies.d.f.medialis neqz.a.b.sibi equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positis:relinquitur igitur qꝫ superficies b.est irrationalis:quod est propositum.

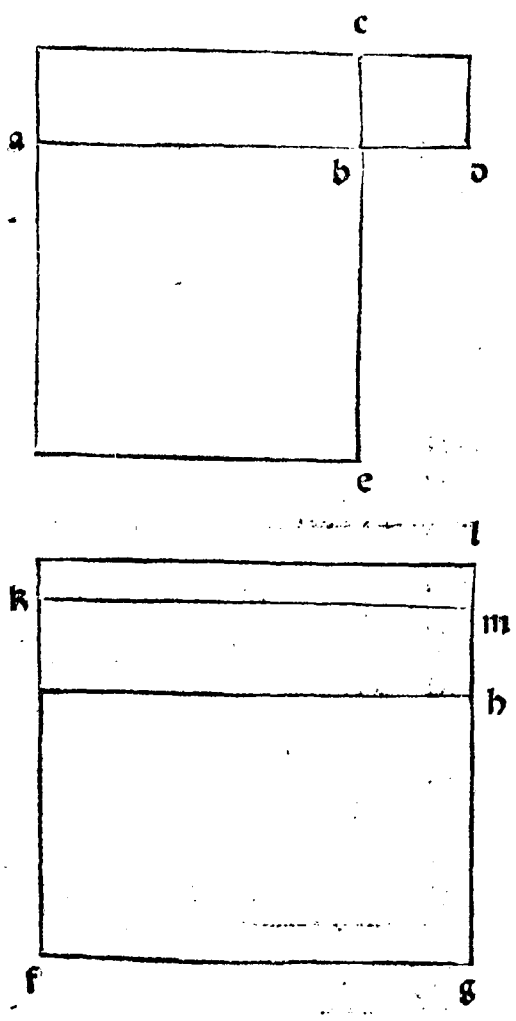




Propositio .23.

OMnis superficies quã cõtinẽ due linee mediales potentialiter tantũ cõicantes:aut rõnalis est aut medialis.

¶Sint due linee.a.b.z.b.c.mediales potentia tm̃ cõmunicãtes:dico qꝫ superficies.a.c.ab eis contenta aut est rõnalis aut medialis Sint enim.c.d.quadratũ linee.b.c.z.a.c.quadratũ linee.a.b. erunt qꝫ ex ypothesi hec duo quadrata communicantia z erit per primam sexti superficies.a.c.medialis medio loco proportionalis iter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea.f.g. que sit rationalis in longitudine:cui adiungatur superfices. f.b. equalis quadrato.a.e.z.b.k.equalis superficiei.a.e.z.k.l.equalis quadrato.d.c.erunt qꝫ hee tres superficies.f.b.b.k.z.k.l.continue proportionales sicut sunt sue eq̃les



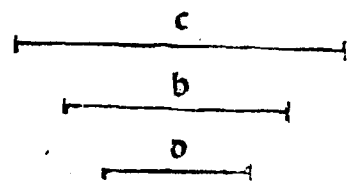
a.e.a.c.z.d.c.quare per primã sexti erunt etiam tres linee.g.b.h.m. z.m.l.q̃ sunt bases earum continue proportionales: z cuz superficies.f.h.z.k.l.sint cõmunicãtes sicut duo quadrata.a.e.z.c.d.eis equalia: sequitur per primã sexti z.10.huiꝰ vt linea.g.b.sit cõmunicans cum.m.l.vtraqz autem earum est rõnalis in potẽtia per 20.huius:igitur supficies vnius eaꝝ in alteram est rõnalis: omnis enim superficies quam continent due linee rõnales in potentia : cõmunicantes in longitudine necessario est rationalis ut patet ex prima sexti z prima pte.10.huius z ex diffinitiõe superficierum rõnalium: z quia ex prima pte.16.quadratum linee.b.m. est equale superficiei ex.g.b.in.m.l.erit quadratuz linee.b.m.rõnale. Si ergo linea.b.m.est rationalis in longitudine siue cõicans linec.k.m.que est equalis linee. f.g. erit per 15.superficies.b.k.rõnalis:ideoqz z sua equalis.a.c.si autẽ linea.b.m. sit irrõnalis in longitudine siue incõmensurabilis linee.k.m.que ẽ equalis linee.f.g. cũ ipsa sit rationalis saltem in potentia: eo qꝺ suũ quadratũ est rõnale:erit ex.19.superficies.b.k.medialis:quare z sua equalis.a.c.constat ergo propositũ. ¶Et nota qꝺ si due linee.a.b.z.b.c.essent mediales in longitudine cõmunicantes: esset supficies a.c.medialis tm̃:esset enim superficies.a.c. cõmunicans vtriqz duoꝝ quadratorũ a.e.z.c.d.per primã sexti z per presentẽ ypothesim z per.10.huius:z ideo superficies.b.k.sibi equalis.a.c.esset cõmunicãs vtriqz superficiei.f.h.z.k.l.igiꝫ per p̃ma sexti z.10.huius linea.b.m. esset cõmunicans vtriqz duaꝝ lineaꝝ. g.b.z.l.m.z qꝫ hee ambe sint rõnales in potentia tm̃:non cõicantes in longitudine linee.f.g. eẽt quoqz.b.m.rõnalis in potẽtia tm̃: nõ cõmunicantes in longitudine linee.f.g .z iõ nec cõmunicans linee.b.d.quare per.19. erit superficies.b.k.medialis tm̃. z ideo etiam.a.c.sibi equalis:Si autẽ due linee.a.b.z.b.c.essent mediales neqz in longitudine neqz in potentia cõicantes:superficies.a.c.non esset rõnalis neqz medialis si enim sic esset scz qꝺ due linee.a.b.z.b.c.essent mediales neqz in longitudine in potentia cõicãtes:eẽnt duo quadrata.a.c.z.c.d.incõmunicantia.itaqz z due supficies.f.h.z.k.l.eis equales quoqz: eẽnt incõicãtes:quare z due linee. g.h.z. m.l. essent incõmẽsurabiles per primã sexti z per scõam ptẽ. 10.z qꝫ vtraqz eaꝝ ẽ rõnalis tm̃ in potentia p.20.esset supficies vnius eaꝝ ad alterã medialis per.19.cũ ergo quadratũ linee.h.m.sit equale dicte superficiei que fit ex.g.h.in.m.l.per primã partẽ.16.sexti cẽt per.19.linea.h.m.linea medialis:per.15.ergo nõ esset superficies h.k.rõnalis:nec etiã per.20.medialis:quare nec sua equalis.a.c.

Propositio .24.

Duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemqz rationalem continentes quarum longior sit potentior breuiore:augmento quadrati linee cõmunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶Cum omnes due linee mediales potentia tantũ cõmunicantes cõtineant superficiem rõnalem aut medialez ut ex premissa patet: docet inuenire eas duas que continent superficiem rõnalem z eas que medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes: quaruz longior possit amplius breviori in quadratõ alicuius linee sibi cõmunicantis in longitudine que contineant superficiem rõnalem. ¶Ad hoc ꝑm doctrinam.17.Sumo duas lineas.a.z.b.potentia tantũ rõnales communicantes quarum longior que

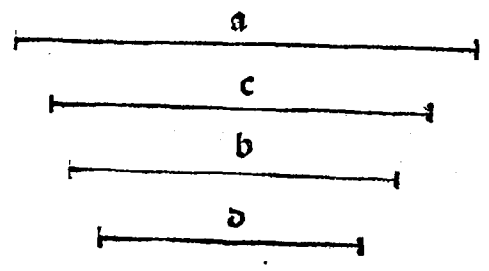
sit.a.possit amplius breuiori que sit.b.in quadrato alicuius linee secum ꝯmuni/
cantis in longitudine:z ponam lineam.c.scom doctrinā.9.sexti medio loco ꝓpor/
tionalem inter.a.z.b. z ponam ut sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝙ qualiter
fiat in.10.sexti dictum est.Dico tunc duas lineas.c.z.d.esse quas querimus:patet
ex.19. ꝙ superficies quā cōtinent one linee.a.z.b.ē medialis:z qz p primā ptē
16.sexti quadratū lince.c.est dicte superficiei equale erit igitur per.19.linea.c .medi
alis.Cū autē sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.z.b,cōmunicat cū.a.in potentia tm̄ ex ypo/
thesi:qz tam.a.q̄z.b.rōnalis est in potentia sequitur per.10.ꝙ.c.quoqz cōicet cum
d.in potentia tm̄.itaqz per.21.cuz.c.sit linea medialis: erit etiā.d.medialis : z per
primā ptē.12.erit linea.c.potentior linea.d.in quadrato linee sibi ꝯmunicātis in
lōgitudine. Si ergo due linee.c.z.d.contineant superficiem rationalē ipse sūt qua
les inquirimus.Eas aūt cōtinere supficiē rationalē sic habeto:cū sit.a. ad.b.si ut
c.ad.d.erit permutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.sed erat.a.ad.c.sicut.c. ad.b. igitur
est.c.ad.b.sicut.b .ad.d .itaqz per primā partē.16.sexti superficies quā continent
due linec.c.z.d.est equalis quadrato.b.est aūt qnadratū.b.rationale per ypothe.
cum ipsa sit rationalis in potentia:superficies ergo quam continent due linee.c.z
d.est rationalis:quare constat propositum.



Propositio .25.

Duas lineas mediales potentia tantū cōmunicātes super/
ficiemqz rōnalem cōtinentes:quaꝝ longior sit potentior
breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine in
cōmensurabilis inuenire.

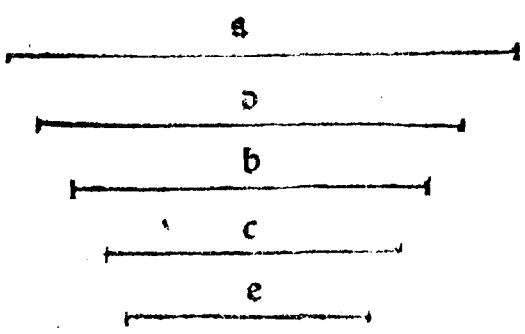
Positis duabus lineis.a.z.b.rōnalibus potētia tm̄ cōicantibus
quarum longior possit amplius breuiori quadrato linee secum non cōmunicantis
in longitudine: que quidē reperiunt ꝫm doctrinā .18.ceteriqz positionib⁹ manen/
tibus sicut in p̄missa argumētando modo cōsimili:patebit duas lineas.c.z .d.esse
quales querimus .Et nota ꝙ due linee quas hec z premissa docent inuenire com/
ponunt bimediale primū: z minori earum abscisa de maiori que reliqua est: dicitur
residuum mediale primum.



Propositio .26.

Duas lineas mediales potentia tantū cōmunicantes super
ficiemqz medialem continentes quarum longior breuio/
re tanto amplius possit quantū est quadratum alicuius li/
nee incōmensurabilis ipsi longiori ī lōgitudine inuenire.

Cū docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tātū cōicantes
superficiēqz rationalē continentes:quaꝝ longior plus possit breuiori in quadrato
linee secum cōmunicantis in longitudine z secum incōmensurabilis in longitudine
Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantū cōicantes superficiem
qz medialem continentes quaꝝ longior sit potentior breuiori in q̄drato linee nō se
cum cōicantis in longitudine. sed solū sibi incōmensurabilis in longitudine. Illud
enim facile habetur ex isto.Sint itaqz tres linee sumpte ꝫm ꝙ doctrinā.18.a.b.c.
potentia tm̄ rōnales z ī ea solū cōicantes.sitqz.a.potentior.b.z.c.quadrato linee
sibi incōmensurabilis in longitudine: z ponatur.d.medio loco ꝓportionalis inter
a.z.b.ut docet.9.sexti: z sit.d.z.e.sicut.a.ad.c. dico duas lineas.d.z. e. esse q̄les
inquirimus.cum sit enim quadratū linee.d.equale superficiei quc continetur sub.a

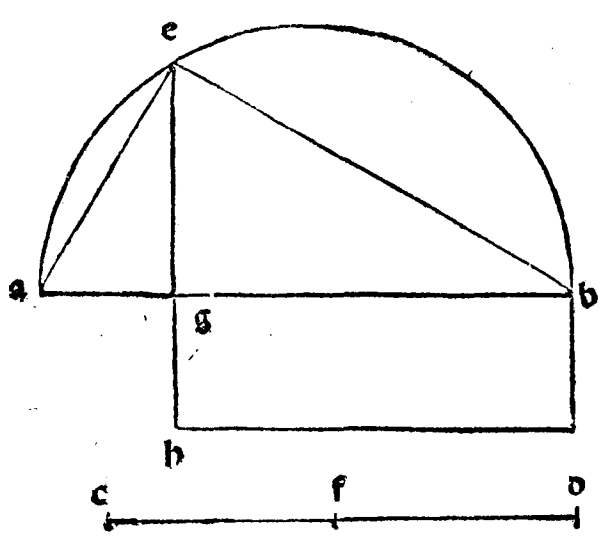


z.b.per primã partẽ.16.sexti. Sitqz superficies contẽta sub.a.z.b.medialis: ex.19. cum.a.z.b.sint potentia tm̃ rõnales conicantes:erit ex eadem linea.d.mediali s. quia.a.ad.c.sicut.d.ad.e.cõmunicat autẽ.a.cũ.c.in potentia tantũ ex ypothesi sequitur ex.10.ut.c.quoqz cõmunicet cũ.d.in potẽtia tm̃. Itaqz per.21.erit.e. linea medialis.et etiã q.a.est potentior.c.quadrato linee sibi incõmensurabilis in longitudine erit quoqz p.12.d.potẽtior.e.q̃drato linee sibi icõmẽsurabilis i lõgitudic Si igitur due linee.d.z.e.contineant supficiẽ medialẽ constat eas esse quales inquirimus:Eas autẽ continere superficiem medialẽ.sic habeẽ:cum sit ex ypothesi.a.ad c.sicut.d.ad.e.erit permutatim.a.ad.d.sicut.c.ad.e.sed.a.ad.d.est sicut.d. ad.b. p ypothesim:itaqz.d.ad.b.sicut.c.ad.e.igitur per primã partẽ.15.sexti:superficies quã continẽt.d.z.e.est equalis ei quã ptinẽt.c.z.b.sed.b.z.c. continent superficiẽ medialem per.19.cum ipsi sint rationales i potentia tm̃ cõicantes ex ypothesi:itaqz.d.z.e.continent superficiẽ medialẽ:qđ est propositũ. ¶Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tm̃ cõmunicantes supficiẽqz medialem continentes:quaz longior esset potentior breviori quadrato lince secum cõicanti s i longitudine:Sumeramus tres lineas ẽm doctrinã.17.a.b.c.potentia tm̃ rationales z in ea solum cõmunicantes:z ponerem⁹ lineam.a.esse potentiorẽ linea.c.quadrato alicuius linee sibi cõmunicantis in longitudine:cetera vero manerent ut prius z argumentatione consimili concluderemus duas lincas. d.z.e.esse quales proponit inquirere. Et nota qz due linec quas hic.26.docet iuenire:cõponũt bimediale scõm z minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuũ mediale secundũ.

Propositio .27.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽqz medialem continentes quaruz quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire:

¶Propositum est inuenire duas lineas incõmensurabiles tam ĩ potentia q̃z in longitudine que contineant superficiem medialem z quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem:ad hec autẽ sumo per.18.duas lineas.a.b.z.c.d.potẽtia tantũ rationales cõmunicãtes quaz longior que sit.a.b.sit potentior.c.d.quadrato alicuius linee secũ incõmensurabilis in longitudine z super lineã.a.b.describo semicirculum.a.e.b. z diuido lineam.c:d. per equalia ad punctum.f.z diuido lineam.a.b.ad punctum.g. itaqz linea.e.f.cadat in medio loco proportionalis inter.a.g.z.g.b. et qualiter hoc fiat in.13.dictũ est: z pono qz superficies.b.b.fiat ex.a.g.in.g.b.eritqz ex prima pte.16.sexti quadratum.e.f.equale superficiei.b.b.z quia quadratũ.e.f.est equale quarte pti quadrati.c.d.ex quarta scõi:z qz supficiei.b.b.deest ad cõplendũ lineam. a.b.superficies quadrata cuz.a.g.sit equalis.g.b.z quia linea.a.b.potentior est linea.c. d.q̃drato linee sibi incõmensurabilis in longitudine ex ypothesi:erit ex scõa parte.14.linea.a.g.incõmensurabilis linee.g.b.educo igitur a puncto.g.perpendicularem super lineam.a.b.vsqz ad circũferentiam semicirculi que sit.g.e.z protrabo lineas.a.e.z.e.b.quas dico esse quales querimus.erit enim.e.g.equalis.c.f. eo qz vtraqz cadit medio loco proportionalis inter.a.g.z.g.b.prima quidem per primam partẽ correl'.8.sexti.scõa vero per ypothesim: propter qđ quadratum vtriusqz earum per primam partem.16.sexti est equale superficiei.a.g.in.g.b.que est.b.b. ipsi igit̃ sũt

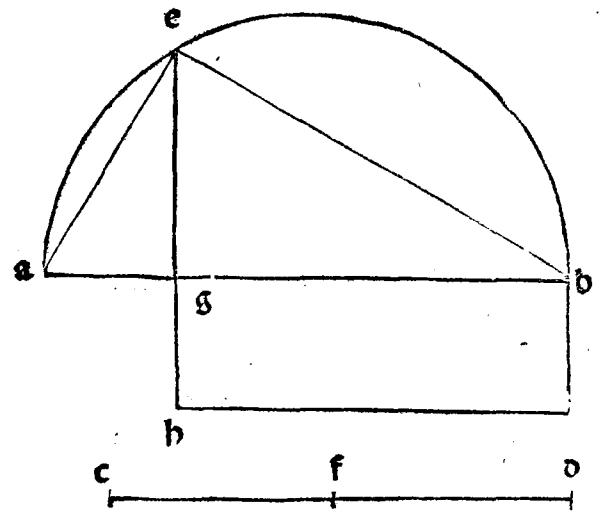


equales. At quia per quartã sexti ꝓportio. a. e. ad. e. b. ẽ sicut. a. g. ad. g. c. sunt aũt a. g. ⁊. g. e. ⁊. g. b. ꝓtinue ꝓportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata sicut. a. g. ad. g. b. quare p. 18. sexti erit quadratũ linee. a. e. ad quadratũ linec. e. b. sicut. a. g. ad. g. b cum sit igitur. a. g. incõicans. g. b. erit per scõam ptem. 10. quadratũ. a. e. incõicans quadrato. c. b. quare due linee. a. e. ⁊. e. b. sunt incõmẽsurabiles in potentia. Et qz ꝑ penultimã primi quadratũ. a. b. ẽ eq̃le q̃dratis duaꝝ lineaꝝ. a. e. ⁊. e. b. piter accꝑtis q̃dratũ aũt. a. b. ẽ rõale: cũ. a. b. sit rõnalis i potẽtia ꝑ ypothe. erũt quoqz q̃drata duaꝝ lineaꝝ. a. c. ⁊. e. b. piter accepta rõnale. Si vero hee due linee cõtinent superficiem medialem habitũ ẽ ꝓpositũ. erat aũt. c. d. rõnalis in potẽtia ⁊ in ea tm̃ cõicans linee. a. b. quare ⁊. c. f. ⁊ iõ etiã. g. e. sibi equalis erit potentia rõnalis ⁊ tm̃ in eadẽ cõicans cũ. a. b. itaqz ꝑ. 19. supficies. a. b. in. g. e. est medialis: qz igit̃ ꝑ quartã sexti ⁊ per primã ptẽ. 15. eiusdẽ supficies. a. e. ⁊. e. b. ẽ sibi. s. supficiei. a. b. in. g. e. equalis cõstat duas lineas. a. e. ⁊. e. b. esse quales volumus. ¶ Et nota qꝺ due linee quas docet hec. 27. inuenire cõponunt lineã maiorẽ ⁊ minori eaꝝ abscisa que reliqua est dicitur linea minor.

Propositio .28.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽqz rationalem continentes quaꝝ ambo quadrata pariter accepta sint mediale inuenire.

¶ Sit hic prorsus eadẽ dispositio que prius in premissa. Sint autem due linee. a. b. ⁊. c. d. quales ꝓponit. 25. eruntqz simili argumẽtatiõe premisse due linee. a. e. ⁊. e. b. quales hec. 18. proponit. Cum sit enĩ. a. b. linea medialis erit eius quadratũ mediale per. 19. ⁊ iõ quadrata duaꝝ lineaꝝ. a. e. ⁊. e. b. sunt mediale per penultm̃. primi: ⁊ quia. a. b. i. c. d. ꝓtinet supficiẽ rõnalem: sequitur etiã ut. a. b. in. c. f. ⁊ ideo in. g. e. sibi equalẽ cõtineat superficiẽ rõnalem: itaqz ⁊. a. e in. c. b. patz ergo qꝺ queritur. ¶ Unde due linee quas hec. 28. docet inuenire cõponũt lineã potentẽ in rõnale ⁊ mediale ⁊ minori eaꝝ abscisa de maiori que reliqua ẽ dicitur linea que iuncta cum rationale componit totum mediale.



Propositio. 29.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽqz medialẽ continentes quaꝝ quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superficiei vnius in alterã incõmẽsurabile inuenire.

¶ Huius quoqz dispositio a duaꝝ premissaꝝ dispositione non sit in quoquã diuersa. Sint aũt linee due. a. b. ⁊. c. d. quales. 26. ꝓponit eruntqz ꝑmissa argumentatione due linee. a. e. ⁊. e. b. quas inquirimus. Cũ enim. a. b. sit linea medialis erunt quadrata duaꝝ lineaꝝ. a. e. ⁊. e. b. pariter accepta mediale. at cum. a. b ⁊. c. d. contineat superficiem medialẽ. sequit̃ ut. a. b. in. c. f. ⁊ ideo in. e. g. sibi equalem contineat quoqz superficiẽ medialẽ: omnis enĩ superficies mediali cõmunicãs medialis esse conuincit̃: quẽadmodũ in. 21. monstratũ est: supficies igit̃. a. e. i. e. b medialis est cũ ipsa sit equalis supficiei. a. b. in. g. e. Quia vero linea. a. b. ẽ incõmensurabilis linee. c. d. erit etiã incõmensurabilis linee. c. f. quare ⁊ lince. e. g. quare per primã sexti ⁊ scõam ptẽ. 10. huius: superficies. a. b. in. e. g. que est equalis superficiei. a. e. in. e. b. erit incõmensurabilis quadrato linee. a. b. itaqz ⁊ quadratis duarum linearum. a. e. ⁊. e. b. pariter acceptis: qꝺ cũ ita sit sequitur quoqz vt duplum superficiei. a. e. in. e. b. sit incõmensurabile quadratis predictis duaꝝ linearũ

a.e.z.e.b.pariter acceptis z hoc erat mõstrandũ .¶Due linee quas hec.29.docet inuenire cõponũt lineã potentẽ in duo medialia z minori eaꝝ abscisa de maiori q̃ reliqua est dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

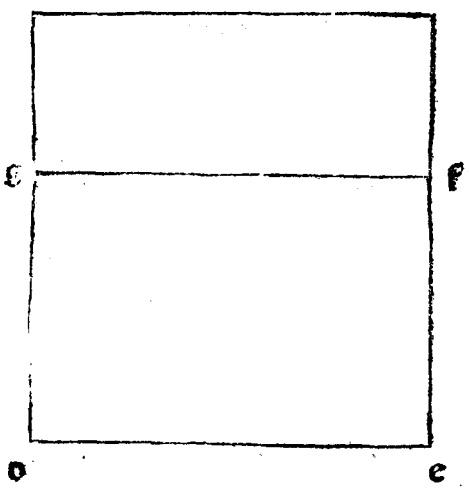
Propositio 30.

Si due linee potentialiter tantũ rõnales cõmunicantes in longum directumqꝫ coniungantur:tota linea ex his composita erit irrationalis:diceturqꝫ binomium.

¶Sint due linee.a.b.z.b.c.in cõtinuũ directũqꝫ cõiuncte rõnales in potentia tm̃ cõcantes:quas p.17.z.18.reperies: dico totã lineã.a.c ex eis cõpositã esse irrõnalem z ipsa vocatur binomiũ. Est enim per quartã secundi quadratũ.a.c.equale quadratis duaꝝ linearꝝ.a.b.z.b.c.z duplo superficiei vn⁹ earum in alterã:quadrata aũt ambaꝝ faciunt superficiẽ rõnalem ex ypothesi:duplũ vero superficiei vnius eaꝝ in alterã facit superficiẽ medialẽ ex.19.itaqꝫ quadrata ambarũ pariter acceptaꝝ faciunt superficiẽ incõmensurabilẽ duplo superficiei vnius earum in alterã.erit igit ex.9.quadratũ.a.c.incõmensurabile duobus quadratis duarum linearꝝ.a.b.z.b.c.piter acceptis quare irrõnale p diffinitionẽ cũ duo illa quadrata faciãt superficiẽ rõnalem.ideoqꝫ suum latus tetragonicũ quod est.a.c. irrõnale quoqꝫ p diffinitionẽ:pstat ergo ꝓpositũ. Propositio .31.

Si due linee mediales potentia tantũ cõicantes superficiemqꝫ rationalẽ continentes directe coniungant:tota linea ex his cõpositа erit irrõalis diceturqꝫ bimediale pmũ.

¶Sint due linee.a.b.z.b.c. i cõtinuũ directũqꝫ ꝓiuncte quales ponuntur quas p.24.z.25.reperies:dico totam lineã.a.c.esse irrõnalem z ipsa vocatur bimediale primũ.Est enim duplũ superficici.a.b. i.b.c. rõnale per ypothe.duoqꝫ quadrata duaꝝ linearꝝ.a.b.z.b.c.piter accepta faciunt mediale.quꝫ vtrũqꝫ quadratũ sit mediale per ypothesim z vnũ coꝝ cõicans alij:duplũ igitur superficiei vnius eaꝝ in alterã est incõicans duob⁹ quadratis piter acceptis : totum ergo aggregatũ ex duplo superficiei z duobus quadratis z ipsũ ẽ quadratũ toti⁹.a.c.per quartã scõi ẽ incõmensurabile duplo superficiei vnius eaꝝ in alterã p.9.huius cũ itaqꝫ duplũ superficiei sit rõnale erit quadratũ.a.c. irrõnale. ideoqꝫ z linea .a.c. qõ ẽ ꝓpositũ. ¶Jdẽ aliter:sit linea.d.e.rõnalis in longitudine cui adiungaf superficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ linearꝝ.a. b. z.b.c. eritqꝫ superficies hec d.f.medialis cum vtrũqꝫ qnadratũ sit mediale per ypothe .z vnũ coꝝ cõicans alij quare per.20.linea.d.g.est rõnalis in potentia tm̃:non cõicans in longitudine linee.d.e.rursus ad lineã.f.g.que est equalis.d.e.adiũgaf superficies.f.b.equalis duplo superficiei. a.b.in.b .c.eritqꝫ.f.b.rõnalis per ypothesim:quare per.16.linea.g b.erit rõnalis in longitudine:due ¡taqꝫ linee.d.g.z.g.b. sunt potentialiter rõnales z in ea tm̃ cõicantes:ergo p.30.tota linea ex eis cõpositа que est.d.b.est binomiũ z irrõnalis:quare p.16.a destructione ꝑtis superficies.e.b.ẽ irrõnalis.At quia p quartã scõi latus ei⁹ tetragonicũ ẽ linea.a.c.ipsa erit irrõnalis p diffinitionẽ qõ

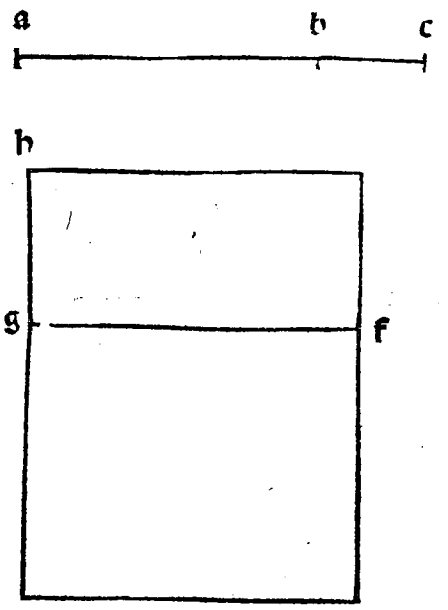


oportuit demõstrari. Propositio .32.

Si due linee mediales potentialiter tantum cõmunicantes superficiemqꝫ medialẽ continentes directe coniungantur tota linea erit irrõnalis diceturqꝫ bimediale secundum.

¶Sint due linee.a.b.z.b.c.in cõtinuũ directumqꝫ ꝓiũcte ut ꝓponit

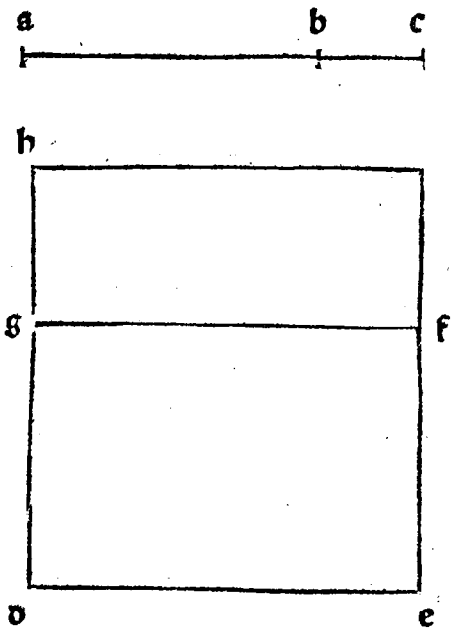
quas per.26.contingit reperiri:dico totā.a.c.ex eis cōpositā esse irrōnalem ꝛ ipsa vocatur bimediale scōm. Esto enim linea.d.e.rōnalis in longitudine cui adiunga tur supficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c.piter acceptis ꝛ quia ex ypothesi duo illa quadrata sunt cōicantia:ꝛ vtrūqȝ mediale:erit superfi/ cies.d.f.medialis quare per.20.linea.d.g.que est eius latus scōm est rōnalis i po/ tentia tm̄: ꝛ linee.d.e.incōmensurabilis in longitndinc: Kursus adiungaī ad lineā g.f.que est equalis linee.d.e.supficies.f.b.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.erit qȝ etiā supfi ies.f.b.medialis:erat enī per ypothesim supficies.a .b.i.b.c.media/ lis.ergo duplū eius cui est equalis.f.b.erit mediale per.20.igitur est linea.g. b.ra/ tionalis in potentia tm̄ ꝛ incōmensurabilis in longitndinc linee.g.f.qꝛ vero. a.b. ꝛ.b.c.sunt potentialiter tm̄ cōicantes erit ꝑ primā sexti ꝛ per scōam ptem.10.huius supficies vnius in alterā incōmensurabilis quadrato vtriusqȝ. Ät qꝛ quadrata eaꝝ cōicant per ypothesim:erit dicta supficies quare ꝛ duplū eius incōicans duob⁹ qua dratis carū pariter acceptis:due ergo supficies.d.f.ꝛ.f.b.sunt incōicantes :ꝑ pri/ mam itaqȝ sexti ꝛ scōam ptē.10.huius erit linea.d.g incōmensurabilis linee. g.b. que cū sint rōnales in potētia:erit per.30.tota linea.d.b.binomium ꝛ irrōnalis:er go per.16.a destructione ꝓntis erit supficies.e.b.irrōnalis.Et qꝛ latus eius tetra/ gonicū per quartā scōi est linea.a.c. sequitur per diffinitionē ꝙ linea.a.c. sit irra/ tionalis:qō ꝓpositū erat ostendere.



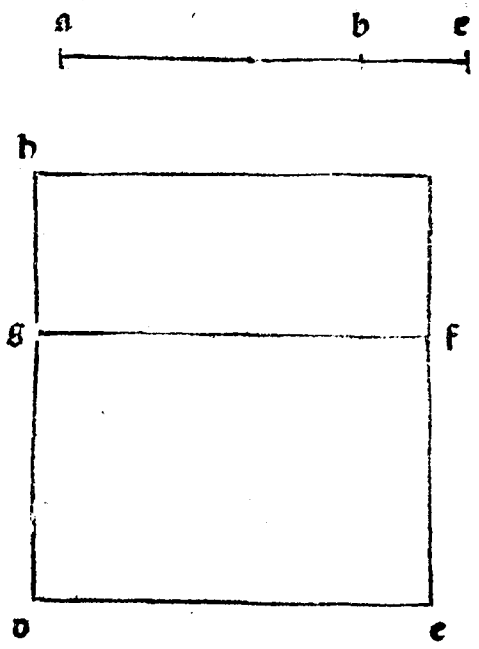
Propositio .33.

Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensu/ rabiles supficiēqȝ medialē continētes quaꝝ ambo q̄drata piter accepta sūt rōnale:tota linea erit irrōnalis diceturqȝ linea maiοr.

¶ Sint due linee.a.b.ꝛ.b.c.sibi in continuum directumqȝ coniuncte sicut ꝓponitur:quas cōtingit ex.27.repire:dico.a.c.ex eis cōpositā esse lineā irrati onalē ꝛ ipsa vocaī linea maiοr.Cū enī ambo quadrata piter accepta sint rōnale su perficies vero alteri⁹ in alterā quare et eius duplū medialis ꝙ ypothesim:erit totū ex duobus quadratis piter acceptis incōicans duplo supficiei vnius in alterā.itaqȝ totū aggregatū ex duobus quadratis ꝛ duplo supficiei ꝛ ipsū est equale quadrato a.c.per quartā icōi:erit ꝙ.9.hui⁹ incōmensurabile duobus quadratis.a.b.ꝛ.b.c.pi ter acceptis:per diffinitionē ergo ē quadratū linee.a.c.irrōnale ꝛ linea.a.c.irrōna lis qō ē ꝓpositū. ¶ Jdē aliter sicut i ꝑmissis ad lineā.d.e.que sit rōnalis in longi tudine adiungaī supficies.d.f.que sit equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b ꝛ.b.e.pariter acceptis eritqȝ rōnalis per ypothesim quare per.16.latus eius scōm qō est.d.g.erit etiā rōnale in longitudinc ꝛ cōicans linee.d.e. Kursus ad lineā.f.g. adiungatur superficies.f.b.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.critqȝ medialis per ypothesiȝ:quare per.20.linea.g.b.que est eius lat⁹ scōm ē rōnalis in potentia tātū per.30.igitur est linea.d.b.binomiū ꝛ irrōnalis:ideoqȝ per.16.a destructionc con/ sequentis superficies.e.b.est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per quartaȝ secundi est.a.c.c̄ irrationale per diffinitionem:qō volumus ostendere.



Propositio .34.



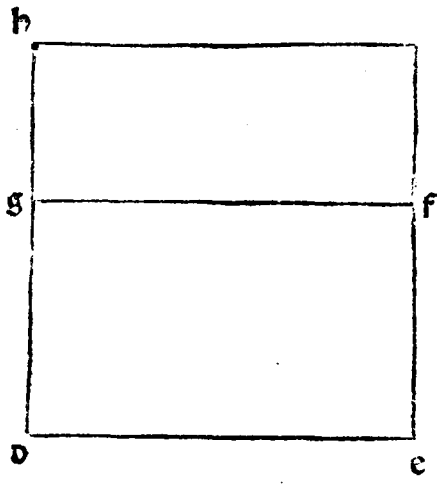
Cam cõiuncte fuerint due linee potentialiter incõmenſu/rabiles ſuperficiemq3 rõnalem continentes quaꝝ ambo quadrata pariter accepta ſint mediale: tota linea erit irrationalis diceturq3 potens in rõnale ⁊ mediale.

¶Sint ut in premiſſis due linee. a.b. ⁊.b.c. in continuũ directumq3 coniuncte quales ꝓponit: ⁊ ipſe ſunt ex. 28. ſumende: dico ꝙ tota linea. a.c. ex eis cõpoſita erit irrõnalis ⁊ illa vocatur linea potẽs i rõnale ⁊ mediale. Cũ ſit enĩ ſuperficies. a.b. in. b.c. rationalis per ypotheſim. ideoq3 ⁊ duplũ eius ac ambo quadrata pariter accepta ſunt mediale: ſequitur per quartã ſecũdi ⁊. 9. huius quẽadmodũ in premiſſis ꝙ quadratũ totius. a.c. ſit incõicans duplo ſuperficiei. a.b. in. b.c. ꝓ diffinitionẽ igitur ipſũ eſt irrõnale ⁊ linea. a.c. irrationalis qõ ẽ propoſitũ. ¶Jdẽ aliter: ſit vt in premiſſis linea. d.e. rationalis in longitudine ſuperficieſq3 .d.f. ſibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duaꝝ lineaꝝ. a. b. ⁊. b.c. erit q3 medialis per ypotheſim: ꝓ. 20. igitur: erit linea. d .g. rõnalis in potentia tm̃ nõ cõmunicans in longitudine linee. d.e. Sitq3 ſuperficies. f.b. adiuncta ad lineã. g.f. equalis duplo ſuperficiei. a.b. in. b.c. eritq3 rõnalis per ypothe. ⁊ iõ ꝓ. 16. latus eiꝰ ſm quod ẽ. g.b. rõnale in longitudine quare per. 30. linea. d.b. ẽ binomium ⁊ irrationalis: ⁊ ſuperficies. e.b. per. 16. a deſtructione ꝓñtis eſt irrõnalis. Cum itaq3 linea. a.c. ſit eius latus tetragonicũ: per quartã ſcõi: ſequit ut. a.c. ſit irrõnalis ꝓ diffinitionem: ꝓſtat ergo propoſitũ.

Propoſitio .35.

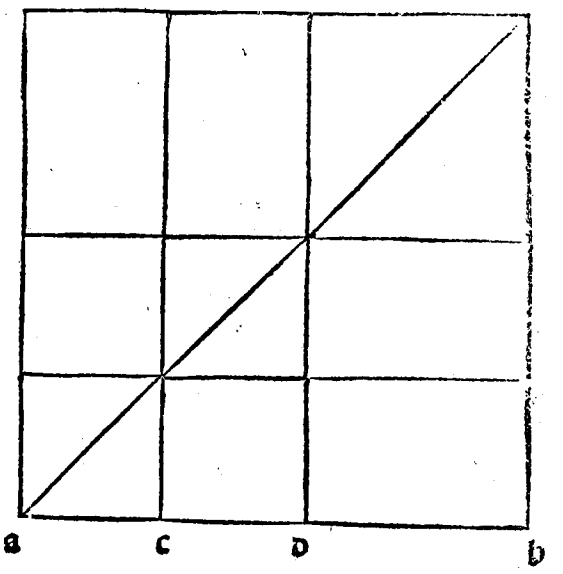
Cam coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmenſurabiles ſuperficiemq3 medialẽ cõtinentes quaꝝ quadrata ambo ꝑiter accepta ſit mediale duplo ſupficiei vniꝰ i alteram incommenſurabilem tota linea erit irrõnalis dicetur q3 potens in duo medialia.

¶Sint quoq3 due linee hic. a.b. ⁊.b.c. in cõtinuũ directũq3 cõiuncte ut proponit que ex. 29. ſumende ſunt: dico ꝙ linea. a.c. ex eis cõpoſita eſt irrõnalis ⁊ ipſa dicit potens in duo medialia. Adiungatur enĩ ad lineã. d.e. que ſit rõnalis in longitudine ſuperficies. d.f. equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ. a.b. ⁊. b.c. pariter acceptis: eritq3 medialis per ypotheſiꝫ quare per. 20. linea. d.g. erit rõnalis in potẽtia tantũ ⁊ incõmenſurabilis. d.e. linee rõnali in longitudine. Rurſus ad lineã. g.f. que eſt equalis. d.e. adiungatur ſuperficies. f.b. que ſit equalis duplo ſupficiei vniꝰ in alterã erit etiã ex ypotheſi medialis quare per. 20. linea. g.b. erit rõnalis in potẽtia tm̃. at qꝛ per ypoteſim ambo quadrata pariter accepta ſunt incommenſurabile duplo ſuperficiei vnius in alterã ſequitur ut. d.f. ſit incõmenſurabilis. f.b. quare ꝑ primam ſexti ⁊ ſecundam partẽ. 10. huius linea. d.g. eſt incõmenſurabilis. g.b. per 30. igitur eſt linea. d.b. binomiũ ⁊ irrõnalis. itaq3 ſupficies. e.b. eſt irrõnalis ⁊ eiꝰ latus tetragonicum qõ ẽ. a.c. ut in premiſſis: quare conſtat propoſitũ. Si aũt duplum ſuperficiei. a.b. ⁊.b.c. non eſſet incõmenſurabile ambobus quadratis pariter acceptis eſſet linea. a.c. medialis. eſſet enĩ. d.f. cõicans. f.b. idcoq3 linea. d.g. linee. g.b. tota igiꝫ. d.b. eſſet rõnalis in potentia tm̃ ⁊ incõmenſurabilis in longitudine linee. d.e. per. 19. igiꝫ eſſet ſupficies. e.b. medialis eiuſq3 latus tetragonicum qõ ẽ. a.c. linea medialis. Ut aũt facilioꝛ fiat doctrina ſequẽtiũ premonſtranda arbitramur hoc loco duo quoꝝ primum eſt.



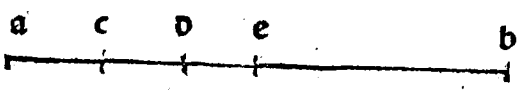
¶Si aliqua linea per ōuo inequalia diuidatur quadrata ambarū sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo supficiei vni⁹ earū in alteram quantū ē quadratum eius linee qua maior excedit minorē.

¶Sit enī linea.a.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.sitq; maior portio.c.b. de qua sumatur.c d.equalis.a.c.dico q̄ quadrata duaꝝ linearum.a.c.ꝛ.c.b. sunt amplius duplo superficiei vnius ī alteram in quadrato linee .d.b. nam quod fit ex.a.c.in.c.b.bis cum quadratis duarum linearū.a.c.ꝛ.c.b. est equale ei quod fit ex.a.c.in.c.b.quater cum quadrato.d.b.eo q̄ vtraq; hec equalia sunt quadrato linee.a.b.primum quidem per quartam secundi scōm vero per.8.eiusdem. Demptis itaq; vtrūq; equalibus videlicet eo qō fit ex.a.c.in.c.b.bis crūt residua q̄ sūt de primo quidē quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.c.ꝛ.c.b.de secundo vero quod fit ex.a.c. in.c.b.bis cum quadrato.d.b.equalia: quare constat propositū. Ex hoc ergo manifestū est q̄ si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum partiū pariter accepta plus sunt duplo superficici vnius earum in alteram. Et hoc ē propter quod istud premisimus.



¶Si aliqua linea per duo inequalia.itemq; alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt amplī⁹ quadratis minus inequalium pariter acceptis quantū est duplū quadrati illius linee que inter vtrasq; ē sectiones ꝛ quadruplum eius qō fit ex eadem linea in eam que est inter punctū sectionis minus inequalium ꝛ punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

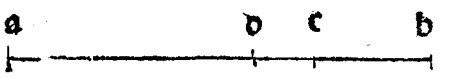
¶Sit linea.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.itemq; per alia minus inequalia in puncto.d.rursus per equalia ī.e. dico q̄ quadrata duaꝝ partium magis inequalium que sunt.a.c.ꝛ.c.b.tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt.a.d.ꝛ.d.b.quantum est duplum quadrati linee.c.d.ꝛ quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.sunt enim per.9. secūdi quadrata duarum linearum.a.c.ꝛ.c.b.pariter accepta dupla quadratis duarum linearum.b.e.ꝛ.e.c.pariter acceptis.at per eandem.9.secundi quadrata duaꝝ linearuꝝ a.d.ꝛ.d.b.piter accepta dupla sūt quadratis duarū linearum.b.e.ꝛ.e.d.piter acceptis: itaq; quadrata duarum linearum.a.c.ꝛ.c.b.pariter accepta excedūt quadrata duarum linearum.a.d.ꝛ.d.b.pariter accepta in eo quo duplū quadrati linee.c.e. excedit duplum quadrati linee.d.e.hoc autē per quartam secundi est duplum quadrati linee.c.d.ꝛ quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.quare cōstat propositum. Ex hoc manifestum est q̄ quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earū quadrata pariter accepta maiora: ꝛ hoc est ꝓpter quod istud premisimus.

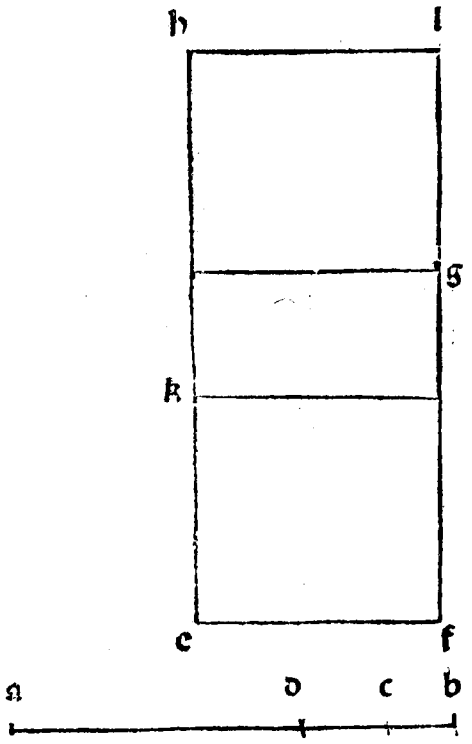


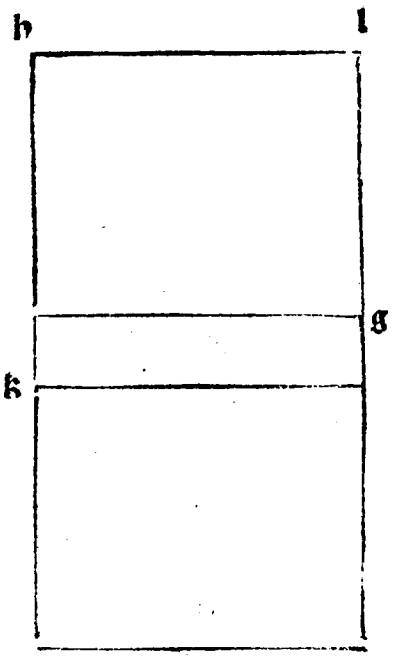
Propositio .36.

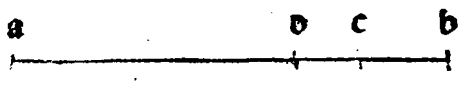
IN alias duas lineas sub earum termino ex quibus cōiunctum ꝛ nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶Sit linea.a.b.binomium eritq; ex.30.composita ex duabus lineis in potētia tm̄ rōnalib⁹ cōicantib⁹ q̄ sint.a.c.ꝛ.c.b.dico q̄ ipossibile ē eā diuidi ī alias duas lineas sub hac dione videlicet q̄ ipi sint potētia tm̄ rōales cōicātes: si enī pōt diuidaꝛ ī.a.d.ꝛ.d.b.q̄ sint potētia rōales tm̄ cōicātes. Esto quoq; linea.e.f.rōnalis in lōgitudine cui adiungaꝛ supficies .e.g. que









sit equalis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.c.ꝛ.c.b.pariter acceptis ꝛ supficies. f.b. que sit equalis quadrato lince.a.b.eritqꝫ superficies.e.g.rōnalis eo ꝙ vtrūqꝫ quadratoꝝ lineaꝝ.a.c.ꝛ.c.b.pariter acceptis est rōnale per ypothesim ꝛ superficies .g.b. medialis per.19.qm̄ ipsa est equalis duplo superficiei.a.c. i.c.b.ꝑ quartā scōi.Sit igit rursus supficies.f.k.eq̄lis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d ꝛ.d.b.pariter acceptis que cū sint diuerse a duabus lineis.a.c.ꝛ.c.b.erit per scōm p̄demonstratoꝝ antecedentium superficies.f.k.diuersa a supficie.e.g.eaꝝ ergo differētia sit.k.g. eritqꝫ ꝑ q̄rtā scōi excessus supficiei.f.b.sup.f.k.qui sit.k.l.eq̄lis duplo ei⁹qō fit ex.a.d.i.d b.ꝛ ꝓpter hoc erit etiā supficies.f.k. rōalis.ꝛ supficies.k.l.medialis: itaqꝫ supficies k.g.cum ipsa sit differentia duarū superficieꝝ rōnalium que sunt.e.g.ꝛ.f.k.erit rationalis.Non enī differt rationale a rōnali nisi in rōnali.ꝛ hoc dico diffinitione ꝛ 9. huius hoc ꝓfirmantibus. Eadē quoqꝫ cū ipsa sit differentia duaꝝ superficierum medialium que sunt.g.b.ꝛ.k.l.erit irrationalis per.22.quod est impossibile.

Propositio .37.

BImediali primo ꝑm terminū suum in duas lineas mediales diuiso:sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

¶Sit quoqꝫ hic linea.a.b.bimediale primū diuisa ī duas lineas mediales potentia tantum cōicantes superficiemqꝫ rōnalem continentes:ex quibus.31.asserit eā cōponi que sint. a.c.ꝛ.c.b.dico ꝙ impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub eaꝝ diffinitione.Qō si possibile fuerit diuidam ea in puncto.d.assumptaqꝫ linea rōnali.e.f.adiungatur ei.e.g.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.c.ꝛ.c .b.et superficies.f.b.equalis quadrato.a.b.ꝛ superficies.f.k.equalis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d.ꝛ.d.b.eritqꝫ per quartā scōi.g.b.eq̄lis duplo superficiei.a.c.i.c.b.ꝛ per eandē erit.k.l.equalis duplo superficiei.a.d. in.d.b. propter ypothesim quoqꝫ erit vtraqꝫ duaꝝ superficieꝝ .e.g.ꝛ.k.f.medialis ꝛ vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.g.b.ꝛ.k.l.rōnalis. hoc autē impossibile:esset enī per primum superficies.k.g.irrōnalis ex.22.per secundū autē eadē esset rōnalis ex diffinitione ꝛ.9.qō est incōueniens.

Propositiō .38.

BImediale secūdū nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

¶Sit vt prius linea.a.b.bimediale scōm diuisa ī duas lineas.a.c.ꝛ c.b.medialeꝫ:potentia tantuꝫ communicantes superficiemqꝫ medialem continentes:ex qnibus.32.proponit eam componi:dico ꝙ impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione ī alias duas:Sin autem diuidatur in.d.sintqꝫ vt prius superficies.e.g.f.b.ꝛ.f.k .adiuncte ad lineā rōnalem.c. f.erūtqꝫ per presentes ypotheses vtreqꝫ supficies.e.g.ꝛ.g.b.mediales quare ꝑ.20.vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.f.g.ꝛ.g.l.erit rationalis in potētia tantū nō cōicās ī longitudine linee.e.f.At qꝛ due linee.a.c.ꝛ.c.b.erūt incōmensurabiles in longitudine:sequitur per primā sexti ꝛ per scōam ptē. 10.huius ꝙ vtrūqꝫ q̄dratoꝝ lineaꝝ.a. c.ꝛ.c. b:sit incōmensurabile supficiei vni⁹ ī alterā:cūqꝫ dicta q̄drata cōicent:ex ypothesi sequit vt ambo q̄drata ꝑiter accepta sint incōmēsurabile superficiei vni⁹ ī alterā. ideoqꝫ ꝛ ei⁹ duplo:quare superficies.e .g.incōmēsurabil ē supficiei.g.b.ꝛ linea .g.f. linee

g.l.per primã sexti ꝛ scõam ptẽ.10.huius:itaqꝫ per.30.linea.f.l.ẽ binomium diui/
sa ꝟm suũ terminũ i pũcto.g. ¶ Eodẽqꝫ mõ ꝓbabiť ipsã binomiũ esse mediantib⁹
supficiebus.e.m.ꝛ.m.b.diuisam scõm suũ terminũ in puncto.m.qõ est impossibi
le p.36. Nõ enĩ põt dici qꝫ linea.f.l.diuisa sit ad puncta.g.ꝛ.m. in partes consiles
sic enĩ esset linea.f.m.equalis.g.l.sed ipsa ẽ maiꝛ linea.m.l.ut patet ex p̃mo pre/
missoꝝ antecedentiũ b⁹ ꝛ p̃ma sexti cũ.e.m.supficies sit maiꝛ.b.m.superficie: hu
ius aũt demõstrationis modus potest esse cõis.37.ceterisqꝫ eam sequentibus.

Propositio .39.

Linea maiꝛ nisi in duas lineas tantũ ex quib⁹ constat sub
earum termino diuidi non potest:

¶ Sit quoqꝫ hec linea maiꝛ.a.b .diuisa ad punct̃.c.ĩ duas lineas
potentialiter incõmensurabiles supficiẽqꝫ medialẽ cõtinentes quarũ
ambo quadrata pariter accepta sint rõnalc:ex talibus enĩ cõponitur
vt affirmat.33.dico qꝫ impossibile ẽ ad aliũ punctum in alias duas lineas sub hac
diffinitione ipsã diuidi qꝫ si põt.sit hic ad.d.maneant sub his eadẽ figura eedemqꝫ
ypotheses que prius ꝛ argue quẽadmodũ in.36.supficiẽ.g. k.esse rationalẽ ꝛ irra/
tionalem:qõ est impossibile.

Propositio 40.

Linea potens in rõnale ꝛ mediale nisi in suas duas lineas
tantum sub termino suo non diuiditur.

¶ Hec quoqꝫ.40.manentibus prioribus figura ꝛ positionibus excep/
toqꝫ ipsa linea.a.b.diuidatur in punctum.c.in illas duas lineas ex
quibus.34.dicit eã cõponi probabiť :quẽadmodũ.37. Si autẽ aliter
fuerit q̃ꝫ proponat erit supficies. k.g.rõnalis ꝛ irrõnalis:qõ esse non potest.

Propositio .41.

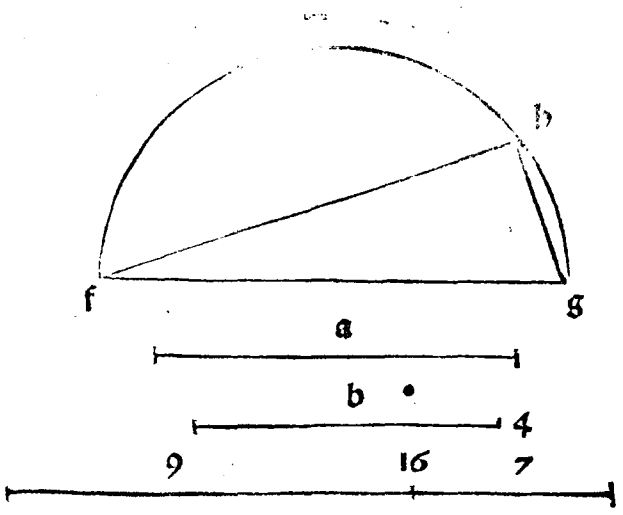
Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas
sub termino eaꝫ ex quibus coniuncta est:sed in suas tantũ
duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶ Hec enĩ.41.diuisa linea.a.b.ad punctum.c.i eas ex quibus.35.as/
serit eam componi ceterisqꝫ ut supra tam figira q̃ꝫ positionibus ma/
nẽtib⁹ ꝓbať sicut.38.nã dato opposito ꝓpositi.Seq̃ť oppositũ.36.qõ ẽ ipossibile

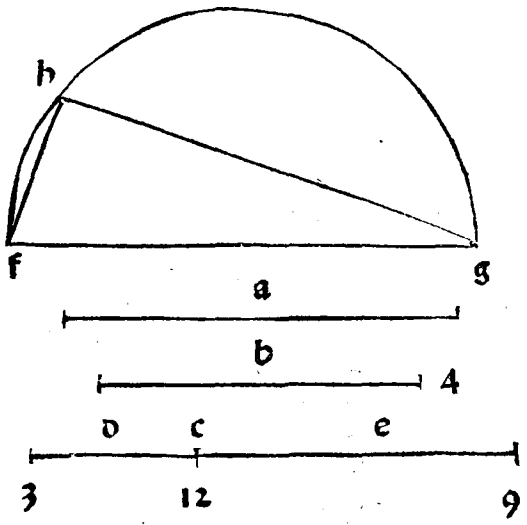
¶ Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmẽto q̃/
drati linee cõicantis eidem longiori in longitudine fueritqꝫ eadẽ lõ/
giꝛ linee posite rõnali cõicans ipsuꝫ:vocabiť binomiũ primũ. Si ve
ro breuiꝛ posite rõnali cõmunicet dicet binomiũ scõm. Qõ si neu/
tra portionũ ei⁹ posite rõnali cõicet appellabiť binomiũ tertiũ. Itẽ
si longior breuiore tanto amplius possit quantũ est quadratũ alicu/
ius linee ipsi longiori icõmensurabilis ĩ lõgitudie fueritqꝫ lõgiꝛ por
tionũ posite linee rõnali cõicãs ĩ lõgitudie ipsũ nũcupabiť binomiũ
binomiũ quartũ. Si vero breuiꝛ posite rõnali cõicet ĩ longitudine
quintũ noiabiť. Si aũt neutra portionũ ei⁹ posite rõnali cõicet ĩ lõgi
tudine erit binomiũ sextũ.

Propositio .42.

Binomiũ primũ inuenire. ¶ Sit. a.linea rõalis posita:sumãťqꝫ
duo numeri q̃drati .b.ꝛ.c.qꝝ.c.sit diuisibiľ i q̃dratũ qui sit.d.ꝛ ĩ
nõ quadratum qui sit.e.ponaťqꝫ ꝓportio quadrati linee.a.ad q̃dra
tum linee.f g. sicut numeri.b.ad numeꝝ.c.critqꝫ ex scõa pte.7.linea

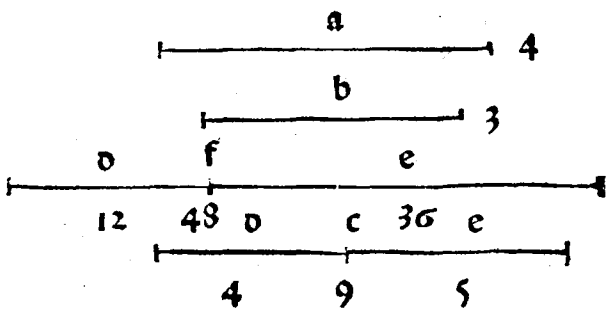


f.g. cõmunicans linee.a.rõnali posite i longitudine: super eã igitur lineetur.f.g.h: semicirculus: sitqz ꝓportio quadrati linee.f.g.ad quadratũ linee.f.h.sicut.c.ad.d ꝛ ducatur linea.g.h.dico ergo duas lineas.f.g.ꝛ.g.h.directe cõiunctas cõponere binomium primum. Est enim linea.f.g.que est longior potentior.linea.g.h.que est brevior in quadrato linee.f.h.per.30.tertij ꝛ penultimã primi: coicat autem linea.f.h.linee.f.g.in longitudine per scõam ptem.7. cum proportio quadratorum ipsaꝝ.f.g.ꝛ.f.h.sit sicut numeroꝝ quadratoꝝ qui sunt.c.ꝛ.d.linea vero.g.h.convincitur esse rõnalis in potentia tm̃: non cõicans linee.f.g.in longitudine. ideoqz neqz linee.a.rõnali posite: cum sit enim quadratum linee.f.g.ad quadratũ linee.f.h.sicut numerus.c.ad numeꝝ.d.erit per euersam ꝓportionalitatẽ quadratum linee.f.g.ad quadratũ linee.g.h.sicut numerus.c. ad numerum.e. cum itaqz.c.sit numerus quadratus.e.vero nõ q̃dratus: seq̃t per vlt̃.ptem.7.ut linea.g.h.sit incõmensurabilis linee.f.g.in longitudine: relinquit̃ igitur ipsam.g.h.esse rõnalẽ in potentia tm̃ ꝛ a dione lineas.f.g.ꝛ.g.h.ꝯponere binomiũ p̃mũ: qõ erat inueniẽdũ.



Binomium secundum reperire. Propositio .43.

Sit ut prius.a.rationalis linea posita.b.vero numerus quadrat⁹ c.vero sit numerus nõ quadratus divisibilis in.d.nõ quadratum et e.quadratũ. ita tm̃ ꝙ proportio totius.c.qui est nõ quadratus ad.d. qui est etiã non quadratus sit sicut numeroꝝ quadratoꝝ: talis autem numerus est. 12.ꝛ.48.divisibilis eni est.12.in.9.quadratũ numeꝝ ꝛ.3. non q̃dratum: estqz ꝓportio.12.ad.3.sicut. 16.ad.4.quoꝝ vterqz quadratus eodẽ mõ.48. divisibilis est in.36.ꝛ.22. Tales aũt numeros sic reperies. Sit.a.numerus quadratus.b.quoqz sit vnitate minor: cuius quadratũ sit.c. At vero.d. ꝓueniat ex.b.in.a eritqz ex prima incidentium noni.b. differẽtia.d.ad.c.ducatur idẽ.a.in.c.et ꝓueniat.e.eritqz.e.quadratus ex prima ꝑte corrẽ.scõi noni eo ꝙ vterqz numerorum a.ꝛ.c.est quadratus per ypothesiz: fiat rursus.f.ex.a.in.d.eritqz.f.qualẽ querim⁹ est enim ex vltima parte predicti corrẽ.numerus.f.non quadrat⁹: eo ꝙ.d.numer⁹ sit nõ q̃drat⁹. Si enĩ.d.numer⁹ esset q̃drat⁹: esset quoqz.b.q̃drat⁹ ex.2. ꝑte eiusdẽ corrẽ.2.noni ꝛ ex.22.octavi: ꝛ qꝛ.a.ẽ quadrat⁹ esset ꝑ. 16.eiusdẽ: tertius continue ꝓportionalis inter.a.ꝛ.b.qõ ẽ impossibile cũ sint sola vnitate distãtes: nõ est igit̃ d quadratus quare nec.f.est enim.f.equalis.d.ꝛ.e.qm̃ cum.b.sit differentia.d.ad.e vt patet ex premissis: erit per primam incidentium noni qõ fit ex.a.in.d.equũ bis que fiunt ex.a.in.b.ꝛ in.c.ꝛ quia ex.a.in.b.fit.d.ꝛ in.c.fit.e. sequitur ut.d.sit differentia.f.ad.e.ꝛ quia per .18.septimi est.f.ad.e.sicut.d.ad.c.erit permutatim.f. ad.d.sicut.e.ad.c. Cũqz vterqz duoꝝ numerorum.e.ꝛ.c.sit quadratus manifestũ ẽ numeꝝ.f.eẽ qualẽ volumus.ẽ eni non q̃drat⁹ divisibilis i.d.nõ q̃dratũ ꝛ.e. quadratũ: cui⁹ ꝓportio ad.d.ẽ sicut q̃drati ad q̃dratũ videlz.e.ad.c.cetera oia sint vt pri⁹: dico ꝙ linee.f.g.ꝛ.g.h.ꝯponũt binomiũ scõm. cũ eni sit q̃dratũ.a.ad q̃dratum.f.g.sicut.b.ad.c.rursusqz quadratum.f.g.ad quadratum. g.h. sicut.c.ad.c. erit per equã proportionalitatem quadratum.a. ad quadratũ. g.h. sicut.b. ad.c. cũ igit̃ vterqz duoꝝ numeroꝝ.b.ꝛ.e.sit q̃drat⁹ erit ꝑ scõam ptẽ ꝛ linea.g.h.cõmunicãs in longitudine linec.a.rationali posite: de linea vero.f.g.constat ꝙ ipsa sit rationalis in potẽtia tm̃ nõ cõmunicans linee.a.rõnali posite in longitudine ꝑ vltimam partem.7.que cum sit potentior linea.g.h.in linea.f.h.per.30.tertij ꝛ penultimã primi: cõmunicet aũt linea.f.h.linee.f.g.in longitudine ꝑ scõam ptẽ.7. eo ꝙ



eoꝝ quadrata sunt in ꝓportione numeroꝝ.c.ꝫ.d.quoꝝ est ꝓportio sicut numeroꝝ quadratoꝝ per ypothesim: constat ꝓpositū. ¶ Aliter quoqꝫ idem est linea.g.b communicans a rationali posite in longitudine quā facile est inuenire sitqꝫ. c. numerus qnadratus diuisibilis in quadratū.d.ꝫ non quadratū.e. sitqꝫ ꝓportio qnadrati linee.g.b. ad quadratū linee.f.g. sicut numer⁹.e. ad numeꝝ.c. eritqꝫ.f.g. incōmensurabilis linee.g.b. in longitudine per vltimā ptem.7.ꝫ potentior ea i quadrato linee.f.b. cui cōicat in longitudine: primo per conuersā deinde per euersam proportionalitatēm: ꝫ per scōam ptē.7. ex diffinitione igitur linee.f.g.ꝫ.g.b. cōponunt binomium scōm.

Propositio .44.

Binomium tertium inuestigare.

¶ Binomiū quoqꝫ tertiū sic reperiē: posita ut pri⁹ linea.a. rōnali i lōgitudine sit.b. numerus primus. c. vero quadratus diuisibilis in quadratum.d.ꝫ non quadratū.e. cetera oia sint vt prius: dico ꝙ due linee.f.g.ꝫ.g.b. cōponunt binomiuꝫ tertiū: neutra eni eaꝝ est incommensurabilis in longitudine linee.a. rōnali posite sed vtraqꝫ incōmensurabilis.f.g quidē per vltimā ptem.7.b.g. vero per equā ꝓportionalitatem ꝫ vltimā partē.7. Est enī p equā ꝓportionalitatē quadratū linee .a. ad q̄dratū linee.g.b .sicut numerus.b. ad numeꝝ.e. mediantib⁹: hinc quidē quadrato linee.f.g. inde vero numero c. numeri autē.b.ꝫ.e. nō sunt in proportione aliquoꝝ quadratoꝝ: cū.b. sit nnmer⁹ primus. si eni essent in proportione numeroꝝ quadratoꝝ: necesse esset ꝑ.16. octaui ꝫ octauā eiusdē: tertiū eis in cōtinua proportionalitate interesse. esset igitur per.17 eiusdē numerus.b. superficialis qō ē impossibile cū sit primus p ypothe. incōmensurabilis est itaqꝫ linea .g.b. linea.a. rōnali posite ex vltima ꝑte.7. qꝫ ergo linea .f.g. potentior ē linea.g.b. in quadrato linee.f.b. ex.30. tertij ꝫ penul'. primi que cōicat ei in longitudine ex scōa ꝑte.7. ex diffinitione binomij tertij: ꝑ nostra intentio

Binomium quartum scrutari. Propositio .45.

¶ In inuentione binomij quarti eodē modo ꝓcedendū ē sicut in inuentione primi. excepto ꝙ q̄dratus numerus.c. diuidat in duos nō q̄dratos qui sunt.d.ꝫ.e. cetera oia negocianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

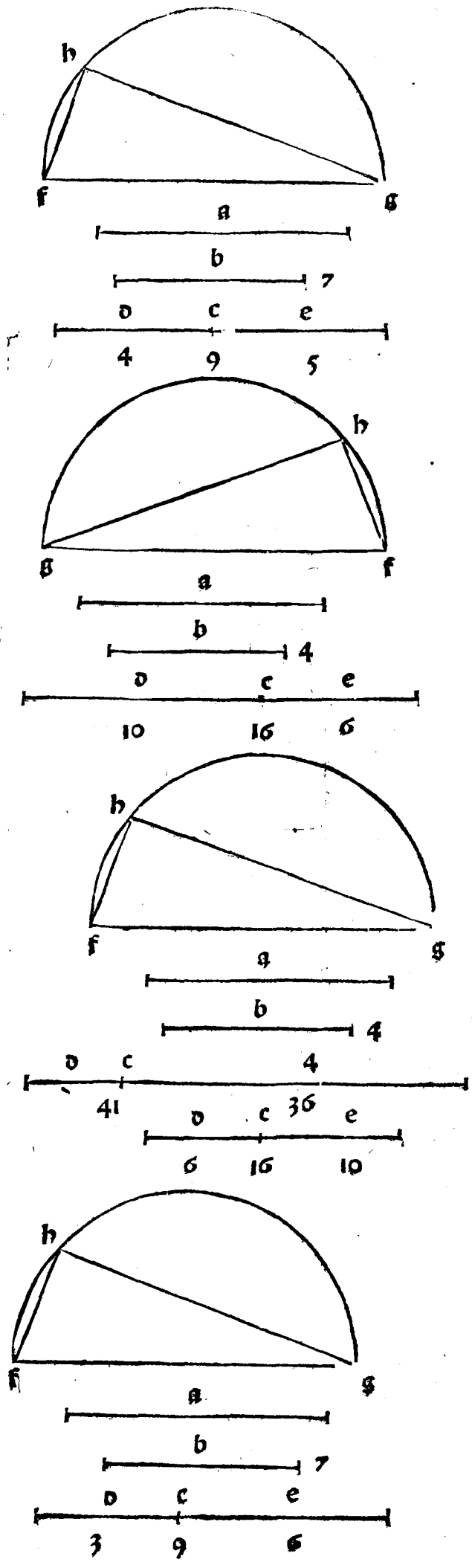
Binomium quintum querere. Propositio .46.

¶ Huius inuentio sic ē sicut binomij scōi: excepto ꝙ numer⁹.c. nō q̄dratus diuidet in.d. nō quadratū ꝫ.e. quadratū. ita tamē ꝙ ꝓportio.c. ad.d. nō sit sicut numeri q̄drati ad numeꝝ q̄dratū. Cetera oia sūt hic ꝓquirenda ex diffinitione binomij quinti sicut ibi quesita sunt ex diffinitione binomij scōi. vel pone ꝙ linea.g.b. sit cōicās linee.a. rōnali posite ī longitudine: ꝫ pone numeꝝ.c. quadratū diuisū in duos nō q̄dratos qui sūt.d.ꝫ.e. pone itaqꝫ ꝓportionē q̄drati linee.g.b. ad q̄dratū.f.g. sicut numeri.e. ad numeꝝ c. deinde astrue ꝓpositū ex vltima parte.7.ꝫ pñiib⁹ ypothesib⁹ ꝫ conuersa ꝫ euersa ꝓportionibus ꝫ iterū ex vltima parte. .ex diffinitione binomij quinti.

Propositio .47.

A binomio sexto demū oportet inlistere.

¶ Binomiū sextū sicut tertiū scrutādū ē ꝫ tñ erit hic nūer⁹ q̄drat⁹.c. diuis⁹ ī duos nō q̄dratos.d.ꝫ.c cetera ut ibi eritqꝫ ex dione binomii.6. linea q̄ꝫ ꝓponūt

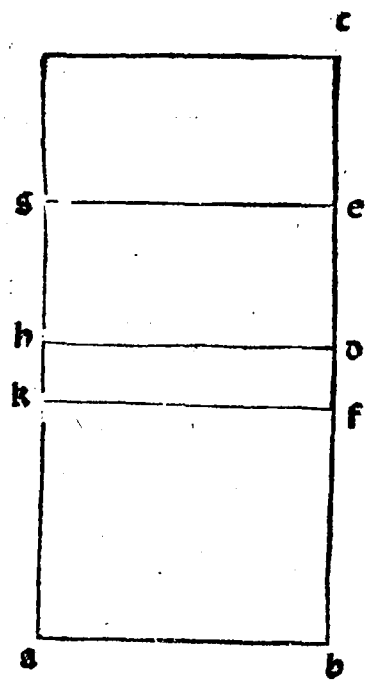


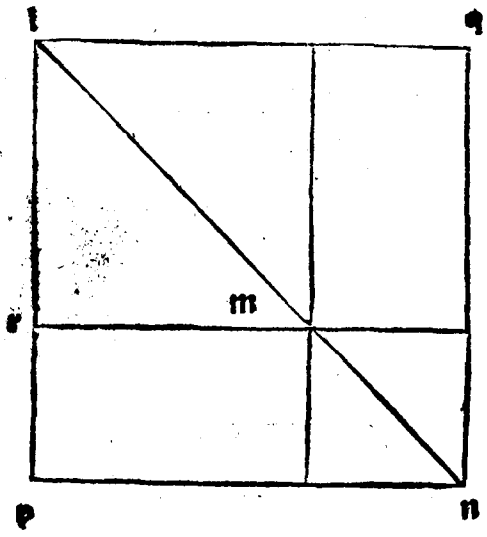
f.g.z.g.b.sibi invicem directe cõiuncte binomiũ sextũ: qõ ẽ ꝓpositum inuenire.

Propositio .48.

Si fuerit superficies binomio primo lineaqz rationali contenta: latus qõ super eam potest binomium eẽ necesse est.

¶Sit superficies.a.c.contenta linea rõnali.a.b.z binomio primo ꝙ sit.b.c.dico ꝙ latus tetragonicũ superficiei. a.c.ẽ binomiũ :Sit enĩ punctus.d.cõmunis termin⁹ duaꝝ portionũ binomij prim i:b.c.cuius maior portio sit.b.d.eritqz rõnalis i longitudine ex diffinitione:z cõmensurabilis linee.a.b.rõnali posite . Diuidatur item minor portio que est.d.c.per equalia ad punctũ e.lineaqz.d.b.diuidaꝫ sub ea conditione ad punctũ.f. qõ inter partes eius que sũt.b.f.z.f d.cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat in.13.dictum est:ducantur autẽ linee.c.g.d.b.f.k. equidistantes linee.a .b.z quia ex diffinitione binomij primi linea.d.b.est potentior linea.d. c.in quadrato linee sibi cõmunicantis in longitudine:sequitur ex scõa parte.13.ꝙ due linee.b.f.z.f.d. sint cõicantes: per.9.igitur est vtraqz eaꝝ cõmunicans toti linec.b.d.quare p diffinitionẽ ambe sunt rõnales in longitudine.ideoqz per.15.vtraqz duaꝝ superficieꝝ a.f.z.f.b.est rõnalis :describatur itaqz quadratũ.l.m.cuius latus.l.r.equale superficiei.a.f.cui circũponatur gnomo protracta dyagonali.l.m.n.ad eam ꝗntitatẽqz qõ ipsius gnomonis quadratũ:qõ sit.m.n.sit equale superficiei.f.b.duoqz ei⁹ supplementa sint.p.m.z.m.q.que necesse est esse equalia duabus supficiebus. d.g.et g:c.qõ sic collige:cũ enim sit linea.d.c.medio loco ꝓportionalis inter lineas.b.f.z f.d.erit superficies.d.g.ex prima sexti medio loco ꝓportionalis inter superficies a.f.z.f.b. quare z inter quadrata.l.m.z.m.n.z quia supplementuz p.m.est etiam medio loco porportionale inter quadrata dicta ex prima sexti:sequitur ut.p.m.sit equalis.d.g.ideoqz.m.q.g.c.igitur linea.l.p.est latus tetragonicũ superficiei.a.c. hanc lineã dico esse binomiũ: cũ sint enĩ ambo quadrata. l.m: z.m.n .rationalia erunt ex diffinitione due linec.l.r.z.r.p.potentialiter rõnales. Est autem per primam sexti.a.f.ad.d.g.sicut.b.f.ad.d.e.sed.b.f.est incõmensurabilis.d.e.s.q:.b.f est .ationalis simplicitcr vt probatum est.d.e.vero quia cõicat in longitudine.d.e rõnale in potẽtia tantum eritqz ipsa rõnalis in potentia tantũ per.18.qõ ex ꝑmissis ypothesibus manifestũ est itaqz per scõam ptẽ.10.supficies.a.f.est incõmensurabilis superficiei.d.g.igitur z quadratum.l.m.supplemento.p.m.quare p primã sexti z scõam ptẽ.10.linea.l.r.c incõmẽsurabilis linee.r.p.ex.30.igiꝫ ꝓstat lineã.l.p esse binomiũ qõ erat monstrandũ.





Propositio .49.

Si fuerit superficies linea rationali binomioqz secũdo cõtenta:latus eius tetragonicum erit bimediale primum.

¶Sit eadem figura eedemqz ypotheses q̃ in premissa: eritqz ex diffinitione binomij secundi linea.d.c.rationalis in longitndine :quare per.15.vtraqz duarum superficierum.d.g.z.g.c.ideoqz et duo supplementa.p.m.m.q.erit rationalis:linea vero.b.d.erit rationalis in potentia tantum:et diuisa in duas lineas communicantes.f.d.et. b.f.ex diffinitione binomij secundi z premissis ypothesibus z secunda parte.13.per.19.igitur erit vtraqz duaꝝ superficieꝝ.a.f.z.f.b.ideoqz z vtrũqz quadratoꝝ.l.m.z.m.n.mediale:itaqz ambe

linee.l.r.z.r.p.ſunt mediales in potentia quoqz cõmunicantes :nã cum linea.b.f. cõicet linee.f.d.ſequitur ut.a.f.ꝓmunicet.f.b.quare quadratũ.l.m.quadrato .m. n.ideoqz z linea.l.r.linee.r.p.in potentia:in longitudine autẽ non cõmunicãt:qm̃ vna earum ad alterã eſt ſicut.l.m.ad.m.p.Cum igitur.l.m.nõ ꝓmunicet.m.p.eo ꝙ altera medialis videlicet.l.m.altera vero rõnalis videlicet.m.p.ſequitur ut.l.r nõ cõmunicet in longitudine.r.p. qz igitur ipſe continent ſuperficiem rationalem que eſt.m.p.ꝓſtat lineam.l.p.ex.31.huius eſſe bimediale primum.

Propoſitio .50.

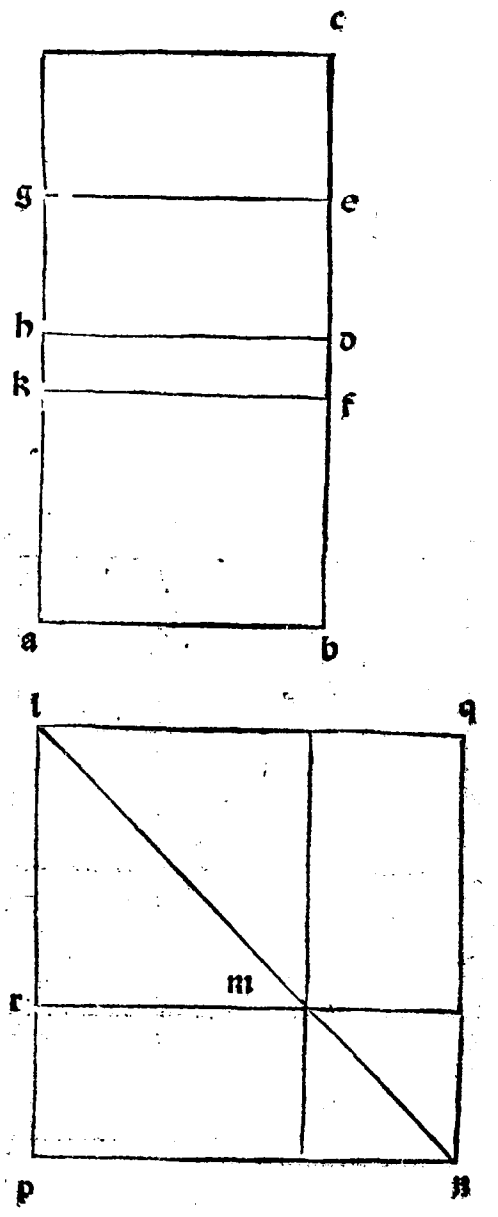
Si binomio tertio ac linea rationali ſuperficies coutinea/tur linea in eam potens erit bimediale ſecundum:

¶Diſpoſitio z ypotheſes maneant vt ſupra.Eritqz ex his ypotheſi/bus z diffinitione binomij tertij z.19.vnaqueqz quatuor ſupficierũ in quas diuiſa ẽ ſupficies.a.c.medialis: quare vtrũqz duoꝝ quadra toꝝ.l.m.m.n.z vtrũqz duoꝝ ſuppleméторũ.p.m.z.m.q.erit etiã mediale vtraqz igitur duaꝝ linearũ.l.r.z.r.p.erit medialis.z cũ due ſuperficies.a.f.z.f. b.ſint cõ municantes eo ꝙ due linee.b.f.z.f.d.ſint cõmunicantes per ſecũdã parté.13.erũt due linee.l.r.z.r.p.cõmunicantes in potentia in longitudine vero nõ:qz ſupficies l.m.non cõicat cũ ſuperficie.m.p.eo ꝙ neqz.a.f.cõicat cum.d.g. Nam linea.b.f. nõ cõmunicat cum.d.e. cum igiꝫ ipſi ꝓtineant ſuperficiem medialem que eſt.p.m cõſtat ex.32.lineã.l.p.eſſe mediale ſcõm:quod eſt propoſitum.

Propoſitio .51.

Si linea rationali binomioqz quarto ſuperficies cõtinea tur:que in eã ſuperficiem poteſt eſt linea maior.

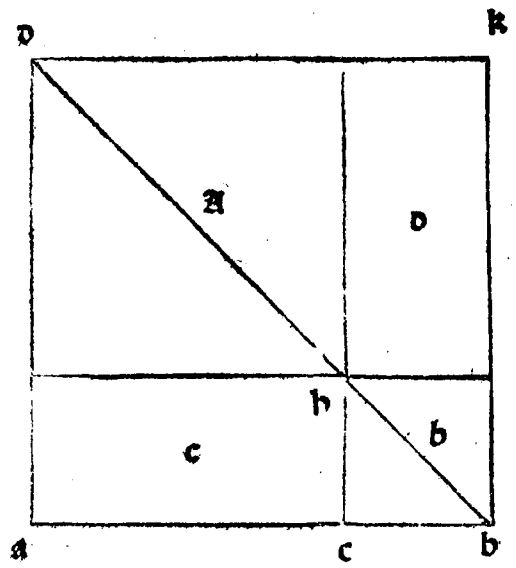
¶Cunctis ut in premiſſis manẽtibus erit ex ypoth. z diffinitione bi nomij quarti z.19.vtraqz duaꝝ ſupficieꝝ.d.g.z. g.c. quare z vtraqz duaꝝ.p.m.z.m.q.medialis duoqz quadrata.l.m.z.m.n.pariter ac cepta rõnale eo ꝙ ſuperficies.a.d.ẽ rõnalis per diffinitionẽ binomij quarti z. 15. Eſt quia.d.b.diuidiꝫ in puncto.f.in duo incõicantia per ſcõam partẽ.14.erit ſuper ficies.a.f. incõmenſurabilis ſuperficiei.f.b. Idcoqz z quadratum.l.m. quadrato m̃.n.due igitur linee.l.r.z.r.p.ſunt incõmenſurabiles i potentia que cũ contineãt ſuperficiem medialẽ.p.m.z earum quadrata ambo pariter accepta ſunt rationale oſtat per.33.lineã.l.p.eſſe lineam maiorẽ quod erat monſtrãdum.

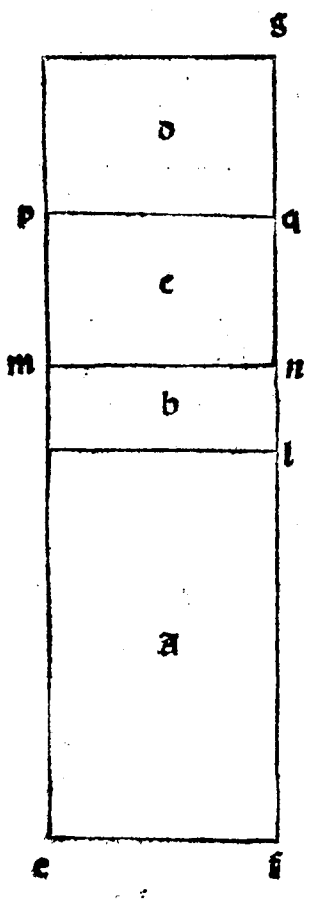


Propoſitio .52.

Si fuerit ſuperficies linea rationali atqz binomio quinto contenta quecunqz in eam linea poteſt petens in ratio/nale z mediale eſſe ex neceſſitate conuincitur.

¶Nec in hac quoqz ẽ aliquid ex priorum diſpoſitione z poſitionibꝰ mutandũ:eis enim manẽtibus erit ex his que poſita ſunt in diffini/tione binomij quiti z. 15.vtraqz duaꝝ ſupficieꝝ.d.g.z.g.e.quaꝝ vtraqz duaꝝ .p. m.z.m.q.rõnalis totaqz.a.d.quare z duo q̃drata.l.m.z.m.n.piter accepta me/dialis ex.19.cũqz ex ſcõa pte.14.ſit linea.f.b.icõmẽſurabilis linea.f.d.iõqz ſupfici/es.a.f.ſupficiei.f.b.z q̃dratũ.l.m.q̃drato.m.n.erit linea.l.r.icõmẽſurabiliꝫ i potẽ/tia linea.r.p.at qz ipe ꝓtinẽt ſupficiẽ rõnalẽ.p.m.z eaꝝ q̃drata ãbo piter accepta ſunt mediale conclude ex.34.linea.l.p.eſſe potentem in rationale z mediale:quod promiſſum eſt.





Propositio .53.

Si binomio sexto lineaq3 rōnali superficies contineatur linea que in eam potest: in duo in medialia potens esse probatur.

Hec.53.adhuc te sustinet ociari a pingendo figuras: contenta eni est premissis dispositione ⁊ positionibus. Quib⁹ stantibus necesse ē ex ipsis positis ⁊ dispositione.i. diffinitione binomij postremi ⁊.19.quālibet ex superficiebus.a.d.⁊.d.g.⁊.g.c. propter quod ⁊ ambo quadrata.l.m.⁊.m.n. pariter accepta ⁊.p.m.⁊.m.q. esse medialez. Cumq3.b.f.⁊.f.d. propter qō.a.f.⁊.f.b. ideo q3.l.m.⁊.m.n. sint incōmensurabiles erunt due linee.b.c.⁊.r.p. incōmmensurabiles in potentia. at quia ipse continent superficiem medialem.p.m. earumq3 ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qō est duplo superficiei vnius in alterā incommensurabile: qō ex eo probatur q superficies.b.b. ē incōmensurabilis superficiei.b.c. propter hoc q linea.d.b. est incōmensurabilis linee.d.c. sequitur ex.35.lineam.l.p. esse que potest in duo medialia.

Propositio .54.

Si linee rationali equum quadrato binomij rectangulum adiungat: latus eius scōm binomiū primū esse cōuenit.

Hec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinē hui⁹ autem est hec intentio. Sit linea.a.b. binomiū diuisa ad punctū.c. in duas lineas.a.c.⁊.c.b. ⁊m suam diffinitionē aut termini eius q3 a b. quadratum sit.b.d. sitq3 linea.e.f. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies.e.g. equalis quadrato.b.d. dico q latus scōm: huius superficiei quod ē linea f.g. est binomiū primū. Diuidatur eni quadratū.b.d. in duo quadrata.b.h. ⁊.h.d. que sint quadrata duarum portionuz binomij: ⁊ in duo supplementa.a.h.⁊.h.k. quorum vtrūq3 continetur sub duabus portionibus binomij: eritq3 ex diffinitione binomij que habetur per.30.vtrūq3 istoz quadratoz rōnale.⁊ per.19.vtrumq3 supplementū mediale. Ex superficie igitur.e.g. abscindatur superficies.e.l. equalis quadrato.d.h.⁊.l.m. equalis quadrato.h.h.⁊.m.p. equalis vni duorum supplementorum.a.h. vel.h.k. eritq3.p.g. residua equalis reliquo supplemento: quare per primam sexti linea.n.q. est equalis linee.q.g. ex premissis aūt manifestū est q vtraq3 duaz superficierum.e.l.⁊.l.m.⁊ iō tota superficies.e.n. est rōnalis Et vtraq3 duarum equalium. n.p.⁊.p.g.⁊ ideo tota.m.g. medialis: quare per.16.vtraq3 duarum linearum.f.l.⁊.l.n.⁊ tota linea.f.n. rōnalis in longitudine: ⁊ linee.e.f. rationali posite cōmensurabilis: ⁊ per.20.vtraq3 duaru.n.q.⁊.q.g.⁊ tota.n.g. rationalis in potentia tantum incōmensurabilis linee.m.n.⁊ ideo linee.e.f. sibi equ ⁊ per consequēs ⁊ linee.f.n. in longitndine: Si igit linea.f.a. que est maior linea n.g. vt ex primo duoz antecedētiū.35.demonstrationi subiunctorū ⁊ prima sexti apparet: fuerit potentior linea.n.g. minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam.f.g. ee binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata.d.b ⁊.b.b. sit per primā sexti superficies.a.b. medio loco proportionalis: cohuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem.m.q. esse inter superficies.e.l.⁊.l.m. medio loco proportionalis: quare per primā sexti linea.n.q. que est medietas linee.n.g est in medio loco proportionalis inter duas lineas.f.l.⁊.l.n. qō igitur fit ex.f.l. in

l.l.n est quantū qđ ex.n.g.in se per.16.sexti:ideoqz per.4.scōi quantū quarta ps quadrati linee.n.g. Itaqz per primaz ptē.13. cum linea.f.n.diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee. n.g. ita q̄ ad cōplendā totam lineam.f.n.desit superficies quadrata in duo cōicantia ad punctū.l.erit.f.n potentior.n.g.in quadrato linee sibi cōmunicantis] in longitudine: constat ergo propositum.

Propositio .55.

Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiūgat lat9 ei9 reliquū biōmiū scōm eē oportebit

CSit linea.a.b.bimediale primū diuisa ad punctum.c. scōm suum terminū. Cetera aūt sint ut prius:dico lineā.f.g.esse binomium scōm erit eni superficies.m.g.rōnalis eo q̄ ptes bimediales primi continent superficiem rōnalem z superficies tres.e.l.l.m.z tota.e.n.mediales cōicātes eo q̄ portiones bimediales primi sunt linee mediales potentia tm̄ cōicantes ex.31 per.16.igitur erit linea.n.g.rōnalis in longitudine cōmensurabilis linee.e.f. rōnali posite.z per.20.linea.f.n.rōnalis in potentia tantū que cū sit maioz linea. n.g. ex primo duoz antecedentiū demonstrationi.35.adiunctoz z prima.6.ea que potentior quadrato linee cōmunicantis secū in longitudine ex prima ptē.13.erit a diffinitione linea.f.g.binomium scōm quod est propositum.

Propositio 56

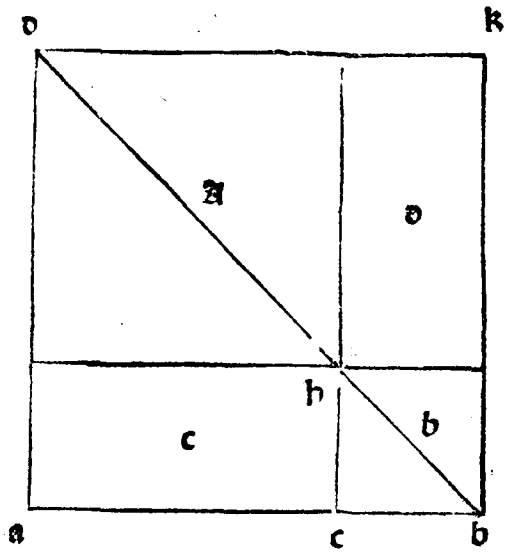
Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rōnali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis scōi lat9 ei9 secundum binomium tertium esse necesse est:

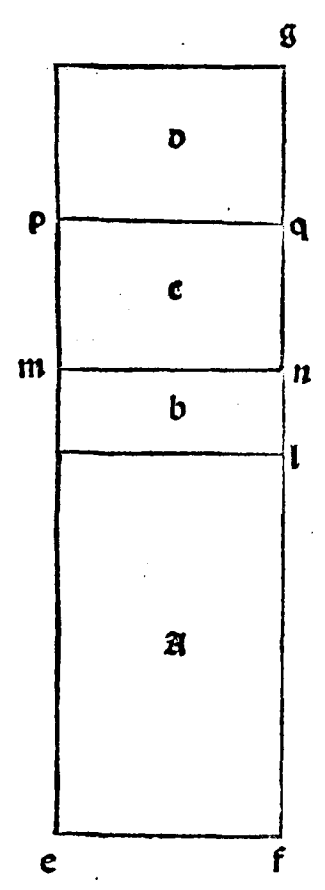
CSi fuerit linea.a.b.bimediale scōm diuisa per terminum suum ad punctū.c.reliqua vero oia fuerint ut prius:erit linea.f.g.binomium tertium. Erit eni ex.32.z nostris positionibus vtraqz superficiez.e.n.z.m.g. mediales:quare per.20.vtraqz duaz linearz.f.m.z.n.g.erit rōnalis in potentia tātū. at q2 bimedialis scōi partes sunt cōicantes in potētia tm̄ erit supficies.c.l.cōicans supficiei.l.m.z iō linea.f.l.linee .l.n.potentior:ergo ē p primā partē.13.f.n. q̄z sit n.g.in quadrato linee sibi cōicantis in longitudine. Cūq3 sint supficies.a.b. z quadratū.b.b.incōmensurabilia eo q̄ linee.a.c.z.c.b.incōmēsurabiles: ideoqz z ambo quadrata pariter accepta ambobus supplementis pīter acceptis. eo q̄ quadrata sibi inuicē cōicant ex ypothesi supplemēta quoqz cū sibi inuicē sint eq̄lia:seq̄t vt supficies.e.n.sit icōmēsurabilis supficiei.m.g.z iō linea.f.n.linec.n.g.p diffinitionē igit̄ ē linea.f.g.binomiū tertiū qđ ē ꝓpositū.

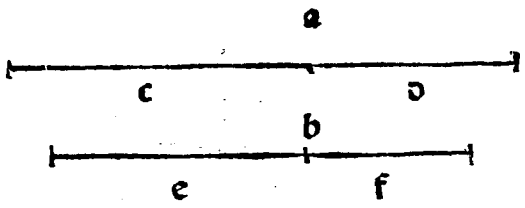
Propositio .57.

Si linee rōnali rectāgulū equū q̄drato lince maioris adiūgat altez se cōtinentium laterum erit binomium quartum

CSi hec quoqz fuerit linea.a.b.linea maior diuisa scōm terminū suum ad punctū.c. cunctaqz reliqua non fuerint aliter q̄z prius:erit linea .f.g. binomiū quartū. Cū eni sint ambo quadrata portionū linee maioris pīter accepta rōnale erit supficies.e.n.rōnalis :ideoqz per. 16.linea.f. n.rōnalis in longitudine cōicans linee.e.f.rōnali posite:superficies vero.m.g.erit medialis ꝓpter illud q̄ portiones lince maioris cōtinēt supficiē medialē.itaqz per 20.linea.n.g.ē in potētia rōnalis tm̄:z q2 etiā portiones prefate linee.a. b.sūt potentia iter incōmensurabiles superficies.e.l.incōmēsurabilis erit.l.m.ideoqz linea f.l.linee.l.n.igitur per primā partē.14.linea.f.n.est potentior linea. n.g. i q̄drato







lineē ſibi incōmenſurabilis: ex diffinitione igitur ē linea. f.g .binomium quartum: quod erat propoſitum.

Propoſitio 58.

Si linee rōnali quadrato linee potentis ſupra rōnale erit mediale equalis: parte altera longior forma adiungatur alterum latus eius binomium quintum eſſe neceſſe eſt.

¶ Propoſita linea. a.b. ea que pōt ſupra mediale ⁊ rōnale diuiſa ſm eius diffinitionē ad punctū. c. nihil imutet de reliquis. ſequit̄q; lineā f,g. eſſe binomium quintū. Cū enim ptes hui⁹ linee. a.b. contineāt rōnalē ſuperficiē neceſſe eſt vt ſuperficies. g.m. ideoq; p. 16. linea. n.g. ſit rationalis. Cumq; ambo quadrata partium huius linee p̄iter accepta ſint mediale erit ſuperficies. e.n .mc/dialis ⁊ per. 20. linea. f.n. rōnalis in potentia tm̄. at q; portiones p̄dicte linee ſūt incōmenſurabiles in potentia: erit ſuperficies. e.l. incōmenſurabilis ſuperficiei. m. l. ideoq; ⁊ linea. f.l. lince. l.n. potentior igit̄ ē per primā ptē. 14. linea. f.n. linea. n.g in quadrato linee ſibi incōmenſurabilis: per diffinitionē itaq; binomij quinti con/clude propoſitum.

Propoſitio .59.

Quotiens adiuncta fuerit linee rōnali ſupficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia eiuſdem ſuperficiei latus ſcōm binomiū ſextum eſſe conuincit ur.

¶ In hac. 59. ſit linea. a.b. linea potens ſupra duo medialia: que aūt preter hec ſunt ſicut ſupra mancant ⁊ erit tunc linea. f.g. binomium ſextū q̄ ignorare nō poteris ſi premiſſor̄ eiuſq; q̄. 35. ꝓponit imemor nō fueris: ⁊ ſic p; in hac noſtra intentio.

Propoſitio .60.

Omnis linea cuiuſlibet binomiorum cōmunicans ſub eadem ſpecie binomium eſſe probatur.

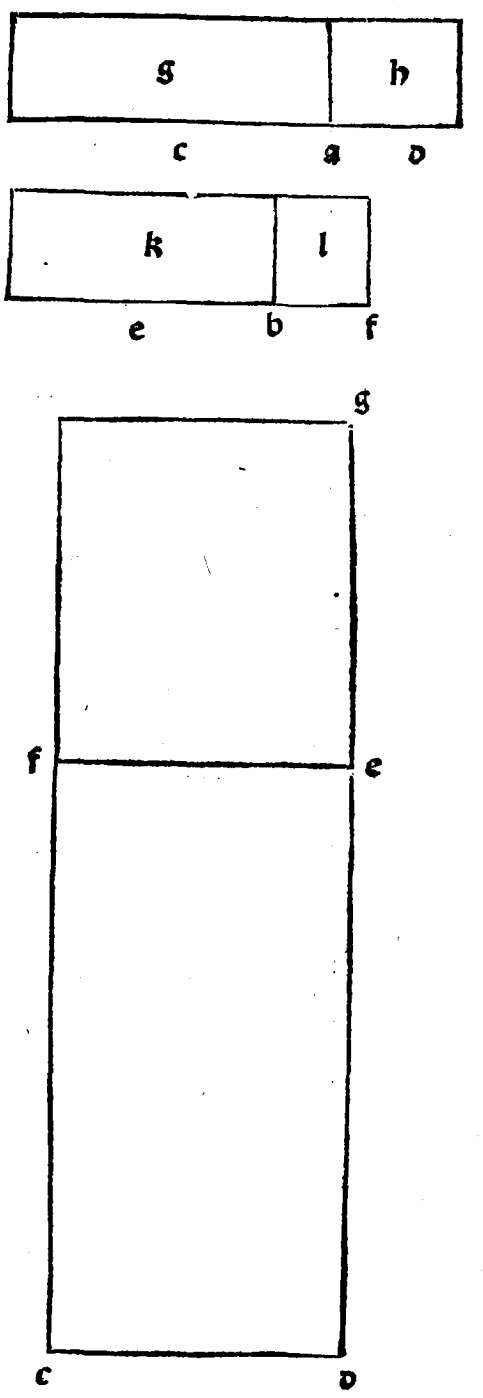
¶ Sit linea. a. binomium cuius uis ſpeciei: ſitq; linea. b. ſibi cōicans in longitudine: dico lineā. b. eē binomiū eiuſdē ſpeciei cui⁹ .a. ſint eni binomiales portiones. a.c. ⁊ .d. eruntq; ambe rōnales in potētia tm̄ cōicantes per. 30. linea vero. b. diuidat̄ per. 12. ſexti ſm ꝓportionē. c.ad.d. in. e. ⁊ f. eritq; per cōiunctam ⁊ euerſam ⁊ permutatam proportionalitatem. c.ad.e. ⁊. d. ad. f. ſicut. a.ad.b. cum ſint igitur. a .⁊. b. cōicātes: erunt etiā per primā partē. 10. c. ⁊. e. itēq;. d. ⁊. f. cōicantes. ſi igitur fuerit. c. rōnalis in potentia tm̄ erit ⁊. e. ſi autem in longitudine ⁊. e. Eodēq; modo ſi. d. ē rōnalis in potentia tm̄ vel etiā in longitudine tm̄. erit quoq; ⁊. f. ſil'r ⁊ ex. 12. ſi potētior ē. c.d. quadrato linee ſibi cōmē ſurabilis in lōgitudine vel ſi forte incōmēſurabilis erit. ⁊. e. potentior. f. in quadra/to linee ſibi cōmenſurabilis vel etiā incommenſurabilis: neceſſe eſt ex diffinitioni/b⁹ ſex ſpecier̄ binomior̄ vt eiuſdē ſpeciei binomij ſint. a. ⁊. b. Si autē linea. b. cō/muñicet binomio. a. in potentia tm̄ erit etiā et ſic linea. b. Binomium aūt eiuſdē ſpeciei non eſt neceſſariū imo impoſſibile eſt vt ambe ſimul cadant ſub prima ſpe/cie binomiorum vel ſub ſcōa quarta vel quinta. ſ; neceſſe eſt vt ambo cadant ſub/primis tribus aut ambo ſub tribus poſtremis: vnū cui cor̄ eſſe in aliqua ex tribus primis ſpeciebus ⁊ aliud in aliqua ex tribus poſtremis eſt impoſſibile. cum enim. a cōicet cū. b. in potentia tm̄. c. quoq; cū. e. ⁊. d. cū. f. cōicabit tm̄ in potentia ex. 10. Si igitur alterutra duarum linearum. c. ⁊. d. fuerit rōnalis in longitudine non erit ſua cōpar ex lineis. e. ⁊. f. rationalis in longitudine. Non eſt itaq; poſſibile ut .a. et b. cadant ſimul ſub aliqua ex illis ſpeciebus binomiorum in quibus altera duarum

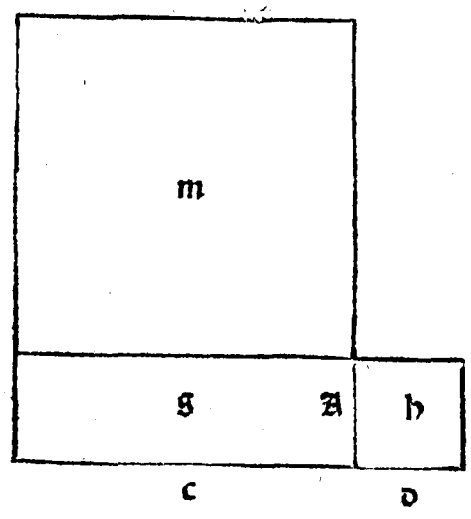
portionū binomij est rōnalis in longitudine. hec aūt species sūt: prima ⁊ scōa quarta ⁊ quinta. At vero q̄ per. 12. due linee. c. ⁊. e. simul potentiores sunt duabus lineis. d. ⁊. f. in quadratis duaꝝ linearū sibi in longitudine cōmunicantiū aut incōicantium: necesse est vt ambo binomia. a. ⁊. b. simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorū aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierū: Lineā aūt. b. quid dubitas esse binomiū cū sint. eni c. ⁊. e. cōicantes i potentia tm̄ sīlr quoq; d. ⁊. f. sint aūt. c. ⁊. d. rōnales in potentia: cōuincitur. e. ⁊. f. esse rōnales in potentia tm̄: que q̄ nō cōicant in longitudine sicut nec eis ꝓportionales. c. ⁊. d. ipse cōponunt indubitanter binomiū per. 30. huius.

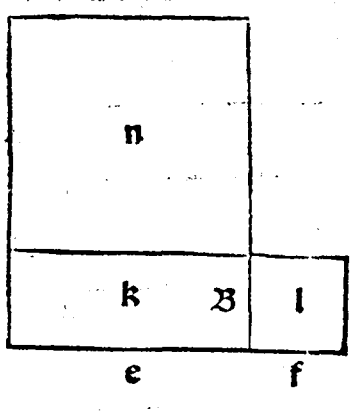
Propositio .61.

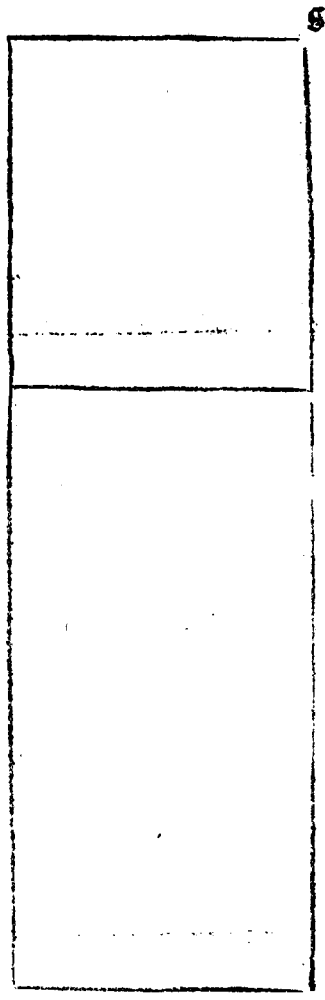
OMnis linea alterutri bimedialiū cōmensurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

CVeritatē habet quod dicit̄ siue in longitudine siue etiā in potentia tm̄ cōicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint eni due linee cōmunicantes. a. ⁊. b. quoruis duoꝝ modoꝝ predictoꝝ. sitq; a. bimedialē primū vel scōm: dico q̄ etiā. b. est bimediale primū vel scōm ꝑut fuerit. a. Diuiso eni. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus cōponitur per. 31. ⁊. 32 q̄ sint. c. ⁊. d. b. quoq; diuisa i. e. ⁊. f. ꝺm ꝓportionē. c. ad. d. vt docet. 12. sexti posita q̄; g. superficie contēta sub. c. ⁊. d. ⁊. k. sub. e. ⁊. f. Et posito. b. quadrato. d. ⁊. l. f. erit per cōiunctā ⁊ euersam ⁊ permutatā ꝓportionalitatem quēadmodū in premissa. c ad. c. ⁊. d. ad. f. sicut. a. ad. b. sicut igitur ex positione. a. ⁊. b. sint cōicantes siue hoc sit in longitudine siue in potentia sic. c. ⁊. e. itemq; d. ⁊. f. sīlr erunt cōmunicantes At quia. c. ⁊. d. sunt mediales potentia tātū cōicantes: sequitur ex. 21. ut. e. ⁊. f. sint etiā mediales ⁊ ex. 10. potentia tantū cōicantes cū ipse per ypotb esiꝫ sint ꝓportionales. c. ⁊. d. cūq; sit per primam sexti. g. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊. k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. b. sicut. k. ad. l. ⁊ permutatim. g. ad. k. sicut. b. ad. l. quia igitur. b. ē commūnicans. l. eo q̄ duo coꝝ latera que sunt. d. ⁊. f. cōicant in longitudine vel in potentia ꝺm q̄. a. ⁊. b. in alterutro eoꝝ cōmunicant. sequit̄ ex. 10. ut. g. ⁊. k. quoq; sibi inuicem cōicent ei it igitur. k. rōnalis aut medialis prout fuerit. g. ex diffinitione superficiei rōnalis aut .21. In hoc eni tm̄ differt bimediale primū a bimediale secundo q̄ portiones bimedialis primi in quas scōm suū terminū diuidit̄ continēt superficiem rōnalem: bimedialis aūtē scōi medialē. Si igitur. a. fuerit bimediale primuꝫ erit superficies. g. rōnalis quare ⁊. k. ⁊ iō. b. bimediale primū p. 31. Qō si. a. fuerit bimediale scōm erit superficies. g. medialis ob hoc etiā. ⁊. k. b. itaq; p. 32. erit bimediale scōm ꝗre cōstat ꝓpositū. Idē aliter ad lineā rōnalē. c. d. posita. a. alterutro bimedialiū ⁊. b. sibi in longitudine vel potentia cōicante: adiungatur superficies. c. e equalis quadrato. a. ⁊. f. g. equalis quadrato. b. eruntq; superficies. c. a. ⁊. f. g. cōmunicantes eo q̄ quadrata eis equalia que sūt quadrata linearū. a. ⁊. b. sunt cōicantia ex ypothesi: ex prima igitur sexti ⁊. 10. hui⁹: necesse est duas lineas. d. e. ⁊. e. g. esse cōicantes: ⁊ quia si. a. fuerit bimediale primū linea. d. e. erit binomium scōm p. 55. ideoq;. e. g. etiam binomium scōm per premissam quare latus tetragonicū superficiei. f. g: ⁊ ipsum est. b. bimediale primū per. 49. at vero si. a. fuerit bimediale secūdū linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. ē binomium tertium ꝑ premissam quare ⁊ lat⁹ tetragonicū superficiei. f. g. ipsū ē. b. bimediale scōm per. 50. Vbi ani festū ē igit̄ vez eē qō ꝓponit̄. Propositio .62.









OMnis linea cõicans linee maiori: est linea maior.

¶ Et hec quoqz veritatem habet. si vtrolibet modo cõicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto eni. a. linea maior. b. vero quouis sibi cõmunicans modo: erit. b. linea maior. Diuisa nanqz. a. i eas portiões ex quibus constat per. 33. que sunt. c. z. d. z. b. ẽm carum ꝓportionẽ in. e. z. f. positoqz ꝙ. g. sit superficies cõtenta sub. c. z. d. z. k. sub. c. z. f. z. m. z. b. sint quadrata. c. z. d. at. n. z. l. e. z. f. erit. m. ad. b. sicut. n. ad. l. per scõam ptẽ. 18. sexti z coniunctim. m. z. b. ad. b. sicut. n. ad. l. ad. l. z permutatim. m. z. b. ad. n. z. l. sicut. b. ad. l. qr ergo. b. cõicat cũ. l. eo ꝙ. d. cõicat cum. f. aut in longitudine aut in potentia ꝓut. a. cõicat cũ. b. sequit ut ambo quadrata. m. z. b. pariter accepta communicent cũ ambobus quadratis. n. z. l. pariter acceptis. cũ itaqz duo prima pariter accepta sint rationale per. 33. erunt quoqz z duo postrema rõnale ꝑ diffinitionem. At quia superficiem. k. necesse est esse medialẽ sicut. g. ex. 21. lineasqz. c. z. f. esse incõmensurabiles in potentia sicut. c. z. d. ex. 10. concluditur ꝑ. 33. lineã. b. esse lineã que dicitur maior qõ est propositũ. ¶ Idẽ aliter. cum sit. a. linea maior cui. b cõicat sive hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rõnali que sit. c. d. adiungatur supficies ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis quadrato linee. b. cũ igit ꝗdrata duaꝝ lineaꝝ. a. z. b. sint cõicãtia ex ypothesi: erit supficies. c. e. cõicãs superficiei. f. g. iõqz ꝑ primã sexti z. 10. 9ª linea. d. e. linee. e. g. i lõgitudie. at qr ex. 57. linea. d. e. ẽ binomiũ ãrtũ erit quoqz ꝑ. 60. liẽa. e. g. binomiũ ãrtũ: igit ex. 51. linea. b. potẽs i supficiẽ. f g. ẽ linea maior.

Propositio 63.

SIqua linea linee potenti in rationale z mediale ꝓmunicet ipsa in rationale z mediale potens esse comprobatur.

¶ Verũ quoqz est ꝙ qualitercũqz linea aliqua sit cõicans potenti in rationale z mediale sive in longitudine sive in potentia tantum ipsa etiã est potens in rõnale z mediale: qõ sicut prius duplici modo probatur: necesse est autẽ quantũ ad primũ modũ vt sicut due linee. c. z. d. sint i potentia incõmẽsurabiles. ita sint etiã. e. z. f. ꝑ. 10. Et quẽadmodũ. g. est superficies rõnalis: nã tale ꝓtinent portiones linee potentis in rõnale z mediale. ita etiã per diffinitionẽ sit. k. rõnalis z quẽadmodũ duo quadrata. m. z. b. pariter accepta sũt mediale: sicut etiã per. 21. duo quadrata. n. z. l. piter accepta erunt mediale: igit ex 34. b. ẽ potẽs i rõnale z mediale. quãtũ aũt ad scõm modũ necesse ẽ ex. 58. ut linea d. e. sit binomiũ quintũ. iõ. 3 z ꝑ. 60. linea. e. g. ẽ binomiũ quintũ: quare ꝑ. 52. 9ª tetragonicũ supficiei. f. g. qõ est. b. erit linea potens in rõnale z mediale: quod ẽ ꝓpositum.

Propositio .64.

OMnis linea cõmunicans potenti ĩ duo medialia: ipsa quoqz potens est in duo medialia.

¶ Hec quoqz manentibus eisdem dispositione z positionibus eo duplici modo quo premisse: probabitur vera esse sive in longitudine sive in potentia cõmunicet linea. b. cũ linea. a. potẽti in duo medialia. Quantũ eni ad primũ argumẽtationis modũ erit per. 35. superficies. g. medialis. ideoqz z. k. per. 21. cum cõicet ei: duo quoqz quadrata. m. z. b. pariter accepta erũt ex eadẽ. 35. mediale: ideoqz duo. n. z. l. pariter accepta ꝑ. 21. at qr duo quadrata. m. z. b. pariter accepta ex ꝓdicta. 35. sunt incõmensurabile duplo superficiei. g. eqꝫ ꝑ. 10. z nostras positiões vt duo quoqz. l. z. n. piter accepta sint icõmẽsurabile

ouplo ſuperficiei.k.cum itaqꝫ ſint.e.ꝛ.f.incõmenſurabiles in potentia quẽadmoꝺ
e.ꝛ.d.erit ex.35.linea.b.potens in duo medialia.quantũ aũt ad ſcõm ſolite argu
mentationis modũ erit p.59.d.e.binomiũ ſextũ. ideoqꝫ etiã p.60.linea .e. g. erit
binomiũ ſextum quare per.53.latus tetragonicũ ſupficiei.f.g.qꝺ eſt.b.erit potens
in duo medialia quod eſt propoſitũ. Propoſitio .65.

SI due ſuperficies quaꝝ altera rõnalis altera vero media
lis cõiungantur:linea potens in totã ſuperficiem inde cõ/
poſitã aliqua erit quatuor irrationalium lineaꝝ videlicet
aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut
potẽs in rationale ꝛ mediale:

¶ Vt ſi.a.ſit rõnalis ſupficies ꝛ.b.medialis erit linea potens in totã.a. b.aliqua
premiſſaꝝ quatuor.Sit eni linea.c.d.rõnalis cui adiungaꝯ. c.e. equalis .a.ꝛ.f.g.
equalis.b.eritqꝫ ex.16.linea.d.e.rõnalis in longitudine cõicans linee.c. d. rõnali
poſite ꝛ ex.20.linea.e.g.rõnalis in potentia tm̃ ꝛ ex.30.linea.d.g. binomiũ cuiuſ
cum altera binomialiũ portionũ que eſt.d.e .ſit rõnalis in longitudine cõicans li/
nee rõnali poſite que eſt.c.d.ipſũ erit ex diffinitione ſpecieꝝ binomij aut binomi
um primũ aut ſcõm aut quartũ aut quintũ:tertiũ aũt aut ſextũ nõ erit ex diffiniti
one.itaqꝫ ex.48.49.51.ꝛ.52.linea potens in totã.c.g .que ẽ equalis duabus ſimul
a.ꝛ.b.erit aut binomiũ aut bimediale primũ:aut linea maior aut potens in rõna/
le ꝛ mediale:qꝺ eſt propoſitũ:bimediale vero ſecũdũ aut potens in duo medialia
non erit:qm̃ ſi eſſet bimediale ſecundum:eſſet ex.56.linea.d .g.binomiũ tertium
qꝺ ſi eſſet potens in duo medialia eſſet ex.59.linea.d.g.binomiũ ſextũ. ſed neutꝝ
erat:vnde patet noſtra intentio. Propoſitio .66.

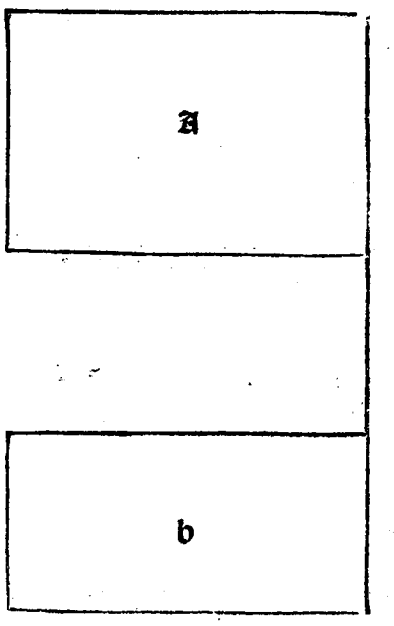
CAm coniuncte fuerint due ſuperficies mediales incõmen
ſurabiles linea potens in totam ſupficiẽ alterutra erit dua
rũ irrõnaliũ linearum videlicet aut bimediale ſecundum
aut potens in duo medialia.

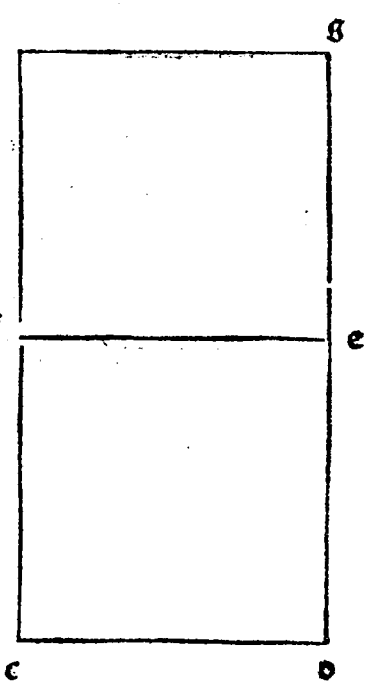
¶ Vt ſi.a.ꝛ.b.ſint due ſupficies mediales incõmenſurabiles.ſi enim
eent cõmenſurabiles eſſet cõpoſita ex eis medialis ex.9.ꝛ.21.quare ꝛ linea potens
in ea medialis ex. 19. dico qꝫ linea potens in cõpoſitã ex ambabus erit aut bimedi
ale ſcõm aut potens in duo medialia. Sit quidẽ linea.c.d. rõnalis:ſupficies vero
ſibi adiuncta.c.e.equalis.a. ꝛ ſupficies.f.g.equalis.b.eritqꝫ ex.20.linea.d.e. ſili/
quoqꝫ linea.e.g.rõnalis in potentia tm̃:cũqꝫ ſupficies.c.e.ꝛ.f.g.ſint incõmenſura
biles ſicut.a.ꝛ.b.eis equales.ideoqꝫ linee.d.e.ꝛ.e.g.ex prima ſexti ꝛ.10.huius:erit
ex.30.linea.d.g.binomiũ cuius cũ vtraqꝫ binomialiũ portionũ que ſunt.d. e.ꝛ.e.
g.ſit incõmenſurabilis linee rõnali poſite que ẽ.c.d.ipſũ erit ex diffinitione bino/
miũ tertiũ aut ſextũ:linea ergo potẽs i totã.c.g.eq̃lem ꝓpoſite ex.a.ꝛ.b.erit ex.50
ꝛ.53.aut bimediale ſecundum aut potens in duo medialia :quod eſt propoſitum.

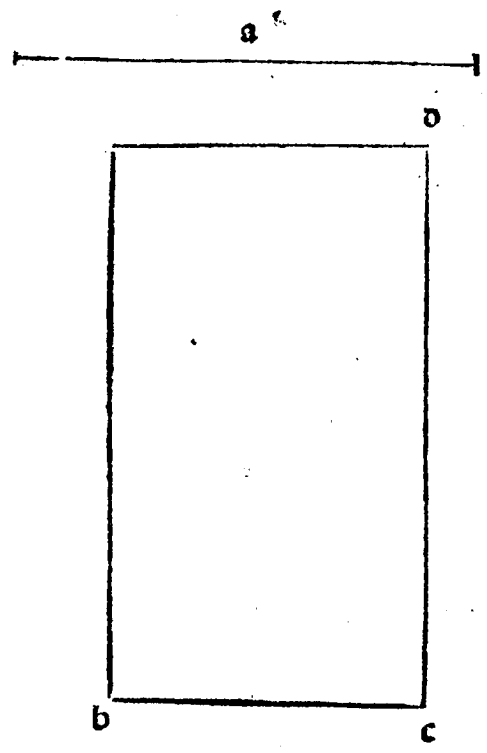
Propoſitio .67.

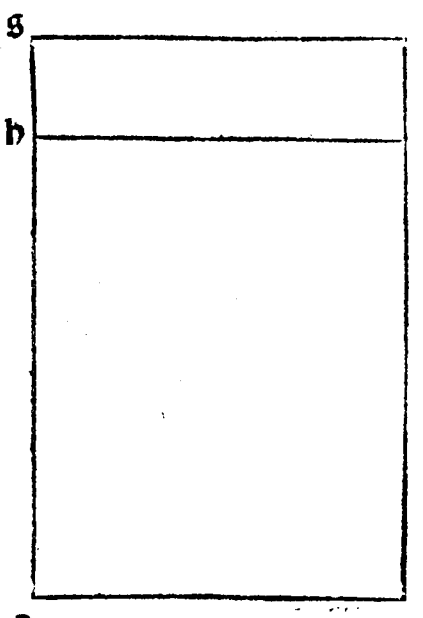
CAm poſita fuerit linea binomialis cetereqꝫ irrationales
ſequentes eam:non erit eaꝝ aliqua ſub termino alterius.

¶ Vult qꝫ ſi linea aliqua ut .a.fuerit aliqua ex ſex p̃habitis lineis ir/
rationalibus que ſunt binomiũ ꝛ eius quinqꝫ comites ipſa non erit
aliqua aliaꝝ.Si enim quadrato eius equalis ſupficies adiũgatur ad
lineã rõnalem.b.c.que ſit.b.d.ſiquidem.a.fuerit binomium:erit ex.54.linea.c.d.









binomiũ primũ: que si fuerit bimediale primũ: erit. c. d. ex. 55. binomiũ scõm: si aũt bimediale scõm: erit. c. d. ex. 56. binomiũ tertiũ. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomiũ quartũ. At si potens in rõnale ꝛ mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex. 58. c. d. binomiũ quintũ: aut ex. 59. binomiũ sextũ: et qꝛ impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebꝰ. binomiorꝫ a diffinitiõe ẽ ipossibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex ꝑhabitarꝫ linearꝫ irrationaliũ: Dc linea aũt mediali cõstat qꝫ ipsa quoqꝫ nõ sit aliqua sex sequentiũ videlicet neqꝫ binomiũ neqꝫ aliqua ex ipsius comitibus. cũ eni supficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalẽ: latus eius scõm est rõnale in potentia ex. 20. cum aũt superficies equalis quadrato binomij aut alicuius suarꝫ comitũ: latus eius scõm est binomiũ aut ꝑmũ aut scõm ꝛ sic de ceteris per. 54. ꝛ. 5. eã sequẽtes quare ipsũ est irrationale et in longitudine ꝛ in potentia. per. 30. Cum igitur sit impossibile eandẽ lineã esse rõnalem in potentia ꝛ irrationalem tã in longitudine q̃ꝫ in potentia: nimirũ impossibile lineam medialem esse bimedialem aut aliquã ex quinqꝫ suis comitibus.

Propositio .68.

Si linea de linea abscindatur fuerintqꝫ ambe potẽtialiter tantũ rationales cõicantes: reliqua linea erit irrationalis diceturqꝫ residuum.

Sit linea. b. c. abscisa ex. a. b. sintqꝫ ambe rõnales tantũ potentia cõicantes quales docuit inuenire. 17. ꝛ. 18. ꝛ hec sunt que cõponunt binomiũ. dico qꝫ. a. c. reliqua est irrõnalis ꝛ ipsa vocatur residuum. cõstat enim ex. 7. scõi qꝫ quadrata duarꝫ linearꝫ. a. b. ꝛ. b. c. piter accepta que cõponunt superficiem rõnalem ex ypothesi ꝛ diffinitione rõnalis supficiei ꝛ. 9. huius tm̃ sunt quantũ duplum superficiei. a. b. ꝛ. b. c. cũ quadrato. a. c. cũqꝫ ex. 19. superficies. a. b. i. b. c. sit medialis. ideoqꝫ ꝛ duplum eiꝰ mediale per. 21. ꝛ iõ. irrõnale per 19. sequit vt ambo quadrata duarꝫ linearꝫ. a. b. ꝛ. b. c. piter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei vnius earꝫ in alterã: quare per. 9. ꝛ quadrato linee. a. c. ex diffinitione igit̃ quadratũ linee. a. c. ẽ irrõnale cũ ipsũ sit incõmensurabile rõnali videlicet duobus quadratis duarꝫ linearꝫ. a. b. ꝛ. b. c. piter acceptis: itaqꝫ etiã ex diffinitione linea. a. c. ẽ irrõnalis quod est propositũ. Exemplariter in figura esto superficies. e. g. equalis duobus quadratis duarꝫ linearꝫ. a. b. ꝛ. b. c. piter acceptis: eritqꝫ rõnalis. itemqꝫ sit superficies. d. f. equalis duplo superficiei vnius in alterã: eritqꝫ ex. 19. medialis ꝛ erit ex 7. scõi superficies. f. g. equalis q̃drato linee. a. c. cũqꝫ superficies. e. g. sit incõmensurabilis superficiei. d. f. eadẽ erit ex. 9. incõmensurabilis. f. g. quare. f. g. irrõnalis ꝛ eius tetragonicũ latus. a. c.

Propositio .69.

Si fuerit linea de linea abscisa fueritqꝫ ambe mediales potentialiter tantũ cõicantes superficiemqꝫ rõnalẽ cõtinẽtes reliq̃ linea erit irrõnalis diceturqꝫ residuum mediale primũ.

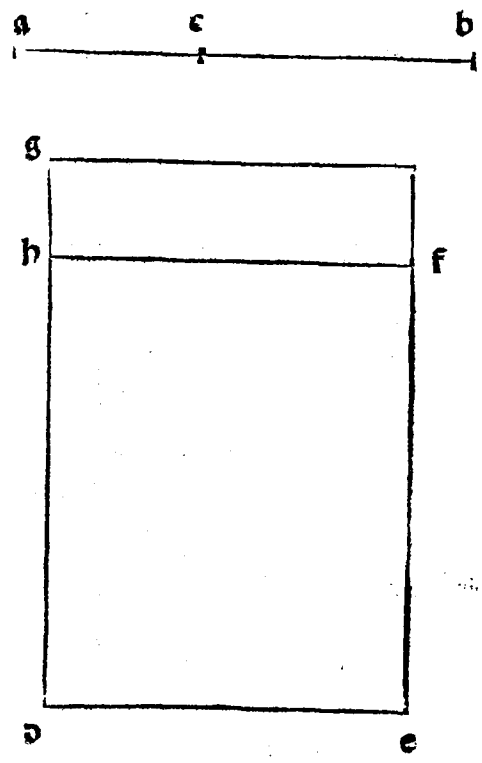
Sit linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. sintqꝫ ambe quales ꝓponitur quas ex. 24. ꝛ. 25. reperies ꝛ hec sunt que cõiungũt bimediale primũ. dico qꝫ reliqua linea. a. c. erit irrõnalis ꝛ ipsa dicit̃ residuũ mediale primũ: Erũt eni ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplũ vero superficiei vnius in alteram rõnale. itaqꝫ ambo quadrata piter accepta incõmensurabile sunt duplo superficiei vniꝰ i alterã qꝫ itaqꝫ ãbo quadrata piter accepta cõponunt̃ ex duplo superficiei vniꝰ i alterã ꝛ q̃drato linee. a. c. sequit̃ ꝑ. 9. ut q̃dratũ linee. a. c. sit incõmẽsurabile

duplo superficiei vni⁹ in alterā quare tam ipsū quadratū q̄z latus ei⁹.a.c. ē irrōna le p diffinitionē ꝓstat ergo ꝓpositū Qđ quēadmodū i p̄missa si libet potes eccla/rare exēplariter i figura ¶Aliter idē sic:sit linea.d.e.rōnalis i lōgitudine:cui adiū gatur superficies.d.f.equalis duplo superficiei vnius in alterā ⁊ superficies.g .e.equalis ambobus quadratis pariter acceptis.eritq3 p.7.scōi superficies.f.g.equalis quadra to linee.a.c.cū itaq3.p.ypothesi sit superficies.e.g.medialis erit p.20.linea.d.g.ra tionalis in potentia tm̄. Cū vero sit superficies. c.b.rōnalis p ypothesim erit ex.16. linea.d.b.rōnalis in longitudine:itaq3 per.68.linea.g.b.est residuū ⁊ irrationalis ideoq3 p.16.a destructione ꝓntis superficies.f.g.est irrōnalis ⁊ eius latus tetra/gonicum quod est.a.c.est irrationale.Et sic patet propositum.

Propositio .70.

SI linea de linea secetur fuerintq3 ambe mediales potenti/aliter tantū cōmunicātes cōtinentesq3 mediale:reliqua linea erit irrōnalis diceq3 residuū mediale secundum.

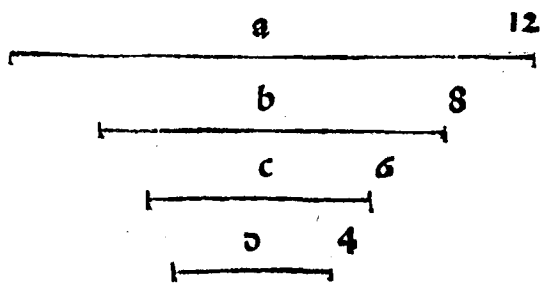
¶Sit hic quoq3 linea.b.c.abscisa ex linea.a.b.vterq3 antē.a.b. ⁊.b.c.sint vt proponitur ⁊ ipse p.26. reperiunt ⁊ sunt que cōponunt bi/mediale scōm:dico q⁹ linea reliqua que est.a.c.ē irrōnalis ⁊ ipsa dicit residuū me/diale scōm.Sunt enī ex ypothesi ⁊.21.ambo quadrata duaꝝ linearū.a.b.⁊.b.c.pa riter accepta mediale.silr quoq3 duplū superficiei vnius in alterā ē mediale.Cum itaq3 ex.22.mediale nō differat a mediali nisi i irrōnali:erit quadratum linee.a.c in quo p.7.scōi duo quadrata.a.b.⁊.b.c.pariter accepta excedunt duplū superficiei vnius in alterā irrōnale quare ⁊ linea.a.c.irrōnalis. Figurali quoq3 exemplo pa/refieri pōt istud ut pr⁹.Si enī sit.c.g.eq̄lis ambob⁹ quadratis.a.b.⁊.b.c.silr ⁊.d.f duplo superficiei vnius in alterā erit.f.g.p.7.scōi equalis quadrato. a.c. que cum sit differentia superficiei vnius medialis.e.g.ad superficiē medialē.d.f.ipsa est irrationa lis per.22.⁊ ei⁹ tetragoicū lat⁹.a.c.irrōnale.¶Idē aliter Sit linea.d.e.rōalis cui adiungaf superficies.d.f.equalis duplo superficici vnius in alterā ⁊. e.g. equalis am/bobus quadratis piter acceptis.eritq3 p.7.scōi.f.g.equalis quadrato.a .c. q⁹ vero e.g.est medialis erit ex.20.linea.d.g.in potentia tm̄ rōnalis. Silr quoq3.cū.e.b. sit medialis erit ex eadē linea.d.b.rōnalis:silr in potentia tm̄. Et qm̄. a.b.⁊.b.c. sunt incōmensurabiles in longitudine idcoq3 quadratū vtriusq3 earū superficiei vni⁹ in alterā: ⁊ propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi com municent.sūt quoq3 incōmensurabiles duplo superficiei vnius in alterā :sequit vt.e g.sit incōmensurabilis.b.e.qua ꝑpter linea.d.g.linee.d.b.igit ex.68.linea.g.b.ē residuū ⁊ irrōnalis.ideoq3 per.16.a destructione ꝓntis superficies.f.g.irrationalis. ⁊ eius latus tetragonicū.a.c.irrōnale.

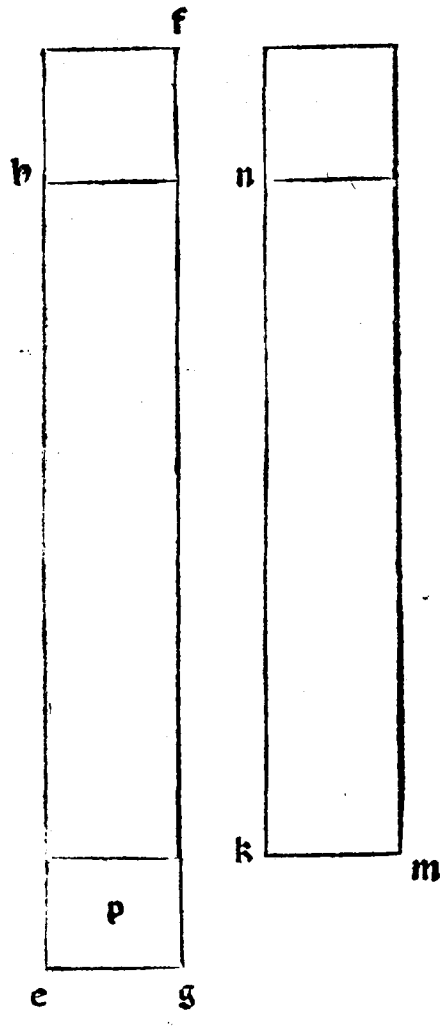


Propositio .71.

SI linea de linea detrahaf fuerintq3 ambe potentialiter in/cōmensurabiles cōtinentesq3 mediale quadrataq3 earum ābo piter accepta rōnale:reliqua linea erit irrōnalis vocabiturq3 minor.¶Si sint.a.b.⁊.b.c. q̄les ꝓponit que p.27.repi/untur ⁊ ꝓponūt lineā maiorē erit linea.a.c.irrōnalis ⁊ ipsa est q̄ di/cit linea minor: qđ qui p̄missa firmiter tenuerit positionesq3 diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio 72





Si linea de linea demaꝫ fuerintqꝫ ambe potentialiter icō/mensurabiles supficiemqꝫ rōnalē cōtinentes quadrataqꝫ earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irratiōalis diceturqꝫ iūcta cū rōnali cōponēs totū mediale

¶ Et hoc quoqꝫ nescire nō pōt qui prioꝛa nouerit nisi a memoria excideriꝫt: qm̄ positis lineis. a. b. ⁊ b. c. de qualibet ꝓponiꝫ que ⁊ p. 28. reperiunꝫ linea potētē in rōnale ⁊ mediale cōponunt: sit. a. c. reliqua irrōnalis ipsa dicitur que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.

Propositio. 73.

Si linea a linea detrabaꝫ fuerintqꝫ ambe potentialiter incōmensurabiles supficiēqꝫ medialē continentes quadrataqꝫ eaꝝ ambo ꝑiter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incōmensurabile: reliqua linea erit irrationalis diceturqꝫ iuncta cū mediali faciēs totū mediale:

¶ Sint etiā hic. a. b. ⁊ b. c. quales ꝓponitur que p. 29. repiunꝫ ⁊ ipsi sunt que componunt lineā potentē in duo medialia eritqꝫ. a. c. reliqua irrōnalis dicta que iuncta cū mediali ꝓponit totū mediale qō vt facile p remissa duplici argumentatione concludas ꝓcessū. 70. moneo diligenter attendas: ē aūt premittēdū hic añs necessarium ad demōstrationes sequētiū qō ē ꝓpositū.

¶ Si fuerint quatuoꝛ quantitates differētia prime quaꝝ ad scōam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartā. ¶ Intelligendū est hoc de quantitatibus eodē modo relatis vt cū prima maioꝛ fuerit secunda sic quoqꝫ tertia maioꝛ quarta cū verominoꝛ ⁊ minoꝛ. Exēpli grā sit dria. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico ꝙ erit. a. ad. c. sic. b. ad. d. ē enī p hāc cōem aī ꝓceptionē dria extremoꝝ cōpositā ex differentijs ipsoꝝ ad media dria. a. ad. c. ꝓpositā ē ex ea que ē. a. ad. b. ⁊ ea que est. b. ad. c. at ea que est b. ad. d. ꝙ eandē ꝓceptionē ꝓponiꝫ ex ea que ē. b. ad. c. ⁊ ea que ē. c. ad. d. ⁊ quia ex ypothesi ē dria. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ea vero que est. b. ad. c. est cōis sequiꝫ ꝙ cōcludam vt sit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. qō ē ꝓpositū.

Propositio. 74.

Nulla linea nisi vna tantū residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erunt ante separationem

¶ Sit linea. a. c. residuū que fuerit reliqua abscisa. b. c. ex. a. b. erunt qꝫ. a. b. ⁊ b. c. rōnales tm̄ potentia cōicantes ex. 68. dico ꝙ ipsa. a. c. nulli alij lince q̄ꝫ. b. c. poterit ꝓponi sub hac diffinitione neqꝫ maiori b. c. neqꝫ minori. b. c. Si aūt pōt componaꝫ cuꝫ. c. d. indrīm̄ maiori aut minori q̄ꝫ c. d. eruntqꝫ ob hoc ambe linee. a. d. ⁊ d. c. rōnalis in potentia tm̄ cōicātes: q: ergo ex. 7. scōi q̄drata ambaꝝ lineaꝝ. a. b. ⁊ b. c. ꝑiter accepta excedūt duplū superficiei vni⁹ eaꝝ ī alterā i q̄drato. a. c. silr quoqꝫ q̄drata duaꝝ lineaꝝ. a. d. ⁊ d. c. ꝑiter accepta excedūt duplū supficiei vni⁹ ipaꝝ ī alterā i q̄drato eiusdē. a. c. sequiꝫ ex p̄misso ātecedēte vt dria duoꝝ q̄dratoꝝ duaꝝ lineaꝝ. a. b. ⁊. b. c. ꝑiter accepta ad duo quadrata duaꝝ lineaꝝ a. d. ⁊. d. c. ꝑiter acceptā sit sicut dria dupli superficiei. a. b. ī. b. c. ad duplū supficiei. a. d. in. d. c. cum aūt sint duo quadrata vtriusqꝫ sectionis pariter accepta rōnale ex ypothesi: duplū vero supficiei vnius in alterā portionū vtriusqꝫ sectionis mediale per ypothe. ⁊. 19. erit vna ⁊ eadē dria duaꝝ superficieꝝ rōnaliū ⁊ duaꝝ medialiū: hoc aūt ē impossibile: rōales enī superficies nō differant nisi in rōnali superficie: vt pꝫ per diffinitionē rōnalis superficiei ⁊ per. 9 medialis aūt

nō differt a mediali nisi ī rōnali superficie per.22. Hoc aūt fit manifestius in figura sic. Sit enī supficies.e.f.adiuncta ad lineā.e.g.equalis ambob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c.pariter acceptis. At.g.b.sit equalis duplo superficiei vni⁹ in alterā eritqꝫ.f.b.equalis quadrato linee.a.c.ex.7.scōi:silr quoqꝫ sit.k.l.adiuncta ad lineā.k.m.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d.ꝛ.d.c.piter acceptis ꝛ.in. n.sit equalis duplo supficiei vnius in alterā:eritqꝫ ex.7.scōi.n.l. equalis quadrato linee.a.c.ideoqꝫ etiam equalis.b.f.est litaqꝫ differentia.e.f.ad.g.b.sicut.k.l.ad m.n.quare p añs premissū erit pmutatim differētia.e.f.ad.k.l.ꝛ ipsa sit.p sicut.g b.ad.m.n.ꝛ qꝛ vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.e.f.ꝛ.k.l.est rōnalis vtraqꝫ vero duaꝝ lineaꝝ g.b.ꝛ.m.n.medialis:sequit impossibile videlicet superficiem p. esse rationalem ꝛ irrationalem.

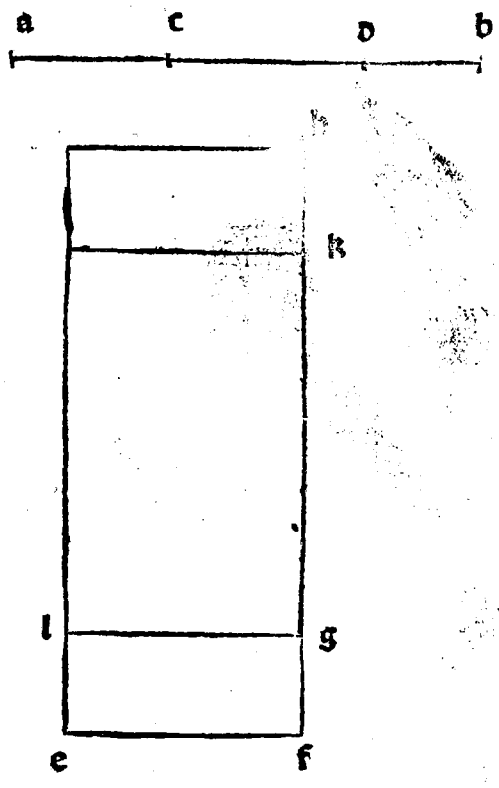
Propositio .75.

Nulla linea nisi vna tm̄ residuo mediali primo cōiungi pōt vt sint ambo sub termino eaꝝ que erāt ante separationem. Hec quoqꝫ pbabit similī mō. Sint enī i vtraqꝫ sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplū vero supficiei vnius in alteram rōnale ꝛ qꝛ vt prius eadē ē differentia quadratoꝝ vnius sectionis ad quadrata alterius que ē dupli superficiei vnius ad duplū supficiei alterius erit vna ꝛ eadem superficies differentia duarum medialiū ꝛ duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.

Nulla linea residuo mediali secūdo conūgibilis est ut sub termino eaꝝ fiant nisi tm̄ que ab ea ante separata erat.

Sit enī.a.c.residuū mediale scōm que fuit residua abscisa.b.c.ex.a b.eruntqꝫ ex.70.que linee.a.b.ꝛ.b.c.mediales potentia tm̄ cōicātes mediale cōtinentes dico qꝫ ipsa:a.c.nulli linec alij q̄ꝫ.c.b.sub hac diffinitione coniungi pōt. Sin autem coniungatur linee.c.d.sitqꝫ linea.c.f. rationalis in longitudine ad quā cōiungatur supficies.e.b.equalis quadratis duaꝝ linearum.a.b.ꝛ.b.c.pariter acccptis ꝛ.e.k.eq̄lis quadratis lineaꝝ.a.d.ꝛ.d.c. pariter acceptis a qua abscindatur.e.g.equalis quadrato linee.a.c.eritqꝫ per.7.scōi superficies.l.b.equalis duplo superficiei.a.b.i.b.c.ꝛ.l.k.per eandē sit equalis duplo superficiei.a.d.in.d.c.qꝛ ergo quadrata ambaꝝ partiū prime sectionis sunt mediale ꝛ duplum etiā superficiei mediale incōmensurabile duobus quadratis piter acceptis: que nescire diligens geometra nō poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies.e.b.medialis cū ipsa sit equalis duobus quadratis piter acceptis ꝛ superficies.l.b.medialis cū ipsa sit equalis duplo supficiei vnius i alterā: per.20. igitur ē vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.f.b.ꝛ.g.b.rōnalis in potentia tm̄. ꝛ qꝛ vna est incommensurabilis alij:eo qꝫ supficies.e.b.est incōmensurabilis supficiei.b.l. sicut duo quadrata duplo superficiei:erit ex.68.linea.f.g.residuū quare linea.f.g.que est residuum componitur linee.g.b.vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Silr quoqꝫ probabis candem.f.g.cuꝫ linea.g.k.componi eadē conditione mediantibus superficiebus.e.k.ꝛ.k.l.quarum prima est equalis quadratis duarum linearuꝫ.a.d.ꝛ.d.c.pariter acceptis: ꝛ secunda duplo superficiei vnius in alteram:quod est impossibile per.74.ꝛ hic modus demonstrationis potest esse communis.75.ceterisqꝫ quatuoꝛ sequentibus eam.l



Propositio .78.

NUlla linea minori cõiungibilis est vt sub termino suo fiãt nisi tãtũ que ante sibi abscisionẽ coniungebatur.

¶ Intellige quid sit linea minor: qõ si oblitus es cõsule .21. z sine obiectione ꝯcludes ꝓpositũ. Si quẽadmodũ i. 74. ꝓcesseris: poterisqz si libuerit quẽadmodũ i. 76. ꝓcedere.

Propositio .78.

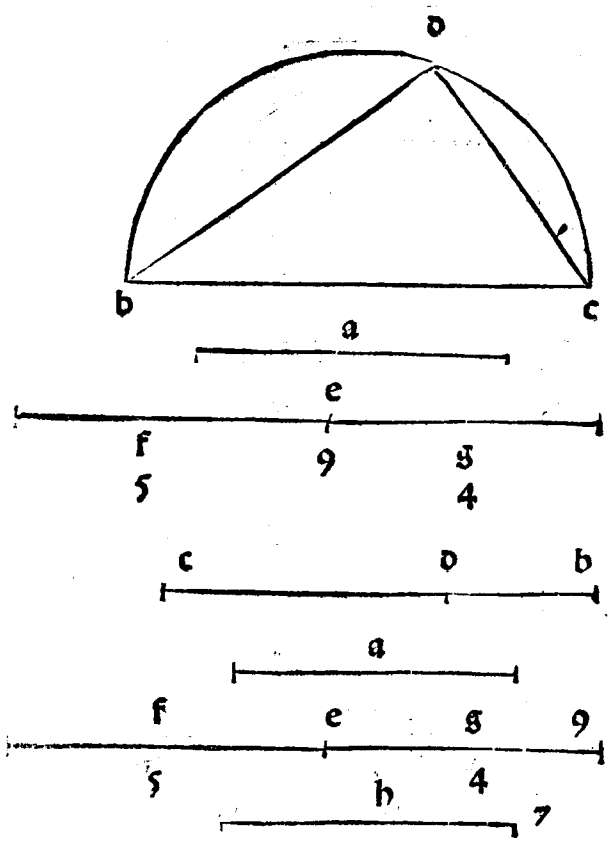
LInea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantũ componi nõ potest vt sub eaz termino fiant.

¶ Quid sit linea que proponitur ex. 72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc. 78. dicitur demonstrare a ꝓcessu. 75. in quoqz nõ denias. sed sicut i. 76. si te delectauerit igeio duce poteris ꝓcedere

Propositio .79.

LInee que iuncta cũ mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem. ¶ Huius linee que iuncta cuz mediali cõponit totũ mediale mgr̃a é. 73. de q̃ qõ hec. 79. enũciat sic ꝯcludere cogeris sicut de residuo mediali scõo qõ p. 76. enunciatũ est ꝯclusisti.

¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo: adiecta qz ipsi residuo linea aliqua ꝼm eius terminum si fuerit totum inde cõpositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti cõicantis in longitudine: fueritqz idẽ totũ posite rõnali linee in longitudine cõmensurabile qõ positũ erat dicetur residuũ primũ. Si vero linea adiecta posite rationali cõicet in longitudine dicet residuũ scõm. Qõ si fuerit vtraqz rõnali posite in longitudine incõmensurabilis vocabit residuũ tertiũ. Si fuerit tota linea ꝓtentior adiecta augmẽto quadrati linee ipsi toti incõmensurabilis eadẽqz tota posite rõnali cõicet in longitudine nuncupabitur residuũ quartũ: Si vero linea adiecta posite rõnali cõicet in longitudine vocabit residuũ quintũ. Qõ si fuerit vtraqz posite rõnali i longitudine icõmensurabilis appellabit residuum sextum.



Propositio .80.

REsiduũ primũ inuestigare. ¶ Ab inuentione omniuz specierũ residui facile nos absoluat inuentio p ordinẽ omniũ speciez binomij Nam i qualibet specie biomioz si minor portio abscindat de maiori linea relíqua erit residuũ silis spẽi vt pz ex diffinitionib9 tam binomiorũ q̃z residuoz: ꝓprijs tñ inuentionibus residuoz ĩsistentes sic inquiram9 primũ. Sit linea. a. rõnalis posita cui cõmẽsurabilis i lõgitudie. sumat. b. c. sitqz. e. numer9 quadratus diuisus in. f. non quadratum. z in quadratum. g. sitqz ꝓportio q̃drati linee. b. c. ad q̃dratũ linee. c. d. sicut. c. ad. f. eritqz p vltimã partẽ. c. d. rõnalis i potẽtia tm̃. cũ itaqz sit. c. b. potẽtior. c. d. i q̃drato linee sibi cõicãtis i lõgitudine qõ pz sicut i explanatiõe binomij p̃mi ꝓstat ex diffitiõe linẽ. b. d. cẽ residuũ primũ.

Propositio .81.

REsiduũ scõm patefacere. ¶ Ad hñdũ residuũ scõm sit. a. linea rõnalis posita: eiqz cõicãs in lõgitudie. c. d. z sit q̃dratũ. c. d ad q̃dratũ b. c. sicut. f. ad. e. eritqz. b. d. residuũ scõm ex dione: si dubitas aut posítas nõ seruas ypotheses aut binomij secũdi repetitione indiges.

Propositio .82.

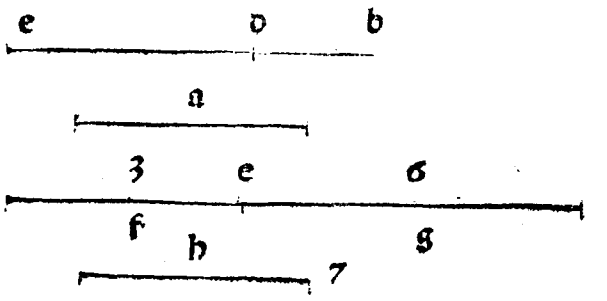
Residuum tertium perscrutari.

¶ Residuum tertium sic habetur: posita vt prius. a. rōnali numeroq3 c. quadrato diuiso in. f. non quadratum. z. g. quadratum: assumpto/q3. b. numero primo ac quadratum linee. a. ad quadratū linee. b. c. sicut. b. ad. c. sit quadratū linee. b. c. ad quadratū linee. c. d. sicut. c. ad f. eritq3 ex diffinitione: de quo si habitas cōsule binomiū tertiū: linea. d. b. residuū tertium.

Propositio .83.

Residuum quartum inuenire.

¶ Hic sicut in inuentione residui primi sit linea. b. c. communicans linee. a. rationali posite: numerus autem. e. quadratus sit diuisus i. f. z. g. quorum sit vterq3 non quadratus: sitq3 quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. z scies ex diffinitione lineam. d. b esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomij quarti dtdiceras obliitus non fueris.



Propositio .84.

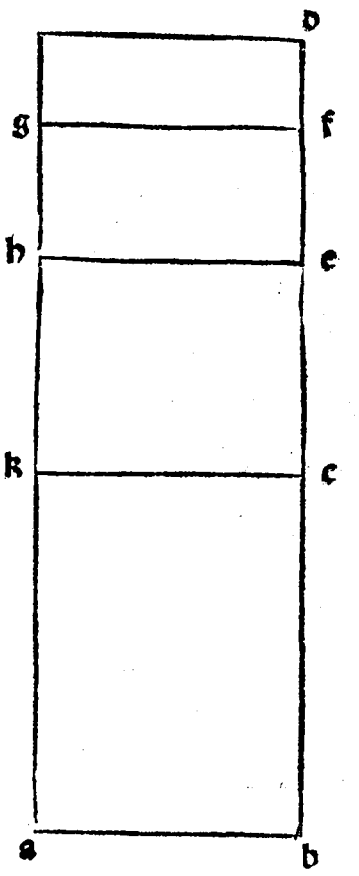
Residuum quintum demonstrare.

¶ Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea .c.d. cōmunicans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: z erit quadratus numerus. e. diuisus in. f. z. e. quorum neuter quadratus sicut in premissa: z erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. ex quibus a diffinitione cōcludere licet: habita sufficienti noticia binomij quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .85.

Residuū sextum demum presto sit reperire.

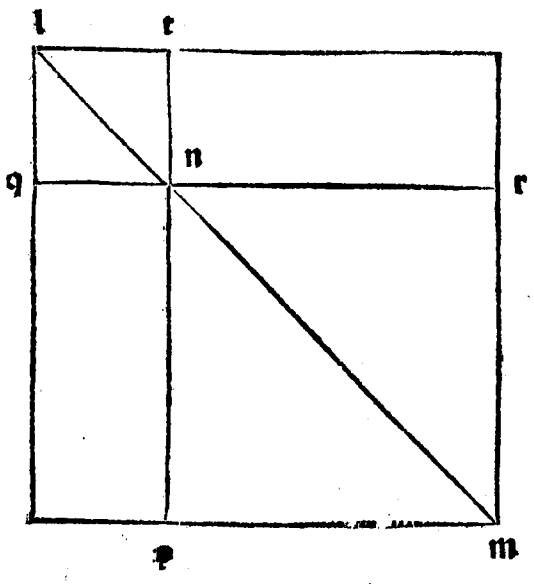
¶ Residuum sextum sic reperitur. erit ut prius linea. a. rōnalis posita z. c. numer⁹ quadrat⁹ diuis⁹ in. f. z. g. non quadratos z erit. b. numerus primus z quadratum linee. a. ad quadratū linee. c. b. sicut. b. ad e. At vero quadratū. b. c. ad quadratū. c. d. ut. e. ad. f. eritq3 ex diffinitione linea. d. b. residuum sextum. cui si nō plane animus tuus assenserit exercere te conuenit in inuentione binomij sexti.



Propositio .86.

Si fuerit supficies linea rōnali atq3 residuo primo cōtenta latus eius tetragonicū necesse est esse residuum.

¶ Sit supficies. a. c. cōtēta linea rōnali. a. b. z residuo primo. b. c. dico latus tetragonicū supficiei. a. c. eē residuū: adiungat enī ad lineā b. c. linea. c. d. sitq3 illa cuius detractione. b. c. fuit residuū primum. Eritq3 ex dione. b. d. rōnalis ex longitudine z. c. d. in potentia tm̄. b. d. quoq3 erit potētior. d. c. i q̄drato linee secū cōicantis i lōgitudine. diuidat igit̄. d. c. p eq̄lia i. e z tota. b. d. diuidat ea ꝺditione in. f. q̄ inter. b. f. z. f. d. sit. c. d. medio loco ꝓporti onalis: eritq3 ex scōa pte. 13. b. f. cōicans in lōgitudine. f. d. p. 9. igit̄ vtraq3 earꝫ cōicat cū tota linea. b. d. q̄re p diffinitionē ambe sunt rōnales in longitudine: ducant itaq3 linee. f. g. c. b. z. c. k. equidistantes. a. b. eritq3 p. 15. vtraq3 duarꝫ supficierꝫ. a f. z. g. d. rōnalis: sit quadratū ergo. l. m. eq̄le supficiei. a. f. eritq3 rōnale z lat⁹ eius rōnale i potētia. intra illud q̄dratū ꝓtracta dianogali linea. l. m. describat q̄dratum. l. n. equale superficici. g. d. eritq3 ipsum rōnale z ci⁹ latus rōnale in potentia



protrahantur aũt due linee.m.p .q.n. vel equidistãter lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum.p.r. esse equale superficiei.a.c.ꝛ eius latus quod ẽ.n.p. ẽ residuũ. Cum eni linea.d.e. sit ex ꝓpothesi medio loco ꝓportionalis inter.b.f.ꝛ.f.d. erit ex prima sexti superficies.d.b. medio loco proportionalis inter duas supficies a.f.ꝛ.g.d. ideoqꝫ ꝛ inter duo quadrata.l.m.ꝛ.n.l. cũqꝫ ex prima sexti sit supficies l.p. medio loco ꝓportionalis inter eadem duo quadrata erit. l.p. equalis. d.b. ex etiã. b.c.ꝛ qꝛ quadratũ. l.n. est equale. g.d. erit. t.r. equale. g.e. totus itaqꝫ gnomo circũscriptus quadrato. m.n. est equalis. c.g.ꝛ qꝛ. l.m. erat equale. a.f. relinquitur m.n. equale. a.c. ꝙ aũt. n.p. lat⁹ quadrati. m.n. sit residuũ sic collige. Est eni vtraqꝫ duaꝝ. p.t.ꝛ.t.n. rõnalis in potentia eo ꝙ vtrũqꝫ quadratũ. l.m.ꝛ.n.l. ẽ rõnale vnaqꝫ eaꝝ est incõmensurabilis alij per primã sexti ꝛ. 10. huius: eo ꝙ quadratum l.m. est incõmensurabile. l.r. superficiei sicut supficies. a.f. supficiei. b.d. de quibus manifestũ est ꝙ ipse sunt incõmensurabiles: est eni per primã sexti vna eaꝝ ad alterã sicut linea. b.f. que ẽ rõnalis in longitudine ad lineã. d.e. que est rõnalis i potentia tantũ ex. 68. igit̃ linea. p.n. que põt in supficiem. a.c. est residuum: ꝛ hoc est quod intendimus.

Propositio .87.

Si superficies aliqua linea rationali residuoqꝫ secundo cõtineatur: linea in eandẽ potẽs erit residuũ mediale primũ

¶ In hac quoqꝫ argue sicut in premissa ex diffinitione residui secundi ꝛ scõa pte. 13.ꝛ nona ꝛ decimanona ꝛ. 15.ꝛ. 69.

Propositio .88.

Si linea rõnali residuoqꝫ tertio superficies contineat erit linea supꝫ eam potens residuum mediale secundum.

¶ Priori demonstrationi insiste ꝛ facile cõcludes propositum ex diffinitione residui tertij ꝛ secunda pte. 13.ꝛ. 9.ꝛ. 19.ꝛ. 70.

Propositio .98.

Si fuerit supficies linea rõnali residuoqꝫ quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

¶ In hac quoqꝫ nõ aliter ꝓcedas q̃ꝫ prius. facile eni erit ibi ꝓpositũ ꝓcludere. si premissam nõ despicis ex dione residui q̃rti ꝛ scõa pte. 14 ꝛ. 9.ꝛ. 19.ꝛ. 15.ꝛ. 71.ꝛ sic patebit ꝓpositum.

Propositio .90.

Si fuerit linea rõnali residuoqꝫ quinto supficies contenta latus eius tetragonicum erit cũ rõnali cõponẽs mediale:

¶ Nitere premissa argumentatione ex diffinitione residui quinti ꝛ secunda parte. 14.ꝛ. 9.ꝛ. 19.ꝛ. 15.ꝛ. 72. quod propositus est coududere.

Propositio .91.

Si linea rõnali residuoqꝫ sexto superficies contineatur latus tetragonicum qõ super eam potest cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.

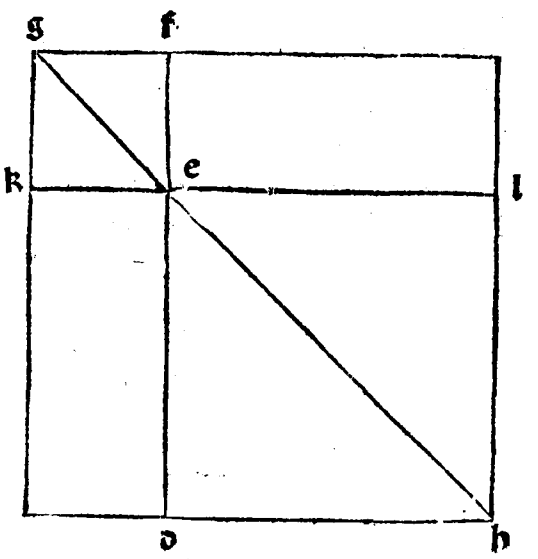
¶ Nunc quoqꝫ vltimo quod per hanc dicitur premisso modo satage cõcludere ex diffinitione residui sexti ꝛ scõa parte. 14.ꝛ. 9.ꝛ. 19.ꝛ. 73.

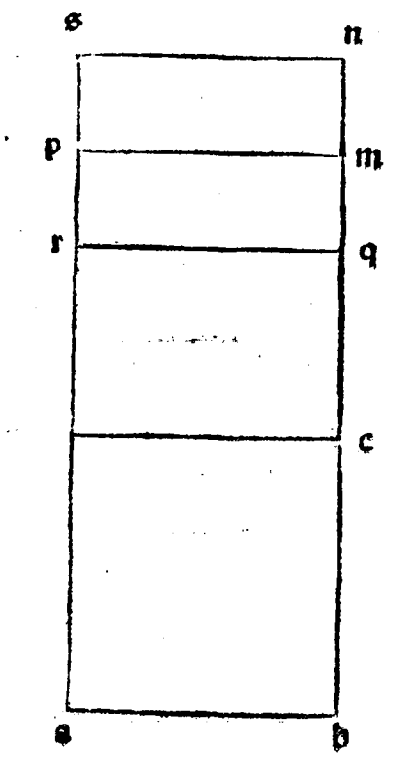
in bis autem oibus processum tuum nibil offendere poterit si primã earum ⁊ pfecte oidiceris ⁊ memoriter tenueris :⁊ quid quoqʒ supponat solerter attenderis. Qó si forsan de aliquo in quadrato.l.m.te dubitare contigerit ad suum equale in superficie.a.d.tibi recurrendum erit:et patebunt tuo ingenio.

Propositio .92.

Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui applicet:alterũ latꝰ residuũ primũ esse necesse est.

Hec sex sequẽtes sũt quorsẽ sex pcedẽtiũ p ordinẽ.huiꝰ aũt pme hec est intentio qꝫ si sit supficies.a.c.adiuncta ad lineã rõnalẽ.a.b.equalis quadrato residui qó sit.d.e.erit eius latus scõm qó est.b.c.necessario residuũ primũ.Adijciatur enĩ linec.d.e.que proponitur esse residuũ :linea p cuius absisionẽ ipsa fuerit residuũ:sitqʒ ei adiuncta.e.f.eritqʒ ex.68.vtraqʒ duarũ lineaꝝ.d.f.⁊.f.e. rõnalis in potentia ⁊ vna eaꝝ incõmensurabilis alij:describatur ergo quadratũ lince.f.e.qó sit.e.g.⁊ quadrãtũ.d.e. que posita est esse residuũ qó sit.e.b.⁊ adijcianr supplementa.d.k.⁊.f.l.eritqʒ quadratũ,g.b.tanqʒ quadrtum lince.d.f.⁊ quadratũ.e.b.erit sicut superficies.a.c.erit etiã vtrũqʒ quadratoꝝ.g.b.⁊.g.e.rõnale.Sit igitur supficies.a.m.adiuncta ad lineã. a.b. equalis q̃drato g.b.eritqʒ ob hoc rõnalis:quare per. 16.linea.m.n.est rõnalis in lõgitudine: superficies vero.p.n.sit equalis quadrato.e.g.que etiã ꝓpter hoc erit rõnalis ⁊ p. 16.linea.m.n.rõnalis in longitudine.itaqʒ tota linea.b.n.est rõnalis p.9.diuidat aũt c.n.per equalia.m.q.⁊ ducat.q.r.equidistans.a.b.eritqʒ ex prima sexti.c.r.equalis.r.n.Manifestũ vero ẽ qꝫ cũ tota supficies.a.n.sit equalis duobus quadratis g.b.⁊.e.g.pariter acceptis que sunt quadrata duaꝝ linearum.d.f.⁊.f.e.⁊ supficies a.c.sit equalis quadrato linec.d.e.qó est.e.b.erit per.7. scõi superficies residua ex a.n.que est.c.f.equalis duplo superficiei ex.d.f.in.f.e.quare ⁊ horum dimidia que sunt.r.n.⁊.d.g.necesse est esse equalia.cũqʒ igitur ex prima sexti sit supficies.d.g. medio loco ꝓportionalis inter duo quadrata.g.b.⁊.g.e.eritqʒ superficies.r.n.medio loco ꝓportionalis inter duas superficies.a. m.⁊.p.n. ideoqʒ per primã sexti erit ẽt linea.q.n.medio loco ꝓportiõalis inter duas lineas.b.m.⁊.m.n. cumqʒ sit q.n.dimidiũ linee.n.c.⁊ linea.b.n.diuisa ꝑ punctum.m.in duo cõicantia iter que cadit.q.n.medio loco ꝓportionalis:sequit ex prima pte.13.qꝫ linea.b.n.sit potentior linea.n.c.in quadrato linee secũ cõicantis i longitudine:qr ergo supficies.d.g est medialis ex. 19.ex ypothesi aũt supficies.c.r.sibi equalis medialis ⁊ linea.c.q. rõnalis in potẽtia tm̃ per.20.ideoqʒ etiã duplũ eiꝰ qó ẽ linea.n. c.ẽ. rõnalis tãtũ i potentia:qr ergo.b.n.ẽ rõnalis in longitudine cõicans linee.a.b. posite rõnali et potẽtior.n.c.i quadrato linee sibi cõmunicãtis i longitudine:sequitur ex diffinitione lineã.b.c.cẽ residuũ primũ:qó ẽ ꝓpositũ.

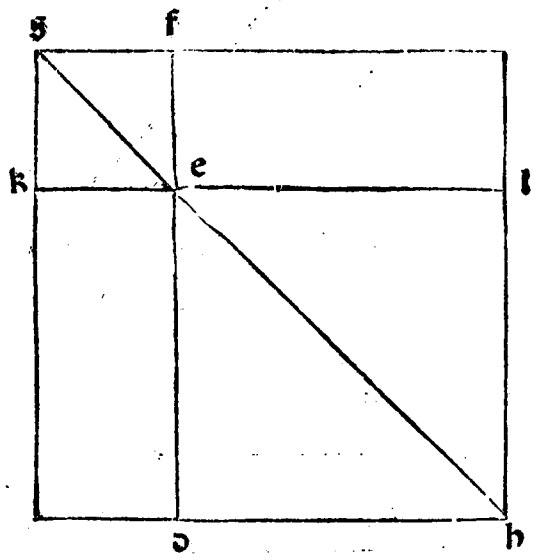


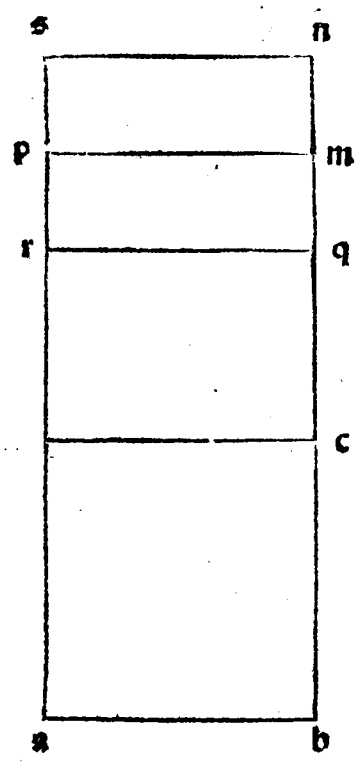


Propositio .93.

Cum adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit residuum secundum.

Hic erit linea.d.e.residuum mediale primum ⁊ linea.e.f. erit linea illa per cuius absisionem.d.e.fuerat residuum mediale primum:dico ꝙ.b.c.erit residuum secundum quod nescire non poteris si demonstrationẽ prc misse quousqʒ eam solido amplectaris habitu institeris ⁊ quales lineas oporteat esse.d.f.⁊.f.e.vigilanter attenderis:de quo si dubitas.69.requirenda erit.





Propositio .94.

Si superficies equalis q̄drato residui medialis scd̄i applicata fuerit ad lineam rōnalē: alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

¶ Hic etiā erit.d.e.residuū mediale scd̄m ꝛ sequetur ut sit.c.b. residuum tertiū:qd̄ ut facile ꝓcludas prime demōstrationi isistas ꝛ q̄les lineas ꝓueniat esse.d.f.ꝛ.f.e.ex.70.collige.

Propositio .95.

Cum aduncta fuerit linee rōnali superficies equalis q̄drato linee minoris latus eius scd̄m erit residuū quartum:

¶ Si fuerit.d.e.linea minor asserit hec.95.ꝙ.b.c.erit residuū quartū:est aūt sumendū ex.71.quales lineas esse necesse sit.d.f.ꝛ.f.e.cum d.e.fuerit linea minor:ꝛ est astruendum ꝓpositū p̄missō modo:excepto ꝙ in hac ꝛ duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.diuidi ad punctū. m.in duo incōmensurabilia que in tribus premissis diuidebaꝫ necessario i duo cōmensurabilia:nam in tribus p̄missis fuerant due linee.d.f.ꝛ.f.e.cōicantes i potentia tm̄ ꝛ ideo earum quadrata cōicantia:propter qd̄ ꝛ supficies.a.m.ꝛ.p.n. quadratis earum equales cōicantes.Quapropter etiā ꝛ due linee.b.m.ꝛ.m.n.ideoꝙ fuit i tribus premissis linea.b.n.potentior linea.n.e.in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine ex prima pte.13.In hac aūt ꝛ duabus sequētibus sunt due linee d.f.ꝛ.f.e.incōmensurabiles in potentia ut apparet ex.71.ꝛ.72.ꝛ.73.ꝛ ideo earum quadrata ꝓpter qd̄ ꝛ superficies.a.m.ꝛ.p.n.incōmensurabiles ꝓpter qd̄ ꝛ due linee.b.m.ꝛ.m.n.incōmensurabiles.ideoꝙ per primā ptē.14.tam in hac q̄ꝫ in duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.esse potentiorē linea.n.c.in quadrato linee sibi icōmensurabilis i longitudine:cetera perquire ut prius.

Propositio .96.

Si ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali cōstituentis mediale equale superficies adiungatur:latꝰ eius secundum erit residuum quintum.

¶ Pone similiter hic lineā.d.e.esse illā que iuncta cū rōnali ꝓponat totū mediale ꝛ attende ex.72.quales lineas oporteat esse.d.f.ꝛ.f.e. ꝛ concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi opportune institeris lineam.b.c.esse residuum quintū.

Propositio .97.

Si ad lineā rationalē superficies equalis quadrato linee cum mediali componentis mediale adiungatur:latus eius alterum erit residuū sextum.

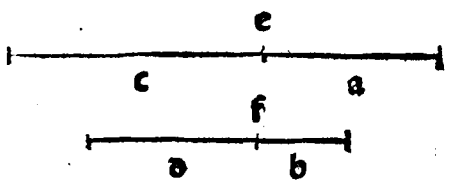
¶ Nunc vltimo conuenit lincā.d.c.esse illam que iuncta cum mediali cōponit totum mediale cui adiuncta linea.e.f.que videlicet sit illa per cuius abscisionem linea.d.e.fuerat que proponitur si quales lineas.d.f.ꝛ.f.e. esse oporteat ex.73.vidiceris priorē argumērationē firma mente tenueris sine obice quoq̄ꝫ lineā.b.c.esse residuū sextū cocludere poteris.si aūt fortassis in aliquo rebesitare ꝓtigerit quicquid illud fuerit de quadrato.g.b.ad sibi equalē supficie.a.n ꝓferēdum erit:ꝛ sic patebit ꝓpositū nostrū.

Propositio .98

Omnis linea residuo ꝓmēsurabil'ipsa quoq̄ꝫ i termio ꝛordine ē idē residuū.

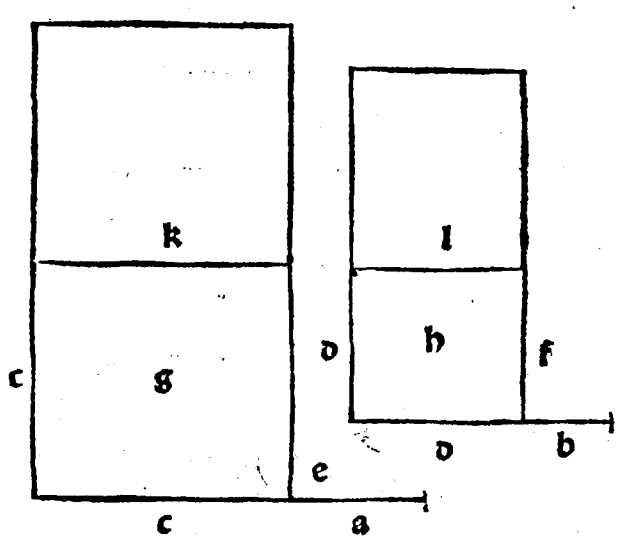
¶ Qd̄ .60.ꝛ.quatuor.eā sequētes de binomio eiusq̄ꝫ comitibꝰ q̄nq̄ꝫ ꝓposuerūt hec .98.ꝛ.quatuor.eam sequentes de residuo suisq̄ꝫ q̄nq̄ꝫ

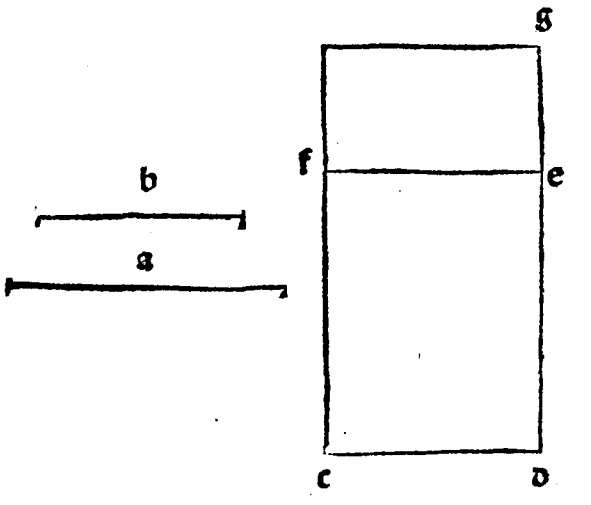
comittibus verum esse proponunt: quibus qui vsq; ad solitum habitum institerit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cōicantia in longitudine et potentia tantum dictum est: in his quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo cōmunicans in longitudine siue in potentia tm̄ ipsa etiā est residuum. sed si communicat in longitudine: non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdē spēi residuum. Verbi gratia: linea cōmunicans in longitudine residuo primo est residuū p̄mū: z secūdo cōicans est scōm. sic quoq; in ceteris: Qō aūt linea communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoq; necesse est esse residuum sed nō eiusdem speciei: imo ipossibile est vt linea cōmunicans in potentia tantū residuo primo aut scōo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt ābo cadāt simul sub trib⁹ primis speciebus aut ābo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exempli gratia. a. residuū cui cōmunicet. b. in longitudine: dico q̄. b. erit residuū eiusdē speciei cū. a. Adiungatur enim linea. c. ad lineaz a. z cum illa sit per cuius abscisionē. a. fuit residuū: z ad. b. adiūgat̄ alia que sit. d. ad quā sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq; composita ex. a. z. c. e. composita vero ex b. z. d. sit. f. eritq; ex permutata ꝓportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. z p. 13. quinti erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. cum itaq; a. cōmunicet cum. b. erit per 10. c. cōmunicans cum. d. z. e. quoq; cōmunicans cum. f. z quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut. f ad. d. sequitur p. 12. vt si fuerit e. potentior. c. in quadrato linee sibi cōicantis in longitudine vel si forte incōmensurabilis: sit similiter. f. potentior. d. at qm̄ omnis linea cōmunicans in longitudine linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico quia ambe erunt rationales in longitudine vel ambe in potentia tantum: sequitur ex diffinitionibus residuorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si autē. b. cōmunicat in potentia tantū cum. a. ipsa quoq; erit residuum non tamen eiusdem speciei necessario. sed quēadmodū dictū est: cuius demōstratio ex his que in. 60. de binomijs dicta sunt colligenda est.



Propositio .99.

OMnis linea vtrilibz residuo mediali cōmunicans: est sub ipsius termio z ordine residuū mediale. Hex est qō dicē siue cōicet linea cum vtrolibet residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit enim. a. vtrūlibet residuū mediale cui. b. cōicet in lōgitudine vl̄ potētia. dico q̄. b. ē etiā residuū mediale q̄le fuerit. a. adiūgat̄ eni linea. c. ad lineā. a. z sit. c. p c⁹ abscisionē. a. fuit residuū mediale: z ad. b. adiūgat̄ alia q̄ sit. d. sitq; b. ad. d. sicut. a. ad. c. totaq; ꝓposita ex. a. z. c. sit. e. z ex: b. d. sit. f. describāt igit̄ q̄drata. c. z. d. q̄ sint. g. z. h. z superficies. e. i. c. sit. k. z. f. i. d. z sit. l. Et q̄ ē vt pri⁹. e. ad. f. z c. ad. d. sicut. a. ad. b. sūt aūt. e. z. c. mediales potentia tm̄ cōicātes ex. 69. z. 70. sequit̄ ex. 21. vt. f. z. d. eis cōicātes. sint etiā mediales potētia tm̄ cōicātes: ꝓstat aūt ex prima sexti q̄ sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. z. l. ad. b. sicut f. ad. d. z q̄ ē. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequit̄ ut sit. k. ad. g. sicut. l. ad. b. Et ꝑmutati. k. ad. l. sicut. g. ad. b. cū g̃. g. cōicet cū. b. sequit̄ vt. k. cōicet. cū. l. Si igit̄. k. ē rōnale qō ē in residuo mediali primo erit etiā p diffinitionē. l. rōnalis q̄re p. 69. b. etiā ē residuū mediale primū. si aūt. k. sit medial' qō ē i residuo mediali scōo: erit p. 21. etiā. l medialis: ideoq; b. p. 70. residuū mediale scōz q̄re ꝓstat ꝓpositū. Idē aliter Si liēa b. cōicat cū liēa. a. q̄ ē vtrūlibet residuū mediale i lōgitudiel' i potētia sit superficies. e. adiūcta ad lineā rōalē. c. d. eq̄lis q̄drato. a. z. f. g. eq̄lis q̄drato. b. erūtq; ob hoc





c.e.z.f.g.cõicantes quẽadmodũ z quadrata linearum.a.z.b.eis equalia.ideoqꝫ p primam sexti z. 10.huius.d.e.z.e.g.sunt cõicantes in longitudine: z quia si. a.est residuum mediale primũ:est:linea.d.e.est residuum scõm per.93.z si.a.est residuũ mediale scõm:linea.d.e.est residuũ tertium per.94.at cum.d.e. est residuum scõm linea.e.g.est etiam residuũ scõm z cũ illa ẽ tertium:silr z hic est tertiũ per.98.sequitur itaqꝫ ex.87.z.88.vt.b.sit residuũ mediale primũ aut secundũ prout fuerit. a.qz sic patet quod intendimus.

Propositio .100.

SI linea aliqua linea minori cõmunicet.ipsa quoqꝫ erit linea minor.

¶ Facile est hanc probare duplici modo sicut pmissam:sive cõmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine sive in potentia hoc aũt appositio quãtũ ad primũ modũ qꝫ cum sit.f.ad.d. sicut.e.ad.c. erit ex scoa pte. 18.sexti quadratũ.f.ad quadratũ.d.sicut quadratũ.e. ad quadratũ c.z coniunctim quadrata duaꝝ linearum.f.z.d.ad quadratũ.d.sicut quadrata duarum linearum.e.z.c.ad quadratum.c.z permutatim quadrata duaꝝ linearum.f.z.d.ad quadrata duaꝝ linearum.e.z.c.sicut quadratũ.d.ad quadratum.c. cõicant autẽ quadratũ.d.ad quadratũ.c.ergo duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.z.d.pariter accepta cõicant cũ duobus duaꝝ lineaꝝ.e.z. c.piter acceptis:z quia ex.17.quadrata duarum lineaꝝ.e.z.c.pariter accepta sunt rõnale: erit aũt per diffinitionẽ z duo duaꝝ lineaꝝ.f.z.d.pariter accepta rationale. Lũqꝫ sit superficies.k. medialis erit etiã.l.sibi communicans medialis:igitur ex.71.b.est linea minor. Quantũ autem ad scõm modũ erit per.95.linea.d.e.residuũ quartum:ideoqꝫ per.98.z linea.e.g. erit etiam residuum quartum.ideoqꝫ etiã per.89.linea.b.est linea minor.

Propositio .101.

OMnis linea cõmunicans lineę cum rõnali componẽti mediale est cum rationali componens mediale:

¶ hanc quoqꝫ duplici predicto modo nõ est difficile probare:sive de communicantia in longitudine sive de cõicantia in potentia tantum intelligatur:sed quantum ad primum modũ erunt duo quadrata duarum linearum.f.z.d.pariter accepta mediale per.21.quẽadmodũ sunt duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.e.z.c.piter accepta ex.72.quibus ipsa cõmunicant z superficies.l.erit rationalis:per diffinitionem quẽadmodũ est superficies.k.ex.72.cum ipsa cõmunicat:igitur ex.72.b.est cum rationali componens mediale:quantũ ad scom modũ:erit.d.e.residuum quintum ex.69.ideoqꝫ z.e.g.ex.98.quare.b.est cũ rõnali componens mediale.per.90.

Propositio .102.

OMnis linea cõmẽsurabilis lineę cum mediali constituenti mediale est cum mediali constituens mediale.

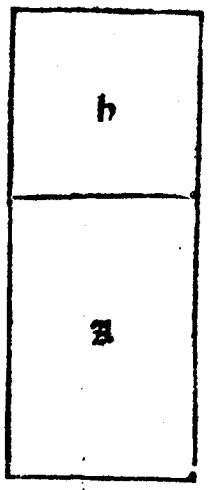
¶ hic quoqꝫ pone lineã aliquã cõicare cum ea que cũ mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tm̃ put volueris:z duplici modo pmisso sine difficultate ꝓcludes eã quoqꝫ cũ mediali ꝓponere mediale.erit etiã quantũ ad primũ modũ supficies.l.medialis quẽadmodũ z.k.z duo quoqꝫ quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.z.d.piter accepta mediale sicut z duo quadrata duaꝝ.e.z.c.z qz duo quoqꝫ duaꝝ lineaꝝ.e.z.c.ad.k.sicut duo duaꝝ.f.z.d.ad.l.cũ duo prima non cõmunicẽt cũ duplo.k.ex.73.neqꝫ duo secũda

cõicabunt cũ duplo .l.ex.10. igitur ex.73.b .est cũ mediali cõponẽs mediale. quantum autẽ ad scõm modũ erit.d.e.residuũ sextũ ex.97. ideoqz z.e.g. ex.98.quare.b est cũ mediali cõponens mediale ex.91.

Propositio .103.

Si de superficie rationali superficies medialis abscindatur linea i reliquã superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuum aut linea minor.

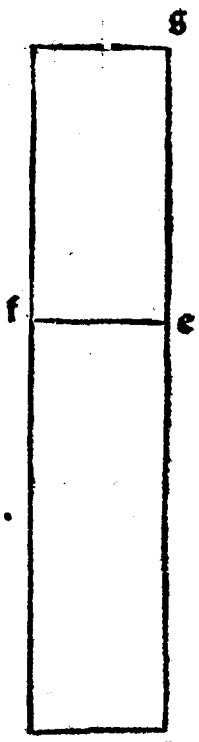
¶ Sit eni tota superficies constans ex.a.z.b.rõnalis a qua detrahatur.b.que sit medialis: dico qꝫ linea potens in.a.residuũ aut ẽ residuum aut linea minor. Esto nanqz linea.c.d. rationalis superficiesqz.c.e. sibi adiuncta sit tãq̃z.a.z.f.g.tãq̃z.b.z.tota.c.g.sicut tota.a.b.eritqz.c.g.rõnalis.idcoqz pr linea.d.g.rõnalis in longitudine z.f.g.erit medialis.idcoqz per.20.e.g. rõnalis in potentia tm̃: est igit̃ ex diffinitiõe line a.d.e.residuũ primũ aut quartũ: ergo per.86.z.89.linea potens in supficiem.c.e. z iõ in supficiẽ.a.sibi equalem est residuũ aut linea minor: qõ ẽ ꝓpositum.



Propositio .104.

Si de superficie mediali superficies rõnalis detrahatur linea in reliquã superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale p primũ: aut cum rationali componens mediale.

¶ Hec quoqz sicut premissa ꝓbat̃. Erit eni tota.a.b.medialis.b. aũt rõnalis: z tunc dico qõ in.a.residuum põt: aut est residuũ mediale primũ aut cum rõnali cõponens mediale. Cũ eni.c.g.equalis sit.a.b.erit per.20.linea.d.g.rõnalis in potentia tm̃: z cũ sit.f.g.equalis.b.erit per.16.linea.c.g. rõnalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea.d.e.residuũ scõm aut quintũ quare per.87.z.90. latus tetragonicũ superficiei .c .e.z ideo superficici.a.est residuũ mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.



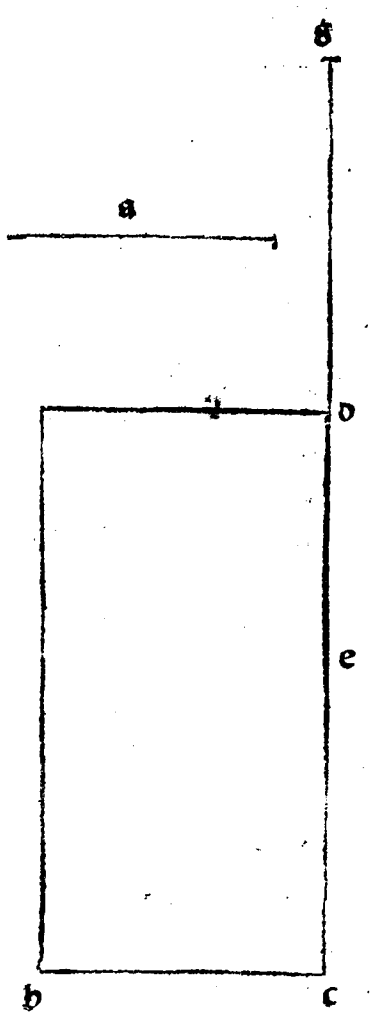
Propositio .105.

Si superficies medialis superficiei mediali detrahatur fuerit qz reliqua toti incõmensurabilis que in ipsam reliquã potest: alterutra erit duaꝫ irrõnaliuz videlicet aut residuum mediale scõm aut cum mediali componens mediale

¶ Si a duaꝫ premissaꝫ demõstratione non deuias concludes sine difficultate propositũ. Sint eni tota.a.b.z.b.mediales z sit.a.reliqua incõmensurabilis toti: aliter eni esset.a.medialis ex.21.z eius lat9 tetragonicũ mediale ex.19 tunc dico qꝫ linea potens in.a.est residuũ mediale scõm aut cũ mediali cõponens mediale. nam cũ sit.c.g.equalis.a.b.erit p.20.linea.d.g.rõnalis in potentia tãtũ per eandẽ quoqz cum sit.f.g.equalis.b.erit etiã.e.g.rõnalis in potentia tm̃ z cum sit.a.incõmensurabilis toti.a.b.erit.f.g.incõmensurabilis.c .g. ideoqz per primã sexti z. 10.huius erit etiã.e.g.incõmensurabilis.d.g. igit̃ a diffinitione linea .d.e. erit residuũ tertiũ aut sextũ: q̃re p.88.z.91.latus tetragonicũ supficiei.c.e.z iõ superficiei.a.ẽ residuũ mediale scõm aut cũ mediali componẽs mediale.

Propositio .106.

Inearꝫ irrõnaliũ que sunt residuũ z post ipsam subsecute vllam alij termino et ordine sub esse impossibile est residuo quoqz binomij terminũ vel ordinẽ cõuenire non est possibile. ¶ Vult aũt p hanc. 106. qꝫ residuũ z alie quinqz linee



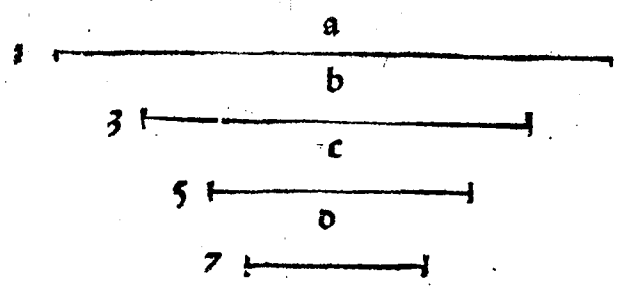
irrōnales eam sequentes differunt specie ꝛ dione abinuicē ꝛ nulla linea vna pot̄ eē sub duabus neqꝫ sub pluribus speciebꝰ baꝝ sex lineaꝝ irrōnaliū que sunt residuum ꝛ eius quinqꝫ comites: ꝛ ꝙ oēs spēs residui differunt ab oibus speciebus binomij nec ē possibile lineā vnā simul esse residuū ꝛ binomiū cuiuscūqꝫ speciei residui vel binomij: ℙars prima sic ostat: qm̄ superficies equalis quadratis residui ꝛ suaꝝ quinqꝫ comitū cū adiūgant̄ ad lineā rōalē habēt scōa latera necessario diuersa abinuicem ex. 92. ꝛ quinqꝫ eā sequentibus. sunt autē scōa latera residuū primū ꝛ secūdū ꝛ deinceps vsqꝫ ad sextū. Scōa ps ostat hoc modo: si eadē linea pōt cē simul residuū ꝛ binomiū. sit. a. cuiꝰ quadrato adiūgat̄ ad rōnalē lineā. b. c. sitqꝫ. b. d. erit qꝫ ex. 54 linea c. d. binomiū primū ꝛ ex. 92. residuū primū. inquantū ergo binomium primū diuidat̄ in suas binomiales portiones ad punctū. e. sitqꝫ maior portio c. e. q̄ erat rōalis i lōgitudine ꝑ diffinitionē: iquātū aūt ē residuū ꝑmū adiūgat̄ ei d. g. ꝑ cꝰ abscisionē fuerat residuū primū: eritqꝫ etiā ex dione. c. g. rōalis i lōgitudie Cū itaqꝫ sit vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ. c. g. ꝛ. c. e. rōnalis i lōgitudie erit ēt ꝑ. 9. lica. e. g. rōnal̄ i lōgitudie: at q̄ linea. d. e. ē rōnalis i potētia tm̄ cū ipsa sit ꝑ ypothe. mior portio binomij p̄mi: erit per. 68. linea. d. g. residuū ꝛ q̄ ipsa erat rōalis i potentia tm̄ cū per eius abscisionē cēt linea. c. d. residuū sequit̄ impossibile ꝑ. 68. Q̄ ō ut darius pateat: esto superficies. b. d. adiuncta ad lineā rationalē. b. c. equalis q̄drato linee. d. g. cū itaqꝫ linea. d. g. sit rationalis in potentia erit per. 16. linea. c. d. rōnalis in lougitudine. at cū etiā linea. d. g. sit residuū erit ex. 92. linea. c. d. residuū p̄mū quod esse nō potest cum linea que dicitur residuum sit irrōnalis per. 68.

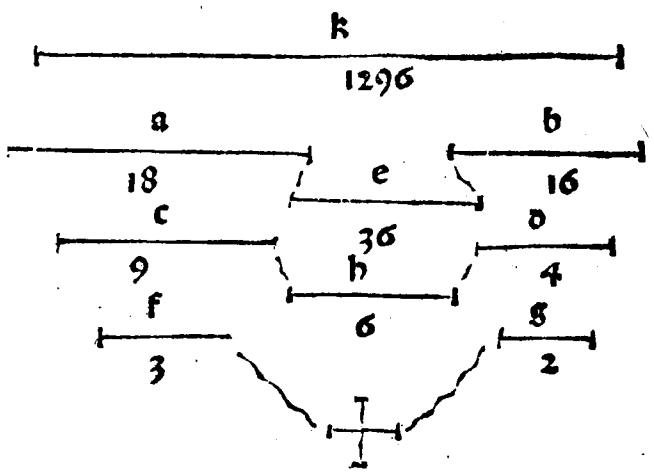
ℙropositio .107.

Linea que residuū dicit̄ vllave irrationaliū que post eam sunt nequit esse sub termino binomij aut sub termino ordine vllius ceteraꝝ lineaꝝ irrōnalium que binomiū subsequūtur: cum aūt possibile sit lineaꝝ irrōnaliū seriē in infinitum producī non est possibile vllā earum cum ea que precesserit in termino ꝛ ordine conuenire.

¶ Vult per hanc vltimā libri. 10. ꝙ. 13. irrōnales linee de quibꝰ in hoc decimo demonstratū ē ꝛ ipse sunt linea medialis binomiū ꝛ eiꝰ quinqꝫ comites residuus ꝛ eiꝰ quinqꝫ comites sint abinuicē singule a singulis specie differentes: ꝛ ꝙ nulla linea vna pōt eē simul sub vnab⁹ aut pluribus speciebus eaꝝ: ꝛ ꝙ spēs lineaꝝ irrōnaliū p̄nt i infinitū ꝓduci q̄ꝝ nulla cū alia ꝓuenit i dione ꝛ ordine. Q̄ō aūt hec. 13. linee videlꝫ medialis binomiū ꝛ eiꝰ. 5. comites residūu ꝛ eiꝰ. 5. comites sint irrōales demonstratū esse superius memento: de mediali quidē ex. 19. de binomio aūt ꝛ eius quinqꝫ comitibꝰ ex. 30. ꝛ quinqꝫ eā sequētibus: at vero de residuo suisqꝫ quinqꝫ comitibus ex. 68. ꝛ quinqꝫ eā sequētibus. Nullā aūt haꝝ. 13. lineaꝝ irrōnalium posse ꝓuenire in specie cū aliqua aliaꝝ lineaꝝ sic collige. Esto enī vt ad vnā eādēqꝫ lineā rōnalē in longitudine adiungant̄ superficies equales quadratis predictaꝝ. 13. linearū irrōnaliuꝫ ꝺm q̄ ordine se inuicē sequunt̄: eritqꝫ ex. 20. secūdū latus prime istarum. 13. superficierum ꝛ quinqꝫ eam sequentiū rationale in potentia tm̄. scōa aūt latera scōe istaꝝ. 13. superficieꝝ ꝛ quinqꝫ eam sequentiū erūt omnes spēs binomiorum ꝑ ordinē videlicet binomiū primū scōm ꝛ deinceps vsqꝫ ad sextū ex. 54. ꝛ quinqꝫ eā sequētibus demonstratū esse memineris. scōa vero latera octaue superficiei ꝛ quinqꝫ eā sequētiū sunt spēs residuoꝝ in ordine videlicet residuū primū ꝛ residuū

ſecundū ꝛ deinceps vſq; ad ſextū qō ex. 92. ꝛ quinq; eā ſequētibus didiciſti. Cum igit̄ ipa linea rōnalis i potētia tm̄ nō cōueniat cū aliq̄ ſpecie binomioꝝ aut cū aliqua reſiduoꝝ quoniā omne binomiū p. 30. ꝛ oē reſiduū p. 68. ē linea irrōalis ꝛ i lōgitudine ꝛ i potentia. Et cū nulla ſpēs reſiduoꝝ cōueniat cū aliqua ſpē binomiorū ex ſecūda pte penul'. b° decimi: ſequit̄ ut oia ſcōa latera baꝝ. 13. ſuperficieꝝ ſint ab/inuicem diuerſa: ideoq; p primā ſexti ꝛ ipſe. 13. ſuperficies ſunt diuerſe cū caꝝ omnium altitudo ſit vna quare etiā hec. 13. linee irrōnales ꝓpoſite ſunt ſingule a ſingulis diuerſe. ¶ Poſſunt aūt baꝝ. 13. lineaꝝ irrōnaliū ſpecies in infinitū ꝓduci. infinite eni ſūt ſpēs lineaꝝ medialium. infinite quoq; binomioꝝ ꝛ ſic de ſingulis Qō hoc modo ꝓſtat: eſto linea. a. medialis. ſumaturq; vnitas ꝛ quotlibet numeri p̄mi vt. 3. 5 ꝛ. 7. ꝛ ſint totidem linee. b. c. d. quot ſunt ſūpti numeri primi. ſintq; q̄drata iſtaꝝ lineaꝝ. b. c. d. ad quadratū. a. ſicut hi numeri primi ad vnitatē: cruntq; linee b. c. d. mediales ex. 21. qm̄ ipſe cōicant in potētia cū linea. a. mediali. oēs aūtē erūt diuerſe in longitudine ab. a. ꝛ a' ſeinuicē p vltimā ptē. 7. qm̄ nullius iſtorum numeroꝝ ad vnitatē nec alicuius eoꝝ ad alteꝝ per. 16. ꝛ. 8. ꝛ corrolariū ſcōe octaui ꝛ preſentis ypotheſis ē ꝓportio ſicut numeri quadrati ad numerū quadratū: erit ergo a. ꝛ omnes ſibi cōicantes in longitudine ſub p̄ma ſpecie lineaꝝ medialiū. b. vero ꝛ oēs ſibi cōicantes in longitudine ſub ſcōa. c. aūt ꝛ oēs eidē cōicantes vel cōmenſurabiles ſub tertia. d. quoq; ꝛ oēs ſibi cōicantes in longitudine ſub quarta: ꝛ q: numeri primi ſunt infiniti vt ex. 21. noni didiciſti: neceſſe ē ſpēs lineaꝝ medialiū ēe infinitas. Qō aūt ē dictū de linea mediali itellige de binomio ſuiſq; .5. comitib°: ꝛ reſiduo ſuiſq; .5. comitib°: nā ſicut oīs linea cōicans mediali ē medialis ſiue cōicet ei in longitudine ſiue in potentia ut probatū eſt in. 21. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui ſuaꝝ quinq; comitū vel etiā reſiduo aut alicui ſuaꝝ quinq; comitū in longitudine vel in potentia eſt ſecū ſub eadē ſpecie vt probatum eſt in. 60. ꝛ quatuor eam ſequentibus ꝛ. 98. ꝛ quatuor eam ſequentibus. Sunt igit̄ ſpecies baꝝ. 13. lineaꝝ irrōnaliū infinite quaꝝ nulla cōueniet cū p̄cedenti in ordine vel dione. Conuenit quoq; dīe aliter ſpecies linearum irrōnaliū eſſe infinitas nam omne latus tetragonicū ſuperficiei dicte a numero nō quadrato eſt irrōnale p vltimā ptē. 7. ꝛ p diffinitionē. cum itaq; tales numeri ſint infiniti: erunt etiā ſpecies baꝝ lineaꝝ irrōnaliū infinite. Tertio modo contingit ſcōam ptem huius vltime concluſionis libri decimi ſic exponi: vt dicamus ab vnaquaq; linea rōnali i potentia tantū infinitas lineaꝝ irrōnaliū ſpēs produci quaꝝ nullā cum aliqua earuꝝ que ipſā preceſſerint: poſſibile eſt in diffinitione ꝛ ordine conuenire. Verbi gratia Sumatur aliqua ſupficies rōnalis dicta a numero nō quadrato ut quiq;: eritq; latus eius tetragonicū irrōnale in longitudine: qm̄ ipſū ē incōmenſurabile lateris tetragonico ſuperficiei rōnalis dicte a numero quadrato ex vltima pte. 7. dico ergo q̄ hui9 lateris latus. itemq; ſcōi lateris latus ꝛ rurſus huius tertij lateris latus ꝛ ſic in infinitū: ſunt linee irrationales tam in longitudine q̄ꝝ in potentia: ꝛ q̄ nulla earum conuenit diffinitione vel ſpecie cum aliqua que eā preceſſerit in ordine. eſtq; latus tetragonicum premiſſe ſuperficiei quecunq; dicta fuerit a numero non quadrato earum omnium ſicut radix ꝛ principium ꝛ quelibet ipſaꝝ eſt principiū oīm ipſam ſequentiuꝝ: ꝛ quecunq; ab aliquo tetragonico latere cuiuſq; talis ſuperficiei proficiſcuntur diuerſe ſunt in longitudine ꝛ potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis ſuperficiei generantur ꝛ hoc dico cum ipſaꝝ ſupficieꝝ



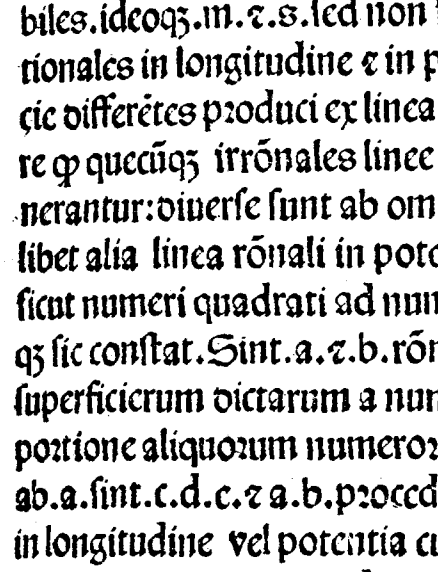


non fuerit ꝓportio sicut numeroꝝ quadratoꝝ.hec aũt vt possumus firma demon
stratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet.sitqꝫ istud.

¶Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetragonicum lauts ipsius producti produces.

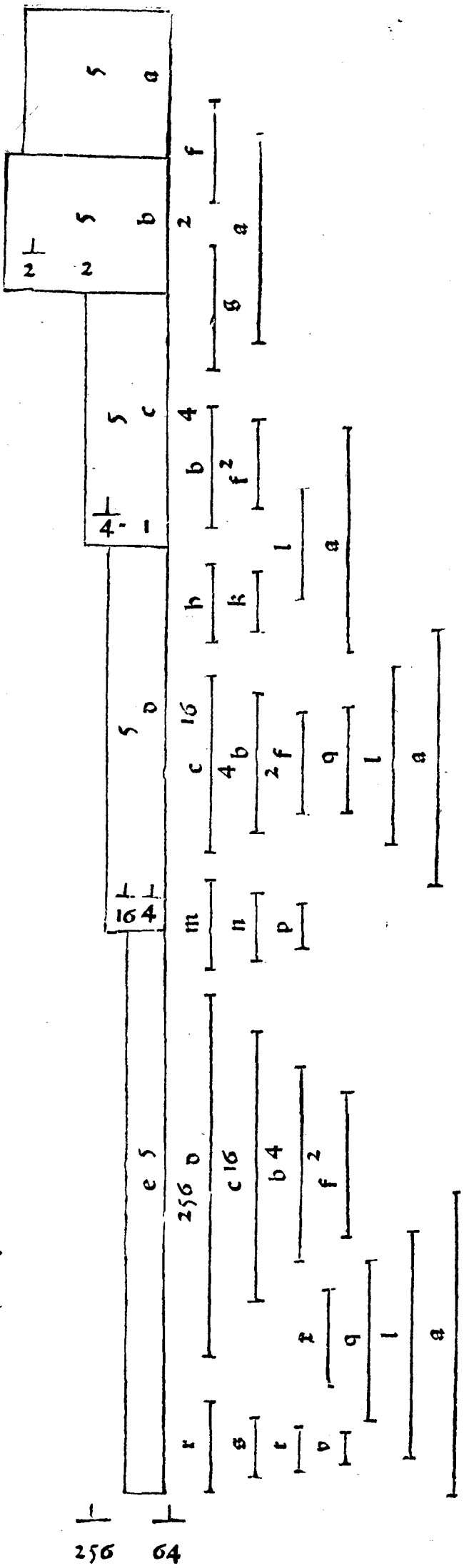
¶Verbi gratia sit vt ex.a.in.b.sit.k.ad.c.ꝛ.d.sint latera tetragonica. a.ꝛ. b.fiat autẽ.e.ex.c.in.d.sintqꝫ iteꝝ.f.ꝛ.g.latera tetragonica.c.ꝛ.d.ꝛ fiat.b. ex.f in.g.di co qꝫ.b.est latus tetragonicũ.e.ꝛ qꝫ.e.rursus est latus tetragonicũ.k.cum eni ex.f. in se ꝛ in.g.fiant.c.ꝛ.b.erit.c.ad.b.sicut.f.ad.g.sed ꝛ sit.b.ad.d. sicut.f. ad.g.eo qꝫ ex.g.in.f.ꝛ in se fiunt.b.ꝛ.d. sint igiꝫ.c.b.d.continuc ꝓportionales itaqꝫ ex.b. in se quantũ ex.c.in.d.quare.b.est latus tetragonicũ.c. eadẽ quoqꝫ rõne cũ ex.c.i se sit.a.in.d.fit.e.ꝛ ex.d.in se sit.b.erunt etiam.a.c.b.cõtinue ꝓportionales i ꝓ/ portiõe.c.ad.d.cũ igiꝫ ex.a.in.b.sit.k.sequiꝫ etiã vt ex.e. i se sit.k.q̃re.e.est latus tetragonicũ.k.constat itaqꝫ qꝺ dicim.restat itaqꝫ demonstrare qꝺ ꝓpositum est. Sit igiꝫ supficies.a.rõnalis dicta a numero nõ quadrato.ut.5.sitqꝫ linea.a.eiꝰ te/ tragonicũ latus ꝛ sumanꝫ quotlibꝫ linee rõnales i lõgitudie q̃ sint.b.c.d.e.Sint qꝫ dicte a numeris quoꝝ quisqꝫ precedẽs sit tetragonicũ latus proximo sequentis: vt si.b.sit ꝛ.c.4.d.16. e.vero.256.ad has aũt lineas rõnales in longitudine adiunga tur supficies equalis.a.eruntqꝫ scꝺa latera singulaꝝ rõnalia in longitudine per.16 vt scꝺm latus.b.2.ꝛ dimidiũ:secundũ.c.vnuꝫ ꝛ quarta:secundũ vero.d.vna quar ta ꝛ vna.16. at vero superficiei.e.secundũ latus erit vna.64.ꝛ vna.256.fit ergo.f. tetragonicũ latus.b: g.vero sit tetragonicũ latus scꝺi lateris superficiei.b. eritqꝫ ꝑ premissam añs ut ex.f.in.g.sit.a.rursus sit.b.tetragonicum latus secundi lateris c.k.quoqꝫ sit tetragonicũ latus.b.eritqꝫ per predictũ añs vt ex.b.in.b.sit.a.ꝛ ex.f in.k.sit tetragonicũ latus.a.qꝺ sit.l.sit iteꝝ.m.tetragonicũ latus secũdi lateris su/ perficiei.d.sed cũ.n.sit tetragonicũ latus.m.ꝛ.p.tetragonicum.n.eritqꝫ per predi ctũ antecedens vt ex.c.in.m.fiat.a.ꝛ ex.b.in.n.l.ꝛ.ex.f.in. p. tetragonicuꝫ latus l.qꝺ sit.q.Amplius aũt sit.r.tetragonicũ latus lateris secundi superficiei.e. sit quo qꝫ.s.tetragonicũ.r.ꝛ.f.ꝛ.t.s. sit et.u.tetragonicũ.t.sequiꝫ que per dictũ antecedẽs vt ex.d.in.r.fiat.a.ꝛ ex.c.in.f.l. ꝛ ex.b.in.t.sit.q.ꝛ etiam ex.f.in.u. tetragonicũ latus.q.qꝺ sit.x. ꝛ sic in infinitũ:dico ergo has lineas.a.l.q.x.quaꝝ.a.est tanquã radicale principium esse irrationales.a.quidem in longitudine tantum ceteꝛe ve/ ro in longitudine ꝛ in potentia ꝛ dico qꝫ nulla earum conuenit cũ alia in diffiniti/ one vel ordine .Luꝫ eni ex.f.in.g.ꝛ.k.fiant.a.ꝛ.l.erit.a.ad.l.sicut.g.ad.k.ꝛ qꝝ vt ꝓꝫ ex dictis ypotheſibꝰ.g.ꝛ.k.sũt incõmensurabiles in longitudine ꝛ in potentia. sequitur etiã vt.a.ꝛ.l.sint incõmensurabiles in longitudine ꝛ in potẽtia:eadem ra tione.a.ꝛ.q.est enim.a.ad.q.sicut.g.ad.p.ꝛ ꝓpter eandẽ causam etiã.a.ꝛ. x.cũ sint sicut.g.ꝛ.u.ꝛ hac via quoqꝫ necesse est vt.l.ꝛ.q.sint simpliciter incõmensurabi les tã i lõgitudine quã in potẽtia.cum eni ex.f.in.k.ꝛ.p.fiant.l.ꝛ.q. erit.l. ad.q. vt.k.ad.p:at.k.ad.p.nec commensurabiles sint in longitudine nec in potentia. Si enim sint erunt.b.ꝛ.n.commensurabiles.sed non sũt:at vero.l.ꝛ.x.oportet ee vtroqꝫ modo incommensurabiles:est enim.l.ad.x.sicut.k.ad.u.eo qꝫ ex.f.in. k.ꝛ u.fiunt.l.ꝛ.x.sunt autem.k.ꝛ.u. vtroqꝫ modo incommensurabiles.Sinanté acci/ dct.d.ꝛ.b.esse commensurabiles quod est inconueniens: q.vero ꝛ.x.qꝫ sint quoqꝫ incommensurabiles potentia ꝛ longitudine ex eo patet qꝫ é.q.ad.x.sicut.p. ad.u.

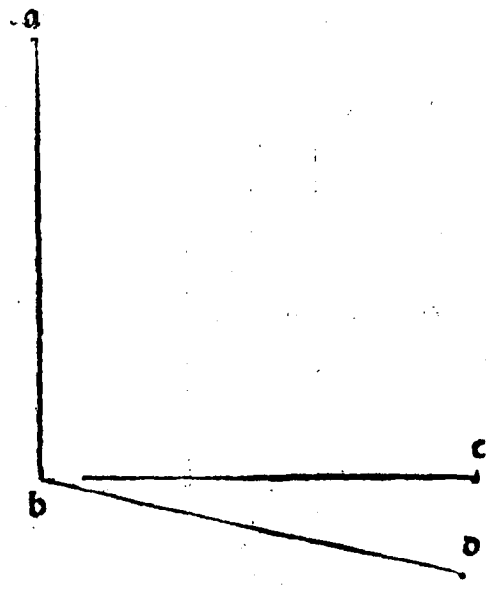
constat autē q̄.p.ꝛ.u.sunt incōmensurabiles.nam si nō erunt.n.ꝛ. c. cōmensurabiles.ideoq̄z.m.ꝛ.s.sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq̄z infinitas lineas irrationales in longitudine ꝛ in potentia incommensurabiles ꝛ ideo diffinitiōe ꝛ specie differētes produci ex linea.a.rōnali in potentia tantū. Restat aūt nunc ostendere q̄ quecūq̄z irrōnales linee ab aliqua linea rōnali in potentia tantū hac via generantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̄z in potentia que a quali libet alia linea rōnali in potentia tm̄ quadratū cuius ad quadratuz prioris nō sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratum hac eadem via egrediunt̄: hoc quoq̄z sic constat. Sint.a.ꝛ.b.rōnales in potentia tm̄ siue tetragonica latera duaruz superficierum dictarum a numeris non quadratis.sitq̄z ut illi numeri nō sint i p/portione aliquorum numerorum quadratoruz: linee quoq̄z que procedunt hac via ab.a.sint.c.d.e.ꝛ a.b.procedant.f.g.h.dico q̄ nulla ex lineis.c.d.e.commnicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis.f.g.h.cum enim sint.c.ꝛ.f.tetragonica latera.a.ꝛ.b.at.d.ꝛ.g.tetragonica latera. c.ꝛ.f.ꝛ.e. ꝛ.h. tetragonica.d ꝛ g.nō est possibile vt aliqua ex.c.d.e.cōicet cum sua cōpari ex.f.g.h.vl̄ longitudine vel potētia.Si enim alterutro modo cōmunicet.e.cum.b.sequitur ut.d.cōmunicet cum.g.ꝛ.c.cum.f.quare ꝛ.a.cum.b.etiam in longitudine quod est cōtra ypothesim. Uniuersaliter autem verum est dicere quēlibet harū esse vtroq̄z modo incommensurabilem cuilibet istarū. Dato nanq̄z q̄.d.communicet cum. h. etiam ī potentia tantum.sequitur ut.c.quoq̄z cōicet cum.g.ꝛ.a.cum.f.quod nō ē possibile.Attendere autem oportet q̄ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̄z latus superficiei denominate a latere priori.vnde tetragonicum latus linee.a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea.a.talis autem superficies est quā continet linea.a.ꝛ linea rōnalis in longitudine dicta ab vno.Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet linee.sit linea.a.cuius tetragonicū lat⁹ volo inuenire.b.vero sit linea rōnalis in longitudine dicta ab vnitate ꝛ ipsa est minima omniam linearum rōnalium numeratarum ab integris medio loco proportionalis inter eas.sit.c.est igitur p. 16.sexti.c.tetragonicum latus.a.idem enim fit ex.a. in.b.ꝛ ex.c.in se.At vero ex.a.in.b.fit supficies dicta ab.a.Quicquid enim a quolibet in vnum ducto producitur ab eo qō vnum multiplicat denominatur .Et nota q̄ cum.c.fuerit latus teteragonicum linee.a.indifferenter contingit lineam.c. esse maiorem linea.a.ꝛ minorem prout.b.etiam fuerit maior aut minor. Explicit liber Decimus: incipit liber Undecimus.



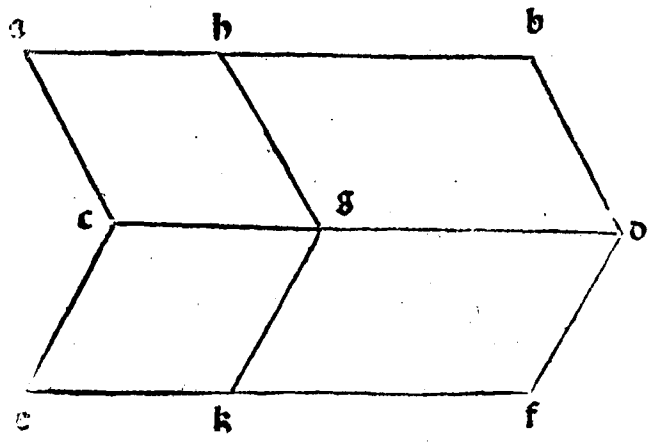
Corpus est qō longitudinem ꝛ latitudinem ꝛ altitudinē habet. cui⁹ termini sunt supficies. Linea erecta supra supficiē ē que cū singulis sibi ꝓterminalibus lineis in ea supficie expāsis angulos rectos facit.linea aūt hec supra eā superficiē perpendicularis esse ꝛ ad eādē orthogonaliter insistere dicitur.

¶ Intelligaſ enī linea.a.b.exurgere supra planū: ita q̄ pūctus.a.imaginet̄ i aere ꝛ.b.in plano ꝛ a pūcto b.ducant̄ plures linee in eodem plano ut.b.c. b.d.ꝛ quotlibz alie.Si igit̄ ita fuerit q̄ linea .a.b.cū linea b.c.ꝛ cū linea.b.d.ꝛ cū qualibet alia linea ꝓtracta a puncto.b.i plano illo angulū





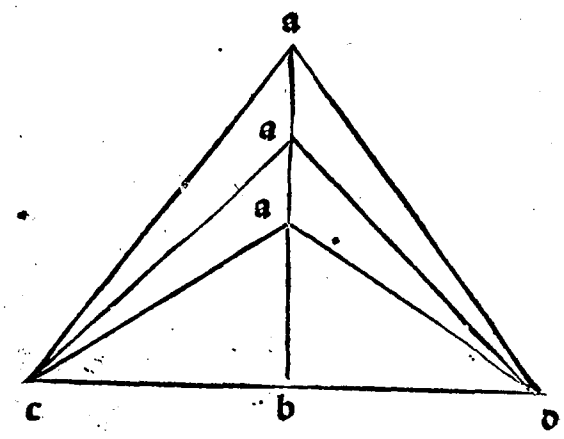
rectū cōtineat: ipsa dicetur esse perpendicularis ad illā superficiē in qua ꝓtracte sūt
beelinee. videlicet. b.c. ⁊. b.d. ⁊ alie cū quibus ipsa ponit̄ contincre angulū rectū.
¶ Superficies autē erecta sup̄ supficiē est quotiēs puncto vno eodem
lince que est cōmunis terminus illaꝝ supficieꝝ due perpendiculares
cōterminales supstant que rectū cōtinentes angulū in eisdē supficie/
bus site sunt. ¶ Verbi grā imaginemur supficiē. a.b.c.d. exurgere supficiē vero. c
d.e.f. iacere: ⁊ intelligamus lineam .c. d. esse communem terminum ambarum
in ea itaqꝫ signet̄ punctus. g. a quo ad lineā. c.d. extrabant̄ due linee perpendicu/
lares vna vidz i supficie. c.d.e.f. que sit. g.k: ⁊ alia i supficie. a.b.c.d. que sit. g.b
si igitur angulus quē continent hee due linee perpendiculares videlicet. g.b. ⁊. g.k./
erit rectus supficies. a.b.c.d. dicitur orthogonaliter erecta super supficiē. c.d.e.f.
¶ Superficies equidistātes sunt que in vtrālibꝫ partem protracte nō
concurrent et si in infinitum producantur. ¶ Intellectum est quod dicit̄.
Scire tamē debes q̄ omnes plane supficies aut sunt equidistantes ab invicem aut
in omnē partē ꝓtracte cōcurrent alicubi ⁊ super rectā lineā se secabunt lincas autē
rectas nō ē necessariū vl̄ cē equidistantes vel in vtrāqꝫ ptēꝫ protractas concurrere
Quippe que in eadē supficie nō sunt nec equidistant ab invicē nec tn̄ quantūlibet
protracte cōcurrent. ¶ Equa corpora sunt atqꝫ similia quoꝝ termina
les superficies numero ac quantitate equales vnius creationis sint at
qꝫ similes similia corpora sunt que similibus superficiebus numero
equalibus continentur. ¶ Si has duas diffinitiones de corporibus equa/
libus ⁊ similib⁹ nō intelligis ad diffinitionē similium superficieꝝ posita in princi/
pio sexti recurre. ¶ Corpus ferratile dicitur qō quiqꝫ superficiebus qua/
rum tres paralellograme sunt due vero triangule continentur.
¶ Domui quatuor parietes equidistantes habenti tectū vnico fastigio suprēmis
duarum parietum lateribus equali ⁊ equidistanti suppositum ferratilis corporis
expressam similitudinem gerit. ¶ Spera est transitus arcus circū ferentie
dimidij circuli quotiens sumpto vel supremo semicirculo lineaqꝫ di
ametri fixa⁹ donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.
¶ Super quālibet lineā semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota re
volutione circūducatur corpus quod describitur spera nominat̄ cuius centrū con/
stat esse centrum semicirculi circūducti. ¶ Piramis laterata est figura cor/
porea quā cōtinent superficies ab vna quaꝝ reliqne sunt ad vnū op/
positum punctū sursum erecte. ¶ In omni laterata piramide cuncte supfici/
es ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctū subleuātur qui conus pirami/
dis dicitur suntqꝫ omnes hee laterales supficies triangule: basis vero frequēter nō
est triangula. ¶ Piramis rotunda est figura solida: estqꝫ translitus tri
anguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum contine/
tium fixo ⁊ donec vsqꝫ ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo
ipso circūducto. Si autem latus fixum lateri circūducto fuerit equale/
erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. Si vero breui⁹
obtusiangula erit. Axis aūt ipsi⁹ figure ē latus fixū. Basisqꝫ sua cir/
culus Dicitur autem figura hec piramis columne rotunde.
¶ Sit trigonus. a.b.c. rectū angulū habens qui sit. b. figaturqꝫ alteꝝ duoꝝ laterū
ambiētiū rectū angulū. b. sitqꝫ latus qō figit̄. a.b. quo fixo circūducat̄ trigon⁹ quo/

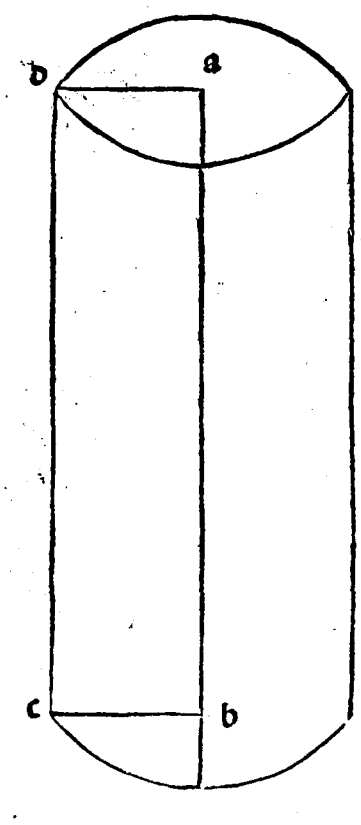


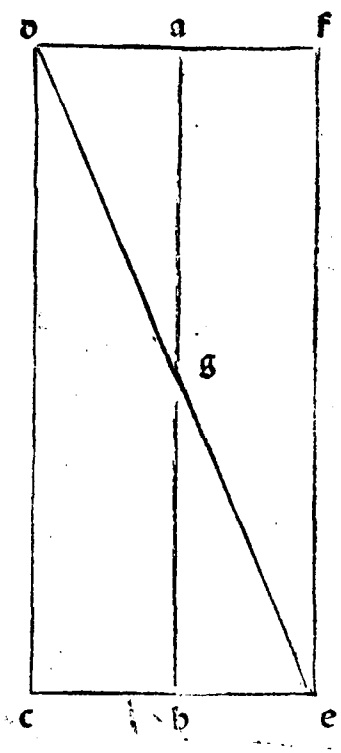
uſq3 ad locū vnde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni motu deſcribitur rotunda piramis appellaſ: cui⁹ tres ſūt diſie. Alia eni eſt rectangula alia acutiangula. Tertia obtuſiangula Et prima quidē ē qñ latus.a.b.lateri.b.c.fuerit equale. Eſto eni ut linea.b.c.cū rotatu trigoni puenerit ad ſitū linee.b.d.ita q⁹ punct⁹.c.cadat ſup pūctū.d.fiatq3 linea vna.hoc ē vt ipſa tunc ꝓiungaſ ſitui a quo moueri cepit ſcōm rectitudinē: eritq3 linea hic q̄ſi.b.c.d.z q2 ex.32.pmi z.5.eiuſdē angulus .c.a.b.ē medietas recti erit angulus.c.a.d.rectus. ideoq3 piramis hec dicitur rectangula. Si autē latus.a.b.ſit longius latere.b.c.erit acutianguli: erit eni tunc ex.32.primi z.19.eiuſdē angulus.c.a.b.minor medietate recti. ideoq3 totus angulus.c.a.d.ē mīor recto z acutus: quare piramis acutiangula. Qđ ſi latus.a.b fuerit breuius latere.b.c.erit angulus.c.a.d.maior medietati recti ex.32.primi et 19.eiuſdē z totus.c.a.d.qui ē duplus ad ipſū.c.a.b.maior recto z obtuſus. igitur z piramis cōuenienter tūc dicīt obtuſiangula. Axis autē huius piramidis dicīt linea.a.b. baſis vero eius circulus quē deſcribit linea.c.b.ſuper centꝝ.b.dicīt quoq3 hec piramis columne rotunde illi⁹ videlicet quā motu ſuo deſcriberet palellogrammum ꝓueniens ex.a.b.z.b.c.latere.a.b.manente fixo.

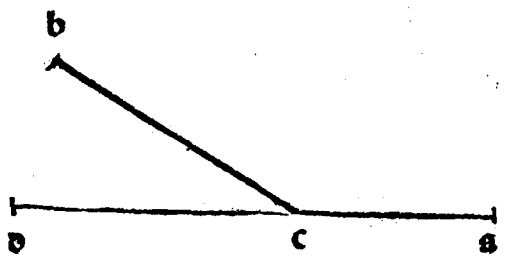
¶ Figura corporea rotunda cuius baſes ſunt circuli duo plani extremitatibus z craſſitudine ideſt altitudine equales eſt tranſitus paralellogrami rectanguli latere rectū angulum continente fixo iplaq3 ſupficies donec ad locū ſuū redeat circunducta diciturq3 hec figura columna rotūda. Columne itaq3 rotunde atq3 ſpere circuliq3 vnū atq3 idē eſt centrū. ¶ Sit palellogramū rectangulū.a.b.c.d.figuraſq3 latus.a.b.z eo fixo totū palellogramū quouſq3 ad locū ſuū cadat vel redeat circūducaſ: corporea ergo figura huius palellogrami motu deſcripta rotunda columna nominatur cuius baſes ſunt duo circuli centrum eſt punctus.b. alter vero eſt quem motu ſuo deſignat linea.d. a.z eius centrum eſt punctus.a. Axis autem.huius columne dicitur linea.a.b.que manet fixa in motu palellogrami. Qđ ſi imaginati fuerimus paralellogram m.a.b .c.d.cum peruenerit rotatu ſuo ad ſitum.a.b.e .f.coniungi ſitui a quo moueri cepit ſecundum continuitatem ſuperficiei plane: vt ſcilicet totū ſit vnū palellogramū.d.c.e.f.z protraximus in eo diametrū. d.e. erit quoq3 diameter .d. e.diameter colūne. Qđ autē dicīt columne z ſpere z circuli idem eſſe centrū: intelligi d3 cū hoꝝ vna ē eadēq3 diameter. Verbi grā diximus eni q⁹. d.e.ē diameter iſtius colūne Sperā igiſ atq3 circulū quoꝝ diameter eſt linea.d.e. neceſſe eſt idē centꝝ habere cū centro ꝓpoſite colūne. Sit eni vt linea. d.e.ſccet lineam a.b.in puncto.g.eritq3 .g.centꝝ columne: diuidit eni axem colūne p equalia z diametꝝ colūne p equalia qđ p3 p.25.primi nam anguli qui ſunt.a.d.g. ſunt equales ex.15.primi z anguli qui ſunt ad.a.z.b.recti ex ypotheſi: linea quoq3.a.d.ē equalis linee.b.e.itaq3.d.g.eſt equalis.e.g.z.a.g.equalis.g.b.cunq3 anguli.c.z. f.ſint recti ſi ſuper punctū.g.ſcōm ſpaciū.d.g.ac ſuper lineā.d.e.circulus deſcribaſ trāſibit ex cōuerſa prime ptis.30.tertij per puncta.c.z.f.itaq3 punctum.g. eſt centrū circuli cuius diameter eſt diameter columne. ideoq3 z ſpere: quare manifeſtum eſt omni paralellogramo rectangulo circulum omniq3 columne rotunde ſperam eſſe circūſcriptibiles. Sicq3 patet q⁹ voluit iſtud theoreuma.

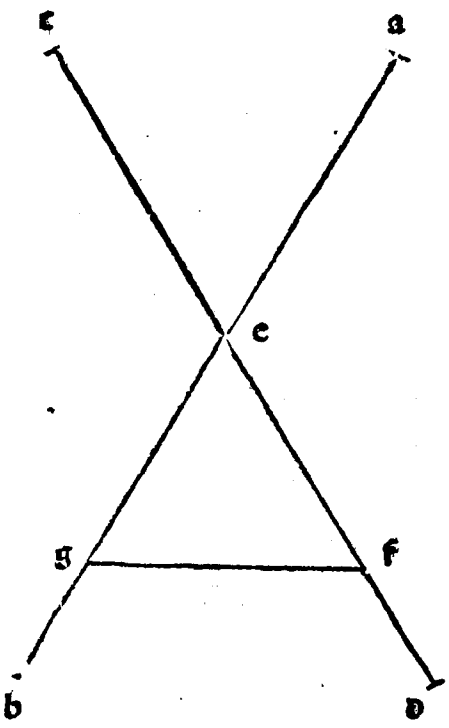
¶ Angulus corporeus ſiue ſolidus eſt quem continent anguli plani plures q3 duo qui in vna ſuperficie ſiti ad vnum punctum angularem

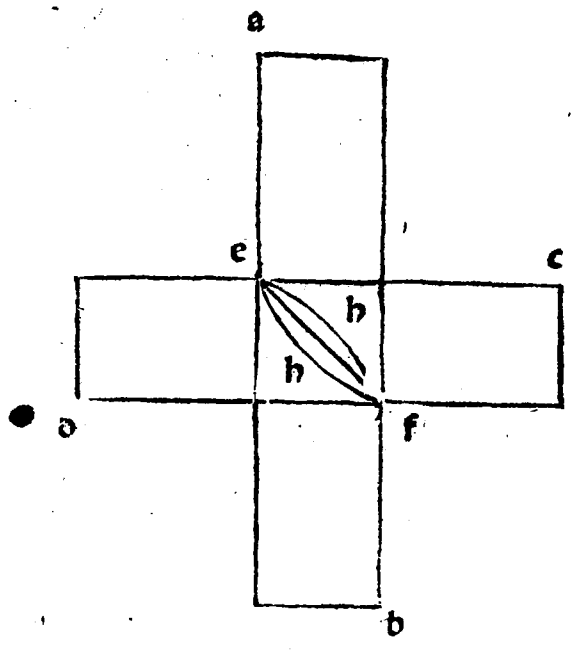












conueniunt. ¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeunt superficiem claudere. Angulos quoq; planos solidū angulum continentes in eadē superficie nō conuenit esse sitos sed in diuersis quēadmodū duas rectas lineas planū perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secūdū sitū rectitudinis applicari. ¶ Similes sunt figure corporee rotūde sine sit colūne siue earū piramides quaꝝ axes diametris suarū basiū sunt proportionales. ¶ Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit proportio axis vnius eaꝝ ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columne aut piramides similes adinuicem esse dicuntur.

Propositio .1.

Linee recte partem esse in plano ⁊ partem in sublimi ē impossibile.

¶ Sit linea.a.b..recta.dico q̄ non est possibile ut pars eius sit in plano ⁊ pars sursum elcuata. si enī est possibile sit pars eiꝰ que est.a c.sita.in plano ⁊ pars eius que ē.c.b. in sublimi posita ⁊ protrahat̄ directe.a.c.in plano in quo ipsa sita est vsq; ad.d.eritq; vt vni eidemq; linee que est linea.a.c.due linee penitꝰ diuerse que sūt linec.c.b.⁊.c.d.ex eadē parte directe adijciant̄ qō est ipossibile: ex.13.primi.

Propositio .2.

Omnes linee due quarum altera alteram secat in vna superficie site sunt omnelq; triangulus in vna superficie totus consistit.

¶ Sint due linee recte.a.b.⁊.c.d.se inuicem secantes in puncto.e. dico eas esse in superficie vna ⁊ omnē triangulū dico esse in superficie vna totū. signetur eni punctus.f.in linea.c.d.⁊ punctū.g.in linea.a.b.⁊ ducat̄ linea.f.g. Quia igitur impossibile est ptez trianguli.e.f.g.esse in plano ⁊ ptem i sublimi quin etiam suarum terminaliū lineaꝝ vnius aut plurium pars similiter sit in plano.⁊ pars similiter in sublimi cum de lineis hoc sit impossibile per premissam erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus.e.f.g. est in superficie vna. Ex hac igitur secūda parte ⁊ premissa cōstat prima ps huius secunde propositionis.

Propositio .3.

Omnium duarum superficieꝝ se inuicē secantiū cōmunis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige ⁊ verum erit qō dicitur. Sint itaq; due superficies plane.a.b.⁊.c.d.se inuicem secantes dico q̄ earū cōmunis sectio erit linea recta. Esto enī duo pūcta.e.⁊.f.termini cōmunis sectionis eaꝝ que cōtinuent̄ per lineā rectā que sit.e.f. si igitur linea.e.f.est in vtraq; duaꝝ supficieꝝ.a.b.⁊.c.d. ꝓstat ꝓpositū: at vero si in neutrā aut si nō in altera: cū ambo puncta.e.⁊.f.sint in vtraq; supficieꝝ.a.b.⁊.c.d .in ea superficie in qua ipsa nō fuerit protrahat̄ linea recta que sit.c.b.f. erūt igit̄ due recte linee.ef.⁊.e.b.f.hñtes duos terminos cōes qō ē ipossibile. sic enī due recte linee includerēt superficiē qō ē ꝑ petitionē vltimā p̄mi libri.

Propositio .4.

If fuerit linea orthogonaliter ab inscisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficiē perpendicularis erit.

¶ Sit linea.a.b. orthogonaliter erecta super inscisionē duaꝝ linearū

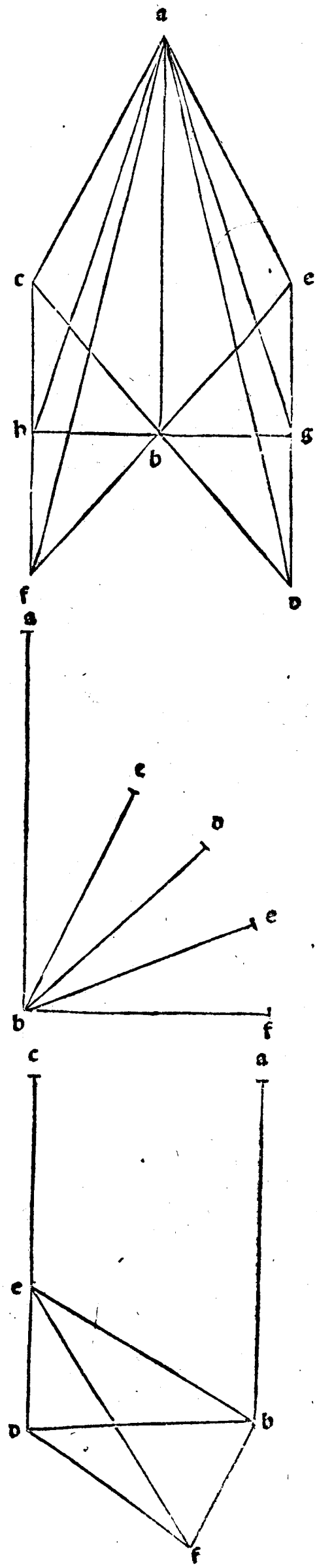
c.d.z.e.f.secãtiũ se in puncto.b.de quibus ꝓstat p anteꝓmissã ꝙ ipse sunt site in vna superficie dico ꝙ linea.a.b.ꝓpendicularis é ad ipsaȝ supficié. Sint enī.c.b .z b.d.equales at vero.f.b.z.b.e.equales z ꝓtrahanť linee.e.d.z.c.f.que erũt equales per.4.primi z equidistantes p.27.eiusdé.Signato itaqȝ puncto aliquo i linea e.d.qui sit.g.ducať linea.g.b.b.critqȝ ex.26.primi .e.g. equalis.f.b. igiť a puncto a.vel quouis puncto linee.a.b.demittanť ypothemisaliter linee.a.c.ad.a e.a.f.a. g.a.b.eritqȝ ex.4.primi.a.c.equalis.a.d.z.a.c.eq̃lis.a.f. Jté p.8.eiusdé eq̃lis erit agulus.a.e.d.eq̃lis ãgulo.a.f.c.ergo per.4.ipsi⁹ erit.a.g.eq̃lis.a.b. z ideoqȝ p.8. eiusdem erit angulus.a.b.g.equalis angulo.a.b.b.quare ex diffinitione vterqȝ é rectus z linea.a.b.ꝓpendicularis ad linea.g.b.Simili quoqȝ mõ ꝓbabis cãdé esse ꝓpendiculaŕ ad oĉs lineas ꝓtractas a puncto.b.in supficic duaȝ lineaȝ.c.d.z.c. f.igiť ex dione constat lincã.a.b.eé ꝓpendiculaŕ ad supficié i qua site sũt due linee c.d.z.e.f.seinuicé secãtes qõ é ꝓpositũ.

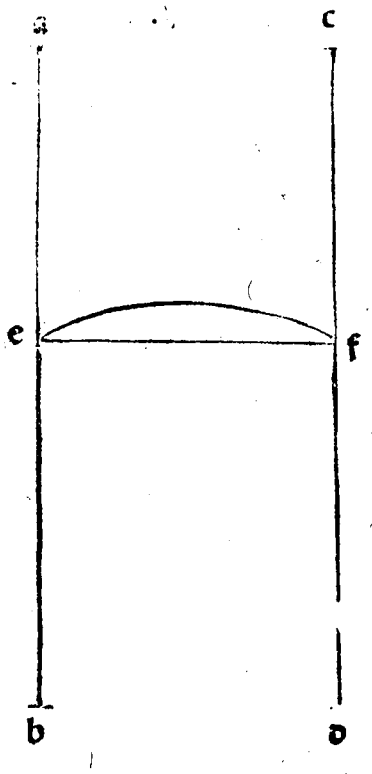
Propositio .5.

Si super tres lineas cõterminales cõi eaȝ termino erecta linea quedã orthogonaliter insistat eedé tres linee i vna superficie site erunt. Sit linea.a.b orthogonaliter erecta super cõem terminũ triũ lineaȝ.b.c.b.d.b.e.angulariter se cõtingentiũ in puncto.b.quaȝ nulla alij directe applicetur qõ idem é ac seinuicem secent in puncto.b. protracte enī se secabunt dico ꝙ tres linee.b.c.b.d.b.e.sunt in vna superficie site. Constat autē de quibusqȝ eaȝ duab⁹ ꝙ ipse sunt in vna superficie site per scõam bui⁹ vel p primã ptē.2 .bui⁹.si igiť linea.b.d.nõ fuerit in supficie duaȝ lineaȝ.b.c.z b.e.sed ille duo i plano:hoc autē in sublimi:erit vt hec superficies in qua site sunt due linee.a.b.z.b.d.si protrabatur z p illud qõ notũ est sup quartã secet illã in qua site sunt.b.c.z.b.e.eritqȝ per.3.huius cõis eaȝ sectio linea recta z ipsa sit.b.f.qȝ igitur ex premissa linea.a.b.é ꝓpendicularis ad superficié duaȝ lineaȝ.b.c.z.b.e.sequiť ex diffinitione vt ipsa sit perpẽdicularis ad lineã b.f.quare angulus.a.b.f.est rectus cunqȝ etiã angulus.a.b.d.sit rectus ex ypothesi.sequitur ipossibile videlicet ptẽ suo toti eé equalé.

Propositio .6.

Si fuerint due linee super vnã supficié ꝓpendiculares eas eq̃distãtes eé necesse est. Sint due linee.a.b.z.c.d.ꝓpendiculares ad vnã superficié dico eas esse equidistantes:protrahaťenim linea.b.d.eruntqȝ ex dione duo anguli.a.b.d.z.c.d.b.recti.si igiť due lince.a.b.z.c.d.sint in superficie vna ipse sunt equidistantes p scõaȝ partẽ.28.primi:ipsas autem esse in superficie vna sic colligc:a puncto.b. super lineam.b.d.in plano cui perpendiculariter insistunt.a.b.z.c.d.ꝓtrahe orthogonaliter lineam.b.f.z ex linea.c.d.sume.d.e.equalem.b.f.z prótrahe lineas.e.b.z.e. f.erunt igiť duo latera.e.d.z.d.b.trianguli.c.d.b.equalia duob⁹ lateribus.f.b.z d.b.trianguli.f.d.b.z angulus.e.d.b.equalis angulo.f.d.b.cũ vterqȝ sit rect⁹. itaqȝ per quartã primi linea.b.e.é equalis lince.d.f.itéqȝ cũ duo latera.e.b.z.b. f.trianguli.e.b.f.sint equalia duobus lateribus.f.d.z.d.e.trianguli.f.d.e.z basis.e.f. cõis erit p.8.primi angulus.e.b.f.equalis angulo.f.d.e. cũ vterqȝ sit rect⁹ :qȝ igiť angul⁹.f.d.e.é rect⁹ a dione erit etiã angul⁹.e.b.f.rect⁹:itaqȝ linea.f.b. ppẽdiculariter é erecta sup cõem terminũ triũ lineaȝ.b.a.b.d.b.e.se ꝓtingẽtiũ angulariter i puncto.b.q̃re p p̃missã ipse sũt i supficie vna:cũ igiť ex p̃ma parte b⁹ scõe linea.c.d





sit in eadem superficie. cum vtraqz linearum.e.b.z.b.d.sequitur.a.b.z.c .d.esse i superficie vna: Constat ergo propositum.

Propositio .7.

SI in duabus lineis equidistantibus duob⁹ punctis signatis ab altero ad alterū recta linea ducat: in qua superficie ille due linee site sunt eam quoqz in eandem sitam eē necessario comprobatur.

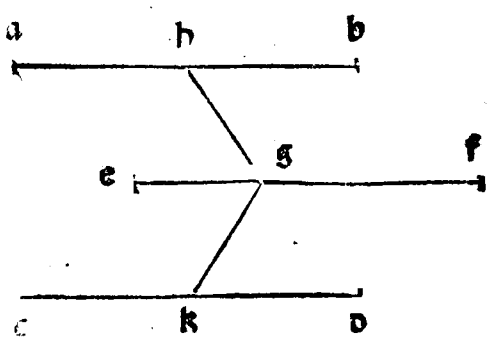
¶Sint due linee. a.b .z. c.d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem cp ipse sunt in superficie vna: in eis autem signentur duo puncta e.z.f.z producatur linea recta.e. f.dico itaqz lineam.e .f.esse sitam in superficie linearum.a.b.z.c.d.Sin autem sit.e.f.in alia superficie vt in sublimi dependens q superficies si protrahatur secabit necessario superficiē in qua site sunt due linee.a.. b.z.c.d.eritqz per.3.huius cōmunis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile.sic eni due recte linee cōcluderent superficiem.

Propositio .8.

SI in idem planū due recte linee equidistanter erigantur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoqz ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

¶Hec est quasi conuersa sexte.Sint enim due linee.a.b.z.c.d.equidistantes et sit earum altera vt.c.d. erecta perpendiculariter super superficiē quālibet:dico reliquā earum que est.a.b.esse perpendicularem ad eandē superficiem. Fiat enim prorsus eadem dispositio que in sexta:eritqz ut ibi vterqz duoz angulorz.f.d.b.z. f.b.c.rectus: primus quidem per positionem.secūdus autē per .8.primi:quare p.4.huiꝰ linea.f.b.c̄ ppendiculariter erecta super supficiem i qua sunt due linee.b.d.z.b.e.cūqz per premissā due linee.a.b.z.c.d.sint in eadem superficie cum duabus lineis.b.d.z.b.e.sequitur lineā.f.b.esse ppēdiculariter erectā supra superficiē in qua est linea.b.a.a diffinitione igitur erit angulus.f.b.a.rectus z qz etiam angulus.d.b.a.est rectus per vltimā partē.29.primi :sequitur per quartam huius lineam.a.b.esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee.b.d.z.b.f.quare constat propositum.

Propositio .9.



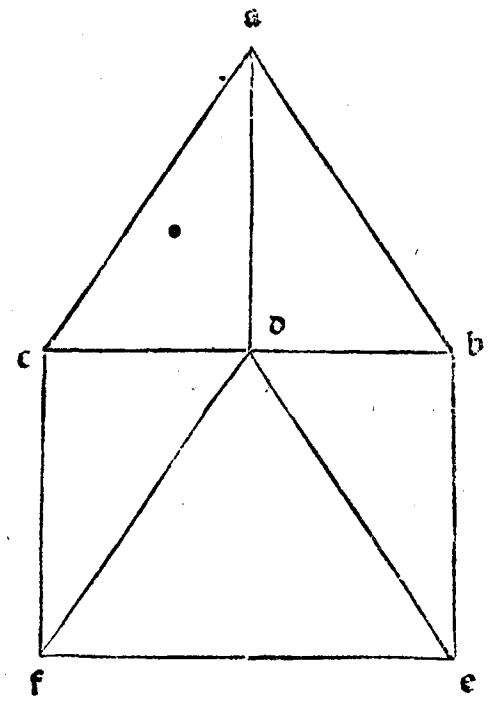
SI due linee vni non in vna superficie equidistāt eas quoqz sibi inuicem equidistare necesse est.

¶Sit vtraqz duarum linearum.a.b.z.c.d.equidistās linee.e .f. nec sint omnes in superficie vna:dico cp eedem quoqz sibi inuicem sunt equidistantes:de his quidē que sunt omnes in supficie vna probatū est per.30.primi:at vero de bis que in vna supficie non sunt vt est hic.e.f. que intelligatur surſū erecta i sublimi. restat hoc loco probandū.signetur itaqz in capitus.g.a quo educantur due perpēdiculares ad duas lineas .a.b.z.c.d.que sint.g b.z.g.k.eritqz per.4.huius linea.e.f.perpendicularis ad superficiē videlicet illam in qua sunt site due linee.g.b.z.g.k. itaqz per premissā bis assumptā vtraqz illaz duaz linearz.a.b.z.c.d. ppendicularis ē ad eandē supficiē videlicet ad illā in qua site sunt dicte due linee.g. b.z.g.k.p sextā huiꝰ igitur ipse sunt sibi inuicē equidistantes qđ est propositū.

Propositio .10.

Si due linee se angulariter contingentes duabus alijs se cōtingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: nō aūt in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli eque sibi inuicem esse comprobantur.

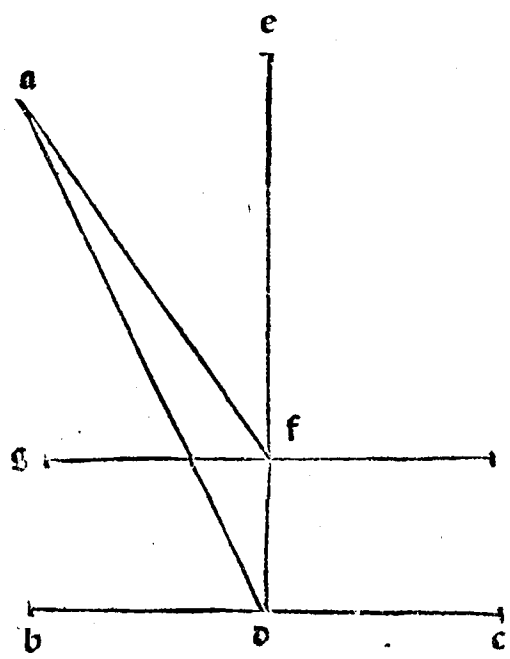
¶Sint due linee: a.b. ⁊ a.c. se angulariter contingentes in puncto.a equidistantes alijs duabus que sunt.d.c. ⁊ d.f. se quoq; angulariter contingentibus in puncto.d. nec sint cum eis i superficie vna: dico angulū.a. esse equalē angulo.d. Esto enī linea.d.c. equalis linee.a.b. cui ipsa posita est esse equidistans. ⁊ d.f. equalis.a.c. cui etiā ipsa equidistare ponit̄ ⁊ ducant̄ linee.d.a. ⁊ c.b. ⁊. f.c. eritq; ex.33. primi bis assumpta vtraq; duaꝝ linearum.b.e. ⁊ e.f. equalis ⁊ equidistans linee.a.d. per conceptionē igitur ⁊ premissam eedē sunt equales ⁊ equidistantes sibi inuicem. ⁊ itaq; per.33. primi denuo repetitā due linee.b.c. ⁊ e.f. sunt etiā equales ⁊ equidistātes: igit̄ per.8. primi cōstat ꝓpositū.



Propositio .11.

Puncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere

¶Sit punctus.a. sursum in aere a quo volumus ad superficiē subiacentem perpendicularem ducere: ducat̄ igitur in plano illo: linea.b.c vtcūq; cōtigerit ad quā ab ipso puncto.a. ducat̄ perpēdicularis.a.d secūm doctrinā.12. primi rursusq; a puncto.d. in plano illo ad qō ducenda est perpendicularis a puncto.a. extrahat̄ linea.d.e. que sit perpendicularis ad lineā .b.c vt docet.11. primi. Ad hanc quoq; lineā.d.c. ducat̄ alia linea perpēdicularis a puncto.a. que sit.a.f. hanc dico esse eā quā intēdim⁹. Sit enī linea.f.g. equidistās linee b.c. ⁊ q; vterq; duoꝝ angulorum.b.d.a. ⁊ b.d.f. est rectus: erit ex quarta hui⁹ linea b.d. perpendicularis ad supficiē in qua est triangulus.a.d.f. idcoq; etiā p.8. hui⁹ erit linea.g.f. ꝑpendicularis ad eandē superficiē: igit̄ a diffinitione erit angulus.g f.a. rectus: cūq; etiā angulus.d.f.a. sit rectus: sequit̄ ex quarta huius lineā.a.f. esse ꝑpendicularē ad superficiem in qua sunt due linee.d.f. ⁊ f.g. qō est ꝓpositum



Propositio .12.

Superficie ꝓposita punctoq; in ea assignato ab eo puncto ad datam supficiē lineā orthogonaliter erigere. ¶Cū a puncto quolibet in superficie ꝓposita assignato ꝑpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandē supficiē ꝑpēdicularē quēadmodō p̄missa docuit demittere que si i assignatū punctū ceciderit ipsa ē quā queris. Sin aūt ab ipsa assignato pūcto ad demissā perpendicularē equidistantem ducito: eā q; per.8. huius probabis eē quam queris.

Propositio .13.

Duas lineas super pūctū vnū ad supficiē vnā orthogonaliter isistere ē ꝑpossibileē. ¶Si enī possibile ē vt due linee vni eidē q; supficiei sup punctū vnū ꝑpendiculariter insistāt supficies i q̄ ipse ꝑpendiculares site sūt itelligat̄ ꝓduci quousq; secet supficiē cui dicte linee ꝑpendiculariter isistūt eritq; per.3. hui⁹ cōmunis caꝝ sectio linea recta: ⁊ q; ex diffinitione vtraq; illaꝝ duarū perpendiculariū cū cōmuni sectione cōtinet angulum rectū sequitur ut angulus rect⁹ sit ꝑs anguli recti qō est impossibile. Quēad modū aūt demonstratū est impossibile esse ab vno eodem puncto extra supficiem

duas lineas ſuper punctum vnum ad eandem ſuperficiem eſſe perpendiculares ita etiam demonſtrabimus impoſſibile eſſe duas lineas ab vno eodemq; puncto extra ſuperficiem ſignato ad eandē ſuperficiem protractas ad ipſā eſſe perpendiculares. Si enim hoc fuerit ipſe erunt equidiſtantes ex.6.huius qđ eſt impoſſibile ex diffinitione lineaꝝ equidiſtantium. Conſtat igitur ex hac ꝙ ſi aliqua ſuperficies plana aliā planā ſuperficiem orthogonaliter ſecet ⁊ ab aliquo puncto ſecantis ſuperficiei ad ſuperficiem ſectam perpendicularis ducatur: in cōmuni eaꝝ ſectione eam cadere neceſſe eſt. Alioquin ab eodem puncto ſecantis ſuperficiei ad cōmunē earum ſectionem perpendicularis protrahatur ut docet.12.primi ⁊ a puncto i quo incidit cū cōmuni ſectione alia perpendicularis ad eandē cōmunē ſectionē in ſuperficie ſecta educatur ut docet.11.primi: eritq; ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erecte angulus quē cōtinent hee due linee perpendiculares rectus: quare per quartā huius prima haꝝ duarum; perpendicularium etiam eſt perpendicularis etiā ad ſuperficiē ſectā. ergo ab vno puncto protracte ſunt due linee perpendiculares ad eandē ſuperficiem quod eſt impoſſibile: relinquitur itaq; propoſitum noſtrum.

Propoſitio .14.

Si linea vna ſuper duas ſuperficies aſſignatas orthogonaliter inſiſtat: ille due ſuperficies ſi etiā in infinitū i quācunq; partem protrahantur nunquā concurrēt.

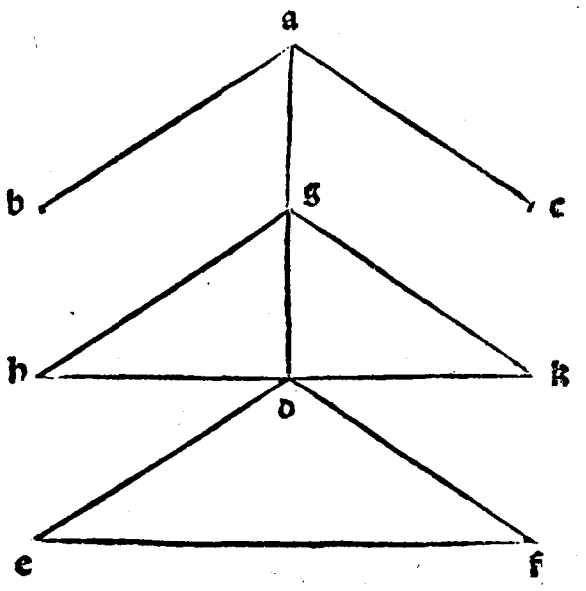
Poſita enī linea vna duabus ſuperficieb⁹ orthogonaliter inſiſtere ſi poſſibile ē ſupficies illas cōcurrere in eaꝝ cōi ſectione que per.3.huius erit linea recta: punctuſq; quocunq; modo ſigneť a quo due linee in illis duabus ſupficieb⁹ ad lineā illā que ipſis ꝓpendiculariter ſupſtat ꝓtrahať: eritq; conſtitutus triangulus ex his duab⁹ lineis ⁊ perpēdiculari hui⁹ itaq; trianguli vtreq; duorū angulorū qui ſuperpendicularē cōſiſtūt ē rect⁹ vt pz ex dione linee ſupra ſupficiē ꝓpendiculariter ſtantis hoc aūt ē ipoſſibile per.32.primi.

Econuerſo quoq; videlicet ſi ſuper duas ſuperficies equidiſtātes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis ſit ipſa quoq; perpendicularis erit ad reliquum. Poſitis enim duabus ſuperficiebus equidiſtantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri carū ꝓpendiculariter ſuperſtat: dico ꝙ eadem linea relique ſuperficiei ꝓpendiculariter ſuperſtat. Sit enim ſuperficies vna ſecans poſitas ſuperficies equidiſtantes ſuper lineam eas penetrātē eritq; cōis ſectio huius ſupficiei ſecātis ⁊ alteri⁹ ſectarū videlicet illi⁹ cui linea penetrās ponit ꝓpendiculariter inſiſtere cōtinēs angulū rectum cū ipſa linea penetrāte ex dione linee ꝓpēdicularis ad ſupficiē: ſi igit alia cōis ſectio ipſi⁹ ſupficiei ſecātis ⁊ reliq; duarū ſectarū cū eadē linea penetrāte nō ꝓtineat angulū rectū erit ex vltima petitione p̄mi vt ille due cōes ſectiōes i alterutrā ptē protracte neceſſario ꝓcurrāt quare ⁊ ſupficies que poſite ſūt equidiſtantes neceſſario ꝓcurrēt. ⁊ qz hoc ē ipoſſibile erit ille angul⁹ rect⁹ eodēq; modo erit de qualibz alia ſupficie eaſdē ſupficies eqdiſtātes ſecāte ſup eandē lineā: igit ex ārta b⁹ ⁊ ex iſta.14. conſtat verū eē qđ dixim⁹.

Propoſitio .15

Si fuerint due linee ſe continentes angulariter equidiſtantes alijs duabus ſe contingentibus non autem in ſuperficie vna ab eiſdem lineis contente due ſuperficies in nulla parte quantūcunq; producantur poſſunt concurrere.

¶Sint due linee.a.b.z.a.c.se angulariter contingentes in puncto.a. equidistan/tes duabus lineis.d.e. z.d.f.se angulariter contingentibus in puncto.d. z nō sint in superficie vna:dico eaȝ superficies i quācūqȝ ptē z quātūcūqȝ protrahant nunqȝ concurrere:protrahatur z eni a puncto.d.put docet.5.huius perpendicularis ad superficiē duaȝ lineaȝ.a.b.z.a.c.sitqȝ.d.g.z a puncto.g.ducatur.g.b.equidistās.a.b.z.g.k.equidistans.a.c.eritqȝ ex diffinitione vterqȝ duoȝ angulorum.d.g.b.d.g.k.rectus z per.9.erit linea.d.f.equidistans linee.g.k.z linee.d.e.equidistans linee.g.b.quare p vltimā ptem.29.primi vterqȝ duoȝ angulorum.e.d.g.f.d.g.erit rectus:ideoqȝ per quartā huius linea.d.g.erit ppendicularis ad supficiem duaȝ lineaȝ.d.e.z.d.f.cunqȝ ipsa eadem sit etiā ex ypothesi perpendicularis ad superficiē duarum linearum.a.b.z.a.c.igitur ex premissa liquet quod ē ppositum



Propositio .16.

Si duas superficies equidistantes vna superficies secet cō munes eaȝ sectiones equidistantes erunt.

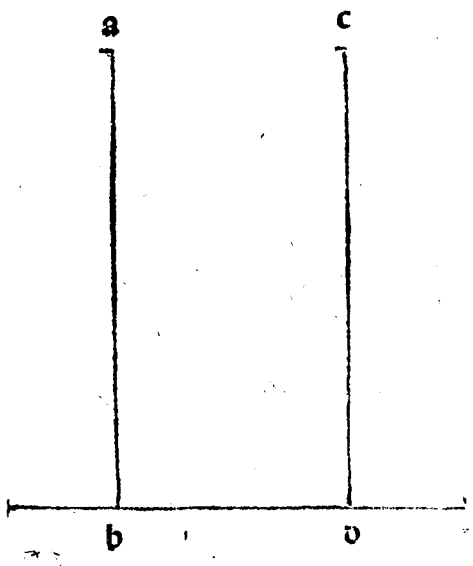
¶Constat equidem ex tertia qȝ vna superficie quascūqȝ duas superficies equidistantes secante cōmunes earum sectiones erunt due linee recte:que cū sint ambe site in superficie secante. si ipse nō fuerit equidistantes ponantur ad quotlibet vnum punctum concurrere:erit itaqȝ vt vn9 atqȝ idē punctus sit in vtraqȝ illaȝ duaȝ sectionū cōmunium cuiqȝ vna illaȝ communiū sectionū sit in vna duaȝ superficieȝ sectaȝ z reliqua in altera.sequit supficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere:hoc autem impossibile est.Erūt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est propositū.¶Ex hac z premissa potes elicere conclusionē vnā similem.30.primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistantes ipse quoqȝ erunt adinuicē equidistantes. Positis enī tribus superficiebus quarum vtraqȝ duaȝ extremarū equidistet medie dico qȝ necesse est ipsas extremas equidistare adinuicem.secentur omnes illi tres superficies duabus superficiebus se quoqȝ inuicem secantibus:erūtqȝ ex hac.16.cōmunes sectiones duaȝ extremaȝ superficieȝ equidistantes sectionibus medie:quare ex.30 primi ipsi etiā sectiones duaȝ extremaȝ superficieȝ erant equidistantes adinuicē. Et quia ipse contingunt se in cōmuni sectione duaȝ superficieȝ tres positas superficies secantium ex premissa euidenter constat quod diximus.

Propositio .17.

Si superficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas seinuicem contingentes vel equidistantes secēt illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

¶Intelligant enī due recte linee penetrantes qualitercūqȝ cōtigerit res superficies equidistantes aut etiā plures tribus.dico itaqȝ duas portiones illaȝ linearum inter quaslibet duas lineas superficies interceptas proportionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus superficiebus interceptis.Coniungant enim due extremitates illaȝ duaȝ linearum iuncta inter eas linea vna diagonaliter:eritqȝ hoc diagonalis cū vtraqȝ illarū duaȝ lineaȝ penetrātiū supficies ppositas in supficie vna illas equidistantes supficies positas secāte.si ergo baȝ supficieȝ cōes sectiōes q̄ p premissā erūt equidistātes cogitatōe protraxeris ex prima parte secunde sexti constabit propositum.

Propositio .18.

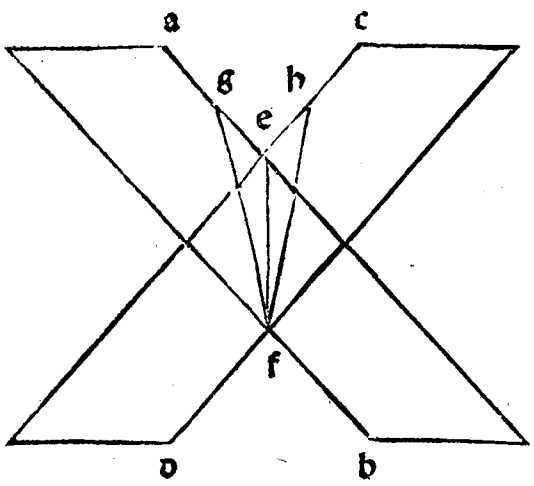


Si in ſuperficie aſſignata orthogonaliter ſteterit: linea ois ſuperficies a linea illa quorſum libet ducta ad eandem aſſignatam ſuperficiem erit orthogonaliter erecta.

¶Sit eni linea.a.b.erecta perpendiculariter ſup aſſignatã ſuperficiẽ ꝛ a linea.a.b.ꝓducaꝫ ſuperficies quorſũ libuerit: quã dico ſup poſitam ſuperficiem eſſe perpendiculariter erectam. cum enim ipſa ſecet ſuperficiem aſſignatam: erit earum cõmunis ſectio linea recta ex.3.huius.ſitqꝫ.b.d.in hac ergo cõmuni ſectione ſignato puncto quolibet qui ſit.d.extrahatur ab eo In ſuperficie que producta eſt a linea.a.b.linea quedã ꝓpendicularis ad lineã .b.d. que ſit d.c.critqꝫ ex ſecunda pte.28.primi linea.c.d. equidiſtans: linee. a.b. ideoqꝫ ex.8. huius linea.c.d.eſt etiã perpendicularis ad ſuperficiẽ propoſitã: quia ergo hoc modo quelibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto lince .b. d.ad ipſam lineam.b.d.in ipſa ſuperficie que producta eſt a linea.a.b.eſt perpendicularis ad propoſitã ſuperficiem ex diffinitione ſuperficiei ſupra ſuperficiẽ orthogonaliter erecte: cõſtat vex eſſe qꝺ propoſitũ eſt. Propoſitio .19.

Si due ſuperficies ſe inuicẽ ſecantes ſupra vnam ſuperficiem erecte fuerint orthogonaliter cõmunis earum ſectio ad eandem ſuperficiem perpendicularis erit.

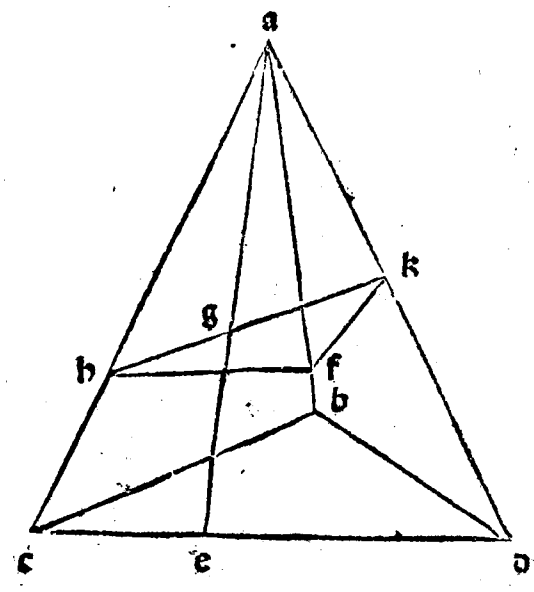
¶Sint due ſuperficies.a.b.ꝛ.c.d.ſeinuiccm ſccantes erecte orthogonaliter ſuper aſſignatã ſuperficiez: ſitqꝫ cõmunis caꝫ ſectio linea recta.e.f.hanc dico eſſe perpendiculaꝛẽ ad aſſignatã ſuperficiem. alioquin a puncto f.qui eſt cõis terminꝰ ſectionũ duaꝫ ſuperficieꝫ ſecantiũ: ꝛ tertie ſupficiei ſecte ꝓducaꝫ vna linea recta que ſit.f.g.in ſuperficie.a.b.perpẽdicularis ad ſupficiẽ aſſignatã. itẽqꝫ ab eodẽ pũcto ducaꝫ alia perpendicularis ad eandẽ ſupficiẽ que ſit a ſit in ſuperficie.c.d.ꝛ ipſa ſit.f.h. eruntqꝫ due linee.f.g.ꝛ.f.h.orthogonaliter inſiſtentes ſuper punctũ vnũ ad ſupficiẽ aſſignatã: hoc aũt impoſſibile per. 13.huius Tales aũt lineas poſſe ꝓtrahi a puncto.f.in vtraqꝫ duaꝫ ſuperficieꝫ.a .b.ꝛ. c.d. cũ.e.f.nõ fuerit perpẽdicularis ad aſſignatã ſuperficiẽ dubitare nõ cõuenit. Intelligaꝫ quidẽ linea.f.b.cõis ſectio ſuperficiei.a.b.ꝛ ſupficiei aſſignate ꝛ linea.f.d.ſuperficici.c.d.ꝛ ſupficiei aſſignate. Si igiꝫ linea.e.f.fuerit ꝓpendicularis ad vtranqꝫ duaꝫ lineaꝫ.f.b.ꝛ.f.d.ipſa etiã erit perpendicularis ad ſupficiẽ aſſignatã ex q̃rta huius. ſi aũt ad neutrã ſit.f.g.ꝓpendicularis ad.f.b.ꝛ.f.h.perpendicularis ad.f.d deinde a puncto.f. ꝓtrahe in ſuperficie aſſignata vnã lineã ꝓpendiculaꝛẽ ad lineã f.b.q̃ ex dione ſupficiei ſup aliã ſupficiẽ orthogonaliter erecte cũ linea.f.g. ꝓtinebit angulũ rectũ: p quartã igiꝫ huiꝰ erit linea.f.g.ꝓpendicularis ad ſuperficiẽ aſſignatã. Eodẽ quoqꝫ mò ꝓtracta alia linea a puncto.f.i ſupficie aſſignata q̃ ſit perpendicularis ad lineã.f.d.ſequeꝫ ex dione predicta ꝛ ex quarta huiꝰ lineã.f.h.eé ꝓpẽdiculaꝛẽ ad ſupficiẽ aſſignatã qꝺ è impoſſibile p.13.huius. Qꝺ ſi ꝓfiteare lineã.e.f. eſſe ꝓpendiculaꝛẽ ad lineã.f.b.ſed nõ ad lineã.f.d.ſequeꝫ modo conſimili duas lineas.e.f.ꝛ.f.b.eſſe perpendiculares ad ſuperficiem aſſignatam: qꝺ nihil minus eſt impoſſibile. Propoſitio .20.



Si tres anguli ſupficiales ſolidũ angulũ ꝓtineãt illoꝝ triũ angulorum quiqꝫ duo ꝓiter accepti reliquo ſũt maiores.

¶Sint tres linee. a.b.a.c.a.d.piramidaliter erecte ſupra ſuperficiem.b .c .d. continentes tres ſuperficiales angulos ex quibꝰ ſolidus

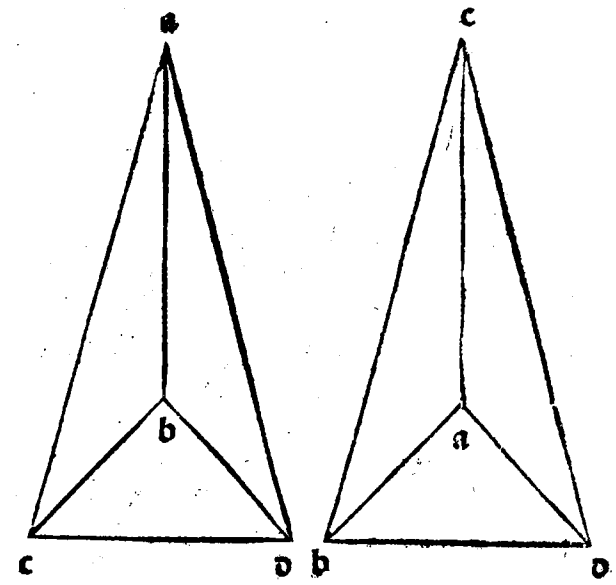
perficitur angulus in puncto.a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialib⁹ angulis solidum angulum in puncto.a.constituentibus pariter acceptos tertio eē maiores. Si enī bi tres anguli superficiales fuerint sibi invicem eq̄les: aut si duo tantuz equales tertio exīte minore vtrolibet duoꝝ equaliuz: ꝓstat ꝑ cōem scientiā verum esse qō dicitur. Qō si eoꝝ vnus vtrolibet duoꝝ reliquoꝝ maior fuerit sive illi duo ponant̄ equales sive non equales: adhuc constat illum maiorem cum vtrolibet duorū reliquoꝝ pariter acceptoꝝ tertio esse maiorē. Sed ꝛ illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur esse maiores: sic collige. esto enim trium propositorum angulorum superficialium angulis.c.a.d. maior vtrolibet reliquorum duoꝝ. Ex ipso ergo abscindam angulum.c.a.d.equalem angulo. b.a.d. ꝓtracta linea.a.e.ꝛ sumā ex hac linea.a.e.lineā.a.g.ꝛ ex linea.a.b.lineā.a.f.quas ponam esse equales ꝛ protrabam lineam a puncto.g.qualitercūq̄ contingat in superficie duaꝝ linearuz.a.c.ꝛ.a.d.quousq̄ secet.a.c.in puncto.b.ꝛ.a.d. in puncto k.ꝛ ipsa sit.b.g.k.ꝛ producā lineas.f.b.ꝛ.f.k.cum sit igitur.a.f.equalis.a.g. posita.a.k.cōmuni erit per quartaz primi.f.k.equalis.k.g.ꝛ qr ex.20.prime due linee b.f.ꝛ.f.k.sunt maiores linea.b.k.erit per cōceptionē.b.f.maior. b.g. ideoq̄ per 25.primi cū sit linea.a.f.equalis linee.a.g.erit angulus.f.a.b.maior angulo.b.a.g.per cōceptionē igitur cōstat duos angulos.b.a.f.f.a.k.pariter acceptos eē maiores angulo.b.a.k.qō erat demonstrandū.

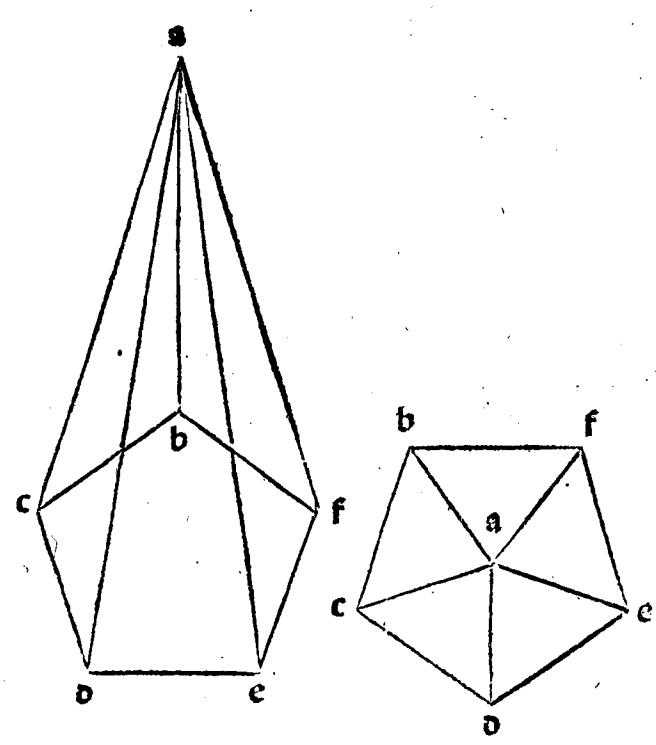


Propositio .21.

Omnis angulus solidus quatuor rectis āgulis minor esse probatur.

Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialiū ipsū solidū continentium quantitate determinatur: hac ergo.21.proportiōaliter ꝓponit̄ quoq̄ quoslibet supficiales angulos solidū quēlibet cōtinētes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. Sit enī triangula piramis a.b.c.d.cui⁹ supremus angulus cū possit esse quilibet suoꝝ angulorū hic tñ sit.a. de quo dico ꝙ tres supficiales anguli ipsū.a.ꝓtinentes sint minores quatuor rectis. Constat enī ex.32.primi. 9.angulos triū ťangulorū hanc piramidē circūstantium ꝛ ipsi sunt.a.b.c.a.c.d.a.d.b. esse equales sex angulis rectis: de trib⁹ aūt angulis basis ei⁹ que ē triāgulus.b.c.d. cōstat quoq̄ ꝑ eandē ꝙ ipsi sunt equales duobus rectis. cum igitur sex anguli trium triangulorū predictoꝝ hanc nostram piramidē de cuius supremo angulo disputamus circūdantiū: qui inq̄ sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos piramidis continent: sint ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequit̄ ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis: ex.nouē. igit̄ angulis trium triangulorū piramidē circūdantiū bis sex angulis demptis erunt ex cōmuni scia reliqui tres ꝛ ipsi sunt qui constituūt solidū angulū.a.miores.4.rectis. Si aūt angul⁹.a.supmus i assūpta piramide plurib⁹ angulis supficialib⁹ quā trib⁹ ꝓtineat̄ qō erit ꝑm multitudinē angl̄oꝝ sue basis: cū igit̄ oēs anguli oim triangulorū ipsā piramidē circūdātiū ꝑiter accepti sint ex.32 ꝑmi tot rectis angulis eq̄les quāt⁹ē numer⁹ angl̄oꝝ sue basis duplicat⁹: eo ꝙ tot necesse ē ēc triangulos piramidē circūdātes quot fuerit anguli sue basis. Cūq̄ omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis eq̄les quant⁹ē numer⁹ angulorū suoꝝ dupli/catus: demptis inde.4.ut in.32.p̄mi demonstratum est. Cunq̄ igitur omnes an/



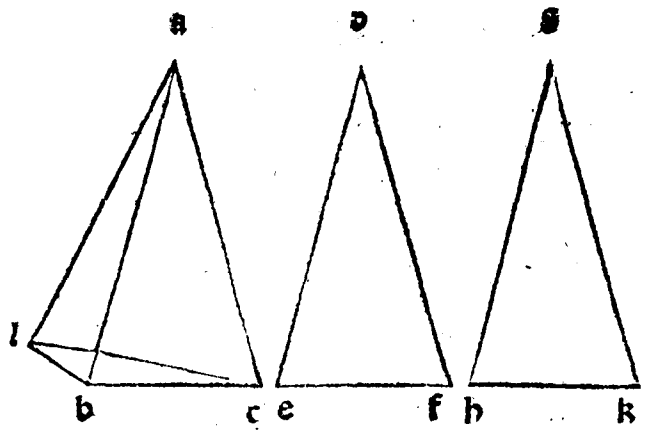


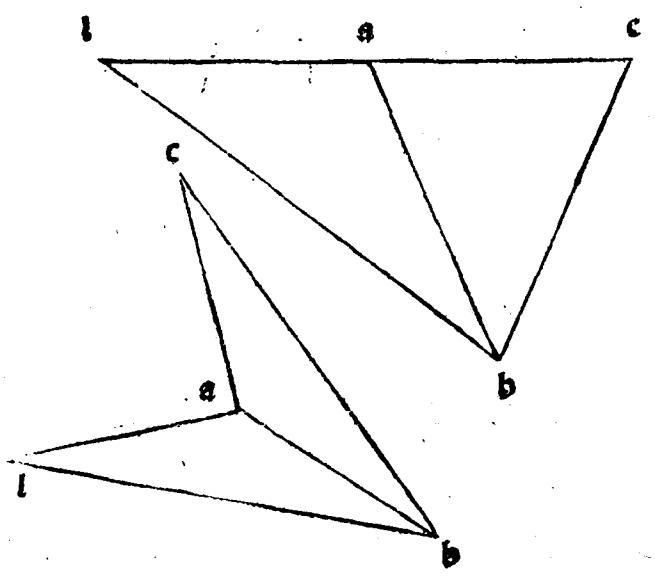
guli triangulox piramidé circũdãtiũ qui ſup latera baſis ipſi⁹ piramidis cõſiſtunt pariter accepti ſint maiores omnibus angulis baſis piter acceptis vt euidẽter conſtat ex premiſſa totiés quot angulos baſis habuerit repetita. adhuc neceſſario ſequitur ex cõi ſcia ſupficiales angulos ſolidũ angulũ. a. continentes piter acceptos eſſe minores quatuor rectis: eo inquã minores quo oés anguli trigonox piramidem circũdantium qui ſup latera baſis ſtatute piramidis conſiſtant excedunt oés angulos baſis pariter acceptos.

Propoſitio .22.

Si tres anguli ſuperficiales quox quinq; duo pariter accepti tertio ſint maiores cunctis ſibi inuicem equis lineis contineantur de tribus baſibus angulos illos ab ipſax lineax equalium terminis ſubtendẽtibus triangulum ſubſtitui vel conſtitui poſſibile eſt:

¶ Sint tres ſupficiales anguli. b.a.c. e.d.f. b.g.k. vt ꝓponit: tales videlicet ut quiq; duo eoꝝ tertio ſint maiores. ſintq; ſex latera eos continentia equalia que ſint a.b. a.c. d.e. d.f. g.b. g.k. z ſubtẽdant cis tres baſes que ſint. b.c. e.f. b.k. Ex his ergo tribus baſibus triangulũ aio conſtitui poſſe. Eſto eni angulus. b.a.l. equalis angulo. d. z linea. a.l. linee. d.e. z protrahantur. l.b. l.c. eritq; ex. 4. primi linea l.b. equalis linee. e.f. ex ypotheſi vero ꝓſtat totalem angulũ. a. eſſe maiorem angulo. g. erant eni quiq; duo ex tribus angulis. b.a.c. d. z. g. tertio maiores igit ex. 24 primi linea. l.c. linea. b.k. é maior. cunq; ſint ex. 20. primi due linee. l.b. z. b.c. maiores linea. l.c. ſequitur duas lineas. l.b. z. b.c. eſſe multo fortius maiores linea. b.k. quia igitur. l.b. eſt equalis. e.f. erunt due linee. b.c. z. e.f. maiores linee. b.k. Conſtat itaq; hoc modo quaſq; duas lineas ex tribus lineis. b.c. e.f. b. k. eſſe longiores tertia: igit ex. 22. primi conſtat verum eſſe qõ dicitur: hoc dũtaxat addito q; ſi duo anguli. b.a.c. z. d. pariter accepti ſint equales duobus rectis erunt due linee l.a. z. a.c. ex. 14. primi linea vna: que cum ſit equalis ex ypotheſi duabus lineis. g b. z. g.k. que ex. 20. primi longiores ſunt linea. b.k. cunq; ex eadé linee due. l.b. z. b c. ſint longiores linea. l.c. ſequitur vt prius. b.c. z. e.f. piter acceptas eé longiores b.k. At vero ſi duo predicti anguli ſunt maiores duobus rectis: erunt ex. 21. primi due linee. a.l. z. a.c. ideoq; z due. g.b. z. g.k. breuiores duab⁹ q̃ ſũt. l.b. z. b.c. quare vt prius. b.c. z. e.f. pariter accepte ſunt longiores linea. b.k.

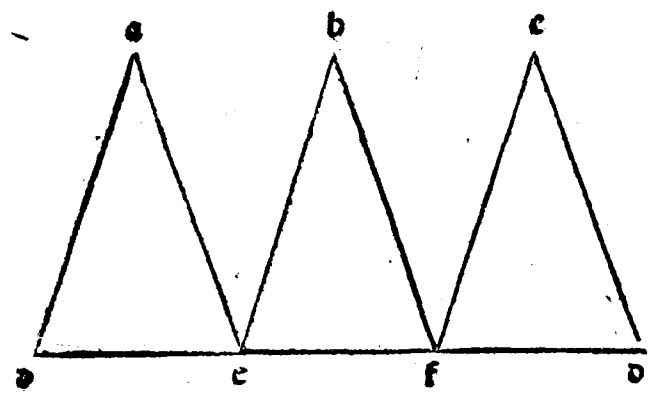




Propoſitio .23.

Tribus angulis ſupficialibus propoſitis quox quiq; duo piter accepti tertio ſunt maiores omnes aut treſ ſimul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalib⁹ equaleſcunq; ſint ſolidum angulum conſtituere.

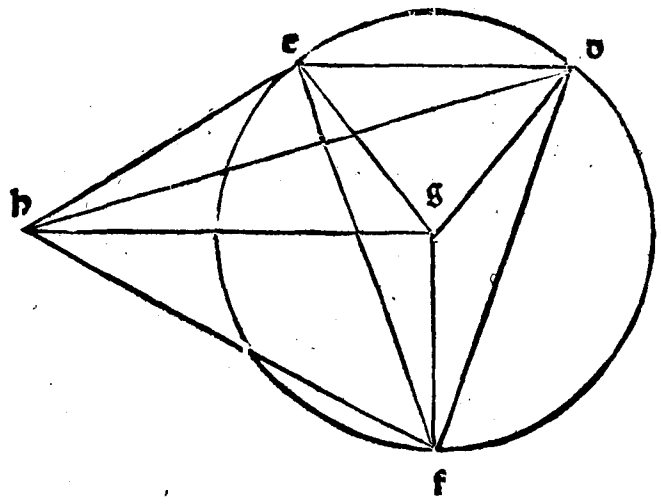
¶ Sint ꝓpoſiti tres anguli ſupficiales qui ſunt. a.b.c. de tribus illis equalibus volumus vnũ ſolidũ angulũ conſtituere oportet: igit ex. 21. h⁹ vt quiq; duo eox pariter accepti tertio ſint maiores z ex. 21. huius vt omnes piter accepti quatuor rectis angulis ſint minores ex ipſis itaq; ſint hec poſita: latera vero eos continẽtia cuncta adinuicem ſint equalia eisq; ſubtendantur tres baſes z ipſe ſint d.e. e.f. z. f.d. eritq; ex premiſſa poſſibile de tribus lineis his baſibus equalib⁹ triãgulum conſtitui. Sit igit ex eis cõſtitut⁹ ſm doctrinã. 22. primi triangulus. d.e.f. conſtitutus: cui ſicut docuit quinta quarti circũſcribat circulus. d.e. f. ſupra centrum. g. z ꝓtrahãt: g.d. g.e. g.f. que cũ ſint adinicẽ cqles ex dione circuli lateraq;

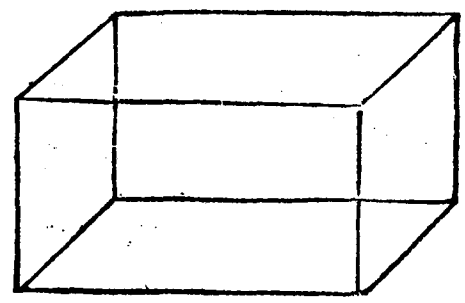


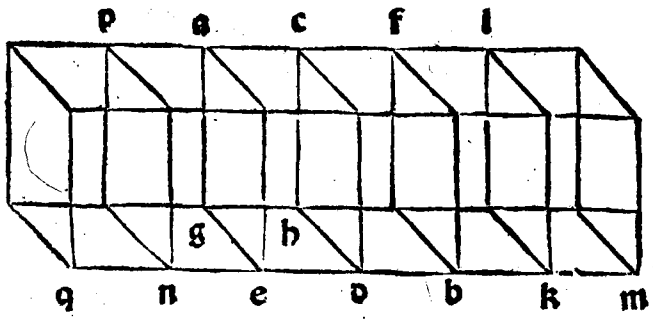
tres ꝓpositos angulos ambientia equalia ex ypothesi necesse est vt eaꝝ quelibet quolibet illorum laterū sit minor equalē aūt aut maiorē esse est impossibile Si enī linea exiens a centro.g.ad circūferētiam circuli.d.e.f.esset equalis alicui lateꝝ.a.d a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.sequeretur propterea que posita sūt annuente.8.primi tres angulos.a.b.c.ꝓpositas esse equales tribus angulis.d.g.e.e.g.f.f.g.d. cūqz hi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile pz ex.13.primi:protracta paulisp vna lineaꝝ exentiū a centro ad circūferentiam in continuum z directū:essent etiā tres anguli.a.b.c.equales etiā quatuor rectis qō est cōtra posita. Qō si esset maior superpositis tribus triangulis quorum sunt anguli.a.b.c.trib⁹ triāgulis diuidentibus triangulum.d.e.f. vnoquoqz illi cū quo cōicat in basi itaqꝫ bases supponant basibus equales videlicet equalibus z anguli.a.b.c.cadant ad ptem puncti. g. sequeret ex.21.p̄mi tres āgulos.a.b.c.esse maiores trib⁹ qui sūt.d.g.e. e.f.g.f. g.d. cēnt itaqz maiores q̄tuor rectis qō ē ampli⁹ ꝓtrariū positis Relinquit itaqz vnū quodqz ex sex lateribus tres ꝓpositos angulos ābientibus maius esse linea egrediente a centro.g.ad circūferentiā.d.e.f.ideoqz etiā potentius.Sit igitur potentius i linea.g. b.que sit scōm.12.b⁹ orthogonaliter erecta sup superficiē anguli vel circuli d.e.f.demittāturqz tres ypothemise.b.d.b.e.b.f.quas dico cōtinere angulos tres superficiales equales tribus propositis constituentes angulū solidum in puncto.b cū eni quadratū linee.a.d.sit equale duob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.d.g.z. g.b.ex ypothesi At quadratū linee .d.b.sit equale eisdē ex penultima primi necesse est linea.a.d.esse equalem linee.d.b eodēqz modo z lineā.a.e.linee.e.b.igit ex.8.p̄mi cū bases etiā sint equales erit angulus.a.equalis angulo.d.b.e .silr quoqz nō erit angulus.b.equalis angulo.e.b.f.z angulus.c.equalis angulo.f.b.d. quare cōstat factū eē quod facere diſposuimus.

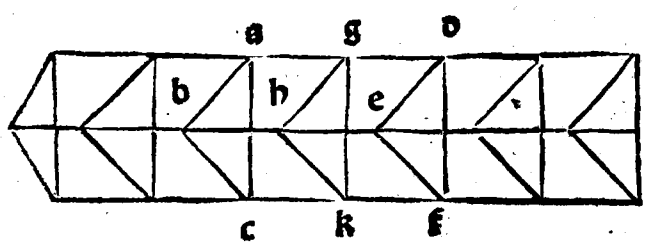
Propositio .24.

SI superficiebus equidistantibus solidum cōtineatur eius oppolite supficies sibi inuicē equales sunt z equidistantiū laterum. Quicquid dicant alij solidū equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est cōtineri que sicut eē nō possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat eni columnā exagonā posse. 8.superficiebus que bine z bine oppolite sibi inuicem equidistant contineri:sic quoqz octogonā.10.z decagonam.12.z ad istaꝝ similitudinē in infinitū.sz horꝝ omniū solidoꝝ equidistantibus superficiebus contentoꝝ que infinita esse pronuncio solū illud dicit paralellogramū cuius omnes superficies ipsū ambientes palellograme sunt z istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri:de tali itaqz qō sex tm̄ supficiebus ambit dico deberc itelligi qꝫ hec.24.ꝓponit:sic igit tale solidum corpus.a.b.cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente cōprehendas:patebitqz tibi vnāquāqz earū quatuor ex reliquis secare cuius quatuor latera cum sint cōmunes sectiones ipsius secantis z quatuor sectaꝝ.Sint autē ille quatuor secte bine z bine ꝫm qꝫ adinuicem opponunt equidistantes ex ypothesi:sequit ex.16.bis assumpta ut quatuor latera bni⁹ supficiei secantis z quatuor sectaꝝ sint adinnicē bina z bina equidistātia. Cō stat itaqz scōm. At vero ex.34.primi manifestū ē oia latera oppolita istaꝝ sex supficieꝝ eē equalia:erūt igit bina latera angulū planū cōtinētia cuiusqz eaꝝ equalia binis lateribus angulū planū in supficie sibi oppolita ꝓtinentib⁹.anguli quoqz ab illis binis z binis lateribus ꝓtenti equales ꝑ.10.b⁹: igit ex ꝓuersa penultime cōis









ſcie in primo libro poſite neceſſe eſt quaſq; duas ſuperficies in ſolido.a.b.oppoſitas eſſe ſibi inuicē equales qđ eſt propoſitū. ¶Propoſitio .25.

SI ſuperficies quedā ſecet ſolidū paralellogramū eqdiſtāter duabus ipſius ſolidi ſupficiebus oppoſitis duo partialia corpora que ad illam ſecantem ſuperficiē velut ad cōmunē terminū copulant ſuis baſibus ſunt proportionalia. ¶Sit corpus.a.b.ſolidū palellogramū ⁊ ſecet ipſum ſupficies.c.d. equidiſtanter duabus eius oppoſitis ſupficiebus que ſunt.a.e.⁊.f.b.⁊ ſit ſupficies g.b.baſis ipſius ſolidi.a.b.de qua conſtat per premiſſā ꝙ ipſa ſit equidiſtantium latex ⁊ ſit cōis ſectio duax ſupficiex.c.d.⁊.g.b.linea.b.d.de qua conſtat p. .buius ꝙ ipſa ſit linea recta ⁊ p.16.huius ꝙ ipſa ſit equidiſtans.g.e. ideoq; ſunt due ſuperficies.g.d.⁊.h.b.equidiſtantiū latex ⁊ ipſe ſunt baſes duox prialiū corpox in que ſupficies.c.d.diuidit ſolidum.a .b. dico itaq; ꝙ ꝓportio ſolidi.a.d.ad ſolidū.b.c.ē ſicut baſis.g.d.ad baſim.h.b.protrahant enī vtrinq; quātū libuerit.quatuor linee penetrantes ſupficiē.c.d. ſup eius angulos ⁊ ipſe ſunt.a.f.⁊.e.b.cū duabus reliquis ſibi equidiſtantibus. Sumant̄q; ex eis omnib⁹ portiones ex pte puncti.b.quot libuerit que ponant̄ ſingule eq̄les linee.b.d. ⁊ ex parte puncti.c.alie ſint quot libuerit que ponant̄ equales linee.e.d.ſup quas vtrinq; ꝓſtituāt̄ ſolida palellograma ſcōm suax longitudinē exigentiū.Sintq; ex p te puncti.b.ſolida.f.k.⁊.l.m.⁊ ex pte puncti. e.ſolida. a.n.⁊.q. a.critq; ex dione corpox equaliū atq; ſimiliū vnūqōq; ſolidox.f.k.⁊.l.m.equale ſolido.e.b. ⁊ vnūqōq;.a.n.⁊.p.q. ē equale a.d.fiat igit̄ argumētū quēadmodū i prima ſexti ē enī ſolidū.c.m.ita multiplex ſolidi.b.c.ſic baſis.b.m.baſis.h.b.⁊ ſolidū.q.c.ita multiplex ſolidi.a.d.ſic baſis.q.b baſis.g.d.⁊ ſi baſis.b.m.ē eq̄lis baſi.q.b.ſolidū.e.m.eſt eq̄le ſolido.q.c.ex dione corpox equaliū atq; ſimiliū ⁊ ſi baſis ē minor baſi ⁊ ſolidū ē min⁹ ſolido ⁊ ſi maior mai⁹ qđ p;z ex dione eadē reſecata maiori baſi ad eq̄litatē minoris ⁊ deſcripto ſup eam ſolido palellogramo.itaq; ex dione icōtinue ꝓportionalitatis ꝓportio ſolidi a.d.ad ſolidū.c.b.ſicut baſis.g.d.ad baſim.h.b.qđ eſt ꝓpoſitū. Qđ ſi ſuperficies aliqua ſecet corpus ſeratile equidiſtanter duabus eius triangularibus ſupficiebus oppoſitis duo partialia corpora que ad illā ſecantē ſuperficiē velut ad cōem terminum copulant̄ ſuis baſib⁹ erūt proportionalia. ¶Sit enī.a.f.corpus ſcratile cuius ſint due trigone ſupficies.a.b.c.d.e.f. Cōſtat igit̄ ex dione ſecratilis vnāquāq; trium ſupficiex que ſunt.a.b.d.e.b.c.e.f.a.c.d.f.eē palellogramū: ſecet igit̄ ſupficies.g.b.k. iſtud ſcratile equidiſtanter duabus eius oppoſitis ſupficiebus q̄ ſunt a.b.c.d.e.f. dico ꝙ ꝓportio ſeratilis.a.k.ad ſeratile.g.f.ē ſicut baſis.a. k.ad baſim.g.f.qđ ſicut de ſolidis palellogramis ꝓbat̄ ꝓtractis enī in vtrāq; ptē lineis.a.d.b.e.c.f.factiſq; inter eas ex pte puncti.e.ſeratilibus equalibus ſcratili. g.f. ⁊ ex pte puncti .b.alijs equalibus ſcratile.a.k.vtrinq; quouis numero ex dione inconuinue ꝓportionalitatis.ſi cuncta vigili mente pluſtres nō erit tibi difficile cōcludere quod diximus. ¶Propoſitio .26.

SUper datum punctū date linee angulo ſolido propoſito equalē angulū ſolidū conſtituere. ¶Solidus angulus propoſitus ſit.a.qui cōtineat̄ tribus lineis.a.b.a.c.a.d.tres ſuperficiales angulos ipſū ſolidū pficientes cōtinentib⁹ cui ſup punctū.e. linee.e.f.ꝓpoſite que ad libitū ꝓponentis iaceat:aut in ſublimi cōſurgat ubeamur

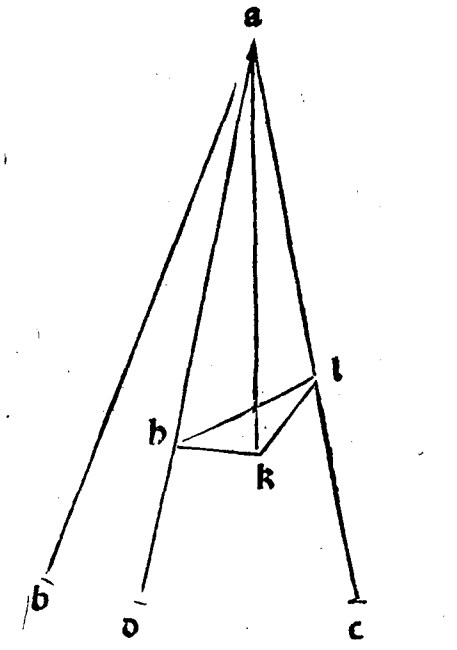
equalē angulum ſolidū cōſtituere qualiſcūqz ſit ſitus linee.e.f.a puncto.g.vbicūqz volueris ſignato: ꝓducito lineā.g.e.eruntqz ex ſcōa b⁹ due linee.e.f.ꝛ.g.c.i ſupfi/cie vna.in hac itaqz ſuperficie ſuper punctū.e.datū in aſſignata linea ſcōm ꝓſiliuz 23.primi conſtitue angulū equalē angulo.b.a.c.ꝛ ipſe ſit.f.e.g. debinc ex linea.a.d.abſcinde lineam.a.b.ſicut volueris ꝛ a puncto.b. producito perpendicularem b.k.ad ſuperficiē in qua ſunt due linee.a.b.ꝛ.a.c.qō qualiter faciendum ſit.11.huius docuit:nec ſit igitur tibi cura de puncto .k. Nihil eni refert vtꝝ ꝓpendicularis b.k.occurrat ſupficiei in qua ſunt due linee.a.b.ꝛ.a.c.inter ipſas lineas aut extra aut in eaꝝ altera ducito tñ lineā.a.k.poſitoqz puncto.l.in linea.a.b.vbicūqz volueris ꝓtrahe lineas.k.l.ꝛ.l.b.ꝛ pone angulū.f.e.m.in ſupficie lineaꝝ.c. f.ꝛ.e.g. equalē angulo.b.a.k.ꝛ lineā.e.m.equalē linee.a.k.ꝛ ex linea.e.f. ſume lineā .e.p. equalē linee.a.l.ꝛ a puncto.m.educ lineā.m.n.ꝓpendicularē ad ſuperficiē in qua ſunt due linee.e.f.ꝛ.e.g.ꝛ pone eā equalē.b.k.ꝛ ꝓtrahe lineas.c.n.n.p.ꝛ.p.m. dico igit̄ tres lineas.e.f.e.g.e.n.cōtinere angulū ſolidū in puncto.e.equalē angulo.a.ꝓpoſito: cū ſint eni ex ypotheſi duo latera.a.k.ꝛ.k.b.triāguli.a.k.b.equalia duobus lateribus.e.m.ꝛ.m.n.trianguli.e.m.n.ꝛ anguli qui ſunt ad.k.ꝛ ad.m recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte ſupra ſupficiē erunt ex quarta ꝑ/mi due linee.a.b.ꝛ.e.n.equales:per eandē quoqz erunt due linee.k.l.ꝛ.m.p.equales.ideoqz etiā ꝑ eandē.b.l.ꝛ.n.p.equales:cum ſint.b.k.ꝛ.k.l.equāles.m.n.ꝛ.m p.ꝛ anguli.b.k.l.ꝛ.m.n.p.recti ꝑ.8.igit̄ primi erit angnlus.n.e.p. equalis angulo.b.a.l.Simili quoqz modo ꝓbabis angulū.g.e.n.eſſe equalē angulo.c.a.d.conſtat itaqz nos effeciſſe qō volumus:hnic ſi ſtudioſus inſtiteris quotcūqz lateribus a.ſolidus angulus ꝓpoſitus cōtineat̄ qō a te petit̄ ſine offēdiculo perficere poteris

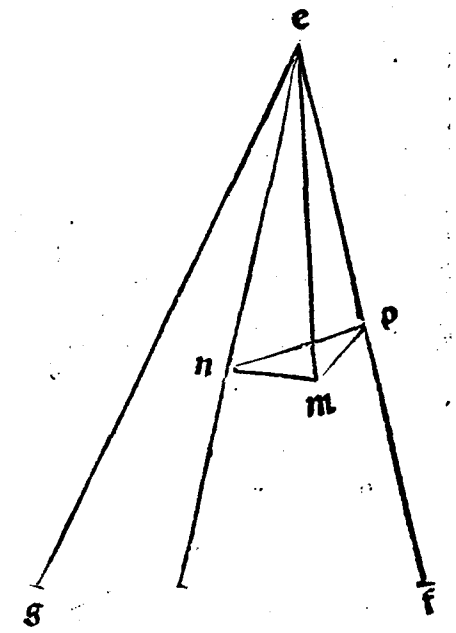
Propoſitio .27.

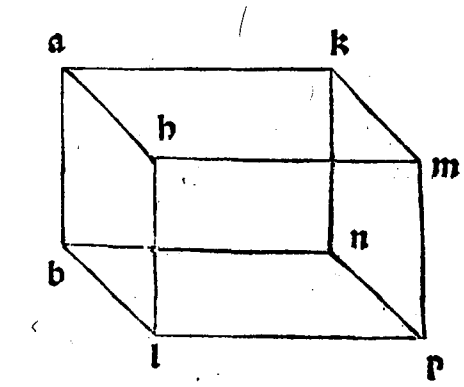
Super aſſignatā lineam dato ſolido equidiſtantium ſupficierum ſimile ſolidum conſtituere. ¶ Sit aſſignata linea.a .b.de cuius ſitu vtrū in plano iaccat vel ſurſum exurgat nihil curet̄:ſitqz aſſignatū ꝑallelogramū ſolidū corpus.c.d.cui ſup lineā.a.b.iubemur ſimile ſolidū fabricare.Sint igit̄ tres linee ꝓtinentes ſuperficiales angulos ex quibus ponit̄ ſolidus angulus.c.inſcripte litteris.c.e.c.f.c.g.At ſcōm ꝑ/cepta premiſſe ſuper punctū.a.linee.a.b.cōſtituat̄ angulus ſolidus equalis. c.quē cōtineāt tres linee.a.b.a.b.a.k.ꝛ auxilio. 10.ſexti ſit ꝓportio.c.e.ad.a.b.ꝛ.e.f.ad a.b.ꝛ.g.c.ad.a.k.ꝓportio vna : debinc a trib⁹ punctis.b.b.k.ꝓtrahant̄ ſex linee b.l.equidiſtans linee.a.b.ꝛ.b.m.equidiſtans linee.a.k.itez.b.l.equidiſtās linee a.b.ꝛ.b.n.equidiſtans linee.a.k.rurſus quoqz.k.n.equidiſtans.a.b.ꝛ.k.m. equidiſtans.a.b.amplius aūt ꝓtrahant̄.m.p.equidiſtans.b.l.ꝛ.p.l.equidiſtans.b.m ꝓtrahat̄ quoqz ꝛ linea.p.n .eritqz cōpletū ſolidū ꝑallelogramū.a.ꝑ. quod dico eē ſimile ſolido.c.d.hoc aūt ex dione ſil'ium ſupficiez ꝛ dione ſil'ium corpoꝝ ſi earum memineris facile cōcludes.

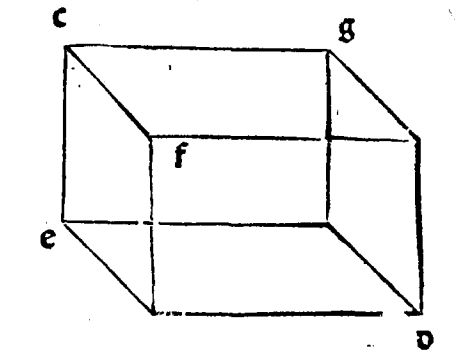
Propoſitio .28.

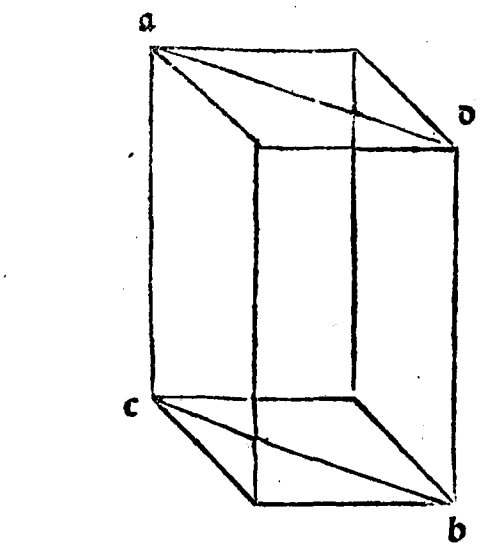
Si ſupficies aliqua ſolidū ꝑallelogramū ſup duas quaſlibz oppoſitas ſupficies eius terminales ꝛ ſup eaꝝ duas diametros ſecet eādē ſupficiē corp⁹ illud ꝑ equalia ſecare neceſſe eſt. ¶ Sit corpus.a.b.ſolidū ꝑallelogramū de quo ſit poſitum ꝙ ſupficies.a.b.c.d.ſecet ipſū ſup diametros duaꝝ ſuperficierū oppoſitaꝝ ipſū ſolidū terminātiū q̄ ſint .a. d.ꝛ.c.b .dico ꝙ ipſa diuidit iſtud ſoliduz

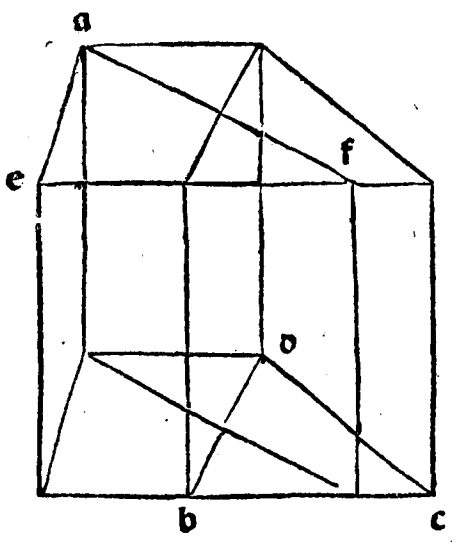


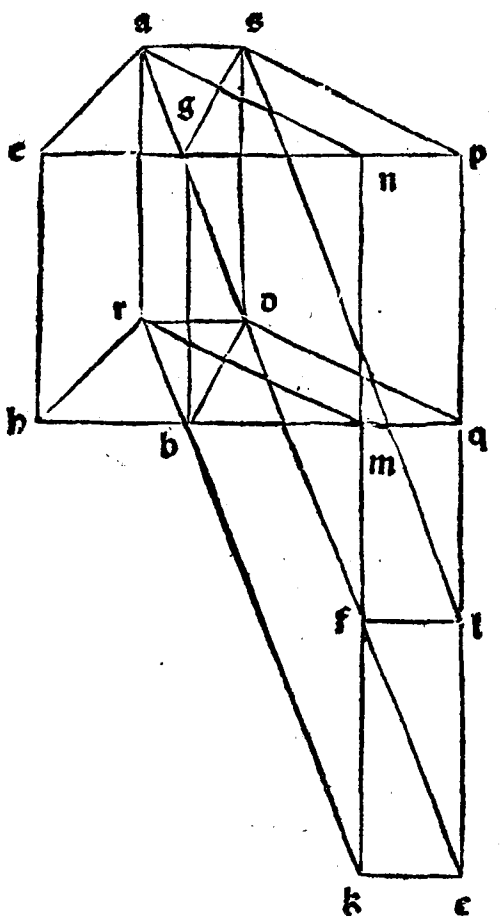












ꝓpositū per cq̄lia.cōstat cnī q ipa diuidit illud solidū in duo seratilia quoꝝ sup ficies quadrilateras binas ⁊ binas ad inuicē relatas scōm q ipse sunt opposita la/ tera solidi ꝓpositi manifestū ē ex.24.hui⁹ eē equales cū solidum de quo loquimur positū sit ēē palellogramū:ex eadē quoq; ⁊.41.primi cōstat trilateras supficies di ctoꝝ seratiliū esse equales:igit̄ a dione solidoꝝ equaliū liquet quod propositum est

Propositio .29.

Uncta solida equidistantium superficieꝝ eque alta atq; i eadē basi sup vnā lineā constituta probantur esse equalia. Uez ē q solida equidistantiū lateꝝ eque alta siue iter supficies eq̄ distantes super vnā ⁊ eādē basim cōstituta sunt adinuicē equalia si/ cut de superficiebus equidistantiū lateꝝ super vnā basim ⁊ inter lineas equidistantes ꝓstitutis ut in.35.primi demonstratū est.sed talium solidoꝝ que dā dicunt̄ constitui super lineā vnā ⁊ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ supficieꝝ duo op/ posita latera sunt: ꝑm rectitudinē ꝓtracta linea vna:⁊ de talibus hec.29.proponit demonstrandū ipsa oia esse equalia adinuicem.sunt aūt eoꝝ alia que nō dicuntur cōstituta super lineā vnā ⁊ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ superficieꝝ duo latera oppo sita quecūq; sumant̄ ꝑm rectitudinē ꝓtracta nō sunt linea vna ⁊ de talib⁹ sequens demonstrandū ꝓponet ipsa quoq; oia eē adinuicē equalia. Sint itaq; duo solida palellograma eque alta siue inter supficies equidistantes.a.b.⁊.a.c.cōstituta sup vnā basim que sit.a.d.quoꝝ suppreme supficies sint.e.b.⁊.f.c.Sintq; baꝝ suppꝫ maꝝ supficieꝝ duo latera opposita cū scōm rectitudinē ꝓtrahant̄ linea vna ⁊ ipsa sunt.c.f.⁊.b.c.dico itaq; q solida.a.b.⁊.a.c.sunt equalia:hoc aūt si figurā ei⁹ ꝑm q oportet actu vel cogitatione fabricaueris ⁊ quēadmodū in.35.primi processeris idem faciens hic de seratilibus qđ ibi de triangulis facile cōcludere poteris occur/ runtq; tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in supficieb⁹ occurrisse nouisti

Propositio .30.

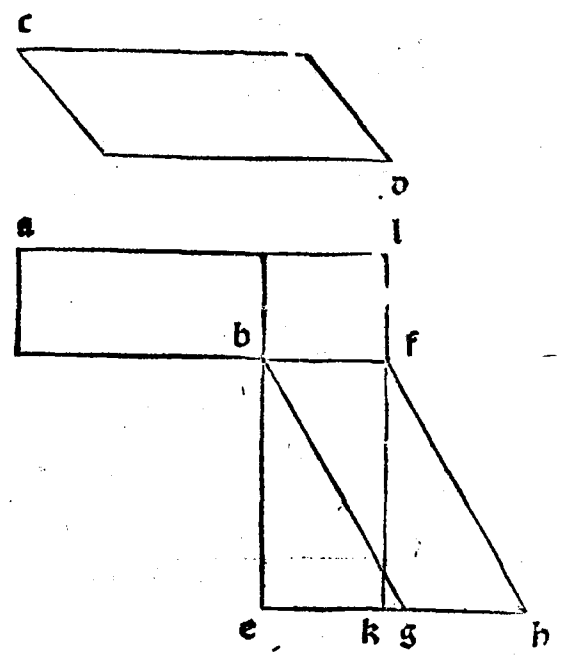
Uncta solida equidistantiū supficieꝝ eque alta que i eadē basi nō aūt sup lineā vnā fuerint ꝓstituta ꝓbant̄ esse eq̄lia. Sint nūc duo solida palellograma eque alta siue inter supficies eq̄ distantes sintq; sup vnā ⁊ eādē basim sed nō sup lineā vnā ꝓstituta: dico itaꝝ ea eē equalia. Esto enī duo solida palellograma.a.b.⁊.a.c. eque alta siue inter supficies equidistātes ꝓstituta sup vnā basim que sit.a.d.ꝫ nō super vnā lineā:sintq; coꝝ suppreme supficies.e.b.⁊.f.c.quaꝝ opposita latera ꝑm rectitudinē ꝓtracta nō erūt linea vna.cūq; ipsa ex ypothesi sint i vna superficie eo q solida proposita sunt inter superficies equidistnates:necesse ē vt duo latera vni us earum ꝓtracta scōm rectitudinē secēt duo alterius eaꝝ ꝓtracta scōm rectitudi/ nē:protrahāt̄ itaq; duo opposita latera superficiei.e.b.que sint.e.g.⁊.b. b.⁊ duo opposita superficiei.f.c.que sint.k.f.⁊.c.l.⁊ secent se sup quatuor pūcta m.n.p.q eritq; superficies.m.n.p.q.equidistantiū lateꝝ equalis vnicuiq; triū superficierū. quaꝝ vna ē basis ꝓpositis solidis cōis ⁊ ipsa ē.a.d.⁊ due relique sūt suppreme su/ perficies eorundē solidoꝝ ⁊ ipse sunt.e.b.⁊.c.f.ductis itaq; lineis a quatuor pun/ ctis.m.n.p.q.ad quatuor angulos basis.a.d.sibi scōm directā habitudinē relatos/ q̄ sit.n.a.nu.r.p.s.q.d.perfectū erit solidū paralellogramū.a.q.i eadē basi cū vtro q; duoꝝ prioꝝ ⁊ eque altū ⁊ sup lineā vnā cū vtroq; ipsoꝝ. per premissaꝫ igit̄ vtrū/ libꝫ duoꝝ solidoꝝ ꝓpositoꝝ que sūt.a.b.⁊.a.c.ē equale solido.a.q.ꝑ ꝓceptionem

ergo est solidū.a.b.eq̄le solido.a.c.q̄re constat ꝓpositū. ¶ Potes quoqz ꝙuersas huius z premisse ꝓbare si libet ducendo ad impossibile:pones enī quelibet duo solida palellograma eē eq̄lia z ꝓstituta super eandē basim equidistātia z demōstra/bis ea eē eque alta.Ex quibus hec z premissa tue demōstrationis mediū:impossibile nūt ad quod duces erit:partē suo toti esse equalē:qđ euidenter patebit si de illo solido qđ altius eē mentiē aduersarius cū tñ ambo posita sint equalia z sup eandē basim cōstituta vnū solidū paralellogramū eque altū demissiori abscideris : hoc autē abscisum equale esse demissiori cōuinces ex hac z premissa.ideoqz z toti illi a quo ipsum abscideris ex cōi scia.

Propositio .31

Solida equidistantiū superficieꝝ in basibus equis cōstituta si fuerint eque alta lineeqz eius angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoqz vez ē ꝙ oia solida paralellograma in equis basib⁹ atqz inter superficies equidistantes sive eque alta constituta sunt ad invicē equalia sicut de superficieb⁹ equidistantiū laterū super equales bases z inter lineas equidistātes constitutis in.36.primi probatū ē.At taliū solidoꝝ alia sūt quoꝝ angulares linee super suas bases orthogonaliter eriguntur de quib⁹ hec.31.ꝓponit demōstrandū esse ea eē equalia.Alia vero sunt quoꝝ angulares linee super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte:de quibus sequēs demōstrādū proponit ea eē equalia:intelligant itaqz super duas bases.a.b.z.c.d.que sint equales z equidistantiū lateꝝ nō tñ vnius creationis.sed sit.a.b.tetragonus longus.z.c.d. simile helmuaym duo solida equidistantiū laterū cōstituta eque alta sintqz linee erecte super angulos ꝓpositaꝝ basiū ꝓpendiculares ad ipsas.dico hec duo solida ad invicē esse equalia protrahant itaqz duo latera basis.a.b.z sint illa que cōtinēt angulum.b.vsqz ad.f.z.e.z fiat angulus.f.b.g.equalis angulo.c.basis.c.d. z sumāt due linee.b.f.z.b.g.equales duobus lateribus basis.c.d.que cōtinent angulū.c.z perficiat superficies equidistantium laterum.b.b.que erit equalis z silis basi. c.d. debinc ꝓtrahat.b.e.equidistans.b.f.z.f.k.equidistans. b.e. eritqz quadrilatera superficies.b.k.equidistantiū laterū equalis.b.b.ex.35.primi:cūqz.b.b.sit equalis.c.d.erit per cōceptionē.b.k.equalis.a.b.Cōpleat itaqz superficies equidistantium laterum.b.l.protracta linea.k.f.quousqz cōcurrat cū vno ex lateribus continentibus angulū.a.in pncto.l.age ergo super tres superficies equidistantiū laterum que sunt.b.b.b.k.b.l.cōstituātur eque alta solida solido cōstituto super basim a.b.sintqz lince omniū solidoꝝ istorum erecte super bases perpendiculares ad ipsas z appellentur bases z solida super eas cōstituta eisdē nominibus'.manifestum est ergo ex diffinitione solidoꝝ equalium atqz similium ꝙ duo solida.b.b .z.c.d. equalia atqz similia sunt:de solidis aūt.b.b.z.b.k.constat ex.29.ꝙ ipsa sūt equalia:sunt enī eque alta z cōstituta super vnā z eandē basim z ipsa ē superficies erecta super lineā.b.f.z super lineā vnā:ē aūt ꝓ.25.proportio solidi.a.b.ad solidum b.l.sicut basis.a.b.ab basim.b.l.z per eandem solidi.b.k.ad solidum.b.l.sicut basis.b.k.ad basim.b.l.cunqz sit vtriusqz duarum basium.a b.z.b.k.ad basim.b.l. vna proportio:ex prima parte.7.quinti erit vtriusqz duoꝝ solidorum.a.b.z.b.k. ad solidum .b.l.proportio vna igitur ex prima parte noni quinti erunt duo solida:a.b.z.b.k.equalia: at quia solidū.b.k.est equale solido.b.b.solidūqz.b.b.solido.c.d.sequit ex cōi scia solidum.a.b.eē eq̄le solido.c.d.quod est propositum.



Propositio .32.

Si solida equidistantiũ superficiex in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autẽ angulares supra bases orthogonaliter nõ steterint: ipsa eẽ equalia necesse est.

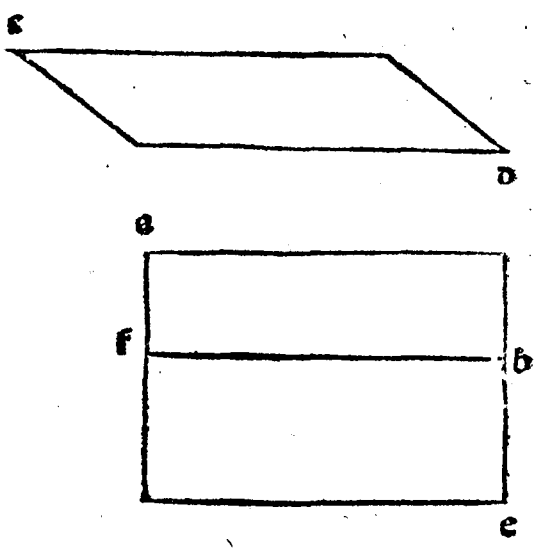
¶ Fabricatis duob⁹ corporibus vt proponitur videlicet q̃ sint equidistantiũ terminox & eque alta & sup bases equas perpendiculariter nõ aũt super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis supremax superficiex ipsox ad bases suas perpẽdiculares ducantur q̃ ex⁶. erũt singulares equidistantes & etiã ex ypothesi singule singulis equales ipse eni solidox ꝓpositox altitudinẽ diffiniunt: & si inter eas solida equidistantiũ laterum pficiant̃ constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse adinuicẽ equalia. Cunqz duox priox & duox posteriox sint eedem bases videlicet eox superficies supreme: constat ex. 29. vel. 30. et hac cõmuni sciẽtia: quecũqz equalibus sũt equalia sibi inuicẽ sunt equalia vex esse qõ ꝓpositũ est. Ex his potes cõuersas huius & premisse cisdẽ mediantib⁹ indirecte demõstrare si libet eodẽ mõ & ad idẽ icõueniẽs sicut in cõuersis duax istas antecedentiũ deducẽdo: pones eni duo solida paralellograma eẽ equalia & sup equales bases & cõuinces ea esse eque alta vel pones ea eẽ eque alta & eq̃lia & cõuinces ea eẽ sup bases eq̃les.

Propositio .33.

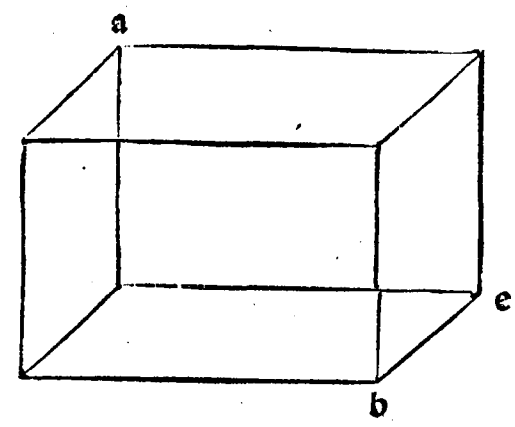
Omnia solida equidistãtiũ superficiex eque alta suis basibus sunt proportionalia. ¶ Sint duo solida equidistãtiũ superficiex eque alta cõstituta super duas bases. a.b. & .c.d. dico q ꝓportio illox duox solidorum vnius ad alterum est sicut ꝓportio suarũ basium que sũt. a.b. & .c.d. vni⁹ ad alterã. Cõstat quidẽ ex. 24. vtrãqz bax duarũ basiũ esse equidistantiũ laterũ: duo igitur latera opposita & equidistãtia in superficie. a.b. ꝓtrahant̃ & inter ea fiat superficies equidistantiũ lateruz que sit. f.c. equalis. c.d. deinc supra supficiem. f.e. copleatur solidum palellogramum eque altũ ei qõ cõstitutũ est sup basim. a.b. sitqz amboz cõis terminus illa supficies que exurgit sup lineã. b.f. hec aũt solida & sue bases eisdem nuncupent̃ nominibus. q: igit̃ basis. f.e. ẽ equalis basi. c.d. erit ex. 31. vel. 32. solidũ. f.e. equale solido. c.d. At q: totale solidũ. a.e. secat superficies exurgens super lineã. b.f. equidistanter duobus lateribus oppositis: erit ex. 25. ꝓportio solidi. f.e. ad solidũ. a.b. sicut basis. f.e. ad basim. a.b. cunqz sint. c.d. & .f.e. tam bases q̃z solida equalia: bases quidẽ ex ypothesi: solida autẽ ex. 31. vel. 32. Sequitur ex. 7. quinti bis assumpta semel ꝑ basibus & semel ꝑ solidis q solidox. a.b. & .c.d. basiumqz. a.b. & .c.d. sit ꝓportio vna qõ demõstrare volumus: huius quoqz ouersam eadẽ ipsa mediãte demõstrare quẽadmodũ ouersas precedentiũ nõ ẽ difficile. ponce eni duo solida parallelogramꝫ eẽ suis basibus ꝓportionalia & quinces ea eẽ eque alta abscisoqz ab eo qõ alti⁹ mẽtiet̃ aduersari⁹ vno solido palellogramo eque alto demissioi erũt abscisũ & demissi⁹ suis basib⁹ ꝓportionalia ex ypothesi & ex hac. 33. cũqz etiã eẽnt totale alti⁹ a quo ptiale abscidisti & ipsũ demissi⁹ eisdẽ basib⁹ ꝓportionalia ex ypothesi sequit̃ ex p̃ma pte. 9. quinti totale qõ aduersari⁹ dicit alti⁹ & ptiale qõ ab eo abscidistie esse equalia.

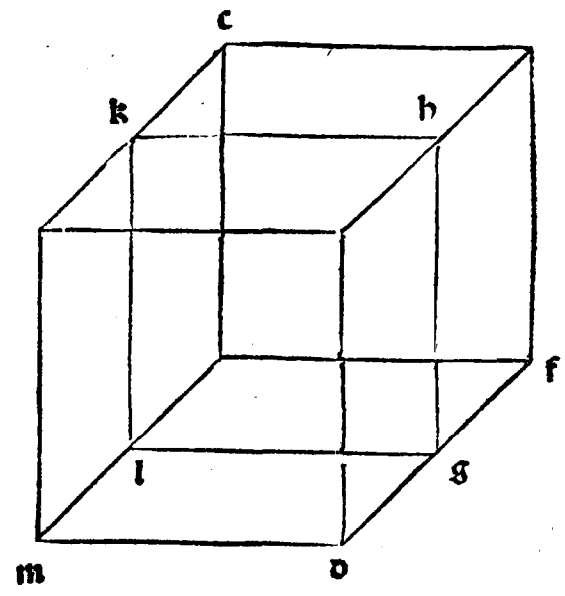
Propositio .34.

Si duo solida equdistantiũ superficiex lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eoruz bases eorũdẽ altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint



ue baſes ſuis altitudinib⁹ mutue ipſa ſolida ſibi inuicē equalia eſſe ne ceſſe eſt. ¶ Quocunq; ſint duo ſolida equidiſtantiū ſuperficieꝝ equalia coꝝ baſes ꝛ altitudines neceſſe eſt eſſe mutekeſias ꝛ econuerſo quēadmodū de ſuperficiebus equidiſtantiū lateꝝ equiangulis. 13. ſexti ꝓpoſuit. Attamē hac. 34. iſtud demō ſtrandū ꝓponitur de illis ſolidis palellogramis in quibus linee altitudinum ſuis baſib⁹ palellogramis orthogonaliter inſiſtūt. ea vero que ſequit ꝓponit idē de ce/teris. Sint ergo nūc duo ſolida palellograma. a.b. ꝛ. c.d. equalia quoꝝ baſes ſint a.e. ꝛ. c.f. lineeq; altitudinū ipſoꝝ ſint ſuper has baſes orthogonaliter erecte ꝛ ſit altitudo ſolidi. a.b. linea. e.b. ꝛ ſolidi. c.d. linea. f.d. ſi igitur fuerint due linee. e.b. ꝛ. f.d. determinantes ipſoꝝ ſolidoꝝ altitudines equales adinuicē: cum ipſa quoq; ſolida ſint ex ypothesi equalia. erunt ex cōuerſa. 31. baſes eoꝝ que ſunt. a.e. ꝛ. c.f. eq̄les. ideoq; baſes ꝛ altitudines erunt mutue: ſicq; cōſtabit ꝓpoſiti prima ps. ꝛ ecō/uerſo cōſtabit ſcōa vt ſi altitudines ꝛ baſes ſint mutue: ponant̄ altitudines equa/les erūt quoq; baſes equales. ideoq; p. 31. ꝛ ſolida equalia ꝛ ſic cōſtat ſecunda ps. At vero ſi linee. e.b. ꝛ. f.d. nō fuerint equales ſit. f.d. maior ꝛ ex ea reſecet̄. f.g. ad equalitatē. e.b. tribuſq; ceteris lineis que ſunt altitudinis ſolidi. c.d. ad eādē men/ſurā in punctis. b.k.l. reſecatis perficiat̄ ſolidū palellogramū. c.g. eque altū ſolido a.b. eritq; ex premiſſa. a.b. ad. c.g. ſicut. a.e. ad. c.f. cū itaq; c.d. ſit equale. a.b erit ex prima pte. 7. quinti. c.d. ad. c.g. ſicut. a.e. ad. c.f. ꝑ premiſſā aūt ē ꝓportio. c.d. ad. c.g. ſicut. m.f. ad. f.l. qō pz ſi vna ex lateralib⁹ ſupficieb⁹ ſolidi. c.d. ꝛ ipſa ſit. f.m. intelligat̄ baſis ipſi⁹. at per primā ſexti. f.m. ad. f.l. ſicut. d.f. ad. f.g. idcoq; per 7. quinti. ſicut. d.f. ad. b.e. igit̄. a.e. ad. c.f. ſicut. d.f. ad. b.e. cōſtat itaq; prima ps. Scōam ptē cū ſit cōuerſa prime cōuerſo mō ꝓbabis: ſit eni eadē diſpoſitione ma/nente ꝓportio. a.e. ad. c.f. ſicut. d.f. ad. e.b. dico tunc ſolida. a.b. ꝛ. c.d. eē equalia: erit eni ex. 7. quinti. d.f. ad. f.g. ſicut. a.e. ad. c.f. ſed ex p̄miſſa ē. a.b. ad. c.g. ſicut a.e. ad. c.f. igit̄ ē a.b. ad. c.g. ſicut. d.f. ad. f.g. ex prima aūt ſexti ē. d.f. ad. f.g. ſicut m.f. ad. f.l. ꝛ ex p̄miſſa. c.d. ad. c.g. ſicut. m.f. ad. f.l. itaq; c.d. ad. c.g. ſicut. a.b. ad. c.g. igit̄ ex. 9. 5. a.b. ꝛ. c.d. ſūt eq̄lia: qō ē propoſitū.



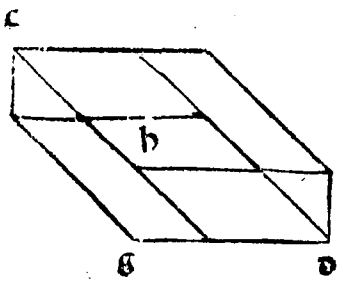


Propoſitio .35.

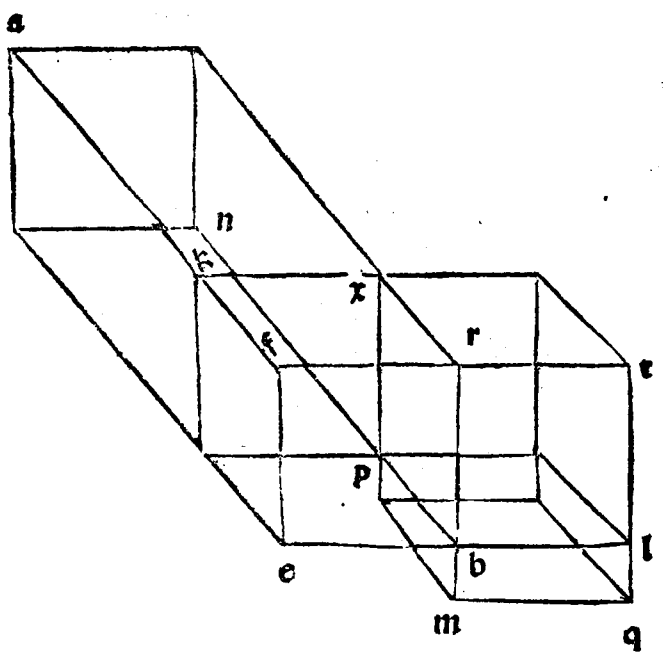
Si duo ſolida equidiſtantiū terminoꝝ fuerint equalia eoꝝ baſes eorūdē altitudinibus erūt mutue Si vero baſes ſue altitudinibus ſuis mutue fuerint quelibet duo corpa equi/diſtantium ſuperficierum probātur eſſe equalia.

¶ Qō premiſſa ꝓpoſuit de ſolidis palellogramis quoꝝ linee altitu/dinū ſuper baſes ſuas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. ꝓponit indiſtincte de om nibus: demōſtrare aūt cōuenit hāc ex premiſſa quēadmodū demonſtrauim⁹. 32. ꝛ 33. Fabricatis eni duobus ſolidis equidiſtantiū laterū quibuſcūq; ſi linee altitu/dinū ſuis baſibus orthogonaliter inſiſtunt: cōſtat veꝝ eſſe qō dicit̄ ex p̄miſſa. Sin aūt̄ a quatuor angularib⁹ punctis ſuppremaꝝ ſupficieꝝ in vtroq; ſolido quaterne linee demittant̄ perpendiculariter ad baſes vel a punctis angularibus infimarum ſupficieꝝ quaterne erigant̄: iter quas duo ſolida palellograma pficiant̄ eque alta ſo lidis prioribus. eruntq; ex. 29. ꝛ. 30. hec duo ſolida duobus prioribus ſolidis equa lia. cum igitur horum ꝛ eorū ſint eedē baſes ꝛ eedē altitudines: ſit aūt ex premiſſa de poſterioribus verum eſt quod hec. 35. proponit verum erit idē etiā de prioribus

Propoſitio .36.



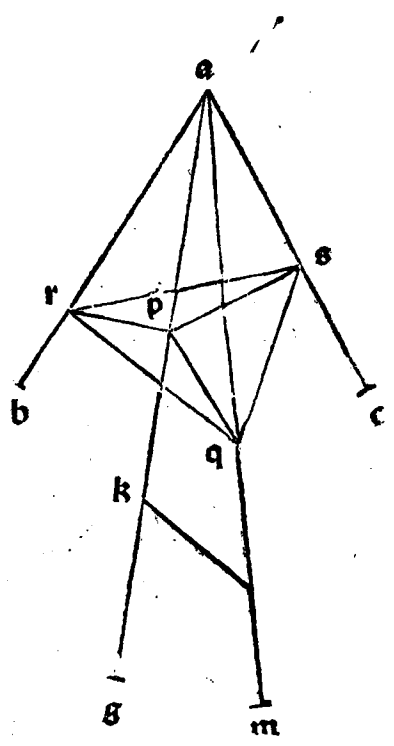
SI duo solida equidistantium superficierum fuerit similia proportio erit utriusq; ad alterū tanq; cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius ꝓportio triplicata. ¶Sint enī duo solida .a.b.ꝛ.c.d.palellograma ꝛ silia: dico ꝙ ꝓportio unius eoꝝ ad alterꝝ ē sicut unius lateris eius ad unū latus alteri⁹ qđ sib i referī ꝓportio triplicata: quēadmodū duaꝝ supficieꝝ silium ꝓportio est sicut suoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ ꝓportio duplicata ut in. 18. sexti demonstratū ē. nā si solida.a.b.ꝛ.c.d. fuerint equalia cū ipsa ponantᵉ silia erunt ex diffinitionib⁹ siliuz corpoꝝ ꝛ similiū supficieꝝ cuncta latera unius equalia suis relatiuis lateribus alteri⁹ ideoq; cū duaꝝ quantitatum equaliū ꝓportio triplicata aut quotcunslibet sumpta nō efficiat nisi equalitatis ꝓportionē: constat in hoc casu ueꝝ ē qđ proponīᵉ. Si autē inequalia: sit .a.b. maius cuius longitudo sit.b.g.latitudo. e.f.altitudo. f.a. basis.c.r.ꝛ suppꝛema superficies.a.n. Solidi uero.c.d.sit longitudo.d.g.latitudo g.b.altitudo.b.c.cōstat itaq; ex dione similiū corpoꝝ ꝛ ex diffinitione similiū supficierū ꝛ pſenti ypothesi ꝙ ꝓportio.a.f.ad.c.b.ꝛ.f.e.ad.b.g.ꝛ.e.b.ad.g.d.sit ꝓportio una. sumaᵗ igiᵗ ex linea.a.f.quā manifestū ē ee maioꝛē.c.b. linea. f.k. equalis.b.c. cetereq; tres determinantes altitudinem solidi.a.b. reſecentur ad equalitatem eius ꝛ inter eas cōpleatur solidū palellogramū. k.b. eque altū solido.c.d.ꝛ ꝓtrabanᵗ due linee basis.e.b. usq; ad.l.ꝛ.r.b. usq; ad.m. sitq; b.l. equalis.g.d.ꝛ b m. equalis.b.g.ꝛ perficiaᵗ supficies equidistantiū laterū.m.l. que erit equalis ꝛ similis.b.d. sup eā igiᵗ erigaᵗ solidū palellogramū .p.q.ꝟm altitudinē pꝛescisam ex altitudine solidi.a.b. eritq;.p.q. equale ꝛ sile solido.c.d. rursusq; inter lineas.r.b. ꝛ.b.l. pficiaᵗ superficies equidistantium laterum.b.t. sup quā quoq; erigatur solidū paralellogramū.x.l. eque altū utriq; duoꝝ solidoꝝ.k.b.ꝛ.p.q. replendo alterutrum duoꝝ anguloꝝ byantium inter ea: cū aūt duo solida.a.b.p.q. sint silia eo ꝙ ābo posita sint silia solido.c.d. corpa uero uni ꝛ eidē corpoꝛi silia iter se sunt silia ut ꝓz ex dione silium corpoꝝ ꝛ.20. sexti manifestum ē ex. 25. ter assumpta ꝙ inter duo solida.a.b.ꝛ.p.q. ꝟm continuā ꝓportionalitatē cadunt duo solida. k.b.ꝛ.x.l. opportune ergo cōstituta uel constructa figura: ypotesibusq; memoꝛie firme commendatis ex pꝛima sexti facile ꝓcludes pꝛopositū. Excute toꝛpoꝛē ꝛ diligenter attē de scieſq; ex. 25. huius ꝓportionē solidi.a.b. ad solidū. k.b. eē sicut supficiei .a.r. ad superficiē. k.r. iōq; ex pꝛima sexti sicut linee.a.f. ad lineā. k.f. ꝛ ꝓportionē solidi. k.b. ad solidū. x.l. sicut supficiei. k.r. ad supficiē. x.t. iōq; sicut linee. f.r. ad lineam. r.t. ꝛ ꝓportionē solidi. x.l. ad solidū. p.q. sicut superficiei. r.l. ad supficiē. l.m: ideoq; sicut linee. r.b. ad lineā. b.m. Ex ypotbesi uero liquet ꝙ ꝓportio linee. f.r. ad lineā. r.t. ꝛ linee. r.b. ad lineā. b.m. ē sicut linee. a.f. ad lineā. k.f. itaq; ex dione ꝓportionis triplicate posita in ꝓbemio quinti: cōstat ꝙ ꝓportio solidi. a.b. ad solidum. p.q. ideoq; etiā ad solidū. c.d. ē sicut linee. a.f. ad lineam. k.f. triplicata ꝛ qꝛ linea. k.f. posita est equalis linee. c.b. ꝟz ueꝝ esse quod dicīᵉ. ¶Scire aūt oportet ꝙ quicquid ꝑ banc. 36. ꝛ ꝑ. 7. eā cōtinue pꝛecedentes demonstratū ē de solidis palellogramis. idē quoq; ueꝝ ē de seratilibus quoꝝ bases cōiter sunt trigone aut cōmuniter tetragone. hoc aūt ex. 28. ꝛ hac. 36. ꝛ. 7. eā cōtinue pꝛecedentibus cōstabit ingenioso inspectoꝛi. Si cui fuerint seratilia quelibet eque alta sup eandē basim uel sup bases equales coiter tꝝ trigonas aut cōiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidoꝝ paralellogramoꝝ suaꝝ altitudinū: ex. 28. ipsa cruᵗ equalia ex. 29. ꝛ trib⁹

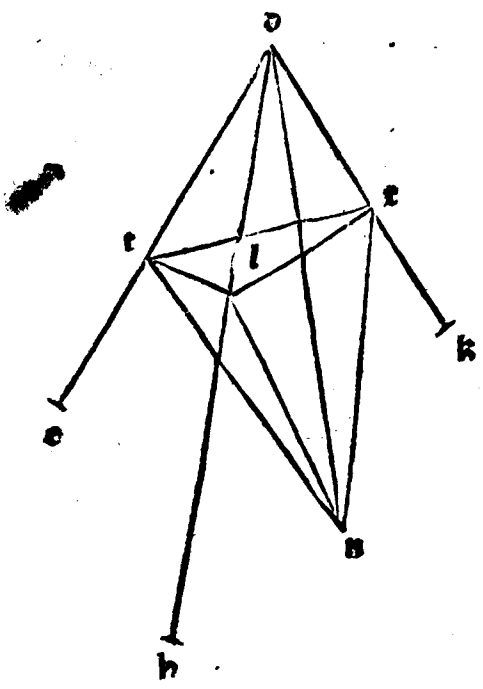


ēā ſequētibus:ex his enī conſtat ſolida paralellograma ipſis ſeratilibus dupla eē equalia. Silr qnoqz ſi fuerint duo ſeratilia ſup baſes cōiter ꝥgonas aut cōiter tetragonas eque alta ipſa erunt ſuis baſibus ꝓportionalia quēadmodū de ſolidis paralellogramis ex. 33. habeť ipſa enī ſunt ex. 28. dimidia ſolidoꝝ palellogramorum ſue altitudinis:ſolidoꝝ aūt palellogramoꝝ ſue altitudinis eorūqz baſiū ē vna proportio ex. 33. cum itaqz ſit ſolidoꝝ paralellogramoꝝ ꝓportio ſicut ſeratiliū qꝛ ſicut ſimplū ad ſimplū ſic duplū ad duplū ex. 15. quinti atqz baſiū ſolidoꝝ paralellogramoꝝ ē proportio ſicut baſiū ſeratiliū:aut enī eedē erūt baſes ſeratiliū ꝛ ſolidorum paralellogramoꝝ:ꝛ hoc quidē erit cū baſes ſeratiliū fuerit tetragone tunc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdē baſes erūt ſolida palellograma cōplenda:aut baſes ſeratilium erūt ſubduple ad baſes ſolidoꝝ palellogramoꝝ:ꝛ hoc quidē erit cū baſes ſeratilium fuerint cōmuniter trigone:tunc enī erunt ex ſeratilibus ſolida palellograma cōplenda adiunctis ad baſes ſeratiliū ſuperficiebus trigonis vt fiant baſes ſeratiliū cū ꝥgonis adiūctis ſupficieb⁹:ſupficies eqdiſtātiū laterū. ſcq̄ť ut ſit ꝓportio ſeratiliū ſicut ſuaꝝ baſiū. Eodēqz mō ſi ſeratilia fuerint eq̄lia fueritqz cōmuniter ſuper baſes trigonas vel cōiter ſuper baſes tetragonas:baſes eoꝝ altitudinibus ipſorum mutue erunt. Qō ſi baſes eoꝝ ſuis altitudinibus fuerint mutue ipſa ſeratilia erunt equalia quēadmodū de ſolidis palellogramis. 34. ꝛ. 35. ꝓponunt:hoc autem facile pꝫ ex his que dicta ſunt in. 35. ſi vero ſeratilia fuerit adinuicē ſil'ia :erit proportio vnius ad alterū. ſicut ꝓportio lateris vni⁹ ad ſuum reliquum latus alterius ꝓportio triplicata:quēadmodū de ſolidis palellogramis. 36. ꝓponit qō ex eadem 36. facile tibi patebit. ſi ex illis ſeratilibus ſil'ibus ſolidis palellogramis completis. ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia:qō ex diffinitione ſimiliū coꝛpoꝝ ꝛ ſil'ium ſuperficierum ꝛ ex hoc ꝙ ſeratilia ponunť adinuicē ſil'ia ex. 34. primi leue ē negociari.

Propoſitio .37.

Si fuerint duo anguli plani equales ſuper quos due ypothemiſe in aere ſtatuanť cum lateribus anguloꝝ ſubiacentium ſingulos ſingulis equos angulos continentes atqz ī illis ypothemiſis duo puncta ſignentur a quib⁹ punctis due ꝓpendiculares ad ſuperficies angulorū propoſitoꝝ demittanť a punctis aūt ſuper que ꝓpendiculares ceciderīt ad eoſdē duos angulos planos due recte linee ducanť duo anguli qui ab illis duabus lineis atqz duabus ypothemiſis cōtinenť equi ſibi inuicē eſſe ꝓbantur. ¶ Sint duo anguli plani. a. ꝛ. d. equales contenti lineis. a. b. ꝛ. a. c. ꝛ. d. e. ꝛ. d. f. ꝛ ſuper eos erigantur due linee ypothemiſaliter. a. g. ꝛ. d. h. ſitqz angulus g. a. c. equalis angulo. b. d. f. ꝛ angulus. g. a. b. equalis angulo. b. d. e. atqz in duabus ypothemiſis. a. g. ꝛ. d. h. ſignenť qm̄oilibet duo puncta. k. ꝛ. l. a quib⁹ ſm̄ precepta. 11. huius demittantur ad ſuperficies angulorum. a. ꝛ. d. due perpendiculares que ſint. k. m. ꝛ. l. n. ꝛ protrahantur due linee. a. m. ꝛ. d. n. dico igitur angulum g. a. m. eſſe equalem angulo. b. d. n. ſi linea. a. k. eſt equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. ſumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittatur perpendicularis ad ſuperficiem anguli. a. linea que ſit. p. q. manifeſtum eſt igitur ꝙ punctum. q. eſt in linea. a. m. quod ex. 6. huius ꝛ diffinitione linearum equidiſtantium q̄s neceſſe ē eē in ſupficie vna facile ꝓſtat ſtudioſe intuenti dehic:a pūcto. q. ducāť ꝓpendiculares due vna ad lineā. a. b. que ſit. q. r. ꝛ alia ad lineā. a. c. q̄ ſit. q. ſ. Silr

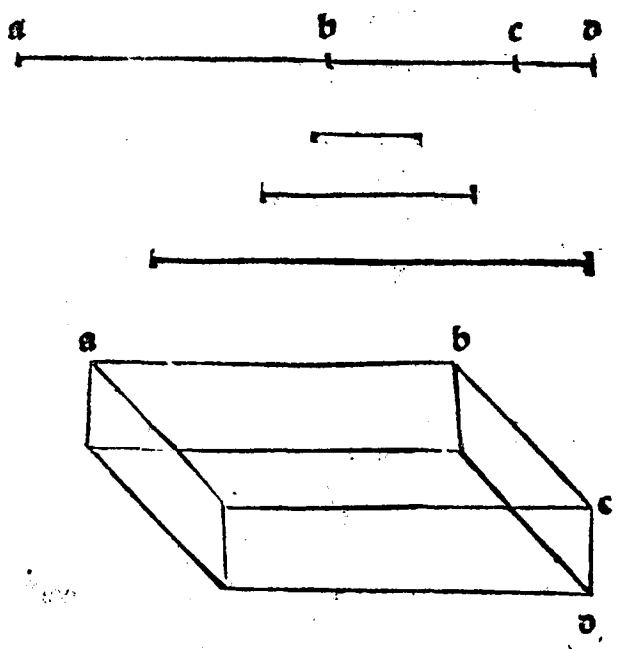




quoqz a puncto.n.ducanť due alie perpendiculares vna ad lineã.d.e. q̃ ſit.n. t.z alia ad lineã.d.f.que ſit.n.x.z ꝓtrahanť.r.ſ.z.t.x.iterũqz a punctis.p .z.l.demit tanť ypothemiſc. p.q.p.r .p.s.z.l.n.l.t.l.x.bis itaqz poſitis figuraqz prudẽť di/ ſpoſita demonſtratione ꝓpoſiti ſic collige:cõſtat ex penultia primi ꝙ quadratum linee.a.p.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.q.z.p.q.ac ex eadẽ ꝙ quadratũ .a.q ẽ equale quadratis duaꝝ lincarũ.a.ſ.z.ſ.q.itaqz quadratũ.a.p.ẽ equale quadra/ tis triũ linearũ.a.ſ.ſ.q.z.q.p.Sed ex eadẽ quadratũ.ſ.p.ẽ equale quadratis dua rũ linearũ.ſ.q.z.p.q.ergo quadratũ.a.p.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ. a.ſ.z.ſ p.ideoqz ex vltima primi angulus.a.ſ.p.ẽ.rectus:ſiliqz mõ ꝓbabis vnũquẽqz triũ angulorꝝ.d.x.l.a.r.p.d.t.l.ẽ rectũ.cũ igitur ex ypotheſi ſit angulꝰ.ſ.p.a.equalꝫ an/ gulo.x.d.l.z linea.a.p.linee.d.l.erit ex.26.primi linea.d.x.equalis.a.ſ.z.x.l. eq̃/ lis.ſ.p.eodẽ quoqz mõ cũ ex ypotheſi ſit angulus.r.a.p.equalis angulo.e.d.l. erit ex eadẽ linea.a.r.equalis.d.t.z.r.p.equaliſ.t.l.quare ꝑ quartã primi linea.r.ſ.erit eq alis linec.t.x.z angulus.a.r.ſ.equalis angulo.d.t.x.z angulus. a.ſ.r. angulo eſt enim ex ypotheſi angulus.a.equalis angulo.d.a cõceptione igitur erit angulus ſ.r.q.equalis angulo.x.t.n.z angulus.r.ſ.q.angulo.t.x.n.ſunt enĩ reſidui duorũ rectorũ demptis equalibus neceſſe ẽ itaqz ex.26.primi vt linea.r.q.ſit equalis. t.n z.q.ſ.equalis.n.x.Cũqz ex penultima primi quadratũ linee.r.p.ſit equale q̃dra/ tis duarum linearum.r.q.z. q.p.z quadratum linee.t. l.equale quadratis duarũ linearum .t.n.z .l.n .ſint autem due linee.r.p .z.t.l.equales:duo quoqz que ſunt r.q.z.t .n.equales:ſequitur ex communi ſcia duas que ſunt.p:q.z. l.n.eẽ equales Eodẽ mõ cũ quadratũ linee.a.p.ſit equale quadratis duaꝝ linearũ que ſũt.a. q.z q.p.ſilr quadratũ linee.d.l.quadratis duarũ lineaꝝ que ſũt.d.n.z.n.l.ſi aũt.a.p. equalis.d.l.z.p.q.equalis.l.n.ſequiť ex cõi ſcia.a.q.eẽ equalẽ.d.n.ex.8.igiť primi cõcludo ꝓpoſitũ videlicet angulũ.p.a.m.ẽe equalem angulo.l.n.d.

Propoſitio .38.

Solidũ tribus lineis ꝓportionalibus cõtentum equũ erit ſolido qđ a medie linee equis lateribus continet.ſi anguli ſui amborum ſibi inuicem equales fuerint.

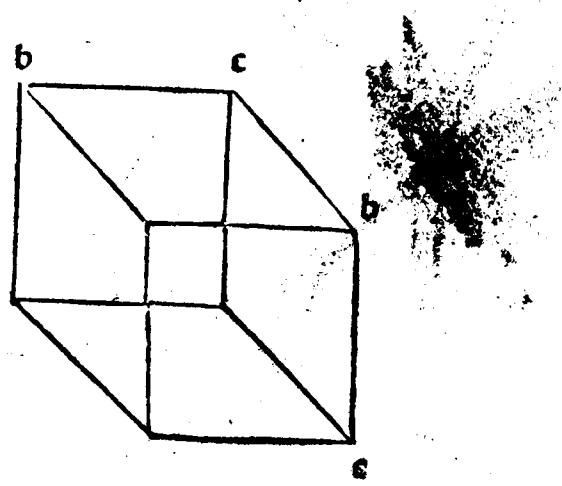


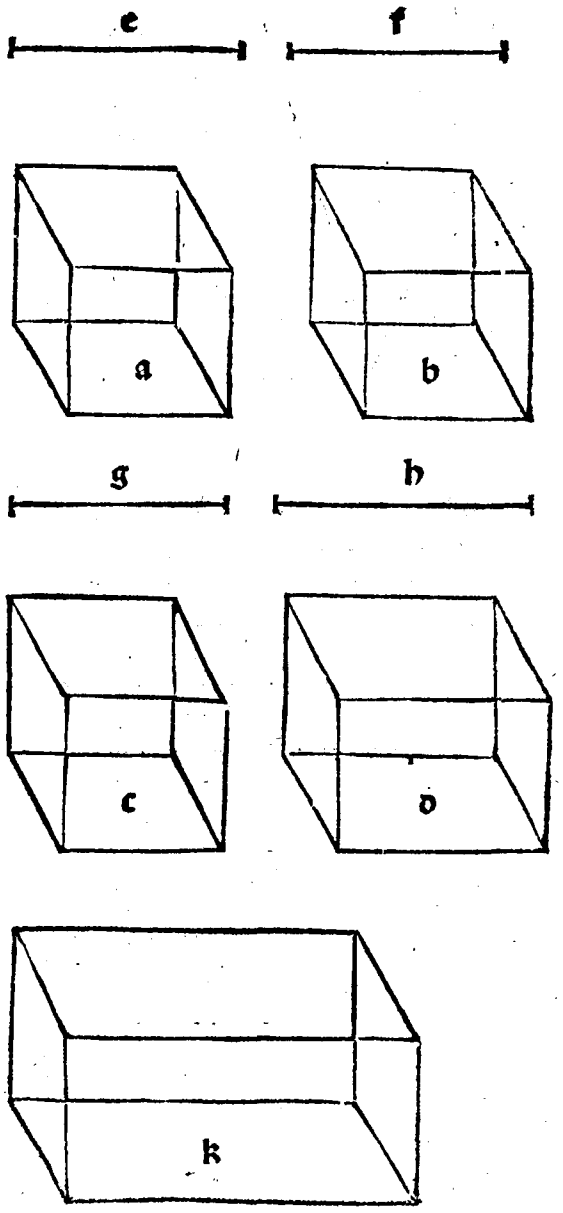
¶ De ſolidis palellogramis intelligať: de bis enĩ qualiacũqz ſint dũ tamẽ equiangula verũ ẽ ꝙ cõtentũ a tribus lincis ꝓportionalibus equale ẽ ei qđ a media carũ cõtinet quẽadmodũ de ſupficiebus rectangulis proba/ tum eſt in.16.ſexti z de non rectangulis elicitur euidenter ex ſecunda pte.13.ciuſdẽ Sint igiť tres linec.a.b.b.c.z.c.d.continue ꝓportionales fiatqz ex cis vnus angu lus ſolidus ad libitũ z pficiať ſolidũ equidiſtantiũ laterũ cuiꝰ linea.a.b. ſit lõgitu/ do.b.c. vero altitudo.ſed.c.d.latitudo z ipſum ſolidum dicatur. a.d. ſumpta quo qz alia linea qualibet equali.b.c.que etiã vocetur.b.c.ſuꝑ ipius extremitateˊ q̃ ẽ.b. ꝓſtituať angulus ſolidus equalis angulo ſolido. a. ſm qđ docet.26.lineeqz cetere ſolidũ angulũ.b.cõtinẽtes reſcenť ad equalitatẽ linee.b.c.z pficiať ſolidũ equidi/ ſtantiũ ſuperficierũ cuius longitudo latitudo z altitudo ſit linea.b.c .z ipſum ap/ pelleť.b.c.dico itaqz duo ſolida.a.d.z.b.c.eẽ equalia. manifeſtum ẽ enĩ ꝙ cuncte ſupficies vnius ſunt equiangule ſuis relatiuis ſuperficieb⁹ alteri⁹ qđ ex.34.p̃mi pa tere põt.nã cũ ſolid⁹ angulꝰ.b.ponať eq̃lis ſolido angulo.a.neceſſe ẽ vt vnꝰ anglis vniuſcuiuſqz ſupficiei ſolidi.a.d.ſit eq̃lis vni ãgulo ſue relatiue ſupficiei in ſolido b.c.itaqz per.34.primi eorꝝ oppoſiti erunt equales .At qz vniuſcuiuſqz ſuperficiei

quadrilatere oēs anguli ſunt equales quatuor rectis ex.32.primi:neceſſe ē duos reliquos vnius eſſe equales duobus reliquis ſue relatiue. cumq; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiā adinuicē equales cōuincitur neceſſario vt vnāqq; ex ſuperficiebus ſolidi.a.d.ſit equiangula ſue relatiue i ſolido.b.c.quare ex ſcōa pte.13.ſexti baſes duoꝝ ſolidoꝝ ꝓpoſitoꝝ erunt eq̄les.ſūt eni equiangule ꝛ laterū mutuoꝝ.Si itaq; linee altitudinū ſuper baſes ipſoꝝ orthogonaliter inſiſtunt conſtat ex.31.ipſa eſſe equalia.cū eni hee linee ſint equales ꝛ ipſe determinent altitudinē ſolidoꝝ erunt ſolida eque alta.At ſi linee altitudinū ipſoꝝ nō inſiſtunt ſuis baſibus orthogonaliter ab ipſaꝝ ſūmitatibus ad baſes perpendicularibus demiſſis erunt ex p̄miſſa hec ꝓpendiculares adinuicē equales ipſe eni erūt ſicut erant ꝛ in p̄emiſſe demonſtrationis figura due linee.p.q.ꝛ.l.n.quas demōſtrauimus oportere eē equales. Quia igit̄ omniū ſolidoꝝ altitudo ex ꝓpendicularibus a ſūmitatib⁹ ipſoꝝ ad ſuas baſes deſcēdēnib⁹ diffinit̄ erūt ex.32.duo ſolida.a.d.ꝛ.c.b.equalia. C̄ouerſa quoꝝ huius poſſumus ſi delectat cōuerſo mō ꝓbare vt ſi palellogramū corpus. a.d. ſit equale ꝛ equiangulū corpori palellogramo.b.c.ꝛ corpus.b.c,cōtineat̄ a media triū linearū cōtinentiū corpus.a.d.erunt tres linee cōtinētes corpus.a.b. cōtinue ꝓportionales.cū eni duo ſolida palellograma.a.d.ꝛ.c.b.ſint equalia ꝛ eque alta ex ypotheſi ipſa erūt ſuper baſes equales ꝑ cōuerſas.31.ꝛ.32.ꝛ qꝛ ipſe baſes eorū ſunt equiangule ſequit̄ ex prima pte.13.ſexti q̄ ipſe ſunt mutuorū laterū itaq; proportio.a.b.ad.b.c.ſicut.b.c.ad.c.d.quare cōſtat propoſitum.

Propoſitio .39.

Si fuerint quotlibet linee ꝓportionales ſolida quoq; ſua equidiſtantium atq; ſimilium vniuſcuinſq; creationis ſuperficieꝝ erūt ꝓportionalia.ſi vero ſolida equidiſtantiū atq; ſil'ium vniuſcuiuſq; creatiōis ſuperficieꝝ fuerint ꝓportionalia linee quoq; a quibus ipſa ſolida continent̄ erunt ꝓportionales. Sil'e ꝓponit vigeſima prima ſexti de ſuperſciebus. ¶Sint eni.4.linee.a.b. ꝛ.c.d. ꝓportiōales ꝛ ſup has fabricent̄ quatuor ſolida palellograma eiſdē noibus dicta q̄ ſint exp̄ſſe ſilia.duobus eni ad libitū fabricatis ſuper duas lineas.a.ꝛ.c.cetera ꝺm p̄cepta.27.cōſtituenda erūt.dico hec.4. ſolida eē ꝓportionalia ꝛ ecōuerſo.ſubiungant̄ eni duabus lineis.a.ꝛ.b.in continua ꝓportione due:q̄ ſunt.e.ꝛ.f.quēadmodū docet.10.ſexti ex duabus lineis.c.ꝛ.d.alie due que ſint.g.ꝛ.b.conſtat igit̄ ex.36. et ex diffinitione ꝓportionis triplicate que poſita ē in principio quinti ꝛ ex hac ypotheſi q̄ ſolida.a.ꝛ.b:ſibi inuicem ꝛ ſolida.c. ꝛ.d.ſibi adinuicē ſunt expreſſe ſil'ia q̄ ꝓportio ſolidi.a.ad ſolidū.b.ē ſicut ꝓportio linee.a.ad lineā.f.ſolidi quoq;.c.ad ſolidū.d.ſicut linee.c.ad lineā.b.ꝛ quia ꝑ.22. quinti proportio linee.a.ad lineā.f.eſt ſicut linee.c.ad lineā.b.erit ex.11.quinti ſolidū.a:ad ſolidū.b.ſicut ſolidū:c.ad ſolidū.d.ꝓſtat igitur prima pars. Secunda ſic ſint duo ſolida.a.ꝛ.b.ſibi adinuicē duoq; que ſint.c.ꝛ.d.ſibi adinuicē expreſſe ſimilia.Sintq; cuncta palellograma ꝛ ponāt̄ ꝓportionalia.dico q̄ linee.a.b.ꝛ.c.d. ſup q̄s ſūt ꝓſtituta ſūt ꝓportiōales .ſit eni ex.10 .ſexti ſicut linea.a.ad lineā.b.ita linea.c.ad lineā.k.ꝛ fiat ꝺm.27.b⁹ ſup lineā.k.ſolidū exp̄ſſe ſil'e ſolido.d. qō etiaꝫ dicat̄.k.eritq; ex diffinitionib⁹ ſil'iuꝫ corporū ꝛ ſil'iuꝫ ſuperficieꝝ ꝛ.20. ſexti corp⁹.k. exp̄ſſe ſil'e corpi.c.iōq; ꝑ primā ptē huius.39.iā ꝓbataꝫ erit ꝓportio ſolidi.a. ad ſolidum.b.ſicut ſolidi.c.ad ſolidum.k. ꝛ quia eadem erat ſolidi. c.ad ſolidum .d.



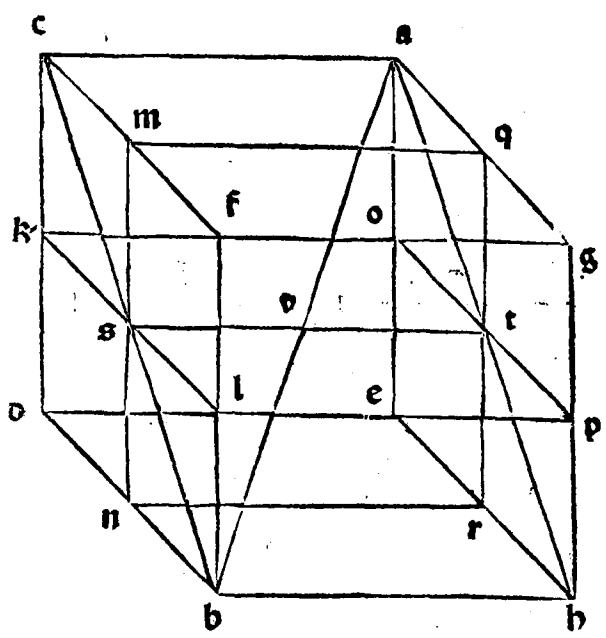


erit ex secunda parte noni quinti solidum. k. equale solido. d. cunqꝫ esset sibi ex/
presse simile sequitur lineam. k. esse equalem linee .d. Equalitas enim non pro/
ducitur ex aliqua proportione triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex equali:
igit̄ ex scōa pte. 7. quinti constat etiā hᵒ mōi ps scōa. Decipis aūt si arbitraris oper
tere vnūqōqꝫ quatuor solidorꝫ. a. b. c. d. eé sile cuilibet alioꝝ: necesse é eni duo so/
lida. a. r. b. sibi adinuicem. itéqꝫ duo. c. r. d. sibi adinuicé cé similia: solida aūt. c. r
d. solidis. a. r. b. esse similia contingens est: necessariū autē nō. Idē ex hac. 39. de
seratilibᵒ facile poteris concludere.

Propositio .40.

Si inscisa fuerint latera duaꝝ oppositaꝝ superficierum cubi
vnū quodqꝫ in duo media: exierintqꝫ a punctis sectionum
due superficies se vicissim secantes r cubum cōem eaꝝ sectio
nē diametrum cubi per equalia secare r ab ipsa diametro
versauice per equalia secare necesse est.

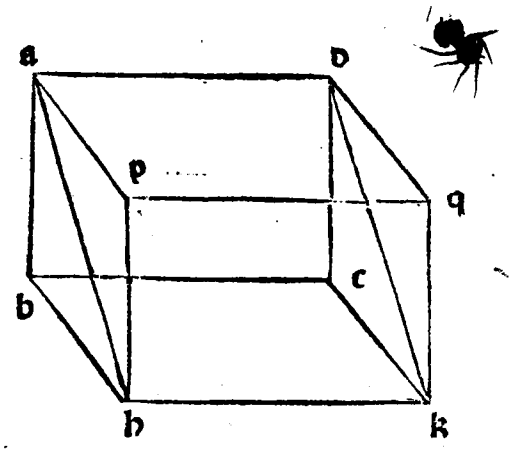
¶ Statue cubū qui sit. a. b. de quo constat per dionem qꝫ omnes linee ipsū conti/
nentes sint equales r eiᵒ superficies rectangule: tale eni: corpus cubū dicimᵒ: huiᵒ
igit̄ basis sit superficies. a. c. d. e. superficies vero eius suppꝛema. b. f. g. h. dextra ve
ro eius superficies sit. a. e. g. b. sinistra aūt superficies sit. b. f. c. d. citerior quoqꝫ sit
d. e. b. h. sed vlterior. a. c. g. f. eiusqꝫ diameter sit. a. b. diuidant̄ itaqꝫ oia latera dua
rū quarūlibet superficieꝝ oppositaꝝ eiᵒ per equalia: r sint nūc superficies quaꝝ latera
diuidāt̄ dextra atqꝫ sinistra: diuidant̄ inquā quatuor latera: dextre quidē sup qua/
tuor puncta que sunt. o. p. q. r. sinistre vero super quatuor que sunt. k. l. m. n. r ꝓsi
gant̄ puncta in his superficiebus opposita ductis lineis. o. p. r. q. r. que secent se i
puncto. t. itemqꝫ. k. l. r. m. n. que secent se in puncto. s. r perficiantur due superfi/
cies secātes se inuicē r cubū: ꝓtractis itē lineis. o. k. r. p. l. q. m. r. r. n. sitqꝫ baꝝ du
arū superficieꝝ cōis sectio linea. s. t. dico igit̄ qꝫ linea. s. t. diuidit diametꝝ. a. b. et
diuidit̄ ab eadē diametro ꝑ eq̄lia: qō pꝫ vtraqꝫ eni eaꝝ transit ꝑ centꝝ cubi. ¶ Hīc
vero ꝓuenit qō ꝓpositū é demōstrare ꝓducant̄ eni due lince. t. a. r. t. b. r item due
s. c. s. b. eritqꝫ ex. 4. p̄mi. a. t. equalis. t. b. r. s. c. equalis. s. b. cōstat aūt ex prima pte
29. primi: qꝫ angulus. p. t. q. é equalis angulo. a. q. t. r ex. 4. primi angulus. b. t. pꝛ
é equalis angulo. t. a. q. itaqꝫ ex. 32. primi totus angulus. b. t. q. cū angulo. q. t. a.
valet duos rectos quare ex. 14. primi linea. a. b. erit linea vna: sil̄r quoqꝫ linea. a. b.
erit linea vna At qꝛ ex. 9ᵃ. bᵒ linea. a. c. é equidistans linee. b. b. vtraqꝫ eni é equidi
stās linee. d. e. cūqꝫ ipse sint equales qꝛ latera cubi: sequit̄ ex. 33. primi duas lineas
a. b. r. c. b. esse equales r equidistātes. ideoqꝫ ꝑ cōceptionē eaꝝ medietates que sūt
a. t. r. b. s. erunt equales: ex. 7. aūt huius manifestū é qꝫ linea. s. c. é i superficie duā
rū lineaꝝ. a. b. r. b. c. r ex eadē linea. a. b. que est diameter cubi. é etiā diameter sup
ficiei paralellograme. a. c. b. b. itaqꝫ linea. s. t. secat diametrū. a. b. secet ergo ipsam
i pūcto. u. dico ergo lineā. s. u. esse equalē linee. u. t. r linea etiā. a. u. linee. u. b. iun
ligantur duo trianguli. a. t. u. b. s. u. quorū anguli qui sunt ad. t. r. s. sunt equales
adinuicem: similiter anguli eorūdem qui sūt ad. a. r. b. equales adinuicem ex pma
parte. 29. primi: ꝓpter id qꝫ linea. a. t. equidistat linee. s. b. r quia etiā ipse sūt adi/
uicē equales: sequit̄ ex. 26. primi qꝫ ꝓpositū é. ¶ Idē quoqꝫ eodē mō cōcludat̄ r si
solidum. a. b. nō sit cubus sed solidū corpus ꝑalellogramū sine equalibus lineis si/
ue nō equalibᵒ cōtentū fuerit sine quoqꝫ sup basim orthogonaliter erectū siue etiā

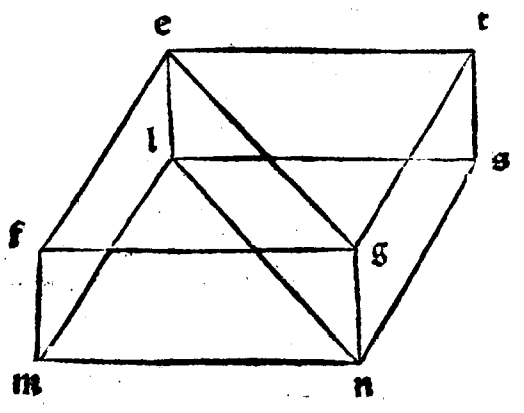


ꝛ ſuper ipſã indinatũ. Vnde ampliaꝫ in hac. 40. figuratio cubi ad ōcs figuras pa/
ralellogramas ſolidas.

Propoſitio .41.

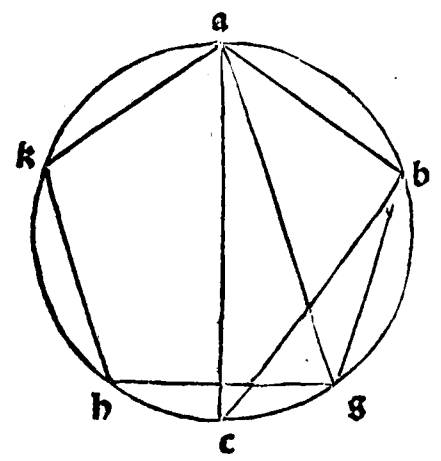
Si duo corpora ſeratilia quoꝝ alteꝝ baſim triangulã alterũ vero baſim habeat equidiſtantiũ laterũ ipſi bali triangule duplã eque alta fuerint illa duo corpora neceſſe ẽ eẽ equalia. ¶ Sit ſuperficies. a. b. c. d. equidiſtãtiũ laterũ dupla trila/
tere ſuperficiei. e. f. g. ꝛ ſuper bas duas ſuperficies fiãt duo corpora ſeratilia eque alta: ſitqꝫ ſeratile qđ eſt ſupra baſim q̄drangulã. a. b. b. d. c. k. cui⁹ baſis eſt ſuperficies equidiſtantiũ lateꝝ ꝓpoſita. a. b. c. d. alia eius ſuperficies equidiſtantiũ lateꝝ ẽ. a. b. d k. tertia vero ẽ. b. b. c. k. due aũt ei⁹ triãgulares ſupficies ſũt altera quidem triangulus. a. b. b. reliqua vero triangulus. d. c. k. ſeratile aũt qđ eſt ſuper baſim triangulã. e. f. g. ſit. e. f. g. l. m. n. cui⁹ altera duaꝝ trilateraꝝ ſuperficieꝝ ẽ baſis prędicta: reliqua vero triangulus. l. m. n. triũ aũt ſupficieꝝ ei⁹ equidiſtãtiuꝫ lateꝝ: prima quidẽ ẽ. e. f. l. m. ſcđa vero. e. g. l. n. tertia vero. f. g. m. n. dico itaqꝫ hec duo ſeratilia ꝓpoſita eſſe adinuicẽ equalia: perficiant̃ eni duo ſolida paralellograma adiungendo vtriqꝫ duoꝝ propoſitoꝝ ſeratiliũ aliud ſeratile ſibi equale: primo quidẽ ſeratili ſuper eandẽ baſim ſitqꝫ adiunctũ ſeratile. a. p. b. d. q. k. cuius due trila/
tere ſuperficies ſunt. a. p. b. d. q. k. tres aũt quadrilatere: prima quidẽ. a. b. d. k. qui ẽ terminus cõis ſibi ꝛ ei cui adiungit̃: ſcđa vero. a. d. p. q. t̃cia quoqꝫ. p. q. b. k. ſcđo aũt ſeratili adiungaꝫ aliud ſeratile ſibi equale hoc modo: adiungaꝫ primo triangulo. e. f. g. alius triangulus equalis qui ſit. e. g. r. ita ꝙ tota ſupficies. e. f. g. r. ſit equidiſtãtiũ laterũ ꝛ ſuper hunc triangulus fiat ſeratile. e. g. l. r. l. n. ſ. qđ cũ illo cui adiungit̃ perficiat corpus paralellogramũ huius ſeratilis aduncti: due trilatere ſuperficies ſunt. e. g. r. l. n. ſ. tres aũt palellograme ſunt: prima quidẽ. c. l. r. ſ. ſcđa. e. l. g. n. ꝛ ipſa ẽ cõmunis terminus ſibi ꝛ ei cui adiũgit̃: tertia vero. g. r. n. ſ. manifeſtum igitur ex diffinitione ſolidoꝝ equaliũ atqꝫ ſimiliũ ꝙ duo ſeratilia paralellogamũ cõponentia ſolidũ. a. k. ſibi inuicem. itẽqꝫ duo cõponentia ſolidum paralellogramum. e. n. ſibi ad inuicẽ ſũt eq̃lia. At vero ex. 31. vel ex. 32. h⁹ duo ſolida. a. k. ꝛ. e. n. ſunt ſibi inuicẽ equalia: qꝛ ergo boꝝ ſolidoꝝ medietates ſunt ſeratilia ꝓpoſita per cõem ſciam ꝓſtat ea eſſe equalia: quecunqꝫ eni fuerint equalia eoꝝ medietates neceſſe ẽ eſſe equales: liquet itaqꝫ qđ ꝓpoſitũ ẽ. Explicit liber Undecim⁹ Incipit liber Duodecimus.

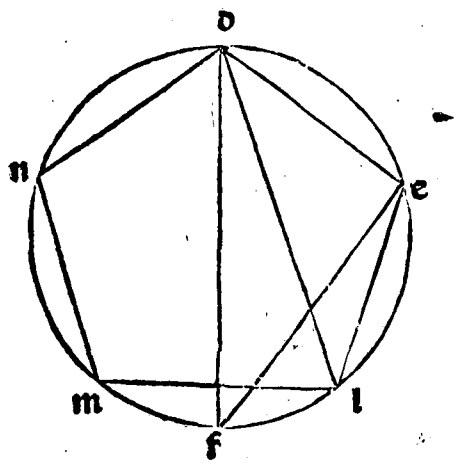


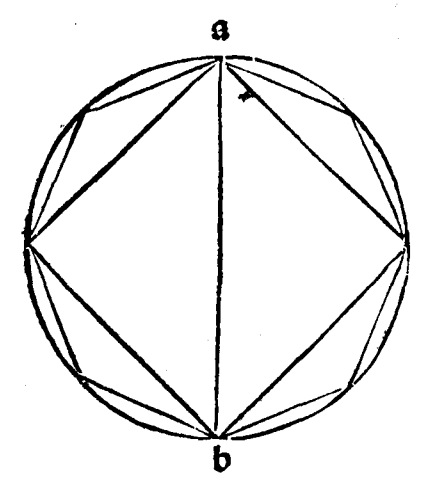


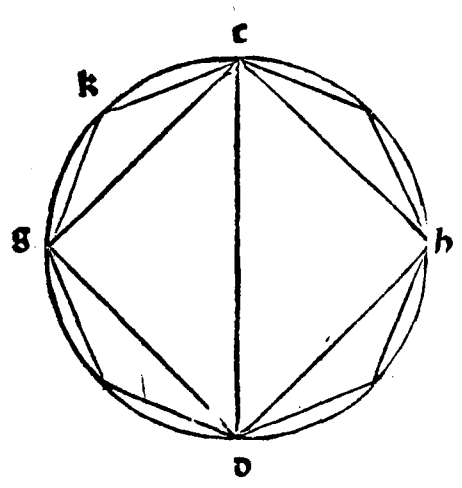
Propoſitio .1.

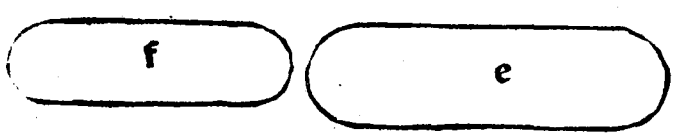
Omniũ duaꝝ ſupficieꝝ ſiliuꝫ multiangulaꝝ iter duos circulos deſcriptaꝝ ẽ ꝓportio alterius ad alterã tãqꝫ ꝓportio q̄dratoꝝ q̄ ex diametris circuloꝝ eas circũſcribẽtiũ ꝓueniunt. ¶ Sint duo circuli. a. b. c. d. e. f. quib⁹ inſcribãtur due quelibet figure poligonie q̄ ponant̃ adinuicẽ ſiles: ſintqꝫ nũc penthagone inſcripte vt docet. 11. q̄rti ꝛ ipſe ſint. a. b. g. h. k. aliud penthagonũ. d. e. l. m. n. diametri quoqꝫ circuloꝝ ſint. a. c. ꝛ. d. f. dico itaqꝫ ꝙ proportio penthagoni. a. b. g. h. k. ad pẽthagonũ. d. e. l. m. n. ẽ. ſicut q̄dratũ diametri. a. c. ad quadratũ diametri. d. f. protrahantur enim in vtroqꝫ circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius lateris penthagoni diametro nõ conterminalis ſc inuicẽ cancellantes infra ipſum











pẽthagonũ i hoc quidẽ.a.g.ꝛ.c.b.i illo ãt.d.l.ꝛ.f.e.eritqꝫ ex.6.ſexti triangul⁹.a.b g.equiangulus triangulo.d.e.l.nã cũ pẽthagoni ponanꝰ adinuicẽ ſil'es erũt ex diffinitione ſil'ium ſupficieꝝ angulus.b.equalis:angulo.e.ꝛ latera ipſos continentia ꝓportionalia videlicet ꝓportio.a.b.ad.d.e.ſicut.b.g.ad.e.l.cũ ſint autem ex.20. tertij duo anguli.f.ꝛ.l.ſibi inuicẽ equales. Jtẽqꝫ duo alij.c.ꝛ.g. ſibi inuicẽ equales erunt duo qui ſunt.c.ꝛ.f.adinuicẽ equales ex hac cõi ſcia:que equalibus ſunt equalia ſibi quoqꝫ equa eſſe neceſſe eſt.Et qꝛ ex prima pte.30.tertij vterqꝫ duoꝝ anguloꝝ.a.b.c.d.e.f.eſt rectus ſequitur ex.32.primi duos triangulos.a.b.c.d.e. f.eſſe equiangulos quare per quartã ſexti ꝓportio diametri.a.c.ad diametꝝ. d.f. ẽ ſicut lateris.a.b.ad latus.d.e. ꝓportio duplicata ꝛ per eandẽ.cũ itaqꝫ ex ſcõa pte.18.ſexti ꝓportio duoꝝ pentbagonoꝝ ẽ ſicut ꝓportio lateris.a.b.ad latus.d.e. ꝓportõ duplicata ꝛ ꝑ eandẽ ꝓportio quadrati diametri.a.c.ad quadratũ diametri.d.f.ſit ſicut diametri.a.c.ad diametꝝ.d.f.duplicata per hanc cõem ſciam:quoꝝ dimidia ſunt equalia ipſa quoqꝫ adinuicẽ eſſe equalia. manifeſtum eſt qõ propoſitum eſt.

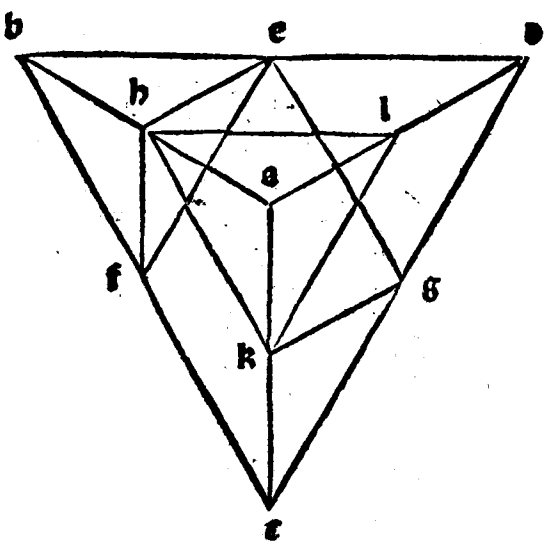
Propoſitio .2.

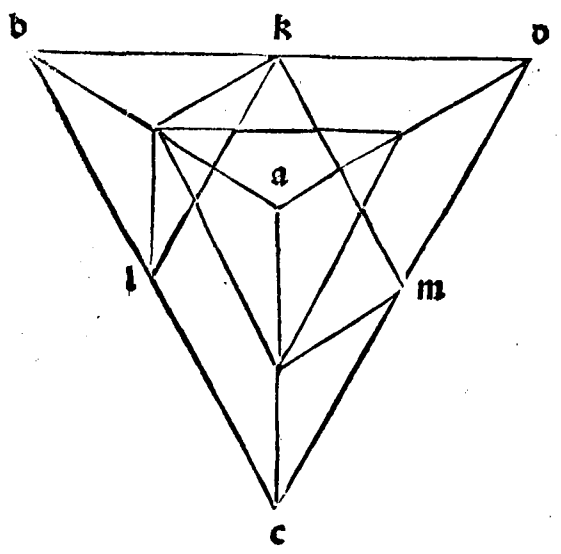
OMniũ duoꝝ circuloꝝ ẽ proportio alterius ad alterꝝ tanqꝫ ꝓportio quadrati lue diametri ad quadratũ diametri alterius. Sit duo circuli.a.b.ꝛ.c.d.quoꝝ diametri quoqꝫ dicãꝰ.a b.ꝛ.c.d.dico itaqꝫ qꝫ ꝓportõ circuli.a.b.ad circulũ.c.d.ẽ ſicut q̃drati diametri.a.b.ad quadratũ diametri.c.d.manifeſtũ eni ẽ ex hac cõmuni ſcientia quanta eſt quelibet magnitudo ad aliquã ſecundã tantam neceſſe eſt eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam qꝫ proportio quadrati diametri.a.b. ad quadratum diametri.c.d.eſt ſicut circuli.a .b.ad ſuperficiem aliquã que ſit.e. cuiuſcũqꝫ figure aut forme ponaꝰ:hanc autem impoſſibile ẽ maiorẽ eſſe a t minorem circulo.c.d.Si eni eſt poſſibile ipſã eẽ minorẽ circulo.c.d.ſit itaqꝫ minor i ſuperficie.f.itaqꝫ circulus.c.d.ſit equalis duabus ſuperficiebus.e.ꝛ.f. piter acceptis conſtat igiꝰ ex prima. 10.qꝫ totiens poſſit ex circulo. c.d. ſuiſqꝫ reſiduis ſubtrahi maius dimidio quouſqꝫ relinquaꝰ quantitas aliqua minor.f. inſcribatur ergo ſibi vt docet.6.quarti quadratũ.c.d.g.b.de quo conſtat qꝫ ipſum ſit maius medietate circuli:quadratũ eni quod eſt duplum ad ipſum ẽ circulum circũſcribens vt patꝫ ex penultima primi ꝛ.7.quarti. Si igitur portiones circuli exiſtentes ſuper latera quadrati piter accepte fuerint minus ſuperficie. f.ſufficit. Sin aũt quatuor arcus exſtentes ſuper dicta latera per equalia diuidantur ꝛ puncta ipſos arcus diuidentia cum extremitatibus lateꝝ cõtinenꝰ per lineas rectas. verbi gratia arcus.c. g.diuidaꝰ per equalia in puncto.k.ꝛ ꝓtrahanꝰ linee. k.c.k.g.ſicqꝫ de ceteris.Erit qꝫ quilibꝫ trianguloꝝ deſcriptoꝝ ſup latera q̃drati maior medietate portionis i q̃ exiſtit eo qꝫ ois triangul⁹ yſocheles ẽ medietas palellogrami ſue baſis per.41.primi. Sint itaqꝫ portiones exiſtentes ſuper latera octogonij inſcripti piter accepte minus ſuperficie.f.ſi eni nondũ hoc eſſet:nõ ceſſarẽ diuidere arcus quoꝝ latera vltime deſcripte figure ſunt corde per equalia:ꝛ iſcribere figuram equilateram duplo plurium laterũ prime ſemper ſubtrahendo ab ipſis circuli portionibus maius dimidio quouſqꝫ ꝑ p̃mã. 10.portiões ſuper latera alicui⁹ talis figure circlo iſcripte exiſtẽtes piꝰ accepte erũt min⁹ ſuperficie.f.ſint g̃ nũc q̃ dicte ſũt:critqꝫ ex ꝓceptiõe octogonũ.c.d.maius ſuperficie.c.in circulo igiꝰ.a.b.eadeꝫ via inſcribaꝰ ſil'e octogonum: quod dicatur.a.b. ſitqꝫ ex premiſſa proportio octogoni.a.b.ad octogonum

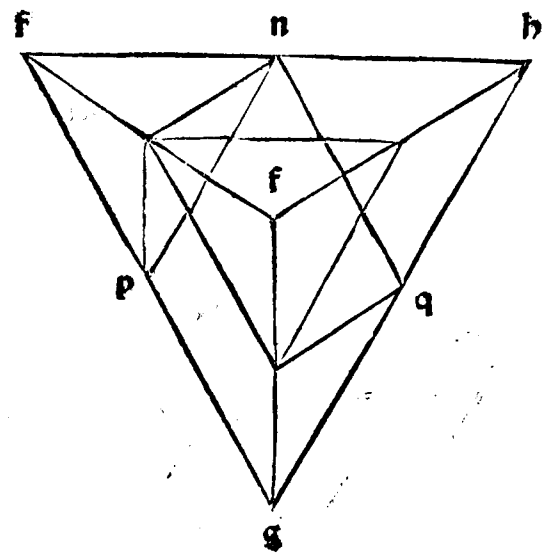
c.d.ſicut quadrati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.iōqz p.11. quinti ſicut ꝓportio circuli.a.b.ad ſupficiē.e.itaqz ꝑmutatim poligonij.a.b.ad circulū.a.b.ſi cut poligonij.c.d.ad ſupficiē.e.cūqz ſit poligoniū.c.d.maius ſupficie.e. erit poli/ goniū.a.b.maius circulo.a.b.hoc aūt ipoſſibile nō ē:ergo ſupficies.e.minor cir/ culo.c.d.Sed nec maior.Eſto enī ſi poſſibile ſit:cū igit̄ ſit ꝓportio q̄drati diame/ tri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.ſicut circuli.a.b.ad ſupficiē.e.erit ecōuerſo qua drati diametri.c.d.ad quadratū diametri.a.b.ſicut ſuperficiei.e.ad circulū.a.b.z ꝓſtat ex cōi ſcia in principio huius demonſtrationis poſita q̄ cadē ē circuli. c.d. ad aliquā ſupficiē que ſit.f.eritqz ex.14.quinti ſupficies.f.minor circulo. a.b.itaqz ꝓportio quadrati diametri.c.d.ad quadratū diametri.a.b eit ſicut circuli.c.d.ad ſupficiē.f.minorē circulo.a.b.ſed ex hoc demōſtrauimus paulo ante ſequi impoſ/ ſibile videlicet poligoniū inſcriptū circulo maius eſſe circulo:ſicut ergo ſuperficies e.nō pōt eſſe minor circulo.c.d.ita nec maior:erit: ergo neceſſario equalis quare ꝑ ſcōam partē.Z.quinti liquet qō ꝓpoſitū ē. **Propoſitio .3.**

OMnis piramis cuius baſis triangula ſcindi pōt in duas equas piramides ſibi inuicem totiqz piramidi ſil̄es vnaqz in duo ſeratilia q̄ ambo ꝑiter accepta dimidio totius pira midis neceſſe eſt eſſe maiora. ¶Sit piramis.a.b.c.d.ſup baſiz triangulū.b.c.d.eiuſqz vertex ſolidus angulus.a.a quo demittāt̄ tres ypotheniſe.a.b.a.c.a.d.ad tres angulos baſis:z diuidant̄ oia latera baſis ꝑ equa lia in tribus punctis.e.f.g.tres quoqz ypotheniſe per eq̄lia in tribus punctis.b.k l.z protrahant̄ in baſi due linee.e.f.z.e.g.eritqz baſis eius diuiſa in tres ſuperfici es quaꝝ due ſunt duo triāguli.b.e.f.e.g.d.quos ex ſcōa parte ſcōe ſexti z dione ſimilium ſuperficieꝝ ꝓſtat eē ſil̄es ſibi inicē z toti baſi z equales ad inuicem ex.8.ꝑmi ſcia ē tetragona:palellograma z ipa ē.e.f.g.c.quā ꝓſtat eē duplā ad tāgnlū.e.g.d ex.40.z.41.ꝑmi:demittant̄ ergo rurſus a pūcto.b.due ypotheniſe.b.e.f.b.z a pū cto.k.ypotheniſa.k.g.z ꝑtrahant̄ linee.b.k.k.l.z.l.b.diuiſa ē itaqz tota piramiſ a.b.c.d.in duas piramides que ſint.b.b.e.f.z.a.b.k.l.z duo ſeratilia quoꝝ vnū ē.e.b.f.g.k.c.z ē ſuper baſim quadrangulā.c.f.g.e.z aliud ē.e.g.d.b .k.l. z eſt ſu per baſim triangulā.e g.d.de duabus aūt piramidib⁹.b.b.e.f.a.b. k.l. q̄ ipe ſūt eq̄les adinuicē ſibiqz z toti piramidi.a.b.c.d.ſil̄es:ꝓſtat ex dione coꝝ equaliū z ſilium z ex.10.11.libri z ex ſcōa parte.2.ſexti: de duob⁹ aūt ſeratilib⁹ q̄ ipſa ſint eq̄lia.ꝓſtat ex vltiā.11.libri.Qō vero ambo ſeratilia ꝑiter accepta ſint mai⁹ medi/ tate toti⁹ piramidis:ex hoc manifeſtū ē q̄ vtrūqz illoꝝ diuiſibile ē i duas pirami des quaꝝ altera triāgula eq̄lis vni duaꝝ in quas z ſeratilia totalis piramis diuidi tur.altera vero quadrangula q̄ dupla ē ad reliquā quare ꝑz ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eē totalis piramidis diuiſe:hāc ꝓportionē ſi ſcire deſideras. ſextā huius.12.libri ꝓſule.ſed ſufficit tibi ſcire quantū ad ꝓpoſitū illa duo ſerati/ lia pariter accepta duas partiales piramides in quas z ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas quātalibet quātitatē excedere. **Propoſitio .4.**

SI due piramides eque alte quaꝝ bales triāgule ſingule i binas piramides eq̄les ſibi inicē ac toti ſimiles binaqz ſeratilia eq̄lia diuidant̄ erit ꝓportio balis vni⁹ ad baſim alteri⁹ tāqz ꝓportio duoꝝ ſeratiliū ſuoꝝ ad duo ſeratilia alteri⁹.eritqz palā oia ſeratilia q̄ fuerit in vtralibz illaꝝ







piramidū ꝑiter accepta ad cūcta ſeratilia q̄ ī altera piramide fuerit in eād̄e b̄re ꝓportionē q̄z baſis ei⁹ piramidis ad baſi alteri⁹ piramidis.

¶Sint due piramides quaꝝ baſes triangule eque alte hec quidē.a.b.c.d.cuius conus pnnctus.a.baſis triangulus.b.c.d.ypothemiſe.a.b.a.c.a.d.illa vero.e.f.g.h cuius conus punctus.e.baſis triangulus.f.g.h.ypothemiſe.e.f.e.g.e.h.hec antē due piramides diuidant̄ ſicut in premiſſa.Sintq̄ baſes eaꝝ diuiſe hec quidē ꝓtractis lineis latera baſis ipſius per equalia diuidentibus que ſint.k.l.ꝛ.k.m. illa vero protractis lineis que ſint.n.p.n.q.dico ergo q̄ ꝓportio baſis.b.c.d.ad baſiz f.g.h.eſt ſicut duoꝝ ſeratiliū piramidis.a.pariter acceptoꝝ ad duo ſeratilia piramidis.e.pariter accepta. Manifeſtū eſt aūt ex.18.ſexti ꝑte ſcōa q̄ ꝓportio trianguli.b.c.d.ad triangulū .k.m.d.ē ſicut linec. b.d.ad lineā.k.d.duplicata ꝑeandē quoq̄ ē ꝓportio trianguli.f.g.h.ad triangulū.n.q.h.ſicut linee.f.h.ad lineā. n.h duplicata.Cūq̄ ſit linea.b.d.ad lineā.k.d.ſicut linea .f.h.ad lineaz.n.h.vtrobiq̄ eni ē dupla ꝓportio erit triangulus.b.c.d.ad triangulū.k.m.d.ſicut triangulus.f g.h.ad triangulū.n.q.h.ꝛ ꝑmutatim triangulus.b.c.d.ad triangulū. f.g.h. ſicut triangulus.k.m.d.ad triangulū.n.q.h.triangulus aūt.k.m.d.ad triangulū.n.q. h.ē ſicut ſeratile exiſtens ſuper ipſū ad ſeratile exīs ſup illū ꝑ.33.vndecimi huius quoq̄ ſeratilis ad illud ē ſicut amboꝝ ſeratiliū piramidis.a.piter acceptoꝝ ad ambo ſeratilia piramidis.e.pariter accepta ex.15.quinti:neceſſe ē eni vt ſit duplū ad duplum quēadmodū ſimplū ad ſimplū.itaq̄ cōclude ex. 11.quinti qō ꝓpoſitū eſt. Dormitas aūt ſi dubitas ſeratilia vnius baꝝ piramidū eque alta eſſe ſeratilib⁹ piramidis alterius.cū eni ſint piramides eque alte:ſit quoq̄ vtraq̄ eaꝝ diuiſa i duas piramides equales ſibi totiq̄ ſimiles ꝛ in duo ſeratilia equalia ꝛ ſint due ptiales piramides eque alte eo q̄ ſimiles ꝛ equales qō facile patebit demiſſis a verticibus ptialium piramidū ꝓpendicularibus ad baſes ipſaꝝ:de quibus perpendicularibus ex.37.vndecimi conſtat eſſe equales.Cūq̄ altitudines baꝝ partialiū piramidum pariter accepte cōponunt altitudinē totalis piramidis diuiſe. Sintq̄ ambo ſeratilia eque alta vni partialiū piramidū ei videlicet que ſup ptialem triangulum baſis totalis piramidis cōponit̄ non eſt phas ambigere ſeratilia vnius eaꝝ piramidū eſſe eque alta ſeratilibus alterius eaꝝ. Corrolariū vero ex eo manifeſtū ē q̄ ſimiliter baſes partialiū piramidū ſic ſe habeant ad inuicē ſicut bina ſeratilia vni⁹ ad bina ſeratilia alterius.ꝛ q̄z baſes partialium ſic ſe habent ad inuicē ſicut baſes totalium ex ſcōa ꝑte.18.ſexti ꝛ permutata ꝓportione conſtat ex.13. quinti verū ē quod corrolarium proponit.

Propoſitio .5.

OMnes due piramides eque alte quarum baſes triangule ſuis baſibus ſint proportionales.

¶Qō.33.vndecimi ꝓpoſuit de ſolidis palellogramis ꝛ ī fine.36.vndecimi vez eſſe demonſtrauimus:de ſeratilibus.hec quinta.12.ꝓponit de piramidibus triangulis. Intelligāt eni due piramides eque alte quaꝝ baſes ſunt duo trigoni.a.ꝛ.b.dico q̄ ꝓportio piramidis.a.ad piramidem.b.eſt ſicut baſis.a.ad baſim.b.qō eedem demōſtrationis vel argumētatiōis genere demōſtrandū ē quo ſcōam hui⁹ demōſtrauimus.ſit eni ut baſis.a. ad baſim.b.ita piramis.a.ad corpus.c.de quo dico q̄ ipſū nō erit minus neq̄ maius piramide.b.nā ſi poſſibile ē vt ſit min⁹ eſto min⁹ i ſolido.d.vt piramis.b.ſit eq̄lis duobus corporibus.c.ꝛ.d.pariter acceptis diuiſa itaq̄ piramide.b.vt ꝓponit.

detrahantur ab eo duo feratilia que ex premissa sunt maius medietate piramidis ipsius: itemq; ex vtraq; duarum partialium residuarum piramidum duo earum predicto modo diuisarum feratilia demantur ⁊ fiat hoc toties quousq; ex piramide.b.cogatur aduersarius per primam.10.confiteri relinqui minus solido.d. eruntq; ex communi scientia feratilia detracta maius.c.fiat igitur a piramide.a. similis feratilium detractio.⁊ intelligamus tot feratilia detracta esse ex piramide. a.quot detraximus ex piramide.b. eritq; ex correlario premisse sicut basis.a. ad basim.b.ita feratilia detracta a piramide.a.ad feratilia detracta a piramide.b.sic sed erat piramis.a.ad corp⁹.c.itaq; feratilia piramidis.a.ad feratilia piramidis b.sicut piramis.a.ad corpus.c. ⁊ permutatim feratilia piramidis.a.ad piramidē.a sicut feratilia piramidis.b.ad corpus.c.Cumq; sint feratilia piramidis. b.maius corpore.c.erunt feratilia piramidis.a.maius piramide.a.Et quia hoc ē impossibile nō erit corpus.c.minus piramide.b.sed nec maius.hoc enī posito cum sit proportio basis.a.ad basim.b.sicut piramidis.a.ad corpus.c.erit econuerso basis.b. ad basim.a.sicut corporis.c.ad piramidē.a.Eritq; eadē ex cōmuni scia piramidis b.ad aliqd corpus qd sit.d.sequeturq; ex. 14.quinti q corpus.d.sit minus piramide a.eo q piramis.b.ponit minori corpe.c.Erit igit basis.b.ad basiz.a.sicut piramis b.ad corpus minus piramide.a.Ex hoc aūt demonstratū ē sequi impossibile videlicet feratilia detracta ab aliqua piramide maius eē ea piramide a qua detrahunt ideoq; relinquit corpus.c.esse equale piramidi.b.cum nec minus ea possit eē nec maius ⁊ proportionē piramidis.a.ad piramidem.b.esse sicut basis.a.ad basim.b. hoc aūt erat demonstrandū.

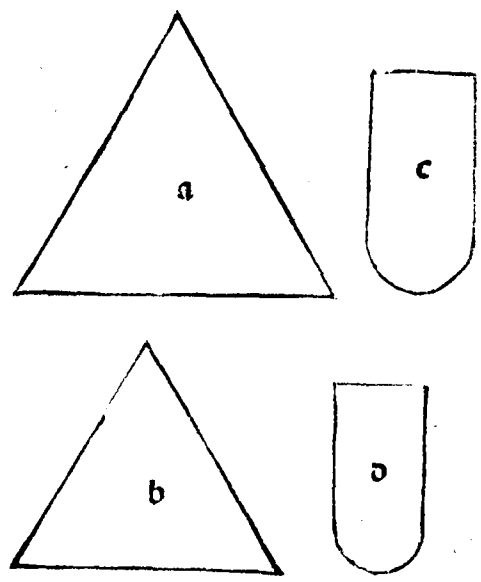
Propositio .6.

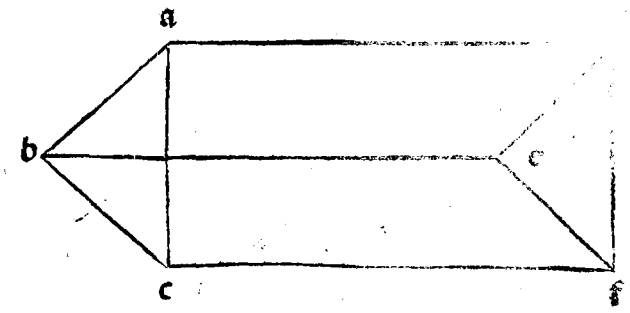
Omne corpus feratile in tres piramides equales baseſq; triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit feratile.a.b.c.d.e.f.ipsū dico esse diuisibile in tres piramides triangulas equales protrahat enī in vnaquaq; suax triuz superficierū palellogramax linea diagonalis ita q vna eax diagonaliū sit cōterminalis reliquis duabus ut si protrahas lineas.b.d.b.f.⁊.f.a.quas propter cōfusionē protrahere cōtempsi:eritq; totum feratile in tres triangulas piramides diuisū quas ex premissa bis assumpta facile cōstat eē equales.Qm aūt euclides nihil demonstrandum proponit de piramidibus lateratis exceptis solidis bis quax sunt bases triangule vt omniū cognitionē ex elemētis q ponit:sufficienter elicere possimus:quedā arbitramur nō inutile demōstrationibus hic positis adiungere:solis enī elemētis contentus euclides multa pretermisit que quāuis ex eis consequant non tamen sine difficultate patent studentibus:horz primum est hec.

¶ Si duo solida quorum alterum feratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut feratile super quadrangulā:piramis vero super trigonā que quadrangule basis feratilis sit dimidiuz constituta fuerint eque alta feratile piramidi triplum esse conueniet

¶ Si feratile propositū fuerit super basim trigonam tunc ex piramide proposita super propriam basim perficiatur feratile piramidi proposite eque altum. Si vero feratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi piramidis adijciatur triāgulus ex quo ⁊ basi piramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quā ex ipsa





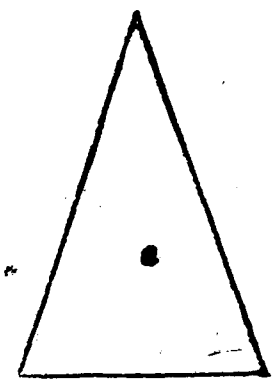
piramide compleatur ſeratile piramidi e ue altum: qz igiť iſtud ſeratile ſeratili pri ori eſt equc altum z vtrozũqz baſes ſunt equales ex ypotheſi. ſequitur ipſa ee equa lia. hoc eni demonſtratũ eſt in .36. vndecimi. at qm̃ ex .6. hui⁹ .12. libri ſeratile ſcom triplum eſt ad piramidẽ ꝓpoſitã. nam ipſa eſt vna ex tribus piramidibus in quas ipſum ſeratile diuidiť. Erit quoqz per cõmunem ſcientiam propoſitam ſeratile tri/ plum ad propoſitam piramidem.

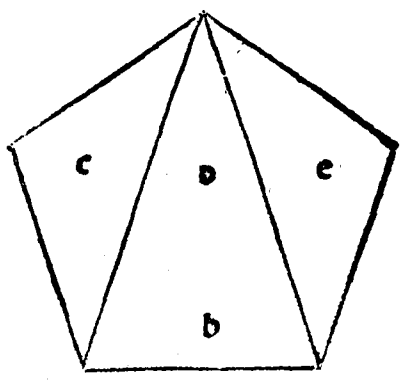
¶ Si quotlibet piramides quarum baſes triangule ſuper vnã eandẽ qz baſim ſiue ſuper equales conſtitute fuerint: eque alte eas eſſe adin/ uicẽ mequales neceſſe eſt. ¶ Fabricato eni vno ſeratili eque alto piramidib⁹ propoſitis ſup baſim triangulã equalẽ baſib⁹ propoſitaꝝ piramidũ aut ſuꝑ baſum quadrangulã duplã baſibus earũdẽ: erit ipſũ ſeratile triplũ ad piramides ſinglas. hoc eni conſtat ex premiſſa addita ſiue interpoſita: igiť ex cõi ſcia cũcte propoſite piramides ſunt vt diximus adinuicẽ equales.

¶ Omnes piramides quarum baſes triangule eque alte ſuis baſibus ſunt proportionales. ¶ Fiant ſuper baſes propoſitarum piramidum aut ſup alias trigonas equales aut ſuper palellogramas duplas ſeratilia ipſis piramidi/ bus equc alta eruntqz ob hoc ſeratilia ſibi adinuicẽ eque alta z qz ſeratilia ſuis ba/ ſibus ſunt ꝓportionalia ut probatum ẽ in .36. vndecimi .33. ipſius mediante. Cũ/ qz ex prima harum additarum manifeſtum ſit hec ſeratilia tripla eſſe ad propoſi/ tas piramides vnũqõqz videlicet ad ſuã relatiuam: baſeſqz ipſorũz equales aut du plas eſſe baſibus ipſarum. ſic autem ex .15. quinti vt triplum ad triplum ita ſim/ plum ad ſimplum erunt quoqz propoſite piramides ſuis baſibus proportionales.

¶ Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritqz alterius ba ſis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipſas ſuis baſibus proportionales eſſe conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligantur due piramides eque alte ſuper duas baſes .a. z .b. ſitqz baſis .a. triangula .b. vero penthagona. Et dicantur hee piramides .a. z .b. itaqz dico proportionem piramidum .a. z b. eſſe ſicut baſium .a. z .b. diſtinguatur quidem penthagonus. b. ī tres triangulos .c.d.e. eritqz tota piramis. b. diſtincta in tres piramides eque altas quarum baſes ſunt trianguli .c.d.e. que etiã dicãtur nominibus ſuarum baſium. quia igitur ex premiſſa interpoſita proportio pirami dis .c. ad piramidem .a. eſt ſicut trigoni .c. ad trigonum .a. z piramidis .d. ad pira/ midem .a. ſicut trigoni .d. ad trigonum .a. itemqz piramis .c. ad piramidem .a. ſi/ cut trigoni .e. ad trigonum .a. ex .24. quinti bis aſſumpta ſequitur qꝺ ſit propor/ tio aggregati ex omnibus piramidibus .c.d.e. z ipſum eſt piramis .b. ad pirami/ dem .a. ſicut aggregati ex omnibus trigonis .c.d.e. z ipſum eſt penthagonus .b. ad trigonum .a. conſtat igitur quod volumus.





¶ Omnes laterate piramides eque alte ſuis baſibus proportiona/ les eſſe probantur.

¶ Si altera earum fuerit ſuper baſim trigonam ex premiſſa interpoſita conſtat quod dicitur. Si autem baſis vtriuſqz fuerit poligonia vtralibet ipſarum baſium reſoluta in triangulos z ipſa piramide ī piramides triangulas: erit ex premiſſa in terpoſita proportio vniuſcuiuſqz harum triangularium piramidum iter quas alte ra propoſitarum diuiditur ad reliquã ſicut ſue baſis ad baſim alterius. itaqz per 24. quinti quotiens oportet aſſumptam: conſtat verum eſſe quod diximus.

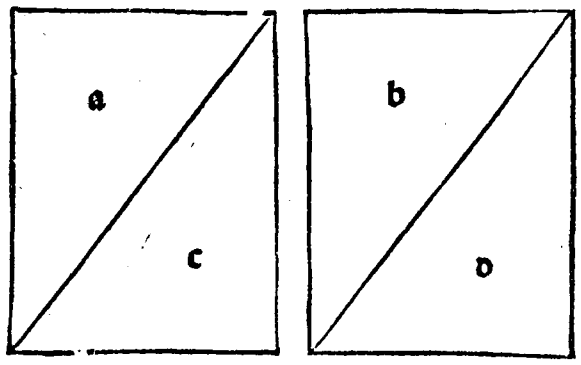
Propositio .7.

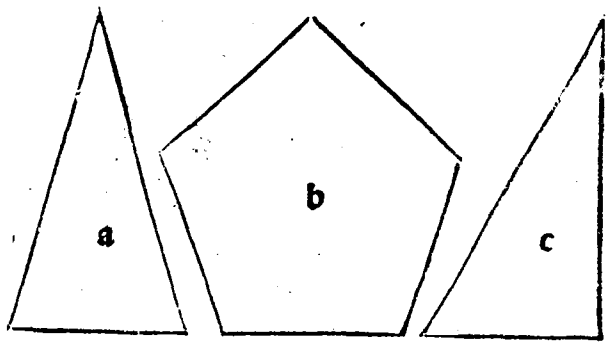
SI due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases ⁊ altitudines fuerit mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

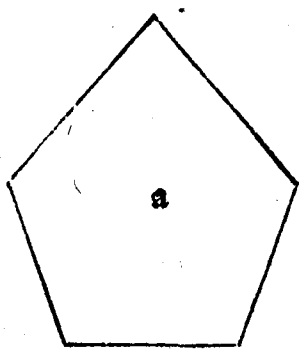
QQ̄ trigesima quarta ⁊ trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis paralellogramis: ⁊ nos in .36. eiusdem demonstrauimus de seratilibus: hec septima. 12. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. Intelligā tur eni duo piramides equales super duos trigonos vel triangulos. a. ⁊ b. que di cantur. a. ⁊ b. dico itaq; ꝙ ꝓportio basis. a. ad basim. b. est sicut proportio altitu dinis piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. ⁊ si hoc fuerit dico piramides. a. ⁊ b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis. a. ⁊ b. duo alij qui sint. c. ⁊ d. vt fiant ambe superficies. a. c. ⁊ b. d. equidistantium laterum et ex ipsis pira/ midibus super bases .a. c. ⁊ b. d. cōpleantur solida paralellograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur. a. c. ⁊ b. d. manifestū igitur est ex sexta huius. 12. ꝙ piramis. a. ē sexta pars solidi. a. c. ⁊ piramis. b. sexta solidi. b. d. itaq; ex. 35. vndecimi argue propositum: primā quidem partem ex prima: secundam au/ tem ex secunda.

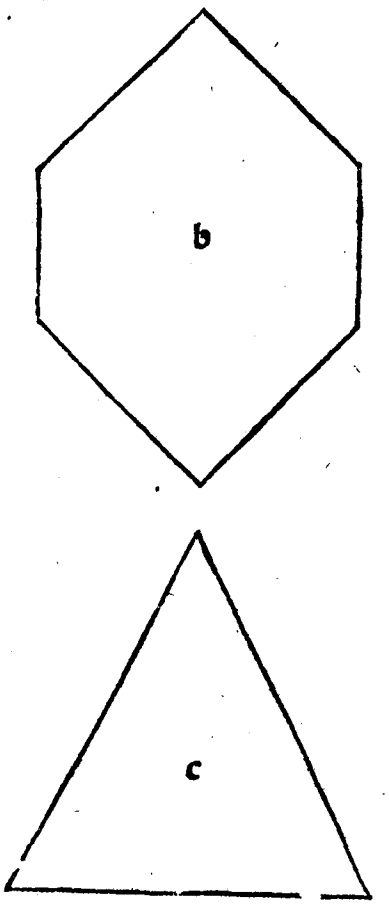
QQ̄ si due quelibet piramides laterate fuerint equales earum ba/ ses earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitu dinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equales esse opor/ tet.

Si bases vtrarūq; fuerint triangule demonstratum est verum esse qd̄ diximus. Si altera tm̄: sit igitur. a. basisq; alterius piramidis sit. b. ⁊ sumatur trigonus. c. eq̄ lis poligonio. b. fiatq; super. c. piramis eque alta piramidi que est super. b. ⁊ sint. a b. c. equiuoca nomina piramidum ⁊ basium. Quia igitur ex ypothesi duo pirami/ des. a. ⁊ b. sūt equales ⁊ ex vltima interposita ꝛ ad sextam huius dueq; piramides b. ⁊ c. sunt equales: ⁊ erūt ex communi scientia due piramides. a. ⁊ c. equales: igit̄ bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte. 7. huius. Cunq; ba ses. b. ⁊ c. sint equales: altitudines quoq; piramidū. b. ⁊ c. equales erunt ex prima ꝓte ꝛ secunda. 7. quinti bases. a. ⁊ b. mutue altitudinib⁹ piramidum. a. ⁊ b. Scōa pars cōuerso modo probatur. nam si fuerit basis. a. ad basim. b. vt altitudo pira/ midis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit ex .2. parte ⁊ prima .7. quinti basis. a: ad basim. c. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinē piramidis. a. itaq; ex sccūda pte hui⁹ .7. duo piramides. a. ⁊ c. sunt eq̄les quare ꝙ cōmunē scientiam due quoq; piramides .a. ⁊ b. sunt equales. Si vero neutra propositarū piramidum fuerit trigona sed vtraq; poligonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur. a. ⁊ b. sumatur similiter triangulus. c. equalis exagono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntq; due piramides. b. ⁊ c. equales. ideoq; due que sunt. a. ⁊ c. etiam per cōceptionem equales quare basis. a. ad ba/ sim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudinem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinē piramidis. a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fuerit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a.









erit quoqz ex septima quinti basis.a.ad basim.c.vt altitudo piramidis.c. ad altitudinē piramidis.a.ideoqz ut patet ex prioribus erunt due piramides.a.z.c.eq̄les quare etiā ex cōmuni scientia z due que sunt.a.z.b.erūt etiā equales.Et hoc ē propositum.

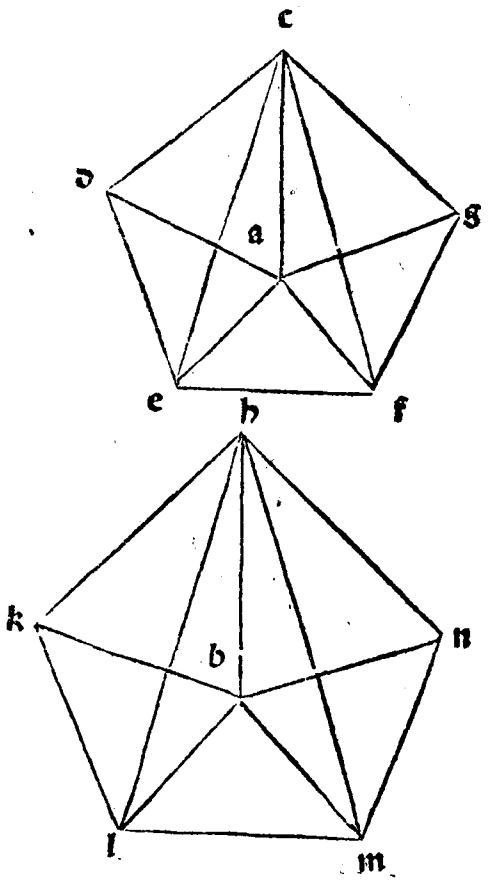
Propositio .8.

OMnium duarum piramidum similium quarum bases triangule ē proportio alterius ad alteram tanqz lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

¶ Propositis duabus piramidibus bases triangulas habentibus similibus ex ipsis perfice duo solida paralellograma quemadmodū dictum est in demonstratione premisse:eruntqz hec duo solida paralellograma similia eo qp piramides ponuntur similes ad inuicem.nā duo solidi anguli qui sunt cōmunes piramidibus z solidis paralellogramis superficialibus angulis numero z quantitate equalib⁹ continentur: z latera quoqz illos angulos superficiales continentia sunt proportionalia quare ex.34.primi tres superficies solidorum paralellogramorum cōmunes angulos solidos constituentes sunt equiangule z laterū proportionalium.ideoqz similes ex diffinitione similium superficierum: quare ex 24.z.13.quinti cuncte sex supficies horz duorum solidorz paralellogramorz sunt similes adinuicē:igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum proportio solidorum z piramidū sit vna ex.15.quinti.nam solida sunt sexcupla piramidibus ex sexta huius.cunqz sit proportio solidorz vna sicut suorum relatiuorz laterum triplicata ex.36.vndecimi libri:sunt aūt latera solidorum eadez quoqz latera piramidū.erit quoqz ex. 11.quinti proportio propositarz piramidum sicut suorz relatiuorz laterum proportio triplicata:quod est propositum.

¶ Ꝺō si fuerint due quelibet piramides laterate similes erit ꝓportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

¶ Sint due laterate piramides quarz coni.a.z.b.similes sintqz super bases penthagonas que sunt.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n.dico qp ꝓportio earz est sicut suorz relatiuorum laterum triplicata .Constat enim ex diffinitionc similiū superficiez z corporum qp penthagoni qui sunt bases propositarum piramidū sibi ad inuicē cunctiqz relatiui al'reliqui triāguli ipsas ābientes sibi inuicē sūt similes.diuidant̄ itaqz bases ambarz in triangulos sil'es z numero equales ꝓut. 18.sexti ꝓponit esse possibile:protractis in hac quidē lineis.c.e.z.c.f.i illa vero.h.l.z.h.m .dico igit̄ istas piramides esse diuisas in piramides triangulas sil'es z numero equales.Conferāt̄ enim adinuicem due piramides.a.c.d.e.b.h.k.l.quarz coni sunt.a.z.b .cōstat autem ex ypothesi triangulū.c.a.d.esse similē triangulo. h.b. k.z triangulū.d .a.e. triangulo. k.b.l.z qz etiā ex ypothesi angul⁹.d.ē equalis angulo.k.z latera .c.d.z d.e.cōtinētia angulū.d.sunt ꝓportionalia lateribus.h.k.z.k.l.cōtinētibus angulū.k.erunt ex.6.sexti duo trianguli.c.d.e. z. h.k .l.equianguli. ideoqz per.4.sexti erit ꝓportio.c.d.ad.h.k.sicut.c.e.ad.h.l.cūqz ex ypothesi sit ꝓportio.c.a. ad.h. h.z etiā.a.e.ad.h.l.sicut.c.d.ad.h.k.erit ex. 11.quinti.c.a.ad.h.h.z.a.c. ad.h.l. sicut.c.e.ad.h.l.igit̄ ex.5.sexti z diffinitione similiū superficiez triangulus.c.a.c. erit sil'is triangulo.h.h.l.manifestum est itaqz ex diffinitione ꝓsilium corporum qp piramis.a.c.d.e.ē similis piramidi.h.h.k.l.sil'r quoqz cōstat piramidē.a.c.e.f.ē



silem piramidi .b.b.l.m.z piramidē.a.c.f.g.piramidi.b.b.m.n.q; ergo ex hac.8 ꝓportio piramidis.a.c.d.e.ad piramidē.b.b.k.l.ē sicut lateris.c.d.ad latus.b.k. triplicata z etiā piramidis.a.c.e.f.ad piramidē.b.b.l m.sicut.e.f.ad.l.m .triplicata.ac etiā piramidis.a.c.f.g.ad piramidē.b.b.m.n.sicut.c.g.ad.b.n.triplicata cū sit ex ypothesi ꝓportio.e.f.ad.l.m.z.c.g.ad.b.n.sicut.c.d.ad.b.k. sequitur ex 13.quinti vt ꝓportio totaliū piramidū.a.z. b.sit sicut vnius baꝝ ptialium ad aliā vnā.igit̄ ex hac.8.z vndecima quinti constat verū eē quod diximus.

¶ Omnes colūne laterate eque alte suis basibus sūt ꝓportionales.

¶ Verū ē qō dicitur sup qualescūqꝫ bases poligonias sint.colūne. Colūnas autē lateratas vocamus solida corpora laterata quoꝝ bases z supficies suppreme sunt siles z equales.cuncte vero relique superficies ipsa solida circūstantes:sunt equidistantiū laterum Talium autē solidoꝝ prima spēs ē seratile cū super vnā suaꝝ trilaterarū supficieꝫ intelligit̄ eē statutū Scōa vero spēs ē colūna cui⁹ basis sit q̄drilatera quā ex duobus seratilibus necesse ē esse cōpositā: z tertia ē cuius basis ē pentagona z ipsa ex tribus seratilib⁹ pficit̄ .Simpliciter aūt dico q ois laterata colūna in tot corpora seratilia pōt distingui in quot triāgulos sua basis Intelligant̄ itaqꝫ due colūne laterate.a.z.b.ꝓstitute sup duas bases.a.z.b.eque alte.dico q ꝓportio colūnaꝝ.a.z.b.ē sicut basiū.a.z.b.distinguāt̄ nāqꝫ hee bases i triāgulos z hee columne in seratilia:basis quidē.a.que ponatur esse quadrangula in duos trigonos.f.c.z.d.z colūna.a.in duo seratilia.c.z.d.basis vero.b.que sit pentagona distinguat̄ in tres trigonos.e.f.g.z colūna.b.in tria seratilia que silr vocent̄.e .f.g. ¶ Manifestū ē igit̄ ex his que in.36.vndecimi dicta sunt q ꝓportio seratilis .c.ad seratile.e.est sicut basis.c.ad basim. e.z iterū seratilis.d.ad seratile.e. sicut basis d.ad basim. e. quare per.24.quinti erit columne .a.ad seratile.e.sicut basis.a.ad basim. e.eadem ratione erit columna.a.ad seratile.f.sicut basis.a :ad basim.f.at rursus columne.a.ad seratile.g.sicut basis.a.ad basim.g .igit̄ ex.24.quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile cōcludes propositū.constat itaqꝫ ex hoc q

¶ Omnes colūne laterate super eandē basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.

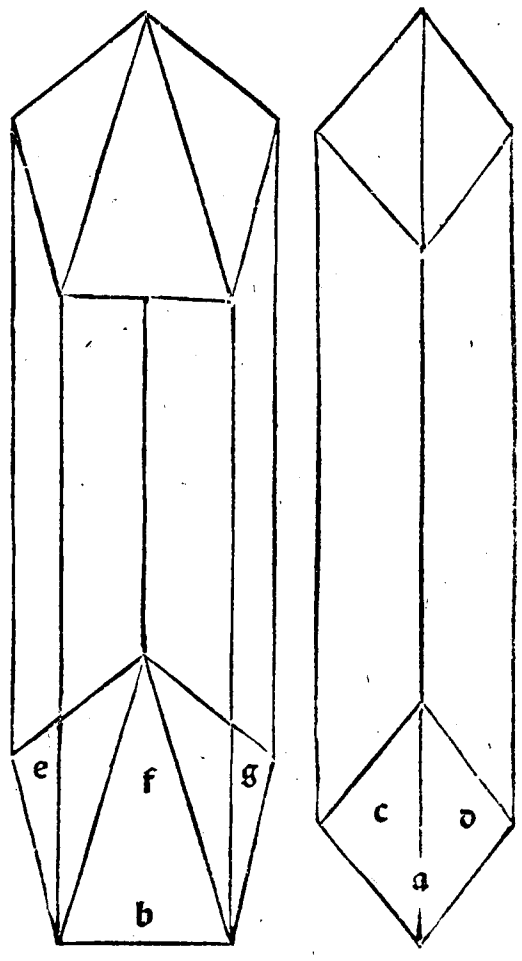
¶ Cum enī vt proximo probatum est eque alte colūne laterate sint suis basib⁹ ꝓportionales. ponantur aūt bases esse aut easdē aut equales necesse ē ex.24.quinti vt etiam colūne sint equales.constat quoqꝫ q.

¶ Si fuerint quelibet solida paralellograma seratilia z laterate colūne eque alta ipsa quoqꝫ suis basibus proportionalia eē necessario cō probantur.

¶ Omnia enim hee species sunt lateraturaꝝ columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

¶ Distinguatur basis columne in triangulos z ꝫm numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia z piramis columne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratilium. constat itaqꝫ vnumquodqꝫ seratile ad eā piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse.hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri:igitur ex. 13 quinti omnia seratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas necesse est esse triplum cumqꝫ ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna et



et ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columne perficiantur con/ stat veram esse hanc nostram proposition̄em.

¶Si fuerint due quelibet columne laterate equales: earum bases earundem altitudinibus mutue erūt. Si vero bases earum ꝛ altitudines mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶Si enim columne sint equales earum piramides erunt equales eo ꝙ omnis laterata colūna ē tripla ad suā piramidē. si autem piramides fuerint equales sue bases suis altitudinibus mutue erunt quēadmodū demonstratum est in septima huius: quia igitur columnarum suarumq3 piramidū eedem sunt bases ꝛ altitudines sunt eedem. constat prima pars ꝓpositi. Sint igitur bases ꝛ altitudines ꝓpositarum columnarum lateratarum mutue: dico ꝙ columne erunt equales. cum enī eedem sint bases eedemq3 altitudines colūnaꝝ suaꝝq3 piramidum: erunt bases ꝛ altitudines piramidū ꝓpositaꝝ colūnarum mutue. si hoc vt positū est vex fuerit de columnis. erunt itaq3 piramides equales ꝑut in septimo huius demonstratum ē igitur ꝛ columne equales cum ipse triple sint ad suas piramides: quare patet secūda pars eius quod propositum est.

¶Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq3 lateris ad suum relatiuum latus proportio triplicata.

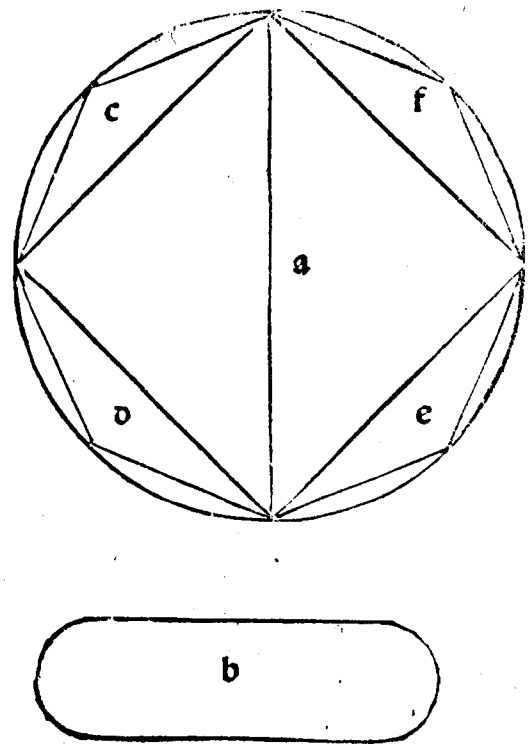
¶Si columne fuerint similes erunt ex diffinitione similiū corporum bases carum cetereq3 superficies eas ambientes siles. Diuidant̄ itaq3 bases earum in triangulos similes ꝛ numero equales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: ꝛ ipse columne diuidant̄ in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare seratilia vnius suis relatiuis seratilibus alterius eē similia: qđ facile probabis ex ypothesi ꝛ sexta ꝛ quarta ꝛ quinta sexti: et diffinitione similium superficieꝝ ꝛ diffinitione similium corporum hoc autē probato erit ex .36. vndecimi proportio vnius cuiusq3 seratilis vnius ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius ꝓportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta seratilia vnius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti vt cunctorum seratilium vnius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio vna: quare per .13. quinti que est proportio vnius seratilis ad suum seratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta ꝛ quia vtrobiq3 omnia seratilia pariter accepta componunt columnas ꝛ relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarum: necesse est ex vndecima quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

Propositio .9.

OMnis columna rotunda piramidi sue triplex esse cōprobatur.

¶Supra circulum .a. intelligantur vna columna ꝛ vna piramis secūdum eandē suā altitudinē erecte: dicanturq3 equinoce ipsa piramis et columna ꝛ circulus nomine vno scz. a. dico itaq3 ꝙ colūna .a. est tripla ad piramidē .a. cuius ꝓbatio ē quia neq3 maior neq3 minor pōt esse q̄3 tripla Sit enī primū si possibile est maior quam tripla quantitate corporis .b. ita ꝙ si .b.

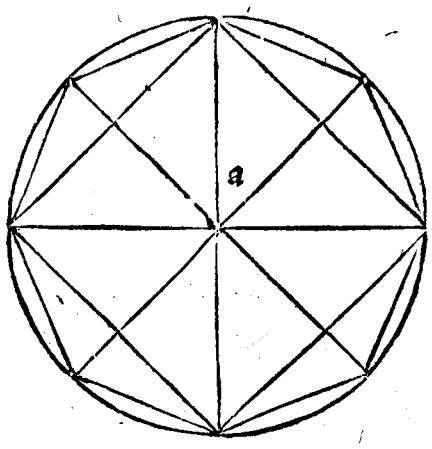
corp⁹ demat̃ de colũna.a.erit resid ũ ei⁹ triplũ ad piramidẽ .a. Inscribat̃ ergo quadratuz circulo.a.sup qõ erigant̃ duo seratilia eque alta colũne.a. de quibus duobus scratilibus piter acceptis cõstat qꝫ ipsa sũt plus medietate colũne.a .quẽ/ admodũ ipsum quadratũ constat esse plus medietate circuli.a. Si enī ex ipsis seratilibus perficiant̃ solida palellograma quoꝝ ipsa sunt medietates: erit ipsa colũ/ na ps ipsoꝝ duoꝝ solidoꝝ piter acceptoꝝ: deinde super latera quadrati inscripti p ficiã quatuor triangulos duum equaliũ lateꝝ in portionibus circuli quaꝝ portioni nuz latera quadrati sunt chorde diuisis arcubus illaꝝ portionũ p equalia ꝛ sint illi trianguli.c.d.e.f .super quos etiã erige seratilia ad altitudinẽ colũne.a.ꝛ manife/ stũ est qꝫ hec seratilia sunt maius medietate portionũ columne super portiões cir/ culi consistentiũ quẽadmodũ ꝛ ipsi trianguli sunt maius medietate portionũ circu li. Fiat aũt hoc totiens quousqz p primã . 10. cogat̃ aduersarius cõfiteri portiones colũne piter acceptas esse minus corpore.b. Erit igit̃ columna laterata octogona quã cõponunt omnia seratilia pariter accepta quaꝝ bases sunt trianguli diuiden/ tes poligoniũ inscriptũ circulo .a. mai⁹ triplo piramidis rotũde.a. ꝛ qꝛ ipsa latera ta colũna ẽ tripla ad suã piramidẽ sicut demonstratũ e in eis que premissa sunt. se quitur ex scõa pte. 10. quinti libri vt rotunda piramis.a. sit minor laterata pirami de laterate columne cuius basis ẽ inscriptũ poligoniũ basi rotunde piramidis.a. qõ est impossibile. Est enī piramis laterata ps ipsius piramidis rotunde: nõ ẽ igit̃ piramis.a.min⁹ tertia pte sue columne. sed nec plus tertia. Si enī possibile ẽ: sit pi ramis.a. plus tertia pte columne.a. quãtitate corporis.b. ita qꝫ detracto corpore.b de piramide.a. sit residuũ ipsius piramidis tertia pars colũne.a. igit̃ quẽadmodũ prius ex piramide.a. intelligat̃ detrahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratũ circulo.a. inscriptũ quã lateratam piramidem constat esse plus dimi/ dio piramidis rotunde. Item de residuo piramidis.a. rursus intelligant̃ detrahi piramides eque alte statute super triangulos.c.d.e.f. qui sunt in portionibus ba/ sis ꝛ hoc totiẽs fiat vt ex prima decimi relinquat̃ ex piramide.a. minus corpore.b erit itaqz piramis laterata inscripto poligonio supstans quã cõponunt laterate pi ramides ex rotunda piramide detracte maius tertia pte rotunde colũne.a. ꝛ quia ut probatũ ẽ in p̃cedentibus hec piramis laterata ẽ tertia ps sue columne laterate a. sequit̃ denuo ex scõa pte. 10. quinti libri columnã rotundã.a. esse minorẽ colũna laterata eiusdẽ altitudinis cuius basis ẽ poligoniũ basi rotunde piramidis inscri/ ptũ: hoc aũt impossibile: nã hec colũna rotunda laterata ps ẽ colũne rotũde. Cum igitur columna rotunda nõ possit eẽ minus triplo sue piramidis neqz maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.

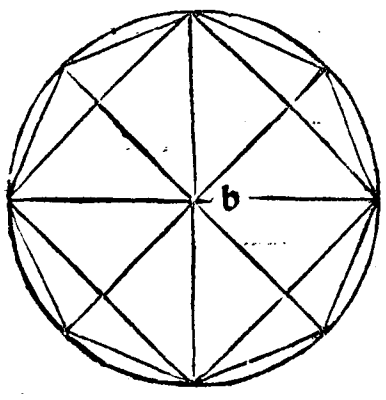


Propositio .10.

OMnium duarum rotundaꝝ piramidum similiũ columna rumve rotundarum similium ẽ proportio alterius ad al/ teram tanqz diametri sue basis ad diametrũ basis alteri⁹ proportio triplicata.

CSint duo circuli.a.ꝛ.b. super quos constituant̃ due rotũde pira mides simles dueqz columne rotunde similes ꝛ dicant̃ circuli ꝛ piramides ꝛ co/

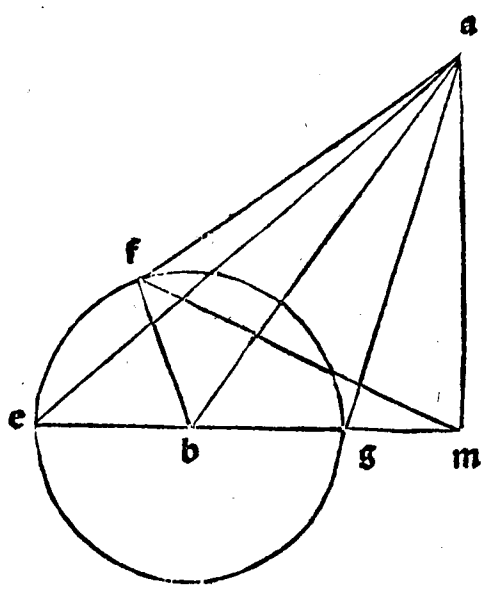


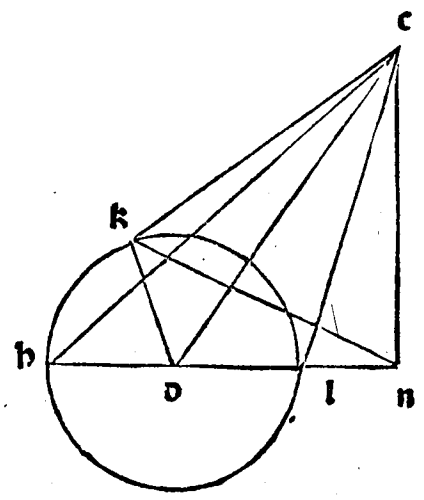


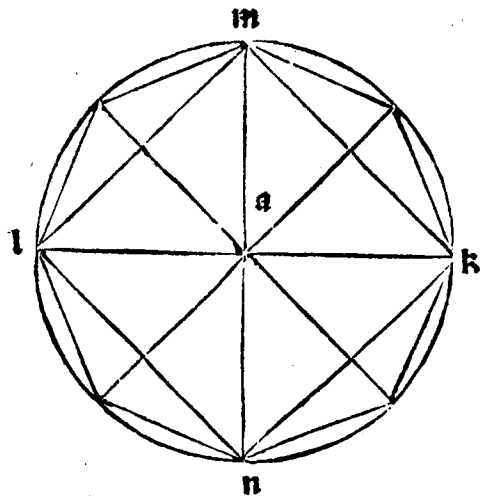
lumne ꝛ diametri circulorum his nominibus.a.ꝛ.b.equinóce:dico itaqꝫ ꝙ ꝓpor/tio duarum piramidum.a.ꝛ.b.duarũqꝫ columnaꝝ.a.ꝛ.b.ẽ ſicut duaꝝ diametroꝝ a.ꝛ.b.proportio triplicata:hoc autem ſi de piramidibus conſtiterit :de columnis autem conſtabit ex.15.quinti.cum omnis columna rotunda ſit ex premiſſa tripla ad ſuam piramidẽ:de piramidibus autem conſtabit hoc demonſtratione ducente ad impoſſibile.Eſt enĩ per cõmunẽ ſciam poſitã in principio ſcõe demõſtrationis huius. 12.libri : que proportio diametri.a.ad diametrũ.b.triplicata: eadem pira/midis.a.ad aliqõ corpus:illud igiť corpus ſit.c.de quo dico ꝙ ipſum non põt eſſe minus neqꝫ maius piramide.b.Sit primo minus ſi fuerit poſſibile quantitate cor poris.d.ita ꝙ duo corpora.c.ꝛ.d.piter accepta ſint quãtum piramis. b.itaqꝫ quẽ admodũ in ſcõa ꝑte premiſſe ex piramide.b .detrahať laterata piramis ſibi eque alta cuius baſis ſit quadratum inſcriptũ circulo.b.ꝛ ex reſiduo eius detrahanť pi/ramides einſdẽ altitudinis conſiſtentes ſuper trigonos portionũ circuli.b. fiat ita qꝫ hoc totiens quouſqꝫ cogente prima.10.ſit reſiduũ piramidis.b. minus corpore d.eritqꝫ ex cõi ſcia laterata piramis detracta quã cõponunt partiales piramides detracte maius corpore.c. Inſcribať itaqꝫ circulo.a.poligoniũ ſimile illi quod eſt baſis laterate piramidis detracte a piramide.b.ꝛ ad angulos huius poligonij in/ſcripti circulo .a.demitte lineas a cono piramidis.a.perficiens ſuper illud poligo nium lateratã piramidẽ eque altã rotunde piramidi.a.banc igiť ſtudeas demon/ſtrare eſſe ſilem laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.qõ hoc mõ fa/cies:in vtraqꝫ piramide eriges axem ipſius que erit ex diffintõne linea cõtinuans verticẽ piramidis cũ cẽtro baſis ꝛ erit perpendicularis ad baſim:dehinc a centris baſium protrahas in vtroqꝫ circulo ſemidiametros ad omnes angulos vtriuſqꝫ poligonij inſcripti.cunqꝫ ex diffinitione ſimilium piramidum rotundarum ſit ꝓ/portio axis vnius ad axem alterius ſicut diametri baſis vnius ad diametrum ba ſis alteri9.ideoqꝫ etiã ex.15.quinti ꝛ equa ꝓportiõalitate ſicut ſemidiametri ad ſe midiametrũ.ſint aũt vtrobiqꝫ omnes auguli quos axes cum ſemidiametris conti nent recti.neceſſe ẽ ex ſexta ꝓpoſitione ſexti libri ꝛ quarta eiuſdẽ ꝛ diffinitiõe ſimi lium ſuperficieꝝ ꝛ ſimiliũ corporꝫ diffinitione vt laterata piramis.a.ſit ſimilis late rate piramidi.b.quare ꝑ additã ad.8.huius ꝓportio laterate piramidis.a.ad la/teratam.b.ẽ ſicut lateris vnius ad ſuũ relatiuũ latus alterius ꝓportio triplicata. ideoqꝫ ꝛ ſicut diametri.a.ad diametrũ.b.triplicata.igiť quoqꝫ ſicut rotunde pira/midis.a.ad corpus.c.ex.11.quinti quare permutatim proportio laterate pirami/dis.a.ad rotundã piramidẽ.a.ſicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.ꝛ qꝛ latera ta piramis.b.maior ẽ corpore.c.erit laterate piramis.a.maior rotunda piramide a.qõ ẽ impoſſibile cũ ſit ꝑs eius:nõ eſt ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b Reſtat itaqꝫ ꝓbandũ ꝙ nec maius.ſi enĩ aduerſarius dicat ipſũ cẽ maiꝰ tunc argu atur ex cõuerſa proportionalitate ꝓportionẽ diametri.b.ad diametrum.a.tripli/catã eſſe ſicut corpis.c.ad rotundã piramidẽ.a.ſed ex cõceptione eadẽ eſt rotunde piramidis.b.ad aliqõ corpus aliud qõ ſit.d.ꝛ qꝛ ex ypotheſi corpus.c. maius ẽ ro tunda piramide.b.ſequiť ex.14.quinti ꝙ rotunda piramis.a.ſit maior corpore.d. itaqꝫ proportio rotunde piramidis.b.ad corpus qõ ẽ minus rotunda piramide.a videlicet ad.d.eſt ſicut ſue diametri.b.ad diametꝝ alterius ꝓportio triplicata.hoc aũt eſt impoſſibile .nã ex hoc demõſtrauimꝰ ſequi ꝙ ꝑs ſit maior ſuo toto.cũ ergo

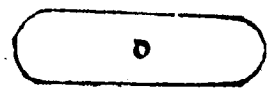
corpus.c.nō possit min⁹ ec neqz mai⁹ rotunda piramide.b.erit necessatiō sibi eq̄/
le.ideoqz ex scōa pte.7.quinti constat ꝓpositū. Nō lateat autem nos huius demon
strationis processum ad eas dūtaxat colūnas 7 piramides rotundas coartari qua
rum axes suis basibus perpendiculariter insistunt:tales eni diffinite fuerūt i prin
cipio vndecimi:cum tamē passio hic demonstrata cōmuniter conueniat omnibus
columnis rotundis similibus piramidibusqz rotundis similibus siue eaꝝ axes su/
per bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclinate: 7 ap/
pellent differentie cā hee rotunde colūne 7 piramnides q̄rum basib⁹ axes ortho/
gonaliter superstant erecte:relique vero dicant inclinate :7 qz in principio. 11.non
sunt diffinite colūne aut piramides rotunde nisi ille tm̄ quas erectas vocam⁹:hec
quidē per motū palellogrami rectanguli.illi vero per motū trigoni rectāguli. ideo
conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas 7 piramides diffinitionib⁹
cōmuniter 7 vniuoce conuenientibus erectis 7 inclinatis columnis 7 piramidibus
rotundis.Cum igit extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punct⁹ qui
cū circūferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato
puncto manente fixo descripto circulo quousqz ad locum vnde moueri inceperit.
circūducat:corpus qō a curua supficie quā motu suo describit hec linea 7 ab ipso
circulo cui circūducit cōtinet voco piramidē rotundā.et circulū cui linea hec circū
ducitur voco basim ipsius piramidis.fixum aūt punctū extra circulū supficiem si/
gnatū voco conū piramidis:lineamqz rectā cōtinuantē centrū basis cū cono pira
midis appello axem seu sagittā piramidis.Cunqz hec sagitta fuerit perpendicula/
ris ad basim dico piramidē esse erectam.cū vero inclinata dico etiā piramidē incli
natam.cum aūt fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistanti
bus quos vna plana supficies p eoꝝ centra transiens secuerit fuerintqz continua
te per lineā rectā due relatiue sectiones duarum circūferentiarum ipsoꝝ circulorū.
Si linea hec in circūferentijs ipsoꝝ circuloꝝ equidistanter situi a quo moueri ince/
perit quousqz ad locū suum redeat circūducat:corpus qō a curua supficie quā mo/
tu suo describit hec linea 7 a duobus ꝓpositis circulis continet:voco columnā ro/
tundam.cuius axis siue sagitta ē linea recta centra duoꝝ circuloꝝ cōtinuans. Et
cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusqz duorum circulo/
rum:dico columnam esse erectam.Cum vero fuerit super basim inclinata dico co
lumnam esse inclinataz.Cunqz fuerint due rotunde piramides aut columne a qua
rum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte
fuerintqz anguli quos axes 7 communes sectiones harum superficierum 7 basiuz
continent ad inuicem equales: 7 fuerit proportio axis vnius ad axem alterius si/
cut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alteri⁹:tunc illas duas pi
ramides adinuicem aut illas duas columnas ad inuicem dico similes esse.His dif
finitionibus positis demonstrandū est ꝙ omnium duarum rotundarum pirami/
dum similium columnarūve rotundarum similium siue erecte siue inclinate fue/
rint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum ba
sis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demónstratum est ad hoc
autem premittimus antecedens necessarium.

Si fuerint due rotunde piramides ad inuicem similes vtranqz quaꝝ



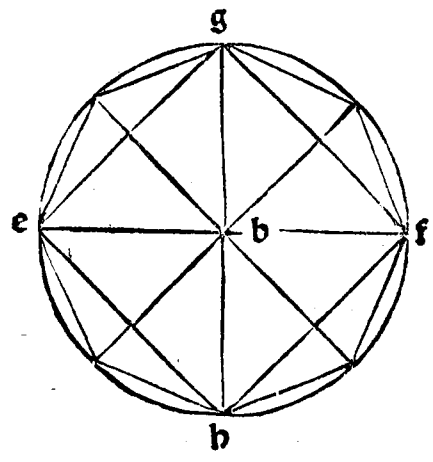






ðue plane ſuperficies ſuper axem ſecent fueritq3 ba3 duaz ſupficiez altera in vtraq3 piramide ſuper baſim eius orthogonaliter erecta at arcus baſium inter illas duas ſuperficies contenti ſimiles:erunt anguli quos axes ⁊ due ꝯmunes ſectiones baſium ⁊ earum ſuperficiez que ſup baſes nō ponūt orthogonaliter erecte cōtinēt adinuicē eq̄les ¶Sint due rotunde piramides.a.b.⁊.c.d.quaz baſes ſūt circuli.e.f.g.⁊.b.k.l.et axes due linee.a.b.⁊.c.d.⁊ diametri baſiū.e.g.⁊.b.l.centra baſiū ſunt duo p̄cta b.⁊.d.coni piramidū.a.⁊.c.ſimiles ad inuicē:⁊ ab earum conis ad ſuperficiē baſiū p̄trahant vt docet.11.vndecimi libri due ꝑpendiculares que ſunt.a m.⁊.c.n. ⁊ continuentur puncta .m.⁊.n.cū centris baſiū ꝑtractis lineis .b.m.⁊.d.n. eritq3 ex.18.vndecimi ſupficies.a.b.m.que egredit ab axe.a.b.erecta ſup baſim piramidis.a.b.orthogonaliter.Eodē modo ſupficies.c.d.n.que egredit.a.b.axe.c.d.erit erecta ſuper baſim piramidis .c.d.orthogonaliter.ſint itaq3 duo arcus.f.g.⁊.k.l. ſimiles:⁊ intelligant due ſuperficies.a.b.f.c.d.k.egredi ab axibus ⁊ ſecare piramides .a.b.⁊.c.d. ſil'es:dico igitur duos angulos.a.b.f.c.d.k.eſſe adinuicem equales.p̄trahant enī due linee.f.m.⁊.k.n.q3 igit due piramides.a.b.⁊.c.d.ſunt ſimiles ⁊ due ſupficies.a.b.m.c.d.n.ſtantes orthogonaliter ſuper baſes egrediunt ab earum axibus:erit ex diffinitione ſimiliū piramidū angulus.a.b.m.equalis angulo.c.d.n:⁊ q3 ex diffinitione linee ſupra ſupficiem ꝑpendiculariter erecte vterq3 duoz ãgulorz .a.m.b.c.n.d. ē rectus erunt ex.32.primi ⁊ .4. ſexti duo primi trianguli .a.b.m.⁊.c.d.n.laterū ꝓportionaliū vt ꝓportio linec.a.b.ad lineā.c.d.ſicut b.m.ad.d.n. ⁊ ſicut.a.m.ad.c.n.⁊ q3 ex diffinitione ſiliū piramidū ꝓportio axis a.b.ad axem.c.d.ē ſicut ſemidiametri.b.f.ad ſemidiametz.d.k .erit ex.11.quinti: proportio .b.f.ad.d.k.ſicut.b.m.ad.d.n.Cunq3 ſint duo anguli.f.b.m.⁊.k.d.n. equales eo q̄ duo arcus .f.g.⁊.k.l. ſunt ſimiles ex ypotheſi:erit ex ſexta ⁊ quarta ſexti proportio .f.m.ad.k.n. ſicut.b.m.ad.d.n:idcoq3 ſicut .a.m.ad.c.n. ⁊ quia itez ex diffinitione linee ſuper ſuperficiē perpendiculariter erecte vterq3 duoz̄ angulorz.a.m.f.c.n.k.ē rectus:crit ex ſexta ⁊ quarta ſexti ꝓportio.a.f. ad .c.k. ſicut a.m.ad.c.n.ideoq3 per.11.quinti ſicut.a.b.ad.c.d.⁊ ſicut.b.f.ad.d.k.igit ex quinta ſexti duo anguli.a.b.f.⁊.c.d.k.ſunt adinuicem equales quod eſt propoſitum. ¶Idem ꝑbabis leuiter de rotūdis columnis ſimilibus:hoc itaq3 demonſtrato dico q̄ omnium duarum rotundarum piramidum ſimilium quecunq3 fuerint ſiue erecte ſiue inclinate ē proportio vnius earum ad alteram ſicut diametri ſue baſis ad diametrum alterius baſis proportio triplicata.Sint enim vt prius due rotunde piramides.a.⁊.b.quarum baſes ſunt circuli.a.⁊.b.⁊ horum circulorum diametri ſint etiam.a.⁊.b.ſitq3 proportio piramidis.a. ad corpus.c. ſicut diametri.a. ad diametrum.b.proportio triplicata.non erit igitur corpus.c.minus neq3 maius rotunda piramide. b.Sit enim primo ſi poſſibile eſt minus quantitate corporis.d.ita q̄ duo corpora.c.⁊.d.pariter accepta ſint quantum rotunda piramis b. ab axe igitur piramidis .b. prodeat ſuperficies que ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum .b. Sitq3 communis ſectio huius ſuperficiei et circuli. b. linea e. f. tranſiens per centrum .b. que erit diameter circuli .b. ⁊ protrahatur inter circulum .b.alia diameter ſecans hanc orthogonaliter que ſit. g.h.Sicq3 inſcribatur circulo.b .quadratum. e.g. f.h .⁊ a rotunda piramide .b. intelligatur

detrahi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum: que vt probatum ē supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius detrahantur piramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionū circuli. b. fiatq; hoc totiens quousq; residuum sit rotunde piramidis. b. minus corpore. d. ex prima decimi. Eritq; ex conceptione laterata piramis detracta quam componunt laterate partiales piramides detracte maius corpore. c. tunc ergo prodeat ex axe piramidis. a. superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum. a. ꝛ sit cōmunis sectio huius superficiei ꝛ circuli. a. linea. k. l. que ob hoc erit diameter circuli. a. protrahatur aūt in circulo. a. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. m. n. sicq; inscribatur in circulo. a. quadratū. k. m. l. n. ꝛ dividendo arcus portionū circuli. a. per equalia pficiatur in circulo. a. poligoniū simile illi quod est inscriptum circulo. b. ꝛ ad singulos angulos huius poligonij demitte lineas rectas a cono piramidis. a. pficiens super illud poligonium lateratam piramidem eque altā piramidi. a. banc aūt lateratā piramidē ꝓbabis esse similē laterate piramidi detracte a rotunda piramide. b. quod hoc modo facies ꝓduces axes cogitatione vel actu vtriusq; in vtrisq; piramidib⁹ . a. ꝛ. b. ꝛ a centris basium ꝓtrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptoꝝ poligonioꝝ. Eruntq; ex premisso antecedente omnes anguli quos cōtinet axis piramidis. a. cum singulis lineis ductis a centro circuli. a. ad angulos poligonij sibi inscripti equales suis relatiuis angulis quos continet axis piramidis. b. cū singulis lineis ductis a centro circuli. b. ad ãgulos poligonij sibi inscripti. Et q; ex diffinitione rotundaꝝ piramidū similiū proportio axis piramidis. a. ad axem piramidis. b. est sicut semidiametri circuli. a. ad semidiametrū circuli. b. sequitur ex sexta ꝛ quarta sexti ꝛ diffinitionib⁹ similium superficierū ꝛ similiū corporum q; due laterate piramides. a. ꝛ. b. sint siles. Cetera argue sicut prius in decimo. constat itaq; de omnibus rotundis piramidibus similibus q; proportio eaꝝ sit sicut diametroꝝ suaꝝ basium triplicata. ꝛ quia omnis columna rotunda ē tripla ad suā piramidē. hoc eni sufficiēter ē demōstratū sive colūne ꝛ sue piramides fuerint recte sive inclinate: sequit̄ ex. 15. quinti vt ctiā quarumlibet columnaꝝ rotundaꝝ silium sit proportio sicut suaꝝ diametrorū triplicata.



Propositio .11.

ODnes duas rotundas piramides sive columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est.

CSupra duos circulos. a. ꝛ. b. statuantur ut prius due rotunde piramides eque alte que dicant̄ siliter. a. ꝛ. b. ꝛ due rotunde columne eque alte eisdē litteris assc̄ripte . a. ꝛ. b. dico itaq; q; ꝓportio duaꝝ piramidū . a. ꝛ . b. duarūq; colūnaꝝ. a. ꝛ. b. ē sicut duoꝝ circuloꝝ. a. ꝛ. b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de piramidibus demōstrabit̄ omnis eni rotunda columna tripla ē ad suam piramidem: de piramidibus autem cōstabit indirecta demōstratione hoc modo. Est eni ex cōi scia ꝓportio rotunde piramidis. a. ad aliqō corpus sicut circuli. a. ad circulū. b. illud corp⁹ sit. c. dico itaq; q; corp⁹ . c. nō pōt eē maius neq; min⁹ rotūda piramide. b. sit eni p̄mo min⁹ q̄ntitate corpis. d. igit̄ circ'o. b. inscribat̄ q̄dratū ꝛ detrahat̄ a rotunda piramide. b. piramis laterata cuius sit basis quadratū circulo. b. inscriptū ꝛ ex portionibus piramidib⁹ detrahant̄ piramides

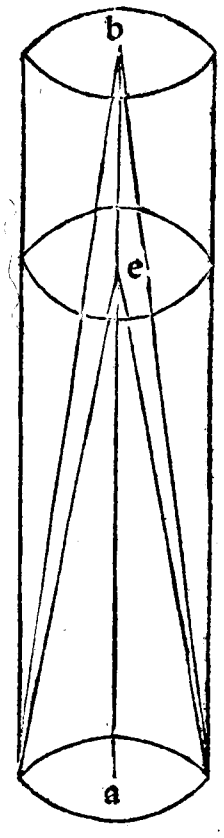
ſuper trigonos portionum circuli conſiſtentes fiatq3 hoc totiens quouſq3 ſit ex pi
ramide.b.reſiduum minus corpore.d.eritq3 laterata piramis detracta quã com/
ponunt partiales piramides detracte maior corpore.c.inſcribatur ergo circulo.a.
poligonium ſimile illi poligonio quod eſt baſis laterate piramidis. b. ꝛ perficiat
ſuper ipſum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate.a .ad an/
gulos poligonij inſcripti. Eruntq3 due laterate piramides.a.ꝛ.b.eque alte.hoc enĩ
eſt propoſitum de rotundis :quare proportio laterate piramidis.a.ad lateratã pi
ramidem.b.eſt ſicut baſis eius ad baſim illius videlicet ſicut poligonij.a.ad poli
gonium .b .hoc enim demonſtratum eſt in ſexta huius .at vero poligonij. a. ad
poligoniũ .b.ẽ ſicut circuli.a.ad circulum .b.quod manifeſtum è ex prima ꝛ ſecun
da huius:itaq3 laterate piramidis.a.ad lateratã piramidem.b.ſicut rotunde pira
midis.a.ad corp9.c.q̃re permutatim laterate piramidis.a.ad rotundam pirami/
dem.a.ſicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.cumq3 ſit laterata piramis.b.ma/
ior corpore.c.ſequitur lateratam piramidem.a.eſſe maiorem rotunda piramide
a.hoc autem impoſſibile:eſt enim pars eius:non erit ergo corpus.c.minus rotun
da piramide.b.Si vero ponat aduerſarius ꝙ ſit maius demõſtrabimus. rurſum
idem impoſſibile conſequi:erit enim per conuerſam proportionalitatem ꝓportio
corporis.c.ad rotundam piramidẽ.a.ſicut circuli.b.ad circulum.a.ſit quoq3 eadẽ
rotunde piramidis.b.ad aliquod corpus qõ ſit.d.cum igit̃ corpus.c.ſit maius ro
tunda piramide.b.per ypotheſim:erit ex.14.quinti rotunda piramis.a.maior cor
pore.d.itaq3 proportio circuli.b.ad circulum.a.erit ſicut rotunde piramidis.b.ad
quoddã corpus minus rotunda piramide .a.ſed hoc demõſtratũ ẽ prius eſſe im/
poſſibile .ſic enim ſequit̃ ꝙ pars ſit maior ſuo toto.non eſt igit̃ corp6.c. neq3 min9
neq3 maius rotunda piramide.b.ſed tm̃ equale.itaq3 ex ſcõa parte ſeptime quinti
conclude propoſitum. Ut aũt facilius incõcuſſiuſq3 demonſtraret̃ qõ ſequitur:ad
ipſam eſt antecedens vtile premittendum quod eſt.

¶ Si ſuperficies quedam rotundam columnam equidiſtanter baſi ei9
ſecuerit:erunt duo partialia corpora que ad illam ſecantem ſupficiem
terminantur portionibus axis columne proportionalia.

¶ Simile ẽ hoc ei quod ꝓpoſuit.25.vndecimi libri de ſolidis paralellogramis nec
ſolum verum eſt hoc de columnis rotundis imo ſimpliciter de omnibus columnis
ſiue laterate fuerint ſiue rotunde. Qõ qui argumentationem prime ſexti vel.25.vn
decimi firmiter tenuerit facile demonſtrare poterit:hic enĩ nõ aliter q̃3 ibi ex diffi/
nitione incontinue proportionalitatis que poſita ẽ in prohemio quinti libri argu/
endum eſt propoſitum. Attendere aũt oportet ꝙ quecunq3 ſuperficies ſecat colũ/
nam equidiſtanter baſi ipſius ſecat etiam eam equidiſtanter ſuperficiei baſis eius
oppoſite.nam quecunq3 ſuperficies vni ſuperficiei ſint equidiſtantes ipſe quoq3
ſunt equidiſtantes adinuicem ut ex his que dicta ſunt ex decimaſexta vndeci/
mi libri didiciſti :quare manifeſtum eſt ꝙ omnes rotunde columne quarum ſunt
baſes eq̃les altitudinib9 ſuis ſunt proportionales: Idem quoq3 de lateratis.idem
quoq3 de piramidibus rotundis;ꝛ etiam de lateratis quod de piramidibus cõſta/
bit ſi prius de columnis probetur. Eſt enim omnis columna triplex ad ſuam pi/
ramidem rotunda quidem ex nona huius:laterata vero ex his que ſupra in octa/
ua demnoſtrata ſunt

Propositio .12.

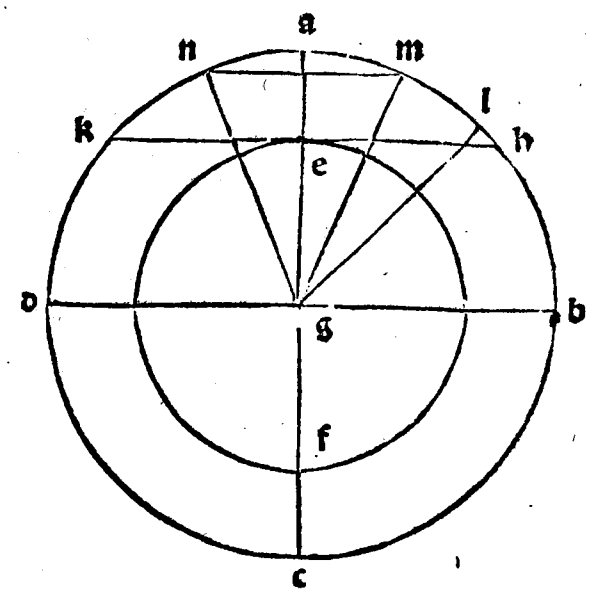
Si due piramides rotunde siue columne fuerint eq̃les siue bases ⁊ altitudines erũt mutue. Si vero sue bases ⁊ altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue colũnas eq̃les eẽ necesse é. ¶ Altitudinẽ piramidũ determinant linee a conis ad bases ꝑpendiculariter descẽdentes: colũnaꝝ autem a suppremis earũ superficieb⁹ ad bases. Sint itaq; due rotũde piramides. a. b. ⁊. c. d. eq̃les: dueq; rotũde colũne. a. b. ⁊. c. d. eq̃les: sintq; cões bases tam piramidũ q̃; colũnaꝝ duo circuli. a. ⁊. c. cões quoq; altitudines tam piramidũ q̃; colũnaꝝ determinate ꝑ lineas. a. b. ⁊. c. d. dico q̃ ꝓportio circuli. c. ad circulum. a. ẽ sicut altitudinis. a. b: ad altitudinẽ. c. d. ⁊ ecõuerso. hoc aũt si de colũnis ꝓbatũ fuerit de piramidibus certũ erit: qm̃ ois colũna rotũda tripla ẽ ad suã piramidẽ. si itaq; due altitudines a. b. ⁊. c. d. fuerint eq̃les ex p̃missa cõstat ꝓpositũ. Si aũt ineq̃les sit. a. b. maior sumaturq; a. e. eq̃lis. c. d. ⁊ secet colũna. a. b. a supficie. e. equidistãter basi ei⁹. a. erit q; ex p̃misso antecedente colũna. a. b. ad colũnã. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e. iõq; ex prima ꝑte. 7. quinti colũna. c. d. ad colũnã. a. c. sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e. quare ꝑ scõam ꝑtẽ. 7. quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. c. d. ex premissa aũt ẽ colũna. c. d. ad colũnã. a. e. sicut circulus. c. ad circulũ. a. itaq; ꝑ. 11. quinti ẽ altitudo. a. b. ad altitudinẽ. c. d. sicut basis. c. ad basim. a. constat igitur prima ps. Scõa cõuerso mõ cõstabit eadẽ dispositione manẽte. sit enĩ vt basis c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinẽ. c. d. dico q̃ due colũne. a. b. ⁊. c. d. sũt eq̃les. erit enĩ ex scõa ꝑte. 7. quinti altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e. sicut basis. c. ad basiz. a. ⁊ q; ex p̃missa colũna. c. d. ad colũnã. a. e. ẽ. sicut basis. c. ad basiz. a. ⁊ ex p̃missa antecedente colũna. a. b. ad colũnã. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e sequit̃ ex. 11. quinti vt colũna. c. d. ad colũnã. a. e. sit sicut columna. a. b. ad eandem a. c. igitur ex prima ꝑte. 9. quinti due colũne. a. b. ⁊. c. d. sunt equales: quare cõstat etiã secunda pars.

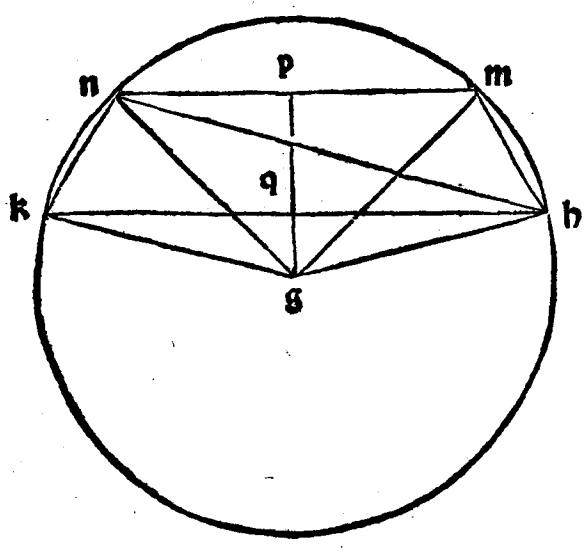


Propositio .13.

Cum ꝓpositi fuerĩt duo circuli ab vno cẽtro circũducti superficiẽ multiangulã equaliũ lateꝝ circulũ minorẽ minime tangentiũ intra circulum maiorem describere.

¶ Sint duo circuli. a. b. c. d. ⁊. e. f. ab vno cõi cẽtro q̃ sit. g. circũducti. dico q̃ intra maiorem qui sit. a. b. c. d. possibile ẽ vnũ poligoniũ q̃ sit equilateꝝ describi minorẽ circulũ qui ẽ. e. f. nullo suoꝝ lateꝝ tangens. Quadrent̃ enĩ bi duo circuli duabus diametris sup centꝝ ipsoꝝ orthogonaliter seinuicẽ secantibus que sint. a. c. ⁊. b. d. sitq; e. f. diameter minoris ps diametri. a. c. q̃ ẽ diametri maioris. sicq; igit̃ a puncto. e. ducat̃ vtrinq; vsq; ad circũferentiã maioris linee orthogonaliter super diametꝝ. e. f. que occurrat circumferentie maioris hinc quidẽ i puncto. b. inde vero in puncto. k. critq; ex corrolario. 15. tertij linea. b e. k. contingens circulum minorẽ: postea vero quadrantẽ. a. b. maioris circuli diuide per equalia in puncto. l. seũdũ doctrinam. 29. tertij: deinc rursus arcum. a. l. ꝑ equalia ad punctum. m. cunq; hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcũ qui minor erit arcu. a. b. sitq; hic. a. m. hoc autẽ idcirco necessarium est q; cuꝝ fuerint due quãtitates ineq̃les si a maiori eaꝝ demat̃ ei⁹ dimidiũ. itẽq; a residuo dimidiũ possibile ẽ hoc totiẽs fieri quousq; tãdẽ maior minore eaꝝ relinq̃t̃ quẽadmodũ ꝑ ꝓma. 10. demõstratũ ẽ. cũ igit̃ sic diuidẽdo ad arcũ q̃ntulumcũq; minorẽ. a. b. fuerit



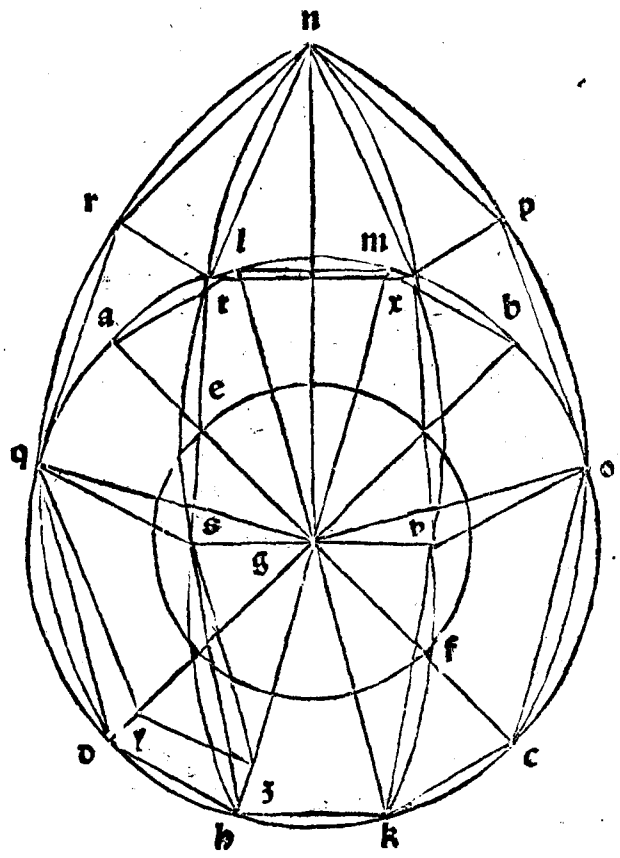


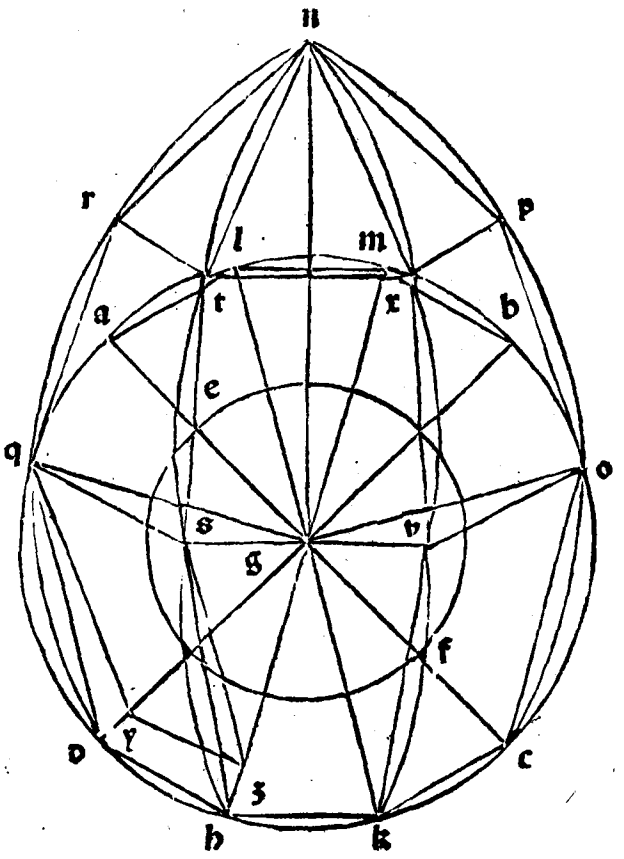
ueuentū cuiuſmodi eſt arcus hic.a.m.ſumatur arcus.a.n.equalis arcui .a.m.du/canturqz due linee.a.m.z.n.m.quia igitur arcus.a.k.eſt equalis arcui. a.b.quod ex ſecunda parte tertie tertij z quarta primi z.28. tertij manifeſtum ē z quia arcus a.n.eſt equalis arcui.a.m.erit ex cōmuni ſcientia arcus.n.k.equalis arcui.m.b. ergo due linee.m.n.z.k.b.ſunt equidiſtantes ergo linea.m.n.non poterit tange/re circulū.e.f.q̄re multo fortius neqz linea.a.m.poteſt ipſum tangere:¶Quoniaz igitur conſtat circulum.a.b.c.d.diuiſibilem eſſe per arcus equales arcui.a.m.iōqz per.28.tertij ſil' cōſtat itra ipſū circulū poſſe chordulas eq̄les chordule.a.m.conti/nue coaptari circulum ipſum poligonie chordantes.manifeſtū eſt itra circulū ma/iorē poſſe vnū poligoniū equilaterū cuius vnū latus ē linea .a.m. inſcribi z quia linea.a.m.nō contingit circulum minorē pz ex prima pte.13. tertij et diffinitione linearum a centro circuli equaliter eq̄diſtantium q̄ inſcriptū poligoniū nullo late/rū ſuoz tangit circulū minorē qđ eſt propoſitū.¶At quid dubitas duas lineas.m n.z k.b.eē eq̄diſtantes eū ſint duo arcus.n.k.z.m.b.equales:hoc aūt incōcuſſaz veritatē ſortitum eſt q̄ due linee circulū vnū nō aūt ſe inuicē ſecantes: ſi ex circum ferentia equales arcus bincinde lineis ipſis inter ſint erunt equidiſtantes:duc quidem a centro.g.lineā.g.p.ꝑpendicularē ad lineā.m.n.que ſecet lineā.b .k.i pun/cto.q.z protrahe lineas.g.m.g.n.g.k.g.b.z duobus arcubus:n.k.z.m.b.ſubten de duas chordas que ctiā dicanť.n.k.z.m.b.erūtqz ex.28.tertij hec chorde eq̄les n.k.z.m.b.eo q̄ arcus equales z per ſecūdā ptē tertie eiuſdē tertij erit linea.n.p. equalis linee.m.p.cum igitur vterqz duoz angulorum qui ſunt .a. d.p. ſit rect⁹ ex diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus.n.p.g. equalis angulo p.g.m.At vero per.8.primi angulus.k.g.n.ē equalis angulo.b. g.m. itaqz p cō/munem ſcientiā que ē ſi equalibus equalia addas tota erunt equalia.erit angulus k.g.q.equalis angulo.q.g.b.ideoqz per quartā primi linea.k.q erit equalis lince q.b.quare p primā partē tertie tertij linea.g.q.erit perpendicularis ad lineā.k.b. igitur ex prima pte.28.primi due lince.n.m.z.k.b.ſunt equidiſtantes z hoc eſt qđ dubitare conqueſtus es.¶Hoc eni idem aliter demōſtrare eſt poſſibile ducať eni linea.n.b.eritqz ex vltima ſexti angulus.b.m.n.equalis angulo.n. b.k. eo q̄ ar/cus.b.m.eſt equalis arcui.n.k.ideo ex.27.primi linea.m.n.erit equidiſtans linee b.k.Conuerſam quoqz ſi libuerit converſo modo probabis.ſi enim.linea.m.n.eſt equidiſtans linee.b.k.erit arcus.n.k.equalis arcui .m.b.erunt eni ex prima par/te.29.primi duo anguli.b.m.n.z.n.b.k.equales.ideoqz ex vltima ſexti duo arcus n.k.z.m.b.erunt etiam equales.

Propoſitio .14.

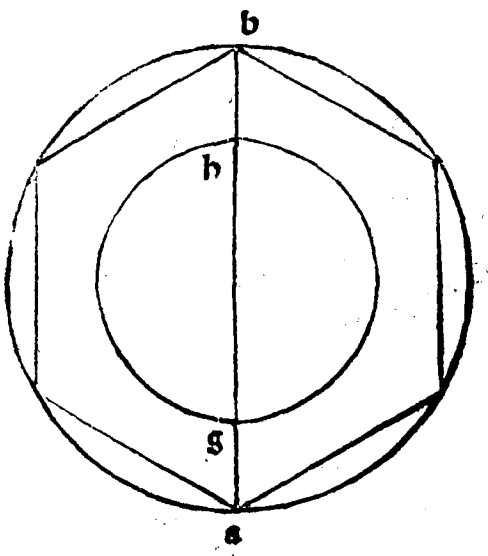
DAabus ſperis vnum centrum habentibus propoſitis in/tra maiorem earum ſolidum multarum baſium ſuperfici/em minoris ſpere minime tangentiū figuraliter cōſtituere Quo conſtituto ſi in minori ſpera ſiue in qualibet alia ſpe/ra ſimile corpus intelligibiliter conſtituatur erit propor/tio corporis multarum baſium intra maiorē ſperam conſtituti ad cor/pus multarum baſium intra minorem ſperam vel aliam conſtitutam ſicut diametri maioris ſpere ad diametrum minoris vel alterius ſpere proportio triplicata.

¶Sint proposite due spere.a.b.c.d.et.e. f.vnum atq; idem centrum quod sit.g. habentes et sit maior earum spera.a.b.c.d.minor vero spera.e.f. volumus autem intra maiorem earum vnum corpus multarum basium constituere: de quib⁹ non intendimus q̄ ipse bases sint equales aut similes sed q̄ nulla earum tangat superficiem minoris spere.Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtranq; propositarum sperarum vna plana superficie per cōmune centrum earum transeunte:eruntq; ex diffinitione spere et diffinitione circuli cōmunes sectiones huius secantis superficiei et superficierum sperarum propositaꝝ linee continentes circulos.sint itaq; duo circuli.a.b.c.d.et.e.f.quorum centrum est centrum spere de quo propositum est q̄ ipsum sit.g.Quadrabimus igit̄ hos duos circulos duabus diametris se supra cōe centrū eorū orthogonaliter secantibus que sint.a.c.et.d.b.postea maiori circulo ꝺm precepta premisse inscribemus vnum poligonium equilaterum nullo suorum laterum tangens minorem circulum .Et sufficiat exempli causa inscripsisse duodecagonum equilaterum ita q̄ in quadrante ipsius maioris circuli qui est .c.d .sint tria latera huius duodecagoni que sint chorde.d.b.b.k. et.k.e. que cum sint equales erunt quoq; ex prima pte.27.tertij arcus earum equales:de/hinc a duobus punctis. b.et.k. que sunt extremitates medie chorde producemus duas diametros que sunt.b.m.et. k.l.et super centrum:g .erigemus lineam.g.n. perpendicularem ad superficiem circuli.a.b.c.d.quā producemus quousq; obuiet superficiei spere maioris super punctum.n.deinde intelligam quatuor superficies secantes speras propositas:quarum vnaqueq; secet eas super lineam.g.n.sed prima earum supra lineam.g.n.et diametrum.d.b.secūda super lineam.g.n.et diametrum.b.m.tertia vero super lineam.g.n.et diametrum.k.l.quarta autem super lineam.g.n.et diametrum.c.a.eruntq; ex diffinitionibus spere et circuli cōmunes sectiones harum superficierum et superficiei spere maioris linee continentes circulos et erūt portiones inscripte vt inter punctū.n.et quatuor puncta que sūt.d.b.k. c.quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt.d.n.b.n.et.k.n.et. c.n. hoc autem ideo⁹ euenit q̄ omnes anguli quos continet linea .g.n.cum vnaquaq; diametrorum protractarum in superficie circuli.a.b.c.d.sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem:recti vero anguli in centro quarte circumferentie subtendantur.quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autē circulorum equalium manifestum est q̄ vnusquisq; horꝫ q̄tuor circuloꝝ ē equalis circulo.a.b.c.d. Nam diameter omnium ipsoꝝ ē diameter spere maioris. igit̄.p.15. quinti q̄drantes eorū sunt equales:quare quinq; arc⁹ qui sunt.d.n.b.n.k.n.c.n.et d.c.sunt equales:i vnoquoq; ergo q̄tuor q̄drantiū circuloꝝ erectoꝝ coaptent̄ ypothemisales chorde quaꝝ q̄libz sit eq̄lis chorde circuli ꝓstrati q̄ sūt latera poligonij sibi inscripti et ē vna eaꝝ chorda.d.b.sintq; i p̄mo quidē.d.q.q.r.et.r.n. in secūdo vero.b.s.s.t.et.t.n.in tertio autē.k.u.u.x.et.x.n.et in quarto sint.c.o. o.p.et .p.n. et protrahant̄ corausta cōiūgētes capita ypothemisaliū chordaꝝ q̄ sint.q.s.s.u.u.o et.r.t.t.x.x.p.vides igitur quarte parti supioris hemisperij maioris spere que quidem quarta pars ē.d .n.c.iscriptum ēe corpus.9.basium quarū tres que cocunt in puncto.n.sunt triangule:cetere autē sunt quadrangule.suntq; harum quadrangularum superficierum ypothemisalia latera equalia.sed non equidistantia.Corausti autē inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē et chorde circuli prostrati sed non sunt adinuicem equales. hoc aūt scies si perpendiculares a





corausto⁊ extremitatib⁹ ad superficiē circuli iacētis demiseris. de quibus ꝓstat ꝙ ipse cadent super diametros circulo⁊ quos corausti ꝓtinuāt qō ex demōstratis in 13.11. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q.s. demisse due perpendiculares. q.y. ⁊ s.z. cadentes in diametris. d.b. ⁊ b.m. ⁊ ꝓtrabātur linee. q.g ⁊ y.z. eruntq3 ex quarta sexti duo trianguli. q.y.d. ⁊ s.z.b. sil'es quare proportio duarum perpendicularium. q.y. ⁊ s.z. erit sicut dua⁊ corda⁊. q.d. ⁊ s.b. cumq3 sint corde equales erunt etiā ⁊ ꝑpendiculares equales. At ipse sunt equidistantes ex sexta. 11. ergo ex. 33. primi corausti⁹. q.s. est equalis ⁊ equidistans linee. y z. ⁊ quia ex scōa ꝑte scōe sexti linea. y.z. ē equidistans corde. d.b. ⁊ iō minor. e.a. sequitur ex. 9. vndecimi ut corausti⁹. q.s. sit etiā equidistās corde. d.b. ⁊ mior ea ex conceptione. Cum itaq3 corde que sunt latera poligonij inscripti in circulo iacenti ⁊ ipse sunt oēs equales corde. d.b. nō tangāt sperā minorē: necesse est ut nullu3 latus harum basium corporis inscripti siue quadrangule sint siue trigone tāgat eandem minorem sperā cū oia hec latera sint ipsis cordis equalia aut minora. Simpliciter autē dico ꝙ nulla etiā harū basiū de quibus omnibus manifestum est ex secunda ꝑte scōe. 11. ꝙ ipse sunt tote in superficie vna potest aliquo sui puncto contingere minorem sperā eo ꝙ omnis linea recta ducta super quēlibet punctum cuiusq3 earum equidistanter corausto minor est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quarta⁊ maioris spere tam superioris demisperij q3 inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilateriscq3 superficiebus subtexantur: eritq3 maiori spere corpus. 72. basium superficiem minoris spere minime tangentium quemadmodū ꝓpositū fuerit inscriptū Dico isup ꝙ si in alia qualibet spera simile corpus statuat̄ erit ꝓportio vnius ad alte⁊ sicut diametri vnius spere ad diametrū alterius triplicata erunt enim ex. 72. basis vtriusq3 corpis bases totidem lateratа⁊ piramidū qua⁊ omnium vertices erunt in centris ipsa⁊ spera⁊ bas autē piramides perficies. si a singulis angulis inscripto⁊ corpo⁊ que sūt extremitates cordaru3 ⁊ corausto⁊ lineas ad centra spera⁊ produxeris. Stude itaq3 ex diffinitione sil'ium corpo⁊ ꝓbare cūctas piramides vni⁹ eē sil'es suis relatiuis piramidibus alterius. Quo ꝓbato erit ex. 8. huius ꝓportio vniuscuiusq3 earum vni⁹ ad suā relatiuā alterius sicut ꝓportio semidiametro⁊ spera⁊ ipsarum triplicata. sunt eni semidiametri spera⁊ latera cuncta⁊ piramidum. At q⁊ semidiametrorum ⁊ diametrorum est ex. 15. quinti vna ꝓportio ex. 13. eiusdem facile conclusum.



Propositio .15.

Omnium duarum sperarum est proportio alterius ad alteram tanquā sue diametri ad diametr⁊ alterius proportio triplicata.

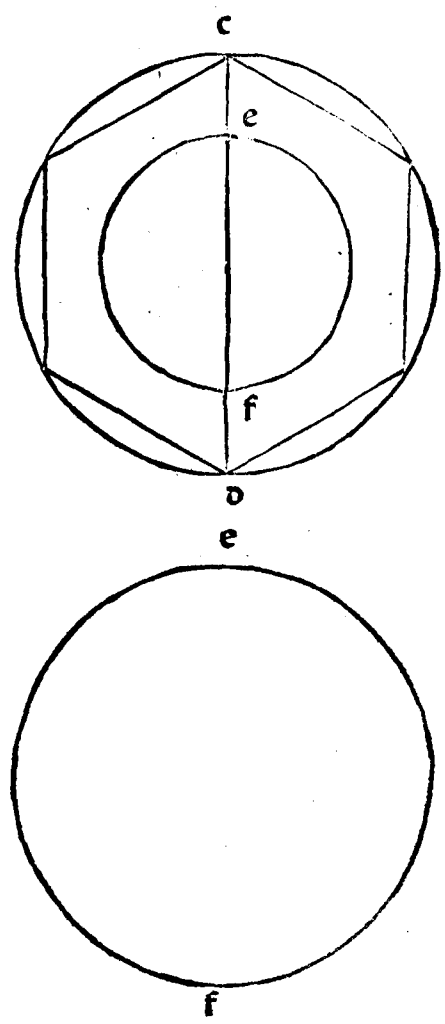
Sint duc spere. a.b. ⁊ c.d. quarum diametri sint. a. b. ⁊ c.d. dico ꝙ proportio earum est sicut suarum diametrorum3 ꝓportio triplicata Cuius demonstratio est qm̄ neq3 ad minorē sperā q̄3 sit spera. c.d. neq3 ad maiorē est proportio spere. a.b. sicut diametri. a.b. ad diametr⁊. c.d. triplicata. Esto quidē ꝓportio spere. a.b. ad speram. e.f. sicut diametri. a.b. spere. a.b. ad diametrū. c.d. triplicata: demonstrabo itaq3 ꝙ spera. e.f. non potest esse minor neq3 maior q̄m spera. c.d. si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginabor eam indi a spera. c.d. ⁊ circūduci ab eodem centro ⁊ inscribam spere. a.b. qō etiā nomine

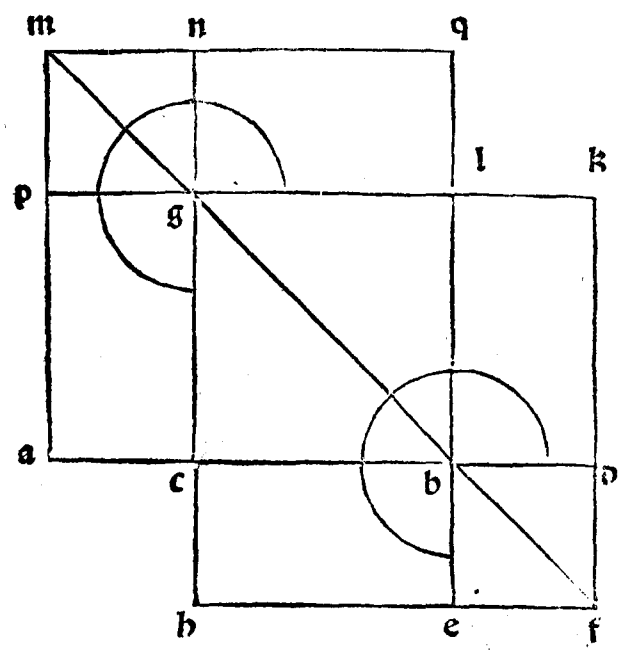
ſue ſpere dicaſ.a.b.ꝓſtat itaqꝫ ex ſcḋa ꝑte p̄miſſe ꝛ.11.quiti ꝙ ꝓportio ſpere.a.b. ad ſperā .e.f.ē ſicut corpis mltaꝝ baſiū qḋ ē.a.b.ad corp⁹ multaꝝ baſiū:qḋ ē. c.d. vtraqꝫ eni ē ſicut diameter. a.b.ad diametrū.c.d.triplicata:hec aūt ex ypothe.illa vero ex ſcḋa ꝑte p̄miſſe:quare ꝑmutatim ꝓportio ſpere .a.b.ad corpus multarum baſium.a.b.ē ſicut ſpera.e.f.ad corpus multaꝝ baſium.c.d. cū igiſ ſpera.a. b.ſit maior corpore multaꝝ baſiū.a.b.erit etiā ſpera.e.f.maior corpore multaꝝ baſium c.d.hoc aūt eſt impoſſibile.nā ipſa eſt pars ei⁹:nō ē ergo ſpera.e.f.eſt minor ſpe/ ra.c.d.Si aūt dicat aduerſarius eā eſſe maiorē cōfutabimus ipſū hoc modo: erit eni per cōuerſā proportionalitatē ſpera. e.f. ad ſperā.a.b. ſicut diametir.c.d.ad diametrum.a.b.triplicata.ſit itaqꝫ eadem ſpere.c.d.ad ſperam.g.b.eritqꝫ ex. 14: quinti ſpera.g.b.minor ſpera.a.b.eo ꝙ ſpera.c.d.poſita eſt minor ſpera .e.f.q̄re ꝓportio ſpere.c.d.ad aliquā ſperā minorē ſpera.a.b.eſt ſicut diametri .c. d.ad di ametrum .a.b.triplicata .At hoc eſt impoſſbile:nam ex hoc ſequiſ ꝙ ps ſit maior ſuo toto ut demonſtratū eſt prius.itaqꝫ ſpera.e.f.nō eſt maior neqꝫ minor q̄ꝫ ſpe ra.c.d.igitur ex.7.quinti conclude propoſitā concluſionē que imponit finem libro duodecimo. Explicit liber Duodecimus Incipit liber Terciuſdecimus.

Propoſitio .1.

Cum diuiſa fuerit linea ſcōm proportionem habentem mediū duoqꝫ extrema:ſi maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipſius linee proportionaliter diui ſe:quadratū linee ex eis duabus compoſite quadrati medietatis eiuſdē linee diuiſe quin tuplum eſſe neceſſe eſt.

¶Sit linea.a.b.diuiſa i puncto.c. ꝑut docet.29.ſex ti.ꝛ ſit maior portio eius linea .b. c.cui.b.c.directe adiungaſ linea .b.d. que ſit equalis medietati toti⁹ a.b.dico ꝙ quadratū linee.c.d. erit quintuplum ad quadratū linee.b.d.Quadrabo eni lineā.b.d.ꝛ ſit eius quadratū.d.e.ꝛ circūponā huic quadrato gnomonē ſcōm quantitatē linee.b.c.ꝑtracta diametro.f.b.g. ſitqꝫ circūpoſitus gnomo.e.g.d.eritqꝫ ex.22.ſexti ſuperficies inde cōpoſita que ſit.b.k tanq̄ꝫ quadratū linee.c.d.dico igitur quadratū.b.k.quintuplū eſſe ad q̄dratū.d.e ſit igiſ.e.l.quadratū circūpoſiti gnomonis ſibi que circūponatur alius gnomo ad quātitatē linee.a.c.ꝑtracta diametro.f.b.vſqꝫ ad.m.ſitqꝫ hic gnomo.c.m.l.ꝛ pro trahanſ lince.c.n.ꝛ.p.l.equidiſtanter lateribus oppoſitis ſecantes ſe ſuper diame trū.f.m. in puncto.g.Manifeſtū eſt aūt ex.22.ſexti ꝙ compoſitū ex hoc ſecundo gnomone ꝛ quadrato.c.l.ꝛ ipſū quadratū ſit.a.q.eſt quadratū linee.a.b. quod ex quarta ſecundi neceſſe eſt eſſe quadruplū ad quadruplū.d .e.eo ꝙ linea. b. d.ē me dietas linee.a.b.cūqꝫ ſit ex p̄ma parte.16.ſexti ſupficies.a.n.ideoqꝫ p.43.p̄mi ſup ficies .m.l.equalis q̄drato.c.l.ꝑuenit eni.a.n.ideoqꝫ ꝛ.m.l. ex.b.a.in. a.c.ꝛ.c.l. ꝑuenit ex.c.b.in ſe ꝛ cum ex prima ſexti ſit.a.l.dupla ad.l.d. ideoqꝫ equalis. l.d. ꝛ.c.e. pariter acceptis ex.43. primi erit ex hac cōmuni ſcientia:ſi equalib⁹ equalia addas tota fient equalia:quadratum .a.q. eq̄le gnomoni .e.g.d.hic ergo gnomo quadruplus eſt ad quadratum.d.e. quēadmodū erat quadratū.a.q. itaqꝫ totum quadratum.b.k.cum ipſum conſtet ex ſimplo ꝛ quadruplo erit ex cōmuni ſcientia





p

quintuplū ad idē qđ ē ꝓpoſitū. Jdē aliter ex quarta ſcōi cōſtat ꝙ quadratū linee a.b.ē quadruplū ad quadratū linec.b.d.At ꝑ ſcōam eiuſdē qđ fit ex.a.b.in.b.c. ⁊ in.a.c.ē equale quadrato .a.b.qđ aūt ex.a.b.in.b.c.equū ē ei qđ ex.b.d.bis i.b. c.qđ ex ꝓma ſcōi manifeſtū eſt.cū.a.b.ſit dupla ad.b.d.At vero qđ ex.a.b.in.a. c.ē ex ꝓma ꝑte. 16.ſexti equale quadrato.b.c.itaqꝫ ꝑ cōem ſciam qđ fit ex.b.d.biſ in.b.c.⁊ qđ ex.b.c.in ſe ē equale quadrato.a.b.⁊ ideo ē quadruplū ad quadratum b.d.quare ſupaddito quadrato.b.d.erit totū aggregatū quintuplū videlicet illud qđ fit ex.b.d.bis in .b.c.cum q̄drato .b.c. ⁊ q̄drato.b.d. atquia ex quarta ſecun/ di hoc totū eſt equale quadrato.c.d.conſtat verum eſſe quod diximus.

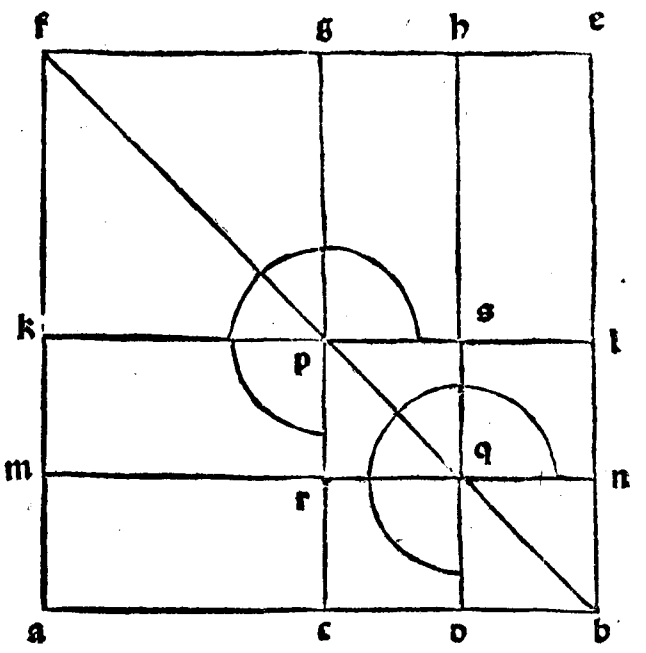
Propoſitio .2.

Si cuilibet linee bipartite cuius quadratum quadrati al/ terutrius ſuaꝝ portionū ſit quintuplū in longū ſibi linea addatur donec eidē portioni reliq̄ portio cū addita linea fiat duplex: eadē duplex linea ſcōm ꝓportionē habentē medium duoqꝫ extrema diuiſa erit maiorqꝫ portio eius erit linea media. Hec ē cōuerſa premiſſe duplici quoqꝫ modo ſicut illa demō/ ſtrabitur via retrograda eadē prorſus manente diſpōne. verbi grā. ſit quadratū b.k.quintuplū ad quadratū.d.e.⁊ linea.a.b.dupla ad lineā.b.d.dico ꝙ linea.a. b.diuiſa ē in puncto.c.ꝫm ꝓportionē habentē mediū ⁊ duo extrema ⁊ maior por/ tio eius ē linea media vt ē.c.b.cōſtat aūt ex.4.ſcōi ꝙ quadratū.a.q. quadruplum ē ad quadratū.d.e.itaqꝫ gnomo.g.d.e.equalis ē quadrato.a .q.quocirca duo ſup plementa.l.d.⁊.c.e.piter accepta ſunt quantū gnomo.c.m.l.atqꝫ eadē ſupplemē/ ta pariter accepta ſunt ex prima ſexti quantū.a.l.ideoqꝫ quantū.c.q.ſequitꝫ ꝙ.c.q ſit equalis gnomoni .c.m.l.dempta igitꝫ ab vtroqꝫ ſuꝑficie.l.n.erit quadratum.c.l equale ſuperficici.a.n.cum igitꝫ fiat ſuꝑficies.a.n.ex.a.b.in.a.c. ſit autem quadra tum.c.l.quadratū linee.c.b.erit ex ſcōa ꝑte. 16.ſexti proportio.a.b.ad.b.c.ſicut.b c.ad.c.a.ex diffinitione ergo linee ꝫm proportionē habentē mediū ⁊ duo extrema diuiſe poſitā in principio ſexti libri cōclude ꝓpoſitū. Jtē aliter cum quadratū.c.d ſit ex ypotheſi quintuplū ad quadratū.b.d.quadratū vero.a .b.ſit ex quarta ſcōi quadruplū ad idem.at quadratū.c.d.ſit ex eadem equale quadrato .c.b. ⁊ quadra to .b.d.⁊ ei qđ ſit ex.b.d.bis in.c.b.ſequitur ut illud qđ fit ex.b.d.bis in.c.b. cum quadrato.c.b.ſit equale quadrato.a.b.ſed ex.b.d.bis in.c.b.tm̄ ē quantū qđ ex.a b.in.b.c.eo ꝙ.a.b.dupla eſt ad.b.d.ergo quod fit ex.a.b.in.b.c.cuꝫ quadrato.b c.eſt equale quadrato.a.b.⁊ qꝝ ex ſcōa ſcōi qđ fit ex.a.b.in.b.c.⁊ in.a.d.eſt equale quadrato.a.b.ſ equitur ex cōmuni ſcientia ut quadratum linee.b.c.ſit equale ei qđ fit ex.a.b.in.a.c.igitur ex ſecunda parte.16.ſexti ⁊ diffinitione conſtat ꝓpoſitum.

Propoſitio .3.

Cum diuiſa fuerint linea ſcōm ꝓportionē habentē mediū ⁊ duo extrema ſi minori portioni tanq̄ dimidium maio/ ris directe iungatur: erit vt quadratum linee inde compo ſite quintuplum ſit quadrati qđ ex ipſa maioris medietate portionis deſcribit. Sit linea.a.b.diuiſa in puncto.c. ſecun/ dum proportionē habentē medium ⁊ duo extrema .ſitqꝫ eius maior portio linea.c b.que diuidatur per equalia in.d.dico ꝙ quadratum linee .a.d.eſt quintuplum ad quadratū linee.c.d.deſcribatur enim quadratū.a.b.quod ſit .a.e. in quo ꝓtrabāt

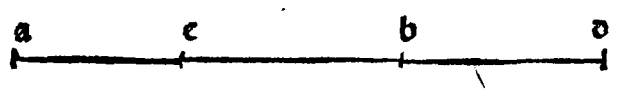
diametri.b.f.ꝛ linee.g.c.ꝛ.p.b.itemqꝫ.k.l.ꝛ.m.n.equidiſtanter lateribus oppoſitis ſecantes ſe inuicē ſup diametꝝ in duobus punctis.p.ꝛ.q.ꝛ extra diametrū in duob⁹ alijs locis .r.ꝛ.ſ.manifeſtū igit̄ ē ex.22. ſexti vel ex corrolario quarte ſcōi: qꝫ omnes ſuperficies exiſtentes in quadrato.a.e.quas diameter diuidit per medium ſunt quadrate:quatuor autem ſuperficies que ſunt.a.r.m.p.p.b.ꝛ.ſ.e.conſtat ex 43.primi ꝛ prima ſexti eſſe adinuicē equales.nā due poſtreme.p.b.ꝛ. ſ.e.ſunt adinuicē equales ex prima ſexti qm̄ igit̄ ex pñti ypotheſi ꝛ diffinitiōe linee ꝟm qꝫ ꝓponit̄ diuiſe ꝛ prima pte. 16.ſexti quadratū.c.l.ē equale ſupficiei.a.g.ideoqꝫ ꝛ gnomoni.r.f.ſ.ꝓpter id qō ſupficies.a.r.ē equalis ſuperficiei.p.b.ꝛ qm̄ ex quarta ſecundi quadratū.c.l.eſt quadruplū ad quadratū.r.ſ.qō ē tanq̄ꝫ quadratū linee.c.d ſequitur ex cōmuni ſcientia qꝫ quadratū.m .b.ſit quintuplū quadrati .r.ſ. conſtat eni ex gnomone quadruplo ꝛ .r.ſ.ſimplo.hoꝛ aūt eſt ꝓpoſitū. Idez aliter cū ſit linea.b.c.diuiſa per equalia in puncto.d.ꝛ addita eſt ei linea.a.c.erit ex.6.ſecūdi quod fit ex .a.b.in.a.c. cum quadrato.c.d.interiacentis equale q̄drato.a.d.at qꝛ quod fit ex.a.b.in.a.c.equale ē quadrato.c.b.ex prima pte. 16.ſexti:hoc autem eſt quadruplum ad quadratum .c.d.manifeſte pꝫ veritas eius qō dicit̄. Potes quoqꝫ ſi libet etiam duplici modo ex cōſequēte huius ſuū antecedens cōcludere proceſſu retrogradu.ſit eni cadē diſpoſitione manente quadratū.m:b.quintuplū ad qua/dratū.r.ſ.eritqꝫ gnomo.r.f.ſ.equale quadrato.c.l. Utrūqꝫ eni eſt quadruplū ad quadratū.r.ſ.at qꝛ ſupficies.a.g.ē equalis gnomoni predicto neceſſe ē vt ſupficies eadē ſit equalis quadrato predicto:quare ex ſcōa pte. 16.ſexti. ꝛ diffinitione linea a.b.ē diuiſa in puncto.c.ꝟm ꝓportionē habentē medium ꝛ duo extrema:ꝛ maiꝛ portio eius ē linea.c.d. Idē aliter cū ſit ex ypotheſi quadratū linee.a.d .quintuplū ad quadratū linee.c.d.ꝛ ex .6.ſcōi idē ipſū quadratum ſit equale ei quod fit ex.a.b in.a.c.cum quadrato.c.d.ſequit̄ vt id qō fit ex.a.b.i.a.c.cū quadrato.c.d.ſit quintuplum ad idē quadratū.c.d.ideoqꝫ eo dempto erit reſiduū videlicet qō fit ex.a.b in.a.c.quadruplū ad ipſum ꝛ qꝛ etiā ex quarta ſcōi quadratum linee.c.b.ē quadruplum ad idē neceſſe ē vt qō fit ex.a.b.in.a.c.ſit equale quadrato.c.b.quare iterum ex ſecunda pte. 16.ſexti ꝛ diffinitione linea.a.b.ē diuiſa ꝟm proportionē habētem medi m ꝛ duo extrema in puncto.c.ꝛ maiꝛ eius portio eſt linea.c.b.

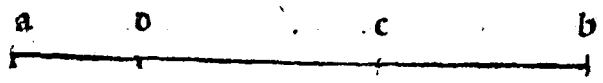


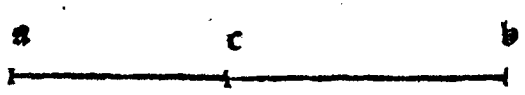
Propoſitio .4.

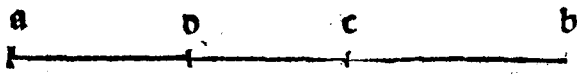
Si ſcōm proportionē habentē mediū ꝛ duo extrema quelibet linea fuerit diuiſa eiqꝫ i longū directe tanq̄ꝫ maiꝛ ſectio adijciat̄:erit totā lineā inde cōpoſitā ꝟm ꝓportionem habentē mediū ꝛ duo extrema diuiſaꝫ eſſe ꝛ erit eius maiꝛ portio linea prima.

¶Sit linea.a.b.diuiſa qua ſupponit̄ ꝓportione in puncto.c.ꝛ ſit eius maiꝛ portio.c.b.totiqꝫ.a.b.adijciat̄ directe linea.b.d.que ſit equalis.c.b.dico qꝫ tota.a.d. eadem proportione diuiſa eſt in puncto.b.ꝛ maiꝛ eius portio ē linea .a.b .que ē linea prima. Eſt eni ex diffinitione .a.b.ad.b.c.ſicut.b.c.ad.c.a.at qꝛ ex ſeptima quinti .a.b.ad.b.d.ſicut ad.b.c.igitur ex vndecima eiuſdē.a.b.ad.b.d. ſicut. b.c. ad.c.a. quare per cōuerſam proportionalitatem.b.d.ad.b.a. ſicut.a .c.ad.c .b.et coniunctim.d.a.ad.a.b.ſicut.a.b.ad.b.c. Cunqꝫ ſit ex ſeptima quinti.a. b.ad.b.c ſicut ad.b.d.erit ex vndecima eiuſdē.d.a.ad.a.b.ſicut.a.b.ad.b.d.itaqꝫ ex diffinitione linea .a.d. diuiſa eſt in puncto .b.ſecundū proportionem habentē medium









z duo extrema z maior portio eius est linea.a.b.quod est propositum. Eodē quo/ qz modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundū predictā ꝓportionē diuise tanqz minor portio detrahatur:erit ipsa maior portio scōm eandē proportionem diuisa.eritqz maior portio eius linea detracta. verbi gratia.Sit linea.a.b.sicut ꝓ/ ponitur in puncto.c.diuisa sitqz maior portio.a.c.a qua detrahaī. c.d .equalis.c. b.dico qꝫ.a.c.ē diuisa:ſm proportionē eandem ī puncto.d.z qꝫ maior portio ei9 ē linea.d.c.cum eni sit ex diffinitione.b.a.ad. a.c. sicut.a. c.ad.c. b.Ät ex septima quinti.a.c.ad.c.b.sicut ad.c.d.erit ex vndecima einsdē.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad ç d.ideoqz per.19.quinti:sicut .c.b.residuū ad.d.a.residuū.sed ex septima eiusdem c.b.ad.d.a.sicut.c.d.ad.d.a.itaqz.a.c.ad.c.d sicut.c.d.ad.d.a. ex diffinitiōe er/ go cōstat qō dixim9:nec igiī ea quā auctor ꝓponit additio nec ea quā ex opposito proponimus detractio quātūcunqz vtralibet in prolixum tendat a proprietate di/ uisionis lince primitine discordat.

Propositio .5.

Si secūdū proportionē habentē medium z duo extrema quelibet linea fuerit diuisa qō ex tota linea quodqz ex mi nori portione producīt ambo q̄drata piter accepta tri/ plū sunt eius qō ex maiore portione quadratū describīt. ¶Sit linea.a.b.diuisa per sepe dictā portionē in puncto.c.sitqz ma ior portio eius linea.c.b.dico qꝫ quadrata duarum lincarum.a.b.z.c.a.pariter ac cepta triplum sunt ad quadratum linee .c.b.hec enim duo quadrata pariter acce/ pta sunt ex septima secundi quantum quadratum.c.b.z duplum eius quod fit ex a.b.in.a.c.itemqz quia quod fit ex.a.b.in.a.c.est equale quadrato.c.b.ex diffini/ tione z prima parte.16.sexti:manifestum est propositum.

Propositio .6.

Omnis rationalis linee secundū proportionem habentē mediū z duo extrema diuise vtranqz portionem residuū esse necesse est.

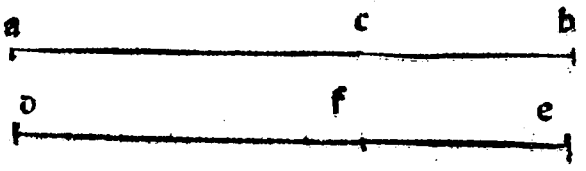
¶Sit linea .a.b.ſm solutā proportionem diuisam in puncto :c.ra/ tionalis.dico qꝫ vtraqz portio eius residuū.Sit eni maior ei9 por/ tio.a.c.cui directe adijciatur.a.d.equalis dimidio totius.a.b.critqz etiā .d.a .ra/ tionalis ex.6. decimi libri z diffinitione.constat autē ex prima huius qꝫ quadratuz linee.d.c.quintuplū ē ad quadratū linee.d.a.igiī linea.d.c.est cōicans linee. d.a. in potentia ex diffiuitione.sed non in longitudine ex vltima ptc.7.decimi quare ꝑ 68.decimi linea.a.c.est residuum cum due linee.c.d.z.d.a.sint ambe rōnales po/ tentialiter tm̄ cōicantes.z quia iterum si ad lincam rationalem. a.b .adiungatur superficies equalis quadrato linee.a.c.que est residuum crit latus eius secundum linea.c.b.ex prima pte.16.sexti necesse est ex.92.decimi vt linea.c.b.sit residuū pri mum:quare constat propositum.Amplius autē si linee sic diuise vt proponīt ma/ ior portio fuerit rōnalis:erit minor residuum:verbi grā.sit vt prius.a.b.diuisa ī.c ſm dictam proportionem z maior portio eius que est.a.c.sit rōnalis que diuidaī per equalia in.d.eritqz ex tertia huius quadratū.d.b.quintuplum ad quadratum d.c.at q2.d.c.ē rōnalis cuz ipsa sit dimidiū.a.c.sequīt vt due linee.d.b.z.d.c .sint rōnales potentialiter tm̄ cōicantes quare ut prius linea.c.b.est residuum.at vero si linea rōnalis in potentia tm̄ ſm proportionem habentem mediū z duo extrema

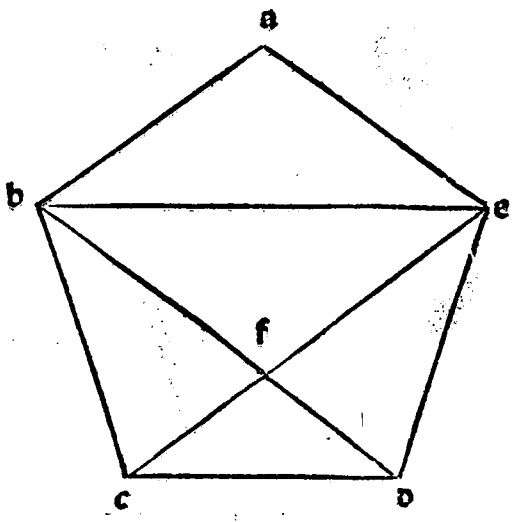
diuidat adhuc necesse est vt vtraq3 portio eius sit residuū. sit enī. a.b. rōnalis i po tentia tm̄ diuisa sicut ꝓponitur in puncto. c. z sumat aliqua rōnalis in longitudie que sit .d.e. q̄ etiā diuidat in. f. ꝟm p̄dictā proportionē. manifestū est igit ex secūda 14. libri que sine adminiculo alicuius eoz que sequūtur inconcussa demostratione roborat q̄ ꝓportio. a.b. ad. d.e. est sicut. a.c. ad. d.f. z sicut. c.b. ad. f.e. Cum ergo a.b. cōicet cum. d.e. in potentia sequit ex prima pte. 10. decimi q̄. a.c. communicet cū. d.f. z. c.b. cū. f.e. in potentia. Et q3 vtraq3 portio linee. d.e. ē residuum ut patet ex predictis sequit ex. 98. decimi vt vtraq3 portio linee. a.b. sit etiā residuū sed non eiusdem speciei vt ibidē demonstratū est. Quare cōstat q̄ oēs linee rōnalis in lon gitudine vel in potentia tm̄ scōm ꝓportionē habentē mediū z duo extrema diuise vtraq3 portio ē residuū. Et nota q̄ prima ps p̄ntis demonstrationis qua demon/ strat q̄ maior portio linee diuise ꝟm ꝓportionē habentē mediū z duo extrema sit residuū si tota linea sit rōnalis ꝓcedit ex sufficientib⁹ siue tota linea ponat rōna/ lis in longitudine siue in potentia tm̄. Scōa vero ps qua demonstrat hoc de mino ri portione q̄ ipsa quoq3 sit residuū si tota ē rōnalis nō ꝓcedit ex sufficientib⁹ ni/ si tota sit rōnalis in longitudine. Tertia aut pars qua ꝓbatur q̄ minor portio ē re siduum sufficienter procedit siue maior portio sit rationalis inlongitudine siue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto mo/ do diuise q̄ ipsa sit residuū sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tm̄. sed ad cōcludendū quoq3 hoc de minori portione mediante maio re sufficit ponere portionē maiorē. silr rōnalē in potentia tm̄. sed ad cōcludendu3 hoc de minori portione mediante necesse est ponere totā lineā esse rōnalem i lon/ gitudine aut vtēdū ē scōa. 14. libri quēadmodū dictum est.

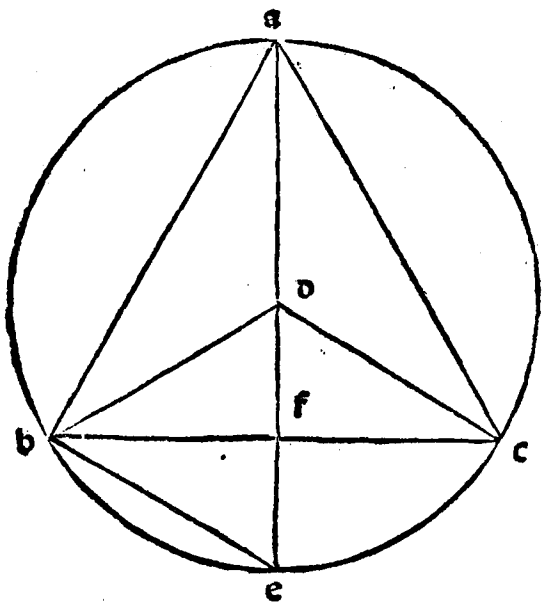
Propositio .7.

SI quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangulus quoq3 idē pentagon⁹ eē ꝓbat.

Sit pentagonus. a.b.c.d.e. equilater⁹. sintq3 quilibet tres ei⁹ an/ guli siue cōtinue siue incōtinue: sumant adinuicē equales z sint pri⁹ incontinue sumpti. sintq3 anguli. a.c.d. illi tres qui ponunt adinuicē equales dico totū pentagonū cē equiangulū. His angulis subtendant chorde. b.e. b.d. z. e.c. z totus pentagonus diuidat in trigonū z quadrilatez cuius due diago nales sint chorde duoz proximoz equaliū anguloz secantes se intra quadrilaterū ipsū in puncto. f. eritq3 p quartā primi basis. b.e. equalis basi. b.d. z angulus. a.e. b. equalis angulo. c.d.b. Cunq3 p quintā primi angulus. b.e. d. sit equalis angulo b.d.c. eo q̄ duo latera. b.e. z. b.d. sint equalia. erit ex cōi scia totalis angulus. e. equalis totali angulo. d. similiter probabis totalē angulum. b. esse equalē angulo totali. c. est enī per quartā primi basis. b.e. equalis basi. c.e. z angulus. a.b.e. equa lis angulo. d.c.e. per quintā aūt eiusdē scz primi est angulus. e.b.c. equalis angu/ lo. e.c.b. igit ex cōi scia totalis angul⁹. b. ē equalis totali angulo. c. Sint itaq3 tres anguli. b, c.d. cōtinue sūpti equales z sic quoq3 erit pentagonus equiangulus: erit enim ex. 4. primi basis. b.d. equalis basi. c.e. z angulus. c.d.b. angulo. d.e.c. z an/ gulus. b.d.c. angulo. e.c.d. quare p sextā primi due linee. c.f. z. f.d. erūt equales cū duo anguli trianguli. f.c.d. qui sunt ad basim. c.d. sunt equales: igit ex hac cōi scia erit linea. f.b. equalis linee. f.e. erat enī tota. b.d. equalis toti. c.e. ideoq3 per quin/ tā primi erit angulus. f.b.e. equalis angulo. f.e.b. p eandē autē ć angulus. a.b.e.







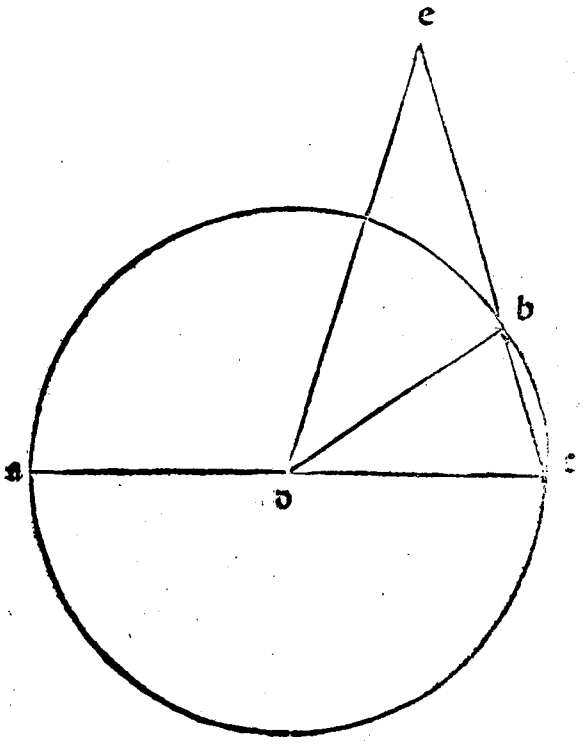
equalis angulo.a.e.b.itaqz per cõem sciam angulus.b.totalis est equalis angulo e.totali tres eni partiales anguli cõponentes vnũ sunt equales tribus ptialib⁹ cõponentibus alium vnusquisqz suo relatiuo.Manifestũ ẽ igitur q tres anguli.e.b c.nõ cõtinue sumpti in proposito pentagono sunt equales.cũ aũt sic demõstratuz est totum pentagonũ esse equiangulum vtrolibet ergo modo constat propositum.

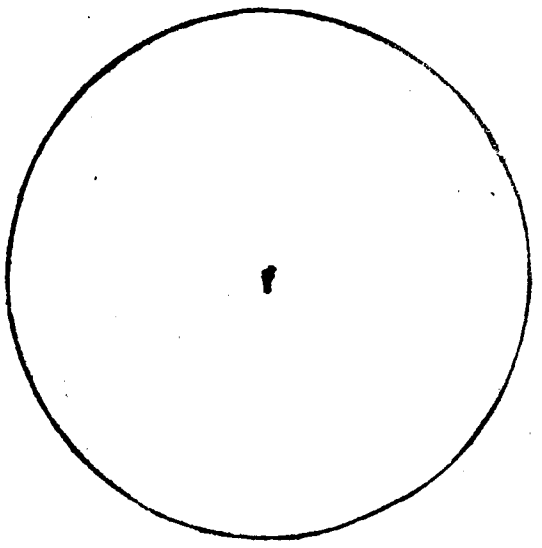
Propositio .8.

Omnis trianguli equilateri qõ a latere suo quadratũ describitur triplum est quadrato dimidij diametri circuli a quo triangulus ipse circũscribitur .¶Sit triangulus .a.b.c. equilaterus cui circũscribatur.circulus .a.b.c.supra centrũ.d.quĉad modum docet quinta quarti libri z protrahaf in eo diameter.a.d.e dico ergo q quadratũ linee.a.b.triplũ est ad quadratũ semidiametri.a.d. ducanf eni due linee.b.d.z.d.c.z arcui.b.c.subtendaf chorda.b.e.eritqz ex octaua primi angulus.b.a.d.equalis angulo.c.a.d.quare per vltimã sexti arcus.b.e.est equalis arcui.e.c.Et qz ex.27.tertij tres arcus.a.b.b.c.z.c.a.sunt adinuicẽ equales eo q eoz chorde que sunt latera trigoni sũt equales ex ypothesi :erit arcus.b.e.sexta ps circũferentie.ideoqz chorda.b.e.erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti, quare per corel'. 15.q̃rti linea.b.e.ẽ eq̃lis semidiametro.a.d.Manifestũ ẽ autẽ ex prima parte.30.tertij q angulus.a.b.e.est rectus.ideoqz quadratum linee.a.e.ẽ equal' quadratis duaz linearz.a.b.z.b.c.piter acceptis ex penultima p̃mi. At vero quadratũ.a.e.quadruplũ ad quadratum.b.e.ex quarta scõi cum linea.a.e.sit dupla.b.e.relinquitur ergo quadratũ.a.b.triplũ esse ad quadratum.b.e.z ideo ad quadratum.a.d.qõ est propositum.Nõ lateat aũt nos q linea.b.c.que ẽ latus trigoni diuidat semidiametz.d.e.per equalia.Esto quidẽ punctus diuisionis.f.constat igiť ex quarta primi q .b.f. est equalis f.c.ideoqz per primam partem tertie tertij omnes anguli qui sunt ad.f. sunt recti. quare ex penultima primi quadratũ .b.d.ẽ equale quadratis duarum liuearum.d.f.z.f.b.quadratum vero.b.e.equale quadratis duarum linearum que sunt .b.f.z. f.e. Et qz.b.d.est equalis.b.e,erunt ex comuni sciencia duo quadrata duarum lincarum.b.f.z.f.d.piter accepta equalia duobus quadratis duaz linearz.b.f.z.f.e.pariter acceptis:demptoigiť utriqz quadrato .b.f.erit ex cõi scia quadratum .f.d. residuum equale quadrato.f.e.residuo quare z linea.f.d.linee f.e.ex hac cõi scientia quaz quadrata sũt equalia eas lineas eẽ equales.Ex hoc itaqz manifestũ ẽ q perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis ẽ dimidio linee ducte a cẽtro eiusdẽ circuli ad ipsius circũferentiam. Propositio .9.

Si latus exagoni equilateri latusqz decagoni equilateri quos ambos vnus idẽqz circulus circũscribit sibi inuicez in lõgũ directũqz cõiũgant tota linea ex eis cõposita ꝑm ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ z duo extrema diuisa erit maiorqz eius portio latus exagoni.¶Sit circulus .a.b.c.cuius centrum .d.z diameter .a.d.c.sitqz arcus .c.b.quinta ps arcus semicirculi.a.b.c. cui subtendaf chorda.c.b.quã ꝓstat esse latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti adiungaf qz linee .c.b.incõtinuũ z directũ linea .b.e.que ponatur eẽ eq̃lis lateri exagoni equilateri p̃dicto circulo inscripti dico totã lineã.c. e.diuisam cẽ in puncto.b.ꝑm ꝓportionẽ habentẽ mediũ z duo extrema z maiorez ei⁹ portionẽ

dico esse lineã.b.e.que est latus exagoni: ducant' eni in centr̃ due linee.e.d.r.b.d. eritq; angulus.e.equalis angulo .b.d.c.ex.5.primi ꝓpter hoc q̃ linea.c.b.ẽ eq̃lis linee.b.d.ex corrol'.15. quarti angulus quoq; .d.b.c.est equalis angulo.c.ex.5.primi: quare ex:32.primi angul9.a.d.b.erit duplus ad angulũ.d.b.c.r qr ꝑ eãdẽ an/gulus.d.b.c.ẽ duplus ad angulũ.e.sequit' vt angulus.a.d.b.sit quadrupl9 ad an/gulũ.c.Est eni ex cõi scia q̃druplũ quicquid fuerit duplũ dupli.cũq; sit ẽt idẽ angulus.a.d.b.quadruplus ad angulũ.b.d.c.ex vltima sexti eo q̃ arcus.a.b. ẽ quadruplus ad arcũ.b.c.necesse ẽ ex cõi scia ut angulus.e.sit equalis angulo.b.d.c.si igit' intelligant' duo trianguli.d.e.c.totalis.r.b.d.c.ptialis cũ angulus.e.totalis sit eq̃lis angulo.b.d.c.partialis r angulus. c.sit cõis vtriusq; necesse ẽ ex.32.primi: vt ipsi sint equianguli: quare per quartã sexti ꝓportio duor̃ later̃.e.c.r.c.d.cõtinentiũ angulũ .c.i totali triãgulo ẽ sicut duor̃ later̃. d.c.r .c.b.ꝓtinẽtiũ eũdẽ angulũ i ptiali triangulo quia g̃ ꝓportio.e.c.ad.c.d.ẽ sicut ad.e.b.ex scõa pte.7.quinti.r d.c.ad. c.b.ẽ sicut. e.b .ad eãdẽ ex p̃ma pte eiusdem.sequit' ex.11.quinti ut sit proportio.c.e.ad.e.b.sicut.e.b.ad.b.c.igitur a dione cõclude ꝓpositũ lineã. e.c.esse diuisã ꝟm proportionẽ habẽtẽ mediũ r duo extrema r maiorẽ portionẽ eius eẽ latus exagoni q̃ oportuit nos demonstrare. Cõuersam quoq; demonstrare ꝓuenit qõ facile fiet via retrograda: eã eni assumit Ptolemeus capitulo .9.prime dictiõis almagesti ad demonstrandũ quantitatẽ chordar̃ arcuũ circuli. Dico itaq; q̃ si li/nea quelibet ꝟm proportionẽ habentẽ mediũ r duo extrema diuidat' cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni: eiusdẽ minor erit latus decagoni. At vero cuius minor erit lat9 decagoni eiusdẽ maior erit latus exagoni. Sit eni priori dispositiõe manente linea.e.c.diuisa in puncto.b.ꝟm predictã proportionẽ r maior ei9 portio sit.e.b. dico q̃ cuiuscũq; circuli linea.c.b.est lat9 exagoni eiusdẽ ẽ linea .b.c. latus decagoni: r cuiuscunq; circuli linea.b.c.est latus decagoni eiusdẽ est linea.e.b.lat9 exagoni. Intelligo aũt hoc de exagonis r decagonis equilateris.si eni sit.e. b.latus exagoni circulo.a.b.c. inscripti: erit ꝑ corrol'.15. quarti.e.b.equalis.d.c.r quia ꝓportio.c.e ad.e.b.est sicut.e.b.ad.b.c.ex ypothesi erit ex.7.quinti. c.e. ad.d.c. sicut.d.c.ad.c.b.igit' ex.6.sexti duo trianguli.e.d.c.r.d.c.b.sunt equianguli: angulus ergo.e.est equalis angulo.b.d.c.ipsos eni latera ꝓportionalia respiciunt.cũq; sit angul9.a.d.b.q̃druplus ad ãgulũ.e.ex.32.p̃mi bis assũpta.r quita eiusdẽ bis: sequit' vt etiã idẽ angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulũ.b. d.c. ideoq; ex vltima sexti arcus.a.b.quadruplus est ad arcũ.b.c.linea igit'.b.c.ẽ latus decagoni.a.b.c. inscripti. Qõ si linea.b.c.fuerit latus decagoni circuli.a.b.c.erit.e.b. latus exagoni eiusdẽ.sit eni.c.b.latus exagoni circuli.f.eritq; ex predictis.b.c.latus decagoni eiusdẽ.intelligant' igitur inscripti eẽ decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c.r.f quor̃ omnia latera erũt equalia linee .b. c.r quia oĩs figura equilatera circulo inscripta ẽ equiangula vt probatũ est in.15.quarti libri sequit' vtroslibet decagonos esse equiangulos. Cunq; omnes anguli vni9 piter accepti sint equales omnibus angulis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet ex demonstratis in.32.primi: necesse ẽ ex hac cõi scia quorũlibet eq̃liũ decimas aut quotaslibet ptes eiusdẽ denotationis eẽ equales ut vnus hor̃ decagonorũ sit equiangulus alij.rideoq; silis ex dione silium superficier̃: r qr si duc figure siles duobus circulis inscribant': erit ꝓportio duor̃ relatiuor̃ later̃ illar̃ figurar̃ sicut duar̃ diametror̃ illoruz circulorum vt apparet ex corrol'.18.sexti libri r prima .12.cũ latera decagonor̃ silium inscriptorũ



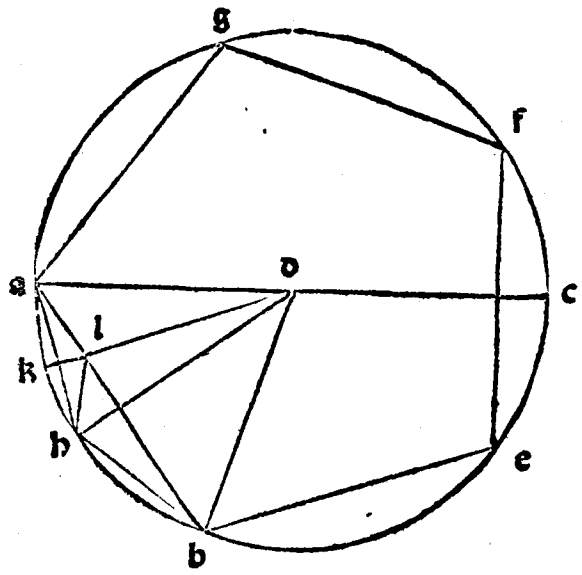


duobus circulis .a.b.c. ⁊.f. ſint equalia ſequitur ut diametri eorum ſint equales. ideoqꝫ et ſemidiametri etiam equales. ſunt autez ſemidiametri ⁊ latus exagoni equalia ex corollario. decima ⁊ quinta ſexti. erit ergo linea .e.b. latus exagoni circuli .a.b.c. inſcripti ſicut ipſa eſt latus exagoni circuli .f. ſibi equalis: hoc autem ē qđ demonſtrare voluimus. Ex hac aũt nona hui⁹. 13. libri noueris exortã cẽ decimam quarti libri que duũ equaliũ latez ꝓponit trigonũ deſcribendũ cuius vterqꝫ duorũ angulorz quos baſis obtinet ad tertiũ duplus exiſtat: talis enī ē vterqꝫ triangulorz .e.d.c. ⁊ .d.c.b. ⁊ ſimpliciter oīs cuius duo latera ſunt equalia maiori portioni alicuius linee diuiſe ſm proportionē habentē mediũ duoqꝫ extrema ⁊ tertiũ quod eſt baſis eſt equale minori portioni linee einſdē vel cuius duo latera ſũt equalia lateri exagoni equilateri alicui circulo inſcripti: baſis vero ē equalis lateri decagoni equilateri eidē circulo inſcripti qđ ē ꝓpoſitũ

Propoſitio .10.

Done latus pentagoni equilateri tanto potentius ē latere exagoni equilateri quantũ poteſt latus decagoni equilateri ſi ſint in eodē circulo ambo inſcripti.

Sit circulus .a.b.c. cuius centꝫ .d. ⁊ diameter .a.d.c. inſcribaturqꝫ ei pentagonus equilaterus qui ſit .a.b.e.f.g. ⁊ a centro .d. ꝓtrahatur perpẽdicularis ad latus .a.b. que producatur vſqꝫ quo obuiet circũferentie in puncto .b. ſitqꝫ .d.b. ⁊ protrahant̃ due chorde .a.b. ⁊ .b.b. que erunt equales adinuicem ex ſcõa pte .3. tertij ⁊ quarta primi. idcoqꝫ etiã duo arcus .a.b. ⁊ .b.b. eq̃les adinuicem ex .27. tertij. Eſt igitur vtraqꝫ duarz chordarz .a.b. ⁊ .b.b. latus decagoni equilateri ꝓpoſito circulo inſcripti. dico itaqꝫ ꝙ quadratũ linee .a.b. que eſt latus pentagoni ē equale duobus quadratis duarz linearz .b.d. ⁊ .a.b. quorum prima eſt eq̃lis lateri exagoni ex corol̃. 15. quarti: ⁊ ſecunda ē latus decagoni ꝓtrahatur enī a centro .d. ꝓpendicularis ad lineã .a.b. que eſt latus decagoni que ꝓducat̃ vſqꝫ ad circũferẽtiã: ſitqꝫ .d.k: q̃ ſecet lineã .a.b. q̃ ē latus pẽtagoni i pũcto .l. ⁊ ꝓtrahat̃ linea .b.l. ꝓſtat aũt ex ſcõa pte tertie tertij ⁊ .4. p̃im ⁊ .27. tertij ꝙ linea .d.k. q̃ eſt ꝓpendicularis ad chordã .a.b. ſimul diuidit ꝑ equalia chordã ⁊ arcũ iõqꝫ arcus .a.k. eſt equalis arcui .k.b. quare ex vltima ſexti angulus .a.d.l. ē equalis angulo .l.d.b. ideoqꝫ ex quarta primi baſis .a.l. baſi .l.b. igit̃ ex quinta primi angul⁹ .l.a.b. equalis eſt angulo .l.b.a. cũqꝫ etiã ſit ex eadē angulus .b.a.b. equalis angulo .b.b.a. ſequitur vt angulus .l.b.a. ſit equalis angulo .b.b.a. ergo ex .32. p̃mi duo trianguli .b.a.b. ⁊ .a.b.l. ſunt equianguli. eſt enī angulus .b. maioris equalis angulo .b. minoris ⁊ ãgulus .a. ↄmunis eſt vtriqꝫ: itaqꝫ ꝑ quartã ſexti ꝓportio .b.a. ad .a.b. ē ſicut .a.b. ad .l.a. quare ex prima pte. 16. ſexti qđ prouenit ex .b.a. in .a.l. eſt equale quadrato linee .a.b. que ē latus decagoni. cũ ſit autē ſemicirculus .a.e.c. eq̃lis ſemicirculo .a.f.e. ⁊ arcus .a.e. arcui .a.f. erit arcus .e.c. reſiduus equalis arcui .f.c. reſiduo: quare arcus .e.c. eſt medietas arcus .e.f. ideoqꝫ equalis arcui .a.b. ⁊ duplus ad arcũ .b.k. ⁊ qz arcus .e.b. ē duplus ad arcum .b.b. erit ex .13. quinti totus arcus .c.e.b. duplus ad totũ arcũ .b.b.k. ideoqꝫ ex vltima ſexti angulus .c.d.b. eſt duplus ad angulũ .b.d.l. cunqꝫ etiã angulus .c.d.b. duplus ſit ad angulũ .b.a.d. ex .32. ⁊ quinta primi. ſunt enī duo latera .d.a. ⁊ .d.b. equalia erit angulus .b.d.l. equalis angulo .b.a.d. itaqꝫ per .32. primi erit triangulus .b.d.l. equiangulus triangulo .b.a.d. Eſt enim angulus .d. minoris equalis ãgulo .a. maioris. ⁊ angul⁹ .b. ē cõis vtriqꝫ: ergo per quartã ſexti ꝓportio .a.b. ad .b.d. ē ſicut .b.d. ad .l.b. quare

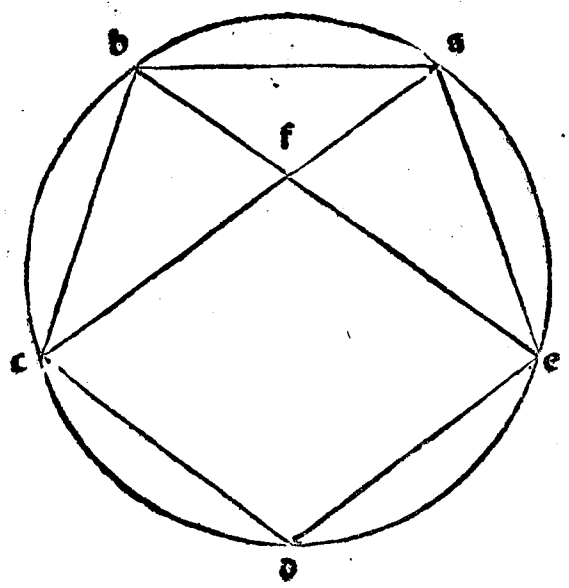


per primam partem.16.sexti quod prouenit ex.a.b.in.b.l.est equale quadrato.d.b.at vero probatum est prius q̄ illud qō prouenit ex.a.b.in.l.a.ē equale quadrato.a.b.itaq; quod prouenit ex. a.b. in.a. l.ꝛ in.l.b.est equale duobus quadratis duaꝝ linearum.a.b.ꝛ.b.d.ꝛ quia ex scōa secundi qō prouenit ex.a.b.in.l.a.ꝛ in.l b.est equale quadrato linee.a.b.est autem linea.a.b.latꝰ pentagoni equilateri ꝓpositi circulo inscripti:linea vero.a.b.ē latus decagoni equilateri.ꝛ linea.b. d.est ex corelario.15.quarti equalis lateris exagoni equilateri ꝓpositi circulo inscripto rum inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Propositio .11.

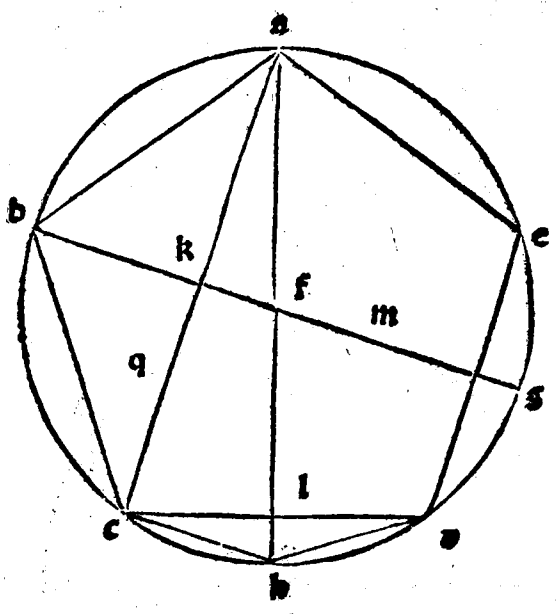
SI duob⁹ ꝓpiquis āgulis pētagoni equilateri ītra circulū descripti a terminis suoꝝ lateꝝ due recte linee subtendantur vtraq; alteram scōm proportionē habentē mediū duo q; extrema secabit maiorq; ipsius portio lateri ipsius pē/tagoni equalis erit.

¶Sit pentagonus equilaterus.a.b.c.d.e.inscriptus circulo eisdem litteris signato ꝛ duobus eius ꝓpinquis angulis qui sunt.a. ꝛ.b.subtendant̄ due recte linee.a c.ꝛ.b.e. secantes se inuicē in puncto.f.dico itaq; vtranq; baꝝ esse diuisā i puncto f. sm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema:ꝛ q̄ maior portio vtriusq; ē equalis lateri pentagoni.¶Manifestū est eni ex.27.tertij q̄ quinq; arcus circuli pentagonū propositū circūscribentis quoꝝ latera ipsius pentagoni sunt chorde:sunt ad inuicem equales.ideoq; ex vltima sexti quatuor anguli.a.e.b.a.b.e.b.a.c.ꝛ.b.c.a sunt adinuicē equales.Nam arcus.a.b.a.e .ꝛ.b.c.sunt adinuicem equales. cumq; sit arcus .c.d.e.duplus ad arcū.b.c.erit quoq; ex vltima sexti angulus. c.a.e .duplus ad angulū.c.a.b.at vero ex.32.primi angulus a.f.e.duplus ē ad angulū.f.a b.igitur angulus .a.f.c.ē equalis angulo.f.a.e.quare per sextam primi linea.a.e.ē equalis linee.f.c.sunt aūt duo trianguli.a.b.e.ꝛ.a.f.b. equianguli per ea q̄ dicta sunt ꝛ p.32. primi:est eni angulus.c. maioris equalis angulo.a. minoris ꝛ angulus .b.cōis vtriq;:igit̄ p quartā sexti ꝓportio .e.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.f.b.cūq; sit.c.f.equalis.a.b.eo q̄ ipsa ut probatum est equalis. a.e. sequitur ex.7. quinti: vt sit proportio.b.e.ad.e.f.sicut.e.f.ad.f.b.quare per diffinitionē linea.e.b.ē diuisa sm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema ꝛ eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni.si aūt hoc ē verꝝ de linea.e.b.erit quoq; ex.7. quinti ꝛ quinta eiusdē ꝛ diffinitione idē verꝝ de linea.a.c.nam tota.b.e.est equalis toti.a.c .ex quarta primi ꝛ portiōes portionib⁹ ex sexta primi ꝛ cōi scia:portiōes eni.a.f.ꝛ.b. f.sunt equales ex sexta primi.ideoq;.f.e.ꝛ.f.c.residue erunt adinuicē equales ex cōceptione vel potes si libet ꝛ facilius de linea.a.c.demonstrare propositum negotiando circa ipsum vt prius circa lineam.c.b.



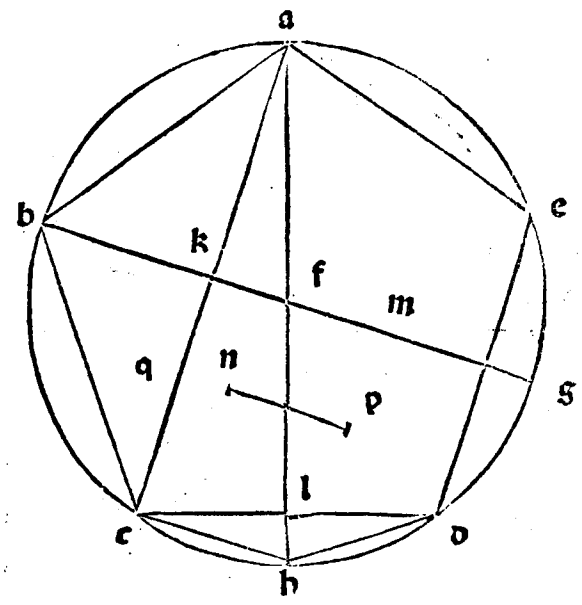
Propositio 12.

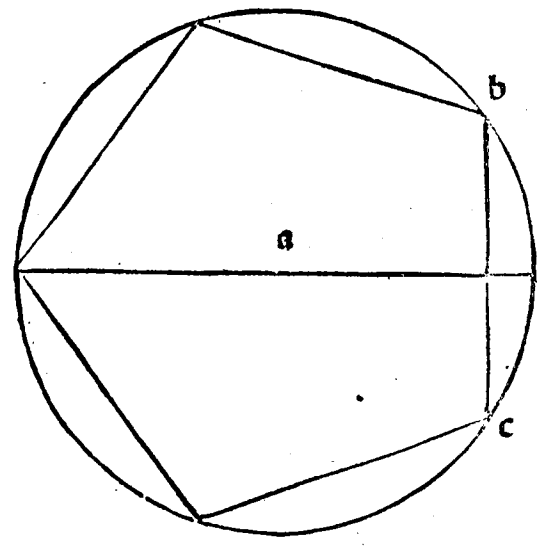
SI circuli pentagonū equilaterum circūscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.¶Sit pentagonꝰ equilaterꝰ.a.b.c.d.e.iscriptꝰ circulo eisdē litteris ascripto cꝰ cētꝝ.f.ꝛ due diametri.b.g.ꝛ.a.b.sitq; vtraq; baꝝ diametroꝝ linea rōnalis i longitudie: dico tunc q̄ latꝰ pētagoni inscripti erit linea irrōnalis illa videlz q̄ dicit̄ minor:ꝓtrahat̄ eni linea.a.c.q̄ secet diametꝝ.b.g.in puncto.k. eritq; ex vltima sexti

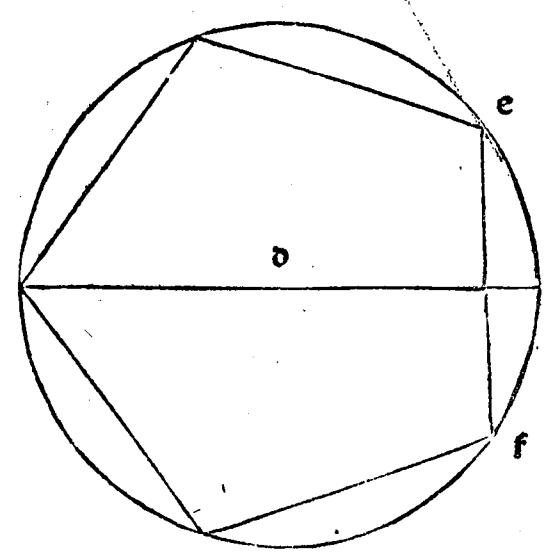


ꝛ quarta p̃mi linea.a.c.diuisa a diametro .b.g.orthogonaliꝛ ꝛ p eq̃lia i p̃cto.k.qꝛ cū semicirculus.b.a.g.sit eq̃lis semicirculo.b.e.g.ꝛ arcꝰ.b.c.arcui. b. c.sicut ꝓstat ex.27.tertij erit arcus.a.g.residuꝰ equalis arcui.c.g.residuo:iōqꝫ ex vltima sexti angulus.a.b.g.eq̃lis etiā angulo.c.b.g.cū itaqꝫ duo latera.a.b.ꝛ.b.k.trianguli.a b.k.sint eq̃lia duobus lateribꝰ.c.b.ꝛ.b.k.trianguli.c.b.k.ꝛ angulus.b .vnius an/ gulo.b.alterius:erit ex quarta p̃mi basis.a.k.eq̃lis basi.k.c. ꝛ oēs anguli qui sunt ad.k.sunt recti ex prima ꝑte tertie tertij:diamcter aūt.a.b.secet latus pētagoni.c. d.in puncto.l.Eritqꝫ siliter linea.c.d. diuisa a diamctro.a .b. orthogonaliꝛ.ꝛ per equalia in puncto.l.cū eni sint duo arcus.a.d.b.ꝛ.a.c.b.eq̃les ꝛ arcus.a.c.sit eq̃/ lis arcui.a.d.erunt duo residui semicirculoꝝ qui sūt.c.b.ꝛ.d.b. eq̃les quibꝰ si sub/ tendant̃ due chorde que sunt .c.b.ꝛ.d.b.ipse quoqꝫ ex.28.tertij erunt equales ꝛ qꝛ arcusꝫ.a.c.ē equalis arcui.a.d.erit ex vltima sexti angulus.c.b.l.eq̃lis angulo.d.b l.ideoqꝫ per quartā primi basis .c.l.est equalis basi.d.l .ꝛ omnes anguli qui sunt ad.l.recti ex prima ꝑte tertie tertij.itaqꝫ duo trianguli .a.c.l.ꝛ.a.f.k.sūt eq̃angu/ li ex.32.p̃mi.Est eni angulus .l.maioris eq̃lis angulo.k. minoris eo q̃ vterqꝫ est rectus ꝛ angulus .a.ē cōis vtriqꝫ:quare ex quarta sexti ꝓportio.l.c.ad.c.a. ē sicut k.f.ad.f.a. Sumaꝫ igiꝫ ex diametro.b.g.linea.f.m.equalis quarte parti semidia/ metri eritqꝫ per equam proportionalitatē proportio.c.l.ad quartā partē lince. a.ē que sit.c.q.sicut.k.f.ad quartam partē linee.f.a.que est.f.m. ꝛ qꝛ ꝑ.15.quinti ꝓ/ portio.c.d.ad.c.k.est sicut.c.l.ad.c.q.sic eni est duplum ad duplum sicut simpluꝫ ad simplum:erit p.11.quinti.d.c.ad.c.k.sicut.k.f.ad.f.m.ꝛ cōiuncti linee cōstan/ tis ex.d.c.ꝛ.c.k.ad.c.k.sicut.k.m.ad.m.f,ꝛ iō per primam partem.21.sexti pro/ portio quadrati linee cōposite ex.d.c.ꝛ.c.k.ad quadratū linee. c.k. sicut quadrati linee.k.m.ad quadratū linee.m.f.cōstat autē ex p̃missa q̃ si linea. a. c.diuidatur ꝟm proportionē habentē medium duoqꝫ extrema maior portio ciꝰ erit eq̃lis linee d.c.igiꝫ linea constans ex.d.c.ꝛ.c.k. cōponiꝫ ex maiori portione diuise ꝟm pro/ portionē habentē mediū duoqꝫ extrema ꝛ ex medietate totiꝰ linee sic diuise:ē enī c.k.medietas.a.c.itaqꝫ ꝑ primā istius. 13.libri quadratū lince composite ex. d.c. ꝛ.c.k,quintuplum quoqꝫ ē ad quadratū linee.c.k.ideoqꝫ quadratum linee. k. m. quintuplū quoqꝫ ē ad quadratū linee.m.f.cum sit horꝝ quadratoꝝ ꝛ illorum vna ꝓportio ē aūt linea.b.m.quintupla ad lineā.m.f.erat enī.m.f.quarta ꝑs semidia metri propositi circuli:ergo quadratū linee.k.m.ad quadratū linee.m.f.est sicut li nee.b.m.ad lineam.m.f.et quia ex secunda ꝑte.18.sexti quadratū linee. k.m.ad quadratum lince.m.f.est sicut linee.k.m.ad lineam.m.f.duplicata:erit ex vndeci ma quinti linea.b.m.ad lineam.m.f.sicut linea.k.m.ad lineam. m.f. duplicata: igitur linea.k.m.est medio loco proportionalis inter duas lineas.b .m.ꝛ. m .f.qō sic constat.Sit enim linea.n.p.medio loco ꝓportionalis inter eas sūpta ꝟm doc/ trinā none sexti eritqꝫ ex diffinitione ꝓportionis duplicate que posita ē i p̃ncipio quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.sicut.b.m.ad.n.p.duplicata:ꝛ qꝛ.b.m.ad.n.p.sicut n.p.ad.m.f.erit etiā ex.11.quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.sicut.n.p.ad.m.f. dupli/ cata igiꝫ ex prima ꝑte.9.quinti due linee.k.m.ꝛ.n.p.sunt eq̃les:iōqꝫ ex prima ꝑte 7.quinti ꝛ ex scōa ꝑte eiusdē linea.k.m. ē medio loco ꝓportionalis inter. b.m.et m.f.quare ex correl.15.sexti proportio quadrati lince .b .m.ad quadratum linee m.k.ē sicut ē linee.b.m.ad lineam.m.f.ꝛ quia linea.b.m.ē quintupla ad lineam m.f.erit quadratum linee.b.m.quintuplū ad quadratū linee.m.k.linea aūt.b.m.

est rōnalis in longitudine: ergo per vltimā ptē. 7. decimi linea .m.k. est rōnalis in potentia tm̄ & q: linea .b.m. ē potentior linea .m.k. in quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine vt in cōtinuo ꝓbabit̄ erit linea .b.k. residuū quartū ex diffinitione residui quarti. Qd̄ aūt probandū assumpsimus sic patet. sit numerus .r. quintuplus ad numer̄ .s. sintq; .t. & .s. quantū .r. ac si esset .r. quinq; .s. vnū .t. quatuor: & sit linea .b.m. potentior linea .m.k. in quadrato linee .x. cū igit̄ sit quadratum linee .b.m. ad quadratū linee .m.k. sicut numer⁹ .r. ad numer̄ .s. erit p̄ euersā ꝓportionalitatē quadratū linee .b.m. ad quadratū linee .x. sicut numer⁹ .r. ad numer̄ .t. quare per vltimā ptē. 7. decimi linea .x. ē incōmensurabilis linee .b.m. in longitudine, nō est ergo dubiū quin .b.k. sit residuū quartū. Manifestū vero ē ex .34. tertij: q̄ illud qd̄ fit ex .b.k. in .k.g. ē equale ei qd̄ fit .a k. in .k.c. ideoq; etiā ipsū idem est equale quadrato .k.c. eo q̄ .a.k. ē equalis .k.c. ergo quadrato .b.k. addito vtriq; erit ex penultima primi qd̄ fit ex .b.k. in se & in .k.g. equale quadrato .b.c. et q: ex prima secundi quod fit ex .b.k. in se & i .k.g. est equale ei qd̄ fit ex .b.k. in .g.b. erit linea .b.c. latus tetragonicū supficici contenti a duabus lineis .g.b. & .k.b. & quia linea .g.b. ē rōnalis: linea vero .b.k. ē residuū quartū. & q: linea potens in superficiē linea rōnali residuoq; quarto cōtenta est linea minor vt constat ex .89. decimi libri necesse est lineā .b.c. que est latus pentagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti eē lineā minorem qd̄ erat ex principio demonstrandū. Hoc ergo mō sequit̄ q̄ lat⁹ pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minor. si diameter circuli cui inscribatur fuerit rōnalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rōnalis in potentia tm̄. adhuc necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea mior. esto eni linea .a. rōnalis in potentia tm̄ supra quā describatur circulus cuiq; descripto inscribat̄ pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit .b.c. dicant̄q; pentagonus et circulus .a. dico q̄ linea .b.c. ē linea minor. Sumatur eni aliqua linea rōnalis i longitudine que sit .d. & super eā lineetur circulus cui inscribat̄ pentagonus equilater⁹ & sit vnū latus ipsius linea .e.f. dicant̄q; pentagonus & circulus .d. constat igitur ex hac .12. q̄ .c.f. ē linea minor cū diameter .d. sit rōnalis in longitudine. Qm̄ vero ꝓportio pentagoni .a. ad pentagonū .d. ē sicut quadrati linee .b.c. ad quadratum linee .c.f. vtraq; eni ē ex scōa pte. 18. sexti: sicut linee .b.c. ad lineā .e.f. duplicata pentagoni aūt .a. ad pentagonū .d. ē sicut q̄drati .b.c. ad quadratū linee .e.f. diametri .a. ad quadratū diametri .d. ex prima .12. erit ex .11. quinti quadratum linee .c.b. ad quadratū linee .e.f. sicut quadratū diametri .a. ad quadratū diametri .d. cūq; quadrata duar̄ diametror̄ .a. & .d. sint cōicantia: q: ambo sūt rōnalia ex ypothesi erūt quoq; ex prima ptē. 10. decimi quadrata duar̄ linear̄ .b.c. & .c.f. cōicantia: ergo linea .b.c. cōicat i potētia cū linea .e.f. & q: linea .e.f. ē minor: sequit̄ ex .100. decimi: q̄ etiā .b.c. sit linea minor qd̄ ē ꝓpositū. siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue i potētia tm̄ necesse ē vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor.

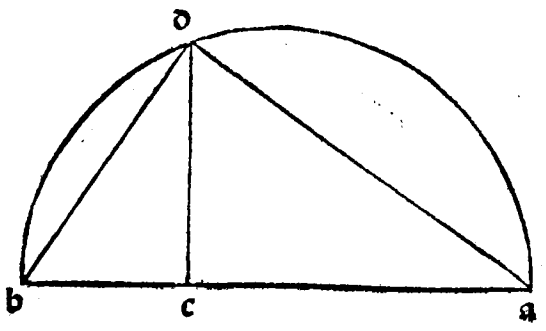




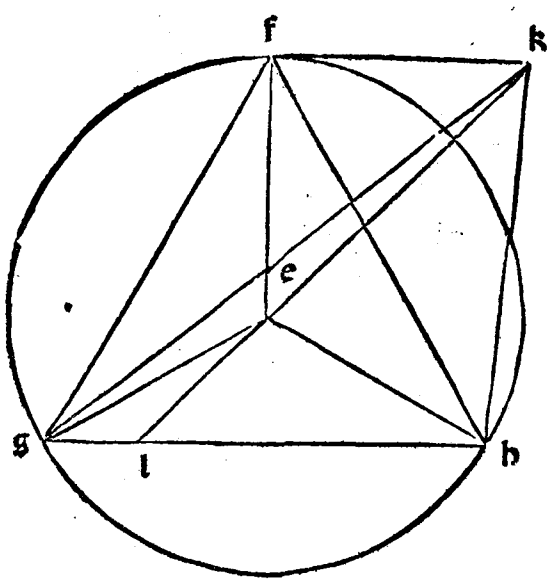


Propositio .13.

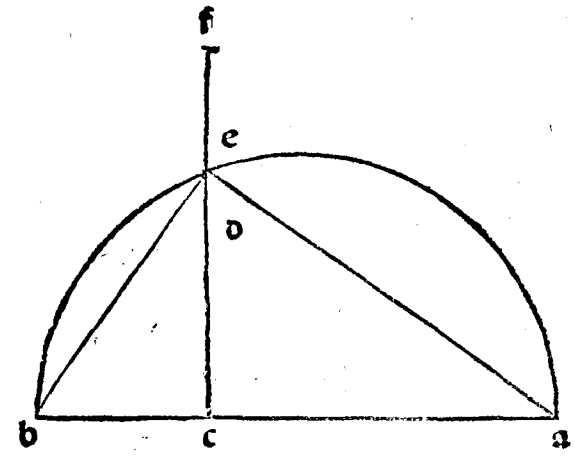
Piramidē q̄tor basiū triāgulariū & eq̄lateraꝝ ab assignata spera circūscriptibilē fabricare h⁹ ergo spere diametros ad lat⁹ ipsi⁹ piramidis sexq̄alterā ꝓportionē potentialiter habere ꝓbat̄. Sit linea .a.b. diameter assignate spere que diuidatur in puncto .c. ita q̄ .a.c. sit dupla ad .b.c. & lineet̄ super eam semicirculus .a.d.b. & producatur linea .c.d. orthogonaliter sup lineā .a.b. & ꝓducat̄ linea

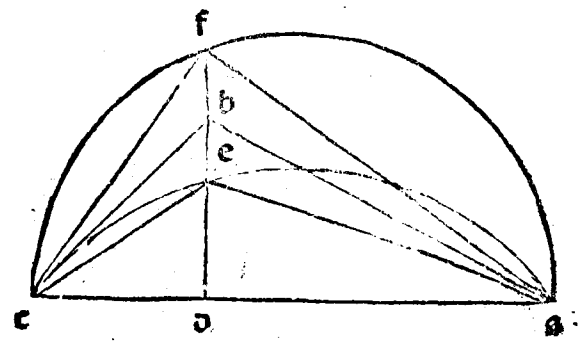


b.d.ꝛ.d.a.postea fiat circulus.f.g.h.super centrū.e.cuius semidiameter sit equa/
lis linee.c.d.cui ex scōa quarti libri inscribaꝫ triangulus equilaterus qui sit. f.g.h.
ad cuiꝰ angulos ꝓtrahanꝫ a centro linee.c.f.e.g.e.h.deinde sup centꝝ.e.erigatur
ꝟm qꝫ docet. 12.decimi vel vndecimi linea.e.k.q̄ ponaꝫ equalis.a.c.ꝓpendicularis
ad superficiē circuli.f.g.h.ꝛ demittanꝫ a puncto.k.ypothemise.k.f.k.g.k.h.eritqꝫ
cōpleta piramis quatuor basiū triangulariū ꝛ equilateraꝝ quā dico esse ab assigna
ta spera circūscriptibilez ꝛ dico quadratum diametri ꝓposite spere sexquialteꝝ esse
ad quadratum lateris fabricate piramidis .cōstat enī ex prima pte corrolarij .8.se/
xti qꝫ linea.c.d.ē medio loco ꝓportionalis inter.a.c.ꝛ.c.b.quare ex corrol. 17.eiꝰ/
dem quadratum linee.a.c.ad quadratū linee.c.d.ē sicut.a.c.ad.c.b.ergo cōiunctī
quadratū.a.c.ꝛ quadratū.c.d.ad q̄dratū.c.d.sicut.a.b.ad.b.c.ideoqꝫ ex penultē.
primi quadratū.a.d.ad quadratū.d.c.sicut.a.b.ad.b.c.cū ergo linea.a. b.sit tri/
pla ad.b.c.erat enī.a.c.dupla ad eā erit quoqꝫ quadratū.a.d.triplū ad quadratū
d.c.ē autē ex .8. huius quadratū .f.g.triplū ad quadratū. e.f.quare cū ex ypothesi
d.c.sit equalis .e.f.erit ex cōi scia.a.d.equalis.f.g.ꝛ qꝛ ex diffinitione linee perpē
dicularis ad superficiē linea.e.k.continēt cū singulis lineis.e. f.e.g. e.h. angulos
rectos quaꝝ quelibet ē equalis linee .c.d.ꝛ qꝛ ipsa eadē ē equalis linee.a.c .ꝛ angu
lus.c. ē rectus :erit per quartā primi vnaquecqꝫ triū lineaꝝ.k.f.k.g.k.h.equalis li/
nee .a.d.Manifestum est igiꝫ fabricatam piramidē esse quatuor basiū triangula/
riū eq̄lateraꝝ. Ipsā aūt eē circūscriptibilē ab assignata spera sic habeto:linee.e.k.
intelligatur adijci ꝟm rectitudinē linea.e.l.equalis linee.c.b.vt tota k.l.sit equalis
a.b.que ē diameter assignate spere:hanc aute lineā inquā.e.l.imagineris esse sub
circulo.f.g.h.perpendicularem quoqꝫ ad.ipsius supficiem ex pte inferiori sicut est
c.k.ex parte supiori eritqꝫ vnaquecqꝫ triū lineaꝝ.e.f.e.g.e.h.ꝛ simplr q̄libet semidi
ametri circuli.f.g.h.medio loco ꝓportionalis inter.k.c.ꝛ.e.l.quēadmodū ē. d.c.
inter.a.c.ꝛ.c.b. nam hee sūt equales illis vnaquaqꝫ sue relatiue.Si igiꝫ supꝫ lineaꝫ
l.k.describaꝫ semicirculꝰ circūducaturqꝫ quousqꝫ ad locū vnde moueri ceperat re/
deat erit ex diffinitione speraꝝ equaliū spera descripta motu huius semicirculi eq̄
lis spere assignate.sunt enī spere equales quaꝝ sunt equales diametri quēadmo/
dum de circulis in principio tertij dictū ē:semicirculū hunc vero necesse est transi/
re per tria puncta.f.g.h.que sunt anguli solide piramidis fabricate. siꝫr autē dico
qꝫ semicirculus hic qui supꝫ lineā.k.l.fuerit descriptꝰ si circūducaꝫ quousqꝫ ad locuꝫ
redeat vnde moueri cepat continget circulū.f.g.h.super omnia puncta circūferen
tie ipsius.Qō ex hac vetusta veritate probatur:si linea recta super lineaꝫ rectā per
pendiculariter steterit que inter partes eius cui superstat vel circumstat medio lo/
co proportionalis ponatur.fueritqꝫ super eam lineam cui perpendicularis supstat
semicirculus descriptꝰ circūferentia ipsius p extremitatem linee medio loco ꝓpor/
tionalis posite ꝓpendiculariter necessario trāsibit.cum igitur cuncte semidiametri
circuli.f.g.h.sint ꝓpēdicꝭares ad lineā.k.l.ꝛ medio loco ꝓportiōales iter ptes ipiꝰ
que sunt.k.e.ꝛ.e.l.sequiꝫ ut semicirculus descriptꝰ supꝫ.k.l.si circūducaꝫ transeat p
omnia puncta circūferentie.f.g.h.ꝛ per omnes solidos angulos piramidis fabri/
cate.itaqꝫ a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure piramis fabricata
est inscriptibilis illi spere quā semicirculus super lineam.k.l.lineatꝰ mutuo suo de/
cribit:ꝛ quia hec spera descripta est assignate spere equalis p diffinitionē equaliū
speraꝝ sequiꝫ ex cōi scientia vt hec piramis fabricata sit ab assignata spera circū/



ſcriptibilis qđ eſt ꝓpoſitū. Cōrelariū aūt pz ſic. Cum enīz. a. b. ſit tripla ad. b. c. p
euerſam proportionalitatē erit. a. b. ſexquialtera ad. a. c. idcoqz ex ſcōa pte correla
rij. 8. ſexti ꝛ corelario. 17. eiuſdē quadratū lince. a. b. crit etiā ſexquialterꝫ ad qua/
dratū linee. a. d. ꝛ qz linea. a. d. ē equalis lateri fabricate piramidis. at vero. a. b. eſt
diameter ſpere: conſtat vezꝫ eē qđ per corelariū dicīt. Ne aūt quēqz de vetuſta ve/
ritate propoſita beſitare cōtingat eā volumꝰ hoc mō demōſtratione firmare. Sit
igīt ſup lineā. a. b. linea. c. d. ꝓpendicularis q̄ ponaī medio loco ꝓportionalis in/
ter ptes linee. a. b. que ſint. a. c. ꝛ. c. b. ita q̄ proportio. a. c. ad. c. d. ſicut. c. d. ad. c. b
Et ſuper lineā. a. b. deſcribaī ſemicirculus. a. c. b. dico q̄ huius ſemicirculi circūfe/
rentia tranſibit per punctū. d. qui ē extremitas ꝓpendicularis. Sinaūtē aut ſecabit
lineā. c. d. aut ſuptranſibit eā totā ipſā trāſiens ꝛ includens ꝛ non contingens. ſe/
cet ergo primo eā in puncto. e. ꝛ ducaī lince. e. b. ꝛ. c. a: critqz ex prima pte. 30. ter
tij totalis angulus. a. e. b. rectus. itaqz ex prima pte corel'. 8. ſexti ꝓportio eſt. a. c.
ad. c. e. ſicut. c. e. ad. c. b. at vero ex ſecunda pte. 8. quinti ꝓportio. a. c. ad. c. e. ē ma
iorq̄z. a. c. ad. c. d. co q̄. c. e. ē minor. q̄z. c. d. cū igīt ſit. c. c. ad. c. b. ſicut. a. c. ad. c. e
ꝛ. a. c. ad. c. b. ſicut. a. c. ad. c. d. erit per. 12. quinti. e. c. ad. c. b. maior q̄z. c. d. ad. c.
b. ideoqz per primā ptē. 10. quinti. e. c. ē maior q̄z. d. c. ps videlicet q̄z ſuū totuz qđ
eſt impoſſibile. Nō ergo ſecabit circūferentia ſemicirculi lineā. c. d. ¶ Sup tranſeat
igīt ꝛ ꝓducaī. c. d. vſqz ad circūferentiā: ſitqz tota. c. e. ꝛ protrahanī linee. e. b. ꝛ. e
a. ſequēqz ut priꝰ lineā. c. d. eſſe maiorē q̄z ſit linea. c. e. qđ eſt etiā impoſſibile: con
ſtat ergo ꝓpoſitū. Silr aūt dicimus q̄ ſi fuerit aliquis angulꝰ rectus cui baſis ſub
tendaī ſup quā ſemicirculus lineeī: ipſius circūferentiā p angulū rectū tranſire ne/
ceſſe ē. conuerſā vero huius ꝓponit prima ps. 30. tertij. qđ aūt dicimus ſic conſtat
¶ Sit eni angulꝰ. a. b. c. rectus cui ſubtendaī baſis. a. c. ꝛ ſup eā lineeī ſemicirculꝰ
dico q̄ ipſius circūferentia tranſibit p punctū. b. in quo coeunt linee continentes
angulū rectū cuius demonſtratio ē q̄ neqz tranſibit ſupra neqz infra. ſin autē trā/
ſeat: ꝑmo īfra ſitqz. a. c. c. ꝛ ab angulo. b. producaī linea. b. d. perpēdicularis ad ba
ſim. a. c. que ſecet circūferentiā ſemicirculi in puncto. e. ꝛ protrahanī linee. e. a. ꝛ. e
c. critqz angulus. a. e. c. rectus ex prima pte. 30. tertij. at ipſe ē maior angulo. a. b. c
per. 21. primi hoc autē ē impoſſibile ex tertia petitione cū vterqz ſit rectus. hic qui
dē ex ypotheſi: ille vero ex prima parte. 30. tertij. Nō. ergo trāſibit circūferentia ſe
micirculi infra angulū. b. tranſeat itaqz ſupra ꝛ ſit. a. f. c. ꝓducatur autē ꝓpendicu
laris. d. b. quouſqz obuiet circūferentie ſemicirculi. a. f. e. i puncto. f. ꝛ producanī
linee. f. a. f. c. critqz ex prima parte. 30. tertij angulus. a. f. c. rectus. cūqz etiā eēt ex
ypotheſi angulus. a. b. c. rectus ſequiī impoſſibile per. 21. primi ſicut in principio.
relinquiī ergo qđ diximus. hoc aūt neceſſariū eſt ad cognitionē eoꝝ que ſequūtur.

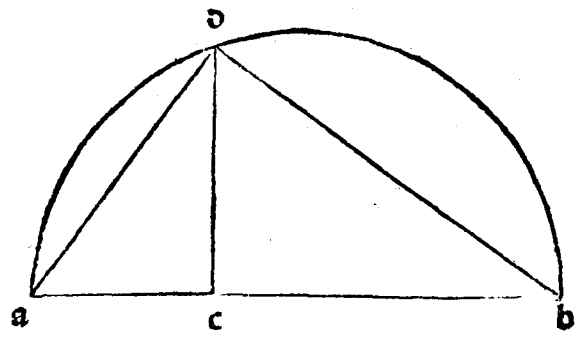


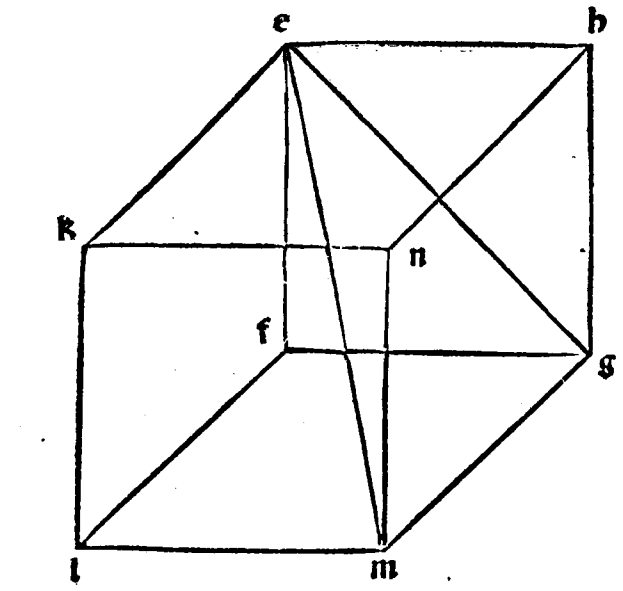


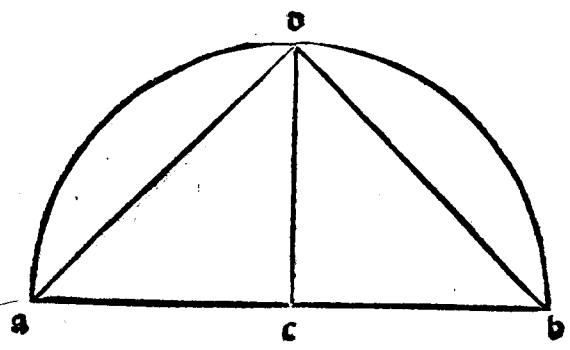
Propoſitio .14.

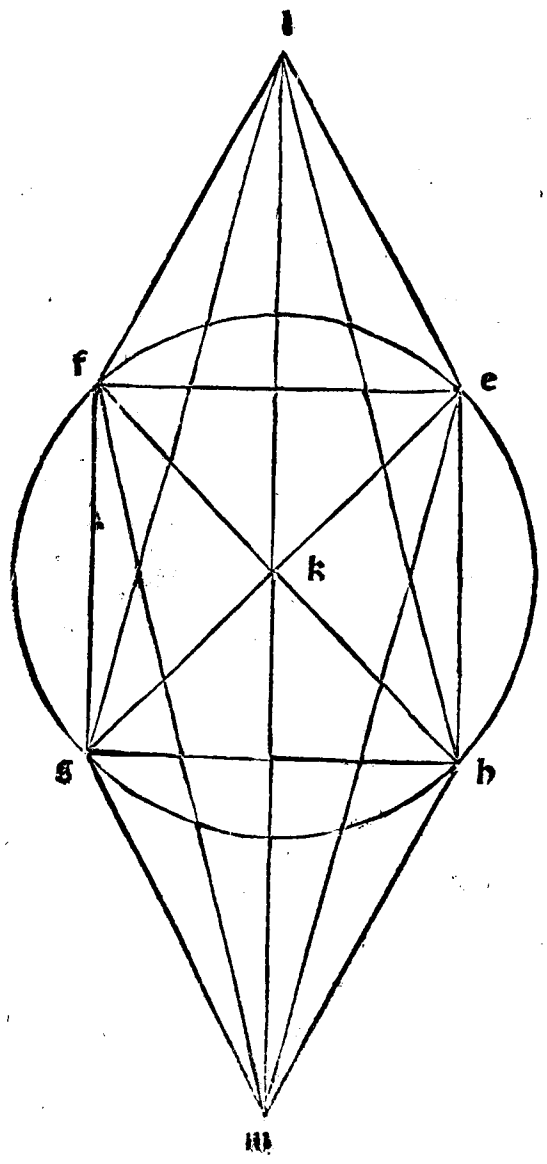
A Baſſignata ſpera circūſcriptibilem cubum conſtituere
eiuſdem autem ſpere diametrum lateri ipſiꝰ cubi poten/
tialiter triplicem eſſe manifeſtum erit.

¶ Aſſignate ſpere diametrum ſit. a. b. ſuper quā lineetur ſemicircu/
lus. a. d. b. diuidaturqz diameter ī puncto. c. prorſus ſecundum con
ditionem premiſſe videlicet ut linea. a. c. ſit dupla ad lineam. c. b. ꝛ ꝓducatur
c. d. perpendicularis ad. a. b. ꝛ protrahantur. d. b. ꝛ. d. a. poſtea fiat vnū q̄dratum
cuius oia latera ſint equalia linee. b. d. ſitqz. e f. g. b. ſup cuiꝰ q̄tuor angłos erigaī









vt docet. 12. vndecimi quatuor linee ppēdiculares ad ſupficiē ipſi⁹ q̄drati q̄z q̄libz ponatur etiā equalis linee. b. d. ſintqz. e. k. f. l. g. m. b. n. eruntqz hee quatuor ppendiculares ſingule ſingulis equidiſtantes ex ſexta vndecimi: z anguli quos cōtinent cū lateribus quadrati recti ex diffinitione linee ppēdicularis ad ſupficiē: deinde cō iungant extremitates iſtaz ppendiculariū ptractis lineis. k. l. l. m. m. n. n. k. eritqz cōplet⁹ cub⁹ ſex ſupficieb⁹ q̄dratis cōtentus. cōſtat eni ex. 34. p̄mi q̄ q̄tuor ſuper/ficies ipſum ambientes z ipſe ſunt quaz oppoſita latera ſunt quatuor perpendi/culares ſint omnes quadrate: de baſi autē hoc poſitū eſt. at vero de ſuppꝛema ei⁹ ſupficie que ē. k. l. m. n. q̄ ipſa quoqz ſit quadrata. cōſtat ex. 34. pꝛimi z. 10. vndeci/mi. ideoqz ex quarta vndecimi manifeſtū ē ſingula latera eiuſdē cubi duab⁹ ipſius oppoſitis ſuperficiebus orthogonaliter inſiſtere. Ut autē cubū hunc ab aſſignata ſpera circūſcriptibilem eē demonſtremus: in vna ſuaz ſupficiez ptrahaf diagona/lis. verbi gratia in baſi eius ſitqz. e. g. z. a. b. huius diagonalis altera extremitate ptrahatur diameter cubi. e. m. eritqz ex penultima pꝛimi quadratū. e. g. duplū ad quadratū. f. g. ideoqz z ad quadratū. g. m. eo q̄. g. m. ē equalis. f. g. ſūt enī omnia latera cubi adinuicē equalia. z qꝛ rurſus ex penultima pꝛimi quadratū. e. m. e[illegible]/le quadratis duaz lineaz. e. g. z. g. m. ꝓpter hoc q̄ angulus. c. g. m. ē rectus e[illegible]/finitione linee perpendicularis ad ſuperficiē: erit quadratū. e. m. triplum ad q[illegible]/dratū. m. g. conſtat enī ex duplo z ſimplo. cuiqz ex ſecūda ꝑte corol'. 8. ſexti ē ex/corol'. 17. eiuſdē q̄dratū quoqz. a. b. ſit triplū ad quadratū. b. d. eo q̄ linea. a. b. tri/pla ē ad lineā. b. c. ſit autē. b. d. equalis. g. ſequitur ex cōi ſcia ut. e. m. q̄ ē diameter cubi ſit equalis. a. b. que ē diameter ſpere. itaqz ſi ſup. e. m. lineē ſemicirc ulus cir/cumducaf qz quouſqz ad locū vnde fuit initiū motus redeat ſpera deſcripta: erit ex diffinitione ſperaz equaliū equalis ſpere aſſignate. at vero qꝛ hic ſemicirculus trā/ſitū faciet ꝑ punctū. g. eo q̄ angulus. e. g. m. ē rect⁹ eadēqz rōne ꝑ ceteros ſingl'os rectos angulos cubi qō ex antecedente ante hāc. 14. imediate p̄miſſo manifeſtū ē conſtat cōſtitutū cubū ab aſſignata ſpera eo q̄ a ſua equali circūſcriptibilē eſſe qō demonſtrare oportebat. corꝛelarij vero demōſtratio in iſti⁹ demōſtratiōis ꝓceſſu prepatuit.

Propoſitio .15.

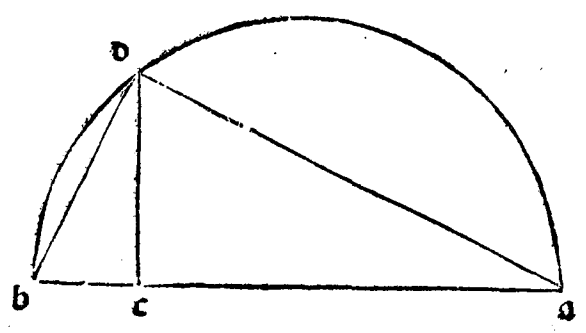
Corpus octo baſiū triāgulariū z equilaterarū a ſpera ꝓ/poſita circūſcriptibile cōponere: eritqz palā eiuſdez ſpere diametz lateri ipſius corꝛpis duplicem eſſe potentialiter.

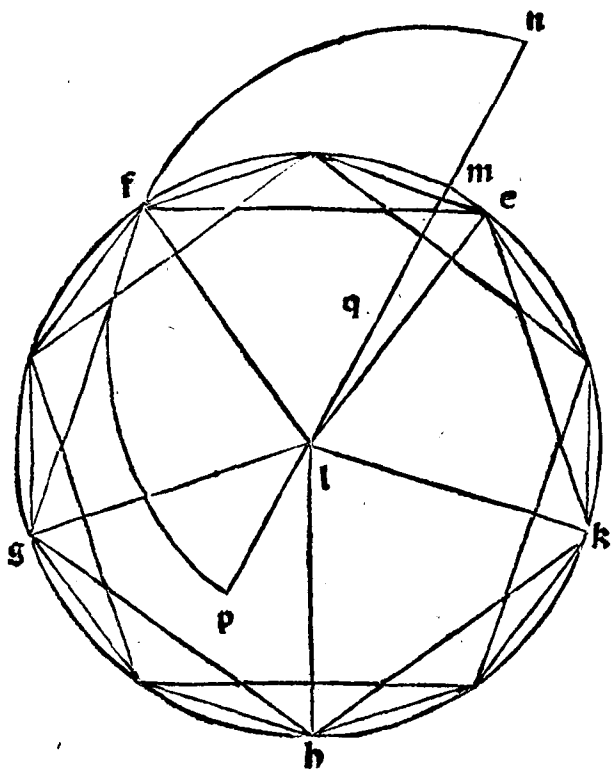
¶ Diameter ſpere ꝓpoſite ſit. a. b. que diuidaf ꝑ equalia i puncto. c. z ſup eā lineē ſemicirculus. a. d. b. z ꝓducaf. c. d. ꝓpendicularis. ad. a. b. z iungaf punct⁹. d. cū. a. z cū. b. deſcribaf qz vnū quadratū cuius ſingula latera ſint equalia linee. b. d. ſitqz quadratū. hoc. e. f. g. b. in quo ꝓtrahanf diametri due. e. g. z. f. b. ſecantes ſe inuicē in puncto. k. ꝓſtat igif ex. 4. pꝛimi q̄ vtraqz iſtaz diametroz ſit equalis linee. a. b. que ē diameter ſpere cū angulus. d. ſit rectus ex p̄ma ꝑte. 30. ter/tij z ſinguli quoqz anguli. e. f. g. b. recti ex dione q̄drati: ꝓſtat rurſus q̄ eedem due diametri. e. g. z. f. b. diuidūt ſe inuicē ꝑ equalia in puncto. k. hoc autē ex. 5. pꝛimi z 32. z ſexta eiuſdē facile ē elicere. erigaf itaqz ſup punctū. k. linea. k. l. ꝓpendicularis ad ſupficiē q̄drati q̄ ponaf eq̄lis medietate diametri. e. g. l'. f. b. z demittāf ypothe/miſe l. e. l. f. l. g. l. b. erūtqz ex his q̄ poſita ſunt z penul p̄mi quotiēs oportuerit re/petita ſingule baz ypothemiſaz eq̄les ſibi inuicē et equales lateri⁹ q̄drati. Habes ergo piramidē quatuor equilateraz triangulariumqz baſiū ſup quadratū ꝓſtitutā.

hinc itaqz ſub ipſo quadrato ſimilē piramidē hoc mō apponē lineā.l. k.producas
pforando quadratum vſqz ad.m.ita qꝫ.k.m.exīs ſub quadrato ſit equalis .l.k.
exiſtenti ſupra:z iunge punctū.m.cū ſingulis angulis q̄drati ꝓducendo.4 .alias
ypothemiſas que ſunt.m.e.m.f.m.g.m.b.de quibus quoqz manifeſtū é ex penul'.
primi:quéadmodū de alijs que ſunt in ſupiori ꝑte qꝫ ipſe ſint equales ad inuicē et
lateribus quadrati.Cōpleuim⁹ igitur corpus.4.baſiū triangulariū z equilaterarū
hoc aūt ab aſſignata ſpera circūſcriptile eē ſic habeto. cōſtat enī qꝫ linea. l. m.eſt
equalis diametro aſſignate ſpere:nā vtraqz earꝫ é equalis diametro quadrati.igit̄
ſi ſup.l.m.lineet̄ ſemicircul⁹ qui circūuoluat̄ quouſqz ad locū ſuū redeat:ſpera quā
motu ſuo deſcribet erit equalis aſſignate ſpere vt ex diffinitione ſperarꝫ equalium
colligit̄.hic vero ſemicirculus tranſibit ꝑ quatuor angulos quadrati z ſimplr ꝑ oia
puncta circūferentie circuli circūſcribentis quadratū:eo qꝫ ſemidiameter quadrati
vt linea:f.k.z portiones linee.l.m.que ſunt.l.k.z.k.m.ſunt adinuicē equales. q̄re
ex diffinitione eius qō é figurā vnā alij figure inſcribi fabricatū corpus inſcriptibi
le é[illegible] motu huius ſemicirculi deſcripte.itaqz z ſpere aſſignate ex cōcept.cū ipſe
[illegible]nicē equales ex diffinitione.Correl'.vero manifeſte cōſtat:ſunt enī due li/
[illegible].z.d.a.equales ex.4.primi:ideoqz quadratum.a.b.duplū eſt ad quadra/
[illegible]d.ex penul'.primi:latus aūt fabricati corporis é equale linee.b.d. veruz eſt
[illegible] corrolarium.

Propoſitio .16.

Corpus viginti baſiū triangulariū atqz equilateraꝝ a da/
ta ſpera diametrū rōnalē habēte circūſcriptibile fabrica/
re.eritqz palā lat⁹ eiuſdē corporis eē lineā irrationalem
eam ſcz que dicitur minor.¶Sit hic quoqz diamcter aſſignate
ſpere.a.b.q̄ ponat̄ cē rōnalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tm̄
z diuidat̄ in puncto.c.ita qꝫ.a.c.ſit quadrupla ad.c.b. z lineet̄ ſuper eā ſemicircu/
lus.a.d.b.z ꝓducat̄.c.d.ꝓpendicularis ad.a. b.z ꝓtrahat̄ linea.d.b. deinde ſm
quantitatē lince.d.b.lineet̄ circulus.e.f.g.b.k.ſupra centrū.l.cui inſcribat̄ penta/
gonus equilaterus eiſdē litteris annotatus:ad cuius angulos a cētro .l. ducant̄ li/
nce.l.e.l.f.l.g.l.b.l.k.rurſus in eodem circulo inſcribat̄ decagon⁹ equilater⁹:diui/
dant̄ enī cuncti arcus quoꝝ chorde ſunt latera pētagoni ꝑ equalia z a punctis me/
diis ad extremitates cunctoꝝ lateꝝ inſcripti pentagoni linee recte dirigant̄. itēqz
ſuper ſingulos angulos pentagoni erigatur cathec⁹ ſm qꝫ docet.12.vndecimi quo
rum quilibet ſit etiā equalis linee.b.d.z cōtinuent̄ extremitates hoꝝ quinqz cathe
coꝝ quinqz corauſtis.erūtqz ex.6.vndecimi quinqz cathecī erecti adinuicē equidi/
ſtantes:cūqz ipſi ſint eq̄les erūt quoqz ex.33.primi quinqz corauſti coꝝ extremita/
tes iūgentes eq̄les laterib⁹ pentagoni.demitte igitur a ſummitatibus ſingulis ſin/
guloꝝ cathecoꝝ binas z binas ypothemiſas ad duos circūſtantes angulos iſcripti
decagoni z haꝝ decē ypothemiſaꝝ a quinqz extremitatibus cathecoꝝ ad.5. pūcta
que ſunt ſinguli anguli medij inſcripti decagoni deſcendentiū extremitates ꝓtinua
aliū pentagonum rurſus ipſi circulo inſcribendo qui quoqz erit equilaterus ex.23.
tertij:cū hoc itaqz feceris videbis te pfeciſſe decē triangulos quoꝝ latera ſunt decē
ypothemiſe z quinqz corauſti 7.5.latera h⁹ſcōi pentagoni inſcripti.hos ergo decē
triangulos eq̄lateros eē ſic collige.cū enī tā ſemidiameter deſcripti circuli q̄z q̄libet
erectorum cathecorum ſit equalis linee.b.d.ex ypotheſi:erit ex corrolario.15.quarti
quilibet cathecorum equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius ſemidiameter:



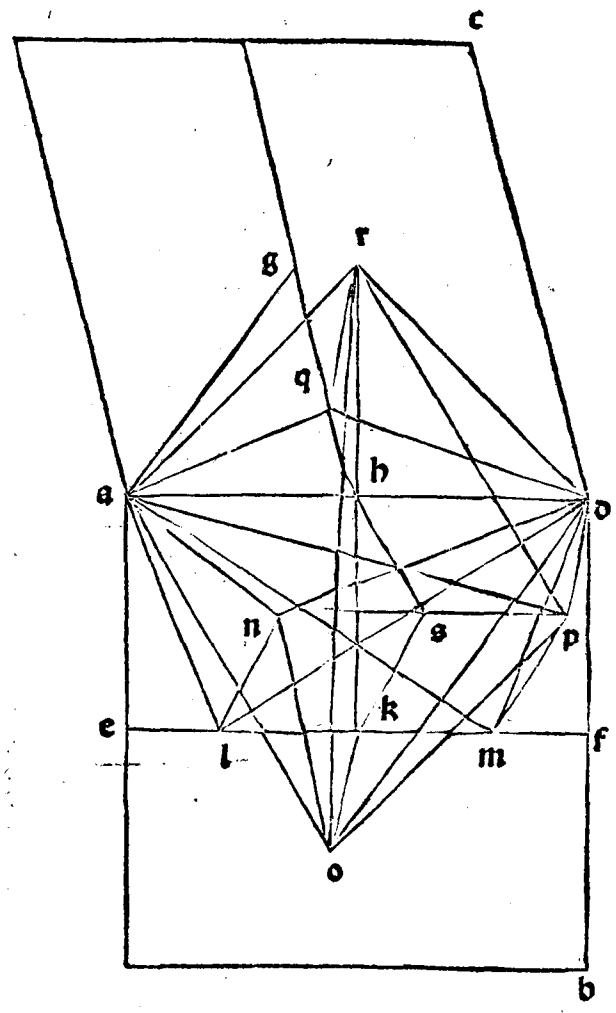


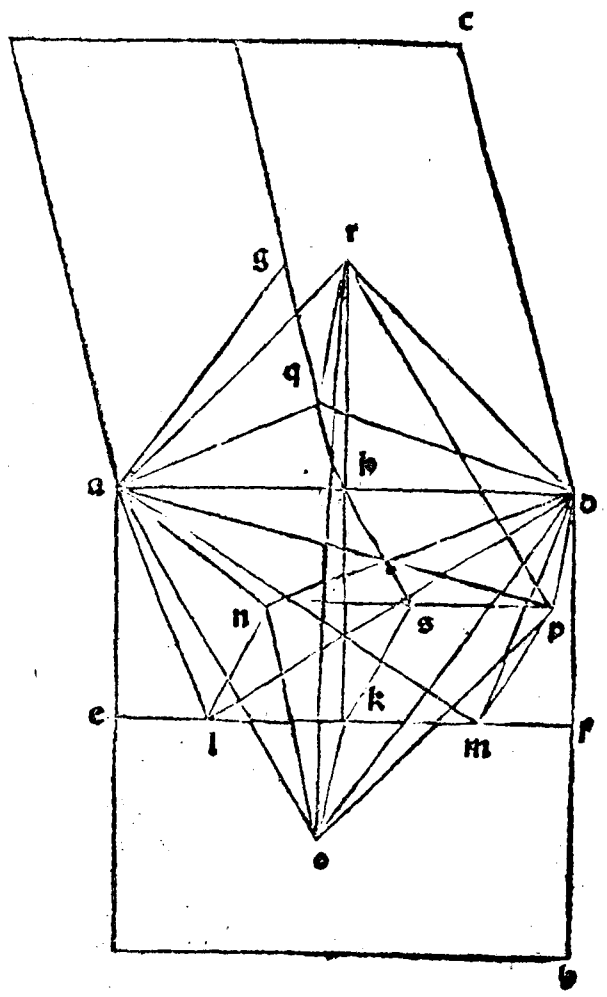
est equalis linee.b.d.inscripti.quia vero ex penul'. primi vnaqqz.10.ypothemisaz tanto est potentior catheco quãtũ põt latus decagoni. at vero ex.10.huius latus quoqz penthagoni ẽ tanto potentius eodẽ quãtũ põt ídẽ latus decagoni.erit ex cõ muni scientia vnaqqz haz ypothemisaz equalis lateri pentagoni. De corausis aũt iam patuit qꝫ ipsi sint equales lateribus pentagoni.itaqz cuncta latera horum decẽ triangulorz aut sunt latera pentagoni equilateri scẽa vicc circulo inscripti aut illis equalia sunt igiť equilateri trianguli.Amplio aũt sup centz circuli qõ ẽ punctũ l'erige aliũ catheciũ equalẽ priorib9 qui sit.l.m.eiusqz supiorẽ extremitatẽ que ẽ pũ ctus.m.iũge cũ singulis extremitatib9 priorz ꝑ quinqz corausos eritqz ex sexta vn decimi hic centralis catheus singulis catheorz angulariũ equidistans:iõqz ex.33 primi hi quinqz corausti erunt semidiametro circuli equales ꝛ ex correl'. 15.quarti quilibet eorz tãquã latus exagoni.centrali ergo catheco ex vtraqz ꝑte adijciatur li/ nea vna equalis lateri decagoni:supra quidẽ adijciať ei.m.n.deorsum aũt sub cir/ culo adijciať sibi a centro circuli.l.p.postea demittanť a puncto.n.5. ypothemise ad.5.superiores angulos decẽ triangulorz qui sunt in circuitu.ꝛ a puncto [illegible].5 ad alios quinqz inferiores eruntqz hee decẽ ypothemise equales adinnicẽ [illegible] inscripti pentagoni ex penul'.primi ꝛ.10.huius quẽadmodũ de alijs decẽ [illegible] monstratũ est.habes ergo corpus.20.basium triangularium atqz equilatera [illegible] cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni.eius vero diameter est linea. n.p. horz aũt.20.triangulorz decẽ cosistunt in circuitu supra circulũ.quinqz aũt cõsur/ gunt sursum ad punctum.n.cõcurrentes.at quinqz reliqui deorsum emergunt sup punctũ .p.coeuntes.hoc autẽ ycocedrũ corpus a data spera circũscriptibile eẽ sic erit manifestum:cũ linea.l.m.sit equalis lateri exagoni ꝛ.m.n.lateri decagoni equi laterorz quos circulus.e.f.g.circũscribit tota l.n.erit ex nona presentis libri diuisa ꝟm ꝓportionem .b.m.ꝛ.d.extra in puncto.m. ꝛ maior portio eius erit linea.l.m. Diuidatur itaqz .l.m.per eq̃lia in.q. eritqz ex cõmuni scia.p.q.cq̃lis.q.n.nã. p.l. posita ẽ equalis lateri decagoni quẽadmodũ.m.n.quare.q.n.ẽ medietas.n.p.quẽ admodũ ẽ.q.m.medietas.m.l.cũ ergo quadratũ.n.q.sit ex.3.bui9 quintupluz ad quadratum.q.m.erit quoqz ex.15.quinti quadratũ.p.n.quintuplũ ad quadratum l.m.est enĩ ex quarta scõi quadratum.p.m.quadruplũ ad quadratũ.q.n.quadra/ tũ quoqz.l.m.quadruplũ ad quadratũ.q.m.ex eadẽ:quadruplũ autẽ ad quadru/ plũ ẽ vt simplum ad simplũ teste. 15.quinti.at vero quadratũ.a.b.quintuplum est ad q̃dratũ.b.d.ex scõa ꝑte correl'.6. sexti:ꝛ ex correl'.17. eiusdẽ:ẽ etiã.a.b.quincu/ pla ad.b.c.eo qꝫ.a .c.fuit ad eandẽ quadrupla:qꝛ ergo .l. m.ẽ ex ypothesi equalis b.d.erit ex cõi scia.a.b.equalis.n.p.itaqz si sup lineam.n.p.semicirculus describa tur qui tandiu qꝫ locũ primum repetat circũuoluať spera ipsi9 motu descripta erit a diffinitione sperarum equaliũ equalis spere ꝓposite.ꝛ qm̃ linea.l.m.ẽ medio lo co ꝓportionalis inter.l.n.ꝛ.n.m.ideoqz inter.l.n.ꝛ.p.l.erit quoqz quelibet semi/ diameter circuli medio loco ꝓportionalis inter.l.n.ꝛ.l.p.ꝛ cũ.l.m. sit equalis se/ midiametro circuli.itaqz semicirculus sup.p.n.descriptus transibit ꝑ oia pũcta cir cũferentie circuli.e.f.g.ideoqz ꝛ per singulos angulos solidi fabricati in illa circũ/ ferentia cõsistentes:ꝛ qꝛ eadẽ rõne singuli corausti cõtinuantes extremitates an/ gulariũ catheorz:cũ extremitate centralis sunt medio loco ꝓportionales inter p.m.ꝛ.m.n.eo qꝫ quilibet eorz ẽ equalis.l.m.sequiť ut idẽ semicirculus trãseat etiã per reliquos angulos figure ycocedre statute .ẽ igitur corpus hoc iscriptibile spere

cuius diameter.p.n.ideoqz ꝛ ſpere cuius diameter.a.b.Latus aũt huius ſolide fi/
gure dico eſſe lineã minorẽ.cõſtat enĩ ꝙ linea. b.d .ẽ rõnalis in potentia cũ eius
quadratũ ſit ſubquincuplũ ad quadratũ linee.a.b.que poſita ẽ rõnalis ſiue in lon
gitudine ſiue in potentia tm̃:itaqz ſemidiameter atqz ſemidiametri circuli.e. f.g.ẽ
etiã rõnalis in potentia.nam eius ſemidiameter ẽ equalis.b.d. igit̃ ex.12.hui⁹ lat⁹
pẽtagoni equilateri huic circulo iſcripti ẽ linea minor.at vero ſicut i huius demon
ſtrationis proceſſu patuit latus huius figure eſt quantũ latus pentagoni:ergo la/
tus huius figure.20.alchaidaꝛ ẽ linea minor quẽadmodum proponitur.

Propoſitio .17.

Corpus duodecim balium pentagonoꝝ equilateraꝝ atqz
equiãgulariũ ab aſſignata ſpera circũſcriptibile cõſtitue
re.eritqz palã lat⁹ eiuſdẽ corporis irrationale eſſe.id qõ
relidũ dicit̃.¶ Fiat cubus ẽm ꝙ docet.14.huius circũſcriptibile
ab aſſignata ſpera:ſitqz huius cubi due ſuperficies.a.b.ꝛ.a.c.ima/
ginemur aũt nunc ꝙ.a.b.ſit ſuprema ſuperficies cubi ꝛ.a.c. ſit vna ex laterib⁹.ſit
linea.a.d.cõmunis iſtis duabus ſuperficiebus.diuidant̃ itaqz in ſuperficie.a.b
oppoſita latera ꝑ equalia videlicet.d.b.ꝛ latus ei oppoſitũ:ꝛ puncta diuiſio/
nũ cõtinuent̃ ꝑ lineã .c.f.latus quoqz.a.d.ꝛ illud qõ ſibi opponit̃ in ſupficie.a.c.
diuidant̃ per equalia ꝛ puncta diuiſionis ꝙtinuent̃ linea recta cuius medietas ſit
g.b.ſitqz punctus.b.medius punct⁹ linec.a.d.ſimiliter linea. e.f. diuidat̃ ꝑ equa/
lia in .k.ꝛ protrahat̃.b.k.quãlibet igit̃ triũ lineaꝝ.e.k.k.f.ꝛ.g.b.diuide ẽm pro/
portionẽ.ba.me.ꝛ.du.ext.in trib⁹ pũctis.l.m.q.ſintqz maiores portiones eaꝝ.l.
k.k.m.ꝛ.g.q.quas manifeſtũ ẽ eẽ eq̃les cũ tote linee diuiſe ſint equales videlz que
libet eaꝝ medietati lateris cubi.deinde a duobus punctis.l.ꝛ.m.erige perpendicu
lares vt docet.12.vndecimi ad ſupficiẽ.a.b.quaꝝ vtrãqz ponas equalẽ linee .k.l.
ſintqz.l.n.ꝛ.m.p.ſimiliter a puncto.q.erige perpendiculariter.q.r.ad ſuperficiẽ
a.c. quã ponas eq̃lẽ.g.q. ꝓtrahe itaqz lineas.a.l.a.n.a.m.a.p.d.m.d.p.d.l.d.n
a.r.a.q.d.r.d.q.Manifeſtũ eſt igitur ex quinta huius ꝙ due linee.k.e.ꝛ.e. l.po/
tentialiter ſunt triplũ ad lineã.k.l.ideoqz etiã ad lineã.l.n.cũ.k.l.ꝛ.l. n.ſint eq̃les
At vero.k.e.ẽ equalis.e.a.igit̃ due lince.a.e.ꝛ.e.l.ſunt potentia triplũ ad lineã.l.
n.quare ex penul̃.primi.a.l.ẽ potentia tripla ad.l. n.ideoqz per eandẽ.a. n.ẽ po/
tentia quadrupla ad.l.n.Cũqz ois linea ſit potentia quadrupla ad medietatẽ ſui
ſequit̃ ex cõi ſcia ꝙ.a.n.ſit dupla in longitudine ad.l.n. ꝛ qꝛ.l.m.dupla eſt ad.l.k
At.k.l.ꝛ.l.n.ſunt equales:erit.a.n.equalis.l.m.ſunt cuĩ eaꝝ dimidia equalia .Et
qꝛ ex.33.primi.l.m.ẽ equalis.n.p.erit.a.n.equalis.n.p.eodẽ modo ꝓbabis tres
lineas.p.d.d.r.ꝛ.r.a.eſſe equales ſibi inuicẽ ꝛ duabus predictis .habem⁹ itaqz ex
his quinqz lineis pentagonũ equilateꝝ qui ẽ.a.n.p.d.r.ſed fortaſſe dices ipſũ nõ
eſſe pentagonũ qꝛ nõ nec forſan ẽ totus in ſupficie vna.qõ eſſet neceſſariũ ad hoc
vt eſſet pentagonus .Qõ ergo ſit tot⁹ in ſupficie vna ſic habeto:prodeat equidez a
puncto.k.linea.k.ſ.perpendicularis ad ſupficiẽ.a.b.que ſit equalis. l.k. eritqz ob
hoc equalis vtriqz duaꝝ.l.n.ꝛ.m.p.cũqz ipſa ſit equidiſtãs vtriqz eaꝝ ex ſexta vn
decimi:ideoqz cũ ambab⁹ in eadẽ ſupficie ex dione lineaꝝ equidiſtantiũ neceſſe ẽ
vt punct⁹.ſ.ſit in linea.n.p.ꝛ ꝙ diuidat eã ꝑ equalia: ꝓtrahant̃ igit̃ due linee.r.b.
ꝛ.b.ſ.ſunt itaqz duo trianguli.k.ſ.b.ꝛ.q.r.b.ſup vnũ angulũ videlicet.k.b.q.cõ/
ſtituti ꝛ ẽ proportio.k.b.ad.q.r.ſicut.k.ſ.ad.q.b.nã vt.g.b.ad.q.r.ſic.k.b.ad.q





r.ex.7.quinti:7 vt .r.q.ad.q.b.ſic.k.ſ.ad.q.b.ex cadē.ſed.g.b.ad.q.r. vt.q.r.ad q.b.eo q̄.q.r.eſt equalis.g.q.ergo p.30.ſexti linea.r.b.ſ.ē linea vna. Quare ex ſecūda vndecimi tot⁹ pentagonus de quo diſputam⁹ ē in ſupficie vna. Ipſū quoq; dico eſſe equiangulū.cū cui.e.k.ſit diuiſa ꝺm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema 7.k.m.ſit equalis maiori portioni eius:erit quoq; ex.4.p̄tis tota.e.m. diuiſa ꝺm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema:maior quoq; portio eius linea e.k.iōq; per.5.due lince.e.m.7.m.k.iōq; due.e.m.7.m.p.nā.m.p.ē equalis.m.k.ſūt potētia triplū ad lineā.e.k.iōq; 7 ad lineā.a.e.nā.a.c.ē eq̄lis.e.k.itaq; tres linee.a.e.e.m.7.m.p.ſunt potentia quadruplū ad lineā.a.e. Conſtat autē per penultimā primi bis aſſumptā q̄ linea.a.p.ē potentia equalis tribus lineis.a.e.7.e.m.7.m.p.itaq;.a.p.ē potentia quadrupla ad lineā.a.e.latus vero cubi cū ſit duplū ad lineā.a.c.eſt potentia quoq; quadruplū ad ipſā ex.4.ſcōi:igit̄ ex cōi ſcientia.a.p.eſt lateri cubi equalis:Cūq;.a.d.ſit vnū ex lateribus cubi erit.a.p.equalis.a.d.ideoq; ex.8.primi angulus.a.r.d.ē equalis augulo.a.n.p. Eodē modo ꝓbabis angulū.d.n.p.eſſe equalē angulo.d.r.a.q; ꝓbabis lineā.d.n.eſſe potentialiter quadruplū ad medietatē lateris cubi.cū igit̄ ex his pentagonus ſit equilater⁹ 7 habeat tres angulos equales ipſe erit equiangulus ex ſeptima p̄tis libri. Sicq; bac via rōneq; cōſimili 7 ſup vnūqȯq; reliquo⁹ latex cubi pentagonū equilaterū 7 equiangulū fabricemus pficiet̄ ſolidū . 12.ſupficiebus pentagonis equilateris et equiangulis contentū.cub⁹ eni habet.12. latera. Reliquū aūt ē demonſtrare ſolidū hoc eſſe a data ſpera circūſcriptibile: ꝓtrahant̄ igit̄ a linea.ſ.k.due ſupficies ſecantes cubū quax vna ſecet ipſū ſuper lineā.b.k.7 alia ſup lineā.c.f.eritq; ex.40.vndecimi vt cōis ſectio hax duax ſupficiex ſecet diametx cubi 7 ſecetur viceuerſa ab ipſa diametro per equalia.ſit ergo cōis ſectio eax vſq; ad diametrū cubi linea.k.o ita q̄.o.ſit centrū cubi 7 ducant̄ linee.o.a.o.n.o.p.o.d.o.r. conſtat aūt q̄ vtraq; duax linex.o.a.7.o.d.eſt ſemidiameter cubi.ideoq; equales.d.e.linea.autē.o.k cōſtat ex.40.vndecimi q̄ ipſa ē equalis.e.k.videlicet medietati lateris cubi. Et q; k.ſ.eſt equalis.k.m.erit.o.ſ.diuiſa in puncto.k.ꝺm proportionē habentē mediū duoq; extrema 7 maior portio ei⁹ erit linea.o.k.q̄ ē eq̄liſ.e.k.itaq; p.5.b⁹ erūt due lince.o.ſ.7.ſ.k.iōq;.o.ſ.7.ſ.p.eo q̄ .ſ.p. ad quos hec demōſtratio ſi extēdit̄ ē eq̄lis k.ſ.triplū i potētia ad lineā.o.k .7 iō ad medietatē lateris cubi q̄re ꝑ penul̄.p̄mi: linea.o.p.ē potētia tripla ad medietatē lateris cubi. Ex corrol̄.aūt.14.b⁹ cōſtat q̄ ſemidiameter ſpere tripla eſt in potentia ad medietatē lateris cubi quem circūſcribit eadem ſpera.itaq;.o.p.eſt quanta ſemidiameter ſpere circumſcribentis cubuz ꝓpoſitum. Eadem ratione cuncte lince ducte a puncto.o. ad angulos ſingulos pentagonorum omnium ſuperlatera cubi deſcriptorum ad ſingulos angulos inq̄z qui ꝓprij ſunt pentagonis nō aūt cōes eis 7 ſupficiebus cubi ſcz ꝓprij q̄les ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli.n.p.r. de illis aūt lineis que veniunt a puncto.o.ad angulos ſingulos pentagonox qui ſunt cōes pentagonis 7 ſupficiebus cubi quales ſunt in pentagono p̄nti duo anguli.a.7.d. cōſtat q̄ ipſe ſūt equales ſemidiametro ſpere circūſcribentis cubū:ipſe eni ſunt diametri cubi ex.40.vndecimi. at vero ſemidiameter cubi ē tanq̄z ſemidiameter ſpere ipſū circūſcribentis. quēadmodū ex rōcinatione.14.apparet igit̄ oēs linee ducte a puncto.o.ad ſingulos angulos duodecedri ſunt equales adinuicē 7 ſemidiametro ſpere ſemicirculus. itaq; ſuper totā diametrū ſpere vel cubi lincatus.ſi circūducat̄ trāſibit per omnes

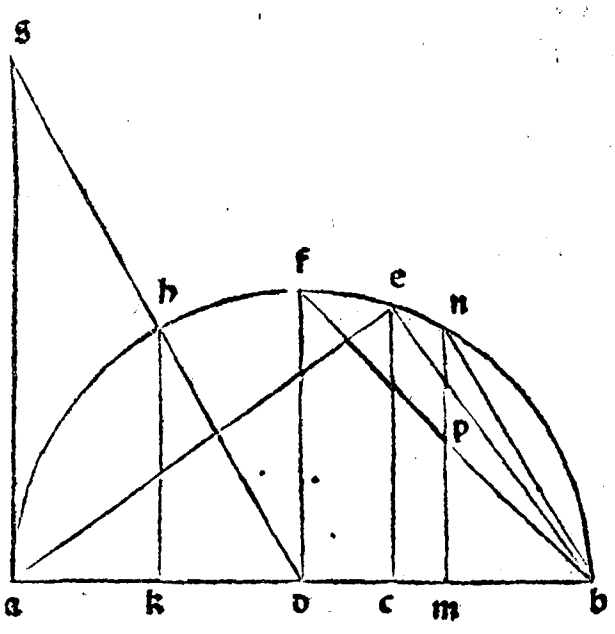
ãgulos ei⁹ quare ꝑ diffinitionẽ ipsũ est ab assignata spera circũscriptibile. dico itez
ꝙ latus huius figure ẽ linea irrõnalis ista videlicet que residuũ dicitur si diamcter
spere ipsũ circũscribentis fuerit rõnalis in longitudine vel in potentia. cũ eni dia/
meter spere sit ex. 14. huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi rationa
le in potentia si diameter spere fuerit rõnalis in longitndine vel in potentia. Con
stat autem ex. 11. ꝙ linea. r.p. diuidit lineam. a .d. que est latus cubi ꝟm proꝓor/
tionẽ habentẽ mediũ duoꝙ extrema ⁊ ꝙ portio ei⁹ maior equalis est lateri penta/
goni ⁊ qz maior portio ei⁹ ẽ residuũ ex sexta huius manifestũ est latus figure duo
decedron esse residuũ qꝺ demõstrare voluimus. Fabricata sũt igitur ꝑ. 13. ⁊ quatuor
eam sequentes quinqz corpora equilatera atqz equiangula quoꝝ vnũqꝺqz ẽ circũ/
scriptibile ab assignata spera. Sunt aũt hec solida: primũ quidẽ q̃tuor basiũ triã/
gularium: ⁊ dicitur tetracedron. Secũdũ est sex basiũ quadrataꝝ ⁊ dicitur cubus si
ue exacedron. Tertiũ octo basiũ triangulariũ: ⁊ dicit octocedron. Quartũ autem ẽ
solidũ ycocedron ⁊ est viginti basium triangulariũ. Quintũ vero ex. 12. basib⁹ pen
tagonis cõsistit: diciturqz duodecedron. hec autẽ quinqz solida regularia dicuntur
qm̃ ipsa eq̃ãgula sũt atqz eq̃latera ⁊ a spera atqz ab inuicẽ circũscriptibilia. plura
vero his quiqz eq̃latera q̃ sint ⁊ eq̃ãgula esse ẽ impossibile. Ad cõstitutionẽ cuiusli
bet anguli solidi necesse est ad minus tres superficiales angulos cõcurrere. Ex duo/
bus eni solis superficialibus nequit solidus angulus cõpleri: qz ergo tres anguli cu
iuslibet exagoni equilateri ⁊ equianguli sunt equales q̃tuor angulis rectis. At vero
eptagoni ⁊ cuiuslibet pluriũ lateꝝ figure equilatere atqz equiangule tres anguli sũt
maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex. 32. primi euidenter elicit: omnis
autẽ angulus solidus quatuor rectis angulis minor ẽ teste. 21. vndecimi impossibi
le est tres angulos exagoni atqz eptagoni: ⁊ simpliciter omnis plurilatere figure
equilatere tamẽ atqz equiangule solidũ angulum constituere. iõ nulla solida figura
equilatera atqz equiangula põt ex supficiebus exagonalibus aut pluriũ lateꝝ con/
stitui. Si enĩ tres anguli exagoni equilateri atqz equianguli quemqz solidũ angu/
lum excedũt quatuor ⁊ plures multo fortius eundẽ excedũt: tres aũt angulos pen
tagoni equilateri atqz equianguli minores esse quatuor rectis angulis. manifestũ
ẽ ⁊ quatuor eẽ maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atqz equian
guli possibile est solidũ angulũ constitui. ex quatuor autẽ aut ex pluribus impossi/
bile. ideoqz vnũ duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atqz equiangulis cõ
stitutũ est illud videlicet qꝺ duodecedron dicit in quo anguli pentagonoꝝ terni et
terni solidos angulos pficiunt. Eadem quoqz est rõ in quadrilateris figuris equi/
lateris ⁊ equiangulis que in pentagonis: ois enim quadrilatera figura si equilate/
ra equiangulaqz fuerit ipsa erit q̃drata a diffinitione. Nã omnes ei⁹ anguli erunt
recti per. 32. primi. Ex tribus igit angulis talis superficialis figure possibile est soli
dum angulum cõstitui: ex quatuor aũt aut ex plurib⁹ impossibile est: ꝓpter qꝺ ex
talib⁹ figuris superficialib⁹que cũ drilatere ipse sũt eq̃latere atqz equiangule vnicũ
solidũ qꝺ cubũ diximus: fabricatũ ẽ triangulorꝝ aũt equilateroꝝ sex anguli sũt eq̃/
les quatuor rectis ex. 32. primi: pauciores ergo minores ⁊ plures maiores: igit ex
sex angulis taliũ trigonoꝝ aut ex pluribus impossibile ẽ angulum soljdum fieri: ex
quinqz et ex quatuor ⁊ ex tribus possibile. Cum itaqz tres anguli trigoni equilate/
ri efficinnt angulum soliduz: perficitur ex triangulis eq̃lateris corpus quatuor ba/
sium trian ꝛularium atqz equilaterum. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo

basium quod octocedron diximus. At vero si quinq; triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum cõtineant. fiet corpus ycocedron viginti basi. m triangulariũ ꝛ equilateraꝝ. Quare ergo tot ꝛ talia sunt solida regularia ꝛ quare plura bis non sint dictum est.

Propositio .18.

Latera quinq; corporum premissorum ab eadeꝫ spera circumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis ꝓposita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire.

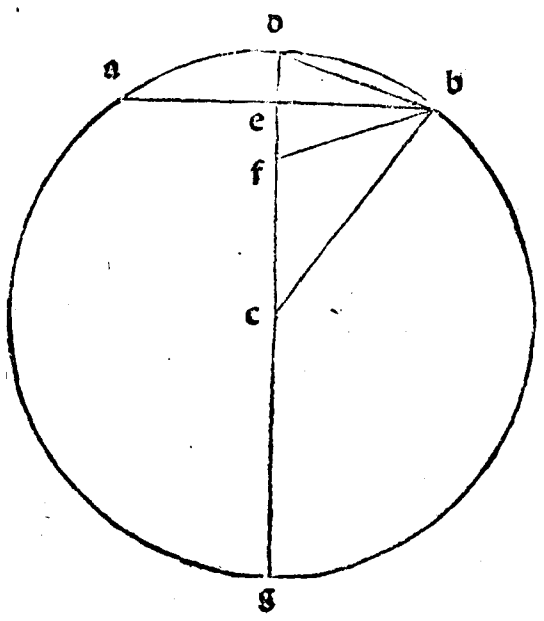
Sit. a.b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq; premissoꝝ corpoꝝ elicere. Diuidam⁹ igit̃ hanc diametrum in .c. ita ꝙ. a.c. sit dupla ad .c.b. ꝛ per equalia in .d. ꝛ lineemus sup eam semicirculum. a.f.b. ad cuius circũferentiã protrahant̃ duc linee perpendiculares ad lineã. a.b. que sint. c.e. ꝛ. d.f. ꝛ iungam⁹. e. cũ. a. ꝛ cũ. b. ꝛ. f. cũ. b. Manifestũ ergo ẽ ex demonstratione. 13. ꝙ. a.e: ẽ latus figure quatuoꝛ basium triangulariũ ꝛ equilateraꝝ ꝛ ex demõstratione. 14. ꝙ. e.b. ẽ lat⁹ cubi: ꝛ ex demõstratione. 15. ꝙ. f.b. est latus figure octo basium triangulariũ ꝛ equilateraꝝ: prodcat itaq; a puncto. a. linea. a.g. perpendicularis ad. a.b. ꝛ equalis eidẽ. a.b. ꝛ iungat̃. g. cum. d. sitq; .h. punctus in quo .g.d. secat circũferentiã semicirculi ꝛ ducat̃. h.k. perpendicularis ad. a.b. ꝛ quia. g.a. est dupla ad. a d. erit ex quarta sexti. h.k. dupla ad. k.d. Sunt enim duo triãguli. g.a.d. ꝛ. b.k.d. cq̃anguli ex. 32. primi eo ꝙ angul⁹. a. maioris ẽ equalis angulo. k. minoris: nãq; vterq; rectus ꝛ angulus. d. ẽ cõis vtriq;: igitur ex quarta ſcõi. b.k. est potentia quadrupla ad. k.d. ergo ex penul̃. primi. b.d. est potentia quincupla ad. k.d. cũq;. d.b. sit equalis. b.d. est eni. d. centrũ semicirculi erit quoq;. d.b. potentia quincupla ad. k.d. At vero cũ tota. a.b. sit dupla ad totã. b.d quẽadmodũ. a.c. detracta ex prima. a.b. ẽ dupla ad. c.b. detractã ex secunda. b.d. eritq; ex. 19. quinti. b.c. residua prime: dupla ad. c.d. residuã secunde: ideoq; tota b.d. est tripla ad. d.c. igitur q̃dratũ. b.d. est nonecuplũ ad quadratũ. d.c. ꝛ qꝛ ipsũ erat quincuplũ tm̃ ad quadratum. k.d. erit ex scõa pte decime quinti. quadratũ. d. c. minus q̃drato. k.d. ideoq;. d.c. minoꝛ. k.d. sit g̃. d. m. equalis. k.d. ꝛ pducat. m.n vsq; ad circũferentiã que sit perpendicularis ad. a.b. ꝛ iungat̃. n. cũ. b. Cũ igit̃. d.k ꝛ d.m. sũt eq̃les erũt ex diffinitione ei⁹ qõ ẽ aliq̃s lineas a centro eq̃distare due linee. b.k. ꝛ. m.n. eq̃liter distantes a centro. ideoq; eq̃les adinuicẽ ex scõa parte. 13. tertij ꝛ ex scõa pte tertie eiusdem. itaq;. m.n. ẽ equalis. m.k. nam. b.k. erat equalis ei. At qꝛ. a.b. dupla est ad. b.d. ꝛ. k.m. dupla est ad. d.k. ꝛ quadratum. b.d. quincuplũ ad quadratũ .d.k. erit ex. 15. quinti quadratũ. a.b. silr quincuplũ ad q̃dratũ k.m. ẽ eni quadratũ dupli ad quadratũ. dupli sicut quadratũ simpli ad q̃dratum simpli. Ex demõstratione eni. 16. manifestũ ẽ ꝙ diameter spere ẽ potẽtialiter quicupla tã ad lat⁹ exagoni circuli figure. 20. basiũ g̃. k.m. ẽ eq̃lis lateri exagoni circuli figure. 20. basiũ nã diameter spere q̃ ẽ. a.b. c potẽtialiter quicupla tã ad lat⁹ exagoni circuli illi⁹ figure q̃z. ad. k.m. Rursꝰ qz ex demõstratione cuiusdẽ manifestũ ẽ ꝙ diameter spere cõstat ex latere exagoni ꝛ duplici lateri decagoni circuli figure. 20. basiũ cũ ergo. k.m. sit tanq̃z lat⁹ exagoni. at vero. a.k. sit eq̃lis. m.b. nã ipsa sũt residua eq̃liũ dẽptis eq̃lib⁹ erit. m.b. tãq̃z lat⁹ decagoni: qꝛ igit̃. m.n. ẽ tãq̃z lat⁹ exagoni. nã ipsa est equalis. k.m. erit ex penul̃. primi ꝛ. 10. bui⁹. n.b. tanq̃z lat⁹ pẽtagoni figure circuli. 20. basiũ ꝛ qꝛ ex demõstratione. 16. apparet ꝙ lat⁹ pentagoni circuli figure 20. basiũ ẽ lat⁹ eiusdẽ figure. 20. basiũ. constat lineã. n.b. ẽ lat⁹ isti⁹ figure



Dividaꝫ itaqꝫ .c.b. qđ ẽ lat⁹ cubi ab assignata spera circũscriptibilis ꝺm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ꝺuoqꝫ extrema i puncto .p. sitqꝫ maior portio eius .p.b. constat igiꝫ ex ꝺemõstratione ꝑmissę qꝺ .p.b. ẽ lat⁹ figure .12. basium . Inuenta ergo sũt latera .5. premissoꝝ corpoꝝ ex ꝺiametro sperę nobis ꝓposita .ẽ eni latus .a.e. piramidis .4. basiũ .e.b. latus cubi .f.b. latus octocedri . at vero .n.b. latus ycocedri: linea aũt .p.b. latus ꝺuodecedri . Que autẽ hoꝝ lateꝝ sint maiora alijs sic habetur. constat eni qꝺ .a.e. ẽ maior .f.b. nã arcus .a.e. est maior arcu . f.b. itẽqꝫ .f.b. ẽ maior .e.b. ⁊ .c.b. maior q̃ꝫ .n.b. at vero .n.b. ꝺico etiã esse maiorẽ q̃ꝫ .p.b. cum eni sit .a.c. ꝺupla ad .c.b. erit ex quarta scꝺi quadratũ .a.c. quadruplũ ad quadratũ .c.b. ꝓstat autẽ ex scꝺa ꝑte corrolarij .8. sexti ⁊ ex corrolario .17. eiusꝺẽ qꝺ quadratũ .a.b. triplus ẽ ad quadratum .b.e. sed ꝑ .21. sexti quadratũ .a.b. ad quadratũ .b.e. ẽ sicut quadratum .b.e. ad quadratũ .c.b. ex eo qꝺ ꝓportio .a.b. ad .b.e. ẽ sicut .b.e. ad .b.c. ex secunda ꝑte corrolarij .8. sexti . itaqꝫ ꝑ .11. quinti quadratũ .b.e. triplũ est ad quadratum .c.b. ⁊ qꝝ quadratũ .a.c. quadruplũ est ad idẽ quadratũ vt ostensum ẽ: erit ex prima ptc .10. quinti quadratum .a.c. minus quadrato .b.e. ideoqꝫ linea .a.c. maior ẽ linea .b.e. iõqꝫ .a.m. multo maior .b.e. manifestũ vero ex .9. huius qꝺ si linea .a.m ꝺiuisa fuerit ꝺm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ꝺuoqꝫ extrema erit maior portio eius linea .k.m. que ẽ equalis .m.n. At vero cũ .b.e. ꝺiuidi ꝺm eanꝺẽ proportionem ꝺelicet habentẽ medium ꝺuoqꝫ extrema maior eius portio ẽ linea . p.b. cum itaqꝫ tota .a.m. sit maior tota .b.e. erit .m.n. que est equalis maiori portioni .a.m. maior q̃ꝫ .p.b. q̃ est maior portio b.e. hoc autẽ manifestũ est ex scꝺa .14. libri que sine auxilio alicuius eaꝝ q̃ sequũtur firma ꝺemõstratione solidaꝫ : ergo ꝑ .19. ꝑmi a fortiori .n.b. maior ẽ q̃ꝫ .p.b. Quare pꝫ latera hoꝝ .5. corpoꝝ ꝑmissoꝝ fere eo ordine quo corpora seinuicẽ sequunt se inuicẽ excedere . in cubo eni ꝺũtaxat ⁊ octocedro habet hic instantias . nã latus octocedri excedit latus cubi q̃ꝫuis cubus antecedat octocedrũ . Cubũ aũt premittunt idcirco octocedro : quia cadẽ ꝺiuisione ꝺiametri assignate sperę latus piramidis .4. baseꝫ triangulas habentis ⁊ latus cubi inueniꝫ . est igiꝫ .a.c. latus piramidis maius lateribus ceteroꝝ corpoꝝ : post ipsũ aũt ẽ .f.b . lat⁹ octocedri maius sequentiũ corpoꝝ lateribus Tertio ordine sequiꝫ i magnitudie .e.b. latus cubi . Quarto vero loco est .n.b. latus ycocedron . Minimũ autem est omnium .p.b. latus ꝺuodecedron vel ꝺuodecedri . ¶ Explicit liber Terciusdecimus

Incipit liber Decimusquartus. ꝓpositio .1.

Omnis perpendicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulũ ipsũ descripti ꝺimidio lateris ꝺecagoni atqꝫ ꝺimidio lateris exagoni intra circulũ eanꝺẽ descriptoꝝ ambobus ꝺimidijs in longũ ꝺirectũq̃ cõiunctis equalis eẽ ꝓbaꝫ . patet igiꝫ qꝺ ꝓpendicularis ꝺucta a cẽtro circuli ad latus pentagoni ẽ equalis ꝓpẽdiculari ꝺucte a centro ad latus trianguli ꝺimidioqꝫ lateris ꝺecagoni intra eũꝺẽ circulũ ꝺescripti ꝺirecte cõiunctis. ¶ Sit linea .a.b. latus pentagoni equilateri inscripti circulo cui⁹ centꝝ .c. ⁊ ꝺucaꝫ a centro .c. ꝓpendicularis ad lineaꝫ .a.b. quę ꝑ scꝺam ptem tertie tertij ꝺiuidet ipsã ꝑ equalia ⁊ arcũ eius etiã ꝑ equalia

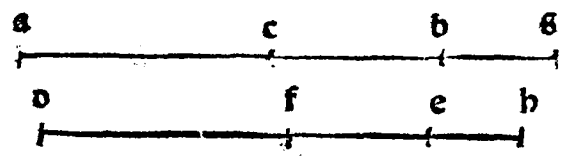


ex quarta primi ⁊.27.tertij sitqz hec ppendicularis linea d.e secans.a.b. in pūcto e.⁊ arcū ei⁹ in puncto.d.est igit vt dixim⁹ linea.a.e .eqlis fuit.e.b.⁊ arc⁹.a.d.ar cui.d.b. ptrahaťqz linea.d.b.de qua cōstat q ipsa est lat⁹ decagoni equilateri p/ posito circulo inscripti cū ipsa subtēdať medietati quinti totius circūferentie: dico itaqz q linea.e.c.ć equalis medietati linee.c.d.⁊ medietati linee. d.b. in longum directumqz cōiunctis Cōplcatur quidem diameter.d.c.sitqz.d.c.g.⁊ sit.e.f.equa/ lis.c.d.⁊ ptrahať.b.f. critqz ex.4.primi.b f.eqlis.b .d.iōqz per.5.primi angul⁹ b.d.f.erit equalis angulo.b.f.d.cōstat aūt ex vltima sexti q angulus.g.c.b. qua/ druplus ė ad angulū.b.c.d.eo q arcus.g.b.quadrupl⁹ ė ad arcū.b.d.at vero an/ gulus.g.c.b.p.32.primi dupl⁹ ē ad angulū.b.d.c.nā ipse ć extrinsecus duob⁹ qui sunt.b.d.c.⁊.d.b.c.at ipsi sunt eqles ex.5. primi:igitur angulus.b.d.c.duplus est ad āgulū .b.c.d:q̄re āgulus quoqz.b.f.d.duplus ė ad āgulū .b.c f.sed angul⁹.b.f d.ė equalis duob⁹ intrinsecis q̄ sunt.b.c.f.⁊.c.b.f.p.32.p̄mi.itaqz duo āguli.b.c.f ⁊.c.b.f.sūt eqles:iōqz p .6.primi .c f.ė eqlis.b.f. iōqz etiā.c.f.ć eqlis.b.d.nā.b.d ⁊ b.f. sūt eqles adinuicē:q̄re dimidiū.c.d.cū dimidio.b.d.est quantū dimidiū.c.d cū dimidio.c.f.at vero dimidiū.c.d.cū dimidio.c.f.ė quātum dimidiū.c. f.bis cū dimidio.f.d.dimidiū aūt..c.f.bis ė quātum.c.f.⁊ dimidiuz.f.d.ė q̄ntū.e.f.itaqz.c e.est quantū dimidiū .c.d.cū dimidio.c.b.⁊.d.b.qō ė ppositū.Correl.aūt sit con stat manifestū ė enī ex.8. tredecimi libri q ppēdicularis ducta a cētro circuli ad la/ tus trianguli sibi inscripti ė equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentiam hoc quidē ibi demōstratum ė ⁊ quasi correl.cōclusiū.cum igit ex hac prima isti⁹.14 libri pateat q ppendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentiā ⁊ dimidio lateris decagoni: sequitur q perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis ppendicu lari ducte a centro ad latus trianguli:dimidioqz lateris decagoni intra eundē cir/ culum descripti:⁊ hoc est qō ex correl. pponit. Nunc ergo explicandū est quod ait. Aristę⁹.in libro intitulato Exposito scie.5.corpoz nec nō ⁊ Appoloni⁹ in dono secū do:in ꝓportionalitate figure. 12.basiū ad figurā.20.basiū dicēs:q ꝓportio superfi cieꝝ figure habentis.12.bases ad superficies figure habentis.20. bases.ė tāqz p/ portio corporis.12.basium ad corpus.20.basiū:linea ⁊ enī ducta a centro circuli pentagoni figure .12.basium duodecedri ad circūferentiā eius ė quasi linea ꝓdicta a centro circuli trianguli figure.20.basium ycocedri ad circūferentiā eius.hec sunt ipsi⁹magni appollonij verba Intelligēda aūt sūt de figura.12.⁊ figura.20.basiuz ab vna eadēqz spera circūscriptibilium. Est enī ꝓportio corpis duodecedri ad cor pus ycocedron cum ambo vna eadēqz spera circūscribit sicut ꝓportio omnium su perficieꝝ duodecedri piter acceptaꝝ ad oēs superficies ycocedri pariter acceptas quē/ admodū Appolloni⁹ p̄missoꝝ verboꝝ p̄ma pte cōmemorat:qō ⁊ decima huius.14 libri solida demōstratione stabilitur.⁊ ē circulus circūscribens pentagonū duodece dri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron ⁊ ycoce/ dron eadem spera circumscribit quēadmodum ipse appollonius secunda pte pre/ missorum verborum cōmemorat:quod etiam in quinta huius libri demonstratio ne firmatur:premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Propositio .2.

Quicquid accidit vni linee diuise secūdū ꝓportionē habē tem medium ⁊ duo extrema omni linee siliter diuise ꝓbatur accidere ⁊c.

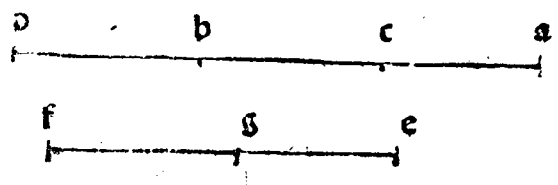
¶Sit vtraqz duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.d.e.diuisa ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoqz extrema.hec quidem i.c.illa vero in.f.sintqz maiores portiones:huius quidē.a.c.illi⁹ aūt.d.f.dico itaqz ꝙ ambaꝝ ad sui maiores portiones est vna ꝓportio.itemqz ambaꝝ ad sui minores portiones est ꝓportio vna ad quoqz maioꝝ portionū ad minores vna.⁊ econtrario ⁊ permutatim ⁊ cōiunctī ⁊ diſiunctim ⁊ euersim. Nihil enī aliud est quicquid vni eaꝝ accidit. idē quoqz alij accidere.cōstat enī ex diffinitione linee ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoqz extrema diuise ⁊ ex prima ꝑte. 16.sexti:ꝙ illud quod fit ex.a.b.in. b.c. est equale quadrato.a.c.eodēqz modo quod fit ex.d.e.in.e.f.est equale quadrato,d.f.ideoqz ꝓportio eius qō fit ex.a.b.in.b.c,ad quadratū.a.c.ē sicut eius qō fit ex.d.e. in.e.f. ad quadratū.d.f.vtraqz enī ē ꝓportio equalitatis:igit̄ quadruplū ei⁹ qō fit ex.a. b.in.b.c,ad quadratū.a.c.sicut quadruplū eius quod fit ex.d.e.in.e.f.ad quadratum.d.f.qō ex.15.quinti:⁊ permutata ⁊ equa ꝓportionalitate manifestū est quare coniunctim quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.cum quadrato.a.c.ad quadratum, a.c. sicut quadruplū eius qō fit ex.d.e.in.e.f.cū quadrato.d.f.ad quadratū. d.f.Adiungaſ autem ꝟm rectitudinē ad lineā.a.b.vna linea que sit equalis. b.c.q̄ dicatur.b.g.⁊ ad.d.e.adiungatur equalis.e.f.que dicaſ.e.b.Manifestū est igitur ex octaua secundi libri ꝙ quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.g.cum quadrato a.c.est equale quadrato linee.a.g.at vero similiter quadruplum eius quod fit ex.d e.in.e.b. cum quadrato.d.f.est equale quadrato.d.b.At vero ex cōmuni scientia quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.equum est quadruplo eius quod fit.ex.a.b in.b.g.eo ꝙ.b.c.⁊.b.g.sunt equales.similiter quoqz quadruplū eius quod fit ex.d e.in.e.f.equum est quadruplo eius qō fit ex.d.e.i.e.b.eo ꝙ.e.f.⁊.e.b.sūt etiā eq̄les:igitur ex prima parte septime quinti ⁊ ex vndecima quinti eiusdē quadratum a.g.ad quadratum .a.c.sicut quadratum .d.b.ad quadratum .d.f. Quare ex scōa ꝑte.21.sexti proportio linee .a.g.ad lineā.a.c.ē sicut linee.d. b ad lineā.d.f.⁊ coniunctim.a.g. ⁊.a.c.ad.a.c.sicut.d.b.⁊.d.f.ad.d.f.at vero.a.g.cum.a.c.sunt tanq̄z duplum .a.b.⁊.d.b.cum.d.f.tanquam duplum.d.e.quare dupla.a.b. ad.a.c. sunt duplum.d.e.ad.d.f.⁊ permutatim duplum.a.b.ad dupluz.d.e.sicut. a.c.ad d.f.sed duplum .a.b.ad duplum .d.e.sicut.a.b.ad .d.c .ex.15.quinti: igitur.a.b. ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.itaqz permutatim ⁊ euersim ⁊ conuersim ⁊ diſiunctim et coniunctim:qō oportebat ostendere.



Propositio .3.

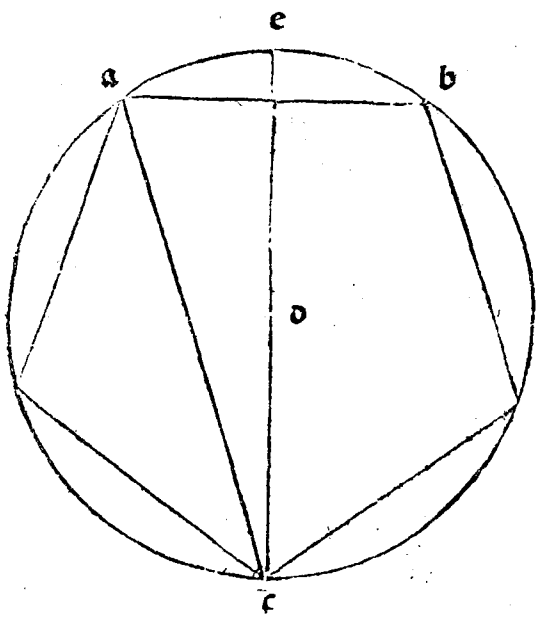
Duiso latere exagoni ꝟm proportionē habentē medium duoqz extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

¶Sit linea .a.b.latus exagoni alicui⁹ circuli ⁊ diuisa secūdū ꝓportionem habentem mediū duoqz extrema i puncto.c.sitqz maior portio eius.b.c. dico ꝙ cuiuscunqz circuli.a.b.est latus exagoni eiusdem.b.c. erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam .a.b.linea.b.d. que sit latus decagoni illius circuli cuius .a.b.est latus exagoni:eritqz ex nona.13.linea.a.d.diuisa secundum proportionem habentem medium duoqz extrema ⁊ maior portio eius erit



linea.a.b.cum igitur vtraqz duarum linearuz.a.b.z.a.d.ſit diuiſa ꝺm ꝓportionē habentem medium duoqz extrema:igiť erit per premiſſā ambaꝝ ipſaꝝ ad ſui maiores portiones vna ꝓportio.itaqz.d.a.ad.a.b.que eſt eius maior portio ſicut.a.b.ad.b.c. que eſt etiā eius maior portio ſed.d.a.ad.a.b.ſicut.a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuiſe ꝺm proportionem habentem medium duoqz extrema z maior portio eius :igitur ex vndecima quinti.a .b.ad.b.d. ſicut.a .b.ad. b.c .quare per ſecundā ptem.9.quinti.b.d.z.b.c.ſunt equales.cum ergo.b.d. ſit latus decagoni erit quoqz ex cōi ſcia.b.c.latus decagoni. Vel aliter ad lineā.a .b. adiungať.b.d. equalis.b.c.eritqz ex.4.tredecimi tota.a.d. diuiſa ꝺm ꝓportionē habentē mediuz duoqz extrema z maior portio eiꝰ linea.a.b.itaqz per cōuerſā.9.tredecimi quā cōtinue poſt ipſā demōſtrauimus cuius circuli linea.a.b.eſt latus exagoni eiuſdez linea.b.d.ideoqz linea.b.c.ſibi equalis ē latus decagoni. Poſſumus itez idez alia via ſi libet demonſtrare.Sit enī.e.f.equalis.a.b.que etiā diuidať i.g.ꝺm ꝓportionē habē tē mediū duoqz extrema z ſit maior portio eiꝰ linea.f.g.ꝟſtat igiť ex ꝑmiſſa ꝙ quēadmoꝺ.a.b.ē eq̄lis.e.f.ſic.a.c.ē eq̄lis.c. g.z.c.b.eq̄lis.g.f.cūqz fuerit.b d.adiūcta ad.a.b.latꝰ decagoni illiꝰ circuli cuiꝰ.a .b.ē latꝰ exagoni erit ſicut prius dictū ē ex.9.tredecimi tota.a.d. diuiſa ꝺm ꝓportionē habentē mediū duoqz extrema z maior eiꝰ portio erit linea.a.b.itaqz ꝑ ꝑmiſſā.a:b ad.b.d.ſicut.f.g.ad g.e. q̄re ꝑ ꝑmā partē.15.ſexti qꝺ fit ex.a.b.in.g.e.equū eſt ei quod fit ex.b.d.in.f.g.cū qz.a.b.ſit equalis.e.f.z erit qꝺ fit ex.e.f.in.g.e.equū ē ei qꝺ fit ex.b.d.in.f.g .Sed quod fit ex.e.f.in.g.e.equū eſt quadrato.f.g.ex diffinitione linee diuiſe ꝺm ꝓportionē habentem medium duoqz extrema z ex prima ꝑte.16.ſexti:igiť qꝺ fit ex.b.d. in.f.g.eſt equale quadrato.f.g.ideoqz ex prima ſexti linea.b. d.ē equalis.f.g.z qz f.g.ē equalis.c.b.erit quoqz.c,b.equalis.b,d.z latus decagoni qꝺ oportebat oſtēdere.

Propoſitio .4.



Quadratū lateris pentagoni intra circulum deſcripti quadratum que linee que illius pentagoni angulo ſubtendit ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiuſdem circuli quincuplum eſſe pronuncio.

¶Sit in circulo.a.b.c.cuius centrū.d.inſcriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnū latus ſit.a.b.z protrahať diameter.c.d.e. diuidens lineam a.b.z eiuꝰ arcū per equalia. Eſt igitur arcus.a.e.medietas quinte ptis circūferentie illius circuli quare arcus.a.c.ē due quinte totius circūferentie: protrahanť itaqz due linee. a.e.z .a.c. eritqz. a.e.latus decagoni equilateri eo ꝙ eius arcus eſt medietas quinte ptis circumferentie.linea vero.a.c.erit que ſubtendit vni ex angulis pentagoni predicti:eo ꝙ arcus.a.c.eſt due quinte partis circumferentie circuli:dico itaqz ꝙ quadrata duarum linearum.a.b.z.a.c.pariter accepta quincuplum ſunt ad quadratum linee.d.e.eſt enim ex quarta ſecundi quadratum linee.c. e.quadruplum ad quadratum linee.d.e.Cum autem angulus. c.a.c. ſit rectus ex prima parte.30.tertij.eruntqz ex penultima primi quadrata duaꝝ linearum.c.a.z a.e.quadruplum ad quadratum.d.e.igitur quadrata trium linearum.c.a.z.a.e.z d.e.quincuplum ſunt ad quadratum linee.d.e.z quia ex decima tredecimi libri q̄dratum.a.b.eſt equale quadratis duarum linearum.a .e.z. d.e. ſequitur vt qua-

drata duarum linearum.a.b.ꝛ.c.a.ſint quiñcuplum ad quadratum.d.e. quod eſt propoſitum.

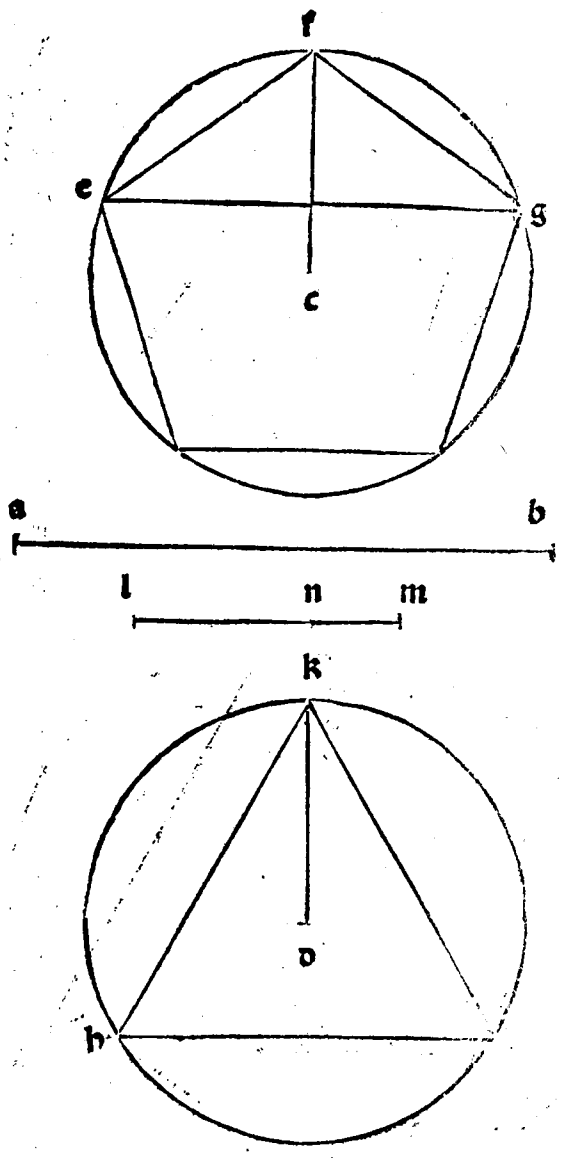
¶ Manifeſtum eſt ergo ꝙ quadratum lateris cubi atqꝫ quadratum lateris figure duodecim baſium cum cubum ꝛ figurã duodecim baſiũ eadem ſpera circũſcribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum ſunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumſcribit pentagonum eiuſdem figure duodecim baſium.

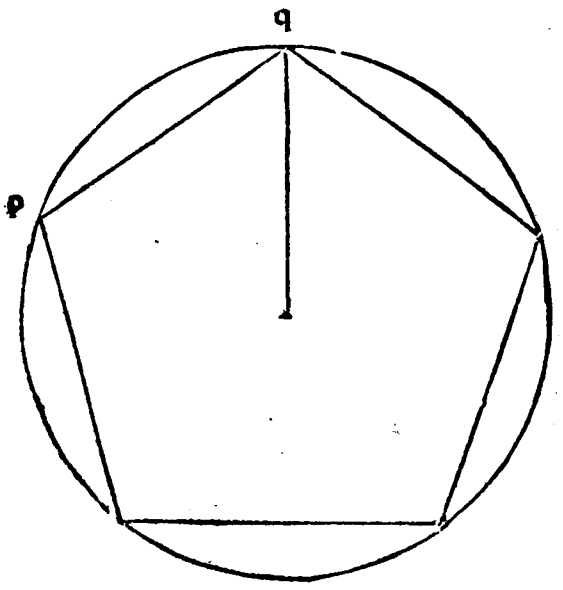
¶ Iſtud corrolariũ vere manifeſtum eſt:conſtat enim ex demonſtratione.17.tredecimi libri ꝙ latus cubi ſubtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubũ ꝛ duodecedron vna eademqꝫ ſpera circũſcribit:itaqꝫ ꝑ hanc quartam ſine obice conſtat corrolarium.ꝛc.

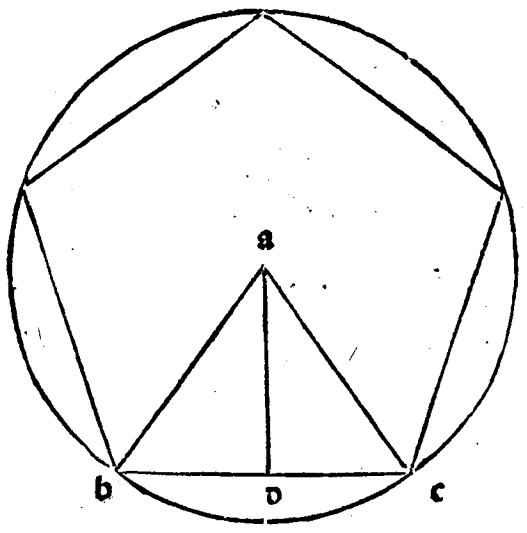
Propoſitio .5.

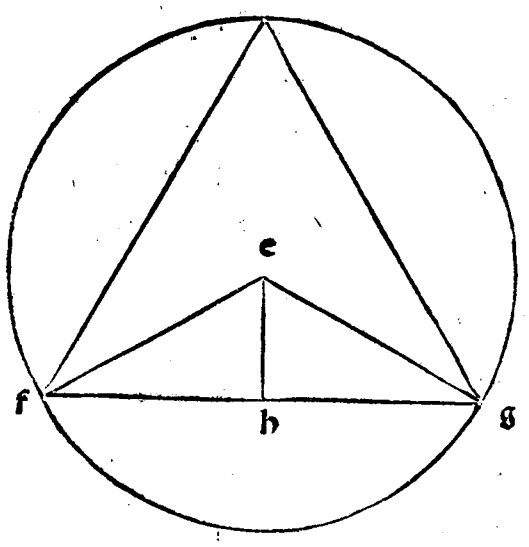
¶ Pentagonus figure duodecim baſium triangulus qꝫ figure viginti baſium quos eadẽ ſpera circumſcribit vno eodemqꝫ circulo circumſcribuntur.

¶ Sit ſpera cuius diameter.a.b.circũſcribens duas ſolidos figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis ſit. c.et icocedron cuius vnus ex.20.triangulis ſit.d.pentagono aũt.c.ꝛ trigono.d.ſuper duo centra.d.ꝛ.c.circumſcribanť duo circuli huic q̃dẽ .f.c.ex.14.q̃rti illi vero.f.d. ex.5.eiuſdẽ:dico itaqꝫ ꝙ hi duo circuli ſperaꝝ ꝓpoſitaꝝ quorum alter circũſcribit pentagonũ.c.alter vero trigonum.d.ſunt equales.Signentur enim duo latera pentagoni.c.vnũ ex ſuis angulis cõtinentia litteris.e. f.ꝛ.f.g.ꝛ protrahanť linea e.g.que ſubtendat angulum.f.ꝛ ſemidiameter circuli que ſit.c.f.vnũqꝺqꝫ ex lateribus trigoni.d.ſignet litteris.k.b.ꝛ protrahatur ſemidiameter ſui circuli que ſit.d. k.deinde ſumať linea.l.m.ad quã ſit linea.a.b.que ẽ diameter ſpere aſſignate quĩ cupla i potentia:q̃ quidẽ.l.m.diuidať i.n.ſm proportionẽ habentem mediũ duoꝝ extrema ſitqꝫ maior portio eius linea.l.n.ꝛ ſcõm quãtitatẽ totius.l.m. lineetur circulus.p.q.itaqꝫ ſemidiameter circuli.p.q.ſit equalis linee.l.m.eritqꝫ ex corrolario.15.quarti linea.l.m.tanq̃ꝫ latus exagoni equilateri circulo.p.q. inſcripti.iõqꝫ per tertiam huius linea.l.n.erit tanq̃ꝫ latus decagoni equilateri eidẽ circulo inſcripti:igitur ex.11.quarti inſcribať pentagonus equilaterus circulo.p.q. cuius vnum latus ſit.p.q.eritqꝫ ex.10.tredecimi libri quadratũ.p.q.equale quadratis duarum linearum.l.m.ꝛ.l.n.pariter acceptis.conſtat autem ex demonſtratione.16.tredecimi ꝙ.h.k.eſt equalis.p.q.ergo quadratum.h. k.eſt equale quadratis duarum linearuꝝ.l.m.ꝛ.l.n.piter acceptis.At vero ex demõſtratiõe.17.ttedecimi.manifeſtũ ẽ ꝙ.c.g.ẽ latus cubi ab eadẽ ſpera circũſcriptibilis:q̃re ꝑ corrol'.14.tredecimi.a.b. q̃ ẽ diameter ſpere potentialiter ẽ tripla ad.e.g.q̃ ẽ latus cubi.ſi aũt.e.g.diuidatur ſm ꝓportionẽ hñtem mediũ duoqꝫ extrema pꝫ ex demonſtratiõe.17.tredecimi ꝙ e.f.ẽ tanq̃ꝫ maior portio eius:igitur ex ſecunda hui⁹.e.g.ad.l.m.ſicut.e.f.ad. l.n. nam vt tota ad totam ſic maior portio ad maiorem.itaqꝫ per.21.ſexti quadratum e.g.ad quadratum.l.m.ſicut quadratum.c.f.ad quadratũ.l.n. q̃re ꝑ.13.quinti q̃drata duarum linearum.e.g.ꝛ.e.f.pariter accepta ad quadrata duarum linearum l.m.ꝛ.l.n.piter accepta ſicut quadratũ.e.g.ad quadratũ.l. m. ergo ꝑ.15.quinti:et









ꝑmutatā ꝓportionalitatez ⁊ equā triplum duorum quadratorum duarum lineaꝝ e.g.⁊.e.f. ꝑiter acceptoꝝ ad q̄drata duarum linearum.l.m.⁊.l.n. pariter accepta ſicut triplū quadrati. e.g. ad quadratū.l.m. triplū aūt. e.g. quadrati eſt tāq̄z quadratū.a.b. ex corr. 14. tredecimi: at quadratū.a.b.ē per ypotheſim quincuplū ad quadratū.l.m. ergo triplū quadrati.e.g. quincuplum quoq̄z ē quadrati.l.m. quare etiā triplum quadratoꝝ duaꝝ lineaꝝ.e.g.⁊.e.f. ꝑiter acceptoꝝ ē quincuplū ad quadrata duaꝝ lineaꝝ.l.m.⁊.l.n. ꝑiter accepta: ⁊ qꝝ ꝓbatū ē ꝙ quadratū.b.k.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.l.m.⁊.l.n. ꝑiter acceptis. ſequiť ex cōi ſcia vt triplū quadratoꝝ.e.g.⁊.e.f. ſit quincuplū ad quadratū.b.k. cōſtat aūt ex.8. tredecimi ꝙ quincuplum quadrati. b.k. eſt quindecuplum ad quadratū.d. k. nam ſimplum eſt triplum. Et ex quarta huiꝰ cōſtat ꝙ triplū quadratoꝝ.e.g.⁊.e. f. eſt quincuplū quadrati.e.f. nam ſimplū eſt quincuplū. itaq̄z quindecuplū quadrati.e.f.ē eq̄le quindecuplo quadrati.d.k. ideoq̄z per.15.quinti quadratū.e.f. eſt equale quadrato. d.k. quare etiā linea.e.f.ē equalis linee.d.k. ergo ex diffinitione circuloꝝ equaliū circulus circūſcribens pentagonum.c.ē equalis circulo circumſcribenti trigonū.d. quod erat ex principio demonſtrādum. nam ſemidiametri horum circulorum ſunt equales videlicet.c.f.⁊.d.k.

Propoſitio .6.

Quadratū quoq̄z qō eſt triangulū aľ trigincuplū tetragoni qui ſub perpendiculari ducta a centro circuli circūſcribentis pentagonū figure duodecim baſium ad latus pentagoni atq̄z ſub latere ipſiꝰ pentagoni cōtinetur omnibꝰ ſuperficiebꝰ corporis duodecim baſiuz pariter acceptis eſſe equale ex neceſſitate conuincitur.

¶ Sit pentagonus.a. vna ex. 12. baſibus figure duodecedri ⁊ vnū ex eius lateribꝰ ſit.b.c. ſibiq̄z ex. 14. quarti circūſcribať circulus ſupra centꝝ.a.⁊ ꝓtrahanť linee.a.b.⁊.a.c.⁊.a.d. ꝑpendicularis ad.b.c. dico ergo ꝙ trigincuplū eius qō fit ex a.d. in b.c. eſt equale omnibus ſupficiebus duodecedri ꝑiter acceptis. conſtat enī pentagonū.a.eē diuiſibilē in quinq̄z triangulos equales triangulo.a.b.c. ex .8. ꝑmi. itaq̄z omnes.12. pentagoni duodecedri cum oēs ſint equales ⁊ ſiles pentagono.a.diuiſibiles ſunt in.60. triangulos quoꝝ quiſq̄z ꝑ .8. primi ē equalis triangulo.a.b.c. Qō aūtē fit ex.a.d. in.b.c. eſt duplum ꝑ.41. p̄mi: ad triangulū.a.b.c. ergo trigincuplum eius qō fit ex.a.d. in.b.c. ē ſexagincuplum ad triangulū.a.b.c. nā vt ſimplū ad ſimplum ſic duplum ad duplum. Cum itaq̄z omnes duodecedri ſuperficies pariter accepte ſint etiā ſexagincuplū ad triangulū.a.b.c. ſequiť vt trigincuplū eiꝰ qō fit ex.a.d. in.b.c. ſit equale omnibus ſuperficiebus duodecedri ꝑiter acceptis: qō ē ꝓpoſitum.

Propoſitio .7.

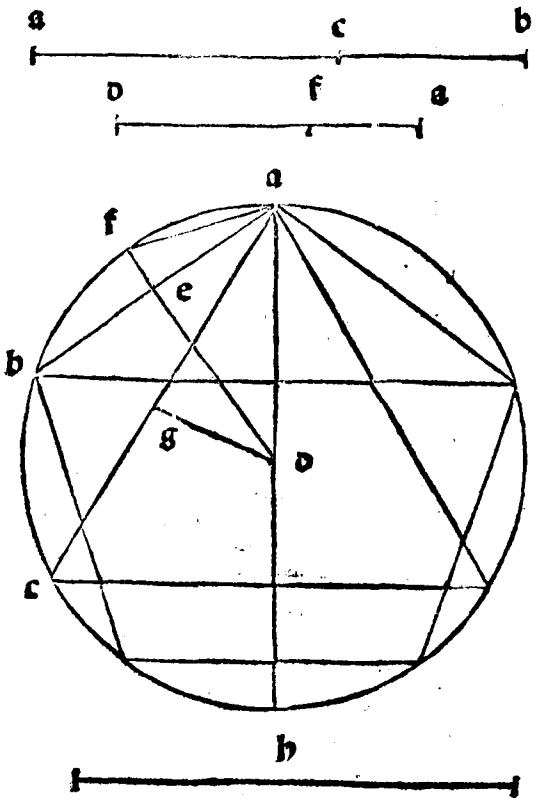
Quadratū quoq̄z qō eſt triangulū aľ trigincuplum tetragoni qui ſub ꝑpendiculari ducta a centro circuli ad latꝰ ſibi inſcripti trianguli figure viginti baſiū atq̄z ſub ipſo latere trianguli continetur equale eſt omnibus ſuperficiebus figure viginti baſiū ꝑiter acceptis. ¶ Eſto enī hic trigonus.e. vna ex.20. baſibus figure ycocedri ⁊ vnū ex eis lateribꝰ ſit .f.g. ſibiq̄z ex.5. quarti circumſcribať circulus ſuper centꝝ.e.⁊ ꝓtrahanť linee.e.f.e.g.⁊.e. h. ꝑpendicularis ad.f.g. dico igiť ꝙ trigicuplū eiꝰ qō fit ex.e.h.i.f.g.ē eq̄le oibꝰ ſupficicbꝰ ycocedri ꝑiter acceptis. Oſtat enī trigonū.c.eē diuiſibilē i tres trigonos quoꝝ quilz

per octauã ꝑmi ẽ equalis trigono.e.f.g itaqz oẽs.20.trigoni ycocedri piter accepti cum cuncti sint equales similes trigono.e.sũt tanq̃z sexagincuplum trigoni.e.f.g. z qz per. 14.ꝑmi qd̃ fit ex.e.b.in.f.g.est duplũ trigoni.e.f.g.iõqz trigincuplũ hui⁹ est equale sexagincuplo illi⁹:sequit ut trigincuplũ.e.b.in.e.f.sit equale oibus superficiebus ycocedri piter acceptis qd̃ erat demõstrãdũ. ¶ Manifestũ igitur ẽ qz porportio superficierũ figure duodecim basiũ in aliqua spera ꝓtente ad supficies figure viginti basium in eadẽ spera cõclude:ẽ tanq̃z ꝓportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodeci basiũ z sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsũ latus pentagoni:ad tetragonũ contentũ sub latere trianguli ipsius figure viginti basiũ z perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsũ latus trianguli corporis viginti alchaidaz. ¶ Qd̃ per illud correl. ꝯcludit vez esse siue figura.12.basiũ z figura.20.basiũ sint ab eadẽ spera circũscriptibiles vt ꝓponit:siue etiã fuerint circũscriptibiles a diuersis speris: ꝓponit autẽ ꝓut hee figure sint circũscriptibiles ab eadẽ spera qm̃ hoc modo valet z sufficit ad ꝓpositũ. Ei⁹ ergo cõmunis veritas sic pz.cõstat eni ex.6.hui⁹ qz trigincuplũ.a.d.in.b.c.equũ ẽ oibus superficiebus duodecedri piter acceptis cuius pentagonus.a.est vna ex.12.supficiebus z ex hac .7. ꝯstat silr qz trigincuplũ.e.b.in.f.g.equũ ẽ oibus supficieb⁹ ycocedri piter acceptis cuius trigonus.e.est vna ex.20.basibus siue illud duodecedron z istud ycocedron eadẽ spera circũscribat siue diuerse.itaqz ꝓportio trigincupli.a.d in.b.c.ad omnes supficies illius duodecedri piter acceptas ẽ sicut trigincupli.e.b. in.f.g.ad omnes supficies ycocedri piter acceptas:vtrobiqz eni est ꝓportio equalitatis:quare permutatim trigincuplũ.a.d.in.b.c.ad trigincuplũ:e. b.in .f.g. sicut omnes superficies illi⁹ duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri z per.15. quinti trigincupli ad trigincuplũ ẽ sicut simpli ad simplũ. Constat igit̃ p.11.quinti qz ꝓportio omniũ supficiez illius duodecedri ad oẽs supficies huius ycocedri ẽ ei⁹ quod fit ex.a.d.in.b.c.ad id qd̃ fit ex.e.b.in.f.g.z hoc ẽ qd̃ ex corrolario ꝓponit̃.

Propositio .8.

Proportio cunctarũ superficiez corporis duodecim basium piter acceptaz ad cũctas supficies corpis viginti basium piter acceptas que ab vna spera ãbo circũscribunt̃ est tanq̃z ꝓportio lateris cubi quẽ circũscribit eadẽ spera ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Ut ab huius.8. demõstratiõis libri 14. ꝓcessu ambiguitas oĩs abscedat:istud prescire oportet. Qd̃ si aliq̃ linea ꝟm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoqz extrema fuerit diuisa z ex medietate eius tanq̃z dimidiũ sue maioris portionis detrahat̃:ipsa quoqz medietas ꝟm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoqz extrema diuisa erit z ei⁹ maior portio ẽ tanq̃z dimidiũ maioris sue duple.verbi grã sit.a.b.diuisa ꝟm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoqz extrema in.c. z maior eius portio sit.a.c. z sit.d.e.tanq̃z dimidiũ.a.b. z.d.f.tãq̃z dimidiũ.a.c.dico ergo qz.d.e.diuisa ẽ i.f.ꝟm ꝓportiõem hñtem mediuz duoqz extrema z maior portio ei⁹ ẽ.d.f. ꝯstat eni ex.15.q̃nti qz ꝓportio.a.b.ad.a.c.ẽ sicut.d.e.ad.d.f.vz dupluz ad dupluz tãq̃z simplũ ad simplũ q̃re pmutati.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.igit̃ p.19.q̃nti.c.b.ad.f.e. sicut.a.b. ad d.e.ẽ itaqz.c.b.dupla ad.f.e.sic eni ẽ.a.b.ad.d.e.cũ igit̃ tota.e.b.sit dupla ad totã.d.e. z sigle ptes.a.b.ad siglas ptes.d.e.q̃re ex.15.q̃nti z.11.ei⁹dẽ z dione linee



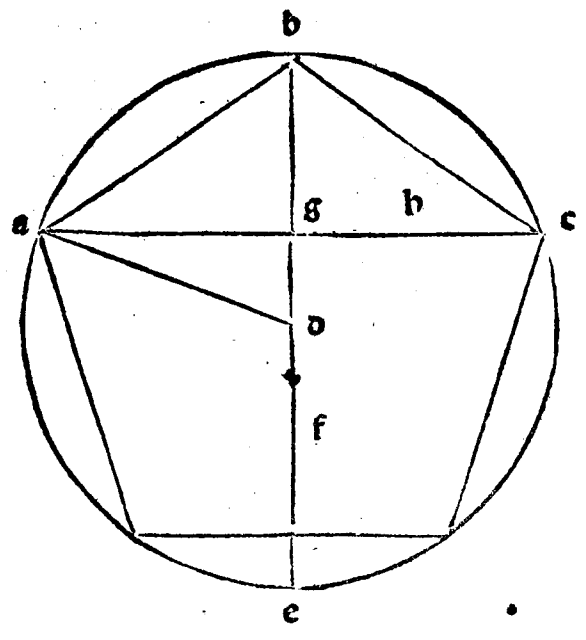
diuise ꝺm ꝓportiõem hñtem mediũ duoqꝫ extrema erit linea.d.e.diuisa i.f.quẽad modũ ꝓponit. Nũc igit demõstrationi eiꝰqꝺ ꝓpositũ ẽ isistamꝰ. Ad cuiꝰexẽplũ sit a.b.c.circulꝰcuiꝰ centꝝ.d.circũscribẽs pentagonũ duodecedri ⁊ trigonũ ycocedri q̃ ambo piter eadẽ spera circũscribit ⁊ ꝯcludit.nã ex.5.huiꝰmanifestũ ẽ ꝙ idẽ circulꝰ huius pentagonũ ⁊ illiꝰ trigonũ circũscribit.sit aũt linea.a.b.latus pentagoni ⁊ linea.a.c.trigoni.sitqꝫ linea.b.tanq̃ꝫ latus cubi ab eadẽ spera circũscripti: dico itaꝫ qꝫ ꝙ ꝓportio omniũ supficieꝝ duodecedri piter acceptaꝝ ad oẽs supficies ycocedri piter acceptas ẽ sicut linea.b.ad lineã.a.c. ꝓducat quidẽ a centro.d.ꝓpendicularis ad.a.b.que transeat vsqꝫ ad circũferentiã secans.a.b.in puncto.c.⁊ arcũ eiꝰ i puncto.f.hanc autẽ ꝓpendicularẽ ꝯstat diuidere ꝑ equalia tã lineã.a.b. q̃ꝫ eius arcum chordã quidẽ.a.b.ꝑ scdam ptẽ tertie tertijꝫ:arcũ vero eiꝰ ꝑ quartã ꝓmi ⁊.27.tertij.ẽ igit arcus.f.a decima ps circũferentie.subtendat itaqꝫ sibi chorda.a.f.q̃ erit latus decagoni equilateri eiusdẽ circuli.erit igit ex.9.tredecimi linea constans ex.d.f.f.a diuisa ꝺm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoqꝫ extrema.⁊ maiꝛ portio eius erit linea d.f.At vero ex prima huius.d.e.ẽ equalis dimidio.d.f.dimidioqꝫ.f.a.i longũ directũqꝫ cõiunctis.Sit igit.d.g.ꝓpendicularis ad.a.c.eritqꝫ ex corelario.8. tredecimi.g.d.tanq̃ꝫ dimidiũ.d.f.itaqꝫ si a linea.d.e.q̃ est tanq̃ꝫ dimidiũ.d.f.a.cũ.d.f ⁊.f.a.sit linea vna:detrabatqꝫ eq̃lis.d.g.q̃ ẽ tanq̃ꝫ dimidiũ.d.f.erit ꝑ illud qꝺ ante hoc ꝓbatũ ẽ linea.d.e.diuisa ꝺm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoqꝫ extrema et maiꝛ portio erit tanq̃ꝫ.g.d.ex demõstratione aũt.17.tredecimi cõstat qꝫ si linea b.q̃ ẽ latus cubi diuidatqꝫ ꝺm ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ duoqꝫ extrema maiꝛ portio eius erit tanq̃ꝫ.a.b.q̃ ẽ latus pentagoni figure.12.basiũ. itaqꝫ per scdam huiꝰ ꝓportio.b.ad.a.b.est sicut.d.e.ad.g.d.quare ꝑ primã ptẽ.15.sexti: qꝺ ꝓuenit ex b.in.g.d.equũ ẽ ei qꝺ fit ex.a.b.in.d.e.Ex corelario aũt premisse manifestum est qꝫ ꝙ ꝓportio omniũ supficieꝝ duodecedri cuius latus.a.b.piter acceptaꝝ ad oẽs superficies ycocedri cuius latus.a.c.pariter acceptas ẽ sicut eius qꝺ fit ex.a.b.in.d.e ad illud qꝺ fit ex.a.c.in.g.d.igit ex prima ptẽ.7.quinti ⁊.11.eiusdẽ ꝓportio eiꝰ qꝺ ꝓuenit ex.b.in.g.d.ad illud qꝺ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ẽ sicut omniũ superficieꝝ illiꝰ duodecedri ad oẽs huius ycocedri.At vero eius qꝺ ꝓuenit ex.b.in.g.d.ad illꝺ qꝺ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ẽ ꝑ primam sexti sicut.b.ad.a.c.itaqꝫ ꝑ.11.quinti ꝓportio omniũ supficieꝝ illius duodecedri ad oẽs huius ycocedri ẽ sicut .b.ad.a.c. quod ẽ ꝓpositũ.Hoc ipsũ aliter probare poterimꝰ.si ad ipsũ huius antecedens necessarium ꝓmiserimꝰ quod est.¶ Si circulo cuilibet pentagonus equilaterus inscribatur rectangulũ ꝙ sub dodrante diametri ipsius circuli et sub dextante ipsius linee angulũ ipsius pentagoni subtendentis continetur eidẽ pentagono equũ eẽ ex necessitate oportet.¶ Maiores nostri vnũqꝺqꝫ integꝝ in.12.ptes eq̃les intellectu ⁊ rõne diuiserũt oẽsqꝫ eas sil̃.hoc ẽ ipm totũ assem: vocauerunt vndecim vero eaꝝ dixerũt deuncẽ.decẽ aũt dextantes. nonẽ dodrantẽ.octo vero bisse.at septũcẽ septãtẽ vel quicũcẽ.sex aũt semis:quiqꝫ quiquincẽ.q̃tuor trientẽ.tres aũt q̃drãtẽ.duas vero sextãtẽ.vnã aũt appellauerũt vnciã easqꝫ ꝑ ordinẽ talibꝰ designauere figuris q̃ sepissime inueniũt i antiqs libris

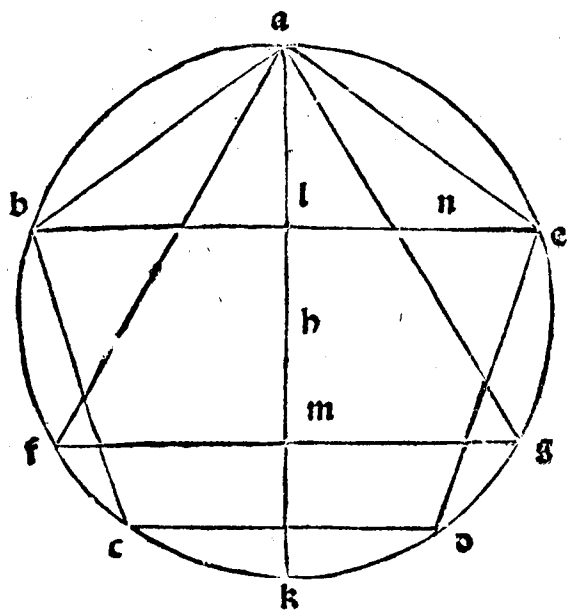
As	Deunx	Dextans	Dodrans	Bisse	Septunx
Semis	Quantunx	Triens	Quadrãs	Sextans	Uncia

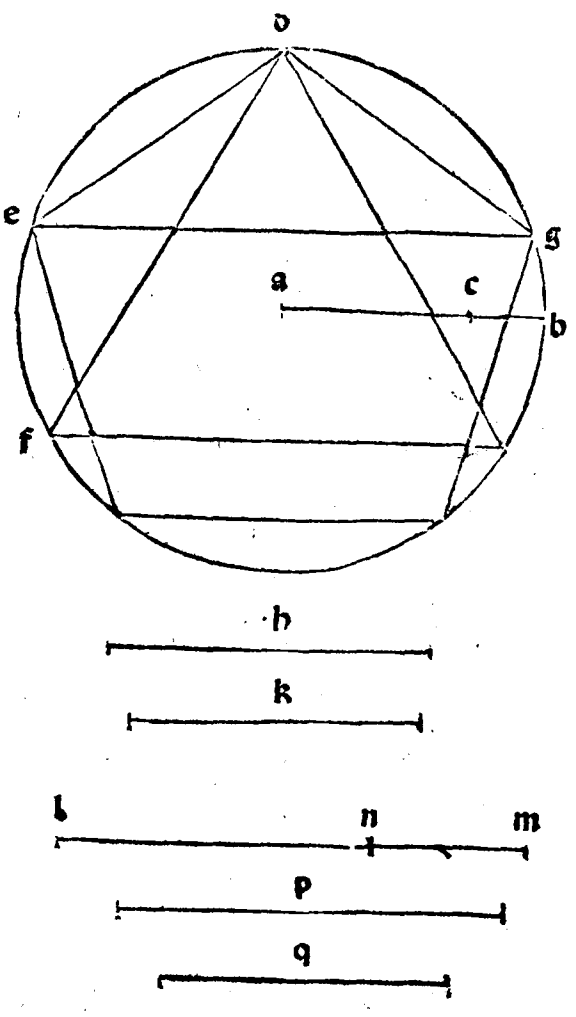
¶ Vnciã quoqz quã duodecimã ptẽ assis fore dixim⁹ ĩ alias rursꝰ .12. fractiões. Sz alia via diuiserũt. nã medietatẽ vncie dixerũt semivnciã. tertiã vero duellã. quartã sicilicũ. sextã sexculã. octauã dragmã. duodecimã semissiclam. decimãoctauã tremissem. vigesimã quartã scrupulũ. quadragesimã octauã obulũ. septuagesimã secũdã bissiliquã. nonagesimã sextã ccracẽ. Vltima vero q̃ ẽ centesima quadragesima q̃rta ps ipius vncie siliquã nominauerũt. His aũt .12. fractionibus vncie posterio:es adiunxere calcũ. Est aũt calcus centesima nonagesima scõa ps vncie: cui⁹ additionis cã fuit vt vsqz ad minimũ extremũ diatesseron ⁊ diapente symphoniaz tonoz semitonoz̃ꝗz interuallis distinctaz haz fractionũ denoiatio cõscẽderet vt cõtenderet ⁊ ipsas omnes ẽm ordinẽ talibus annotauere figuris.

ℒ	2̄	♆	3̄	☽	4̄	♋	6̄	☌	8̄	♆	12̄	♅	18̄
Semiũciã		Duella		Sicilicꝰ		Sexcula		Dragma		Emiſſecla		Tremiſſis	
♓	24̄	♈	48̄	♐	72̄	♑	96̄	♄	144̄	♎	192̄		
Scrupulus		Obulus		Biſſiliqua		Cerates		Siliqua		Calcus			

¶ Eius ergo qõ dicit: sensꝰ ẽ: q̃ si in aliquo circulo pentagonꝰ eq̃lateris inscribat illud qõ fit ex tribꝰ q̃rtis diametri circuli ĩ quinqz sextas linee subtẽdẽtis vnũ ex angulis inscripti pentagoni eq̃le ẽ pentagono. verbi grã. Sit circ'ls. a.b.c. sup cẽtz. deiqz ex. 11. q̃rti inscribat pentagonꝰ equilaterꝰ cui⁹ duo latera vnũ ex suis angulis ꝓtinẽtia sint. a.b. ⁊ b.c. ⁊ angl'o. b. subtendat linea. a.c. ⁊ ꝓtrahat diameter. b.d. e secãs lineã. a.c. p eq̃lia in puncto. g. sitqz. d.f. medietas. d.e. ⁊ g. b. dupla ad. b.c. eritqz. b.f. dodrãs diametri: ẽ eni tres q̃rte ipsi⁹ ⁊ a.b. erit dextãs vel sextãs. a.c. ẽ eñ. 5. sexte eius: ꝓtrahat aũt linea. a.d: dico q̃ illud qõ ꝓuenit ex. b.f. in. a.b. ẽ eq̃le pẽtagono inscripto circulo. cũ eñ. a.g. sit ꝓpendicularis ad. b.d. erit ex. 41. ꝑmi ⁊ illud qõ ꝓuenit ex. b.d. in. a.g. duplũ ẽ ad triangulũ. a.b.d. iõqz qõ ꝓuenit ex. b.f. in. a.g. triplũ erit ad eundez triangulũ ⁊ qõ ꝓuenit ex. b.f. in. b.g. duplũ ⁊ ex. b.f. in totã. a.b. quincuplũ. cũ itaqz totus pentagonꝰ quintuplꝰ sit ad cũdẽ trianglm cõstat q̃ istud qõ fit ex. b.f. in. a.b. ẽ eq̃le pentagono ⁊ illud erat demõstrãdũ. Qõ igit ex ꝓncipio ꝓpositũ ẽ nunc alia via sicut ꝑmisimꝰ demõstremꝰ. sint itaqz circuli cui⁹ centz. b. inscripti pentagonꝰ figure. 12. basiũ ⁊ trigonꝰ figure. 20. basiuz q̃s eadem spera circũscribit. Constat eñ ex. 5. hui⁹ q̃ hui⁹ duodecedri pentagonꝰ ⁊ illius ycocedri trigonꝰ ab eodẽ circulo circũducent'. sitqz pentagonꝰ. a.b.c.d.e. ⁊ trigonus. a.f.g. ⁊ angulo. a. pentagoni subtendat linea. b.e. q̃ ex demõstratione. 17. tredecimi erit latꝰ cubi quẽ eadẽ spera cõcludit: ꝓtrahat itaqz diameter. a.b. k. fe/rians orthogonaliter ⁊ p equalia vtrãqz duaz linea. b.c. ⁊ f.g. hãc q̃dẽ i puncto. l illã vero in pũcto. m. dico q̃ q̃ ꝓportio oiuz superficiez duodecedri ad oẽs ycocedri quoz pentagonꝰ ⁊ trigonus ꝓpositio circulo sint inscripti ẽ sicut linee. b. e. que est latus cubi ab eadẽ spera conclusi ad lineam. f.g. que est latus trigoni ycocedri. constat enim ex corelario octaue tredecimi q̃ linea. b.m. ẽ dimidiũ linee. a.b. iõqz. a. n. erit dodrans diametri. a.k. ẽ eñ eius tres quarte. sit ergo. l.n. dupla ad. n.e. eritqz. b.n. dextans. b.e. est eñ quita eiꝰ sexte. itaqz per ꝓmissũ añs qõ prouenit ex. a.m. in. b.n. erit equale pentagono. a.b.c.d.e. qõ autẽ ꝓuenit ex. a.m. in. m.f. ẽ equale triangulo. a.f.g. igit ex prima sexti ꝓportio pentagoni ad trigonũ est sicut b.n. ad. m.f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigincuplũ istiuz trigoni sint duodecupli linee. b.n. ad vigincuplum linee. m.f. qõ ex. 15. quinti ⁊ equa proportionalitate manifestum est duodecuplum autẽ. b.n. ẽ tanq̃z decuplum. b.c. nã. 12.







dextātes coequāt.x.asses hoc est.x.tota: vigincuplū vero.m.f.ē tanq̄z decuplū.f.g nam.f.g. est dupla ad.m.f.igit duo decupli istius pentagoni ad vigincuplū istius trigoni est sicut decupli.b.e.ad decuplū.f.g.z q2 duodecuplū illi9 pentagoni ē oēs superficies duodecedri: vigincuplū autē huius trigoni est omnes supficies ycocedri z quia per.15.quinti decupli.b.e.ad decuplū.f.g.sicut.b.e.simple ad.f.g.simplam erit per.11.quinti ꝓportio omniū superficiez duodecedri pariter acceptaz ad oēs superficies ycocedri pariter acceptas sicut.b.e.ad.f.g.Et hoc ē quod oportuit nos demonstrare.

Propositio .9.

Diuisa q̄libet linea scōm ꝓportionē habētē mediū duoq3 extrema erit ꝓportio linee potētis supra totā lineā ei9q3 maiorē portionē ad lineā potētē supra totā eiusdēq3 minorē portionē tāq̄z ꝓportio lateris cubi ad lat9 triāguli corpis viginti basiū vna cū cubo ipso ī eadē spera ꝓtenti.

Sit linea.a.b.diuisa scōm proportionē habentē mediū duoq3 extrema z maior portio eius sit linea.a.c.z super centz.a.ſm quantitatē lince.a.b. describaſ circul9 d.b.e.eiq3 inscribaſ ex.11.quarti pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. d.e. z ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit. d.f.z vni ex angulis pentagoni qui sit.d.subtendatur linea.e.g.Constat igit ex.5. hui9 q̄ spe/ra circūscribens duodecedron cuius pentagoni latus est.d.e .circūscribit sil' ycoce/dron cuius trianguli latus ē.d.f.z ex demōstratione. 17.tredecimi manifestum ē q̄ eadem spera circumscribit cubum cuius latus est.e.g.sumaſ ergo linea.b.potēs super totam.a.b.z eius maiorem portionem .a.c.z sumaſ.k.potens super totam a.b.z minorē eius portionem .b.c.dico itaq3 q̄ ꝓportio.e.g.ad.d.f. hoc ē lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cū ipso cubo ab ipsa spera contenti: ē sicut.b. ad.k.cōstat q̄dē q̄ ex corrclario. 15.q̄rti q̄.a.b.ē tanq̄z lat9 exagoni equilateri cir culo.b.d.e.inscripti: igit ex tertia huius.a.c.est tāq̄z latus decagoni eiusdē circuli itaq3 per. 10.13.d.e.potens ē super totā.a.b.z eius maiorē portionē.a.c.quare.d. e.est equalis.b.nā quadratum vtriusq3 earum tantū est quantū quadrata duaz li neaz.a.b.z.a.c.piter accepta: p3 autē ex octaua.13.q̄.d.f.est tripla potentialiter ad.a.b.At vero ex.5. eiusdē patet q̄.k.quoq3 tripla est potentialiter ad.a.c. ergo ex secunda parte.21. sexti ꝓportio.d.f.ad.a.b.ē sicut.k.ad.a.c.quare ꝑmutati.d. f.ad.k.sicut.a.b.ad.a.c.z quia ex demonstratione.17.tredecimi manifestū ē q̄ si e.g.diuidaſ ſm ꝓportionē habētē mediū duoq3 extrema maior portio eius erit tā q̄z .d.e.erit ꝑ scōam huius ꝓportio .e.g.ad.d.e.sicut.a.b.ad.a.c. q̄re ꝑ.11.quinti erit quoq3 .e.g.ad.d.e.sicut.d.f.ad.k.z ꝑmutatim.e.g.ad.d.f.sicut.d.e.ad.k. Et q2 per primā ptē.7. quinti.d.e.ad.k.sicut.b.ad.k.co q̄.d.e.z.b.sunt equales erit per.11.quinti.e.g.ad.d.f.sicut.b.ad.k.q̄ est propositū. Nō solū aūt est ꝓportio e.g.lateris cubi ad.d.f.latus trianguli ycocedri sicut.b.ad.k. imo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alterā: quarum altera potest sup totā quā libet lineam diuisam ſm proportionem habentem medium duoq3 extrema z sup eius maiorem portionē: altera vero super totam z eius minorem portionē.nā sin/gulaz linearum taliū ē proportio vna: verbi gratia.maneāt priores ypotheses cir/ca lineas.a.b.b.z.k. z sumatur quoq3 quelibet alia linea q̄ sit.l.m. diuisa ſm pro/portionē habētem medium duoq3 extrema in.n.z portio maior sit.l.n.sitq3 linea. p. potens super totam.l.m. z eius maiorem portionem.l.n. z linea.q.sit potens

ſuper totam.l.m.ꝛ eius minorẽ portionẽ.m.n.dico ergo ꝙ ꝓportio.p.ad.q.eſt ſi cut.b.ad.k.cõſtat enī ex ſcõa huiꝰ ꝙ.b a.ad.a.c.ẽ ſicut.l.m.ad.l.n.ergo p ꝑmam ptẽ.21.ſexti quadrati.b.a.ad quadratũ.a. c.ẽ ſicut q̃drati.m. l.ad quadratũ. n.l. quare coniunctim quadrati.b.ad quadratũ.a.c.ſicut quadrati.p.ad quadratũ.l.n ꝛ permutatim quadrati.b.ad quadratũ.p.ſicut quadrati.a.c.ad quadratum.l.n. Eodẽ argumẽtationis genere ſequiť ꝙ ꝓportio quadrati.k.ad quadratũ.q .eſt ſi cut quadrati.c.b.ad quadratũ.n m.ꝛ qꝛ ex ſcõa huius ex prima pte.21.ſexti qua/ dratũ.a.c.ad quadratũ.l.n.ſicut quadratũ.c.b .ad quadratũ.m.n.erit ex.11.quiti quadratũ.b.ad quadratũ.p.ſicut quadratũ.k.ad quadratũ.q.quare p ſcõam ptẽ 21.ſexti.b.ad.p.ſicut.k.ad.q.Et pmutatim.b ad.k.ſicut.p.ad.q.qõ erat demon/ ſtrandũ.ꝛ ne quiſq̃ dubitationis locus ea que demõſtrãda reſtant obfuſcet :pre/ mittenda adhuc arbitramur quedã quibus ſequẽtia firmo demõſtratiõis robore incõcuſſa permaneant.

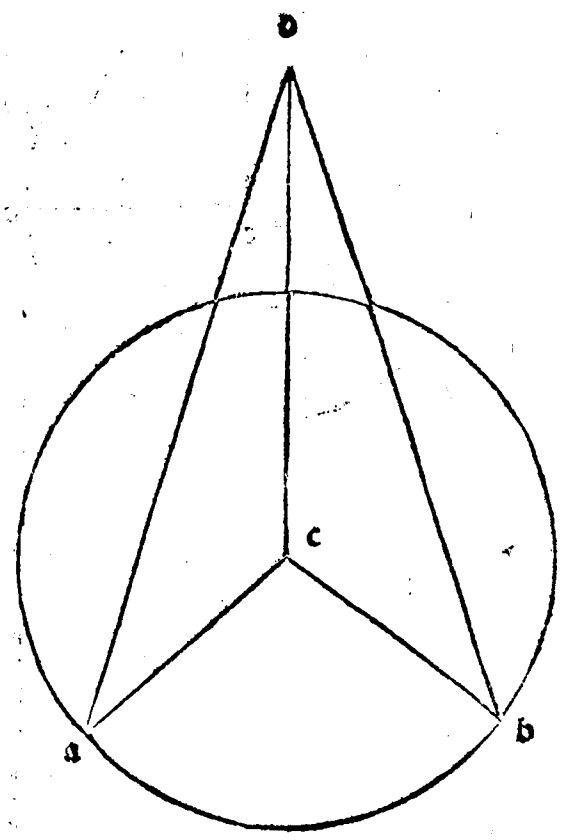
¶Si aliqua plana ſuperficies ſperam quãlibet ſecet cõis differentia plane ſuperficiei ſecantis ꝛ curue ſuperficiei ſpere erit circumferentia continens circulum.

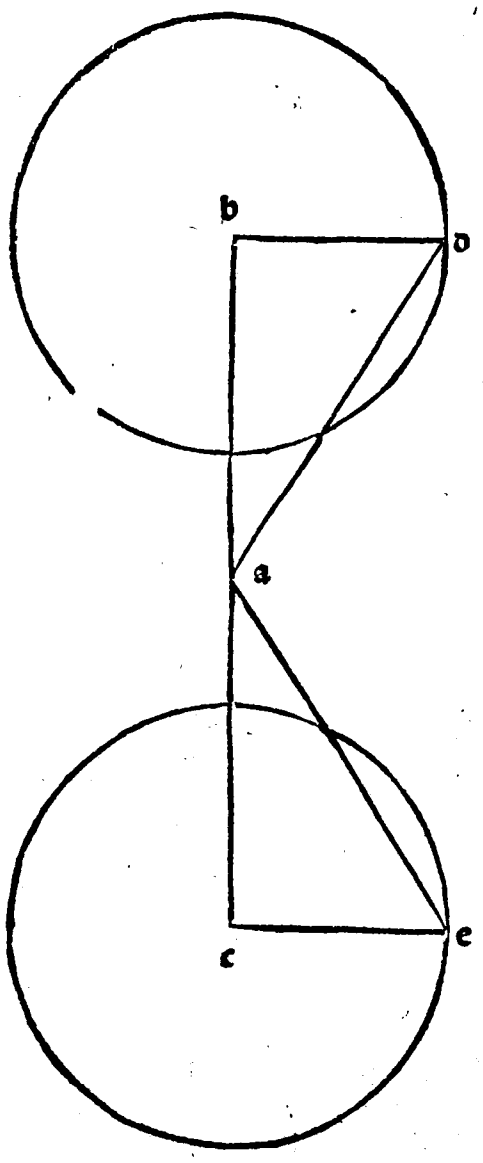
¶Sit igiť aliqua plana ſupficies ſecans ſperam ꝛ ſit linea.a.b.cõis ſectio ſupficiei ſecantis ꝛ ſupficiei ſpere.dico ꝙ linea.a.b.eſt circũferentia circuli.aut enī centrum ſpere eſt in plana ſupficie ſecante.aut extra.Qõ ſi fuerit in ea ponať vbicunq; ꝓti gerit ꝛ ſit.c.Quia ergo tota linea.a.b.ẽ in ſupficie ſpere ꝛ qꝛ omnes linee ducte a centro ſpere ad ipſius circũferentiã ſunt equales quẽadmodũ conſtat ex diffinitio ne ſpere.ſequitur vt omnes linee ducte a puncto.c.ad lineã.a.b.ſint equales.ẽ igiť ex diffinitione circuli ſuperficies quã continet linea.a.b.circulus ꝛ eius centꝛ ẽ .c. videlicet idẽ ꝙ centꝛ ſpere.ſi aũt centrũ ſpere fuerit extra ſuperficiẽ ſecantẽ: pona tur ergo vbilibet qõ ſit.d.a quo bin doctrinã.11.vndecimi ducať linea.d.c.perpen/ dicularis ad ſupficiẽ ſecantẽ ꝛ ꝓtrahanť ab eodẽ centro.d.due linee recte qũocũq; contingat ad lineã.a.b.que ſint.d.a.ꝛ.d.b.ꝛ iungať.c.cũ.a.ꝛ cũ.b.eruntq; due li nee.d.a.ꝛ.d.b equales eo ꝙ ipſe ſunt a centro ſpere ad ſuperficiem eius:ex diffi/ nitione autẽ linee perpendicularis ad ſuperficiẽ.manifeſtũ eſt ꝙ anguli.d.c.a.ꝛ.d c.b.ſũt recti:ideoq; ex penulť.primi ꝛ iſta cõi ſcia:que equalibus ſũt equalia ĩter ſe ſunt equalia:erunt quadrata duaꝝ lineaꝝ.c.d.ꝛ.c.a.pariter accepta equalia qua/ dratis duaꝝ lineaꝝ.d.c.ꝛ.c.b.pariter acceptis :dempto itaq; vtrinq; quadrato.d c.erit quadratũ.c.a.equale q̃drato.c b.quare ꝛ linea .c.a.linee.c.b. Eodẽ argumẽ tationis genere neceſſe eſt omnes lincas ductas a puncto .c.ad lineã.a.b.eẽ ęq̃les ergo ex diffinitione circuli ſupficies quã continet linea.a.b.eſt circulꝰ ꝛ eiꝰ centruꝫ eſt.c.quod eſt propoſitum.

¶Ex hoc itaq; manifeſtum eſt ꝙ cum ſuperficies ſecat ſperam ſuper centrum eius ſectoꝛ ꝓueniens in ſuperficie ſpere eſt linea continens circulum cuius centrum eſt centrum ſpere.Cum autem ſuperficies ſe cat ſperam non ſuper centrum eius ſectoꝛ quoq; proueniens i ſuper ficie ſpere eſt linea continẽs circulũ cuius centꝛ ẽ punctus ille in quo incidit ꝑpendicularis ducta a centro ſpere ad ſuperficiem ſecantem.

¶Amplius autem dico ꝙ

¶Si in ſpera aliqua fuerint circuli equales ꝑpendiculares ducte a cẽ tro ſpere ad ſupficies illoꝛum circuloꝛum erunt adinuicem equales.





¶Sint i ſpera cuius centꝝ .a. ſignati duo circuli .b.ꝛ.c. equales ad quoꝝ ſupficies ꝓtrahanꝫ a centro ſpere videlicet a puncto .a. perpendiculares ꝟm qꝫ docet .11. vn decimi: ad hunc quidē .a.b. ad illū autē .a.c. dico qꝫ due linee .a.b.ꝛ.a.c. ſūt equa/les: ꝓtrahanꝫ eni a punctis .b.ꝛ.c. ſingule linee recte ad circūferentias illoꝝ circu/loꝝ ꝓut libuerit: in hoc quidem .b.d. in illo aūt .c.e.ꝛ iungaꝫ .a. cū .d.ꝛ cum .e. erit qꝫ ex diffinitione linee ſupra ſuperficiē ꝓpendiculariter ſtantis vtriqꝫ duoꝝ angu loꝝ .a.b.d. a.c.e. rectus. At vero ex ſcōa ꝑte ꝑmiſſi corrolarij. ¶Manifeſtū ē qꝫ duo puncta .b.ꝛ.c. ſunt centra circuloꝝ .b.c. ideoqꝫ due linee .b.d. ꝛ.c.e. ſunt ſemidia/metri eoꝝ: qui circuli cū ponanꝫ equales ſequiꝫ ex diffinitione equaliū circuloꝝ bas ſemidiametros eſſe equales: ꝛ quia due linee .a.d.ꝛ.a.e. ſunt equales qꝛ ſunt ducte a centro ſpere ad eius ſupficiē: erunt ex penulꝫ primi due ꝓpendiculares .a.b.ꝛ.a.c equales qđ oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad ꝓpoſitum redeamus.

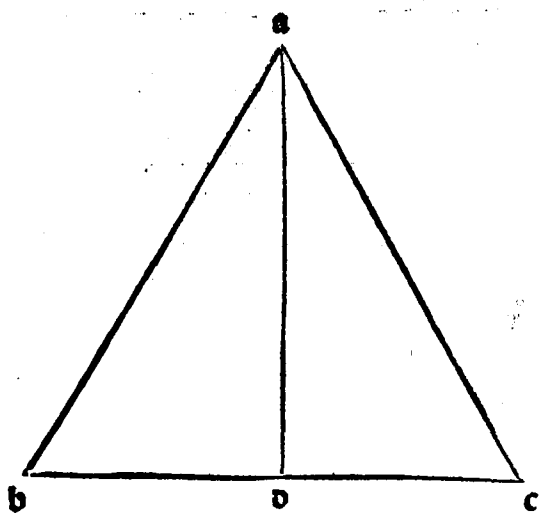
¶Propoſitio .10.

¶Proportio corporis duodecedri ad corpꝰ ycocedri qꝫ am bo vna eadēqꝫ ſpera icludit: eſt ſicut omniū ſuperficierū eius ꝑiter acceptaꝝ ad oēs ſupficies illius ꝑiter acceptas ¶hoc eſt qđ ſuperius poſt demonſtrationē prime huius auctorita te Ariſtei ꝛ apollonij cōmemorauimus cuiꝰ demonſtratio ex his q̄/premiſſa ſunt euidenter elicit. Ex quinta quidē huius manifeſtū ē qꝫ circuli quoꝝ alter circūſcribit pentagonū duodecedri: reliquꝰ vero trigonū ycocedri que ambo corpora ſpera vna cohercet ſunt adinuicem equales: itaqꝫ erunt perpendiculares a centro ſpere ad ſuperficies omnium circuloꝝ circūſcribentium pentagonos hu/ius duodecedri ꝛ trigonos illiꝰ ycocedri i eoꝝ centra cadentes adinuicem equales ſicut ex premiſſis manifeſtū ē nam omnes hi circuli teſte .5. huius ſicut dictū ē eq̄/les ſunt ſibi adinuicē piramides: igitur quaꝝ ſunt baſes pentagoni duodecedri co ni autē eaꝝ ſunt centꝝ ſpere atqꝫ piramides quaꝝ baſes ſūt trigoni ycocedri: ꝛ co ni eaꝝ ſimiliter centrū ſpere ſunt eque altē cunctaꝝ quidē piramidū altitudinē mē ſurant vel determinant a conis ad baſes ꝓpendiculares cadentes: piramides autē eque altas ſuis baſibus ꝓportionales eſſe oportet quēadmodum in .6. duodecimi probatū eſt: itaqꝫ proportio piramidis cuius baſis pentagonus duodecedri ad pi ramidē cuius baſis trigoni ycocedri ē ſicut iſtius pentagoni ad hunc trigonū. iōqꝫ per .24. quinti ꝓportio duodecupli illius piramidis cuius baſis pentagonus duo decedri ad piramidē cuius baſis trigonus ycocedri ſicut duodecupli illius pentago ni ad hunc trigonū. hec aūt .12. piramides quaꝝ ſunt baſes .12. pentagoni duode/cedri ſunt tanq̄ꝫ totū corpus ipſius duodecedri. At .12. pentagoni tanq̄ꝫ oēs ſuper ficies eius: itaqꝫ ꝓportio corporis duodecedri ad piramidē cuius baſis eſt trigo/nus ycocedri ē ſicut ꝓportio omniū ſupficieꝝ duodecedri ad trigonū ycocedri. qua re rurſus ex .24. quinti ꝓportio corporis duodecedri ad vigincuplū illius pirami/dis cuius baſis eſt trigonus ycocedri ē ſicut omniū ſupficieꝝ duodecedri ad vigin cuplū trigoni ycocedri. cū igit̄ vigincuplū huius piramidis ſit tanq̄ꝫ totū corpꝰ yco cedri ad vigincuplū iſtius trigoni tanq̄ꝫ omnes ſuperficies ipſiꝰ ycocedri erit ꝓ/portio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna cadēqꝫ ſpera con/cludit ſicut ꝓportio omniū ſupficieꝝ corꝑis duodecedri ꝑiter acceptaꝝ ad omnes ſuperficies corporis ycocedri ꝑiter acceptas. hoc aūt eſt predictoꝝ philoſophorum de proportione hoꝝ duoꝝ corporꝝ ſententia fixa ſolidaqꝫ demōſtratiōe roborata.

cui quoqz adiſciendū eſt hoc.nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis ycocedri vna cū ipſo cubo ab eadē ſpera cōcluſi ſit ſicut ꝓportio omniū ſuperficiey corporis duodecedri piter acceptay ad omnes ſuperficies ipſius ycocedri in eadem ſpera cōcluſi ſicut ex.8. huius demonſtratū eſt:erit ex.11.quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo ſpera vna circūuolvit tāqz ꝓportio lateris cubi eidēqz ſpere inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni ycocedri. Amplius aūt qr diuiſa qualibet linea ꝟm proportionē habentē mediū duoqz extrema eſt proportio linee potentis ſuper totā ꝛ eius maiorē portionē ad lineā potentē ſuper totā ꝛ eius minorē portionē ſicut lateris cubi alicuiꝰſpere inſcripti ad latus trigoni corporis ycocedri ab eadē ſpera circūducti ſicut ex.9. huius demonſtratum ē erit etiā ex. 11.quinti vt diuiſa qualibet linea ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoqz extrema ſit ꝓportio linee potentis ſuper totā ꝛ eius maiorē portionē ad lineā potentē ſuper totā ꝛ eius minorē portionē veluti ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna atqz eadē ſpera circūſcribit. Ex dictis igiť manifeſtum eſt qꝫ ꝓportio lateris cubi alicui ſpere inſcripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem ſpera circūſcripti .itemqz ꝓportio cunctay ſuperficiey duodecedri ad cunctas ſuperficies ycocedri que ambo ſup eadē ſpera circūſcribit. Et rurſus ꝓportio linee potentis ſuper quālibet lineā diuiſā ꝟm proportionē habentē mediū duoqz extrema:et ſuper eius maiorē portionē ad lineā potentē ſuper eandē ꝛ ſuper eius minorē portionē atqz itey ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademqz ſpera cobercet eſt proportio vna. Mirabilis itaqz eſt potentia linee ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoqz extrema diuiſe:cui cū plurima pholoſophātiū admiratione digna cōueniāt hoc p̄ncipiū vel p̄cipuū ex ſuperioꝝ p̄cipiōꝝ inuariabili ꝓcedit natura vt tā diuerſa ſolida tū magnitudine tum baſiū numero tū etiaz figura irrōnali quadam ſimphonia rōnabiliter conciliet. Quippe demonſtratum eſt qꝫ proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus q̄ ambo ſpera vna coambit eſt quaſi ꝓportio linee potentis ſup quālibet lineā ꝟm p̄fatā proportionē diuiſā ꝛ ſuper eius maiorē partem ad quālibet lineā potentē ſuper eandem ꝛ eius minorē ꝑtem.quoniā vero de tribus ceteris corporib⁹ regularibus nō habem⁹ aliquid dictū ſtudeam⁹ de ipſis aliquid dicere.

Propoſitio .11.

In omni triangulo equilatero ſi ab vno angulorum eius perpendicularis ad baſim ducatur latus eiuſdem trianguli ad ipſā ꝑpēdicularē potentialiť ſexquitertiū eē ꝓueniet.



Sit eni triangulus equilaterus.a.b.c.ducaťqz ab angulo.a. linea a.d. ꝑpendicularis ad baſim:dico qꝫ. a.b. ē potentialiť ſexquitertiū ad.a.d.ſunt quidē ex.5. p̄mi duo anguli.b.ꝛ.c.eq̄les ꝛ quia anguli ad.d.ſunt recti erit ꝑ.26.p̄mi linea.b.c. diuiſa ꝑ equalia in p̄ncto.d.itaqz ex quarta ſcōi quadratū b.c.q̄druplū ad q̄dratū.b.d.iōqz etiā q̄dratū.a.b.q̄druplū ē ad q̄dratū. b.d. Eſt eni triangul⁹ equilater⁹ q̄re ꝑ penuľ.primi q̄drata duay lineay.a.d.ꝛ.b.d.pariter accepta quadruplū ſūt ad q̄dratū.b.d.itaqz q̄dratū.a. d. triplū ē ad q̄dratū. b.d. cōſtat ergo ꝓpoſitū.

Propoſitio .12.

Omnis trigonus equilaterus cuius ē latus rōnale ſuperficies medialis eē ꝓbaťur. Sit vt prius triangulus.a. b.c.equilaterus ꝛ ſit latus eius .a.b.rōnale ſiue i longitudine ſiue i potentia tm̄ dico itaqz qꝫ ipſe triāgulus ē ſuperficies medialis: ducaťur eni ꝑpēdicu-

laris.a.d.ab angulo.a.ad baſim:critq3 ex premiſſa et ex.6.decimi ꝛ dione ſuper/ficiei rõnalis quadratũ linee.a.d.rõnale ꝛ linea.a.d.rõnalis in potentia:ipſa autẽ ex vltima parte..decimi mediante premiſſa erit incõmenſurabilis linee.a.b.ideo/q3 ꝛ linea .b.d.que eſt tanq3 eius dimidiũ.ſunt itaq3 due linee.a.d.ꝛ.b.d.rõnales potentialiter tantũ cõicantes.igit ex.19.decimi ſuperficies vnius eaꝝ in alteram eſt medialis.cunq3 ſuperficies vnius earum in alterã ſit equalis trigon o.a.b.c.ꝓſtat verũ eſſe quod diximus.

Propoſitio .13.

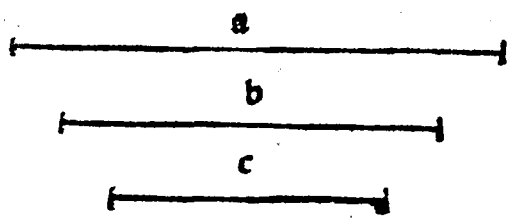
Uncte ſuperficies vtriuſlibet duoꝝ ſolidoꝝ quoruq3 alterũ eſt piramis quatuor baſium triangularium ꝛ equilateraꝝ reliquum vero eſt corpus octo baſium triangularium et equilateraꝝ pariter accepte:ſi diameter ſpere ea circum ſcribentis rõnalis fuerit componũt ſuperficiẽ medialem.

Nam ſi diameter ſpere altey duoꝝ propoſitoꝝ corporum circũſcribentis fuerit rõnalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tm̃:erit ex corrolario.13.tredecimi libri latus piramidis rõnalc in potentia ꝛ ex corrolario.15.eiuſdem latus quoq3 corpo/ris octo baſium rõnale in potentia.quare per premiſſam trianguli qui ſunt baſes vtriuſlib3 corpis erũt ſuperficies mediales.ꝛ qꝛ trianguli vtriuſlib3 eoꝝ ſibi adinuicẽ ſunt equales:erunt ex.21.decimi omnes ſuperficies vtriuſlib3 eoꝝ pariter accepte cõ/ponentes ſuperficiẽ medialem quẽadmodũ ꝓponitur.ꝛc.

Propoſitio .14.

I tetracedron ꝛ octocedron vna eademq3 ſpera circum/ſcribat erit vna ex baſibus tetracedri ſexquitertia ad vnã ex baſibus octocedri:oẽs aũt baſes octocedri ꝑter acce/ptas ad omẽs baſes tetracedri pariter acceptas ſexquial/terã ꝓportionẽ habere neceſſe eſt.

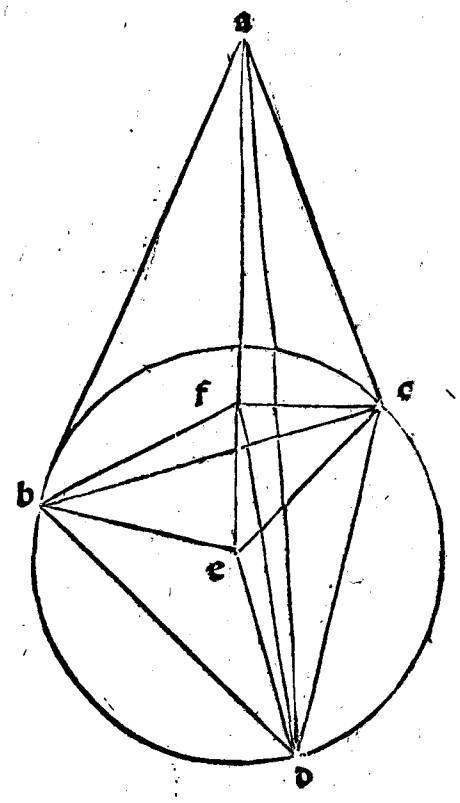
Sit aliqua ſpera cuius diameter.a.circũſcribens piramidem cuiꝰ latꝰ.b.ꝛ octo/cedron cuius latus .c.dico itaq3 ꝙ triangulus equilaterꝰ cuius latus.b. ſexquiter/tius ẽ ad triangulũ equilateꝝ cuius latus.c.ꝛ ꝙ ſuperficies quã ꝓponũt octo trian/guli equilateri cuiuſq3 quoꝝ ẽ latus.c.ſexquialtera ẽ ad ſuperfic em quã componunt quatuor trianguli equilateri cuiuſq3 quoꝝ eſt latus.b.cõſtat eni ex correl.13.trede/cimi ꝙ quadratũ.a.ad quadratũ.b.ſicut.6.ad.4.igit ecõuerſo quadratũ.b.ad q̃/dratũ.a.ſicut.4. ad.6.Ex corrolario vero.15.eiuſdẽ manifeſtũ eſt ꝙ quadratum.a. ad quadratũ.c.ſicut.6.ad.3.itaq3 per equã ꝓportionalitatẽ quadratũ .b. ad qua/dratũ.c.ſicut.4. ad.3.quadratũ aũt.b.ad quadratũ.c.ẽ ſicut trigonus equilaterus cuius latus.b.ad trigonũ equilaterũ cuius latus.c.Vtrobiq3 eni eſt ſicut.b .ad.c. ꝓportio duplicata ex ſecunda ꝑte.18.ſexti:igitur trigonus equilaterus cuius latus b.ad trigonũ equilateꝝ cuiꝰ latꝰ.c.ſicut.4.ad.3.quare cõſtat prima ps ꝓpoſiti. Ex quo euidenter elicit ſcõa:erit eni ꝑ conuerſã ꝓportionalitatẽ trigonꝰ equilaterus cuiꝰ latus .c.ad trigonũ equilateꝝ cuius latus.b.ſicut tria ad quatuor. iõq3 octuplum trigoni eqlateri cuiꝰ latꝰ.c.ad q̃druplũ trigoni eq̃lateri cuiꝰ latꝰ.b.eſt.ſicut octuplũ ternarij ad q̃druplũ q̃ternarij. hoc aũt ſicut.24.ad.16.ꝛ qꝛ octuplumtrigoni eq̃la/teri cuiꝰ latꝰ .c.ẽ omẽs baſes octocedri cuiꝰ latꝰ.c. ꝛ q̃druplũ trigoni eq̃lateri cuiꝰ latꝰ .b.ẽ oẽs baſes piramidis cuiꝰ latꝰ.b.ꝛ qꝛ ꝓportio.24.ad. 16.ẽ ſexqq̃altera ſeq̃ tur vt ſuperficies quã cõponunt oẽs baſes octocedri cuiꝰ latꝰ.c.ad ſuperficiẽ quã cõpo nũt oẽs baſes piramides cuiꝰ latꝰ.b.ſexq̃altera ſicut diximꝰ i ꝓportione reſpiciat.



Propositio .15.

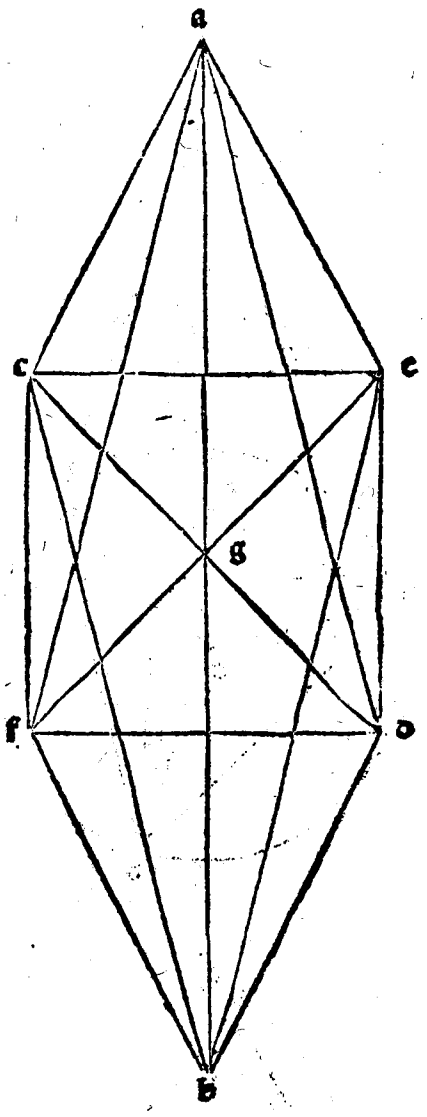
PIramide quatuor basium triangulariū atq; eqlaterarū intra sperā quālibet collocata si a quolibet angulor eius per centrum spere recta linea ad balim ducatur in centrū circuli balim circūscribentis eam cadere atq; eidem bali perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

¶Sit piramis .a.b.c.d .4. basium triangulariū atq; eqlaterar intra sperā aliquā cuius centrū sit .f.collocata ꝛ cū quilibet quatuor angulor istius piramidis possit esse conus eius at qlibz qruor triangulor basis Imaginemur nūc eius solidū āgulum.a.esse conū ꝛ triangulū .b.c.d.imaginemur esse basim atq; huic basi intelligamus circūscriptū esse circulū.b.c.d.debinc a puncto.a.quē imaginati sumus co/ num piramidis ducamus ad basim.b.c.d.lineā rectā transeuntē per punctū.f.qui est centrū spere circūscribentis piramidē de qua disputamus ꝛ occurrat hec linea superficiei .b.c.d. quā imaginati sumus basē piramidis sup punctū.e. dico igit̄ qp punctū.e.ē cētrū circuli .b.c.d.ꝛ qp linea.a.f.e.ē perpendicularis ad supficiē.b.c.d producam enim lineas.f.b.f.c.f.d.ꝛ qr quatuor puncta.a.b.c.d.sūt in superficie sperc cuius centr.f.ꝓpter hoc qp illā speram positū est circumscribere banc piramidem erunt omnes quatuor linee.f.a.f.b.f.c.f.d.adinuicem equales sunt enim ducte a centro spere ad eius superficiem:ergo qr duo latera.a.f.ꝛ.f.b.trianguli. a.f.b sunt equalia duobus lateribus.a.f.ꝛ.f.c.trianguli.a.f.c.ꝛ basis.a.b. bali.a. e.nā piramis posita est equilatera:erit ex octaua primi angulus.a. f.b. equalis angulo a.f.c.ideoq; p.13.primi āgul9 quoq;.b.f.e.crit eq̄lis āgulo.c.f.e.Eodē modo ꝓbabis angulū .d.f.e.esse equalē angulo.c.f.e.necesse est cui ex octaua primi ut angulus.a.f.e.sit equalis angulo.a.f.d.quare p.13.primi angulus quoq;.c.f.e.erit eq̄/ lis angulo .d.f.e.sunt igitur tres anguli.b.f.e.c.f.e.d.f.e.adinuicē equales.protractis igit̄ lineis.e.b.e.c.ꝛ.e.d.sequit̄ ex quarta primi bis assumpta eas esse adinui/ cem equales.ideoq; per.9. tertij punctus.e.ē centrū circuli.b.c.d. ꝛ qr perpendicularis ducta a centro spere ad superficiē cuiuslibet circuli eam secantis cadit sup centrū eiusdē circuli sicut ex his que ꝑmissa sūt videlicz ex his q̄ decimā hui9 immedi/ ate ꝓcedunt didicisti cōuincit̄ lineā.a.f.e.eē ꝓpēdicularē ad supficiem circuli.a.b.c. quēadmodū ꝓponit̄ .Sin aūt erūt eiusdē circuli duo cētra qd natura tanq̄z ipossibile exhorruit.



Propositio .16.

SOlidum octo basiū triangulariū atq; equilaterar qd̄ ab aliqua spera circūscribitur diuisibile est in duas piramides eque altas quar altitudo equalis ē semidiametro spere:balis autē vtriusq; quadratū qd̄ est sub duplū quadrato diametri spere. ¶Esto corpus octo basiū triangularium atq; equilaterar cuius sex anguli sint.a.b.c.d.e.f.circūscripta a spera cuius centrum.g constat itaq; qp sex puncta .a.b.c.d.e.f.sunt in superficie spere cuius centrum.g. si igit̄ centrū.g.iungatur cū quolibet hor sex punctor erūt due linee iūgentes ipsū eis adinuicē equales cū ipse sint a centro spere ad superficiē:cū aūt ex corel'.15.tredecimi sit diameter spere potentialiter dupla ad lat9 hui9 corpis erit ex quarta scōi latus huius corporis potentialiter duplū ad semidiametr spere.quadratū ergo.e. f. duplū ē ad quadratū.c.g.iōq; eq̄le duobus quadratis duar linear .c.g .ꝛ.g.f. itaq; p penul'.primi angulus .c.g.f.ē rectus.eadem rōne quisq; triangulor.f.g.d.



d.g.e.ꝛ.e.g.c.eſt rectꝰ quare ꝑ .14. p̃mi ꝛ.c.g.d.ꝛ.f.g.c.ẽ linea vna: igiť ex ſcõa.11 quinqꝫ puncta.c.f.d.e.g.ſunt in ſuꝑficie vna. Manifeſtũ ẽ aũt ex quinta primi: ꝛ 32.ciuſdẽ ꝙ quilibet quatuor angulorꝝ.c.c.d.f.ẽ rectus: igiť ex diffinitionc quadra ti ſuꝑficies.c.e.d.f.ẽ quadrata.ꝛ qꝛ latus cius ẽ latus ꝓpoſiti coꝛpoꝛis.conſtat ex coꝛꝛelario . 15. tredecimi iſtud quadratũ eſſe ſubduplũ q̃drato diametri ſpere. cõ/ ſiľi quoqꝫ rõcinatiõne ꝓſtat vtrãqꝫ duaꝝ linearꝝ.a.g.ꝛ.g.b.cũ q̃libet q̃tuoꝛ linearꝝ c.g.f.g.d.g.e.g.continere angulũ rectũ: iõqꝫ ex.4. vndecimi vtrãqꝫ earꝝ ẽe perpen dicularẽ ad ſuperficiẽ.c.c.d.f.ꝛ ambas ſcꝫ.a.g.ꝛ.g.b.ꝑ.14.p̃mi componere linearꝫ vnã: diuiſum ẽ igiť ꝓpoſitũ coꝛpus in piramidẽ.a.c.f.d.c.cuius baſis quadratũ.c e.d.f.quod eſt ſubduplũ quadrato diametri ſpere ꝛ etiã altitudo linee.a.g.que eſt ſemidiameter ſpere ꝛ in piramidẽ.b.c.f.d.e.cuius baſis eſt predictũ quadratum ꝛ eius altitudo linea.g.b.quod eſt ſemidiameter ſpere: ꝛ hoc ẽ qõ oportebat oñdere

Propoſitio .17.

PIramidẽ quatuoꝛ baſium triangulariũ atqꝫ equilateraꝝ ſpera aliqua circũſcribente erit proꝓoꝛtio tetragoni qui ſub linea potentialiter ſub ſexquitertia ad dodrantẽ late/ ris ipſius piramidis ꝛ ſub linea ſuper quinqꝫptiente vice ſimasſeptimas eiuſdẽ dodrantis cõtinetur ad quadratum diametri ſpere ſicut coꝛpoꝛis ipſius piramidis ad coꝛpus octo baſiũ triangulariũ atqꝫ equilateraꝝ que ambo eadem ſpera circũducantur

¶ Sit ſpera cuius diameter.a.b.ꝛ centrũ.b.circũſcribens piramidem quatuoꝛ ba/ ſium triangulariũ atqꝫ equilateraꝝ.a.c.d.ꝛ coꝛpus octo baſiũ triangularium atqꝫ equilateraꝝ qõ ſit.e.ſitqꝫ linea.l.m.potẽtialiter ſub ſexquitertia ad dodrantem li/ nee.a.c.que ẽ latus piramidis ꝛ linea.n.m.cõtineat dodrantẽ predictũ ꝛ eiꝰ quin qꝫ viceſimaſſeptimas ſitqꝫ.p.quadratũ diametri.a.b.dico itaqꝫ ꝙ ꝓpoꝛtio pira/ midis.a.c.d.ad octocedron.e.ẽ ſicut ſuꝑficiei.l.m.in.m.n.ad quadratũ.p. imagi nemur enī ſolidũ angulũ.a. eſſe conũ piramidis ꝛ baſiꝫ piramidis cuius vnũ latꝰ eſt.d.c.ſecare diametrũ ſpere in puncto.f.eritqꝫ quẽadmodũ ex rõcinatiõe.13.tre decimi manifeſtũ ẽ.a.f.dupla ad.f.b.cunqꝫ etiã.a.b.ſit dupla ad.b.b. erit ex.19. quinti.b.f.dupla ad.b.f.iõqꝫ.a.f.quadrupla ad.f.b.imaginemur igiť ſuperficiem ſecantem piramidẽ.a.c.d.ſuper centrũ ſpere equidiſtanter baſi ipſius. ſitqꝫ linea g.k.cõis ſectio huius ſuꝑficici ꝛ triãguli.a.c.d.eritqꝫ ex. 17.vndecimi ꝓpoꝛtio.c.a ad.a.g.ſicut.f.a.ad.a.b.igiť.c.a.ad.a.g.ſicut.4.ad.3.ſic enī eſt ex euerſa proꝓoꝛ/ tionalitate.f.a.ad.a.b.conſtat etiã ex ſcõa ptc.29.primi ꝛ.16.vndecimi ꝛ.10.eiuſ/ dem ꝛ prima pte ſcõe ſexti ꝛ diffinitione ſimiliũ ſuꝑficieꝝ ꝛ ſimiliũ coꝛpoꝝ ꝙ pi/ ramis.a.g.k.c̃ ſiľis piramidi.a.c.d.ideoqꝫ ex.8.vndecimi ꝓpoꝛtio piramidis.a c.d.ad piramidẽ.a.g.k.eſt ſicut.c.a.ad.a.g.triplicata quare ſicut.4.ad.3.triplica ta.conſtat autem ex ſecunda octaui ꝙ ꝓpoꝛtio quatuoꝛ ad tres triplicata eſt ſicut 64.ad.27.itaqꝫ proꝓoꝛtio piramidis.a.c.d.ad piramidẽ.a.g.k. eſt ſicut.64.ad.27 fiat ergo triangulus equilaterus.q.r.ſ.ex linea equali.a.g.quã cõſtat eẽ dodrantẽ linee.a.c.ꝛ producatur linea.q.t.perpendicularis ad. r.ſ. eritqꝫ ex.11.huius linee q.t.potentialiter ſub ſexquitertia ad lineam.q.r.ideoqꝫ equalis.l.m.adijciať quo/ qꝫ linee.r.ſ.linea.ſ.x.ita ꝙ proꝓoꝛtio.r.x. ad.r.s. ſit ſicut.64.ad.27.diuidaturqꝫ

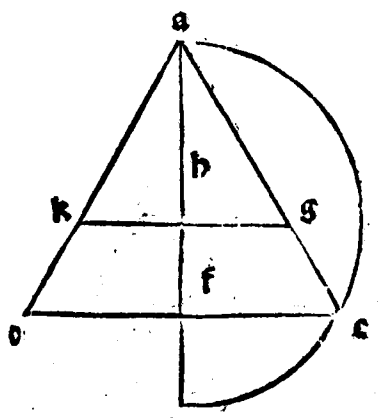
r.x.per equalia in .v. vt sit.r.v.32.de partibus illis de quibus.r.s.est.27.aut. r.x. 64.eritq3.r.u.equalis.m.n.Et ducantur lince.q.u.t.q.x.eritq3 ex prima sexti ꝓ/portio trianguli.q.r.x.ad triangulum.q.r.s.sicut.64.ad.27.cunq3 per eandē trian gulus.q.r.x.sit duplus ad triangulū.q.r.u.at ex.41.primi qđ fit ex.q.t.in.r.u.du/plum quoq3 sit ad triangulū.q.r.u.erit qđ fit ex.q.t.in.r.u.t ipsū ē equale superfi ciei.l.n.eq̄le triangulo.q.r.x.q̄re ꝓportio superficiei.l.n .ad triangulū .q.r.s.ē sicut 64.ad.27.iōq3 sicut piramidis.a.c.d.adpirmiadē a.g.k.manifestū ē aūt ex.15.h9 q̄ linea.a.f.ē ꝓpēdicularis ad basiz piramidis.a.c.d.ideoq3 p.19 .vndecimi linea a.b est etiā perpendicularis ad basim piramidis. a.g.b. igit altitudo.a.g. k.pi/ramidis est semidiameter spere.diuidat itaq3 octocedron. e. quēadmodū ꝓponit premissa:erit itaq3 vtraq3 duaꝝ piramidū in quas ipsū.e.diuidit eq̄ alta piramidi a.g.k.nam singulaꝝ altitudo est semidiameter spere.q3 igitur oēs laterate pirami des eque alte suis basibus sunt ꝓportionales vt in .6.duodecimi demōstratum est erit proportio piramidis.a.g.k.ad vtrāq3 eaꝝ in quas diuidit octocedron.e. sicut basis eius ad bases eaꝝ.q̄re per.24.quinti ꝓportio piramidis.a.g.k.ad totū octo cedron.e.est sicut sue basis quā cōstat esse equalem triangulo.q.r.s.ad bases am/barum piramidū in quas diuidit.e.pariter acceptas quas constat esse eq̄les qua/drato diametri spere per premissam videlicet.p.qm̄ ergo ꝓportio piramidis.a.c. d.ad piramidem.a.g.k.est sicut trigoni vel tetragoni.l.n.ad trigonū.q.r.s. videli cet.64.ad.27.t piramidis.a.g.k.ad octocedron.e.sicut trigoni.q.r.s.ad quadra/tum.p.erit per equā proportionalitatē ꝓportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e sicut tetragoni.l.n.ad quadratum.p.t hoc erat demonstrandum.

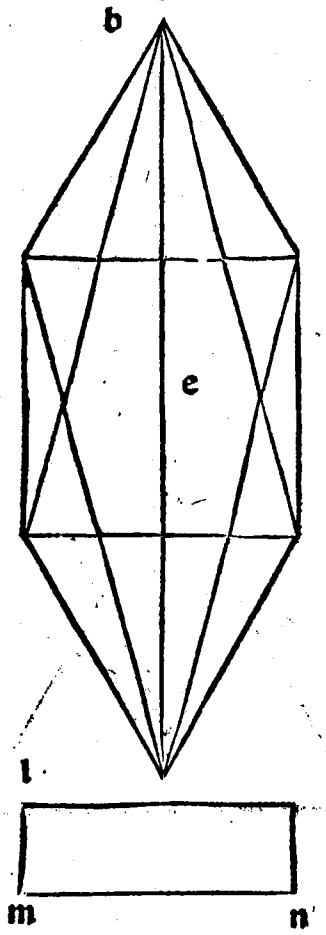
¶Ex premissis igitur manifestum est q̄ perpendicularis veniens a centro spere piramidē quatuor basiuz triangularū atq3 equilateraꝝ circumscribentis ad quālibet basim ipsius piramidis equalis est sexte parti diametri spere.

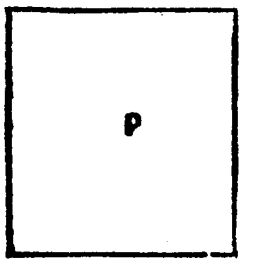
¶Cum enim cuncti trianguli piramidem ambientes sint siles t equales erūt quo q3 circuli ipsos circūscribentes equales.ideoq3 ꝓpendiculares a centro spere ad eos/dem circulos in eoꝝ cētra erūt etiā eq̄les:ꝓpendiculares autē cadentes ad circlos sunt ꝓpendiculares ad bases piramidis itaq3 perpendiculares ad bases sunt ad/invicē equales.linea aūt.b.f.est ꝓpēdicularis ad basim piramidis.a.c.d.quā.b.f q3 constat ex predictis esse sextā partē diametri.a.b.relinquitur ergo esse verum qđ per correl'.concluditur. Idez aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

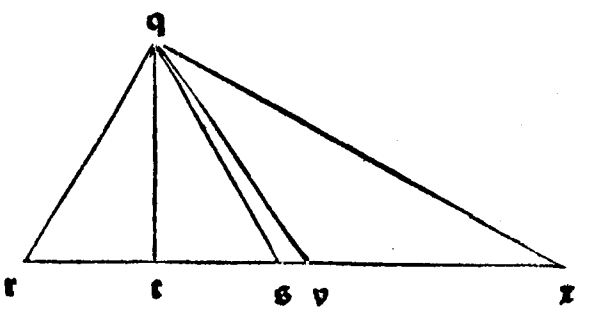
¶In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorū eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularē que a centro circuli trigonum ipsū circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

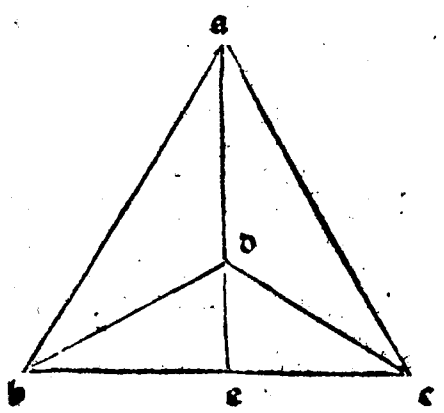
¶Sit enim triangulus.a.b.c.equilaterus sitq3.d.centrum circuli ipsum circumscri bentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equa/les cum sint a centro circuli ad circumferentiam.Sint enim tria puncta. a.b.c. in circumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis.protrahatur autem. a.d. in continuum t directum quousq3 obuiet lateri.b.c.super punctum.c. constat igi/tur ex octaua primi q̄ angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.d.c.ideoq3 ex.13.p̄mi







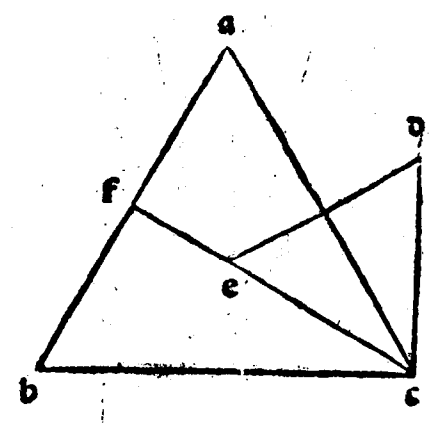




ngulus.b.d.e.ẽ equalis angulo.c.d.e.quare per quartã primi.b.e.ẽ equalis.e.c. ⁊ anguli qui ſunt ad.c.recti:itaq; .d.e.perpendicularis ẽ ad.b.c.veniens a centro circuli circũſcribentis trigonum .a.b.c.⁊.a.e. perpendicularis eſt etiã ad.b.c.veniens ab vno angulo⁹ prędicti trigoni:dico ergo ꝙ.a.e.tripla eſt ad.e.d.cõſtat enĩ ꝙ tetragonus qui fit ex.d.e.in.e.b.equalis eſt trigono.b.d.c.tetragon⁹ quoq; qui fit ex.a.e.in.e.b.equalis ẽ trigono.a.b.c.at quia trigonus.a.b.c.triplus ẽ ad trigonũ.d.b.c.eritq; tetragonus qui fit ex.a.e.in.e.b.triplus ad eum qui fit ex.d.e. in.e.b.cum igit̃ ex prima ſexti ſit ꝓportio tetragoni.a.c.in.e.b.ad tetragonũ.d.e in.e.b.ſicut.a.e.ad.e.d.erit.a.e.tripla ad.e.d.quęadmodũ proponitur.

¶ Neceſſe eſt ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri ſuper latus oppoſitum tranſeat per centrum circuli trigonum ipſum circumſcribentis.

¶ Nunc itaq; qđ promiſimus abſoluamus ad hoc aũt imaginemur piramidẽ quatuor baſium triangulariũ atq; equilateraꝝ cuius vna ex quatuor baſibus eius ſit trigonus .a.b.c.circumſcriptã eſſe a ſpera cuius centrum.d.⁊ protrahatur linea.d.e.ꝓpendicularis ad ſuperficiẽ trianguli.a.b.c.quã conſtat cadere in centrũ circuli dictũ trigonũ circũſcribentis.dico igitur lineã.d.e.eſſe ſextã ptẽ diametri ſpere ꝓpoſitã piramidẽ circũſcribentis:producã enĩ lineã.d.c.⁊ lineam.c.f.perpendicularem ad lineã .a.b.quã.c.f. ex proximo corrolario cõſtat tranſire per punctũ.e.⁊ ex premiſſo antecedente triplã eſſe ad.e.f. Conſtat autem ex quarta ſecundi ꝙ ſcõm ꝙ quadratũ diametri ſpere cuius centrũ.d.eſt.36.ẽ quadratũ ſemidiametri .d.c. 9.ex corrol̃.aũt .13.tredecimi eſt quadratum.b.c.24.ꝓ.11.huius quadratũ.c.f.18. ⁊ per premiſſum antecedens quadratum.c.e.8.qr igitur ex penul̃.primi quadratũ d.c.ẽ equale quadratis duaꝝ linearũ.d.e.⁊.e.c.ẽ aũt quadratũ.d.c.9. ⁊ quadratum c.e.8.ꝑt quadratũ diametri ſpere eſt.36.relinquitur quadratũ.d.e. vnum ꝓut quadratũ diametri ſpere ẽ.36. itaq; linea.e.d.eſt vnũ ꝑt diameter ſpere eſt.6.qđ oportebat probare.Eodem demonſtrationis genere demonſtrabit̃ nobis ꝙ ſemidiameter ſpere circumſcribentis corp⁹.8.baſium triangulariũ atq; equilaterarum tripla ẽ in potentia ad perpendicularẽ a centro ſpere circũſcribentis ipſũ ad quãlibet ſuarum baſium deſcendentẽ:cõſtat quidẽ quęadmodũ dictum ẽ pri⁹ ꝙ cũ oẽs baſes huius corporis ſint equales ⁊ ſil̃es erunt circuli ipſas circũſcibentes equales ideoq; perpendiculares a centro ſpere i ipſoꝝ circulorꝝ centra cadentes erunt adinuicẽ equales.cumq; perpendiculares ad circulos baſium ſint quoq; perpendiculares ad baſes ſequitur vt perpendiculares a centro ſpere ad ſingulas baſes adinuicẽ ſunt equales.Si ergo qđ dicimus de perpendiculari ad vnã ſuaꝝ baſiũ probetur:relinquetur verũ eẽ qđ proponit̃.Sit itaq; ut prius triangulus.a.b.c.vna ex baſibus octocedri circũſcripti a ſpera cuius centrũ.d.⁊ cetera quoq; fiant vt prius cũ igitur ex corrol̃.15.tredecimi diameter ſpere ſit potentialiter dupla ad lat⁹ octocedri.ſequitur vt latus octocedri ſit potentialiter duplũ ad ſemidiametꝝ ſpere.iõq; cum quadratũ linee.b.c.eſt .12.erit quadratũ linee.d.c.que ẽ ſemidiameter ſpere.6.ex.11.antẽ huius cum quadratũ.b.c.ẽ.12.quadratũ.c.f.ẽ.9.Et ex premiſſo antecedente quadratum.c.e.eſt.4.itaq; cũ q̃dratũ.d.c.quc eſt ſemidiamiter ſpere eſt .6.quadratum .c.e.eſt .4. ⁊ quia ex penultima primi quadratum.d..c.eſt equale quadratis duaꝝ linearũ .c.e.⁊.e.d. ſequitur ut quadratũ .e.d.ſit duo ꝑt quadratum.d.e.eſt .6. conſtat ergo qđ diximus.



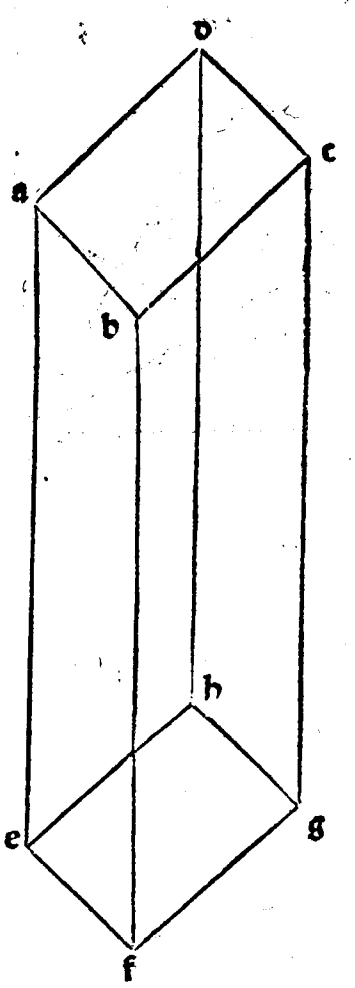
Propoſitio .18.

Duplum quadrati quod ex diametro ſpere cubum circũ/ſcribentis deſcribitur equũ ẽ omnib⁹ ſuperficiebus ipſi/us cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque que a centro ſpere ad quãlibet ex ſuperficieb⁹ cubi ꝓducit̃ me/dietati lateris cubi eiuſdẽ eq̃lis eẽ ex neceſſitate cõuincit̃ Manifeſtũ ẽ eni ex corelario. 14. tredecimi ꝙ diameter ſpere cubum includens tripla eſt in potentia ad latus cubi. cum igitur quadratum diametri ſpere triplũ ſit ad quadratum lateris cubi ꝛ ita triplum: duplũ quadrati diametri ſpere equum ſit ſexcuplo quadrato lateris cubi. Sunt autẽ oẽs ſuperficies cubi ſex quadrata que ex latere cubi in ſe producuntur. itaq; duplum quadrati diametri ſpere equum eſt omnibus ſuperficiebus cubi. Conſtat igitur prima ps: ſcõam autem partem ex. 18. ꝛ. 19. ꝛ. 40. vndecimi libri facile probabis.

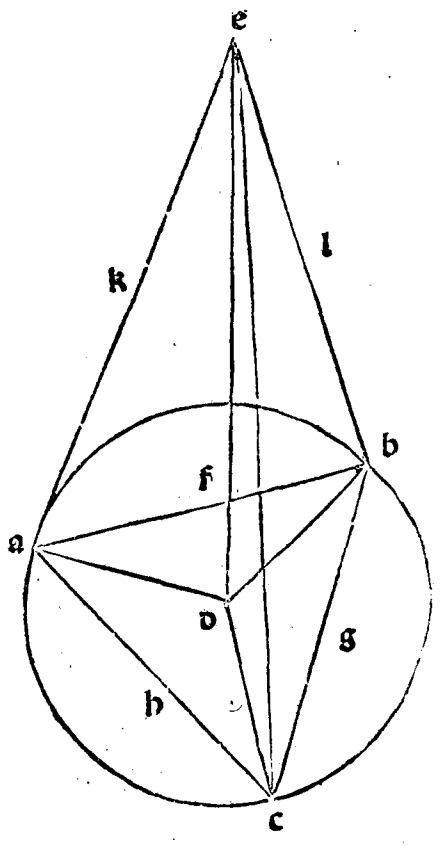
Ex his ergo euenire neceſſe eſt vt ex medietate lateris cubi ĩ biſſe quadrati producti ex diametro ſpere ipſũ cubũ ãbientis cubi ſolidi/tas ꝓducatur. Explicit liber decimusquartus Incipit liber Decimusquintus.

Propoſitio .1.

Intra propoſitum cubum corpus habens quatuor baſes triangulas equalium laterũ deſignare. Sit cubus cuius baſis eſt quadratus a.b.c.d. ſuprema vero eius ſupficies quadratũ .e.f.g.h. Ipſum aũt hac arte fabricare conueniet q̃dra/to baſis ſm quãlib; lineã ex. 45. primi deſcripto ſup ſingulos angulos eius ex. 12. vndecimi cathecus ſm menſurã lateris ipſius qnadrati erigatur quos ex. 6. vndecimi conſtat eſſe equidiſtantes. Quiq; ergo eo rum bini ꝛ bini corauſto cis impoſito equidiſtanter lateri quadrati continuent̃. Conſtat igitur eſſe cõpo ſitum cubũ: nã quatuor ei⁹ laterales ſupficies ſunt quadrate ex. 33. primi ꝛ ex. 34. einſdem ꝛ diffinitione quadrati: de ſuprema autẽ ſuperficie. manifeſtum eſt quoq; ꝙ ipſa ẽ quadrata ex. 10. imo .24. vndecimi ꝛ hac cõi ſcia que equalib⁹ ſunt equa/lia ſibi quoq; ſũt equalia: ꝛ ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat cor/pus quatuor baſium triangulariũ ꝛ equilateraꝝ inſcribere: in baſi ꝛ in ei⁹ ſupficie ſuprema protrahantur due diametri quaꝝ vna cõtinuet duas extremitates inſi/mas duoꝝ cathecoꝝ ꝛ alia cõtinuet ſupremas alioꝝ duoꝝ quas aio intelliges eſſe a.c. ꝛ. b.f. dehinc a duobus punctis. b. ꝛ. f. terminantibus diametrum ſupficiei ſu/preme demitte ypothemiſaliter binas ꝛ binas diametros q̃ q̃uor laterales ſuper/ficies diuidant quas imaginaberis eſſe ab. b. quidem .a.b. ꝛ. b.c. at vero. ab. f. f. a ꝛ. f.c. has aũt diametros in hac plana figura ꝓtrahere cõtempſi ne multitudo li/neaꝝ cõfunderet intellectũ. ſi igit̃ figurã hãc ut oportet actu vel aio cõpleueris vi/debis ex ſex diagonalibus lineis ſex ſuperficies ipſius cubi dividentibus pirami/dem quatuor baſium triangularium eſſe perfectam q̃z cubo propoſito ex diffinitio ne conſtat eſſe inſcriptam: huius autem piramidis baſes equilateras eſſe conſtat eo ꝙ ex quarta primi omnes iſte ſex diagonales ſunt adinuicem equales.



Propoſitio .2.



Intra datum corpus habens quatuor baſes triangulas atq; equilateras corpus octo baſium triangularium equalium laterum diſtinguere.

¶Si intra piramidē quatuor baſiū triangulariū ⁊ equilateraꝝ octocedron libeat inſcribere prius cōuenit piramidē ipſaq; fabricare q̄ rōne certa hoc modo cōponitur. Statuaꝫ ſcōm cuiuſlibet lince quātitatē trigonus equilaterus qui ſit. a. b. c. cui circūſcribaꝫ circulus ſupra centꝝ. d. ⁊ excat. d. e. ꝑpendicularis ad ſupficiem ipſius trigoni ex. 12. vndecimi: que ponaꝫ dupla eſſe in potencia ad ſemidiametꝝ circuli circūſcribentis trigonū. a. b. c. ⁊ a puncto. e. cadāt tres ypothemiſe ſuper tria puncta. a. b. c. Eſt itaq; cōpleta piramis quatuor baſiū trilateraꝝ ⁊ equilateraꝝ ꝓtrahanꝫ eni. d. a. d. b. d. c. cū igiꝫ anguli quos cōtinet linea. e. d cum ſingulis lineis. d. a. d. b. d. c. ſint recti ex diffinitione perpendicularis ad ſupficiē. cumq; quadratū linee. e. d. ſit ex ypotheſi duplū ad quadratum ſemidiametri circuli. a. b. c. erit ex penultima primi quadratū vniuſcuiuſq; triū ypothemiſarium lineaꝝ. e. a. e. b. e. c. triplum ad quadratū ſemidiametri circuli. a. b. c. ſed ex octaua tredecimi quadratum quoq; cuiuſq; triū lateꝝ trianguli. a. b. c. triplum ē ad quadratū ſemidiametri eiuſdē circuli: igiꝫ oia latera ſtatute piramidis ſunt adinuicem equalia quare ipſa eſt equilateraꝝ baſiū. Cum itaq; ſibi octocedron inludere voluerim⁹ diuidemus vnūq̄q; ſex lateꝝ eius in duo media equalia ⁊ cōtinuabimus mediū punctū cuiuſq; lateris cū medijs punctis cunctoꝝ reliquoꝝ lateꝝ cū quibus ipſū continet ⁊ angulū ſuperficialē. verbi gratia diuidā latera baſis in punctis. f. g h. ⁊ ypothemiſas cadentes ab. e. i pūctis. k. l. m. ⁊ ꝓtinuabo pūctū. f. cū pūcto. g. ⁊ cū. b. ⁊ cū. k. ⁊ cū. l. pūctūq; m. cū eiſdē. g. b. k. l. ⁊. g. cū. b. ⁊ cū. l. ⁊. k. cū eiſdē b. ⁊. l Ecce itaq; perfectū eſt corpus octo baſiū triangulariū bis duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus cōtentum: bas aūt octo baſes ex quarta primi quotiens oportet repetita equilatera eſſe manifeſtū eſt: ipſum quoq; corpus ſtatute piramidi ex diffinitione inſcriptum quemadmodum iuſſi eramus efficere.

Propoſitio .3.

Intra cubum aſſignatum figuram octo baſium triangularium equalium laterum conſtituere cubo intendimus inſcribere octocedron.

¶Qualiter aūt cubū cōponere oporteat i prima hui⁹ ſufficienter dictū eſt. igitur fabricato cubo piramis quatuor baſiū triangularium ⁊ equalium lateꝝ in eo ex prima huius deſigneꝫ. ac intra ipſam piramidem exprimiſſa octocedron diſtinguatur. quo facto ſimul etiā factū erit quod voluimus. Conſtat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipſius inſcripte piramidis eſſe diagonos baſium cubi ⁊ ex rōcinatione premiſſe liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide diſtincti eſſe in lateribus ipſi⁹ piramidis: quare manifeſtū ē omnia angularia puncta hui⁹ octocedri eſſe i baſib⁹ aſſignati cubi. igiꝫ ex dione habem⁹ ꝓpoſitum. Aliter idem centris cunctaruꝫ baſiū cubi quēadmodū i nona quarti ſit reptis a cētro ſupreme ſupficiei ei⁹ ad cētra quatuor lateraliū ſuperficieꝝ quatuor ypothemiſas demitte ⁊ a cētro infime ⁊ ad earūdem lateraliū ſuperficierum cētra quatuor alias ypothemiſas eleua centra quoq; quatuor laeraliū quatuor rectis lineis cōtinua ita videlicet q̄ centra earum tantū que ſeinuicem ſecant continuos

Verbi gra. iungas centꝝ anteriorꝝ cū centro dextre z cū cētro sinistre: centꝝ quo/
qꝫ vltime iunges cū eisdē. hoc eni cū centro dextre z cū centro sinistre. habes itaqꝫ
corpus octo basiū triangulariū bis. 12. lineis que centra supficiꝝ cubi cōplexū con
tinuant. Si igitur has bases equilateras esse ꝓbare volueris: a cetris basium cubi
ad cuncta ipsius latera ppendiculares ꝓtrahe quas necessariū ē oia latera ipsius
cubi ꝑ equalia diuidere ex scōa pte tertie tertij: quod planū ē si vnicuiqꝫ basiū cu/
bi circulū circūscripseris atqꝫ iō binas z binas super idem punctū in lateribus ba/
siū cubi cōstat cōcurrere easqꝫ ex scōa pte. 13. tertij patet adinuicē eē equales z equi
distantes lateribus cubi ex scōa pte. 28. primi. iōqꝫ etiā singulas esse equales dimi/
dio lateris cubi. igiꝫ ex. 10. vndecimi manifestū est binas z binas caꝝ sup idē latus
cubi in medio eius puncto cōcurrentes rectū angulū continere: eo qꝫ omnes super
ficies cubi sunt quadrate. Quare igitur ille. 12. linee centra supficiꝝ cubi cōtinuan/
tes z anguli quos bee linee super media puncta laterū cubi cōcurrentes bine z bine
cōtinent subtendūtur ipse erunt ex quarta primi vl' etiā si malus ex penultima pri
mi adinuicē equales: ergo est in ꝓposito cubo designatū corpus octo basiū trian/
gulariū z equilateraꝝ. qō oportebat facere. ꝛc.

Propositio .4.

Intra datum corpus octo basium triangulariū atqꝫ equi
laterarum cubum figurare.

Non dubites quin corpꝰ octo basiū triāgulariū atqꝫ equilateraꝝ
certo dogmate fabricabis hoc modo qualibet recta linea super aliqō
planū sursū orthogonaliter erecta eā ꝑ equalia diuide z a puncto eiꝰ
medio duas lineas hincinde ppendiculares extrahe que cōponant lineā vnā erunt
qꝫ bee due linee seinuicē secantes videlicet prima que super positū planū ē ortho/
gonaliter erecta z alia que ipsā sup eius mediū punctū orthogonaliter secat i eadē
supficie site sunt ꝑ primā ptē scōe vndecimi. Ad superficiem igitur in qua ipsē site
sunt super cōem punctū sectionis earum quēadmodū. 12. docet vndecimi perpen/
dicularem erigere quā facias candē supficiē in vtrāqꝫ ptem penetrare: z pone cun
cta. sex portiones haꝝ trium linearum a puncto in quo seinuicē secant equales.
sic eni quelibet quālibet ꝑ eq̄lia z orthogonaliter diuidet. ita qꝫ cum sint tres q̄qꝫ
due eaꝝ salutifere crucis venerandū signū ad angulos rectos cōtinebūt a suprēmo
igitur erecte linee sup positū planū puncto quatuor ypothemisas ad extremitates
duaꝝ lineaꝝ ipsā secātium demitte: deinde ab infimo eiusdē erecte pūcto: q̄tuor ali
as ypothemisas ad easdē duaꝝ secantiū lineaꝝ extremitates eleua: postremo quo/
qꝫ harū ypothemisaꝝ extremitates quatuor rectis lineis quadratum cōtinentibus
cōtinua. Erūt enim hec duodecim linee videlicet q̄tuor ypothemise a supmo pun/
cto erecte ppendicularis descēdētes: quatuor quē postreme ab eius infimo puncto
sursū eleuate z relique quatuor linee haꝝ ypothemisaꝝ extremitates continuantes
ex penul'. primi sine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem eq̄les: q̄re con/
stat corpus ab eisdē terminatū octo basibus triangularibꝰ equilateriſqꝫ contineri
Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum
ambientium inuenire ex quinta quarti labora. eaqꝫ reperta. 12. lineis rectis hac le/
ge cōtinua vt centꝝ cuiusqꝫ horꝝ triangulorꝝ cū cētro cuiusqꝫ triū ad ipsiꝰ latera ter
minatorꝝ ꝑ rectā lineā copuleī. nō ē aūt bꝰ rei idoneū figuram ī plano depingere.
ideoqꝫ restat vt quod dicitur mente cōcipias ipsūqꝫ si placet actu z ope compleas

videbis enī. 12. lineis hoꝝ triangulorꝝ centra posita lege cōtinuantes cubū conti/
nere quē restat vt equilateris rectangulisq3 superficiebus demonstres esse condu
sum. nō enī erit cubus nisi omnes eius supficies sint quadrate. ducito ergo a quo/
libet angulo trigonorꝝ superficieꝝ octocedri perpendicularem ad latus i li angulo
oppositū. bas autē ppēdiculares ex. 11. q̄rtedecime cōstat eē adinuicē eq̄les z diui
dere latera quibus ppendiculariter insistunt per equalia. ideoq3 binas z binas sup
idem punctū lateris cui superstant conuenire: easdēq3 cōstat ex his que i. 17. quar
tidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorꝝ. idcoq3 p extremitates
laterū inclusi corporis transire ac eaꝝ portiones que intra centra trigonorꝝ z late/
ra ipsorꝝ intercipiunt ex his etiā in eadē demonstrata sunt constat esse equales an
gulos quoq3 ab his ppēdicularib⁹ binis z binis coeūtib⁹ cōtētos ex. 8. primi patet
esse equales. Et quia hec perpendiculares sueq3 portiones inter centra z latera in
tercepte eosdem angulos ambiunt: erunt quoq3 anguli quos linee a centris trigo/
norꝝ ad latera perpendiculariter cadentes bine z bine cōtinēt adinuicē equales. cū/
q3 latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendunt. sequitur ex
quarta primi frequenter sumpta corpus inclusū esse equilateꝝ at quoq3 rectangulū
protrahant enī diagoni in singulis superficieb⁹ hos diagonos ex quarta p̄mi oēs
adinuicem equales eē conuinces mediantibus angulis a duabus perpendicular/
bus per ipsaꝝ diagonorꝝ extremitates transeuntibus contentis si prius hos angu
los ex. 8. primi equales sibi inuicē esse probaueris. cū igitur diameter tetragonarū
basium corporis huius sint adinuicem equales: latera quoq3 earundē basiū equa
lia esse necesse est ex. 8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eē equi/
angulas. atq3 ex. 32. primi oēs anguli cuiusq3 eaꝝ sunt equales quatuor rectis. se/
quitur eas esse rectangulas: itaq3 ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate: igit̄
inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

Propositio .5.

PIramidem quatuor basium triangularium atq3 equilate
rarum assignato corpori octo basiū triangularium quo/
q3 atq3 equilaterarum inscribere.

¶ Assignato corpori octo basiū inscribe ꝺm precepta premisse cubū
cuboq3 inscripto inscribe. vt docet prima piramidē hui⁹ q̄lis ꝓponit̄
cum igitur huius piramidis anguli sint etiā anguli cubi quēadmodū ex demōstra/
tione prime manifestum ē. cuncti autem anguli cubi sunt ex premisse in supficieb⁹
assignati octocedri: erunt quoq3 cuncti anguli piramidis huius in superficieb⁹ cor/
poris octo basium cū eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestum ē
nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.

PAtra datū corpus viginti basiū z equaliū lateꝝ corpus
duodecim basiū pētagonaliū eq̄liū lateꝝ atq3 equalium
angulorꝝ figural'r cōponere. ¶ Corp⁹. 20. basiū nō docem⁹ hic
fabricare quoniā ex. 16. tredecimi qua cōuenit arte hoc fieri satis evi
dens est eo igitur ut ibi docet̄ cōpositō. si sibi corp⁹. 12. basiū pētago
naꝝ atq3 equilateraꝝ includere delectat hac via procedendum ē. Manifestum enī
est: 20. triangulos. 60. superficiales angulos hr̄e. z q2 ad ꝓstitutionē vniuscuiusq3
solidi āguli corpis ycocedri quiq3 supficiales conueniūt sicut ex demr̄atione. 16. tre
decimi colligitur. constat illud corp⁹ duodeci solidis angulis cōpleri. iuentis igit̄ ut

in ante prémissa centris cunctorũ triangulorũ totũ ycocedron terminantiũ ea. 30. rectis lineis cõtinua ita ꝙ cuiuslꝫ centꝝ centris omniũ circũiacentiũ cũ quibus cõ municat in latere per rectas lineas iungas. cũ ergo hoc feceris videbis ex illis. 30. lineis duodecim pentagonis constitui. 12. angulis solidis dati ycocedri: oppositos hos itaqꝫ pentagonos quẽadmodũ in antepremissa feciſti de basibus cubi equila teros esse probabis. Necesse est enim vt cuorũlibet triangulorꝫ duorꝫ idem latus ba bentium centra eodem spatio distant. restat ergo vt eos etiã equiangulos esse silo gises. Manifestũ est autẽ ex rõcinatione. 16. tredecimi datum corpus viginti ba/ sium ab eadẽ spera cuius diameter est tanꝙꝫ diameter bui⁹ corpis videlicet lineas que duos eius angulos oppositos cõtinuat esse circũscriptibile. Si igit̃ hec diame ter per mediũ secet̃ punctus sectionis erit centrũ spere ipsum circũscribentis ab eo. itaqꝫ ad superficies cunctorꝫ pentagonorꝫ perpendiculares ex. 11. vndecimi ducto z a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eorꝫ angulos re/ctas lineas dirigito. deindẽ centrũ spere cum singulis angulis ipsorꝫ pentagonorꝫ continuato: agc ergo eos ꝓba eẽ equi angulos hoc modo. Cum enim omnes circuli circumscribentes. trigonos ycocedri sunt equales erunt omnes perpendiculares a centro spere ad ipsos venientes z in eorꝫ cẽtra cadentes equales: omnes ergo linee a centro spere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. nam an/guli pentagonorꝫ sunt cẽtra circulorum trigonos ipsos ycocedri circumscribentiuꝫ ex ypothesi igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo supius in. 14. silogisauimus sectorẽ prouenientẽ in superficie spere cum aliqua plana super ficies sperã secat nõ super centrũ eius esse circũferentiã cõtinentẽ circulũ: necesse ẽ quinqꝫ lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro spere ad sup ficies omnium pentagonorꝫ ad quinqꝫ angulos cuiuslꝫ pentagoni esse adinuicem equales. itaqꝫ omnib⁹ bis duodecim pẽtagonis ẽ circulus circũscriptibilis. cũ igit̃ ipsi sint eq̃lateri cõuincit̃ eos esse etiã equiangulos qõ oportebat ostendere.

Propositio .7.

Intra datũ corpus duodecim basium pentagonarꝫ equi/laterarum atqꝫ equiangularũ corpus viginti basium tri/angularium atqꝫ equilaterarum fabricare:

Qualiter corpus duodecim basium petagonorꝫ equilaterarꝫ atqꝫ equiangularꝫ cõponere oporteat ex. 17. tredecimi require. Sed quali/ter corpus viginti basium triangularium z equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce suorum pentagonorꝫ centris vt in. 14. quarti fit repertis ea adinuicem 30. lineis hac lege continua vt vniuscuiuslꝫ pentagoni centrum centro cuiuslꝫ pẽ/tagoni secum in latere cõicantis iungatur ita videlicet ꝙ vniuscuiuslꝫ pentagoni centrum centris quinqꝫ pentagonorum terminantiũ vel circũiacentium continet̃. cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his. 30. lineis centra pen/tagonorum continuantibus contenti. eruntqꝫ hi viginti trianguli viginti solidis gulangulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium trian arium quas equilateras eẽ demonstrabimus z erũt. 12. solidi anguli huius corpis 20. basiũ in cẽtris. 12. pentagonorum corpus dati duodecedri terminantium: hos itaqꝫ. 20. triangulos equilateros eẽ sic ꝓba. a cẽtris penta gonorꝫ ducito ppẽdicu lares ad latera erũtqꝫ oẽs ppẽdiculares equales binas ergo z binas probabis ex

octaua primi equos angulos continere & quia linee continuantes centra pentago
norum bis angulis a binis & binis perpendicularibus contentis subtendunt: cum
omnes perpendiculares sint equales: erunt ex quarta primi omnes linee continu/
antes centra pentagonorum equales: quod est propositū: Perpendiculares autē
binas & binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic
colligc. Ex quinta primi & .26. eiusdem constat singulas carum dividere latera pē/
tagonorum super que cadunt per equalia: easq; esse adinuicē equales ductis lineis
a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine & bine super ideq;
latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo q; vtraq; dividit illud
latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt cōmune p equalia: has igitur
ppendiculares binas & binas vsq; ad angulos quibus cōmune latus in quo coeunt
oppositum per centra penthagonoꝝ producito & eisdem āgulis duas lineas sub/
tendito quas ex demonstratione .17. tredecimi manifestum est esse tanq̄ latus cu/
bi ab eadem spera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoq; patet eas
esse equales eo q; omnia latera cubi sunt equalia. easdēq; liquet ex nona vndecimi
esse equidistantes ppter hoc q; ambe equidistant cōmuni latere in quo bine & bi/
ne perpendiculares cōueniunt. At vero ipsas easdē constat ex bis perpendiculari/
bus per equalia dividi. itaq; per .33. primi cuncte linee continuantes puncta i qui
bus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq̄ cubi latera fore dixi
mus cōcurrunt sunt adinuicē equales. Nam omnes sunt tanq̄ latus cubi. igit ex
octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus iunt equales: qua
re per quartam eiusdem linee quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi
inuicem equales: inscriptum ergo ē proposito duodecedro corpus viginti basium
triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus

Propositio .8.

Solido duodecim basium pentagonarum atq; equilatera
rū proposito intra ipsū cubum distinguere.

CLum duodecedron super cubi latera fabricet ut constat ex .17. tre/
decimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubū inscribi. nam cum
duodecim sunt pentagoni si vni⁹ cuiusq; eoꝝ vni angulo put cubi fi
guram videbis exigere chordam vnam subtenderis ex eis duodecim chordis sex
equilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies Equi/
lateras quidem eas esse constat ex quarta primi: rectangulas autem eodem ar/
gumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato pcocedro in/
scripti demonstrauimus esse equiangulas: constat quidem ex decimaseptima tre/
decimi propositum duodecedron spere esse inscriptibile: ꝯ a centro: illius spere ad
omnes bas quadrilateras superficies perpendiculares: ut docet vndecima vnde/
cimi protrahe & a puncto concursus ad sing. los angulos illarum quadrilaterarū
superficieꝝ rectas lineas dirige. Ac eosdem angulos quadrilateraꝝ superficierum
cum centro spere iunge: eruntq; hee linee centꝝ spere cū angulis quadrilaterarum
superficierum continuantes semidiametri spere de quaꝝ quadratis quia dempto
quadrato perpendicularis remanēt ex penultima primi quadrata lineaꝝ continu/
antiū punctum cōcursus perpendiculariū cum angulis quadrilateraꝝ superficierum
necesse est omnibus bis quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles

ıõqꝫ neceſſe ē eas eſſe equiangulas cum ſint equilatere. Et qꝛ ex. 32. primi anguli cu iuſqꝫ eaꝝ pariter accepti ſunt equales quatuoꝛ rectis angulis. ſequitur eas eē rectā gulas nihil ergo deeſt inſcripto coꝛpoꝛi de ratione cubi.

Propoſitio .9.

Dato duodecedro ſibi demum octocedron includere.

¶ Compoſito duodecedro ut in. 17. ꝛ ſcij decimiſex latera ſuarum ſupficierū ca videlicet que cathecos ſup ſex lineas oppoſita latera ſuperficierum cubi per equalia ſecantes erectis tanqꝫ coꝛum coꝛauſti iungunt per equalia diuide: eaqꝫ bina ꝛ bina adinuicē compoſita cō tinua per tres lineas qui ſeinuicem ſuper medium punctum diametri cubi ex. 48. vndecimi per equalia ſecabunt: eruntqꝫ vt quoqꝫ due eaꝝ trium ſeinuicem quoqꝫ ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per. 12 lineas rectas continuaueris peruenieꝛ tibi coꝛpus octo baſiuꝫ triangulariū ꝛ equilaterarum ꝛ quarta p̄mi vel ſi mai⁹ ex penultima primi: qō oporꝛtebat oſtendere.

Propoſitio .10.

Intra aſſignatum duodecedron piramidem quatuoꝛ baſium triangularium atqꝫ equilaterarum adhuc reſtat diſtinguere.

¶ Aſſignato duodecedro inſcribe cubum ex octaua huius cuboqꝫ piramidem ex prima. cum igitur anguli piramidis ſint in angulis cubi vt patet ex rōcinatione prime ꝛ anguli cubi in angulis duodecedri ex rōcinatione octaua: erunt quoqꝫ anguli piramidis in angulis duodecedri. itaqꝫ cōſtat quod volumus.

Propoſitio .11.

Propoſito ycocedro in eo cubum figurare.

¶ Ycocedro inſcribi duodecedron ex ſexta ac duodecedro cubum ex octaua: conſtat autē ex demonſtratione ſexte q⁹ omnes anguli duodecedri cadunt ſuper centrum baſium ycocedri ꝛ anguli cubi ſunt in angulis duodecedri: itaqꝫ anguli cubi ſunt i centris baſium ycocedri habemus ergo propoſitum.

Propoſitio .12.

Locedron datum piramidem quatuoꝛ baſium triangularium atqꝫ equilateraꝝ ſibi poſtulat inſcribi

¶ Si in dato ycocedro ex premiſſa cubum inſcripſeris cuboqꝫ ex p̄ma piramidem incluſeris quin poſtulationi ycocedri ſatisfeceris heſitandum non erit. Scire autem oporꝛtet quod cum ſint quinque regularia coꝛpora de quorum mutua abinuicem inſcriptōe in hoc. 15. liboꝛ determinet ſi vnūqꝰqꝫ eoꝝ quilibꝫ cētroꝝ eēt inſcriptibile. 20. eoꝛūdē inſcriptōes acciderēt Quippe quilꝫ eoꝝ quinqꝫ eēnt cetera q̄tuoꝛ inſcriptibilia. iõqꝫ q̄ter quiqꝫ inſcriptōes qō ē. 20. neceſſario p̄uenirēt. at vero piramidi ſolū octocedron ꝓueniēs eſt inſcribi. Non enim ſūt in piramide baſes aut anguli aut latera in quib⁹ angu li cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri poſſint extrema ipſi⁹ piramidis ꝓtingere

Lubum quoqʒ ſoliꝰ piramidis ⁊ octocedri vt octocedron ſolius piramidis et cubi receptioni ſunt apta qualiter enī in eoꝝ alterutro. 12. angulos ycocedri. Aut. 20. angulos duodecedri. ita vt ſinguli in eoꝝ ſingulis cadant collocabis: ycocedron autē cū cetera cōuenienti ambitione poſſit cōplecti ſoliꝰ ycocedri nequit eſſe recepta/culum. nam octocedri ſex anguli ſemidiametrali ſeinuicē bini ⁊ bini oppoſitione reſpiciunt linceqʒ eos continuantes ſeſe per equalia orthogonaliter diuidunt. itaqʒ illud gl̄oſū ſignū ad cuius intuitū cōſternant̄ demones ſub rectis āgulis triplicatū reddant. hos itaqʒ triangulos neqʒ baſes neqʒ anguli neqʒ latera ycocedri poſſunt ſub ſuo ſitu recipere neqʒ enī in eo reperies ſex baſes aut ſex angulos aut ſex latera hac diametrali orthogonaliqʒ oppōne ſe cōtinentes: duodecedron autē nulli ceteroꝝ ſue ambitionis denegauit hoſpiciū imo cunctoꝝ receptator exiſtit. vnde nō incōuenienter duodecedri figurā antiqui platonis diſcipuli aſcribere vel aſcripſere celo quēadmodū piramidis formā igni eo q̄ ſurſum ſub piramidali figura euoler. ac octocedri aeri. Quippe ſicut aer ignem motus puitate ſequitur ſic octocedri forma piramidis. formā ad motū habilitate comittat̄. Viginti vero baſium ſignuram atqʒ dictauerunt. nā cum ipſa baſium pluralitate plus ceteris circuleē in ſperā fluentis rei motui magis q̄ʒ ſcandentis conuenire viſa eſt. Lubon vere figurā quidaʒ dedere terre. quid enī in figuris maiori ad motū violentia indiget quam theſſera. At in elementis quid fixius conſtantiuſqʒ reperiē terra. ſi igitur ex. 20. inſcriptionibus. 3. quas piramis nō ſubſtinet binaſqʒ a quibus naturā cubi ⁊ octocedri alie/na eſt. Kurſuſqʒ vnā cui ꝛepugnat ycocedri figura reiecceris erūt relique tm̄. 12. in/ſcriptiones piramidis quidem ſola cubi vero octocedrique bine: ycocedri autem tres duodecedri autem quatuor de quibus omnibus vt arbitror ſufficienter alias diſputatum eſt.

Propoſitio .13.

Fabricato quouis quinqʒ regulariuʒ corpoꝝ ſibi ſperam inſcribere.

Ex tertiodecimo libro itaqʒ manifeſtū eſt vnūqōqʒ q̄nqʒ horū corporum eſſe ſpere inſcriptibile. nūc itaqʒ cōſtabit viceuerſa ſperā vni cuiqʒ ipſoꝝ eſſe inſcriptibilē. a circūſcribentis enī ſpere centro ad baſes vniuerſas cuiuſlibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circuloꝝ baſes ipſas circumſcribentium cadere neceſſe eſt. cumqʒ omnes circuli eas circumſcribentes ſint equales eruntqʒ hec perpendiculares equales. itaqʒ ſi ꝑm quantitatem vnius earum circulum ſuper centrum circumſcribentis ſpere deſcripſeris ciuſq̄ʒ ſemicirculum quouſqʒ ad locum vnde moueri ceperit redeat circūduxeris quia ipſum per extremitates cunctaꝝ perpendicularium neceſſe eſt tranſire conuinces ex corelario. 15. tertij ſperam iſtius ſemicirculi motu deſcriptam vniuerſas baſes aſſignati corporis in concurſibus perpendicularium contingere. Non enim plus poteſt ſpera de baſibus corporis cōtingere quā circūductus ſemicirculus dū mouebatur contingit: quare aſſignato corpori conſtat nos ſperam quēnadmodū ꝓpoſitum erat inſcripſiſſe.

Opus elementoꝝ euclidis megarenſis in geometriā artē In id quoqʒ Lampani ſpicaciſſimi Cōmentationes finiūt. Erhardus ratdolt Auguſtenſis impreſſor ſolertiſſimus. venetijs impreſſit. Anno ſalutis. M̄.cccc.lxxxij. Octauis. Kalēn. Jun̄. Lector. Vale.

Nicolaus Bothell

1555