

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Bibliothèque électronique suisse

¶ Erhardus ratdolt Augustensis impressor. Serenissimo
alme vrbis venete Principi Joanni Mocenico. S.

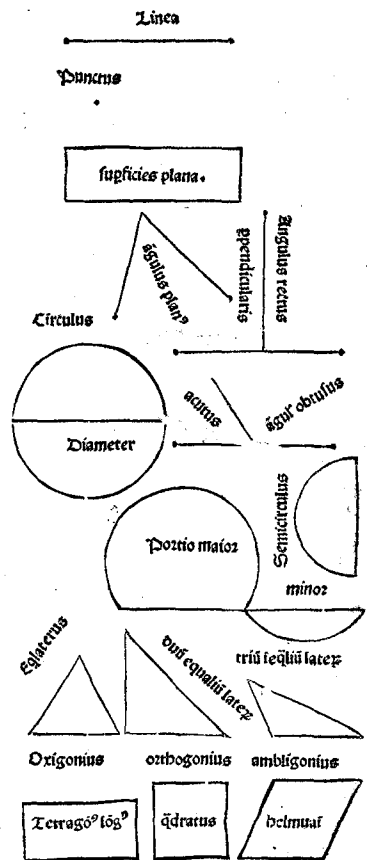
Solebam antea serenissime princeps mecum ipse cogitans admirari
quid cause esset q̄ in hac tua prepotenti ⁊ fausta vrbe cum varia au/
ctorum veterum nonorumq; volumina quotidie imprimerent. In
hac mathematica facultate vel reliquarum disciplinarum nobilissima
aut nihil aut parua quedam et frivola in tanta impressorū copia qui
in tua vrbe agunt viderentur impressa. Nec cum mecum sepius discu/
terem inueniebam id difficultate operis accidisse. Non enim adhuc
quo pacto schemata geometrica quibus mathematica volumina sca/
tent ac sine quibus nihil i his disciplinis fere intelligi optime potest
excogitauerant. Itaq; cum hoc ipsum tantūmodo cōmuni omnium
utilitati que ex his percipitur obstarēt mea industria nō sine maximo
labore effeci vt quā facilitate litterarum elementa imprimuntur ea
etiam geometricę figure conficerentur. Quamobrem vt spero hoc
nostro inuenito hęc discipline quas mathematica greci appellant volu/
minum copia sicut relique scientie breuē illustrabuntur. Re quarum
laudibus ⁊ utilitate possem multa im p̄sens adducere ab illustribus
collecta auctoribus nisi studiosis iam omnibus hęc nota esset. Illud
etiam plane cognitum est ceteras scientias sine mathematibus imper/
se tas ac veluti mancas eē. Neq; hoc profecto negabunt Dialectici
neq; Philosophi abnuent in quorū libris multa reperiuntur que si
ne mathematica ratione minime intelligi possunt. Quam diuin⁹ ille
Plato mēte veritatis arcantē vt adipisceretur cyrenas ad Theo/
dorum summum eo tempore mathematicū ⁊ ad egiptios sacerdotes
enauiganit. Quid q̄ sine hac vna facultate viuendi ratio nō perfecte
constat. Nam vt de musice taceam que tōbis muneri ab ipsa natura
ad perferendos facilius labores concessa videtur vt astrologiā pre/
teream quā exenti celum ipsum veluti scalis machinilē quibuidam
conscendentes verum ipsius nature argumentum cognoscimus sine
arithmetica ⁊ geometria quarum altera numeros altera mēsuras do/
cet ciuilit̄er comodeq; viuere q̄ possum⁹. Sed quid ego i his mo/
ror que iam omnibus vt dixi notiora sunt q̄ vt a me dicantur. En/
clides igitur megarensis serenissime princeps qui .xx. libris omnem
geometrie rationem consummatissime complexus est quem ego sum
ma ⁊ cura ⁊ diligentia nullo p̄termisso schemate imprimendum cu/
rani sub mo namine tuus feliq; prodeat.

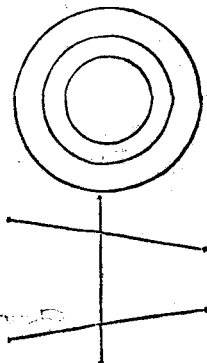
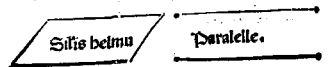
Præclarissimus liber elementorum Euclidis perlati/
cassimi: in artem Geometrie incipit quâsoelicissime:



Punctus est cuius pars non est. **L**inea est
longitudo sine latitudine cuius quidē ex/
tremitates si duo puncta. **L**inea recta
ē ab vno puncto ad aliū brevissima extē/
sio i extremates suas vtrūq; eorū reci/
piens. **S**up̄ficies ē q̄ longitudine & lati/
tudine tñ bz: cuius termini quidē sūt linee.
Sup̄ficies plana ē ab vna linea ad a/
liā extēsiō i extremates suas recipiēs
Angulus planus ē duarū linearū al/
ternis tractus: quaz expāsiō ē sup̄ sup/
ficiē applicatioq; nō directā; **Q**uādo aut̄ angulum p̄tinēt due
linee recte rectiline⁹ angulus notat̄. **N**ō recta linea sup̄ rectā
steterit duoq; anguli vtrōbiq; fuerit eque: eorū vterq; rect⁹ erit
Lineaq; linee sup̄stās ei cui sup̄stāt p̄pendicularis vocat̄. **A**n/
gulus vō qui recto maior ē obtusus dicit̄. **A**ngul⁹ vō minor re/
cto acut⁹ appellat̄. **T**ermin⁹ ē qd̄ cuiuscūq; huius ē. **F**igura
ē q̄ termin⁹ v̄termin⁹ p̄tinet̄. **C**ircul⁹ ē figura plana vna q̄dem li/
nea p̄tēta: q̄ circūferentia notat̄: in cui⁹ medio pūct⁹ ē: a quo oēs
linee recte ad circūferentiā exeūtes sibiūices sūt equales. **E**t hic
quidē pūct⁹ cētū circuli dī: **D**iameter circuli ē linea recta que
sup̄ ei⁹ cētū trāiens extēmitatēq; suas circūferētiē applicans
circulū i vno media diuidit. **S**emicirculus ē figura plana dia/
metro circuli & mediētē circūferētiē p̄tēta. **P**ortio circu/
li ē figura plana recta linea & parte circūferētiē p̄tēta: semicircu/
lo quidē aut maior aut minor. **R**ectilinee figure sūt q̄ rectis li/
neis cōtinent̄ quarū quedā trilaterē q̄ trib⁹ rectis lineis: quedā
quadrilaterē q̄ quorū rectis lineis: qdā multilaterē que pluribus
q; quatuor rectis lineis continent̄. **F**igurarū trilaterarū: alia
est triangulus hīs tria latera equalia. Alia triangulus duo hīs
equalia latera. Alia triangulus triū inequalium laterū. **I**taq; iterū
alia est orthogoniū: vñ. s. rectum angulum habens. Alia ē am/
bligoniū aliquem obtusum angulum habens. Alia est origoni
um: in qua tres anguli hnt acuti. **F**igurarū autē quadrilateraz
Alia est q̄dratum quod est equilaterū atq; rectangulū. Alia est
tetragon⁹ long⁹: q̄ est figura rectangula: sed equilatera non est.
Alia est belmaiyū: que est equilatera: sed rectangula non est.

De principijs p se notis: & pmo de diffini/
tionibus earundem.



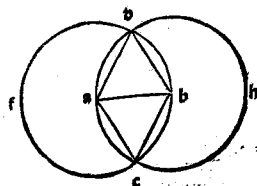


¶ Alia est similis belmuym que opposita latera habet equalia atq; oppositos angulos equalis: idē tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinet. **¶** Propter has autē oēs quadrilaterē figure belmu / ripbe nominantur. **¶** Et quidistantes lineę sunt que in eadem superfi / cie collocatę atq; in alterutram partem protracte non conveniunt etiā si in infinitam protrahantur.

Petitiones sunt quinq; **¶** Quolibet pūcto in quemlibet punctum rectā lineā ducere atq; lineā definitā in cōtinuū rectūq; quātilibet protrahere. **¶** Super centrū quodli / bet quātilibet occupando spaciū circuli designare. **¶** Omnes rectos angulos sibiūnicem esse equalis: **¶** Si lineā rectā sup duas lineas rectas ceciderit duoq; anguli ex vna par / te duob; rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eadē pte / tractas pculdubio pūctim ire. **¶** Duas lineas rectas supficiē nul / lam concludere.

Communes animi pceptiones sunt hec: **¶** Que vni & eidē sunt equalia & sibiūnicē sunt equalia: **¶** Et si equalib; equa / lia addant tota quoq; fiet equalia. **¶** Et si ab equalib; eq / lia auferant que relinquūt erūt equalia. **¶** Et si ab ineqli / bus equalia demas q̄ relinquūt erūt ineqlia. **¶** Et si ineq / libus equalia addas ipsa quoq; fiet inequalia. **¶** Si fuerint due res vni equalis ipse sibiūnicem erūt equalis. **¶** Si fuerint due res quāz vtraq; vni eundē fuerit dimidiū vtraq; erit equalis alteri. **¶** Si ali / qua res alicui superponat applicetq; ei nec excedat altera alterā: ille sibiūnicē erunt eqles. **¶** Omne totum ē maius sua pte.

Sciendū est aut q̄ pter has animi cōceptiones: siue cōes / sias mul / tas aliās que numero sunt incōprehensibiles pretermisit Euides: quārū hec est vna. **¶** Si due quantitates equalis ad quālibet tertiā eiusdem generis cōparentur simul erunt ambe illa tertiā aut eque maiores: aut eque minores: aut simul equalis. **¶** Itē alia Quanta est aliqua quantitas ad quālibet aliam eiusdē generis tantā esse quālibet tertiā ad aliquam quartā eiusdem generis in quantitatib; continuis: hoc vniversaliter ve / rum est siue antecedentes maiores fuerint consequentibus siue minores. magnitu / do enim decreuit in infinitū. in numeris aut non sic: sed si fuerit primus submul / tiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicui; quarti: quoniā nume / rus crescit in infinitū: sicut magnitudo in infinitum minuitur.



Propositio prima.

Triangulum equilaterum supra datam lineam rectam col / locare.

¶ Esto data lineā recta. a. b. volo super ipsam triangulū equilaterū cōstruere super alterā eius extremitatē. i. in puncto a. ponam pedē circuli immobilē: & alterū pedem mobilem extendam vsq; ad. b. & describam fm quantitatem ipsius lineę bae per secūdā petitionē circuli. c. b. d. f.

rufus altera eius extremitatem f. punctu b. faciam centru: & per eandem petito nem & En eiuſdem quantitatem lineabo circulum c. a. d. b. qui circuli interfecabunt ſe in duobus punctis: que ſunt. c. d. & alteram duaru ſectionum: ſicut ſectionem. d. continuabo cum ambabus extremitatibus date linee protractis lineis. d. a. d. b. per prima petitionem: quia ergo a puncto a. qd eſt centru circuli. c. b. d. ptraſe ſunt linee a. d. & a. b. vltq ad eius circiferentiam ipſe erunt equales per diffinitionem circuli. Similiter quoq; quia a puncto b. quod eſt centru circuli. c. a. d. protracte ſunt linee b. a. & a. d. vltq ad eius circiferentia ipſe erunt et equales: ga ergo vtraq; duaru linearu. a. d. b. d. equalis eſt linee a. b. vi probatum eſt: ipſe erunt equales inter ſe per prima conceptione: ergo ſuper datam lineam collocauimus tri angulum equilateru: quod eſt ppoſitum. ¶ Si autē ſuper eandē lineaz libeat col locare reliquas duas trianguloz ſpēs. ſc. triangulu duū eqliū laterū & triangulu triū inequaliū laterū. ptabat linea. a. b. i vtraq; ptem vltq quo occurret circife rentic amboz circuloz ſup duo pūcta. f. z. b. & poſito cetro i pūcto. a. lineaz circu lus. e. b. g. fm quatitate linee. a. b. Itēq; poſito centro in pūcto. b. lineaz circui? c. f. g. fm quantitate linee. b. f. oi aut circuli interfecabunt ſe i duob? pūctis q ſunt e. g. Coniungant igit extremitates date linee cū altera vicinarū ſectionū p duas lineas rectas q ſunt. a. b. g. b. g. & quia be linee a. b. & a. f. exiunt a centro circuli. c. d. f. ad etus circiferentia ipſe erunt equales. Sitr quoq; a. b. z. b. b. quia exiit a centro cir culi. c. a. d. b. vltq ad ipſius circiferentia ipſe erunt equales: Quia ergo vtraq; dua rū lineaz. a. f. z. b. b. equalis eſt linee. a. b. ipſe erunt inter ſe equales. ergo poſito a. b. cōi erit. b. f. equalis. a. b. f. z. b. f. eſt equalis. b. g. quia abo exiit a centro circu li. c. d. f. ad eius circiferentiam. Similitr quoq; a. b. c. eſt equalis. a. g. z vtraq; earū eſt maior. a. b. cō q vtraq; duaru linearum. b. f. z. a. b. maior eſt. a. b. quare ſup datam lineā collocauimus triangulu duoz equaliū laterū: ¶ Triangulu etiā triū inequaliū laterū ſup eandē lineā collocabim? ſi aliq; pūctū exiit in circiferentia alterutriu duoz maiorz circuloz qd nō ſit in altera duaru ſectionū: & cui nō ob nict f. b. cū in vtrilibet ptem ptracta fuerit in cōtinuū & directū: pñunxerimus p duas lineas rectas cū ambabus extremitatib? date linee. Sit. n. pūctus. k. ſignat? i circiferentia circuli. c. f. g. & nō ſit i altera ſectionū nec occurrat ei. f. b. cū ptabe ref in pñinuū: & directū vltq ad eius circiferentia. ptabam ergo lineas. a. k. z. b. k. & ſecabit linea. a. k. circiferentia circuli. e. b. g. ſecet ergo in pūcto. l. eritq; b. k. equalis. a. l. quia b. k. eſt equalis. b. g. & a. l. equalis. a. g. quare. a. k. eſt maior. b. k. ſed z. b. k. eſt maior. a. b. triangul? ergo. a. b. k. eſt triū inequaliū laterū: Sic igit ſur ſup datam lineam omnes trianguloz ſpecies collocauimus.

Propositio. 2



Dato puncto cuilibet lineae recte pposite equam rectam
lineam ducere.

equilateri qđ opponit pñcto dato. f. latus. d. c. pñctam p centrū circuli describit
vñq ad ei⁹ circūferētiā: z sit tota linea sic pñcta. d. c. e. fm cui⁹ quātitatē linea /
bo circuli posito centro in. d. qui sit circulus. e. f. z posita pñctā latus. d. a. vñq
ad circūferētiā b⁹ vñtū circuli z occurrat circūferētiē ipsius in pñcto. f. dico igit
qđ. a. f. est equalis. b. c. nam. b. c. z. c. e. sunt equales: quia exēit a centro circuli. e. b
ad eius circūferētiā. Sitr quoq. d. f. z. d. e. sunt equales qđ exēit a centro. circuli
e. f. ad circūferētiā. sed. d. a. z. d. c. sunt equales qđ sunt latera trianguli equilateri
ergo si. d. a. z. d. c. demant. d. c. z. d. f. que sunt equales: erūt residua que sūt. a. f. z
c. e. equalia qđ qđ vñtraq. duarū lineaz. a. f. z. c. b. ē equalis. c. e. ipse sūt equales int
se:quare a pñcto. a. pñctamus lineam. a. f. equalē. b. c. quod ē pñpositum.

Propositio 3.

Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earum
breuiori equalem abscindere.

Sint due linee. a. b. z. c. d. z sit. a. b. minor volo ex. c. d. abscindere
vñā que sit eq̄lis. a. b. duco pñmo a pñcto. c. vñā lineā equalē. a. b. b⁹
qđ docuit pcedens: que sit. c. e. posito ergo centro in pñcto. c. descri
bam circuli fm quātitatē. c. e. qđ secabit lineā. c. d. Sit ergo vt fecer. cā i pñcto. f.
eritq. lineā. c. f. equalis lineē. c. e. quia ambo exēit a centro eiusdem circuli ad cir
cūferētiā: z qđ vñtraq. duarū linearū. a. b. z. f. c. est equalis. c. e. ipse sūt int se equa
les: quod est pñpositum.

Propositio 4.

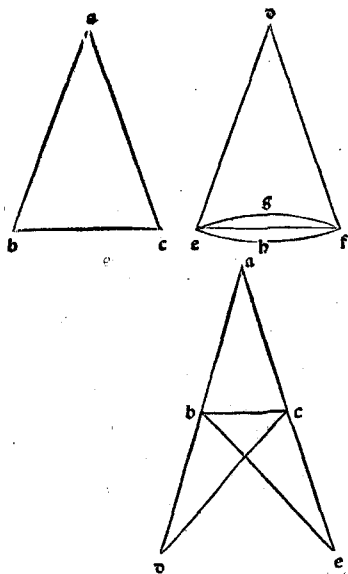
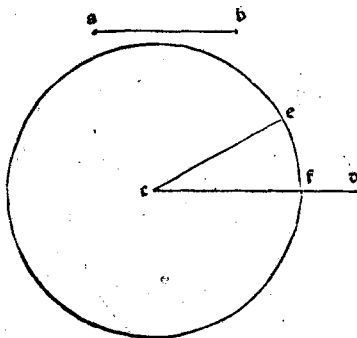
Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vñius duobus
lateribus alterius equalia fuerint: duorumq. angulorum eorum illis
equilateribus contenti equales fuerint alter alteri: latera
quorumq. illorum reliqua sese respicientia equalia: reliqui vero
anguli vñius reliquis angulis alterius equales erūt: ac totus
triangulus toti triangulo equalis.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. latus. a. b. equalē lateri. d. e. z lat⁹. a. c. eq̄
le lateri. d. f. z angul⁹. a. equalis angulo. d. tūc dico qđ basis. b. c. ē equalis basi. e. f.
z angulus. b. equalis angulo. e. Itē angul⁹. c. equalis angulo. f. qđ pñbat: supponaz
triangulū. a. b. c. triangulū. d. e. f. ita qđ angulus. a. cadat sup angulū d. z lat⁹. a. b.
sup latus. d. e. z latus. a. c. sup latus. d. f. z pñ per penultimā pceptionē qđ nec an
guli nec latera sese excedent eo. qđ angulus. a. est equalis angulo. d. z latera suppo
sita his quibus supponunt p pñthēsym. pñcta ergo. b. c. cadent sup pñctā. e. f.
si ergo lineā. b. c. cadit sup lineā. e. f. pñ pñpositum: quia cum lineā. b. c. superposi
ta lineē. e. f. non excedat eā nec excedat ab ea ē ei equalis p pñuersionē penultime
conceptiōis: cadem rōne erit angul⁹. b. equalis angulo. e. z angulus. c. eq̄lis angulo.
f. si autem lineā. b. c. non cadit super lineam. e. f. sed cadit inter triangulum si
cut lineā. c. g. f. aut extra sicut lineā. e. b. f. tūc due linee recte concludūt sufficiē
quod est contra vñtimā pñtitiōē.

Propositio 5.

Omnēs trianguli duorum eq̄liū laterū angulos qui supra ba
sim sunt equales esse necesse est: qđ si eius duo equalia la
tera directe pñctant. sicut quorumq. sub basi duo anguli
inuitem equales.

Sit triangulus. a. b. c. cuius latus. a. b. sit equalē lateri. a. c. dico qđ
angulus. a. b. c. ē equalis angulo. a. c. b. qđ si pñctant. a. b. z. a. c. vñq ad. d. z. e.



fiet angulus. d. b. c. equalis angulo. e. c. b. quod sic probatur: protractis. a. b. e. a. c. ponam per tertiam lineam. a. d. equalem linee. a. e. et protraham lineas. e. b. d. c. et intelligam duos triangulos. a. b. e. et a. c. d. quos probabo esse equales et equilateros et equiangulos. Sunt. n. duo latera. a. b. et a. e. trianguli. a. b. e. equalia duobus lateribus. a. c. et a. d. trianguli. a. c. d. et angulus. a. e. c. obis utriusque ergo per primam basilis. b. c. est equalis basi. c. d. et angulus. e. est equalis angulo. d. et angulus. a. b. e. equalis angulo. a. c. d. Item intelligo duos triangulos. d. b. c. et e. c. b. quos similiter probabo esse equilateros et equiangulos. nam duo latera. d. b. et d. c. trianguli d. b. c. sunt equalia duobus lateribus. e. c. et e. b. trianguli. e. c. b. et angulus. d. est equalis angulo. e. ergo per praemissam: basis basi: et reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus. d. b. c. est equalis angulo. e. c. b. et hoc est secundum propositum. Item anguli sub basi equales sunt: et angulus. b. c. d. est equalis angulo. e. b. c. sed totus. a. b. e. est equalis. a. c. d. ut probatum fuit supra. ergo angulus. a. b. c. residuus est equalis angulo. a. c. b. residuo quorum utriusque est super basim: quod primum propositum

Propositio .6.

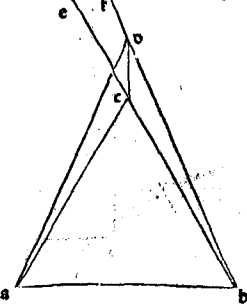
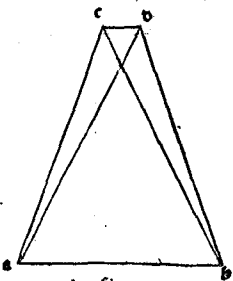
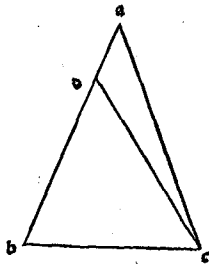
Si duo anguli alicuius trianguli equales fuerint duoque latera angulos illos respicientia equalia erunt.

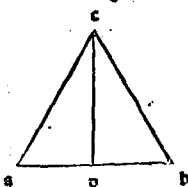
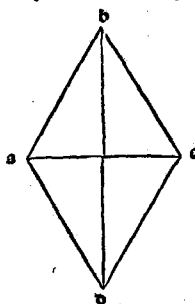
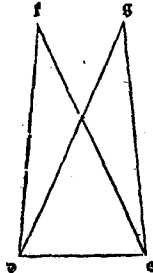
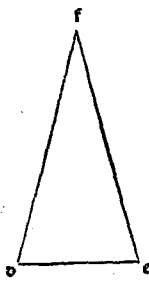
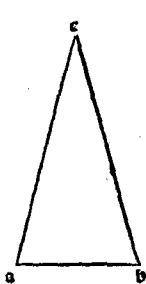
Hec est conversa primum quantum ad primam eius partem. Sit enim triangelus. a. b. c. cuius duo anguli. b. et c. sunt equales dico quod latera. a. b. est equalis lateri. a. c. Si enim non sunt equales erit alterum alio maius. sitque. a. b. maius quod refectur ad equalitatem. a. c. per tertiam propositionem ut superfluum sita parte. a. et refectur in puncto. d. sitque. b. d. equalis. a. c. et ducatur linea. d. c. intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. et d. b. c. quos probabo esse equilateros et equiangulos. sunt enim duo latera. d. b. et d. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. et b. c. trianguli. a. b. c. et angulus. b. equalis angulo. c. totali per hypothesin ergo basis. d. c. est equalis basi. b. a. et angulus. d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars versus quod est impossibile.

Propositio .7.

Si a duobus punctis aliquam lineam terminantibus duellinee ad punctum unum concurrentes exierint ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales quod alium currat in eandem partem duci est impossibile.

Sit linea a. b. a cuius extremitatibus protrahantur lineae in partem unam que concurrant in eodem puncto ut sunt. a. c. et b. c. que concurrant in puncto. c. dico quod in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum: ita quod illa que egreditur a puncto. a. sit equalis lineae. a. c. et que egreditur a puncto. b. sit equalis lineae. b. c. Quod si fuerit possibile protrahantur alie due lineae in eandem partem que concurrant in puncto. d. et sit linea. a. d. equalis lineae. a. c. et linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus d. cadet intra triangulum aut extra: nam in altero laterum. a. c. et b. c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum. a. d. et b. d. secabit alteram linearum. a. c. et b. c. aut neutra neutram: et secet primo altera alteram et protrahatur linea. e. d. quia ergo trianguli. a. c. d. duo latera. a. c. et a. d. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per. 5. Similiter quia in triangulo. b. c. d. duo latera. b. c. et b. d. sunt equalia erunt anguli. b. c. d. et b. d. c.





Similiter equales per eandem: et quia angulus. b. d. c. est maior angulo. a. d. c. sequitur angulum. b. c. d. esse maiorem angulo. a. c. d. partem. f. toto quod est impossibile: Si autem. d. cadit extra triangulum. a. b. c. ita q. linee non se secant p. traba lineam. d. c. et producam. b. d. et b. d. et b. c. sub basi vsq. ad. f. et ad. e. et quia linee a. d. z. a. c. sunt equales: erunt anguli. a. c. d. et a. d. c. equales p. 5. Similiter quia. b. c. et b. d. sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt. c. d. f. et d. c. e. equales p. 6. et partem eiusdem: quia ergo angulus. e. c. d. minor est angulo. a. c. d. sequitur angulum. f. d. c. esse minorem angulo. a. d. c. quod est impossibile: et eodem modo deducetur aduersarius ad inconueniens: si. d. punctus cadat intra triangulum. a. b. c. et c.

Propositio .8.



Quoniam duorum triangulorum quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisq. vnius basis alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necesse est.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. a. c. equalis. d. f. et b. e. equalis e. f. z. a. b. equalis. d. e. dico q. angulus. c. est equalis angulo. f. et angulus. a. angulo. d. et angulus. b. angulo. e. superponam basim. a. b. basi. d. e. que cum sint equales neutra excedet altera per penultimam conceptionem: aut ergo punctus. c. cadet super punctum. f. aut non. Si sic: tunc quia angulus. c. superpositus est angulo. f. et neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conceptionem p. dicte: Similiter argue reliquos angulos esse equales: Si autem punctus. c. non cadit super. f. sed super quemlibet alium qui sit punctus. g. quia. e. g. est equalis. b. c. imo eadem: itemq. d. g. equalis. a. c. erit. e. g. equalis. e. f. et d. g. equalis. d. f. quod est impossibile per precedentem.

Propositio .9.



Datum angulum per equalia secare.
Sit datus angulus quem oportet diuidere: angulus. a. b. c. lineas ipsum continentes que sunt. a. b. et b. c. ponam equales per tertiam et producam lineam. a. c. super quaz constituam triangulum: equilaterum. a. d. c. et protraham lineam. b. d. dico q. ipsa diuidit datum angulum per equalia: Intellico duos triangulos. a. b. d. et c. b. d. et quia duo latera. a. b. et b. d. trianguli. a. b. d. sunt equalia duobus lateribus. c. b. et b. d. trianguli. c. b. d. et basis. a. d. basi. c. d. ergo per precedentem angulus. a. b. d. est equalis angulo. c. b. d. quod est ppositum facere.

Propositio .10.



Proposita recta linea eam per equalia diuidere.
Sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia: linea. a. b. super ipsa constitua triangulum equilaterum. a. b. c. et angulum. c. diuido per equalia secundum doctrinam precedentis per lineam. c. d. dico q. linea. c. d. diuidit datam lineam. a. b. per equalia: Intellico n. duos triangulos. a. c. d. et b. c. d. et ar. guo sic: duo latera. a. c. et c. d. trianguli. a. c. d. si equalia duobus lateribus. b. c. et c. d. trianguli. b. c. d. et angulus. c. vnius angulo. c. alterius ergo per quartam basis. a. d. basi. d. b. quod est ppositum.

Data linea recta a puncto in ea signato perpendicularē extrahere duob⁹ qdem angul⁹ eqlib⁹ ac rectis vtrinq⁹ subnixam.
 ¶ Sit data linea. a. b. in q sit datus punctus. c. a quo oꝝ perpendicularē extrahere: faciā gꝑ tertiā lineā. b. c. eqle lineē. a. c. ⁊ sup totā. a. b. cōstituo triangulū eqlaterū. a. b. d. ⁊ pꝑabo. lineā. c. d. dꝑ dico qꝑ ipā ē perpendicularis sup lineā. a. b. ¶ Intelligo duos triangulos. a. c. d. ⁊ b. c. d. ⁊ qꝑ duo latera. a. c. ⁊ c. d. trianguli a. c. d. sūt eqlia duob⁹ laterib⁹. c. b. ⁊ c. d. trianguli. c. b. d. ⁊ basis. a. d. basi. b. d. erit p. s. angul⁹. a. c. d. eqlis angulo. b. c. d. qꝑ vꝑqꝑ eorū erit rect⁹ p diffinitōem anguli recti: ⁊ linea. c. b. perpendicularis sup lineā. a. b. p diffinitōem lineē perpendicularis: qd ē ppositū. ¶ Propositio 12.

A puncto extra signato ad datā lineā indefinite quantitat⁹ perpendicularē deducere.

¶ Sit. a. punctus signat⁹ extra lineā. b. c. a quo ad ipsā oꝝ deducē p perpendicularē: pꝑabā ergo lineā. b. c. i vtrāqꝑ pte qꝑtū libuerit ⁊ super punctū. a. describā circulū. b. c. sic vt secet lineā datā in punctis. b. c. et pꝑabā lineas. a. b. ⁊ a. c. ⁊ diuidā angulū. b. a. c. p eqlia p lineā. a. d. p. g. dico qꝑ a. d. ē perpendicularis sup lineā. b. c. ¶ Intelligo duos triangulos. a. b. d. ⁊ a. c. d. ⁊ quia duo latera. a. b. ⁊ a. d. trianguli. a. b. d. sūt eqlia duobus laterib⁹. a. c. ⁊ a. d. trianguli. a. c. d. ⁊ angul⁹. a. vni eqlis angulo. a. alteri erit p. 4. basis. b. d. eqlis basi. d. c. ⁊ angulus. a. d. b. eqlis angulo. a. d. c. qꝑ vꝑqꝑ eorū rect⁹ ⁊ linea. a. d. perpendicularis sup lineā. b. c. p diffinitōem anguli recti ⁊ lineē perpendicularis: qd ē ppositū.

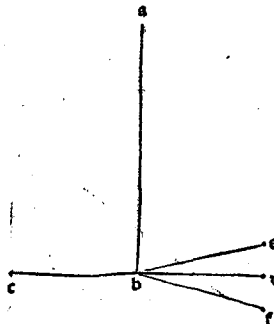
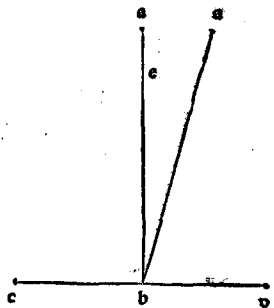
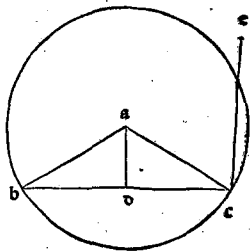
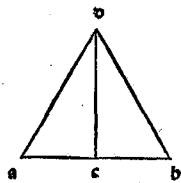
¶ Propositio 13.

Duis recte linee sup rectā lineā stantis duo vtrobiqꝑ anguli aut sunt recti aut duobus rectis equales.

¶ Sit vt linea. a. b. supstet lineē. c. d. q si fuerit sup eā perpendicularis faciet duos angulos rectos p pꝑersione diffinitōis. Si at nō fuerit sup eā perpendicularis a puncto. b. duca. b. e. perpendicularis sup. c. d. p vndecima: eritqꝑ duo anguli. c. b. c. ⁊ c. b. d. recti p pꝑersione diffinitōis: qꝑ ergo duo anguli. d. b. a. ⁊ a. b. e. adequant⁹ angulo. d. b. e. ipse cū āgulo. c. b. e. erūt eqles duob⁹ rectis: qꝑ tres āguli q sūt. d. b. a. a. b. e. ⁊ c. b. e. sūt eqles duob⁹ rectis: ⁊ āgul⁹ c. b. a. ē eqlis duob⁹ angul⁹. c. b. e. ⁊ c. b. a. g duo āguli. c. b. a. ⁊ a. b. d. sūt eqles duob⁹ rectis: qd ē ppositū. Ex quo pꝑ q totū spaciū qd i qlibz superficie plana punctū qdlibz circūstat quatuor rectis āgulis ēē eqle. ¶ Propositio 14.

Si due linee a puncto vni linee i diuersas ptes exierint duob⁹ circa se angulos rectos aut duob⁹ rectis equales secerint: ille due linee sibi directe coniuncte sūt ⁊ linea vna.

¶ Sit vt a puncto. b. linee. a. b. exeat due linee in oppositas ptes que sint. b. c. ⁊ b. d. ⁊ faciūt duos āgulos q sūt. c. b. a. ⁊ d. b. a. eqles duo bus rectis: nō dico qꝑ due linee. c. b. ⁊ d. b. sūt sibi iuncte directe coniuncte ⁊ linea vna: bec ē qsi pꝑerit foris: q si nō fuerit linea vna tūc pꝑrabat⁹. c. b. in pꝑtinuū ⁊ directū q q nō ē linea vna cū. d. b. trāsit sup eā vt. b. c. aut ifra eā vt. b. f. qꝑ g sup lineā rectā q ē. c. b. e. cadit linea. a. b. erūt anguli. c. b. a. ⁊ c. b. a. eqles duob⁹ rectis p pꝑedēte: ⁊ q oēs recti sūt ad iūctē eqles p. 3. pꝑtōem anguli quorūqꝑ c. b. a. ⁊ d. b. a. sūt eqles duob⁹ angul⁹ rectis p pꝑothesim erūt duo āguli. c. b. a. ⁊ c. b. a. eqles duob⁹ bus angul⁹. c. b. a. ⁊ d. b. a. g de pto cōi angulo. c. b. a. erit āgul⁹ c. b. a. eqlis angulo



d.b.a. ps toti: quod ē ipossibile: silt lineā. c.b. ptractā pbabis angulū d.b.a. esse eēlem angulo. f.b.a. si forte diceret aduersari lineā. c.b. ptractā cadere ista. b.d.

Propositio 15.



Quoniam duarū linearum se inuicē secātū: oēs anguli cōtra se positi sūt e qles: unde manifestū est q cū due lineee recte se inuicē secāt qtuor q sūt āgulos qtuor recti eē eēles

Sint due linee. a.b. z.c.d. se inuicē secātes i pūcto. e. dico q angul⁹ d.e.b. est eēlis angulo. a.e.c. z angulus. b.e.c. ē eēlis angulo. a.e.d. Erūt. n. p. 13. duo anguli. a.e.c. z c.e.b. eēles duob⁹ rectis: itēqz duo anguli. c.e.b. z d.e.b. eēles duobus rectis p eandē: qre duo pmi sūt eēles duob⁹ postremis eo q oēs recti sūt ad inuicē equales p. 4. petitionē: dempto ergo cōi angulo q ē c.e.b. erit angulus. a.e.c. eēlis angulo. d.e.b. Eodē mō pbabit angulus. c.e.b. eē eēlis angulo. a.e.d. qd ē ppositū.

Propositio 16.



Quodlibet laterū trianguli directe ptractat faciet angulum extrinsecum vtroqz angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

Sit vt trianguli. a.b.c. latus. a.b. ptractat vsqz ad. d. dico q angulus. d.b.c. maiore vtroqz duoz anguloz intrinsecoz sibi opposito rū q sūt. b.a.c. z b.c.a. diuidā n. p. 10. lineā. c.b. p eēlia in pūcto. e. z ptractā. a.e. vsqz ad. f. ita vt. c.f. fiat eēlis. a.e.c. z ptractā lineā. f.b. intelligo duos triangulos. c.e.a. z b.e.f. z qz duo latera. a.e. z e.e.c. trianguli. a.e.c. sūt eēlia duobus laterib⁹ f.e. z e.b. trianguli. f.e.b. z angulus. e. vnus ē eēlis angulo. e. alteri⁹ p pmissā qā sūt anguli ppositi: erit p. 4. angul⁹. c.e.a. eēlis angulo. e.b.f. z iō angulus. z b.d. maior erit angulo. b.c.a. Silt quoqz pbabitur q est maior angulo. c.a. b. naz diuidam. a.b. p eēlia in pūcto. g. p. 10. z ptractāz lineā. g.b. equalē lineē. c. g. p. 3. poftea ptractā. b. b.k. erūtqz duoz trianguloz q sūt. a.g.c. z b.g.b. duo latera. a.g. z g.c. pmi eēlia duob⁹ laterib⁹. b.g. z b.b. scōi: z angulus. g. vni⁹ angulo. g. alteri⁹ p. 15. ergo p. 4. angulus. g.c.a. est eēlis angulo. g.b.b. qre p. 15. z angulo. k.b.d. z qz angulus. c.b.d. ē maior angulo. k.b.d. erit etiā maior āgulo. b.a.c. qd ē ppositū.

Propositio 17.



Omīs triāguli duo qlibet āguli duob⁹ rectis sūt minores. **S**it triangulus. a.b.c. dico q duo qlibet ei⁹ anguli duob⁹ rectis sūt minores: ptractat. n. vnū latus eius vt. b.c. vsqz ad. d. eritqz p pcedentē angulus. e. extrinsecus maior. a. z maior. b. f3. c. extrinsec⁹ cum c. intrinsec⁹ ē eēlis duobus rectis p. 13. g anguli. b. z c. intrinseci siue anguli. a. z c. intrinseci sūt minores duobus rectis: silt si ptractat latus. b.a. pbabit q duo anguli. a. z b. sunt minores duobus rectis: quod ē ppositū.

Propositio 18.



Omīs trianguli lōgins lat⁹ maiori angulo oppositū est. **S**it vtī tangulo. a.b.c. āgul⁹. a. sit maior āgulo. c. dico q lat⁹ c.b. maior erit latere. a.b. Si. n. sit eēle erit p. 5. āgul⁹ a. eēl angulo. c. qd ē p ppothefym: si aut. a.b. sit mai⁹ refecit ad eēlitate. c.b. p. 3. sitqz. d. b. eēle. c.b. erit g p. 5. āgul⁹ d. c. b. eēl angulo. b. d. c. f3. b. d. c. ē maior āgulo. b. a. c. p. 16. g. b. c. d. ē maior. b. a. c. qre mīto forti⁹ maior. a. c. b. ps toto: qd ē ipossibile.

Propositio 19.

Quoniam in triangulo maiori angulo longius latus oppositum est. Sit ut in triangulo a.b.c. latus b.c. sit maius latere a.b. dico quod angulus a. erit maior angulo c. et est quæstio prædictis: si. n. sit æqualis tunc p. 6. latus a.b. est æquale lateri b.c. quod est per hypothese[m]. Si autem c. sit maior tunc per prædictum latus a.b. est maius latere b.c. quod est per hypothese[m] quare astruimus ppositum.

Propositio 20.

Quoniam in triangulo duo quilibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.

Sit triangulus a.b.c. dico quod duo latera a.b. et a.c. sunt longiora latere b.c. pertrahatur linea b.a. usque ad d. ita ut a.d. sit æqualis a.c. et pertrahatur c.d. p. 5. erit angulus a.c.d. æqualis angulo d. quare angulus b.c.d. est maior angulo d. ergo p. 18. latus b.d. est maius latere b.c. et c. et æquale a.b. et a.c. quare b.a. et a.c. simul iuncta sunt maiora b.c.

Propositio 21.

Si de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctum unum perveniant eadem duabus quidem reliquis trianguli lineis breviores erunt et maiorem angulum continebunt.

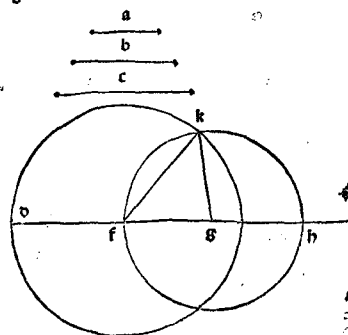
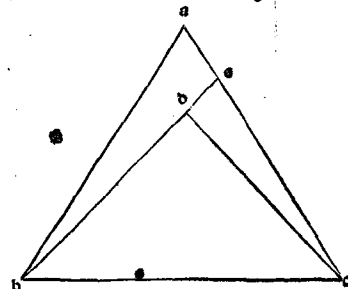
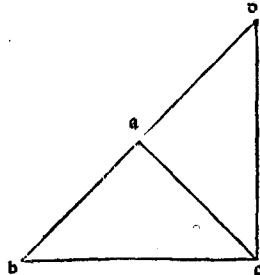
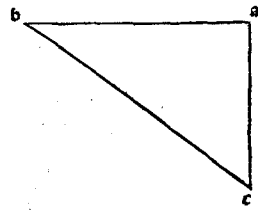
Sit ut in triangulo a.b.c. ab extremitatibus lateris b.c. concurrant due linee b.d. et c.d. ad punctum d. intra triangulum a.b.c. dico quod ipse simul iuncte sunt breviores duabus lineis a.b. et a.c. simul iunctis et quod angulus d. est maior angulo a. pertrahatur enim b.d. usque quo secet latus a.c. in puncto e. eruntque per. 20. b.a. et a.e. simul iuncte maiores b.e. ergo b.a. et a.c. sunt maiores b.e. et e.c. At vero d.c. et e.c. simul iuncte per eandem sunt maiores d.e. quare b.e. et e.c. sunt maiores b.d. et d.c. et quia b.a. et a.c. sunt maiores b.e. et e.c. ut probatum est prius erit multo fortius maiores b.d. et d.c. quod est primum ppositum: At quoniam angulus b.d.c. est maior angulo d.e.c. p. 16. et angulus d.e.c. est maior angulo e.a.b. per eandem erit angulus b.d.c. multo fortius maior angulo b.a.c. quod est secundum ppositum.

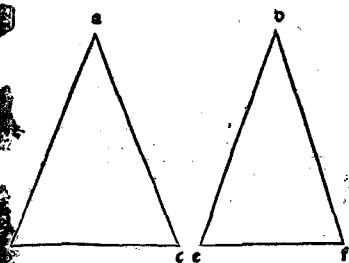
Propositio 22.

Propositis tribus lineis rectis quarum due quilibet simul iuncte relique sint longiores de tribus alijs lineis sibi equalibus triangulum constituere.

Sint tres linee recte ppositæ a.b. et c. et sint quilibet due simul iuncte longiores reliqua. aliter. n. ex illis tribus æqualibus triangulum non posset constitui p. 20. cum si ex illis tribus prædictis volo constituere triangulum: sumo lineam rectam que sit d.e. cui non pono a parte e. determinatum finem: de qua sumo p. 3. d.f. equalē a. et f. g. equalē b. et g. h. equalē c. secus puncto f. centro describo semicirculum quantitatem lineæ f.d. circuli d.k. itaque facto g. centro describo semicirculum quantitatem lineæ g.b. k. h. qui circuli iterum secabunt se in duobus punctis quorum unus sit k. alioquin sequeretur una victoriarum linea non esse equalis alijs duabus iunctis aut maiorem eis: quod est primum ponit: duo ergo lineæ k.f. et k.g. eruntque triangulus k.f.g. constitutus ex tribus lineis æqualibus lineis a.b. et c. datis: sunt enim f.d. et f.k. æquales quoniam sunt a centro ad circumferentiam quare f.k. est equalis a. Similiterque g.b. et g.k. sunt æquales: quia exeunt a centro ad circumferentiam: quare g.k. est equalis c. et quia g.f. supra fuit equalis b. patet ppositum manifeste.

Propositio 23.





Sit data linea. f.e. que ē in superiori figura: z sunt linee. b. a. p. tinen
tes āguli datū cui subtenā basim. c. sup pūctū. f. linee. e. f. iuberē fa
cere eqli āngulū āngulo dato ad lineā. c. f. adiūgo. f. d. eqliā linee. a
z ex f. e. sūmo. f. g. eqli. b. z ex. g. c. sūmo. g. b. eqli. c. z sup puncta. f. z. g. d. scribo
duos circulos. d. k. z k. b. fm. quantitatē duarū linearū. f. d. z. g. b. z in tēcates se
in pūto k. sicut docuit p̄cedēs: ductisq; lineis. k. f. z. k. g. crūt eqlia uo latera. k.
f. z. f. g. trianguli. k. f. g. uo nobis laterib⁹. a. z. b. trianguli. a. b. z. c. basim. g. k. eqli
basim. c. ergo p. s. āngul⁹ k. f. g. cql̄ erit āngulo p̄tēto. ab. a. z. a. b. qd ē ppositum.

Omnium duorum triangulorum quorum duo latera unum duobus lateribus alterius fuerint equalia: si fuerit angulorum sub illis equalis lateribus prout alter altero maior basis quoque eundem basis alterius maior erit.

¶ Sint duo triánguli. a. b. c. z. d. e. f. sintq; duo latera. a. b. z. a. c. eq̃/
lia duob⁹ laterib⁹. d. e. z. d. f. z. vnūquodq; suo correlatio dextrū. f. dextro: sinistrū
q; sinistro: sitq; angulus. a. maior angulo d. q̃aro: dico q; basis. b. c. maior erit ba
si. e. f. faciā. n. iuxta doctrinā p̃cedentis. e. d. g. eq̃lē angulo. a. eritq; āgulus. e. d. f.
ps ei⁹ z. ponā. d. f. eq̃lē. e. a. c. z. p̃trabā. e. g. q̃ at t̃rāssibit sup̃. e. f. vt fecer lineā. d. f. a.
at sup̃. e. f. vt sit scilicet lineā vna: aut infra. Transcat ergo p̃mo sup̃: z. q̃. a. b. z. a. c.
latera triánguli. a. b. c. ff̃ eq̃lia. e. d. z. d. g. laterib⁹ triánguli. e. d. g. z. angul⁹. a. angu
lo. d. totali: erit p. s. basis. b. c. eq̃lis basi. e. g. Et ṽo q̃. d. g. z. d. f. sūt eq̃les: nam
ṽtraq; ē eq̃lis. a. c. erit p. s. angul⁹. d. f. g. eq̃lis angulo. d. g. f. q̃re d. f. g. maior erit
f. g. e. g. e. f. g. m̃lto forti⁹ maior ē eodē. f. g. e. g. p. 18. lat⁹. e. g. mai⁹ ē latere. e. f. q̃re
z. b. c. maior ē. e. f. q̃d ē p̃positū. Si ṽo. c. g. t̃rāscat sup̃. e. f. z. sit secū lineā vna t̃rā
e. f. erit ps. e. g. p̃ vltimā g̃ceptōem p̃z p̃positū. Si ṽo. e. g. t̃rāscat infra. e. f. p̃tra
banf̃ duo lineā. d. f. z. d. g. q̃ sūt eq̃les vt p̃batū ē vsq; ad. k. z. ad. b. siētiq; p̃ scōz
ptē. q̃nte sub basi. f. g. anguli. k. f. g. z. f. g. b. eq̃les: q̃re angul⁹. e. f. g. maior erit an
gulo. f. g. e. ergo p. 18. lat⁹. e. g. mai⁹ ē latere. e. f. q̃re. b. c. maior ē. e. f. q̃d ē p̃posi/
tū. Istud vltimū mēbrū possz ēt p̃bari p. 24. p. ipsā. n. erunt i dispositōe tria due
lineā. d. f. z. e. g. maiores duabus lineis. d. f. z. e. f. z. q̃. d. g. ē eq̃lis. d. f. pp̃ hoc
q; ambe sūt eq̃les. a. c. erit. g. e. maior. e. f. z. b. c. maior: q̃d ē p̃positū: meli⁹
est demonstrare priori mō vt in omni dispositōe arguat̃ per quintam.

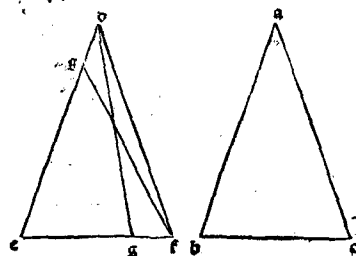
Primū duoz trianguloz quoz duo latera vni⁹ duob⁹ late-
rib⁹ alteri⁹ merint eq̃lia: bāsis vō vni⁹ bāsi alteri⁹ fuerit ma-
ior: erit quoq; angul⁹ trianguli maioris illis eq̃s laterib⁹
contentis angulo alterius se respiciente maior.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sintq; duo lata. a. b. c. a. c. pmi eq
lia onob^r laterib^r . d. e. z. d. f. scōi vñūquodq; suo correlatio: sitq; basis. b. c. maior
basi. e. f. dico q^d agū^l . a. maior erit anglo. d. hec ē pueria pcedētis: Eqlis qdē non
erit: sic. n. esset p. 4. basis. b. c. eqlis basi. e. f. qd ē p^r ppothesym: sed nec minor quia
sic esset. d. maior: 7 ita p pcedētē basis. e. f. erit maior basi. b. c. qd ē p^rii ppositioi
qre maior erit sicq; ppositū astruū. ¶ Propo^o . 26.



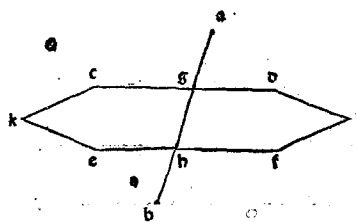
Quoniam duorum triangulorum quorum duo anguli unius duobus angulis alterius et uterque se respicienti equeles fuerint latus quoque unius lateri alterius equale: fueritque latus illud inter duos angulos equeles aut unius eorum oppositum: erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus unumquodque se respicienti equalia: angulusque reliquus unius angulo reliquo alterius equalis.

C Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitque angulus. b. equeles angulo. e. et angulus. c. equalis angulo. f. sitque latus. b. c. equele lateri. e. f. aut alteri duorum laterum. a. b. et a. c. equale alteri duorum laterum. d. e. et d. f. ita quod a. b. sit equele d. e. aut a. c. d. f. dico quod reliqua duo latera unius erunt equeles reliquis duobus lateribus alterius et reliquus angulus reliquo angulo equeles: angulus. a. agulo. d. ponam ergo primum ut lat. b. c. super quod iacent anguli b. c. sit equele lateri. e. f. super quod iacent anguli. e. f. qui positi sunt equeles angulis. b. c. tunc dico quod latus. a. b. est equele lateri. d. e. et latus. a. c. lateri. d. f. et angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. a. b. non sit equale lateri. d. e. alterum erit maius: sit ergo maius. d. e. quod resecabo ad equalitatem. a. b. sitque. g. e. equale. a. b. et producam lineam. g. f. eritque per. 4. angulus. g. f. equeles angulo. a. c. b. quare et angulo. d. f. e. per totum quod est impossibile: erit ergo. d. e. equele. a. b. ergo per. 4. d. f. equele. a. c. et angulus. d. equeles angulo. a. quod est primum meorum divisionis propositum: Sint rursus ut prius duo anguli. b. et c. equeles duobus angulis. e. et f. sitque latus. a. b. quod opponitur angulo. c. equele lateri. d. e. quod opponitur angulo. f. cui positi sunt equeles angulus. c. dico quod latus. b. c. erit equele lateri. e. f. et latus. a. c. lateri. d. f. et angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. c. f. non fuerit equalis lateri. b. c. erit alterum maius: sit ergo. e. f. maius: ponam itaque. e. g. equele. b. c. et producam lineam. d. g. eritque per. 4. angulus. d. g. e. equalis angulo. a. c. b. quare et angulo. d. f. e. extrinsecus videlicet intrinsecus quod est impossibile per. 16. erit ergo. e. f. equele. b. c. ergo per. 4. latus. d. f. equale lateri. a. c. et angulus. d. totalis angulo. a. quod est secundum meorum divisionis propositum: quare totum manifeste patet. **Propositio .27.**



Si recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosque angulos coalternos sibi invicem equales fecerit ille due linee erunt equidistantes.

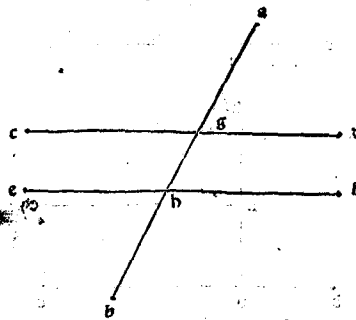
C Sit ut linea. a. b. cadat super duas lineas. c. d. et e. f. et secet lineam. c. d. in puncto. g. et lineam. e. f. in puncto. h. sitque angulus. d. g. b. equeles angulo. e. h. g. dico quod lineae. c. d. et e. f. sunt equidistantes. Si. n. non concurrant aut ad partem. c. e. super punctum. k. aut ad partem. d. f. super punctum. l. et quicunque fuerit accidet impossibile per. 16. videlicet anguli extrinseci esse equeles intrinseci: nam unum duorum angulorum coalternorum quod positi sunt equeles erit extrinsecus et reliquus intrinsecus: quod igitur impossibile est eas concurrere in alterutra parte pertractas ipse per diffinitorem erunt equidistantes: quod est propositum.

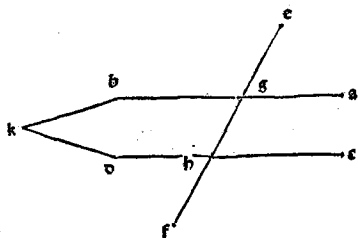


Propositio .28.

Si linea recta duabus lineis rectis superaverit fueritque angulus eius intrinsecus angulo extrinseci sibi opposito equalis aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis equeles ille due linee equidistantes erunt.

C Sit ut linea. a. b. secet duas lineas. c. d. et e. f. in puncto. g. et h. sitque angulus. g. extrinsecus equalis angulo. h. intrinseci ex eadem parte sumpto: aut duo anguli. g. et h. intrinseci ex eadem parte sumpti sint equeles duobus angulis





rectis: dico qd due linee. c. d. z. e. f. sunt equidistantes. Sit ergo pmo angul⁹. d. g. a equalis angulo. f. b. g. eritq; per. 15. angulus. c. g. b. equalis eidem angulo. f. b. g. qre p pmissam. d. z. e. f. sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli. d. g. b. z. f. b. g. equales duobus rectis: z q; p. 15. duo anguli. d. g. b. z. c. g. b. snt snt eqles duo / bus rectis erit angulus. c. g. b. eqlis angulo. f. b. g. qre p pmissa. c. d. z. e. f. ernt eq distantes: quod est ppositu.



Si duabus lineis equidistantib⁹ linea supuerit duo an / guli coalterni equales ernt: angulusq; extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito eqlis. Itēq; duo anguli intrinse ci ex alterutra pre consti tuti duob⁹ rectis angul⁹ equales.

Sint due linee. a. b. z. c. d. equidistantes super quas cadat linea. e f. secans eas in punctis. g. z. h. dico qd anguli. g. z. h. coalterni snt eqles: z q angu lus. g. extrinsecus est equalis angulo. b. intrinseco sibi opposito ex eadem pre snt / pro: z q anguli. g. z. b. intrinseci ex eadem pre snt snt eqles duob⁹ rectis: z bec est pueria duaru pcedentiu. Primu sic pz: Si. eni agul⁹. b. g. b. nō ē eqlis angulo. c. b. g. alter eoz erit maior. sit g maior agul⁹. c. b. g. z q duo aguli. c. b. g. z. g. b. d sunt equales duobus rectis ergo p. 15. erunt duo anguli. b. g. b. z. d. b. g. minores duobus rectis ergo per quartā pctionem due linee. a. b. z. c. d. si p



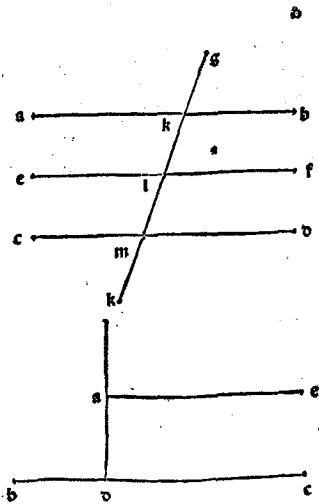
Si fuerint due linee vni equidistantes eedem sibi in. ac ē / quidistantes erunt.

Sint due linee. a. b. z. c. d. quarū vtraq; eqdistet linee. e. f. dico il / las duas videlz. a. b. z. c. d. esse equidistantes. hoc aut est vniuersali ter rez sine due linee. a. b. z. c. d. sint in vna superficie cū linea. e. f. situe non: hic tñ non intelligit nisi fm qd oēs sunt in superficie vna: scōm. n. q snt in di nersis superficie⁹ pbat i nona. libri. ii. qd sunt equidistates. Sint ergo oēs i sup / ficie vna: p9 eq / lis angulo. l. m. c. intrinseco p scōm prem pcedentis ergo angulus. b. k. l. est equa lis angulo. c. m. l. qui cū snt coalterni ernt p. 27. linee. a. b. z. c. d. equidistates: qd est ppositum.



Puncto extra lineam dato linee propositē equidistantē ducere.

Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtrinq; pro / trabatur per ipsū nō transit. Sit ergo punctus. a. datus extra lineā b. c. a quo oportet p



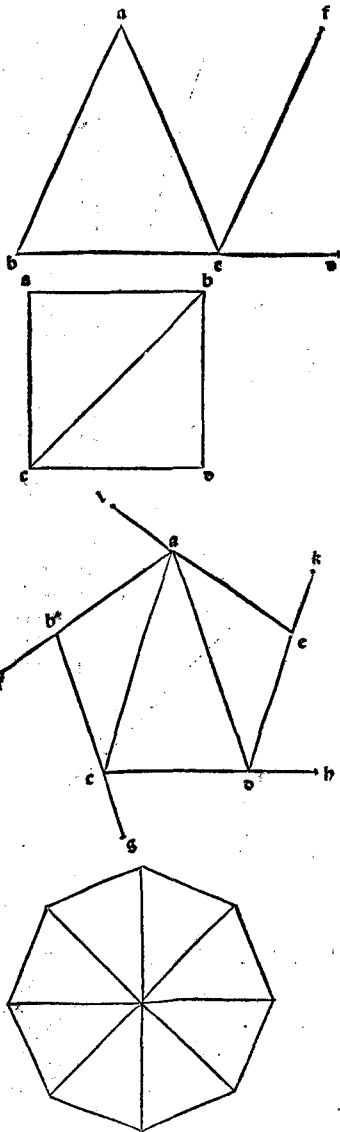
linee. a. d. constituo angulū. e. a. d. p. doctrinā. 23. equalem angulo. b. d. a. sibi coal-
terno: eritq. a. e. equidistās. b. c. p. 27. quod est ppositum.

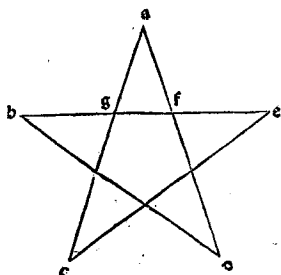
Propositio 32.



Quoniam trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis
sibi oppositis est equalis: Omnes autē tres angulos eius
duobus rectis angulis equos esse necesse est.

Sit triangulus a. b. c. cuius lat^{us} b. c. p. trahat^{ur} vsq. ad. d. dico q. an-
gulus. c. extrinsecus ē eq̄lis duob^{us} angulis. a. z. b. intrinsecis sibi op-
positis sūt iūctis: z. q. tres anguli trianguli. a. b. c. sūt iūcti sūt eq̄les duob^{us} rectis.
A puncto. c. p. traham. c. f. eq̄distante. a. b. sūt doctrinā pcedētis: eritq. angul^{us}. f.
c. a. eq̄lis angulo. a. q. sūt coalterni p. p̄mā ptē. 29. z. angulus. f. c. d. extrinsec^{us} eq̄lis
angulo. b. intrinsec^{us} p. scōam p̄mā eiusdē: q̄re tot^{us}. a. c. d. extrinsec^{us} ē equal^{is} duob^{us}
angulis. a. z. b. intrinsecis sibi oppositis: qd ē p̄mū. z. q. duo anguli. a. c. b. z. a. c.
d. sūt eq̄les duob^{us} rectis p. 13. erūt tres anguli. a. b. z. c. intrinseci eq̄les duob^{us} rectis:
qd ē scōm. ppositū. **E**x hac autē p. q. ois figure polygonie oēs anguli sūt sumpti
tot rectis angulis sūt eq̄les quot^{us} ē nūm^{us} quo a p̄mā destiterit duplicat^{ur}: vbi grā
Poligoniariū figurari ē triangula p̄mā: q. si est^{is} duar^{um} linear^{um}: cū figura sit clausio
linearū: tunc due linee recte includerent sup̄ficiē qd ē ipossibile p. vltimā petitionē
Quadrilatera scōa: pentagona 3^{us}. sūt autē q̄libet tota erit i. ordie quotus erit nu-
mer^{us} laterū aut angulor^{um} ei^{us} inde dempto binario. Dico q. p. triagule q. ē p̄mā oēs
anguli sūt eq̄les duob^{us} rectis. Quadrilaterē q. ē scōa crūt eq̄lis q̄tuor rectis z. pen-
tagonē q. ē scōa erūt eq̄les sex rectis. hoc autē inde manifestū ē qm cū q̄libet talis
figura sit in tot^{us} triangulos resoluibilis: quota ipsa fuerit a p̄mā ductis rectilineis
a quouis angulor^{um} eius ad oēs angulos oppositos: sūt itaq. oēs anguli ois trianguli
duobus rectis eq̄les erūt oēs laterate figure oēs anguli bis tot rectis equales quota
ipsa fuerit a p̄mā: quod ē ppositū. Sit. n. exēpl^{is} grā: Pentagonon^{us}. a. b. c. d. e. a. cū
ius angulo. a. ducā lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos: eritq. tot^{us} pentagon^{us}
resolutus in triangulos. a. b. c. a. c. d. z. a. d. e. quor^{um} cū cuiuslibet sint anguli eq̄les
duob^{us} rectis erūt pentagoni anguli eq̄les sex rectis: qd ē duplū ei^{us} nūm^{us} i quo a p̄-
mā distat siue duplūm numeri angulorū aut laterū ei^{us} inde dempto binario.
Possūm^{us} quoq. z. sic idē pponē dicentes q. ois figure polygonie oēs anguli pa-
riter accepti sūt tot rectis angulis eq̄les q̄tuor est numer^{us} quē ei^{us} anguli duplicant
inde deptis q̄tuor. p̄ucto. n. quolibet intra figurā signato z. ab eo ad singulos āgu-
los lineis p̄tractis erit ipsa figurā in tot angulos resoluta quāti fuerit ei^{us} anguli:
iō q. oēs anguli oim illoz triangulor^{um} p̄ter accepti tot rectis angulis crūt eq̄les
quāti ē numer^{us} quē duplicat angulū ppositē figure: cū itaq. sint oēs anguli trian-
gulor^{um} in quos ipsa resoluta ē p̄uctiz mediū circūstātes q̄tuor rectis equales p. 13.
manifestū constat ppositū. **S**imilit^{er} quoq. p. q. ois figure polygonie anguli oēs
extrinseci q̄tuor rectis angulis sūt eq̄les: sūt enī intrinseci z. extrinseci z. bis tot rectis
eq̄les quot hūc sūt angulos per. 13. Intrinseci at sūt bis tot rectis eq̄les quot hūc/
rit āglos demptis inde q̄tuor: s. extrinseci sunt q̄tuor rectis equales: qd ē ppositū.
Exēpl^{is} grā: ppositi pentagoni latera p̄trahantur vt fiant anguli extrinseci
a. b. quidē p̄trahat^{ur} vsq. ad. f. b. c. vsq. ad. g. c. d. vsq. ad. h. d. e. vsq. ad. k. e. a.
vsq. ad. l. eruntq. per. 13. duo anguli. a. intrinsecus z. a. extrinsecus equales duo-
bus i. eadem autem rationē duo anguli. b. intrinsecus. z. b. extrinsecus: sic et





ceteri q̄re. a. b. c. d. e. anguli intrinseci et extrinseci decē rectis. denūptis igit̄ intrinsecis q̄ sūt eq̄les sex rectis erūt extrinseci. vidz. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. b. z. a. e. k. eq̄les q̄ tuor rectis. ¶ Patet et̄ q̄ ois pentagoni cui⁹ vnūquodqz lat⁹ duo secat ex reliq̄s bz. 5. angulos duob⁹ rectis eq̄les. sit q̄lis p̄ponit pentagon⁹. a. b. c. d. e. z. fecerit lat⁹ tus. a. c. latus. b. e. i p̄ucto. g. z. lat⁹. a. d. idē latus. b. e. i p̄ucto. f. critqz angul⁹. a. f. g. eq̄lis duob⁹ angul⁹. b. z. d. cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. f. d. b. Itēqz angul⁹. f. g. a. erit equalis duob⁹ angul⁹. c. z. e. cū sit extrinsec⁹ ad ipsos in triangulo g. c. e. sed duo anguli. a. f. g. z. f. g. a. cū angulo a sunt equales duob⁹ rectis ergo q̄ tuor anguli. b. d. z. c. e. sūt cū angulo a. eq̄les duob⁹ rectis: qd ē p̄positū.

Propositio .33.



In summatib⁹ duarū linearū eq̄distantiū et eq̄lis quantitatib⁹ alie due linee p̄iungant ipse quoqz eq̄les et eq̄distantes erūt. ¶ Sint due linee. a. b. z. c. d. eq̄les et eq̄distantes q̄ru extremitates cōiungā p̄ lineas. a. c. z. b. d. quas dico esse eq̄les et eq̄distantes. p̄traham. n. lineā. a. d. et qz linee. a. b. z. c. d. sunt equidistantes erit angul⁹ b. a. d. eq̄lis angulo. a. d. c. p̄ p̄mā ptē. 29. ergo erūt duo latera. a. b. z. c. d. trianguli. a. b. d. eq̄lia duob⁹ laterib⁹ d. c. z. d. a. trianguli. d. c. a. z. angulus a. p̄mī eq̄lis angulo. d. secūdi. ergo p̄ 4. basis. b. d. p̄mī ē equalis basi a. c. secūdi. z. angul⁹. a. d. b. p̄mī equalis angulo. d. a. c. secūdi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. z. a. c. equidistantes p̄ 27. z. quia p̄mī p̄batū est ipas esse eq̄les: p̄ p̄positū vtrūqz.

Propositio .34.



Om̄is sup̄ficies equidistantib⁹ p̄tenta laterib⁹ lineas atqz angulos ex aduerso collocatos habet eq̄les diame- tro et diuidente eam p̄ medium.

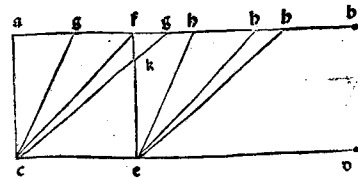
¶ Sit sup̄ficies. a. b. c. d. equidistantiū laterū: ita q̄ linea. a. b. equidi- stet. c. d. z. a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. z. c. d. itē duas lineas. a. c. z. b. d. esse equales. Si s̄r z. dico angulū. a. esse eq̄lem angulo. d. z. angulū. b. angulo. c. p̄traham diametru. a. d. que etiā diuidet sup̄ficiem illā p̄ mediū. cū. a. b. z. c. d. sint equidistantes: erūt anguli. b. a. d. z. c. d. a. qui sunt coalterni eq̄les per. 29. At quia etiā. a. c. z. d. b. sūt equidistantes: erūt anguli. c. a. d. z. b. d. a. qui sunt coalterni equales p̄ eandē. Intelligo. n. duos triangulos. a. d. b. z. d. a. c. z. quia duo anguli a. z. d. trianguli. a. d. b. sunt equales duob⁹ angulis. d. z. a. trianguli. d. a. c. z. la- tus. a. d. sup̄ quod iacet illi anguli i vtroqz triangulo ē cōe: erit p̄. 26. lat⁹. a. b. eq̄le lateri. c. d. z. latus. a. c. lateri. b. d. z. angulus. b. angulo. c. z. quia angulū. a. totalē p̄ esse equalē angulo. d. totali p̄ secūda cōceptōe totū p̄positū cū correla⁹ liquet.

Propositio .35.



Om̄es sup̄ficies equidistantiū laterū sup̄ vnā basim atqz i eisdem alternis lineis constitute equales esse p̄bantur.

¶ Sint due linee. a. b. z. c. d. equidistantes inter quas fiat. a. c. f. e. su- perficies eq̄distantiū laterū sup̄ basim. c. e. z. sup̄ eandē basim et inter easdē lineas fiat alia sup̄ficies. g. c. b. e. similis eq̄distantiū laterū dico duas p̄dctas sup̄ficies eē eq̄les quod sic p̄bat. aut. n. lineā. c. g. secabit lineam. a. b. in aliquo puncto lineē. a. f. aut in puncto. f. aut in aliquo puncto lineē. b. f. fecerit et̄ go p̄mo in aliquo p̄ucto lineē. a. f. vt in p̄mā figuratiōe apparet. z. qz vtrūqz duarū linearū. a. f. z. g. b. est equalis lineē. c. e. per p̄cedentē vna carū erit equalis alteri



dempta ergo linea. f. g. cōmuni remanebit. a. g. equalis. f. b. qz p pcedentē iterū ē a. c. equalis. f. e. z angulus. b. f. e. angulo. g. a. c. per scōam pte. 29. videlicet extrinsecus intrinseco erit p. 4. triangulus. a. c. g. equalis triangulo. f. e. b. ergo irregulari figura quadrilatera que est. g. c. f. e. addita vtriqz erit superficies. a. c. f. e. equalis superficie. g. c. b. e. quod est ppositum. Secet ergo mō linea. c. g. lineā. a. b. in puncto. f. vt in secūda figuratiōe apparet. erūtqz sibi argumentatiōe priorū duo trianguli. a. c. f. z. f. c. b. e. quales quare vtrobiqz addito triangulo. f. c. e. patet. ppositum. Secet tertio mō linea. c. g. lineam. a. b. inter duo puncta. f. b. vt in tertia figuratiōe apparet: secabitqz lineam. f. e. sic vt in puncto. k. z quia simili argumēti ratiōe priorū lineā. a. f. ē equalis lineē. g. b. facta cōmuni lineā. g. f. erit a. g. equalis f. b. z triangulus. a. g. c. equalis triangulo. f. e. b. addito ergo vtriqz triangulo. c. k. e. z detracto ab vtroqz triangulo. f. k. g. erit superficies. a. c. f. e. equalis superficie g. c. b. e. quod est ppositum.

Propositio .36

Omnia pallelograma in basibus equalibus atqz in eisdē lineis constituta equalia esse necesse est.

Parallelogramū dicitur superficies equidistantiū laterū. Sint due superficies. a. b. c. d. z e. f. g. h. equidistantiū laterū constitute inter duas lineas equidistantes que sunt. a. f. z. c. b. z super equales bases que sunt. c. d. z. g. b. dico eas ēē equales. nam protrahā duas lineas. c. e. z. d. f. erūtqz per. 33. superficies. c. d. e. f. equidistantiū laterum ppter hoc qd. e. f. est equalis z equidistans. c. d. nam vtraqz earū est equalis. g. b. quia ergo per pmissas vtraqz duarū superficiū. a. b. c. d. z. e. f. g. h. est equalis superficie. c. d. e. f. ipse erūt sibi inuicem equalēs: quod est ppositum.

Propositio .37

Quales sunt sibi cuncti trianguli qui sup eadē basim atqz inter duas lineas equidistantes sunt constituti.

Sint duo trianguli. a. b. c. z. d. b. c. pstituti super basim. b. c. inter duas lineas. a. e. z. b. f. que sint equidistantes: dico eas ēē equales. ptabam enī. c. g. equidistantē. a. b. z. c. b. equidistantē. d. b. per. 31. erūtqz due superficies. a. b. c. g. z. d. b. c. b. equales per. 35. z quia dicti trianguli sunt earū dimidia p correlariū. 34. ipse erūt eqles per cōe sciam que est quoz tota sūt eqlia z dimidia: sicut p. 35. ppositū.

Propositio .38

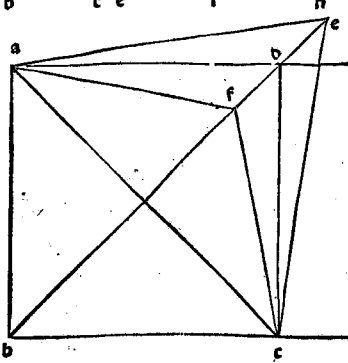
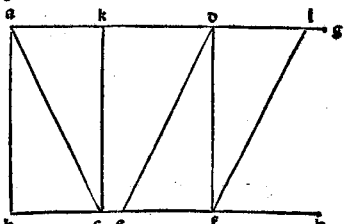
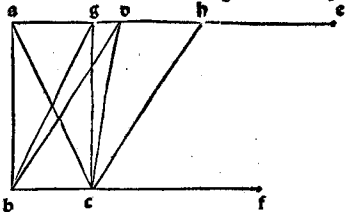
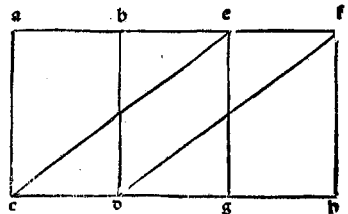
Sint duo trianguli super bases equales atqz inter duas lineas equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.

Sint duo trianguli. a. b. c. z. d. e. f. pstituti sup bases. b. c. z. c. f. eqles z inī lineas. a. g. z. b. h. eqdistātes: dico eos ēē eqles. ptabā enī. c. k. eqdistantē. a. b. z. f. l. eqdistantē. e. d. erūtqz due superficies. a. b. c. k. z. d. e. f. l. eqles p. 36. z qz dicti triāguli sūt earū dimidia p correlariū. 34. ipse erūt eqles p antedictā cōmune scientiam.

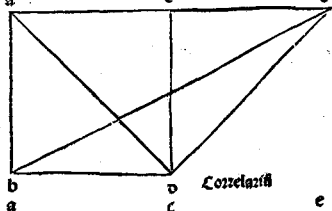
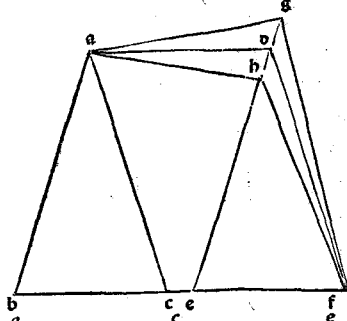
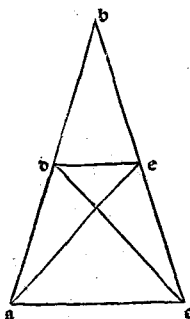
Propositio .39

Mnes duo triāguli eqles si in eandē basim z ex eadē pte ceciderint: inter duas lineas equidistantes erunt:

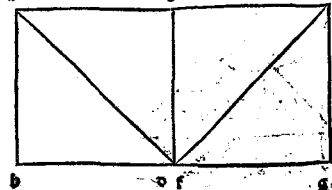
Sint duo triāguli. a. b. c. z. d. b. c. pstituti sup basim. b. c. ex vna eademqz pte: sintqz equales: dico eas ēē inī lineas equidistantes: z bec est conuersa. 37. a puncto. a. ptabam lineam equidistantē lineē. b. c. que si pertransierit per punctū. d. liquet ppositum. Si autem pertransierit supra aut infra: transeat primo supra z sit. a. e. pductamqz. b. d. vsquequo: secet



Correlatum



Correlatum



linea a.e. in puncto .e. et pertraham lineam e.c. et quia triangulus e.b.c. est equalis triangulo a.b.c. p. 37. et triangulus d.b.c. positus est equalis triangulo a.b.c. erit triangulus d.b.c. equalis triangulo e.b.c. pars toti quod est impossibile. Non igit pertransibit linea que a puncto a ducitur eque distanter b.c. supra d. transeat. ergo infra. et sit a.f. secans lineam d.b. in puncto f. pertraham ergo lineam f.c. et quia per. 37. triangulus f.b.c. est equalis triangulo a.b.c. ipse etiam erit equalis triangulo d.b.c. pars toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto a. equidistans b.c. non transibit nisi per punctum d. patet. propositum. ¶ Ex hac autem et premissa nota quod si aliqua linea recta duo aliquotus trianguli latera per equa secet vel secuerit ipsa erit secus equidistans quod sic probatur. Sit triangulus a.b.c. cuius duo latera que sunt a.b. et b.c. secet lineam d.e. per equalia a.b. quod in puncto d. et b.c. in puncto e. dico quod linea d.e. est equidistans a.c. pertraham enim in quadrilatero a.c.e.d. diametros a.e. et d.c. eritque per. 38. triangulus a.e.d. equalis triangulo d.e.b. propter id quod linea a.d. posita est equalis linee d.b. Item quod per eandem triangulus c.e.d. erit equalis eidem triangulo d.e.b. propter id quod linea c.e. posita est equalis linee e.b. quia triangulus a.e.d. est equalis triangulo c.e.d. quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basim videlicet lineam e.d. et ex eadem parte ipsi erunt per banc. 39. inter lineas eque distantes ergo linea d.e. est equidistans linee a.c. quod quidem propositum ad quintam quarti tibi valebit.



S duo trianguli equales super equales bases unius eundemque linee ex eadem parte fuerint constituti eos inter duas lineas eque distantes necesse est contineri.

¶ Sit duo trianguli a.b.c. d.e.f. equales constituti super duas bases que sunt b.c. et e.f. et ex eadem parte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. et hec est conuersa. 38. et probatur per ipsam sicut precedes per. 37. a puncto a. ducatur linea equidistans linee b.f. que si transferit per punctum d. patet propositum. si autem pertransierit supra ut a.g. et produratur e.d. usque ad ipsum que sit e.g. et ducatur linea g.f. eritque per. 38. triangulus a.b.c. equalis triangulo g.e.f. quare et triangulus d.e.f. erit equalis triangulo g.e.f. per totum quod est impossibile. Non ergo transibit supra: transeat ergo infra. et secet lineam d.e. in puncto b. et ducatur linea f.b. eritque per. 38. triangulus b.e.f. equalis triangulo a.b.c. quare et triangulo d.e.f. pars toti quod est impossibile. quia ergo non transibit nisi per punctum d. patet propositum.



¶ Si palellogramum triangulumque in eadem basi atque in eisdem alternis lineis fuerint constituta palellogramum triangulumque duplicem esse pueniet.

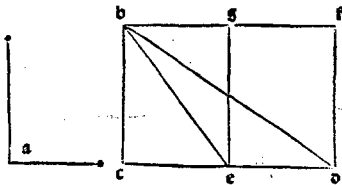
¶ Sit palellogramum a.b.c.d. et triangulus e.b.d. super basim b.d. et in lineas a.e. et b.d. que sunt eque distantes: dico palellogramum duplicem esse triangulo pertraham in palellogramo diametrum a.d. eritque triangulus a.b.d. dimidius palellogrami per conu. 34. et quia triangulus e.b.d. est equalis triangulo a.b.d. p. 37. et triangulus e.b.d. est dimidius palellogrami a.b.c.d. quod est propositum. Similiter quocumque per palellogramum triangulumque in equalibus basibus atque inter lineas eque distantes fuerint constituta palellogramum duplicem erit triangulo: quod idem non posuit euclides: quod leuit per ex hac precedere correlatum. et. 38. dimidio palellogramo per diametrum in duos triangulos. vel super basim palellogrami in eadem lineas eque distantes

triangulo cōstituto ad quē duplū erit parallelogramū per hanc precedentē et ipse equalis alteri triangulo per. 38. **Propositio .42.**



Quidistantium laterum superficiē designare cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

Est assignatus angulus. a. et assignatus triangul⁹. b. c. d. volo de/ scribere superficiē quidistantium laterū equalem triangulo. b. c. d. cuius uterq³ duoz³ angulorum contra se positoz³ sit equalis. a. dividio basim. c. d. per dimidiū in puncto. e. et protrabo lineā. b. e. et a puncto. b. duco. b. f. equidistantem c. d. eritq³ per. 38. triangulus. b. e. d. equalis triangulo. b. e. c. quare triangulus. b. e. d. est dimidiū totalis trianguli. b. c. d. igit^r super punctū. e. lineā. d. c. constituo angulum. d. e. g. equalem angulo. a. et perficio parallelogramū. g. e. d. f. quod etiā q³ per precedentē ē duplū ad triangulū. b. e. d. erit etiā equale triangulo. b. c. d. p^r hac cōm sciēciam: quoz³ dimidia sunt equalia ipsa quoq³ sunt equalia. est enī trian- gulus. b. e. d. utriusq³ dimidiū quare descripsimus palellogramū. g. e. d. f. equale triangulo. b. c. d. cuius uterq³ duoz³ anguloz³. g. e. d. et d. f. g. cōtrale positozum est eq³lis angulo. a. quod fuit propositum.

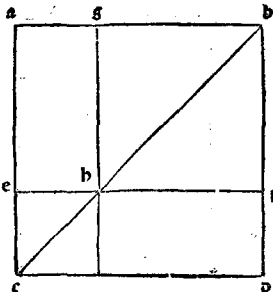


Propositio .43.



Omnis parallelogrami spaciū eorum quē circa diametrū sunt palellogramoz³ supplementa equa sibi innicē esse ne- cesse est.

Omnis parallelogramū. a. b. c. d. in quo protrabam diametrum. b. e. et protrabam. c. f. equidistantē uterq³ duoz³ latez³. a. b. et c. d. quē se/ cet diametrum in puncto. k. a quo duca. k. g. equidistantē utriq³ duoz³ laterū. a. c. et b. d. et produca eam quousq³ p^rterat⁹ utriq³ lat⁹. a. b. et c. d. sitq³ tota. g. k. b. erit q³ totum palellogramū. a. b. c. d. divisum in quatuor palellograma quoz³ duo scz. e. c. k. b. et g. k. b. f. dicunt consistere circa. c. b. q³ diametrum. transit per medium eorum et ideo sunt circa diametrum: reliqua duo sciit^r . a. e. g. k. et k. b. f. d. di/ cū supplemēta hec duo supplementa dicunt ēē equalia. sunt enī duo trianguli. a. b. c. et c. d. b. equales p^r corol. 34. sūtr quoq³ duo trianguli. g. k. b. et f. k. b. sūtr equa/ les per idē corol. 34. At duo trianguli. c. e. k. et k. b. c. sūtr equales p^r idē concludari⁹ omnis igitur duobus triangulis. b. g. k. et k. c. c. de totali triāgulo. a. b. c. ac duo/ bus triangulis reliquis. b. f. k. et k. c. b. de totali triangulo reliquo. c. d. b. erunt per cōm sciām residua: quē sunt duo dicta supplemēta equalia: quod est propositum.

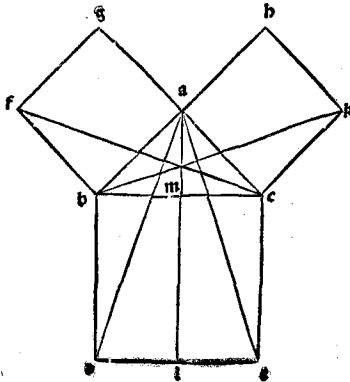
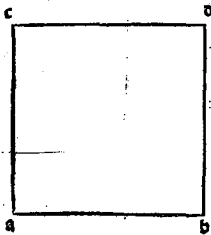
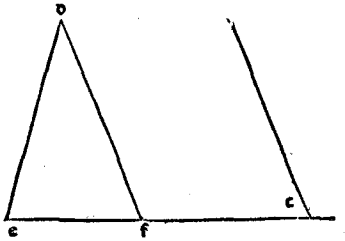
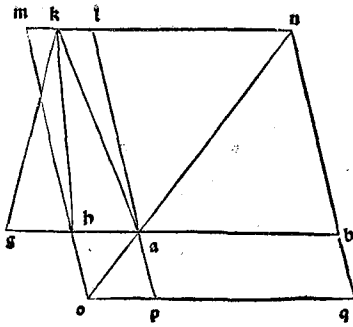


Propositio .44.



Proposita linea recta sup^r eam superficiē quidistantiū late/ rum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

Proponitur superficiē quidistantiū latez³ super lineā aliquā ē lineā ipsā facere lat⁹. vni⁹ ipsi⁹ superfici. Sit ergo data linea. a. b. et dat⁹ angulus. c. et datus triangulus. d. e. f. super lineā. a. b. volo designare superficiē vni⁹ equidistantiū latez³ ita q³ linea. a. b. sit vni⁹ ex lateribus eius cuius uterq³ duoz³ angulorum contra se positozum sit equalis angulo. c. et ipsa totalis superficies sit eq³lis triangulo. d. e. f. differt autem hec a. 47. q³ hic dat⁹ lat⁹ vnius superficiē descri/ bende s^r linea. a. b. ibi autem nullum. cū ergo voluero facere adiungo lineam. a. g.



linee .a.b. fm rectitudinem: quā pono equalem linee .c.f. basi trianguli dati super
quā cōstituo triangulū vñ ei eqle z equilatru. qđ hoc modo facio. Cōstituo agn
u m. a. g. k. equalem angulo. e. z ngulum. g. a. k. equalem angulo. f. per. 23. z quia
g. a. posita fuerat equalis. c. f. crit per. 26. triangulus. g. a. k. equalis z equilatrus
triangulo. c. f. d. vñ iudā ergo. g. a. per equalia in puncto. b. z ptabā. k. b. z produ
cam a puncto. k. lineā. m. k. n. equidistantē linee. g. b. critz per. 38. triangul⁹. a. b
k. equalis triangulo. g. b. k. tunc super punctū. a. linee. g. a. faciā angulum. g. a. l. p
23. equalem angulo. c. dato: z complebo sup basim. a. b. z inter lineas. g. b. l. m. n.
equidistantes superficiem equidistantiuz laterum. m. l. b. a. que p. 41. dupla. crit ad
triangulū. k. b. a quare equalis totali triangulo. k. g. a. quare z triangulo. d. e. f. p/
posito: propterea ergo. b. n. equidistantē. a. l. z producā diametrum. n. a. quā p/
trabā quousqz cōcurrat cū. m. b. in puncto. o. z cōplebo superficiem equidistantium
laterum. m. o. n. q. z propterea. l. a. vsqz ad. p. eritqz per pcedentē supplementū
a. b. p. q. equale supplemento. m. l. b. a. quare z triangulo. d. e. f. z qz per. 15. angu/
lus. l. a. b. ē equalis angulo. b. a. p. z ideo angulus. b. a. p. est equalis angulo. c. p
super datam lineā. a. b. descriptā esse superficiem equidistantiū laterum. a. b. p. q.
equalem dato triangulo. d. e. f. cuius vterqz duorum angulorum contra se posito/
rum qui sunt. a. z. q. ē equalis dato angulo. ē. quod fuit propositum.

Propositio .45.

E data linea quadratum describere.
 ¶ Sit data linea .a.b. ex qua volo qdratum describere: a punctis .a
 z .b. linee .a.b. educo p. 11. lineas .a.c. z .b.d. perpendiculares ad li-
 neam .a.b. que crūt equidistantes per vltimā ptem. 28. z pono vtrā
 q3 eaz eidem .a.b. per scōam equalem 7 protraho lineam .c.d. eritq3
 ipsa equalis et equidistans linee .a.b. per. 33. z quia vterq3 duorum angulor. a. z
 b. est rectus. erit vterq3 duor. c. z .d. rectus per vltimā ptem. 29. ergo per diffinitio-
 nem. a.b.c.d. ē quadratum quod est propositū. Idem aliter fit. a.c. perpendicu-
 laris super lineam .ab. per. 11. z sit ei equalis vt prius z a puncto .c. per. 3. ducatur
 c.d. equidistans .a.b. z ponatur equalis ei ducatur linea .d.b. que per. 33. erit eq3
 lis z equidistans .a.c. c. omnes anguli recti per vltimā ptem. 29. quare per diffinitio-
 nem habebimus propositum.

Propositio .46.

In omni triangulo rectangulo quadratum qđ a latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur equū ē duobus quadratis que ex duob⁹ reliquis lateribus conscribuntur.

Si triangulus. a. b. c. cuius angulus. a. fuerit dico q. quadra-
tū lateris. b. c. equū ē quadrato. a. b. ⁊ quadrato. a. c. sū sumptis. Quadrabo g. b. c.
tria latera sū doctrinā pcedentis: sūq. qdratū. b. c. sūp. superficies. b. c. d. e. ⁊ qdratū. b.
c. sūp. superficies. b. f. g. a. ⁊ qdratū. a. c. sūp. superficies. a. c. b. k. ab. āgulo. a. recto dūcā ad baf
i. d. e. bafis maximū qdratū tres lineas. f. a. i. cōdūcā tēq. lateri. b. d. e. ⁊ q. s. e. q. s.
cet. b. c. i. pūcto. i. p. p. o. t. h. e. m. i. s. a. d. d. ⁊ a. c. i. n. t. e. r. u. o. b. ⁊ rēliq. āgū. s. triāgl. q. sū
b. ⁊ c. dūcā ad p. u. o. s. angulos uo. u. o. ⁊ qdratū i. n. t. e. r. u. o. u. a. s. l. i. c. a. s. s. e. i. n. f. i. c. a. t. e. s. i. t. r. a. i. p. s. ū.

triangulū que sunt. b. k. z. c. f. z. q. vterq; duoz angulorum. b. a. c. z. b. a. g. est rect⁹ per. 14. erit. g. c. linea vna: eadē rōne erit. b. b. linea vna. q. vterq; duoz angulorum c. a. b. z. c. a. b. est rectus: quia ergo sup basim. b. f. z inter duas lineas equidistant / tes q̄ sunt. c. g. z. b. f. cōstituta sūt palellogramū. b. f. g. a. z. triāgul⁹. b. f. c. erit p. 41: palellogramū. b. f. g. a. duplū triāgulo. b. f. c. s; triāgul⁹. b. f. c. ē eq̄lis triāgulo. b. a. d. p. 4. quia. f. b. z. b. c. latera primi sunt equalia. a. b. z. b. d. lateribus postremi. et angulus. b. primi ē equalis āgulo. b. postremi. eo q̄ vterq; cōstat ex angulo recto z angulo. a. b. c. comuni. ergo palellogramū. b. f. g. a. est duplum ad triāguloz. a. b. d. sed palellogramū. b. d. l. m. est duplū ad eundē triangulū. p. 41. q. cōstituti sūt sup eandem basim s; b. d. z inter lineas equidistantes que sunt. b. d. z. a. l. ergo per cōmūne sciam quadratū. a. b. f. g. z palellogramū. b. d. l. m. sunt equalia. q. eorum dimidia videlicet predicti trianguli sunt equalia. Eodē mō z per easdē ppositiōes mediantib⁹ triangulis. k. b. c. z. a. e. c. pbabim⁹ qdratū. a. c. b. k. eē equale palello gramo. c. e. l. m. q̄re p; ppositū. **Propositio .47.**

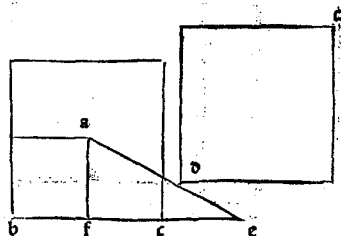
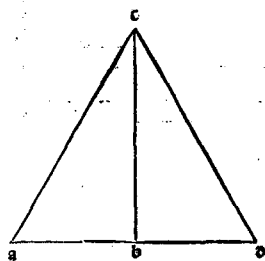
Si qd ab vno trianguli latere in seipsū ducto pducit: equū fuerit duobus quadratis q̄ a duobus reliquis laterib⁹ de scribuntur. rectus est angulus cui latus illud opponitur.

Linea in se ipsam ducere est eius quadratū describere. **S**it trian gulus. a. b. c. sitq; quadratum lateris. a. c. equale quadratis duorum laterū. a. b. z. b. c. simul iunctis. dico angulū. b. cui latus. a. c. opponit⁹ esse rectū: z hec est cōuersa prioris. **C**ā puncto. b. extraho lineā. b. d. p. n. ppendicularē super lineam. b. c. quā pono equalem. a. b. z. produco lineam. d. c. eritq; per precedentē quadratum. d. c. equale duobus quadratis duarum linearum. d. b. z. b. c. z. q. b. d. posita est equalis. b. a. erunt per cōmūne sciētiā que est linearū equaliū equalia ef se quadrata: quadrata duarū linearū. a. b. z. b. d. equalia: quapropter erit quadra / tum. d. c. equale quadrato. a. c. ergo per aliam cōmūnem sciām que ē cōuersa pri oris s; lineas quaz quadrata sunt equalia esse equales: erit. d. c. equalis. a. c. qua / re p. 8. angulus. b. triāguli. a. b. c. ē rectus qd ē ppositū.

Propositio .48.

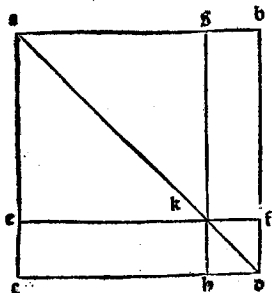
Propositis quibuscunq; quadratis alteri illoz gnomonē reliquo equalem describere.

Proponant ergo duo quadrata s; a. b. z. c. d. z sit ppositū pro / ducere gnomonē circa. a. b. equalem. c. d. quadrato: protrahat itaq; vnū latus quadrati. a. b. ad equalitatem vni⁹ lateris quadrati. c. d. in continuum z directum z sit. f. e. ita q̄. f. e. sit equale vni laterū quadrati. c. d. z ex. e. ducā lineam rectā ad. a. sit ergo triangul⁹ orthogon⁹ quia. f. ē angul⁹ rectus arguat ergo fm penultimā primi sic: qdratū. c. a. ē tm quātū qdratū. c. f. z qdratū f. a. sed qdratū. c. f. ē eq̄le qdrato. c. d. z quadratū. f. a. est equale quadrato. a. b. er go quadratū. a. e. est equale quadratis. a. b. z. c. d. Item. c. f. a. est triangulus ergo. e. f. z. f. a. latera sunt longiora. a. e. latere. secūdū. 20. primi. sed. f. a. est equalis. a. b. rōne quadrature: ergo. e. f. z. f. b. sunt longiora. a. e. ergo illa totalis linea s; z. e. b. est maior. a. e. refect⁹ ergo. b. e. ad equalitatē. a. e. ad punctū. c. ita q̄. b. c. sit equa le. a. e. ergo quadratum. b. c. est equale. quadrato. a. e. sed quadratū. a. e. vt prins pbatū fuit ē equale quadratis. a. b. z. c. d. ergo quadratū. b. c. ē equale eisdem sed quadratum. b. c. addit super quadratum. a. b. gnomonē illū quē vides. ergo gno /



LIBER

mo ille est quadrato. c. d. equalis. quod erat probandum. Explicit liber primus
Incipit liber secundus.



One parallelogramū rectāgūlū sub una / b⁹ lineis āgūlū rectū ābiētib⁹ dicit⁹ contineri. / ¶ Parallelogramū est superficies equidistantiū laterū / ¶ Parallelogramū rectangulū est habens omnes / angulos rectos. et pducit⁹ ex uno duorum laterū eius / ambientū unū ex suis angulis in reliquū. et ideo / sub illis dicitur contineri.

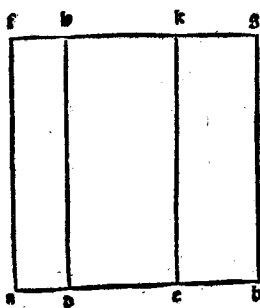
Omnis parallelogrami spaciū ea qdē q⁹ / diamet⁹ secat p mediū palellograma / circa eandē diamet⁹ cōsistere dicunt⁹. Eor⁹ / vero parallelogramoz que circa eandē dia / met⁹ consistūt quodlibet unū cū supplementis duob⁹ gnomō notat⁹. / ¶ Que parallelograma dicunt⁹ cōsistere circa diamet⁹. et que sūt supplemēta: expo / sitū est supra in demonstratione. 43. primi. ¶ Sit enim parallelogramū. a. b. c. d. / cuius diamet⁹. a. d. dividant⁹ due lineę. e. f. g. b. duce equidistantē laterib⁹ oppo / sitis vici parallelogramū. secātes sē sup diamet⁹. a. d. in puncto .k. eritq⁹ ipsum / parallelogramū divisū in .4. parallelograma et unūquodq⁹ duoz parallelogra / mōz que sunt. a. g. e. k. et k. f. b. d. que diamet⁹ secat p mediū dicitur consistere / circa diamet⁹. Reliqua duo que diamet⁹ nō secat dicunt⁹ supplemēta q⁹ duo sup / plementa cū utroq⁹ dictoz parallelogramoz consistentiū circa diamet⁹ cōponūt⁹ si / gurā quādā q⁹ gnomō appellat⁹ cui deest ad cōplemētū palellogrami palellogramū / unū reliquū circa diamet⁹ cōsistēs: qd⁹ si addat⁹ supra diamet⁹ totalis cōpositi cōsi / stet. eritq⁹ simile totali. Unde palellogramū addito gnomone quāvis crescat mi / nime tñ alterat⁹. quēadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Propositiō .i.



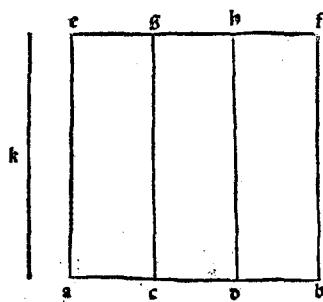
Si fuerint due lineę quarū una in quodlibet partes divi / dam⁹. illud q⁹ ex ductu alterius in alteram fiet. equum erit / bis que ex ductu lineę indivisē in unāquāq⁹ partem lineę / particulatim divisē rectangula producentur.

Lineā in aliam lineā ducere ē supra terminos unius eaz⁹ duas line / as orthogonāliter aliq⁹ eqles erigere. et superficiē equidistantiū laterū rectāgūlū cōplere / q⁹ sub illis duab⁹ lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sunt due lineę. a. b. / et c. quaz⁹. una scz. a. b. in quodlibet ptes dividat⁹ que sint. a. d. et d. e. et e. b. dico q⁹ / illud quod fit ex ductu. c. in totū. a. b. equū est illis parallelogramis rectangulis si / mul iunctis que sūt. ex. c. i. a. d. et i. d. c. et in. e. b. ¶ Sup pūcta. a. b. erigā lineas. a / f. et b. g. perpendiculares sup lineā. a. b. quaz⁹ utraq⁹ sit eqlis lineę. c. et complebo re / ctangulā superficiē. a. f. b. g. ducta lineā. f. g. que per diffinitionē producit⁹ ex. c. in. a / b. et sub illis vici⁹ contineri. protraham quoq⁹ a punctis. d. et e. lineas. d. b. et e. k. / equidistantes lateribus. a. f. et b. g. eritq⁹ utraq⁹ earū cōlis. c. p. 34. primi utraq⁹ / eaz⁹ est eqlis. a. f. p. diffinitionē igit⁹ rectangulū. a. d. f. b. pducit⁹ ex. c. i. a. d. et sub / illis dicitur contineri et rectangulū. d. b. et e. k. ex. c. in. d. e. et rectangulū. e. k. b. g. ex / c. in. e. b. et q⁹ bec rectangula simul iuncta sunt equalia totali rectangulo. a. f. b. g. / patet vcz ēē ppositum.



Propositio .2.

Si fuerit linea i pres diuisa illud qd ex ductu toti⁹ linee in seipsa sit: equū erit bis q ex ductu eiusdē i oēs suas pres. **S**it linea. a. b. diuisa in. a. c. z. c. d. z. d. b. dico q illud qd sit ex ductu totius. a. b. in se qd sit. a. c. b. f. equū est bis que sunt ex ipsa tota in vnamquāqz vicarum partium qd palam patebit. ductis. c. g. z. d. b. equidistanter. a. c. z. b. f. **A**lter sumatur. k. eq̄lis. a. b. eritqz p̄missam qd sit ex ductu. k. in totam. a. b. equū ei qd sit ex ductu. k. in omnes pres. a. b. z. qz ex. k. i. a. b. tantū sit quantū ex. a. b. in se. z. ex. k. in omnes pres. a. b. quantū ex. a. b. in omnes pres eiusdē. ppter id qz. k. z. a. b. sūt equales patet vtz esse propositum.



Propositio .3.

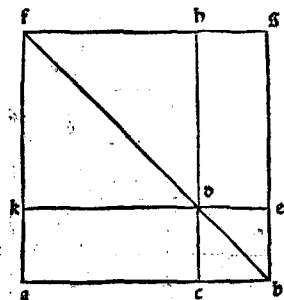
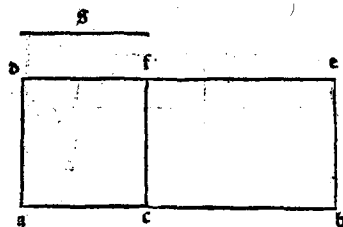
Si fuerit linea in duas pres diuisa illud qd fiet ex ductu totius in alterutrā partē equū erit bis q ex ductu eiusdē partis in seipsam z alterius in alteram.

Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. z. b. c. dico q illud quod sit ex tota. a. b. in eius partem. a. c. equū est quadrato eiusdem. a. c. partis. z ei quod sit ex eadē parte. a. c. in. b. c. fiat quadratum linee. a. c. qz sit. a. c. d. f. z pficiatur superficies. a. b. d. e. patebitqz propositū. **A**lter sumat. g. eq̄lis. a. c. z. qz. b. a. in. a. c. tantū est quantū. a. c. in. a. b. e. cōuerso. z. a. c. in. a. b. z. in. c. b. z. in seipsa quantū. g. i. eadē. **S**it. g. in tota. a. b. quantū in. a. c. z. in. c. b. p̄ primam huius patet ppositū scz qz tū erit. a. c. i. a. b. quantū in se z in. c. b. qre e. cōuerso. a. b. i. a. c. quantū. a. c. in se. z in. c. b. qd volum⁹ demonstrare.

Propositio .4.

Si fuerit linea in duas pres diuisa illud qd ex ductu toti⁹ i seipsa sit: equū ē bis q ex ductu vtriusqz ptis i seipsa z alteri⁹ i alterā bis. **E**x hoc manifestū ē qz i oī qdrato due superficies quas diameter secat p̄ mediū sunt ambe quadratē.

Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. z. b. c. dico q quadratum totius. a. b. equum est duobus quadratis duarum linearum. a. c. z. b. c. duplo eius qd sit ex ductu vnius eaz in alteram: describam quadratum alterius partialium sitqz. c. d. b. e. quadratū linee. c. b. cui adiungam gnomonē secūdū ductū directiū linee alterius scz. a. c. qd faciam hoc mō. in quadrato descripto protraham diametrū b. d. z. a puncto. a. educam perpendicularē sup lineam. a. b. quē sit. a. k. quā. a. k. z. diametrū. b. d. pducam vsqz quo cōcurrat in puncto. f. z. a puncto. f. producam f. b. equidistantē linee. a. b. quā. f. b. z. b. e. producam vsqz quo cōcurrat i p̄cto g. z. producā. c. d. vsqz ad. b. z. e. d. vsqz ad. k. **E**t quia duo latera. d. e. z. e. b. triāguli. d. c. b. sunt equalia: erūt per. 5. primi duo anguli. e. d. b. z. e. b. d. equales: z qz angulus. c. est rectus erit p. 32. primi vterqz eoz medietas recti. **E**adē rōne vterqz duorū angulorū. c. d. b. z. c. b. d. erit medietas recti. quare p̄ secūdā ptem. 29. p̄mi erit vnusquisqz quatuor angulorū qui sunt. b. f. d. z. b. d. f. z. k. f. d. z. k. d. f. medietas recti ergo p. 6. primi. f. g. z. g. b. sunt equales. similiter quoqz. f. a. z. a. b. pari rōe. f. b. z. b. d. itēqz. f. k. z. k. d. quare vtraqz duarū superficierū. a. b. g. f. z. k. d. b. f. est quadrata z qz totale quadratum. a. b. f. g. qz est quadratū linee. a. b. cōstat ex duobus quadratis que cōsistunt circa diametrū que sunt quadrata duarum linearum. a. c. z. c. b. z. ex duobus supplementis quoz vnūqzqz pducit ex. a. c. in b. c. patet propositum nostrū. **A**lter sit linea. a. b. vi prius diuisa in. a. c. z. c. b.



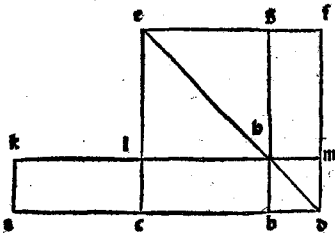
LIBER

eritq; p.2. huius quod fit ex tota. a.b. in se: equū ei qđ fit ex ipsa in. a. c. r. c. b. sed ex ipsa in. a. c. tñ fit quātū ex. a. c. in se. r. ex. a. c. in. b. c. p.3. but? Itēq; ex ipsa a. b. tota in. b. c. tñ fit quātū ex. c. b. in se. r. ex. c. b. in. a. c. per eandem. ergo qđ fit ex tota. a. b. in se equū ē ei qđ fit ex. a. c. in se r. in. c. b. r. ex. c. b. in se. r. in. a. c. qđ est propositum. Sed hac via non patet concludi. sicut via precedenti patet. vñ / de prima est auctori magis consona.

Propositio .5.



Si linea recta per duo equalia duozq; unequalia secetur. qđ sub unequalibus totius sectionis rectangulū continet cū eo quadrato qđ ab ea que inter utraq; ē sectiones describitur equum est ei quadrato qđ a dimidio totius lineę i se ducto describitur.

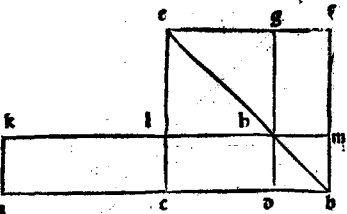


Si linea. a. b. diuisa p equalia in pūcto. c. r p unequalia in puncto. d. dico qua / dratuz. c. b. esse equale ei qđ fit ex. a. d. in. d. b. r qđrato. c. d. **D**escribā quadra / tum. c. b. qđ fit. c. b. f. c. in quo ptabam diametru. e. b. r ducā. d. g. equidistantē b. f. qđ fecit diametru. e. b. i pūcto. b. r a pūcto. b. educā eqđistantē lineę. a. b. qđ fit. b. k. secās lineā. b. f. in puncto. m. r lineā. c. e. in puncto. l. r ptabā. a. k. equidistan / tē. c. e. eritq; p concludiū pmissis utraq; duaz superficiez. l. g. r. d. m. quadrata. r per 43. primi. duo supplemēta. c. b. r. b. f. equalia. ergo addito quadrato. d. m. utriq; erit palellogramū. c. m. equale palellogramo. d. f. r qđ. a. l. est equale. c. m. p. 36. p / mi: erit. a. b. equale gnomoni qui circūstat quadrato. l. g. ergo addito utriq; qua / drato. l. g. erit. a. b. cū quadrato. l. g. equale quadrato. c. f. qđ est propositum.

Propositio .6.



Si recta linea in duo equalia diuidat. alia vero ei lineę in longū addat. qđ ex ductu toti iā cōposite i eā qđ iā adiecta ē cū eo qđ ex ductu dimidię in se ipsa: equū ē ei qđrato qđ ab ea qđ constat ex adiecta r dimidia i se ipsa ducta describitur

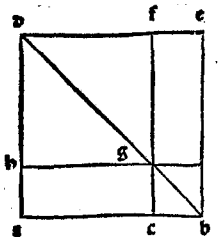


Si linea. a. b. diuisa p equalia in puncto. c. eritq; addat lineę. b. d. dico qđ quadratū. c. d. qđ fit. c. d. e. f. equale ē ei qđ fit ex tota. a. d. i. b. d. r qđadra / to. c. b. **P**roducā i quadrato predicto diametru. d. e. r ducā lineā. b. g. equidistantē d. f. qđ fecit diametru. d. e. in pūcto. b. a quo. b. pducā equidistantē lineę. a. b. que sit b. k. secans. d. f. in pūcto. m. r. c. e. in pūcto. l. r producā. a. k. equidistantem. c. l. eritq; per. 36. primi. a. l. equale. c. b. **S**i. c. b. erit equale. b. f. per. 43. primi. quare. a. l. ē equale. b. f. ergo addito. c. m. utrobizq; erit. a. m. equalis toti gnomoni circūstā / ti. l. g. quare. l. g. addito utrobizq; erit. a. m. cū. l. g. equale toti quadrato. c. f. r quia / utraq; duaz superficiez. l. g. r. b. m. ē quadrata: p concludiū. 4. but? p3 propositū.

Propositio .7.



Si linea in duas partes diuidat. qđ sit ex ductu totius i se ipsam cum eo qđ est ex ductu alterius partis i se ipsam. e / quum est qđ eis ex ductu totius lineę i eandem partem bis r ex ductu alterius partis in se ipsam.



Si linea. a. b. diuisa in duas partes in puncto. c. dico qđ quadra / tum totius. a. b. cū quadrato. b. c. equū est ei qđ fit ex. a. b. in. b. c. bis cum quadra / to. a. c. describatur quadratuz totius qđ sit. a. b. d. e. r uocatur diametrum. b. d. r

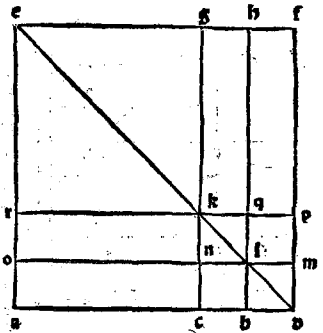
c.f. equidistans. b.e. secans diametrum in puncto. g. z. ducatur. k.g.b. equidistans a.b. z. quia quadratum. a.e. cum quadrato. c.b. tm sunt quatum quadratum. k.f. cum duabus superficiebus. a.b. et. g.e. patet propositum

Propositio .8.



Si linea in duas partes diuidatur: eiq; in longum equa/ lis vni diuidentium adiungatur: qd ex ductu totius iam co/ posite in seipsa fiet. equum erit his que ex ductu prioris linee in eam adiectam quater. z ei qd ex ductu alterius di/ uidentis in seipsam.

¶ Sit. a.b. diuisa in puncto. c. qualitercuq; contingat: cui addatur. b.d. equalis. c. b. dico qd quadratum totius. a.d. qd sit. a.d. e.f. est equale ei qd sit ex. a.b. z. b.d. quater cu quadrato. a.c. hoc aut patebit ducta diametro. d.e. z lineis. c.g. z. b.b. equidistantibus lineis. d.f. z secantibus diametrum in puncto. k.l. per que puncta ducantur. p.q.k.r. z. m.n.l.o. equidistantes. a.d. erit enim per correlariu. 4. huius vnaqueq; superficieum. r.g.n.q. z. b.m. quadrata: z quia. c.b. posita est equalis b.d. erit vtraq; superficieum. c.l. z. l.p. quadrata. Eruntq; 4. quadrata diuidentia quadratu. c.p. equalia z quia totus gnomon circumscribitur quadrato. r.g. est qdruplus ei qd ex. a.b. in. b.d. qd quadruplus ad superficiem. a.l. patet propositum.

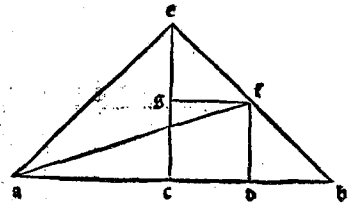


Propositio .9.



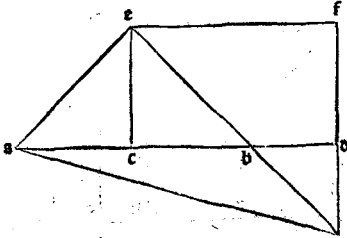
Si linea i duo equalia duoq; unequalia diuiditur: qd sunt ex ductu unequaliu sectionu in seipsam pariter accepta: du/ plu sit vtriusq; pariter acceptis. qd qd ex dimidia. eaq; qd vtriusq; sectioni interiacet quadratis describuntur.

¶ Sit linea. a.b. diuisa per equalia. m.c. z per unequalia. in. d. Dico qd quadratum. a.d. z quadratu. d.b. simul iuncta: dupla sunt quadrato. a.c. z qua drato. c.d. simul iunctis. ¶ Super linea: a.b. erigo linea. c.e. perpendicularē z eq/ lem vtriusq; eaz lineaz. a.c. z. c.b. z produco. e.a. z. e.b. eritq; p. 32. primi vterq; an gulum. a. z. b. z vterq; anguloz partialium qui sunt ad. e. medietas recti. tot' qd c. rectus. z produco. d.f. equidistantē. c.e. z perpendicularē super lineaz. a.b. erit qd vterq; angulorum. d. rectus: z angulus. d.f.b. medietas recti per. 32. primi: si/ ue per secunda parte. 29. primi: quare per. 6. primi. d.f. z. d.b. sunt equalia. a puncto f. duco. f.g. equidistantē. a.b. eritq; per secunda pte. 29. primi: vterq; angulorum. g. rectus. z angulus. e.f.g. medietas recti quare p sexta eiusde latera. e.g. z. g.f. sunt equalia: z quia per penult. eiusdem quadratum: e.f. est equale quadrato. e.g. z q/ drato. g.f. ipsum erit duplum ad quadratum. g.f. quare ad quadratu. c.d. ¶ Itēq; per eandem quadratum. e.a. est equale quadrato. a.c. z quadrato. c.e. ipsum erit duplum ad quadratum. a.c. z quia quadratum. a.f. est equale quadrato. e. f. z. a. e. per eandem ipsum erit duplum ad quadratum. a.c. z ad quadratum. c.d. sed qua/ dratum. a.f. est iterum equale per eandem quadrato. a.d. z quadrato. d.f. ergo q/ dratum. a.d. z quadratum. d.f. dupla sunt ad quadratum. a.c. z ad quadratum. c.d. z quia quadratum. d.f. est equale quadrato. d.b. erit quadrata duaz linearu.



a.d.z.d.b. dupla quadratis duarum linearum que sunt. a.c.z.c.d.qd ē ppositum

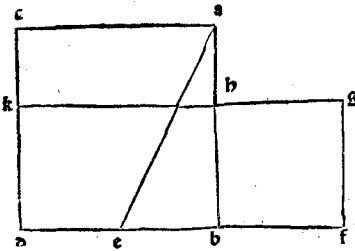
Propositio .10.



Si linea in duo equalia diuidatur eiq; i longum alia addatur: quadratum qd describitur a tota cum addita ⁊ quadratum qd ab ea que addita est. vtraq; quadrata pariter accepta. ei quadrato qd a dimidia. eiq; qd ab ea producitur qd ex dimidia adiectaq; consistit vtriusq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

Si linea. a. b. diuisa per equalia in. c. ⁊ addita sibi linea. b. d. dico qd duo quadrata duarum linearum. a. d. ⁊. b. d. pariter accepta dupla sunt duob; quadratis duarum linearum. a. c. ⁊. c. d. pariter acceptis. **E**rigo. c. e. perpendicularam sup lineam. a. b. ⁊ equalē vtriusq; linearum. a. c. ⁊. c. b. ⁊ perficio triangulū. a. e. b. vnicūq; lineis. a. c. ⁊. e. b. eritq; ut in pmissa vterq; angulorū. a. ⁊. b. ⁊ vterq; eorum qd sunt ad. e. medietas recti p. 32. pmit. totusq; e. ē rectus a puncto. e. produco. e. f. equalē ⁊ equidistantem. c. d. ⁊ produco. f. d. ⁊. e. b. quousq; cōcurrūt in puncto. g. ⁊ pduco lineam. a. g. eritq; per vltimam partem. 29. pmit. angulus. c. e. f. rectus sed angulus. e. e. b. est medietas recti. ergo angulus. b. e. f. est similiter medietas recti: ⁊ quia per. 33. eiusdē. f. d. est equidistans. c. e. erit per. 34. eiusdē. angulus. f. rectus. ergo per. 32. eiusdē. erit angulus. e. g. f. medietas recti. Itemq; per eandē angulus. d. b. g. similiter medietas recti: propter id quod angulus. b. d. g. est rect⁹ ergo per. 6. eiusdē duo latera. c. f. ⁊. f. g. sunt equalia. Itēq; duo latera. d. b. ⁊. d. g. sunt equalia: ergo per penultimam eiusdē quadratum. e. g. duplum est ad quadratum. c. f. quare ad quadratum. c. d. **I**temq; per eandē quadratum. a. e. duplum est ad quadratum. a. c. ⁊ quia quadratum. a. g. est per eandē equalē quadrato. a. e. ⁊. e. g. similiter quoq; ⁊ quadrato. a. d. ⁊. d. g. At qd quadratū. d. g. est equalē quadrato. b. d. erūt duo quadrata duarum linearum. a. d. ⁊. b. d. pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum. a. c. ⁊. c. d. pariter acceptis qd est propositum: because autē ⁊ omnes pmissae veritates habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11.



Datam lineam sic secare. vt qd sub tota ⁊ vna portione rectangulum continetur: equum sit ei qd fit ex reliqua sectione quadratū.

Si linea data. a. b. qz volumus sic diuidere: vt qd ex tota ⁊ eius minore producit equum sit quadrato maiori. **D**escribo quadratum ipsius qd sit. a. b. c. d. ⁊ latus. b. d. diuido per equalia in. e. ⁊ produco. a. e. ⁊ e. b. produco vtriusq; ad. f. ita quod. c. f. sit equalis. a. e. ⁊ ex. b. f. portione extrinseca: describo quadratum quod ex latere. a. b. resecat portionem equalē. b. f. que sit. b. b. ⁊ quadratum descriptum. sit. b. f. h. g. **D**ico qd: a. b. sic est diuisa in puncto. b. qd illud qd fit ex tota. a. b. in eius portionem. b. a. est equalē quadrato b. b. pduco. g. b. vtriusq; ad. k. que erit equidistans. a. c. qd ergo linea. d. b. diuisa est per equalia in. e. ⁊ est sibi addita linea. b. f. erit per. 6. huius qd fit ex. d. f. in. b. f. cū quadrato. e. b. equalē quadrato. e. f. quare ⁊ quadrato. e. a. Quare p penultimam

primi: quadratis duarum linearum. $e.b. \times b.a.$ ergo dempto ab utrisque quadrato lineae. $c.b.$ erit quod sit ex. $d.f.$ in. $b.f.$ et ipsi est superficies. $d.g.$ equale quadrato lineae $a.b.$ ergo dempto ab utrisque parallelogramo. $b.d.$ erit quadratum. $b.f.$ equale parallelogramo. $b.c.$ et quia quadratum. $b.f.$ est quadratum lineae. $b.b.$ et parallelogramum. $b.c.$ produciatur ex. $c.a.$ que est equalis. $a.b.$ in. $a.b.$ pater factum esse propositum. Ad hoc autem faciendum in numeris non labores: quia impossibile est numerum sic otidi: ut hic undecima proponit sicut scies sexti. 29. te docente.

Propositio .12.

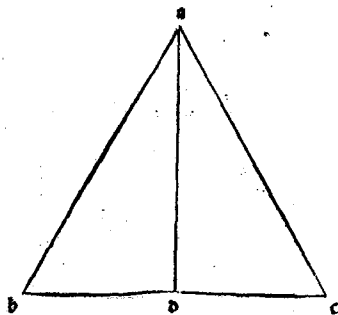
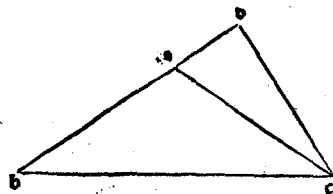
In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subtendit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulum amplius potest. quam tunc est quod continet bis sub uno eorum: atque ea que sibi directe iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehendit.

Sit triangulus. $a.b.c.$ habens angulum. $a.$ obtusum. a puncto. $c.$ ducatur linea perpendicularis ad lineam. $b.a.$ que necessario cadet extra triangulum. $a.b.c.$ alioquin angulus obtusus esset rectus aut minor recto p. 16. primi: sit ergo. $c.d.$ perpendicularis super lineam. $a.b.$ productam usque ad. $d.$ Dico quod quadratum lateris. $b.c.$ quod subtenditur angulo obtuso tanto maius est duobus quadratis duarum linearum. $a.b. \times a.c.$ ambientibus ipsum angulum obtusum. quantum est illud quod sit ex. $b.a. \times a.d.$ bis: potentia enim linee respectu quadrati sui est. unde tunc dicitur posse linea quilibet quantum in se ducta produci. Erit enim p. 4. huius quadratum. $b.d.$ equale duobus quadratis duarum linearum. $b.a. \times a.d.$ et duplo eius quod sit ex. $b.a. \times a.d.$ et quia quadratum. $b.c.$ per penultimam primi est equale quadrato. $b.d.$ et quadrato. $d.c.$ ipsum erit equale quadratis trium linearum. $b.a. \times a.d.$ et. $d.c.$ et duplo eius quod sit ex. $b.a. \times a.d.$ sed per eandem quadratum. $a.c. \times c.d.$ equale quadratis. $a.d. \times d.c.$ ergo quadratum. $b.c.$ est equale quadratis duarum linearum. $b.a. \times a.c.$ et duplo eius quod sit ex. $b.a. \times a.d.$ quare. $b.c.$ tanto amplius potest duobus lineis. $b.a. \times a.c.$ quantum est duplum eius. quod sit ex. $b.a. \times a.d.$ Jam enim diximus quod tantum dicitur posse linea quilibet quantum in se ducta produci quod est propositum.

Propositio .13.

Omnis oxigonij tanto ea que acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum cui perpendicularis intra superstat: eaque sui parte: que perpendiculari anguloque acuto interiacer.

Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxigonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo siue fiat orthogonius siue ambigonius siue oxigonius. Sit ergo in triangulo. $a.b.c.$ quicunque triangulus fuerit. angulus. $c.$ acutus qui si fuerit oxigonius ducatur perpendicularis ab utroque angulo. $a.$ vel. $b.$ ad utrumque basim. $b.c.$ vel. $a.c.$ quia cum sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambigonius aut orthogonius ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum quam manifestum est cadere intra triangulum: et ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sunt duo acuti anguli necessario erit alter reliquorum angulorum qui sunt. $a. \times b.$ acutus. Ducam igitur perpendicularare ad lineam illam que duobus



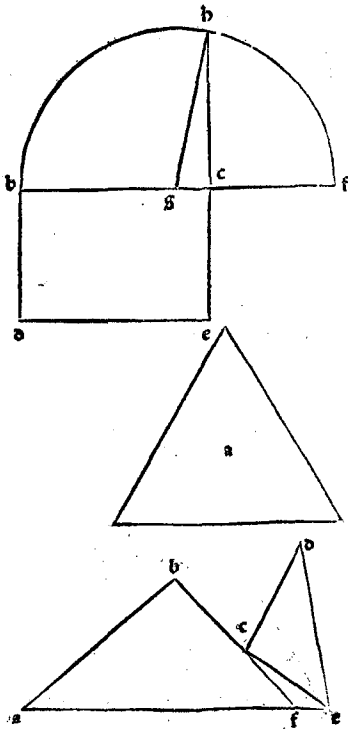
acutus interiacet. Sit ergo ut trianguli. a. b. c. angulus. b. etiā sit acutus onēa : ergo ad b. c. p. p. d. i. c. l. e. q. u. e. u. t. v. i. c. i. u. e. s. t. c. a. d. e. t. r. a. n. s. i. t. i. n. t. r. a. t. r. i. a. n. g. u. l. u. m. v. i. c. i. o. i. t. a. q. u. e. q. u. o. d. s. u. b. t. e. n. d. i. t. u. r. a. n. g. u. l. o. a. c. u. t. o. c. t. a. n. t. o. m. i. n. u. s. e. s. t. d. u. o. b. u. s. q. u. a. d. r. a. t. i. s. d. u. a. r. u. m. l. i. n. e. a. r. u. m. a. c. u. t. u. s. c. b. q. u. a. n. t. u. m. d. u. p. l. u. m. e. i. u. s. q. u. o. d. s. i. t. e. x. b. c. i. n. d. c. U. t. v. i. c. i. o. q. u. a. d. r. a. t. u. m. a. c. u. t. u. s. q. u. o. d. e. t. i. a. m. s. u. b. t. e. n. d. i. t. u. r. a. n. g. u. l. o. b. q. u. e. p. o. s. u. i. m. u. s. a. c. u. t. u. m. q. u. i. c. q. u. i. d. s. u. e. r. i. t. d. e. a. n. g. u. l. o. a. t. a. n. t. o. m. i. n. u. s. e. s. t. d. u. o. b. u. s. q. u. a. d. r. a. t. i. s. d. u. a. r. u. m. l. i. n. e. a. r. u. m. a. b. z. b. c. q. u. a. n. t. u. m. e. s. t. d. u. p. l. u. m. e. i. u. s. q. u. o. d. s. i. t. e. x. c. b. i. n. b. d. E. r. i. t. e. n. i. m. p. e. r. z. d. u. i. u. s. q. u. a. d. r. a. t. u. m. b. c. c. u. m. q. u. a. d. r. a. t. o. d. c. e. q. u. a. l. e. e. i. q. u. o. d. s. i. t. e. x. b. c. i. n. d. c. b. i. s. z. q. u. a. d. r. a. t. o. a. l. t. e. r. i. u. s. p. t. i. s. s. c. z. b. d. q. u. a. r. e. a. d. d. i. t. o. v. t. r. i. q. u. e. q. u. a. d. r. a. t. o. a. d. e. r. i. t. q. u. a. d. r. a. t. u. m. b. c. c. u. i. q. u. a. d. r. a. t. i. s. d. u. a. r. u. m. l. i. n. e. a. r. u. m. a. d. z. d. c. e. q. u. a. l. e. q. u. a. d. r. a. t. i. s. d. u. a. r. u. m. l. i. n. e. a. r. u. m. a. d. z. d. b. z. d. u. p. l. o. e. i. u. s. q. u. o. d. s. i. t. e. x. c. b. i. n. c. d. A. t. q. u. i. a. p. e. r. p. e. n. u. l. t. i. m. a. m. p. r. i. m. i. q. u. a. d. r. a. t. u. m. a. c. e. s. t. e. q. u. a. l. e. q. u. a. d. r. a. t. i. s. d. u. a. r. u. m. l. i. n. e. a. r. u. m. a. d. z. d. c. e. r. i. t. q. u. a. d. r. a. t. u. m. b. c. c. u. m. q. u. a. d. r. a. t. o. a. c. e. z. q. u. a. l. e. q. u. a. d. r. a. t. i. s. d. u. a. r. u. m. l. i. n. e. a. r. u. m. a. d. z. b. d. z. d. u. p. l. o. e. i. u. s. q. u. o. d. s. i. t. e. x. b. c. i. c. d. s. e. d. p. e. r. e. a. n. d. e. m. p. e. n. u. l. t. i. m. a. m. p. r. i. m. i. q. u. a. d. r. a. t. u. m. a. b. e. q. u. i. e. s. t. e. s. t. q. u. a. d. r. a. t. i. s. d. u. a. r. u. m. l. i. n. e. a. r. u. m. a. d. z. b. d. e. r. g. o. q. u. a. d. r. a. t. u. m. b. c. c. u. m. q. u. a. d. r. a. t. o. a. c. e. q. u. e. m. e. s. t. q. u. a. d. r. a. t. o. a. b. z. d. u. p. l. o. e. i. u. s. q. u. o. d. s. i. t. e. x. b. c. i. c. d. q. u. a. r. e. t. a. n. t. o. m. i. n. u. s. p. o. t. e. s. t. a. b. d. u. o. b. u. s. l. a. t. e. r. i. b. u. s. b. c. z. a. c. q. u. a. n. t. u. m. e. s. t. d. u. p. l. u. m. e. i. u. s. q. u. o. d. s. i. t. e. x. b. c. i. n. c. d. q. u. o. d. e. s. t. p. r. o. p. o. s. i. t. u. m. S. i. m. i. l. i. m. o. d. o. p. r. o. b. a. b. i. s. l. a. t. u. s. a. c. q. u. o. d. s. u. b. t. e. n. d. i. t. u. r. a. n. g. u. l. o. b. a. c. u. t. o. p. o. s. s. e. t. a. n. t. o. m. i. n. u. s. d. u. o. b. u. s. l. a. t. e. r. i. b. u. s. a. b. z. b. c. q. u. a. n. t. u. m. e. s. t. d. u. p. l. u. m. e. i. u. s. q. u. o. d. s. i. t. e. x. c. b. i. n. b. d. N. o. t. a. d. u. m. a. u. t. p. e. r. h. a. n. c. z. p. r. e. c. e. d. e. n. t. e. z. p. e. n. u. l. t. i. m. a. m. p. r. i. m. i. q. u. o. d. c. o. g. n. i. t. i. s. l. a. t. e. r. i. b. u. s. o. m. n. i. s. t. r. i. a. n. g. u. l. i. c. o. g. n. o. s. c. i. t. u. r. a. r. e. a. i. p. s. i. u. s. z. a. u. x. i. l. i. a. n. t. i. b. u. s. t. a. b. u. l. i. s. d. e. c. o. r. d. a. z. a. r. c. u. c. o. g. n. o. s. c. i. t. u. r. o. m. n. i. s. e. i. u. s. a. n. g. u. l. u. s.

Propositio .14.

De trigono equum quadratum describere.



Sit datus trigonus. a. cui nos volumus equum quadratū describere. Designabo superficiē equidistantium laterum z rectorum angulo rum equalem trigono dato s. m. quod docet. 42. primi. sitq. superfici es illa. b. c. d. e. cuius si latera fuerint equalia habemus qd. querim. ipsa eni erit qdrata. p. diffinitionē Si aut latera sint inequalia tūc adiūga m. n. ipso rum laterū maiori s. m. rectitudinē. sitq. linea. e. f. equalis minorū duorū laterū qd. ē c. e. adiuncta maiori quod est. b. c. s. m. rectitudinē. Totam. b. f. dividam per equalia in p. n. c. o. g. z. facto. g. c. t. r. o. sup. lineā. b. f. s. m. quantitatē lineē. g. b. Describam s. e. m. i. c. i. r. c. u. l. u. m. b. b. f. z. l. a. t. u. s. e. c. p. d. u. c. a. v. s. q. u. e. q. u. o. s. e. c. e. t. c. i. r. c. u. f. e. r. e. n. t. i. a. i. n. p. u. n. c. t. o. b. v. i. c. o. q. u. a. d. r. a. t. u. m. l. i. n. e. c. b. e. s. t. e. q. u. a. l. e. t. r. i. g. o. n. o. d. a. t. o. P. r. o. d. u. c. a. l. i. n. e. a. g. b. z. q. u. i. l. i. n. e. a. b. f. d. i. v. i. s. a. ē. p. e. q. u. a. l. i. a. i. n. g. z. p. i. n. e. q. u. a. l. i. a. i. n. c. e. r. i. t. p. s. h. u. i. q. u. o. d. s. i. t. e. x. d. u. c. t. a. b. c. i. c. f. c. i. q. d. r. a. t. o. c. g. e. q. u. a. l. e. q. d. r. a. t. o. g. f. q. u. a. r. e. z. q. u. a. d. r. a. t. o. g. b. q. u. a. r. e. p. e. r. p. e. n. u. l. t. i. m. a. p. r. i. m. i. z. d. u. o. b. u. s. q. u. a. d. r. a. t. i. s. d. u. a. r. u. m. l. i. n. e. a. r. u. m. g. c. z. c. b. e. r. g. o. d. e. m. p. r. o. v. t. r. i. q. u. e. q. u. a. d. r. a. t. o. c. g. e. r. i. t. q. u. o. d. s. i. t. e. x. b. c. i. n. c. f. q. u. o. d. e. s. t. e. q. u. a. l. e. s. u. p. e. r. f. i. c. i. e. i. b. c. e. o. q. u. e. f. ē. e. q. u. a. l. e. c. e. e. q. u. a. l. e. q. u. a. d. r. a. t. o. l. i. n. e. c. b. q. u. a. r. e. q. u. a. d. r. a. t. u. m. l. i. n. e. c. b. ē. e. q. u. a. l. e. t. r. i. g. o. n. o. a. q. u. o. d. ē. p. r. o. p. o. s. i. t. u. m. E. t. n. o. t. a. q. u. o. d. p. b. o. c. i. n. v. e. n. i. t. l. a. t. t. e. t. r. a. g. o. n. i. c. u. m. i. n. s. u. b. i. z. a. l. t. e. r. a. p. r. e. l. o. g. i. o. n. i. s. z. s. i. m. p. l. i. c. i. t. e. r. o. m. n. i. s. f. i. g. u. r. e. r. e. c. t. i. s. l. i. n. e. i. s. c. o. n. t. e. n. t. e. q. u. e. c. u. i. q. z. f. u. e. r. i. t. q. u. i. o. m. n. i. e. f. i. g. u. r. a. t. a. l. e. i. n. t. r. i. a. n. g. u. l. o. s. r. e. s. o. l. v. e. m. z. c. u. i. u. s. l. i. b. i. z. i. l. l. o. z. t. r. i. a. n. g. u. l. o. r. u. m. i. n. v. e. n. i. e. m. t. e. t. r. a. g. o. n. i. c. u. m. l. a. t. u. s. s. m. d. o. c. t. r. i. n. a. m. i. s. t. u. s. z. i. n. v. e. n. i. e. m. u. s. p. e. r. p. e. n. u. l. t. i. m. a. m. p. r. i. m. i. l. i. n. e. a. m. v. n. a. m. q. u. e. p. o. s. s. i. t. i. n. o. m. n. i. a. l. a. t. e. r. a. t. e. t. r. a. g. o. n. i. c. a. i. n. v. e. n. i. a. v. e. r. b. i. g. r. a. t. i. a. v. o. l. o. n. u. n. c. i. n. v. e. n. i. e. n. t. e. l. a. t. u. s. t. e. t. r. a. g. o. n. i. c. u. m. r. e. c. t. i. l. i. n. e. e. f. i. g. u. r. e. i. r. r. e. g. u. l. a. r. i. s. a. b. c. d. c. f. r. e. s. o. l. v. o. e. a. m. i. n. 3. t. r. i. a. n. g. u. l. o. s. q. u. i. s. u. t.



a. b. f. c. d. e. z. c. f. e. Inuenio quoqz fm doctrinam istius tria latera tetragonica istoz trium triangulorum. qui sunt. g. b. b. k. z. k. l. z. erigo. b. k. perpendiculariter super. g. b. z. produco. g. k. eritqz per penultimā quadratum primi. g. k. equale quadratis duarum linearum. g. b. z. b. k. z. tertium latus. k. l. erigo perpendiculariter super lineam. g. k. z. produco lineam. g. l. eritqz per penultimam primi. g. l. latus tetragonici totius figure rectilinee propositae. Explicit liber secundus. Incipit liber tertius.

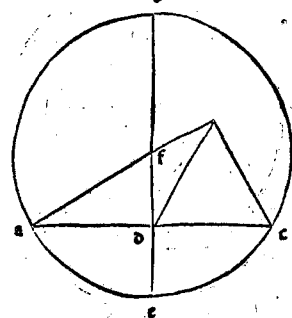
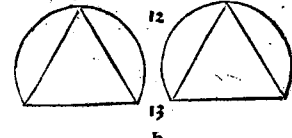
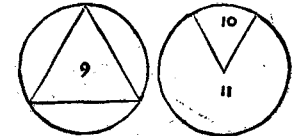
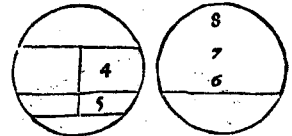
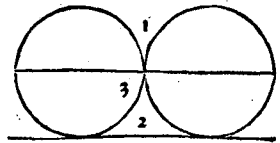
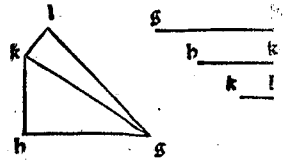


Quorū diametri sunt equeles. ipsos circulos equeles esse. Maiores autē quorū maiores z minores quorū minores. Circulū lineā primā gerē dicitur: quē cū circulū tangat in vtrāqz partē eiecta. circulū non secat. Circulū sele contingere dicunt qui tangentes seinuicem non secant. Recte lineae in circulo equaliter distare dicūt a centro. cū a centro ad ipsas ducte perpendiculares fuerint equalēs. Plus vero distare a centro dicūt. in quā perpendicularis longior cadit. Recta lineā portionū circuli cōtinēs corda notat. Portio vero circūferentiae arcus nūcupat. Angulus autē portionis dicit qd a corda z arcu continet. Supra arcū angulus consistere dicit. qui a quolibet pūcto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis excurrentibz cōtinet. Sector circuli est figura qd sub duabz a cōtro ductis lineis z sub arcu qui ab eis cōprehendit cōtinet. Angulus autē qui ab eis lineis ambitur supra centrū cōsistere dicit. Si es circuloz portiones dicūt i quibz qui supra arcum consistunt anguli sibi inuicē sunt equeles. Arcus quoqz similes sunt qui equos angulos predicto modo sulciunt.

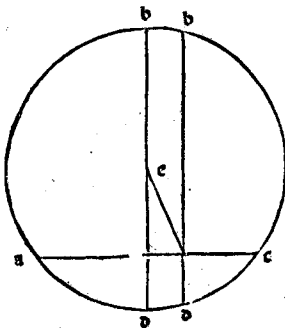
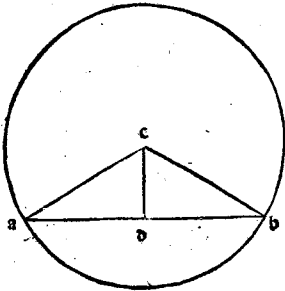
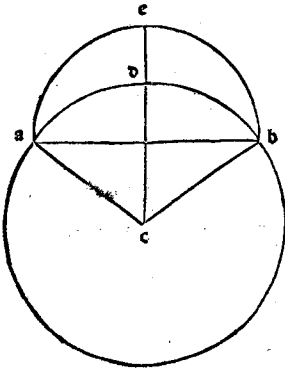
Propositio .i.

Circuli ppositi cōtrū inuenire. vñ manifestū ē qd duabz rectis lineis in eodē circulo apud circūferentiā terminatis neutra illaz alterā per eqliā orthogonālē secat nisi ipsa super centrum transierit.

Sit circulus propositus. a. b. c. cuius volumus centrū inuenire. duco in ipso circulo lineā. a. c. qualitercūqz contingat quā diuido per equalia i pūcto d. a quo duco perpendicularē ad lineā. a. c. quā applico circūferentiā ex vtrāqz parte. sitqz. e. d. b. quā rursus diuido p eqliā in pūcto. f. quē dico esse centrū circuli. Si enī nō ē. erit autē alibi aut i lineā. e. b. aut extra. In lineā. e. b. nō: si enī fuerit i ea vt i puncto. g. erit lineā. e. f. maior lineā. e. g. ps videlz toto qd est impossibile. Qd si fuerit extra lineā. e. b. ut in pūcto. b. ducant lineā. b. a. b. d. b. c. z qd latera. b. d. z d. a. trianguli. b. d. a. sūt eqlia lateribz. b. d. z d. c. trianguli. b. d. c. z basis. b. a. ba si. b. c. erit p. s. primi angulz. a. d. b. eqlius angulo. c. d. b. qre vterqz rectz z qd angulus. a. d. b. fuit etiā rectz erit. a. d. b. eqlius. a. d. b. p. 3. petitione pmi ps videlicet toti qd ē impossibile. nō ē ergo cōtrū dati circuli alicubi quā i pūcto. f. qd ē propositū.



Propositio .2.



Super circuli circūferentiam duobus punctis signatis. li/
neam rectam ductam ab altero ad alterum. circulum seca
re necesse est.

¶ Sit vt in circūferentia circuli. a. b. cuius centrum sit. c. signata sint
duo puncta que sunt. a. z. b. dico q̄ linea recta coniūgens vnū cum
cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum: sitq; a. e. b. linea recta
si possibile est: producā lineas. c. a. z. c. b. erūq; per. 5. primi: angulus. c. a. b. z. c.
b. a. equales: protraham itē lineā. c. e. que secet circūferentiam in puncto. d. eritq;
per. 16. primi: angulus. a. e. c. maior angulo. c. b. e. quare maior angulo. c. a. e. qua
re per. 18. eiusdem latus. a. c. maius latere. c. e. z. quia. c. d. est equalis. c. a. erit. c. d.
maior. c. e. pars toto quod est impossibile: quia ergo linea coniūgens duo pūta
a. b. non transibit extra circulum secabit ipsam quod est propositum.

Propositio .3.



¶ Lineam intra circulum præter centrum collocatam. alia
a centro veniens per equa secet. orthogonaliter sup eam
insistere. z si in eam orthogonaliter steterit. eam p equa/
lia diuidere necesse est.

¶ Sit vt lineam. a. b. collocatā intra circulum. a. b. cuius centrum sit
c. linea. c. d. veniens a cetro diuidat p eq̄lia: dico q̄ diuidit eam orthogonaliter. z e
conuerso videlicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia: producā
lineas. c. a. z. c. b. z ponā primo q̄ diuidat eā per eq̄lia: erūt ergo duo latera. c. d.
z. d. a. trianguli. c. d. a. equalia duobus lateribus. c. d. z. d. b. trianguli. c. d. b. z ba/
sis. c. a. basi. c. b. ergo per. 8. primi: angulus. d. vnus est equalis angulo. d. alterius
quare vterq; rectus: quare. c. d. est perpendicularis super. a. b. q̄d est propositum.
¶ Ponam iterum q̄. c. d. sit perpendicularis super. a. b. z ostendam q̄ ipsa diui/
dit. a. b. per equalia erit enim ppter hanc positionē vterq; anguloz qui sunt ad. d.
rectus quare vnus equalis alteri. At q̄ p. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis an/
gulo. c. b. d. z latus. c. a. eq̄le lateri. c. b. per. 26. primi: eiusdem erit linea. z. d. equa/
lis lineæ. d. b. quod est propositum.

Propositio .4.



¶ Intra circulum due linee se inuicem secent. z super cen/
trū non transeant. nō per equalia eas secari necesse est.

¶ Sit vt in circulo. a. b. c. d. cui⁹ centrū sit. e. due linee. a. c. z. b. d. se
cent se in pūcto. f. z vtraq; earū vel altera non trāseat per centz. dico
q̄ ipse nō diuidunt sese p equalia: ita q̄ vtraq; p equalia diuidat ab
altera. ¶ Qd si fuerit hoc possibile: ponat z sic primo vt neutra trāseat p centrum
a centro. e. producā lineā. e. f. eritq; p primā premisse vnusquisq; 4. anguloz: qui
sunt. a. f. e. c. f. c. b. f. c. z. e. f. d. rect⁹ q̄d ē impossibile: sic enī rect⁹ esset minor recto.
¶ Sit igit vt altera eoz trāseat p centz z altera nō: sitq; b. d. trāsiens per centrum
ad huc dico q̄ nō diuidunt sese per equalia: q̄d si sic. tunc p primā præ premisse: cū
b. d. ducta a centro diuidat. a. c. per equalia diuidat eā orthogonaliter. quare etiā
a. c. diuidet. b. d. orthogonaliter: z q̄ diuidit. a. c. ipsā. b. d. p eq̄lia vt ponit aduer
sarius: ipsa transibit per centrum per correlarium primæ huius: quare ambe tran/
seunt per centrum quod est contra ypothesin.

Proposino .5.



Circulorum se inuicem secantium centra diuersa esse.

Sint duo circuli. a. c. b. a. d. b. secantes se super duo puncta. a. z. b. Dico q^d eorum sunt diuersa centra. **S**i enim haberet idem cētrum ipsi erit per diffinitionē in portione vtriq^{ue} circulo cōmuni: sitq^{ue} illud e. z. ducantur linee. e. a. z. e. f. c. eruntq^{ue} p^{er} diffinitionē due linee. e. a. z. e. f. equales. **I**temq^{ue} per diffinitionem due linee. e. a. z. e. c. equales: quare e. f. est equalis. e. c. cum vtraq^{ue} earum sit equalis. e. a. pars videlicet toti q^{uo}d est impossibile.

Propositio .6.



Sirculorum se se contingentium nō idem centrum esse necesse est.

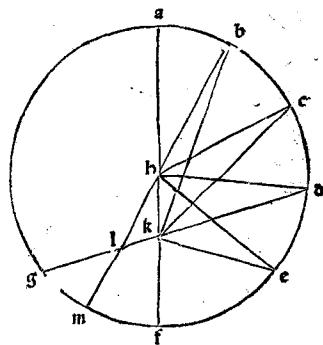
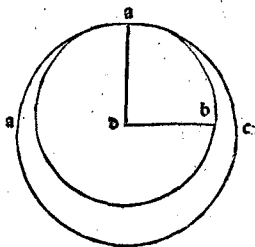
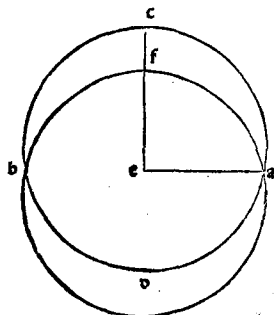
Sint duo circuli. a. b. z. a. c. contingentes se in puncto. a. Dico q^d eorum sunt diuersa centra. **S**i enim habuerint idem centrum erit p^{er} diffinitionem inter minorem eor^{um} cum minor positus fuerit intra maiorem: sitq^{ue} ipsum. d. z. ducantur linee. d. a. z. d. b. c. eruntq^{ue} per diffinitionem vtraq^{ue} duarum linearum. d. b. z. d. c. equalis. a. d. q^{uo}d est impossibile. **D**e circulis autem se contingentibus extra quorum sc^{ilicet} vnus est extra alterū: manifestum est per diffinitionem centri q^{uo}d ipsi non habent idem centrum.

Propositio .7.



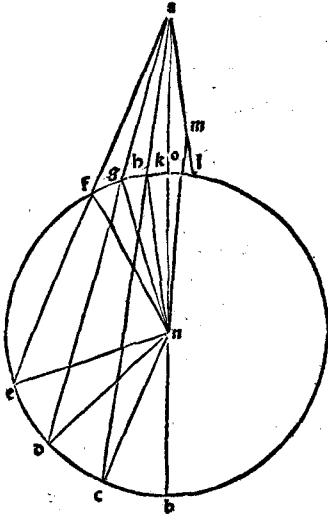
Si in diametro circuli punctus p^{re}ter centrum signetur: z ab eo ad circūferentiam linee plurime ducantur. que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero d^{istans} a centro perficiet omnium erit breuissima. que autem centro proxime ceteris longiores. **Q**uanto vero a centro remotiores tanto breuiores esse conueniet. **D**uas quoq^{ue} equidistantes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.

Sit vt in diametro. a. f. circuli. a. b. c. cuius centrum sit. b. sit signatus punctus k. p^{re}ter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt. k. a. k. b. k. c. k. d. k. e. k. f. k. g. ad circūferentiam: z transeat. a. k. per centrum. b. z. k. f. sit completum dyametri: sitq^{ue} vt. k. e. z. k. g. equidistant a. k. f. hoc est dicere vt angulos. e. k. f. sit equalis angulo. f. k. g. dico q^{uo}d. k. a. est omnium longissima: z. k. f. omnium breuissima: alie vero tanto longiores quāto cētro p^{ro}pinquiores: vt. k. b. est longior. k. c. z. k. d. est longior. k. e. z. k. g. sunt equales: quia enim in triangulo. b. k. h. duo latera. b. b. z. b. k. per. 20. primi: sunt maiora latere. b. k. et ipsa sunt equalia linee. a. k. erit. a. k. maior b. k. z. eadem ratione maior omnibus alijs z hoc est primū. **I**temq^{ue} quia in triangulo. e. b. k. duo latera. b. k. et. k. e. per eandem sunt maiora latere. b. e. quod est equalis linee. b. f. ipsa erit maiora linea. b. f. ergo de supra communi linea que est. b. k. remanebit. k. e. maior k. f. eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa z hoc est secundū. **I**temq^{ue} q^{uo}d duo latera. b. b. z. b. k. trianguli. b. b. k. sunt equalia duob^{us} laterib^{us}. c. b. z. b. k.



trianguli. c. b. k. et angulus. b. b. k. est maior angulo. c. b. k. erit p. 24. primi basis. b. k. maior basi. k. c. eadē rōne. k. c. maior erit. k. d. et k. d. maior. k. e. et hoc ē tertium. ¶ Qd si due linee. k. g. et k. e. nō sunt equales erit altera maior: sitq. k. g. de q̄ su-
mam. k. l. equalem. k. e. et producā. b. l. quousq. secet circūferentiam in puncto. m.
et qz per pporbecim angulus. g. k. f. ē equalis angulo. f. k. e. erit per. 13. primi: angu-
lus. l. k. b. equalis angulo. c. k. b. et duo latera. l. k. et k. b. trianguli. l. k. b. sūt equa-
lia duobus laterib⁹. c. k. et k. b. trianguli. c. k. b. ergo p. 4. primi basis. b. l. est equa-
lis basi. b. e. et qz. b. m. est equalis. b. e. erit. b. m. equalis. b. l. qd ē impossibile. sunt
ergo due linee. k. g. et k. e. equales qd est nostrū propositum. quantum

Propositio .8.



S Extra circulum puncto signato ab eo ad circūferenti-
am linee plurime ducantur circulum secando. que super
centrum transierit omnium erit longissima. ¶ Centro au-
tem propinquiores ceteris remotioribus lōgiores. ¶ Li-
nee vero partiales ad circūferentiaz extrinsecus applica-
te: ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima.
eiqz propinquiores remotioribus breuiores. ¶ Due vero que linee
breuissime vtrūqz eque propinquāt equales sunt.
¶ Sit vt in puncto. a. assignato extra circuli. b. c. d. cuius centrum. sit. n. ducātur
plurime linee ad circūferentiam secando circulum que sint. a. k. n. b. a. b. c. a. g. d.
et a. f. e. Dico q. a. b. transiens per centrum omnium erit longissima. et q. a. c. ē ma-
ior. a. d. et a. d. maior. a. c. et q. a. k. ē omnium breuissima extrinsecax: et q. a. b. est
minor. a. g. et a. g. minor. a. f. et dico q. si ducatur. a. l. ita q. ipsa et. a. b. equalis di-
stent ab. a. k. hoc est q. angulus. k. a. b. sit equalis angulo. l. a. k. ipse erit equalis
¶ Producā enī a cētro. n. lineas. n. c. n. d. n. e. n. f. n. g. et n. b. erūtqz per. 20. primi
duo latera. a. n. et n. c. trianguli. a. n. c. maiora. a. c. et qz ipsa sunt equalia linee. a. b.
erit. a. b. maior. a. c. eadē rōne erit maior omnibus alijs qd est primū: et quia
duo latera. a. n. et n. c. trianguli. a. n. c. sunt equalia duobus lateribus. a. n. et n. d.
trianguli. a. n. d. et angulus. a. n. c. est maior angulo. a. n. d. erit per. 24. primi: ba-
sis. a. c. maior basi. a. d. et eadē rōne erit. a. d. maior. a. e. qd est scōm. ¶ Itēqz quia
in triāgulo. a. n. b. duo latera. a. b. et n. b. sunt maiora. a. n. per. 20. primi. et b. n. ē
equalis. n. k. erit per cōmunē sciām. a. b. maior. a. k. eadē rōne quilibet extrinse-
cus applicataz maior erit. a. k. qd est tertius. ¶ Item quia per. 21. primi: due linee
a. b. et b. n. sunt minores duabus lineis. a. g. et g. n. et b. n. est equalis. g. n. erit per
communem scientiam. a. g. maior. a. b. eadē rōne erit. a. f. maior. a. g. qd ē quar-
tum. ¶ Qd si. a. l. non sit equalis. a. b. cum ipse sint equaliter distātes ab. a. k. erit
altera maior: sitq. a. l. ponam ergo. a. m. equalem. a. b. et producam. n. o. m. quia
ergo duo latera. m. a. et a. n. trianguli. m. a. n. sunt equalia duobus laterib⁹. b. a. et
a. n. trianguli. b. a. n. et angulus. m. a. n. est equalis angulo. b. a. n. erit per. 4. pri-
mi: basis. m. n. equalis basi. n. b. et quia. m. o. est equalis. n. b. erit. n. o. equalis. n. n.
m. pars videlicet toti qd est impossibile et hoc est quintū

Propositio .9.

Si intra circuli puncto signato. ab eo plures q̄z due linee dūcte ad circūferentiā fuerint equales. punctū illud centrum circuli esse necesse est.

Sit ut a puncto. a. signato intra circuli. b. c. d. dūcte sint. 3. linee. a. b. a. c. a. d. ad circūferentiā quas pono ēc equales dico punctum. a. esse centrū circuli. Produca enim duas lineas. c. b. z. d. c. z. diuidā vtrāq̄ earū p̄ eq̄lia. c. b. quidem in puncto. e. z. d. c. in puncto. f. z. producam. e. a. z. f. a. quas ap̄ plico circūferentiā ex vtrāq̄ parte. eritq̄z per. s. primi vterq̄z angulorū qui sunt. a. d. e. eq̄l̄ alteri. igit̄ p. 13. vterq̄z erit rect⁹. Sili quoq̄z p̄ eādē vterq̄z angulorū q̄ sūt. a. d. f. rectus: ergo per correlariū prime huius. quia. a. e. diuidit. c. b. per equalia z. or̄thogonaliter ipsa transit per centrū. similiter quoq̄z. a. f. transit per centrū. quia diuidit. d. c. per equalia z. orthogonaliter. quare. a. ē centrū qd̄ est propositum.

Propositio .10.

Si circulus circulum secet. in duobus tantum locis secare necesse est.

Sint si possibile est duo circuli secantes se in pluribus q̄z in duobus locis super. 3. puncta. a. b. c. producam lineas. a. b. z. a. c. quas diuidam per equalia in punctis. d. z. e. z. producam a puncto. e. lineam. e. f. per perpendicularē super lineam. a. c. z. a puncto. d. lineam. d. f. p̄pendicularem super lineam. a. b. z. secent se due linee. e. f. et. d. f. i puncto. f. eritq̄z per correlariū prime huius punctus. f. centrū circuli vtriusq̄z qd̄ est impossibile. per 5. huius.

Propositio .11.

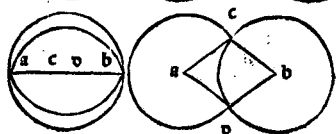
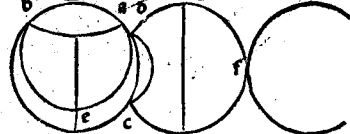
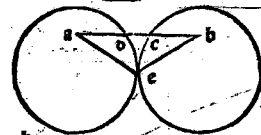
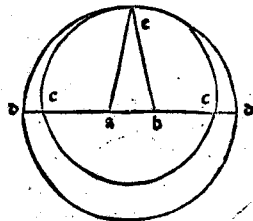
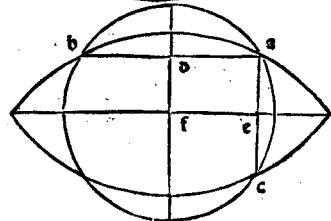
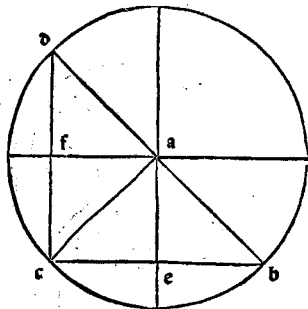
Si circulus circulum contingat lineaq̄z per centra eorū transeat. ad punctū contactus earū applicari necesse est.

Si enim linea transiens per centra duorum circulorū. e. e. et. d. e. sese contingentium intra v̄l extra. nō vadit ad locū contactus sc̄c̄t circūferentiā vtriusq̄z: sitq̄z. a. centrū circuli. e. d. et. b. centrū circuli. e. c. et. ducatur linea recta. a. b. c. d. secans circūferentiā vtriusq̄z: et ducantur lineae a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e. a. c. b. eruntq̄z in cōtactu interiori. p. 20. p̄mi due linee. e. b. z. b. a. longiores. e. a. q̄re longiores. a. d. est enim. a. centrū circuli. e. d. z. q̄m. b. c. est equalis. e. b. q̄m. b. est centrū circuli. e. c. erit. e. a. longior. a. d. qd̄ est impossibile. **I**n cōtactu vero exteriori erūt due linee. a. c. z. e. b. longiores. a. b. quare. a. d. e. c. b. maius erūt q̄ tota. a. b. qd̄ est falsum.

Propositio .12.

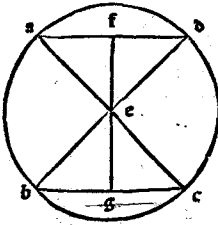
Si circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in vno tantum loco contingere necesse est.

Si enī fuerit possibile. ut circulus circulū cōtingat in duob⁹ locis intra v̄l extra cōtingat circuli. a. b. c. d. circulus. a. b. e. interi⁹ i duo⁹ bus p̄ctis. a. b. vel exteri⁹ circulus. c. d. f. i duo⁹ p̄ctis. c. d. **U**t er̄go ducemus lineā rectā ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circuli. a. b. e. interiorē acciderit p̄tariū secūde hui⁹. Qd̄ si ipsa cadat intra ipsū: cū diuiserimus ipsā p̄ equalia z. eduxerim⁹ a p̄cto dionis p̄pendiculārē ad ipsā. fueritq̄z applicata circumferentiā ex vtrāq̄z p̄te ipsa trāibit p̄ centrū amboꝝ circuloꝝ. quare acciderit cōtariū p̄missē. **I**n circulo vero cōtingente exteri⁹ in p̄ctis. c. d. si ducam⁹ lineā rectā a puncto. c. ad punctū. d. necesse est acciderit p̄tariū se b⁹. quare vtrūq̄z ip̄sibile



LIBER

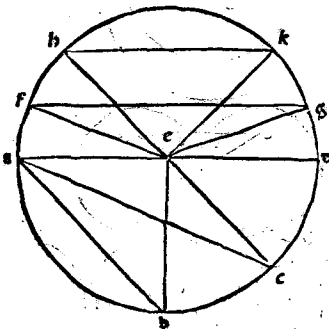
Propositio .13.



Recte linee in circulo si fuerint equales eas a centro equi distare. et si a centro equidistiterint equales esse necesse est.

Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee. a. b. et c. d. sint equales. dico quod ipse equidistant a centro et conuerso. Producat enim a centro. e. linee. e. f. et e. g. perpendiculares ad a. d. et b. c. eruntque per. 2. partem tertie huius. a. d. diuisa per equalia. in. f. et b. c. in. g. quod ergo duo latera. e. d. et d. a. trianguli. e. d. a. sunt equalia duobus lateribus. e. c. et c. b. trianguli. e. c. b. et basis. e. a. basi. c. b. erit per. 8. primi angulus. d. equalis angulo. c. et quod duo latera. e. d. et d. f. trianguli. e. d. f. sunt equalia duobus lateribus. e. c. et c. g. trianguli. e. c. g. Nam. d. f. est equalis. c. g. eo quod tota. a. d. posita est equalis. b. c. et angulus d. est equalis angulo. c. erit per. 4. primi basis. e. f. equalis basi. e. g. et quia iste sit perpendicularis venientes ad eas a centro patet per definitionem: sue. 4. huius ipsas equaliter distare a centro. **A**lter idem. Quadratum enim. e. d. per penultimam primi valet quadrata duarum linearum. e. f. et f. d. et quadratum. e. c. quadrata duarum linearum que sunt. e. g. et c. g. et quia quadratum. d. e. est equale quadrato. e. c. et quadratum d. f. quadrato. g. e. erit quadratum. e. f. equalis quadrato. e. g. quare. e. f. est equalis. e. g. sicque patet idem. Sit ergo. e. f. equalis. e. g. quod est eas equaliter distare a centro. dico tunc quod a. d. est equalis. b. c. d. e. quadratis enim duarum linearum. e. d. et e. c. equalibus demptis quadratis duarum linearum. e. f. et e. g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum. f. d. et g. c. quod per commune scientiam necesse est esse equalia: quare. f. d. est equalis. g. c. ergo duplum. f. d. quod est. a. d. est equale duplo. g. c. quod est. b. c. et hoc est secunda pars propositi.

Propositio .14.



Intra circulum plurime recte linee ceciderint diametri eius omnium longissimam: etiam propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centrum. e. cadant plurime linee que sint. a. b. a. c. a. d. f. g. b. k. sitque. a. e. d. diameter. dico ipsam esse longissimam et alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim a centro. e. linee ad extremitates omnium que sint. c. b. e. c. e. f. e. b. z. e. k. eruntque per. 20. primi duo latera. e. f. et e. g. trianguli. e. f. g. longiora. f. g. et quia ipsa sunt equalia. a. d. erit. a. d. maior. f. g. eadem ratione maior erit quod a. c. quia. a. e. et e. c. sunt maiora. a. c. et equalia. a. d. ergo. a. d. maior est. a. c. sic quoniam est maior. b. k. et maior etiam quod a. b. Quod autem. f. g. sit maior. b. k. et a. c. a. b. patet. quia per. 24. primi cum duo latera. f. e. et e. g. trianguli. f. e. g. sint equalia duobus lateribus. b. e. et e. k. trianguli. b. e. k. et angulus. f. e. g. maior angulo. b. e. k. erit basis. f. g. maior basi. b. k. Similiter quoniam quia. a. e. et e. c. sunt equalia. a. e. et e. b. et angulus. a. e. c. maior angulo. a. e. b. erit basis. a. c. maior basi. a. b. et sic est propositum.

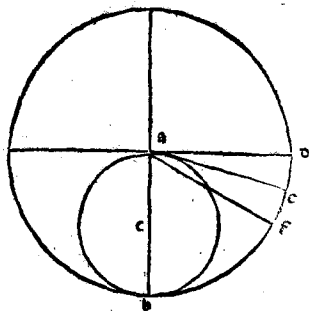
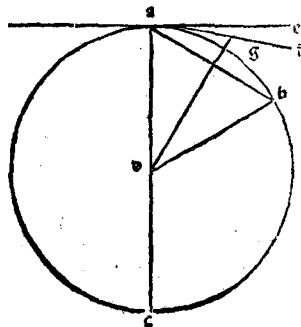
Propositio .15.



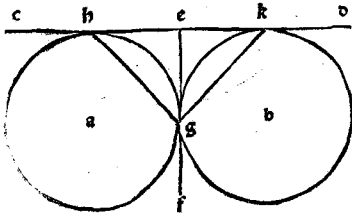
Sab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur: extra circulum eam cadere necesse est. **A**lterque inter illam et circuli aliam lineam rectam ca

pi impossibile est. **A**ngulum autem ab illa et circumferentia contentum omnium acutorum angulorum esse angustissimum. **A**ngulum vero intrinsecum a diametro et circumferentia contentum omnium angulorum esse amplissimum necesse est. **U**nde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonally ductam circumferentiam ipsum contingere.

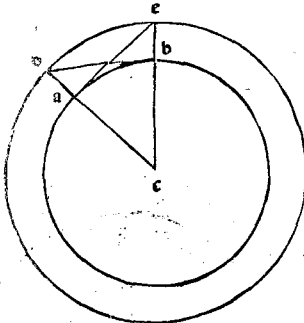
Usit ut a termino a diametri. a. c. circuli. a. b. c. cuius est p. d. ducat linea orthogona liter: dico qd ipsa cadit extra circumferentiam. et qd inter lineam illam et circumferentiam nulla alia recta linea intercepti: et qd angulus quem ipsa et circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. et qd angulus contentus a diametro et circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto. **S**i enim linea ducta. ab. a orthogonally super. a. c. lineam: potest cadere infra circumferentiam. sit illa linea. a. b. et ducatur linea. d. b. critiqz per. 5. primi angul⁹. d. a. b. equalis angulo. d. b. a. et quia angulus. d. b. a. est rectus per ypothesim. habebit triangulus. a. b. d. duos angulos rectos quod est impossibile. p. 32. primi: **A**d et ergo extra sitqz. a. e. qd si inter ipsam et circumferentiam potest linea recta intercepti sit illa a. f. ad quam ducat perpendicularis. d. g. et quia angulus. d. g. a. est rectus. crit p. 18. primi linea. a. d. longior linea. d. g. quod est impossibile. quare inter ipsam et circumferentiam nulla linea recta intercepti. **P**ropter quod patet qd angul⁹ contentus ab e. a. et circumferentia qui dicitur angulus contingens est minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset et angulo contingens equalis. aut eo minor cum omnis talis possit per equalia dividi secundum ordinem. p. primi inter linea. a. c. et circumferentiam posset linea recta intercepti qd monstravimus esse non posse per quod patet angulum contentum a diametro et circumferentia omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differt a recto nisi in angulo contingens quem monstravimus esse minorem omni rectilineo. **C**onclariū patet per primam partem. Cum enim linea. a. e. in utraque partem erecta non fecerit circumferentiam et tangat ipsum in puncto. a. ipsa est contingens p. diffinitio. **E**x hoc notandum qd non valet ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius. et per omnia media. ergo per equale. nec ista contingit reperire maius hoc et minus eodem ergo contingit reperire equale. hoc autem sic patet. Sit circulus. a. b. super centrum. c. cuius diameter. a. c. b. et ducatur ab eius termino a. linea. a. d. orthogonally: eritqz contingens circumferentiam per conclarium huius. Describat iterum super punctum. a. finem quantitate diametri. a. b. circulus. b. e. d. et imaginez linea. a. b. moveri super punctum. a. per circumferentiam arcus. b. e. d. ita qd punctum. b. numeret omnia puncta arcus. b. e. d. quousqz perveniat ad lineam. a. d. et cooperiat ipsam. et quia angulus. b. a. d. est rectus: erit ut non sit sumere aliquem angulum acutum cui equalis non fecerit linea. a. b. cum diametro. a. c. b. minoris circuli. quia transit ad angulum rectum diuincians situm omnium angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contenti a semicircumferentia. a. b. et diametro. a. c. b. et angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico qd nullus in transitu ab acutis minoribus ad recto maiore intermedium fuit ei equalis. Si enim fuerit aliquis: sit ut illum fecerit linea. a. b. cum puncto. b. fuit in puncto. c. arcus. b. e. d. quia ergo angulus



e. a. b. est equalis angulo semicirculi predicto: angulus aut semicirculi est amplissim⁹ omnium acutoz p vltimā partē huius: erit angulus. e. a. b. amplissim⁹ omnium acutoz: diuidat ergo angulus. e. a. d. sicut proposuit. 9. primi p equalia ducta linea. a. f. eritqz cōceptionē angulus. f. a. b. aprior angulo. e. a. b. quare erit aliqd apl⁹ ampl⁹ plissimo quod ē impossibile. ¶ Vel sic cū angulus e. a. b. sit equalis angulo semicirculi sicut ponit. At angulus semicirculi cū angulo cōtingētie ē equalis vni recto. Si milliter quoqz angulus. e. a. b. cū angulo. e. a. d. ē equalis vni recto: erit angul⁹. e. a. d. equalis angulo cōtingētie: et qz angulus cōtingētie ē angustissimus omnium acutoz per 3. ptem huius: erit similiter angulus. e. a. d. sibi equalis angustissimus omnium acutoz sed angul⁹. e. a. f. ē eo angustior p cōceptionē: erit ergo aliquid angustius angustissimo quod ē impossibile. ¶ Non ergo erit angulus rectiline⁹ equalis angulo semicirculi et qz trāsitur a minori ad maius et non p equale. Itē qz est repperire minore eo et maiore: patet instantia cōtra vtrāqz argumētationē predictam. Unde per interemptionem ad illud est respondendum.



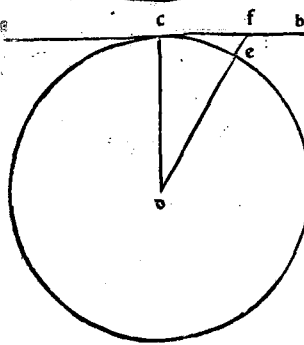
Posset probari quod angulus contingētie est diuisibilis scdm lineā rectā vt cōstat per figuratōnē hic a latere positam. Certum ē qz angulus qui causat ex cōtactu duoz circuloz vel spaz ē angulus contingētie et talis diuidat per lineā. e. g: qz hic habet triangulus. b. g. k. cuius basis. b. k. diuidatur per equalia in puncto. e. et pōtrabatur versus. g. cōtactum et arguitur per. 4. primi. deinde p. 26. bñius et patet ppositum.



Propositio .16.



Dato puncto ad datum circulū lineā cōtingentē ducere. ¶ Sit circulus datus. a. b. cui⁹ centz. c. punctusqz datur. d. volo ergo a puncto. d. ducere lineā ptingentē circulū. a. b. pduco lineā. d. c. secantez circūferentiā circuli. a. b. in puncto. a. sup quā describo circulum. d. e. secūdu quātitatē lineē. d. c. cōcētricū circulo. a. b. et pūcto a. produco lineam. a. e. ppendicularēz ad lineā. d. c. que secet circūferentiā circuli. d. e. in puncto. e. et pduco lineā. e. c. secantē circūferentiā circuli. a. b. in puncto. b. p inde produco lineā. d. b. que erit cōtingens circulum. a. b. qz eni duo latera. a. c. et c. e. trianguli. a. c. e. sunt equalia duobus laterib⁹. b. c. et c. d. trianguli. b. c. d. et angulus. c. ē cōis vtriqz erit p. 4. primi angulus. e. a. c. equalis angulo. d. b. c. angulus autem. e. a. c. est rectus quare angulus. d. b. c. est rectus: p cōpolarium ergo pcedentis erit lineā. d. b. cōtingens circulum. a. b. quod est ppositum.



Propositio .17.



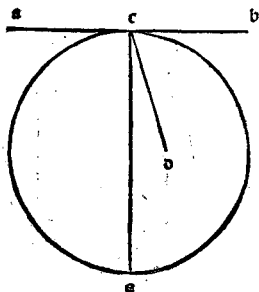
¶ Circulum lineā rectā contingat a cōtactu vero ad centrum lineā rectā ducatur. necesse est eam super lineā cōtingentem esse perpendicularē. ¶ Sit lineā. a. b. cōtingens circulum. c. e. cuius centrū sit. d. in puncto. c. qui iungatur cū centro per lineam. c. d. dico banc esse perpendicularē super lineam cōtingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsā sit ergo. d. f. perpendicularis ad eandem que secet circūferentiā circuli i puncto e. eritqz vtraz anguloz qui sunt. ad. f. rectus igitur per. 18. primi lineā. c. d. est maior lineā. d. f. quod est impossibile: Constat itaqz. d. c. esse perpendicularē super. a. b. quod est ppositum.

Propositio .18.



Si circuli linea recta contingat: et a contactu in circulo linea quedam orthogonaliter ducat. i. eadē ceterū eē necesse ē.

Sit ut prius linea. a. b. contingens circulum. c. c. in puncto. c. et a contactu ducat intra circuli. c. c. linea perpendicularis ad lineam. a. b. dico qd centrum circuli est in linea. c. c. et est cōversa prioris. Si enī non fuerit centrū in linea. c. c. sit alibi vbiūqz cōtingat. sitqz. d. et pducā lineā. d. c. eritqz. d. c. per pmissam perpendicularis ad lineā. a. b. qd est impossibile cū. e. c. posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

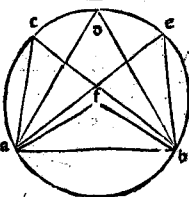
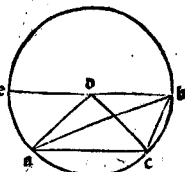
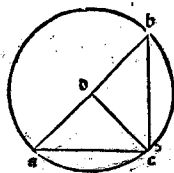
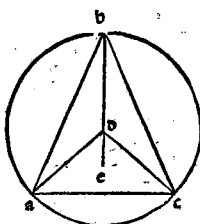


Propositio .19.



Si intra circulum angulus supra centrū consistat: alius vero angulus supra circūferentiā cōsistēs eadē basim habeat inferiori superiori duplex erit.

Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centrū. d. fiat angulus. a. d. c. super centrū et angulus. a. b. c. sup circūferentiā. sitqz vtriūqz anguli eadē basis q̄ sit arcus. a. c. dico angulū. a. d. c. duplū esse ad angulū. a. b. c. **Q**uod sic p/batur. Aut enī ducā lineas. a. d. et b. c. idudāt duas lineas. a. d. et d. c. aut altera eaz sit linea vna cū altera reliquā. aut etiā altera primarum secat alterā postremariū. **S**it ergo primo ut includant eos ut in primafiguratione apparet. et producat lineā. b. d. e. eritqz per. 32. primi: angulus. a. d. e. extrinsecus equalis duob⁹ intrinsecis qui sunt. b. a. d. et a. b. d. anguli et quia ipsi sunt equales per. 5. eiusdē erit angulus. a. d. e. duplus ad angulū. a. b. d. similiter quoqz erit angulus. e. d. c. duplus ad angulū. d. b. c. quare totus angulus. a. d. c. duplus ē ad totū angulū. a. b. c. qd est propositum. **Q**uod si altera duarū linearum. a. b. et b. c. fiat linea vna cū altera. duarū linearū q̄ fuerit. a. d. et d. c. ut in secundafiguratione apparet. per easdē p quas prius: et simili mō liquet ppositum. **Q**uod si altera duarū primarū secet alteram duarum postremarum. ut in. 3. figura apparet. vbi lineā. a. b. secat lineā. d. c. producat lineā. b. d. e. eritqz per easdē quas prius assumpimus et simili modo angulus. e. d. a. duplus ad angulū. d. b. a. et totus angulus. e. d. c. duplus ad totū angulū. d. b. c. quare angulus. d. b. c. dupl⁹ ē ad angulū. a. b. c. qd est propositum.



Propositio .20.



Si in vna circuli portione anguli super arcum consistent angulos quoslibet esse equales necesse est.

Sit ut in portione. a. d. b. circuli. a. d. b. cuius centrum. f. cōsistant quoslibet anguli super arcum. a. d. b. qui sūt. c. d. e. dico eos eē equales. protrahatur enī corda. a. b. et ab eius extremitatibus: ducantur in centrum lineę. a. f. et b. f. eritqz per pmissam angulus. f. consistens super centrū ad vniūqz eozum. duplus: quare ipsi sunt equales: qd est propositum.

Propositio .21.



Si intra circulum quadrilaterū describas. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

Sit quadrilaterū. a. b. c. d. inscriptū circulo. a. b. c. d. dico quosqz duos ex aduerso collocatos eē eqles duob⁹ rectis. ptra/bant enī in qdrilatero diametri. a. c. b. d. eritqz p pmissā angulus. c. b. d. eqles

LIBER

angulo. c. a. d. et angulus. a. b. d. angulo. a. c. d. quare totus. a. b. d. erit equalis duobus angulis qui sunt. a. c. d. et c. a. d. et quia ipsi cum angulo. a. d. c. sunt equalis duobus rectis. per. 32. primi: erunt duo anguli. b. totalis. et. d. totalis equales quibus rectis quod est propositum. Similiter quoque probabitur angulos. a. et c. totales esse equales duobus rectis.

Propositio 22

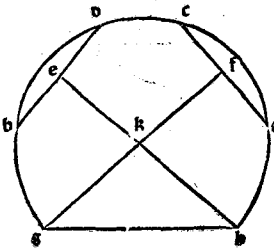
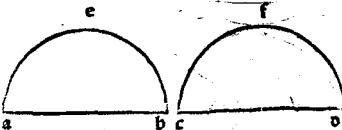
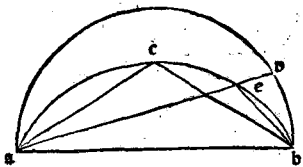
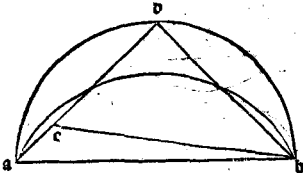
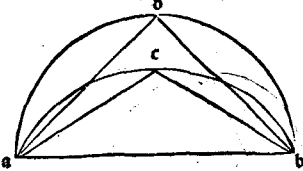
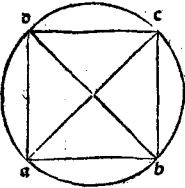
Nas circuli similes portiones inequales super unam rectam lineam assignatā. ex eadē parte cadere impossibile ē. **S**it linea recta assignata. a. b. super quā fiat portio circuli. a. c. b. dico qd sup eandem lineā ex parte eadem non fiet alia portio que sit similis huic. et ea maior aut minor. **Q**uod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio. a. d. b. maior ea que tamen sit similis ei. fiat ergo angulus. a. c. b. i portione minor. et angulus. a. d. b. in maiori. erit ergo ut lineā. a. d. et. d. b. includant lineas. a. c. et c. b. ut p3 i figuratiōe prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera postremā. ut in scōa. aut ut altera secet alteram ut in tertia. **Q**uod si fuerit primo mō erit per. 21. primi: angulus. c. maior angulo. d. nō ergo sūt portiones similes per diffinitionē. **Q**uod si scōo modo erit ad huc angulus. c. maior angulo. d. per. 16. eiusdem. nec sic igit erūt portiones similes. Si aut tertiō modo sit ut linea a. d. secet lineam. c. b. et secet circiferentiam portionis minoris in puncto. e. et uocet lineā. e. b. critqz p eadē. 16. primi: angulus. a. e. b. pñtēs i portione. a. c. b. maior angulo. d. f. e. ē equalis. c. p. 20. b^o qre. c. ē maior. d. qre nullo mō siles. **S**ic quoque mō pbabis qd sup lineā. a. b. nō fiet portio siles portioni. a. c. b. minor. e. a. posito. c in loco. d. et d. in loco. c. in figuratiōibz predictis. erit enī per pñmissas sēs per 21. et 16. primi: et pñmissō modo angulus. d. omniū figuratiōnū maior angulo. c. quare portiones nō erūt similes. **E**t nota qd licet proponatur super lineam unā nō possit fieri portiones similes inequales ex eadem parte. verum est tamē qd nec ex diversis qd licet probare minori que est ex una parte supposita maiori que ē ex alia. necesse enī. erit per cōmunem sciam ipsam a maiori excedi. non ergo sunt similes per banc. 22.

Propositio 23.

Si circulozū similes portiones super lineas equas fuerint. ipsas portiones equales esse necesse est. **S**int due lineę. a. b. et c. d. equales super quas sint due portiones circulozū. a. c. b. et c. f. d. que sunt similes. dico qd ipse sunt equales. si enim non sunt equales altera earum supposita alteri excedet maiorem. sed linea. a. b. non excedet lineam. c. d. nec excedetur ab ea: cum sint equales. quare accidit contrariū pñmissē qd ē impossibile. erūt enī. a. b. et c. d. lineę vna.

Propositio 24.

Ati semicirculi. sine semicirculo maioris minorisue portionis circulum perficere. **I**ntentum per banc cōclusionē est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo. a. b. quilibet arc^o

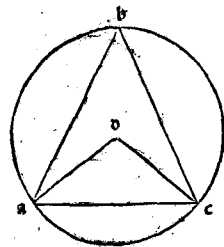
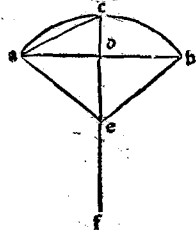
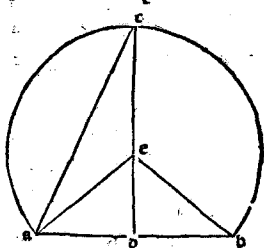
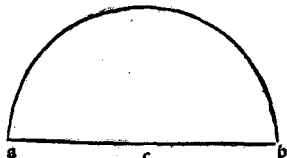
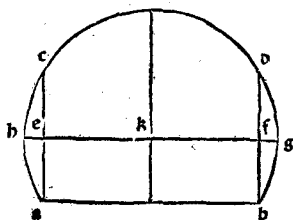


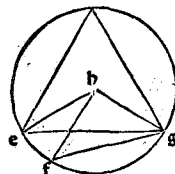
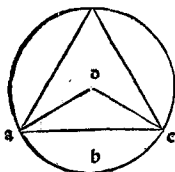
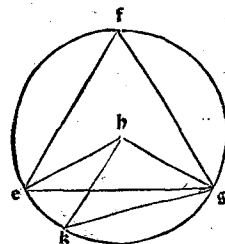
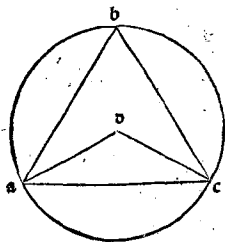
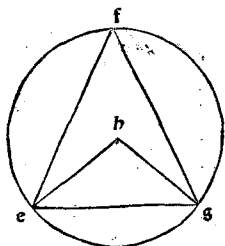
ex quo volo perficere circulum protrabam in eo duas lineas qualitercumq; cōtin-
gat que sint. a. c. z. b. d. quas diuidam per equalia. a. c. quidā i puncto. e. z. b. d. in
puncto. f. z. protrabam. e. g. perpendicularem ad. a. c. z. f. b. perpendicularem ad
b. d. que secant se in puncto. k. eritq; per coroll. prime huius centrū circuli in vtra-
q; linearum. e. g. z. f. b. quare centrū est punctū. k. Si autem. e. g. non secet. f. b.
sed sint linea vna. quēadmodū erit si due linee. a. c. z. b. d. sint equidistantes tunc
ipsa applicabit circūferētiā dati arc⁹. ex vtraq; pte ipsa igit diuisa p mediū i pūcto
k. erit ibi centrū circuli per idem coroll. Equidistantes autem non erūt. e. g. z. f. b.
quia cum in vtraq; sit centrū circuli per dictum coroll. essent eiusdem circuli duo
centra. Sic potest de omni arcu siue de omni portione cōmuniter demonstrari qua-
liter inde circulus perficiatur. ¶ Quia tamen auctor videt hanc cōclusionē varia-
re fin diuersas species arcuū omniū portionū enumerādo species: demonstrābim⁹
diuisim per species qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo
primū. a. b. portio data semicirculus. eritq; per diffinitionē semicirculi. linea. a. b.
diametri. ea igitur diuisa per mediū in puncto. c. erit. c. centrū circuli. ¶ Sit rur-
sus portio. a. c. b. semicirculo maior cuius corda sit. a. b. quā diuido per equalia in
puncto. d. a quo duco. d. c. perpendicularē ad ipsam que transibit per centrū
per coroll. prime huius: z. protrabo lineam. a. c. z. quia linea. a. b. est minor diame-
tro cum sit. a. c. b. portio maior semicirculo: erit. a. d. minor semidiametro. sed. d. c.
est maior semidiametro. ergo. d. c. est maior q̄s. a. d. ergo per. 19. primi: angulus
c. a. d. est maior angulo. a. c. d. fiat itaq; per. 23. primi: angulus. c. a. e. equalis an-
gulo. a. c. d. producta linea. a. e. que secet lineam. c. d. in puncto. e. eritq; p lēxtā pri-
mi. linea. a. e. equalis linee. e. c. producat igitur linea. c. b. eritq; per. 4. primi linea
e. b. equalis linee. a. e. quare tres linee. e. a. e. b. e. c. sunt equales ergo per. 9. huius
e. est centrū circuli. ¶ Sit iterū. a. c. b. portio minor semicirculo. cuius corda sit
a. b. quā diuido per equalia in puncto. d. a quo produco lineam. c. d. e. perpendicu-
larem ad lineā. a. b. que fecit circūferentiā in puncto. c. hāc manifestū est transi-
re per centrū per corollariū prime huius. produco iterū lineam. a. c. eritq; an-
gulus. a. c. d. maior angulo. c. a. d. si est equalis erit portio. a. c. b. semicirculus. z. si
minor erit maior semicirculo: positū est autē q̄ sit minor. produco igitur lineā. a. e.
que cum lineā. a. c. faciat angulū equalem angulo. c. z. secet lineam. c. f. in puncto
e. z. manifestū ē q̄ punctum. e. cadat extra datam portionē. z. produco lineam. e. b.
z. quia angulus. a. totalis est equalis angulo. c. erit per. 6. primi linea. e. a. equalis
linee. e. c. z. quia per quartā primilinea. e. b. est equalis linee. e. a. erit per. 9. huius
punctū. e. centrū circuli quare patet propositum fm omnes species portio-
num circuli.

Propositio. 25.

Si in equis circulis seu super centra. seu sup circūferētiis
equales anguli consistant. super equos arcus eos cadere
necesse est.

¶ Sint duo circuli equales. a. b. c. cuius centrū. d. z. e. f. g. cuius cen-
trū. b. z. fiat supra cētra eorū duo anguli. a. d. c. z. c. b. g. qui ponant
equales. dico duas arcus. a. b. c. z. e. f. g. esse equales. protrabantur due linee. a. c.
z. e. g. z. fiant duo anguli in circūferētiis ipsorū consistentes supra predictos ar-
cus qui sint angulus. a. b. c. z. angulus. c. f. g. quia ergo circuli sunt equales. erunt





per diffinitiones equalium circuloꝝ semidiametri equales: et quia duo anguli. d. z. b. sunt equales erit per. 4. primi: linea. a. c. equalis linee. c. g. et per. 19. huius erit angulus. b. equalis angulo. f. cum. d. angulus sit equalis angulo. b. ergo per diffinitionem similium portionum due portiones. a. b. c. z. e. f. g. sunt similes: et quia ipse sunt super lineas. a. c. z. e. g. equales ipse erunt equales per. 23. huius: quare arcus. a. b. c. z. e. f. g. sunt equales. Quod si anguli. b. z. f. qui sunt in circumferentia ponantur equales erunt per diffinitionem portiones similes et anguli. d. z. b. equales per. 19. huius: et quia circuli sunt equales per positionem erunt per. 4. primi: due linee. a. c. z. e. g. equales quare ut prius portiones equales per. 23. huius cum sint similes et super equales lineas. igitur et arcus equales: quod est propositum.

Propositio .26.



In equis circulis equi sumatur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eorū seu supra circumferentias constituantur equos esse necesse est.

Sint ut prius duo circuli. a. b. c. cuius centrū. d. z. e. f. g. cuius centrū. b. sintque duo arcus. a. b. c. z. e. f. g. equales fiantque super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint. d. z. b. ductis. a. d. c. d. e. b. g. b. Itemque super eodem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint. b. z. f. ductis lineis. a. b. c. b. e. f. z. g. f. dico duos angulos d. z. b. adinvicem esse equales Itemque duos. b. z. f. adinvicem esse equales et est hec conuersa prioris. si enim non sunt. d. z. b. anguli adinvicem equales: sit ergo. b. maior a quo abscindatur angulus. k. b. g. qui sit equalis angulo. d. eritque per premissam arcus. k. e. f. g. equalis arcui. a. b. c. sed duo arcus a. b. c. z. e. f. g. positi sunt equales: accidet ergo pariter esse equalem toti: quod est impossibile: quare anguli. d. z. b. totales sunt equales. Simili quoque modo probabis angulos. b. z. f. esse equales. vel si maius probato quod anguli. d. z. b. sint equales. sequitur. b. z. f. esse equales per. 19. huius et conuersio.

Propositio .27.



In circulis equalibus eque linee arcus resecant. arcus quoque equos esse. si autē linee inequales fuerint arcus quoque inequales. et a maiore linea maiorem arcum: a minore vero minorem abscindi necessarium est.

Sint duo circuli equales. a. b. c. cuius centrū. d. z. e. f. g. cuius centrū. b. sitque corda. a. c. equalis corde. e. g. dico duos arcus. a. b. c. z. e. f. g. quos predictae corde ex predictis circulis resecant esse equales. Quod si corda. e. g. ponatur maiore corda. a. c. dico arcū. e. f. g. esse maiorem arcu. a. b. c. Primum quidem sic probatur: ducantur a centrīs lineae ad extremitates cordarū que sint. d. a. d. c. b. e. b. g. et quia circuli positi sunt fore equales. erunt hec semidiametri equales. et quia linea. a. c. posita est equalis lineae. e. g. erit per. 8. primi: angulus. d. equalis angulo. b. totali: quare per. 25. huius erit arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. sicque patet primum. scdm sic. sit. e. g. maior a. c. eritque per. 25. primi angulus. b. maior angulo. d. fiat ergo angulus. f. b. g. equalis angulo. d. eritque per. 25. huius arcus. f. g. equalis arcui. a. b. c. quare arcus. e. f. g. est maior arcu. a. b. c. quod est scdm. propositum.

Propositio 28.



Circulorum equalium equos arcus, equas cordas habere necesse est.

Sint duo circuli equales. a, b, c . cuius centrum. d, z, e, f, g . cui⁹ centrum. b . sitqz arcus: a, b, c . equalis arcui. e, f, g . dico qz corda. a, c . est equalis corde. e, g . z est hoc conuersa prime partis premissæ. **D**ucantur lineæ. d, a, d, c, b, e, b, g . eruntqz per. 26. huius anguli. d, z, b . equales: quare p quare tam primi: erit. a, c . equalis. e, g . quod est propositum. Quæcumqz autem probate sunt passionēs de diuersis circularibus intellige multo fortius veras esse de eodem.

Propositio 29.

Attamen arcum per equalia diuidere.



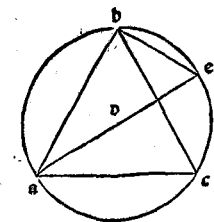
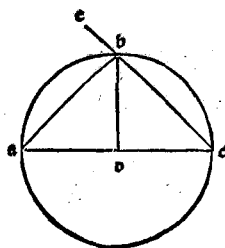
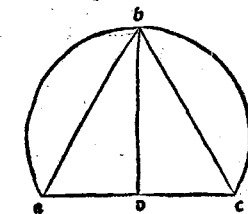
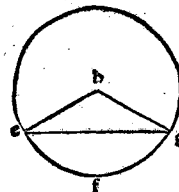
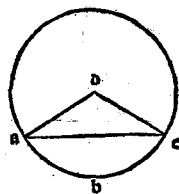
Sit datus arcus. a, b, c . cui subtrahatur corda. a, c . que diuidat per equalia in puncto. d, a quo ducatur perpendicularis ad ipsas que sit d, b . secans circumferentiam dati arcus in puncto. b . que dico diuidere datum arcum per equalia. ducantur enim lineæ. b, a, b, c . que erit equalis per. 4. primi quare p primā partem. 27. hui⁹ arcus. a, b . erit equalis arcui. b, c . quod est propositum.

Propositio 30.

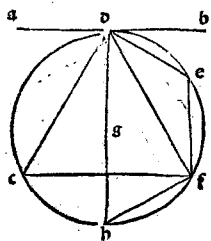
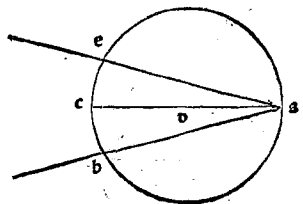
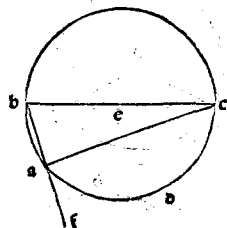
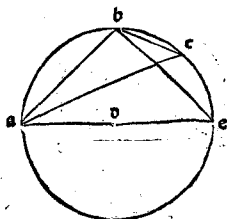


Srectilimens angulus in semicirculo supra arcum constitutus rectus est. Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. **A**temqz omnis portionis angulus semicirculo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

Sit yr in circulo. a, b, c . cuius centrum. d, z diameter. a, d, c . semicirculus. a, b, c . in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus. a, b, c . ductis lineis. a, b, z, b, c . dico illum angulum esse rectum. protrahatur ab ipso angulo in centrum linea. b, d . eritqz per quintā primi: angulus. a, b, d . equalis angulo. a, z angulus. d, b, c . equalis angulo. c, z quia angulus. c, d, b . ē equalis duobus angulis. d, b, a, z, a . per. 32. primi: ipse erit duplus ad angulum. d, b, a . eadem ratione angulus. a, d, b . dupl⁹ erit ad angulum. d, b, c . ergo duo anguli. c, d, b, z, a, d, b . dupli sunt ad totalem angulum. a, b, c . sed ipsi sunt equales duobus rectis. per. 13. primi: erit igitur angulus. a, b, c . totalis medietas duorum rectorum: quare rectus quod est primum propositum. **I**dem aliter protrahatur. b, e . vsqz ad. e . eritqz per. 32. primi: angulus. a, b, c . equalis duobus angulis. a, z, c, z quia angulus. a, z est equalis angulo. a, b, d . et angulus. $c, angulo. c, b, d$. erit angulus. a, b, e . equalis totali angulo. a, b, c . ergo vterqz eorum est rectus per diffinitionem. **S**ecundo sic patet: sit in circulo. a, b, c . cuius centrum. d . portio. a, b, c . cuius corda. a, c . maior semicirculo: z fiat super eius circumferentiam angulus. a, b, c . ductis lineis. b, a, z, b, c . dico illum angulum esse minorem recto. ducantur enim diametri. a, d, e, z linea. e, b . eritqz per primam partem huius. b . totalis rectus. quare angulus. a, b, c . erit minor recto per communem scientiam cum sit pars eius: sicqz patet scdm. **T**ertium sic. Sit rursus in circulo. a, b .



LIBER



c. cuius centrum. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. que sit semicirculo minor: et fiat super eius circumferentiam angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. et b. c. dico hunc angulum esse maiorem recto. producantur enim diametri a. d. e. et linea. b. e. eritque per primam partem huius angulus. a. b. c. rectus. quare angulus. a. b. c. erit maior recto quod est tertium propositum. ¶ Quartum et quintum sic. Sint in circulo a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo et portio. a. d. c. cuius eadem corda. a. c. minor semicirculo dico anguli contentum ab arcu b. a. et corda. a. c. esse maiorem recto et angulum contentum ab arcu. d. a. et corda. a. c. esse minorem recto. producantur diametri. c. e. b. et linea. b. a. vsque ad. f. eritque per primam partem huius angulus. b. a. c. rectus. quare per. 13. primi angulus. f. a. c. est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est primi et secundus pars recti euidenter patet utriusque. quare tota liquet hec peribamembris conclusio. ¶ Ex istis autem duobus ultimis partibus nota etiam instantiam contra illas duas argumentationes ad quas nolumus instantiam. in. 15. huius. transitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per ultimam partem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius. non tamen per equele. Cum enim omnis portio circuli sit semicirculus aut maior semicirculo. aut minor: sit autem tam angulus semicirculi per primam partem. 15. quam angulus portionis minoris per ultimam partem huius minor recto. portionis vero maioris sit maior recto. et tunc non erit aliqui portionis angulus. nec simpliciter aliquis contentus a circumferentia. et linea recta nec rectus nec quilibet recto. Quod ut clarius pateat sit in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. linea. a. b. cui non sit determinatus finis ex parte. b. secans ex ipso portione semicirculo minoris. eritque per ultimam partem huius minor recto. huius circuli sit diameter. a. d. c. et imaginetur linea. a. b. moueri ad partem. c. super punctum. a. que quamdiu fuerit citra. c. vel in ipso. c. cooptens diametrum. a. d. c. faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem puncto ultra. c. velut in. e. faciet per penultimam partem huius angulum maiorem recto. transit ergo a minori ad maius non per equele. et sicut in rectilineis angulis est reperire. maiores angulo semicirculi et minorem. non tamen equelem ut monstratum est. i. 15. huius: sic in angulis portionis est reperire maiorem recto et minorem non tamen equelem: ut patet ex ista demonstratione.

Propositio 31.



Si circulum linea recta contingat et a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum ducta quoscunque duos angulos cum contingente facit. duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibus: equeles sunt.

¶ Sit recta linea. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cuius centrum. g. in puncto. d. a quo. d. ducatur in circulum preter centrum linea. d. f. secans ipsum. fiantque angulus. d. c. f. consistens super arcum portionis. d. c. f. ductis lineis. c. d. et c. f. et angulus. d. e. f. consistens super arcum portionis. d. e. f. ductis lineis. e. d. et e. f. dico angulum. c. esse equelem angulo. b. d. f. et angulum. e. angulo. a. d. f. ducantur enim diametri. d. g. b. et linea. f. b. eritque per. 17. huius. d. b. perpendicularis super. a. b. et per primam partem penultime angulus. d. f. b. rectus. quare duo anguli. a. d. b. et

d. f. b. sunt equales. posito ergo cōmuni angulo. b. d. f. erit angulus. a. d. f. equalis duobus angulis qui sunt. d. f. b. 7. b. d. f. sed bi uno cum angulo. b. sunt equales duobus rectis per. 32. primi: ergo angulus a. d. f. cum angulo. b. equales duobus rectis, sed angulus. a. d. f. cum angulo. b. d. f. equialet duobus rectis per. 13. primi: ergo angulus. b. d. f. est equalis angulo. b. ergo 7 angulo. c. per. 20. huius et hoc est primum. 2 quia uno anguli. c. 7. c. sunt equales duobus rectis per. 21. huius erit angulus. c. equalis angulo. a. d. f. quod est scōm. Ad istud scōm sit angulus. a. d. f. cum angulo. b. equialet duobus rectis. ut p̄monstratum est. sed angulus. c. cum angulo. b. equialet duobus rectis per. 21. huius. ergo angulus. c. est equalis angulo. a. d. f. quod est propositum.

Propositio 32.



Super datam lineam. circuli portione describere capientem angulum. dato angulum equalem. seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.

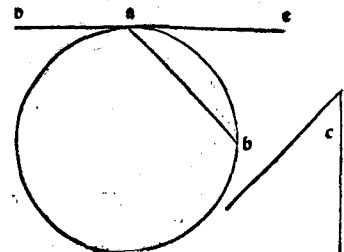
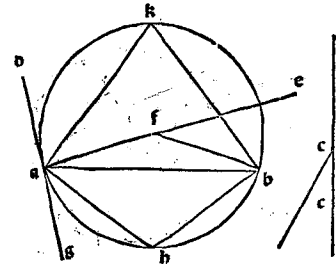
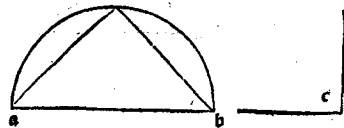
¶ Sit. a. b. linea data 7. c. datus angulus super lineam a. b. volo descripte vna circuli portione recipiente i circiferetia rectilinei anguli equalem angulo. c. Si igitur fuerit angulus. c. rectus diuisa. a. b. p̄ medium describam super eam semicirculum. factumq; erit propositum. per primam partem. 30. huius. ¶ Si autē sit obtusus ducta lineam. d. a. cum linea. b. a. continēte equalē angulum angulo. c. 7 a puncto. a. ducam lineam. a. e. perpendicularē sup lineam a. d. 7 super punctū. b. faciā angulū p̄ 23. primi equalē angulo. e. a. b. i quo obtusus excedet rectum: ducta linea. b. f. vsq; ad perpendicularē. a. e. eruntq; per. 6. primi linee. f. a. 7. f. b. equales: facto itaq; puncto. f. centro circuli describam fm quantitate linee. f. a. circulum. a. b. b. eritq; per coroll. 15. huius linea. a. d. contingens circulum. quare per premissam angulus qui sit in portione. a. b. b. est equalis angulo. d. a. b. quare 7 angulo. c. quod est propositum. ¶ Si autem angulus. c. sit acutus. producam lineam. a. g. continētem cum linea. a. b. angulum equalem angulo. c. 7 a puncto. a. ducam. a. e. perpendicularē ad lineam. a. g. 7 super punctum b. faciā angulum equalem angulo. e. a. b. in quo rectus excedit acutū. ducta linea b. f. vsq; ad perpendicularē. a. e. eruntq; per. 6. primi linee. f. a. 7. f. b. equales: facto itaq; puncto. f. centro circuli. describam fm quantitatem linee. f. a. circulum. a. k. b. eritq; per conelarium. 15. huius linea. a. g. contingens circuli. quare per premissam angulus qui sit in portione. a. k. b. est equalis angulo. g. a. b. quare 7 angulo. c. quod est propositum.

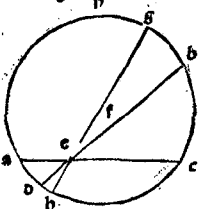
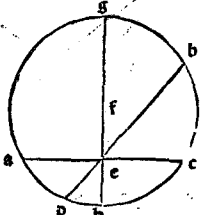
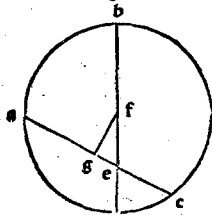
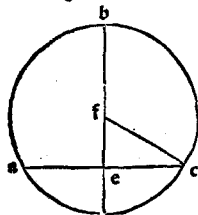
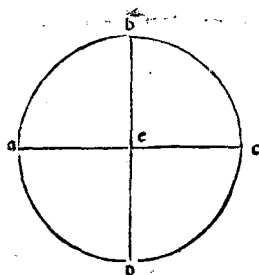
Propositio 33.



Dato circulo: dato angulo. equum angulum capientem portionem abscindere.

¶ Sit. a. b. datus circulus. et. c. datus angulus. volo ergo a circulo. a. b. abscindere portionem vnam capientem equalē angulum angulo. c. produco lineam. d. a. e. contingētem datum circulum in puncto. a. a quo ducto in circulum lineam. a. b. continētem cum linea. a. e. angulum equalē angulo. c. eritq; per. 31. huius portio. a. b. existens a parte linee. a. d. recipiens angulum equalē angulo. c. quod est propositum.





S intra circuloz due recte linee sese inuicem secant. q̄ sub duabus partibus vnins earuz p̄cedit. equū est ei rectāgu lo q̄ sub duabus alterius linee p̄ribus continetur.

Sint due linee. a. c. z b. d. secantes se in circulo a. b. c. d. super pū / tū e. dico q̄ illud rectangulum q̄ fit ex. a. e. i. z c. equum est ei q̄ fit ex b. e. i. n. e. d. aut enī ambe linee a. c. z b. d. transibūt p̄ centrum circuli aut altera tm̄ aut neutra. q̄ si ambe transeant per centrū. erit. e. centrum circuli. omnesq̄ 4 linee equales: quare liquet p̄positum. **Q**uod si altera earū tantum transit per cen trū sit illa. b. d. centrumq̄ circuli sit. f. aut ergo. b. d. secabit a. c. per equalia aut per inequalia. secet ergo primo per equalia: eritq̄ per primā partē. 3. huius secans eā orthogonaliter. ducatur itaq̄ linea. f. c. eritq̄ per. 5. secūdi q̄ fit ex. b. e. i. n. e. d. cū quadrato. e. f. equale quadrato linee. f. d. quare z quadrato linee. f. c. ergo per pe / nultimā primī z quadratis duarū linearum. f. e. z e. c. dempto ergo vtriq̄ qua / drato. e. f. erit quod fit ex. b. e. i. n. e. d. equale quadrato linee. c. c. z quia. e. c. ē equa lis. a. c. pater p̄positum. **Q**uod si. b. d. transiens per centrum secat. a. c. per ineq̄ ualia a centro. f. ducatur. f. g. perpendicularis ad. a. c. eritq̄ per secundā par / tem tertiū huius. a. g. equalis. g. c. z ducatur linea. f. c. eritq̄ per. 5. secūdi quod fit ex. b. e. i. n. e. d. cū quadrato. c. f. c. z ideo per penultimā primī cū quadratis dua rum linearum. f. g. z g. c. propter id q̄ angulus. f. g. e. ē recto z ē equalis quadrato linee. d. f. z ideo linee. f. c. propter quod per penultimā primī z quadratis duarum linearum. f. g. z g. c. dempto ergo vtriq̄ quadrato linee. f. g. erit quod fit ex. b. e. i. c. d. cū quadrato linee. g. e. equale quadrato linee. g. c. sed per. 5. secūdi quod fit ex. a. e. i. n. e. c. cū quadrato linee. g. e. est equū ei quod fit ex. a. e. i. n. e. c. cū qua drato eiusdem. g. e. dempto igitur vtriq̄ quadrato linee. g. e. erit quod fit ex. b. e. i. n. e. d. equale ei quod fit ex. a. e. i. n. e. c. quod est p̄positum. **Q**uod si neutra earū transit per centrum siue altera diuidat alterāz per equalia siue per inequalia. pro / ducam lineam. g. f. e. b. diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis ea rum. Et si altera diuidat alterā per equalia. ut. b. d. a. c. tūc. g. b. diuidit etiā. a. c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiā huius. ergo per secundum modū bu ius conclusionis quod fit ex. g. e. i. n. e. b. equum est ei quod fit ex. a. c. i. n. e. c. z per tertium modum huius quod fit ex. g. e. i. n. e. b. equum est ei quod fit ex. b. e. i. n. e. d. ergo quod fit ex. a. e. i. n. e. c. equum est ei quod fit ex. b. e. i. n. e. d. quod est p̄posi / tum. **A**t si neutra diuidit alterā per equalia erit per tertiū modū huius cōclusiōis q̄ fit ex. g. e. i. n. e. b. e. q̄le vtriq̄ eorum quē sunt ex. a. e. i. n. e. c. z b. e. i. n. e. d. quare vnum eorum erit equale alteri: quod est p̄positum.



S extra circulum punctus signetur. ab eo autem ad circu / lū alia linea secās. alia contigens due recte linee ducant q̄ sub tota secante. atq̄ parte sui extrinseca continet equū est ei quadrato q̄ ex contingente linea describitur.

Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrū. e. a quo

ducantur ad circulum due linee. a. b. contingens. z. a. c. d. secās. dico qd illud quod fit ex. a. c. in. d. a. equum est quadrato linee. a. b. aut enim. a. d. c. transit per centrum aut non transeat: ergo primo per centrum quod est. e. z. ducatur linea. e. b. que per. 17. huius perpendicularis erit super lineam. a. b. z. quia linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. e. z. est ei addita linea. d. a. erit per sextam secundi quod fit ex. c. a. z. a. d. cum quadrato linee. e. d. z. ideo cum quadrato linee. e. b. equale quadrato linee. e. a. z. ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linearum: e. b. z. b. a. propter id quod angulus. b. est rectus. dempto ergo vtriq; quadrato. e. b. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. equale quadrato linee. a. b. quod est propositum.

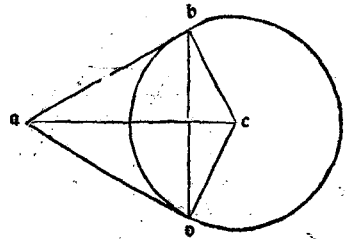
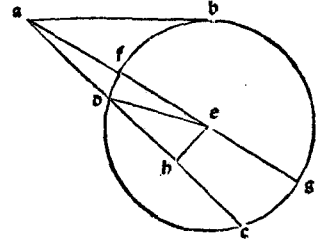
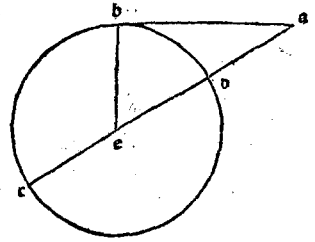
¶ Quid si linea. a. d. c. non transit per centrum sumatur. a. f. e. g. transiens per centrum z. puncti linee. e. d. z. e. b. z. sit. e. b. perpendicularis ad. a. d. c. eritq; p. 3. huius d. b. equalis. b. c. quia ergo linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. b. z. addita sibi linea. a. d. erit per. 6. secundi quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadrato. d. b. equale quadrato linee. a. b. ergo addito vtriq; quadrato. b. e. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadratis duarum linearum. d. b. z. b. e. z. ideo per penultimam primi cum quadrato. d. e. propter id quod angulus. b. est rectus. z. ideo cum quadrato. e. f. propter id quod. e. d. z. e. f. sunt equales. equale quadratis duarum linearum. a. b. z. b. e. z. ideo per penultimam primi quadrato linee. a. e. sed quia per sextam secundi quod fit ex. g. a. in. a. f. cum quadrato. f. e. equale est quadrato linee. a. e. qz ergo vtriq; eorum que sunt ex. c. a. in. a. d. z. ex. g. a. in. a. f. cum quadrato linee. f. e. est equale quadrato linee. a. e. ipsa erunt inter se equalia. Dempto ergo vtriq; quadrato linee. e. f. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. equale ei quod fit ex. g. a. in. a. f. sed id quod fit ex. g. a. in. a. f. est equale quadrato linee. a. b. per premissum modum huius ergo quod fit ex. c. a. in. a. d. est equale quadrato linee. a. b. quod est propositum.

¶ Et ex hac nota qd puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. z. earum portionibus extrinsecis adinuicem sunt equalia. quoniam omnia sunt equalia quadrato linee contingentis.

¶ Nota etiam qd si a quolibet puncto extra circulum. si signato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur. ipse erunt adinuicem equalis. erit enim quadratum vtriq; earum equale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulum. in partem eius extrinsecam. hoc autem evidenter patet per penultimam primi.

¶ Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. z. ab ipso ducantur due linee. a. b. z. a. d. contingentes circulum in punctis. b. d. dico ipsas esse equalis. producam enim lineas. e. a. e. b. z. e. d. eritq; per. 17. huius vtriq; angulorum. b. z. d. rectus. quare per penultimam primi quadratum. a. e. erit equale duobus quadratis duarum linearum. a. b. z. b. e. Similiter quoq; z. duobus. duarum. a. d. z. d. e. quare quadrata duarum linearum a. b. z. b. e. sunt equalia quadratis duarum. a. d. z. d. e. z. quia quadrata duarum que sunt. b. e. z. e. d. sunt equalia: erunt quadrata duarum que sunt. a. b. z. a. d. e. qualia: ergo. a. b. est equalis. a. d. quod est propositum.

¶ Aliiter etia dicatur linea. b. d. eritq; per quintam primi angulus. e. b. d. equalis angulo. e. d. b. propter id quod linea. e. b. est equalis linee. e. d. z. quia vtriq; duorum angulorum. b. z. d. est rectus. erit per comunem scienciam angulus. a. b. d. residuus equalis angulo. a. d. b. residuo. per sextam. ergo primi est linea. a. b. equalis linee. a. d.





Si fuerit punctus extra circulum signatus a quo due linee ad circūferētiā ducant. altera secans. altera circumferētie applicata fueritq; qđ ex ductu totius secantis in partē sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsam fit: erit linea applicata ex necessitate circulum contingens.

C Sit a punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. a quo ducantur ad circulum linea. a. b. d. secans ipsum et linea. a. c. applicata circumferētie. et esto ut qđ fit ex. d. a. in. a. b. sit equale quadrato. a. c. dico lineam. a. c. esse contingētē et est hoc conuersa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea a. f. eritq; per p̄missam quod fit ex. d. a. in. a. b. equale quadrato lineę. a. f. quare quadratum lineę. a. f. est equale quadrato lineę. a. c. ergo. a. c. est equalis. a. f. quod est impossibile. per. 8. huius. erit ergo. a. c. contingens quod est propositum. **C** Idē ostēdē pbabitur maneat prior dispositio et p̄t̄p̄thesis. et si linea. a. b. d. trāit p̄ cētr̄p̄ ducatur linea. c. e. qđ erit per. 6. secundi qđ fit ex. d. a. in. a. b. cum quadrato o. e. b. et ideo cum quadrato. c. e. equale quadrato. a. c. sed qđ fit ex. d. a. in. a. b. positum est equale quadrato. a. c. ergo quadratum. a. c. cū quadrato. c. e. ē equale quadrato. a. c. ergo per vltimā p̄mi angulus. c. est rectus. ergo per coroll. 15. huius linea. a. c. est contingens circulum quod est propositum. **C** Si autem. a. b. d. non transit per centrum ducatur a puncto. d. linea transiens per centrum. et quia qđ fit ex hac tota in eius partem extrinsecam est equale ei quod fit ex. d. a. in. a. b. per p̄missam ipsum erit equale quadrato lineę. a. c. quare ut prius. a. c. erit contingens circuli. *Explicit liber tertius. Incipit liber quartus.*

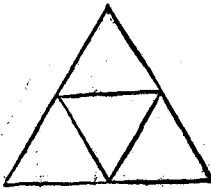
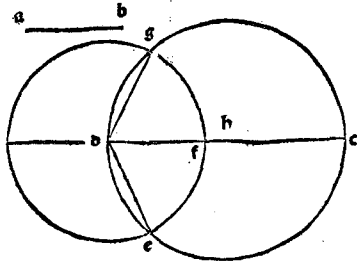


Figura intra figuram dicitur inscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur. latera vno quoq; suorum angulorum ab interiore parte contingit. **C** Circumscribi vero figura figure perhibetur quoties ea quidē figura eius cui circūscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio .1.



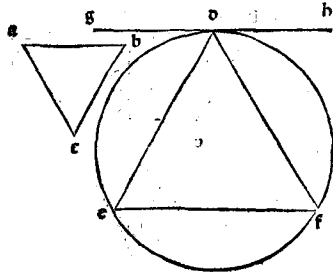
Intra datum circulum date lineę recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

C Sit linea data. a. b. circulusq; datus. c. d. e. cui⁹ diameter. c. d. quā nō ē maior linea. a. b. volo intra datū circulū coaptare lineā eq̄lē. a. b. que si fuerit equalis diametro cōstat p̄positū. si autē minor ex diametro sumat. d. f. sibi eq̄lis et sup punctū. d. fm quāritatē lineę. d. f. describat circulus f. e. g. secans datum circulum in punctis. g. z. c. ad alterum quorum ducatur linea a puncto. d. ut. d. e. vel. d. g. eritq; vtralibet earum equalis lineę. a. b. eo qđ vtrāq; earū est equalis lineę. d. f. per diffinitionem circuli: quare habemus propositū.

Propositio .2.

Intra assignatū circulum triangulum triangulo assigna-
to equiangulum collocare.

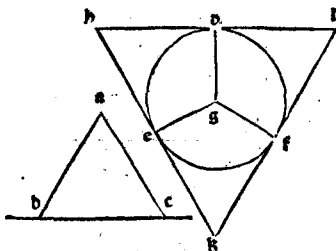
Sit assignatus triagulus. a. b. c. assignatusq; circulus. d. e. f. volo
intra hunc circulum collocare vñū triangulum equiangulum trian-
gulo. a. b. c. equilaterū enim nō ē necessariū ēd ē possibile. pro-
duco. g. d. b. contingentem circulum in puncto. d. super quē facio angulum. b. d. f.
ducta linea. d. f. equalē angulo. c. z angulum. g. d. e. ducta linea. d. e. equalem angu-
lo. b. z protrabo lineam. e. f. eritq; per. 31. tertii angul⁹. e. equalis angulo. c. q; vter-
q; est equalis angulo. b. d. f. c. quidē per positionē. e. vero per. 31. tertii eadē rōne
erit angulus. f. equalis angulo. b. quare per. 32. primi. d. tertius erit equalis. a. ter-
tio. quare habemus propositum.



Propositio .3.

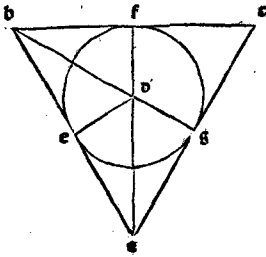
Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulū
equiangulum describere.

Sint vt prius assignatus triangulus. a. b. c. assignatusq; circulus
d. e. f. cuius centrum. g. circa hunc circulum volo describere vñū tri-
angulum equiangulum triangulo. a. b. c. equilaterum enim nō ē ne-
cessarium sed ē possibile. producam basim. b. c. i vtrāq; partē. vt fiant duo angu-
li extrinsec⁹. z a centro. g. producam lineam. g. d. ad circūferentiā. z constituā an-
gulum. d. g. e. ducta linea. g. e. equalē angulo. b. extrinsec⁹. z. d. g. f. ducta linea
g. f. equalē. c. extrinsec⁹. z a punctis. d. e. f. producam in vtrāq; partē lineas
orthogonaliter que per coroll. 15. tertii erunt contingentes circuli q; contingentes
ptrabā quousq; concurrant in punctis. b. k. l. necesse est enim ipsas concurrere.
cum enim vterq; angulorum qui sunt ad. d. z vterq; eorum qui sunt ad. e. sit rect⁹
si intelligatur protrahi linea. d. e. erunt duo anguli qui sunt ad partes. b. minores
duobus rectis. quare p penultimā petitionē i ptem illam. ptracte concurrent linee
l. d. b. k. e. b. eadē rōne concurrent due linee. b. d. l. k. f. l. cum vterq; angulorum
qui sunt. ad. f. sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero. b. d. e. g. duo angu-
li. d. z. e. sunt recti. erunt duo anguli. g. z. b. equales duobus rectis. cuiuslibet enim
quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis. vt mōstratū ē supra. 32.
primi: z quia duo anguli. b. intrinsec⁹ z extrinsec⁹ sunt similiter equales duob⁹
rectis. p. 13. primi: at vero. b. extrinsec⁹ positi⁹ ē equalis. d. g. e. erit intrinsec⁹. b. equa-
lis. b. simili quoq; rōne erit. c. intrinsec⁹ equalis. l. z quia duo anguli. b. z. c. intrin-
seci sunt minores duobus rectis. per. 32. primi: erunt similiter duo anguli. b. z. l.
minores duobus rectis. quare per penultimāz petitionem due linee. b. e. z. l. f. p/
tracte concurrent in puncto. k. fietq; triangulus. b. k. l. z quia angulus. b. ē equa-
lis angulo. b. intrinsec⁹. z angulus. l. angulo. c. intrinsec⁹. erit per. 32. primi: angu-
lus. k. equalis angulo. a. quare habemus propositum.



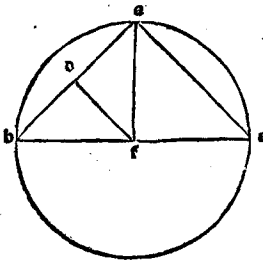
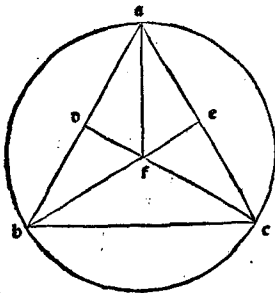
Propositio .4.

LIBER



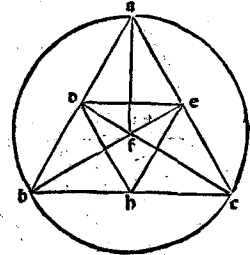
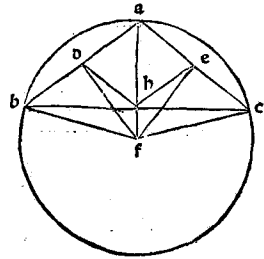
Intra datum triangulum circulus describere.
C Sit assignat⁹ triangulus. a. b. c. volo intra ipsum circulum describere
 hec ē q̄si cōuersa scēe. diuido enī duos ei⁹ angulos. a. z. b. p. eq̄lia. a.
 q̄dā ducta linea. a. d. b. vero. ducta linea. b. d. q̄ concurrāt ī puncto. d.
 a quo ductā pp̄diculares ad tria latera ipsi⁹. d. e. q̄dē: ad. a. b. d. f. ad
 .b. c. z. d. g. ad. a. c. z quia duoz trianguloz. e. a. d. z. g. a. d. angulus. a. vni⁹ ē eq̄
 lis angulo. a. alterius. z vterqz angulorū. e. z. g. rectus z latus. a. d. cōmune. erit p
 26. primi: linea. d. e. equalis linee. d. g. eadem rōne cum duorum triangulorū. e. b
 d. z. f. b. d. angulus. b. vnius sit equalis angulo. b. alterius z vterqz anguloz. e. et
 f. rectus: latus quoqz. d. b. cōmune: erit per eandem. linea. e. d. equalis linee. d. f.
 quare tres linee. d. e. d. f. d. g. sunt equales. posito ergo centro in. d. z descripto cir
 culo secūdu quantitatē vnius earum transibit per. 9. tertiū per reliquarū duarū
 extremitates: z quia per conel. 15. tertiū vnaqueqz linearum. a. b. b. c. c. a. erit cō
 tingens circulum. patet perfectum esse propositum.

Propositio .5.



Circa trigonum assignatum siue illud sit orthogoniū siue
 amblygonium. siue oxigonium circulum describere.
C Sit trigonus assignatus. a. b. c. volo circa ipsum describere circulū
 hec est quasi conuersa tertiē. diuido duo eius latera .a. b. et. a. c. per
 equalia. a. b. quidē in puncto. d. z. a. c. in puncto. e. a quibus punctis
 produco perpendicularēs ad lineas. a. b. z. a. c. quas protrabo quousqz cōcurrant
 in puncto. f. sintqz. d. f. z. e. f. concurrent enī qm̄ cū vterqz anguloz. d. z. e. sit rect⁹
 si intelligatur p̄trahi linea. d. e. fient duo anguli ad partē in quā protrabunt mino
 res duobus rectis: quare cōcurrant per penultimā petitionē igitur a puncto. f. qui
 est punctus cōkursus quē dico esse centrum circuli quesiti. protrabo lineas ad sin/
 gulas angulos quē sunt. f. a. f. b. f. c. z quia in triangulo. a. d. f. duo latera. a. d. z. d
 f. sunt equalia duobus lateribus. b. d. z. d. f. trianguli. b. d. f. z angulus. d. vni⁹ an
 gulo. d. alterius: quia vterqz rectus: erit per quartā primi. f. a. equalis. f. b. cadē ra
 tione erit. f. a. equalis. f. c. cōpatis lateribus z angulis duorum triangulorū. a. c.
 f. z. c. e. f. ergo per. 9. tertiū punctum. f. erit centrum circuli quesiti. hec est vniuersa/
 lis demonstratio ad omnes spēs trigoni. ¶ Quia tamē auctor videt velle mediū
 variare distinguendo inter orthogonium amblygonium z oxigonium. de quolibet
 eorum sigillatim est demonstrandū. ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius
 sitqz angulus. a. rectus: latus. b. c. respiciens hunc angulū rectū diuido per equalia
 in. f. a quo p̄ncto quē dico esse centrū circuli ad mediū punctum vtriusqz duoz
 reliquoz laterū qui sit. d. uico lineam. f. d. z quia linea. f. d. diuidit duo latera. a. b
 z. b. c. trianguli. a. b. c. per equalia: ipsa erit equidistans tertiō. videlicet linee. a. c.
 hoc enī demonstratū est supra. 39. primi: et quia angulus. a. positus est rectus. erit
 per secundā partem z per tertiā. 29. primi: vterqz angulorū qui sunt ad .d. re/
 ctus: ducatur igitur linea. f. a. eritqz per quartā primi: linea. a. f. equalis linee. b. f. cō
 paratis adinuicē laterib⁹ z angulis triaguloz. a. d. f. b. d. f. z qz linea. b. f. ē eq̄lis
 linee. c. f. erūt. 3. linee. b. f. a. f. c. f. adinuicē eq̄les. quare p. 9. tertiū erit. f. centrum
 circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonus. a. b. c. amblygonius. sitqz angulus. a.

obtusus latus. b. c. respiciens hunc angulum obtusum. diuido per equalia in puncto. b. a. quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt. d. z. e. duco lineas. b. d. z. b. e. eritqz. d. h. equidistans. a. c. z. e. b. equidistans. a. b. propter id quod demonstratum est supra. 39. primi: videlicet qz linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia. tertio est equidistans: quare per secundam partem. 29. primi erit vterqz duorum angulorum. b. d. b. z. e. c. b. e. qz angulo. a. z. ideo vterqz obtusus. ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. et. e. f. ad lineam. a. c. quousqz concurrant in puncto. f. que dico esse centrum circuli. Manifestum est enim eas concurrere propter causam prius dictam. secabit vtraqz eorum lineam. b. c. que respicit obtusum z. concurrent extra triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f. qui est punctus concursus earum: produco lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi bis assumptam erunt equales comparatis primo lateribus et angulis duorum triangulorum. a. d. f. b. d. f. deinde aliorum duorum. a. e. f. c. e. f. quare per. 9. tertii. f. est centrum circuli quesiti. ¶ Est iterum vt trigonus. a. b. c. sit oxigonius diuisus omnibus eius lateribus per equalia: videlicet latus. a. b. in puncto. d. z. latus. a. c. in puncto. e. z. b. c. in puncto. b. protrabo lineas. d. e. d. b. z. e. b. eritqz. d. h. equidistans a. c. z. e. b. a. b. propter id quod demonstratum est super. 39. primi: quare per secundam partem. 39. primi: vterqz angulorum. b. d. b. c. e. b. erit equalis angulo. a. z. ideo acutus: ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. z. e. f. ad lineam. a. c. manifestum est eas concurrere intra triangulum. a. b. c. sitqz punctus concursus f. quem dico esse centrum circuli: produco enim lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi: bis assumptam vt prius erunt equales: quare per. 9. tertii erit. f. centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet qz si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circuli feribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambigonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.

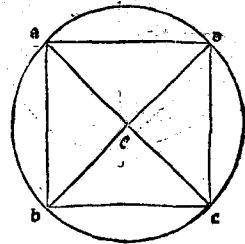


Propositio .6.



Intra datum circulum quadratum describere.

¶ Sit datus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. volo intra ipsum describere quadratum. protrabo in ipso duas diametros. a. c. z. b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum. e. quarum extremitates coniungo protractis lineis. a. b. b. c. c. d. d. a. quas dico continere quadratum quesitum. ipse enim erunt equales adinvicem. per quartam primi ter assumptam propter id quod quatuor lineae. e. a. e. b. e. c. z. e. d. sunt equales. et quatuor anguli qui sunt. a. d. e. recti. si unusquisqz. quatuor angulorum. a. b. c. z. d. est rectus per primam partem. 30. tertii: propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur. a. b. c. d. quadratum per definitionem quod est propositum.



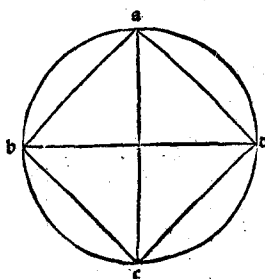
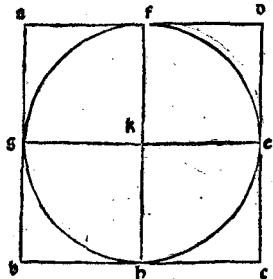
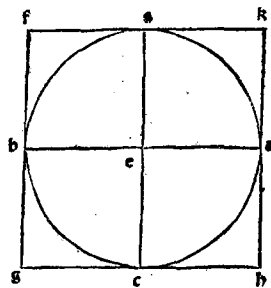
Propositio .7.



Circa propositum circulum quadratum describere.

¶ Sit propositus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. volo circa ipsum describere quadratum: protrabo in ipso duas diametros. a. c. et. b. d. secantes se ortho-

LIBER



gonaliter sup cētrū. c. a qz extremitatibus duco i vtrāqz pte lineas orthogonaliter quousqz qlibet eaz pcurrat cū duab⁹ lateralib⁹ sintqz pūcta pcurtus eaz. f. g. b. k. eritqz p conel. 15. tertij vterqz anguloz qui sūt ad vnūqzqz quatuor pūctoꝝ. a. b. c. d. rectus: quia ergo in quadrilatero. a. f. b. c. tres anguli. a. b. c. sunt recti: erit quartus angulus qui est. f. rectus: habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor. angulos equales qtuor rectis: vt demonstratum est supra. 32. primi: eadem rōne quilibet angulorum. g. b. z. k. erit rectus: ergo per secūdā partem. 28. primi. due linee. f. g. z. k. b. Itemqz due. f. k. z. g. b. sunt equidistantes. ergo per. 34. primi. f. k est equalis. g. b. z. f. g. k. b. z quia p eandē. f. k. est equalis. b. d. 7. f. g. a. c. At vero b. d. est equalis. a. c. erūt quatuor linee. f. k. g. b. f. g. z. k. b. equales: sed z quatuor anguli. f. g. k. b. sunt recti: vt probatum est prius. ergo. f. g. k. b. est quadratum per diffinitionē quod est propositum.

Propositio .8.

Intra quadratum assignatum circulum describere.
 ¶ Sit quadratum assignatum. a. b. c. d. volo intra ipsum describere circulus hec est quasi conuersa. 6. diuido vnūqzqz latus eius p equalia. a. d. quidē in puncto. f. b. a. in puncto. g. c. b. in puncto. h. z. d. c. in puncto. e. z produco lineas. e. g. z. f. h. secantes se in pūcto .k. quē dico esse centrum circuli. erit enī. f. b. equidistans z equalis. a. b. per. 33. primi: ppter id quod. a. f. z. d. b. sunt equales z equidistantes. Similiter per eandē z. d. c a. b. z quia omnes medietates quatuor laterū ipsius quadrati sunt. adinuicē equalis erunt per. 34. primi: quatuor linee. k. e. k. f. k. g. z. k. b. equales. ergo per. 9. ter/ tij. k. est centrum circuli quesiti.

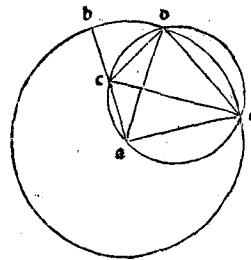
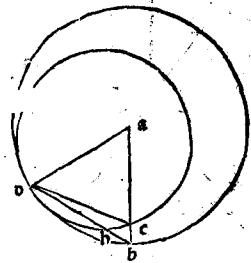
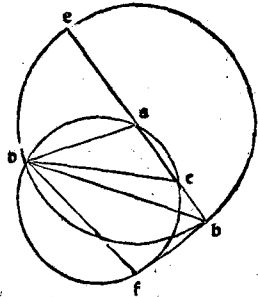
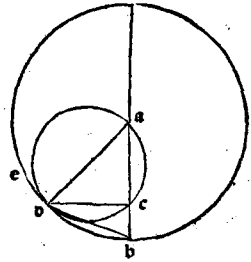
Propositio .9.

Circa assignatum quadratum circulum describere.
 ¶ Sit quadratum. a. b. c. d. volo circa ipsum circulus describere. hec est quasi conuersa. 7. Protrabo in ipso duas diametros. a. c. z. b. d. secantes se in puncto. e. quē dico esse centrum circuli. Eū enī linee a. d. z. a. b. sunt equales erūt per. 5. primi: anguli. a. d. b. v. a. b. d. e. quales. z quia angulus. a. totalis est rectus. erit per. 32. primi: vterqz eorum medietas recti. ¶ Simili quoqz modo pbabitur quelibet partialiū angulorum a pre dictis diametris z laterib⁹ quadrati propositi contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus. e. a. d. est equalis angulo. e. d. a. erit per. 9. primi: linea. e. a. equalis linez. e. d. eadem rōne erit. e. a. equalis. e. b. z. e. c. equalis. e. d. quare quia quatuor linee. e. a. e. b. e. c. d. sunt equales. erit per. 9. tertij e. centrum circuli que/ siti. quod est propositum.

Propositio .10.

Dum equalius laterum triangulum designare. cuius vter qz duorum angulorum quos basis optinet. reliquo du/ plus existat.
 ¶ Intentio ē describere vnu triangulū dū eqliū latez z tertij ineqilis cui⁹ vterqz anguloz q sup lat⁹ qd ē reliqz i eqli existūt ad tertiu du/ plus existat. Ad hoc aut faciedū sumas. linea qlibet q sit. a. b. que diuidat fm q vocet. it. scđ in puncto. e. ita q illd quod sit ex. a. b. i. b. c. sit equale quadrato. a. c.

factoq; puncto .a. centro fm ipsius quantitatē describatir circulus .b.d.e. intra
quē per primam huius coapctetur linea .b.d. equalis lineē .a.c. et producantur due
linee .d.a.d.c. dico triāgulū .a.b.d. eē q̄lis pponit: circūscribat circūl⁹ q̄ sit d.c.a.
per .5. huius triangulo .d.c.a. quia ergo linea .d.b. est equalis .linea .a.c. erit quod
fit ex .a. b. in .b. c. equale quadrato lineē .b.d. quare per ultimam tertiū .b.d.
linea est contingens circulum .d.c.a. et per .31. eiusdem angulus .c. d. b. est equalis
angulo .c. a. d. posito ergo cōmuni angulo .c. d. a. erit totus angulus .b. d. a. equa/
lis duobus angulis .c. a. d. c. d. a. sed per .32. primi angulus .b. c. d. est eqlis eisdē
quia extrinsecus ad ipsos. ergo angulus .b. d. a. est equalis angulo .b. c. d. et q̄ an/
gulus .a. d. b. est equalis angulo .a. b. d. per .5. primi: eo q̄ latera .a. d. et .a. b. sūt c/
qualia. erit angulus .b. c. d. eqlis angulo .c. b. d. ergo per .6. primi: linea .c. d. est e/
qualis lineē .b. d. quare et lineē .c. a. ergo per .5. primi: angulus .c. a. d. est equalis an/
gulo .c. d. a. quia ergo utroq; anguloz .c. d. b. et .c. d. a. ē eqlis angulo .c. a. d. erit tot⁹
angul⁹ .b. d. a. dupl⁹ ad angulū .d. a. b. et iō angul⁹ .a. b. d. sibi eqlis. dupl⁹ est etiā ad
angulū .b. a. d. q̄ est propositū. ¶ **S**orfan dicet aduersarius circulū .d. c. a. circūscri
ptum trigono partiali secare circulum .b. d. e. in aliquo puncto arcus .b. d. ita q̄ si/
mul secabit lineam .b. d. vnde ipsa non erit circulo applicata. sicut in demonstra/
tione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est vt ponit aduersarius
et a puncto .b. ducatur ad ipsum circulum minorem contingens .b. f. et ducantur li/
nec .f. a. f. d. eritq; per penultimā tertiū q̄ sit ex .a. b. in .b. c. equale quadrato .b. f.
ergo .b. f. est equalis .b. d. quare per .5. primi angulus .b. f. d. est equalis angulo .b.
d. f. et quia per .31. tertiū angulus .b. f. a. est equalis angulo .a. d. f. erit angulus .b. d.
f. maior angulo .a. d. f. quod est impossibile. cum ipse sit pars eius. ¶ **A**lter possu/
mus istud refellere et ostendere q̄ ille minor circulus nullo modo secabit lineā .b. d.
forfan enim diceret q̄ secaret eam non secando arcum .d. b. maioris circuli. Si enī
possibile est q̄ secet eam. sit hoc in puncto .b. eritq; q̄ sit ex .a. b. in .b. c. equale ei
quod sit ex .d. b. in .b. b. ¶ **D**emonstratum est enim supra penultimā tertiū q̄ si ab ali/
quo puncto extra circulum signato quotlibet lineē secantes ad circulum ducantur
que sub totis et earum portionibus extrinsecis continentur. equalia sunt adināicē:
et quia quod sit ex .a. b. in .b. c. est equale quadrato .b. d. erit q̄ sit ex .d. b. in .b. b.
equale quadrato .d. b. quod est impossibile per scōm scōi: quare cōstat ppositum
¶ **E**t nota q̄ minor circulus necessario secabit maiore et abscondet ab eo arcū vniū
equalem arcui .b. d. et maior abscondet similiter ab eodem vniū arcum equalē ar/
cui .d. c. Quod sic probat. si enim minor non secat maiorem. contingit ergo ipsum
in puncto .d. et quia per .11. tertiū circulozū se contingentium centra. et punct⁹ con/
tactus sunt in linea vna. erit centrū minoris circuli in linea .a. d. propter hoc q̄ in
ea est centrū maioris et punctus contactus. ergo per .17. tertiū angulus .a. d. b. est
rectus quare similiter et angulus .a. b. d. sibi eqlis ē rectus q̄ ē impossibile. per .32.
primi: Secet ergo ipsū in punctis .e. d. dico arcum .e. d. maioris esse equalē arcui.
d. b. et arcum .e. d. minoris esse equalē arcui .d. c. produco lineas .d. e. c. e. z. e. a.
eritq; per .26. tertiū vniūquosq; quatuor angulozū qui sunt .d. e. c. e. z. e. a. d. a. c. et
a. d. c. equalis aliū propter id q̄ duo arc⁹ .d. e. z. e. a. sūt eqlis. p. 27. eiusdē q̄re to/
talis angul⁹ .a. e. d. dupl⁹ ē ad angulū .b. a. d. et iō eqlis vtriq; angulozū .a. b. d.
et .a. d. b. et q̄ angul⁹ .a. e. d. ē eqlis angulo .a. d. c. p. 5. primi: ppter id q̄ a. e. z. a.
d. sunt equalēs a cetro ad circūferentiam. erūt duo anguli .c. z. d. trianguli .a. e. d.



equales duobus angulis. d. z. b. trianguli. a. d. b. ergo per. 32. primi: reliquus angulus. a. vnus est equalis reliquo angulo. a. alterius: ergo per. 25. tertii arcus. c. d. maioris est equalis arcui. d. b. z per eandē arcus. e. d. minoris est equalis arcui. d. c. z hoc est quod proposuimus.

Propositio .11.

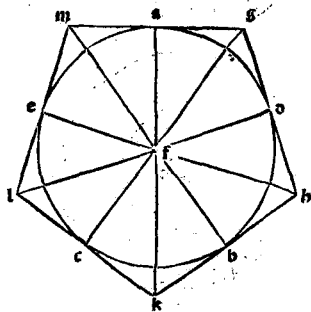
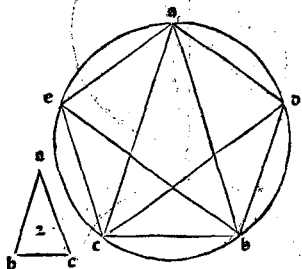
Intra datum circulus equilaterum. atq; equiangulū pentagonum describere.

Sit datus circulus. a. b. c. volo intra ipsum describere pentagonum vñū equilaterū atq; equiangulū. designo triangulū vñū quales premissa proponit. qui sit. 2. cui aliū equiangulum intra datū circulum describo. sicut docet secūda huius: qui sit. a. b. c. sitq; vterq; angulorum. a. b. c. z. a. c. b. duplus ad angulum. c. a. b. vtrūq; eorū diuido per equalia ductis lineis b. e. z. c. d. eruntq; per. 25. tertii. 5. arcus in quos. 5. puncta. a. d. b. c. e. diuidit circulum adinuicē equalēs. propter id qđ quinq; anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicē eqles. continuatis igitur illis quinq; pñctis per lineas rectas que sunt. a. d. d. b. b. c. c. e. z. e. a. erit pentagonus. a. d. b. c. e. inscriptus dato circulo qualis proponitur: est enim equilaterus per. 28. tertii cū. 5. arc^o: quoz eius quinq; latera sunt corde: sint ad inuicem equalēs: z etiam equiangulus per. 26. eiusdem co qđ quinq; arcus. d. a. e. a. e. c. e. c. b. c. b. d. z. b. d. a. in quos anguli ipsius pentagoni cadunt sunt adinuicem equalēs: sicq; constat propositum.

Propositio .12.

Intra propositum circulum pentagonum equilaterū atq; equiangulum designare.

Sit propositus circulus. a. b. c. cuius centrū. f. volo circa ipsū designare pentagonū equilaterū atq; equiangulum. supra circumferentiā ipsius circuli quas fm doctrinā premisse sibi inscripsim pēthagonum quinq; puncta angularia notabo. que sunt. a. d. b. c. e. ad que cētra duarū lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. z ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtrāq; partem quousq; concurrant in punctis. g. b. k. l. n. eruntq; hee lineę contingentes circulum per conelarium. 15. tertii: z ad ista pñcta concurrunt a centro lineas. f. g. f. b. f. k. f. l. f. m. Et quia monstratum est super penultimā tertii qđ si ab aliquo puncto extra circulus signato due lineę contingentes ad ipsū circulum ducant qđ ipse erunt equalēs. erit lineę. g. a. equalis lineę. g. d. z b. d. b. b. z sic de ceteris. At qm quinq; arcus i quos quinq; puncta. a. d. b. c. e. diuidunt circulum. sunt adinuicem equalēs. erunt per. 26. tertii quinq; anguli. a. f. d. d. f. b. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes super hos arcus in centro. f. sibi inuicem equalēs. Sunt autem duo latera. a. g. z. f. a. trianguli. f. g. a. equalia duobus lateribus d. g. z. f. d. trianguli. f. g. d. z latus g. f. cōmune. ergo p. 8. primi: duo anguli eorū qđ sunt. a. d. f. Itēq; duo anguli qui sunt. a. d. g. sunt adinuicem equalēs. eadē rōne duo anguli qui sunt. a. d. f. in triangulis. d. f. b. z. b. f. b. Itēq; duo qui sunt. a. d. b. sunt adinuicem equalēs. Similiter quoq; singuli trium reliq; angulorū qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. z singuli triū. qui sunt. k. l. m. diuidant p equalia. primi qui dem per lineam. f. k. secūdi per lineā. f. l. tertii vero per lineā. f. m. z quia hii tres anguli qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. sunt sibi inuicem equalēs z aliis duob^o qđ sūt. a. f. d. z. d. f. b. equalēs erunt eorū dimidia que sunt decē anguli facti in centro. f. ad/

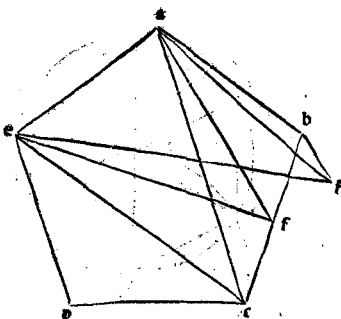
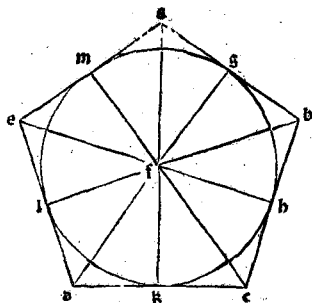


innicez equales. Quia igitur duo anguli. a. z. f. trianguli. g. a. f. sunt equales duo/
bus angulis. a. z. f. trianguli. m. a. f. z. latus. a. f. comune erit per. 26. primi angul⁹
g. vnus equalis angulo. m. alterius z. latus. g. a. equale lateri. a. m. eadem ratioe
erit angulus. g. m. triangulo. g. f. d. equalis angulo. b. in triangulo. d. f. b. z. latus. g.
d. equale lateri. d. b. quare quia. g. a. est dimidiu. g. m. z. g. d. dimidiu. g. b. z. g. a. z.
g. d. sunt equalia: erunt per eodem scientia. g. m. z. g. b. eorum dupla equalia. Simili/
ter quoq; p. b. b. m. g. m. esse equale. m. l. z. m. l. k. z. l. k. k. b. quare pentagon⁹. g.
b. k. l. m. est equilaterus. sed z. equiangulus: cum eni duo anguli qui sunt ad. g. sunt
adinvicem equales. z. duo qui sunt ad .m. similiter adinvicem equales. z. g. partia/
lis. sit equalis. m. ptiali. vtriusq; eni probatu est prius. erit per eandem eodem scientia
g. totalis equalis. m. totali. z. eadem rone p. b. b. m. equalitatem in ceteris angulis:
quare est equiangulus. sicq; constat propositum.

Propositio 13.

Intra equilateru atq; equiangulum pentagonum assi/
gnatum. circulu describere.

Sit assignatus pentagonus equilaterus atq; equiangulus: quia
de aliis no est necessariu hoc esse possibile. a. b. c. d. volo sibi iscribe
re circulu. hec est quasi conuersa. 11. duos eius p. p. quos angulos qui
sunt. a. z. c. diuido per equalia ductis lineis. a. f. z. e. f. donec cōcurrat in pūcto. f. i
tra ipsum pentagonum que dico esse centrum circuli: cōcurrent enim propter id
quod dimidiu totalis anguli. a. z. similiter totalis anguli. c. minus ē angulo recto.
Si enim intra pentagonum non cōcurrēt. aut extra ipsum pentagonum aut
in latere pentagoni. aut in eius angulo: qui vtriusq; anguloru diuerforz opponitur.
Concurrat p. p. primo extra in pūcto. f. z. ducatur linea. b. f. z. quia duo latera. c. a. ct
a. f. trianguli. e. a. f. sūt equalia vobus lateribus. b. a. z. a. f. trianguli. b. a. f. z. an
gulus. a. vnus angulo. a. alterius erit per. 4. primi basis. e. f. equalis basi. f. b. 7 h
angulus. a. partialis ē equalis angulo. e. partiali. propter id qd. a. totalis. e. totali
erit per. 6. primi. f. a. equalis. f. e. quare. f. a. est equalis. f. b. ergo per. 5. primi duo
anguli. b. totalis. z. a. ptialis sunt eqles. quare. a. ptialis ē eqlis vī maior. a. totali
qd est impossibile. Concurrat ergo in pūcto. f. super latus. b. c. critq; arguendo p
premissas z. p. m. modo angulus. a. ptialis equalis angulo. a. totali quod est
impossibile. Quod si forsan concurrant in angulo. c. erit per easdes z. eodem modo
c. b. equalis. c. a. z. ideo ad huc ut prius angulus. a. partialis equalis angulo. a. to
tali. Qd q; hoc ēē nō potest sit ergo punctus concursus qui ē. f. infra pentagonu
a quo ducō. 5. perpendiculares ad eius. 5. latera. que sunt. f. g. f. b. f. k. f. l. f. m. z. ad
duos eius angulos p. p. in quos aliternus angulis per equalia diuisis qui sunt. b.
z. d. ducō lineas. f. b. f. d. z. quia duo anguli. a. z. m. trianguli. a. f. m. sunt equales
duobus angulis. a. z. g. trianguli. a. f. g. z. latus. a. f. comune erit per. 26. primi. f.
m. equalis. f. g. per eandem quoq; probabis. f. l. equalen. f. m. sumptis duob⁹ tri/
angulis. z. f. m. z. c. f. l. quia iterum duo latera. a. f. z. a. b. trianguli. a. f. b. sūt equa
lia duobus lateribus. a. f. z. a. e. trianguli. a. f. e. z. angulus. a. vnus angulo. a. al/
terius erit per. 4. primi angulis. b. partialis equalis angulo. e. partiali. z. quia. b.
totalis equalis est. e. totali: z. e. totalis diuisus est per equalia erit etiam. b. totalis
diuisus per equalia. **E**odem modo probabis. d. totale diuisum per eqlia. p. p. per
equalitatem. d. partialis z. a. partialis sumptis triangulis. e. a. f. z. c. d. f. q; ergo
d



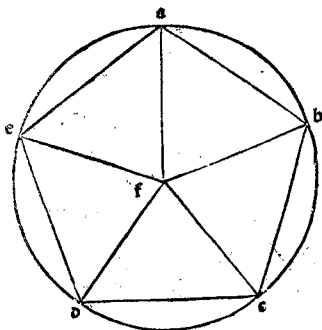
duo anguli. g. z. b. trianguli. g. f. b. sunt equales duobus angulis. b. z. b. trianguli b. f. b. z. latus. f. b. cōe erit per. 26. primi. f. b. equalis. f. g. ¶ Eodem modo pbabis f. k. equalē. f. l. sumptis triangulis. l. f. d. k. f. d. qm̄ igitur. 5. lineæ. f. g. f. b. f. k. f. l. z. f. m. sunt equales. erit. f. centruz circuli. per. 9. tertij. quē describemus fin quāritā tem vnus earum. z. tanget omnia latera pentagoni. ppter equalitatem linearū. z. nullum eorum secabit per primam ptem. 15. tertij. sicqz cōstat ppositum.

Propositio .14.



Circa datum pentagonum qd sit equilaterum. atqz equi angulum circulum describere.

¶ Sit vt prius datus pentagonus equilaterus atqz equiangularis. quia de alijs non est necessariū hoc esse possibile. a. b. c. d. e. volo cir ca ipsum describere circulum. hec est quasi conuersa. 12. Duos eius p pinquos angulos qui sunt. a. z. c. diuido p equalia ductis lineis. a. f. z. f. e. quon / qz concurrant intra ipsum pentagonū in puncto. f. cōcurrent enī z intra pēba / gonum vt pbatum est in pmissa. z a puncto cōcursus duco ad reliquos angulos lineas que sint. f. b. f. c. f. d. z qz duo latera. a. f. z. a. b. trianguli. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. z. a. e. trianguli. a. f. e. z angulus. a. vnus angulo. a. alteri⁹ erit p. 4. primi. f. a. equalis. f. e. z angulus. b. ptialis angulo. e. ptiali. z quia. b. tota lis est equalis. a. totali. z. e. totalis diuisus est p equalia. erit similiter. b. totalis di / uisus p equalia. hoc quoqz modo pbabis vtrūqz anguloz. c. z. d. diuisum esse per equalia. z. 5. lineas. f. a. f. b. f. c. f. d. f. e. esse equales. quare p. 9. tertij. f. erit centruz circuli. sicqz pater ppositum.

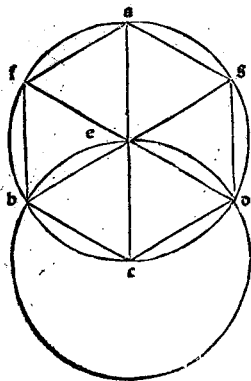


Propositio .15.



Intra ppositum circulum. exagonum equilaterum atqz equiangularum describere. ¶ Ex hoc itaqz manifestum est qd latus exagoni equū est dimidio diametri circuli cui in / scribitur.

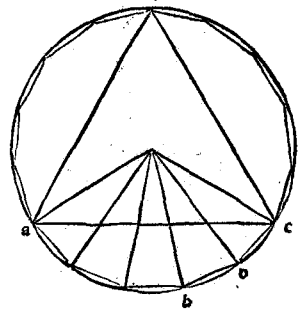
¶ Sit ppositus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. volo sibi inscri / bere exagonum equilaterū atqz equiangularū. pduco diametrum. a. e. c. z fm̄ quanti tatem semidiametri. e. c. facto centro puncto. c. describo circulum. e. b. d. secantem priore in duobus punctis. b. d. a quibus pduco duas diametros in circulo primo quæ sint. b. e. g. d. e. f. trium ergo diametrorū extremitates coniungo. 6. lineas que sunt. a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. z. g. a. quas dico continere exagonum quesitum. erit enī vt demonstrat prima primi vterqz trianguloz. b. e. c. c. e. d. equilaterus. quare et equiangularis p. 5. eiusdē ergo p. 32. primi duo anguli. b. e. c. z. c. e. d. cū vno equali vni eorum sunt equales duobus rectis ppter id qd quiseqz eoz ē tertia duorum re ctorum. sed ipsi p. 13. eiusdē cū angulo. d. e. g. sunt equales duobus rectis. ergo an / gulus. d. e. g. ē equalis vtriqz eoz. quare p. 15. eiusdē. 6. anguli. qui sunt ad. e. sunt adinuicē equales. ergo p. 25. tertij arcus in quos cadūt sunt equales. quare z eozū corde p. 28. eiusdē qui sūt latera ipsi⁹ exagoni. Equilater⁹ igitur ē sed z equiangular⁹ p. 26. tertij ppter id qd sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidūt circu lū bini z bini sumpti sūt adinuicē equales. vt arc⁹. a. f. b. arcui. f. b. c. z iō angulus. f. qui cōsistit in pmo ē eq̄lis angulo. b. qui cōsistit i scōo. idē in ceteris. quare cōstat ppositum. ¶ Corollarium ex hoc patet qd dimidiū diametri z latus exagoni sunt



latera eiusdem trianguli equilateri. vt. e. c. z. c. b. z. c. d. ¶ Et nota qd non propo-
nitur circa propositum circulum exagonum equilaterum atq; equiangulum desi-
gnare. Nec intra talem exagonum aut circa talem circulum describere. quædamo-
dum fecit de triangulo quadrato z pentagono. non qd non sit necessariū hoc cē
possibile. sed quia hec tria per eadem præcepta sunt in pentagono equilatero et
equiangulo. z in omni figura equilatera. atq; equiangula quæcumq; fuerit. Unde
quæcumq; figurā equilaterā z equiangulā scimus circulo inscribere: eandē circulo
extra. z circuli sibi intra z extra: hisdem medijs per que hec in pentagono fecim⁹
describemus. ¶ Nota etiam qd omnis figura equilatera circulo inscripta. aut cir-
cūscripta est etiā necessario equiangula. de inscripta patet per. 27. z. 26. tertij sum-
ptis arcibus circuli. quibus latera inscripte figure corde sūt binis z binis. In hos
enī arcus ipsius figure anguli cadunt. De circūscripta autē ductis a circuli centro
lineis ad omnes eius angulos. z ad loca cōtactus facile probabis. si plene intelle-
cte demonstrationi. 13. huius diligēs intellectus accesserit. erit enī vt omnes ipsi⁹
figure angulos lineæ a centro venientes p equalia diuidāt. sumptis itaq; quibuscū-
bet duobus eius proximis lateribus cū lineā ad angulū ab eis contentum. z cū duo-
bus ad eorū extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis cōtēptos
equiangulos adinuicē. p. 4. primi esse p. probabis. Sicq; faciendo de omnibus patebit
eos esse equiangulos p hanc cōmunē sciām quoz diuidia sūt equalia. tota quoq;
esse equalia.

Propositio. 16.

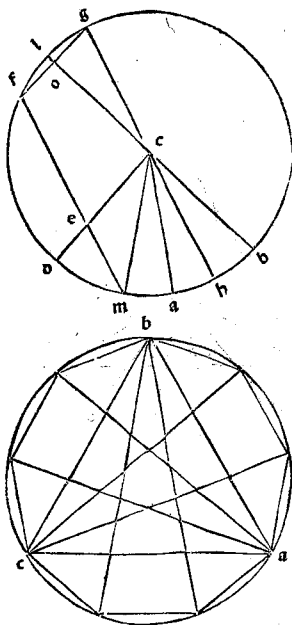
Intra datūz circulum. quindecagonum equilaterum atq;
equiangulū designare. ¶ Deinde circa quēlibet circulū
affignatūz quindecagonum equilaterum atq; equiangu-
lum atq; intra datūz quindecagonūz circulū describere
¶ Sit datus circulus. a. b. c. volo sibi inscribere quindecagonū equi-
laterum z equiangulum. deinde etiam circūscribere atq; intra talem quindecago-
num ppositum circulum describere. Non pponit autem circa talem quindecago-
num circulū describere. quia hoc satis dat intelligere p alia que pponit. In dato
circulo iuxta doctrinā secunde huius. p. traho latūs trianguli equilateri. qd sit. a. c.
z iuxta doctrinā scōi latūs pentagoni equilateri atq; equianguli qd sit. a. b. Et
quia arcus. a. c. est totius circūferentie tertia: cuius arcus. a. b. est quinta. erit sup-
fluum inter eos qd est arcus. b. c. due tertie: arcus. a. b. vel due quinte arcus. a. c. si
ue due quintedecime totius circūferentie. Nam in omni toto excedit tertia quintā.
in duobus tertijs ipsius quinte. vel in duobus quintis ipsius tertie. siue in duab⁹
quintis decimis totius. hoc enī patet in quinta z tertia pmi numeri habētis quin-
tam z tertiam qui est. 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que ē tria
in duabus unitatibus que sunt due tertie ipsius ternarij qui ē quinta. vt due quin-
te ipsius quinarij qui est tertia siue due quintedecime ipsius. 15. qui est totū. diui-
so igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet vtrumq; duorum arcuum. c. d. z. d. b.
esse tertiam arcus. a. b. vt quintam arcus. a. c. siue quintādecimā totius circūfe-
rentie. subtrahens igitur eis cordis. c. d. z. d. b. coaptatisq; continue intra datūz cir-
culum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶ Cetera
vero duo que proponit cū tertio qd dat intelligere videlicet quindecagonū circulo



circumscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex. 12. 13. 7. 14. bolus plene intellectis facile perficies. ¶ Et nota q̄ quamcumq; figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circumscribere. & ipsi circulum. diuisis enī arcubus quibus latera eius q̄ satur inscribi subtenditur. per equalia & a punctis medijs ad extremitates laterū ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per. 28. tertij. ergo & equiangulara. hoc enim demonstratū est supra. 15. huius q̄ omnis figura equilatera circulo inscripta est etiam equiangulara. Et quia hāc circulo scimus inscribere scimus cetera tria per. 12. 13. 2. 14. huius. ¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum: scimus per hoc & exagonum & per exagonū duodecagonū ac per duodecagonū figuram. 24. laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit ut diximus inscribi exagonus. posuit tamen huius propria demonstrationē ex qua sequitur potissima per uile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum scimus per hoc inscribere omnem figurā cuius laterum numerus est pariter par. per pentagonum quoq; scimus decagonum. & figurā. 20. laterum. sicq; continue duplando. idem quoq; intellige de quindecagono. per ipsum enim sciuntur figure. 30. 2. 60. & omnium continue duplatorum laterum. ¶ Ceterarum autem figurarum de quibus ista non docet. vel que per has nō habent difficilis est scientia. & parū uilis. ut sunt eptagona nonagena undecagona. Qd̄ si sciremus triangulū duū equaliū laterū designare. cuius utraq; angulorum ad basim triplus esset ad reliquū sciremus eptagonū ut supra pentagonum circulo inscribere. q̄ si utraq; quadruplus esset ad reliquū sciremus nonagonū. et si quintuplus. undecagonū. Idemq; in ceteris figuris imparium laterum. posito utroq; anguloz ad basim multiplici ad reliquū. per eum numerum qui est medietas. maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

O Atū angulū in tria equa diuidere. Sit angulus dat⁹. c. uolo ipsū diuidere in tres eq̄les angulos q̄ sic facio. pono pmo. c. centrū circuli describendo circulū q̄litercūq; cōtingat. & p̄trabo latera cōtinentia datū angulū vsq; quo secet circūferentiā in punctis. a. & b. tunc a puncto. c. q̄ est centrū circuli duco lineā. c. d. perpendicularit̄ ad lineā. e. b. & in lineā. c. d. assigno punctū. e. a quo duco lineam ad equalitatē. c. b. vsq; quo fecer circūferentiā circuli in puncto. f. & p̄duco. e. vsq; a. oēinde p̄trabo lineā. g. b. equidistantē. f. a. que scz. g. b. transeat per centrū. & duco lineam. f. g. equidistantē lineę c. c. & p̄trabo lineam. c. b. incontinū & dīrectum vsq; ad. l. que secat lineā. f. g. orthogonalit̄ in puncto. o. & per equalia. dico ergo q̄ arcus. l. g. est equalis arcui. b. b. propter hoc. q̄ angulus. l. g. c. est equalis angulo. b. c. b. cū sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiā duplus arcui. b. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui. a. b. cū sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. & g. b. ergo arcus. b. a. est duplus arcui. b. b. et ergo & angulus. a. c. b. est duplus angulo. b. c. b. uinidam ergo angulum. a. c. b. per equalia per lineam. c. m. & patet propositum.

Iltra datū circulū nonagulū equilaterū atq; eq̄angulū designare. q̄ sic fieri potest iuxta doctrinā scdē hui⁹. inscribā circulo assignato triangulū eq̄laterū atq; eq̄angulū q̄ sit a. b. c. & unūquēq; anguloz ei⁹ diuidā p̄ tria eq̄la & p̄trabā lineas diuidētes angulos vsq; ad circūferentiā & tūc qz nouē anguli locati in circulo sūt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. p̄trabā enim



cordas subtractas singulis arcibus et habeo intentum. *Explicit liber quartus*
incipit liber quintus.

Diffinitio .1.



Ars est quantitas quantitatis minor maior cum minor maiorem numeret.

Pars quoadque sumitur proprie: et hec est quod aliquo tiens sumpta suum totum precise constituit: sine di/minutione vel augmento: et dicitur suum totum nu/merare per illum numerum secundum quem sumitur ad ipsius totius constitutionem: talem autem partem quam multi plicatam dicimus hic diffinit. **Q**uoadque sumitur communiter et hec est quod libet quantitas minor quam quotienscumque supra suo toto minor aut maior constituit. quam aggregatam dicimus: eo quod cum alia quantitate diversa totum suum constituat: per se aut quotienscumque sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.



Multiplex est maior minoris quando eam minor metitur.

Pars relative dicitur ad totum: et in istis duobus extremis constitit eorum adinvicem relatio: et ideo diffinitio minori extremo diffinit hic maior: vocat autem ipsum multiplex propter hoc quod minus ipsum aliquotiens sumptum constituat: erunt igitur relative dicta adinvicem: pars et multiplex. Nam omnis pars submultiplex: ut patet per eius diffinitionem.

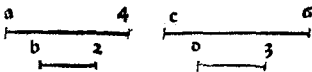
Diffinitio .3.



Proportio est duarum quantarumque sint eiusdem generis quantitatum certa alterius ad alteram habitudo.

Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinvicem in eo quod earum altera maior aut minor est reliqua vel sibi equalis. Non enim solum in quantitativis reperitur proportio: sed et in potestibus: potentibus et sonis. In ponderibus quidem et potentibus vult plato in thimeo esse proportionem: ubi elementorum numerum ostendit: in sonis autem esse proportionem liquet ex musica. Nam ut vult Boetius in quarto si quilibet nervus in duas inaequales partes dividatur: erit ipsarum partium suorumque sonorum: eadem converso modo proportio: Sed in quibuscumque proportio reperitur: ea participant naturam proprietatemque quantitativis: non enim reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo quod earum una est reliqua maior aut minor: aut sibi equalis. **Q**uantitatis autem proprium est secundum ipsam equale vel inaequale dici: ut vult Aristoteles in predicamentis: unde liquet proportionem primo in quantitate reperiri: et per ipsam in omnibus aliis. Nec esse in aliquibus rebus proportionem cui similis non sit in aliquibus quantitativis propter quod bene dixit euclides proportionem simpliciter esse in quantitate cum ea diffinitionis intellectus est: quod proportio est habitudo duarum quantitativum adinvicem. **C**um igitur diffinitionis intellectus est: quod proportio est habitudo duarum quantitativum adinvicem que attenditur in eo quod una earum est maior aut minor alia vel sibi equalis: per quod patet quod oportet eas esse eiusdem generis: ut duos numeros: aut duas lineas: aut duas superficies: aut duo corpora: aut duo loca: aut duo tempora. Non enim est ostendit

dicí linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tempus loco. sed linea. linea z superficie superficie. Sola enim vniuoca compabilia sunt. Quid autem dicít certa habitudo non sic intelligas quasi nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita inqúá determinata qđ hec z non alia. Non enim est necessarium vt omnis habitudo duarum quantitatum sit scita a nobis: nec etiá a natura. Nam proportio quedam est discretoꝝ vt numeroꝝ. quedá aut continuoꝝ. In numeris auté minor é pars aut partes maiores vt demonstratur in septimo: quare z in eis omnibus est habitudo certa z nota. At vero in continuis est proportio magis larga: est enim i eis vbi minor quantitas est pars: aut ptes maioris: z talium omnium mediantibus numeris é proportio nota: que z rationalis dicít. Dicuntur qđ omnes tales quantitates comunicantes: quia eas vna z eadé necessario metitur. vnde z omnes numeri sūt comunicantes. omnes eni ipsos metitur vnitatis. Est etiam vbi minor non é pars. aut partes maioris z in talibus nō est nota proportio. nec nobis nec nature. Diciturqđ hec proportio irrónalis: z hec quántitates incómunícantes: vnde fit: ut quecumqđ proportio reperitur in numeris reperiat in omni genere continuoꝝ: vt in lineis superficiebus corpóibus z temporibꝫ: nō autem econuerso: infinite eni sunt proportionés in continuis repte: quas numeroꝝ natura nō sustinet. Sz quecumqđ proportio reperitur in vno genere continuoꝝ eadem reperitur i oibus alijs. Nam qualiscumqđ se habet aliqua linea ad quálibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquá aliá. z quodlibet corpus ad aliqđ aliud: similiter z tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliqđ aliud: vnde magis é larga pportio in continuis. qđ in discretis Exquo manifestum est proportioné geometricam esse maioris abstractionis: qđ proportionem arithmetica: omnis eni proportio circa quá arithmetica versatur rónalis est: geometria vero rónales z irrónales eqúiter considerat.

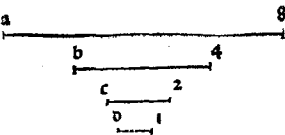


Proportionalitas est similitudo proportionum. Ut si dicamus qđ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam. c. ad. d. proportio que est inter. a. z. b. similis est illi que est inter. c. z. d. hec autem similitudo que ex istis pportionibus resultat dicít pportionalitas

Diffinitio .5.



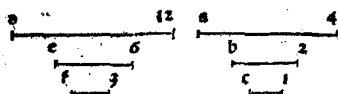
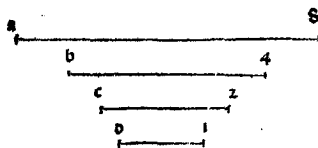
Quantitates que dicuntur continuas habere proportionem: sunt quarum eque multiplicia: aut eque sunt: aut eque sibi sine interruptiōe addunt aut minuant.



Supposita diuisione proportionalitatis p cōtinuā z discōtinuam diffinit mēbra diuidentia. z primo cōtinuā imo vt verius dicā: supposita diuisione proportionalium p continue pportionalia z incōtinuē: diffinit nō cōtinuā pportionalitatē: nec incōtinuam: sed cōtinuē pportionalia z incōtinuē. diffinitio autem continue pportionalitatis z incōtinuē satis patet per diffinitio: nē cōtinuē pportionalium z incōtinuē. Cōtinuā aut pportionalitas é cū quotlibet quántitatū eiusdē generis in qua pportioē prima antecedit scđam in cadē que libet aliāz antecedit primo cōsequente. vt cū vicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. b. ad. c. z. c. ad. d. eritqđ quelibet earum antecedens z consequens: excepta prima que est solū antecedens: z vltima que est tñi cōsequens. Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter cōtinuationē propoꝝ

tionū eo qd nō sit pportio inter quantitates generum diuersorū: & hoc erit ad min?
 in tribus terminis constituta. ¶ In cōtinua autem est cū quatuor quantitatū siue
 omnes fuerint eiusdē generis siue due primæ vnus & due postremæ alterius: i qua
 pportione prima antecedit scđam in eadē tertia antecedit quartā: vt cū dicimus
 sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. eritq; earum quelibet: aut tm antecedit aut tm
 consequens: nec est necesse vt sint omnes quatuor eiusdē generis sicut erat in pro/
 portionalitate cōtinua: eo qd cōsequēs primæ pportionis nō cōtinuat anteceden
 ti scđe: sed possibile est vt sint eiusdē generis: & possibile est vt sint diuersorū. Sicut
 enī contingit lineā repiri duplam ad lineam aut triplam: ita superficiem ad super/
 ficie: & corpus ad corpus: & tēpus ad tēpus: & numerus ad numez. ¶ Viso quid
 sit cōtinua pportionalitas. & quid incōtinua explanemus diffinitionē continue
 pportionalitatis premissam. Quantitates inquit pportionales cōtinue sunt quaz
 eq multiplicia aut sibi sunt eq̄lia: aut eq̄ sibi sine interruptione addūt: aut minuit
 verbi gratia. Sint tres quātitates eiusdē generis. a. b. c. ad quas sumant. d. e. f. eq̄
 multiplicia: vt sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b. & f. ad. c. eritq;
 omnes in eodē genere. Multiplicia enī & submultiplicia in eodē sunt genere: sitq;
 vt. d. e. f. aut sint equalia adinuicē: aut sibi se habeant in addendo aut minuendo
 ita qd sicut. d. addit super. c. aut minuit ab ipso: ita. e. addat sup. f. aut minuat ab
 ipso. Cū hec in quā multiplicia sic se habuerint erūt tres quātitates. a. b. c. cōtinue
 pportionales. Multiplicia autē nō intelligas sibi se habere in addēdo aut mi/
 nuendo quantū ad quantitātē excessus: sed quantū ad pportionē: aliter enī dis/
 finitio esset falsa. Nam quarūlibet quantitatū eiusdē generis equis se differentijs
 excedunt: ita que multiplicia accepta equis etiā differentijs se excedūt: vnde sibi se
 habent in addēdo & minuendo quantū ad quātitatē excessus. Nec tamē prio/
 res quantitates sūt cōtinue pportionales: imo minoz est semp maior pportio.
 hoc autē ideo evenit qm̄ eaz multiplicia nō sibi se excedunt quātū ad pportio/
 nē. sed solū quantū ad quantitātē excessus: est enī & sibi in minoribus multiplicib?
 maior pportio. verbi gratia: sumant tres numeri equis differentijs se exceden/
 tes: immediate videlicet arismetice: vt. 2. 3. 4. horū trium omnes eque multiplices
 equaliter se excedunt. dupli quidē binario tripli ternario. & sic de ceteris: nō tamen
 sunt. 2. 3. 4. cōtinue pportionalia: imo minoz est maior pportio: est enī ipsoz
 pportio scđilicet: & maior scđilicet: tertia: q; ergo inter eos nō est similitudo pro/
 portionū. Nō erit inter eos pportionalitas: & iō neq; continua neq; incontinua.
 patet ergo similitudinē illam additionis aut diminutionis nō intelligi quantū ad
 quantitatem excessus: sed quantum ad pportionem: erit itaq; sensus diffinitio/
 nis premisse. ¶ Continua pportionalia sunt quarū omnia multiplicia equalia sūt
 continue pportionalia: sed noluit ipsam diffinitionē proponere sub hac forma
 quia tunc diffiniret idē p idē: aperte tamē rei est istud cum sua diffinitione cō/
 ueribile. Tres autem quantitates. a. b. c. oportet esse eiusdē generis ad hoc ut ea/
 rum multiplicia sibi inuicem equalia sint: aut similiter se habeant in addendo aut
 minuendo. Si enim. a. & b. essent diuersorum generum. essent etiā. d. & e. ipsarum
 a. & b. multiplicia eodē diuersorum generum: propter hoc qd multiplicia & sub/
 multiplicia eiusdē sūt generis: quare. d. nō esset equalis. e. nec ea maior: aut min.
 Nam quantitates diuersorum generum non sunt adinuicem comparabiles.

Diffinitio. 6.





Quantitates que dicuntur esse secundum proportionem unam primam ad secundam et tertiam ad quartam sunt quarum prime et tertie multipliciter equeales multiplicibus secundae et quarte equalibus fuerint similes vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumptae.

Posita superius diffinitione quantitatuum continue proportionalium. hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium: et est quod quilibet .4. quantitatuum quarum prime et tertie eque multipliciter supra fuerint: itaque secunda et quarte eque multipliciter fuerint: multiplex prime: sic se habens ad multiplex secundae quantum ad additionem aut diminutionem aut equalitatem: sicut multiplex tertie ad multiplex quartae: erit proportio secundae ad secundam: sicut tertie ad quartam. verbi gratia. Sint quatuor quantitates. a. b. c. d. sumanturque ad primam et ad tertiam que sunt. a. et c. eque multipliciter utpote dupla: que sunt. e. et f. Itaque ad secundam et quartam que sunt. b. et d. sumantur alia eque multipliciter: utpote tripla. quod sunt g. et h. sitque ut beatus .4. multipliciter sic supra comparata ad invicem secundum ordinem primarum quatuor quantitarum: ita videlicet quod e. copetur ad g. et f. ad h. non autem. e. ad f. aut g. ad h. sint similia in additione diminutione et equalitate: videlicet quod si e. addit supra g. et sit f. addat supra h. aut si e. minuitur a g. et f. similiter minuat ab h. aut si e. est equalis g. et similiter f. sit equalis h. tunc proportio a. ad b. est sicut c. ad d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffinitione continue proportionalium: videlicet non quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem. **Q**uod autem dicit eodem ordine sumptae intelligatur sicut expositum est: videlicet ut multipliciter non referantur ad invicem secundum ordinem earum quantitarum: quibus eque multipliciter assumuntur. ut multiplex prime non referat ad multiplex tertie: aut multiplex secundae ad multiplex quartae. sed referatur secundum primum ordinem ipsarum .4. quantitarum: videlicet multiplex prime ad multiplex secundae. et multiplex tertie ad multiplex quartae. **E**rit itaque sensus istius diffinitionis. Incontinue proportionales sunt quatuor quantitates et proportio prime ad secundam est sicut tertie ad quartam cum sumptis eque multiplicibus ad primam et tertiam. Itaque eque multiplicibus ad secundam et quartam erit proportio multiplicis prime ad multiplex secundae: sicut multiplicis tertie ad multiplex quartae: sed non diffinitur sub hac forma. propter causam predictam. licet a parte rei idem sit. Non est autem necessarium ut quatuor quantitates. a. b. c. d. sint eiusdem generis: eo quod b. non continuatur in proportionem cum c. sed possunt esse due prime unius generis: et due sequentes alterius. per quod patet quod necesse est referri multiplex prime ad multiplex secundae: et multiplex tertie ad multiplex quartae. non autem multiplex prime ad multiplex tertie: aut multiplex secundae ad multiplex quartae quia non semper sunt eiusdem generis. multiplex prime et tertie: nec multiplex secundae et quartae: fuit autem necesse sumere eque multipliciter ad primam et tertiam: itaque eque multipliciter ad secundam et quartam: et non eque multipliciter ad primam et secundam: et ite non eque ad tertiam et quartam quia nisi per multiplicium suppositionem continuatur terminus proportionis cum terminis secundae. non erit per quid sit proportio a. ad b. sicut c. ad d.

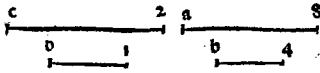
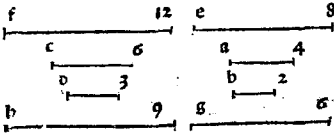
Diffinitio .7.



Quantitates quarum proportio est una proportionales nominantur.

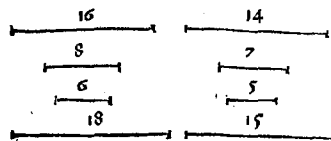
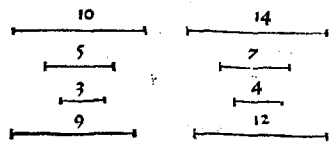
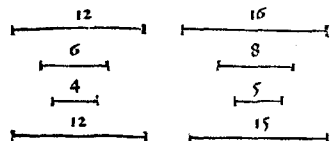
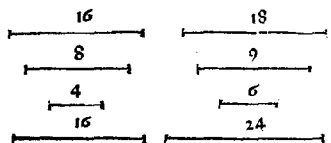
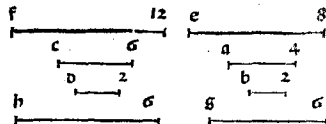
Postquam diffinitur quantitates continue proportionales et incontinue diffinitur quantitates proportionales simpliciter: et per diffinitio.

Diffinitio .8.



Cum fuerint prime & tertie eque multiplices. Itemq; secunde & quarte eque multiplices. addetq; multiplex prime super multiplicem secunde. Non addet autem multiplex tertie super multiplicem quarte. dicetur prima maioris proportionis ad secundam qm̄ tertia ad quartam.

Diffinitis quantitatibus proportionalibus diffinit quantitates improporcionales. Sūt aut improporcionales inter quas ē similitudo proportionū qd̄ cōtingit dupliciter aut quia maior est pportio pme ad secundā qm̄ tertie ad quartā: aut quia minor & ideo eius sunt due species. Prima quando maior est pportio primi ad secundā qm̄ tertij ad quartū: & dicitur hoc maior improporționalitas. Secūda vero qm̄ minor est pportio primi ad secundā qm̄ tertij ad quartū: & dicitur minor improporționalitas. diffinit ergo eas inter quas est maior pportio primi ad secundā qm̄ tertie ad quartā que est maior improporționalitas: diffinitionē autē earum inter quas est minor pportio prime ad secundā qm̄ tertie ad quartā non ponit quia ipsa patet ex aliis. Et si igit fuerint .4. quantitates ad quarum primam & tertiā sumpta sint eque multiplica: & ad secundā & quartā eque multiplica: & multiplica pme & scde relata ad invicem: non se habebunt similiter multiplicibus tertie & quarte relatis ad invicem in additione diminutione & equitate: ille .4. quantitates erunt improporcionales. Quid si ita fuerit qd̄ multiplex prime sit eque multiplici scde. multiplex vero tertie sit minus multiplici quarte. Aut qd̄ multiplex pme sit maius multiplici scde. multiplex aut tertie sit eque. aut minus multiplici quarte. Aut qd̄ multiplex pme sit maius multiplici scde: & similiter multiplex tertie multiplici quarte: verūta / m̄ plus excedit quātū ad proportionem non quātū ad quātitatē excessus: multiplex prime multiplici scde qm̄ multiplex tertie multiplici quarte. Aut qd̄ multiplex prime sit min⁹ multiplici scde: & sit multiplex tertie multiplici quarte: verūta min⁹ / nus minuit quātū ad proportionē non quātū ad quātitatē excessus: multiplex prime multiplici scde: qm̄ multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet istorū .4. modorū maior pportio prime ad secundā qm̄ tertie ad quartā. Quatuor autē modis istis oppositis erit minor pportio pme ad secundā qm̄ tertie ad quartā. Exempla aut istorū oim̄ evidenter sumēt ex numeris. Additio ḡ illa multiplicis pme super multiplex secunde. Non aut multiplicis tertie super multiplex quarte: de qua loquitur auctor in diffinitione: latitudinē habet ad istos .4. modos predictos & ipsos comprehendit. vñ sensus isti⁹ diffinitionis ē cū sup̄tis sit multiplicib⁹ vt proponit fuerit maior pportio multiplicis pme ad multiplex secunde qm̄ multiplicis tertie ad multiplex quarte: erit maior pportio pme ad secundā qm̄ tertie ad quartā: nō diffiniuit autē sub hac forma ppter cōeꝝ eam p̄us dictā. Nā possum⁹ dicere qd̄ additio multiplicis pme super multiplex secunde: & nō multiplicis tertie super multiplex quarte: de q̄ loquit in p̄missa diffinitione maioris improporționalitatis p̄prie accipit prout verba diffinitionis sonāt: & nō se exēdit nisi ad secundā quorū predictorū modorū: h̄ reuera quolibet istorū quorū sit maior pportio prime ad secundā qm̄ tertie ad quartam vñ sensus illius diffinitionis ē cū sup̄tis sit multiplicib⁹ vt pponit si multiplici prime exite maiori multiplici scde: non sit necessariū qd̄ multiplex tertie sit maius multiplici quarte: tūc erit maior pportio prime ad secundā qm̄ tertie ad quartam. propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: qm̄ iste est illis omnib⁹ magis plan⁹: & ad dictā diffinitionē sufficiens. Tūc q;



eni est maior proportio prime. 4. quantitatu ad secundam quam tertia ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam et tertia repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secundae et quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex secundae: non autem multiplex tertiae super multiplex quarte. Nec vltima contingit hoc reperire quin sit maior proportio prime ad secundam quam tertia ad quartam et de monstrabimus infra supra decimam huius. ¶ Possunt autem esse hee quantitates improporcionales diuersorum generum sicut et quantitates incotinue proportionales si inter eas fuerit incotinua improporționalitas: vt si dicatur maior est proportio a. ad b. quam c. ad d. Si autem fuerit continua improporționalitas erunt oēs eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. et si dicatur maior est proportio a. ad b. quam b. ad c. **Diffinitio .9.**



Et autem proportionalitas ad minus inter tres terminos constituta.

¶ Postquam auctor diffinitum proportionem proportionalitatem et quantitates proportionales et improporcionales. ostendit quod sit minimus numerus terminorum inter quos proportionalitas potest consistere maximus autem non potest: quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quolibet continuari in terminis infinitis: siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. ¶ Ad proportionalitatem autem exigunt ad minus due proportionis species: eo quod proportionalitas sit similitudo proportionum. Quilibet autem proportio habet antecedens et consequens: ergo quilibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia et duo consequentia: hoc est impossibile fieri in paucioribus quam tribus terminis: in quibus medius eorum fiet antecedens et consequens: et ideo proportionalitas erit prima: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. Incotinua autem non erit in paucioribus quam in .4. eo quod in ipsa quilibet terminus est terminus antecedens: aut terminus posterior: idem intellige de minori numero terminorum improporționalitatis. Si enim fuerit prima: erit ad minus inter tres terminos. Si incotinua ad minus inter quatuor.

Diffinitio .10.



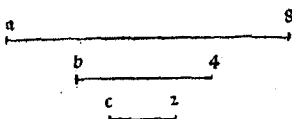
Si fuerit tres quantitates primae proportionales dicet proportio prime ad tertia. proportio prime ad secundam duplicata.

¶ Diffinitum proportionem quae inter extremos terminos continue proportionalitatis in tribus terminis constituta. et dicit quod si fuerit proportio primi ad secundam sicut secundi ad tertiū: erit proportio primi ad tertiū sicut primi ad secundam duplicata: hoc est ex duabus talibus composita. siue quod idem est: erit proportio primi ad tertiū sicut primi ad secundam duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi gratia. in numeris sint. 3. numeri continue proportionales: sintque continue dupli: vt. 2. 4. 8. proportio primi ad tertiū erit sicut proportio primi ad secundam in se multiplicata: proportio autem primi ad secundam est dupla: dupla vero in se multiplicata: producit quadrupla: unde proportio extremorum est quadrupla: videlicet dupli dupli: vel secundum priorum expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundam dupli: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

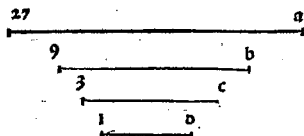


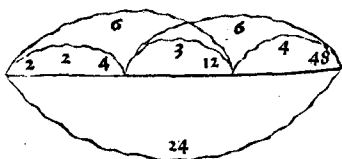
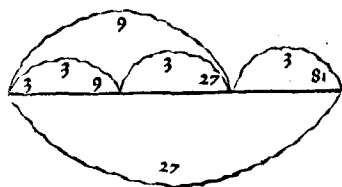
Diffinitio .11.

Am fuerit quatuor quantitates primae proportionales. proportio prime ad quartam dicet proportio prime ad secundam triplicata



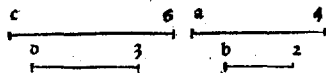
Diffinitur proportio quod est iter extremos terminos continue proportionalitatis i. 4. terminis constituta: et dicitur quod si fuerit. 4. quantitates continue proportionales erit proportio prime ad quartam sicut proportio prime ad secundam triplicata hoc est ex tribus talibus composita. quoniam tales inveniuntur in ea: siue quod idem est: erit proportio prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata. hoc est in se. postea in productum multiplicata. Verbi gratia: in numeris. Sunt quatuor numeri continue proportionales: sintque continue triplici. ut sint. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum in se postea productum multiplicata: proportio autem primi ad secundum est tripla: tripla vero in se multiplicata producit novupla et tripla in novuplam producit vigintuplam septuplam. erit itaque proportio extremorum vigintupla septupla. qd est triplum tripli. Vel si priorum expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum triplicata: quia vigintupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinitur autem proportionem extremorum continue proportionalitatis inter plures quam quatuor terminos constituta: propter id quod dimensiones in rebus naturalibus reperte non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarum quantitarum quibus nullum interponitur medium habet naturam linee. Earum vero quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate habet naturam superficiem eo quod fit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in se. Omne autem quod ex multiplicatione linee in lineam producit: naturam habet superficiem: si in se quidem quadrati: si vero in altera parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitarum denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur naturam habet solidi: quia provenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primo in se. ex qua multiplicatione producit superficem: deinde in productum ex qua multiplicatione provenit solidum siue corpus: omne enim quod ex multiplicatione linee in superficiem producitur crescit solidum. Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitarum est simplex inter nullum: et habens naturam simplicis dimensionis ut linee: proportionalitas autem trium est duplex inter nullum: et habens naturam duplicis dimensionis ut superficiem: proportionalitas autem quatuor est triplex inter nullum: et habens naturam trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt. ideo non diffinitur proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinque terminis: aut pluribus constituta: vel non diffinitur proportionem in his quia earum proportio habetur ex predictis definitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportione primorum duplicata: et in quatuor terminis constat ex eadem triplicata: i. 5. terminis constat ex eadem quadruplicata: et in sex ex eadem quicuplicata: unde quemadmodum in tribus terminis continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionem primorum bis. et i. 4. terminis ter. sic i. 5. terminis princeps quater. et in sex quinquies. et ita deinceps. ut semper proportio extremorum i terminis continue proportionalibus toties contineatur proportionem primorum quot sunt omnes termini minus uno. Similiter quoque si proportio extremorum continue proportionalitatis i tribus terminis constituta est ea que producit ex proportione primorum in se semel multiplicata: et in 4. in se bis multiplicata: in quinque terminis ea que producit ex proportione primorum in se ter multiplicata. et i. 6. terminis quater: et sic semper ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: siue ut multiplicationes sint equales medijs





extremis interpositis. Et nota qd etiam in proportionalitate continua extremo / rum proportio producit ex omnibus proportionib⁹ intermedijs. ¶ Ex predictis apparet qd proportio extremor⁹ continue proportionalitatis in tribus terminis con / stitute denominatur a quadrato: in quatuor vero terminis constitute denomina / tur a cubo: quorum quidē quadrati et cubi latus est denominatio proportiōis pri / mi ad secundū: verbi gratia: i numeris. Sint quatuor numeri continue proportio / les qui sunt continue tripli. 3. 9. 27. 81. proportio primi ad secundū denominatur a ternario. est enī tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus terna / rij. nam ipsa est novcupla. Et vero proportio primi ad quartū denominat^r. a. 27. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundā videlicet ternarij. ipsa enim est vigincupla septupla. ¶ Et proportio extremor⁹ in pportionalitatis conti / nue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionū. in quatuor vero terminis cō / stitute denominatur a solido nō cubo. cuius tria latera sunt denominationes triū proportionū: qd etiā patet in numeris. Sint quatuor numeri pinue impportio / nales: qui sunt. 2. 4. 12. 48. in quibus proportio primi ad secundū est dupla: secundi ad tertium tripla: et ideo primi ad tertium sexcupla: tertij vero ad qrtū qdrupla: et iō primi ad qrtū vigincuplū qdrupla. Senari⁹ ergo qui ē denomiatio proportiōis pri / mi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo et tria. qui sunt denominatio nes duarum primarum proportionū. 24. vero qui est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latus sunt. 2. 3. 2. 4. qui sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.

Diffinitio .12.



Quantitates que sunt in proportione vna. antecedens ad consequentē et antecedens ad consequentē. dicitur econ trario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentē. ¶ Itemq³ permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam cōsequens ad consequentem.

¶ Diffinit spēs proportionalitatis que sunt. 6. videlicet cōuersa. permutata. dis / iuncta: coniuncta: euerfa et equa. ¶ Sunt autē hee species quasi quidā modi argu / endi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem et permutatam: in quib⁹ manent antecedentia et consequētia eadē fm substantiā: qd nō ē i disiuncta: pūcta aut euerfa: et in quibus nihil extra sumitur et in equa: vocat autem antecedens pri mum extremū proportionis: consequens vero vocat secundum. ¶ Vult itaq³ per hanc diffinitionem qd si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et ex hoc ego cōdu / dam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. videlicet vt faciam de antecedentibus cōsequētia et de consequentibus antecedentia: qd iste modus arguendi vocatur proportiona litas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. videlicet vt ambo extrema prime pportionis: fiant anteceden / tia: et ambo extrema secunde cōsequētia. vult qd iste mod⁹ arguendi vocetur pro / portionalitas permutata: et in isto modo arguendi fit antecedens secunde pro / portionis cōsequens: et cōsequens prime antecedens.

Propositio. 13.

Coniuncta vero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad consequens. sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

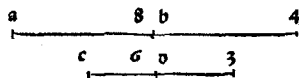
Diffinit coniunctam disiunctam et eversam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem sim substantia et vult q si ita fuerit. vt sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et ego ex hoc concludam. ergo totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. q iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.



Propositio. 14.

Disuncta vero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

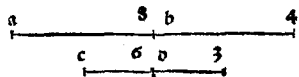
Vult q si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. et ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. q iste modus arguendi vocetur disiuncta proportionalitas.



Propositio. 15.

Eversa proportionalitas dicitur quorūlibet antecedentiū ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum.

Vult q si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. et ex hoc ego concludā ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. q iste modus arguendi dicatur eversa proportionalitas.

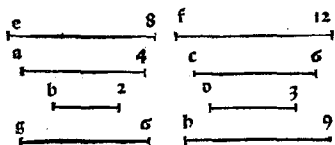


Propositio. 16.

Equa proportionalitas dicitur quantitatibus plurimis proportionis aliisq; scdm eundem numerū in vna proportionē applicatis mediorum equali numero remoto vtrozūmq; summorum similitudo proportionum.

Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumit. et vult q si sumant quorūlibet quantitates. vt. a. b. c. itemq; totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis. siue alterius. vt. d. e. f. fuerintq; secunde in proportiōe primarū siue eodē ordine. vt si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e. et b. ad. c. sicut. e. ad. f. siue ordine cōuerso vt si dicat. a. ad. b. sicut. e. ad. f. et b. ad. c. sicut. d. ad. e. et ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut. d. ad. f. q iste modus arguendi vocetur equa proportionalitas. **H**orum autē 6. modorum arguendi qui dicuntur species proportionalitatis quatuor probat auctor in lra infra in isto. 5. Permutatam quide proportionalitatem probat in. 16. huius. disiunctā vero in. 17. coniunctam in. 18. equam vero proportionalitatem demonstrat. in. 22. et 23. Sed in. 22. cū quantitates duorū ordinū eodē ordine sunt proportionales. in. 23. cū vero sūt proportionales ordine cōuerso. **C**ōuersam vero proportionalitatem aut eversā non demonstrat eo q cōuersa p ex diffinitōe quantitatū icōtinue proportionaliū. Eversa aut p ex permutata adinuicē. 19. vt sup eadē. 19. sum? dicitur. qualr autē eversa proportionalitas ex dione quantitatū icōtinue proportionaliū manifesta sit demonstrē? nūc. **S**it ergo pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. volo dē demonstrare qd erit b. ad. a.





sicut. d. ad. c. sumatur. e. ad. a. z. f. ad. c. eque multiplicia. similiter quoq; g. ad. b. z. b. ad. d. eque multiplicia. eritq; per conuersionem diffinitionis quātitatum in / continue proportionalium. **VI.** e. z. g. itemq; f. z. b. similiter se habeant in additi / one diminutione z equalitate. intelligo tunc. b. primum. a. secundum. d. tertium. c. / quātū. sup̄taq; sūt ad prīmū z tertīū. g. z. b. eque multiplicia. Itaq; ad secūdū z quāt / tum. e. z. f. eque multiplicia z quia multiplicia prīmū z secūdū que sunt. g. z. e. simi / liter se habent multiplicibus tertij z quarti que sunt. b. z. f. adinueniunt diminutio / ne z equalitate. erit p dictā diffinitionem proportio. b. prīmū. ad. a. secundum. sicut. c. / tertij ad. d. quartum quod est propositum. Constat itaq; modus arguendi qui di / citur conuersa proportionalitas. **¶** Huius autē quinti libri principia plurimis dif / ficilima esse videntur. z quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat. ma / gis ab intellectu distantia. Nihil enim videtur intellectui immediatus adherere. / q̄z q̄ duarum quātilibet quantitatū equalium sit ad tertium quālibet vna propo / tio: qd̄ tamen huius quinti septima demonstrat ex diffinitione incontinue propo / tionalitatis. que ab intellectu primo videtur q̄z plurimum esse remota. quis enim / non facilius duarum quantitatū equalium ad aliquē tertiam eandem esse pro / portionem concedat. q̄z. 4. quantitatū si multiplicia prīmū z tertie equaliter sum / pta multiplicibus secunde. z quarte equaliter sumptis similiter se habuerint i ad / ditione diminutione z equalitate esse proportionem prime ad secundam. sicut ter / tie ad quartam. Verum si subtiliter intuemur liquet constabit nō posse vni in / tellectui q̄ proportio duarum quantitatū equalium ad tertiam sit vna. nisi per / quid est esse proportionem vnā. Si enim quis ignoret quid est esse proportionē / vnā eandem proportionem alteri. quomodo cognosceret duarum quantitatū / equalium esse eandem proportionem ad tertiam. Indiget igitur proculdubio in / tellectus anteq; illam que videbatur conceptibilis propositio apprehendat huius / rei que per ipsius diffinitionē habebitur cognitione. postmodum vtrum ea diffi / nitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis cōueniat pertracta / tione. qd̄ si diffinitio inuenta fuerit illis quātitatibus conuenire concludetur pro / positum. Sin autem oppositum. Non est igitur immediata propositio q̄z super / ficialis apprehensio immediatā indicauit. **¶** Similiter quoq; immediatus iudicat / prima apphensio adherere intellectui q̄ duarum quantitatū unequalium maior / est proportio maioris earum ad aliam q̄z minoris ad eandem quā demonstrat. s. / huius. q̄z qd̄. 4. quātitatum sit maior proportio prime ad secundam q̄z tertie ad / quartam. cum multiplicibus ad primam z tertiam equaliter sumptis. Itaq; / alijs ad secundā z quartam z equaliter multiplex prime addit super multiplex se / cunde. z multiplex tertie non addit super multiplex quarte. ex quo que predicta est / propositio demonstratur: sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse / proportionē maiorem. **¶** Igitur oportuit eundem que quantitates dicuntur pro / portionales: z que inproportionales diffinire. Proportionales autem sunt qua / rum proportio vna est. z Improportionales quarū proportionēs diuersę. Itaq; / diffiniuit quantitates quarum proportio vna. z eas in quibus connectantur / extrema nō dissociatis medijs quas vocauit continue proportionales. et dixit hāc / pportionalitatē i trib⁹ terminis ad min⁹ existere. ppter hoc q̄ vñū saltē bis sumēdū / ē mediū. et eas i quib⁹ accidit interruptio medioz: z hec sūt icōtinuę pportionalēs / z hec pportionalitas ad minus exigit quātoz terminos ppter alteri⁹ mediū sup̄tione

et diffiniuit etiam quantitates que sunt inproportionales. quarum est maior una
 proportio quā sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis. tunc facile
 esset intellectui cognoscere que proportionēs essent una et que diuersæ. ¶ Que enī
 haberent unam denominationem essent una. que autem diuersas diuersæ. hec au-
 tem facilitas manifesta est ex arithmetica. quoniam omnium numerorum propo-
 tio scita et rationalis est. Unde Jordanus in secō arithmetice siue diffinies que pro-
 portiones sunt eadem et que diuersæ. dicit easdem esse que eandē denominationem
 recipiunt. ¶ Maiorem vero que maiorem et minorem que minorem. Sed infinite sūt
 proportionēs irrationales. quarum denominatio scibilis non est. quare cum eucli-
 des cōsideret in hoc libro suo proportionalia cōmuniter nō contrabēdo ad rōna-
 les vel irrationales quoniam cōsiderat proportionem repertam in continuis que cōm-
 munis est ad istas. Non potuit diffinire idēmitatē proportionū per idēptita-
 tem denominationū. sicut arithmeticus: eo q̄ multarū proportionum vt dictum ē
 sunt denominationes simpliciter ignore. diffinitionē autem oportet fieri ex notis
 vnde malicia p̄portionum irrationāliū coegit euclidem tales diffinitiones ponere.
 Quia ergo non potuit vt patet ex premisiss diffinire p̄portionalitatem siue
 idēmitatē proportionum. per idēmitatē habitudinū. siue denominatio-
 num ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinū et in cōuenientiaz
 terminorum coactus est refugere ad terminorū multiplicia. vt ex illorum habitudi-
 nibus quantum ad excessum et equalitatem consideratis equis numerositatibus
 sumptorū per q̄ ad naturam irrationalitatis reducantur propositam diffinitio-
 nē venietur. nihil enim in quocumq̄ inequalitatis genere terminis magis idē q̄
 eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. q̄ multiplicium habitudo.
 ¶ Et quia proportio est duarū quantitatū eiusdem generis certa habitudo. consi-
 derata in eo q̄ sunt equales aut q̄ altera maior. ideo idēmitas proportionum
 entium inter primam. 4. quantitatum ad secundam. et tertiam ad quartam est simi-
 lis equalitas prime ad secundam. et tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut si-
 milis minoritas. hec autem similis equalitas. aut similis maioritas. aut siue mino-
 ritas. tunc est inter quatuor. quaslibet quantitates cum est inter omnes earū equa-
 liter multiplices. ¶ Qd̄ ergo dicit in quinta diffinitōe. quantitates que dicunt cō-
 tinuam proportionalitatem habere. et cetera ac si diceret. omnes illas quantita-
 tes voco continue proportionales q̄ est eas similiter esse equales continue et simi-
 liter continue esse maiores. et similiter continue esse minores quarum omnes
 eque multiplices. aut sibi inuicem sunt. similiter continue equales. vel similiter
 continue maiores. vel similiter continue minores quod est etiam ipsas multipli-
 ces esse cōtinue p̄portioales q̄ si hoc alicubi i multiplicib⁹ dissonat eas dico nō ēē
 cōtinue p̄portioales. ¶ Qd̄ autē dicit in sexta diffinitione. Quantitates que dicunt
 ēē sibi p̄portionē unam primā ad secundā et tertiam ad quartam. et cetera ac si diceret
 oēs. 4. quantitates voco icōtinue proportionales. et se habere primā ad secundā
 sicut tertia se habet ad quartā: q̄ ē primā ad secundā. et tertiam ad quartā similiter se
 habere in equando aut addēdo aut minūendo. quarum omnes eque multiplices
 prime et tertie ad oēs eque multiplices secūde et quarte. similiter se habet aut i equādo
 aut addēdo aut minūendo quod est etiam multiplices prime in eadem p̄portionē
 se habere ad multiplices secūde. in qua multiplices tertie se habet ad multiplices
 quarte. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem

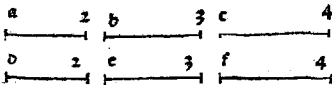
prime ad secundā sicut tertie ad quartā. qđ autē dicit in. s. diffinitione ē ac si dicret maiorē proportionem voco. 4. quātitatū prime ad secundā quā tertie ad quartam quod est primā magis excedere secundā quā tertie excedat quartā. quāz aliqua ex multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde: aliqua ex multiplicibus tertie sumpta secundum numerationē multiplicis prime non addente super aliquē ex multiplicibus quarte: sumpta fm numerationē multiplicis scde. qđ ē esse maiorē proportionē multiplicis prime ad multiplicē scde. qđ multiplicis tertie ad multiplicē quarte. ¶ Diffinitiones autē istas nisi sunt aliqui demonstrare. quoz ametus filius Joseph tentavit eas demonstrare in epistola sua quā de pporitione et proportionalitate coposuit. et accepit tria per modū positionis tanqđ principia que dicit esse per se nota et ppositione non indigere. ¶ Quoz primū est quod si fuerint. 4. quātitates. quāz sit proportio prime ad scdam sicut tertie ad quartam. erit cōuerso ppositio scde ad primā sicut quarte ad tertiam. et hic est modus arguendi quē vocauit superius euclides conuersam proportionalitatē. et errauit qm̄ dixit ppositionem esse per se notā. cuius antecedens et cōsequēs sunt ignota. Ignorant enim quid sit esse proportionem prime quantitatē ad secundā sicut tertie ad quartam. quare hoc ignoto posito impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur similiter quoz qđ cōsequēs est ignotum. impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedit. ¶ Scdm̄ principiū eius fuit: qđ si fuerint. 4. quātitates quāz sit proportio prime ad scdam sicut tertie ad quartā. si prima sit maior scda: erit tertia maior quarta. et si minor minor. et si equalis equalis. ¶ Tertiū fuit qđ si fuerint. 4. quātitates quarum sit proportio prime ad secundā sicut tertie ad quartā: erit primo ad qđlibet multiplex secunde: sicut tertie ad eque multiplex ex multiplicibus quarte: et accidit sibi in istis duobus principiis idem peccatum qđ accidebat in primo. Accepit enim i oibus ignota similitrāqđ nota. quare non demonstrauit. peccauit etiā in secunda demonstratione et in tertia et in quinta. i. quāū qualibet arguit ex. s. vi ex 10. huius que probantur ex diffinitione in continue pproportionalitatis: Arguit enī sic si proportio a. b. ad. e. est maior qđ. g. ad. d. sit ergo. v. b. ptes. a. b. ad. e. sicut. g. ad. d. per qđ apparet ipsum supponere qđ duaz quātitatū. a. b. et. u. b. et equalitū relatarum ad. e. maior maiorem et minor minorem ad ipsā optinet proportionem et qđ quātitas ad. e. habebit minorem proportionē qđ habeat. a. b. erit minor. a. b. quorum primū demonstrat. s. huius. et scdm̄. 10. Nā cū vultis sumere quātitatē que se habeat ad. e. in ppositione. g. ad. d. dabo tibi maiorem aut minorem aut equalem. a. b. indifferenter sicut voluerō. quare autē non demonstrat aut accidit si bi circulus et principia esse ignota conclusionibus. Supponēda sunt igit cū euidē principia tanqđ nota. et non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.

Propositio .i.



Si fuerint quolibet quantitates aliaz totidem eque multiplices. aut singule singulis equales necesse ē quemadmodum vna illarum ad sui cōparem. totum quoqđ ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

¶ Sit quolibet quātitates. que sint. a. b. c. aliarum totidem que sint. d. e. f. eque multiplices vnaqueqđ ad sui cōparem. aut singule sint singulis equales. ita videlicet



q̄ sicut .a. ē mltiplex .d. ita .b. ē mltiplex .e. z. c. mltiplex .f. v̄i si .a. ē eq̄lis .d. q̄ siliē
 b. sit eq̄le .c. z. c. eq̄lis .f. dico q̄ sicut se hab. 3a. ad .d. ita se habet aggregatū ex om
 nibus que sunt .a. b. c. ad aggregatū ex omnibus que sunt d. e. f. ¶ Qd si singule
 singulis sunt equalis patet propositū per hanc cōmunē sciam: si equalib⁹ equalia
 addant tota quoq̄ erunt equalia. Si autē sint omnes suis cōparibus eque multi/
 plices diuisis eis fm quantitātē suāz submultipliciū: erit aggregatū ex prima pre.
 a. z. prima. b. z. prima. c. equale aggregato ex .d. e. f. p̄ predictā cōmunē sciam ad/
 iuuante hac: que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶ Similiter quoq̄ ag/
 gregatū ex secūdis ptibus quantitatum. a. b. c. erit equale aggregato ex .d. e. f. siq̄
 de ceteris: z q̄ hoc poterit totiens fieri quotiens. d. continet in .a. erit vt eq̄le ag/
 gregatū ex .d. e. f. toties ptineat i aggregato ex .a. b. c. quoties. d. continet i .a. q̄ g
 quoties. d. numerat. a. toties aggregatū ex .d. e. f. numerat aggregatū ex .a. b. c. pa
 tet q̄ sicut .a. est mltiplex ad .d. ita aggregatū ex .a. b. c. aggregati ex .d. e. f. quod
 ē propositum.

Propositio 2.



¶ Si fuerint sex quantitates. quaz prima ad scōam atq̄ ter/
 tia ad quartā eque multiplices. quinta vero ad secundam
 atq̄ sexta ad quartā eque multiplices: totum prime z quin
 te ad scōam. totumq̄ tertie z sexte ad quartam eque multi
 plicia esse conueniet.

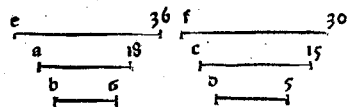
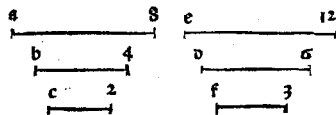
¶ Sint sex quantitates. a. prima. b. secunda. c. tertia. d. quarta. e. quinta. f. sexta.
 Sitq̄ .a. z. c. eque multiplices ad .b. z. d. iteq̄ .c. z. f. sint eque mltiplices ad easdē
 dico q̄ sicut totū aggregatū ex .a. z. e. ē mltiplex ad quantitātē. b. ita totū aggre/
 gatū ex .c. z. f. est mltiplex ad quantitātē. d. Nam q̄ numerus fm quē. b. continet
 quā. est equalis numero fm quē. d. continetur in .c. Similiter quoq̄ numerus fm
 quē. b. continet in .e. est equalis numero fm quē. d. continet in .f. erit per cōmunē
 sciaz que est: si equalibus equalia addant z cetera. numerus fm quē. b. continetur
 in aggregato ex .a. z. c. equalis numero fm quē. d. continet in aggregato ex .e. z. f.
 quare sicut aggregatū ex .a. z. c. est mltiplex ad .b. ita aggregatū ex .c. z. f. mlti/
 plex ad .d. quod est propositum.

Propositio 3.



¶ Si fuerint primum secūdi z tertij quarti eque multipli/
 cia: ad primum vero z tertium multiplices sumantur equa
 les erunt: mltiplex primi ad secūdu atq̄ mltiplex tertij
 ad quartum eque multiplicia.

¶ Sint sex q̄ntitates. a. prima. b. secūda. c. tertia. d. quarta. e. quita.
 f. sexta. Sitq̄ .a. ad .b. z. c. ad .d. iteq̄ .e. ad .a. z. f. ad .c. eq̄ mltiplices. dico q̄ sicut
 e. est mltiplex ad .b. ita .f. ad .d. diuidat enim .e. fm quantitātē. a. sui multiplicas.
 z. f. fm quantitātē. c. eritq̄ ppter equalitātē partū. z. ad .a. z. partū. f. ad .c. vt q̄li
 ber ptū. e. sit ita mltiplex ad .b. sicut quilibet ptū. f. ad .d. Quia ergo sicut prima
 ps. c. ē mltiplex ad .b. ita prima ps. f. ē mltiplex ad .d. Itēq̄ sicut scōa pars. c. ē
 mltiplex ad .b. ita secūda. f. ad .d. ergo erit per premissā aggregatū ex duabus pri
 mis ptibus. e. ita mltiplex ad .b. sicut aggregatū ex duab⁹ pmis ptib⁹. f. ad .d. z q̄
 rursus tertia ps. c. si sit aliq̄ tertia ps ē ita mltiplex. ad .b. sicut tertia. f. ad .d. erit p
 eadē in totū aggregatū ex tribus primis partibus. c. sit ita mltiplex ad .b. sicut to
 tum aggregatum ex tribus primis partibus. f. ad .d. ¶ Sitq̄ si plures fuerint par
 tes. c. z. f. componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludēs



LIBER

q̄ sicut. e. est multiplex ad. b. ita. f. ad. d. per premissam totiens sumptā: quot fue-
rint partes in. e. aut in. f. minus vna: sicq̄ patet propositum.

Propositio .4.



Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertii ad quar-
tum: ad primum autem et tertium eque multiplicia assigne-
tur. Itemq̄ ad secundum et quartum multiplices equa-
les erunt assignate multiplices eodem ordine proportio-
nales.

Sit proportio. a. primi ad. b. secundū. sicut. c. tertij ad. d. quartum. Sumantq̄. e.
ad. a. et. f. ad. c. eque multiplicia. Itēq̄. g. ad. b. et. h. ad. d. eque multiplicia: dico q̄
pportio. e. ad. g. est sicut. f. ad. h. Sumam. k. ad. e. et. l. ad. f. eque multiplicia. itēq̄
m. ad. g. et. n. ad. h. eque multiplicia: et quia. e. et. f. sunt eque multiplicia ad. a. et. c.
itemq̄. k. et. l. eque multiplicia ad. e. et. f. erunt per premissam. k. et. l. eque multi-
plicia ad. a. et. c. per eandem quoq̄ erunt. m. et. n. eque multiplicia ad. b. et. d. qua-
re per conversionē diffinitionis incontinue proportionalitatis. k. ad. m. et. l. ad. n.
similiter se habebunt in addendo diminuendo et equando: q̄ ergo. k. et. l. sūt eque
multiplicia ad. e. et. f. itemq̄. m. et. n. eque multiplicia ad. g. et. h. erit per diffinitio-
nē incontinue pportionalitatis pportio. e. ad. g. sicut. f. ad. h. q̄ est propositum:

Propositio .5.



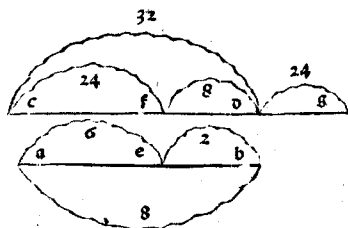
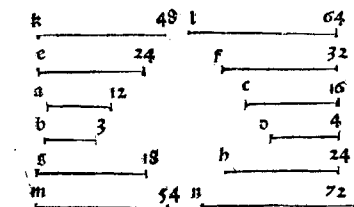
Si fuerint due quantitates quarum vna sit pars alterius
minuaturq̄ ab vtraq̄ ipsarum ipsa pars erit reliquum re-
liquo atq̄ totum toti eque multiplex.

Nel sic si aliquota erit reliquū reliqui tota pars quota totū toti? Sit
q̄ntitas. a. b. tota pars quantitatē. c. d. quota. e. b. ipsius. a. b. minua-
turq̄. a. b. ex quantitate. c. d. et sit residuum. f. c. eritq̄. f. d. equalis. a. b. Simili-
ter quoq̄ minuat. e. b. ex quantitate. a. b. sitq̄ residuum e. a. dico q̄ quota pars
est quantitas. a. b. quantitatē. c. d. tota est quantitas. a. e. quantitatē. c. f. cū enī
f. d. sit equalis. a. b. erit. f. d. ita multiplex. e. b. sicut. c. d. est multiplex. a. b. ponam
itaq̄. d. g. ita multiplicem. a. e. sicut. f. d. est multiplex. e. b. eritq̄ ex prima buius
quantitas. f. g. ita multiplex. a. b. sicut. f. d. est multiplex. e. b. et quia sic fuit. c. d.
multiplex. a. b. sicut. f. d. fuit multiplex. e. b. erit vtraq̄ duarum quantitatū. c. d. f.
g. eque multiplex quantitatē. a. b. quare per cōmunem scientiam. c. d. et. f. g. sunt
equales adinvicem: dempta igitur ab vtraq̄ earum quantitate. f. d. erit. c. f. equa-
lis. d. g. et quia. d. g. fuit ita multiplex. a. e. sicut. f. d. e. b. et ideo sicut. a. b. e. b. quare
et sicut. c. d. a. b. erit. c. f. ita multiplex. a. e. sicut tota. c. d. totius. a. b. q̄ est propo-
situm.

Propositio .6.



Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multipli-
ces. dueq̄ minores duabus maioribus vtraq̄ a sua mul-
tiplice subtrahantur. erunt duo reliqua earum. ē partium
eque multiplicia. aut eis equalia.



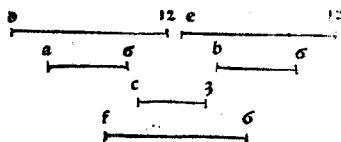
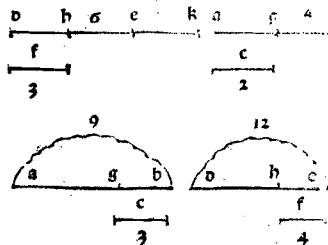
¶ Sint quantitates .a. b. ad .c. z. d. e. ad .f. eque multiplices : subtrahanturq; .c. ex .a. b. z. f. ex .d. e. z. sint residua: ex .a. b. quide .a. g. ex .d. e. d. b. critq; .g. b. equalis .c. z. b. c. equalis .f. dico q' duo residua .a. g. z. d. b. erunt equalia duabus quantitati bus .c. z. f. aut eis eque multiplicia. Sit ergo primo .a. g. equalis .c. dico q' .d. b. est equalis .f. Sumam enim quantitatem .c. k. equalen .f. critq; per premissas hypothe ses vt tociens .f. sit in .b. k. quotiens .c. in .a. b. quare sicut .a. b. est multiplex .c. ita b. k. est multiplex .f. sed sic erat etiam .d. e. erat multiplex eiusdem .f. erit. igitur per com scientiam .b. k. equalis .d. e. dempta igitur comuni earum quantitate .b. e. erit .d. b. equalis .e. k. quare equalis .f. quod est propositum. ¶ Si autem .a. g. sit mul tiplx .c. ponam vt .e. k. sit eque multiplex .f. critq; vt prius vt tociens .f. sit in .b. k. quotiens .c. in .a. b. Sed tociens erat etiam in .d. e. erit igitur vt prius .d. e. equalis b. k. z. d. b. e. k. quare sicut .a. g. est multiplex .c. ita .b. b. est multiplex .f. q' est pro/ positum. Aliter idem cum fm eundem numerum contineat quantitas .a. b. quanti tatem .c. fm q' quantitas .d. e. quantitate .f. demptaq; ab eo vnitare remaneat vni tas vel numerus secundum q' .a. g. continet .c. z. fm q' .d. b. continet .f. patet quan titates .a. g. z. d. b. esse equales aut eque multiplices quantitatibus .c. z. f.

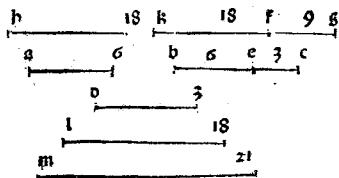
Proposino .7.



¶ Si due quantitates equales ad quamlibet cōparentur eaz ad illam erit vna proportio .itemq; ad illas pporzio illi vna est.

¶ Sint due quantitates .a. b. equales .que comparentur ad quamli/ bet tertiaz vt ad .c. dico q' eadem est proportio .a. ad .c. z. b. ad .c. itē q; eadem .c. ad .a. z. c. ad .b. Primum sic probatur: cum enim .c. sit cōsequens ad .a. primam z ad .b. tertiam ipsa erit in ratione secunde z quarte. Suma igitur .d. ad .a. primam: z .e. ad .b. tertiam eque multiplices: z sumam .f. quamlibet ex multipli/ bus .c. que est secunda z quarta: z quia .a. z. b. quarū sunt eque multiplices .d. z. e. posite sunt equales crit: vt si .d. diuidatur fm quantitatē .a. z. e. secundā quanti/ tatem .b. q' partes vtrobiq; sint numero z q'ritate equales: numero quidam per hypothesim ppter equalitatem multiplicationis vtrobiq; quantitate autē per hāc cōm scientiam quotiens oportuerit repetitam: que eadem sūt equalia sibi inuicem sunt equalia: quia igitur prima ex partibus .d. est equalis prime ex partibus .e. z se cunda: secunde: z cetera ceteris. Suntq; tot partes in .d. quot sunt in .e. erit per pri mam huius .d. equalis .e. quare per cōm scientiam: si due quantitates equales cō/ parentur ad aliam tertiam: aut ambe quantitates .d. z. e. sunt similiter maiores .f. aut similiter minores: aut sibi equales: igitur ex diffinitione incontinue proportio nalitytis: que est proportio .a. prime ad .c. secundam: cadē est .b. tertie ad .c. quartā qd est propositum. ¶ Secundum eodē modo probabis ordine cōuerso: vt .c. pona tur prima z tertia .a. vero secunda .b. quarta .Cum vero quantitas .f. que est eque multiplex prime z tertie sit aut similiter maior quantitatibus .d. z. e. que sūt eque mi/ triplex secunde z quarte: aut similiter minor: aut eis equalis: erit per eandem diffi/ nitionem proportio .c. prime ad .a. secundā: sicut .c. tertie ad .b. quartam quod est propositum secundum.





Si due quantitates inaequales ad unā quantitatem proportionentur. maior quidem maiorem. minor vero minorem optinebit proportionem. illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior ad maiorem vero minor erit.

Sint due quantitates inaequales. a. z. b. c. sitq; maior. b. c. z. p. o. proportionentur ad eandem quantitatem que sit. d. dico q; maior est proportio. b. c. ad. d. q; a. ad. d. z. q; contrario maior est. d. ad. a. q; d. ad. b. c. Primum sic probatur: ponam. e. b. equalem. a. z. multiplicabo totiens. e. c. q; proveniat quantitas maior. d. sitq; f. g. z. sumam. k. f. ita multiplicem. b. e. z. similiter. b. ita multiplicē. a. sicut. f. g. est multiplex. e. c. eritq; per primam huius. b. ita multiplex. a. sicut. k. g. est multiplex. b. c. erit etiam. b. equalis. k. f. propter hoc q; earum submultiplices que sunt. a. z. b. e. posite sunt equales: ponam quoq; q. b. nō sit minor. d. sed equalis: aut maior: totiens enim multiplicabo utraq; trium quantitatum. e. c. b. e. z. a. equaliter: q; f. g. multiplex. e. c. proveniat maior. d. z. q; b. multiplex. a. nō proveniat minor eadem: deinde totiens multiplicabo. d. quod proveniat quantitas maior. b. sitq; m. prima quātitas multiplicū. d. q; sit maior. b. Sub qua sumā maximam multiplicem. d. aut sibi equalem: si. m. est prima in ordine multiplicū. d. que sit. l. eritq; ut. l. non sit maior. b. z. constabit. m. ex. d. z. l. propter id qd omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici z. simplo: ut triplum ex duplo: z. simplo. excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo. **Q**uia ergo. b. ē equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaq; k. f. z. d. nō efficient minus q; l. z. d. quare non efficient minus q; m. z. quia. f. g. est maior. d. erit. k. g. maior q; m. **I**n telligo igitur quantitatem. b. c. primam. d. secundam. a. tertiam. d. quartam: z. q; ad primam z. tertiam sumpta sunt eque multiplicia videlicet. k. g. z. b. Similiter quoq; ad secundam z. quartam eque multiplicia: immo idem in ratione duorum qd est. m. z. addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde: non addit autem b. multiplex tertie super. m. multiplex quarte: erit per diffinitionem maioris im. p. proportionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundā q; a. tertie ad. d. quartam qd est primum. **S**ecundū probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine: ut. d. sit prima z. tertia. a. secunda. b. c. quarta: addit enim. m. multiplex prime super. b. multiplicem secunde. Non addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte: quare maior est proportio. d. ad. a. q; d. ad. b. c. quod est secundum. **E**x huius autem demonstrationis modo pater sufficientia diffinitionis maioris impropotionalitatis: q; posuit auctor in principio huius quinti. Nūquā enim est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secundam q; tertie ad quartam. quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam z. tertiam re/periri: que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde z. quarte: inueniuntur multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte: hoc autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus infra supra. 12. huius.

Si fuerit aliquarum quantitatum ad unam quantitatem proportio: una ipsas esse equeles. Si vero unius ad eas proportio una ipsas equales esse necesse est.

¶ Sit duarum quantitatum. a. z. b. proportio una ad. c. dico eas esse equales. z. si conuerso fuerit eadem proportio. c. ad utraqz earum: ad hoc dico eas esse equales. hec est conuersa. 7. Primum sic patet. si enim non sunt equales: sed altera earum maior: utpote. a. erit per primam partem. premisse maior proportio. a. ad. c. qz. b. ad. c. quod est contra ypothe. Secundum quoqz patet: qz si. a. est maior. b. erit per secundam partem premisse maior proportio. c. ad. b. qz ad. a. quod est etiam contra ypothesim.

Propositio .10.

Si fuerit unius ad quantitatem unam aliquam proportio maior quantitatem maiorem esse. Si vero unius ad eandem proportionis maior minorem esse necesse est.

¶ Quid si fuerit maior proportio. a. ad. c. qz. b. ad. c. dico. a. esse maiorem. b. z. si fuerit maior. c. ad. b. qz. c. ad. a. ad hoc dico. a. esse maiorem. b. hec est conuersa. 8. Primum patet per primam partem. 7. z. per primam. 8. nam per primam partem septime: non erit. a. equalis. b. nec etiam minor per primam octave. Secundum vero patet ex secundis partibus earundem.

Propositio .11.

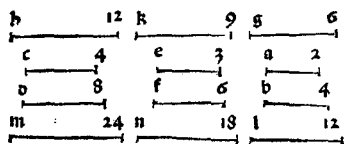
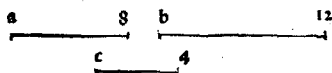
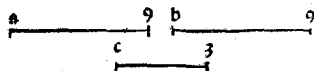
Si fuerint quantitatum proportionales alicui uni equales ipsas quoqz proportionales sibi inuicem equales esse necesse est.

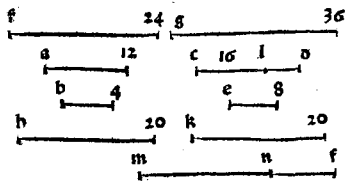
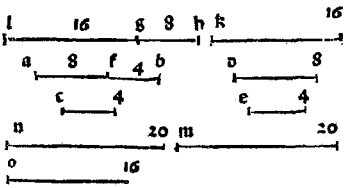
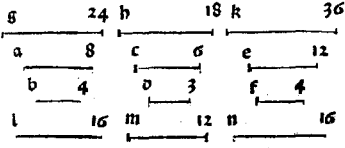
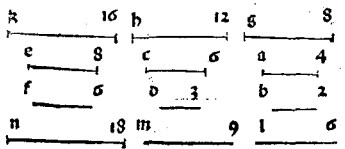
¶ Proportionalitatem hanc quod uidides in principio primi annumerauit inter communes animi conceptiones que eide sunt equalia sibi quod qz sunt equalia: put de quantitibus intelligitur hic. demonstrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo utraqz duarum proportionum que sunt. a. ad. b. z. c. ad. d. equalis proportioni que est. e. ad. f. dico proportionem que sunt. a. ad. b. z. c. ad. d. sibi inuicem esse equales. Sumam enim. g. ad. a. z. b. ad. c. z. k. ad. e. eque multiplices. Itemqz. l. ad. b. z. m. ad. d. z. n. ad. f. eque multiplices: z. quia per ypothesim proportio. e. ad. f. est sicut. a. ad. b. z. similiter sicut. c. ad. d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumpta si. k. addit super. n. qz. g. addit super. l. z. b. super. m. z. si. k. minuit ab. n. qz. g. minuat ab. l. z. b. ab. m. z. si. k. est equalis. n. qz. g. sit equalis. l. z. b. equalis. m. quia igitur. g. ad. l. z. b. ad. m. similiter se habent in addendo diminuendo z. equando. mediantibus. k. z. n. erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est propositum.

Propositio .12.

Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum. tertij vero ad quartum maior qz quinti ad sextum erit proportio primi ad secundum maior qz quinti ad sextum.

¶ Sicut in precedenti qz hic demonstrat in proportionalibus conce-
ptibile est in quantitatibus: videt qz si due quantitates fuerit sibi inuicem





cōles quacūq; fuerit vna earū maior eadē maior erit ⁊ reliqua. ¶ In proportiōi
bus tamen hoc demonstratur: vt si sit ppositio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. c. vero ad .d.
sit maior q̄s .e. ad .f. erit quoq; .a. ad .b. maior q̄s .c. ad .f. Sumā enim .g. ad .a. ⁊ .b.
ad .c. ⁊ .k. ad .e. eque multiplices. Itemq; .l. ad .b. ⁊ .m. ad .d. ⁊ .n. ad .f. eque multi/
plices: ⁊ quia per ppothesim proportio .c. ad .d. est sicut .a. ad .b. ⁊ maior q̄s .e. ad .f.
erit per conuersionem diffinitionis incontinūe proportionalitatis si .b. addit sup
m. ⁊ .g. addat super .l. ⁊ per conuersionem diffinitionis maioris improporciona/
litas q̄ non sit necesse .k. addere super .n. quia igitur mediantibus .b. ⁊ .m. si .g.
addit super .l. nō est necesse .k. addere super .n. erit per diffinitionem maioris im/
proportionalitatis maior proportio .a. ad .b. q̄s .c. ad .f. quod est ppositū. ¶ Si/
mili quoq; modo pbabis q̄ si sit .a. ad .b. sicut .c. ad .d. ⁊ .c. ad .d. minor q̄s .e. ad .f.
erit .a. ad .b. minor q̄s .c. ad .f. cum enim sit .c. ad .d. minor q̄s .e. ad .f. erit .e. ad .f.
maior q̄s .c. ad .d. per conuersionem igitur diffinitionis maioris improporciona/
litas. si .k. addit super .n. non est necesse q̄ .b. addat super .m. sed si .b. non addit
super .m. g. non addit super .l. ergo si .k. addit super .n. non est necesse vt .g. addat
super .n. per diffinitionē igitur maioris improporționalitatis maior erit proportio
e. ad .f. q̄s .a. ad .b. ergo econuerso: minor erit .a. ad .b. q̄s .e. ad .f. quod ē ppositum
¶ Ex modo autem demonstratiōis octauē hui⁹ ⁊ bac: fiet manifestū q̄ si fuerit pri/
me quatuor quantitatum ad secundā maior proportio q̄s terciē ad quartā cōtin/
get reperire aliqua eque multiplicia primē ⁊ terciē. que cū cōparabuntur ad aliq̄ e/
multiplicia secūde ⁊ quarte inuenietur multiplex primē addere sup multiplex scōe.
non autem multiplex terciē super multiplex quarte: q̄s sic patet: Sit enī maior pro/
portio .a. b. ad .c. q̄s .d. ad .e. ponam ergo vt sit proportio .a. f. ad .c. sicut .d. ad .e.
eritq; per hanc .12. ⁊ per .10. a. f. minor .a. b. ⁊ sit minor in quantitate. f. b. quā mul/
tiplicabo totiens q̄ proueniat quāritas maior .c. que sit .g. b. hac conditione. vt .d
totiens multiplicata producat quantitatē non minorem .e. que sit .k. tunc ponam
vt .l. g. sit ita multiplex .a. f. sicut .g. b. est multiplex .f. b. aut .k. d. eritq; per primam
huius .l. b. ita multiplex .a. b. sicut .k. d. Deinde ponam q̄ .m. sit prima quantitas
multiplex .e. que sit maior .k. ⁊ ponam .n. ita multiplicem .c. sicut .m. est multiplex
e. eritq; per premillas ppothesē ⁊ conuersionem diffinitionis incontinūe propor/
tionalitatis quantitas .n. prima multiplicium .c. que erit maior .l. g. nec erit .l. g.
minor .c. Sumam ergo sub .n. maximā multipliciū .c. aut sibi equalem si forsan .n.
sit prima multiplicium eius que sit .o. constabitq; .n. ex .o. ⁊ .c. quia ergo .l. g. non
est minor .o. ⁊ .g. b. est maior .c. erit .l. b. maior .n. quare cum .k. sit minor .m. patet
propositum. ¶ Conuersam quoq; huius demonstrare possumus. videlicet q̄ si cō/
tingit reperire aliqua eque multiplicia primē ⁊ terciē: quārum multiplex primē ad/
dat super aliquod multiplex secūde: ⁊ multiplex terciē non addat super multiplex
quarte: maior erit proportio primē ad secundā q̄s terciē ad quartā: q̄s sic pro/
batur. Sint quatuor quāritates .a. primā .b. secundā .c. d. terciā .e. quarta. sintq; .f.
ad .a. ⁊ .g. ad .c. d. eque multiplicia. Similiter .b. ad .b. ⁊ .k. ad .e. eque multiplicia:
⁊ addat .f. super .b. non addat autem .g. super .k. dico q̄ maior est proportio .a. ad
b. q̄s .c. ad .e. Si enī equalis per conuersionem diffinitionis incontinūe propor/
tionalitatis addat .g. super .k. q̄s est contra ppothe. Si autē minor sit .c. l. ad .e.
sicut .a. ad .b. eritq; per huius .10. c. l. minor .c. d. ⁊ sit minor i quāritate .l. d. Ponā
igitur vt .m. n. sit ita multiplex .c. l. ⁊ .n. p. multiplex .l. d. sicut f. est multiplex .a.

critq; per primā huius. m. p. ita multiplex. c. d. sicut. f. est multiplex. a. utraq; igitur
duarū quantitatum. m. p. z. g. est eque multiplex quantitatis. c. d. ergo ipse sūt eque
les. Nam hec illatio demonstrata est in. 7. huius: et quia. g. non est maior. k. nō erit
m. p. maior eadem. sed per conversionē diffinitionis incontinūe proportionalitatis
m. n. est maior. k. nō q. f. est maior. b. ergo. m. n. est maior. m. p. qd est impossibile
quare relinquitur propositum.

Propositio 13.



Si fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias proportio vna erit quoq; que proportio vnius ad vnam. eadem
proportio harum omnium; pariter acceptarum ad omnes
illas pariter acceptas.

Quod primo proposuit de multiplicib; hic proponit de omnib; pro-
portionibus; vbi hec est communitas illa: eo qd omnis multiplicitas est proportio: nō
autē e converso. Sit igitur. a. ad. b. z. c. ad. d. z. e. ad. f. vna proportio: dico qd que
est proportio. a. ad. b. eadem est cōpositū ex. a. c. e. ad cōpositū ex. b. d. f. Sumā. g.
ad. a. z. b. ad. c. z. k. ad. e. eque multiplicia. Itemq; l. ad. b. z. m. ad. d. z. n. ad. f. eque
multiplicia: eritq; per primā huius cōpositum ex. g. b. k. ita multiplex cōpositū ex
a. c. e. sicut. g. est multiplex. a. Similiter per eandē cōpositum ex. l. m. n. erit ita mul-
tiplex cōpositū ex. b. d. f. sicut. l. ē multiplex. b. z p conversionē diffinitionis incontinūe
proportionalitatis. bis supra si. g. addit sup. l. b. addit sup. m. z. k. super. n. z si mi-
nuit minuit: z si equat equat: ergo per commūne scientiam si. g. addit sup. l. com-
positū ex. g. b. k. addit super cōpositum ex. l. m. n. z si minuit minuit: z si equat
equat: ergo per diffinitionem incontinūe proportionalitatis proportio. a. ad. b. ē
sicut cōpositū ex. a. c. e. ad cōpositū ex. b. d. f. quod est propositū.

Propositio 14.



Si fuerint quatuor quantitates proportionales. fueritq;
maior prima tertia. necesse est. secundā. quarta. esse maio-
rem. Qd si minor z minorē. Si vero equalis z equalē ēē.

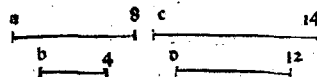
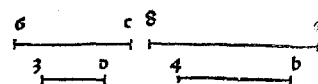
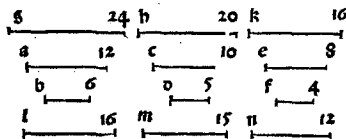
Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico qd si. a. est maior. c. b. erit
maior. d. z si minor minor. z si equalis equalis. Si enim. a. sit maior
c. erit per primā partē. 8. huius maior proportio. a. ad. d. q̄. c. ad. d. quare maior
erit. a. ad. d. q̄. ad. b. ergo per secundā partē. 10. huius. b. erit maior. d. qd ē propo-
situm. Qd si. a. sit minor. c. erit per primā partē. 8. minor proportio. a. ad. d. q̄. c. ad
d. quare maior erit. a. ad. b. q̄. ad. d. per secundā ergo prem. 10. b. erit minor. d. Si
autem. a. sit equalis. c. erit per primā partem. 7. a. ad. d. sicut. c. ad. d. quare. a. ad. d
sicut ad. b. itaq; per secundā partē. 9. b. erit equalis. d. itaq; patet propositum.

Propositio 15.



Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assi-
gnate. erit ipsarum multiplicium atq; sub multiplicium vna
proportio.

Sint. c. ad. a. z. d. ad. b. eque multiplices. dico qd que ē proportio
a. ad. b. eadē est. c. ad. d. vti dicit. c. fm quantitatē. a. z. d. fm quantitatē
b. c. sūtq; tot partes. c. quor. d. z quia quolibet pars. c. ad q̄libet partem. d. se ha-
bet sicut. a. ad. b. erit per. 13. huius. c. ad. d. sicut. a. ad. b. qd est propositum.

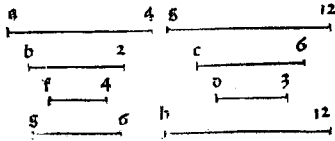


LIBER

Propositio .16.

Si fuerit quatuor quantitates proportionales. pmutatim quoq3 proportionales erunt.

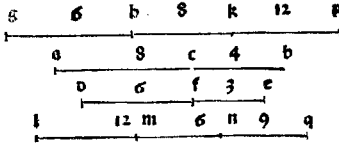
Sit proportio .a.ad.b. sicut.c.ad.d. dico qd erit.a.ad.c. sicut.b.ad.d. et iste est modus arguendi qui dicitur pportionalitas pmutata. cuius demonstratio sic patet. Suma.e.ad.a. et f.ad.b. eque multiplices itemq3.g.ad.c. et h.ad.d. eque multiplices: eritq3 per premisam.e.ad.f. sicut.g.ad.h. quare p. 14. si.e. addit supra.g. et f. addit super .b. et si minuit minuit: et si equat equat: per diffinitione igitur incontinue proportionalitatis erit.a.ad.c. sicut.b.ad.d. quod est propositum. Necessse est aut vt in pmutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.



Propositio .17.

Si fuerint quantitates coniunctim proportionales: easde diffiunctim quoq3 proportionales esse.

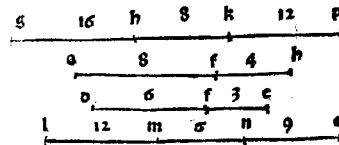
Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas pmutata: demonstrat illi qui dicit proportionalitas diffiuncta. Sit itaq3 pportio .a.b.ad.b.c. sicut.d.e.ad.e.f. dico qd erit.a.c.ad.c.b. sicut.d.f.ad.f.e. Suma enim.g.b.ad.a.c. et h.k.ad.c.b. itemq3.l.m.ad.d.f. et m.n.ad.f.e. eque multiplices: eritq3 per primam huius.g.k.ita multiplex.a.b. sicut.g.b. est multiplex.a.c. et l.n.ita multiplex.d.c. sicut.l.m. est multiplex.d.f. et ideo per premisam pportiones.g.k. et l.n.ita multiplex.a.b. sicut est.l.n.d.e. ponam itenit.k.p.ad.c.b. et n.q.ad.f.e. eque multiplices: eruntq3 per secundam.b.p.ad.c.b. et m.q.ad.f.e. eque multiplices per conversione igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si g.k. addit super.b. p.l.n. addit sup.m.q. et si minuit minuit: et si equat equat. demptis itaq3 comunibus.b.k. et m.n. erit per comunem scientiam: vt si.g.b. addit super.k.p. q.l.m. addit super.n.q. et si minuit minuit: et si equat equat. ergo p diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a.c.ad.c.b. est sicut. d.f. ad.f.e. quod est propositum.



Propositio .18.

Si fuerint quantitates diffiunctim proportionales. coniunctim quoq3 proportionales erunt.

Demonstrat modum arguendi qui dicit proportionalitas coniuncta et est modus conuersus prioris. Ad cuius demonstrationem resumatur dispositio premisse. et maneat omnes eius pportiones: excepto qd ponatur esse proportio.a.c.ad.c.b. sicut.d.f. ad.f.e. dico qd erit proportio.a.b.ad.b.c. sicut.d.e.ad.f.e. sequit enim ex hac pportione et alijs pportionibus premisse de multiplicib9 equaliter sumptis per conversione diffinitionis incontinue pportionalitatis si.g.b. addit super.k.p. q.l.m. addat sup.n.q. et si minuit minuit: et si equat equat ergo positis comunibus.b.k. et m.n. sequit per comunem scientiam si.g.k. addit sup.b.p. q.l.n. addat sup.m.q. et si minuit minuit: et si equat equat: quare per diffinitione incontinue proportionalitatis erit pportio.a.b.ad.b.c. sicut.d.e.ad.c.f. qd e ppositum. Aliter, idem indirecte sic. Cu sit pportio.a.c.ad.c.b. sicut.d.f. ad.f.e. no e. a.b. ad.b.c. sicut.d.e. ad.e.f. sit ergo pportio.d.e. ad aliquam aliam quantitate sicut. a.b. ad.b.c. que aut erit maior.e.f. aut minor. si enim esset ei equalis constaret propositum.



Sit itaq; primo maior & sit. e.g. eritq; p. pmissam. a.c.ad. c.b. sicut. d.g. ad. g. quare. d.g. ad. g. ē. sicut. d.f. ad. f. c. Sequit igit p. 14. q. cū. d.g. prima sit minor. d.f. tertia erit. g.e. scōa minor. e.f. quarta: sed erat positū q. esset maior. Sit ergo pro portio. d.c. ad. minorē. e.f. que sit. e.b. sicut. a.b. ad. b.c. eritq; p. pmissā. a.c. ad. c.b. sicut. d.b. ad. b.e. q̄re p. 11. d.b. ad. b.e. sicut. d.f. ad. f.e. & qd. d.b. p̄ma ē maior d.f. tertia erit p. 14. e.b. scōa maior. e.f. tertia: q. quia est impossibile. sequit. ppositū.

Propositio .19.



Si a duobus totis due portiones abscondantur. fueritq; totum ad totū quantum abscondum ad abscondum: erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.

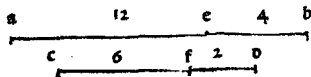
Quō quinta pponit de multiplicibus. bec pponit vniuersaliter de omnibus proportionibus. vnde est illa tanto cōmunior quāto multiplicitate pportio. Sint igitur due quātitates. a.b. & c.d. a quibus abscondant due que sint. b.e. & z.d.f. sitq; pportio totius. a.b. ad. totā. c.d. sicut. b.e. abscondē ad. d.f. abscondam. dico q. eadem erit. a.e. residui ad. c.f. residuum que est totū. a.b. ad. totū tam. c.d. cū sit. a.b. ad. c.d. sicut. b.e. ad. d.f. erit permutatim. a.b. ad. b.e. sicut. c.d. ad. d.f. & disunctim. a.e. ad. e.b. sicut. c.f. ad. f.d. & iterū permutatim. a.e. ad. c.f. sicut. e.b. ad. f.d. & quia sic erat. a.b. ad. c.d. patet ppositū. **E**x hac autē. 19. & permutata pportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicitur proportio naltas euerſa. vt si sit. a.b. ad. b.e. sicut. c.d. ad. d.f. dico q. erit. b.a. ad. a.e. sicut. c.d. ad. c.f. quia cū sit. a.b. ad. b.e. sicut. c.d. ad. d.f. erit permutatim. a.b. ad. c.d. sicut. b.e. ad. d.f. quare per hanc. 19. b.a. ad. d.c. sicut. a.e. ad. c.f. igitur pmutatim. b.a. ad. a.e. sicut. c.d. ad. c.f. qd. est ppositum. **C**onuerſa quoq; pportionalitas q̄ ex diffinitione incōtinue pportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti. pōt hic quoq; demonstrari indirecte ex pmutata pportio naltate & 9. huius vt si sit proportio. a.ad. b. sicut. c.ad. d. dico q. erit. b.ad. a. sicut. d.ad. c. sin autē sit. d.ad. c. sicut. b.ad. a. & qd. a.ad. b. ē sicut. c.ad. d. erit pmutatim. a.ad. c. sicut. b.ad. d. & quia iterum. b.ad. a. sicut. d.ad. c. erit quoq; pmutatim. b.ad. d. sicut. a.ad. e. quare erit. a.ad. e. sicut. d.ad. c. si igitur. e. non sit equale c. accidet impossibile & contrariū secunde partis. 9. si autem equalis erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. quod est ppositum.

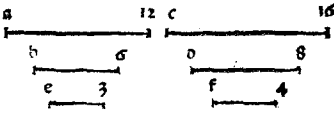
Propositio .20.



Si fuerint quolibet quantitates alieq; secundū earum numerum quarum queq; due priorum secundū proportio nem duarum postremarum necesse est impropportionalitate quidā equalitatis vt si fuerit primā priorū vltima maior. & posteriorum primā vltima esse maiores. Qd. si minor & minorem. Si vero equalis & equalem.

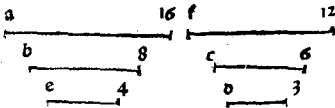
Demonstratur modū arguendi qui dicitur eā pportionalitas siue q̄ntitates duoz ordinū directe siue p̄uersim pportionē: p̄mitit duo aīcedētia ad demonstrādū ppositū necessaria: p. quoz primū demonstrat eā pportionalitas cū q̄ntitates duoz ordinū directe pportionār: p̄m autē cū pportionār p̄uersim pponit autē bec duo aīcedētia de q̄ntitatib⁹ duoz ordinū numero eq̄lib⁹ quēcūq; fuerit. **N**isi enī sumptis vtrobiq; quātitatib⁹ scōm quēcūq; numerum veritatem habet. nō ē





antē necesse ut demonstrētur ea nisi solū i tribus hoc enī oīo sufficiens ē ad ppo si /
tū. de pibus autē quosqz patebit p equā pportionalitatē cū ipsa demonstrata fuerit
¶ Sint igit tres quātitates a. b. c. sumantqz tres alię q̄ sint. c. d. f. z sit pportio. a.
ad b. sicut. c. ad. d. z b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q̄ si. a. est maior. e. c. erit maior. f.
z si minor. minor. z si equalis equalis. Si enī est maior. erit per primā ptē. s. maior
proportio. a. ad. b. q̄s. e. ad. b. quare per. 12. maior erit. c. ad. d. q̄s. e. ad. b. z q̄ per
cōuersam pportionalitatē. e. ad. b. ē sicut. f. ad. d. erit. c. ad. d. maior q̄s. f. ad. d.
itaqz per primā ptē. 10. c. est maior. f. q̄s est ppositum. Qd si. a. sit minor. e. p cas
dem z eodē modo pbabit. c. esse minōrē. f. erit enī minor. proportio. a. ad. b. q̄s. e.
ad. b. p primā ptē. s. z ideo per. 12. z p cōuersam pportionalitatē minor erit. c. ad.
d. q̄s. f. ad. d. z ideo p primā ptē. 10. erit. c. minor. f. q̄s est ppositum. Si autē
a. sit eqle. e. erit p primā ptē. 7. pportio. a. ad. b. sicut. e. ad. b. z ideo p scdām. 11. z
cōuersam pportionalitatē erit. c. ad. d. sicut. f. ad. d. quare per primā ptē. 9. c. ē eq /
lis. f. quod est ppositum. ¶ Quidā autē hanc cōclusionē demonstrauerūt cā per
pportionalitatem permutatim hoc modo. pportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ergo
permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. z q̄ rursus. b. ad. c. sicut. d. ad. f. erit permutatim
b. ad. d. sicut. c. ad. f. sed erat. b. ad. d. sicut. a. ad. c. ergo per. 11. erit. a. ad. c. sicut. e
ad. f. itaqz per. 14. si. a. prima est maior. e. tertia. erit. c. scdā. maior. f. quarta. e. si
minor. minor. z si equalis equalis. quod ē ppositum. ¶ Isti autē errauerunt i sua
demonstratione. qz si esset intentio euclidis sic demonstrare nō oportet ipsi pre
mittere hanc cōclusionē p antecēdētē ad equā pportionalitatem. si enī rursus
fiat vna permutatio pportionalitatis ad quā deuentū est quē est esse. a. ad. c. si /
cut. e. ad. f. sequitur q̄ sit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. z hoc est equa pportionalitas. Pre
terea eorum cōclusio nō sequitur. nisi omnes quantitates amboz ordinū fuerit
generis vnius. Si enim. a. b. c. sint lineę. z. c. d. f. superficies. aut corpora. aut tem /
pora. non erit tunc permutare proportionēs. peccant igitur vniuersaliter dicti p /
ticulariter demonstrantes.

Propositio. 21.



Si fuerint quolibet quantitates alicuq; secundum earum numerum quarum queq; due ex prioribus quibuscq; duabus ex posterioribus pernerim comparate secundū proportionem earum fuerint. necesse quoq; ē vt si fuerint improporționalitate equalitatis priorum prima vltima maior. 7 posteriorum prima vltima esse maiorem. si autem minor 7 minor. Si vero equalis 7 equalē.

Tercundū antecedens sunt tres quātitates. a. b. e. sumanqz alie tres que sunt. f. c. d. z sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. z. b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico qd si. a. ē. maior. e. f. erit maior. d. z. si minor. minor. z si equalis. equalis: hic autē probatur per eandē z eodē modo quo precedens: si enī. a. sit maior. e. erit maior proportio. a. ad. b. q̄s. e. ad. b. quare maior. c. ad. d. q̄s. e. ad. d. idē maior q̄s. c. ad. f. maior igit. f. q̄s. d. per secundā partem. 10. quod est propositum. qd si. a. sit minor. e. erit tantem minor. c. ad. d. q̄s. ad. f. quare per eandem partem eisdē. f. erit minor. d. Si autem. a. sit equalis. e. sequitur ut sit proportio. c. ad. d. sicut. c. ad. f. igitur per secundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod est propositum.

Propositio .22.

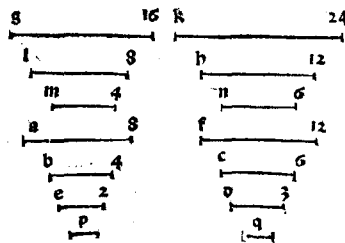
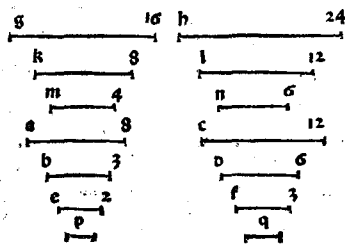
Si fuerint quolibet quantitates alieq3 secundum earum numerum quarum queq3 due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

Demonstratis antecedentibus ad equā proportionalitatē. hic demonstrat eam: et primo cum quantitates duorum ordinū sunt directe proportionales. Nō est autē necesse ut demonstraret nisi cū in utroq3 duoz ordinū sunt tantū tres quantitates. Per hoc enī euidenter sequitur cum in utroq3 ordine fuerint quatuor quantitates et deinceps: et ideo etiā nō oportuit eius aīas demonstrari nisi solū cū in utroq3 ordine sunt etiā tres quantitates. **S**int igitur tres quantitates. a. b. e. sumantq3 tres alie que sunt. c. d. f. et sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et. b. ad. c. sicut. d. ad. f. dico qd erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. sumā enī. g. ad. a. et. b. ad. c. eā multiplicia. Itemq3. k. ad. b. et. l. ad. d. eque et rursus. m. ad. e. et. n. ad. f. eque. eritq3 p. 4. g. ad. k. sicut. b. ad. l. et. k. ad. m. sicut. l. ad. n. quare per. 20. si. g. est maior. m. erit b. maior. n. et si minor minor: et si equalis equalis. igitur per diffinitionē incōtinuē pportionalitatis pportio. a. ad. e. ē sicut. c. ad. f. qd ē propositū. **P**ōt quoq3 hoc demonstrari per. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. et. b. l. n. ad. c. d. f. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. k. sicut. b. ad. l. et. k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera p/tracta ut prius. **Q**uod si fuerint quantitates plures tribus in utroq3 ordine: utpote quatuor additis. p. et. q. ita qd sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstratum est: sublatis igitur b. et. d. erunt tres quantitates. a. e. p. et alie tres. c. f. q. ut proponitur: quare. a. ad. p. sicut. c. ad. q. siq3 demonstratur de. 4. per tres sublato vno medio. Eodē modo demonstrabis de. 5. per. 4. sublatis duobus medijs: et de. 6. per. 5. sublatis tribus: et sic de ceteris.

Propositio .23.

Si fuerint quolibet quantitates alieq3 secundum earum numerum quarum queq3 due secundum proportionē duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportionales erunt.

Demonstrat equam pportionalitatem in quantitatibus duorum ordinū indirecte siue pcrsum pportionatis. Nec ē necesse qd demonstret nisi cum in utroq3 duoz ordinū sunt tantū tres quantitates: p hoc enī euidenter sequit que/ctiq3 ponant in utroq3 ordine sicut in premissa de directe pportionatis demonstratū ē. **S**int igit. 3. qntitates. a. b. c. sumantq3 alie. 3. q sint. f. e. d. et sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et. b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico qd erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. sumā enī. g. ad. a. et. b. ad. c. et. k. ad. f. eque multiplicia. Itemq3. l. ad. b. et. m. ad. e. et. n. ad. d. eque: eritq3 per quartā. g. ad. l. sicut. b. ad. n. et per. 15. l. ad. m. sicut. k. ad. b. quare per. 21. si. g. addit super. m. et. k. addit sup. n. et si minuit minuit: et si equat equat: erit per diffinitionem incōtinuē pportionalitatis pportio. a. ad. e. ē sicut. f. ad. d. qd ē propositū. **P**otest quoq3 et hoc demonstrari p. 15. huius sumptis. g. l. m. ad. a. b. e. et. b. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. l. sicut. b. ad. n. et. l. ad. m. sicut. k. ad. b. cetera pertracta ut prius. Conuenientius tamen demonstrantur hec et premissa secundum primum modum. **Q**uod si plures tribus fuerint quantitates in utroq3 ordine: utpote quatuor additis. p. et. q. ita qd sit. a. ad. b. sicut



LIBER

d. ad. q. 2. b. ad. e. sicut. c. ad. d. 2. e. ad. p. sicut. f. ad. c. erit iterum. a. ad. p. sicut. f. ad. q. erit enim per predemonstrata. a. ad. e. sicut. c. ad. q. Sublatis igitur. b. 7. d. erunt tres quantitates. a. e. p. 7. alie tres. f. c. q. vt proponitur: quare. a. ad. p. sicut. f. ad. q. Sic igitur demonstratur de. 4. per tres sublato vno medio. Eodem modo de/ monstrabis de. 5. per quatuor sublatis duobus medijs. 7. de. 6. per. 5. sublatis tri/ bus: 7. sic in ceteris.

Propositio 24.



Si fuerit proportio primi ad secundum tanquam tertii ad quar/ tum. proportio vero quinti ad secundum. tanquam sexti ad qu/ tum: erit proportio primi 7 quinti pariter acceptorum ad secundum tanquam sexti 7 tertii pariter acceptorum ad quar/ tum.

Quod scda proposuit de multiplicibus hec proponit vniuersaliter de omnib⁹ pro/ portionibus. vnde est illa tanto comunior quanto multiplicitate proportio 7 se ha/ bet ad illam: quemadmodum. 13. ad primam. Sit igitur proportio. a. b. ad. c. sicut d. e. ad. f. 7 ite. b. g. ad. c. sicut. e. b. ad. f. dico q^d proportio. a. g. ad. c. est sicut. d. b. ad. f. erit enim per conuersam proportionalitatem. c. ad. b. g. sicut. f. ad. e. b. quare per. 22. erit in equa proportionalitate. a. b. ad. b. g. sicut. e. d. ad. e. b. ergo coniu/ ctim per. 18. a. g. ad. g. b. sicut. d. b. ad. b. e. itaq³ per. 22. erit in equa proportionali/ tate. a. g. ad. c. sicut. d. b. ad. f. quod est propositum.

Propositio 25.



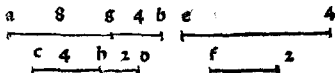
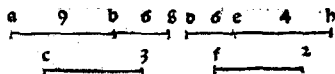
Si fuerint quantitates proportionales: fueritq³ prima ea/ rum maxima. 7 vltima minima. primam 7 vltimaz pariter acceptas ceteris duabus maior esse necessario coproba/ tur.

Quod hic proponitur noⁿ habet locum nisi cum omnes quatuor qua/ titates sint eiusdem generis. Sint igitur quatuor quantitatiz eiusde^m generis pro/ portio. a. b. ad. c. d. sicut. e. ad. f. sitq³ a. b. maxima: neq³ oportet ponere q^d f. sit mi/ nima: quia ipsum ex hoc sequitur q^d a. b. posita est maxima. vnde non soluit hoc auctor in conductione tanquam positionem: sed potius tanquam pcedentis positiois co/ ductionem. dico q^d cum ita fuerit maior erit aggregatum ex. a. b. 7. f. q³ ex. c. d. 7. e. Cum enim. a. b. sit maior. e. abscondam ex. b. a. g. b. equalem. e. Similiter quoq³ quia. c. d. est maior. f. abscondam ex. c. d. b. d. equalem. f. eritq³ propter ppositum a. b. ad. c. d. sicut. g. b. ad. b. d. quare per. 19. a. g. residuum ad. c. b. residuum sicut tota. a. b. ad totum. c. d. f. a. b. ad. c. d. Lu^o ergo. a. g. se habet ad. c. b. sicut. a. b. ad. c. d. sed. a. b. est maior. c. d. quare. a. g. maior est. c. b. additis igitur vtriusq³ duab⁹ quan/ titaribus. g. b. 7. b. d. erit per comunem scientiam aggregatum ex. a. b. 7. b. d. ma/ ius aggregatum ex. c. d. 7. g. b. 7. quia. d. b. posita est equalis. f. 7. g. b. e. maior erit aggregatum ex. a. b. 7. f. qua^m aggregatum ex. c. d. 7. e. quod est propositum.

Propositio 26.



Si fuerit quatuor quantitarum proportio prime ad secun/ dam maior quam tertie ad quartam. erit conuersa 7 con/ trario pportio scda ad prima minor q³ quarte ad tertiam Sit pportio. a. ad. b. maior q³ c. ad. d. dico q^d erit conuerso mo^do prio/ rior pportio. b. ad. a. q³ d. ad. c. si ei est eadē. b. ad. a. q³ est d. ad. c. erit



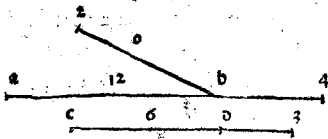
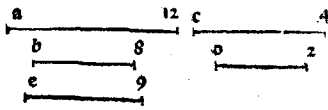
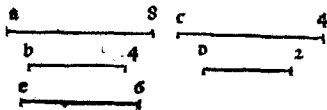
et conuerso. a. ad. b. vt. c. ad. d. si non est imo maior: At vero si e. b. ad. a. maior q̄q̄ d. ad. c. sit. e. ad. a. vt. d. ad. c. eritq̄ ex. 12. e. ad. a. minor q̄q̄ b. ad. a. q̄re ex p̄ma parte. 10. e. minor. b. Ideoq̄ ex s̄da parte. 8. maior erit p̄portio. a. ad. c. q̄q̄ c. ad. b. et q̄ p̄ conuersam proportionalitatem. a. ad. c. sicut. c. ad. d. erit ex. 12. p̄portio. c. ad. d. maior q̄q̄ a. ad. b. sed erit minor: relinquitur ergo p̄positum. ¶ Possumus quoq̄ si libet astruere p̄positum ostensue: manifestum enim est ex p̄ma parte. 10. q̄ illa quantitas cuius ad. b. est. eadem p̄portio que est. c. ad. d. est minor. a. eo q̄ ponitur maior p̄portio. a. ad. b. q̄q̄ c. ad. d. illa ergo quantitas sit. e. cum sit igitur p̄portio. e. ad. b. vt. c. ad. d. erit conuerso. b. ad. e. vt. d. ad. c. Constat autem ex s̄cunda parte. 8. q̄ p̄portio. b. ad. a. minor est q̄q̄ p̄portio. b. ad. e. itaq̄ per. 12. p̄portio. b. ad. a. est minor q̄q̄ d. ad. c. q̄d volumus.

Propositio .27.

Si fuerint quatuor quantitates maior p̄portio p̄ime ad secundam q̄q̄ tertie ad quartam. erit permutatum maior p̄portio p̄ime ad tertiam. quam secunde ad quartam. ¶ Sit hic quoq̄ p̄portio. a. ad. b. maior q̄q̄ c. ad. d. dico q̄ erit permutatum maior p̄portio. a. ad. c. q̄q̄ b. ad. d. eadem enim non erit quia tunc quoq̄ esset permutatum. a. ad. b. sicut. c. ad. d. neq̄ minor. Nam si hoc ponatur: sit itaq̄. e. ad. c. vt. b. ad. d. eritq̄ ex. 12. maior p̄portio. e. ad. c. q̄q̄ a. ad. c. quare ex p̄ma parte. 10. e. est maior. a. Itaq̄ per p̄imam partem. 8. p̄portio e. ad. b. est maior q̄q̄ a. ad. b. et quia positum est vt sit. e. ad. c. sicut. b. ad. d. erit p̄mutatum. e. ad. b. sicut. c. ad. d. ex. 12. igitur maior erit p̄portio. c. ad. d. q̄q̄ a. ad. b. sed positum erat oppositum: verum est ergo p̄positum. ¶ Ostensue quoq̄ idem quoad modum in p̄missa: sumpta enim est. e. ad. b. vt. c. ad. d. erit ex p̄ma parte. 10. e. minor. a. quare ex p̄ma parte. 8. maior erit. a. ad. c. q̄q̄ e. ad. c. sed ex permutata proportionalitate est. c. ad. c. vt. b. ad. d. igitur ex. 12. a. ad. c. est maior q̄q̄ b. ad. d. quod est p̄positum.

Propositio .28.

Si fuerint quatuor quantitates quarum p̄ime ad secundam sit maior p̄portio q̄q̄ tertie ad quartam. erit quoq̄ coniunctam maior p̄portio p̄ime et secunde ad secundam q̄q̄ tertie et quarte ad quartam. ¶ Sit maior p̄portio. a. ad. b. q̄q̄ c. ad. d. dico q̄ maior erit totius a. b. ad. b. q̄q̄ totius. c. d. ad. d. quia ipsa neq̄ erit equalis neq̄ minor. Si eni equalis: tunc erit disiunctum. a. ad. b. vt. c. ad. d. Si autem est minor: sit. e. b. ad. b. vt. c. ad. d. eritq̄ ex. 12. maior p̄portio. e. b. ad. b. q̄q̄ a. b. ad. b. itaq̄ ex p̄ma parte. 10. e. b. est maior q̄q̄ a. b. et per cōceptionem. e. maior q̄q̄ a. quare ex p̄ma parte. 8. maior est p̄portio. e. ad. b. q̄q̄ a. ad. b. sed. e. ad. b. est vt. c. ad. d. per disiunctam proportionalitatem: eo q̄ erat. e. b. ad. b. vt. c. ad. d. ergo per. 12. c. ad. d. est maior q̄q̄ a. ad. b. hoc autem est contra p̄pothe. ¶ Idem etiam ostensue: cum enim p̄positum sit q̄ maior sit p̄portio. a. ad. b. q̄q̄ c. ad. d. sit p̄portio. e. ad. b. vt. c. ad. d. eritq̄ ex p̄ma parte decime. e. minor. a.



LIBER

Idemq3 ex cōmuni scientia. e. b. erit minor. q3. a. b. quare ex prima parte. s. maior erit proportio. a. b. ad. b. q3. e. b. ad. b. At vero proportio. e. b. ad. b. est per coniunctam proportionalitatem sicut. c. d. ad. d. positum enim est ut sit. e. ad. b. tanquā c. ad. d. igitur ex. 12. maior est. a. b. ad. b. q3. c. d. ad. d. quod est propositum.

Propositio .29.



Si fuerit quatuor quantitates quarum prime & secunde ad secundam sit maior proportio q3 tertie & quarte ad quartam. erit quoq3 disiunctis proportio prime ad secundam maior q3 tertie ad quartam.



C Sit proportio. a. b. ad. b. maior q3. c. d. ad. d. dico qd erit disiunctim proportio. a. ad. b. maior q3. c. ad. d. alioquin erit equalis vel minor. qd si equalis erit per coniunctam proportionalitatem. a. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. si autem minor erit maior. c. ad. d. q3. a. ad. b. ergo per premissam maior erit. c. d. ad. d. q3. a. b. ad. b. quod est inconueniens: quia positum est qd minor. verum est ergo qd dicitur. Qd etiam ostensue astruimus hoc modo ponamus enim ut proportio. e. b. ad. b. sit tanq3 proportio. c. d. ad. d. eritq3 ex prima parte. 10. e. b. minor q3. a. b. quare ex communi scientia. e. est minor q3. a. minor igitur est ex prima parte. 8. p. portio. e. ad. b. q3 sit. a. ad. b. sed proportio. e. ad. b. est sicut. c. ad. d. ex disiuncta proportionalitate itaq3 ex. 12. proportio. a. ad. b. est maior q3 sit. c. ad. d. quod est propositum.

Propositio .30.



Si fuerint quatuor quantitates quarum prime & secunde ad secundam sit maior proportio q3 tertie & quarte ad quartam: erit eversim minor proportio prime & secunde ad primam q3 tertie & quarte ad tertiam.

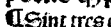


C Sit maior proportio. a. b. ad. b. q3. c. d. ad. d. dico qd eversim minor erit proportio. a. b. ad. a. q3. c. d. ad. c. erit enim disiunctum ex premissa maior proportio. a. ad. b. q3. c. ad. d. Itaq3 per. 26. erit e conversio minor. b. ad. a. q3. d. ad. c. quare per ante premissam coniunctum minor erit. b. a. ad. a. q3. c. d. ad. c. qd est propositum.

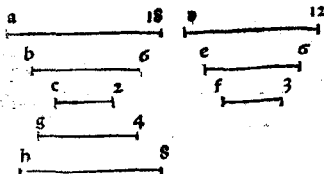
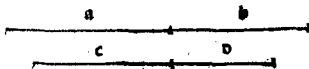
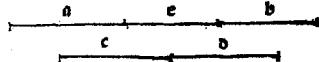
Propositio .31.



Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq3 tres in alio fueritq3 prime priorum ad secundam maior proportio quam prime posteriorum ad secundam. itemq3 secunde priorum ad tertiam maior quam secunde posteriorum ad tertiam. erit quoq3 prime priorum ad tertiam maior proportio q3 prime posteriorum ad tertiam.



C Sint tres quantitates. a. b. c. iteq3 alie tres. d. e. f. sitq3 maior pportio. a. ad. b. q3 d. ad. e. iteq3 maior. b. ad. c. q3. e. ad. f. dico qd maior erit pportio. a. ad. c. q3. d. ad. f. sit enī. g. ad. c. ut. e. ad. f. eritq3 ex pma pte. 10. g. minor. b. qre ex scda pte. 8. p. portio. a. ad. g. ē maior q3. a. ad. b. multo maior ergo ē pportio. a. ad. g. q3. d. ad. e. sit itaq3. b. ad. g. vt. d. ad. e. eritq3 ex pma pte. 10. a. maior. b. qre ex pma pte. 8. p.

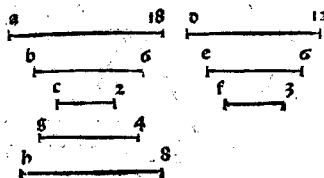


portio. a. ad. c. maior est q̄s proportio. b. ad. c. At vero proportio. b. ad. c. est per equam proportionalitatem: sicut. d. ad. f. est enim. b. ad. g. vt. d. ad. e. z. g. ad. c. vt. e. ad. f. igitur ex. 12. proportio. a. ad. c. est maior q̄s. d. ad. f. quare constat propositum.

Propositio .32.

Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq̄ tres in alio fueritq̄ proportio secunde priorum ad tertiam maior quam prime posteriorum ad secundam. Itemq̄ prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiam. erit maior proportio prime priorum ad tertiam quam prime posteriorum ad tertiam.

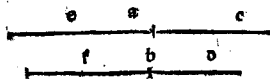
Sint enim tres quantitates in vno ordine. a. b. c. Itemq̄ tres in alio. d. e. f. quæ admodum in præmissa: sitq̄ maior proportio. b. ad. c. q̄s. d. ad. e. z. maior. a. ad. b. q̄s. e. ad. f. dico q̄ maior erit. a. ad. c. q̄s. d. ad. f. sit enim. g. ad. c. vt. d. ad. e. eritq̄ s. minor. b. per primam partem. 10. quare maior erit. proportio. a. ad. g. q̄s. ad. b. per secundam partem. s. igitur multo maior est. a. ad. g. q̄s. e. ad. f. sit itaq̄s. b. ad. g. vt. e. ad. f. eritq̄s. a. maior. b. ex prima parte. 10. quare proportio. a. ad. c. maior est q̄s. b. ad. e. ex prima parte. s. At vero ex. 23. proportio. b. ad. c. est tanquā. d. ad. f. eo q̄d est. g. ad. c. vt. d. ad. e. z. b. ad. g. vt. e. ad. f. igitur ex. 12. maior est proportio. a. ad. c. q̄s. d. ad. f. quod est propositum.



Propositio .33.

Si fuerit proportio totius ad totum maior: q̄s abscisi ad abscisum. erit residui ad residuum maior proportio q̄s totius ad totum.

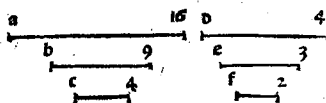
Sint due quantitates. a. z. b. a quibus abscindantur. c. z. d. z. residua sit. e. z. f. sitq̄s maior proportio. a. ad. b. q̄s. c. ad. d. dico q̄ maior erit proportio. e. ad. f. q̄s. a. ad. b. erit enim ex. 27. permutati maior proportio. a. ad. e. q̄s. b. ad. d. quare ex. 30. erit euersum minor proportio. a. ad. e. q̄s. b. ad. f. igitur rursus ex. 27. permutati minor erit. a. ad. b. q̄s. e. ad. f. quod est propositum.



Propositio .34.

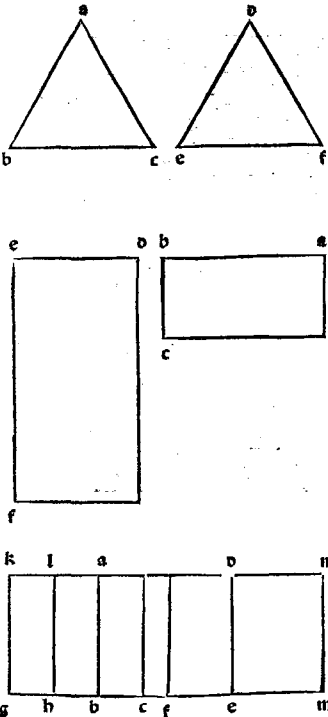
Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritq̄ cuiuslibet precedentis ad suam relationem maior proportio q̄s alicuius subsequentis ad suam. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̄s alicuius subsequentis ad suam comparem aut etiam q̄s omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas: minor autem q̄s prime ad primam.

Sit. 3. quantitates. a. b. c. relate ad totidem alias q̄ sit. d. e. f. sitq̄s maior proportio. a. ad. d. q̄s. b. ad. e. z. b. ad. e. sit maior q̄s. c. ad. f. dico q̄ proportio. a. b. c. pariter acceptarum. ad. d. e. f. pariter acceptas. e. maior q̄s. b. ad. e. vt. maior q̄s. c. ad. f. z. etia maior q̄s. b.



LIBER

z.c.pariter acceptaz ad.e.z.f.pariter acceptas: et ipſa eſt minor q̄z.a.ad.d.cū ſit enī.a.ad.d.maior q̄z.b.ad.e.erit permutatim.a.ad.b.maior q̄z.d.ad.e. et con iunctim.a.b.ad.b.maior q̄z.d.e.ad.e. et iterum permutatim.a.b.ad.d.e.maior q̄z.b.ad.e.quare per premiſſam.a.ad.d.eſt maior q̄z.a.b.ad.d.c.eodēqz modo p̄baſ maiorē ēē.b.ad.e.q̄z.b.c.ad.e.f.itaqz maior p̄portio ē.a.ad.d.q̄z.b.c.ad.e f. q̄re permutatim maior eſt.a.ad.b.c.q̄z.d.ad.e.f. et coniunctim maior.a.b.c.ad.b.c.q̄z.d.e.f.ad.e.f. et iterum permutatim maior.a.b.c.ad.d.e.f.q̄z.c.b.ad.e.f. quare per premiſſam maior eſt.a.ad.d.q̄z.a.b.c.ad.d.e.f. quod eſt p̄poſitum. Explicit liber quintus Incipit liber Sextus.



Superficies ſimiles dicūt q̄rū anguli vnius angulis alterius equales.latera qz equos an gulos continentia proportionalia.

Et ſi trigonus.a.b.c.fuerit equiangulus trigono de..f.fueritqz angulus.a.equalis angulo.d. et angu lus.b.equalis angulo.e. et p̄portio.a.b.ad.d.e.ſicut a.c.ad.d.f. et z.b.c.ad.e.f. ipſi erunt ſimiles.

Superficies multoz laterum ſūt inter quarum latera incontinua proportionalitas retrahitur ba betur.

Et ſi duoz quadrilaterum.a.b.c.d. e.f.p̄portio .a.b.lateris primi.ad. d.e.latus ſecundi fuerit ſicut p̄portio. e.f. lateris ſecundi.ad.b.c.latus primi: illa duo quadrilatera dicuntur multozum la terum ſive mutekeſia. Linea dicitur dividi ſecundū p̄portionē habentē mediū et duo extrema quando eadem eſt p̄portio totius ad maiorem ſui ſecōne que ē maioris ad minorem.

Propoſitio .ii.



Si duarum rectilinearum ſuperficierum equidistantium laterum ſive triangulorum fuerit altitudo vna: tanta erit alterutra earum ad alteram. quanta ſua baſis ad baſim al terius.

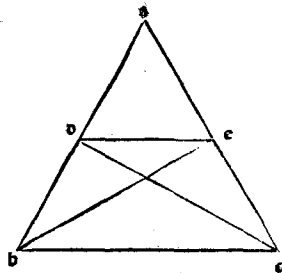
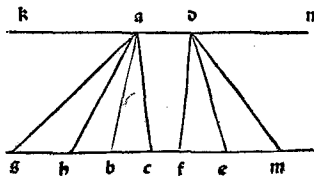
Sint duo parallelograma.a.b.c.d.e.f.equalis altitudinis. dico ēē p̄portionē corū: ſicut.b.c.ad.e.f. ponam illa duo parallelograma ſup lineā vnam que ſit.g.m.erūtqz propter hoc qz ſunt equalis altitudinis inter lineas equidistan tes quarū ſit altera .k.n.deinde ex lineā.g.m. ſumā.g.c.multiplicē fm quēcumqz numerū vluero.a.d.b.c. et diuidā eā in p̄tes equales.b.c.in punctis.b.z. b.a qui bus et punto.g. ducā equidistantes lineē.a.b.que ſūt.g.k.z.b.l. et cōplebo ſupfici es equidistantiū laterū.k.b. et l.b.eritqz vnaqz earū p. 36. primi equalis.a.c. q̄re ſicut lineā.g.c. ē multiplex lineē.b.c. ita ſupficies.c.k. ſupficies.a.c. Silit̄ quoqz ad lineā.e.f. ſumā ex lineā.g.m. lineā.f.m. multiplicē fm quēcumqz numerū vluero e.f. et cōplebo ſupficiē equidistantiū laterum ducta lineā.m.n.equidistant̄ lineē d.e.eritqz ſupficies .n.f. ita multiplex ſupficies.d.f. ſicut lineā .m.f. lineē.c. f. quia per. 36. primi ſi lineā.g.c. eſt maior lineā.f.m. ſupficies.k.c. eſt maior ſu perficie.n.f. et ſi minor minor: et ſi equalis equalis erit per diffinitionēz icōtinue

proportionalitatis eadem pportio basis. $b.c.$ ad basim. $e.f.$ que est superfici. $a.c.$ ad superfici. $d.f.$ quod est propositum. ¶ De triangulis equalis altitudinis idem probabis: eodem modo per. 38. primi ductis lineis ab extremitatibus eaz quas ad bases sumes multiplices ad vertices triangulorum.

Propositio 2.

Si linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistans: eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero pportionaliter secet ea reliquo latere equidistans necesse est.

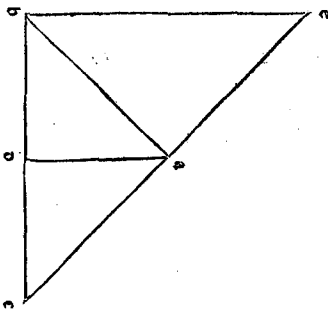
¶ Sit triangulus. $a.b.c.$ cuius duo latera. $a.b.$ & $a.c.$ secet linea. $d.e.$ equidistans tertio lateri. qd est. $b.c.$ dico qd erit pportio. $a.d.$ ad $d.b.$ sicut. $a.e.$ ad $e.c.$ & conuerso si fuerit pportio. $a.d.$ ad $d.b.$ sicut. $a.e.$ ad $e.c.$ linea. $d.e.$ erit eq distans linee. $b.c.$ prorabam enim duas lineas. $e.b.$ & $d.c.$ eritqz per. 37. primi triangulus. $e.d.b.$ equalis triangulo. $d.e.c.$ propter id qd ipsi sunt ambo sup linea. $d.e.$ inter lineas equidistantes. itaqz per scdam partem. 7. quinti: pportio trianguli. $a.d.$ c. ad utruqz illorum erit una: sed pportio c. p. premiffa ad triangulu. $e.d.b.$ e. sicut linee. $a.d.$ ad linea. $d.b.$ & ad triangulu. $d.e.c.$ sicut linee. $a.e.$ ad linea. $e.c.$ Nam ipe cum utroqz illoz est equalis altitudinis: quare erit pportio. $a.d.$ ad $d.b.$ sicut. $a.e.$ ad $e.c.$ qd est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premiffam ipsius. $a.d.$ e. utruqz illoz pportio una: quare per secundam partem. 9. quinti ipsi sunt adinuicē equalēs: & quia ipsi sunt super eandē basim. videlicet lineam. $d.e.$ & ex eadem pte erit p 39. primi linea. $d.e.$ equidistans linee. $b.c.$ qd est secundum.



Propositio 3.

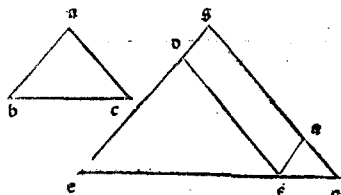
Si ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus pportiones fuerint lineam illam angulu p equalia diuidere necessario coprobaf.

¶ Sit trigonum. $a.b.c.$ cuius angulum. $a.$ diuidat linea. $a.d.$ p equalia: dico qd pportio. $b.d.$ ad $d.c.$ est sicut. $b.a.$ ad $a.c.$ & conuerso: prorabam enim. $b.e.$ equidistantem. $a.d.$ & produca. $a.$ quousqz concurrat cu. $b.e.$ in puncto. $e.$ eritqz per primam partem. 29. primi angulus. $e.b.a.$ equalis angulo. $b.a.d.$ & per scdam partem eiusdem angulus. $e.a.c.$ quare angulus. $e.$ est equalis angulo. $c.b.a.$ ergo per. 6. primi. $e.a.$ est equalis. $a.b.$ & ideo p primā partem. 7. quinti pportio. $c.a.$ ad $a.c.$ e. sicut. $b.a.$ ad $a.c.$ sed per premiffam. $e.a.$ ad $a.c.$ e. sicut. $b.d.$ ad $d.c.$ ergo $b.a.$ ad $a.c.$ sicut. $b.d.$ ad $d.c.$ quod est primum. ¶ Secunda pars que est conuersa prime ptis probabitur conuerso modo. ¶ Tenente enim eadem dispositione si fuerit pportio. $b.a.$ ad $a.c.$ sicut. $b.d.$ ad $d.c.$ quare per premiffā. $e.a.$ ad $a.c.$ e. sicut. $b.d.$ ad $d.c.$ erit eadem pportio. $e.a.$ ad $a.c.$ que est. $b.a.$ ad $a.c.$ ergo per primā partem. 9. quinti. $e.a.$ & $a.b.$ sunt equales. quare per. 5. primi duo anguli. $c.$ & $b.a.$ sunt equales. igitur per primā & secundā partem. 29. primi angulus. $b.a.d.$ e. equalis angulo. $d.a.c.$ quod est secundum.



LIBER

Propositio .4.



Quoniam duorum triangulorum quorum anguli unius angulis alterius sunt equales: latera equos angulos respectiva sunt proportionalia.

Sunt duo trianguli. a. b. c. d. e. f. equianguli. sitque angulus. a. equalis angulo. d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. dico quod proportio. d. e. ad. a. b. et d. f. ad. a. c. est sicut. e. f. ad. b. c. ponam enim ambos triangulos super lineam unam que sit. e. c. ita quod duo anguli unius qui erunt super hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt super eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo. sed medius unius extremo alterius. et ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire. sitque. a. f. c. ipse idem triangulus? qui erat. a. b. c. et qui angulus. a. f. c. est equalis angulo. e. et angulus. d. f. c. angulo. c. per hypothese: erit per primam partem. 28. primi linea. a. f. equidistans. d. e. et d. f. equidistans. a. c. complebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit. g. f. eritque per. 34. primi. g. a. equalis. d. f. et g. d. equalis. a. f. quia. ergo per secundam huius. g. a. ad. a. c. sicut. e. f. ad. f. c. et per eandem. e. f. ad. f. c. sicut. e. d. ad. d. g. erit per. 7. quinti. d. f. ad. a. c. et per eandem. c. d. ad. f. a. sicut. e. f. ad. f. c. quod est propositum.

Propositio .5.



Quoniam duorum triangulorum quorum cunctorum laterum se respicientium est proportio una anguli lateribus proportionalibus contenti equi sibi invicem esse probantur.

Hoc est conversum prioris nec fecit ex ea et premissa una conclusionem sicut fecit in secunda et tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem medijs demonstratur quibus pcedens. Sint itaque duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitque proportio. a. b. ad. d. e. et a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico quod angulus. a. est equalis angulo. d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. constituam super lineam. e. f. in opposita parte trianguli. d. e. f. angulum. f. e. g. equalem angulo. b. et angulum. e. f. g. equalem angulo. c. eritque per. 32. primi: angulus. g. equalis angulo. a. ergo per premissam proportionem. a. b. ad. d. e. et a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. quare. a. b. ad. d. e. sicut. ad. e. g. et a. c. ad. d. f. sicut. ad. f. g. igitur per secundam partem nonne quinti d. e. est equalis. e. g. et per eandem. d. f. equalis. f. g. quare per. 8. primi: duo trianguli. d. e. f. et g. e. f. sunt equianguli: quare ergo triangulus. g. e. f. est etiam equiangulus triangulo. a. b. c. constat propositum.)

Propositio .6.



Quoniam duo trianguli quorum unus angulus unius angulo alterius equalis. lateraque illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se invicem equianguli.

Nunciat prior dispositio. et sit solus angulus. b. equalis angulo. d. e. f. et proportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. c. ad. e. f. dico adhuc duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos: cum enim sit per. 4. huius propter hypothese premissae conclusio

tionis. a. b. ad. c. g. sicut. b. c. ad. e. f. erit. a. b. ad. d. e. sicut. a. b. ad. e. g. quare per se
candam partem none quinti. d. e. est equalis. e. g. quia ergo duo latera. d. e. z. e. f.
trigoni. d. e. f. sunt equalia duobus lateribus. e. g. z. e. f. trigoni. g. e. f. z. angulus. e.
vnius angulo. e. alterius: quia uterq; est equalis angulo. b. ipsi erunt per quartam
primi equianguli z. quia. e. g. f. est etiam equiangulus. a. b. c. patet propositum.

Propositio .7.

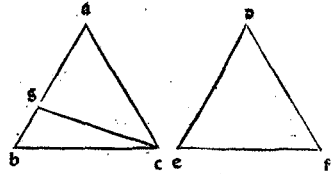
Si fuerint duo trianguli quorum vnus angulus vnus vni
angulo alterius equalis: duoq; suorum reliquorum angu-
lorum lateribus proportionalibus contenti: duorum ve-
ro demum reliquorum; vterq; aut neuter recto angulo mi-
nor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angu-
lis inter se inuicem equiangulos esse.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq; angulus. a. equalis angulo. d. z. proportio
a. c. ad. d. f. sicut. c. b. ad. f. e. z. vterq; duorum angulorum. b. z. c. aut neuter sit minor
recto: dico eos esse equiangulos. Si eni angulus. c. vnus est equalis angulo. f. al-
terius: patet propositum per premissam. Sin autem sit. c. maior: fiatq; angulus. a. c.
g. equalis eidem: eritq; per. 32. primi triangulus. a. g. c. equiangulus triangulo. d.
e. f. quare per quartam huius proportio. a. c. ad. d. f. sicut. g. c. ad. e. f. sic fuit. b. c.
ad. e. f. ergo per. 9. quinti. g. c. z. b. c. sunt equales. ergo per quintam primi angulus. re-
cto: accidet vnus angulus vnus trianguli no esse minores duobus rectis: qd esse
non potest per. 32. primi. Qd si vterq; fuerit minor recto: erit angulus. a. g. c. maior
recto per. 13. primi: quare z. angulus. e. sibi equalis est etiam recto maior: qd e con-
tra ypothe. quare destructo opposito remanet propositum oportet aut vtrq; an-
gulorum reliquorum aut neutrum esse minorem recto. possibile enim est eodem tri-
angulo vt in triangulo. a. b. c. lineam. g. c. ee equalē. b. c. z. tō erit. a. c. ad vtrq; eaz
vna proportio per. 7. quinti. Nec tamē erunt trianguli. a. g. c. z. a. b. c. equianguli
quāuis vnus angulus vnus sit equalis vni angulo alterius immo idem vt angu-
lus. a. z. proportio linee. a. c. pnt est latus magni ad. a. c. prout est latus pui sicut
b. c. latus magni. ad. g. c. latus parui. vtrq; enim equalis: z. hoc est ppter hoc
q; angulus. g. minoris est maior recto: z. angulus. b. maioris minor. Nam in omni
triangulo duum equalium laterum vterq; angulorum qui sunt ad basim est minor
recto.

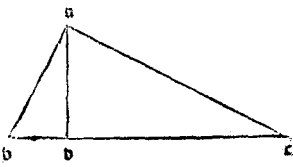
Propositio .8.

Si ab orthogonijs angulo recto ad basim linea perpendi-
cularis ducatur. fiet duo trianguli partiales toti triangu-
lo z. sibi inuicem similes. Unde etiam manifestum est quia
in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad
basim perpendicularis ducatur. erit ipsa perpendicu-
lis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq; vtrq;
latus inter totam basim atq; sibi conterminalem basis portionem.

¶ Sit trigonus. a. b. c. orthogonus eiusq; angulus. a. rectus a quo ducatur. a. d.



LIBER



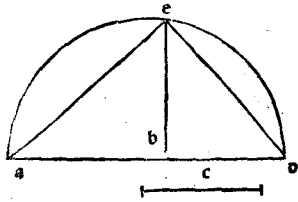
perpendicularis ad basim. dico qd vtrq; duorum triangulorum partialium qui sũ
a. b. d. a. d. c. similis est totali triangulo. a. b. c. & vnus eorum alteri. ¶ enim vtrq;
iporum equiangulus totali per. 3. primi. co qd vtrq; est orthogonius & in vno
angulo comunicat cum totali: quare & sibi inuicem sunt equianguli. ita qd angulus
b. est equalis angulo. d. a. c. & angulus. b. a. d. angulo. c. & duo anguli qui sunt. ad
d. sibi inuicem & angulo. a. totali equales: quare per. 4. huius latera equos eorum
angulos respicientia. sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: qd
est propositum: vtrq; conel. ex his euidenter apparet.

Propositio .9.



Dabuis lineis propositis tertiam inter eas sub proportio
nalitate continua collocare.

Sint due linee propositae. a. b. & c. inter quas volo vnã lineã in
proportionalitate continua collocare. Adiuſgam vnã earũ alie/
ri sitq; tota ex eis composita. a. d. ita qd b. d. sit equalis. c. & super to/
tam describo semicirculũ. a. e. d. & produco .e. b. vsq; ad circumferentiã per/
pendicularẽ ad lineã. a. d. dico lineã. b. e. esse quẽ querimus: produco enim
lineas. c. a. & c. d. eritq; per. 30. tertij angulus. e. totalis rectus: quare per primã
partẽ conel. premisse pporio. a. b. ad. b. e. sicut. b. e. ad. b. d. qd est propositum.

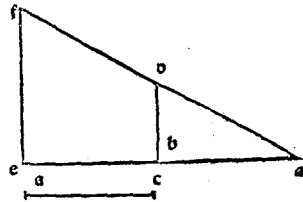


Propositio .10.



Dabuis lineis datis tertiam eis in continua proporzio
nalitate subiungere.

Sint due linee propositae. a. b. & c. quibus volo tertiam in cõtinua
proportionalitate subiungere: coniũgo lineã. c. angulariter vt cõ/
tingit eũ lineã. a. b. sitq; a. d. sibi equalis. & produco lineã. a. b. vsq;
ad. c. donec fiat. b. e. equalis. a. d. & protracta lineã. b. d. a puncto. e. duco lineã si/
bi equidistantemq; & lineã. a. d. produco quousq; concurrant in pũcto. f. dico
igitur lineã. d. f. esse quẽ querimus. est enim per secundã huius pporio. a. b.
ad. b. e. sicut. a. d. ad. d. f. sed. a. b. ad. b. e. est sicut. a. b. ad. a. d. per. 2. pte. & quin/
tit: quare. a. b. ad. a. d. sicut. a. d. ad. d. f. qd est propositum. Qd si propositis tribus
lineis velimus inuenire quartã. ad quam sit pporio tertie sicut primã ad secũ
dã: ex prima & secũda fiat lineã vnã & toti cõposite tertie: angulariter adiuſgat &
a cõmuni termino primẽ & secundẽ: ducatur lineã ad extremitatẽ tertie: & ab altero
termino secũde ducat huius lineẽ equidistans: quousq; concurrat cum tertia in cõ/
tinuũ rectũq; protracta: eritq; per secundã huius lineã qd bcc equidistãs ab/
scindet quẽ queritur: quẽadmodũ si in hac figura fuerit primã. a. b. secũda. b. e.
tertia. a. d. erit quarta. d. f.



Propositio .11.



Assignata lineã quotamcũq; iubearis partem abscin/
dere.

Sit. a. b. lineã assignata ab ea volo aliquotã partem vt pote ter/
tiam abscindere: coniũgo ei angulariter vt contingit lineã. a. inde/
finite quantitatis quẽ sit. a. c. a qua reſecto tres equas portiones.

que sint a. d. d. e. z. e. c. z. produco lineas .c. b. z. d. f. sibi equidistantes. dico. a. f. esse tertiam. a. b. est enim per secundam huius proportionis. c. d. ad. d. a. sicut. b. f. ad. f. a. quare coniunctim. c. a. ad. d. a. sicut. b. a. ad. f. a. cum igitur. c. a. sit tripla. ad. d. a. patet. a. f. esse tertiam. a. b. quod est propositum.

Propositio .12.

Dubius lineis propositis altera indivisa altera per partes divisa: indivisam quidem ad modum divise dividere.

Sint duo lineae quas angulariter ut continget coniungam. a. b. z. a. c. sitq. a. b. divisa in tres vel qualescunq. portiones signatis i ea punctis. d. z. e. volo secundum easdem portiones dividere lineam. a. c. cum igitur ipsas angulariter coniuxero. protraham lineam. b. c. z. equidistantes. ei. d. f. z. e. g. dico istas equidistantes dividere lineam. a. c. in partes proportionales partib. a. b. protraham enim. f. b. equidistantes. a. b. que secet. e. g. in puncto. k. eritq. per se cuncta huius proportionis. g. f. ad. f. a. sicut. e. d. ad. d. a. z. c. g. ad. g. f. sicut. b. k. ad. k. f. quare z. sicut. b. e. ad. e. d. per. 34. primi. z. scdm partem. 7. quinti qd est ppositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes lineae. a. b. minus una. Et vero. 34. primi. z. septimi quinti minus duabus.

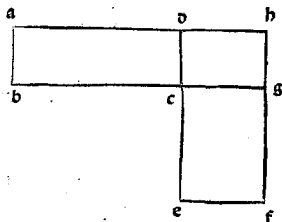
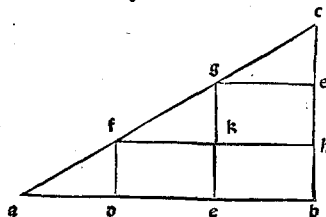
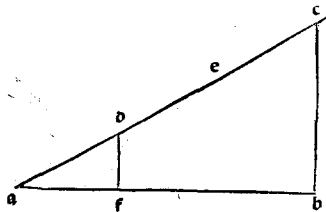
Propositio .13.

Si due superficies equidistantium laterum quarum unus angulus unus uni angulo alterius equalis equalis fuerint latera duos equos angulos continentia mutekesia eē Si vero latera duos equos angulos continentia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

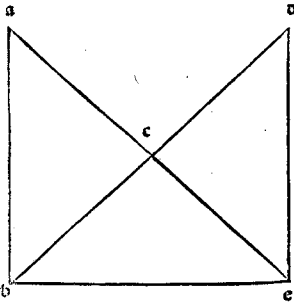
Sint due superficies. a. b. c. d. z. e. f. g. equidistantium laterum z. equales. sitq. angulus. c. unus equalis angulo. c. alterius. dico. p. portione. b. c. ad. c. g. esse sicut e. c. ad. c. d. z. si p. portio. b. c. ad. c. g. fuerit sicut. e. c. ad. c. d. z. predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales. coniungam enim eas angulariter videlicet angulum. c. unus cum angulo. c. alteri? ita q. duo latera earum que sunt. b. c. z. c. g. fiant linea una z. eruntq. similiter duo reliqua latera. d. c. z. c. e. linea una. alioquin sequeretur per presentem p. portio. que est angulum. c. unus: esse equalem angulo. c. alterius. z. per. 15. primi: partem eē equalem toti. cōplebo itaq. superficiem equidistantium laterum productis lineis. a. d. z. f. g. quousq. concurrant in. b. eritq. per primam partem. 7. quinti utriusq. superfici. a. c. z. c. f. ad superficiem. c. b. proportio una: z. quia per primam huius p. portio superfici. a. c. ad superfici. c. b. sicut lineae. b. c. ad lineam. c. g. z. superfici. c. f. ad eandem superficiem. c. b. sicut. e. c. ad. c. d. manifesta ē prima pars p. portio cō divisionis. Scdm ps sic p. p. primā eni huius ē proportio. b. c. ad. c. g. sicut. a. c. ad. c. b. z. e. c. ad. c. d. sicut. c. f. ad eandē. c. b. z. q. posui ē q. proportio. b. c. ē ad. c. g. si aut. e. c. ad. c. d. erit utriusq. duar. superficiū. a. c. z. e. g. ad superfici. c. b. vna p. portio. ergo per primā partem. 9. quinti. a. c. est equalis. c. f. sicq. patet scda pars.

Propositio .14.

Si duo trianguli quorum unus angulus unus uni angulo alteri? equalis eqles fuerint: latera duos angulos equos continentia erunt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos continentia fuerint mutekesia duo trianguli eqles



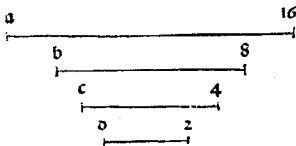
LIBER



esse comprobantur.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. equales: sitq; angulus. c. vnus equalis angulo c. alterius: dico proportionem. a. c. ad. c. e. esse sicut. d. c. ad. c. b. et si fuerit pporio a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. et predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illos duos triangulos esse equales: coniungam enim eos angulariter ita q; latera. a. c. et c. e. fiant linea vna. et vniq; similiter. b. c. et c. d. linea vna. aliter sequeretur partem esse equalem toti. per. 15. primi: et protraham lineam. b. e. eritq; per primam ptem et quinti vtriusq; dictorum triangulorum ad triangulum. c. b. e. proportio vna: et q; per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut. a. c. ad. c. e. et secundi eorum ad eundem sicut. d. c. ad. c. b. manifesta est prima pars pposite conclusionis. **S**ecunda pars eodemo probatur. q; a. c. ad. c. e. est sicut primi trianguli ad triangulum. b. c. e. et d. c. ad. c. b. sicut secundi ad eundem per primam huius: et quia possumus esse ut sit a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. erit vtriusq; dictorum triangulorum ad triangulum. b. c. e. vna proportio: quare per primam ptem. 9. quinti ipsi sunt equales. sicutq; patet secunda pars.

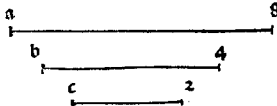
Propositio .15.



Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima et vltima rectangulum continetur: equum erit ei quod sub duabus reliquis. Si vero quod sub prima et vltima continetur equum fuerit ei quod sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales esse conuenit.

Sint quatuor linee. a. b. c. d. proportionales: Sitq; proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q; superficies contenta sub. a. et d. equalis est superficiei contente sub. b. et c. et si superficies contenta sub. a. et d. est equalis superficiei contente sub. b. et c. et eo q; proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. fiant enim superficies contenta sub. a. et d. et superficies contenta sub. b. et c. Si ergo est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. latera illarum superficierum erunt mutekesia. sed et anguli ab eis contenti equales: q; vtraq; est rectorum angulorum: quare per scdm partem. 13. huius ipsi sunt equales quod est primum. **S**cdm patet per primam partem eiusdem. si enim ipse sunt equales. q; oes anguli eorum sunt recti: latera eorum erunt mutekesia: quare proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est secundum.

Propositio .16.



Si fuerint tres linee proportionales quod sub prima et tertia rectangulum continetur: equum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima et tertia continetur equum est ei quadrato quod a secunda producit: ipse tres linee proportionales erunt.

Sit proportio linee. a. ad lineam. b. sicut linee. b. ad lineam. c. dico q; superficies contenta sub. a. et c. equalis est quadrato. b. et si superficies contenta sub. a. et c. est equalis quadrato. b. dico q; proportio. a. ad. b. est sicut. b. ad. c. hoc autem est eundem per precedentem posita alia linea que sit equalis. b. ita q; b. sit in ratione secunde et tertiae.

Propositio .17.



Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterum est tanquam proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum alterius duplicata. Manifestum est etiam ex hoc quod omnium trium linearum continue proportionalium quarta est prima ad tertiam tanta erit superficies constructa super prima ad superficiem constructam super secundam cum fuerit ei similis in lineatione et creatione.

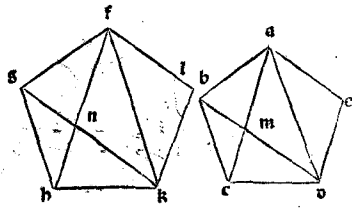
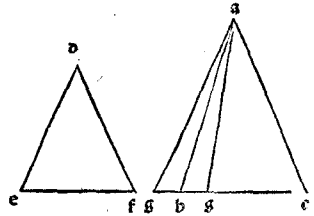
Sint duo trianguli. a. b. c. et d. e. f. similes eruntque per definitionem equianguli et laterum proportionalium. Sit ergo angulus a. equalis angulo d. et angulus b. angulo e. et angulus c. angulo f. eritque proportio a. b. ad d. e. et a. c. ad d. f. sicut b. c. ad e. f. dico quod proportio trianguli a. b. c. ad triangulum d. e. f. est sicut proportio b. c. ad e. f. duplicata. Subiungat enim secundum doctrinam 10. huius duabus lineis b. c. et e. f. tertia in continua proportionalitate que sit. c. g. pertracta aut resecata. c. b. si c. g. fuerit ea maior aut minor et producat lineam g. a. eritque per secundam partem. 14. huius triangulus a. g. c. equalis triangulo d. e. f. propter id quod proportio a. c. ad d. f. est sicut e. f. ad c. g. et angulus c. equalis angulo f. quare per secundam partem. 7. quinti trianguli a. b. c. ad utrumque illorum erit una proportio: sed per primam huius proportio trianguli a. b. c. ad triangulum a. g. c. est sicut b. c. ad g. c. At vero proportio b. c. ad c. g. sicut b. c. ad e. f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: 8. proportio trianguli a. b. c. ad triangulum d. e. f. est sicut proportio b. c. ad d. f. duplicata quod est positum. Si autem c. g. sit equalis b. c. erit per secundam partem. 14. huius triangulus a. b. c. equalis triangulo d. e. f. equalis autem proportio componitur ex equali duplicata vel tripliata vel quotienscumque sumpta. Istam eandem passionem possemus eodem modo et per eandem mediam demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sumpta solui. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autem eam. quod per sequentem demonstratur vniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per coroll. quod vniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus notandum patet nisi de triangulis. 13. demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic et non in sequente quia est coroll. huius. non autem sequentis: ex modo enim demonstratio nis huius sua veritas manifestata est. non ex modo illius.

Propositio .18.



Omnēs due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atque numero equales. Estque per proportionem alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata.

Sint gratia exempli duo pentagoni. a. c. d. f. h. k. siles. dico quod ipsi sunt diuisibiles in triangulos siles numero equales. et quod proportio alterius eorum ad alterum est sicut a. b. ad f. g. proportio duplicata. Ducat ei lineam due. a. c. et a. d. itaque f. b. et f. k. eritque per presentem proportionem. et per. 6. huius triangulus a. b. c. equiangulus triangulo f. g. b. et triangulus a. c. d. triangulo f. l. k. Similiter quoque per hanc eandem sciam. Si quod equalibus equalia demas que re. equalia sunt: erit triangulus a. c. d. equiangulus triangulo f. b. k. Nam ipsi pentagoni positi sunt equianguli. et latera proportionalia: et quod trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem equianguli: ut probatum est. erunt etiam siles per. 4. huius et definitionem similitudinis superficie: quare cum ipsi sint numero equales patet primum. Secundum sit. pertractant. b. d. que secet. a. c. in puncto



m. z. g. k. que secet. f. b. in puncto. n. critq; triangulus. b. c. d. equiangulus triangulo. g. b. k. per. e. huius z presentē ypoth. quare z triangulus. a. b. m. triangulo. f. g. n. z. a. m. d. f. n. k. ergo p. 4. huius proportio. b. m. ad. g. n. est sicut. a. m. ad. f. n. z. a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. 11. quinti. b. m. ad. g. n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo pmutatim. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primā huius. a. b. m. ad. a. m. d. z. b. c. m. ad. c. m. d. sicut. b. m. ad. m. d. z per eandē. f. g. n. ad. f. n. k. z. g. n. b. ad. b. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo p. 13. quinti. a. b. c. ad. a. c. d. sicut. f. g. b. ad. f. b. k. quare pmutatim. a. b. c. ad. f. g. b. sicut. a. c. d. ad. f. b. k. eadē rōne p. babis qd z sicut. a. e. d. ad. f. l. k. ergo p. 13. pmi quiti toti? pētbagoni ad totū pētbagonū sicut. a. b. c. ad. f. g. b. per pmissam igitur est proportio pentbagoni. a. c. d. ad pentbagonū. f. b. k. sicut pportio. a. b. ad. f. g. duplicata qd est ppositū: ex quo rursus patet concl. precedentis. ¶ Alter pot demonstrari scdm. cu eni trianguli i quos pētbagoni diuidunt sunt adinuicem similes: crit per pcedētem proportio. a. b. c. ad f. g. b. sicut. b. c. ad. g. b. duplicata. z. a. c. d. ad. f. b. k. sicut. c. d. ad. b. k. duplicata. z. a. e. d. ad. f. l. k. sicut. d. c. ad. k. l. duplicata. qz igitur omnes hęc pportiones duplicatae sunt equales propter hoc qd ppositū est simplas esse equales: crit p. 13. quin/ ti totius pentbagoni ad totum pentbagonum sicut lateris vnius ad suum relati/ unum. latus alterius proportio duplicata.

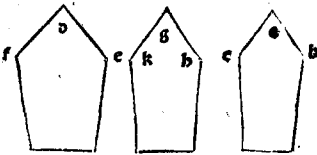
Propositio .19.



Supra datam lineam date superficiē similem describere.

¶ Sit data linea. a. b. supra quā volo constituere superficiē similem date supficiē que sit pentbagona: z sit. c. d. e. f. g. diuido hunc pētbagonū in triangulos ductis lineis. d. f. z. d. g. z sup punctū. a. cōstituo angulum equalē angulo. c. ducta linea. a. b. z super punctū. b. cōstituo alium angulum: qui sit. a. b. b. equalē angulo. c. d. g. ptracta linea. b. b. quousq; cōcurrat cū a. b. in puncto. b. critq; per. 32. pmi angulus. a. b. b. equalis angulo. c. g. d. z ideo per. 4. huius latera duoz trianguloz. g. c. d. z. b. a. b. pportionalia: facio qgoq; angulum. b. b. k. ducta linea. b. k. equalē angulo. g. d. f. z angulum. k. b. l. ducta linea. b. e. equalē angulo. f. e. d. z angulum. b. b. k. ducta linea. b. k. equalē angulo. d. g. f. z angulum. b. k. l. ducta linea. k. l. equalē angulo. d. f. e. critq; perfectus pentbagonus qui cōstituend⁹ erat sup lineā. a. b. est eni equiangulus dato pentbagono ppter equalitatē anguloz trianguloz in quos est vterq; diuisus sed z laterū pportionalitū propter pportionalitatē laterum ipsorū trianguloz que ex. 4. huius cū/ denter apparet: quare per diffinitionem similitudinū superficiē pentbagonus cō/ stitutus super lineam. a. b. est similis pentbagono dato qd est ppositum.

Propositio .20.



Si fuerint vni superficiē similes quilibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

¶ Sit vterq; pentbagonorum. a. b. c. d. e. f. similis pentbagono. g. b. k. dico eos esse similes sibi inuicem. Est enim vterq; eorū equian/ gulus pētbagono. g. b. k. per cōuersionē diffinitōis filij superficiē: quare sunt equianguli adinuicē. Similiter quoq; p cōuersionē eiusdē diffinitōis

Proportio. a. b. ad. g. b. sicut. a. c. ad. g. k. z. g. b. ad. d. e. sicut. g. k. ad. d. f. ergo per equam proportionalitatem. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. eodem modo probabitur reliqua latera pentagonorum. a. b. c. z. d. e. f. continentia equos angulos esse proportionalia. per definitionem itaq; similium superficierum ipsi sunt similes ad invicem. quod est propositum.

Propositio .21.

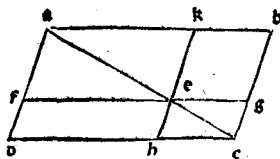
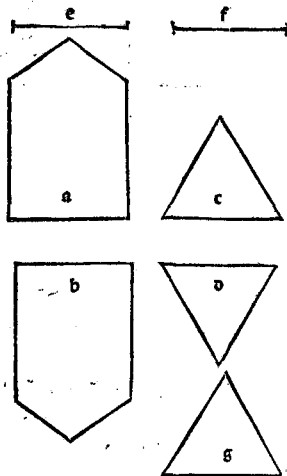
Si fuerint quotlibet linee proportionales atq; sup binas z binas similes superficies designentur: ipse quoq; superficies erunt proportionales. Si vero super binas z binas similes superficies constitute fuerint proportionales: ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est.

¶ Sint quatuor linee proportionales. a. b. c. d. sitq; proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico qd si superficies similes constituentur super. a. z. b. vtpote duo pentagoni similes z alie similes constituentur super. c. z. d. vtpote duo trianguli similes: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. Qd si fuerint pentagoni similes z similiter etia trianguli similes: fueritq; proportio pentagoni ad pentagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico qd erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Subiungat enim lineis. a. z. b. e. z lineis. c. z. d. f. in continua proportionalitate: sicut docet. 10. huius. eritq; per. 22. quinti z per equam proportionalitatem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. quia ergo per conel. 17. huius proportio pentagonorum: e sicut. a. ad. e. z triangulorum sicut. c. ad. f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: z hoc est primū. ¶ Scdm sic patet. Sint duo pentagoni similes z duo trianguli similes. sitq; proportio pentagonorum sicut triangulorum: dico qd proportio. a. ad. b. e sicut. c. ad. d. Sit enim. e. ad. g. sicut. a. ad. b. hoc enim qualiter fiat. dictum est supra. 10. huius. z super. g. fiat sicut docet. 19. huius. superficies similis illi que est constituta super lineam. c. eritq; per premissam similis ei que constituta est super lineam. d. eritq; etiam per primam partem huius. 21. que proportio pentagoni. a. ad. pentagonum. b. eadem trianguli. c. ad. triangulum. g. sed eadem erat etiam trianguli. c. ad. triangulum. d. ergo per secundam partem. 9. quinti triangulus. d. est equalis triangulo. g. Et quia sunt similes: erit linea. g. equalis lineae. d. per primam partem. 17. huius cum super lineas. c. d. z. g. sint trianguli: vel per secundam partem. 18. cum fuerint quelibet alie figure multiangule: equalitas enim nō pducit ex aliqua proportionione duplicata vel triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex eqli. erit itaq; c. ad. d. sicut. a. ad. b. quod est propositum.

Propositio .22.

An te superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistunt toti parallelogramo atq; sibi invicem sunt similes.

¶ Sit vt in parallelogramo. b. d. cuius diameter. a. c. consistant superficies. g. b. z. f. k. equidistantia lateri. circa diametrum. dico eas esse similes toti parallelogramo z sibi invicem. e enim p scōaz b⁹. b. g. ad. g. c. z. d. b. ad. b. c. sicut. a. e. ad. e. c. ergo coniectz. b. c. ad. c. g. z. d. c. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e. qre p. 11. huius b. c. ad. c. g. sicut. d. c. ad. c. b. sed etiam sicut. a. b. ad. c. g. cū. a. b. sit eqlis. d. c. z. e. g. b. c. eodem modo erit. a. d. ad. e. b. sicut. a. b. ad. e. g. z. d. c. ad. b. c. quia ergo ista



parallelograma sunt equiangula constat per diffinitionē similium superficiēz. g. b. esse sile. b. d. Sili quoq; modo pbat. f. k. ēē sile eidē. ppter hoc q. b. a. ad. a. k. z. d. a. ad. a. f. ē sicut. c. a. ad. a. e. p. scōz but? z cōiūctā pportionalitatē: qre p. 20. but? f. k. ē etiā sile. g. b. sicq; p; totū.

Propositio .23.

Si in suo spacio palellogramū partiale distinctum toti palellogramo simile. atq; scōm suū illius esse fuerit: circa eiusdem diametrum consistit.

Ut sit ut in palellogramo. b. d. sit distinctum palellogramū. f. g. qd sit sibi simile. z scōm suū ēē. i. participans cū eo in angulo. c. dico q palellogramū. f. g. consistit circa diametru palellogrami. b. d. z. est bec conuersa precedentis. producā enī. a. e. c. que si fuerit diameter palellogrami. b. d. cōstat ppositum. Sin autem sit. a. b. c. diameter eius. z oucā. b. k. equidistans. f. c. eritq; per pmissam palellogramū. f. k. simile palellogramo. b. d. ergo per conuersionē diffinitionis similium superficiēz pportio. b. c. ad. k. c. ē sicut. d. c. ad. f. c. sed per eandē cōuersionē dicte diffinitionis pportio. b. c. ad. g. c. ē sicut. d. c. ad. f. c. propter id qd palellogramum. f. g. positum est simile palellogramo. b. d. ergo per 11. quinti pportio. b. c. ad. g. c. est sicut. b. c. ad. k. c. vtrāq; enī est sicut. d. c. ad. f. c. quare p secūdā pte none quinti. g. c. est equalis. k. c. pars videlicet toti quod ē impossibile. Erit igitur. a. e. c. diameter palellogrami. b. d. quod est ppositum.

Propositio .24.

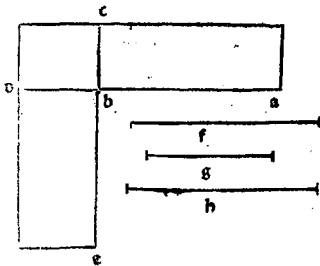
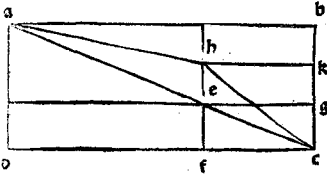
Omniū duarum superficiū equidistantium laterum quarum vnus angulus vnus vni angulo alterius equalis pportio alterius ad alteram ē que pducitur ex duab; pportionibus suoz laterz duos equos angulos pinentium

Sint due superficies equidistantiū laterū. a. c. z. e. d. sitq; angul? b. vnus equalis angulo. b. alterius. dico q pportio vnus ad alterā pducta est ex pportione. a. b. ad. b. d. z. c. b. ad. b. e. disponā enim has duas superficies pentus sicut disposui eas in. 13. huius. adiuncto ad vtrāq; palellogramo. c. d. z. ponam ut pportio linez. f. ad lineā. g. sit sicut. a. b. ad. b. d. z. g. ad. b. sicut. c. b. ad. b. e. equaliter enī hoc fiat. dictum est supia. 10. huius: eritq; per primā huius. z. 11. quinti. a. c. ad. c. d. sicut. f. ad. g. z. c. d. ad. d. e. sicut. g. ad. b. quare p. 22. quinti erit in equa pportionalitate. a. c. ad. d. e. sicut. f. ad. b. z quia. f. ad. b. pducitur ex. f. ad. g. z. g. ad. b. vt dictū ē in fine expositionis. 11. diffinitōis qnti. erit ut. a. c. ad. d. e. pducā ex eisde: qre cōstat ppositū.

Propositio .25.

Ate superficie similes alijq; pposite equalem designare.

Sint pposite due superficies rectilinee. A. pentagona. B. exagona. volo facere vnā superficiē similem. a. z equalē. b. vtrāq; ppositaz superficiez resoluo in triangulos. A quide; i triangulos. c. a. d. B. vero i triangulos. e. b. f. g. z sup basim superficiē. a. que sit. b. k. cōstituo se cū dū docturā. 44. primi superficiē equidistantium laterum rectangulam equalē c. que sit. b. l. z. l. m. equalē. a. z. m. n. equalē. d. ut sit tota superficies equidistantium laterum. b. n. constituta super basim. b. k. equalis pentagono a. Eodem modo super lineam. k. n. que est sim latius superficiē constituo aliā superficiē rectangulā eqlem exagono. b. qz facio. k. o. equalē. e. z. o. p. equalē. b. z. p. q equalē. f. z. q. r. equalē. g. vt sit tota rectangula superficies. n. r. equalis exagono.



b. & pono per .9. huius lineam. f. t. proportionale inter lineam. b. k. & lineam. k. r. & super eam scdm doctrinam. 19. huius constituo superficiem. v. similem superfici a. dico ipsa esse qua querimus & equalem superfici. b. cum eni tres linee. b. k. f. r. & k. r. sint continue proportionales. & super prima & secunda sunt constitute superficies similes videlicet. a. z. v. erit per coroll. 17. huius. a. ad. v. sicut. b. k. ad. k. r. quare per primam huius sicut. b. n. ad. n. r. & ideo per primam partem septime qn si sicut. a. ad. n. r. & propter hoc per secundam partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaqz per scdam. parte. 9. quinti. v. est equalis. b. qd est propositum. Qd etiā possum ex pmutata pportionalitate facile pbare. quia cum sit. a. ad. v. sicut. b. n. ad. n. r. erit permutatim. a. ad. b. n. sicut. v. ad. n. r. & quia. a. est equalis. b. n. erit. v. equa/ lis n. r. quare. v. est etiā equalis. b. per hanc comune scientiam: quaecunqz vni e ei/ dem sunt equalia inter se sunt equalia. Nō est autē necessariū vt superficies. b. l. l. m. z. m. n. equidistantium laterum equales triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. z. q. r. equales triangulis. e. b. f. g. sint rectangule. sed ut angulus extrinsec⁹ superficies. l. m. sit equalis angulo intrinseco superfici. l. h. & extrinsecus. m. n. in/ trinseco. m. l. Similiter quoqz ut extrinsecus superfici. k. o. sit equalis intrinseco superfici. b. n. & extrinsecus. o. p. intrinseco. k. o. sicqz de ceteris. Cum eni sic fue rit erit vnaquaqz linearum. k. n. & sibi opposita. b. m. itemqz. b. r. & sibi opposita. n. q. linea vna per ultimam partem. 29. primi: & per. 14. eiusdem: quotiens oportuc/ rit equaliter reperitis: propter id qd omnes superficies. b. l. l. m. z. m. n. Itemqz. k. o. o. p. p. q. z. q. r. sunt equidistantium laterum & angulus extrinsec⁹ cuiusqz lequē/ tis est equalis intrinseco eā precedentis: quare due superficies. b. n. z. n. r. erunt equi/ distantium laterū & inter lineas equidistantes. & equalis altitudinis. Cetera ergo argue vt prius.

Propositio 26.



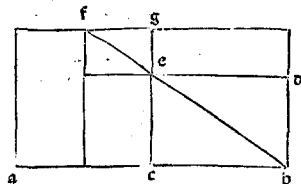
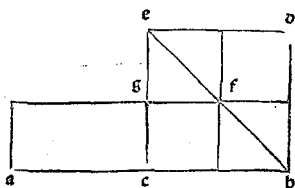
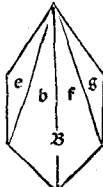
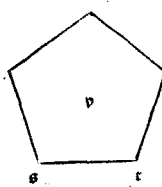
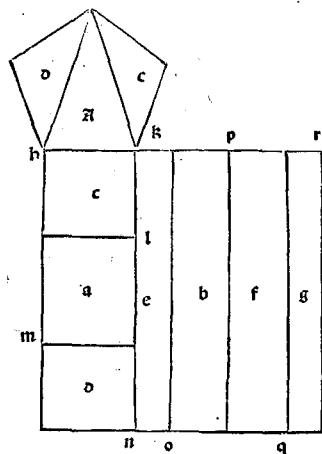
Super dimidiū date linee pallelogramū designatum ma/ ius ē eo pallelogramo cui date linee applicato deest ad cōpletionē linee silē & sup diametris consistens super di midium collocati.

Si sit data linea. a. b. sup cuius dimidiū. c. b. cōstituat pallelogramū c. d. cuius diameter. b. e. & ad lineā. a. b. applicet pallelogramū. a. f. cuius vni lar⁹ fecer. e. c. in puncto. g. ita qd ad cōplementū totius lineē. a. b. deest superficies. f. b. g sit similis superfici. c. d. & consistēs circa diametrum eius: dico tunc qd pallelogramū c. d. est mai⁹ pallelogramo. a. f. Est eni p primā huius. a. g. equale. g. b. & p. 43. pri mi. c. f. equale. f. d. ergo per hāc comune scientiam: si equalibus equalia addas. & c. erit gnomio cōstans ex tribus pallelogramis q̄ sunt. c. f. f. b. & f. d. eq̄lis pallelogra mo. a. f. quare pallelogramū. c. d. ē maius pallelogramo. a. f. i pallelogramo. e. f. qd ē propositū. Idē etiā eēt si superficies. a. f. fieret altior superficie. c. d. vt videre po/ tes in secunda figura i qua etiā per primā huius. a. g. ē equale. g. b. demptis itaqz vtriqz duobus supplementis superfici. f. b. excedet pallelogramū. c. d. pallelogra/ mum. a. f. in pallelogramo. f. c.

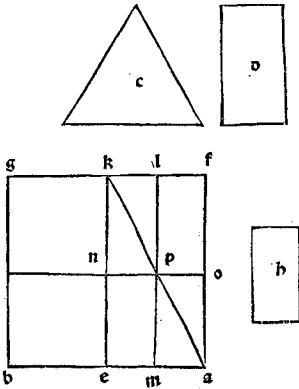
Propositio 27.



Tri latera superficie pposita equi ei sup quēlibet assigna/ tā lineā pallelogramū designare cui dehit ad cōplēdā line am alij superficie pposite silē pallelogramū qd scdm eiusdē suum esse pallelogramo super dimidiū date lineē col/ locato minime minus existat.



LIBER

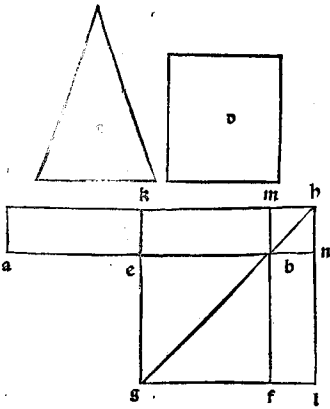


Sit assignata linea. a. b. et propositus triangulus. c. propositusq; palellogramum d. volo super lineam. a. b. designare palellogramū equale triangulo. c. ita q; desit ad cōplendam lineam. a. b. palellogramū simile. d. et sit ita conditionatū. q; tri- angulus. c. non sit maior palellogramo simili. d. collocato sup dimidiū lineae. a. b. alioquin ad impossibile laboraret per premissam. Divido igitur lineā. a. b. per e/ qualia in puncto. e. et secundum doctrinam. 19. huius. super eius medietatem. e. b. constituo palellogramū. e. f. simile. d. et complebo super totam lineam. a. b. pa- ralellogramū. b. g. quia igitur. c. non est maior palellogramo. e. f. sed equalis ei aut minor sicut positū est. Si fuerit ei eq̄lis. erit palellogramū. e. g. quale intendi p. 36. pmi coadinnate pma pte. 9. et p diffinitionē siliū supficietū. 20. hui⁹. Si aut̄ minor sit minor in superficie aliq̄ cui eq̄lis et siliis. d. fiat fm doctrinā. 25. huius que sit b. eritq; b. similis. e. f. per. 20. huius. quare per conversionem diffinitionis equan- gula sibi et proportionalium laterum: protraham igitur in palellogramo. c. e. f. dia- metrum. b. k. et resecabo latera. k. f. et e. k. superficiei. e. f. ad mensurā laterum sup- ficiei. b. protraxis lineis. l. m. et n. o. equidistantibus lateribus superficiei. e. f. se/ cantib⁹ se in pūcto. p. et superficies. k. p. sit equalis et similis supficii. b. eritq; p. 23. huius punctū. p. in diametro. k. b. protracta itaq; o. n. vsq; ad. a. g. vico parallelo- gramū. a. p. esse q̄le pponit. Deest enī sibi ad cōplētū lineae. a. b. palellogramū p. b. q̄ per. 22. et. 20. huius est simile palellogramo. d. Sed ipsū etiā palellogramū a. p. est equale triangulo. c. Est enim per primā huius. a. n. equale. n. b. ergo p. 43. primi: et hanc cōmunem scientiā: si equalibus equalia addas. et. palellogramū a. p. est equale gnomoni. n. b. l. et quia iste gnomon est equalis triangulo. c. propter id q̄ palellogramū. e. f. positum fuit esse maius triangulo. c. in palellogramo b. q̄ est equale palellogramo. k. p. patet ppositum.

Propositio 28.



Super datam lineam date superficiei trilatere equum pa- ralellogramum constituere. q̄ addat super cōplētionem date lineae superficiem equidistantium laterū date super- ficiei equidistantium laterum similem.



Sit vtriusq; data linea. a. b. et datus triangulus. c. datumq; para- lellogramum. d. volo super lineam. a. b. constituere palellogramū equale triangu- lo. c. q̄ addat super totam lineā. a. b. palellogramū simile. d. divido lineam. a. b. p equalia in puncto. e. et super eius medietatem. c. b. facio. e. f. similem. d. fm q̄ do/ cet. 19. huius. et fm doctrinam. 25. huius. facio. k. l. cui⁹ diametrū. g. b. similem. d. et equalē duabus superficibus. e. f. et c. eritq; per. 20. huius. k. l. similis. e. f. sup- posita igitur superficiei. k. l. supficii. e. f. ita q; abe cōmunicet in angulo. g. erit per 23. huius superficiei. e. f. consistens circa diametrum superficiei. k. l. quare pūctū b. est in diametro. g. b. cōplebo igitur palellogramū. a. b. q̄ vico esse quale ppo- nitur. q̄ cōstat ptractis lineis. f. b. vsq; ad. m. et lineā. e. b. vsq; ad. n. Est enim per primam partem huius. a. k. equalē. k. b. et ideo per. 43. primi ē etiā eq̄le. n. f. addi/ to ergo vtriq; e. b. erit p cōj. sciam. a. b. equale gnomoni. e. b. f. sed iste gnomon ē equalis triangulo. c. quia palellogramū. k. l. positum fuit equalē duab⁹ superfici- ebus. c. et e. f. ergo palellogramū. a. b. ē eq̄le. c. et addit ad cōplētū lineae. a. b. pa- lellogramū. m. n. q; p. 22. et. 20. b⁹ ē sile palellogramo. d. q̄re pstat pfectū esse quod

volumus. Possumus aut ad lineā datā adiungere parallelogramū equale nō solū tri-
angulo superficiē posite. sed et cūlibet rectilinee figure propositę quęcumq; ipsa fue-
rit cui desit ad cōplendā lineam datam superficies similis superficiē equidistanti
um laterum propositę: sicut docet pmissa observata conditione eius ne laboretur
ad impossibile per ante pmissam. vel q; addat ad cōplendā lineam superficiē
equidistantium laterum similis superficiē propositę: sicut proponit conclusio pre-
sens. propositam enim superficiem cui equale parallelogramū debet ad lineā da-
tam adiungi. q; addat aut diminuat ad completionem linee parallelogramū simi-
le parallelogramo dato: resolvemus in triangulos. et ipsis mediantibus describe-
mus superficiem equidistantium laterum totali superficiē propositę equalem. hoc
autem qualiter fiat: et si scire volueris. require. 25. huius. debinc super duplum ba-
sis eius equalis altitudinis triangulum cōstituemus: quē si. 44. primi diligenter in-
spexeris parallelogramo prius designato invenies esse equalem: quare et superfi-
ciei propositę: hinc ergo triangulo si equale parallelogramū ad lineam datam ad-
iunxeris q; addat ad complementum linee aut minuat parallelogramū simile pa-
rallelogramo dato secundum q; docet hic et pmissa: quod propositum erat te p-
fecisse non dubites.

Propositio .29.

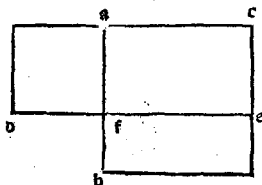
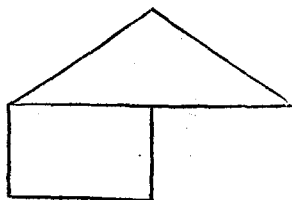
Quamlibet lineam propositam secundū proportionem ha-
bentem medium. duosq; extrema secare.

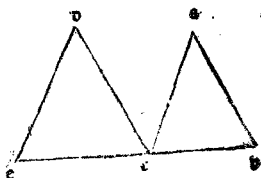
Si proposita linea. a. b. q; volo dividere secundū proportionem
habentem medium et duo extrema ex ipsa describo quadratum. b. c.
et ad eius latus. a. c. adiungo fm q; docet pmissa parallelogramū
e. d. equale quadrato. b. c. q; addat ad cōplementū linee. a. c. parallelogramū. a. d.
q; sit simile b. c. sitq; latus parallelogrami. c. d. q; equidistat. a. c. d. e. et secet lineam
a. b. in puncto. f. dico lineā a. b. esse divisā in puncto. f. sicut proponitur: est enī
a. d. quadratum propter id q; est simile. b. c. quare. a. f. est equale. f. d. sed z. f. c. est
equalis. a. b. propter id q; est equalis. a. c. per. 34. primi: et quia. c. d. equale. b. c.
dempto vtrūq; c. f. erit. a. d. equale. e. b. et angulus. f. vnius angulo. f. alterius. et
go per. 13. huius latera sunt mutuelia: ergo. c. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. et q; e. f.
est equalis. a. b. z. f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per definitionem
est divisā ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi: dividatur
enim. a. b. in puncto. f. fm q; docet. 11. secundi: sitq; e. b. q; continetur sub tota. a.
b. et eius parte. f. b. ita q; f. c. sit equalis. a. b. z. a. d. sit quadratum. a. f. est itaq;
per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. q; restat arguere ut p¹: per. 13. huius.
vel sic cum. a. b. sit divisā in puncto. f. secundum q; docet. 11. secundi. q; sit ex. a. b.
prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partē
16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secunda ad. f. b. tertiā
per definitionem itaq; divisā est. a. b. ut proponitur.

Propositio .30.

Si fuerint duo trianguli super vnū angulū: p¹nti quorū
duo latera angulū illū continentia duobus alijs eorum
lateribus equidistat. fuerintq; illa quorū latera scōm equi-
distantiam relata proportionalia. illos duos triangulos
super vnā lineam rectam cōstitutos esse necesse est.

Si duo trianguli. a. b. c. d. e. p¹nti sup angulū. a. c. d. sitq; a. c. equidistās



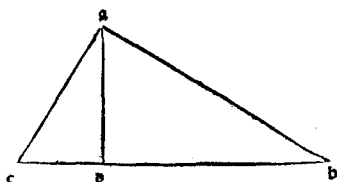


d. e. z. d. c. a. b. z. sit proportio. a. c. ad. d. e. sicut. a. b. ad. d. c. dico qd due bases eo-
rum. b. c. z. e. c. sunt linea vna. Est enim angulus. a. equalis angulo. d. quia utraqz
eorum est equalis angulo. a. c. d. per primam partem. 29. primi: igitur per presentem
propterea. 2. 6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. z. angulus. b. est equalis angulo
d. c. e. z. angulus. a. c. b. angulo. e. quare per. 32. primi: tres anguli qui sunt. ad. c.
sunt equales duobus rectis: ipsi eni equant tribus angulis vtriuslibet duorum tri-
angulorum: ergo p. 14. primi. b. c. est linea vna: quod est propositum.

Propositio .31.



In omni triangulo rectangulo superficies lateris qd sub-
tenditur angulo recto equalis est superficiebus duorum la-
terum angulum rectum continentium pariter acceptis. cu
fuerint similes ei in lineatione z. creatione:



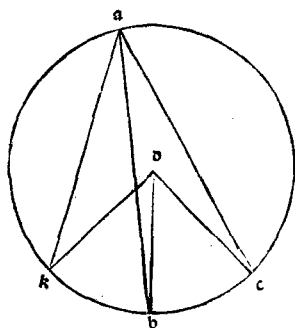
Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis proponit
hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. vnde hec est illa ratio vni-
uersalis quanto superficies laterata qdrato. Sit itaqz triangulus rectangulus. a.
b. c. cuius angulus. a. sit rectus. dico qd superficies constituta super latus. b. c. est
equalis duabus superficiebus constitutis super. a. b. z. a. c. cuqz omnes tres super-
ficies fuerint similes in figura z. situ: ducam perpendicularem. a. d. ad lineam. b. c.
eritqz per secundam partem coroll. 8. huius proportio. b. c. ad. c. a. sicut. c. a. ad. d. c.
z. c. b. ad. b. a. sicut. b. a. ad. d. b. Si itaqz super quolibet tritu linearum. b. c. c. a. z. a.
b. fiat superficies similis alijs in figura z. situ. erit per coroll. 17. huius proportio sup-
ficii constitute sup. b. c. pma. ad constituta sup. c. a. scdaz sicut. b. c. pme ad. d. c. itia z
ite eiusde superficie constitute sup. b. c. pma ad constituta sup. a. b. scdaz sicut. b. c. pme
ad. d. b. itia p idem coroll. qre p couersa proportionalitate superficie. a. c. ad superficie. c. b
sicut. c. d. ad. c. b. z. sicut superficie. a. b. ad superficie. b. c. sicut. b. d. ad superficie. b. c. z. ponat
a. c. pma z. c. b. scda z. qta z. c. d. superficies itia. z. a. b. superficies quita. z. b. d. supfi-
cies sexta. z. arguat p. 24. quiti qd proportio superficie constitute super. b. c. ad.
duas superficies constitutas super. c. a. z. a. b. simul e sicut. b. c. ad. c. d. e. d. b. simul
quia igitur. b. c. est equalis duabus lineis. c. d. z. d. b. simul sumptis. erit superfi-
cies constituta super. b. c. equalis duabus superficiebus constitutis super. c. a. z. a.
b. simul sumptis: qd est pposita. Couersam quoqz huius possumus facile demon-
strare per modum demonstrationis vltimo primi. sit eni triangolus. a. b. c. sitqz super-
ficies constituta sup. b. c. equalis duabus superficiebus constitutis super duas line-
as. a. b. z. a. c. sibi similibus. dico qd angulus. a. est rectus: ponam enim angulu. c. a.
d. rectu. z. lineam. a. d. eqle. a. b. z. claudo sfficie ducta linea. d. c. eritqz p hac. 31. supfi-
cies constituta sup. c. d. eqlis duabz constitutis si duas lineas. c. a. z. a. d. sibi silibz. qre
etia constitute sup. b. c. sibi sili. hec eni posita e eqlis duabus constitutis sup. a. b. z. a.
c. sibi silibus: erit ergo linea. b. c. equalis. c. d. quare p. 8. primi angulus. a. e rectus
qd est propositum.

Propositio .32.

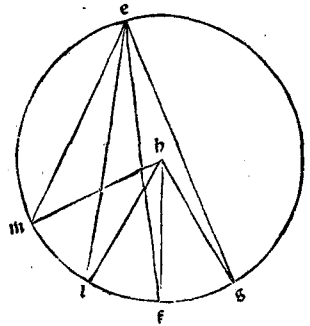


In circulis equalibus supra centru sine supra circulerē
tiam anguli constant. erit angulorum proportio tanqz
proportio arcuū illos angulos suscipientium.

Sint circuli. a. b. c. cuius centru. d. z. e. f. g. cuius centru. h. eqles:
sup quoz centra fiant duo anguli. b. d. c. z. f. b. g. z. sup eoz circulerē
tias alij duo qui sunt. b. a. c. z. f. e. g. dico qd pportio anguloz ita eoz q sunt sup cētra



q̄z eorū qui super circūferentiās: est sicut arcus. b. c. ad arcum. f. g. cōtinuabo enī illis duobus arcibus alios arcus equales. sine scōm eundē numerum: sine secundū duos: sitq; arcus. k. b. equalis. b. c. et utiq; duorum arcum. l. m. et. f. l. equalis f. g. et producam lineas. k. d. k. a. m. b. l. b. m. e. et. l. e. eruntq; per. 26. tertij anguli qui sunt ad. d. adinūicem equales. Similiter quoq; et qui sunt ad. b. adinūicē equales. Idem etiam de his qui sūt ad. a. et de his qui sūt ad. e. sicut igit arcus. k. c. est multiplex arcus. b. c. ita angulus. k. d. c. anguli. b. d. c. et angulus. k. a. c. anguli. b. a. c. similiter sicut arcus. m. g. est multiplex arcus. f. g. ita angulus. m. b. g. anguli. f. b. g. et angulus. m. e. g. anguli. f. e. g. sed si arcus. k. c. est equalis arcui. m. g. angulus k. d. c. est equalis angulo. m. b. g. et angulus. k. a. c. angulo. m. e. g. et si maior maior. et si minor minores per. 26. tertij. per definitionem itaq; incontinē proportionalitatis proportio arcus. b. c. ad arcum. f. g. est sicut anguli. b. d. c. ad angulū f. b. g. et sicut anguli. b. a. c. ad angulū. f. e. g. quod est propositum. Idem intelli/ ge in eodem circulo. Explicit liber sextus. Incipit liber septimus.



Vitas est qua vna queq; res vna dicitur. Numerus est multitudo ex vnitatibus cōposita. Naturalis series numerorum dicitur in qua secundū vnitatis additionem fit ipsorum computatio. Differentia numerorum appellatur numerus quo maior habēdar a minore. Numerus primus dicitur qui sola vnitatem metitur. Numerus cōpositus dicitur quē alius numerus metitur. Numeri contra se primi dicunt. qui nullo numero excepta sola vnitatem numerantur.

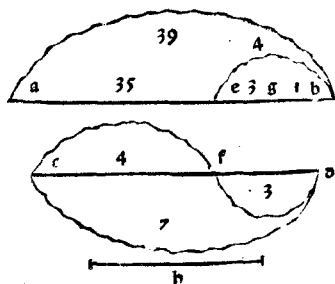
Numeri a. inūicem cōpositi sine cōmunicantes dicuntur. quos alius numerus q̄z vnitatem metitur. nullusq; eorum est ad aliū primus. Numerus per aliū multiplicari dicitur. qui totiens sibi coaceratur. quotiens in multiplicante est vnitatem. Productus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. Numerus alium numerum rare dicitur qui secundū aliquē multiplicatus illū pducit. Pars ē numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. Denominās est numerus secundū quē pars sumit in suo toto. Similes dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. Prima. simpla numeri pars est vnitatem. Quando duo numeri partem habuerint cōmunem tot partes maioris dicitur esse minor. quotiens eadem pars fuerit in minore. tōte vero quotiens ipsa fuerit in maiore. Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod ē maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundū quod ē continet et eius partem vel partes. Cum fuerint quotlibet numeri cōtinuē proportionales dicit. proportio primi ad tertium sicut primi scōm duplicata ad quartū vero triplicata. Cū cōtinuē fuerit eadē vel duplicata ad quartū vero triplicata. Cū cōtinuē fuerit eadē vel duplicata ad quartū vero triplicata. Cū cōtinuē fuerit eadē vel duplicata ad quartū vero triplicata. Cū cōtinuē fuerit eadē vel duplicata ad quartū vero triplicata.

Denominatio dicitur proportionis minoris quidē numeri ad maiorem pars. vel partes ipsius minoris. que in maiore sunt. Maior autem ad minorem totum. vel totum et pars vel partes: prout maior superfluit. Similes siue vna alij eadem dicuntur proportionē que eandem denominationem recipiant. Maior vero que maiore. Minor autem que minorem. Numeri vero quorū proportio vna: proportionē minores sumi impossibile est. Petitiones sunt quatuor. Quilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vlt multiplices. Quolibet numero aliquē quātilibet sumere posse maiorem. Seriem numerorum in infinitum posse procedere. Pulchritudo numerū in infinitū posse diminui. Communes animi cōceptiones sunt decē. Omnis pars minor est suo toto. Quicunq; eundē siue equalium fuerint eque multiplices: ipsi quoq; erūt eque. Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quorū eque multiplices fuerint equales: et ipsi etiam erunt equales. Omnis numeri pars ē vnitas ab ipso denominata. Omnis pars est minor que maiore habet denominationē: maior vero que minorem. Quilibet numerus totus est ab vnitate. quota pars ipsius ē vnitas. Quicunq; numerus in vnitatem ducitur. seipsum producit. Vnitas quoq; in quēcūq; ducta producit eundem. Quicunq; numerus numerat duos: numerat quoq; cōpositum ex illis. Quicunq; numerus numerat aliquē: numerat omnem numeratum ab illo. Quicunq; numerus numerat totum et detractum: numerat residuum.

Propositio .i.

Si a maiore duorum numerorū minor detrahatur. donec minus eo superfit. Ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquantur: Itēq; a reliquo primo reliquū secundū quousq; minus eo superfit: atq; in diuisione modi continua detractioe nullus fuerit reliquus: qui autem relictum numeret vsq; ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

Sint duo numeri. a. b. et c. d. minor detrahaturq; c. d. ex a. b. quotiens potest: et sit residuum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c. d. detrabatur et ipse. c. b. ex c. d. quotiens potest. sitq; residuum. f. d. sed et f. d. detrabatur ex e. b. quotiens potest: et si residuum. g. b. q. sit vnitas. dico tunc duos numeros. a. b. et c. d. esse contra se primos. Si enim sunt cōpositi numerabit eos cōmuniter per diffinitionē aliquis numerus preter vnitatem qui sit. b. et quia. b. numerat. c. d. numerabit. a. c. per penultimā cōceptionē: et quia idem numerat. a. b. numerabit etiam. e. b. per ultimā cōceptionē. ergo et c. f. per penultimā. quare et f. d. per ultimā. ergo et g. c. per penultimā. ergo et g. b. per vltimā. et quia. g. b. est vnitas. sequitur numerum esse partē vnitatis vel sibi equalem: quod est impossibile: erunt igitur. a. b. et c. d. contra se primi quod est propositum. Quod si duo numeri. a. b. et c. d. sint contra se primi. non erit in hac mutua detractioe status anteq; ad vnitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius qd auctor proponit. Si autē in hac mutua



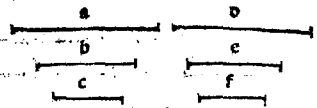
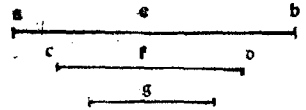
Detractione fuerit status anteq̃z perueniatur ad vnitatem: sit vt. g. b. sit numerus que detrabatur ab. f. d. et nihil sit residuū. igitur. g. b. numerat. f. d. ergo p penul. concept. numerat. e. c. g. et quia etiam numerat se ipsū numerabit p antepenul. cōcept. totum. e. b. ergo per penul. numerat. c. f. sed ostensum est prius q̃ numerat. f. d. ergo per antepenul. numerat totum. c. d. quare p penul. numerat. a. e. et q̃z ostēsum est prius q̃ etiam numerat. e. b. sequitur per antepenul. vt etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b. numerat vtrūq̃ duoz numerorū. a. b. et c. d. numeri. a. b. et c. d. sunt cōpositi: nō igitur contra se primi qd̃ est contra ypothē. ¶ Per banc ergo viam propositis quibuscq̃ duobus numeris inuestigamus vtrū ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniat ad vnitatem. ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq̃z perueniat ad vnitatem ipsi sunt compositi.

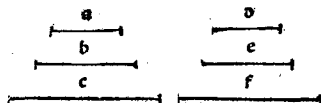
Propositio 2

Propositis duobus numeris adinuicem compositis maximum numerum comunem eos numerante inuenire. An manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans numerat numez maximum ambos numerantem. ¶ Sint duo numeri cōpositi. a. b. et c. d. maior. c. d. q̃z g numerat eos cōmuniter aliquis numerus p diffinitionē. volo inuenire maximum numerū eos cōmuniter numeratē. fm modū et similitudinē prioris: minuo maiore de maiori quoad possum. videlicet. e. d. de. a. b. et sit residuū. e. b. itemq̃z. e. b. de. c. d. quoad possum. et sit residuū. f. d. et quia huius diminutio nō pōt fieri infinites per vltimā partitionem: nec pōt etiā ad vnitatem peruenire in proposito per precedentē. quia tunc essent numeri ppositi cōtra se primi. qd̃ est contra ypoth. sit ut cū detraxero. f. d. ex. e. b. quoad potest nihil sit residuū. dico tunc. f. d. esse maximum numerum numerantē. a. b. et c. d. ¶ Quod enim numeret eos pariter per penul. et antepenul. cōcept. alternatim quotiens oportuerit repetas sicut in demonstratione conuicte precedentis. Numerat enī. f. d. e. b. q̃z cum ab ipso detrabitur quoad potest nihil sit residuū ergo et c. f. per penul. cōcept. ergo et c. d. p antepenul. quare et a. e. per penul. igitur et a. b. per antepenul. Qd̃ aut nullus maior. f. d. numeret. a. b. et c. d. sic patet. Si enim fieri potest: sit numerus. g. maior. f. d. numeras vtrūq̃ duoz numerorū. a. b. et c. d. quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul. concept. a. e. et q̃z numerat. a. b. numerabit per vltimā. e. b. ergo per penul. numerat. c. f. et quia etiam numerat. c. d. numerabit per vlt. f. d. maior: videlicet minor: quod est impossibile. Ex hoc scō pcellū liquet conel.

Propositio

Propositis tribus numeris adinuicem cōpositis maximum numerorū eos cōiter numerantium inuenire. ¶ Priusq̃z banc tertā cōclusionē demonstramus: demonstrandū arbitramur ipsi aūs: videlicet. ppositis tribus numeris qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicē compositi. ¶ Sint itaq̃z tres numeri. a. b. c. de quibus volo videre vtrū ipsi sint adinuicē cōpositi. per primā igitur inquirō an duo primi qui sunt. a. et b. sint adinuicē primi: qd̃ si fieri nō erūt. a. b. c. adinuicē cōpositi. p diffinitionē. Si aut. a. et b. sint adinuicē cōpositi: sit per precedentem. d. maxim⁹ numerus eos numeras: qui si numerat. c. erūt per diffinitionē. a. b. c. adinuicē compositi. Si autē nō numerat ipsū. s. ipsi. c. et d. quidē sunt contra se primi. nō erunt. a. b. c. adinuicē compositi. Nā quicūq̃ numeraret eos: numeraret



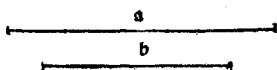


etiam. d. p. conel. precedentis. sicqz essent. d. z. c. cōpositi qđ est contra ppothe. Si autē. c. z. d. sunt cōpositi erunt etiā. a. b. c. adinuicē cōpositi. Sit enī per premisā c. maximus numerans. c. z. d. qui etiā p penult. cōcep. numerabit. a. z. b. quare per diffinitionē. a. b. c. sunt adinuicē cōpositi. ¶ Sili quoqz mō sciatur ppositis quotlibet pluribus qz tribus an omnes sint ad inuicem cōpositi. Propositis itaqz tribus qui sunt adinuicem cōpositi. qui etiam sint. a. b. c. volo inuenire maximū numerum numerantē omnes. Sūmo hīn doctrinā premisse. d. maximū numerantē. a. z. b. qui si numerat. c. ipse est quē querimus. alioquin per conel. precedentis sequere/ tur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat. c. erit tamē. c. z. d. ad/ inuicem cōpositi per ppothe. z. conel. precedentis z. diffinitionē. sit igitur maxim⁹ eos numerans. c. dico. c. esse maximum numerantē. a. b. c. Qđ enim eos numeret patet per hanc vlt. ppothe. que est ipsum esse maximū numerantē. c. z. d. z. per pc/ nult. concep. Et q. nullus eo maior numeret eos sic patet. sit enim si potest fieri. f. maior. c. qui numeret. a. b. c. qui cū numeret. a. z. b. numerabit p. conel. premisse. d. z. quia etiā numerat. c. numerabit p idē conel. c. maior videlicet minorem quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior. c. numerans. a. b. c. qđ ē ppo/ positum. ¶ Similiter quoqz modo inuenietur maximus numerus numerans quolibet plures tribus adinuicem compositos: unde nō oportuit euclidem de pluribus tribus hoc docere: quia idem est modus z. ars in tribus z. pluribus. Ex vltimo autē huius demonstrationis processu: possumus etiam istud conel. huic terre conclu/ sioni adijcere. Unde manifestum est q. omnis numerus numerans quolibet ad/ inuicem compositos: numerat maximum numerantem eos omnes. z. etiam maxi/ mos numerantes binos z. binos eorum.

Propositio .4.



Qñium duorum numerozū inequalium minor maioris aut pars est: aut partes.

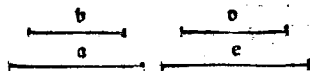


¶ Sint duo numeri. a. z. b. b. minor. dico q. b. est pars vel ptes. a. Aut enī. b. numerat. a. aut nō. si numerat pars eius ē p diffinitionē Si nō numerat ipsum. aut ergo sunt adinuicem primi aut rē: si uon sunt adinuicem primi: habebunt per diff. nitionem partem cōmunez: que quoties fuerit in. b. tot partes. a. videtur esse. b. per diffinitionem. si autem sint adinuicem primi: quia tamen omnis numeri pars est vnitās ab ipso denominata. patet idēz per vnitates.

Propositio .5.



Si fuerit quatuor numeri quozum primus tota pars secun/ di quota tertius quarti: erunt primus z. tertius pariter ac/ cepti tota pars secun. ii z. quarti pariter acceptozum: quo/ ta primus secundi.



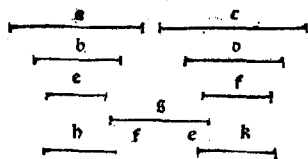
¶ Volsens euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere sed per se ipsos stare: partes eius qđ proposuit per primā quinti de quā/ titatibus in genere: proponit per hanc quintā huius septimi de numeris. Sunt igitur. 4. numeri. a. b. c. d. sitqz. b. tota pars. a. quora. d. c. dico q. b. z. d. pariter ac/ cepti sūt tota pars. a. z. c. pariter acceptoz: quora. b. est. a. diuisis enī. a. z. c. scdm quātitatē. b. z. d. argumētare sicut in prima quinti. erit enī ut totidē sunt ptes. a. quot. c. per positionē: z. ut aggregatū ex pma pte. a. z. pma. c. sit equale aggregato ex. b. z. d. similiter quoqz z. aggregatū ex scda pte. a. z. scda. c. z. q. bec aggregatio

totiens potest fieri quotiens continetur. b. in. a. sequitur vi. numerus equalis ag-
gregato ex. b. z. d. totiens continetur in aggregato ex. a. z. c. quotiens. b. continetur
in. a. quare constat propositum.

Propositio 6



Si fuerint quatuor numeri quorum primus tote pres scōi
quote tertius quarti: erunt primus et tertius pariter acce-
pti tote partes secundi et quarti pariter acceptorum. quo-
te primus secundi.



Quod proposuit premissa de parte: pponit ista de partib⁹. Sint itaq³
ut prius quatuor numeri. a. b. c. d. sitq³ ut. b. sit tot et tote pres. a. quot et quote. d.
ē. c. dico q^d. b. z. d. pariter accepti erunt tot et tote pres. a. z. c. pariter acceptorum;
quot et quote. b. est. a. dico aut tot et totas: q^d prius pluralitas duobus numeris dis-
finitur: quoz alter numerator dicitur alter denominator: ut cū dicim⁹ tres quinte: ter-
narius numerat: quinaris denominat. Quia igit. b. est pres. a. sit ut sint pres ei⁹
numerate ab. b. z. denominate. a. k. eritq³ similiter p positionē. d. partes. c. nume-
rate ab. b. z. denominate. a. k. Una itaq³ ptiū. b. sit. e. z. vna ptiū. d. sit. f. eritq³ per
ypothe. e. pars. b. denominata ab. b. z. pars. a. denominata a. k. Similiter quoq³
z. f. erit pars. d. scōm. b. z. ps. c. scōm. k. Lōpositus igitur ex. e. z. f. sit. g. eritq³ per
premissam. g. ps. b. z. d. pariter acceptoz scōm. b. iteq³ per eandē erit pars. a. z. c.
pariter acceptoz scōm. k. quare per. 16. diffinitionē erunt. b. z. d. pariter accepti p/
tes. a. z. c. pariter acceptoz numerate ab. b. z. denominate. a. k. eo q^d eozū cōmūnis
pars est. g. minoris fin. b. z. maioris fin. k. z. quia sic erat. b. a. constat ppositum.

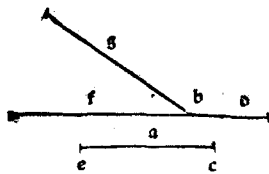
Potes autē et per banc et premissa q^d pponit de quatuor num. eris ad quolibet
numeros ampliare: q^d si quolibet numeri minores ad totidem maiores cōparent
fueritq³ singule singuloz tota pars aut partes: quota vel quote primus scōi: erunt
quoq³ omnes pariter accepti tota pars aut pres omnium pariter acceptoz quota
vel quote primus scōi. q^d facile probatur p banc et premissam: quotiens oportue-
rit repetitas. Et si crederemus esse intentionē euclidis assumere ex prius demon-
stratis aliqua ad demonstrationē eoz: que hic proponit ex. 13. quinti: facile demō-
strarem⁹ banc sextam. Nunc autem q^d videt oppositū aliter enī superuacue pro-
posuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitibus in
genere. Necessē habuimus proprijs vti demonstrationibus tanquā ex prioribus
nihil lumentes: solis huius septimi contenti principijs: propter q^d et petitiones z
cōes animi cōceptiones ppositi proprias nō incōuenienter huius septimi princi-
pio apposuimus.

Propositio 7



Si fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detra-
haturq³ ab ambob⁹ ipla ps: erit reliquus tota ps reliqui
quota totus totius.

Quod proponit hic euclides de numeris proposuit superius in quin-
ta quinti. de quantitibus in genere. Sit itaq³ ut quota pars est to-
tus. a. totius. b. tot⁹ sit. c. detractus ab. a. d. detracti. a. b. dico q^d tota erit. e. resi-
duus. a. f. residui. b. quota est totus. a. totius. b. z. hec est quasi cōuersa quinte. Sit
enim p petitionē. e. tota ps. g. quota. c. est. d. eritq³ p. f. tota ps. a. cōpositi ex. g.
z. d. quota est. c. d. quare et quota ē. a. b. igit per scōm cōceptionē cōpositus. ex. g.
z. d. est equalis. b. dempto itaq³ ab vtroq³ numero. d. erit. g. equalis. f. quare erit
g 2



tota pars. f. quota est. a. b. tota enim erat. e. g. quod est propositum.

Propositio 8



Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahatur: erit reliquus reliqui eedē partes qui est totus totius.

Ubi est quasi cōuersa sexte: ut si sit quot et quote ptes est totus. a. totius. b. tot et tote. c. detractus ab. a. d. detracti. a. b. erit. e. residu⁹. a. tot et tote ptes. f. residui. b. quot et quote ē. a. b. Sit eni. g. vna ptiū. a. et b. vna partium. c. eritqz ppter ypoth. g. tota ps. a. quota. b. c. et tota. b. quota. b. d. detractat igitur. b. de. g. et remaneat. k. eritqz. k. p pmissa tota pars. e. quota. g. a. et tota. f. p eandē quota. g. b. quia igitur. e. et f. habent partē cōmunē que ē. k. erit per. 16. ois/ finitionē. e. ptes. f. tot quidē quota pars est. k. e. et tote quota est. k. f. et quia tot et tote erat. a. b. patet propositum.

Propositio 9



Si fuerint quatuor numeri quorū prim⁹ scōi tota ps quota tertius quarti: erit pmutatim tota ps aut ptes primus ter/ tij quota pars aut partes secundus quarti.

Ubi. a. primus tota pars. b. scōi quota. c. tertius. d. quarti. sintqz a et b. minores. c. et d. aliter eni esset econuerso ei qd proponit. dico qz quota pars vel ptes est. a. c. tota vel tote est. b. d. diuidant eni. b. quidē fm quati/ satē. a. d. vero fm. c. eruntqz per presentem ypoth. tot partes. b. quot. d. et qz vna/ queqz ptium. b. est equalis. a. et vnaqz. d. c. est autē. a. c. ps aut ptes per presentē ypoth. et per quatuor: erit vnaqz partium. b. sue cōparis ex partibus. d. ut prima prime scōi scōe: sicqz de ceteris tota ps aut ptes quota vel quote est. a. c. per. 5. igitur vel. 6. sub diuisione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes b. d. quota vel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio 10



Si fuerint quatuor numeri quorū primus tote ptes secūde quote tertius quarti: erit pmutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

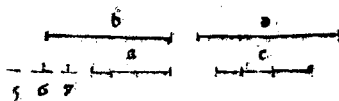
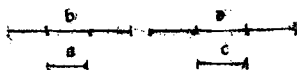
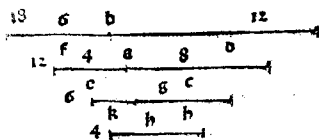
Ubi. a. primus tota pars. b. scōi quota. c. tertius. d. quarti. sintqz a et b. minores. c. et d. aliter eni esset econuerso ei qd proponit. dico qz quota pars vel ptes est. a. c. tota vel tote est. b. d. diuidantur enim minores in partes illas qui sunt. a. et c. eruntqz per presentē ypoth. tot partes. a. quot. c. et quia vnaqz ex partibus. a. est tota pars. b. quota quolibet ex ptibus. c. est. d. hoc cui habemus ex nra ypoth. erit permutatim per pmissam: ut quota pars aut ptes ē. b. d. tota vel tote sit vna qz ex partibus. a. sue cōparis ex partibus. c. p quintā igitur vel. 6. sub diuisione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes. b. d. quota vel quote ē. a. c. quod est propositum.

Propositio 11

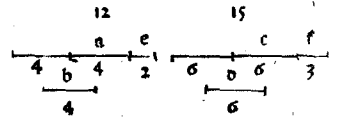


Si fuerint quatuor numeri pportionales quorū prim⁹ se/ cūdo et tert⁹ qrtō sit maior: erit scōs tota pars. aut partes primi quota vel quote quart⁹ tertij. Ad si scōs fuerit tota ps aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conueniet.

Ubi. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sintqz. a. et c. maiores: dico qz quota ps aut



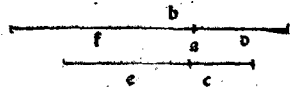
partes est. b. a. tota vel tote est. d. c. et e converso: erit eni p conversione diffinitionis similium pportionum vt quotiens. b. in. a. totiens sit. d. in. c. et si qua ps aut ptes. b. superfluum in. a. tota pars aut ptes. d. superfluum in. c. si itaqz contineat. b. in. a. sine superfluitate ptes: qz totiens sine superfluitate. contineat. d. in. c. erit per diffinitio/ ne similium ptiuum: quora ps. b. a. tota. d. c. qz si quotienslibet contineat. b. in. a. cuqz su perfluitate partis: qz totiens contineat. d. in. c. cu superfluitate filis ptes distincto. q. fm. b. ut superfluat. e. atqz. c. fm. d. ut superfluat. f. erit tota ps. e. b. quora. f. d. At fm. b. ut contineat. b. in vtra. a. ad. e. quotiens. d. in vtra. c. ad. f. erit p. eodem sciam qz totiens contineat. b. in vtra. a. ad. e. quotiens. d. in vtra. c. ad. f. erit p. eodem sciam totiens. e. in. a. quotiens. f. in. c. cu igit. a. et b. habeat. e. ptem comunem: similiter. c. et d. f. sit itaqz. e. in. b. quotiens. f. in. d. itemqz. e. in. a. quotiens. f. i. c. erit per. 16. dif/ finitione. b. tot et tote ptes. a. quot et quora. d. c. Si aut. b. quotienslibet contineat in a. cu superfluitate quolibet ptiuum: qz totiens contineat. d. in. c. cu superfluitate totidem et similium ptiuum: distincto. a. fm. b. vt superfluat. e. similiter. e. fm. d. ut superfluat. f. erit e. tot et tote ptes. b. quot et quora. f. d. sumpta itaqz vna ex ipsis argumentandum ut prius: sicqz pars primu. ¶ Scdm sic. sit. b. a. tota ps aut ptes quora vel quora. d. c. dico qz erit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. si eni est tota ps constat propositum. Si autem tote ptes diuisis eis fm partes illas patebit totiens esse. b. in. a. quoti/ ens. d. in. c. et tota parte aut ptes. b. superfluum in. a. quora aut quora. d. superfluum in. c. p diffinitione itaqz est pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sicqz liquet totum.



Propositio 12.

Si a duobus numeris fm suas proportionales duo nume/ ri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanqz proportio totius ad totum.

¶ Quod proposuit euclides in. 5. quinti. de quantitatibz in genere: pro/ ponit hic de numeris. vt si sit proportio totius. a. ad totum. b. sicut c. detracti. ab. a. ad. d. detractum. a. b. erit. c. residui. a. ad. f. residui. b. sicut. a. ad b. Si enim. a. sit minor. b. erit p presente ppoth. et per conversione diffinitionis. c. to ta pars aut ptes. d. quora vel quora est. a. b. per. 7. igitur vel. s. erit. e. tota ps aut partes. f. quora vel quora e. a. b. per diffinitione igitur erit pportio vna: qd e pro/ positu. Qd si. a. sit maior. b. erit per prima ptem pmisse quora pars aut ptes. b. a. tota vel tote. d. c. quare p. 7. vel. s. tota vel tote erit. f. e. itaqz per scdm partz pre/ missz. c. ad. f. sicut. a. ad. b. quare constat propositum. Sedunt aut huic. 7. et. 8. hec enim sola qz ambe ille continet. Volunt aut quida scdm parte huius probare per 19. quinti: sed si hoc intenderet euclides: cum ista pponat particulariter qd illa vni uersaliter vane illa demonstrata in quinto pposuisset banc hic in septimo: et quia iterum non demonstrat eam simpliciter. 19. quinti. At vero nec modo demonstratio nis illius possunt affirmare ad demonstratione huius cum illa demonstrat i quan titatibus in genere. p pportionalitate pmutata que infra demonstratur in nume/ ris. Existimo autem et rationabiliter convinci videtur euclidem que vultu demon/ strationis arismetici: gratia decimi in quo sine numerorum aliqua precognitione tra/ sire non poterat constare assumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quanti tatibus in genere demonstravit. hic repetere demonstrada de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum que magis nota sunt intellectu qz

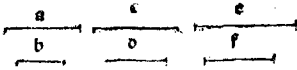


ea per que pcessit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quantitatium incōcantium difficilia sunt: principia vero numerorum magis vltro se intellectui applicat: faciliusqz qz illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

Propositio .13.

Si fuerint quotlibet numeri pportionales quantus erit vnus aīis ad suū psequētē: tanti erūt oēs antecedētes pariter accepti ad oēs cōsequētes pariter acceptos.

¶ Qd pponit euclides p.13. quinti de quantitatibz i genere pponit p hanc de numeris: vt si sint. a. b. z. c. d. z. e. f. pportionales dico qz q ē pportio. a. ad. b. ea est q. a. c. e. pariter acceptoz ad. b. d. f. pariter acceptos. Si enim. a. c. e. sint minores. b. d. f. erit per cōuersionē diffinitionis quora ps aut partes. a. b. tota vel tote. c. d. z. e. f. per. 5. ergo vel per. 6. quociens oportuerit repetitas: erit quora pars vel partes. a. b. tota vel tote. a. c. e. pariter accepti. b. d. f. pariter acceptoz: quare per diffinitionē pportio vna. Si autem. a. c. e. sint maiores b. d. f. erit per primam partem. 11. quora pars vel partes. b. a. tota vel tote. d. c. z. f. e. per. 7. ergo vel. 6. quociens oportuerit repetitas: erit quora pars vel partes. b. a. tota vel tote. b. d. f. pariter accepti. a. c. e. pariter acceptozum. itaqz per scōam partem. 11. pportio. a. ad. b. sicut. a. c. e. pariter acceptozum ad. b. d. f. pariter acceptos: quod est ppositum.



Propositio .14.

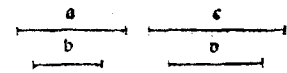
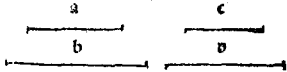
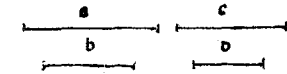
Si fuerint quatuor numeri pportionales: permutatim quoqz pportionales erunt.

¶ Vt sōdū arguēt qui dicitur pportionalitas permutata quā de monstrauit euclides per. 16. quinti in quantitatibus in genere: pponit hic demonstrandū i numeris: vt Si sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit enī. a. maior. b. aut minor: sicut quoqz et maior. c. aut minor. Sit itaqz primo minor vtroqz: erit ergo p presentem pportio. et cōuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quora vel quote. c. d. per. 9. itaqz vel. 10. erit pmutatim. a. tota pars aut ptes. c. quora vel quote. b. d. quare per diffinitionē pportio vna. Sit igitur. a. maior vtroqz: eritqz per primam partem 11. vt quora pars aut partes est. b. a. tota vel tote sit. d. c. quare per. 9. vel. 10. tota pars aut ptes erit. b. d. quora vel quote. c. a. igitur per scōam partē. 11. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. Sit tertio. a. maior. b. z. minor. c. eritqz p primā ptē. 11. tota pars aut ptes. b. a. quora vel quote. d. c. quare per. 9. vel. 10. quora vel quote est. a. c. tota vel tote erit. b. d. per diffinitionē itaqz pportio vna: Vltimo quoqz sit. a. minor. b. maior. c. eritqz vt tota pars aut partes sit. c. d. quora vel quote est. a. b. per. 9. itaqz vel. 10. erit tota vel tote. d. b. quora vel quote. c. a. quare per secundā partem. 11. b. ad. d. sicut. a. ad. c. sicutqz constat ppositum: huic autē cedūt. 9. vel. 10. qz hec sola qd ambe ille pponit.

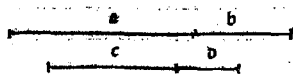
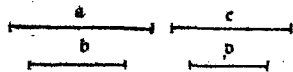
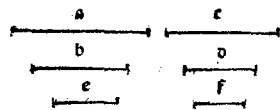
Propositio .15.

Si fuerint quotlibet numeri alijqz scōm eorum numerum omnesqz duo ex prioribus scōm pportionem omnium duozuz ex posterioribus in pportione equalitatis pportionales erunt.

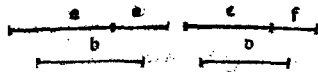
¶ Vt sōdū arguendi qui dicit. equa pportionalitas quā demonstrauit euclides p.22. quinti de quantitatibz in genere pponit hic demonstrādū in numeris



directe proportionalitatis: equa autem proportionalitate quam demonstravit per. 23. quinti: de
quantitatibus indirecte proportionalitatis non pponit demonstrandi in numeris: sed ea
demonstrabit infra sup. 19. huius. Nec est necessarium ut demonstramus in numeris
quod demonstratum est p. 11. quinti de quantitatibus in genere videlicet si quolibet proportionem in
numeris fuerint vni equeles vel eade ipsas esse sibi equeles vel eade. hoc enim manifestum est
per diffinitionem ut si. a. ad. c. z. e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. q3. e. f. tota pars
aut partes. quota vel quote. b. d. aut totiens continebit. a. c. z. e. f. quotiens. b. d. z.
tota pars aut partes superfluent. c. in. a. z. f. in. e. quota vel quote. d. in. b. q3 ergo
quota pars aut partes est. a. c. tota vel tote est. e. f. aut quotiens. a. continet. c. totiens
e. f. z. quota pars aut partes. c. superfluit. in. a. tota vel tote. f. in. e. erit per diffi-
nitionem. a. ad. c. sicut. e. ad. f. Sint igitur ut pponitur numeri. a. b. c. z. alij totidem
e. d. f. sitq3. a. ad. b. sicut. c. ad. d. z. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q3 erit in equa ppor-
tionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. erit enim per premissam. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed z
b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. igitur per eandem. a. ad. e. sicut. c. ad. f.
idem erit sumptis pluribus: sitq3 constet ppositum. Qm autem euclides ceteras quatuor
species proportionalitatis que sunt conuersa: coniecta: disiuncta: euerfa: non pponit
demonstrandas in numeris: conueniens arbitramur eas quas auctor tanq3 facile de-
monstrabiles premissit demonstrare: Primum itaq3 demonstrabimus conuersam: vt
si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q3 erit e conuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si enim fuerit. a
minor. b. tunc quoq3 erit. c. minor. d. z. tota pars aut partes. a. b. quota vel quote
c. d. quare per scdm prem. 11. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si autem fuerit. a. maior. b.
erit quoq3 z. c. maior. d. z. per primam partem. 11. b. tota pars aut partes. a. quota
vel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c.



Disiunctam proportionalitatem ostendere. Ut si sit. a. b. ad. b. si
erit. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. e. ad. d. erit enim permutatum. a. b. ad. c. d. sicut. b.
ad. d. z. p. 12. sicut. a. ad. c. q3 ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit pmutati. a. ad. b. sicut
c. ad. d. Coniuncte proportionalitati demonstrationem asserre
Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit enim pmutatum
a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare p. 13. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. pmutatum igitur erit. a
b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. Euerfam proportionalitatem restat in nume-
ris stabilire. Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad
c. erit enim pmutatum. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. q3 p. 12. sicut. a. ad. c. pmutatum
igitur erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. patet itaq3 totum. Ex his quoq3 lenius est demon-
strare in numeris q3 euclides pponit p penult. quinti de quantitatibus in genere videlicet q3
Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum quinti quoq3
ad secundum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi z quinti pa-
riter acceptorum ad secundum sicut tertij z sexti ad quartum.



Ut si sit. a. ad. b. sicut. e. ad. d. itemq3. e. ad. b. sicut. f. ad. d. erunt. a. z. e. pariter
accepti ad. b. sicut. c. ad. f. pariter accepti ad. d. erit enim per conuersam proportio-
nalitatem. b. ad. e. sicut. d. ad. f. quare per equam proportionalitatem. a. ad. e. sicut
c. ad. f. ergo coniunctim. a. z. e. ad. c. sicut. b. z. f. ad. d. itaq3 per equam proportio-
nalitatem. a. z. e. ad. b. sicut. c. z. f. ad. d. quod est propositum. Eodemq3 modo pro-
babis e conuerso. si sit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. iteq3. b. ad. e. sicut. d. ad. f. erit. b. ad. a.
z. e. sicut. d. ad. c. z. f. erit enim per conuersam proportionalitatem. a. ad. b. sicut. c.
ad. d. quare per equam. a. ad. e. sicut. c. ad. f. z. coniunctim. a. z. e. ad. c. sicut. b. z. f.

ad.f.igitur ecōuerso.e.ad.a.z.e.sicut.f.ad.c.z.f.per equā itaqz proportionalita /
tem erit. b.ad.a.z.c.sicut.d.ad.c.z.f.qđ erat ppositū. Ex hoc quoqz manifestū ē
qđ si fuerit pportio quolibet numeroz ad primū sicut totidem alioz ad scđm.erit
aggregati ex omnibus antecedentibus ad pmiū: ad pmiū sicut aggregati ex oibus
antib⁹ ad scđm:ad scđm.itēqz ecōuerso si fuerit pportio pmi ad quolibet numeros
sicut scđi ad totidē alios:erit pmi ad aggregatū ex oib⁹ pntib⁹ ad ipsū:sicut scđi
ad aggregatū ex oib⁹ pntib⁹ ad ipsū. **Propositio .16.**



Si numeret vnitas aliquē numez quotiēs quilibet tertius
aliquē quartū:erit quoqz pmutati ut quotiēs vnitas nume
rat tertium totiēns lecūduz numeret quartum.

CU si sit vnitas ad.a.sicut.b.ad.c.erit pmutatum vnitas ad. b.si /
cut. a.ad.c. Non supfluit autē hec demonstrata pmutata pportione:
non enī ex illa pōt cōcludi qđ hic proponitur. Na illa demonstrata est de.4.numē
ris pportionalibz:vnitas vero nō est numerus p diffinitionē:hoc ergo mō pate
at ppropositum. diuidat. a. p vnitates z.c. fm quātitatem. b. eruntqz per ptesentem
ypothe. tot ptes. a. quot. c. z quia vnaqzqz partiū. a. est vnitas z vnaqzqz ptiū. c.
est equalis. b. erit ut quotiens vnitas in. b. totiēns vnaqzqz ptiū. a. in sua cōpari ex
ptib⁹. c. p modū itaqz demonstratiōis. 5. sequet totiēns esse. a. in. c. quotiens vnitas
in. b. qđ est ppositum. **Propositio .17.**



Si duorum numeroz vterqz ducatur in alterum:qui in /
de producentur erunt equales.

CU si sit ex. a. in. b. pueniat. c. z ex. b. in. a. pueniat. d. erunt. c. z. d.
equales:cū enī. b. multiplicatus p. a. pducatur. c. erit p cōuersionē diffi
nitionis. b. in. c. quotiens vnitas in. a. ergo p pmissam erit. a. in. c.
quotiens vnitas in. b. z qđ totiēns est. a. etiā in. d. qđ ex. b. in. a. fit. d. sequitur ut to
tiēs sit. a. i. c. quotiēs in. d. p concept. igitur. c. z. d. sunt similes. Possumus quoqz
hanc cōdusionem alio modo pponere:si duoz numeroz vterqz ducat in alterū
idē numerus vtrobiqz pueniet:vt si ex. a. in. b. pueniat. c. idē etiā ex. b. in. a. pro
ueniet:qđ enī ex. a. in. b. fit. c. erit ut prius p cōuersionē diffinitionis. b. in. c. quoti
ens vnitas in. a. Et permutatum p pmissam. a. in. c. quotiens vnitas in. b. quia
igif. a. totiēns sibi coaceruat in. c. quotiens in. b. est vnitas:sequit p diffinitionem
qđ ex. b. in. a. fit. c. **Propositio .18.**



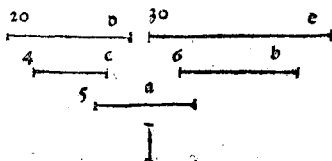
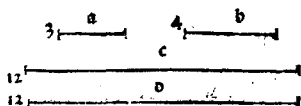
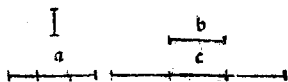
Si vnus numerus in duos ducatur:tantus erit duoz inde
productozum alter ad alterum:quantus duozum multipli
catorum alter ad alterum.

CU Multiplicet. a. vtrūqz duoz nūeroz. b. et. c. z pueniat. d. z. e. dico
qđ erit pportio. d. ad. e. sicut. b. ad. c. sequit enī p cōuersionē diffini
tionis eius qđ est multiplicari ut. b. in. d. z. c. in. e. sit quotiens vnitas in. a. quare
p diffinitionē pportio. d. ad. b. ē sicut. e. ad. c. equaliter enī eos continent. qđ quo
tiens. a. vnitate:ergo permutatum. d. ad. c. sicut. b. ad. c. quod est ppropositum.



Si duo numeri vnum multiplicent:erit proportio duozū
inde pductoz tanqz duozum multiplicantium.

CEx conuersione antecedentis pmissē concluditur hec eadē passio
que in pmissa:vt si vterqz duoz numeroz. b. z. c. multiplicet. a. et



proveniant. d. z. e. erit. d. ad. e. sicut. b. ad. e. erit ent p ante pmissa ut ex. a. in. b. 7. c. fiat. d. z. e. qre p pmissa. d. ad. e. sicut. b. ad. e. qd e ppositum. ¶ Potes aut qd pro ponit p hanc pmissa de duobus numeris ad quolibet numeros ampliare: q si vnus multiplicet quolibet erit pductor et multiplicator vna pportio. Si r quoz si quolibet multiplicet vnu erit pductor et multiplicantium vna pportio qd p hac pmissa quotiens oportuerit reperitas facile pbabis. hic aut ut supra polliciti sumus demonstrare volumus equa pportionalitate in quolibet numeris duoz or dinu indirecte pportionalitatis qua demonstrat euclides p. 23. quinti i quantitati bus in genere: vicin⁹ igitur quonia.

¶ Si quolibet numeri totide alijs fuerint indirecte proportionales extremi quoq in eadem pportione proportionales erunt.

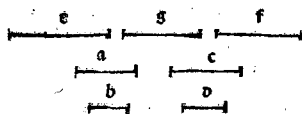
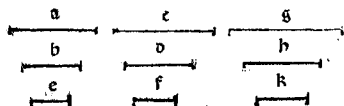
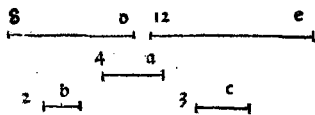
¶ Et si sit. a. ad. b. sicut. d. ad. f. z. b. ad. e. sicut. c. ad. d. erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ducatur eni. c. in. d. z. f. z. proveniant. g. z. b. eritq per pmissam. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare z sicut. a. ad. b. ducar. ite. f. in. d. z. pueniat. k. eritq per hanc. 19. g. ad. k. sicut. c. ad. f. z. qz ex. f. in. d. sit. k. fiet idem everso p. 10. ex. d. in. f. quia igit ex c. z. d. in. f. sunt. b. z. k. erit p hanc. 19. b. ad. k. sicut. c. ad. d. quare sicut. b. ad. c. et q iam ostensum est q e. g. ad. b. sicut. a. ad. b. erit p. 15. a. ad. e. sicut. g. ad. k. sed sic erat etiam. c. ad. f. est igitur. a. ad. e. sicut. c. ad. f. quod est propositum. Idem pro babis si fuerint in vtroq ordine numeri plures tribus queadmodum probatur in 23. quinti de quantitatib⁹ plurib⁹ trib⁹.

Propositio .26.



¶ Si fuerint quatuor numeri proportionales qd ex ductu pri mi in vltimu pducetur equu erit ei qd ex ductu secundi in tertiu. Si vero qd ex primo i vltimu pducet equu e ei qd ex secundo in tertiu: illi quatuor numeri snt pportioales.

¶ Quod proposuit euclides per. 15. sexti de quatuor lineis pportio nali bus: pponit hic de quatuor numeris pportionalibus. verbi gratia: Sit ppor tio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. fiatq ex. a. in. d. e. z. ex. b. in. c. f. dico q. e. z. f. sunt equa les z conuerso: ducatur enim. a. in. b. z fiat. g. eritq per. 18. g. ad. e. sicut. b. ad. d. et qz per. 17. ex. b. in. a. sit. g. z. ex eode. b. i. c. f. erit p. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. sed p. 14. est. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. eqles igit snt. f. z. e. qd est pmi. Nec oportet p demonstrare si vni⁹ numeri ad duos sit vna pportio q ipsi snt eqles: aut si ipsi snt eqles q vni⁹ ad ipsos sit vna pportio. Si enim est vna ppor tio. g. ad. e. z. ad. f. aut ipse erit tota pars vel partes. e. quota vel quote idem est. f. z. tunc per conceptionem patet. e. z. f. esse eqles: aut totiens. g. continebit. e. quotiens. f. z. superfluent in eo tota pars vel partes. e. quota vel quote in eodem superfluent. f. z. tunc etiam per conceptione patet eos esse equales. Qd si ipsi fue rint equales patet per conceptione q aut. g. erit tota pars vel partes. e. quota vel quote. f. z. tunc per diffinitionem erit ipsius. g. ad. vtrumq eorum pportio vna: aut equaliter continebit vtrumq cum superfluitate similium z tot numero par tum: e tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrumq pportio vna. ¶ Se cunda sic patet: sit. e. productus ex. a. in. d. equalis. f. pducto ex. b. in. c. dico q p portio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. z est hec conuersa prime partis. Sit enim vt prius



LIBER

g. qui sit ex a. in b. et quia c. et f. sunt equeles. erit g. ad utrumque eorum proportio una et quia ut prius per. 18. g. ad f. sicut a. ad c. et ad. e. sicut b. ad e. erit a. ad c. sicut b. ad d. quare permutatum a. ad b. sicut c. ad d. Non proponit autem euclides de tribus numeris continue proportionalibus quod ille qui ex ductu primi in tertium producit sit equalis quadrato medij. Et si ille qui ex primo in tertium producit fuerit equalis quadrato medij: quod illi tres numeri sunt continue proportionales sicut proponit in. 16. sexti de tribus lineis. hoc eni facile demonstratur per hanc. 20. medio illorum trium numerorum equali assumpto: quemadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quatuor equali medie.

Propositio 21.



Numeri secundum quolibet proportionem minimi: numerant quoslibet in eadem proportionem minor minorem et maior maiorem equaliter.

Sint a. et b. minimi numeri in sua proportionem. sitque c. ad d. sicut a. ad b. dico quod a. numerat c. et b. d. equaliter. Cum sit enim a. ad b. sicut c. ad d. erit permutatum a. ad c. sicut b. ad d. erit igitur a. c. tota pars vel partes quota vel quote b. d. si itaque fuerit pars constat propositum: At si partes sit c. una partium a. et f. una partium b. et quia tota pars est e. c. per proportionem quota f. d. erit per definitionem proportionis e. ad c. sicut f. ad d. quare permutatum e. ad f. sicut c. ad d. quare etiam sicut a. ad b. non sunt itaque a. et b. minimi sue proportionis: quod est contrarium positum.

Similiter quoque.

Quolibet numeri siue in eadem proportionem siue in diversis minimi numerant omnes in eadem proportionem quilibet suum correlativum equaliter.

Ut si sint a. b. c. minimi in eadem proportionem vel in diversis: sintque in eadem vel eisdem d. e. f. ita quod sit d. ad e. ut a. ad b. et e. ad f. ut b. ad c. dico quod a. numerat d. et b. e. et c. f. equaliter: quia enim est a. ad b. ut d. ad e. erit permutatum a. ad d. ut b. ad e. et quia b. ad c. ut e. ad f. erit etiam permutatum b. ad e. ut c. ad f. quare b. ad e. et c. ad f. sicut a. ad d. et quia a. b. c. sunt minores d. e. f. erit b. e. et c. f. tota pars aut partes quota est a. d. Si itaque pars constat propositum. At si partes sit g. una partium a. et h. una partium b. et k. una c. eritque per presentem proportionem tota pars h. e. et k. f. quota g. d. quare per definitionem b. ad e. et k. ad f. sicut g. ad d. permutatum igitur erit g. ad h. ut d. ad e. et b. ad k. ut e. ad f. quare g. ad b. ut a. ad b. et b. ad k. ut b. ad c. quia ergo g. b. k. sunt minores a. b. c. et ea dem proportionem sequitur contrarium positum.

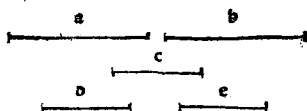
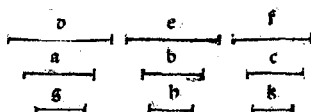
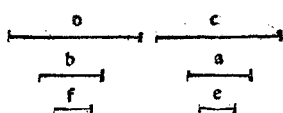
Propositio 22



Si fuerint duo numeri secundum suam proportionem minimi: ipsi erunt adinvicem primi.

Sint duo numeri a. et b. secundum suam proportionem minimi. dico quod ipsi sunt contra se primi. Si enim non numeret eos c. finit d. et e. erit quod per. 18. d. ad e. sicut a. ad b. et quia d. et e. sunt minores a. et b. sequitur a. et b. non esse sue proportionis minimos: quod est prius positum. Si quoque

Si fuerint quolibet numeri in continuatione suarum proportionum



line eadē line diuerſe fuerint minimi. nullas numerus numerabit om̃s.

¶ Ut ſi ſint. a. b. c. minimi in p̃uinatione ſuaz p̃portionū: dico q̃ nullus numerabit om̃es. Sin autem numeret eos. d. a. quidē ſm. e. b. vero ſm. f. z. c. ſm. g. critq; p. 18. e. ad. f. ſicut. a. ad. b. z. f. ad. g. ſicut. b. ad. c. q̃ ergo. e. f. g. ſūt minores a. b. c. z. ſm p̃portionē eorū nō erunt. a. b. c. quales poſiti ſunt: quod ē inconueniens. **¶** Quāq; autē nullus numeret. a. b. c. ſi fuerint minimi: poteſt tamē eſſe ut quoliſbet duos ex eis numeret vnus: ducto etenim quolibet numero in aliquē ad ſe primū ac vtroq; eorū in aliquē tertiu ad vtroq; primū: prouenient tres numeri quoz quq; duo erunt cōpoſiti. Null⁹ tamē numerabit om̃s. Sint enī. a. b. c. tres numeri quoz quq; ſit primus ad alios: ducatq; a. in. b. z. c. z. proueniat. d. z. c. itemq; b. in. c. z. pueniat. f. dico quofq; duos ex. d. e. f. eſſe adinnicen cōpoſitos tamē nullus numerabit om̃es duos quofq; p̃ eſſe cōpoſitos. a. enim numerat. d. z. c. b. vero. d. z. f. z. c. e. z. f. Qd autē nullus numeret oēs: patebit prius demōſtrato q̃ a. eſt maximus numerans. d. z. e. b. quoz maxim⁹ numerās. d. z. f. z. c. ma⁹ ximus numerās. e. z. f. hoc autē ſic cōſtat: ſi enī. a. nō ē maxim⁹ numerās. d. z. e. ſit itaq; g. numeretq; d. ſm. b. z. e. ſm. k. critq; p̃ ſcōm p̃tē. 20. a. ad. g. ſicut. b. ad. b itemq; p̃ eadē a. ad. g. ſicut. k. ad. c. q̃ ergo. a. eſt minor. g. crit. b. minor. b. z. k. mi nor. c. z. q̃ b. ad. k. ſicut. b. ad. c. vtraq; enī ē ſicut. d. ad. e. p. 18. bis aſſumptā. ſunt autē b. z. k. minores. b. z. c. crit p̃ immediate ſequētē z. per hāc p̃poth. q̃. b. z. c. ſunt p̃tra ſe p̃mi rep̃ere minimis minores: qd q̃ ē impoſſibile: erit. a. maxim⁹ nume rās. d. z. e. Eodēq; mō p̃babit q̃. b. ſit maximus numerās. d. z. f. z. c. maxim⁹ nu merās. c. z. f. ſiquis ergo numerat. d. e. f. p̃ conel. ſcōe ter aſſūptū ipſe numerabit a. b. z. ſed quifq; eorū primus erat ad reliquos. Accidit igit̃ impoſſibile. Siſt quoz **¶** Quolibet numeri quos vnus nō numerat ſcōm cōtinuationē ſuaz p̃portionū ſunt minimi. **¶** Ut ſi ſint. a. b. c. quilibet numeri quos oēs nul lus numerat. dico q̃ ipſi ſunt in cōtinuatione ſuaz p̃portionū minimi. Alioquin ſint minimi. d. e. f. qui p. 21. numerabunt. a. b. c. quifq; ſuū relatiuum equaliter ſit ergo vt ſcōm. g. critq; per. 17. vt vicieſa. g. numeret. a. b. c. ſcōm. d. e. f. quare ac cidit p̃p̃m poſitioni.

Propoſitio .23.

¶ Quilibet numeri p̃tra ſe p̃mi ſūt ſm ſuā p̃portōem minimi. **¶** Hec ē cōuerſa p̃miſſe vt ſi duo numeri ſint. a. z. b. p̃tra ſe p̃mi: ipſi erūt ſm ſuā p̃portionē minimi: ſi autē ſint minimi i eadē p̃portōe ſi poſſibile ē. c. z. d. cōſtat itaq; p. 21. q̃. c. numerat. a. z. d. b. equiter ſit igitur vt ſcōm. e. crit per. 17. vt vicieſa. e. numerat. a. z. b. a. qui dem ſecddū. c. z. b. ſcōm. d. non ſunt igit̃. a. z. b. ſe p̃mi qd ē p̃ poth.

Propoſitio .24.

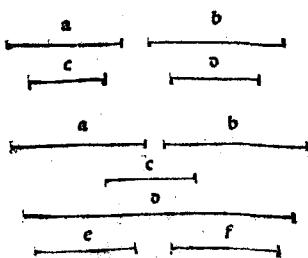
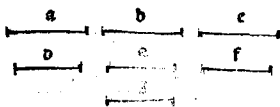
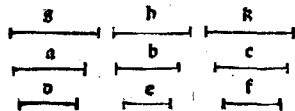
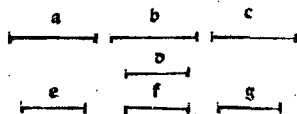
¶ Si fuerint duo numeri cōtra ſe p̃mi. ſi quis vnū eorū nu meret ad alterū eē primus neceſſario comprobatur.

¶ Sit. a. z. b. p̃ ſe p̃mi. c. vero numeret. a. dico q̃. c. p̃m⁹ ē ad. b. alio qui nūeret eos. d. q̃ p̃ penul. p̃epr. nūerabit etiā. a. nō ſūt g. a. z. b. p̃ ſe p̃mi. d. enī numerat abos.

Propoſitio .25.

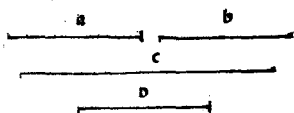
¶ Si fuerint duo numeri ad aliū quēlibet p̃mi qui ex ductu vnus in alterū p̃ducatur. a. i. eundem erit primus.

¶ Sit vterq; duoz numeroz. a. z. b. primus ad. c. z. ex. a. in. b. ſit. d. dico q̃. d. eſt primus ad. c. aliter enī numeraret eos. e. d. qdā ſm. f.



LIBER

eritq; p scdm ptē. 20. a. ad. c. sicut. f. ad. b. 7 q. a. z. c. sūt pmi z. e. numerat. c. ipse erit p. 24. primus ad. a. qre p. 23. a. z. e. sunt scdm suā ppositionē minimi: sequit̃ ergo p. 21. ut. c. numeret. b. z. qz positū ē q ipse numeret. e. nō erunt. b. z. c. p se pmi: qd est contra ppothe.

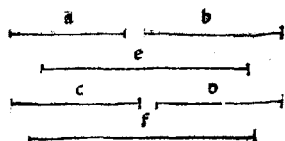


Propositio 26.



Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex uno eorū in se ipsum produciuntur ad reliquum est primus.

Sint cōtra se primi. a. z. b. z. ex. a. in se fiat. c. dico q. c. primus est ad. b. sit enim. d. equalis. a. eritq; d. primus ad. b. z. ex. a. in. d. fiet. c. per premisam igitur pater. c. primū esse ad. b. qd proposuimus.



Propositio 27.



Si duobus numeris ad alios duos cōpatis vterq; ad vtrū qz fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus produciuntur erit primus.

Sint. a. z. b. pōres. c. z. d. posteriores: sitq; vterq; duoz. a. z. b. p. mus ad vtrūq; duoz. c. z. d. z. ex. a. in. b. sit. e. z. ex. c. in. d. f. dico qd e. primus est ad. f. hoc aut. 25. ter assumpra evidenter concludit: cū eni fiat. e. ex. a. i. b. quorum vterq; primus est ad. c. z. ad. d. erit per ipsam. e. primus ad. c. z. item p ipsam primus ad. d. quia iten. f. sit. ex. c. in. d. quoz vterq; prim⁹ est ad. d. erit rur sus per ipsam. f. primus ad. e. qd ē ppositū.

Propositio 28.



Si fuerint duo numeri contra se primi ducaturq; eorum vterq; i seipsum: erunt inde producti cōtra se primi. Itē qz si in vtrūq; productoz suum ducatur principiz: erūt quoq; producti contra se primi.

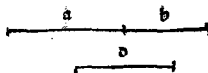
Sint. a. z. b. cōtra se primi: ducatq; vterq; in se: z. proueniat ex. a. quidem. c. ex. b. vero. d. iteq; ducat. a. in. c. z. proueniat. e. z. b. in. d. z. proueniat. f. dico. c. z. d. esse contra se primos: itemq; e. z. f. contra se primos: est enim per. 26. c. primus ad. b. per eandē igitur erit. d. primus ad. a. z. ad. c. sicq; constat primū qd ē. c. z. d. esse contra se primos. **R**eliquum sic: est eni vterq; duoz. numerorum a. z. c. primus ad vtrūq; duoz. b. z. d. itaq; per. 27. erit. e. primus ad. f. qd est reli/ quum. Non solum autem erit. c. primus ad. f. sed etiā per. 25. ad. b. z. ad. d. itemq; per eandē. f. ad. a. z. c. sicq; si infinites duceret vtrūq; productoz in suū princi pium essent omnes producti contra se primi: z. non solum sed quilibet eductus ab a. ad quemlibet eductum. a. b.

Propositio 29.



Si fuerint duo numeri contra se primi: qui ex ambobus co acernatur ad vtrūq; eorū erit primus. Si vero ex ambo bus coacernatus ad vtrūq; eorū fuerit prim⁹ duo quoq; numeri adinuicem erunt primi.

Sint. a. z. b. cōtra se primi: dico q. ex eis cōpositus. a. b. ad vtrū/ qz eorū erit prim⁹ z. cōuerso. nā si. d. numerat totū. a. b. z. alter eoz. numerabit p cōs sciaz z. reliquū. qre nō erūt p se pmi: s; hoc positū fuerat: p; ergo pmi. Scdm sic: sit. a. b. prim⁹ ad vtrūq; suoz componentium qui sunt. a. z. b. dico q. a. z. b.



funi ptra se primi: posito eni q. d. numeret vtrūqz duorum numeror. a. z. b. se/
quatur per cōm sciam q. etiā numeret. a. b. ex eis cōpositum: quare ad neutrum
duorū numeror. a. z. b. erit. a. b. primus: sed posuit erat q. esset ad vtrūqz. Acci/
dit igitur impossibile. Eodē quoqz mō si coacervatus ex duobus primus fuerit ad
alterum: primus quoqz erit ad reliquū. ideoqz z coacervati inter se: sit eni cōposi/
tus ex. a. z. b. primus ad. a. dico q. erit etiā primus ad. b. alioquin numeret eos. d.
qui per cōceptionē numerabit z. a. cum numeret totum z detractum: hoc autē in/
conueniens erat enim cōpositus ex. a. z. b. primus ad. a.

Propositio .30.

Nis numerus cōpositus ab aliquo primo numeratur.
¶ Sit. a. quilibet numerus cōpositus: dico q. aliquis prim⁹ numerat
ipsū: q. eni est cōpositus numerabit ab aliquo numero qui sit. b. qui
si fuerit primus verū erit qd dicit. si aut cōpositus sit. c. qui numerat
eum: qui etiā per cōm sciam numerabit. a. si ergo vel ipse fuerit pri/
mus constat qd dicit. At si cōpositus necessario numerabit eū. alius qui sit. d. qui
etiā per cōm sciam numerabit. a. de quo rōcinare vt prius: q. ergo quotiens oc/
currit cōpositus necesse est minorem assumere qui cōpositum occurrentē numeret
sequitur ut tandē deueniatur ad aliquē primū: alioquin accideret impossibile z con/
trarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.

Nis numerus aut ē primus aut a primo numeratur.
¶ Sit. a. quilibet numerus: dico ipsum esse primū vel numerari a pri/
mō: quia si non est primus erit cōpositus: quilibet autē talis ab ali/
quo primo numeratur per premissam. a. igitur vel primus est vel a
primo numeratur: quod proponitur.

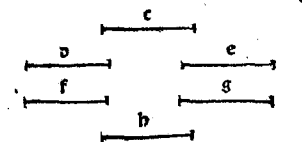
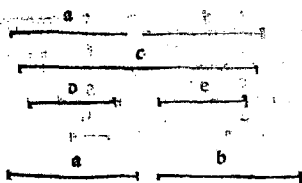
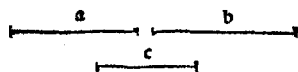
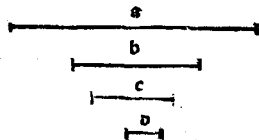
Propositio .32.

Nis numer⁹ primus ad omne quē nō numerat ē prim⁹.
¶ Sit. a. numerus primus non numerās. b. dico q. a. z. b. sūt cōtra
se primi. si eni. c. numerat eos nō est verū q. a. sit primus.

Propositio .33.

Si numer⁹ ex duob⁹ pduct⁹ ab aliquo primo numeretur
necesse est eundem primū alterū illoz duorū numerare.
¶ Sit. c. productus ex. a. in. b. z sit. d. numerus primus qui ponatur
numerare. c. dico q. d. numerat. a. vel. b. numeret eni. c. fm. e. si er/
go nō numerat. a. erit primus ad ipsū p premissam: z iō erit fm suā
ppositionē mimi p. 23. 7 q. 2. ad. d. sicut. e. ad. b. p scōm ptē. 20. sequit^r ut. d. nu/
meret. b. p. 21. qd est propositū. An manifestū ē q. si aliquis numerus nu/
merat pductū ex duobus vel si eidē fuerit cōmēsurabilis cōmēsurabi/
lis quoqz erit alteri eoz. **Propositio .34.**

Numerus fm ppositionē nūeroz assignatoz minimos in/
uenire. ¶ Unde manifestū ē maximū numerū duos cōiter
numerantē fm minimos illius ppositionis eos numerare
¶ Sint. a. z. b. numeri propositi fm quorū ppositionē volumus
inuenire mimos. si g fuerit p se pmi sūt qles in qrim⁹ p. 23. si aut cō/
positi sumat: vt docet scōa maxim⁹ eos cōiter numerās q sit. c. numeretqz eos fm



d. r. e. eritq; in eadē pportione p. 18. quos dico ēē q̄les q̄rim⁹. Sint autē sint. f. g. q̄ p. 21. numerabūt. a. r. b. eq̄liter: sit igit ut fm. b. eritq; p scōam p̄tē. 20. c. ad. b. sicut. f. ad. d. vel sicut. g. ad. e. quare. c. ē minor. b. itaq; cū. b. numeret. a. r. b. non fuit. c. maxim⁹ eos numerās sed erat positū q; sic. ergo r. e. Siliter quoq; possum⁹.

Numeros fm continuitatem proportionum numeroꝝ assignatoꝝ minimos repire. Unde etiā manifestū ē maximū nameꝝ quotlibet co muniter numerātē fm minimos proportionū eozum eos numerare.

Nisi si sint. a. b. c. fm quoz pportiones volumus minimos inuenire siue facit in eadem pportione siue in diuersis: siue nullus numerus numerat eos om̄s: ipsi sunt quos querimus per. 23. hoc enim ibi demonstratū est. Si autem vnus nume rat om̄s: sumat ut docet tertia: maximus eos cōiter numerans qui sit. d. numeret q; eos fm. e. f. g. qui erunt in eadē pportione per. 18. dico eos ēē quos querimus alioquin sint. b. k. l. qui per. 21. numerabunt. a. b. c. equaliter: sit ut fm. m. eritq; p scōam p̄tē. 20. d. ad. m. ut. b. ad. e. vel. k. ad. f. vel. l. ad. g. Minor est igitur. d. q̄ m. quare cū. m. numeret. a. b. c. nō fuit. d. maximus eos numerans: quare sequitur impossibile: fuit enī. d. maximus numerans. a. b. c.

Propositio .35.



Quilibet duo numeri minimos numeros sue pportionis maior minorē r minor maiorē multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producūt. Unde manifestum ē mini mū quē duo numerāt quēlibz ab eis numeratū numerare.

Sint duo numeri. a. r. b. minimiq; in eoz pportioē. c. r. d. eritq; per primā p̄tē. 20. vt ex. a. in. d. r. b. in. c. fiat idem numerus. qui sit. e. quē dico ēē minimum numeratū ab. a. r. b. aliter enī sit. f. quē numeret. a. r. b. fm. g. r. b. eritq; p scōam p̄tē. 20. b. ad. g. sicut. a. ad. b. r sicut. c. ad. d. r per. 18. erit. c. ad. b. sicut. e. ad. f. cū itaq; p. 21. c. nūciet. b. e. nūciet. f. maior: minorē: q; ergo hoc ē impossibile cōstat vtz ēē qd dicit.

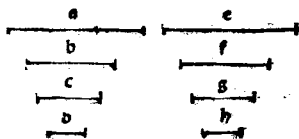
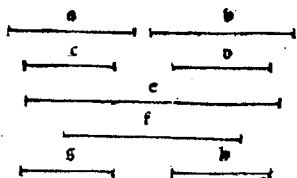
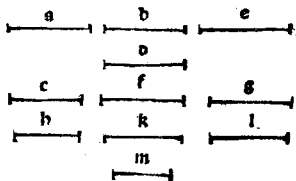
Propositio .36.



Propositis quotlibet numeris minimū ab eis numeratū repire. Manifestū etiā ē hoc ē minimum num̄eꝝ quem quotlibet numerāt quēlibet ab eis numeratū numerare.

Sint ppositi numeri. a. b. c. d. volo inuenire minimū numeꝝ numeratū ab eis. Inuenio itaq; primo minimū numeratū ab. a. r. b. q; sit. a. numerat. b. nō erit ali⁹ q; b. si autē nō numerat eū nec eōuerso: si ipsi sunt p̄tra se p̄mi qui ex vno in alterū puenit erit minimus per. 23. r p̄missam. Qd si sunt cōi cantes: sumant minimi in eoz pportione: vt docet. 34. r maior in minorē eozum multiplicato pueniat. e. qui erit minimus numeratus ab eis per p̄missam. Simili quoq; modo inueniat minimus numerat⁹ ab. e. r. c. qui sit. f. eritq; f. minimus nu meratus ab. a. b. c. sed r minimus quē numerant. f. r. d. sit. g. eritq; g. minimus quē numerant numeri ppositi: qd enī om̄es ipsū numerent: patet per cōceptionē sed si nō ē minimus ponat ergo. b. quē q; numerat. a. r. b. numerabit etiā ipsū p cōnel. p̄missē. c. p idē quoq; cōnel. numerabit ipsū. f. sed r. g. maior: itaq; nūciet minorē qd est impossibile. hoc r p̄missa pponunt i alio loco sub trib⁹ cōclusioib⁹ quaz prima equiuale p̄missē: secūda componit ex cōrelatijs ambobus: tertia p ponit de tribus qd hoc de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

Datis duobus numeris minimum ab eis numeratum inuenire.



¶ Dati numeri sunt. a. z. b. quorū minor si numerat maiorem est maior quē queri/
mus. alioquin maior eorū numeraret minorem se. Si autē neuter neutrum numeret
si ipsi sunt contra se primi. erit qui ex. a. in. b. puenit qui sit. c. minimus omnium
quē numerat. a. z. b. Nam si minorem eo numerauerint esto. d. quē numerent. fm
e. z. f. eritq; per scōam partem. 20. a. ad. b. sicut. f. ad. e. z. quia. a. z. b. sunt sue pro/
portionis minimi per. 23. numerabit. a. f. per. 21. z. quia per. 18. est. c. ad. d. sicut. a.
ad. f. Nam ex. b. in. a. z. f. sunt. c. z. d. sequitur. c. numerare. d. sed erat. d. minor. c.
quare impossibile. Si autem. a. z. b. sint cōcantes: negociare propositus ut in. 35.
secunda trium conclusionum ex ambobus conel. est confecta.

¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt mini/
mus quē numerant eundē numerum numeret.

¶ Et si sit quilibet numerus quē numerat. a. z. b. d. minimusq; ab eisdem nume/
ratus. c. erit ut. c. numeret. d. cū eni sit. d. maior. c. si. c. nō numerat ipsū. numera
bit tamē aliquid eius: sitq; plurimū qd numerat. e. z. residuū sit. f. eritq; f. minus
c. quia igitur. a. z. b. numerant. c. numerabunt per eōdem scientiaz z. e. sed numera
bunt. d. itaq; per aliā cōmunem sciam numerabunt. f. incōueniens ergo sequit̃ qd
c. nō fuit minimus quē numerant. a. z. b. ¶ Idem cōuincet z eodē mō de quolibet
numerato a quolibet pluribus. f. qd minim⁹ ab illis quolibet pluribus numera/
tus eandem numeret: vltima triū cōclusionū ē.

¶ Propositis tribus numeris: minimū numeroz ab eis numerato/
¶ Tres numeri ppositi sint. a. b. c. minimusq; quē numerant. a. z. b. sit. d. qui su/
metur ut prima trium cōclusionū docet. Si igitur. c. numerat. d. scito. d. esse quē
querim⁹. Si eni. a. b. c. minorem eo numerant: sit eni. e. quē per pmissam conclusio
nē numerabit. d. qd est impossibile. Si autem. d. non numerat. c. sumatur. e. mini/
mus numeratus ab eis. qd autem. e. numeret ab. a. b. c. patet qd. c. numerat ipsum
z. d. similiter: ergo z. a. b. qui numerant. d. quare. e. numerabit ab. a. b. c. eritq; c.
minimus quē numerat. a. b. c. Sin autem sit. f. quē per pmissam cōclusionē nu/
merabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerant eum: quare. e. d. numerabit
eum: quare per pmissam. c. numerabit eum z est maior eo sed z. e. maior minore
qd nō esse potest. Idem inuenies z eodē modo quolibet propositis.

Propositio .37.

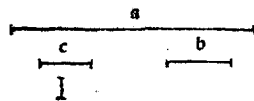
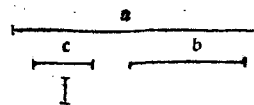
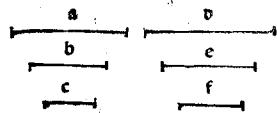
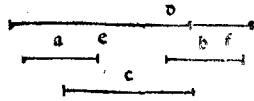
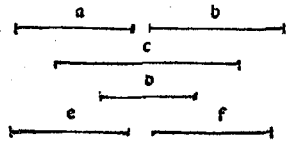
¶ Si numerus aliquis aliū numerum numeret: erit in nume/
rato pars a numerante denominata.

¶ Huius sensus est qd ois numer⁹ numerat⁹ a ternario habet tertias
z numerat⁹ a quinario bz quintā. sicq; de ceteris: vt si. b. numeret. a.
erit in. a. ps denominata a. b. numeret eni ipsū quotiens vnitas in
e. eritq; per. 16. vt. c. quoq; totiens numeret. a. quotiens vnitas i. b. quare. tota ps
est. c. a. quotta vnitas. b. z qd vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata
per cōmunem sciam: erit. c. pars. a. denominata. a. b. quod est propositum.

Propositio .38.

¶ Si numerus aliquis partē quotācūq; habeat numerabit
ipsum numerus ad illam partem dictus.

¶ Hec est cōuersa pmissæ cuius est intentio: qd ois nūctus hñs ter/
tiā numerat a ternario: z hñs quita a quario: sicq; de ceteris vt si. b.
ut ps. a. denoiata a. c. seq̃t ut. c. nūct⁹. a. qd ci. b. ē ps. a. denoiata a. c.



sed et unitas est pars. c. denominata ab ipso p. cōcep. sequitur ut quotiens unitas numerat. c. totiens. b. numerat. a. itaqz per. 16. quotiens unitas. b. totiens. c. numerat. a. qre cōstat ppositū. ¶ Alter idē: cū sit. b. pars. a. si tota unitas. c. eritqz per hanc cōmunem sciam unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam. c. denotans. b. in. a. et quia est. b. in. a. quotiens unitas in. c. eudēter sequitur ppositum p. 16.

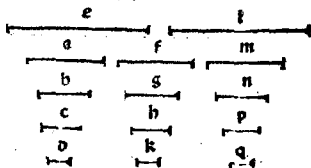
Propositio 39.



¶ Numerum minimum propolitarum denominationum habentem partes inuenire Exquo manifestum ē qd minim⁹ numerus numeratus a quolibet ē minimus habens partes denominatas ab ipsis.

¶ Sint. a. b. c. d. denominantes partes ppositas. et c. minimus numeratus ab eis sūpū fm. 36. ipsi. e. dico esse quē querimus. Sint enī finquos numerant ipsum. f. g. b. k. eritqz per. 16. et hanc cōmunem scientiam: unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: vt viceversa. f. g. b. k. numerent. e. fm. a. b. c. d. quare sunt partes eius ab illis dicte. est igitur. e. habens partes ppositarum denominationū. ¶ Minimus etiā qm si aliter fuerit vt. l. sint ptes. l. dicte ab eis. m. n. p. q. eritqz per. 16. et predictam cōm scientiam. a. b. c. d. viceversa ptes. l. dicte ab. m. n. p. q. quare nō erat. e. minim⁹ quē numerat. a. b. c. d. qd est incōueniēs. ¶ habito minimo: si cura est habere scōm. aut quotiēciqz liber: si scōm qd sume duplū mini: si tertium triplum: et ad hunc modū in alijs. ¶ Cum enim omnis multiplex. e. nō meretur ab. a. b. c. d. per hanc cōm scientiam: Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratū ab illo necesse est per. 37. vt omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab. a. b. c. d. si itaqz duplus. e. nō fuerit scōs habens ptes ppositarū denotationū: erit ali⁹ quē sicut sequit eē maiorē. e. sic sequit eē minorē duplo: et qd illū numerant. a. b. c. d. per. 38. sequitur per coroll. 36. qd. e. numeret eundē qd est impossibile. cum enim numeret se. numeraret p hanc cōmunem scias omnis numerus numerās totū et detractum: numerat residuū: differentiam illius ad se. quē cum sit minor se: maior numerus numeraret minorem qd esse nō potest sequitur itaqz duplum. e. esse fm numerū habentē ppositarum denominationū partes. ¶ Similit quoqz argues triplū. e. esse tertiu probato duplo esse scōm. alioquin quia esset triplū minor. et duplo maior. sequeretur. c. numerare aliqz iter ipsius duplum et triplum. qd ut prius patz esse impossibile: probato aut triplū esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: et sic in ceteris. ¶ Minimū numerum habentem partes ppositarum denominationum sumptarum continue reperire.

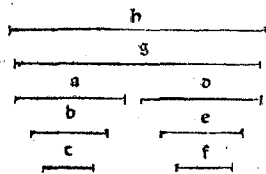
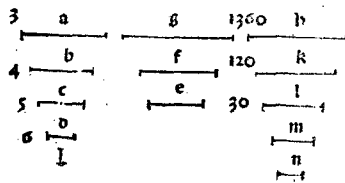
¶ Ut minimum numez habentē tertiā que tertia habeat quartam: que etiā quarta habeat quintā: aut septimā: aut qualiterciqz contingat eas ab eisdem vel diuersis denominari. ¶ Multiplicari oportet denominatorē prime partis in denominatorē scōs: et ex eis pductum in denominatorē tertie: pductum quoqz i denominatorē quartę. sicqz de ceteris vsqz ad vltimam. a prima vel vsqz ad primā ab vltima et qui puenit erit qui inquiri vt in pposito. 60. vel. 84. ¶ Hoc autē ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri ptes ppositas denotantes. a. b. c. d. volum⁹ inuenire minimū numerum qui habeat partē denominatam ab. a. itaqz illa ps habeat partē denominatā a. b. et illa aliā denominatā a. c. sed et hec aliā dictā a. d.



ducatur itaq3. d. in. e. et proveniat. e. z. e. in. b. z proveniat. f. f. quoq3. ducatur in. a. z proveniat. g. que dico esse que inquitimus. cum eni ipse. g. pueniat etiam ex. a. i. f. p. 17. erit. f. pars. g. dicta ab. a. At qz. f. puenit p eade ex. b. i. e. erit. e. pars. f. octa a. b. sed z ppter hoc erit. d. pars e. dicta a. c. z quia vnitas est ps. d. dicta ab ipo d. ps. g. habere ptes ut pponit. Si ergo no fuerit minimus sit. b. sitq3. k. ps ei? di/ cta ab. a. z. l. ps. k. dicta a. b. z. m. ps. l. dicta a. c. n. quoq3. pars. m. dicta a. d. erit q3 per. 18. g. ad. f. vt. b. ad. k. z. f. ad. e. vt. k. ad. l. z. e. ad. d. ut. l. ad. m. sed z. d. ad vnitatem vt. m. ad. n. ergo per. 15. erit in proportionc equalitatis. g. ad vnitate vt b. ad. n. ergo pmutatim erit. g. ad. b. vt vnitas ad. n. quare cum. b. sit minor. g. erit n. minor vnitate. sequitur igitur impossibile parte numeri minore esse vnitate. erit itaq3. g. minimus habens ptes vt pponit Quo inpeto si cura fuerit habere scdm aut quotuquelibet p minimu multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc autem. 39. proponitur in alio fm hunc modum.

Propositio partibus quotiscuq3libet: minimu numerum eas con/ tinentium innentire.

Et si ptes ppositite sint. a. b. c. sintq3 eas denominates. d. e. f. z sumat minimu que numerant. d. e. f. qui sit. g. hunc dico esse que querimus: erunt eni in eo propo site partes per. 37. qui si no fuerit minimus eas continens: sit ergo. b. que numera bunt. d. e. f. per. 38. igitur no erit. g. minimus numeratus ab eis qd est incouenies qz erat. Intelligo vero ptes. a. b. c. indeterminate poni z no sub quatitate certa: ali ter eni no esset necessarium vt minimus numerus que numerant. d. e. f. esset mini mus continens partes ppositas: plurimas eni contingit partes reperire qs nume rus numeratus ab eoz denoiatoibus non continet: vrbt gfa. Tres numeri q3 sit 120. 90. 60. z sunt eiusdem numeri ptes. primus quide tertia. secud? vero quarta. z tertius quinta. nec tamē minimus que numerat denoiatores eoz qui est. 60. ptes istas continet. Instandū igitur est si ptes sub certa quantitate ponant prime con/ sequentie huius denoiatiois: no enim sequit ut arguit p. 37. si ternari? hunc nu/ merat ergo hic numerus positus est eius tertia: sz ergo habet tertia: qua ppter ide est quod pponit fm vtrq3 modu: sed scdm primuz conuenientius vider qd intē/ dis pponi. Atredere aut oportet qz cu ois ps habeat quatitate i eo ptingit pone re quotlibet z qualibet ptes scdm quatitate: z inquirere quis minimus eas continet z sub quibus denominationibus. Minimu aut eas cotinentē costat esse minimu numeratu ab eis. fm quos vero numerat sunt qui illas in illo denoiant. Contingit iteru ponere quotlibet z qualibet denominationes: z inquirere in quo minimo hec denominationes reperiunt z fm quas quatitates. Minimu quoq3 costat esse mi/ nimu numeratu ab illis: fm quos vero numerant sunt qui quatitates determinat: vtrq3q3 autē idcirco inquit minimu: qz infiniti sunt hinc quide qui has ptes con/ tinent. Inde vero in quibus hec denoiationes reperiunt. Contingit rursus ponere quotlibet partes z totide denoiationes vel quotlibet denoiatioes z totide partes. no aut qualibet cu quibullibz: sed certas cu certis. Si eni ponā ptes tres quatuor quinq3 z denoiationes earu. 6. 7. 8. z inquirā quis numerus continet has ptes sub istis denoiationibus. silis ero inquisitori vano querenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere ptes cu denoiationibus certis z no ut contingit z inquirere quis numerus positas partes sub positis denoiatioib? continet: no aut quos minimus vnus eni est: nam siue pposita fuerit vna ps z vna denoiatio siue plures z plures:



non erit sumere plures numeros qđ ppositū erit cōtinentes. Solus enī ē qm̄ ter/
narius ē quinta: nō plures. Solus quoq; cuius ternarius octava: ⁊ senarius quar/
ta: nō plures. idcoq; pponentem ptes ⁊ denoiationes ipsaz in toto nō est quere/
re quis minimus cōtinet has ptes sub istis denoiationibus: sed quis vnus conti/
net: pponentē aut partes tantū. Contingit quere quis minineas continet ⁊ a
quibus in eo denominant: solas quoq; pponentē denoiationes conuenit quere
que partes ab illis dicte ⁊ in quo minimo reperiunt. Cōuenientius autē videat par
tes p denominationes inquire: qđ denominationes p ptes: diuersitate quidem
denominatiōnū non partiū comitat pportioniū diuersitas. Explicit liber septi/
mus incipit liber Octauus.



Altera numeroꝝ dicunt quoz multiplicatōe
numeri pducunt. ¶ Superficies appellat nu/
mer⁹ qui ex duob⁹ laterib⁹ cōtinet. ¶ So/
lidus vero qui sub tribus ex quoz cōtinua
multiplicatione b; procreari. ¶ Quadratus
ē numerus superficialis equalib⁹ lateribus cō/
sistēs. ¶ Cubus est solidus equalib⁹ cōsistēs
lateribus. ¶ Similes dicuntur numeri supfi/
ciales siue solidi quoz latera sūt proportio/
nalia.

Propositio .1.



¶ Numeroz quotlibet cōtinue pportionalitatis duo ex/
tremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam
proportionem minimos esse necesse est.

¶ Sint cōtinue pportionales. a. b. c. duoq; extremi qui sunt. a. c. sint
p se primi. dico qđ in eadē pportione nō reperiunt totidē minores. Si
aut contingit sint. d. e. f. critq; p. 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ⁊ q; a. ⁊ c. sunt
mini i sua pportione p. 23. eiusdē sequit p. 21. ut. a. numeret. d. ⁊ c. f. minores scilicet
maiores qđ esse non potes.

Propositio .2.



¶ Numeros quotlibet cōtinue pportionalitatis fm pportio
nē datā minos inuenire. vñ manifestum erit: qđ si fuerint
tres numeri cōtinue pportionalitatis fm eā mini duo ex
tremi erūt quadrati. qđ si fuerint qtuor erūt extremi cubi:

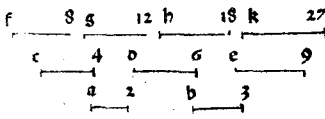
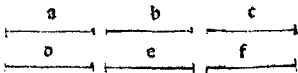
¶ Sint date pportionis minimi. a. ⁊ b. ducaq; a. in se ⁊ fiat. c. ⁊ ip
b. ⁊ fiat. d. b. quoq; in se ⁊ pueniat. e. eruntq; c. d. e. cōtinue pportionales i pro/
portione. a. ad. b. p. 18. ⁊ 19. septimi: ⁊ q; c. ⁊ e. sūt ptra se primi p. 28. eiusdē erunt
c. d. e. fm datā pportione minimi p pmissam: ducať iterū. a. i oēs illos. ⁊ pueniat
f. g. b. ⁊ b. i. c. ⁊ pueniat. k. ⁊ erūt etiā. f. g. b. k. cōtinue pportionales i pportione
a. ad. b. p. 18. ⁊ 19. septimi: mini quoq; p. 28. eiusdē ⁊ pmissā hac via ⁊ rōne inueni

Propositio .3. enī. 5. vel. 6. vel quotlibet.



¶ Numeri quotlibet cōtinue pportionales secundum
suam proportionem fuerint mini: duos eorum extremos
contra se primos esse necessario comprobatur.

¶ Hec tertia ē cōuersa prime. Sint enī. a. b. c. d. cōtinue pportiales



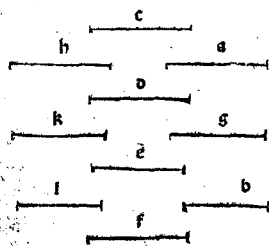
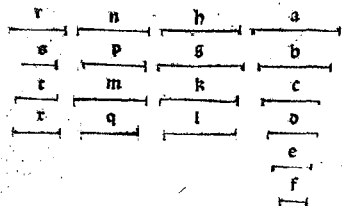
et fin sua pportione minimi. dico q. a. z. d. extremi erunt adiuncte primi: minimi eni in pportione. c. a. ad. b. sint. e. z. f. eruntq. p. 22. septimi contra se primi. p. hos ergo duos fin doctrina pmissa inueniant rone continue pportionales z minimi quot sunt numeri ppositi: primo quide tres qui sunt. g. b. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. z ad hunc modum continue p additione vnius quousq. fiat tot quot sunt numeri ppositi vt sunt hic. l. m. n. p. sequit ergo. l. m. n. p. equales esse. a. b. c. d. eo q. in ea den pportione sunt vtriusq. minimi z q. l. z. p. sunt contra se primi. p. 28. septimi: erunt quoq. a. z. d. illis equales contra se primi: quod est propositum.

Propositio .4.

Similitudine assignataz pportionu i minimis numeris fin ipsas pportiones continue in pportionalibus inuenire. Assignate pportiones i minimis terminis inueniant ut docet. 34. septimi Sintq. prima inter. a. z. b. scda inter. c. z. d. tertia inter. e. z. f. sit quoq. de pluribus si fuerint plures. volo has pportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo. g. minimu que numerat. b. z. c. z. quotiens. b. numerat ipsu. g. toties. a. numerat. b. d. quoq. toties numeret. k. quoties. c. g. itaq. si. e. numerat. k. sit vt. f. toties numeret. l. eruntq. b. g. k. l. quos querim: constat eni p. 18. septimi q. sit. b. ad. g. sicut. a. ad. b. z. g. ad. k. sicut. c. ad. d. at. k. ad. l. sicut. e. ad. f. Minimi quoq. na si alij sint minimi vt. m. n. p. q. oportebit p. 21. se primi bis assumpta ut vterq. duoz. b. z. c. numeret. p. qre z. g. numerabit eund. z p. conel. 35. sep. qd. e. inconueniens. Sunt igit. b. g. k. l. minimi. at vero si. e. non numerat. k. sit. m. minimus numerat ab eis scz. e. z. k. que. m. quoties nrat. k. toties. b. numerat. n. z. g. toties. p. eruntq. p. 18. septimi. n. p. m. in pportione. b. g. k. qre. n. ad. p. vt. a. ad. b. z. p. ad. m. vt. c. ad. d. sed quociens. c. numerat. m. totiens. f. numeret. q. z. crit p. eandem. m. ad. q. sicut. e. ad. f. Manifestu e igit q. assignate pportiones continue sunt in quatuor numeris qui sunt. n. p. m. q. Qui si no fuerint minimi. sint si possibile est alij qui sint. r. f. t. x. q. itaq. p. 21. septimi bis assumpta vterq. duoz. duoz. duoz. b. z. c. numerat. f. sequit per conel. 35. sep. vt. g. numeret eundem quare et. a. k. numerabit. t. at q. p. 21. septimi. e. numerat eundem. t. no erit. m. minimus que numerat. k. z. c. hac rone quarta illis z quotlibet alias sine omni offendi culo continuare poteris.

Propositio .5.

Minim duozu numerozu copositoru pportio vnius ad alterum est ex lateru suozu producta pportionibus. Qd proponit. 24. sexti de superficiebus equidistantiu lateru i pponit hic de numeris copositis. Sit duo numeri copositi. a. b. latera. a. sint. c. z. d. latera. b. sint. e. z. f. dico itaq. q. pportio. a. ad. b. constat ex ea que est. c. ad. e. z. ea que est. d. ad. f. sit eni ut ex. d. i. e. fiat. g. q. ergo ex. d. in. c. sit. a. z. ex. f. in. e. sit. b. p. conuersione diffinitionis latez crit p. 18. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. z. p. 19. eiusde. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare per diffinitione pportio a. ad. b. coposita e ex ea que e. c. ad. e. z. ea que est. d. ad. f. qd est ppositum. Nec est necessarii vt continuemus pportiones latez videlicet ea que e. c. ad. e. z. ea que est. d. ad. f. in minimis numeris repte fin doctrina precedentis vt docent quidam: hoc enim est propositio pter necessarium. Arguunt. eni posito q. illi minimi sint. b. k. l. eni est ppositio pter necessarium. Arguunt. eni posito q. illi minimi sint. b. k. l. ita q. sit. b. ad. k. sicut. c. ad. e. z. k. ad. l. sicut. d. ad. f. pportione. b. ad. l. esse coposita ex ppositoz latez pportionibus. sumptoq. g. fieri ex. d. in. c. arguit. a. ad. g.



LIBER

vt. b. ad. k. q. ut. c. ad. e. r. g. ad. b. vt. k. ad. l. q. vt. d. ad. f. ideoq3 fm equā ppor. z. a. ad. b. vt. b. ad. l. cōcludunt igitur. a. ad. b. cōponi ex quibus. b. z. l. verū quidē sed non necessario assumpto.

Propositio .6.

Si numerorum quolibet continue proportionalium primus scdm non numeret: nullus eorū numerabit vltimum. **S**int. a. b. c. d. c. continue pportionales. dico q3 si. a. nō numerē. b. nullus eorū numerabit. e. **D**emonstrā autē est q3 si ipsum numeret omnes numerabunt. e. z simpliciter quilibet pcedens quēlibet sequētem. Si autē non numerat ipsum pater q3. d. nō numerabit. e. nec simplr aliq3 eorum pmo sequentē: q3 sunt positi continue pportionales: sed q3 nullus ali^o ut. c. numeret ipsum sic constat: sumant fm doctrinā scdē huius totidē minimi cōtinuē pportionales in pportione eadē quot sūt ipse. c. z oēs sequētes qui sunt. f. g. b. eruntq3 p. 3. bui^o z. f. z. b. p se primi: z q3 p equā pportione. c. ad. e. vt. f. ad. b. cū f. non numeret. b. nec. c. numerabit. c. eodem modo nec aliquis alioz: quare liquet quod propositum est.

Propositio .7.

Si numerorū cōtinuē proportionalium primus vltimū nūmeret: idē ipse z secundum numerabit.

Sint qui p^o continue pportionales. dico si. a. numerat. e. ipse nūmerabit. b. alioquin ex pmissa non numeraret. e. qd ē contrariū et impossibile. Nō solum autē numerabit. b. sed z oēs z quisq3 eorū quēlibet ipsum sequentem.

Propositio .8.

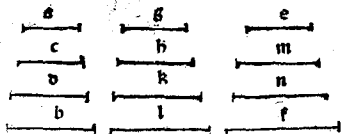
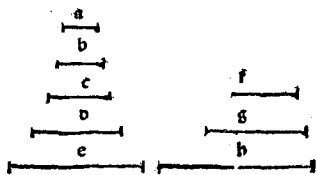
Si inter duos numeros numeri quolibet in cōtinua pportionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadem pportione relatos cadere necesse est.

Sint. a. z. b. inter quos cadunt. c. z. d. in cōtinua pportione habētes se in pportione. e. ad. f. dico q3 totidē cadunt inter. e. z. f. z i eadem pportione quot inter. a. z. b. **S**int enī. g. b. k. l. totidē minimi quot sunt. a. z. b. qui inter eos cadunt sumpti. quēadmodū docet scdā huius cōtinuē pportionalitatis in eadē pportione: eruntq3 p. 3. g. z. l. cōtra se primi: z per equā pport. crit. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoq3 z sicut. e. ad. f. z q3 ipsi sunt in sua pportione minimi p. 23. septimi. sequit per. 21. eiusdē ut. g. numeret. e. z. l. f. equaliter: totiens igitur numeret. b. m. z. k. n. positisq3. m. z. n. inter. e. z. f. constat p. 18. septimi. e. m. n. f. esse cōtinuē pportionales: quēadmodū sunt. g. b. k. l. z ideo quēadmodū. a. c. d. b. quare patet quod dictū ē. **E**x hac constat nullū supliculare posse per eqūā vni di: si enī hoc esset oporteret inter duos numeros sola vnitare distantes numerum cadere medium quod esse nō pōt: ideoq3 tonus in musica quē sexquicōctā continet pportio: in duo vera semitonía diuidi non potest: sed necessario diuidi in minus semitonium et maius.

Propositio .9.

Si inter duos numeros ptra se primos numeri quolibet cōtinua pportionalitate ceciderint: inter utrūq3 eorū z vnitatē totidem cōtinua pportionalitate cadere necesse ē.

Sint. a. et. b. ptra se primi. inter quos cadat incōtinua ppor. c. z. d. dico q3 totidē erunt continue pportionales inter. a. z vnitatē: itē q3 totidem inter. b. z vnitatē. **S**int enī in illa pportione minimi. e. z. f. sumpti ut docet. 34. septimi: ex quibus sumant tres cōtinuē pportionales et minimi i cōtū



proportione put docet scda huius qui sint. g. b. k. & inde quod qui sint. l. m. n. p. &
hoc totiens fiat usquequo sic sumpti fiat totide quot sunt numeri ppositi: vt sunt
bic. l. m. n. p. Estat itaq; cu sint. a. c. d. b. in sua ppositione eeliqua huius
sint. l. m. n. p. totide z mimi in eade. No sit aut possibile ee aliquid minus minz
mo q; numeri. l. m. n. p. equales aut nris. a. c. d. b. qui vltz suo relativo e igitur
equalis. a. z. p. b. Manifestu aut ex scda huius q; ex. f. in se fit. k. z ex eod. m. p. p
pdiffinitione igit eius qd e multiplicari. erit. f. in. k. k. quoz in. p. quoties vnitas e
in. f. itaq; vnitas. f. k. p. sunt continue proportionales. Si aut z vnitas. e. g. l. supris
ergo. a. z. b. loco. l. z. p. sibi equaliu erunt inter. a. z vnitate. g. z. c. z inter. b. z vni
tatem. k. z. f. continue proportionales: totidem quot sunt inter. a. z. b. quod est pro
positum.

Propositio 10.

Quod si inter vtrūq; eorū & vnitatem quotlibet numeri cōtinua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate inter esse necesse est.

D Si sint duo numeri. a. z. b. sintqz. c. z. d. inter a. z. vnitatē. c. quoz. z. f. inter. b. z. vnitatē continue proportionales. dico tōdē esse inter a. z. b. cōtinue proportionales: hec ē cōuersa prioris excepto q. ad subiectum pmissi appositū erat. a. z. b. esse contra se primos qd nō apponit hic ad passionē: quā p. ter vltior est passio huius subiecto illius. Quia igit quotiens vnitās in. d. toties ē. d. in. c. toties. c. in. a. cōstat qd ex. d. in. f. sit ex. dē. d. i. c. Siit quoz. ex. f. in. f. z. in. c. sient. e. z. b. vncat itaqz. d. in. f. z. pductus sit. q. itēz idē. d. vncat. i. g. 2. e. z. sint producti. b. z. k. Constat igitur ex. 18. septimi q. c. ad. g. vt. d. ad. f. z. ex. 19. q. ad. e. vt. d. ad. f. quare. c. g. e. sint continue proportionales i. proportionē d. ad. f. itē p. 18. itēz sunt. a. ad. b. sicut. c. ad. g. z. b. ad. k. sicut. g. ad. e. z. p. 19. k. ad. b. sicut. d. ad. f. igitur sunt. a. b. k. b. continue proportionales: quare cōstat propo/ sitionū.

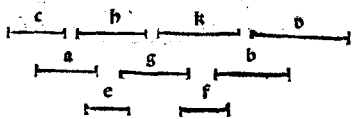
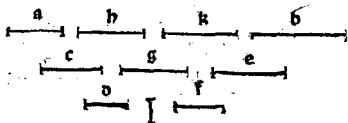
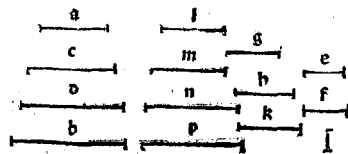
Propositio

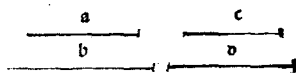
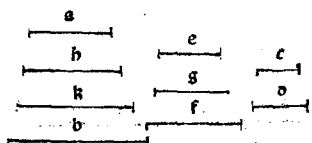
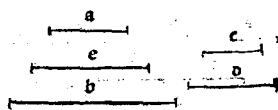
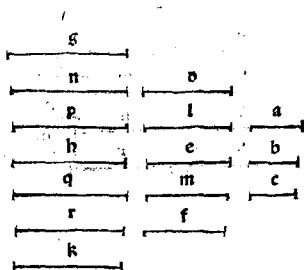
Si fuerint ambo quadrati erit proportio unius ad alterum
quā sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si ve
ro ambo fuerint cubi erit proportio alterius ad alterum
quā sui lateris ad latus alterius proportio triplicata. ---

Sint duo quadrati. a. z. b. z. uque cubi. c. 7. d. latera ita quadratorum
q3 cuboz sint. e. quide. a. z. c. f. vero. b. z. d. dico q3 proportio. a. ad. b. erit sicut. e.
ad. f. duplicata. c. vero ad. d. sicut eade triplicata. Manifestum erit. est q3 ex. e. in se
fit. a. z. ex ipso. c. i. a. c. sic quozq3 ex. f. in se fit. b. z. ex ipso in. b. d. ucaz igit. e. in. f.
venit. g. z. in. g. z. b. z. p.roueniat. b. z. k. q3 q3 p. septimi. a. ad. g. sicut. e. ad. f.
z per. 19. g. ad. b. sicut. e. ad. f. igitur ex diffinitione. a. ad. b. sicut. e. ad. f. duplicata
q3 est. p.riuu. Scdm codez modo costat. sunt cui p. 18. itez. a. ad. b. sicut. a. ad. g.
ad. k. sicut. g. ad. b. z per. 19. k. ad. d. sicut. e. ad. f. q3 a. z. b. k. ad. d. sunt. etia con
time proportionales in p.ositione. e. ad. f. p. diffinitione igitur erit. e. ad. d. sicut
e. ad. f. triplicata. quod est secudu. **P**ropositio 12

Politiq. 12

Si numeroꝝ coꝛiꝛne pꝛoꝛtionalitatꝛ quꝛqꝫ in seipꝫ du
cantꝛ: qui inde pꝛducent sub coꝛiꝛna pꝛoꝛtionalitate esse:
Nō fuit in ipꝫ pꝛductꝫ pꝛicipia sua dꝛcant: inde quo
qꝫ pꝛductꝫ coꝛiꝛne pꝛoꝛtionalitatꝛ ē necesse est. idēqꝫ
in omnibꝫ hoc modo pꝛductis extremitatibꝫ.





Contin. a. b. c. p. tunc proportionales quoz quifqz in fe dicatur ⁊ proueniat ex. a. quide. d. ex. b. vero. e. ⁊ ex. c. f. dico q. d. e. f. fut p. tunc p. p. tiones : q. si item, a. oucat in. d. ⁊ proueniat. g. b. quoz in. e. ⁊ proueniat. b. ⁊ c. in. f. ⁊ proueniat. k. dico etiā q. g. b. k. erunt cōtinue p. p. tiones. fit eni ex. a. in. b. l. ⁊ ex. c. i. eundem. m. etuntqz p. i. s. ⁊ e. i. g. septimi. d. l. e. m. f. p. tunc p. p. tiones : p. p. tione. a. b. c. itaqz per equā p. p. tionalitatē argue. d. ad. e. f. sicut. e. ad. f. qd est primū. Keli / quū sic. oucat. a. in. l. ⁊ e. ⁊ proueniat in. z. p. c. quoz oucat in. e. ⁊ m. ⁊ proueniat q. z. t. eruntqz per eadē. g. n. p. b. q. i. k. cōtinue quoz p. p. tiones in p. p. tione primoz : p. equā igit p. p. tionalitatē cōduce. g. ad. b. sicut. b. ad. k. qd est reliquū. Eadē erit rō quōtientscuqz primi in p. p. tuctos dicantur.

Propositio .43.

Si quis quadratus numerus aliqui quadratum numeret la-
tus quoq; suū latus illi⁹ numerare pbat^{ur}. Si vero latus
suum latus illius numeret quadratus numerat quadrat^{us}
¶ Sint duo numeri. a. z. b. quadrati. lateraq; coz. c. z. d. oco q; si a.
numerat. b. c. quoq; numerabit. d. z. e. conuerso. cōstat cui q; ex. c. in fe-
sit. a. ex. d. quoq; in fe. b. fiat igitur. e. ex. c. in. d. eruntq; per. 18. z. 19. septimi. a. c. b.
ptin⁹ proportionales in ppositione. c. ad. d. si igit. a. numerat. b. idem ipse per. 7.
huius numerabit. e. quare z. c. d. qđ est primi. Conuersa sic patet. si. c. numerat. d.
a. numerabit. e. ppter id qđ ppositio. a. ad. c. sicut. c. ad. d. z. si numerat. e. ipse nu-
merabit. b. ppter hoc q; sunt continue proportionales.

Propositio .14.

Si cubus alium cubum numeret: latus quoq; suū latus al-
terius numerabit. Si vero latus suū latus alterius nu-
meret: cubum numerabit cubum.

Sit duo numeri. a. z. b. ubi lateraq; eoz. c. z. d. dico q; si. a. nume-
rat. b. c. quoq; numerabit. d. z. ecoverlo: ducatur eni. c. in f. e. fiat. e.
d. quoq; in f. z. fiat. f. p;lar igit q; ex. c. in. e. fit. a. z. ex. d. in. f. b. fiat itaq; g. ex. c.
in. d. eruntq; p;or. 12. z. 19. septimi. e. g. f. p;ime proportionales in p;roportione.
ad. f. sed z. b. f. p;onemiat ex. c. in. g. z. f. per eadẽd igitur erunt. a. b. k. b. cõ
tinue quoq; p;roportionales in eadẽd p;roportione. itaq; si. a. numerat. b. idẽm p;
7. huius numerabit. b. quare z. c. d. est eniũ. c. ad. d. sicut. a. ad. b. constat igit p;ri
ma pars. Concluda patet: sicut concluda p;ioris. Nam si. c. numerat. d. a. quoq;
numerabit. b. quẽ si numerat. necesse est v. numeret. b.

Propositiō . . . 15.

Si numerus quadratus quendam alium quadratum non numeret: nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerate ex necessitate convincitur.

Item. 15. proponit negationes cōverti: que affirmationib⁹ quas. 15. huius cōverti proposuit opponuntur: vt si sint duo numeri quadrati. a. c. b. quo ruit latera. c. e. d. si. a. non numerat. b. c. quooq; non numerabit. d. e. cōtra solutiō si. c. non numerat. d. nec. a. b. sit enim primo vt. a. non numerat. b. si itaq; c. nu merat. d. per secundā partem. 13. huius c. a. numerabit. b. qđ ē cōtrariū positiōi sicq; patet primum. secū dū quooq; sit vt. c. nō numeret. d. itaq; si. a. numeret. b.

per primā ptem. 13. necesse est vt. c. numeret. d. necesse est igitur vt numeret ipsum
cū non numerat ipsū: qđ est impossibile. Quēadmodū autē necesse est cōuerti ne/
gationes oppositas affirmatiōibus quas. 13. demonstrauit pueri: sic quoq; necesse
ē cas negatiōes que opponūt illis affirmatiōibus quas pmissa cōuerti demonstrā/
ūt cōuertant. vnde si cubus nō numerat cubū nec latus eius numerabit latus illi?
ecōuerso quoq; si latus vnius nō numerat latus alterius: nec ipse cubus numera/
bit alterū cubū. demonstrat autē hoc p pmissam a destructione psequētis: sicut qđ p/
positum est per. 13. ideoz hōc auctor: nō proposuit: sed per id qđ propositū ē ipsū
dedit intelligi.

Propositio .16.

Sino numeri supficiales fuerint siles necesse ē tertiu nu/
merū fm pportionalitatē cōtinuā eis iteresse: eritq; pro/
portio vnius numeri ad alterū sibi similē velut vni⁹ lateris
sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

Sint duo numeri. a. z. b. supficiales z similes: dico qđ inter ipsos
rader vnius numerus in cōtinua pportione: latera enī. a. sint. c. z. d. b. vero latera
sint. e. z. f. eruntq; ex cōuersione diffinitionis numeroz similū. c. ad. e. sicut. d. ad
f. constat autē qđ ex. c. in. d. fiat. a. z. ex. e. in. f. b. fiat itaq; g. ex. e. in. d. eritq; p. 19.
septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. z. per. 18. eiusdē. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare. a. ad. g.
sicut. g. ad. b. est itaq; g. cōtinua pportionalitate medius inter. a. z. b. qđ est pro/
positum. Coroll. autē patet. cū sit. a. ad. b. per diffinitionē sicut. a. ad. g. duplicata.
que eadem est illi que est. c. ad. e.

Propositio .17.

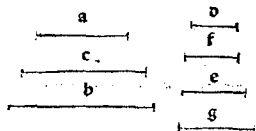
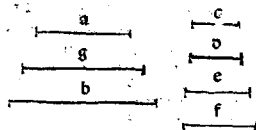
Secundū cōtinuam pportionalitatē tertiu numer⁹ duob⁹
numeris interfit: illi duo numeri supficiales sunt z similes.

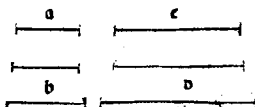
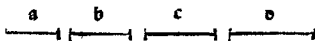
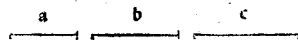
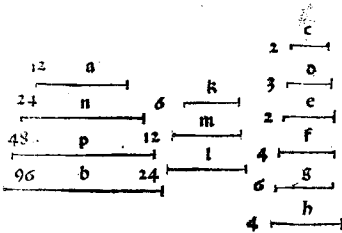
Hec est cōuersa pmissa: ut si inter. a. z. b. sit. c. sub cōtinua ppor/
tionalitate cōstitutus. a. z. b. erunt supficiales z similes. sint enī. d. z.
e. minimi in proportionē qua cōtinuantur. a. b. c. qđ per. 21. septi/
mū numerabunt. a. z. c. equaliter: sitq; vt fm. f. z. per eandē. x. z. b. equaliter: z sit
vt fm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. z. b. supficiales: z erunt etiam per dif/
finitionem. d. z. f. latera numeri. a. z. e. quoq; z. g. latera numeri. b. Qđ autē ipsi sint
similes sic habeto: cum enim. ex. d. in. g. sit. c. z. ex. e. in. f. sit idē. c. erit p scđam par/
tem. 26. septimi. d. ad. e. sicut. f. ad. g. per diffinitionē igitur. a. z. b. sunt similes qđ
est propositum: hoc autē vltimū qđ est. a. z. b. esse similes potest etiam haberi
per. 19. z. 18. septimi z per has pport. qđ. a. c. b. sunt pmutē pportionales in ppor/
tione. d. ad. e. minimoz numerantū. a. z. c. fm. f. z. e. z. b. fm. g.

Propositio .18.

S fuerint duo numeri solidi siles: necesse est eis duos nu/
meros fm cōtinuam pportionalitatem iteresse: erit/
q; proportio vnius solidi ad alterū sibi similē velut
cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se ppor/
tionaliter proportio triplicata.

Sint duo numeri. a. z. b. solidi similes: dico qđ inter ipsos cadent duo numeri in
cōtinua pportione. Sunt enī latera numeri. a. c. d. e. latera vero. b. sint. f. g. h. erit
qđ ex cōuersione diffinitionis numeroz similū. c. ad. f. z. d. ad. g. sicut. e. ad. h. Sic
igitur ex. c. in. d. k. z. ex. f. in. g. l. eruntq; ex diffinitione. k. z. l. supficiales z similes.





quare per. 16. huius vnus numerus cadet inter eos medius fm pportione. c. ad. f. qui sit. m. Manifestū autē ē qd ex. e. in. k. sit. a. 7 ex. b. in. l. b. si igit ex. e. in. m. 7 l. fiant. n. 7 p. erūt p. 18. septimi. a. ad. n. sicut. k. ad. m. 7 n. ad. p. sicut. m. ad. l. qre a. n. p. sunt ptiue pportiones in pportione. c. ad. f. 7 qd per. 19. eiusdē. p. ad. b. sicut. e. ad. b. 7 ideo sicut. c. ad. f. sequit ut quatuor numeri. a. n. p. b. sint continue pportiones fm pportione. c. ad. f. sunt itaqz inter. a. 7 b. duo numeri. n. 7 p. me dij incōtinu. pportionalitate suoz laterum interpositi: qd ē ppositū. Concl. autē p3 cū pportio. a. ad. b. sit p diffinitionē sicut. a. ad. n. triplicata que est eadem illi. que est. c. ad. l.

Propositio 19



Si eis scōm cōtinuā pportionalitatē duo numeri interia/ cent quilibet duo numeri solidi sunt atqz similes.

Abec est puerfa pmissē vt si inter. a. 7 b. sint duo numeri. c. 7 d. me dij incōtinuā pportione: erūt. a. 7 b. solidi 7 similes: Sumant enim tres minimi in eadē pportione ptiue pportiones qui sunt. c. f. g. crūtqz per. 17. e. 7 g. superficiales 7 similes. sint ergo. b. 7 k. latera. c. at. l. 7 m. la tera. g. erūtqz per concl. 16. huius. e. ad. f. sicut. b. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manife/ stū autē est ex tertia qd. e. 7 g. sunt ptra se primi: ideoqz per. 23. septimi in sua p/ portione minimi. 7 qd p equā pportionalitatē sunt. a. ad. d. 7 c. ad. b. sicut. e. ad. g. sequit per. 21. septimi: ut ipsi numerent. a. 7 d. equaliter qd sit fm. n. 7 item. c. 7 b. egit qd sit fm. p. Quia igit ex. b. in. k. sit. e. 7 ex. e. in. n. sit. a. sequit p diffinitionē vt. a. sit solidus eiusqz latera. b. k. n. sit qd ex. l. in. m. sit. g. 7 ex. g. in. p. b. sequitur etiam ut. b. sit solidus 7 eius latera. l. m. p. ipsos aut esse siles sic constabit cū ex. g. in. n. fiat. d. 7 ex eodē in. p. b. erit p. 18. septimi. n. ad. p. sicut. d. ad. b. 7 qd sic erant b. ad. l. 7 k. ad. m. p diffinitionē manifestū est. a. 7 b. esse similes: qd est ppositū.

Propositio 20.



Si trium numeroz cōtinuē pportionalitū primus fuerit quadratus tertium quoqz quadratum esse.

Sint tres numeri continue pportiones. a. b. c. sitqz. a. quadrat⁹ dico qd. c. est etiā quadratus sunt enī p. 17. a. 7 c. superficiales 7 similes cum igitur. a. sit quadratus p ppothe. erit. c. quadratus.

Propositio 21



Si quatuor numeroz cōtinuē pportionalium. pri/ mus sit cubus: quartum cubum esse necesse est.

Sint quatuor numeri cōtinuē pportiones. a. b. c. d. sitqz. a. cu bus: dico qd. d. est etiam cubus: cōstat enim per. 19. qd. a. 7 d. sunt so lidi similes: 7 qd. a. est cubus per ppothe. erit etiam. d. cubus.

Propositio 22.



Si duoz numeroz quoz pportio sicut quadrati ad qua drati fuerit vn⁹ quadrat⁹: alterū quoqz quadratum esse.

Sint duo numeri. a. 7 b. in pportione duoz quadratoz qui sit c. 7 d. sitqz. a. vel. b. quadratus: dico reliquū esse quadratū: cū enim c. 7 d. sint quadrati: sequitur eos esse superficiales similes. ideoqz per 16. cadet vnus medius inter eos in cōtinuā pportione: quare per. 8. 7 inter. a. 7 b. per. 20. igitur cōstat ppositum.

Propositio 23.

Si duorum numerorum quorum proportio ad alterum sit sicut cu-
bi ad cubum alteruter fuerit cubus ad alterum cubicum esse.
¶ Sint duo numeri. a. z. b. in pportione duorum cuborum qui sunt. c. z. d.
itaq. a. vel. b. cubus: dico reliquum esse cubum. necesse est enim q. c. z.
d. sunt solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes z. solidi: itaq. p.
18. inter ipsos cadent duo medij in continua pportione totidem igitur per. 8. ca-
dent inter. a. z. b. itaq. per. 21. manifestum est quod dicitur.

Propositio 24

Numerorum superficialium similium est proportio unius
ad alterum sicut proportio quadrati ad quadratum.

¶ Sint. a. z. b. superficiales similes. dico q. unus ad alterum est ppor-
tio sicut quadrati ad quadratum: erit eni. per. 16. inter eos unus nume-
rus medius in continua pportione qui sit. c. sumptis itaq. tribus
minimis in pportione eorum: qui sunt. d. e. f. erunt per. 2. d. ad. f. quadrati: et
q. p. equa pportionalitate est. a. ad. b. sicut. d. ad. f. constat vix esse qd. pponitur.

Propositio 25

Omnium duorum solidorum similium est proportio unius
ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

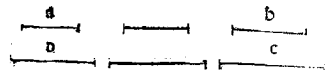
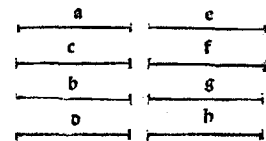
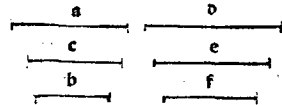
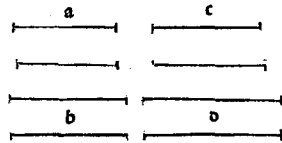
¶ Sint. a. z. b. solidi similes: dico q. pportio unius eorum ad alterum
est sicut alicuius cubi ad aliquem cubum. Sūt quidem p. 18. inter
eos duo numeri medij fm continua pportione qui sit. c. z. d. i. eorum
pportione sint minimi: quatuor. e. f. g. b. quoz. c. z. b. erunt cubi per. correlarium
scdē. q. igitur per. equa pportionalitatem est. a. ad. b. sicut. e. ad. b. liquet propo-
situm. ¶ Explicit liber Octavus. Incipit liber Nonus.

Par numerus est qui potest in duo equalia
dividi. ¶ Impar numerus ē qui i duo equalia
dividi nō pot: additos supra parē unitatē
¶ Pariter par ē quē cuncti pares eū numerantes
paribus vicibus numerant: ¶ Pariter i
par est quē cuncti pares eū numerantes ipa-
ribus vicibus numerat. ¶ Pariter par z. ipari-
ter ē quē pares eū numerantes quidā paribus
quidā imparibus vicibus numerat. ¶ Impari-
ter ipar quē cuncti ipares eū numerantes im-
paribus vicibus numerat. ¶ Perfectus nu-

merus appellat qui oibus pib. suis quib. numerat ē equalis. ¶ Ab-
bundans dicitur qui oibus suis pibus minor est. ¶ Diminutus vero
qui maior.

Propositio

Si fuerint duo numeri superficiales similes qui ex duent alteri-
us in alterum producentur numerum quadratum ē necesse ē.
¶ Sint. a. z. b. superficiales similes ex quoz multiplicatione. prone-
niat. c. dico. c. esse quadratum. fiat eni. d. ex. a. in se. eritq. per. 18. septi-
mi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. z. q. inter. a. z. b. cadit unus medius scdē
continua pportionalitate p. 17. octavi. sequit p. 8. eiusdē ut vñ. quoz cadat inter. d.
z. c. itaq. cū. d. sit quadratus erit per. 20. eiusdē. c. quoz quadratus qd. ē ppositum.



Propositio 2



Si ex ductu alterius in alterum tetragonus producat. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaq; patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producat tetragonum esse. Si vero ex ductu tetragoni in numerum aliquem tetragonus producat illi numerum aliquem esse tetragonum. Itaq; si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producatur est numerum aliquem non tetragonum esse. Si vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur: qui inde producat non tetragonum esse necesse est.

Ubi est uersa prioris ut si ex. a. in. b. fiat. c. fueritq; c. quadratus: erunt. a. et b. superficiales similes. sit eni. d. ex. a. in. se. eritq; per. 18. septimi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. per. 16. aut. s. cum. d. et c. sint superficiales similes: eo q; sit ambo quadrati. erit inter eos unus numerus medius fm continua propo. p. 8. itaq; eiusde erit etiam unus inter. a. et b. igitur p. 17. eiusde. a. et b. sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima ps conel. patet p. premissam: sunt eni omnes tetragoni superficiales similes scda patet ex hac cu sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius conel. pte a destructione psequetis. quarta vero ps ex eiusde pte scda a destructione etia psequetis.

Propositio 3.



Si numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde producat erit cubus.

Ubi sit. a. cubus ex quo in se ducto fiat. b. dico. b. esse cubum. sit eni. c. latus cubicum. a. ex. c. vero in se fiat. d. patet itaq; q; ex. c. in. d. sit. a. sunt igitur unitas. c. d. a. p. tunc proportionales: qd ex. 18. septimi et p. sentibus p. p. t. b. manifestum est: et quia est. a. ad. b. sicut unitas ad. a. eo q; quo tiens unitas e. i. a. toties. a. in. b. erit iter. a. et b. duo numeri medij fm proportionale p. t. n. u. per. 8. octavi: cum igit ex p. t. b. sit. a. cubus erit per. 21. eiusdem. b. quodq; cubus: qd oportebat demonstrare.

Propositio 4.



Si cubus in alium cubum ducatur. qui inde producat erit cubus.

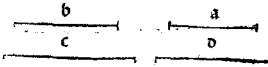
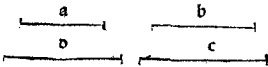
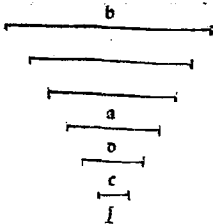
Ubi sit. a. et b. cubi: fiatq; c. ex. a. in. b. qd. c. esse cubum. fiat enim d. ex. a. in. se. eritq; per. premissa. d. cubus: et q; per. 18. septimi e. a. ad b. sicut. d. ad. c. constat ex. 23. octavi. c. e. cubus: qd est propositum.

Propositio 5.



Si numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritq; productus cubus in quem ductus e numerum cubum esse necesse est. unde manifestum est: quia ex ductu cubi in non cubum producat non cubus. Ductoq; cubo in numerum aliquem si fuerit qui inde producat non cubus in quem ille ductus fuerit necesse est esse non cubum.

Ubi sit eni ex. a. cubo in. b. numerum producat. c. cubus: dico. b. e. cubum: fiat eni. d. ex. a. in se qui p. antepmissa erit cubus: q; igit e. p. 18. sep. a. ad. b. sicut. d. ad. c. estq; a. cubus s; et. d. et c. cubi erit p. 23. octavi. b. cubus: qd e propositum. Prima ps conel. patet ex hac quinta a destructione p. t. n. u. scda per premissam sit a destructione consequentis.



Propositio .6.

Si ex duobus cuiuslibet numeri in se ipsum cubus producat esse cubus necessario comprobatur.

Sit ut ex .a. in se fiat .b. sitq. .b. cubus: dico ergo .a. esse cubum: fiat eni. .c. ex .a. in .b. eritq. ex diffinitione .c. cubus. et qm constat ex .18. septimi qd sit .a. ad .b. fiat .b. ad .c. cu sint .b. et .c. cubi: sequit ex .23.

octau. a. esse cubu: qd e ppositu.

Propositio .7.

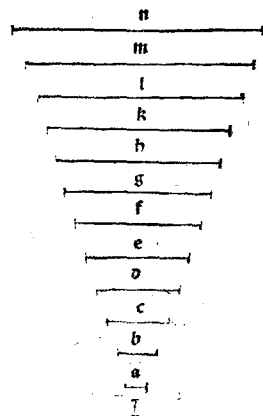
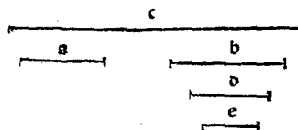
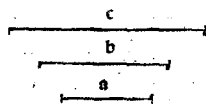
Si numerus copositus in numerum quelibet ducatur: qui inde producetur erit solidus.

Sit .a. numerus copositus: qui ducatur in .b. et pueniat .c. dico: c. esse numeru solidu: cu eni .a. sit copositus numeratur ab aliquo numero qui sit .d. numeretq. eum scdm .e. quia igitur ex .e. in .d. fit .a. et ex .a. in .b. erit ex diffinitione solidus: c. solidus eiusq. latera .e. d. b. qd e ppositu.

Propositio .8.

Si fuerint numeri ab unitate continue proportionales: tertius ab unitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab unitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itaq. septimus ab unitate e quadratus cubicus: ac deinceps quinque semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

Sint continue proportionales unitas .a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico .b. esse quadratu .c. d. obmisso. .c. et sic alios vno semper obmisso. vnde simplr omes existetes in locis paribus sunt quadrati: vt sunt tertius quintus et septimus: dico item .c. esse cubu: et si duobus obmissis: sic ut ceteris. Omnisq. simplr. est cubus cuius ab unitate locus addit sup ternariu: vel quelibet multiplicet ipsius ternarij unitate: vt sit quartus septimus decim. tertiusdecimus et sextusdecimus. in his eni pueniunt omnes qui duos transmittunt. Itaq. dico .f. ab unitate septimu esse quadratu: cu: b. cu: et sit .n. quinq. numeris intermissis: idemq. in ceteris. Simplr. autem dico cu? locus ab unitate addit super senariu vel quelibet multiplicet ipsius unitate: vt sunt septimis tertiusdecimus decimusnonus et vicesimusquintus: illi e quadratu cu: b. cu: quadratu quide qm eius locus impar: cubu aut qm sup multiplicem ternarij addit unitatem quippe senarij multiplices cunctos ternarij necesse est e multiplices. Que aut pposita sunt sic constet. Est eni ex hypoth. .a. in .b. quoties unitas in .a. itaq. .b. ex diffinitione quadratus: q. igit. .b. c. d. sit continue proportionales: .b. sit quadratus p. ex .17. vel .20. octau. d. esse quadratum. Eadem rone et .f. q. d. e. f. sunt ptinue pportionales: et .d. est quadratus: idem in ceteris vno iter/ misso: ostat itaq. p. p. Scdm sic cu sit .b. in .c. quoties .a. in .b. ex hypoth. sequit a diffinitione vt ex .a. in .b. suu quadratum fiat .c. igit. ex diffinitione ubi .c. est cubus. At q. c. d. e. f. sit ptinue pportionales sed .z. f. g. h. k. est aut. e. cubus: necesse est p. .19. vel .21. octau. vt .f. quoq. sit cubus: ideoq. z. k. idemq. i ceteris duob. tras missis: qre liquet scdm. Qm aut. m. f. septimo et in .n. tertiusdecimo: ceterisq. quinque mediis obmissis. simplr. vero et in oibus quoz loc. semper quelibet multiplicet ternarij addit unitate: terminant quadratoz et cuboz coputatioces: in his quidem unit. in illis aut duoz obmissione sequit ipsos esse qdratos: ex huius prima: p. et cubos ex t. q. quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur



Propositio 9

Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitate sequens quadratus fuerit: ceteri quoque omnes erunt quadrati. Si vero qui unitate sequitur fuerit cubus: ceteri quoque omnes erant cubi.

Si sint qui prius continue proportionales ab unitate, sitque a. quadratus: dico omnes esse quadratos. aut sit idem cubus: tunc quoque dico omnes esse cubos. b. eni constat esse quadratum p. premissis: q. ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. et octavi sequit. e. esse quadratum. idem quoque ex eiusdem. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autem idem eodem modo probabis: quare patet primum. Scdm autem sic. quib. fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoque cubus. c. vero constat esse cubum per premissam. itaque per. 23. octavi. d. omnesque sequentes cubicos esse probabis: est eni. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoque arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem sunt eni. a. b. c. d. sed et b. c. d. e. singulis quatuor continue sumpti continue proportionales.

Propositio 10.

Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitate sequens non quadratus fuerit. non erit aliorum quisque quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps vno semper intermisso reperimus. tetragoni. Si vero secundus ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus exceptis ab unitate quarto: et deinceps bis qui duorum semper intermissione formantur cubicis.

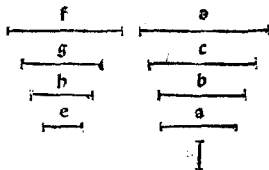
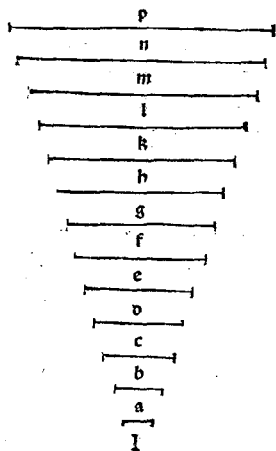
Hec ex opposito subiecti premisse inferit ptem oppositi passionis. dico autem parte qm ex. s. pstat omnes impares esse quadratos. omnesque quorum locus super ternarium vel quolibet ipsius multipliciter addit unitate esse cubos. sint itaque qui prius ab unitate continue proportionales non sit autem. a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex oibus esse quadratum: aut cubum nisi quos octava proponit. si eni. quis alius ponatur quadratus sequit p. 22. octavi. a. esse quadratum. Quod si cubus sequit per. 23. eiusdem. a. esse cubum quorum utriusque contrarium est. p. 20. b. e. Constat ergo propositum.

Propositio 11.

Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret: eum quoque unitate sequitur numerare necesse est.

Si sint utique ad. d. continue proportionales ab unitate. sitque a. numerus primus de quo ponat ipsum numerare. d. dico. q. idem. numerabit. a. Na si non erit ad ipsum primus p. 32. sep. et q. ex. a. i. se fit. b. sequit ex. 26. eiusdem ut ipse quoque sit primus ad b. sed et ad. c. et ad. d. sequit ipsum c. p. 25. eiusdem: eo q. ex. a. i. b. sit. c. et ex eodem in. c. d. non ergo numerat. d. cu sit primus ad ipsum: q. accedit p. riu ypoth. Idem atiter cu sit. e. primus si non numerat. a. primus erit ad ipsum p. 32. sep. itaque p. 32. eiusdem erit minimi sua proportionem: q. aut. e. ex ypoth. numerat. d. sit ut fm. f. pstat vero q. ex. a. in. c. fiat. d. ergo p. secunda pte. 20. sep. erit. a. ad. e. sicut f. ad. c. q. ex. 21. eiusdem. e. numerabit. c. et sit ut fm. g. et q. ex. a. i. b. sit. x. sequit quoque per eandem et eodem modo ut. e. numeret. b. esto ergo q. fm. b. et qm rursus ex. a. in se fit. b. necesse est iterum per eandem ut. e. numeret. a. sed positum erat non numerare b. accedit impossibile.

Propositio 12.



tiens oportet assumptam. Non est igitur. e. diuersus ab eis: qđ est etiā cōtra ppothe-
itaq; constat verē esse qđ proponit. **Propositio .4.**

Si ppositus fuerit numerus minimus quē numerāt primi assignati nō numerabit eū aliquis numerus primus preter illos assignatos:

Si sit. a. minimus numerus numerat⁹ a numeris primis qui sūt. b. c. d. dico qđ alius primus pter eos nō numerabit. a. Sin autem sit. e. primus numeras cū fm. f. qđ ergo quilibet numeroz. b. c. d. numerat. a. pductū ex e. in. f. ē qutē quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimi: vt quilibet eoz numeret. e. vel. f. sed. e. nullus numerat cū sit primus: quilibet ergo eoz numerat. f. cum itaq; sit. f. minor. a. vtpote qui numerat eū fm. e. nō erit. a. minimus numeratus ab illis qđ est inconueniens.

Propositio

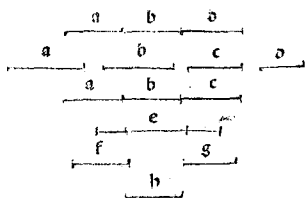
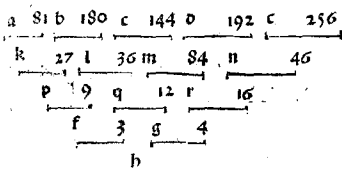
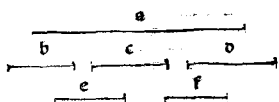
Si quotlibet numeri continue proportionales fm suā proportionē fuerint minimi: quicūq; aliquē illorū numerat alteri terminorū illius pportionis erit cōmensurabilis

Si sit. a. b. c. d. e. cōtinue pportionales ⁊ minimi fm pportionē. f. ad. g. qui sint in sua pportionē minimi: pponatur. b. numerare. c. dico qđ. b. est cōmensurabilis. f. vel. g. sumant enī in eadē pportionē quatuor minimi qui sunt. k. l. m. n. cōstat autē ex scđa octauī qđ ex. f. in. m. sit. c. alioquin cōtingeret esse minus minimo qđ esse nō potest. itaq; per coroll. 33. septimi erit. b. cōmensurabilis. f. vel. m. qđ si. f. cōstat ppositum: si autē. m. sumant in eadē pportionē tres minimi qui sunt. p. q. r. eritq; ex scđa octauī vt. m. fiat ex. f. in. r. ne minus mimo aliqd eē cogamur cōcedere: qre per predictū coroll. b. ē cōmensurabilis. f. vel. r. sed nō erat. f. sic enī constabat ppositū: cōmensurabilis igitur ē. r. qui cum ex scđa octauī fiat ex. g. in se sequitur ex dicto coroll. ut. b. sit cōmensurabilis. g. qđ est ppositum.

Propositio .16.

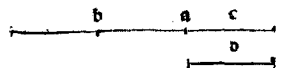
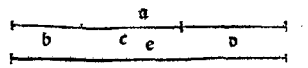
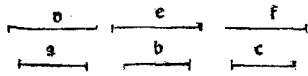
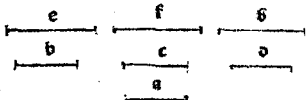
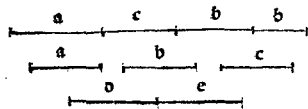
Si fuerint numeri quotlibet cōtinue proportionales i sua proportionē minimi quilibet eorū ad cōpositum ex reliquis primis esse necessario comprobatur.

Si sit. a. b. c. d. cōtinue pportionales ⁊ minimi. dico cōpositū ex. a. b. c. pmiū esse ad. d. Si enī nō numerabit aliquis numerus qui sit. e. cōpositū ex. a. b. c. ⁊. d. pmissā igitē erit. e. cōicans alteri terminorū illius pportionis qui sunt. f. ⁊. g. erit itaq; numer⁹ aliq; numeras. c. ⁊ alterum duorum. f. g. qui sit. b. quia ergo. b. numerat. e. numerabit. d. ⁊ cōpositum ex. a. b. c. ⁊ quia numerat. f. vel. g. quorū vterq; numerat vtrūq; mediorū ⁊ simpliciter oēs si ples duobus sint: ex scđa octauī sequit ut ipse numeret. b. ⁊. c. ergo ⁊. a. qđ numerat totum a. b. c. nō sunt igit. a. ⁊. d. p se pmi qđ ē incōueniens p. 3. octauī: silr quoq; constabit ppositū ex. a. b. d. pmiū eē ad. c. si enī vt prius. e. numerat abos sequit p pmissam ut aliquis numerus qui etiā sit. b. numeret. e. ⁊ alterū duorū. f. g. itaq; b. numerat. c. ⁊ totū. a. b. d. sed ⁊. b. cū vtrāq; radicū numeret omnes medios: igit ⁊ cōpositū ex. a. ⁊. d. ⁊ qđ necessario numerat alterū duorū. a. d. cū numeret alterū duorū. f. g. numerabit ⁊ reliquū. Nō sūt igitur a. ⁊. d. cōtra se primi: ⁊ ita idē ut pri⁹. **Demō**strat autē idē aliter de trib⁹ cōtinue pportionalib⁹ ⁊ minimis sine amiculo pmissē pbat enī ex quibuscq; duob⁹ cōpositū pmiū eē ad reliquū. sint itaq; 3. cōtinue pportionales ⁊ minimi. a. b. c. quorū termini. d. ⁊. c. dico tūc cōpositum ex. a. ⁊. b. pmiū



esse ad. c. z. cōpositū ex. b. z. c. ad. a. itaqz ex. a. z. e. ad. b. manifestū enim est ex se/
cunda octavi qd ex. d. in se sit. a. z. in. e. sit. b. z. ex. e. in se. c. z. ex. 22. septimi. qd. d.
z. e. sit cōtra se primi: itaqz ex. pma pte. 29. eiusdē erit tot⁹. d. e. p⁹ ad vtrūqz corz
qz igit vterqz duozz numeroz. d. z. d. e. p⁹im⁹ ē ad. e. erit p. 25. eiusdē qui ex. d. in. d.
e. pducitur z ipse ē cōpositus ex. a. z. b. p⁹mus ad. e. sequit ergo p. 26. eiusdē. ut enī
cōpositus ex. a. z. b. sit p⁹im⁹ ad. c. sit enī. c. ex. e. i se. ¶ Simili quoqz demonstratōe p/
babis cōpositū ex. b. z. c. p⁹imū esse ad. a. At vero cōpositū ex. a. z. c. p⁹imū esse ad. b:
sic habeto: cū sit enī vterqz duozz. d. z. e. p⁹mus ad totum. d. e. erit p. 25. septimi qui
ex. d. in. e. pducit: z ipse est. b. p⁹mus ad. d. e. itaqz p. 26. eiusdē qui ex. d. e. in se p/
venit: z ipse est qui cōponit ex. a. z. c. z. duplo. b. p⁹imus erit ad. b. sequit ergo com/
positū ex. a. z. c. p⁹imū esse ad. b. necesse enī ē ut ex duobus cōpositis cū primus fue/
rit ad vni eozz ex quib⁹ componit: sit primus ad reliquū: demonstratum aut ē hoc
supra. 29. septimi. Oportet aut stabilire ad robur istius demonstratiōis cōpositū
ex. a. z. b. pducit ex. d. in cōpositū ex. d. z. e. supposito qz ex. d. in se sit. a. z. ex eodez
in. e. b. itaqz qz ex. d. e. i se pducit cōpositū ex. a. z. c. z. duplo. b. supposito eo quod
p⁹mus z qz ex. e. in se sit. c. b⁹ius itaqz grā pponim⁹ hec demonstrāda.

¶ Qd sit ex ductū vni⁹ numeri i quolibet tantū ē: quantū qd ex ductū
eiusdē i cōpositū ex illis. ¶ Idē pponit pma scōi de lineis. Sit enī ut ex. a. i. b.
z in. c. z in. d. puchant. e. z. f. g. dico qz ex. a. in cōpositū ex. b. z. c. z. d. pvenit
cōpositū ex. e. z. f. z. g. sequit enī ex cōnessione diffinitionis eius qd multiplicat ut
tota pars sit. b. e. z. tota. c. f. sed z. d. tota. g. quota ē vnitās. a. per quintā itaqz se/
ptimi: tota quoqz ps erit cōpositus ex. b. z. c. z. d. cōpositi ex. e. z. f. z. g. quota est
vntās. a. ergo per diffinitionē ex. a. in cōpositū ex. b. z. c. z. d. sit cōpositus ex. e. z.
f. z. g. qd est ppositū. ¶ Qd sit ex ductū quolibet numeroz in vnum
equū ē ei qd sit ex cōposito eozz in eundē. ¶ hoc ē cōuersū eius qd modo
demonstratū ē: vt si ex. b. z. c. z. d. in. a. fiant. e. z. f. z. g. fiet quoqz cōpositus ex cō/
posito i eundē: qd ex. 17. septimi z p⁹demonstrato facile cōcludit. ¶ Qd sit ex du/
ctū quolibet numeroz in quolibet alios: equū est ei qd sit ex cōposi/
to horum in cōpositū illoz. ¶ At si a. b. c. multiplicet. d. e. f. quilibet quē/
libet: iungantēz pducta. dico aggregatū ex productis esse equale pducto ex cōpo/
sito ex. a. z. b. z. c. in cōpositū ex. d. z. e. z. f. est enī p⁹missam qd sit ex cōposito
ex. a. b. c. in. d. quātū qd ex singulis in illū. d. sic ē in. c. z in. f. ex cōposito aut horū
a. b. c. in quēlibet illoz. d. e. f. p ante p⁹missā sit quātū ex cōposito in cōpositū. itaqz
constat ppositū. ¶ Numero in quolibet ptes diuiso: tantū est qd sit ex
toto eo in se: quantū qd ex eo in omnes suas ptes. ¶ Idē pponit scōa se/
cūdi de lineis. vt si a. diuidat in. b. z. c. z. d. dico qd tantum sit ex. a. in se quantū
in oēs illos. b. c. d. posito enī. e. equali. a. constat ex pma hāz incidentiū tm fieri
ex. e. in. a. quātū in oēs ptes. a. sed p cōcept. ex. e. in. a. sit quātū ex. a. in se. z ex. e.
in ptes. a. quātū ex. a. in eisdē. ¶ Manifestū ergo ē vtz esse qd dicit. ¶ Numero
in duo diuiso qd sit ex toto in alterum diuidentium: tm est quantū qd
ex eodem in se z in alterum. ¶ Idem proponit tertia scōi de lineis. Sit enī. a.
diuisus in. b. z. c. dico tm fieri ex. a. in. c. quātū ex. c. in se. z in. b. Nam qd ex. a. i. c.
ē quātū qd ex. a. p. 17. septimi. sumpto itaqz. d. equali. c. erit. a. in. c. quantum
d. in. a. At per prima hāz. d. in. a. ē quantū in. b. z. c. qz ergo. d. in. a. ē i. b. z. i. c. ē
quantum. c. in. a. z in. b. z in se propter equalitatem. c. z. d. constat ppositum.

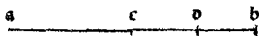


C Numero in duo diuiso qđ ex ductu totius in se: est quantum qđ ex ductu vtriusq; diuidentium in se et alterius eorum bis in alterum.



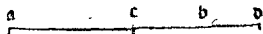
Idem pponit quarta scđi de lineis vt si a. diuidatur in .b. et .c. dico tñ fieri ex .a. i se. quātū ex .b. in se. et .c. i se et ex .b. bis in .c. est enī per quartam harum qđ ex .a. in se quantum qđ ex eo in .b. et in .c. ex eo autē in .b. per pmissā est quantum ex .b. in se. et in .c. at ex .a. in .c. per eandem est quantum ex .c. in se. et in .b. et qđ ex .c. in .b. tñ est quantum ex .b. in .c. per .17. septimi. liquet verum esse quod proponitur.

C Numero per duo equalia duosq; unequalia diuiso quod fit ex maiori unequalium in minorem cum quadrato intermedij equum ē quadrato medietatis totius.



Idem proponit de lineis quinta secundi: vt si a. b. diuidatur in duos numeros equales qui sint .a. c. et .c. b. itemq; in duos inequales quoz sit maior .a. d. et minor .d. b. dico qđ illud qđ fit ex toto .a. d. in .d. b. cū quadrato .c. d. equale est qđrato .c. b. per pmissam enim quadratū .c. b. est equale quadrato .c. d. et quadrato .d. b. et qđ fit ex .b. d. in .c. d. bis: sed ex .b. d. ille et i .c. d. tñ fit quātū i .c. b. p pñā haz: et tñ quātū i .a. c. itaq; ex .b. d. in se et in .c. d. bis quātū ex ipso .b. d. i .a. d. p eadē igitur quadratū .c. b. supat id qđ fit ex .b. d. in .a. d. in qđrato .c. d. constat ergo propositū.

Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus ei qđ alius numerus additus: qđ fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio et adiuncto.



Idem proponit sexta secundi de lineis: Sit enī .a. b. diuisus in duos equales numeros qui sint .a. c. et .c. b. addaturq; ei numerus .b. d. dico illud qđ fit ex toto .a. d. in .d. b. cū quadrato .b. d. esse equale quadrato .c. d. est enim ex sexta harū quadratū .c. d. equale quadrato .d. b. et qđrato .b. c. et ei qđ fit ex .d. b. in .b. c. bis: s; per pñā haz ex .b. d. in se et in .b. c. bis est qñtū ex .b. d. in .d. a. Sūt enī .a. c. et .c. b. equalēs. itaq; qđratū .c. d. supat id qđ fit ex .b. d. in .d. a. in qđrato .c. b. qđ ē ppositum.

Cū numerus in duo diuidit qđ fit ex toto in se cū eo qđ ex altero diuidentū in se: ē equū ei qđ ex toto in eundē bis cū eo qđ ex altero i se.



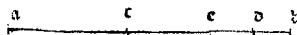
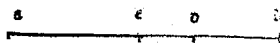
Idem proponit septima scđi de lineis. Sit enī numerus .a. diuisus in .b. et .d. dico quadratū .a. cū quadrato .d. tñ esse quātū qđ fit ex .a. in .d. bis cum quadrato .b. constat quidē ex sexta haz qđ quadratum .a. tantū ē quantum quadratū .d. et quadratum .b. et qđ fit ex .d. in .b. bis: itaq; quadratum .a. cum quadrato .d. tñ ē quantum qđ ex .d. bis in se. et bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se et bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per pñā am harum: ergo quod fit ex .d. bis i .a. cū quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet propositum.

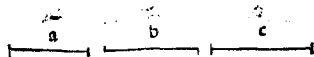
Cum fuerit numerus in duo diuisus ei qđ equalis vni diuidentium additus: quadratum totius compositi equum est quadruplo eius qđ fit ex priori in additum cum quadrato alterius.



Idem proponit octaua scđi de lineis. Sit numerus .a. b. diuisus in .a. c. et .c. b. cui addatur .b. d. qui ponatur equalis .c. b. dico quadratum .a. d. tantum esse quantum est id quod fit ex .a. b. in .b. d. quater cum quadrato .a. c. est namq; per sextam haz quadratum .a. d. equum quadrato .a. b. et quadrato .b. d. et ei qđ fit ex .a. b. in .b. d. bis: et quia quadratum .b. d. est equale quadrato .c. b. erit quadratū .a. d. equale quadrato .a. b. et quadrato .c. b. et ei qđ fit ex .a. b. in .b. d. bis: per pmissam autē est quadratum .a. b. cum quadrato .c. b. quantum quadratum .a. c. cū eo quod fit

ex. a. b. in. b. c. bis: itaqz quadratum. a. d. tantū ē quātū qđ ex. a. b. in. b. d. bis ē ex
a. b. in. b. c. bis cū quadrato. a. c. ē qđ ex. a. b. in. b. c. tñ fit quātū in. b. d. constat
vex ēē quod ppositum est. ¶ Cum fuerit numerus in duo equalia duo/
qz in equalia diuisus: quadrata ambōrūz in equalium pariter accepta
duplum sunt quadrato medietatis ⁊ quadrato eius quo maior portio
excedit minorem pariter acceptis. ¶ Idem proponit nona scđi de lineis
Sit enim. a. b. diuisus p duos equales qui sint. a. c. ⁊ c. b. ⁊ p duos inaequales qui
sint. a. d. ⁊ d. b. dico qđ quadrata duorūz numeroz. a. d. ⁊ d. b. pariter accepta sunt
duplū duobus quadratis duorūz numeroz. a. c. ⁊ c. d. pariter acceptis. Est enī per
sex tam baz quadratum. a. d. quātū quadratū. a. c. ⁊ quadratū. c. d. ⁊ duplū eius
qđ fit ex. a. c. in. c. d. qđ aut. a. c. ē equalis. c. b. erit quadratū. a. d. quātū quadratū
b. c. ⁊ quadratū. c. d. ⁊ duplū eius qđ fit ex. b. c. in. c. d. itaqz quadratū. a. d. cū qua
drato. b. d. sunt quātū quadratū. b. c. ⁊ quadratū. c. d. ⁊ duplū eius qđ fit ex. b. c. in
c. d. ⁊ quadratū. b. d. duplū aut eius qđ fit ex. b. c. in. c. d. cū quadrato. b. d. ē equa
le quadrato. b. c. ⁊ quadrato. c. d. p. 9. baz ergo quadrata duorūz numeroz. a. d. et
d. b. sunt quātū quadrata duorūz numeroz. b. c. ⁊ c. d. duplicata: ⁊ quia. b. c. ⁊ c. a
sunt equales: p. 3. ppositū. ¶ Cum fuerit numerus in duo equa diuisus
aliisqz adiunctis: quadratum totius cōpositi cum quadrato adiuncti
duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compo/
siti ex medietate ⁊ adiuncto. ¶ Idē proponit. 10. scđi de lineis. Sit enīz nu/
merus. a. b. diuisus in duos equales. a. c. ⁊ c. b. sitqz sibi adiunctus numerus. b. d.
dico quadratū. a. d. cū quadrato. b. d. duplū ēē ad quadratū. a. c. cū quadrato. c. d.
cū sit enī numerus. c. d. in duo diuisus sibi qz sit. a. ⁊ equalis vni diuidentū addit⁹
et p. 10. baz quadratū. a. d. quātū qđ fit ex. c. d. in. c. a. quater cū quadrato. b.
d. qđ vero. a. c. ē equalis. c. b. erit quadratū. a. d. quātū qđ fit ex. d. c. i. c. b. qter cū qđ
drato. b. d. itaqz quadratū. a. d. cū quadrato. d. b. erit quātū qđ fit ex. d. c. i. c. b. quater
cū duplo quadrati. b. d. hoc aut p. 19. baz duplū ē ad qdratū. c. d. cū qdra
to. c. b. cū igit sit qdratū. c. b. equale quadrato. a. c. constat ppositum. ¶ Pau/
merum aliquem ita diuidere ut qđ ex toto ⁊ vna eius portione contine
tur equum sit quadrato alterius est impossibile. ¶ Qđ. 11. secūdi pro/
ponit faciendum in lineis. demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim
quilibet numerus. a. b. dico impossibile esse ipsū sic diuidi ut proponitur: sic enī di
uideret sūm proportionē hab. nrem medium ⁊ duo extrema: ut patet ex diffinitōe
7. 20. septimi. Si autem potest diuidatur in. c. sitqz. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a.
erit itaqz. a. c. minor. c. b. detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c. d. qđ igitur
est proportio totius. a. b. ad totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detra/
ctum ab. b. c. erit eadem. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuum. b. c. quare. b. c. ad. c.
d. sicut. c. d. ad. d. b. erit igitur. c. d. maior. d. b. detracto itaqz. d. e. v. c. d. ut sit. d.
⁊. e. q. d. b. erit etiā pportio. b. c. ad. c. d. sic. c. d. ad. d. e. q. resic. d. b. residui. c. b.
ad. c. e. residui. c. d. pōt igit. c. e. detrabi ab. e. d. nō erit itaqz finis isti⁹ detractiōis
qđ ē impossibile. Nūc ad ppositū reuertamur. ¶ Propositio. 12.
Si fuerint duo numeri ptra se primi quātū ē primus eorū
ad scđm: tantū esse scđm ad tertium quēqz impossibile est.
¶ Sint. a. ⁊ b. contra se primi: dico impossibile esse aliquē eis in con
tinua pportionalitate adiungi. Si enīz pōt sit. c. qđ igit. a. ad. b. sicut





b. ad. c. sunt aut. a. z. b. in sua proportione minimi per. 23. septimi: sequitur p. 21. eiusdem ut. a. numeret. b. qui cum etia3 numeret se: non erunt. a. z. b. contra se primi: quod est contrarium poni.

Propositio 18.



Quotlibet numeroz continue proportionalium duo extrema fuerint cōtra se primi quantū est primus ad scōm tantū esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

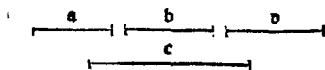


Sint. a. b. c. continue proportionales. itaq3. a. z. c. contra se primi dico q in eadē proportione non potest eis adiungi alius. si eni potest sit. d. qnia igitur ē. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutati. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sunt autē. a. z. c. in sua ppositione minimi per. 23. septimi itaq3. p. 21. eiusdem. a. nūme/rat. b. quare etiam numerat. c. numeroz enim continue proportionalium: si prim⁹ numerat scōm: ipse numerat omnes z simpliciter quilibet precedēs quēlibet sequē tem. at qz etiam numerat se: non erunt. a. z. c. cōtra se primi: qd est inconueniens.

Propositio 19.



Propositis duobus numeris an sit eis tertius continue proportionalis perscrutari.

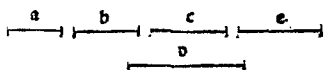


Sint. a. z. b. duo numeri propoſiti: volo inquirere an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiungi. Igitur si ipsi sunt cōtra se primi impossibile est per. 17. si vero cōpositi dicatur. b. i. se. z. p. 10. veniat. c. quē si. a. numerat erit. si vero nō numerat non erit. Numeret enim cū fm. d. qui erit quē querimus per. 2. partem. 10. septimi. sit ergo ut nō i. numeret cum est tamen ut. a. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq3. qz ex. b. in se fit. c. sequitur per primā partem. 20. septimi. ut ex. a. in. d. sit idē. igit. a. numerat. c. fm. d. sed erat positiū q nō quare sequit impossibile.

Propositio 20.



Atis tribus numeris continue proportionalibus an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.



Sint cōtinue proportioales. a. b. c. volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi. igitur si. a. z. c. sunt cōtra se primi impossibile est per. 18. si aut cōpositus. sit. d. qui provenit ex b. in. c. quē si numerat. a. erit. si vero nō numerat nō erit. numeret enim cum fm. e. qui erit quē querimus: per scōm partem. 20. septimi. sit ergo ut nō n. meret cum. est tamen ut. a. ad. b. sicut. c. ad. e. itaq3. qz ex. b. in. c. sit. d. sequitur per primā ptem. 20. septimi. vt ex. a. in. e. sit idem. ergo. a. numerat. d. fm. e. sed positiū erat q non: Idē potes perscrutari quotlibet cōtinue proportionalibus propoſitis. si enim duo extremi sint cōtra se primi finem habet intentio per. 18. si autem cōpositi: ducto scōo in vltimū si productum numeret primus: is scōm quē cū numerat est quē querimus per scōm pte. 20. sep. si aut prim⁹ pductū nō numerat null⁹ erit: quotlibet eni posito p primā pte eiusdē fm ipsū positiū. numerabit prim⁹ pductū: qd positiū erat nō numerare.

Propositio 21.



Atis quotlibet numeris primus aliquē primū ab eis dī/nerfium esse necesse est.

Nihil aliud intendit nisi q numeri primi sint infiniti demonstrare Sint eni. a. b. c. numeri primi. dico esse aliquē primū diuersus ab eis sit quidē. d. f. minimus quē numerat cui addita vnitate fiat. d. g. qui

est primus aut compositus. si primus constar. ppositum. si compositus numerat
 cū aliquis primus qui sit. b. quē non est possibile esse aliquē ex primis ppositis. si
 enī esset aliquis eorū cū quilibet ipsoz numeret. d. f. ipse quoqz numeraret eundē:
 at qz numerat. d. g. oportet ipsoz numerare. f. g. qui est vnitas qd est impossibile
 Idē sequitur posito. d. f. quolibet numero quē numerant. a. b. c. qre pstat ppositū

Propositio .22.

Si coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoqz ab
 eis coacernatus erit par.

C Sit quisqz numeroz. a. b. c. par: dico ex eis cōpositū eē parē. ha
 bet enī ex cōuersione diffinitionis quisqz eorū medietatē. sint ergo eo
 rum medietates. d. e. f. qz igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. z. c. ad. f. erit
 ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaqz tot⁹. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaqz. d. e. f. est medie
 tas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. est par: quod est ppositum.

Propositio .23.

Si numeri impares numero pares coaceruent: totus quo
 qz ex eis coacernatus erit par.

C Sit quilibet numeroz. a. b. c. d. impar: dico ex eis cōpositum esse
 parē: dempta enim a quolibet vnitate cōstat residuos esse pares: z
 qz ille vnitates dempte cōponūt parē. cū sint numero pares: constat
 ppositum per pmissam.

Propositio .24.

Si numeri impares numero impares coaceruentur: totum
 quoqz ex eis coacernatum imparē esse.

C Sit quilibet numeroz. a. b. c. impar: dico totū ex eis cōpositū esse
 imparē. erit enī per pmissam cōpositus ex. a. z. b. par: z qz. c. dem
 pta vnitate est par erit per ante pmissā totus. a. b. c. dempta vnita
 te par: per diffinitionem itaqz constat totum esse imparē.

Propositio .25.

Si a numero pari numerus par detrahatur reliquus erit par

C Sit totus. a. par a quo detrahatur. b. qui. quoqz sit par: z residu⁹ sit
 c. bico. c. esse parē. sit enī. d. medietas. a. e. quoqz sit medietas. b. de
 tractoqz. e. de. d. sit reliquus. f. erit p. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d.
 quare. f. ē medietas. itaqz. c. est par: qd est ppositum.

Propositio .26.

Si a numero impari detrahatur impar reliquus erit par.

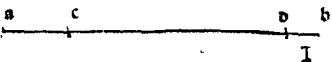
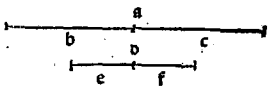
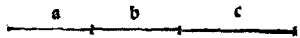
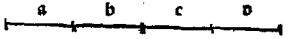
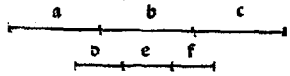
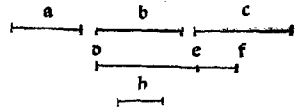
C Sit. a. b. numer⁹ impar a quo detrahatur. b. c. qui etiā sit impar: bi
 co reliquum qui est. a. c. esse parē: detrahatur enī ab vtroqz vno
 numeroz. a. b. z. b. c. vnitas q sit. b. d. eritqz vterqz vnoz residuoꝝ q
 sūt. a. d. z. d. c. par. p pmissā itaqz constat. a. c. eē parē: qd ē ppositū.

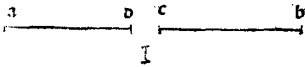
Propositio .27.

Si a numero impari numerū parē subtrahas qui relinqui
 tur impar est.

C Sit. a. b. impar: a quo detrahatur. a. c. qui sit par: dico. c. b. residuū
 eē imparē. sit enī. b. d. vnitas: eritqz. a. d. par z qz. a. c. ē par erit p. 25
 c. d. par cū itaqz sit. d. b. vnitas erit. c. b. impar: qd est ppositum:

Propositio .28.





S de numero pari imparé tollas qui relinquit impar est.
 ¶ Sit. a. b. par a quo tollat. a. c. qui sit impar: dico. c. b. residuus esse
 imparé: subtrahatur enim ab. a. c. vnitas que sit. c. d. critqz. a. d. par.
 itaqz per. 25. d. b. quoqz crit par. qz igit. d. c. est vnitas sequit. c. b. esse
 imparé: qd é ppositu. **Propositio .29.**



S in imparem ducatur impar qui producat erit par.
 ¶ Ex. 23. manifestum est quod dicitur.



S in imparem ducatur impar qui producat erit impar.
 ¶ Hec quoqz ex. 24. manifesta est.



S numerus impar numerum parem numeret: numero pari
 eum numerabit.

¶ Si eni numero impari eum numeraret ex impari i imparé fieret par: qd
 é incoueniens p pmissa. **Propositio .32.**

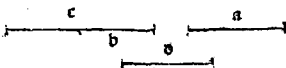
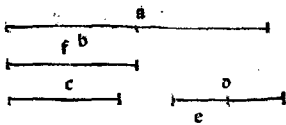


S impar imparé numeret impariter eum numerat.
 ¶ Si eni pariter eum numeraret ex numero impari i numeru paré fieret im
 par qd é incoueniens p. 29. **Propositio .33.**



S numerus impar numerum parem metiatur eiusde quo
 qz dimidium ipsum metiri necesse est.

¶ Sit. a. numerus par cuius dimidiu. b. sitqz. c. numerus impar qui nu
 meret. a. dico q. c. numerabit. b. numeret eni. a. fm. d. critqz p. 31. d.
 numerus par. Esto igit. eius dimidiu. e. ducaturqz. c. in. e. z. pueniat
 f. critqz p. 18. sep. a. ad. f. sicut. d. ad. e. z. qz etiá est. a. ad. b. sicut. d. ad. e. sequit. b. z.
 f. esse equales. cu itaqz. c. numeret. f. idé numerabit. b. quod est ppositum.



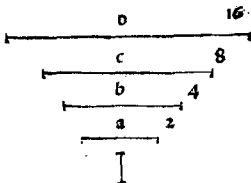
S numerus impar ad aliqué fuerit primus: idem ad eiusde
 duplum erit primus.

¶ Sit. a. numerus impar primus ad. b. cuius duplu sit. c. dico q. a.
 é primus ad. c. sin autem numeret eos. d. cuqz. a. sit impar sequit. d.
 esse imparé: quicunqz eni iparé numerat impar est p pmissam itaqz
 d. numerabit. b. non sunt igitur. a. z. b. contra se primi: qd est contra ppositi.



Numeri a duobus dupli sunt pariter pares tantum.

¶ Sint vnitas. a. b. c. d. cōtinue pportioales. sitqz. a. binarius: dico
 oēs eos eē pariter pares eiqz fm banc pportionē in infinitu auctis
 nullū aliū eē parit paré: de his quidē constat p diffinitionē cū p. 12.
 quilibet pcedens numeret quēlibet sequētē p aliquē eoz. quos omnes
 oportet esse pares: z nullus alius numeret aliquē eoz per. 13. eo q. a. qui é binari
 vnitate sequēs é primus. Qd aut nullus ali ab his sit pariter par pstat: sic posito eni
 aliquo vniat i duas medietates eiusqz medietas i duas: z hoc toties fiat quou
 qz numerus aut vnitas diuisione ipediat qd necesse é euenire p vltima petitionē. si
 vero numerus hāc pphibeat ipse erit ipar q cū numeret piter paré positi nō erit p
 par q positi é piter par. si aut vnitas nō erit. 15. ali a cōtinue duplis ab vnitate.



Propositio .36.

Numerus cuius medietas est impar est pariter impar.

¶ Sit. a. numerus cuius medietas que sit. b. sit impar dico. a. esse pariter imparē. sit enī. c. binari⁹ manifestū itaq; qm̄ ex. c. in. b. sit. a. sit aut. d. quilibet numerus par numerās. a. qui numeret eū scōm. e. eritq; p scōm pte. 20. septimi. e. ad. b. sicut. c. ad. d. igit. e. numerat b. nā qz. c. numerat. d. erit itaq; e. numerus impar. erat enī 2. b. p diffinitionē igit a. est pariter impar.

Propositio .37.

Nis numerus a duobus nō duplus cuius medietas est par est pariter par et impariter.

¶ Sit numer⁹. a. nō duplus a duobus cuius medietas que sit. b. p natur par. dico ipsū esse pariter parē et impariter. sit enī. c. binarius de quo manifestū ē qd ipse numerat. a. fm. b. qz vero. a. nō est duplus a duobus: necesse ē si eius medietas que ē. b. in alias duas medietates diuidat: me/ dietatistq; medietas in alias duas vt andē occurrat numerus impediēs diuisione/ qui ppter hoc qd diuisione nō recipit erit impar. sitq; is in quo sit diuio. d. si numero qppe necesse ē stat qz siq; ad vnitatē pueniret diuio eēt. a. de numeris duplis a binario de quibus nō ē: de. d. vero manifestū ē qd ipse numerat. a. p hanc cōm sciam: ois numerus numerās aliū numerat omnē numeratū ab illo. Nume/ ret ergo cū fm. c. eritq; e. par. Alioquin. cū. d. sit maior impar sequerē p. 30. a. eē imparē: qz igit. b. numerus par numerat. a. fm. c. qui quoq; ē par est enī binarius At vero. e. numer⁹ par numerat eadē fm. d. qd ē impar. pstat ex diffinitōe numez a. eē pter parē et imparitē qd ē ppositū.

Propositio .38.

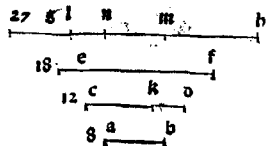
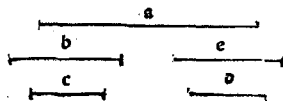
S de scō atq; ultimo. numeroz cōtinue pportionalium equale primi denatur quantū ē reliquūz scōi ad primum tū ē reliquū vltimi ad coaceruatum ex cūctis preceden/ tibus necelario comprobatur.

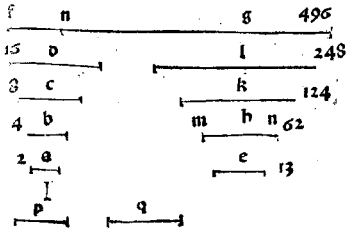
¶ Sint pinue pportionales. a. b. c. d. e. f. g. h. denatq; de. e. d. e. q/ lis. a. b. qui sit. c. k. et de. g. b. qui sit. g. l. dico tūc qd pportio. k. d. ad. a. b. ē sicut. l. b. ad cōpositū ex. e. f. c. d. z. a. b. sumat ex. g. b. equalis. e. f. qui sit. g. m. et eq̄lis. c. d. qd sit. g. a. eritq; l. n. eq̄lis. k. d. manifestū aut ē p. 12. sep. qd cū sit. g. b. ad. g. m. sicut g. n. ad. g. n. erit. b. m. residuū ad. m. n. residuū sicut. g. b. ad. g. m. ideoq; sicut. e. f. ad. c. d. sili quoq; mō erit. m. n. ad. l. n. sicut. c. d. ad. a. b. pmutatim igit erit. b. m. ad. e. f. z. m. n. ad. c. d. sicut. n. l. ad. a. b. itaq; cōiuncti p. 13. sep. erit. l. b. cōpositus ex. b. m. m. n. z. l. n. ad cōpositū ex. e. f. c. d. z. a. b. sicut. l. n. ad. a. b. ideoq; sicut. k. d. ad. a. b. qd est ppositum.

Propositio .39.

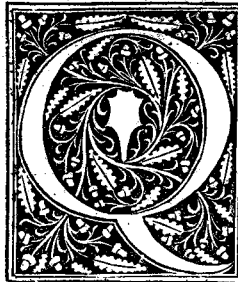
Cum cooprati fuerint numeri ab vnitatē cōtinue dupli qui cōiuncti faciāt numerū primū extremus eoz in aggrega/ tum ex eis ductus producit numerum perfectum.

¶ Sint ab vnitatē pinue dupli. a. b. c. d. ex eis aut et vnitatē coacer/ uatus sit. e. qui ponat eē numer⁹ prim⁹ in quē. e. multiplicet. d. et pro/ ueniat. f. g. dico. f. g. eē numez pfectū. Sumat igit. b. k. l. pinue dupli ad. e. ut toe/ sint. c. b. k. l. quot sint cōtinue dupli ad vnitatē sumpti. eritq; p equa pportionali/ tatē. l. ad. e. sicut. d. ad. a. quare p primā pte. 20. sep. ex. a. in. l. puenit. f. g. Nā ipse f. g. puenit ex. d. in. e. et qz. a. ē binari⁹ ē. f. g. duplus ad. l. sunt igit. c. b. k. l. z. f. g.





cōtinue pportionales? demat igit ex. b. equalis. e. qui sit .m. b. z residuus. b. n. q
erit etiā eqlis. e. itēqz ex. f. g. demat cidē equalis qui sit. f. n. eritqz p pmissam. n. g.
quātū aggregatū ex. e. z. b. z. k. z. l. sed z. f. n. cū sit equalis. c. ē quātū aggregatū
ex. a. z. b. z. c. z. d. z. vnitatē. itēqz totus. f. g. ē quantus aggregat⁹ ex oibus his scz
a. b. c. d. z. vnitatē z illis. e. b. k. l. de quibus oibus manifestū ē q numerat cū scz. f.
g. c. quidē fm. b. z. b. fm. k. qd ex pma pte. 20. sep. pūneit adiuuātē equa pportio/
tionalitate sibi opus fuerit. Est enim ut. d. ad. c. sic. b. ad. e. z. ut. d. ad. b. sic. k. ad
. e. p equam pportionalitatē: quare z ex. c. in. b. z ex. b. in. k. necesse ē. puenire. f. g.
quē ondū pduxerat. d. in. c. si igit nullus alius ab his numerat. f. g. i psc erit p dis/
finitionēz numerus pfectus. ¶ Quod autem nullus alius eum numeret sic patet si
enī hoc possibile ē sit. p. qui numeret eū fm. q. eritqz p. 33. sep. vt. e. numeret altez
eoz ponatqz q numeret. p. z qz p scām pte. 20. sep. e. q. ad. d. sicut e. ad. p. sequit
ut. q. numeret. d. quare cū. a. qui sequit vnitatē sit primus ē enī binari⁹ erit. q. p. 13
huius aut. a. aut. b. aut. c. quicunqz aut boz fuerit erit. p. aut. l. aut. k. aut. b. si enī
q. fuerit. a. constat q p. erit. l. qd sit fuerit. b. p. erit. k. si aut. c. p. quozqz erit. b. non
ē igit. p. diuersus ab illis vt fuerat positū: relinquitur ergo q. f. g. sit numerus per/
fectus quod erat demonstrandum. - Explicit liber Nonus Incipit liber Decimus

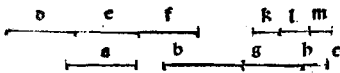


Quantitates quib⁹ fuerit vna quantitas cōis
eas numerās: dicēt cōicātes. quib⁹ vero nō
fuerit vna cōis qntitas eas numerās dicēt i/
cōmēsurabiles. Linee i potētia cōicātes di/
cunt quaz superficies qdratas vna cōis supfici
es nūerat. Linee icōmēsurabiles i potētiadi/
cunt quaz superficies qdratas nō numerat vna
cōis superficies: q cū ita sint manifestū ē qz oī
linee posite multe alie sūt incōmēsurabiles.
qdā i longitudie tm. qdā i lōgitudine z potē
tia. Dis aut linea cū q rōcinamur posita vo
cet rōnalis. Lineeqz ei cōicātes dicūt rōnales: Eide aut icōicētes di/
cūt irrōnales linee lurde. Dis vero qdrata supficiē de q p ypotēsi rōci
namur dicūt rōnalis. Supficies vero ei cōicātes dicūt rōnales. Eide
autem icōmēsurabiles superficies dicūt irrōnales linee lurde.
Laterā vero q in illas qdratas possūt dicūt rōnalia. ¶ Quālibz quā/
titatē toties posse multiplicari vt quālibet eiusdē generis quātitatem
positam excedat.

Propositio ..



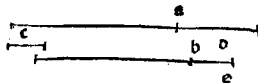
Si a duabus quātitatibus inequalibus ppositis maior di
midio a maiori detrahaf. itēqz de reliquo maior dimidio
demat deinceps quoqz eodē mō: necesse ē vt tandē mino
re positaz minor quātitas relinquat. ¶ Sint due quā/
titates inequales. a. z. b. c. b. c. maior. dico q toties pōt maior dimi
dio detrahi a. b. c. vel eius residuo q necesse erit relinqui quantitatē minorem. a.
multi licet enī. a. quorēs excedat. b. c. sitqz eius multiplex. d. e. f. maior. b. c. detra
hat itaqz. a. b. c. maior dimidio q sit. b. g. itēqz ex residuo qd est. g. c. mai⁹ dimi
dio qd sit. g. b. hoc quoqz totiens fiat quousqz. b. c. diuisa sunt in tot ptes quoties
a ptime in. d. e. f. dico tunc q vltimū residuū vt est hic. b. c. est min⁹. a. multiplicet



namq; b. c. quotiens ē multiplicata. a. i. d. e. f. sitq; eius multiplex. k. l. m. q. igitur
vnaqueq; quātitatū. k. l. m. ē equalis. b. c. sequit̃ ut z. k. sit minor. b. g. sed z. l. minor
g. b. at q. m. ē equalis. b. c. erit p̃ cōceptionē. k. l. m. minor. b. c. quare minor. d. c. f
tū sit ergo. d. e. f. ad. a. sicut. k. l. m. ad. b. c. sitq; d. e. f. maior. k. l. m. sequit̃ p. 14.
quintū q. a. sit maior. b. e. qd ē propositū. Idēq; sequit̃ si de. a. maiori dimidiū de
ma. itēq; de residuo dimidiū: sitq; totiens quousq; maior dividat̃ in tot partes
quotiens cōtinet̃ minor in quolibet suo multiplice: maiorē positaz quātilibet exce
dente. **C**oncedere aut̃ oportet qd huic videat̃. 15. tertij p̃dicere pponēs angulū con
tingentē minorē fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento: posito enī
angulo quolibz rectilineo: si ab ipso maius dimidiū demat̃. itēq; de residuo maius
dimidiū: necesse videat̃ hoc totiens posse fieri quousq; angulus rectilincus minor
angulo cōtingentē relinquat̃: cuius oppositū. 15. tertij syllogizat̃: sed hi nō sūt vni/
uocē angulū: nō enī eiusdē sunt generis simplr curuū z rectū. At vero nec angulum
contingentē totiens cōtingit sumi ut qualescūq; rectilincū excedat: qd necessariū ē
ut ex prehabita demonstratōne p̃z ad hoc ut p̃ns ex antecedente sequat̃: planū ē
etiā quēlibet angulū rectil. p̃n̄ infinitis angulis contingentē esse maiorem.

Propositio .2.

Si fuerint due quantitates inaequales detrahatur q; maiori
equale minori donec minus eo supsit: ac deinde minori
iplius reliqui equale demat̃ donec minus eo relinquantur
denovo quoq; reliquo primo egle reliqui scōi donec mi/
nus eo supsit auferat̃: z in huiusmodi cōtinua detractōne
nullū reliquū qd ante reliquū numeret̃ inueniat̃: eas duas quātitates
incomensurabiles esse necesse est. **C**onsequenter huic p̃ponit̃ prima septimi i
numeris. Sint due quātitates inaequales. a. z. b. maior. a. quibus si fiat reciprocā
quoad pōt detractio: nō occurrat etiā si infinites fiat aliq; quantitas detractioz ipē
diēs siue ante reliquū numerās dico eas incomensurabiles esse. Sin aut̃ sit cōs eaz
mensura. c. detrahatur igit̃. b. ex a. quoties pōt. sitq; residuū. d. qd residuū detrahatur
ex. b. quotiens pōt z sit residuū. e. Siatq; totiens ista detractio quousq; ex altera
tra duaz quantitatū. a. z. b. remaneat minus. c. hoc enī necesse est esse possibile p
pcedentē. Siq; hic. e. minus. c. tū igit̃. c. mēsuret. b. detractū ab. a. z etiā. a. mēsur/
abit per cōceptionē. d. residuū. ideoq; tū mēsuret. d. detractū. a. b. z etiā ipsū. b.
mēsurabit. e. residuū. sed erat. e. minus. c. maior: ergo quantitas mēsurat mino/
rem. qd est impossibile.



Propositio .3.

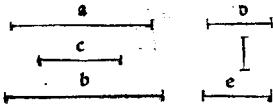
Propositis duabus quantitatibus inaequalib; cōicantibus
maximā quantitatē cōiter eas numerantē inuenire. Ex
hoc itaq; manifestum est: quē duas metitur quantitates
maximam quoq; cōmuniter ambas metientem metiri.

Cuius demonstrationem si scōam septimi non ignoras nō potes
ignorare: p̃cessus enī vtrobz idem.

Propositio .4.

Propositis tribus quantitatibus communicantibus maxi/
mam eas cōmuniter numerantem inuenire.
Chec ex tertia septimi sic patet sicut p̃missa ex secunda septimi.

Propositio .5.



Omnium duarum quantitatum comunicantium est proportio tanq[ue] numeri ad numerum.

Sint due quatitates. a. z. b. comunicantes: dico q[uo]d earum proportio est sicut alicuius numeri ad aliu[m] nume[r]u[m]. sit eni[m]. c. maxima quantitas comuniter mensurans. a. z. b. reperta ut docet sc[ola] buius: que[m] mensuratur. a. fm nume[r]u[m]. d. z. b. fm nume[r]u[m]. e. eritq[ue]. a. ad. c. vt. d. ad vnitate[m]: eo q[uo]d sicut a. est multiplex. c. ita. d. e multiplex vnitatis. ac. c. ad. b. vt vnitas ad. e. q[ui] sicut. c. e submultiplex. b. ita vnitas e sub multiplex. e. igitur per equa[m] proportionalitatem. a. ad. b. vt. d. ad. e. quod est propositum.

Propositio .6.



Si fuerint due quantitates quaz sit proportio vnus ad altera tanq[ue] numeri ad nume[r]u[m]: eas duas comunicantes esse necesse est.

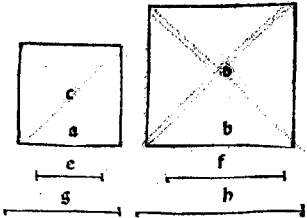
Hec est conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad numerum. d. erunt due quantitates. a. z. b. comunicantes. sit eni[m]. e. totiens mensurans. b. quoties est vnitas in. d. z. totiens mensurans. f. quotiens vnitas in c. Cum sit igitur. f. ad. e. vt. c. ad vnitate[m]. ac. e. ad. b. vt vnitas ad. d. erit p[er] equam proportionalitate[m]. f. ad. b. vt. c. ad. d. quare etia[m] ut. a. ad. b. igit[ur] per prima[m] partem. g. quinti. f. est equalis. a. cu[m] itaq[ue]. e. mensuret. f. p[er] conceptione[m] mensurabit. a. igitur a. z. b. co[m]municantes: me[n]surabat eni[m] z. b. quod est propositum.

Propositio .7.



Omnium duarum superficieru[m] quadrataru[m] quaz latera in longitudine comunicant est proportio vnus ad alteram tanq[ue] numeri quadrati ad numeru[m] quadratum. Si vero fuerit proportio superficie quadratae ad superficiem quadratam: tanq[ue] proportio numeri quadrati ad numeru[m] quadratu[m]: erunt latera earu[m] in longitudine comunicantia. Ad si fuerit proportio superficie quadratae ad superficiem quadratam: non velut numeri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.

Sint. a. z. b. due linee quadratae quaz quadrata sint. c. z. d. dico q[uo]d si. a. z. b. comunicant in longitudine est proportio. c. ad. d. sicut numeri quadrati ad numerum quadratu[m] z. e[co]uerso: si aut[em] proportio. c. ad. d. no[n] sit sicut numeri quadrati ad numeru[m] quadratu[m]. a. z. b. erunt incommensurabiles in longitudine z. e[co]uerso. Tertiu[m] istud argumetu[m] quartu[m] no[n] proponit: Primu[m] p[ro]p[os]itio sic. si. a. z. b. comunicant i[n] longitudine ipse per. 5. erunt in proportionem duoru[m] numero[r]u[m] qui sint. e. z. f. quoz quadrati sint. g. z. b. q[uo]d ergo e. c. ad. d. sicut. a. ad. b. duplicata per. 18. sexti: sequit[ur] ut sit etiam. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicata. sed etia[m] e[st] per. 11. octani. g. ad. b. vt. e. ad. f. duplicata ergo. c. ad. d. sicut. g. ad. b. q[uo]d e[st] primu[m]. Scdm sic. sit. c. ad. d. sicut. g. numerus quadratus ad. b. nume[r]u[m] quadratu[m]: dico q[uo]d. a. z. b. erunt in longitudine co[m]municantes. Cu[m] enim sit. e. ad. d. vt. a. ad. b. duplicata p[er] 18. sexti. z. g. ad. b. p[er] 11. octani vt. c. ad. f. duplicata: quare z. simpla. a. ad. b. sicut simpla. e. ad. f. p[er] 6. igitur sunt. a. z. b. co[m]municantes q[uo]d est scdm. Tertiu[m] vero p[ro]p[os]itio ex primo a destructione consequentis. Si q[uo]d quartu[m] patet ex scdo a destructione p[re]missis. **E**x tertia p[ar]te huius nota diamet[er] e[st] incommensurabile cost[us]. Cu[m] eni[m] sit q[uo]d diamet[er] dupli[catu]m q[uo]drato cost[us]: dupla vero proportio



nō sit sicut numerorū qdratorū: seq̃r dīamētrū ēē incōmensurabilē costē ī lōgitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus essent oēs pariter pares. qdrati ē etiā alij infiniti qui nō sunt quadrati. Dūcit autē Az. ad istud incōueniens si dīamēter ponatur cōmensurabilis costē q̃ impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim dīamēter .a.b. cōmensurabilis lateri .a.c. eritq; per .5. a.b. ad .a.c. sicut aliquis numerus ad aliū. Sūt ergo hīj numeri .e. z. f. qui sūt minimi in suā proportionē: eritq; ob hoc alter eorū impar. Si enī utrūq; par: nō erūt minimi: quadrati quoq; eorū sūt .g. z. b. si ergo .e. ē ipar: erit quoq; ex .30. noni .g. ipar sit itaq; .k. duplus ad .b. eritq; .k. ex diffinitione par. q̃ igitur .a.b. ad .a.c. ut .e. ad .f. erit per .8. sexti z. 11. octavi quadratū .a.b. ad quadratū .a.c. ut .g. ad .b. ē itaq; .g. duplus ad .b. sic enim est quadratū .a.b. ad quadratū .a.c. p̃ penultimā primi: z. q̃ etiam .k. est duplus ad .b. sequitur per .9. quinti ut .g. numerus impar sit cōlis .k. numero pari. Qd̃ si .c. sit par z. f. impar: erit p̃portio .f. ad dimidiū .e. q̃ sit .l. si .c. ad dimidiū .a.b. q̃ sit .a.d. z. ideo erit p̃portio quadrati .a.c. ad quadratū .a.d. sicut p̃portio numeri .b. qut est impar per .30. noni ad quadratū numeri .l. qui sit .m. cui .k. ponatur ēē duplus: eritq; .k. per diffinitionem par. At q̃ quadratū .a.c. ē duplū ad quadratū .a.d. per penultimā primi erit .b. duplū ad .m. cūq; .k. sit etiā duplus ad .m. erit per .9. quinti numerus impar .b. equalis .k. numero pari qd̃ ē p̃positū.

Propositio .8.

Si fuerint due quantitates vni quantitati cōcantes: ipsas quoq; inuicem cōmensurabiles esse necesse est.

Si vtriq; duarū quantitatū .a. z. b. cōicans quantitati .c. dico .a. z. b. esse cōmensurabiles: est enim per .5. a. ad .c. sicut numerus ad numerum: similiter quoq; per eandē .c. ad .b. sicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus .d. ad numerū .c. sicut .a. ad .c. numerusq; .f. ad numerū .b. si .c. ad .b. At p̃portiones que sūt .d. ad .e. z. f. ad .g. continentur in tribus terminis qui sūt .b. k. l. ut docet .4. octavi: eritq; per eandē p̃portionalitatē .a. ad .b. sicut .b. numerus ad .l. numerus: per .6. igitur sūt .a. z. b. cōcantes qd̃ est p̃positū.

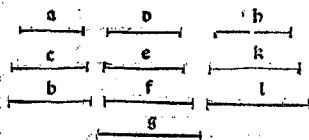
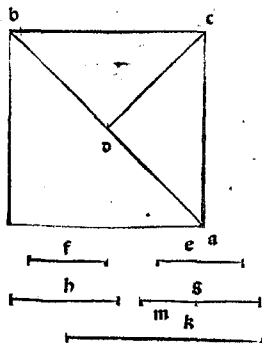
Ex hoc quoq; sequitur q̃ si fuerint due quātitates sibi inuicē cōcantes: cuiusq; vna earum communicat z. reliqua: z. cuiusq; vna nō comunicat nec reliqua. Sūt enim due quantitates .a. z. b. cōmunicantes: ponaturq; quelibet quantitas que sit .c. cum qua cōmunicet .a. dico q̃ .b. cōmunicabit cum eadez: qd̃ ex hac octaua patet cum vtriq; earum comunicet cum .a. ex p̃p̃t̃b̃si. Qd̃ si itēz .a. z. b. sūt cōmunicātes ut prius: ponatur .c. quelibet quātitas cum qua non comunicet .a. dico q̃ .b. nō comunicabit cum eadem. si enim .c. cōmunicaret cum .b. cum .a. quoq; p̃p̃t̃b̃. comunicet cum eodem .b. essent per hanc octauam .a. z. c. cōmunicantes. sed positum erat q̃ non essent: quare constat quod diximus.

Propositio .9.

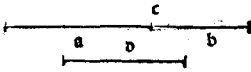
Si fuerint due quantitates cōcantes: totum quoq; ex eis confectum vtriq; earū: erit cōmunicans. Si vero fuerit totum vtriq; cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

Si due quātitates .a. z. b. cōmensurabiles: dico totum ex eis cōpositum quod sit .c. vtriq; earum esse cōmensurabile z. cōuerso.

Ad hoc quoq; si totum ex eis cōpositum vni earum comunicet. dico q̃ comunicabit alteri: z. ipse similiter inter se. Idem quoq; in contrario. si enim .a. z.



LIBER

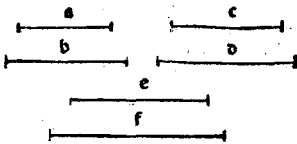


b. sint incoicantes: dico q. c. vtriq; earum erit incoimunicans z ecouerso: ac si. c. al
teri earum sit incoimunicans: erit quoq; incoimunicans z alteri: z ipse etiā inter se.
Sint itaq; primum. a. z. b. cōmunicantes: sitq; earum cōmunis mensura. d. qui cū
vtriq; earū numeret per cōceptionē simile antepennitūne numerabit. z. c. quare p
diffinitionē. c. cōicabit vtriq; earū. scz. a. z. b. Ecouerso quoq; si. c. cōmunicet vtriq;
earum. sit oim cōis mensura. d. cōstat itaq; per diffinitionē. a. z. b. cōmunicantes
esse sed cōmunicet. c. cū altera earum. que sit. a. dico q. cōmunicabit cū. b. z. a. etiā
z. b. cōmunicabunt adinuicem. sit enim. d. cōmuniter mensurans. z. c. z. a. quia
igitur. d. mensurat totum z detractum per cōceptionem ipsa mensurabit residuū
videlicet. b. per diffinitionem ergo z. c. cōmunicat cum. b. z. a. cōmunicat
quoq; cum. b. Si autē a. z. b. sint incoimunicantes erit. c. incoimunicans vtri
q; earum: si enim cum vtriq; seu etiam cum altera earum cōmunicaret z ipse cō
municaret adinuicem: quod est contra ppothesi. Similiter quoq; ecouerso si. c. ē
incoimunicans vtriq; earum seu etiam alteri earum: erit quoq; incoimunicans
reliq; z ipse inter se: qd palam est ex predemonstratis a destructiōe consequētiā.

Propositio .10.



Omniū quatuor quantitatum proportionalium si fuerit
prima cōmunicās secunde: tertia quoq; erit cōmuni
cans quarte. Si vero prima incoimensurabilis fuerit secū
de: tertia quoq; incoimensurabilis erit quarte.



Sint quatuor quantitates proportionales. a. b. c. d. dico q. si. a. cō
municat cū. b. c. quoq; cōmunicabit cū. d. q. si. a. est incoimensurabilis. b. c. quoq;
erit incoimensurabilis. d. z. si. a. cōicat cū. b. in potentia tñ. c. quoq; cōmunicabit
cum. d. in potentia tantum. Verūtamē illud non pponit auctor qz facile patet ex
demonstratione priorū. Si enī. a. cōicat cū. b. erit per. 5. a. d. b. sicut numerus ad
numerus. sit ergo sicut. e. a. d. f. at qz est per ppothesim. a. a. d. b. sicut. c. a. d. d. erit. c.
a. d. d. sicut numerus. e. a. d. numerū. f. per. 6. igit est. c. cōmunicans cū. d. qd est p
mum. Scdm patet ex primo a destructione consequētiā. si enim. a. est incoimensu
rabilis. b. oportet. c. esse incoimensurabile. d. nam. si esset ei cōmēsurabilis cū sit ut
c. a. d. sic. a. a. d. b. per ppothesim: esset per primam partē. a. cōmunicans cum. b.
sed non erat: quare constat totū qd proponit auctor. Qd autē adiunxim? videli
cet q. si. a. cōicat cum. b. in potentia tñ. c. cōmunicat cum. d. i potentia tñ. sic pa
ter. Luz enim. a. non cōmunicet cū. b. in longitudine: nec. c. quoq; ex parte secūda
huius cōmunicabit cum. d. in longitudine. At vero cum quadratum. a. cōmuni
cet cum quadrato. b. ex ppothesi erit per. 5. quadratum linee. a. ad quadratū linee
b. sicut numerus ad numerum qui sint. e. z. f. z. quia quadratum. c. ad quadratum
d. sicut quadratū. a. ad quadratū. b. erit etiā quadratū. c. ad quadratū. d. sicut nu
merus. e. ad numerū. f. per. 6. igitur. c. z. d. cōicant in potentia: z qz non cōmuni
cāt in longitudine: cōstat ppositū.

Propositio .11.



Proposita qualibet recta linea duas ei incoimensurabiles
alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et
potentia rectas lineas inuenire.

Sit linea. a. pposita: volo duas lineas repetire quaz vna cōicet cū
a. i potētia tñ: altera vero sit incoimēsurabilis ei i lōgitudine z i potētia

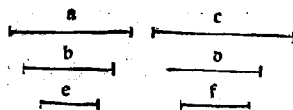
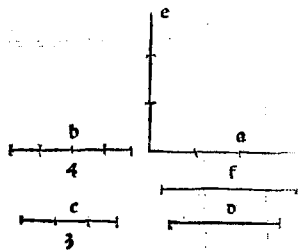
Sumo itaqz duos numeros nequaqs se habentes in pportione aliquorū numeroz quadratoz. sintqz hij. b. z. c. quos facile est sumere cū quilibet quadrat⁹ numer⁹ ad quēlibet nō quadratū eā habeat pportione quā nequaqs habent aliqui numeri q̄drati cōfirmāre hoc. 22. octati: onob⁹ talib⁹ numeris sūptis iuenio lineā. d. ad cui⁹ qdratū se habeat qdratū lineae. a. sicut numerus. b. ad numez. c. hanc autē lineā ita reperio diuidō lineā. a. in tot pres euales quor sunt vnitates in numero. b. qd fa- cile facio adiunāte. 11. vel. 12. sexti: debinc sup extremitatē lineae. a. erigō lineā. e. per- pendiculariter in qua totiens p̄tineatur vna ex p̄ibus. a. quotiens vnitas est in. c. Quia igit ex p̄ma sexti pportio quadrati lineae. a. ad superficiē que fit ex. a. i. e. est sicut. a. ad. e. z. iō sicut numeri. b. ad numez. c. si ponat. d. in medio loco pportio- nalis inter. a. z. e. sicut docet. 9. sexti qz tūc per primā partē. 16. eiusdē quadratū. d. erit equale superficiēi p̄ducte ex. a. in. e. z. erit pportio quadrati lineae. a. ad qdratū lineae. d. sicut numeri. b. ad numez. c. quare. a. z. d. sunt cōmensurabiles in potētia ex diffinitione e per vltimā p̄tē. 7. ipse sūt incōmensurabiles in lōgitudine. repta est itaqz. d. prima lineā quā ppositū erat inquirere. Altera sic reperio interpono ut docet. 9. sexti lineā. f. medio loco pportionalē inter. a. z. d. eritqz per corollā. 1. sexti quadratū. a. ad quadratū. f. sicut. a. ad. d. itaqz per scōam partē. 10. quadratum. a. est incōmensurable quadrato. f. igit lineā. f. ē incōmensurabilis lineae. a. i potētia quare z in longitudine. ē itaqz. f. scōa lineā quā ppositū erat reperire. Et sic p3 pro positum.

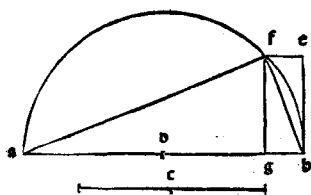
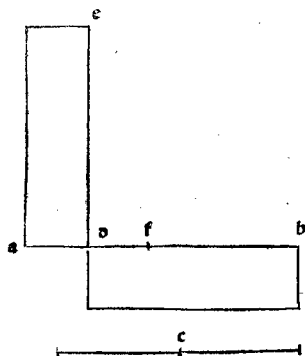
Propositio .12.

Quatuor lineaz pportionalū si prima tanto am- plius possit scōa quātū ē quadratū alicuius lineae cōicātis sibi in lōgitudine. necesse ē tertiā quoqz tanto amplius posse quartā quātū est quadratū alicuius lineae cōicātis sibi in lōgitudine. qz si fuerit prima potētiōz scōa qdra to alicuius lineae incōmensurabilis sibi in lōgitudine. erit quoqz ter- tia potētiōz q̄tra qdrato alicui⁹ lineae sibi incōmensurabilis i lōgitudine. Sint q̄tuor lineae pportioales. a. b. c. d. sitqz. a. maior. b. z. e. maior. d. sit quoqz a. potētiōz. b. qdrato lineae. c. z. c. potētiōz. d. qdrato lineae. f. dico qz si. a. cōicet. e. in lōgitudine. c. quoqz cōicabit. f. i lōgitudine qz si. a. nō cōicet. e. i lōgitudine nec. c. cōica bit. f. i lōgitudine. Qd ē si. a. cōicet. e. i potētia t̄m. c. quoqz cōicabit. f. i potētia t̄m. Neqz tamen illud vltimū nō pponit auctor qz facile patet ex p̄toz. demonstratiōne cū sit enī pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit quadrati. a. ad quadratū. b. sicut qua drati. c. ad quadratū. d. z. qz quadratum. a. est equale quadratis duaz lineaz. d. z. f. b. z. e. sūt quadratū. c. quadratis duarum lineaz. d. z. f. erit pportio. quadratoz duaz lineaz. b. z. e. et quadratū. e. sicut qdratoz. d. z. f. d. ad qdratū. f. ergo oīiū t̄m erit quadratū. b. ad quadratū. e. sicut quadratū. d. ad quadratū. f. ergo. b. ad e. sicut. d. ad. f. item per equam pportionalitatem erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo per primam partem de line constat prima pars huius: z per secundam scōa: z per tertiam ibi adiunctam tertia: hic adiuncta.

Propositio .13.

Si fuerint due lineae inequales quorum longiorem in duo communicantia diuidat superficies sibi adiuncta equalis quarte parti quadrati breuioris lineae cui adiuncte su- perficies desit ad complendam totam lineam superficies





quadrata necesse ē ipsā lineā longiorē lineā breuiori tāto āpli⁹ posse
quātiū ē qdratū alicui⁹ linee cōicantis eidem longiori in longitudine.
Si vero fuerit lōgior potētiōr breuiori augmēto qdrati linee cōican
tis sibi i lōgitudine adiūgatq; ei sup̄ficies eq̄lis quarte pti qdrati bre
uioris linee cui desit qdrata sup̄ficies sup̄ficiē sibi adiunctā eadē lineā
lōgiorē in duas portiones cōmēsurabiles diuidere necesse est.

¶ Sint due linee. a. b. z. c. maior. a. b. z. adiūgat ad lineā. a. b. q̄ta ps qdrati linee
c. ita q̄ desit ad pplendā lineā. a. b. sup̄ficies qdrata. hoc enī ē possibile p. 27. sexti
q̄o facile fiet hoc mō. diuidat. a. b. i duas lineas. a. d. z. d. b. ita q̄ inter eas cadat
medietas linee. c. p̄tinue p̄portionalis: hoc aut̄ qualiter fiat in fine demonstratiōis
hui⁹ docebit: eritq; ex. 16. sexti sup̄ficies. a. d. in. d. b. q̄ sit. d. c. eq̄lis qdrato medie
tatis linee. c. q̄re. ex. 4. scōi erit eadē sub quadrupla qdrati linee. c. deest quoq; ad
pplendā lineā. a. b. sup̄ficies qdrata: cū z. a. d. sit equalis. d. g. z. d. b. eq̄lis. g. e. oī
co itaq; q̄ si sup̄ficies. d. e. diuidat lineā. a. b. in duo cōicātis erit lineā. a. b. potē
tior linee. c. in qdrato alicui⁹ linee secū cōicantis in longitudine z. eonuerſo. Cum
aut̄ sit lineā. a. b. maior linee. c. nō erit. a. d. eq̄lis. d. b. sic enī eēt sup̄ficies. d. e. qua
drata z. q̄ ipsa ē eq̄lis qdrato medietatis linee. c. esset. a. d. eq̄lis medietati. c. z. to
ta. a. b. toti. c. q̄o ē p̄pōtib. nō est igit̄. a. d. equalis. d. b. itaq; de maiorī eap̄ que sit
d. b. abscondat. d. f. equalis. a. d. eritq; p. 8. scōi qdratū totius. a. b. eq̄le bis q̄ sunt
ex. d. b. in. d. a. q̄ter et qdrato. f. b. quare lineā. a. b. erit potētiōr linee. c. in qdra
to linee. f. b. quā necesse ē cōicari toti. a. b. si lineā. a. d. est cōicās linee. d. b. si enī
hoc fuerit erit. d. b. cōicans. d. f. sue eq̄li quare p. 9. b. f. cōicat cū. f. d. z. iō toti. a. d.
z. p̄p̄ hoc cū tota. a. f. igit̄ z. cū tota. a. b. sicq; p̄ p̄mū. ¶ Cōuerſū hui⁹ sic p̄ sit. a. b.
potētiōr. c. in lineā. f. b. q̄. cōicet secum in longitudine. oīco tūc q̄ quarta ps qua
drati linee. c. addita ad lineā. a. b. ita q̄ desit sup̄ficies qdrata diuidet lineā. a. b. i
duo cōicātis: diuidat̄ enī z. f. a. p̄ eq̄la in. d. z. fiat sup̄ficies. d. e. ex. d. b. in. d. a. z.
deerit ad pplendā lineā. a. b. sup̄ficies qdrata eritq; p. 8. scōi: qdratū. a. b. eq̄le qdrat
plo sup̄ficiē. d. e. ē equale qdrato. f. b. igit̄ qdruplū sup̄ficiē. d. e. ē eq̄le qdrato. c.
q̄re sup̄ficies. d. e. sit eq̄lis quarte pti qdrati. c. oīco igit̄ q̄. d. b. ē cōicās cū. a. d. cū
sit. f. b. cōicans cū. a. b. si enī hoc fuerit ut q̄. a. d. sit cōicans cū. a. b. erit etiā cōm
nicās cū. a. f. p. 9. quare z. cū. a. d. f. z. cū. d. f. itaq; z. d. b. ē cōicās cū. a. d. q̄o ē scōm

¶ Nūc aut̄ mōstrādū est qualr lineā. a. b. cū ipa posita fuerit maior linee. c. possit
sic diuidi ut inter ptes eius cadat medietas linee. c. p̄tinue p̄portionalis. ¶ Cum
enī sic fuerit diuisa: sup̄ficies q̄ fiet ex vna in alterā erit equalis qdrato medietat
tis linee. c. z. ipsa erit sup̄ficies eq̄lis quarte pti qdrati linee. c. adiuncta ad lineā. a.
b. ita q̄ desit sup̄ficies qdrata. hoc enī sic fiet diuisa. a. b. p̄ eq̄la in. d. lineē sup̄
eā semicirculus. a. f. b. z. s̄lir. b. e. p̄pendicularis ad. a. b. que ponat̄ eq̄lis medietati
linee. c. z. ducaf. e. f. equidistans ad. a. b. v̄lq; quo fecit circūferentiā semicirculi in
puncto. f. necesse est enī vt fecet eā: cū lineā. a. b. sit maior linee. c. z. ducaf. f. g. per
pendicularis ad. a. b. q̄ cū p. 34. p̄mū sit equalis linee. e. b. erit quoq; eq̄lis medie
tati linee. c. ducaf itaq; linee. f. a. f. b. eritq; p̄ p̄mā p̄tē. 30. tertij angulus. a. f. b. re
ctus: z. iō per primā partē conel. 8. sexti erit lineā. f. g. medio loco p̄portionalis ita
a. g. z. g. b. q̄re medietas linee. c. q̄ ē sibi equalis erit etiā p̄portionalis iter eadē q̄o
est nostrum p̄positum:

Si fuerint due linee inequales quarum longiorē diuidat in duas partes incommensurabiles superficies equalis quarte parti quadrati breuioris sibi adiuncta ita quod desit ad eius completionē: superficies quadrata erit longior potētiō breuiori augmento quadrati linee incommensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si vero longior potētiō fuerit breuiori quadrato linee incommensurabilis sibi longiori in longitudine adiungatq; ei superficies equalis parti quarte quadrati breuioris defueritq; longiori superficies quadrata necesse est ut ipsa superficies sibi adiuncta eundem longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

Thec. 14. ex pmo antea pmissis inferri pntis pmissis et non differt eius dispositio a dispositione illius. sed et modus argumentandi utrobique idem. Si enī. a. d. non cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi adequalis cōicabit cū eadē. d. b. itaq; p. 9. d. f. non cōicabit cū. f. b. quare neq; a. f. sunt enī. a. f. z. e. f. cōicantes tanq; numerans et numerati. id neq; a. b. cōicabit cū linea. f. b. Qd si hoc fuerit videlicet si a. b. non cōicet cū. f. b. non cōicabit cū. a. f. quare neq; cū. a. d. aut. d. f. neq; igit. a. b. cū. d. a. Pot quoz bec. 14. demonstrari p pmissa. pma pars huius ex scōa illi et scōa ex pma a destructione pntis. si enī. a. d. et d. b. non cōicent nec etiā. a. b. z. f. b. cōicabunt: nā si a. b. z. b. f. cōicarent oportet ret p scōam pte pmissis ut. a. d. cōicaret cū. d. b. sed positum ē quod non. Eodē mō de scōa pte. si enī. b. a. z. b. f. non cōicant nec. a. d. z. d. b. cōmunicabunt. nā si sic sequitur per primā pte pmissis ut. a. b. z. b. f. cōicet q non cōicant: quare patet propositū.

Propositio. 15.

Quoniam superficies rectangula quā continent due linee in longitudine rationales rōnalis esse probatur.

Sint due linee. a. b. z. b. c. pntes superficies rectangula. a. c. rōnales in longitudine: dico superficiē. a. c. esse rōnalem: pter qd enī quadrato cuius vis eaz. ut. c. d. linee. b. c. erit p primā sexti. d. ad. a. c. sicut. b. d. ad. a. b. qz igit. b. d. cōicet in longitudine cū. a. b. ex pporbese eo qz b. c. sua equalis erit p primā pte. 10. c. d. cōicans. a. c. cū sit itaq; c. d. rōnalis p diffinitionē erit z. a. c. rōnalis qd est ppositū.

Propositio. 16.

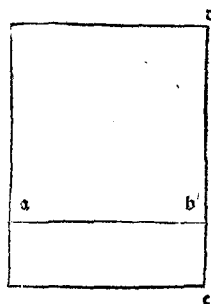
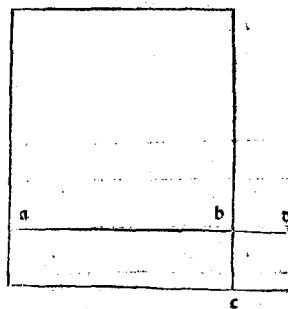
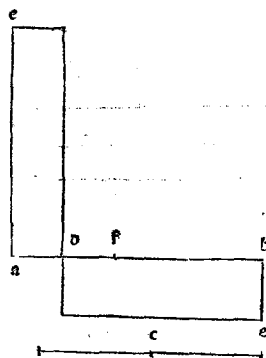
Un adiuncta fuerit linee in longitudine vel cōicata rōnali superficies rōnalis rectangula latus eius scōm erit in longitudine cōmensurable

Thec. 15. quasi pntis pntis ut si superficies. a. c. adiuncta ad lineā. a. b. rōnale in longitudine fuerit rōnalis: dico qz latus eius scōi qd ē. b. c. erit etiā rōnale in longitudine z cōicans lateri primo: sit enī. a. d. quadratū. a. b. c. eritq; rōnale ex diffinitione et ppter hoc erit cōicans cū superficie. a. c. rōnali: qz igit p primā sexti sicut. a. d. ad. a. c. ita ē etiā. d. b. ad. b. c. cōicabunt. d. a. cū. a. c. erit p primā pte. 10. b. d. cōicās cū. b. c. ergo cū. b. a. sua eqli sed. b. a. rōnalis ē qre p diffinitionē z. b. c. stat itaq; ppositū.

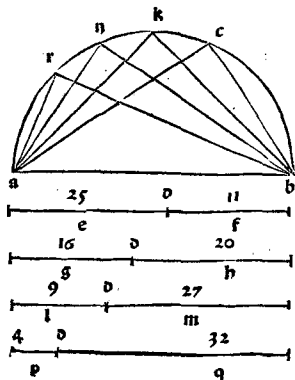
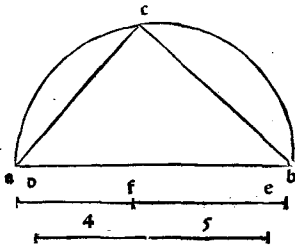
Propositio. 17.

Sas lineas inuenire potētia tantum rōnales cōmensurabiles quarum longior plus possit breuiori quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine.

Propositū ē inuenire duas lineas rōnales potētia tm cōicātes qm longior: sit potētiō breuiori quadrato linee sibi cōicās in longitudine.



LIBER



Sumo itaqz aliquā lineā rōnālē que sit. a. b. sup quā describo semicirculū. a. c. b. z sumpto aliquo numero vt. d. e. diuidio ipsū in duos numeros. d. f. e. f. e. ita qz sit pportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri qdrati ad numeri qdratū nō sit aut pportio. d. e. ad. f. e. ut numeri qdrati ad numez qdratū: talis aut numer⁹ ē quilibz qdrat⁹ diuisibilis in quadratū z nō quadratū. ut. 9. qui diuiditur in. 4. z. 5. z oēs hōz eque multiplices: z inuento lineā ad cuius qdratū se habeat qdratū lineae. a. b. sicut numerus. d. e. ad numez. d. f. qualiter aut ipsa reperiat in demonstratione. 5. oīct⁹ ē: hanc lineā inuentā que necessario ē minor. a. b. coapto p primā quarti intra semicirculum. a. c. b. sitqz. a. c. z subtrahā lineā. e. b. dico duas lineas. a. b. z. c. b. esse quas querim⁹. erit igit p primā ptē. 30. tertij angulus. c. rectus: z iō p penultimam primi quadratū. a. b. equale est qdratis duaz lineaz. a. c. z. c. b. z qz pportio qua drati lineae. a. b. ad quadratū lineae. a. c. ē sicut. d. e. ad. d. f. p ppothe. erit p eueriam proportionalitatē pportio quadrati lineae. a. b. ad quadratū lineae. c. b. sicut. d. e. ad. f. e. ergo quadratū. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. per. 6. hui⁹ erit igit quadratum. c. b. rōnale per diffinitionem cū cōicet rōnali supficiē: z qz. c. b. z. a. b. sunt incōmensurabiles p vltimā partem. 7. constar duas lineas. a. b. z. c. b. esse rōnales potētia tñ cōicantes. At qz lineae. a. b. ē potētiōr lineae. c. b. in quadrato lineae. a. c. que p scōz partem. 7. cōicat secū in longitudine cōicant habitū esse ppositū. ¶ Si autē libeat plures quab⁹ potētia tñ rōnales cōicantes quaz vna potētiōr longior sit quā libet aliaz in quadrato alicuius lineae secū cōicantis in lōgitudine repire. sit ut pñ lineae. a. b. rōnalis in longitudine super quā describatur semicirculus. a. c. b. summa turqz numerus. d. quadratus qui sit diuisibilis in multos quadratos z nō quadratos quoz nō quadratoz mīme sit pportio sicut aliquoz numeroz qdratoz: tales aut numeri vltro se offerūt vt. 36. qui ē diuisibilis i. 25. z. 5. itēqz i. 16. z. 20. rursum qz in. 9. z. 27. ac itēz in. 4. z. 32. itēqz vero nō quadratoz qui sunt. 11. 20. 27. 32. ad inuicē nō est pportio sicut alicuius numeri qdrati ad aliū. Estō igit ut numerus. d. quadratus diuidat in. e. qdratū z. f. non quadratū: sitqz quadratū lineae. a. b. ad qdratū lineae. a. c. sicut numerus. d. ad numez. e. z. ducat lineae. c. b. z pstat pportio situm ut prius demonstratū ē. a. b. z. b. c. esse duas tales lineas quas inquirimus. Sitr quoqz diuidā. d. i. g. qdratū z. b. nō qdratū sitqz qdratū lineae. a. b. ad qdratū lineae. a. k. sicut. d. ad. g. z. ducat lineae. k. b. eruntqz vt prius due lineae. a. b. z. b. k. quales inquirim⁹. Eodē mō si rursus diuidā. d. m. l. qdratū z in nō qdratū z p natur pportio qdrati lineae. a. b. ad quadratū lineae. a. n. sicut. d. ad. l. z pducatur n. b. erunt due lineae. a. b. z. b. n. quales inquirim⁹. Qd si rursus diuidā. d. in. p. quadratū z in. q. nō quadratū z fuerit pportio qdrati lineae. a. b. ad quadratum lineae. a. r. sicut. d. ad. p. z protracta fuerit lineae. r. b. erūt etiā due lineae. a. b. z. b. r. quales inquirimus. Sunt itaqz lineae. a. b. b. c. k. b. n. b. r. potētia tñ rationales z in ea cōicātes qñ vna videlicet. a. b. ē potētiōr qualibet aliaz i qdrato lineae secū cōicantis in lōgitudine. si igit quatuor lineaz. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cōicant aliq in longitudine pstat ppositū. Istud aut sic pbat pñ ex pmissis qz quadratum lineae. b. c. ad quadratum lineae. a. b. est sicut numerus. f. ad numerum. d. et quadratum lineae. a. b. ad quadratum lineae. b. k. est sicut numerus. d. ad numerum. h. ergo per equam proportionalitatem quadratum lineae. b. c. ad quadratum lineae. b. k. est sicut numer⁹. f. ad numerū. h. sed null⁹ qtuor numeroz. f. b. i. q se habet ex ppothe si ad aliū sicut numer⁹ qdratus ad numez qdratū. qre p. 3. ptē

7. due linee. b. c. b. k. sunt incōmensurabiles in longitudine. Eadem rōne quelibet
due ex illis quatuor sunt incōmensurabiles i longitudine: siquē ergo qđ volumus.

Propositio .18.

Duas lineas in potentia tantum rōnales cōcantes quorū
longior plus possit breuiori quantum est quadratū linee
sibi incōmensurabilis in longitudine inuenire.

In hac quoq; remaneat eadē dispositio eedēq; ppotheses. que in
pmissa hoc solū mutato qđ pportio numeri. d. e. ad neutrū duorū
numeroz. d. f. z. f. e. sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratū: hoc autē facile
fiet: posito. d. c. quotlibet numero quadrato diuiso in duos numeros nō quadra-
tos vt si. d. e. sit. 9. z. d. f. e. z. f. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto
qđ a. b. z. a. c. sint incōmensurabiles in longitudine p vltimā partē. 7. **E**t sciendū
qđ due linee quales hec et pmissa docent inuenire cōponunt binomium: z mīno-
ri earum abscissa de maiori que reliqua est videtur residuum. Nota etiā qđ linee tmī
potentia rōnales cōcantes possūt esse vna rōnalis z alia irrōnalis sicut latera te-
ragonica duarū supficiez quaz vna sit. 25. pedū z alia. 24. sunt rōnalia potētia tmī
cōcantis: latus enim pīme superficiei est. 5. latus vero scōe nō numerat z possūt
esse ambe irrōnales ut latera tetragonica duarū supficiez quarū vna sit. 24. pedū z
alia. 23. neutrius enī numerat latus. suntq; i longitudine incōmensurabilia ex vi-
tima pre septime. **Q**uō si libeat etiā inuenire plures lineas duabus potentia tmī
rōnales cōcantes quaz vna sit potentior: qualibet aliaz in quadrato linee secum
nō cōcantis in longitudine: sumat talis numer⁹ qui possit pluries sic diuidi qđ ipsi
us ad nullā suarū partū nec alicui⁹ ad aliquā aliaz sit pportio ut numeri quadra-
ti ad numerū quadratū ut. 25. potē diuidi in. 2. z. 25. item in. 5. z. 20. z rursum in. 7.
z. 18. Et sic pcessus idē qđ fuit in pmissa.

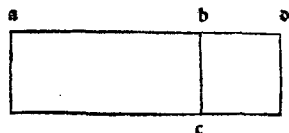
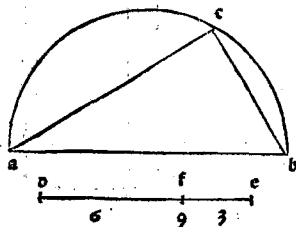
Propositio .19.

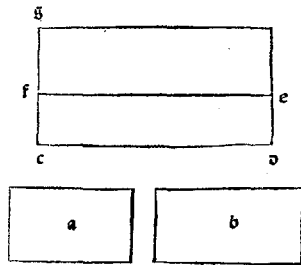
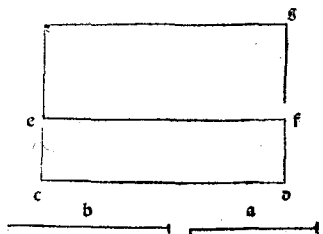
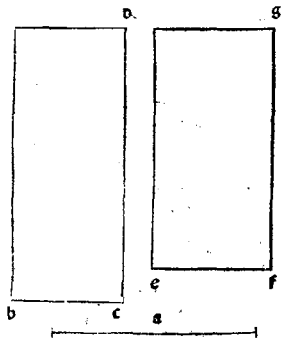
Omnis superficies quā cōtinet due linee potētiātmī
rōnales cōcantes ē irrōnalis dicitq; supficies medialis
eiusq; latus tetragonum scz qđ i eam potest esse irrōnale
diciturq; linea medialis.

Sint due linee. a. b. b. c. pīncipes supficiē. a. c. rōnales potētia tmī
cōcantes: qđ qualr reperiant ex pmissa z anpmissa. manifestum ē: dico supficiē. a. c.
esse irrōnalem. Sit enī. e. d. quadratū. b. c. eritq; rōnale p ppothesim eo qđ linea. b.
ē rōnalis i potētia: z qđ ex prima sexti. a. c. ad. c. d. sicut. a. b. ad. b. d. non cōicat
autē. a. b. cū. b. d. qđ ex ppothesi nō cōicat cū sua equali qđ. b. c. sequit p scōam pre
10. ut etiā. a. c. nō cōicat cū. c. d. qđ p diffinitionē supficiēs. a. c. ē irrōnalis. ideoq;
et ipū latus tetragonū ē etiā irrōnale. dicit autē hec supficies medialis qm ipsa ē
medio loco pportionalis inter duas superficies rōnales videlicet inter qdrata dua
rū lineaz ipā pīncipiū z lineā potēs in ipsā dicit medialis. qm ipsa quoq; ē me-
dio loco pportionalis inter duas lineas potētia tmī rōnales cōcantes z hec due li-
neae sunt latera vītre supficiē. Et hoc est quod volumus.

Propositio .20.

Cum adinnexa fuerit linee in lōgitudine rōnali superficies
equalis quadrato linee medialis lat⁹ eius scōm potētiātmī
tātū erit rōnale lateriq; pīmo i lōgitudine incōmensurabile
Ab hoc est quasi conuersa pmissae. Sit. a. linea medialis. sitq;





linea. b. c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. b. d. equalis quadrato linee. a. q. hoc modo fiet: subiungatur duabus lineis. b. c. z. a. linea. c. d. i. continua proportionalitate: ut docet. 10. sexti: eritq. superficies ex. b. c. in. c. d. equalis quadrato linee. a. per. 16. eiusdē: dico latus eius fm quod est. d. c. esse rōnale in potentia tm̄ z. incōmensurable in longitudine lateri. b. c. Eratq. ex pmissa pōssibilitate lineae medialis ut linea. a. possit in aliquē superficie contentam a duabus lineis potentia tm̄ rōnālibus cōmunicantibus que sit superficies. e. g. cuius latera e. f. z. f. g. eruntq. due superficies. b. d. z. e. g. per primam partem. 13. sexti: laterum mutuorum propter hoc q. ipsi sunt equales z. rectangule: ppositio ergo. b. c. ad. e. f. est sicut. f. g. ad. c. d. quare p. 10. cū. b. c. cōicet i. potentia cū. e. f. eo q. qdrata vtriusq. earum sunt rōnalia ex ppositiōe. f. g. cōicabit in potentia cum. c. d. cū igit quadratum. f. g. sit rōnale per ppositiōem: erit quoq. quadratū. c. d. rōnale per diffinitionem: at q. superficies. b. d. est irrōnalis sicut sua equalis. e. g. per pmissā sequitur vt quadratum linee. c. d. nō cōicet cū superficie. b. d. z. quia quadratū linee. c. d. ad superficiem. b. d. est per primam sexti: sicut. c. d. ad. c. b. erit per secundam partem. 10. ut. c. d. non cōmunicet cum. b. c. quare cum. b. c. sit rōnalis in longitudine ne ex ppositiōe: erit. c. d. irrōnalis in longitudine z. potentia tm̄ rationalis: patet ergo pposita conclusio.

Propositio .21.



Quoniam linea communicans mediali est medialis. Sit linea. a. medialis cui ponatur linea. b. esse cōmunicans sive in longitudine sive in potentia tm̄: dico q. etiam linea. b. est medialis. Sit enim linea. c. d. rationalis i. longitudine cui adiungatur superficies. e. c. f. equalis quadrato linee. a. z. item superficies. e. g. equalis quadrato linee. b. hoc autem qualiter. iat in pmissa demonstratione dictū ē. Eratq. per pmissam linea. d. f. rōnalis in potentia tm̄ z. incōmensurabilis linee. c. d. et quia per primam sexti. e. g. ad. c. f. sicut. f. g. ad. d. f. cōtat autem. e. g. cum. c. f. eo q. quadratum. b. cōmunicat cum quadrato. a. per ppositiōem: quibus quadratis dicte superficies posite sunt equales: sequitur per primam partem. 10. ut linea. f. g. cōmunicet cum linea. d. f. quare. f. g. est rōnalis i. potentia tm̄ sicut est. d. f. z. incōmensurabilis in longitudine linee. c. f. cū linea. d. f. sibi cōmunicans sit incōmensurabilis eidem. e. f. eo q. sue equalis: hoc enim probatum est in. 8. qd si fuerint due quantitates cōcantes cuiusq. vna earum non cōicat nec reliqua: itaq. per. 19. erit superficies. e. g. medialis z. eius latus tetragonum quod est. b. mediale quod est ppositiū. Sit quoq. omnes superficies cōcans superficiei mediali medialis est cōiunctur. Sit enī superficies. a. medialis cui ponatur superficies. b. esse cōicans dico superficiem. b. esse medialem quod sic constabit. sit linea. c. d. rōnalis in longitudine: adiungaturq. ei superficies. c. e. que sit equalis superficiei. a. qd hoc modo fiet. Inveniatur linea. c. f. ad quā sic se habeat vnum ex lateribus superficiei. e. g. sicut linea. c. d. se habet ad reliquum. hec autem linea qualiter reperiat in. 10. sexti dictum est. Eratq. ex. 15. eiusdem superficies. d. f. equalis. a. iteq. eodem modo ad lineam. c. f. adiungatur superficies. e. g. que sit equalis. b. erit itaq. per. 20. linea. c. f. potentia tm̄ rōnalis: erit quoq. linee. c. d. in longitudine incōmensurabilis. quia. a. z. b. erant cōcantes ex ppositiōe: erunt quoq. c. e. z. e. g. eis equales cōcantes: itaq. per primam partem sexti z. per primam partem. 10. huius erunt due linee. c. f. z. f. g. cōcantes in longitudine. Est igitur linea. f. g. rōnalis in potentia tm̄

linee. e. f. incōmensurabilis in longitudine: quare per. 19. superficies. e. g. erit medi-
alis: cum linea. e. f. sit rōnalis i longitudine sicut. c. d. sibi equalis: cū sit ergo. b. e. q/
lis. e. g. erit quoq; b. medialis qd ē propositū. ¶ Et nota q omnes superficies me-
diales cōcantes cōponunt superficiem mediale. Unde tota. d. g. ē medialis: q; cū
due linee. c. f. z. f. g. sunt rōnals in potētia tñi z nō cōmunicantes in longitudine
sequitur ut tota. c. g. sit rōnalis in potētia tñi z nō cōicās. c. d. i longitudine. itaq;
p. 19. d. g. ē medialis Eodēq; mō si sunt ples.

Propositio .22.

Omnis differentia qua habundat mediale a mediāli: irra-
tionalis esse probatur.

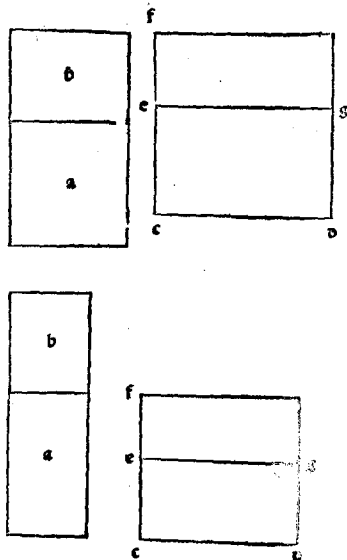
¶ Sit vtraq; duarū superficiē. a. b. z. a. medialis: dico q superficies
o. que est eaz differentia ē irrōnalis. Sit enī linea. c. d. rōnalis i lon-
gitudine cui adiungat superficies. d. e. equalis superfici. a. z superfici/
es. d. f. equalis totali superfici. a. b. hoc autē qualiter fiat in premissa docuim⁹: q;
ergo. d. f. est equalis. a. b. z. d. e. equalis. a. erit p cōceptionē. g. f. equalis. b. Si ita/
q; superficies. b. nō est irrōnalis sed rōnalis: erit e. f. g. sua equalis rōnalis. At cum
linea. e. g. sit rōnalis in longitudine sicut sua equalis. c. d. erit per. 16. linea. e. f. ra-
tionalis in longitudine z cōmunicās linee. e. g. p. 20. autē est vtraq; duarū linearū
e. e. z. c. f. potentialiter tñi rōnalis z linee. c. d. incōmensurabilis i longitudine: ita
q; e. f. linea est incōmensurabilis linee. c. e. in longitudine. Et quia per primā sexti
quadratum linee. e. f. ad superficiem que sit ex. c. f. in. c. e. ē sicut. c. f. ad. c. e. sequit
per scōdā partē. 16. ut quadratū linee. c. f. sit incōmensurable superfici. facie ex
c. f. in. c. e. quare z ipsū quadratū erit incōmensurable duplo superfici ex. c. f. i. c. e
quadrati. ergo. e. e. cum sit rōnale est cōicans quadrato e. f. totum igitur ex ambo-
bus compositū erit per. 9. cōicans quadrato e. f. z ideo incōmensurable duplo su-
perfici ex. c. f. in. c. e. Et q; per quatū scōi quadratū linee. c. f. ē. equale duob⁹ qua-
dratis duarū linearū. c. e. z. c. f. z duplo superfici ex. c. e. in. c. f. et duplū superfici
e. e. i. c. f. ē incōmensurable aggregato ex duob⁹ quadratis duarū linearū. c. e. z. e. f.
sequitur per ea que addita sunt in. 9. ut quadratū. c. f. sit incōmensurable aggre-
gato ex duobus quadratis duarū linearū. c. e. z. e. f. at cū aggregatū ex his quadra-
tis sit rōnale: sequit quadratū linee. c. f. nō esse rōnale: z ideo linea. c. f. nō ē ratio-
nalis in potentia: z ideo nō erit superficies. d. f. medialis neq; a. b. sibi equalis
quod est inconueniens cum sit contrarium positū: relinquitur igitur q superficies
b. est irrationalis: quod est propositū.

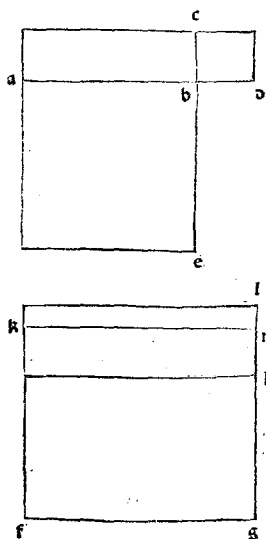
Propositio .23.

Omnis superficies quā cōtintē due linee mediales potē-
tialiter tantū cōcantes: aut rōnalis est aut medialis.

¶ Sint due linee. a. b. z. b. c. mediales potentia tñi cōmunicantes: o/
co q superficies. a. c. ab eis contenta aut est rōnalis aut medialis
Sit enī. c. d. quadratū linee. b. c. z. a. c. quadratū linee. a. b. erunt
q; ex pporbēi hec duo quadrata communicantia z erit per primā sexti superfi-
cies. a. c. medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur
linea. f. g. que sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies. f. b. equa-
lis quadrato. a. c. z. b. k. equalis superfici. a. c. z. k. l. equalis quadrato. d. c. erunt
q; hec tres superficies. f. b. b. k. z. k. l. continue proportionales sicut sunt sue cōjēs

k





a. e. a. c. z. d. c. quare per primā sexti erunt etiam tres linee. g. b. b. m. z. m. l. q. sunt bases earum continue proportionales: z. cuꝝ superficies. f. b. z. k. l. sunt comunicantes sicut duo quadrata. a. e. z. c. d. eis equalia: sequitur per primā sexti z. 10. huius. ut linea. g. b. sit comunicans cum. m. l. utraqꝫ autem earum est rōnalis in potentia per 20. huius: igitur superficies vnius earꝫ in alteram est rōnalis: omnis enī superficies quam continent due linee rōnals in potentia: comunicantes in longitudine necessario est rationalis ut patet ex prima sexti z. prima pte. 10. huius z. ex diffinitione superficiesum rōnaliū: z. quia ex prima pte. 16. quadratum linee. b. m. est equale superficiesi ex. g. b. in. m. l. erit quadratꝫ linee. b. m. rōnale. Si ergo linea. b. m. est rationalis in longitudine siue cōicans linee. k. m. que est equalis linee. f. g. erit per 15. superficies. b. k. rōnalis: ideoqꝫ z. sua equalis. a. c. si autē linea. b. m. sit irrōnalis in longitudine siue incōmensurabilis linee. k. m. que ē equalis linee. f. g. cū ipsa sit rationalis saltem in potentia: eo qꝫ suū quadratū est rōnale: erit ex. 19. superficies. b. k. medialis: quare z. sua equalis. a. c. constat ergo propositū. Et nota qꝫ si due linee. a. b. z. b. c. essent mediales in longitudine comunicantes: esset superficies a. c. medialis tñ: esset enim superficies. a. c. comunicans vtriqꝫ duorꝫ quadratorū a. e. z. c. d. per primā sexti z. per presentē ypotbesū z. per. 10. huius: z. ideo superficies. b. k. sibi equalis. a. c. esset comunicās vtriqꝫ superficiesi. f. b. z. k. l. igit per pma sexti z. 10. huius linea. b. m. esset comunicans vtriqꝫ duarꝫ linearꝫ. g. b. z. l. m. z. qꝫ hec ambe sint rōnals in potentia tñ: non cōicantes in longitudine linee. f. g. cēt quoqꝫ b. m. rōnalis in potētia tñ: nō comunicantes in longitudine linee. f. g. z. 10. nec comunicans linee. b. d. quare per. 19. erit superficies. b. k. medialis tñ. z. ideo etiam. a. c. sibi equalis: Si autē due linee. a. b. z. b. c. essent mediales neqꝫ in longitudine neqꝫ in potentia cōicantes: superficies. a. c. non esset rōnalis neqꝫ medialis si enim sic esset scz qꝫ due linee. a. b. z. b. c. essent mediales. neqꝫ in longitudine in potentia cōicātes: eēt duo quadrata. a. e. z. c. d. incōmunicantia. itaqꝫ z. due superficies. f. b. z. k. l. eis equales quoqꝫ: eēt incōicātes: quare z. due linee. g. b. z. m. l. essent incōmensurabiles per primā sexti z. per scōam pte. 10. z. qꝫ vtraqꝫ earꝫ ē rōnalis tñ in potentia p. 20. esset superficies vnius earꝫ ad alterā medialis per. 18. cū ergo quadratū linee. b. m. sit equale dicte superficiesi que sit ex. g. b. in. m. l. per primā partē. 16. sexti cēt per. 19. linea. b. m. linea medialis: per. 15. ergo nō esset superficies b. k. rōnalis: nec etiā per. 20. medialis: quare nec sua equalis. a. c.

Propositio 24.

Duas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemqꝫ rationalem continentes quarum longior sit potentior brevior: augmento quadrati linee comunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

Cum omnes due linee mediales potentia tantū comunicantes contineant superficiem rōnalem aut medialeꝫ ut ex pmissa patet: docet inuenire eas duas que continent superficiem rōnalem z. eas que medialem. Unde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum comunicantes: quarꝫ longior possit amplius breviori in quadratō alicuius linee sibi comunicantis in longitudine que contineant superficiem rōnalem. Ad hoc fm doctrinam. 17. Sumo duas lineas. a. z. b. potentia tantū rōnals comunicantes quarum longior que

fit. a. possit amplius breuiori que fit. b. in quadrato alicuius linee secum communi/
cantis in longitudine: et ponam lineam. c. secundum doctrinam. 9. sexti medio loco pro/
portionaliter inter. a. et b. et ponam ut sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod qualiter
fiat in. 10. sexti dictum est. Dico tunc duas lineas. c. et d. esse quas querimus: patet
enim ex. 19. quod superficies quam continent due linee. a. et b. est medialis: et quod prima pre/
ter. 16. sexti quadratum linee. c. est victe superficies equalis erit igitur per. 19. linea. c. medi/
alis. Cum autem sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et b. communicat cum. a. in potentia tamen ex hypo/
thesi: quod tam. a. quam. b. rationalis est in potentia sequitur per. 10. quod. c. quoque colicet cum
d. in potentia tamen. itaque per. 21. cum. c. sit linea medialis: erit etiam. d. medialis: et per
primam preter. 12. erit linea. c. potentior linea. d. in quadrato linee sibi communicatis in
longitudine. Si ergo due linee. c. et d. contineant superficiem rationalem ipse sunt qua/
les inquirimus. Has sunt continere superficiem rationalem sic habero: cum sit. a. ad. b. si ut
c. ad. d. erit permutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed erat. a. ad. c. sicut. c. ad. b. igitur
est. c. ad. b. sicut. b. ad. d. itaque per primam partem. 16. sexti superficies quam continent
due linee. c. et d. est equalis quadrato. b. est autem quadratum. b. rationale per hypothese.
cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee. c. et
d. est rationalis: quare constat propositum.

Propositio .25.

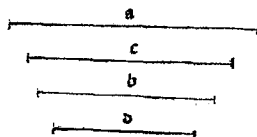
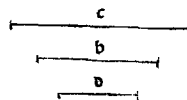
Duas lineas mediales potentia tantum communicantes super/
ficiemque rationalem continentes: quarum longior sit potentior
breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine in
commensurabilis in meure.

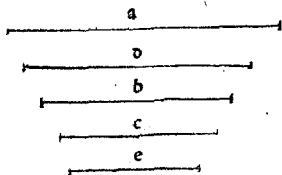
Apposito duabus lineis. a. et b. rationalibus potentia tamen coincidentibus
quarum longior possit amplius breuiori quadrato linee secum non communicantis
in longitudine: que quidem reperiuntur secundum doctrinam. 18. ceterisque positionibus manen/
tibus sicut in primis arguendo modo consimili: patebit duas lineas. c. et d. esse
quales querimus. Et nota quod due linee quas hec et premissa docent inuenire com/
ponunt bimediale primum: et minori earum abscissa de maiori que reliqua est: dicitur
residuum mediale primum.

Propositio .26.

Duas lineas mediales potentia tantum communicantes super/
ficiemque medialem continentes quarum longior breuior
et tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius li/
nee incommensurabilis ipsi longiori in longitudine inuenire.

Et docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum coincidentes
superficiemque rationalem continentes: quarum longior plus possit breuiori in quadrato
linee secum communicantis in longitudine et secum incommensurabilis in longitudine.
Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum coincidentes superficiem
que medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato linee non se/
cum coincidentis in longitudine. sed soli sibi incommensurabilis in longitudine. Illud
enim facile habetur ex isto. Sint itaque tres linee sumptae secundum doctrinam. 18. a. b. c.
potentia tamen rationales et ea soli coincidentes. itaque a. potentior. b. et c. quadrato linee
sibi incommensurabilis in longitudine: et ponatur. d. medio loco proportionalis inter
a. et b. ut docet. 9. sexti: et sit. d. et c. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. et c. esse quales
inquirimus. cum sit enim quadratum linee. d. equalis superficiem que continetur sub. a.



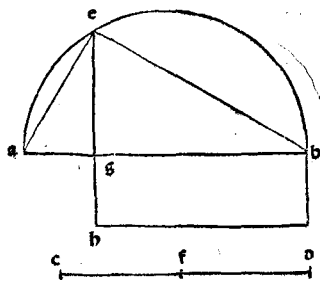


z. b. per primā partē. 16. sexti. Sitq3 superficies contēta sub. a. z. b. medialis: ex. 19. cum. a. z. b. sint potentia tñm rōnales conicantes: erit ex eadem linea. d. medialis s. quia. a. ad. c. sicut. d. ad. e. cōmunicat autē. a. cū. c. in potentia tantū ex ypothēsi se quitur ex. 10. ut. c. quoq3 cōmunicet cū. d. in potētia tñm. Itaq3 per. 21. erit. e. linea medialis. et etiā q3. a. est potentior. c. quadrato lineę sibi incōmensurabilis in lon / gitudine erit quoq3 p. 12. d. potētiōr. e. qdrato lineę sibi icōmēsurabilis i lōgitudine Si igitur due lineę. d. z. e. contineant supficiē mediale constat eas esse quales in / quinus: Eas autē continere superficiem mediale. sic habet: cum sit ex ypothēsi. a. ad c. sicut. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. sicut. c. ad. e. sed. a. ad. d. est sicut. d. ad. b. p ypothēsim: itaq3. d. ad. b. sicut. c. ad. e. igitur per primā partē. 15. sexti: superficies quā continēt. d. z. e. esse equalis ei quā pōtinet. c. z. b. sed. b. z. c. continent superficiē medialem per. 19. cum ipsi sint rationales i potentia tñm cōicantes ex ypothēsi: ita / q3. d. z. e. continent superficiē mediale: qđ est propositū. ¶ Si autē cura esset inue / nire duas lineas mediales potentia tñm cōmunicantes supficiēq3 medialem conti / nentes: quāz longior esset potentior breuiori quadrato lineę secum cōicantis i lon / gitudine: Sumemus tres lineas fm doctrinā. 17. a. b. c. potentia tñm rationales z in ea solum cōmunicantes: z ponerem⁹ lineam. a. esse potentiorē lineā. c. quadrato alicuius lineę sibi cōmunicantis in longitudine: cetera vero manerent ut prius z ar / gumentatione cōsimili concluderemus duas lineas. d. z. e. esse quales proponit inquirere. Et nota qđ due lineę quas hic. 26. docet inuenire: cōponūt bimēdale scđm z minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur residuū mediale secundū.

Propositio .27.

Duas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiēq3 medialem continentes quarū quadrata ambo pariter ac / cepta sint rationale inuenire:

¶ Propositum est inuenire duas lineas incōmensurabiles tam i po / tentia q3 in longitudine que contineant superficiem medialem z qua / drata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem: ad hoc autē sumo / per. 18. duas lineas. a. b. z. c. d. potētia tantū rationales cōmunicātes quāz longi / or que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius lineę secū incōmensurabilis in longitudine z super lineā. a. b. describo semicirculum. a. e. b. z diuido lineam. c. d. per equatā ad punctum. f. z diuido lineam. a. b. ad punctum. g. itaq3 lineā. e. f. ca / dat in medio loco proportionalis inter. a. g. z. g. b. et qualiter hoc fiat in. 13. dictū est: z pono qđ superficies. b. b. fiat ex. a. g. in. g. b. eritq3 ex prima pte. 16. sexti qua / dratum. c. f. equale superfici. b. b. z quia quadratū. c. f. est equale quarte pti qua / drati. c. d. ex quarta scđi: z q3 supfici. b. b. deest ad cōplendū lineam. a. b. superfi / cies quadrata cui3. a. g. sit equalis. g. b. z quia lineā. a. b. potentior est lineā. c. d. q / drato lineę sibi incōmensurabilis in longitudine. ex ypothēsi: erit ex scđa parte. 14. li / nea. a. g. incōmensurabilis lineę. g. b. educo igitur a puncto. g. perpendicularem su / per lineam. a. b. vsq3 ad circūferentiam semicirculi que sit. g. e. z protraho lineas. a. e. z. e. b. quas dico esse quales querimus. erit enim. e. g. equalis. c. f. eo qđ utraq3 ca / dit medio loco proportionalis inter. a. g. z. g. b. prima quidem per primam partē coroll. s. sexti. scđa vero per ypothēsim: propter qđ quadratum vtriusq3 earum per primam partem. 16. sexti est equale superfici. a. g. in. g. b. que est. b. b. ipsi igit sit



Das lineas potentialiter incōmensurabiles superficiēq3
rationalem continentes quaz ambo quadrata pariter ac/
cepta sint mediale inuenire.

Let sit hic prolixius eadē dispositio que prius in premissa. Sunt autem due linee. a. b. z. c. d. quales pponit. 25. et unguis simili argumentatiōe premissae due linee. a. e. z. e. b. quales per. 18. proponit. Cum sit enī. a. b. linea me-
dialis erit eius quadratū mediale per. 19. z. id quadrata duaplineaz. a. e. z. e. b.
sunt mediale per penult. primi. z. quia. a. b. i. c. d. p. tiner supficiē rōnalem: sequitur
etiā. a. b. i. n. c. f. z. idē in. g. e. ubi quālē cōtineat superficiē rōnalem: itaq. z. a. e.
in. c. b. par. ergo qd querit. ¶ Unde due linee quas hec. 28. docet inenire cōponūt
lineā potētē in rōnā z. mediatē z. minorē eaz abscisa de maiori que reliqua ē di-
citur linea que iuncta cum rationale componit totū mediale.

Duas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiēq3
medialē continentes quaz quadrata ambo pariter acce-
pra sint mediale duplo superficiē vnus in alterā incōmē-
surabile innēire.

Istius quoque dispositio a duarum premissarum dispositione non sit in quoquam differat. Sint autem linee duae, a. b. c. d. quales. 26. pponit eruntque pmissa argumentatione due linee. a. e. z. e. b. quas inquirimus. Lū enim. a. b. sit linea mediales erunt quadrata duarum linearum. a. e. z. e. b. pariter accepta mediale. at cum. a. b. e. c. d. contineat superficiem medialem. sequitur ut. a. b. in. c. f. e. ideo in. e. g. sibi equalitatem contineat quorum superficies mediales omnis enim superficies medialis communis medietas esse convincitur: quemadmodum in. 21. monstratur est: superficies igitur. a. e. i. e. b. medietas est cum ipsa sit equalis superficie. a. b. in. e. g. Quia vero linea. a. b. est incommensurabilis linee. c. d. erit etiam incommensurabilis linee. c. f. quare et linee. e. g. quare per primam sexti et secundam propositionem. 10. butus superficies. a. b. in. e. g. que est equalis superfici. a. e. in. c. b. erit incommensurabilis quadrato linee. a. b. linearum z quadratis duarum linearum. a. e. z. e. b. pariter acceptis: quod cum ita sit sequitur quoque ut duorum linearum. a. e. z. e. b. sit incommensurable quadratis predictis duarum linearum



a. e. z. e. b. pariter acceptis et hoc erat mōstrandū. ¶ Due linee quas hec. 29. docet inuenire cōponūt lineā potentē in duo medialia et minori eaz absclsa de maiori q reliqua est dicitur lineā que iuncta cum mediali facit totum mediale.

Propositio 30.

S due linee potentialiter tantū rōnales cōmunicantes in longum directumq3 coniungantur: tota lineā ex his cōposita erit irrationalis: diciturq3 binomium.

¶ Sint due linee. a. b. z. b. c. in cōtinuū directūq3 cōiuncte rōnales in potentia tñ cōcantes: quas p. 17. z. 18. reperies: dico totā lineā. a. c. ex eis cōpositā esse irrōnalem et ipsa vocatur binomiu. Est eni per quartā secundū quadratū. a. c. equale quadratis duarū lineaz. a. b. z. b. c. et duplo sup̄ficiē vni⁹ eaz in alterā: quadrata aut̄ ambaz faciunt sup̄ficiē rōnalem ex p̄thēsi: duplū vero sup̄ficiē vnius eaz in alterā facit sup̄ficiē mediale ex. 19. itaq3 quadrata ambaz pariter acceptaz faciunt sup̄ficiē incōmensurabile duplo sup̄ficiē vnius earum in alterā. erit igit̄ ex. 9. quadratū. a. c. incōmensurable duobus quadratis duarum lineaz. a. b. z. b. c. p̄ter acceptis quare irrōnale p̄ diffinitionē cū duo illa quadrata faciāt sup̄ficiē rōnalem. ideoq3 suum latus tetragoniciū quod est. a. c. irrōnale quodq3 p̄ diffinitionē: p̄stat ergo p̄positū.

Propositio 31.

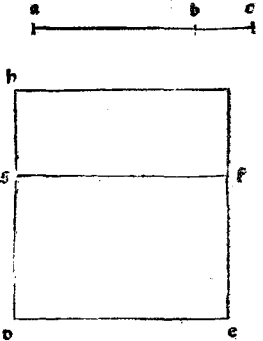
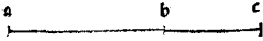
S due linee mediales potentia tantū cōcantes sup̄ficiē emq3 rōnale continentēs directe coniungant: tota lineā ex his cōposita erit irrōnalis diciturq3 bimediale p̄mū.

¶ Sint due linee. a. b. z. b. c. i cōtinuū directūq3 iuncte quales p̄ponuntur quas p. 24. z. 25. reperies: dico totā lineā. a. c. esse irrōnalem et ipsa vocatur bimediale p̄mū. Est eni duplū sup̄ficiē a. b. i. b. c. rōnale per p̄thē. duoq3 quadrata duarū lineaz. a. b. z. b. c. p̄ter accepta faciunt mediale. cūq3 vtrūq3 quadratū sit mediale per p̄thēsim et vñū eoz cōicans aliq: duplū igitur sup̄ficiē vnius eaz in alterā est incōicans duob⁹ quadratis p̄ter acceptis: totum ergo aggregatū ex duplo sup̄ficiē et duobus quadratis et ipsū ē quadratū totū. a. c. per quartā scōi ē incōmensurable duplo sup̄ficiē vnius eaz in alterā p. 9. cuius cū itaq3 duplū sup̄ficiē sit rōnale erit quadratū. a. c. irrōnale. ideoq3 et lineā. a. c. qd ē p̄positū. ¶ Idē aliter: sit lineā. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungat sup̄ficiēs. d. f. equalis duobus quadratis duarū lineaz. a. b. z. b. c. eritq3 sup̄ficiēs hec d. f. medialis cum vtrūq3 quadratū sit mediale per p̄thē. et vñū eoz cōicans aliq quare per. 20. lineā. d. g. est rōnalis in potentia tñ: non cōicans in longitudine li/ nec. d. e. rursus ad lineā. f. g. que est equalis. d. e. adiūgat sup̄ficiēs. f. b. equalis duplo sup̄ficiē. a. b. in. b. c. eritq3. f. b. rōnalis per p̄thēsim: quare per. 16. lineā. g. b. erit rōnalis in longitudine: due itaq3 linez. d. g. z. g. b. sunt potentialiter rōna/ les et in ea tñ cōcantes: ergo p. 30. tota lineā ex eis cōposita que est. d. b. est binomiu et irrōnalis: quare p. 16. a destructione p̄tis sup̄ficiēs. e. b. ē irrōnalis. At quia p̄ quartā scōi latus ei⁹ tetragoniciū ē lineā. a. c. ipsa erit irrōnalis p̄ diffinitionē qd

Propositio 32.

S due linee mediales potentialiter tantū cōmunicantes sup̄ficiēmq3 mediale continentēs directe coniungantur: tota lineā erit irrōnalis diciturq3 bimediale secundū.

¶ Sint due linee. a. b. z. b. c. in cōtinuū directūq3 iuncte ut p̄ponit



quas per. 26. contingit reperiri: dico totā. a. c. ex eis cōpositā esse irrōnalem et ipsa vocatur bimediale scōm. Esto enim linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarū lineaz. a. b. et b. c. piter acceptis et quia ex ypotbesi duo illa quadrata sunt cōciantia: et vtrūq; mediale: erit superfi-
cies. d. f. medialis quare per. 20. linea. d. g. que est eius latus scōm est rōnalis in po-
tentia tm: et linee. d. e. incōmensurabilis in longitudine: Rursus adiungat ad lineā
g. f. que est equalis linee. d. e. superficies. f. b. equalis duplo superficie. a. b. in. b. c. erit
q; etiā superficies. f. b. medialis: erat eni per ypotbesim superficies. a. b. i. b. c. media-
lis. ergo duplū eius cui est equalis. f. b. erit mediale per. 20. igitur est linea. g. b. ra-
tionalis in potentia tm et incōmensurabilis in longitudine linee. g. f. q; vero. a. b.
et b. c. sunt potentialiter tm cōciantes erit p primā sexti et per scōm ptem. 10. huius
superficies vnus in alterā incōmensurabilis quadrato vtriusq;. At q; quadrata eaz
cōciant per ypotbesim: erit dicta superficies quare et duplū eius incōcians duob⁹ qua-
dratis earū pariter acceptis: due ergo superficies. d. f. et f. b. sunt incōciantes: p pri-
mam itaq; sexti et scōm pte. 10. huius erit linea. d. g. incōmensurabilis linee. g. b.
que cū sint rōnales in potētia: erit per. 30. tota linea. d. b. binomium et irrōnalis: et
so per. 16. a destructione pntis erit superficies. e. b. irrōnalis. Et q; latus eius tetra-
gonicū per quartā scōi est linea. a. c. sequitur per diffinitionē q; linea. a. c. sit irra-
tionalis: qd ppositū erat ostendere.

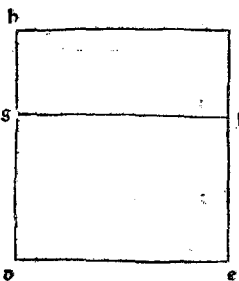
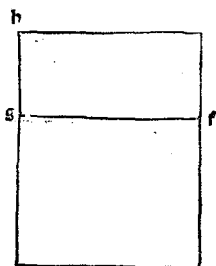
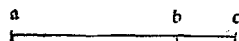
Propositio 33.

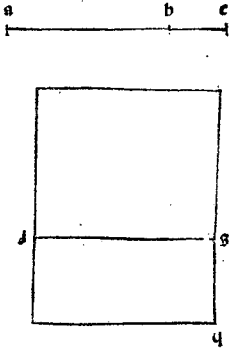


¶ Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensu-
rabiles superficiesq; mediale continētes quaz ambo qdrata
piter accepta sūt rōnale: tota linea erit irrōnalis diciturq;
linea maior.

¶ Sint due linee. a. b. et b. c. sibi in continuum directumq; coniuncte
sicut pponitur: quas cōtingit ex. 17. repire: dico. a. c. ex eis cōpositā esse lineā irra-
tionalē et ipsa vocat linea maior. Eū eni ambo quadrata piter accepta sint rōnale sit
superficies vtro alteri⁹ in alterā quare et eius duplū medialis p ypotbesim: erit totū
ex duobus quadratis piter acceptis incōcians duplo superficie vnus in alterā. itaq;
totū aggregatū ex duobus quadratis et duplo superficie et ipsū est equale quadrato
a. c. per quartā scōi: erit p. 9. hui⁹ incōmensurable duobus quadratis. a. b. et b. c. pi-
ter acceptis: per diffinitionē ergo ē quadratū linee. a. c. irrōnale et linea. a. c. irrōna-
lis qd ē propositū. ¶ Idē aliter sicut i pmissis ad lineā. d. e. que sit rōnalis in longi-
tudine adiungat superficies. d. f. que sit equalis duobus quadratis duarū lineaz. a. b.
et b. c. pariter acceptis et itaq; rōnalis per ypotbesim quare per. 16. latus eius scōm
qd est. d. g. erit etiā rōnale in longitudine et cōcians linee. d. e. Rursus ad lineā. f. g.
adiungatur superficies. f. b. equalis duplo superficie. a. b. in. b. c. critq; medialis per
ypotbesim: quare per. 20. linea. g. b. que est eius lat⁹ scōm ē rōnalis in potentia tm
per. 30. igitur est linea. d. b. binomium et irrōnalis: ideoq; per. 16. a destructione con-
sequentis superficies. e. b. est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per
quartā secūdi est. a. c. ē irrationalis per diffinitionem: qd volumus ostendere.

Propositio 34.



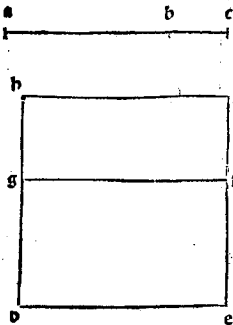


Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensurabiles superficiemq; rōnalem continentes quaz ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: tota linea erit irrationalis diceturq; potens in rōnale et mediale.

Sint ut in premissis due linee. a. b. et b. c. in continuū directumq; coniuncte quales pponit: et ipse sunt ex. 28. sumende: dico q; tota linea. a. c. ex eis cōposita erit irrōnalis et illa vocatur linea potēs in rōnale et mediale. Cū sit enī superficies. a. b. in. b. c. rationalis per pporbesum. ideoq; et duplū eius ac ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: sequitur per quartā secūdi et. 9. huius quēadmodū in premissis q; quadratū totius. a. c. sit incōicans duplo superficie. a. b. in. b. c. p diffinitionē igitur ipsū est irrōnale et linea. a. c. irrationalis qd ē propositū. **I**dem aliter: sit ut in premissis linea. d. e. rationalis in longitudine superficiesq; d. f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duaz lineaz. a. b. et b. c. erit q; medialis per pporbesum: p. 20. igitur: erit linea. d. g. rōnalis in potentia tñ nō cōmunicans in longitudine linee. d. e. Sitq; superficies. f. b. adiuncta ad lineā. g. f. equalis duplo superficie. a. b. in. b. c. eritq; rōnalis per pporbes. et id p. 16. latus eius fm quod ē. g. b. rōnale in longitudine quare per. 30. linea. d. b. ē binomium: et irrationalis: et superficies. e. b. per. 16. a destructione pōtis est irrōnalis. Cum itaq; linea. a. c. sit eius latus tetragonici: per quartā scōi: sequit ut. a. c. sit irrōnalis p diffinitionem: pstat ergo propositū.

Propositio 35.

Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensurabiles superficiemq; mediale continentes quaz quadrata ambo piter accepta sit mediale duplo superficie vni⁹ in alterā incommensurabilem tota linea erit irrationalis diceturq; potens in duo medialia.



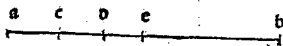
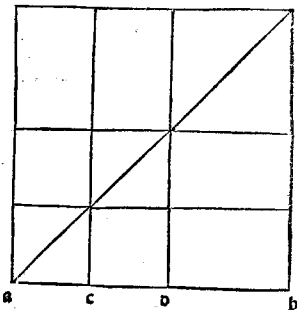
Sint quoq; due linee hic. a. b. et b. c. in cōtinuū directumq; cōiuncte ut proponit que ex. 29. sumende sunt: dico q; linea. a. c. ex eis cōposita est irrōnalis et ipsa dicetur potens in duo medialia. Adiungatur enī ad lineā. d. e. que sit rōnalis in longitudine superficies. d. f. equalis duobus quadratis duaz lineaz. a. b. et b. c. pariter acceptis: eritq; medialis per pporbes; quare per. 20. linea. d. g. erit rōnalis in potentia tantū et incōmensurabilis. d. e. linee rōnali in longitudine. Rursus ad lineā. g. f. que est equalis. d. e. adiungatur superficies. f. b. que sit equalis duplo superficie vni⁹ in alterā erit etiā ex pporbesi medialis quare per. 20. linea. g. b. erit rōnalis in potentia tñ. at q; per pporbesim ambo quadrata pariter accepta sunt incommensurabile duplo superficie vnius in alterā sequitur ut. d. f. sit incōmensurabilis. f. b. quare p primam sexti et secundam partē. 10. huius linea. d. g. est incōmensurabilis. g. b. per. 30. igitur est linea. d. b. binomium et irrōnalis. itaq; superficies. e. b. est irrōnalis et eius latus tetragonicum qd ē. a. c. ut in premissis: quare constat propositū. Si autē duarum superficiei. a. b. et b. c. non esset incōmensurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset linea. a. c. medialis. esset enī. d. f. cōicans. f. b. ideoq; linea. d. g. linee. g. b. tota igit. d. b. esset rōnalis in potentia tñ et incōmensurabilis in longitudine linee. d. e. per. 19. igit. esset superficies. e. b. medialis eiusq; latus tetragonicum qd ē. a. c. linea medialis. Ut autē facilius fiat doctrina sequentiū premonstranda atbitramur hoc loco duo quorum primum est.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarū sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficie vni earū in alteram quantū ē quadratum eius linee qua maior excedit minorem.

¶ Sit enī linea. a. b. diuisa per duo inequalia in puncto. c. sitq; maior portio. c. b. de qua sumatur. c. d. equalis. a. c. dico q; quadrata duarū linearum. a. c. z. c. b. sunt amplius duplo superficie vnius in alteram in quadrato linee. d. b. nam quod fit ex. a. c. in. c. b. bis cum quadratis duarum linearū. a. c. z. c. b. est equale ei quod fit ex. a. c. in. c. b. quater cum quadrato. d. b. eo q; utraq; hec equalia sunt quadrato linee. a. b. primum quidem per quartam secundi scōm vero per. s. eiusdem. Dem/ptis itaq; vtrūq; equalibus videlicet eo qd fit ex. a. c. in. c. b. bis erūt residua q; sūt: de primo quidē quadrata duarū linearū. a. c. z. c. b. de secundo vero quod fit ex. a. c. in. c. b. bis cum quadrato. d. b. equalia: quare constar p̄positū. Ex hoc ergo manifestū est q; si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum partū pariter accepta plus sunt duplo superficie vnius earum in alteram. Et hoc ē p̄pter quod istud premisimus.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia. itemq; alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inequalium pariter acceptis quantū est duplū quadrati illius linee que inter vtrasq; ē sectiones z quadruplum eius qd fit ex eadem linea in eam que est inter punctū sectionis minus inequalium z punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

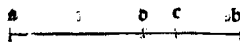
¶ Sit linea. b. diuisa per duo inequalia in puncto. c. itemq; per alia minus inequalia in puncto. d. rursus per equalia i. e. dico q; quadrata duarū partium magis inequalium que sunt. a. c. z. c. b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt. a. d. z. d. b. quantum est duplum quadrati linee. c. d. z quadruplum eius quod fit ex. c. d. in. d. c. sunt enim per. 9. secūdi quadrata duarum linearum. a. c. z. c. b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum. b. c. z. e. c. pariter acceptis. at per eandem. 9. secūdi quadrata duarū linearū. a. d. z. d. b. p̄ter accepta dupla sūt quadratis duarū linearum. b. c. z. e. d. p̄ter acceptis: itaq; quadrata duarum linearum. a. c. z. c. b. pariter accepta excedūt quadrata duarum linearum. a. d. z. d. b. pariter accepta in eo quo duplū quadrati linee. c. e. excedit duplum quadrati linee. d. c. hoc autē per quartam secūdi est duplum quadrati linee. c. d. z quadruplum eius quod fit ex. c. d. in. d. c. quare cōstat p̄positum. Ex hoc manifestum est q; quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earū quadrata pariter accepta maiora: z hoc est p̄pter quod istud premisimus.

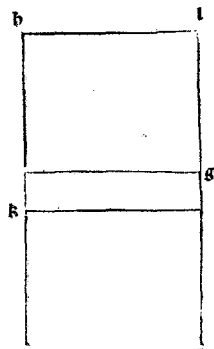
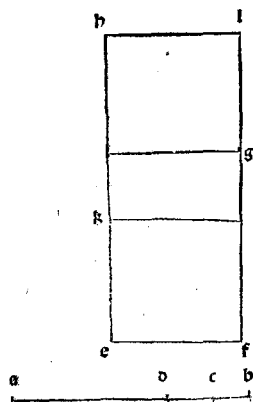


Propositio .36.

¶ Alias duas lineas sub earum termino ex quibus cōiunctum z nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶ Sit linea. a. b. binomium eritq; ex. 30. composita ex duabus lineis in potētia tm̄ rōnālib⁹ cōicantib⁹ q; sint. a. c. z. c. b. dico q; impossibile ē eā diuidi i alias duas lineas sub hac dione videlicet q; ipi sint potētia tm̄ rōales cōicātes: si enī pōt diuidat i. a. d. z. d. b. q; sint potētia rōales tm̄ cōicātes. Esto quoq; linea. e. f. rōnalis in lōgitudine cui adiungat superficies. e. g. que





sit equalis quadratis duarum linearum $a.c.$ et $z.c.b.$ pariter acceptis et superficies. $f.b.$ que sit equalis quadrato linee $a.b.$ eritque superficies. $e.g.$ rationalis eo quod utriusque quadratorum linearum $a.c.$ et $z.c.b.$ pariter acceptis est rationale per hypothesein et superficies. $g.b.$ medialis per. 19. quoniam ipsa est equalis duplo superficiem. $a.c.$ et $i.c.b.$ per quartam scilicet. Sit igitur rursus superficies. $f.k.$ equalis quadratis duarum linearum $a.d.$ et $z.d.b.$ pariter acceptis que cum sint diuerse a duabus lineis $a.c.$ et $z.c.b.$ erit per secundam demonstrationem ante cedentium superficies. $f.k.$ diuerse a superficie. $e.g.$ earum ergo differentia sit. $k.g.$ eritque per quartam scilicet excessus superficiem. $f.b.$ super. $f.k.$ qui sit. $k.l.$ equalis duplo et quod sit ex $a.d.$ et $i.d.$ et $b.z.$ propter hoc erit etiam superficies. $f.k.$ rationalis et superficies. $k.l.$ medialis: itaque superficies $k.g.$ cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium que sunt. $e.g.$ et $z.f.k.$ erit rationalis. Non enim differt rationale a rationali nisi in rationali et hoc dico definitione et 9. huius hoc affirmantibus. Eadem quoque cum ipsa sit differentia duarum superficierum mediarum que sunt. $g.b.$ et $z.k.l.$ erit irrationalis per. 22. quod est impossibile.

Propositio .37.

Bimediali primo finem terminum suum in duas lineas mediales diuiso: sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

Sit quoque hic linea $a.b.$ bimedicale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum cōcantes superficiemque rationalem continentes: ex quibus. 31. asserit eam componi que sunt. $a.c.$ et $z.c.b.$ dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum definitione. Quod si possibile fuerit diuidam eam in puncto. $d.$ assumptaque linea rationali. $e.f.$ adiungatur ei. $e.g.$ equalis duobus quadratis duarum linearum $a.c.$ et $z.c.b.$ et superficies. $f.b.$ equalis quadrato. $a.b.$ et superficies. $f.k.$ equalis quadratis duarum linearum $a.d.$ et $z.d.b.$ eritque per quartam scilicet. $g.b.$ equalis duplo superficiem. $a.c.$ et $i.c.b.$ et per eandem erit. $k.l.$ equalis duplo superficiem. $a.d.$ et $i.d.b.$ propter hypothesein quoque erit utraque duarum superficierum. $e.g.$ et $z.k.f.$ medialis et utraque duarum linearum. $g.b.$ et $z.k.l.$ rationalis. hoc autem impossibile: esset enim per primum superficies. $k.g.$ irrationalis ex. 22. per secundum autem eadem esset rationalis ex definitione et 9. quod est inconueniens.

Propositio .38.

Bimedicale secundum nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

Sit ut prius linea $a.b.$ bimedicale secundum diuisa in duas lineas. $a.c.$ et $c.b.$ mediales: potentia tantum communicantes superficiemque mediam continentes: ex quibus. 32. proponit eam componi: dico quod impossibile est eam diuidi sub earum definitione in alias duas: Sin autem diuidatur in. $d.$ sintque ut prius superficies. $e.g.$ $f.b.$ et $z.f.k.$ adiuncte ad lineam rationalem. $e.f.$ eritque per presentes hypotheseis utraque superficies. $e.g.$ et $z.g.b.$ mediales quare per. 20. utraque duarum linearum. $f.g.$ et $z.g.l.$ erit rationalis in potentia tantum non cōcans in longitudine linee. $e.f.$ At quod due linee. $a.c.$ et $z.c.b.$ erunt incommensurabiles in longitudine: sequitur per primam sexti et per secundam prae. 10. huius quod utriusque quadratorum linearum. $a.c.$ et $z.c.b.$ sit incommensurable superficiem. $f.k.$ et altera: cumque dicta quadrata cōcunt: ex hypothese sequitur ut ambo quadrata prae accepta sint incommensurable superficiem. $f.k.$ et altera. ideoque et ei duplo: quare superficies. $e.g.$ incommensurable et superficiem. $g.b.$ et linea. $g.f.$ linee



g.l. per primā sexti & scōam pte. 10. huius: itaq; per. 30. linea. f.l. ē binomium vni/
sa sūi terminū i pūcto. g. Et oēq; mō pōbābī ipsā binomiu esse medianib;
supficiebus. e.m. z. m. b. diuisam scōm suū terminū in puncto. m. qd est impossibi
le p. 36. Nō enī pōt dici q; linea. f.l. diuisa sit ad puncta. g. z. m. in partes consiles
sic enī esset linea. f.m. equalis. g.l. sed ipsa ē maior linea. m.l. ut patet ex pmo pte/
missōz antecedentiū b^o z pma sexti cū. e.m. superficies sit maior. b.m. superficie: hu
ius aut demonstratiōis modus potest esse cōis. 37. ceterisq; eam sequentibus.

Propositio .39.

Linea maior nisi in duas lineas tantū ex quib; constat sub
earum termino diuidi non potest:

C Sit quoq; hec linea maior. a. b. diuisa ad punctū. c. i duas lineas
potentialiter incōmensurabiles superficieq; medialē cōrinentes quantū
ambo quadrata pariter accepta sint rōnale: ex talibus enī cōponitur
ut affirmat. 33. dico q; impossibile ē ad aliū punctum in alias duas lineas sub hac
dissinitione ipsā diuidi q; si pōt. sit hic ad. d. maneat sub his eadē figura eademq;
ypotheses que prius & argue quēadmodū in. 36. supficiē. g. k. esse rōnale & irra
tionalem: qd est impossibile.

Propositio .40.

Linea potens in rōnale & mediale nisi in suas duas lineas
tantum sub termino suo non diuiditur.

C hec quoq; 40. manentibus prioribus figura & positionibus exce/
ptis ipsa linea. a. b. diuidatur in punctum. c. in illas duas lineas ex
quibus. 34. dicit eā cōponi probabit: quēadmodū. 37. Si autē aliter
fuerit q; proponat erit superficies. k. g. rōnalis & irrōnalis: qd esse non potest.

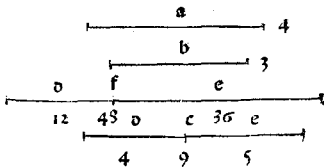
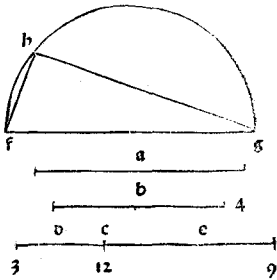
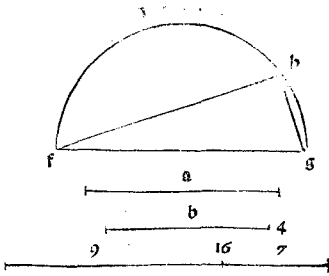
Propositio .41.

Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas
sub termino eaz ex quibus coniuncta est: sed in suas tantū
duas ex quibus componitur est diuisibilis.

C hec enī. 41. diuisa linea. a. b. ad punctum. c. i eas ex quibus. 35. af/
ferit eam componi ceterisq; ut supra tam figura q; positionibus ma/
nētib; pōt sicut. 38. nā dato opposito ppositi. Seq; oppositū. 36. qd ē ipossibile
Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmēto q/
drati lineē cōicantis eidem longiori in longitudine fueritq; eadez lō/
gior lineē posite rōnali cōicās ipsuz: vocabit binomiu primū. Si ve
ro breuior posite rōnali cōmunicet dicet binomiu scōm. Nō si neu/
tra portionū ei^o posite rōnali cōicet appellabit binomiu tertiu. Itē
si longior breuiore tanto amplius possit quantū est quadratū alicu/
ius lineē ipsi longiori icōmensurabilis i lōgitudie fueritq; lōgior por
tionū posite lineē rōnali cōicās i lōgitudie ipsū nūcupabit binomiu
binomiu quartū. Si vero breuior posite rōnali cōicet i longitudine
quintū notabit. Si aut neutra portionū ei^o posite rōnali cōicet i lōgi
tudine erit binomiu sextū.

Propositio .42.

Binomiu primū inuenire. **C** Sit. a. linea rōalis posita: sumatq;
duo numeri qdrati. b. z. c. quoz. c. sit diuisibilis i qdratū qui sit. d. & i
nō quadratum qui sit. e. ponatq; ppositio quadrati lineē. a. ad qdra
tum lineē. f. g. sicut numeri. b. ad numez. c. eritq; ex scōa pte. 7. linea



f.g. cōmunicans linee. a. rōnali posite i longitudine: super eā igitur lineetur. f.g. b. semicirculus: sitqz pportio quadrati linee. f.g. ad quadratū linee. f. b. sicut. c. ad. d. et ducatur linea. g. b. dico ergo duas lineas. f.g. et g. b. directe cōiunctas cōponere binomium primum. Est enim linea. f.g. que est longior: potentior. linea. g. b. que est breuior: in quadrato linee. f. b. per. 30. tertij et penultimā primi: cōicat autem linea. f. b. linee. f.g. in longitudine per scōam prem. 7. cum proportio quadratorum ipsaz. f.g. et f. b. sit sicut numerorū quadratorū qui sunt. c. et d. linea vero. g. b. cōiungitur esse rōnalis in potentia tū: non cōicans linee. f.g. in longitudine. ideoqz neqz linee. a. rōnali posite: cum sit enim quadratum linee. f.g. ad quadratū linee. f. b. sicut numerus. c. ad numez. d. erit per euerfam pportionalitatē quadratum li/nec. f.g. ad quadratū linee. g. b. sicut. numerus. c. ad numerum. e. cum itaqz. c. sit numerus quadratus. e. vero nō qdratus: seqt per vlt. prem. 7. ut linea. g. b. sit in cōmensurabilis linee. f.g. in longitudine: relinquit igitur ipsam. g. b. esse rōnalē in potentia tū et a dione lineas. f.g. et g. b. pponere binomiu pmū: qd erat inuēdiū.

Binomium secundum reperire. Propositio 43.

U Sit ut prius. a. rationalis linea posita. b. vero numerus quadrat⁹ c. vero sit numerus nō quadratus diuisibilis in. d. nō quadratum et e. quadratū. ita tñ qz proportio totius. c. qui est nō quadratus ad. d. qui est etiā non quadratus sit sicut numerorū quadratorū: talis autem numerus est. 12. et 48. diuisibilis enī est. 12. in. 9. quadratū numez. 3. non qdratum: estqz pportio. 12. ad. 3. sicut. 16. ad. 4. quoz vterqz quadratus eodē mō. 48. diuisibilis est in. 36. et 22. Tales autē numeros sic reperies. Sit. a. numerus quadratus. b. quozqz sit vnitatē minor: cuius quadratū sit. c. At vero. d. pueniat ex. b. in. a. eritqz ex prima incidentium noni. b. differētia. d. ad. c. ducatur idē. a. in. c. et pueniat. e. eritqz. e. quadratus ex prima pte coroll. scdō noni eo qz vterqz numerorum a. et c. est quadratus per pporbesiz: fiat rursus. f. ex. a. in. d. eritqz. f. qualē querim⁹ est enim ex vltima parte predicti coroll. numerus. f. non quadrat⁹: eo qz. d. numer⁹ sit nō qdrat⁹. Si enī. d. numer⁹ esset qdrat⁹: esset quoqz. b. qdrat⁹ ex. 2. pte eiusdē coroll. 2. noni et ex. 22. octauī: et qz. a. ē quadrat⁹ esset p. 16. eiusdē: tertius cōtinue pportionalis inter. a. et b. qd ē impossibile cū sint sola vnitatē distātes: nō est igit. d. quadratus quare nec. f. est enim. f. equalis. d. et ex qm cum. b. sit differētia. d. ad. e. ut patet ex pmissis: erit per primam incidentium noni qd sit ex. a. in. d. equū his que sunt ex. a. in. b. et in. c. et quia ex. a. in. b. sit. d. et in. c. sit. e. sequitur ut. d. sit differētia. f. ad. e. et quia per. 18. septimi est. f. ad. e. sicut. d. ad. c. erit permutatim. f. ad. d. sicut. e. ad. c. Lūqz vterqz duoz numerorum. e. et c. sit quadratus manifestū ē numez. f. ē qualē volumus. ē enī non qdrat⁹ diuisibilis i. d. nō qdratū et e. quadratū: cui⁹ pportio ad. d. ē sicut qdrati ad qdratū videlz. e. ad. c. cetera oīa sint vt pri⁹: dico qz linee. f.g. et g. b. pponit binomiu scōm. cū enī sit qdratū. a. ad qdratum. f.g. sicut. b. ad. c. rursusqz quadratum. f.g. ad quadratum. g. b. sicut. c. ad. e. erit per equā pportionalitatem quadratum. a. ad quadratū. g. b. sicut. b. ad. e. cū igit vterqz duoz numerorū. b. et c. sit qdrat⁹ erit p scōam pte et linea. g. b. cōmūcās in longitudine linee. a. rationali posite: de linea vero. f.g. constat qz ipsa sit rationalis in potētia tū nō cōmunicans linee. a. rōnali posite in longitudine p vltimam partem. 7. que cum sit potentior: linea. g. b. in linea. f. b. per. 30. tertij et penultimā primi: cōmunicet autē linea. f. b. linee. f.g. in longitudine p scōam pte. 7. eo qz

eorū quadrata sunt in pportione numerorū. c. z. d. quorū est proportio sicut nume-
 roz quadratoz per pporbesim: constat ppositū. ¶ Alter quoqz idem est linea. g. b.
 communicans a rationali posite in longitudine quā facile est inuenire sitqz. e. nu-
 merus quadratus diuisibilis in quadratū. d. z. non quadratū. e. sitqz pportio qua
 drati linee. g. b. ad quadratū linee. f. g. sicut numer⁹. e. ad numer⁹. c. eritqz. f. g. in-
 drati linee. g. b. in longitudine per vltimā ptem. 7. z. potentior ea i qua-
 drato linee. f. b. cui cōicat in longitudine: primo per conuersā deinde per euerſam
 pportionalitatē: z. per scōam pte. 7. ex diffinitione igitur linee. f. g. z. g. b. cōpo-
 nunt binomium scōm.

Propositio .44.

Binomium tertium inuestigare.

¶ Binomium quoqz tertium sic reperit: posita ut pri⁹ linea. a. rōnali i lō-
 gitudine sit. b. numerus primus. c. vero quadratus diuisibilis in qua-
 dratum. d. z. non quadratū. e. cetera oia sūt vt prius: dico qz due li-
 nee. f. g. z. g. b. cōponunt binomium tertium: neutra enī earū est incom-
 mensurabilis in longitudine linee. a. rōnali posite sed vtraqz incommensurabilis. f. g.
 quide per vltimā ptem. 7. b. g. vero per equā pportionalitatē z. vltimā partē. 7.
 Est enī p equā pportionalitatē quadratū linee. a. ad qdratū linee. g. b. sicut nume-
 rus. b. ad numer⁹. e. medianrib⁹: hinc quide quadrato linee. f. g. inde vero numero
 c. numeri autē. b. z. e. nō sunt in pportione aliquorū quadratoz: cū. b. sit numer⁹
 primus. si enī essent in pportione numerorū quadratoz: necesse esset p. 16. octauū
 z. octauā eiusdē: tertium eis in cōtinua pportionalitate interesse. esset igitur per. 17.
 eiusdē numerus. b. superficialis qd ē impossibile cū sit primus p pporbes. incommensu-
 rabilis est itaqz linea. g. b. linea. a. rōnali posite ex vltimā pte. 7. qz ergo linea. f. g.
 potentior ē linea. g. b. in quadrato linee. f. b. ex. 30. tertij z. penul. primi que cōicat
 ei in longitudine ex scōa pte. 7. ex diffinitione binomij tertij: p3 nostra intentio

Binomium quartum scrutari. Propositio .45.

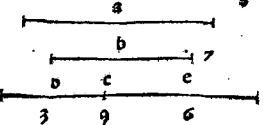
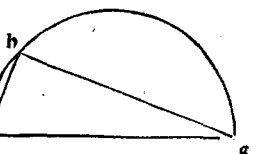
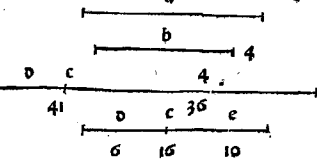
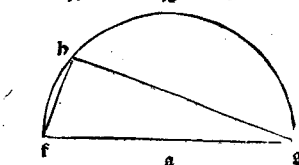
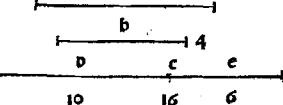
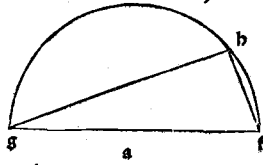
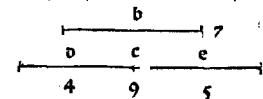
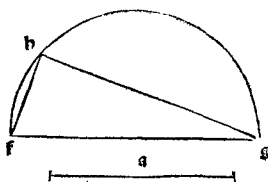
¶ In inuentione binomij quarti eodē modo pcedendū ē sicut in in-
 uentione primi. excepto qz qdratus numerus. c. diuidat in duos nō
 qdratos qui sunt. d. z. e. cetera oia negocianda sunt hic ex diffinitio-
 ne binomij quarti sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

Binomium quintum querere. Propositio .46.

¶ Huius inuentionis sic ē sicut binomij scōi: excepto qz numer⁹. c. nō q-
 dratus diuidet in. d. nō quadratū z. e. quadratū. ita tamē qz ppor-
 tio. c. ad. d. nō sit sicut numeri qdrati ad numer⁹ qdratū: Et cetera oia
 sūt hic pquirenda ex diffinitione binomij quinti sicut ibi quesita sunt
 ex diffinitione binomij scōi. vel pone qz linea. g. b. sit cōicās linee. a. rōnali posite i
 longitudine: z. pone numer⁹. c. quadratū diuisū in duos nō qdratos qui sūt. d. z. e.
 pone itaqz pportione qdrati linee. g. b. ad qdratū. f. g. sicut numeri. e. ad numer⁹
 c. deinde astrue ppositū ex vltimā parte. 7. z. prius⁹ pporbesib⁹ z. conuersā z. euerſā
 pportionibus z. iterū ex vltimā parte. .ex diffinitione binomij quinti.

Binomio sexto demū oportet inuoluisse. Binomium sextū

sicut tertij scrutandū ē z. tū erit hic nūer⁹ qdrat⁹. c. diuis⁹ i duos nō q-
 dratos. d. z. e. cetera ut ibi eritqz ex ditione binomij. c. linea q3 pponit



LIBER

f.g.z.g.b. sibi inuicem directe cōiuncte binomiū sextū: qđ ē ppositum inuenire.

Propositio 48.

Si fuerit superficies binomio primo lineaq3 rationali contenta: latus qđ super eam potest binomium eē necesse est.

Sit superficies. a. c. contenta linea rōnali. a. b. z binomio primo sit. b. c. dico qđ latus tetragonici superficiē. a. c. ē binomiū: Sit enī punctus. d. cōmunis termin⁹ duarū portionū binomij prim⁹ i. b. c. cuius maior portio sit. b. d. eritq3 rōnalis i longitudine ex diffinitione: z cōmensurabilis lineē. a. b. rōnali posite. Diuidatur item minor portio que est. d. c. per equalia ad punctū e. lineaq3. d. b. diuidat sub ea conditione ad punctū. f. qđ inter partes eius que sūt. b. f. z. f. d. cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat in. 13. dictum est: oucantur autē lineē. c. g. d. b. f. k. equidistantes lineē. a. b. z quia ex diffinitione binomij primi lineā. d. b. est potentior lineā. d. c. in quadrato lineē sibi cōmunicantis in longitudine: sequitur ex scđa parte. 13. qđ due lineē. b. f. z. f. d. sint cōcantes: per. 9. igitur est vtraq3 earū cōmunicans toti lineē. b. d. quare p diffinitionē ambe sunt rōnales in longitudine. ideoq3 per. 15. vtraq3 duarū superficies a. f. z. f. b. est rōnalis: describatur itaq3 quadratū. l. m. cuius latus. l. r. equale superficie. a. f. z. f. b. cui circūponatur gnomon ptracta diagonalē. l. m. n. ad eam quantitates qđ ipsius gnomonis quadratū: qđ sit. m. n. sit equale superficie. f. b. duoq3 ei⁹ supplementa sint. p. m. z. m. q. que necesse est esse equalia duabus superficiebus. d. g. z. g. c. qđ sic collige: cū enim sit lineā. d. c. medio loco pportionalis inter lineas. b. f. z. f. d. erit superficies. d. g. ex prima sexti medio loco pportionalis inter superficies. a. f. z. f. b. quare z inter quadrata. l. m. z. m. n. z quia supplementuz p. m. est etiam medio loco pportionale inter quadrata dicta ex prima sexti: sequitur ut. p. m. sit equalis. d. g. ideoq3. m. q. g. c. igitur lineā. l. p. est latus tetragonici superficiē. a. c. hanc lineā dico esse binomiū: cū sint enī ambo quadrata. l. m. z. m. n. rationalia erunt ex diffinitione due lineē. l. r. z. r. p. potentialiter rōnales. Est autem per primam sexti. a. f. ad. d. g. sicut. b. f. ad. d. e. sed. b. f. est incōmensurabilis. d. e. f. qđ est. a. tionalis simpliciter vt probatum est. d. c. vero quia cōicat in longitudine. d. c. rōnale in potētia tantum eritq3 ipsa rōnalis in potētia tantū per. 18. qđ ex pmissis ypothesibus manifestū est itaq3 per scđam ptē. 10. superficies. a. f. est incōmensurabilis superficie. d. g. igitur z quadratum. l. m. supplemento. p. m. quare p primam sexti z scđam ptē. 10. lineā. l. r. ē incōmensurabilis lineē. r. p. ex. 30. igit pstat lineā. l. p. esse binomiū qđ erat monstrandū.

Propositio 49.

Si fuerit superficies linea rationali binomioq3 secūdo contenta: latus eius tetragonicum erit bimediale primum.

Sit eadem figura eedemq3 ypotheses q in pmissa: eritq3 ex diffinitione binomij secundi lineā. d. c. rationalis in longitudine: quare per. 15. vtraq3 duarū superficieum. d. g. z. g. c. ideoq3 et duo supplementa. p. m. m. q. erit rationalis: lineā vero. b. d. erit rationalis in potētia tantum: et diuisa in duas lineas communicantes. f. d. et. b. f. ex diffinitione binomij secundi z pmissis ypothesibus z secunda parte. 13. per. 19. igitur erit vtraq3 duarū superficieum. a. f. z. f. b. ideoq3 z vtrūq3 quadratoz. l. m. z. m. n. mediale: itaq3 ambe

linee. l. r. z. r. p. sunt mediales in potentia quoq; communicantes: nā cum linea. b. f. cōicet linee. f. d. sequitur ut. a. f. p. munitet. f. b. quare quadratū. l. m. quadrato. m. n. ideoq; z linea. l. r. linee. r. p. in potentia: in longitudine autē non cōmunicāt: qm̄ vna earum ad alterā est sicut. l. m. ad. m. p. Cum igitur. l. m. nō p. munitet. m. p. eo q; altera medialis videlicet. l. m. altera vero rōnalis videlicet. m. p. sequitur ut. l. r. nō cōmunicet in longitudine. r. p. q; igitur ipse continet superficiem rationalem que est. m. p. pstat lineam. l. p. ex. 31. huius esse bimediale primum.

Propositio .50.

S binomio tertio ac linea rationali superficies contineatur linea in eam potens erit bimediale secundum.

Dispositio z ypotheses maneant vt supra. Eritq; ex his ypothesibus z diffinitione binomij tertij z. 19. vnaqueq; quatuor superficies in quas diuisa ē superficies. a. c. medialis: quare vtrūq; duoz quadratorū. l. m. n. z vtrūq; duoz supplementorū. p. m. z. m. q. erit etiā mediale vtrūq; igitur duaz linearū. l. r. z. r. p. erit medialis. z cū due superficies. a. f. z. f. b. sint cōmunicantes eo q; due linee. b. f. z. f. d. sint cōmunicantes per secundā partē. 13. erūt due linee. l. r. z. r. p. cōmunicantes in potentia in longitudine vero nō: q; superficies. l. m. non cōicet cū superficie. m. p. eo q; neq; a. f. cōicet cum. d. g. Nam linea. b. f. nō cōmunicat cum. d. e. cum igit ipse p. tineant superficiem medialem que est. p. m. cōstat ex. 32. lineā. l. p. esse mediale scōm: quod est propositum.

Propositio .51.

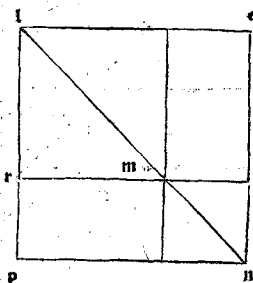
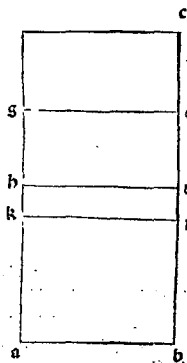
S linea rationali binomioq; quarto superficies cōtineatur: que in ea superficiem potest esse linea maior.

Functis ut in pmissis manētib; erit ex ypoth. z diffinitione binomij quarti z. 19. vtrūq; duaz superficies. d. g. z. g. c. quare z vtrūq; duaz. p. m. z. m. q. medialis duoz quadrata. l. m. z. m. n. pariter accepta rōnale eo q; superficies. a. d. ē rōnalis per diffinitionē binomij quarti z. 15. Et quia. d. b. diuidit in puncto. f. in duo incōcantia per scōm partē. 14. erit superficies. g. f. incōmensurabilis superfici. f. b. Iocoq; z quadratum. l. m. quadrato. m. n. due igitur linee. l. r. z. r. p. sunt incōmensurabiles i potentia que cū contineāt superficiem mediale. p. m. z earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale pstat per. 33. lineā. l. p. esse lineam maiore quod erat monstrādum.

Propositio .52.

S fuerit superficies linea rationali atq; binomio quinto contenta quecumq; in eam linea potest petens in rationale z mediale esse ex necessitate conuincitur.

Nec in hac quoq; ē aliquid ex priorum dispositione z positionib; mutandū: eis enī manētib; erit ex his que pōita sunt in diffinitione binomij quinti z. 15. vtrūq; duaz superficies. d. g. z. g. c. quaz vtrūq; duaz. p. m. z. m. q. rōnalis totaq; a. d. quare z duo qdrata. l. m. z. m. n. pter accepta medialis ex. 19. cūq; ex scōa pte. 14. sit linea. f. b. incōmensurabilis linea. f. d. iōq; superficies. a. f. superficies. f. b. z qdratū. l. m. qdrato. m. n. erit linea. l. r. incōmensurabilis i potētia linea. r. p. at q; ipe p. tinet superficie rōnale. p. m. z earū qdrata abo pter accepta sunt mediale concludit ex. 34. lineā. l. p. esse potentem in rationale z mediale: quod promissum est.

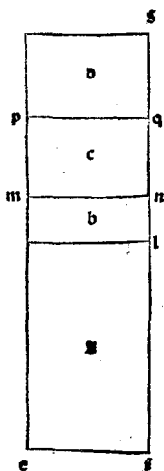
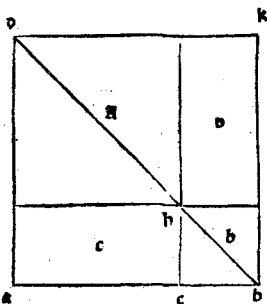


Propositio .53.



S binomio sexto lineaq3 rōnali superficies contineatur linea que in eam potest: in duo in medialia potens esse probatur.

Ubi .53. adhuc te sustinet ociari a pingendo figuras: contenta enim est premisssis dispositione et positionibus. Quib9 stantibus necesse ē ex ipsis positis et dispositione. i. diffinitione binomij postremi et 19. quālibet ex superficiebus. a. d. et d. g. et g. c. propter quod et ambo quadrata. i. m. et m. n. pariter accepta et p. m. et m. q. esse mediales. Unq3. b. f. et f. d. propter qd. a. f. et f. b. ideo q3. l. m. et m. n. sint incōmensurabiles crunt due linee. b. c. et r. p. incōmensurabiles in potentia. at quia ipse continet superficiem medialem. p. m. earumq3 ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qd est duplo superficiei vnus in altera incōmensurabile: qd ex eo probatur qd superficies. b. b. ē incōmensurabilis superficiei. b. c. propter hoc qd linea. d. b. est incōmensurabilis linee. d. c. sequitur ex 35. lineam. l. p. esse que potest in duo medialia.



Propositio .54.



S linee rationali equum quadrato binomij rectangulum adiungat: latus eius scdm binomij primū esse cōueniet.

Ubi ex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinē huius autem est hec intentio. Sit linea. a. b. binomij diuisa ad punctū. c. in duas lineas. a. c. et c. b. fm suam diffinitionē aut termini eiusq3. a. b. quadratum sit. b. d. sitq3 linea. e. f. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. e. g. equalis quadrato. b. d. dico qd latus scdm: huius superficiei quod ē linea f. g. est binomij primū. Diuidatur enī quadratū. b. d. in duo quadrata. b. b. et b. d. que sunt quadrata duarum portionū binomij: et in duo supplementa. a. b. et b. k. quorum utrūq3 continetur sub duabus portionibus binomij: eritq3 ex diffinitione binomij que habetur per 30. utrūq3 istorū quadratorū rōnale. et per 19. utrumq3 supplementū mediale. Ex superficie igitur. e. g. abscondatur superficies. e. l. equalis quadrato. d. b. et l. m. equalis quadrato. b. b. et l. n. p. equalis vni duorum supplementorum. a. b. et b. k. eritq3. p. g. residua equalis reliquo supplemento: quare per primā sexti linea. n. q. est equalis linee. q. g. ex premisssis aut manifestū est qd utraq3 duarū superficierum. e. l. et l. m. et iō tota superficies. e. n. est rōnalis Et utraq3 duarum equalium. n. p. et p. g. et ideo tota. m. g. medialis: quare per 16. utraq3 ornatum linearū. f. l. et l. n. et tota linea. f. n. rōnalis in longitudine: et linee. e. f. rationali posite cōmensurabilis: et per 20. utraq3 duarū. n. q. et q. g. et tota. n. g. rationalis in potentia tantum incōmensurabilis linee. m. n. et ideo linee. e. f. sibi eqli et per consequēs et linee. f. n. in longitudine: Si igit linea. f. a. que est maior linea. n. g. et ex primo duorū anteceditū. 35. demonstrationi subiunctorū. et prima sexti appareat: fuerit potentior linea. n. g. minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam. f. g. ē binomij primū. hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d. b. et b. b. sit per primā sexti superficies. a. b. medio loco proportionalis: cōiungatur ex prioribus ypothesibus superficiem. m. q. esse inter superficies. e. l. et l. m. medio loco proportionalis: quare per primā sexti linea. n. q. que est medietas linee. n. g. est in medio loco proportionalis inter duas lineas. f. l. et l. n. qd igitur sit ex. f. l. in

l.l.n est quantū qđ ex.n.q.in se per.16.sex:ideoq; per.4.scđi quantū quarta p^a quadrati linee.n.g. Itaq; per primas pte.13. cum linea.f.n. dividatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati brevioris linee. n.g. ita qđ ad cōplendā totam lineam.f.n. desit superficies quadrata in duo cōcantia ad punctū.l.erit. f.n. potentior. n.g. in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine: constat ergo propositum.

Proposito .55.

Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungat lar⁹ ei⁹ reliquū biōmiū scđm eē oportebit
¶ Si linea. a. b. bimediale primū diuisa ad punctum. c. scđm suum terminū. Cetera aut sunt ut prius: dico lineā. f. g. esse binomium scđm erit enī superficies. m. g. rōnalis eo qđ ptes bimediales primi continent superficiem rōnalem et superficies tres. e. l. l. m. et rota. e. n. mediales cōcātes eo qđ portiones bimediales primi sunt linee mediales potentia tñ cōcātes ex. 31 per. 16. igitur erit linea. n. g. rōnalis in longitudine cōmensurabilis linee. e. f. rōnali posite. et per. 20. linea. f. n. rōnalis in potentia tantū que cū sit maior linea. n. g. ex primo duoz antecedentū demonstrationi. 35. adiunctor et prima. 6. ea que potentior quadrato linee cōmunicantis secū in longitudine ex prima pte. 13. erit a diffinitione linea. f. g. binomium scđm quod est propositum.

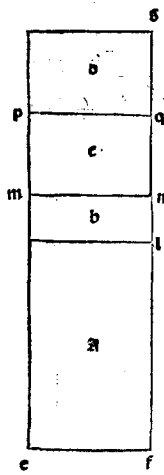
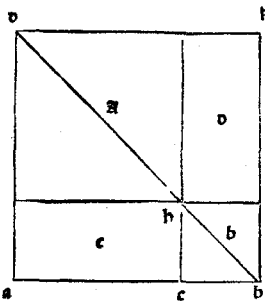
Proposito .56.

Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rōnali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis scđi lar⁹ ei⁹ secundum binomium tertium esse necesse est:

¶ Si fuerit linea. a. b. bimediale scđm diuisa per terminum suum ad punctū. c. reliqua vero oia fuerint ut prius: erit linea. f. g. binomium tertium. Erit enī ex. 32. et nostris positionibus utraq; superficie. e. n. et m. g. medialis: quare per. 20. utraq; duaz lineaz. f. m. et n. g. erit rōnalis in potentia tantū. at qđ bimediales scđi partes sunt cōcātes in potētia tñ erit superficies. e. l. cōcāns superficie. l. m. et iō linea. f. l. linee. l. n. potentior: ergo ē p primā partē. 13. f. n. qđ sit n. g. in quadrato linee sibi cōcantis in longitudine. Quāq; sint superficies. a. b. et quadratū. b. b. incōmensurabilia eo qđ linee. a. c. et c. b. incōmensurabiles: ideoq; etambo quadrata pariter accepta ambobus supplementis piter acceptis. eo qđ quadrata sibi inuicē cōcant ex ypothēsi supplementa quoq; cū sibi inuicē sint equalia: seq̄r ut superficies. e. n. sit incōmensurabilis superficie. m. g. et iō linea. f. n. linee. n. g. p diffinitio nē igit ē linea. f. g. binomium tertium qđ ē ppositū.

Proposito .57.

Si linee rōnali rectagūlū equū qdrato linee maioris adiungat altex se cōtinentium laterum erit binomium quartum
¶ Si hec quoq; fuerit linea. a. b. linea maior diuisa scđm terminū suum ad punctū. c. cunctaq; reliqua non fuerint aliter qđ prius: erit linea. f. g. binomium quartū. Cū enī sint ambo quadrata portioū linee maioris piter accepta rōnale erit superficies. e. n. rōnalis: ideoq; per. 16. linea. f. n. rōnalis in longitudine cōcāns linee. e. f. rōnali posite: superficies vero. m. g. erit medialis ppter illud qđ portiones linee maioris cōtinet superficie mediale. itaq; per. 20. linea. n. g. ē in potētia rōnalis tñ: et qđ etiā portiones prefate linee. a. b. sūt portio ita incōmensurabiles superficies. e. l. incōmensurabilis erit. l. m. ideoq; linea f. l. linee. l. n. igitur per primā partē. 14. linea. f. n. est potentior linee. n. g. i qdrato



linee sibi incommensurabilis: ex diffinitione igitur est linea. f. g. binomium quartum: quod erat propositum.

Propositio 58.



Si linee rónali quadrato linee potentis supra rónale erit mediale equalis: parte altera longior forma adiungatur alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

Proposita linea. a. b. ea que pót supra mediale et rónale diuisa fm eius diffinitione ad punctū. c. nihil inueter de reliquis. sequitqz linea f. g. esse binomium quintū. Lū enim ptes hui⁹ linee. a. b. contineat rónale superficie necesse est vt superficies. g. m. ideoqz p. 16. linea. n. g. sit rationalis. Lūqz ambo quadrata partium huius linee piter accepta sint mediale erit superficies. e. n. mediale et per. 20. linea. f. n. rónalis in potentia tm. at qz portiones predictie linee sit incommensurabiles in potentia: erit superficies. e. l. incommensurabilis superficie. m. l. ideoqz et linea. f. l. linee. l. n. potentior igit ē per primā pte. 14. linea. f. n. linea. n. g. in quadrato linee sibi incommensurabilis: per diffinitionē itaqz binomij quinti concludere propositum.

Propositio 59.



Quotiens adiuncta fuerit linee rónali superficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo mediale eiusdem superficie latus scdm binomij sextum esse conuicitur.

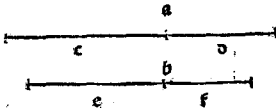
In hac. 59. sit linea. a. b. linea potens supra duo mediale: que aut pter hoc sunt sicut supra mancant et erit tunc linea. f. g. binomium sextū qđ ignorare nō poteris si pmissoz eiusqz qđ. 35. pponit inmemor nō fuerit: et sic pz in hac nostra intentio.

Propositio 60.



Quoniam linea cuilibet binomiorum comunicans sub eadem specie binomium esse probatur.

Sit linea. a. binomium cuius vis speciei: sitqz linea. b. sibi cōicans in longitudine: dico lineā. b. ēē binomij eiusdē speciei cui⁹. a. sint enī binomiales portiones. a. c. et d. eruntqz ambe rónales in potentia tm cōicantes per. 30. linea. f. g. b. diuidat per. 12. sexti fm pportionē. c. ad. d. in. e. et f. eritqz per cōiunctam et euerfam et permutatam proportionalitatem. c. ad. e. et d. ad. f. sicut. a. ad. b. cum sint igitur. a. et b. cōicantes: erunt etiā per primā partē. 10. c. et e. itēqz. d. et f. cōicantes. si igitur fuerit. c. rónalis in potentia tm erit et. e. si autem in longitudine et. e. d. eodēqz modo si. d. ē rónalis in potentia tm vel etiā in longitudine tm. erit quoqz et. f. sicut et ex. 12. si potentior ē. c. d. quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine vel si forte incommensurabilis erit. et. e. potentior. f. in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiā incommensurabilis: necesse est ex diffinitione b⁹ sex speciez binomioz vt eiusdē speciei binomij sint. a. et b. Si autē linea. b. cōmunicet binomio. a. in potentia tm erit etiā et sic linea. b. Binomium autē eiusdē speciei non est necessariū imo impossibile est vt ambe simul cadant sub prima specie binomiorum vel sub scda quarta vel quinta. s; necesse est vt ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnū enī eoz esse in aliqua ex tribus primis speciebus et aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. cum enī. a. cōicet cū. b. in potentia tm. c. quoqz cū. e. et d. cū. f. cōicabit tm in potentia ex. 10. Si igitur alterutra duarum linearum. c. et d. fuerit rónalis in longitudine non erit sua cōpar ex lineis. c. et f. rationalis in longitudine. Non est itaqz possibile ut. a. et b. cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum



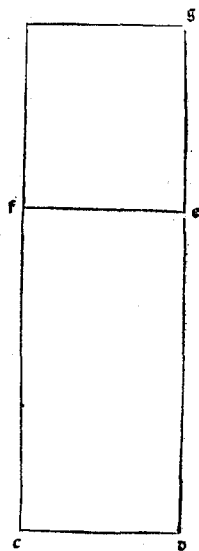
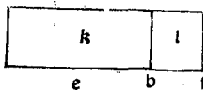
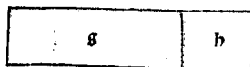
portionū binomij est rōnalis in longitudine. hoc autē species sūt: prima & scōa quarta & quinta. At vero qz per. 12. due linee. c. & z. simul potentiores sunt duabus lineis. d. & f. in quadratis duarū lineaz sibi in longitudine cōmunicantiū aut incōmunicantium: necesse est ut ambo binomia. a. & b. simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorū aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarū species: Linea autē. b. quid dubitas esse binomij cū sint. enī c. & z. e. cōcantes i potentia tñ sūt quoqz. d. & f. sint autē. c. & d. rōnales in potentia: cōvincitur. e. & f. esse rōnales in potentia tñ: que qz nō cōcāt in longitudine sicut nec eis pportionales. c. & d. ipse cōponunt indubitanter binomij per. 30. huius.

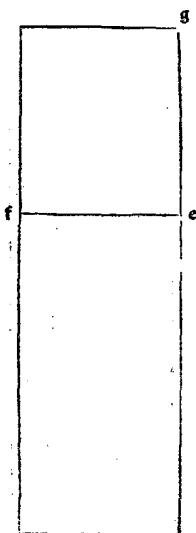
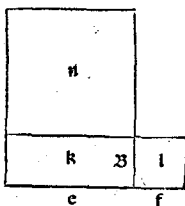
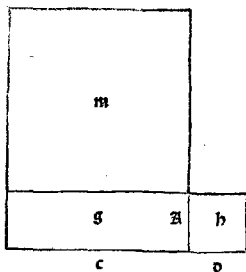
Propositio .61.

Omnis linea alterutri bimedialiū cōmensurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate cōvincitur.

Veritate habet quod dicitur siue in longitudine siue etiā in potentia tñ cōcēt aliqua linea alterutri bimedialiū. Sin: enī due linee cōmunicantes. a. & b. quonqz duorū modorū predictorū. sitqz. a. bimediale primū vel scōm: oīco qz etiā. b. est bimediale primū vel scōm. put fuerit. a. Dicitur enī. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus cōponitur per. 31. & 32 qz sint. c. & d. b. quoqz diuisa i. e. & f. sūt pportione. c. ad. d. ut docet. 12. sexti posita qz. g. superficie cōtēta sub. c. & d. & k. sub. e. & f. Et posito. b. quadrato. d. & l. f. erit per cōiunctā & eueriam & permutatā pportionalitatem quēadmodū in premissa c. ad. c. & d. ad. f. sicut. a. ad. b. sicut igitur ex positione. a. & b. sint cōcantes siue hōc sit in longitudine siue in potentia sic. c. & e. itēqz. d. & f. sūt erunt cōmunicantes At quia. c. & d. sunt mediales potentia tñ cōcantes cū ipse per pportibz sūt pportionales. c. & d. cūqz sit per primam sexti. g. ad. b. sicut. c. ad. d. & k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. b. sicut. k. ad. l. & permutatim. g. ad. k. sicut. b. ad. l. quia igitur. b. ē cōmunicans. l. eo qz duo eorū latera que sunt. d. & f. cōcāt in longitudine vel in potentia sūt qz. a. & b. in alterutro eorū cōmunicant. sequit ex. 10. ut. g. & k. quoqz sibi inuicē cōcēt. it igitur. k. rōnalis aut medialis prout fuerit. g. ex diffinitione superficie rōnalis aut. 21. In hoc enī tñ differt bimediale primū a bimediale secundo qz portiones bimedialis primi in quas scōm suū terminū diuidit continēt superficies rōnales: bimedialis autē scōi mediale. Si igitur. a. fuerit bimediale primū: erit superficies. g. rōnalis quare & k. & l. b. bimediale primū p. 31. Qd si. a. fuerit bimediale scōm erit superficies. g. medialis ob hoc etiā. & k. b. itaqz p. 32. erit bimediale scōm qre cōstat ppositū. Idē aliter ad lineā rōnales. c. d. posita. a. alterutro bimedialiū & b. sibi in longitudine vel potentia cōcantes: adiungatur superficies. e. & equalis quadrato. a. & f. g. equalis quadrato. b. eruntqz superficies. e. & o. & f. g. cōmunicantes eo qz quadrata eis equalia que sūt quadrata lineaz. a. & b. sunt cōcantiā ex pportibz: ex prima igitur sexti & 10. huius: necesse est duas lineas. o. & z. e. g. esse cōcantes: & quia si. a. fuerit bimediale primū linea. d. e. erit binomium scōm p. 55. ideoqz. e. g. etiam binomium scōm per premissam quare latus tetragonici superius ei. f. g. & ipsum est bimediale primū per. 49. at vero si. a. fuerit bimediale secundū linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. ē binomium tertium p. premissam quare & lat? tetragonici superfici. f. g. ipsum ē b. bimediale scōm per. 50. Vbi autē festū ē igitur vtz eē qd pponit.

Propositio .62.





Quoniam linea cōicans linee maiori: est linea maior.

Et hec quoq; veritatem habet. si utrolibet modo cōicans fuerit ali qua linea linee maiori. Esto eni. a. linea maior. b. vero quouis sibi cō municans modo: erit. b. linea maior. Divisa namq; a. i cas portioes in. e. z. f. positioq; g. sit superficies cōtenta sub. c. z. d. z. k. sub. c. z. f. z. m. z. b. sint quadrata. c. z. d. at. n. z. l. e. z. f. erit. m. ad. b. sicut. n. ad. l. per scōam pte. 18. se/ xti z conuictim. m. z. b. ad. b. sicut. n. ad. l. ad. l. z permutatim. m. z. b. ad. n. z. l. sicut. b. ad. l. q; ergo. b. cōicat cū. l. eo q; d. cōicat cum. f. aut in longitudine aut in potentia pnt. a. cōicat cū. b. sequit ut ambo quadrata. m. z. b. pariter accepta com municent cū ambobus quadratis. n. z. l. pariter acceptis. cū itaq; duo prima pari ter accepta sint rationale per. 33. erunt quoq; z duo postrema rōnale p diffinitio/ nem. At quia superficiem. k. necesse est esse mediale sicut. g. ex. 21. lineasq; c. z. f. esse incōmensurabiles in potentia sicut. c. z. d. ex. 10. concluditur p. 33. linea. b. esse linea que dicitur maior qd est propositū. **I**dē aliter. cum sit. a. linea maior cū. b. cōicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rōnali que sit. c. d. adiungatur superficies ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis qua/ drato linee. b. cū igit qdrata duarū lineaz. a. z. b. sint cōicāta ex ppoibei: erit supfi cies. c. e. cōicās superficiē. f. g. idq; p primā sexti z. 10. b? linea. d. e. linee. e. g. i lōgi tudine. at q; ex. 57. linea. d. e. ē binomiū qrtū erit quoq; p. 60. linea. e. g. binomiū qrtū: igit ex. 51. linea. b. potēs i supfiē. f. g. ē linea maior. **P**ropositio 63.



In qua linea linee potenti in rationale z mediale pmmicet ipsa in rationale z mediale potens esse comprobatur. **M**erū quoq; est q; qualitercūq; linea aliqua sit cōicans potenti in rationale z mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiā est potens in rōnale z mediale: qd sicut prius duplici modo pro/ batur: necesse est autē quantū ad primū modū vt sicut due linee. c. z. d. sint i po/ tentia incōmensurabiles. ita sint etiā. e. z. f. p. 10. Et quēadmodū. g. est superficies rōnalis: nā tale pntinent portiones linee potentis in rōnale z mediale. ita grā per diffinitionē sit. k. rōnalis z quēadmodū duo quadrata. m. z. b. pariter accepta sūt mediale: sicut etiā per. 21. duo quadrata. n. z. l. piter accepta erunt mediale: igit ex. 34. b. ē potēs i rōnale z mediale. quantū autē ad scōm modū necesse ē ex. 58. ut linea d. e. sit binomiū quintū. id. 3 p. 60. linea. e. g. ē binomiū quintū: quare p. 52. lat? tetragonici supfiē. f. g. qd est. b. erit linea potens in rōnale z mediale: quod ē p/ positum.

Propositio 64.



Quoniam linea cōmunicans potenti i duo media: ipsa quo q; potens est in duo media.

Et hec quoq; manentibus eisdem dispositione z positionibus eo du plici modo quo premisse: probabitur vera esse siue in longitudine siue in potentia cōmunicet linea. b. cū linea. a. potēti in duo media/ lia. Quantū eni ad primū argumētationis modū erit per. 35. superficies. g. medi/ als. idēoq; z. k. per. 21. cum cōicet ei: duo quoq; quadrata. m. z. b. pariter accepta erūt ex eadē. 35. mediale: idēoq; duo. n. z. l. pariter accepta p. 21. at q; duo quadra ta. m. z. b. pariter accepta ex pōicta. 35. sunt incōmensurable duplo superficiē. g. cū p. 10. z nostras positiones vt duo quoq; l. z. n. piter accepta sint incōmensurable

duplo superficiē. k. cum itaq; sint. e. z. f. incommensurabiles in potentia quādamod
e. z. d. erit ex. 35. linea. b. potens in duo medialia. quantū aut ad scōm solite argu
mentationis modū erit p. 59. d. c. binomiū sextū. ideoq; erit p. 60. linea. e. g. erit
binomiū sextū: quare per. 53. latus tetragoniciū superficiē. f. g. qd est. b. erit potens
in duo medialia quod est propositū. **Propositio .65.**



I due superficies quaz altera rōnalis altera vero media
lis cōiungantur: linea potens in totā superficiē inde cō/
positā aliqua erit quatuor irrationalium lineaz videlicet
aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut
potēs in rationale et mediale:

CU si. a. sit rōnalis superficies et b. medialis erit linea potens in totā. a. b. aliqua
premissaz quatuor. Sit enī linea. c. d. rōnalis cui adiungat. c. e. equalis. a. et f. g.
equalis. b. eritq; ex. 16. linea. d. e. rōnalis in longitudine cōicans lineē. c. d. rōnali
posite et ex. 20. linea. e. g. rōnalis in potentia tū et ex. 30. linea. d. g. binomiū cuius
cum altera binomialiū portionū que est. d. e. sit rōnalis in longitudine cōicans li/
nec rōnali posite que est. c. d. ipsū erit ex diffinitione speciez binomij aut binomi
um primum aut scōm aut quartū aut quintū: tertiu aut aut sextū nō erit ex diffiniti
onc. itaq; ex. 48. 49. 51. 52. linea potens in totā. c. g. que ē equalis duabus simul
a. z. b. erit aut binomiū aut bimediale primum: aut linea maior aut potens in rōna/
le et mediale: qd est propositū: bimediale vero secūdu aut potens in duo medialia
non erit: qm si esset bimediale secundum: esset ex. 56. linea. d. g. binomiū tertium
qd si esset potens in duo medialia esset ex. 59. linea. d. g. binomiū sextū. sed neutz
erat: unde patet nostra intentio. **Propositio .66.**



Cum conuince fuerint due superficies mediales incommen
surabiles linea potens in totam superficiē alterutra erit dua
rū irrationaliū linearum videlicet aut bimediale secundum
aut potens in duo medialia.

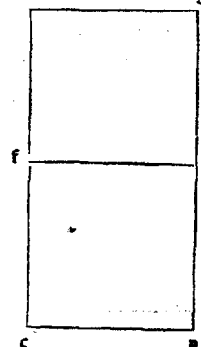
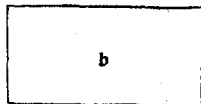
CU si. a. z. b. sint due superficies mediales incommensurabiles. si enim
eēt cōmensurabiles esset cōposita ex eis medialis ex. 9. z. 21. quare et linea potens
in ea medialis ex. 19. dico q; linea potens in cōpositā ex ambabus erit aut bimed
iale scōm aut potens in duo medialia. Sit quidē linea. c. d. rōnalis: superficies vero
sibi adiuncta. c. e. equalis. a. et superficies. f. g. equalis. b. eritq; ex. 20. linea. d. e. si
quoz linea. e. g. rōnalis in potentia tū: cūq; superficies. c. e. z. f. g. sint incommensura
biles sicut. a. z. b. eis equales. ideoq; lineē. d. e. z. c. g. ex prima sexti z. 10. huius: erit
ex. 30. linea. d. g. binomiū cuius cū utraq; binomialiū portionū que sunt. d. e. z. e.
g. sit incommensurabilis lineē rōnali posite que ē. c. d. ipsū erit ex diffinitione bino/
miū tertiu aut sextū: linea ergo potēs in totā. c. g. eōdem pposita ex. a. z. b. erit ex. 50
e. 53. aut bimediale secundum aut potens in duo medialia: quod est propositum.

Propositio .67.



Cum posita fuerit linea binomialis ceteraq; irrationales
sequentes eam: non erit eaz aliqua sub termino alterius.

CU si. q; si linea aliqua ut a. fuerit aliqua ex sex pbabilis lineis ir/
rationalibus que sunt binomiū et eius quinq; comites ipsa non erit
aliqua altaz. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad
lineā rōnalem. b. c. que sit. b. d. siquidem. a. fuerit binomium: erit ex. 54. linea. c. d.



binomii primū: que si fuerit bimediale primū: erit. c. d. ex. 55. binomii scōm: si autē bimediale scōm: erit. c. d. ex. 56. binomii tertū. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomii quartū. At si potens in rōnale et mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex. 58. c. d. binomii quintū: aut ex. 59. binomii sextū: et q. impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebus⁹ binomioꝝ a diffinitione ē impossibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex p̄habitat⁹ lineaz irrationaliū: De linea autē mediali cōstat q. ipsa quoq. nō sit aliqua sex sequentiū videlicet neq. binomii neq. aliqua ex ipsius comitibus. cū enī superficies equalis quadrato lineę medialis adiungitur ad lineam rōnale: latus eius scōm est rōnale in potentia ex. 20. cum autē superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suaz comitū: latus eius scōm est binomii aut p̄mū aut scōm et sic de ceteris per. 54. et 55. sequētes quare ipsū est irrationale et in longitudine et in potentia. per. 30. Cum igitur sit impossibile eandē lineā esse rōnalem in potentia et irrationalem tā in longitudine q. in potentia: nimirū impossibile ē lineam mediam esse bimediam aut aliquā ex quinq. suis comitibus.

Propositio .68.

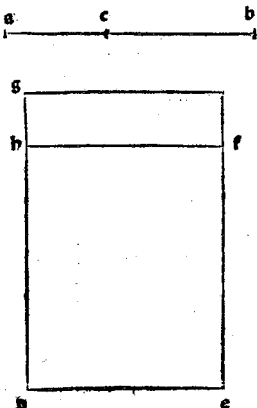
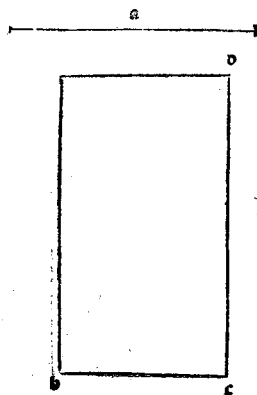
Si linea de linea abscindatur fuerintq. ambe potēcialiter tantū rōnales cōcantes: reliqua linea erit irrationalis dicetraq. residuum.

Si linea. b. c. abscisa ex. a. b. sintq. ambe rōnales tantū potentia cōcantes quales vocantur inuenire. 17. et 18. et hec sunt que cōponunt binomii. dico q. a. c. reliqua est irrōnalis et ipsa vocatur residuum. cōstat enim ex 7. scōi q. quadrata duaz lineaz. a. b. et b. c. p̄ter accepta que cōponunt superficiem rōnalem ex ypothēsi et diffinitione rōnalis superficie et 9. huius tm sunt quantū duplum superficie. a. b. et b. c. cū quadrato. a. c. cūq. ex. 19. superficies. a. b. i. b. c. sit medialis. ideoq. et duplum. c. i. mediale per. 21. et 10. irrōnale per 19. sequit̄ vt ambo quadrata duaz lineaz. a. b. et b. c. p̄ter accepta sint incōmensurable duplo superficie vnus eaz in alterā: quare per. 9. et quadrato lineę. a. c. ex diffinitione igit̄ quadratū lineę. a. c. ē irrōnale cū ipsū sit incōmensurable rōnali videlicet duobus quadratis duaz lineaz. a. b. et b. c. p̄ter acceptis: itaq. etiā ex diffinitione linea. a. c. ē irrōnalis quod est propositū. Exemplariter in figura. esto superficies. c. g. equalis duobus quadratis duaz lineaz. a. b. et b. c. p̄ter acceptis: eritq. rōnalis. itemq. sic superficies. d. f. equalis duplo superficie vnus in alterā: eritq. ex. 19. medialis et erit ex 7. scōi superficies. f. g. equalis qdrato lineę. a. c. cūq. superficies. c. g. sit incōmensurabilis superficie. d. f. eadē erit ex. 9. incōmensurabilis. f. g. quare. f. g. irrōnalis et eius ē tragonici latus. a. c.

Propositio .69.

Si fuerit linea de linea abscisa fuerintq. ambe mediales potentialiter tantū cōcantes superficiemq. rōnale cōnētes reliq. linea erit irrōnalis dicetq. residuum mediale p̄mū.

Si linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. sintq. ambe quales pponitur quas ex. 24. et 25. reperies et hec sunt que cōiungūt bimediale p̄mū. dico q. reliqua linea. a. c. erit irrōnalis et ipsa dicit̄ residū mediale p̄mū: Erūt enī ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplū vero superficie vnus in alteram rōnale. itaq. ambo quadrata p̄ter accepta incōmensurable sunt duplo superficie vni⁹ i alterā q. itaq. abo quadrata p̄ter accepta cōponunt ex duplo superficie vni⁹ i alterā et qdrato lineę. a. c. sequit̄ p. 9. ut qdratū lineę. a. c. sit incōmensurable



duplo superficiei vni⁹ in altera quare tam ipsi quadrati q³ latns est⁹. a. c. ē irrōna-
le p^o diffinitionē p^ostat ergo p^opositū. Q^o quādamodū i p^omissa si libet potes deca-
rare exēplariter i figura. ¶ Alter idē sic: sit linea. d. e. rōnalis i lōgitudine: cui adij-
gatur superficies. d. f. equalis duplo superficiei vnius in altera et superficies. g. e. equalis
ambobus quadratis pariter acceptis. eritq³ p. 7. scōi superficies. f. g. equalis quadra-
to lineæ. a. c. cū itaq³ p. p^opositi sit superficies. e. g. medialis erit p. 20. linea. d. g. ra-
tionalis in potentia t^om. Cū vero sit superficies. e. b. rōnalis p^o p^opositū erit ex. 16.
linea. d. b. rōnalis in longitudine: itaq³ per. 68. linea. g. b. est residuū et irrationalis
ideoq³ p. 16. a destructione p^ontis superficies. f. g. est irrōnalis et eius latns terra-
gonicum quod est. a. c. est irrationale. Et sic patet p^opositum.

Propositio .70.

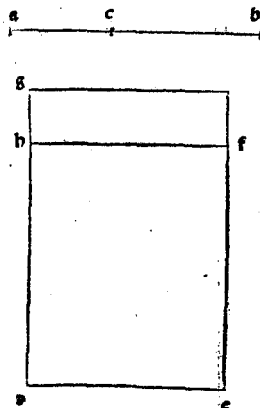
Si linea de linea leceatur fuerintq³ ambe mediales poten-
tialiter tantū cōmunicātes cōtinentesq³ mediale: reliqua
linea erit irrōnalis dicetq³ residuū mediale secundum.

¶ Sit hic quoq³ linea. b. c. absissa ex linea. a. b. vterq³ autē. a. b. et b. c.
sint vt proponitur et ipse p. 26. reperiunt et sunt que cōponunt bi-
mediale scōm: dico q³ linea reliqua que est. a. c. ē irrōnalis et ipsa dicat⁹ residuū me-
diale scōm. Sunt eni ex p^opositi et. 21. ambo quadrata duar⁹ lineaz. a. b. et b. c. pa-
riter accepta mediale. sūt quoq³ duplū superficiei vnius in altera ē mediale. Cum
itaq³ ex. 22. mediale nō differat a mediāli nisi i irrōnali: erit quadratum lineæ. a. c.
in quo p. 7. scōi duo quadrata. a. b. et b. c. pariter accepta excedunt duplū superficiei
vnius in altera irrōnale quare et linea. a. c. irrōnalis. Figurāli quoq³ exemplo pa-
tesci pōt istud ut p^oz. Si eni sit. e. g. eq³lis ambob⁹ quadratis. a. b. et b. c. sūt. d. f.
duplo superficiei vnius in altera erit. f. g. p. 7. scōi equalis quadrato. a. c. que cum sit
differentia superficiei vnius medialis. e. g. ad superficiē mediale. d. f. ipsa est irrōna-
lis per. 22. et ei⁹ tetragōici lat⁹. a. c. irrōnale. ¶ Idē aliter Sit linea. d. e. rōnalis cui
adiungat⁹ superficies. d. f. equalis duplo superficiei vnius in altera et. e. g. equalis am-
bobus quadratis p^oter acceptis. eritq³ p. 7. scōi. f. g. equalis quadrato. a. c. q³ vero
e. g. est medialis erit ex. 20. linea. d. g. in potentia t^om rōnalis. Sūt quoq³ cū. e. b.
sit medialis erit ex eadē linea. d. b. rōnalis: sūt in potentia t^om. Et qm̄. a. b. et b. c.
sunt incōmensurabiles in longitudine ideoq³ quadratū vtriusq³ ear⁹ superficiei vni⁹
in altera: et propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex p^opositi cōm-
municent. sūt quoq³ incōmensurabiles duplo superficiei vnius in altera: sequit⁹ vt. e.
g. sit incōmensurabilis. b. c. qua p^opter linea. d. g. lineæ. d. b. igit⁹ ex. 68. linea. g. b. ē
residuū et irrōnalis. ideoq³ per. 16. a destructione p^ontis superficies. f. g. irrōnalis:
et eius latns tetragōici. a. c. irrōnale.

Propositio .71.

Si linea de linea detrahatur fuerintq³ ambe potentialiter in-
cōmensurabiles cōtinentesq³ mediale quadrataq³ earum
ambo p^oter accepta rōnale: reliqua linea erit irrōnalis voca-
biturq³ minor. ¶ Si sint. a. b. et b. c. q³les p^opositi que p. 27. repti-
untur et p^opositū lineā maiore erit linea. a. c. irrōnalis et ipsa est q³ di-
cit⁹ linea minor: q³ qui p^omissa firmiter tenuerit positionesq³ diligenter attenderit
duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio .72.





Si linea de linea demat fuerintq3 ambe potentialiter icō/
mensurabiles supficiemq3 rōnale cōtinentes quadrataq3
earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit ir
rationalis diciturq3 iuncta cū rōnali cōponēs totū mediale

Et hoc quoq3 nescire nō pōt qui priora nouerit nisi a memoria ex/
ciderint: qm̄ positis lineis. a. b. z. b. c. de qualibet pponit que z p. 28. reperiunt li/
nea potētē in rōnale z mediale cōponunt: sit. a. c. reliqua irrōnalis ipsa dicitur que
iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.

Propositio. 73.



Si linea a linea detrahaf fuerintq3 ambe potentialiter in/
cōmensurabiles supficiēq3 mediale cōtinentes quadrata
q3 earz ambo piter accepta mediale duplo superficiēi alte
rius in alteram incōmensurable: reliqua linea erit irra/
tionalis diciturq3 iuncta cū mediāli faciēs totū mediale:

Sint etiā hic. a. b. z. b. c. quales pponitur que p. 29. reperiunt z ipsi sunt que com
ponunt lineā potētē in duo mediale eritq3. a. c. reliqua irrōnalis dicta que iun/
cta cū mediāli pponit totū mediale qd̄ vt facile p remissa duplici argumentatione
concludas pcessū. 70. moneo diligenter attendas: ē aut̄ pmittēdū hic asis neces/
sarium ad cōmōstrationes sequentiū qd̄ ē ppositū.

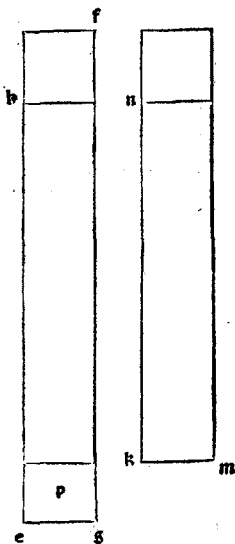
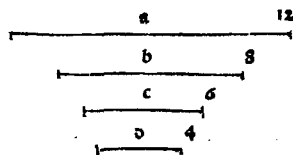
Si fuerint quatuor quantitates differētia prime quaz ad scdā sit
sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam
sicut secunde ad quartā. **I**ntelligendū est hoc de quantitatibus eodē modo
relatis vt cū prima maior fuerit secunda sic quoq3 tertia maior quarta cū vero mi/
nor z minor. Exēpli grā sit oria. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico qd̄ erit. a. ad. c. sic. b. ad
d. ē enī p hac cōm ai pceptionē oria extremoz cōposita ex differentijs ipsoz ad
media oria. a. ad. c. pposita ē ex ea que ē. a. ad. b. z ea que est. b. ad. c. at ea que est
b. ad. d. p eandē pceptionē pponit ex ea que ē. b. ad. c. z ea que ē. c. ad. d. z quia ex
ypothesi ē oria. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ea vero que est. b. ad. c. est cōis sequit p cōm
ficiam vt sit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. qd̄ ē ppositū.

Propositio. 74.



Nulla linea nisi vna tantū reliduo coniungi potest vt sint
ambe sub termino earum que erunt ante separationem

Sit linea. a. c. residuū que fuerit reliqua abscisa. b. c. ex. a. b. erunt
q3. a. b. z. b. c. rōnales tm̄ potentia cōicantes ex. 68. dico qd̄ ipsa. a. c.
nulli alij lineę q3. b. c. poterit pponi sub hac diffinitione neq3 maiori
b. c. neq3 minori. b. c. Si aut̄ pōt componat̄ cu3. c. d. indrnt̄ maiori aut minori q3
c. d. eruntq3 ob hoc ambe lineę. a. d. z. d. c. rōnalis in potentia tm̄ cōicātes: q3 ergo
ex. 7. scōi qdrata ambaz lineaz. a. b. z. b. c. piter accepta excedūt duplū superficiēi
vni⁹ earz i alterā i qdrato. a. c. sūt quoq3 qdrata duaz lineaz. a. d. z. d. c. piter acce
pta excedūt duplū supficiēi vni⁹ ipaz i alterā i qdrato eiusdē. a. c. sequit ex pmissio
āntecedēte vt oria duoz qdratoz duaz lineaz. a. b. z. b. c. piter accepta ad duo qua
drata duaz lineaz. a. d. z. d. c. piter accepta sit sicut oria dupli superficiēi. a. b. i. b.
c. ad duplū supficiēi. a. d. in. d. c. cum aut̄ sint duo quadrata vtri⁹q3 sectionis pa
riter accepta rōnale ex ypothesi: duplū vero supficiēi vnius in alterā portionē vtri
usq3 sectionis mediale per ypothē. z. 19. erit vna z eadē oria duaz superficiēz rōna
liū z duaz mediāliū: hoc aut̄ ē impossibīle: rōales enī superficies nō differant nisi
in rōnali superficie: vt p3 per diffinitionē rōnalis superficiēi z per. 9. mediālis aut̄



nō differt a mediali nisi i rōnali superficie per. 22. hoc aut fit manifestius in figura sic. Sit eni superficies. e. f. adiuncta ad lineā. e. g. equalis ambob⁹ quadratis duar⁹ lineaz. a. b. z. b. c. pariter acceptis. At. g. h. sit equalis duplo superficiei vni⁹ in alterā eritq⁹. f. b. equalis quadrato lineē. a. c. ex. 7. scōi: sūt quoq⁹ sit. k. l. adiuncta ad lineā. k. m. equalis duobus quadratis duar⁹ lineaz. a. d. z. d. c. piter acceptis z. m. n. sit equalis duplo superficiei vni⁹ in alterā: eritq⁹ ex. 7. scōi. n. l. equalis quadrato lineē. a. c. ideoq⁹ etiam equalis. b. f. est itaq⁹ differentia. e. f. ad. g. b. sicut. k. l. ad m. n. quare p⁹ aīis p⁹missū erit p⁹mutatim differentia. e. f. ad. k. l. z ipsa sit. p. sicut. g. b. ad. m. n. z q⁹ vtraq⁹ duar⁹ lineaz. e. f. z. k. l. est rōnalis vtraq⁹ vero duar⁹ lineaz. g. b. z. m. n. medialis: sequit⁹ impossibile videlicet superficiem. p. esse rationalem z irrationalem.

Propositio .75.

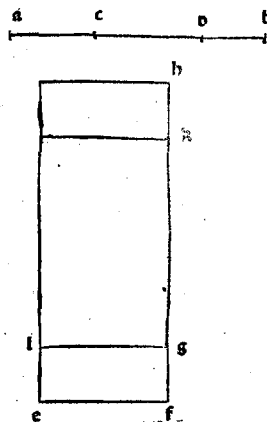


Nulla linea nisi vna tm residuo mediali primo cōiungi pōt vt sintambo sub termino eaz que erāt ante separationem. Thec quoq⁹ p⁹abit similit⁹ mō. Sint eni i vtraq⁹ sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplū vero superficiei vni⁹ in alteram rōnale z q⁹ vt prius eadē ē differentia quadratoz vni⁹ sectionis ad quadrata alterius que ē dupli superficiei vni⁹ ad duplū superficiei alterius erit vna z eadem superficies differentia duarum medialiū z duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.



Nulla linea residuo mediali secūdo coniugibilis est ut sub termino eaz fiant nisi tm que ab ea ante separata erat. Sit eni. a. c. residuū mediale scōm que fuit residua abscisa. b. c. ex. a. b. eruntq⁹ ex. 70. due lineē. a. b. z. b. c. mediales potentia tm cōicātes mediale cōtinentes dico q⁹ ipsa. a. c. nulli lineē alij q⁹. c. b. sub hac definitione coniungi pōt. Sin autem coniungatur lineē. c. d. sitq⁹ lineā. e. f. rōnāl⁹ lis in longitudine ad quā cōiungatur superficies. e. b. equalis quadratis duar⁹ linear⁹ rum. a. b. z. b. c. pariter acceptis z. e. k. eq⁹lis quadratis lineaz. a. d. z. d. c. pariter acceptis a qua abscindatur. e. g. equalis quadrato lineē. a. c. eritq⁹ per. 7. scōi superficies. l. b. equalis duplo superficiei. a. b. i. b. c. z. l. k. per eandē sit equalis duplo superficiei. a. d. in. d. c. q⁹ ergo quadrata ambaz partiū prime sectionis sunt mediale z duplūm etiā superficiei mediale incōmensurable duobus quadratis piter acceptis: que nescire diligens geometra nō poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies. e. b. medialis cū ipsa sit equalis duobus quadratis piter acceptis z superficies. l. b. medialis cū ipsa sit equalis duplo superficiei vni⁹ in alterā: per. 20. igitur ē vtraq⁹ duar⁹ lineaz. f. b. z. g. b. rōnalis in potentia tm. z q⁹ vna est incōmensurabilis alij: eo q⁹ superficies. e. b. est incōmensurabilis superficiei. b. l. sicut duo quadrata duplo superficiei: erit ex. 68. lineā. f. g. residuū quare lineā. f. g. que est re/ siduum componitur lineē. g. b. vt sint ambe sub termino earum que erant ante se/ parationem. Sit quoq⁹ probabis eandem. f. g. cur⁹ lineā. g. k. componi eadē con/ ditione mediantibus superficibus. e. k. z. k. l. quarum prima est equalis quadra/ tis duarum lineaz. a. d. z. d. c. pariter acceptis: z secunda duplo superficiei vni/ us in alteram: quod est impossibile per. 74. z hic modus demonstrationis potest esse communis. 75. ceterisq⁹ quatuor sequentibus eam.



Propositio .78.

Nulla linea minori cōiungibilis est vt sub termino suo fiat nisi tantū que ante sibi abicisionē coniungebatur.

Intellige quid sit linea minor: qđ si oblitus es cōsule .21. et sine ob/iectione occludes ppositū. Si quēadmodū i.74. pcesseris: poterisq; si libuerit quēadmodū i.76. pcedere.

Propositio .78.

Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantū componi nō potest vt sub earz termino fiant.

Quid sit linea que proponitur ex.72. didicisti. cum ergo de ea vo/lueris quod per hanc.78. dicitur demonstrare a pcessu.75. in quoq; nō denias. sed sicut i.76. si te delectauerit igeio duce poteris pcedere.

Propositio .79.

Linee que iuncta cū mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem. Cuius linee que iuncta cu; mediali cōponit totū mediale mgra ē. 73. de q; qđ bec.79. enūciat sic pcludere cogaris sicut de residuo mediali scđo qđ p.76. enūciatū est pclusisti.

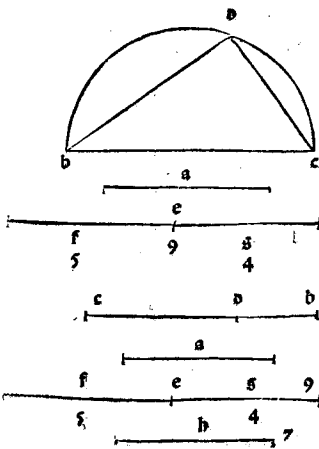
Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo: adiecta q; ipsi residuo linea aliqua fm eius terminum si fuerit totum inde cō/positum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti cōicantis in longitudine: fueritq; idē totū posite rōnali linee in longitudine cō/ mensurabile qđ positi erat dicitur residuū primū. Si vero linea ad/iecta posite rationali cōicet in longitudine dicitur residuū scđm. Qđ si fuerit vtraq; rōnali posite in longitudine incōmensurabilis vocabit̃ residuū tertiu. Si fuerit tota linea potentior adiecta augmēto quadra ti linee ipsi toti incōmensurabilis eadēq; tota posite rōnali cōicet in longitudine nuncupabitur residuū quartū. Si vero linea adiecta po/ site rōnali cōicet in longitudine vocabit̃ residuū quintū. Qđ si fuerit vtraq; posite rōnali i longitudine icōmensurabilis appellabit̃ residuū sextum.

Propositio .80.

Residuū primū inuestigare. Ab inuentione omnium specierū residui facile nos absoluat inuencio p ordinē omnium specierū binomij. Nam i qualibet specie binomioz si minor portio abscondat de maiori linea reliqua erit residuū silis spēi vt p; ex diffinitionib; tam binomi orū q; residuoz: ppijs in inuentionibus residuoz iistentes sic in/quiram; primū. Sit linea. a. rōnalis posita cui cōmēsurabilis i lōgitudie. sumat. b. c. sitq; e. numer; quadratus diuisus in. f. non quadratum. et in quadratum. g. sitq; pportio qdrati linee. b. c. ad qdratū linee. c. d. sicut. c. ad. f. eritq; p vltimā partē. c. d. rōnalis i potētia tm. cū itaq; sit. c. b. potērior. c. d. i qdrato linee sibi cōicantis i lōgitudine qđ p; sicut i explanatiōe binomij pmi pstat ex diffitiōe lineā. b. d. cē re/ siduū primū.

Propositio .81.

Residuū scđm patefacere. Ad hūcū residuū scđm sit. a. līea rō/ nalis posita: eiuz cōicās in lōgitudie. c. d. et sit qdratū. c. d. ad qdratū b. c. sicut. f. ad. e. eritq; b. d. residuū scđm ex dione: si vobitas aut po/ sitas nō scruas ppotheses aut binomij secūdi repetitione indiges.



Propositio .82.

Residuum tertium perscrutari.

Residuum tertium sic habetur: posita vt prius. a. rōnali numeroq;
e. quadrato diuiso in. f. non quadratum. z. g. quadratum: assumpto/
q3. b. numero primo ac quadratum linee. a. ad quadratū linee. b. c. si
cut. b. ad. e. sit quadratū linee. b. c. ad quadratū linee. c. d. sicut. e. ad
f. eritq; ex diffinitione: de quo si besitas cōsule binomij tertij: linea. d. b. residuū
tertium.

Propositio .83.

Residuum quartum inuenire.

Residuum quartum inuenire libuerit sit linea. b. c. communicans li
nee. a. rationali posite: numerus autem. e. quadratus sit diuisus i. f.
z. g. quorum sit vterq; non quadratus: sitq; quadratum linee. b. c. ad
quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. z. scies ex diffinitione lineam. d. b.
esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomij quarti didiceras obli
tus non fueris.

Propositio .84.

Residuum quintum demonstrare.

Residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c. d. cōmuni
cans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione
secundi: z. erit quadratus numerus. e. diuisus in. f. z. e. quorum neuter
quadratus sicut in premissa: z. erit quadratum linee. c. d. ad quadra
tum. b. c. sicut. f. ad. e. ex quibus a diffinitione cōcludere licet: habita sufficienti no
ticia binomij quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .85.

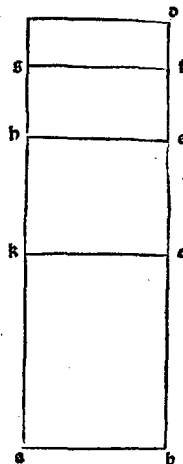
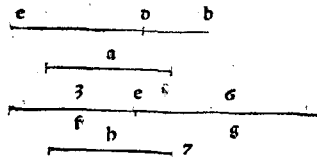
Residuum sextum denum presto sit reperire.

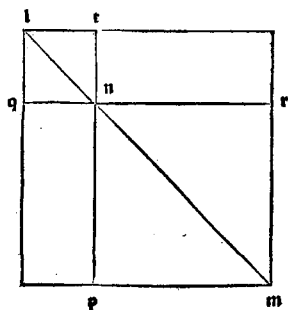
Residuum sextum sic reperitur. erit ut prius linea. a. rōnalis posita
z. e. numerus quadratus diuisus in. f. z. g. non quadratos z. erit. b. nume
rus primus z. quadratum linee. a. ad quadratū linee. c. b. sicut. b. ad
e. At vero quadratū. b. c. ad quadratū. c. d. ut. e. ad. f. eritq; ex diffi
nitione linea. d. b. residuum sextum. cui si nō plane animus tuus assenserit exerce
ri te conuenit in inuentione binomij sexti.

Propositio .86.

Si fuerit superficies linea rōnali atq; residuo primo cōtenta
latus eius tetragonici necesse est esse residuum.

Sit superficies. a. c. cōtēta linea rōnali. a. b. z. residuo primo. b. c. di
co latus tetragonici superficie. a. c. eē residuū: adiungat enī ad lineā
b. c. linea. c. d. sitq; illa cuius detractio. b. c. fuit residuū primum.
Eritq; ex vione. b. d. rōnalis ex longitudine z. c. d. in potentia rōn. b. d. quozq; erit
potētor. d. c. i qdrato linee secū cōcantis i lōgitudine. diuidat igit. d. c. p. e q̄lis i. e
z. tota. b. d. diuidat ea p̄ditione in. f. q̄ inter. b. f. z. f. d. sit. e. d. medio loco p̄porti
onalis: eritq; ex scōa pte. 13. b. f. cōcans in lōgitudine. f. d. p. 9. igit vtrazq; eaz cōi
cat cū tota linea. b. d. q̄re p diffinitionē ambe sunt rōnales in longitudine: ducant
itaq; linee. f. g. c. b. z. c. k. equidistantes. a. b. eritq; p. 15. vtrazq; duarū superficie. a
f. z. g. d. rōnalis: sit quadratū ergo. l. m. e q̄le superficie. a. f. eritq; rōnale z. lat^{us} eius
rōnale i potētia. intra illud qdratū p̄tracta vianogali linea. l. m. describat qdra
tum. l. n. equale superficie. g. d. eritq; ipsum rōnale z. ei^{us} latus rōnale in potentia





protrahantur aut due linee. m. p. q. n. vel equidistater lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum. p. r. esse equale superficies. a. c. et eius latus quod e. n. p. e. residuum. Cum enim linea. d. e. sit ex pporthei medio loco pportionalis inter. b. f. et. d. erit ex prima sexti superficies. d. b. medio loco pportionalis inter duas superficies. a. f. et. g. d. ideoq3 et inter duo quadrata. l. m. et. n. l. cu3q3 ex prima sexti sit superficies. l. p. medio loco pportionalis inter eadem duo quadrata erit. l. p. equalis. d. b. et etia. b. c. et q3 quadratu. l. n. est equale. g. d. erit. t. r. equale. g. e. totus itaq3 gnomon circumscripms quadrato. m. n. est equalis. c. g. et q3. l. m. erat equale. a. f. relinquitur m. n. equale. a. c. q3 aut. n. p. lar3 quadrati. m. n. sit residuu sic collige. Est eni vtraq3 duaz. p. t. et. t. n. ronalis in potentia eo q3 vtruzq3 quadratu. l. m. et. n. l. e. ronale vnaq3 eaz est incomenfurabilis alij per prima sexti z. 10. huius. eo q3 quadratum. l. m. est incomenfurabile. l. r. superficies sicut superficies. a. f. superficies. b. d. de quibus manifestu est q3 ipse sunt incomenfurabiles: est eni per prima sexti vna eaz ad altera sicut linea. b. f. que e. ronalis in longitudine ad linea. d. e. que est ronalis i potentia tantu ex. 68. igit linea. p. n. que pot in superficiem. a. c. est residuum: et hoc est quod intendimus.

Propositio .87.



Si superficies aliqua linea rationali residuoq3 secundo contineatur: linea in eandem potes erit residuu mediale primum. In hac quoq3 argue sicut in premissa ex diffinitione residui secundum di et scda pte. 13. et nona et decimanona et. 15. et. 69.

Propositio .88.



Si linea ronalis residuoq3 tertio superficies contineat erit linea super eam potens residuum mediale secundum. Priori demonstrationi insiste et facile concludes propositum ex diffinitione residui tertij et secunda pte. 13. et. 9. et. 19. et. 70.

Propositio .89.



Si fuerit superficies linea ronalis residuoq3 quarto contenta linea super eam potens erit linea minor. In hac quoq3 no aliter pcedas q3 prius. facile eni erit ibi ppositu addere. It premissam no despicias ex dione residui quiti et scda pte. 14. et. 9. et. 19. et. 15. et. 71. et sic patebit ppositum.

Propositio .90.



Si fuerit linea ronalis residuoq3 quinto superficies contenta latus eius tetragonum erit cu ronalis copones mediale. Nitere premissa argumentatione ex diffinitione residui quinti et secunda parte. 14. et. 9. et. 19. et. 15. et. 72. quod propositum est concludere.

Propositio .91.



Si linea ronalis residuoq3 sexto superficies contineatur latus tetragonum qd super eam potest cum mediali constans totum mediale esse comprobatur. Nunc quoq3 vltimo quod per banc dicitur premissa modo sarage concludere ex diffinitione residui sexti et scda parte. 14. et. 9. et. 19. et. 73.

in his autem oibus processum tuum nihil offendere poterit si primā earum 7 pfe/
te didiceris 7 memoriter tenueris: 7 quid quoq; supponat soleriter attendaris.
Qd si forsan de aliquo in quadrato. l. m. te dubitare contingerit ad suum equale in
superficie. a. d. tibi recurrendum erit: et patebunt tuo ingenio.

Propositio .92:



S ad lineam rationalem superficies equalis quadrato re/
sidui applicet: alterū lat⁹ residuū primū esse necesse est.

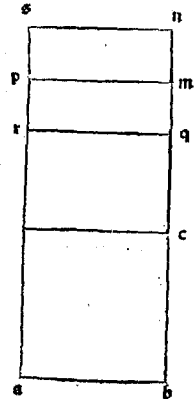
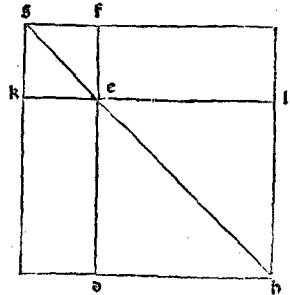
Chabet sex sequētes sūt puerle sex pcedēti p ordinē. bui⁹ aut pme hec
est intentio q si sit superficies. a. c. adiuncta ad lineā rōnale. a. b. equa
lis quadrato residui qd sit. d. e. erit eius latus scōm qd est. b. c. neces/
sario residuū primū. Adiciatur enī lineā. d. e. que proponitur esse residuū: lineā p
cuius abscissione ipsa fuerit residuū: sitq; ei adiuncta. e. f. eritq; ex. 68. viraq; duarū
lineaz. d. f. z. f. e. rōnalis in potentia 7 vna eaz incōmensurabilis aliq; describatur
ergo quadratū lineē. f. e. qd sit. e. g. 7 quadratū. d. e. que posita est esse residuū qd
sit. e. b. 7 adiciant supplementa. d. k. 7. f. l. eritq; quadratū. g. b. tanq; quadratum
lineē. d. f. 7 quadratū. e. b. erit sicut superficies. a. c. erit etiā vtrūq; quadratoz. g.
b. z. g. e. rōnale. Sit igitur superficies. a. m. adiuncta ad lineā. a. b. equalis qdrato
g. b. eritq; ob hoc rōnalis: quare per. 16. lineā. m. n. est rōnalis in lōgitudine: sup/
ficies vero. p. n. sit equalis quadrato. e. g. que etiā ppter hoc erit rōnalis 7 p. 16. li
nea. m. n. rōnalis in longitudine. itaq; tota lineā. b. n. est rōnalis p. 9. diuidat aut
c. n. per equalia. m. q. 7 bucat. q. r. equidistans. a. b. eritq; ex prima sexti. c. r. equa/
lis. r. n. Manifestū vero ē q cū tota superficies. a. n. sit equalis duobus quadratis
g. b. z. e. g. pariter acceptis que sunt quadrata duaz lineaz. d. f. z. f. e. 7 superficies
a. r. sit equalis quadrato lineē. d. e. qd est. e. b. erit per. 7. scōi superficies residua ex
a. n. que est. c. f. equalis duplo superficiei ex. d. f. in. f. e. quare 7 horū dimidia que
sunt. r. n. z. d. g. necesse est esse equalis. cūq; igitur ex prima sexti sit superficies. d. g.
medio loco pportionalis inter duo quadrata. g. b. z. g. e. eritq; superficies. r. n. me
dio loco pportionalis inter duas superficies. a. m. z. p. n. ideoq; per primā sexti
erit et lineā. q. n. medio loco pportionalis inter duas lineas. b. m. z. a. n. cumq; sit
q. n. dimidiū lineē. n. c. z. lineā. b. n. diuisa p punctum. m. in duo cōcantis iter que
cadit. q. n. medio loco pportionalis: sequit ex prima pte. 13. q lineā. b. n. sit poten/
tior lineā. n. c. in quadrato lineē secū cōcantis i longitudine: q; ergo superficies. d. g.
est medialis ex. 19. ex ppothēsi aut superficies. c. r. sibi equalis medialis 7 lineā. c. q.
rōnalis in potētia tm per. 20. ideoq; etiā duplū ei⁹ qd ē lineā. n. c. ē. rōnalis tān i
potentia: q; ergo. b. n. ē rōnalis in longitudine cōcans lineā. a. b. posite rōnali et
potētiō. n. c. i quadrato lineē sibi cōmunicātis i longitudine: sequitur ex diffinitio
ne lineā. b. c. ē residuū primū: qd ē ppositū.

Propositio .93:



Cum adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui
medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius
erit residuum secundum.

Chic erit lineā. d. e. residuum mediale primum 7 lineā. e. f. erit lineā
illa per cuius abscissionem. d. e. fuerat residuum mediale primum: vi/
to q. b. c. erit residuum secundum quod nescire non poteris si demonstrationē p
misse quonq; eam solido amplectaris habitu institeris 7 quales lineas oporteat
esse. d. f. z. f. e. vigilanter attenderis: de quo si dubitas. 69. requirenda erit.



Propositio .94.



Si superficies equalis quadrato residui medialis scilicet applicata fuerit ad lineam rationalem: alterum latius eius residuum tertium esse conueniet.

Ubi etiam erit. d. e. residuum mediale secundum et sequetur ut sit. c. b. residuum tertium: quod ut facile perducas prime demonstrationi insistas et quales lineas perueniat esse. d. f. z. f. e. ex. 70. collige.

Propositio .95.



Cum adiuncta fuerit linee rationali superficies equalis quadrato linee minoris latius eius secundum erit residuum quartum:

Si fuerit. d. e. linea minor asserit hoc. 95. quod b. c. erit residuum quartum: est autem sumendum ex. 71. quales lineas esse necesse sit. d. f. z. f. e. cum d. e. fuerit linea minor: et est astuendum. propositum primo modo: ex eo pro quod in hac et duabus sequentibus necesse est lineam b. n. diuidi ad punctum m. in duo incommensurabilia que in tribus premissis diuidebat necessario in duo commensurabilia: nam in tribus premissis fuerant due linee. d. f. z. f. e. coicantes in potentia tunc et ideo earum quadrata coicantia: propter quod et superficies a. m. z. p. n. quadratis earum equales coicantes. Quapropter etiam et due linee b. m. z. m. n. ideoque fuit in tribus premissis linea b. n. potentior linea n. c. in quadrato linee secum communicantia in longitudine ex prima parte. 13. In hac autem et duabus sequentibus sunt due linee d. f. z. f. e. incommensurabiles in potentia ut apparet ex. 71. z. 72. z. 73. et ideo earum quadrata propter quod et superficies a. m. z. p. n. incommensurabiles propter quod et due linee b. m. z. m. n. incommensurabiles. ideoque per primam partem. 14. tam in hac quam in duabus sequentibus necesse est lineam b. n. esse potentiorē lineam n. c. in quadrato lineae sibi incommensurabilis in longitudine: cetera perquire ut prius.

Propositio .96.



Si ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali componentis mediale equale superficies adiungatur: latius eius secundum erit residuum quintum.

Pone similiter hic lineam d. e. esse illam que iuncta cum rationali componat totum mediale et attende ex. 72. quales lineas oporteat esse. d. f. z. f. e. et concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune insisteris lineam b. c. esse residuum quintum.

Propositio .97.



Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato linee cum mediali componentis mediale adiungatur: latius eius alterum erit residuum sextum.

Nunc ultimo conuenit lineam d. e. esse illam que iuncta cum mediali componit totum mediale cui adiuncta linea e. f. que videlicet sit illa per cuius abscissionem linea d. e. faciat que proponitur si quales lineas. d. f. z. f. e. esse oporteat ex. 73. didiceris priorē argumentationē firma mente tenueris sine obice quocumque linea b. c. esse residuum sextum concludere poteris. si autem fortassis in aliquo rehesitare contigerit quicquid illud fuerit de quadrato g. b. ad sibi equalē superficiem a. n.

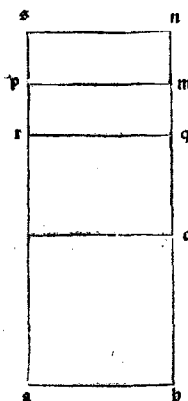
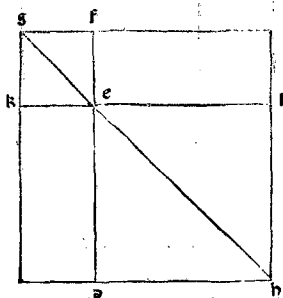


Poterendum erit: et sic patebit propositum nostrum.

Propositio .98.

Quoniam linea residuo incommensurabilis ipsa quoque in termino et ordine eadem residuum

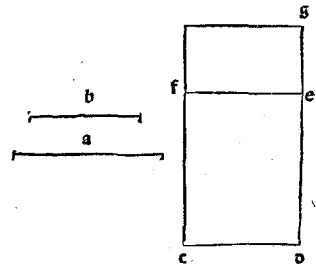
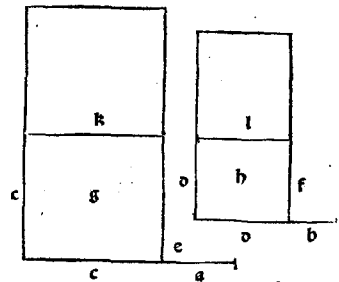
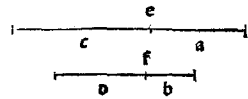
Quod .60. z. quatuor. ea sequentes de binomio eiusque comitibus quinque proferuntur hoc. 98. z. quatuor. eam sequentes de residuo suisque quinque



comittibus verum esse proponunt: quibus qui vsq; ad solitum habitum insisterit
has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cōcantia. in longitudine et
potentia tantum dictum est: in his quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea
residuo cōmunicans in longitudine siue in potentia tñ ipsa etiā est residuum. sed
si cōmunicat in longitudine: non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdē spēi
residuum. Verbi gratia: linea cōmunicans in longitudine residuo primo est resi/
duū pñū: et secūdo cōicans est scōm. sic quoq; in ceteris. Qd autē linea cōmuni/
cat residuo in potentia tantum: ipsam quoq; necesse est esse residuum sed nō eius/
dem speciei: imo impossibile est vt linea cōmunicans in potentia tantū residuo pri/
mo aut scōo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie
sed necesse est vt ab eo cadāt simul sub trib⁹ primis speciebus aut ab eo simul sub tri/
bus postremis. Sit itaq; exempli gratia. a. residuū cui cōmunicet. b. in longitudi/
ne: dico qd. b. erit residuū eiusdē speciei cū. a. Adiungatur enim linea. c. ad lineaz
a. et cum illa sit per cuius abscissionē. a. fuit residuū: et ad. b. adiūgat alia que sit. d.
ad quā sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq; composita ex. a. et. c. e. composita vero ex
b. et. d. sit. f. eritq; ex permutata pportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et p. 13. quin
si erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. cum itaq; a. cōmunicet cum. b. erit per
10. c. cōmunicans cum. d. et. e. quoq; cōmunicans cum. f. et quia etiam est necessa/
rio ex permutata pportionalitate. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequitur p. 12. vt si fuerit
e. potentior. c. in quadrato linee sibi cōcantis in longitudine vel si forte incōmen/
surabilis: sit similiter. f. potentior. d. at qm̄ omnis linea cōmunicans in longitudi/
ne linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico quia ambe erunt rationa/
les in longitudine vel ambe in potentia tantum: sequitur ex diffinitionibus residu/
orum vt. b. sit residuum eiusdē speciei cum. a. Si autē. b. cōmunicat in potentia
tantū cum. a. ipsa quoq; erit residuum non tamen eiusdē speciei necessario. sed
quēadmodū dictū est: cuius demonstratio ex his que in. 60. de binomis dicta sunt
colligenda est.

Propositio 99.

Omnis linea vtrilibz residuo mediali cōmunicans: est sub
ipsius termino ordine residuū mediale. **E**x est qd oīat
siue cōicet linea cum vtrolibet residuo mediali in longitudine siue in
potentia. Sit enim. a. vtrilibet residuū mediale cui. b. cōicet in lōgi/
tudine et potentia. dico qd. b. ē etiā residuū mediale qle fuerit. a. adiū/
gat enī linea. c. ad lineā. a. et sit. c. p. c. abscissionē. a. fuit residuū mediale: et ad. b.
adiūgat alia q sit. d. sitq; b. ad. d. sicut. a. ad. c. totaq; pposita ex. a. et. c. sit. e. et ex
b. et. d. sit. f. describāt igit qdrata. c. et. d. q sint. g. et. b. et superficies. e. i. c. sit. k. et. f. i. d. et
sit. l. Et qd ē vt pñ⁹. e. ad. f. et c. ad. d. sicut. a. ad. b. sūt autē. e. et. c. mediales potentia
tñ cōicātes ex. 69. et. 70. sequit ex. 2. 1. vt. f. et. d. eis cōicātes. sint etiā mediales po/
tētia tñ cōicātes: pstat aut ex prima sexti q sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. et. l. ad. b. sicut
f. ad. d. et qd ē. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequit ut sit. k. ad. g. sicut. l. ad. b. Et pmutati. k.
ad. l. sicut. g. ad. b. cū g. g. cōicet cū. b. sequit vt. k. cōicet. cū. l. Si igit. k. ē rōnale qd
ē in residuo mediali primo erit etiā p diffinitionē. l. rōnalis qre p. 69. b. etiā ē resi/
duū mediale pñū. si aut. k. sit mediale qd ē i residuo mediali scōo: erit p. 21. etiā l.
medialis: ideoq; b. p. 70. residuū mediale scōo qre pstat ppositū. Idē aliter Si liēa
b. cōicet cū liēa. a. q ē vtrilibet residuū mediale i longitudine et potentia sit superficies
e. et. adiūcta ad lineā rōale. c. d. equis qdrato. a. et. f. g. equis qdrato. b. eritq; ob hoc



c.e.f.g. cōcantes quēadmodū et quadrata linearum. a. et b. eis equalia. ideoq; p primam sexti 7. 10. huius. d.e. et c.g. sunt cōcantes in longitudine: et quia si. a. est residuum mediale primū: est: linea. d.e. est residuum scōm per. 93. et si. a. est residuum mediale scōm: linea. d.e. est residuum tertium per. 94. at cum. d.e. est residuum scōm linea. e.g. est etiam residuum scōm et cū illa ē tertium: sibi et hic est tertium per. 98. sequitur itaq; ex. 87. et 88. vt. b. sit residuum mediale primū aut secundū prout fuerit. a. et sic patet quod intendimus.

Propositio .100.



S linea aliqua linea minori cōmunicet. ipsa quoq; erit linea minor.

C facile est hanc probare duplici modo sicut pmissam: siue cōmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine siue in potentia hoc aut appposito quātū ad primū modū q; cum sit. f. ad. d. sicut. e. ad. c. erit ex scōa pte. 18. sexti quadratū. f. ad quadratū. d. sicut quadratū. e. ad quadratū c. et coniunctim quadrata duarū linearum. f. et d. ad quadratū. d. sicut quadrata duarum linearum. e. et c. ad quadratum. c. et permutatim quadrata duarū linearum. f. et d. ad quadrata duarū linearum. e. et c. sicut quadratū. d. ad quadratum. c. cōcat autē quadratū. d. ad quadratū. c. ergo duo quadrata duarū lineaz. f. et d. pariter accepta cōcant cū duobus duarū lineaz. e. et c. pter acceptis: et quia ex. 17. quadrata duarum lineaz. e. et c. pariter accepta sunt rōnale: erit aut per diffinitionē et duo duarū lineaz. f. et d. pariter accepta rationale. Quōq; sit superficies. k. medialis erit etiā. l. sibi communicans medialis: igitur ex. 71. b. est linea minor. Quātū autem ad scōm modū erit per. 95. linea. d. e. residuum quartum: ideoq; per. 98. et linea. e. g. erit etiam residuum quartum. ideoq; etiā per. 99. linea. b. est linea minor.

Propositio .101.



Qnis linea cōmunicans linee cum rōnali componēti mediale est cum rationali componens mediale:

C hanc quoq; duplici predicto modo nō est difficile probare: siue de communicantia in longitudine siue de cōcantia in potentia tantum intelligatur: sed quantum ad primū modū erunt duo quadrata duarum linearum. f. et d. pariter accepta mediale per. 21. quēadmodū sunt duo quadrata duarū lineaz. e. et c. pter accepta ex. 72. quibus ipsa cōmunicant et superficies. l. erit rationalis: per diffinitionem quēadmodū est superficies. k. ex. 72. cum ipsa cōmunicat: igitur ex. 72. b. est cum rationali componens mediale: quātū ad scōm modū: erit. d. e. residuum quintum ex. 69. ideoq; et c. g. ex. 98. quare. b. est cū rōnali componens mediale. per. 90.

Propositio .102.



Qnis linea cōmēturabilis linee cum mediali constituenti mediale est cum mediali constituens mediale.

C hic quoq; pone lineā aliquā cōcāre cum ea que cū mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tū put volueris: et duplici modo pmissio sine difficultate pcludes eā quoq; cū mediali pponere mediale. erit etiā quātū ad primū modū superficies. l. medialis quēadmodū et k. et duo quoq; quadrata duarū lineaz. f. et d. pter accepta mediale sicut et duo quadrata duarū. e. et c. et q; duo quoq; duarū lineaz. e. et c. ad. k. sicut duo duarū. f. et d. ad. l. cū duo prima non cōmunicet cū duplo. k. ex. 73. neq; duo secūda

cōdicabunt cū duplo .i. ex. 10. igitur ex. 73. b. est cū mediali cōponēs mediale. quantum autē ad scōm modū erit. d. e. residuū sextū ex. 97. ideoq3 z. e. g. ex. 98. quare. b. est cū mediali cōponens mediale ex. 91. **Propositio .103.**

S de superficie rationali superficies medialis abscondatur linea i reliquā superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuum aut linea minor.

C Si eni tota superficies constans ex. a. z. b. rōnalis a qua detrahatur. b. que sit medialis: dico qd linea potens in. a. residuū aut ē residuum aut linea minor. Esto nanq3 linea. c. d. rationalis superficiesq3. c. e. sibi adiuncta sit tāq3. a. z. f. g. tāq3. b. z. tota. c. g. sicut tota. a. b. critq3. c. g. rōnalis. ideoq3 p. 16. linea. d. g. rōnalis in longitudine z. f. g. erit medialis. ideoq3 per. 20. e. g. rōnalis in potentia tm: est igit ex diffinitione line a. d. e. residuū primū aut quartū: ergo per. 86. z. 89. linea potens in superficie. c. e. z iō in superficie. a. sibi equalen est residuū aut linea minor: qd ē ppositum. **Propositio .104.**

S de superficie mediali superficies rōnalis detrahatur linea in reliquā superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale p primū: aut cum rationali componens mediale.

Hec quoq3 sicut pmissa pbat. Erit eni tota. a. b. m. edialis. b. aut rōnalis: z tunc dico qd in. a. residuum pōr: aut est residuū mediale primū aut cum rōnali cōponens mediale. Eū eni. c. g. equalis sit. a. b. erit per. 20. linea. d. g. rōnalis in potentia tm: z cū sit. f. g. equalis. b. erit per. 16. linea. e. g. rōnalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea. d. e. residuū scōm aut quintū quare per. 87. z. 90. latus tetragonici superficiē. c. e. z ideo superficiē. a. est residuū mediale primū aut cum rationali componens mediale: quod est ppositum nostrum.

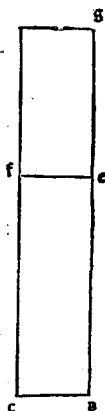
Propositio .105.

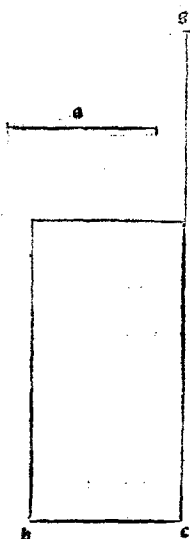
S superficies medialis superficiē mediali detrahatur fueritq3 reliqua toti incōmensurabilis que in ipsam reliquā potest: alterutra erit duarū irrōnalinū videlicet aut residuum mediale scōm aut cum mediali componens mediale

C Si a duarū pmissarū demōstratione non denias concludes sine difficultate ppositū. Sint eni tota. a. b. z. b. mediales z sit. a. reliqua incōmensurabilis toti: aliter eni esset. a. medialis ex. 21. z eius lat⁹ tetragonici mediale ex. 19. tunc dico qd linea potens in. a. est residuū mediale scōm aut cū mediali cōponens mediale. nam cū sit. c. g. equalis. a. b. erit p. 20. linea. d. g. rōnalis in potentia tātm per eandē quoq3 cum sit. f. g. equalis. b. erit etiā. c. g. rōnalis in potentia tm z cum sit. a. incōmensurabilis toti. a. b. erit. f. g. incōmensurabilis. c. g. ideoq3 per. primā sextū z. 10. huius erit etiā. c. g. incōmensurabilis. d. g. igit a diffinitione linea. d. e. erit residuū tertiu aut sextū: qre p. 88. z. 91. latus tetragonici superficie. c. e. z iō superficie. a. ē residuū mediale scōm aut cū mediali componēs mediale.

Propositio .106.

Linearū irrōnalinū que sunt residuū z post ipsam subsecute ullam aliū termino. et ordine sub esse impossibile est residuo quoq3 binomij terminū vel ordinē cōnentre non est possibile. **C** Mult aut p hanc. 106. qd residuū z alie quinq3 linee





irrōnales eam sequentes differunt specie et dione abinūce et nulla linea vna potest esse sub duabus neq; sub pluribus speciebus⁹ hanc sex lineaz irrōnaliū que sunt residuum et eius quinq; comites: et qd oēs spēs residui differunt ab oibus speciebus binominij nec ē possibile lineā vnā simul esse residuū et binomiū cuiuscūq; speciei residui vel binominij: Pars prima sic ostat: qm superficies equalis quadratis residui et suaz quinq; comitū cū adiungant ad lineā rōalē habet scōa latera necessario diuersa ab inuicem ex. 92. et quinq; eā sequentibus. sunt autē scōa latera residui primū et secundū et deinceps vsq; ad sextū. Scōa ps ostat hoc modo: si eadē lineā pōt ēē simul residuū et binomiū. sit. a. cui⁹ quadrato adiungat ad rōalē lineā. b. c. sitq; b. d. erit q3 ex. 54. lineā. c. d. binomiū primū et ex. 92. residuū primū. inquantū ergo binomiū primū diuidat in suas binomiales portiones ad punctū. e. sitq; maior portio c. e. q̄ erat rōalis i lōgitudine p offinitionē: iquantū autē ē residuū pmi adiungat ei d. g. p e⁹ abscissione fuerat residuū primū: eritq; etiā ex dione. c. g. rōalis i lōgitudine. Et itaq; sit vtraq; duarū lineaz. c. g. et c. e. rōalis i lōgitudine erit et p. 9. lineā. c. g. rōnal i lōgitudine: at q; lineā. d. e. ē rōnalis i potētia tū cū ipsa sit p potbe. minor portio binominij pmi: erit per. 68. lineā. d. g. residuū et q; ipsa erat rōalis i potētia tū cū per eius abscissione ēēt lineā. c. d. residuū sequit impossibile p. 68. Qd ut clarus pateat: esto superficies. b. d. adiuncta ad lineā rōnalē. b. c. equalis qdrato li/ nee. d. g. cū itaq; lineā. d. g. sit rōnalis in potētia: erit per. 16. lineā. c. d. rōnalis i lōgitudine. at cū etiā lineā. d. g. sit residuū erit ex. 92. lineā. c. d. residuū pmi quod esse nō potest cum lineā que dicitur residuum sit irrōnalis per. 68.

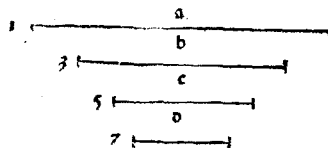
Propositio .107.

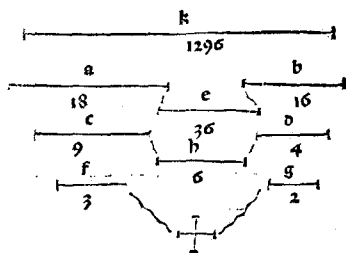


Linea que residuū dicit vllave irrōnaliū. que. post eam sunt nequit esse sub termino binominij aut sub termino et ordine vllius ceteraz lineaz irrōnaliū que binomiū subsequuntur: cum aut possibile sit lineaz irrōnaliū seriē in infinitum produci non est possibile vllā earum cum ea que precesserit in termino et ordine conuenire.

Null per hanc vltimā libri. 10. q. 13. irrōnales lineę de quib; in hoc decimo demonstratū ē et ipse sunt lineę mediales binominij et quinq; comites residuū et ei⁹ quinq; comites sunt abinūce singule a singulis specie differentes: et q nulla lineā vna pōt ēē simul sub duab; aut pluribus speciebus eaz: et q spēs lineaz irrōnaliū pnt i infinitū pducī q; nulla cū alia puenit i dione et ordine. Qd aut bec. 13. lineę videt; mediales binominij et ei⁹. 5. comites residuū et ei⁹. 5. comites sunt irrōnales demonstratū esse superius memento: de mediāli quidē ex. 19. de binomio aut. et eius quinq; comitib; ex. 30. et quinq; eā sequētib;: at vero de residuo suisq; quinq; comitibus ex. 68. et quinq; eā sequētib;. Nulla aut hanc. 13. lineaz irrōnaliū posse puenire in specie cū aliqua aliaz lineaz sic collige. Esto cū vt ad vnā eadēq; lineā rōnalē in longitudine adiungant superficies equales quadratis predictaz. 13. lineaz irrōnaliū. fm q; ordine se inuicē sequunt: eritq; ex. 20. secundū latus prime istarum. 13. superficiū et quinq; eam sequentiū rōnale in potētia tū. scōa autē latera scōe istaz. 13. superficiū et quinq; eam sequentiū erūt omnes spēs binominij p ordine videlicet binomiū primū scōm et deinceps vsq; ad sextū ex. 54. et quinq; eā sequētib; demonstratū esse meminervis. scōa vero latera octauę superficiū et quinq; eā sequētib; sunt spēs residuū in ordine videlicet residuū primū et residuū

secundū et deinceps usque ad sextū 96 ex. 92. et quinqz eā sequētibz didicisti. Cum igit ipā linea rōnalis i potētia tm nō cōueniat cū aliq specie binomioz aut cū aliqua residuoꝝ quoniā omne binomiū p. 30. et oē residuū p. 68. ē linea irrōnalis et i lōgitudine et i potētia. Et cū nulla spēs residuoꝝ cōueniat cū aliqua spē binomioꝝ ex secūda pte penul. b. decimi: sequit ut oia scōa latera baz. 13. superficieꝝ sint ab invicem diuersa: ideoqz p primā sexti et ipse. 13. superficies sunt diuersę q̄ eaz om nium altitudo sit vna quare etiā dec. 13. linee irrōnales ppositę sunt singule a sin gulis diuersę. Et possunt autē baz. 13. lineaz irrōnaliū species in infinitū pduci. in finite eni sūt spēs lineaz medialium. infinite quoqz binomioꝝ et sic de singulis. Qd hoc modo pstat: esto linea. a. mediālis. sumaturqz vnitas et quotlibet numeri pmi vt. 3. 5. 7. et sint totidem linee. b. c. d. quor sunt sūpti numeri primi. sintqz qdrata istaz lineaz. b. c. d. ad quadratū. a. sicut bi numeri primi ad vnitarē: cruntqz linee b. c. d. mediales ex. 21. qm ipse cōcant in potētia cū linea. a. mediāli. oēs autē erūt diuersę in longitudine ab. a. et a se invicē p vltimā pte. 7. qm nullius istorum nume roꝝ ad vnitarē nec alicuius eoz ad alteꝝ per. 16. et. 8. et correlatiū scōe octauē et pte sentis ppothesis ē. pportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratū: erit. ergo a. et omnes sibi cōcantes in longitudine sub pma specie lineaz medialiū. b. vero et oēs sibi cōcantes in longitudine sub scōa. c. aut et oēs eidē cōcantes vel cōmensu rābiles sub tertia. d. quoqz et oēs sibi cōcantes in longitudine sub quarta: et qz nu meri primi sunt infiniti vt ex. 21. non didicisti: necesse ē spēs lineaz medialiū ēē in finitas. Qd aut ē dictū de linea mediāli itellige de binomio suisqz. 5. comitibz: et re siduo suisqz. 5. comitibz: nā sicut oia linea cōcans mediāli ē mediālis siue cōcēt ei in longitudine siue in potētia ut probatū est in. 21. ita etiam omnis linea com muniens binomio aut alicui suaz quinqz comitū vel etiā residuo aut alicui suaz quinqz comitū in longitudine vel in potētia est secū sub eadē specie vt probatum est in. 60. et quatuor eam sequentibus. et. 98. et quatuor eam sequentibus. Sunt igit species baz. 13. lineaz irrōnaliū infinite quaz nullā cōueniet cū pcedenti in pdi/ ne vel dione. Conuenit quoqz dñe aliter species linearum irrōnaliū esse infinitas nam omne latūs tetragonici superficiē dicte a numero nō quadrato est irrōnale p vltimā pte. 7. et p diffinitionē. cum itaqz tales numeri sint infiniti: erunt etiā spe/ cies baz lineaz irrōnaliū infinite. Tercio modo contingit scōam ptem huius vlti/ me conclusionis libri decimi sic exponi: vt dicamus ab vnaquaqz linea rōnali i po tentia tantū infinitas lineaz irrōnaliū spēs produci quaz nullā cum aliqua earuz que ipsā pcecesserint: possibile est in diffinitione et ordine conuenire. Verbi gratia Sumatur aliqua superficie rōnalis dicte a numero nō quadrato ut quiqz: eritqz la tus eius tetragonici irrōnale in longitudine: qm ipsū ē in cōmensurabile lateris te tragonico superficiē rōnalis dicte a numero quadrato ex vltima pte. 7. dico ergo qd hui⁹ lateris latūs. itemqz scōi lateris latūs et rursus huius tertij lateris latūs et sic in infinitū: sunt linee irrōnales tam in longitudine q̄ in potētia: et qz nulla earum conuenit diffinitione vel specie cum aliqua que eā pcecesserit in ordine. estqz latūs tetragoniciam pmissę superficiē quęcunqz dicte fuerit a numero non qua/ drato earum omnium sicut radix et principium et quelibet ipsaz est principiū oim ipsam sequentiu: et quęcunqz ab aliquo tetragonico latere cuiusqz talis superficiē proficiantur diuersę sunt in longitudine et potētia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis superficiē generantur et hoc dico cum ipsaz superficieꝝ





non fuerit pportio sicut numerorū quadratorū. hec autē vt possumus firma demon-
stratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet. itaqz istud.

¶ Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producat quora
latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetra-
gonicum laute ipsius producti produces.

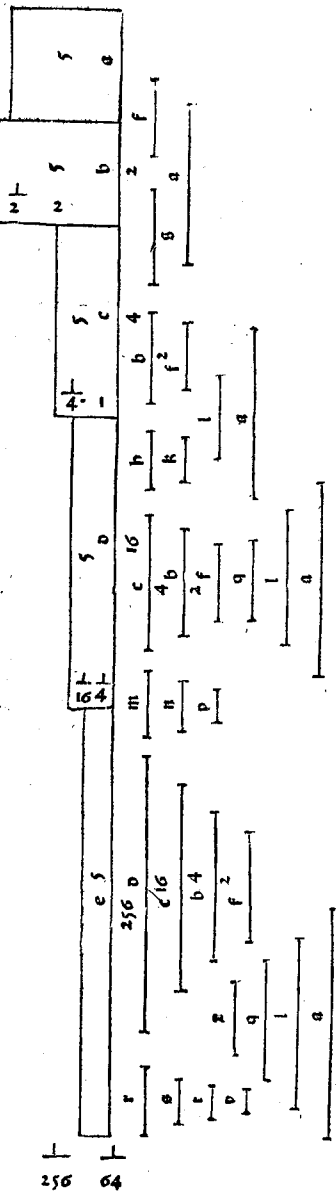
¶ Verbi gratia sit vt ex. a. in. b. sit. k. ad. c. z. d. sint latera tetragonica. a. z. b. fiat
antē. e. ex. c. in. d. sintqz itez. f. z. g. latera tetragonica. c. z. d. z. fiat. b. ex. f. in. g. vi
co q. b. est latus tetragonici. e. z. q. e. rursus est latus tetragonici. k. cum eni ex. f.
in se z. in. g. fiant. c. z. b. erit. c. ad. b. sicut. f. ad. g. sed z. sit. b. ad. d. sicut. f. ad. g. eo
q. ex. g. in. f. z. in se fiant. b. z. d. sint igit. c. b. d. continuc pportiones itaqz ex. b.
in se quantū ex. c. in. d. quare. b. est latus tetragonici. e. eadē quoqz rōne cū ex. c. i
se sit. a. in. d. sit. e. z. ex. d. in se sit. b. erunt etiam. a. c. b. cōtinuc pportiones i p/
pōitōe. c. ad. d. cū igit ex. a. in. b. sit. k. sequit etia vt ex. e. i se sit. k. qre. e. est latus
tetragonici. k. constat itaqz qd dicit. restat itaqz demonstrare qd propositum est.
Sit igit superficies. a. rōnalis dicta a numero nō quadrato. ut. 5. sintqz linea. a. c^o te/
tragonici latus z. sumant quolibz linee rōnales i lōgitudine q. sint. b. c. d. e. Sint qz
dicta a numeris quoz quisqz pcedēs sit tetragonici latus proximo sequentis: vt
si. b. sit. 2. c. 4. d. 16. e. vero. 256. ad has autē lineas rōnales in longitudine adiunga
tur superficies equalis. a. eruntqz scōa latera singulaz rōnalia in longitudine per. 16
vt scōm latus. b. 2. z. dimidiū. secundū. c. vnus z. quarta. secundū. vero. d. vna quar
ta z. vna. 16. at vero superficies. e. secundū latus erit vna. 64. z. vna. 256. sit ergo. f.
tetragonici latus. b. g. vero sit tetragonici latus scōi lateris superficie. b. eruntqz p
premissam aūs ut ex. f. in. g. sit. a. rursus sit. b. tetragonici latus secundi lateris
c. k. quoqz sit tetragonici latus. b. eritqz per predictū aūs vt ex. b. in. b. sit. a. z. ex. f.
in. k. sit tetragonici latus. a. qd sit. l. sit itez. m. tetragonici latus secūdi lateris su/
perficie. d. sed cū. n. sit tetragonici latus. m. z. p. tetragonici. n. eritqz per predictū
cū antecedens vt ex. c. in. m. fiat. a. z. ex. b. in. n. l. z. ex. f. in. p. tetragonici latus
l. qd sit. q. Amplius aut sit. r. tetragonici latus lateris secūdi superficie. e. sit quo
qz. f. tetragonici. r. z. f. z. r. f. sit et. u. tetragonici. t. sequit que per dictū antecēdēs
vt ex. d. in. r. fiat. a. z. ex. c. in. f. l. z. ex. b. in. t. sit q. z. etiam ex. f. in. u. tetragonici
latus. q. qd sit. x. z. sic in infinitū: dico ergo has lineas. a. l. q. x. quaz. a. est tanquā
radicale principium esse irrationales. a. quidem in longitudine tantum: cetera ve/
ro in longitudine z. in potentia z. dico q. nulla earum conuenit cū alia in diffinitū/
one. vt ordine. Luz eni ex. f. in. g. z. k. fiant. a. z. l. erit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. z. q. vt
p3 ex dictis pportib⁹. g. z. k. sūt incōmensurabiles in longitudine z. in potentia.
sequitur etia vt. a. z. l. sint incōmensurabiles in longitudine z. in potētia: eadem ra
tione. a. z. q. est enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. z. propter eandē causam etia. a. z. x. cū
sint sicut. g. z. u. z. hac via quoqz necesse est vt. l. z. q. sint simpliciter incōmensurabi
les tā i lōgitudine quā in potētia. cum eni ex. f. in. k. z. p. fiant. l. z. q. erit. l. ad. q.
vt. k. ad. p. at. k. ad. p. nec commensurabiles sint in longitudine nec in potentia.
Si enim sint erunt. b. z. n. commensurabiles. sed non sūt: at vero. l. z. x. oportet eē
vtrōqz modo incōmensurabiles: est enim. l. ad. x. sicut. k. ad. u. eo q. ex. f. in. k. z.
u. sunt. l. z. x. sunt autem. k. z. u. vtrōqz modo incōmensurabiles. Sin autē acci/
det. d. z. b. esse commensurabiles quod est incommeniens: q. vero z. x. q. sint quoqz
incōmensurabiles potentia z. longitudine ex eo patet q. e. q. ad. x. sicut. p. ad. u.

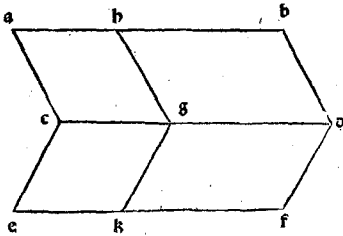
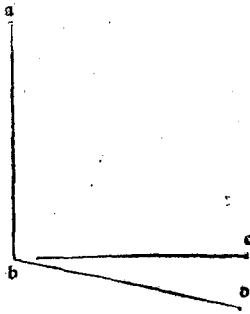
constat autē q. p. z. u. sunt incōmensurabiles. nam si nō erunt. n. z. c. cōmensura-
biles. ideoq. m. z. s. sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq. infinitas lineas irati-
tionales in longitudine et in potentia. incommensurabiles et ideo diffinitioe et spe-
cie differētē producti ex linea. a. rōnali in potentia tantū. Restat aut nunc ostende-
re q. quēcūq. irrōnāles lineae ab aliqua linea rōnali in potentia tantū. hac via ge-
nerantur: viderē sunt ab omnibus tam in longitudine q. in potentia que a quali-
libet alia linea rōnali in potentia tū quadratū cuius ad quadratū prioris nō sit
sicut numeri quadrati ad numerū quadratum hac eadem via egrediunt: hoc quo-
q. sic constat. Sint. a. z. b. rōnāles in potentia tū siue tetragonica latera duarū
superficierum dictarum a numeris non quadratis. sitq. ut illi numeri nō sint i. p.
portione aliquorum numerorum quadratorū: lineae quoq. que procedunt hac via
ab. a. sint. c. d. e. z. a. b. procedant. f. g. b. dico q. nulla ex lineis. c. d. e. communicat
in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis. f. g. b. cum enim sint. c. z. f. tetra-
gonica latera. a. z. b. at. d. z. g. tetragonica latera. c. z. f. z. e. z. b. tetragonica. d. z.
g. nō est possibile ut aliqua ex. c. d. e. cōicet cum sua cōpari ex. f. g. b. v. l. longitudi-
ne vel potentia. Si enim alterutro modo cōmunicet. c. cum. b. sequitur ut. d. cōmu-
nicet cum. g. z. c. cum. f. quare z. a. cum. b. etiam in longitudine quod est cōtraypo-
thēsim. Uniūersaliter autem verum est dicere quēlibet harū esse vtroq. modo in-
commensurabilem cuiuslibet istarū. Dato namq. q. d. communicet cum. b. etiam i
potentia tantum. sequitur ut. c. quoq. cōicet cum. g. z. a. cum. f. quod nō ē possibi-
le. Attendere autem oportet q. cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q. latus
superficiē denominare a latere prior. vnde tetragonicum latus lineae. a. voco li-
neari illam que potest in superficiem dictam a linea. a. talis autem superficies est
quā continet linea. a. et linea rōnalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet line
nire tetragonicum latus cuiuslibet lineae sit linea. a. cuius tetragonici lat. volo in-
uenire. b. vero sit linea rōnalis in longitudine dicta ab vnitare et ipsa est minima
omnium linearum rōnāliū numeratarum ab integris mediis loco proportiona-
lis inter eas. sit. c. est igitur p. 16. sexti. c. tetragonicum latus. a. idem enim sit ex. a.
in. b. ex. c. in se. At vero ex. a. in. b. sit superficies dicta ab. a. Quicquid enim a quo
libet in vnum ducto producitur ab eo qd vnum multiplicat denominatur. Et no-
ta q. cum. c. fuerit latus tetragonicum lineae. a. indifferenter contingit lineam. c.
esse maiorem lineae. a. z. minorem prout. b. etiam fuerit maior aut minor. Expli-
cit liber Decimus: incipit liber Undecimus.



Corpus est qd longitudinem et latitudinem et
altitudinē habet cuius termini sunt superficies
Linea erecta supra superficiē ē que cū singulis
sibi pterminalibus lineis in ea superficiē expā-
lis angulos rectos facit. linea autē hec supra
eā superficiē perpendicularis esse et ad eādē
orthogonaliter insistere dicitur.

¶ Intelligat enī linea. a. b. exurgere supra planū: ita
q. pñtus. a. imaginē i aere z. b. in plano et a pñcto
b. eucant plures linee in eodem plano ut. b. c. b. d. z.
quotlibz alie. Si igit ita fuerit q. linea. a. b. cū linea
b. c. z. cū linea. b. d. z. cū qualibet alia linea pñctata a puncto. b. i plano illo angulū



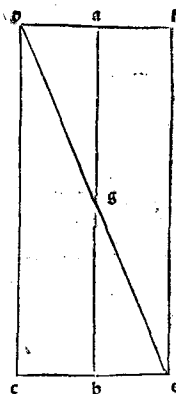
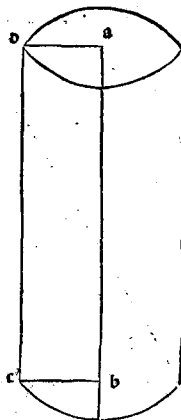
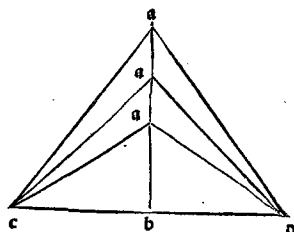


rectū cōtineat ipsa dicitur esse perpendicularis ad illā superficiē in qua p̄tracte sūt
 beelinee videlicet. b. c. z. b. d. z. alie cū quibus ipsa ponit continere angulū rectū.
¶ Superficies autē erecta sup̄ superficiē est quoties puncto vno eodem
 linee que est cōmūnis terminus illaz superficiēz due perpendicularēs
 cōterminales sup̄stant que rectū cōtinentes angulū in eisdē superficiē/
 bus site sunt. **¶** Verbi grā imaginemur superficiē. a. b. c. d. exurgere superficiē vero. c.
 d. e. f. iacere: z. intelligamus lineam. c. d. esse communem terminum ambarum
 in ea itaq; signet punctus. g. a quo ad lineā. c. d. extrahant due linee perpendicu/
 larēs vna vidz i superficiē. c. d. e. f. que sit. g. k. z. alia i superficiē. a. b. c. d. que sit. g. b.
 si igitur angulus quē continent hec due linee perpendicularēs videlicet. g. b. z. g. k.
 erit rectus superficies. a. b. c. d. dicitur orthogonaliter erecta super superficiē. c. d. e. f.
¶ Superficies equidistantēs sunt que in vtrālibz partem protracte nō
 concurrent et si in infinitum producantur. **¶** Intellectum est quod dicat.
 Scire tamē debes q̄ omnes planę superficies aut sunt equidistantēs ab invicem aut
 in omnē partē p̄tracte cōcurrent alicubi z. super rectā lineā se secabunt lineas autē
 rectas nō ē necessariū v̄l cē equidistantēs vel in vtrāq; p̄tēz protractas concurrere
 Quippe que in eadē superficiē nō sunt nec equidistant ab invicē nec tñ quantūlibet
 protracte cōcurrent. **¶** Equā corpora sunt atq; similia quoz termina/
 les superficies numero ac quantitate equales vnius creationis sunt at
 qz similes similia corpora sunt que similibus superficiēbus numero
 equalibus continentur. **¶** Si bas duas diffinitionēs de corporibus equa/
 libus z. similibz nō intelligis ad diffinitionē similitudinē superficiēz posita in p̄ncipi/
 o sexti recurre. **¶** Corpus seratile dicitur qđ quīq; superficiēbus qua/
 rum tres parallelograme sunt due vero triangule continentur.
¶ Domni quatuor parietes equidistantes habenti tecū vnicō fastigio sup̄remis
 duarum parietum lateribus equali z. equidistanti suppositum seratilis corporis
 exp̄ssam similitudinē gerit. **¶** Spera est transitus arcus circūferentie
 dimidij circuli quotiens sumptō vel sup̄remo semicirculo lineaq; di/
 ametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circūducitur.
¶ Super quālibet lineā semicirculo descripto si lineā illā fixa semicirculus tota re/
 volutione circūducatur corpus quod describitur spera nominat̄ cuius centrū con/
 stat esse centrū semicirculi circūducti. **¶** Piramis laterata est figura cor/
 porēa quā cōtinent superficies ab vna quaz relięe sunt ad vñ op/
 positum punctū sursum erecte. **¶** In omni laterata piramide cunctę superfi/
 cies ipsam ambientes ab ipsius basi ad vñum punctū subleuātur qui cōtus pirami/
 dis dicitur suntq; omnes hec laterales superficies triangule: basis vero frequēt̄ nō
 est triangula. **¶** Piramis rotunda est figura solida: estq; transitus tri/
 anguli rectanguli alternit̄o suorum laterum rectum angulūm cōtinē/
 tium fixo z. donec vsq; ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo
 ipso circūducto. Si autem latus fixum lateri circūducto fuerit equalē
 erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. Si vero brevius
 obtusiangula erit. Axis aut̄ ip̄s figure ē latus fixū. Basisq; sua cir/
 culus. **¶** Dicitur autem figura hec piramis cōlūmne rotunde.
¶ Sit trigonus. a. b. c. rectū angulū habens qui sit. b. figuratq; alieq; duoz laterū
 ambiētū rectū angulū. b. sitq; latus c. qđ figit̄. a. b. quo fixo circūducatur trigonū quo/

usq; ad locū unde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda pyramis appellat: cui⁹ tres sūt ofie. Alia enī est reatungula alia acutiangula. Tertia obtusiangula Et prima quidē ē qñ latus. a. b. lateri. b. c. fu erit equale. Estō enī ut linea. b. c. cū rotatu trigoni puenit ad sitū lineę. b. d. ita q; punct⁹. c. cadat sup punctū. d. siatq; linea vna. hoc ē vt ipsa tunc ptingat sitū a quo moueri cepit scōm rectitudinē: eritq; linea hic qñ. b. c. d. et q; ex. 32. pmi et 5. eiusdē angulus. c. a. b. ē medietas recti erit angulus. c. a. d. rectus. ideoq; pyramis bec dicitur reatungula. Si autē latus. a. b. sit longius latere. b. c. erit acutianguli: erit enī tunc ex. 32. pmi et 19. eiusdē angulus. c. a. b. minor medietate recti. ideoq; totus angulus. c. a. d. ē mior recto et acutus: quare pyramis acutiangula. Qd si latus. a. b fuerit breuius latere. b. c. erit angulus. c. a. d. maior medietati recti ex. 32. pmi et 19. eiusdē et totus. c. a. d. qui ē duplus ad ipsū. c. a. b. maior recto et obtusus. igitur et pyramis conuenienter tūc dicit obtusiangula. Axis autē huius pyramidis dicitur linea. a. b. basis vero eius circulus quē describit linea. c. b. super centz. b. dicit quo/ q; bec pyramis columnę rotunde illi⁹ uidelicet quā motu suo describeret palelogram/ muni pueniens ex. a. b. et b. c. latere. a. b. manente fixo.

¶ Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extre/ mitantibus et crassitudine idest altitudine equales est transitus parale/ logrami reatunguli latere rectū angulum continente fixo ipsaq; sup/ ficies donec ad locū suū redeat circumducta diciturq; bec figura co/ lumna rotunda. Columnę itaq; rotunde atq; spere circuliq; vñū atq; idē est centrū. ¶ Sit palelogramū reatungulū. a. b. c. d. figuratq; latus. a. b. et eo fixo totū palelogramū quonq; ad locū suū cadat vel redeat circūducatur: corpo/ rea ergo figura huius palelogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus. b. aliter vero est quem motu suo designat linea. d. a. et eius centrum est punctus. a. Axis autem. huius columnę dicitur linea. a. b. que manet fixa in motu palelogrami: Qd si imaginari fuerimus palelogram m. a. b. c. d. cum puenit rotatu suo ad situm. a. b. e. f. coniu/ gi signi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiē plane: vt scilicet totū sit vñū palelogramū. d. c. e. f. et protraximus in eo diametrū. d. e. erit quoq; diameter. d. e. diameter colūne. Qd autē dicitur colūne et spere et circuli idem esse centrū: intelligi d; cū horz vna ē eadēq; diameter. Verbi grā diximus enī q; d. e. ē diameter istius colūne Spera igit atq; circulū quoz diameter est linea. d. e. necel/ se est idē centz habere cū centro. pposite colūne. Sit enī vt linea. d. e. fecer lineam a. b. in puncto. g. eritq; .g. centz colūne: diuidit enī axem colūne p equalia et dia metz colūne p equalia qd p; p; 25. pmi nam anguli qui sunt. a. d. g. sunt equales ex. 15. pmi et anguli qui sunt ad. a. et b. recti ex ppothēsi: linea quoq; a. d. ē equa/ lis lineę. b. e. itaq; d. g. est equalis. e. g. et a. g. equalis. g. b. cūq; anguli. c. z. f. sint recti si super punctū. g. scōm spaciū. d. g. ac super lineā. d. e. circulus describat trā/ sibi ex cōuersa prime ptis. 30. tertij per puncta. c. z. f. itaq; punctum. g. est centrū circuli cuius diameter est diameter colūne. ideoq; et spere: quare manifestum est omni palelogramo reatungulo circulum omniq; colūne rotunde speram esse circūscribiles. Sicq; patet q; voluit istud theorema.

¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q; duo qui in vna superficie siti ad vñum punctum angularem



conueniunt. Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec
 due recte linee nequeunt superficiem claudere. Angulos quoq; planos solidū an/
 gulum continentes in eadē superficie nō conuenit esse sitos sed in diuersis quād/
 modū duas rectas lineas planū perficientes angulum non conuenit sibi inuicem
 secūdū suū rectitudinis applicari. Similes sunt figure corporee rotūde
 siue sit colūne siue earū pyramides quaz apex diametris suarū basiū
 sunt proportionales. Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut
 duabus columnis rotundis si fuerit proportio axis vnius eaz ad diametrum sue
 basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columne aut pyramides
 similes adinueniunt esse dicuntur.

Propositio .1.

Nee recte partem esse in plano et partem in sublimi ē im/
 possibile.

Sit linea. a. b. recta. dico qd non est possibile ut pars eius sit in
 plano et pars sursum eluata. si enī est possibile sit pars ei⁹ que est. a.
 c. sita. in plano et pars eius que ē. c. b. in sublimi posita et protrahat^r
 directe. a. c. in plano in quo ipsa sita est vsq; ad. d. critq; vt vni eademq; linee que
 est linea. a. c. due linee penit^r diuerse que sūt linee. c. b. et. c. d. ex eadē parte directe
 adiiciant qd est impossibile. ex. 13. primi.

Propositio .2.

Omnēs linee due quarum altera in vna sup/
 ficie site sunt omneq; triangulus in vna superficie totus con/
 sistit.

Sint due linee recte. a. b. et. c. d. se inuicem secantes in puncto. c. vi/
 co eas esse in superficie vna et omne triangulū dico esse in superficie
 vna totū. signetur enī punctus. f. in linea. c. d. et punctū. g. in linea. a. b. et duca^r li/
 nea. f. g. Quia igitur impossibile est ptes trianguli. e. f. g. esse in plano et prem i sub/
 limi quin etiam suarum terminaliū lineaz vnius aut plurimū pars similiter sit in
 plano. et pars similiter in sublimi cum de lineis hoc sit impossibile per premissam
 erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus. e. f. g. est in superficie
 vna. Ex hac igitur secūda parte et premissa cōstat prima ps huius secunde propo/
 sitionis.

Propositio .3.

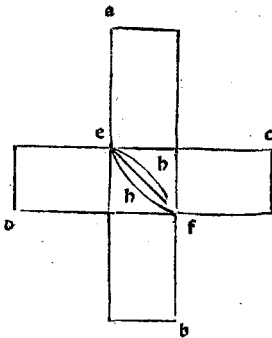
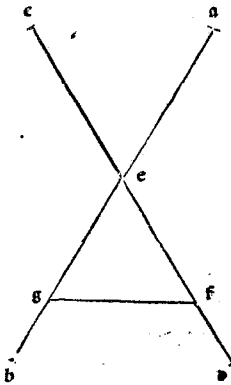
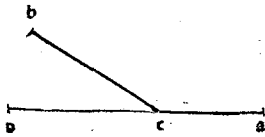
Omnium duarum superficier se inuicē secantiū cōmūnis
 sectio est linea recta.

De planis superficiebus intellige et verum erit qd dicitur. Sint ita/
 q; due superficies plane. a. b. et. c. d. se inuicem secantes dico qd earū
 cōmūnis sectio erit linea recta. Esto enī duo pūcta. e. et. f. termini cō/
 mūnis sectionis eaz que cōstituent per lineā rectā que sit. e. f. si igitur linea. e. f. est
 in vtraq; duaz superficie. a. b. et. c. d. pstat ppositū: at vero si in neutra aut si nō in
 altera: cū ambo puncta. e. et. f. sint in vtraq; superficie. a. b. et. c. d. in ea superficie in
 qua ipsa nō fuerit protrahat^r linea recta que sit. c. b. f. erūt igit^r due recte linee. e. f. et.
 e. b. f. hñtes duos terminos cōes qd ē impossibile. sic enī due recte linee includerēt su
 pficiē qd ē p petitionē vltimā pui libri.

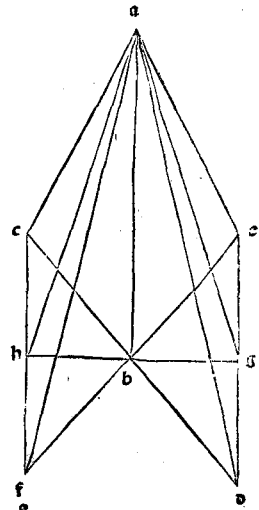
Propositio .4.

Si fuerit linea orthogonaliter ab inflexione duarum linea/
 rum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficie
 perpendicularis erit.

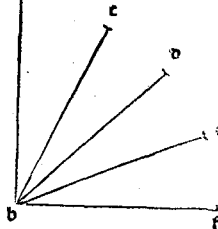
Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super inflexionē duaz linearū



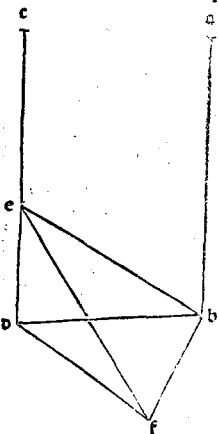
c.d.z.e.f. secutiū se in puncto. b. de quibus pstat p antepremissā q ipse sunt sūt in vna superficie dico q linea. a. b. ppendicularis ē ad ipsaz superficie. Sint enī. c. b. z. b. d. equales at vero. f. b. z. b. e. equales z ptabant linee. c. d. z. c. f. que erūt equales per. 4. primi z equidistantes p. 27. eiusdē. Signato itaqz puncto aliquo i linea c. d. qui sit. g. duca linea. g. b. b. eritqz ex. 26. primi. e. g. equalis. f. b. igit a puncto a. vel quouis puncto linee. a. b. demittant porthemissaliter linee. a. c. ad. a. c. a. f. a. g. a. b. eritqz ex. 4. primi. a. c. equalis. a. d. z. a. c. eqlis. a. f. Jte p. s. eiusdē eqlis erit agulus. a. e. d. eqlis agulo. a. f. c. ergo per. 4. ipsi^o erit. a. g. eqlis. a. b. z ideoqz p. s. eiusdē erit angulus. a. b. g. equalis angulo. a. b. b. quare ex diffinitione vterqz ē rectus z linea. a. b. ppendicularis ad lineā. g. b. Simili quoqz mō pbabis eadē esse ppendiculare ad oēs lineas ptractas a puncto. b. in superficie duaz lineaz. c. d. z. c. f. igit ex vione constat lineā. a. b. ēē ppendiculare ad superficiē i qua sūt sūt due linee c. d. z. e. f. seimicē secates qd ē ppositū.



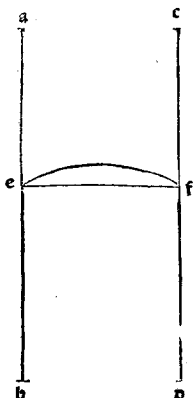
Propositio .5.
Super tres lineas cōterminales cōi eaz termino erecta linea quedā orthogonaliter insistat eedē tres linee i vna superficie lite erunt. ¶ Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super eōem terminū triū lineaz. b. c. b. d. b. e. angulariter se cōtingentiū in puncto. b. quaz nulla alij directe applicetur qd idem ē ac seimicem secant in puncto. b. protracte enī se secabunt dico q tres linee. b. c. b. d. b. e. sunt in vna superficie sūt. Constat autē de quibusqz eaz duab⁹ q ipse sunt in vna superficie sūt per scōam hui⁹ vel p primā ptē. 2. hui⁹. si igit linea. b. d. nō fuerit in superficie duaz lineaz. b. c. z. b. e. sed ille duo i plano: hoc autē in sublimit: erit vt hec sūt superficies in qua sūt sūt due linee. a. b. z. b. d. si protrahatur z p illud qd notū est sup quartā secet illā in qua sūt sūt. b. c. z. b. e. eritqz per. 3. huius cōis eaz sectio linea recta z ipsa sit. b. f. qz igitur ex pmissa linea. a. b. ē ppendicularis ad superficiē duaz lineaz. b. c. z. b. e. sequit ex diffinitione vt ipsa sit ppendicularis ad lineā b. f. quare angulus. a. b. f. est rectus cunqz etiā angulus. a. b. d. sit rectus ex ppoib. si sequitur impossibile videlicet ptē suo toti ēē equalē.



Propositio .6.
Si fuerint due linee super vnā superficiē ppendiculares eas equidistantes ēē necesse est. ¶ Sint due linee. a. b. z. c. d. ppendiculares ad vnā superficiē dico eas esse equidistantes: protrahat enim linea. b. d. etuntqz ex vione duo anguli. a. b. d. z. c. d. b. recti. si igit due linee. a. b. z. c. d. sint in superficie vna ipse sunt equidistantes p scōaz partē. 28. primi: ipsas autem esse in superficie vna sic collige: a puncto. b. super lineam. b. d. in plano cui perpendiculariter insistant. a. b. z. c. d. ptabe orthogonaliter lineam. b. f. z ex linea. c. d. sume. d. e. equalem. b. f. z ptabe lineas. e. b. z. c. f. erunt igit duo latera. e. d. z. d. b. trianguli. e. d. b. equalia duob⁹ lateribus. f. b. z. d. b. trianguli. f. d. b. z angulus. e. d. b. equalis angulo. f. d. b. cū vterqz sit rect⁹. itaqz per quartā primi linea. b. e. ē equalis lineē. d. f. iteqz cū duo latera. e. b. z. b. f. trianguli. e. b. f. sint equalia duobus lateribus. f. d. z. d. e. trianguli. f. d. e. z basis. e. f. cōis erit p. s. primi angulus. e. b. f. equalis angulo. f. d. e. cū vterqz sit rect⁹: qz igit angul⁹ f. d. e. ē rect⁹ a vione erit etiā angul⁹ e. b. f. rect⁹: itaqz linea. f. b. ppendiculariter ē erecta sup eōem terminū triū lineaz. b. a. b. d. b. e. se ptingentiū angulariter i puncto. b. Jte p pmissā ipse sūt i superficie vna: cū igit ex pma parte b⁹ scōe linea. c. d.



LIBER



sit in eadem superficie. cum utraqz linearum. e. b. z. b. d. sequitur. a. b. z. c. d. esse i superficie vna: Constat ergo propositum.

Propositio .7.



Si in duabus lineis equidistantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua superficie ille due linee site sunt eam quoqz in eandem sitam esse necessario comprobatur.

Sint due linee. a. b. z. c. d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem qd ipse sunt in superficie vna: in eis autem signentur duo puncta. e. z. f. z. producatur linea recta. e. f. dico itaqz lineam. e. f. esse sitam in superficie linearum. a. b. z. c. d. Sin autem sit. e. f. in alia superficie vt in sublimi dependens qz superficies si protrahatur secabit necessario superficiem in qua site sunt due linee. a. b. z. c. d. eritqz per .3. huius communis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile. sic enim due recte linee cōducant superficiem.

Propositio .8.



Si in idem planū due recte linee equidistanter erigantur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoqz ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

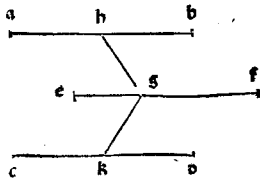
Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee. a. b. z. c. d. equidistantes et sit earum altera vt. c. d. erecta perpendiculariter super superficie quolibet: dico reliquā earum que est. a. b. esse perpendicularem ad eandē superficiem. Fiat enim prius eadem dispositio que in sexta: eritqz ut ibi vterqz duorum angulorum. f. d. b. z. f. b. e. rectus: primus quidem per positionem. secundus autē per .6. primi: quare p. 4. huius linea. f. b. ē perpendiculariter erecta super superficie in qua sunt due linee. b. d. z. b. e. cūqz per præmissā due linee. a. b. z. c. d. sint in eadem superficie cum duabus lineis. b. d. z. b. e. sequitur lineā. f. b. esse perpendiculariter erectā supra superficie in qua est linea. b. a. a diffinitione igitur erit angulus. f. b. a. rectus z qz etiam angulus. d. b. a. est rectus per vltimā partē. 29. primi: sequitur per quartam huius lineam. a. b. esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee. b. d. z. b. f. quare constat propositum.

Propositio .9.



Si due linee vni non in vna superficie equidistant eas quoqz sibi inuicem equidistare necesse est.

Sit utraqz duarum linearum. a. b. z. c. d. equidistantes linee. e. f. nec sint omnes in superficie vna: dico qd eadem quoqz sibi inuicem sunt equidistantes: de his quidē que sunt omnes in superficie vna probatū est per. 30. primi: at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic. e. f. que intelligatur sursum erecta i sublimi. restat hoc loco probandū. signetur itaqz in ea punctus. g. a quo educantur due perpendiculares ad duas lineas. a. b. z. c. d. que sint. g. b. z. g. k. eritqz per .4. huius linea. e. f. perpendicularis ad superficiem videlicet illam in qua sunt site due linee. g. b. z. g. k. itaqz per præmissā bis assumptā utraqz illarum linearum. a. b. z. c. d. perpendicularis ē ad eandē superficiem videlicet ad illā in qua site sunt dicte due linee. g. b. z. g. k. p. sextā huius igitur ipse sunt sibi inuicem equidistantes qd est propositum.



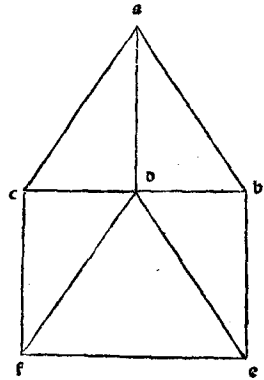
Propositio .10.



Si due linee se angulariter contingentes duabus alijs se cōtingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: nō aut in superficie vna qui ab eis sunt duo anguli eque sibi ini cem esse comprobantur.

Sint due linee: a. b. z. a. c. se angulariter contingentes in puncto. a. equidistantes alijs duabus que sunt. d. c. z. d. f. se quoq; angulariter contingenti bus in puncto. d. nec sint cum eis i superficie vna: dico angulū. a. esse equale angulo. d. Estō enī linea. d. e. equalis linee. a. b. cui ipsa posita est esse equidistans. z. d. f. equalis. a. c. cui etiā ipsa equidistare ponit z ducant linee. d. a. z. c. b. z. f. c. eritq; ex. 33. primi bis assumpta vtraq; duarū lineaz. b. e. z. e. f. equalis z equidistans li nec. a. d. per conceptionē igitur z premissam eedē sunt equales z equidistantes si bi inimicem. z itaq; per. 33. primi denuo repetita due linee. b. c. z. c. f. sunt etiā equales z equidistantes: igit per. 8. primi cōstat ppositū.

Propositio .11.



Rectus in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularē ducere

Sit punctus. a. sursum in aere a quo volumus ad superficiē subia centem perpendicularē ducere: ducat igitur in plano illo: linea. b. c. vtrūq; cōtingit ad quā ab ipso puncto. a. ducat perpendicularis. a. d. scdm doctrinā. 12. primi rursusq; a puncto. d. in plano illo ad qd ducenda est per perpendicularis a puncto. a. extrahat linea. d. e. que sit perpendicularis ad lineā. b. c. vt docet. 11. primi. Ad hanc quoq; lineā. d. e. ducat alia linea perpendicularis a puncto. a. que sit. a. f. hanc dico esse eā quā irēdim⁹. Sit enī linea. f. g. equidistans lineē b. c. z q; vtrūq; duorū angulorū. b. d. a. z. b. d. f. est rectus: erit ex quarta hui⁹ lineā b. d. perpendicularis ad superficiē in qua est triangulus. a. d. f. idcoq; etiā p. 8. hui⁹ erit linea. g. f. perpendicularis ad eandē superficiē igit a diffinitione erit angulus. g. f. a. rectus: cūq; etiā angulus. d. f. a. sit rectus: sequit ex quarta huius lineā. a. f. esse perpendicularē ad superficiē in qua sunt due lineē. d. f. z. f. g. qd est propositum

Propositio .12.



Superficie pposita punctoq; in ea assignato ab eo puncto ad datam superficiē lineā orthogonaliter erigere.

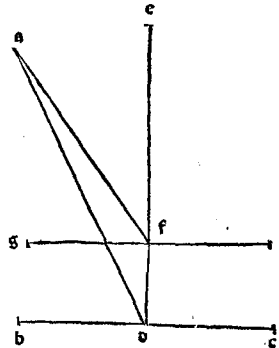
Sint a puncto quolibet in superficie pposita assignato perpendicularē educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandē superficiē perpendicularē quādamodō pmissa docuit demittere que si i assignatū punctū ceciderit ipsa ē quā queris. Sin aut ab ipsa assignato pūcto ad de missā perpendicularē equidistantem ducito: eā q; per. 8. huius probabis eē quam queris.



Propositio .13.

Duas lineas super pūctū vnu ad superficiē vnā orthogonaliter iistere ē impossibile.

Si enī possibile ē vt due lineē vni eide q; superficiē sup punctū vnu perpendiculariter insistant superficies i q ipse perpendicularares sitz intelligat pducī quonq; secet superficiē cui dicte lineē perpendiculariter insistūt eritq; per. 3. hui⁹ cōmunit cap; sectio lineā recta: z q; ex diffinitione vtraq; illaz duarū perpendiculariū cū cōmuni sectione cōtinet angulum rectū sequitur ut angulus rect⁹ sit ps anguli recti qd est impossibile. Quēad modū aut demonstratū est impossibile esse ab vno eodem puncto extra superficiē



duas lineas super punctum unum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab uno eodemque puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex. 6. huius quod est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. Constat igitur ex hac quod si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogonaliter fecerit et ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in comuni earum sectione eam cadere necesse est. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad communem earum sectionem perpendicularis protrahatur ut docet. 12. primi et a puncto in quo incidit cum communi sectione alia perpendicularis ad eandem communem sectionem in superficie secta educatur ut docet. 11. primi: eritque ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quem continent hee due linee perpendicularis rectus: quare per quartam huius prima harum duarum perpendicularium etiam est perpendicularis etiam ad superficiem sectam. ergo ab uno puncto protracte sunt duae linee perpendiculares ad eandem superficiem quod est impossibile: relinquatur itaque propositum nostrum.

Propositio .14.



Si linea una super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiam in infinitum in quacumque partem protrahantur nunquam concurrerunt.

Posita enim linea una duabus superficialibus orthogonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere in earum co-sectione que per. 3. huius erit linea recta: punctumque quocumque modo signet a quo due linee in illis duabus superficialibus ad lineam illam que ipsis perpendiculariter supstat protrahatur: eritque constitutus triangulus ex his duabus lineis et perpendiculari huius: itaque trianguli uterque duorum angulorum qui superperpendiculariter consistunt est rectus ut patet ex ditione lineae supra superficiem perpendiculariter stantis hoc autem est impossibile per. 32. primi.

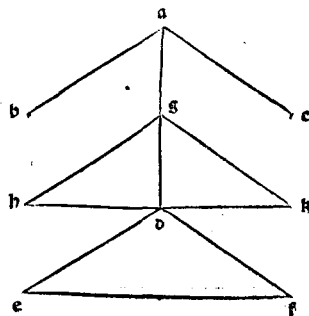
Converso quoque videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoque perpendicularis erit ad reliquam. **P**ositis enim duabus superficialibus equidistantibus intelligatur linea recta ambabus penetrans que alteri carum perpendiculariter superstat: dico quod eadem linea relique superficiei perpendiculariter superstat. Sit enim superficies una secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrare eritque cois sectio huius superficiei secantis et alteri secanti videlicet illi cui linea penetrans perpendicula-riter insisteret: continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex ditione lineae perpendicularis ad superficiem: si igitur alia cois sectio ipsius superficiei secantis et reliquarum duarum sectarum cum eadem linea penetrante non contingat angulum rectum erit ex ultima petitione primi ut ille due cois sectiones in alterutra parte protracte necessario concurrant quare et superficies que posite sunt equidistantes necessario concurrerunt. et quod hoc est impossibile erit ille angulus rectus eodemque modo erit de quolibet alia superficie eadem superficies equidistantes secante super eandem lineam: igitur ex quarta huius et ex ista. 14.

constat verum esse quod diximus. **Propositio .15.**



Si fuerint due linee se continentes angulariter equidistantes alijs duabus se contingentibus non autem in superficie una ab eisdem lineis contentis due superficies in nulla parte quantumcumque producantur possunt concurrere.

Sint due linee. a. b. z. a. c. se angulariter contingentes in puncto. a. equidistantes duabus lineis. d. e. z. d. f. se angulariter contingentibus in puncto. d. z. nō sunt in superficie vna: dico eaz superficies i quācūq; pte z quātūcūq; protrahant hūn qz concurrere: protrahatur z enī a puncto. d. put docet. 7. huius perpendicularis ad superficiē duarū lineaz. a. b. z. a. c. sitq; d. g. z a puncto. g. ducatur. g. b. equidistantis. a. b. z. g. k. equidistans. a. c. eritq; ex diffinitione vterq; duorū angulorum. d. g. b. d. g. k. rectus z per. 9. erit linea. d. f. equidistans linee. g. k. z linee. d. e. equidistans linee. g. b. quare p vltimā ptem. 29. primi vterq; duorū angulorum. e. d. g. f. d. g. erit rectus: ideoq; per quartā huius linea. d. g. erit perpendicularis ad superficiem duarū lineaz. d. e. z. d. f. cūq; ipsa eadem sit etiā ex ypotbesi perpendicularis ad superficiē duarum linearum. a. b. z. a. c. igitur ex pmissa liquet quod ē ppositum



Propositio .16.

Si duas superficies equidistantes vna superficies secet cōmunes eaz sectiones equidistantes erunt.

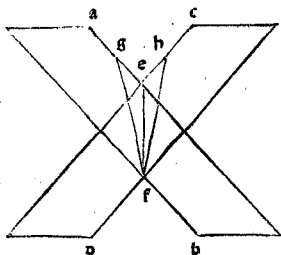
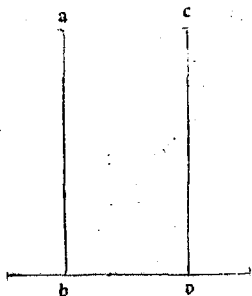
Constat equidem ex tertia q; vna superficie quascūq; duas superficies equidistantes secante cōmunes earum sectiones erunt due si nec recte: que cū sint ambe site in superficie secante. si ipse nō fuerit equidistantes ponantur ad quolibet vnum punctum concurrere: erit itaq; vt vn⁹ atq; idē punctus sit in vtraq; illaz duarū sectionū cōmuniū cūq; vna illaz cōmuniū sectionū sit in vna duarū superficiez sectaz z reliqua in altera. sequit superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere: hoc autem impossibile est. Erūt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est propositū. **C**Ex hac z premis. fa potes elicere conclusionē vnā similem. 30. primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistantes ipse quoq; erunt adinuicē equidistantes. Positis enī tribus superficiebus quarum vtraq; duarū extremarū equidistat medie dico q; necesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. secantur omnes illi tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus: erūtq; ex hac. 16. cōmunes sectiones duarū extremaz superficiez equidistantes sectionibus medie: quare ex. 30. primi. pti etiā sectiones duarū extremaz superficiez erant equidistantes adinuicē. Et quia ipse contingunt se in cōmuni sectione duarū superficiez tres positas superficies secantium ex pmissa euidenter constat quod diximus.

Propositio .17.

Si superficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas seinuicem contingentes vel equidistantes secet illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

Intelligant enī due recte linee penetrantes qualitercūq; cōtingerit tres superficies equidistantes aut etiā plures tribus. dico itaq; duas portiones illaz linearum inter quaslibet duas lineas superficies interceptas proportionales esse quibuscūq; duabus inter alias duas ex illis equidistantibus superficiebus interceptis. Coniungant enī due extremitates illaz duarū lineaz. ducta inter eas linea vna diagonalis: eritq; hoc diagonalis cū vtraq; illarū duarū lineaz penetrantiū superficies ppositas in superficie vna illas equidistantes superficies positas secare. si ergo haz superficiez cōes sectiōes q; p pmissā erūt equidistantes cogitatioe protraxeris ex prima parte secunde sexti constabit propositum.

Propositio .18.



In superficie assignata orthogonaliter steterit: linea ois superficies a linea illa quorsum libet ducta ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

Sit eni linea. a. b. erecta perpendiculariter sup assignatā superficiē et a linea. a. b. pducatur superficies quorsū libuerit: quā dico sup ppositam superficiem esse perpendiculariter erectam. cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum cōmunis sectio linea recta ex. 3. huius. sitq. b. d. in hac ergo cōmuni sectione signato puncto quolibet qui sit. d. extrahatur ab eo. In superficie que producta est a linea. a. b. linea quedā perpendicularis ad lineā. b. d. que sit d. c. critq. ex secunda pte. 28. primi linea. c. d. equidistans: lineae. a. b. ideoq. ex. 8. huius linea. c. d. est etiā perpendicularis ad superficiē ppositā: quia ergo hoc modo quolibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto lineae. b. d. ad ipsam lineam. b. d. in ipsa superficie que producta est a linea. a. b. est perpendicularis ad ppositā superficiem ex diffinitione superficiē supra superficie orthogonaliter erecte: constat vix esse qd ppositū est.

Propositio .19.

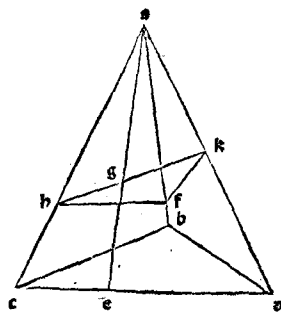
Si due superficies se innicē secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cōmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

Sint due superficies. a. b. et c. d. seinnicem secantes erecte orthogonaliter super assignatā superficiē: sitq. cōmunis earum sectio linea recta. e. f. hanc dico esse perpendicularē ad assignatā superficiem. alioquin a puncto f. qui est cōis terminus sectionū duarū superficiēz secantiū: et tertiē superficiē secte pducatur vna linea recta que sit. f. g. in superficie. a. b. perpendicularis ad superficiē assignatā. iteq. ab eodē puncto ducatur alia perpendicularis ad eandē superficiē que sit in superficie. c. d. et ipsa sit. f. h. eruntq. due lineae. f. g. et f. h. orthogonaliter insistentes super punctū vnū ad superficiē assignatā: hoc autē impossibile per. 13. huius. Tales autē lineas posse ptrahi a puncto. f. in vtrāq. duarū superficiēz. a. b. et c. d. cū. e. f. nō fuerit perpendicularis ad assignatā superficiē dubitare nō cōuenit. Intel ligat quidē linea. f. b. cōis sectio superficiē. a. b. et superficiē assignatē et lineae. f. d. superficiē. c. d. et superficiē assignatē. Si igit. linea. e. f. fuerit perpendicularis ad vtrāq. duarū lineaz. f. b. et f. d. ipsa etiā erit perpendicularis ad superficiē assignatā ex q̄ta huius. si autē ad neutra sit. f. g. perpendicularis ad f. b. et f. h. perpendicularis ad f. d. deinde a puncto. f. ptrahere in superficie assignata vnā lineā perpendicularē ad lineā f. b. q. ex dione superficiē sup aliā superficiē orthogonaliter erecte cū lineā. f. g. p̄tinebit angulū rectū: p quarta igit hui⁹ erit linea. f. g. perpendicularis ad superficiē assignatā. Eodē quoq. mō ptracta alia linea a puncto. f. i superficie assignata q̄ sit. perpendicularis ad lineā. f. d. sequet ex dione predicta et ex quarta hui⁹ lineā. f. h. eē p̄pendicularē ad superficiē assignatā qd ē impossibile p. 13. huius. Qd si p̄stare lineā. e. f. esse p̄pendicularē ad lineā. f. b. sed nō ad lineā. f. d. sequet modo confimili duarū lineaz. e. f. et f. h. esse perpendiculares ad superficiem assignatam: qd nūl minus ē impossibile.

Propositio .20.

Si tres anguli supiciales solidū angulū p̄tineat illoz triū angulorum quiq. duo p̄ter accepti reliquo sūt maiores. **S**int tres lineae. a. b. a. c. a. d. pyramidaliter erecte supra superficiem. em. b. c. d. continentes tres superficiales angulos ex quib⁹ solidus

perficitur angulus in puncto. a. dico quolibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto. a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi invicem equeles: aut si duo tantum equeles tertio existerent minorum utrobique duorum equalium: posset per eandem scientiam verum esse quod dicitur. Quod si eorum unus utrobique duorum reliquorum maior fuerit sine illi duo ponant equeles sine non equeles: adhuc constat illum maiorem cum utrobique duo reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorem. Sed et illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrobique ponitur esse maiores: sic collige. esto enim trium propositorum angulorum superficialium angulis. c. a. d. maior utrobique reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscondam angulum. c. a. d. equelem angulo. b. a. d. pertracta linea. a. e. et summa ex hac linea. a. e. linea. a. g. et ex linea. a. b. linea. a. f. quas ponam esse equeles et protraham lineam a puncto. g. qualitercumque contingat in superficie duarum linearum. a. c. et a. d. quousque secet. a. c. in puncto. b. et a. d. in puncto k. et ipsa sit. b. g. k. et produca lineas. f. b. et f. k. cum sit igitur. a. f. equalis. a. g. posita. a. k. communi erit per quartam primi. f. k. equalis. k. g. et ex 20. prime due linee b. f. et f. k. sunt maiores linea. b. k. erit per conceptionem. b. f. maior. b. g. ideoque per 25. primi cum sit linea. a. f. equalis linee. a. g. erit angulus. f. a. b. maior angulo. b. a. g. per conceptionem igitur constat duos angulos. b. a. f. et a. k. pariter acceptos esse maiores angulo. b. a. k. quod erat demonstrandum.

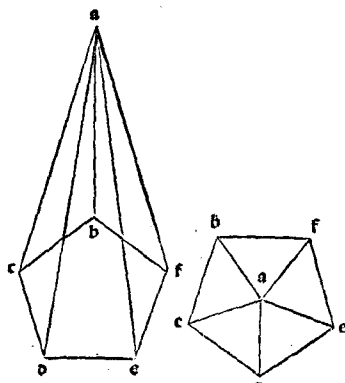
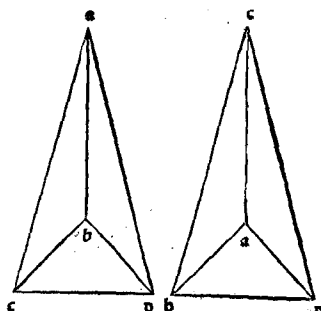


Propositio .21.

Omnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.



Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsius solidi contentium quantitate determinatur: hac ergo. 2. 1. proportionaliter per ponit quousque quolibet superficiales angulos solidi quolibet continentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. Sit enim triangula pyramis a. b. c. d. cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorum hic tamen sit. a. de quo dico quod tres superficiales anguli ipsius. a. continentes sint minores quatuor rectis. Constat enim ex. 32. primi. 9. angulos trium angulorum hanc pyramidem circumstantium et ipsi sunt. a. b. c. a. c. d. a. d. b. esse equeles sex angulis rectis: de tribus autem angulis basis est quod est triangulus. b. c. d. constat quoque eandem quod ipsi sunt equeles duobus rectis. cum igitur sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostram pyramidem de cuius supremo angulo disputamus circumstantium: qui in quibus sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent: sint ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis: ex. non enim igitur angulis trium triangulorum pyramidem circumstantium bis sex angulis demptis erunt ex communi scientia reliqui tres et ipsi sunt qui constituunt solidum angulum. a. minores 4. rectis. Si autem angulus. a. supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quam tribus primeat quod erit per multitudinem angulorum sue basis: cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipsam pyramidem circumstantium pariter accepti sint ex. 32. primi tot rectis angulis equeles quantus est numerus angulorum sue basis duplicat: eo quod tot necesse est et triangulos pyramidem circumdantes quot fuerit anguli sue basis. Quousque omnes anguli sue basis sunt tot rectis angulis equeles quantus est numerus angulorum suorum duplicatus: demptis inde. 4. ut in. 32. primi demonstratum est. Quousque igitur omnes an-



guli trianguloꝝ pyramide circūdatū qui sup latera basis ipsiꝝ pyramidis cōsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis piter acceptis vt euidenter constat ex pmissa toties quot angulos basis habuerit repetita. ad huc necessario sequitur ex cōi scia supliciales angulos solidū angulū. a. continentes piter acceptos esse minores quatuor rectis: eo inq̃a minores quo oēs anguli trigonoꝝ pyramidis circūdatium qui sup latera basis statute pyramidis consistunt excedunt oēs angulos basis pariter acceptos. **Propositio .22.**



S tres anguli superficiales quoz quinqꝝ duo pariter accepti tertio sint maiores cunctis sibi inuicem equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsaz lineaz equalium terminis subtenibus triangulum subsumi vel constumi possibile est:

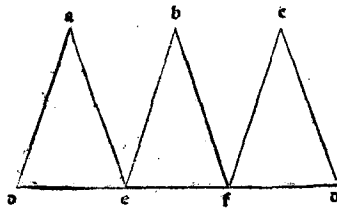
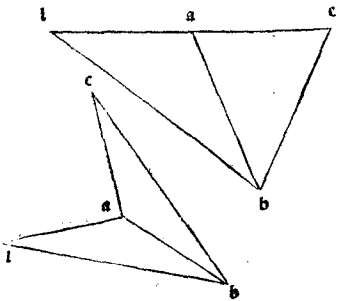
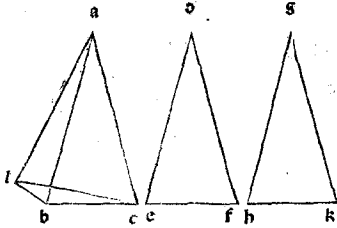
Sint tres supliciales anguli. b. a. c. e. d. f. b. g. k. vt pponit: tales videlicet ut qui qꝝ duo eozꝝ tertio sint maiores. sintqꝝ sex latera eos continencia equalia que sint. a. b. a. c. d. e. d. f. g. b. g. k. et subteant cis tres bases que sint. b. c. e. f. b. k. Ex his ergo tribus basibus triangulū aio constitui posse. Esto eni angulus. b. a. l. equalis angulo. d. et linea. a. l. linee. d. e. et protrahantur. l. b. l. c. eritqꝝ ex. 4. primi linea l. b. equalis linee. e. f. ex pporbesei vero pstat totalem angulū. a. esse maiorem angulo. g. erant eni quiqꝝ duo ex tribus angulis. b. a. c. d. et g. tertio maiores igit ex. 24. primi linea l. c. linea. b. k. e maior. cunqꝝ sint ex. 20. primi due linee. l. b. et b. c. maiores linea. l. c. sequitur duas lineas. l. b. et b. c. esse multo forius maiores linea. b. k. quia igitur. l. b. est equalis. e. f. erunt due linee. b. c. et e. f. maiores linee. b. k. Et onstat itaqꝝ hoc modo quasqꝝ duas lineas ex tribus lineis. b. c. e. f. b. k. esse longiores tertia: igit ex. 22. primi constat verum esse qd̃ dicitur: hoc dūtaxat addito qd̃ si duo anguli. b. a. c. et d. pariter accepti sint equalis duobus rectis erunt due linee l. a. et a. c. ex. 14. primi linea vna: que cum sit equalis ex pporbesei duabus lineis. g. b. et g. k. que ex. 20. primi longiores sunt linea. b. k. cunqꝝ ex eadē linee due. l. b. et b. c. sint longiores linea. l. c. sequitur vt prius. b. c. et e. f. piter acceptas esse longiores b. k. Et vero si duo predicti anguli sint maiores duobus rectis: erunt ex. 21. primi due linee. a. l. et a. c. ideoqꝝ et due. g. b. et g. k. maiores duabꝝ q̃ sūt. l. b. et b. c. quas re vt prius. b. c. et e. f. pariter accepte sunt longiores linea. b. k.

Propositio .23.



Tribus angulis suplicialibus ppositis quoz quiqꝝ duo piter accepti tertio sint maiores omnes aut tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalibꝝ quas lescunqꝝ sint solidum angulum constimere.

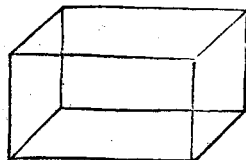
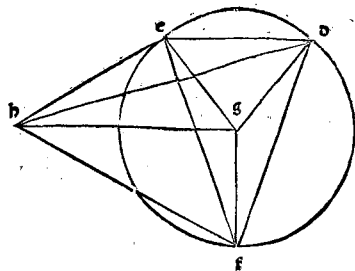
Sint ppositi tres anguli supliciales qui sunt. a. b. c. de tribus illis equalibus volumus vnu solidū angulū constituere oportet: igit ex. 21. bꝝ vt quiqꝝ duo eozꝝ pariter accepti tertio sint maiores et ex. 21. huius vt omnes piter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaqꝝ sint hec posita: latera vero eos continencia cuncta adinuicem sint equalia eisqꝝ subteantur tres bases et ipse sint d. e. e. f. et f. d. eritqꝝ ex pmissa possibile de tribus lineis his basibus equalibꝝ triangulum constitui. Sit igit ex eis cōstitutꝝ fm doctrinā. 22. primi triangulus. d. e. f. constitutus: cui sicut docuit quinta quarti circūscribatꝝ circulus. d. e. f. supra centrum. g. et ptabatꝝ: g. d. g. e. g. f. que cū sint aduicē cōles ex vione circuli lateraqꝝ



tres ppositos angulos ambientia equalia ex ppothesi necesse est vt eaz quolibet quolibet illorum lateru sit minor equalē aut aut maiorē esse est impossibile Si enī linea extens a centro .g. ad circūferētiā circuli .d.e.f. esset equalis alicui latēz .a.d. a.e.b.e.b.f.c.f.c.d. sequeretur ppropterea que posita sūt amnente .s. primi tres angulos .a.b.c. ppositas esse equales tribus angulis .d.g.e.g.f.f.g.d. cūqz bi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile p3 ex. 13. primi: protracta paulisp vna lineaz extētiā a centro ad circūferētiā in continuū et directū: essent etiā tres anguli .a.b.c. equales etiā quatuor rectis qd est cōtra posita. Qd si esset maior su / perpositis tribus triangulis quorum sunt anguli .a.b.c. trib⁹ triagulis diuidenti / bus triangulum .d.e.f. vnoquoqz illi cū quo cōdicat in basi itaqz bases supponant / basibus equales videlicet equalibus et anguli .a.b.c. cadant ad ptem puncti .g. le / queret ex. 21. pmi tres angulos .a.b.c. esse maiores trib⁹ qui sūt .d.g.e. e.f.g.f. g.d. cēt itaqz maiores qtuor rectis qd ē ampli⁹ pparitū positis Relinquit itaqz vnu / quodqz ex sex lateribus tres ppositos angulos ābientibus maius esse linea egredi / ente a centro .g. ad circūferētiā .d.e.f. ideoqz etiā potentius. Sit igitur potentius i linea .g. b. que sit scdm. 12. b⁹ orthogonaliter erecta sup superficiē anguli vel circuli .d.e.f. demittaturqz tres ppothēsi .b.d.b.e.b.f. quas dico cōtinere angulos tres superficiales equales tribus ppositis constituentes angulū solidum in puncto .b cū enī quadratū linez .a.d. sit equalē duob⁹ quadratis duaz lineaz .d.g. et .g.b. ex ppothēsi At quadratū linez .d.b. sit equalē eisdē ex penultima primi necesse est li / neā .a.d. esse equalē linez .d.b. eodēqz modo et lineā .a.e. linez .c.b. igit ex. 8. pmi cū bases etiā sint equales erit angulus .a. equalis angulo .d.b.e. sili quoqz nō erit angulus .b. equalis angulo .e.b.f. et angulus .c. equalis angulo .f.b.d. quare cōstat factū ēē quod facere disposuimus.

Propositio .24.

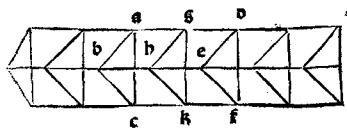
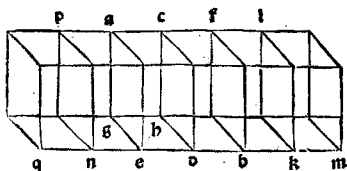
Si superficiebus equidistantibus solidum cōtineatur eius oppositae superficies sibi inuicē equales sunt et equidistantiū laterum. Quicquid dicant alij solidū equidistantibus superfice / bus contentum superficebus paribus necesse est cōtineri que sicut ēē nō possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari se / narium excedente. Constat enī columnā exagonā posse .8. superficebus que binez bine oppositae sibi inuicem equidistant contineri: sic quoqz octogonā. 10. et decago / nam. 12. et ad istaz similitudinē in infinitū. s3 hoz omnū solidoz equidistantibus superficebus contentoz que infinita esse pronuncio solū illud dicit parallelogra / mū cuius omnes superficies ipsū ambientes palellograme sunt et istud sex superfi / ciebus duntaxat necesse est ambiri: de tali itaqz qd sex trii superficebus ambir dico debere itelligi qd bec. 24. pponit: sic igit tale solidum corpus .a.b. cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente cōprehendas: patebitqz tibi vnāquāqz earū quatuor ex reliquis secare cuius quatuor latera cum sint cōmunes sectiones ipsius secantis et quatuor sectaz. Sint autē ille quatuor secte bine et bine sūm qd adinuicem opponunt equidistantes ex ppothēsi: sequit ex. 16. bis assumpra ut quatuor latera bin⁹ superficiē secantis et quatuor sectaz sint adinuicē bina et bina equidistantia. Qd stat itaqz scdm. At vero ex. 34. primi manifestū ē oia latera opposita istaz sex sup / ficiey ēē equalia: erit igit bina latera angulū planū cōtinētia cuiusqz eaz equalia binis lateribus angulū planū in superficie sibi opposita pinentib⁹. anguli quoqz ab illis binis et binis lateribus pnti equalēs p. 10. b⁹: igit ex pueria penultime cōis



scie in primo libro posite necesse est quasq; duas superficies in solido. a. b. oppositas esse sibi inuicē equales qđ est propositū. **Propositio 25.**



Superficies quedā secet solidū parallelogramū equidistantibus duabus ipsius solidi superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiē velut ad cōmunē terminū copulant suis basibus sunt proportionalia. ¶ Sit corpus. a. b. solidū palellogramū et secet ipsum superficies. c. d. equidistans duabus eius oppositis superficiebus que sunt. a. e. et. f. b. et sit superficies. g. b. basis ipsius solidi. a. b. de qua constat per premisā qđ ipsa sit equidistantium latez et sit cōis sectio duarū superficiez. c. d. et. g. b. linea. b. d. de qua constat p. bu. ins qđ ipsa sit linea recta et p. 16. huius qđ ipsa sit equidistans. g. c. ideoq; sunt due superficies. g. d. et. b. b. equidistantiū latez et ipse sunt bases duorū partialiū corporū in que superficies. c. d. diuidit solidū. a. b. dico itaq; qđ pportio solidi. a. d. ad solidū. b. c. ē sicut basis. g. d. ad basim. b. b. propterea enī vtrinq; quātū libuerit. quatuor linee penetrantes superficie. c. d. sup eius angulos et ipse sunt. a. f. et. e. b. cū duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumantq; ex eis omnib; portiones ex pre puncti. b. quot libuerit que ponant singule eqles linee. b. d. et ex parte puncti. c. alie sicut quot libuerit que ponant equales linee. c. d. sup quas vtrinq; pstituat solida palellograma scōm suaz longitudine exigentiū. Sintq; ex pte puncti. b. solida. f. k. z. l. m. et ex pte puncti. c. solida. a. n. et. q. a. critq; ex vione corporū equaliū atq; sumiliū vnūqđq; solidorū. f. k. z. l. m. equale solido. e. b. et vnūqđq; a. n. et. p. q. ē equale. a. d. fiat igit argumētū quēadmodū i prima sexti ē enī solidū. c. m. ita multiplex solidi. b. c. sic basis. b. m. basis. b. b. et solidū. q. c. ita multiplex solidi. a. d. sic basis. q. b. basis. g. d. et si basis. b. m. ē eqlis basi. q. b. solidū. e. m. est eqle solido. q. c. ex vione corporū equaliū atq; sumiliū et si basis ē minor basi et solidū ē min; solido et si maior mai; qđ p; ex vione eadē resecata maiori basi ad eqilitatē minoris et descripto sup eam solido palellogramo. itaq; ex vione i cōtinne pportionalitatis pportio solidi a. d. ad solidū. c. b. sicut basis. g. d. ad basim. b. b. qđ est ppositū. Qđ si superficies aliqua secet corpus seratile equidistans duabus eius triangularibus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illā secantē superficiē velut ad cōm terminū copulant suis basib; erūt proportionalia. ¶ Sit enī. a. f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies. a. b. c. d. e. f. ¶ Ostendat igit ex vione seratilis vnāquāq; trium superficiez que sunt. a. b. d. e. b. c. e. f. a. c. d. f. ēē parallelogramū: secet igit superficies. g. b. k. istud seratile equidistans duabus eius oppositis superficiebus q. sunt. a. b. c. d. e. f. dico qđ pportio seratilis. a. k. ad seratile. g. f. ē sicut basis. a. k. ad basim. g. f. qđ sicut de solidis palellogramis pbat ptiactis enī in vtrāq; pte lineis. a. d. b. e. c. f. factisq; inter eas ex pte puncti. e. seratilibus equalibus. seratili. g. f. et ex pte puncti. b. alijs equalibus seratile. a. k. vtrinq; quonīs numero ex vione incontinne pportionalitatis. si cuncta vigili mente plustres nō erit tibi difficile cōcludere quod diximus.



Superficies quedā secet solidū parallelogramū equidistantibus duabus ipsius solidi superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illā secantē superficiē velut ad cōmunē terminū copulant suis basibus sunt proportionalia. ¶ Sit enī. a. f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies. a. b. c. d. e. f. ¶ Ostendat igit ex vione seratilis vnāquāq; trium superficiez que sunt. a. b. d. e. b. c. e. f. a. c. d. f. ēē parallelogramū: secet igit superficies. g. b. k. istud seratile equidistans duabus eius oppositis superficiebus q. sunt. a. b. c. d. e. f. dico qđ pportio seratilis. a. k. ad seratile. g. f. ē sicut basis. a. k. ad basim. g. f. qđ sicut de solidis palellogramis pbat ptiactis enī in vtrāq; pte lineis. a. d. b. e. c. f. factisq; inter eas ex pte puncti. e. seratilibus equalibus. seratili. g. f. et ex pte puncti. b. alijs equalibus seratile. a. k. vtrinq; quonīs numero ex vione incontinne pportionalitatis. si cuncta vigili mente plustres nō erit tibi difficile cōcludere quod diximus. **Propositio 26.**

Per datum punctū date linee angulo solido proposito equalē angulū solidū confirmare.

¶ Solidus angulus propositus sit. a. qui cōtineat tribus lineis. a. b. a. c. a. d. tres superficiales angulos ipsū solidū pficientes cōtinentib; cū sup punctū. e. linez. e. f. ppositē que ad libitū pponentis iaceant in sublimi cōsurgat iubenit.

equale angulum solidū cōstituerē qualiscūq; sit situs linee. e. f. a puncto. g. vbiq; volueris signato: pducito lineā. g. e. eruntq; ex scōa b⁹ due linee. e. f. z. g. c. i supfi / cie vna. in hac itaq; superficie super punctū. e. datū in assignata linea scōm p̄siliūz 23. primi cōstitue angulū equale angulo. b. a. c. z ipse sit. f. e. g. debinc ex linea. a. d. abscinde lineam. a. b. sicut volueris z a puncto. b. productio perpendiculararem b. k. ad superficiē in qua sunt due linee. a. b. z. a. c. qd qualiter faciendum sit. n. hu ius docuit: nec sit igitur tibi cura de puncto. k. Nihil eni refert vtz ppendicularis b. k. occurrat supficiē in qua sunt due linee. a. b. z. a. c. inter ipsas lineas aut extra aut in eaz altera ducito tñ lineā. a. k. positoq; puncto. l. in linea. a. b. vbiq; volueris p̄trabe lineas. k. l. z. l. b. z pone angulū. f. e. m. in supficie lineaz. e. f. z. e. g. equale angulo. b. a. c. z lineā. e. m. equale linee. a. k. z ex linea. e. f. sume lineā. e. p. equale linee. a. l. z a puncto. m. educ lineā. m. n. ppendicularē ad superficiē in qua sunt due linee. e. f. z. e. g. z pone eā equale. b. k. z p̄trabe lineas. e. n. n. p. z. p. m. dico igit tres lineas. e. f. e. g. e. n. cōtinere angulū solidū in puncto. e. equale angulo. a. p. proposito: cū sint eni ex p̄p̄t̄b̄s duo latera. a. k. z. k. b. triāguli. a. k. b. equa lia duobus lateribus. e. m. z. m. n. triāguli. e. m. n. z anguli qui sunt ad. k. z ad. m. recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte supra supficiē erunt ex quarta p̄ / mi due linee. a. b. z. e. n. equales: per eandē quoq; erunt due linee. k. l. z. m. p. equa les. ideoq; etiā p eandē. b. l. z. n. p. equales: cum sint. b. k. z. k. l. equales. m. n. z. m. p. z anguli. b. k. l. z. m. n. p. recti p. s. igit primi erit angulus. n. e. p. equalis angulo. b. a. l. Simili quoq; modo p̄babis angulū. g. e. n. esse equale angulo. c. a. d. con stat itaq; nos effecisse qd volumus: hinc si studiosus institeris quorūq; lateribus a. solidus angulus p̄positus cōtineat qd a te peti sine offēdiculo perficere poteris

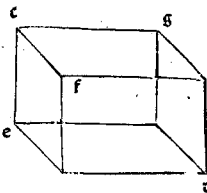
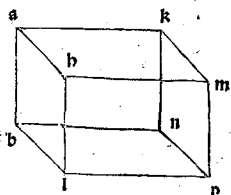
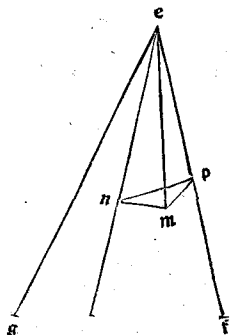
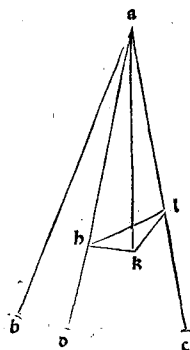
Propositio .27.

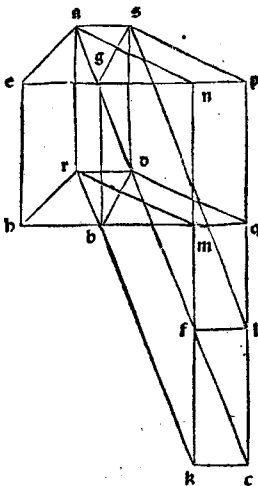
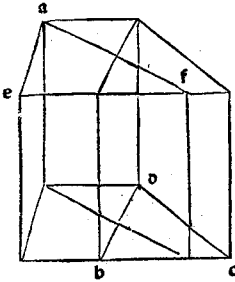
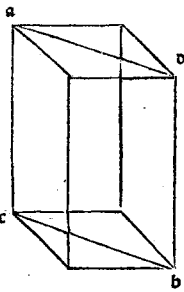
Super assignatā lineam dato solido equidistantium supfici erum simile solidum cōstituerē. ¶ Sit assignata linea. a. b. de cuius situ vtrū in plano iaccat vel sursum exurgat nihil curet: sitq; al signatū palellogramū solidū corpus. c. d. cū sup lineā. a. b. subemur simile solidū fabricare. Sint igit tres linee p̄rinentes superficiales an gulos ex quib; ponit solidus angulus. c. inscripe litteris. c. e. c. f. e. g. At scōm p̄ / cepta p̄missa super punctū. a. linee. a. b. cōstituat angulus solidus equalis. c. quē cōtineat tres linee. a. b. a. b. a. k. z auxilio. 10. sexti sit p̄portio. c. e. ad. a. b. z. e. f. ad a. b. z. g. c. ad. a. k. p̄portio vna: debinc a trib⁹ punctis. b. b. k. p̄trabāt sex linee b. l. equidistans linee. a. b. z. b. m. equidistans linee. a. k. itez. b. l. equidistās linee a. b. z. b. n. equidistans linee. a. k. rursus quoq; k. n. equidistans. a. b. z. k. m. equi distans. a. b. amplius aut p̄trabāt. m. p. equidistans. b. l. z. p. l. equidistans. b. m. p̄trabat quoq; z lineā. p. n. eritq; cōpletū solidū palellogramū. a. p. quod dico eē simile solido. c. d. hoc aut ex oīone siliū supficiēz z oīone siliū corpōz si eorum memineris facile cōduces.

Propositio .28.

Si superficies aliqua solidū palellogramū sup duas quaslib; oppositas superficies eius terminales z sup eaz duas dia metros secet eadē supficiē corp⁹ illud p equalia secare ne / cesse est. ¶ Sit corpus. a. b. solidū palellogramū de quo sit positum q̄ superficies. a. b. c. d. secet ipsū sup diametros duaz superficierū op / positaz ipsū solidū terminatū q̄ sint. a. d. z. c. b. dico q̄ ipsa diuidit istud solidū

n 2





ppositū per equalia. cōstat enī q̄ ip̄a diuidit illud solidū in duo seranilia quoz sup
ficies quadrilateras binas ⁊ binas ad inuicē relatas scōm q̄ ip̄se sunt opposita la/
tera solidi ppositi manifestū ē ex. 24. hui⁹ ēē equalēs cū solidum de quo loquimur
positū sit esse palellogramū: ex eadē quoq; 7. 41. primi cōstat trilateras superficies di
ctoꝝ seraniliū esse equalēs: igit a dione solidoz equaliū liquet quod ppositum est

Propositio 29.



Cuncta solida equidistantiū superficiēz eque alta atq; i
eadē basi sup vnā lineā constituta probantur esse equalia.
¶ Itēz ē q̄ solida equidistantiū latez eque alta siue iter superficies eq
distantes super vnā ⁊ eadē basim cōstituta sunt adinuicē equalia si/
cut de superficiebus equidistantiū latez super vnā basim ⁊ inter line
as equidistantes pstitutis ut in. 35. primi demonstratū est. sed talium solidoz que
da dicunt cōstitui super lineā vnā ⁊ sunt illa quoz supremaꝝ superficieꝝ duo op/
posita latera sunt fm rectitudineꝝ ptracta lineā vnā ⁊ de talibus bec. 29. proponit
demonstrandū ip̄sa oīa esse equalia adinuicem. sunt autē eoz alia que nō dicuntur
cōstituta super lineā vnā ⁊ sunt illa quoz supremaꝝ superficieꝝ duo latera oppo
sita quēcūq; sumant fm rectitudineꝝ ptracta nō sunt lineā vnā ⁊ de talib⁹ sequens
demonstrandū pponit ip̄sa quoz oīa ēē adinuicē equalia. Sint itaq; duo solida
palellograma eque alta siue inter superficies equidistantes. a. b. ⁊. a. c. cōstituta sup
vnā basim que sit. a. d. quoz supreme superficies sint. e. b. ⁊. f. c. Sinq; bāz supp/
maz superficieꝝ duo latera opposita cū scōm rectitudineꝝ ptractant lineā vnā ⁊ ip̄sa
sunt. c. f. ⁊. b. c. dico itaq; q̄ solida. a. b. ⁊. a. c. sunt equalia: hoc autē si figurā a⁹ fm
q̄ oportet actu vel cogitatione fabricaueris ⁊ quēadmodū in. 35. primi processeris
idem faciens hic de seranilibus qd̄ ibi de triangulis facile cōcludere poteris occur/
runtq; tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in superficieꝝ occurrisse nouisti

Propositio 30.



Cuncta solida equidistantiū superficieꝝ eque alta que i eadē
basi nō aut sup lineā vnā fuerint pstituta pbant esse eq̄lia.
¶ Sint nūc duo solida palellograma eque alta siue inter superficies eq
distantes sintq; sup vnā ⁊ eadē basim. sed nō sup lineā vnā pstituta:
dico itēz ea ēē equalia. Esto enī duo solida palellograma. a. b. ⁊. a. c.
eque alta siue inter superficies equidistantes pstituta sup vnā basim que sit. a. d. f; nō
super vnā lineā: sintq; eoz supreme superficies. e. b. ⁊. f. c. quaz opposita latera fm
rectitudineꝝ ptracta nō erūt lineā vnā. cūq; ip̄sa ex ypothēsi sint i vnā superficie co
q̄ solida pposita sunt inter superficies equidistantes: necesse ē vt duo latera vni
us earum ptracta scōm rectitudineꝝ secēt duo alterius eaz ptracta scōm rectitudi/
nē: protrahā itaq; duo opposita latera superficieꝝ. e. b. que sint. e. g. ⁊. b. ⁊ duo
opposita superficieꝝ. f. c. que sint. k. f. ⁊. c. l. ⁊ secēt se sup quatuor ptracta. m. n. p. q
eritq; superficies. m. n. p. q. equidistantiū latez equalis vnicuiq; triū superficieꝝ.
quaz vnā ē basim ppositis solidis cōis ⁊ ip̄sa ē. a. d. ⁊ due reliquē sūt supreme su/
perficies eozundē solidoz ⁊ ip̄se sunt. e. b. ⁊. c. f. ductis itaq; lineis a quatuor pun/
ctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi scōm directā habitudine relatos/
q̄ sit. n. a. m. r. p. f. q. d. perfectū erit solidū palellogramū. a. q. i eadē basi cū vtro
q; duoz prior ⁊ eque altū ⁊ sup lineā vnā cū vtroq; ipsoꝝ: per pmissas igit vtrū/
libz duoz solidoz ppositoz que sūt. a. b. ⁊. a. c. ē equalē solido. a. q. pceptionem

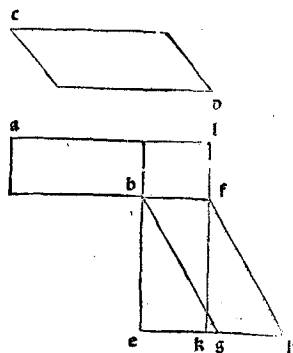
ergo est solidū. a. b. equele solido. a. c. q̄re constat ppositū. ¶ Potes quoq; pueras huius 7 premisse pbare si libet ducendo ad impossibile: pōnes enī quelibet duo solida parallelograma eē eqlia 7 cōstituta super eandē basim equidistantia 7 demōstra / bis ea eē eque alta. Erūq; hec 7 premilla tue demōstrationis mediū: impossibile aut ad quod duces erit: partē suo toti esse equalē: qđ euidenter patebit si de illo soli do qđ altius eē mentit̄ aduersarius cū tñ ambo posita sint equalia 7 sup eandē ba sim cōstituta vnū solidū parallelogramū eque altū demissioni abscederis: hoc autē absisum equalē esse demissioni cōuincēs ex hac 7 premilla. ideoq; 7 toti illi a quo ipsum abscederis ex cōi scia.

Propositio .31.



Solida equidistantiū sup̄ficieꝝ in basibus equis cōstituta si fuerint eque alta lineeq; eius angulares sup̄a bases or thogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq; vez ē q̄ oia solida parallelograma in 'equis' basib⁹ atq; inter superficies equidistantēs siue eque alta constituta sunt ad inuicē equalia sicut de superficie⁹ equidistantiū laterū super equales bases 7 in / ter lineas equidistantēs constitutis in .30. primi probatū ē. At taliū solidoz alia sūt quoz angulares lineę super suas bases orthogonaliter erigunt̄ de quib⁹ hec .31. p / ponit demōstrandū esse ea eē equalia. Alia vero sunt quoz angulares lineę super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte: de quibus sequēs demōstrādū proponit ea eē equalia: intelligant̄ itaq; super duas bases. a. b. 7. c. d. que sint equales 7 equi distantū lateꝝ nō tñ vnus creationis. sed sit. a. b. tetragonus longus. 7. c. d. simi le beluaym: duo solida equidistantiū laterū cōstituta eque alta sintq; lineę erecte super angulos ppositaz basū ppendiculares ad ipsas. dico hec duo solida ad in / uicē esse equalia: probabunt̄ itaq; duolatera basis. a. b. 7 sint illa que cōtinet an / gulum. b. wq; ad. f. z. e. 7 fiat angulus. f. b. g. equalis angulo. c. basis. c. d. 7 sumat̄ due lineę. b. f. 7. b. g. equales duobus lateribus basis. c. d. que cōtinent angulū. c. 7 perficiat superficies equidistantiū laterum. b. b. que erit equalis 7 sitis basi. c. d. debinc p̄trabat̄. b. e. equidistans. b. f. 7. f. k. equidistans. b. e. eritq; quadrilatera superficies. b. k. equidistantiū laterū equalis. b. b. ex .35. primi: cūq; b. b. sit equa / lis. x. d. erit per cōceptionē. b. k. equalis. a. b. Lōpleat̄ itaq; superficies equidistan / tiū laterum. b. l. p̄tracta lineę. k. f. quousq; cōcurrat cū vno ex lateribus conti / nentibus angulū. a. in puncto. l. age ergo super tres superficies equidistantiū late / rum que sunt. b. b. b. k. b. l. cōstituant̄ eque alta solida solido cōstituto super basim a. b. sintq; lineę omniū solidoz istoz erecte super bases perpendiculares ad ip / sas 7 appellentur bases 7 solida super eas cōstituta eisdē nominibus. manifestum est ergo ex diffinitione solidoz equalium atq; similium q̄ duo solida. b. b. 7. c. d. equalia atq; similia sunt: de solidis aut. b. b. 7. b. k. constat ex .29. q̄ ipsa sūt equa lia: sunt enī eque alta 7 cōstituta super vnā 7 eandē basim 7 ipsa ē superficies ere / cta super lineę. b. f. 7 super lineę vnā: ē aut p. 25. proportio solidi. a. b. ad solidum b. l. sicut basis. a. b. ab basim. b. l. 7 per eandem solidi. b. k. ad solidum. b. l. sicut ba sis. b. k. ad basim. b. l. cūq; sit vtriusq; duarum basium. a. b. 7. b. k. ad basim. b. l. vna proportio: ex prima parte. 7. quinti erit vtriusq; duoz solidomm. a. b. 7. b. k. ad solidum. b. l. proportio vna igitur ex prima parte noni quinti erunt duo soli da. a. b. 7. b. k. equalia: at quia solidū. b. k. est equalē solido. b. b. solidūq; b. b. fo / lido. c. d. sequit̄ ex cōi scia solidum. a. b. eē eqlē solido. c. d. quod est propositum.





Si solida equidistantiū superficiēz in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autē angulares supra bases orthogonaliter nō steterint: ipsa eē equalia necesse est.

Constructis duob⁹ corporibus ut proponitur videlicet q̄ sint equidistantiū terminoz et eque alta et sup bases equas perpendiculariter nō aut super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis supremaz superficiēz ipsoz ad bases suas perpendiculariter ducantur q̄ ex e. erūt singulares equidistantes et etiā ex ypothēsi singule singulis equalēs ipse enī solidoz ppositoz altitudinē diffiniunt: et si inter eas solida equidistantiū laterum pficiant constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse adinuicē equalia. Quiaq; duoz priorz et duoz posteriorz sint eadem bases videlicet eoz superficiēz supreme: constat ex. 29. vel. 30. et hac cōmuni sciētia: quēcūq; equalibus sūt equalia sibi inuicē sunt equalia vix esse qđ ppositū est. Ex his potes cōuersas huius et premisse eisdē medianib⁹ indirecte demonstrare si libet eodē mō et ad idē icōueniēs sicut in cōuersis duaz istas antecedentiū deducēdo: pones enī duo solida paralelograma eē equalia et sup equales bases et cōuincēs ea esse eque alta vel pones ea eē eque alta et eqlia et cōuincēs ea eē sup bases eqlēs.

Propositio .33.



Omnia solida equidistantiū superficiēz eque alta suis basibus sunt proportionalia. **S**int duo solida equidistantiū superficiēz eque alta cōstituta super duas bases. a. b. et c. d. dico qđ ppositio illoz duoz solidorum vnius ad alterum est sicut ppositio suarū basium que sūt. a. b. et c. d. vni⁹ ad alterā. **E**st autē quidē ex. 24. vtrūq; harū duarū basium esse equidistantiū laterū: duo igitur latera opposita et equidistantia in superficie. a. b. p̄trahant et inter ea fiat superficies equidistantiū laterū que sit. f. c. equalis. c. d. debuit supra superficiem. f. c. cōpleatur solidum paralelogramum eque altū ei qđ cōstitutū est sup basim. a. b. sitq; amboz cōis terminus. allā ingessit es que exurgit sup lineā. b. f. hec aut solida et sue bases eisdem nūciū p̄trahantur.

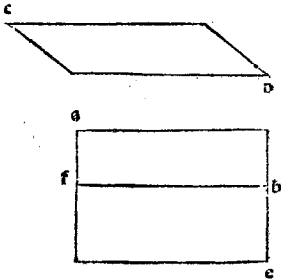
Sint itaq; duo solida equidistantiū superficiēz eque alta cōstituta super duas bases. a. b. et c. d. dico qđ ppositio illoz duoz solidorum vnius ad alterum est sicut ppositio suarū basium que sūt. a. b. et c. d. vni⁹ ad alterā. **E**st autē quidē ex. 24. vtrūq; harū duarū basium esse equidistantiū laterū: duo igitur latera opposita et equidistantia in superficie. a. b. p̄trahant et inter ea fiat superficies equidistantiū laterū que sit. f. c. equalis. c. d. debuit supra superficiem. f. c. cōpleatur solidum paralelogramum eque altū ei qđ cōstitutū est sup basim. a. b. sitq; amboz cōis terminus. allā ingessit es que exurgit sup lineā. b. f. hec aut solida et sue bases eisdem nūciū p̄trahantur. bns. qđ igit basim. f. e. ē equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidū. f. e. equalē solidū. c. d. **E**st qđ totale solidū. a. c. secat superficies. exurgens super lineā. b. f. equidistantem duobus lateribus oppositis: erit ex. 23. ppositio solidi. f. e. ad solidū. a. b. sicut basim. f. e. ad basim. a. b. tūq; sint. c. d. et f. e. tam bases qđ solida equalia: bases qđ de ex ypothēsi: solida autē ex. 31. vel. 32. Sequitur ex. 7. quinti bis assumpta. scilicet p basibus et semel p solidis qđ solidoz. a. b. et c. d. basiumq; a. b. et c. d. sit ppositio vna qđ demonstrare volumus: huius quoq; pueriam eadē ipsa mediare demonstrare quēadmodū puerias precedentū nō ē difficile. pones enī duo solida paralelograma eē suis basibus pportionalia et p̄uincēs ea eē eque alta abscondit⁹ ab eo qđ alti⁹ mētiet aduersari⁹ vno solido paralelogramo. eque alto demiss⁹ erūt abscondit⁹ sū et demiss⁹ suis basib⁹ pportionalia ex ypothēsi et ex hac. 33. cūq; etiā eēnt tota le alti⁹ a quo ptiale abscondisti et ipsū demiss⁹ eisdē basib⁹ pportionalia ex ypothēsi



sequit ex pma pte. 9. quinti totale qđ aduersari⁹ dicit alti⁹ et ptiale qđ ab eo abscondistesse equalia.

Propositio .34.

Si duo solida equidistantiū superficiēz lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eozq; bases eozdē altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint



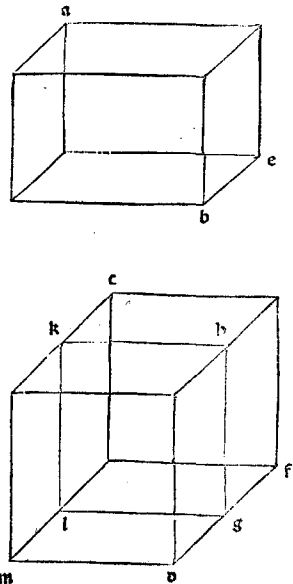
due bases suis altitudinib⁹ mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse ne
 cesse est. Quocumq³ sint duo solida equidistantiū superficiē equalia cor⁹ ba/
 ses et altitudines necesse est esse mutuefias et e conuerso quēadmodū de superficie/
 bus equidistantiū latez equiangulis. 13. sexti. pposuit. Attamē hac. 34. istud demō
 strandū proponitur de illis solidis palellogramis in quibus linec altitudinum suis
 basib⁹ palellogramis orthogonaliter insistūt. ea vero que sequit^r pponit. idē de cē/
 teris. Sint ergo nūc duo solida palellograma. a. b. z. c. d. equalia quoz bases sint
 a. e. z. c. f. linec altitudinū ipsoz sint super has bases orthogonaliter erecte et sit
 altitudo solidi. a. b. linea. c. b. 7 solidi. c. d. linea. f. d. si igitur fuerint due linec. e. b.
 z. f. d. determinantes ipsoz solidoz altitudines equales adinuicē: cum ipsa quoq³
 solida sint ex ypothēsi equalia. erunt ex cōuersa. 31. bases cor⁹ que sunt. a. e. z. c. f. eq
 les. ideoq³ bases et altitudines erunt mutue: sicq³ cōstabit ppositū prima ps. z eō /
 uerso cōstabit scōa vt si altitudines et bases sint mutue: ponant^r altitudines equa/
 les erūt quoq³ bases equales. ideoq³ p. 3. 1. z solida equalia et sic cōstat secunda ps.
 At vero si linec. e. b. z. f. d. nō fuerint equales sit. f. d. maior: et ex ea refecit. f. g. ad
 equalitatē. e. b. tribusq³ ceteris lineis que sunt altitudinis solidi. c. d. ad eādē men/
 surā in punctis. b. k. l. refecatis perficiat solidū palellogramū. c. g. eque altū solido
 a. b. eritq³ ex pmissa. a. b. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. cū itaq³ c. d. sit equale. a. b. erit
 ex prima pre. 7. quinti. c. d. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. p pmissa autē ē pportio. c. d.
 ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. qd p3 si vna ex lateralib⁹ supficieb⁹ solidi. c. d. z ipsa sit. f.
 m. intelligat basis ipsi⁹. at per primā sexti. f. m. ad. f. l. sicut. d. f. ad. f. g. ideoq³ per
 7. quinti. sicut. d. f. ad. b. e. igit^r. a. c. ad. c. f. sicut. d. f. ad. b. e. cōstat itaq³ prima ps.
 Sedam pre cū sit cōuersa prime cōuerso mō p babis: sit eni eadē dispositione ma/
 nente pportio: a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. e. b. dico tunc solida. a. b. z. c. d. eē equalia:
 erit eni ex 7. quinti. d. f. ad. f. g. sicut. a. e. ad. c. f. sed ex pmissa ē. a. b. ad. c. g. sicut
 a. e. ad. c. f. igit^r ē a. b. ad. c. g. sicut. d. f. ad. f. g. ex prima autē sexti ē. d. f. ad. f. g. sicut
 m. f. ad. f. l. et ex pmissa. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. itaq³ c. d. ad. c. g. sicut. a. b.
 ad. c. g. igit^r ex 9. 5. a. b. 7. c. d. sūt eq³lia: qd ē ppositū.

Propositio .35.

S duo solida equidistantiū terminoz fuerint equalia eoz
 bases eoz idē altitudinibus crūt mutue Si vero bases sue
 altitudinibus suis mutue fuerint quelibet duo corpa equi/
 distantium superficierum probatur esse equalia.

Quō pmissa pposuit de solidis palellogramis quoz linec altitu/
 dinū super bases suas orthogonaliter exurgunt. bec. 35. pponit indistincte de om
 nibus: demōstrare autē cōuenit hāc ex pmissa quēadmodū demonstrauim⁹. 32. z
 33. Fabricatis eni duobus solidis equidistantiū laterū quibuscūq³ si linec altitu/
 dinū suis basibus orthogonaliter insistunt: cōstat vez esse qd dicit^r ex pmissa. Sin
 autē a quatuor angularib⁹ punctis suppremax supficiez in vtroq³ solido quaterne
 linec demittant^r perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus infimarum
 supficiez quaterne erigant^r iter quas duo solida palellograma pficiant eque alta so
 lidis prioribus. eruntq³ ex. 29. z. 30. bec duo solida duobus prioribus solidis equa
 lia. cum igitur horum et eoz sint eedē bases et eedē altitudines: sit autē ex pmissa
 de posterioribus verum est quod bec. 35. proponit verum erit idē etiā de prioribus

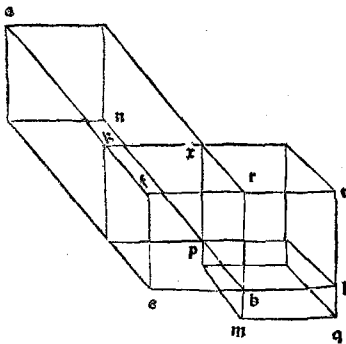
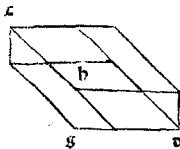
Propositio .36.





Si duo solida equidistantium superficierum fuerit similia
pportio erit vtriusq; ad alterū tanq; cuiuslibet sui late
ris ad suū relatiuum latus alterius pportio triplicata.

Sint enī duo solida .a.b.z.c.d. palelograma z silia: dico q; ppor
tio vnius eoz ad alterz ē sicut vnius lateris eius ad vniū latus alteri
qđ sibi i refert pportio triplicata: quēadmodū duaz supficies silium pportio est si
cut suoz relatiuoz latez pportio duplicata ut in .18. sexti demonstratiōe. nā si soli
da .a.b.z.c.d. fuerint equalia cū ipsa ponant silia erunt ex diffinitionib; siliumz cor
porū z similitū supficies cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alteri
ideoq; cū duaz quantitatum equaliū pportio triplicata aut quotienslibet sumpra
nō efficiat nisi equalitatis pportione: constat in hoc casu vtz cē qđ proponit. Si
autē inequalia sit .a.b. maior cuius longitudo sit .b. e. latitudo. e. f. altitudo. f. a.
basis. c. r. z suprema superficies. a. n. Solidi vero. c. d. sit longitudo. d. g. latitudo
g. b. altitudo. b. c. cōstat itaq; ex vtiōe similitū corporū z ex diffinitione similitū sup
ficiēz z p̄senti pporbēsi q; pportio. a. f. ad. c. b. z. f. e. ad. b. g. z. e. b. ad. g. d. sit p/
portio vna. sumat igit ex linea. a. f. quā manifestū ē ēē maiore. c. b. linea. f. k. equa
lis. b. c. ceteraq; tres determinantes altitudinēq; solidi. a. b. referentur ad equalita
tem eius z inter eas cōpleatur solidū palelogramū. k. b. eque altū solido. c. d. z p/
trabant due linee basis. e. b. vsq; ad. l. z. r. b. vsq; ad. m. sitq; b. l. equalis. g. d. z. b.
m. equalis. b. g. z. p̄ficiat supficies equidistantiū laterū. m. l. que erit equalis z si/
milis. b. d. sup eā igit erigat solidū palelogramū. p. q. fm altitudinē p̄fisciam ex
altitudine solidi. a. b. eritq; p. q. equale z sile solido. c. d. rursumq; inter lineas. r. b.
z. b. l. p̄ficiat superficies equidistantiū laterum. b. t. sup quā quoq; erigatur soli
dū palelogramū. x. l. eque altū vtriq; duoz solidoz. k. b. z. p. q. replendo alteru
trum duoz anguloz byantium inter ea: cū autē duo solida. a. b. p. q. sint silia co q;
ābo posita sint silia solido. c. d. corpa vero vni z eidē corpori silia iter se sunt silia
vi pz ex vtiōe silium corporū z. 20. sexti manifestum ē ex. 25. ter assumpta q; inter
duo solida. a. b. z. p. q. fm continuā pportionalitatē cadunt duo solida. k. b. z. x. l.
opportune ergo cōstituta vel constructa figura: p̄p̄tesibusq; memoriē firme con
mendatis ex prima sexti facile p̄cludes p̄positū. Exente corpore z diligenter attē
de scielq; ex. 25. huius pportione solidi. a. b. ad solidū. k. b. ēē sicut supficiē. a. r.
ad supficiē. k. r. idq; ex prima sexti sicut lineē. a. f. ad lineā. k. f. z pportione soli
di. k. b. ad solidū. x. l. sicut supficiē. k. r. ad supficiē. x. t. idq; sicut lineē. f. r. ad line
am. r. t. z pportione solidi. x. l. ad solidū. p. q. sicut supficiē. r. t. ad supficiē. l. m.
ideoq; sicut lineē. r. b. ad lineā. b. m. Ex pporbēsi vero liquet q; pportio lineē. f. r.
ad lineā. r. t. z lineē. r. b. ad lineā. b. m. ē sicut lineē. a. f. ad lineā. k. f. itaq; ex vtiōe
pportionis triplicate posita in p̄benio quinti: cōstat q; pportio solidi. a. b. ad so
lidum. p. q. ideoq; etiā ad solidū. c. d. ē sicut lineē. a. f. ad lineam. k. f. triplicata z q;
linea. k. f. posita est equalis lineē. c. b. pz vtz esse quod dicit. **S**cire autē oportet q;
quicquid p̄banc. 36. z p. 7. eā cōtinue p̄cedentes demonstratū ē de solidis palelo
gramis. idē quoq; vtz ē de seratilibus quoz bases cōiter sunt trigone aut cōmū
ter tetragone. hoc autē ex. 28. z hac. 36. z. 7. eā cōtinue p̄cedentibus cōstabit igit
noso inspectori. Si enī fuerint seratilia quelibet eque alta sup eandē basim vel sup
bases equales cōiter sūt trigonas aut cōiter tetragonas cum ipsa sint dimidia soli
doz palelogramiorum suarum altitudinū ex. 28. ipsa erūt equalia ex. 29. z trib⁹

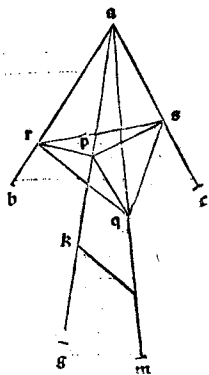


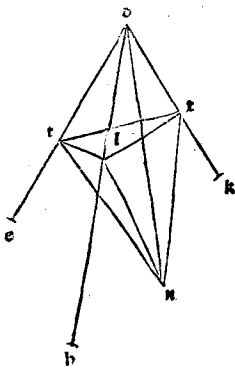
ea sequētibz: ex his enī constat solida parallelograma ipsis seratilibz dupla eē equalia. Sicut quoz si fuerint duo seratilia sup bases cōiter igitas aut cōiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus pportionalia quēadmodū de solidis parallelogramis ex. 33. habet ipsa enī sunt ex. 28. dimidia solidoz palellogramozum sue altitudinis: solidoz aut palellogramozum sue altitudinis corūqz basiu ē vna pportio ex. 33. cum itaqz sit solidoz parallelogramozum pportio sicut seratiliū qz sicut simplū ad simplū sit duplū ad duplū ex. 15. quinti atqz basiu solidoz parallelogramozum ē pportio sicut basiu seratiliū: aut enī eedē erūt bases seratiliū z solidorum parallelogramozum: z hoc quidē erit cū bases seratiliū fuerit tetragone tunc enim ex seratilibz super eadē bases erūt solida palellograma cōplenda: aut bases seratiliū erūt subduple ad bases solidoz palellogramozum: z hoc quidē erit cū bases seratiliū fuerint cōmuniter trigone: tunc enī erunt ex seratilibz solida palellograma cōplenda adiunctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis vt fiant bases seratiliū cū igitas adiunctis superficiebus: superficies eōdistantiū laterū. scqz ut sit pportio seratiliū sicut suaz basiu. Eodēqz mō si seratilia fuerint eōtia fueritqz cōmuniter super bases trigonas vel cōiter super bases tetragonas: bases eoz altitudinibus ipso rum mutue erunt. Qd si bases eoz suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quēadmodū de solidis palellogramis. 34. 7. 35. pponunt: hoc autem facile p ex his que dicta sunt in. 35. si vero seratilia fuerit adinuicē silia: erit pportio vnius ad alterū. sicut pportio lateris vni ad suum reliquū latus alterius pportio triplicata: quēadmodū de solidis palellogramis. 36. pponit qd ex eadem 36. facile tibi patebit. si ex illis seratilibz silibus solidis palellogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia: qd ex diffinitione similium corpoz z silium super ficerunt: z hoc qd seratilia ponunt adinuicē silia ex. 34. primi leue ē negociari.

Propositio 37.



Si fuerint duo anguli plani equales super quos due ypothemis in aere statuant cum lateribus angulorū subiacentium singulos singulis equos angulos continentes atqz i illis ypothemis duo puncta signentur a quibz punctis due ppendiculares ad superficies angulorū propositoz demittant a punctis aut super que ppendiculares ceciderit ad eodē duos angulos planos due recte linee ducant duo anguli qui ab illis duabus lineis atqz duabus ypothemis cōtinent equi sibi inuicē esse pbantur. ¶ Sint duo anguli plani. a. z. d. equales contenti lineis. a. b. 7. a. c. z. d. e. z. d. f. z super eos erigantur due linee ypothemisaliter. a. g. z. d. b. sitqz angulus g. a. c. equalis angulo. b. d. f. z angulus. g. a. b. equalis angulo. b. d. e. atqz in duabus ypothemis. a. g. z. d. b. signent qmōlibet duo puncta. k. z. l. a quibz fm precepta. 11. huius demittantur ad superficies angulorum. a. z. d. due perpendiculares que sint. k. m. z. l. n. z protrahantur due linee. a. m. z. d. n. dico igitur angulum g. a. m. esse equalem angulo. b. d. n. si linea. a. k. est equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. sumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittatur perpendicularis ad superficiem anguli. a. linea que sit. p. q. manifestum est igitur qd punctum. q. est in linea. a. m. quod ex. 6. huius z diffinitione linearum equidistantium qd necesse ē eē in superficie vna facile pstat studiose intuenti debet: a puncto. q. ducant ppendiculares due vna ad lineā. a. b. que sit. q. r. z alia ad lineā. a. c. q. sit. q. s. Sicut





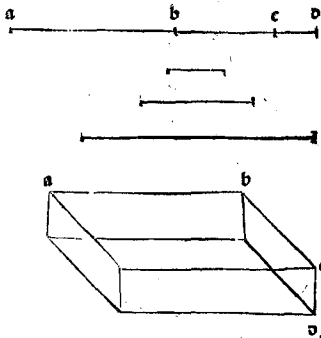
quoq; a puncto. n. ducant due alie perpendicularares vna ad lineā. d. e. q̄ sit. n. t. z alia ad lineā. d. f. que sit. n. x. z p̄rabant. r. f. z. t. x. iterūq; a punctis. p. z. l. dēmit tant̄ p̄thēmisē. p. q. p. r. p. s. z. l. n. l. t. l. x. bis itaq; positis figurāq; p̄ndēt oī / spōsita dēmonstrationē p̄positi sic collige: cōstat ex penultia primi q̄ quadratum linee. a. p. ē equale quadratis duarū lineaz. a. q. z. p. q. ac ex eadē q̄ quadratū. a. q. ē equale quadratis duarū linearū. a. f. z. f. q. itaq; quadratū. a. p. ē equale quadra / tis trīs linearū. a. f. q. z. q. p. Sed ex eadē quadratū. f. p. ē equale quadratis duarū linearū. f. q. z. p. q. ergo quadratū. a. p. ē equale quadratis duarū lineaz. a. f. z. f. p. ideoq; ex vltima primi angulus. a. f. p. ē rectus: siliq; mō p̄babis vnūquēq; trīs anguloz. d. x. l. a. r. p. d. t. l. ē rectū. cū igitur ex p̄thēsi sit angul⁹. f. p. a. equal̄ an / gulo. x. d. l. z linea. a. p. lineē. d. l. erit ex. 26. primi linea. d. x. equalis. a. f. z. x. l. eq̄ / lis. f. p. eodē quoq; mō cū ex p̄thēsi sit angulus. r. a. p. equalis angulo. e. d. l. erit ex eadē linea. a. r. equalis. d. t. z. r. p. equalis. t. l. quare p̄ quartā primi linea. r. f. erit equalis lineē. t. x. z angulus. a. r. f. equalis angulo. d. t. x. z angulus. a. f. r. angulo est enim ex p̄thēsi angulus. a. equalis angulo. d. a cōceptione igitur erit angulus f. r. q. equalis angulo. x. t. n. z angulus. r. f. q. angulo. t. x. n. sunt enī residui duorū rectorū dēmp̄tis equalibus necesse ē itaq; ex. 26. primi vt linea. r. q. sit equalis. t. n. z. q. f. equalis. n. x. Lūq; ex penultima primi quadratū lineē. r. p. sit equale q̄dra / tis duarū linearum. r. q. z. q. p. z quadratū lineē. t. l. equale quadratis duarū linearum. t. n. z. l. n. sint autem due lineē. r. p. z. t. l. equalēs: duo quoq; que sunt r. q. z. t. n. equalēs: sequitur ex communi scia duas que sunt. p. q. z. l. n. ēē equalēs Eodē mō cū quadratū lineē. a. p. sit equale quadratis duarū linearū que sūt. a. q. z. q. p. f. sūt quadratū lineē. d. l. quadratis duarū lineaz que sūt. d. n. z. n. l. si aut. a. p. equalis. d. l. z. p. q. equalis. l. n. sequit̄ ex cōi scia. a. q. ēē equalē. d. n. ex. s. igit̄ primi cōclūdo p̄positū videlicet angulū. p. a. m. ēē equalem angulo. l. n. d.

Propositio 38.



Solidū tribus lineis p̄portionalibus cōtēntum equū erit solido q̄ a mediē lineē equis lateribus cōtinet̄. si angulū sui ambozū sibi inuicem equalēs fuerint.

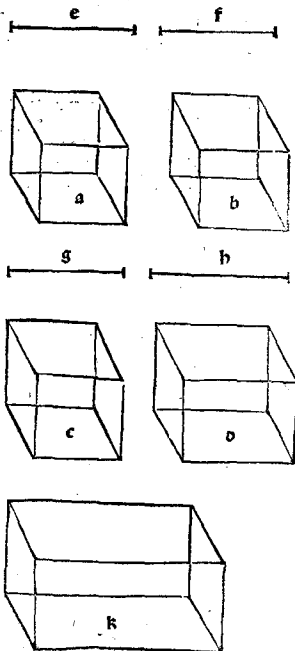
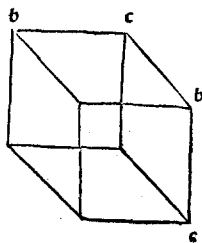
De solidis p̄allogramis intelligat̄: de his enī quatuorq; sūt: oī tamē equiangula verū ē q̄ cōtēntū a tribus lineis p̄portionalibus equale ē ei q̄ a mediā earū cōtinet̄ quēadmodū de superficiebus rectangulis proba / tum est in. 16. sexti z de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda p̄te. 13. eiusdē Sint igit̄ tres lineē. a. b. c. z. c. d. continue p̄portionales fiatq; ex cis vnus angulus solidus ad libitū z p̄ficiat̄ solidū equidistantiū laterū cui⁹ linea. a. b. sit lōgitu / do. b. c. vero altitudo. sed. c. d. latitudo z ipsum solidum dicatur. a. d. sumpta quo q; alia linea qualibet equali. b. c. que etiā vocetur. b. c. sup̄ ipsius extremitatē q̄ ē. b. p̄stituat̄ angulus solidus equalis angulo solido. a. fm̄ q̄ docet. 26. lineeq; ceterē solidū angulū. b. cōtinet̄es referent̄ ad equalitatē lineē. b. c. z p̄ficiat̄ solidū equidi / stantiū superficiē cuius lōgitudo latitudo z altitudo sit linea. b. c. z ipsum ap / p̄ellet̄. b. c. dico itaq; duo solida. a. d. z. b. c. ēē equalia. manifestum ē enī q̄ cuncte superficies vnus sunt equiangule suis relatiuis superficieb⁹ alteri⁹ q̄ ex. 34. p̄mi pa / tere p̄ōr. nā cū solid⁹ angul⁹. b. ponat̄ cōlis solido angulo. a. necesse ē vt vn⁹ angul⁹ vnuscuiusq; superficiei solidi. a. d. sit eq̄lis vni angulo sue relatiue superficiei in solido b. c. itaq; per. 34. p̄mi cor⁹ oppositi erunt equalēs. At q; vnuscuiusq; superficiei



quadrilatera oēs anguli sunt equales quatuor rectis ex. 32. primi: necesse ē duos re-
liquos vnius esse equales duobus reliquis sue relative. cumq; ipsi duo reliqui in
qualibet sint etiā adinuicē equales cōvincitur necessario vt vnaq; ex superficiebus
solidi. a. d. sit equiangula sue relative i solido. b. c. quare ex scōa pte. 13. sexti bases
duoz solidoz ppositoz erunt eq̄les. sūt enī equiangule & laterū mutuoz. Si itaq;
linee altitudinū super bases ipsoz orthogonaliter insistant constat ex. 31. ipsa esse
equalia. cū enī hee linee sint equales & ipse determinant altitudinē solidoz erunt
solida eque alta. At si linee altitudinū ipsoz nō insistant suis basibus orthogona-
liter ab ipsaz sūmitatibus ad bases perpendicularibus demissis erunt ex pmissa
hee ppendiculares adinuicē equales ipse enī erūt sicut erant & in premisse demon-
strationis figura due linee. p. q. & l. n. quas demonstrauimus oportere ēē equales.
Quia igit̃ omnīū solidoz altitudo ex ppendicularibus a sūmitatib⁹ ipsoz ad suas
bases descēditib⁹ diffinit̃ erūt ex. 32. duo solida. a. d. & c. b. equalia. Cōuerſa quo-
q; huius possumus si delectat cōuerso mō pbare vt si palellogramū corpus. a. d.
sit equale & equangulū corpori palellogramo. b. c. & corpus. b. c. cōtineat a media
triū linearū cōtinentiū corpus. a. d. erunt tres linee cōtinentes corpus. a. b. cōtinue
pportionales. cū enī duo solida palellograma. a. d. & c. b. sint equalia & eque alta
ex ppothesi ipsa erūt super bases equales p cōuerſas. 31. & 32. & q; ipse bases eozū
sunt equiangule sequit̃ ex prima pte. 13. sexti q; ipse sunt mutuozū laterū itaq; pro-
portio. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. d. quare cōstat propositum.

Propositio .39.

Si fuerint quotlibet linee pportionales solida quoq; sua
equidistantiū atq; similium vniūcūsq; creationis su-
perficiez erūt pportionalia. si vero solida equidistantiū
atq; similium vniūcūsq; creatiōis superficiez fuerint ppor-
tionalia linee quoq; a quibus ipsa solida continent̃ erunt
pportionales. Sile pponit vigesima prima sexti de superficiebus.
¶ Sint enī 4. linee. a. b. & c. d. pportioales & sup̃ has fabricent̃ quatuor solida pa-
lellograma eisdē noibus dicta q̄ sint exp̃ſe silia. duobus enī ad libitū fabricatis su-
per duas lineas. a. & c. cetera sū pcepta. 27. cōstituenda erūt, dico hec. 4. solida ēē
pportionalia & cōuerso. subiungant̃ enī duabus lineis. a. & b. in continua ppor-
tione due: q̄ sunt. e. & f. quēadmodū docet. 10. sexti ex duabus lineis. c. & d. alie due
que sint. g. & h. constat igit̃ ex. 36. et ex diffinitione pportionis triplicate que po-
sita ē in principio quinti & ex hac ppothesi q; solida. a. & b. sibi inuicem & solida. c.
& d. sibi adinuicē sunt exp̃ſe silia q; pportio solidi. a. ad solidū. b. ē sicut pportio
linee. a. ad lineā. f. solidi quoq; c. ad solidū. d. sicut linee. c. ad lineā. h. & quia p. 22.
quinti pportio linee. a. ad lineā. f. est sicut linee. c. ad lineā. h. erit ex. 11. quinti soli-
dū. a. ad solidū. b. sicut solidū. c. ad solidū. d. cōstat igitur prima pars. Secunda sic
sint duo solida. a. & b. sibi adinuicē duoq; que sint. c. & d. sibi adinuicē exp̃ſe si-
milis. Sintq; cuncta palellograma & ponāt̃ pportionalia. dico q; linee. a. b. & c. d.
sup̃ q̄s sūt cōstituta sūt pportioales. sit enī ex. 10. sexti sicut lineā. a. ad lineā. b. ita
lineā. c. ad lineā. k. & fiat sūm. 27. b⁹ sup̃ lineā. k. solidū exp̃ſe sile solido. d. qd̃ etiā
dicat̃. k. eritq; ex diffinitionib⁹ siliūz corporū & siliūz superficiez & 20. sexti corp⁹. k.
exp̃ſe sile corpi. c. idq; p primā pte huius. 39. ita pbataz erit pportio solidi. a. ad
solidū. b. sicut solidi. c. ad solidū. k. & quia eadem erat solidi. c. ad solidū. d.



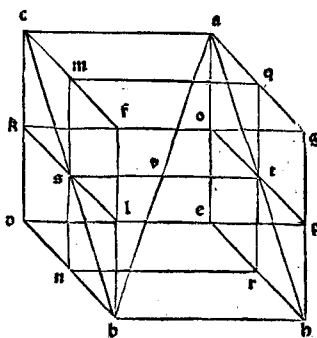
erit ex secunda parte noni quinti solidum. k. equale solido. d. cumq; esset sibi ex-
psele simi le sequitur lineam. k. esse equalem linee. d. Equalitas enim non pro/
ducitur ex aliqua proportione triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex equali:
igit ex scda pte. 7. quinti constat etiā b^o mōi ps scda. decipis aut si arbitraris opor-
tere vnūq; quatuor solidoz. a. b. c. d. eē sile quilibet alioz: necesse ē enī duo so-
lida. a. z. b. sibi adinuicem. iteq; duo. c. z. d. sibi adinuicē eē similia: solida aut. c. z.
d. solidis. a. z. b. esse similia contingens est: necessariū autē nō. Idē ex hac. 39. de
seratilib⁹ facile poteris concludere.

Propositio 40.



Si in secula fuerint latera duarū oppositarū superficiesum cubi
vnū quodq; in duo media: experintq; a punctis sectionum
due superficies se vicissim secantes z cubum cōdem eaz sectio-
nē diametrum cubi per equalia secare z ab ipsa diametro
verlanice per equalia secare necesse est.

¶ Statue cubū qui sit. a. b. de quo constat per diuionem qd omnes linee ipsū conti-
nentes sint equales z ei⁹ superficies rectangule: tale enī corpus cubū dicim⁹: hui⁹
igit basis sit superficies. a. c. d. e. superficies vero eius suprema. b. f. g. h. dextra ve-
ro eius superficies sit. a. e. g. b. sinistra aut superficies sit. b. f. c. d. ceteroz quoq; sit
d. e. b. h. sed vltior: a. c. g. f. eiusq; diameter sit. a. b. diuidant itaq; oia latera duā
rū quarūlibet superficiez oppositarū ei⁹ per equalia: z sint nūc superficies. quaz latera
diuidat dextra atq; sinistra: diuidant in quā quatuor latera: dextre quidē sup qua-
tuor puncta que sunt. o. p. q. r. sinistre vero super quatuor que sunt. k. l. m. n. z pū-
gant puncta in his superficiebus opposita ductis lineis. o. p. z. q. r. que secant se i
puncto. t. iteq; k. l. z. m. n. que secant se in puncto. f. z periciantur due superfi-
cies secantes se inuicē z cubū: ptractis itē lineis. o. k. z. p. l. q. m. z. r. n. sitq; baz ou-
arū superficiez cōis sectio linea. f. t. dico igit qd linea. f. t. diuidit diametru. a. b. et
diuidit ab eadē diametro p equalia: qd p vtraq; enī eaz transit p centz cubi. ¶ Alit-
vero puenit qd ppositū ē demonstrare pducant enī due linee. t. a. z. t. b. sic itē due
s. c. f. b. eritq; ex. 4. pmi. a. t. equalis. t. b. z. f. c. equalis. s. b. constat aut ex pmi qd
29. pmi: qd angulus. p. t. q. ē equalis angulo. a. q. t. z ex. 4. pmi angulus. b. t. p.
ē equalis angulo. t. a. q. itaq; ex. 32. pmi totus angulus. b. t. q. cū angulo. q. t. a.
valer duos rectos quare ex. 14. pmi linea. a. b. erit linea vna: sūt quoq; linea. a. b.
erit linea vna At qd ex. 9. b⁹ linea. a. c. ē equidistans linee. b. b. vtraq; enī ē equidi-
stans linee. d. e. cūq; ipse sint equales qd latera cubi: sequit ex. 33. pmi duas lineas
a. b. z. c. b. esse equales z equidistantes. ideoq; p cōceptionē eaz medietatea que sūt
a. t. z. b. f. erunt equales: ex. 7. aut huius manifestū ē qd linea. f. c. ē i superficie duā-
rū lineaz. a. b. z. b. c. z ex eadē linea. a. b. que est diameter cubi. ē etiā diameter sup-
ficii parallelograme. a. c. b. b. itaq; linea. f. t. secat diametru. a. b. secet ergo ipsam
i pūcto. u. dico ergo lineā. f. u. esse equalē linee. u. t. z linea etiā. a. u. linee. u. b. intel-
ligantur duo trianguli. a. t. u. b. f. u. quorū anguli qui sunt ad. t. z. f. sunt equales
adinuicem: similiter anguli eorūdem qui sūt ad. a. z. b. equales adinuicem ex pma
parte. 29. pmi: ppter id qd linea. a. t. equidistat linee. f. b. z quia etiā ipse sūt adi-
uicē equales: sequit ex. 26. pmi qd ppositū ē. ¶ Idē quoq; eodē mō cōcludat z si
solidum. a. b. nō sit cubus sed solidū corpus parallelogramū siue equalibus lineis si-
ue nō equalib⁹ cōtentū fuerit siue quoq; sup basim orthogonaliter erectū siue etiā

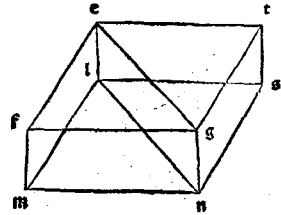
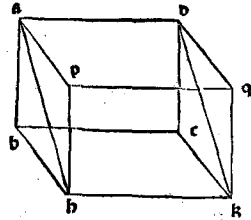


et super ipsa indinatu. Unde ampliat in hac. 40. figuratio cubi ad oēs figuras parallelogramas solidas.

Propositio 41.



Si duo corpora seratilia quorum alterius basim triangulā alterū vero basim habeat equidistantiū laterū ipsi basi triangule duplā eque alta fuerint illa duo corpora necesse ē esse equalia. **C**uius superficies. a. b. c. d. equidistantiū laterū duplā trilaterae superficiei. e. f. g. et super bas duas superficies fiat duo corpora seratilia eque alta: sitq; seratile qd est supra basim qdrangulā. a. b. b. d. c. k. cuius bas est superficies equidistantiū laterū pposita. a. b. c. d. alia eius superficies equidistantiū laterū ē. a. b. d. k. tertia vero ē. b. b. c. k. due autē ei⁹ triangulares superficies sūt altera quidem triangulus. a. b. h. reliqua vero triangulus. d. c. k. seratile autē qd est super basim triangulā. e. f. g. sit. e. f. g. l. m. n. cui⁹ altera duarū trilaterarū superficierū ē basim predicta: reliqua vero triangulus. l. m. n. triū autē superficierū ei⁹ equidistantiū laterū: prima quidē ē. e. f. l. m. scōa vero. e. g. l. n. tertia vero. f. g. m. n. dico itaq; hēc duo seratilia pposita esse adinuicē equalia: perficiant enī duo solida parallelograma adiungendo vtriq; duorū propositorū seratiliū aliud seratile sibi equalē: primo qui de seratili super eandē basim sitq; adiunctū seratile. a. p. b. d. q. k. cuius due trilaterae superficies sunt. a. p. b. d. q. k. tres autē quadrilaterae: prima quidē. a. b. d. k. qui ē terminus cōis sibi et ei cui adiungit: scōa vero. a. d. p. q. scia quoq; p. q. b. k. scōo autē seratili adiungat aliud seratile sibi equalē hoc modo: adiungat primo triangulo. e. f. g. alius triangulus equalis qui sit. e. g. r. ita qd tota superficies. e. f. g. r. sit equidistantiū laterū et super hunc triangulū fiat seratile. e. g. l. r. l. n. f. qd cū illo cui adiungit perficiat corpus parallelogramū huius seratilis adiuncti: due trilaterae superficies sunt. e. g. r. l. n. f. tres autē parallelograme sunt: prima quidē. c. l. r. f. scōa. e. l. g. n. et ipsa ē cōmuni terminus sibi et ei cui adiungit: tertia vero. g. r. n. f. manifestum igitur ex diffinitione solidorū equalitū atq; similitū qd duo seratilia parallelogramū cōponentia solidū. a. k. sibi inuicem. iteq; duo cōponentia solidum parallelogramum. e. n. sibi ad inuicē sūt equalia: At vero ex. 31. vel ex. 32. b⁹ duo solida. a. k. et e. n. sunt sibi inuicē equalia: qd ergo horū solidorū medietates sunt seratilia pposita per cōm sciam pstat ea esse equalia: quaecunq; enī fuerint equalia eorū medietates necesse ē esse equalēs: liquet itaq; qd ppositū ē. **Explicit liber Undecim⁹ Incipit**

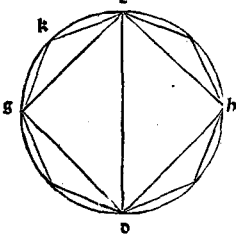
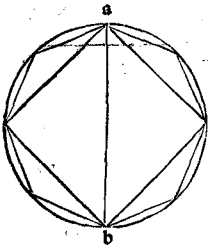
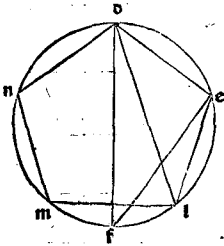
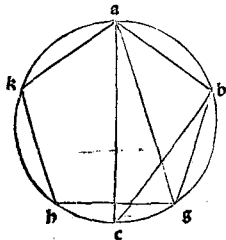


liber Duodecimus.

Propositio 41.



Omnī duarū superficierū lūiū multiangulaz iter duos circulos descriptaz ē pportio alterius ad alterā tāq; pportio qdratoz q ex diametris circuloz eas circūscribētū. **p**ue. nunt. **S**int duo circuli. a. b. c. d. e. f. quib⁹ inscribatur due quelibet figure polygonie q ponant adinuicē siles: sintq; nūc pentagone inscripte vt docet. 11. qd ti et ipse sunt. a. b. g. b. k. aliud pentagonū. d. e. l. m. n. diametri quoq; circuloz sint. a. c. et d. f. dico itaq; qd pportio pentagoni. a. b. g. b. k. ad pentagonū d. e. l. m. n. ē sicut qdratū diametri. a. c. ad quadratū diametri. d. f. p. r. o. t. r. a. b. a. n. t. u. r. enim in vtroq; circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius lateris pentagoni diametro nō contterminalis se inuicē cancellantes infra ipsūm



pentagonū i hoc quidē. a. g. z. c. b. i illo ar. d. l. z. f. e. eritq; ex 6. sexti triangul^o. a. b. g. equiangulus triangulo. d. c. l. nā cū pentagoni ponant adinuicē siles erūt ex dīfinitione siliū suplicieꝝ angulus. b. equalis angulo. e. z. latera ipsos continentia pportionalia videlicet pportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. g. ad. e. l. cū sint autem ex. 20. tertij duo anguli. f. z. l. sibi inuicē equales. Itēq; duo alij. c. z. g. sibi inuicē equales erunt duo qui sunt. c. z. f. adinuicē equales ex hac cōi scia: que equalibus sunt equalia sibi quoq; equa esse necesse est. Et q; ex prima pte. 30. tertij vterq; duoz anguloꝝ. a. b. c. d. e. f. est rectus sequitur ex. 32. primi duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos quare per quartā sexti pportio diametri. a. c. ad diametꝝ. d. f. ē sicut lateris. a. b. ad latus. d. e. pportio duplicata z per candē. cū itaq; ex scōa pte. 18. sexti pportio duoz pentagonoz ē sicut pportio lateris. a. b. ad latus. d. e. pportio duplicata z p eandē pportio quadrati diametri. a. c. ad quadratū diametri. d. f. sit sicut diametri. a. c. ad diametꝝ. d. f. duplicata per hanc cōem sciam: quoz dimidia sunt equalia ipsa quoq; adinuicē esse equalia. manifestum est qđ propositum est.

Propositio .2.



Quoniam duoz circuloꝝ ē proportio alterius ad alterz tantū q; pportio quadrati sue diametri ad quadratū diametri alterius. ¶ Sit duo circuli. a. b. z. c. d. quoz diametri quoq; dicat. a. b. z. c. d. dico itaq; q pportio circuli. a. b. ad circuli. c. d. ē sicut qdrati diametri. a. b. ad quadratū diametri. c. d. manifestū enī ē ex hac cōmuni scientia quanta est quilibet magnitudo ad aliquā secundā tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam q pportio quadrati diametri. a. b. ad quadratū diametri. c. d. est sicut circuli. a. b. ad superficiem aliquā que sit. e. cuiuscūq; figure aut forme ponat: hanc autem impossibile ē maiore esse a t minoꝝ rem circulo. c. d. Si enī est possibile ipsa ēē minoꝝ circulo. c. d. sit itaq; minoꝝ i superficie. f. itaq; circulus. c. d. sit equalis duabus superficiebus. e. z. f. ppter acceptis constat igit ex prima. 10. q totiens possit ex circulo. c. d. suisq; residuis subtrahi maius dimidio quousq; relinquat quantitas aliqua minoꝝ. f. inscribatur ergo sibi vt docet. 6. quarti quadratū. c. d. g. b. de quo constat q ipsum sit maius medietate circuli: quadratū enī quod est duplum ad ipsum ē circulum circūscribens vtpat; ex penultima primi z. 7. quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati ppter accepte fuerint minus superficie. f. sufficit. Sin aut quatuor arcus ex stentes super oīcā latera per equalia diuidantur z puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus lateꝝ cōtinent per lineas rectas. verbi gratia arcus. c. g. diuidat per equalia in puncto. k. e. ptabant lineę. k. c. k. g. sicut de ceteris. Erit q; quilibz trianguloꝝ descriptoz sup latera qdrati maior medietate portionis i q existit eo q oīs triangul^o ysoceles ē medietas palellogrami sue basis per. 41. primi. Sint itaq; portiones existentes super latera octogoni i inscripti ppter accepte minus superficie. f. si enī nondū hoc esset: nō cessare diuidere arcus quoz latera vt time descripte figure sunt corde per equalia: z iscribere figuram equilateram duplo plarium laterū prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus maius dimidio quousq; p pma. 10. portiones super latera alicui^o talis figure circulo iscripte ex stētes ppter accepte erūt min^o superficie. f. sint g nūc q dicte sūt: eritq; ex pceptiōe octogoni. c. d. maius superficie. e. in circulo igit. a. b. eadēz via inscribat sile octogonum: quod dicatur. a. b. sitq; ex premissa proportio octogoni. a. b. ad octogonum

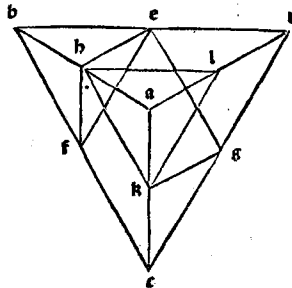
c. d. sicut quadrati diametri. a. b. ad quadratū diametri. c. d. idq; p. 11. quinti sicut pporio circuli. a. b. ad superficiē. e. itaq; pmutatim polygonij. a. b. ad circuli. a. b. sicut polygonij. c. d. ad superficiē. e. cūq; sit polygoniū. c. d. maius superficiē. e. erit polygoniū. a. b. maius circulo. a. b. hoc autē impossibile nō ē: ergo superficies. e. minor circulo. c. d. Sed nec maior. Estō enī si possibile sit: cū igit sit pporio qdrati diametri. a. b. ad quadratū diametri. c. d. sicut circuli. a. b. ad superficiē. e. erit eōverso quadrati diametri. c. d. ad quadratū diametri. a. b. sicut superficiē. e. ad circuli. a. b. et pstat ex cōi scia in principio huius demonstrationis posita q cadē ē circuli. c. d. ad aliquā superficiē que sit. f. eritq; ex. 14. quinti superficies. f. minor circulo. a. b. itaq; pporio quadrati diametri. c. d. ad quadratū diametri. a. b. erit sicut circuli. c. d. ad superficiē. f. minorē circulo. a. b. sed ex hoc demonstrauimus paulo ante sequi impossibile videlicet polygoniū inscriptū circulo maius esse circulo: sicut ergo superficies e. nō pot esse minor circulo. c. d. ita nec maior: erit: ergo necessario equalis quare p sciam partē. 7. quinti liquet qd ppositū ē.

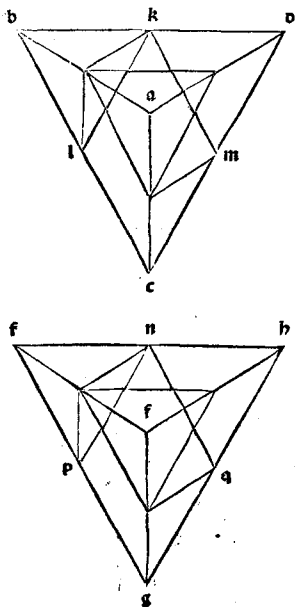
Propositio .3.

Quoniam piramis cuius basis triangula scindi pot in duas equas pyramides sibi inuicem totiq; pyramidū filēs vnaq; in duo seratilia q ambo piter accepta dimidio totius pyramidis necesse est esse maiora. ¶ Sit piramis. a. b. c. d. sup basij triangulū. b. c. d. eiusq; vertex solidus angulus. a. a quo demittat tres ppothemise. a. b. a. c. a. d. ad tres angulos basie: et diuidant oia latera basij p equalia in tribus punctis. e. f. g. tres quoq; ppothemise per eqtia in tribus punctis. b. k. l. et pptrabant in basi due linee. e. f. z. e. g. eritq; basis eius diuisa in tres superficies quaz due sunt duo trianguli. b. e. f. e. g. d. quos ex scōa parte scōe sexti et dione silium superficiēz pstat eē filēs sibi inuicē et toti basi et equales ad inuicem ex. 8. pmitcia ē tetragona: palellograma et ipa ē. e. f. g. e. quā pstat eē duplā ad tāgnliū. c. g. d. ex. 40. et 41. pmit: demittant ergo rursus a pūcio. b. due ppothemise. b. e. f. b. z. a pūcio. k. ppothemisa. k. g. et pptrabant linee. b. k. k. l. et. l. b. diuisa ē itaq; tota piramis a. b. c. d. in duas pyramides que sint. b. b. e. f. z. a. b. k. l. et duo seratilia quoz vnū ē. c. k. f. g. k. c. z ē super basim quadrangulā. c. f. g. e. et aliud ē. e. g. d. b. k. l. et est super basim triangulā. e. g. d. de duabus autē pyramidib⁹. b. b. e. f. a. b. k. l. q ipse sūt eqles ad inuicē sibi⁹ et toti pyramidī. a. b. c. d. filēs: pstat ex dione corpoz equaliū et silium et ex. 10. 11. libri et ex scōa parte. 2. sexti: de duob⁹ aut seratilib⁹ q ipsa sint eqtia. pstat ex vltiā. 11. libri. Qd vero ambo seratilia piter accepta sint mai⁹ medietate toti⁹ pyramidis: ex hoc manifestū ē q vtrūq; illoz diuisibile ē i duas pyramides quaz altera triagula eqtis vni vtraz in quas et seratilia totalis pyramidis diuiditur. altera vero quadrangula q dupla ē ad reliquā quare p ambo seratilia pariter accepta tres quartas eē totalis pyramidis diuise: hāc pporionē si scire desideras. sexta butus. 12. libri psule. sed sufficit tibi scire quantū ad ppositū illa duo seratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas et seratilia totalis diuiditur pariter acceptas quātalibet quātitate excedere.

Propositio .4.

Si due pyramides eque alte quaz bales triagule singule i binas pyramides eqles sibi inuicē ac toti similes binaq; seratilia eqtia diuidant erit pporio basij vni⁹ ad basim alteri⁹ tāq; pporio duoz seratiliū suoz ad duo seratilia alteri⁹. eritq; palā oia seratilia q fuerit in vtralibz illaz





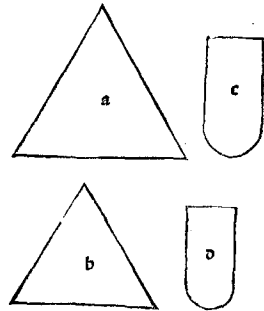
pyramidū piter accepta ad cūcta seratilia q̄ i altera pyramide fuerit in eadē h̄re p̄portionē q̄s basē ei⁹ pyramidis ad basē alteri⁹ pyramidis. ¶ Sint due pyramides quaz bases triangule eque alte hec quidē. a. b. c. d. cuius cōnus punctus. a. basis triangulus. b. c. d. p̄porbenise. a. b. a. c. a. d. illa vero. e. f. g. h. cuius cōnus punctus. e. basis triangulus. f. g. h. p̄porbenise. e. f. e. g. e. h. hec ante due pyramides diuidant sicut in p̄missa. Sintqz bases eaz diuise hec quidē p̄tractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sint. k. l. z. k. m. illa vero p̄tractis lineis que sint. n. p. n. q. dico ergo qz p̄portio basis. b. c. d. ad basē f. g. h. est sicut duoz seratiliū pyramidis. a. pariter acceptoz ad duo seratilia pyramidis. e. pariter accepta. ¶ Manifestū est autē ex. 18. sexti p̄te scōa qz p̄portio trianguli. b. c. d. ad triangulū. k. m. d. ē sicut lineē. b. d. ad lineā. k. d. duplicata p̄ eandē quoqz ē p̄portio trianguli. f. g. h. ad triangulū. n. q. b. sicut lineē. f. h. ad lineā. n. b. duplicata. Cūqz sit lineā. b. d. ad lineā. k. d. sicut lineā. f. h. ad lineā. n. b. utrobiz enī ē dupla p̄portio erit triangulus. b. c. d. ad triangulū. k. m. d. sicut triangulus. f. g. h. ad triangulū. n. q. b. z p̄mutatim triangulus. b. c. d. ad triangulū. f. g. h. sicut triangulus. k. m. d. ad triangulū. n. q. b. triangulus autē. k. m. d. ad triangulū. n. q. b. ē sicut seratile existens super ipsū ad seratile exis sup illū p. 33. vñdecimi huius quoqz seratilis ad illud ē sicut amboz seratiliū pyramidis. a. piter acceptoz ad ambo seratilia pyramidis. e. pariter accepta ex. 15. quinti: necesse ē enī vt sit duplū ad duplum quēadmodū simplū ad simplū. itaqz cōcludē ex. 11. quinti qd p̄positū est. Domitas autē si dubitas seratilia vnius baz pyramidū eque alta esse seratilib⁹ pyramidis alterius. cū enī sint pyramides eque alte: sit quoqz vtraqz eaz diuisa i duas pyramides equales sibi totiqz similes z in duo seratilia equalia z sint due p̄tiales pyramidē eque alte eo qz similes z equales qd facile parebit omissis a vertici huius p̄tialium pyramidū p̄pendicularibus ad bases ipsaz: de quibus p̄pendicularibus ex. 37. vñdecimi constat esse equales. Cūqz altitudines baz partialiū pyramidū pariter acceptē cōponunt altitudinē totalis pyramidis diuise. Sintqz ambo seratilia eque alta vni partialiū pyramidū ei videlicet que sup p̄tialē triangulum basis totalis pyramidis cōponit non est p̄bas ambigere seratilia vnius eaz pyramidū esse eque alta seratilib⁹ alterius eaz. ¶ Conclariū vero ex eō manifestū ē qz similiter bases partialiū pyramidū sic se habeant ad inuicē sicut bina seratilia vni⁹ ad bina seratilia alterius. z qz bases partialium sic se habent ad inuicē sicut bases totalium ex scōa p̄te. 18. sexti z p̄mutata p̄portione constat ex. 13. quinti verū ē quod conclariū proponit. ¶ Propositio 5.



Dues due pyramides eque alte quarum bases triangule suis basibus sint p̄portionales.

¶ Qd. 33. vñdecimi p̄posuit de solidis p̄allogramis z i fine. 36. vii/decimi vez esse demonstrauimus: de seratilib⁹. hec quinta. 12. p̄ponit de pyramidibus triangulis. Intelligatur enī. due pyramides eque alte quaz bases sunt duo trigoni. a. z. b. dico qz p̄portio pyramidis. a. ad pyramidē. b. est sicut basis. a. ad basim. b. qd eadem demonstratiois vel argumētatiōis genere demonstrandū ē quo scōam hui⁹ demonstrauimus. sit enī ut basis. a. ad basim. b. ita pyramis. a. ad corpus. c. de quo dico qz ipsū nō erit minus neqz maius pyramide. b. nā si possibile ē vt sit min⁹ estqz min⁹ i solidō. d. vt pyramis. b. sit eqlis duobus corporibus. c. z. d. pariter acceptis diuisa itaqz pyramide. b. vt p̄ponit: 3.

detrahantur ab eo duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate pyramidis ipsius: itemq; ex utraq; duarum partialium residuarum pyramidum duo earum predicto modo diuisarum seratilia demantur & fiat hoc totiens quousq; ex piramide. b. cogatur aduersarius per primam. 10. confiteri relinqui minus solido. d. eruntq; ex communi scientia seratilia detracta maius. c. fiat igitur a piramide. a. similis seratilium detractio. & intelligamus tot seratilia detracta esse ex piramide. a. quot detrahimus ex piramide. b. eritq; ex conelario premissæ sicut basis. a. ad basim. b. ita seratilia detracta a piramide. a. ad seratilia detracta a piramide. b. sic sed erat piramis. a. ad corp⁹. c. itaq; seratilia pyramidis. a. ad seratilia pyramidis b. sicut piramis. a. ad corpus. c. & proutatim seratilia pyramidis. a. ad piramidē. a. sicut seratilia p pyramidis. b. ad corpus. c. & unq; sint seratilia pyramidis. b. maius corpore. c. erunt seratilia pyramidis. a. maius piramide. a. Et quia hoc ē impossibile nō erit corpus. c. minus piramide. b. sed nec maius. hoc enī posito cum sit p/ portio basis. a. ad basim. b. sicut pyramidis. a. ad corpus. c. erit cōuerso basis. b. ad basim. a. sicut corporis. c. ad piramidē. a. Erunt eadē ex cōmuni scia pyramidis b. ad aliqō corpus qd sit. d. sequēq; ex. 14. quinti qd corpus. d. sit minus piramide a. eo qd piramis. b. ponit minor corp⁹. c. Erit igit basis. b. ad basim. a. sicut piramis b. ad corpus minus piramide. a. Ex hoc aut demonstratū ē sequi impossibile vide licet seratilia detracta ab aliqua piramide maius eē ea piramide a qua detrahunt ideoq; relinquit corpus. c. esse equale piramidi. b. cum nec minus ea possit eē nec maius & pportione pyramidis. a. ad piramidē. b. esse sicut basis. a. ad basim. b. hoc aut erat demonstrandū.



Propositio .6.

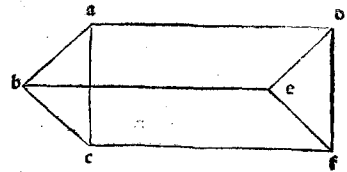


Quoniam corpus seratile in tres pyramides equales basesq; triangulas habentes est diuisibile.

¶ Si seratile. a. b. c. d. e. f. ipsū dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas equales. ptabat enī in vnaquaq; suarū triūz superficiū palellogramarū linea diagonalis ita qd vna earū diagonalū sit cōter/ minalis reliquis duabus ut si ptabas lineas. b. d. b. f. z. f. a. quas ppter cōfusio/ nē pstrabere cōtempni: eritq; totum seratile in tres triangulas pyramides diuisū quas ex premissa his assumpta facile cōstat eē equales. Qm aut euclides nihil de/ monstrandū proponit de pyramidibus lateratis exceptis solidis his quaz sunt bases triangule vt omnīū cognitionē ex elemētis qd ponit: sufficienter elicere possi/ mus: quedā arbitramur nō inutile demonstracionibus hic positis adiungere: solis enī elemētis contentus euclides multa pmissit que quāuis ex eis consequantur non tamen sine difficultate patent studentibus: horū primum est hec.

¶ Si duo solida quorū alterum seratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut seratile super quadrangulā: piramis vero super trigonā que quadrangule basis seratilis sit dimidiū constituta fuerint eque alta seratile pi/ ramidi triplum esse conueniet

¶ Si seratile ppositū fuerit super basim trigonam tunc ex piramide pposita sup propriam basim perficiatur seratile piramidi pposite eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basipiramidis adiciatur triāgulus ex quo z basi pyramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quā ex ipsa



piramide compleatur seratile piramidi e ne altum: qz igit istud seratile seratili pri
ori est eque altum z vtriusqz bases sunt equales ex ppothesi. sequitur ipsa ee equa
lia. hoc eni demonstratu est in. 36. vndecimi. at qm ex. 6. hui. 12. libri seratile scom
triplum est ad piramidē ppositā. nam ipsa est vna ex tribus piramidibus in quas
ipsum seratile diuidit. Erit quoqz per cōmunem scientiam ppositam seratile tri/
plum ad ppositam piramidem.

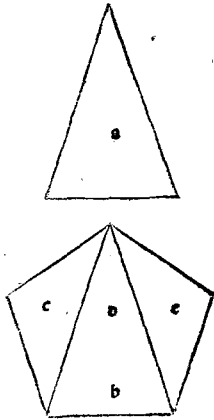
¶ Si quolibet piramides quarum bases triangule super vnā eandē
qz basim siue super equales constitute fuerint: eque alte eas esse adin/
uicē inequales necesse est. **¶** Fabricato eni vno seratili eque alto piramidib?
propositis sup basim triangulā equalē basib? ppositaz piramidū aut sup basim
quadrangulā duplā basibus eandē: erit ipsū seratile triplū ad piramides singlas.
hoc eni constat ex premissa addita siue interposita: igit ex cōficia cūte ppositite
piramides sunt vt diximus adinuicē equales.

¶ Omnes piramides quarum bases triangule eque alte suis basibus
sunt proportionales. **¶** Siant super bases ppositarum piramidum aut sup
alias trigonas equales aut super palellogramas duplas seratilia ipsis piramidi/
bus eque alta eruntqz ob hoc seratilia sibi adinuicē eque alta z qz seratilia suis ba/
sibus sunt pportionalia ut probatum ē in. 36. vndecimi. 33. ipsius mediante. Lū/
qz ex prima harum additarum manifestum sit hec seratilia tripla esse ad propo/
tas piramides vniqzqz videlicet ad suā relatinam: basesqz ipsorū equales aut du/
plas esse basibus ipsarum. sic autem ex. 15. quinti vt triplum ad triplum ita sim/
plum ad simplum erunt quoqz ppositite piramides suis basibus proportionales.
¶ Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritqz alterius ba
sis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipsas
suis basibus proportionales esse conuenit.

¶ Exempli gratia. Intellegantur due piramides eque alte super duas bases. a. z. b.
sitqz basis. a. triangula. b. vero pentagona. Et dicantur hec piramides. a. z. b.
itaqz dico proportionem piramidum. a. z. b. esse sicut basium. a. z. b. distinguatur
quidem pentagonus. b. i tres triangulos. c. d. e. eritqz tota piramis. b. distincta
in tres piramides eque altas quarum bases sunt trianguli. c. d. e. que etiā dīcātur
nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio pirami/
dis. c. ad piramidem. a. est sicut trigoni. c. ad trigonum. a. z. piramidis. d. ad pira/
midem. a. sicut trigoni. d. ad trigonum. a. itemqz piramis. c. ad piramidem. a. si/
cut trigoni. c. ad trigonum. a. ex. 24. quinti bis assumpta sequitur qd sit propo/
tio aggregati ex omnibus piramidibus. c. d. e. z ipsum est piramis. b. ad pira/
dem. a. sicut aggregari ex omnibus trigonis. c. d. e. z ipsum est pentagonus. b.
ad trigonum. a. constat igitur quod volumus.

¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus proportiona/
les esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat
quod dicitur. Si autem basis vtriusqz fuerit polygonia vtrilibet ipsarum basium
resoluta in triangulos z ipsa piramide i piramides triangulas: erit ex premissa in
terposita proportio vniuscuiusqz harum triangularium piramidum iter quas alte
ra ppositarum diuiditur ad reliquā sicut sue basis ad basim alterius. itaqz per
24. quinti quotiens oportet assumptam: constat verum esse quod diximus.

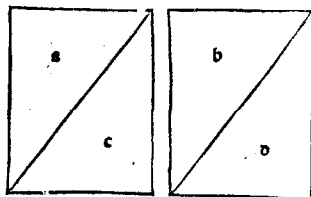


Propositio 7.



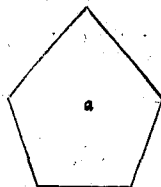
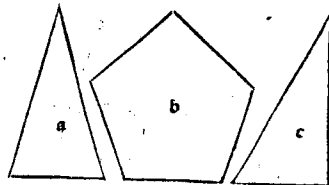
Si due pyramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases et altitudines fuerint mutue eadem pyramides sibi inuicem esse equales necesse est.

Quod trigesima quarta et trigesima quinta undecimi proposuerunt de solidis parallelogramis: et nos in .36. eiusdem demonstrauimus de seralibus: de septima: scilicet proponit de pyramidibus habentibus bases triangulas. Intelligatur enim duo pyramides equales super duos trigonos vel triangulos. a. z. b. que dicantur. a. z. b. dico itaque quod proportio basis. a. ad basim. b. est sicut proportio altitudinis pyramidis. b. ad altitudinem pyramidis. a. et si hoc fuerit dico pyramides. a. z. b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis. a. z. b. duo alij qui sint. c. z. d. vt fiant ambe superficies. a. c. z. b. d. equidistantium laterum et ex ipsis pyramidibus super bases. a. c. z. b. d. copleantur solida parallelograma pyramidibus propositis eque alta que similiter dicantur. a. c. z. b. d. manifestum igitur est ex sexta huius. 12. quod pyramis. a. est sexta pars solidi. a. c. et pyramis. b. sexta solidi. b. d. itaque ex .35. undecimi argue propositum: prima quidem partem ex prima: secundam autem ex secunda.



Quod si due quelibet pyramides laterate fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint eadem pyramides equales esse oportet.

Si bases utraque fuerint triangule demonstratum est verum esse quod diximus. Si altera tamen sit igitur. a. basibus alterius pyramidis sit. b. et sumatur trigonus. c. equalis polygonio. b. fiatque super. c. pyramis eque alta pyramidi que est super. b. et sint. a. b. c. equiuoca nomina pyramidum et basium. Quia igitur ex hypothesis duo pyramides. a. z. b. sunt equales et ex vltima interposita: ad sextam huius duos pyramides. b. z. c. sunt equales: et erunt ex communi scientia due pyramides. a. z. c. equales: igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte. 7. huius. Unque bases. b. z. c. sunt equales: altitudines quoque pyramidum. b. z. c. equales erunt ex prima parte et secunda. 7. quinti bases. a. z. b. mutue altitudinibus pyramidum. a. z. b. Secunda pars conuerso modo probatur. nam si fuerit basis. a. ad basim. b. vt altitudo pyramidis. b. ad altitudinem pyramidis. a. erit ex .2. parte et prima. 7. quinti basis. a. ad basim. c. sicut altitudo pyramidis. b. ad altitudinem pyramidis. a. itaque ex secunda parte huius. 7. duo pyramides. a. z. c. sunt equales quare per communem scientiam due quoque pyramides. a. z. b. sunt equales. Si vero neutra propositarum pyramidum fuerit trigona sed utraque polygonia. Verbi gratia altera pentagona altera hexagona: que adhuc dicantur. a. z. b. sumatur similiter triangulus. c. equalis hexagono. b. super quem fiat pyramis eque alta pyramidi. b. eruntque due pyramides. b. z. c. equales. ideoque due que sunt. a. z. c. etiam per conceptionem equales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo pyramidis. c. ad altitudinem pyramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo pyramidis. b. ad altitudinem pyramidis. a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fuerit vt altitudo pyramidis. b. ad altitudinem pyramidis. a.



erit quoq; ex septima quinti basis. a. ad basim. c. vt altitudo pyramidis. c. ad altitudinem pyramidis. a. ideoq; ut patet ex prioribus erunt due pyramides. a. z. c. e. q; les quare etiā ex cōmuni scientia z due que sunt. a. z. b. erūt etiā equales. Et hoc ē propositum.

Propositio .8.

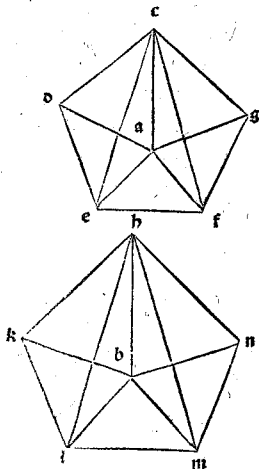
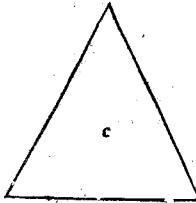
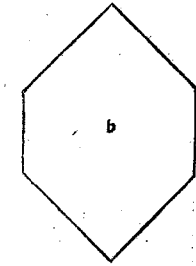


Dñum duarum pyramidum similiarum quarum bases tri angule ē proportio alterius ad alteram tanq; lateris ad latius eius relatiuum proportio triplicata.

Propositis duabus pyramidibus bases triangulas habentibus si milibus ex ipsis perice duo solida parallelograma quemadmodū dictum est in demonstratione premisse: eruntq; hec duo solida parallelograma si milia eo q; pyramides ponuntur similes ad inuicem. nā duo solidi anguli qui sunt cōmunes pyramidibus z solidis parallelogramis superficialibus angulis numero z quantitate equalib⁹ continentur: z latera quoq; illos angulos superficiales continētia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorum parallelogramorum cōmunes angulos solidos constituentes sunt equiangule z laterū proportionalium. ideoq; similes ex diffinitione similium superficialium: quare ex 24. z. 13. quinti cuncte sex superficies horū duorum solidorū parallelogramorū sunt si miles adinuicē: igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum proportio solidorum z pyramidū sit vna ex. 5. quinti. nam solida sunt sexcupla pyramidibus ex sexta huius. cumq; sit proportio solidorū vna sicut suorum relatiuorū laterum triplicata ex. 36. vndecimi libri: sunt aut latera solidorum eadez quoq; latera pyramidū. erit quoq; ex. 11. quinti proportio propositarū pyramidum sicut suoz relatiuorū laterum proportio triplicata: quod est propositum.

Quod si fuerint due quelibet pyramides laterate similes erit pportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum lateris alterius proportio triplicata:

Sint due laterate pyramides quaz con. a. z. b. similes sintq; super bases pentagonas que sunt. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico q; pportio earū est sicut suoz relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficialiez z eorū porum q; pentagoni qui sunt bases propositarū pyramidū sibi ad inuicē cum criq; relatiui al' reliqui triaguli ipsas abicētes sibi inuicē sūt similes. diuidant itaq; bases ambaz in triangulos si les z numero equales put. 18. sexti pponit esse pos sibilez protrahit in hac quidē lincis. c. e. z. c. f. i. illa vero. b. l. z. b. m. dico igit istas pyramides esse diuisas in pyramides triangulas si les z numero equales. Conferat enim adinuicē due pyramides. a. c. d. e. b. h. k. l. quaz con. sunt. a. z. b. constat autem ex ppothēsi triangulū. c. a. d. esse simile triangulo. b. b. k. z. triangulū. d. a. e. triangulo. k. b. l. z q; etiā ex ppothēsi angul⁹. d. ē equalis angulo. k. z latera. c. d. z d. e. cōtinētia angulū. d. sunt pportionalia lateribus. b. k. z. k. l. cōtinētibz angulū. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c. d. e. z. b. k. l. equianguli. ideoq; per. 4. sexti erit pportio. c. d. ad. b. k. sicut. c. e. ad. b. l. cūq; ex ppothēsi sit pportio. c. a. ad. b. b. z etiā. a. e. ad. b. l. sicut. c. d. ad. b. k. erit ex. 11. quinti. c. a. ad. b. b. z. a. e. ad. b. l. sicut. c. e. ad. b. l. igit ex. 5. sexti z diffinitione similium superficialiez triangulus. c. a. e. erit si les triangulo. b. b. l. manifestum est itaq; ex diffinitione similium corporum q; pyramis. a. c. d. e. ē similis pyramidi. b. b. k. l. sit quoq; constat pyramidē. a. c. e. f. ē



filum pyramidi. b. b. l. m. et pyramide. a. c. f. g. pyramidi. b. b. m. n. quia ergo ex hac. s. pportio pyramidis. a. c. d. e. ad pyramide. b. b. k. l. e. sicut lateris. c. d. ad latus. b. k. triplicata. z. etiam pyramidis. a. c. e. f. ad pyramide. b. b. l. m. sicut. e. f. ad. l. m. tripli/ cara. ac etiam pyramidis. a. c. f. g. ad pyramide. b. b. m. n. sicut. c. g. ad. b. n. triplicata. cum sit ex hypothese pportio. e. f. ad. l. m. z. c. g. ad. b. n. sicut. c. d. ad. b. k. sequitur ex 13. quinti ut pportio totalium pyramidum. a. z. b. sit sicut unius harum pyramidum ad aliam unam. igitur ex hac. s. z. undecima quinti constat verum esse quod diximus.

Omnes columne laterate eque alte suis basibus sunt pportionales.

Uterum est quod dicitur super qualescunque bases polygonas sint. columne. Columnas autem lateratas vocamus solida corpora laterata quorum bases et superficies suppreme sunt files et equales. cuncte vero relique superficies ipsa solida circumstantes sunt equidistantium laterum. Talium autem solidorum prima species est seratilis cum super unam suarum trilaterarum superficies intelligitur esse statutum. Secunda vero species est columna cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse est esse compositam: et tertia est cuius basis est pentagona z. ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico quod omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui in quot triangulos sua basis. Intelligantur itaque due columne laterate. a. z. b. constitute super duas bases. a. z. b. eque alte. dico quod pportio columnarum. a. z. b. e. sicut basium. a. z. b. distinguantur namque hee bases in triangulos et hee columne in seratilia: basis quidem. a. que ponatur esse quadrangula in duos triangulos. f. c. z. d. z. columna. a. in duo seratilia. c. z. d. basis vero. b. que sit pentagona distinguitur in tres trigonos. e. f. g. z. columna. b. in tria seratilia que sunt vocentur. e. f. g. Manifestum est igitur ex his que in 36. undecimi dicta sunt quod pportio seratilis. c. ad seratile. z. est sicut basis. c. ad basim. e. z. iterum seratilis. d. ad seratile. e. sicut basis. d. ad basim. e. quare per 24. quinti erit columna. a. ad seratile. e. sicut basis. a. ad basim. e. eadem ratione erit columna. a. ad seratile. f. sicut basis. a. ad basim. f. at rursus columna. a. ad seratile. g. sicut basis. a. ad basim. g. igitur ex 24. quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile concludes propositum. constat itaque ex hoc quod

Omnes columne laterate super eandem basim vel super equales contentitate si fuerint eque alte erunt equales.

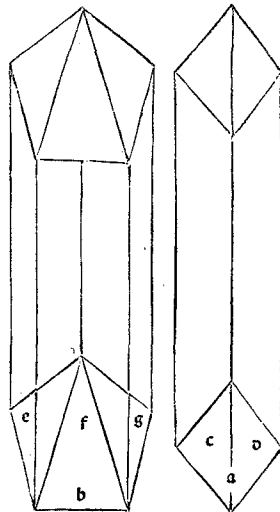
Cum enim ut proximo probatum est eque alte columne laterate sint suis basibus pportionales. ponantur autem bases esse aut easdem aut equales necesse est ex 24. quinti ut etiam columne sint equales. constat quoque quod.

Si fuerint quolibet solida parallelograma seratilia et laterate columne eque alte ipsa quoque suis basibus pportionalia esse necessario comprobantur.

Omnia enim hee species sunt lateratarum columnarum de quibus paulo ante videri universaliter probatum est verum esse quod dicitur.

Omnis laterata columna tripla est ad suam pyramidem.

Distinguitur basis columnae in triangulos et secundum numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia et pyramis columnae in pyramides habentes bases triangulas. que videlicet sunt bases seratilium. constat itaque unumquodque seratile ad eam pyramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplicum esse. hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri: igitur ex 13. quinti omnia seratilia pariter accepta ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum cumque ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna et



et ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramidibus columnne perficiantur con/
stat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quilibet columnne laterate equales: earum bases ea/
runden altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum et altitudines
mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columnne sint equales earum pyramides erunt equales eo quod omnis la/
terata colūna ē tripla ad suā pyramidē. si autem pyramides fuerint equales sue ba/
ses suis altitudinibus mutue erunt quēadmodū demonstratum est in septima bu/
ius: quia igitur columnnarum suarumq; pyramidū eadem sunt bases et altitudines
sunt eadem. constat prima pars ppositi. Sint igitur bases et altitudines pposita/
rum columnnarum lateratarum mutue: dico quod columnne erunt equales. cum eni ce/
dem sint bases eademq; altitudines colūnarū suarūq; pyramidū: erunt bases et al/
titudines pyramidū ppositarū colūnarum mutue. si hoc ut positū est vix fuerit de
columnnis. erunt itaq; pyramides equales put in septimo huius demonstratum ē
igitur et columnne equales cum ipse triple sint ad suas pyramides: quare patet scē/
da pars eius quod propositum est.

¶ Omnium duarum columnnarum lateratarum similium est propoz/
tio alterius ad alteram tanq; lateris ad suam relatiuum latus propoz/
tio triplicata.

¶ Si columnne fuerint similes erunt ex diffinitione similium corporum bases earum
ceteraq; superficies eas ambientes siles. Dividant itaq; bases earum in triangulos
similes et numero equales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: et ipse
columnne dividant in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur proba/
re seratilia vnius suis relatiuis seratilibus alterius cē similia: qd facile probabis ex
pporbeci et sexta et quarta et quinta sexti: et diffinitione similium superficie et diffi/
nitione similium corporum hoc autē probato erit ex .36. vndecimi proportio vnius
cuiusq; seratilis vnius ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus
illius pportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta
seratilia vnius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima
quinti ut cunctorum seratiliū vnius ad suā relatiua seratilia alterius sit propoz/
tio vna: quare per .13. quinti que est proportio vnius seratilis ad suum seratile rela/
tiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta
et quia vtrobiq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas et relatiua
latera seratiliū sunt relatiua latera columnnarum: necesse est ex vndecima quinti
ut proportio columnnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplica/
ta quod est propositum.

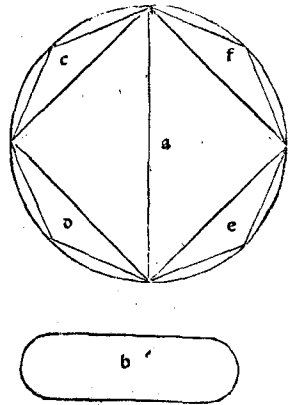
Propositio .9.



¶ Omnis columna rotunda pyramidi sue triplex esse cōpro/
batur.

¶ Supra circulum .a. intelligantur vna columna et vna pyramis scē/
dum eandē suā altitudinē erecte: dicanturq; equinoce ipsa pyramis et
columnna et circulus nomine vno scz .a. dico itaq; quod colūna .a. est tri/
pla ad pyramidē .a. cuius pbatio ē quia neq; maior neq; minor pōt esse q; tripla
Sit eni primū si possibile est maior quam tripla quantitate corporis .b. ita quod si .b.

corp^o dematur de colūna. a. erit residū ſi ei⁹ triplū ad piramidē .a. Inſcribat ergo quadratū circulo. a. ſup qđ erigantur duo ſerailia eque alta colūne. a. de quibus duobus ſerailibus piter acceptis coſtat qđ ipſa ſūt plus medietate colūne. a. quē / admodū ipſum quadratū conſtat eſſe plus medietate circuli. a. Si eni ex ipſis ſerailibus perficiantur ſolida palelograma quoz ipſa ſunt medietates: erit ipſa colū / na ps ipſoz duoz ſolidoz piter acceptoz: deinde ſuper latera quadrati inſcripti p / fictia quatuor triangulos orum equaliū latez in portionibus circuli quaz portiō / nūz latera quadrati ſunt chordę diuiſis arcubus illaz portiōnū p equalia z ſunt illi trianguli. c. d. e. f. ſuper quos etiā erige ſerailia ad altitudinē colūne. a. z manife / ſtū eſt qđ hec ſerailia ſunt maius medietate portiōnū colūne ſuper portiōes cir / culi conſiſtentū quēadmodū z ipſi trianguli ſunt maius medietate portiōnū circuli. ſiat aut hoc totiens quonſqz p primā . 10. cogat aduerſarius coſiteri portiōes colūne piter acceptas eſſe minus corpore. b. Erit igitur columna laterata octogona quā cōponunt omnia ſerailia pariter accepta quaz baſes ſunt trianguli diuiden / tes polygonū inſcriptū circulo . a. mai⁹ triplo piramidis rotunde. a. z qđ ipſa latera ta colūna ē tripla ad ſuā piramidē ſicut demonſtratū ē in eis que premiſſa ſunt. ſe / quitur ex ſcōa pte. 10. quinti libri vt rotunda piramis. a. ſit minor laterata pirami / de laterate colūne cuius baſis ē inſcriptū polygonū baſi rotunde piramidis. a. qđ eſt impoſſibile. Eſt eni piramis laterata ps ipſius piramidis rotunde: nō ē igitur piramis. a. min⁹ tertia pte ſue colūne. ſed nec plus tertia. Si eni poſſibile ē: ſit pi / ramis. a. plus tertia pte colūne. a. quātitate corporis. b. ita qđ detracto corpore. b. de piramide. a. ſit reſiduū ipſius piramidis tertia pars colūne. a. igitur quēadmodū prius ex piramide. a. intelligat detrabi piramis laterata ſibi eque alta cuius baſis ſit quadratū circulo. a. inſcriptū quā lateratam piramidem conſtat eſſe plus dimi / dio piramidis rotunde. Item de reſiduo piramidis. a. rursus intelligant detrabi piramides eque alte ſtate ſuper triangulos. c. d. e. f. qui ſunt in portiōibus ba / ſis z hoc toties fiat vt ex prima decimi relinquat ex piramide. a. minus corpore. b. erit itaqz piramis laterata inſcripto polygono ſupſtans quā cōponunt laterate pi / ramides ex rotunda piramide detracte maius tertia pte rotunde colūne. a. z quia ut probatū ē in pcedentibus hec piramis laterata ē tertia ps ſue colūne laterate a. ſequit deſuuo ex ſcōa pte. 10. quinti libri columnā rotundā. a. eſſe minorē colūna laterata eiſde altitudinis cuius baſis ē polygonū baſi rotunde piramidis inſcri / ptū: hoc aut impoſſibile: nā hec colūna rotunda laterata ps ē colūne rotunde. Cum igitur columna rotunda nō poſſit eē minus triplo ſue piramidis neqz maius: erit neceſſaria tripla ad eam quod demonſtrare volumus.

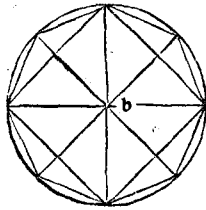
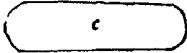
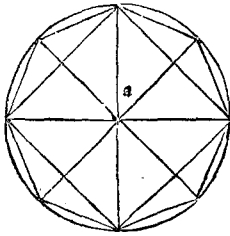


Propoſitio 10.



Omniū duarum rotundaz piramidum ſimiliū colūna rumve rotundarum ſimilium ē proportio alterius ad al / teram tanqz diametri ſue baſis ad diametrū. baſis alteri⁹ proportio triplicata.

Sint duo circuli. a. z. b. ſuper quos conſtituantur due rotūde pira / mides ſimiles duęqz colūne rotunde ſimiles z dicantur circuli z piramides z co /

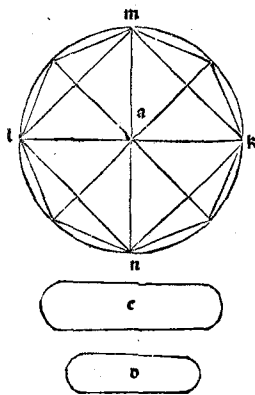
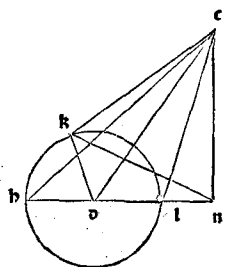
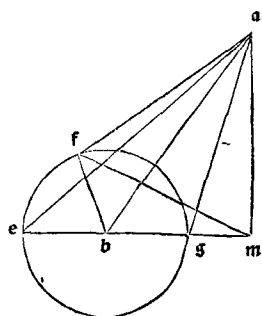


lumine et diametri circulozum his nominibus. a. et b. equidico itaqz qd ppor-
tio duarum pyramidum. a. et b. duarumqz columnar. a. et b. e sicut duarum diametror.
a. et b. proportio triplicata: hoc autem si de pyramidibus constitit: de columnis
autem constabit ex. 15. quinti. cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla
ad suam pyramide: de pyramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente
ad impossibile. Est eni per comune sciam posita in principio scde demonstrationis
huius. 12. libri: que proportio diametri. a. ad diametru. b. triplicata: eadem pira-
midis. a. ad aliqd corpus: illud igit corpus sit. c. de quo dico qd ipsum non pot esse
minus neqz maius pyramide. b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate cor-
poris. d. ita qd duo corpora. c. et d. piter accepta sint quatum pyramis. b. itaqz que
admodu in scda pte premissa ex pyramide. b. detrahaf laterata pyramis sibi eque
alta cuius basis sit quadratum inscriptu circulo. b. et ex residuo eius detrahant pi-
ramides eiusde altitudinis consistentes super trigonos portionu circuli. b. fiat ita
qz hoc totiens quousqz cogente prima. 10. sit residuu pyramidis. b. minus corpore
d. eritqz ex coi scia laterata pyramis detracta qua coponunt partiales pyramides
detracte maius corpore. c. Inscrubaf itaqz circulo. a. polygonu simile illi quod est
basis laterate pyramidis detracte a pyramide. b. et ad angulos huius polygoni in-
scripti circulo. a. demitte lineas a cono pyramidis. a. perficiens super illud polygo-
num laterata pyramide eque alta rotunde pyramidi. a. banc igit studeas demon-
strare esse similem laterate pyramidi detracte a rotunda pyramide. b. qd hoc mo. fa-
cies: in vtraqz pyramide eriges axem ipsius que erit ex diffinitione linea continuans
vertice pyramidis cu centro basis et erit perpendicularis ad basim: deinde a centris
basium protrahas in vtroqz circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusqz
polygoni inscripti. cumqz ex diffinitione similium pyramidum rotundarum sit p-
portio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum ba-
sis alteri. ideoqz etia ex. 15. quinti et equa pportionalitate sicut semidiametri ad se-
midiametru. sint aut vtrobiqz omnes anguli quos axes cum semidiametris: conti-
nent recti. necesse e ex sexta ppositione sexti libri et quarta eiusde diffinitione simi-
lium superficiez et similium corporum diffinitione vt laterata pyramis. a. sit similis late-
rate pyramidi. b. quare p addita ad. s. huius pportio laterate pyramidis. a. ad la-
teratam. b. e sicut lateris vnius ad suu relatiu latius alterius. pportio triplicata.
ideoqz et sicut diametri. a. ad diametru. b. triplicata. igit quoqz sicut rotunde pira-
midis. a. ad corpus. c. ex. 11. quinti quare permutatim proportio laterate pyrami-
dis. a. ad rotunda pyramide. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. et qz latera-
ta pyramis. b. maior e corpore. c. erit laterate pyramis. a. maior rotunda pyramide
a. qd e impossibile cu sit ps eius: no est ergo corpus. c. minus rotunda pyramide. b
Restat itaqz pbandu qd nec maius. si eni aduersarius dicat ipsu ce mai: tunc argu-
atur ex conuersa proportionalitate pportione diametri. b. ad diametrum. a. tripli-
cata esse sicut corporis. c. ad rotunda pyramide. a. sed ex conceptione eade est rotunde
pyramidis. b. ad aliqd corpus aliud qd sit. d. et qz ppothefi corpus. c. maius e ro-
tunda pyramide. b. sequit ex. 14. quinti qd rotunda pyramis. a. sit maior corpore. d.
itaqz proportio rotunde pyramidis. b. ad corpus qd e minus rotunda pyramide. a
videlicet ad. d. est sicut sue diametri. b. ad diametru alterius pportio triplicata. hoc
aut est impossibile. na ex hoc demonstrauit sequi qd ps sit maior suo toto. cu ergo

corpus. c. nō possit min⁹ eē neq; mai⁹ rotunda piramide. b. erit necessario sibi eq/
le. ideoq; ex scōa pte. 7. quinti constat ppositū. Nō lateat autem nos huius demon/
strationis processum ad eas dūtaxat colūnas 7 piramides rotundas coartari qua/
rum axes suis basibus perpendiculariter insunt: tales enī diffinitē fuerūt i prin/
cipio vndecim: cum tamē passio hic demonstrata cōmuniter conveniat omnibus/
columnis rotundis similibus piramidibusq; rotundis similibus siue earū axes su/
per bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclināte: 7 ap/
pellenē differentie cā hec rotunde colūne 7 piramides qrum basib⁹ axes ortho/
gonaliter superstant erecte: relique vero dicant⁹ inclināte: 7 q; in principio. 11. non/
sunt diffinitē colūne aut piramides rotunde nisi ille tm̄ quas erectas vocam⁹: hec/
quidē per motū palelogrami rectanguli. illi vero per motū trigoni rectāguli. ideo/
conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas 7 piramides diffinitionib⁹/
cōmuniter 7 vniuocē conuenientibus erectis 7 inclinatis: columnis 7 piramidibus/
rotundis. Cum igit⁹ extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punct⁹ qui/
cū circūferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato/
puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moveri incepit: ideo/
circūducit⁹ corpus qd a curua superficie quā motu suo describit hec linea 7 ab ipso/
circulo cui circūducit cōtinet⁹ voco piramidē rotundā. et circulū cui linea hec circū/
ducitur voco basim ipsius piramidis. fixum aut⁹ punctū extra circulū superficiem si/
gnatū voco conū piramidis: lineamq; rectā cōtinuantē centrū basis cū cono pira/
midis appello axem seu sagittā piramidis. Nunq; hec sagitta fuerit perpendiculari/
tis ad basim dico piramidē esse erectā. cū vero inclināta dico etiā piramidē incli/
natā. cum aut⁹ fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistanti/
bus. quos vna plana superficies p eorū centra transiens secuerit fuerintq; continua/
te per lineā rectā due relative sectiones duarum circūferentiarum ipsoz circuloz.
Si linea hec in circūferentijs ipsoz circuloz equidistanter situt a quo moveri ince/
perit quousq; ad locū suū redeat circūducit⁹ corpus qd a curua superficie quā mo/
tu suo describit hec linea 7 a duobus ppositis circulis continē⁹ voco columnā ro/
tundā. cuius axis siue sagitta ē linea recta centra duoz circuloz cōtinuans. Et/
cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusq; duorum circulo/
rum: dico columnā esse erectā. Cum vero fuerit super basim inclināta dico co/
lumnā esse inclinātā. Nunq; fuerint due rotunde piramides aut columne a qua/
rum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte/
fuerintq; anguli quos axes 7 cōmunes sectiones harum superficierum 7 basiu/
continent ad inuicem equales: 7 fuerit proportio axis vnus ad axem alterius si/
cut semidiametri basis vnus ad semidiametrum basis alteri⁹: tunc illas duas pi/
ramides ad inuicem aut illas duas columnas ad inuicem dico similes esse. his dif/
finitionibus positis demonstrandū est q; omnium duarum rotundarum piramid/
um similiarum columnarūve rotundarum similiarum: siue erecte siue inclināte fōe/
rint est proportio vnus ad alteram sicut diametri basis vnus ad diametrum ba/
sis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc/
autem premittimus antecedens necessarium.

Si fuerint due rotunde piramides ad inuicem similes vtranzq; quaz

LIBER

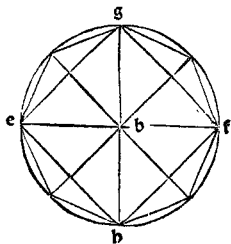


due plane superficies super axem secant fuerintq; baz duaz supficiex altera in ytraq; piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes erunt anguli quos axes et due communes sectiones basium et earum superficies que super bases non ponit orthogonaliter erecte continet adinuicem equeles.

Sint due rotunde piramides. a. b. z. c. d. quaz bases sunt circuli. e. f. g. z. b. k. l. et axes due linee. a. b. z. c. d. z. diametri basium. e. g. z. b. l. centra basium sunt duo puncta b. z. d. conijungantur. a. z. c. similes ad inuicem: et ab earum conis ad superficiem basium protrahantur ut docet. 11. vndecimi libri due perpendicularares que sunt. a. m. z. c. n. z. continentur puncta. m. z. n. cum centrīs basium pertractis lineis. b. m. z. d. n. eritq; ex. 18. vndecimi superficies. a. b. m. que egreditur ab axe. a. b. erecta super basim pyramidis. a. b. orthogonaliter. Eodem modo superficies. c. d. n. que egreditur ab axe. c. d. erit erecta super basim pyramidis. c. d. orthogonaliter. sunt itaq; duo arcus. f. g. z. k. l. similes: et intelligantur due superficies. a. b. f. c. d. k. egredi ab axibus et secare piramides. a. b. z. c. d. siles: dico igitur duos angulos. a. b. f. c. d. k. esse adinuicem equales. protrahantur enī due linee. f. m. z. k. n. qz igitur due piramides. a. b. z. c. d. sunt similes et due superficies. a. b. m. c. d. n. stantes orthogonaliter super bases egrediuntur ab earum axibus: erit ex diffinitione similium pyramidum angulus. a. b. m. equalis angulo. c. d. n. et qz ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter erecte uterq; duorum angulorum. a. m. b. c. n. d. est rectus erunt ex. 32. primi et. 4. sexti duo primi trianguli. a. b. m. z. c. d. n. laterum proportionalium ut proportio linee. a. b. ad lineam. c. d. sicut b. m. ad d. n. et sicut. a. m. ad c. n. et qz ex diffinitione similium pyramidum proportio axis a. b. ad axem. c. d. est sicut semidiametri. b. f. ad semidiametrum. d. k. erit ex. 11. quinti: proportio. b. f. ad d. k. sicut. b. m. ad d. n. Cumq; sint duo anguli. f. b. m. z. k. d. n. equales eo qd duo arcus. f. g. z. k. l. sunt similes ex hypothese: erit ex sexta et quarta sexti proportio. f. m. ad k. n. sicut. b. m. ad d. n. ideoq; sicut. a. m. ad c. n. et quia itez ex diffinitione linee super superficiem perpendiculariter erecte uterq; duorum angulorum. a. m. f. c. n. k. est rectus: erit ex sexta et quarta sexti proportio. a. f. ad c. k. sicut a. m. ad c. n. ideoq; per. 11. quinti sicut. a. b. ad c. d. et sicut. b. f. ad d. k. igitur ex quinta sexti duo anguli. a. b. f. z. c. d. k. sunt adinuicem equales quod est propositum.

Idem probabis leuiter de rotundis columnis similibus: hoc itaq; demonstrato ut eo qd omnium duarum rotundarum pyramidum similium quecumq; fuerint siue erecte siue indinate est proportio vnius earum ad alteram sicut diametri siue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim ut prius: due: rotunde piramides. a. z. b. quarum bases sunt circuli. a. z. b. et horum circuloz: diametri sint etiam. a. z. b. sitq; proportio pyramidis. a. ad corpus. c. sicut diametri. a. ad diametrum. b. proportio triplicata. non erit igitur corpus. c. minus neq; maius rotunda piramide. b. Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis. d. ita qd duo corpora. c. z. d. pariter accepta sint quantum rotunda piramides. b. ab axe igitur pyramidis. b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum. b. Sitq; communis sectio huius superficies et circuli. b. linea e. f. transiens per centrum. b. que erit diameter circuli. b. et protrahatur inter circulum. b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. g. b. Sicq; inscribatur circulo. b. quadratum. c. g. f. b. et a rotunda piramide. b. intelligatur

detrabi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum: que ut probatum ē supra maius erit omniduo rotunde piramidis. Et ex residuo cuius de/ trabantur piramides eiuſdē altitudinis consistentes super trigonos portionū cir/ culi. b. fiatq; hoc totiens quousq; residuum sit rotunde piramidis. b. minus cor/ poris. d. ex prima decimi. Eruntq; ex conceptione laterata piramis detracta. quam componunt laterate partiales piramides detracte maius corporis. c. tunc ergo pro/ deat ex axe piramidis. a. superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circu/ culum. a. et sit cōmunis sectio huius superficiē et circuli. a. linea. k. l. que ob hoc erit diameter circuli. a. protrahatur aut in circulo. a. alia diameter secans banc ortho/ gonaliter que sit. m. n. sicq; inscribatur in circulo. a. quadratū. k. m. l. n. et diuiden/ do arcus portionū circuli. a. per equalia pficiatur in circulo. a. polygonū simile illi quod est inscriptum circulo. b. et ad singulos angulos huius polygoni demitte line/ as rectas a cono piramidis. a. pficiens super illud polygonum lateratam pirami/ dem eque altā piramidi. a. hanc aut lateratā piramidē pbabis esse. similē laterate piramidi detracte a rotunda piramide. b. quod hoc modo facies pducēs axes co/ gitatione vel actu utriusq; in utriusq; piramidib⁹. a. et b. et a centris basium ptra/ has lineas rectas ad omnes angulos inscriptoz polygonioz. Eruntq; ex pmissio/ antecedente omnes anguli quos cōtinet axis piramidis. a. cum singulis lineis du/ ctis a centro circuli. a. ad angulos polygoni sibi inscripti equales suis relativi/ angulis quos continet axis piramidis. b. cū singulis lineis ductis a centro circuli. b. ad angulos polygoni sibi inscripti. Et q; ex diffinitione rotundaz piramidū similis proportio axis piramidis. a. ad axem piramidis. b. est sicut semidiametri circu/ li. a. ad semidiametri circuli. b. sequitur ex sexta et quarta sexti et diffinitionib⁹ simi/ lium superficiē et similis corporum q; due laterate piramides. a. et b. sint similes. Cetera argue sicut prius in decimo. constat itaq; de omnibus rotundis piramidi/ bus similibus q; proportio earū sit sicut diametroz suaz basium triplicata. et quia omnis columna rotunda ē tripla ad spā piramidē. hoc eni sufficiētē ē demonstratū siue colūne et siue piramides fuerint erecte siue inclinate: sequit ex 5. quinti ut etiā quarumlibet columnaz rotundaz filium sit proportio sicut suaz diametroz tri/ plicata.



Propositio .ii.



Dones duas rotundas piramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est.

Supra duos círculos. a. et b. statuantur ut prius due rotunde pi/ ramides eque alte que dicantur filiter. a. et b. et due rotunde columne eque alte eisdē litteris ascripse. a. et b. dico itaq; q; proportio duaz piramidū. a. et b. duarūq; colūnaz. a. et b. ē sicut duoz círculoz. a. et b. quod de columnis mani/ festum erit si hoc prius de piramidibus demonstrabit: omnis eni rotunda columna tripla ē ad suam piramidē: de piramidibus autem cōstabit indirecta demonstra/ tione hoc modo. Est eni ex cōscia pportio rotunde piramidis. a. ad aliqđ corpus sicut. circuli. a. ad circuli. b. illud corp⁹ sit. c. dico itaq; q; corp⁹. c. nō pōt ēē maius neq; min⁹ rotūda piramide. b. sit eni pmo min⁹ qntitate corpis. d. igit circulo. b. in/ scribat qdratū et detrabat a rotunda piramide. b. piramis laterata cuius sit basis quadratū circulo. b. inscriptū et ex portionibus piramidib⁹ detrabant piramides

super trigonos portionum circuli consistentes fiatq; hoc totiens quousq; sit ex pyramide. b. residuum minus corpore. d. eritq; laterata pyramis detracta quā componunt partiales pyramides detracte maior corpore. c. inscribatur ergo circulo. a. polygonum simile illi polygonio quod est basis laterate pyramidis. b. et perficiat super ipsum pyramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis laterate. a. ad angulos polygonij inscripti. Eruntq; due laterate pyramides. a. z. b. eque alte. hoc enim est propositum de rotundis: quare proportio laterate pyramidis. a. ad lateratā pyramidem. b. est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut polygonij. a. ad polygonum. b. hoc enim demonstratum est in sexta huius. at vero polygonij. a. ad polygoniū. b. ē sicut circuli. a. ad circulum. b. quod manifestum ē ex prima et secunda huius: itaq; laterate pyramidis. a. ad lateratā pyramidem. b. sicut rotunde pyramidis. a. ad corp⁹. c. q̄re permutatim laterate pyramidis. a. ad rotundam pyramidem. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. cumq; sit laterata pyramis. b. maior corpore. c. sequitur lateratam pyramidem. a. esse maiorem rotunda pyramide a. hoc autem impossibile est enim pars eius non erit ergo corpus. c. minus rotunda pyramide. b. Si vero ponat aduersarius q̄ sit maius demonstrabimus. rursus idem impossibile consequi: erit enim per conuersam proportionalitatem. proportio corporis. c. ad rotundam pyramidē. a. sicut circuli. b. ad circulum. a. sit quoq; eadē rotunde pyramidis. b. ad aliquod corpus qd sit. d. cum igit corpus. c. sit maius rotunda pyramide. b. per ypotbesim: erit ex. i. 4. quinti rotunda pyramis. a. maior corpore. d. itaq; proportio circuli. b. ad circulum. a. erit sicut rotunde pyramidis. b. ad quoddā corpus minus rotunda pyramide. a. sed hoc demonstratū ē prius esse impossibile. sic enim sequit^r q̄ pars sit maior suo toto. non est igit corp⁹. c. neq; minus maius rotunda pyramide. b. sed tñ equale. itaq; ex scda parte septime quinti concludere propositum. Ut aut facilius incōcussusq; demonstraret qd sequitur: ad ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

¶ Si superficies quedam rotundam columnam equidistanter basi ei⁹ secnerit: erunt duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem terminantur portionibus axis columnę proportionalia.

¶ Simile ē hoc ei quod pposuit. 25. vñdecimi libri de solidis parallelogramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis imō simpliciter de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Qd qui argumentationem prime sexti vel. 25. vñdecimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit: hic enī nō aliter q̄ ibi ex diffinitione incontinue proportionalitatis que posita ē in problemio quinti libri arguendum est propositum. Attendere aut oportet q̄ quecumq; superficies secat columnam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superficiei basis eius opposite. nam quecumq; superficies vni superficiei sunt equidistantes ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem ut ex his que dicta sunt ex decimasexta vñdecimi libri vidicist: quare manifestum est q̄ omnes rotunde columnę quarum sunt bases eq̄les altitudinib⁹ suis sunt proportionales: Idem quoq; de lateratis. idem quoq; de pyramidibus rotundis: et etiam de lateratis quod de pyramidibus. cōstat: prius de columnis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam pyramidem rotunda quidem ex nona huius: laterata vero ex his que supra in octaua demonstrata sunt

Propositio .12.



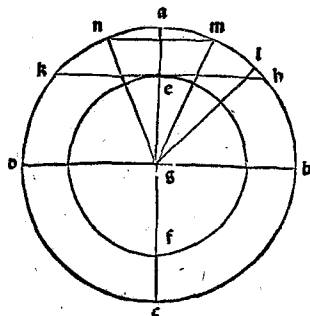
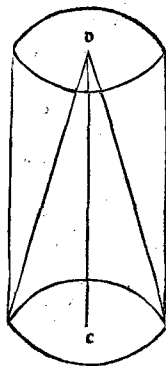
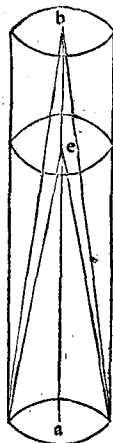
Si due piramides rotunde siue colonne fuerint eales siue bases et altitudines erunt mutue. Si vero siue bases et altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue columnas eales esse necesse est. ¶ Altitudinē piramidū determinant linee a conis ad bases ppendiculariter descēdentes: colūnaz autem a sup̄p̄emis eal/ tū sup̄ficiebus ad bases. Sicut itaqz due rotūde piramides. a. b. z. c. d. eales: dueqz rotūde colūne. a. b. z. c. d. eales: suntqz cōes bases tam piramidū qz colūnaz duo circuli. a. z. c. cōes quoqz altitudines tam piramidū qz colūnaz determinate p li/ neas. a. b. z. c. d. dico qz p̄portio circuli. c. ad circulum. a. ē sicut altitudinis. a. b. ad altitudinē. c. d. z. eōuerso. hoc aut si de colūnis pbatū fuerit de piramidibus certū erit: qm̄ ois colūna rotūda tripla ē ad suā piramidē. si itaqz due altitudines a. b. z. c. d. fuerint eales ex p̄missa cōstat p̄positū. Si aut ineqles sit. a. b. maior su maturqz: a. c. eq̄lis. c. d. z. seceſ colūna. a. b. a sup̄ficie: equidistāter basi ei⁹. a. erit qz ex p̄missa antecedente colūna. a. b. ad colūnā. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitu/ dinē. a. e. idqz ex prima pte. z. quinti colūna. c. d. ad colūnā. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. quare p̄ secdam pte. z. quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. c. d. ex p̄missa aut ē colūna: c. d. ad colūnā. a. e. sicut circulus. c. ad circulū. a. itaqz p. 1. quinti ē altitudo. a. b. ad altitudinē. c. d. sicut basis. c. ad basim. a. constar igit tur prima ps. Scda cōuerso mō cōstabit eadē dispositione manēre. sit eni vt basis c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinē. c. d. dico qz due colūne. a. b. z. c. d. sūt eales: erit eni ex secdā pte. z. quinti altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. sicut basis. c. ad basim. a. z. qz ex p̄missa colūna. c. d. ad colūnā. a. e. ē. sicut basis. c. ad basim. a. z. ex p̄missa antecedente colūna. a. b. ad colūnā. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. sequit ex. 11. quinti vt colūna. c. d. ad colūnā. a. e. sit sicut columna. a. b. ad eandem a. c. igitur ex prima pte. 9. quinti due colūne. a. b. z. c. d. sunt eales: quare cōstat etiā secunda pars.

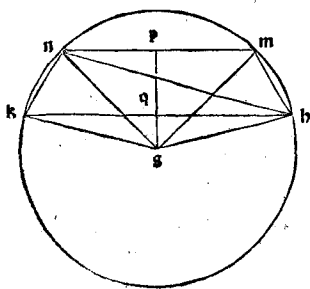
Propositio .13.



Cum p̄positi fuerit duo circuli ab vno cētro circūducti su perſicie multiangulā equaliū latez circuliū minozē mini/ me tangentiū intracirculum maiorem describere.

¶ Sint duo circuli. a. b. c. d. z. e. f. ab vno cōi cētro qd sit. g. circūdu/ ctū. dico qz intra maiorem qui sit. a. b. c. d. possibile ē vnū polygonūz qd sit equilaterz describi minozē circuli qui ē. e. f. nullo suoz latez tangens. Qua/ drent eni hi duo circuli duabz diametris sup̄ centz ipsoz orthogonaliter seini/ cē secantibus que sint. a. c. z. b. d. sitqz. e. f. diameter minozis ps diametri. a. c. q̄ ē diametri maioris. sitqz igit a puncto. e. duat vtrinqz vsqz ad circūferentiā maio/ ris linee orthogonaliter super diamet. e. f. que occurrat circūferentiē maioris hinc quidē i puncto. b. inde vero in puncto. k. critqz ex cōzelario. 15. tertij linea. b. e. k. contingens circulum minozē: postea vero quadrantē. a. b. maioris circuli diui de per equalia in puncto. l. scdū doctrinam. 29. tertij: debinqz rursus arcum. a. l. p equalia ad punctum. m. cūqz hoc pluries feceris necessario tandem ouenies ad arcū qui minoz erit arcū. a. b. sitqz hic. a. m. hoc autē idcirco necessarium est qz cūqz fuerint due quantitates ieqles si a maiori eaz demat ei⁹ dimidiū. iteqz a residuo di midij possibile ē hoc toties fieri quonqz tādē mior minore eaz relinqt quēadmod i p̄ma. 10. demonstratū ē. cū igit sic diuidedo ad arcū q̄ntulumqz minozē. a. b. fuerit





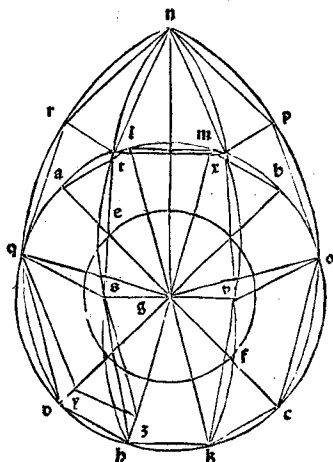
oñentur cuiusmodi est arcus hic. a. m. fumatur arcus. a. n. equalis arcui. a. m. ou-
 canturq; due linee. a. m. z. n. m. quia igitur arcus. a. k. est equalis arcui. a. b. quod
 ex secunda parte tertij et quarta primi et. 28. tertij manifestum est et quia arcus
 a. n. est equalis arcui. a. m. erit ex cõmuni scientia arcus. n. k. equalis arcui. m. b.
 ergo due linee. m. n. z. k. b. sunt equidistantes ergo linea. m. n. non poterit tange-
 re circulũ. e. f. q̃re multo fortius linee. a. a. m. potest ipsum tangere. ¶ Quoniam
 igitur constat circulum. a. b. c. d. diuisibilem esse per arcus equalis arcui. a. m. idq;
 per. 28. tertij si cõstat itra ipsũ circulũ posse chordulas eq̃les chordule. a. m. conti-
 nue coaptari circulum ipsum polygonice chordantes. manifestũ est itra circulũ ma-
 iore posse vnũ polygonũ equilaterũ cuius vnũ latus e linea. a. m. inscribi et quia
 linea. a. m. nõ contingit circulum minore p̃q; ex prima pte. 13. tertij et diffinitione
 linearum a centro circuli equaliter eq̃ distantium q̃ inscriptũ polygonũ nullo late-
 rũ suoz tangit circulũ minore q̃d est propositũ. ¶ Et quid dubitas duas lineas. m.
 n. z. k. b. ee eq̃distantes cũ sint duo arcus. n. k. z. m. b. equales: hoc aut̃ incõuulaz
 veritatẽ fortitum est q̃ due linee circulũ vnũ nõ aut̃ se inuicẽ secantes: si ex circum-
 ferentia equales arcus bĩcĩde lineis ipsis inter sint erunt equidistantes: que
 quidem a centro. g. lineã. g. p. ppendicularẽ ad lineã. m. n. que fecit lineã. b. k. i pun-
 ctio. q. et protrahẽ lineas. g. m. g. n. g. k. g. b. et duobus arcibus. n. k. z. m. b. subtra-
 de duas chordas que etiã dicant. n. k. z. m. b. erũtq; ex. 28. tertij hec chordẽ eq̃les
 n. k. z. m. b. eo q̃ arcus equalis et per secũdã pte tertie et idẽ tertij erit linea. n. p.
 equalis lineẽ. m. p. cum igitur vterq; duoz angulõrum qui sunt. a. d. p. sit rect⁹ ex
 diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus. n. p. g. equalis angulo
 p. g. m. ¶ Vero per. 8. primi angulus. k. g. n. e equalis angulo. b. g. m. itaq; p cõ-
 munem scientiã que e si equalibus equalia addas tota erunt equalia. erit angulus
 k. g. q. equalis angulo. q. g. b. ideoq; per quartã primi lineã. k. q. erit equalis lineẽ
 q. b. quare p primã partẽ tertie tertij lineã. g. q. erit perpendicularis ad lineã. k. b.
 igitur ex prima pte. 28. tertie due lineẽ. n. m. z. k. b. sunt equidistantes et hoc est q̃d
 dubitare conuenisset es. ¶ Hoc eni idẽ aliter demonstrare est possibile dicat eni
 lineã. n. b. eritq; ex vltima sexti angulus. b. m. n. equalis angulo. m. b. k. eo q̃ ar-
 cus. b. m. est equalis arcui. n. k. ideo ex. 27. primi lineã. m. n. erit equidistans lineẽ
 b. k. ¶ Conuersam quoq; si libuerit conuerso modo probabis. si enim. lineã. m. n. est
 equidistans lineẽ. b. k. erit arcus. n. k. equalis arcui. m. b. erunt eni ex prima par-
 te. 29. primi duo anguli. b. m. n. z. n. b. k. equales. ideoq; ex vltima sexti duo arcus
 n. k. z. m. b. erunt etiam equales:

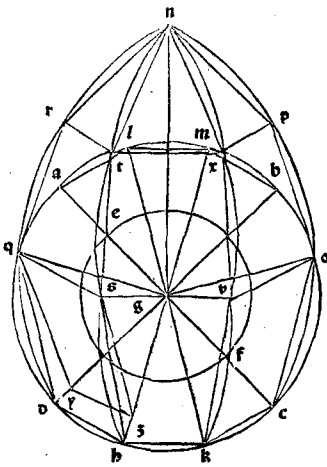
Propositió .14.



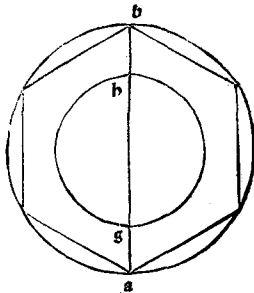
Dabis speris unum centrum habentibus propositis intra maiorem earum solidum multarum basium superficiem minoris speræ minime tangentiū figuralter cōstituerem. Uno constituto si in minori spera sine in qualibet alia spera simile corpus intelligibiliter constituatur erit proportio corporis multarum basium intra maiorem speram constituti ad corpus multarum basium intra minorem speram vel aliam constitutam sicut diametri maioris speræ ad diametrum minoris vel alterius speræ proportio triplicata.

¶ Sint propositæ due sære. a. b. c. d. z. e. f. vnum atq; idem centrum quod sit. g. habentes z sit maior earum sære. a. b. c. d. minor vero sære. e. f. volumus autem intra maiorem earum vnum corpus multarum basium constituere: de quib⁹ non intendimus q; ipse bases sint equales aut similes sed q; nulla earum tangat superficiem minoris sære. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtrinq; propositarum særarum vna plana superficie per comune centrum earum. trans/ ante: eruntq; ex diffinitione sære z diffinitione circuli cõmunes sectiones buius secantis superficies z superficiesum særarum propositarū linee continentes circu/ los. sint itaq; duo circuli. a. b. c. d. z. e. f. quorum centrum est centrum sære de quo propositum est q; ipsum sit. g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus dia/ metris se supra cõe centri eorū orthogonaliter secantibus que sint. a. c. z. d. b. po/ stea maiori circulo fm precepta premisse inscribemus vnum polygonum equilate/ rum nullo suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa inscripsisse duodecagonum equilaterum ita q; in quadrante ipsius maioris circu/ li qui est. c. d. sint tria latera buius duodecagoni que sint chorde. d. b. b. k. z. k. e. que cum sint equales erunt quoq; ex prima pte. 27. tertij arcus earum equales: de/ hinc a duobus punctis. b. z. k. que sunt extremitates medie chorde producemus duas diametros que sunt. b. m. z. k. l. z super centrum. g. erigemus lineam. g. n. perpendicularem ad superficiem circuli. a. b. c. d. quā producemus quousq; obuiet superfici sære maioris super punctum. n. deinde intelligam quatuor superficies secantes særas propositas: quarum vnaqueq; secet eas super lineam. g. n. sed pzi/ ma earum supra lineam. g. n. z diametrum. d. b. secūda super lineam. g. n. z diame/ trum. b. m. tertia vero super lineam. g. n. z diametrum. k. l. quarta autem super li/ neam. g. n. z diametrum. c. a. eruntq; ex diffinitionibus sære z circuli cõmunes se/ ctiones harum superficiesum z superficies sære maioris linee continentes circu/ los z erūt portiones inscripte vt inter punctū. n. z quatuor puncta que sūt. d. b. k. c. quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt. d. n. b. n. z. k. n. z. c. n. hoc autem ideo tenet q; omnes anguli quos continet linea. g. n. cum vnaqueq; dia/ metrorum protractarum in superficie circuli. a. b. c. d. sunt recti ex diffinitione li/ nee perpendicularis ad superficiem: recti vero anguli in centro quarte circumferen/ tie subtendantur. quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autē cir/ culorum equalium manifestum est q; vnusquisq; horū quatuor circuloz ē equalis cir/ culo. a. b. c. d. Nam diameter omnium ipsoz ē diameter sære maioris. igit. p. 15. quinti qdrantes eorū sunt equales: quare quinq; arc⁹ qui sunt. d. n. b. n. k. n. c. n. z d. c. sunt equales: i vnoquoq; ergo quatuor qdrantiū circuloz erectoz coaptent ppo/ themifales chorde quaz quibz sit eq̄lis chorde circuli pstrati q̄ sūt latera polygoni sibi inscripti z ē vna earū chorda. d. b. sintq; i pmo quidē. d. q. q. r. z. r. n. in secūdo vero. b. f. f. r. z. r. n. in tertio autē. k. u. u. x. z. x. n. z in quarto sint. c. o. o. p. z. p. n. z protrahant corausta cõiūgētes capita ppothemifaliū chordaz q̄ sint. q. f. f. u. u. o z. r. t. t. x. x. p. vides igitur quarte parti supioris hemisperij maioris sære que qui/ dem quarta pars c. d. n. c. inscriptum ē corpus. g. basium quarū tres que coccunt in puncto. n. sunt triangule: ceteræ autē sunt quadrangule. suntq; harum quadrangu/ larum superficiesum ppothemifalia latera equalia. sed non equidistantia. Corausti autē inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē z chorde cir/ culi prostrati sed non sunt adinuicem equales. hoc autē scies si perpendiculares a





coraustoz extremitatib⁹ ad superficiē circuli iacētis demiseris. de quibus pstat q^d ipse cadent super diametros circuloz quos corausti p^rinuāt q^d ex demōstratis in 13. 11. facile deprehendes. Terbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q. f. de/ misse due perpendiculares. q. y. z. f. 3. cadentes in diametris. d. b. z. b. m. z. p^robā tur lineae. q. g. z. y. 3. eruntq³ ex quarta sexti duo trianguli. q. y. d. z. f. 3. b. siles qua/ re proportio duarum perpendicularium. q. y. z. f. 3. erit sicut unaz cordaz. q. d. z. f. b. cumq³ sint corde equales erunt etiā z perpendiculares equales. At ipse sunt equidi stantes ex sexta. 11. ergo ex. 33. primi coraust⁹. q. f. est equalis z equidistans lineae. y 3. 4 quia ex scda pte scde sexti linea. y. 3. ē equidistans corde. d. b. z iō minor. e. a. se quitur ex. 9. vndecimi ut. coraustus. q. f. sit etiā equidistans corde. d. b. z minor ea ex conceptione. Cum itaq³ corde que sunt latera polygoni inscripti in circulo iacenti z ipse sunt oēs equales corde. d. b. nō tangāt sperā minozē: necesse est ut nulluz la/ tus barum basium corporis inscripti siue quadrangule siue trigone tāgat ean dem minorem sperā cū oia hec latera sint ipsi cordis equalia aut minora. Sim/ pliciter autē dico q^d nulla etiā harū basū de quibus omnibus manifestum est ex se cunda pte scde. 11. q^d ipse sunt tote in superficie vna potest aliquo sui puncto con/ tingere minorem speram eo q^d omnis linea recta ducta super quēlibet punctum cuiusq³ earum equidistans corausto minor est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quaratarū maioris spere tan superioris hemispe/ rij q³ inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisq³ superficiebus sub/ texant: r. eritq³ maioris spere corpus. 72. basium superficiem minoris spere mini/ me tangentium quemadmodū ppositū fuerit inscriptū Dico itup q^d si in alia qua libet spera simile corpus statuatur erit pportio vnius ad alterz sicut diametri vnius spere ad diametrū alterius triplicata erunt enim ex. 72. basis vtriusq³ corpis bases totidem laterataz pyramidū quaz omnium vertices erunt in centris ipsaz speraz has autē pyramides perficies. si a singulis angulis inscriptoz corporū que sūt ex/ tremitates cordarū z coraustoz lineas ad centra speraz produxeris. stude itaq³ ex diffinitione silium corporū pbare cūctas pyramides vni⁹ ēē siles suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo pbato erit ex. 8. huius pportio vni⁹ sicut silium earum vni⁹ ad suā relatiuā alterius sicut pportio semidiametroz speraz ipsarū tripli/ cata. sunt eni semidiametri speraz latera cunctaz pyramidum. At q^d semidiamet/ rozum z diametrorum est ex. 15. quinti vna pportio ex. 13. eiusdem facile condu/ des propositum.



Propositio .15.



Poniam duarum sperarum est proportio alterius ad al/ teram tanquā sic diametri ad diamet^r alterius propoz/ tio triplicata.

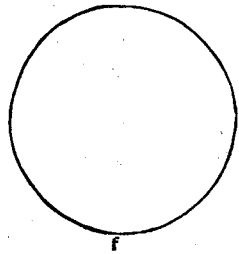
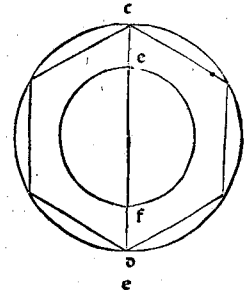
Sint due spere. a. b. z. c. d. quarum diametri sint. a. b. z. c. d. dico q^d proportio earum est sicut suarū diametrorū pportio triplicata Cuius demonstratio est qm̄ neq³ ad minozē sperā q³ sit spera. c. d. neq³ ad maiorē est proportio spere. a. b. sicut diametri. a. b. ad diamet^r. c. d. triplicata. Esto quidē pportio spere. a. b. ad speram. c. f. sicut diametri. a. b. spere. a. b. ad diamet^r. c. d. triplicata: demonstrabo itaq³ q^d spera. c. f. non potest esse minoz neq³ maior qm̄ spera. c. d. si enim affirmet aduersarius eam esse minozē imaginabor eam indu/ di a spera. c. d. z circūduci ab eodem centro z inseribam spere. a. b. q^d etiā nomine

sue sære dicat. a. b. pstat itaqz ex scda pte pmissæ z. ii. quiti q' pportio speræ. a. b. ad sperâ .e. f. è sicut corpis multaz basium qd è. a. b. ad corp' multaz basium: qd è. c. d. vtraqz eni è sicut diameter. a. b. ad diametru. e. d. triplicata: bec aut ex pporthe illa vero ex scda pte pmissæ: quare pmutatiu pportio speræ .a. b. ad corpus multarum basium. a. b. è sicut spera. e. f. ad corpus multaz basium. c. d. cū igit' spera. a. b. sit maior corpore multaz basium. a. b. erit etiâ spera. e. f. maior corpore multaz basium c. d. hoc aut est impossibile. nâ ipsa est pars ei: nō è ergo spera. e. f. est minor spe/ra. c. d. Si aut dicat aduersarius eâ esse maiore cōfutabimus ipsū hoc modo: erit eni per cōuerfâ proportionalitatē spera. e. f. ad sperâ. a. b. sicut diameter. c. d. ad diametrum. a. b. triplicata. sit itaqz eadem speræ. c. d. ad speram. g. b. eritqz ex. 14: quinti spera. g. b. minor spera. a. b. eo q' spera. c. d. posita est minor spera .e. f. q're pportio speræ. c. d. ad aliquâ sperâ minore spera. a. b. est sicut diametri. c. d. ad di ametrum. a. b. triplicata. At hoc est impossibile: nam ex hoc sequit' q' p's sit maior suo toto ut demonstratū est prius. itaqz spera. e. f. nō est maior neqz minor qz spe ra. c. d. igitur ex. 7. quinti concludē propositiā conclusionē que imponit finem libro duodecimo. Explicit liber Duodecimus Incipit liber Tertiusdecimus.

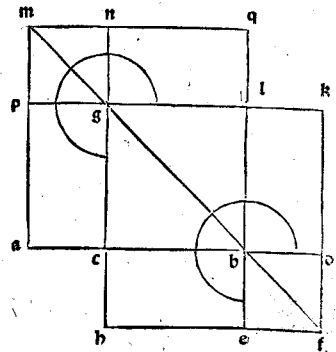
Propositio .ii.

Am diuisa fuerit linea scdm proportionem habentem mediū duoqz extrema: si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius lineæ proportionaliter diuise: quadratū lineæ ex eis duabus compositæ quadrati medietatis eiusdē lineæ diuise quin tuplum esse necesse est.

¶ Sit linea. a. b. diuisa i puncto. c. put doct. 29. sex ti. z sit maior portio eius linea. b. c. cui. b. c. directè adiungat' linea .b. d. que sit equalis medietati toti? a. b. dico q' quadratū lineæ. c. d. erit quintuplum ad



que dratū lineæ. b. d. Quadrabo eni lineā. b. d. z sit eius quadratū. d. e. z circūponā huic quadrato gnomonē scdm quantitātē lineæ. b. c. ptracta diametro. f. b. g. sitqz circūpositus gnomō. e. g. d. eritqz ex. 22. sexti superficies inde cōposita que sit. b. k tanqz quadratū lineæ. c. d. dico igitur quadratū. b. k. quintuplū esse ad qdratū. d. e sit igit' e. l. quadratū circūpositi gnomonis sibi que circūponatur alius gnomō ad quāritatē lineæ. a. c. ptracta diametro. f. b. vsqz ad. m. sitqz hic gnomō. c. m. l. z pro trahant' lineæ. c. n. z. p. l. equidistanter lateribus oppositis secantes se super diame trū. f. m. in puncto. g. ¶ Manifestū est aut' ex. 22. sexti q' compositū ex hoc secundo gnomone z quadrato. c. l. z ipsū quadratū sit. a. q. est quadratū lineæ. a. b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplū ad quadruplū. d. e. eo q' lineæ. b. d. è me dietas lineæ. a. b. cūqz sit ex pma parte. 16. sexti superficies. a. n. ideoqz p. 43. pmi sup ficies. m. l. equalis qdrato. c. l. puenit eni. a. n. ideoqz z. m. l. ex. b. a. in. g. c. z. c. l. puenit ex. c. b. in se z cum ex prima sexti sit. a. l. dupla ad. l. d. ideoqz equalis. l. d. z. c. c. p'riter acceptis ex. 43. pmi erit ex hac cōmuni scientia: si equalib' equalia addas tota sient equalia: quadratum .a. q. eqle gnomoni .e. g. d. hic ergo gnomō quadruplus est ad quadratum. d. e. quēadmodū erat. quadratū. a. q. itaqz totum quadratum. b. k. cum ipsum constet ex simplo z quadruplo erit ex cōmuni scientia



quintuplū ad idē qđ ē p̄positū. Idē aliter ex quarta scđi cōstat qđ quadratū lineę a. b. ē quadruplū ad quadratū lineę. b. d. At per scđam eiusdē qđ sit ex. a. b. in. b. c. et in. a. c. ē equale quadrato. a. b. qđ aut ex. a. b. in. b. c. equū ē ei qđ ex. b. d. bis i. b. c. qđ ex prima scđi manifestū est. cū. a. b. sit dupla ad. b. d. At vero qđ ex. a. b. in. a. c. ē ex prima pte. 16. sexti equale quadrato. b. c. itaqz p cōm scđam qđ sit ex. b. d. bis in. b. c. et qđ ex. b. c. in se ē equale quadrato. a. b. et ideo ē quadruplū ad quadratū b. d. quare supaddito quadrato. b. d. erit totū aggregatū quintuplū videlicet illud qđ sit ex. b. d. bis in. b. c. cum qdrato. b. c. et qdrato. b. d. atqz ex quarta secun- di hoc totū est equale quadrato. c. d. constat verum esse quod diximus.

Propositio .2.



Siclibet lineę bipartite cuius quadratum quadrati al- terutrinus suaz portionū sit quintuplū in longū sibi lineā addatur donec eidē portioni reliq̄ portio cū addita lineā fiat duplex: eadē duplex lineā scđm p̄portionē habentē medium duozqz extrema diuisa erit maiorqz portio eius erit lineā media. Hec ē cōuersa premisse duplici quoqz modo sicut illa dēmo- strabitur via retrograda eadē p̄orsus manente dispōne. verbi grā. sit quadratū b. k. quintuplū ad quadratū. d. e. et lineā. a. b. dupla ad lineā. b. d. dico qđ lineā. a. b. diuisa ē in puncto. c. fm p̄portionē habentē mediū et duo extrema et maior por- tio eius ē lineā media vt ē. c. b. cōstat aut ex. 4. scđi qđ quadratū. a. q. quadruplum ē ad quadratū. d. c. itaqz gnomō. g. d. e. equalis ē quadrato. a. q. quocirca duo sup- plementa. l. d. et c. c. p̄ter accepta sunt quantū gnomō. c. m. l. atqz eadē supplemē- ta pariter accepta sunt ex prima sexti quantū. a. l. ideoqz quantū. c. q. sequit qđ. c. q. sit equalis gnomoni. c. m. l. cōmpta igit ab utroqz superficie. l. n. erit quadratum. c. l. equale superficiē. a. n. cum igit fiat superficies. a. n. ex. a. b. in. a. c. sit autem quadra- tum. c. l. quadratū lineę. c. b. erit ex scđa pte. 16. sexti proportio. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. ex diffinitione ergo lineę fm p̄portionē habentē mediū et duo extrema diuise posita in principio sexti libri cōclude p̄positū. Itē aliter cum quadratū. c. d. sit ex p̄portēsi quintuplū ad quadratū. b. d. quadratū vero. a. b. sit ex quarta scđi quadruplū ad idē. at quadratū. c. d. sit ex eadem equale quadrato. c. b. et quadra- to. b. d. et ei qđ sit ex. b. d. bis in. c. b. sequitur ut illud qđ sit ex. b. d. bis in. c. b. cum quadrato. c. b. sit equale quadrato. a. b. sed ex. b. d. bis in. c. b. tm ē quantū qđ ex. a. b. in. b. c. eo qđ. a. b. dupla est ad. b. d. ergo quod sit ex. a. b. in. b. c. qz quadrato. b. c. est equale quadrato. a. b. et qđ ex scđa scđi qđ sit ex. a. b. in. b. c. et in. a. d. est equale quadrato. a. b. l. equitur ex cōmuni scientia ut quadratum lineę. b. c. sit equale ei qđ sit ex. a. b. in. a. c. igitur ex secunda parte. 16. sexti et diffinitione constat p̄positum.

Propositio .3.



Cum diuisa fuerint lineā scđm p̄portionē habentē mediū et duo extrema si minori portioni tanqz dimidium maio- ris directe iungatur: erit vt quadratum lineę inde compo- site quintuplum sit quadratū qđ ex ipsa maioris medietate portionis describit. Sit lineā. a. b. diuisa in puncto. c. secun- dum p̄portionē habentē medium et duo extrema. sitqz eius maior portio lineā. c. b. que diuidatur per equalia in. d. dico qđ quadratum lineę. a. d. est quintuplum ad quadratū lineę. c. d. describatur enim quadratū. a. b. quod sit. a. c. in quo p̄rabat

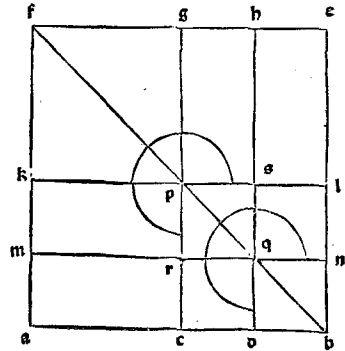
diametri. b. f. z linee. g. c. z. p. b. item qz. k. l. z. m. n. equidistanter lateribus oppo-
 sitis secantes se inuicē sup diametru in duobus punctis. p. z. q. z extra diametru in
 duob⁹ alijs locis. r. z. s. manifestu igit^r ē ex. 22. sexti vel ex conelario quarte scđi: qz
 omnes superficies existentes in quadrato. a. e. quas diameter diuidit per medium
 sunt quadratę: quatuor autem superficies que sunt. a. r. m. p. p. b. z. f. e. constat ex
 43. primi z prima sexti esse adinuicē equales. nā due postreme. p. b. z. f. e. sunt ad
 inuicē equales ex prima sexti qm igit^r ex pñti ypothēsi z diffinitione linee. fm qz p/
 ponit diuise z prima pte. 16. sexti quadratu. c. l. ē equale supficiet. a. g. ideoqz z gno-
 moni. r. f. s. ppter id qđ supficiet. a. r. ē equalis supficiet. p. b. z qm ex quarta se/
 cundi quadratu. c. l. est quadruplū ad quadratu. r. f. qđ ē tanqz quadratu linee. c. d
 sequitur ex cōmuni scientia qz quadratu. m. b. sit quintuplū quadrati. r. f. constat
 enī ex gnomone quadruplo z. r. f. simplō. hoc aut^r est propositū. Idē aliter cū sit
 linea. b. c. diuisa per equalia in puncto. d. z addita est ei linea. a. c. erit ex. 6. secūdi
 quod sit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. interiactis equalē qđrato. a. d. at qz
 quod sit ex. a. b. in. a. c. equale ē quadrato. c. b. ex prima pte. 16. sexti: hoc autem est
 quadruplum ad quadratum. c. d. manifeste p3 veritas eius qđ dicit^r. Potes quoqz
 si liber etiam duplici modo ex cōsequēte huius suū antecedens cōdudere processu
 retrogradu. sit enī eadē dispositione manente quadratu. m. b. quintuplū ad qua-
 dratu. r. f. critqz gnomō. r. f. s. equale quadrato. c. l. 3m qz enī est quadruplū ad
 quadratu. r. f. at qz supficiet. a. g. ē equalis gnomoni predicto necesse ē vt supficiet
 eadē sit equalis quadrato predicto: quare ex scđa pte. 16. sexti. z diffinitione linee
 a. b. ē diuisa in puncto. c. fm ppositionē habentē medium z duo extrema: z maior
 portio eius ē linea. c. d. Idē aliter cū sit ex ypothēsi quadratu. linee. a. d. quintuplū
 ad quadratu linee. c. d. z ex. 6. scđi idē ipsū quadratum sit equalē ei quod sit ex. a. b
 in. a. c. cum quadrato. c. d. sequit^r vt id qđ sit ex. a. b. i. a. c. cū quadrato. c. d. sit quin-
 tuplum ad idē quadratu. c. d. ideoqz eo dempto erit residuū videlicet qđ sit ex. a. b
 in. a. c. quadruplū ad ipsu z qz etiā ex quarta scđi quadratu linee. c. b. ē quadru-
 plum ad idē necesse ē vt qđ sit ex. a. b. in. a. c. sit equalē quadrato. c. b. quare iterum
 ex secunda pte. 16. sexti z diffinitione linea. a. b. ē diuisa fm ppositionē habentē
 mediū in duo extrema in puncto. c. z maior eius portio est linea. c. b.

Propositio .4.

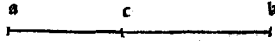


Scđm ppositionē habentē mediū z duo extrema que/
 liber linea fuerit diuisa ei qz i longū directe tanqz maior
 sectio adijciat: erit totā lineā inde cōpositā fm pportio-
 nem habentē mediū z duo extrema diuisa esse z erit eius
 maior portio linea prima.

Sit linea. a. b. diuisa qua supponit ppositionē in puncto. c. z sit eius maior por-
 tio. c. b. totiqz a. b. adijciat directe linea. b. d. que sit equalis. c. b. pto qz tota. a. d.
 eadem ppositionē diuisa est in puncto. b. z maior eius portio ē linea. a. b. que ē
 linea prima. Est enī ex diffinitione. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. at qz ex septima
 quinti. a. b. ad. b. d. sicut ad. b. c. igitur ex vndecima eiusdē. a. b. ad. b. d. sicut. b. c.
 ad. c. a. quare per cōuersam proportionalitatem. b. d. ad. b. a. sicut. a. c. ad. c. b. et
 coniunctim. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. c. Cumqz sit ex septima quinti. a. b. ad. b. c
 sicut ad. b. d. erit ex vndecima eiusdē. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. itaqz ex diffini-
 tione linea. a. d. diuisa est in puncto. b. secundū ppositionem habentē mediū



et duo extrema et maior portio eius est linea .a. b. quod est propositum. Eodē quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundū predictā proportionē diuise tanquā minor portio detrabatur: erit ipsa maior portio secundū eandē proportionē diuisa: eritque maior portio eius linee detracta. verbi gratia. Sit linea .a. b. sicut per ponitur in puncto .c. diuisa sitque maior portio .a. c. a qua detrabatur. c. d. equalis. c. b. dico quod .a. c. ē diuisa secundū proportionē eandem in puncto .d. et quod maior portio ei⁹ ē linea .d. c. cum enī sit ex diffinitione. b. a. ad. a. c. sicut. a. c. ad. c. b. At ex septima quinti. a. c. ad. c. b. sicut ad. c. d. erit ex vndecima eiusdē. b. a. ad. a. c. sicut. a. c. ad. c. d. idcoque per. 19. quinti: sicut. c. b. residuū ad. d. a. residuū. sed ex septima eiusdē. c. b. ad. d. a. sicut. c. d. ad. d. a. itaque. a. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. a. ex diffinitione erit ergo constāt quod dixim⁹: nec igitur ea quā auctor proponit additio nec ea quā ex opposito proponimus detractio quācumque vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.



Propositio .5.



Secundū proportionē habentē mediū et duo extrema quelibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea quodque ex minori portione producat ambo quadrata piter accepta triplū sunt eius quod ex maiore portione quadratū describitur.

Sit linea .a. b. diuisa per sepe dictā portionē in puncto .c. sitque maior portio eius linea .c. b. dico quod quadrata duarum linearum .a. b. et .c. a. pariter accepta triplū sunt ad quadratū linee .c. b. hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima. secundi quantum quadratū. c. b. et duplū eius quod sit ex .a. b. in .a. c. itemque quia quod sit ex .a. b. in .a. c. est equale quadrato. c. b. ex diffinitione et prima parte. 16. sexti: manifestum est propositum.

Propositio .6.



Omnis rationalis linee secundū proportionem habentē mediū et duo extrema diuise vtraque portione residuū esse necesse est.

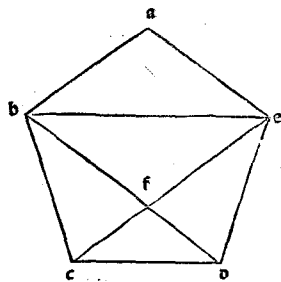
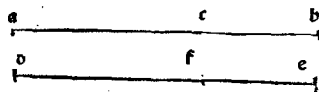
Sit linea .a. b. secundū solutā proportionem diuisam in puncto .c. rationalis. dico quod vtraque portio eius residuū. Sit enī maior ei⁹ portio .a. c. cui directe adijciatur .a. d. equalis dimidio totius .a. b. eritque etiā .d. a. rationalis ex. 6. decimi libri et diffinitione. constat autē ex prima huius quod quadratū linee. d. c. quintuplū ē ad quadratū linee. d. a. igitur linea. d. c. est cōicans linee. d. a. in potentia ex diffinitione. sed non in longitudine ex vltima pte. et decimi quare per. 68. decimi linea. d. c. est residuū cum due linee. c. d. et .d. a. sint ambe rationales potentialiter tñ cōcantes. et quia iterum si ad lineam rationalem. a. b. adiungatur superficies equalis quadrato linee. a. c. que est residuū erit latus eius secundū lineam. c. b. ex prima pte. 16. sexti: necesse est ex. 92. decimi. et linea. c. b. sit residuū primum: quare constat propositum. Amplius autē si linee sic diuise ut proporō maior portio fuerit rationalis: erit minor residuū: verbi grā. sit ut prius .a. b. diuisa i. ē secundū dictam proportionem et maior portio eius que est. a. c. sit rationalis que diuidatur per equalia in. d. eritque ex tertia huius quadratū. d. b. quintuplū ad quadratū d. c. et quod. d. c. ē rationalis cui ipsa sit dimidiū. a. c. sequitur ut due linee. d. b. et .d. c. sint rationales potentialiter tñ cōcantes quare ut prius linea. c. b. est residuū. at vero si linea rationalis in potentia tñ secundū proportionem habentem mediū et duo extrema

diuidat adhuc necesse est vtraque portio eius sit residuum. sit eni. a. b. rationalis in potentia tñ diuisa sicut pponitur in puncto. c. et sumat aliqua rationalis in longitudine que sit. d. e. q. etia diuidat in. f. hñ pdicta proportionē. manifestū est igit ex secunda 14. libri que sine adiniculo alicuius eoz que sequitur inconcussa demonstracione roborat q. pportio. a. b. ad. d. e. est sicut. a. c. ad. d. f. et sicut. c. b. ad. f. e. Cum ergo a. b. cōtinet cum. d. e. in potentia sequit ex prima pre. 10. decimi q. a. c. communicet cū. d. f. e. c. b. cū. f. e. in potentia. Et q. vtraq. portio linee. d. e. ē residuum ut patet ex predictis sequit ex. 96. decimi v. vtraq. portio linee. a. b. sit etia residuum sed non eiusdem speciei vt ibide demonstratū est. Quare cōstat q. oēs linee rationales in longitudine vel in potentia tñ scōm pportione habentē mediū et duo extrema diuise vtraq. portio ē residuum. Et nota q. prima ps pñtis demonstracionis qua demon/strat q. maior portio linee diuise hñ pportione habentē mediū et duo extrema sit residuum si tota linea sit rationalis pcedit ex sufficientib⁹ siue tota linea ponat rōna/ lis in longitudine siue in potentia tñ. Scōa vero ps qua demonstrat hoc de mino/ri portione q. ipsa quoq. sit residuum si tota ē rationalis nō pcedit ex sufficientib⁹ nī/ si tota sit rationalis in longitudine. Tertia aut pars qua pbatur q. minor portio ē re/ siduum sufficienter pcedit siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in/ potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto mo/ do diuise q. ipsa sit residuum sufficit ponere totam lineam diuisam. esse rationalem in potentia tñ. sed ad cōcludendū quoq. hoc de minori portione mediante maio/ re sufficit ponere portione maiore. sit rōnale in potentia tñ. sed ad cōcludendū hoc de minori portione mediante necesse est ponere totā lineā esse rōnalem in lon/ gitudine aut vtrū ē scōa. 14. libri quēadmodū dictum est.

Propositio .7.



Si quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilateralis equiangularis quoq. idē pentagon⁹ ēē pbaf. Sit pentagonus. a. b. c. d. e. equilater⁹. sintq. quilibet tres ei⁹ an/ guli siue cōtinue siue incōtinue sumant adinice equales et sint pri⁹ incontinue sumpti. sintq. anguli. a. c. d. illi tres qui ponunt adinice equales dico totū pentagonū ēē equiangularū. His angulis subtrahant chorde. b. e. b. d. et c. e. et totus pentagonus diuidat in trigonū et quadrilaterū cuius due diago/ nales sint chorde duoz proximoz equaliū anguloz secantes se intra quadrilaterū ipsū in puncto. f. eritq. p quartā primi basis. b. e. equalis basi. b. d. et angulus. a. c. b. equalis angulo. c. d. b. Unq. p quintā primi angulus. b. e. d. sit equalis angulo. b. d. e. eo q. duo latera. b. e. et b. d. sint equalia. erit ex cōi scia totalis angulus. e. equalis totali angulo. d. similiter probabis totalē angulum. b. esse equalē angulo. totali. c. est eni per quartā primi basis. b. e. equalis basi. c. e. et angulus. a. b. e. equa/ lis angulo. d. c. e. per quintā aut eiusdē scz primi est angulus. e. b. c. equalis angulo. e. c. b. igit ex cōi scia totalis angul⁹. b. ē equalis totali angulo. c. Sint itaq. tres anguli. b. c. d. cōtinue sūpti equales et sic quoq. erit pentagonus equiangularis: erit enim ex. 4. primi basis. b. d. equalis basi. c. e. et angulus. c. d. b. angulo. d. c. e. et an/ gulus. b. d. c. angulo. e. c. d. quare p sextā primi due linee. c. f. et f. d. erūt equales cū duo anguli trianguli. f. c. d. qui sunt ad basim. c. d. sunt equales: igit ex bac cōi scia erit linea. f. b. equalis linee. f. e. erat eni tota. b. d. equalis toti. c. e. ideoq. per quin/ tā primi erit angulus. f. b. c. equalis angulo. f. e. b. p eandē autē ē angulus. a. b. e.



equalis angulo .a. e. b. itaqz per cōem sciam angulus .b. totalis est: equalis angulo .e. totali tres enī partiales anguli cōponentes vnū sunt equales tribus p̄tialib⁹ cō/ponentibus alium vnusquisqz suo relativo. ¶ Manifestū ē igitur qz tres anguli .e. b. c. nō cōtinue sumpti in proposito pentagono sunt equales. cū autē sic demonstrat⁹ est totum pentagonū esse equiangulum vtrolibet ergo modo constat propositum.

Propositio .8.

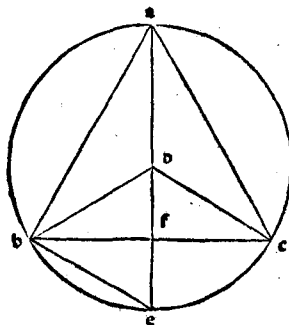


¶ Omnis trianguli equilateri qd a latere suo quadratū de/ scribitur triplum est quadrato dimidij diametri circuli a quo triangulus ipse circūscribitur. ¶ Sit triangulus .a. b. c. equilaterus cui circūscribatur circulus .a. b. c. supra centrū .d. quādam modum docet quinta quarti libri et protrahat in eo diameter .a. d. e. dico ergo qz quadratū lineę .a. b. triplū est ad quadratū semidiametri .a. d. ducant enī due lineę .b. d. e. d. c. et arcui .b. c. subtrahat chorda .b. c. eritqz ex octaua primi angulus .b. a. d. equalis angulo .c. a. d. quare per vltimā sexti arcus .b. c. est equalis arcui .e. c. Et qz ex .27. tertiij tres arcus .a. b. b. c. c. z. c. a. sunt adinuicē equales eo qz eoz chorde que sunt latera trigoni sūt equales ex p̄p̄t̄b̄t̄i: erit arcus .b. c. sexta p̄s circūferentie. ideoqz chorda .b. c. erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per conel. 15. q̄rti lineę .b. c. ē eq̄lis semidiametro .a. d. ¶ Manifestū ē autē ex prima parte .30. tertiij qz angulus .a. b. c. est rectus. ideoqz quadratum lineę .a. c. ē equal: quadratis duarū lineaz .a. b. z. b. c. p̄ter acceptis ex penultima p̄mi. At v̄c/ ro quadratū .a. e. quadruplū ad quadratum .b. c. ex quarta sc̄i cum lineę .a. c. sit dupla .b. c. relinquitur ergo quadratū .a. b. triplū esse ad quadratum .b. c. et ideo ad quadratum .a. d. qd est propositum. Nō lateat autē nos qz lineę .b. c. que ē latus tri/ goni diuidat semidiametrū .d. e. per equalia. Est quidē punctus diuisionis .f. con/ stat igit ex quarta primi qz .b. f. est equalis f. c. ideoqz per primam partem tertie tertiij omnes anguli qui sunt ad .f. sunt recti. quare ex penultima primi quadratū .b. d. ē equalē quadratis duarū linearum .d. f. z. f. b. quadratum vero .b. c. equalē quadratis duarū linearum que sunt .b. f. z. f. c. Et qz .b. d. est equalis .b. c. erunt ex comuni sciencia duo quadrata duarū linearum .b. f. z. f. d. p̄ter accepta equa/ lia duobus quadratis duarū lineaz .b. f. z. f. e. p̄ter acceptis: dempto igit utrinqz quadrato .b. f. erit ex cōi sc̄ia quadratum .f. d. residuum equalē quadrato .f. e. re/ siduo quare et lineę .f. d. lineę .f. e. ex hac cōi sciencia quaz quadrata sūt equalia eas lineas eē equales. Ex hoc itaqz manifestū ē qz perpendicularis ducta a centro circu/ li ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis ē dimidio lineę ductę a cetro eius dē circuli ad ipsius circūferentiam.

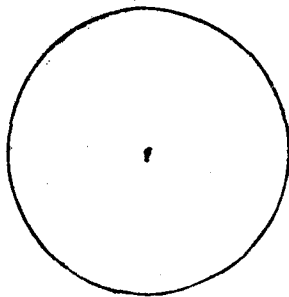
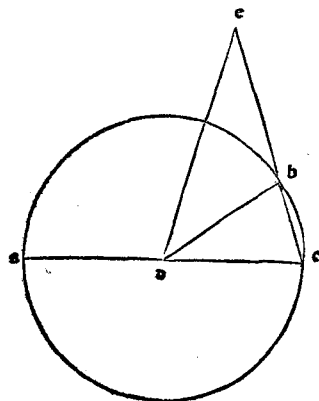
Propositio .9.



¶ Latus exagoni equilateri latusqz decagoni equilateri quos ambos vnus idēqz circulus circūscribit sibi inuicēz in lōgū directūqz cōiungant tota lineę ex eis cōposita s̄m p̄portionē habētē mediū et duo extrema diuisa erit ma/ iorqz eius portio latus exagoni. ¶ Sit circulus .a. b. c. cuius centrū .d. et diameter .a. d. c. sitqz arcus .c. b. quinta p̄s arcus semicirculi .a. b. c. cui subtrahat chorda .c. b. quā p̄stat esse latus decagoni equilateri p̄posito circulo inscripti adiungatqz lineę .c. b. incōtinuū et directū lineę .b. e. que ponatur eē eq̄/ lis lateri exagoni equilateri p̄dicto circulo inscripti dico totā lineā .c. e. diuisam eē in puncto .b. s̄m p̄portionē habētē mediū et duo extrema et maiorez et a⁹ portione



dico esse lineā .b. e. que est latus exagoni: ducant enī in centz due lineę .e. d. z .b. d. eritq; angulus .e. equalis angulo .b. d. c. ex .f. primi ppter hoc q; lineā .e. b. ē eq̄lis lineę .b. d. ex conel. 15. quarti angulus quoq; .d. b. c. est equalis angulo .e. c. ex .f. primi: quare ex .32. primi angul⁹ .a. d. b. erit duplus ad angulū .d. b. c. z q; p eadē an / gulus .d. b. c. ē duplus ad angulū .e. sequit vt angulus .a. d. b. sit quadrupl⁹ ad an / gulū .e. Est enī ex cōi scia q̄druplū quicquid fuerit duplū dupli. cūq; sit ē idē angu / lus .a. d. b. quadruplus ad angulū .b. d. c. ex vltima sexti eo q; arcus .a. b. ē quadru / plus ad arcū .b. c. necesse ē ex cōi scia ut angulus .e. sit equalis angulo .b. d. c. si igit̄ / intelligant̄ duo triangulū .d. e. c. totalis. z .b. d. c. p̄ialis cū angulus .e. totalis sit eq̄ / lis angulo .b. d. c. p̄ialis z angulus .c. sit cōis vtriusq; necesse ē ex .32. primi: vt / ipsi sint equianguli: quare per quartā sexti pportio duoz latez .e. c. z .c. d. cōtinen / tū angulū .c. i. totali triāgulo ē sicut duoz latez .d. c. z .c. b. p̄inētū eūdē angulū / i p̄iali triangulo quia ḡ pportio .e. c. ad .c. d. ē sicut ad .e. b. ex sc̄ba pte. 7. quinti. z / d. c. ad .c. b. ē sicut .e. b. ad eadē ex p̄ma pte eiusdem. sequit ex .11. quinti ut sit pro / portio .c. e. ad .e. b. sicut .e. b. ad .b. c. igitur a dione cōcludē ppositū lineę .e. c. esse / diuisā fm proportionē habētē mediū z duo extrema z maiorē portionē eius ēē la / tus exagoni q; oportuit nos demonstrare. L dūersam quoq; demonstrare puenit / qđ facile fiet via retrograda: eā enī assumit Ptolemęus capitulo .9. prime biētiōis / almagesti ad demonstrandū quantitātē chordaz arcū circuli. Dico itaq; q; si li / nea quēlibet fm proportionē habentē mediū z duo extrema diuisā cuius circuli / maior portio fuerit latus exagoni: eiusdē minor erit latus decagoni. At vero cuius / minor erit lat⁹ decagoni eiusdē maior erit latus exagoni. Sit enī p̄iori dispositiōe / manente lineā .e. c. diuisā in p̄nēto .b. fm predictā proportionē z maior ci⁹ portio / sit .e. b. dico q; cuiuscūq; circuli lineā .e. b. est lat⁹ exagoni eiusdē ē lineā .b. c. latus / decagoni: z cuiuscūq; circuli lineā .b. c. est lat⁹ decagoni eiusdē est lineā .e. b. lat⁹ / exagoni. Intelligo aut̄ hoc de exagonis z decagonis equilateralis. s̄t enī sit .e. b. la / tus exagoni circuli .a. b. c. inscripti: erit p conel. 15. quarti .e. b. equalis .d. c. z quia / pportio .c. e. ad .e. b. est sicut .e. b. ad .b. c. ex p̄p̄t̄b̄si erit ex .7. quinti. c. e. ad .d. c. / sicut .d. c. ad .c. b. igit̄ ex .6. sexti duo trianguli .e. d. c. z .d. c. b. sunt equianguli: angu / lus ergo .e. est equalis angulo .b. d. c. ipsos enī latera p̄portionalia respiciunt. cūq; / sit angul⁹ .a. d. b. q̄druplus ad angulū .e. c. ex .32. p̄mi bis allūpta. z quia eiusdē bis / sequit vt etiā idē angulus .a. d. b. sit quadruplus ad angulū .b. d. c. ideoq; ex vltia / sexti arcus .a. b. quadruplus est ad arcū .b. c. lineā igit̄ .b. c. ē latus decagoni .a. b. c. / inscripti. Qđ si lineā .b. c. fuerit latus decagoni circuli .a. b. c. erit .e. b. latus exago / ni eiusdē. sit enī .e. b. latus exagoni circuli .f. eritq; ex predictis .b. c. latus decagoni / eiusdē. intelligant̄ igitur inscripti ēē decagoni equilateri duobus circulis .a. b. c. z .f. / quoz omnia latera erūt equalia lineę .b. c. z quia oīs figura equilatera circulo in / scripta ē equiangularē vt probatū est in .15. quarti libri sequit vtroq; decagonos esse / equiangulos. L unq; omnes anguli vni⁹ p̄ter accepti sint equales omnibus angu / lis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet ex demonstratis in .32. primi: / necesse ē ex hac cōi scia quozlibet eq̄lū decimas aut quozlibet ptes eiusdē deno / rationis ēē equales ut vnus hoz decagonorū sit equiangularis alij. ideoq; silis ex / dione silium sup̄ficiet: z q; si due figure silēs duobus circulis inscribant̄: erit ppor / tio duoz relatiuoz latez illaz figuraz sic ē duaz diametroz illorū circulorū vt / apparet ex conel. 18. sexti libri z prima .12. cū latera decagonoz silium inscriptonū

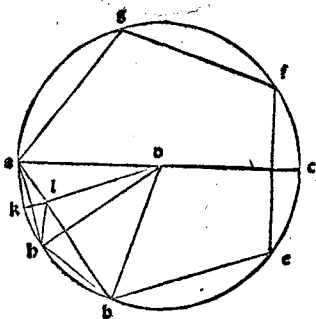


Quobus circulis .a.b.c. z.f. sint equalia sequitur ut diametri eorum sint equalia. ideoq; et semidiametri etiam equalia. sunt autem semidiametri z latus exagoni e/ qualia ex conclario. decima z quinta sexti. erit ergo linea .e.b. latus exagoni circu/ li .a.b.c. inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli .f. sibi equalis: hoc autem ē qđ demonstrare volumus. Ex hac autē nona hui? .13. libri noneris exorta ēē decimam quarti libri que duū equaliū latez pponit trigonū describendū cuius vterq; duo/ rū anguloz quos basis obtinet ad tertiū duplus existat: talis enī ē vterq; triangu/ loz .e.d.c. z .d.c.b. z simpliciter ois cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius lineę diuise sibi proportionē habentē mediū duoz extrema z tertiū quod est basis est equale minori portioni lineę eiusdē vel cuius duo latera sūt equalia la/ teri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero ē equalis lateri decagoni equilateri eidē circulo inscripti qđ ē ppositū. **Propositio. 10.**



Quoniam latus pentagoni equilateri tanto potentius ē late/ re exagoni equilateri quantum potest latus decagoni equi/ lateri si sint in eodē circulo ambo inscripti.

Sit circulus .a.b.c. cuius centz .d. z diameter .a.d.c. inscribaturq; ei pentagonus equilaterus qui sit .a.b.c.e.f.g. z a centro .d. ptabatur perpendicularis ad latus .a.b. que producatz vsq; quo obuiet circūferentie in pūto .h. sitq; .d.b. z protrahant due chordę .a.b. z .b.b. que erunt equalia adinicez ex scđa pte. 3. tertij z quarta primi. ideoq; etiā duo arcus .a.b. z .b.b. eq̄les adinuicem ex .27. tertij. Est igitur vtrazq; duaz chordaz .a.b. z .b.b. latus decagoni equi/ lateri pposito circulo inscripti. dico itaq; qđ quadratū lineę .a.b. que est latus pen/ tagoni ē equale duobus quadratis duaz lineaz .b.d. z .a.b. ppter acceptis quarum prima est eq̄lis lateri exagoni ex concl. 15. quarti: z secunda ē latus decagoni p/ trahatur enī a centro .d. ppendicularis ad lineā .a.b. que est latus decagoni que pducatur vsq; ad circūferentiā: sitq; .d.k. qđ secet lineā .a.b. qđ ē latus ptagoni i pūcro .l. z ptabat lineā .b.l. pstat autē ex scđa pte tertie tertij .2.4. pmi .2.27. tertij qđ lineā .d.k. qđ est ppendicularis ad chordā .a.b. simul diuidit p equalia chordā z arcū idq; arcus .a.k. est equalis arcui .k.b. quare ex vltima sexti angulus .a.d.l. ē equalis an/ gulo .l.d.b. ideoq; ex quarta primi basis .a.l. basi .l.b. igitur ex quinta primi angul? l.a.b. equalis est angulo .l.b.a. cūq; etiā sit ex eadē angulus .b.a.b. equalis angu/ lo .b.b.a. sequitur vt angulus .l.b.a. sit equalis angulo .b.b.a. ergo ex .32. pmi duo trianguli .b.a.b. z .a.l.b. sunt equianguli: est enī angulus .b. maioris equalis angu/ lo .b. minoris z agulus .a. communis est vtriq; itaq; p quartā sexti pportio .b.a. ad a.b. ē sicut .a.b. ad l.a. quare ex prima pte. 16. sexti qđ prouenit ex .b.a. in .a.l. est equalē quadrato lineę .a.b. que ē latus decagoni. cū sit autē semicirculus .a.e.c. eq̄ lis semicirculo .a.f.c. z arcus .a.e. arcui .a.f. erit arcus .e.c. residuus equalis arcui .f.c. residuo: quare arcus .e.c. est medietas arcus .e.f. ideoq; equalis arcui .a.b. z du/ plus ad arcū .b.k. z qđ arcus .e.b. ē duplus ad arcum .b.b. erit ex .13. quinti totus arcus .e.c.b. duplus ad totū arcū .b.b.k. ideoq; ex vltima sexti angulus .c.d.b. est duplus ad angulū .b.d.l. cumq; etiā angulus .c.d.b. duplus sit ad angulū .b.a.d. ex .32. z quinta primi. sunt enī duo latera .d.a. z .d.b. equalia: erit angulus .b.d.l. equalis angulo .b.a.d. itaq; per .32. primi erit triangulus .b.d.l. equiangulus tri/ angulo .b.a.d. Est enim angulus .d. minoris equalis agulo .a. maioris. z angul? b ē cōis vtriq; ergo per quartā sexti pportio .a.b. ad b.d. ē sicut .b.d. ad l.b. quare



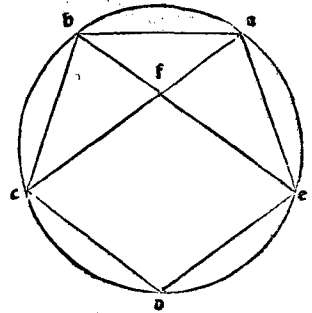
per primam partem. 16. sexti quod prouenit ex. a. b. in. b. l. est equale quadrato. d. b. at vero probatum est prius qd illud qd prouenit ex. a. b. in. l. a. e. equale quadrato. a. b. itaqz quod prouenit ex. a. b. in. a. l. e. in. l. b. est equale duobus quadratis duarqz linearum. a. b. e. b. d. e. quia ex scda secundi qd prouenit ex. a. b. in. l. a. e. in. l. b. est equale quadrato linee. a. b. est autem linea. a. b. lar^o pentagoni equilateri. p/posito circulo inscripti: linea vero. a. b. e. latus decagoni equilateri. e. linea. b. d. est ex conelario. 15. quarti equalis lateris exagoni equilateri p/posito circulo inscripto tum inconcussa demonstratione. aluitur hoc quod dicitur.

Propositio .ii.



Si duob⁹ p/piis angulis petagoni equilateri intra circuli descripti a terminis suoz latez due recte linee subtendantur vtraqz alteram scdm proportionē habentē mediū duo qz extrema secabit maiorqz ipsius portio lateri ipsius petagoni equalis erit.

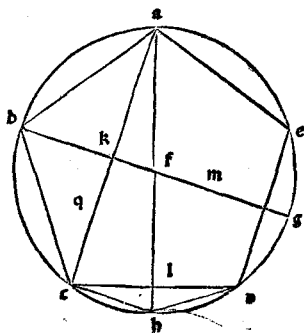
Sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. inscriptus circulo eisdem litteris signato e duobus eius p/piis angulis qui sunt. a. e. b. subtendantur due recte linee. a. c. e. b. e. secantes se inuicē in puncto. f. dico itaqz vtranqz harū esse vniūsa i puncto f. snt p/portionē habentē mediū duoz extrema: e qd maior portio vtriusqz ē equalis lateri pentagoni. **D**emonstrā. est enī ex. 27. tertij qd quinqz arcus circuli pentagoni p/positi circūscribentis quoz latera ipsius pentagoni sunt chordae: sunt ad inuicē equales. ideoqz ex vltima sexti quatuor anguli. a. e. b. a. b. e. b. a. c. e. b. c. a. sunt ad inuicē equales. Nam arcus. a. b. a. e. e. b. c. sunt ad inuicē equales. cumqz sit arcus. e. d. e. duplus ad arcū. b. c. erit quoqz ex vltima sexti angulus. c. a. e. duplus ad angulū. c. a. b. at vero ex. 32. primi angulus a. f. e. duplus ē ad angulū. f. a. b. igitur angulus. a. f. e. ē equalis angulo. f. a. e. quare per sextam primi linea. a. e. ē equalis linee. f. e. sunt autē duo trianguli. a. b. e. e. a. f. b. equianguli per ea qd dicta sunt e p. 32. primi: est enī angulus. c. maioris equalis angulo. a. miror is angulus. b. cōis vtriqz: igit p quartā sexti p/positio. e. b. ad. b. a. sicut. b. a. ad. f. b. cūqz sit. c. f. equalis. a. b. eo qd ipsa ut probatum est equalis. a. e. sequitur ex. 7. quinti: ut sit p/positio. b. e. ad. e. f. sicut. e. f. ad. f. b. quare per diffinitionē linea. e. b. ē vniūsa fm p/portionē habentē mediū duoz extrema e eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. si autē hoc ē vez de linea. e. b. erit quoqz ex. 7. quinti e qui ta eiusdē e diffinitione idē vez de linea. a. c. nam tota. b. e. est equalis toti. a. c. ex quarta primi e portiones portionib⁹ ex sexta primi e cōi scia: portiones enī. a. f. e. b. f. sunt equales ex sexta primi. ideoqz. f. e. e. f. c. residue erunt ad inuicē equales ex cōceptione vel potes si liber e facilius de linea. a. c. demonstrare p/positum nego/ tiando circa ipsum ut prius circa lineam. e. b.



Propositio .ii.

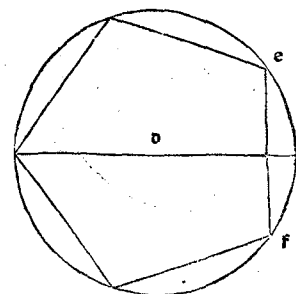
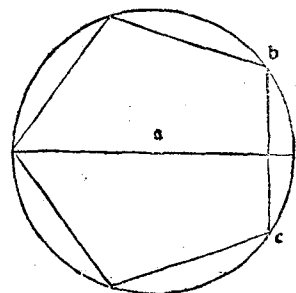
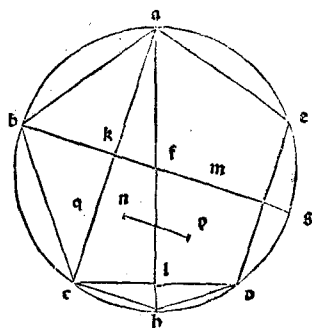


Si circuli pentagoni equilateri circūscribentis diame tros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linez irra tionalis ea scilicet que dicitur minor. **S**it pentagon⁹ equi later⁹ a. b. c. d. e. inscript⁹ circulo eisdē litteris ascripto c⁹ cētz. f. e. due diametri. b. g. e. a. b. sitqz vtraqz harū diametroz linea rōnal⁹ i longi tudie: dico tunc qd lat⁹ petagoni inscripti erit linea irrōnalis illa videlz qd dicit⁹ mi nor: p/ptabat enī linea. a. c. qd fecit diametroz. b. g. in puncto. k. eritqz ex vltima sexti

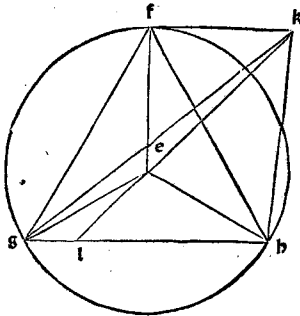
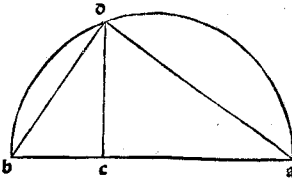


et quarta pmi linea. a. c. diuisa a diametro .b. g. orthogonalr et p ecclia i puncto .k. qz
cu semicirculus .b. a. g. sit ecclis semicirculo .b. e. g. et arc^o .b. c. arcui. b. c. sicut pstat
ex. 27. tertij erit arcus. a. g. residu^o equalis arcui. c. g. residuo: idqz ex vltima sexti
angulus. a. b. g. ecclis etia angulo. c. b. g. cu itaqz duo latera. a. b. z. b. k. trianguli. a
b. k. sint ecclia duobus laterib^o. c. b. z. b. k. trianguli. c. b. k. z angulus. b. vnus an/
gulo. b. alterius: erit ex quarta pmi basis. a. k. ecclis basi. k. c. z ocs anguli qui sunt
ad k. sunt recti ex prima pte tertie tertij: diameter aut. a. b. secet latus ptagoni. c.
d. in puncto. l. Eritqz silitet linea. c. d. diuisa a diametro. a. b. orthogonalr et per
equalia in puncto. l. cu eni sint duo arcus. a. d. b. z. a. c. b. ecclis z arcus. a. c. sit ec/
lis arcui. a. d. erunt duo residui semicirculoz qui sut. c. b. z. d. b. ecclis quib^o si sub/
tendantur due chordae que sunt. c. b. z. d. b. ipse quoqz ex. 28. tertij erunt equales z qz
arcus^o. a. c. e equalis arcui. a. d. erit ex vltima sexti angulus. c. b. l. ecclis angulo. d. b.
l. ideoqz per quarta pmi basis. c. l. est equalis basi. d. l. z omnes anguli qui sunt
ad l. recti ex prima pte tertie tertij. itaqz duo trianguli. a. c. l. z. a. f. k. sut ecqangu/
li ex. 32. pmi. Est eni angulus. l. maioris ecclis angulo. k. minoris eo qz vterqz est
rectus z angulus. a. e. cotis vtriqz: quare ex quarta sexti ppositio. l. c. ad. c. a. e sicut
k. f. ad. f. a. Sumat igit ex diametro. b. g. linea. f. m. equalis quarte parti semidia/
metri eritqz per equam proportionalitate proportio. c. l. ad quarta parte linee. a. e
que sit. c. q. sicut. k. f. ad quartam parte linee. f. a. que est. f. m. z qz p. 15. quinti p/
portio. c. d. ad. c. k. est sicut. c. l. ad. c. q. sic eni est duplum ad duplum sicut. simplex
ad simplex: erit p. 11. quinti. d. c. ad. c. k. sicut. k. f. ad. f. m. z coniuncti linee constan/
tis ex. d. c. z. c. k. ad. c. k. sicut. k. m. ad. m. f. z id per primam partem. 2. i. sexti pro/
portio quadrati linee coposite ex. d. c. z. c. k. ad quadratu linee. c. k. sicut quadrati
linee. k. m. ad quadratu linee. m. f. constat aute ex pmissa qz si linea. a. c. diuidatur
fm proportionē habentē medium duoz extrema maio: portio ci^o erit ecclis linee
d. c. igit linea constans ex. d. c. z. c. k. coponit ex maio: portione diuise fm pro/
portionē habentē mediū duoz extrema z ex medietate toti^o linee sic diuise: eni
c. k. medietas. a. c. itaqz p prima istius. 13. libri quadratu linee composite ex. d. c.
z. c. k. quintuplum quoqz e ad quadratu linee. c. k. ideoqz quadratum linee. k. m.
quintuplu quoqz e ad quadratu linee. m. f. cum sit horu quadratoz z illorum vna
pportio e aut linea. b. m. quintupla ad linea. m. fierat eni. m. f. quarta ps semidia/
metri ppositi circuli: ergo quadratu linee. k. m. ad quadratu linee. m. f. est sicut li/
nee. b. m. ad lineam. m. f. et quia ex secunda pte. 18. sexti quadratu linee. k. m. ad
quadratum linee. m. f. est sicut linee. k. m. ad lineam. m. f. duplicata: erit ex vndeci/
ma quinti linea. b. m. ad lineam. m. f. sicut linea. k. m. ad lineam. m. f. duplicata:
igitur linea. k. m. est medio loco proportionalis inter duas lineas. b. m. z. m. f. qd
sic constat. Sit enim linea. n. p. medio loco pportionalis inter eas supra fm do/
ctrina none sexti eritqz ex diffinitione pportionalis duplicate que posita e i pncipio
quinti pportio. b. m. ad. m. f. sicut. b. m. ad. n. p. duplicata: z qz. b. m. ad. n. p. sicut
n. p. ad. m. f. erit etia ex. 11. quinti pportio. b. m. ad. m. f. sicut. n. p. ad. m. f. dupli/
cata igit ex prima pte. 9. quinti one linee. k. m. z. n. p. sunt ecclis: idqz ex prima pte
7. quinti z ex scda pte eiusde linee. k. m. e medio loco pportionalis inter. b. m. et
m. f. quare ex conel. 15. sexti proportio quadrati linee. b. m. ad quadratum linee
m. k. e sicut e linee. b. m. ad lineam. m. f. z quia linea. b. m. e quintupla ad lineam.
m. f. erit quadratum linee. b. m. quintuplu ad quadratu linee. m. k. linea aut. b. m.

est rónalis in longitudine: ergo per vltimá pte. 7. decimí linea .m.k. est rónalis in potentia tñi et q: linea .b.m. é potèntior: linea .m.k. in quadrato linee sibi incómen surabilis in longitudine vt in cōtinuo .pbabif erit linea .b.k. residuū quartū ex dñf finitione residuū quartū. Qd aut probandū assumpsimus sic patet. sit numerus .r. quintuplus ad numez .f. sitqz .t. et .f. quantū .r. ac vñ esset .r. quinqz .f. vñ .t. quartu or: et sit linea .b.m. potèntior: linea .m.k. in quadrato linee .x. cū igit sit quadratum linee .b.m. ad quadratū linee .m.k. sicut numer⁹ .r. ad numez .f. erit p euerfā ppor tionalitatē quadratū linee .b.m. ad quadratū linee .x. sicut numer⁹ .r. ad numez .f. quare per vltimá pte. 7. decimí linea .x. é incómen surabilis linee .b.m. in longitudi ne. nō est ergo dubiū quin .b.k. sit residuū quartū. Vñ manifestū vñ ē ex. 34. tertiz q illud qd sit ex .b.k. in .k. g. ē equale ei qd sit .a. k. in .k. c. ideoqz etiā ipsū idem est equale quadrato .k. c. eo q .a. k. ē equalis .k. c. ergo quadrato .b.k. addito vtriqz erit ex penultima pñmi qd sit ex .b.k. in se et in .k. g. equale quadrato .b.c. et qz ex pñma secundi quod sit ex .b.k. in se et i .k. g. est equale ei qd sit ex .b.k. in .g. b. erit linea .b.c. latus tetragonici supficii contenti a duabus lineis .g.b. et .k.b. et quia li nea .g.b. é rónalis: linea vero .b.k. é residuū quartū. et q: linea potens in supficiē linee rónali residuūqz quarto cōtenta est linea minor vt constar ex. 89. decimí libri necesse est linea .b.c. que est latus pentagoni equilateri pposito circulo inscripti eē lineā minorem qd erat ex principio demonstrandū. hoc ergo mō sequit q lar⁹ pen tagoni equilateri circulo inscripti sit linea minor. si diameter circuli cui inscribatnr fuerit rónalis in longitudine. At vñ si diameter circuli fuerit rónalis in potentia tñi. adhuc necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea mior. esto eni linea .a. rónalis in potentia tñi supia quā describatur circulus ciqz descripte i / scribat pentagonus equilaterus cuius vñ latus sit .b.c. dicantqz pentagonus et circulus .a. dico q linea .b.c. é linea minor. Sumatur eni aliqua linea rónalis i lon gitudine que sit .d. et super eā lineetur circulus cui inscribat pentagonus equilater⁹ et sit vñ latus ipsius linea .e. f. dicantqz pentagonus et circulus .d. constar igitur ex hac. 12. q. c. f. é linea minor cū diameter .d. sit rónalis in longitudine. Qm vñ p / portio pentagoni .a. ad pentagonū .d. é sicut quadrati linee .b.c. ad quadratum li / nee .e. f. vñ qz eni é ex scda pte. 18. sexti: sicut linee .b.c. ad lineā .e. f. duplicata pen tagoni aut: a. ad pentagonū .d. é sicut qdrati .b.c. ad quadratū linee .e. f. diametri a. ad quadratū diametri .d. ex pñma. 12. erit ex. 11. quinti quadratum linee .c.b. ad quadratū linee .e. f. sicut quadratū diametri .a. ad quadratū diametri .d. cūqz qua drata duaz diametrorz .a. et .d. sint cōcantia: qz ambo sūt rónalia ex pporbels erūt quoqz ex pñma pte. 16. decimí quadrata duaz lineaz .b.c. et .e. f. cōcantia: ergo li / nea .b.c. cōcat i potētia cū linea .e. f. et q: linea .e. f. é minor: sequit ex. 100. decimí: q etiā .b.c. sit linea minor qd é ppositū. siue ergo diameter alicuius circuli sit ra / tionalis in longitudine siue i potētia tñi necesse é vt latus pentagoni equilateri si /



bi inscripti sit linea minor. **Propositio .13.**
 Framide quoz bassū triāgulariū et eqlateraz ab assigna ta spha circūscriptibile fabricare b⁹ ergo spere diame / tros ad lar⁹ ipsi⁹ pyramidis sexqalterā pporitionē poten tialiter habere .pbaf. Cui linea .a. b. diameter assignate spere que dividatur in puncto .c. ita q .a. c. sit dupla ad .b. c. et lineet super eam semicir / culus .a. d. b. et producatr linea .c. d. orthogonaliter sup lineā .a. b. et pducat linea

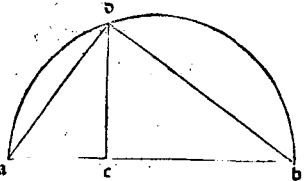


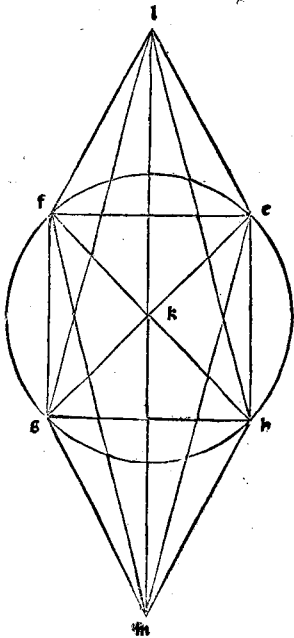
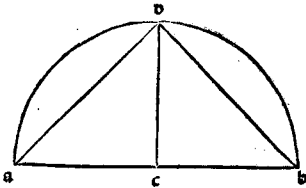
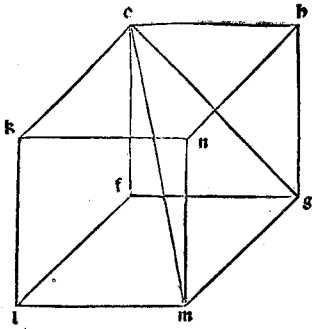
b. d. z. d. a. postea fiat circulus. f. g. b. super centrū. e. cuius semidiameter sit equalis lineæ. c. d. cui ex scda quarti libri inscribat̃ triangulus equilateralis qui sit. f. g. b. ad cui⁹ angulos prabant̃ a centro lineæ. c. f. e. g. e. b. deinde sup centz. e. erigatur fm qp docet. 12. decimi vel vndecimi lineæ. c. k. q̃ ponat̃ equalis. a. c. ppendicularis ad superficiē circuli. f. g. b. z demittant̃ a puncto. k. ypothemise. k. f. k. g. k. b. eritqz cōpleta piramis quatuor basiū triangulariū z equilateralz quā dico esse ab assignata spha circūscriptibiles z dico quadratum diametri. pposit̃e spere scqualitez esse ad quadratum lateris fabricate pyramidis. cōstat enī ex prima pte conclarij. s. se/ xti qp lineæ. c. d. ē medio loco pportionalis inter. a. c. z. c. b. quare ex conel. 17. ei⁹ dem quadratum lineæ. a. c. ad quadratū lineæ. c. d. ē sicut. a. c. ad. c. b. ergo cōiuncti quadratū. a. c. z quadratū. c. d. ad q̃dratū. c. d. sicut. a. b. ad. b. c. ideoqz ex penult. primi quadratū. a. d. ad quadratū. d. c. sicut. a. b. ad. b. c. cū ergo lineæ. a. b. sit tri/ pla ad. b. c. erat enī. a. c. dupla ad eā erit quoqz quadratū. a. d. triplū ad quadratū d. c. ē autē ex. s. huius quadratū. f. g. triplū ad quadratū. e. f. quare cū ex ypothesi d. c. sit equalis. e. f. erit ex cōi scia. a. d. equalis. f. g. z qz ex diffinitione lineæ. pēpē dicularis ad superficiē lineæ. e. k. continēt cū singulis lineis. e. f. e. g. e. b. angulos rectos quaz quolibet ē equalis lineæ. c. d. z qz ipsa eadē ē equalis lineæ. a. c. z angulus. c. ē rectus: erit per quartā primi vnaqueqz triū lineaz. k. f. k. g. k. b. equalis li/ nee. a. d. Manifestum est igit̃ fabricatam piramidē esse quatuor basiū triangula/ riū eqlateralz. Ipsa autē ēē circūscriptibilē ab assignata spha sic habetor lineæ. e. k. intelligatur adijci fm rectitudinē lineæ. e. l. equalis lineæ. c. b. vt tota. k. l. sit equalis a. b. que ē diameter assignate spere: hanc autē lineā inquā. e. l. imaginēris esse sub circulo. f. g. b. perpendicularē quoqz ad. ipsius superficiē ex pte inferiori sicut est c. k. ex parte superiori eritqz vnaqueqz triū lineaz. e. f. e. g. e. b. z simplr q̃libet semidi/ ametri circuli. f. g. b. medio loco pportionalis inter. k. c. z. e. l. quēadmodū ē. d. c. inter. a. c. z. c. b. nam hec sūt equalis illis vnaquaqz sue relative. Si igit̃ sup lineaz l. k. describat̃ semicircul⁹ circūducaturqz quousqz ad locū vnde moveri cēperat re/ deat erit ex diffinitione speraz equaliū spha descripta motu huius semicirculi eq̃ lis spere assignate. sunt enī spere equales quaz sunt equales diametri quēadmo/ dum de circulis in principio tertij dictū ē: semicirculū hūc vero necesse est transi/ re per tria puncta. f. g. b. que sunt anguli solide pyramidis fabricate. sūt autē dico qp semicirculus hic qui sup lineā. k. l. fuerit descript⁹ si circūducatur quousqz ad locūz redeat vnde moveri cēpat continger circuli. f. g. b. super omnia puncta circūferē tie ipsius. Qd ex hac vetusta veritate probatur: si lineā rectā super lineaz rectā per pendiculariter steterit que inter partes eius cui superstat vel circumstat medio lo/ co proportionalis ponatur. fueritqz super eam lineam cui perpendicularis supstat semicirculus descript⁹ circūferentia ipsius p extremitatem lineæ medio loco ppor/ tionalis posite ppendiculariter necessario trāsibit. cum igitur cuncte semidiametri circuli. f. g. b. sint ppēdiciāres ad lineā. k. l. z medio loco ppositiōales iter ptes ip̃z que sūt. k. c. z. e. l. sequit̃ ut semicirculus descript⁹ sup. k. l. si circūducatur transeat p omnia puncta circūferentie. f. g. b. z per omnes solidos angulos pirāmidis fabri/ cate. itaqz a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure pyramidis fabricata est inscriptibilis illi spere quā semicirculus super lineam. k. l. lineat⁹ mutuo suo de/ cribit: z quia hec spha descripta est assignate spere equaliū p diffinitionē equaliū speraz sequit̃ ex cōi scientia vt hec piramis fabricata sit ab assignata spha circū/

Propositio 14.

Assignata sphaera circumscribibilem cubum constituere eiusdem autem sphaerae diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit.

Assignate sphaerae diametrum sit. a. b. super qua lineetur semicirculus. ins. a. d. b. diuidaturque diametrum i puncto. c. proinus secundum conditionem praemissae videlicet ut linea. a. c. sit dupla ad lineam. c. b. et producaturs. c. d. perpendicularis ad a. b. et protrahantur. d. b. et d. a. postea fiat vnus quadratum cuius oia latera sint equalia lineec. b. d. situsq. e. f. g. b. super cuius quatuor angulos erigant





Et docet. 12. vñdecim quatuor linee ppendiculares ad superficie ipsi⁹ qdrati qz qlibz ponatur etiā equalis linee. b. d. sintqz. e. k. f. l. g. m. b. n. eruntqz hec quatuor ppen- diculares singule singulis equidistantes ex sexta vñdecimi: z anguli quos continent cū lateribus quadrati recti ex diffinitione linee ppendicularis ad superficie: deinde cō iungant^r extremitates istaz ppendiculariū ptractis lineis. k. l. l. m. m. n. n. k. eritqz cōplet^r cub⁹ sex superficie⁹ qdratis cōtenuis. cōstat eni ex. 34. pmi qz quatuor super- fides ipsum ambientes z ipse sunt quaz opposita latera sunt quatuor perpendi- culares sint omnes quadrate: de basi autē hoc positiū est. at vero de suprema ei⁹ superficie que ē. k. l. m. n. qz ipsa quoqz sit quadrata. cōstat ex. 34. pmi z. 10. vñdecimi. ideoqz ex quarta vñdecimi manifestū ē singula latera eiusdē cubi quab⁹ ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Et autē cubū hunc ab assignata spha circūscriptibilem eē demonstremus: in vna suaz superficie ptractat diagona- lis. verbi gratia in basi eius sitqz. e. g. z. a. b. huius diagonalis altera extremitate ptractatur diameter cubi. e. m. eritqz ex penultima pmi quadrati. e. g. duplū ad quadratū. f. g. ideoqz z ad quadratū. g. m. eo qz g. m. ē equalis. f. g. sūt eni omnia latera cubi ad invicē equalia. z qz rursus ex penultima pmi quadrati. e. m. ē equa- le quadratis duaz lineaz. e. g. z. g. m. ppter hoc qz angulus. c. g. m. ē rectus ex dif- finitione linee perpendicularis ad superficie: erit quadratū. e. m. triplum ad qua- dratū. m. g. constat eni ex duplo z simplo. cumqz ex secūda pte coroll. 8. sexti z ex coroll. 17. eiusdē qdrati quoqz. a. b. sit triplū ad quadratū. b. d. eo qz linea. a. b. tri- pla ē ad lineā. b. c. sit autē. b. d. equalis. g. sequitur ex cōi scia ut. e. m. qz ē diameter cubi sit equalis. a. b. que ē diameter spere. itaqz si sup. e. m. lineē semicirculus cir- cumducatur quousqz ad locū vñde fuit initiū motus redeat spha descripta: erit ex diffinitione speraz equaliū equalis spere assignare. at vero qz hic semicirculus trā sitū faciet p punctū. g. eo qz angulus. e. g. m. ē rect⁹ eadēqz rōne p ceteros singulos rectos angulos cubi qd ex antecedente ante hāc. 14. imediate pmissio manifestū ē constat cōstitutū cubū ab assignata spha eo qz a sua equali circūscriptibile esse qd demonstrare oportebat. corollarij vero demonstratio in isti⁹ demonstratiōis pcediū



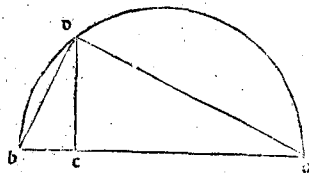
propositio. 15. Corpus octo basū triangulariū z equilaterarū a spha p/ posita circūscriptibile cōponere: eritqz palā eiusdē spere diamet^r lateri ipsius corpis duplicem esse potentialiter. Diameter spere pposita sit. a. b. que dividat p equalia i puncto. c. z sup ea lineē semicirculus. a. d. b. z pducatur. c. d. ppendicularis. ad. a. b. z iungat punct⁹. d. cū. a. z cū. b. describatqz vñū quadratū cuius singula latera sint equalia lineē. b. d. sitqz quadratū. hoc. e. f. g. h. in quo ptractant^r diametri due. e. g. z. f. h. secantes se invicē in puncto. k. pstat igit ex. 4. pmi qz vñqz istaz diametrorū sit equalis lineē. a. b. que ē diameter spere cū angulus. d. sit rectus ex pma pte. 30. ter- tij z singuli quoqz anguli. e. f. g. h. recti ex dione qdrati: pstat rursus qz cedem due diametri. e. g. z. f. h. dividūt se invicē p equalia in puncto k. hoc autē ex. 5. pmi z 32. z sexta eiusdē facile ē elicere. erigat itaqz sup punctū. k. lineā. k. l. ppendicularis ad superficie qdrati qz ponat cōlis medietate diametri. e. g. l. f. h. z demittat pporbē mffe l. e. l. f. l. g. l. b. eritqz ex his qz posita sunt z penul pmi quoties oportuerit re/ peita singule hāz ppothensisaz eqles sibi invicē et equales laterib⁹ qdrati. habes ergo piramidē quatuor equilateraz triangulariumqz basū sup quadratū pstituta.

hinc itaq; sub ipso quadrato simile pyramidē hoc mō apponē lineā. l. k. producas
 pforando quadratum vsq; ad. m. ita q. k. m. exis sub quadrato sit equalis. l. k.
 existenti supra: et iunge punctū. m. cū singulis angulis qdrati pducendo. 4. alias
 ypothemisas que sunt. m. e. m. f. m. g. m. h. de quibus quoq; manifestū ē ex penul.
 primi: quēadmodū de alijs que sunt in superiori pte q ipse sint equalēs ad invicē et
 lateribus quadrati. Cōplem⁹ igitur corpus. 4. basū triangulārū et equilaterū
 hoc aut ab assignata spha circūscriptile eē sic habeto. cōstat enī q linea. l. m. est
 equalis diametro assignate spere: nā vtraq; eaz ē equalis diametro quadrati. igit
 si sup. l. m. lineē semicircul⁹ qui circūvoluat quousq; ad locū suū redeat: spha quā
 motu suo describet erit equalis assignate spere vt ex diffinitione spera equalium
 colligis. hic vero semicirculus transibit p quatuor angulos quadrati et simplr p oia
 puncta circūferentie circuli circūscribentis quadratū: eo q semidiameter quadrati
 vt linea. f. k. et portiones lineē. l. m. que sunt. l. k. et. k. m. sunt adinuicē equalēs. qre
 ex diffinitione eius qd ē figurā vnā alij figure inscribi fabricatū corpus inscripibi
 le ē spere motu huius semicirculi describe. itaq; et spere assignate ex cōcept. cū ipse
 sint adinuicē equalēs ex diffinitione. Cōmē. vero manifeste cōstat: sunt enī due li
 nee. d. b. et. d. a. equalēs ex. 4. primi: ideoq; quadratum. a. b. duplū est ad quadra
 tum. b. d. ex penul. primi: latus aut fabricati corporis ē equalē lineē. b. d. veruz est
 etgo cōclardum.

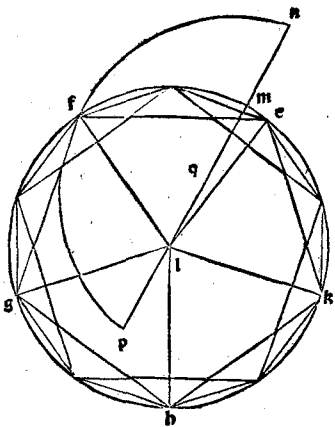
Propositio .16.



Corpus viginti basū triangulārū atq; equilateraz a ba
 ta spha diametrū rōnālē habēte circūscriptibile fabrica
 re. eritq; palā lat⁹ eiusdē corporis eē lineā irrationalem
 eam l3 que dicitur minor. C Sit hic quoq; diameter assignate
 spere. a. b. q ponat eē rōnalis siue in longitudine siue in potentia tū
 et diuidat in puncto. c. ita q. a. c. sit quadrupla ad. c. b. et lineē super eā semicircu
 lus. a. d. b. et pducas. c. d. ppendicularis ad. a. b. et ptabat lineā. d. b. deinde hū
 quantitatē lineē. d. b. lineē circulus. e. f. g. h. k. supra centrū. l. cui inscribat penta
 gonus equilaterus eiusdē litteris annotatus: ad cuius angulos a cētro. l. ducant li
 nee. l. e. l. f. l. g. l. h. l. i. k. rursus in eodem circulo inscribat decagon⁹ equilater⁹: oīu
 danī enī cuncti arcus quoq; chorde sunt latera pētagoni p equalia et a punctis me
 dijs ad extremitates cunctorz latez inscripti pentagoni lineē recte diriganī. itēq;
 super singulos angulos pentagoni erigatur cathec⁹ hū q docet. 12. vñdecimi quo
 rum quilibet sit etiā equalis lineē. b. d. et cōtinent extremitates hoz quinq; cathē
 corz quinq; corausti. erūtq; ex. 5. vñdecimi quinq; catheci erecti adinuicē equidi
 stantes: cūq; ipsi sint eqles erūt quoq; ex. 33. primi quinq; corausti corz extrema
 tes iūgentes eqles laterib⁹ pentagoni. demitte igitur a summitatibus singulis sin
 guloz cathecoz binas et binas ypothemisas ad otios circūstantes angulos iscripti
 decagoni et haz decē ypothemisaz a quinq; extremitatibus cathecoz ad. 5. pūcta
 que sunt singuli anguli medij inscripti decagoni descendentiū extremitates pūctua
 aliū pentagonum rursus ipsi circulo inscribendū qui quoq; erit equilaterus ex. 23.
 tertij: cū hoc itaq; feceris videbis te pscisse decē triangulos quoq; latera sunt decē
 ypothemise et quinq; corausti 7. 5. latera h⁹ scđ pentagoni inscripti. hos ergo decē
 triangulos eqlateros eē sic collige. cū enī tā semidiameter descripti circuli qz quibet
 erectorum cathecorum sit equalis lineē. b. d. ex ypothesi: erit ex correlario. 15. quarti
 quilibet cathecorum equalis lateri exagoni equilateri circuli cuius semidiameter



LIBER



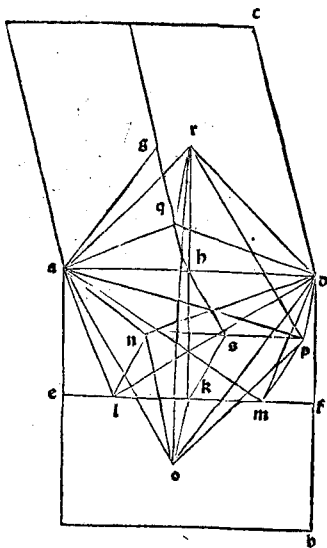
est equalis linee. b. d. inscripti. quia vero ex penult. primi vnaqz. 10. ypothemisaz
tanto est potentior catheco quatū pōt latus decagoni. at vero ex. 10. huius latus
quoqz pentagoni ē tanto potentius eodē quatū pōt idē latus decagoni. erit ex cō
muni scidentia vnaqz baz ypothemisaz equalis lateri pentagoni. De corauis
itē iam patuit qd ipsi sint euales lateribus pentagoni. itaqz cuncta latera horum
decē trianguloz aut sunt latera pentagoni equilateri scōa vice circulo inscripti aut
illis equalia sunt igitur equilateri trianguli. Ampli aut sup centz circuli qd ē punctū
l. erige aliū cathecū equalē prioribz qui sit. l. m. eiusqz supiorē extremitatē que ē p
ctus. m. iūge cū singulis extremitatibz priorz p quinqz corauisatos critqz ex sexta vi
decimi hic centralis cathecus singulis cathecoz angulariū equidistans. itqz ex. 33
primi bi quinqz corauisati erunt semidiametro circuli euales z ex coroll. 15. quati
quilibet corz itaqz latus exagoni. centrali ergo catheco ex vtraqz pte adiacitari li
nea vna equalis lateri decagoni: supra quidē adiaciat ei. m. n. deorsum aut sub cir
culo adiaciat sibi a centro circuli. l. p. postea demittant a puncto. n. 5. ypothemisē
ad. 5. superiores angulos decē trianguloz qui sunt in circuitu. z a puncto. p. alie. 5
ad alios quinqz inferiores cruntqz hoc decē ypothemisē euales admicne lateribz
inscripti pentagoni ex penult. primi z. 10. huius quēadmodū de alijs decē pri⁹ de
monstratū est. habes ergo corpus. 20. basium triangularium atqz equilateraz cui
cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. eius vero diameter est linea. n. p.
horz aut. 20. trianguloz decē consistunt in circuitu supra circuli. quinqz aut cōsur
gunt sursum ad punctum. n. cōcurrentes. at quinqz reliqui deorsum emergunt
sup punctū. p. coeuntes. hoc autē pceditū corpus a data spha circūscriptibile cē sic
erit manifestum: cū linea. l. m. sit equalis lateri exagoni z. m. n. lateri decagoni equi
lateroz quos circulus. c. f. g. circūscribit tota l. n. erit ex nona presentis libri diuisa
fm pportionem. b. m. z. d. extra in puncto. m. z maior portio eius erit linea. l. m.
Diuidatur itaqz. l. m. per eqūla in. q. eritqz ex cōmuni scia. p. q. eqūla. q. n. nā. p. l.
posita ē equalis lateri decagoni quēadmodū. m. n. quare. q. n. ē medietas. n. p. quē
admodū ē. q. m. medietas. m. l. cū ergo quadratū. n. q. sit. ex. 3. hui⁹ quintuplūz ad
quadratum. q. m. crit quoqz ex. 15. quintū quadratū. p. n. quintuplū ad quadratū
l. m. est enī ex quarta scōi quadratū. p. m. quadruplū ad quadratū. q. n. quadra
tū quoqz. l. m. quadruplū ad quadratū. q. m. ex eadē quadruplū autē ad quadru
plū ē vt simplum ad simplū teste. 15. quintū at vero quadratū. a. b. quintuplum est
ad qdratū. b. d. ex scōa pte coroll. 5. sexti z ex coroll. 17. eiusdē ē etiā. a. b. quinque
pla ad. b. z. eo q. a. c. fuit ad eandē quadrupla: qz ergo. l. m. ē ex ypothesi equalis
b. d. crit ex cōi scia. a. b. equalis. n. p. itaqz si sup lineam. n. p. semicirculus describa
tur qui tandū q locū primum repetat circūuoluat spha ipsi⁹ motu descripta erit
a diffinitione sperarum equaliū equalis sphae ppositē. z qm linea. l. m. ē medio lo
co pportionalis inter. l. n. z. n. m. ideooz inter. l. n. z. p. l. crit quoqz quelibet semi
diameter circuli medio loco pportionalis inter. l. n. z. l. p. z cū. l. m. sit equalis se
midiametro circuli. itaqz semicirculus sup. p. n. descriptus transibit p oia pūcta cir
cūferentie circuli. c. f. g. ideooz z per singulos angulos solidi fabricati in illa circū
ferentia cōsistentes: z qz eadē rōne singuli corauisati cōtinuantes extremitates an
gularium cathecoz: cū extremitate centralis sunt medio loco pportionalē inter
p. m. z. m. n. eo q quilibet eoz ē equalis. l. m. sequit ut idē semicirculus trāseat etiā
per reliquos angulos figure pcedere statuit. ē igitur corpus hoc iscriptibile sphae

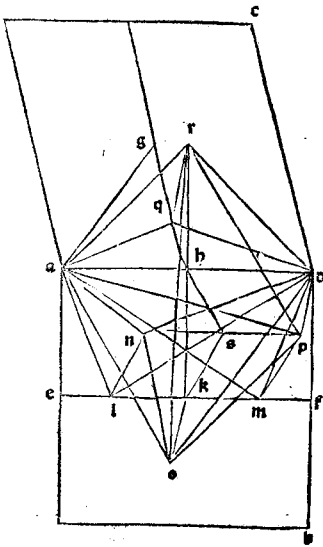
cuius diameter. p. n. ideoq; e spere cuius diameter. a. b. Latus aut huius solide si-
gure dico esse lineā minore. cōstat enī q; lineā. b. d. ē rōnalis in potentia cū eius
quadrātū sit subquincuplū ad quadrātū lineā. a. b. que posita ē rōnalis siue in lon-
gitudine siue in potentia tñ: itaq; semidiameter atq; semidiametri circuli. e. f. g. ē
etiā rōnalis in potentia: nam eius semidiameter ē equalis. b. d. igit ex. 12. hui⁹ lat⁹
pētagoni equilateri hui⁹ circulo iscripti ē lineā minor. at vero sicut i huius demon-
strationis processu patuit latus huius figure est quantū latus pentagoni ergo la-
tus huius figure. 20. alcaidaz ē lineā minor quēadmodum proponitur.

Propositio .17.



Corpus duodecim balium pentagonoz equilateraz atq;
equiangulariū ab assignata spha circūscriptibile cōstitue-
re. eritq; palā lat⁹ eiusdē corporis irrationale esse. id qd
relicuū dicif. ¶ Siat cubus fm q; docet. 14. huius circūscriptibile
ab assignata spha: sitq; huius cubi due superficies. a. b. z. a. c. ima-
ginemur aut nunc q; a. b. sit suprema superficies cubi z. a. c. sit vna ex laterib⁹. sit
q; lineā. a. d. cōmunis istis duabus superficiebus. diuidant itaq; in superficie. a. b.
duo opposita latera p equalia videlicet. d. b. z. latus ei oppositū: z puncta diuisio-
nis cōtinuent p lineā. c. f. latus quoq; a. d. z illud qd sibi opponit in superficie. a. c.
diuidant per equalia z puncta diuisionis cōtinuent lineā rectā cuius medietas sit
g. b. sitq; punctus. b. medius punct⁹ lineā. a. d. similiter lineā. e. f. diuidat p equa-
lia in. k. z. prorabat. b. k. quālibet igit triū lineaz. e. k. k. f. z. g. b. diuide fm pro-
portionē: ba. me. z. ou. ext. in trib⁹ pūctis. l. m. q. sintq; maiores portiones eaz. l.
k. k. m. z. g. q. quas manifestū ē ēē eqles cū tote lineā diuise sint equalēs videlz que
libet eaz medietati lateris cubi. deinde a duobus punctis. l. z. m. erige perpendicu-
lares vt docet. 12. vndecim ad superficiē. a. b. quaz vtrāq; ponas equalē lineā. k. l.
sintq; l. n. z. m. p. similiter a puncto. q. erige perpendiculariter. q. r. ad superficiē
a. c. quā ponas eqle. g. q. p. trabe itaq; lineas. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d. l. d. n.
a. r. a. q. d. r. d. q. ¶ Manifestū est igitur ex quinta huius q; due lineā. k. e. z. e. l. po-
tentialiter sunt triplū ad lineā. k. l. ideoq; etiā ad lineā. l. n. cū. k. l. z. l. n. sint eqles
Et vero. k. e. ē equalis. e. a. igit due lineā. a. c. z. e. l. sunt potentia triplū ad lineā. l.
n. quare ex penul. primi. a. l. ē potentia tripla ad l. n. ideoq; per candē. a. n. ē po-
tentia quadrupla ad l. n. Quā ois lineā sit potentia quadrupla ad medietatē sui
sequit ex cōi scia q; a. n. sit dupla in longitudine ad l. n. z. q. l. m. dupla est ad l. k.
Et k. l. z. l. n. sunt equalēs: erit. a. n. equalis l. m. sunt enī eaz dimidia equalia. Et
q; ex. 33. primi. l. m. ē equalis. n. p. erit. a. n. equalis. n. p. eodē modo p. babis tres
lineas. p. d. d. r. z. r. a. esse equalēs sibi inuicē z duabus p. d. d. r. habem⁹ itaq; ex
his quinq; lineis pentagonū equilaterū qui ē. a. n. p. d. r. sed foras se dices ipsū nō
esse pentagonū q; nō nec forsan ē totus in superficie vna. qd esset necessariū ad hoc
vt esset pentagonus. Qd ergo sit tor⁹ in superficie vna sic habeto: prodeat equidez a
puncto. k. lineā. k. f. perpendicularis ad superficiē. a. b. que sit equalis. l. k. et itq; ob
hoc equalis vtriq; duaz. l. n. z. m. p. cūq; ipsa sit equidistās vtriq; eaz ex sexta vn-
decimi: ideoq; cū ambab⁹ in eadē superficie ex dione lineaz equidistantiū necesse ē
vt punct⁹. f. sit in lineā. n. p. z q; diuidat eā p equalia: p. trabant igit due lineā. r. b.
z. b. f. sunt itaq; duo trianguli. k. f. b. z. q. r. b. sup vni angulū videlicet. k. b. q. cō-
stituti ē ē proportio. k. b. ad. q. r. sicut. k. f. ad. q. b. nā vt. g. b. ad. q. r. sic. k. b. ad. q.





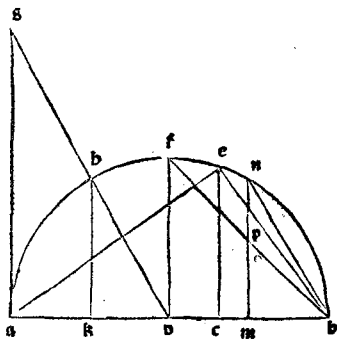
r. ex. 7. quinti. 2. vt. r. q. ad. q. b. sic. k. f. ad. q. b. ex eadē. sed. g. b. ad. q. r. vt. q. r. ad. q. b. eo q. q. r. est equalis. g. q. ergo p. 30. sexti linea. r. b. f. ē linea vna. Quare ex se cūda vndecimi tot⁹ pentagonus de quo disputam⁹ ē in superficie vna. Ipsū quoq; dico esse equiangulū. cū enī. e. k. sit diuisa fm pportionē habentē mediū duoq; extrema. z. k. m. sit equalis maiori portioni eius: erit quoq; ex. 4. pntis tota. e. m. diuisa fm pportionē habentē mediū duoq; extrema: maior quoq; portio eius linea e. k. iōq; per. 5. due linee. e. m. z. m. k. iōq; due. e. m. z. m. p. nā. m. p. ē equalis. m. k. sūt potētia triplū ad lineā. e. k. iōq; 2 ad lineā. a. e. nā. a. e. ē eqlis. e. k. itaq; tres linee. a. e. e. m. z. m. p. sunt potētia quadruplū ad lineā. a. e. Constat autē per pe multimā primi bis assumptā q. lineā. a. p. ē potētia equalis tribus lineis. a. e. z. e. m. z. m. p. itaq; a. p. ē potētia quadrupla ad lineā. a. e. latius vero cubi cū sit duplū ad lineā. a. e. est potētia quoq; quadruplū ad ipsā ex. 4. scōi: igit ex cōi scien/ ria. a. p. est lateri cubi equalis. Eūq; a. d. sit vnū ex lateribus cubi erit. a. p. equa/ lis. a. d. ideoq; ex. 8. primi angulus. a. r. d. ē equalis angulo. a. n. p. Eodē modo p/ babis angulū. d. n. p. esse equalē angulo. d. r. a. q. p. babis lineā. d. n. esse potētia liter quadruplū ad medietatē lateris cubi. cū igit ex bis pentagonus sit equilater⁹ z. habeat tres angulos equales ipse erit equiangulus ex septima pntis libri. Si itaq; hac via rōneq; cōsili z. sup vnūq; reliquoꝝ lateꝝ cubi pentagonū equilaterū z. equiangulū fabricemus pficiet solidū. 12. superficiebus pentagonis equilateris et equiangulis contentū. cub⁹ enī habet. 12. latera. Reliquū autē ē demonstrare solidū hoc esse a. data spha circūscriptibile: p. r. b. anī igit a. lineā. f. k. due superficies secan tes cubū quaz vna secet ipsū super lineā. b. k. z. alia sup lineā. e. f. eritq; ex. 40. vn/ decimi vt cōis sectio baz duaz superficieꝝ secet diametꝝ cubi z. secetur viceversa ab ipsa diametro per equalia. sit ergo cōis sectio eaz vsq; ad diametrū cubi lineā. k. o ita q. o. sit centrū cubi z. duant linee. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. constat aut q. vtraq; duaz lineaz. o. a. z. o. d. est semidiameter cubi. ideoq; equales. d. e. lineā. autē. o. k. cōstat ex. 40. vndecimi q. ipsa ē equalis. e. k. videlicet medietatē lateris cubi. Et q. k. f. est equalis. k. m. erit. o. f. diuisa in puncto. k. fm pportionē habentē mediū duoq; extrema z. maior portio ei⁹ erit lineā. o. k. q. ē eqlis. e. k. itaq; p. 5. b. erit due linee. o. f. z. f. k. iōq; o. f. z. f. p. eo q. f. p. ad quos hec demonstratio nō extēdit. ē eqlis k. f. triplū i potētia ad lineā. o. k. z. iō ad medietatē lateris cubi q. r. p. penul. pmi. lineā. o. p. ē potētia tripla ad medietatē lateris cubi. Ex conel. aut. 14. b. cōstat q. semidiameter spere tripla est in potētia ad medietatē lateris cubi quem circūscri bit eadem spha. itaq; o. p. est quanta semidiameter spere circūscribentis cubūz propositum. Eadem ratione cuncte linee ducte a puncto. o. ad angulos singulos pentagonorum omnium superlatera cubi descriptozum ad singulos angulos inq; qui proprij sunt pentagonis nō aut cōes eis z. superficiebus cubi sc; proprij q/ les sunt in pentagono statuto tres anguli. n. p. r. de illis aut lineis que veniunt a puncto. o. ad angulos singulos pentagonoz qui sunt cōes pentagonis z. superfic/ bus cubi quales sunt in pentagono pnti duo anguli. a. z. d. cōstat q. ipse sūt equa/ les semidiametro spere circūscribentis cubū: ipse enī sunt diametri cubi ex. 40. vn/ decimi. at vero semidiameter cubi ē tanq; semidiameter spere ipsū circūscribentis quēadmodū ex rōinatione. 14. apparet igit oēs linee ducte a puncto. o. ad singu/ los angulos duodecetri sunt equales adiuncte z. semidiametro spere semicirculus itaq; super totā diametrū spere vel cubi lineatus: si circūducatur trāsit per omnes

ángulos ei⁹ quare p^o diffinitione ipsū est ab assignata spera circūscriptibile. dico itez
 q^o latus huius figure ē linea irrōnalis ista videlicet que residuū dicitur si diameter
 spere ipsū circūscribentis fuerit rōnalis in longitudine vel in potentia. cū enī dia/
 meter spere sit ex. 1. 4. huius tripla in potentia ad latūs cubi erit latus cubi rationa/
 le in potentia si diameter spere fuerit rōnalis in longitudine vel in potentia. Con/
 stat autem ex. 11. q^o linea. 1. p. dividit lineam. a. d. que est latus cubi sūm propo/
 sitionē habentē mediū duosq^o extrema 7 q^o portio ei⁹ maior equalis est lateri penta/
 goni 7 q^o maior portio ei⁹ ē residuū ex. extra huius manifestū est latus figure duo/
 cedron esse residuū q^o demonstrare volumus. fabricata sūt igitur p. 13. 7 quatuor/
 eam sequentes quinq^o corpora equilatera atq^o equiangulara quoz vnūq^oq^o ē circū/
 scriptibile ab assignata spera. Sunt autē hec solida : primū quidē quatuor basū tria/
 gularium : 7 dicitur tetracedron. Secūdu est sex basū quadrata 7 dicitur cubus si/
 ue exacedron. Tertiu octo basū triangulariū : 7 dicit^o octocedron. Quartū autem ē
 solidū yccedron 7 est viginti basū triangulariū. Quintū vero ex. 12. basū⁹ pen/
 tagonis cōstitit : diciturq^o duodecedron. hec autē quinq^o solida regularia dicuntur
 qm ipsa eqāgula. sūt atq^o eqlatera 7 a spera atq^o ab invicē circūscriptibilia. plura
 vero his quinq^o eqlatera q^o sint 7 eqāgula esse ē impossibile. Ad cōstitutionē cuiusli/
 bet anguli solidi necesse est ad minus tres sup^ofaciales angulos cōcurrere. Ex duo/
 bus enī solis superficialibus nequit solidus angulus cōpleri : q^o ergo tres anguli cu/
 iuslibet exagoni equilateri 7 equiangulari sunt equales qtuor angulis rectis. At vero
 eptagoni 7 cuiuslibet pluriū latez figure equilatera atq^o equiangulara tres anguli sūt
 maiores quatuor angulis rectis quēadmodū ex. 32. primi euidenter elicit : omnis
 autē angulus solidus quatuor rectis angulis minor ē teste. 21. vndecimi impossibi/
 le est tres angulos exagoni atq^o eptagoni : 7 simpliciter omnis plurilatera figure
 equilatera tamē atq^o equiangulara solidū angulum constituere. id nulla solida figura
 equilatera atq^o equiangulara pōt ex sup^ofaciebus exagonalibus aut pluriū latez con/
 stitui. Si enī tres anguli exagoni equilateri atq^o equiangulari quēq^o solidū angu/
 lum excedūt quatuor 7 plures multo fortius eundē excedūt : tres autē angulos pen/
 tagoni equilateri atq^o equiangulari minores esse quatuor rectis angulis manifestū
 ē 7 quatuor eē maiores : quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq^o equian/
 guli possibile est solidū angulū constitui. ex quatuor autē aut ex pluribus impossi/
 bile. ideoq^o vnū duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq^o equiangularis cō/
 stituit^o est illud videlicet q^o duodecedron dicit^o in quo anguli pentagonoz termini et
 termini solidos angulos efficiunt. Eadem quoq^o est rō in quadrilateris figuris equi/
 lateris 7 equiangularis que in pentagonis : oīs enim quadrilatera figura si equilate/
 ra equiangularaq^o fuerit ipsa erit qdrata a diffinitione. Nā omnes ei⁹ anguli erunt
 recti per. 32. primi. Ex tribus igit^o angulis talis superficialis figure possibile est soli/
 dum angulum cōstitui : ex quatuor autē aut ex plurib⁹ impossibile est : ppter q^o ex/
 talib⁹ figuris superficialib⁹ que cū drilatera ipse sūt eqlatera atq^o equiangulara vntēq^o
 solidū q^o cubū dicimus : fabricatū ē trianguloz aut equilateroz sex anguli sūt eq/
 les quatuor rectis ex. 32. primi : pauciores ergo minores 7 plures maiores : igit^o ex/
 sex angulis talū trigonoz aut ex pluribus impossibile ē angulum solidum fieri : ex
 quinq^o et ex quatuor 7 ex tribus possibile. Cum itaq^o tres anguli trigoni equilate/
 ri efficiunt angulum solidū : perficitur ex triangulis eqlateris corpus quatuor ba/
 sum triangularium atq^o equilaterum. Cum vero quatuor consergunt corpus octo

basium quod octoedron diximus. At vero si quinqs triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum cōtineant fiet corpus pcedron viginti basi. in triangu-
lariū ē equilaterū. Quare ergo tot ē talia sunt solida regularia ē quare plura his
non sunt dictum est. **Propositio** .18.

Atera quinqz coꝛpoꝝum pꝛemissozum ab eadeꝝ sꝑe circūscriptibilium cuius sꝑe sola dīametros nobis ꝓposita fuerit per ipsā ꝓpositā dīametrum inuenire.

Let sit. a. b. diameter alicuius spere nobis propolita. ex qua iubemur
latera quinq; premissoz corporz dicere. *Diuidam* igitur hanc diametrum in. c. ita q. a. c. sit dupla ad. c. b. et per equalia in. d. et lineam sup. eam semi
circulum. a. f. b. ad cuius circiferentia prorrubant duce line perpendiculariares ad li
nea. a. b. que sint. c. e. d. f. z iungam. e. c. u. a. z c. u. b. z f. c. u. b. *Manifestu* ergo e
ex demonstratione. 13. q. a. e. e. latu figure quatuor basium triangulariu z equila
teraz et ex demonstratione. 14. q. e. b. e. lat^{us} cubi. et ex demonstratione. 15. q. f. b. e. latu
figure octo basium triangulariu z equilateraz. prodeat itaq; a puncto. a. li
nea. a. g. perpendicularis ad. a. b. z equalis cidē. a. b. z iungat. g. cum. d. sitq; .b.
punctum in quo .g. d. fecit circiferentia semicirculi z ducat. b. k. perpendicularis
ad. a. b. z quia. g. a. est dupla ad. d. erit ex quarta sexti. b. k. dupla ad. k. d. Sunt
enim duo trianguli. g. a. d. z. b. k. d. cōanguli ex. 32. primi eo q. angul^{us}. a. maioris ē
equalis angulo. k. minoris: nāq; utroq; rectus z angulus. d. ē cōis utriq; igitur ex
quarta scōi. b. k. est potentia quadrupla ad. k. d. ergo ex penul. primi. b. d. est po
tentia quincupla ad. k. d. cūq; .d. b. sit equalis. b. d. est eni. d. centrū semicirculi erit
quoad. d. b. potentia quincupla ad. k. d. *Et* vero cū tota. a. b. sit dupla ad totā. b. d.
quēadmodū. a. c. detracta ex prima. a. b. ē dupla ad. c. b. detracta ex secunda. b. d.
eritq; ex. 19. quinti. b. c. residua prime: dupla ad. c. d. residua secunde: ideoq; tota
b. d. est tripla ad. d. c. igitur qdratū. b. d. est noncuplū ad quadratū. d. c. et qz ipsū
erat quincuplū tm ad quadratū. k. d. erit ex scōa pte decime quinti. quadratū. d. c.
ē minus qdrato. k. d. ideoq; .d. c. minor. k. d. sit q. m. n. equalis. k. d. z pdeat. m. n.
utq; ad circiferentiā que sit perpendicularis ad. a. b. z iungat. n. cū. b. c. u. igit. d. k.
z d. m. sūt eqles erūt ex diffinitione ei^{us} qd ē aliq; lineas a centro eqdistare duce lin
ee. b. k. z. m. n. eqliter distantes a centro. ideoq; eqles adinuicē ex scōa parte. 13.
tertij z ex scōa pte tertie eiusdem. itaq; .m. n. ē equalis. m. k. nam. b. k. erat equalis
ei. *Et* qz. a. b. dupla est ad. b. d. z. k. m. dupla est ad. d. k. z quadratum. b. d. quin
cuplū ad quadratū. d. k. erit ex. 15. quinti quadratū. a. b. sit quincuplū ad qdratū
k. m. ē enī quadratū dupli ad quadratū dupli sicut quadratū simpli ad qdratum
simpli. *Ex* demonstratione enī. 16. manifestū ē q. diameter spere ē potētiatiter quicu
pla tā ad lat^{us} exagoni circuli figure. 20. basiu q. k. m. ē eqle lateri exagoni circuli fi
gure. 20. basiu nā diameter spere q ē. a. b. c. potētiatiter quicupla tā ad lat^{us} exagoni
circuli illi figure qz. ad. k. m. *Cur* igit qz ex demonstratione eiusdē manifestū ē q. dia
meterē spere cōstat ex latere exagoni z duplici lateri decagoni circuli figure. 20. ba
siu cū ergo. k. m. sit tanq; lat^{us} exagoni. at vero. a. k. sit eqles. m. b. nā ipsa sūt resi
dua eqliū dēptis eqlib^{us} erit. m. b. tāq; lat^{us} decagoni: qz igit. m. n. ē tāq; lat^{us} exago
ni. nā ipsa est equalis. k. m. erit ex penul. primi z. 16. bui^{us}. n. b. tanq; lat^{us} pētago
ni figure circuli. 20. basiu z qz ex demonstratione. 16. apparet q. lat^{us} pentagoni circuli
fi figure. 20. basiu ē lat^{us} eiusdē figure. 20. basiu. constat lineā. n. b. ē lat^{us} isti figure



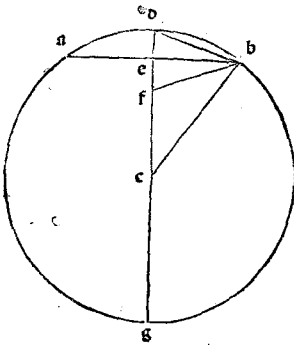
Diuidat itaqz. e. b. que ē lat⁹ cubi ab assignata ſpera circūſcriptibilis ſim pportio
nē habentē mediū duozqz extrema i puncto. p. ſitqz maior portio eius. p. b. conſtat
igif ex demōſtratione pmiſſe q. p. b. ē lat⁹ figure. 12. baſium. Inuenta ergo ſūt la
tera. 5. pmiſſoz corpoz ex diametro ſpere nobis ppoſita. ē eni latus. a. e. pira/
midis. 4. baſiū. e. b. latus cubi. f. b. latus octocedri. at vero. n. b. latus yocedri: ſi/
nea aut. p. b. latus duodecedri. Que autē hoz latez ſint maiora alijs ſic habetur.
conſtat eni q. a. e. ē maior. f. b. nā arcus. a. e. eſt maior arcu. f. b. iteqz. f. b. ē maior
e. b. z. c. b. maior qz. n. b. at vero. n. b. dico etiā eſſe maiore qz. p. b. cum eni ſit. a. c.
dupla ad. e. b. erit ex quarta ſcōi quadratū. a. c. quadruplū ad quadratū. c. b. pſtat
autē ex ſcōa pte conelarij. 8. ſexti z ex conelario. 17. eiūſdē q. quadratū. a. b. triplū
ē ad quadratū. b. e. ſed p. 21. ſexti quadratū. a. b. ad quadratū. b. e. ē ſicut quadra/
tum. b. e. ad quadratū. c. b. ex eo q. pportio. a. b. ad. b. e. ē ſicut. b. e. ad. b. c. ex ſe/
cunda pte conelarij. 8. ſexti. itaqz p. 11. quinti quadratū. b. e. triplū eſt ad quadra/
tum. c. b. z q. quadratū. a. c. quadruplū eſt ad idē quadratū vt oſtenſum ē: erit ex
prima pte. 10. quinti quadratum. a. c. minus quadrato. b. e. ideoqz linea. a. c. maior
ē linea. b. e. iteqz. a. m. multo maior. b. e. manifeſtū vero ex. 9. b. utas q. ſi linea. a. m
diuiſa fuerit ſim pportionē habentē mediū duozqz extrema erit maior portio eius
linea. k. m. que ē equalis. m. n. At vero cū. b. e. diuidit ſim eandē proportionem vt
delicet habentē mediū duozqz extrema maior eius portio ē linea. p. b. cum itaqz
tota. a. m. ſit maior tota. b. e. erit. m. n. que eſt equalis maiori portioni. a. m. maior
qz. p. b. q. eſt maior portio b. e. hoc autē manifeſtū eſt ex ſcōa. 14. libri que ſine auxi
lio alienius eaz q. ſequitur ſinna demōſtratione ſolidat: ergo p. 1. 9. pmi a fortiori
n. b. maior ē qz. p. b. Quare pz latera hoz. 5. corpoz pmiſſoz fere eo ordine quo
corpora ſe invicē ſequunt ſe invicē excedere. in cubo eni dūtaxat z octocedro habet
hic inſtantias. nā latus octocedri excedit latus cubi qzuis cubus antecedit octoce/
dri. Cubū aut pmiſſunt idcirco octocedro: quia eadē diuiſione diametri aſſig/
nate ſpere latera pyramidis. 4. baſes triangulas habentis z latus cubi inuenit. eſt
igif. a. c. latus pyramidis maius lateribus ceteroz corpoz: poſt ipſū autē ē. f. b. lat⁹
octocedri maius ſequentiū corpoz lateribus Tertio ordine ſequit i magnitudie. e.
b. latus cubi. Quarto vero loco eſt. n. b. latus yocedron. Minimi autem eſt om/
nium. p. b. latus duodecedron vel duodecedri. ¶ Explicit liber Terciusdecimus
Incipit liber Decimusquartus.

Propoſitio .1.



Adnis perpendicularis a centro circuli du
cta ad latus pentagoni intra circulū ipſū de
ſcripti dimidio lateris decagoni atqz dimi/
dio lateris exagoni intra circulū eundē de/
ſcriptoz ambobus dimidijs in longū dire/
ctūqz cōiunctis equalis eē pbat. patet igif
q. perpendicularis ducta a cetro circuli ad la/
tus pentagoni ē equalis ppēdiculari ducte
a centro ad latus trianguli dimidioqz late/
ris decagoni intra eū dē circulū deſcripti z i/
recie cōiunctis. ¶ Sit linea. a. b. latus pentagoni

equilateri inſcripti circulo cui⁹ centz. c. z ducat a centro. c. perpendicularis ad lineaz
a. b. que p ſcōam ptem tertie terij diuidet ipſā p equalia z arcū eius etiā p equalia



ex quarta primi 7. 27. tertij sitq; hec ppendicularis linea. c. d. secans. a. b. in pūcto
 e. et arcū ei⁹ in puncto. d. est igit⁹ ut dixim⁹ linea. a. e. eqli⁹ linee. e. b. 7. arc⁹. a. d. ar
 cui. d. b. pprabaz linea. d. b. de qua cōstat qd ipsa est lat⁹ decagoni equilateri p/
 posito circulo inscripti cū ipsa subtedat medietati quinti totius circūferentie: dico
 itaq; qd linea. e. c. ē equalis medietati linee. c. d. 7. medietati linee. d. b. in longum
 directamq; cōiunctis ēōpleatur quidem diameter. d. c. sitq; d. c. g. 7. sit. e. f. equa/
 lis. e. d. 7. pprabaz. b. f. critq; ex. 4. primi. b. f. eqli⁹. b. d. iōq; per. 5. primi angul⁹
 b. d. f. erit equalis angulo. b. f. d. cōstat aut ex vltima sexti qd angulus. g. c. b. qua/
 druplus ē ad angulū. b. c. d. eo qd arcus. g. b. quadrupl⁹ ē ad arcū. b. d. at vero an/
 gulus. g. c. b. p. 32. primi dupl⁹ ē ad angulū. b. d. c. nā ipse ē extrinsecus duob⁹ qui
 sunt. b. d. c. 7. d. b. c. at ipsi sunt eqli⁹ ex. 5. primi: igitur angulus. b. d. c. duplus est
 ad agulū. b. c. d. qre agulus quoq; b. f. d. duplus ē ad agulū. b. c. f. sed angul⁹. b. f.
 d. ē equalis duob⁹ intrinsecis qd sunt. b. c. f. 7. c. b. f. p. 32. pmi. itaq; duo aguli. b. c. f.
 7. c. b. f. sūt eqli⁹: iōq; p. 6. primi. c. f. ē eqli⁹. b. f. iōq; etiā. c. f. ē eqli⁹. b. d. nā. b. d.
 7. b. f. sūt eqli⁹ adinuicē: qre dimidiū. c. d. cū dimidio. c. f. ē quātum dimidiū. c. d.
 cū dimidio. c. f. at vero dimidiū. c. d. cū dimidio. c. f. ē quātum dimidiū. c. f. bis cū
 dimidio. f. d. dimidiū aut. . c. f. bis ē quātum. c. f. 7. dimidiū. f. d. ē qntū. e. f. itaq; c.
 e. est quātū dimidiū. c. d. cū dimidio. c. b. 7. d. b. qd ē ppositū. Loxel. aut sic con/
 stat manifestū ē enī ex. 8. tredecimi libri qd ppendicularis ducta a cetro circuli ad la/
 tus trianguli sibi inscripti ē equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentiam
 hoc quidē ibi demonstratum ē 7. quasi coroll. cōclusū. cum igit⁹ ex hac prima istī. 14.
 libri pateat qd ppendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis
 dimidio linee ducte a centro ad circūferentiā 7. dimidio lateris decagoni: sequitur
 qd perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis ppendicu/
 lari ducte a centro ad latus trianguli: dimidiōq; lateris decagoni intra eundē cir/
 culum descripti: 7. hoc est qd ex coroll. pponit. Nunc ergo explicandū est quod ait.
 Ariste⁹. in libro intitulato Exposito scē. 5. corporū nec nō 7. Appoloni⁹ in dono secū/
 do: in pportionalitate figure. 12. basium ad figurā. 20. basium vicēs: qd pportio supfi/
 cieꝝ figure habentis. 12. bases ad superficies figure habentis. 20. bases. ē tāq; p/
 portio corporis. 12. basium ad corpus. 20. basium: linea 7. enī ducta a centro circuli
 pentagoni figure. 12. basium duodecetri ad circūferentiā eius ē quasi linea. pdiēs
 a centro circuli trianguli figure. 20. basium yocedri ad circūferentiā eius. hec sunt
 ipsi magni appollonij verba Intelligēda aut sūt de figura. 12. 7. figura. 20. basium
 ab vna eadēq; spha circūscriptibilia. Est enī pportio corporis duodecetri ad cor/
 pus yocedron cum ambo vna eadēq; spha circūscribit sicut pportio omnium su/
 pficieꝝ duodecetri pter acceptaz ad oēs superficies yocedri pariter acceptas quē/
 admodū Appoloni⁹ pmissoz verboꝝ pma pte cōmemorat: qd 7. decima huius. 14.
 libri solida demonstratōne stabilitur. 7. ē circulus circūscribens pentagonū duodece/
 dri equalis circulo circūscribenti trigonum yocedri cum duodecetro 7. yoce/
 dron eadē spha circūscribit quēadmodum ipse appollonius secunda pte pre/
 missorum verborum cōmemorat: quod etiā in quinta huius libri demonstratio/
 ne firmatur: premittenda sunt igitur antecedentia. ad tantorum virorum eloquia
 inconcussa veritate corroboranda.



Aliquid accidit vni linee diuise secundū proportionē habentem medium et duo extrema omni linee similiter diuise probatur accidere et.

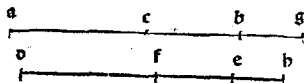
¶ Si vtraqz duarū lineaz. a. b. et d. e. diuise sūt proportionē habentē mediū duorū extrema. hec quidem i. c. illa vero in. f. sintqz maiores portiones: huius quidē. a. c. illi⁹ alii. d. f. dico itaqz qd ambaz ad sui maiores portiones est vna portio. itaqz ambaz ad sui minores portiones est portio vna ad quoz maiorū portio ad minores vna. et contrario et permutatim et cōiuncti et distincti et euerſim. Nihil enī aliud est quicquid vni eaz accidit. idē quoqz alij accidere. cōstat enī ex diffinitione linee sūt proportionē habentē mediū duorū extrema diuise et ex prima ptē. 18. sexti: qd illud quod fit ex. a. b. in. b. c. est equale quadrato. a. c. eodēqz modo quod fit ex. d. e. in. e. f. est equale quadrato. d. f. idēqz portio eius qd fit ex. a. b. in. b. c. ad quadratū. a. c. ē sicut eius qd fit ex. d. e. in. e. f. ad quadratū. d. f. vtraqz enī ē portio equalitatis: igitur quadruplū ei⁹ qd fit ex. a. b. in. b. c. ad quadratū. a. c. sicut quadruplū eius quod fit ex. d. e. in. e. f. ad quadratū. d. f. qd ex. 15. quinti: et permutata et equa proportionalitate manifestū est quare coniunctim quadruplū eius quod fit ex. a. b. in. b. c. cum quadrato. a. c. ad quadratū. a. c. sicut quadruplū eius qd fit ex. d. e. in. e. f. cū quadrato. d. f. ad quadratū. d. f. Adiungat autem sūt rectitudinē ad lineā. a. b. vna linea que sit equalis. b. c. q̄ dicatur. b. g. et ad. d. e. adiungatur equalis. e. f. que dicat. e. h. Manifestū est igitur ex octaua secundi libri qd quadruplū eius quod fit ex. a. b. in. b. g. cum quadrato. a. c. est equale quadrato lineę. a. g. at vero similiter quadruplū eius quod fit ex. d. e. in. e. h. cum quadrato. d. f. est equale quadrato. d. h. Et verō ex cōmuni scientia quadruplū eius quod fit ex. a. b. in. b. c. equum est quadruplo eius quod fit ex. a. b. in. b. g. eo qd b. c. et b. g. sunt equales. similiter quoqz quadruplū eius quod fit ex. d. e. in. e. f. equum est quadruplo eius qd fit ex. d. e. in. e. h. eo qd e. f. et e. h. sūt etiā eq̄les: igitur ex prima parte septime quinti et ex vndecima quinti eiusdē quadratum a. g. ad quadratum. a. c. sicut quadratum. d. h. ad quadratum. d. f. Quare ex scda ptē. 21. sexti proportio lineę. a. g. ad lineā. a. c. ē sicut lineę. d. h. ad lineā. d. f. et coniunctim. a. g. et a. c. ad. a. c. sicut. d. h. et d. f. ad. d. f. at vero. a. g. cum. a. c. sunt tanqz duplum. a. b. et d. h. cum. d. f. tanquam duplum. d. e. quare dupla. a. b. ad. a. c. sicut duplum. d. e. ad. d. f. et permutatim duplum. a. b. ad duplum. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. sed duplum. a. b. ad duplum. d. e. sicut. a. b. ad. d. c. ex. 15. quinti: igitur. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. itaqz permutatim et euerſim et conuerſim et distinctim et coniunctim: qd oportebat ostendere.

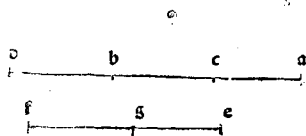
Propositio 3.



Quislo latere exagoni sūt proportionē habentē mediū duorū extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsius exagonum circumscribente.

¶ Si linea. a. b. latus exagoni alicui⁹ circuli et diuisa secundū proportionē habentem mediū duorū extrema i puncto. c. sitqz maior portio eius. b. c. dico qd circūscritus circuli. a. b. est latus exagoni eiusdē b. c. erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam. a. b. linea. b. d. que sit latus decagoni illius circuli cuius. a. b. est latus exagoni: eritqz ex nona. 13. lineę. a. d. diuisa secundum proportionem habentem mediū duorū extrema et maior portio eius erit





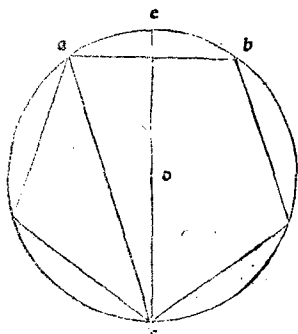
linea. a. b. cum igitur utraq; duarum linearu; a. b. z. a. d. sit diuisa fm pportione habentem medium duosq; extrema: igit erit per premiffa ambaz ipfaz ad fui maiores porciones vna pportio. itaq; d. a. ad. a. b. que est eius maior portio sicut. a. b. ad. b. c. que est etia eius maior portio sed. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. ex diffinitione linee diuise fm proportionem habentem medium duosq; extrema z maior portio eius: igitur ex vndecima quinti. a. b. ad. b. d. sicut. a. b. ad. b. c. quare per secundam prem. 9. quinti. b. d. z. b. c. sunt equales. cum ergo. b. d. sit latus decagoni erit quoq; ex coi scia. b. c. latus decagoni. Vel aliter ad linea. a. b. adiungat. b. d. equalis. b. c. critq; ex. 4. tredecimi tota. a. d. diuisa fm pportione habentem mediu; duosq; extrema z maior portio ei? linea. a. b. itaq; per conuersa. 9. tredecimi qua co- tinue post ipsa demonstrauimus cuius circuli linea. a. b. est latus exagoni eiusdes li nea. b. d. ideoq; linea. b. c. sibi equalis e latus decagoni. Possimus itez idez alia via si libet demonstrare. Sit eni. e. f. equalis. a. b. que etia diuidat i. g. fm pportio ne habentem mediu; duosq; extrema z sit maior portio ei? linea. f. g. pstat igit ex pmissa qd queadmod. a. b. e eqlis. e. f. sic. a. c. e eqlis. c. g. z. c. b. eqlis. g. f. critq; fuerit. b. d. adiecta ad. a. b. lat? decagoni illi? circuli cui? a. b. e lat? exagoni erit sicut prius dictu e ex. 9. tredecimi tota. a. d. diuisa fm pportione habentem mediu; duosq; extrema z maior ei? portio erit linea. a. b. itaq; p pmissa. a. b. ad. b. d. sicut. f. g. ad g. e. qre p pma parte. 15. sexti qd sit ex. a. b. in. g. e. equu est ei quod sit ex. b. d. in. f. g. cu q; a. b. sit equalis. e. f. z erit qd sit ex. e. f. in. g. e. equu e ei qd sit ex. b. d. in. f. g. Sed quod sit ex. c. f. in. g. e. equu est quadrato. f. g. ex diffinitione linee diuise fm ppor- tione habentem medium duosq; extrema z ex prima pte. 16. sexti: igit qd sit ex. b. d. in. f. g. est equale quadrato. f. g. ideoq; ex prima sexti linea. b. d. e equalis. f. g. z qz f. g. e equalis. c. b. erit quoq; c. b. equalis. b. d. z latus decagoni qd oportebat offe dere.

Propositio .4.



Quadrati lateris pentagoni intra circulum descripti qua dratum que linee que illius pentagoni angulo subtendit ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

Sit in circulo. a. b. c. cuius centru. d. inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnus latus sit. a. b. z protrahat diameter. c. d. e. diuidens lineam a. b. z eius arcu per equalia. Est igitur arcus. a. e. medietas quinte ptis circiferentie illius circuli quare arcus. a. c. e due quinte totius circiferentie: protrahant ita z q; due linee. a. e. z. a. c. critq; a. e. latus decagoni equilateri eo qd eius arcus est medietas quinte ptis circumerentie. linea vero. a. c. erit que subtendit vni ex an- gulis pentagoni predicti: eo qd arcus. a. c. est due quinte partis circumerentie cir- culi: vno itaq; qd quadrata duarum linearum. a. b. z. a. c. pariter accepta quincu- plum sunt ad quadratum linee. d. e. est enim ex quarta secundi quadratum linee. c. e. quadruplum ad quadratum linee. d. e. Cum autem angulus. c. a. c. sit rectus ex prima parte. 30. tertij. eruntq; ex penultima primi quadrata duaz linearum. c. a. z a. c. quadruplum ad quadratum. d. e. igitur quadrata trium linearum. c. a. z. a. e. z d. e. quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. z quia ex vdecima tredecimi libet qd dratum. a. b. est equale quadratis duarum linearum. a. e. z. d. e. sequitur vt qua-



drata duarum linearum. a. b. z. c. a. sint quincuplum ad quadratum. d. e. quod est propositum.

¶ Manifestum est ergo qd quadratum lateris cubi atq; quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum & figurā duodecim basium eadem sphaera circumscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.

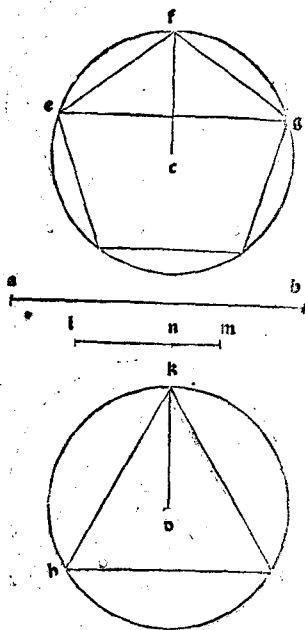
¶ Istud conelariū vere manifestum est: constat enim ex demonstratione. 17. tredecimi libri qd latus cubi subtenitur angulo pentagoni duodecimi cum cubū & d. d. decedron vna eademq; sphaera circumscribit: itaq; p. hanc quartam sine obice constat conelarium. &c.

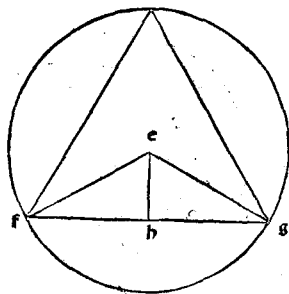
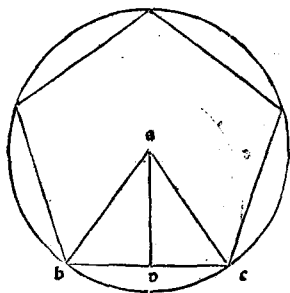
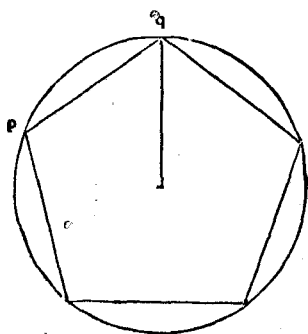
Propositio .5.



¶ Pentagonus figure duodecim basium triangulus qz figure viginti basium quos eadē sphaera circumscribit vno eodemq; circulo circumscribuntur.

¶ Sit sphaera cuius diameter. a. b. circumscribens duas solidas figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. c. et ycedron cuius vnus ex. 20. triangulis sit. d. pentagono aut. c. z trigono. d. super duo centra. d. z. c. circumscribant duo circuli huius qdē. f. z. ex. 12. qrti illi vero. f. d. ex. 5. eundē: itaq; q. bi duo circuli sphaeraz ppositaz quorum alter circumscribit pentagonū. c. alter vero trigonum. d. sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni. c. vni. ex suis angulis cōtinentia litteris. e. f. z. f. g. z. protrabant linea c. g. que subtenat angulum. f. z. semidiameter circuli que sit. c. f. vniq; ex lateribus trigoni. d. signet litteris. k. b. z. protrabatur semidiameter sui circuli que sit. d. k. dehinc sumat linea. l. m. ad quā sit linea. a. b. que ē diameter sphaeraz assignate quicupla i potentia: q. quidē. l. m. dividat i. n. sūm proportionē habentem mediū duosq; extrema sitq; maior portio eius linea. l. n. z. sūm quātitatē totius. l. m. lineetur circulus. p. q. itaq; semidiameter circuli. p. q. sit equalis linee. l. m. eritq; ex conelario. 15. quartū linea. l. m. tanq; latus exagoni equilateri circulo. p. q. inscripi: idq; per tertiam huius lineae. l. n. erit tanq; latus decagoni equilateri eidē circulo inscripi: igitur ex. 11. quartū inscribat pentagonus equilaterus circulo. p. q. cuius vniū latus sit. p. q. eritq; ex. 10. tredecimi libri quadratū. p. q. equale quadratis duarum linearum. l. m. z. l. n. pariter acceptis. constat autem ex demonstratione. 16. tredecimi q. b. k. est equalis. p. q. ergo quadratum. b. k. est equale quadratis duarum linearum. l. m. z. l. n. piter acceptis. At vero ex demonstratiōe. 17. tredecimi manifestū ē q. c. g. ē latus cubi ab eadē sphaera circumscriptibilis: qre p. conel. 14. tredecimi. a. b. q. ē diameter sphaerae potentialiter ē tripla ad. e. g. q. ē latus cubi. si autē. e. g. dividatur sūm ppositionē hūm mediū duosq; extrema p. ex demonstratione. 17. tredecimi q. e. f. ē tanq; maior portio eius: igitur ex secunda huius. e. g. ad. l. m. sicut. e. f. ad. l. n. nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaq; per. 21. sexti quadratum e. g. ad quadratum. l. m. sicut quadratum. c. f. ad quadratū. l. n. qre p. 13. quinti q. drata duarum linearum. e. g. z. e. f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum l. m. z. l. n. piter accepta sicut quadratū. e. g. ad quadratū. l. m. ergo p. 15. quinti: et





pmutatā pportionalitatez et equā triplum duorum quadratorum duarum lineaz
e.g. z. e. f. piter acceptoz ad qdrata duarum linearum. l. m. z. l. n. pariter accepta
sicut triplū quadrati. e. g. ad quadratū. l. m. triplū autē. e. g. quadrati est tāqz qua/
dratū. a. b. ex corol. 14. tredecimi: at quadratū. a. b. ē per yporbesim quincuplū ad
quadratū. l. m. ergo triplū quadrati. e. g. quincuplum quoqz ē quadrati. l. m. quare
etiā triplum quadratoz duaz lineaz. e. g. z. e. f. piter acceptoz ē quincuplū ad qua/
drata duaz lineaz. l. m. z. l. n. piter accepta: et qz pbatū ē qz quadratū. b. k. ē equa
le quadratis duaz lineaz. t. m. z. l. n. piter acceptis. sequit ex cōi scia vt triplū qua/
dratoz. e. g. z. e. f. sit quincuplū ad quadratū. b. k. cōstat autē ex. s. tredecimi qz qui
triplum quadrati. b. k. est quincuplum ad quadratū. d. k. nam simplum est tri/
plum. Et ex quarta hui⁹ cōstat qz triplū quadratoz. e. g. z. e. f. est quincuplū qua/
drati. e. f. nam simplū est quincuplū. itaqz quincuplū quadrati. c. f. ē egle quin de
cuplo quadrati. d. k. ideoqz per. 15. quāsi quadratū. c. f. est equale quadrato. d. k.
quare etiā linea. c. f. ē equalis lineae. d. k. ergo ex diffinitione circuloz equaliū circū/
lus circūscribens pentagonum. c. ē equalis circulo circūscribenti trigonū. d. quod
erat ex principio demonstrādum. nam semidiametri horum circulozum. sunt equa
les videlicet. c. f. z. d. k.

Propositio .6.

Quadratū quoqz qd est triangulū al' trigincuplū tetrago/
ni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circūscri/
bentis pentagonū figure duodecim basium ad latūs pen/
tagoni atqz sub latere ipsi⁹ pentagoni cōtinetur omnib⁹
superficiebus⁹ corporis duodecim basium pariter acceptis
esse equale ex necessitate convincitur.

Sit pentagonus. a. vna ex. 12. basibus figure duodecetri z vni ex eius laterib⁹
sit. b. c. sibi qz ex. 14. quarti circūscribat circulus supra centz. a. z ptabant lineae. a.
b. z. a. c. z. a. d. ppendicularis ad. b. c. dico ergo qz trigincuplū eius qd sit ex. a. d. in
b. c. est equale omnibus superficiebus duodecetri piter acceptis. constat enī. penta/
gonū. a. ē divisibile in quinqz triangulos equales triangulo. a. b. c. ex. 8. pmi. ita/
qz omnes. 12. pentagoni duodecetri cum oēs sint equales z sitiles pentagono. a. si
visibiles sunt in. 60. triangulos quoqz quisqz p. 8. primi ē equalis triangulo. a. b. c.
Qd autē sit ex. a. d. in. b. c. est duplum p. 4. pmi. ad triangulū. a. b. c. ergo trigincu/
plum eius qd sit ex. a. d. in. b. c. ē sexagincuplum ad triangulū. a. b. c. nā vt simplū
ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaqz omnes duodecetri superficies pa/
riter accepte sint etiā sexagincuplū ad triangulū. a. b. c. sequit vt trigincuplū ei⁹ qd
sit ex. a. d. in. b. c. sit equale omnibus superficiebus duodecetri piter acceptis: qd ē
propositum.

Propositio .7.

Quadratū quoqz qd est triangulū al' trigincuplum tetra/
goni qui sub ppendiculari ducta a centro circuli ad lat⁹ si/
bi inscripti trianguli figure viginti basium atqz sub ipso la/
tere trianguli continetur equale est omnibus superficie/
bus figure viginti basium piter acceptis. **E**st enī hic trigo/
nus. e. vna ex. 20. basibus figure yocedri z vni ex eis laterib⁹ sit. f. g. sibi qz ex. 5.
quarti circūscribat circulus super centz. e. z ptabant lineae. e. f. e. g. z. e. h. ppen/
dicularis ad. f. g. dico igit qz trigincuplū ei⁹ qd sit ex. e. b. i. f. g. ē egle oib⁹ superficiebus⁹
yocedri piter acceptis. **A**st enī trigonū. e. ē divisibile i tres trigonos quoqz quilz

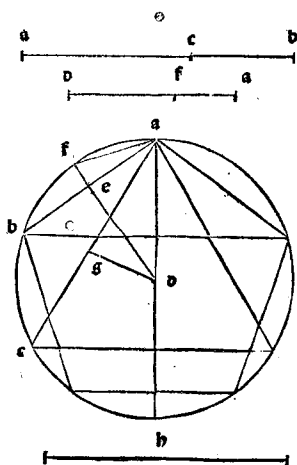
per octauā pmi ē equalis trigono. e. f. g. itaqz oēs. 20. trigoni ꝛocedri piter accepti cum cuncti sint equales similes trigono. e. sūt tanqz sexagincuplumi trigoni. e. f. g. z qz per. 14. pmi qđ sit ex. e. b. in. f. g. est duplū trigoni. e. f. g. idqz trigincuplū hui⁹ est equale sexagincuplo illi⁹. sequit̃ ut trigincuplū. e. b. in. e. f. sit equale oibus sup / ficiēbus ꝛocedri piter acceptis qđ erat demonstrādū. ¶ Manifestū igitur ē qz pporzio superficiēū figure duodecim basiū in aliqua spera p̃tente ad superficies figure viginti basium in eadē spera cōcluse ē tanqz pporzio tetragonū contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodecim ba / siū z sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus penta / gonū ad tetragonū contentū sub latere trianguli ipsius figure viginti / basiū z perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus triangu / li corporis viginti alchaidaz. ¶ Qđ per illud conel. p̃cludit̃ vep̃ esse siue si / gura. 12. basiū z figura. 20. basiū sint ab eadē spera circūscribiles vt pponit̃ siue etiā fuerint circūscribiles a diuersis spheris. pponit̃ autē. p̃ut hec figure sint cir / cūscribiles ab eadē spera qm̃ hoc mōdo valet z sufficit ad ppositū. Et⁹ ergo cō / munis veritas sic p̃z. cōstat enī ex. 6. hui⁹ qz trigincuplū. a. d. in. b. c. equū ē oibus / superficiebus duodecedri piter acceptis cuius pentagonus. a. est vna ex. 12. sup̃fici / ebus z ex hac. 7. p̃stat s̃l̃r qz trigincuplū. e. b. in. f. g. equū ē oibus sup̃ficiēb⁹ ꝛoce / dri piter acceptis cuius trigonus. e. est vna ex. 20. basibus siue illud duodecedron. z istud ꝛocedron eadē spera circūscribat siue diuerse. itaqz pporzio trigincuplū. a. d. in. b. c. ad omnes superficies illius duodecedri piter acceptas ē sicut trigincuplū. e. b. in. f. g. ad omnes superficies ꝛocedri piter acceptas. vtrōbiqz enī est pporzio equali / tatis: quare permutatim trigincuplū. a. d. in. b. c. ad trigincuplū. e. b. in. f. g. sicut omnes superficies illi⁹ duodecedri ad omnes superficies huius ꝛocedri z per. 15. quinti trigincuplū ad trigincuplū ē sicut simplū ad simplū. Constat igit̃ p. 11. quinti qz pporzio omniū sup̃ficiēz illius duodecedri ad oēs superficies huius ꝛocedri ē et⁹ quod sit ex. a. d. in. b. c. ad id qđ sit ex. e. b. in. f. g. z hoc ē qđ ex conelario pponit̃.

Propositio .8.

Rporzio cunctarū superficiez corporis duodecim ba / sium piter acceptaz ad cūctas superficies corpis viginti ba / sium piter acceptas que ab vna spera ābo circūscribunt̃ est tanqz pporzio lateris cubi quē circūscribit eadē spe / ra ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Ut ab huius. 8. demonstratiōis libet. 14. p̃cessu ambiguitas oīs abscedat: istud p̃scire oportet. Qđ si aliq̃ linea fm̃ p̃portionē habentē mediū duoz extrema fu / erit diuisa z ex medietate eius tanqz dimidiū suē maioris p̃portionis detrabit̃ ipsa quozqz medietas fm̃ p̃portionē habentē mediū duoz extrema diuisa erit z ei⁹ ma / ior p̃portio ē tanqz dimidiū maioris suē duple. verbī grā sit. a. b. diuisa fm̃ p̃portio / nē habentē mediū duoz extrema in. c. z maior eius p̃ortio sit. a. c. z sit. d. e. tanqz dimidiū. a. b. z. d. f. itaqz dimidiū. a. c. dico ergo qz. d. e. diuisa ē i. f. fm̃ p̃portioem̃ h̃ntem mediū duoz extrema z maior p̃ortio ei⁹ ē. d. f. p̃stat enī ex. 15. qnti qz p / portio. a. b. ad. a. c. ē sicut. d. e. ad. d. f. v3 dupluz ad dupluz itaqz simplū ad simplū q̃re p̃mutati. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. igit̃ p. 19. qnti. c. b. ad. f. e. sicut. a. b. ad. d. e. ē itaqz. c. b. dupla ad. f. e. sic enī ē. a. b. ad. d. e. cū igit̃ tota. e. b. sit oupla ad to / tā. d. e. z sigle p̃tes. a. b. ad siglas p̃tes. d. e. q̃re ex. 15. qnti z. 11. ei⁹ dē z dione lineę

LIBER



diuise fm pporiōem hntem mediū duozq; extrema erit linea. d. e. diuifa i. f. quēad modū pponit. Nūc igit dēmonſtrationi ei⁹ qđ ppoſitū ē iſiſtam⁹. Ad cui⁹ exēplū ſit a. b. c. circuli cui⁹ centz. d. circūſcribēs pentagonū duodecedri ⁊ trigonū ꝓcedri q̄ ambo piter eadē ſpera circūſcribit ⁊ ꝓcludit. nā ex. 7. hui⁹ manifeſtū ē qđ idē circuli huius pentagonū ⁊ illi⁹ trigonū circūſcribit. ſit autē linea. a. b. latus pentagoni ⁊ linea. a. c. trigoni. ſitq; linea. b. tanq; latus cubi ab eadē ſpera circūſcripti. dico ita qđ ꝓ portio omniū ſupficieꝝ duodecedri piter acceptaz ad oēs ſupficieꝝ ꝓcedri piter acceptas ē ſicut linea. b. ad lineā. a. c. ꝓducā quidē a centro. d. ꝓpendicularis ad a. b. que tranſcat vſq; ad circūferentiā ſecans. a. b. in puncto. c. ⁊ arcū ei⁹ i puncto. f. hanc autē ꝓpendicularē ꝓſtat diuidere ꝓ equalia tā lineā. a. b. q̄z eius arcum chordā quidē. a. b. ꝓ ſcōam ꝓte tertie tertij; arcū vero ei⁹ ꝓ quartā ꝓmi ⁊. 27. tertij. ē igit arcus. f. a decima ꝓs circūferentię. ſubtendat itaq; ſibi chorda. a. f. q̄ erit latus octagoni equilateri eiꝛdē circuli. crit igit ex. 9. tredecimi linea conſtans ex. d. f. a diuifa fm pporiōne habentē mediū duozq; extrema. ⁊ maior portio eius erit linea d. f. At vero ex prima huius. d. e. ē equalis dimidiū. d. f. dimidiūq; f. a. i longū di/ rectūq; cōiunctis. Sit igit. d. g. ꝓpendicularis ad a. c. eritq; ex conelario. 8. trede/ cimi. g. d. tanq; dimidiū. d. f. itaq; ſi a linea. d. e. q̄ ē tanq; dimidiū. d. f. a. cū. d. f. ⁊. f. a. ſit linea vna: detrahataꝝ eq̄lis. d. g. q̄ ē tanq; dimidiū. d. f. erit ꝓ illud qđ an/ te hoc ꝓbatū ē linea. d. e. diuifa fm pporiōne habentē mediū duozq; extrema et maior portio erit tanq; g. d. ex dēmonſtratione aut. 17. tredecimi cōſtat qđ ſi linea b. q̄ ē latus cubi diuidatꝝ fm pporiōne habētē mediū duozq; extrema maior por/ tio eius erit tanq; a. b. q̄ ē latus pentagoni figure. 12. baſiū. itaq; ꝓ ſcōam hui⁹ pporiō. b. ad. a. b. eſt ſicut. d. e. ad. g. d. quare ꝓ primā ꝓte. 15. ſexti: qđ ꝓuenit ex b. in. g. d. equū ē ei qđ ſit ex. a. b. in. d. e. Ex conelario aut ꝓmiſſe manifeſtum eſt qđ pporiō omniū ſupficieꝝ duodecedri cuius latus. a. b. piter acceptaz ad oēs ſu/ perficieꝝ ꝓcedri cuius latus. a. c. pariter acceptas ē ſicut eius qđ ſit ex. a. b. in. d. e. ad illud qđ ſit ex. a. c. in. g. d. igit ex prima ꝓte. 7. quinti ⁊. 11. eiꝛdē pporiō ei⁹ qđ ꝓuenit ex. b. in. g. d. ad illud qđ ꝓuenit ex. a. c. in. g. d. ē ſicut omniū ſupficieꝝ illi⁹ duodecedri ad oēs huius ꝓcedri. At vero eius qđ ꝓuenit ex. b. in. g. d. ad illud qđ ꝓuenit ex. a. c. in. g. d. ē ꝓ primā ſexti ſicut. b. ad. a. c. itaq; ꝓ. 11. quinti ꝓo/ portio omniū ſupficieꝝ illius duodecedri ad oēs huius ꝓcedri ē ſicut. b. ad. a. c. quod ē ppoſitū. hoc ipſi aliter ꝓbāre poterim⁹. ſi ad ipſū huius antecedens ne/ ceſſarium ꝓmiſerim⁹ quod eſt. ¶ Si circulo cuiſlibet pentagonus equilate/ rus inſcribatur rectangulū qđ ſub dodrante diametri ipſius circuli et ſub dextante ipſius lineę angulū ipſius pentagoni ſubtendentis con/ tinetur eidē pentagono equū eē ex neceſſitate oportet. ¶ Iatores. noſ/ ſtri vñqđq; integꝝ in. 12. ꝓtes eq̄les intellectu ⁊ rōne diuiſerūt oēsq; cas ſil. hoc ē ipſi totū aſſem: vocauerunt vñdecim vero eaz dixerūt deince. decē aut dextanteꝝ. nonē dodrante. octo vero diſſe. at ſeptūcē ſeptātē vel quicūcē. ſex aut ſemis: quiq; quicūcē. q̄tuor: trientē. tres aut q̄drātē. duas vero ſextātē. vñā aut appellauerūt vñciā calq; ꝓ ordinē talib⁹ designauere figuris q̄ ſepiſſime inueniūt i antiq; libris

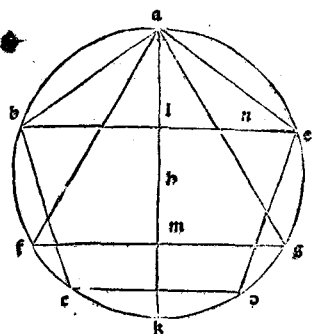
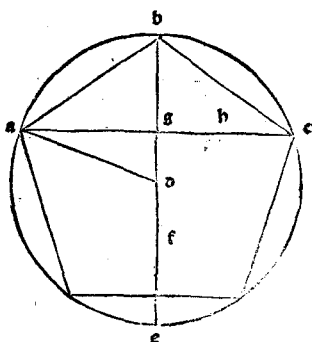
7	SSS	SSS	SS	SS	8
As	Dennx	Dextans	Dodrans	Diſſe	Septimx
5	SS	SS	7	7	8
Semis	Quantunx	Triens	Quadrās	Sextans	Vñcia

¶ Uncia quoq; quā duodecimā pte assis fore dixim⁹ i alias rur⁹. 12. fractiōes. S; alia via diuiserūt. nā medietatē vncie dixerūt semivnciā. tertiā vero duellā. quartā sicilicū. sextā sexulā. octauā dragmā. duodecimā semissiclam. decimā octauā tremis sem. vigesimā quartā scrupulū. quadragesimā octauā obulū. septuagesimā secundā. bisiliquā. nonagesimā sextā ceracē. Vltima vero q̄ ē centesima quadragesimā q̄r ta ps ipsius vncie siliquā nominauerūt. his autē. 12. fractionibus vncie posteriores adiungere calcū. Est autē calculus centesima nonagesima scōa ps vncie. cui⁹ additio / nis cā fuit vi vlgz ad minimā extremū diatesseron ⁊ diapente simpliciūq; tonoz semitonozq; interuallis distinctaz harz fractionū denoiatio cōcederet vī cōtende ret ⁊ ipsas omnes fm ordinē talibus annotare figuris.

Σ 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
Semivnciā Duella Siclicū Sexula Dragma Emisicla Tremillis

ss 24 48 72 96 144 192
Scrupulus Obulus Bisiliqua Cerates Siliqua Calcus

¶ Uenis ergo qd dicitur: leni⁹ ē: q; si in aliquo circulo pentagon⁹ eq̄lateralis inscribat illud qd sit ex trib⁹ q̄rtis diametri circuli i quinq; sextas linee subtēdētis vnū ex angulis inscripti pentagoni eq̄le ē pentagono. verbi grā. Sit circū. a. b. c. sup cētr. d ei⁹ ex. 11. q̄rti inscribat pentagon⁹ equilater⁹ cui⁹ duo latera vnū ex suis angulis p̄inētia sint. a. b. ⁊. b. c. ⁊ anglo. b. subtēdas linea. a. c. ⁊ p̄trabat diameter. b. d. e secās lineā. a. c. p̄ q̄lia in puncto. g. sitq; d. f. medietas. d. e. ⁊. g. b. dupla ad. b. c. eritq; b. f. dodrans diametri: ē enī tres q̄rte ipsi⁹ ⁊. a. b. erit dextās vel sextās. a. c. ē enī. 7. sexte eius: p̄trabat autē linea. a. d. dico q; illud qd puenit ex. b. f. in. a. b. ē ⁊ q̄le pentagono inscripto circulo. cū enī. a. g. sit p̄pendicularis ad. b. d. erit ex. 41. p̄mi ⁊ illud qd puenit ex. b. d. in. a. g. duplū ē ad triangulū. a. b. d. iōq; qd puenit ex. b. f. in. a. g. triplū erit ad eundē triangulū ⁊ qd puenit ex. b. f. in. b. g. duplū ē ex. b. f. in. totā. a. b. quincuplū. cū itaq; totus pentagon⁹ quincupl⁹ sit ad eūdem triangulū cōstat q; istud qd sit ex. b. f. in. a. b. ē eq̄le pentagono ⁊ illud erat demonstrādū. Qd igit ex p̄ncipio p̄positū ē nunc alia via sicut p̄missum⁹ demonstrē. sint itaq; circulo cui⁹ centz. b. inscripti pentagon⁹ figure. 12. basiliū ⁊ trigon⁹ figure. 20. basiliū q̄s eadem spha circūscribit. Lōstat enī ex. 5. hui⁹ q; hui⁹ duodecēdri pentagon⁹ ⁊ il lius yocēdri trigon⁹ ab eodē circulo circūducent. sitq; pentagon⁹. a. b. c. d. e. ⁊ trigonus. a. f. g. ⁊ angulo. a. pentagoni subtēdas linea. b. e. q̄ ex demonstratione. 17. tredecimī erit lat⁹ cubi quē eadē spha cōcludit: p̄trabat itaq; diameter. a. b. k. f. eans orthogonaliter ⁊ p̄ equalia vtrāq; duaz lineaz. b. c. ⁊. f. g. hac q̄dē i puncto. l illz vero in puncto. m. dico q; p̄portio diuz sup̄ficiez duodecēdri ad oēs yocēdri quoz pentagon⁹ ⁊ trigonus. p̄posito circulo sint inscripti ē sicut linee. b. e. quē est latus cubi ab eadē spha conclusi ad lineam. f. g. quē est latus trigoni yocēdri. con stat enim ex conelario octauē tredecimī q; linea. b. m. ē dimidiū linee. a. b. iōq; a. m. erit dodrans diametri. a. k. ē enī eius tres quarte. sit ergo. l. n. dupla ad. n. e. eritq; b. n. dextans. b. e. est enī quita ei⁹ sexte. itaq; per p̄missū aūs qd p̄uenit ex. a. m. in. b. n. erit equale pentagono. a. b. c. d. e. qd autē puenit ex. a. m. in. m. f. ē equale triangulo. a. f. g. igit ex prima sexti p̄portio pentagoni ad trigonū est sicut b. n. ad. m. f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigincuplū istius trigoni. sint duod. cupli linee. b. n. ad vigincuplū. linee. m. f. qd ex. 15. quinti ⁊ equa p̄portio nalaritate manifestum est duodecuplum autē. b. n. ē tanq; decuplum. b. e. nā. 12.



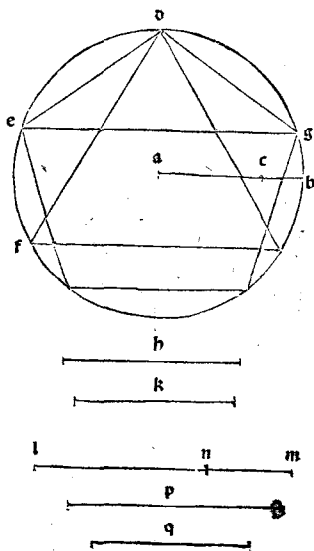
dexteres coequat. x. asses hoc est. x. tota: vigincuplū vero. m. f. ē tanq̃ decuplū. f. g. nam. f. g. est dupla ad. m. f. igit̃ duo decupli istius pentagoni ad vigincuplū istius trigoni est sicut decupli. b. e. ad decuplū. f. g. et q̃z duodecuplū illi pentagoni ē oēs superficies duodecetri: vigincuplū autē huius trigoni est omnes superficies yocedri et quia per. 15. quinti decupli. b. e. ad decuplū. f. g. sicut. b. e. simple ad. f. g. simplam erit per. 11. quinti pportio omniū superficiey duodecetri pariter acceptaz ad oēs superficies yocedri pariter acceptas sicut. b. e. ad. f. g. Et hoc ē quod oportuit nos demonstrare.

Propositio .9.



Divisa q̃libet linea scōm pportionē habētē mediū duoq̃ extrema erit pportio lineę potētis supra totā lineā et q̃z maiorē portionē ad lineā potētē supra totā eiūsdēq̃ minorē portionē tāq̃z pportio lateris cubi ad lat̃ trianguli corpis viginti basū vna cū cubo ipso i eadē sfera p̃tenti.

Sit linea. a. b. diuisa scōm pportionē habentē mediū duoq̃ extrema et maior portio eius sit linea. a. c. et super centz. a. fm quantitatē lineę. a. b. describat̃ circul⁹ d. b. e. ei⁹q̃z inscribat̃ ex. 11. quartū pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. d. e. et ex secunda eiūsdem triangulus equilaterus cuius vnū latus sit. d. f. et vni ex angulis pentagoni qui sit. d. subtrahatur linea. e. g. Constat igit̃ ex. 5. hui⁹ q̃z spe/ra circūscribens duodecēdron cuius pentagoni latus est. d. e. circūscribit̃ sil yocē/ dron cuius trianguli latus ē. d. f. et ex demonstratōne. 17. tredecimi manifestum ē q̃z eadem sfera circūscribit̃ cubum cuius latus est. e. g. sumat̃ ergo linea. b. potēs super totam. a. b. et eius maiorē portionem. a. c. et sumat̃. k. potens super totam. a. b. et minorē eius portionem. b. c. dico itaq̃z q̃ pportio. e. g. ad. d. f. hoc ē lateris cubi ad lat⁹ trianguli yocedri vna cū ipso cubo ab ipsa sfera contentitē sicut. b. ad. k. constat q̃dē q̃d ex correlario. 15. q̃rti q̃z. a. b. ē tanq̃z lat⁹ exagoni equilateri circulo. b. d. e. inscripti: igit̃ ex tertia huius. a. c. est tāq̃z latus deagōni eiūsdē circuli itaq̃z per. 10. 13. d. e. potens ē super totā. a. b. et eius maiorē portionē. a. c. quare. d. e. est equalis. b. nā quadratum vtriusq̃ earum tantū est quantū quadrata duay lineay. a. b. et. a. c. p̃ter accepta: p̃z autē ex octaua. 13. q̃z. d. f. est tripla potentialiter ad. a. b. Et vero ex. 5. eiūsdē patet q̃z. k. quoq̃z tripla est potentialiter ad. a. c. ergo ex secunda parte. 21. sexti pportio. d. f. ad. a. b. ē sicut. k. ad. a. c. quare pmutati. d. f. ad. k. sicut. a. b. ad. a. c. et quia ex demonstratione. 17. tredecimi manifestū ē q̃z si e. g. diuidat̃ fm pportionē habētē mediū duoq̃ extrema maior portio eius erit tā q̃z. d. e. erit p scōm huius pportio. c. g. ad. d. e. sicut. a. b. ad. a. c. q̃rep. 11. quinti erit quoq̃z. e. g. ad. d. e. sicut. d. f. ad. k. et pmutati. e. g. ad. d. f. sicut. d. e. ad. k. Et q̃z per primā ptē. 7. quinti. d. e. ad. k. sicut. b. ad. k. eo q̃z. d. e. et. b. sunt equalēs erit per. 11. quinti. e. g. ad. d. f. sicut. b. ad. k. q̃d est propositū. Nō solū autē erit pportio e. g. lateris cubi ad. d. f. latus trianguli yocedri sicut. b. ad. k. imo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnus ad alterā: quarum altera potest sup totā quālibet lineam diuisam fm pportionem habentem medium duoq̃ extrema et sup eius maiorē portionē: altera vero super totam et eius minorē portionē. nā singulay linearum taliū ē pportio vna: verbi gratia. maneat p̃iores ypotēses circa lineas. a. b. b. z. k. et sumatur quoq̃z quolibet alia linea q̃ sit. l. m. diuisa fm pportionē habētē medium duoq̃ extrema in. n. et portio maior sit. l. n. sitq̃ linea. p: potens super totam. l. m. et eius maiorē portionem. l. n. et linea. q. sit potens



super totam. l. m. et eius minore portione. m. n. dico ergo qd pportio. p. ad. q. est si
cut. b. ad. k. constat eni ex scda bui⁹ q. b. a. ad. a. c. e. sicut. l. m. ad. l. n. ergo p pnam
pte. 21. sexti quadrati. b. a. ad quadratū. a. c. e. sicut qdrati. m. l. ad quadratū. n. l.
quare coniunctim quadrati. b. ad quadratū. a. c. sicut quadrati. p. ad quadratū. l. n.
et permutatim quadrati. b. ad quadratū. p. sicut quadrati. a. c. ad quadratū. l. n.
Eodē argumētationis genere sequit^r qd pportio quadrati. k. ad quadratū. q. est si
cut quadrati. c. b. ad quadratū. m. n. et qz ex scda buius ex prima pte. 21. sexti qua
dratū. a. c. ad quadratū. l. n. sicut quadratū. c. b. ad quadratū. m. n. erit ex. 11. quiti
quadrati. b. ad quadratū. p. sicut quadratū. k. c. ad quadratū. q. quare p scām pte.
21. sexti. b. ad. p. sicut. k. ad. q. Et pmutatim. b. ad. k. sicut. p. ad. q. qd erat demon
strandū. et ne quicqz dubitationis locus ea que demonstrāda restant obfuset. pte.
mittenda adduc arbitramur quedā quibus sequētia firmo demonstratiōis robore
incōssa permanēant.

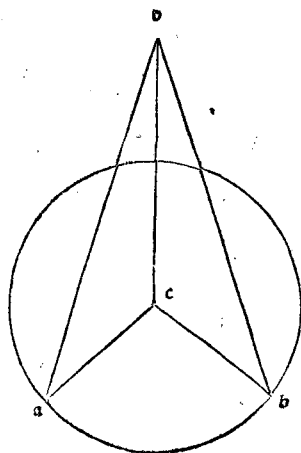
¶ Si aliqua plana superficies speram quolibet secet cōis differentia plane superficiēi secantis ⁊ curue superficiēi spere erit circumferentiā continens circulum.

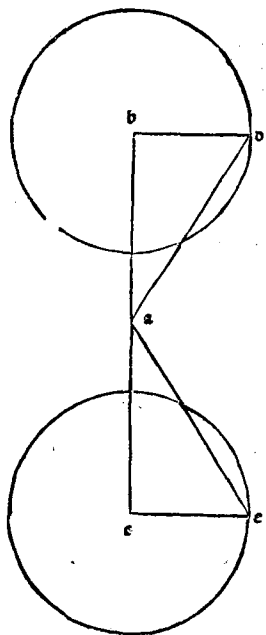
[illegible]

¶ Ex hoc itaq; manifestum est qd cum superficies secat speram super centrum eius sector pueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere. Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoq; pueniens i superficie spere est linea continens circulu cuius centz e punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

Amplius autem dico q

T Si in sphaera aliqua fuerint circuli equales perpendicularares ducte a centro sphaerae ad superficies illorum circulozum erunt adinuicem equales.

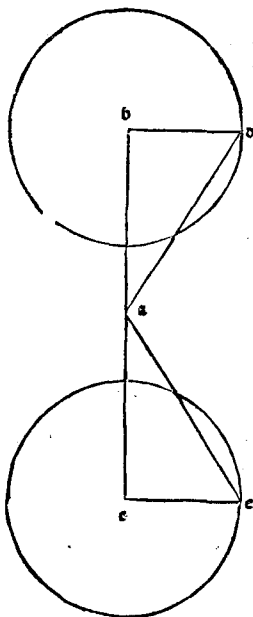




Sint i sphae cuius centz .a. signati duo circuli .b. z .c. equales ad quoz superficies ptabant a centro spere videlicet a puncto .a. perpendiculares fm q^o docet .ii. vii. decimi: ad hunc quide .a. b. ad illu autē .a. c. vico q^o due linee .a. b. z .a. c. sūt equa / les: ptabant eni a punctis .b. z .c. singule linee recte ad circūferentias illoz circu / loz put libuerit: in hoc quidem .b. d. in illo autē .c. e. z iungat .a. cū .d. z cum .e. erit q^o ex diffinitione linee supra superficie ppendiculariter stantis vtriq^z duoz angu / loz .a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex scōa pte pmissi conelarij. Manifestū ē q^o duo puncta .b. z .c. sunt centra circuloz .b. c. ideoq^z due linee .b. d. z .c. e. sunt semidia / metri eoz: qui circuli cū ponant equales sequit ex diffinitione equaliu circuloz bas semidiametros esse equales: z quia due linee .a. d. z .a. e. sunt equales q^z sunt ducte a centro spere ad eius superficie: erunt ex penul. primi due ppendiculares .a. b. z .a. c. equales q^o oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio .10.

Roportio corporis duodecedri ad corp^o ycededri q^o am bo vna eadeq^z sphae includit: est sicut omniu superficiesu eius piter acceptaz ad oēs superficies illius piter acceptas. Hoc est q^o superius post demonstrationē prime huius auctorita te Aristei z apollonii cōmemorauimus cui^o demonstratio ex his q^z premissa sunt euidenter elicit. Ex quinta quide huius manifestū ē q^o circuli quozq^z alter circūscribit pentagonū duodecedri: reliqu^o vero trigonū ycededri que ambo corpora sphae vna cohercet sunt adinuicem equales: itaq^z erunt perpendiculares a centro spere ad superficies omnium circuloz circūscribentium pentagonos hu / ius duodecedri z trigonos illi^o ycededri i eoz centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestū ē nam omnes bi circuli teste .j. huius sicut dictū ē eq / les sunt sibi adinuicē piramides: igitur quaz sunt bases pentagoni duodecedri co ni autē eaz sunt centz spere atq^z piramides quaz bases sūt trigoni ycededri: z co ni eaz similiter centz spere sunt eque alte cunctaz quide piramidū altitudinē mē surant vel determinant a conis ad bases ppendiculares cadentes: piramides autē eque altas suis basibus pportionales esse oportet quēadmodum in .6. duodecimi probatū est: itaq^z proportio piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pi ramidē cuius basis trigoni ycededri ē sicut istius pentagoni ad hunc trigonū. idēq^z per .24. quinti. pportio duodecupli illius piramidis cuius basis pentagonus duo decedri ad piramidē cuius basis trigonus ycededri sicut duodecupli illius pentago ni ad hunc trigonū. hec autē .12. piramides quaz sunt bases .12. pentagoni duode cedri sunt tanq^z totū corpus ipsius duodecedri. At .12. pentagoni tanq^z oēs super fides eius: itaq^z pportio corporis duodecedri ad piramidē cuius basis est trigo nus ycededri ē sicut pportio omnium superficies. duodecedri ad trigonū ycededri. qua re rursus ex .24. quinti. pportio corporis duodecedri ad vigincuplū illius pyrami dis cuius basis est trigonus ycededri ē sicut omnium superficies duodecedri ad vigin cuplū trigoni ycededri. cū igit viginuplū huius piramidis sit tanq^z totū corp^o ycededri ad viginuplū istius trigoni tanq^z omnes superficies ipsi^o ycededri erit p / portio corporis duodecedri ad corpus ycededri que ambo vna eadeq^z sphae con / cludit sicut pportio omnium superficies corporis duodecedri piter acceptaz ad omnes superficies corporis ycededri piter acceptas. hoc autē est predictoz philosophorum de proportionē boz duoz corpoz sententia fixa solidaq^z demonstratiōe roborata.



¶ Sine i sphaera cuius centz .a. signati duo circuli .b. z. c. equales ad quoz superfici-
prabant a centro spere videlicet a puncto .a. perpendiculares sint qz docet .11. vii
decimi: ad hunc quidē .a. b. ad illū autē .a. c. dico qz due linee .a. b. z. a. c. sūt equa-
les: prabant enī a punctis .b. z. c. singule linee recte ad circūferentias illoz circu-
loz put libuerit in hoc quidem .b. d. in illo autē .c. e. z. iungat .a. cū .d. z. cum .e. erit
qz ex diffinitione linee supra superficiē ppendiculariter stantis vtriqz duoz angu-
loz .a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex scda pte pmissi corollarij. ¶ Manifestū ē qz duo
puncta .b. z. c. sunt centra circuloz .b. c. ideoqz due linee .b. d. z. c. e. sunt semidia-
metri eoz: qui circuli cū ponant equales sequit ex diffinitione equaliū circuloz bas
semidiametros esse equales: z quia due linee .a. d. z. a. e. sunt equales qz sunt ducte
a centro spere ad eius superficiē: erunt ex penul. primi due ppendiculares .a. b. z. a. c.
equales qz oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio .10.

Proportio corporis duodecedri ad corp⁹ ycoedri q am-
bo vna eadēqz sphaera includit: est sicut omniū superficierū
eius piter acceptaz ad oēs superficies illius piter acceptas
¶ Hoc est qd superius post demonstrationē prime huius auctori-
te Aristei z apollonij cōmemorauimus cū⁹ demonstratio ex his q/
pmissa sunt euidenter elicit. Ex quinta quidē huius manifestū ē qz circuli quozuz
alter circūscribit pentagonū duodecedri: reliq⁹ vero trigonū ycoedri que ambo
corpora sphaera vna cohercet sunt adinuicem equales: itaqz erunt perpendiculares
a centro spere ad superficies omnium circuloz circūscriptentium pentagonos hu-
ius duodecedri z trigonos illi⁹ ycoedri i eoz centra cadentes adinuicem equales
sicut ex pmissis manifestū ē nam omnes hi circuli teste .5. huius sicut dictū ē eq/
les sunt sibi adinuicē pyramides: igitur quaz sunt bases pentagoni duodecedri
ni autē eaz sunt centz spere atqz pyramides quaz bases sūt trigoni ycoedri:
ni eaz similiter centz spere sunt eque alte cunctaz quidē pyramidū altitudinē
sunt vel determinant a conis ad bases ppendiculares cadentes: pyramides
eque altas suis basibus pportionales esse oportet quēadmodum in .6. duodecimi
probatū est: itaqz proportio pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pi-
ramidē cuius basis trigoni ycoedri ē sicut istius pentagoni ad hunc trigonū. 10qz
per .24. quinti pportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus duo-
decetri ad pyramidē cuius basis trigonus ycoedri sicut duodecupli illius pentago-
ni ad hunc trigonū. hec autē .12. pyramides quaz sunt bases .12. pentagoni duode-
cedri sunt tanqz totū corpus ipsius duodecedri. At .12. pentagoni tanqz oēs super-
ficies eius: itaqz pportio corporis duodecedri ad pyramidē cuius basis est trigo-
nus ycoedri ē sicut pportio omniū superficier. duodecedri ad trigonū ycoedri. qua
re rursus ex .24. quinti pportio corporis duodecedri ad vigincuplū illius pyrami-
dis cuius basis est trigonus ycoedri ē sicut omniū superficier duodecedri ad vigin-
cuplū trigoni ycoedri. cū igit vigincuplū huius pyramidis sit tanqz totū corp⁹ yco-
edri ad vigincuplū istius trigoni tanqz omnes superficies ipsi⁹ ycoedri erit p/
portio corporis duodecedri ad corpus ycoedri que ambo vna eadēqz sphaera
cludit sicut pportio omniū superficier corporis duodecedri piter acceptaz ad om-
nes superficies corporis ycoedri piter acceptas. hoc autē est predictoz philosopho-
re de proportionē hoz duoz corporz sententia fixa solidaqz demonstratiōe roborata.

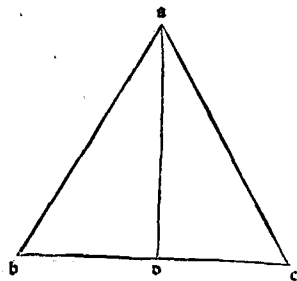
cui quoq; adiiciendū est hoc. nam cum pportio lateris cubi ad latus trianguli cor-
poris yccedri vna cū ipso cubo ab eadē spha cōclusi sit sicut pportio omniū sup/
fictez corporis duodecetri pter acceptaz ad omnes superficies ipsius yccedri in
eadem spha cōclusi sicut ex. 8. huius demonstratū est: erit ex. 11. quinti pportio
corporis duodecetri ad corpus yccedri que ambo spha vna circūvoluit tāq; p/
portio lateris cubi eidēq; sphae inscripibilis ad latus ipsius trigoni yccedri. Sim-
plius aut q; diuisa qualibet linea fm pportionē habentē mediū duoq; extrema
est pportio linee potentis super totā z eius maiorē portionē ad lineā potentē su-
per totā z eius minorē portionē sicut lateris cubi alicuius sphae inscripti ad latus tri-
goni corporis yccedri ab eadē spha circūducti sicut ex. 9. huius demonstratū ē
erit etiā ex. 11. quinti vt diuisa qualibet linea fm pportionē habentē mediū duoq;
extrema sit pportio linee potentis super totā z eius maiorē portionē ad lineā po-
tentē super totā z eius minorē portionē veluti pportio corporis duodecetri ad cor-
pus yccedri que ambo vna atq; eadē spha circūscribit. Ex dictis igit manifestum
est q; pportio lateris cubi alicui sphae inscripti ad latus trigoni yccedri ab eadem
spha circūscripti. Itemq; pportio cunctaz superficiez duodecetri ad cunctas sup-
ficies yccedri que ambo sup eadē spha circūscribit. Et rursus pportio linee poten-
tis super quālibet lineā diuisā fm pportionē habentē mediū duoq; extrema
est super eius maiorē portionē ad lineā potentē super eandē z super eius minorē por-
tionē atq; itez pportio corporis duodecetri ad corpus yccedri que ambo vna ea-
demq; spha coheret est pportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee fm p-
portionē habentē mediū duoq; extrema diuisae: cui cū plurima philosophatū ad/
mirationē digna cōueniāt hoc pncipiū vel pncipiū ex superior pncipioz inuaria-
bili pcedit natura vt tā diuersa solida tū magnitudine tum basū numero tū etiā
figura irrōnali quadam simphonia rōnabiliter cōdier. Quippe demonstratū
est q; pportio duodecetri corporis ad yccedron corpus q; ambo spha vna co-
ambit est quasi pportio linee potentis sup quālibet lineā fm pfectā pportionē
diuisā z super eius maiorē partem ad quālibet lineā potentē super eandem z eius
minorē ptem. quoniā vero de tribus ceteris corporib; regularibus nō habem; ali-
quid dictū eandem de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.

In omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius
perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem triangu-
li ad ipsā ppendicularē potentialr sexquiteritiū ēē pueniet.
Sic enī triangulus equilaterus. a. b. c. ducatq; ab angulo. a. linea
a. d. ppendicularis ad basim: dico q; a. b. ē potentialr sexquiteritiū
ad. a. d. sunt quidē ex. 5. pmi duo anguli. b. z. c. eqles z quia anguli ad. d. sunt recti
erit p. 26. pmi linea. b. c. diuisa p equalia in pūcto. d. itaq; ex quarta scōi quadratū
b. c. qdruplū ad qdratū. b. d. idq; etiā qdratū. a. b. qdruplū ē ad qdratū. b. d. Est
enī triangul; equilater; qre p penul. pmi qdrata duaz lineaz. a. d. z. b. d. pariter
accepta quadruplū sūt ad qdratū. b. d. itaq; qdratū. a. d. triplū ē ad qdratū. b. d.
cōstat ergo ppositū.

Propositio .12.

In omni trigono equilatero cuius ē latus rōnale supfici-
es medialis ēē pbat. Sic vt prius triangulus. a. b. c. equilater/
rus z sit latus eius. a. b. rōnale siue i longitudine siue i potentia tū
dico itaq; q; ipse triagulus ē supficies medialis: ducat enī ppendicularē



laris. a. d. ab angulo. a. ad basim: critq; ex premissa et ex. 6. decimi et dione super/
fici ronalis quadratū linee. a. d. ronale et linea. a. d. ronalis in potentia: ipsa autē
ex vltima parte. .decimi mediante premissa erit incōmensurabilis linee. a. b. ideo/
q; et linea. b. d. que est tanq; eius dimidiū. sunt itaq; due linee. a. d. et b. d. rōnales
potentialiter tantū cōcantes. igit ex. 19. decimi superficies vnus earū in alteram est
medialis. cumq; superficies vnus earum in alterā sit equalis trigono. a. b. c. pstat
verū esse quod diximus.

Propositio .13.



Ante superficies vtriuslibet duoz solidoz quorū alterū
est piramis quatuor basium triangularium et equilateraz
reliquum vero est corpus octo basium triangularium et
equilateraz pariter accepte: si diameter spere ea circum/
scribentis ronalis fuerit componit superficiē medialem.

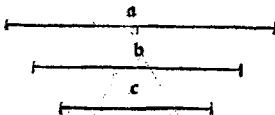
¶ Nam si diameter spere alterz duoz propositoz corporum circūscribentis fuerit
ronalis siue in longitudine siue in potentia tñ: erit ex correlario. 13. tredecimi libri
latus piramidis ronale in potentia et ex correlario. 15. eiusdem latus quozq; corpo/
ris octo basium ronale in potentia. quare per premissam trianguli qui sunt bases
vtriuslibz corporis erūt superficies mediales. et q; trianguli vtriuslibz eoz sibi adinice
sunt equales: erunt ex. 21. decimi omnes superficies vtriuslibz eoz pariter accepte cō/
ponentes superficiē medialem quēadmodū pponitur. 26.

Propositio .14.



¶ Tetradedron et octocedron vna eademq; sphaera circum/
scribat erit vna ex basibus tetradedri sexquiteria ad vnā
ex basibus octocedri: oēs autē bases octocedri piter acce/
ptas ad omēs bases tetradedri pariter acceptas sexquial/
terā pportionē habere necesse est.

¶ Sit aliqua sphaera cuius diameter. a. circūscribens piramidē cui⁹ lat⁹. b. et octo/
cedron cuius latus. c. dico itaq; q; triangulus equilater⁹ cuius latus. b. sexquiter/
tius ē ad triangulū equilater⁹ cuius latus. c. et q; superficies quā pponit octo trian/
guli equilateri cuiusq; quoz ē latus. c. sexquialtera ē ad superfic. quā componunt
quatuor trianguli equilateri cuiusq; quoz est latus. b. cōstat enī ex correl. 13. trede/
cimi q; quadratū. a. ad quadratū. b. sicut. 6. ad. 4. igit cōuerso quadratū. b. ad q/
dratū. a. sicut. 4. ad. 6. Ex correlario vero. 15. eiusdē manifestū est q; quadratū. a.
ad quadratū. c. sicut. 6. ad. 3. itaq; per equā pportionalitatē quadratū. b. ad qua/
dratū. c. sicut. 4. ad. 3. quadratū autē. b. ad quadratū. c. ē sicut trigonus equilaterus
cuius latus. b. ad trigonū equilaterū cuius latus. c. Astrobiq; enī est sicut. b. ad. c.
pportio duplicata ex secunda pte. 18. sexti: igitur trigonus equilaterus cuius latus
b. ad trigonū equilater⁹ cui⁹ lat⁹. c. sicut. 4. ad. 3. quare cōstat prima ps ppositi. Et
quo euidenter elicit scōa: erit enī p ouersā pportionalitatē trigon⁹ equilaterus cui⁹
latus. c. ad trigonū equilater⁹ cuius latus. b. sicut tria ad quatuor. scōq; octuplum
trigoni equilateri cui⁹ lat⁹. c. ad qdruplū trigoni equilateri cui⁹ lat⁹. b. est. sicut octuplū
ternarij ad qdruplū qternarij. hoc autē sicut. 24. ad. 16. et q; octuplum trigoni equi/
lateri cui⁹ lat⁹. c. ē omēs bases octocedri cui⁹ lat⁹. c. et qdruplū trigoni equilateri cui⁹
lat⁹. b. ē oēs bases piramidis cui⁹ lat⁹. b. et q; pportio. 24. ad. 16. ē sexquialtera seq/
tur vt superficies quā cōponunt oēs bases octocedri cui⁹ lat⁹. c. ad superficiē quā cōpo/
nūt oēs bases piramides cui⁹ lat⁹. b. sexquialtera sicut dixim⁹ i pportione respiciat.



Propositio .15.



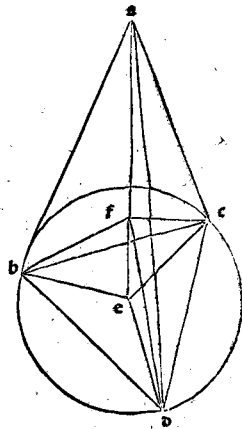
Piramide quatuor basium triangularium atq; eqlaterarū intra sperā quālibet collocata si a quolibet anguloꝝ eius per centrum spere recta linea ad basim ducatur in centrū circuli basim circūscribentis eam cadere atq; eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

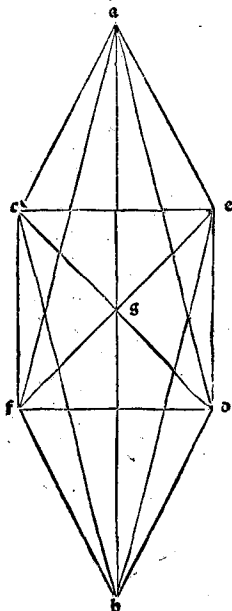
Si piramis .a.b.c.d. 4. basium triangularium atq; eqlaterarū intra sperā aliquā cuius centrū sit .f. collocata ⁊ cū quilibet quatuor anguloꝝ istius piramidis possit esse conus eius at q̄libz quorū trianguloꝝ basis Imaginemur nūc eius solidū agū lum .a. esse conū ⁊ triangulū .b.c.d. imaginemur esse basim atq; huic basi intelligamus circūscriptū esse circulū .b.c.d. debinc a puncto .a. quē imaginati sumus co/num piramidis ducamus ad basim .b.c.d. lineā rectā transeuntē per punctū .f. qui est centrū spere circūscribentis piramidē de qua disputamus ⁊ occurrat hec linea superficiē .b.c.d. quā imaginari sumus basē piramidis sup punctū .c. dico igit q̄ punctū .c. ē cētrū circuli .b.c.d. ⁊ q̄ lineā .a.f.c. ē perpendicularis ad superficiē .b.c.d. producam enim lineas .f.b.f.c.f.d. ⁊ q̄ quatuor puncta .a.b.c.d. sunt in superficie spere cuius centrū .f. ppter hoc q̄ illā speram positū est circūscribere hanc piramidē erūt omnes quatuor linee .f.a.f.b.f.c.f.d. adinuicem equales sunt enim duc te a centro spere ad eius superficiē: ergo q̄ duo latera .a.f. ⁊ .f.b. trianguli .a.f.b. sunt equalia duobus lateribus .a.f. ⁊ .f.c. trianguli .a.f.c. ⁊ basis .a.b. basi .a.c. nā piramis positā est eqlaterā: erit ex octaua primi angulus .a.f.b. equalis angulo .a.f.c. ideoq; p. 13. primi angul⁹ quoq; .b.f.e. erit eqlis angulo .c.f.e. Eodē modo pba bis angulū .d.f.e. esse equalē angulo .c.f.e. necesse est cū ex octaua primi ut angulus .a.f.c. sit equalis angulo .a.f.d. quare p. 13. primi angulus quoq; .c.f.e. erit eqlis angulo .d.f.e. sunt igitur tres anguli .b.f.e. c.f.e. d.f.e. adinuicē equalēs. protra ctis igit lineis .c.b. ⁊ .c.d. sequit ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem equalēs. ideoq; per. 9. terij punctus .e. ē centrū circuli .b.c.d. ⁊ q̄ perpendicularis ducta a centro spere ad superficiē cuiuslibet circuli eam secantis cadit sup centrū eiusdē circuli sicut ex bis que pmissa sūt videlicet ex bis q̄ decimā hui⁹ immedi/ate pcedunt didicisti cōiunctā lineā .a.f.c. ēē ppediculārē ad superficiē circuli .a.b.c. quēadmodū pponit. Sin aut erūt eiusdē circuli duo cētra qd natura tanq; ipossibile exhorruit.

Propositio .16.



Pludum octo basium triangularium atq; eqlaterarū qd ab aliqua spera circūscribitur diuisibile est in duas piramides eque altas quaz altitudo equalis ē semidiametro spere: basis autē ytriusq; quadratū qd est sub duplū quadrato diametri spere. **C**llo corpus octo basium triangularium atq; eqlaterarū cuius sex anguli sint .a.b.c.d.e.f. circūscripta a spera cuius centrum .g. constāt itaq; q̄ sex puncta .a.b.c.d.e.f. sunt in superficie spere cuius centrum .g. si igit centrū .g. iungatur cū quolibet horū sex punctoꝝ erūt due lineē iūgentes ipsū eis adinuicē equalēs cū ipse sint a centro spere ad superficiē: cū aut ex coroll. 15. arc declinū sit diameter spere potentialiter dupla ad lat⁹ hui⁹ corpis erit ex quarta scōi latus huius corpis potentialiter duplū ad semidiametꝝ spere. quadratū ergo .e.f. duplū ē ad quadratū .c.g. ideoq; eqlē duobus quadratis duaz lineaz .c.g. ⁊ .g.f. itaq; p. penult. primi angulus .c.g.f. ē rectus. eadem rōne quisq; trianguloꝝ .f.g.d.





d.g.e.z.e.g.c. est rect⁹ quare p. 14. pmi z.c.g.d.z.f.g.c. ē linea vna: igit^r ex scōa. 11
quinq3 puncta. c.f.d.e.g. sunt in superficie vna. Manifestū ē aut^r ex quinta pmi: z
32. eiusdē q^d quilibet quatuor anguloz. c.e.d.f. ē rectus: igit^r ex diffinitione quadra
ti superficies. c.e.d.f. ē quadrata. z q^d latus eius ē latus ppositi corporis. constat ex
correlario. 15. tredecimi istud quadratū esse subduplū qdrato diametri spere. cō/
sili quoz rōcinationē pstat vtrāq3 duaz lineaz. a.g. z.g.b. cū quilibet quatuor lineaz
c.g.f.g.d.g.e.g. continere angulū rectū: idq3 ex. 4. vndecimi vtrāq3 eaz ēe perpen
diculārē ad superficiē. c.e.d.f. z ambas scz. a.g. z.g.b. p. 14. pmi componere lineaz
vnā: diuisum ē igit^r ppositū corpus in piramidē. a.c.f.d.e. cuius basis quadratū. c
e.d.f. quod est subduplū quadrato diametri spere z etiā altitudo linez. a.g. que est
semidiameter spere z in piramidē. b.c.f.d.e. cuius basis est predictū quadratum z
eius altitudo linea. g.b. quod est semidiameter spere: z hoc ē qd oportebat ostēdere

Propositio .17.

Piramidē quatuor basium triangulariū atq3 equilateraz
spere aliqua circūscribente erit proportio tetragonū qui
sub linea potentialiter sub sexquiteria ad dodrantē late
ris ipsius piramidis z sub linea super quinq3ptiente vice
limas septimas eiusdē dodrantis cōtinetur ad quadratum
diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basium
triangulariū atq3 equilateraz que ambo eadem spere circūducantur
¶ Sit spere cuius diameter. a.b. z centrū. h. circūscribens piramidē cuius ba/
sium triangulariū atq3 equilateraz. a.c.d. z corpus octo basium triangularium atq3
equilateraz qd sit. e. sitq3 linea. l.m. potētiā sub sexquiteria ad dodrantē li/
nez. a.c. que ē latus piramidis z linea. n.m. cōtineat dodrantē predictū z ei⁹ quin
q3 vicimas septimas sitq3. p. quadratū diametri. a.b. dico itaq3 q^d pportio pira/
midis. a.c.d. ad octocedron. e. ē sicut superficie. l.m. in. m. n. ad quadratū. p. imagi
nemur enī solidū angulū. a. esse cōiū piramidis z basiz piramidis cuius vnū lat⁹
est. d.c. secare diametrū spere in puncto. f. eritq3 quādamodū ex rōcinationē. 13. tre
decimi manifestū ē. a.f. dupla ad. f.b. cuius pte. a.b. sit dupla ad. b.b. erit ex. 19.
quinti. b.f. dupla ad. b.f. idq3. a.f. quadrupla ad. f.b. imaginemur igit^r superficiem
secantē piramidē. a.c.d. super centrū spere equidistantē basi ipsius. sitq3 linea
g.k. cōis sectio huius superficie z triāguli. a.c.d. eritq3 ex. 17. vndecimi pportio. c.a
ad. a.g. sicut. f.a. ad. a.b. igit^r. c.a. ad. a.g. sicut. 4 ad. 3. sic enī est ex euerfa propo/
tionalitate. f.a. ad. a.b. constat etiā ex scōa pte. 29. pmi z. 16. vndecimi z. 10. eius/
dem z prima pte scōe sexti z diffinitione similiū superficie z similiū corpoz q^d p/
ramis. a.g.k. ē silis piramidi. a.c.d. ideoq3 ex. 8. duodecimi pportio piramidis. a
c.d. ad piramidē. a.g.k. est sicut. c.a. ad. a.g. triplicata quare sicut. 4. ad. 3. triplica
ta. constat autem ex secunda octauū q^d pportio quatuor ad tres triplicata est sicut
64. ad. 27. itaq3 pportio piramidis. a.c.d. ad piramidē. a.g.k. est sicut. 64. ad. 27.
fiat ergo triāgulus equilaterus. q.r.f. ex linea equali. a.g. quā cōstat ēē dodrantē
linez. a.c. z producat^r linea. q.t. perpendicularis ad. r.f. eritq3 ex. 11. huius linea
q.t. potentialiter sub sexquiteria ad lineam. q.r. ideoq3 equalis. l.m. adiciat^r quo
q3 linez. r.f. linea. f.x. ita q^d pportio. r.x. ad. r.g. sit sicut. 64. ad. 27. diuidaturq3

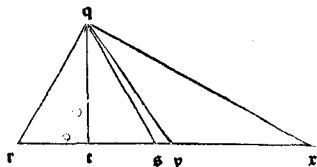
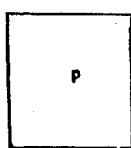
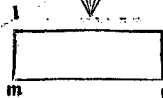
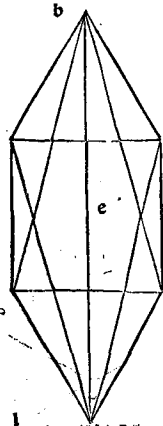
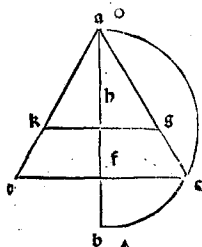
r.x. per equalia in .v. ut sit r.y. 32. de partibus illis de quibus r.f. est .27. aut. r.x. 64. eritq. r.u. equalis m.n. Et ducantur linee q.u. et q.x. eritq. ex prima sexti pro/ portio trianguli q.r.x. ad triangulum q.r.f. sicut. 64. ad .27. cumq. per eandē trian/ gulum q.r.x. sit duplus ad triangulū q.r.u. at ex .41. primi qd sit ex q.r. in r.u. du/ plum quoq. sit ad triangulū q.r.u. erit qd sit ex q.r. in r.u. et ipsū ē equale superfi/ cie l.n. eqle triangulo q.r.x. qre pportio supficii l.n. ad triangulū q.r.f. ē sicut 64. ad .27. idq. sicut pyramidis a.c.d. ad piramidē a.g.k. manifestū ē aut ex 15. b⁹ q. linea a.f. ē ppendicularis ad basim pyramidis a.c.d. ideoq. p. 19. vndecimi linea a.b. est etiā perpendicularis ad basim pyramidis a.g.k. igit altitudo a.g. k. pi/ ramidis est semidiameter spere. diuidat itaq. octocedron. e. quēadmodū pponit pmissa: erit itaq. vtraq. duarū pyramidū in quas ipsū. e. diuidit eq. alta pyramidi a.g.k. nam singulaz altitudo est semidiameter spere. q. igitur oēs laterate pirami/ des eqe alte suis basibus sunt pportiones vi in .6. duodecimi demonstratum est erit proportio pyramidis a.g.k. ad vtraq. eaz in quas diuidit octocedron. e. sicut basis eius ad bases eaz qre per .24. quinti pportio pyramidis a.g.k. ad totū octo/ cedron. e. est sicut fœ basis quā constat esse equalem triangulo q.r.f. ad bases am/ barum pyramidū in quas diuidit. e. pariter acceptas quas constat esse eqles qua/ drato diametri spere per pmissam videlicet p. qm ergo pportio pyramidis a.c. d. ad piramidē a.g.k. est sicut trigoni vel tetragoni l.n. ad trigonū q.r.f. videli/ cet. 64. ad .27. et pyramidis a.g.k. ad octocedron. e. sicut trigoni q.r.f. ad quadra/ tum p. erit per equā proportionalitatē pportio pyramidis a.c.d. ad octocedron. e. sicut tetragoni l.n. ad quadratum p. et hoc erat demonstrandum.

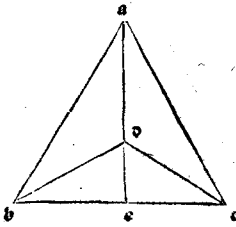
Ex pmissis igitur manifestum est q. perpendicularis veniens a centro spere piramidē quatuor basim triangularū atq. equilateraz circumscribentis ad quālibet basim ipsius pyramidis equalis est sexte parti diametri spere.

Cum enim cuncti trianguli piramidē ambientes sint siles et equales erit quoq. circuli ipsos circūscribentes equales. ideoq. ppendiculares a centro spere ad eos dem. circulos in eoz cētra erūt etiā eqles: ppendiculares autē cadentes ad circulos sunt ppendiculares ad bases pyramidis itaq. ppendiculares ad bases sunt ad/ inuicē equales. lineæ aut. b.f. est ppendicularis ad basim pyramidis a.c.d. quā b.f. q. constat ex pdicto esse sextā partē diametri a.b. relinquitur ergo esse verū qd per conel. concluditur. Idē aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabilit ratione firmatum.

In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorū eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularē quē a centro circuli trigonum ipsū circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus a.b.c. equilaterus sitq. d. centrum circuli ipsū circūscri/ bentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equa/ les cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta. a.b.c. in circumferentia circuli ipsū trigonum circūscribentis. protrahatur autem. a.d. in continuum et directum quousq. obuiet lateri b.c. super punctum. e. constat igitur ex octaua primi q. angulus a.d.b. est equalis angulo a.d.c. ideoq. ex .13. pmi



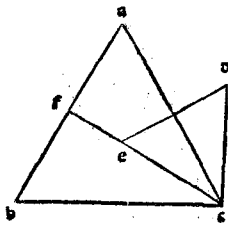


angulus .b.d.e. ē equalis angulo .c.d.e. quare per quartā primi .b.e. ē equalis .e.c.
 et anguli qui sunt ad .c. recti: itaq; .d.e. perpendicularis ē ad .b.c. veniens a centro
 circuli circūscribentis trigonum .a.b.c. et a.e. perpendicularis est etiā ad .b.c. veni-
 ens ab vno anguloꝝ predicti trigoni: dico ergo q; a.e. tripla est ad .e.d. cōstat enī
 q; tetragonus qui fit ex .d.e. in .e.b. equalis est trigono .b.d.e. tetragon⁹ quoq; qui
 fit ex .a.e. in .e.b. equalis ē trigono .a.b.c. at quia trigonus .a.b.c. triplus ē ad tri-
 gonū .d.b.c. critq; tetragonus qui fit ex .a.e. in .e.b. triplus ad eum qui fit ex .d.e.
 in .e.b. cum igit ex prima sexti sit ppositio tetragoni .a.c. in .e.b. ad tetragonū .d.e.
 in .e.b. sicut .a.e. ad .e.d. crit .a.e. tripla ad .e.d. quēadmodū proponitur.

¶ Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo ali-
 cuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum
 circuli trigonum ipsum circūscribentis.

¶ Nunc itaq; qđ promissimus absolamus ad hoc autē imagi nemur piramidē qua-
 tuor basium triangulariū atq; equilateraz cuius vna ex quatuor basibus eius sit
 trigonus .a.b.c. circūscriptā esse a spha cuius centrum .d. et proutabatur linea .d.
 e. perpendicularis ad superficiē trianguli .a.b.c. quā constat cadere in centrū circuli
 dictū trigonū circūscribentis. dico igitur lineā .d.e. esse sextā pte diametri spere p/
 positā piramidē circūscribentis: producā enī lineā .d.c. et lineam .c.f. perpendicula-
 rem ad lineā .a.b. quā .c.f. ex proximo conelario cōstat transire per punctū .e. et ex
 premisso antecedente triplā esse ad .e.f. Constat autem ex quarta secundi q; scdm
 q; quadratū diametri spere cuius centrū .d. est .36. ē quadratū semidiametri .d.c.
 9. ex conel. autē .13. tredecimi est quadratum .b.c. 24. 2p. 11. huius quadratū .c.f. 1.
 et per premissum antecedens quadratum .c.e. 8. q; igitur ex penul. primi quadratū
 d.c. ē equale quadratis duarū linearū .d.e. et .e.c. ē aut quadratū .d.c. 9. et quadratū
 c.e. 8. put quadratū diametri spere est .36. relinquitur quadratū .d.e. vnum prout
 quadratū diametri spere ē .36. itaq; lineā .e.d. est vnū put diameter spere est .6. qđ
 oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabit nobis q; semē
 diameter spere circūscribentis corp⁹ .8. basium triangulariū atq; equilaterarum
 triplā ē in potentia ad perpendicularē a centro spere circūscribentis ipsū ad quālī
 bet suarum basium descendente: cōstat quidē quēadmodū octonū ē pti⁹ q; cū oēs
 bases huius corporis sint equales et filēs eum circuli ipsas circūscribentes equales
 ideoq; perpendiculares a centro spere i ipsoꝝ circuloꝝ centra cadentes erunt ad/
 inuicē equales. cumq; perpendiculares ad circulos basium sint quoq; perpendicu-
 lares ad bases sequitur vt perpendiculares a centro spere ad singulas bases adin-
 uicē sunt equales. Si ergo qđ dicimus de perpendiculari ad vnā suarū basium probe-
 betur: relinquetur verū eē qđ proponit. Sit itaq; ut prius triangulus .a.b.c. vna ex
 basibus octoedri circūscripti a spha cuius centrū .d. et cetera quoq; fiant vt prius
 cū igitur ex conel. 15. tredecimi diameter spere sit potentialiter dupla ad lat⁹ octo/
 cedri. sequitur vt latus octoedri sit potentialiter duplū ad semidiameter spere. iō/
 q; cum quadratū lineē .b.c. est .12. erit quadratū lineē .d.c. quē ē semidiameter spe-
 re .6. ex .11. autē huius cum quadratū .b.c. ē 12. quadratū .c.f. ē 9. Et ex premisso an-
 tecedente quadratum .c.e. est .4. itaq; cū qdratū .d.c. quē est semidiameter spere est
 .6. quadratum .c.e. est .4. et quia ex penultima primi quadratum .d.c. est equale
 quadratis duarū linearū .c.e. et .e.d. sequitur ut quadratū .e.d. sit duo put quadra-
 tum .d.e. est .6. constat ergo qđ dicimus.

Propositio .18.



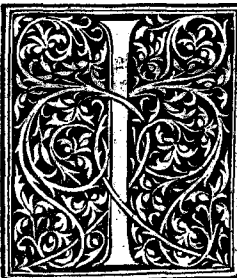


Duplum quadrati quod ex diametro spere cubum circū-
scribentis describitur equū ē omnib⁹ superficiebus ipsi-
us cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque quē a
centro spere ad quālibet ex superficieb⁹ cubi pducit me-
dierat lateris cubi eiusdē eq̄lis eē ex necessitate cōvincit

Manifestū ē enī ex conelario. 14. tredecimi q̄ diameter spere cubum insidens
tripla est in potentia ad latus cubi. cum igitur quadratum diametri spere triplū
sit ad quadratum lateris cubi et ita triplum: duplū quadrati diametri spere equum
sit sexaplo quadrato lateris cubi. Sunt autē oēs superficies cubi sex quadrata quē
ex latere cubi in se producantur. itaq; duplum quadrati diametri spere equum est
omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima p̄s: scdm̄ autem partem ex. 18.
2. 19. 2. 40. vndecimi libri facile probabis.

Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi i bisse
quadrati producti ex diametro spere ipsū cubū obtentis cubi solidi-
tas pducatur. **E**xplicat liber decimusquartus Incipit liber Decimusquintus.

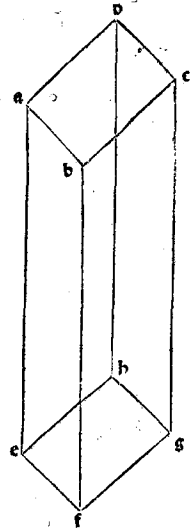
Propositio .1.

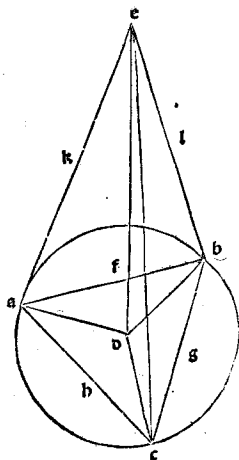


Intra p̄positum cubum corpus habens
quatuor bases triangulas equalium laterū
designare. **S**it cubus cuius basis est quadratū
a. b. c. d. suprema vero eius sup̄ficies quadratū .e. f.
g. h. **I**psū autē hac arte fabricare conueniet q̄dra-
to basis fm̄ quālib⁹ lineā ex. 45. primi descripto sup̄
singulos angulos eius ex. 12. vndecimi cathetus fm̄
mensurā lateris ipsius quadrati erigatur quos ex. 10.
vndecimi constat esse equidistantes. Quiaq; ergo eo-
rum bini ⁊ bini cōiuncti eis imposto equidistanter
lateri quadrati continuent. Constat igitur esse cōpo-

sitū cubū: nā quatuor ei⁹ laterales sup̄ficies sunt quadrate ex. 33. primi ⁊ ex. 34.
eiusdē ⁊ om̄nitione quadrati: de suprema autē superficie. manifestū est quoq;
q̄ ipsa ē quadrata ex. 10. imo. 24. vndecimi ⁊ hac cōi scia quē equalib⁹ sunt equa-
lia sibi quoq; sūt equalia: ⁊ ex om̄nitione quadrati. Si itaq; huic cubo liceat cor-
pus quatuor basium triangulariū ⁊ equalit̄az inscribere: in basi ⁊ in ei⁹ sup̄ficie
suprema protrahantur due diametri quāz sua cōtinuet. duas extremitates insi-
mas duoz cathetoz ⁊ alia cōtinuet sup̄imas alioz duoz. quas aio intelliges esse
a. c. ⁊ b. f. de hinc a duobus punctis. b. ⁊ f. terminantibus diametrum sup̄ficies su-
preme. demitte p̄themit̄aliter. binas ⁊ binas diametros q̄ quoz laterales super-
ficies diuidant quas imaginaberis esse ab. b. quidem. a. b. ⁊ b. c. at vero. ab. f. a
⁊ f. c. has autē diametros in hac plana figura. p̄trahere cōtempni ne multitudine li-
nearū cōfunderet intellectū. si igitur figurā hac ut oportet actu vel aio cōpleueris vi-
debis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pyrami-
dem quatuor basium triangularium esse perfectam q̄s cubo p̄posito ex om̄nitione
ne constat esse inscriptam: huius autem pyramidis bases equilateras esse constat
eo q̄ ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt adinuicem equales.

Propositio .2.





Intra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

Si intra piramidē quatuor basium triangularium & equilaterarū octocedron libeat inscribere prius cōuenit piramidē ipsaz fabricare q̄tōne certa hoc modo cōponitur. Statuas scdm cuiuslibet linee quantitātē trigonus equilateralis qui sit. a. b. c. cui circūscribas circulus supra centz. d. & exeat. d. e. ppendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex. 12. vndecimi: que ponat̄ dupla esse in potentia ad semidiamet̄ circuli circūscribentis trigonū. a. b. c. & a puncto. e. cadāt tres ypothemisas super tria puncta. a. b. c. Est itaq; cōpleta piramis quatuor basium triangularū & equilaterarū p̄trahant̄ enī. d. a. d. b. d. c. cū igit̄ anguli quos cōtinet linea. e. d. cum singulis lineis. d. a. d. b. d. c. sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiē. atq; quadratū linee. e. d. sit ex ypothēsi duplū ad quadratū semidiametri circuli. a. b. c. erit ex p̄uultima primi quadratū vniuscuiusq; triū ypothemisarum lineaz. e. a. e. b. e. c. triplum ad quadratū semidiametri circuli. a. b. c. sed ex octaua tredecimi quadratū quoq; cuiusq; triū latez trianguli. a. b. c. triplum ē ad quadratū semidiametri eiusdē circuli: igit̄ oīa latera statute piramidis sunt adinuicem equalia quare ipsa est equilaterarū basium. Cum itaq; sibi octocedron in. ludere voluerim⁹ diuidimus vniūq; sex latez eius in duo media equalia & cōtinuabimus mediū punctū cuiusq; lateris cū medijs punctis cūctorū reliquorū latez cū quibus ipsū continet & angulū superficialē. verbī gratia diuidā latera. basis in punctis. f. g. h. & ypothemisas cadentes ab. e. i punctis. k. l. m. & p̄inuabo punctū. f. cū puncto. g. & cū. b. & cū. k. & cū. l. punctūq; m. cū eisdē. g. b. k. l. & g. cū. b. & cū. l. & k. cū eisdē. z. l. Ecce itaq; perfectū est corpus octo basium triangularium bis vndecimi lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus cōtentum: has aut̄ octo bases ex quarta primi quotiens oportet reperita equilatera esse manifestū est: ipsum quoq; corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussu eramus efficere.

Propositio .3.

Intra cubum assignatum figurā octo basium triangularium equalium laterum cōstituere cubo intendimus inscribere octocedron.

Quāter aut̄ cubū cōponere oporteat i prima hui⁹ sufficienter dictū est. igitur fabricato cubo piramis quatuor basium triangularium & equalium latez in eo ex prima huius designet̄. ac intra ipsam piramidē exp̄missa octocedron distinguatur. quo facto simul etiā factū erit quod volumus. Constat enim ex ratiocinatione primē latera cuncta ipsius inscripte piramidis. esse digonos basium cubi & ex rōinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsi⁹ piramidis: quare manifestū ē omnia angularia puncta hui⁹ octocedri esse i basib⁹ assignati cubi. igit̄ ex dione habent⁹ p̄positum. Aliter idem centris cunctarū basium cubi quēadmodū i nona quarti sit repta a cētro supreme superficiē ei⁹ ad cētra quatuor lateraliū superficiēz quatuor ypothemisas demitte & a cētro infime & ad earūdem lateraliū superficiērum cētra quatuor alias ypothemisas elica centra quoq; quatuor lateraliū quatuor rectis lineis cōiūna ita videlicet q̄ centra earum tantū que seinuicem secant continuos

Verbi grā. iungas centz anteriorz cū centro dextre & cū cetro sinistre: centz quoq; vltime iungas cū eisdē. hoc enī cū centro dextre & cū centro sinistre. habes itaq; corpus octo basium triangulariū bis. 12. lineis que centra superficiez cubi cōplexū continuant. Si igitur. has bases equilateras esse. p̄bare volueris: a cetrīs basium cubi ad cunera ipsius latera ppendiculares. p̄trabe quas necessariū ē oīa latera ipsius cubi p equalia diuidere. ex scda pte tertie tertij: quod planū ē si vnicuiq; basium cubi circuli circūscripseris atq; iō binas & binas super idem punctū in lateribus basium cubi cōstat cōcurrere easq; ex scda pte. 13. tertij patet adinuicē ēē equales & equi distantes lateribus cubi ex scda pte. 25. primi. iōq; etiā singulas esse equales dimidio lateris cubi. igit ex. 10. vndecimi manifestū est binas & binas earū sup idē latus cubi in medio eius puncto cōcurrentes rectis angulū continere: eo qd omnes superficies cubi sunt quadrate. Quare igitur ille. 12. linee centra superficiez cubi cōtinuant & anguli quos hec linee super media puncta laterū cubi cōcurrentes bine & bine cōtinent subterdūtur ipse erunt ex quarta primi vltima si mātis ex penultima primi adinuicē equales: ergo est in pposito cubo designatū corpus octo basium triangulariū & equilateraz. qd oportebat facere. &c.

Propositio .4.



Intra datum corpus octo basium triangulariū atq; equilaterarum cubum figurare.

Non dubites quin corp⁹ octo basium triangulariū atq; equilateraz cetro dogmate fabricabis hoc modo qualibet recta linea super aliquo planū sursum orthogonaliter erecta eā p equalia diuide & a puncto ei⁹ medio duas lineas hincinde ppendiculares extrabe que cōponant lineā vnā erunt q; hec due linee seinuicē secantes videlicet prima que super positū planū ē orthogonaliter erecta & alia que ipsā sup eius mediū punctū orthogonaliter secat: eadē superficie site sunt p primā pte scde vndecimi. Ad superficiem igitur in qua ipse site sunt super eodem punctū sectionis earum queadmodū. 12. docet vndecimi perpendicularem erigere quā facias candē superficiē in vtrāq; ptem penetrare: & ponē cuncta. sex portiones harū trium linearum a puncto in quo seinuicē secant equales. sic enī quolibet quolibet p equalia & orthogonaliter diuidet. ita qd cum sint tres q; que eaz saluiter & tunc venerandū signū ad angulos rectos cōtinēbūt a supremo igitur erecte lineē sup positū planū puncto quatuor p̄pothemisas ad extremitates duarū linearū ipsā secantium demitte: deinde ab infimo eiusdē erecte p̄cto: q̄tuor alias p̄pothemisas ad easdē duarū secantium linearū extremitates eleua: postremo quoq; basū p̄pothemisaz extremitates quatuor rectis lineis quadratū cōtinentibus cōtinua. Erūt enim hec duodecim linee videlicet q̄tuor p̄pothemisas a supremo puncto erecte ppendicularis descendētes: quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum eleuate & relique quatuor linee harū p̄pothemisaz extremitates continuantes ex penul. primi sine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem eq̄les: q̄re cōstat corpus ab eisdē terminatū octo basibus triangularib⁹ equilaterisq; contineri. Si igitur. huic corpori cubum inscribere. delectat centra octo triangularium ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora. easq; reperta. 12. lineis rectis hac lege cōtinua vt centz cuiusq; harū triangularū cū cetro cuiusq; triū ad ipsi⁹ latera terminatoz p rectā lineā copulet. nō ē aut b⁹ rei idoneū figuram i plano depingere. ideoq; restat vt quod dicitur. mente cōcipias ipsūq; si placet actu & ope compleas.

videbis enī. 12. lineis horū triangulorū centra posita lege cōtinuantes cubū conti-
nere quē restat vt equilateralis rectangulisq; superficiebus demonstres esse condu-
sum. nō enī erit cubus nisi omnes eius superficies sint quadrate. ducito ergo a quo/
libet angulo trigonorū superficie octocedri perpendicularē ad latus i li angulo
oppositū. has autē ppēdicularēs ex. 1. q̄rtedecime cōstat eē adinūcē eq̄les & diui-
dere latera quibus ppēdiculariter insunt per equalia. ideoq; binas & binas sup
idem punctū lateris cui superstant conuenire: easdēq; cōstat ex his que i. 17. quar-
tiedimi demonstrata sunt transire per centra triangulorū. ideoq; p̄ extremitates
laterū inclusi corporis transire ac eaz portiones que intra centra trigonorū & late-
ra ipsorū interceptiunt ex his etiā in eadē demonstrata sunt consistat esse equales an-
gulos quoq; ab his ppēdicularib; binis & binis cōiūtib; cōtētos ex. 8. primi patet
esse equales. Et quia hec perpendicularēs suēq; portiones inter centra & latera in-
tercepte eosdē angulos ambiunt: erunt quoq; anguli quos lineę a centris trigo-
norū ad latera perpendiculariter cadentes binę & binę cōtinēt adinūcē equales. cū/
q; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendunt. sequitur ex
quarta primi frequenter sumpta corpus inclusū esse equilaterū at quoq; rectangulū
protrahant enī diagoni in singulis superficiebus hos diagonos ex quarta primi oēs
adinūcē equales eē conuincēs mediantibus angulis a duabus perpendiculari-
bus per ipsaz diagonorū extremitates transeuntibus contentis si p̄tus hos angu-
los ex. 8. primi equales sibi inuicē esse probaueris. cū igitur diameter tetragonariū
basium corporis huius sint adinūcē equales: latera quoq; earundē basium equa-
lia esse necesse est ex. 8. primi multisotiens repetita ipsas tetragonas bases eē equi-
angulas. a tq; ex. 32. primi oēs anguli cuiusq; eaz sunt equales quatuor rectis. se-
quitur eas esse rectangulas: itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate: igit
inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

Propositio .5.

Piramidem quatuor basium triangularium atq; equilate-
rarum assignato corpori octo basium triangularium quo-
q; atq; equilateralum inscribere.

Assignato corpori octo basium inscribere in precepta premisse cubū:
cuboq; inscripto inscribere. hoc est prima piramidē huiusq; p̄missis
cum igitur huius piramidis anguli sint etiā anguli cubi quēadmodū ex demōstra-
tione prime manifestum ē. cuncti autem anguli cubi sunt ex premissis in superficiebus
assignati octocedri: erunt quoq; cuncti anguli piramidis huius in superficiebus cor-
poris octo basium cū eam inebimur inscribere: quare ex diffinitione manifestum ē
nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.

Intra datū corpus viginti basium & equalium laterū corpus
duodecim basium p̄agonalium eq̄liū laterū atq; equalium
angulorū figurarū cōponere. Corp. 20. basium nō docentur hic
fabricare quoniam ex. 16. trededimi qua cōuenit arte hoc fieri satis enī
dens est eo igitur ut ibi docet cōposito. si sibi corp. 12. basium p̄rago-
narū atq; equilateralū includere delectat hac via procedendum ē. Manifestum enī
est: 20. triangulos. 60. superficiales angulos hīc. & q; ad p̄stitutionē vniuscuiusq;
solidi anguli corporis procedri quiq; superficiales conueniūt sicut ex demōstratione. 16. tre-
decimi colligitur. constat illud corp. duodeci solidis angulis cōpleri. inuentis igit ut

in ante præmissa centris cunctorū triangulorū totū ꝛocedron terminantiū ea. 30. rectis lineis cōtinua ita q̄ cuiusq̄ centz centris omniū circūiacentiū cū quibus cōmunicat in latere per rectas lineas iungas. cū ergo hoc feceris videbis. ex illis. 30. lineis duodecim pentagonis constitui. 12. angulis solidis dati ꝛocedri oppositos hos itaq̄ pentagonos. quēadmodū in antepremissa fecisti de basibus cubi equilateralos esse probabis. Necesse est enī vt cūlibet trianguloꝝ duoz idem latus habentium centra eodem spatio distant. restat ergo vt eos etiā equiangulos esse silogizes. Manifestū est autē ex rōcinatione. 16. tredecimi datum corpus viginti basium ab eadē sphaera cuius diameter est tanq̄ diameter hui⁹ corporis videlicet lineas que duos eius angulos oppositos cōtinuat esse circūscripibile. Si igit̄ hec diameter per mediū fecerit punctus sectionis erit centrū sphaere ipsū circūscribentis ab eo. itaq̄ ad superficies cunctorū pentagonoz perpendiculares ex. 11. vndecimi ductoꝝ & a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eoz angulos rectas lineas dirigit. deinde centrū sphaere cum singulis angulis ipsorū pentagonoz continuato: age ergo eos p̄ba eē equi angulos hoc modo. Cum enī omnes circuli circūscribentes trigonos ꝛocedri sunt equales erunt omnes perpendiculares a centro sphaere ad ipsos venientes & in eoz cētra cadentes equales: omnes ergo linee a centro sphaere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. nam anguli pentagonoz sunt cētra circulorum trigonos ipsos ꝛocedri circūscribentiuꝝ ex ypothesi igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere. quo sup̄ius in. 14. silogizauimus sectorē prouenientē in superficie sphaere cum aliqua plana superficies sphaera secat nō super centrū eius esse circūferentiā cōninentē circulū: necesse ē quinq̄s lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro sphaere ad superficies omnium pentagonoz ad quinq̄s angulos cuiusq̄ pentagoni esse adinuicem equales. itaq̄ omnib⁹ his duodecim pentagonis ē circulus circūscripibilis. cū igit̄ ipsi sint equilateri cōiungit̄ eos esse etiā equiangulos qđ oportebat ostendere.

Propositio 7.

Intra datū corpus duodecim basium pentagonoz equilaterarum atq̄ equitangulārū corpus viginti basium tri-
angularium atq̄ equilaterarum fabricare.

Qualiter corpus duodecim basium pentagonoz equilateraz atq̄ equitangulaz cōponere oporteat ex. 17. tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangularium & equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce suorum pentagonoz centris vt in. 14. quarti sit repetitū. ea adinuicem 30. lineis hac lege continua vt vnuscuiusq̄ pentagoni centrum centro cuiusq̄ pentagoni secum in latere cōcantis iungatur ita. videlicet qđ vnuscuiusq̄ pentagoni centrum centris quinq̄s pentagonorum terminantiū vel circūiacentiū continet. cum igitur hoc feceris obuiet tibi viginti trianguli ab his. 30. lineis centra pentagonorum continuantibus contenti. eruntq̄ hi viginti trianguli viginti solidis equiangulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilateras eē demonstrabimus & erūt. 12. solidi anguli huius corporis 20. basiu in cētris. 12. pentagonorum corpus dati duodecedri terminantium: hos itaq̄. 20. triangulos equilateros eē sic proba. a cētris pentagonoz ducto p̄dicti lares ad latera eorūq̄ oēs p̄pendiculares equales binas ergo & binas probabis ex

octava primi equos singulos continere et quia linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis et binis perpendicularibus contentis subtendunt: cum omnes perpendiculares sint equales: erunt ex quarta primi omnes linee continua / antes centra pentagonorum equales: quod est propositum. Perpendiculares autem binas et binas equales angulos continere et omnes eas adinvicem esse equales sic collige. Ex quinta primi et .26. eiusdem constat singulas earum dividere latera pentagonorum super que cadunt per equalia: easque esse adinvicem equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine et bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo quod utraque dividit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt comune per equalia: has igitur perpendiculares binas et binas usque ad angulos quibus comune latus in quo coeunt oppositum per centra pentagonorum productum et eisdem angulis duas lineas sub / tendit quas ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est esse tanquam latus cui / bi ab eadem sphaera cum proposito duodecedro circumscriptibili. Ideoque patet eas esse equales eo quod omnia latera cubi sint equalia. easdemque liquet ex nona undecimi esse equidistantes propter hoc quod ambe equidistant comuni latere in quo bine et bine perpendiculares conveniunt. At vero ipsas easdem constat ex bis perpendicularibus per equalia dividi. itaque per. 3. 3. primi cuncte linee continuantes puncta in quibus bine et bine perpendiculares super has lineas quas tanquam cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinvicem equales. Nam omnes sunt tanquam latus cubi. igitur ex octava primi anguli contenti a binis et binis perpendicularibus sunt equales: quare per quartam eiusdem linee quoque continuantes centra pentagonorum sunt sibi invicem equales: inscriptum ergo est propositum duodecedro corpus viginti basium triangularium et equalium laterum sicut iussi eramus

Propositio .8.



Solido duodecim basium pentagonarum atque equilaterarum proposito intra ipsum cubum distinguere.

Cum duodecedron super cubi latera fabricet ut constat ex. 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi convenit cubi inscribi. nam cum duodecim sunt pentagoni si unum quatuordecim eorum unum angulo prout cubi si guram videbis exigere chordam unam subtraheris ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasque superficies cubi et corpus amplectentes perficies Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi: rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato recedro inscripti demonstravimus esse equiangulas: constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphaere esse inscriptibile: et a centro: illius sphaere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares: ut docet undecima unde / cimi protrahere et a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficies rectas lineas dirigere. At eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphaere iungere: eruntque hee linee centum sphaere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphaere de quarum quadratis quia dempro quadrato perpendicularis remanet ex penultima primi quadrata linearum continu / antium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles

idq; necesse ē eas esse equiangulas cum sint equilaterē. Et q² ex. 32. p^{ri}mi anguli eni
usq; eaz pariter accepti sunt equalēs quatuor rectis angulis. sequitur eas ēē rectā
gulas. nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Propositio .9.

Alto duodecedro sibi demum octocedron includere.

DComposito duodecedro ut in. 17. 2 scilicet decimsex latera suarum
supficerū ea videlicet que cathecōs sup sex lineas opposita latera su
perficerum cubi per equalia secantes erectis tanq; eorum coausti
iungunt per equalia diuide: eaq; bina 2 bina adinuicē composita cō
tinua per tres lineas qui seinuicem super medium punctum diametri cubi ex. 48.
vndecimi per equalia secabunt: eruntq; vt quoq; due eaz trium seinuicem quoq;
ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per. 12
lineas rectas continuaueris perueniet tibi corpus octo basium triangulariū 2 equi
laterarum 2 quarta p^{ri}mi vel si mai⁹ ex penultima p^{ri}mi: qd oportebat ostendere.

Propositio .10.

**Intra assignatum duodecedron pyramidem quatuor basi
um triangularium atq; equilaterarum adhuc restat distin
guere.**

Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboq; pi
ramidem ex p^{ri}ma. cum igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi
vt patet ex rōinatione p^{ri}me 2 anguli cubi in angulis duodecedri ex rōinatione
octaua: erunt quoq; anguli pyramidis in angulis duodecedri: itaq; constat quod vo
lumus.

Propositio .11.

Pyocedro in eo cubum figurare.

Pyochedro inscribi duodecedron ex sexta ac duodecedro cubum ex
octaua: constat autē ex demonstratione sexte qd omnes anguli duō/
decem cadunt super centrum basium pyocedri 2 anguli cubi sunt in
angulis duodecedri: itaq; anguli cubi sunt i centris basium pyocedri
habemus ergo propositum.

Propositio .12.

**Pyocedron datum pyramidem quatuor basium triangulari
um atq; equilaterarū sibi postulat inscribi.**

Si in dato pyocedro ex p^{ri}missa cubum inscripseris cuboq; ex p^{ri}
ma pyramidem induseris quin postulationi pyocedri satisfeceris
hesitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque
regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptōe in hoc. 15. libro dēter/
minet si vnūq; eoz quilibz cētroz eēt inscriptibile. 20. comūde inscriptōes acci/
derēt Quippe quilibz eoz quinq; eēt cetera qtuor inscriptibilia. idq; qter quq; in/
scriptōes qd ē. 20. necessario pueniēt. at vero pyramidi soli octocedron pueniēs
est inscribi. Non enī sunt in pyramide bases aut anguli aut latera in quibz anguli
si cubi aut pyocedri aut etiam duodecedri possunt extrema ipsi pyramidis ptingere

Lubum quoq; soli⁹ pyramidis & octocedri vt octocedron solius pyramidis et cubi receptioni sunt apta qualiter eni in eorum alterutro. 12. angulos ꝓcedri. Aut. 20. angulos duodecedri. ita vt singuli in eoz singulis cadant collocabis: ꝓcedron autē cū cetera cōuenienti ambitione possit cōplecti soli⁹ ꝓcedri nequit esse recepta/ culum. nam octocedri sex anguli semidiametrali seinnicē bini & bini oppositione respiciunt lineaq; eos continuantes sese per equalia orthogonaliiter diuidunt. itaq; illud glōsū signū ad cuius intuitū cōsternant demones sub rectis āgulis triplicatū reddant. hos itaq; triangulos neq; bases neq; anguli neq; latera ꝓcedri possunt sub suo situ recipere neq; eni in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex late/ ra hac diametrali orthogonaliq; oppōne se cōtinentes: duodecedron autē nulli ce/ teroz sue ambitionis denegauit hospiciū imo cunctoz receptatoz existit. vnde nō incōuenienter duodecedri figurā antiqui platonis discipuli ascribere vel ascribere celo quēadmodū pyramidis formā igni eo qꝫ sursum sub pyramidalī figura euolat. ac octocedri aeri. Quippe sicut aer ignem motus puitate sequitur sic octocedri for/ ma pyramidis. formā ad motū habilitate comittat. Viginti vero basium figuram atq; dictauerunt. nā cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circulec in sperā flu/ entis rei motui magis qꝫ scandentis conuenire visa est. Lubon vere figurā quidāz dedere terre. quid eni in figuris maiori ad motū violentia indiget quam thesiera. At in elementis quid fixius constantiusq; reperit terra. si igitur ex. 20. inscriptioni/ bus. 3. quas pyramis nō substatinet binasq; a quibus naturā cubi & octocedri alie/ na est. Kurfusq; vna cui ꝓrepugnat ꝓcedri figura reieceris etiā relique tm. 12. in/ scriptiones pyramidis quidam sola cubi vero octocedrique bine: ꝓcedri autem tres duodecedri autem quatuor de quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Propositio .13.



Labricato quonīs quinq; regulariūz corpōz sibi speram inscribere.

LEX tertridecimo libro itaq; manifestū est vniūqꝫq; qnq; bonū cor/ porum esse sperē inscriptibile. nūc itaq; cōstabit viceuersa sperā vni/ cuiq; ipsoz esse inscriptibilē. a circūscribentis eni sperē centro ad ba/ ses vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exant quas infra centra circuloz bases ipsas circūscribentium cadere necesse est. cumq; omnes circuli eas circū/ scribentes sint equales cruntq; hec perpendiculares equales. itaq; si fm quantita/ tem vnus earum circulum super centrum circūscribentis sperē descripteris eius/ qꝫ semicirculum quousq; ad locum vnde moueri cepit redeat circūduyeris quia ipsum per extremitates cunctaz perpendiculiū necesse est transire conuincēs ex corollario. 15. tertij speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendiculiū contingere. Non enim plus potest spera de basibus corporis cōtingere quā circūductus semicirculus dū mo/ uebatur contingit: quare assignato corpōz constat nos speram quemadmodū ꝓ/ positum erat inscripsisse.

Opus elementorū euclidis megarensis in geometriā artē In id quoq; Lampa/ ni spiciacissimi Cōmentationes finiūt. Erhardus rardolt Augustensis impressor solertissimus. venetijs impressit. Anno salutis. M. ccc. lxxij. Octauis. Calē. Junij.

Lector.

Nale.