



Notes du mont Royal

WWW.NOTESDUMONTROYAL.COM



Cette œuvre est hébergée sur «*Notes du mont Royal*» dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES

Bibliothèque Sainte-Geneviève

1^e édition

v. Braun II. 92

D. Clement VIII. 143.

Clemmies. 532

Debare n° 1959

fossi. I. 683

freytag. analist. 315

Laire. II. 59.

Maithaine. 434.

Mercier. 6.

Seemiller. II. 108.



1000 1000 1000 1000 1000

Erbardus raidolt Augustensis impressor. Serenissimo
alne vrbis venete Principi Joanni Mediceno. S.

Solebam antea serenissime princeps mecum ipse cogitans admirari
quid cause esset q̄ in hac tua prepotenti & fausta vrbe cum varia au/
torum veterum nonorumq̄ volumina quotidie imprimerent. In
bac mathematica facultate vel reliquarum disciplinarum nobilissima
aut nihil aut parua quedam et frinola in tanta impressorum copia qui
in tua vrbe agunt: viderentur impressa. Nec cum mecum sepius discu/
terem inueniebam id difficultate operis accidisse. Non enim adhuc
quo pacto schemata geometrica: quibus mathematica volumina lca/
tent: ac sine quibus nihil i bis disciplinis fere intelligi optime potest
excogitauerant. Itaq̄ cum hoc ipsum tantummodo communī omnium
utilitati que ex his percipitur. obstat mea industria nō sine maximo
labore effeci. ut quā facilitate litterarum elementa imprimitur. ea
etiam geometricę figure conficerentur. Quamobrem ut spero hoc
nostro inuenio hē discipline quas mathematia greci appellant volu/
minum copia sicut relique scientie breui illustrabuntur. De quarum
laudibus & utilitate possem multa im preciē adducere ab illustribus
collecta auctoribus: nisi studiosis iam omnibus hec nota esset. Illud
etiam plane cognitum est ceteras scientias sine mathematibus imper/
fecras ac veluti mancas eē. Neq̄ hoc profectio negabunt. Dialectici
neq̄ Philosophi abnuent: in quoꝝ libris multa reperiuntur: que si
ne mathematica ratione minime intelligi possum. Quam diuin⁹ ille
Plato mere veritatis arcanū. ut adipisceretur cyrenas ad. Thco/
dorū summum eo tempore mathematicū & ad egyptios sacerdotes
enauiganit. Quid q̄ sine hac vna facultate viuendi ratio nō perfecte
constat. Nam ut de musicē taceam: que nobis muneri ab ipsa natura
ad perfundendos facilius labores concessa videtur: ut astrologiā pre/
teream qua exulti celum ipsum veluti scalis machiniq̄ quibusdam
conscidentes verum ipsius nature argumentum cognoscamus: sine
arithmetica & geometria: quarum altera numeros altera mēsuras do/
cer cūiliter: comodeq; vivere q̄ possum⁹: Sed quid ego i bis mo/
rorū que iam omnibus ut dixi: notiora sunt q̄ ut a me dicantur. Eu/
clides igitur megarensis serenissime princeps qui. xv. libris omnem
geometriæ rationem consummatissime complexus est: quem ego sum/
ma & cura & diligentia nullo pretermisso schemate imprimentum cu/
ravi: sub tuo nomine tuus felixq; prodeat.

Preclarus lumen liber elementorum. Euc idis per ipsi
cavissimi in arte Geometrie incipit quia felicissime:



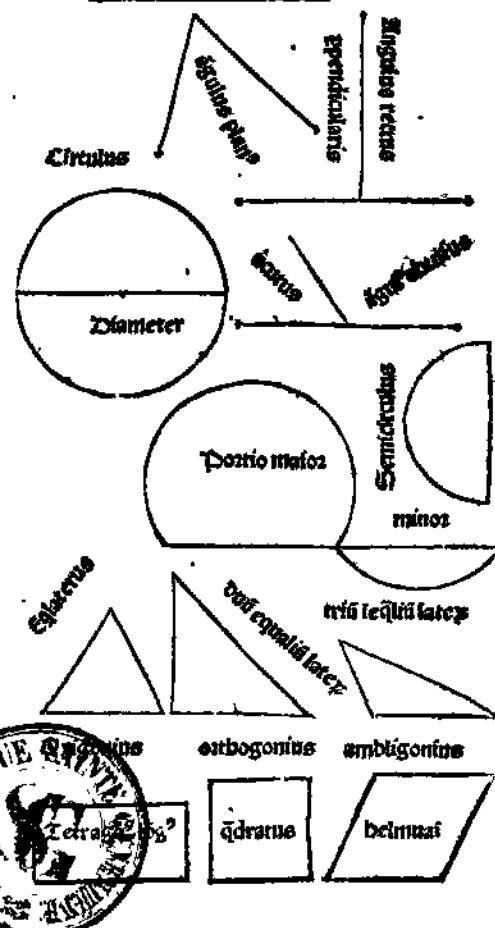
Unctus est cuius ps nō est. **L**inea est
lōgitudo sine latitudine cui⁹ quidē ex
tremitatis sī duo pūcta. **L**inea recta
ē ab vno pūcto ad aliū breuissima exte
sio i extremitates suas vtrūq; eoz recipiens. **S**urficies ē q̄ lōgitudinē ⁊ lati
tudinē tm̄ hz; cui⁹ termi quidē sūt linee. **S**urficies plana ē ab vna linea ad a
liā extēsio i extremitates suas recipies. **A**ngulus planus ē duarū linearū al
ternus ptractus: quaz expāsio ē sup sup
ficiē applicatioq; nō directa. **C**uando aut angulum p̄tinet dñe
linee recte rectiline⁹ angulus noiaſ. **C**ū recta linea sup rectā
steterit duoq; anguli retrobiq; fuerit egleſ: eoz vterq; rect⁹ erit. **C**lineaq; linee supstās ei cui supstar ppendicularis vocat. **A**n
gulus v̄o qui recto maior ē obtusus dicit. **A**ngul⁹ v̄o minor re
cto acut⁹ appellat. **T**ermin⁹ ē qd vniuersitatisq; hnis ē. **F**igura
ē q̄ timino v̄l terminis p̄tinet. **C**ircul⁹ ē figura plana vna qdem li
nea p̄tēta: q̄ circūferentia noiaſ: in cui⁹ medio pūct⁹ ē: a quo oēs
linee recte ad circūferētiā exēentes sibiūiceſ sūt equalēs. Et hic
quidē pūct⁹ cētrū circuli dī. **D**iameter circuli ē linea recta que
sup ei⁹ centrū trāiens extremitatisq; suas circūferētie applicans
circulū i duo media diuidit. **H**emicirculus ē figura plana dia
metro circuli ⁊ medietate circūferētie p̄tentia. **P**ortio circu
li ē figura plana recta linea ⁊ parte circūferētie p̄tēta: semicircu
lo quidē aut maior aut minor. **R**ectilinee figure sūt q̄ rectis li
neis cōtinenti quarū quedā trilaterē q̄ trib⁹ rectis lineis: quedā
quadrilaterē q̄ quatuor rectis lineis. quedā m̄tilaterē que pluribus
q̄z quatuor rectis lineis continent. **F**igurarū trilaterarū: alia
est triangulus hñs tria latera equalia. Alia triangulus duo hñs
equalia latera. Alia triangulus triū inequalium laterū. Itax iterū
alia est orthogonius: vnu s. rectum angulum habens. Alia ē am
bigonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est origo
um: in qua tres anguli sunt acuti. **F**igurarū autē quadrilaterarū:
Alia est qdratum quod est equilaterū atq; rectangulū. Alia
tetragon⁹ long⁹: q̄ est figura rectangula: sed equilatera non est.
Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.

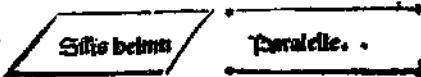
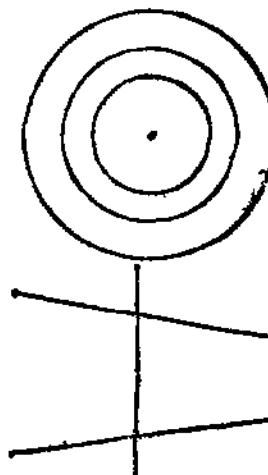
De principijs p se notis: ⁊ pmo de diffini
tionibus earundem.

¶ p̄tia p̄tia. **L**inea

punctus

surficies plana.



egone /
 Sillis belm
 Parallelle.



Cilia est similis helminym que opposita latera habet equalia atq; oppositos angulos egales: idem tamen nec rectis angulis nec equis lateribus continet: Preter has autem oes quadrilatero figure helminy tripe nominantur. **E**quidistantes linee sunt que in eadem superficie collocate atq; in alterutram partem, ptracte non conuenient, etiam si in infinitam protrahantur.

Positiones sunt quinqz: **C**um quolibet puncto in quemlibet punctum recta linea ducere atq; linea definita in continuo rectuq; quantumlibet protrahere. **C**um super centrum quodlibet quantumlibet occupando spacium circulum designare. **C**um omnes rectos angulos libunivacem esse egales: **C**um linea recta super duas lineas rectas ceciderit duoq; anguli ex una parte dudum rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eadem parte ptractas, pculdubio punctum ire. **C**um duas lineas rectas superficie nullam concludere.

Similares animi exceptiones sunt bee! **C**um que vni & eidem sunt equalia & sibi unicem sunt equalia: **C**um si equalib; equalia addantur tota quoq; fieri equalia. **C**um si ab equalib; equalia auferantur que relinquuntur erunt equalia. **C**um si ab inequalibus equalia demas q; relinquuntur erunt inequalia. **C**um fuerint due res vni egales ipse sibi unicem erunt egales. **C**um fuerint due res quae utraq; vni eiusdem fuerit dimidiu utraq; erit equalis alteri. **C**um aliqua res alicui superponatur applicetur ei nec excedat altera alteram: ille sibi unicem erunt egales. **C**umne totum est minus sua pte.

Sciendu est autem q; prius basi animi conceptioes: sive coes scias multas alias que numero sunt incomprehensibiles priusmissit Euclides: quartu hec est vna. **C**um due quantitates eae ad qualibet tertiam eiusdem generis coparentur simul erunt ambe illa tertia aut eque maiores: aut eque minores: aut simul egales. **C**um alia. Quanta est aliqua quantitas ad qualibet aliam eiusdem generis tantum esse qualibet tertiam ad aliquam quartam eiusdem generis in quantitatibus continuis: hoc universaliter verum est sive antecedentes maiores fuerint consequentibus sive minores. magnitudo enim decessit in infinitu. in numeris autem non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit qualibet tertius eque submultiplex alicuius quarti: quoniam numerus crescit in infinitu: sicut magnitudo in infinitum minuitur.

Dropositio prima.
Riangulum equilaterum supra datam lineam rectam collocare.
Cum data linea recta. a.b. volo super ipsam triangulum equilaterum constitutre super alteram eius extremitatem. f. in punto a. ponam pedem circini immobilem: & alterum pedem mobilem extendam usq; ad. b. & describam cum quantitatatem ipsius linee date per secundam petitionem circulum. c.b.d.f.

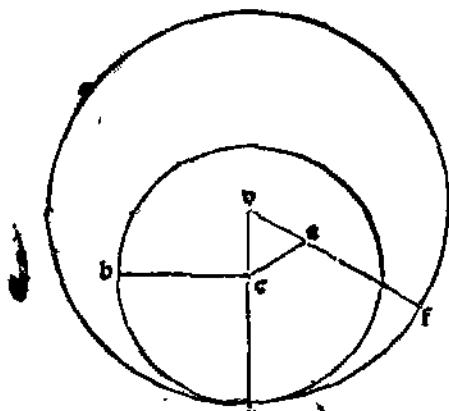
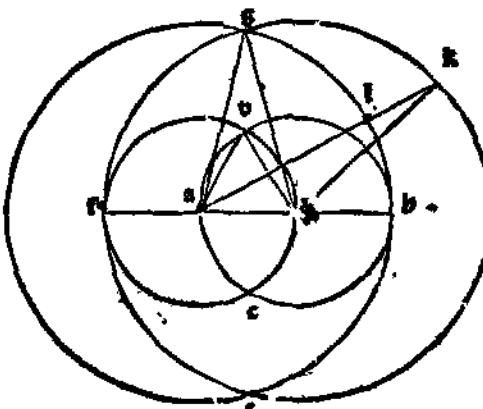


rursus alterā eius extremitatem. s. punctū b. faciam centrum: et per eandem petitionem & finē eiusdem quantitatē lineabo circulum c. a. d. b. qui circuli intersecabūt se in duobus punctis: que sint. c. d. & alteram duarū sectionum: sicut sectionem. d. continuabo cum ambabus extremitatibus date linee protractis lineis. d. a. d. b. per pāmā petitionem: quia ergo a punto a. qd est centrum circuiti. c. b. d. ptra/cte sunt linee a. d. & a. b. vñqz ad eius circūferentiam ipse erunt equales per diffini/ctionem circuiti. Similiter quoqz: quia a punto b. quod est centrum circuiti. c. a. d. protracte sunt lince b. a. & a. d. vñqz ad eius circūferentiam ipse erunt et equales: qa ergo vñraqz duarū linearū. a. d. b. d. equalis ē līne a. b. vt probatum est: ipse erunt equalcs inter se per primā cōceptionē: ergo super datam lineam collocauiimus tri/angulum equilaterū: quod est ppositum. **C**Si autē super eandē lineqz libeat col/locare reliquas duas trianguloz spēs. scz. triangulū duū eqūlū laterū & triangulū triū inequalū laterū. ptrahaī linea. a. b. i vñraqz ptem vñqz quo occurret circūfe/rentie amboꝝ circuloꝝ sup duo pñcta. s. z. b. & posito centro i pñcto. a. lineet circu/lus. e. b. g. finē quātitatē linee. a. b. Itaqz posito centro in pñcto. b. lineet circu/lus. e. f. g. finē quātitatē linee. b. f. id autē circuli intersecabūt se i duob⁹ pñctis q̄ sūt e. g. Coniungant̄ igit̄ extremitates date linee cū altera dictarū sectionū p duas lineas rectas q̄ sunt. a. g. b. g. & quia de linee a. b. & a. f. exēnt a centro circuiti. c. d. f. ad eius circūferentiam ipse erunt equales. Sitr quoqz. a. b. e. b. h. quia exēnt a centro cir/culi. c. a. d. b. vñqz ad ipsius circūferentiam ipse erunt equales: Quia ergo vñraqz duarū linearū lineaz. a. f. z. b. b. equalis est linee. a. b. ipse erunt inter se equales. ergo posito a. b. cōt erit. b. f. equalis. a. b. f. b. f. est equalis. b. g. quia abo exēnt a centro circu/lī. e. f. g. ad eius circūferentiam. Similic quoqz. a. b. est equalis. a. g. & vñraqz eam̄ est maior. a. b. eo q̄ vñraqz duarū linearū. b. f. z. a. b. maior est. a. b. quare sup datam lineam collocauiimus triangulū duoz equalū laterū: **T**riangulū etiā triū inequalū laterū sup eandē lineā collocabim⁹: si aliqd pñctū exīs in circūferentia alterutrius duoz maiorꝝ circuloꝝ qd nō sit in altera duarū sectionū: & cui nō ob/niest f. b. cū in vñrlibet ptem ptracta fuerit in cotinuū & directū: piunxerimus p duas lineas rectas cū ambab⁹ extremitatib⁹ date linee. **S**it. n. pñctus. k. signat⁹ i circūferentia circuiti. e. f. g. & nō sit i altera sectionū nec occurrat ei. f. b. cū ptracta reū in pñtinū: & directū vñqz ad eius circūferentiam. ptractam ergo lineas. a. k. z. b. k. & secabit linea. a. k. circūferentia circuiti. e. b. g. scct ergo in pñcto. l. eritqz. b. k. equalis. a. l. quia. b. k. est equalis. b. g. & a. l. equalis. a. g. quare. a. k. est maior. b. k. sed z. b. k. est maior. a. b. triangul⁹ ergo. a. b. k. est triū inequalū laterū: **S**it igi tur sup datam lineam omnes trianguloz species collocauiimus.

Proposito. 2

Dato puncto cuilibet linee recte, pposite eorum rectam lineam ducere.

Sit. a. punctus datus et b. c. linea data 'volo a punto. a. ducere lineam unam eucclie.
C^o Sit. a. punctus datus et b. c. in qua^m p^tem contingat : coniungam ergo punctum. a. cum altera extremitate linee. b. e. cum qua voluero. et coniunga ipsu. a. cu. extremitate. c. per lineam. a. c. super qua constitutam triangulū eq^a terū sūm doctrinā p^cedentis qui sit. a. c. d. et in illa extremitate linee date cum qua coniunxi punctū datū. s. in extremitate. c. ponā pedē circini imobile et describā su per ipsum circuitū fin quantitatē ipsius date linee q^{uod} sit circuī'. e. b. et latus trianguli



equilateri q̄o opponit pūcto vato. f. latus. d. c. p̄trabam p̄ centrum circuli descripsi
vñq; ad ei⁹ circūferētiā: et sit tota linea sic p̄tracta. d. c. e. fm cui⁹ quātitatē linea/
bo circulū posito centro in. d. qui sit circulus. e. f. et postea p̄trabā latus. d. a. vñq;
ad circūferētiā b⁹ vñtū circuli et occurrat circūferēte ipsius in pūcto. f. dico igit̄
q. a. f. est equalis. b. c. nam. b. c. z. c. e. sunt equalis: quia exēt a centro circuli. c. b
ad eius circūferētiā. Sitr quoq; d. f. z. d. c. sunt equalis q̄r exēt a centro circuli
e. f. ad circūferētiā. sed. d. a. z. d. c. sunt equalis q̄r sunt latera trianguli equilateri
ergo si. d. a. z. d. c. venant. d. c. z. d. f. que sunt equalis: erūt residua que sunt. a. f. z
c. e. equalia q̄r vñraq; duarū linearū. a. f. z. c. b. ē equalis. c. e. ipse sunt equalis int̄
se: square a pūcto. a. p̄traximus lineam. a. f. equalē. b. c. quod ē p̄positum.

Propositio .3.

Propositis dnabus lineis inequalibus de longiori earum
breviori equalē abscindere.

Sint due linee. a. b. z. c. d. et sit. a. b. minor volo ex. c. d. abscindere
vnā que sit eq̄lis. a. b. vñco p̄me a pūcto. c. vnā linea equalē. a. b. b⁹
qđ docuit p̄cedens: que sit. c. e. posito ergo centro in pūcto. c. descri/
bam circulū fm quantitatē. c. e. q̄ sebat linea. c. d. Sitr ergo vt secer. cā i pūcto. f.
eritq; linea. c. f. equalis linea. c. e. quia ambo exēt a centro eiusdem circuli ad cir/
cumferētiā: et q̄r vñraq; duarū linearū. a. b. z. f. c. est equalis. c. e. ipse sunt int̄ se equa/
les: quod est p̄positum.

Propositio .4.

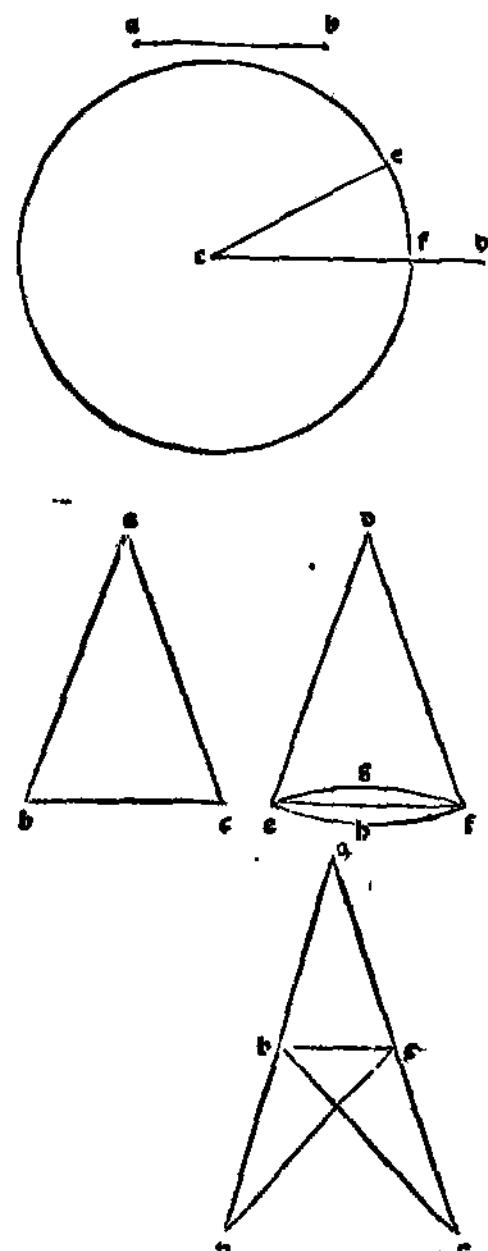
Mniū duox trianguloꝝ quoꝝ duo latera vñius duobus
laterib⁹ alterius equalia fuerint: duoq; anguli eoꝝ illis
equilateribus contenti equalis fuerint alter alteri: latera
quoꝝ illoꝝ reliqua seſe respicientia equalia: reliqui vero
anguli vniꝝ reliq; angulis alterius equalis erūt: ac totus
triangul⁹ roti triangulo equalis:

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq; latus. a. b. equale lateri. d. e. et lat⁹. a. c. eq̄
le lateri. d. f. et angul⁹. a. equalis angulo. d. tūc dico q̄ basis. b. c. ē equalis basi. e. f
et angulus. b. equalis angulo. e. Itē angul⁹. c. equalis angulo. f. qđ p̄baꝫ: supponas
triangulū. a. b. c. triangulo. d. e. f. ita q̄ angulus. a. cedat sup angulū. d. et lat⁹. a. b.
sup latus. d. e. et latus. a. c. sup latus. d. f. et p̄z per penultimā p̄ceptionē q̄ nec an/
guli nec latera seſe excedent eo q̄ angulus. a. est equalis angulo. d. et latera suppo/
sita bis quibus supponunt p̄ hypothesym. punctis ergo. b. c. cadent sup pūcta. e. f.
si ergo linea. b. c. cadit sup linea. e. f. p̄z p̄positum: quia cum linea. b. c. superposi/
ta linea. e. f. non excedat eā nec excedat ab ea ē ei equalis p̄ p̄uerſionē penultime
conceptiōis: cadem rōne erit angul⁹. b. equalis angulo. e: et angulus. c. eq̄lis angu/
lo. f. si autem linea. b. c. non cadit super lineam. e. f. sed cadit int̄ triangulum si/
cut linea. e. g. f. aut extra sicut linea. e. b. f. tunc one linee recte concludit superficie
quod est contra vñtimā petitionē.

Propositio .5.

Mnes trianguli duis eq̄liū laterū angulos qui supra ba/
sim sunt equalis esse necesse est: q̄ si eius duo equalia la/
tera directe p̄trabant fieri quoq; sub basi duo anguli
inūicem equalis.

Sit triangulus. a. b. c. m̄is latus. a. b. sit equale lateri. a. c. dico q̄
angulus. a. b. c. ē equalis angulo. a. c. b. q̄ si p̄trabant. a. b. z. a. c. vñq; ad. d. z. c.



fiet angulus. d. b. c. equalis angulo. e. c. b. quod sic probatur: protractis. a. b. e. a. c. ponam per tertiam lineam. a. d. equalem linee. a. c. et protraham lineas. c. b. d. c. et intelligam duos triangulos. a. b. e. et. a. c. d. quos probabo esse equales et equilateros et equiangularios. Sunt. n. duo latera. a. b. et. a. e. trianguli. a. b. e. equalia duobus lateribus. a. c. et. a. d. trianguli. a. c. d. et angulus. a. e. cōis utriq; ergo per p̄missā basis. b. c. est equalis basi. c. d. et angulus. e. est equalis angulo. d. et angulus. a. b. e. equalis angulo. a. c. d. Item intelligo duos triangulos. d. b. c. et. e. c. b. quos similiter probabo esse equalateros et equiangularios. nam duo latera. d. b. et. d. c. trianguli b. d. c. sunt equalia duobus lateribus. e. c. et. e. b. trianguli. e. b. c. et angulus. d. est equalis angulo. e. ergo per p̄missam: basis basi: et reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus. d. b. c. est equalis angulo. e. c. b. et hoc est sc̄m p̄positū. s. q̄ anguli sub basi equalis sunt: et angulus. b. c. d. est equalis angulo. e. b. c. sed totus. a. b. e. est equalis. a. c. d. ut probatum fuit supra. ergo angulus. a. b. c. residuus est equalis angulo. a. c. b. residuo quoꝝ vterq; est super basim: quod p̄mū p̄positum

Propositio .6.

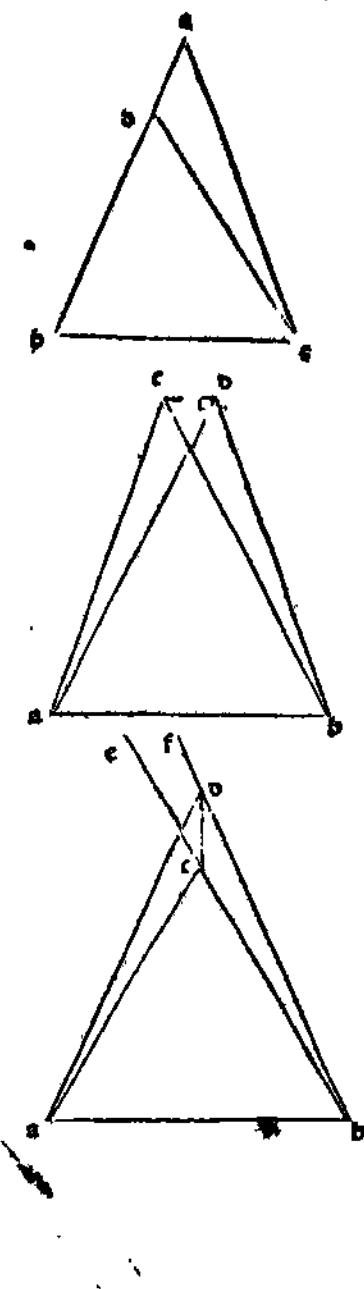
Si duo anguli alicuius trianguli equalis fuerint duocula tera angulos illos respicientia equalia erunt.

Chec ē conuersa p̄missa quantum ad p̄mā eius ptem. Sit enim triangulus. a. b. c. cuius duo anguli. b. et. c. sunt equales bico q̄ lat⁹. a. b. c. est equalis lateri. a. c. Si enī non sunt equales erit alterū alio maius. sitq; a. b. maius quod resecetur ad equalitatem. a. c. per tertiam p̄positionem vt superfluum sit a parte. a. et resecetur in puncto. d. sitq; b. d. equalis. a. c. et ducat linea. d. c. Intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. et. d. b. c. quos probabo esse equalateros et equiangularios. sunt enim duo latera. d. b. et. b. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. et. b. c. trianguli. a. b. c. et angulus. b. equalis angulo. c. totali p̄ hypothēsim ergo basis. d. c. est equalis basi. b. a. et angulus. d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars vꝫ toti quod est impossibile.

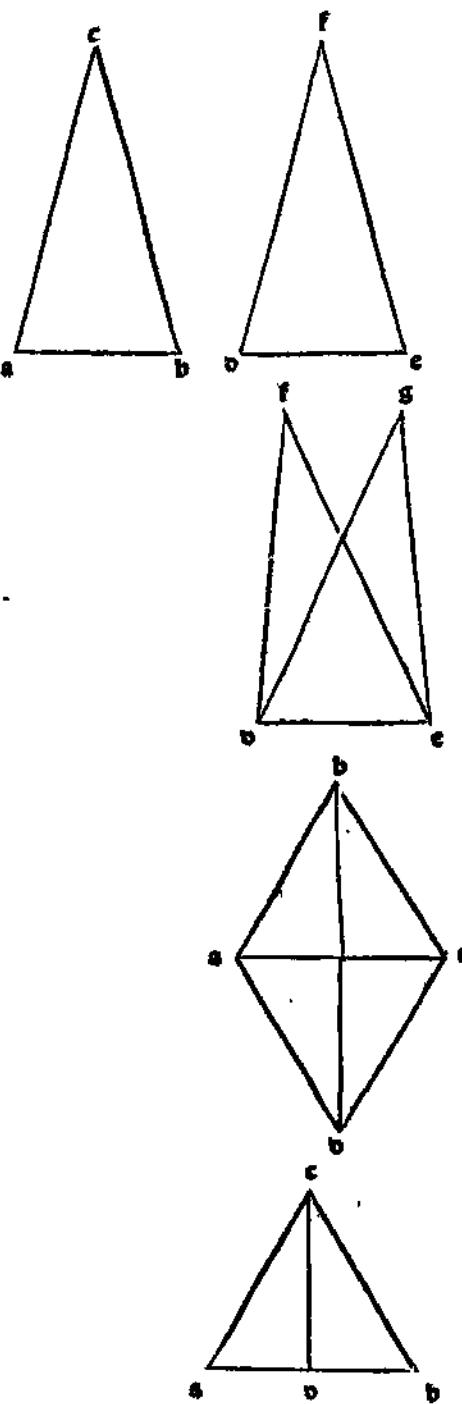
Propositio .7.

Si a duobus punctis aliquam lineā terminantibus dueline ad punctū vñum concurrentes exierint ab eisdē punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales q̄ ad aliū p̄currat in eandē ptem duci est impossibile.

Cit linea a. b. a cuius extremitatibus protrahant due lince in ptem vnam que concurrant in eodem punto vt sint. a. c. et. b. c. que concurrant in punto. c. dico q̄ in eandē partē non protrahentur alie due ab eisdē extremitatibus que concurrant ad altud pñctum: ita q̄ illa que egredietur a pñcto. a. sit equalis linee. a. c. et que egredietur a pñcto. b. sit equalis linee. b. c. Quod si fuerit possibile protrahentur alie due lince in eandē partē que concurrant in pñcto. d. et sit linea. a. d. equalis linea. a. c. et linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus d. cadet intra triangulum aut extra: nam in altero laterum. a. c. et. b. c. non cadet quia tunc pars est equalis suo toti. Si autem cadet extra aut altera linearum. a. d. et. b. d. secabit alteram linearum. a. c. et. b. c. aut neutra neutrā: et secet p̄mū altera alteram et protrahatur linea. c. d. quia ergo trianguli. a. c. d. duo latera. a. c. et. a. d. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per. 5. Similiter q̄a in triangulo. b. c. d. duo latera. b. c. et. b. d. sunt equalia erint anguli. b. c. d. et. b. d. c.



Similiter equales per eandem: et quia angulus.b.d.c.est maior angulo.a.d.c.sequitur angulum.b.c.d.esse maiorem angulo.a.c.d.partem.s.toto quod est ipos/fabile: Si autem.d.cadit extra triangulum.a.b.c.ita qd linee non se secant p lineam.d.c.z producam.b.d.z.b.c.sub basi vñqz ad.f.z ad.e. et quia linee a.d.z.a.c.sunt equales: erunt anguli.a.c.d.z.d.c.equales p.5.Similis quia.b.c.z.b.d.sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt.c.d.f.z.d.c.c.equales p scdaz partem eiusdem: quia ergo angulus.e.c.d.minor est angulo.a.c.d.sequitur angulum.f.d.c.esse minorem angulo.a.d.c.quod est impossibile: et eodem modo deducetur aduersariis ad inconveniens: si.d.procurs cedat intra triangulum.a.b.c. et.



Propositio .8.

Duorum duorum triangulorum quorum duo latera uniusduobus lateribus alterius fuerint equalia: basi vñius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contenitos: equales esse necesse est.

CSint duo trianguli.a.b.c. d.e.f. sitqz.a.c.equals.d.f.z.b.e.equals.e.f.z.a.b.equals.d.e.dico qd angulus.c.est equals angulo.f.z angulus.g.angulo.d.z angulus.b.angulo.e.superponam basim.a.b.basi.d.e.que cum sint equals neutra excedet altera per penultimam conceptionem: aut ergo punctus.c.cadet super punctum.f.aut non. Si sic: tunc quia angulus.c.superpositus erit angulo.f.z neuter eoz excedit alterum: ipsi sunt equals per conversionem conceptionis pdicte: Similiter argue reliquos angulos esse equals: Si autem punctus.c. non cadet super.f. sed super quemlibet alium qui sit punctus.g. quia.e.g. est equals.b.c. immo eadem: itemqz.d.g.equals.a.c.erit.e.g.equals.e.f.z.d.g.equals.d.f. quod est impossibile per precedentem.

Propositio .9.

Atum angulum per equalia secare.

CSit datus angulus quem oportet dividere: angulus.a.b.c.lincas ipsum continentis que sunt.a.b.z.b.c.ponam equals per tertiam z producam lineam.a.c.super quam constituam triangulum equilaterum.a.d.c.z p lineam.b.d.dico qd ipsa dividit datum angulum per equalia: Intelligo duos triangulos.a.b.d.z.c.b.d.z quia duo latera a.b.z.b.d.trianguli.a.b.d.sunt equals duobus lateribus.c.b.z.b.d.trianguli.c.b.d.z basis.a.d.basis.c.d.ergo per precedentem angulus.a.b.d.est equals angulo.c.b.d. quod est propositum facere.

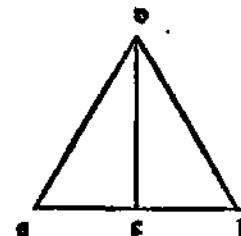
Propositio .10.

Proposita recta linea eam per equalia dividere.

CSit proposita linea quā oportet dividere p equalia.linea a.b.sup ipsa constituta triangulum equilaterū.a.b.c.z angulus.c.divido p equalia hī doctrinaz precedentis per lineam.c.d.dico qd linea.c.d.dividit datā lineam.a.b.p equalia: Intelligo.n.duos triangulos.a.c.d.z.b.c.d.z arguo sic: duo latera.a.c.z.c.d.trianguli.a.c.d.sunt equals duobus lateribus b.c.z.c.d.trianguli.b.c.d.z angulus.c.vnius angulo.c.alterius ergo per quartam basis.a.d.b.si.d.b.quod est propositum.

Data linea recta a puncto in ea signato perpendiculariter extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis utriusque subnixam.

Cum sit data linea a.b. in qua sit datum punctus c. a quo ex perpendiculariter extrahere facias quod est tertia linea b.c. equaliter lineae a.c. et super tota a.b. contineat triangulum equilaterum a.b.c. et præhabo lineam c.d. de qua dico quod ipsa est perpendicularis super lineam a.b. Intelligo duos triangulos a.c.d. et b.c.d. et quod duo latera a.c. et c.d. trianguli a.c.d. sunt equalia duobus lateribus c.b. et c.d. trianguli c.b. d. et basis a.d. basi b.d. erit per se angulus a.c.d. equalis angulo b.c.d. quod utique eorum erit rectus per diffinitiorem anguli recti et lineae c.b. perpendicularis super lineam a.b. per diffinitiorem linee perpendicularis: quod est propositum.



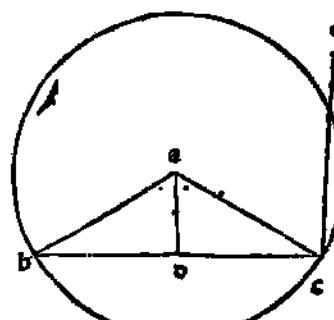
Propositio 12. Inuncto extra signato ad datam lineam indefinite quantitas perpendiculararem deducere.

Autem si punctus signatur extra lineam b.c. a quo ad ipsam ex deducatur perpendiculariter: præhabatur ergo linea b.c. in utramque parte quamlibet libucrit et super punctum a. describatur circulum b.c. sic ut seceret lineam datam in punctis b.c. et præhabatur linea a.b. et a.c. et dividatur angulus b.a.c. per equalia per lineam a.d. per g. dico quod a.d. est perpendicularis super lineam b.c. Intelligo duos triangulos a.b.d. et a.c.d. et quia duo latera a.b. et a.d. trianguli a.b.d. sunt equalia duobus lateribus a.c. et a.d. trianguli a.c.d. et angulus a.vni equalis angulo a.alteri erit per se basis b.d. equalis basi d.c. et angulus a.d. equalis angulo a.c. quod utique ex recte linea a.d. perpendicularis super lineam b.c. per diffinitiorem anguli recti et linee perpendicularis: quod est propositum.

Propositio 13.

Onus recte linee super rectam lineam stantis duo utrōque anguli aut sunt recti aut duobus rectis egales.

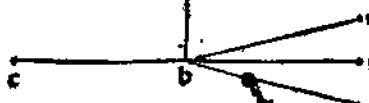
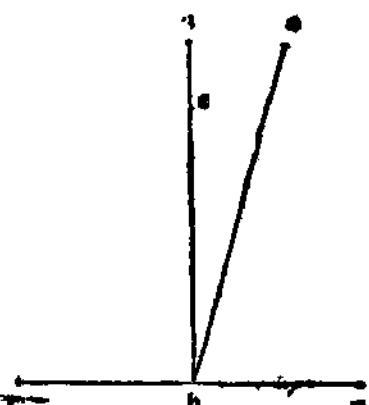
Sit ut linea a.b. super sit linea c.d. quod est super eam perpendicularis faciet duos angulos rectos per intersectionem diffinitiorem. Si autem non fuerit super eam perpendicularis a puncto b. duca b.e. perpendicularis super c.d. per unde dividatur: eruntque duo anguli e.b.c. et c.b.d. recti per intersectionem diffinitiorem: quod ergo duo anguli d.b.a. et a.b.c. adequantur angulo d.b.e. ipse cum angulo c.b.e. erunt equalis duobus rectis: quod utique tres anguli qui sunt d.b.a. a.b.e. et c.b.e. sunt equalis duobus rectis: sed etiam angulus c.b.e. et e.b.a. est duo anguli c.b.a. et a.b.d. sunt equalis duobus rectis: quod est propositum: Ex quo per se totum spaciū quod in quatuor superficie planā punctū quilibet circumstat quatuor rectis agulis esse equalē.

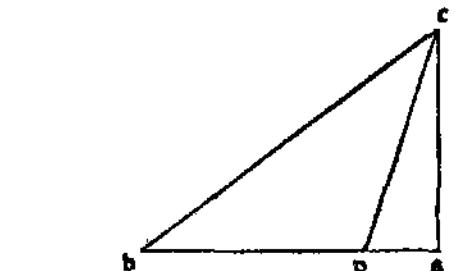
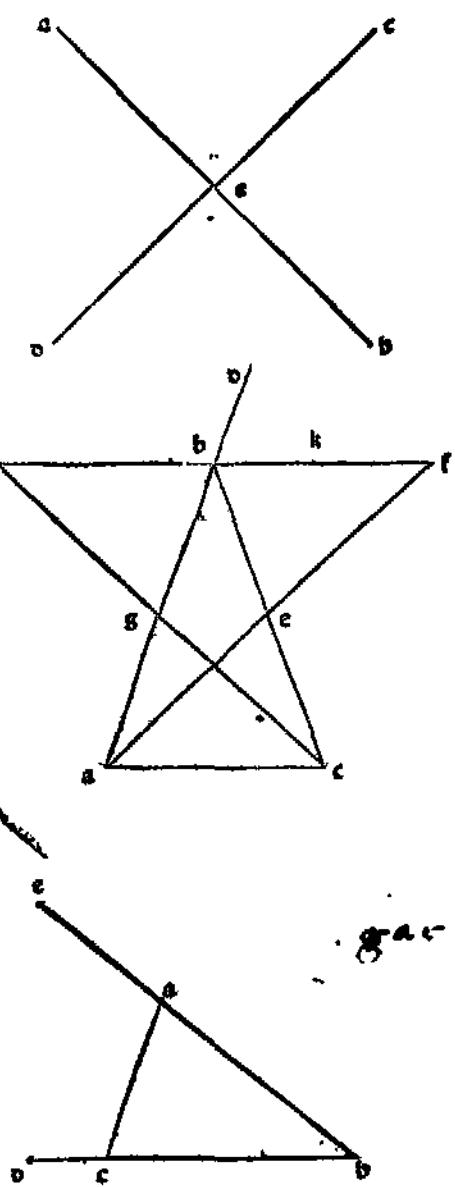


Propositio 14.

Si due linee a puncto vni linea in diversas partes exierint duasque circa se angulos rectos aut duobus rectis egales ferent: illae due linee sibi directe coniuncte sunt et linea una.

Sit ut a puncto b. linea a.b. exeat due linee in oppositas partes que sunt b.c. et b.d. et faciat duos angulos qui sunt c.b.a. et d.b.a. equalis duobus rectis: tunc dico quod due lineae c.b. et d.b. sunt sibi inter se directe coniuncte et linea una: et hec est quod si quiesceret linea una tunc præhabatur c.b. in continuo et directum quod non est linea una quia d.b. transibit super eam ut b.c. aut infra eam ut b.f. quod est super lineam rectam qui est c.b.e. cadit linea a.b. erunt anguli c.b.a. et e.b.a. equalis duobus rectis per procedentem: et quod oportet recti sunt ad inter se equalis per se. petitorem anguli quoque c.b.a. et d.b.a. sunt equalis duobus angulis c.b.a. et d.b.a. est de profundo coi angulo c.b.a. erit angulus e.b.a. equalis angulo





d.b.a. per totū: quod ē impossibile: sī līneā c.b. p̄tractā p̄babis angulū d.b.a. esse cōtēm angulo. f. b.a. si forte dicaret aduersari⁹ līneā c.b. p̄tractā cadere iſtra.b.d.

Propositio 15.

Dicitur dux linearum se inicē secātiū: oēs anguli cōtra se positi sūt e q̄les: vnde manifestū est q̄ cū due linee recte le inicē secāt q̄tuoz q̄ sūt àngulos q̄tuoz rectil eē e q̄les.

Sunt due lincee. a.b.z.c.d. le lince leccates i pucto. c.dico q̄ angul
d.e.b.est c̄q̄lis angulo. a.e.c. et angulus. b.e.c. ē c̄q̄lis angulo. a.e.d.
Erūt. n.p.iz. duo anguli. a.e.c. z.c.e.b. eq̄les duob⁹ rectis: itēq̄ duo anguli. c.e.b.
e.d.e.b. eq̄les duobus rectis p eandē: q̄re duo p̄mi s̄t eq̄les duob⁹ postremis eo q̄
oēs recti s̄t ad inuitē equales p .4. petitionē: dempto ergo cōi angulo q̄ ē c.b.
crit angulus. a.e.c. eq̄lis angulo. d.e.b. Eodē mō pbab̄ anguluz. c.e.b. cē eq̄les
angulo. a.e.d. q̄d ē ppositū. Propositio 16

I quodlibet laterū trianguli directe p̄trabat faciet angulum extrinsecum v̄t rōq; angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

CSit ut trianguli. a. b. c. latus. a. b. p. trahat vsq; ad. d. dico q; angu-
lvs. d. b. c. maior e; vtroq; duoꝝ anguloꝝ itrinsecoꝝ subi opposito/
nu q; sūt. b. a. c. z. b. c. a. dividā. n. p. io. linea. c. b. p. eq̄lia in pūcto. e. z. p. trahā. a. e.
vsq; ad. f. ita vt. c. f. fiat eq̄lis. a. e. z. p. trahā linea. f. b. intelligo duos triangulos
c. e. a. z. b. c. f. z q; duo latra. a. e. z. e. c. trianguli. a. e. c. sūt eq̄lia duobus laterib;
f. e. z. e. b. trianguli. f. e. b. z angulus. e. vnius e; eq̄lis angulo. e. alteri⁹ p. pmissa q; a
sūt anguli p̄positi: erit p. 4. angul⁹. e. c. a. eq̄lis angulo. e. b. f. z tō angulus. e. b. d.
maior erit angulo. b. c. a. Siſt quoq; p̄babitur q; est maior angulo. c. a. b. naꝝ diui-
dam. a. b. p. eq̄lia in pūcto. g. p. io. z p. trahaz linea. g. b. equalē linee. c. g. p. 3. po-
stea p. trahā. b. b. k. et ūtoꝝ duoꝝ trianguloꝝ q; sūt. a. g. c. z. b. g. b. duo latera. a. g. z
g. c. p̄mi eq̄lia duob; laterib⁹. b. g. z. b. b. sc̄di: z angulus. g. vni⁹ angulo. g. alteri⁹ p
is. ergo p. 4. angulus. g. c. a. est eq̄lis angulo. g. b. b. q̄re p. iſ. z angulo. k. b. d. z q; t
angulus. c. b. d. é maior angulo. k. b. d. erit etiā maior angulo. b. a. c. q; é p̄positū.

Propositiō .17.

Dicitur triaguli duo q̄libet agulū duob⁹ rectis sūt m̄iores.

Sit triangulus. a. b. c. dico q̄ duo q̄libet ei^r anguli duob⁹ rectis sūt
minores: p̄trabat. n. vñ latus eius vt. b. c. vsq; ad. d. eritq; p̄ p̄c/
dente angulus. e. extrinsecus maior. a. et maior. b. f. c. extrinsec⁹ cum
c. intrinseco ē eq̄līs duobus rectis p̄. f. g. anguli. b. et. c. intrinseci sive
anguli. a. et. c. intrinseci sūt minores duobus rectis: sūt si. p̄trabat latus. b. a. p̄ba
bit q̄ duo anguli. a. et. b. sp̄nt minores duobus rectis: quod ē p̄positū.

Propositio .is.
Dinis trianguli lōgius lat⁹ maiorī angulo oppositū est.
C Sit vt̄ i fāngulo. a.b.c.āgul⁹. a. sit maiorāgulo.c. dico q̄ lat⁹ c.b.
 maior erit latere. a.b. Sī. n. sit eq̄le crit p. s. āgul⁹a. eq̄l angulo.c. qđ
 ē 3 ypothesym: si aut. a.b. sit mai⁹re seceſ ad eq̄litatē. c.b. p. z. sitqz. d
 b. eq̄le. c.b. erit ḡp. s. āgul⁹d. c.b. eq̄l anglo. b. d. c. s. b. d. e. ē maior
 agulo. b. a. c. p. is. ḡ. b. c. d. ē maior. b. a. c. q̄re mīto forti⁹ maior. a. c. b. p. tōto: qđ
 ē impossibile.

Propositiō .i⁹.

Maior angulus est in longiori oppositâ latero

Propositio .19. *Omnis trianguli maioris angulo longius latus oppositum est.*
 Sit ut in triangulo. a. b. c. latus. b. c. sit maius latere. a. b. dico quod angulus. a. erit maior angulo. c. et est contra predictis: si. n. sit eiusdem tunc p. 6. latus. a. b. est equaliter latere. b. c. quod est per hypothesim: Si est. c. sit maior tunc p. predicto latere. a. b. est maius latere. b. c. quod est per hypothesim quae astrictum ppositum.

Propositio .20.

Propositio .20. *Omnis trianguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.*

Propositio .21. *Sit triangulo. a. b. c. dico quod duo latera. a. b. et. a. c. sunt longiora latere b. c. prout linea. b. a. visus ad. d. ita ut a. d. sit equalis. a. c. et prout linea c. d. p. 5. crit angulus. a. c. d. equalis angulo. d. quod est angulus. b. c. d. est maior angulo. d. ergo p. 18. latus. b. d. est maius latere. b. c. scilicet. b. d. est equalis. a. b. et a. c. quod est b. a. et a. c. si. iuncta sunt maiora. b. c.*

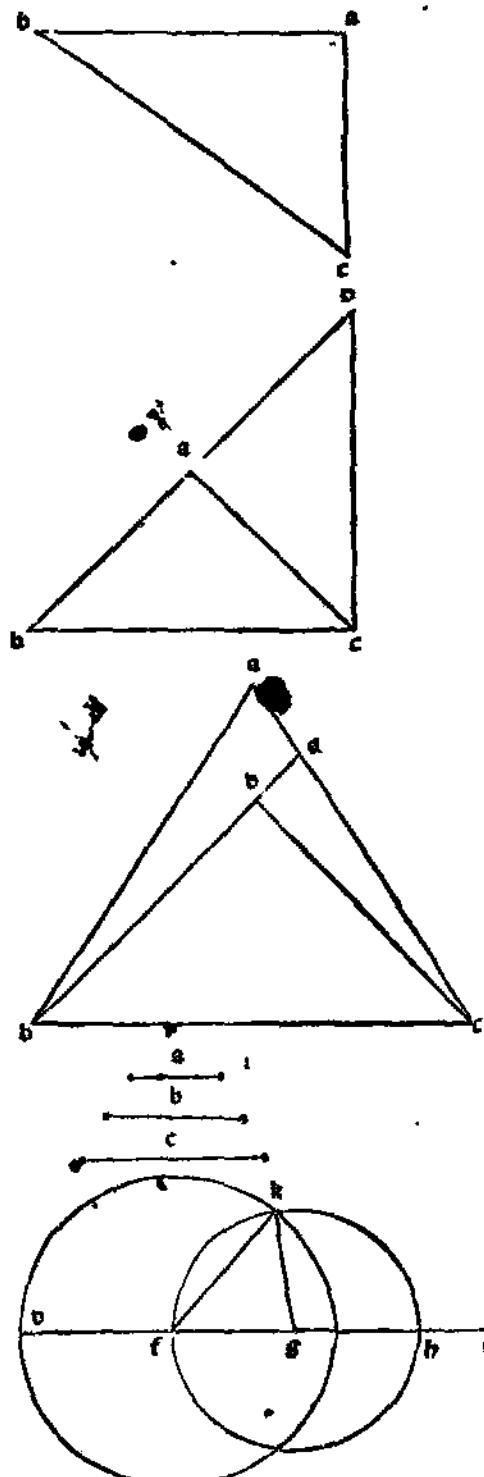
Propositio .21. *Si de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli due linee exirent intra triangulum ipsum ad punctum unum conuenient eadem duabus quidem reliquis trianguli lineis breviores erunt et maior est angulum continebunt.*

Propositio .22. *Sit ut in triangulo. a. b. c. ab extremitatibus lateris. b. c. concurrent due linee. b. d. et. c. d. ad punctum. d. intra triangulum. a. b. c. dico quod ipse simul iuncte sunt breviores duabus lineis. a. b. et. a. c. si. iunctis et quod angulus. d. est maior angulo. a. prout linea. b. d. visus quo secet latus. a. c. in punto. e. critusque per. 20. b. a. et. a. c. simul sunt maiores. b. e. ergo. b. a. et. a. c. sunt maiores. b. e. et. e. c. At vero. d. e. et. e. c. simili iuncte per candem sunt maiores. d. c. quod est. b. e. et. e. c. sunt maiores. b. d. et. d. c. et. e. c. b. a. et. a. c. sunt maiores. b. c. et. e. c. Et probatum est prius erat multo fortius maiores. b. d. et. d. c. quod est per hypothesim: At quoniam angulus. b. d. c. est maior angulo. d. e. c. p. 16. et angulus. d. e. c. est maior angulo. e. a. b. per candem crit angulus. b. d. c. multo fortius maior angulo. b. a. c. quod est secundum ppositum.*

Propositio .22.

Propositio .23. *Si tres lineae recte pposite. a. b. c. et sunt quelibet due sic iuncte longiores reliquo. aliter. n. ex illis tribus predictis volo constitutere triangulum: sumo lineam rectam que sit. d. e. cui non ponam a parte. e. determinatum finem: d. quod sumo p. 3. d. f. equalis. a. et. g. equalis. b. et. g. b. et. g. c. scilicet puncto. f. centro describo semicircumferentiam lineae. f. d. circulii. d. k. itaque facta. g. centro describo semicircumferentiam lineae. g. h. k. b. quod est circulus itersecabunt se in duobus punctis quorum unum sit. k. alioquin sequeretur una dicta linea non esse equalis alijs duobus iunctis aut maiores eis: quod est probatum ponit: dico ergo linea. k. f. et. k. g. critus triangulus. k. f. g. constitutus ex tribus lineis equalibus lineis a. b. c. datis: sunt enim. f. d. et. f. k. equalis quoniam sunt a centro ad circumferentiam quare f. k. est equalis. a. Similiter. g. b. et. g. k. sunt equalis: quia excent a centro ad circumferentiam: quare. g. k. est equalis c. et quia. g. f. sumpta fuit equalis. b. propositum manifeste.*

Propositio .23.



Ata recta linea sup terminū eius cuiuslibet angulo pposito equum angulum designare.



Sit data linea. f.e. que ē in superiori figura: et sint linee. b.a. pertinentes agulū datū cui subtendā basim. c. sup pūctū. f. linee. c. f. iubet facere eqlē angulū angulo dato ad lineā. c.f. adiūgo. f.d. cōlem linee. a. et ex f.e. sumo. f.g. eqlē. b. et ex. g.c. sumo. g.b. eqlē. c. et sup puncta. f. et. g. describo duos circulos. d.k. et. k.b. sūm quantitatē dñarū linearū. f.d. et. g.b. et in seccates se in pūcto. k. sicut docuit pcedēs: ductisq; lineis. k.f. et. k.g. erūt eqlia duo latera. k. f. et. g. trianguli. k.f.g. duobus laterib;. a. et. b. trianguli. a.b.c. et basis. g.k. eqlis basi. c. ergo p.s. angul. k.f.g. eqlē erit angulo pfecto. ab.a. et. b. qd ē ppositum.

Propositio 24.



Quoniam duox trianguloz quoz duo latera vni?duob? laterib? alteri? fuerint eqlia: si fuerit anguloz sub illis eqs laterib? pfectoꝝ alter altero maior basis quoq; euclidē basi alterius maior erit.

Sint duo triaguli. a.b.c. et. d.e.f. sintq; tuo latera. a. et. a.c. eq/ lia duob? laterib? d.e. et. d.f. et vnuquodq; suo correlative dextrū. f. dextro: sinistrū q; sinistro: sitq; angulus. a. maior angulo d. dato: dico q; basis. b.c. maior erit basi. e.f. facia. n. iuxta doctrinā pcedentis. e.d.g. eqlē angulo. a. eritq; agulus. e.d.f. p.s. et ponā. d.g. eqlē. a.c. et. ptribā. e.g. q; aut trāsibit sup. e.f. vt secet linea. d.f. aut sup. e.f. vt sit secū linea vna: aut infra. Transeat ergo pmo sup: et qr. a.b. et. a.c. latera triaguli. a.b.c. sūt eqlia. e.d. et. d.g. latreib? trianguli. e.d.g. et. angul. a. angulo. d. totali: erit p.s. basis. b.c. eqlis basi. e.g. At vo qr. d.g. et. d.f. sūt eqles: nem vtraq; ē eqlis. a.c. erit p.s. angul. d.f.g. eqlis angulo. d.g.f. qre d.f.g. maior erit f.g.e.g.e.f.g. mltō fortior maior ē codē. f.g.e.g.p. is. lat. e.g. mai. ē latere. e.f. qre e.b.c. maior ē. e.f. qd ē ppositū. Sivo. e.g. trāsseat sup. e.f. et sit secū linea vna tūc e.f. erit p.s. e.g. p. vltimā g. acceptōem p. ppositū. Si vo. e.g. trāsseat ifra. e.f. ptribant due linee. d.f. et. d.g. q; sūt eqles vt pbatiū ē vlsq; ad. k. et ad. h. si tq; p. scdōs pte. qntē sub basi. f.g. anguli. k.f.g. et. f.g.b. eqles: qre angul. e.f.g. maior erit angulo. f.g.e. ergo p. is. lat. e.g. mai. ē latere. e.f. qre. b.c. maior ē. e.f. qd ē ppositū. Istud vltimū mēbrū possit ē pbari p. 21. p. ipsā. n. erunt i dispositōe tria dñe linee. d.g. et. e.g. maiores duabus lineis. d.f. et. f.e. et qr. d.g. ē eqlis. d.f. ppf hoc q; ambe sūt eqles. a.c. erit. g.e. maior. e.f. qre. e.b.c. maior: qd ē ppositū: mēbrū est demonstrare priori mō vt in omni dispositōe arguat per quintam.

Propositio 25.



Quoniam duox trianguloz quoz duo latera vni?duob? laterib? alteri? fuerint eqlia: basis vo vni? basi alteri? fuerit maior: erit quoq; angul? trianguli maioris illis eqs laterib? contentus angulo alterius se respiciente maior.

Sint duo triaguli. a.b.c. d.e.f. sintq; duo lata. a.b. et. a.c. pmt eqlia duob? laterib? d.e. et. d.f. scdōi vnuquodq; suo correlative: sitq; basis. b.c. maior. e.f. dico q; agul. a. maior erit angulo. d. hec ē puersa pcedēris: Eqlis qdē non erit. sic. n. esset p. 4. basis. b.c. eqlis basi. e.f. qd ē p. ipotesym: sed nec minor qnla sic esset. d. maior: et ita p. pcedēte basis. e.f. erit maior basi. b.c. qd ē p. riu. ppositiō qre maior erit sitq; ppositū astrut. **Propo**. 26.



Minim duorum triangulorum quorum duo anguli unius duobus angulis alterius et utrumque se respicienti equalis fuerint latus quoque unius lateri alterius equale: fueritque latus illud inter duos angulos equalis aut unius eorum oppositum: erit quoque unius unius reliquaque latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus uniusquaque se respicienti equalia: angulisque reliquis unius angulo reliquo alterius equalis.

Contra. Sunt duo trianguli. a.b.c. d.e.f. sitque angulus b. equalis angulo e. sitque latus b. c. equaliter lateri e. f. aut alterum duorum laterum a. b. et a. c. equaliter alterius duorum laterum d. e. et d. f. ita quod a. b. sit equaliter d. e. aut a. c. d. f. dico quod rem liqua duo latera unius erit equaliter reliquo duobus alterius et reliquo unius angulo reliquo angulo equalis: angulus v. a. angulus d. ponatur ergo primo ut lat. b. c. super quod iacent anguli b. c. sit equaliter lateri e. f. super quod iacent anguli c. f. qui positi sunt equaliter angulis b. c. totum dico quod latus a. b. est equaliter lateri d. e. et latus a. c. lateri d. f. et angulus a. angulo d. Si non latus a. b. non sit equaliter lateri d. e. alterum erit maius: sit ergo maius d. e. quod resecabo ad equalitatem a. b. sitque g. e. equalis angulo a. c. b. que et angulo d. f. e. per ipsum totum quod est impossibile: erit ergo d. e. equaliter a. b. ergo per 4. d. f. equaliter a. c. et angulus d. c. equalis angulo a. qd est primus membrum divisionis ppositae: Sunt rursus ut prius duo anguli b. et c. equalis duo bus angulis e. et f. sitque latus a. b. quod opponitur angulo c. equaliter lateri d. c. quod opponitur angulo f. cuius positus est equalis angulus c. dico quod latus b. c. erit equaliter lateri e. f. et latus a. c. lateri d. f. et angulus a. angulo d. Si non latus c. f. non fuerit equaliter lateri b. c. erit alterum maius: sit ergo c. f. maius: ponatur intra e. g. equaliter b. c. et producatur linea d. g. eritque per 4. angulus d. g. c. equalis angulo a. c. b. que et angulo d. f. e. extrinsecus videtur intrinseco quod est impossibile: per ipsum erit ergo c. f. equaliter b. c. ergo per 4. latus d. f. equaliter lateri a. c. et angulus d. totalis angulo a. qd est secundum membrum divisionis ppositae: que totum manifeste per. **Propositio .27.**

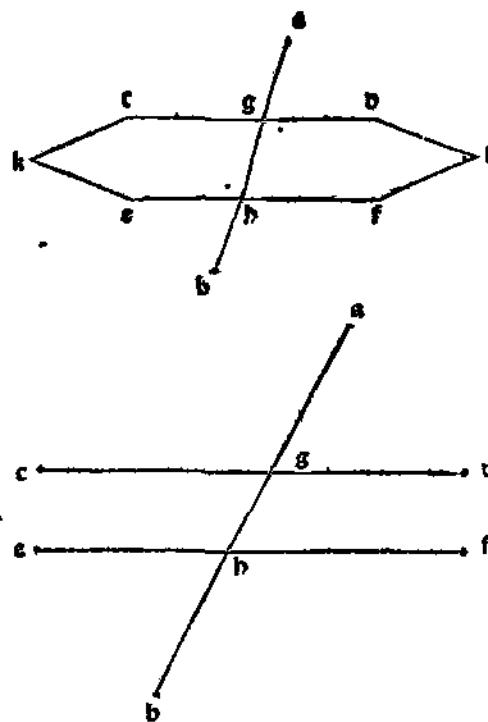
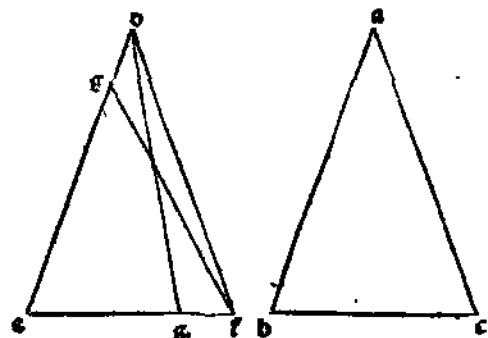
Si recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosque angulos coalternos sibi unicem equales fecerit illae duas lineae erit equidistantes.

Contra. Sit ut linea a. b. cadat super duas lineas c. d. et e. f. et secet lineam c. d. in punto g. et lineam e. f. in punto h. sitque angulus d. g. b. equalis angulo e. b. g. dico quod linea c. d. et e. f. sunt equaliter distantes. Si non non occurant aut ad prius c. e. super punctum k. aut a parte d. f. super punctum l. et quicunque fuerit accidentem impossibile per ipsum videtur angulus extrinsecus esse equaliter intrinsecus: nam unius dictorum angulorum coalternorum qui positi sunt equaliter erit extrinsecus et reliquis intrinsecus: quod igitur impossibile est eas perire alterutram partem protractas ipse per diffinitudem erit equaliter distantes: quod est ppositum.

Propositio .28.

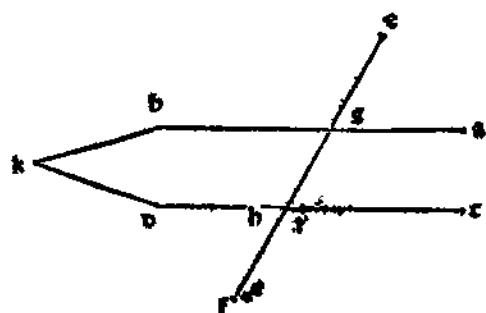
Si linea recta duabus lineis rectis supponerit fueritque angulus eius intrinsecus angulo extrinsecus sibi opposito equalis aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis equalis ille duas lineas equidistantes erunt.

Contra. Sit ut linea a. b. secet duas lineas c. d. et e. f. in puncto g. et b. sitque angulus g. extrinsecus equalis angulo b. intrinseci ex eadem parte sumpto: aut uno anguli g. et b. intrinseci ex eadem parte sumptu sunt equalis duobus angulis



rectis: dico q̄ duæ lineæ. c. d. z. e. f. sunt equidistantes. Sit ergo p̄mo angul⁹. d. g. a equalis angulo. f. b. g. eritq; per. i. s. angulus. c. g. b. c equalis eidem angulo. f. b. g. q̄re p̄missam. d. z. e. f. sunt equidistantes. Sint rursus duæ anguli. d. g. b. z. f. b g. equales duobus rectis: z q̄ p. i. s. duo anguli. d. g. b. z. c. g. b. sūt sibi c̄les duobus rectis erit angulus. c. g. b. c̄llis angulo. f. b. g. q̄re p̄missa. c. d. z. e. f. erit eq̄ distantes: quod est p̄positum.

Propositio 29.



Sed abus lineis equidistantib⁹ linea supnenerit duo anguli coalterni equales erit: angulisq; extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito ēq̄lis. Itēq; duo anguli intrinseci ex alterutra pte constituti duob⁹ rectis angul⁹ equales. **C**ontra. Sint due lineæ. a. b. z. c. d. c̄quidistantes super quas cadat linea. e. secans eas in punctis. g. z. h. dico q̄ anguli. g. z. h. coalterni sūt eq̄les: z q̄ angulus. g. extrinsecus est equalis angulo. h. intrinseco sibi opposito ex eadem pte sūpto: z q̄ anguli. g. z. h. intrinseci ex eadem pte sūpti sūt eq̄les duob⁹ rectis: c. b. c̄ est p̄uersa duarū pcedentū. Primum sic p̄z: Si. eni. āgul⁹. b. g. b. nō ē. āgul⁹. angulo. c. b. g. alter eoꝝ erit maior. sit ḡ maior āgul⁹. c. b. g. z q̄ duo āguli. c. b. g. z. g. b. d. sunt equales duobus rectis ergo p̄. i. s. erunt duo anguli. b. g. b. z. d. b. g. minoris duobus rectis ergo per quartā positionem due lineæ. a. b. z. c. d. si protrahant p̄currēt in pte. b. z. d. ad punctum aliquē vt ad. k. non ergo sūt eq̄distantes p̄ diffinitionem qđ ē. p̄ hypothesis: z q̄ hoc est impossibile. cn̄t igit̄ duo anguli-coalterni b. g. b. z. c. b. g. c̄les quod est p̄mū p̄positum. Ex hoc p̄z secundū: ē. n. p. i. s. angulus b. g. b. c̄qualis angulo. a. g. c. ergo angulus. a. g. c. erit ēq̄lis angulo. c. b. g. extrinsecus vñ intrinseco: quod ē. sc̄z p̄positum. Ex hoc rursus p̄z tertiu: Sūt. n. p. i. s. duo anguli. a. g. c. z. a. g. b. c̄les duobus rectis. ergo duo anguli a. g. b. z. c. b. g. erunt etiā c̄les duobus rectis q̄ sunt duo intrinseci ex eadem pte sūpti: qđ ē. tertiu p̄positum.

Propositio 30.

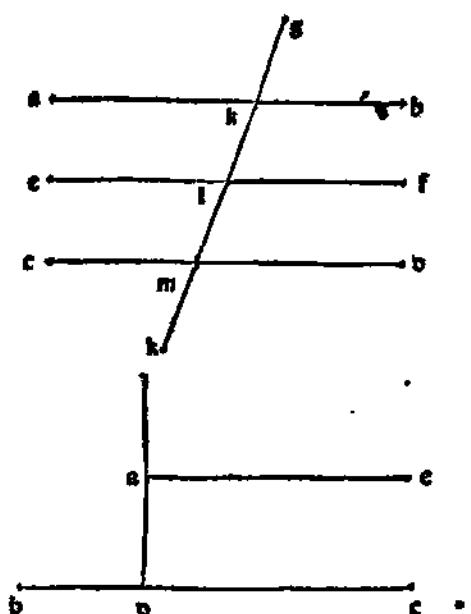
Ifuerint due lineæ vni eq̄distantes eadem sibi inicē c̄quidistantes erunt.

Contra. Sint duæ lineæ. a. b. z. c. d. quarū vtraq; eq̄distet lineæ. e. f. dico ilias duas vidi. a. b. z. c. d. c̄sæ eq̄distantes. hoc aut̄ est vñiversaliter vez siue duæ lineæ. a. b. z. c. d. sūt in vna superficie cū linea. c. f. siue non: hic tñ non intelligit nisi bñ q̄ oēs sunt in superficie vna: sc̄m. n. q̄ sūt in diversis superficieb⁹ p̄baꝝ i. nona. libri. ii. q̄ sunt eq̄distantes. Sint ergo oēs i. superficie vna: p̄trabā aut̄ lineā. g. b. secātem lincas. a. b. z. c. d. in punctis. k. l. m. z ga a. b. eq̄distat. e. f. erit angulus. b. k. l. c̄qualis angulo. c. l. k. per p̄mā p̄tem p̄cedētis cum illi sint coalterni: atq; c. d. eq̄distat. e. f. erit angulus. k. l. c. extrinsecus eq̄lis angulo. l. m. c. intrinseco p̄ sc̄dam p̄tem p̄cedentis ergo angulus. b. k. l. c̄st equalis angulo. c. m. l. qui cū sint coalterni erit p. 27. lineæ. a. b. z. c. d. eq̄distantes: qđ est p̄positum.

Propositio 31.

Puncto extra lineam dato lineæ proposte eq̄distantē ducere.

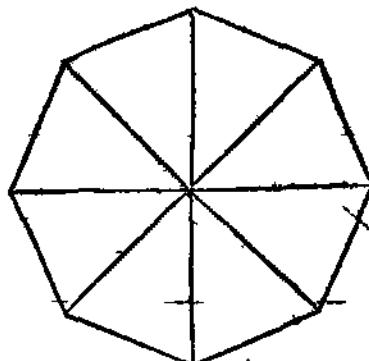
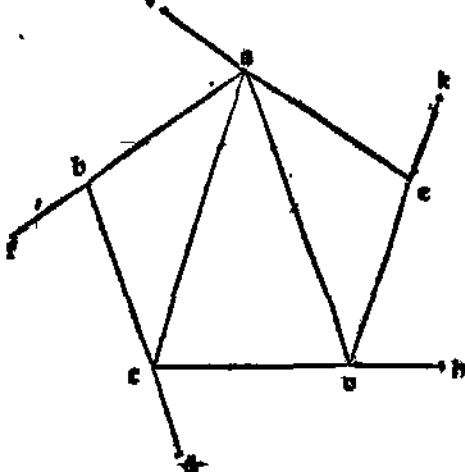
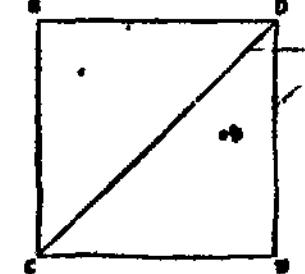
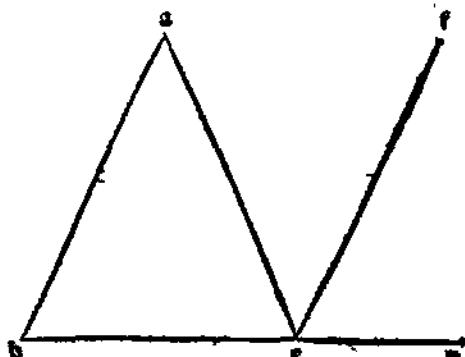
Apunctus extra lineam datuſ intelligitur cum linea vtricq; p̄trabatur per ipsū nō transit. Sit ergo punctus. a. datus extra lineam. b. c. a quo oportet protrahere lineam. eq̄distantem. b. c. protracto lincam. a. d. qualitercumq; contingat et super punctum. a. qui est extremitas



linee. a. d. constimo angulū. e. a. d. p doctrinā. 23. equalē angulo. b. d. a. sibi coad-
temo: eritq; a. e. equidistās. b. c. p. 27. quod est ppositum.

Propositio .32.

Modus trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis
sibi oppositis est equalis: Omnes autē tres angulos eius
duobus rectis angulis equos esse necesse est.
Sit triangulus a. b. c. cuius lat³ b. c. p̄trabat v̄sq; ad. d. dico q̄ an-
gulus. c. extrinsecus ē eq̄lis duob⁹ angulis. a. c. b. intrinsecis sibi op-
positis sif iūcūs: et q̄ tres anguli trianguli. a. b. c. sif iuncti sūt eq̄les. duob⁹ rectis.
Apuncto. c. p̄trabam. c. f. eq̄distantē. a. b. fm doctrinā pcedētis: eritq; angulū. f.
c. a. eq̄lis angulo. a. q̄ sūt coaliēti p̄ p̄mā p̄tē. 29. et angulus. f. c. d. extrinsecus eq̄lis
angulo. b. intrinsecō p̄ scđam p̄tē eiusdē: q̄re tot⁹. a. c. d. extrinsecus ē equalē duob⁹
angulis. a. 7. b. intrinsecis sibi oppositis: q̄o ē p̄mā. et q̄o duo anguli. a. c. b. 7. a. c.
d. sūt eq̄les duob⁹ rectis p̄. 13. erūt tres anguli. a. b. 7. c. intrinseci eq̄les duob⁹ rectis:
q̄o ē scđm p̄positū. **E**x hac autē p̄z q̄ oīs figure poligonie oīs anguli sif sumptū
tot rectis angulis sūt eq̄les quorū ē nūer⁹ quo a p̄ma vestiterit duplicat⁹: Vbi ḡra
Polygoniarū figurari c̄ triangula p̄ma: q̄z si eīz duaz lineaz: cū figura sit clausio
linearū: tunc due linee recte includerent superficie q̄o ē ip̄ossibile p̄ v̄lūmā petitionē
Quadrilaterū scđa: pentagona 3⁹. sif rūt q̄libet tota erit i ordine quotis erit nu-
mer⁹ laterū aut anguloz ei⁹ inde dempto binario. Dico s̄ q̄ triāgule q̄ ē p̄ma oīs
anguli sūt eq̄les agob⁹ rectis. Quadrilaterū q̄ ē scđa erūt eq̄lis q̄tuor rectis et pen-
tagone q̄ c̄ tūta erūt eq̄les sex rectis. Hoc autē inde manifestū ē q̄m cū q̄libet talis
figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a p̄ma ductis rectilineis
et quouis anguloz eius ad oīs angulos oppositos: sintq; oīs anguli oīs trianguli
duobus rectis eq̄les erūt oīs laterate figure oīs aguli bis tot rectis equalēs quota
ipsa fuerit a p̄ma: quod ē p̄positū. **S**it. n. exēpli ḡra: Pentagon⁹. a. b. c. d. e. a. cu-
tis angulo. a. ducā lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos: eritq; tot⁹ pentagon⁹
resolutus in triangulos. a. b. c. a. c. d. 7. a. d. e. quoq; cū cuiuslibet sūt anguli eq̄les
duob⁹ rectis erūt pentagoni anguli eq̄les sex rectis: q̄o ē duplū et nūeri quo a p̄-
ma distat siuc duplū numeri angulorum aut laterum ei⁹ inde dempro binario.
Possim⁹ quoq; et sic idē p̄ponē dicentes q̄ oīs figure poligonie oīs anguli pa-
riter accepti sūt tot rectis angulis eq̄les q̄tuor est numer⁹ quē ei⁹ anguli duplicant
inde deptis q̄tuor. p̄tē. n. quolibet intra figurā signato et ab eo ad singulos agu-
los lineis p̄tractis erit ipsa figura in tot angulos resoluta quāti fuerit ei⁹ anguli:
iō q̄o oīs anguli oīum illoz trianguloz p̄ter accepti tot rectis angulis erūt eq̄les
quātus ē numer⁹ quē duplicat anguli p̄posite figure: cū itaq; sūt oīs anguli trian-
guloz in quos ipsa resoluta ē p̄tēz mediū circūstātes q̄tuor rectis equalēs p̄. 13.
manifestū constat p̄positū. **S**imilē quoq; p̄z q̄ oīs figure poligonie anguli oīs
extrinseci q̄tuor rectis angulis sūt eq̄les: sūt enī i trinseci et extrinseci et bis tot rectis
eq̄les quot būerint angulos per. 13. Intrinseci at sūt bis tot rectis eq̄les quot būe-
rit aglos demptis inde q̄tuor: s̄ extrinseci sūt q̄tuor rectis equalēs: q̄o ē p̄positū.
Exempli gratia: p̄positi pentagoni latera p̄trabantur vt fiant anguli extrinseci
a. b. quidē p̄trabat v̄sq; ad. f. b. c. v̄sq; ad. g. c. d. v̄sq; ad. h. d. e. v̄sq; ad. k. e. a.
v̄sq; ad. l. c̄tunq; per. 13. duo anguli. a. i trinsecus et. a. extrinsecus equalēs duo
bus rectis: cadem autē ratione duo anguli. b. i trinsecus et. b. extrinsecus: sic et



ceteri q̄re. a. b. c. d. e. anguli intrinseci et extrinseci decē rectis. demptis igit̄ intrinsecis q̄ sūt eq̄les sex rectis erūt extrinseci. vidz. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. b. z. a. e. k. eq̄les q̄ tuor rectis. **C** Pater et q̄ ois pentagoni cm̄ vñūquodq; lat̄ duo secat ex reliq; bz. 5. angulos duob; rectis eq̄les. sit q̄lis pponit̄ pentagon⁹. a. b. c. d. e. et secat la/ tns. a. c. latus. b. e. i pūcto. g. et lat⁹. a. d. idē latus. b. e. i pūcto. f. eritq; angul⁹. a. f. g. eq̄lis duob; angul⁹. b. z. d. cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. f. d. b. Itēq; angul⁹. f. g. a. erit equalis duob; angul⁹. c. e. cū sit extrinsec⁹ ad ipsos in triāgulo. g. c. e. sed due anguli. a. f. g. z. f. g. a. cū angulo a sunt eq̄ales duob; rectis ergo q̄/ tuor anguli. b. d. z. c. e. sūt cū angulo. a. eq̄les duob; rectis: qd̄ ē ppositū.

Propositio .33.

S in summitatib; duarū linearū eq̄distatiū et eq̄lis quantitatib; alie due linee pīngant ipse quoq; eq̄les et eq̄distantes erūt. **C** Sint due linee. a. b. z. c. d. eq̄les et eq̄distantes q̄nū extremitates cō/ iungā p lineas. a. c. z. b. d. quas dico esse eq̄les et cōdistantes. ptra/ bam. n. linea. a. d. et q̄ linee. a. b. z. c. d. sunt cōquidistantes erit angul⁹. b. a. d. eq̄lis angulo. a. d. c. p pīmā pte. 29. ergo erūt duo latera. a. b. z. d. triangu/ li. a. b. d. eq̄lia duob; laterib; d. c. z. d. a. trianguli. d. c. a. et angulus a. pīmī eq̄lis an/ gulo. d. secūdi. ergo p .4. basis. b. d. pīmī ē equalis basi a. c. secūdi. et angul⁹. a. d. b. pīmī equalis angulo. d. a. c. secūdi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. et a. c. equidistantes p. 27. et quia pīmī pbant̄ est ipsas esse eq̄les: p3 ppositū vñūq;.

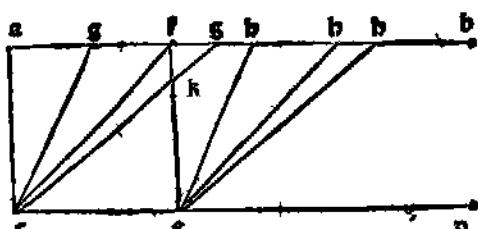
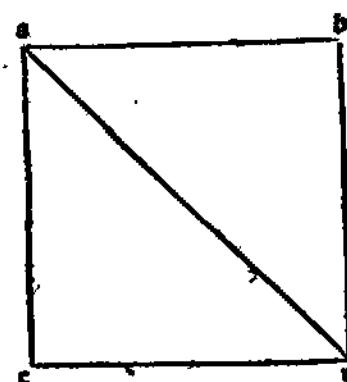
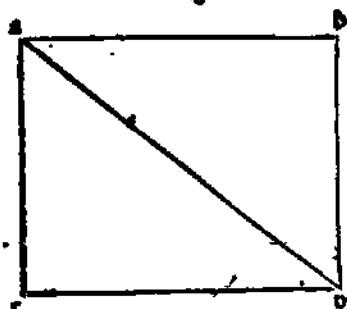
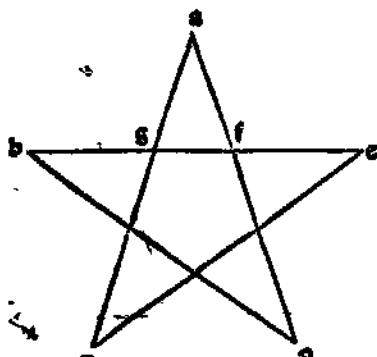
Propositio .34.

Monis superficies equidistantibus prenta laterib; lineas atq; angulos ex aduerso collocatos habet cōq;les diame/ tro et dividente eam p medium:

C Sit superficies. a. b. c. d. equidistantiū laterū: ita q̄ linea. a. b. equidi/ stet. c. d. z. a. c. b. d. vico duas lineas. a. b. z. c. d. itē duas lineas. a. c. z. b. d. esse equalis. Si r̄ z dico angulū. a. esse eq̄lem angulo. d. et angulū. b. anglo. c. protraham diametrū. a. d. que etiā dividet superficiem illā p mediū. cū. a. b. z. c. d. sint cōquidistantes: erūt anguli. b. a. d. z. c. d. a. qui sunt coalterni eq̄les per. 29. Et quia etiā. a. c. z. d. b. sunt cōquidistantes: erūt anguli. c. a. d. z. b. d. a. qui sunt coalterni equalis p eandē. Intelligo. n. duos triangulos. a. d. b. z. d. a. c. et quia duo anguli a. z. d. trianguli. a. d. b. sunt equalis duobus angulis. d. z. a. trianguli. d. a. c. et la/ tns. a. d. sup quod lacet illi anguli i vñūq; triāgulo ē cō: erit p. 26. lat⁹. a. b. eq̄le lateri. c. d. et latus. a. c. lateri. b. d. et angulus. b. angulo. c. et quia angulū. a. totalē p3 esse equalē angulo. d. totali p secūdā cōceptōe totū ppositū cū corollā liquet.

Propositio .35.

Verines superficies equidistantiū laterū sup vñā basim atq; i/ eisdem alternis lineis constitute equalis esse pbantur. **C** Sint due linee. a. b. z. c. d. cōquidistantes inter quas fiat. a. c. f. e. su/ perficies cōdistantiū laterū sup basim. c. e. et sup eandē basim. et inter easdē lineas fiat alia superficies. g. c. b. e. similit̄ cōquidistantiū latez dico duas pīdicas superficies et eq̄les quod sic pbant̄ aut. n. linea. c. g. secabit lineam. a. b. in aliquo pūcto linee. a. f. aut in pūcto. f. aut i aliquo pūcto linee. b. f. secat er/ go pīmo in aliquo pūcto linee. a. f. vt in pīmā figuratiōe apparet. et q̄i vñūq; duas lineatū. a. f. z. g. b. est equalis linee. c. e. per pīcedentē vna carū erit equalis alteri



ompta ergo linea. f.g. cōmuni remanebit. a.g. equalis. f.b. q̄ p̄ precedē iterū ē
 a.c. equalis. f.e. et angulus. b.f.e. angulo. g.a.c. per scđam p̄. 29. videlicet extrin
 secus intrinseco erit p̄. 4. triangulus. a.c.g. equalis triangulo. f.e.b. ergo irregula
 ri figura quadrilatera que est. g.c.f.e. addita vtricq; erit superficies. a.c.f.e. equalis su
 perficii. g.c.b.c. quod est p̄positum. Secet ergo mō linea. c.g. linea. a.b. in pun
 cto. f. vt in secunda figurazione apparet. enīq; sili argumentatione priori duo tri
 anguli. a.c.f. & f.c.b. equales quare vtricq; addito triangulo. f.c.e. patet p̄positum.
 Secet tertio mō linea. c.g. linacam. a.b. inter uno puncta. f.b. vt in tertia fi
 guratione apparet: secabitq; linacam. f.e. sic vt in punto. k. e. quia simili argumē
 tatione priori linea. a.f. ē equalis linea. g.b. facta cōmuni linea. g.f. erit a.g. equal
 f.b. et triangulus. a.g.c. equalis triangulo. f.c.b. addito ergo vtricq; triangulo. c.
 k.e. et detracto ab vtricq; triangulo. f.k.g. erit superficies. a.c.f.e. equalis superficie
 g.c.b.e. quod est p̄positum.

Propositio .36

Mūia parallelograma in basibus equalibus atq; in eisde
 lineis constituta equalia esse necesse est.

C Parallelogramū dicitur superficies eq̄distantiū laterū. Sint due sup
 ficies. a.b.c.d. & e.f.g.h. eq̄distantiū laterū constitute inter duas
 lineas eq̄distantes que sunt. a.f. e.c.b. & super equalis bases que
 sunt. c.d. & g.b. dico eas ēc equales. nam p̄trahā duas lineas. c.e. & d.f. eritq;
 per. 35. superficies. c.d.e.f. eq̄distantium laterū p̄p̄ct hoc φ.e.f. est equalis &
 eq̄distant, c.d. nam vtracq; earū est equalis. g.b. quia ergo per p̄missā vtracq;
 earū superficieū. a.b.c.d. & e.f.g.b. est equalis superficieī. c.d.e.f. ipse erit sibi
 inuicem equalis: quod est p̄positum.

Propositio .37.

Miales sunt sibi cuncti trianguli qui sup eadē basim atq;
 inter duas lineas eq̄distantes sunt constituti.

C Sint duo trianguli. a.b.c. & d.b.c. constituti super basim. b.c. inter
 duas lineas. a.e. & b.f. que sunt eq̄distantes: dico eas esse equales.
 p̄trahā enī. c.g. eq̄distantē. a.b. & c.b. eq̄distantē. d.b. per. 31.
 enīq; due superficies. a.b.c.g. & d.b.c.b. equalis per. 35. & quia dicti trianguli
 sunt earū dimidia p̄ corollariū. 34. ipse erit eq̄les per cōs. sciam: quest quoq; tota
 sūt eq̄lia & dimidia: siq; p̄z. p̄positū.

Propositio .38.

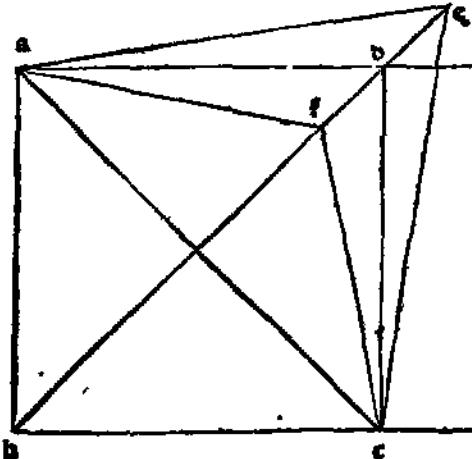
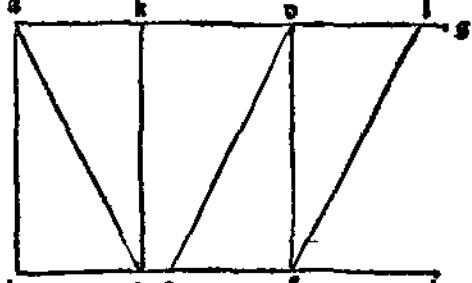
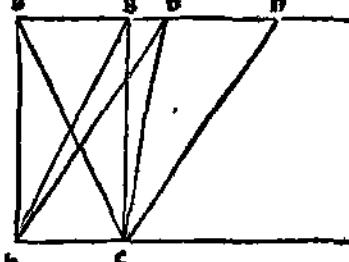
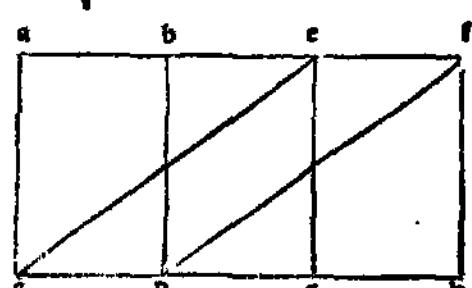
S i duo trianguli super bases equalis atq; inter duas line
 as eq̄distantes ceciderint equalis eos esse necesse est.

C Sint duo trianguli. a.b.c. & d.e.f. constituti sup basi. b.c. & c.f. eq̄les
 & inf lineas. a.g. & b.b. eq̄distantes: dico eos esse eq̄les. p̄trahā enī.
 c.k. eq̄distantē. a.b. & f.l. eq̄distantē. e.d. eritq; due superficies. a.b.
 c.k. & d.e.f.l. eq̄les p̄. 36. & q̄ dicti trianguli sūt eaꝝ dimidia p̄ corollariū. 34. ip̄ erit
 eq̄les p̄ antedictā cōmuni scientiam.

Propositio .39.

Mnes duo trianguli eq̄les li in eandē basim & ex eadē pte
 ceciderint: inter duas lineas eq̄distantes erunt:

C Sint duo trianguli. a.b.c. & d.b.c. constituti sup basi. b.c. ex una ea
 demq; pte: sintq; equalis: dico eas ēc inf lineas eq̄distantes: & bec
 est conuersa. 37. a puncto. a. p̄trahā lineam eq̄distantē linee. b
 c. que si pertransierit per punctū. d. liquet p̄positum. Si autem pertransierit su
 pia aut infra: translat p̄ primo supra & sit. a.e. prodicameq; b.d. vsquequo secat



hanc demonstrare q̄r

duo latere omnes
lateralē

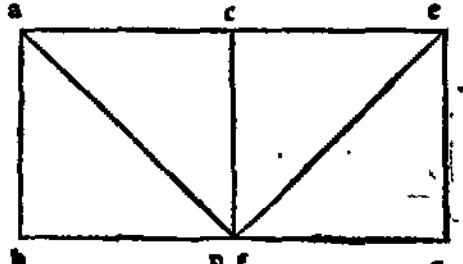
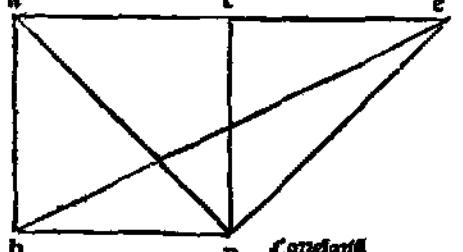
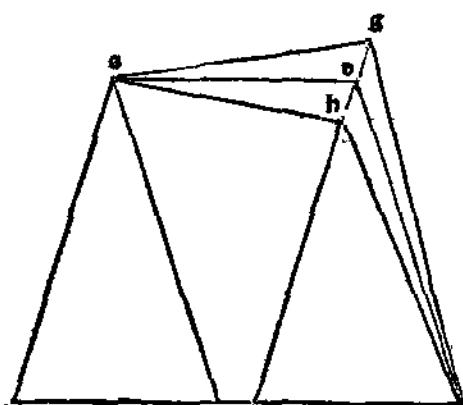
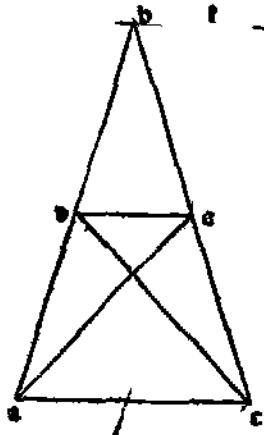
lineā. a. e. in pūcto: ē. ē. pīrabam līneāz. e. c. ē quīa triangulus c. b. c. ēst equalis triangulo a. b. c. p. 37. z triangulus. d. b. c. positus ē equalis triangulo a. b. c. crīt triangulus. d. b. c. equalis triangulo e. b. c. pars toti quod ēt impossible. Nō igit̄ pertransibit līnea que a pūcto a ducitur eque distanter. b. c. supra. d. transeat. ergo infra. z sit. a. f. secans līneām d. b. in pūcto. f. pīrabam ergo līneām. f. c. ē quīa per. 37. triangulus. f. b. c. ēst equalis triangulo. a. b. c. ipse etiam erit equalis triangulo. d. b. c. pars toti quod ēt impossible. Quia ergo līnea ē pūcto a. equidistanter. b. c. non transit nisi per pūctum. d. pater propositum. Ex bac autem z premisla nota q̄ si aliqua līnea recta duo alicuius trianguli latera p̄ equa fecet vt̄ secuerit ipsa ētio equidistans quod sic probatur. Sit triangulus a. b. c. cuius uno latera que sunt a. b. z. b. c. fecet līneām. d. e. per equalia. a. b. q̄ i pūcto. d. z. b. c. in pūcto. e. vico q̄ līnea. d. e. ēst equidistans. a. c. pīrabam emi in quadrilatero. a. c. c. d. diametros. a. e. z. d. c. crītq; per. 38. triangulus. a. c. d. equalis triangulo. d. c. b. prop̄ter id q̄ līnea. a. d. posita ēst equalis līneē. d. b. Itēz q̄ per eandem triangulns. c. e. d. erit equalis eidem triangulo. d. c. b. prop̄ter id q̄ līnea. c. e. posita ēst equalis līneē. e. b. quīa triangulus. a. e. d. ēst equalis triangulo. c. e. d. quīa ergo ipsi sunt p̄stituti sup̄ eādē basūn. Videlicet līneā. e. d. z ex eadem parte ipsi erunt per hanc. 39. inter līneas cque distantes ergo līnea. d. e. ēst copidistans līneā. a. c. quod quidem propositum ad quintam quarti tibi valebit.

Si duo trianguli equalēs super equalēs bases vñins eiusdemq; līneē ex eadēz parte fuerint p̄stituti eos inter duas līneas equidistantes. z hec est conuersa. 38. z probatur per ipsam sicut precedēs per. 37. a pūcto. a. ducatur līnea equidistans līneē. b. f. que si transierit per pūctum. d. patet propositum. sin autem pertransierit supra vt. a. g. z producatur. e. d. vñq; ad ipsum que sit. e. g. z ducatur līnea. g. f. eritq; per. 38. triangulus. a. b. c. equalis triangulo. g. e. f. quare z triangul. d. e. f. erit equalis triangulo. g. e. f. pars toti quod ēt impossible. Non ergo transibit supra. transeat ergo infra. z fecet līneām .d. e. in pūcto. b. z ducatur līnea. f. b. eritq; per. 38. triangulus. b. e. f. eq̄uis triangulo. a. b. c. quare z triangulo. d. e. f. pars toti quod ēt impossible. quīa ergo non transibit nisi per pūctum. d. patet propositum.

Si palellogramū triangulnsq; in eadem basi atq; ī eisdem alternis līneis fuerint p̄stituta palellogramū triangulo dñ plūm esse pueniet.

CSi palellogramū. a. b. c. d. z triangul. e. b. d. sup̄ basim b. d. z. inf̄ līneas q̄. e. z. b. d. q̄ sint eque distantes; vico palellogramū duplū ēst triangulo pīrabā in palellograno diametrum. a. d. crītq; triangulus. a. b. d. dimidū palellogrami p̄ cone. 34. z quīa triangulus. e. b. d. ēst eq̄uis triangulo. a. b. d. p. 37. p. 3 triangul. e. b. d. ēst dimidū palellogrami. a. b. c. d. q̄ ē p̄positū. Similē quocq; pot̄ pbari q̄ si palellogramū triangulnsq; ī equalib⁹ basib⁹ atq; īter līneas cque distantes fuerit p̄stituta palellogramū duplū erit triangulo: q̄d iō nō posuit euclides: q̄ leuē p̄z ex bac p̄cedēte corollariū. z. 38. diuiso palellogramo p̄ diametrum in duos triangulos. vel sup̄ basim palellogrami īf̄ eādē līneas cque distantes

Corollarium



triangulo cōstituto ad quē duplū erit parallelogramū per hanc p̄cedentē e ipse
cōrulis alteri triangulo per. 38. **Propositio .42.**

Quid si tantum laterum superficie designare cuius angu/
lus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies tri/
angulo assignato equalis.

Sit assignatus angulus. a. et assignatus triangul. b. c. d. volo de/
scribere superficie equidistantium laterū eāalem triangulo. b. c. d. cu/
ius vīcqz duoz angulorum contra se positorū sit equalis. a. diuidō basim. c. d. per
dimidiū in puncto. e. et protrabo linēā. b. e. et a puncto. b. dūco. b. f. equidistantem
c. d. eritqz per. 38. triangul. b. c. d. equalis triangulo. b. e. c. quare triangul. b. e.
d. est dimidiū totalis trianguli. b. c. d. id est super punctū. e. linee. d. c. constituo an/
gulum. d. e. g. equalē angulo. a. et perficio parallelogramū. g. e. d. f. quod etiā qz
per p̄cedentē ē duplū ad triangulū. b. c. d. erit etiā equale triangulo. b. c. d. qz hāc
cōm scienciam: quoqz dimidia sunt equalia ipsa quoqz sunt equalia. est cni trian/
gul. b. c. d. triusqz dimidiū quare descripsimus parallelogramū. g. e. d. f. equalē
triangulo. b. c. d. cuius vīcqz duoz anguloz. g. e. d. f. g. contrase positorū est
equalē angulo. a. quod fuit propositum.

Propositio .43.

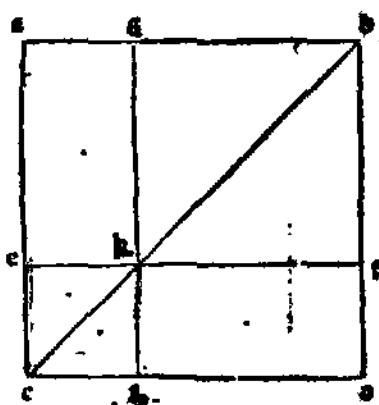
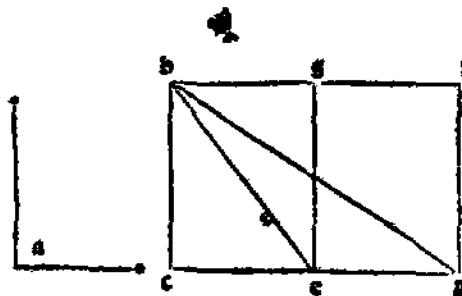
Mnis parallelogrami spaciū eorum que circa diametrū
sunt parallelogramoz supplementa equa sibi inuicē esse ne
cessē est. **I**

Sit parallelogramū. a. b. c. d. in quo protraham diametrum. b. c.
et protraham. e. f. cquidistantē vīcqz duoz latēz. a. b. et. c. d. que se/
cet diametrum in puncto. k. a quo ducā. k. g. equidistantē vīcqz duoz laterū. a.
c. e. b. d. et producā cam quoqz fecerūt latēz. a. b. et. c. d. sitqz tota. g. k. b. erit
qz totum parallelogramū. a. b. c. d. diuisum in quatuor parallelograma quoqz duo scz. e
c. k. b. et. g. k. b. f. dicōn̄c consisterē circa .c. b. qz diametrum transit per medium
eorum et ideo sunt circa diametrum: reliqua duo scilicet. a. e. g. k. e. k. b. f. d. di/
cūt supplemetā hec duo supplementa dicuntur equalia. sunt enī duo trianguli. a.
b. c. et. c. d. b. equalē p̄ conel. 34. sūt quoqz duo trianguli. g. k. b. et. f. k. b. sūt equalē
per idē conel. 34. At duo trianguli. c. e. k. e. k. b. c. sūt equalē p̄ idē corollariorū
tempis igitur duobus triangulis. b. g. k. et. k. c. c. dc totali triangulo. a. b. c. ac duo/
bus triangulis reliquis. b. f. k. et. k. c. b. dc totali triangulo reliquo. c. d. b. erunt per
cōm sciām residua: que sunt duo vieta supplemetā equalia: quod est propositum.

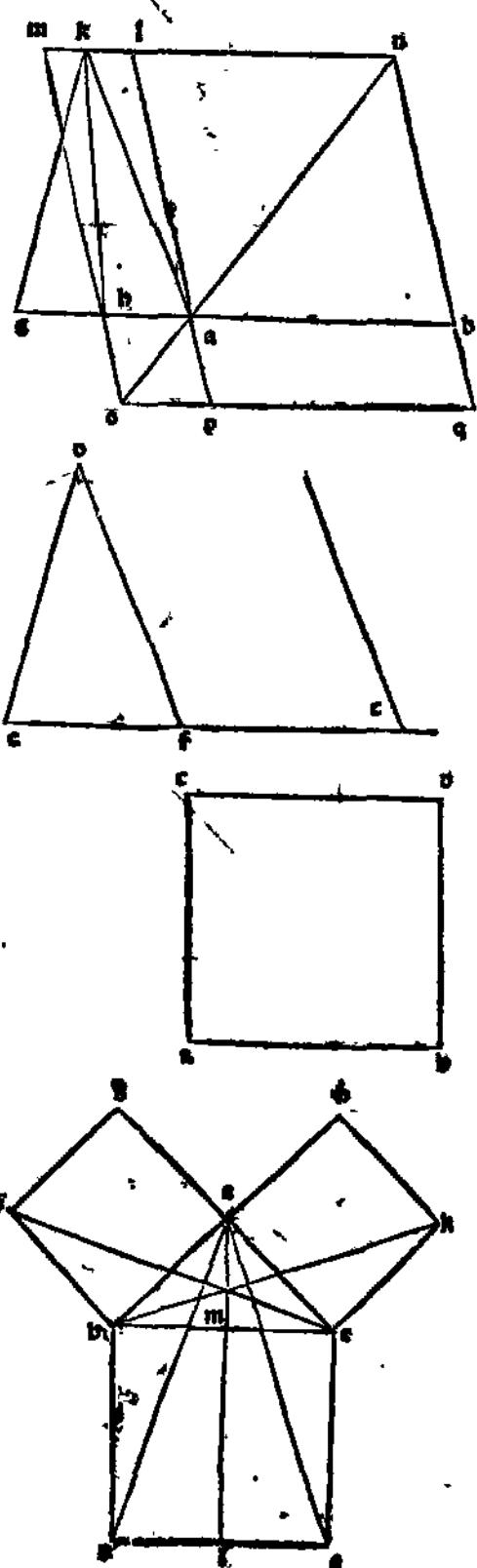
Propositio .44.

Roposita linea recta sup̄ eam superficie equidistantiū late/
rum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero
superficies triangulo assignato equalis designare.

Designare superficie equidistantiū laterū super linea aliquā ē linea
ipsa facere latus vñū ipst⁹ superficie. Sit ergo data linea. a. b. et dat⁹
angulus. c. et datum triangulus. d. e. f. super linea. a. b. volo designare superficie vñū
equidistantiū laterū ita qz linea. a. b. sit vñū ex lateribus eius cuius vīcqz duoz
angulorum contra se positorū sit equalis angulo. c. et ipsa totalis superficies sit eq/
alis triangulo. d. e. f. differt autem hec s. 42. qz bic dāt latus vñius superficie descri/
bende scz linea. a. b. ibi autem nullum. cū er. o volvēto facere adiungo lineam. a. g.



LIBER



Linee .a.b. fin rectitudinem: quā pono equalē linee.e.f. basi trianguli bat̄ super quā cōstituo triangulū unū ei eqlē et equilaterū. qd̄ hoc modo facio. Constituo agum. a.g.k. equalē angulo.e.z. angulum.g.a.k. equalē angulo.f. per. 23. et quis g.a. posita fuerat equalis.e.f. crit per. 26. triangulus.g.a.k. equalis et equilaterus triangulo.c.f.d. dividā ergo.g.a. per equalia in puncto.b. et protrahā k.b. et producam a puncto.k. linea.m.k.n. equidistantē linea.g.b. crit per. 38. triangul⁹.a.b. k. equalis triangulo.g.b.k. tunc īper punctū.a. linea.g.a. faciā angulum.g.a.l.p. 23. equalē angulo.c. dato: et complebo sup basim.a.b. et inter lineas.g.b.z.m.n. equidistantes superficiem equidistantiū laterū m.l.b.a. que p. 4. dupla erit ad triangulū.k.b. a quare equalis totali triangulo.k.g.a. quare et triangulo.d.e.f. p. posito: protraham ergo.b.n. equidistantē.a.l. et producam diametrum. n. a. quā p. trahā quoīqz cōcurrat cū.m.b. in puncto.o. et complebo superficiem equidistantiū laterū m.o.n.q. et protraham.l.a. vñqz ad.p. eritqz per preccidentē supplementū a.b.p.q. equalē supplemento.m.l.b.a. quare et triangulo.d.e.f. et qz per. 15. angulus.l.a.b. ē equalis angulo.b.a.p. et ideo angulus.b.a.p. est equalis angulo.c. p. super datam linea.a.b. descriptā esse superficiem equidistantiū laterū a.b.p.q. equalē dato triangulo.d.e.f. cuius vñerqz duorum angulorum contra se positūrum qui sunt.a.z.q. ē equalis dato angulo.c. quod fuit propositum.

Propositio .45.

X data linea quadratum describere.

C Sit data linea.a.b. ex qua volo qd̄ratū describere: a puncto.s. et b. linea.a.b. educo p. 11. lineas.a.c.e.b.d. perpendicularē ad linēam.a.b. que erūt equidistantes per ultimā ptem. 28. et pono vtrā qz eaꝝ eidem.a.b. per scđam equalē et protrahō lineam.c.d. eritqz ipsa equalis et equidistantē linea.a.b. per. 33. et quia vñerqz duorum anguloz. a.z.b. est rectus. erit vñerqz duorum.c.z.d. rectus per ultimā ptem. 29. ergo per diffinitiōnem. a.b.c.d. ē quadratum quod est propositū. Idem gliter sit.a.c. perpendicularis super linēam.ab. per. 11. et sit ei equalis ut prius et a puncto.c. per. 31. ducatur c.d. equidistans.a.b. et ponatur equalis ei et ducatur linea.d.b. que per. 33. crit eq/ lis et equidistans.a.c. et omnes anguli recti per ultimā ptem. 29. quare per diffinitiōnem habemus propositum.

Propositio .46.

M omni triangulo rectangulo quadratum qd̄ a latere recto angulo oppolito ī semicipso ducio describis equū ē duobus quadratis que ex duob⁹ reliquis lateribus conscribuntur.

C Sit triangulus.a.b.c. cuīus angulas. a. sit rectus bico qz quadrati lateris.b.c. equū ē quadrato.a.b. et quadrato.a.c. siſ sumptis. Quadrabo ḡbē tria latera fin doctrinā p̄cedentis: siqz qd̄ratū.b.c. superficies.b.c.d.e. et qd̄ratū.b. a. superficies.b.f.g.a. et qd̄ratū.a.c. superficies.a.c.b.k. ab angulo.a. recto duca ad basi. d.e. basi maximū qd̄rati tres lineas. f.a.l. eqdistantē vñiqz lateri.b.d. et c.e. q. set. b.c. i pūcto.m. et ipothenisas.a.d. et a.c. itēqz a duob⁹ reliqz angulis triangli q. sūt b.c. ducā ad duos angulos duorum qd̄ratorum nūqz duas lineas sc. int̄sc̄tates ita ipso

trianguli que sunt. b. k. e. c. f. et qz vteroz duoz angulorum. b. a. c. et b. a. g. est rect⁹ per. 14. erit. g. c. linea vna: cadé rōne erit. b. h. linea vna. qz vteroz duoz angulorum. c. a. b. et c. a. b. est rectus: quia ergo sup basim. b. f. et inter duas lineas equidistantes qz sunt. c. g. e. b. f. constituta sūt parallelogramū. b. f. g. a. et triāgul⁹. b. f. c. erit p. 41: parallelogramū. b. f. g. a. duplū triāgulo. b. f. c. h. triāgul⁹. b. f. c. ē equis triāgulo. b. a. d. p. 4. quia. f. b. et b. c. latera primi sunt equalia. a. b. et b. d. lateribus postremi. et angulus. b. primi ē equalis ángulo. b. postremi. eo qz vteroz constat ex angulo recto et angulo. a. b. c. comuni. ergo parallelogramū. b. f. g. a. est duplum ad triāguluz. a. b. d. sed parallelogramū. b. d. l. m. est duplū ad eundē triangulū. p. 41. qz constituti sūt sup eandem basim scz. b. d. et inter lineas equidistantes que sunt. b. d. et a. l. ergo per cōmūnē sciam quadratū. a. b. f. g. et parallelogramū. b. d. l. m. sunt equalia. qz eoz in dimidia videlicet predicti trianguli sunt equalia. Eodē mō et per easdē ppositiōes medianib⁹ triangulis. k. b. c. et a. e. c. probabim⁹ qdratū. a. c. b. k. ē equale parallelogramo. c. e. l. m. qre p₃ ppositū.

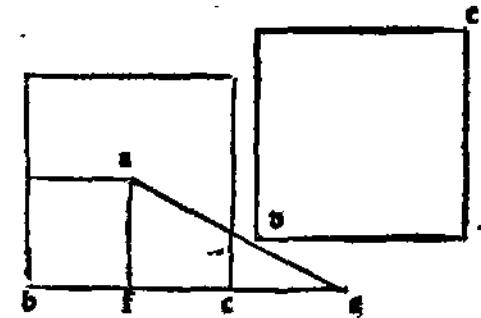
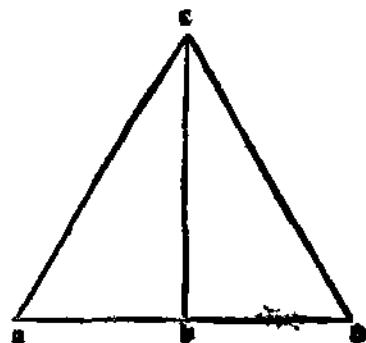
Propositio .47.

Si qd ab uno trianguli latere in se ipsū ducto pducit: equū fuerit duobus quadratis qz a duobus reliquis laterib⁹ de scribuntur. rectus est angulus cui latius illud opponitur. Linea in sc ipsam ducere est eius quadratū describere. Sit triangulus. a. b. c. sitqz quadratum laferis. a. c. equale quadratis duorum laterū. a. b. et b. c. simul iunctis. dico angulū. b. cui latus. a. c. opponit esse rectū: et hoc est cōuersa prioris. A puncto. b. extrabo lineā. b. d. p. n. perpendicularē super lineam. b. c. quā pono equalē. a. b. et produco lineam. d. c. eritqz per precedentē quadratum. d. c. equale duobus quadratis parum linearum. d. b. et b. c. et qz. b. d. posita est equalis. b. a. erunt per cōmūnē identiā que est linearū equaliū equalia ei se quadrata: quadrata duarū linearū. a. b. et b. d. equalia: quapropter erit quadratum. d. c. equale quadrato. a. c. ergo per aliam cōmūnem sciam que ē cōversa prioris scz lineas quz quadrata sunt equalia esse equalis: erit. d. c. equalis. a. c. opere p. s. angulus. b. triāguli. a. b. c. ē rectus qd ē ppositū.

Propositio .48.

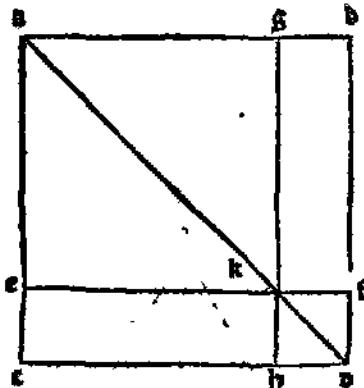
Propositis quibuscumqz quadratis alteri illoz gnomonē reliquo equalē describere.

Proponant ergo duo quadrata scz. a. b. et c. d. et sit ppositū producere gnomonē circa. a. b. equalē. c. d. quadrato: protrahet itaqz vnu latius quadrati. a. b. ad equalitatē vni lateris quadrati. c. d. in continuum et directum et sit. f. e. ita qz. f. e. sit equale vni lateri quadrati. c. d. et ex. e. ducā lineam rectā ad. a. sit ergo triangul⁹ orthogoni⁹ quia. f. ē angul⁹ rectus ergnat ergo fin penultimiā primi sic: qdratū. e. a. ē tm̄ quātū qdratū. c. f. et qdratū f. a. sed qdratū. e. f. ē eqle qdrato. c. d. et quadrato. f. a. est equale quadrato. a. b. ergo quadratū. a. e. est equale quadratis. a. b. et c. d. Item. c. f. a. est triangulus ergo e. f. et f. a. latere sunt longiora. a. e. latere secūdū. zo. primi. sed. f. a. est equale: a. b. rōne quadrature: ergo. e. f. et f. b. sunt longiora. a. e. ergo illa totalis linea scz. e. b. est maior. a. e. reserat ergo. b. e. ad equalitatē. a. e. ad punctū. c. ita qz. b. c. sit equale. a. c. ergo quadratum. b. c. est equale. quadrato. a. e. sed quadratū. a. e. vt prius probatū fuit ē equale quadratis. a. b. et c. d. ergo quadratū. b. c. ē equale eisdem sed quadratum. b. c. addit super quadratum. a. b. gnomonē illū qz vides. ergo gno-



LIBER

Ita ille est quadrato.c.d.equalis.quod erat probandum. Explicit liber primum.
Incipit liber secundus.



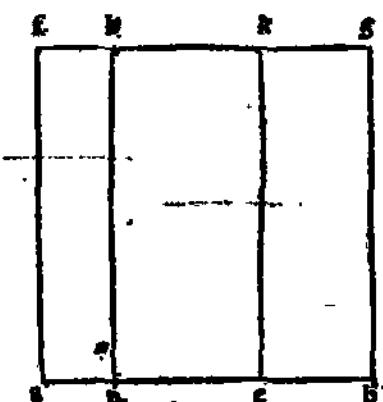
Mone parallelogramū rectāgulū sub dñis b⁹ lincis āgulū rectū ābiētib⁹ dicitur cōtineri.
C Parallelogramū est superficies equidistantū laterū
C Parallelogramū rectangulū est habens omnes angulos rectos. et p̄ducit ex uno duozū laterū eius ambientiū vnu ex suis angulis in reliquā. et ideo sub illis dicitur cōtineri.

Omnis parallelogrami spaciū ea qdē q̄ diameter secat p̄ mediū palellograma circa eandē diamet̄ cōsistere dicunt. Eoz vero parallelogramoz que circa eandē diame trū consistūt quodlibet vnu cū supplementis dñob⁹ gnomō noīaf.
C Que parallelograma dicunt cōsistere circa diamet̄. et que sūt supplemēta: expōsūt supra in demonstratione.43. primi. **S**it enim parallelogramū. a.b.c.d. eius diameter. a.d. dividant dñe linee. e.f.g.b. ducete equidistanter: laterib⁹ oppositis dicti parallelogrami. secates se sup̄ diamet̄. a.d. in puncto .k. eritqz ipsum parallelogramū dimisū in .4. parallelograma et vnuquodqz dnoz parallelogramoz que sunt. a.g.e.k. et k.f.b.d. que diameter secat p̄ medium dicitur consistere circa diamet̄. Ncliqua duo que diameter nō secat dicunt cōsūlēta q̄ duo sup̄plementa cū vtraqz dictoz parallelogramoz cōsistentiū circa diamet̄. cōponūt si gurā quādā q̄ gnomō appellat cui deest ad cōsūlētū palellogrami palellogramū vnu reliquiū circa diamet̄ cōsistēt; qd̄ si addat supra diamet̄ totalis cōpositi cōsistet. eritqz simile totali. Unde palellogramū addito gnomone quāvis crescat minime tñ altera. quēadmodum dixit Aristoteles in predicationis.

Propositio .i.

Si fuerint due linee quarū vna in quodlibet partes dñi/ datur. illud q̄ ex ductu alterius in alteram fiet. equum erit his que ex ductu linee indivisi in vnaquāqz partem linee particulatim dñiſe rectangula producentur.

Clineā in aliam lineā dicere ē supra terminos vnius eaz duas lineas orthogonaliter alijs eōqles erigere. et superficie equidistantū laterū rectāgulū cōplore q̄ sub illis duab⁹ lincis per diffinitionem dicitur contineri. **S**unt due linee. a.b. e.c. quaz. vna sc̄z. a.b. in quodlibet p̄tes dividat que sint. a.d. e.d. e.e.b. dico q̄ illud quod fit ex ductu. c. in totū. a.b. copū est illis parallelogramis rectangulis simul iunctis que sunt. ex. c.i. a.d. e.i. d.c. e in. e.b. **S**up̄ p̄ucta. a.b. erigā lincas. a.f. e.b. g. perpendiculares sup̄ linea. a.b. quaz. vtraqz sit eōqles lince. c. et complēto rectangulā superficiē. a.f.b.g. ducita linea. f.g. que per diffinitionē produc̄t ex. c. in. a.b. et sub illis dicitur contineri. protraham quoqz a punctis. d. e.e. lineas. d.b. e.e. k. equidistantes lateribus. a.f. e.b. g. eritqz vtraqz earū eōqles. c.p. 34. primi vtraqz eaz est eōqles. a.f. p̄ diffinitionē igit̄ rectangulū. a.d.f.b. p̄ducit ex. c.i. a.d. e sub illis dicitur cōtineri et rectangulū. d.b. e.e. k. ex. c. in. d.e. et rectangulū. e.k.b.g. ex. c. in. c.b. et q̄ hec rectangula sumul iuncta sunt equalia totali rectangulo. a.f.b.g. patet vez eē p̄positum.



Propositio .2

Si fuerit linea in partes diuisa. illud quod ex ductu totius lincei in seipso sit: equum erit bis quod ex ductu eiusdem in omnes suas partes. **C** sit linea a.b. diuisa in a.c. et c.d. et d.b. dico quod illud quod sit ex ductu totius a.b. in se quod sit a.c.b.f. equum est his que sunt ex ipsa totia in unamquaque dictarum partium quod palam patet. dicitis c.g. et d.b. equidistanter a.c. et b.f. **C** aliter sumatur k. cqlis a.b. eritque per premissam quod sit ex ductu k. in totam a.b. equum ei quod sit ex ductu k. in omnes partes a.b. et quod ex a.b. in omnes partes eiusdem propter id quod k. et a.b. sunt equales patet vero esse propositum.

Propositio .3:

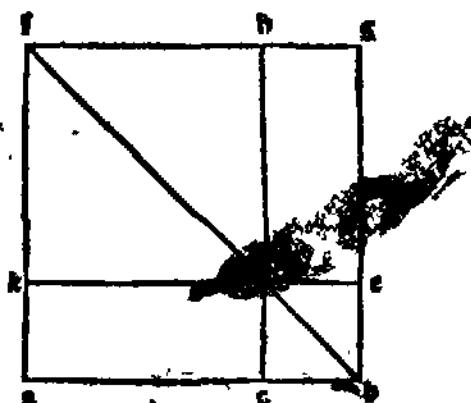
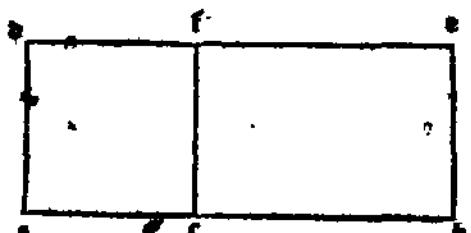
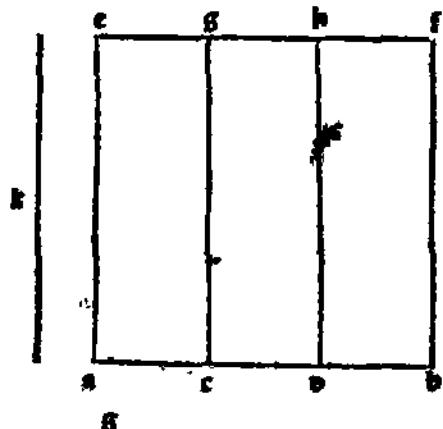
Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod sit ex ductu totius in alteram partem equum erit his quod ex ductu eiusdem partis in seipsum et alterius in alteram.

C sit linea a.b. diuisa in a.c. et b.c. dico quod illud quod sit ex tota a.b. in eius partem a.c. equum est quadrato eiusdem a.c. partis. et ei quod sit ex eisdem parte a.c. in b.c. fiat quadratum linee a.c. quod sit a.c. d.f. et perficiatur superficies a.b. d.e. patet quod propositi. **C** aliter sumatur g. cqlis a.c. et q.b. a.in. a.c. tantum est quod a.c. in a.b. et cōverso. et a.c. in a.b. et in c.b. et in seipso quod est g. in eisdem. At g. in tota a.b. quod est in a.c. et in c.b. per primam huius patet propositum scilicet quod sicut erit a.c. i. a.b. quod est in se et in c.b. quod est cōverso. a.b. i. a.c. quod est a.c. in se et in c.b. quod est volumen demostriare.

Propositio .4:

Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod ex ductu totius in seipso sit: equum est his quod ex ductu tripli quod est in seipso et alterius in alteram bis. Ex hoc manifestum est quod in eis quod est quadrato due superficies quas diameter secat per medium sunt ambe quadrata.

C sit linea a.b. diuisa in a.c. et b.c. dico quod quadratum totius a.b. equum est duobus quadratis duarum linearum a.c. et b.c. duplo eius quod sit ex ductu unius eorum in alteram: describam quadratum alterius parcialium situm c.d. b.e. quadratum linee c.b. cui adiungam gnomonem secundum ductum directum linee alterius scilicet a.c. quod faciam hoc modo. in quadrato descripto protraham diametrum b.d. et a puncto a. educam perpendicularem super lineam a.b. que sit a.k. quod est diametrum b.d. producam usque quo concurreat in punto f. et a punto f. producam f.b. equidistantem lineam a.b. quod est f.b. et b.e. producam usque quo concurreat in punto g. et producam c.d. usque ad b. et c.d. usque ad k. Et quia duo latera d.e. et e.b. trianguli d.e.b. sunt equalia: erunt per 5. primi duo anguli e.d.b. et e.b.d. equales: et quod angulus e. est rectus erit per 32. primi utrumque ex medietas recti. Eadem ratione utrumque duorum angulorum c.d.b. et c.b.d. erit medietas recti. quare per secundam item 29. per me erit unusquisque quartus angulus qui sunt b.f.d. et b.d.f. et k.f.d. et k.d.f. medietas recti ergo per 6. primi f.g. et g.b. sunt equalis. similiter quoque f.a. et a.b. pari recte f.b. et b.d. itaque f.k. et k.d. quare utrumque duarum superficierum a.b.g.f. et k.d.b.f. est quadrata et quod totale quadratum a.b.f.g. quod est quadratum linee a.b. constat ex duobus quadratis que consistunt circa diametrum que sunt quadrata duarum linearum a.c. et c.b. et ex duobus supplementis quorum unumquodque producitur ex a.c. et b.c. patet propositum nostrum. **C** aliter sit linea a.b. ut prius diuisa in a.c. et c.b.



LIBER:

eritq; p.2.b. huius quod fit ex tota.a.b. in se: equū ei qđ fit ex ipsa in.a.c.r.c.b.; sed ex ipsa in.a.c.t̄m fit quātū ex.a.c.in se. et ex.a.c.in.b.c.p.3.bni⁹. Itēq; ex ipsa a.b.tota in.b.c.t̄m fit quātum ex.c.b.in se. et ex.c.b.in.a.c. pēr eandem. ergo qđ fit ex tota.a.b. in se equū ē ei qđ fit ex.a.c.in se et in.c.b. et ex.c.b.in se. et in.a.t.qđ est propositum. Sed bac via non patet corollariū. sicut via precedenti patet. vñ de prima est auctori magis consona.

Propositio .5.

Slinea recta per duo equalia duocq; iequalia fecetur. qđ iub. inequalibus totius sectionis rectangulū continet cū eo quadrato qđ ab ea que inter vtraq; ē sectiones describitur equum est ei quadrato qđ a dimidio totius linee ī se uncto describitur.

Sit linea.a.b. divisa p equalia ī pūcto.c. et p īequalia ī pūcto.d. dico qua/ dratuz.c.b. esse equale ei qđ fit ex.a.d. in.d.b. et qđrato.c.d. ¶ Describā quadra/ tum.c.b. qđ sit.c.b.f. ē. in quo p̄traham diametrū. e.b. et ducā.d.g. cquidistantē b.f. qđ secet diametrū.c.b. ī pūcto.b. et a pūcto.b. educā eq̄distātē linee.a.b. qđ sit.b. k. secans lineā.b.f. ī pūcto.m. et lineā.c.e. ī pūcto.l. et p̄trahā.a.k. cquidistan/ tē.c.e. eritq; p corollariū pmissē vtraq; duas superficiez.l.g. et d.m. quadrata. et per 43. primi duo supplemeāta.c.b. et b.f. equalia. ergo addito quadrato.d.m. vtriaq; erit parallelogramū.c.m. equale parallelogramo.d.f. et qđ.a.l. est equale.c.m. p.36.pri/ mi: erit.a.b. equale gnomoni qui circūstat quadrato.l.g. ergo addito vtriaq; qua/ drato.l.g. erit.a.b. cū quadrato.l.g. equale quadrato.e.f. qđ est propositum.

Propositio .6.

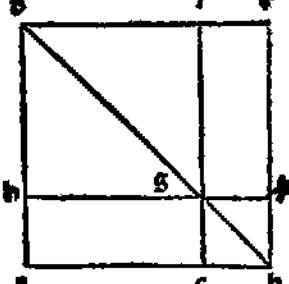
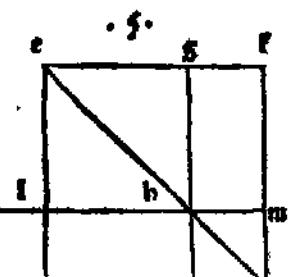
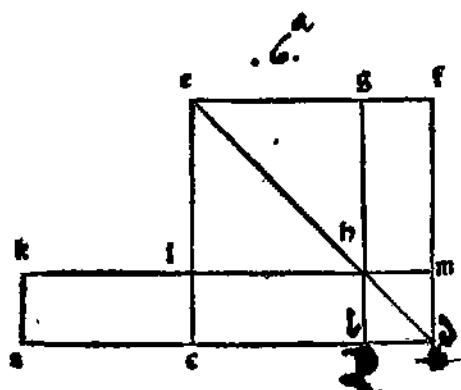
Srecta linea ī duo equalia dimidaf. alia vero ei linea ī longū addaf. qđ ex ductu toti⁹ ī cōpositē ī ea qđ ī cōadiecta ē cū eo qđ ex ductu dimidie ī seipſa: equū ē ei qđrato qđ ab ea qđ cōstat ex adiecta et dimidia ī seipſa ducta describit.

Sit linea.a.b. divisa p equalia ī pūcto.c. et qđ addaf linea.b.d. dico qđ quadratū.c.d. qđ sit.c.d.e.f. cōuale ē ei qđ fit ex tota.a.d.i.b.d. et quadra/ to.c.b. Producā ī quadrato predicto diametrū.d.e. et ducā lineā.b.g. cquidistantē d.f. qđ secet diametrū.d.e. ī pūcto.b. a quo.b. p̄duca eq̄distātē linec.a.b. que sit b.k. secans.d.f. ī pūcto.m. et c.e. ī pūcto.l. et producā.a.k. cquidistantem.c.l. eritq; pcr.36.primi.a.l. equale.c.b. At. c.b. erit equale.b.f. pcr.43.primi.quare.a.l. ē equale.b.f. ergo addito.c.m. vtriaq; erit.a.m. cōuale toti gnomoni circūsta/ ti.l.g. quare.l.g. addito vtriaq; erit.a.m. cū.l.g. cōuale toti quadrato.c.f. et quis vtriaq; duas superficiez.l.g. et b.m. ē quadrata:p corollariū.4.bni⁹ p̄3 propositum.

Propositio .7.

Slinea ī duas partes dimidaf. qđ fit ex ductu totius ī se ipsam cum eo qđ est ex ductu alterius partis ī seipſam. c/ quum est qđ eis ex ductu totius linee ī eandem partem bis et ex ductu alterius partis ī seipſam.

Sit linea.a.b. divisa ī duas partes ī pūcto.c. dico qđ quadratū totius.a.b. cū quadrato.b.c. equū est ei qđ fit ex.a.b. in.b.c. bis cum quadrato.a.c. describatur quadratuz totius qđ sit.a.b. d.e. et ducāq; diametrū.b.d.c



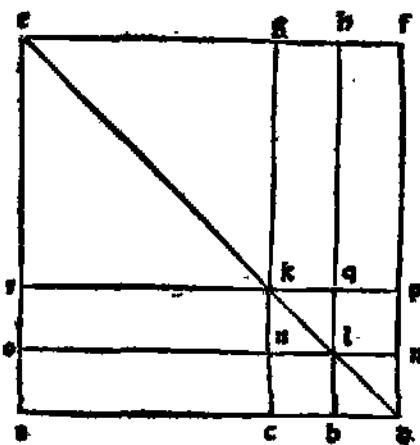
II

c.f.equidistans.b.c.secans diametrum in puncto.g.z ducatur.k.g.b, equidistantē
a.b.z quia quadratum.a.e.com quadrato.c.ē.tn̄ sunt quātum quadratum b.f.
cum duabus superficiebus.a.ē. et.g.e.paret propositum

Propositio .8.

Si linea in duas partes dividatur: eisq; in longum equalis
vni dividentium adiungatur: qd ex ductu totius iam cō
posite in seipso fiet. equum erit his que ex ductu prioris
linee in eam adiectam quater. z ei qd ex ductu alteris di
videntis in seipso.

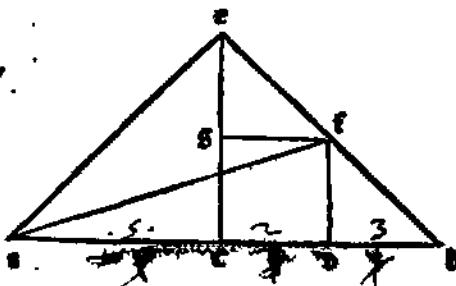
C sit. a.b. divisus in puncto.c. qualiterq; contingat: cui addatur.b.d. equalis.c
b. dico qd quadratum totius. a.d. qd sit. a.d. e.f. est equale ei qd fit ex. a.b. g.b.d.
quater cu quadrato. a.c. hoc aut patebit duxta diametro. d.e. z lineis. c.g. z.b.b
equidistantib; linee. d.f. z secantibus diametrum in puncto. k.l. per que puncta
ducantur. p.q.k.r.z.m.n.l.o.equidistantes. a.d. erit enim per conelariū. 4. binis
vnaqueq; superficiem. r.g.n.q.z.b.m. quadrata: i quia. c.b. posita est equalis
b.d. erit vtraq; superficiem. c.l.z.l.p. quadrata. Eruntq; 4. quadrata dividentia
quadrati. c.p. equalia z quia totus gnomus circūstas qdrato. r.g. est qdruplus ei
qd ex. a.b. in. b.d. qd quadruplus ad superficiē. a.l. paret propositum.



Propositio .9.

Si linea i uno equalia duoq; inequalia dividitur: qd sunt ex
ductu inequaliū sectionū in seipso pariter acceptis: du
plū sunt vtrīsq; pariter acceptis. qd ex dividia. eaq; q
vtrīq; sectioni interiacet quadratis describuntur.

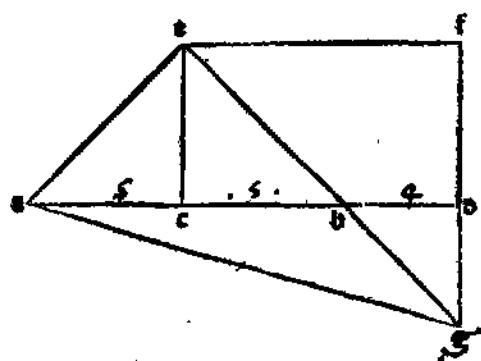
C sit linea. a.b. divisus per equalia. in. c. z per inequalia. in. d. Dico
qd quadratum. a.d. z quadratum. d.b. simul iuncta: dupla sunt quadrato. a.c. z qua
drato. c.d. sumul iunctis. **S**uper lineā: a.b. ergo linea. c.e. perpendicularē z eq/
lem vtrīq; easq; linea. a.c. z c.b. z produco. c.a. z c.b. eritq; p. 32. primi vterq; an
gulorum. a. z. b. z vterq; angulorum partialium qui sunt ad. e. medietas recti. totq; z
e. rectus. z produco. d.f. equidistantē. c.e. z perpendicularē super linea. a.b. erit
q; vterq; angulorum. d.rectus: z angulus. d.f.b. medietas recti pcr. 32. primi: si/
ne per secundā partē. 29. primi: quare per. 6. primi. d.f. z d.b. sunt equalia. a punto
f. duco. f.g. equidistantē. a.b. eritq; per secundā pte. 29. primi: vterq; angulorum. g
rectus. z angulus. e.f.g. medietas recti quare p sextā eiusdem latera. e.g. z g.f. sunt
equalia: z quia per penult. eiusdem quadratum: e.f. est equale quadrato. e.g. z q/
drato. g.f. ipsum erit duplū ad quadratum. g.f. quare ad quadratum. c.d. **I**teq;
per eandem quadratum. e.a. est equale quadrato. a.c. z quadrato. c.e. ipsum erit
duplū ad quadratum. a.c. z quia quadratum. a.f. est equale quadrato. e. f. z. a.c
per eandem ipsum erit duplū ad quadratum. a.c. z ad quadratum. c.d. sed qua/
dratum. a.f. est iterum equale per eandem quadrato. a.d. z quadrato. d.f. ergo q/
dratum. a.d. z quadratum. d.f. dupla sunt ad quadratum. a.c. z ad quadratum
c.d. z quia quadratum. d.f. est equale quadrato. d.b. enī quadrata duas linearū.



LIBER

a.d.e.d.b. dupla quadratis duarum linearum que sunt. a.c.e.c.d. qd est ppositum

Propositio .10.



$$\begin{array}{r} \cdot 196 \cdot ad \\ 16 \cdot 16 \\ \hline 212 \\ | \quad 25 \\ 01 \\ \hline 100 \end{array}$$



Slinea in duo equalia dividatur eiqz si longum alia addatur: quadratum qd describitur a tota cum addita et quadratum qd ab ea que addita est. vtraqz quadrata pariter accepta ei quadrato qd a dimidia eiqz qd ab ea producitur q ex dimidia adiectaqz consitit utrisqz quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

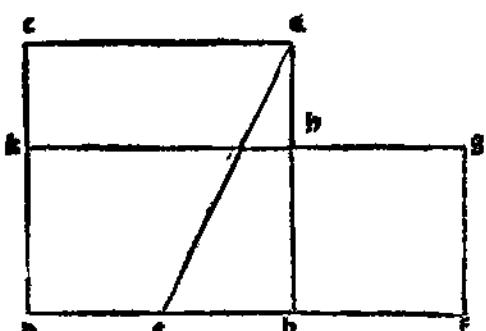
Sit linea a.b. divisa per equalia in. c. et addita sibi linea. b.d. dico qd duo quadrata duarum linearum. a.d. et. b.d. pariter accepta dupla sunt duobz quadratis duarum linearum. a.c. et. c.d. pariter acceptis. **E**rgo. c.e. perpendicularem super lineam. a.b. et equalē utriqz linearum. a.c. et. c.b. et perficio triangulū. a.e.b. ducis lineis. a.e. et. e.b. erit ut in pmissa uterqz angulorū. a.e.b. et uterqz eorum q sunt ad. e. medietas recti p. 32. primi: totusqz. e. est rectus a puncto. e. produco. e.f. equalē et equidistantem. c.d. et produco. f.d. et. e.b. quousqz concurrunt in puncto. g. et p dico lineam. a.g. eritqz per ultimam partem. 2.9. p. mi: angulus. c.e.f. rectus sed angulus. c.e.b. est medietas recti. ergo angulus. b.e.f. est similiter medietas recti: et quia per. 33. eiusdem. f.d. est equidistantes. c.e. erit per. 34. eiusdem angulus. f. rectus. ergo per. 32. eiusdem. erit angulus. e.g.f. medietas recti. Itemqz per eandem angulus. d.b.g. similiter medietas recti: propter id quod angulus. b.d.g. est rectus ergo per. 5. eiusdem duo latera. c.f. et. f.g. sunt equalia. Itemqz duo latera. d.b. et. d.g. sunt equalia: ergo per penultimam eiusdem quadratum. c.g. duplum est ad quadratum. c.f. quare ad quadratum. c.d. **I**temqz per eandem quadratum. a.e. duplum est ad quadratum. a.c. et quia quadratum. a.g. est per eandem equalē quadrato. a.e. et. e.g. similiter quoqz et quadrato. a.d. et. d.g. At qd quadratu. d.g. est equalē quadrato. b.d. erit duo quadrata duarum linearum. a.d. et. b.d. pariter accepta dupla duobz quadratis duarum linearum. a.c. et. c.d. pariter acceptis qd est propositum: nec autem et omnes premisse veritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11.

Atam lineam sic secare. vt qd sub tota et una portione rectangulum continetur: equum sit ei qd sit ex reliqua sectione quadrati.



Sit linea data. a.b. qz volumus sic dividere: vt qd ex tota et eius minore producitur equum sit quadrato maiori. **D**escribo quadratum ipsius qd sit. a.b.c.d. et latns. b.d. diviso per equalia in. e. et produco. a. e. et. e.b. produco vsqz ad. f. ita quod. c.f. sit equalis. a.e. et ex. b.f. portione extrinseca: describo quadratum quod ex latere. a.b. resecat portionem equalcm. b.f. que sit. b.b. et quadratum descriptum sit. b.f. b. g. Dico qd: a.b. sic est divisa in puncto. b.qd illud qd sit ex tota. a.b. in eius portionem. b.a. est equalē quadrato. b.b. produco. g.b. vsqz ad. k. que erit equidistantes. a.c. qz ergo linea. d.b. divisa est per equalia in. e. et est sibi addita linea. b.f. erit per. 6. huius qd sit ex. d.f. in. b.f. cu quadrato. c.b. equalē quadrato. e.f. quare et quadrato. e.a. Quare q per ultimum



primi: quadratis duarum linearum. e. b. z. b. a. ergo dempto ab utrisq; quadrato lin-
nee. c. b. erit qd sit ex. d. f. in. b. f. et ipsi est superficies. d. g. equale quadrato linea
a. b. ergo dempto ab utrisq; parallelogramo. b. d. erit quadratum. b. f. equale parallelo
gramo. b. c. et quia quadratum. b. f. est quadratum linea. b. b. et parallelogramu. b. c.
producitur ex. c. a. que est equalis. a. b. in. a. b. pater factum esse propositu. **C**ad
hoc autem faciendum in numeris non laborcs: quia impossibile est numerum sic di-
vidi: ut hic undecima proponit sicut scies sexti. 29. te docente.

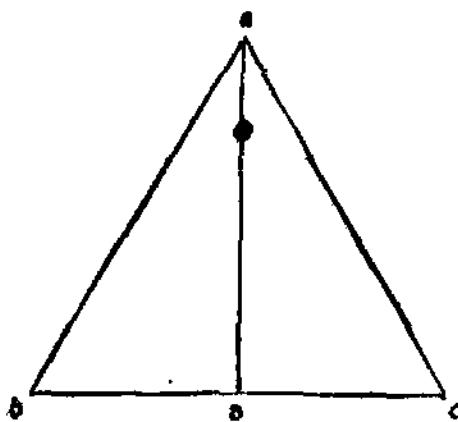
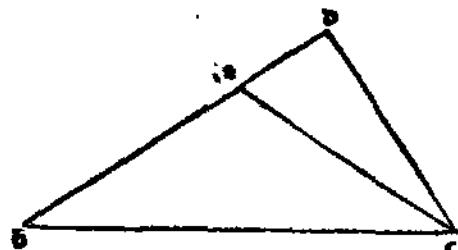
Propositio .12.

Si bis triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea
que obtusum subtendit angulum: ambobus reliquis lateri-
bus que obtusum continent angulum amplius potest. quia
tū est qd continet bis sub uno eoz: atq; ea que sibi directe
iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehendit.
Sit triangulus. a. b. c. habens angulum. a. obtusum. a. puncio. c. ducatur linea per-
pendicularis ad lineam. b. c. que necessario cadet extra triangulum. a. b. c. alioq; an-
gulus obtusus est rectus aut minor recto p. 16. primi: sit ergo. c. d. perpendicularis super lineam. a. b. productam usq; ad. d. Dico qd quadratum lateris. b. c. qd
subtenditur angulo obtuso tanto maius est duabus quadratis duarum linearum
a. b. z. a. c. ambientibus ipsum angulum obtusum. quantum est illud qd sit ex. b.
a. in. a. d. bis: potentia enim linee respectu quadrati sui est. unde tñ dicit posse linea
quilibet quantu in se ducta producere. Erit enim p. 4. huius quadrati. b. d. equale duobus
quadratis duarum linearum. b. a. z. a. d. et duplo eius qd sit ex. b. a. in. a. d. et
quia quadratum. b. c. per penultimam primi est equale quadrato. b. d. et quadrato
d. c. ipsum erit equale quadratis trium linearum. b. a. a. d. z. d. c. et duplo eius qd
sit ex. b. a. i. a. d. sed perpendiculare quadratum. a. c. est equale quadratis. a. d. z. d. c. ergo qd
dratum. b. c. est equale quadratis duarum linearum. b. a. z. c. a. et duplo eius qd sit
ex. b. a. in. a. d. quare. b. c. tanto amplius potest duabus lineis. b. a. a. c. quantum
est duplo eius. qd sit ex. b. a. in. a. d. Nam enim diximus qd tantu dicitur posse li-
nea quilibet quantum in se ducta producere quod est propositum.

Propositio .13.

Onus oxigonij tanto ea que acutum respicit angulum am-
bobus lateribus angulum acutum continentibus minus
potest: quia tñ est qd bis continetur sub uno eorum cui per-
pendicularis intra superstet: eaq; sui parte: que perpendi-
culari anguloq; acuto interixerat.

Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxi-
gonio veritatem habet de latere subtenco unilibet angulo acuto in omni triangulo
sive fiat orthogonius sive ambigoni sive oxigonius. **S**it ergo in triangulo
a. b. c. quicq; triangulus fuerit. angulus. c. acutus qui si fuerit oxigonius ducatur
perpendicularis ab utroq; angulo. a. vel. b. ad utrāq; basim. b. c. vel. a. c. quia cum
sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambigo-
nius aut orthogonius ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad la-
terus oppositus quia manifestu est cadere intra triangulum: et ut simpliciter dicam cum
in omni triangulo sunt duo acuti anguli necessario erit alter reliquoq; anguloru.
qui sunt. a. z. b. acutus. Dicam igitur perpendicularre ad lineam illam que duobus



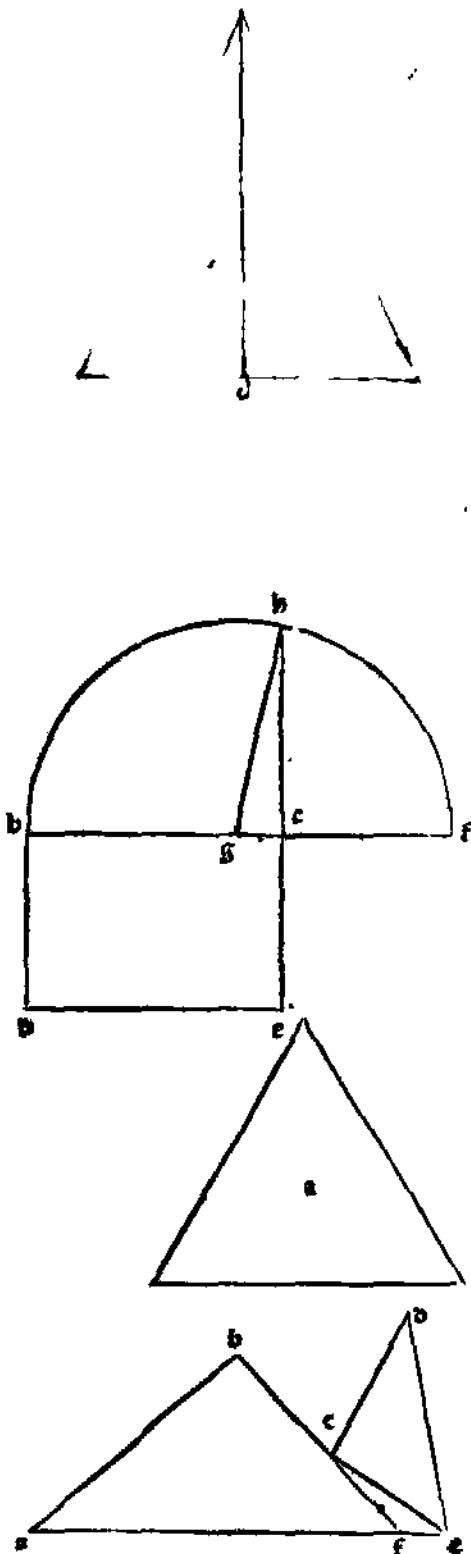
LIBER

gentis interiaceat. Sit ergo ut trianguli. a.b.c. angulus. b. etiam sit acutus ducā : ergo ad b.c. perpendicularē q̄ sit. a.d. que ut dictū est cadet intra triangulū. dico itaq; q̄ q̄ dratum. a.b. qd subtendit angulo acuto. c. tanto minus est duobus quadratis duarum linearū. a.c. t.c.b. quātū duplū eius qd fit ex. b.c. in. d.c. ¶ Vel dico q̄ quadratum. a.c. qd etiam subtenditur angulo. b. quē posuimus acutum quicquid fuit de angulo. a. tanto minus est duobus quadratis duarum linearū. a.b. e.b.c. quātū est duplū eius qd fit ex. c.b. in. b.d. Erit enim per. 7. huius quadratū. b.c. cum quadrato. d.c. equale ei quod fit ex. b.c. in. d.c. bis t quadrato alterius p̄tis sc̄z. b.d. quare addito vtriq; quadrato. a.d. erit quadratū. b.c. cū quadratis duarum linearū. a.d. t. d.c. equale quadratis duarum linearū. a.d. t. d.b. t duplo eius quod fit ex. c.b. in. c.d. At quia per penultimam prīmi quadratum. a.c. cū quadrato. a.c.e. quale quadratis duarum linearū. a.d. t. d.c. erit quadratū. b.c. cū quadrato. a.c.e. sed per eandem penultimam prīmi quadratū. a.b. equū est quadratis duarum linearū. a.d. t. b.d. ergo quadratū. b.c. cū quadrato. a.c. equum est quadrato a.b. t duplo eius qd fit ex. b.c. i. c.d. quare tanto minⁿ potest. a.b. duobus laterib⁹ b.c. t. a.c. quantū est duplū eius quod fit ex. b.c. in. c.d. quod est propositū. Si simili modo probabis latere. a.c. qd subtenditur angulo. b. acuto posse tanto minⁿ duobus lateribus. a.b. t. b.c. quantum est duplū eius : quod fit ex. c. b. in. b.d. ¶ Notādū aut̄ per hanc t̄ precedente t penultimam prīmi: q̄ cognitis lateribus omnis trianguli cognoscār̄ area ipsius t auxiliariis tabulis de corda t arctu cognoscatur omnis eius angulus.

Propositio .14.

Altō trigono equum quadratū describere.

¶ Sit datus trigonus. a cui nos volumus equum quadratū describere. Designabo superficiē equidistantium laterum t rectorum angulorum equalēm trigono dato fin quod docet. 42. prīmi: sitq; superficiē illa. b.c.d.c. annū si latera fuerint equalia habemus qd querim⁹. ipsa cni crit q̄drata. p̄ diffinitionē Si aut̄ latera sint inēq;lia tūc adiūgā minⁿ ipso rōm laterū maiori fin rectitudinē. sitq; linea. c.f. equalis minori duorū laterū qd ē c.e. adiuncta maiori quod est. b.c. fin rectitudinē. Totam. b.f. dividam per equalia in pūcto. g. t facto. g. cētro sup linea. b.f. fin quātitatē līnce. g.b. describā se micirculū. b.b. f. t latus. e.c. p̄ducā vñqueq; fecet circiferentia in pūcto. b. dico q̄ quadratū linee. c.b. est equalē trigono dato. Producā lineā. g.b. t qz linea. b.f. divisa ē p̄ equalia in. g. t p̄ inequalia in. c. erit p. s. bui⁹ qd fit ex ductu. b.c.i.c.f. cū q̄drato. c. g. equalē q̄drato. g.f. quare t quadrato. g.b. quare per penultimā prīmi t duobus quadratis duarum lineaz. g.c.e.c.b. ergo temp̄o vtriq; quadrato. a.g. erit qd fit ex. b.c. in. c.f. qd est equalē superficiē. b.e. eo q̄. c.f. ē equalē. c.e. equalē quadrato linee. c.b. quare quadratū linee. c.b. ē equalē trigono. a. qd ē propositū: ¶ Et nota q̄ p̄ hoc inueni latⁿ tetragoniciū cuiuslibz altera pte lōgioris t simpliciter omnis figure rectis līncis cōtente quecūq; fuerit. qm̄ omnē figurā talē in triangulos resoluem⁹ t cuiuslibz illoz triangulōrum inueniētⁿ tetragoniciū latus fin doctrinam istius. t inueniemus per penultimam prīmi. lineam vnam que possit in omnia latera tetragonica inuenita. verbi gratia volo nunc inuenire latus tetragoniciū reculince figure irregularis. a.b.c.d.e.f. resoluo eam. in. 3. triangulos qui sūt



a.b.f.c.d.e.z.c.f.e. Inuenio quoq; fin doctrinam istius tria latera tetragnosca istoꝝ trium triangulorum. qui sunt. g.b.b.k.z.k.l:z ergo b.k.perpendiculariter super.g.b.z produco.g.k.eritq; per penultimā quadratum primi.g.k.equale quadratis duarum linearum.g.b.z.b.k.z tertium latens.k.l.ergo perpendiculariter super lineam.g.k.z produco lineam.g.l.eritq; per penultimam primi.g.l.latus te tragonicum totius figure rectilinee proposita. Explicit liber secundus. Incipit liber tertius.

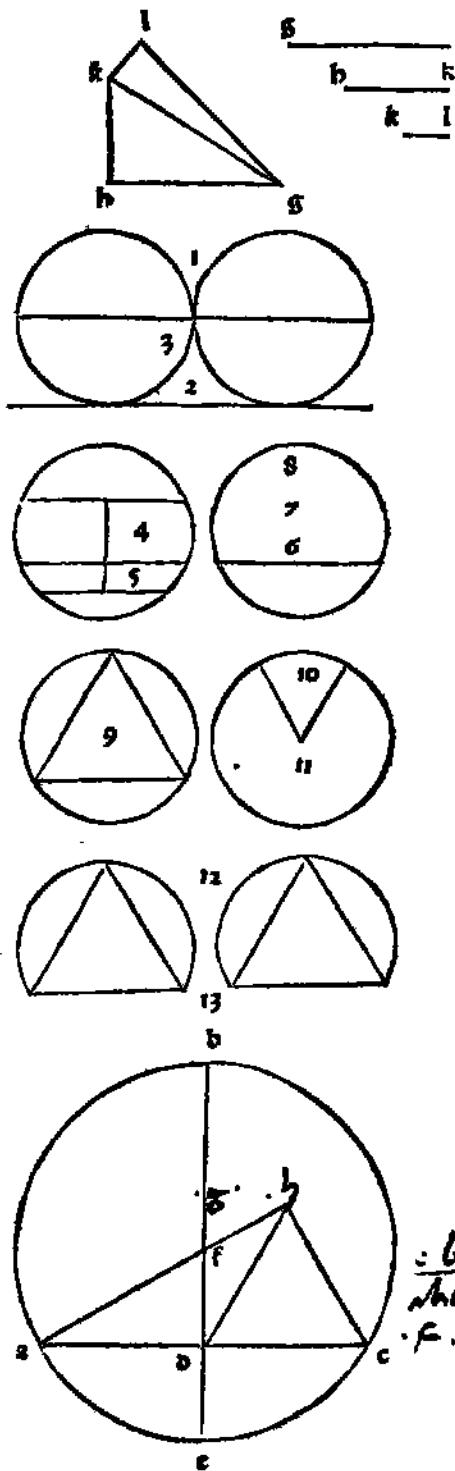


Quoꝝ diametri sunt egleſ. ipsos circulos eq̄les esse. Maiores aut̄ quoꝝ maiores et mi- nores quoꝝ minores. Circulū linea p̄tin- gere dicitur: que cū circulū tangat in vtrāq; partē eiccta.circulū non secat. Circuli sele contingere dicunt̄ qui tangentes se inicem̄ non secant. Recte linee in circulo equali- ter distare dicūt a centro.cū a centro ad ip- las ducte perpendicularares fuerint equales. Plus vero distare a centro dicit.in quā perpendicularis longior cadit. Recta linea portionū circuli cotinēs corda noſat. Portio vero circūferentie arc⁹ nūcupat. Angulus aut̄ portionis dicit q̄ a corda z arcu conti- nef. Supra arcū angulus consistere dicit. qui a quolibet pūcto ar- cus ad corde terminos duabus rectis lineis exireuntib⁹ cotinet. Se- ctor circuli est figura q̄ sub duab⁹ a cetro ductis lineis z sub arcu qui ab eis cōprehendit cotinet. Angulus aut̄ qui ab eis lineis ambitur supra centrū consistere dicit. Si les circuloꝝ portiones dicūt i quib⁹ qui supra arcum consistunt anguli sibi innicē fut egleſ. Arc⁹ quoq; similes sunt qui'equos angulos predicto modo sūcipiunt.

Propositio .i.

Circuli p̄positi cētrū inuenire. vii manifestū ē q̄ duab⁹ re- cts lineis in eodē circulo apud circūferētiā terminatis neu- tra illaz alterā per eq̄lia orthogonal'r secat nisi ipsa super centrum transierit.

Cit circulus propositus.a.b.c. cuis volumus centrū inuenire. du- co in ipso circulo linea. a.c. qualiterūq; contingat quā dividō per equalia i pūcto d. a quo duco perpendicularē ad lineā. a.c. quā applico circūferentie ex vtrāq; p- se. sitq; e.d.b. quā rursus dividō p̄ eq̄lia in pūcto. f. quē dico esse centrū circuli. Si enī nō ē: erit aut̄ alibi aut̄ i linea. e.b. aut̄ extra. In linea. e.b. nō: si enī fuerit i ea ut i pūcto. g. crit linea. e.f. maior linea. e.g. p̄ videlicet toto qđ est ipossible. Qđ si fuerit extra linea. e.b. ut in pūcto. b. ducant̄ linee. b.a.b.d.b.c. et q̄l latera. b.d. et d.a. trianguli. b.d.a. sūt eq̄lia latreib⁹. b.d.z.d.c. trianguli. b.d.c. et basis. b.a. ba- si. b.c. erit p̄. 8. primi angul⁹. a.d.b. eq̄lis angulo. c.d.b. q̄re vtrāq; rect⁹ et q̄l angu- lus. a.d.b. fuit etiā rect⁹ erit. a.d.b. eq̄lis. a.d.b.p̄. 3. petitione p̄mi ps̄ videlicet to- ti qđ ē ipossible. nō ē ergo cētrū dati circuli alibi quā i pūcto. f. qđ ē propositū.



LIBER

Propositio .2.

Super circuli circūferentiam duobus punctis signatis. linēam rectam ductam ab altero ad alterum. circulum secare necesse est.

Csit vt in circūferentia circuli. a.b. cuius centrum sit. c. signata sunt duo puncta que sunt. a. t. b. dico q̄ linea recta coniūgens vnu cum cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum: si tqz. a.e.b. linea recta si possibile est: producā lineas. c.a. t. c.b. erūtqz per. s. primi: angulus. c. a. b. t. c. b. a. equales: protraham itē lineā. c.e. que secet circūferentiam in punto. d. eritqz per. 16. primi: angulus. a. e. c. maior angulo. c. b. e. quare maior angulo. c. a. c. quā re per. 18. ciudem latus. a.c. minus latere. c.e. et quia. c. d. est equalis. c. a. crit. c.d maior. c.e. pars toto quod est impossibile: quia ergo linea coniungens duo pūctū a.b. non transibit extra circulum secabit ipsum quod est propositum.

Propositio .3.

Si lineam intra circulum preter centrum collocatam. alia a centro veniens per equa secet. orthogonaliter sup eam insistere. et si in eam orthogonaliter steterit. eam p̄ equa/lia dividere necesse est.

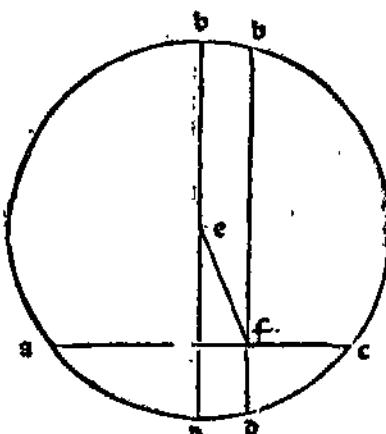
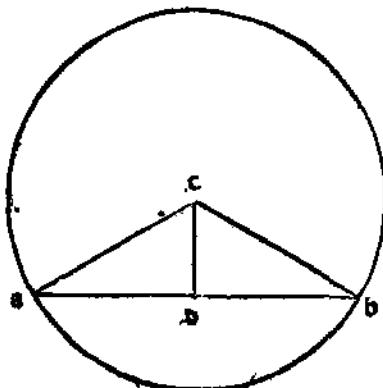
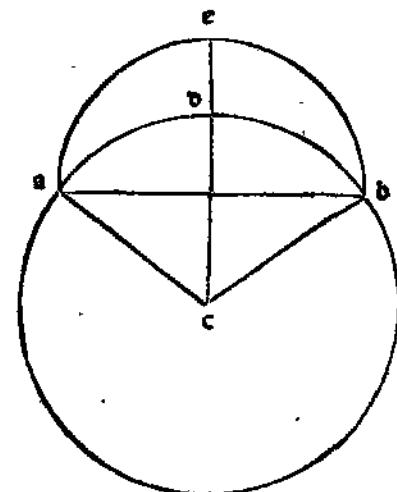
Csit vt lineam. a.b. collocatā intra circulum. a.b. cuius centrum sit c. linea. c.d. venies a centro dividat p̄ eq̄lia: dico q̄ dividit eam orthogonaliter. et e converso videlicet si dividit eam orthogonaliter dividit eam per equalia: producā lineas. c.a. t. c.b. t ponā primo q̄ dividat cā per eq̄lia: crūt ergo duo latera. c.d. t. d. a. trianguli. c.d.a. equalia duobus lateribus. c.d. t. d. b. trianguli. c.d.b. t ba/sis. c.a. basi. c.b. ergo per. s. primi: angulus. d. vnius est equalis angulo. d. alterius quare vterqz rectus: quare. c.d. est perpendicularis super. a.b. qd̄ est propositum.

Ponam utrumqz. c.d. sit perpendicularis super. a.b. t ostendam q̄ ipsa divi/dit. a.b. per equalia erit enim pp̄ter hanc positionē vterqz anguloz qui sunt ad. d. rectus quare vnu equalis alteri. At q̄. s. primi angulus. c.a.d. est equalis an/gulo. c.b. d. t latus. c.a. eq̄le lateri. c.b. per. 26. primi: eiusdem erit linea. a.d. equa/lis linea. d.b. quod est propositum.

Propositio .4.

Si intra circulum due linee se inticem secent. t super cen/trū non transeant. nō per equalia eas secari necesse est.

Csit vt in circulo. a.b.c.d. cuius centrum sit. e. due linee. a.c. t. b. d. se cent se in pūcto. f. t vtraqz eaz vel altera non trāscat per centrum. dico q̄ ipse nō dividunt se se p̄ equalia: ita q̄ vtraqz p̄ equalia dividat ab altera. **Q**d̄ si fuerit hoc possibile: ponat t sic primo vt neutra trāscat p̄ centrum a centro. e. producā lineā. e.f. critqz p̄ primā p̄missa vnuquisqz. 4. anguloz: qui sunt. a.f. e. e.f. c.b. f.c. t. c.f.d. rect⁹ qd̄ ē impossibile: sic enī rect⁹ esset minor recto. **C**sit igit̄ vt altera eaz trāscat p̄ centrum t altera nō: sitqz. b.d. trāscens per centrum adhuc dico q̄ nō dividunt se se p̄ equalia: qd̄ si sic. tunc p̄ primā p̄te p̄missa: cī b.d. ducta a centro dividat. a.c. per equalia dividat eā orthogonaliter. quare etiā a.c. dividet. b.d. orthogonaliter: t q̄ dividit. a.c. ipsa. b.d. p̄ eq̄lia vt ponit adver sarins: ipsa transibit per centrum t er corollarium prime būius: quare ambe tran/seant per centrum quod est contra ypotbesim.



Ego doctris huius:

nō est exceptus t

ad hanc amē t. vnu equalis

III

Propositio .5.

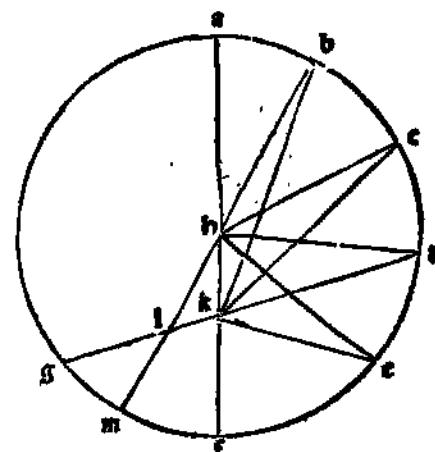
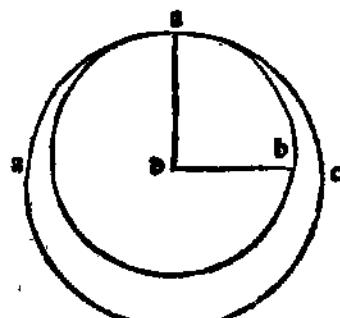
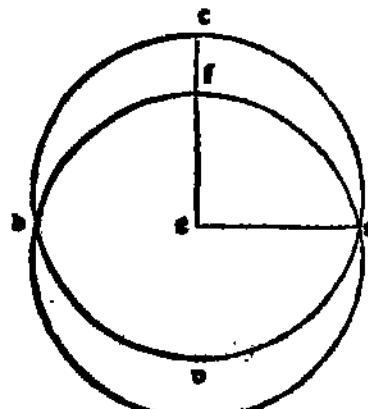


Irculorum se innicem secantim centra diversa esse.
C Sint duo circuli. a. c. b. a. d. b. secantes se super duo puncta. a. e. b. Dico q̄ eorum sunt diversa centra. C Si enim haberet idem cētrum ipsū erit per diffinitionē in portione vtriqz círculo cōmuni: sitqz illud e. z ducantur linee. e. a. z. e. f. c. etnqz p diffinitionē due linee. e. a. z. e. f. equales. C Itemqz per diffinitionem due linee. c. a. z. e. c. equales: quare e. f. est equalis. e. c. cum vtriqz earum sit equalis. e. a. pars videlicet toti qđ est impossibile.

Propositio .6.



Irculorum se se contingentium nō idem centrum esse necesse est.
C Sint duo circuli. a. b. z. a. c. contingentes se in punto. a. Dico q̄ eorum sunt diversa centra. Si enim habererint idem centrum crit p diffinitionem inter numerum eoz cum minor posuisse fuerit ita maiorem: sitqz ipsum. d. z ducantur linee. d. a. z. d. b. c. eritqz per diffinitionem vtriqz tangentium linearum. d. b. z. d. c. equalis. a. d. qđ est impossibile. C De circulis autem se contingentibus extra quoniam scz unus est extra alterū: manifestum est per diffinitionem centri qđ ipsi non habent idem centrum.



Sin diametro círcoli punctus preter centrum. signetur: ab eo ad circūferentiam linee plurime ducātur: que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero dya metrum perficiet omnium erit breuissima. que autem cen tro proxime ceteris longiores. C Quanto vero a centro remotores tanto breviores esse conueniet. C duas quoqz equidistātes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.

C Sit vt in diametro. a. f. círcoli. a. b. c. cuius centrum sit. b. sit signatus punctus k. preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt. k. a. k. b. k. c. k. d. k. e. k. f. k. g. ad circumferentiam: z transeat. a. k. per centrum. b. z. k. f. sit complemetum diametri: sitqz vt. k. e. z. k. g. equidistant a. k. f. hoc est dicere vt angulus. e. k. f. sit equalis angulo. f. k. g. dico qđ. k. a. est omnium longissima. z. k. f. omnium breuissima: alie vero tanto lōgiores quanto cētro ppinqiores: vt. k. b. est longior. k. c. z k. e. est longior. k. d. z. k. d. longior. k. e. z. k. e. z. k. g. sunt equales: quia enim in triangulo. b. k. b. uno latera. b. b. z. b. k. per. 20. primi: sunt maiora latere. b. k. et ipsa sunt equalia linea. a. k. erit. a. k. maior b. k. z eadem ratione maior omnibus alijs z hoc est primum. C Itemqz quia in triangulo. e. b. k. duo latera. b. k. et. k. e. per eandem sunt maiora latere. b. e. quod est equale linea. b. f. ipsa erit maior linea. b. f. ergo decmpsa communi linea que est. b. k. remanebit. k. c. maior k. f. eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa z hoc est secundum. C Itēqz qđ duo latera. b. b. z. b. k. trianguli. b. b. k. sunt equalia duob⁹ laterib⁹. z. b. z. b. k.

LIEBR

trianguli.c.b.k. et angulus.b.b.k. est maior angulo.c.b.k. erit p.24.primi basis .b. k.maior basi.k.c.eadem rone.k.c.maior erit.k.d.z.k.d.maior.k.e. et hoc est tertium.

CQd si due linee.k.g. et k.e.no sunt equeales erit altera maior: sitq.k.g. de q su-
mam.k.l.equalem.k.c. et producā.b.l. quousq secat circumferentiam in puncto.m.
et qz per hypothesim angulus.g.k.f. est equalis angulo.f.k.e. erit per.13.primi:angu-
lus.l.k.b.equalis angulo.c.k.b. et duo latera.l.k.z.k.b.trianguli.l.k.b. sunt equa-
lia duobus laterib⁹.c.k.z.k.b.trianguli.e.k.b. ergo p.4.primi basis.b.l. est cqua-
lis basi.b.e. et qz.b.m.est equalis.b.e. erit.b.m.equalis.b.l.Qd est impossibile.sunt
ergo due lince.k.g.z.k.e.equales qd est nostrū propositum.quartum

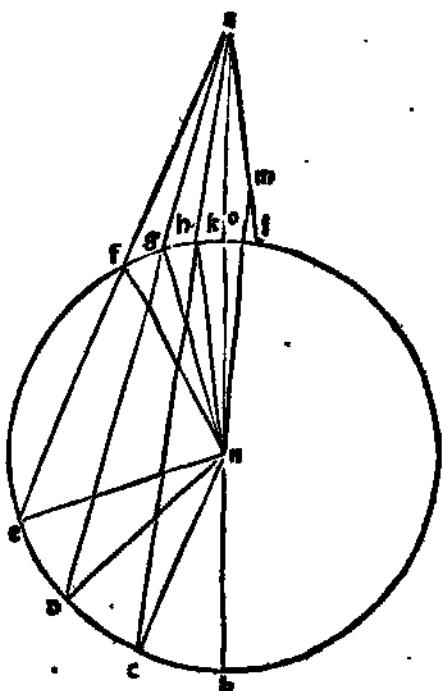
Propositio .8.

Si extra circulum puncto signato ab eo ad circumferenti-
am linee plurime ducantur circulum secando.que super
centrum transierit omnium erit longissima. **C**Entro an-
tem propinquiores ceteris remotioribus longiores. **C**Li-
neae vero partiales ad circumferentiaz extrinsecus applica-
te:ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima.
Et qz propinquiores remotioribus breuiores. **C**Due vero que linee
breuissime utrūqz eque propinquat equeales sunt.

CSit vt in punto.a. assignato extra circulū.b. c. d. cuius centrum sit.n. ducantur
plurime linee ad circumferentiam secando circulum que sint.a.k.n.b.a.b.c.a.g.d.
z.a.f.e.Dico qz.a.b.transiens per centrum omnī erit longissima. et qz.a.c. est ma-
ior.a.d.z.a.d.maior.a.c. et qz.a.k. est omnī breuissima extrinsecus: et qz.a.b. est
minor.a.g.z.a.g.minor.a.f. et dico qz si ducatur.a.l. ita qz ipsa z. a.b. equalis di-
stent ab.a.k.hoc est qz angulus.k.a.b. sit equalis angulo.l.a.k.ipse erit equalis

Cproducā eni a cētro.n.lineas.n.c.n.d.n.c.n.f.n.g. et n.b.erūtoz pet.20.primi
duo latera.a.n.z.n.c.trianguli.a.n.c.maior.a.c. et qz ipsa sunt equalia linee.a.b
erit.a.b.maior.a.c.eadem ratione erit maior omnibus alijs qd est p:imum. et quia
duo latera.a.n.z.n.c.trianguli.a.n.c.sunt equalia duobus lateribus.a.n.z.n.d.
trianguli.a.n.d.z angulus.a.n.c.est maior angulo.a.n. d. erit per.24.primi:ba-
sis.a.c.maior basi.a.d. et eadem rone erit.a.d.maior.a.c.qd est scdm. **C**Isteqz quia
in triangulo.a.n.b.duo latera.a.b.z.n.b.sunt maiora.a.n.per.20.primi.z.b.n. est
equalis.n.k.erit per communē sciam.a.b.maior.a.k.eadem rone quelbet extrinse-
cis applicataz maior erit.a.k.qd est tertius. **C**Item quia per.21.primi:duo linee
a.b.z.b.n.sunt minores duabus lineis.a.g.z.g.n.z.b.n.est equalis.g.n.erit per
communem scientiam.a.g.maior.a.b.eadem rone erit.g.f.maior.a.g.qd est quar-
tum. **C**Qd si.a.l.non sit equalis.a.b.cum ipse sunt equaliter distantes ab.a.k.erit
altera maior: sitqz.a.l.ponam ergo.a.m.equalem.a.b. et producam.n.o.m. quia
ergo duo latera.m.a.z.a.n.trianguli.m.a.n.sunt equalia duobus laterib⁹. b.a.z
a.n.trianguli.b.a.n.z angulus.m.a.n.est equalis angulo.b.a.n.erit per.4.pri-
mi:basis.m.n.equalis basi.n.b. et quia.m.o.est equalis.n.b.erit.n.o.equalis.n.
m. pars videlicet toti qd est impossibile et hoc est quintū

Propositio .9.



Si intra circulū puncto signato ab eo plures q̄z due linee ducite ad circūferentiam fuerint equales. punctū illud ceterum circuli esse necesse est.

Cit ut a puncto. a. signato intra circulū. b. c. d. ducite sint. 3. linee. a. b. a. c. a. d. ad circūferentiam quas pono ēc equales dico punctum. a. esse centrū circuli. Producā enim duas lineas. c. b. e. d. c. et dividā vtraqz eaz p eq̄lia. c. b. quidem in puncto. e. e. d. c. in puncto. f. et producam. e. a. e. f. a. quas ap̄plico circūferentie ex vtraqz parte. eritqz per. s. primi vterqz angulorū qui sunt. a. d. e. e. q̄l alteri. igit̄ p. 13. vterqz erit rect⁹. Sit̄ quoqz p eadē vterqz anguloz q̄ sūt. a. d. f. rectus: ergo per corollarī prīmū huius. quia. a. e. dividit. c. b. per equalia et or̄thogonaliter ipsa transit per centrum. similiter quoqz. a. f. transit per centrum. quare dividit. d. c. per equalia et orthogonaliter. quare. a. ē centrū qđ est propositum

Propositio .10.

Si circulus circulum secet. in duobus tantum locis secare necesse est.

Csint si possibile est uno circuli secantes se in pluribus q̄z in duobus locis super. 3. puncta. a. b. c. producam lineas. a. b. e. a. c. quas dividam per equalia in punctis. d. e. f. et producam a puncto. e. lineam. c. f. per perpendicularē super lineam. a. c. et a puncto. d. lineam. d. f. perpendicularē super lineam. a. b. et secant se due linee. e. f. et. d. f. i. puncto. f. eritqz per corollarīn prīmū huius punctuz. f. centrum circuli vtriusqz qđ est impossibile. per 5. huius.

Propositio .11.

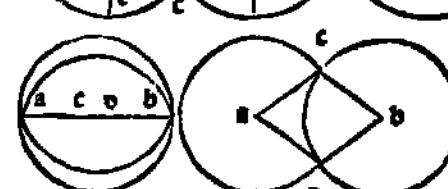
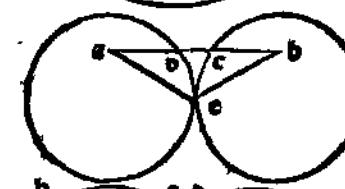
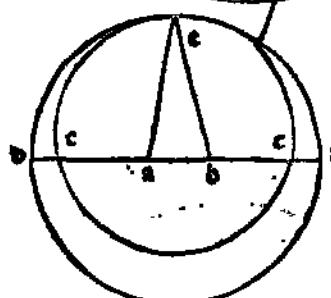
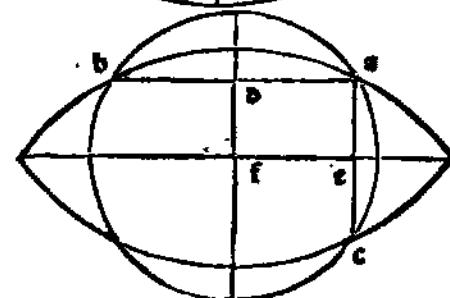
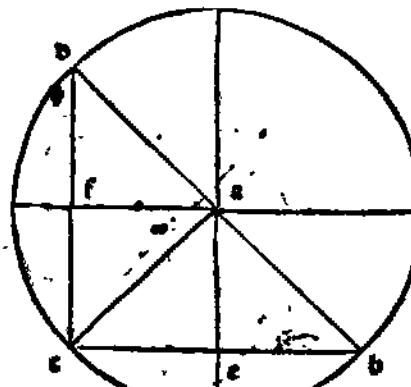
Si circulus circulum contingat. lineaqz per centra eorum transeat. ad punctum contactus eoz applicari necesse est.

CSi enim linea transiens per centra duorum circulorum. c. e. et. d. c. scilicet contingentium intra v̄l extra. nō vadit ad locum contactus secet circūferentiam vtriusqz: sitqz. a. centrum circuli. e. d. et. b. centrū circuli. e. c. et ducatur linea recta. a. b. c. d. secans circūferentiam vtriusqz: et ducantur linee a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e. a. c. b. eruntqz in contactu interiori. p. 20. pm̄i one linee. e. b. e. b. a. longiores. e. a. q̄re longiores. a. d. est enim. a. centru. circuli. e. d. et q̄m̄. b. c. est equalis. e. b. q̄m̄. b. est centrum circuli. e. c. erit. e. a. longior. a. d. qđ est impossibile. **C**In contactu vero exteriori erunt due linee. a. e. e. c. b. longiores. a. b. quare. a. d. e. c. b. minus erunt q̄ tota. a. b. qđ est falsum.

Propositio .12.

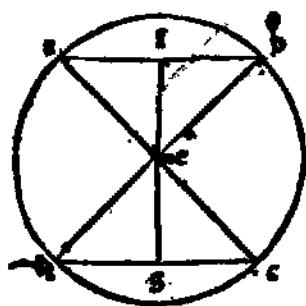
Si circulus circulum contingat linee intrinsecis sine extrinsecis. in uno tantum loco contingere necesse est.

CSi enī fuerit possibile. vt circulus circulū contingat in duob⁹ locis intra v̄l extra contingat circulū. a. b. c. d. circulus. a. b. e. inter⁹ i. duobus pūctis. a. b. vel exteri⁹ circulus. c. d. f. i. duob⁹ pūctis. c. d. Lū ergo ducemus lineā rectā ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulū. a. b. e. interiorē accidet contrariū secundū hui⁹. Qđ si ipsa cadat intra ipsū: cū diuiserimus ipsā p̄ equa/lia et eduxerim⁹ a pūcto dionis perpendicularē ad ipsā. fueritqz applicata circumfe/rentie ex vtraqz p̄ ipsa trāsibit p centru amboz circuloz. quare accidet contrarium p̄missum. **C**In circulo vero contingente exteri⁹ in pūctis. c. d. si ducam⁹ lineā rectā a puncto. c. ad punctū. d. necesse est accidere contrariū fe. b⁹. quare vtrūqz impossibile



LIBER

Propositio .13.



Rete linee in circulo si fuerint *equales* eas a centro *equidistare*. et si a centro *equidistant* *equales* esse *necesse* est.
C*Sit* ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. omnes linee. a. b. c. d. sunt *equales*. dico quod ipse *equidistant* a centro et econverso. Producatur enim a centro. e. linee. e. f. et e. g. *perpendiculares* ad. a. d. et b. c. eritque per. 2. partem tertie b*ui*. a. d. *divisa* per *equalia*. in. f. et b. c. in. g. qui ergo duo latera. e. d. et. d. a. trianguli. e. d. a. sunt *equalia* duobus lateribus. e. c. et. c. b. trianguli. e. c. b. et basis. e. a. basi. c. b. erit per. 3. primi angulus. d. *equalis* angulo. e. et quod duo latera. e. c. d. et. d. f. trianguli. e. d. f. sunt *equalia* duobus lateribus. e. c. et. c. g. trianguli. e. c. g. Nam. d. f. est *equalis*. c. g. eo quod tota. a. d. *posita* est *equalis*. b. c. et angulus. d. est *equalis* angulo. e. erit per. 4. primi basis. e. f. *equalis* basi. e. g. et quia iste sunt perpendiculares venientes ad eas a centro patet per definitionem: *sive*. 4. b*ui* ipsas *equidistant* a centro. **C**Aliiter idem. Quadratum enim. e. d. per penultimam primi valit quadrata duarum linearum. e. f. et. d. et quadratum. e. c. quadrata duarum linearum que sunt. e. g. et. c. g. et quia quadratum. d. e. est *equalle* quadrato. e. c. et quadratum. d. f. quadrato. g. c. erit quadratum. e. f. *equalle* quadrato. e. g. quare. e. f. est *equalis*. e. g. sicque patet idem. Sit ergo. c. f. *equalis*. e. g. quod est *tas equaliter distare a centro*. dico tunc quod. a. d. est *equalis*. b. c. d. et quadratis enim duarum linearum. e. d. et. c. c. *equalibus* demptis quadratis duarum linearum. e. f. et. c. g. *equalibus* remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum. f. d. et. g. c. quod per communem scientiam *necesse* est esse *equalia*: quia. f. d. est *equalis*. g. c. ergo duplam. f. d. quod est. a. d. est *equalle* duplo. g. c. quod est. b. c. et hec est scda pars *propositi*.

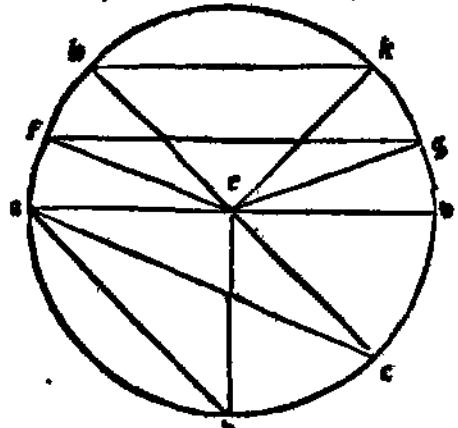
Propositio .14.

Si intra circulum plurime recte linee cediderint diametru eius omnium longissimam. eiique propinquiores remotius longiores esse *necesse* est.

C*Sit* ut in circulo. a. b. c. cuius centrum. e. cadant plurime linee que sunt. a. b. a. c. a. d. f. g. b. k. sitque. a. e. d. diameter. dico ipsam esse longissimam et alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro. e. linee ad extremitates omnium que sunt. e. b. c. e. f. e. b. et. c. k. eruntque per. 20. primi duo latera. e. f. et. e. g. trianguli. e. f. g. longiora. f. g. et quia ipsa sunt *equalia*. a. d. erit. a. d. maior. f. g. eadem ratione maior erit quod. a. c. quia. a. e. et. e. c. sunt maiorum. a. c. et *equalia*. a. d. ergo. a. d. maior est. a. c. sic quoque est maior. b. k. et maior etiam quod. a. b. Quod autem. f. g. sit maior. b. k. et. a. c. a. b. patet. quia per. 24. primi cum duo latera. f. e. et. e. g. trianguli. f. e. g. sunt *equalia* duobus lateribus. b. e. et. e. k. trianguli. b. e. k. et angulus. f. e. g. maior angulo. b. c. k. erit basis. f. g. maior basi. b. k. Similiter quoque quia. a. e. et. e. c. sunt *equalia*. a. e. et. e. b. et angulus. a. c. c. maior angulo. a. e. b. erit basis. a. c. maior basi. a. b. et sic est *propositum*.

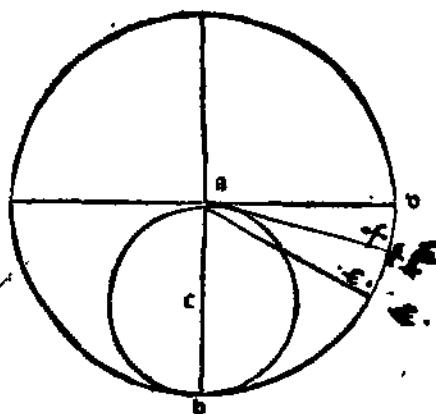
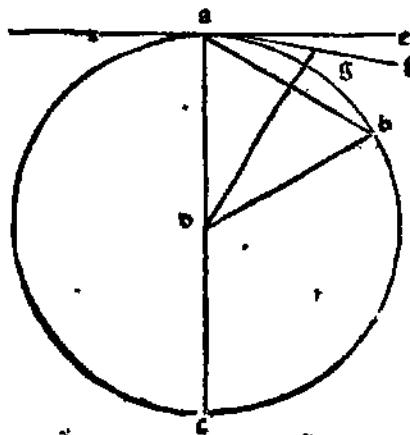
Propositio .15.

Si ab altero terminoru*m* diametri cuiuslibet circuli orthogonaliiter linea recta ducatur: extra circulum eam cadere *necesse* est. **C**Atque inter illam et circulum aliā lineā rectā ca-



pi impossibile est. Angulum autem ab illa et circumferentia contentum omnium acutorum angulorum esse angustissimum. Angulum vero intrinsecum a diametro et circumferentia contentum omnium angularum acutorum esse amplissimum necesse est. Unde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termio diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.

Sit ut a termino a diametri. a. c. circuli. a. b. c. cm²c²tz. d. duca linea orthogona liter: dico qd ipsa cadit extra circulum. et qd inter lineam illam et circumferentia nulla alia recta linea intercipit: et qd angulus que ipsa et circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. et qd angulus contentus a diametro et circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta. ab. a orthogonaliter super. a. c. linam: potest cadere infra circulum. sit illa linea. a. b. et ducatur linea. d. b. critqz per. s. primi angul². d. a. b. equalis angulo. d. b. a. et quia angulus. d. b. a. est rectus per hypothesim. habebit triangulus. a. b. d. duos angulos rectos quod est impossibile. p. 32. primi: Laddet ergo extra sitqz. a. e. qd si inter ipsam et circumferentia pot linea recta intercipit sit illa a. f. ad qud ducatur perpendicularis. d. g. et quia angulus. d. g. a. est rectus. crit p. 19. primi linea. a. d. longior linea. d. g. quod est impossibile. quare inter ipsam et circumferentia nulla linea recta intercipiet. Propter quod patet qd angul² contentus. ab e. a. et circumferentia qui dicuntur angulus contingentie est minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentie equalis. aut co minor cum omnis talis possit per equalia dividiri secundum doctrinaz. p. 32. primi inter lineam. a. c. et circumferentiam posset linea recta intercipi qd monstrauimus cisc no posse. per quod patet angulum contentum a diametro et circumferentia omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. Lorrelarii patet per primam partem. Cum enim linea. a. e. in utraqz partem erecta non fecerit circulum et tangat ipsum in puncto. a. ipsa est contingens p. distinctionem. Ex hoc notandum qd no valet ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius. et per omnia media. ergo per. equale. nec ista contingit reperire manus hoc et minus eodem ergo contingit reperire equalis. hoc autem sic patet. Sit circulus. a. b. super centrum. c. cuins diameter. a. c. b. et ducatur ab eius termino a. linea. a. d. orthogonaliter: eritqz contingens circulum per conelarium buius. Describat itc² sup punctu. a. fin quatitat² diametri. a. b. circul². b. e. d. et imaginet linea. a. b. noueri super punctum. a. per circumferentiam arcus. b. c. d. ita qd punctu. b. numeret omnia puncta arcus. b. e. d. quousqz perueniat ad lineam. a. d. et cooperiat ipsam. et quia angulus. b. a. d. est rectus: erit vt no sit sumere aliquem angulum acutum cui equalis non fecerit linea. a. b. cum diametro. a. c. b. minoris circuli. quia transit ad angulum rectum dum trans situm omnium angularum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contento a semicircumferentia. a. b. et diametro. a. c. b. et angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico qd nullus in transitu ab acutis minoribus ad recto maiore intermedius fuit ei equalis. Si cni fuerit aliquis: sit ut illu fecerit linea. a. b. cum punctus. b. fuit in punto. c. arcus. b. e. d. quia ergo angulus



LIBER

e.a.b.est equalis angulo semicirculi predicto:angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per ultimam partem huius:erit angulus.e.a.b.amplissimus omnium acutorum:dividatur ergo angulus.e.a.d.sicut proposuit.9.primi per equalia duxta linea.a.f.eritque per conceptionem angulus.f.a.b.aplicetur angulo.e.a.b.quare erit aliquid aplusquam plissimum quod est impossibile.¶ Unde sic cum angulus e.a.b sit equalis angulo semicirculi sicut posuit. At angulus semicirculi cum angulo contingente est equalis unius recto.Si militer quoque angulus.e.a.b.cum angulo.e.a.d.est equalis unius recto:erit angulus.e.a.d.equalis angulo contingente:et quod angulus contingente est angustissimus omnium acutorum per.3.premiu[m] huius:erit similiter angulus.e.a.d.sibi equalis angustissimus omnium acutorum sed angulus.e.a.f.est eo angustior per conceptionem:erit ergo aliquid angustius angustissimo quod est impossibile.¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi et quod transitur a minori ad maius non per equale. Itē quod est repetere minorē eo et maiorē:patet instantia contra virāque argumentationem predictam. Unde per interemptionem ad illud est respondendum.

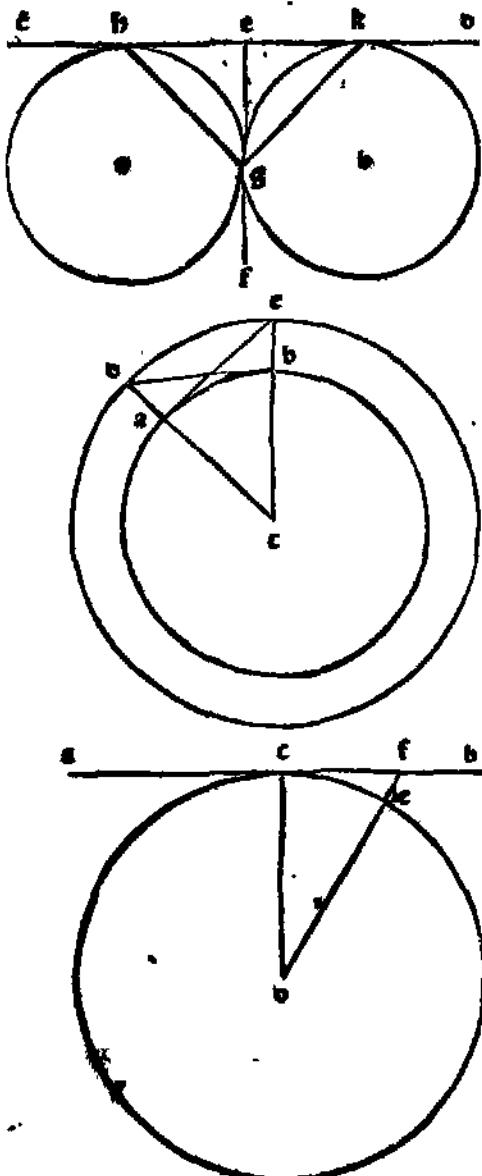
Propositio probari quod angulus contingente est divisibilis scilicet linea recta ut constat per configurationem bic a latere positam.Lertum est quod angulus qui causat ex contactu duorum circulorum vel spaz est angulus contingente et talis dividatur per lineam.e.g: quod bic habet triangulum. b.g.k. cuius basis b.k. dividatur per equalia in puncto e. et protrahatur versus g contactum et arguitur per.4.primi. deinde per.26.basis et patet propositum.

Propositio .16.

Dato puncto ad datum circulum linea contingente ducere.¶ Sit circulus datum.a.b. qui centro c. punctusque datur. d. volo ergo a punto. d. ducere lineam contingente circulum.a.b. p[ro]ducere lineam. d.c. secantem circumferentiam circuli.a.b. in punto. a. supradicta describo circulum. d.e. secundum qualitatatem lineae. d.c. concentricum circulo. a.b. et a punto g. produco lineam. a.e. perpendicularis ad lineam. d.c. que secet circumferentiam circuli. d.e. in punto. e. et p[ro]ducere lineam. e.c. secantem circumferentiam circuli. a.b. in punto. b. deinde producere lineam. d.b. que erit contingens circulum. a.b. quod enim duo latera. a.c. et c.e. trianguli. a.c.e. sunt equalis duobus lateribus. b.c. et c.d. trianguli. b.c.d. et angulus. c.e. cois viris erit per.4.primi angulus. e.s.c. equalis angulo. d.b.c. angulus autem. e.a.c. est rectus quare angulus. d.b.c. est rectus: per conelarium ergo precedentis erit linea. d.b. contingens circulum. a.b. quod est propositum.

Propositio .17.

Si circulum linea recta contingat a contactu vero ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineam contingente esse perpendicularis.¶ Sit linea. a.b. contingens circulum. c.e. cuius centrum sit. d. in punto. c. qui tangatur cum centro per lineam. c.d. dico hanc esse perpendicularis super lineam contingente. Si enim non est perpendicularis ad ipsam. sit ergo. d.f. perpendicularis ad eandem que secet circumferentiam circuli in punto e. eritque alterius angulorum qui sunt. ad.f. rectus igitur per.18.primi linea. c.d. est maior linea. d.f. quod est impossibile. Constat itaque. d.c. esse perpendicularis super. a.b. quod est propositum.



Propositio .18.

Si circulū linea recta cōtingat: et a cōtactu in circulū linea quedā orthogonaliter ducat. ī eadē cēr̄z eē necesse ē.
C sit vt prius linea. a.b. contingens circulum. c.c. in puncto. c. et a contactu ducat intra circulū. c.c. linea perpendicularis ad lineam. a. b. dico q̄ centrum circuli est in linea. c.c. et est cōversa prioris. Si enī non fuerit centru in linea. c.c. sit alibi vbiq̄cōtingat. sitq̄. d. et p̄ducat linea. d c. et q̄. d. c. per p̄missam perpendicularis ad lineā. a.b. qđ est impossibile cū. c. posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

Propositio .19.

Si intra circulum angulus supra centrū consistat: aliū vero angulus supra cirkūferētiā cōsistēt cādē basim habeat inferiori superiori duplus erit.

C sit vt in circulo. a.b.c. cuius centrū. d. fiat angulus. a.d.c. super centrū et angulus. a.b.c. sup cirkūferētiā. sitq̄. vtrinq̄. anguli cādē basis q̄ sit arcus. a.c. dico angulū. a.d.c. duplū esse ad angulū. a.b.c. C Qđ sic p̄batur. Aut enī due līneā. a.b. et b.c. idudūt duas līneā. a.d. et d.c. aut altera eaz̄ sit linea vna cū altera reliquaz. aut enī altera primarū secat alterā postremarū. C sit ergo primo vt includant eos vt in prima figuraione appareret. et producatur linea. b.d.e. eritq̄ per. 32. p̄mīl: angulus. a.d.e. extrinsecus equalis duob⁹ intrinsecis qui sunt. b.a.d. et a.b.d. anguli et quia ipsi sunt equalis per. 5. eiusdē erit angulus. a.d.e. duplus ad angulū. a.b.d. similiter quoq̄ erit angulus. e.d.c. duplus ad angulū. d.b.c. quare totus angulus. a.d.c. duplus ē ad totū angulū. a.b.c. qđ est propositum. C Qđ si altera duas linearū. a.b. et b.c. fiat linea vna cū altera duas linearū q̄ sunt. a.d. et d.c. vt in secunda figuraione appareret. per easdē p̄ quas prius: et simili mō liquet p̄positum. C Qđ si altera duarū primarū secat alteram duarū postremarū. vt in. 3. figuraione appareret. vbi linea. a.b. secat līneā. d.c. producatur linea. b.d.e. eritq̄ per easdē quas prius assumplimus et simili modo angulus. e.d.a. duplus ad angulū. d.b.a. et totus angulus. e.d.c. duplus ad totū angulū. d.b.c. quare angulus. d.b.c. dupl⁹ ē ad angulū. a.b.c. qđ est propositum.

Propositio .20.

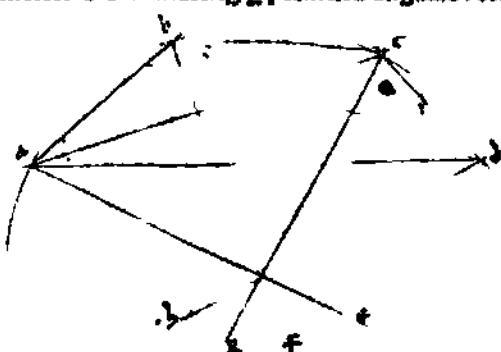
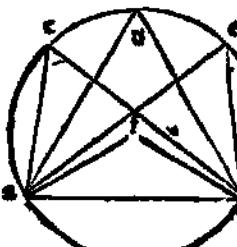
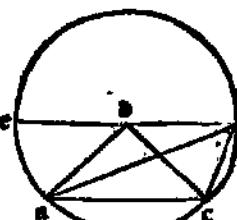
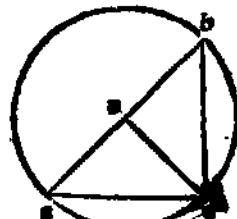
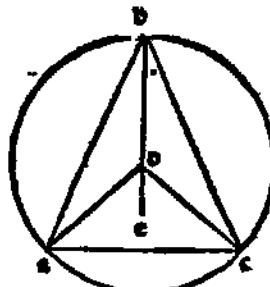
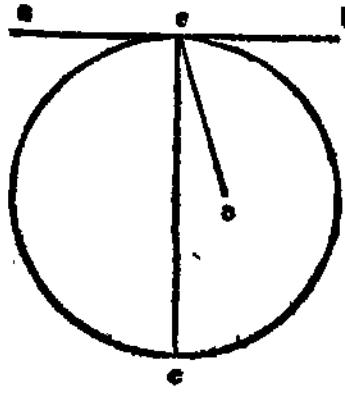
Si in vna circuli portione anguli super arcum consistant angulos quoslibet esse equalis necesse est.

C sit vt in portione. a.d.b. circuli. a.d.b. cuius centrum. f. cōsistant quoslibet anguli super arcum. a.g.d.b. qui sūt. c.d.c. dico eos eē equalis. protrabatur enī corda. a.b. et ab eius extremitatibus: ducantur in centrum līneā. a.f. et b.f. eritq̄ per p̄missam angulus. f. cōsistens super centrū ad vnuqueq̄ eoz. duplus: quare ipsi sunt equalis: qđ est propositum.

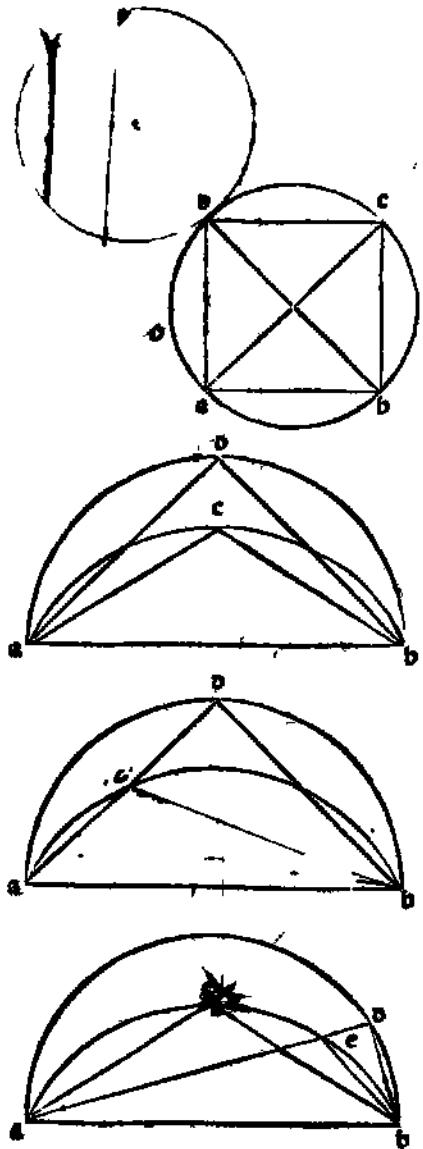
Propositio .21.

Si intra circulum quadrilaterū describat. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

C sit quadrilaterū. a.b.c.d. inscriptū circulo. a. b. c. d. dico quosq̄ duos ei⁹ angulos ex aduerso collocatos eē eq̄les duob⁹ rectis. p̄trabant enī in q̄drilatero diametri. a.c. b.d. eritq̄ p̄ p̄missā angulus. c.b.d. eq̄lis



LIBER



angulo.c.a.d. et angulos.a.b.d.angulo.a.c.d. quare totus.a.b.d. est equebus angulis qui sunt.a.c.d.z.c.a.d. et quia ipsi cum angulo.a.d.c. sunt equebus rectis. per. 32. primi: erunt duo anguli.b.totalis.z.d.totalis. equales duobus rectis quod est propositum. Similiter quoq; probabitur angulos. a.z.c. totales esse equales duobus rectis.

Propositio .22

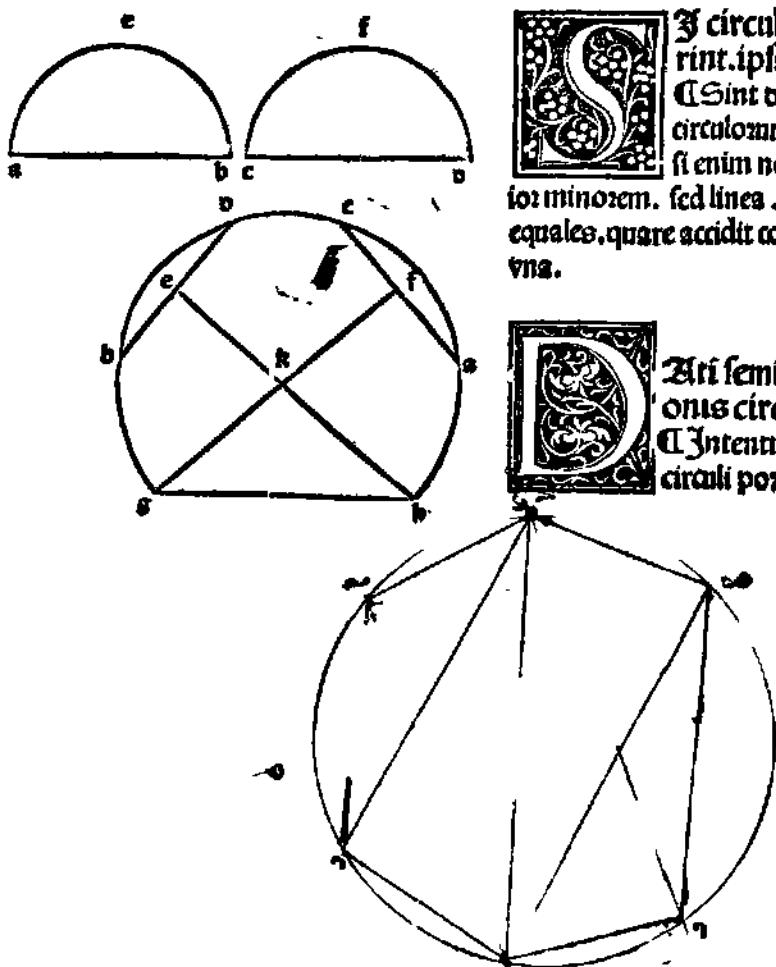
Sunt circuli similes portiones inequales. super unam rectam lineam assignata. ex eadē parte cadere impossibile ē. Sit linea recta assignata. a.b. sup quā fiat portio circuli. a.c.b. visco q; sup eandem lineā ex parte eadem non fiet alia portio que sit similis huic. et ea maior aut minor. Qd si fuerit hoc possibile fiat ergo portio. a.d.b. maior ea que tamen sit similis ei. fiat ergo angulus. a.c. b. i portione minori. et angulus. a.d.b. in maiori. erit ergo ut lineae. a.d. z. d.b. inclinant lineas. a.c. z. c.b. vt p; i figuratiōe prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera postremaz. vt in sc̄a. aut ut altera secet alteram vt in tertia. Qd si fuerit primo modo erit per. 21. primi: angulus. c. maior angulo. d. nō ergo sunt portiones similares per distinctionē. Qd si secō modo erit ad huc angulus. c. maior angulo. d. per. 16. eiusdem. nec sic igit erūt portiones similares. Si aut tertio modo sit ut linea a.d. fecerit lineam..c.b. z fecerit circumferentiam portiones minoris in puncto. e. z unicaf linea. e.b. eritq; p; eadē. 16. primi: angulus. a.c.b. p̄sistē i portione. a.c.b. maior angulo. d. s. e. ē equebus. c.p. 20. b. q̄re. c. ē maior. d. q̄re nullo modo s̄iles. Siili quoq; inō pbabis q; sup lineā. a.b. nō fiet portio s̄itis portioni. a.c.b. minor. e. a. posito. c in loco. d. z. d. in loco. c. in figuraūibns predictis. erit enī per premissas sc̄ per 21. z. 16. primi: z premisso modo angulus. d. omniū figuraūi maiori angulo. c. quare portiones nō erūt similares. Et note q; licet proponatur super lineam una nō posse fieri portiones similares inequales ex eadem parte. verum est tamē q; nec ex diversis qd licet probare minori que est ex una parte supposita maiori que ē ex alia. necesse enī. erit per cōmūnem sc̄iam ipsam a. maiori excedi. non ergo sunt similares per banc. 22.

Propositio .23.

Si circulorum similes portiones super lineas equas fierint. ipsas portiones equales esse necesse est. Sint due lineae. a.b. z. c.d. equales super quas sint due portiones circulorum. a.e.b.c.f.d. que sunt similares. dico q; ipse sunt equales. si enim non sunt equales altera earum supposita alteri excedet major minorē. sed linea. a.b. non excedet lineam. c.d. nec excedetur ab ea: cum sint equales. quare accidit contrariuz p̄missæ qd ē impossibile. erit enī. a.b. z.c.d. linea una.

Propositio .24.

Atri semicirculi. sine semicirculo maioris minorisne portiones circulum perficere. Intentum per banc cōclusionē est ex omni arcu dato sine ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo. a.b. quilibet arc⁹



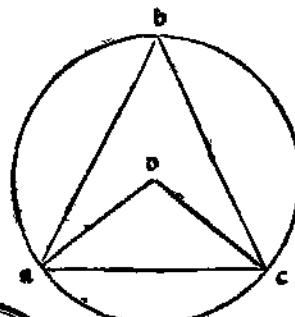
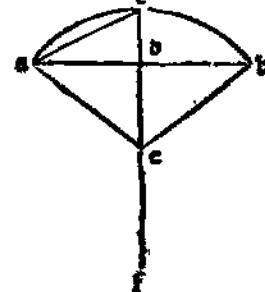
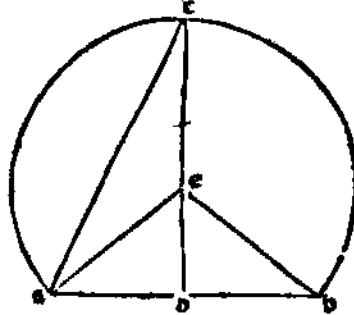
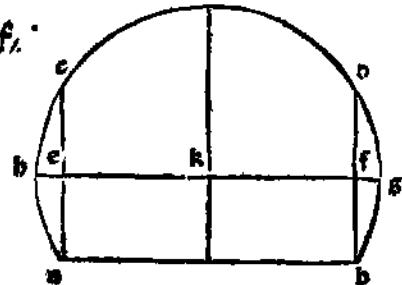
III

ex quo volo perficere circulum protraham in eo duas lineas qualitercumq; contin-
gat que sunt. a.c. et b.d. quas diuidam per cqualia. a.c. quidem puncto. e. et b.d. in
puncto. f. et protraham. f.g. perpendiculararem ad. a.c. et. b.f. perpendiculararem ad
b.d. que secant se in puncto. k. critq; per conel. prime huic centru circuli in vtra/
q; linearum. e.g. et. f.b. quare centrum est punctu. k. Si autem. e.g. non fecet. f.b. g
sed sint linea vna. que admodum erit si due linec. a.c. et. b.d. sint eqnidistantes tunc
ipsa applicabit circuferentia dati arc². ex utraq; pte ipsa igit diuisa p medium i puncto
k. erit ibi centru circuli per idem conel. Eqnidistantes autem non erunt. e.g. et. f.b.
quia cum in utraq; sit centrum circuli per dictum conel. essent eiusdem circuli duo
centra. Sic potest de omni arcu sive de omni portione communiter demonstrari qua-
liter inde circulus perficiatur. Quia tamen auctor videt hanc conclusionem varia-
re fin diuersas species arcu omnium portionum enumerando species: demonstrabim
diuisim per species qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo
primu. a.b. portio data semicirculus. eritq; per diffinitionem semicirculi linea. a.b.
diametri. ea igitur diuisa per medium in puncto. c. erit. c. centru circuli. Sit tur-
sus portio. a.c.b. semicirculo maior cuius corda sit. a.b. quia diuido per equalia in
puncto. d. a quo duco. d.c. perpendiculararem ad ipsam que transibit per centrum
per conel. primi huius: et protraho lineam. a.c. et quia linea. a.b. est minor diamet-
ro cum sit. a.c.b. portio maior semicirculo: erit. a.d. minor semidiametro. sed. d.c
est maior semidiametro. ergo. d.c. est maior qz. a.d. ergo per. 19. primi: angulus
c.a.d. est maior angulo. a.c.d. fiat itaq; per. 23. primi: angulus. c.a.e. equalis an-
gulo. a.c.d. producta linea. a.e. que secet lineam. c.d. in puncto. e. eritq; p exta pri-
mi linea. a.e. equalis linee. e.c. producta igitur linea. c.b. eritq; per. 4. primi linea
e.b. equalis linea. a.e. quare tres linee. e.a.e.b.e.c. sunt equales ergo per. 9. huius
e. est centrum circuli. Sit iterum. a.c.b. portio minor semicirculo. cuius corda sit
a.b. quia diuido per equalia in puncto. d. a quo producio lineam. c.d.e. perpendicular-
arem ad lineam. a.b. que secet circuferentiam in puncto. c. hoc manifestu est transi-
te per centrum per conelarum primi huius. produco iten lineam. a.c. eritq; an-
gulus. a.c.d. major angulo. c.a.d. si est equalis erit portio. a.c.b. semicirculus. et si
minor erit maior semicirculo: positu est autem q; sit minor. produco igitur linea. a.
e. que cum linea. a.c. faciat angulum equalem angulo. c. et secet lineam. c.f. in puncto
e. et manifestu est p exta punctum. c. cadat extra datam portionem. et produco lineam. e.b
et quia angulus. a. totalis est equalis angulo. c. erit per. 6. primi linea. c.a. equalis
linee. e.c. et quia per quartam primita linea. e.b. est equalis linea. e.g. erit per. 9. hu-
ius punctu. e. centrum circuli quare patet propositum fin omnes species portio-
num circuli.

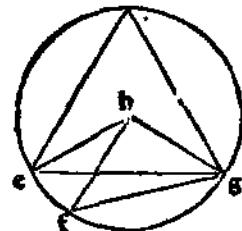
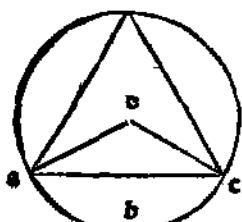
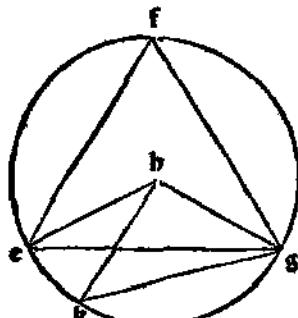
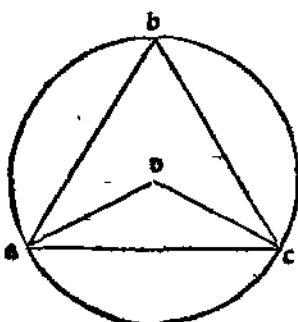
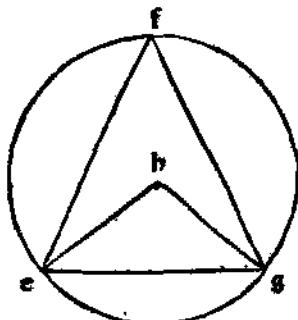
Propositio 25.

In equis circulis seu super centra. seu sup circuferentias
equales anguli constuant. super equos arcus eos cadere
necesse est.

Sint duo circuli equalis. a.b.c. cuius centru. d. e. f. g. cuius cen-
tru. b. et fiat supra cetera eoz duo anguli. a.d.c. et. c.b.g. qui ponant
equalis. vico duas arcus. a.b.c. et. e.f.g. esse equalis. protrahantur due linee. a.c.
et. e.g. et fiant duo anguli in circuferentia ipsorum consistentes supra predictos ar-
cus qui sunt angulus. a.b.c. et angulus. c.f.g. quis ergo circuli sunt equalis.



LIBER



per definitionem equalium circulorum semidiametri equales: et quia duo anguli. d. z. b. sunt equales erit per. 4. primi linea. a. c. equalis linea. e. g. et per. 19. huius erit angulus. b. equalis angulo. f. cum. d. angulus sit equalis angulo. b. ergo per definitionem similius portionum due portiones. a. b. c. z. e. f. g. sunt similes: et qd ipse sunt super lineas. a. c. z. e. g. equalis ipse erant equalis per. 23. huius: quare arc². a. b. c. z. e. f. g. sunt equalis. Qd si anguli. b. z. f. qui sunt in circumferentia ponantur equalis erunt per definitionem portiones similes et anguli. d. z. b. equalis p. 19. huius: et quia circuli sunt equalis per positionem erunt per. 4. primi: due lineae. a. c. z. e. g. equalis quare ut prius portiones equalis per. 23. huius cum sunt similes et super equalis lineas. igitur et arcus equalis: quod est propositum.

Proposito .26.

Si in equis circulis equi sumatur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eoz seu supra circumferentias constituatur equos esse necesse est.

C. Sint ut prius duo circuli. a. b. c. cuius centrū. d. z. e. f. g. cui² centrū. b. sintqz duo arcus. a. b. c. e. e. f. g. equalis fiantqz super ipsos arcus duo anguli in centro qui sunt. d. z. b. ductis. a. d. c. d. e. b. g. b. Itemqz super eosdem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sunt. b. z. f. ductis lineis. a. b. c. b. e. f. z. g. f. dico duos angulos d. z. b. adiuvicē eē eqles. Itēqz duos. b. z. f. adiuvicē equalis et est hec conversa prioris. si enim non sunt. d. z. b. anguli ad in tucem equalis: sit ergo. b. maior a quo absindatur angulus. k. b. g. qui sit equalis angulo. d. critoqz per premissam arcus. k. e. f. g. equalis arcū. a. b. c. sed duo arcus a. b. c. z. e. f. g. positi sunt equalis: accidet ergo parē esse equalē toti: quod ē impossibil: quare anguli. d. e. b. totales sunt equalis. C. Simili quoqz modo probabis angulos. b. z. f. esse equalis. vel si mains probato qd anguli. d. z. b. sunt equalis. sequitur. b. z. f. esse equalis per. 19. huius et econuerso.

Proposito .27.

Si in circulis equalibus eque linee arcus resecant. arcus quoqz equalis esse. si autē linee iequalis fuerint arc² quoqz inequalis. et a maiore linea maiorem arcum: a minore vero minorem abscondi necessariū est.

C. Sint duo circuli equalis. a. b. c. cuius centrū. d. z. e. f. g. cui² centrū. b. sintqz corda. a. c. equalis corde. e. g. vico duos arcus. a. b. c. z. e. f. g. quos pdicte corde ex predictis circulis resecant esse equalis. Qd si corda. e. g. ponat maior corda a. c. dico arcū. e. f. g. esse maiore arcū. a. b. c. Primi quidem sic probat ducantur a centris linee ad extremitates cordaz que sunt. d. a. d. c. b. e. b. g. et quia circuli possit sunt fore eqles. erit hec semidiametri equalis. et qd linea. a. c. posita est equalis linea. e. g. erit per. 8. primi: angulus. d. equalis angulo. b. totali: quare per. 25. huius erit arcus. a. b. c. equalis arcū. e. f. g. sicqz patet primum. scdm sic. sit. e. g. maior. a. c. eritqz per. 25. primi angulus. b. maior angulo. d. fiat ergo angulus. f. b. g. equalis angulo. d. eritqz per. 25. huius arcus. f. g. equalis arcū. a. b. c. quare arcus. e. f. g. est maior arcū. a. b. c. quod est scdm. ppositū.

Propositio .28.



Irculorum equalium equos arcus. eqnas cordas habe/re necesse est.

Sunt duo circuli euales. a. b. c. cuius centrum. d. e. f. g. cuius cen-trum. h. sitqz arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. dico qd corda. a. c. est equalis corde. e. g. z est bec conuersa prime partis premisse. **D**ucat linee. d. a. d. c. b. e. b. g. cunctqz per. 26. huius anguli. d. e. b. equales: quare qd quar-tam primi: erit. a. c. equalis. c. g. quod est propositum. Quecunqz autem probate sunt passiones de diuersis circulis equalibus intellige multo fortius veras esse de codem.

Propositio .29.



Atum arcum per equalia dividere.

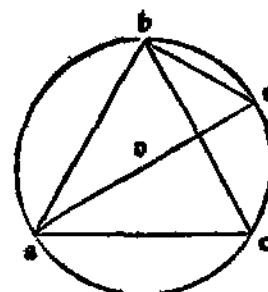
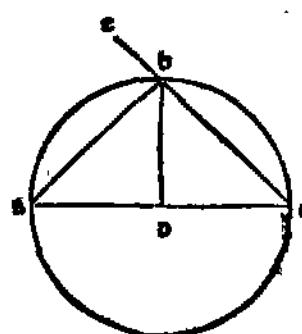
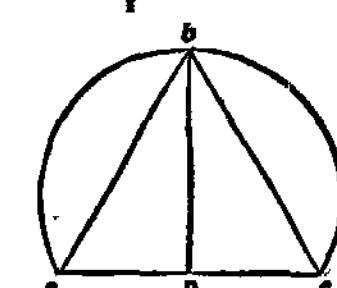
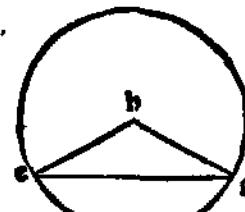
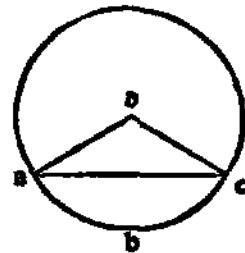
Sit datus arcus. a. b. c. cui subtendatur corda. a. c. que dividat per equalia in puncto. d. a quo ducatur perpendicularis ad ipsaqz que sit d. b. secans circumferentiam dati arcus in puncto. b. que dico dividere datum arcum per equalia. ducantur enim linee. b. a. b. c. que erit eq-les per. 4. primi quare p prima partem. 27. huius arcus. a. b. erit equalis arcui. b. c. quod est propositum.

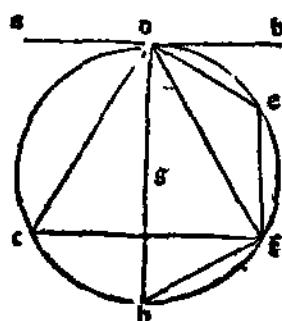
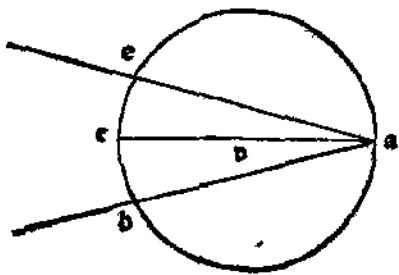
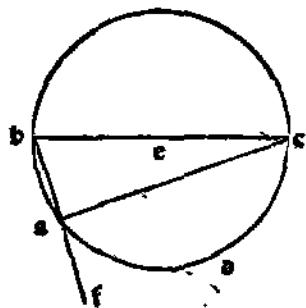
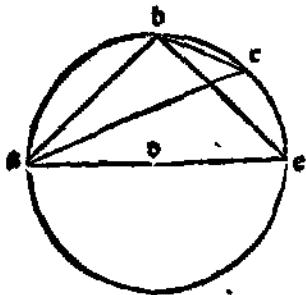
Propositio .30.



A rectilinemus angulus in semicirculo supra arcum consi-stat. rectus est. Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. **I**temqz omnis portionis angulus semi-circulo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

Sit vt in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. et diameter. a. d. c. semicirculus. a. b. c. in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus. a. b. c. ductis lineis. a. b. et b. c. di-ko illum angulum esse rectum. protrabatur ab ipso angulo in centrum linea. b. d. eritqz per quintam primi: angulus. a. b. d. equalis angulo. a. et angulus. d. b. c. equa-lis angulo. c. et quia angulus. c. d. b. est equalis duobus angulis. d. b. a. et a. b. per. 32. p-mi: ipse erit duplus ad angulum. d. b. a. eadem ratione angulus. a. c. d. b. dupl^o erit ad angulum. d. b. c. ergo duo anguli. c. d. b. et a. d. b. dupli sunt ad totalem angu-lum. a. b. c. sed ipsi sunt equales duobus rectis. per. 13. primi: erit igitur angulus a. b. c. totalis medietas duorum rectorum: quare rectus quod est primum propo-situm. **I**de aliter protrabatur. b. c. usqz ad. e. eritqz per. 32. primi: angulus. a. b. c. equalis duobus angulis. a. et c. et quia angulus. a. est equalis angulo. a. b. d. et angulus. c. angulo. c. b. d. erit angulus. a. b. c. equalis totali angulo. a. b. c. ergo uter qz eorum est rectus per diffinitionem. **S**ic oī sic patet: sit in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo: et fiat super eius cir-ferentiam angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. et b. c. dico illum angulum esse mino-rem recto. ducantur enim diametri. a. d. e. et linea. e. b. eritqz per primam partem huius. b. totalis rectus. quare angulus. a. b. c. erit minor recto per communem scien-tiam cum sit pars eius: sicqz patet secundum. **T**ertium sic. Sit rursus in circulo. a. b.





c. cuius centrum. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. que sit semicirculo minor: q. fiat super eius circumferentiam angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. z. b. c. dico hunc anglem esse maiorem recto. producantur enim diametri a. d. e. z linea. b. e. eritq; per primam partem huius angulus. a. b. e. rectus. quare angulos. a. b. c. erit maiors recto quod est tertium propositum. **C**Quartum et quintum sic. Sint in circulo a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo et portio. a. d. c. cuius eadē corda. a. c. minor semicirculo dico angulum contentum ab arcu b. a. z corda. a. c. esse maiorem recto et angulum contentum ab arcu. d. a. z corda a. c. esse minorem recto. producantur diametri. c. e. b. z linea. b. a. vñq; ad. f. eritq; per primam partem huius angulus. b. a. c. rectus. quare per. 13. primi angulus. f. a. c. est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est primi et secundus pars recti evidenter pater vñq;. quare tota liquet hec petham membris conclusio. **C** Ex istis autem duobus ultimis partibus nota etiam instantiam contra illas duas argumentationes ad quas tulimus instantiam. in. 15. huius. transitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per ultimam partem huius ad anglem portionis semicirculo majoris qui est maior recto per penultimam partem huius. non tamē per equale. Cum enim omnis portio circuli sit semicirculus aut maior semicirculo. aut minor: sit autem tam angulus semicircoli per primam partem. 15. quā angulus portionis minoris per ultimā partē huius minor recto. portionis vero maioris sit maior recto. et tñ nō erit alicui "portionis agel". nec simpli aliquis contentus a circumferentia. z linea recta nec recti nec equalis recto. Qd ut clarus pateat sit i circulo. a. b. c. cuius centrum. d. linea. a. b. cui non sit determinatus finis ex parte. b. secans ex ipso portionē semicirculo minorē. eritq; per ultimā partem huius minor recto. huius circuli sit diameter. a. d. c. z imaginetur linea. a. b. moneri ad partem. c. super punctū. g. que quādā fuerit citra. c. vel in ipso. 6. coepiens diametrum. a. d. c. faciet cum arci angulum minorem recto. In omni autem punto vñtra. c. velut in. c. faciet p pendile ptem b⁹ angulum maiorem recto. trahit ergo a minori ad maius non per equale. et sicut in rectilineis angulis est reperire maiores angulo semicirculi et minorem. non tamē equalē ut monstratū ē. i. 15. huius: sic in angulis portionis est reperire maiorem recto et minorem non tamē equalē: vt patet ex ista demonstratione.

Propositio .31.

Si circulum linea recta contingat et a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum dividatur quoscunq; duos angulos cum contingente facit. duo huius angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibus: equales sunt.

CSit recta linea. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cuius centrum. g. in puncto. d. a quo. d. ducatur in circulum preter centrum linea. d. f. secans ipsum. fiantq; angulus. d. c. f. consistens super arcum portionis. d. c. f. ductis lineis. c. d. z. c. f. et angulus. d. e. f. consistens super arcum portionis. d. e. f. ductis lineis. c. d. z. e. f. dico angulum. c. esse equalē angulo. b. d. f. et angulum. e. angulo. a. d. f. ducantur enim diametri. d. g. b. z linea. f. b. eritq; per. 17. huius. d. b. perpendicularis super. a. b. et per primam partem premisse angulus. d. f. b. rectus. quare duo anguli. a. d. b. et

d.f.b.sunt equales.posito ergo communi angulo.b.d.f:erit angulus.a.d.f.equalis duobus angulis qui sunt.d.f.b.z.b.d.f.sed bi duo cum angulo.b. sunt equales duobus rectis per.32.primi:ergo angulus a.d.f.cum angulo.b. cquales duobus rectis.led angulus.a.d.f.cum angulo.b.d.f.eqvinalet duobus rectis per.13.pri/ mi:ergo angulus.b.d.f.est equalis angulo.b.ergo z angulo. c.per.20.bui⁹ z hoc est primum. z quia uno anguli.c.z.c.sunt equales duobus rectis per.21.bui⁹ erit angulus.e.equalis angulo.a.d.f.quod est scdm. Vel istud scdm sit angulus. a.d.f.cum angulo.b.eqvinalet duobus rectis.vt premonstratum est.sed angulus.e.cum angulo.b.eqvinalet duobus rectis per.21.buius.ergo angulus.e.est equalis angu/lo.a.d.f.quod est propositum.

Propositio .32.

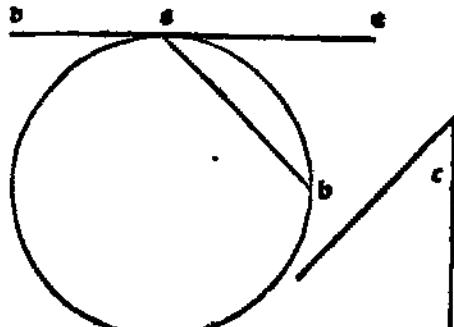
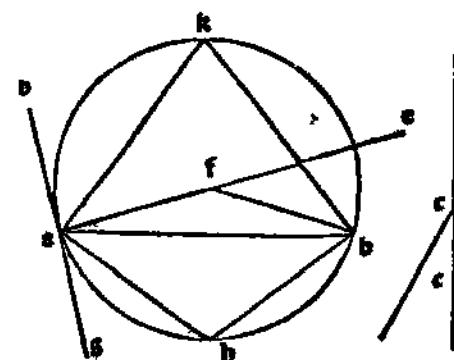
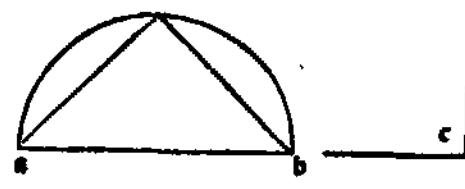
Super datam lineam.circuli portione describere capien/tem angulum.dato angulo equalem.seu rectum. seu ma/iorum seu minorem recto.

Si a.b.linea data e.c.datus angulus super lineam a.b.volto de scribere unam circuli portione recipiet*e* i circuferentia rectilineu*m* angulu equali angulo.c.Si igitur fuerit angulus.c.rectus diuisa.a.b.p medium descri/bam super eam semicirculum.factumqz erit propositum.per primam partem.30. b*uius*. Si autem fit obtusus ducta linea.d.a.cum linea.b.a. continent*e* equali angulum angulo.c.z a puncto.a.ducam lineam.a.c.perpendicularem sup lineam a.d.z super punctu*m*.faciam angulum p.23.primi equali angulo.e.a.b.i quo obtusus excedet rectum.ducta linea.b.f. vsqz ad perpendicularem.a.e.cruntqz per.e.primi: linee.f.a.e f.b.equals:facto itaqz pricto.f.centro circuli describam fm quantita/tem linee.f.a:circulum.a.b.b.eritqz per concret*io*n*em*.15.b*uius* linea.a.d.contingens cir/culum.quare per premissam angulus qui fit in portione.a.b.b.est equalis angu/lo.d.a.b.quare z angulo.c.quod est propositum. Si autem angulus.c. sit acu/tus.producam lineam.a.g:continentem cum linea.a.b.angulum equali angu/lo.c.z a puncto.a.ducam.a.e.perpendicularem ad lineam.a.g.z super punctum b.faciam angulum equali angulo.e.a.b.in quo rectus excedit acutu*m*.ducta linea b.f. vsqz ad perpendicularem.a.e.cruntqz per.e.primi linee.f.a.e f.b.equals:fa/cto itaqz pricto.f.centro circuli.desceibam fm quantitatatem linee.f.a:circulum.a. k.b.eritqz per concret*io*n*em*.15.b*uius* linea.a.g:contingens circul*u*l*u*.quare per pre/missem angulus qui fit in portione.a.k.b.est equalis angulo.g.a.b. quare z an/gulo.c.quod est propositum.

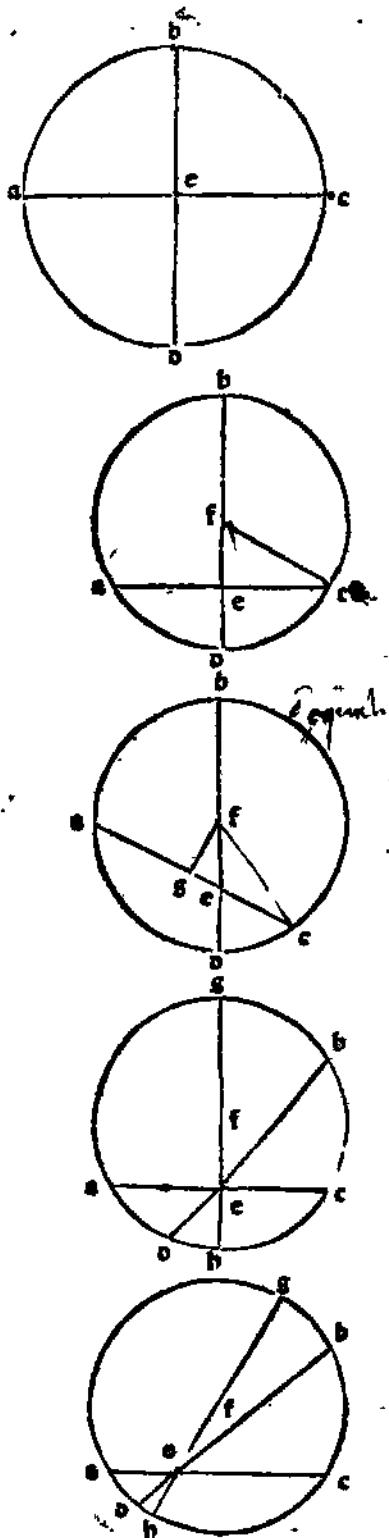
Propositio .33.

Adato circulo:dato angulo. cquum angulum capientem portionem abscindere.

Si a.b.datus circulus.et.c.datus angulus.volto ergo a circulo.a.b.abscindere portionem unam capientem equali angulum angu/lo.c.producere lineam.d.a.e.contingentem datum circulum in pun/cto.a.a quo duxo in circulum lineam.a.b.continentem,cum linea.a.e. angulum equali angulo.c.eritqz per.31.b*uius* portio.a.b.cxistens a parte linee.a.d.recipiens angulum equali angulo.c.quod est propositum.



Proposito .34.



Intra circulū due recte linee sese inicem secent. qd sub duabus partibus vnius earū pcedit. equū est ei rectāgu lo qd sub duabus alterius linee ptibus cōtinetur.
Sint due linee. a.c. t b.d. secantes se in circulo a.b.c.d. super pū/ctū e. vico qd illud rectangulum qd fit ex. a.e. i.e.c. equum est ei qd fit ex b.e. in e.d. aut enim ambe linee a.c. t b.d. transibūt p centrum circuli aut altera trī aut neutra. qd si ambe transibant per centrum. erit e. centrum circuli. omnesq; 4 linee equalis: quare liquet ppositum. Qd si altera earū tantum transit per cen trū sit illa. b.d. centrumq; circuli sit f. aut ergo b.d. secabit a.c. per equalia aut per inequalia. secat ergo primo per equalia: eritq; per primā partē. 3. huius secans eā orthogonāliter. ducatur itaq; linea. f.c. eritq; per. s. secundi qd fit ex. b.e. in. e.d. cū quadrato. e.f. equale quadrato linee. f.d. quare t quadrato linee. f.c. ergo per pē/ multūm primi t quadratis duarū linearum. f.e. t.c. c. dempto ergo vtriq; qua/ drato. e.f. erit quod fit ex. b.e. in. e.d. equale quadrato linee. c.c. t quia. e.c. ēqua/ lis. a.c. patet ppositum. Qd si b.d. transibit per centrum secat. a.c. per ineq/ ualitā a centro. f. ducatur. f.g. perpendicularis ad. a.c. eritq; per secundam par/ tem tertii huius. a.g. equalis. g.c. t ducatur linea. f.c. eritq; per. s. secundi quod fit ex. b.e. in. e.d. cū quadrato. f.f.e. t ideo per penultimā primi cū quadratis dua/ rum linearum. f.g. t.g.c. propter id qd angulus. f.g.e. ē rectū t ē equalis quadrato linee. d.f. t ideo linee. f.c. propter quod per penultimā primi t quadratis duarū linearum. f.g. t.g.c. dempto ergo vtriq; quadrato linee. f.g. erit quod fit ex. b.e. i/ e.d. cum quadrato linee. g.c. equale quadrato linee. g.c. sed per. s. secundi quod fit ex. a.e. in. e.c. cum quadrato linee. g.e. est equū ei quod fit ex. a.e. in. c.d. cum qua/ drato eiusdem. g.e. dempto igitur vtriq; quadrato linee. g.e. erit quod fit ex. b.e. in. e.d. equale ei quod fit ex. a.e. in. e.c. quod est ppositum. Qd si neutra earū transit per centrum sive altera dividat alteras per equalia sive per inequalia. p/ ducam lineam. g.f.c. b. diametrum circuli transibantem per punctum sectionis ea rū. Et si altera dividat alteram per equalia. ut. b.d. a.c. tūc. g.b. dividit etiā. a.c. per equalia. ergo orthogonāliter per tertiam huius. ergo per secundum modū hu/ ius conclusionis quod fit ex. g.e. in. e.b. equum est ei quod fit ex. a.c. in. e.c. t per tertium modū huius quod fit ex. g.e. in. e.b. equum est ei quod fit ex. b.e. in. e.d. ergo quod fit ex. a.e. in. e.c. equum est ei quod fit ex. b.e. in. e.d. quod est ppositum. At si neutra dividit alterā per equalia erit per tertii modū huius cōclusiōis qd fit ex. g.e. in. e.b. eqle vtriq; sorum que finit ex. a.e. in. e.c. e.b.e.in. e.d. quare vnum eorum erit equale alteri: quod est ppositum.

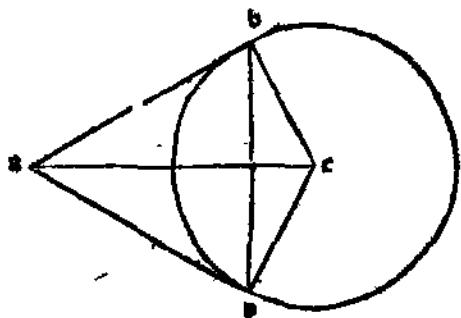
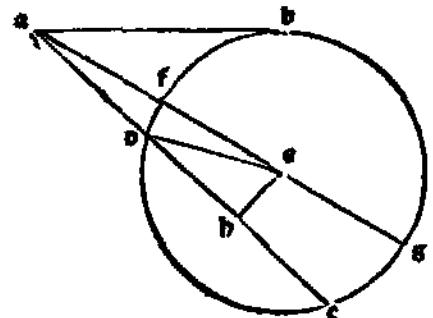
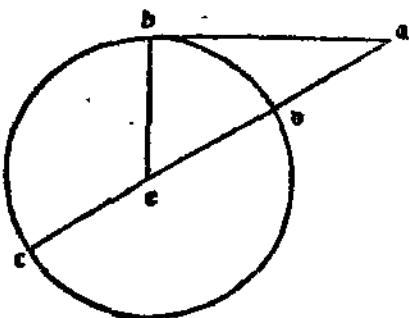
Proposito .35.



Iextra circulum punctus signetur. ab eo autem ad circu/ lū alia linea secās. alia contigens due recte linee ducant qd sub toga secante. atq; parte sui extrinseca contingere equū est ei quadrato qd ex contingente linea describitur.
Sit. a. punctus signatus extra circulum. b.c.d. cuius centru. e. a quo

III

ducantur ad circulum due linee. a. b. contingens. et. a. c. d. secas. dico quod illud quod fit ex. e. c. in. d. a. equum est quadrato linee. a. b. aut enim. a. d. c. transit per centrum aut non transcat: ergo primo per centrum quod est. e. et ducatur linea. e. b. que per. 17. huius perpendicularis erit super lineam. a. b. et quia linea. d. c. divisa est per equalia in puncto. e. et est ei addita linea. d. a. erit per sextam secundi quod fit ex. c. a. et. a. d. cum quadrato linee. e. d. et ideo cum quadrato linee. e. b. equale quadrato linee. e. a. et ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linea rum: e. b. et. b. a. propter id quod angulus. b. est rectus. dempto ergo utriq; qua drato. e. b. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. equale quadratis linee. a. b. quod est propo situm. **C**qd si linea. a. d. c. non transit per centrum sumatur. a. f. e. g. transiens per centrum et ducatur linea. e. d. et. e. b. et sit. e. b. perpendicularis ad. a. d. c. eritq; p. 3. huius d. b. equalis. b. c. quia ergo linea. d. c. divisa est per equalia in puncto. b. et addita sibi linea. a. d. erit per. 6. secundi quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadrato. d. b. equale quadrato linee. a. b. ergo addito utriq; quadrato. b. e. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadratis duarum linearum. d. b. e. b. e. et ideo per penultimam primi cuadrato. d. e. propter id quod angulus. b. est rectus. et ideo cum quadrato. c. f. propter id quod. e. d. et. e. f. sunt equalis. equale quadratis duarum linearum. a. b. et. b. c. et ideo per penultimam primi quadrato linee. a. e. sed quia per sextam secundi quod fit ex. g. a. in. a. f. cum quadrato. f. e. equale est quadrato linee. a. e. et ergo utriq; eorum que sunt ex. c. a. in. a. d. et ex. g. a. in. a. f. cum quadrato linee. f. e. est equale quadrato linee. a. e. ipsa erunt inter se equalia. Dempto ergo utriq; quadrato linee. e. f. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. equale ei quod fit ex. g. a. in. a. f. sed id quod fit ex. g. a. in. a. f. est equale quadrato linee. a. b. per premissum modum huius: ergo quod fit ex. c. a. in. a. d. est equale quadrato linee. a. b. quod est propositum. **E**t ex hac nota q; punto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. et earum portionibus extrinsecis adinuicem sunt equalia. quoniam omnia sunt equalia quadrato linee contingentis. **N**ota etiam q; si a quolibet punto extra circulum si gnato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur. ipse erunt adinuicem equalis. erit enim quadratum utriusq; earum equale ei quod fit ex linea secante ab ipso punto ducata in circulum. in partem eius extrinsecam. hoc autem evidenter patet per penultimam primi. **S**it. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. eius centrum. e. et ab ipso ducantur due linee. a. b. et. a. d. contingentes circulum in punctis. b. d. dico ipsas esse equales. producam enim lineas. c. a. c. b. et. e. d. eritq; per. 17. huius utriq; angulorum. b. et. d. rectus. quare per penultimam primi quadratum. a. e. erit equale duobus quadratis duarum linearum. a. b. et. b. e. Similiter quoq; et duobus: duarum. a. d. et. d. e. quare quadrata duarum linearum a. b. et. b. e. sunt equalia quadratis duarum. a. d. et. d. e. et quia quadrata duarum que sunt. b. e. et. e. d. sunt equalia: erunt quadrata duarum que sunt. a. b. et. a. d. e. equalia: ergo. a. b. est equalis. a. d. quod est propositum. **A**litter etiam ducatur linea b. d. eritq; per quintam primi angulus. e. b. d. equalis angulo. c. d. b. propter id quod linea. c. b. est equalis linee. e. d. et quia utriq; duorum angulorum. b. et. d. est rectus. erit per communem scientiam angulus. a. b. d. residuus equalis angulo. a. d. b. residuo. per sextam. ergo primi est linea. a. b. equalis linee. a. d.



Propositio .36.

Si fuerit punctus extra circulum signatus a quo due linee ad circumferentiam ducantur altera secans altera circumferentie applicata fueritq; qd ex ductu totius secantis in parte sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsum sit: erit linea applicata ex necessitate circulum contingens.

C Sit a punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. a quo ducantur ad circumferentiam linea. a. b. d. secans ipsum et linea. a. c. applicata circumferentie. et esto vi. qd fit ex. d. a. in. a. b. sit equalis quadrato. a. c. vico lineam. a. c. esse contingente et est hec conversa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea a. f. eritq; per premissam quod fit ex. d. a. in. a. b. equalis quadrato linea. a. f. quare quadratum linea. a. f. est equalis quadrato linea. a. c. ergo. a. c. est equalis. a. f. quod est impossibile. per. 8. huius. erit ergo. a. c. contingens quod est propositum.

C Ide ostesive probabis mancat prior dispositio et hypothesis. et si linea. a. b. d. transit per centrum ducatur linea. c. e. qd erit per. 6. secundi qd fit ex. d. a. in. a. b. cum quadrato. e. b. eo ideo cum quadrato. c. c. equalis quadrato. a. e. sed qd fit ex. d. a. in. a. b. positum est equalis quadrato. a. c. ergo quadratum. a. c. cu quadrato. c. e. est equalis quadrato. a. c. ergo per ultimam primi angulus. c. est rectus. ergo per coroll. 15. huius linea. a. c. est contingens circulum quod est propositum.

C Si autem. a. b. d. non transit per centrum ducatur a punto. d. linea transiens per centrum. et quia qd fit ex hac ratione in eius partem extrinsecam est equalis ei quod fit ex. d. a. in. a. b. per premissam ipsum erit equalis quadrato linea. a. c. quare vi prius. a. c. erit contingens circulum. Explicit liber tertius. Incipit liber quartus.



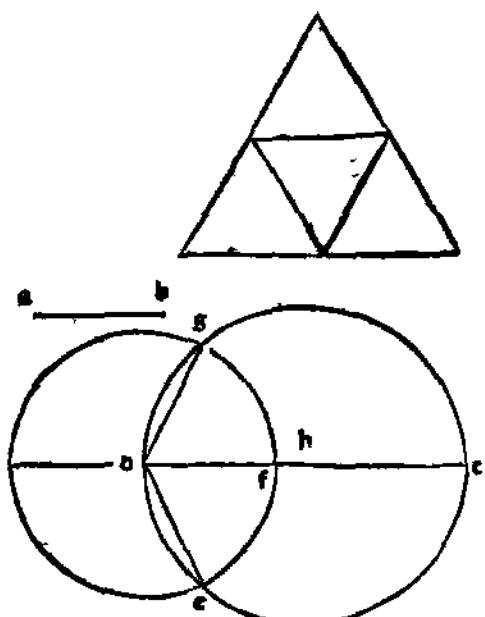
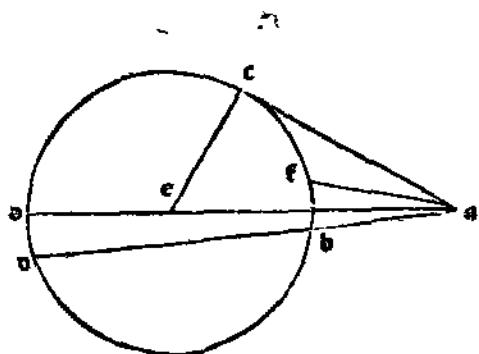
Figura intra figuram dicuntur inscribi quando ea que inscribitur esset in qua inscribitur. latera uno quoq; suorum angulorum ab interior parte contingit.

C Circumscribi vero figura figure prohibetur quoties ea quidem figura eius cui circumscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio .1.

Ntra datum circulum date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

C Sit linea data. a. b. circulusq; datus. c. d. e. cuius diameter. c. d. quoniam non est maior linea. a. b. volo ita datu circulum coaptare lineam equali. a. b. que si fuerit equalis diametro constat propositum. si autem minor ex diametro sumatur. d. f. sibi equalis et super punctum. d. summa quantitate linea. d. f. describat circulus f. e. g. secans datum circulum in punctis. g. et. c. ad alterum quoniam oucatur linea a puncto. d. ut. d. e. vel. d. g. eritq; utrilibet earam equalis linea. a. b. eo quod utrilibet eam est equalis linea. d. f. per definitionem circuli: quare habemus propositum.

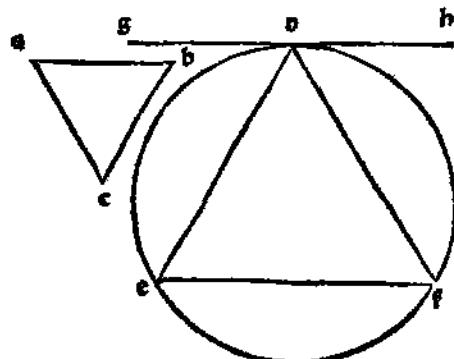


IV

Propositio .2.

Tra assignatū circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

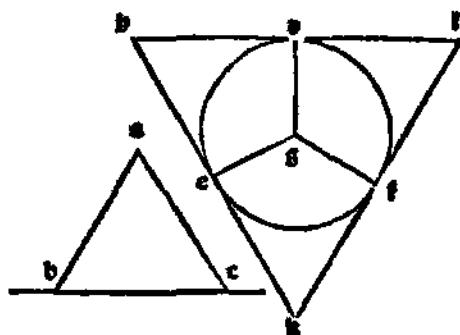
CSi assignatus triángulus. a.b.c. assignatusq; circulus. d.e.f. volo intra hunc circulum collocare vñtriangulum equiangulum triangulo. a.b.c. equilaterum enim non ē necessariū sed ē possibile. produco. g.d.b. contingente circulum in punto. d. super quē facio angulum. b.d.f. ducta linea. d.f. equalē angulo. c. et angulum. g.d.e. ducta linea. d.e. equalē angulo. b. et protraho linēam. e.f. eritq; per. 31. tertii angul⁹. c. equalis angulo. c. qz vter qz est equalis angulo. b.d.f.c. quidē per positionē. e. vero per. 31. tertii eadē rōne. erit angulus. f. equalis angulo. b. quare per. 32. prīmi. d. tertius erit equalis. a. tertio. quare habemus propositum.



Propositio .3.

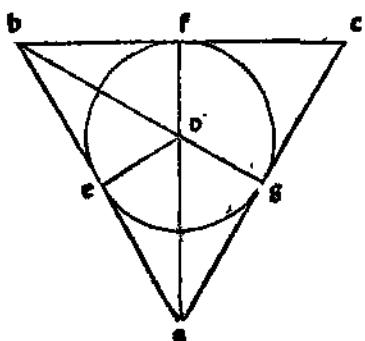
Erra assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere.

Sint ut prius assignatus triángulus. a.b.c. assignatusq; circulus d.e.f. cuius centrum. g. circa hunc circulum volo describere vñtriangulum equiangulum triangulo. a.b.c. equilaterum enim nō ē necessarium sed ē possibile. producam basim. b.c. i. vñraq; partem. vt sicut duo anguli extinseci. et a centro. g. producam linēam. g.d. ad circūferentiam. et constitua angulum. d.g.e. ducta linea. g.e. equalē angulo. b. extinseco. et d. g.f. ducta linea g.f. equalē. c. extinseco. et a punctis. d.e.f. producam in vñraq; partem linēas orthogonāliter que per coroll. 15. crunt contingentes circulū. qz contingentes p̄trabā quoq; concurrent in punctis. b.k.l. necesse est enim ipsas concurrere. cum crunt vterq; angulorum qui sunt ad. d. et vterq; eorum qui sunt ad. e. sit rect⁹ si intelligatur protrahi linea. d.e. crunt duo anguli qui sunt ad partes. b. minores duobus rectis. quare p̄ penultimā petitionē i. prem illam. p̄tracte concurrent linee l. d. b. k. c. b. eadem rōne concurrent due linee. b.d.l.k.f.l. cum vterq; angulorum qui sunt. ad. f. sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero. b.d.e.g. duo anguli. d. et. e. sunt recti. erunt duo anguli. g. et. b. equales duobus rectis. cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equalē quatuor rectis. vt mōstratū ē supra. 32. prīmi: et quia duo anguli. b. intrinsecus et extrinsecus sunt similiter equalē duobus rectis. p. 13. prīmi: at vero. b. extrinsec⁹ posit⁹ ē equalis. d. g. e. erit intrinsec⁹. b. equalis. b. simili quoq; rōne erit. c. intrinsecus equalis. l. et quia duo anguli. b. et. c. intrinseci sunt minores duobus rectis. per. 32. prīmi: erunt similiter duo anguli. b. et. l. minores duobus rectis. quare per penultimā petitionē due linee. b.e. et. l.f. p̄tracte concurrent in punto. k. fieri qz triangulus. b.k.l. et quia angulus. b. ē equalis angulo. b. intrinseco. et angulus. l. angulo. c. intrinseco. erit per. 32. prīmi: angulus. k. equalis angulo. a. quare habemus propositum.



Propositio .4.

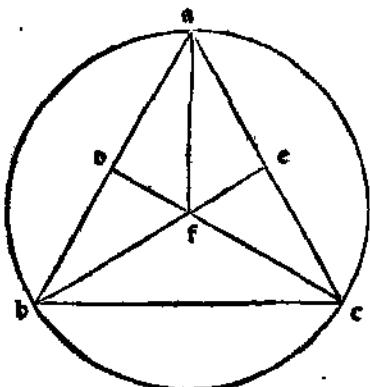
LIBER



Intra datum triangulum circulus describere.

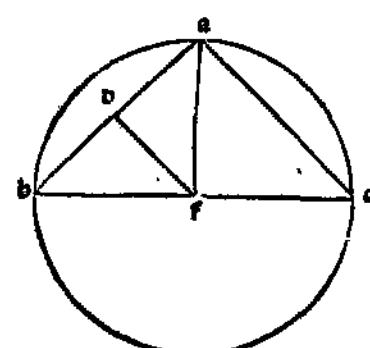
Sit assignat⁹ triangulus a.b.c. volo intra ipsu³ circulum describere
huc ē q̄si conuersa sc̄e. dividō enī duos ei⁹ angulos. a.z.b . p c̄q̄lia.
qdā ducta linea. a.d.b. vero .ducta linea. b.d. q̄ p̄currat i puncto. d.
a quo ducā pp̄pendiculares ad tria latera ipsi⁹. d.e. qdē:ad.a.b.d.f.ad
.b.c.z.d.g.ad.a.c.z quia duoz trianguloz. e.a.d.z.g.a.d. angulus. a. vni⁹ ē eq/
lis angulo. a.alterius. z vteroz angulorū. e.z.g.rectus z latus. a.d.comune. erit p
26. p̄simis linea. d.c.equalis lince. d.g.eadem rōne cum duorum triangulorum. e.b
d.z.f.b.d.angulus. b.vnius sit equalis angulo. b.alterius z vteroz anguloz. e. et
f.rectus: latus quoqz. d.b.comune: erit per eandem. linea. e.d.equalis linee. d.f.
quare tres lince. d.c.d.f.d.g.sunt equales. posito ergo centro in. d. z descripto cir
culo secundū quantitatē vnius earum transibit per. 9. tertii per reliquārā. duas
extremitatis: z quia per coroll. 15. tertii vnaqueqz linearum. a.b.b.c.z.c.a. erit co
tingens circulum. patet perfectum esse propositum.

Propositio .5.



Intra trigonum assignatum sine illud sit orthogoniu⁹ sine
ambligonium. line oxigoniu⁹ circulum describere.

Sit trigonus assignatus. a.b.c. volo circa ipsum describere circulū
hec est quasi conuersa tertie. dividō duo eius latera .q.b. et.a.c. per
cqualia. a.b. quidē in puncto. d. z. a.c. in puncto. e. a quibus punctis
produco pp̄pendiculares ad lineas. a.b. z. a.c. quas protrahō quousqz cōcurrent
in puncto. f. sintqz. d.f. z. e.f. concurrent enī qm̄ cū vteroz anguloz. d. z. e. sit rect⁹
si intelligatur p̄trabi linea. d.e. sient duo anguli ad partē in quā protrahunt mino
res duobus rectis: quare cōcurrent per penultimā petitionē igitur a puncto. f. qui
est punctus cōcursus quē dico esse centrum circuli quesiti. protrahō lineas ad sin
gulas angulos que sunt. f.a.f.b.f.c. z quia in triangulo. a.d.f. duo latera. a.d.z.d
f. sunt equalia duobus lateribus. b.d. z. d.f. trianguli. b.d.f. z angulus. d. vni⁹ an
gulo. d.alterius: quia vteroz rectus: erit per quartā primi. f.a.equalis. f.b. cadē ra
tione erit. f.a.equalis. f.c. cōpatis lateribus z angulis duorum triangulorum. a.e.
f.z.c.e.f. ergo pcr. 9. tertii punctum. f. erit centrum circuli quesiti. hec est vniuersa
lis demonstratio ad omnes sp̄es trigoni. **Q**uis tamē aucto: videt velle mediuz
variare disiungendo inter orthogonium ambligonium z oxigontum. de quolibet
eoz sigillatū c̄st demōstrandū. **S**it ergo trigonus propositus orthogonius
sitqz angulus. a. rectus: latus. b. c. respiciens hunc angulū recrū dividō per equalia
in. f. a quo p̄ncto quē dico esse centrū circuli ad medium p̄nctum vniuersqz duoz
reliquoz lateroz qui s̄t. d. onco lineam. f.d. z quia linea. f.d. dividit duo latera. a.b
z.b.c.trianguli. a.b.c. per equalia: ipsa erit equidistans tertio. videlicet linee. a.c.
hoc enī demōstratū est supra. 39. primi: et quia angulus. a. positus est rectus. erit
per secundā partem z per tertiam. 29. primi: vteroz angulorū qui sunt ad. d.re
ctus: ducatur igit̄ linea. f.a. eritqz per quartā primi: linea. a.f.equalis linee. b.f. cō
paratis adiuvicē laterib⁹ z angulis trianguloz. a.d.f.b.d.f. z qz linea. b.f. ē c̄q̄lia
linee. c.f. erit. 3. lince. b.f.a.f.c.f. adiuvicē c̄qles. quarc p. 9. tertii erit. f. centrum
circuli quesiti. **S**it rorsus trigonus. a. b. c. ambligonius. sitqz angulus. a.



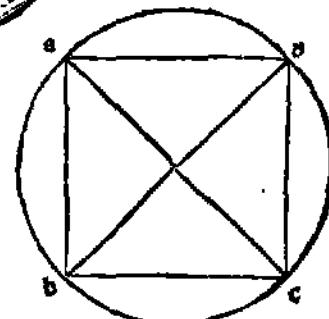
obtusus latus. b. c. respiciens hunc angulum obtusum. dividit per equalia in puncto. b. a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt. d. et e. unico linea. b. d. et b. e. eritque d. b. equidistans. a. c. et e. b. equidistans. a. b. propter id quod demonstratum est supra. 39. primi: videlicet quod linea secans duo latera aliquius trianguli per equalia. tertio est equidistans: quare per secundam partem. 39. primi erit uterque duorum angulorum. b. d. b. et c. c. b. equalis angulo. a. et ideo uterque obtusus. ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad linicam. a. b. et e. f. ad linicam. a. c. quousque concurrant in puncto. f. quem dico esse centrum circuli. Manifestum est enim eas concurrere propter causam prius dictam. secabit utramque carum lineam. b. c. que respicit obtusum et concurrent extra triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f. qui est punctus concursus earum: producio lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi bis assumptam erunt eaeles comparatis primo lateribus et angulis duorum triangulorum. a. d. f. b. d. f. veinde aliorum duorum. a. e. f. c. e. f. quare per .9. tertii. f. est centrum circuli quesiti. **C**esto iterum ut trigonus. a. b. c. sit oxigonius divisus omnibus eius lateribus per equalia: videlicet latus. a. b. in puncto. d. et latus. a. c. in puncto. e. et b. c. in puncto. b. protracto linea. d. e. d. b. et e. b. eritque d. b. equidistans a. c. et e. b. a. b. propter id quod demonstratum est super. 39. primi: quare per secundam partem. 39. primi: uterque angulorum. b. d. b. c. c. b. erit equalis angulo. a. et ideo acutus: ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad linicam. a. b. et e. f. ad linicam. a. c. manifestum est eas concurrere intra triangulum. a. b. c. sitque punctus concursus f. quem dico esse centrum circuli: producio cum linea. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi: bis assumptam ut prius erunt eaeles: quare per .9. tertii erit f. centrum circuli quesiti. **C**per predicta pater quod si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circumscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambiligonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.

Propositio .6.



Intra datum circulum quadratum describere.

Sit datus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. volo intra ipsum describere quadratum. protracto in ipso duas diametros. a. c. et b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum. e. quarum extremitates coniungo protractis lineis. a. b. b. c. c. d. et d. a. quas dico continere quadratum quesitum: ipse enim erunt eaeles ad invicem. per quartam primi ter at assumptam propter id quod quatuor linee. e. a. e. b. c. c. et e. d. sunt eaeles. et quatuor anguli qui sunt. a. d. e. recti. si quisquisque quatuor angulorum. a. b. c. et d. est rectus per primam partem. 30. tertii: propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur. a. b. c. d. quadratum per definitionem quod est propositum.



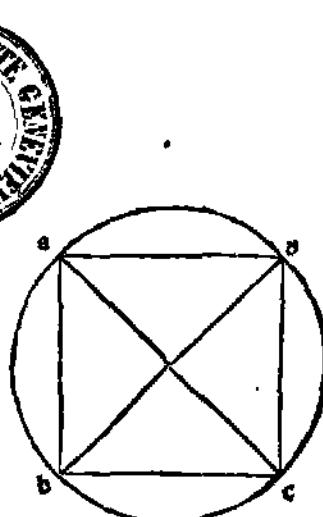
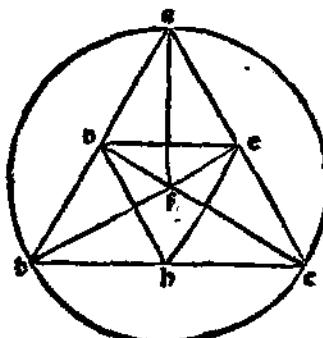
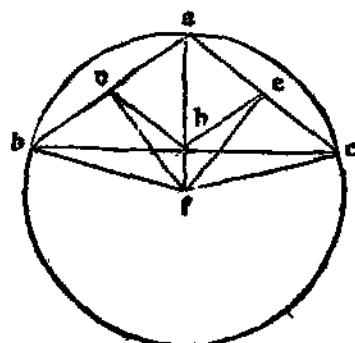
Propositio .7.



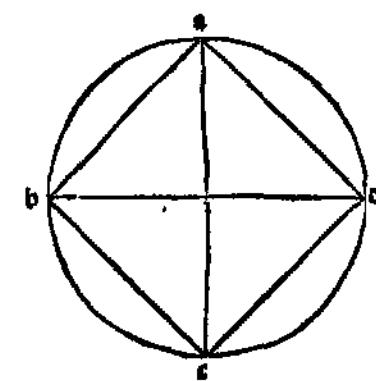
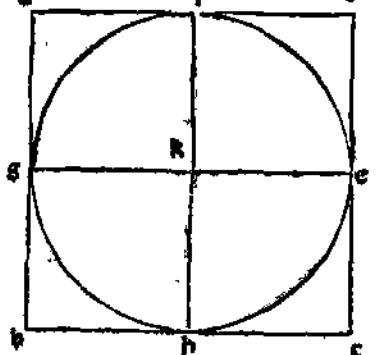
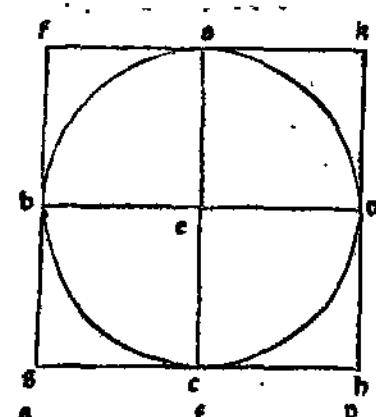
Exa propositum circulum quadratum describere.

Sit ppositum circul. a. b. c. d. cuius centrum. e. volo circa ipsum describere quadratum: protracto in ipso duas diametros. a. c. et b. d. secantes se ortho-

Lemna / emm. dom. bonae s. ant. p
17



LIBER



propositio / expositio

gonaliter sup ceterū.c. a q̄z extremitatibus duco i vtrāq; pte lincas orthogonaliter quousq; q̄libet eaz p̄currat cū duab; lateralib; sintez p̄tcta p̄cursor eaz.f.g.h.k. eritq; p̄ coroll. 15. tertij vterq; anguloz qui sūt ad vnuquēq; quatuor p̄ctoz.a.b. c.d. rectus: quia ergo in quadrilatero.a.f.b.c.tres anguli.a. b. t. c. sunt recti: erit quartus angulus qui est.f. rectus: babet enim quodlibet quadrilaterum quatuor angulos equalcs q̄tuor rectis: vt demonstratum est supra. 32. primi: eadem rōne quilibet angulorum.g.b.z.k. erit rectus: ergo per secundam partem. 28. primi. due lincee.f.g. z. k. b. Itemq; due.f. k. z. g. b. sunt equidistantes. ergo per. 34. primi. f. k. est equalis.g. b. z. f. g. k. b. z. quia p̄ eandē. f. k. est equalis.b. d. t. f. g. a. c. Et vero b. d. est equalis. a. c. erit quatuor lincee.f. k. g. b. f. g. z. k. b. equalcs: sed et quatuor anguli.f. g. k. b. sunt recti: vt probatum est prius. ergo.f. g. k. b. est quadratum per definitionē quod est propositum.

Propositio .8.

Altra quadratum assignatum circulum describere.
Sit quadratum assignatum. a.b.c.d. volo intra ipsum describere circuluz hec est quasi conuersa. 6. dividō vnuquēq; latus eius p̄ equa lia. a. d. quidē in puncto. f. b. a. in puncto. g. c. b. in puncto. h. z. d. c. in puncto. e. z. produco lincas. c. g. z. f. h. secantes se in puncto. k. quē dico esse centrum circuli. erit enī. f. b. equidistans et equalis. a. b. per. 33. primi: p̄ pter id quod. a. f. z. d. b. sunt equalcs et equidistantes. Similiter per candem z. d. c. a. b. z. quia omnes medieratcs quatuor laterū ipsius quadrati sunt adinticē equalcs erunt per. 34. primi: quatuor lincee. k. e. k. f. k. g. z. k. b. equalcs. ergo per. 9. tertij. k. est centrum circuli quesiti.

Propositio .9.

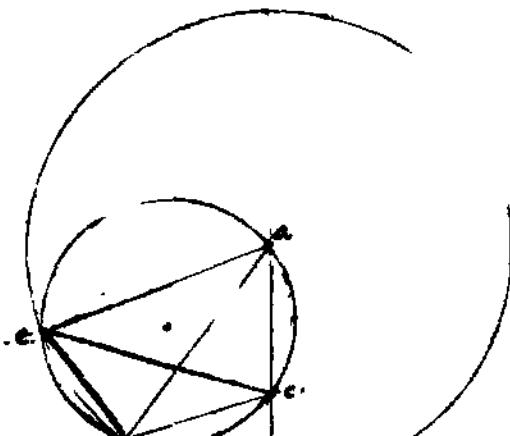
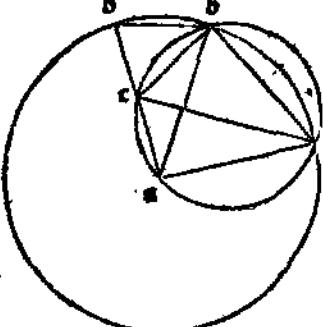
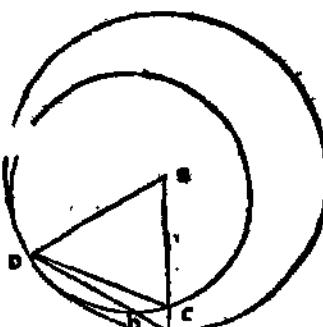
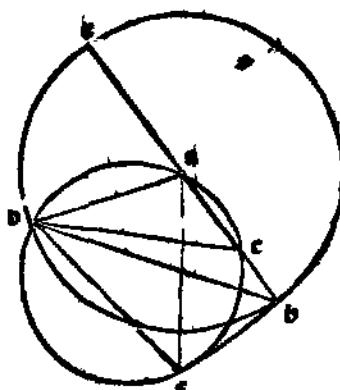
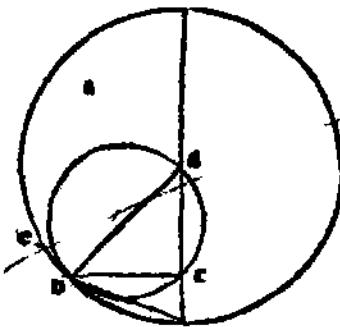
Circa assignatum quadratum circulum describere.
Sit quadratum. a. b. c. d. volo circa ipsum circuluz describere. hec est quasi conuersa. 7. Protrabo in ipso duas diametros. a. c. t. b. d. secantes se in puncto. e. quē dico esse centrum circuli. Luni enī lincee a. d. t. a. b. sunt equalcs erūt per. 5. primi: anguli. a. d. b. t. a. b. d. e/ quales. z. quia angulus. a. totalis est rectus. erit per. 32. primi: vterq; eozum medietas recti. Simili quoq; modo p̄babitur quilibet partialiū angulorum a predictis diametris z. laterib; quadrati profositi contentorum esse medieratem recti quia igitur angulus. e. a. d. est equalis angulo. e. d. a. erit per. 9. primi: linea. e. a. equalis linea. e. d. eadem rōne erit. e. a. equalis. e. b. z. e. c. equalis. e. d. quare quia quatuor lincee. e. a. e. b. e. c. c. d. sunt equalcs. erit per. 9. tertii e. centruz circuli quesiti. quod est propositum.

Propositio .10.

Cum equaluz laterum triangulum designare. cuius vter qz duorum angulorum quos basis optinet. reliquo du plus existat.
Dicitio ē describere vnu triangulū duū equalū latez et tertii inēquals cui vterq; anguloz q̄ sup lat⁹ qđ ē reliq; i eōle existit ad tertium du plus existat. Ad hoc autē faciēdū sumat. linea q̄libet q̄ sit. a. b. que dividat fin q̄ docet. ii. sc̄i in puncto. c. ita q̄ illō quod sit ex. a. b. i. b. c. sit equalē quadrato. a. c.

III

factusq; puncto. a. centro fin ipsius quantitatem describatur circulus. b. d. e. intra
 quæ per primam huius coaptetur linea. b. d. equalis lineæ. a. c. et producantur due
 lineæ. d. a. d. c. dico triangulū. a. b. d. c. e. q̄līs pponit: circūscribat circulū q̄ sit d. c. a.
 per. 5. huius triangulo. d. c. a. quia ergo linea. d. b. est equalis linea. a. c. erit quod
 fit ex. a. b. in. b. c. equale quadrato lineæ. b. d. quare per ultimam tertii. b. d.
 linea est contingens circulum. d. c. a. et per. 31. eiusdem angulus. c. d. b. est equalis
 angulo. c. a. d. posito ergo cōmuni angulo. c. d. a. erit totus angulus. b. d. a. equalis
 duobus angulis. c. a. d. c. d. a. sed per. 32. primi angulus. b. c. d. c. est equalis eisdē
 quia extrinsecus ad ipsos. ergo angulus. b. d. a. est equalis angulo. b. c. d. et q̄ angulū.
 a. d. b. est equalis angulo. a. b. d. per. 5. primi: eo q̄ latera. a. d. c. a. b. sūt e/
 qualia. erit angulus. b. c. d. c. q̄līs angulo. c. b. d. ergo per. 6. primi: linea. c. d. est e/
 qualis lineæ. b. d. quare et lineæ. c. a. ergo per. 5. primi: angulus. c. a. d. est equalis an/
 gulo. c. d. a. quia ergo vterq; angulox. c. d. b. et c. d. a. ē equalis agulū. c. a. d. erit totū
 angulū. b. d. a. duplū ad agulū. d. a. b. et iō angulū. a. b. d. sibi equalis. duplū est etiā ad
 angulū. b. a. d. qđ est propositū. **C**orisan dicet aduersarius circulū. d. c. a. circūscri/
 ptum trigono partiā secare circulum. b. d. e in aliquo puncto arcus. bed. ita q̄ si/
 mul secabit lineam. b. d. unde ipsa non erit circulo applicata. sicut in demonstra/
 tione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est ut penit aduersarius
 et a puncto. b. ducatur ad ipsum circulum minorem contingens. b. f. et ducantur li/
 nec. f. a. f. d. eritq; per penultimā tertii qđ fit ex. a. b. in. b. c. equale quadrato. b. f.
 ergo. b. f. est equalis. b. d. quare per. 5. primi angulus. b. f. d. est equalis angulo. b.
 d. f. et quia per. 31. tertii angulus. b. f. a. est equalis angulo. a. d. f. erit angulus. b. d.
 f. maior. angulo. a. d. f. quod est impossibile. cum ipse sit pars eius. **C** Alter possi/
 mus istud refellere et ostendere q̄ ille maior. circulus nullo modo secabit lineā. b. d.
 forsitan enim dicent q̄ secaret eam non secando arcum. d. b. majoris circuli. Si enī
 possibilis est q̄ secet eam. sit hoc in puncto. b. eritq; qđ fit ex. a. b. in. b. c. equale et
 quod fit ex. d. b. in. b. b. **V**onstratum est enim supra penultimā tertii q̄ si ab ali/
 quo puncto extra circulum signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur
 que sub totis et eam portionibus extrinsecis continentur. equalia sunt adinnicē:
 et quia quod fit ex. a. b. in. b. c. est equale quadrato. b. d. erit. qđ fit ex. d. b. in. b. b.
 equale quadrato. d. b. quod est impossibile per scđam scđi: quare constat ppositum
C Et nota q̄ minor circulus necessario secabit maiorem et absindet ab eo arcū vnu
 equalē arcū. b. d. et maior absindet similiter ab eodem vnu arcū equalē ar/
 cui. d. c. Quod sic probat. si enim minor non secet maiorem. contingit ergo ipsum
 in puncto. d. et quia per. 11. tertii circulorum se contingentium centra. et punctū con/
 tactus sunt in linea vna. erit centrum minoris circuli in linea. a. d. propter hoc q̄ in
 ea est centrum majoris et punctus contactus. ergo per. 17. tertii angulus. a. d. b. est
 rectus quare similiter et angulus. a. b. d. sibi equalis ē rectus qđ ē impossibile. per. 32.
 primi: Secet ergo ipsum in punctis. e. d. dico arcum. e. d. maioris esse equalē arcui.
 d. b. et arcum. e. d. minoris esse equalē arcui. d. c. produco lineas. d. e. c. e. z. e. a.
 eritq; per. 26. tertii vniquisq; quatuor angulorum qui sunt. d. e. c. e. a. d. a. c. et
 a. d. c. equalis alit propter id q̄ duo arcū. d. e. c. e. a. sūt equalis. p. 27. eiusdē q̄ne to/
 talis angulū. a. e. d. duplū ē ad angulū. b. a. d. et iō equalis vtriq; angulorum. a. b. d.
 et a. d. b. et q̄ angulū. a. e. d. ē equalis angulo. a. d. c. p. 5. primi: ppter id qđ. a. e. z. a.
 d. sunt equales et cero ad circumferentiam. erunt duo anguli. c. et d. trianguli. s. c. d.



LIBER.

equales duobus angulis. d.e.b. trianguli. a.d.b. ergo per. 32. primi: reliquo angulo. a. vnius est equalis reliquo angulo. a. alterine: ergo per. 25. tertii arcus. c.d majoris est equalis arcui. d.b. et per eandem arcus. e.d. minoris est equalis arcui. d. c. et hoc est quod proposuimus.

Propositio .11.

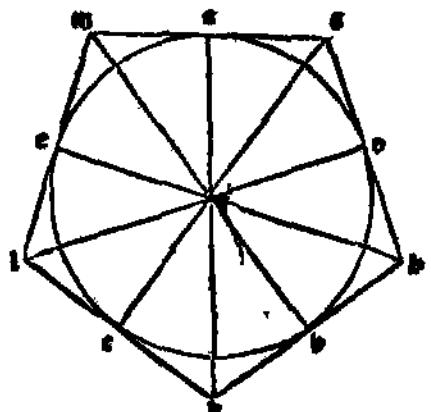
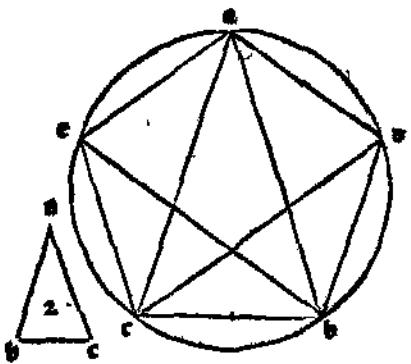
Intra datum circulus equilaterum. atq; equiangulum pentagonum describere.

Sit datus circulus. a.b.c. volo intra ipsum describere pentagonum. vnu equilaterum atq; equiangulum. designo triangulum vnu quale premissa proponit. qui sit. 2. cui aliud equiangulum intra datu circulum describo. sicut docet secunda huius: qui sit. a.b.c. sitq; vtrumq; angulorum. a.b.c. et a.c.b. duplas ad angulum. c.a.b. vtrumq; eorum dividido per equalia ductis lincis b.c.e.c.d. eruntq; per. 25. tertii. s. arcus in quos. s. puncta: a.d.b.c.e. dividunt circum adiuicem equalles. propter id qd quinq; anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adiuicem equalles. continuatis igitur illis quinq; puetis per lineas rectas que sunt. a.d.d.b.c.c.e.z.e. erit pentagonus. a.d.b.c.e. inscriptus dato circulo qualis proponitur: est enim equilaterus per. 25. tertii cu. s. arc⁹: quoq; eius quinq; latera sunt cordes: sunt ad iunctum equalles: et etiam equiangulus per. 25. eiusdem eo qd quinq; arcus. d.a.c.a.e.c.e.b.c.b.d.z.b.d.a. in quos anguli ipsius pentagoni cadunt sunt adiuicem equalles: sicq; constat propositum.

Propositio .12.

Intra propositum: circulum pentagonum equilaterum atq; equiangulum designare.

Sit propositus circulus. a.b.c. cuus centrū. f. volo circa ipsum de signare pentagonum equilaterum atq; equiangulum. supra circumferentiam ipsius circuli quasi sum doctrinam premissa sibi inscripsim pentagonum quinq; puncta angularia notabo. que sunt. a.d.b.c.e. ad que cetera duam lineas. f.a.f.d.f.b.f.c.f.e. et ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtrumq; partem quousq; concorrent in punctis. g.b.k.l.m. eruntq; bee linee contingentes circulum per condarium. 15. tertii: et ad ista puncta concors ducam a centro lineas. f.g.f.b.f.k.f.l.f.m. Et quia monstratum est super penultima tertii qd si ab aliquo punto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsius circulum ducant qd ipse erunt equalles. erit linea. g. a. equalis linee. g.d. et b.d.b.b. et sic de ceteris. At qm quinq; arcus i quos quinq; puncta. a.d.b.c.e. dividunt circum. sunt adiuicem equalles. erunt per. 25. tertii quinq; anguli. a.f.d d.f.b.b.f.c.c.f.e.e.f.a. consistentes super hos arcus in centro. f. sibi iunctum equalis. Sunt autem duo latera. a.g. et f.a. trianguli. f.g.a. equalia duobus lateribus d.g. et f.d. trianguli. f.g.d. et latus g.f. commune. ergo p. 8. primi: duo anguli eorum qd sunt. a.d.f. Itcq; duo anguli qui sunt. a.d.g. sunt adiuicem equalles. eadem rone duo anguli qui sunt. a.d.f. in triangulis. d.f.b. et b.f.b. Itemq; duo qui sunt. a.d.b. sunt adiuicem equalles. Similiter quoq; singuli trium reliquorū angulorū qui sunt. b.f.c.c.f.e.e.f.a. et singuli triū. qui sunt. k.l.m. dividant per equalia. primi qui dem per lineam. f.k. secundi per lineā. f.l. tertii vero per lineā. f.m. et quia huius tres anguli qui sunt. b.f.c.c.f.e.e.f.a. sunt sibi iunctum equalles et aliis duobus qd sunt. a.f.d. et d.f.b. equalibus erunt eorum binaria que sunt decē anguli facti in centro. f. ad-



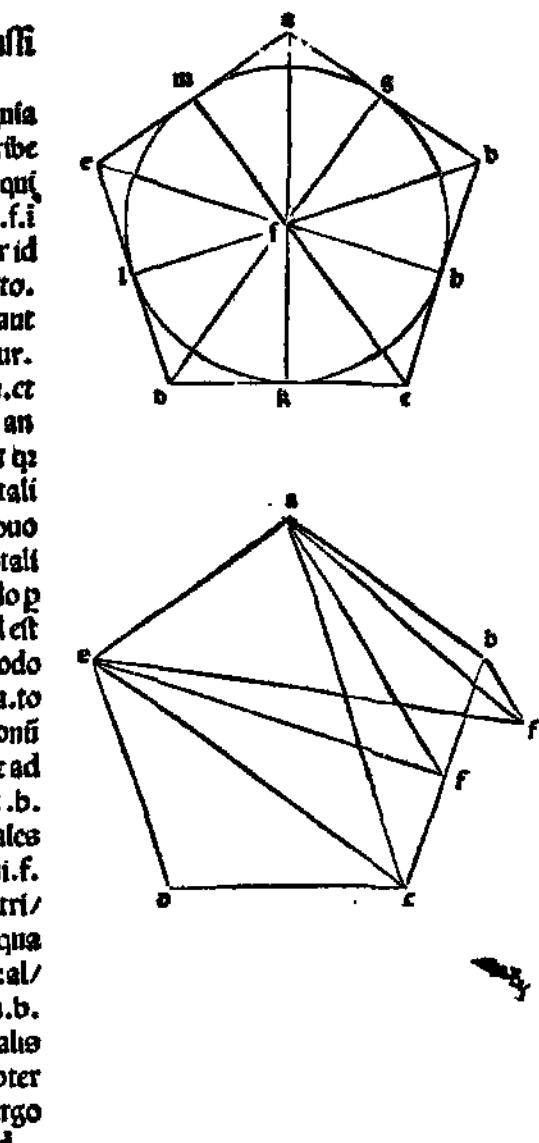
in vicem equales. Quia igitur duo anguli. a. et f. trianguli. g. a. f. sunt equales duo / bus angulis. a. et f. trianguli. m. a. f. et latus. a. f. commune erit per. 26. primi anguli⁹ g. unius equalis angulo. m. alterius et latus. g. a. equale lateri. a. m. eadem ratiōē erit angulus. g. in triangulo. g. f. d. equalis angulo. b. in triangulo. d. f. b. et latus. g. d. equalis lateri. d. b. quare quia. g. a. est dimidiū. g. m. et g. d. dimidiū. g. b. et g. a. et g. d. sunt equalia: erunt per cōm scientiā. g. m. et g. b. eōn dupla equalia. Simili / ter quoq; probabim⁹. g. m. esse eqnale. m. l. et m. l. l. k. et l. k. k. b. quare pērbagon⁹. g. b. k. l. m. est equilaterus. sed et equiangulus: cuī enī duo anguli qui sunt ad. g. sunt adiuvicem equalis. et duo qui sunt ad. m. sūlter adiuvicem equalis. et g. partia / lis. sit equalis. m. ptiali. vtrūq; enī probatū est prius. erit per eandē cōm scientiā g. totalis equalis. m. totali. et eadem rōne probabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangulus. sicq; constat propositum.

Propositio .13.

Tra equilaterū atq; equiangulum pentagonū assi gnatum. circulū describere.

CSi assignatus pentagonus equilateralis atq; equiangulus: quia de aliis nō est necessariū hoc esse possibile. a. b. c. d. volo sibi inscribe re circulū. hec est quasi cōveria. i. duos eius ppriuos angelos qui sunt. a. et c. dividere per equalia ducatis lincis. a. f. et e. f. donec cōcurrat in pēcto. f. i tra ipsum pentagonum quē dico esse centrum circuli: cōcurrent enim propter id quod dimidiū totalis anguli. a. et similiter totalis anguli. c. minus ē angulo recto.

CSi cuī intra pentagonum non cōcurrēt. aut extra ipsum pentagonum aut in latere pentagoni. aut in eius angulo: qui vtriq; angelorum diversorū opponitur. Concurrat s̄ primo extra in pēcto. f. et ducatur linea. b. f. et quia duo latra. c. a. et a. f. trianguli. e. a. f. sūt equalia duobus lateribus. b. a. et a. f. trianguli. b. a. f. et an gulus. a. unius angulo. a. alterius erit per 4. primi basis. e. f. equalis basi. f. b. et q; angulus. a. partialis ē equalis angulo. e. partiali. propter id qd. a. totalis. c. totali erit per. 6. primi. f. a. equalis. f. c. quare. f. a. est equalis. f. b. ergo per. 5. primi duo anguli. b. totalis. et a. partialis sunt cōles. quare. a. partialis ē cōlis vñ maior. a. totali qd. est impossibile. Concurrat ergo in pēcto. f. super lams. b. c. critq; arguendo p premillas et premisso modo angulus. a. ptialis equalis angulo. a. totali quod est impossibile. Quod si forsan concurrant in angulo. c. erit per casdez et codē modo c. b. equalis. c. a. et ideo ad huc ut prius angulus. a. partialis equalis angulo. a. to rali. Qd. qz hoc ē nō potest sit ergo punctus concursus qui ē. f. infra pentagonū a quo dico. 5. perpendiculares ad eius. 5. latera. que sint. f. g. f. b. f. k. f. l. f. m. et ad duos eius angelos ppriuos altrinsecus angulis per equalia diuisis qui sunt. b. et d. duc lineas. f. b. f. d. et quia duo anguli. a. et m. trianguli. a. f. m. sun: equalis duobus angulis. a. et g. trianguli. a. f. g. et latus. a. f. commune erit per. 26. primi. f. m. equalis. f. g. per eandem quoq; probabis. f. l. equali. f. m. sumptis duob⁹ tri angulis. et f. m. et e. f. l. quia iterum duo latera. a. f. et a. b. trianguli. a. f. b. sūt equalia duobus lateribus. a. f. et a. b. trianguli. a. f. e. et angulus. a. unius. angulo. a: al terius erit per. 4. primi angulus. b. partialis equalis angulo. e. partiali. et quia. b. totalis equalis est. e. totali: et e. totalis diuisus est per equalia erit etiam. b. totalis diuisus per equalia. **C**Eodem modo probabis. d. totalē diuisum per equalia ppter equalitatem. d. partialis et a. partialis sumptis triangulis. e. a. f. et e. d. f. qz ergo



LIBER

duo anguli. g. et b. trianguli. g. f. b. sunt egales duobus angulis. h. et b. trianguli. h. f. b. et latus. f. b. coe erit per. 26. primi. f. b. equalis. f. g. **C** Eodem modo pbabis f. k. equalem. f. l. sumptis triangulis. l. f. d. k. f. d. qm igitur. 5. linee. f. g. f. b. f. k. f. l. et f. m. sunt egales. crit. f. centru. circuli. per. 9. tertij. que describens fm quatita tem vnius earum. et tanget omnia latera pentagoni. ppter equalitatem linearum. et nullum eorum secabit per primam prem. 15. tertij. sicut constat ppositum.

Propositio .14.

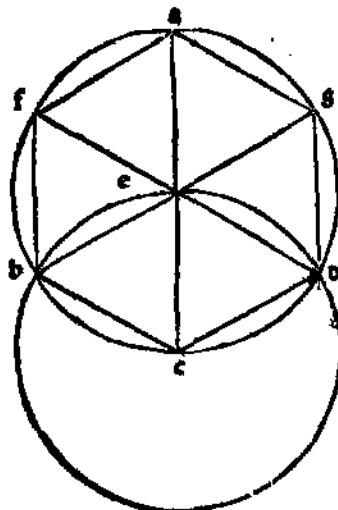
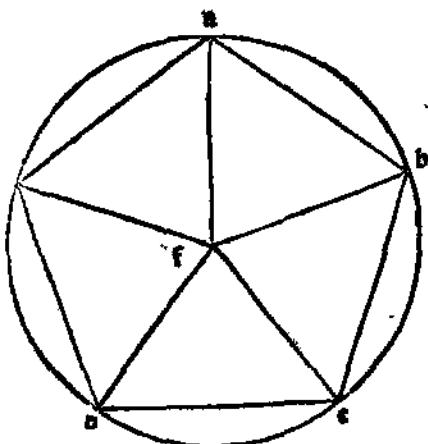
Itra datum pentagonum qd sit equilaterum. atqz equi angulum circulum describere.

Sit vt prius datus pentagonus equilaterus atqz equiangulus. quia de alijs non est necessariu hoc esse possibile. a. b. c. d. e. volo circa ipsum describere circulum. hoc est quasi conuersa. 12. Duos eius p pinquos angulos qui sunt. a. z. e. dividio p equalia ductis lineis. a. f. z. f. e. quoniam concurrent intra ipsum pentagonum in puncto. f. cōcurrent enim et intra pchagonum ut probatum est in premissa. et a punto cōcursus duco ad reliquos angulos lineas que sint. f. b. f. c. f. d. et qz duo latera. a. f. et a. b. trianguli. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. et a. e. trianguli. a. f. e. et angulus. a. vnius angulo: a. alteri erit p. 4. primi. f. a. equalis. f. e. et angulus. b. ptrialis angulo. e. ptriali. et quia. b. tota lis est equalis. a. totali. et e. totalis divisus est p equalia. crit similiter. b. totalis divisus p equalia. hoc quoqz modo pbabis vtrqz anguloz. c. et d. divisum esse per equalia. et 5. lineas. f. a. f. b. f. c. f. d. f. e. esse egales. quare p. 9. tertij. f. erit centru. circuli. sicut patet ppositum.

Propositio .15.

Intra propositum circulum. exagonum equilaterum atqz equiangulum describere. **E**x hoc itaqz manifestum est q latius exagoni equi est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

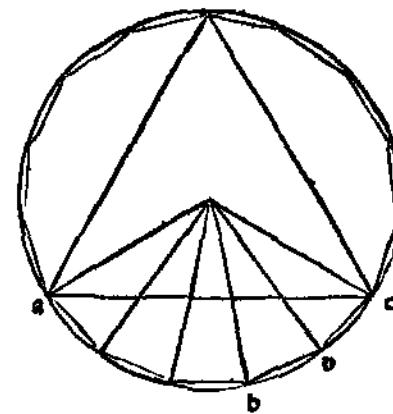
Sit ppositus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. volo sibi inscribere exagonum equilaterum atqz equiangulum. pndo diametrum. a. e. c. et fm quantitatem semidiametri. e. c. facto centro punto. c. describo circulum. e. b. d. secantem priorē in duobus punctis. b. d. a quibus pndo duas diametros in circulo primo que sint. b. e. g. d. e. f. trium ergo diametroz extremitates coniungo. 6. lineas que sunt. a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. et g. a. quas dico continere exagonum quesitum. erit enim vt demonstrat prima primi vterqz trianguloz. b. e. c. c. e. d. equilaterus. quare et equiangulus p. 5. eiusdē ergo p. 32. primi duo anguli. b. e. c. et c. e. d. cū uno equali vni eorum sunt egales duobus rectis. ppter id qd quisqz eoꝝ ē tertia duorum rectorum. sed ipsi p. 13. eiusdē cū angulo. d. e. g. sunt egales duobus rectis. ergo angularis. d. e. g. e equalis vtrqz eoꝝ. quare p. 15. eiusdē. 5. anguli. qui sunt ad. e. sunt adiuvicē egales. ergo p. 25. tertij arcus in quos cadūt sunt egales. quare et eoru corde p. 28. eiusdē qui sūt latera ipsi exagoni. Equilaterū igitur ē sed et equiangulū p. 26. tertij. ppter id qd sex arcus in quos angularia puncta exagoni dividunt circulum binis et binis sūpti sūt adiuvicē egales. vt arc⁹. a. f. b. arc⁹. f. b. c. et iō angulus. f. qui cōsistit in pmo ē egalis angulo. b. qui cōsistit i scđo. idē in ceteris. quare cōstat ppositum. **C**orollarium ex hoc patet q dimidiū diametri et latus exagoni sunt



latera eiusdem trianguli equilateri. ut. e.c.z.c.b.z.c.d. **C**Et nota q̄ non proponit circa propositum circulum exagonum equilaterum atq; equiangulum designare. Nec intra talen exagonum aut circa talen circulum describere. quēadmodum fecit de triangulo quadrato et pentagono. non q; non sit necessariū hoc ē possibile. sed quia hec tria per eadem precepta sunt in pentagono equilatero et equiangulo. et in omni figura equilatera. atq; equiangula quecumq; fuerit. Unde quamcumq; figurā equilaterā et equiangulā scimus circulo inscribere: candē circulo extra. et circulū sibi intra et extra: hisdem modis per que hec in pentagono fecim⁹ describemus. **N**ota etiam q̄ omnis figura equilatera circulo inscripta. aut circumscripta est etiā necessario equiangula. de inscripta patet per 27. z. 26. tertij sumbris arcibus circuli. quibus latera inscripte figure corde sūt binis et binis. In his enim arcus ipsius figure anguli cadunt. De circumscripta autē ductis a circuli centro linea ad omnes eius angulos. et ad loca cōtactus facile probabis. si plene intellexe demonstrationi. 13. huīs diligēs intellectus accesserit. erit enī vt omnes ipsi figure angulos linee a centro venientes p̄ equalia dividat. sumptis itaq; quibuslibet duobus eius proximis lateribus cū linea ad angulum ab eis contentum. et cū duobus ad eorum extremitates a centro vñientibus duos triangulos ab eis cōtentos equiangulos admittit. p. 4. primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus patet eos esse equiangulos p̄ banc cōmune sciam quoq; dimidias sūt equalia. rora quoq; esse equalia.

Propositio. 16.

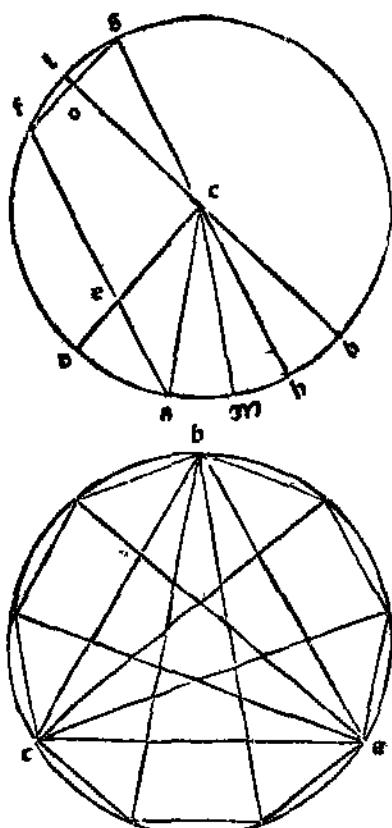
Intra datū circulum. quindecagonum equilaterum atq; equiangulum designare. **C**ende circa quēlibet circulū assignatuq; quindecagonum equilaterum atq; equiangulum atq; intra datum quindecagonū circulū describere. **S**it datus circulus. a.b.c. velo sibi inscribere quindecagonū equilaterum et equiangulum. denide etiam circumscribere arq; intra talen quindecagonū p̄positum circulum describere. Non p̄ponit autem circa talen quindecagonū circulū describere. quia hoc satis dat intelligere p̄ alia que p̄ponit. In dato circulo iuxta doctrinā secunde huīs. prabo latus trianguli equilateri. q̄ sit. a.c et iuxta doctrinā sedi latus pentagoni equilateri atq; equianguli qd̄ sit. a.b. Et quia arcus. a.c. est totius circumscripcie tertia: cuius arcus. a.b. est quinta. erit superfluum inter eos qd̄ est arcus. b.c. due tertie: arcus. a.b. vel due quinte arcus. a.c. siue due quindecimē totius circumscripcie. Nam in omni toto excedit tertia quintā. in duabus tertiis ipsius quinte. vel in duabus quintis ipsius tertie. siue in duabus quintis decimis totius. hoc enī patet in quinta et tertia p̄imi numeri habēris quintam et tertiam qui est. 15. cuius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que ē tria in duabus vñitatis que sunt due tertie ipsius ternarij qui ē quinta. vt due quinte ipsius quinarij qui est tertia siue due quindecimē ipsius. 15. qui est totū. diviso igitur arcu. b.c. per equalia. in. d. patet vñitatem duorum arcuum. c.d.z. d.b. esse tertiam arcus. a.b. vt quintam arcus. a.c. siue quindecimē totius circumscriptie. subtensis igitur eis cordis. c.d.z.d.b. coaptatisq; continue intra datum circulum sibi equalibus per primam huīs complebitur figura proposita. **C**etera vero duo que proponit cū tertio q̄ dat intelligere videlicet quindecagonū circulo



drawmscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex. 12. 13. 7. 14. huic plene intellectis facile perficies. Et nota qd quamcunqz figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurim laterum circulo scimus inscribere et circu scribere. et ipsi circulum. divisus enim arcubus quibus latera eius qd scient inscribi subtenditur. per equalia et a punctis medijs ad extremitates laterum ipsius figure ductis lineis fieri intra circulum figura duplo plurim laterum que erit equi latera per. 28. tertij. ergo et equiangula. hoc enim demonstratum est supra. 15. huic qd omnis figura equilatera circulo inscripta est etiam equiangula. Et quia bac circulo scimus inscribere sciimus cetera tria per. 12. 13. et 14. huic. Quia igitur sci mus inscribere triangulum equilaterum: sciimus per hoc et hexagonum et per hexagonum duodecagonum ac per dodecagonum figuram. 24. laterum. et sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit ut diximus inscribi hexagonus. posuit tamen huic propriâ demonstratione ex qua sequitur potissima percutile. Et simili ter quia sciimus et inscribere quadratum sciimus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par. per pentagonum quoqz sciimus decagonum. et figuram. 20. laterum. siveqz continue duplando. idem quoqz intellige de quin decagono. per ipsum enim scientur figure. 30. et 50. et omnium continue duplatoz laterum. Ceterarum autem figurarum de quibus ista non docet. vel que pbas non habent difficultas est scientia. et paru utilis. ut sunt eptagona nonagona undecagona. Qd si scirem trianguli duu equalium laterum designare. cuius vterqz angulum ad basim triplus esset ad reliquum sciremus eptagonum ut supra pentagonum circulo inscribere. qd si vterqz quadruplices esset ad reliquum sciremus nonagonum. et si quintuplices. undecagonum. Idemqz in ceteris figuris imparium laterum. positio veroqz anguloz ad basim multiplici ad reliquum. per eum numerum qui est medias. maximi partis sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

Onus angulū in tria equa dividere. Sit angulus dat⁹. c. volo ipsū dividere in tres ecclēs angulos qd sic facio. pono pmo. c. centrū circuli describendo circu lū qd latera cōtingat. et prorabo latera cōntinentia datū angulū vscqz quo secet circūferentia in punctis. a. et b. tunc a punto. c. qd est centrū circuli duco linea. c. d. perpendiculari ad lineā. c. b. et in linea. c. d. assigno punctū. e. a quo duco lineam ad equalitatē. c. b. vscqz quo secet circūferentia circuli in punto. f. et pducō. e. vscqz a. veindic piorrabo linea. g. h. equidistantē. f. a. que scz. g. h. transeat per centrū. et duco lineam. f. g. equidistantē linee c. c. et prorabo lineam. c. b. incontinuū et dire ctum vscqz ad. l. que secat lineā. f. g. orthogonaliter in punto. o. et per equalia. dico ergo qd arcus. l. g. est equalis arcui. b. b. propter hoc. qd angulus. l. g. c. est equalis angulo. b. c. b. cū sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. b. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui. a. b. cū sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. et g. b. ergo arcus. b. a. est duplus arcui. b. b. et ergo et angulus. a. c. b. est duplus angulo. b. c. b. dividam ergo angulum. a. c. b. per equalia per lineam. c. m. et patet propositum.

Intra datū circulū nonagulū equilateroz atqz coagulū designare. qd sic fieri posset iuxta doctrinā sedē lui⁹. inscribā circulo assignato triangulū ecclēs atqz eqangulū qd sit a. b. c. et vniquēqz anguloz ei⁹ dividā p tria ecclēs et prorabā lineas dividētes angulos vscqz ad circūferentia et tunc qd nouē anguli locati in circulo sūt euales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt euales. prorabā entru



cordas subtractas singulis arcibus et habebo intentum. ¶ Explicit liber quartus
incipit liber quintus.

Diffinitio .1.



Ars est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.
¶ Pars quādoqz sumitur proprie: & hoc est q̄ aliquo tient sumps suum totum prēcise constituit: sine diminutione vel augmentatione: & dicitur suum totum numerare per illum numerum sūm quē sumitur ad ipsiū totius constitutionē: rālē autem partē quā multiplicituā dicimus hic diffinit. ¶ Quādoqz sumitur cōmūniter & hoc est quilibet quantitas minor q̄ quotienscūqz sūpta suo toto min⁹ aut maius constituit. quā aggregatīnā dicimus: eo q̄ cum alia quantitate diversa totum suū cōstituat: p se q̄t quotienscūqz sūmpia facit non producat.

Diffinitio .2.



Ulp̄plex est maior minoris quando eaz minor metitur.
¶ Pars relative dicitur ad totuz: & in istis duobus extremitatibus consistit eoz adiunictē relatio: & ideo diffinitio minor extremo definit hic maius: vocat aut̄ ipsum mul. iplex propter hoc q̄ minus ipsum aliquotiens sumptuz constituit: erunt igitur relative dicta adiuncta pars & multiplex. Nā omnis pars submultiplex: vt patet per eius diffinitionē.

Diffinitio .3.



Proportio est duarum quantecunqz sint eiusdem generis quantitatū certa alterius ad alteram habitudo.
¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adiunctam in eo q̄ earuz altera maior aut minor: est reliqua vel sibi equalis. Non enim soluz in quantitatibus reperiatur proportio. sed i pō deribus: potentijs et sonis. In ponderibus quidē & poctijs vult plato i thimeo esse proportionē. ubi elementorum numerū ostendit: in sonis autem esse proportionē liquet ex musica. Nam ut vult Boecius in quarto si qualibet rerum in duas inaequales partes dividatur. erit ipsaruz partiū suorumqz sonoz: eadem cōuerso modo proportio. Sz in quibuscumqz proportio reperiatur: ea participant naturā ppriectatēqz quantitatis: nō enim reperiatur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q̄ earum una est reliqua maior aut minor. aut sibi equalis. ¶ Quantitatis autem pprium est sūm ipsam equalē vel inaequalē dici. ut vult aristoteles. in predicamentis. unde liquet proportionē primo in quantitate reperiiri. & per ipsam in omnibus alijs Nec esse in aliquib⁹ rebus proportionē cui similis nō sit in aliquibus quantitatib⁹ pp. et qd̄ bene dixit euclides. proportionē simpliciter esse in quantitate cum ea diffiniuit per habitudinem duarū quantitatū eiusdem generis adiunctam. ¶ Utq̄ definitionis intellectus ē: q̄ proportio ē habitudo duarum quantitatū adiunctam que attenditur in eo q̄ una carum est maior aut minor alia vel sibi equalis: q̄ qd̄ patet q̄ oportet eas esse eiusdem generis: vt duos numeros: aut duas lineas: aut duas superficies: aut duo corpora: aut duo loca: aut duo tempora. Non enī potest

d 3

ores ⁴⁰⁰
ores aggregatae

Oppositiones manifestas
Duplicata de 120 ratione
Septima terza Duplicata
Sexagesima Duplicata secunda
Duplicata et dupla Duplicata
secunda tripla

proportionis denominari possunt
duo: p̄cessus &
13 fractio anno sūmū at p̄ceptu!
qui major & me usq̄ ad quatuor
genuit monere p̄ceptu ut mi
nus in p̄ceptu est p̄ceptu & in ordine

proportionis Semimodulus in
fīc. 1000 fīc. 1000 d 2nd

Liber

vici linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tempus loco. sed linea. linea et superficies superficie. Sola enim uniuoca compabilia sunt. Quod autem dicit certa habitudo non sic intelligas quasi nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita in qua determinata est hec et non alia. Non enim est necessarium ut omnis habitudo duarum quantitatium sit scita a nobis: nec etiam a natura. Nam proportio quedam est discreta: ut numerorum. quædam autem continua. In numeris autem minor est pars aut partes maiores ut demonstratur in septimo: quare et in eis omnibus est habitudo certa et nota. At vero in continuis est proportio magis larga: est enim in eis ubi minor: quædam est pars: aut pars maioris: et talium omnium mediantibus numeris est proportio nota: que et rationalis dicitur. Dicuntur quæ omnes tales quantitates comunicantes: quia eas una et eadem necessario metitor. Unde et omnes numeri sunt comunicantes. omnes enim ipsos metitur unitas. Est etiam ubi minor non est pars: aut partes maioris et in talibus non est nota proportio. nec nobis nec nature. Dicunturque hec proportionalis: et hec quantitates incomunicantes: unde fit: ut quecumque proportio reperiatur in numeris reperiatur in omni genere continuorum: ut in lineis superficiebus corporibus et temporibus: non autem econverso: infinite enim sunt proportiones in continuis reperire: quas numerorum natura non sustinet. Sed quecumque proportio reperiatur in uno genere continuorum eadem reperiatur in oibus alijs. Nam qualitercumque se habet aliqua linea ad qualibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquam aliam. et quodlibet corpus ad aliquod aliud: similiter et tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem aliud: unde magis est larga proportio in continuis. quæ in discretis ex quo manifestum est proportionem geometricam esse maioris abstractionis: quæ proportionem arithmeticam: omnis enim proportio circa quam arithmeticam versatur rationalis est: geometria vero rationales et irrationales equiter considerat.

Dissinatio .4.

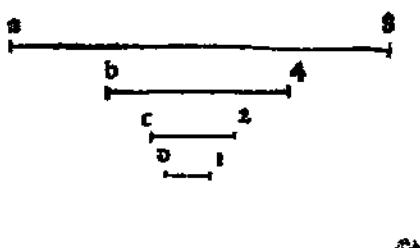
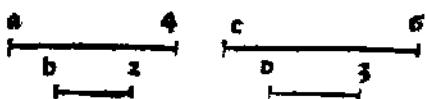
Proportionalitas est similitudo proportionum.

Ut si dicemus quæ est proportio. a.ad.b.ca est etiam.c. ad.d. p:proportio que est inter. a. et. b. similis est illi que est inter. c. et. d. hec autem similitudo que ex istis proportionibus resultat dicit proportionalitas.

Dissinatio .5.

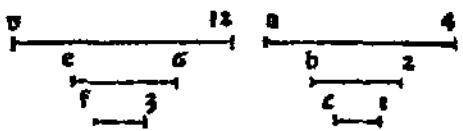
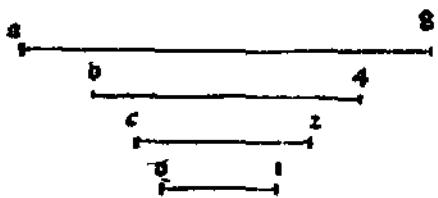
Quantitates que dicuntur continua habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut equa sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuunt.

Supposita divisione proportionalitatis per continua et discontinua diffinit membra dividenda. et primo continua immo et verius dicam: superposita divisione proportionalium per continua proportionalia et incontinua: diffinit non continua proportionalitate: nec incontinuum: sed continua proportionalia et incontinua. diffinitio autem continua proportionalitatis et incontinuae satis patet per diffinitionem continua proportionalium et incontinue. Continua autem proportionalitas est cum quilibet qualitercumque eiusdem generis in qua proportione prima antecedit secunda in eadem quilibet aliis antecedit proximo consequente. ut cum dicimus sicut se habet. a.ad.b. ita.c.ad.c. et c.ad.d. eritque quilibet earum antecedens et consequens: excepta prima que est solù antecedens: et ultima que est tunc consequens. Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem propor-



tionū eo qd nō sit pportio inter quantitates generum diversorū: et hoc erit ad min⁹ in tribus terminis constituta. **C**ontinua autem est cū quatuor quantitatū sive omnes fuerint eiusdē generis sive due prime vnius et due postremē alterius: i qua proportionē prima antecedit scđam in eadē tertia antecedit quartā: vt cū dicimus sicut se habet. a.ad.b. ita. c.ad.d. eritqz carum quelibet: aut tm̄ antecedēs aut tm̄ consequens: nec eīt necesse vt sint omnes quatuor eiusdē generis sicut erat in p̄/ p̄tionalitate cōtinua: eo qd cōsequēs prime proportionis nō cōtinat̄ antecedēti scđe: sed possibile eīt vt sint eiusdē generis: et possibile eīt vt sint diversorū. Sicut enī contingit linea rep̄iri duplam ad lineam aut triplam: ita superficiem ad super/ ficiē: et corpus ad corpus: et tempus ad tempus: et numerus ad numerū. **U**iso quid sit continua p̄tionalitas . et quid incōtinua explanemus diffinitionē continua p̄tionaliū p̄missam. Quantitates inquit p̄tionales cōtinue sunt quaz cō multiplicia aut sibi sunt eq̄lia: aut eq̄ sibi sine interrupcione addūt: aut minuunt verbi gratia. Sint tres quātitates eiusdē generis. a. b. c. ad quas sumant. d. e. f. cō multiplicia: vt sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. est multiplex ad. b. et. f. ad. c. cūtqz omnes in eodē genere. **M**ultiplicia enī et submultiplicia in eodē sunt genere: sicutqz vt. d. e. f. aut sunt equalia adiuicē: aut sūr se habēant in addendo aut minuendo ita qd sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso: ita. e. addat sup. f. aut minuat ab ipso. **L**ū hoc inquā multiplicia sic se babuerint cū trea quātitates. a. b. c. cōtinue p̄tionales. **M**ultiplicia autē nō intelligas sūr sic se habere in addendo aut mi/ nuendo quantū ad quantitatē excessus: sed quantū ad proportionē: aliter enī dif/ finitio eīt falsa. Nam querūlibet quantitatū eiusdē generis equis se differentijs excedentium eque multiplicia accepta equis etiā differentijs se excedūt: vnde sūr se habent in addendo et minuendo quantū ad quātitatem excessus. Nec tamē prio/ res quātitates sunt cōtinue p̄tionales: immo minorū est semp maior: propotion. hoc autē ideo evenit qm̄ eaꝝ multiplicia nō sūr se excedunt quātū ad propotionē: sed solū quantū ad quantitatē excessus: est enī et ibi in minoribus multiplicib⁹ maior propotion. verbi gratia: sumant̄ tres numeri equis differentijs se exceden/ tes: immediate videlicet arithmetice: vt. 2. 3. 4. born̄ triūm omnes eque multiplicies equaliter se excedunt. dupli quidē binario tripli tertario. et sic de ceteris: nō tamē sunt. 2. 3. 4. cōtinue p̄tionalia: immo minorū est maior propotion: est enī ipsorum p̄p̄tio sesquialtera: et maior sesquiteria: qd ergo inter eos nō est similitudo p̄p̄tionalū. Nō erit inter eos p̄tionalitas: et iō nōqz continua neqz incontinua. patet ergo similitudinē illam additionis aut diminutionis nō intelligi quantū ad quantitatē excessus: sed quantum ad proportionem: erit itaqz sensus diffinitionē p̄missae. **C**ontinua p̄tionalia sunt quarū omnia multiplicia equalia sunt continua p̄tionalia: sed noluit ipsam diffinitionē proponere sub hac forma quia tunc diffiniret idem p̄ idem: aperte tamē rei est istud cum sua diffinitione cō vertibile. Tres autem quantitates. a. b. c. oportet esse eiusdē generis ad hoc ut ea/ rum multiplicia sibi inuicem equalia sint: aut similiter se habēant in addendo aut minuendo. Si enim. a. et. b. essent diversorum generum: essent etiā. d. et. c. ipsarum a. et. b. multiplicia eisdē diversorum generum: propter hoc qd multiplicia et sub/ multiplicia eiusdē sūr generis: quare. d. nō esset equalis. e. nec ea maior: aut minor. Nam quantitates diversorum generum non sunt adiuicem comparabiles.

Difinitio .6.



LIBER

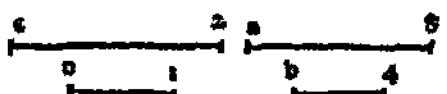
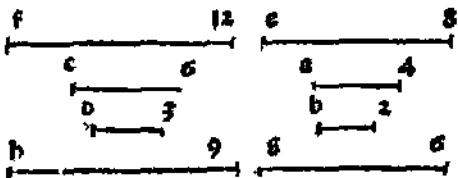
Quantitates que dicuntur eē fīm pportionē vñā pŕimā ad se-
cūdā t̄ tercīa ad quartā sunt quāz pŕime t̄ tertie multipli-
ces equales multiplicib⁹ secūdē t̄ quarte equalib⁹ fū-
rīnt similes vel additioñe vel diminutioñe vel equalitatē
eodem ordine sūmpre.

CPosita superī diffinitione quātitatū continue pportionaliū. hic ponit diffini-
tione incōtinuc pportionaliū: t̄ c q̄ quarūlib⁹. 4. quantitatū quāz pŕime t̄ tertie
eque multiplicia sūpta fuerint: itēq; scđe t̄ quartē eque multiplicia: fūeritq; multi-
plex pŕimesic se habens ad multiplex scđe quantū ad additionē aut diminutioñē
aut equalitatē: sicut multiplex tertie ad multiplex quartē: erit pportion pŕime carū ad
scđam: sicut tertie ad quartā. verbi grā. Sunt quātoꝝ quātitates. a. b. c. d. sumantq; ad
pŕimā t̄ ad tertīā que sunt. a. z. c. eq̄ multiplicia v̄pote dupla: que sunt. c. z. f. Itēq;
ad scđam t̄ quartā que sunt. b. z. d. sumat̄ alia eq̄ multiplicia: v̄pote tripla. q̄ sunt
g. z. b. sitq; vt bcc. 4. multiplicia sic sūpta cōpata adinuicem fīm ordinē pŕimā rām
quātoꝝ quantitatū: ita videlicet q̄. e. cōpetur ad. g. z. f. ad. b. non autē. e. ad. f.
aut. g. ad. b. sint similia in additione diminutioñe t̄ equalitatē: videlicet q̄ si. e. ad
dit sup̄. a. g. t̄ sūl. f. addat sup̄. b. aut si. e. minuit. a. g. t̄. f. similiter minuat. ab. b
aut si. e. est equalis. g. t̄ similiter. f. sit equale. b. tunc pportion. a. ad. b. est sicut. c
ad. d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffi-
nitione cōtinue pportionaliū: videlicet nō quantū ad quantitatē excessus. sed qn-
tum ad proportionē. **C**Qd aut̄ dicit eodē ordine sūmpre intelligatur sicut exposi-
tum est: videlicet vt multiplicia non referant̄ adinuicem fīm ordinē earum quanti-
tarum: quibus eque multiplicia assumunt̄. vt multiplex pŕime non referat̄ ad mul-
tiplex tertie: aut multiplex scđe ad multiplex quartē. sed referatur fīm pŕimā ordinē
ipsaq;. 4. quantitatū: videlicet multiplex pŕime ad multiplex scđe. t̄ multiplex ter-
tie ad multiplex quartē. **E**rit itaq; sensus istius diffinitionis. Incōtinuc ppor-
tionalē sunt quātoꝝ quātitates t̄ pportion pŕime ad scđam ē sicut tertie ad quar-
tā cū sumptis eque multiplicib⁹ ad pŕimā t̄ tertiam. Itēq; eque multiplicib⁹
ad scđam t̄ quartā erit pportion multiplicis pŕime ad multiplex scđe: sicut multipli-
cīs tertie ad multiplex quartē: sed nō diffiniunt̄ sub bac forma. propter cām predi-
ctā. licet a pte rei idē sit. Nō ē autē necessariū ut quātoꝝ quantitates. a. b. c. d. sint
eiusdem generis: eo q̄. b. nō continuit̄ in proportionē: cum. c. sed possunt ēē due
pŕime vñius generis: t̄ due sequentes alterius. p̄ q̄ patet q̄ necesse est referri mul-
tiplex pŕime ad multiplex secunde: t̄ multiplex tertie ad multiplex quartē. nō autē
multiplex pŕime ad multiplex tertie: aut multiplex scđe ad multiplex quartē q̄: non
semper sunt eiusdem generis. multiplex pŕime t̄ tertie: nec multiplex scđe t̄ quartē: sicut autē
necesse sumere eq̄ multiplices ad pŕimā t̄ tertiam: itēq; eq̄ multiplices ad scđam t̄
quartam: e nō eq̄ multiplices ad pŕimā t̄ scđam: t̄ itē non eq̄ ad tertīā t̄ quartā
q̄: nisi p̄ multiplicū sūptionē cōtinuā terminū pŕime pportionis cū terminis scđe. nō
erit p̄ quid sit pportion. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

Diffinition .7.

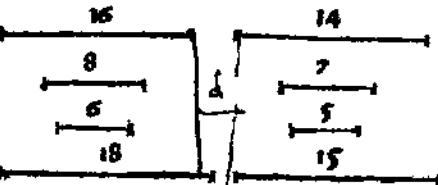
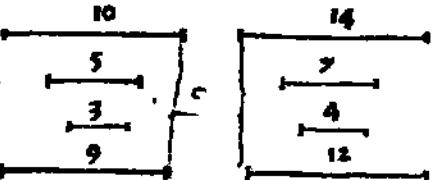
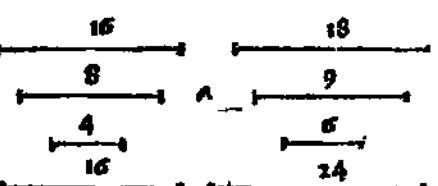
Quantitates quarū pportionē vñā pportionalē notantur.
CPostquā diffiniuit̄ quantitates continue proportionalē t̄ incon-
tinuc diffiniuit̄ quantitates pportionalē simplē: et p̄ diffinition.

Diffinition .8.



Cum fuerint prime & tertie eque multiplices. Itemq[ue] secunde & quarte eque multiplices. addetq[ue] multiplex prime super multiplicem secunde. Nō addet autem multiplex tertie super multiplicem quarte. dicetur prima maioris proportionis ad secundam q[ue] tertia ad quartam.

Differunt quātitatibus proportionalibus diffinīt quantitates in proportionales. Sunt autē in proportionales inter quas ē similitudo proportionū qd cōtigit dupliciter aut quia maior est pportio pme ad secundā qz tertie ad quartā: aut quia minor et ideo eius sunt due species. Prīms quando maior est pportio p̄mī ad scđm qz terciis ad quartum: et dicitur hoc maior impropotionalitas. Secunda vero qm̄ minor est proportio p̄mī ad scđm qz terciis ad quartū: et dicit minor impropotionalitas. diffinīt ergo eas inter quas est maior: proportio p̄mī ad scđam qz tertie ad quartā que est maior impropotionalitas: diffinītione autē eārum inter quas est minor proportio p̄mī ad scđam qz tertie ad quartā non ponit quis ipsa patet ex alia. Etū igit̄ fuerint. 4. quantitates ad quarum p̄mam et tertii sumptu sunt eque multiplicia. et ad scđam et quartā eque multiplicia et multiplicia p̄me et scđe relata adinuicēz non se habebunt similiter multiplicib⁹ tertie et quartie relatis adinuicēz in additione diminutione et eqūitate: ille. 4. quantitates erunt impropotionalites. Qd si ita fucrit q̄ multiplex prime sit eque multiplici scđe. multiplex vero tertie sit minus multiplici quartae. Aut q̄ multiplex p̄me sit minus multiplici scđe. multiplex autē tertie sit eque. aut minus multiplici quartae. Aut q̄ multiplex p̄me sit minus multiplici secūde: et similiter multiplex tertie multiplici quartae: verūta/ mcn plus excedit quātum ad proportionem non quantum ad quātitatē excessus. multiplex prime multiplex scđe qz multiplex tertie multiplex q̄rte. Aut q̄ multiplex prime sit min⁹ multiplici scđe. et sili multiplex tertie multiplici quartae. verūtū mi/ nus minuit quātū ad proportionē non quātū ad quātitatē excessus: multiplex pri/ me multiplici secūde: qz multiplex tertie a multiplici quartae: erit quolibet istoz. 4. modoz maior proportio prime ad secundā qz tertie ad quartā. Quatuor autē mo/ dis istis oppositis erit minor pportio p̄me ad secundā qz tertie ad q̄rtā. Exempla autē istoz oīum cūdenter sumēt ex numeris. Additio ḡ illis multiplicis p̄me super multiplex secūde. Non autē multiplicis tertie sup multiplex quartae: de qua loquitur auctor in diffinītione: latitudinē habet ad istos. 4. modos predictos et ipsos com/ prebēdit. vñ sensus isti⁹ diffinītione ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt proponit fine/ rit maior proportio multiplicis p̄me ad multiplex secūde qz multiplicis tertie ad multiplex q̄rte: erit maior pportio p̄me ad scđam qz tertie ad q̄rtā: nō diffinīvit autē sub hac forma ppter cōez cām p̄nos dictā. Vel possum⁹ dicere q̄ additio multiplicis p̄me sup multiplex secūde: et nōmultiplicis tertie sup multiplex q̄rte: de q̄ loquī in p̄missa diffinītione majoris i proportionalitatis p̄prie accipit prout verba diffini/ tione sonāt: et nō se excedit nisi ad scđm q̄tuor predictoz modoz: Iz reuera quo/ libet illoz q̄tuor modoz sit maior pportio prime ad secundā qz tertie ad quartam vñ sensus illius diffinītione ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt pponit si multiplici pri/ me exēte maiori multiplici secūde: non sit necessariū q̄ multiplex tertie sit minus multiplici quartae: tūc erit maior pportio prime ad secundā qz tertie ad quartam. ppter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffi/ nitione: qz iste est illis omnib⁹ magis plan⁹: et ad dictā diffinītione sufficiēs. Nisi s̄



LIBER

enī est maior prop̄tio p̄m̄e. 4. quantitatū ad sc̄dām q̄z tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primā et tertiam reperi. Que cum rclata fuerint ad aliqua eque multiplicia sc̄de et quarte: invenientur multiplex p̄m̄e addere super multiplex sc̄de: nō aut̄ multiplex tertie super multiplex quarte. Nec vscq̄z contingit hoc reperire quoniam sit maior prop̄tio p̄m̄e ad sc̄dām q̄z tertie ad quartam ut de monstrabimus infra supra decimam huius. **C**Posse autem esse hce quātitates impropotionalales diuersoz generum sicut et quātitates incōtinue proportionales si inter eas fuerit incōtinua impropotionalitas: vt si dicatur maior est prop̄tio a.ad.b.q̄z.c.ad.d. Si autem fuerit continua impropotionalitas erit oēs eiusdē generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. ut si dicatur maior est prop̄tio a.ad.b.q̄z.b.ad.c.

Difinitio .9.

St autem proportionalitas ad minus inter tres termios constituta.

CPostq̄z auctor diffiniuit p̄portionē p̄portionalitatē et q̄ntitates p̄portionales et i.p̄portionales: ostēdit q̄s sit minim⁹ numer⁹ termino rū inter quos proportionalitas potest cōsistere maximū autē nō posse: quia illum nō cōtingit sumere: potest enim prop̄tio quelibet continuari i terminis infinitis: sive fuerit rōnalis prop̄tio sive irrōnalis. **A**d proportionalitatē aut̄ exigunt ad minus due prop̄tiones siles: eo q̄ prop̄tionalitas sit similitudo proportionū. Quelibet aut̄ prop̄tio habet antecedens et consequēs: ergo q̄ libet prop̄tionalitas habet ad minus duo antecedēta et duo consequēta: hoc ē impossibile fieri in paucioribus q̄z tribus terminis: in quibus medius coꝝ fiet antecedēs et consequēs: et iō prop̄tionalitas erit p̄tinua: quare in trib⁹ terminis ad minus erit cōtinua prop̄tionalitas cōstituta. Incōtinua aut̄ non erit i pauciorib⁹ q̄z in. 4. eo q̄ in ipsa quilibet termin⁹ ē t̄m̄ antecedēs: aut t̄m̄ p̄ns: idem intellige de minori numero terminoz impropotionalitatis. Si enim fuerit p̄tinua: erit ad minus inter tres terminos. Si incōtinua ad minus inter quatuor.

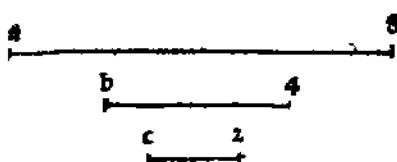
Difinitio .10.

Ifuerit tres q̄ntitates p̄tinue p̄portionales diceſ p̄portio p̄m̄e ad tertiam. p̄portio p̄m̄e ad sc̄dām duplicata.

CDiffinit prop̄tionē q̄ ē iter extreemos termios continua prop̄tionalitatis in trib⁹ terminis cōstitute. et dicit q̄ si fuerit prop̄tio p̄m̄i ad sc̄dām sicut sc̄di ad tertium: erit prop̄tio p̄m̄i ad tertium sicut p̄m̄i ad sc̄dām duplicata: hoc ē ex duabus talib⁹ cōposita. sive qđ idē ē: erit prop̄tio p̄m̄i ad tertium sicut p̄m̄i ad sc̄dām duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi grā. i numeris Sint. 3. numeri cōtinue proportionales: sintq̄z continua dupli: vt. 2. 4. 8 prop̄tio p̄m̄i ad tertium erit sicut prop̄tio p̄m̄i ad sc̄dām in se multiplicata: p̄portio aut̄ p̄m̄i ad sc̄dām ē dupla: dupla vero in se multiplicata: producit quadra plā: vnde prop̄tio extremon̄z ē quadrupla: videlicet duplū dupli: vel sc̄dām priorē expositionem prop̄tio extremon̄um est sicut prop̄tio p̄m̄i ad secundū dupli cōdata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

Difinitio .11.

Cum fuerit quatuor q̄ntitates p̄tinue p̄portionales. p̄portio p̄m̄e ad quartā diceſ p̄portio p̄m̄e ad sc̄dāz triplicata



Diffinit pportionē q̄ ē iter extreemos terminos p̄tinue pportionālitatis i. 4. terminis p̄stitutē: et dicit q̄ si fuerit. 4. quinque terminos p̄tinue pportionales crit p̄portio p̄me ad q̄tā sicut p̄portio p̄me ad secundam triplicata hoc ē ex tribus talib⁹ cōposita. qm̄ tales inveniuntur in ea: sive qd̄ idem est: crit p̄portio prime ad quartam sicut p̄me ad secundam triplicata. hoc est in se. postea in productum multiplicata. Verbi gratia: in numeris. Sunt quatuor numeri continue pportionales: sintq̄ cōtinue triplici. vt sint. 1. 3. 9. 27. p̄portio primi ad quartum erit sicut p̄portio primi ad secundū in se postea productū multiplicata: p̄portio autem primi ad secundū est tripla: tripla vero in se multiplicata p̄ducit nocuplā et tripla in nocuplam p̄ducit vigincuplam septuplam. erit itaq̄ p̄portio extreorum vigincupla septupla. qd̄ est triplum tripli. Vel bñ p̄iorē expositionē p̄portio extreorum ē sicut p̄portio primi ad secundam triplicata: quia vigincupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionē extreorum continue p̄portionalitatis inter plures q̄z quatuor terminos cōstitute: propter id q̄ dimensiones in rebus naturalibus reperte non excedunt ternariū. Denominatio autem ppor-
tionis duarum quantitatū quibus nullum interponitur medium habet naturā līnce. Earū vero quibus interponitur vnu mediū in cōtinua pportionālitate habet naturā superficiē eo qd̄ sit ex multiplicatione denominatiois duarū primarū in se. Omne autem qd̄ ex multiplicatione līnce: in lineam p̄ducitur: naturā habet superficiē: si in se quidē quadrati: si vero in alterā parte altera longioris. Sed p̄portionis earum quantitatūz denominatio quibus in cōtinua pportione duo media interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione deno-
minatiois duarum primarum primo in se. ex qua multiplicatione productur su-
perficies: deinde in productum ex qua multiplicatione prouenit solidum sive cor-
pus: omne et hñ qd̄ ex multiplicatione līnce in superficiē productur crescit iso-
olidum. Est ergo ac si diceret p̄portio duarum quantitatū est simplex inter-
vallum: et habens naturam simplicis dimensionis ut līnce: p̄portionalitas au-
tem triū est duplex intervallum: et habens naturam duplicitis dimensionis ut su-
perficiē: p̄portionalitas aut̄ quatuor est triplex intervallum: et habens naturā
trīcē dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones vñcīns non procedunt. idco nō
diffiniuit proportionē contentam inter extremos p̄portionalitatis in quinq̄
terminis: aut plurib⁹ constitute: vel nō diffiniuit proportionē in his quia ea
num p̄portio habetur ex predictis diffinitionib⁹. Si enim in tribus terminis p̄-
portio extreorum cōstat ex proportionē primorum duplicita: et in quatuor terminis cō-
stat ex eadem triplicata: i. 5. terminis cōstat ex eadem quadruplicata: et in
sex ex eadē quicuplicata: vñ quicadmodū i trib⁹ terminis p̄tinue p̄portionalib⁹ p̄por-
tio extreoz p̄tinet p̄portionē p̄moz bis. et i. 4. terminis ter. sic i. 5. terminis p̄tinebit
quater. et in sex quinque. et ita deinceps. ut semp p̄portio extreoz i terminis cō-
tinue p̄portionalibus totiēs cōtineat p̄portionē p̄moz quod sunt omnes ter-
mini min⁹ uno. Siliter quoq̄ si p̄portio extreoz cōtinue p̄portionalitatis i tri-
bus terminis p̄stitutē ē ea q̄ producit ex proportionē p̄moz in se seim multiplicata: et
in 4. in se bis multiplicata: in quinq̄ terminis ea que producitur ex proportionē
p̄moz in se ter multiplicata. et i. 6. terminis quater: et sic semp ut termini fuerint
duobus plures multiplicationib⁹: sive ut multiplicationes sint equeales medijs



prospectus operis: tunc tenebas quidam non fuisse
quod sit transire stremum opus nus.

LIBER

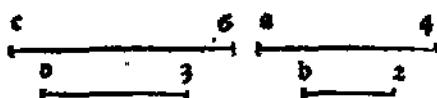
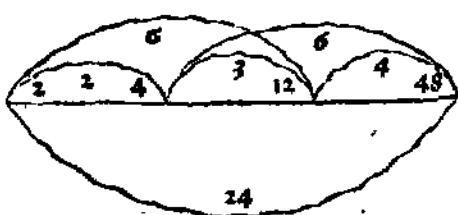
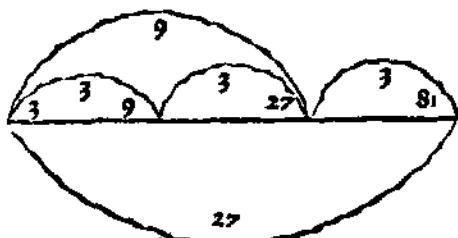
7

extremis interpositis. Et nota q̄ etiam in proportionalitate continua extremitate proportionis producitur ex omnibus proportionib⁹ intermedijs. Ex predictis apparet q̄ proportio extremitat⁹ continua proportionalitatis in tribus terminis constitute denominatur a quadrato: in quatuor vero terminis constitute denominatur a cubo: quorum quidē quadrati ⁊ cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundū: verbi gratia: i numeris Sunt quatuor numeri continua proportiones qui sunt continua tripli: 3.9.27.51. Proportio primi ad secundū denominatur a ternario: est enī tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus ternarij. nam ipsa est nocupla. Et vero proportio primi ad quartū denominat. 3.27. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundā videlicet ternarij. ipsa enim est vigintiplus septupla. Et proportio extremitat⁹ impproportionalitatis continua in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominations ipsarum proportionū. in quatuor vero terminis constitute denominatur a solido nō cubo. cuius tria latera sunt denominations triū proportionū: qđ etiā patet in numeris. Sunt quatuor numeri continua improportionales: qui sunt. 2.4.12.48. in quibus proportio primi ad secundū est dupla: secundi ad tertium tripla: et ideo primi ad tertium sexupla: tertij vero ad quartū q̄drupla: et iō primi ad quartū vigintiplus q̄drupla. Senari ergo qui ē denominatio proportionis primi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo ⁊ tria. qui sunt denominations duarum primarum proportionū 2.4. vero qui est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latus sunt. 2.3.2.4. qui sunt denominations triū proportionum inter illos quatuor terminos entium.

Difinitio .12.

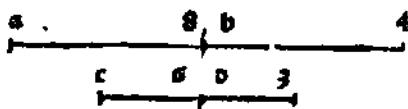
Quantitates que sunt in proportione una. antecedens ad consequentes ⁊ antecedens ad consequentē. dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentē. Itemq; permutatum sicut antecedens ad antecedentem sic etiam cōsequens ad consequentem.

Diffinit sp̄s proportionalitatis que sunt. s. videlicet cōversa. permutata. disiuncta: coniuncta: cōversa ⁊ equa. Sunt autē hec species quasi quidā modi arguendi: difinit ergo primo cōversam proportionalitatem ⁊ permutatam: in quib⁹ manent antecedentia ⁊ consequētia eadē sūm substantiā: qđ nō ē i disiuncta: p̄iūcta aut cōversa: et in quibus nihil extra sumitur s̄t in equa: vocat autem antecedens prium extremū proportionis: consequens vero vocat secundū. Vult itaq; per banc definitionem q̄ si fuerit proportio a.ad.b.sicut.c.ad.d. ⁊ ex hoc ego cōcludam: ergo b.ad.a.sicut.d.ad.c. videlicet vt faciam de antecedentibus cōsequētia ⁊ de consequētibus antecedentis: qđ iste modus arguendi vocetur proportionalitas econtrario sive cōversa. Si autem sic arguam. a.ad.b.sicut.c.ad.d. ergo a.ad.c.sicut.b.ad.d. videlicet vt ambo extrema prime proportionis: fiant antecedentia: ⁊ ambo extrema secunde cōsequētia: vult q̄ iste modus arguendi vocetur proportionalitas permutata: ⁊ in isto modo arguandi fit antecedens secunde proportionis cōsequens: ⁊ cōsequens prime antecedens.



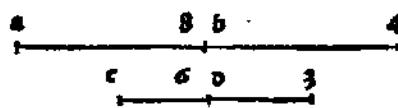
D *finitio* — *Propositio. 13.*

Coniuncta vero proportionalitas dicitur quoties sicut antecedens cum consequente ad cōsequens. sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.
Consistit coniunctam disiunctam et eiusam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem sūm substantia et vult q̄ si ita fuerit. vt sit. a.ad.b. sicut. c.ad.d. et ego ex hoc concludam. ergo totius.a.b.ad.b. sicut totius.c.d.ad.d. q̄ iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.



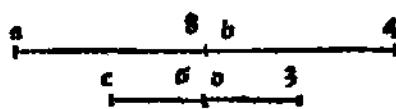
Propositio. 14.

Coniuncta vero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.
Consistit q̄ si fuerit proportio totius.a.b.ad.b. sicut totius.c.d.ad.d. et ex hoc ego concludam. ergo. a.ad.b. sicut. c.ad.d. q̄ iste modus arguendi vocetur disiuncta proportionalitas.



Dicitur — *Propositio. 15.*

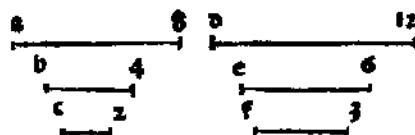
Conversa proportionalitas dicitur quorūlibet antecedentis ad augmenta sui supra cōsequenta sua similitudo proportionum.
Consistit q̄ si fuerit. a.b.ad.b. sicut. c.d.ad.d. et ex hoc ego concludam ergo. a.b.ad.a. sicut. c.d.ad.c. q̄ iste modus arguendi dicatur conversa proportionalitas.



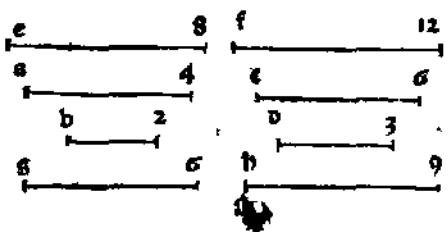
Propositio. 16.

Conversa proportionalitas dicitur quātitatibus plurimis propositis aliisq; tēm cūdem numerū in una proportione applicatis mediiorum equali numero remoto utrōrumq; summorum similitudo proportionum.

Consistit eam proportionalitatem que ad probandum proposi-
tum ad extra sumit. et vult q̄ si sumantur quotlibet quantitates. vt. a.b.c. itemq; to-
tiderum alie sive sunt eiusdem generis cum primis. sive alterius. vt. d.e.f. fuerintq; secunde in proportionē primay sine eodē ordine. vt si dicatur. a.ad.b. sicut. d.ad.e
et. b.ad.c. sicut. e.ad.f. sive ordine cōuerso vt si dicat. a.ad.b. sicut. e.ad.f. et. b.ad.c. sicut. d.ad.e. et ex hoc concludatur. ergo. a.ad.c. sicut. d.ad.f. q̄ iste modus ar-
guendi vocetur cōversa proportionalitas. **C**hozum a:tē. s. modōm arguendi qui
dicuntur species proportionalitatis quatuor probat auctor in lītra infra in isto. s. Per
mutatam quidē proportionalitatem probat in. 16. huius. disiunctā vero in. 17. con-
iunctam in. 18. eam vero proportionalitatē demonstrat. in. 22. et. 23. Sed in. 22.
cū quantitates duoruū ordinū eodē ordine sunt proportionales. in. 23. cū vero sūt
proportionales ordine cōuerso. Lōquens vero proportionalitatē aut cōversa non
demonstrat eo q̄ cōversa p̄ ex disiunctiōē quātitatū icōtinue p̄portionaliū. Ener-
sa autē p̄ ex privata adiuicē. 19. vt sup̄ eadē. 19. sum̄ dicturi. qualē autē cōversa
proportionalitas ex dione quātitatū icōtinue p̄portionaliū manifesta sit demonstrem⁹
nūc. **C**it ergo p̄portio. a.ad.b. sicut. c.ad.d. volo s̄ demonstrare qđ erit b.ad.a.



LIBER



si sit d. ad. c. sumatur e. ad. a. z. f. ad. c. eque multiplicia. similiter quoqz. g. ad. b.
 z. b. ad. d. cque multiplicia. eritqz per conversionem diffinitionis quartitatum in/
 continue proportionalium. vt. e. z. g. itemqz. f. z. b. similiter se habeant in additi
 one diminutione et equalitate. inteligo tunc. b. primum. a. secundum. d. tertium. e
 quartu. sūptaqz sūt ad prīmū et terciū. g. z. b. eque multiplicia. Itēcqz ad secūdū et qz/
 rūtū. e. z. f. eque multiplicia et quia multiplicia p̄ximi et secundi que sunt. g. z. e. simi
 liter se habent multiplicibus tertij et quarti que sunt. b. z. f. ad in vicem diminutiōe
 et equalitate. erit p̄ dictā diffinitionem propoſtio. b. p̄ximū. ad. a. secundū. ſicut. c
 tertij ad. d. quartum quod eſt propoſitum. Conſtar itaqz modus erguendi qui di
 citur conuerſa proportionalitas. Chuius autē quinti libri principia plurimis dif
 ficultatis eſſe videntur. et quidusdam conclusionibus quas ex ipſis demonſtrat. ma
 gis ab intellectu distantia. Nihil enim videtur intellectui immediatus adherere.
 qz q̄ duarum quarūlibet quantitatū equalium sit ad tertium quālibet una propor
 tio: qd tamen huius quinti ſeptima demonſtrat ex diffinitione incontinue propor
 tionalitatis que ab intellectu p̄ximo videtur qz plurimum eſſe remota. quis enim
 non facilius duarum quantitatū equalium ad aliquē tertiam eandem eſſe pro
 portionem concedat. qz. 4. quantitatum ſi multiplicia p̄xime et tertie equaliter ſum
 pta multiplicibus ſecunde. et quarte equaliter ſumptis ſimiliter ſe habuerint i ad
 ditione diminutione et equalitate eſſe proportionem prime ad ſecundam. ſicut ter
 tie ad quartam. Verum ſi ſubtiliter intuemur liquido conſtabit nō posſe viuiri iu
 tellectui q̄ proportionio duarum quantitatū equalium ad tertiam ſit una. niſi per
 quid eſt eſſe proportionem unam. Si enim quis iguoſet quid eſt eſſe proportionē
 unam eandem proportionem alteri. quomodo cognoſet duarum quantitatū
 equalium eſſe eandem proportionem ad tertiam. Indiget igitur proculdubio iu
 tellectus anteqz illam que videbatur conceptibiles propoſitio apprehendat huius
 rei que per ipſius diffinitionē babebitur cognitione. postmodum utrum ea diffi
 nitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis concinuat retracta
 tiene. qd ſi diffinitione inuenta fuerit illis quartitibus conuenire concludetur pro
 poſitum. Sin autem oppoſitum. Non eſt igitur immediata propoſitio qz ſuper
 ſicialis apprehenſio immediata indicauit. Similiter quoqz immediatus indicat
 prima apprehenſio adherere intellectui q̄ duarum quantitatū inequalium maior
 eſt propoſitio maioris caro ad aliam qz minoris ad eandem quā demonſtrat. 8.
 buis. qz qd. 4. quartitatum ſit maior propoſitio p̄xime ad ſecundam qz tertie ad
 quartam. cum multiplicibus ad p̄ximam et tertiam equaliter ſumptis. Itemqz
 alijs ad ſecundā et quartā et equaliter multiplex p̄xime addit ſuper multiplex ſe
 cunde. et multiplex tertie non addit ſuper multiplex quarte. ex quo que predicta eſt
 propoſitio demonſtratur: ſed ſimiliter nec ipſa potest intelligi niſi per quid eſt eſſe
 propoſitionē maiorem. Igitur oportuit euclidem que quantitates dicuntur pro
 portionales: et que inproportionales diffinire. Proportionales autem ſunt qua
 rum propoſitio una eſt: et inproportionales quarū propoſitiones diuerſe. Itaqz
 diffinint quantitates quartū propoſitio una. et cas in quibus conneſuntur
 extrema nō diſſociatis medijs quas vocavit continue proportionales. et dixit hāc
 proportionalitatē i trib⁹ termis ad min⁹ exiſtere. ppter hoc q̄ enī ſaltē bis ſumēdū
 ē mediū. et cas i quib⁹ accidit intermixto medioz: et hec ſur i continuo ppoſitionē
 et hec ppoſitionalitas ad minus exigit q̄thoſ terminos ppter alteri⁹ medijs ſumētionē

et diffiniuit etiam quantitates que sunt *in proportionales*. quarum est maior una
 proportio quā sit alia. Et si esset omnis proportio scita sine rationalis. tunc facile
 esset intellectui cognoscere que proportiones essent una et que diversae. ¶ Que enim
 haberent unam denominationem essent una. que autem diversas diversae. hoc au-
 tem facilitas manifesta est ex arithmetica. quoniam omnium numerorum propor-
 tio scita et rationalis est. Unde Jordanus in scđo arithmeticœ sue diffiniēt que pro-
 portiones sunt eadem et que diversae. dicit easdem esse que eandē denominationem
 recipiunt. ¶ Majorē vero que maiorem et minorē que minorē. Sed iſinīc sūt
 proportiones irrationales. quarum denominatio scibilis non est. quare cum euclides
 cōſidereret in hoc libro suo proportionalia cōmūniter nō contrabēdo ad rōng/
 les vñ irrationales quoniam cōſiderat proportionem repartam in continuis que com-
 munis est ad istas. Non potuit diffinire idemprītatem proportionū per ſc̄ptitā
 tem denominationū. ſicut arithmeticus: eo qđ multarū proportionum et dictum ē
 sunt denominations ſimpliſter ignote. diffinitionē autem oportet fieri ex notis
 vnde malitia proportionum irrationalium coagit euclidem tales diffinitiones ponere.
 Quia ergo non potuit vt patet ex p̄missis diffinire proportionalitatem ſine
 idemprītatem proportionum. per idemprītatem habitudinum. ſive denominatio-
 num ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitudinū et in cōuincientiis
 terminorum coactus est refugere ad terminoz multiplicia. vt ex illo sum
 mib⁹ quantum ad excessum et equalitatem cōſideratis equis numerositatibus
 ſumptoz per qđ ad naturam rationalitatis reducuntur propositam diffinitione-
 nē vñenit. nibil enim in quocunq; inequalitatis genere terminis magis idē qđ
 eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. qđ multiplicium habitudo.
 ¶ Et quia proportio est duarum quātitatū eiusdem generis certa habitudo. cōſi-
 derata in eo qđ sunt equalis aut qđ altera maior. ideo idemprītas proportionum
 entium inter primam. 4. quantitatum ad secundam et tertiam ad quartam est ſimi-
 lis equalitas prime ad secundam. et tertie ad quartam. aut ſimilis maioritas. aut ſi
 milis minoritas. hcc autem ſimilis equalitas. aut ſimilis maioritas. aut ſimilis mino-
 ritas. tunc est inter quatuor. quilibet quantitates cum est inter omnes eaz equa-
 liter multiplicos. ¶ Qđ ergo dicit in quinta diffinitione. quantitates que dicuntur cō-
 tinuā proportionalitatem habere. et cetera ac ſi diceret. omnes illas quantita-
 tes voco cōtinue proportionales qđ est eas ſimiliter eſſe equalis continue et ſimi-
 liter continue eſſe maiores. et ſimiliter continue eſſe minores quam omnes
 eque multiplices. aut ſimilicem ſunt. ſimiliter continue equalis. vel ſimiliter
 continue maior. vel ſimiliter continue minores quod est etiam ipſas multiplices
 eſſe cōtinue proportionales qđ ſi hoc alicubi in ſimilicib⁹ diſſonat eaz dico nō eē
 cōtinue proportionales. ¶ Qđ autē dicit in ſexta diffinitione. Quātitates que dicuntur
 eē ſim proportionē unam primam ad ſecundam et tertiam ad quartam. et cetera ac ſi diceret
 oēs. 4. quātitates voco icōtinue proportionales. et ſe habere primam ad ſecundam
 ſicut tertia ſe habet ad quartā: qđ ē primā ad ſecundam. et tertiam ad quartā ſimilic ſe
 habere in cōquendo aut addēdo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices
 prime et tertie ad oēs eque multiplices ſecunde et q̄rtē. ſimiliter ſe habet aut in equādo
 aut addēdo aut minuendo quod est etiam multiplices prime in eadem proportione
 ſe habere ad multiplices ſecunde. in qua multiplices tertie ſe habet ad multiplices
 quarte. quod ſi hoc alicubi diſſonat in multiplicib⁹. dico non eſſe proportionem

LIBER

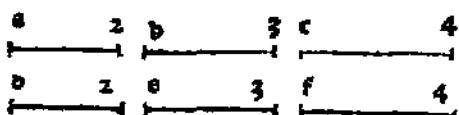
prime ad secundā sicut tertie ad quartā. qd autē dicit in. s. diffinitione ē ac si dicaret
 maiorē proportionem voco. 4. quātūrā prime ad secundā quā tertie ad quartā
 quod est primā magis excedere secundā quā tertia excedat quartā. quaz aliqua ex
 multiplicib⁹ prim⁹ addit⁹ super aliquam ex multiplicib⁹ secunde: aliqua ex mul/
 tiplicib⁹ tertie sumpta secundum numerationē multiplicis prime non addente
 sup aliquē ex multiplicib⁹ quarte: sumpta sūm numerationē multiplicis scđe. qd ē
 esse maiore proportionē multiplicis prime ad multiplicē scđe. qz multiplicis ter/
 tie ad multiplicē quartē. **C**Diffinitiones autē istas nō sunt aliquai demonstrare.
 quoz ametus filius Ioseph tentauit eas demōstrare in epistola sua quā de ppor/
 tione et proportionalitate cōposit⁹. et accepit tria per modū positiōis tanqz princi/
 pia que dicit esse per se nota et p̄batione non indigere. **Q**uoz primū est quod si
 fuerint. 4. quātūrates. quoz sit propoſtio prime ad scđam sicut tertie ad quartam.
 erit ecōverso p̄pōtio scđe ad primā sicut quarte ad tertiam. et hic est modus argu/
 endi quē vocavit superius euclides conuersam proportionalitatē. et errauit qm̄ di/
 xit p̄positionem esse per se notā. cuius antecedens et cōsequēs sunt ignota: Ignor/
 tum ē enim qnd sit ēsse proportionem prim⁹ quantitatis ad secundā sicut tertie ad
 quartam. quare hoc ignoro posito impossibile est intelligere qnd ex ipso sequatur
 similiter quoqz qz cōsequēs est ignotum. impossibile est intelligere qnd ad ipsam
 antecedat. **S**cđm principiū eius fuit: q̄ si fuerint. 4. quātūrates quoz sit propo/
 tio prime ad scđam sicut tertie ad quartā. si prima sit maior scđa: erit tertia maior
 quarta. et si minor minor. et si equalis equalis. **T**ertiū fuit q̄ si fuerint. 4. quātū/
 tes quarum sit propoſtio prime ad secundā sicut tertie ad quartā: crit prime ad qd/
 libet multiplex: secunde: sicut tertie ad eque multiplex ex multiplicib⁹ quarte: et ac/
 cedit sibi in istis duobus principijs idem peccatum qd accidebat in primo. Accepit
 enim i sibus ignota similtaqz nota. quare non demonstrauit. peccauit etiā in se/
 cunda demonstratione et in tercia et in quinta. i quārū qualibet arguit ex. s. vi ex 10.
 buiis que probantur ex diffinitione in continue p̄portionatatis: Arguit enī sic
 si propoſtio a:b.ad.c. est maior q̄. g.ad.d. sit ergo: v.b.ptis.a.b.ad.c.sicut .g.
 ad.d. per qd apparet ipsum supponere q̄ duas quātūtā. a.b. et u. b. in equali⁹
 relatarum ad. e. maior maiorē et minor minorē ad ipsā optinet propoſtioneū
 vel q̄ quātūtas ad. e. habebat minorem p̄portionē qz habeat. a.b. crit minor. a
 b. quorum primū demonstrat. s. buiis. et scđm. io. Nā cū vultis sumere quātūtare
 que se habeat ad. e. in p̄portione. g.ad.d. eabo tibi maiorē aut minorē aut
 equalē. a.b. indifferenter sicut voluerō. quare autē non demonstrat aut accidit si
 bi circulus et principia esse ignoriora conclusionib⁹. Supponēda sunt igif cū eu/
 clide principia tanqz nota. et non ipsa ex conclusionib⁹. sed conclusiones ex ipsa
 demonstrande sunt.

Propositio . . .



I siuerint qualibet quantitates alias totidem eque multi/
 plices. aut singule singulis equales ne. esse ē quicmadmo
 dum una illarum ad sui cōparem. totum quoqz ex his ag/
 gregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se ha/
 bere.

CSi quolibet quātūtates. que sint. a. b. c. alias totidem que sint. d. e. f. eque
 multiplices tmaqzqz ad sui cōpare. aut singule sint singulis equales. ita videlicet



q̄ sicut a. ē multiplex. d. ita. b. ē multiplex. e. r. c. multiplex. f. Vt si. a. ē eq̄s. d. q̄ sicut b. sit eq̄le. c. r. c. eq̄is. f. vico q̄ sicut se hab. 3a. gd. d. ita se habet aggregatū ex om̄ibus que sunt. a. b. c. ad aggregatum ex omnib⁹ que sunt d. c. f. Qd si singule singularis sint equalis patet propositū per hanc cōmūnē sciam: si equalib⁹ equalia addant̄ tota quoq; erunt equalia. Si autē sint om̄ines suis cōparibus eque multiplices diuisis cis fm̄ quantitatē suaz submultipliciū erit aggregatū ex prima pte, a. r. prima. b. r. prima. c. equale aggregato ex. d. e. f. p predictā cōmūne sciam ad iurante hac: que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. Similiter quoq; aggregatū ex secūdis pribus quantitatū. a. b. c. erit equale aggregato ex. d. e. f. sicq; de ceteris: t q̄ hoc poterit totiens fieri quotiens. d. continet in. a. erit vt eq̄le ag/gregatū ex. d. e. f. totiēs p̄tineat̄ i aggregato ex. a. b. c. quotiēs. d. continet i. a. q̄i ḡ quotiēs. d. numerat. a. totiēs aggregatū ex. d. e. f. numerat̄ aggregatū ex. a. b. c. patet q̄ sicut. a. est multiplex ad. d. ita aggregatū ex. a. b. c. aggregati ex. d. e. f. quod ē propositum.

Propositio .2.

Si fuerint sex quantitates. quāz prīma ad secundam atq; ter/ta ad quartā eque multiplices. quīnta vero ad secundam atq; sexta ad quartā eque multiplices: totum prime et quin te ad secundam. totumq; tertie et sexte ad quīntam eque multiplicia esse conueniet.

Sint sex quantitates. a. prima. b. secunda. c. tertia. d. quarta. e. quīnta. f. sexta. Sitq; a. r. c. eque multiplices ad. b. r. d. itēq; e. r. f. sint eque multiplices ad easdē dico q̄ sicut totū aggregatū ex. a. r. e. ē multiplex ad quātitatē. b. ita totū agg/gregatū ex. c. r. f. est multiplex ad quātitatē. d. Nam q̄ numerus fm̄ quē. b. continet in. a. est equalis numero. fm̄ quē. d. continetur in. c. Similiter quoq; numerus fm̄ quē. b. continet in. c. est equalis numero fm̄ quē. d. continet in. f. erit per cōmūne sciam que est: si equalibus equalia addant̄ et cetera. numerus fm̄ quē. b. continetur in aggregato ex. a. r. c. equalis numero fm̄ quē. d. continet in aggregato ex. c. r. f. quare sicut aggregatū ex. a. r. e. ē multiplex ad. b. ita aggregatū ex. c. r. f. ē multiplex ad. d. quod ē propositum.

Propositio .3.

Si fuerint primum secundi et tertius quarti eque multiplices: ad primum vero et tertium multiplices sumantur equalis erunt: multiplex primi ad secūdū atq; multiplex tertij ad quartum eque multiplices.

Sit sex q̄ntitates. a. prima. b. secunda. c. tertia. d. quarta. e. quīnta. f. sexta. Sitq; a. ad. b. r. c. ad. d. itēq; e. ad. a. r. f. ad. c. eq̄ multiplices. dico q̄ sicut e. est multiplex ad. b. ita. f. ad. d. dividat̄ enim. e. fm̄ quantitatē. a. sui. multiplices. e. f. fm̄ quantitatē. c. eritq; ppter equalitatē partiū. e. ad. a. r. partiū. f. ad. c. vt q̄li bet priū. c. sit ita multiplex ad. b. sicut quelibet priū. f. ad. d. Quia ergo sicut prima ps. e. ē multiplex ad. b. ita prima ps. f. ē multiplex ad. d. Itēq; sicut scđa pars. e. ē multiplex ad. b. ita secūda. f. ad. d. ergo erit per premissā aggregatū ex duabus pri mis pribus. e. ita multiplex ad. b. sicut aggregatū ex duab⁹ pri mis prib⁹. f. ad. d. et q̄ rursus tertia ps. e. si sit aliq̄ tertia ps. ē ita multiplex. ad. b. sicut tertia. f. ad. d. erit p̄ eādē ut totū aggregatū ex tribus pri mis partibus. c. sit ita multiplex ad. b. sicut to tum aggregatum ex tribus pri mis partibus. f. ad. d. Sitq; si plures fuerint par tes. e. r. f. c̄mpōnendo semper sequentem cum aggregato ex pluribus concludēs

$$\begin{array}{cccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} \\ \underline{e} & \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{d} & \underline{e} & \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} \\ \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} \\ \underline{n} & \underline{o} & \underline{p} & \underline{q} & \underline{r} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

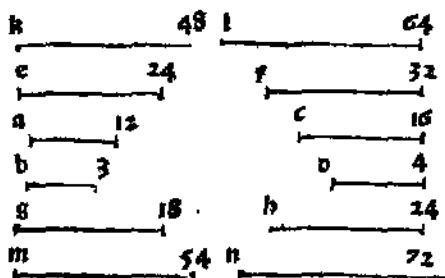
$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} & \underline{e} \\ \underline{f} & \underline{g} & \underline{h} & \underline{i} & \underline{j} \\ \underline{k} & \underline{l} & \underline{m} & \underline{n} & \underline{o} \end{array}$$

LIBER.

quod sicut e. est multiplex ad b. ita f. ad d. per premissam totiens sumptus: quod fuerint partes in e. aut in f. minus una sicut patet propositum.

Propositio .4.



Ifuerit proportio primum ad secundum sicut tertii ad quartum: ad primum antezet tertium eque multiplicia allignetur. Itemque ad secundum et quartum multiplicipes equales erunt allignate multiplicipes eodem ordine proportionales.

Co sit proportio a. primum ad b. secundum sicut c. tertius ad d. quartum. Sumantur e. ad a. e. f. ad. c. eque multiplicia. Itemque g. ad. b. r. b. ad. d. eque multiplicia. Dico quod proportio e. ad. g. est sicut f. ad. b. Sumam. k. ad. e. r. l. ad. f. eque multiplicia. Itemque m. ad. g. r. n. ad. b. eque multiplicia: et quia e. r. f. sunt eque multiplicia ad a. r. c. itemque k. r. l. eque multiplicia ad e. r. f. erunt per premissam. k. r. l. eque multiplicia ad a. r. c. per eandem quoque erunt m. r. n. eque multiplicia ad b. r. d. quare per conversionem definitionis in continua proportionalitatis. k. ad. m. r. l. ad. n. similiter se habebunt in addendo diminuendo et equivalendo: quod ergo k. r. l. sunt eque multiplicia ad e. r. f. itemque m. r. n. eque multiplicia ad g. r. b. erit per definitionem in continua proportionalitatis. p. portio e. ad. g. sicut f. ad. b. quod est propositum:

Propositio .5.

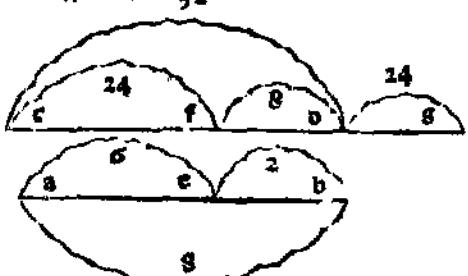


Ifuerint due quantitates quarum una sit pars alterius minuaturque ab utraque; ipsarum ipsa pars erit reliquum remanendum atque totum toti eque multiplex.

Co vel sic si aliquota erit reliqui tota pars quota totum totius. Sit quantitas a. b. tota pars quantitatis c. d. quota e. b. ipsius a. b. minuaturque e. b. ex quantitate c. d. et sit residuum f. c. eritque f. d. c equalis a. b. Similiter quoque minuatur e. b. ex quantitate a. b. si quoque residuum e. a. dico quod quota pars est quantitas a. b. quantitatis c. d. tota est quantitas a. c. quantitatis c. f. cum enim f. d. sit equalis a. b. erit f. d. ita multiplex e. b. sicut c. d. est multiplex a. b. ponamus itaque d. g. ita multiplicem a. c. sicut f. d. est multiplex e. b. eritque ex parte prima huius quantitas f. g. ita multiplex a. b. sicut f. d. est multiplex e. b. et quia sic fuit c. d. multiplex a. b. sicut f. d. fuit multiplex e. b. erit utraque earum quantitatibus c. d. f. g. eque multiplex quantitatis a. b. quare per communem scientiam c. d. r. f. g. sunt eque multiplices ad invicem: dempta igitur ab utraque earum quantitate f. d. erit c. f. equalis d. g. et quia d. g. fuit ita multiplex a. c. sicut f. d. e. b. et ideo sicut a. b. e. b. quare et sicut c. d. a. b. erit c. f. ita multiplex a. c. sicut tota c. d. totius a. b. quod est propositum.

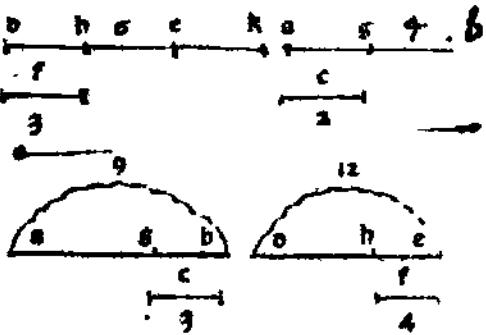


Ifuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices. duaque minores duabus maioribus utraque a sua multiplici subtrahantur. erunt duo reliqua earum de partium eque multiplicia. aut eis equalia.



vel sic si aliquota . . . Si fuerint due quantitates quae una sit aliquota alterius et ut reliqua utraque utraque quae sit pars alterius /

Sint quantitates a.b.ad.c.z.d.e.ad.f.eque multiplices: subtrahanturqz.c.ex a.b.z.f.ex d.e.z sint residua: ex a.b. quidē a.g.ex d.e.d.b. eritqz g.b.equalis.c.z.b.c.equalis.f. dico q̄ duo residua a.g.z.d.b. etunt equalia duabus quantitatibus.c.z.f. aut eis eque multiplicia. Sit ergo primo a.g.equalis.c. dico q̄ d.b.est equalis.f. Sumam enim quantitatem e.k.equalem.f. eritqz per premissas hypothesēs vt totiens.f. sit in.b.k. quotiens.c. in.a.b. quare sicut a.b.est multiplex.c. ita b.k.est multiplex.f. sed sic erat etiam d.e. erat multiplex eiusdem.f. erit igitur per cōm scientiam b.k.equalis d.e. dempta igitur cōmuni carum quantitate b.e. erit d.b.equalis.e.k. quare equalis.f. quod est propositū. Si autem a.g. sit multiplex.c. ponam vt e.k. sit eque multiplex.f. eritqz vt prius vt totiens.f. sit in.b.k. quotiens.c. in.a.b. Sed totiens erat etiam illi d.e. erit igitur vt prius d.e.equalis b.k.z.d.b.e.k. quare sicut a.g.est multiplex.c. ita d.b.est multiplex.f. q̄ est propositum. Alter idem cum hīm eidem numerum contineat quantitas a.b. quantitatem c. hīm q̄ quantitas d.e. quantitatē f. demptaqz ab eo unitate remaneat unius vel numerus secundum q̄ a.g. continet.c. et hīm q̄ d.b. continet.f. patet quantitates a.g.z.d.b. esse equales aut eque multiplices quantitatibus.c.z.f.

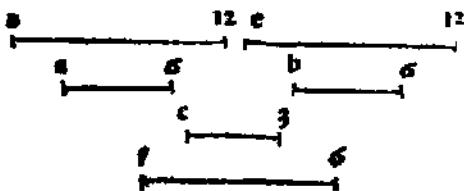


Proposito .7.



Si due quantitates equeales ad quamlibet cōparentur eaz ad illam erit vna proportio. itemqz ad illas pportio illi vna est.

Sint due quantitates a.b. equeales. que cōparentur ad quantitatem tertiam vt ad.c. dico q̄ eadem est proportio a.ad.c.z.b.ad.c. itē qz eadem c.ad.a.z.c.ad.b. Primum sic probatur: cum enim c. sit cōsequens ad.a primam et ad.b. tertiam ipsa erit in ratione secunde et quartae. Sumē igitur d.ad.a primam: z.e.ad.b. tertiam eque multiplices: et sumam. f. quamlibet ex multiplicibus.c. que est secunda et quarta: et quia a.z.b. quarū sunt eque multiplices d.z.e. posse sunt equeales erit: vt si d. dividatur hīm quantitatem a.z.e. secundiū quantitatem b. q̄ partes utrobiqz sint numero et quantitate equeales: numero quidam per hypothesēm ppter equalitatem multiplicationis utrobiqz: quantitate autē per hāc cōm scientiam quotiens oportuerit repetitam: que cīdem sit equalia sibi inūicem sunt equalia: quia igitur prima ex partibus d. est equalis prime ex partibus e. et secunda: secundū: et tere ceteris. Suntqz tot partes in d. quot sunt in e. erit per prīmam būis d. equalis e. quare per cōm scientiam: si due quantitates equeales cōparentur ad aliam tertiam: aut ambe quantitates d.z.c. sunt similiter maiores. f. aut similiter minores: aut sibi equeales: igitur ex diffinitione incontinue proportionalis: que est proportio a.prime ad.c.secundam: cadē est b.tertia ad.c.quartā q̄d est propositum. Secundum eodē modo probabis ordine cōuerso: vt c. ponatur prima et tercia. a. vero secunda. b. quarta. Cum vero quantitas f. que est eque multiplex prime et tercie sit aut similiter maior: quantitatibus d.z.e. que sunt eque multiplices secunde et quartae: aut similiter minor aut eis equalis: erit per eandem diffinitionem proportio c. prime ad.a. secundā: sicut c. tertie ad.b. quartam quod est propositum secundum.



LIBER

Propositio .8.

Si one quantitates inaequales ad unam quantitatem proportionentur. maior quidem maiorem. minor vero minorem optinebit proportionem. illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior ad maiorem vero minor erit.

C Sint due quantitates inaequales. a. et. b. c. sitq; maior. b. c. et proportionentur ad eandem quantitatem que sit. d. dico qd maior est proportio. b. c. ad. d. qd. a. ad. d. et qd contraria maior est. d. ad. a. qd. d. ad. b. c. Primum sic probatur: ponam. e. b. c. qualis. a. et multiplicabo totiens. e. c. qd proueniat quantitas maior. d. sitq; f. g. et sumam. k. f. ita multiplicem. b. e. et similiter. h. ita multiplicem. a. sicut. f. g. est multiplex. e. c. eritq; per primam huius. b. ita multiplex. a. sicut. k. g. est multiplex. b. c. erit etiam. b. equalis. k. f. propter hoc qd earum submultiplices que sunt. a. et. b. e. posite sunt equeales: ponam quoq; qd. b. non sit minor. d. sed equalis: aut maior: totiens enim multiplicabo unaqueq; trium quantitatum. e. c. b. c. et a. equaliter: qd. f. g. multiplex. e. c. proueniat maior. d. et qd. b. multiplex. a. non proueniat minor eadem: deinde totiens multiplicabo. d. quod proueniat quantitas maior. h. sitq; m. prima qualitas multiplicata. d. qd sit maior. b. Sub qua simili maxima multiplicem. d. aut sibi equalem: si. m. est prima in ordine multiplicum. d. que sit. l. eritq; ut. l. non sit maior. b. et constabit. m. ex. d. ut. l. propter id qd omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici et simplo: vt triplum ex duplo: et simplo. excepto primo multiplici quod constat ex his simplo. **C** Quia ergo. b. est equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaq; k. f. et. d. non efficient minus qd. l. et. d. quare non efficient minus qd. m. et quia. f. g. est maior. d. erit. k. g. maior qd. m. **C** In telligo igitur quantitatem. b. c. primam. d. secundam. a. tertiam. d. quartam: et qd ad primam et tertiam sumpta sunt eque multiplicia videlicet. k. g. et. b. Similiter quoq; ad secundam et quartam eque multiplicia: immo idem in ratione duorum qd est. m. et addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde: non addit autem b. multiplex tertie super. m. multiplex quarte: erit per diffinitionem maioris impropotionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundam qd. a. tertie ad. d. quartam qd est primum. **C** Secundum probabis per eandem diffinitionem converso ordinare: vt. d. sit prima et tercia. a. secunda. b. c. quarta: addit enim. m. multiplex prime super. b. multiplex secunde. Non addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte: quare maior est proportio. d. ad. a. qd. d. ad. b. c. quod est secundum. **C** Ex huius autem demonstrationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris impropotionalitatis: qd posuit auctor in principio huius quinti. Nusquam enim est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secundam qd tertie ad quartam. quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam et tertiam referiri: que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde et quarte: inuenientur multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte: hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus infra supra. 12. huius.

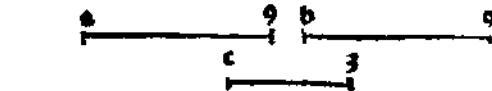
Propositio .9.



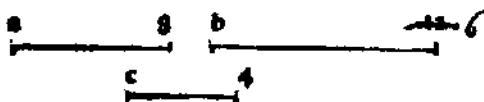
Si fuerit aliquaz quantitatuum ad vnam quantitatem pro portio: vna ipsas esse equeles. Si vero vnius ad eas pro portio vna ipsas equales esse necesse est.

C. Si ovarum quantitatuum. a. et. b. propotione vna ad. c. dico eas esse equales. et si conuerso fuerit eadem propotione. c. ad. vtracqz earum: ad. b. huc dico eas esse equales. hec est conuersa. 7. Primum sic patet. si enim non sunt equales: sed altera earum maiore. pote. a. erit per primam partem. premisse maiori propotione. a. ad. c. qz. b. ad. c. quod est contra ypothe. Secundum quoqz patet: qz si. a. est maior. b. erit per secundam partem premisse maiori propotione. c. ad. b. qz ad. a. quod est etiam contra ypothesim.

Propositio .10.



aut alterius



Si fuerit vnius ad qualitatē vna aliquā propotione maior qualitatē maiorem esse. Si vero vnius ad eandēz propozitio maior minorēm esse necesse est.

C. Qd si fuerit maior propotione. a. ad. c. qz. b. ad. c. dico. a. esse maiorem. b. et si fuerit maior. c. ad. b. qz. c. ad. a. adhuc dico. a. esse maiorem. b. hec est conuersa. 8. Primum patet per primam partem. 7. et per primam. 8. nam per primam partem septime: non erit. a. equalis. b. nec etiam minor per primam octave. Secundum vero patet ex secundis partibus eamdem.

Propositio .11.

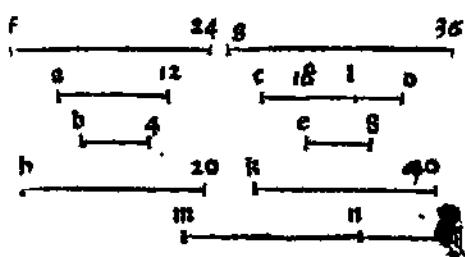
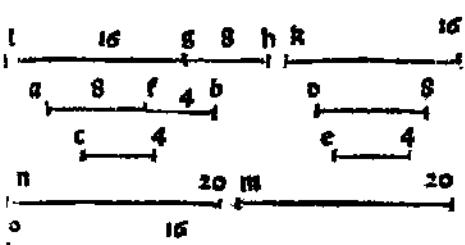
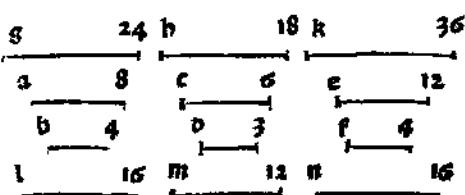
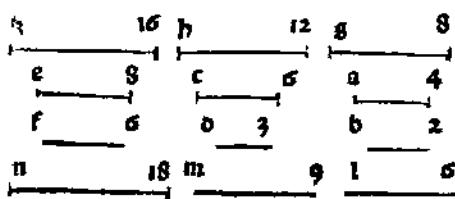
Si fuerint quantitatuum proportiones alicui vni equalis ipsas quoqz proportiones sibi inuicē equalēs esse necesse ē. C. Proportionem hāc quā euides in principio prīmi annumerant inter cōmunes animi conceptiones: que eidē sunt equalia sibi quoqz sunt equalia: put te quantitatibus intelligitur hic demonstrat prius proportionibus accommodatur. Si ergo vtracqz duarum proportionum que sunt. a. ad. b. et. c. ad. d. equalis proportioni que est. e. ad. f. oico proportiones que sunt. a. ad. b. et. c. ad. d. sibi inuicem esse equalēs. Sumam enim. g. ad. a. et. b. ad. c. et. k. ad. e. eque multiplicēs. Itemqz. l. ad. b. et. m. ad. d. et. n. ad. f. eque multiplicēs: et quia per ypothesim propotione. e. ad. f. est sicut. a. ad. b. et similiter sicut. c. ad. d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptā si. k. addit super. n. qz. g. addit super. l. et. b. super. m. et si. k. minuit ab. n. qz. g. mi nuat ab. l. et. b. ab. m. et si. k. est equalis. n. qd. g. sit equalis. l. et. b. equalis. m. quia igitur. g. ad. l. et. b. ad. m. similiter se habent in addendo diminuendo et quando; mediantibus. k. et. n. erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est propositum.

Propositio .12.

h	12	k	9	g	6
c	4	e	3	a	2
d	8	f	6	b	4
m	24	n	18	l	12

Si fuerit propotione prīmi ad secundū sicut tertij ad quartū. tertij vero ad quartū maior qz quinti ad sextū erit propotione prīmi ad secundū maior qz quinti ad sextū. C. Sicut in precedēti qz hic demonstrat in proportionalibus conce ptibile est in quantitatibus: vidēz qz si due quantitates fuerit sibi inuicē

LIBER



cōles quacunq; fuerit vna exz maior eadē maior erit & reliqua. **C**In proportionib; tamē hoc demonstratur: vt si sit pportio. a.ad.b. sicut.c.ad.d.c. vero ad.d. sit maior q̄z.e.ad.f. erit quoq; a.ad.b. maior q̄z.e.ad.f. Sumā enim.g.ad.a.r.b. ad.c.z.k.ad.e.eque multiplicē. Itemq; l.ad.b.z.m.ad.d.z.n.ad.f. eque multiplicē: & quia per hypothēsim propoxtio.c.ad.d.est sicut.a.ad.b. & maior q̄z.e.ad.f. erit per conuerſionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si.b. addit sup m. & g. addat super.l. & per conuerſionem diffinitionis maioris improportionalitatis q̄ non sit necesse.k. addere super.n. quia igitur mediantibus.b.z.m. si.g. addit super.l. nō est necesse.k. addere super.n. erit per diffinitionem maioris improportionalitatis maior: propoxtio.a.ad.b.q̄z.e.ad.f. quod est propositū. **C**Si mili quoq; modo pbabis q̄ si sit.a.ad.b. sicut.c.ad.d.z.c.ad.d.minor q̄z.e.ad.f. erit.a.ad.b.minor q̄z.e.ad.f. cum enī sit.c.ad.d. minor q̄z.e.ad.f. erit.c.ad.f. maior q̄z.c.ad.d. per conuerſionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis. si.k. addit super.n. non est necesse q̄.b. addat super.m. sed si.b. non addit super.m. g. non addit super.l. ergo si.k. addit super.n. non est necesse vt.g. addat super.n. per diffinitionē igitur maioris improportionalitatis maior: erit propoxtio e.ad.f.q̄z.a.ad.b. ergo econuerso: minor erit.a.ad.b.q̄z.e.ad.f. quod ē ppositum. **E**x modo autem demostratiōis octane hui⁹ & bac: sic manifestū q̄ si fuerit pri me quatuor quantitatū ad secundā maior propoxtio q̄z tertie ad quartam cōtin get reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie. que cū cōparabuntur ad aliq; eq; multiplicia secūde & quarte inuenientur multiplex prime addere sup multiplex scđe. non autem multiplex terrie super multiplex quarte: qđ sic patet! Sit enī maior propoxtio.a.b.ad.c.q̄z.d.ad.e. ponam ergo vt sit propoxtio.a.f. ad.c. sicut.d. ad.e. eritq; per banc.12. & per.10.a.f. minor.a.b. & sit minor in quantitate.f.b. quā mul tiplicabo totiens q̄ proueniat quātitas maior.c. que sit.g.b.bac conditione. vt.d totiens multiplicata producat quantitatē non minorem.c. que sit.k. tunc ponam vt.l.g. sit ita multiplex.g.f.sicut.g.b.est multiplex.f.b.aut.k.d.eritq; per primam huius.l.b. ita multiplex.a.b.sicut.k.d. Dcinde ponam q̄.m. sit prima quantitas multiplex.e. que sit maior.k. & ponam.n. ita multiplicem.c.sicut.m. est multiplex.e. eritq; per premisas hypothēses & conuerſionem diffinitionis incontinue proportionalitatis quantitas.n. prima multiplicem.c. que erit maior.l.g. nec erit.l.g. minor.c. Sumam ergo sub.n. maximā multiplicem.c. aut sibi equalē si forsitan.n. sit prima multiplicem cius que sit.o. constabitq; n. ex.o. z.c. quia ergo. l.g. non est minor.o. z.g.b.est maior.c.erit.l.b. maior.n. quare cum.k. sit minor.m. patet propositum. **L**onuersam quoq; huius demonstrare possumus. Videlicet q̄ si cōtingit reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie: quamvis multiplex prime ad dat super aliquod multiplex secūde: & multiplex tertie non addat super multiplex quarte: maior erit propoxtio prime ad secundam q̄z tertie ad quartam: qđ sic probatur. Sint quatuor quātitates.a.prima.b.secunda.c.d.tertia.e.quarta. sintq; f. ad.a.z.g.ad.c.d.eque multiplicia. Similiter.b.ad.b.e.k.ad.c.eque multiplicia: & addat.f.super.b. non addat autem.g.super.k. dico q̄ maior est propoxtio.a.ad.b.q̄z.c.d.ad.e. Si enī equalis per conuerſionem diffinitionis incontinue proportionalitatis adder.g.super.k. qđ est contra hypothēsi. Si autē minor fit.c.l. ad.e. sicut.a.ad.b.eritq; per huius.10.c.l.minor.c.d. & sit minor i quātitate.l.d. Ponā igitur vt.m.n. sit ita multiplex.c.l. & n.p. multiplex.l.d. sicut.f. est multiplex.g.

eritq; per primā būius.m.p.ita multiplex.c.d.sicut.f.est multiplex.a.vtrāq; igit
totaꝝ quantitatū.m.p.z.g.est eque multiplex quantitatīs.c.d.ergo ipſe ſit eq̄/
les. Nam hec illatio dēmōstrata eſt in.z.būius :z quia.g.non eſt maior.k.nō erit
m.p.maior eadem. ſcd per conuerſionē diſtinctionis incontinue proportionalitatis
m.n.eſt maior.k.eo q̄.f.eſt maior.b.ergo.m.n.eſt maior.m.p.qd eſt imposſibile
quare relinquitur propositum.

Propoſitio .13.

Si fuerint quolibet quantitatū ad totidem alias propor/
tio vna eſt quoq; que proportio vnius ad vnam. eadem
proportio barum omniꝝ pariter acceptarum ad omnes
illas pariter acceptas.

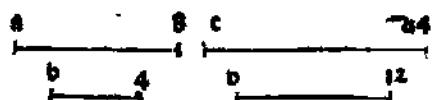
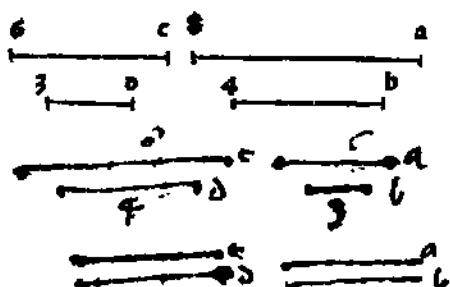
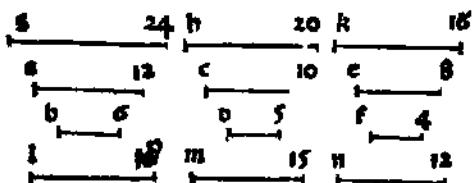
Qd p̄mo proposuit de multiplicibꝫ:bis proponit de omnibꝫ pro/
portionibus:vn̄ hec eſt cōmūnior illa:eo q̄ omnis multiplicitas eſt proportio:nō
autē econuerſo. Sit igitur.a.ad.b.z.e.ad.d.z.e.ad.f.vna proportio:vico q̄ que
eſt proportio.a.ad.b.eadem eſt cōpositi ex.a.c.e.ad cōpositū ex.b.d.f.Sumā.g
ad.a.z.b.ad.c.z.k.ad.c.eque multiplicia. Itcmq; l.ad.b.z.m.ad.d.z.n.ad.f.eq̄
multiplicia:eritq; per primā būius cōpositū ex.g.b.k. ita multiplex cōpositū ex
a.c.e.sicut.g.eſt multiplex.a.Similiter per eandē cōpositū ex.l.m.n.eſt ita mul/
tiplex cōpositi ex.b.d.f.sicut.l.e multiplex.b.z p̄ conuerſionē diſtinctionis incontinue
proportionalitatis.bis ſūptā ſi.g.addit ſup.l.b.addit ſup.m.z.k.super.n.z ſi mi/
nuit minuit:z ſi equat equat:ergo per cōmūne scientiam ſi.g.addit ſup.l.com/
positū ex.g.b.k.addit ſuper compositū ex.l.m.n.z ſi minuit minuit:z ſi equat
equat:ergo per diſtinctionem incontinue proportionalitatis proportio.a.ad.b.c
ſicut cōpositi ex.a.c.e.ad compositū ex.b.d.f.quod eſt propositū.

Propoſitio .14.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales. fueritq;
maior prima tertia. neceſſe eſt ſecundā. quarta eſte maio/
rem. Qd ſi minor z minorē. Si vero equalis z equalē ēe.
Si proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q̄ ſi.a.eſt maior.c.b.eſt
maior.d.z ſi minor minor.z ſi equalis equalis. Si enim.a ſit maior
c.eſt per primā partē.8.būius maior proportio.a.ad.d.q̄.c.ad.d.quare maior
erit.a.ad.d.q̄ ad.b.ergo per ſecundā partē.10.būius.b.eſt maior.d.qd eſt propor/
tium.Qd ſi.b ſit minor.c.eſt per primā pte.8.minor proportio.a.ad.d.q̄.c.ad
d.quare maior erit.a.ad.b.q̄ ad.d.per ſecundā ergo pte.10.b.eſt minor.d. Si
autem.a ſit equalis.c.eſt per primā partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d.quare.a.ad.d
ſicut ad.b.itaq; per ſecundā pte.9.b.eſt equalis.d.sicq; paret propositum.

Propoſitio .15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices affi/
gnate. eſt iplarum multipliciū atq; lub multipliciū vna
proportio.
Si n. c.ad.a.z.d.ad.b.eque multiplices. vico q̄ que eſt proportio
a.ad.b.eadem eſt c.ad.d.divida.z.c.bm quātitatē.a.z.d.bm quātitatē
b.c ſūtq; tot partes.c.quot.d.z quia quelibet pars.c.ad q̄libet partem.d.ſe ba/
uet ſicut.a.ad.b.eſt per.13.būius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.qd eſt propositum.



LIBER

Propositio .16.

Ifuerit quatuor quantitates proportionales. punitum quoq; proportionales erunt.



Sit proportio. a.ad.b.sicut.c.ad.d. dico q; erit. a.ad.c.sicut.b.ad d. et iste est modus arguendi qui dicit proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Summa e.ad.a.z.f.ad.b. eque multiplices itemq; g.ad.c.z.b.ad.d. eque multiplices: eritq; per premissam. e.ad.f.sicut.g.ad b. quare p. 14. si e.addit supra. g.z.f.addit super. b. et si minuit minuit: et si equat equat: per diffinitionem igitur incontinue proportionalitatis erit. a.ad.c.sicut.b.ad d. quod est propositum. Necesse est autem ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

Propositio .17.

Ifuerint quantitates confunctum proportionales. easdem disjunctum quoq; proportionales esse.



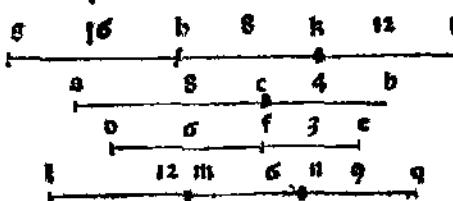
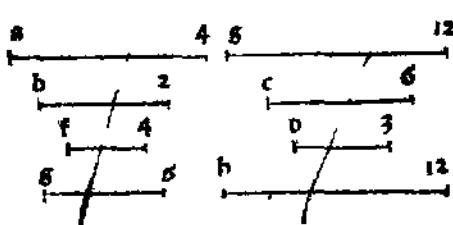
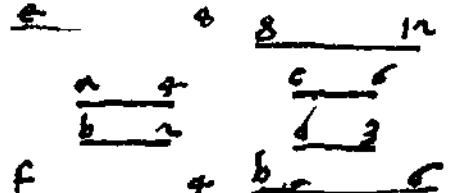
Demonstratio modo arguendi qui dicit proportionalitas permutata: demonstrat illu qui dicit proportionalitas disjuncta. Sit itaq; pportio. a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f. dico q; erit. a.c.ad.c.b.sicut d.f.ad.f.e. Summa enim. g.b.ad.a.c.z.b.k.ad.c.b.itemq; l.m.ad.d.f.z.m.n.ad f.e. eque multiplices: eritq; per primam huius. g.k. ita multiplex. a.b.sicut.g.b. est multiplex. a.c.z.l.n. ita multiplex. d.e.sicut.l.m. est multiplex. d.f. et ideo per pie missas ypottheses. g.k. est multiplex. a.b. sicut est. l.n. d.e. ponam iterum. k.p.ad.c.b. z.n.q.ad.f.e. eque multiplices: eruntq; per secundam. b.p.ad.c.b.z.m.q.ad.f.e. eq; multiplices per conversionem igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si g.k.addit super. b.p.l.n.addit sup. m.q. et si minuit minuit: et si equat equat. demptis itaq; communibus. b.k.z.m.n. erit per communem scientiam: vt. si. g.b.addit super. k.p.q.l.m.addit super. n.q. et si minuit minuit: et si equat (equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis propositio. a.c.ad.c.b.est sicut. a.f.ad.f.e. quod est propositum).

Propositio .18.

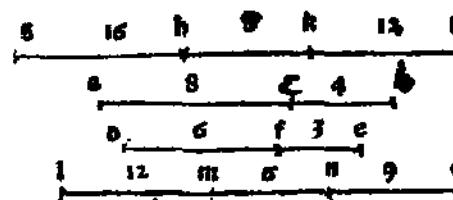
Ifuerint quantitates disjunctum proportionales. coniunctum quoq; proportionales erunt.



Demonstratio modu arguendi qui dicit proportionalitas coniuncta et est modus conuersus prioris. Ad cuius demonstrationem resumatur dispositio premisse. et maneat omnes eius ypottheses: excepto q; ponatur esse proportio. a.c.ad.c.b.sicut.d.f.ad.f.e. dico q; erit proportio. a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.f.e. sequitur enim ex hac ypotthesi et alijs ypotthesibus premisse de multiplicib; equaliter sive per conversionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. g.b.addit super. k.p.q.l.m.addat sup. n.q. et si minuit minuit: et si equat equat ergo positis communibus. b.k.z.m.n. sequitur per coem scientiam si. g.k.addit sup. b.p.q.l.n.addat sup. m.q. et si minuit minuit: et si equat equat: quare per diffinitionem incontinue proportionalitatis erit pportio. a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.f.e. quod est pportio. Bliter idem indirecte sic. Cum sit pportio. a.c.ad.c.b.sicut.d.f.ad.f.e. non est. a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.f.e. sit ergo pportio. d.e.ad aliquam aliam quantitatem sicut. a.b.ad.b.c. que aut erit major. e.f. aut minor. si eni esset ei equalis costaret propositum.



sk
r.p. n q 16
c. h. m n 12
c. b. f. a.



Sit itaqz primo maior et sit.e.g. eritqz p premissam.a.c.ad.c.b.sicut.d.g.ad.g. quare d.g.ad.g.e.sicut.d.f.ad.f. Sequitur igit p. 14. qd c.d.g.prima sit maior.d.f. tercia erit.g.e.sicda minor.e.f.qui rta: sed erat positum qd esset maior. Sit ergo propositio.d.e.ad minor e.f. que sit.e.b.sicut.a.b.ad.b.c.eritqz p pmissa. a.c.ad.c.b.sicut.d.b.ad.b.e.qrc p. 11. d.b.ad.b.e.sicut.d.f.ad.f.e. et qd d.b.pma est maior d.f.tertia erit p. 14.e.b.sicda maior.e.f.tertia: qd quia est impossibile sequitur ppositum.

Propositio .19.

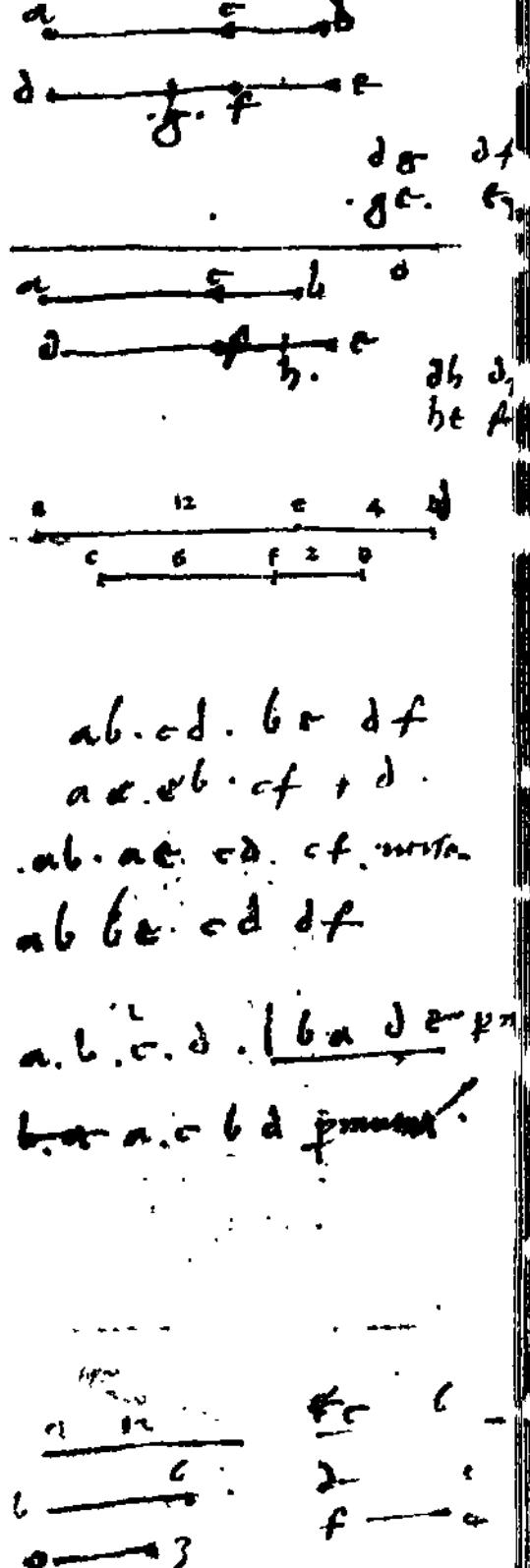
Si a duobus totis due portiones abscindantur. fueritqz totum ad totum quantum abscisum ad abscisum: erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.

Qd quinta pponit de multiplicibns. bec pponit vniuersaliter de omnibus proportionibus. vnde est illa tanto communior quanto multiplicitate pportio. Sint igitur due quantitates.a.b.z.c.d.a quibus abscindantur due que sint.b.e.z.d.f.sitqz pportio totius.a.b.ad tota.c.d.sicut.b.c.abscise ad.d.f. abscisam. dico qd eadem erit.e.e.residui ad.c.f.residuum que est toti. a.b.ad totam.c.d.cu eni sit.a.b.ad.c.d.sicut.b.c.ad.d.f.erit permutati.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.e disiunctum.a.e.ad.e.b.sicut.c.f.ad.f.d. et iterum permutatum.a.e.ad.c.f.sicut.e.b.ad.f.d. et quia sic erat.a.b.ad.c.d.patet propositum. Ex hac autem et permutata pportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicis proportionalitas euersa. vt si sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.dico qd erit.b.a.ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f. quia cu sit.a.b.ad.b.c.sicut.c.d.ad.d.f.erit permutatum.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f. quare per hanc. 19.b.a.ad.d.c.sicut.a.e.ad.c.f. igitur pmutatum b.a.ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f.qd est propositum. Conuersa quoqz pportionalitas qd ex diffinitione incontinue pportionalitatis demonstramus in exponendo principio huius quinti. pote hic quoqz demonstrari indirecte ex pmutata pportionalitate .9. huius vt si sit pportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico qd erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.sicut.d.ad.e.sicut.b.ad.a. et qd a.ad.b.e.sicut.c.ad.d.erit pmutatum.a.ad.c.sicut.b.ad.d. et quia iterum.b.ad.a.sicut.d.ad.e.erit quoqz pmutatum.b.ad.d.sicut.a.ad.e. quare erit.a.ad.e.sicut.d.ad.c. si igitur.e. non sit equalis e. accidet impossibile et contrarium secunde partis. 9. si autem equalis erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c. quod est propositum.

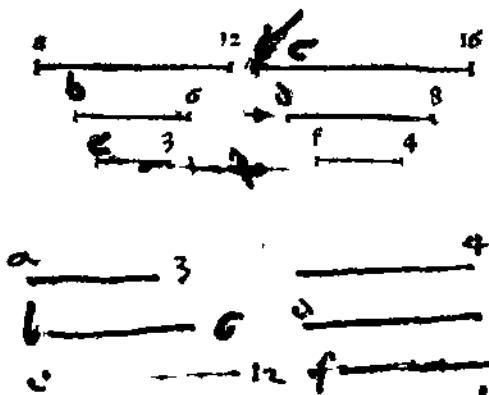
Propositio .20.

Si fuerint quotlibet quantitates alieqz secundum earum numerum quartum queqz due priorum secundum pportionalitatem duarum postremarum necesse est improportionalitate quidam equalitatis vt si fuerit prima priorum ultima maior. et posteriorum prima ultima esse maiores. Qd si minor et minorem. Si vero equalis et equalem.

Demostaturus eudides modum arguendi qui dicis eq pportionalitas sine quantitatibus duorum ordinum directe sive peruersum pportionalitatem: pmittit duo antecedentia ad secundum ordinum ppositum necessaria: p quoqz primi demonstrat eq pportionalitas cu quantitatibus duorum ordinum directe pportionalitatem: p hinc autem cu pportionalitatem peruersum pponit autem bec duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero equilibrio quecumque fuerit. Ut enim sumptis utrobiqui quantitatibus secundum quocumque numerum veritatem habebit. no est

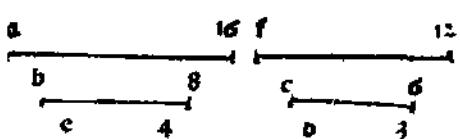


LIBER



'antē necesse ut demōstrarem⁹ ea nūl solū i trib⁹ hoc enī oīo sufficiēs ē ad ppo si/ tū. dc plib⁹ aut̄ qbusq; patetit p equā pportionalitatē cū ipsa demōstrata fuerit. ¶ Sint igit̄ tres quātitates. a.b.c. sumantq; tres alie q; sint. c.d.f. ⁊ sit pportio. a. ad.b.sicut. c.ad.d. ⁊ b.ad.e.sicut. d.ad.f. dico q; si. a. est maior. e. c. erit maior. f. e si minor minor: ⁊ si equalis equalis. Si enī est maior erit per primā pte. 8. maior pportio. a. ad.b. q; e. ad.b. quare per. 12. maior erit. c. ad.d. q; e. ad.b. ⁊ q; per cōversam pportionalitatē. e. ad.b. ē sicut. f. ad.d. erit. c. ad.d. maior q; e. f. ad.d. itaq; per primā pte. 10. c. est maior. f. qd est ppositum. Qd si. a. sit minor. e. p eas den ⁊ eodē modo probabit. c. esse minor. f. erit enī minor pportio. a. ad.b. q; e. ad.b. p primā pte. 8. ⁊ ideo per. 12. ⁊ p cōversam pportionalitatē minor erit. c. ad.d. q; e. f. ad.d. ⁊ ideo p primā pte. 10. erit. c. minor. f. qd est ppositum. Si autem a. sit eqle. e. erit p primā pte. ⁊ pportio. a. ad.b. sicut. e. ad.b. ⁊ ideo p scđam. 11. ⁊ cōversam pportionalitatē erit. c. ad.d. sicut. f. ad.d. quare per primā pte. 9. c. ē eq/ lis. f. quod est ppositum. ¶ Quidā aut̄ banc cōclusionē demonstraverūt cā per pportionalitatem permutatiū hoc modo. pportio. a. ad.b. est sicut. c. ad.d. ergo pmutatim. a. ad.c. sicut. b. ad.d. ⁊ q; rursus. b. ad.e. sicut. d. ad.f. erit pmutatim b. ad.d. sicut. e. ad.f. sed erat. b. ad.d. sicut. a. ad.c. ergo per. 11. erit. a. ad.c. sicut. e. ad.f. itaq; per. 14. si. a. prima est maior. e. tertia. erit. c. secunda. maior. f. quarta: ⁊ si minor minor: ⁊ si equalis equalis: quod ē ppositum: ¶ Iste autē cōtraverunt i sua demonstratione: q; si esset intentio euclidis sic demonstrare nō oporteret ipsū pemittere banc conclusionē p antecedēte ad equā pportionalitatem: si enim rursus fuit vna pmutatio pportionalitatis ad quā deuenit est que est esse. a. ad.c. si. cot. e. ad.f. sequitur q; sit. a. ad.e. sicut. c. ad.f. ⁊ hoc est equa pportionalitas. Pte terea cum cōclusio non sequitur: nisi omnes quantitates amboꝝ ordinū fuerint generis vñius. Si enim. a. b. c. sint linee. ⁊ c. d. f. superficies: aut corpora: aut tem/ pora: non erit tunc pmutare proportiones: peccant igit̄ vniuersaliter dictū p/ ticulariter demonstrantes.

Propositio. 21.



Si fuerint quotlibet quantitates alieq; secundum earum numerum quarum queq; due ex prioribus quibusq; duabus ex posterioribus peruersim comparete iecūdū pportionem earum fuerint. necesse quoq; ē vt si fuerint im proportionalitate equalitatis priorum prima vltima ma/ ior. ⁊ posteriorum prima vltima esse maiorē. si autem minor ⁊ mino/ rem. Si vero equalis ⁊ equalē.

¶ Secundū antecedens sint tres quātitates. a.b.c. sumantq; alie tres que sunt. f. c.d. ⁊ sit pportio. a. ad.b. sicut. c. ad.d. ⁊ b. ad.e. sicut. f. ad.c. dico q; si. a. ē. ma/ ior. e. f. erit maior. d. ⁊ si minor. minor: ⁊ si equalis. equalis: hic autē probatur per easdē ⁊ eodē modo quo precedens: si enī. a. sit maior. e. erit maior. pportio. a. ad. b. q; e. ad.b. quare maior. c. ad.d. q; e. ad.b. ⁊ idco maior. q; e. c. ad. f. maior. igit̄ f. q; d. per secundā partem. 10. quod est ppositum. qd si. a. sit minor. e. erit tan/ dem minor. c. ad.d. q; e. ad.f. quare per eandem partem eiusdē. f. erit minor. d. Si autem. a. sit equalis. e. sequitur ut sit pportio. c. ad.d. sicut. c. ad.f. igit̄ per se/ condam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod est ppositum.

Propositio .22.

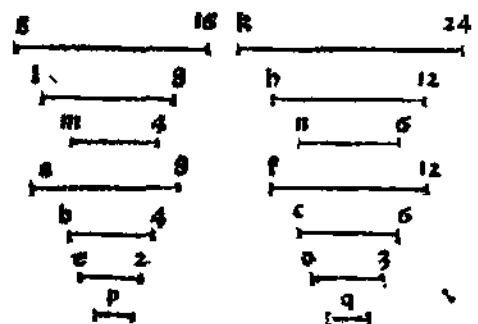
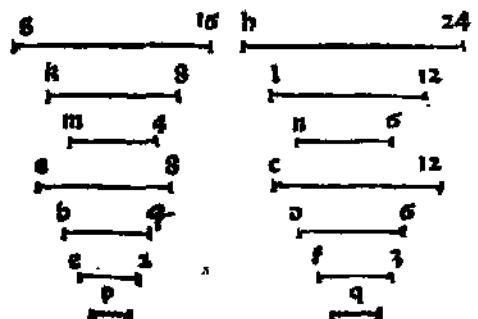
Si fuerint quolibet quantitates alieqz secundum eartum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

Demonstratis antecedentibus ad equā proportionalitatē. hic ve/ monstrat cum: et primo cum quantitates duorum ordinū sunt directe propo/ niales. Nō est aut̄ necesse ut demonstraret nisi cū in vitroqz duoz ordinū sunt tantū tres quantitates. Per hoc enī evidenter sequitur cum in vitroqz ordine fuerint qua/ tuor quantitates et deinceps: et ideo ctiā nō oportuit eius aīs demonstrari nisi solū cū in vitroqz ordine sunt etiā tres quantitates. Sint igitur tres quantitates. a. b. e. sumantqz tres alie que sunt. c. d. f. et sit propo/rtio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et. b. ad. c. sicut. d. ad. f. dico q̄ erit. a. ad. c. sicut. c. ad. f. sumā enī. g. ad. a. et. b. ad. c. et q̄ mul/ tiplicia. Itemqz. k. ad. b. et. l. ad. d. eque et rursus. m. ad. e. et. n. ad. f. eque. eritqz p̄ 4. g. ad. k. sicut. b. ad. l. et. k. ad. m. sicut. l. ad. n. quare per. 20. si. g. est maior. m. erit b. maior. n. et si minor: minor: et si equalis equalis. igitur per diffinitionē incōtinue p̄portionalitatis p̄portio. a. ad. e. ē sicut. c. ad. f. qd̄ ē propositū. Pot̄ quoqz hoc demonstrari per. 15. būius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. et. b. l. n. ad. c. d. f. eque mal/ tiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. k. sicut. b. ad. l. et. k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera p̄ tra/ctia vt prius. Qd̄ si fuerint quantitates plures tribus in vitroqz ordine: vpo/ te quatuor additis. p. et. q. ita q̄ sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. c. sicut. c. ad. f. hoc enī demonstratum est. sublatis igitur b. et. d. erunt tres quantitates. a. e. p. et alie tres. c. f. q. vt proponitur: quare. a. ad. p. sicut. c. ad. q. sicqz demonstratur de. 4. per tres sublati vno medio. Eodē modo de/ monstrabis de. 5. per. 4. sublati duobus medijs: et de. 6. per. 5. sublati tribus: et sic de ceteris.

Propositio .23.

Si fuerint quolibet quantitates alieqz secundum eārum numerum quarum queqz due secunduz proportionē du/ arum ex prioribus indirecte proportionate in equa pro/ portionalitate proportiones erunt.

Demonstrat equā p̄portionalitatem in quantitatibus duorum ordinū indirecte sive p̄uersim p̄portionatis. Nec ē necesse q̄d̄ demonstraret nisi cum in vitroqz duoz ordinū sunt tantū tres quantitates: p̄ hoc enī evidēter sequit̄ que/ cūqz ponant̄ i vitroqz ordine sicut i p̄missa dc̄ directe p̄portionatis demonstratiū ē. Sint igit̄. 3. quantitates. a. b. c. sumantqz alie. 3. q̄ sint. f. c. d. et sit p̄portio. a. ad. b. si/ cuit. c. ad. d. et. b. ad. c. sicut. f. ad. c. dico q̄ ent̄. a. ad. e. sicut. f. ad. d. sumā enī. g. ad/ a. et. b. ad. c. et. k. ad. f. eque multiplicia. Itemqz. l. ad. b. et. m. ad. e. et. n. ad. d. eque: eritqz per quartā. g. ad. l. sicut. b. ad. n. et per. 15. l. ad. m. sicut. k. ad. b. quare per 21. st. g. addit super. m. et. k. addit sup. n. et si minuit minus: et si equat equat: ergo per diffinitionē incōtinue p̄portionalitatis p̄portio. a. ad. e. ē sicut. f. ad. d. qd̄ ē propositū. Pot̄ test quoqz et hoc demonstrari p̄ 15. būius sumptis. g. l. m. ad. a. b. e. et. k. b. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. l. sicut. b. ad. n. et. l. ad. m. sicut. k. ad. b. cetera pertracta vt prius. Conuenientius tamen demon/ strantur hec i p̄missa secundum primam modum. Qd̄ si plures tribus fuerint quantitates in vitroqz ordine: vpo/te q̄tuor additis. p. et. q. ita q̄ sit. a. ad. b. sicut



LIBER

d.ad.q.e.b.ad.e.sicut.c.ad.d.e.e.ad.p.sicut.f.ad.c.erit iterum.a.ad.p.sicut.f.ad.q.erit enim per predemonstrata.g.a.ad.e.sicut.c.ad.q. Sublatis igitur b.e.d.erunt tres quantitates.a.e.p.e alie tres.f.c.q.vt proponitur:quare.a.ad.p.sicut.f.ad.q.Sic igitur demonstratur de.4.per tres sublato uno medio. Eodem modo de monstrabis de.5.per quatuor sublatis duobus medijs.e de.6.per 5.sublatis tribus:e sic in ceteris.

Propositio .24.

Si fuerit proportio primi ad secundum tanqz tertii ad quartum. proportio vero quinti ad secundum, tanqz sexti ad quartum:erit proportio primi et quinti pariter acceptorum ad secundam tanqz sexti et tertii pariter acceptorum ad quartum.

CQd scda propositum de multiplicibus hec proponit vniuersaliter de omnibz portionibus. vnde est illa tanto communior quanto multiplicitate proportio et se habet ad illam: quemadmodum. 13.ad primam. Sit igitur proportio a.b.ad.c.sicut d.e.ad.f.e ite.b.g.ad.c.sicut.e.h.ad.f.dico qd proportio a.g.ad.c.est sicut d.b.ad.f.erit enim per conuersam proportionalitatem.c.ad.b.g.sicut.f.ad.e.b.quare per.22.erit in equa proportionalitate.a.b.ad.b.g.sicut.e.d.ad.e.b.ergo coniunctim per.18.a.g.ad.g.b.sicut.d.b.ad.b.e.itaqz per.22.erit in equa proportionalitate.a.g.ad.c.sicut.d.b.ad.f.quod est propositum.

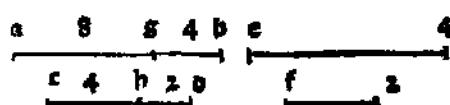
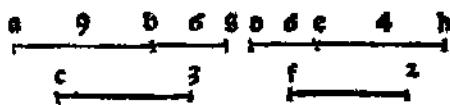
Propositio .25.

Si fuerint quantitates proportionales:fueritqz prima eorum maxima. et ultima minima. primam et ultimam pariter acceptas ceteris duabus maius esse necessario coprobaruntur.

CQd hic proponitur no habet locum nisi cum omnes quatuor quantitates sint eiusdem generis. Sint igitur quatuor quantitatuz eiusdem generis proportio a.b.ad.c.d.sicut.e.ad.f.sitqz a.b.maxima:neqz oportet ponere qz.f.sit minima:quia ipsum ex hoc sequitur qz.a.b.posita est maxima. vnde non posuit hoc auctor in conclusione tanqz positionem:sed potius tanqz precedentis positionis conclusionem. dico qd cum ita fuerit maius erit aggregatum ex.a.b.e.f.qz ex.c.d.e. Cum enim a.b.sit maior.e.abscindam ex.b.a.g.b.equalem.e. **S**imiliter quoqz quia.c.d.est maior.f.abscindam ex.c.d.b.d.equalem.f.eritqz proppter hypothesim a.b.ad.c.d.sicut.g.b.ad.b.d.quare per.19.a.g.residuum ad.c.b.residuum sicut tota.a.b.ad totum.c.d.s.a.b.ad.c.d.Lu ergo a.g.se habet ad.c.b.sicut.a.b.ad.c.d. sed a.b.est maior.c.d.quare.a.g.maior est.c.b.additis igitur vtriqz duabz quantitatibus.g.b.e.b.d.erit per communem scientiam aggregatum ex.a.b.e.b.d.maius aggregato ex.c.d.e.g.b.e quia.d.b.posita est equalis. f.e.g.b.e.maius erit aggregatum ex.a.b.e.f.quia aggregatum ex.c.d.e.e.quod est propositum.

Propositio .26.

Si fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad secundam maior quam tertie ad quartam. erit conuersis econtrario proportio scde ad primam minor qz quarte ad tertiam. Sit proportio a.ad.b.maior qz.c.ad.d.dico qd erit econverso modo proportio minor.proportio b.ad.a.qz.d.ad.c.si ei est eadem.b.ad.a.qd est d.ad.c.est



Si regnabz regnabz
ad hanc et ceteris

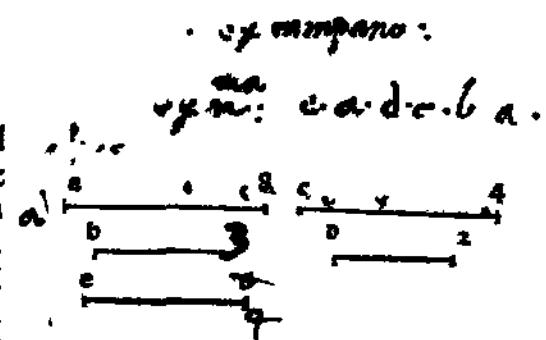
et inverso. a. ad. b. vt. c. ad. d. s; hō ē imo maior. At vero si ē. b. ad. a. maior q̄d. ad. c. sit. e. ad. a. vt. d. ad. c. eritq; ex. 12. e. ad. a. minor q̄d. b. ad. a. q̄re ex prima parte. 10. e. ē maior. b. Ideoq; ex sedis parte. 8. maior erit p̄portio. a. ad. e. q̄d. c. ad. b. et q̄d. p̄ conuersam proportionalitatem. a. ad. e. sicut. c. ad. d. erit ex. 12. p̄portio. c. ad. d. maior q̄d. a. ad. b. sed erit minor. Relinquitur ergo propositū. \square Possimus quoq; si libet astriuere propositū ostensivū: manifestum enim est ex prima parte. 10. q̄ illa quantitas cuius ad. b. est. eadem p̄portio que est. c. ad. d. est minor. a. eo q̄ ponitur maior p̄portio. a. ad. b. q̄d. c. ad. d. illa ergo quantitas sit. e. cum sit igitur p̄portio. e. ad. b. vt. c. ad. d. erit econverso. b. ad. e. vt. d. ad. c. Constat autem ex secunda parte. 8. q̄ p̄portio. b. ad. a. minor est q̄d p̄portio. b. ad. e. itaq; per 12. p̄portio. b. ad. a. est minor q̄d. d. ad. c. q̄d volumen.

Propositio .27.

Si fuerit quatuor quantitatū maior p̄portio prime ad secundam. q̄d tertie ad quartam. erit permutatū maior p̄portio prime ad tertiam. quam secunde ad quartam. \square Sit hic quoq; p̄portio. a. ad. b. maior q̄d. c. ad. d. dico q̄ erit permutatū maior p̄portio. a. ad. c. q̄d. b. ad. d. Eadem enim non erit quia tunc quoq; esset permutatū. a. ad. b. sicut. c. ad. d. neq; minor. Nam si hoc ponatur: sit itaq; e. ad. c. vt. b. ad. d. eritq; ex. 12. maior p̄portio. e. ad. c. q̄d. a. ad. c. quare ex prima parte. 10. e. est maior. a. Itaq; per primam partem. 8. p̄portio e. ad. b. est maior q̄d. a. ad. b. et quia positum est vt sit. e. ad. c. sicut. b. ad. d. erit p̄mutatū. e. ad. b. sicut. c. ad. d. ex. 12. igitur maior erit p̄portio. c. ad. d. q̄d. a. ad. b. sed possumus erat oppositū: verum est ergo propositū. \square Ostēsive quoq; idem quēadmodum in p̄missō: sumpta enim est. c. ad. b. vt. c. ad. d. erit ex prima parte 10. e. minor. a. quare ex prima parte. 8. maior erit. a. ad. c. q̄d. e. ad. c. sed ex permata proportionalitate est. c. ad. c. vt. b. ad. d. igitur ex. 12. a. ad. c. est maior q̄d. b. ad. d. quod est propositum.

Propositio .28.

Si fuerint quatuor quantitates quarum prime ad secundā sit maior p̄portio q̄d tertie ad quartam. erit quoq; coniunctū maior p̄portio prime et secunde ad secundam q̄d tertie et quarte ad quartam. \square Sit maior p̄portio. a. ad. b. q̄d. c. ad. d. dico q̄ maior erit totius a. b. ad. b. q̄d. totius. c. d. ad. d. quia ipsa neq; erit equalis neq; minor. Si enim equa sit: tunc erit disiunctū. a. ad. b. vt. c. ad. d. Si autem est minor: sit. c. b. ad. b. vt. c. d. ad. d. eritq; ex. 12. maior p̄portio. e. b. ad. b. q̄d. a. b. ad. b. Itaq; ex prima parte. 10. e. b. est maior q̄d. a. b. et per conceptionem. e. maior q̄d. a. quare ex prima parte. 8. maior est p̄portio. c. ad. b. q̄d. a. ad. b. sed. c. ad. b. est vt. c. ad. d. per disiunctam proportionalitatem: co q̄ erat. e. b. ad. b. vt. c. d. ad. d. ergo per. 12. c. ad. d. est maior q̄d. a. ad. b. hoc autem est contra ipsothe. \square Idem etiam ostensivū: cum enim propositū sit q̄ maior sit p̄portio. a. ad. b. q̄d. c. ad. d. sit p̄portio. e. ad. b. vt. c. ad. d. eritq; ex prima parte decime. e. minor. a.



$$c \cdot d \cdot a \cdot v = a \cdot b$$

$$c \cdot v \cdot a \cdot b \cdot d \cdot a \cdot c$$



$$c \cdot b \cdot d \cdot a \cdot b$$

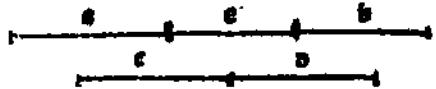
$$a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot d \cdot a \cdot b$$



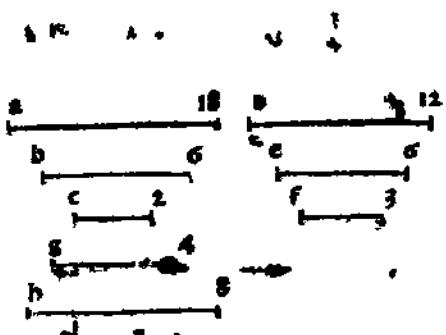
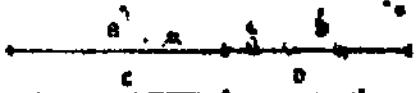
$$c \cdot d \cdot e \cdot b \cdot a \cdot b$$

LIBER

-d.o.d. c. b. b..ab. b.



p. c. d. c. b. a. b.



Ideoq; ex communis scientia. e.b. erit minor. q; a.b. quare ex prima parte. s. maior erit proporcio. a.b.ad.b.q; e.b.ad.b. At vero proporcio. c.b.ad.b. est per coniunctam proportionalitatem sicut. c.d.ad.d. possum enim est ut sit. e.ad.b. tanquam c.ad.d. igitur ex. 12. maior est. a.b.ad.b.q; c.d.ad.d. quod est propositum.

Propositio .29.



Ifuerint quatuor quantitates quarum prime et secunde ad secundam sit maior proporcio q; tertie et quarte ad quartam. erit quoq; disiuncta proporcio prima ad secundam maior q; tertie ad quartam.

CSi proporcio. a.b.ad.b. maior q; c.d.ad.d. dico q; erit divisionem proporcio. a.ad.b. maior q; c.ad.d. alioquin erit equalis vel minor. qd si equalis erit per coniunctam proportionalitatem. a.b.ad.b. ut. c.d.ad.d. si autem minor erit maior. c.ad.d.q; a.ad.b. ergo per premissam maior erit. c.d.ad.d.q; a.b.ad.b. quod est inconveniens: quia possum est q; minor. Verum est ergo qd dictum. Qd etiam ostensu astriuenus hoc modo ponemus enim ut proporcio. e.b.ad.b. sit tanq; proporcio. c.d.ad.d. eritq; ex prima parte. 10. e.b. minor q; a.b. quare ex communis scientia. e. est minor q; a. minor igitur est ex prima parte. s. proporcio. e.ad.b.q; sit. a.ad.b. sed proporcio. e.ad.b. est sicut. c.ad.d. ex disiuncta proportionalitate: itaq; ex. 12. proporcio. a.ad.b. est maior q; sit. c.ad.d. quod est propositum.

Propositio .30.



Ifuerint quatuor quantitates quarum prime et secunde ad secundam sit maior proporcio q; tertie et quarte ad quartam: erit eversim minor proporcio prima et secunde ad primam q; tertie et quarte ad tertiam.

CSi maior proporcio. a.b.ad.b.q; c.d.ad.d. dico q; eversim minor erit proporcio. a.b.ad.a.q; c.d.ad.d. erit enim disiunctum ex premissa maior proporcio. a.ad.b.q; c.ad.d. Itaq; per. 26. erit everso minor. b.ad.a.q; d. ad.c. quare per ante premissam coniunctum minor erit. b.g.ad.a.q; c.d.ad.c. qd est propositum.

Propositio .31.



Ifuerint tres quantitates in uno ordine. itemq; tres in alio fueritq; prime priorum ad secundam maior proporcio quam prime posteriorum ad secundam. itemq; secunde priorum ad tertiam maior quam secunde posteriorum ad tertiam. erit quoq; prime priorum ad tertiam maior proporcio q; prime posteriorum ad tertiam.

CSunt tres quantitates. a.b.c. iteq; alie tres. d.e.f. sitq; maior proporcio. a.ad.b.q; d.ad.e. iteq; maior. b.ad.c.q; e.ad.f. dico q; maior erit proporcio. a.ad.c.q; d.ad.f. sit enim. g.ad.c. ut. e.ad.f. eritq; ex pma pte. 10..g. minor. b.qre ex scda pte. 8. proporcio. a.ad.g.c. maior q; a.ad.b. multo maior ergo est proporcio. a.ad.g.q; d.ad.c. sit itaq; b.ad.g. vt. d.ad.e. eritq; ex pma pte. 10. g. maior. b.qre ex pma pte. 8. p

portione a.ad.c.maior est q̄d proportionio.b.ad.c. At vero proportionio.b.ad.c. est per equam proportionalitatem: sicut d.ad.f. est enim b.ad.g. vt d.ad.e.z.g.ad.c. vt e.ad.f. Igitur ex. 12. proportionio.a.ad.c. est maior q̄d.d.ad.f. quare constat proposi-
tum

Propositio .32.

Si fuerint tres quantitates in uno ordine. itemq; tres in alio fuerintq; proportio secunde priorum ad tertiam maior quam prime posteriorum ad secundam. Itemq; prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiam. erit maior proportio prime priorum ad tertiam quam prime posteriorum ad tertiam.

Sint enim tres quantitates in uno ordine. a.b.c. Itemq; tres in alio. d.c.f. que admodum in premissa: sitq; maior proportio.b.ad.c.q̄d. d.ad.e.z.maior.a.ad.b. q̄d.e.ad.f. dico q̄ maior erit. a.ad.c.q̄d. d.ad.f. sit enim g.ad.c. vt d.ad.e. eritq; g.minor.b. per primam partem. 10. quare maior erit proportionio.a.ad.g. q̄d.ad.b. per secundam partem. 8. igitur multo maior est. a.ad.g.q̄d. c.ad.f. sit itaq; b. ad g. vt e.ad.f. eritq; a.maior.b. ex prima parte. 10. quare proportionio.a.ad.c.maior est q̄d.b.ad.c. ex prima parte. 8. At vero ex. 23. proportionio.b.ad.c. est tanquam d.ad f. eo qđ est. g.ad.c. vt d.ad.e.z.b.ad.g. vt e.ad.f. igitur ex. 12. maior est proportionio.a.ad.c.q̄d. d.ad.f. quod est propositum.

Propositio .33.

Si fuerit proportio totius ad totū maior: q̄d absctisi ad ab/
icisum erit residui ad residuum maior proportio q̄d toti/
us ad totum.

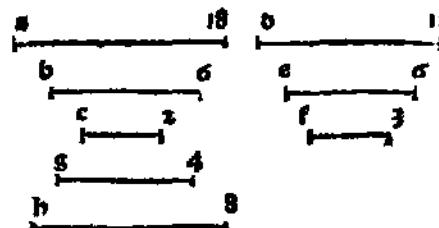
Sint due quantitates. a.e.b. a quibus abctindantur. c.z.d. et resi/
dua sunt. e.z.f. sitq; maior proportio. a.ad.b.q̄d. c.ad.d. dico q̄ ma/
ior erit proportio. e.ad.f.q̄d. a.ad.b. sit enim ex. 27. permutati maior proportio
a.ad.c.q̄d. b.ad.d. quare ex. 30. erit eiusdem minor proportio. a.ad.c.q̄d. b.ad.f.
igitur rursus ex. 27. permutatum minor erit. a.ad.b.q̄d. e.ad.f. quod est propositum.

Propositio .34.

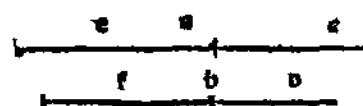
Si quotlibet quantitates ad rotidem alias comparentur.
fueritq; cuiuslibet precedentis ad suam relativam maior
proportio q̄d alicuius subsequentis ad suas. erit omnium
barum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acce/
ptas maior proportio q̄d alicuius subsequenti ad suam
compararem aut etiam q̄d omnium pariter acceptarum ad omnes parti/
ter acceptas: minor antem q̄d prime ad primam

Sit. 3. quantitates. a.b.c. relate ad rotidem alias q̄ sit. d.e.f. sitq; maior proportionio. a.ad.d.q̄d. b.ad.e.z.b.ad.e. sit maior q̄d. c.ad.f. dico q̄d proportionio. a.b.c. ppter acceptaz.
ad.d.e.f. ppter acceptas. est maior q̄d. b.ad.e. vt maior q̄d. c.ad.f. et etiam maior. q̄d. b

.d.f. h.c.a.c.

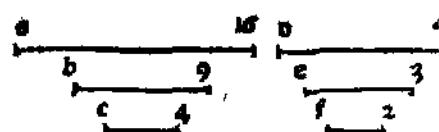


d.f. h.c.a.c.



a.b.c.d. c.f.a.b

a.c.b.f



LIBER

a.d.b.e
 a.b.d.e
 a.b.b.d.e
a.b.e.b.e.d.f.
 a.d.b.e.f.
 a.b.c.d.e.f.
 a.b.c.b.e.d.f/f

v.c.pariter acceptaz ad.e.t.f.pariter acceptas: t ipo ipsa est minor qz.a.ad.d.cū
sit eni.a.ad.d.maioz qz.b.ad.e.erit permutatim.a.ad.b.maioz qz.d.ad.e. t con-
iunctim.a.b.ad.b.maioz qz.d.e.ad.e. t iterum permutatim. g.b.ad.d.e.maioz
qz.b.ad.e.quare per premissam.g.ad.d.est maioz qz.a.b.ad.d.e. eodēqz modo
pbaſ maiore ēe.b.ad.e.qz.b.c.ad.e.f.itaqz maior pportio ē.a.ad.d.qz.b.c.ad.e
f. qre permutatim maioz est. a.ad.b.c.qz.d.ad.e.f. t coniunctum maioz.a.b.c.ad
b.c.qz.d.e.f.ad.e.f. t iterum permutatim maioz.a.b.c.ad.d.e.f.qz.c.b.ad.e.f.
quare per premissam maioz est. a.ad.d.qz.a.b.c.ad.d.e.f. quod cīt ppositum.
Explicit liber quintus Incipit liber Sextus.

Aperficies similes dicuntur quae anguli unius
angulis alterius equales. lateraque equos an-
gulos continentia proportionalia.

Cui si trigonus. a. b. c. fuerit equiangulus trigono-
d. e. f. fueritq; angulus. a. equalis angulo. d. et angu-
lus. b. equalis angulo. e. et pporatio. a. b. ad. d. e. sicut
a. c. ad. d. f. et b. c. ad. e. f. ipsi erunt similes.

Superficies mutuoꝝ laterum sūt
inter quarum latera incontinua
proportionalitas retralitiue ba-
betur.

CUIC si duorum quadrilaterum, a.b.c.d.
et m.i.ad. d.c.latus secundi fuerit sicut proportio, e:f.
primitilla duo quadrilatera dicuntur mutuorum la-
tium dicuntur dividendi secundi proportionē habentē in cdtū
est proportio totius ad maiorem sui sectionē que ē

Propositiō .1.

Si duarum rectilinearum superficierum equidistantium laterum sive triangulorum fuerit altitudo una: tanta erit alterutra eorum ad alteram, quanta sua basis ad basim alterius.

ISint duo parallelograma. a. b. c. d. e. f. equalis altitudinis. dico et
proportionem eorum: sicut. b. c. ad. e. f. ponam illa duo parallelograma super linea unam
que sit. g. m. eritque propter hoc quod sunt equalis altitudinis inter lineas equidistan-
tes quarum sit altera. k. n. deinde ex linea. g. m. summa. g. c. multiplicetur binum quocumque
numerum volvero. a. d. b. c. et dividatur ea in partes equales. b. c. in punctis. b. z. b. a qui
binis et punto. g. ducatur equidistantes lineae. a. b. que sunt. g. k. z. b. l. et complebo superfici-
es equidistantium laterum. k. b. z. l. b. eritque unaquaque eam per. 36. primi equalis. a. c. quod
sicut linea. g. c. est multiplex linea. b. c. ita superficies. c. k. superficie. a. c. Si filiter quoque
ad lineam. c. f. summa ex linea. g. m. linea. f. m. multiplicetur binum quocumque numerum volvero
e. f. et complebo superficiem equidistantium laterum ducta linea. m. n. equidistantes linea.
d. e. eritque superficies. n. f. ita multiplex superficies. d. f. sicut linea. m. f. linea. c.
f. equia per. 36. primi si linea. g. c. est maior linea. f. m. superficies. k. c. est maior su-
perficie. n. f. et si minor minor: et si equalis equalis erit per diffinitiones istotius

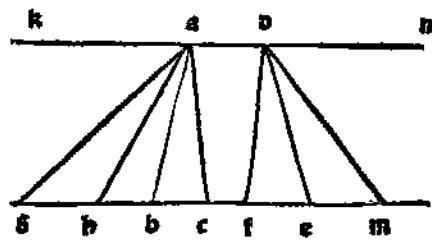
Am. . . . et mero niffigere medie für vagin! ! der ..
Audi, nur zu konz. aden o w3 geringe Auslastung mit wenig +

proportionalitatis cadem pportio basis.b.c.ad basim.e.f.que est superfici.e.c.
ad superfici.d.f.quod est propositum. **C**De triangulis equalis altitudinis idem
probabitur eodem modo per.3.s.primi ductis lineis ab extremitatibus eaz quas
ad bases sumes multiplices ad vertices triangulorum.

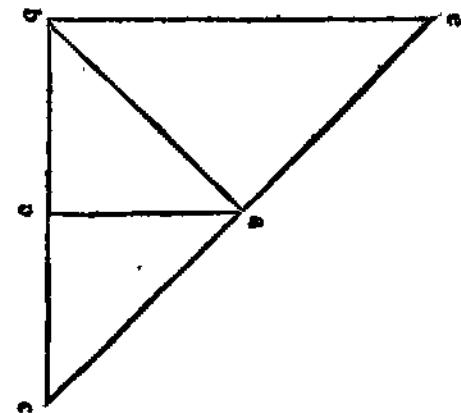
Propositio .2.

Si linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit
equidistans:eam duo illa latera proportionaliter lecare.
Si vero pportionaliter fecerit ea reliquo latere equidista
re necesse est.

Sit triangulus.a.b.c.cuius' duo latera.a.b.t.a.c. fecerit linea.d.e.
equidistanter tertio lateri.qd est.b.c. dico qd erit pportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.
ad.c.c.t ecōverso si fuerit pportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.linea.d.e.erit eq
distans linee.b.c.protraham enī duas lineas.e.b.t.d.c.eritqz per.37.primi trian
gulos.e.d.b.equalis triangulo.d.e.c.propter id qd ipsi sunt ambo sup lineā.d.e.
inter lineas equidistantes.itaqz per secundam partē.7.quinti:pportio trianguli.a.d.
c.ad vtrūqz illorum erit una:sed pportio cī ppremissā ad triangulū.e.d.b. ē sicut
linee.a.d.ad lineā.d.b.t ad triangulū.d.e.c.sicut linee.a.e.ad lineā.e.c.Nam ipse
cum vtrūqz illorū est equalis altitudinis:quare erit pportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e
ad.e.c.qd est primum. **E**t si hoc fuerit crīs per pmissam ipsius.a.d.e.vtrūqz
illorū pportio una:quare per secundam partem.9.quinti ipsi sunt adiuvicē equa
les:t quia ipsi sunt super eandē basim.videlicet lineāt.d.e.t ex eadem pte erit p
39.primi:linea.d.e.equidistans linea.b.c.qd est secundum.

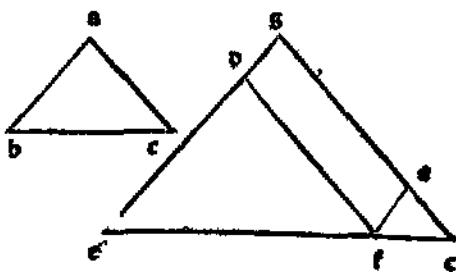
**Propositio .3.**

Si ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim du
cta angulum illum per equalia fecerit:duas partes ipsi⁹ ba
sis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales
esse.Si vero due partes basis quas linea ab angulo du
cta distinguit reliquis trianguli lateribus pportionales
fuerint lineam illam angulū p equalia dividere necessario cōprobari.
Sit trigone.a.b.c.cuius angulum.a.dividat linea.a.d.p equalia :dico qd p
portio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c.t ecōverso:protraham enī.b.e. equidi
stantem.a.d.t producā.c.a.quousqz concurrat cū.b.e.in punto.c.eritqz per ps/
mam partē.29.primi angulus.e.b.a.equalis angulo.b.a.d.t per secundam partem
eiusdem angulus.c.angulo.d.a.c.quare angulus.e.cst equalis angulo.e.b.a.ergo
per.5.primi.c.a.est equalis.a.b.t ideo qd primā partem.7.quinti pportio.c.a:
ad.a.c. ē sicut.b.a.ad.a.c.sed per pmissam.e.a.ad.a.c. ē sicut.b.d.ad.d.c.ergo
b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.qd est primum. **S**ecunda pars que est conuersa
pāme pte probabitur conuerso modo. **D**iscentē enī eadem dispositione si fu
rit pportio.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quare per pmissā.c.a.ad.a.c. ē sicut
b.d.ad.d.c.erit eadem pportio.e.a.ad.a.c.que est.b.a.ad.a.c. ergo per primā
partem.9.quinti.c.a.e.a.b.sunt equales.quare per.5.primi uno anguli.e.t.e.b.a
sunt equaes.igitur per primā t secundā partem.29.primi angulos.b.a.d. ē equa/
lis angulo.d.a.c.qd est secundum.



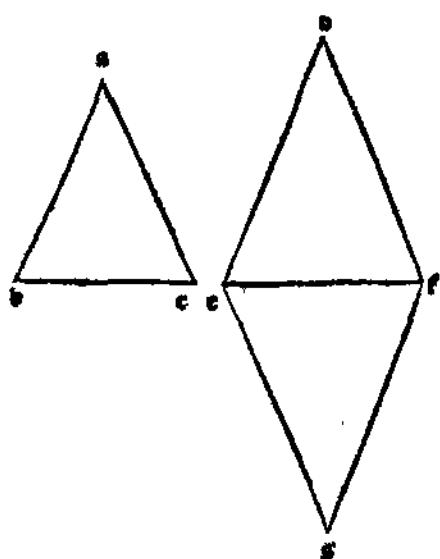
LIBER

Propositio .4.



Duorum triangulorum quorum anguli unius angulis alterius sunt equales: latera equeos angulos respiciunt proportionalia.

Sunt duo trianguli. a.b.c. d.e.f. equianguli. sitq; angulus. a. eq/ lis angulo. d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. dico q/ pportio. d.e.ad.a.b. et d.f.ad.a.c. est sicut. e.f.ad.b.c. ponam enim ambos trian/ gulos sup lineam unam que sit. e.c. ita q/ duo anguli unius qui erunt sup hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt super eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo. sed medius unius extremo alterius. et ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire. sitq; a.f.c. ipse idem triangul⁹ q/ erat. a.b.c. et q/ angu/ lis. a.f.c. est equeis angulo. c. et angulus. d.f.e. angulo. c. p/ hypothes^z; erit p/ primam par tem. 28. primi linea. a.f. equidistans. d.e. et d.f. equidistans. a.c. cōplebo igitur su/ perficiem equidistantium laterum que sit. g.f. eritq; per. 34. primi. g.a. equalis. d. f. et g.d. equalis. a.f. quia. ergo per secundum huius. g.a. ad.a.c. sicut. e.f.ad.f.c. et per eandem. e.f.ad.f.c. sicut. e.d.ad.d.g. erit per. 7. quinti. d.f.ad.a.c. et per can/ dem. e.d.ad.f.a. sicut. e.f.ad.f.c. quod est propositum.



Duorum triangulorum quorum unius cunctorum laterum se/ se respiciens est proporcione una anguli lateribus pportio/ nalibus contenti eam sibi inuicem esse probantur.

Hoc est coruera prioris nec fecit ex ea et premissa una conclusionem sicut fecit in secunda et tercia buiis: q; nec eadem figurae nec eiusdem medijs demonstratur quibus procedens. Sint itaq; duo trianguli. a.b.c.d.e.f. sitq; proporcio. a.b.ad.d.e. et g.c.ad.d.f. sicut. b.c.ad.e.f. dico q/ angulus. a. est equalis angulo. d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. constituunt super lineam. e. f. in opposita parte trianguli. d. e. f. angulum. f. e. g. equalē angulo. b. et angulum. c. f. g. equalē angulo. c. eritq; per. 32. primi: angulus. g. equalis angulo. a. ergo per pre/ missam proporcio. a.b.ad.e.g. et a.c.ad.f.g. sicut. b.c.ad.e.f. quare. a.b. ad. d.e. sicut ad. e.g. et a.c.ad.d.f. sicut ad. f.g. igitur per secundam partem nonne quinti d.e. est equalis. e.g. et per eandem. d.f. equalis. f.g. quare per. 8. primi: duo trian/ guli. d.e.f. et g.e.f. sunt equianguli: quare ergo triangulus. g.e.f. est etiam equian/ gulus triangulo. a.b.c. constat propositum.

Propositio .5.



Duas duo trianguli quorum unius angulus unus angulis unius unius an/ gulo alterius equeis. lateraque illos duos equeos angulos continentia proportionalia sunt inter se inuicem equian/ guli.

Videatur prior dispositio. et si solū angulus. b. equalis angulo. d. c.f. et proporcio. a.b.ad.d.e. sicut. b.c.ad.e.f. dico adhuc duos triangulos. a.b.c. d. e.f. esse equiangulos: cum enim sit per. 4. huius propter hypotheses premissae condic/

cionis. a.b.ad.e.g.sicut.b.c.ad.e.f.erit.a.b.ad.d.e.sicut.a.b.ad.e.g.quare per se condam partem nonne quinti.d.e.est equalis.e.g.quia ergo duo latera.d.e.z.e.f.trigoni.d.e.f.sunt equalia duobus lateribus.e.g.e.c.f.trigoni.g.e.f.z angulus.e.unius angulo.e.alterius:quis vterq; est equalis angulo.b.ipsi erunt per quantum paret equianguli et quis.e.g.f.est etiam equiangulos.a.b.c.paret propositum.

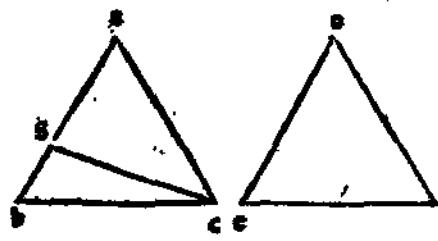
Propositio .7.

Si fuerint duo trianguli quorum unus angulus unius angulo alterius equalis:duoq; suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti:duorum vero demum reliquorum vterq; aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angelis inter se innicem equiangulos esse.

Sunt duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitq; angulus.a.equalis angulo.d. et proportio a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e.z vterq; duoz angulorum.b.z.e.aut neuter sit minor recto:dico eos esse equiangulos.Si eni angulus.c.unius est equalis angulo.f.alterius:paret propositum per premissam.Si autem sit.c.maior:si sitq; angulus.a.c.g.equalis eidem:eritq; per.32.primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d.e.f.quare per quartam binis proportio.a.c.ad.d.f.sicut.g.c.ad.e.f.sic fuit.b.c.ad.e.f.ergo per.9.quinti.g.c.z.b.c.sunt:equales.ergo per quintam primi angulorum b.est equalis angulo.b.g.c.si ergo neuter duorum angulorum.b.z.e.fuerit minor recto:accider duos angelos unius trianguli non esse minores duobus rectis:qd esse non potest per.32.primi.Qd si vterq; fuerit minor recto:erit angulus.a.g.c.maior recto per.13.primi:quare et angulus.e.sibi equalis est etiam recto maior qd est contra hypoth. quare destruto opposito remanet propositum: oportet autem vtrumq; angulorum reliquo aut neutrū esse minorum recto possibile enim est in eodem triangulo ut in triangulo.a.b.c.lineam.g.c.eé equalē.b.c.z iō erit.a.c.ad vtrumq; ex una proportio per.7.quinti.Nec tamē erunt trianguli.a.g.c.z.a.b.c.equianguli quādis unus angulus unius sit equalis unius angulo alterius immo idem ut angelis.a.z proportio linee.a.c.par est latus magni ad.a.c.parut est latus qui sicut b.c.latus magni.ad.g.c.latus parvus.vtrumq; enim equalis: et hoc est pppter hoc qd angulus.g.minoris est maior recto: et angulus.b.maioris minor.Nam in omni triangulo duarum equalium laterum vterq; angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

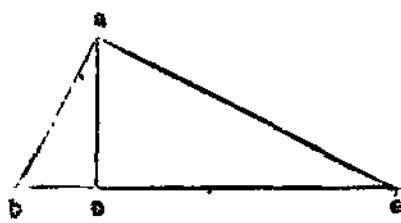
Propositio .8.

Si ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. sicut duo trianguli partiales toti triangulo et sibi innicem similes.Unde etiam manifestum est quis in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad basim perpendicularis ducatur. erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq; vtrumq; latus inter totam basim atq; sibi conterminale basis portionem. Et Sit triangulus.a.b.c.orthogonius dicoq; angulus.a.rectus a quo ducatur: a.d.



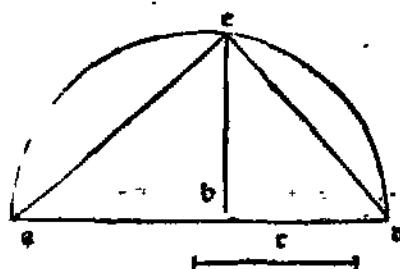
unumq; latus / totale tri-
anguli.

LIBER



perpendicularis ad basim. dico q̄ ut ergo duorum triangulorum partialium qui sunt a.b.d.a.c.d.c. similis est totali triangulo. a.b.c. et unus eorum alteri. est enim ut ergo ipsorum equiangulus totali per. 3. primi. co q̄ ut ergo est orthogonius et in uno angulo comunicat cum totali: quare et sibi in vicem sunt equianguli. ita q̄ angulus b. est equalis angulo d. a. c. et angulus b. a. d. angulo c. et duo anguli qui iuntur ad d. sibi in vicem et angulo a. totali equalis: quare per. 4. huius lata et equos eorum angulos respicientia. sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: qd est propositum: utrumq; conetur ex his evidenter appareret.

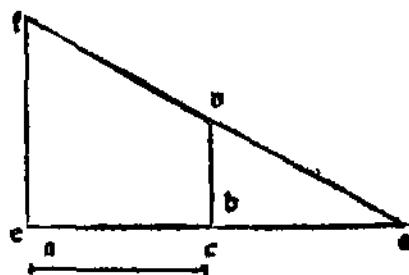
Propositio .9.



Gabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

Sunt due linee propositae. a.b. et c. inter quas volo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam eamque alteri. si sit tota ex eis composita. a.d. ita qd. b. d. sit equalis. c. et super rationem describo semicirculum. a.e.d. et produco e. b. usq; ad circumferentiam perpendiculariter ad lineam. a.d. dico lineam. b.e. esse quem querimus: produco eum lineas. e.a. et e.d. eritq; per. 3. tertij angulus e. totalis rectus: quare per primam partem coram p. p. o. a.b. ad. b.e. sicut. b.c. ad. b.d. qd est propositum.

Propositio .10.



Gabus lineis datis tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

Sunt due linee propositae. a.b. et c. quibus volo tertiam in continua proportionalitate subiungere: continuo lineam. c. angulariter ut contingit eis linea. a.b. siq; a.d. sibi equalis. et produco lineam. a.b. usq; ad. c. donec fiat. b.e. equalis. a.d. et protracta linea. b.d. a punto. e. dico lineam. si. b. equidistantemq; et lineam. a.d. produco quo usq; concurrent in punto. f. dico igitur lineam. d.f. esse quem querimus. est enim per secundam huius propositio. a.b. ad. b.e. sicut. g.d. ad. d.f. sed. a.b. ad. b.e. est sicut. a.b. ad. a.d. per. 2. pte. et. quin. it: quare. a.b. ad. a.d. sicut. a.d. ad. d.f. qd est propositum. Qd si propositis tribus lineis vultus invenire quartam. ad quam sit propositio tertie sicut prima ad secundam: ex prima et secunda fiat linea una et toti composite tertia: angulariter adiungatur et a communis termino primo et secundo: ducatur linea ad extremitatem tertie: et ab altero termino secundo ducatur huius linea equidistans: quousq; concurrent cum tertia in continuo rectumq; protracta: eritq; per secundam huius linea qd haec equidistantes absander que queritur: quod adinodum si in hac figura fuerit prima. a.b. secunda. b.e. tertia. a.d. erit quarta. d.f.

Propositio .11.

Assignata linea quoramcumq; inbearis partem abscondere.

Sit. a.b. linea assignata ab ea volo aliquotam partem supositer: etiam abscondere: coniungo ei angulariter ut contingit lineam: inde finite quantitatis que sit. a.c. et qua resero tres equas portiones.

que sint a.d.d.e.z.e.c.z produco lineas .c.b.z.d.f.sibi equidistantes.dico.a.f.esse tertiam.a.b.est enim per secundam huius propoatio.c.d.ad.d.a.sicut.b.f.ad.f.a quare coniunctim.c.a.ad.d.a.sicut.b.a.ad.f.a.cum igitur.c.a.sit tripla.ad.d.a.pater.a.f.esc tertiam.a.b.quod est propositum.

Propositio .12.

Dabns lineis propositis altera dividisa altera per partes divisa: dividiam quidem ad modum divise dividere.
Sint duo linceas quas angulariter ut contingat coniungam.g.b.z.e.c.sitqz.a.b.divisa in tres vel qualescumqz portiones signatis i ea pnnctis.d.z.e.volo secundum easdem portiones dividere lineam.a.c.cum igitur ipsas angulariter collocatoe.protraham lineam.b.c.z equidistantes.ei.d.f.z.e.g.vico istas equidistantes dividere lineam.a.c.in partes proportionales partib⁹.a.b.protraham enim.f.b.equidistantes.i.a.b.quc fecet.e.g.in punto.k.eritqz per secundam huius propoatio.g.f.ad.f.a.sicut.e.d.ad.d.a.z.c.g.ad.g.f.sicut.b.k.ad.k.f.quare z sicut.b.e.ad.e.d.per.34.primi.z secundam partem.z.quinti qd est ppositum Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erant partes linceae.a.b.mi-nus una.Et vero.34.primi.z septimi quinti minus duabus.

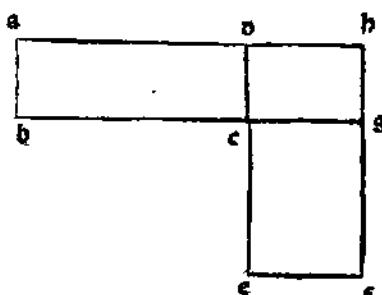
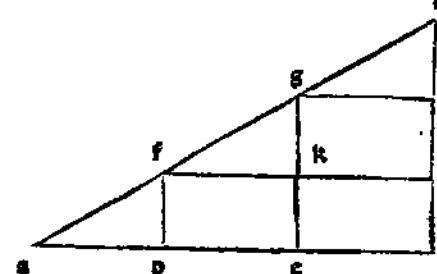
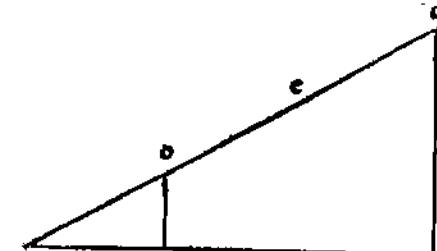
Propositio .13.

Si due superficies equidistantium laterum quarum unus angulus unius unius angulo alterius equalis equeles fuerint latera duos equos angulos continentia mutekesia esse. Si vero latera duos equos angulos continentia mutekesia fuerint duas superficies equeles esse necesse est.

Sint due superficies.a.b.c.d.z.c.e.f.g.equidistantium laterum z equeles. sitqz angulus.c.unius equalis angulo.c.alterius.dico pproportionem.b.c.ad.c.g.esse sicut.e.c.ad.c.d.z si pproatio.b.c.ad.c.g.fuerit sicut.e.c.ad.c.d.z predicti anguli fuerint adhuc equeles:dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equeles. coniungam enim eas angulariter videlicet angulum.c.unius cum angulo.c.alteri⁹ ita qd duo latera earum que sunt.b.c.z.c.g.fiant linea una:eruntqz similiter duo reliqua latera.d.c.z.c.e.linea una.alioquin sequeret per presentem hypothese que est angulum.c.unius:else equelem angulo.c.alterius.z per.15.primi:partem c. equelem toti.coplebo itaqz superficiem equidistantium laterum productis lineis.a.d.z.f.g.qnousqz concurrent in.b.eritqz per primam partem.z.quinti uniusqz superficiei.a.c.z.c.f.ad superficiem.c.b.pproportionem vna:z quia per primam huius pproportionem superficiei.a.c.ad superficiei.c.b.sicut linea b.c.ad lineam.c.g.z superficiei.c.f.ad eandem superficiem.c.b.sicut.e.c.ad.c.d.manifesta est prima pars propositi obclusionis.Scda ps sic p3.p primam eni huius est pproportionem.b.c.ad.c.g.sicut.a.c.ad.c.b.z.c.e.c.ad.c.d.sicut.c.f.ad eandem.c.b.z qd positum est qd pproportionem.b.c. ead.c.g.si cint.e.c.ad.c.d.erit uniusqz duarum superficiei.a.c.z.c.g.ad superficiei.c.b.vna pproportionem ergo per primam partem.9.quinti.a.c.est equeles.z.f.sicqz patet scda pars.

Propositio .14.

I duo trianguli quorum unus angulus unius unius angulo alteri⁹ equalis equeles fuerint:latera duos angulos equos continentia erunt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos continentia fuerint mutekesia duo trianguli equeles



esse comprobantur.

Sunt duo trianguli. a.b.c. c.d.e. equales: sitq; angulus. c. viius equalis angulo c. alterius: dico proportionem. a.c.ad.c.e. esse sicut. d.c.ad.c.b. et si fuerit pportio a.c.ad.c.e. sicut. d.c.ad.c.b. et predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illos duos triangulos esse equales: coniungam enim eos angulariter ita q; latera. a.c. et c. e. fiant linea vna. cruntq; similiter. b.c. et c. d. linea vna. aliter sequeretur partem esse equalcm toti. per. 15. primi: et protraham lineam. b.e. eritq; per primam ptem et quinti viiusq; dictorum triangulorum ad triangulum. c.b.e. pportio vna: et q; per primam huius primi communem ad ipsum est sicut. a.c.ad.c.e. et secundi eorum ad eum den sicut. d.c.ad.c.b. manifesta est prima pars pposite conclusionis. **S**ecunda pars econtroso probatur. q; a.c.ad.c.e. est sicut primi trianguli ad triangulum. b.c.e. et d.c.ad.c.b. sicut secundi ad eundem per primam huius: et quia positum est ut a.c.ad.c.e. sicut. d.c.ad.c.b. erit viusq; dictorum triangulorum ad triangulum. b.c.e. vna pportio: quare per primam ptem. 9. quinti ipsi sunt equales. sicutq; pater secunda pars.

Propositio .15.

Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima et ultima rectangulum continetur: equum erit ei qd sub duabus reliquis. Si vero qd sub prima et ultima continetur equum fuerit ei qd sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales esse conuenit.

Sunt quatuor linee. a.b.c.d. proportionales: Sitq; pportio. a. ad.b. sicut. c. ad.d. dico q; superficies contenta sub. a. et d. equalis est superficie contente sub. b. et c. et si superficies contenta sub. a. et d. est equalis superfici contente sub. b. et c. dico q; pportio. a. ad.b. est sicut. c. ad.d. Fiant cni superficies contenta sub. a. et d. et superficies contenta sub. b. et c. Si ergo est pportio. a. ad.b. sicut. c. ad.d. latera illarum superficierum erunt inutekisia. sed et anguli ab his contenti equalis: q; viusq; est rectorum angulorum: quare per secundas partem. 13. huius ipsi sunt equales quod est pnum. **S**com patet per primam partem eiusdem. si enim ipse sunt equales. q; oes anguli carum sunt recti: latera eorum erunt inutekisia: quare pportio. a. ad.b. sicut. c. ad.d. quod est secundum.

Propositio .16.

Si fuerint tres linee proportionales qd sub prima et tertia rectangulum continetur: equum erit ei qd a secunda quadrato describitur. Si vero qd sub prima et tertia continetur equum est ei quadrato qd a secunda producitur: ipse tres linee proportionales erunt.

Sit pportio linee. a. ad lineam. b. sicut linee. b. ad lineam. c. dico q; superficies contenta sub. a. et c. equalis est quadrato. b. et si superficies contenta sub. a. et c. est equalis quadrato. b. dico q; pportio. a. ad.b. est sicut. b. ad.c. hoc autem est evidens per precedentem posita alia linea que sit equalis. b. ita q; b. sit in ratione secunde et tertiie.

Propositio .17.

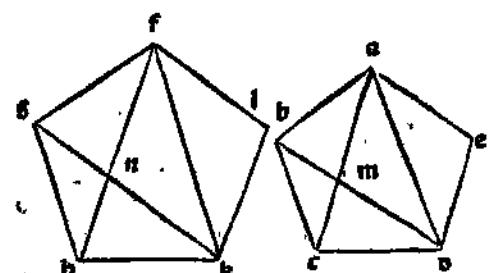
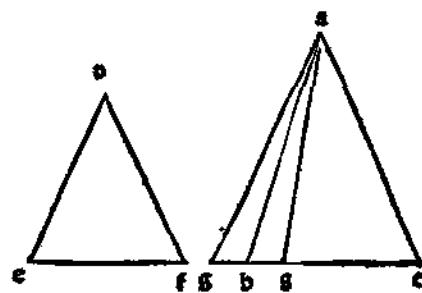
Si fuerint duo trianguli similes propotionis alterius ad alterum est tanqz pportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatum lat alteri duplicata. Manifestum etiam ex hoc quod omnium triu lineaz cotinente propotionalium quarta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super primam ad superficie constitutam super secundam. cum fuerit ei similis in lineaione et creatione.

Sunt duo trianguli a.b.c. et d.e.f. similes enitqz per diffinitionem equianguli et laterum propotionalium. Sit ergo angulus a. equalis angulo d. et angulus b. angulo e. et angulus c. angulo f. eritqz propotionis a.b.ad.d.e. et a.c.ad.d.f. sicut b.c.ad.e.f. dico quod propotionis trianguli a.b.c. ad triangulum d.e.f. est sicut propotionis b.c.ad.e.f. duplicata. Subiungas enim simili doctrinam. o. huius duabus lineis b.c. et e.f. tercia in continua propotionalitate que sit c.g. practa aut resecata. c.b. si c.g. fuerit ea maior aut minor et productetur linea g. a. eritqz per secundam partem. 14. huius trianguli a.g.c. equalis triangulo d.e.f. propter id quod propotionis a.c.ad.d.f. est sicut e.f.ad.c.g. et angulus c. equalis angulo f. quare per secundam partem. 7. quinti trianguli a.b.c. ad vtriusq illorum erit una propotionis sed per primam huius propotionis trianguli a.b.c. ad triangulum a.g.c. est sicut b.c.ad.g.c. At vero propotionis b.c.ad.c.g. sicut b.c.ad.e.f. duplicata per. 10. descriptionem quinti. 8. propotionis trianguli a.b.c. ad triangulum d.e.f. est sicut propotionis b.c.ad.d.f. duplicata quod est propotuum. Si autem c.g. sit equalis b.c. erit per secundam ptem. 14. huius triangulus a.b.c. equalis triangulo d.e.f. equalis autem propotionis coponitur ex equali duplicata vel triplicata vel quotienscagz sumpta. Istam eandem passionem possumus codem modo et per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus summa solu. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autem eam. quod per sequentem demonstratur universaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per coroll. quod universaliter ponitur de omnibus superficiebus similibus non poterit nisi de triangulis. sed demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic et non in sequente quia est coroll. huius non autem sequentis: ex modo enim demonstratio huius sua veritas manifestata est. non ex modo illius.

Propositio .18.

Mones due superficies similes multiangule sunt divisibilis in triangulos similes atque numero equeles. Estque pportio alterius carum ad alterum sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatum latus alterius propotionis duplicata.

Sunt gratia exempli duo pentagoni. a.c. d.f.b.k. si les. dico quod ipsi sunt divisibilis in triangulos si les numero equeles. et quod propotionis alterius eorum ad alterum est sicut a.b.ad.f.g. propotionis duplicata. ducatur ei lineae duc. a.c. et a.d. itaque f.b. et f.k. eritqz per presentem hypothese. et p. 6. huius triangulus a.b.c. equiangulus triangulo f.g.b. et triangulus a.c.d. triangulo f.l.k. Similiter quoque per hanc comediam. Si ab equalibus equalia deminas que re. equalia sunt: erit triangulus a.c.d. equiangulus triangulo f.b.k. Nam ipsi pentagoni positi sunt equianguli. et laterum propotionalium: et quod trianguli in quos dividuntur sunt ad invicem equianguli: ut probatum est: erunt etiam et si les per 4. huius et divisionem similitudinem superficie: quare cum ipsi sint numero equeles parerit primus. **S**ecundum sic. prorabent. b.d. quod fecer. a.c. in puncto



m. et g. k. que secat. f. b. in punto. n. eritq; triangulus. b. c. d. equiangulus triangulo. g. b. k. per. s. huius et presenti hypoth. quare et triangulus. a. b. m. triangulo. f. g. n. et a. m. d. f. n. k. ergo p. 4. huius propatio. b. m. ad. g. n. est sicur. a. m. ad. f. n. et a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quarti per. ii. quinti. b. m. sd. g. n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo permutatim. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primam huius. a. b. m. ad. a. m. d. s. b. c. m. ad. c. m. d. sicut. b. m. ad. m. d. et per eandem. f. g. n. ad. f. n. k. et g. n. b. ad. b. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo p. 13. quinti. a. b. c. ad. a. c. d. sicut. f. g. b. ad. f. b. k. quare permutatim. a. b. c. ad. f. g. b. sicut. a. c. d. ad. f. b. k. cadet ratione probabis et sicut. a. c. d. ad. f. l. k. ergo p. 13. primi quatuor totius pentagoni ad totum pentagonum sicut lateris unus ad suum reuersum. latius alterius propatio duplicata.

Propositio .19.

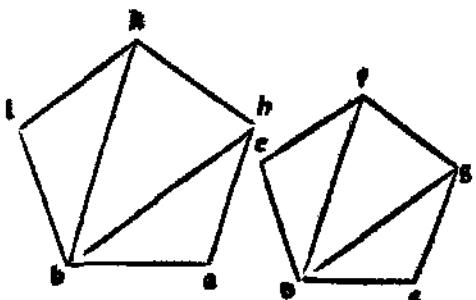
*S*upradatam linicam date superficie similem superficiem describere.

C sit data linea. a. b. supra quam volo constitutre superficem similem superficie que sic pentagona: et sit. c. d. c. f. g. dividendo hunc pentagonum in triangulos ductis lineis. d. f. z. d. g. et super punctum. a. constituo angulum equalē angulo. c. ducta linea. a. b. et super punctum. b. constituo alium angulum: qui sit. a. b. h. equalē angulo. c. d. g. peracta linea. b. b. quoniamque concurreat cum a. b. in puncto. b. eritq; per. 32. primi angulus. a. b. b. equalis angulo. c. g. d. et ideo per. 4. huius latera duorum triangulorum. g. c. d. et. b. g. b. propotionalia: facio quoq; angulum. b. b. k. ducta linea. b. k. equalē angulo. g. d. f. et angulum. k. b. l. ducta linea. b. c. equalē angulo. f. c. d. et angulum. b. b. k. ducta linea. b. k. equalē angulo. d. g. f. et angulum. b. k. l. ducta linea. k. l. equalē angulo. d. f. c. eritq; perfectus pentagonus qui constitwendus erat super lineam. a. b. est enim equiangulus dato pentagono propter equalitatem angulorum triangulorum in quos est utrumq; divisus sed et laterum proportionalem propter propotionalitatem laterum ipsum triangulorum que ex. 4. huius eiusdem apparuit: quare per diffinitionem similius superficiem pentagonus constitutus super lineam. a. b. est similis pentagono dato qd est propositum.

Propositio .20.

I si fuerint unius superficie similes quilibet superficies sibi in unicem similes esse necesse est.

C sit utrumq; pentagonorum. a. b. c. d. e. f. similis pentagono. g. h. k. dico eos esse similes sibi in unicem. Est enim utrumq; eorum equiangulus pentagono. g. h. k. per conversionem diffinitioris similius superficie: quare sunt equianguli ad unice. Similiter quoq; per conversionem eiusdem diffinitionis



propositio. a.b.ad.g.b.sicut.a.c.ad.g.k.z.g.b.ad.d.e.sicut.g.k.ad.d.f. ergo per
equam proportionalitatem. a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f. eodem modo probabis
ridique latera pentagonorum. a.b.c.z.d.e.f. continentia equos angulos et pro
portionalia. per distinctionem itaque similitudinem superficierum ipsi sunt similes adin
nitatem. quod est propositum.

Propositio .21.

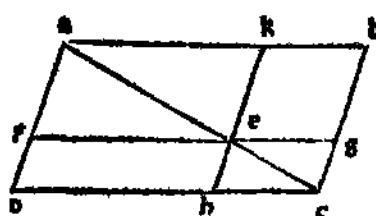
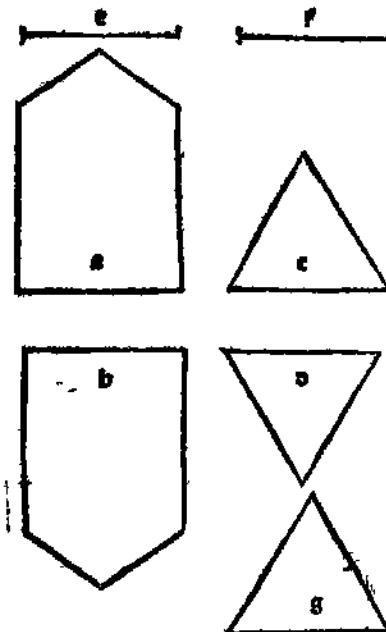
Si fuerint quotlibet lineae proportionales atque superbinas
et binas similes superficies designentur: ipse quoque super
ficies erunt proportionales. Si vero super binas et binas
similes superficies constitue fuerint proportionales: ipsas
quoque lineas proportionales esse necesse est.

Sunt quatuor lineae proportionales. a.b.c.d. sitque proportio. a.ad.b. sicut. c. ad
d. dico quod si superficies similes constituentur super. a.z.b. utpote duo pentago
ni similes et aliae similes constituentur super. c.z.d. utpote duo trianguli similes:
est proportio pentagonorum sicut triangulorum. Quod si fuerint pentagoni simi
les et similiter etiam trianguli similes: fuerintque proportio pentagoni ad pentago
num: sicut trianguli ad triangulum: dico quod erit proportio. a.ad.b. sicut. c.ad.d. Sub
tungas enim lineas. a. z. b. e. et lineas. c. z. d. f. in continua proportionalitate: sicut do
cet. 10. huius. eritque per. 22. quinti et per equam proportionalitatem. a.ad.e. sicut. c.ad.f.
quia ergo per concretum. 19. huius proportio pentagonorum: est sicut. a.ad.e. et trian
gulum sicut. c.ad.f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: et hoc est
primum. **S**ciam sic patet. Sunt duo pentagoni similes et duo trianguli similes. sitque
proportio pentagonorum sicut triangulorum. dico quod proportio. a. ad. b. est sicut
c. ad. d. Sit enim. c. ad. g. sicut. a. ad. b. hoc enim qualiter fiat. dictum est supra. 10
huius. et super. g. fiat sicut docet. 19. huius. superficies similia illi que est constituta
super lineam. c. eritque per premissam similitudinem ei que constituta est super lineam. d.
eritque etiam per primam partem huius. 21. que proportio pentagoni. a. ad pen
tagonum. b. eadem trianguli. c. ad triangulum. g. sed eadem erat etiam triangu
li. c. ad triangulum. d. ergo per secundam partem. 9. quinti triangulus. d. est equalis
triangulo. g. Et quia sunt similes: erit linea. g. equalis linea. d. per primam par
tem. 17. huius cum super lineas. c. d. et. g. sint trianguli: vel per secundam partem
18. cum fuerint quelibet aliae figurae multiangule: equalitas enim non producit ex aliqua
proportione duplicata vel triplicata vel quatuorlibet summa nisi ex equali. erit itaque
c. ad. d. sicut. a. ad. b. quod est propositum.

Propositio .22.

Cuncte superficies equidistantium laterum que circa dia
metrum consistunt totu parallelogramo atque sibi inuicem
sunt similes.

Sit ut in parallelogramo. b. d. minus diameter. a. c. consistant sup
ficies. g. b. z. f. k. equidistantia laterum. circa diametrum. dico eas esse similes
toti parallelogramo et sibi inuicem. est enim per secundum. 19. b. g. ad. g. c. z. d. b. ad. b. c. sicut. a. e
ad. e. e. ergo coniunctae. b. c. ad. e. g. z. d. c. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e. quod per. 11. huius
b. c. ad. c. g. sicut. d. c. ad. c. b. sed etiam sicut. a. b. ad. e. g. cu. a. b. sit equalis. d. c. z. e.
g. b. c. eodem modo erit. a. d. ad. c. b. sicut. a. b. ad. e. g. z. d. c. ad. b. c. quia ergo ista



LIBER

parallelogramma sunt equiangula constat per diffinitione similiū superficieꝝ g.b. esse sile. b.d. Sili quoqꝫ modo pbaſ. f.k. ē sile eidē. ppf. hoc q. b.a. ad. a.k. z. d. q ad. a.f. ē sicut. c. a. ad. a.e. p ſcdaꝫ bniꝫ z. cōiunctā pportionalitate: q̄re p. zo. bniꝫ. f.k ē etiā sile. g.b. ſicqꝫ p̄ totū.

Propositio .23.

Si in tuo spacio palellogramū partiale distinctum toti parallellogrammo ſimile. atqꝫ ſcōm ſuū illius eſſe fuerit: circa eiusdem diametrum conſtituit.

Cit ut in parallellogrammo. b.d. sit diſtinctum parallellogramū. f.g. qđ ſit ſibi ſimile. z ſcōm ſuū ēē.i. participans cū eo in angulo. c. dico q̄ parallellogramū. f. g. conſtituit circa diametru parallellogrammi. b.d. z. eſt hec conuersa precedentis. producā enī. a.e.c. que ſi fuerit diameter parallellogrammi. b.d. cōſtat propositum. Si autem ſit. a.b.c. diameter eius. z ducaſ. b.k. equidistant. f. c. eritqꝫ per premissam parallellogramū. f. k. ſimile palellogramo. b. d. ergo per conuerſionē diffinitionis ſimiliū superficieꝝ pportio. b. c. ad. k. c. ē ſicut. d. c. ad. f. c. ſed pcr eandē conuerſionē vice diffinitionis pportio. b. c. ad. g. c. ē ſicut. d. c. ad. f. c. propter id qđ palellogramū. f. g. poſitum eſt ſimile parallellogramo. b. d. ergo per .11. quinti pportio. b. c. ad. g. c. eſt ſicut. b. c. ad. k. c. vitraqꝫ enī eſt ſicut. d. c. ad. f. c. quare p ſecūdā pte none quinti. g. c. eſt equalis. k. c. pars videlicet toti quod ē im/ poffibile. Erit igitur. a.e.c. diameter palellogrami. b. d. quod eſt propositum.

Propositio .24.

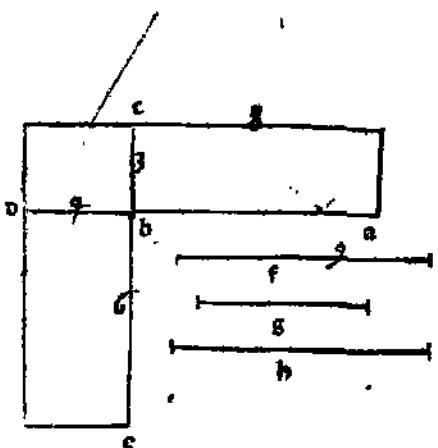
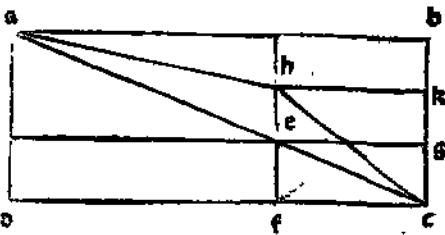
Duūnū duarum ſuperficierum equidistantium laterum quarum vnius angulus vnius vni angulo alterius equalis pportio alterius ad alteram ē que pducitur ex duabꝫ proportionibus ſuox lateꝫ duos equos angulos ptingentium

Sint due ſupſicies equidistantiū laterū. a.c. z. e.d. ſitqꝫ angulꝫ. b. vnius equalis angulo. b. alterius. dico q̄ pportio vnius ad alterā pducta eſt ex proportione. a.b. ad. b.d. z. c.b. ad. b.e. disponā enim bas duas ſupſicies penitus ſicut diſpoſti eas in..13. buiſus. adiuncto ad vitraqꝫ palellogramo. c.d. z ponam ut pportio linee. f. ad linea. g. ſit ſicut. a.b. ad. b.d. z. g. ad. b. ſicut. c.b. ad. b.e. qualiter enī hoc ſiat. dictum eſt ſupra. 10. buiſus: eritqꝫ per primā buiſus. z. 11. quinti. a.c. ad. c.d. ſicut. f. ad. g. z. c.d. ad. d.e. ſicut. g. ad. h. quare p. 22. quinti enī in equa p/ portionalitate. a.c. ad. d.e. ſicut. f. ad. b. z quia. f. ad. b. producitur ex. f. ad. g. z. g. ad. b. vt dictū ē in fine expositionis. 11. diffinitiōis q̄nti. eſt ut. a.c. ad. d.e. pducatur ex eisdē: q̄re cōſtat ppositū.

Propositio .25.

Ate ſupſicieſ ſimilcm aliqꝫ ppoſite equalē delignare.

DSi ppoſite due ſupſicies rectilinee. A. pentagona. B. exagona. volo facere vna ſupſiciem ſilem. a. z equalē. b. vitraqꝫ ppoſitaz ſuper ſificieꝝ reſoluo in triangulos. A. quides i triangulos. c. a. d. B. vero i triangulos. e. b. f. g. z ſup basim ſupſicieſ. a. que ſit. b. k. cōſtituo ſe cūdū doctrinā. 44. p̄imi ſupſicie equidistantium laterum rectangulam equalē c. que ſit. b.l. z. l.m. equalē. a.z.m.n. equalē. d. ut ſit tota ſupſicies equidistantiū laterum. b.n. conſtituta ſuper basim. b. k. equalis pentagono. a. Eodem modo ſuper lincam. k.n. que eſt ſim latus buiſus ſupſicieſ conſtituo alia ſupſicieſ rectangulā equalē exagono. b.q̄ facio. k.o. equalē. e.z.o.p. equalē. b.z.p.q equalē. f.z.q.r. equalē. g. vt ſit tota rectangula ſupſicieſ. n.r. equalis exagono.



b. et pono per. 9. huius lineam. s. t. proportionalē inter lineam. b. k. e linea. k. r. e super eam scđm doctrinam. 19. huius constituo superficiem. v. similem superficiem a. bico ipsa esse quā querunus et equalē superficie. b. cum enī tres lince. b. k. s. t. e. k. r. sint continue proportionales. et super primā et secundā sint constitute superficies similes viddicet. a. t. v. erit per coroll. 17. huius. a. ad. v. sicut. b. k. ad. k. r. quare per primā huius sicut. b. n. ad. n. r. et ideo per primā partem septime qđ nō sicut. a. ad. n. r. et propriet hoc per secundam partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaq; per secundam. partē. 9. quīnti. v. est equalis. b. qđ est propositum. **C**Qđ etiā possum ex permutata proportionalitate facile probare. quia cum sit. a. ad. v. sicut. b. n. ad. n. r. erit permutatim. a. ad. b. n. sicut. v. ad. n. r. et quia. a. est equalis. b. n. erit. v. equalis n. r. quare. v. est etiā equalis. b. per banc cōmūnē scientiam: quecunq; vni et ei/ dem sunt equalia inter se sunt equalia. Nō est autē necessariū ut superficies. b. l. l. m. et m. n. equidistantium laterum cvalēs triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. et q. r. cvalēs triangulis. c. b. f. g. sint rectangule. sed ut angulus extrinsec⁹ superficie. l. m. sit equalis angulo intrinsec⁹ superficie. l. b. et extrinsec⁹. m. n. in/ trinsec⁹. m. l. Similiter quoq; ut extrinsec⁹ superficie. k. o. sit equalis intrinsec⁹ superficie. b. n. et extrinsec⁹. o. p. intrinsec⁹. k. o. sicut de ceteris. Cum enī sic fuerit erit unaquaq; linearum. k. n. et sibi opposita. b. m. itemq; b. r. et sibi opposita. m. q. linea vna per ultimam partem. 29. primi: et per. 14. eiusdem: quotiens oportue/ rit equaliter repetitas: propter id qđ omnes superficies. h. l. l. m. et m. n. Itemq; k. o. o. p. p. q. et q. r. sunt equidistantium laterum et angulus extrinsec⁹ cuiusq; leque/ ris est equalis intrinsec⁹ ea precedentis: quare duae superficies. b. n. et n. r. erunt equi/ distantium laterū et inter lineas equidistantes. et equalis altitudinis. Letera ergo arguit ut prīus:

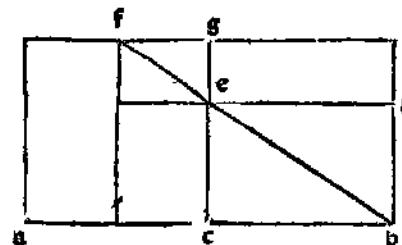
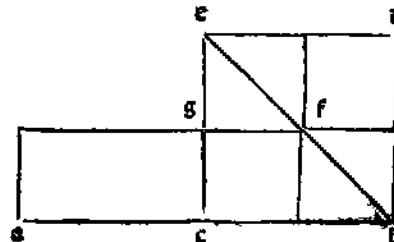
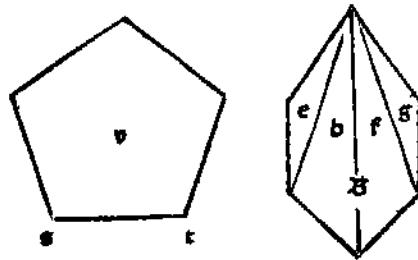
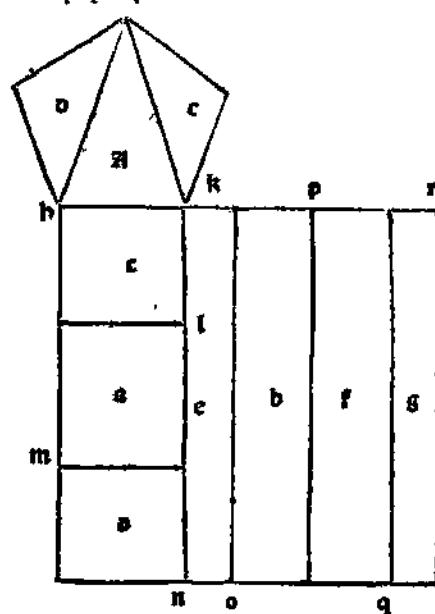
Propositio .26.

Super dimidiū date linee palellogramū designatum ma/ uis ē eo palellogramo cui date linee applicato deest ad cōpletionē linee siℓ'e et sup diametrū consistens super di/ midium collocati.

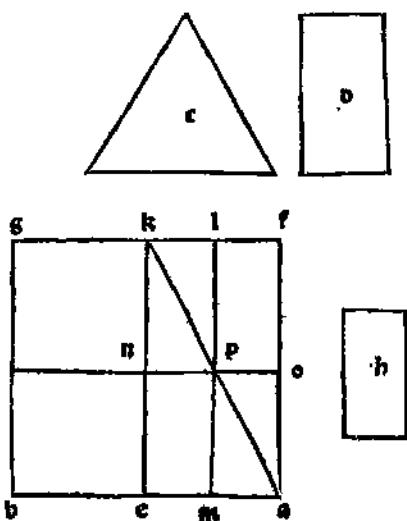
Sic data linea. a. b. sup cuius dimidiū. c. b. cōstituat palellogramū c. d. cuius diameter. b. e. et ad linea. a. b. applicet palellogramū. a. f. cuius vnu lat⁹ fieret. c. c. in punto. g. ita qđ ad cōplementū totius linec. a. b. deficit superficies. f. b. qđ sit similiſ superficie. c. d. et consistēs circa diametrum eius: dico tunc qđ palellogramū c. d. est mai⁹ palellogramo. a. f. Est enī qđ primā huius. a. g. equale. g. b. et p. 43. pri/ mi. c. f. equale. f. d. ergo per hāc cōmūnē scientiam: si equalibus equalia addas. et. erit quomo cōstans ex tribus palellogramis qđ sunt. c. f. f. b. et. f. d. cōglis palellogra/ mō. a. f. quare palellogramū. c. d. ē maius palellogramo. a. f. i palellogramo. e. f. qđ ē propositū. Idē etiā eēt si superficies. a. f. fieret altior: superficie. c. d. vt videte po/ tes in secunda figura i qua etiā per primā huius. a. g. ē equale. g. b. deemptis itaq; vniq; duobus supplementis superficie. f. b. excedet palellogramū. c. d. palellogra/ mum. a. f. in palellogramo. f. e.

Propositio .27.

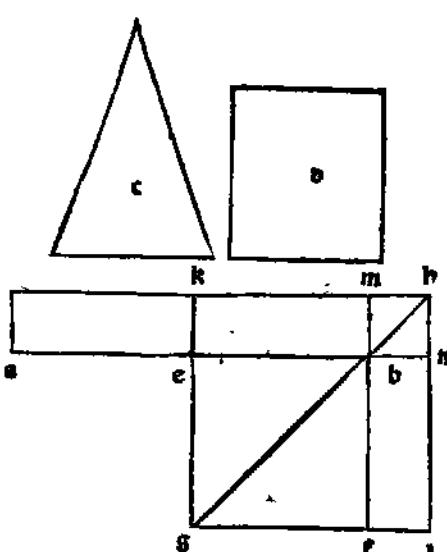
Rilatera superficie pposita equū ei sup quēlibet asagna/ ta linea palellogramū designare cui delit ad cōplēdā lineam alij superficie pposite siℓ'e palellogramū qđ scđm eiusdem suum esse parallellogramo super dimidiū date linee col/ locato minime maius existat.



LIBER



CSit assignata linea. a.b. et propositus triangulus. c. propositumq; parallelogramum d. volo super lineam. a.b. designare parallelogramum equale triangulo. c. ita q; desit ad complendam lineam. a.b. parallelogramum simile. d. et sit ita conditionatum. q; triangulus. c. non sit maior parallelogramo simili. d. collocato sup dimidiū lineae. a.b. alioquin ad impossibile laboraret per premissam. Dimido igitur lineā. a.b. per e/ qualia in punto. e. et secundum doctrinam. 19. huius. super eius medietatem. e. b. constituo parallelogramuz. e. f. simile. d. et complebo super totam lineam. a.b. pa/ rallelogramū. b. g. quia igitur. c. non est maior parallelogramo. e. f. sed equalis ei aut minor sicut positū est. Si fuerit ei eq̄lis. erit parallelogramū. e. g. quale intendit p. 36. p̄mi coadiuvante p̄ma pte. 9. et p̄ diffinitionē silii sufficien̄ t. 20. huius. Si aut̄ minor sit minor in superficie aliq̄ cui eq̄lis et silis. d. fiat s̄m doctrinaz. 25. huius que sit b. eritq; b. similis. e. f. per. 20. huius. quare per conversionem diffinitionis equian/ gula sibi et proportionalium laterum: protraham igitur in parallelogramo. e. f. via/ metrum. b. k. et resecabo latera. k. f. et e. k. superficiet. e. f. ad mensurā laterum sup/ ficiet. b. protractis lineis. l. m. et n. o. equidistantibus lateribus superficiet. e. f. se/ cantib; se in pūcto. p. vt superficies. k. p. sit equalis et similis superficiet. b. eritq; p. 23. huius punctū. p. in diametro. k. b. protracta itaq; o. n. vsq; ad. a. g. dico parallelo/ gramū. a. p. esse q̄le pponif. Deest enī sibi ad complētū linee. a. b. parallelogramū p. b. qd̄ per. 22. et 20. huius est simile parallelogramo. d. Sed ipsū etiā parallelogramū a. p. est equalē triangulo. c. Est enim per primā huius. a. n. equalē. n. b. ergo p. 43. p̄mī: et hanc cōmūnem scientiaz: si equalibus equalia addas. et. parallelogramū a. p. est equalē gnomoni. n. b. l. et quia iste gnomus est equalis triangulo. c. propter id qd̄ parallelogramū. e. f. positum fuit esse maius triangulo. c. in parallelogramo b. qd̄ est equalē parallelogramo. k. p. patet propositum.



Propositio .28.
Super datam lineam date superficie trilatero equum pa/ rallelogramum constituere. qd̄ addat super cōpletionem date linee superficiem equidistantium lateruz date super/ ficiet equidistantium laterum similem.
CSit vi prius data linea. a.b. et datus triangulus. c. datumq; para/ llelogramum. d. volo super lineam. a.b. constituere parallelogramum equale triangulo. c. qd̄ addat super totam lineā. a.b. parallelogramū simile. d. diuidō lineam. a.b. p̄ equalia in punto. e. et super eius medietatem. c. b. facio. e. f. similem. d. s̄m qd̄ do/ cet. 19. huius. et s̄m doctrinam. 25. huius. facio. k. l. cui⁹ diametrū. g. h. similem. d et equalē duabus superficiebus. e. f. et c. eritq; per. 20. huius. k. l. similis. c. f. sup/ posita igitur superficie. k. l. superficie. e. f. ita q; abe cōmunicat̄ in angulo. g. erit per 23. huius superficies. e. f. consistens circa diametrum superficie. k. l. quare pūctū b. est in diametro. g. b. cōpletebo igitur parallelogramū. a. b. qd̄ dico esse quale ppo/ nitur. qd̄ cōstat̄ protractis linea. f. b. vsq; ad. m. et linea. e. b. vsq; ad. n. Est enim per primam partem huius. a. k. equalē. k. b. et ideo per. 43. p̄mī ē etiā equalē. n. f. addi/ to ergo utriq; e. b. erit p̄ cōz sciam. a. b. equalē gnomoni. e. b. f. sed iste gnomus ē equalis triangulo. c. quia parallelogramū. k. l. positum fuit equalē duab; superfici/ ebus. c. et. e. f. ergo parallelogramū. a. b. ē equalē. c. et addit̄ ad complētū linee. a. b. pa/ llelogramū. m. n. qd̄ p. 22. et 20. b⁹ ē s̄le parallelogramo. d. q̄re p̄stat pfectū es̄eq̄od

volamus. Possimus autem ad lineā datā adiungere parallelogramū equale nō solā tri
angulū superficii posite. sed et cūlibet rectilinee figure proposito quacunq; ipsa fue
rit cui desit ad cōplendā lineam datam superficies similis superficii equidistanti
um laterū proposito: sicut doc̄t̄ p̄missa obseruata conditione eius ne laboretur
ad impossibile per ante p̄missam. Vel q̄ addat ad cōplendā lineam superficie
equidistantium laterū similem superficie proposito: sicut proponit cūclusio pie/
sens. propositam enim superficiem cui equale parallelogramū debet ad lineā da/
tam adiungi. q̄ addat aut diminuat ad completionem linee parallelogramū simi/
le parallelogramo dato: resoluēmus in triangulos. et ipsis medianis decribe/
mus superficiem equidistantium laterū totali superficie proposito equalē. hoc
autem qualiter fiat: et si scire volueris. require. 25. huius. debinc super duplū ba/
sis eius equalis altitudinis triangulum cōstituēns quē si. 44. p̄mit̄ diligenter in/
spexeris parallelogramo p̄tus designato inuenies esse equalē square et superfi/
ciei proposito: huic ergo triangulo si equale parallelogramū ad lineā datam ad/
iunxeris q̄ addat ad complementum linee aut minuat parallelogramū simile pa/
rallelogramo dato secundum q̄ docet hic et p̄missa: quod propositum erat te p̄/
ficiſc non dubites.

Propositio .29.

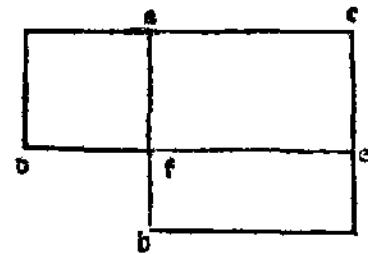
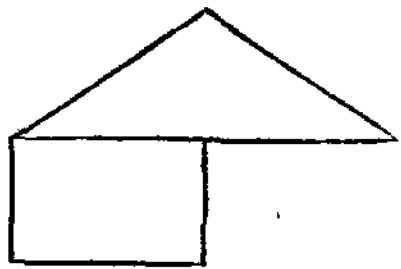
Sumilbet lineam propositam secundū proportionem ba/
bentem medium. duoq; extrema secare.

Sit proposita linea. a. b. q̄ volo dividere secundū proportionem
babentem medium et duo extrema ex ipso describo quadratum. b. c.
et ad eius latus. a. c. adiungo finē q̄ docet p̄missa parallelogramū
e. d. equale quadrato. b. c. q̄ addat ad cōplementū linee. a. c. parallelogramū. a. d.
q̄ sit simile. b. c. sitq; latus parallelogrami. c. d. q̄ equidistat. a. c. d. e. et s̄ceret lineam
a. b. in punto. f. dico lineā. a. b. esse diuisam in punto. f. sicut proponit: est enī
a. d. quadratum p̄opt̄ id q̄ est simile. b. c. quare. a. f. est equalē. f. d. scd et. f. e. est
equalis. a. b. propter id q̄ est equalis. a. c. per. 34. p̄missa: et quia. c. d. cqualē. b. c.
tempo vtrūq; c. f. erit. a. d. equale. c. b. et angulus. f. vnius angulo. f. alterius. er/
go per. 13. huius latera sunt mutuēs: ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. et q̄. e. f.
est equalis. a. b. et. f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per diffinitionem
est diuisa ut proponit. Idcm etiam potest demonstrari ex. 11. secundi: dividatur
enī. a. b. in punto. f. finē q̄ docet. 11. secundi: sitq; e. b. q̄ continetur sub tota. a.
b. et eius parte. f. b. ita q̄. f. e. sit equalis. a. b. et. a. d. sit quadratum. a. f. est itaq;
per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. q̄ restat arguere ut p̄missa: per. 13. huius.
vel sic cum. a. b. sit diuisa in punto. f. secundū finē q̄ docet. 11. secundi. q̄ sit ex. a. b.
prima in. f. b. tertiam est equalē quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partē
11. huius proportionis. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secundā ad. f. b. tertia
per diffinitionem itaq; diuisa est. a. b. ut proponit.

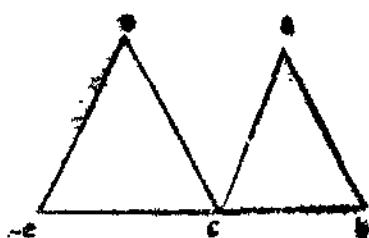
Propositio .30.

Si fuerint duo trianguli super vñū angulū p̄stituti quorū
duo latera angulū illuz continentia duobus alijs eorum
lateribus equidistet. fuerintq; illa q̄t̄or latera scdm equi
distantiam relata proportionalia. illos duos triangulos
super vñā lineam rectam cōstitutos esse necesse est.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. p̄stituti sup̄ angulū. a. c. d. sitq; a. c. equidistans



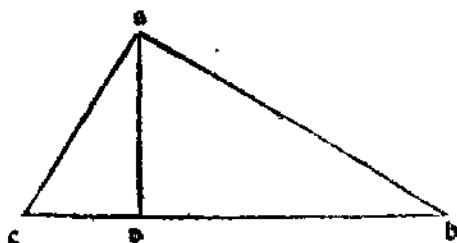
LIBER



d.e.z.d.c.a.b..e sit propo:ti:o.a.c.ad.d.e.sicut.a.b.ad.d.c.dico qd tue bases co:
mm.b.c.z.c.e sunt linea vna. Est enim angulus.a.equals angulo.d .quia vires
eorum est equalis angulo.a.c.d.per primam partem.29.primi:igitur per presentem
yposthe.z.c.huius ipsi trianguli sunt equianguli. z angulus.b. est equalis angulo
d.c.e.t angulus.a.c.b.angulo.e.quare per.32.primi:tres anguli qui sunt. ad.c.
sunt equalis duobus rectis:iphi cni equant tribus angulis virtuslibet duorum tri/
angulorum:ergo p.14.primi.b.e.est linea vna:quod est propositum.

Propositio .31.

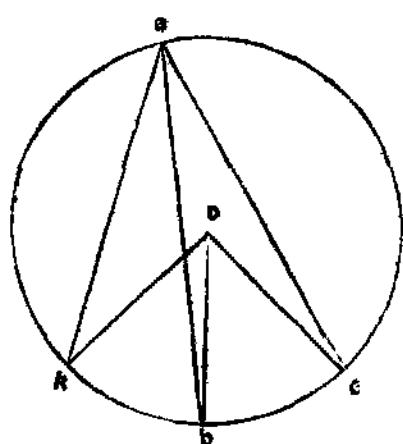
In omni triangulo rectangulo superficies lateris qd sub/
tendit angulo recto equalis est superficiebus duorum la/
terum angulum rectum continentium pariter acceptis.cu/
fuerint similes ei in lineatione z creatione:



Cqd proponit penultia primi de superficiebus quadratis proponit
bic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus .vnde hec est illa tato vni
uersalior quanto superficies laterata qd rato. **S**it itaqz triangulus rectangulus.a
b.c.cuius angulus.a. sit rectus.dico qd superficies constituta super latus.b.c. est
equalis duabus superficiebus constitutis super.a.b.z.a.c. cu3 omnes tres super/
ficies fuerint similes in figura z situ:dam perpendicularem.a.d.ad lineam.b.c.
eritqz per secundam partem coroll.8.buius propo:ti:o.b.c.ad.c.a.sicut.c.a.ad.d.c.
e.c.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.d.b.Si itaqz super qualibet triu linearum.b.c.c.s.z.a
b.fiat superficies similis alijs in figura z situ.erit per coroll.17.buius propo:ti:o sup/
ficii constituta sup.b.c.pma ad constituta sup.c.a.sicut.b.c.pme ad.d.c.itia e
stis eiusdem superficiei constituta sup.b.c.pma ad constituta sup.a.b.sicut.b.c.pme
ad.d.b.itia z idem coroll.que p conuersa proportionalitate superficiei.a.c.ad superficie.c.b
sicut.c.d.ad.c.b.z sibi superficiei.a.b.ad sibi.c.b.c.sicut.b.d.ad sibi.c.b.c.z ponat
a.c.pma z c.b.sicut.z.c.d.superficies tria.z.a.b.superficies quita.z.b.d.superficies
sexta.z arguat p.24.quiti qd propo:ti:o superficiei constituta super.b.c.ad.
duas superficies constitutas super.c.a.z.a.b.simil.e sicut.b.c.ad.c.d.z.d.b.simil
quia igitur.b.c.est equalis duabus lineis.c.d.z.d.b.simil sumptis.erit super/
ficies constituta super.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super.e.a.z.a.
b.simil sumptis:qd est ppositum. **L**oncsem quoqz huius possumus facile demon/
strare per modum demonstrationis ultime primi.sit eni triangul.a.b.c. sitqz super/
ficies constituta sup.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super duas line/
as.a.b.c.a.c.sibi similibus.dico qd angulus.a.est rectus:pona enim angulu.c.a.
d.rectu.z linea.a.d.eqle.a.b.z clando sibi ducta linea.d.c.eritqz p bac.31.super/
ficies constituta sup.c.d.eqlis duabz constitut si duas lineas.c.a.z.a.d.sibi similqz.que
etiam constitute sup.b.c.sibi sili.hec eni posita e eqlis duabz constitutis sup.a.b.z.a
c.sibi similibus:erit ergo linea.b.c.equalis.c.d.quare p.s.primi angulus.a. est rectus
qd est propositum.

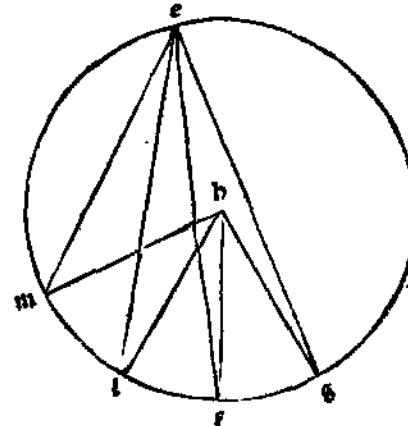
Propositio .32.

Sin circulis equalibus supra centrum sine supra circuferem
tiam anguli consistant.erit angulorum propo:ti:o tanqz
propo:ti:o arcu illos angulos suscipientium.



Sint circuli.a.b.c.cuius centru.d.z.e.f.g.cuius centru.b. eqles:
sup quoqz centra fiant duo anguli.b.d.c.z.f.b.g.z sup eoqz circuferem
tias alij duo qui sint.b.a.c.z.f.e.g.dico qd propo:ti:o anguloz ta eoqz qd sibi sup centra

q̄s eorum qui super circūferentias: est sicut arcus.b.c.ad arcum.f.g. cōtinuabo enī
illis duobus arcubus alios arcus egales. sive sc̄m cundē numerum: sive secundū
dūcēs. sitq; arcus.k.b. equalis.b.c. et vterq; dñorū arcum.l.m. et f.l. equalis
f.g. et producam lineas.k.d.k.a.m.b.l.b.m.e. et l.e. eruntq; per.26. tertij anguli
qui sunt ad.d. ad inicem egales. Similiter quoq; et qui sunt ad.b. ad inicē ega-
les. Idem etiam de bis qui sunt ad.a. et de bis qui sunt ad.e. sicut iſiſ arcus.k.c. est
multiplex arcus.b.c: ita angulus.k.d.c. anguli.b.d.c. et angulus.k.s.c. anguli.b.s
et similiter sicut arcus.m.g. est multiplex arcus.f.g. ita angulus.m.b.g. anguli.f.b.
g. et angulus.m.e.g. anguli.f.e.g. sed si arcus.k.c. est equalis arcui. m.g. angulus
k.d.c. est equalis angulo.m.b.g. et angulus.k.a.c. angulo.m.e.g. et si maior magio-
res et si minorēs minores per.26. tertij. per dissimilitudinem itaq; incontinue propor-
tionalitatis propoſitio arcus.b.c.ad arcum.f.g. est sicut anguli.b.d.c. ad anguluz
f.b.g. et sicut anguli.b.a.c. ad angulum.f.c.g. quod est propositum. Idem intelli-
ge in eodem circulo. Explicit liber sextus. Incipit liber septimus.



Nitas est qua vna queq; res vna dicitur.
Cl^oumens est multitudo ex vnitatibus co-
posita. **N**aturalis series numerorum dici-
tur in qua secundū vnitatis additionem fit
ipsorum computatio. **D**ifferentia nume-
rorum appellatur numerus quo maior ba-
būdat a minore. **C**l^oumerus primus dicit
qui sola vnitate metitur. **C**l^oumerus com-
positus dicitur quē aliis numerus metitur.
Cl^oumeri contra se prīmi dicunt̄. qui nullo
numero excepta sola vnitate numerantur.

Cl^orum numeri a l*inuicem* compositi siue cōmunicantes dicuntur .quos
alius numerus q*z* vnitas metitur .n*ullusq*z eorum est ad aliū primus .
Cl^orum numerus per aliū multiplicari dicitur .qui totiens sibi coacer-
natur .quotiens in multiplicante est vniitas .**C**l^orum productus vero di-
citur qui ex eorum multiplicatione crescit .**C**l^orum aliū nūme-
rare dicitur qui secundū aliquē multiplicatus illū p*ducit* .**C**l^orum pars ē
numeris numeri minor maioris cum minor maiorem numerat .Et
qui numeratur numerantis multiplex appellatur .**C**l^orum denominās est
numeris secundū quē pars sumit in suo toto .**C**l^orum similes dicuntur par-
tes que ab eodem numero denominantur .**C**l^orum prima simila numeri
pars est vniitas .**C**l^orum quando duo numeri partem habuerint cōmunem
tot partes maioris dicetur esse minor .quotiens eadem pars fuerit in
minore .tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore .**C**l^orum numeri ad na-
merum dicitur propotionis minoris quidem ad maiorem in eo quod ē
maioris pars vel partes .**C**l^orum vero ad minorem secundū q*z* eū
continet i eius partem vel partes .**C**l^orum fuerint quotlibet numeri
cōtinuae p*portionales* dicet p*portionis* primi ad tertiu sicut primi sc̄m
duplicata ad quartū vero triplicata .**C**l^orum cōtinuate fuerit eedē vel di-
nerse p*portiones* dicet p*portionis* primi ad ultimū ex omnib*z* cōposita .

~~opinione qd est pars demonstrati & quoddam uolentis fulmine anesthetem 700 qd ptoce poneantur quoddam regule at proportione uolentis motus 20. qd flent fulmine illa regula sed qd aut demonstrandum supponit eam genere qm 10. & h. demonstratio res qd progressus quadratorum qd dupla ad proportionem costarum vero qd quadratorum eius est per duos eam cum cuius quadratorum sit aliud quadratum eius est per acto et ipsa erat. Et qd. Et ad. qd ut decupla sexaginta propositio quatuor est. 64 ad. qd dupla est ad proportionem quadruplicam qd est octauum qd. 10³ 64 / duos & quadruplices decupla sexaginta fruunt. Et si quia propositio. 10 ad. 1. equivalens proportioni. 64 ad. qd ex proportionis acto ad. duos. equivalentes proportiones 16 ad. 4 & 3^o propositio 16 ad. 1. aggregant ex proportioni. 16. qd. qd. Et. qd. ad unum. num. 16. ad. qd. est proportionis quadratorum qd equivalentium et propositio. 16. ad. qd. est proportionis costarum qd equivalentium et. 16. ad. qd. est ptoce. 4 ad unum 3^o propositio 16 ad. unum aggregant ex proportionis qd equivalentium et. 16. ad. qd. est ptoce. 4 ad unum 3^o propositio 16 ad. unum aggregant ex proportionis qd equivalentium et. 16. ad. qd. est ptoce. 8 ad. 2. ad. 4. Et. qd. ad unum 16. ad. 4.~~

CDenominatio dicitur proportionis minoris quidē numeri ad maiorem pars. vel partes ipsius minoris. que in maiore sunt. **A**utoris autem ad minorem totum. vel totum et pars vel partes: prout maior superfluit. **S**imiles siue una alijs eadem dicuntur proportiones que eandem denominationem recipiunt. **M**aior vero que maiorem. **D**ividitur autem que minorem. **N**umeri vero quoque proportiones una: proportionales appellantur. **T**erminus radices dicuntur quibus in eadē proportione minores sumi impossibile est. **P**artitiones sunt quantitas. **E**nilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vel multiplices. **Q**uolibet numero aliquā quātūlibet sumere posse maiorem. **S**eriem numerorum in infinitum posse procedere. **P**ulchritudinem numerorum in infinitū posse diminui. **C**omunes animi conceptio-nes sunt decē. **O**mnis pars minor est suo toto. **Q**uicunqz eiusdem siue equalium fuerint eque multiplices: ipsi quoque erunt equeles. **Q**uibusc idē numerus eque multiplex fuerit. siue quoque eque multiplices fuerint equales: et ipsi etiam erant equeales. **O**mnis numeri pars est unitas ab ipso denominata. **O**mnis pars est minor que maiorem habet denominationē: maior vero que minorem. **Q**uilibet numerus totus est ab unitate. quota pars ipsius est unitas. **Q**uicunqz numeri in unitatem ducuntur. scilicet productum. **U**nitatis quoque in quocunque ducita productus est endem. **Q**uicunqz numeris numerat duos: numerat quoque cōpositum ex illis. **Q**uicunqz numerus numerat aliquē: numerat omnem numeratum ab illo. **Q**uicunqz numeras numerat totum et detractum: numerat residuum.

Proposito .1

Si a maiore duorum numeroꝝ minor detrahatur. donec minus eo superſit. Ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquitur: Itēqꝫ a reliquo primo reliquū ſecundū quoꝝ minus eo superſit: atqꝫ in huiusce modi continua detractione nullus fuerit reliquus: qui autem relictum numeret vñqꝫ ad vñiratē: eos duos numeros contra ſe primos esse necelle eſt.

CSint uno numeri. a.b. z. c.d. c.d. minor detrahaturqz. c.d. cx. a.b. quotiens potest: z sit residuum. e.b. qui erit minor. c.d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c.d. detrahatur z ipse. e.b. ex. c.d. quotiens potest. sitqz residuum. f.d. sed z. f.d. detra batur ex. e.b. quotiens potest: z si residuum. g.b. qz sit vnitas. dico tunc duos nu meros. a.b. z. c.d. esse contra se primos. Si enim sunt cōpositi numerabit eos cō muniter per diffinitionē aliquis numer⁹ preter vnitatem qui sit. b. z quia. b. nume rat. c.d. numerabit. a.c. per penultimā cōceptionē: z quia idem numerat. a.b. nu merabit etiam. c.b. per ultimā cōceptionē. ergo z. c.f. per penult. quare z. f.d. per ultimā. ergo z. g.c. per penult. ergo z. g.b. p vle. z quia. g.b. est vnitas. sequit nu merum esse partē vnitatis vel libi equalē: quod est impossibile: erunt igitur. a.b. z. c.d. contra se primi quod est propositum. **C**Qd si duo numeri. a.b. z. c.d. sunt contra se primi. non erit in bac mutua detractione status anteqz. ad vnitatem p/ veniat. Et est istud comuersam eius qz auctor proponit. Si autē in bac mutua

dtractione fuerit status ante^{qz} pertuensatur ad unitatem: sit vt. g. b. sit numerus que detrahatur ab. f. d. et nihil sit residuum. igitur. g. b. numerat. f. d. ergo p penus. concept. numerat e. c. g. et quia etiam numerat se ipsum numerabit p antepenul' cocept. totum. e. b. ergo per penul'. numerat. c. f. sed ostensum est prius q numerat. f. d. ergo per antepenul'. numerat totum. c. d. quare p penul'. numerat. a. e. et qz ostensum est prius q etiam numerat. e. b. sequitur per antepenul'. vt etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b. numerat utriusqz duoz numeroz. a. b. et. c. d. numeri. a. b. et. c. d. sunt cōpositi: nō igitur contra se primi qd est contra ypothe. ¶ Per hanc ergo viam propositis quibusqz duobus numeris inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione pertueriat ad unitatem. ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status ante^{qz} pertuens ad unitatem ipsi sunt compositi.

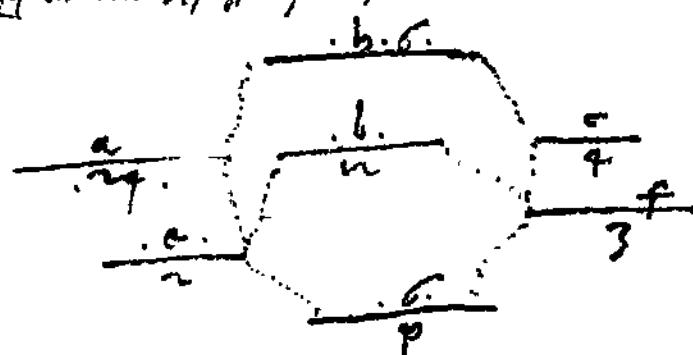
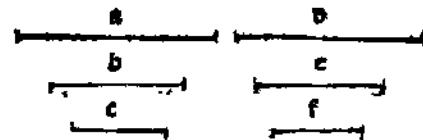
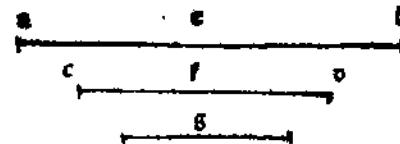
Propositio 2

Propositis duobus numeris adiuicem cōpositis maximum numerum cōmunem eos numerante inuenire. An manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans numerat numeroz maximum ambos numerantem. ¶ Sint duo numeri cōpositi. a. b. et. c. d. minor. c. d. qz g numerat eos cōmuniter et quis numerus p definitione. Volo inuenire maximum numerum eos cōmuniter numerantem. sūm modū et similitudinē prioris: minuo minorē de maiori quo ad possum. videlicet. c. d. de. a. b. et sit residuum. e. b. itemqz. e. b. de. c. d. quoad possum. et sit residuum. f. d. et quia huius diminutio nō potest fieri infinites per ultimā pētitionem: nec potest etiam ad unitatē pertuerire in proposito per precedētē. quia tunc essent numeri ppositi cōtra se primi. qd est contra ypoth. sit ut cū detrahebro. f. d. ex. e. b. quoad potero q nihil sit residuum. dico tunc. f. d. esse maximum numerum numerantem. a. b. et. c. d. Qd enī numeret eos patet per penul'. et antepenul'. cōcep. alternatim quotiescū oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuicte precedētis. Numerat enī. f. d. e. b. qz cum ab ipso detrahitur quoad potest nihil sit residuum ergo et. c. f. per penul'. cōcep. ergo et. c. d. p antepenul'. quare et. a. e. per penul'. igitur et. a. b. per antepenul'. Qd aut nullus maior. f. d. numeret. a. b. et. c. d. sic patet. Si enim fieri potest: sit numerus. g. maior. f. d. numeras utriusqz duoz numeroz. a. b. et. c. d. quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit p penul'. concep. a. e. et qz numerat. a. b. numerabit per ultimā. e. b. ergo per penul. numerat. c. f. et quia etiam numerat. c. d. numerabit per ult. f. d. maior. videlicet minorē: quod est impossibile. hoc sc̄o processu liquet coroll.

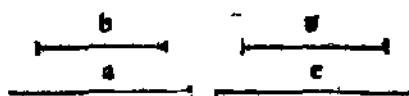
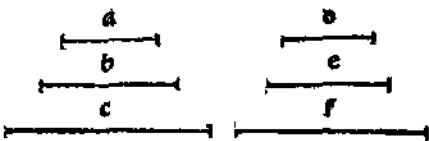
Propositio

Propositis tribus numeris adiuicem cōpositis maximum numeroz eos cōter numerantium inuenire. ¶ Prūsqz hanc tertīā cōclusionē dēmōstrēmus: dēmōstrandū arbitramur ipsi³ annis: videlicet ppositis tribus numeris qualiter poterimus certificare an ipsi sint adiuicem cōpositi. ¶ Sint itaqz tres numeri. a. b. c. de quibus volo videre utrum ipsi sint adiuicem cōpositi. pēt primā igitur inquirō an duo primi qui sunt. a. et. b. sint adiuicem pmi: qd si sic nō erit. a. b. c. adiuicem cōpositi. p definitionē. Si aut. a. et. b. sint adiuicem cōpositi: sic per precedētem. d. maxim⁹ numerus eos numeras: qui si numerat. c. erit per definitionē. a. b. c. adiuicem cōpositi. Si autē nō numerat ipsum. sūz ipsi. c. et. d. quidē sunt contra se primi. nō erunt. a. b. c. adiuicem cōpositi. Ita quicqz numeraret eos: numeraret

Ita quicqz numeraret eos: numeraret



LIBER



etiam. d. p coroll. precedentis. sicut essent. d. z. c. cōpositi qđ est contra ypothe. Si autē. c. z. d. sunt cōpositi erant etiā. a. b. c. adiuvicē cōpositi. Sit enī per premissā e. maximus numerans. c. z. d. qui etiā p penult. cōcep. numerabit. a. z. b. quare per diffinitionē. a. b. c. sunt adiuvicē cōpositi. **S**ili quoqz mō scietur ppositis quotibet pluribus qđ tribus an omnes sint ad iūnicem cōpositi. **P**ropositis itaqz trib⁹ qui sunt adiuvicem cōpositi. qui etiam sint. a. b. c. volo iūnire maximū numerantē omnes. Sūmo fm doctrinā premissā. d. maximū numerantē. a. z. b. qui si numerat. c. ipse est quē querimus. alioquin per coroll. precedentis sc̄quetur maiorem numerare minorē. Si autem non numerat. c. erit tamē. c. z. d. ad iūnicem cōpositi per ypothe. z coroll. precedentis e diffinitionē. sit igitur maxim⁹ eos numerans. c. dico. c. esse maximū numerantē. a. b. c. Qđ enim eos numeret patet per hanc vñf. ypothe. que est ipsum esse maximū numerantē. c. z. d. z per pñl. concep. Et qđ nullus eo maior numeret eos sic patet. sit enim si potest fieri. f. maior. e. qui numeret. a. b. c. qui cū numeret. a. z. b. numerabit p coroll. premissā. d. z quis etiā numerat. c. numerabit p idē coroll. c. maior videlicet minorē quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior. e. numerans. a. b. c. qđ ē pñl. possum. **S**imili quoqz modo iūnietur maximus numerans quotibet plures tribus adiuvicem cōpositos: vnde nō oportuit endidem de pluribus tribus hoc docere: quia idem est modus z gr̄s in tribus ⁊ pluribus. Ex ultimo aut huius demonstrationis processu: possumus etiam istud coroll. huic tertie conduſſionis adjicere. **I**nde manifestum est qđ omnis numerus numerans quotibet ad iūnicem cōpositos: numerat maximum numerantē eos omnes. z etiam maxim⁹ numerantes binos ⁊ binos eorum.

Propositio 4.

Munium dñorum numerorū īequalū minorē majoris aut pars est: aut partes.
Sint duo numeri. a. z. b. b. minor. dico qđ. b. est pars vel pñt. a. Aut enī. b. numerat. a. aut nō. si numerat pars eius ē p diffinitionē. Si nō numerat ipsum. aut ergo sunt adiuvicem primi aut nō: si non sunt adiuvicem primi: habebunt per diffinitionem partem cōmunez: que quoties fuerit in. b. tot partes. a. dicetur esse. b. per diffinitionem. si autem sunt adiuvicem primi: quia tamen omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata. patet idē pñr unitates.

Propositio 5.

Si fuerit quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quartus: erunt primus ⁊ tertius pariter accepti tota pars secundi ⁊ quarti pariter acceptiorum quo pr̄mū secundi.

CVolens euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere sed per se ipsos stare: partes eius qđ proposuit pñr primā quinti de quā/ titatibus in genere: proponit per hanc quintā huius septimi de numeris. Sint igitur. 4. numeri. a. b. c. d. sitqz .b. tota pars. a. quota. d. c. dico qđ. b. z. d. pariter accepti sunt tota pars. a. z. c. pariter acceptior: quota. b. est. a. diuisis enī. a. z. c. sc̄m. quātitatē. b. z. d. argūmetare sicut in prima quinti. erit enī ut totidē sunt pñt. a. quot. c. pñr positionē: z ut aggregatū ex pñma pñt. a. z. pñma. c. sit. equalē aggregatū ex. b. z. d. similiter quoqz ⁊ aggregatū ex sc̄bā pñt. a. z. sc̄bā. c. z qđ hec aggregatio

totiens potest fieri quotiens continetur. b. in. a. sequitur vi numeris equalis aggregato ex. b. z. d. totiens continetur in aggregato ex. a. z. c. quotiens. b. continetur in. a. quare constat propositum.

Propositio .6.

I fuerint quatuor numeri quorum primus tote ptes scđi quote tertius quarti: erunt primus et tertius pariter accepti tote partes secundi et quarti pariter acceptorum. quo te primus secundi.

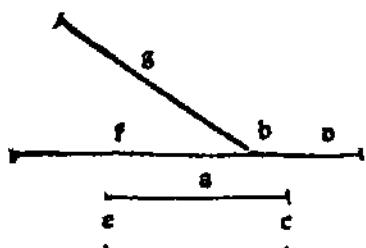
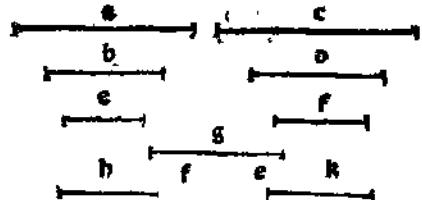
C. Qd pposuit premissa de parte: pponit ista de partib⁹. Sint itaqz vt prius quatuor numeri. a. b. c. d. sitqz ut. b. sit tot et tote ptes. a. quot et quote. d. E. c. dico qz. b. z. d. pariter accepti erunt tot et tote ptes. a. z. c. pariter acceptorum: quot et quote. b. est. a. dico autem tot et totas: qz prius pluralitas duobus numeris difinitur: quoqz alter numerus dicit alter denominator: ut cu dicim tres quinte: terarius numerat: quinarius denominat. Quia igit. b. est ptes. a. sit vt sint ptes ei⁹ numerate ab. b. et denominare a. k. eritqz similiter p positione. d. partes. c. numerate ab. b. et denominare a. k. Una itaqz pti. b. sit. e. et una pti. d. sit. f. eritqz per hypoth. e. pars. b. denominata ab. b. et pars. a. denominata a. k. Similiter quoqz e. f. erit pars. d. scđm. b. et ps. c. scđm. k. Epositus igitur ex. e. z. f. sit. g. eritqz per premissam. g. ps. b. z. d. pariter acceptorum scđm. b. iteqz per eandem erit pars. a. z. c. pariter acceptorum scđm. k. quare per. 16. diffinitione erunt. b. z. d. pariter accepti ptes. a. z. c. pariter acceptorum numerate ab. b. et denominare a. k. eo qz eorum communis pars est. g. minoris fm. b. et maioris fm. k. et quia sic erat. b. a. constat ppositum.

C. Potes autem et per hanc et premissa qd pponit de quatuor numeris ad quolibet numeros ampliare: qz si quotlibet numeri minores ad totidem maiores cōparentur: fueritqz singula singulorum tota pars aut pars: quota vel quote primus scđi: erunt quoqz omnes pariter accepti tota pars aut ptes omnium pariter acceptorum quota vel quote primus scđi. qd facile probatur p hanc et premissam: quotiens oportuit repetitas. Et si crederemus esse intentione euclidis assumere ex prius demon stratis aliqua ad demonstrationem eoz: que hic proponit ex. 13. quinti: facile venio strasse⁹ hanc lextam. Nunc autem qz videt oppositum aliter enim superiusque proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere. Necesse babuimus proprijs uti demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil lumentes: solis huius septimi contenti principijs: propter qd et petitiones et coes animi cōceptiones ppositi proprijs no incōuenienter huic septimi principio apposulmus.

Propositio .7.

I fuerint duo numeri quorum unus alterius pars detra baturqz ab ambob⁹ ipsa ps: erit reliquus tota ps reliqui quota totius totius.

C. Qd proponit hic euclides de numeris ppositi superiorius in qua ita quinti. de quantitatibus in genere. Sit itaqz ut quota pars est totus. a. totius. b. tot⁹ sit. c. detractus ab. a. d. detracti. a. b. dico qz tota ps reliqui. datus. a. f. residui. b. quota est totus. a. totius. b. et hec est quasi cōversa quinta. Sit enim p petitione. e. tota ps. g. quota. c. est. d. eritqz p. f. tota ps. a. cōpositi ex. g. z. d. quota est. c. d. quare et quota est. a. b. igit per scđam cōceptionē cōpositus. ex. g. z. d. est equalis. b. dempto itaqz ab utroqz numero. d. erit. g. equalis. f. quare erit



LIBER

tota pars f. quota est. a. b. tota enim erat. e. g. quod est propositum.

Propositio 8

Si a duobus numeris quorum alter alterius partes politis partes ille subtrahatur; erit reliquias reliqui eadem partes qui est totus totius.

Chec est quasi conuersa sextie: ut si sit quot et quote ptes est totus. a. totus. b. tot et tote. c. detractus ab. a. d. detracti. a. b. erit. c. residuus. a. tot et tote ptes. f. residuit. b. quot et quote est. a. b. Sit enim. g. una ptiu. a. et. b. una partium. c. eritqz ppter ypoth. g. tota ps. a. quota. b. c. et tota. b. quota. b. d. detrabatur. igitur. b. de. g. et remaneat. k. eritqz k. pmissa tota pars. e. quota. g. a. et tota. f. p. eandem quota. g. b. quia igitur. e. et. f. habent partem communem que est. k. erit pcr. i. o. difinitione. e. ptes. f. tot quidem quota pars est. k. e. et tote quota est. k. f. et quia tot et tote erat. a. b. patet propositum.

Propositio 9

Si fuerint quatuor numeri quoqz primi scdi tota ps quota tertius quarti: erit pmutatum tota ps aut ptes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

Cs. a. primus tota pars. b. scdi quota. c. tertius. d. quarti. sintqz a. et. b. minores. c. et. d. aliter enim esset econverso ei qd proponit. vico q. quota pars vel ptes est. a. c. tota vel tote est. b. d. dividant enim. b. quidem binum quatuor. a. d. vero binum. c. eruntqz per presentem ypoth. tot partes. b. quot. d. et quia una quatuor ptiu. b. est equalis. a. et unaqz. d. c. est ante. a. c. ps aut ptes per presentem ypoth. et per quatuor erit unaqz partium. b. sic coparis ex partibus. d. ut prima prima scda scde: sicutqz de ceteris tota ps aut ptes quota vel quote est. a. c. per. i. igitur vel. s. sub disiunctione quotiens oportuerit reperitas: erit tota pars aut ptes b. d. quota vel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio 10

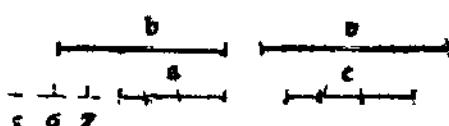
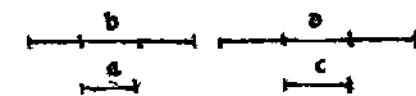
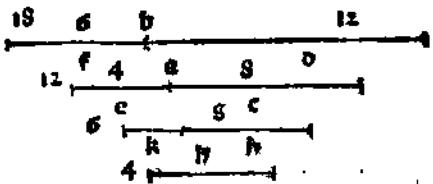
Si fuerint quatuor numeri quoqz primus tote ptes secunde quote tertius quarti: erit pmutatum primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

Cs. quatuor numeri ut prius quoqz similiter minores sint. a. et. b. sintqz. a. tote ptes. b. quote. c. est. d. vico q. quota pars aut ptes est. a. c. tota vel tote est. b. d. dividantur enim minores in partes illas qui sunt. a. et. c. eruntqz per presentem ypoth. tot partes. a. quot. c. et quia unaqz ex partibus. a. est tota pars. b. quota quelibet ex partibus. c. est. d. hoc cui habemus ex nostra ypothe. erit pmutatum per pmissam: ut quota pars aut ptes est. b. d. tota vel tote sit unaqz ex partibus. a. sic coparis ex partibus. c. p. quinta igitur vel. s. sub disiunctione quotiens oportuerit reperitas: erit tota pars aut ptes. b. d. quota vel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio 11

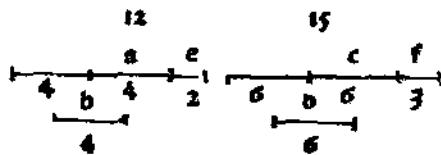
Si fuerint quatuor numeri proportionales quoqz primi secundo et tertii qrtio sit maior: erit scds tota pars. aut partes primi quota vel quote quarti tertij. Qd si scds fuerit tota ps aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse connenit.

Cs. proprie. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sintqz. a. et. c. minores: vico q. quota ps aut



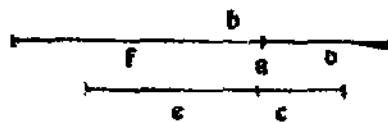
VII

partes est.b.a.tota vel tote est.d.c.e et cōverso: erit enī p conversionē diffinitiōis familiū pportionū vt quotiens.b.in.a.totiens sit.d.in.c.e sit qua ps aut ptes.b.superfluant in.a.tota pars aut ptes.d.supfluant in.c.si itaqz contineat.b.in.a.sine supfluitate p̄tis: qz totiens sine supfluitate contineat.d.in.c.erit per diffinitio/nē siliūm p̄tūm: quota ps.b.a.tota.d.c.qz si quotienslibet contineat.b.in.a.cū su/pfluitate partis: qz totiens contineat.d.in.c.cū supfluitate siliis p̄tis distincto.a.bm.b.ut supfluat.e.atqz.c.bm.d.ut supfluat.f.erit tota ps.e.b.quota.f.d.At qz totiens contineat.b.in dīa.a.ad.e.quotiens.d.in dīa.c.ad.f.erit p cōm sciam totiens.e.in.a.quotiens.f.in.c.cū igif.a.z.b.babeat.e.prem cōmariem: illiter.c.e d.f.sit itaqz.e.in.b.quotiens.f.in.d.itemqz.e.in.a.quotiens.f.i.c.erit per.16. dif/finitionē.b.tot e tote ptes.a.quot e quote.d.c.Si aut.b.quotienslibet contineat in a.cū supfluitate quolibet p̄tūm: qz totiens contineat.d.in.c.cū supfluitate totidem e similiū p̄tūm: distincto.a.bm.b.ut supfluat.e.illiter.c.bm.d.ut supfluat.f.erit e.tot e tote ptes.b.quot e quote.f.d.sumpia itaqz una ex ip̄s argumentandum ut prius; sicqz patz p̄tūm. **¶** Scđm sic sit.b.a.tota ps aut ptes quota vel quote.d.c.dico qz erit p̄portio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.si enī est tota ps constat propositum. Si autem tote ptes diuisis eis b̄m partes illas patcbit totiens esse.b.in.a.quotiens.d.in.c.e totā partē aut ptes.b.superfluere in.a.quotā aut quote.d.supfluant in.c.p diffinitionē itaqz est p̄portio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sicqz liquet tonum.



Propositio .12.

Si a duobus numeris finitas proportiones duo numeri detrabantur: erit proporsio reliqui ad reliquum tanqz proporsio totius ad totum.
Qd̄ proposuit euclides in.19.quinti.de quātitatib⁹ in genere: p̄ponit hic de numeris. vt si sit proporsio totius.a.ad totum.b.sicut c.detracti.ab.a.ad.d.detractum.a.b.erit.e.residui.a.ad.f.residui.b.sicut.a.ad b.Si enim.a.sit minor.b.erit p̄ presentē p̄p̄th. e per cōversionē diffinitiōis.c.tota pars aut ptes.d.quotā vel quote est.a.b.per.z.igitur vel.s.erit.e.tota ps aut partes.f.quotā vel quote ē.a.b.per diffinitionē igitur erit p̄portio una: qd̄ ē p̄positū.Qd̄ si.a.sit maior.b.erit per primā prem p̄missē quota pars aut ptes.b.a.tota vel tote.d.c.quare p.7.vel.s.tota vel tote erit.f.e.itaqz per scđam partē p̄missē.e.ad.f.sicut.a.ad.b.quare constat propositum.Ledunt autē hanc.z.z.s.bec enim sola q̄ ambe ille contineat.Wolunt autē quidā scđam partē būjus probare per 19.quinti: sed si hoc intenderet euclides:cum ista p̄ponat particulariter qd̄ illa vni uctsaliter vane illa demonstrata in quinto p̄posuisse hanc hic in septimo: e quia iterum non demonstrat eam simplē p.19.quinti. At vero nec modū demonstratio nis illius possunt affirmare ad demonstrationē būjus cum illa demonstratē i quan titatibus in genere.p̄ p̄portionalitatē p̄mutatā que infra demonstratur in numeris.Existimō autem e rationabiliter convinci videtur euclidem quē vultū demon stratoris arithmetici: gratia decimi in quo sine numerozū aliqua precognitione trā sicut non poterat constat assumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quanti tatis in genere demonstravit. hic repetere demonstrāda de numeris: quoniam per alia p̄incipia propria videlicet numerozū que magis nota sunt.intellectui qz



LIBER

ea per que pcessit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quantitarum incoitantium difficultia sunt: principia vero numerorum magis vitro se intellectui applicat: faciliusq; q; illa. Egent eni illa intellectu magis disposito.

Propositio .13.

Si fuerint quotlibet numeri proportionales quantus erit unus ajs ad suū sequētē: tanti erunt oēs antecedētes pariter accepti ad oēs cōsequētes pariter acceptos.

Cū pponit euclides p.13. quinti de quantitatib⁹ in genere pponit in banc de numeris: vt si sint. a.b. e.c.d. z.e.f. proportionales dico q; q; ē. p̄.o. a.ad.b. ca est q; a.c.e. pariter acceptoz ad.b. d.f. pariter acceptos. Si enim. a.c.e. sint minores. b.d.f. erit per cōversionē diffinitionis quota ps aut pars. a.b. tota vel tote. c.d.z.e.f. per. 5. ergo vel per. 6. quotiens oportuerit repeti- tas: erit quota pars vel partes. a.b. tota vel tote. a.c.e. pariter accepti. b.d.f. pa- riter acceptoz: quare per diffinitionē p̄.o. vna. Si autem. a.c.e. sint maiores b.d.f. erit per primam partem. 11. quota pars vel partes. b.a. tota vel tote. d.c.z.f. e.pcr. 5. ergo vel. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes. b.a. tota vel tote. b.d.f. pariter accepti. a.c.e. pariter acceptorum. itaq; per scđam par- tem. 11. p̄.o. a.ad.b. sicut. a.c.e. pariter acceptorum ad.b. d.f. pariter acce- ptos: quod est propositum.

Propositio .14.

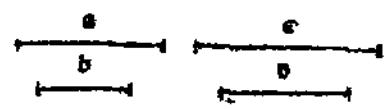
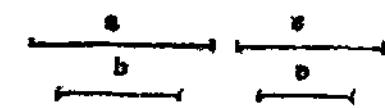
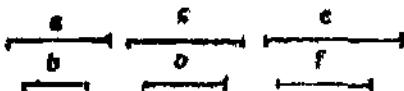
Si fuerint quatuor numeri proportionales: permutatione quoq; proportionales erunt.

Cū Iohā arguēdi qui dicit proportionalitas permutata quā de- monstrauit euclides pcr. 16. quinti in quantitatibus in genere: pponit hic demonstrandū in numeris: vt Si sit p̄.o. a.ad.b. sicut. c.ad.d. erit permutation. a.ad.c. sicut. b.ad.d. erit enī. a. maior. b. aut minor: silt quoq; et maior. c. aut minor. Sit itaq; primo minor vitroq;: erit ergo p̄.o. presentem p̄.o. et conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota vel quote. c.d. pcr. 9. itaq; vel. 10. erit permutation. a. tota pars aut p̄.o. c. quota vel quote. b.d. quare per diffinitionē propo. vna. Sit igitur. a. maior vitroq;: eritq; per primam partem 11. vt quota pars aut partes est. b.a. tota vci tote sit. d.c. quare per. 9. vel. 10. tota pars aut p̄.o. erit. b.d. quota vel quote. c.a. igitur per scđam partē. 11. erit. a.ad.c. sicut. b.ad.d. Sit tertio. a. maior. b. et minor. c. eritq; p̄.o. primā p̄.c. 11. tota pars aut p̄.o. b.a. quota vel quote. d.c. quare per. 9. vel. 10. quota vel quote est. a.c. tota vel tote erit. b.d. per diffinitionē itaq; p̄.o. vna: Ultimo quoq; sit. a. minor. b. ma- ior. c. eritq; vt tota pars aut partes sit. c.d. quota vel quote est. a.b. per. 9. itaq; vel. 10. erit tota vel tote. d.b. quota vel quote. c.a. quare per secundā partē. 11. b.ad.d. sicut. a.ad.c. sicutq; constat propositum: huic autē cedūt. 9. vel. 10. q; bec solū qd ambc illic p̄.o. p̄.o.

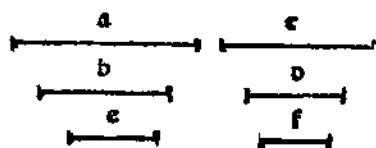
Propositio .15.

Si fuerint quotlibet numeri alijq; scđm eorum numerum omnesq; duo ex prioribus scđm proportionem omnium duorum ex posterioribus in proportionē equalitatis pro- portionales erunt.

Cū Iohā arguēdi qui dicit equa p̄.o. proportionalitas quā demonstrauit euclides p.22. quinti de quantitatib⁹ in genere pponit hic demonstrandū in numeris

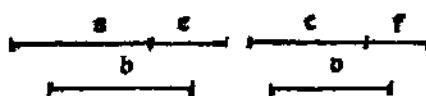
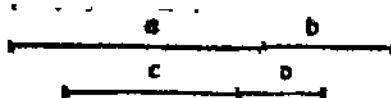
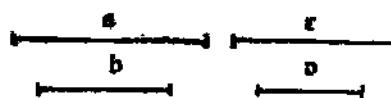


directe pportionalitatis: quā autē pportionalitatē quā demonstravit per. 23. quinti: tē
quātitatibus indirecē pportionalitatis non pponit demōstrādū i numeris: sed cā
demōstrabim⁹ infra sup. 19. huius. Nec est necessariū ut p̄demōstremus i numeris
qđ demōstrat⁹ ē p. 11. quinti de quātitatib⁹ i genere videl; si quotib⁹ pportiones i
numeris fuerint vni eōles vel cedē ipsas cē sibi eōles vel casdē. hoc enī manifestū ē
per diffinitionē ut si. a.ad.c.z.c.ad.f. sit sicut. b.ad.d. erit tam. a.c. q̄z. c.f. tota ps
ant partes. quota vel quote. b.d. aut totiens continet. a.c. z. e. f. quotiens. b.d. et
tota pars aut partes superfluent. c.in.a.z.f.in.e. quota vel quote. d.in.b. qđ ergo
quota pars aut ptes ē. a.c.tota vel tote est. e.f. aut quotiens. a.continet. c.totiens
c.f. et quota pars aut partes. c.superfluant. in.a.tota vel tote. f.in.e. erit per diffi
nitionē. a.ad.c.sicut.e.ad.f. Sint igitur ut pponit numeri. a.b.e. et alij totidem
c.d.f. sitq̄z. a.ad.b.sicut.c.ad.d. z. b.ad.e.sicut.d.ad.f. dico qđ erit in equa ppor
tionalitate. a.ad.e.sicut.c.ad.f. erit enī per premissam. a.ad.c.sicut.b.ad.d. sed et
b.ad.d.sicut.c.ad.f. quare a.ad.c.sicut.e.ad.f. igit per eandē. a.ad.e.sicut.c.ad.f
Idē erit sumptis plurib⁹: sicq̄z cōstat ppositū. ¶ Qm̄ autē endides ceteras quatuor
species pportionalitatis que sunt conuersa: coniuncta: diiuncta: cuersa: nōn pponit
demonstrandas i numeris: cōuenies arbitramur eas quas auctor tanq̄z facile be
monstrabiles ptermisit demonstrare: Prinū itaq̄z demonstrabimus conuersā: vt
si sit. a.ad.b.sicut.c.ad.d. dico qđ erit ecōverso. b.ad.a.sicut.d.ad.c. si enī fuit. a
minor. b. tunc quoq̄z erit. c.minor. d. et tota pars aut partes. a.b. quota vel quote
c.d. quare per scđam ptem. 11. erit. b.ad.a.sicut.d.ad.c. si autem fuerit. a.maior. b.
erit quoq̄z et. c.maior. d. et per p̄imam partem. 11. b.tota pars aut partes. a.quota
vel quote. d.c. per diffinitionem igitur. b.ad.a.sicut.d.ad.c.



¶ Diiunctam proportionalitatem ostendere. ¶ Ut si sit. a.b.ad.b. si
cute. c.d.ad.d. erit. a.ad.b.sicut.c.ad.d. erit enim permuatim. a.b.ad.c.d.sicut.b.
ad.d. qđ p. 12. sicut. s.ad.c.qđ ergo a.ad.c.sicut.b.ad.d. erit pmutati. a.ad.b. sicut
c.ad.d. ¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem asserre
¶ Ut si sit. a.ad.b.sicut.c.ad.d. erit. a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. erit enī pmutatim
a.ad.c.sicut.b.ad.d. quare p. 13.. a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d. pmutatim igitur erit. a
b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. ¶ Enersam proportionalitatem restat i num
eris stabilire. ¶ Ut si sit. a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. erit. a.b.ad.a.sicut.c.d.ad
c.erit enī pmutatini. a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d. qđ p. 12. sicut. a.ad.c. permuatim
igitur erit. a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c. patet itaq̄z totum. Ex his quoq̄z luce ē demon
strare i numeris qđ euclides pponit p̄ penitē. quiti de quātitatib⁹ i genere videl; qđ
¶ Si propoſtio primi ad scđm fuerit sicut tertij ad qrtū. quinti quoq̄z
ad secundum sicut sexti ad quartum: erit propoſtio primi et quinti pa
riter acceptorum ad secundum sicut tertij et sexti ad quartum.

¶ Ut si sit. a.ad.b.sicut.c.ad.d. itemq̄z. e. ad.b.sicut.f.ad.d. erunt. a.z.e. pariter
accepti ad.b.sicut.c.ad.f. pariter accepti ad.d. erit enim per conuersam propo
tionalitatē. b.ad.e.sicut.d.ad.f. quare per equam proportionalitatem. a.ad.c.sicut
c.ad.f. ergo coniunctum. a.z.e.ad.e.sicut.c.z.f.ad.f. itaq̄z per equā propo
tialitatem. a.z.c.ad.b.sicut.e.z.f.ad.d. quod est ppositum. Eodemq̄ modo pro
babis ecōverso. si sit. b.ad.a.sicut.d.ad.c. iteq̄z. b.ad.e.sicut.d.ad.f. erit. b.ad.a.
e.e.sicut.d.ad.c.z.f. erit enim per conuersam propoſtionalitatē. a.ad.b. sicut.c.
ad.d. quare per equam. a.ad.c.sicut.c.ad.f. et coniunctum. a.z.e.ad.e.sicut.c.z.f.



ad f. igitur ecōuerfo. e. ad. a. z. e. sicut. f. ad. c. z. f. per equā itaqz proportionalitatem erit. b. ad. a. z. c. sicut. d. ad. c. z. f. qd erat ppositū. Ex hoc quoqz manifestū ē qd si fuerit pproatio quolibet numeroz ad primū sicut totidem alioz ad scdm. erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad primū: ad primū sicut aggregati ex oibz anīb ad scdm: ad scdm. isteqz ecōuerfo si fuerit pportio primi ad quolibet numeros sicut scdi ad totidē alios: erit primi ad aggregatū ex oibz pñtib ad ipsū: sicut scdi ad aggregatū ex oibz pñtib ad ipsū. **Propositio .16.**

Si numeret vñitas aliquē numerz quotiēs quilibet tertius aliquē quartū: erit quoqz pmutati ut quotiēs vñitas numerat tertium totiens secundus numeret quartum.

CUt si sit vñitas ad. a. sicut. b. ad. c. erit pmutatum vñitas ad. b. sicut. a. ad. c. Non supfluit aut̄ hoc demonstrata pmutata pportione: non enī ex illa pōt̄ cōcludi qd hic proponitur. Nā illa demonstrata est de. q. numeris pportionalibus: vñitas vero nō est numerus p diffinitionē: hoc ergo mō patet at propositum. dividar. a. p vñitates z. c. fini quātitatem. b. eruntqz per presentem ypothe. tot ptes. a. quot. c. z quia vnaqqz partiū. a. est vñitas z vnaqqz ptim. c. est equalis. b. erit ut quotiens vñitas in. b. totiens vnaqqz ptim. a. in sua copari ex pribz. c. p modū utraqz demōstratiōis. s. sequit̄ totiens esse. a. in. c. quotiens vñitas in. b. qd est propositum. **Propositio .17.**

Si duorum numeroz vterqz ducatur in alterum: qui inde producentur erunt equales.

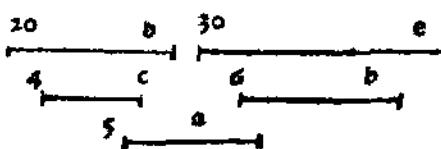
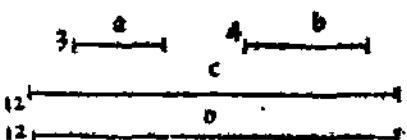
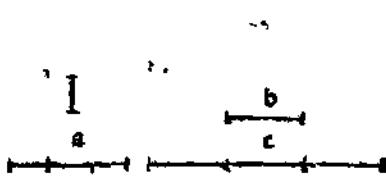
Csicut si ex. a. in. b. pueniat. c. z ex. b. in. a. pueniat. d. erunt. c. z. d. equales: cū enī. b. multiplicatus p. a. pducatur. c. erit p cōversionē diffinitionis. b. in. c. quotiens vñitas in. a. ergo p premissam erit. a. in. c. quotiens vñitas in. b. z qd totiens est. a. etiā in. d. qd ex. b. in. a. fit. d. sequitur ut toties fit. a. i. c. quotiens in. d. p concept. igitur. c. z. d. sunt similes. Possumus quoqz hanc conclusionem alio modo pponere: si duoz numeroz vterqz ducat̄ in alterū idē numerus vtrobiqz pueniet: vt si ex. a. in. b. pueniat. c. idē etiā ex. b. in. a. pueniet: qd enī ex. a. in. b. fit. c. erit ut prius p cōversionē diffinitionis. b. in. c. quotiens vñitas in. a. Et permutatum p premissam. a. in. c. quotiens vñitas in. b. quis igit. a. totiens sibi coacerbat̄ in. c. quotiens in. b. est vñitas: sequit̄ p diffinitionem p ex. b. in. a. fit. c. **Propositio .18.**

Si unus numerus in duos ducatur: tantus erit duoz inde productorum alter ad alterum: quantis duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CMultipliicit. a. vñuz duoz numeroz. b. et. c. z pueniat. d. z. e. dico qd erit pportio. d. ad. e. sicut. b. ad. c. sequit̄ enī p cōversionē diffinitionis eius qd est multiplicari ut. b. in. d. z. c. in. e. sit quotiens vñitas in. a. quare p diffinitionē pportio. d. ad. b. ē sicut. e. ad. c. equaliter enī eos continent. qd quoqz. a. vñitatē: ergo permutatum. d. ad. e. sicut. b. ad. c. quod est propositum. **Propositio .19..**

Si duo numeri vñum multiplicent̄: erit pportio duoz inde pductoz tanqz duorum multiplicantium.

CEx cōversione antecedentis premisse concluditur: hoc eadē passio que in premissa: vt si vterqz duoz numeroz. b. z. c. multiplicet. a. et



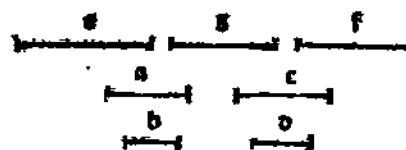
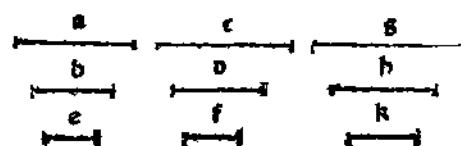
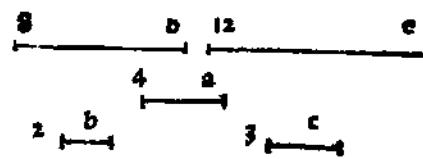
pueniat. d. e. erit. d. ad. c. sicut. b. ad. c. erit eni p ante pmissā ut ex. a. in. b. et. et
fiat. d. z. e. q̄re p pmissā. d. ad. c. sicut. b. ad. c. qd ē ppositū. ¶ Potes aut qd proponit p banc & pmissā de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare: q̄ si
vnus multiplicet quotlibet erit pductoz & multiplicatoz vna pportio. Silit quoqz
si quotlibet multiplicet vnū erit pductoz & multiplicantum vna pportio qd p banc
& pmissā quotiens oportuerit repetitas facile phabis. Hic aut ut supra pollici
sumus demonstrare volumus equā pportionalitatē in quotlibet numeris dooz or/
dinū indirecte pportionalitatis quā demonstrat euclides p. 23. quinti i quantitatib/
bus in genere: dicim⁹ igitur quoniā.

¶ Si quotlibet numeri totidē alijs fuerint indirecte proportionales
extremi quoqz in eadem pportione proportionales erunt.

¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. d. ad. f. z. b. ad. e. sicut. c. ad. d. erit. a. ad. c. sicut. e. ad. f.
ducatur eni. c. in. d. z. f. z pronueniant. g. z. b. eritqz per pmissam. g. ad. b. sicut. d
ad. f. quare & sicut. a. ad. b. ducat. itē. f. in. d. z pueniat. k. eritqz per banc. 19. g. ad
k. sicut. c. ad. f. z q̄ ex. f. in. d. sit. k. fiet idem econverso p. 10. ex. d. in. f. quia igit ex
c. z. d. in. f. sunt. b. e. k. erit p banc. 19. b. ad. k. sicut. c. ad. d. quare sicut. b. ad. c. et
qz iam ostensum est q̄ ē. g. ad. b. sicut. a. ad. b. erit p. 15. a. ad. e. sicut. g. ad. k. sed sic
erat etiam. c. ad. f. est igitur. a. ad. e. sicut. c. ad. f. quod est propositum. Idcm prob/
abis si fuerint in vitroqz ordine numeri plures tribus quēadmodum probatur in
23. quinti de quantitatib⁹ plurib⁹ trib⁹.

Propositio .20.

Si fuerint quatuor numeri proportioales qd ex ductu pri
mi in ultimum pducetur equū erit ei qd ex ductu secundi in
tertium. Si vero qd ex primo in ultimum pduceat equū ē ei qd
ex secundo in tertium: illi quatuor numeri sūt pportioales.
¶ Quod proposuit euclides per. 15. sexti de quatuor lineis pportio/
nalibus: pponit hic de quatuor numeris pportionalibus verbi gratia. Sit ppor/
tio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. fiatqz ex. a. in. d. e. z ex. b. in. c. f. dico q̄. e. z. f. sunt equa/
les econverso: ducatur enim. a. in. b. z fiat. g. eritqz per. 18. g. ad. c. sicut. b. ad. d. et
qz per. 17. ex. b. in. a. fit. g. z ex. codē. b. i. c. f. erit p. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. sed p. 14.
est. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. eqles igit sūt. f. z. e. qd ēst
pmū. Nec oportet pdemōstrarre si vni⁹ numeri ad duos sit vna pportio q̄ ipsi sūt
eqles: aut si ipsi sūt eqles q̄ vni⁹ ad ipsos sit vna pportio. Si enim est vna pro/
portio. g. ad. c. z ad. f. aut ipse erit tota pars vel partes. c. quota vel quote idem
est. f. z tunc per conceptionem patet. e. z. f. csc. eqles: aut totiens. g. continabit. e.
quotiens. f. z superfluent in eo tota pars vel partes. e. quota vel quote in eodem
superfluent. f. z tūc etiam per conceptionē patet eos esse eqales. Qd si ipsi sūt
eqales patet per conceptionē q̄ aut. g. erit tota pars vel partes. e. quota vel
quote. f. z tunc per diffinitionem erit ipsius. g. ad. vtrumqz eorum pportio vna:
aut equaliter continabit vtrumqz cum superfluitate similiqz et tot numero par/
tium: e tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrumqz pportio vna. ¶ Se/
cundū sic patet: sit. e. productus ex. a. in. d. equalis. f. pducto ex. b. in. c. dico q̄ p/
portio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. et est hec conversa prime partis. Sit enim vt prius



g. qui fit ex. a. in. b. et quia. e. et. f. sunt equeles. erit. g. ad. vtrumq; eorum proportionis
et quia vt prius per. is. g. ad. f. sicut. a. ad. c. et ad. e. sicut. b. ad. e. erit. a. ad. c. sicut. b.
ad. d. quare permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Non proponit autem cuiusvis de
tribus numeris continua proportionalibus q; ille qui ex ductu primi in tertium p/
ducatur sit equalis quadrato mediij. Et si ille qui ex primo in tertium producitur fuerit
equalis quadrato mediij: q; illi tres numeri sint continua proportionales sicut
proponit in. 16. sexti de tribus lineis. hoc enim facile demonstratur per hanc. 20. me
dio illorum trium numerorum equali assumpto: quemadmodum in sexto de tribus
lineis probatur per quatuor assumpta quatuor equali medie.

Propositio .21.

Numeri secunduz qualibet proportionem minimi: nume
rant quoslibet in eadem proportione minor minorem et
maior maiorem equaliter.

Csint. a. et. b. minimi numeri in sua proportione. sitq; c. ad. d.
sicut. a. ad. b. dico q; a. numerat. c. et. b. d. equaliter. Cum sit enim
a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit igitur. a. c. to/
ta pars vel partes quota vel quote. b. d. si itaq; fuerit pars constat propositum:
At si partes sit. c. una partium. a. et. f. una partium. b. et quia tota pars est. e. c. per
yptote. quota. f. d. erit per diffinitionem proportionis. e. ad. c. sicut. f. ad. d. quare p/
mutatim. e. ad. f. sicut. c. ad. d. quare etiam sicut. a. ad. b. non sunt itaq; a. et. b. mi/
nimi sive proportionis: quod est contrarium positum. Similiter quoq;

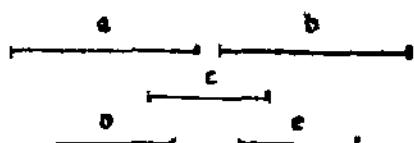
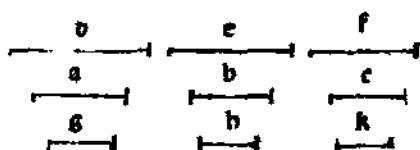
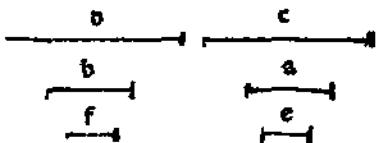
CQuolibet numeri sine in eadem proportione sine in diversis mini
mi numerant omnes in eadem proportione quisq; suum correlatum
equaliter.

CUis si sint. a. b. c. minimi in eadem proportione vel in diversis: sintq; in eadem
vel cisdem. d. e. f. ita q; sit. d. ad. e. vt. a. ad. b. et. e. ad. f. vt. b. ad. c. dico q; a. nume
rat. d. et. b. e. et. c. f. equaliter: quia enim est. a. ad. b. vt. d. ad. e. erit permutatim. a. ad
d. vt. b. ad. e. et quia. b. ad. c. ut. c. ad. f. erit etiam permutatini. b. ad. e. ut. c. ad. f.
quare. b. ad. e. et. c. ad. f. sicut. a. ad. d. et quia. a. b. c. sunt minores. d. e. f. erit. b. e. et
c. f. tota pars aut partes. quota est. a. d. Si itaq; pars constat propositum: At si par
tes sit. g. una partium. a. et. b. una partium. b. et. k. una. c. eritq; per presentem ypo/
the. tota pars. b. e. et. k. f. quota. g. d. quare per diffinitionem. b. ad. e. et. k. ad. f. sicut
g. ad. d. permutatim igitur erit. g. ad. b. vt. d. ad. e. et. b. ad. k. vt. e. ad. f. quare. g.
ad. b. vt. a. ad. b. et. b. ad. k. vt. b. ad. c. quia ergo. g. b. k. sunt minores. a. b. c. et in ead
em proportionem sequitur contrarium positi.

Propositio .22

Si fuerint duo numeri secundum suam proportionem minimi:
ipsi erunt adiuvicem primi.

Csint duo numeri. a. et. b. secundum suaz proportionem minimi. dico q;
ipsi sunt contra se primi. Si enim non numeret eos. c. fm. d. et. e. erit
q; per. is. d. ad. e. sicut. a. ad. b. et quia. d. et. e. sunt minores. a. et. b. se/
quitur. a. et. b. non esse sive proportionis minimos: qd est huius positioni. Sunt quoq;
CSi fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum proportionum



VII

Si eadē sive diuersē fuerint mīni. nullus numerabit om̄s.
 Ut si sint. a. b. c. mīni in continuatione suaz proportionū: dico q̄ nullus numerabit om̄s. Sin autem numeret eos. d. a. quidē. fm. e. b. vero fm. f. e. c. fm. g. eritq; p. 18.. e. ad. f. sicut. a. ad. b. e. f. ad. g. sicut. b. ad. c. q̄ ergo. e. f. g. sūt mīnoes. a. b. c. e fm. proportionē eorum nō erunt. a. b. c. quales positi sunt: quod ē inconveniens. Quāq; autē nullus numeret. a. b. c. si fuerint mīni: potest tamē esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus: ducto teneat quolibet numero in aliquę ad se p̄tmū ac vtrōq; eoz in aliquę tertium ad vtrung; p̄tmū: prouenient tres numeri quoq; quisq; sit p̄mū ad alios: ducatq; a. in. b. e. c. e. proueniat. d. e. c. sicutq; b. in. c. e. proueniat. f. dico quoq; duos ex. d. e. f. esse adiunctum compositos tamē nullus numerabit om̄s duos quoq; p̄z esse cōpositos. a. enim numerat. d. e. c. b. vero. d. e. f. t. c. e. t. f. Qd̄ autē nullus numeret oēs: patebit prius demonstratio q̄. a. est maximus numerans. d. e. b. quoq; maximus numerans. d. t. f. e. c. maximus numerans. e. t. f. hoc autē sic cōstat: si enī. a. nō ē maximus numerans. d. e. e. sit itaq; g. numeretq; d. fm. h. t. e. fm. k. eritq; p̄ scdām p̄tē. 20. a. ad. g. sicut. b. ad. b. itemq; p̄ eadē. a. ad. g. sicut. k. ad. c. q̄ ergo. a. est minor. g. erit. b. minor. b. t. k. minor. c. t. q̄. b. ad. k. sicut. b. ad. c. vtraq; enī ē sicut. d. ad. e. p̄. 18. bis assumptā. sūt autē. b. e. k. mīnoes. b. e. c. erit p̄ immediate sequētē e per hāc p̄pōtib. q̄. b. e. c. sūt p̄tra se p̄mī reperire mīnīs mīnoes: qd̄ q̄ ē impossiblē: erit. a. maximus numerans. d. e. c. Eodēq; mō p̄babit q̄. b. sit maximus numerans. d. t. f. e. c. maximus numerans. e. t. f. si quis erit numerans. d. e. f. p̄ corrlē. sc̄e ter assūptū ipse numerabit a. b. c. sed quisq; eoruū p̄mī erat ad reliquos. Accidit igit̄ impossibile. Siū quoq;
 Quotlibet numeri quos unus nō numerat scđm cōtinuationē suaz proportionū sūt mīni. Ut si sint. a. b. c. quilibet numeri quos oēs nullus numerat. dico q̄ ipsi sūt in continuatione suaz proportionū mīni. Alioquin sūt mīni. d. e. f. qui p. 21. numerabunt. a. b. c. quisq; suū rēlatiūm equaliter. sit ergo vt scđm. g. eritq; per. 17. vt viceversa. g. numeret. a. b. c. scđm. d. e. f. quare accedit h̄cīum positionē.



Propositio .23.
 Cilibet numeri p̄tra se p̄mī sūt fm suā p̄portionē mīni:
 Ubec ē cōuersa p̄missē vt si duo numerisint. a. t. b. p̄tra se p̄mī: ipsi erūt fm suā p̄portionē mīni: sūt autē sūt mīni i eadē p̄portionē si possibile ē. c. t. d. cōstat itaq; p. 21. q̄. c. numerat. a. t. d. b. c̄qliter sit igit̄ vt scđm. e. erit per. 17. vt viceversa. e. numerat. a. t. b. a. qui dem scđdū. c. t. b. scđm. d. non sūt igit̄. a. t. b. ī scđm qd̄ ī p̄pōtib.



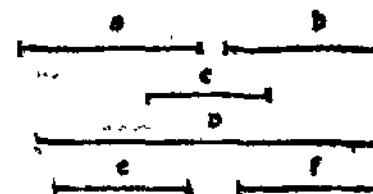
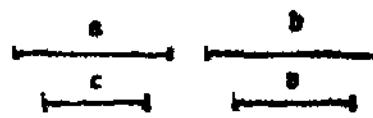
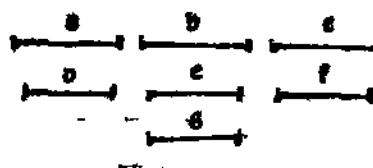
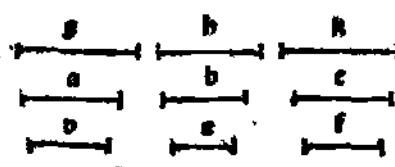
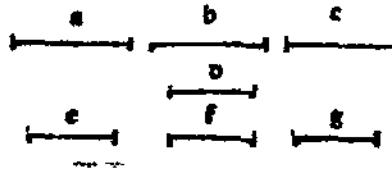
Propositio .24.
 I fuerint duo numeri cōtra se p̄mī. si quis unus eoz numeret ad alterū eē primus necessario comprobatur.

C Sit. a. t. b. ī se p̄mī. c. vero numeret. a. dico q̄. c. p̄mī ē ad. b. alioz qui numeret eos. d. q̄ p̄ penūl. p̄cept. numerabit etiā. a. nō sūt. b. a. t. b. ī se p̄mī. d. enī numerat abos.



Propositio .25.
 I fuerint duo numeri ad aliū quēlibet p̄mī qui ex ductu unius in alterū p̄ducetur. qd̄ eundem erit p̄mī.

C Sit vtrōq; duoz numeroz. a. t. b. p̄mī ad. c. t ex. a. in. b. sit. d. dico q̄. d. est p̄mī ad. c. aliter enī numeraret eos. c. d. qdā fm. f.



LIBER

eritq; p scdām ptē. 20. a. ad. c. sicut. f. ad. b. t q;. a. e. c. sūt p̄mī t. e. numerat. c. ipse erit p. 24. primus ad. a. q̄re p. 23. a. t. e. sunt scdm suā pportionē mīnimi: sequit ergo p. 21. ut. c. numeret. b. t q; positiū ē q̄ ipse numeret. e. nō erant. b. t. c. ñ se p̄mī: qđ est contra p̄pothe.



Propositio .26.

Si fuerint dno numeri contra se p̄mī qui ex vno eoruū in le ipsum producitur ad reliquum est primus.
Cint cōtra se p̄mī. a. t. b. t ex. a. in se fiat. c. dico q̄. c. primus est ad. b. sit enim. d. equalis. a. eritq; d. primus ad. b. t ex. a. in. d. si. c. per p̄missam igitur pater. c. primū esse ad. b. qđ proposūmūs.

Propositio .27.

Si duobus numeris ad alios duos cōpatiū vterq; ad vtrū q; fuerit p̄mīus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit p̄mīus.
Cint. a. t. b. p̄ores. c. t. d. posteriores: sitq; vterq; duoz. a. t. b. p̄mus ad vtrūq; duoz. c. t. d. t ex. a. in. b. sit. e. t ex. c. in. d. f. dico q̄ c. p̄mīus est ad. f. hoc aut. 25. ter assumpta evidenter concludit: cū enī fiat. e. ex. a. i. b. quorum vterq; p̄mīus est ad. c. t ad. d. erit per ipsam. e. p̄mīus ad. c. t item p̄ ipsam p̄mīus ad. d. quia item. f. sit. ex. c. in. d. quoq; vterq; p̄mīus est ad. d. erit nō fus per ipsam. f. p̄mīus ad. e. qđ ē p̄positū.

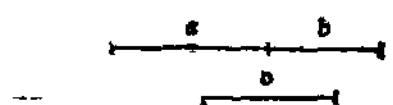
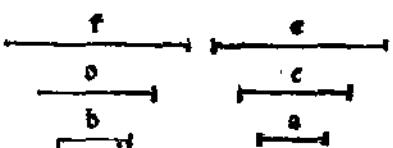
Propositio .28.

Si fuerint duo numeri contra se p̄mī ducaturq; eorum vterq; i seipsum: erunt inde producti cōtra se p̄mī. Itē q; si in vtrūq; productoz sum ducatur p̄ncipuz: erūt quoq; producti contra se p̄mī.
Cint. a. t. b. cōtra se p̄mī: ducaturq; vterq; in se: t p̄ueniant ex. a quidem. c. ex. b. vero. d. itēq; ducatur. a. in. c. t p̄ueniat. e. t. b. in. d. t p̄ueniat. f. dico. c. t. d. esse contra se p̄mīos: itemq; e. t. f. contra se p̄mīos: est enī per. 26. c. p̄mīus ad. b. per candē igitur erit. d. p̄mīus ad. a. t ad. c. sicq; constat p̄mīus qđ ē. c. t. d. cōtra se p̄mīos. Cēliquum sic: est enī vterq; duoz. numerorum a. t. c. p̄mīus ad vtrūq; duoz. b. t. d. itaq; per. 27. cōtr. e. p̄mīus ad. f. qđ est. reliquam. Non solum autem erit. c. p̄mīus ad. f. sed etiā per. 25. ad. b. t ad. d. itemq; per candē. f. ad. a. t. c. sicq; si infinites ducere vtrūq; productoz in sumū p̄ncipium essent omnes producti contra se p̄mī: t non solum sed quilibet eductus ab a. ad quemlibet eductum. a. b.

Propositio .29.

Si fuerint duo numeri contra se p̄mī: qui ex ambobus coaceruatur ad vtrūq; eoruū erit p̄mīus. Si vero ex ambo bus coaceruatus ad vtrūq; eoruū fuerit p̄mīus duo quoq; numeri adiuvicem erunt p̄mī.

Cint. a. t. b. cōtra se p̄mī: dico q̄ ex cis cōpositus. a. b. ad vtrū q; comū erit p̄mīus t et cōverso. nā si. d. numerat totū. a. b. t aliez eoꝝ numerabit p̄ cōez sciaꝝ t reliquū. q̄re nō erūt ñ se p̄mī: s; hoc positiū fuerat: p̄z ergo p̄mī. Scdm sic: sit. a. b. p̄mīus ad vtrūq; suoz compotentium qui sunt. a. t. b. dico q̄. a. t. b.



sunt p̄tra se p̄mī: posito enī q̄.d. numeret v̄tūq; duorum numeroꝝ. a. e. b. se-
quitur per cōdūm sciam q̄ etiā numeret. a. b. ex eis cōpositum: quare ad neutrum
duoꝝ numeroꝝ. a. e. b. erit. a. b. p̄imus: sed positum erat q̄ esset ad v̄tūq;. Acci-
dit igitur impossibile. Eode quoꝝ mō si coaceruatis ex duobus p̄imus fuerint ad
alterum: p̄imus quoꝝ erit ad reliquū. ideoꝝ e coaceruati inter se: sit enī cōposi-
tus ex. a. e. b. p̄imus ad. a. dico q̄ erit etiā p̄imus ad. b. alioquin numeret eos. d.
qui per cōceptionē numerabit e. a. cum numeret totum e detractum: hoc autē iñ/
conueniens erat enim compositus ex. a. e. b. p̄imus ad. a.

Propositio .30.

Onus numerus cōpositus ab aliquo p̄imo numeratur.
CSit. a. quilibet numerus cōpositus: dico q̄ aliquis p̄im⁹ numerat
ipſū: q̄ enī est cōpositus numerabit ab aliquo numero q̄ sit. b. qui
si fuerit p̄imus v̄tū erit qđ dicif. si autē cōpositus sit. c. qui numerat
eum: qui etiā per cōdūm sciam numerabit. a. si ergo vel ipſe fuerit p̄i-
mus constat qđ dicif. At si cōpositus necessario numerabit eū. aliis qui sit. d. qui
etiā per cōdūm sciam numerabit. a. de quo rōcinare vt p̄ius: q̄ ergo quotiens dc-
currat cōpositus necesse est minorē assumere qui cōpositum occurrentē numeret
sequitur ut tandem dveniatur ad aliquē p̄imū: alioquin accidet impossibile e con-
trarium peritoni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.

Onus numerus aut ē p̄imus aut a p̄imo numeratur.
CSit. a. quilibet numerus: dico ipsum esse p̄imū vel numerari a p̄i-
mo. quia si non est p̄imus erit cōpositus: quilibet autē talis ab ali-
quo p̄imo numeratur per p̄missam. a. igitur vel p̄imus est vel a
p̄imo numeratur: quod proponitur.

Propositio .32.

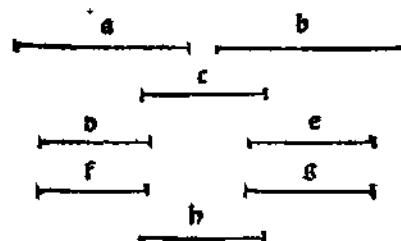
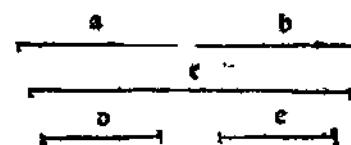
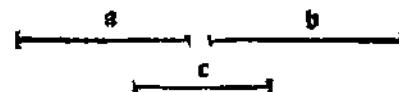
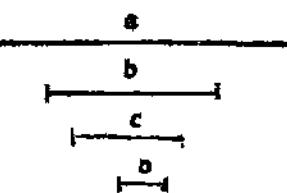
Onus numer⁹ p̄imus ad omnē quē nō numerat ē p̄im⁹.
CSit. a. numerus p̄imus non numerās. b. vico q̄. a. e. b. sūt cōtra
se p̄imi. si enī. c. numerat eos nō est v̄tū q̄. a. sit p̄imus.

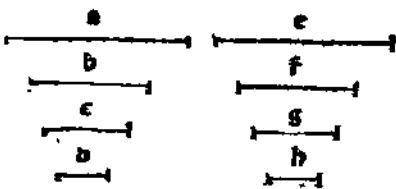
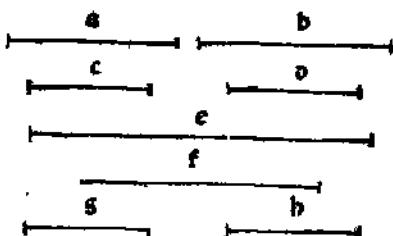
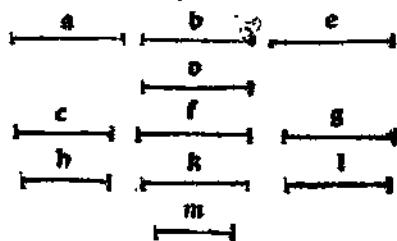
Propositio .33.

I numer⁹ ex duob⁹ p̄duct⁹ ab aliquo p̄imo numeretur
necesse est eundem p̄imū alteꝝ illoꝝ duoꝝ numerare.
CSit. c. productus ex. a. in. b. e sit. d. numerus p̄imus qui ponatur
numerare. c. vico q̄. d. numerat. a. vel. b. numeret enī. c. fm. e. si er-
go nō numerat. a. erit p̄imus ad ipsū p̄ missam: e tō erū fm sūg
apportionē minū. p. 23. q̄. a. ad. d. sicut. c. ad. b. p̄ sciam p̄c. 20. sc̄quic̄ ut. d. nu-
meret. b. p. 21. qđ est propositū. **A**ñ manifestū ē q̄ si aliquis numerus nu-
merat p̄ductū ex duobus vel si eidē fuerit cōmēsurabilis cōmēsurabi-
lis quoꝝ erit alteri eoꝝ.

Propositio .34.

Ameritis fm. apportionē nūeroꝝ assignatoꝝ mīmos in-
uenire. **C**ande manifestū ē maximū numer⁹ duos cōter
numerantē fm mīmos illius apportionis eos numerare
CSint. a. e. b. numeri propositi fm quorū apportionē volumus
inuenire mīmos. si s̄ fuerit p̄ se p̄mi sūt q̄les inq̄rim⁹ p. 23. si autē cō-
positi sumat: vt docet sc̄da maxim⁹ eos cōter numerās q̄ sit. c. numeretq; eos fm





d.e.e.erūtqz in cadē pportione p.18. quos dico ē qles qrim⁹. Sint autē sint.f.t g.q.p.21.numerabūt. a.z.b.eq̄liter:sit igit̄ ut fm.b.eritqz p scđam pte.20.c.ad. b sicut. f.ad.d.vel sicut.g.ad.e.quare.c.ē minor.b.itaqz cū.b.numeret.a. z.b. non fuit.c.maxim⁹ eos numerās sed erat positū q̄ sic.ergo zc.Sifiter quoqz possim⁹. Cū numeros fm continuatatem proportionum numeroz assignatoz minimos repire. Unde etiā manifestū ē maximū namex quotlibet cō muniter numeratē fm minimos proportionū eorum eos numerare. Cū si sint.a.b.c.fm quoqz proportiones volumus minimos innenire sue fuerit in eadem pportione sue in diuersis: sicut nullus numerus numerat eos om̄s: ipsi sunt quos querimus per.23.boc enim ibi demonstratū est. Si autem unus numerat om̄s: sumas ut docet tertia: maximus eos cōiter numerans qui sit: d.numeret q̄ eos fm.c.f.g. qui erunt in cadē pportione per.18.dico eos esse quos querimus alioquin sint.b. k. l. qui per.21. numerabunt.a.b.c.equaliter:sit ut fm.m.eritqz p scđam prem.20.d.ad.m.ut.b.ad.e.vel.k.ad.f.vel.l.ad.g. Dīnōz est igit̄. d. q̄ m. quare cū.m. numeret.a.b.c.nō fuit.d.maximus eos numerans:quare sequitur impossibile:fuit enī.d.maximus numerans.a.b.c.

Propositio .35.

Qilibet duo numeri minimos numeros sue pportionis maior minorē t minor maiorē multiplicantes minimum ab ipsiis numeratū producūt. Unde manifestū ē minūmū quē duo numerat̄ quēlibet ab eis numeratū numerare. Cū sint duo numeri.a.z.b.minimiqz in eoꝝ pportioꝝ. c.z.d. eritqz per prīmā pte.20.vt ex.a.in.d.z.b.in.c.sicut idem numerat̄. qui sit.e. quē dico esse minimū numeratū ab.a.z.b.aliter enī sit.f. quē numeret.a.z.b.fm.g.z.b.eritqz p scđam partē.20.b.ad.g.sicut.a.ad.b. t sicut.c.ad.d. t per.18.crit.c.ad.b.sicut. e. ad.f. cū itaqz p.21.c.numeret.b.e. nūerabit.f. maior minorē:q̄ ergo hoc ē impossibile cōstat vꝫ eē qd̄ dicit.

Propositio .36.

Propositis quotlibet numeris minimoꝝ ab eis numeratū repire. Manifestū etiā ex hoc ē minimum numerz quem quotlibet numerat̄ quēlibet ab eis numeratū numerare. Cū ppositi numeri.a.b.c.d. volo ipnenire minūmū numerz numeratū ab eis. Inuenio itaqz p̄mo minimoꝝ numeratū ab.a.z.b. q̄ si.a numerat.b.nō erit ali⁹ q̄.b.si autē nō numerat eū nec ecōverso: si ipsi sunt p̄tra se p̄mi qui ex uno in alterū puenit erit minimus per.23. t p̄missam. Qd̄ si sunt cō/ cantes: sumant̄ minimi in eoꝝ pportione: vt docet.34. t maior in minorē eorum multiplicato pueniat.e. qui erit minimus numeratus ab eis per p̄missam. Simili quoqz modo inueniat̄ minimus numerat̄ ab.e.z.c. qui sit.f. eritqz.f. minimus numeratus ab.a.b.c. sed t minimus quē numerant.f. t .d. sit.g. eritqz.g. minimus quē numerant numeri ppositi:qd̄ enī omnes ipsiū numerent: patet per cōceptionē sed si nō ē minimus ponat ergo.b. quē q̄ numerat.a.z.b. numerabit etiā ipsū p corrl̄. p̄missa.c. p idē quoqz corrl̄. numerabit ipsū.f. sed t.g. maior itaqz nūerat minorē qd̄ est impossibile. Hec t p̄missa pponunt̄ i alio loco sub trib⁹ conclusiōib⁹ quaz p̄ma equivalēt p̄missa: secūda componit ex corrlarijs ambobus: tertia p̄ponit de tribus qd̄ ber de quotlibet numeris. Est itaqz p̄ma. Cūatis duobus numeris minimum ab eis numeratum innenire.

Cdati numeri sint. a. et. b. quorum minor si numerat maiorem est maior quae querimus. alioquin maior eorum numeraret minorem se. Si autem neuter neutrū numeret si ipsi sunt contra se primi. erit qui ex. a. in. b. puenit qui sit. c. minimus omnium quae numerat. a. et. b. Nam si minorem eo numerauerint esto. d. quae numerent sim e. et. f. eritque per secundam partem. 20. a. ad. b. sicut. f. ad. e. et quia. a. et. b. sunt sue proportionis minimi per. 23. numerabit. a. f. per. 21. et quia per. 18. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Nam ex. b. in. a. et. f. sunt. c. et. d. sequitur. c. numerare. d. sed erat. d. minor. c. quare impossibile. Si autem. a. et. b. sint coincantes. negociare propositus ut in. 35. secunda trium conclusionum ex ambobus coarct. est confecta.

CSi plures numeri numerum unum numerent: necesse est ut minime minus quae numerant eundem numerum numeret.

CUti si sit quilibet numerus quae numerat. a. et. b. d. minimusque ab eisdem numeratis. c. erit ut. c. numerat. d. cum eni sit. d. maior. c. si. c. non numerat ipsum. numerabit tamquam aliquid eius: sitque plurimum quod numerat. c. et residuum sit. f. eritque f. minus c. quia igitur. a. et. b. numerant. c. numerabunt per coen scientiam et. e. sed numerabunt. d. itaque per aliam communem sciam numerabunt. f. inconveniens ergo sequitur quod c. non fuit minimus quae numerant. a. et. b. **C**Idem coincides et eodem modo de quolibet numerato a quolibet pluribus. f. quod minimum est illis quolibet pluribus numeratos eundem numeret: ultima triuim conclusionum est.

CPropositis tribus numeris: minimum numerorum ab eis numerato.

CIres numeri ppositi sint. a. b. c. minimusque quae numerant. a. et. b. sit. d. qui sumetur ut prima triuim conclusionum docet. Si igitur. c. numerat. d. scito. d. esse quae querimur. Si eni. a. b. c. minorum eo numerant: sit eni. e. quae per premissam conclusionem numerabit. d. quod est impossibile. Si autem. d. non numerat. c. sumatur. e. minimus numeratus ab eis. quod autem. e. numeretur ab. a. b. c. patet quod c. numerat ipsum et. d. similiter: ergo et. a. b. qui numerant. d. quare. e. numerabitur ab. a. b. c. eritque e. minimus quae numerat. a. b. c. Sin autem sit. f. quae per premissam conclusionem numerabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerant eum: quare. c. d. numerabunt eum: quare per premissam. e. numerabit eum et est maior eo sed et. e. maior minorum quod non esse potest. Idem invenies et eodem modo quolibet propositis.

Propositio .37.

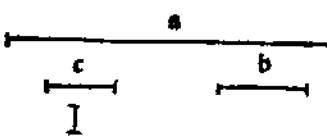
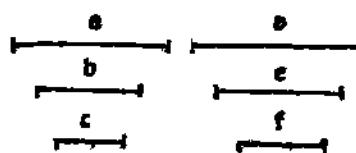
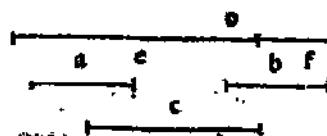
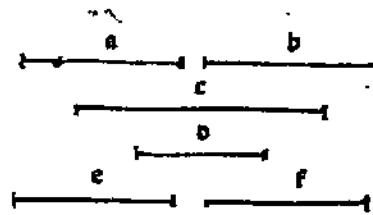
Si numerus aliquis aliū numerum numeret: erit in numerato pars a numerante denominata.

Chuius sensus est quod oīs numeris numerantur a ternario habet tertias et numerantur a quinario bīs quintā. sicutque de ceteris: ut si. b. numeret. g. erit in. a. pīs denominata a. b. numeret enī ipsū quotiens unitas in c. eritque per. 16. ut. c. quoī totiens numeret. a. quotiens unitas ī. b. quare tota pīs est. c. a. quotia unitas. b. et quia unitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem sciam: erit. c. pars. a. denominata a. b. quod est propositum.

Propositio .38.

Si numerus aliquis partē quotācunq; habeat numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

Chec est conversa premissa cuius est intentio: quod oīs numeris bīs terīs numerantur a ternario: et bīs quintā a quinario: sicutque de ceteris ut si. b. sit pīs. a. denominata a. c. seqūit ut. c. numeret. a. qī. cī. b. ē pīs. a. denominata a. c.



sed et unitas est pars. c. denominata ab ipso percep. sequitur et quotiens unitas numerat. c. totiens. b. numerat. a. itaqz per. 16. quotiens unitas. b. totiens. c. non numerat. a. que constat propositum. **C** Alter id: cu sit. b. pars. a. si tota unitas. c. erit per hanc communem sciendam unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam. c. denotans. b. in. a. et quia est. b. in. a. quotiens unitas in. c. eundem sequitur propositum p. 16.

Propositio 39.

Numerum minimum propolitarum denominationum habentem partes innenire Ex quo manifestum est quod minimum numerus numeratus a quotilibet est minimum habens partes denominatas ab ipsis.

CSint. a. b. c. d. denominantes partes propositas. et. c. minimum numeratus ab eis superum. 36.: ipsi. e. dico esse quem querimus. Sunt enim finitos numerant ipsum. f. g. b. k. eritque per. 16. et hanc communem scientiam: unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: ut viceversa. f. g. b. k. numerent. c. fin. a. b. c. d. quare sunt partes eius ab illis dicte. est igitur. e. habens partes propolitarum denominationum. **D**inimum etiam quoniam si alter fuerit ut. l. sint partes. l. dictae ab eis. m. n. p. q. erintque per. 16. et predictam coem scientiam. a. b. c. d. viceversa pres. l. dictae ab. m. n. p. q. quare non erat. c. minimum quem numerat. a. b. c. d. quod est inconveniens. **C**habito minimo: si cura est habere secundum. aut quotiusque liber: si secundum quod sume duplum minimum: si tertium tripulum: et ad hunc modum in alijs. Cum enim omnis multiplicetur. e. habet partes denominatas ab. a. b. c. d. per hanc coem scientiam: Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo necesse est per. 37. ut omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab. a. b. c. d. si itaque duplus. e. non fuerit secundum habens pres propositum denotationem: erit aliud quem sicut sequitur per coroll. 36. quod c. numeret secundum quod est impossibile. cum enim numeret se. numeraret per hanc communem sciendam omnis numerus numerans totum et detractum: numerat residuum: differentiam illius ad se. que cum sit minor se: maior numerus numeraret minor: en quod esse non potest sequitur itaque duplum. e. esse finitum numerum habentem propolitarum denominationum partes. **C**Similiter quoque argues tripulum. e. et tercium probato duplo esse secundum. ahoquin quia esset triplo minor. et duplum non maior. scilicet iter ipsum duplum et tripulum. quod ut prima pars esse impossibile: probato autem triplo esse tertium ad hanc similitudinem probabis quadruplum esse quartum: et sic in ceteris.

CDinimum numerum habentem partes propolitarum denominationum sumptarum continuo reperi.

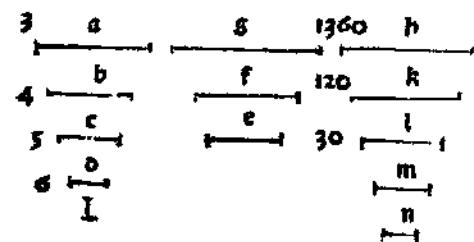
CUt minimum numerus habentem tertiam que tertia habeat quartam: que etiam quarta habeat quintam: aut septimam: aut qualitercumque contingat eas ab eisdem vel diversis denominari. **M**ultiplicari oportet denominatorum prime partis in denominatorum secundum: et ex eis productum in denominatorum tertie: productum quoque in denominatorum quartie. sicut de ceteris usque ad ultimam. a prima vel usque ad primam ab ultima et qui prouenerit erit qui inquiris ut in proposito. 60. vel. 84. **C**Hoc autem ita esse demonstrative sic habeto. Sunt numeri pres propositas denominantes. a. b. c. d. volumen inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab. a. ita quod illa per habeat partem denominatam a. b. et illa alia denominatam a. c. sed et hec alia dicta a. d.



ducatur itaqz.d.in.e. et proueniat.e.7.e.in.b. et proueniat.f.f. quoqz ducatur in.a et proueniat.g. que dico esse que inquirimus. cum eni ipse.g. proueniat etiam ex.a.i f.p.17.erit.f.pars.g. dicta ab.a. At qz.f. puenit p cide ex.b.i.e.erit.e.pars.f. oca a.b. sed et propter hoc erit.d.pars.e.dicta a.c. et quia vnitatis est ps.d.dicta ab ipo d.pz.g. babere ptes ut pponit. Si ergo no fuerit minimus sit.b.sitqz.k.ps ei⁹ o/ tra ab.a. et l.ps.k. dicta a.b. et m ps.l. dicta a. c.n. quoqz pars.m. dicta a. d.erit qz per.18.g.ad.f.vt.b.ad.k. et f.ad.e.vt.k.ad.l. et c.ad.d.ut.l.ad.m. sed et d. ad vnitatem vt.m.ad.n.ergo per.15.erit in proportione equalitatis.g. ad vnitatem vt b.ad.n.ergo pmutatim erit.g.ad.b. vt vnitatis ad.n.quare cum.b. sit minor.g. erit n.minor vnitatis. sequitur igitur impossibile parte numeri minori esse vnitatis. erit itaqz.g. minimus babens ptes ut pponit. Quo inueto si cura fuerit babere scdm aut quotuque libet p minimi multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc antem.39.proponitur in alio fm hunc modum.

C II Propositis partibus quotuscumlibet: minimu numerum eas continentium invenire.

C III si ptes propositae sint.a.b.c. sntqz eas denominantes.d.e.f. et summae minima? que numerant.d.e.f. qui sit.g. bunc dico esse que querimus: crunt eni in eo proprie partes per.37. qui si no fuerit minimus eas continens: sit ergo.b. que numerantur. d.e.f. per.38. igitur no erit.g. minimus numeratus ab eis qd est inconveniens qz erat. Intelligo vero ptes.a.b.c. indeterminate ponit et no sub quantitate certa: alienet eni no esset necessarium vt minimus numerus que numerant.d.e.f. esset minimus continens partes ppositas: plurimas eni contingit partes reperiire qz numeratus ab eoz denoiatoribus non continet: verbi gira. Tres numeri q sunt 120.90.72. sunt eiusdem numeri ptes. primum quidem tertia. secundum vero quarto. et tertius quinque. nec tam minimus que numerat denoiatoris eoz qui est.60. ptes istas continet. Instandu igitur est si ptes sub certa quantitate ponant prime consequentie huic demonstracionis: no enim sequit ut arguit p.37. si ternari bunc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia: s ergo habet tertiam: qua ppter id est quod pponit fm vtriusq modu: sed scdm primus convenientius videt qd interdit proponi. Attendere autem oportet qd omnes ptes habeant quantitatem in eo contingit pone re quotlibet et qualslibet ptes scdm quantitate: et inquirere quis minimus eas continet et sub quibus denominationibus. **V** Inimum autem cas continente constat esse minimu numeratus ab eis. fm quos vero numerat sunt qui illas in illo denoiant. Contingit iterum ponere quotlibet et qualslibet denominationes: et inquirere in quo minimo bee denominaciones reperiunt et fm quas quantitates. **V** Inimum quoqz constat esse minimum numeratus ab illis: fm quos vero numerant sunt qui quantitates determinant: vtribz autem sdcirco inquirit minim: qz infiniti sunt hinc quidem qui bas ptes continent. Inde vero in quibus bee denoiationes reperiunt. Contingit rursus ponere quotlibet partes et totidem denoiationes vel quotlibet denoiationes et totidem partes. no autem qualslibet cu quibuslibz: sed certas cu certis. Si eni ponam ptes tres quatuor quinque et denoiationes earum.6.7.8. et inquiram quis numerus continet bas ptes sub istis denoiationibus. satis ero inquisitori vano querenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere ptes cu denoiationibus certis et no ut contingit et inquirere quis numerus positus partes sub positis denoiationibz continet: no autem quos minimus vniuersus eni est: nam sive pposita fuerit una ps et una denoiatione sine plures et plures:



LIBER

non erit sumere plures numeros qd ppositū erit cōtinentes. Solus enī ē cui⁹ ter/ narius ē quinta: nō plures. Solus quoq; tuinis ternarius octaua: et senarius quar/ ta: nō plures. ideoq; pponentem ptes et denouationes ipsaq; in toto nō est quere/ re quis minūnus cōtinet bas ptes sub istis denouationib; sed quis vnuis conti/ net: proponentē autē partes tantū. Contingit querere quis minūcas continent et a/ quibus in eo dominant: solas quoq; pponentē denouationes conuenit querere/ que partes ab illis dicte et in quo minimo reperunt. Loucentius autē videt par/ tes p denouationes inquirere: qd denouationes p ptes: diversitatē quidem/ denouationū non partū comitāt pportionū diversitas. Explicit liber septi/ mus incipit liber Octauus.



Alera numeroꝝ dicunt quox multiplicatōe numeri pducunt. **C**Sūficies appellat nu/ mer⁹ qui ex duob⁹ laterib⁹ cōtinet. **C**So/ lidus vero qui sub tribus ex quoꝝ cōtinua multiplicatione h; procreari. **C**Quadratus ē numerus sūficialis equalib⁹ lateribus cō/ sistēs. **C**Cubus est solidus equalib⁹ cōsistēs/ lateribus. **C**Similes dicuntur numeri sūfi/ ciales sine solidi quoꝝ latera sūt proporcio/ nalia.

Propositio .1.

In numeroꝝ quotlibet cōtinue pportionalitatis duo ex/ tremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

CSint cōtinue pportionales a.b.c. duoq; extremi qui sunt. a.c. sint/ p se primi. dico qd in eadē pportione nō regent totidē minores. Si/ autē contingit sint. d.e.f. crītq; p. 15. septimi. a.ad.c.sicut.d.ad.f. et qz. a.z.c. sunt/ mimi i sua pportione p. 23. eiusdē sequit p. 21. ut. a. numeret. d.z.c.f. miores scilicet/ maiores qd esse non potes.

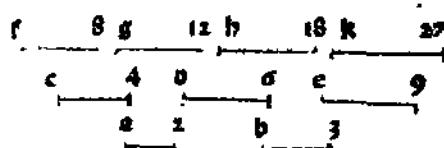
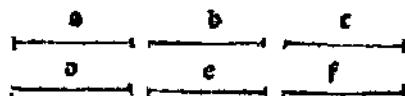
Propositio .2.

Ameros quotlibet cōtinue pportionalitatis fin pportio/ ne datā mimos inuenire. vii manifestum erit: qd si fuerint/ tres numeri cōtinue pportionalitatis fin eā mimi duo ex/ tremi erūt quadrati. qd si fuerint q̄tuor crūt extremi cubi: **C**Sint date pportionis minimi. a.z.b. duac̄q; a. in se et fiat. c. et in/ b. et fiat. d. b. quoq; in se. et pueniat. e. eruntq; c. d. e. cōtinue pportionales i pro/ portione. a.ad.b. p. 18. et. 19. septimi: et qz. c. et. e. sūt ptra se primi p. 28. eiusdē crunt/ c. d. e. fin datā pportionē minimi p pmissam: duac̄ itcū. a. i oēs illos. et pueniat/ f. g. h. c. b. i. c. et pueniat. k. et erūt etiā. f. g. b. k. cōtinue pportionales i pportione/ a.ad.b. p. 18. et. 19. septimi: minimi quoq; p. 28. eiusdē et pmissā bac via et rōne inent.

Propositio .3. enī. 5. vel. 6. vel quotlibet.

In numeri quotlibet cōtinue pportionales secundum suam proportionem fuerint mimi: duos eorum extremos contra se primos esē necessario comprobatur.

Chec tercia ē cōuersa prima. Sint enī. a. b. c. d. cōtinue pportionales



VIII

et fin suā pportionē minimi. dico q. a. e. d. extēmi erūt ad ināicē p̄mī: minimi enī in pportione a. ad. b. sint. e. e. f. eruntq; p. 22. septimi contra se p̄mī. p̄ hos ergo duos fin doctrinā p̄missē inueniant̄ totidē cōtinue p̄portionales & numeri quot lūt numeri p̄positi: p̄mī quidē tres qui sunt. g. h. k. deinde q̄tuor qui sunt. l. m. n. p. et ad hanc modū cōtinue p̄ additionē viuis quoisq; fiat tot quot sunt numeri p̄positi ut sunt hic. l. m. n. p. sequit̄ ergo. l. m. n. p. equales esse. a. b. c. d. eo q̄ in ea dem proportionē sunt viriōz minimi & q̄. l. r. p. sunt cōtra se p̄mī p. 28. septimi: erunt quoq; a. e. d. illis equales contra se p̄mī: quod est p̄positum.

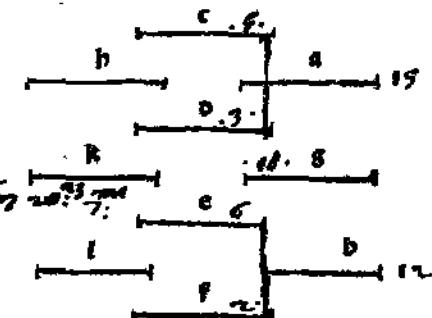
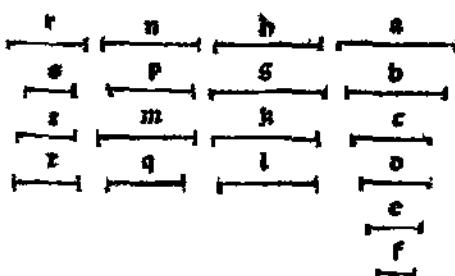
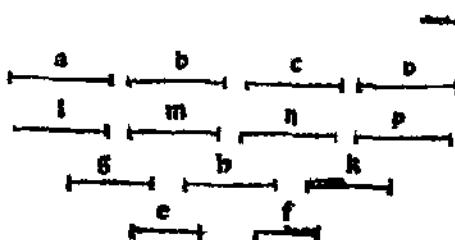
P̄positio .4.

Similitudinē al lignataz p̄portionū ī mūmis numeris fin ipsas p̄portiones cōtinuat̄ proportionalib⁹ innenire. Cū assignate p̄portiones ī mūmis termis inueniant̄ ut docet. 34. septimi Sintq; p̄ma inter. a. e. b. sc̄a inter. c. e. d. tertia inter. e. e. f. sit quoq; de pluribus si fucrīt plures. volo bas p̄portiones in quatuor mūmis numeris cōtinuare. Sumo ergo. g. minimū quē numerat̄. b. e. c. e quotiens. b. numerat̄ ipsū. g. totiēs. a. numerat̄. b. d. quoq; totiēs numeret̄. k. quotiens. c. g. itaq; si. e. numerat̄. k. sit vt. f. totiēs numeret̄. l. erūtq; b. g. k. l. quos querim⁹. cōstat enī p. 18. septimi q̄ sit. b. ad. g. sicut. a. ad. b. e. g. ad. k. sicut. c. ad. d. at. k. ad. f. sicut. e. ad. f. Dū sumi quoq; nā si alijs sint minimi vt. m. n. p. q. oportebit p. 21. se p̄mī bis assumptā ut vterq; duoz. b. e. c. numeret̄. p. q̄rc e. g. numerabit̄ eundē. et p̄ conel. 35. sep. qd̄ ē incōueniēs. Sunt igit̄. b. g. k. l. minimi. at vero si. e. non numerat̄. k. sit. m. minimus numerat̄ ab eis sc̄z. e. e. k. quē. m. quotiens mūat̄. k. totiēs. b. numeret̄. n. e. g. totiēs. p. erūtq; p. 18. septimi. n. p. m. in p̄portione. b. g. k. q̄rc. n. ad. p. vt. e. ad. b. e. p. ad. m. vt. e. ad. d. sed quotiens. e. numerat̄. m. totiēs. f. nu meret̄. q. e crit̄ p̄ candē. m. ad. q. sicut. e. ad. f. Dū manifestū ē igī q̄ assignate p̄portiones cōtinuate sūt in quatuor numeris qui sunt. n. p. m. q. Qui si nō fucrīt minimi. sint si possibile est alijs qui sunt. r. s. t. x. q̄ itaq; p. 21. septimi bis assumptā vterq; duoz numeroz. b. e. c. numerat̄. f. sequit̄ per conel. 35. sep. vt. g. numerat̄ eundē quare etiā. k. numerabit̄. t. at q̄ p. 21. septimi. e. numerat̄ eundē. t. nō crit̄. m. minimus quē numerat̄. k. e. e. bac rōne quartā illis & quotlibet alias sine omni offendiō cōtinuare poteris.

P̄positio .5.

Dū nūm ducorū numerorū cōpositorū p̄portio vnius ad alterum est ex laterū suorū producta proportionib⁹. Qd̄ proponit. 24. sexti dc superficiebus equidistantiū laterū: p̄ponit bic de numeris cōpositis. Sit duo numeri cōpositi. a. b. latera. a. sint. c. e. d. latera. b. sint. e. e. f. dico itaq; q̄ p̄positio. a. ad. b. constat ex ea que est. c. ad. e. e. ea que est. d. ad. f. sit enī ut ex. d. i. e. fiat. g. q̄ ergo ex. d. in. c. fit. a. e. f. in. e. fit. b. p̄ conversionē diffinitiōis laterū crit̄ p. 18. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. e. p. 19. eiūdē. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare per diffinitiōē p̄positio a. ad. b. cōposita ē ex ea que ē. c. ad. e. e. ea que est. d. ad. f. qd̄ ē p̄positum. Nec est necessariū vt cōtinuemus p̄portiones laterū videlicet ea que ē. c. ad. e. e. ea que est d. ad. f. in mūmis numeris reptis fin doctrinā p̄cedentis vt docent quidam: hoc enī est p̄posito p̄ter necessarium. Arguiū. enī posito q̄ illi minimi sint. b. k. l. ita q̄ sit. b. ad. k. sicut. c. ad. e. e. k. ad. l. sicut. d. ad. f. p̄portionē. b. ad. l. esse cōposita ex p̄positoz laterū p̄portionib⁹. sumproq; g. fieri ex. d. in. c. arguit̄. a. ad. g.

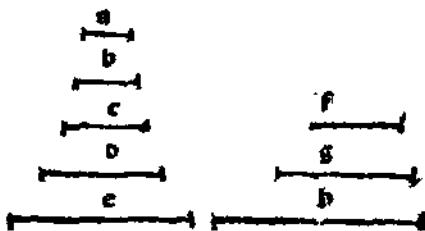
b. 2



LIBER

vt.b.ad.k.qz ut.c.ad.e.z.g.ad.b.vt.k.ad.l.qz vt.d.ad.f. ideoqz fm eqnā ppor.
e.a.ad.b.vt.b.ad.l.tōludunt igitur.e.ad.b.tōponi ex quibus.b.z.l.verū quidē
sed non necessario assūmpto.

Propositio .5.



Si numerorum quotlibet continue proportionalium pri-
mus scdm non numeret: nullus eoz numerabit ultimum.
Sint.a.b.c.d.e.continue pportionales. dico qz si.a. nō numeret:
b. nullus eoz numerabit. e. Manifestū aut est qz si ipsum numeret:
omnes numerabunt.e. et simpliciter quilibet pcedens quelibet sequē-
tem. Si autē non numerat ipsum patet qz d. nō numerabit. e. nec simplē aliquis eo
rum proximo sequentē: qz sunt positi continue pportionales: sed qz nullus ali⁹ nr. e.
numeret ipsum sic constat: sumant fm doctrinā scde brilius totidē minimi cōtinue
pportionales in pportione cadē quot sūr ipse. e. et oēs sequētes qui sunt. f.g.h.
eruntqz p.3.bui⁹ z f.z.b. qz se primi: et qz p equā pportione. e.ad.e. vt. f.ad. b. qz
f. nō numeret. b. nec. e. numerabit. e. codem modo nec aliquis alioz: quare liquet
quod propositum est.

Propositio .6.

Si numeroz cōtinue proportionalium prius ultimū nu-
meret: idem ipse et secundum numerabit.
Sint qui p̄x continue pportionales. dico si. g. numerat. e. ipse nu-
merabit. b. aliquin ex premissa non numeraret. e. qd ē contraria et
impossibile. Nō solum autē numerabit. b. sed et oēs et quisqz eorum
quilibet ipsum sequentem.

Propositio .7.

Si inter duos numeros numeri quotlibet in cōtinua pro-
portionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in
eadem proportione relatios cadere necesse est.

Sint. a. z. b. inter quos cadunt. c. z. d. in cōtinua pportione habē-
tes se in proportione. e.ad.f. dico qz totidē cadunt inter. e. z. f. et ea-
dem proportione quot inter. a. z. b. Sint enī. g. b. k. l. totidē minimi quot sunt. a.
e. b. qui inter eos cadunt sampti. quēadmodū docet secunda huius ppor-
tionales in eadē pportione: eruntqz p.3. g. e. l. cōtra sc primi: et per equā ppor.
erit. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoqz et sicut. e. ad. f. et qz ipsi sunt in sua pportione mi-
nimi p.23. septimi. sequit̄ per. 21. eiusdē ut. g. numeret. e. e. l. f. equaliter: totiens igi-
tur numeret. b. m. z. k. n. positibz. m. z. n. inter. e. z. f. constat p.18. septimi. e. m.
n. f. esse cōtinue pportionales: quēadmodū sunt. g. b. k. l. et ideo quēadmodū. a. c.
d. b. quare pater quod dictū ē. Ex hac constat nullā sūpticularē posse per cōglia dini
dis: si enī hoc esset oposteret inter duos numeros sola vnitate distanties numerum
cadere medium quod esse nō pōt: ideoqz tonus in musica quē seruiciat cōtinct
pportione: in duo vta semitonia dividī non potest: sed necessario dividī in minus
semitonium et maius.

Propositio .8.

Si inter duos numeros ptra se primos numeri quotlibet
cōtinua pportionalitate ccciderint: inter vtrūqz eorum et
vnitatē totidem cōtinua pportionalitate cadere necesse ē.
Sint. a. et. b. ptra se primi. inter quos cadat incōtinua propo: e. z.
d. dico qz totidē etant continue pportionales inter. a. et vnitatē: itē-
qz tōndan inter. b. et vnitatē. Sint enī in illa pportione minimi. e. z. f. sumpti ut
docet. 34. septimi: ex quibus sumant̄ tres cōtinue pportionales et minimi i corū



VIII

proportione pnt vocet scđa bnius qui sint. g. b. k. deinde qđtuor qui sint. l. m. n. p. et hoc totiens fiat vñquequo sic sumpti fiat totidē quot sunt numeri ppositi: vt sunt bic. l. m. n. p. Cōstat itaqz cōsunt. a. c. d. b. in sua pportione mimi p primā bnius. sintqz. l. m. n. p. totidē et mimi in eadē. Nō sit aut̄ possibile eē aliquid minus minimo q̄ numeri. l. m. n. p. equalis erūt nūc̄is. a. c. d. b. qui vñqz suo relatiōē ē igit̄: l. equalis. a. z. p. b. Manifestū aut̄ ex scđa bnius q̄ ex. f. in se fit. k. et ex eodē. m. k. p. p̄ diffinitionē igit̄ eius qđ ē multiplicari: erit. f. in. k. k. quoqz in. p. quotiēs vñitas ē in. f. itaqz vñitas. f. k. p. sunt cōtinue pportionales. Silt̄ aut̄ et vñitas. e. g. l. sūptis ergo. a. z. b. loco. l. e. p. sibi equaliū erūt inter. a. z vñitatē. g. z. e. z inter. b. et vñitatē. k. z. f. cōtinue pportionales: totidem quot sunt inter. a. z. b. quod est propositum.

Propositio 10.

Si inter vñraqz eoz et vñitatem quotlibet numeri cōtinua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate inter esse necesse est.

Cōsint duo numeri. a. z. b. sintqz. t. z. d. inter. a. z vñitatē. e. quoqz et f. inter. b. et vñitatē cōtinue pportionales. dico totidē esse inter. a. z. b. cōtinue pportiōales: bec̄ cōversa prioris excepto q̄ ad subiectum pmissile appositiū crat. a. z. b. esse contra se p̄imos qđ nō apponit hic ad passionē: qua. p/ p̄ter vñloz est passio bnius subiecto illius. Quia igit̄ quotiens vñitas in. d. roties ē d. in. c. et totiēs. c. in. a. cōstat qđ ex. d. in se fit. c. et ex eodē. d. i. c. a. Silt̄ quoqz ex. f. in se et in. e. sicut. e. z. b. ducat̄ itaqz. d. in. f. et pductus sit. g. iteqz idē. d. ducat̄. i. g. z. e. et sunt producti. b. z. k. Constat igit̄ ex. 18. septimi q̄. c. ad. g. vt. d. ad. f. et ex 19. q̄. g. ad. e. vt. d. ad. f. quare. c. g. e. sunt cōtinue pportionales i proportione d. ad. f. itē p. 18. iteqz sunt. a. ad. b. sicut. c. ad. g. z. b. ad. k. sicut. g. ad. e. z p. 19. k. ad b. sicut. d. ad. f. igit̄ sunt. a. b. k. b. cōtinue pportionales: quare cōstat proposītum.

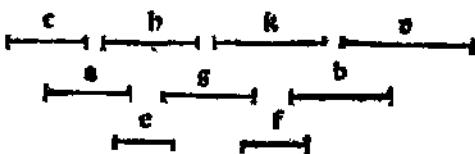
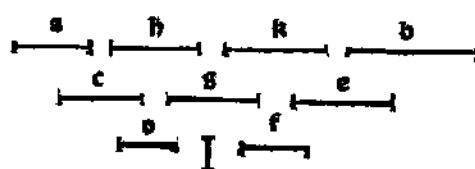
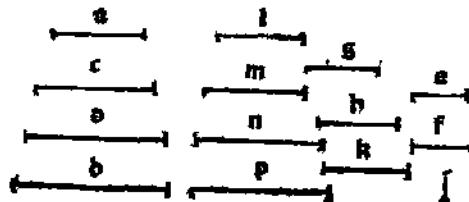
Propositio 11.

Si fuerint ambo quadrati erit pportio vñius ad alterū tāquā sui lateris ad latus illius pportio duplicita. Si vero ambo fuerint cubi: erit pportio alterius ad alterum tāquā sui lateris ad latus alterius pportio triplicata.

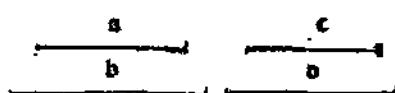
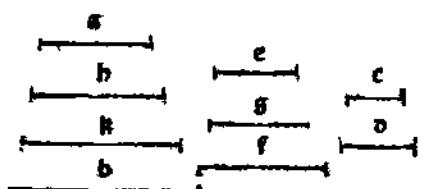
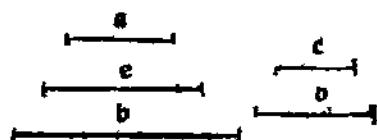
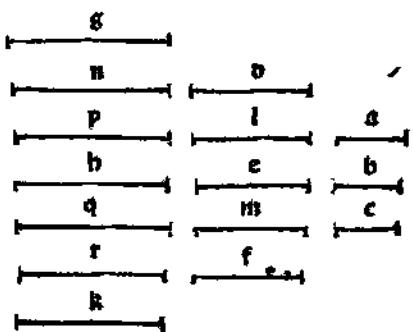
Cōsint duo quadrati. a. z. b. et duo cubi. c. z. d. latera tā quadratorū q̄z cuboꝝ sint. e. quidē. a. z. c. f. vero. b. z. d. dico q̄ pportio. a. ad. b. erit sicut. e. ad. f. duplicate. c. vero ad. d. sicut eadē triplicata. Manifestū enī est q̄ ex. e. in se fit. a. z ex ipso. e. i. a. c. sic quoqz ex. f. in se fit. b. z ex ipso in. b. d. ducat̄ igit̄. e. in. f. et puenit. g. z in. g. z. b. et pueniant. b. z. k. cōsqz p. 18. septimi. a. ad. g. sicut. e. ad. f. et per. 19. g. ad. b. sicut. c. ad. f. igit̄ ex diffinitione. a. ad. b. sicut. e. ad. f. duplicate qđ est p̄imū. Sc̄m eodes modo cōstat. sunt enī p. 18. iteqz. c. ad. b. sicut. a. ad. g. et b. ad. k. sicut. g. ad. b. et per. 19. k. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. c. b. k. d. sunt etiā cōtinue pportionales in pportione. e. ad. f. p̄ diffinitionē igit̄ erit. c. ad. d. sicut. e. ad. f. triplicata: quod est secūdū.

Propositio 12.

Si numeroꝝ cōtinue pportionalitatis quisqz in seipſū ducatur: qui inde pducent sub cōtinua pportionalitate esse: Qđ si utē in ipſos pductos p̄cipia sua ducant: inde quoqz pductos cōtinue pportionalitatis eē necesse est. idēqz in omnibus hoc modo productis extremitatibus.



LIBER



CSunt a.b.c. p̄tinue proportionales quoq; quisq; in se ducatur et proueniāt ex. at quidē d. ex. b. vero. e. et ex. c. f. vico q. d. c. f. sūt p̄tinue proportionales: q. si item. g ducat in. d. et proueniat. g. b. quoq; in. e. et proueniat. b. et c. in. f. et proueniat. k. vico etiā q. g. b. k. erunt cōtinue proportionales. sit enī ex. a. in. b. l. et ex. c. i. eundem. m. eruntq; p. 18. et 19. septimi. d. l. e. m. f. p̄tinue proportionales in proportione. a. b. c: itaq; per equā proportionalitatem argue. d. ad. e. sicut. e. ad. f. qd est primū. Keli/ quū sic. ducat. a. in. l. et e. et proueniat. n. et p. c. quoq; ducat in. e. et m. et proueniat. q. et r. eruntq; per easdem. g. n. p. b. q. r. k. continue quoq; proportionales in pro/ portione primoq; p̄ equā igit proportionalitatē cōclude. g. ad. b. sicut. b. ad. k. qd est reliquum. Eadem erit rō quotienscunq; primi in productos ducantur.

Propositio .13.

Si quis quadratus numerus alium quadratum numeret latuſ quoq; ſuū latus illi⁹ numerare p̄bat. Si vero latus ſuū latus illius numeret quadratus numerat quadratuſ. Cū ſunt duo numeri. a. et. b. quadrati: latera qz eoz. c. et. d. dico q. si. a numerat. b. c. quoq; numerabit. d. et ecōuerſo: conſtat enī q. ex. c. in ſe fit. a. ex. d. quoq; in ſe. b. ſiat igitur. e. ex. c. in. d. eruntq; per. 18. et 19. septimi. a. e. b p̄tinue proportionales in proportione. c. ad. d. ſi igit. a. numerat. b. idem ipſe per. et buiſſus numerabit. e. quare e. c. d. qd est primū. Conuerſa ſic patet. ſi. c. numerat. d. p. numerabit. e. ppter id qd p̄portio. a. ad. c. ſicut. c. ad. d. et ſi numerat. e. ipſe nu/ merabit. b. ppter hoc q. ſunt continue proportionales.

Propositio .14.

Si cubus alium cubum numeret: latus quoq; ſuū latus al/ terius numerabit. Si vero latus ſuū latus alterius nu/ meret: cubum numerabit cubum.

Cū ſunt duo numeri. a. et. b. cubi latera qz eoz. c. et. d. dico q. si. a. nume/ rat. b. c. quoq; numerabit. d. et ecōuerſo: ducatur enī. c. in ſe. et ſiat. e. d. quoq; in ſe. et ſiat. f. pſtat igit q. ex. c. in. e. fit. a. et ex. d. in. f. b. ſiat itaq;. g. ex. c. in. d. eruntq; per. 12. et. 19. septimi. e. g. f. p̄tinue proportionales in proportione. e ad. d. ſed et. b. et. k. proueniant ex. c. in. g. et. f. per easdem igitur erunt. a. b. k. b. cō/ tinue quoq; proportionales in eadem proportione. itaq;. ſi. a. numerat. b. idem p̄ 7. buiſſus numerabit. b. quare e. c. d. eſt enim. c. ad. d. ſicut. a. ad. b. conſtat igit pri/ ma pars. Conuerſa patet: ſicut conuerſa prioris. Nam ſi. c. numerat. d. a. quoq; numerabit. b. quē ſi numerat neceſſe eſt ut numeret. b.

Propositio .15.

Si numerus quadratus quendā alium quadratum nō nume/ ret: nec latus ſuū latus illius numerabit. Si vero latus ſuū latus illius non numeret: quadratus iſ quadratum illum non numerare ex neceſſitate conuincitur.

Chec. 15. proponit negationes cōuerſi: que affirmationsib⁹ quas. 13. binus conuerſi proponit opponuntur: vt ſi ſint duo numeri quadrati. a. et. b. quo/ sum latera. c. et. d. ſi. a. non numerat. b. c. quoq; non numerabit. d. econuerſo: etiā ſi. c. non numerat. d. nec. a. b. ſit enim primo ut. a. non numeret. b. ſi itaq;. c. nu/ merat. d. per ſecundā partem. 13. buiſſus e. a. numerabit. b. qd ē cōtrariū positioni ſicq; patet. priuum. ſecundū quoq; ſic: ſit p̄t. c. nō numeret. d. itaq;. ſi. a. numeret. b

VIII

per primā ptem. 13. necesse est ut c. numeret. d. necesse est igitur ut numeret ipsum cū non numerat ipsum: qd est impossibile. Quādmodū autē necesse est cōverti negationes oppositas affirmariōibus quas. 13. demōstravit cōverti; sic quoqz necesse ē cas negatiōes que opponunt illis affirmationibz quas pmissa cōverti demōstra mit cōvertant. Vnde si cubus nō numerat cubū nec latus eius numerabit latus illi? econverso quoqz si latus vnius nō numerat latus alterius; nec ipse cubus numerabit alterū cubū. demōstrat aut hoc p pmissam a destricione psequēris: sicut qd p/ positum est per. 13. ideoqz hoc auctor nō propositus: sed per id qd p/ propositū ē ipsū dedit intelligi.

Propositio 16.

Si duo numeri supficiales fuerint siles necesse ē tertū nu/ merū fin pportionalitatē cōtinua eis iteresse: eritqz pro/ portio vnius numeri ad altez sibi simile velut vni lateris

sui ad latu alterius se respiciens propotion duplīcata.

Sint duo numeri. a. z. b. supficiales et similes: dico q inter ipsos cadet vnius numerus in cōtinua pportione: latera enī. a. sine. c. z. d. b. vero. latera sint. e. z. f. eruntqz ex cōversione diffinitionis numeroz similiū. e. ad. e. sicut. d. ad. f. constat aut q ex. e. in. d. fiat. a. z ex. e. in. f. b. fiat itaqz. g. ex. e. in. d. eritqz p. 19. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. z per. 18. euſdē. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare. a. ad. g. sicut. g. ad. b. est itaqz. g. cōtinua pportionalitate medius inter. a. z. b. qd est pro/ positum. Lorenſ. aut patet. cū sicut. a. ad. b. per diffinitionē sicut. a. ad. g. duplīcata. que eadem est illi qdc est. c. ad. e.

Propositio 17.

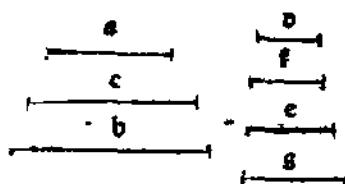
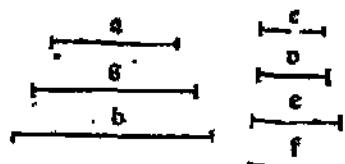
Si secūdū cōtinuum pportionalitatē tertī numerū vnoqz numeris inter sit: illi duo numeri supficiales sunt et similes.

Thcc est cōversa pmissa: ut si inter. a. z. b. sit. c. sub cōtinua pportio/ nalitatē cōstitutus. a. z. b. erunt supficiales et similes. sint enī. d. e. c. minimi in proportionē qd continuantur. a. b. c. qui per. 21. scpti/ mi numerabunt. a. z. c. equaliter: sicutqz vt fm. f. et per eandem. x. z. b. equaliter: et sit vt fm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. z. b. supficiales: et erunt etiam per diffi/ finitionem. d. z. f. latera numeri. a. c. quoqz e. g. latera numeri. b. Qd autē ipsi sint similes sic habero: cum enim ex. d. in. g. sit. c. et ex. e. in. f. sit idē. c. erit p scđam per/ tem. 20. septimi. d. ad. e. sicut. f. ad. g. per diffinitionē igitur. a. z. b. sunt similes qd est propositum: hoc autem ultimum qd est. a. z. b. esse similes potest etiam haberi per. 19. z. 18. septimi et per has rpoth. q. a. c. b. sunt p̄tinue pportionalales in ppor/ tione. d. ad. c. minimoz numerantū. a. z. c. fm. f. z. c. z. b. scđam. g.

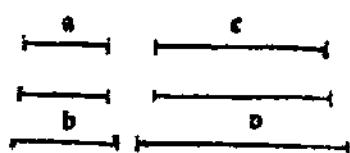
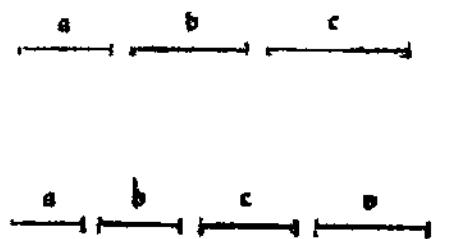
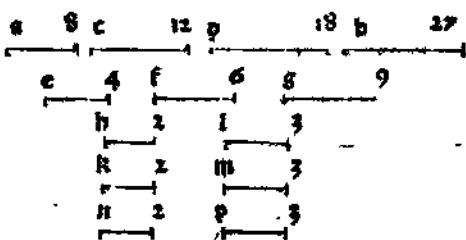
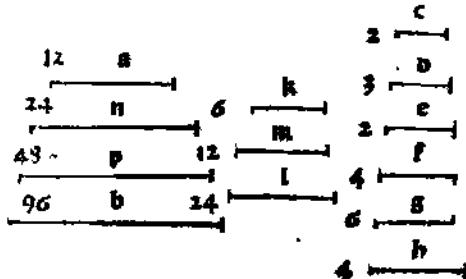
Propositio 18.

Si fuerint duo numeri solidi siles: necesse est eis duos nu/ meros fm continuam pportionalitatem interesse. erit/ qz propotion vnius solidi ad alterum sibi similem. velut cuiuslibet sui lateris ad latu alterius respiciens se. ppor/ tionaliter propotion triplicata.

Sint duo numeri. a. z. b. solidi similes: dico q inter ipsos cadent duo numeri in cōtinua pportione. Sunt enī latera numeri. a. c. d. e. latera vero. b. sint. f. g. h. erunt qz ex cōversione diffinitionis numeroz similiū. c. ad. f. z. d. ad. g. sicut. c. ad. h. Sic igitur ex. c. in. d. k. et ex. f. in. g. l. eruntqz ex diffinitione. k. z. l. supficiales et similes.



LIBER



quare per. is. huius unus numerus cadet inter eos medius sim proportionē c.ad.f. qui sit.m. Di manifestū aut ē q̄ ex.e.in.k.fit.a. t ex.b.in.l.b. si igit̄ ex.e.in.m. e.l. fiant.n.z.p.erūt p. 18. septimi. a.ad.n.sicut.k.ad.m.t.n.ad.p. sicut.m. ad.l. q̄c a.n.p.sunt primae proportionales in proportionē c.ad.f. e q̄ per. 19. eiusdē.p.ad.b. sicut.e.ad.b. e ideo sicut.c.ad.f. sequit̄ ut quatuor numeri. a.n.p.b. sint continuo proportionales sim proportionē c.ad.f. sunt itaq̄ inter.a.z.b.duo numeri.n.z.p. medij incōtinu. proportionalitate suoꝝ laterum interpositi: qđ ē ppositū. Lorci. autē p̄cū pportio.a.ad.b.sit p̄ diffinitionē sicut.a.ad.n.triplicata que est eadem illi. qđ est.c.ad.l.

Propositio 19

Seis scdm cōtinuā proportionalitatē duo numeri interācent quilibet duo numeri solidi sunt atq̄ similes. Quic est p̄uersa p̄missile vt si inter.a.z.b.sint duo numeri. c.z.d. medij in cōtinua proportionē erūt. a.z.b. solidi e similes: Sunt enim tres minimi in eadē proportionē primae proportionales qui sunt. c.f.g. crūtq̄ per. 17. e.z.g. superficiales e similes. sint ergo. b.z.k. latera. c. at. l. z. m. latera. g. etiq̄ per conel. 16. huius. e. ad. f. sicut. b. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū autē est ex tercia q̄. e. z. g. sunt p̄tra se primi: ideoq̄ per. 23. septimi in sua proportionē minimi. e q̄ p̄ equā proportionalitatē sunt. a. ad. d. e. c. ad. b. sicut. e. ad. g. sequit̄ per. 21. septimi: ut ipsi numerent. a. z. d. equaliter qđ sit sim. n. z. item. c. z. b. equalis qđ sit sim. p. Quia igit̄ ex. b. in. k. fit. e. e ex. e. in. n. fit. a. sequit̄ p̄ diffinitionē vt. a. sit solidus eiusq̄ latera. b. k. n. sitr q̄ ex. l. in. m. fit. g. e ex. g. in. p. b. sequitur etiam ut. b. sit solidus e eius latera. l. m. p. ipsos autē esse similes sic constabit cū ex. g. in. n. sit. d. e ex. eodē in. p. b. erit p. 18. septimi. n. ad. p. sicut. d. ad. b. e q̄ sic erant b. ad. l. z. k. ad. m. p̄ diffinitionē manifestū est. a. z. b. esse similes: qđ est p̄positū.

Propositio 20

Strium numerorum continuo proportionaliū primum fuerit quadratus tertium quoq̄ quadratum esse. Sint tres numeri continuo proportionales. a. b. c. fitq̄. a. quadrat⁹ dico q̄. c. est etiā quadratus sunt enī p. 17. a. e. c. superficiales e similes cum igit̄. a. sit quadratus p̄ hypothē. erit. c. quadratus.

Propositio 21

Siquatuor numerorum continuo proportionalium. primum fuit cubis: quartum cubum esse necesse est. Sint quatuor numeri cōtinue proportionales. a. b. c. d. fitq̄. a. cubus: dico q̄. d. est etiā cubus: cōstat enim per. 19. q̄. a. z. d. sunt solidi similes: e q̄. a. est cubus per hypothē. erit etiam. d. cubus.

Propositio 22

Si duox numeroꝝ quoꝝ propoſtio ſicut quadrati ad quadratū fuerit vñ⁹ quadrat⁹: alterū quoq̄ quadratum eſſe. Sint duo numeri. a. z. b. in proportionē duox quadratoꝝ qui ſunt c. z. d. fitq̄. a. vel. b. quadratus: dico reliquū eſſe quadratū: cū enim c. z. d. ſint quadrati: ſequitur eos eſſe superficiales similes. ideoq̄ per 16. cadet unus medius inter eos in continua proportionē: quare per. 8. e inter. a. e. b. per. 20. igit̄ cōstat p̄positū.

Propositio 23

Si duo numerorum quoque proportionis ad alterum sit sicut cubi ad cubum alterius fuerit cubus ad alterum cubicum esse. **C**sint duo numeri. a. et. b. in proportione duorum cuborum qui sunt. c. et. d. si quoque a. vel. b. cubus; dico reliquum esse cubum. necesse est enim quod c. et d. sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes et solidi: itaque per inter ipsos cadent duo medii in continua proportione totidem igitur per. s. cadent inter. a. et. b. itaque per. 2. manifestum est quod dicuntur.

Propositio .24

Numerorum superficialium similium est proportio unius ad alterum sicut proportio quadrati ad quadratum. **C**sint. a. et. b. superficiales similes. dico quod unus ad alterum est proportio sicut quadrati ad quadratum: erit enim per. 16. inter eos unus numerus medius in continua proportione qui sit. c. sumptis itaque tribus minimis in proportione eorum: qui sunt. d. e. f. erunt per conatur. 2. d. ad. f. quadrati: et quod equa proportionalitate est. a. ad. b. sicut. d. ad. f. constat vero esse quod apponitur.

Propositio .25

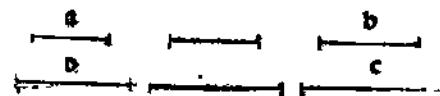
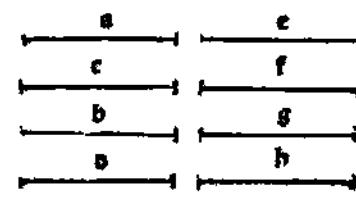
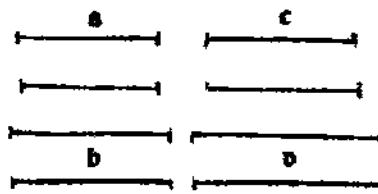
Mundum duorum solidorum similium est proportio unus ad alterum sicut aliquius cubi ad aliquem cubum. **C**sint. a. et. b. solidi similes: dico quod proportio unus eorum ad alterum est sicut aliquius cubi ad aliquem aliud cubum. Sunt quidem per. 18. inter eos duo numeri medi in continua proportione qui sit. c. et. d. i. eorum proportione sunt minimi: quartus. e. f. g. h. quoque c. et. b. erunt cubi per conaturum secundum: quod igitur per equa proportionalitatem est. a. ad. b. sicut. e. ad. h. liquet proportionem. *Explicit liber Octauus Incipit liber Nonus.*



Ar numerus est qui potest in duo equalia divididi. **C**Impar numerus est qui in duo equalia divididi non potest: additique supra parē unitatem. **P**ariter pars est quae cuncti pares eum numerantur paribus vicibus numerantur: **C**Pariter in par est quae cuncti pares eum numerantur imparibus vicibus numerantur. **C**Pariter pars et impariter pars est quae pares eum numerantur quidam paribus quidam in paribus vicibus numerantur. **C**Impariter pars est quae cuncti imparibus eum numerantur imparibus vicibus numerantur. **C**Perfectus numerus appellatur qui oibus partibus suis quibus numeratur est equalis. **C**Omnibus dicitur qui oibus suis partibus minor est. **C**Diminutus vero qui maior.

Propositio .26

Si fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alterius in alterum producetur numerum quadratum esse necesse est. **C**sint. a. et. b. superficiales similes ex quoque multiplicatione proveniant. c. dico. c. esse quadratum: fiat enim d. ex. a. in se. eritque per. 16. septimi. mi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. et quod inter. a. et. b. cadit unus medius secundum continuam proportionalitatem per. 17. octauum. sequitur per. 8. eiusdem ut unus quoque cadat inter. d. et. c. itaque cum d. sit quadratus erit per. 20. eiusdem. c. quoque quadratus quod est propositum.



LIBER

Propositio 2

Si ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaque pars tens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis productetur tetragonum esse. Si vero ex ductu tetragoni in numeru aliquo tetragonus producatur illu numerum aliquo esse tetragonum. Itaque si ex ductu tetragoni in numeru aliquo non tetragonus producatur eum numerum aliquo non tetragonum esse. Si vero tetragonus in numeru aliquo non tetragonum ducatur: qui inde productetur non tetragonum esse necesse est.

Chec est pueris prioris ut si ex. a. in. b. fiat. c. quadratus: erunt. a. et. b. superficiales similes. sit eni. d. ex. a. in se. critque per. 18. septimi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. per. 16. aut. s. cum. d. et. c. sint superficiales similes: eo quod sunt ambo quadrati. erit inter eos unus numerus medi⁹ bin⁹ continua proporcionalis. itaque eiusdem erit etiam unus inter. a. et. b. Igitur p. 17. eiusdem. a. et. b. sunt superficiales similes: quod est propositum Prima ps corollari. patet p. premissam: sunt enim omnes tetragonos superficiales similes secundum patet ex hac cum sit solus tetragonos similis tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius corollari. pte a destructione sequentis. quarta vero p. ex eiusdem pte secunda a destructione etiam sequentis.

Propositio 3.

Si numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde produceatur erit cubus.

Sit. a. cubus ex quo in se duxto fiat. b. dico. b. esse cubus. sit eni. a. latus cubic⁹. a. ex. c. vero in se fiat. d. patet itaque quod ex. c. in. d. sit. a. sunt igitur unitas. c. d. a. proportionales: quod ex. 18. septimi et per sentibus hypothesibus manifestum est: et quia est. a. ad. b. sicut unitas ad. a. eo quod quotiens unitas est in a. toties. a. in. b. erit iter. a. et. b. duo numeri medi⁹ bin⁹ proportionale per. 8. octauis: cum igitur ex hypothesi sit. a. cubus erit per. 2. eiusdem. b. quoque cubus: quod oportebat demonstrare.

Propositio 4.

Si cubus in alium cubum ducatur. qui inde productetur erit cubus.

Sint. a. et. b. cubi: fiatque c. ex. a. in. b. dico. c. esse cubum. fiat enim d. ex. a. in se. critque per premissam. d. cubus et quod per. 18. septimi est. a. ad. b. sicut. d. ad. c. constat ex. 2. octauis. c. esse cubum: quod est propositum.

Propositio 5.

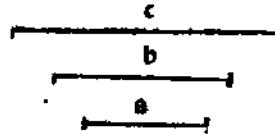
Si numerus cubus in numeru aliquo ducatur: fueritque productus cubus in quem ductus est numerum cubum esse necesse est. Unde et manifestum est: quia ex ductu cubi in non cubum productitur non cubus. Ductoque cubo in numeru aliquo si fuerit qui inde productetur non cubus in quem ille ductus fuerit necesse est esse non cubum.

Sit eni ex. a. cubo in. b. numeru productus. c. cub⁹ dico. b. esse cubus: fiat enim d. ex. a. si qui per antepremissam erit cub⁹: quod igitur est per. 18. sep. a. ad. b. sicut. d. ad. c. estque a. cubus h. c. d. et. c. cubi crit p. 2. octauis. b. cub⁹ quod est p. p. positum: prima ps corollari. patet ex hac quinta a destructione p. n. tis. secunda per p. missam sicut a destructione t. sequentis.

Propositio .6.

SEx ductu cuiusdam numeri in se ipsum cubus producas eum esse cubum necessario comprobatur.

C Sit ut ex. a. in se fiat. b. sitqz. b. cubus: dico ergo. a. esse cubum: fiat eni. c. ex. a. in. b. eritqz ex diffinitione. c. cubus. et qm̄ constat ex. 18. septimi q̄ sit. a. ad. b. sicut. b. ad. c. tū sint. b. et. c. cubi: sequit ex. 23. octau. a. esse cubum: qd̄ ē ppositū.



Propositio .7.

SI numerus cōpositus in numerum quēlibet ducatur: qui inde producetur erit solidus.

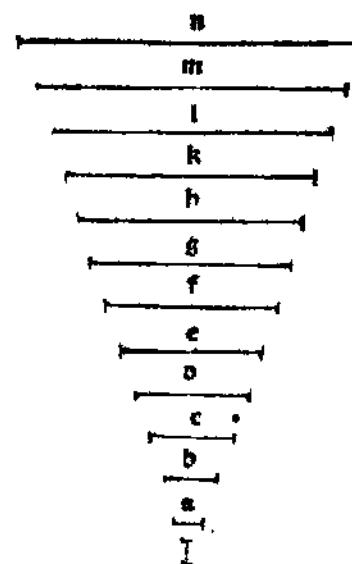
C Sit. a. numerus cōpositus: qui ducatur in. b. et pueniet. c. dico. c. esse numerū solidū: cū eni. a. sit cōpositus numeratur ab aliquo numero qui sit. d. numeretqz eum sc̄m. e. quia igitur ex. e. in. d. fit. a. et ex. a. in. b. c. erit ex diffinitiōe solidoz. c. solidus eiusqz latera. e. d. b. qd̄ ē ppositū.



Propositio .8.

SI fuerint nūmeri ab vnitate cōtinue proportionales: tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps uno semper intermissio. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itēqz septimus ab vnitate ē quadratus cubicus. ac deinceps: quinqz semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

C Sint cōtinue proportionales vnitas. a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico. b. esse quadratum et. d. obmissio. c. et sic alios uno semper obmissio. vnde simpli om̄s existētes in in locis ipsaribz sunt quadrati: vt sunt tertius quintus et septimus: dico item. c. esse cubū et. f. duobus obmissis: et sic in ceteris. Omnisqz simpli est cubus cui⁹ ab vnitate locus addit sup ternariū: vel quēlibet multiplicē ipsius ternarij vnitatē: vt sunt quartus septimus decim⁹ tertiusdecimus et sextusdecimus. in his eni puenient om̄nes qui duos transmittunt. Itēqz dico. f. ab vnitate septimū esse quadratum cu/ bicū: et silt. n. quinqz numeris intermissis: idēqz in ceteris. Simpli autē dico cui⁹ locus ab vnitate addit super senariū vel quēlibet multiplicē ipsius vnitatē: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus et vicimusquintus: illū cē quadratum cu/ bicum: quadratum quidē qm̄ eius locus impar: cubū autē qm̄ sup multiplicem ter/ narij addit vnitatem quippe senarij multiplicē cūctos ternarij necesse est cē mul/ tiplices. Que autē pposita sunt sic constat. Est eni ex hypothesi. a. in. b. quoties vni/ tas in. a. itaqz. b. ex diffinitione quadratus: q̄ iſi. b. c. d. sūt cōtinue proportiona/ les cu. b. sit quadratus p̄ ex. 17. vcl. 20. octau. d. esse quadratum. Eadem rōne et f. q̄. d. e. f. sunt cōtinue proportionales: ct. d. est quadratus: idem in ceteris uno iter/ missio: p̄stat itaqz primū. Sc̄m sic cū sit. b. in. c. quoties. a. in. b. ex hypoth. sequit̄ a diffinitione vt ex. a. in. b. suū quadratum fiat. c. iſi ex diffinitiōe cubi. c. est cub⁹ At q̄. c. d. e. f. sūt cōtinue proportionales sed et. f. g. h. k. autē c. cubus: necesse est per. 19. vcl. 21. octau. vt. f. quoqz sit cubus. idcoqz et. k. idemqz i ceteris duob⁹ trās missis: q̄rē liquet sc̄m. Qm̄ autē. m. f. septimo et in. n. tertiodecimo: ceterisqz quin qz medios obmittētib⁹. simpli vero et in oībus quoqz loc⁹ semp quēlibet multiplicē senarij addit vnitatēz: terminant quadratoz et cuboꝝ cōputatiōes: in his quidem vni⁹: in illis autē duoz obmissione sequit̄ ipsos esse q̄dratos: ex huīns prima p̄c et cubicos ex sc̄m: quāre quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur



LIBER

Propositio. 9

In numeris quolibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitate sequens quadratus fuerit: ceteri quoque omnes erunt quadrati. Si vero qui unitate sequitur fuerit cubus ceteri quoque omnes erunt cubi.

Sunt qui prius continue proportionales ab unitate: sicut a. quod datus: dico omnes esse quadratos. aut sit idem cubus: tunc quoque dico omnes esse cubos. b. eni constat esse quadratum per premissam: quod ergo a. ad. b. sicut b. ad. c. ex 2. octauum sequitur. e. esse quadratum. id est quoque ex eiusdem. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autem idem eodem modo probabis: quare patet primus. Scimus autem sic. cum b. fiat ex a. in se si fuerit a. cubus erit per 3. ipse quoque cubus. c. vero constat esse cubum per premissam. itaque per 23. octauum. d. omnesque sequentes cubicos esse probabis: est enim a. ad. b. sicut c. ad. d. Idem quoque arguere potes ex 19. vel. 21. eiusdem sunt enim a. b. c. d. sed et b. c. d. e. singuli que continuerint sumptu continue proportionales.

Propositio. 10.

In numeris quolibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitate sequens non quadratus fuerit. non erit alioque quisque quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps uno semper intermissione reperiuntur tetragoni. Si vero secundus ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus exceptis ab unitate quarto: et deinceps his qui duorum semper intermissione formantur cubicis.

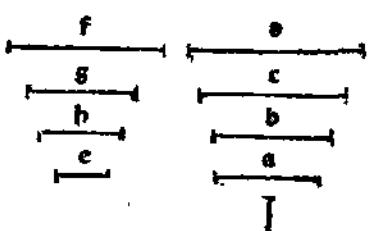
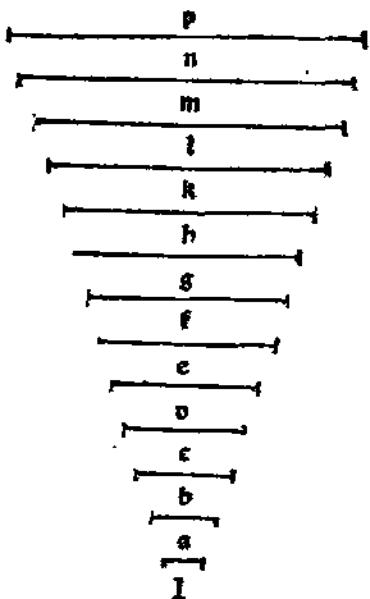
Chec ex opposito subiecti premissae inferat prem oppositi passionis. dico autem partem quam ex 8. probat omnes impares esse quadratos. omnesque quorum locus super ternarium vel quilibet ipsius multiplicem addit unitate esse cubos. sint itaque qui prius ab unitate continente proportionales non sit autem a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex aliis esse quadratum: aut cubicum nisi quos octaua proponit. si enim quis alius ponatur quadratus sequitur per 22. octauum. a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per 23. eiusdem. a. esse cubum quorum unitus contrarium est postea. Constat ergo ppositum:

Propositio. 11.

In numeris quolibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeretur: cum quoque qui unitate sequitur numerare necesse est.

Sunt vero ad d. continente proportionales ab unitate: sicut c. numerus primus de quo ponas ipsum numerare. d. dico quod idem numerabit a. Nam si non erit ad ipsum primus per 32. sep. et quod ex a. i. se fit. b. sequitur ex 26. eiusdem ut ipse quoque sit primus ad b. sed et ad c. et ad d. sequitur ipsum ex primis per 25. eiusdem: eo quod ex a. i. b. fit. c. et ex eodem in c. d. non ergo numerat. d. cum sit primus ad ipsum: quod accidit per rationem hypotheseos. Ide alterum cum sit e. primus si non numerat. a. primus erit ad ipsum per 32. sep. Itaque per 32. eiusdem erit minimi i. sua proportione: quod autem e. ex hypothese numerat. d. sit ut b. m. f. probat vero quod ex a. in c. fiat. d. ergo quod secundum pte. 20. sep. erit a. ad. e. sicut f. ad. c. quod per 21. eiusdem e. numerabit. c. et sit ut b. m. g. et quod ex a. i. b. fit. c. sequitur quod per easdem et eodem modo ut e. numeret. b. esto ergo quod b. m. b. et quod rursus ex a. in se fit. b. necesse est ut et per easdem ut e. numeret. a. sed positum erat non numerare s. accidit impossibile.

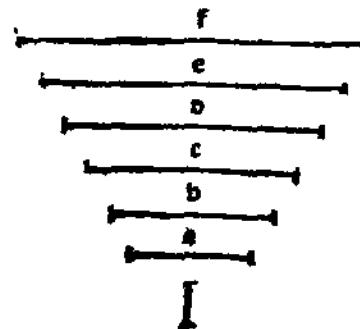
Propositio. 12.



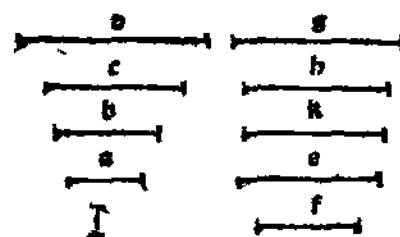
In numeris ab unitate continue proportionalibus minor maior / re numerat sum aliquem in illa proportionalitate dispositum. **C**sint ab unitate usque ad f. continuae proportionales. dico nullum ipsorum numerare. f. nisi sum aliquem alioz: constat enim quod e. numerat ipsum. f. sum a. est enim e. ad f. ut unitas ad a. sed etiam d. numerat eiusdem f. sum. b. est namque per equam proportionalitatem d. ad f. ut unitas ad b. De c. quoque patet eodem modo quod secundum se ipsum numeret eum. Econverso quoque a. numerat eum f. sum. e. eo quod sicut unitas ad e. ita a. ad f. b. vero sum d. est enim ut unitas ad d. ita b. ad f. Vix igitur est quod apponitur. Quippe quotusquisque qui proponit ultimum numerare fuerit sub ultimo sum totum supra unitatem numerare ipsum convincit per equam proportionalitatem et definitionem.

Propositio 13

Nonlibet numeris ab unitate continue proportionalibus si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.



Csint ut prius usque ad d. continuae proportionales ab unitate. sumus a. numerus primus: dico quod nullus numerabit ultimum nec simili aliquem eorum nisi aliquis eorum qui antecedit ultimum vel eum qui ponit numerari. Sit enim si possibile e. e. dicitur sum ab eis qui numeret. d. qui si fuerit primus per unitatem numerabit. a. non igitur e. a. sum primus quod est per hypothese. Si autem ipse fuerit copositus necesse est per propositionem 30. septimi: ut aliquis primus numeretur cuius non erit nisi a. Nam si e. aliud ab a. ut f. cum necesse sit ipsum numerare d. argueretur etiam eiusdem numerare. a. per unitatem. sic quoque a. non erit primus. Est igitur a. primus numeratus. e. quoniam autem c. numerat d. sit ut sum. g. critique per secundam partem 20. septimi. a. ad e. sicut g. ad c. sit enim d. ex. a. i. c. quod est ut a. numerat. e. e. g. numerabit. c. sitque ut sum. b. sequiturque ut a. numeret. g. sicut sequitur ut numeraret. c. alioquin si g. quidem est primus cum numeret. c. sequitur per unitatem ipsum numerare. a. Si autem copositus per eadem sequitur numerum ultimum numerantem. g. numeraret. a. quod est inconveniens. itaque a. numerat eum. sequitur ergo per secundam partem 20. septimi ut b. numeret quoque b. eo quod tamquam ex. a. in. b. quod est. g. in. b. constat perducere. c. numeret. b. itaque ipsum sum. k. Constat autem ut per unitatem dicitur. g. per. a. non numeretur. b. Nam si non non erit a. primus itaque per secundam partem 20. septimi sequitur ut k. numeret. a. sit enim tamquam ex. a. in. se. quod est ex. b. i. k. b. Manifestum est autem k. non esse a. nullus enim numeretur. g. b. k. est aliquis ex. a. b. c. d. si enim g. esset aliquis ex. eis. sed non erat: nec igitur g. sit ut b. numeret. c. sum. g. non erit b. aliquis ex. a. b. c. Nam esset per primis et g. ostendit est autem quod non: nec igitur b. eadem ratione nec k. cum enim ipse numeret. b. secundum. b. si ipse esset a. connumeretur per primis. b. quoque esset a. At non erat: nec igitur k. erit a. numerat autem ipsum. Non est itaque a. primus quod est impossibile. **C**litter idem si c. dicitur sum ab a. b. c. d. numerat d. sit ut secundum. f. et quod a. numerus primus numerat. d. perducere ex. c. in. f. sequitur ex 33. septimi quod ipse numeret. e. vel f. numeret. ergo e. quod est tamquam ex. a. i. c. quod est ex. e. in. f. sit d. erit per secundam partem 20. septimi. a. ad e. sicut f. ad c. numerat itaque f. c. sit ut secundum. g. critique per 33. septimi ut a. quoque numeretur. f. vel. g. sitque ut f. sequiturque per secundam partem 20. eiusdem ut g. numeretur. b. sitque ut secundum. b. ut prius igitur a. numerabit. g. vel. b. et sit ut numeretur. g. b. ergo per secundam partem 20. numerabit. a. si itaque b. non est equalis a. non erit a. primus: quod est contra hypothese. Si autem equalis erit unusquisque numerorum. g. f. e. aliquis ex. a. b. c. d. per primis quo



LIBER

tens oportet assumptam. Non est igit̄ e. diversus ab eis: qd̄ est etiā cōtra hypothē, itaqz constat ver̄ esse qd̄ proponit. **Propositio 4.**

Si ppositus fuerit numer⁹ minus quē numerat primi assignati nō numerabit eū aliquid numerus primus preter illos assignatos.

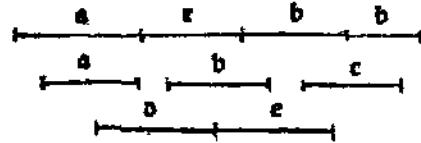
CSit. a. minimus numerus numeral⁹ & numeris primis qui sūt. b.
c. d. vico & aliis primis p̄ter eos nō numerabit. a. Sīn autem sit. e
primus numerās cū fm. f. q̄ ergo quilibet numeroꝝ. b. c. d. numerat. a. pdictū ex
e. in. f. ē autē quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimiū; vt quilibet eoz nume/
ret. e. yd. f. sed. e. nullus numerat cū sit primus: quilibet ergo eoz numerat. f. Com
itaq; sit. f. minor. a. Vt pote qui numerat eū fm. e. nō erit. a. minimus numeratus
ab illis qđ est inconveniens.

Si quolibet numeri continuae proportionales sunt sua proportionem fuerint minimi: quicunque aliquene illorum numerat alteri terminorum illius proportionis erit comensurabilis. Sint. a.b.c.d.e. continuae proportionales et minimi sunt proportiones f.ad.g. qui sunt in sua proportione minimi: et ponatur b. numerare. e. dico quod b. est comensurabilis f. vel g. sumant enim in eadem proportione quatuor minimi qui sunt k.l.m.n. constat autem ex secunda octaua quod ex f. in m. fit. c. alioquin contineretur esse minus minimo quod esse non potest. itaque per correlatum. 33. septimi erit. b. comensurabilis f. vel m. quod si f. constat propositum: si autem m. sumantur in eadem proportione tres minimi qui sunt p. q. r. eritque ex secunda octaua ut m. fiat ex f. in r. ne minus minimo aliqd esse cogatur concedere: quod per predictum correlatum b. est comensurabilis f. vel r. sed non erat. f. sic enim constabat propositum: comensurabilis igitur est r. qui cum ex secunda octaua fiat ex g. in se sequitur ex dicto correlato ut b. sit comensurabilis g. quod est propositum.

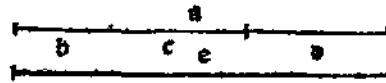
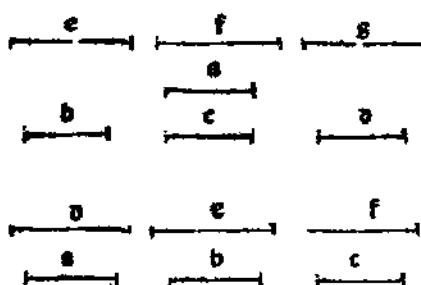
Ifuerint numeri quolibet continuae proportionales i sua proportione minimi quilibet eorum ad compositum ex reliquis primis esse necessario comprobatur.

Sicut primis est necessaria compendium. **C**ontra. **S**int. a. b. c. d. continue proportionales et minimi. dico compositum ex. a. b. c. primo esse ad. d. Si enim non numerabit aliquis numerus qui sit. e. compositum ex. a. b. c. et. d. per permisam igitur erit. e. continens alteri terminorum illius proportionis qui sunt. f. et. g. erit itaque numerus aliquis numeras. c. et alterum duorum. f. g. qui sit. h. quia ergo. h. numerat. e. numerabit. d. et compositum ex. a. b. c. et quia numerat. f. vel. g. quorum uterque numerat utrumque mediorum et simpliciter oes si ples duobus sint: ex secunda octaua sequitur ut ipse numeret. b. et. c. ergo et. a. quod numerat totum a. b. c. non sunt igitur. a. et. d. sed primo est inconveniens p. 3. octaua: sicut quoque constabit propositum ex. a. b. d. primo esse ad. c. si enim ut prius. c. numerat aboas sequitur per permisam est aliquis numerus qui etiam sit. h. numeret. e. et alterum duorum. f. g. itaque. b. numerat c. et totum. a. b. d. sed et. b. cum virga radicem numeret omnes medios: igitur et compositum ex. a. et. d. et quod necessario numerat alterum duorum. a. d. cum numeret alterum duorum. f. g. numerabit et reliquum. Non sicut igitur. a. et. d. contra se primi: et ita idem ut prius. **C**ontra. **D**emonstratur quod idem aliter de tribus continue proportionibus et minimis sine auxiliu permissam habet enim ex quibusque duobus compositum primo esse ad reliquum. sicut itaque. 3. continue proportionales et minimi. a. b. c. quoniam termini. d. et. c. dico tunc compositum ex. a. et. b. primo

dīe ad.c. et cōpositū ex.b. et.c. ad.a. itēqz ex.a. et.c. ad.b. manifestū enim est ex se/ cumda octauī qd ex.d.in se fit.a. et in.e.fit.b. et ex.e. in se. c. et ex.22.septimi.qd.d. et.e.sūt cōtra se primi: itaqz ex pma pte.29.eiusdē erit tor².d.c.pm² ad vtrūqz eoz qd igit̄ vterqz duoz numeroz.d. et.d.e.prim² ē ad.e.erit p.25.eiusdē qui ex.d.in.d.e.pducitur et ipse ē cōpositus ex.a. et.b.pmus ad.e.sequif ergo p.26.ciusdē nt etiā cōpositus ex.a. et.b.fit pm² ad.c.fit eni.c.ex.e.i se. Simili quoqz demonstratōe p/babis cōpositū ex.b. et.c.pmu esse ad.a. At vero cōpositū ex.a. et.c.pmu esse ad.b: sic baberetur sit eni vtrcrqz duoz.d. et.e.pmus ad totum.d.e.erit p.25.septimi qui ex.d.in.e.pducif: et ipse est.b.pmus ad.d.e.itaqz p.26.eiusdē qui ex.d.c.in se p/ uenit: et ipse est qui cōponit ex.a. et.c. et duplo.b.pmus erit ad.b.sequif ergo com positiū ex.a. et.c.pmu esse ad.b.necesse eni ē ut ex duobus cōpositus cū primus fuit ad vnu eoꝝ ex quib² componif:su primus ad reliquū: demonstratum aut̄ ē hoc supia.29.septimi. Oportet aut̄ stabilire ad robur istius demonstratiōis cōpositū ex.a. et.b.pducit ex.d.in cōpositū ex.d. et.e.supposito qd ex.d.in se fit.a. et ex eodes in.e.b.itēqz qd ex.d.e.i se pducat cōpositū ex.a. et.c. et duplo.b.supposito eo quod prius et qd ex.e.in se fit.c.buīus itaqz ḡa pponim² hoc demonstrāde.



Cqd fit ex ductu vni² numeri i quolibet tantū ē: quantū qd ex ductu eiusdē i cōpositū ex illis. **C**Idē pponit pma sc̄i de lineis. Sit eni ut ex.a.i.b et in.c. et in.d. pueniant.e. et.f. et.g. dico qd ex.a.in cōpositū ex.b. et.c. et.d. puenit cōpositū ex.e. et.f. et.g. sequif eni ex cōuersione diffinitionis eius qd multiplicat ut tota pars sit.b.e. et tota.c.f. sed et.d.tota.g. quota ē vnitas.a. per quintā itaqz se/ primi:tota quoqz ps erit cōpositus ex.b. et.c. et.d.compositi ex.e. et.f. et.g. quota est vnitas.a. ergo per diffinitionē ex.a.in cōpositū ex.b. et.c. et.d.fit cōpositus ex.e. et.f. et.g.qd est propositus. **C**qd fit ex ductu quolibet numeroz in vnum eqnū ē ei qd fit ex cōposito eorū in cundē. **C** hoc ē cōuersū eius qd modo demonstratiū ē: vt si ex.b. et.c. et.d.in.a. flant.c. et.f. et.g. sit quoqz cōpositus ex cō posito i cundē: qd ex.17.septimi et pdemonstratio facile cōcludit. **C**qd fit ex du ctu quolibet numeroz in quolibet alios: eqnū est ei qd fit ex cōposito horum in cōpositū illoꝝ. **C** Ut si.a.b.c.multiplicet.d.e.f. quilibet quē/ liber:iungantqz pducta.dico aggregatū ex productis eisē equale pducto ex cōpo sito ex.a. et.b. et.c.in cōpositū ex.d. et.e. et.f. est eni p premissam qd fit ex cōposito ex.a.b.c.in.d. quātū qd ex singulis in illū.d.sic et in.c. et in.f.ex cōposito aut̄ homi a.b.c.in quēlibet illoꝝ.d.e.f.p ante pmissā fit quātū ex cōposito in cōpositū. itaqz constat ppositū. **C** Numero in quolibet ptes dñiso: tantū est qd fit ex toto eo in se:quantū qd ex eo in omnes snas ptes. **C** Idē pponit sc̄a se/ cundi de lineis. vt si.a.dividat in.b. et.c. et.d.dico qd tantum sit ex.a.in se quantū in oēs illos.b.c.d. posito eni.e.equali.a.constat ex prima barā incidentiū tm̄ fieri ex.e.in.a. quātū ex.a.in easdē. Manifestū ergo ē vnu esse qd dicif. **C** Numero in duo dñiso qd fit ex toto in alterum diuidentium:tm̄ est quantū qd ex eodem in se et in alterum. **C** Idem proponit tertia sc̄i de lineis. Sit eni.a diuisus in.b. et.c.dico tm̄ fieri ex.a.in.c. quātū ex.c.in se. et in.b. Nam qd ex.a.i.c. ē quātū qd ex.c.in.a.p.17.septimi.sumpto itaqz.d.equali.c.erit.a.in.c.quantum d.in.a. At per primā barū.d.in.a. ē quantū in.b. et.c.qz ergo.d.in.a. et i.b. et.c. ē quantum.c.in.a. et in.b. et in se propter equalitatem.c. et.d.constat propositum.



LIBER

$b \quad c \quad d$

$a \quad c \quad d \quad b$

$a \quad b \quad c$

$a \quad c \quad b \quad d$

C Numero in duo divisio qd ex ductu totius in se: est quantum qd ex ductu utriusqz diuidentium in se et alteris eorum bis in alterum.

C Idem proponit quarta scđi de lincis vt si a. diuidatur in .b. et .c. dico tm fieri ex a in se. quantu ex .b. in se. et .c. i se et ex .b. bis in .c. est eni per quartam barum qd ex a. in se quantum qd ex eo in .b. et in .c. ex eo autem in .b. per premissa est quantum ex .b. in se. et in .c. at ex a. in .c. per eandem est quantum ex .c. in se. et in .b. et qd ex .c. in .b. tam est quantum ex .b. in .c. per .17. septimi. liquet verum esse quod proponitur.

C Numero per duo equalia duoqz inequalia diviso quod fit ex majori in equalium in minorem cum quadrato intermedij equum est quadrato medietatis totius.

C Idem proponit de lineis quinta secundi: vt si a. b. diuidatur in duos numeros egales qui sint .a. c. et .c. b. itemqz in duos inequaes quoqz sit maior .a. d. et minor .d. b. dico qd illud qd fit ex toto .a. d. in .d. b. cu quadrato .c. d. equale est qdrato .c. b per premissam enim quadratū .c. b. est egaule quadrato .c. d. et quadrato .d. b. et ei qd fit ex .b. d. in .c. d. bis: sed ex .b. d. ille et i. c. d. tm fit quantu i. c. b. p pma hax: et lo quantu i. a. c. itaqz ex .b. d. in se et in .c. d. bis quantu ex ipso .b. d. i. a. d. p eadē igitur quadratū .c. b. supat id qd fit ex .b. d. in .a. d. in qdrato .c. d. constat ergo propositum.

C Cum fuerit numerus in duo equalia divisius eiqz alias numerus adiu/ctus: qd fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato me/ dieratis equum est quadrato compositi ex dimidio et adiuncto.

C Idem proponit sexta secundi de lincis: Sit eni .a. b. diuisus in duos egales nu/meros qui sint .a. c. et .c. b. addaturqz ei numerus .b. d. dico illud qd fit ex toto .a. d in .d. b. c. cu quadrato .b. esse egaule quadrato .c. d. est enim ex sexta baru quadratū .c. d. egaule quadrato .d. b. et qdrato .b. c. et ei qd fit ex .d. b. in .b. c. bis: sū per pri mā hax ex .b. d. in se et in .b. c. bis est quantu ex .b. d. in .d. a. Sūt eni .a. c. et .c. b. eq/les, itaqz qdratū .c. d. supat id qd fit ex .b. d. in .d. a. in qdrato .c. b: qd ē ppositum.

C Cum numerus in duo dividit qd fit ex toto in se cu eo qd ex altero diuidetiū in se: ē equu ei qd ex toto in eundē bis cu eo qd ex altero i se.

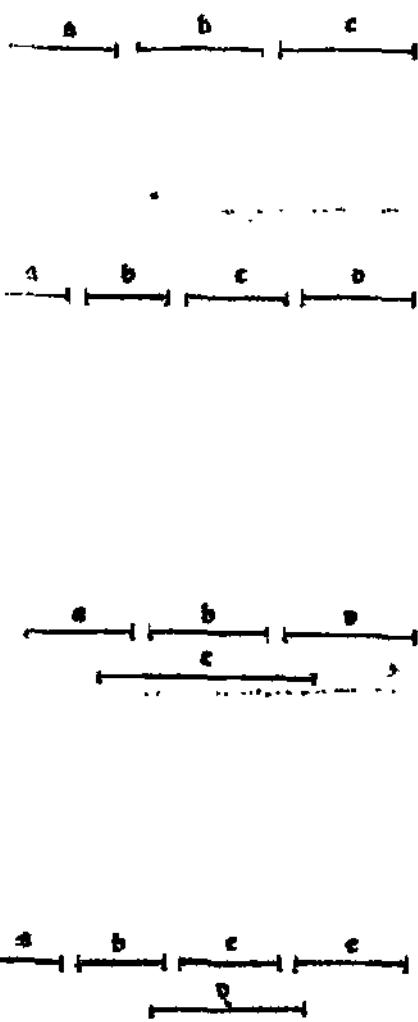
C Idem proponit septima scđi de lineis: Sit eni numerus .a. diuisus in .b. et .d. di co quadratū .a. cu quadrato .d. tm esse quantum qd fit ex .a. in .d. bis cum quadrato .b. constat quidē ex sexta hax qd quadratum .a. tantū ē quantu quadratū .d. et qua dratum .b. et qd fit ex .d. in .b. bis: itaqz quadratum .a. cum quadrato .d. tm ē quan tum qd ex .d. bis in se et bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se et bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per priam barum: ergo quod fit ex .d. bis i. a. cu quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet propositum.

C Cum fuerit numerus in duo divisius eiqz equalis vni diuidentium additus: quadratum totius compositi equum est quadruplo eius qd fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

C Idem proponit octava scđi de lineis: Sit numerus .a. b. diuisus in .a. c. et .c. b. cui addatur .b. d. qui ponatur equalis .c. b. dico quadratum .a. d. tantum esse quā tum est id quod fit ex .a. b. in .b. d. quater cum quadrato .a. c. est nangz per sextam hax quadratum .a. d. equum quadrato .a. b. et quadrato .b. d. et ei qd fit ex .a. b. in .b. d. bis: et quis quadratum .b. d. est egaule quadrato .c. b. est quadratū .a. d. equa le quadrato .a. b. et quadrato .c. b. et ei qd fit ex .a. b. in .b. d. bis: per premissam autē est quadratum .a. b. cum quadrato .c. b. quantum quadratum .a. c. cu eo quod fit

ex. a. b. in. b. c. bis: itaqz quadratum. a. d. tantū ē quātū qđ ex. a. b. in. b. d. bis et ex
a. b. in. b. c. bis cū quadrato. a. c. et qđ ex. a. b. in. b. c. tm̄ sit quantū in. b. d. constat
verē quod ppositum est. **C**um fuerit numerus in duo equalia dno/
qz unequalia diuisus: quadrata amboz inequalium pariter accepta
duplum sunt quadrato medietatis et quadrato eius quo maior portio
excedit minorē pariter acceptis. **I**dem proponit nona sc̄i de lincis
Sit enim a. b. diuisus p̄ duos equales qui sint. a. c. et c. b. et p̄ duos unequales qui
sint. a. d. et d. b. dico qđ quadrata duoz numeroz. a. d. et d. b. pariter accepta sunt
duplū duobus quadratis duoz numeroz. a. c. et c. d. pariter acceptis. Est enī per
sextam bas̄ quadratum. a. d. quantū quadrati. a. c. et quadrati. c. d. et duplū eius
qđ sit ex. a. c. in. c. d. qđ aut. a. c. ē equalis. c. b. erit quadrati. a. d. quantū quadrati
b. c. et quadrati. c. d. et duplū eius qđ sit ex. b. c. in. c. d. itaqz quadrati. a. d. cū qua
drato. b. d. sunt quātū quadrati. b. c. et quadrati. c. d. et duplū eius qđ sit ex. b. c. in
c. d. et quadrati. b. d. duplū aut̄ eius qđ sit ex. b. c. in. c. d. cū quadrato. b. d. ē equa
le quadrato. b. c. et quadrato. c. d. p. 9. bas̄ ergo quadrata duoz numeroz. a. d. et
d. b. sunt quātū quadrata duoz numeroz. b. c. et c. d. duplicate; et quia. b. . c. a
sunt coiales: p̄ ppositū. **C**um fuerit numerus in duo equa diuisus
aliusqz adiunctus: quadratum totius cōpositi cum quadrato adiuncti
duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compo
siti ex medietate et adiuncto. **I**dem proponit. 10. sc̄i de lincis. Sit enī nu
merus. a. b. diuisus in duos equales. a. c. et c. b. sitqz sibi adiunctus numerus. b. d.
dico quadrati. a. d. cū quadrato. b. d. duplū ē ad quadrati. a. c. cū quadrato. c. d.
cū sit enī numerus. c. d. in duo diuisus sibiqz sit. a. c. equalis vni diuidentū addit⁹
erit per. 10. bas̄ quadrati. a. d. quantū qđ sit ex. c. d. in. c. a. quater cū quadrato. b.
d. qđ vero. a. c. ē equalis. c. b. erit quadrati. a. d. quātū qđ sit ex. d. c. i. c. b. quater cū q
drato. b. d. itaqz quadrati. a. d. cū quadrato. d. b. erit quantū qđ sit ex. d. c. in. c. b
quater cū duplo quadrati. b. d. hoc aut̄ p. 19. bas̄ duplū ē ad qđrati. c. d. cū qđra
to. c. b. cū igit̄ sit qđrati. c. b. equale quadrato. a. c. cōstat ppositum. **C**um
merum aliquem ita diuidere ut qđ ex toto et vna eius portione cōtine
tur equum sit quadrato alterius est impossibile. **Qđ. 11. secundi pro
ponit faciendum in lincis. demonstrat hoc impossibile else in numeris.** Sit enim
quislibet numerus. a. b. dico impossibile else ipsū sic diuidi ut proponitur: sic enī di
uidere ē in proportionē hab̄ n̄tem medium et duo extrema: ut patet ex diffinitiōe
1. 20. septimi. Si autem potest diuidatur in. c. sitqz. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a.
erit itaqz. a. c. minor. c. b. detractatur igit̄ ab eo equalis sibi qui sit. c. d. qđ igit̄
est proportio totius. a. b. ad. totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detra
ctum ab. b. c. erit eadem. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuum. b. c. quare. b. c. ad. c.
d. sicut. c. d. ad. d. b. erit. igit̄. c. d. maior. d. b. detracto itaqz. d. c. de. c. d. ut sit. d.
c. eq̄lis. d. b. erit etiā p̄portio. b. c. ad. c. d. sic. c. d. ad. d. c. qđ sic. d. b. residui. c. b.
ad. c. c. residui. c. d. p̄t igit̄. c. c. detracti ab. c. d. nō erit itaqz finis isti⁹ detractiōis
S qđ ē impossibile. Nūc ad ppositū reuertamur. **Propositio .17.**
Si fuerint duo numeri p̄tra se primi quātus ē primus eoz
ad sc̄m: tantū esse sc̄m ad tertium quēqz impossibile est.
Csint. a. et. b. contra se primi: dico impossibile else aliquē cis in con
tinua p̄portionalitate adiungi. Si enī p̄t sit. c. qđ igit̄. a. ad. b. sicut

LIBER



b.ad.c.sunt sūt.a.e.b.in sua proportione minimi per.23.septimi: sequitur p.21. eiusdem ut.a.numeret.b. qui cum etiāz numeret se: non erunt.a.e.b.contra se pri mi: quod est contrarium ponit.

Propositio .18.

Si quotlibet numeroz cōtinue pportionalium duo extre ma fuerint cōtra se primi quant⁹ est primus ad scdm tantū esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

Csint.a.b.c.cōtinue proportionales. sintqz.a.e.c.contra se primi dico q̄ in eadē proportione non potest eis adiūgi alias. si enī potest sit.d. quia igitur ē.a.ad.b.sicut.c.ad.d. sit permutati.a.ad.c.sicut.b.ad.d. sunt autē.a.e.c.in sua proportione minimi per.23.septimi itaqz p.21.eiusdem.a. numerat.b. quare etiam numerat.c. numeroz enim cōtinue proportionalium: si prim⁹ numerat scdm: ipse numerat omnes & simpliciter quilibet precedens quilibet sequē tem. at q̄ etiam numerat se: non erunt.a.e.c.contra se primi: qđ est inconveniens.

Propositio .19.

Propositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue proportionalis perscrutari.

Csint.a.e.b. duo numeri propositi: volo inquirere an eis possit ter tius sub continua proportionalitate adiūgi. igitur si ipsi sunt cōtra se primi impossibile est per.17. si vero cōpositi vocatur.b. i se. e pro veniat. c. quē si.a. numerat erit. si vero nō numerat non erit. Numeret enim eū sūm d. qui erit. quē querimus per.2. partem.20. septimi. sit ergo ut nō numeret enim est tamen ut.a.ad.b.sicut.b.ad.d. itaqz q̄ ex.b. in se fit. c. sequitur per primā par tem.20. septimi. ut ex.a. in.d. sit idē. igit̄. a. numerat. c. sūm. d. sed erat positi q̄ nō quare sequit̄ impossibile.

Propositio .20.

Atis tribus numeris cōtinue proportionalibus an sit ali quis quartus eis cōtinue proportionalis inquirere.

Csint cōtinue proportionales.a.b.c. volo inquirere an aliis eis sub continua pportionalitate possit adiūgi. igitur si.a.e.c.sunt pma se primi impossibile est per.18. si aut̄ cōpositus. sit. d. qui prouenit ex b. in. c. quē si numerat. a. erit. si vero nō numerat nō erit. numeret enim eū sūm. e. qui erit. quē querimus: per scdm partem.20. septimi. sit ergo ut nō numeret enim est tamen ut.a.ad.b.sicut.c.ad.e. itaqz q̄ ex.b. in. c. fit. d. sequitur per primā ptem.20. septimi. ut ex.a. in. e. sit idem. ergo. a. numerat. d. sūm. e. sed positi erat q̄ non: Idē potes perscrutari quotlibet cōtinue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sunt cōtra se primi sūm habet intentio per.18. si autem compositi: ducto scdm in vltimū si productum numeret primū: is scdm quē eū numerat est quē que ritus per scdm pte.20.sep. si aut̄ prim⁹ pductū nō numerat null⁹ erit: quotlibet enī posito p primā pte dūsdē sūm ipsi positi. numerabit prim⁹ pductū: qđ positi erat nō numerare.

Propositio .21.

Atis quotlibet numeris primū aliquē primū ab eis di uersum esse necesse est.

Clibil aliud intendit nisi q̄ numeri primi sint infiniti demonstrare Sint enī. a.b.c. numeri primi. dico. esse aliquē primū diversū ab eis sit quidē. d.f. minimus quē numerat cui addita unitate fiat. d.g. qui

est primus aut compositus. si primus constat ppositum. si compositus numerat eū aliquis primus qui sit. b. quē non est possibile esse aliquē ex primis ppositis. si enī esset aliquis ex cō quilibet ipsoꝝ numeraret. d. f. ipse quoꝝ numeraret cūndicat q̄ numerat. d. g. oporteret ipsū numerare. f. g. qui est unitas q̄ est impossibile. Idē sequitur posito. d. f. quolibet numero q̄e numerant. a. b. c. q̄re pstat ppositū

Propositio .22.

Si coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoꝝ ab eis coaceruatis erit par.

C Sit quisq; numeroy. a. b. c. par: dico ex eis cōpositū ēē parem. habet enī ex cōversione diffinitionis quisq; eoꝝ medietatē. sīnt ergo eōrum medietates. d. e. f. q̄r igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. z. c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaq; tot⁹. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaq; d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. est par: quod est propositum.

Propositio .23.

Si numeri impares numero pares coaceruentur: totus quoꝝ ex eis coaceruatis erit par.

C Sit quilibet numeroy. a. b. c. d. impar: dico ex eis cōpositum esse parem: dempta enim a quolibet unitate cōstat residuoꝝ esse parē: et q̄ ille unitates dempte cōponūt parē. cū sīnt numero pares: cōstat propositum per pmissam.

Propositio .24.

Si numeri impares numero impares coaceruentur: totus quoꝝ ex eis coaceruatum imparem esse.

C Sit quilibet numeroy. a. b. c. impar: dico tonū ex eis cōpositū esse imparem. erit enī per pmissam cōpositus ex. a. z. b. par: et q̄. c. dempta unitate est par erit per ante pmissā totus. a. b. c. dempta unitate par: per diffinitionem itaq; cōstat totum esse imparem.

Propositio .25.

Si a numero y. numerus par detrabatur reliquias erit par

C Sit totus. a. par a quo detrabatur. b. q̄i quoꝝ sit par: et residuū sit c. dico. c. esse parē. sit enī. d. medietas. a. e. quoꝝ sit medietas. b. de/tractoꝝ. e. de. d. sit reliquias. f. erit q̄. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas. itaq; c. est par: qd̄ est propositum.

Propositio .26.

Si a numero impari detrabatur impar reliquias erit par.

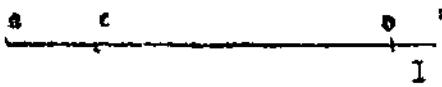
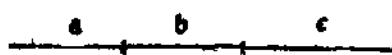
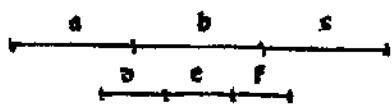
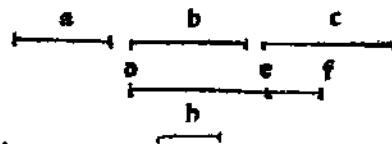
C Sit. a. b. numeri impar a quo detrabatur. b. c. qui etiā sit impar: dico reliquium qui est. a. c. esse parē: detrabatur enī ab veroꝝ duorum numeroꝝ. a. b. z. b. c. unitas q̄ sit. b. d. eritq; veroꝝ duoz̄ residuoꝝ q̄ sūt. a. d. z. d. c. par. p̄ pmissā itaq; cōstat. a. c. ēē parē: qd̄ ē ppositū.

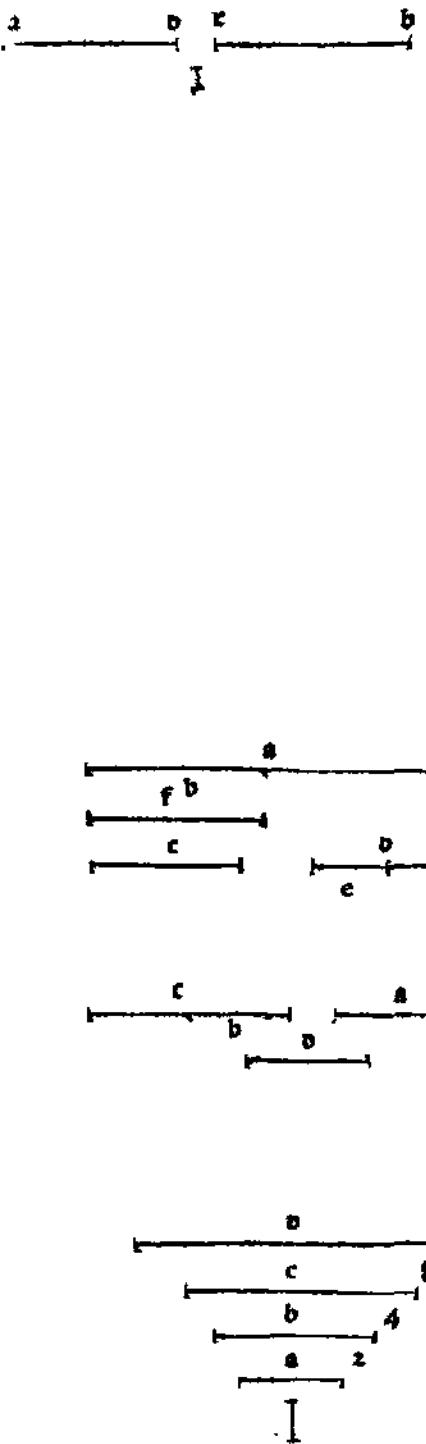
Propositio .27.

Si a numero impari numerū parē subtrahas qui relinquitur impar est.

C Sit. a. b. impar: a quo detrabatur. a. c. qui sit par: dico. c. b. residuū ēē imparē. sit enī. b. d. unitas: eritq; a. d. par: et q̄. a. c. ē par erit p. 25. c. d. par cū itaq; sit. d. b. unitas erit. c. b. impar: qd̄ est propositum.

Propositio .28.





I de numero pari imparē tollas qui relinquitū impar est.
C sit. a.b.par a quo tollat. a.c qui sit impar: dico. c.b. residuū esse
imparē: subtrahatur enim ab.a.c. vñitas que sit. c.d. eritq; a. d.par,
itaq; per. 25. d.b. quoq; erit par. q; igit. d.c. est vñitas sequit. c.b. esse
imparē: q; ē ppositū. **Propositio .29.**



I numerus impar in numerū parem ducatur qui inde produ/
cetur erit par.

C Ex. 23. manifestum est quod dicitur.



In imparem ducatur impar qui producetur erit impar.
C hec quoq; ex. 24. manifesta est.



I numer⁹ impar numerum parem numeret: numero pari
eum numerabit.

C Si eni numero ipari eū numeraret ex ipari i. imparē fieret par: q;
ē inconuenies p. pmissā. **Propositio .32.**



Impar imparē numeret impariter eum numerat.

C Si eni pariter cū numeraret ex numero impari i. numer⁹ parē fieret im
par q; ē inconuenies p. 29. **Propositio .33.**



Inumerus impar numerum parem metiatetur eiusdē quo/
q; dimidium ipsum metiri necesse est.

C Sit. a. numer⁹ par cuius dimidiū. b. sitq; c. numer⁹ impar qui nu/
meret. a. dico q;. c. numerabit. b. numeret eni. a. b. m. d. eritq; p. 31. d.
numerus par. Esto igit eius dimidiū. e. ducaturq; c. in. e. et pueniat
f. eritq; p. 18. Isp. a. ad. f. sicut. d. ad. c. et q; etiā est. a. ad. b. sicut. d. ad. e. sequit. b. et
f. esse equales. cū itaq; c. numeret. f. idc numerabit. b. quod est ppositū.

Propositio .34.



Inumerus unpar ad altūq; erit primus: idem ad eiusdē
duplum erit primus.

C Sit. a. numerus impar primus ad. b. cuius duplū sit. c. dico q;. a:
ē primus ad. c. Sin autem numeret eos. d. cōiq; a. sit impar sequit. d.
esse imparē: quicq; eni ipare numerat impar est p. pmissam. itaq;
d. numerabit. b. non sunt igitur. a. et. b. contra se primi: qd est contra hypothēsi.

Propositio .35.



Numeri a duobus dupli sunt pariter pares tantum:

C Sint vñitas. a. b. c. d. cōmme pportiales. sitq; a. binarius: dico
oēs eos ēē pariter pares cīsq; fm. banc pportionē in infinitū auctis
nullū aliū ēē parē parē: de his quidē constat p. diffinitionē cū p. 12.
quilibet pcedens numeret quēlibet sequētē p. a. i. quē eoꝝ. quos omnes
oportet esse pares: et nullus aliū numeret aliquē eoꝝ per. 13. eo q;. a. qui ē binari⁹
vñitatē sequēs ē prim⁹. Qd aut null⁹ ali⁹ ab his sit pariter par p̄stet: sic posito enī
aliquo diuidas i. duas medietates cīsq; medietas i. duas: et hoc totiē fiat quoniam
q; numer⁹ aut vñitas divisionē ipcdiat qd necesse ē evenire p. vñitā petitionē. si
vero numer⁹ hāc phibeat ipse erit ipar q; cū numeret piter parē positū nō erat p̄t
par q; posit⁹ ē piter par. si aut vñitas nō erit. 15. ali⁹ a cōtinue duplis ab vñitate.

Propositio .36.

Numerus cuius medietas est impar est pariter impar.

CSi sit a numerus cuius medietas que sit b. si impar dico. a. esse pariter impar. si eni. c. binari manifestū itaqz qm̄ ex. c. in. b. sit. a. sit aut. d. quilibet numerus par numerās. a. qui numeret eū scdm. e eritqz p scdm pte. 20. septimi. e. ad. b. sicut. c. ad. d. igif. e. numerat b. nā qz. c. numerat. d. erit itaqz. e. numeris impar. erat eni z. b. p distinctionē igif a. est pariter impar.

Propositio .37.

Minus numerus a duobus nō duplus cuius medietas est par est pariter par et impariter.

CSi numer⁹. a. nō duplus a duobus cuius medietas que sit b. ponatur par. dico ipsū esse pariter parē et ipariter. si eni. c. binarius de quo manifestū ē p ipse numerat. a. fm. b. qz vero. a. nō est duplus et duobus: necesse ē si eius medietas que ē. b. in alias duas medietates dividat: mea dietatisqz medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediē divisionē qui ppter hoc qz divisionē nō recipit erit impar. sitqz is in quo silit divisio. d. in numero qz ppe necesse ē stari qz sylfqz ad vnitatem pueniret divisio ēēt. a. de numeris duplis a binario de quibus nō ē: de. d. vero manifestū ē p ipse numerat. a. p hanc cōem sciam: ois numerus numerās aliū numerat omnē numeratū ab illo. Numeret ergo eū fm. c. eritqz. e. par. Alioquin. cū. d. sit maior impar sequeret p. 30. a. ēēt imparē: qz igif. b. numerus par numerat. a. fm. c. qui quoqz ē par est eni binarios At vero. e. numer⁹ par numerat eadē fm. d. qz ē impar. pstat ex distinctionē numer⁹ a. ēēt ppter parē et imparē: qd ē ppositū.

Propositio .38.

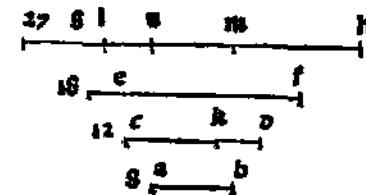
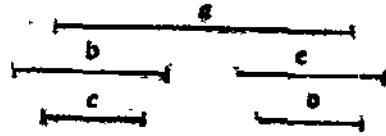
In de scdm arqz vltimo numeroz cōtinue pportionalium equale primū dematur quantū ē reliqui; scdm ad primum tm ēēt reliqui vltimi ad coaceruatum ex cūctis precedentibus necessario comprobatur.

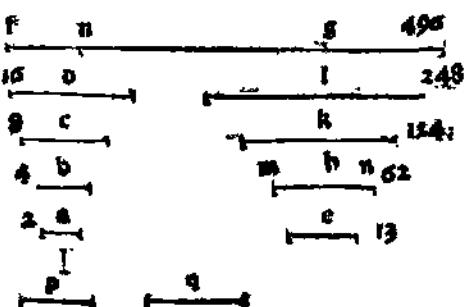
Csint ptnue pportionales. a. b. c. d. e. f. g. h. vnamqz. de. c. d. eq/ lls. a. b. qui sit. c. k. et de. g. b. qui sit. g. l. vco tūc qz pporatio. k. d. ad. a. b. ē sicut. l. b. ad cōpositū ex. e. f. c. d. z. a. b. sumat ex. g. b. equalis. e. f. qui sit. g. m. et eqlis. c. d. qz sit. g. a. eritqz. l. n. eqlis. k. d. manifestū aut ē p. 12. sep. qz cū sit. g. b. ad. g. m. sicut. g. n. ad. g. n. erit. b. m. residuū ad. m. n. residuū sint. g. b. ad. g. m. ideoqz sicut. e. f. ad. c. d. silt quoqz mō erit. m. n. ad. l. n. sicut. c. d. ad. a. b. pmutatim igif erit. b. m. ad. e. f. et. m. n. ad. c. d. sicut. n. l. ad. a. b. itaqz cōiuncti p. 13. sep. erit. l. b. cōpositus ex. b. m. m. n. z. l. n. ad cōpositū ex. e. f. c. d. z. a. b. sicut. l. n. ad. a. b. ideoqz sicut. k. d. ad. a. b. qd est propositum.

Propositio .39.

Am coaptati fuerint numeri ab vnitate cōtinue dupli qui cōiuncti faciat numerū primū extremus eoz in aggregatum ex eis ductus producit numerū perfectum.

Csint ab vnitate ptnue dupli. a. b. c. d. ex eis aut et vnitate coacervatus sit. e. qui ponat ēēt numer⁹ ptnm in quē. c. multiplicet. d. et ptnue. f. g. vco. f. g. ēēt numer⁹ pfectū. Sumat igif. b. k. l. ptnue dupli ad. e. ut tot sint. c. b. k. l. quod sint cōtinue dupli ad vnitatem sumpti. eritqz p equā pportionalitatē. l. ad. e. sicut. d. ad. a. quare p ptnm pte. 20. sep. ex. a. in. l. puenit. f. g. Nā ipse f. g. puenit ex. d. in. e. et qz. a. ē binari⁹ ē. f. g. duplus ad. l. sicut igif. c. b. k. l. z. f. g.





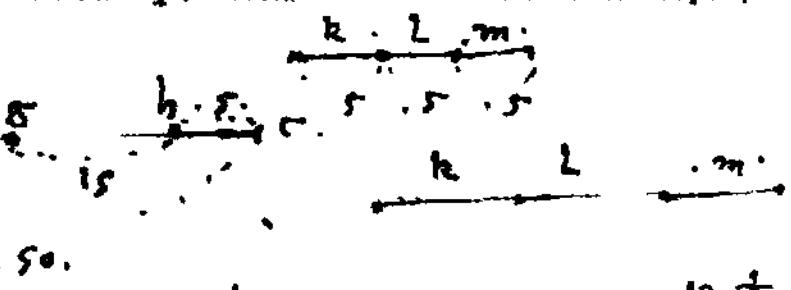
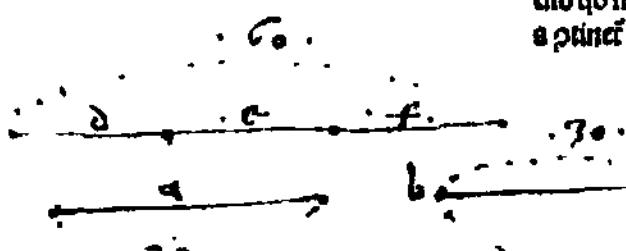
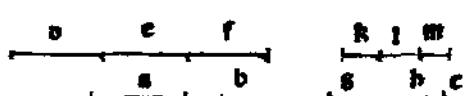
cōtinue pportionales: demād iſgū ex. b. equalis. c. qui fit .m. b. t. residuo. b. n. q
erit enī eq̄lis. e. itēqz ex. f. g. demād eidē equalis qui fit. f. n. eritqz p̄ pmissam. n. g.
quātū aggregatū ex. e. z. b. z. k. z. l. sed z. f. n. cū sit equalis. c. ē quātū aggregatum
ex. g. z. b. z. c. z. d. z. vnitate. itēqz totus. f. g. ē quantus aggregatū ex oibus bis fz
e. b. c. d. z. vnitate z illis. e. b. k. l. de quibus oibus manifestū ē q̄ numerat cū fz. f.
g. c. quidē fm. b. z. b. fm. k. qđ ex. ſma pte. 20. sep. quinīc adiunātē equa pportio/
nallitate ſicib⁹ opus fuerit. Eſt enim ut. d. ad. c. ſic. b. ad. e. z. ut. d. ad. b. ſic. k. ad
.e. p. eq̄nam pportionalitatē: quare z ex. c. in. b. z ex. b. in. k. necesse ē puenire. f. g.
quē ondū pduxerat. d. in. e. ſi iſgū nullus alijs ab bis numerat. f. g. i pſc erit p dif/
initionez numerus pfectus. C. Quod antem nullus alijs eum numeret ſic patet ſi
enī hoc poffibile ē ſit. p. qui numeret eū fm. q. eritqz p. 33. sep. vt. e. numeret aliez
coz ponatqz q̄ numeret. p. z qz p ſcōam pte. 20. sep. e. q. ad. d. ſicut e. ad. p. ſeq̄ne
ut. q. numeret. d. quare cū. a. qui ſequit vnitatē ſit primus ē enī binari⁹ erit. q. p. 13
bnins aut. a. aut. b. aut. c. quicunqz aut̄ boz fuerit erit. p. aut. l. aut. k. aut. b. ſi enī
q. fuerit. a. conſtat q̄ p. erit. l. qđ ſit fuerit. b. p. erit. k. ſi aut̄. c. p. quoqz erit. b. non
ē iſgū. p. diuersus ab illis vt fuerat pofitū: relinquitur ergo q̄. f. g. ſit numerus per/
fectus quod erat demonstrandum. Explicat liber Nonus Incipit liber Decimus



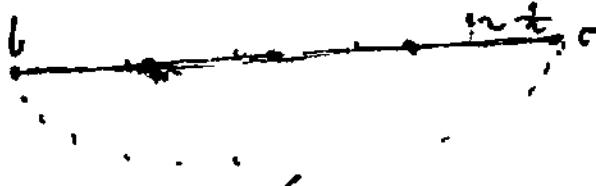
Quantitates quib⁹ ſuerit vna quantitas cōis
eas numerās: dicēt cōicātes. quib⁹ vero nō
ſuerit vna cōis q̄ntitas eas numerās dicēt i/
cō mēſurabiles. Linee i potētia cōicātes di/
cunt quaz ſupſicies q̄dratas vna cōis ſupſicieſ
nūerat. Linee i cōmēſurabiles i potētia di/
cunt quaz ſupſicies q̄dratas nō numeratvna
cōis ſupſicies: q̄ cūrta ſint manifestū ē q̄ oī
linee poſite multe alie ſūt incōmēſurabiles.
qđā i longitudie tm̄. qđā i lōgitudine i potē
na. His aut̄ linea cū q̄ rōci namur poſita vo
ceſ rōnalis. Lineeqz ei cōicātes dicūt rōnaliſ: Eideſ aut̄ i cōicātes di
cūt irroňales ſive ſurde. His vero q̄drata ſupſicieſ de q̄ p̄ ypoteſi rōci
namur dicif rōnalis. ſupſicies vero ei cōicātes dicūt rōnaliſ. Eideſ
autem icommensurabiles ſuperficies dicūt irrationales ſine ſurde
Latera vero q̄ in illas q̄dratas poſſūt dicif rōnaliſ. C. Quālib⁹ quā/
titatē totiē poſſe multiplicaři vt quālibet eiuldē gencris quātitatem
poſitam excedat.

Propoſitio .1.

 Y a duabus quātitatibus inequalibus ppositis magius di
midio a maiori detrabat. itēqz de reliquo maius dimidio
demād deinceps quoqz eodē mō: necesse ē vt tandem mino
re poſitaz minor quātitas relinquat. C. Sint donec quan/
titates inequales. a. z. b. c. b. c. maior. dico q̄ totiē pōt maius dimi
dio detrabi a. b. c. vel cuius reſiduo q̄ necesse erit relinqu quantitatē minorem. a.
multipliceſ enī. a. quotiē excedat. b. c. ſitqz cuius multiplex. d. e. f. maius. b. c. detra
batur itaqz. a. b. c. maius dimidio q̄ ſit. b. g. itēqz ex reſiduo qđ ſit. g. c. mai⁹ dimi
dio qđ ſit. g. b. hoc quoqz totiens ſit quoqz. b. c. diuifa ſunt in tot pteſ quotiē
a. p̄tineſ in. d. e. f. dico tunc q̄ vltimū reſiduum vt eſt bic. b. c. eſt min⁹. a. multiplicat



50.



50.

namqz.b.z quotiens ē multiplicata.a.i.d.e.f.sitqz eis multiplex.k.l.m.qz sicut
vnaqueqz quantitatū.k.l.m.ē equalis.b.c.sequit̄ ut z.k.sit minor.b.g.sed z.l.minor
g.b.zt qz.m.ē equalis.b.c.erit p cōceptionē.k.l.m.minor.b.c.quare minor. d.e.f
et̄ sit ergo.d.e.f.ad.a.sicut.k.l.m.ad.b.c.sitqz.d.e.f.mgior.k.l.m. sequit̄ p. 14.
quinti qz.a.sit maior.b.e.qd̄ ē propositū. Idēqz sequit̄ si de.a.maiori dimidiū dē
mā. Itēqz de reliquo dimidiū: sitqz totiens quousqz maior dividat in tot partes
quotiens cōtinet minor in quolibet suo multiplex:majorē positz̄ quātūlibet exce
dente. C. Attendere aut̄ opozet qz huic videt. 15. tertij ḥdicere pponēs angulū con
tingentie minorē fore quolibet angulo a duabus līneis rectis cōtentō: posito ent̄
angulo quolibz reculincio: si ab ipso maius dimidio demat. itēqz de residuo maius
dimidio: necesse videt hoc totiens posse fieri quousqz angulus reculincus minore
angulo cōtingentie relinqas: cuius oppositū. 15. tertij syllogizat: sed hi nō sūt vni/
noce anguli:nō enī eiusdē sunt generis simpli curvū et rectū. At vero nec angulum
contingentie totiens cōtingit sumi ut quālēqz reculineū excedat: qd̄ necessariū ē
ut ex probabita demonstratio p; ad hoc ut p̄ns ex antecedente sequat̄: planū s̄ ē
etia quilibet angulū recul. neū infinitis angulis contingētie esse maiorem.

Propositio .2.

Si fuerint due quantitates inquales detrahantur qz majorē
equale minori donec minus eo supst. t: ac deinde minori
ipius reliqui equale demat donec minus eo relinquatur
denovo quoqz reliquo primo egle reliqui scđi donec mi
nus eo supst auferat: et in huiusmodi cōtinua detractione
nullū reliquū qd̄ ante relictū numeret: inueniat: eas duas quātitates.
incomensurabiles esse necesse est. C. Simile huic ppositum prima septimi i
numeris. Sint due quāt. rates inquales.a.z.b.maior.a. quibus si fiat reciproca
quoad pōt detrac̄: nō occurrat etiā si infinitis fiat aliquā qntitas detrac̄: ipē
diēs siue ante relictū numerās dico eas incomensurabiles esse. Sin aut̄ sit cōis eaꝝ
mensura.c. detrahantur igit̄.b. ex a. quoties pōt. sitqz residuū. d. qd̄ residuū detrahantur
ex.b. quoties pōt et sit residuū. e. Sitqz totiens ista detrac̄ quousqz ex alteru/
tra duas quantitatū.a.z.b. remaneat minus.c. hoc enī necesse est esse possibile p
precedentē. Siqz hic. e. minus.c. cū igit̄.c. mensuret.b. detractā ab.a. et etiā.a. mensur
abit per cōceptionē.d. residuū. ideoqz cū mensuret.d. detractū.a.b. et etiā ipsū.b.
mensurabit.c. residuū. sed erat.c. minus.c. maior: ergo quantitas mensurat mino/
rem. qd̄ est impossiblē.

Propositio .3.

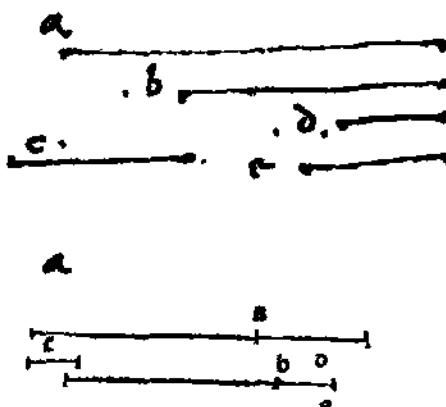
Propositis duabus quantitatibus inqualibz cōicantibus
maximā quantitatē cōter eas numerantē inuenire. Ex
hoc itaqz manifestum est: que duas metitur quantitates
maximum quoqz cōmuniter ambas metientem metiri.
Quibus demonstrationem si scđam septimi non ignoras nō potes
ignorare: precibus enī utrobiquz idem.

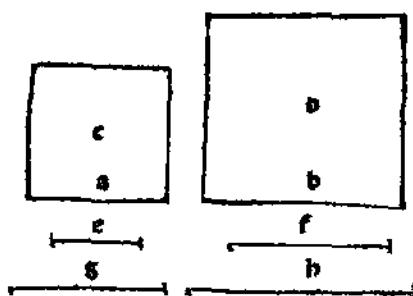
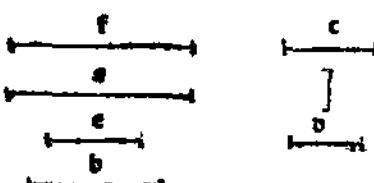
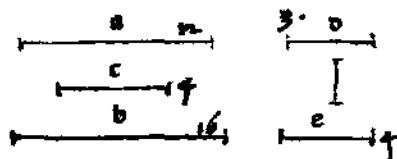
Propositio .4.

Ropositis tribus quantitatibus cōmunicantibus maxi
mam eas cōmuniter numerantem inuenire.

Chec ex tercia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.





*Hoc expositio de quadratis etiam est
Hoc expositio de quadratis etiam est*



Monum duarum quantitatuum comunicantium est pporatio tanqz numeri ad numerum.
Sint due quantitates. a. z. b. comunicantes: dico qz earum pportio est sicut alicuius numeri ad aliū numerz. sit enī. c. maxima quantitas comuniciter mensurans. a. z. b. reperta ut docet scđa huīus: que mensurat. a. sicut numerz. d. z. b. sicut numerū. c. eritqz. a. ad. c. vt. d. ad. vnitatē: eo qz sicut a. est multiplex. c. ita. d. ē multiplex vnitatis. ac. c. ad. b. vt. vnitas ad. c. qm̄ sicut. c. ē submultiplex. b. ita vnitatis ē sub multiplex. c. igitur per equā pportionalitatem. p. ad. b. vt. d. ad. c. quod est propositum.

Propositio .6.

Ifuerint due quantitates quaz sit proportio vnius ad alteram tanqz numeri ad numerz: eas duas comunicantes esse necesse est.

Hece est conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad numerum. d. erant due quantitates. a. z. b. comunicantes. si enī. c. totiens mensurans. b. quotiēs est vnitas in. d. z. totiens mensurans. f. quotiēs vnitas in. c. Cum sit igitur. f. ad. c. ut. c. ad. vnitatē. ac. c. ad. b. vt. vnitas ad. d. erit p. equā pportionalitatē. f. ad. b. vt. c. ad. d. quare etiā ut. a. ad. b. igit per primā partem. g. quinti. f. est equalis. a. cū itaqz. c. mensurat. f. per conceptionē mensurabit. a. igitur a. z. b. cōscientes: mēsurabat enī z. b. quod est propositum.

Propositio .7.



Monum duarum superficiarū quadratax quaz latera in longitudine comunicant est proportio vnius ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerū quadratum. Si vero fuerit proportio superficie quadrata ad superficiem quadratam: tanquā proportio numeri quadrati ad numerū quadratū: erunt latera earū in longitudine communicantia. Qd si fuerit pportio superficie quadrata ad superficiem quadratā: non velut numeri quadrati ad numerū quadratum: latera eorum erunt in longitudine incomensurabilia.

Sint. a. z. b. due līneæ quadratae quaz quadrata sint. c. e. d. dico qz si. a. z. b. comunicant in longitudine erit pportio. c. ad. d. sicut numeri quadrati ad numerū quadratū et concors: si autē pportio. c. ad. d. nō sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratū. a. z. b. erunt incomensurabiles in longitudine et concors. Nenītū istud argumētū quartū nō proponit: Prīmū p; sic. si. a. z. b. comunicant i longitudine ipse per. 5. erunt in proportionē duoz numeroz qui sint. e. z. f. quoz quadrati sint g. z. b. qz ergo ē. c. ad. d. sicut. a. ad. b. duplicita per. 18. sexti: sequit ut sit etiam. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicita. sed etiā ē per. 11. octani. g. ad. b. ut. e. ad. f. duplicita ergo. c. ad. d. sicut. g. ad. b. qd ē pīmū. Scđm sic: sit. c. ad. d. sicut. g. numerus quadratus ad. b. numerū quadratū: dico qz. a. z. b. erunt in longitudine cōscientes. Lū enim sit. e. ad. d. ut. a. ad. b. duplicita p. 18. sexti. z. g. ad. b. p. 11. octavi ut. c. ad. f. duplicita:quare et simila. a. ad. b. sicut simila. e. ad. f. p. 6. igitur sunt. a. z. b. cōscientes qd est scđm. Tertiū vero p; ex primo a destructione cōsequens. Sit quartū parer ex scđo a destructione pīatis. Ex tertia pte hui⁹ nota diamet⁹ ē incomensurabile coste. Lū enī sit qdratū diamet⁹ duplū qdratū coste: dupla vero pportio.

Nō sit sicut numeroy q̄dratoꝝ: seqꝝ diametꝝ ēē īcōmensurabilē coste i lōgitudinc
Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus essent oēs pariter pares q̄drati
et etiā alij infiniti qui nō sunt quadrati. Dicit aut̄ Aꝝ. ad istud inconveniens si
diameter ponatur cōmensurabilis coste q̄ impar numerus erit equalis pari: quod
sic patet. Sit enim diameter. a.b. cōmensurabilis lateri. g.c. eritq; per. 5. a.b.ad
a.c. sicut aliquis numerus ad aliuz. Sint ergo huius numeri. e. z. f. qui sunt minimi in
sua proportione: eritq; ob hoc alter eoz impar. Si enī vterq; par: nō erūt mīni/
mi: quadrati quoq; eoz sint. g. z. b. si ergo. e. ē ipar: erit quoq; ex. 30. noni. g. ipar
sit itaq;. k. dupplus ad. b. eritq;. k. ex definitione par. q̄ igitur. a.b.ad.a.c. ut. e.ad
f. erit per. 8. sexti. z. 11. octaui quadrati. a.b. ad quadrati. a.c. ut. g. ad. b. ē itaq;. g.
duplus ad. b. sic enim est quadrati. a.b. ad quadrati. a.c. p penultimā primi: et q̄
erian. k. est duplus ad. b. sequitur per. 9. quinti ut. g. numerus impar sit eōlis. k.
numero pari. Qđ si. c. sit per. z. f. impar: erit pportio. f. ad dimidiū. e. qđ sit. l. si/
ut. a.c. ad dimidiū. a.b. qđ sit. a.d. et ideo erit prop̄tio quadrati. a.c. ad quadra
tum. a.d. sicut prop̄tio numeri. b. qui est impar per. 30. noni ad quadratum
numerii. l. qui sit. m. cui. k. ponatur ēē duplus: eritq;. k. per definitionem par. At
q̄ quadrati. a.c. ē duplū ad quadrati. a.d. per penultimā primi erit. b. duplū ad
m. cūq;. k. sit etiā duplus ad. m. erit per. 9. quinti numerus impar. b. equalis. k.
numero pari qđ ē ppositū.

Propositio .8.

Si fuerint due quantitates vni quantitati cōicantes: ipsas
quoq; īnūcē cōmensurabiles esse necesse est.

C sit vtraq; duas quantitatū. a. z. b. cōicants quantitatū. c. dico. a.z
b. esse cōmensurabiles: est enim per. 5. a. ad. c. sicut numerus ad numerum

Sit itaq; numerus. d. ad numerū. c. sicut. a. ad. c. numerusq;. f. ad numerum. g. si
cuit. c. ad. b. At proportiones que sunt. d. ad. c. z. f. ad. g. continentur in tribus ter/
minis qui sunt. h. k. l. ut docet. 4. octaui: eritq; per equā proportionalitatē. a. ad. b
sicut. b. numerus ad. l. numerū: per. c. igitur sunt. a. z. b. cōicantes qđ est ppositū.

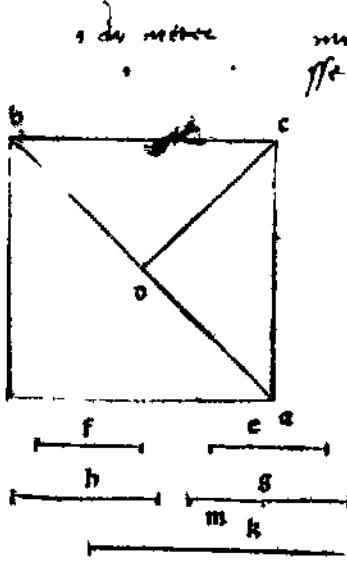
Ex hac quoq; sequitur q̄ si fuerint due quātitates sibi īnūcē cōicantes: cuiacūq;
vna earum cōmunicat et reliqua: et cuiacūq; vna nō cōmunicat nec reliqua. Sint
enī duc quantitates. a. z. b. cōmunicantes: ponaturq; quelibet quantitas que sit
c. cum qua cōmunicet. a. dico q̄. b. cōmunicabit cum eadē: qđ ex hac octaua patet
cum vtraq; earum cōmunicet cum. a. ex hypothesi. Qđ si itex. a. z. b. sint cōmunicā/
tes ut prius: ponatur. c. quelibet quātitas cum qua non cōmunicet. a. dico q̄. b. nō
cōmunicabit cum eadem. si enī. c. cōmunicaret cum. b. cum. a. quoq; p hypoth.
cōmunicet cum eodem. b. essent per hanc octauam. a. z. c. cōmunicantes. sed
possum erant q̄ non essent: quare constat quod diximus.

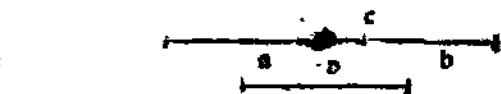
Propositio .9.

Si fuerint due quantitates cōicantes: totum quoq; ex eis
confectum vtriq; eaꝝ: erit cōmunicans. Si vero fuerit to
tum vtriq; cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

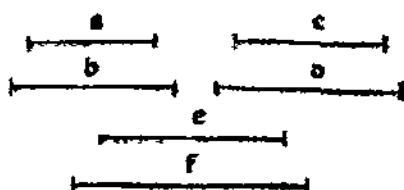
Csint due quātitates. a. z. b. cōmensurabiles: dico totum ex eis cō/
positum quod sit. c. vtriq; earum esse cōmunicabile et econverso.

Adhuc quoq; si totum ex eis compositum vni earum cōmunicet. dico q̄ cō
municabit alteri: et ipse similiter inter sc. Idem quoq; in contrario. Si enim. a. z





f s p h m i
C u m n q; q t r o s n o t d u a s / m e l a t
q; g s u m y s .



b. sint incommunicantes: dico q. c. utriq; earum erit incommunicans et econverso: ac si. c. al teri earum sit incommunicans: erit quoq; incommunicans et alteri: et ipse etia inter se. Sint itaq; primum. a. et. b. comunicantes: sitq; earum communis mensura. d. qui cu virraq; eaq; numeret per conceptionem simile antepenultime numerabit. e. et. f. quare p definitione. c. coincabit virraq; eaq; sc. a. et. b. Econverso quoq; si. c. communicet virraq; earum. sit omnis eius mensura. d. constat itaq; per definitionem. a. et. b. communicantes esse sed communicet. c. cu altera earum que sit. a. dico q. communicabit cu. b. et. a. etia et. b. communicabunt adiuvicem. sit enim. d. communiter mensurans. e. et. a. quis igitur. d. mensurat totum et detractum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet. b. per diffinitionem ergo et. c. communicat cum. b. et. a. communicat quoq; cum. b. Si autem. a. et. b. sint incommunicantes erit. c. incommunicans virraq; earum: si enim cum virraq; seu etiam cum altera earum communicaret et ipse co municaret adiuvicem: quod est contra hypothesis Similiter quoq; econverso si. c. incommunicans virraq; earum seu etiam alteri earum: erit quoq; incommunicans relique: et ipse inter se: quod palam est ex predemonstratis et destruacione consequens.

Propositio .10.



Donum quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima communicans secunde: tertia quoq; erit communicans quarte. Si vero prima incomensurabilis fuerit secunda: tertia quoq; incomensurabilis erit quarte.

Sint quat:or quantitates proportionales. a. b. c. d. dico q. si. a. co municat cu. b. c. quoq; communicabit cu. d. q. si. a. est incomensurabilis. b. c. quoq; erit incomensurabilis. d. et si. a. coincitat cu. b. in potentia tamen. c. quoq; communicabit cum. d. in potentia tantum. Veritatem illud non proponit auctor: q. facile patet ex demonstratione priori. Si eni. s. coincitat cu. b. ent per. s. q. ad. b. sicut numerus ad numerum. sit ergo sicut. e. ad. f. at q. est per hypothesis. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. c. ad. d. sicut numerus. c. ad numerus. f. per. s. igitur est. e. communicans cu. d. quod est pri mum. Scilicet patet ex primo a destructione consequens. si enim. a. est incomensurabilis. b. oportet. c. esse incomensurabile. d. nam si esset ei comensurabilis. cu sit ut c. ad. d. sic. a. ad. b. per hypothesis: esset per primam partem. a. communicans cum. b. sed non erat: quare constat totum quod proponit auctor. Quod autem ad unum videlicet q. si. a. coincitat cum. b. in potentia tamen. c. coincidat cum. d. in potentia tamen. sic patet. Lus enim. a. non communicet cu. b. in longitudine: nec. c. quoq; ex parte secunda binus communicabit cum. d. in longitudine. At vero cum quadratum. a. communiceat cum quadrato. b. ex hypothesis erit per. s. quadratum lineae. a. ad quadratum linee b. sicut numerus ad numerum qui sunt. e. et. f. et quis quadratum. c. ad quadratum d. sicut quadratum. a. ad quadratum. b. erit etiam quadratum. c. ad quadratum. d. sicut numerus. c. ad numerus. f. per. s. igitur. c. et. d. coincident in potentia: et q. non communiceat in longitudine: constat propositum.

Propositio .11.



Proposita qualibet recta linea duas ei incomensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas invenire.

Sit linea. a. proposita: volo duas lineas reperire quae una coincidant a. in potentia tamen; altera vero sit incomensurabilis ei in longitudine et in potentia.

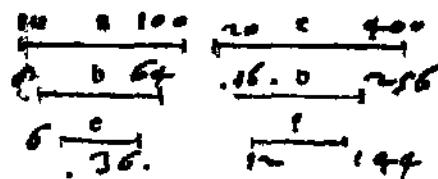
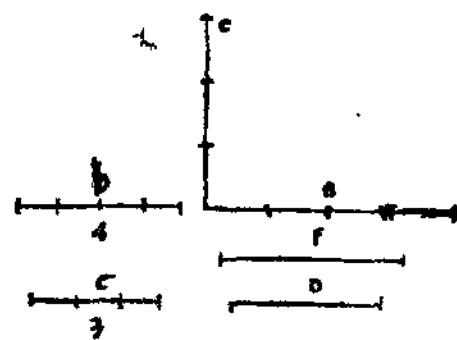
Sunt itaqz duos numeros nequaqz se habentes in pportione aliquoz numeroz quadratoz. sintqz hij. b. e. c. quos facile est sumere cu qnlibet quadrat9 numer9 ad qnlibet nō quadratū cā babeat pportionē quā nequaqz habent aliqui numeri q/ drati cōfirmatē hec. 22. octau: duob9 talib9 numeris sūptis inenio linea. d. ad c. ut qdratū se babeat qdratū linea. a. sicut numeris. b. ad numeris. c. Hanc aut linea ita reperio diuido linea. a. in tot pres equales quot sunt vnitates in numero. b. qd facie facio adiuuāte. 11. vel. 12. sexti: debinc sup extremitatē linea. a. ergo linea. e. per perpendiculariter in qua rotiens ptingatur vna ex pribus. a. quotiens vntitas est in c. Quia igit ex pma sexti pportio quadrati linea. a. ad superficiē que sit ex. a. i.e. est sicut. a. ad. e. et iō sicut numeri. b. ad numerz. c. si ponat. d. in medio loco pportio/ natis inter. a. z. e. sicut docet. 9. sexti qd tūc per pma partē. 16. eiusdē quadratū. d. erit equale superficie pducte ex. a. in. e. et erit pportio quadrati linea. a. ad qdratū linea. d. sicut numeri. b. ad numerz. c. quare a. z. d. sunt cōmensurabiles in potētia ex diffinitione e per ultimā pte. 7. ipse sūt incōmensurabilcs in lōgitudine. repta est itaqz. d. prima linea quā ppositū erat inquirere. C. Alterā sic rep̄to interpono ut docet. 9. sexti linea. f. medio loco pportionalē inter. a. z. d. critqz per coroll. 17. sexti quadratū. a. ad quadratū. f. sicut. a. ad. d. itaqz per scđam partē. 10. quadratum. a. est incōmensurabile quadrato. f. igit linea. f. ē incōmensurabilis linee. a. i potentia quare e in longitudine. ē itaqz. f. scđa linea quā ppositi erat reperiire. Et sic p3 p3 possum.

Propositio .12.

DOniū quatuor lineaꝝ pportionalū si pma tanto amplius possit scđa quātu ē quadratū alicuius linee cōicāns sibi in longitudine. necesse ē tertia quoqz tanto amplius posse quartā quātu est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine: qd si fuerit pma potentior scđa qdratū alicuius linee incōmensurabilitas sibi in longitudine. erit quoqz ter/ tia potentior qrtā qdratū alicui9 linee sibi incōmensurabilis in lōgitudine. C. Sint quoqz lineaꝝ pportionalē. a. b. c. d. sicut. a. maior. b. z. c. maior. d. si quoqz a. potētia. b. qdratū linea. c. z. c. potētia. d. qdratū linea. f. dico qd si. a. cōicet. c. in lōgitudine. c. quoqz cōicabit. f. i lōgitudine qd si. a. nō cōicat. e. i lōgitudine nec. c. cōicabit. f. i lōgitudine. Qd e si. a. cōicat. e. i potētia tm. c. quoqz cōicabit. f. i potētia tm. Nez tamen illud vltimū nō pponit ancor qd facile patet ex priaꝝ demōstratione cu sit eni pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit quadrati. a. ad quadratū. b. sicut qua/ drati. c. ad quadratū. d. et qd quadratum. a. est equale quadratis duarum lineaꝝ. d. et f. b. z. e. sicut quadrati. e. sicut qdratōz. d. z. f. d. ad qdratū. f. ergo vltimū erit quadratū. b. ad quadratū. e. sicut quadratū. d. ad quadratū. f. ergo. b. ad e. sicut. d. ad. f. item per equam pportionalitatem erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo per pmaꝝ partem de linee constat pma pars binus: et per secundam scđa: et per tertiam ibi adiunctam tertia: hic adiuncta.

Propositio .13.

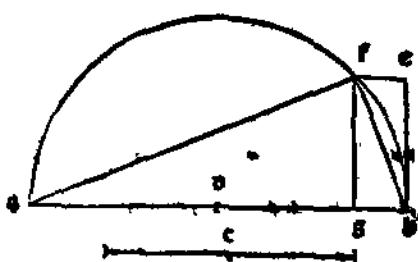
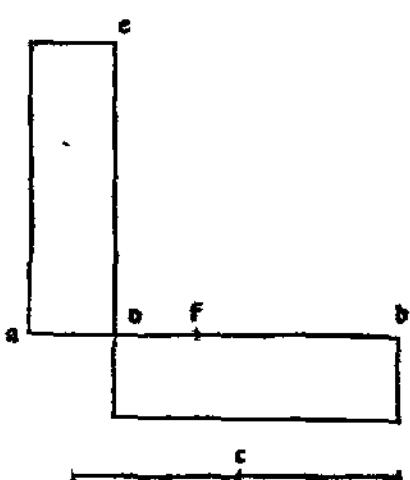
Si fuerint due lineaꝝ inequales quorum longorem in duo communicantia dividat superficies sibi adiuncta equalis quarte parti quadrati brenioris lineaꝝ cui adiuncte su/ perficie desit ad complendam totam lineam superficies



quadrata necesse est ipsa linea longior est linea breviori tanto amplius posse quam est quadrati alicuius linee coicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit longior poterior breviori augmento quadrati linee coicantis sibi in longitudine adiungatur ei superficies eque linea quarte pri quadrati brevioris linee cui desit quadrata superficies superficie sibi adiuncta eadem linea longior in duas portiones commensurabiles dividere necesse est.

Sint due linee. a.b. et c.d. maior a.b. et adiungatur ad linea a.b. quadrata p. quadrati linee c. ita quod desit ad splendida linea a.b. superficies quadrata. hoc enim est possibile p. 27. sexti quod facile fiet hoc modo dividatur a.b. in duas lineas. a.d. et d.b. ita quod inter eas cadat medietas linea. c. primum proportionalis: hoc autem qualiter fiat in fine demonstratiois huius docebitur: eritque ex. 16. sexti superficies. a.d. in. d.b. quod sit. d.c. eque quadrato medicatis linea. c. quod ex. 4. scilicet erit eadem sub quadruplicata quadrati linea. c. deest quoque ad splendida linea a.b. superficies quadrata: cum tunc a.d. sit equalis. d.g. tunc d.b. eque g.e. dividatur itaque quod si superficies. d.c. dividatur linea a.b. in duo coicantia erit linea a.b. poterior linea. c. in quadrato alioquin linea secundum coicantis in longitudine et econverso. Cum autem sit linea a.b. maior linea c. non erit a.d. eque d.b. sic enim est superficies. d.c. quadrata et quod ipsa est eque quadrato medicatis linea. c. est et a.d. eque quadrato. c. et tota a.b. tota. c. quod est hypothesi non est igitur a.d. equalis. d.b. itaque de maioris eius que sit d.b. absindatur. d.f. equalis. a.d. eritque p. 8. scilicet quadratus totius a.b. eque his quod sunt ex. d.b. in. d.a. quod est quadratus. f.b. quartus linea a.b. erit potentior linea. c. in quadrato linea. f.b. quod necesse est coicari toti a.b. si linea a.d. est coicata linea. d.b. si enim hoc fuerit erit d.b. coicans. d.f. siue eque quare p. 9. b.f. coicat cum f.d. et iuncto toti. a.d. et ppp hoc cum tota a.f. igitur et cum tota a.b. sicut p. p. primi. Et ideo huius sic p. sit. a.b. poterior. c. in linea f.b. quod coicetur secum in longitudine. dico tunc quod quarta p. quadrati linea. c. addita ad linea a.b. ita quod desit superficies quadrata dividatur linea. a.b. in duo coicantia: dividatur enim f.b. a. p. equa in. d. et fiat superficies. d.c. ex. d.b. in. d.a. et deerit ad splendida linea a.b. superficies quadrata eritque p. 8. scilicet quadratus a.b. eque quadruplicata superficie. d.c. est eque quadrato. f.b. igitur quadruplicata superficie. d.c. est eque quadrato. c. quod superficies. d.c. sit eque linea quarte pri quadrati. c. dico igitur quod d.b. est coicata cum a.d. cum sit f.b. coicans cum a.b. si enim hoc fuerit ut quod a.d. sit coicans cum a.b. erit etiam coicantia cum a.f. p. 9. quare et cum a.d. sicut cum d.f. itaque et d.b. est coicata cum a.d. quod est secundum. Tunc autem monstrandum est qualiter linea a.b. cum ipso posita facitur maior linea c. possit sic divididi ut inter partes eius cadat medietas linea. c. primum proportionalis. Et cum enim sic fuerit divisa: superficies quod fiet ex una in altera erit equalis quadrato medicatis linea. c. et ipsa erit superficies eque linea quarte pri quadrati linea. c. adiuncta ad linea a.b. ita quod desit superficies quadrata. hoc enim sic fiet divisa. a.b. p. eque in. d. linea est semicirculus. a.f. b. et sicut b.e. perpendicularis ad. a.b. que ponatur eque linea medicatis linea. c. et duca f. e. f. equidistantes ad. a.b. vsque quo secerit circumferentiam semicirculi in puncto. f. necesse est enim ut secerit eam: cum linea a.b. sit maior linea c. et duca f. g. perpendicularis ad. a.b. quod cum p. 34. pmi sit equalis linea. e.b. erit quoque eque linea medicatis linea. c. ducatur itaque linea f. a. f. b. eritque p. prima parte. tertij angulus. a.f. b. rectus: et id per primam partem conatur. sexti erit linea f.g. medio loco proportionalis iter a.g. et g.b. quod est medietas linea. c. quod est sibi equalis erit etiam proportionalis iter easdem quod est nostrum ppositum:

Propositiō . 14



Si fuerint due linee inequales quarum longiorē dividat in duas partes incomensurabilēs superficies equalis quare parti quadrati breuioris libi adiuncta ita q̄ desit ad ei⁹ cōpletionē superficies quadrata erit lōgior potētior breuiori augmēto q̄drati linee icōmensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si vero lōgior potētior fuerit breuiori quadrato linee incomensurabilis sibi longiori in longitudine adiungatq; ei superficies equalis p̄n quarte q̄drati breuioris defueritq; longiori superficies qua drata necesse est ut ipsa superficies sibi adiuncta cūdem longiorem li neam in duas portiones incomensurabiles d̄ividat.

Chec. 14. ex h̄rio s̄ntis p̄missle insert h̄riū p̄missle et non differt eius dispō a dispōne illius sed et mod⁹ argumētandi v̄tobiq; idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi adequalis cōicabit cū eadē. d. b. itaq; p. 9. d. f. nō cōicabit cū. f. b. q̄re neq; a. f. sunt enī. a. f. et. e. f. cōicantes tanq; numerans et numeratū. iō neq; a. b. cōicabit cū linea. f. b. Qd̄ si hoc fuerit videlicet si. a. b. nō cōicet cū. f. b. nō cōicabit cū. a. f. q̄re neq; cū. a. d. aut. d. f. neq; iḡf. a. b. cū. d. a. P̄t quoq; bec. 14. demōstra ri p̄ p̄missā. p̄ma p̄s br̄uis ex sc̄oā illi⁹ et sc̄oā ex p̄ma a destricōe p̄ntis. si enī. a. d. et. d. b. nō cōicent nec etiā. a. b. et. f. b. cōicabunt: nā si. a. b. et. b. f. cōikarent oportet p̄ sc̄adam p̄tē p̄missle ut. a. d. cōicaret cū. d. b. sed positum ē q̄ non. Eodē mō de sc̄oā p̄te. si cni. b. a. et. b. f. nō cōicant nec. a. d. et. d. b. cōunicabunt. nā si sic sequit̄ per primā p̄tē p̄missle ut. a. b. et. b. f. cōicet q̄ nō cōicant: quare patet propositū.

Propositio. .15.

Mūnis superficies rectāgula quā continent due linee ī lōgitudine rationales rōnalis esse probantur.

Csint due lince. a. b. et. b. c. otinetētes superficie rectāgula. a. c. rōnales in longitudine: dico superficie. a. c. esse rōnale: descripto enī quadrato cuius vis eaz. ut. c. d. linea. b. c. erit p̄ primā sexti. c. d. ad. a. c. sicut. b. d. ad. a. b. q̄r̄ iḡf. b. d. cōicat in longitudine cū. a. b. ex hypothēsi eo q̄. b. c. sua equa lis erit p̄ primā p̄tē. iō. c. d. cōicans. a. c. cū sit itaq; c. d. rōnalis p̄ diffinitionē erit et. a. c. rōnalis qd̄ est p̄positū.

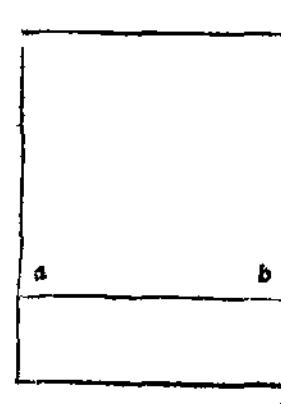
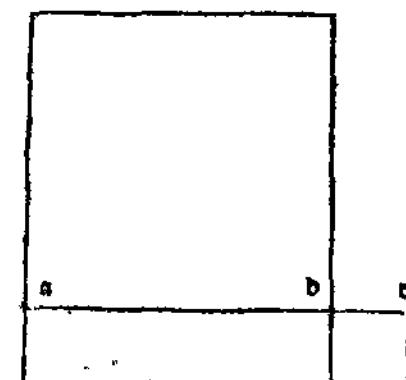
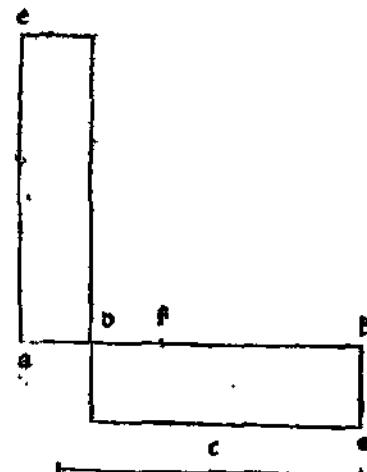
Propositio. .16.

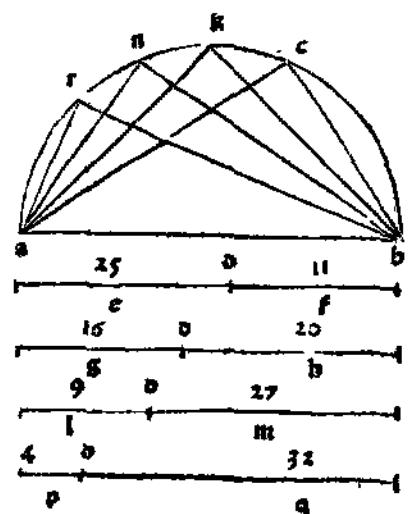
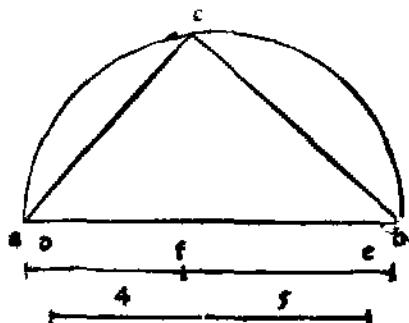
Am adiuncta fuerit linee in longitudine vel cōicata rōnali superficies rōnalis rectāgula latuſ eius sc̄dm erit in longitudine rōnale lateriq; primo ī longitudine cōmensurabile. Chec ē quasi p̄uersa prioris ut si superficies. a. c. adiuncta ad linea. a. b. rōnale in longitudine fuerit rōnalis: dico q̄ latus eius sc̄di qd̄ ē. b. c. erit etiā rōnale in longitudine et coicans lateri primo. sit enī. a. d. quadratū. a. b. eritoq; rōnale ex diffinitione et ppter hoc erit cōicans cū superficie. a. c. rōnali: q̄r̄ iḡf p̄ primā sexti sicut. a. d. ad. a. c. ita ē etiā. d. b. ad. b. c. cōicat aut. d. a. cum. a. c. erit p̄ primā p̄tē. iō. b. d. cōicas cū. b. c. ergo cū. b. a. sua eōli sed. b. a. rōnalis ē q̄re p̄ diffinitionē et. b. c. p̄stat itaq; p̄positū.

Propositio. .17.

Mas lineas inuenire potentia tantum rōnales cōmensurabiles quarum lōgior plus possit breuiori quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine.

Chōpositū ē inuenire duas lincas rōnales potētia tñ cōicantes q̄rū longior sit potētior breuiori q̄drato linee sibi cōicas in longitudine





Si ergo aliquā lineā rōnale que sit. a. b. sup quā describo semicirculū. a. c. b. & sumpto aliquo numero vt. d. e. divido ipsū in duos numeros. d. f. t. f. e. ita q̄ sit p̄portio. d. e. ad. d. f. sicut numeri q̄drati ad numerū q̄dratū nō sit aut p̄portio. d. e. ad. f. e. ut numeri q̄drati ad numerū q̄dratū: talis aut numer⁹ ē quilibz q̄drat⁹ oī visibilis in quadratū & nō quadratū. ut. 9. qui dividitur in. 4. 2. 5. & oīs hox eque multiplices: & inuenio lineā ad cuius q̄dratū se habeat q̄dratū linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numerū. d. f. qualiter aut ipsa repertaf in demonstratione. 5. dict⁹ ē: hanc lineā inueniā que necessario ē minor. a. b. coapto p̄ primā quarti intra se/ micirculum. a. c. b. sitq; a. c. e subtrahā lineā. c. b. vico duas lineas. a. b. t. c. b. esse quas quatin⁹. erit igit p̄ primā p̄tē. 30. tertij angulus. c. rectus: & iō p̄ penultimam primi quadratū. a. b. equale est q̄dratis duarū lineaz. a. c. t. c. b. & q̄ p̄portio qua/ dratī linee. a. b. ad quadratū linee. a. c. ē sicut. d. e. ad. d. f. p̄ hypothē. erit p̄ eiusam p̄portionalitatē p̄portio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. c. b. sicut. d. e. ad. f. e. ergo quadratū. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. per. 6. hui⁹ erit igit quadratum. c. b. rōnale per diffusionem cū cōicer rōnali superficie: & q̄z c. b. t. a. b. sunt incommensu/ rables p̄ virtutā partem. & constat duas lineas. a. b. t. c. b. esse rōnales potentia tñi cōicantes. At q̄ linea. a. b. ē potentior linea. c. b. in quadrato linee. a. c. que p̄ scdaz partem. & cōicat secū in longitudine cōstar habitu ēse p̄positū. Si autē libeat plurca ouab⁹ potentia tñi rōnales cōicantes quazyma potentior longior sit qua/ libet aliaz in quadrato alicuius linee secū cōicantis in longitudine regire. sit ut p̄t⁹ linea. a. b. rōnalis in longitudine super quā describatur semicirculus. a. c. b. summa / turq; numerus. d. quadratus qui sit divisibilis in multos quadratos & nō quadra/ tos quoq; nō quadratoz mīne sit p̄portio sicut aliquoz numeroz q̄dratoz: tales aut numeri vltro se offerūt vt. 16. qui ē divisibilis i. 25. 2. 5. itēq; i. 16. 2. 20. rursus/ q̄z in: 9. 2. 27. ac itēq; in. 4. 2. 32. istoz vero nō quadratoz qui sunt. 11. 20. 27. 32. ad innicē nō est p̄portio sicut alicuius numeri q̄drati ad alii. Estio igit ut numerus d. quadratus dividat in. e. q̄dratū t. f. non quadratū: sitq; quadratū linee. a. b. ad q̄dratū linee. a. c. sicut numerus. d. ad numerū. e. & tuncat linea. c. b. & p̄stat p̄po/ situm ut prius demonstratū ē. a. b. t. b. c. esse duas tales lineas quas inquirimus. Si tñr quoq; dividā. d. i. g. q̄dratū t. b. nō q̄dratū sitq; q̄dratū linee. a. b. ad q̄dratū linee. a. k. sicut. d. ad. g. & tuncat linea. k. b. eruntq; vt prius due linee. a. b. t. b. k. quales inquirim⁹. Ecclē mō si rursus dividat. d. m. l. q̄dratū t. in nō q̄dratū t. po/ natur p̄portio q̄drati linee. a. b. ad quadratū linee. a. n. sicut. d. ad. l. & p̄ducatur n. b. erunt due linee. a. b. t. b. n. quales inquirim⁹. Qđ si rursus dividat. d. in. p. quadratū t. in. q. nō quadratū t. fuerit p̄portio q̄drati linee. a. b. ad quadratum linee. a. r. sicut. d. ad. p. & protracta fuerit linea. r. b. erūt etiā due linee. a. b. t. b. r. quales inquirimus. Sunt itaq; linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potentia tñi rationa/ les & in ea cōicantes q̄rū vna videlicet. a. b. ē potētior qualibet aliaz i q̄drato linee secū cōicatis in longitudine. si igit quatuor lineaz. b. c. b. k. b. n. b. r. nalle cōicant alijs in longitudine p̄stat p̄positū. Istud aut sic p̄bas p̄z enī ex p̄missis q̄ quadra/ tum li nee. b. c. ad quadratum linee. a. b. est sicut numerus. f. ad numerum. d. & quadratum linee. a. b. ad quadratum linee. b. k. est sicut numerus. d. ad numerū. b. ergo per eam proportionalitatem quadratum linee. b. c. ad quadra/ tum linee. b. k. est sicut numer⁹. f. ad numerū. b. sed null⁹ q̄tuor numeroz. f. b. i. q̄ sebabet ex hypothēsi ad alii sicut numer⁹ q̄dratus ad numerū q̄dratū. q̄p p. 3. p̄tē

, duæ lineæ. b. c. b. k. sunt incommensurabiles in longitudine. Eadem rōne quilibet duæ ex illis quatuor sunt incommensurabiles i longitidine : siquies ergo qd volumus.

Propositio .18.

Duæ lineæ in potentia tantum rōnales cōcantes quoru longior plus possit breviori quantum est quadratū lineæ sibi incommensurabilis in longitudine innenire.

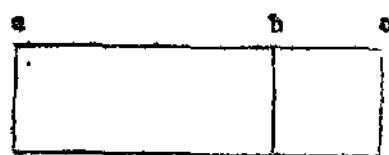
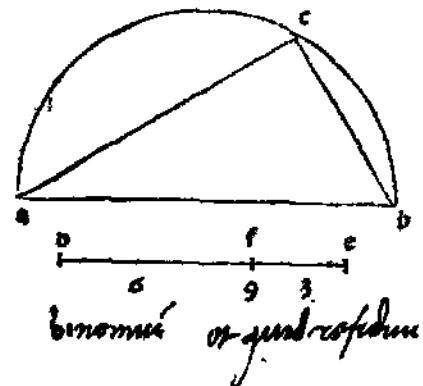
In bac quoq; remaneat eadē dispositio ecclēsypotheses que in premissa hoc solū mutato q; pportio numeri. d. e. ad neutrū duorum numeroz. d. f. t. f. e. sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratū: hoc autem facile fieri posito. d. c. quotlibet numero quadrato diviso in duos numeros nō quadra tos ut si. d. e. sit. 9. t. d. f. 6. t. f. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q. a. b. t. a. c. sint incommensurabiles in longitudine p ultimā partē. 7. **E**t sciendū q; duæ lineæ quales hec et premissa docent invenire cōponunt binomium: t mino rī earum abscisa de maiorī que reliqua est dicitur residuum. Nota etiā q; lince tm̄ potentia rōnales cōcantes possunt esse vna rōnalis t alia irrōnalis sicut latera tē tragonica duas superficiez quaz vna sit. 25. pedū t alia. 24. sunt rōnalia potentia tm̄ cōciantia: latus enim p̄me superficie est. 5. latus vero scde nō numerat t possunt esse ambe irrōnales ut latera tē tragonica duas superficiez quartū vna sit. 24. pedū t alia. 23. neutrū enī numerat latus. sumtq; i longitidine incommensurabilia ex ultima p̄ septime. **Q**d si libeat etiā invenire plures lineas duabus potentia tm̄ rōnales cōcantes quaz vna sit potentior qualibet aliaz in quadrato lineee secum nō cōcantis in longitudine: sumer̄ talis numer⁹ qui possit plures sic dividiri q; ipsi us ad nullā suaz partū nec aliquā aliaz sit pportio ut numeri quadrati ad numerū quadratū ut. 25. pot̄ divididi in. 2. t. 2. t. item in. 5. t. 20. t rursus in. 7. t. 18. Et sic p̄cessus idē q; fuit in p̄missa. **Propositio .19.**

Minis superficies quā cōtinēt duæ lineæ potentia tātu rōnales cōcantes ē irrōnalis dicitq; superficies medialis eiusq; latus tē tragonicum lc̄ qd i eam potest est irrōnale diciturq; linea medialis.

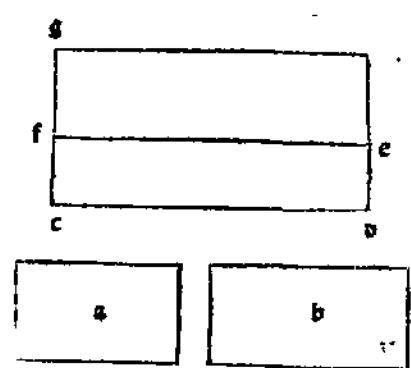
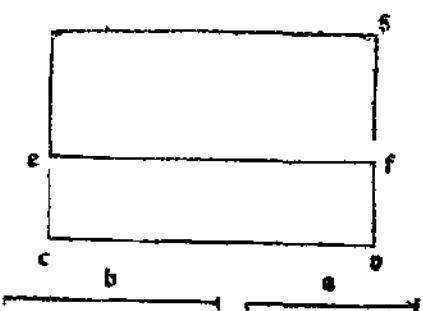
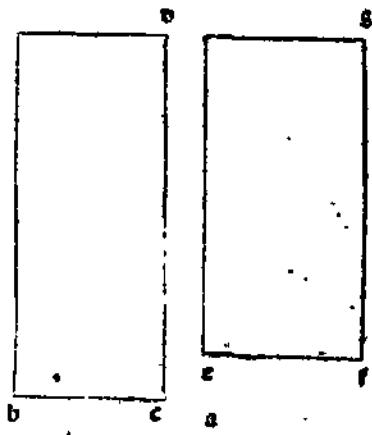
Sint duæ lineæ. a. b. b. c. p̄tinētes superficie. a. c. rōnales potentia tm̄ cōcantes: q; qualibet reperiant ex p̄missa t an p̄missa. manifestum ē: dico superficie. a. c. esse irrōnalem. Sit enī. c. d. quadratū. b. c. eritq; rōnale p̄ hypothesim eo q; linea. b. c. ē rōnalis i potentia: t q; ex p̄ma sexti. a. c. ad. c. d. sicut. a. b. ad. b. d. non cōcitat aut. a. b. c. b. d. q; ex hypothesi nō cōcitat cū sua equali q; ē. b. c. sc̄quit p̄ sc̄dam p̄ 10. ut etiā. a. c. nō cōcet. cū. c. d. q; se p̄ diffinitione superficies. a. c. c. irrōnalis. ideoq; ē suū latus tē tragonici ē etiā irrōnale. dicitur aut̄ hec superficies medialis qm̄ ipsa ē medio loco p̄portionalis inter duas superficies rōnales videlicet inter qd̄rata duarū lineaz ipsa p̄tinētiū t linea potēs in ipsa dicitur medialis. qm̄ ipsa quoq; ē medio loco p̄portionalis inter duas lineas potentia tm̄ rōnales cōcantes t hec p̄cūlī nee sunt latera dicere superficie. Et hoc est qd̄ volumus.

Propositio .20.

Cum adiuncto fuerit linee in lōgitidine rōnali superficies equalis quadrato linee medialis lat⁹ eins sc̄m potentia tātu erit rōnale lateriq; primo i lōgitidine icōmēsurabile. **H**oc est quasi conversa p̄missa. Sit. a. linea medialis. sitq;



Superficies medialis qm̄ sit



linea.b.c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. b.d. equalis quod
drato linea.e. qd hoc modo fieri subiungatur duabus lineis. b.c. et a.linea.c. d.i. co
tinua proportionalitate: ut docet. 10.sexiti: eritqz superficies ex.b.c.in.c.d. equalis
quadrato linea.a. per. 16.civis de: dico latus eius fm quod est. d.c. esse rationale in po
tentia tm et incomensurabile in longitudine lateri. b.c. Eritqz expressa p diffi
nitione linea medialis ut linea.a. possit in aliquo superficie contentam a duabus
lineis potentia tm rationibus communicantibus que sit superficies. e.g. cuius latere
e.f. et f.g. eruntqz due superficies. b.d. et c.g. per primam partem. 13.sexiti: laterum
mutuorum propter hoc qd ipsi sunt equales et rectangule: pproptio ergo b.c.ad.e.
f.est sicut f.g.ad.c.d. quare p. 10.civis b.c. coicet i potentia cu.e.f. eo qd drata vti
bqz earum sunt rationalia ex hypothesi. f.g. coicabit in potentia cum.c.d. cu. igitur qua
dratum. f.g. sit rationale per hypothesim: erit quoqz quadratum. c.d. rationale per diffini
tionem: at qd superficies. b.d. est irrationalis sicut sua equalis. e.g. per premissa. se
quitur vt quadratum linea. c.d. no coicet cu superficie. b.d. et quia quadratum linea
c.d. ad superficiem. b.d. est per primam sexti: sicut c.d. ad. c.b. erit per secundam
partem. 10.ut. c.d. non communicat cum. b.c. quare cum. b.c. sit rationalis in longitudi
ne ex hypothesi: erit. c.d. irrationalis in longitudine et potentia tm rationalis: patet et
go proposita conclusio.

Propositio 21.

Quoniam linea communicans mediali est medialis.

Sit linea.a. medialis ei ponatur linea.b. esse comunicans sive in
longitudine sive in potentia tm: dico qd etiam linea.b. est medialis.

Sit enim linea.c.d. rationalis i longitudine cui adiungatur superfi
cie ex. c.f. equalis quadrato linea.a. et item superficies. e.g. equalis qua
drato linea.b. hoc autem qualiter. iat in premisse demonstratione dictu est. Eritqz
per premissam linea. d.f. rationalis in potentia tm et incomensurabilis linea. c.d. et
quia per primam sexti. e.g. ad. c.f. sicut f.g. ad. d.f. coicet autem. e.g. cum. c.f. eo
qd quadratum. b. communicat cum quadrato. a. per hypothesim: quibus quadra
tis dicte superficies posse sunt equales: sequitur per primas partem. 10. ut linea. f.
g. communicat cum linea. d.f. quare. f.g. sit rationalis i potentia tm sicut est. d.f. et in
comensurabilis in longitudine linea. c.f. cu linea. d.f. subi comunicans sit incom
mensurabilis eidem. e.f. eo qd sive equali: hoc enim probatum est in. 8. qd si fuerint due
quantitates coicantes cuiusqz una earum non coicat nec reliqua: itaqz per. 19. erit
superficies. e.g. medialis et eius latus tetragonicum quod est. b. mediale quod est
propositum.

Sit quoqz omnes superficies coicantis superficie mediali medialis et
convincitur. Sit eni superficies. a. medialis cui ponatur superficies. b. esse coicans
dico superficiem. b. esse medialem quod sic constabit. sit linea. c.d. rationalis in longi
tudine: adiungatur ei superficies. c.c. que sit equalis superficie. a. qd hoc mo
do fieri. Invenietur linea. c.f. ad quam sic se habeat unum ex lateribus superficie. a.
sicut linea. c.d. se habebit ad reliquum. hec autem linea qualiter reperiatur in. 10.sex
iti dictum est. Eritqz ex. 15. eiusdem superficies. d.f. equalis. a. itaqz eodem modo
ad linicam. e.f. adiungatur superficies. e.g. que sit equalis. b. erit itaqz per. 20. linea
c.f. potentia tm rationalis: erit quoqz linea. c.d. in longitudine incomensurabilis. Et
quia. a. et b. erant coicantes ex hypothesi: erunt quoqz. c.c. et e.g. eis equales coican
tes: itaqz per primam partem sexti et per primas partem. 10. b. unius erunt due linee
c.f. et f.g. coicaures in longitudine.

Est igitur linea. f.g. rationalis in potentia tm et

linee.e.f.incomensurabilis in longitudine: quare per. 19.superficies.e.g.erit medi
alis: com linea.e.f.sit rōnalis i longitudine sicut.c.d.sibi equalis:cū sit ergo.b.eq/
lis.e.g.erit quoqz.b.medialis qd̄ ē propositū. Et nota q̄ omnes superficies me
diales cōicantes cōponunt superficiem mediale. Unde tota .d.g. ē medialis: q; cū
due linee.c.f.z.f.g.sint rōnales in potētia tm̄ z nō cōmunicantes in longitudine
sequitur ut tota.c.g.sit rōnalis in potētia tm̄ z nō cōicas.c.d.i longitudine. itaqz
p.19.d. g. ē medialis Eodēqz mō si sint ples.

Propositio .22.

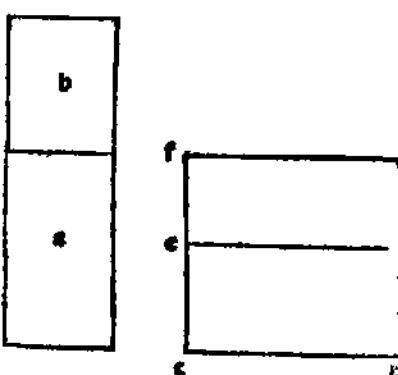
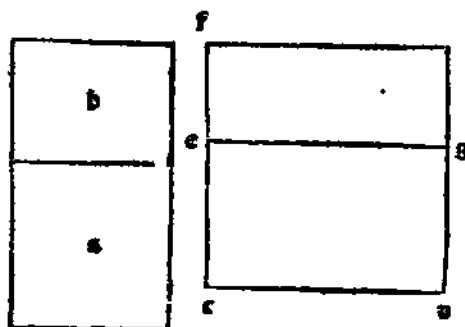
 Unis differentia qua habundat mediale s mediali:irra
tionalis esse probatur.

C Sit vtraqz duaz superficiēū.a.b. z.a. medialis bico q̄ superficies
z que est eaz differentia ē irrōnalis. Sit eni linea.c.d.rōnalis i lon/
gitudine cui adiungat superficies.d.e.equalis superficieī.a.z superfici/
es.d.f.equalis totali superficieī.a.b. hoc aut̄ qualiter fiat in p̄missa docim⁹: qz
ergo.d.f.est equalis.a.b.z.d.e.equalis.a.erit p̄ cōceptionē.g.f.equalis.b. Si ita/
qz superficies.b.nō est irrōnalis sed rōnalis: erit e.f.g.sua equalis rōnalis. At cum
linea.e.g.sit rōnalis in longitudine sicut sua equalis.c.d.erit per.10.linca. e.f. ra/
tionalis in longitudine z cōmicas linee.e.g. p.20.aut̄ est vtraqz duaz lineaz
c.e.z.c.f.potentialiter tm̄ rōnalis z linee.c.d.incomensurabilis i longitudine: ita
qz.e.f.linea est incomensurabilis linee.c.e.in longitudine. Et quia per primā sexti
quadratum linee.e.f.ad superficiem que sit ex.c.f.in.c.c. ē sicut.c.f.ad. c.e.sequit̄
per scđam partem. 10.ut quadratū linee.c.f. sit incomensurabile superficie facie ex
e.f.in.c.e. quare e ipsū quadratū erit incomensurabile duplo superficie ex.e.f.i.c.e
quadratū vero.c.e.cum sit rōnale est cōicans quadrato c.f.totum igitur ex ambo
bus compotū erit per.9. cōicans quadrato e.f. z ideo incomensurabile duplo su/
perficie ex.e.f.in.c.e. Et q̄ per quartā scđi quadratū linee.c.f. ē equale duob⁹ qua
dratis duaz lineaz.c.e.z.c.f. z duplo superficie ex.c.e.in. e.f. et duplū superficie
z.e.i.c.f. ē incomensurabile aggregato ex duob⁹ quadratis duaz lineaz.c.e.z.e.f.
sequitur per ea que addita sunt in.9.ut quadratū.c.f. sit incomensurabile aggred/
gato ex duobus quadratis duaz lineaz.c.e.z.e.f. at cū aggregatū ex his quadra/
tis sit rōnale: sequit̄ quadratū linee.c.f.nō esse rōnale: z ideo linea.c.f.nō ē ratio/
nalis in potentia: z idcirco nō erit superficies.d.f.medialis neqz.a.b.sibi equalis
quod est inconveniens cum sit contrarium positio: relinquunt igitur q̄ superficies
b.est irrationalis:quod est propositum.

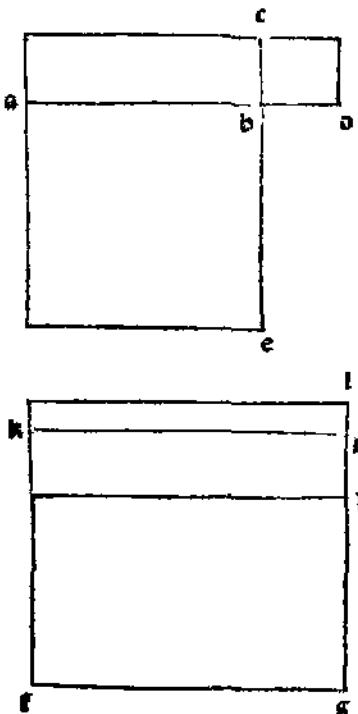
Propositio .23.

 Unis superficies quā cōtinent̄ due linee mediales poten/
tialiter tantū cōicantes: aut rōnalis est aut medialis.

C Sint due linee.a.b.z.b.c.mediales potentia tm̄ cōmunicantes:di/
co q̄ superficies.a.c.ab eis contenta aut est rōnalis aut medialis
Sint enim.c.d.quadratū linee.b.c.z.a.e.quadratū linee.a.b. erunt
qz ex ipsothesi hec duo quadrata cōmunicantia z erit per primam sexti super/
ficies.a.c.medialis medio loco proportionalis iter ipsa quadrata. Sumatur igitur
linea.f.g. quic sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies. f.b. equa/
lis quadrato.a.e.z.b.k.equalis superficieī.a.e.z.k.l.equalis quadrato.d.c. erunt
qz hec tres superficies.f.b.b.k.z.k.l.consimne proportionales sicut sunt sue eglez



LIBER



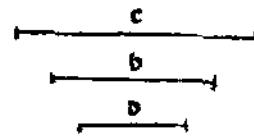
a.e.a.c.z.d.c.quare per primā sexti erunt etiam tres linee.g.b.b.m. e.m.l. q̄ sunt bases earum continue proportionales: z cuj superficies.f.b.z.k.l. sint cōmunicantes sicut duo quadrata. a.e.z.c.d.eis equalia: sequitur per primā sexti z.10.bui⁹ vt linea.g.b.sit cōmunicans cum.m.l.vtrqz autem earum est rōnalis in potētia per 20.buius: igitur superficies vnius eaꝝ in alteram est rōnalis: omnīs cuj superficies quam continent due linee rōnales in potentia: cōmunicantes in longitudine necessario est rationalis ut patet ex prima sexti z prima pte. 10.buius z ex diffinitiōe superficerum rōnalium: z quia ex prima pte. 16.quadratum linee.b.m. est equale superficie ex.g.b.in.m.l.erit quadratū linee.b.m.rōnale. Si ergo linea.b.m.est rationalis in longitudine sine cōicantis linee.k.m. que est equalis linee. f.g. erit per 15.superficies.b.k.rōnalis: ideoqz z sua equalis.a.c.si autē linea.b.m. sit irrōna/lis in longitudine sine incōmensurabilis linee.k.m. que ē equalis linee.f.g. cū ipsa sit rationalis saltem in potentia: eo q̄ suū quadratū est rōnale: erit ex.19.superficies.b.k.medialis: quare z sua equalis.g.c.constat ergo propositū. **C**Et nota q̄ si due linee.a.b.z.b.c.eſſent mediales in longitudine cōmunicantes: effet superficies a.c.medialis tm̄: effet enim superficies.a.c. cōmunicans vtriqz duoz quadratorū a.e.z.c.d.per primā sexti z per p̄sente yp̄thesim z per.10.buius: z ideo superficies.b.k.sibi equalis.a.c.eſſet cōmunicans vtriqz superficie. f.b.z.k.l. igit̄ per p̄ma sexti z.10.buius linea.b.m. eſſet cōmunicans vtriqz duoz lineaz. g.b.z.l.m. z q̄ b̄e ambe sint rōnales in potentia tm̄: non cōicantes in longitudine linee.f.g. eēt quoqz.b.m.rōnalis in potentia tm̄: nō cōmunicantes in longitudine linee.f.g. z iō nec cōmunicans linee.b.d. quare per.19. erit superficies.b.k.medialis tm̄. z ideo etiam.a.c.sibi equalis: Si autē due linee.a.b.z.b.c.eſſent mediales neqz in longitudine neqz in potentia cōicantes: superficies.g.c.non effet rōnalis neqz medialis si enim sic effet sc̄z q̄ due linee.a.b.z.b.c.eſſent mediales neqz in longitudine in potentia cōicantes: eēt duo quadrata.a.c.z.c.d.incōmunicantia. itaqz z due superficies.f.b.z.k.l.eis equalis quoqz: eēt incōicantes: quare z due linee. g.b.z.m.l. eſſent incōmensurabiles per primā sexti z per sc̄dam p̄tē. 10.z q̄ vtrqz eaꝝ ē rōna/lis tm̄ in potentia p.20.eſſet superficies vnius eaꝝ ad alterā medialis per.19.cū ergo quadratū linee.b.m. sit equale dictie superficie que fit ex.g.b.in.m.l.per primā partē.16.sextri eēt per.19.linea.b.m.linea medialis: per.15.ergo nō effet superficies b.k.rōnalis:nec etiā per.20-medialis: quare nec sua equalis.g.c.

Propositio .24.

Das lineas mediales potentia tantum cōmunicantes sup/ficiemqz rationalem continentes quarum longiorz sit po/tentior breuiorz: augmento quadrati linee cōmunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

Clari omnes due linee mediales potentia tantū cōmunicantes co/tineant superficiem rōnalem aut medialez ut ex p̄missa patet: docet inuenire eas duas que continent superficiem rōnalem z eas que medialem. Unde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes: quaruz lon/gior possit amplius breuiori in quadrato aliquis linee sibi cōmunicantis in lon/gitudine que contineant superficiem rōnalem. **A**d hoc s̄m doctrinam.17.Sumo/bnas līcas.a.z.b.potentia tantū rōnales cōmunicantes quarum longior que

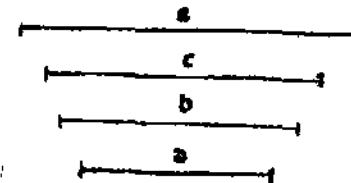
fit. a. possit amplius breviori que fit. b. in quadrato aliquius linee secum summi/ cantis in longitudine: et ponam lineam. c. secundum doctrinā. 9. sexti medio loco. propor/ tionalē inter. a. et. b. et ponam ut sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quā qualiter sit in. 10. sexti dictum est. Dico tunc duas lineas. c. et. d. esse quas querimus: patet enim ex. 19. quā superficies quā continent dñe linee. a. et. b. ē medialis: et quā p. primā pte 16. sexti quadratū linee. c. est dicte superficie equale erit igitur per. 19. linea. c. medi alis. Cū autē sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et. b. cōmunicat cū. a. in potentia tm̄ ex hypo/ thesi: quā tam. a. qz. b. rōnalis est in potentia sequitur per. 10. quā. c. quoqz cōicet cum d. in potentia tm̄. itaqz per. 21. coz. c. sit linea medialis: erit etiā. d. medialis: et per primā pte. 12. erit linea. c. potentia linea. d. in quadrato linee sibi cōmunicatis in longitudine. Si ergo dñe linee. c. et. d. contineant superficiem rationalem ipse sūt quāles inquirimus. Eas autē cōtinetē superficie rationale sic babeto: cū sit. a. ad. b. si ut c. ad. d. erit permutatū a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed crat. a. ad. c. sicut. c. ad. b. igitur est. c. ad. b. sicut. b. ad. d. itaqz per primā partē. 16. sexti superficies quā continent dñe linee. c. et. d. est equalis quadrato. b. cīt autē quadratū. b. rationale per ypotbe. cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent dñe linee. c. et. d. est rationalis: quare constat propositum.



Propositio .25.

Das lineas mediales potentia tantū cōmunicantes super/ ficiemqz rōnalem cōtinentes: quāz longiorz sit potentiorz breviori quadrato linee eidem longiori in longitudine in cōmensurabilis iuuenire.

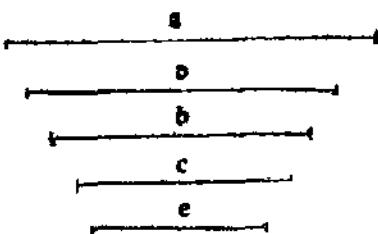
Cōpositis duabus lineis. a. et. b. rōnaliibns potētia tm̄ cōicantibus quarum longiorz possit amplius breviori quadrato linee secum non cōmunicantibus in longitudine: que quidē reperiri sīm doctrinā. 18. ceterisqz positionib⁹ manen/ tibus sicut in p̄missa argūcāndo modo cōsimili: patebit duas lineas. c. et. d. esse quales querimus. Et nota quā dñe linee quas hec et p̄missa docent iuuenire com/ ponunt bimediale p̄mū: et minori earum absqzsa de maiori que reliqua est: dicitar residuum mediale p̄mū.



Propositio .26.

Das lineas mediales potentia tantū cōmunicantes super/ ficiemqz medialem continentēs quarum longiorz breviorz et tanto amplius possit quantū est quadratum aliquius li/ nee incōmensurabilis ipsi longiori in lōgitudine iuuenire.

Cū docuerit iuuenire duas lineas mediales potentia tantū cōicantes superficieqz rationale cōtinentes: quāz longiorz plus possit breviori in quadrato linee secum cōmunicantibus in longitudine et secum incōmensurabilis in longitudine Nunc docet iuuenire duas lineas mediales potentia tantū cōicantes superficiem qz medialem continentēs quāz longiorz sit potentiorz breviori in qdrato linee nō se cum cōicantis in longitudine: sed solū sibi incōmensurabilis in longitudine. Illud enim facile babetur ex isto. Sint itaqz tres linee sumpte sīm quā doctrinā. 18. a. b. c. potentia tm̄ rōnales et ea solū cōicantes. Sitqz. a. potentior. b. et. c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine: et ponatur. d. medio loco. proportionalis inter a. et. b. ut docet. 9. sexti: et sit. d. et. e. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. et. e. esse quāles inquirimus. cum sit enim quadratū linee. d. equale superficie que continetur sub. a

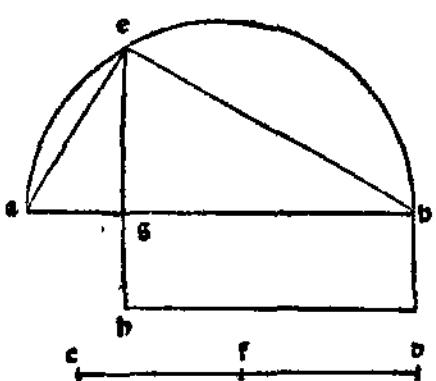


e.b.per primā partē. 15. sexti. Sitqz superficies contēta sub.a.e.b.medialis: ex. 19. cum.a.z.b.sint potentia tñ rōiales conicantes: erit ex eadem linea.d.mediali s. quia.a.ad.c.sicut.d.ad.c.comunicat autē.a.cū.c.in potentia tantū ex hypothesi se quitur ex. 10.ut.c quoqz comunicet cū.d.in potētia tñ. Itaqz per. 21.erit.e. linea medialis. et etiā qz.a.est potentior.c.quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine erit quoqz p.12.d.potētio.c.qdrato linee sibi incōmensurabilis i lōgitudine. Si igitur due linee.d.z.e.contineant superficie mediale constat eas esse quales ipsi sumus: Eas autē continere superficiem medialē sic habet: cum sit ex hypothesi. a.ad.c.sicut.d.ad.e.erit permutatim.a.ad.d.sicut.c.ad.e.sed.a.ad.d.est sicut.d.ad.b. p hypoth esim: itaqz.d.ad.b.sicut.c.ad.e. igitur per primā partē. 15. sexti: superficies quā continēt.d.z.e.est equalis ei quā p̄tinēt.c.z.b.sed.b.z.c. continent superficie medialem per. 19. cum ipsi sunt rationales i potentia tñ cōcantes ex hypothesi: itaqz.d.z.e.continent superficie medialē: qd est propositū. Si autē cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tñ cōmunicantes superficieqz medialem continentcs: quaz longior: esset potentior breuiori quadrato lince secum cōcanti s i longitudine: Sumetanus tres lineas sūm doctrinā. 17. a.b.c. potentia tñ rationales sunt in ea solum cōmunicantes: z ponerem⁹ lineam. a. esse potentioꝝ linea. c. quadrato aliquius linee sibi cōmunicantis in longitudine: cetera vero manerent ut prius z argumentatione consimili concluderemus duas lineas. d. z. e. esse quales proponit inquirere. Et nota qz due linee quas hic. 26. docet inuenire: cōponūt bimediale sc̄m & minori earum abscaſa de majori que reliqua est dicitur residuū mediale secundū.

Propositio .27.

Dicas lineas potentialiter incōmensurabiles superficieqz medialem continentcs quarū quadrata ambo pariter accepta sunt rationale inuenire:

Propositum est inuenire duas lineas incōmensurabiles tam i potentia qz in longitudine que continente superficiem medialem & quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem: ad hec autē sumo per. 18. duas lineas. a.b.z.c.d. potētia tantū rationales cōmunicantes quaz longior que sit. a.b. sit potentior. c.d. quadrato aliquius linee secū incōmensurabilis in longitudine & super linea. a.b. describo semicirculum. a.e.b. & divido lineam. c.d. per equiglia ad punctum. f. & divido lineam. a.b. ad punctum. g. itaqz linea. e.f.ca/dat in medio loco proportionalis inter. a.g. z. g.b. et qualiter hoc fiat in. 13. dicnū est: z pono qz superficies. b.b. fiat ex. a.g. in. g.b. eritqz ex prima pte. 16. sexti quadratum. c.f. equale superficie. b.b. & quia quadratū. c.f. est equale quarte pti. quadrati. c.d. ex quarta sc̄di: z qz superficie. b.b. tceſt ad cōplendū lineam. a.b. superficies quadrata cuz. a.g. sit equalis. g.b. & quia linea. a.b. potentior est linea. c. d. qz quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine ex hypothesi: erit ex sc̄da parte. 14. linea. a.g. incōmensurabilita linee. g.b. educo igitur a punto. g. perpendicularē super lineam. a.b. vſqz ad circumferentiam semicirculi que sit. g.e. & protracto lineas. a.e. z.e.b. quas dico esse quales querimns. erit enim. e.g. equalis. c.f. eo qz vtrazqz cadit medio loco proportionalis inter. a.g. z. g.b. prima quidem per primam partē conel. 8. sexti. sc̄da vero per hypothesim: propter qd quadratum vtriusqz earum per primam partem. 16. sexti est. equale superficie. a.g. in. g.b. que est. b.b. ipsi igitur sunt



equales. At quia per quartā sexti pportio. a.e.ad.e.b. ē sicut. a.g.ad.g.c. sunt autē a.g.z.g.e.z.g.b. p̄tinue pportionales erit. a.e.ad.e.b. duplicita sicut. a.g.ad.g.c.
b. quare p. 18. sexti erit quadratū linee. a.e.ad quadratū linec. e.b. sicut. a.g.ad.g.b.
cum sit igitur. a.g. incōicans. g.b. erit per scđam ptem. 10. quadratū. a.e. incōicans
quadrato. c.b. quare due linee. a.e.z. e.b. sunt incōmensurabiles in potentia. Et q̄
p penultimā p̄mī quadratū. a.b. ē cōle q̄dratis duaz linearz. a.e.z. e.b. p̄iter ac/
ceptis q̄dratū autē. a.b. ē rōale: cū. a.b. sit rōalis i potētia p̄ ypothe. erit quoq; q̄/
drata duaz linearz. a.c. z.e.b. p̄iter accepta rōale. Si vero bec duc linee cōtinent
superficie medialem habitu ē p̄positū. erit autē. c.d. rōalis in potētia z in ea tm̄
cōicans linee. a.b. quare z.c.f. z iō etiā. g.e. sibi equalis erit potentia rōalis z tm̄
in eadē cōicans cū. a.b. itaq; p. 19. superficies. a.b. in. g.c. est medialis: q̄r̄ igī p̄ quar
ta sexti z per primā p̄tē. 15. eiusdē superficies. a.e.z.e.b. ē sibi. f. superficie. a.b. in. g.e.
equalis cōstat duas lineas. a.e.z.e.b. esse quales volumus. Et nota q̄p due linee
quas docet hec. 27. iuuenire cōponant lineā maiore z minori eaz abscisa que reli/
qua est dicitur linea minor.

Propositio .28.

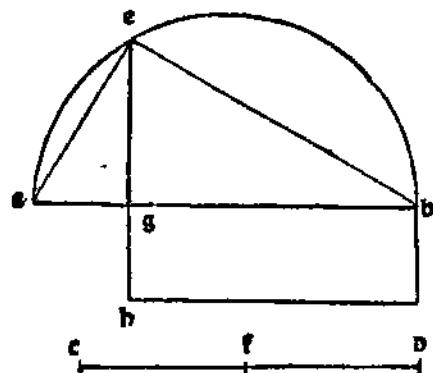
Das lineas potentialiter incōmensurabiles superficieq;
rationalem continentes quaz ambo quadrata pariter ac/
cepta sint mediale iuuenire.

Si hic p̄tēs eadē dispositio que p̄tēs in p̄missa. Sint autē
due linee. a.b. z. c.d. quales p̄ponit. 25. eruntq; simili argumētatiōe
p̄missa due linee. a.e.z.e.b. quales bec. 18. proponit. Cum sit enī. a.b. linea me/
dialis erit eius quadratū mediale per. 19. z iō quadrata duaz linearz. a.e.z. e.b.
sunt mediale per p̄tē. p̄mī: z quia. a.b. i. c.d. p̄tinet superficie rōalem: sequitur
etiā ut. a.b. in. c.f. z ideo in. g.e. sibi equalē cōtineat superficie rōalem: itaq; z a.e
in. c.b. pat̄ ergo q̄d querī. **I**nde duc linee quas bec. 28. docet iuuenire cōponit
lineā potētē in rōale z mediale z minori eaz abscisa de maiori que reliqua ē ol/
etior linea que iuncta cum rationale componit totum mediale.

Propositio .29.

Das lineas potentialiter incōmensurabiles superficieq;
mediale continentes quaz quadrata ambo pariter ac/
cepta sint mediale duplo superficie vnius in alterā incō/
mensurable iuuenire.

Chuius quoq; dispositio a duaz p̄missaz dispositione non sit in
quoquā diversa. Sint autē linee duc. a.b. z. c.d. quales. 26. p̄ponit eruntq; p̄missa
argumētatione duc linee. a.e.z.e.b. quas inquirimus. Lū enim. a.b. sit linea me/
dialis erunt quadrata duaz linearz. a.e.z.e.b. pariter accepta mediale. at cum. a.b.
z.c.d. cōtineat superficie mediale. sequit̄ ut. a.b. in. c.f. z ideo in. e.g. sibi equa/
lem cōtineat quoq; superficie mediale: omnis enī superficies mediali cōmunicāt
medialis esse convincit: quēadmodū in. 21. monstratū est: superficies igī. a.e.i.e.b.
medialis est cū ipsa sit equalis superficie. a.b.in.g.e. Quia vero linea. a.b. ē incō/
mensurabilis linea. c.d. erit etiā incōmensurabilis linea. c.f. quare z lince. e.g. qua/
re per primā sexti z scđam p̄tē. 10. huius :superficies. a.b.in.c.g. que est equalis su/
perficiei. a.e.in.e.b. erit incōmensurabilis quadrato linea. a.b. itaq; z quadratis
duarum linearum. a.e.z.e.b. pariter acceptis: q̄d cū ita sit sequitur quoq; vt du/
plum superficie. a.e.in.e.b. sit incōmensurable quadratis predictis duaz linearū



LIBER

s.e.z.e.b.pariter acceptis et hoc erat monstrandum. ¶ Due linee quas hec. 29. doceo inuenire coponunt linea potentia in duo media in minori eaz absissa de maior i q reliqua est dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

Propositio .30.

Si due linee potentialiter tantum rationales communicantes in longum directumqz coniungantur: tota linea ex his composta erit irrationalis: diceturqz binomium.

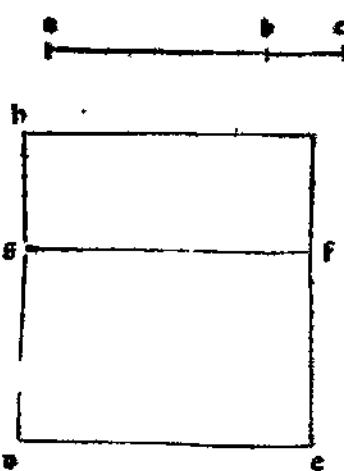
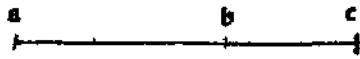
¶ Sint due linee. a. b. z. b. c. in continuo directumqz iuncte rationales in potentia tm coicentes: quas p. 17. z. 18. reperies: dico totam lineam. a. c. ex eis composta esse irrationalem et ipsa vocatur binomium. Est enim per quartam secundi quadrati. a. c. quale quadratis duarum lineaz. a. b. z. b. c. et duplo superficie vnius eaz in altera: quadrata autem amborum faciunt superficie rationalem ex hypothesi: duplum vero superficie vnius eaz in altera facit superficie mediale ex. 19. itaqz quadrata amborum pariter acceptaz faciunt superficie incomensurabile duplo superficie vnius earum in altera. erit igitur ex. 9. quadratus. a. c. incomensurabile duobus quadratis duarum lineaz. a. b. z. b. c. ppter acceptis quare irrationale per diffinitionem cuo illa quadrata faciat superficie rationalem. ideoqz suum latus tetragonicum quod est. a. c. irrationale quoque per diffinitionem: pstat ergo ppositum. ¶ Propositio .31.

Si due linee mediales potentia tantum coicantes superficiemqz rationale continent directe coniungantur: tota linea ex his composta erit irrationalis diceturqz bimediale primum.

¶ Sint due linee. a. b. z. b. c. in continuo directumqz iuncte quales ponuntur quas p. 24. z. 25. reperies: dico totam lineam. a. c. esse irrationalem et ipsa vocatur bimediale prima. Est enim duplum superficie. a. b. z. b. c. rationale per hypothese. duoz quadrata duarum lineaz. a. b. z. b. c. ppter accepta faciunt mediale. cuo vnius quadrati sit mediale per hypothesim et vnu ex coicans alij: duplum igitur superficie vnius eaz in altera est coicans duobus ppter acceptis: totum ergo aggregatum ex duplo superficie et duobus quadratis et ipsu est quadratum totius. a. c. per quartam secundam est incomensurabile duplo superficie vnius eaz in altera p. 9. huius cuo itaqz duplum superficie sit rationale erit quadratum. a. c. irrationale. ideoqz et linea. a. c. quoque ppositum. ¶ Ideo aliter: si linea. d. e. rationale in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarum lineaz. a. b. z. b. c. eritqz superficies hec d. f. mediatis cum vnius quadrati sit mediale per hypothese. et vnu ex coicans alij quare per. 20. linea. d. g. est rationale in potentia tm: non coicans in longitudine linea. d. e. rursus ad linea. f. g. que est equalis. d. e. adiungatur superficies. f. b. equalis duplo superficie. a. b. in. b. c. eritqz f. b. rationale per hypothesim: quare per. 16. linea. g. b. erit rationale in longitudine: duae itaqz linee. d. g. z. g. b. sunt potentialiter rationales et in ea tm coicantes: ergo p. 30. tota linea ex eis composta que est. d. b. est binomium et irrationalis: quare p. 16. a destructione ppteris superficies. e. b. est irrationale. At quia per quartam secundam latus ei⁹ tetragonicum est linea. a. c. ipsa erit irrationalis per diffinitionem quoque oportuit demonstrari. ¶ Propositio .32.

Si due linee mediales potentialiter tantum communicantes superficiemqz mediale continent directe coniungantur tota linea erit irrationalis diceturqz bimediale secundum.

¶ Sint due linee. a. b. z. b. c. in continuo directumqz iuncte ut pponit



quas per. 26. contingit reperi: vico totā. a.c. ex eis cōpositā esse irrōnalem et ipsa vocatur bimediale sc̄m. Esto enim linea. d.e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d.f. equalis duobus quadratis duas lineaz. a.b. q.b.c. piter acceptis et quia ex hypothesi duo illa quadrata sunt cōciantia: et vtrūq; mediale: erit superficies. d.f. medialis quare per. 20. linea. d.g. que est eius latus sc̄m est rōnalis i potentiā tm: et linee. d.e. incōmensurabilis in longitudine: Kursus adiungat ad lineā g.f. que est equalis linee. d.e. superficies. f.b. equalis duplo superficie. a.b. in. b.c. erit qz etiā superfc̄ies. f.b. medialis: erat enī per hypothesim superficies. a.b.i.b.c. media/ lis. ergo duplū eius cui est equalis. f.b. erit mediale per. 20. igitur est finca. g. b.rationalis in potentia tm et incōmensurabilis in longitudine linee. g.f. qz vero. a.b. z.b.c. sunt potentialiter tm cōcantes erit p primā sexti et per sc̄dām ptem. i.o. huius superficies vnius in alterā incōmensurabilis quadrato vtriusq;. At qz quadrata eaꝝ cōciant per hypothesim: erit dicta superficies quare et duplū eius incōcans duob⁹ qua dratis carū pariter acceptis: due ergo superficies. d.f. et. f.b. sunt incōcantes: p pri mam itaq; sexti et sc̄dām pte. i.o. huius erit linea. d.g. incōmensurabilis linee. g.b. que cū sunt rōnales in potentia: erit per. 30. tota linea. d.b. binomium et irrōnalis: ergo per. 16. a destructione pñtis erit superficies. e.b. irrōnalis. Et qz latus eius tetra/ gonicū per quartā sc̄m est linea. a.c. sequitur per diffinitionē qz linea. a.c. sit irra/ tionalis: qd ppositū erat ostendere.

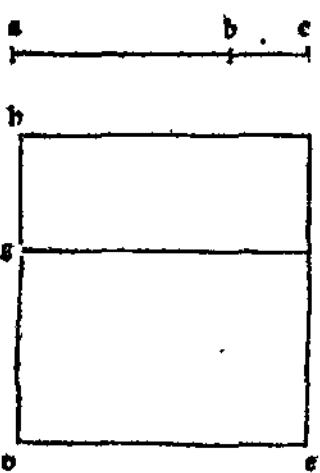
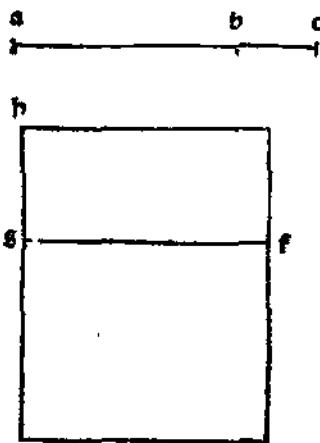
Propositio .33.



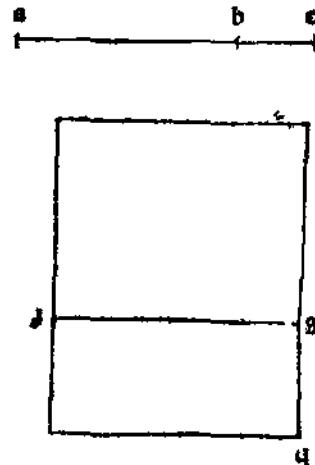
Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensu/ rabiles superficieq; medialē continētes quaz ambo qd rata piter accepta sūt rōnales: tota linea erit irrōnalis diceturq; linea maior.

Sint duce linee. a.b. et. b.c. sibi in continuum directumq; coniuncte sicut pponitur: quas contingit ex. 27. repire: vico. a.c. ex eis cōpositā esse linea irrati onale et ipsa vocat linea maior. Lū enī ambo quadrata piter accepta sunt rōnales su perfc̄ies vero alteri⁹ in alterā quare et eius duplū medialis p hypothesim: erit totū ex duobus quadratis piter acceptis incōcans duplo superficie vnius in alterā. itaq; totū aggregatū ex duobus quadratis et duplo superficie et ipsū est equale quadrato a.c. per quartā sc̄m: erit p. 9. huius incōmensurabile duobus quadratis. a.b. et. b.c. piter acceptis: per diffinitionē ergo ē quadratū linea. a.c. irrōnale et linea. a.c. irrōna lis qd ē propositū. Idē aliter sicut i pmissis ad lineā. d.c. que sit rōnalis in longi tudine adiungat superficies. d.f. que sit equalis duobus quadratis duas lineaz. a.b. et. b.c. pariter acceptis eritq; rōnalis per hypothesim quare per. 16. latus eius sc̄m qd est. d.g. erit etiā rōnale in longitudine et cōcans linee. d.e. Kursus ad lineā. f.g. adiungatur superficies. f.b. equalis duplo superficie. a.b. in. b.c. eritq; medialis per hypothesim: quare per. 20. linea. g.b. que est eius lat⁹ sc̄m ē rōnalis in potentia ratū per. 30. igitur est linea. d.b. binomiu et irrōnalis: ideoq; per. 16. a destructione con sequentis superficies. e.b. est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per quartaz secundi est. a.c. ē irrationale per diffinitionem: qd volumen ostendere.

Propositio .34



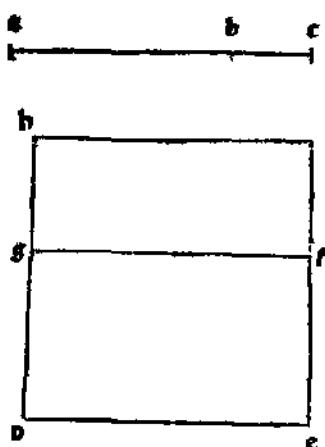
Cum cōiuncte fuerint due līneē potentialiter incōmensurabiles superficiemq; rōnalem continentēs quāz ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota līnea erit irrationalis diceturq; potens in rōnale & mediale.



Sunt ut in premissis duc līneē a.b. & b.c. in continuū directūq; cōiuncte quales pponit: et ipse sunt ex. 28. sumende: dico q; tota līnea a.c. ex eis cōposita erit irrationalis & illa vocatur līnea potēs in rōnale & mediale. Lū sit enī superficies a.b. in b.c. rationalis per ypothesim. ideoq; et duplū eius ac ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: sequitur per quartā scēdū 2.9. huius quēadmodū in premissis q; quadratū totius a.c. sit inēcans duplo superficie. a.b. in b.c. p; diffinitionē igitur ipsū est irrōnale & līnea a.c. irrationalis qd ē propositū. **E**t dē aliter: sit ut in premissis līnea d.e. rationalis in longitudine superficieq; d.f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duas līneāz. a.b. & b.c. erit q; medialis per ypothesim: p. 20. igitur: erit līnea d.g. rōnalis in potentia tm̄ nō cōmunicans in longitudine līneē d.e. Sitq; superficies f.b. adiuncta ad līneā g.f. equalis duplo superficie. a.b. in b.c. eritq; rōnalis per ypothe. et iō p. 16. latns ei⁹ fm̄ quod ē. g.b. rōnale in longitudine quare per. 30. līnea d.b. ē binomium: & irrationalis: & superficies e.b. per. 16. a destructione pīris est irrationalis. Cum itaq; līnea a.c. sit eius latus tetragonicū: per quartā scēdū: sequit̄ ut. a.c. sit irrationalis p; diffinitionem: p̄stat ergo propositū.

Propositio .35.

Cum cōiuncte fuerint due līneē potentialiter incōmensurabiles superficieq; mediale cōtinentēs quāz quadrata ambo piter accepta sit mediale duplo superficie vni⁹ in alterā ram incommensurabilem tota līnea erit irrationalis dicetur q; potens in duo medialia.



Sunt quoq; duc līneē hic. a.b. & b.c. in continuū directūq; cōiuncte ut proponit que ex. 29. sumende sunt: dico q; līnea a.c. ex eis cōposita est irrationalis & ipsa dicit potens in duo medialia. Adiungatur enī ad līneā d.e. que sit rōnalis in longitudine superficies d.f. equalis duobus quadratis duas līneāz. a.b. & b.c. pariter acceptis: eritq; medialis per ypothesi⁹ quare per. 20. līnea d.g. erit rōnalis in potentia tantū & incommensurabilis. d.e. līneē rōnali in longitudine. Kursus ad līneā g.f. que est equalis. d.e. adiungatur superficies f.b. que sit equalis duplo superficie vni⁹ in alterā erit etiā ex ypothesi medialis quare per. 20. līnea g.b. erit rōnalis in potentia tm̄. At q; per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incommensurabile duplo superficie vnius in alterā sequitur ut. d.f. sit incommensurabilis. f.b. quare p; primam sexti & secundam partē. 10. huius līnea d.g. est incommensurabilis. g.b. per 30. igitur est līnea d.b. binomium & irrationalis. itaq; superficies e.b. est irrationalis & ei⁹ latus tetragonicum qd ē. a.c. ut in premissis: quare constat propositū. Si aut̄ duplū superficie. a.b. & b.c. non esset incommensurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset līnea a.c. medialis. esset enī d.f. cōicans. f.b. idcoq; līnea d.g. līnea g.b. tota igit̄. d.b. esset rōnalis in potentia tm̄ & incommensurabilis in longitudine līneē d.e. per. 19. igit̄ esset superficies e.b. medialis eiusq; latus tetragonicum qd ē. a.c. līnea medialis. Ut aut̄ facilior fiat doctrina sequētiū premonstrande arbitramur hoc loco uno quorum primum est.

CSi aliqua linea per duo inequalia dividatur quadrata ambarū sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficie vni carū in alteram quantū ē quadratum eius linee qua maior excedit minorē.

CSit enī linea a.b. divisa per duo inequalia in puncto c. sitq; maior portio c.b. de qua sumatur c.d. equalis a.c. dico q̄ quadrato duarū lincarū a.c. t.c.b. sunt amplius duplo superficie vnius i alteram in quadrato linee d.b. nam quod fit ex a.c. in c.b. bis cum quadratis duarū linearū a.c. t.c.b. est equalē ci quod fit ex a.c. in c.b. quater cum quadrato d.b. eo q̄ utraq; hec equalia sunt quadrato linee a.b. primum quidem per quartam secundi sc̄m vero per s. eiusdem. Dem/ptis itaq; utraq; equalibus videlicet eo q̄d fit ex a.c. in c.b. bis erit residua q̄ sūt de primo quidē quadrata duarū linearū a.c. t.c.b. de secundo vero quod fit ex a.c. in c.b. bis cum quadrato d.b. equalia: quare constat propositū. Ex hoc ergo manifestū est q̄ si aliqua linea per duo inequalia dividatur quadrata ambarū partū pariter accepta plus sunt duplo superficii vnius earum in alteram. Et hoc ē propter quod istud premissus.

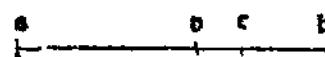
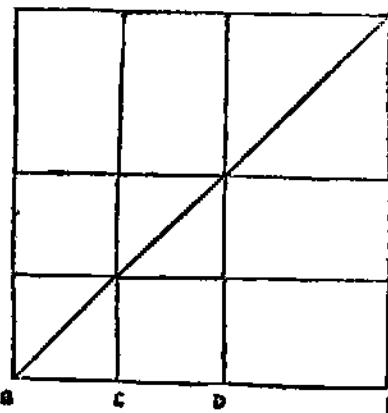
CSi aliqua linea per duo inequalia itemq; alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inequalium pariter acceptis quantū est duplū quadrati illius linee que inter utrasq; sectiones quadruplum eius q̄d fit ex eadem linea in eam que est inter punctū sectionis minus inequa linū et punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

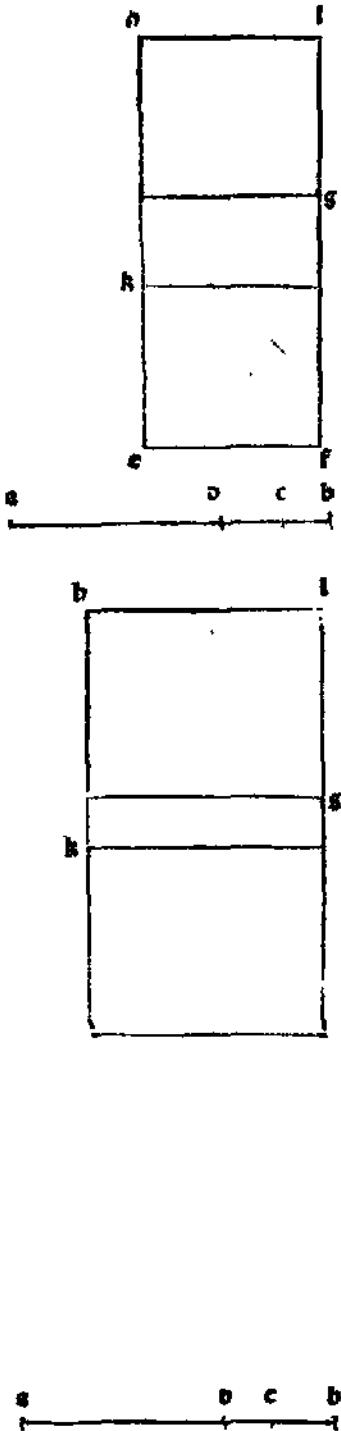
CSit linea b. divisa per duo inequalia in puncto c. itemq; per alia minus ineqvialia in puncto d. ruris per equalia i.e. dico q̄ quadrata duarū partium magis in/equalium que sunt a.c. t.c.b. tantum sunt amplius duobus quadratis unarū li/nearū minus ineqvialium que sunt a.d. t. d.b. quantum est duplū quadrati linee c.d. et quadruplum eius quod fit ex c.d. in d.e. sunt enim per s. secundi qua/drata duarū linearū a.c. t.c.b. pariter accepta dupla quadratis duarū linea/rum b.c. t.e.c. pariter acceptis at per eandem s. secundi quadrata duarū lincarū a.d. t.d.b. ppter accepta dupla sūr quadratis duarū linearū b.c. t.e.d. ppter ac/ceptis: itaq; quadrata duarū linearū a.c. t.c.b. pariter accepta excedit qua/drata duarū linearū a.d. t.d.b. pariter accepta in eo quo duplū quadrati li/nee c.e. excedit duplū quadrati linee d.e. hoc autē per quartam secundi est du/plū quadrati linee c.d. et quadruplum eius quod fit ex c.d. in d.e. quare constat propositum. Ex hoc manifestum est q̄ quanto fuerint sectiones aliquis linea ma/gis ineqvales tanto erunt carū quadrata pariter accepta maiora: et hoc est ppter quod istud premissus.

Propositio .36.

A alias duas lineas sub earum termino ex quibus conjunctum et nominatum est binomium diuidi impossibile est.

CSit linea a.b. binomium eritq; ex zo. composita ex duas lincis in potentia tm̄ rōnaliib⁹ cōicantib⁹ q̄ sint a.c. t.c.b. dico q̄ ipossible ē ea diuidi i alias duas lineas sub bac dione videlicet q̄ ipsi sint potē/tia tm̄ rōnales cōicantes: si enī pōt diuidas i. a.d. t.d.b. q̄ sint potē/tia tm̄ rōnales cōicantes. Esto quoq; linea e.f. rōnalis in longitudine cui adiungas superficies c.g. que





sit equalis quadratis duarum linearum. a.c. et c.b. pariter acceptis et superficies. f.b. que sit equalis quadrato linea. a.b. eritque superficies. e.g. rationalis eo quod utrumque quadratum linea. a.c. et c.b. pariter acceptis est rationale per hypothesim et superficies. g.b. medialis per. 19. quoniam ipsa est equalis duplo superficie. a.c. et c.b. per quartam secundum. Sit igitur rursus superficies. f.k. equalis quadratis duarum linearum. a.d. et d.b. pariter acceptis que cum sint diversae a duabus linearibus. a.c. et c.b. erit per secundum pdemonstratorum antecedentium superficies. f.k. diversa a superficie. e.g. ea ergo differentia sit. k.g. eritque per quartam secundum excessus superficie. f.b. super. f.k. qui sit. k.l. equalis duplo ei quod fit ex. a.d. i. d.b. et propter hoc erit etiam superficies. f.k. rationalis et superficies. k.l. medialis: itaque superficies k.g. cum ipsa sit differentia duarum superficie rationum que sunt. e.g. et f.k. erit rationalis. Non enim differt rationale a rationali nisi in rationali. et hoc dico definitione et 9. buius hoc confirmantibus. Eadem quoque cum ipsa sit differentia duarum superficierum medium que sunt. g.b. et k.l. erit irrationalis per. 22. quod est impossibile.

Propositio .37.

Bimediali primo secundum terminum suum in duas lineas medias divisione: sub earum termino in alias duas lineas medias idem dividendi est impossibile.

CSit quoque bic linea. a.b. bimediale primum divisum in duas lineas mediales potentia tantum coicantes superficiesque rationalem continentibus: ex quibus. 31. assertit ea coponi que sunt. a.c. et c.b. dico quod impossibile est eam dividendi in alias duas lineas sub eas definitione. Quod si possibile facerit dividam eam in puncto. d. assumptaque linea rationali. e. f. adiungatur ei. e.g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a.c. et c.b. et superficies. f.b. equalis quadrato. a.b. et superficies. f.k. equalis quadratis duarum linearum. a.d. et d.b. eritque per quartam secundum. g.b. equalis duplo superficie. a.c. et c.b. et per eandem erit. k.l. equalis duplo superficie. a.d. in. d.b. propter hypothesim quoque erit utrumque duarum superficie. e.g. et k.f. mediales et utrumque duarum linearum. g.b. et k.l. rationales. hoc autem impossibile: esset enim per primam superficies. k.g. irrationalis ex. 22. per secundum autem eadem esset rationalis ex definitione et 9. quod est inconveniens.

Propositio .38.

Bimediale secundum nisi in duas lineas tantum sub termino suo dividendi non potest.

CSit et prius linea. a.b. bimediale secundum divisum in duas lineas. a.c. et c.b. mediales: potentia tantum communicantes superficiesque rationalem continentibus: ex quibus. 32. proponit eam componi: dico quod impossibile est eam dividendi sub earum definitione in alias duas: Si autem dividatur in. d. sintque ut prius superficies. e.g. f.b. et f.k. adiuncte ad lineam rationalem. e. f. eritque per presentes hypotheses utrumque superficies. e.g. et g.b. mediales quare per 20. utrumque duarum linearum. f.g. et g.l. erit rationalis in potentia tantum non coicata in longitudine lineae. e.f. Atque utrumque linea. a.c. et c.b. erunt incomensurabiles in longitudine: sequitur per primam sexti et per secundam pte. 10. buius quod utrumque quadratum linea. a.c. et c.b. sit incomensurabile superficie vni in altera: cumque dicta quadrata coicent: ex hypothesi sequitur ut ambo quadrata piter accepta sint incomensurabile superficies vni in altera. ideoque et ei duplo: quare superficies. e.g. incomensurabilis est superficies. g.b. et linea. g.f. linea.

g.l.per primā sexti & scđam pte. 10.bulns: itaqz per. 30.línea.f.l.é binomium dñi/
sa sū suū terminū i pñcto.g. **C**odēqz mō pbabif ipsa binomiu esse medianis
superficibus.c.m.e.m.b.divisam scđm suū terminū i pñcto.m.qd est impossibl
le p.36. Nō enī pōt dici q linea.f.l.divisa sit ad puncta.g.z.m. in partes consiles
sic enī esset linea.f.m.equalis.g.l.scđ ipsa é maior linea.m.l.ut patet ex pñno pte/
missor antecedentū b⁹ & pma sexti cū e.m.superficies sit maior.b.m.superficie: bu
ius aut demonstrationis modus potest esse cōis. 37. certisqz eam sequentibus.

Propositio .39.

Inea maior nisi in duas líneas tantū ex quib⁹ constat sub
earum termino divididi non potest:

Cit quoqz hec linea maior.a.b.divisa ad punctū.c.i duas líneas
potentialiter incommensurables superficieqz mediale cōtinentes quanū
ambo quadrata pariter accepta sint rōnale: ex talibus enī cōponitur
et affirmat. 33. dico q impossibile é ad aliū punctum in alias duas líneas sub hac
definitione ipsa divididi q si pōt. sit bic ad.d.maneant sub his eadē figura cedemqz
protheses que prius & argue quēadmodū in.36.superficie.g. k. esse rationale & irra/
tionalem: qd est impossibil.

Propositio .40.

Inea potens in rōnale & mediale nisi in suas duas líneas
tantum sub termino suo non dividitur.

Chec quoqz.40. manentibus prioribus figura & positionibus exc/
ptoqz ipsa linea.a.b.dividatur in punctum.c.iin illas duas líneas ex
quibus.34. dicit ea cōponi probabit: quēadmodū. 37. Si autē aliter
fuerit qz proponat erit superficies. k.g.rōnalis & irrōnalis: qd esse non potest.

Propositio .41.

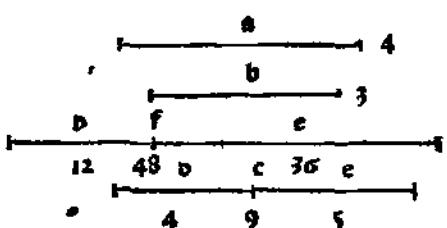
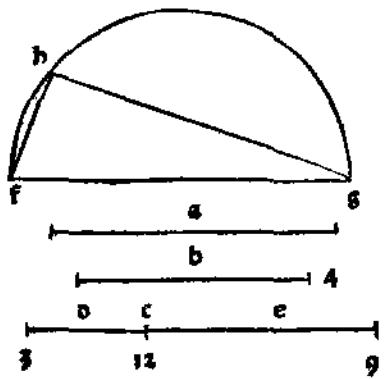
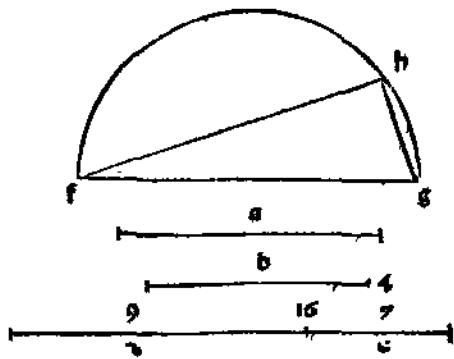
Inea potens in duo medialia nequit dividī in alias duas
sub termino eaz ex quibus coniuncta est: sed in suas tantū
duas ex quibus componitur est divisibilis.

Chec enī.41. divisata linea.a.b.ad punctum.c.i eas ex quibus.35. a/
ferit eam cōponi ceterisqz ut supra tam figura qz positionibus ma/
nētib⁹. pbaſ sicut.38.nā dato opposito ppositi. Seqꝫ oppositū.36.qd é impossibile
CSi fuerit binomij longior portio breviore potentior augmēto q/
drati líneæ cōicantis eidem longiori in longitudine fueritqz eadē lō/
gior líneæ posite rōnali cōicans ipsuz: vocabif binomiu primū. Si ve
ro brevior posite rōnali cōmunicet diceſ binomiu scđm. Qd si neu
tra portionu ei⁹ posite rōnali cōicet appellabit binomiu tertiu. Itē
si longior breviore tanto amplius possit quantū est quadratū alicu
ius líneæ ipsi longiori icōmensurabilis i lōgitudie fueritqz lōgior por
tionū posite líneæ rōnali cōicas i lōgitudie iplū nūcupabif binomiu
binomiu quartū. Si vero brevior posite rōnali cōicet i longitudine
quintū nō iplū. Si autē neutra portionu ei⁹ posite rōnali cōicet i lōgi
tudine erit binomiu sextū.

Propositio .42.

Inominū primū inuenire. **C**it. a.línea rōnalis posita: sumātqz
duo numeri qdrati. b. z. c. quoqz c. sit divisibil i qdratū qui sit. d. & i
nō quadratum qui sit. c. ponatqz pportio quadrati líneæ a. ad qdra
tam líneæ f. g. sicut numeri b. ad numerz c. eritqz ex scđs pte. 7. líneæ

LIBER



f.g.cōmunicans linee.a.rōnali posite i longitudine:super eā igitur lineet f.g.b: semicirculus: sitq; pportio quadrati linea.f.g.ad quadratū linee.f.b.sicut.c.ad.d et ducatur linea.g.b.dico ergo duas lineas.f.g.z.g.b.dirccre cōiunctas cōponere binomium primum. Est enī linea.f.g.que est longior potentior linea.g.b.que est brevior in quadrato linea.f.b.pcr.30.tertij et penultimā primi:coicat autem lineas.f.b.linee.f.g.in longitudine per scđam ptem.7. cum proportio quadratorum ipsaq; f.g.z.f.b.sit sicut numeroz quadratoroꝝ qui sunt.c.e.d.linea vero.g.b.convincitur esse rōnalis in potentia tm̄:non cōicans linee.f.g.in longitudine, ideoq; neq; linee.a.rōnali posite:cum sit enī quadratum linea.f.g.ad quadratū linee.f.b.sicut numerus.c.ad numerz.d.erit per eversam pportionalitatē quadratum linee.f.g.ad quadratū linee.g.b.sicut numerus.c.ad numerum.e. cum itaq; c.sit numerus quadratus.e.vero nō qdratus: seq̄t per vle.ptem.7.ut linea.g.b.sit in cōmensurabilis linee.f.g.in longitudine:rdinguit igitur ipsam.g.b.cſc rōnale in potentia tm̄ et a dione lineas.f.g.z.g.b.cōponere binomiuꝝ pm̄:qđ erat iueniēdū.

Propositio .43.
Sit ut prius.a.rationalis linea posita.b.vero numerus quadrat⁹ c.vero sit numerus nō quadratus divisibilis in.d.nō quadratum et e.quadratū.ita tm̄ q̄ propotione totius.c. qui est nō quadratus ad.d. qui est etiā non quadratus si sicut numeroz quadratoroꝝ: talis autem numerus est. 12.z.48.divisibilis enī est.12.in.9.quadratū numerz z.3. non qdrat⁹: estq; pportio.12.ad.3.sicut.16.ad.4 quoꝝ vterq; quadratus codē mō.48: divisibilis est in.36.z.22.Tales autē numeros sic reperies.Sit.a.numerns quadratus.b.quoq; sit vnitate minor:cuins quadratū sit.c. At vero.d.pueniat ex.b.in.a eritq; ex prima incidentium noni.b.differētia.d.ad.c.ducatur idē.a.in.c.ct puerat.e.eritq; e.quadratus ex prima pte corrl. sc̄i noni eo q̄ vterq; numerorum a.z.c.est quadratus per hypothēz: siat rursus.f.cz.a.in.d.eritq; f.qualē querim⁹ est enim ex ultima parte predicti corrl. numerus.f.non quadrat⁹:eo q̄.d.numer⁹ sit nō qdrat⁹.Si enī.d.numer⁹ esset qdrat⁹: c̄sset quoq; b.qdrat⁹ ex.2. pte eiusdē corrl.2.nonī et ex.22.octauī:z q̄.a.ē quadrat⁹ esset p̄.16.eiusdē:tertius continue pportionalis inter.a.z.b.qđ ē impossibile cū sint sole vnitate distātē:nō est igū.d quadratus quare nec.f.est enīm.f.equalis.d.e.e.qm̄ cum.b.sit differentia.d.ad.c. Et patet ex p̄missis:crit per primam incidentium noni qđ sit ex.a.in.d.cqñū bis que fiunt ex.a.in.b.t in.c.z qm̄a ex.a.in.b.sit.d.z in.c.sit.e.sequitur ut.d.sit dif ferētia.f.ad.e.z quia per.18.septimi est.f.ad.e.sicut.d.ad.c.crit p̄mutatim.f.ad.d.sicut.e.ad.c.Lūq; vterq; duoꝝ numerorum.e.z.c.sit quadratus manifestē ē numerz.f.ēē qualē volumus.ē enī non qdrat⁹ divisibilis i.d.nō qdrat⁹ z.e.quadrat⁹:cui⁹ pportio ad.d.ē sicut qdrati ad qdratū videlz.c.ad.c.tetera oia sint vt p̄l⁹:dico q̄ linee.f.g.z.g.b.cōponūt binomiuꝝ sc̄m.cū enī sit qdrat⁹.a.ad qdrat⁹.f.g.sicut.b.ad.c.rursusq; quadratum.f.g.ad quadratum.g.b.sicut.c.ad.e. erit per equā proportionalitatem quadratum.a.ad quadratū.g.b.sicut.b.ad.e. cū igit̄ vterq; duoꝝ numeroz.b.z.e.sit qdrat⁹ crit p̄ scđam pte z linea.g.b.cōmūt̄ cas in longitudine linee.a.rationali posite: de linea vero.f.g.constat q̄ ipsa sit rationalis in potētia tm̄ nō cōmunicans linee.a.rōnali posite in longitudine p̄ vltimā partem.7.que cum sit potētio linea.g.b.in linea.f.b.pcr.30.tertij et penultimā primi:cōmunicet autē linea.f.b.linee.f.g.in longitudine p̄ scđam pte.7. eo q̄

et quoz quadrata sunt in proportione numeroz.c.e.d. quoqz est proportio sicut numeroz quadratoz per hypothesim: constat ppositum. Aliiter quoqz idem est linea.g.b communicans a rationali posite in longitudine qua facile est intenire sitqz. c.numerus quadratus divisibilis in quadratu. d.z non quadratu. e. sitqz proportio quadrati linee. g.b. ad quadratu linee. f.g. sicut numerz.e. ad numerz.c. eritqz. f.g. in cōmensurabilis linee. g.b. in longitudine per ultimā ptem. z. et potentior ea i quadrato linee. f.b. cui cōicat in longitudine: primo per conversā ocinde per eversam proportionalitatē: et per scđam pte. z. ex diffinitione igitur linee. f.g. z.g.b. cōponunt binomium scđm.

Propositio .44.

Inomium tertium īvestigare.

Binomū quoqz tertiu sic reperi: posita ut pte linea. a. rōnali i lō gitudine fit. b. numerus primus. c. vero quadratus divisibilis in quadratu. d. et non quadratu. e. cetera oia sunt vt prius: dico qd due linee. f.g. z.g.b. cōponunt binomiu tertiu: neutra eni eaz est incomensurabilis in longitudine linee. a. rōnali posite scđ vtracqz incomensurabilis. f.g. quidē per ultimā ptem. z. b.g. vero pte equā proportionalitatē et ultimā partē. 7: Est eni p equā proportionalitatē quadratu linee. a. ad qdratū linee. g.b. sicut numerus. b. ad numerz.e. medianibz: hinc quidē quadrato linee. f.g. inde vero numero c. numeri autē. b. z. e. nō sunt in proportione aliquoz quadratoz: cū. b. sit numerus primus. si eni essent in proportione numeroz quadratoz: necesse esset q. 16. octaua et octauā eiusdē: tertiu eis in continua proportionalitate interesse. esset igitur pte. 17 eiusdē numerus. b. supficialis qd ē impossibile cū sit primus p pote. incomensurabilis est itaqz linea. g.b. linea. a. rōnali posite ex ultima pte. z. qz ergo linea. f.g. potentio: ē linea. g.b. in quadrato linee. f.b. ex. 30. tertii et penul. primi que cōicat ei in longitudine ex scđa pte. 7. ex diffinitione binomij tertij: p nostra intentio

Inomium quartum scrutari. Propositio .45.

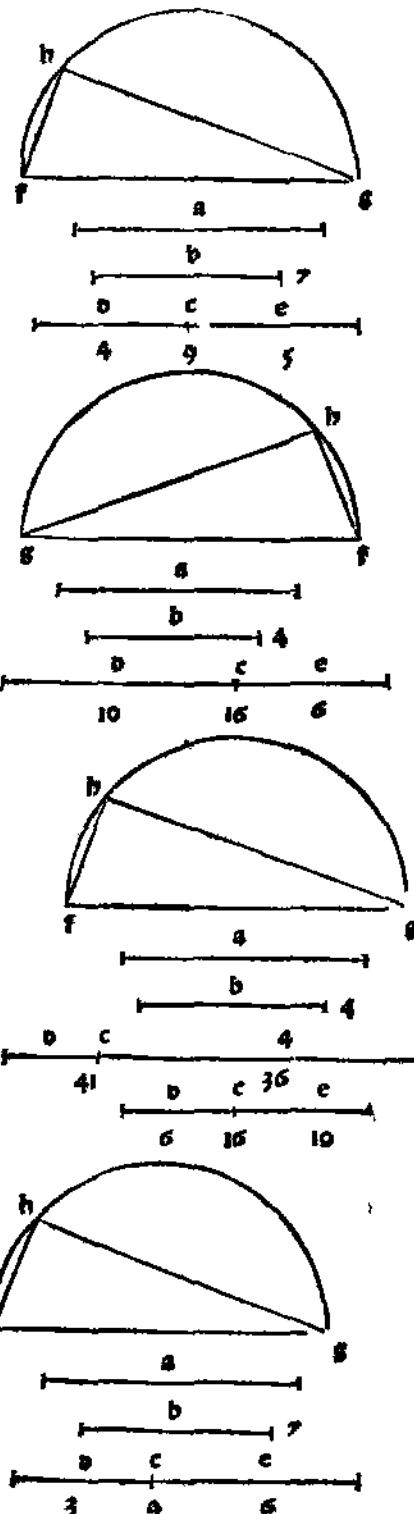
Bin inventione binomij quarti eodē modo procedendū ē sicut in inventione primi. excepto qd qdratus numerus. c. dividat in duos nō qdratos qui sunt. d. z. e. cetera dia negocianda sunt bic ex diffinitione binomij quarti sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

Inomium quintum querere. Propositio .46.

Bhuius invenitio sic ē sicut binomij scđ: excepto qd numerz.c. nō qdratus dividet in. d. nō quadratu z.e. quadratu. ita tamē qd pporatio. c. ad. d. nō sit sicut numeri qdrati ad numerz qdratū: Cetera oia sunt bic pquiringenda ex diffinitione binomij quinti sicut ibi quesita sunt ex diffinitione binomij scđ. vel pone qd linea. g.b. sit cōicas linee. a. rōnali posite i longitudine et pone numerz.c. quadratu divisili in duos nō qdratos qui sunt. d. z. e. pone itaqz pportionē qdrati linee. g.b. ad qdratū. f.g. sicut numeri. e. ad numerz.c. deinde altrū ppositū ex ultima parte. z. et pñibz hypothesibz et conversa et eversa pportionibus et iterū ex ultima parte. ex diffinitione binomij quinti.

Propositio .47.

In binomio sexto demū oportet inlistere. Binomū sextū sicut tertiu scrutadū ē et tñ erit hic numerz qdrat. c. divisio i duos nō qdratos. d. z. cetera ut ibi eritqz ex dione binomij. c. linea qz pporunt



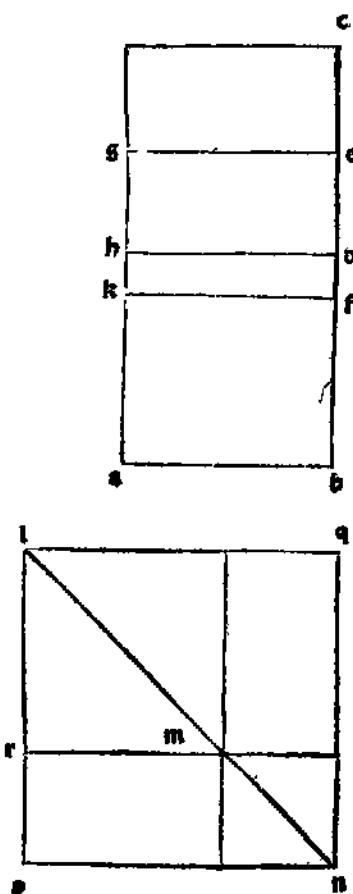
f.g.e.g.b.sibi inuicem directe cōluncte binomii sextū: qd ē ppositum innenire.

Propositio .48.

Si fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali contenta: latus qd super eam potest binomium ē necesse est:
C sit superficies a.c. contenta linea rōnali.a.b. et binomio primo qd sit.b.c. dico qd latus tetragonū superficie. a.c. ē binomii: Sit cni puncus.d. cōmuni termin⁹ duas portionē binomij primi b.c. cuius maior portio sit.b.d. eritq; rōnalis in longitudine ex diffinitione: et cōmensura bilis linea. a.b. rōnali posite. Dividatur item minor portio que est.d.c. per equa/lia ad punctū e. lineaq; d.b. dividat sub ea conditione ad punctū f. qd inter par tes eius que sunt.b.f. et f. d. cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat fn. 13. dictum est: ducantur autē linee. c.g. d.b. f.k. equidistantes linea. a.b. et quia ex diffinitione binomij primi linea. d.b. est potentior linea. d.c. in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine: sequitur ex scđa parte. 13. qd due linee. b.f. et f.d. sint cōicantes: per. 9. igitur est vtraq; eaꝝ cōmunicans toti linea. b.d. quare p diffi nitionē ambe sunt rōnales in longitudine. ideoq; per. 15. vtraq; duas superficieꝝ a.f. et f.b. est rōnalis: describatr itaq; quadratū. l.m. cuius latus. l.r. equale sup/ficiei. a.f. cni circūponatur gnomō protracta dyagonalī. l.m. n. ad eam quantitatē qd ipsius gnomonis quadratū: qd sit. m. n. sit equale superficie. f.b. duoq; cōsup plementa sint. p.m. z.m. q. que necesse est esse equalia duabus superficiebus. d.g. et g.c. qd sic collige: cū enim sit linea. d.c. medio loco pportionalis inter lineas. b.f. et f.d. erit superficies. d.g. ex prima sexti medio loco pportionalis inter superficies a.f. et f.b. quare et inter quadrata. l.m. z.m. n. et quia supplementū p.m. est ciam medio loco pportionale inter quadrata dicta ex prima sexti: sequitur ut. p.m. sit equalis. d.g. ideoq; m.q. g.c. igitur linea. l.p. est latus tetragonū superficie. a.c. banc linea dico esse binomii: cū sint enī ambo quadrata. l.m. z.m. n. rationalia erunt ex diffinitione due linea. l.r. z.r. p. potentialiter rōnales. Est autem per pri/ma sexti. a.f. ad. d.g. sicut. b.f. ad. d.e. sed. b.f. est incōmensurabilis. d.e. f. qd b.f. est. ationalis simpliciter et probatum est. d.e. vero quia cōicat in longitudine. d.e rōnale in potentia tantum eritq; ipsa rōnalis in potentia tantū per. 18. qd ex p̄mis/its ypotesib; manifestū est itaq; per scđam p̄tē. 10. superficies. a.f. est incōmensu/rabilis superficie. d.g. igitur et quadratum. l.m. supplemento. p.m. quare p prima sexti et scđam p̄tē. 10. linea. l.r. c̄ incōmensurabilis linea. r.p. ex. 30. igit̄ p̄stat linea. l.p. esse binomii qd erat monstrandi.

Propositio .49.

Si fuerit superficies linea rationali binomioq; secūdo cōtentā: latus eius tetragonicum erit bimediale p̄imum.
C sit eadem figura ecedemq; ypoteses qd in premissa: eritq; ex diffi nitione binomij secundi linea. d.c. rationalis in longitudine: quare per. 15. vtraq; duarum superficieū. d.g. et g.c. ideoq; et duo sup/plementa. p.m. m. q. erit rationalis: linea vero. b.d. erit rationalis in potentia tan tum: et divisa in duas lineas cōmunicantes. f.d. et. b.f. ex diffinitione binomij secundi et premissis ypotesib; et secunda parte. 13. per. 19. igitur erit vtraq; duas superficieꝝ. a.f. et f.b. ideoq; et vtrūq; quadratoꝝ. l.m. z.m. n. mediale: itaq; ambe



linee.l.r.z.r.p.sunt mediales in potentia quoq; cōmunicantes:nā cum linea.b.f. cōicet linea.f.d.sequitur ut.a.f.cōmunicet.f.b.quare quadratū.l.m.quadrato.m.n.ideoq; z linea.l.r.linea.r.p.in potentia:in longitudine autē non cōmunicat:qm̄ vna earum ad alterā est sicut.l.m.ad.m.p.Lum igitur.l.m.nō cōmunicet.m.p.eo q; altra medialis videlicet.l.m.altera vero rōnalis videlicet.m.p.sequitur ut.l.r nō cōmunicet in longitudine.r.p.q; igitur ipse continent superficem rationalem que est.m.p.ostat lineam.l.p.ex.31.huius esse bimediale p̄imum:

Propositio .50.

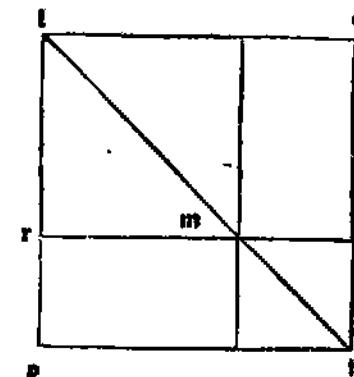
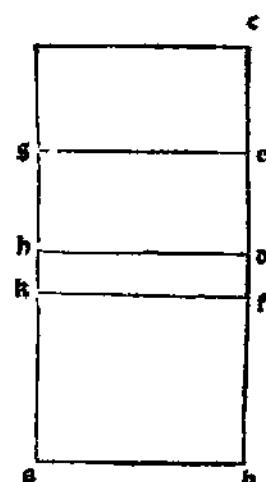
Si binomio tertio ac linea rationali superficies contineatur linea in eam potens erit bimediale secundum.
C. Dispositio z hypothese maneat vt sup̄ia. Eritq; ex his hypothesi bus et diffinitione binomij tertij z.19.vnaqueq; quatuor superficiē in quas diuisa ē superficies.a.c.medialis: quare vtrūq; duoz quadrator. l.m.m.n.z vtrūq; duoz supplementarū.p.m.z.m.q.erit etiā mediale vtrāq; igitur duaz linearū.l.r.z.r.p.erit medialis.z cū due superficies.a.f.z.f. b.sint cōmunicantes eo q; due linea.b.f.z.f.d.sint cōmunicantes per secūdā partē.13.erit due linea.l.r.z.r.p.cōmunicantes in potentia in longitudine vero nō:q; superficies l.m.non cōicat cū superficie.m.p.eo q; neq;.a.f.cōicat cum.d.g. Nam linea.b.f. nō cōmunicat cum.d.e. cum igit̄ ipsi p̄tineant superficiem mediam quac est.p.m cōstat ex.32.lineā.l.p.ēsse mediale scdm:quod est propositum.

Propositio .51.

Slinea rationali binomioq; quarto superficies cōtineatur:que in eā superficiem potest est linea maior.
C. Luncis ut in premissis manētibus erit ex hypoth. et diffinitione binomij quarti z.19.vtraq; duaz superficiez.d.g.z.g.c. quare z vtraq; duaz.p.m.z.m.q.medialis duoz quadrata.l.m.z.m.n.pariter ac cepra rōnale eo q; superficies.a.d.ē rōnalis per diffinitionē binomij quarti z.15. Et quia.d.b.dividit in puncto.f.in duo incōdicantia per scdm partē.14.erit superficies.a.f. incōmensurabilis superficiei.f.b. Ideoq; z quadratum.l.m. quadrato m.n.due igitur linea.l.r.z.r.p.sunt incōmensurabiles i potentia que cū contineat superficiem mediale.p.m.z earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationales ostat per.33.lineā.l.p.ēsse lineam maiore quod erat monstrādum.

Propositio .52.

Si fuerit superficies linea rationali atq; binomio quinto contenta quecunq; in eam linea potest petens in rationale et mediale esse ex necessitate convincitur.
Chec in hac quoq; ē aliquid ex prioum dispositione et positionib; mutandū:cis enī manētibus erit ex his que posita sunt in diffinitione binomij quīti z.15.vtraq; duaz superficiez.d.g.z.g.e.quaz.vtraq; duaz.p.m.z.m.q.rōnalis totaq; a.d.quare et duo q̄drata.l.m.z.m.n.piter accepta mediales ex.19.cūq; ex scdm pte.14.sit linea.f.b.icōmensurabilis linea.f.d.lōq; superficiez.a.f.superficie.f.b.z q̄dratū.l.m.q̄drato.m.n.enit linea.l.r.icōmensurabilis porēria linea.r.p.at q; ipē p̄tinēt superficie rōnale.p.m.z ea z q̄drata abo piter accepta sunt mediale conclude ex.34.lineā.l.p.ēsse potentem in rationale et mediale:quod promissum est.



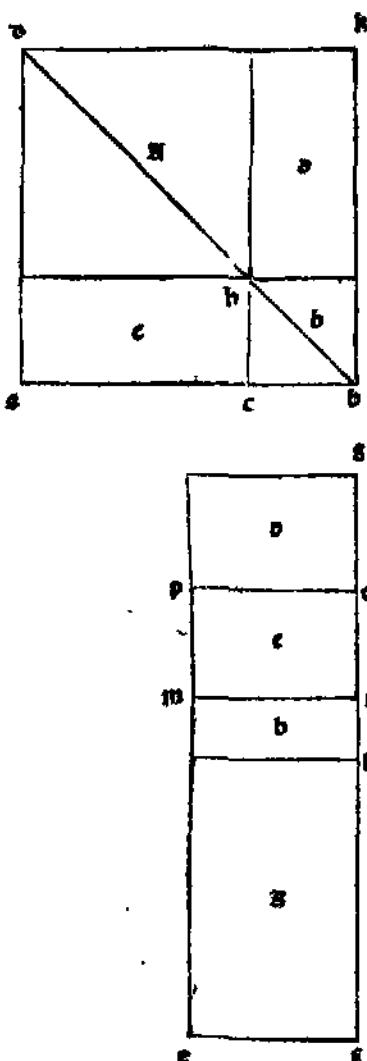
Propositio .53.

SI binomio sexto lineaqz rōnali superficies continetur linea que in eam potest: in duo in mediaлиз potens esse probatur.

Hec. 53. adhuc te sustinet ociari a pingendo figuraz: contenta enī est premis dispositione et positionibus. Quibz statibus necesse ē ex iplis positis et dispositione. i. diffinitione binomij postremi 2. 19. qualibet ex superficiebus. a. d. e. f. g. z. h. c. propter quod et ambo quadrata. l. m. z. n. pariter accepta z. p. m. z. n. q. esse mediaлиз. Linqz. b. f. z. f. d. propter qd. a. f. z. f. h. ideo qz. l. m. z. m. n. sint incomensurabiles crunt one linee. b. c. z. r. p. incomensurabiles in potentia. at quia ipse continent superficiem medialem. p. m. earumqz ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qd est duplo superficie viuis in alterā in/comensurabile: qd ex eo probatur qd superficies. b. b. ē incomensurabilis super/ficiei. b. c. propter hoc qd linea. d. b. est incomensurabilis linee. d. c. sequitur ex. 3. si neam. l. p. esse que potest in duo medialia.

Propositio .54.

SI linee rationali equum quadrato binomij rectangulum adiungat: latus eius secundū binomij primū esse conueniet. Hec sex sequentes conuerte sunt sex precedentium per ordinē huius autem est hec intentio. Sit linea. a. b. binomij divisa ad punctū. c. in duas lineas. a. c. z. c. b. fm suam diffinitionē aut termini eiusqz. a. b. quadratum sit. b. d. sitqz linea. e. f. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. c. g. equalis quadrato. b. d. vico qd latius secundū: huic superficie quod ē linea f. g. est binomij primū. Dividatur enī quadratū. b. d. in duo quadrata. b. b. z. b. d. que sint quadrata duarum portionuz binomij: et in duo supplementa. a. b. z. b. k. quoqz virūqz continentur sub duabus portionibus binomij: eritqz ex diffinitione binomij que habetur per. 30. virūqz istoz quadratoz rōnale. et per. 19. virūqz supplementū mediale. Ex superficie igitur. e. g. absindatur superficies. e. l. equalis quadrato. d. b. z. l. m. equalis quadrato. b. b. e. n. p. equalis vni duorum supplementorum. a. b. vel. b. k. eritqz. p. g. residua equalis reliquo supplemento: quare per primam sexti linea. n. q. est equalis linee. q. g. ex premissis aut manifestū est qd virāqz duarum superficieum. e. l. z. l. m. et iō tota superficies. e. n. est rōnalis. Et viraqz duarum equalium. n. p. z. p. g. et ideo tota. m. g. medialis: quare per. 16. viraqz duarum linearoz. f. l. z. l. n. et tota linea. f. n. rōnalis in longitudine: et linee. e. f. re/tionali posite cōmensurabilis: et per. 20. viraqz duarum. n. q. z. q. g. et tota. n. g. ra/tionalis in potentia tantum incomensurabilis linee. m. n. et ideo linee. e. f. sibi cōcli et per consequētē et linee. f. n. in longitudine: Si igit̄ linea. f. a. que est maior linea. n. g. vt ex primo duoz antecedentiū. 35. demonstrationi subiunctoz et prima sexti apparuit: fuerit potentior linea. n. g. minor in quadrato linea secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam. f. g. ē binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d. b. z. b. b. sit per primā sexti superficies. a. b. medio loco proportionalis: coiuincit ex prioribus hypothesibz superficiem. m. q. esse inter superficies. e. l. z. l. m. medio loco proportionalis: quare per primā sexti linea. n. q. que est medieras linee. n. g. est in medio loco proportionalis inter duas lineas. f. l. z. l. n. qd igitur sit ex. f. l. m.



I.l.n. est quantū qđ ex. n.q. in se per. 16. sexti: ideoqđ per. 4. scđi quantū quarta p̄s quadrati linee. n.g. Itaqđ per primā pte. 13. cum linea. f. n. diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati brevioris linee. n.g. ita qđ ad cōplendā totam lineam. f. n. deſit superficies quadrata in duo cōciantia ad punctū. l. erit. f. n. potentior. n.g. in quadrato linee sibi cōmunicantia in longitudine: conſtat ergo propositum.

Propoſitio .55.

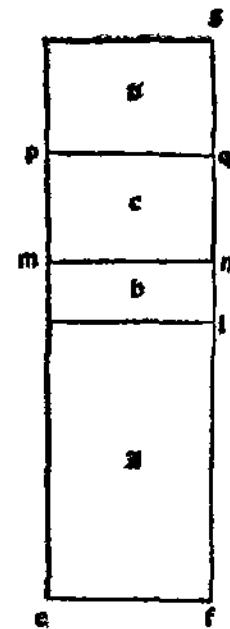
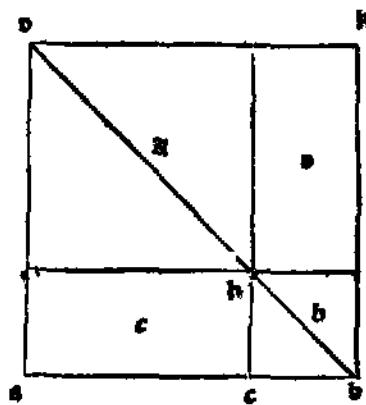
Slinee rationali equa ſuperficies quadrato bimedialis primi adiūgat lat? ei? reliquū biōniū ſcđm eē oportebit
CSi linea. a.b. bimediale primū diuīſa ad pñctum. c. ſcđm ſum terminū. Letera aut̄ ſint ut prius: dico linea. f. g. eſſe binomium ſcđm erit eni ſuperficies. m. g. rōnalis eo qđ p̄tes bimediales primi conti- nent ſuperficiem rōnalem & ſuperficies tres. e.l.l.m. & rota. e.n. mediales cōcantes eo qđ poſtiones bimediales primi ſunt ſtriae mediales potentia tñ cōcantes ex. 31 pte. 16. igitur erit linea. n.g. rōnalis in longitudine cōmensurabilis linee. e.f. rōna li poſite. & per. 20. linea. f. n. rōnalis in potentia tantū que cū ſit malo; linea. n.g. ex primo duoz antecedentiū demonstrationi. 35. adiunctoz & prima. 6. ea que po- tentior quadrato linee cōmunicantis ſecū in longitudine ex prima pte. 13. erit a di- finitione linea. f. g. binomium ſcđm quod eſt propositum.

Propoſitio .56.

Cm adiuncta fuerit linea in longitudine rōnali ſuperfici- cies rectangula equalis quadrato bimedialis ſcđi lat? ei? ſecundum binomium tertium eſſe neceſſe eſt:
CSi fuerit linea. a.b. bimediale ſcđm diuīſa per terminū ſum ad punctū. c. reliqua vero oia fuerint ut prius: erit linea. f. g. binomium tertium. Erit eni ex. 32. e noſtris positionibus vtraqđ ſuperficię. e. n. & m. g. me- dialis: quare per. 20. vtraqđ duaz lineař. f. m. & n. g. erit rōnalis in potentia tñ. at qđ bimedialis ſcđi partes ſunt cōcantes in potentia tñ erit ſuperficies. c.l. cōcans ſuperficię. l.m. & iō linea. f. l. linea. l. n. potentior: ergo ē p̄ primā partē. 13. f. n. qđ ſit n. g. in quadrato linee ſibi cōciantia in longitudine. Lūqđ ſint ſuperficies. a.b. & qua- dratū. b.b. incōmensurabilis eo qđ linea. a.c. & c.b. incōmensurabiles: ideoqđ & am- bo quadrata pariter accepta ambobus ſupplementis p̄ter acceptis. eo qđ quadra- ta ſibi inuicē cōciant ex hypotheti ſupplementa quoqđ cū ſibi inuicē ſint egalia: ſeq̄i & ſuperficies. e. n. ſit icōmensurabilis ſuperficię. m. g. & iō linea. f. n. linea. n. g. p̄ diffinītiō nē igī ē linea. f. g. binomium tertium qđ ē ppoſitū.

Propoſitio .57.

Slinee rōnali rectāgulū equū qđrato linea majoris adiū- gat altez ſe cōtinentium laterum erit binomium quartum
CSi dec quoqđ fuerit linea. a.b. linea maior diuīſa ſcđm terminū ſum ad punctū. c. cunctaqđ reliqua non fuerint aliter qđ prius: erit li- nea. f. g. binomij quartū. Lū eni ſint enīo quadrata poſtiones ſi- nee majoris p̄ter accepta rōnale erit ſuperficies. e. n. rōnalis: ideoqđ per. 16. linea. f. n. rōnalis in longitudine cōcans linea. e.f. rōnali poſite: ſuperficies vero. m. g. erit -medialis ppter illud qđ poſtiones linea majoris cōtinet ſuperficie mediale. Itaqđ per 20. linea. n. g. ē in potentia rōnalis tñ: & qđ etiā poſtiones p̄ſetate linea. a. b. ſunt po- tentia litter incōmensurabilis ſuperficies. e. Lincōmensurabilis erit. l.m. ideoqđ linea f. l. linea. l. n. igitur per primā partē. 14. linea. f. n. eſt potentior linea. n. g. i qđrato



Lince sibi incommensurabilis: ex diffinitione igitur est linea. f.g. binomium quartum: quod erat propositum. **Propositio 58.**

Slinee ratione quadrato linee potentis supra rationale erit mediale equalis: parte altera longior forma adiungatur alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

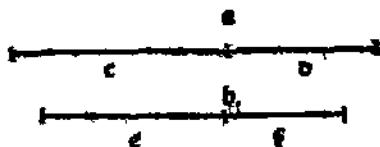
Cproposita linea. a.b.ea que potest supra mediale et rationale divisa habere eius diffinitionem ad punctum. c. nihil imutetur de reliquo. sequiturque linea f.g. esse binomium quintum. Cum enim prius "ui" linea. a.b. continet rationale superficie necesse est ut superficies. g.m. ideoque p. 16. linea. n.g. sit rationalis. Cumque ambo quadrata partium huius linee per accepta sunt mediale erit superficies. e.n. media et per. 20. linea. f.n. rationalis in potentia tunc. atque portiones predictae linee sunt incommensurabiles in potentia: erit superficies. e.l. incommensurabilis superficie. m. Lideoque et linea. f.l. linea. l.n. potentior: igitur est per primam partem. 14. linea. f.n. linea. n.g. in quadrato linee sibi incommensurabilis: per diffinitionem itaque binomij quinti concludit propositum. **Propositio 59.**

Motiens adiuncta fuerit linee rationali superficies rectangularis quadrato linee potentis in duo media et eiusdem superficie latus secundum binomium sextum esse concordatur.

CIn bac. 59. sit linea. a.b. linea potens supra duo media: que autem prius hoc sunt sicut supra mancant et erit tunc linea. f.g. binomium sextum quod ignorare non poteris si premissoz eiusque quod. 35. ponit imemor non fueris: et sic per in hac nostra intentio. **Propositio 60.**

Monis linea cuiuslibet binomialium comunicans sub eadem specie binomium esse probatur.

CSit linea. a. binomium cuiusvis speciei: sitque linea. b. sibi coicantis in longitudine: dico linea. b. esse binomium eiusdem speciei cuius. a. sint enim binomiales portiones. a.c. et. d. et suntque ambo rationales in potentia tunc coicantes per. 30. linea vero. b. dividatur per. 12. sexti sunt proportiones. c.ad.d. in. e. et f. et igitur per coicentiam et eversam et permutatam proportionalitatem. c.ad.e. et d. ad.f. sicut. a.ad.b. cum sint igitur. a. et. b. coicantes: erunt etiam per primam partem. 10. c. et. e. itaque. d. et. f. coicantes. si igitur fuerit. c. rationalis in potentia tunc erit. e. et. f. si autem in longitudine et. e. Eodem modo si. d. est rationalis in potentia tunc vel etiam in longitudine tunc. erit quoque. e. f. sicut et ex. 12. si potentior est. c. d. quadrato linee sibi commensurabilis in longitudine vel si forte incommensurabilis est. et. e. potentior. f. in quadrato linee sibi commensurabilis vel etiam incommensurabilis: necesse est ex diffinitione / b⁹ sex speciez binomialium ut eiusdem speciei binomij sint. a. et. b. Si autem linea. b. co- municeat binomio. a. in potentia tunc erit etiam et sic linea. b. Binomium autem eiusdem speciei non est necessarium immo impossibile est ut ambe simul cadant sub prima specie binomialium vel sub secunda quarta vel quinta. sed necesse est ut ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnu enim ex eis esse in aliqua ex tribus primis speciebus et aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. cum enim. a. coicet cum. b. in potentia tunc. c. quoque cum. e. et. d. cum. f. coicabili tunc in potentia ex. 10. Si igitur alterutra duarum linearum. c. et. d. fuerit rationalis in longitudine non est sua compar ex lineis. c. et. f. rationalis in longitudine. Non est itaque possibile ut. a. et. d. cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomialium in quibus altera diagram



portionū binomij est rōnalis in longitudine. hec autē species sāt: prima et scđa quarta et quinta. At vero qđ per. 12. due linee. c. et. e. simul potentiores sunt duabus līneis. d. et. f. in quadratis duaz lineaz sibi in longitudine cōmunicant̄ aut incōlant̄: necesse est ut ambo binomia. a. et. b. simul cadant sub primis tribus species binomioz aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum speciey: Līnea aut. b. quid dubitas esse binomij cū sint. enī c. et. e. cōicantes i potentia tñ silt quoqz. d. et. f. sint aut. c. et. d. rōnales in potentia: cōinicitur. e. et. f. esse rōnales in potentia tñ: que qđ nō cōicant in longitudine sicut nec eis pportionales. c. et. d. ipse cōponunt indubitanter binomij per. 30. huius.

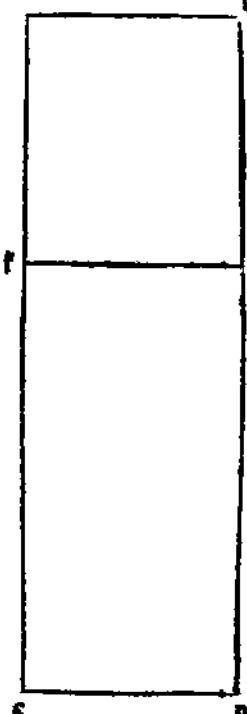
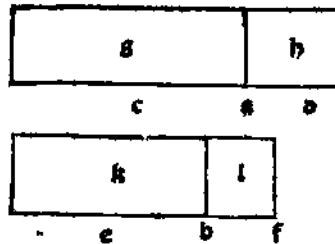
Propositio .61.

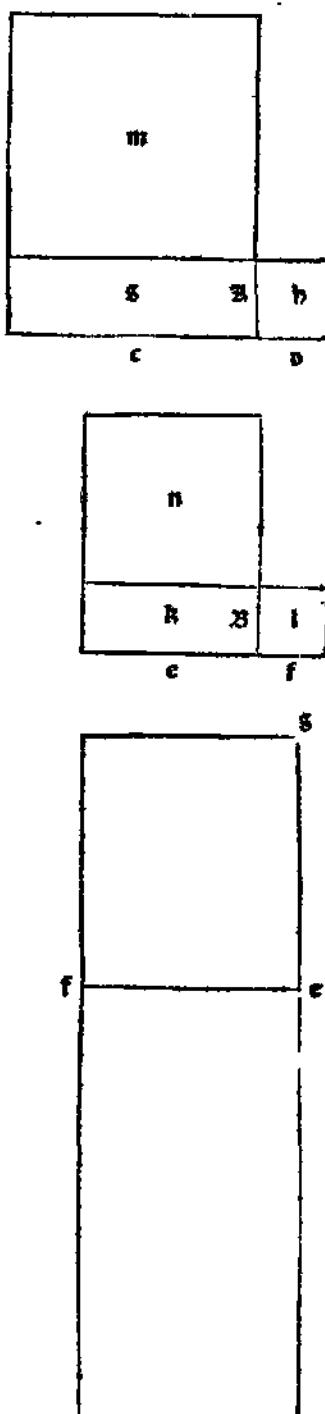


Unis linea alterutri bimedialū cōmensurabilis: sub eisdem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

C. Veritatē habet quod dicit sine in longitudine sive etiā in potentia tñ cōicer aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enī due linee cōmunicantes. a. et. b. quoniam duoz modoz predictoz. sitqz. a. bimedi ale primū vel scđm: qđ etiā. b. est bimediale primū vel scđm. put fuerit. a. Dūm lo enī. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibz cōponitur per. 31. et. 32. qđ sint. c. et. d. b. quoqz divisā i.e. e. et. f. sūi pportionalē. c. ad. d. vt docet. 12. sexti posita qđ. g. superficie contēta sub. c. et. d. d. z. k. sub. e. et. f. Et posito. b. quadrato. d. et. l. f. erit per cōuenientē et eversam et permuatā pportionalitatem quādmodū in premissa. c. ad. c. et. d. ad. f. sicut. a. ad. b. sicut igitur ex positione. a. et. b. sint cōicantes sive hoc sit in longitudine sive in potentia sic. c. et. e. itemqz. d. et. f. sūi erunt cōmunicantes. At quia. c. et. d. sunt mediales potentia tñ cōicantes: sequitur ex. 21. ut. e. et. f. sint etiā mediales et ex. 10. potentia tñ cōicantes cū ipse per hypothēz̄ sint pportionales. c. et. d. cūqz sit per primum sexti. g. ad. b. sicut. c. ad. d. et. k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. b. sicut. k. ad. l. et permuatā. g. ad. k. sicut. b. ad. l. quia igitur. b. ē cōmunicans. l. eo qđ duo cox latera que sunt. d. et. f. cōicant in longitudine vel in potentia bīm. qđ. a. et. b. in alterutro eoz cōmunicant. sequit̄ ex. 10. ut. g. et. k. quoqz sibi trinūcē cōicent ei it igitur. k. rōnalis aut medialis prout fuerit. g. ex diffinitione superficie rōnalis aut. 21. In hoc enī tñ differt bimediale primū a bimediale secundo qđ portiones bimedialis primi in quas scđm sūi terminū dividū continēt superficie rōnalem: bimedialis autē scđi mediale. Si igitur. a. fuerit bimediale primū erit superficies. g. rōnalis quare et. k. et. l. b. bimediale primū p. 31. Qđ si. a. fuerit bimediale scđm. erit superficies. g. medialis ob hoc etiā. et. k. b. itaqz p. 32. erit bimediale scđm qđ re cōstar ppositū. Idē aliter ad līnē rōnalez. c. d. posita. a. alterutro bimedialis et. b. sibi in longitudine vel potentia cōicante: adiungatur superficies. c. et. equalis quadrato. a. et. f. g. equalis quadrato. b. enuntqz superficies. c. et. f. g. cōmunicantes eo qđ quadrata cōs equalia que sūt quadrata līneaz. a. et. b. sunt cōicantes ex hypothēz: ex p̄ma igitur sexti et. 10. bñi: necesse est duas lineas. d. et. e. et. g. esse cōicantes: et quia si. a. fuerit bimediale primū linea. d. et. e. erit binomium scđm p. 55. ideoqz. e. g. etiam binomium scđm per premissam quare latus tetragonicū superficie. f. g. et ipsum est bimediale primū per. 49. at vero si. a. fuerit bimediale secundū linea. d. et. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. ē binomium tertium p̄ premissam quare et lat⁹ tetragonicū superficie. f. g. ipsum ē. b. bimediale scđm per. 50. Utani festū ē igit̄ vez ec qđ pponit.

Propositio .62.





Dinis linea cōicans linee maiorī: est linea maior.
Et hec quoqz veritatem habet. si virilibet modo cōicans fuerit ali
qua linea linee maiorī. Esto enī. a-linea maior. b. vero quoniam sibi cō
municans modo: erit. b. linea maior. Diversa namqz. a. i. eas positiones
ex quibz constat per. 33. que sunt. c. z. d. z. b. fm carum pportionē
in. e. z. f. positioqz qz. g. sit superficies cōtentia sub. c. z. d. z. k. sub. c. z. f. z. m. e. b.
sint quadrata. c. z. d. ar. n. z. l. e. c. f. erit. m. ad. b. sicut. n. ad. l. per scōam pte. 18. se
xti 7 coniunctim. m. z. b. ad. b.. sicut. n. ad. l. ad. l. 7 permutatim. m. z. b. ad. n. e. l.
sicut. b. ad. l. qz ergo. b. cōicat cū. l. eo qz. d. cōicat cum. f. aut in longitudine aut in
potentia pnt. a. cōicat cū. b. sequit ut simbo quadrata. m. z. b. pariter accepta com
municent cū ambobus quadratis. n. z. l. pariter acceptis. cū itaqz duo prima parti
ter accepta sint rationale per. 33. erunt quoqz et duo postrema rōnale p diffinitio
nem. At quia superficiem. k. necesse est esse mediale sicut. g. ex. 21. linea sqz. e. z. f.
esse incōmensurabiles in potentia sicut. c. z. d. ex. 10. concluditur p. 33. linea. b. esse
lineā que dicitur maior qz est propositū. **I**3dē aliter. cum sit .s. linea maior cui. b
cōicat sive hoc fuerit in longitudine sive in potentia: sumpta linea rōnali que sit. c.
d. adiungatur superficies ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis qua
drato linee. b. cū igit̄ qdara duas lineaz. a. z. b. sint cōicaria ex hypothesi: erit supfi
cies. c. e. cōicās superficie. f. g. iōqz p primā sexti. e. 10. b⁹ linea. d. e. linea. e. g. i lōgi
tudie. at qz ex. 57. linea. d. e. ē binomii qrtū citit quoqz p. 60. līca. e. g. binomii qrt
ū: igit̄ ex. 51. linea. b. potēs i supficiē. f. g. ē linea maior. **P**ropositio 63.

Squa linea linee potenti in rationale et mediale pminaret
ipia in rationale et mediale potens esse comprobatur.
I3erū quoqz est qz qualiterūqz linea aliqua sit cōicans potenti in
rationale et mediale sive in longitudine sive in potentia tantum ipsa
etia est potens in rōnale et mediale: qz sicut prius dupli modo p; o/
batur: necesse est autē quantū ad primū modū ut sicut due linee. c. z. d. sint i po
tentia incōmensurabiles. ita sint cīā. e. 7. f. p. 10. Et quēadmodū. g. est superficies
rōnalis: nā tale pminet portiones linee potentiis in rōnale et mediale. ita etia per
diffinitioē si t. k. rōnalis et quēadmodū duo quadrata. m. z. b. pariter accepta sūt
mediale: sicut etia per. 21. duo quadrata. n. z. l. ppter accepta erunt mediale: igit̄ ex
34. b. ē potēs i rōnale et mediale. quātū autē ad scōm modū necesse ē ex. 58. ut linea
d. e. sit binomii quintū. 10. 3 et p. 60. linea. e. g. ē binomii quintū: quare p. 52. lat⁹
tetragonīcū supficiē. f. g. qz est. b. erit linea potens in rōnale et mediale: quod ē p/
positū. **P**ropositio 64.

Dinis linea cōmunicans potenti i duo medialia: ipsa quo
qz potens est in duo medialia.

Secund quoqz manentibus eisdem dispositione et positionibus co
dupli modo quo premisse: probabitur vera esse sine in longitudine
sine in potentia cōmunicet linea. b. cū linea. a. potēti in duo media
lia. Quantū enī ad primū argumentationis modū erit per. 35. supficies. g. medi
alis. ideoqz z. k. per. 21. cum cōicet ei: duo quoqz quadrata. m. z. b. pariter accepta
erūt ex eadē. 35. mediale: ideoqz duo. n. z. l. pariter accepta p. 21. at qz duo quadra
ta. m. z. b. pariter accepta ex pdicta. 35. sunt incōmensurabile duplo. supficiē. g.
eq̄ p. 10. et nostras positiones ut duo quoqz. l. z. n. ppter accepta sūt incōmensurabile.

duplo superficiei. k. cum itaq; sint. e. e. f. incommensurabiles in potentia quæadmodum c. t. d. erit ex. 35. linea. b. potens in duo media. quantū autem ad scđm solite argumentationis modū erit p. 59. d. c. binomii sextū. ideoq; etiā p. 60. linea. e. g. erit binomii sextū quartus per. 53. latus tetragonici superfcie. f. qđ est. b. erit potens in uno media. quod est propositū. **Propositio .65.**

Si dñe superficies quaz altera rōnalis altera vero media lis coiungantur. linea potens in totā superficiem inde cōpositū aliquā erit quatuor irrationalium lineaz videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potēs in rationale & mediale.

Cui si. a. sit rōnalis superficies & b. medialis erit linea potens in totā. a. b. aliqua premillaz quatuor. Sit enī linea. c. d. rōnalis cui adiungat. c. c. equalis. a. t. f. g. equalis. b. eritq; ex. 16. linea. d. e. rōnalis in longitudine cōtans linee. c. d. rōnali posse & ex. 20. linea. e. g. rōnalis in potentia tī & ex. 30. linea. d. g. binomii cuius cum altera binomialiū portionū que est. d. e. sit rōnalis in longitudine cōtans li nec rōnali posse que est. c. d. ipsiū erit ex diffinitione speciez binomij aut binomiiū primum aut scđm aut quartū aut quintū. tertiu aut. aut sextū nō erit ex diffinitione. itaq; ex. 48. 49. 51. & 52. linea potens in totā. c. g. que ē equalis duabus simul a. e. b. erit aut binomii aut bimediale primum. aut linea maior aut potens in rōnale & mediale. qđ est propositū. bimediale vero secundū aut potens in duo media. non erit. qm̄ si esset bimediale secundum. esset ex. 56. linea. d. g. binomii tertium qđ si esset potens in duo media. esset ex. 59. linea. d. g. binomii sextū. sed neitz erat. vnde patet nostra intentio. **Propositio .66.**

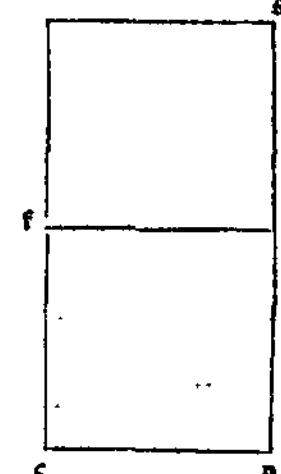
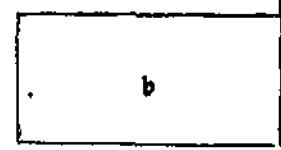
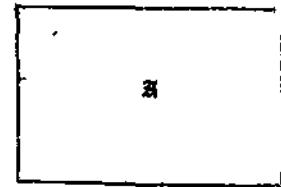
Cum coniuncte fuerint due superficies mediales incommensurabiles linea potens in totam superficiē alterutra erit dñrū irrationaliū linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo media.

Cui si. a. & b. sint due superficies mediales incommensurabiles. si enim cōmensurabiles esset cōposita ex. cōs. medialis ex. 9. e. 21. quare & linea potens in ea medialis ex. 19. vico qđ linea potens in cōpositā ex. ambabus erit aut bimediale scđm aut potens in duo media. Sit quidē linea. c. d. rōnalis. superficies vero sibi adiuncta. c. e. equalis. a. & superficies. f. g. equalis. b. eritq; ex. 20. linea. d. e. sibi quoq; linea. e. g. rōnalis in potentia tī: cūq; superficies. c. e. e. f. g. sint incommensurabiles sicut. a. e. b. eis equalis. ideoq; linee. d. e. e. c. g. ex prima sexti e. 10. huius: erit ex. 30. linea. d. g. binomii cuius cū viriaq; binomialiū portionā que sunt. d. e. e. g. sit incommensurabilis linea rōnali posse que ē. c. d. ipsiū erit ex diffinitione binomii tertii aut sextū: linea ergo potēs in totā. c. g. eōlem propote ex. a. e. b. erit ex. 90. e. 53. aut bimediale secundum aut potens in duo media. quod est propositū.

Propositio .67.

Cum posita fuerit linea binomialis ceteraq; irrationales sequentes eam: non erit eaz aliquā sub termino alterius.

Cult qđ si linea aliqua ut. a. fuerit aliqua ex sex p̄habitis lineis irrationalibus que sunt binomii & eius quinq; comites ipsa non erit aliqua aliaz. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineā rōnalem. b. c. que sit. b. d. siquidem. a. fuerit binomium: erit ex. 54. linea. c. d.



binomii primi: que si fuerit bimediale primi: erit. c. d. ex. 55. binomii secundi: si autem bimediale secundi: erit. c. d. ex. 56. binomii tertii. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomii quarti. At si potens in rationale et mediale. aut si potens in duo mediales: erit ex. 58. c. d. binomii quinti: aut ex. 59. binomii sexti: et quod impossibile est. c. d. esse simul sub diversis speciebus⁹ binomioꝝ a diffinitione ē impossibile. a. esse simul sub diversis speciebus sex ꝑhabitaꝝ lineaꝝ irrationalium: De linea autem mediali constat ꝑ ipsa quoque nō sit aliqua sex sequentia videlicet neque binomii neque aliqua ex ipsis comitibus. cū enī superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalē: latus eius secundi est rationale in potentia ex. 20. cum autem superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suarum comitibus: latus eius secundi est binomii aut primi aut secundi et sic de ceteris per. 54. e. s. ea sequentes quare ipsum est irrationale et in longitudine et in potentia. pcr. 30. Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia et irrationalem tā in longitudine quod in potentia: numerū impossibile ut neam mediam esse bimedialem aut aliquā ex quinque suis comitibus.

Propositio .68.

I linea de linea abscissa fuerintque ambe potentialiter tantū rationales cōicantes: reliqua linea erit irrationalis diceturque residuum:

CSi linea. b. c. abscisa ex. a. b. sintque ambe rationales tantū potentia cōicantes quales docuit inuenire. 17. 2. 18. et hec sunt que cōponunt binomii. dico ꝑ. a. c. reliqua est irrationalis et ipsa vocatur residuum. constat enim ex 7. scđi ꝑ quadrata duarum lineaꝝ. a. b. et b. c. ppter accepta que cōponunt superficiem rationalem ex hypothesi et diffinitione rationalis superficie 7. 9. huius tamen sunt quantū duplum superficie. a. b. et b. c. cū quadrato. a. c. cuicunque ex. 19. superficies. a. b. i. b. c. sit medialis. ideoque et duplum et mediale per. 21. et id. rationale per. 19. sequit̄ ut ambo quadrata duarum lineaꝝ. a. b. et b. c. ppter accepta sint incomensurabile duplo superficie viuis eaqꝫ in alterā: quare per. 9. et quadrato linea. a. c. ex diffinitione igit̄ quadrati linea. a. c. ē rationale cū ipsum sit incomensurabile rationali videlicet duobus quadratis duarum lineaꝝ. a. b. et b. c. ppter acceptis: itaque etiam ex diffinitione linea. a. c. ē irrationalis quod est propositū. Exemplariter in figura esto superficies. e. g. equalis duobus quadratis duarum lineaꝝ. a. b. et b. c. ppter acceptis: eritque rationalis. Itemque sit superficies. d. f. equalis duplo superficie viuis in alterā: eritque ex. 19. medialis et erit ex 7. scđi superficies. f. g. cōqualis quadrato linea. a. c. cuicunque superficies. e. g. sit incomensurabilis superficie. d. f. eadē erit ex. 9. incomensurabilis. f. g. quare. f. g. irrationalis et eius tetragonicū latus. a. c.

Propositio .69.

I fuerit linea de linea abscissa fuerintque ambe mediales potentialiter tantū cōicantes superficiemque rationale cōtinētes reliqua linea erit irrationalis diceturque residuum mediale primū.

CSi linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. sintque ambe quales pponit̄ur quas ex. 24. e. 25. reperies et hec sunt que cōponunt bimediale primū. dico ꝑ reliqua linea. a. c. erit irrationalis et ipsa dicetur residuum mediale primū: Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplū vero superficie viuis in alterā rationale. itaque ambo quadrata ppter accepta incomensurabile sunt duplo superficie vii⁹ in alterā quam itaque abo quadrata ppter accepta cōponunt ex duplo superficie vii⁹ in alterā et quadrato linea. a. c. sequit̄ p. 9. ut quadrati linea. a. c. sit incomensurabile.

ompli superficiei vni⁹ in alterā quare tam ipsū quadratā q̄z latus et⁹. a.c. ē irrōna
lc p̄ diffinitionē p̄stat ergo p̄positū Qd̄ quēadmodū i p̄missa si liber potes uocla/
rare exēplariter i figura C. Alter idē sic: sit linea. d.e. rōnalis i lōgitudine: cui adiū
gatur superficies. d.f. equalis duplo superficii vnius in alterā z superficies. g.e. equalis
ambobus quadratis pariter acceptis. critqz p.7. sc̄di superficies. f.g. equalis quadra
to linea. a.c. cū itaqz. p. ypothesi sit superficies. e.g. medialis erit p.20 linea. d.g. rā
tionalis in potentia tñ. Lū vero sit superficies. c.b. rōnalis p̄ ypothesim crit ex. 16.
linea. d.b. rōnalis in longitudine: itaqz per. 68 linea. g.b. est residuum z irrationalis
ideoqz p. 16. a destructione p̄ntis superficies. f.g. est irrōnalis z eius latius tetra/
gonicum quod est. a.c. est irrationale. Et sic patet propositum.

Propositio .70.

Si linea de linea fecerit fuerintqz ambe mediales poten/
tialiter tantū cōmunicātes cōtinentesqz mediale: reliquias
linea erit irrōnalis dicefqz residuum mediale secundum.

C Sit bic quoqz linea. b.c. abscisa ex linea. a.b. vñcqz autē. a.b. z.b:
c. sint ut proponitur z ipse p.26. reperiunt z sunt que cōponunt b:
mediale sc̄di: dico q̄ linea reliqua que est. a.c. ē irrōnalis z ipsa dic̄ residuum me/
diale sc̄di. Sunt enī ex ypothesi z. 21. ambo quadrata duaz lineaaz. a.b. z.b.c. pa/
riter accepta mediale. sūt quoqz dūplū superficii vnius in alterā ē mediale. Cum
itaqz ex. 22. mediale nō differat a mediali nisi i irrōnali: erit quadratum linea. a.c
in quo p.7. sc̄di duo quadrata. a.b. z.b.c. pariter accepta excedunt duplū superficii
vnius in alterā irrōnale quare z linea. a.c. irrōnalis. Figurali quoqz exemplo pa/
reficeri pōt istud ut pñ⁹. Si cni sit. e.g. eōlis ambob⁹ quadratis. a.b. z.b.c. sūt z.d.f
duplo superficiei vnius in alterā erit. f.g. p.7. sc̄di equalis quadrato. a.c. que cum sit
differentia superficiei vnius medialis. e.g. ad superficiē mediale. d.f. ipsa est irrationa/
lis per. 22. z ci⁹ terragoicū lat⁹. a.c. irrōnale. C Idē aliter Sit linea. d.e. rōnalis cni
adiungat̄ superficies. d.f. equalis duplo superficiei vnius in alterā z. e.g. equalis am/
bobus quadratis p̄ter acceptis. critqz p.7. sc̄di. f.g. equalis quadrato. a.c. q̄ vero
e.g. est medialis erit ex. 20. linea. d.g. in potentia tñ rōnalis. Sūt quoqz. cū. e.b.
sit medialis erit ex eadē linea. d.b. rōnalis: sūt in potentia tñ. Et qm̄. a.b. z.b.c.
sunt incōmensurabiles in longitudine idcoqz quadratū vñiusqz eaꝝ superficiei vni⁹
in alterā: z proprie hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi com/
municent. sūt quoqz incōmensurabiles duplo superficiei vnius in alterā: sequit̄ vt. e
g. sit incōmensurabilis. b.e. qua ppter linea. d.g. linea. d.b. igit̄ ex. 68 linea. g.b. ē
residuum z irrōnalis. ideoqz per. 16. a destructione p̄ntis superficies. f.g. irrationalis.
z eius latius tetragonici. a.c. irrōnale.

Propositio .71.

Si linea de linea detrabo fueritqz ambe potentialiter in/
cōmensurabiles cōtinentesqz mediale quadrataqz earum
ābo p̄ter accepta rōnale: reliqua linea erit irrōnalis voca/
biturqz minor. C Si sint. a.b. z.b.c. q̄les p̄ponit̄ que p.27. rep/
untur z p̄ponat̄ linea maiorē erit linea. a.c. irrōnalis z ipsa est q̄ di/
cī linea minor: qd̄ qui p̄missa firmiter tenuerit positionesqz diligenter attenderit
dupli modo ut antecedentes facile probab̄t.

Propositio .72

Slinea de linea demaf fuerintq; ambe potentialiter icō/ mensurabiles superficiemq; rōnale cōtingentes quadrataq; earum: ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit ir/ ratiōalis diceturq; iūcta cū rōnali cōponēs totū mediale. **C**Et hoc quoq; nescire nō pōt qui priora nouerit nisi a memoria ex/ ciderint: qm̄ positis lineis. a.b. z.b.c. de qualibet pponit que t p. 28. reperiunt li/ neā potētē in rōnale et mediale cōponunt: sit. a.c. reliqua irrōnalis ipsa dicitur que/ sūcta cū rōnali cōponit totū mediale.

Propositio . 73.

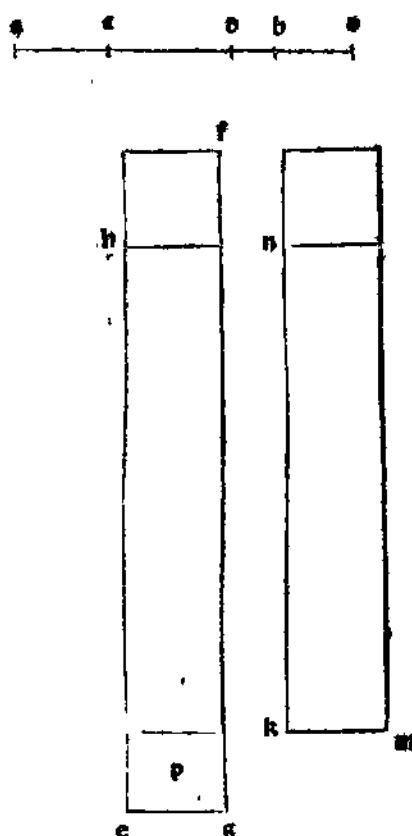
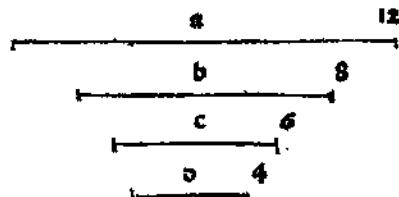
Slinea a linea detrahaf fuerintq; ambe potentialiter in/ cōmensurabiles superficiēq; medialē cōtingentes quadrata/ q; eaz ambo piter accepta mediale duplo superficie alte/ rins in alteram incōmensurabile: reliqua linea erit irra/ tionalis diceturq; inncta cū mediali faciēs totū mediale: **C**Sint etiā hīc. a.b. z.b.c. quales pponit que p. 29. repiunt et ipsi sunt que com/ ponunt lineā potētē in duo medialia eritq; a.c. reliqua irrōnalis dicta que ion/ tra cū mediali pponit totū mediale qd ut facile p remissa duplici argumentatione/ concludas pcessū. **z.** monito diligenter attendas: ē autē premittendū hic aīs neces/ sarium ad demonstrationes sequētiū qd ē ppositū.

Si fuerint quatuor quantitates differētia prime quaz ad scđam sit/ sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam/ sicut secunde ad quartā. **C**Intelligendū est hoc de quantitatibus codē modo/ rdatis vt cū prima maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta cū vero mi/ nor et minor. Exēpli grā sit dīa. a.ad.b. sicut. c.ad.d. dico q crit. a. ad. c. sic. b. ad/ d. ē eni p hāc cōm ai pceptionē dīa extremoz cōposita ex differentijs ipsoz ad/ media dīa. a.ad.c. pposita ē ex ea que ē. a.ad.b. et ea que est. b.ad.c. at ea que est/ b.ad.d. p candē pceptionē pponit ex ea que ē. b.ad.c. et ea que ē. c.ad.d. et quia ex/ ypothesi ē dīa. a.ad.b. sicut. c.ad.d. ea vero que est. b.ad.c. est cōis lequī p cōm/ sciam vt sit. a.ad.c. sicut. b.ad.d. qd ē ppositū.

Propositio . 74.

Nulla linea nisi vna tantū residuo coniungi potest vt sint/ ambe sub termino earum que erunt ante separationem

CSit linea. a.c. residuo que fuerit reliqua abscisa. b.c. ex. a. b. crunt/ q; a. b. z. b. c. rōnales tm̄ potentia cōicantes ex. 68. dico q ipsa. a.c./ nulli alij lince q; b.c. poterit pponi sub hac diffinitione neq; maiori/ b.c. neq; minori. b.c. Si autē pōt componat cūz. c.d. in dīn maiori aut minori q; c.d. cruntq; ob hoc ambe linec. a.d. z.d.c. rōnalis in potentia tm̄ cōicantes: qz ergo/ ex. 7. scđi qdrata ambaz lineaz. a.b. z.b.c. piter accepta excedūt duplū superficie/ vni eaz i alterā i qdrato. a.c. sīlī quoq; qdrata duaz lineaz. a.d. z.d.c. piter acce/ pta excedūt duplū superficie vni? spaz i alterā i qdrato eiusdē. a.c. sequit ex pmissō/ atecedēte vt dīa duaz qdratoz duaz lineaz. a.b. z.b.c. piter accepta ad duo qua/ drata duaz lineaz a.d. z.d.c. piter accepta sit sicut dīa dupli superficie. a. b. i. b./ c. ad dupli superficie. a.d. in. d.c. cum autē sint duo quadrata viriusq; sectionis pa/ rtiter accepta rōnale ex ypothesi: duplū vero superficie vnius in alterā portionū viri/ usq; sectionis mediale per ypothe. z. 19. crit vna et eadē dīa duaz superficiez rōnali/ u et duaz mediali: hoc autē ē impossibile: rōnales eni superficies nō differant nūl/ in rōnali superficie: vt p; per diffinitionē rōnali superficie et per. 9. mediolis autē



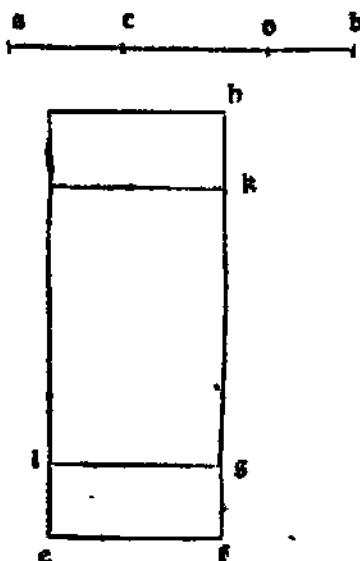
nō differt a mediali nisi i rōnali superficie per.22. hoc aut̄ fit manifestius in figura sic. Sit enī superficies e.f.adūcta ad linea. e.g. equalis ambob⁹ quadratis duaz linea. a.b. z. b.c. pariter acceptis. At g.b. sit equalis duplo superficie vni⁹ in alterā eritq; f.b. equalis quadrato linea. a.c. ex. z. sc̄i: s̄i quoq; sit. k.l. adūcta ad linea. k.m. equalis duobus quadratis duaz linea. a.d. z. d.c. piter acceptis z.m. n. sit equalis duplo superficie vni⁹ in alterā: eritq; ex. z. sc̄i. n.l. equalis quadrato linea. a.c. ideoq; etiam equalis. b.f. est itaq; differentia. e.f. ad. g.b. sicut. k.l. ad. m.n. quare p̄ s̄is p̄missū erit p̄mutatim diff̄erentia. e.f. ad. k.l. z ipsa sit. p̄ sicut. g.b. ad. m.n. z q̄ vtraq; duaz linea. e.f. z. k.l. est rōnalis vtraq; vero duaz linea. g.b. z. m.n. medialis: sequit impossibile videlicet superficiem. p̄. esse rationalem z irrationalē.

Propositio .75.

Nulla linea nisi vna tm̄ residuo mediali primo cōiungi p̄t ut sint ambo sub termino eaꝝ que erāt ante separationem. Hoc quoq; probabit simili mō. Sint enī i vtraq; sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplū vero superficie vni⁹ in alteram rōnale z q̄ vt prius eadē ē differentia quadrator⁹ vni⁹ sectionis ad quadrata alterius que ē dupli superficie vni⁹ ad duplū superficie alterius erit vna z eadem superficies differentia duarum mediariū z duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.

Nulla linea residuo mediali secūdo coniungib⁹ est ut sub termino eaꝝ siant nisi tm̄ que ab ea ante leparata erat. Sit enī. a.c. residuum mediale sc̄i: qui fuit residua abscisa. b.c. ex. a. c. eruntq; ex. z o. due linee. a.b. z. b.c. mediales potentia tm̄ cōcates in mediale cōtinentes dico q̄ ipsa: a.c. nulli linea alij q̄z. c.b. sub hac definitione coniungi p̄t. Sin autem coniungatur linea. c.d. sitq; linea. c.f. rationabilis in longitudine ad quā cōiungatur superficies. e.b. equalis quadratis duaz linea. rum. a.b. z. b.c. pariter acceptis z. e.k. equalis quadratis linea. a.d. z. d.c. pariter acceptis a qua abscindatur. e.g. equalis quadrato linea. a.c. eritq; per. z. sc̄i superficies. l.b. equalis duplo superficie. a.b. z. b.c. z. l.k. per eandē sit equalis duplo superficie. a.d. in. d.c. q̄ ergo quadrata ambaz partū prime sectionis sunt mediale z duplū eritā superficie mediale incommensurabile duobus quadratis piter acceptis: que nescire diligens geometra nō poterit qui positiones diligenter seruauerit et superficies. e.b. medialis cū ipsa sit equalis duobus quadratis piter acceptis z superficies. l.b. medialis cū ipsa sit equalis duplo superficie vni⁹ i alterā: per. 20: igitur ē vtraq; duaz linea. f.b. z. g.b. rōnalis in potentia tm̄. z q̄ vna est incommensurabilis abij: es ꝑ superficies. e.b. est incommensurabilis superficie. b.l. sicut duo quadrata duplo superficie: erit ex. 68. linea. f.g. residuum quare linea. f.g. que est residuum componitur linea. g.b. vt sint ambo sub termino earum que erant ante separationem. S̄i quoq; probabis candem. f.g. cuꝫ linea. g.k. componi eadē conditione medianibus superficiebus. e.k. z. k.l. quarum prima est equalis quadratis duarum linea. a.d. z. d.c. pariter acceptis: z secunda duplo superficie vni⁹ us in alteram: quod est impossibile per. 74. z bſc modus demonstrationis potest esse communis. 75. ceterisq; sequentibus eam.



Propositio .78.

Nulla linea minori contingibilis est ut sub termino suo fiat nisi tantum que ante sibi abscisione contingebatur.

Intellige quid sit linea minor: quod si oblitus es consule .21. et sine obiectione ocludes propositum. Si quemadmodum i. .74. processeris: poterisque si libuerit quemadmodum i. .76. procedere. **Propositio .78.**

In ea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi unum tantum componi non potest ut sub eam termino fiant. **Q**uid sit linea que proponitur ex .72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per banc .78. dicitur demonstrare a processu .75. in quoque non denias. sed sicut i. .76. si te delectaverit igeio duce poteris procedere

Propositio .79.

In ea que iuncta cum mediali facit totum mediale nisi una linea tantum iungi nequit ut sub eam termino fiant que erant ante separationem. **C**huius linee que iuncta cum mediali componit totum mediale infra est .73. de quo hec .79. enunciat sic adducere cogoris sicut de residuo mediiali secundum quod per .76. enunciatum est plusisti.

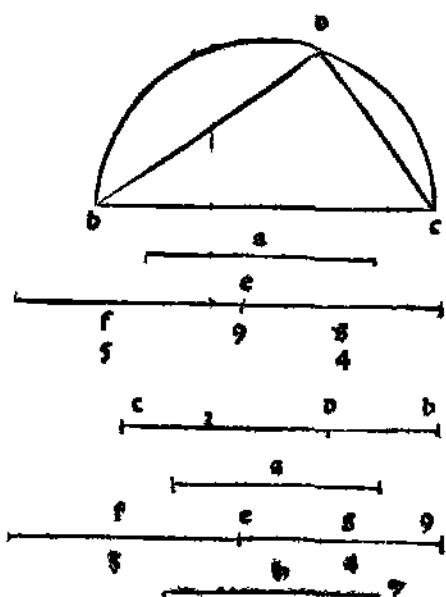
Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo: adiecta quod ipsi residuo linea aliqua sum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius linea adiecta in quadrato lince ipsi toti coincantis in longitudine: fueritque idem totum politer rationali linee in longitudine comensurabile quod positum erat dicetur residuum primum. Si vero linea adiecta posite rationali coincet in longitudine dicetur residuum secundum. Quod si fuerit utraq; rationali posite in longitudine incomensurabilis vocabit residuum tertium. Si fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incomensurabilis eademque tota posite rationali coincet in longitudine nuncupabitur residuum quartum: Si vero linea adiecta posite rationali coincet in longitudine vocabit residuum quintum. Quod si fuerit utraq; posite rationali in longitudine incomensurabilis appellabitur residuum sextum.

Propositio .80.

Residuum primum innestigare. **A**b inventione omnibus speciebus residui facile nos absolvat inventio per ordinem omnium specierum binomij. Nam in qualibet specie binomij si minor portio absindatur de maiori linea reliqua erit residuum satis speciei ut per ex definitionem tam binomio quam residuoque proportionibus tuis in inventiobus residuoque isistentes sic inquiramus primum. Si linea a. rationalis posita cui comensurabilis in longitudine sumatur. b. c. sitque e. numerus quadratus divisus in f. non quadratum. et in quadratum. g. sitque proportio quadrati linee b. c. ad quadratum linee c. d. sicut c. ad f. eritque per ultimam partem. c. d. rationalis in potentia tertia cum itaque sit c. b. potentior c. d. in quadrato lince sibi coincatis in longitudine quod per se sicut in explanatione binomij primi postea ex diffinitione linea b. d. certe residuum primum.

Propositio .81.

Residuum secundum patetfacere. **A**bd hunc residuum secundum sit a. licet rationalis posita: eiique coincas in longitudine c. d. et sit quadratum c. d. ad quadratum b. c. sicut f. ad e. eritque b. d. residuum secundum ex vicione: si dubitas autem possitas non seruas ypothezes aut binomij secundi repetitione indiges.



Propositio .82.

Residuum tertium perscrutari:

C. Residuum tertium sic habetur: posita ut prius a. rationali numeroqz e. quadrato diviso in. f. non quadratum. z. g. quadratum: assumpto / qz. b. numero primo ac quadratum linee. a. ad quadratū linee. b. c. si cut. b. ad. c. sit quadratū linee. b. c. ad quadratū linee. c. d. sicut. e. ad f. eritqz ex diffinitione: de quo si beatis cōsule binomii tertii: linea. d. b. residuum tertium.

Propositio .83.

Residuum quartum innenire.

C. hic sicut in inventione residui primi sit linea. b. c. communicans li nee. a. rationali posite: numerus autem. c. quadratus sit divisus i. f. z. g. quorum sit vterqz non quadratus: sitqz quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. z scis ex diffinitione lineam. d. b esse residuum quartum. si eorum que in inventione binomij quarti vidiceras obli tus non fueris.

Propositio .84.

Residuum quintum demonstrare.

C. Cum residuum quintum invenire libuerit erit linea. c. d. cōmuni cans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: z erit quadratus numerus. e. divisus in. f. z. g. quoqz neuter quadratus sicut in premissa: z erit quadratum linee. c. d. ad quadra tum. b. c. sicut. f. ad. e. ex quibus a diffinitione cōcludere licet: habita sufficienti no ticia binomij quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .85.

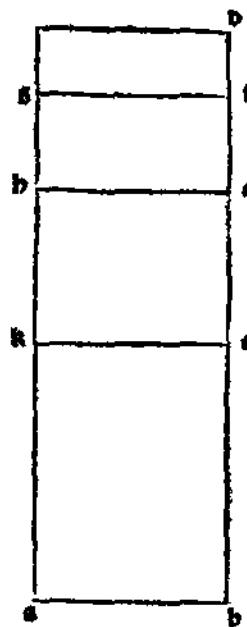
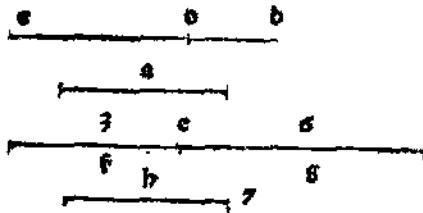
Residuum sextum demum presto sit reperire.

C. Residuum sextum sic reperiatur. erit ut prius linea. a. rationalis posita z. c. numer⁹ quadrat⁹ divis⁹ in. f. z. g. non quadratos z erit. b. numerus primus z quadratum linee. a. ad quadratū linee. c. b. sicut. b. ad e. At vero quadratū. b. c. ad quadratū. c. d. ut. e. ad. f. eritqz ex diffinitione linea. A. b. residuum sextum. cui si nō plane animos tuos assenserit exerceti te conuenit in inventione binomij sexti.

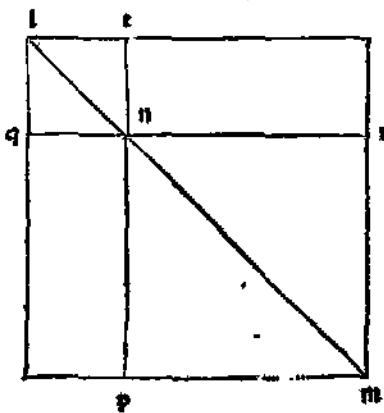
Propositio .86.

Si fuerit superficies linea rōnali atqz residuo primo cōtentus latus eius tetragonicū necesse est esse residuum:

C. Sit superficies. a. c. cōtēta linea rōnali. a. b. z residuo primo. b. c. de co latus tetragonicū superficie. a. c. ee residuum: adiungaf̄ enī ad lineā b. c. linea. c. d. sitqz illa crīus detractio. b. c. fuit residuum p̄imum. Eratqz ex dione. b. d. rōnalis ex longitudine z. c. d. in potentia t̄m. b. d. quoqz erit potētior. d. c. i. q̄drato linea secū cōcāntis i. lōgitudine. dividat iḡt. d. c. p. eq̄lia i. e. z tota. b. d. dividat ea p̄ditione in. f. q̄ inter. b. f. z. f. d. sit. e. d. medio loco p̄potētionalis: eritqz ex sc̄da pte. 13. b. f. cōcans in lōgitudine. f. d. p. g. iḡt vtraqz eaz t̄o/ cat cū tota linea. b. d. q̄re p̄ diffinitionē ambe sunt rōnales in longitudine: ducant̄ itaqz linea. f. g. c. b. z. c. k. equidistantes. a. b. eritqz p. 15. vtraqz duar̄ superficie. a. f. z. g. d. rōnalis: sit quadratū ergo. l. m. eq̄le superficie. a. f. eritqz rōnale z lat⁹ eius rōnale i. potētia. intra illud q̄dratū p̄tracta vianogoli linea. l. m. describār̄ q̄dra/ tpm. l. n. equale superficie. g. d. eritqz ipsum rōnale z ei⁹ latus rōnale in potentia



LIBER



protrabantur autem linea m.p. q.n. vel equidistantes lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum p.r. esse equale superficieis a.c. et eius latus quod est n.p. est residuum. Cum enim linea d.e. sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter b.f. et f.d. erit ex prima sexti superficies d.b. medio loco proportionalis inter duas superficies a.f. et g.d. ideoque et inter duo quadrata l.m. et n.l. cumque ex prima sexti sit superficies l.p. medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata erit. l.p. equalis. d.b. et etiam h.c. et qz quadratum l.n. est equale. g.d. erit t.r. equale. g.e. totus itaque gnomus circumscripsus quadrato m.n. est equalis. c.g. et qz l.m. erat equale. a.f. relinquitur m.n. equale. a.c. quod autem n.p. latum quadrati m.n. sit residuum sic collige. Est enim utramque duarum p.t. t.r. n.l. rationales in potentia eo quod utrumque quadratum l.m. et n.l. est rationale unumque etiam est incomensurabilis alij per primam sexti et. 10. bnius: eo quod quadratum l.m. est incomensurabile. l.r. superficie sicut superficies a.f. superficie b.d. de quibus manifestum est quod ipse sunt incomensurabiles: est enim per primam sexti una etiam ad alteram sicut linea b.f. que est rationale in longitudine ad lineam d.e. que est rationale in potentia tantum ex. 68. igitur linea p.n. que potest in superficem a.c. est residuum: et hoc est quod intendimus.

Propositio .87.

SI superficies aliqua linea rationali residuoque secundo continetur: linea in eandem potest erit residuum mediale primum. In hac quoque argue sicut in premissa ex definitione residui secundi et scda pte. 13. et nona et decimanona et. 15. et. 69.

Propositio .88.

SI linea rationali residuoque tertio superficies contineatur: linea super eam potens residuum mediale secundum. Priori demonstrationi insiste et facile concludes propositum ex definitione residui tertij et secunda pte. 13. et. 9. et. 19. et. 70.

Propositio .89.

SI fuerit superficies linea rationali residuoque quarto contenta linea super eam potens erit linea minor. In hac quoque non aliter procedas quam prius. facile enim erit ibi propositum includere si premissam non despicias ex dione residui quarti et scda pte. 14. et. 9. et. 19. et. 15. et. 21. et sic patet propositum.

Propositio .90.

SI fuerit linea rationali residuoque quinto superficies contenta latus eius tetragonicum erit cum rationali coponens mediale: littere premissa argumentatione ex definitione residui quinti et secunda parte. 14. et. 9. et. 19. et. 15. et. 72. quod propositum est concludere.

Propositio .91.

SI linea rationali residuoque sexto superficies contineatur latus tetragonicum quo super eam potest cum mediiali consistens totum mediale esse comprobatur. Nunc quoque ultimo quod per banc dicitur premisso modo satage concludere ex definitione residui sexti et scda parte. 14. et. 9. et. 19. et. 73.

In his autem oibns processum tuum nibil offendere poterit si primā eamē t pse/
te vidiceris t memoriter teneris : et quid quoqz supponat solerter attenderis.
Qd si forsē de aliquo in quadrato l.m. te dubitare contigerit ad suum equalē in
superficie a.d. tibi recurrendū erit: et patebunt tuo ingenio.

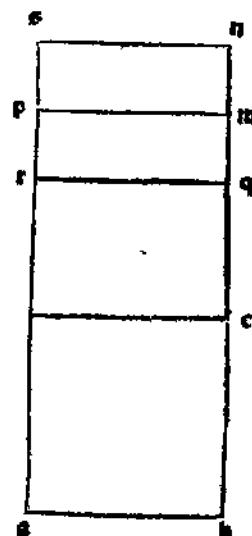
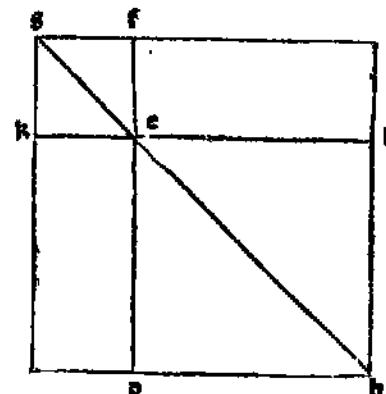
Propositio .92:

Iad līneam rationalem superficies equalis quadrato re/
sidui applicet: alterū lat² residuū primū esse necesse est.
Hec sex sequētes sūt quē se pcedētiū p ordinē. hui⁹ aut pme bec
est intentio qd si sit superficies a.c. adiuncta ad līneā rōnale. a.b. equa/
lis quadrato residuū qd sit. d.e. erit eius latus scdm qd est. b.c. nece/
fario residuū primū. Adiūciatur enī līnec. d.e. que proponitū esse residuū: līnea p
cūlū abscissionē ipsa fuerit residuū: sitqz ei adiuncta. e.f. eritqz ex. 68. vtrqz duarū
līneaz. d.f. t. f.e. rōnalis in potentia t vna eaz incommensurabilis alij: deicribatur
ergo quadratū līnec. f.e. qd sit. c.g. t quadratū. d.e. que posita est esse residuū qd
sit. e.b. t adiūcianē supplementa. d.k. t. f.l. eritqz quadratū. g.b. tanqz quadratum
līnec. d.f. t quadratū. e.b. erit sicut superficies a.c. erit etiā vtrūqz quadratoz. g.
b.t.g.e.rōnale. Sit igitur superficies a.m. adiuncta ad līneā. a.b. equalis qd ratō
g.b. eritqz ob hoc rōnalis: quare per. 16. linea. m.n. est rōnalis in longitudine: sup/
ficies vero. p.n. sit equalis quadrato. e.g. que etiā pppter hoc erit rōnalis t p. 16. li/
nea. m.n. rōnalis in longitudine. itaqz tota linea. b.n. est rōnalis p. 9. dividat eū
c.n. per equalia. m.q. t duarū. q.r. equidistans. a.b. eritqz ex prima sexti. c.r. equa/
lis. r.n. Manifestū vero ē qd cū tota superficies a.n. sit equalis duobus quadratis
g.b. t. e.g. pariter acceptis que sunt quadrata duarū linearū. d.f. t. f.e. t superficies
a.c. sit equalis quadrato līnec. d.e. qd est. e.b. erit per. 7. scdm superficies residua ex
a.n. que est. c.f. equalis duplo superficie ex. d.f. in. f.e. quare t horum dimidia que
sunt. r.n. t. d.g. necesse est esse equalia. cūqz igitur ex prima sexti sit superficies d.g.
medio loco pporionalis inter uno quadrata. g.b. t. g.e. eritqz superficies. r.n. me/
dio loco pporionalis inter duas superficies. a. m. t. p.n. ideoqz pcr primā sexti
erit et linea. q.n. medio loco pporionalis inter duas lineas. b.m. t. m.n. cumqz sit
q.n. dimidiū linee. n.c. t linea. b.n. diuisa p punctum. m. in duo cōcentia iter que
cadit. q.n. medio loco pporionalis: sequit ex prima pte. 13. qd linea. b.n. sit poten/
tia linea. n.c. in quadrato līnec secū cōcantis i longitudine: qd ergo superficies d.g
est medialis ex. 19. ex hypothesi autē superficies. c.r. sibi equalis medialis t linea. c.q.
rōnalis in potentia triū per. 20. ideoqz etiā duplū ei⁹ qd ē linea. n.c. ē. rōnalis tētū i
potentia: qd ergo. b.n. ē rōnalis in longitudine cōcans linea. a.b. posite rōnali et
potentia. n.c. i quadrato līnec sibi cōmunicatis i longitudine: sequitur ex diffinitiō
ne linea. b.c. cē residuū primū: qd ē ppositū.

Propositio .93:

Am adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residuū
medialis primi ad līneam rationalem: alterum latū eius
erit residuum secundum.

Chic erit linea. d.e. residuum mediale primū t linea. e.f. erit linea
illa per cuius abscissionem. d.e. fuerat residuum mediale primū: di/
co qd. b.c. erit residuum secundum quod nescire non poteris si demonstrationē pcr
missile quonqz eam solido amplectaris habitu institeris t qualcs lineas opozeat
et. d.f. t. f.e. Vigilanter attenderis: de quo si dubitas. 69. requirienda erit.



Propositio .94.

Si superficies equalis quadrato residuum medialis scdm apparet, cara fuerit ad lineam rationalem: alterum latus eius residuum tertium esse contineat.

Chic etiam erit d.e. residuum mediale scdm e sequetur ut sit c.b. residuum tertium quod ut facile per duas priime demonstrationi istas et quales lineas prouierat esse d.f. et f.e. ex. 70. collige.

Propositio .95.

Um adiuncta fuerit linee rationali superficies equalis quadrato linee minoris latius eius scdm erit residuum quartum:

CSi fuerit d.e. linea minor afferit bcc. 95. qd.b.c. erit residuum quartum: est autem sumendus ex. 71. quales lineas esse necesse sit d.f. et f.e. cum d.e. fuerit linea minor: et est astriuendum propositum pmisso modo: ex parte qd in hac et duabus sequentibus necesse est linea b.n. divididi ad punctum m. in duo incomensurabilia que in tribus premisis dividebantur necessario in duo comensurabiliis: neminem tribus pmissis fuerant une lineae d.f. et f.e. coicantes in potentia tripla et ideo earum quadrata coicentia: propter qd et superficies a.m. et p.n. quadratis earum equaliter coicentes. Quapropter etiam et duae lineae b.m. et m.n. ideoqz sunt in tribus premisis linea b.n. potentior linea n.e. in quadrato linee secum comunicantis in longitudine ex prima pte. 13. In hac autem et duabus sequentibus sunt duae lineae d.f. et f.e. incomensurabiles in potentia ut appareat ex. 71. et 72. et 73. et ideo earum quadrata propter qd et superficies a.m. et p.n. incomensurabiles propter qd et duae lineae b.m. et m.n. incomensurabiles. ideoqz per primam pte. 14. tam in hac qd in duabus sequentibus necesse est linea b.n. esse potentior linea n.e. in quadrato lineis sibi incomensurabilis in longitudine: cetera perquire ut prius.

Propositio .96.

Ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali co-stituentis mediale equale superficies adiungatur: latus eius secundum erit residuum quintum.

Cpone similiter hic linea d.c. esse illam que invenia cum rationali proponat totum mediale et attende ex. 72. quales lineas oporteat esse d.f. et f.e. et concludes sicut offendiculo si prius habite demonstrationi oportune institeris illam. b.c. esse residuum quintum.

Propositio .97.

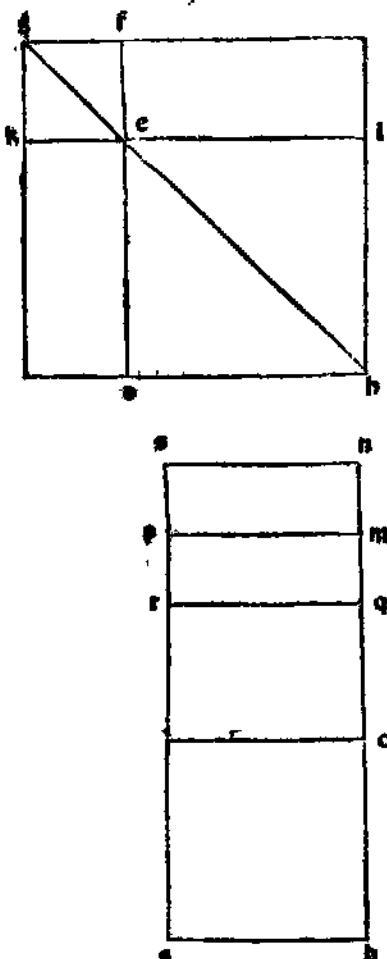
Ad lineam rationalem superficies equalis quadrato linee cum mediiali componentis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

Cnunc viximo contineat linea d.c. esse illam que invenia cum mediiali coponit totum mediale cui adiuncta linea e.f. que videlicet sit illa per cuius abscisionem linea d.e. fuerat que proponitur si quales lineas d.f. et f.e. esse oporteat ex. 73. vidiceris priori argumentatione firma mente tenueris sine obiecto quoqz linea b.c. esse residuum sextum cocludere poteris. Si autem fortassis in aliquo dubitate prigerit quicquid illud fuerit de quadrato g.b. ad sibi equali superficie a.n. differendum erit: et sic patet propositum nostrum.

Propositio .98.

Mnis linea residuo pmeasurabilis ipsa quoqz in termio ratione est idem residuum

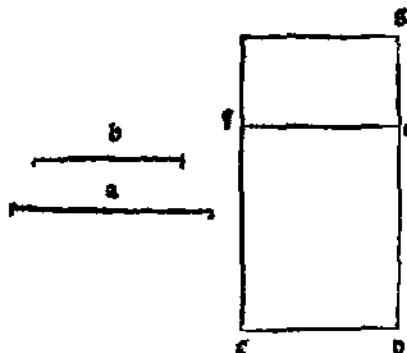
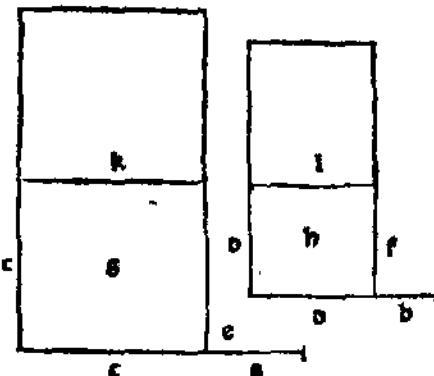
CQd. 60. et quartus. ea sequentes de binomio eiusqz comitibz quinqz pposuerunt bcc. 95. et quartos. eam sequentes de residuo suisqz quinqz



comitibus verum esse proponunt: quibus qui usq; ad solitum habitum insisterit
bas ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cōicantia in longitudine et
potentia tantum dictum est: in his quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea
residuo cōmunicans in longitudine sive in potentia tm ipsa etiā est residuum. sed
si communicat in longitudine: non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdem spēi
residuum. Verbi gratia: linea cōmunicans in longitudine residuo primo est resi-
dū p̄mū: et secundo cōicantis est scđm. sic quoq; in ceteris: Qđ aut linea communi-
cat residuo in potentia tantum: ipsam quoq; necesse est esse residuum sed nō eius-
dem speciei: imo impossibile est vt linea cōmunicans in potentia tantū residuo pri-
mo aut scđo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie
sed necesse est vt abo cadat simul sub trib⁹ primis speciebus aut abo simul sub tri-
bus postremis. Sit itaq; exempli gratia. a. residū cui cōmunicet. b. in longitudi-
ne: dico qđ. b. erit residū eiusdem speciei cū. a. Adiungatur enim linea c. ad lineaq;
a. et cum illa sit per cuius abstensionē. a. fuit residū: et ad. b. adiungat alia que sit. d.
ad quā sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. si tq; composita ex. a. et. c. e. composita vero ex
b. et. d. sit. f. eritq; ex permutata proportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et p. 13. quin-
ti erit. c. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. cum itaq; a. cōmunicet cum. b. cui per
lo. c. cōmunicans cum. d. et. c. quoq; cōmunicans cum. f. et quia etiam est necesse/
rio ex p̄mutata proportionalitate. c. ad. c. sicut. f. ad. d. sequitur p. 12. vt si fuerit
e. potentior. c. in quadrato linea sibi cōicantis in longitudine vel si forte incomen-
surabilis: sit similiter. f. potentior. d. at qđ omnis linea cōmunicans in longitudi-
ne linea rationali est similiter illi rationali: similiter dico quia ambe erant rationa-
les in longitudine vel ambe in potentia tantum: sequitur ex diffinitionibus resi-
duum ut. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si autē. b. cōmunicat in potentia
tantū cum. a. ipsa quoq; erit residuum non tamen eiusdem speciei necessario. sed
quādmodū dictū est: cuius demonstratio ex his que in. eo. de binomij dicta sunt
colligenda est.

Propositio .49.

 Omnis linea vtrilib⁹ residuo mediali cōmunicans: est sub
ipsius termio et ordine residū mediale. Ueze est qđ dicāt
sive cōicet linea cum vtrilibet residuo mediali in longitudine sive in
potentia. Sit enim. a. vtrilibet residū mediale cui. b. cōicet in lōgi-
tudine v̄l potētia. dico qđ. b. ē etiā residū mediale qđ fuit. a. adiū-
gat enī linea. c. ad linea. a. et sit. c. p̄c⁹ abstensionē. a. fuit residū mediale: et ad. b.
adiūgat alia q̄ sit. d. sitq; b. ad. d. sicut. a. ad. c. totaq; p̄posita ex. a. et. c. sit. e. et ex;
b. d. sit. f. describāt igit̄ q̄drata. c. et. d. q̄ sint. g. et. b. et sup̄ficies. e. i. c. sit. k. et. f. i. d. et
sit. l. Et qđ ē v̄l p̄m⁹. e. ad. f. et c. ad. d. sicut. a. ad. b. sit. aut. e. et. c. mediales potentia-
tē tñ cōicantes ex. 49. et. 70. sequit̄ ex. 21. vt. f. et. d. et. c. cōicantes. sint etiā mediales po-
tentia tm cōicantes: p̄stat aut̄ ex prima sexti qđ sit. k. ad. g. sicut. c. ad. c. et. l. ad. b. sicut
f. ad. d. et qđ ē. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequit̄ ut sit. k. ad. g. sicut. l. ad. b. Et p̄mutati. k.
ad. l. sicut. g. ad. b. cū g. g. cōicet cū. b. sequit̄ vt. k. cōicet. cū. l. Si igit̄. k. ē rōnale qđ
ē in residuo mediali primo erit etiā q̄ diffinitionē. l. rōnalis q̄re p. 59. b. etiā ē resi-
dū mediali primo. si aut̄. k. sit medial qđ ē in residuo mediali scđo: erit p. 21. etiā. l.
medialis: ideoq; b. p. 70. residū mediale scđo q̄re p̄stat p̄positū. Idē aliter. Si linea
b. cōicat cū linea. a. q̄ ē vtrilibet residū mediale i lōgitudine i potētia sit sup̄ficies
a. c. adiūcta ad lineā rōnale. c. d. eq̄lis q̄drato. a. et. f. g. eq̄lis q̄drato. b. enīq; ob hoc



LIBER

c.e.z.f.g.cōcantes quēadmodū e quadrata linearum.a.z.b.eis equalia. ideoqz p
primam sexti z. 10.buius.d.e.z.e.g.sunt cōcantes in longitudine: z quia si. a.est
residuum mediale primū:est:linea.d.e.est residuum scōm per.93.z si.a.est residuum
mediale scōm:linea.d.e.est residuum tertium per.94.at cum.d.e.est residuum scōm
linca.e.g.est etiam residuum scōm e cū illa ē tertium:sunt z hic est tertium per.98.seqū
tur itaqz ex.87.z.88.vt.b.sit residuum mediale primū aut secundū prout fuerit. a.est
sic pater quod intendimus.

Propositio .100.

S linea aliqua linea minori cōmunicet. ipsa quoqz erit linea minor.

Facile est hanc probare dupli modo sicut pmissam: siue cōmuni/
cer lines aliqua cum linea minori in longitudine sine in potentia hoc
aut apposito quātū ad primū modū qz cum sit.f.ad.d.sicut.e.ad.c.
erit ex scda pre. 18.sextri quadratū.f.ad quadratū.d.sicut quadratū.e.ad quadratū
c.e coniunctum quadrata duaz linearum.f.z.d.ad quadratū.d.sicut quadrata du
arum linearum.e.z.c.ad quadratum.c.z permutatim quadrata duaz linearum.f.
z.d.ad quadrata duaz linearum.e.z.c.sicut quadratū.d.ad quadratum.c. dicit
autē quadratū.d.ad quadratū.c.ergo duo quadrata duaz linearum.f.z.d.pariter ac
cepta cōciant cū duobus duaz linearum.e.z.c.piter acceptis: z quia ex.17.quadrata
duarum linearum.e.z.c.pariter accepta sunt rōnale: erit autē per diffinitionē e duo
duaz linearum.f.z.d.pariter accepta rationale. Lūqz sit superficies.k.medialis crit
etīa.l.Ibi cōmunicans mediatis: igitur ex.71.b.est linea minor. Quantū autem
ad scōm modū erit per.95.linea.d.e.residuum quartum: ideoqz per.98.z linea.e.g.
erit etiam residuum quartum. ideoqz etīa per.99.linea.b.est linea minor.

Propositio .101.

Mnis linea cōmunicans linee cum rōnali componēti me
diale est cum rationali componens mediale:

Uanc quoqz dupli predicto modo nō est difficile probare: siue de
communicantia in longitudine siue de cōcantiā in potentia tantum
intelligatur: sed quantum ad primū modū erunt duo quadrata du
arum linearum.f.z.d.pariter accepta mediale per.21.quēadmodū sunt duo qua
drata duaz linearum.e.z.c.piter accepta ex.72. quibus ipsa cōmunicant z superfici
es.l.erit rationalis: per diffinitionē quēadmodū est superficies.k.ex.72.cum ipsa
cōmunicat: igitur ex.72.b.est cum rationali componens mediale: quantū ad scōm
modū: erit.d.e.residuum quantum ex.69. ideoqz z.e.g.ex.98.quare.b.est cū rōnali
componens mediale.per.90.

Propositio .102.

Mnis linea cōmētūrabilis linee cum mediālī constituēti me
diale est cum mediālī constituēns mediale:

Chic quoqz pone lineā aliquā cōicare cum ea que cū mediālī compo
nit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tm̄ put volue
ris: z dupli modo pmisso siue difficultate plūdes cā quoqz cū me
diālī pponere mediale. erit etīa quantū ad primū modū superficies.l.mediālis quē
admodū z.k.e duo quoqz quadrata duaz linearum.f.z.d.piter accepta mediale si
nt z duo quadrata duaz.e.z.c.z qz duo quoqz duaz linearum.e.z.c.ad.k.sunt duo
duaz.f.z.d.ad.l.cū duo prima non cōmunicat qz duplo.k.ex.73.neqz duo secunda

cōcavunt cū duplo .l.ex. 10. igitur ex. 73.b .est cū mediali cōponēs mediale. quantum autē ad scōm modū erit. d.e.residuū sextū ex. 97. ideoqz t.e.g. ex. 98. quare.b est cū mediali cōponens mediale ex. 91.

Propositio .103.

Si de superficie rationali superficies medialis abscindatur linea i reliquā superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuum aut linea minor.

Cūt eni tota superficies constans ex.a. t.b.rōnalis a qua detrabitur.b. que sit medialis: dico q linea potens in.a. residuū aut ē residuum aut linea minor. Esto namqz linea.c.d.rationalis superficiesqz.c.e. sibi adiuncta sit tāqz.a. t.f.g.tāqz.b. t.tota.c.g.sicut tota.a.b.eritqz.c.g.rōnalis.idcoqz p 16.linea.d.g.rōnalis in longitudine t.f.g.erit medialis.idcoqz per. 20.e.g. rōnalis in potentia tām: est igit ex diffinitione linea d.e.residuū primū aut quartū: ergo per. 36.t.89.linea potens in superficie.c.e. et iō in superficie.a.sibi equalē est residuū aut linea minor: qd ē ppositum.

Propositio .104.

Si de superficie mediæ superficies rōnalis detrabatur linea in reliquā superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale p rimū: aut cum rationali componens mediale.

Chec quoqz sicut p̄missa p̄ba. Erit eni tota.a.b.m editalis.b. aut rōnalis: tunc dico qd in.a.residuum pōt: aut est residuū mediale p̄imū aut cum rōnali cōponens mediale. Lū eni.c.g.equalis sit.a.b.erit per. 20.linea.d.g.rōnalis in potentia tām: t cū sit.f.g.equalis.b.erit per. 16.linea.c.g. rōnalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea.d.e.residuū scōm aut quintū quare per. 87.t.90. latus tetragonici superficie.c.e. et ideo superficie.a.est residuū mediale p̄imū aut cum rationali componens mediale: quod est p̄positum nostrum.

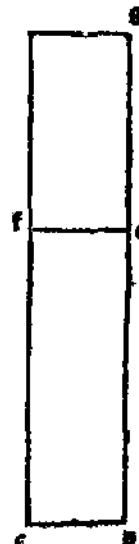
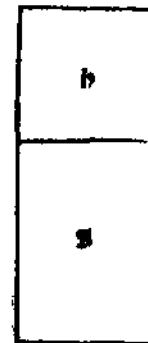
Propositio .105.

Si superficies mediæ superficie mediæ detrabatur fuit reliquæ toti incomensurabilis que in ipsam reliquā potest: alterutra erit duaz irrōnaliꝝ videlicet aut residuum mediale scōm aut cum mediali componens mediale.

Cū si a duaz p̄missaz demostratio non devias concludes sine difficultate p̄positū. Sint eni tota.a.b. t.b.mediales t sit.a.reliqua incomensurabilis toti: alter eni esset.a.medialis ex. 21. t eius lat² tetragonici mediale ex. 19 tunc dico q linea potens in.a.est residuū mediale scōm aut cū mediali cōponens mediale.nam cū sit.c.g.equalis.a.b.erit p. 20.linea.d.g.rōnalis in potentia tām per eandē quoqz cum sit.f.g.equalis.b.erit etiā.e.g.rōnalis in potentia tām t cum sit.a.incomensurabilis toti.a.b.erit.f.g.incomensurabilis.c.g. ideoqz per primā sexti t. 10.binus erit etiā.e.g.incomensurabilis.d.g. igit a diffinitione linea.d.e. erit residuū tertiu aut sextū: qre p. 88.t.91.latus tetragonici superficie.c.e. et iō superficie.a. ē residuū mediale scōm aut cū mediali componens mediale.

Propositio .106.

Sine az irrōnaliꝝ que sunt residuū t post ipsam subsecute villam alij termino et ordine sub esse impossibile est residuo quoqz binomij terminū vel ordinē cōuenire non est possibile. **C**ult aut p̄ banc. 106.q residuū t alij quoqz linea



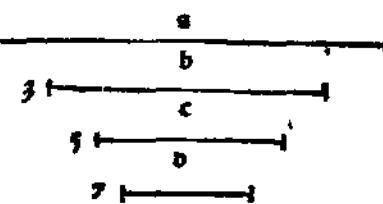
irrōnales eam sequentes differunt specie & dione abīnūcē & nulla līna vna potest
 ēē sub duabūs neqz sub pluribūs sp̄cieō bāz sex lineaꝝ irrōnaliū que sunt residu
 um & eius quinqꝫ comites: & q̄ oēs sp̄ces residui differunt ab oībūs speciebus binō
 miū nec ē possiblē lineaꝝ vna simul esse residuū & binomiuꝫ cuiuscūqꝫ sp̄cici residuū
 vel binomij: Pars prima sic ostat: qm̄ sup̄ficies equalis quadratis residui & suaꝝ
 quinqꝫ comitū cū adiūgant ad lineaꝝ rōale habēt sc̄da latera necessario diversa ab/
 inūcē ex. 92. & quinqꝫ eā sequentibus. sunt autē sc̄da latera residuū primū & se
 cundū & deinceps vsqꝫ ad sextū. Sc̄da p̄ stat hoc modo: si eadē linea p̄t c̄e simul
 residuū & binomiuꝫ. sit. a. cni⁹ quadrato adiūgat ad rōnaliē linea. b. c. sitqꝫ. b. d. erit.
 q̄ ex. 54. linea. c. d. binomiuꝫ primū & ex. 92. residuū primū. inquantū ergo binomiuꝫ
 um primū diuidat in suas binomiales portiones ad punctū. c. sitqꝫ maior portio
 c. e. q̄ erat rōalis i lōgitudine p̄ diffinicionē: iquātū autē ē residuū p̄mū adiūgat ei
 d. g. p̄ t⁹ abscisionē fuerat residuū primū: eritqꝫ etiā ex dione. c. g. rōalis i lōgitudine.
 Lū itaqꝫ sit vtraqꝫ duaz lineaꝝ. c. g. t. c. c. rōalis i lōgitudine erit ēt p. 9. līca. c. g.
 rōal i lōgitudine: at q̄ linea .d. e. ē rōalis i potentia tm̄ cū ipsa sit p̄ ypotbe. maior
 portio binomij p̄mū: erit per .68. linea. d. g. residuū & q̄ ipsa erat rōalis i potentia
 tm̄ cū per eius abscisionē c̄t linea. c. d. residuū sequit̄ impossibile p. 68. Qd̄ ut da/
 riūs pateat: esto sup̄ficies. b. d. adiuncta ad lineaꝝ rationalē. b. c. equalis q̄drato si/
 nee. d. g. cū itaqꝫ linea. d. g. sit rationalis in potentia erit per. 16. linea. c. d. rōa/
 lis in longitidine. at cū etiā linea. d. g. sit residuū erit ex. 92. linea. c. d. residuū p̄mū
 quod ēſe nō potest cum linea que dicitur residuum sit irrōnalis per. 68.

Propositio .107.

Nnea que residuū dicit vllaye irrationaliū que. post eam
 sunt nequit es̄e sub termino binomij aut sub termino & or
 dine vllius ceteraz lineaꝝ irrōnaliū que binomiuꝫ subse
 quuntur: cum autē possibile sit lineaꝝ irrōnaliū seriē in in/
 finitum produci non est possibile vllā carum cum ea que
 precesserit in termino & ordine conuenire.

CUlt per banc ultimā libri. 10. q̄. 13. irrōnales lineaꝝ de q̄ib⁹ in hoc decimo de/
 monstratiū ē & ipse sunt linea mediales binomiuꝫ & ei⁹ quinqꝫ comites residuū & ei⁹
 quinqꝫ comites sunt abīnūcē singule & singulis specie differentes: & q̄ nulla linea
 vna p̄t ēē simul sub dnab⁹ aut pluribūs speciebus eas: & q̄ sp̄ces lineaꝝ irrōnaliū
 p̄nt i infinitū p̄duci q̄p nulla cū alia p̄uenit i dione & ordine. Qd̄ autē hcc. 13. lineaꝝ
 videlz mediales binomiuꝫ & ei⁹. s. comites residuū & ei⁹. s. comites sunt irrōnales de/
 monstratiū ēſe superius mēmento: de mediiali quidē ex. 19. de binomio autē & eius
 quinqꝫ comitib⁹ ex. 30. & quinqꝫ eā sequētibus: at vero de residuo suisqꝫ quinqꝫ co
 mitibus ex. 68. & quinqꝫ eā sequētibus. Nullā autē bāz. 13. lineaꝝ irrōnaliū posse
 p̄uenire in specie cū aliqua alias lineaꝝ sic collige. Esto enī vt ad vna eadēqꝫ lineaꝝ
 rōnaliē in longitidine adiūgan̄t superficies equales quadratis predictaz. 13. linea
 arū irrōnaliū fm q̄ ordine se inūcē sequunt̄: eritqꝫ ex. 20. secundū latus prime ista
 sum. 13. superficerium & quinqꝫ eam sequentiū rationale in potentia tm̄. Sc̄da autē
 latera sc̄de istaz. 13. superficieꝝ & quinqꝫ eam sequentiū erit omnes sp̄ces binomio
 rūs p̄ ordinē videlicet binomiuꝫ primū sc̄m & deinceps vsqꝫ ad sextū ex. 54. & quin
 qꝫ eā sequētibus demonstratiū ēſe memineris. Sc̄da vero latera octauæ superficieꝝ &
 quinqꝫ eā sequētiū sunt sp̄ces residuoz in ordine videlicet residuū primū & residuū

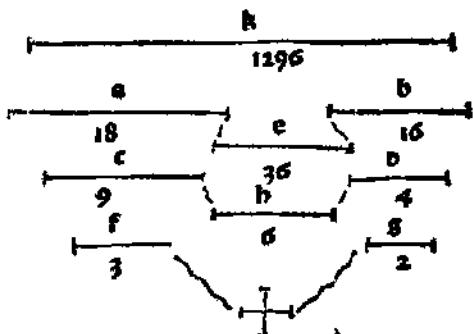
secundū e dīcēps vñqz ad sextū qđ ex. 92. et quinqz eā sequētibus didicisti. Cum
igit̄ ipa linea rōnalis i potētia tm̄ nō cōueniat cū aliq specie binomioz aut cū ali/
qua residuoꝝ quoniā omne binomiuꝝ p. 30. et oē residuū p. 48. ē linea irrōnalis et i lō
gitudine et i potentia. Et cū nulla sp̄s residuoꝝ cōueniat cū aliqua sp̄e binomiorū
ex secūda pte penul. h° decimi: sequit̄ ut ois sc̄da latera bax. 13. superficiez s̄nt ab/
inuicem diversa: Ideoꝝ p primā sexti et ipse. 13. superficies sunt diversæ cū cap̄ om/
niām altitudo sit vna quare etiā bax. 13. lineæ irrōnaliæ ppositæ sunt singule a sin/
golis diuerte. C̄ Possunt aut̄ bax. 13. lineæ irrōnaliæ species in infinitū pduq. in/
finite eni s̄nt sp̄s lineaz medialium. infinite quoqz binomioꝝ et sic de singulis Qd
hoc modo pstat: esto linea. a. medialis. sumaturqz vñitas et quotlibet numeri p̄mi
vi. 3. 5. 7. et s̄nt totidem lineæ. b. c. d. quot sunt sūpti numeri p̄imi. sintqz q̄drata
istaz lineaz. b. c. d. ad quadratū. a. sicut bi numeri p̄imi ad vñitatē: eruntqz lineæ
b. c. d. mediales ex. 21. qm̄ ipse cōicant in potētia cū linea. a. mediali. oēs autē eni
diverse in longitudine ab. a. et a seiuicē p ultimā pte. 7. qm̄ nullius istorum num/
eroꝝ ad vñitatē nec alicuius eoz ad alterꝝ per. 16. et 8. et conelariū sc̄de octauī et p̄
sensis hypothēsis ē pportio sicut numeri quadrati ad numerū quadrati: erit ergo
a. et omnes sibi cōicantes in longitudine sub p̄ma specie lineaz medialiū. b. vero et
oēs sibi cōicantes in longitudine sub sc̄da. c. aut et oēs eidē cōicantes vel cōmensu/
rables sub tertia. d. quoqz et oēs sibi cōicantes in longitudine sub quarta: et q; nu/
meri p̄imi sunt infiniti vt ex. 21. noni didicisti: necesse ē sp̄s lineaꝝ medialiū ē in/
finitas. Qd aut̄ ē dictū de linea mediali itēlige de binomio suisq. 5. comitib⁹: et re/
siduo suisq. 5. comitib⁹: nā sicut ois linea cōicans mediali ē medialis sive cōicer
et in longitudine sive in potentia ut probatū est in. 21. ita etiam omnis linea com/
municans binomio aut alicui suaꝝ quinqz comitū vel etiā residuo aut alicui suaꝝ
quinqz comitū in longitudine vel in potentia est secūdū sub eadē specie ut probatum
est in. 60. et quatuor eam sequentibus 7. 98. et quatuor eam sequentibus. Sunt igit̄
species bax. 13. lineaz irrōnaliū infinite quaz nulla cōueniet cū p̄cedenti in ordi/
ne vel dione. Et huenit quoqz dñe aliter species linearum irrōnaliū esse infinitas
nam omne latus teragoniū superficie dicte a numero nō quadrato est irrōnale
p ultimā pte. 7. et p diffinitionē. cum itaqz tales numeri sunt infiniti: erunt etiā spe/
cies bax. lineaz irrōnaliū infinite. Tertio modo contingit sc̄dam ptem busus vñ/
me conclusionis libri decimi sic exponi: vt dicamus ab vñaquez linea rōnali i po/
tentia tantū infinitas lineaz irrōnaliū sp̄s produci quaz nullā cum aliqua caroꝝ
que ipsa p̄cesserint: possibile est in diffinitione et ordine convenire. Verbi gratia
Sumator aliqua superficie rōnalis dicta a numero nō quadrato ut quiqz: critqz la/
tus eius teragoniū irrōnale i longitudoꝝ: qm̄ ipsū ē incōmensurabile latris te/
tragonico superficie rōnalis dicte a numero quadrato ex ultima pte. 7. dico ergo
q̄ bus latris latus. itemqz sc̄di lateris latus et rursus busus tertij lateris latus et
sic in infinitū: sunt lineæ irrationales tamen in longitudine qz in potentia: et q̄ nulla
earum cōuenit diffinitione vel specie cum aliqua que eā p̄cesserit in ordine. estqz
latus teragonicum p̄missæ superficie quecunqz dicta fuerit a numero non qua/
drato carum omnium sicut radix et principium et quelibet ipsaz est principiū oīm
ipsam sequentiaz: et quecunqz ab aliquo teragonico latre cuiusqz talis superficie
proficiuntur diverse sunt in longitudine et potentia ab omnibus que a quoquam
alio teragonico latre talis superficie generantur et hoc dico cum ip̄sqz superficiez



LIBER

Quibuslibet duobus innicem ductis si quid licet producatur quota latera tetragonica duorum precedentium innicem duces totum tetragonicum laius ipsius producti produces.

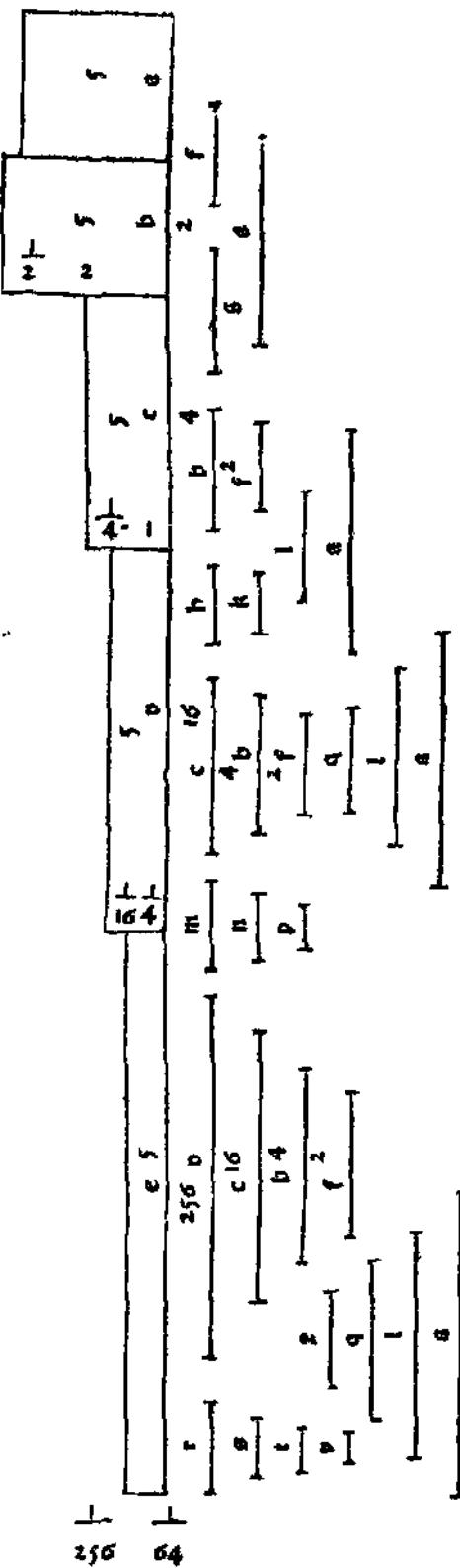
Uerbi gratia sit vt ex. a. in. b. sit. k. ad. c. z. d. sint latera tetragonica. a. z. b. fiat autem. e. ex. c. in. d. sintq; itez. f. e. g. latera tetragonica. c. z. d. z fiat. h. ex. f. in. g. qd co qd. b. est latus tetragnomicū. e. z qd. e. rursus est latus tetragoniciū. k. cum eni ex. f. in se z in. g. fiant. c. z. b. erit. c. ad. b. sicut. f. ad. g. sed z sit. h. ad. d. sicut. f. ad. g. eo qd ex. g. in. f. z in se fiunt. b. z. d. sint igitur. c. b. d. continua pportionales itaqz ex. b. in se quantū ex. c. in. d. quare. b. est latus tetragoniciū. e. eadē quoq; rōne cu ex. c. i se sit. a. in. d. sit. e. z ex. d. in se sit. b. erunt triam. a. c. b. continua pportionales i p/ portioē. c. ad. d. cu igitur ex. a. in. b. sit. k. sequit̄ etiā vt ex. e. i se sit. k. qd. e. est latus tetragoniciū. k. constat itaqz qd dict̄. restat itaqz demonstrare qd propositum est. Sit igitur superficies. a. rōnalis dicta a numero nō quadrato. ut. s. sitq; linea. a. c. te/ tragoniciū latus z sumant̄ quotibz liniee rōnales i lōgitudine qd sint. b. c. d. e. Sint qd dicte a numeris quoq; quisq; precedēs sit tetragoniciū latus proximo sequentis: vt si. b. sit. z. c. 4. d. 16. e. vero. 256. ad bas aūt lineas rōnales in longitudine adiunga tur superficies equalis. a. eruntq; sc̄a latera singulaz rōnalia in longitudine per. 16 vt sc̄m latus. b. z. z dimidiū. secundū. c. vnuz z quarta. secundū vero. d. vna quar ta z vna. 16. ac vero superficie. e. secundū latus erit vna. 64. z vna. 256. sit ergo. f. tetragoniciū latus. b. g. vero sit tetragoniciū latus sc̄i lateris superficie. b. eritq; p/ premissam aūt ut ex. f. in. g. sit. a. rursus sit. b. tetragoniciū latus secundi lateris c. k. quoq; sit tetragoniciū latus. b. eritq; per predictū aūt vt ex. b. in. b. sit. a. z ex. f. in. k. sit tetragoniciū latus. a. qd sit. l. sit itez. m. tetragoniciū latus secudi lateris su/ perficie. d. sed cu. n. sit tetragoniciū latus. m. z. p. tetragoniciū. n. eritq; per predi ctiū antecedens vt ex. c. in. m. fiat. a. z ex. b. in. n. l. z ex. f. in. p. tetragoniciū latus l. qd sit. q. Amplius aūt sit. r. tetragoniciū latus lateris secundi superficie. e. sit quo qd. f. tetragoniciū. r. z. f. z. l. sit et. u. tetragoniciū. t. sequit̄ que per dictū antecedens vt ex. d. in. r. fiat. a. z ex. c. in. f. l. z ex. b. in. t. sit. q. z etiam ex. f. in. u. tetragoniciū latus. q. qd sit. x. z sic in infinitū: bico ergo has lineas. a. l. q. x. quaz. a. est tanq; radicalē principium esse irrationales. a. quidcm in longitudine tantum: ceterē ve/ ro in longitudine z in potentia z bico qd nulla carum conuenit cu alia in diffiniti/ one vel ordine. Luz eni ex. f. in. g. z. k. fiant. a. z. l. erit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. z qd vt p̄z ex dictis ypothetib⁹. g. z. k. sūt incomensurabiles in longitudine z in potentia. sequitur etiā vt. a. z. l. sint incomensurabiles in longitudine z in potentia: eadem ra/ tione. a. z. q. est enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. z propter eandē causam etiā. a. z. x. cu/ sint sicut. g. z. u. z bac via quoq; necesse est vt. l. z. q. sint simpliciter incomensurabi/ les tā i lōgitudine quā in potentia. cum eni ex. f. in. k. z. p. fiant. l. z. q. erit. l. ad. q. vt. k. ad. p. at. k. ad. p. nec commensurabiles sint in longitudine nec in potentia. Si enim sint erunt. b. z. n. commensurabiles. sed non sūr: at vero. l. z. x. oportet ee/ troqz modo incomensurabiles: est enim. l. ad. x. sicut. k. ad. n. co qd ex. f. in. k. z u. sicut. l. z. x. sunt autem. k. z. u. vtroqz modo incomensurabiles. Sinautē acc/ det. d. z. b. esse commensurabiles quod est inconveniens: q. vero z. x. qd sint quoq; incomensurabiles potentia z longitudine ex eo patet qd ē. q. ad. x. sicut. p. ad. u.

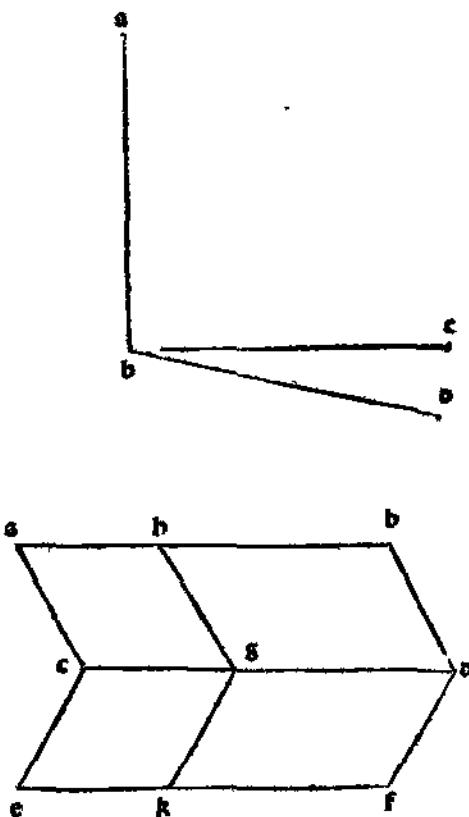


constat autem quod p. et u. sunt incomensurabiles, nam si non erunt, n. i.e. c. comensura bilis. ideoque m. e. s. sed non sunt. **(V)** Manifestum est itaque infinitas lineas irrationales in longitudine et in potentia incomensurabiles et ideo diffinitio et species differentes produci ex linea. a. rationali in potentia tantum. Restat autem nunc ostendere quod quecumque irrationalis linea ab aliqua linea rationali in potentia tantum bac via generantur: diverse sunt ab omnibus tam in longitudine quam in potentia quae a qualibet alia linea rationali in potentia tamen quadratum cuius ad quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum bac eadem via egreduntur: hoc quod ergo sic constat. Sunt a. et b. rationales in potentia tamen sine tetragonica latera duarum superficierum dictarum a numeris non quadratis, sitque ut illi numeri non sint in proportiona aliquorum numerorum quadratorum; lineae quoque que procedunt bac via ab a. sunt c. d. e. et a. b. procedant f. g. h. dico quod nulla ex lineis c. d. e. communicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis f. g. h. cum enim sint c. et f. et tetragonica latera. a. et b. atque d. et g. tetragonica latera. c. et f. et e. et b. tetragonica. d. et g. non est possibile ut aliqua ex c. d. e. coincidat cum sua copari ex f. g. h. vel longitudine vel potentia. Si enim alterutro modo communicet c. cum b. sequitur ut d. communicet cum g. et c. cum f. quare et a. cum b. etiam in longitudine quod est contra positionem. Universaliter autem verum est dicere quilibet harum esse utrumque modo incommensurabilem cuilibet istarum. Dato namque quod d. communicet cum b. etiam in potentia tantum. sequitur ut c. quoque coincidat cum g. et a. cum f. quod non est posibile. Attendere autem oportet quod cum dico latus lateris nihil aliud intelligo quam latus superficie denominata a latere priori. Unde tetragonicum latus lineae a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea a. talis autem superficies est quam continet linea a. et linea rationalis in longitudine dicta ab uno. Si ergo liber interius tetragonicum latus continet lineam. sit linea a. cuius tetragonicum latus volo inuenire b. vero sit linea rationalis in longitudine dicta ab unitate et ipsa est minima omnium linearum rationalium numeratarum ab integris medio loco proportionibus inter eas. sit c. est igitur p. et sexti. c. tetragonicum latus a. idem enim sit ex a. in b. et ex c. in sc. At vero ex a. in b. sit superficies dicta ab a. Quicquid enim a quo liber in unum ductio productetur ab eo quod unum multiplicat denominatur. Et nota quod cum c. fuerit latus tetragonicum lineae a. indifferenter contingit lineam c. esse maiorem linea a. et minorum prout b. etiam fuerit maior aut minor. Explicit liber Decimus: incipit liber Undecimus.



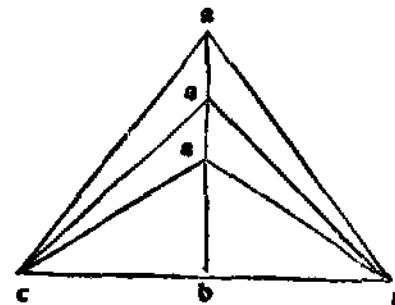
b,c e cu lineas b,d,e cu qualibet alia linea p射r facie a punto b,i piano illo anguli





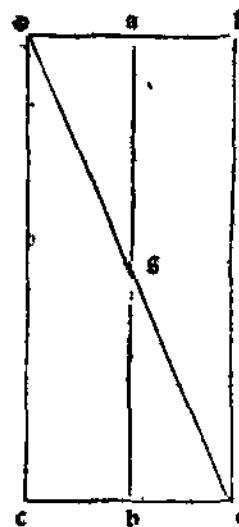
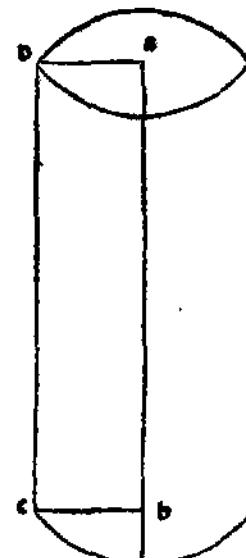
rectū cōtineat ipsa dicetur esse perpendicularis ad illā superficiē in qua p̄trahit
beclineret videlicet. b.c. t. b.d. & alie cū quibus ipsa ponit cōtinere angulū rectū.
CSuperficies autē erecta sup̄ superficiē est quotiēs puncto uno eodem
linee que est cōmūnis terminus illaz superficieꝝ due perpendicularares
cōterminales sup̄stant que rectū cōtinentes angulū in eisdē superficieſ
bus sit̄. **C**Verbi grā imaginemar superficiē. a.b.c.d. ex̄gere superficiē vero. c
d.e.f. iacere: & intelligamus lineam .c. d. esse cōmūnem terminum ambarum
in ea itaqz signet punctus. g. a quo ad linea. c.d. ext̄abent due linee perpendicularares
una vidz i superficie. c.d.e.f. que sit. g.k: & alia i superficie. a.b.c.d. que sit. g.b
si igitur angulus quē continent bee due linee perpendicularares videlicet. g.b. & g.k.
erit rectus superficies. a.b.c.d. dicitur orthogonaliſ erēcta super superficie. c.d.e.f.
CSuperficies equidistātes sānt que in vtrālibz partem protracte nō
concurrent et si in infinitū producantur. **C**Intellectum est quod dicit:
Scire tamē debes q̄ omnes planas superficies aut sunt cōquidistantes ab inuicem aut
in omnē partē p̄trahit cōcurrent alicubi & super rectā linea se secabunt lineaꝝ quāt̄
rectas nō ē necessariū vñ cōquidistantes & in vtrāqz pteꝝ protractas concurren̄t.
Quippe que in eadē superficie nō sunt nec cōquidistant ab inuicē nec tñ quantūlibet
protracte cōcurrent. **C**Equa corpora sunt atqz similia quoꝝ termina
les superficies numero ac quantitate eequales vnius creationis sānt at
qz similes similia corpora sānt que similibus superficiebus numero
equalibus cōtinentur. **C**Si bas duas diffinitiones de corporibus equa-
libus & similiſ nō intelligis ad diffinitionē similium superficieꝝ posita in p̄nci-
pio sexti recurre. **C**Corps seratile dicitur qđ quiqz superficiebus qua-
rum tres parallelogramē sunt due vero triangule cōtinentur.
CDomini quatuor parietes cōquidistantes habenti rectū vnicō fastigio supremis
duorum parietum laterib⁹ equali & cōquidistanti suppositum sc̄i acutis corporis
expressam similitudinem gerit. **C**Spera est transitus arcus circūferentie
dimidiij circuli quotiens sumpto vel sup̄remo semicirculo lineaꝝ di-
ametri fixa donec ad locum inum redeat arcus ipse circumducitur.
CSuper quālibet linea semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota re-
solutione circūducatur corpus quod describitur sp̄era nominat⁹ culis centrū con-
stat esse centrum semicircoli circūduci. **C**Piramis laterata est figura cor-
poꝝ quā cōtinent superficies ab una quaz relique sunt ad vnu op-
positum punctū sursum erēcte. **C**In omni laterata piramide cōncreta superfi-
cieſ ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctū sublenātur qui conus pirami-
dis dicitur sumtoꝝ omnes bee laterales superficies triangule: basis vero frequēter nō
est triangula. **C**Piramis rotunda est figura solida: estqz transitus tri-
anguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continē-
tum fixo & donec vſqz ad locum vnde moneri cepit redeat triangulo
ipso circūducto. Si autem latus fixum lateri circūducto fuerit eequale
erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. Si vero breuiſ
obtusiangula erit. Axis aut̄ ipsi⁹ figure ē latus fixu. Basiqz sua cir-
culis. **C**Igitur autem figura bee piramis columnne rotunde.
CSit trigonus. a.b.c. rectū angulū babcs qui sit. b. figaturqz alteꝝ duoz lateri
ambīetū rectū angulū. b. sitqz latus. d. figit. a.b. quo fixo circūducatur trigon⁹ quo-

usq; ad loci vnde moueri cepit redeat: corpora ergo figura que bsis trigoni motu describitur rotunda piramis appellat: cui⁹ tres sūt orie. Aliis enī est rectangula alia acutangula. Tertia obtusangula Et prima quidē ē qñ latus. a.b. lateri. b.c. fū erit copiale. Esto enī in linea. b.c. cū rotatu trigoni puenet ad sicū lince. b.d. ita q̄ punct⁹. c. cadat sup pūctū. d. fiatq; linea vna. hoc ē vt ipsa tunc pūngat situi a quo moueri cepit sc̄m rectitudinē: eritq; linea hic q̄si. b.c. d. t q̄ ex. 32. p̄mi t. 5. eiusdē angulus. c.a.b. ē medietas recti erit angulus. c.a.d. rectus. idcoq; piramis bcs dicitur rectangula. Si autē latus. a.b. sit longius latere. b.c. erit acutanguli: erit enī tunc ex. 32. p̄mi t. 19. eiusdē angulus. c.a.b. minor medietate recti. ideoq; totus angulus. c.a.d. ē minor recto & acutus: quare piramis acutangula. Qd si latus. a.b. fuerit brevius latere. b.c. erit angulus. c.a.d. maior medietati recti ex. 32. p̄mi et 19. eiusdē & rotus. c.a.d. qui ē duplus ad ipsū. c.a.b. maior recto & obtusus. Igitur & piramis cōvenienter nūc dicāt obtusangula. Axis autē bsis piramidis dicāt il/nea. a.b. basis vero eius circulus qđ describit linea. c.b. super centz. b. dicāt quo/ qđ bcs piramis columnē rotunde illi⁹ videlicet quā motu suo describeret paleologra/mum pueniens ex. a.b. t. b.c. laterc. a.b. manente fixo.



CFigura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitanbus & crassitudine idest altitudine equeles est transitus parallelogrammi rectanguli latere rectū angulum continentē fixo iplaq; sup/ficies donec ad locū suū redeat circunducta diciturq; bcs figura co/lumna rotunda. Columnē itaq; rotunde atq; ipere circuliq; vnu atq; idē est centrū. **S**it paleogrammū rectanguli. a.b.c.d. figuraq; latus. a.b. & eo fixo totū paleogrammū quoq; ad locū suū cadat vel redeat circunducē: corpo/re ergo figura bsis paleogrammī motu descripta rotunda columnā nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus. b. alter vero est quem motu suo designat linea. d. a. & eius centrum est punctus. a. Axis autem. bsis columnē dicatur linea. a.b. que manet fixa in motu paleogrammi. Qd si imaginati lucrūmū parallelogram. m.a.b. c.d. cum peruenierit rotatu suo ad situū. a.b.e. f. coniung/ili situi a quo moueri cepit secundum continuatam superficiē plane: vt scilicet totū sit vna paleogrammū. d. e. f. & protractimus in eo diamestrū. d. e. erit quoq; diameter. d. e. diameter columnē. Qd autē dicāt columnē & sp̄ce & circuli idem esse centrū: intelligi dū cū hoz vna ē eadēq; diameter. Verbi grā diximus enī q. d. e. ē diameter istius columnē Sperā igit̄ atq; circulū quoq; diameter est linea. d. e. necesse est idē centz babere cū centro p̄posito columnē. Sit enī vt linea. d. e. secer linea g.b. in punto. g. eritq; g. centz columnē: dividit enī axem columnē p̄ equalia & dia metrū columnē p̄ equalia qđ p̄g. 25. p̄mi nam angelū qui sunt. a.d.g. sunt equalēs ex. 15. p̄mi & anguli qui sunt ad. a.t.b. recti ex ypotbesi: linea quoq; a.d. ē equa/lis linea. b.e. itaq; d.g. est equalis. e.g. t.a.g. equalis. g.b. cunq; anguli. c. t. f. sunt recti si super punctū. g. sc̄m spaciū. d. g. ac super linea. d. e. circulus describat trā/sibit ex cōuersa prime pris. 30. tertij per puncta. t. c. f. itaq; punctum. g. est centrū circuli cuius diameter est diameter columnē. ideoq; & sp̄ce: quare manifestum est omni parallelogramo rectangulo circulum omniq; columnē rotunde speram esse circūscriptibiles. Sicq; patet q̄ voluit istud theorema.

Angulus corporeus sine solidus est quem continent anguli plani plures qđ duo qui in vna superficie siti ad vnum punctum angularem



conveniunt. **C**ono anguli plani angulum solidum perficere nequeant sicut nec
twe recte linee nequeant superficiem claudere. Angulos quoq; planos solidū au/
gulum continentis in eadē superficie nō convenit esse sitos sed in diversis quād/
modū duas rectas lineas planū perficientes angulum non conuenit sibi invicem
secundū sitū rectitudinis applicari. **C** Similes sunt figure corporee rotūde
sine sit colūne sive earū piramides quāz axes diametris suarū basiū
sunt proportionales. **P**ropositio .1.

Inne recte partem esse in plano & partem in sublimi ē im
possibile.

Sit linea. a.b..recta. dico q̄ non est possibile ut pars eius sit in
plano & pars sursum elevata. si enī est possibile sit pars ei⁹ que est. a.
c. sita. in plano & pars eius que ē. c. b. in sublimi posita & protrabat
directe. a. c. in plano in quo ipsa sita est vsq; ad. d. eritq; ut vni eidemq; linee que
est linea. a. c. duc linee penit⁹ diuersae que sunt lineas. c. b. & c. d. ex eadē parte directe
adjacent q̄ est impossibile ex. 13. p̄imi. **P**ropositio .2.

Duae linee dñe quarum altera alteram lecat in vna sup
fice site sunt omnelq; triangulus in vna superficie totus con
sistit.

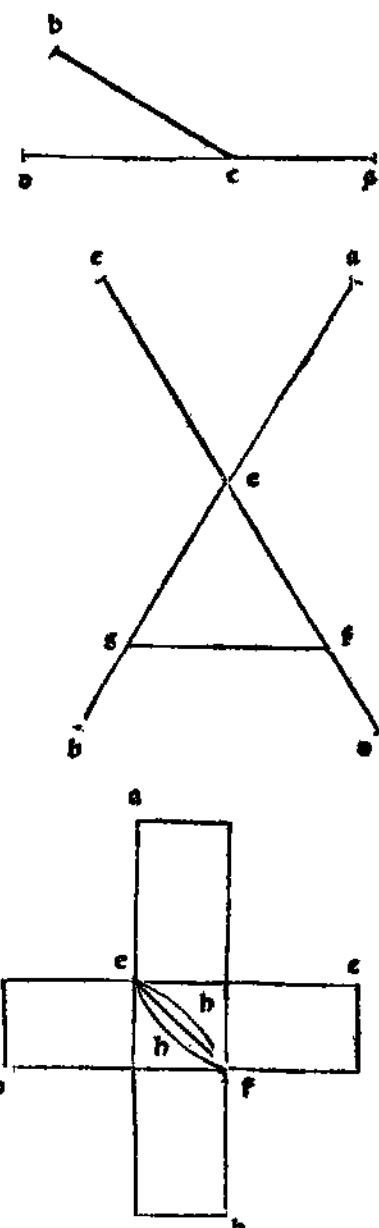
Sint duc linee recte. a. b. & c. d. se invicem secantes in punto. c. bi
co eas esse in superficie vna & omnē triangulū dico esse in superficie
vna totū. signetur enī punctus. f. in linea. c. d. & punctū. g. in linea. a. b. & duca⁹ li
nea. f. g. Quia igitur impossibile est q̄tq; trianguli. e. f. g. esse in plano & ptem i sub
limi quin etiam suarum terminaliū lineaz vnius aut plurim pars similiter sit in
plano. & pars similiter in sublimi cum de lincis hoc sit impossibile per premissam
erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus. e. f. g. est in superficie
vna. Ex hac igitur secunda parte & premissa cōstat p̄ima ps huius propositionis. **P**ropositio .3.

Duorum superficieꝝ se invicem secantū cōmuniſ
sectio est linea recta.

De planis superficiebus intellige & verum erit q̄d dicitur. Sint ita
q; due superficies plane. a. b. & c. d. se invicem secantes dico q̄ caro
cōmuniſ sectionis eaz que cōtinuerit per lineā rectā que sit. e. f. si igitur linea. e. f. est
in vtraq; duaz superficieꝝ. a. b. & c. d. p̄positū: at vero si in neutra aut si nō in
altera: cū ambo puncta. e. & f. sint in vtraq; superficieꝝ. a. b. & c. d. in ea superficie in
qua ipsa nō fuerit protrabat linea recta que sit. c. b. f. erit igit̄. due recte linee. e. f. &
e. b. f. h̄ntes duos terminos cōes q̄d ē impossibile. sic enī due recte linee includeret su
p̄ficie q̄d ē p̄ petitionē vltimā p̄m libri. **P**ropositio .4.

Ifuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linea
rum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficie
perpendicularis erit.

Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super incisionē duarum linea



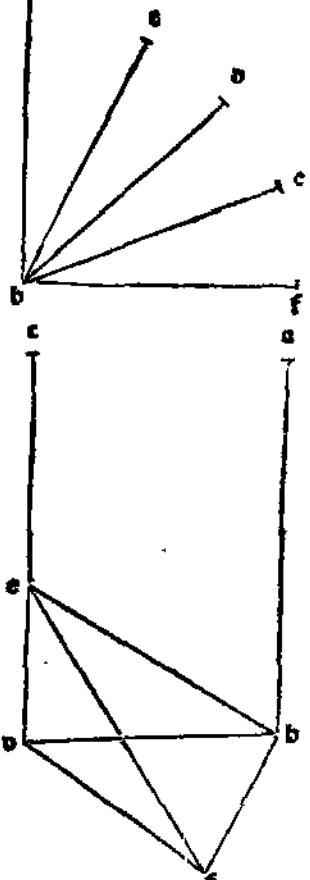
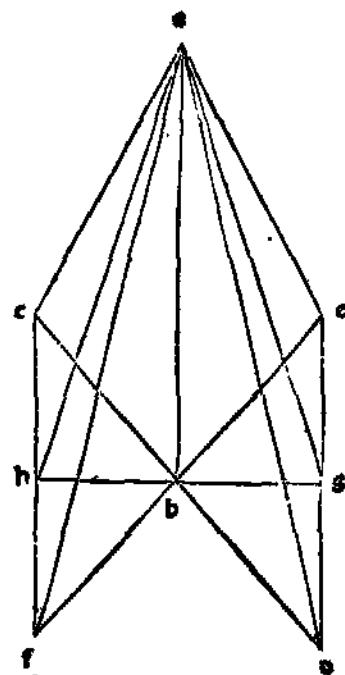
e.d.z.e.f. secatiū se in punto. *b.* de quibus p̄stat p̄ antepremissā q̄ ipse sunt sita in vna superficie dico q̄ linea. *a.b.* p̄pendicularis ē ad ipsaz superficie. Sint enī. *c.b.z.b.d.* cōquales at vero. *f.b.z.b.e.* cōquales z̄ p̄trahant̄ lince. *e.d.z.c.f.* que erūt equales per. 4. p̄imi z̄ cōquidistantes p̄. 27. eiusdē. Signato itaq̄ puncto aliquo i linea *e.d.* qui sit. *g.* ducat̄ linea. *g.b.b.* eritq̄ ex. 26. p̄imi. *e.g.* equalis. *f.b.* igit̄ a punto *g.* vel quoniam puncto linea. *a.b.* ocmittant̄ p̄pothemis aliter linea. *a.c.ad.a.e.a.f.a.g.a.b.* eritq̄ ex. 4. p̄imi. *a.c.* equalis. *a.d.z.a.c.eqlis.a.f.* Itē p̄. 8. eiusdē *eqlis* erit agulus. *a.e.d.eqlis* agulo. *a.f.c.* ergo per. 4. ipsi⁹ erit. *a.g.eqlis.a.b.* z̄ idcoq̄ p̄. 8. eiusdem erit angulus. *a.b.g.* equalis angulo. *a.b.b.* quare ex diffinitione vterq; ē rectus z̄ linea. *a.b.* p̄pendicularis ad lincā. *g.b.* Simili quoq; mō p̄babis eādē elle p̄pendicularē ad oēs lincas p̄tractas a punto. *b.* in superficie duaz lincaz. *c.d.z.c.f.* igit̄ ex dione constat linea. *a.b.* ē p̄pendicularē ad superficie i qua sita sūt due lincas *c.d.z.e.f.* scinuicē secates qđ ē p̄positū.

Propositio .5.

Si super tres lincas cōterminales cōi eaz termino erecta linea quedā orthogonaliter insistat eedē tres lincas i vna superficie sita erunt. **C**sit linea. *a.b.* orthogonaliter erecta super cōm terminū triū lincaz. *b.c.b.d.b.e.* angulariter se cōtingentū in punto. *b.* quaz nulla aliū directe applicetur qđ idem ē ac scinuicē secant̄ in punto. *b.* protracte enī se secabant̄ dico q̄ tres lincas. *b.c.b.d.b.e.* sunt in vna superficie sita. Constat autē de quibusq; eaz duab⁹ q̄ ipse sunt in vna superficie sita per scōam hui⁹ vcl p̄ primā p̄tē. 2. *bui⁹.* si igit̄ linea. *b.d.* nō fuerit in superficie duaz lincaz. *b.c.e.b.e.* sed ille duo i plano: hoc autē in sublmi: erit vt. bcc sūper ficies in qua sita sunt due lincas. *a.b.z.b.d.* si protrahatur z̄ p̄ illud qđ notū est sup̄ quartā fecer illā in qua sita sunt. *b.c.z.b.e.* eritq; per. 3. *bui⁹ cōis eaz* sectio linea recta z̄ ipsa sit. *b.f.* q̄ igit̄ ex premisa linea. *a.b.* ē p̄pendicularis ad superficie duaz lincaz. *b.c.z.b.e.* sequit̄ ex diffinitione vt ipse sit perpendicularis ad lincā. *b.f.* quare auglus. *a.b.f.* est rectus cumq; etiā angulus. *a.b.d.* sit rectus ex p̄pote si. sequitur impossibile videlicet p̄tē suo toti ē equalē.

Propositio .6.

Si fuerint due lincas super vna superficie p̄pendicularares eas cōdistātes ēc necesse est. **C**sint due lincas. *a.b.z.c.d.* p̄pendicularares ad vna superficie dico eas cōs cōquidistantes: protrahat̄ enim linea. *b.d.* eruntq; ex dione duo anguli. *a.b.d.z.c.d.b.* recti. si igit̄ due lincas. *a.b.z.c.d.* sint in superficie vna ipse sunt cōquidistantes p̄ scōaz partē. 28. p̄imi: ipsas autem esse in superficie vna sic collige: a punto. *b.* super lincam. *b.d.* in piano cui perpendiculariter insistunt. *a.b.z.c.d.* p̄trah̄ orthogonaliter lincam. *b.f.* z̄ ex linea. *c.d.* sume. *d.e.* equalē. *b.f.* z̄ protrah̄ lincas. *e.b.z.e.f.* erunt igit̄ duo latera. *e.d.z.d.b.* trianguli. *c.d.b.* equalia duob⁹ lateribus. *f.b.z.d.b.* trianguli. *f.d.b.z* angulus. *c.d.b.* equalis angulo. *f.d.b.* ut vterq; sit rect⁹. ita qđ per quartā primi linea. *b.e.* ē equalis lince. *d.f.* itēq; cū duo latera. *e.b.z.b.f.* tri anguli. *e.b.f.* sint equalia duob⁹ lateribus. *f.d.z.d.e.* trianguli. *f.d.e.z* basi. *e.f.* cōis erit p̄. 8. p̄imi angulus. *e.b.f.* equalis angulo. *f.d.e.* cū vterq; sit rect⁹: qđ igit̄ angul⁹. *f.d.e.* ē rect⁹ a dione erit etiā angul⁹. *e.b.f.* rect⁹: itaq̄ linea. *f.b.* p̄pēndicula riter ē erecta sup̄ cōm terminū triū lincaz. *b.a.b.d.b.e.* se p̄tingētiū angulariter i punto. *b.* qđ p̄ p̄missa ipse sit i superficie vna: cū igit̄ ex p̄ma parte b⁹ sita linea. *c.d.*



LIBER

sit in eadem superficie. cum vtracqz linearum.e.b.z.b.d.sequitur.a.b.z.c.d.esse i
superficie vna: Constat ergo propositum.

Propositio .7.

Si in duabus lineis equidistantibus duob⁹ punctis signa,
tis ab altero ad alterū recta linea ducat: in qua superficie.
ille due linee sita sunt eam quoqz in eandem sitam eē ne/
cessario comprobatur.

Csint due linee. a.b.z.c.d. equidistantes de quibus constat
per dissimilatem q ipse sunt in superficie vna: in eis autem signentur duo puncta.
e.z.f.z producatur linea recta.e. f. dico itaqz lineam.c. f. esse sitam in superficie li
nearum. a.b.z.c.d. Si autem sit. e.f. in alia superficie vt in sublimi dependens q
superficies si protrahatur secabit necessario superficiē in qua sita sunt duce linee. a.
b.z.c.d. eritqz per. 3. huius cōmuni sectio earum linea recta eisdem punctis ter
minata quod est impossibile. sic enī due recte linee cōcluderent superficiem.

Propositio .8.

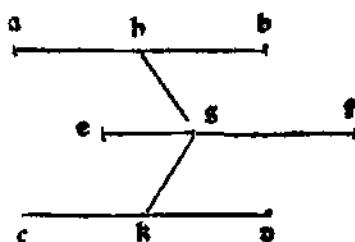
Si in idem planū due recte linee equidistanter erigantur
altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoqz
ad idem planum perpendiculararem esse conueniet.

Chec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee. a.b.z.c.d. equi/
distantes et sit earum altera vt.c.d. erecta perpendiculariter super
superficie quālibet: dico reliquā earum que est. a.b. esse perpendicularē ad eandē
superficiem. Hiat enim prousus eadem dispositio que in sexta: eritqz ut ibi vtracqz
duoz anguloz. f.d.b.z. f.b.e. rectas: primus quidem per positionem. secundus au
te per. 5. primi: quare p. 4. huius linea. f.b. ē perpendiculariter erecta super superficiem i
qua sunt due linee. b.d.z.b.e. cūqz per premissā due linee. a.b.z.c.d. sint in eadem
superficie cum duabus lineis. b.d.z.b.e. sequitur linea. f.b. esse perpendiculariter etc.
etā supra superficiē in qua est linea. b.a. a dissimilione igitur erit angulus. f.b.a. re
ctus qz etiam angulus. d.b.a. est rectus per ultimā partē. 29. primi: sequitur per
quartam huius lineam. a.b. esse perpendicularē ad superficiem in qua sita sunt
due linee. b.d.z.b.f. quare constat propositum.

Propositio .9.

Si due linee vni non in vna superficie equidistat eas quo/
qz sibi inuicem equidistare necesse est.

Csit vtracqz duarum linearum. a.b.z.c.d. equidistantes linee. e. f. nec
sint omnes in superficie vna: dico qz eadem quoqz sibi inuicem sunt
equidistantes: de his quidē que sunt omnes in superficie vna probatū
est pcr. 30. primi: at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic. e. f. que in/
tellegatur sursū erecta i sublimi. restat hoc loco probandū. signetur itaqz in ea pā
ctus. g. a quo educantur due perpendicularē ad duas lineas. a.b.z.c.d. que sint. g.
b.z.g.k. eritqz per. 4. huius linea. e.f. perpendicularis ad superficiē videlicet illam
in qua sunt sitae due linee. g. b.z.g.k. itaqz per premissā bis assumptā vtracqz illaqz
duaz linearaz. a.b.z.c.d. perpendicularis ē ad eandē superficiē videlicet ad illā in qua
sunt sitae dicte due linee. g. b.z.g.k. p. sextā hui⁹ igitur ipse sunt sibi inuicē equidi/
stantes qd est propositū.



Propositio .10.

Si due linee se angulariter contingentes duabus alijs se contingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: no autem in superficie una qui ab eis sunt duo anguli eque sibi invenientur esse comprobantur.

CSi due linee a.b. c.d. se angulariter contingentes in punto a equidistantes alijs duabus que sunt d.e. z. d.f. se quoque angulariter contingentes in punto d. nec sunt cum eis in superficie una: dico angulum a. esse equalē angulo d. Esto enī linea d.c. eequalis linea a.b. cui ipsa posita est esse equidistans. z.d. f.equalis. a.c. cui etiā ipsa equidistare ponit et ducantur linee d.a. z.e. b.z. f.c. eritqz ex. 3. primi bis assumpta viraqz duarū lineaz b.e. z.e. f.equalis et equidistantes linee a.d. per conceptionē igitur et premissam eedē sunt eequales et equidistantes si bi inuenientur. et itaqz per. 33. primi tenuo repetitā due linee b.c. z.e. f.sunt etiā eequales et equidistantes: igitur per. 8. primi constat propositū.

Puncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendiculararem ducere.

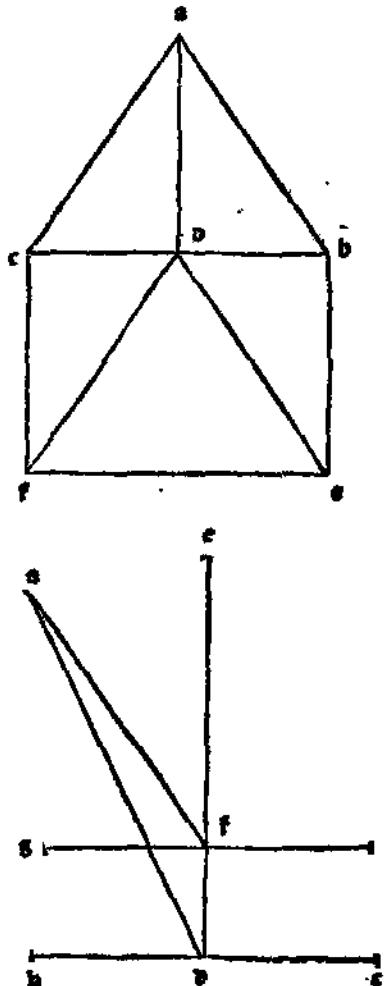
CSi punctus a. sursum in aere a quo volumus ad superficiē subiectam perpendiculararem ducere: ducatur igitur in piano illo: linea b.c. utqz cōtigerit ad quā ab ipso punto a. ducatur perpendicularis a d secundum doctrinā. 12. primi rursusqz a punto d. in piano illo ad qd ducenda est perpendicularis a punto a. extrahatur linea d.c. que sit perpendicularis ad lineā b.c. ut docet. 11. primi. Ad hanc quoqz lineā d.c. ducatur alia linea perpendicularis a punto a. que sit a.g. f. hanc dico esse eā quā intēdim. Sit enī linea f.g. equidistantē linee b.c. et qz vterqz duoz anguloz b.d. a.z. b.d. f.est rectus: erit ex quarta bni⁹ linea b.d. perpendicularis ad superficiē in qua est triangulus a.d.f. idcoqz etiā p. 8. bni⁹ erit linea g.f. perpendicularis ad candē superficiē: igitur a definitione eis angulis g.f. a. rectus: cuqz etiā angulus d.f.a. sit rectus: sequit ex quarta bni⁹ linea a.f. esse perpendicularē ad superficiē in qua sunt due linee d.f. z.f.g. qd est propositum

Propositio .11.

Superficie perpendicularis punctoqz in ea assignato ab eo puncto ad datam superficiē lineā orthogonaliter erigere. **C**lū a punto quolibet in superficie proposita assignato perpendiculararem educere libuerit a quolibet punto sursum in aere ad libitum posito ad eandē superficiē p̄prediciale quādmodū p̄missa docuit demittere que si i assignatum punctū cederit ipsa ē quā queris. Si autem ab ipsa assignato punto ad de / missā perpendicularē equidistantem duciso: eā qz per. 8. bni⁹ probabis ēē quam queris.

Propositio .12.

Das lineas super puctū unū ad superficiē unā orthogonaliter iſſtare ē impossibile. **S**i enī possibile ē vt due linee unū eidē qz superficii sup punctū unū perpendiculariter iſſistat superficies i qz ipse perpendicularares sitc sitc intelligat p̄duci quoqz fecerit superficiē cui dicie lineas perpendiculariter iſſistat eritqz per. 3. bni⁹ communis eaz scirio linea recta: et qz ex definitione viraqz illarū perpendiculariarū cuū communis sectione cōtinerantur rectū sequitur ut angulus rect⁹ sit ps angulus recti qd est impossibile. Quēad modū autem demonstratiū ē impossibile esse ab uno eodem punto extra superficiem



duas lineas super punctum unum ad eandem superficiem esse perpendicularares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab uno eodemque punto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse perpendicularares. Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex. scilicet quod est impossibile ex definitione linearum equidistantium. Constat igitur ex hac quod si aliqua superficies plana alia planam superficiem orthogonaliter secet et ab aliquo punto secantis superficiem ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in communione sectione eam cadere necesse est. Alioquin ab eodem punto secantis superficiem ad communem earum sectionem perpendicularis protrahatur ut docet. 12. primi et a punto i quo incidit in communione sectione alia perpendicularis ad eandem communem sectionem in superficie secta educatur ut docet. 11. primum: eritque ex definitione superficie super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quem continent hec due linee perpendicularares rectus: quare per quartam huius prima bazar duarum perpendicularium etiam est perpendicularis etiam ad superficie secta. ergo ab uno punto protractae sunt due linee perpendicularares ad eandem superficiem quod est impossibile: relinquitur itaque propositum nostrum.

Propositio .14.

Si linea una super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si entia in infinitum in qua cunctis partibus protrahantur nunquam concurrerent.

Conposita enim linea una duabus superficiebus orthogonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere in eam communem sectionem que per. 3. huius erit linea recta: punctisque quocunque modo signata et quo due linee in illis duabus superficiebus ad lineam illam que ipsis perpendiculariter sustinetur protrahantur: eritque constructus triangulus ex his duabus lincis et perpendiculari huius itaque trianguli vertex duorum angularium qui superpendiculariter consistunt est rectus ut per punctionem linee supra superficie perpendiculariter stantis hoc autem est impossibile per. 32. primum.

Converso quoque videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoque perpendicularis erit ad reliquum. **C**onpositis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri canum perpendiculariter superstar: dico quod eadem linea reliqua superficie perpendiculariter superstar. Sit enim superficies una secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrante eritque eis sectione huius superficie secantis et alterius sectione vide licet illi cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex ratione linee perpendicularis ad superficiem: si igitur alia eis sectione ipsius superficie secantis et reliqua duarum sectionum cum eandem linea penetrante non contineat angulum rectum erit ex ultima ratione prima ut ille due eis sectiones in alterutram per tracte necessario pertinet quare et superficies que posita sunt equidistantes necessario concurrerent. et quod hoc est impossibile erit ille angulus rectus eodemque modo erit de qualibet alia superficie easdem superficies equidistantes secantibus eandem lineam: igitur ex quarta bazar et ex ista. 14.

Sconstat verum esse quod diximus: **P**ropositio .15.

Ifuerint duae lineae se continententes angulariter equidistantes alijs duabus secundum contingentibus non autem in superficie una ab eisdem lineis contente duae superficies in nulla parte quantumcumque producantur possunt concurrere.

CSint due linee. a.b. e. c. se angulariter contingentes in punto. a. equidistantes duabus lineis. d.e. z. d.f. se angulariter contingentes in punto. d. e. nō sint in superficie vna; dico eas superficies i quācūq; p̄t & quācūq; protrahantur non q̄ concutere; protrahatur et enī a punto. d. put docet. s. huius perpendicularis ad superficiē duas linearē a. b. e. a. c. sitq; d.g. et a punto. g. ducatur. g. b. equidistantes. a. b. z. g. k. equidistantes. a. c. eritq; ex diffinitione vterq; duoz angulorum. d. g. b. d. g. k. rectus et per. 9. erit linea. d. f. equidistantes linea. g. k. et lince. d. e. equidistantes linea. g. b. quare p vltimā prem. 29. prīmi vterq; duoz angulorum. e. d. g. f. d. g. erit rectus; ideoq; per quartā huius linea. d. g. erit perpendicularis ad superficiē duas linearē. d. e. e. d. f. cunq; ipsa eadem sit etiā ex ypotheiē perpendicularis ad superficiē duarum linearum. a. b. z. a. c. igitur ex premissa liquet quod ē ppositum

Propositio .16.

Iduas superficies equidistantes vna superficies fecerit cōmunes casz sectiones equidistantes erunt.

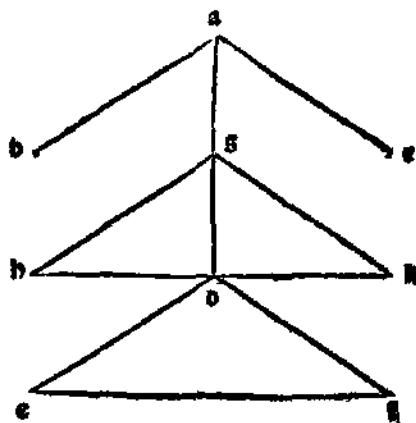
Constat equidem ex tertia q vna superficie quācūq; duas superficies equidistantes secante cōmunes earum sectiones erunt due li/ nee recte; que cū sint ambe sitae in superficie secante. Si ipse nō fuerit equidistantes ponantur ad quotlibet vnum punctum concurrere; et itaq; vt vñ^o atq; idē punctus sit in vtraq; illaz duas sectiones cōmuniū conq; vna illaz cōmuniū sectionū sit in vna duas superficies sectaz et reliqua in altera. sequit̄ superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere; hoc autem impossibile est. Et nūt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est propositū. **E**x bac et premissa potes elicere conclusionē vna similem. 30. prīmi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistantes ipse quoq; erunt adiuncē equidistantes. Positis enī tribus superficiebus quarum vtraq; duas extremarū equidister medie dico q ne/ cessē est ipsas extremas equidistare adiuncem. Secentur omnes illi tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus; erūtq; ex bac. 16. cōmunes sectiones duas extremaz superficies equidistantes sectionibus medie: quare ex. 30. prīmi ipsi etiā sectiones duas extremaz superficies erant equidistantes adiuncē. Et quia ipse contingunt se in cōmuni sectione duas superficies tres positas superficies secantium ex premissa evidenter constat quod diximus.

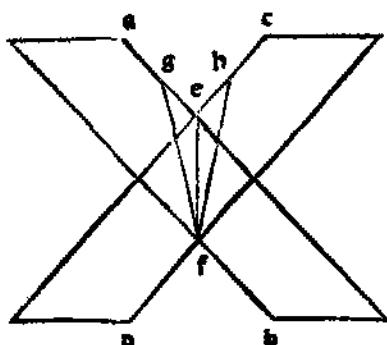
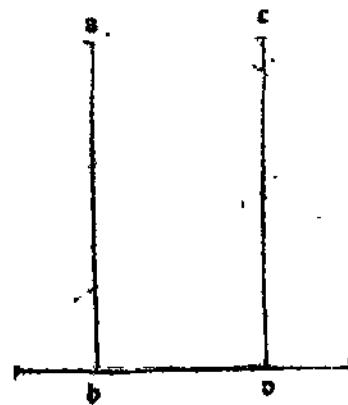
Propositio .17.

Isuperficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas sciuicem contingentes vel equidistantes fecerit illaz linearum portiones proportionales esse probantur;

CIntelligant̄ enī due recte lince penetrantes qualiterūq; cōtigerit tres superficies equidistantes aut etiā plures tribus. dico itaq; duas portiones illaz linearum inter quilibet duas lineas superficies intercepsas proportionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus superficiebus interceptis. Contingant̄ enim due extremitates illaz duas linearē linceaz oncta inter eas linea vna diagonalis: eritq; hoc diagonalis cū vtraq; illarū duas linearē penetratiū superficies ppositas in superficie vna illas equidistantes superficies positas secant. si ergo hāz superficies cōes sectiones q p premissa erūt equidistantes cogitat̄e protraxris ex prima parte secunde sexti constabit propositum.

Propositio .18.





In superficie assignata orthogonaliter steterit : linea ois superficies a linea illa quorum liber ducta ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

C sit eni linea a.b. erecta perpendiculariter sup assignatam superficiem a linea a.b. pducatur superficies quorsum libuerit : quā dico sup propositam superficiem esse perpendiculariter erectam, cum enim ipsa secerit superficiem assignatam: erit earum cōmuni sectio linea recta ex. 3. huius. sitqz. b. d. in hac ergo cōmuni sectione signato puncto quolibet qui sit. d. extrahatur ab eo. In superficie que producta est a linea a.b. linea quedā perpendicularis ad lineā a.b. d. qui sit d.c. eritqz ex secunda pte. 28. primi linea c.d. equidistans: linec. a.b. ideoqz ex. 8. huius linea c.d. est etiā perpendicularis ad superficiē propoſitā: quia ergo hoc modo quilibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto linea b. d. ad ipsam lineam b.d. in ipſa superficie que producta est a linea a.b. est perpendicularis ad propoſitā superficiē ex diffinitione superficiē supra superficiē orthogonaliter creare: cōstat vero esse qđ propoſitū est.

Propoſitio .19.

I due superficies se inuicē ſecantes ſupra unam superficiem crece fuerint orthogonaliter cōmuniſ earum ſectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

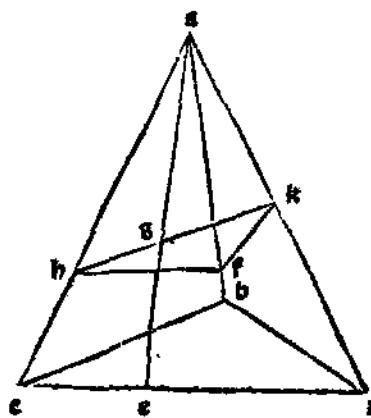
Csint due superficies a.b. z. c.d. ſecantibus ſecantes erecte orthogonaliter ſuper assignatā ſuperficiez: ſitqz cōmuniſ caꝝ ſectio linea re/cta. e. f. banc dico eſſe perpendicularē ad assignatā ſuperficiem. alioquin a puncto f. qui eſt cōmuni termin⁹ ſectionū duar⁹ ſuperficiez ſecantū: z terrie ſupficie p/ducatur una linea recta que ſit. f. g. in ſuperficie. a.b. perpendicularis ad ſupficie affi/gnatā. itēqz ab eodē pūcto ducatur alia perpendicularis ad eandē ſupficie que ſite ſit in ſuperficie. c.d. z ipsa ſit. f. b. eruntqz due linea. f. g. z. f. b. orthogonaliter inſi/ſtentis ſuper pūctū vnu ad ſupficie assignatā: hoc aut̄ impōſſibile per. 13. huius Tales aut̄ linea posſe p̄trabi a puncto. f. in vtraqz duar⁹ ſuperficiez. a. b. z. c. d. c̄. c. f. nō fuerit perpendicularis ad assignatā ſuperficie dubitare nō cōuenit. Inte/ligat quidē linea. f. b. cōmū ſectio ſuperficiei. a. b. z ſupficiei assignate z linea. f. d. ſu/perficiei. c. d. z ſupficiei assignate. Si igit̄ linea. c. f. fuerit perpendicularis ad vtraqz duar⁹ linea. f. b. z. f. d. ipsa etiā erit perpendicularis ad ſupficie assignatā ex q̄ta huīus. Si aut̄ ad neutrā ſit. f. g. perpendicularis ad. f. b. z. f. b. perpendicularis ad. f. d. deinde a puncto. f. p̄trabe in ſuperficie assignata vna linea perpendicularē ad linea. f. b. q̄ ex diione ſupficiei ſup alia ſupficie orthogonaliter erecte cū linea. f. g. p̄tinebit angulū rectū: p̄ quaariā igit̄ huīus erit linea. f. g. perpendicularis ad ſupficie assignatā. Eodē quoqz mō p̄tracta alia linea a puncto. f. i ſupficie assignata q̄ ſit perpendicularis ad linea. f. d. ſequit̄ ex diione predicta z ex quarta huīus linea. f. b. eē perpendicularē ad ſupficie assignatā qđ ē impōſſibile p. 13. huius. Qđ ſi p̄tineat linea. e. f. eſſe perpendicularē ad linea. f. b. ſed nō ad linea. f. d. ſequit̄ modo conſimili duas li/neas. e. f. z. f. b. eſſe perpendicularares ad ſupficiem assignatam: qđ nihil minus ē impossibilē.

Propoſitio .20.

I tres anguli ſupficiales ſolidū angulū p̄tineat illoꝝ triꝝ angulorū quiqz duo p̄ter accepti reliquo ſunt maiores.

Csint tres linea. a.b. a.c. a.d. piramidaliter erecte ſupra ſupficem. b. c. d. continentibus tres ſupficiales angulos ex quib⁹ ſolidas.

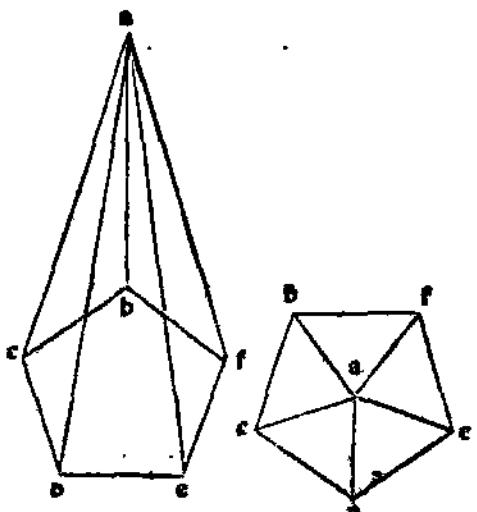
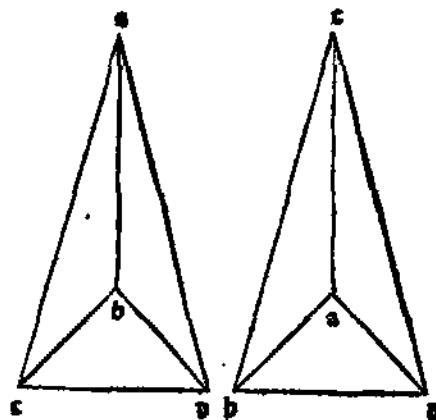
perficitur angulus in punto. a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialib⁹ angulis solidum angulum in punto. a. constitutis pariter acceptos tertio esse maiorem. Si eni bi tres anguli superficiales fuerint sibi invicem equalis: aut si uno tantum equalis tertio exinde minore utrolibet duorum equalium: ostendit per communem scientiam verum esse quod dicuntur. Quod si eorum unus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit sive illi duo ponantur equales sive non equales: adhuc constat illum maiorem cum utrolibet duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorem. Sed et illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur esse maiores: sic collige. est enim trium propositorum angelorum superficialium angelus. c. a. d. maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo absindam angulum. c. a. d. equalen angulo. b. a. d. practa linea. a. e. et summa ex hac linea. a. e. linea. a. g. et ex linea. a. b. linea. a. f. quas ponantur esse equales et protraham lineam a puncto. g. qualitercumque contingat in superficie duorum linearum. a. c. et a. d. quousque secerit a. c. in punto. b. et a. d. in punto k. et ipsa sit. b. g. k. et producatur linea. f. b. et f. k. cum sit igitur a. f. equalis a. g. posita a. k. communis erit per quartas primi. f. k. equalis. k. g. et quod ex. 20. prime due lineae b. f. et f. k. sunt maiores linea. b. k. erit per conceptionem. b. f. maior. b. g. ideoque per 25. primi cum sit linea. a. f. equalis lineae. a. g. et angulus. f. a. b. maior angulo. b. a. g. per conceptionem igitur constat duos angulos. b. a. f. f. a. k. pariter acceptos esse maiores angulo. b. a. k. quod erat demonstrandum.



Propositio .21.

Omnis angulus solidus quatuor rectis equalis minor esse probatur.

Anguli solidi quantitas ex angelorum superficialium ipsius solidi continentium quantitate determinantur: bac ergo. 21. propositione altera per ipsum quoque quoslibet superficiales angulos solidi quilibet communis pariter acceptos quatuor rectis angelis esse minores. Sit eni triangula piramus a. b. c. d. cum supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angelorum bicum sit. a. de quo dico quod tres superficiales anguli ipsius a. continentur sint minores quatuor rectis. Constat eni ex. 32. primi. 9. angelos trium rectangularium hanc pyramidem circumstantium et ipsi sunt. a. b. c. a. c. d. a. d. b. esse equales sex angelis rectis: de tribus autem angelis basis ei que est triangulus. b. c. d. constat quoque per eandem quod ipsi sunt equalis duobus rectis. cum igitur sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostram pyramidem de cuius supremo angulo disputationem circundantur: qui inquit sex anguli cum tribus angelis basis reliquos tres angelos solidos pyramidis continentur: sint ex premissa ter assumpta maiores tribus angelis basis: sequitur ipsis sex angelos esse maiores duobus rectis: ex nouem igitur angelis trium triangulorum pyramidem circumstantium bis sex angelis demptis erunt ex communis scia reliqui tres et ipsi sunt qui constituant solidum angulum. a. minores. 4. rectis. Si autem angulus. a. supradictus in assumppta pyramidide plus tribus angelis superficialibus quam tribus praelineatis quod erit in multisitudine angelorum sue basis: cum igitur omnes angelii omni triangulo ipsa pyramidide circumstanti ppter accepti sint ex. 32. primi tot rectis angelis equalis quam est numerus angelorum sue basis duplicatus: eo quod tot necessitate est esse triangulos pyramidem circumstantes quot fuerit angelii sue basis. Lungs omnes angelii sue basis sint tot rectis angelis equalis quam est numerus angelorum suorum duplicatus: demptis inde. 4. ut in. 32. primi demonstratum est. Lungs igitur omnes an-



guli triangulorum piramidem circundariū qui sup latera basis ipsi⁹ piramidis cōsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis p̄iter acceptis ut evideat et cōstat ex premisā toties quot angulos basis habuerit repetita. adhuc necessario se quitur ex cōi scia superficiales angulos solidū angulū. a. continentēs p̄iter acceptos esse minores quatuor rectis: eo inquit minores quo oēs anguli trigonoz piramidem circundantium qui sup latera basis statute piramidis cōstant excedunt oēs angulos basis pariter acceptos.

Propositio .22.

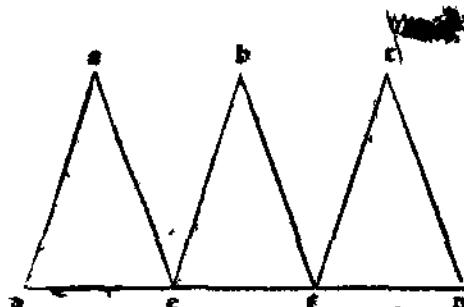
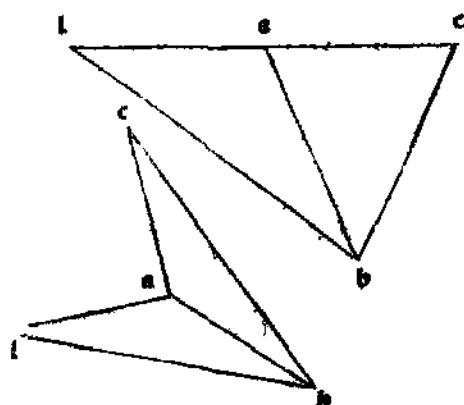
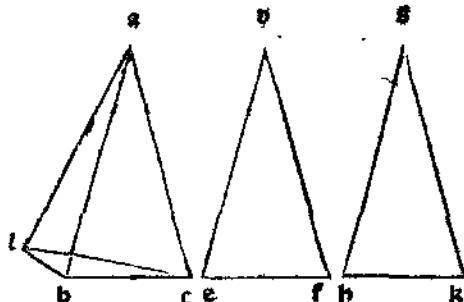
Si tres anguli superficiales quoꝝ quinqꝫ duo pariter accepti tertio sint maiores cunctis libi iniucem equis lincis cōtineantur de tribus basib⁹ angulos illos ab ipsaz linearꝫ equalium terminis subtendēbus triangulum subſili cui vel cōstutui possile est:

Sunt tres superficiales anguli b.a.c.e.d.f.b.g.k. ut pponit: tales videlicet ut qui qz duo eoz tertio sint maiores. sintqz sex latera eos cōtinētia equalia que sunt a.b.a.c.d.e.d.f.g.b.g.k. et subtēdāt̄ cōs tres bases que sunt. b.c.e.f.b.k. Ex his ergo tribus basib⁹ triangulū aīo cōstitui posse. Esto enī angulus b.a.l. equalis angulo d. et linea a.l.lince. d.e. et protractab⁹. l.b.l.c. eritqz ex. 4. prīmi linea l.b. equalis linea e.f. ex ypothesi vero p̄stat totalem angulū. a. esse maiorem angulo g. erant enī quiqz duo ex tribus angulis. b.a.c.d. et g. tertio maiores igū ex. 24 prīmi linea l.c. linea b.k. ē maiori. cunqz sunt ex. 20. prīmi due linea. l.b. et b.c. maiores linea. l.c. sequitur duas linea. l.b. et b.c. esse multo fortius maiores linea b.k. quia igitur l.b. ēt equalis. c.f. erunt due linea. b.c. et c.f. maiores linea b.k. Constat itaqz hoc modo quasqz duas linea ex tribus lincis. b.c.e.f. b.k. ēt longiores tertia: igit ex. 22. prīmi constat verum ēt qd dicitur: hoc dūtaxat addito qf si duo anguli. b. e. c. et d. pariter accepti sint equalēs duobus rectis erunt due linea l.a. et a.c. ex. 14. prīmi linea unaque cum sit equalis ex ypothesi duabus linea. g. b. e. g. k. que ex. 20. prīmi longiores sunt linea. b.k. cunqz ex eadē linea due. l.b. et b.c. sint longiores linea. l.c. sequitur ut prius. b.c. et c.f. p̄iter acceptas ēt longiores b.k. At vero si duo predicti anguli sunt maiores duobus rectis: erunt ex. 21. prīmi due linea. a.l. et a.c. ideoqz et due. g.b. et g.k. breviores duab⁹ sūt. l.b. et b.c. quare ut prius. b.c. et c.f. pariter accepte sunt longiores linea. b.k.

Propositio .23.

Tribus angulis superficialibus propoſitis quoꝝ quinqꝫ duo p̄iter accepti tertio sint maiores omnes aut tres iūnū quātior rectis angulis minores: ex tribus illis equalib⁹ quātūcunqz sint solidū angulum cōstituere.

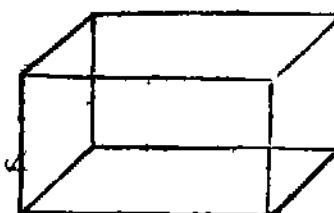
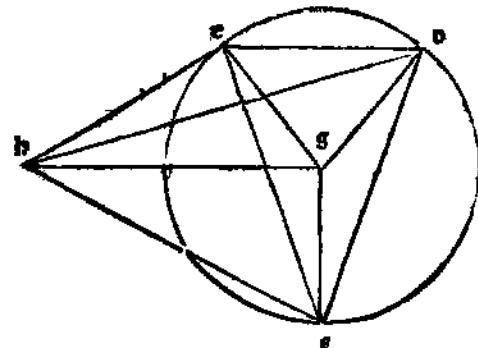
Sunt p̄positi tres anguli superficiales qui sunt. a.b.c. de tribus illis equalibus volumis vnu solidū angulū cōstituere oportet: igit ex. 21. b. et quicqz duo eoz pariter accepti tertio sint maiores et ex. 21. b. vnu ut omnes p̄iter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipſis itaqz sint hec posita: latera vero eos cōtinētia cuncta adiuvicem sint equalia et eoz subtendantur tres bases et ipſe sint d.e.e.f. et f.d. eritqz ex premisā possibile de tribus lincis his basib⁹ equalib⁹ triangulum cōstitut. Sit igit ex. cōs̄titut⁹ fin doctrinā. 22. prīmi triangulus. d.e.f. cōstitutus: cui sicut docuit quinta quarti cōſcribat̄ circulus. d.e.f. supra cōtrā. g. et p̄trahat̄: g.d.g.e.g.f. que cū sint adiuvicē cōales ex dione cōrū latera.



tres ppositos angulos ambientia equalia ex hypothesi necesse est ut eaz quolibet quolibet illorum laterum sit minor equalis aut maiore esse est impossibile. Si enī linea exiens a centro. g. ad circūscritam circuli. d. e. f. esset equalis alicui latez. a. d. a. e. b. c. b. f. c. f. c. d. sequeretur propterea que posita sūt annuente. s. primi tres angulos. a. b. c. ppositas esse equales tribus angulis. d. g. e. e. g. f. f. g. d. cuqz hi tres sint equales quatuor rectis angulis ut facile p3 ex. 13. primi: protracta paulisper una linea exentiū a centro ad circūferentiam in continuum et directū: essent etiā tres anguli. a. b. c. equalis etiā quatuor rectis qd est cōtra posita. Qd si esset maior sū perpositis tribus triangulis quorum sunt anguli. a. b. c. trib⁹ triāgulis dividendi/ bns triangulum. d. e. f. vnoquoqz illi cū quo cōicat in basi itaqz bases supponant̄ basibus equalibus videlicet equalibus et anguli. a. b. c. cadant ad ptem poncti. g. sed quereret ex. 21. pmi tres angulos. a. b. c. esse maiores trib⁹ qui sūt. d. g. e. e. f. g. f. g. d. dēnt itaqz maiores qtuor rectis qd ē ampli⁹ p̄trariū positis. Klinquit itaqz vnu/ quodqz ex sex latribus tres ppositos angulos ambientibus minus esse linea egredi ente a centro. g. ad circūferentia. d. e. f. ideoqz etiā potentius. Sit igitur potentius i linea. g. b. que sit scdm. 12. b⁹ orthogonaliter erecta sup superficiē anguli vel circuli d. e. f. demittaturqz tres hypothemise. b. d. b. e. b. f. quas dico cōtinere angulos tres superficiales equales tribus propositis constituentes angulū solidum in puncto. b cū enī quadratū linee. a. d. sit equale duob⁹ quadratis duaqz lineaz. d. g. 2. g. b. ex hypothesi. Et quadratū linee. d. b. sit equale eiusdem ex penultima primi necesse est li/ nea. a. d. esse equalē linee. d. b. eodēqz modo et lineā. a. e. linee. c. h. igit ex. 8. pmi cū bases etiā sint equalē erit angulus. a. equalis angulo. d. b. e. sūt quoqz nō equalis. b. equalis angulo. e. b. f. et angulis. c. equalis angulo. f. b. d. quare cōstat factū ēē quod facere disponimus.

Propositio .24.

Si superficiebus equidistantibus solidum cōtineatur eius opposite superficies tibi inuicē equalē sunt et equidistantiū laterum. Quicquid dicant alij solidū equidistantibus superficie/ bus contentum superficiebus paribus necesse est cōtineri que sicutē nō possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari fe/ tuarum excedente. Constat enī columnā exagonā posse. 8. superficiebus que binē binē opposite sibi inuicē equidistant contineri: sic quoqz octogonā. 10. et decago/ nam. 12. et ad istaz similitudinē in infinitū. s3 boz omnī solidoz equidistantibus superficiebus contentoz que infinita esse pronuncio solū illud dicit parallelogra/ mū cuius omnes superficies ipsū ambientē paleologramē sunt et istud sex superficiebus dūtaxat necesse est ambiri: de tali itaqz qd sex i m superficiebus ambīt dico debere itēligi. P̄bec. 24. pponit: sic igit talē solidum corpus. a. b. cuius omnīa superficies fac vt solido habitu mente cōprehendas: patebitqz tibi vnaquaqz earū quatuor ex reliquis sectare cuius quatuor latera cum sint cōmunes sectiones ipsius secantis et quatuor sectaz. Sint autē ille quatuor secte binē et binē sūt qd adiuicē opponunt̄ equidistantes ex hypothesi: sequit ex. 16. bis assumpta ut quatuor latera binī superficie secantis et quatuor sectaz sint adiuicē binā et binā equidistantia. Lō sitat itaqz scdm. At vero ex. 34. primi manifestū ē oia latera opposita istaz sex sup/ fizē ēē equalia: erūt igit binā latera angulū planū cōtinēria cuiusqz eaz equalis binis lateribus angulū planū in superficie sibi oppolita continentib⁹. anguli quoqz ab illis binis et binis lateribus p̄tenti equales p. 10b⁹; igit ex p̄ueria penultime cōis



scie in primo libro posite necesse est quasq; duas superficies in solido.a.b. oppositas esse sibi inuicem euanles qd est propositu.

Propositio .25.

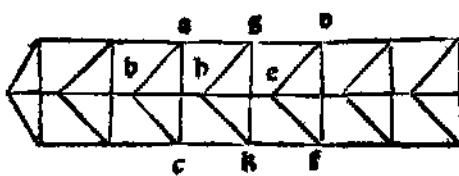
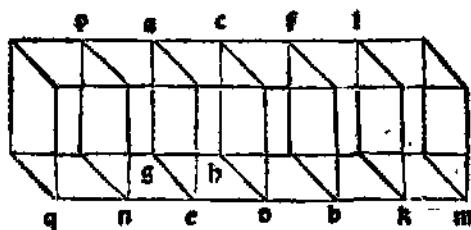
Si superficies quedam secet solidum parallelogramum equidistantem duabus iplius solidi in superficiebus oppositis duo partia lia corpora que ad illam secantem superficie velut ad cōmuni terminū copulantur suis basibus sunt proportionalia.

Sit corpus.a.b. solidum parallelogramum et secet ipsum superficies.c.d. equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt.a.e.z.f.b. et sit superficies g.b. basis ipsius solidi.a.b. de qua constat per premisā qd ipsa sit equidistantium laterū et sit cōm. sectio duarū superficiez.c.d. z.g.b. linea.b.d. de qua constat p. huius qd ipsa sit linea recta et p. 16. huic qd ipsa sit equidistans.g.e. ideoq; sunt due superficies.g.d. z.b.b. equidistantia laterū et ipse sunt bases duarū partialium corporū in que superficies.c.d. dividit solidum.a.b. dico itaq; qd pportio solidi.a:d. ad solidū.b.c. ē sicut basis.g.d. ad basim.b.b. protrahant enī virinq; quātū libuerit. quia duarū linee penetrantes superficie.c.d. sup eius angulos et ipse sunt.a.f. z.e.b. cū duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumantq; ex eis omnib; portiones ex pte puncti.b. quot libuerit que ponant singule eāles linee.b.d. et ex parte puncti.e. alie sūt quot libuerit que ponant euanles linee.e.d. sup quas virinq; pstituāt solidū parallelograma scđm suarū longitudinē exigentia. Sintq; ex pte puncti.b. solidū f.k. z.l. m. et ex pte puncti. e. solidū. a.n. z.q. a. critq; ex dione corporū equaliū atq; sumiū vñūq; solidoz.f.k. z.l.m. equale solidū.e.b. et vñūq; a.n. z.p. q. ē equale a.d. fiat igit̄ argumētū cūcādmōdā i prima sexti ē enī solidū.c.m. ita multiplex solidū.b.c. sic basis.b.m. basis.b.b. et solidū.q.c. ita multiplex solidū.a.d. sic basis.q.b. basis.g.d. et si basis.b.m. ē equalis basis.q.b. solidū.c.m. est equalis solidū.q.c. ex dione corporū equaliū atq; similiū et si basis ē minor basis et solidū ē min⁹ solidū et si maior mai⁹ qd p̄ ex dione eadē resecata maiorū basi ad equalitatē minoris et descripto super eam solidū parallelogramo. itaq; ex dione icōtine pportionalitatis pportio solidi a.d. ad solidū.c.b. sicut basis.g.d. ad basim.b.b. qd est ppositu. Qd si superficies aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangulibus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illā secantē superficie velut ad cōm terminū copulantur suis basib; erūt proportionalia.

Sit enī a.f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies.a.b.c.d.e.f. Lōstat igit̄ ex dione secratilis vñāquāq; triam superficiez que sunt.a.b.d.e.b.c.e.f.a.c.d.f. ē parallelogramū: secet igit̄ superficies.g.b.k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis superficiebus qd sunt a.b.c.d.e.f. dico qd pportio secratilis.a.k. ad seratile.g.f. ē sicut basis.a. k. ad basim.g.f. qd sicut de solidis parallelogramis p̄baꝝ p̄t actis enī in viraq; pte hincis.a.d.b.e.c.f. factisq; inter cas ex pte puncti.e. seratilibus equalibus seratili. g.f. et ex pte puncti.b. alijs equalibus seratili.a.k. virinq; quotis numero ex dione icōtine pportionalitatis. si cuncta vigili mente pluſtres nō crit tibi difficile cōcluere quod diximus.

Propositio .26.

Aper datum punctū date linee angulo solido proposito equalē angulū solidū constituere. **S**olidus angulus propositus fit. a. qui cōtineat tribus lineis.a.b.a.c.a.d. tres superficiales angulos ipsū solidū p̄ficiēt cōtinenib; cui sup punctū.e. linee.e.f. p̄positae que ad libitū p̄ponentia iaceant aut in sublimi cōsurgat iubemus.

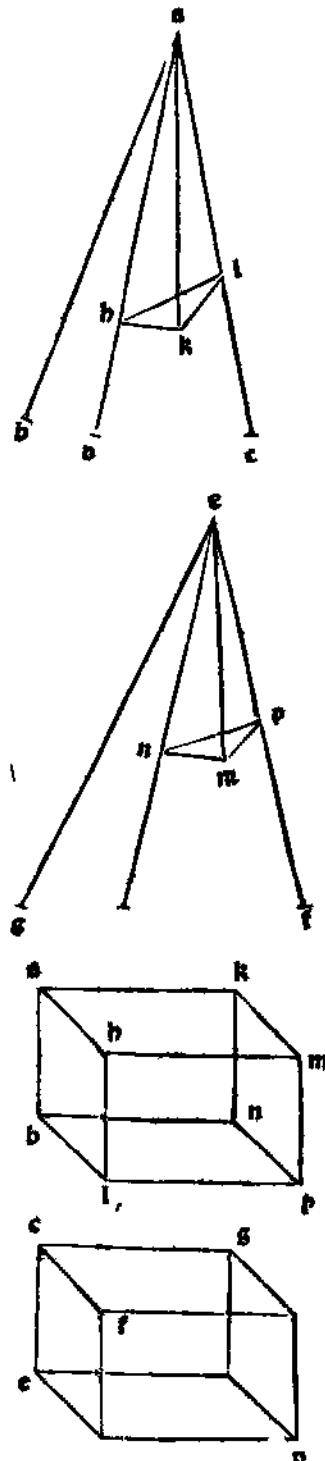


equalē angulum solidū cōstituere qualisq; sit situs linee. e. f. a puncto. g. vbiq; volueris signato: pducito linea. g. e. eruntq; ex scđa b⁹ due linee. e. f. z. g. e. i. sup̄t/ie vna. in bac itaq; superficie super punctū. e. datū in assignata linea scđm p̄siliuz 2.3. primi cōstitue angulū equalē angulo. b. a. c. z ipse sit. f. e. g. dñe ex linea. a. d. abscede linea. a. b. sicut volueris z a puncto. b. producito perpendicularē. b. k. ad superficiē in qua sunt due linee. a. b. z. a. c. qđ qualiter faciendum sit. n. bu/s vocat: nec sit igitur tibi cura de punto. k. Nihil enī refert vtrz p̄pendicularis b. k. occurrat superficie in qua sunt due linee. a. b. z. a. c. inter ipsas lineas aut extra aut in eaꝝ altera ducito tñ linea. a. k. positoq; puncto. l. in linea. a. b. vbiq; vola/eris p̄trahē lineas. k. l. z. l. b. z pone angulū. f. e. m. in superficie lineaꝝ. e. f. z. e. g. equalē angulo. b. a. k. z linea. e. m. equalē linee. a. k. z ex linea. e. f. sume linea. e. p. equalē linee. a. l. z a puncto. m. educ linea. m. n. p̄pendicularē ad superficiē in qua sunt due linee. e. f. z. c. g. z potie ēā equalē. b. k. z protrahē lineas. e. n. n. p. z. p. m. dico igit̄ tres lineas. e. f. e. g. e. n. cōtinere angulū solidū in puncto. e. equalē angu/lo. a. proposito: cū sint enī ex p̄potbeli duo latera. a. k. z. k. b. trianguli. a. k. b. equa/lia duobus lateribus. e. m. z. m. n. trianguli. e. m. n. z anguli qui sunt ad. k. z ad. m. recti ex diffinitione linee p̄pendiculariter erecte supra superficiē erunt ex quarta p̄/mi due linee. a. b. z. e. n. equales: per candē quoq; erunt due linee. k. l. z. m. p. equa/les. ideoq; etiā p̄ eandē. b. l. z. n. p. equales: cum sint. b. k. z. k. l. equales. m. n. z. m. p. z. anguli. b. k. l. z. m. n. p. recti p. s. igit̄ prīmi erit angulus. n. e. p. equalis angu/lo. b. a. l. Similī quoq; modo p̄babis angulū. g. e. n. esse equalē angulo. c. a. d. con/stat itaq; nos effecisse qđ volumus: hanc si studiosus institeris quotāq; lateribus a. solidas angulus p̄positus cōtineat qđ a te perfī sine offēdicio perficere poteris.

Propositio .27.

Super assignatā lineam dato solidō equidistantium superficiērum simile solidū constituere. **C** Sit assignata linea. a. b. de cuius situ virū in piano iaccat vcl sursum exurgat nihil curē: sitq; as/ignatū palellogramū solidū corpus. c. d. cui sup̄ linea. a. b. iubemur simile solidū fabricare. Sint igit̄ tres linee p̄tinentes superficiales an/gulos ex quibus ponit solidus angulus. c. inscripte litteris. c. e. c. f. c. g. At scđm p̄/cepta premisse super punctū. a. linea. a. b. cōstituat angulus solidus equalis. c. quē cōtineat tres linee. a. b. a. b. a. k. z auxilio. 10. sexti sit p̄portio. c. e. ad. a. b. z. e. f. ad. a. b. z. g. c. ad. a. k. p̄portio vna: dñe ex a trib⁹ punctis. b. b. k. p̄trabant sex linee b. l. equidistantes linee. a. b. z. b. m. equidistantes linee. a. k. itez. b. l. equidistantes linee a. b. z. b. n. equidistantes linee. a. k. rursus quoq; k. n. equidistantes. a. b. z. k. m. equi/distantes. a. b. amplius aut̄ p̄trabant. m. p. equidistantes. b. l. z. p. l. equidistantes. b. m. p̄trabat quoq; z linea. p. n. eritq; cōpletū solidū palellogramū. a. p. quod dico ē simile solidō. c. d. hoc aut̄ ex vione silium superficieꝝ z vione silium corporoꝝ si eardim memineris facile cōcludes. **P**ropositio .28.

Sup̄ficies aliqua solidū palellogramū sup̄ duas quaslibz oppositas superficies eius terminales z sup̄ eaꝝ duas dia/metros fecer eadē superficiē corp⁹ illud p̄ equalia secare ne/cesse est. **C** Sit corpus. a. b. solidū palellogramū de quo sit positum qđ superficies. a. b. c. d. fecer ipsū sup̄ diametros duas superficiēn op/positas ipsū solidū terminatiū qđ sunt. a. d. z. c. b. dico qđ ipsa dividit istud solidū



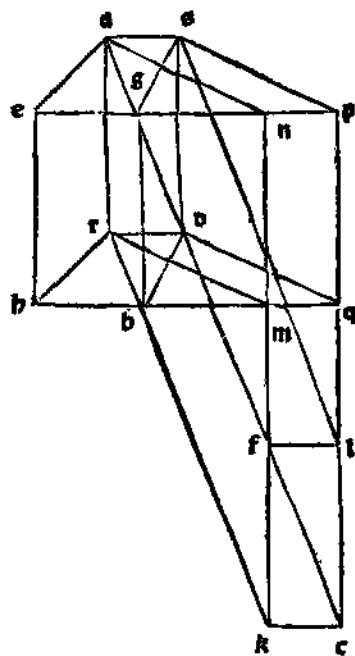
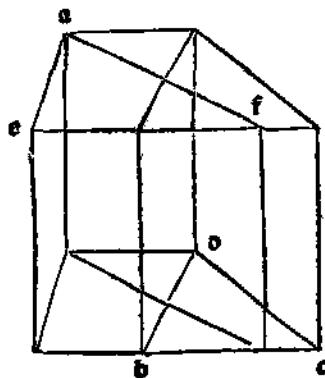
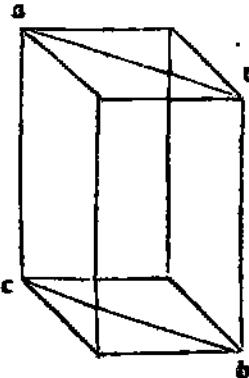
ppositū per cōqualia. cōstat enī q̄ sp̄a dividit illud solidū in̄ duo sc̄ratilia quoꝝ sup̄ficies quadrilateras binas & binas ad inuiꝝ relatas sc̄m q̄ ipſe ſunt oppoſita la-
terā ſolidi. ppoſiti manifestū ē ex. 24. huiꝝ eē equales cū ſolidum de quo loquimur
poſiti ſit cīc palellogramū: ex eadē quoꝝ t. 41. priimi cōstat trilateras ſup̄ficies di-
ctoꝝ ſeratiliū eſſe equales: igit̄ a dione ſolidoꝝ equaliū liquet quod ppoſitum eſt

Ppōſitio .29.

Cuncta ſolida equidistantium ſup̄ficies eque alta atq; i-
eadē baſi ſup̄ vñā linēā conſtituta probantur eſſe equalia.
C̄ uex ē q̄ ſolida equidistantiū laterā eque alta ſine iter ſup̄ficies eq̄-
distantes ſuper vñā & eadē baſim conſtituta ſunt adiuvię equalia ſi-
cut de ſup̄ficiēbus equidistantiū laterā ſuper vñā baſim & inter linē-
as eq̄distantes pſtitutis ut in. 35. priimi demonſtratiū eſt. ſed talium ſolidoꝝ que-
dā dicuntur conſtitui ſuper linēā vñā & ſunt illa quoꝝ ſup̄premaꝝ ſup̄ficies duo op-
poſita latera ſunt: bñ rectitudinē ptracta linēa vñā: & de talibꝫ hec. 29. proponit
demonſtrandi ipsa oīa eſſe equalia adiuviem. ſunt aut̄ eoꝝ alia que nō dicuntur
conſtituta ſuper linēā vñā & ſunt illa quoꝝ ſup̄premaꝝ ſup̄ficies duo latera oppo-
ſita quecūq; ſumant bñ rectitudinē ptracta nō ſunt linēa vñā & de talibꝫ ſequens
demonſtrandi pponet ipsa quoꝝ oīa eē adiuvię equalia. Sint itaq; duo ſolida
palellogramma eque alta ſine inter ſup̄ficies eq̄distantes. a. b. z. a. c. conſtituta ſup̄
vñā baſim que ſit. a. d. quoꝝ ſup̄premaꝝ ſup̄ficies ſint. e. b. z. f. c. Sintq; baſi ſup̄p-
maꝝ ſup̄ficies duo latera oppoſita cū ſc̄m rectitudinē ptractant linēa vñā & ipsa
ſint. c. f. z. b. c. dico itaq; q̄ ſolida. a. b. z. a. c. ſunt equalia: hoc aut̄ ſi figurā eiꝝ bñ
q̄ oportet actu vel cogitatione fabricaūcris & quēadmodū in. 35. priimi proceſſeris
idem faciens hic de ſeratilibus qđ ibi de triangulis facile cōcludere poteris occur-
ſuntq; tibi hic eedem diuerſitates in ſolidis que ibi in ſup̄ficiēbꝫ occurriffe nouisti

Ppōſitio .30.

Cuncta ſolida equidistantiū ſup̄ficies eque alta que i-
eadē baſi nō aut̄ ſup̄ linēā vñā fuerint pſtituta pbant eſſe equalia.
C̄ ſint nūc duo ſolida palellogramma eque alta ſine inter ſup̄ficies eq̄-
distantes ſintq; ſup̄ vñā & eadē baſim ſed nō ſup̄ linēā vñā pſtituta:
dico itaq; ea eē equalia. Eſto enī duo ſolida palellogramma. a. b. z. a. c.
eq̄ne alta ſine inter ſup̄ficies eq̄distantes pſtituta ſup̄ vñā baſim que ſit. a. d. ſz nō
ſup̄ vñā linēā: ſintq; eoꝝ ſup̄premaꝝ ſup̄ficies. e. b. z. f. c. quaꝝ oppoſita latera bñ
rectitudinē ptracta nō erūt linēa vñā. cuq; ipsa ex ipoibesi ſint i vñā ſup̄ficie eo
q̄ ſolida ppoſita ſunt inter ſup̄ficies eq̄distantes: necelle ē vt duo latera vñi
us earum ptracta ſc̄m rectitudinē ſecet duo alterius eaꝝ ptracta ſc̄m rectitudi-
nē: ptractabāt itaq; duo oppoſita latera ſup̄ficiē. e. b. que ſint. e. g. z. b. b. & duo
oppoſita ſup̄ficiē. f. c. que ſint. k. f. z. c. l. & ſecent ſe ſup̄ quatuor pūcta. m. n. p. q.
eritq; ſup̄ficies. m. n. p. q. eque altū ſolidis cōis & ipsa ē. a. d. & due reliquie ſunt ſup̄premaꝝ ſu-
perficies corundē ſolidoꝝ & ipſe ſunt. e. b. z. c. f. duc̄tis itaq; linēis & quatuor pun-
ctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos baſis. a. d. ſibi ſc̄m directā habitudinē relatos/
q̄ ſit. n. a. m. r. p. ſ. q. d. perfectū erit ſolidū parallellogramū. a. q. i eadē baſi cū vñro
q̄ duos priorꝝ & eque altū & ſup̄ linēā vñā cū vñroꝝ ipſoꝝ: per premiſſas igit̄ vñrū/
libꝫ duos ſolidoꝝ ppoſitorꝝ que ſunt. a. b. z. a. c. ē equale ſolido. a. q. p. pceptionem

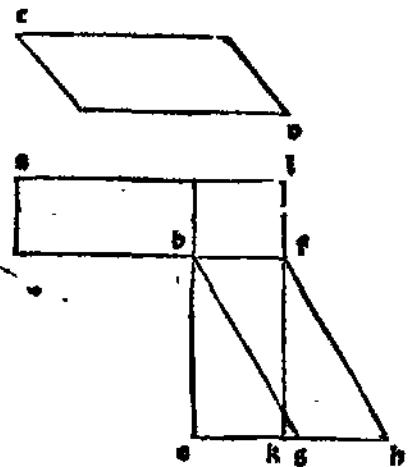


ergo est solidū. a. b. eque solido. a. c. q̄re constat p̄positū. **C** Notes quoq; p̄uersas huius z premissae pbare si libet ducento ad impossibile: poncs enī quidbet duo solidū parallelograma eē eq̄lia z p̄stituta super eandē basim equidistātia z demōstra bis ea eē eque alta. Et n̄tq; bee z premissa tue demōstrationis mediū: impossibile aut̄ ad quod duces erit: partē suo toti esse equalē: qđ evidenter patēbit si de illo solidū qđ altis eē mentit aduersariis cū tñ ambo posita sint equalia z sup eandē basim cōstituta vñū solidū parallelogramū eque altū demissori abscederis: hoc autē absclsum' equale esse demissori cōvinces ex hac z premissa. ideoq; z roti illi s̄ quo ipsum abscederis ex cōi scia.

Propositio .31

Solidū equidistantū superficiez in basibus eqnis cōstituta si fuerint eque alta lineeq; eius angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

CEt hoc quoq; vix ē q̄ oia solida parallelograma in "equis basib" acq; inter superficies equidistantes sive eque alta cōstituta sunt ad invicē equalia sicut de superficieb" equidistantū laterū super equalē bases z in ter lineas equidistantēs constitutis in .36. prīmī probatū ē. At talū solidoz alia sūt quoq; angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt de quib" hec. 31. p/ ponit demōstrandū elle ca eē equalia. Altis vero sunt quoq; angulares linee super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte: de quibus sequēs demōstrādū proponit ea eē equalia: intelligant itaq; super duas bascs. a. b. z. c. d. que sint equalēs z equidistantiū latez nō iñ vñis creationis. sed sit. a. b. tetragonus longus. z. c. d. sumi le belnumaym duo solidū equidistantiū laterū cōstituta eque alta sintq; linee erecte super angulos p̄positaz basiū perpendicularares ad ipsas. dico hec duo solidū ad invicē esse equalia p̄trahant itaq; duo latera basis. a. b. z sint illa que cōtinēt angulum. b. vñq; ad. f. z. e. z fiat angulus. f. b. g. equalis angulo. c. basis. c. d. z sumat̄ due linee. b. f. z. b. g. equalēs duobus lateribns basis. c. d. que cōtinēt angulum. c. z peripheria superficialies equidistantiū laterum. b. b. que erit equalis z silis basi. c. d. vñbinc p̄trahat̄. b. c. equidistans. b. f. z. f. k. equidistans. b. e. eritq; quadrilatera superficialies. b. k. equidistantiū laterū equalis. b. b. ex. 35. prīmī: cūq; b. b. sit equalis. c. d. erit per cōceptionē. b. k. equalis. a. b. Lōpleat̄ itaq; superficialies equidistantiū laterum. b. l. protracta linea. k. f. quousq; cōcurrat cū uno ex lateribns conti nentibus anguli. a. in pñncro. l. age ergo super tresuperficies equidistantiū laterum que sunt. b. b. b. k. b. l. cōstituatur eque alta solida solido cōstituto super basim a. b. sintq; linee omnū solidoz istowm erecte super bases perpendicularares ad ip/ ses z appellerentur bases z solida super eas cōstituta eisdē nominib; manifestum est ergo ex diffinitione solidoz equalium atq; similiū q̄ duo solidū. b. b. z. c. d. equalia atq; similia sunt: de solidis aut̄. b. b. z. b. k. constat ex. 29. q̄ ipsa sunt equalia: sunt enī eque alta z cōstituta super vñā z eandē basim z ipsa ē superficialies et/era super lineā. b. f. z super lineā vñā: ē aut̄ p. 25. propozitio solidi. a. b. ad solidum b. l. sicut balis. a. b. ab basim. b. l. z per eandem solidi. b. k. ad solidum. b. l. sicut ba sis. b. k. ad basim. b. l. cūq; sit vñiusq; duarum basium. a. b. z. b. k. ad basim. b. l. vñia propozitio: ex prima parte. z. quinti erit vñiusq; duoz solidorum. a. b. z. b. k. ad solidum. b. l. propozitio vñia igitur ex prima parte noni quinti erunt duo solidū. a. b. z. b. k. equalia: at quia solidū. b. k. est equalē solido. b. b. solidūq; b. b. so lido. c. d. sequit̄ ex cōi scia solidum. a. b. eē eque solido. c. d. q̄od est p̄positū.

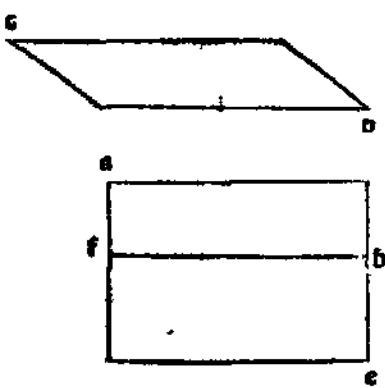


Propositio .32.

Si solida equidistantium superficie χ in eis basibus constituta eque alta fuerint linee ante angularis supra bases orthogonaliter non steterint: ipsa esse equalia necesse est. **C**on fabricatis duob⁹ corporibus ut proponitur videlicet quod sint equidistantium terminorum et eque alta et super bases equas perpendiculariter non aut super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis supremarum superficie χ ipsis ad bases suas perpendicularares ducantur quod ex eis erunt singulares equidistantes et etiam ex hypothesi singulae singulis equalis ipsa solidorum propositorum altitudinem diffiniuntur: et si inter eas solida equidistantium laterum pficiantur constabit ex premissa hcc duo solida ultimo constituta esse adinvicem equalia. **L**unq^z duorum priorum et duorum posteriorum sint eadem bases videlicet eorum superficies supremae: constat ex 29. vel. 30. et bac communis scientia: quecumq^z equalibus sunt equalia sibi in vicem sunt equalia neque esse quod propositum est. Ex his votis cōversas bius et premisse cisdem mediante indirecte demonstrare si liber eodem modo et ad idem inconveniens sit in cōversis duas istas antecedentium deducendo: pones enim duo solida parallelogramma esse equalia et super equalibus bases et cōvinces ea esse eque alta vel pones ea esse eque alta et equalia et cōvinces ea esse super bases equalis. **Propositio .33.**

Monia solida equidistantium superficie χ eque alta suis basibus sunt proportionalia. **S**unt duo solida equidistantium superficie χ eque alta constituta super duas bases. a. b. c. d. vico quod proporcionalia illorum duorum solidorum unius ad alterum est sicut proporcionalia basium que sunt. a. b. c. d. vnius ad alteram. **L**estat quidem ex 24. utramque duarum basium esse equidistantium laterum: duo igitur latera opposita et equidistantia in superficie. a. b. praebarant et inter ea fiat superficies equidistantium laterum que sunt. f. e. equalis. c. d. debinc supra superficiem. f. e. compleatur solidum parallelogramum eque altum ei quod constitutum est supra basim. a. b. sitque ambo eorum terminus illa superficies que exurgit supra lineam. b. f. nec autem solida et sine bases cisdem nuncupari nominantur. quod igitur basis. f. e. est equalis basi. c. d. erit ex 31. vel. 32. solidum. f. e. quale solidum. c. d. At quod totale solidum. a. e. secar superficies exurgens supra lineam. b. f. equidistanter omnibus lateribus oppositis: erit ex 25. proporcionalia solidi. f. e. ad solidum. a. b. sicut basis. f. e. ad basim. a. b. cumque sint. c. d. et f. e. tam bases quam solidam equalia: bases quidem ex hypothesi: solida autem ex 31. vel. 32. Sequitur ex 7. quinti bis assumpta semel per basibus et semel per solidis quod solidorum. a. b. c. d. basiumque. a. b. c. d. sit proporcionalia una quod demonstrare volumus: huius quoque cōversam eadem ipsa mediante demonstrare quod in modum cōversas precedentium non est difficile. ponens enim duo solida parallelogramma eque suis basibus proporcionalia et cōvinces ea esse eque alta abscisorum ab eo quod altius metiet aduersari uno solido parallelogrammo eque alto demissio erit abscessum et demissum suis basib⁹ proporcionalia ex hypothesi et ex bac. 33. cuius etiam erit tota et aliis a quo prie abscidiisti et ipsum demissum eiusdem basib⁹ proporcionalia ex hypothesi sequit ex prima parte. 9. quinti totale quod aduersari dicit altius et prie quod ab eo abscidiisti esse equalia. **Propositio .34.**

Si duo solida equidistantium superficie χ lineis altitudinem super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorum bases eorumdem altitudinibus mutuas esse. Si vero facimus



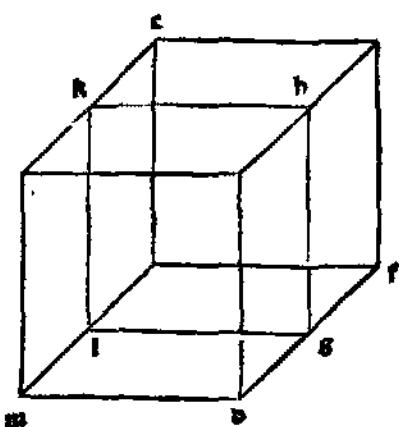
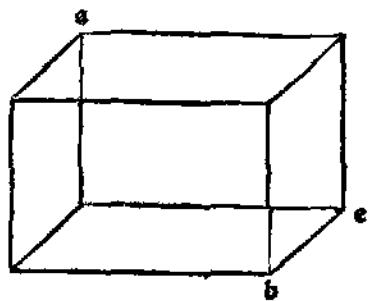
duo bases suis altitudinib⁹ mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse necesse est. Q[uod]ocunq[ue] sint duo solidū equidistantiū superficieꝝ equalia eoz basēs et altitudines necesse est esse matekēsias et conuerso quādmodū de superficiebus equidistantiū laterꝝ equiangulis. 13. sexti p[ro]positi. Attamē bat. 34. istud demōstrandum proponitur de illis solidis paleologramis in quibus linee altitudinum suis basib⁹ paleologramis orthogonaliter insistunt. ea vero que sequit[ur] p[ro]ponit idē de ceteris. Sint ergo nūc duo solidū paleologram. a.b.c. et c.d. equalia quoꝝ bases sint a.e.z.c.f. lineaꝝ altitudinū ipsoꝝ sint super basēs orthogonaliter erecte et sic altitudo solidi. a.b. linea. c.b. et solidi. c.d. linea. f.d. si igitur fuerint duce linee. e.b. z.f.d. determinantes ipsoꝝ solidōꝝ altitudines equalēs adiuuicē: cum ipsa quoꝝ solidā sint ex hypothesi equalia. erunt ex cōversa. 31. bases eoz que sunt. a.c. z.c.f. cōiques. ideoꝝ bases et altitudines erunt mutue: sicq[ue] cōstat p[ro]positi prima ps. et cōverso cōstat sit sc̄a vt si altitudines et bases sint mutue: ponant altitudines equalēs erūt quoꝝ bases equalēs. ideoꝝ p. 3. 1. 2 solidā equalia et sic cōstat secunda ps. At vero si linee. e.b. z.f.d. non fuerint equalēs sit. f.d. maior et ex ea refecet. f.g. ad equalitatē. e.b. tribusq[ue] ceteris lineis que sunt altitudinis sol. di. c. d. ad eadē mensurā in punctis. b. k. l. refecatis perficiā solidū paleologramū. c. g. eque altū solidō a.b. erit ex p[rem]issa. a.b. ad. c.g. sicut. a.e. ad. c.f. cū itaq[ue]. c.d. sit cōuale. a.b. erit ex p[rima] p[ro]p[ri]etate. 7. quinti. c.d. ad. c.g. sicut. a.e. ad. c.f. p[rem]issa aut ē p[ro]portio. c.d. ad. c.g. sicut. m.f. ad. f.l. qđ p[ro]p[ri]etate ex lateralib⁹ superficieb⁹ solidi. c.d. et ipsa sit. f.m. intelligat basis ipsi⁹. at per p[rimā] sexti. f.m. ad. f.l. sicut. d.f. ad. f.g. idcoꝝ per 7. quinti. sicut. d.f. ad. b.e. igit. a.c. ad. c.f. sicut. d.f. ad. b.c. cōstat itaq[ue] prima ps. Sc̄am p[re]tē cū sit cōverso prime cōverso mō p[ro]bab[il]is: sit enī eadē dispositione manente p[ro]portio. a.e. ad. c.f. sicut. d.f. ad. e.b. dico tunc solidā. a.b. z.c. d. cē equalia: erit enī ex 7. quinti. d.f. ad. f.g. sicut. a.e. ad. c.f. sed ex p[rem]issa ē. a.b. ad. c.g. sicut. a.e. ad. c.f. igit ē. a.b. ad. c.g. sicut. d.f. ad. f.g. ex p[rima] aut sexti ē. d.f. ad. f.g. sicut. m.f. ad. f.l. et ex p[rem]issa. c.d. ad. c.g. sicut. m.f. ad. f.l. itaq[ue]. c.d. ad. c.g. sicut. z.b. ad. c.g. igit ex 9. 5. a.b. z.c. d. sūt equalia: qđ ē p[ro]positū.

Propositio .35.

Si duo solidā equidistantiū terminoꝝ fuerint equalia eoz bases eorūdē altitudinib⁹ crūt mutue Si vero bases sue altitudinib⁹ suis mutue fuerint quelibet duo corpora equidistantium superficerum probātur esē equalia.

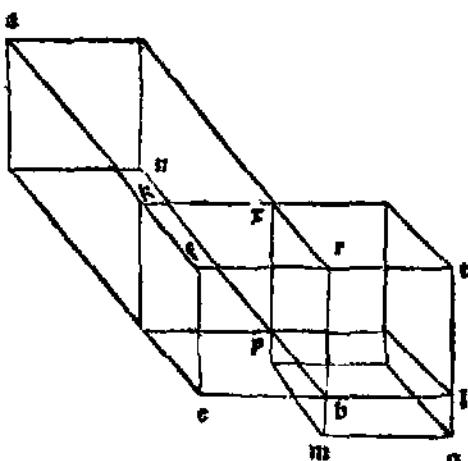
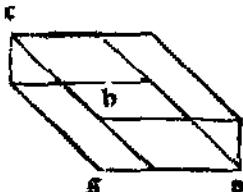
Q[uod]o p[rem]issa p[ro]positi de solidis paleologramis quoꝝ linee altitudinū super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. p[ro]ponit indistincte de omnibus: demōstrare autē cōuenit h[ab]c ex p[rem]issa quādmodū demonstrauim⁹. 32. 33. Fabricatis enī duobus solidis equidistantiū laterū quibuscūq[ue] si linee altitudinū suis basib⁹ orthogonaliter insistunt: cōstat verū esse qđ dicit ex p[rem]issa. Sin autē a quatuor angularib⁹ punctis supponantur superficieꝝ in vtroq[ue] solido quaterme linee demittantur perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus intinctorum superficieꝝ quaterme erigantur: iter quas duo solidū paleologramū p[ro]ficiantur eque alta solidis prioribus. eruntq[ue] ex. 29. 7. 30. hec duo solidū duobus prioribus solidis equalia. cum igit horum et eorū sint eadē bases et eadē altitudines: sit autē ex p[rem]issa de posterioribus verum est quod het. 35. p[ro]ponit verum erit idē eris de prioribus

Propositio .36.





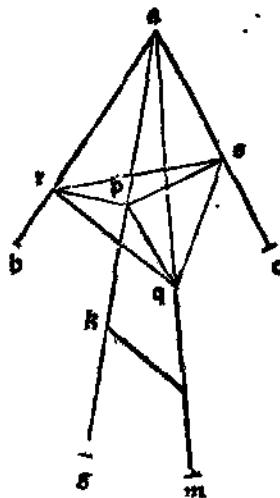
I duo solida equidistantia superficierum fuerit similia proportio erit viriusq; ad alteru tanq; cuiuslibet sui lateris ad suum relatum latum alterius pportio triplicata. **C** Sint eni duo solida. a.b. z.c.d. parallelogramma et similia sive: dico q; pportio vnius eoz ad alterez est sicut vnius lateris eius ad unum latum alterius qd lib i refert pportio triplicata: quaeadmodu duar superficie solum pportio est si ut uno relatioz laterz pportio duplicata ut in. 13. sexti demonstratur. n si solidae. a.b. z.c.d. fuerint equalia cu ipsa ponant similia erunt ex diffinitionib siliu corponi et similiu superficie cuncta latera vnius equalia suis relativis lateribus alteri? ideoq; cu duar quantitatuum equalium pportio triplicata aut quot enslibet summa non efficiat nisi equalitatis ppositione: constat in hoc casu vcecc qd proponit. Si autem inequalia: sit. a.b. maius cuius longitudo sit. b. e. latitudo. e. f. altitudo. f. a. basis. c. r. et supraeim superficies. a. n. Solidi vero. c. d. sit longitudo. d. g. latitudo. g. h. altitudo. h. c. constat itaq; ex dione similiu corporoz et ex diffinitione similiu superficie et presenti ypothesi q; pportio. a. f. ad. c. b. z. f. e. ad. b. g. z. e. b. ad. g. d. sit pportio una summaq; ex linea. a. f. quam manifestu est ee maiore. c. b. linea. f. k. equalis. b. c. et ceteraq; tres determinantes altitudinem solidi. a. b. recessentur ad equalitatem eius et inter eas compleatur solidu parallelogrammu. k. b. que altu solidu. c. d. et p. trahant due lineas basis. e. b. Vsq; ad. l. e. r. b. Vsq; ad. m. sitq; b. l. equalis. g. d. z. h. m. equalis. b. g. et peripheria superficies equidistantiu lateru. m. l. que erit equalis et similia. b. d. sup ea igit erigat solidu parallelogramnu. p. q. h. m. altitudine pfectissim ex altitudine solidi. a. b. eritq; p. q. equale et sile solidu. c. d. rursusq; inter lineas. r. b. z. b. l. peripheria superficies equidistantium laterum. b. t. sup. quia quoq; erigatur solidu parallelogramnu. x. l. que altu virioz duoz solidoz. k. b. z. p. q. replendo alterum duoz anguloz byanum inter ca: cu aut duo solidae. a. b. p. q. sunt similia eo q abo posita sunt similia solidu. c. d. corpora vero vni et eidem corpori similia iter se sunt similia vri p ex dione similiu corporoz et 20. sexti manifestum est ex. 25. ter assumpta q; inter duo solidae. a. b. z. p. q. h. m. continua pportionalitate cadunt duo solidae. k. b. z. x. l. opportunem ergo constituta vel constructa figura: ypothesibusq; memorie summe comprehendatis ex prima sexti facile pcludes propositum. Excute corpora et diligenter atte de sciesq; ex. 25. huins pportione solidi. a. b. ad solidu. k. b. ee sicut superficie. a. r. ad superficie. k. r. loq; ex prima sexti sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. et pportione solidi. k. b. ad solidu. x. l. sicut superficie. k. r. ad superficie. x. t. loq; sicut linee. f. r. ad lineam. r. t. et pportione solidi. x. l. ad solidu. p. q. sicut superficie. r. l. ad superficie. l. m. ideoq; sicut linee. r. b. ad lineam. b. m. Ex ypothesi vero liquet q; pportio linee. f. r. ad lineam. r. t. et linee. r. b. ad lineam. b. m. est sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. itaq; ex dione pportionis triplicata posita in phenio quinto: constat q; pportio solidi. a. b. ad solidum. p. q. ideoq; etiam ad solidu. c. d. est sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. triplicata et q; linee. k. f. posita est equalis linee. c. b. p ex esse quod dicitur. **C** Scire autem oportet q; quicquid p banc. 36. et p. 7. ea continua precedentes demonstratum est de solidis parallelogrammis. idem quoq; vix est de seratilibus quoq; bases coiter sunt trigone aut communiter tetragone. hoc aut ex. 28. et hac. 36. et. 7. ea continua precedentibus constabit ige utolo inspectori. Si enim fuerint seratilia quelibet eque altera sup candem basim vel sup bases equalibus coiter in trigonas aut coiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidorum parallelogramorum suarum altitudinum ex. 28. ipsa erunt equalia ex. 29. et tribus?

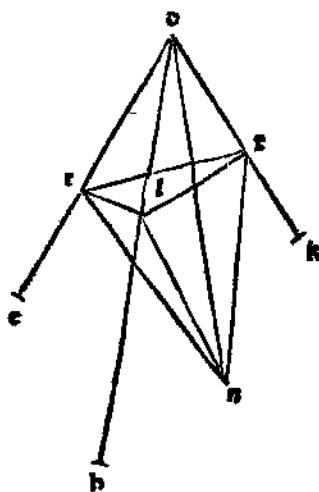


tā sequēbus: ex his enim constat solida parallelograma ipsa seratibus dupla eē equalia. Siīr quoq; si fuerint duo seratilia sup bases cōiter ēgonas aut cōiter tetragonas eque altera ipsa erunt suis basibus p̄portionalia quēadmodū de solidis parallelogramis ex. 33. babet ipsa enim sunt ex. 28. diuidia solidorū parallelogramorum sue altitudinis: solidorū autē parallelogramoꝝ sue altitudinis coꝫq; basiū ē vna p̄portio ex. 33. cum itaq; sit solidorū parallelogramoꝝ p̄portio sicut seratiliū q; sicut simplū ad simplū sic duplū ad duplū ex. 15. quinti atq; basiū solidorū parallelogramoꝝ ē p̄portio sicut basiū seratiliū: aut enim eēdē erunt bases seratiliū et solidorum parallelogramoꝝ: et hoc quidē erit cū bases seratiliū fuerit tetragone tunc enim ex seratibus super easdē bases erunt solidū parallelograma cōplenda: aut bases seratiliū erunt subduple ad bases solidorū parallelogramoꝝ: et hoc quidē erit cū bases seratiliū fuerint cōmuniter trigone: tunc enī erunt ex seratibus solida parallelograma cōplenda adiunctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis vi fiant bases serati- liū cū ēgonis adiūctis superficiebꝝ: superficies eq̄distātū laterū. sc̄q; ut sit p̄portio seratiliū sicut suaz basiū. Eodēq; mō si seratilia fuerint eq̄lia fueritoꝝ cōmuniter super bases trigonas vel cōiter super bases tetragonas: bases coꝫq; altitudinibus ipso rū mutue erunt. Qđ si bases coꝫq; suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quēadmodū de solidis parallelogramis. 34. 7. 35. p̄ponunt: hoc autem facile p̄ ex his que dicta sunt in. 35. si vero seratilia fuerint adiūcē sūta: erit p̄portio unius ad alterū. sicut p̄portio lateris vniꝝ ad suum reliquum latus alterius p̄portio triplicata: quēadmodū de solidis parallelogramis. 36. p̄ponit qđ ex eadem 36. facile tibi patet. si ex illis seratibus sisib⁹ solidis parallelogramis complexis. solida ipsa probaueris esse simila: qđ ex definitione similiū coꝫpoꝝ et similiū superficiem et ex hoc qđ seratilia ponunt adiūcē sūta ex. 34. prīmi leue ē negotiari.

Propositio .37.

Si fuerint duo anguli plani equeles super quos due ypo/ themis in aere statuantur cum lateribus anguloꝝ subiacen- tium singulos singulis equos angulos continentur atq; i illis ypothemisis duo puncta signentur a quib⁹ punctis due perpendiculares ad superficies angulorū propolitoꝝ demittantur a punctis aut super que perpendiculares ceciderit ad eosdē duos angulos planos due recte linee ducant duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus ypothemisis continentur equi sibi inuncē esse p̄bantur. **S**int duo anguli plani. a. z. d. equeles contenti lineis. a. b. z. a. c. z. d. e. z. d. f. et super eos erigantur due linee ypothemis alterius. a. g. z. d. b. si tez angulus g. a. c. equalis angulo. b. d. f. et angulus. g. a. b. c. equalis angulo. b. d. e. atq; in duas ypothemisis. a. g. z. d. b. signent qm̄ olibet duo puncta. k. z. l. a. quib⁹ fm p̄ceptia. n. huius demittantur ad superficies angulorum. a. z. d. due perpendiculares que sint. k. m. c. l. n. et protrabantur duc lineas. a. m. c. d. n. vico igitur angulum g. a. m. esse equalē angulo. b. d. n. si linea. a. k. est equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. sumatur. a. p. equalis. d. l. at a punto. p. demittatur perpen- dicularis ad superficem anguli. a. linea que sit. p. q. manifestum est igitur qđ pun- ctum. q. est in linea. a. m. quod ex. s. huius et diffinitione linearum equidistantium qđs necesse ē ēē in superficie. vna facile p̄stat studiose intuenti debet. a. p̄cto. q. ducat perpendiculares due vna ad lineā. a. b. que sit. q. r. et alia ad lineā. a. c. q. sit. q. s. Siīr



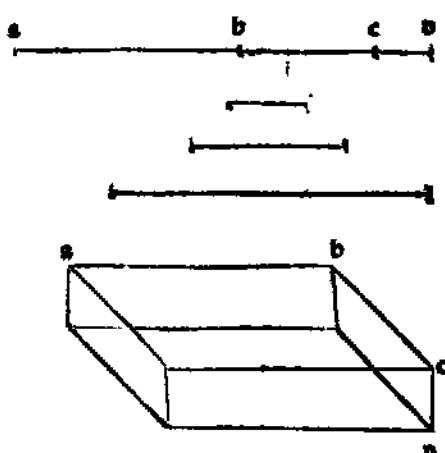


quocq; a puncto. n. duocant' due alie perpendicularares una ad linea. d. e. q; sit. n. t. et alia ad linea. d. f. que sit. n. x. et ptrahanet. r. f. z. t. x. itenq; a punctis. p. z. l. demit tanti ypothemic. p. q. p. r. p. s. c. l. n. l. t. l. x. his itaq; positis figuraq; prudet dis/ sposita demonstratione ppositi sic collige: cōstat ex penultia primi q; quadratum linee. a. p. ē equale quadratis duarum linearū. a. q. z. p. q. ac ex eadē q; quadratū. a. q. ē equale quadratis duarum linearū. a. f. z. f. q. itaq; quadratū. a. p. ē equale quadratis triū linearū. a. f. s. f. q. z. q. p. Sed ex eadē quadratū. f. p. ē equale quadratis duarum linearū. f. q. z. p. q. ergo quadratū. a. p. ē equale quadratis duarum linearū. a. f. z. f. p. ideoq; ex ultima primi angulus. a. f. p. ē rectus: siq; mō p̄dabis vñūquēq; triū anguloꝝ. d. x. l. a. r. p. d. t. l. ē rectū. cū igitur ex ypothesi sit angulū. f. p. a. equalis an/ gulo. x. d. l. z. linea. a. p. linea. d. l. erit ex. 26. primi linea. d. x. equalis. a. f. z. x. l. eq/ us. f. p. codē quoq; mō cū ex ypothesi sit angulus. r. a. p. equalis angulo. e. d. l. erit ex eadē linea. a. r. equalis. d. t. r. r. p. equalis. t. l. quare p̄ quartā primi linea. r. f. erit eq; ualilis linec. t. x. et angulus. a. r. f. equalis angulo. d. t. x. et angulus. a. f. r. angulo est enim ex ypothesi angulus. a. equalis angulo. d. a cōceptione igitur erit angulus f. r. q. equalis angulo. x. r. n. et angulus. r. f. q. angulo. t. x. n. sunt enī residui duorum rectorum demptis equalibus necesse ē itaq; ex. 26. primi vt linea. r. q. sit equalis. t. n. t. q. f. equalis. n. x. Lūq; ex penultima primi quadratū linea. r. p. sit equale q̄dra/ tis duarum linearum. r. q. z. q. p. z. quadratum linea. t. l. equale quadratis duarum linearum. t. n. z. l. n. sint autem due linea. r. p. z. t. l. equales: duo quoq; que sunt r. q. z. t. n. equales: sequitur ex communī scia duas que sunt. p. q. z. l. n. cē equales. Eodē mō cū quadratū linea. a. p. sit equale quadratis duarum linearū que sunt. a. q. z. q. p. sit quadratū linea. d. l. quadratis duarum linearū que sunt. d. n. e. n. l. si aut. a. p. equalis. d. l. z. p. q. equalis. l. n. sequif ex cōf scia. a. q. cē equalē. d. n. ex. s. igit primi cōdudo p̄positū videlicet angulū. p. a. m. ē equalē angulo. l. n. d.

Propositio .38.

Solidū trībus lineaꝝ p̄portionalibꝝ cōtentum equū erit solidū qđ a medie linea equis lateribus contineat. si anguli sui amborum sibi innicem equales fuerint.

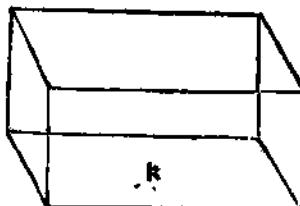
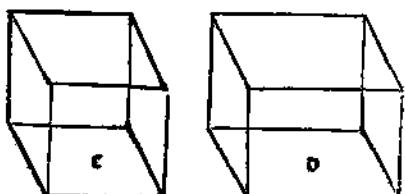
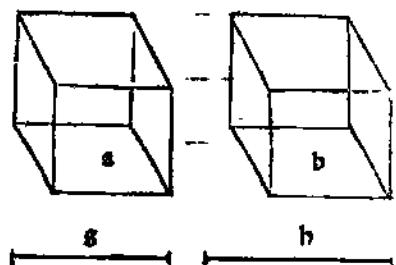
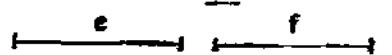
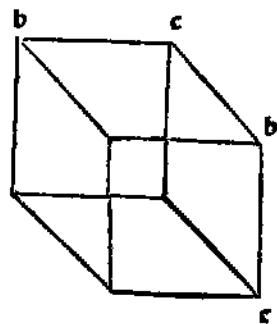
De solidis paldlogramis intelligat: de bis enī qualitatq; sint vñ tamē equiangula venū ē q; cōtenū a tribus lineaꝝ p̄portionalibꝝ equalē ē ci qđ a media carū cōtinet quēadmodū de superficiebus rectangularis probatum est in. 16. sexti et de non rectangularis elicitur euidenter ex secunda pte. 13. cui dē Sint igit tres linea. a. b. b. c. z. c. d. continue p̄portionales fiatq; ex cis vñus angulus solidas ad libitū et pficiat solidū equidistantiū laterū cui⁹ linea. a. b. sit lōgitudo. b. c. vero altitudo. sed. c. d. latitudo et ipsum solidum dicatur. a. d. sumpta quoq; alia linea qualibet equali. b. c. que etiā vocetur. b. c. sup ipius extremitatē q; ē. b. p̄stinet angulus solidus equalis angulo solidō. a. fm qđ docet. 26. lineaꝝ cetere solidū angulū. b. cōtinētes reſecent ad equalitatē linea. b. c. et pficiat solidū equidi/ stantū superficieū tñus longitudo latitudo et altitudo sit linea. b. c. et ipsum ap/ pelleat. b. c. dico itaq; duo solidū. a. d. et. b. c. ē equalia. manifestum ē cū q; cuncte superficies vñus sunt equiangula suis relativis superficiebꝝ alteri⁹ qđ ex. 34. pñm pate pōt. nā cū solidū angulū. b. ponat cōglis solidū angulo. a. ncessit ē vt vñ⁹ anglo vñlusoꝝ inq; superficie solidū. a. d. sit cōglis vñi āngulo sue relative superficie in solidō b. c. itaq; per. 34. primi eoz oppositi erunt equales. At q; vñlusoꝝ superficie



quadrilatero dōis anguli sunt equales quatuor rectis ex. 32. primitus est duos re
liquos unius esse equales duobus reliquis sine relative. cumque ipsi ago reliqui in
qualibet sint enim adiuvicē equales concinnatur necessario ut unāqz ex superficiebus
solidi. a. d. sit equiangula sine relative in solido. b. c. quare ex scđa pte. 13. sexti bases
duoū solidoz ppositoz erunt equeles. sūt enim equiangulae et laterū mutuoū. Si itaqz
linee altitudinū super bases ipsoz orthogonaliiter insistunt constat ex. 31. ipsa esse
equalia. cū enim hec linee sint equeles et ipse determinat altitudinem solidorum erunt
solida eque alta. At si linee altitudinū ipsorum non insistunt suis basibus orthogonali
iter ab ipsis summitatibus ad bases perpendicularibus demissis erunt ex primis
hec perpendiculares adiuvicē equales ipse enim erit sicut erant et in premisse demon
strationis figura one linee. p. q. r. l. n. quas demonstrauimus oportere esse equeles.
Quia igit̄ omniū solidoz altitudo ex perpendicularibus a summitatib⁹ ipsoz ad suas
bases descendēb⁹ diffinit̄ erit ex. 32. duo solida. a. d. et. c. b. equalia. Et ideo quo
eū huius possumus si delectat conuerso modo probare ut si parallelogramū corpus. a. d.
sit equale et equiangulum corpori parallelogramo. b. c. et corpus. b. c. continetur a media
tritū linearū continentū corpus. a. d. erunt tres linee continentes corpus. a. b. continue
proportionales. cū enim duo solida parallelogramata. a. d. et. c. b. sint equeles et eque alta
ex hypothesi ipsa erunt super bases equeles per conuersas. 31. et. 32. et quod ipse bases eom̄
sunt equiangula sequit̄ ex prima pte. 13. sexti quod ipse sunt mutuoū laterū itaqz pro
portio. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. d. quare constat propositum.

Propositio .39.

Si fuerint quotlibet linee proportionales solida quoqz sine
equidistantium atqz similiū uniuscuiusqz creationis su
perficieoz erunt proportionalia. si vero solida equidistantia
atqz similium uniuscuiusqz creationis superficieoz fuerint pro
portionalia linee quoqz a quibus ipsa solida continentur erunt
proportionales. Si igit̄ pponit vigesima prima sexti de superficiebus.
Sint enim 4. linee. a. b. et. c. d. proportionales et super basi fabricentur quatuor solidia pa
llelogramata eisdem nobis dicta quod sint expressae similia. duobus enim ad libitum fabricatis su
per duas lineas. a. et. c. cetera similiter pcepta. 27. constituta erunt. dico bcc. 4. solida esse
proportionalia et conuerso. subiungant enim duabus lineis. a. et. b. in continua propor
tione due:quod sunt. e. et. f. quod admodum docet. 10. sexti ex duabus lineis. c. et. d. aliae due
que sunt. g. et. h. constat igit̄ ex. 36. et ex definitione proportionis triplicate que po
sita est in principio quinti et ex hac hypothesi quod solida. a. et. b. sibi inuicem et solida. c.
et. d. sibi adiuvicē sunt expressae similia quod propositio solidi. a. ad solidum. b. est sicut. propositio
linee. a. ad lineam. f. solidi quoqz. c. ad solidum. d. sicut linee. c. ad lineam. b. et quia p. 22.
quod in proportio linee. a. ad lineam. f. est sicut linee. c. ad lineam. b. erit ex. 11. quinti soli
dū. a. ad solidum. b. sicut solidū. c. ad solidum. d. postea igit̄ prīma pars. Secunda sic
sunt duo solida. g. et. b. sibi adiuvicē duoqz que sunt. c. et. d. sibi adiuvicē expressae sim
ilia. Suntque cuncta parallelogramata et ponantur proportionalia. dico quod linee. a. b. et. c. d.
super quas sunt constituta sunt proportionales. sit enim ex. 10. sexti sicut linea. a. ad linea. b. ita
linea. c. ad linea. k. et fiat similiter. 27. b. super lineam. k. solidū expressae simile solidū. d. quod etiam
dicatur. k. eritque ex definitionib⁹ similiū corporū et similiū superficieoz et 20. sexti corp⁹. k.
expressae simile corpori. c. id est p. primā pte. huius. 39. iā probata erit propositio solidi. a. ad
solidum. b. sicut solidi. c. ad solidum. k. et quia eadem erat solidi. c. ad solidum. d.

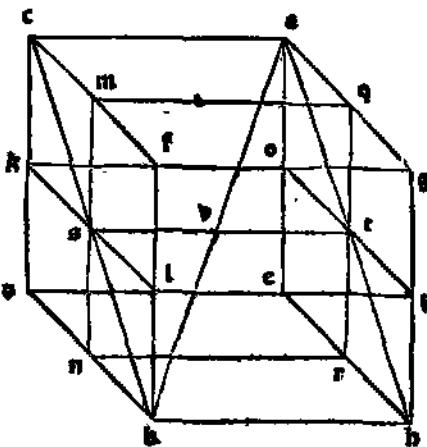


ent ex secunda parte noni quinti solidum. k. equale solidio. d. cumq; effet sibi ex prefle simile sequitur lineam. k. esse equalē linee. d. Equalitas enim non producitur ex aliqua proportione triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex equali: igit ex sc̄a pte. 7. quinti constat etiā h̄mōi ps sc̄a. decipis aut si arbitraris opoztere vnuq̄oq; quatuor solidoy. a. b. c. d. et sibi cūlīber alioy: necesse ē enī duo solidia. a. t. b. sibi adinūicem. itēq; duo. c. t. d. sibi adinūicē cē similia solidia aut. c. t. d. solidis. a. z. b. esse similia contingens est: necessariū autē nō. Idē ex hac. 39. de seratib⁹ facile poteris conudere.

Propositio .40.

Si inscīsa fuerint latera dnaz oppositaz superficerum cubi vnu quodq; in duo media: experintq; a punctis sectionum due superficies se vicissim secantes et cubum cōem eaz sectio ne diametrum cubi per equalia secare et ab ipsa diametro versauice per equalia secare necesse est.

Statue cubū qui sit. a. b. de quo constat per diōnem q; omnes linee ipsū contingenentes sint equalēs et ei⁹ superficies rectangule: tale enī: corpus cubū dicim⁹: bin⁹ igit basis sit superficies. a. c. d. e. superficies vero eius sup̄rema. b. f. g. h. dextra ve ro eius superficies sit. a. e. g. b. sinistra aut̄ superficies sit. b. f. c. d. citerior quoq; sit d. e. b. b. sed v̄terior. a. c. g. f. eiusq; diameter sit. a. b. dividans itaq; oīa latera duarū quarūlibet superficieō oppositaz ei⁹ per equalia: et sint nūc superficies quaz latera dividat dextra atq; sinistra: dividans inquā quatuor latera: dextre quidē sup̄ qua tuor puncta que sunt. o. p. q. r. sinistre vero super quatuor que sunt. k. l. m. n. et p̄iū genit puncta in bis superficieō opposita ductis lineis. o. p. t. q. r. que secent se ī punto. r. itemq; k. l. z. m. n. quic secent se in puncto. s. et perficiantur due superficies secates se inīcē et cubū: p̄tractis itē lineis. o. k. z. p. l. q. m. z. r. n. sitq; basē duarū superficieō cōis sectione lineas. f. t. dico igū q; linea. f. t. dividit diametra. a. b. et dividit ab eadē diametro p̄ equalia: qd p̄ vtraq; enī eaz transit p̄ centz cubi. Alt̄ vero puenit qd p̄positū ē demōstrare p̄ducant̄ enī due linee. t. a. t. t. b. et item due f. c. f. b. eritq; ex. 4. p̄m̄i. a. t. equalis. t. b. t. f. c. equalis. f. b. cōstat aut̄ ex prima pte 29. primi: q; angulus. p. t. q. ē equalis angulo. a. q. t. et ex. 4. primi angulus. b. t. p. ē equalis angulo. t. a. q. itaq; ex. 32. primi totus angulus. b. t. q. cū angulo. q. t. a. valet duos rectos quare ex. 14. primi linea. a. b. erit linea vna: silt̄ quoq; linea. a. b. erit linea vna. At qd ex. 9: b⁹ linea. a. c. ē cōquidistant linea. b. b. vtraq; enī ē equidistantes linea. d. e. cūq; ipse sunt equalēs qd latera cubi: sequit̄ ex. 33. primi duas lineas a. b. t. c. b. esse equalēs et cōquidistantes. idcoq; p̄ cōceptionē eaz medietates que sunt a. t. t. b. f. erunt equalēs: ex. 7. aut̄ huīa manifestū ē q; linea. f. t. ē i superficie duarū lineaz. a. b. t. b. c. t ex eadē linea. a. b. que est diameter cubi. ē etiā diameter superficie parallelogramē. a. c. b. b. itaq; linea. f. t. secat diametru. a. b. secer ergo ipsam ī p̄fecto. u. dico ergo linea. f. u. esse equalē linea. u. t. et linea etiā. a. u. linea. u. b. int̄ ligantur duo trianguli. a. t. u. b. f. u. quoniam anguli qui sunt ad. t. t. f. sunt equalēs adinūicem: similiter anguli eōuidem qui sunt ad. a. t. b. cōquales adinūicem ex p̄ma parte. 29. primi: ppter id q; linea. a. t. cōquidistant linea. f. b. et quia etiā ipse sunt adiūcē equalēs: sequit̄ ex. 26. primi q; p̄positū ē. Idē quoq; eadē mō cōcludat̄ et si solidum. a. b. nō sit cubus sed solidū corpus parallelogramū sine equalibus lineis si ne nō equalib⁹ cōtentū fuerit sine quoq; sup̄ basim orthogonaliter erectū sine etiā



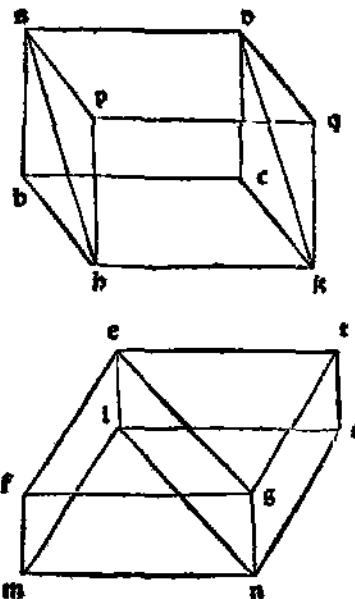
et super ipsius indumentum. Unde ampliar in hac. 40. figuratio cubi ad oes figuram parallelogramas solidas.

Propositio .41.

Si duo corpora seratilia quoque alterum basim triangulam alterum vero basim habeat equidistantium laterum ipsi bali triangule dupla eque alta fuerint illa duo corpora necesse est esse equalia. Sit superficies. a.b.c.d. cquidistantium laterum dupla triplae superficie. e.f.g. et super basim duas superficies sunt duo corpora seratilia eque alta: sitque seratile quod est supra basim quadranguli. a.b.b.d.c.k. cuius basi est superficies equidistantium laterum pposita. a.b.c.d. alia cins superficies equidistantium laterum est. a.b.d. k. tertia vero est. b.b.c.k. tunc autem ei triangulares superficies sunt altera quidem triangulus. a.b.b. reliqua vero triangulus. d.c.k. seratile autem quod est super basim triangulam. e.f.g. sit. e.f.g. l.m.n. cuius altera duas trilateras superficies est basis predicta: reliqua vero triangulus. l.m.n. trium autem superficie. ei equidistantium laterum: prima quidem est. e.f.l.m. scda vero. e.g.l.n. tertia vero. f.g.m.n. dico itaque huc duo seratilia pposita esse adiuvicem equalia: perficiant enim duo solida parallelogramma adiungendo viri quod duoque proposito seratili ut aliud seratile sibi equale: primo quidem seratili super eandem basim sitque adiunctum seratile. a.p.b.d.q.k. cuius due triplae superficies sunt. a.p.b.d.q.k. tres autem quadrilatera: prima quidem. a.b.d.k. qui est terminus cōis sibi et ei cui adiungit: scda vero. a.d.p.q. tertia quoque. p.q.b.k. scda autem seratili adiungatur aliud seratile sibi equale hoc modo: adiungatur primo triangulo. e.f.g. aliis triangulis equalibus qui sit. e.g.r. ita quod tota superficies. e.f.g.r. sit equalis distantiū laterū et super hunc triangulum fiat seratile. e.g.l.r.l.n.s. quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrammum binis seratilis adiunctis: due trilatera superficies sunt. e.g.r.l.n.s. tres autem parallelogramme sunt: prima quidem. c.l.r.s. scda. e.l.g. n. et ipsa est communis terminus sibi et ei cui adiungit: terria vero. g.r.n.s. manifestum igitur ex diffinitione solidorum equalium atque similiū quod duo seratilia parallelogrammū cōponentia solidū. a.k. sibi inuicem. itaque duo cōponentia solidū parallelogrammū. e.n. sibi ad inuicem sunt equalia. At vero ex. 31. vel ex. 32. b. duo solida. a.k. et e. n. sunt sibi inuicem equalia: ergo horum solidorum medietates sunt seratilia pposita per cōmūnem sciam prout ea esse equalia: quecumque enim fuerint equalia eorum medietates necesse est esse equalia: sicut itaque quod ppositū est. Explicit liber Undecimus. Incipit liber Duodecimus.

Propositio .1.

Onus duas superficies sibi in multis multiangulis iter duos circulos descriptos est proportionalis ad alterā tamquam pportio quadratorum quod ex diametris circulorum eas circumscribentium pueniunt. Sunt duo circuli. a.b.c.d.e.f. quibus inscribatur duae quelibet figure poligonie quod ponant adiuvicem siiles: suntque nūc pentagoni inscripti ut docet. 11. quod et ipse sunt. a.b.g.b.k. aliud pentagonum. d.e.l.m.n. diametri quoque circulorum sunt. a.c.z.d.f. dico itaque quod pportio pentagoni. a.b.g.b.k. ad pentagonum d.e.l.m.n. est. sicut quadrati diametri. a.c. ad quadrati diametri. d.f. prorabantur enim in viri quod circulo duc lince ab extremitate diametri ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non conterminalis scilicet cancellantes infra ipsum

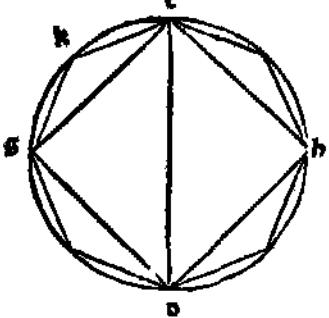
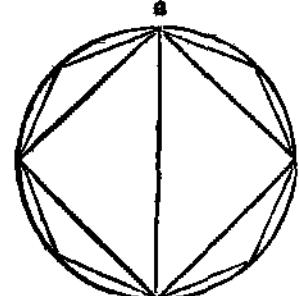
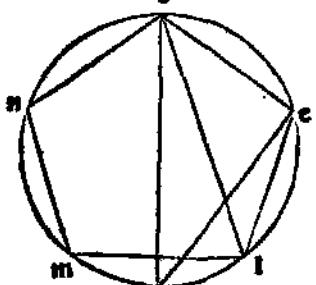
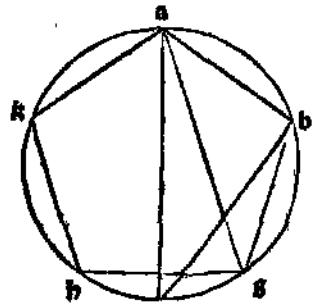


*hic finis libro elemētorum
enclitis /*

pēthagorū i hoc quidē. a.g.e.c.b. ī illo āt. d.l.e.f.e. eritq; ex. 6. sexti triangul⁹. a.b.g. equiangulis triangulo. d.e.l.nā cū pēthagorii ponant adinūcē sīles erūt ex difinitione sīlum supficiez angulus. b.c equalis: angulo. e. e latera ipsos contunentia pporionalia videlicet. pporio. a.b.ad.d.e.sicut. b.g.ad.e.l.cū sint autem ex. 20. tertij duo anguli. f.e.l.sibi inūicē equeales. Itēq; duo alij. c.z.g. sibi inūicē equeales erunt duo qui sunt. c.z.f. adinūcē equeales ex bac cōi scia: que equalibus sunt equealia sibi quoq; equa esse necesse est. Et q; ex prima pte. 30. scriti vterq; duoz anguloz. a.b.c.d.e.f. est rectus sequitur ex. 32. primi duos triangulos. a.b.c.d.e. f. esse equiangulos quare per quartā sexti pporio diametri. a.c.ad diamet. d.f. ē sicut lateris. a.b.ad latus. d.e. pporio duplicita et per candē. cū itaq; ex scda pte. 18. sexti pporio duoz pentagonoz ē sicut pporio latcri. a.b.ad latus. d.e. pporio duplicita et per candē pporio quadrati diametri. a.c.ad quadratū diametri. d.f. sit sicut diametri. a.c.ad diamet. d.f. duplicita per hanc cōem sciam: quoq; dimida sunt equalia ipsa quoq; adinūcē esse equalia. manifestum est qd propositum est.

Propositio .2.

Domiū duoz cirkuloz ē pporatio alterius ad altez tanq; pporio quadrati sue diametri ad quadratū diametri alterius. **S**it duo circuli. a.b.z.c.d. quoq; diametri quoq; dicāt. a.b.z.c.d. bico itaq; q; pporo circuli. a.b.ad circulū. c.d. ē sicut quadratū diametri. a.b.ad quadratū diametri. c.d. manifestū enī ē ex bac rōmuni scientia quanta sit quelibet magnitudo ad aliquā secundā tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam q; pporatio quadrati diametri. a.b. ad quadratum diametri. c.d. est sicut circuli. a.b.ad superficiem aliquā que sit. e. cuiuscūq; figure aut forme ponāt: banc autem impossibile ē maiorē esse a t mino rem circulo. c.d. Si enī est possibile ipsā ēē minorē circulo. c.d. sit itaq; minor i su perficie. f. itaq; circulus. c.d. sit equalis omib; superficiebus. e.z.f. piter acceptis constat igif ex prima. 10. q; tortens possit ex circulo. c.d. suisq; residuis substrahi maius dimidio quoq; relinqat quantitas aliqua minor. f. inscribatur ergo sibi vt docet. 6. quarti quadratū. c.d.g.b. de quo constat q; ipsum sit maius medietate circuli: quadratū enī quod est duplum ad ipsum ē circulum circumscribens vt paiz ex penultima prima z.7. quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera qui adiūti piter accepte fuerint minus superficie. f. sufficit. Sin aut̄ quatuor arcus ex stentis super dicta latera per equalia dividantur et puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus laterū cōtinent per lineas rectas. verbi gratia arcus. c. g. diuidat per equalia in puncto. k. e. pīrahān linee. k.c.k.g. sicq; de ceteris. Erit q; quilibz trianguloz descriptoz sup latera qdrtati maiorē medietate portionis i q existit eo q; ois triangul⁹ pīchcles ē medieras parallelogrami sue basis per. 41. pri mi. Sint itaq; portiones existentes super latera octogonij inscripti piter accepte minus superficie. f. si enī nondū hoc esset: nō cessarē dividere arcus quoq; latera vt time descripte figure sunt corde per equalia: et inscribere figuram equilateram duplo plurium laterū prime semper substrahendo ab ipsis circuli portionibus maius di midio quoq; pīmā. 10. portiones super latera alicui talis figure circlo inscripte ex istētes pīf accepte erūt min⁹ superficie. f. sint g nūc q dicte sūt: eritq; ex pīceptōe octogonū. c.d. maius superficie. e. in circulo igif. a.b. eadē via inscribat sīle octogonū: quod dicatur. a.b. sitq; ex premissa pīportione octogoni. a.b.ad octogonum



f

e

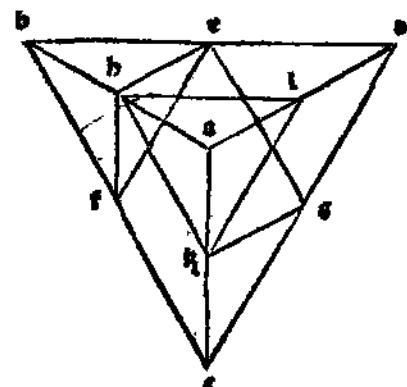
et dicitur quadrati diametri. a.b.ad quadratū diametri. c.d. id est p. 11. quinti sicut
proportio circuli. a.b.ad superficiē. e. itaqz permutatum poligonij. a.b.ad circulū. a.b.si
tut poligonij. c.d.ad superficiē. e. cūqz sit poligoniū. c.d. maius superficie. e. erit poli
goniū. a.b. maius circulo. a.b. hoc autem impossibile non est: ergo superficies. e. minor cir
culo. c.d. Sed nec maior. Esto enī si possibile sit: cū igit̄ sit proportionalis quadrati diamete
ri. a.b.ad quadratū diametri. c.d. sicut circuli. a.b.ad superficiē. e. ad circulū. a.b. et
ostat ex cōsideratione in principio huius demonstrationis posita quod cadet ē circuli. c.d.
ad aliquā superficiē que sit. f. eritqz ex. 14. quinti superficies. f. minor circulo. a.b. itaqz
proportio quadrati diametri. c.d.ad quadratū diametri. a.b. est sicut circuli. c.d.ad
superficie. f. minorē circulo. a.b. sed ex hoc demonstravimus paulo ante sequi impossib
ile videlicet poligoniū inscriptū circulo maius esse circulo: sicut ergo superficies
e. non potest esse minor circulo. c.d. ita nec maior: erit: ergo necessario equalis quare p
sciam partē. L. quinti liquet quod ppositū ē.

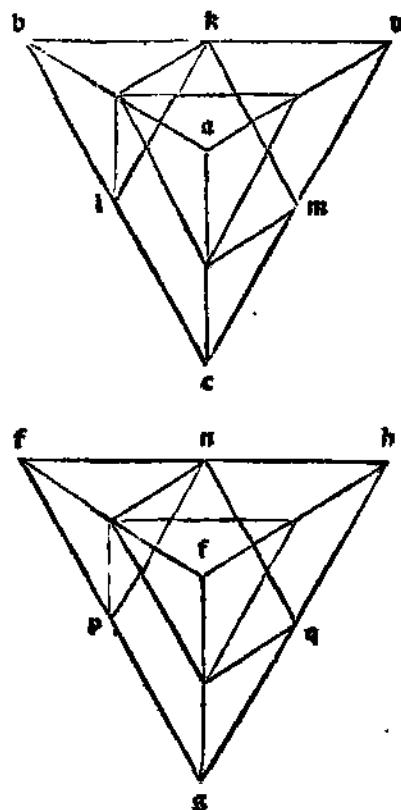
Propositio .3.

Sed unus piramis cuius basis triangula scindit potest in duas
equas piramides sibi inuicem rotiqz piramidi similes unaqz
in duo seratilia quā ambo ppter accepta dimidio totius pira
midis necesse est esse maiora. C. Sit piramis. a.b.c.d. sup basis
triangulū. b.c.d. eiusqz vertex solidus angulus. a. a quo demittant̄ tres
hypothemis. a.b.a.c.a.d. ad tres angulos basis: et dividant̄ oia latera basis p equa
lia in tribus punctis. e.f.g. tres quoqz hypothemis per eq̄lia in tribus punctis. b.k
l. et protractabunt̄ in basi due linee. e.f. et e.g. eritqz basis eius divisa in tres superfici
es quāz due sunt duo trianguli. b.e.f.c.g.d. quos ex sc̄da parte sc̄de sexti et bione
silium superficie pstat ex silis sibi inuicem et toti basi et equalis ad inuicem ex. 8. pmi
scia ē terragona: galdlograma et ipsa c.e.f.g.c. quā pstat ex dupla ad triangulū. e.g.d
ex. 40. et 41. pmi: demittant̄ ergo rursus a punto. b. due hypothemis. b.e.f.b. et a pū
cto. k. hypothemis. k.g. et protractant̄ linee. b.k.k.l. et l.b. divisa ē itaqz tota piramis
a.b.c.d. in duas piramides que sunt. b.b.e.f. et a.b.k.l. et duo seratilia quoqz vnu
ē. c.e.f.g.k.c. et super basim quadrangulā. c.f.g.e. et aliud ē. e.g.d.b.k.l. et est su
per basim triangulā. e.g.d. de duabus autē piramidib⁹. b.b.e.f.a.b.k.l. quā ipse sunt
eq̄les ad inuicem sibi et toti piramidi. a.b.c.d. similes: pstat ex bione corporum equalium
et silium et ex. 10. 11. libri et ex sc̄da parte. 2. sexti: de duob⁹ autē seratilib⁹ quā ipsa sunt
eq̄lia. pstat ex vltiā. 11. libri. Qd vero ambo seratilia ppter accepta sunt mai⁹ medi
ate et toti piramidis: ex hoc manifestū ē quā vtrūqz illoqz dinisibile ē in duas piram
ides quāz altera triangula eq̄lia vni basi in quas et seratilia totalis piramis dividit
ur. altera vero quadrangula quā dupla ē ad reliquā quare p ambo seratilia pariter
accepta tres quartas ex totali piramidis dividit: hanc proportionē si scire desideras.
sextā huius. 12. libri psole. sed sufficit tibi scire quantū ad ppositū illa duo serati
lia pariter accepta duas partiales piramides in quas et seratilia totalis dividitur
pariter acceptas quātūlibet quātūtē excedere.

Propositio .4.

Sed duae piramides eque alte quāz bases triangula singule
in binas piramides eq̄les sibi inuicem ac toti similes binas
seratilia eq̄lia dividant̄ erit proportionalis basi vniqz ad basim
alteri. tāqz proportionalis duoqz seratiliū suoz ad uno seratilia
alteri. eritqz pala oia seratilia quā fuerit in vtrilib⁹ illaz





piramidū piter accepta ad cūcta seratilia q̄ i altera piramide fuerit in
eādē h̄ē pportionē q̄z basē ei⁹ piramidis ad basē alteri⁹ piramidis.
¶ Sint due piramides quaz bases triangule eque alte hec quidē. a. b. c. d. cuius co
nus puncus. a. basis triangulus. b. c. d. ypothenise. a. b. a. c. a. illa vero. e. f. g. b
cuius conus puncus. e. basis triangulus. f. g. b. ypothenise. e. f. e. g. e. b. hec autē
due piramides diuidan̄ sicut in p̄missa. Sintq; bases eaz̄ diuisa hec quidē pro/
tractis līneis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sint. k. l. z. k. m. illa
Vero protractis līneis que sint. n. p. n. q. dico ergo q̄ pportio basis. b. c. d. ad basē
f. g. b. est sicut duoz̄ seratiliū piramidis. a. pariter acceptoz̄ ad duo seratilia pira/
midis. e. pariter accepta. ¶ Manifestū est aut̄ ex. 18. sexti pte scđa q̄ pportio trian/
guli. b. c. d. ad triangulū .k. m. d. ē sicut līnce. b. d. ad linea. k. d. duplicita p̄ candē
quoq; ē pportio trianguli. f. g. b. ad triangulū .n. q. b. sicut līnce. f. b. ad linea. n. b
duplicita. Līcq; sit linea. b. d. ad linea. k. d. sicut linea. f. b. ad linea. n. b. utrobiq;
enī ē dupla pportio erit triangulus. b. c. d. ad triangulū .k. m. d. sicut triangulus. f
g. b. ad triangulū .n. q. b. et p̄mutatim triangulus. b. c. d. ad triangulū .f. g. b. sicut
triangulus. k. m. d. ad triangulū .n. q. b. triangulus aut̄. k. m. d. ad triangulū .n. q.
b. ē sicut seratile existens super ipsū ad seratile exi⁹ sup illū p. 33. vnde cum huic
quoq; seratiliū ad illud ē sicut amboz̄ seratiliū piramidis. a. piter acceptoz̄ ad am/
bo seratilia piramidis. e. pariter accepta ex. 15. quinti. necesse ē enī ut sit duplū ad
duplum quēadmodū simplū ad simplū. itaq; cōclude ex. 11. quinti qđ ppositū est.
Dormitas aut̄ si dubitas seratilia vnius basē piramidū eque alta esse seratiliū p̄
ramidis alterius. cū enī sint piramides eque alte: sit quoq; vtraq; eaz̄ diuisa i du/
es piramides eque alte eo q̄ similes et in duo seratilia equalia et sint due pia/
les piramides eque alte eo q̄ similes et equeales qđ facile patet demissio a vertici/
bus p̄ialium piramidū p̄pendicularibus ad bases ipsaz̄: de quibus perpendiculara/
ribus ex. 37. vnde constat esse equalis. Līcq; altitudines basē partialiū pirami/
dum pariter accepte cōponunt altitudinē totalis piramidis diuisa. Sintq; ambo
seratilia eque alta vni partialiū piramidū ei videlicet que sup p̄ialem triangulum
basis totalis piramidis cōponit non est p̄bas ambigere seratilia vnius eaz̄ pira/
midū esse eque alta seratilibus alterius eaz̄. Conclariū Vero ex eo manifestū ē q̄
similiter bases partialiū piramidū sic se habeant ad invicē sicut bina seratilia vni⁹
ad bina seratilia alterius. et q̄ bases partialium sic se habent ad invicē sicut bases
totalium ex scđa pte. 18. sexti et p̄mutata pportione constat ex. 13. quinti vnu ēē
quod conelarium proponit.

Propositio -5.

¶ Dnes due piramides eque alte quarum bases triangule
suis basibus sint proportionales.

¶ Qđ. 33. vnde constat de solidis parallelogramis et in fine. 36. vnu
decimi vnu esse demonstramus: de seratilibus. hec quinta. 12. ppo/
nit de piramidibus triangulis. Intelligatur enī due piramides eque
alte quaz bases sunt duo trigoni. a. z. b. dico q̄ pportio piramidis. a. ad piram/
idem. b. est sicut basis. a. ad basim. b. qđ eedcm demonstrationis vcl argumētatiōis
generi demōstrandū ē quo scđam bni⁹ demōstramus. sit enī ut basis. a. ad ba/
sim. b. ita piramis. a. ad corpus. c. de quo dico q̄ ipsū nō erit minus neq; maius
piramide. b. nā si possibile ē ut sit min⁹ esto min⁹ i solido. d. vt piramis. b. sit eglis
trōbus corporibus. c. z. d. pariter acceptis dērta itaq; piramide. b. vt pponit. 3-

destrahantur ab eo duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate piramidis ipsius: itemque ex utraque duarum partialium residuarum pyramidum duo carum predicto modo binarum seratilia demandantur et fiat hoc totiens quousque ex piramide b. cogatur adversarius per primam. 10. confiteri relinquere minus solidum d. eruntque ex communis scientia seratilia detracta maius. c. fiat igitur a piramide a. similis seratilium detractio. et intelligamus tot seratilia detracta esse ex piramide. a. quot detrahitur ex piramide b. eritque ex concolori premissa sicut basis a. ad basim b. ita seratilia detracta a piramide. a. ad seratilia detracta a piramide b. sic sed erat piramis a. ad corp^o. c. itaque seratilia pyramidis a. ad seratilia pyramidis b. sicut piramis a. ad corpus. c. et primitum seratilia pyramidis a. ad piramidem a. sicut seratilia pyramidis b. ad corpus. c. Unque sint seratilia pyramidis b. maius corpore. c. erunt seratilia pyramidis a. maius piramide. a. Et quia hoc est impossibile non erit corpus. c. minus piramide b. sed nec maius. hoc enim posito cum sit p/ portio basis a. ad basim b. sicut pyramidis a. ad corporis. c. erit ecouerso basis b. ad basim a. sicut corporis. c. ad piramidem a. Eritque cadere ex communis scie pyramidis b. ad aliquod corpus quod sit d. sequenturque ex 14. quinti q/ corporis. d. sit minus piramide a. eo q/ piramis b. ponitur minor corpos. c. Erat igitur basis b. ad basim a. sicut piramis b. ad corpus minus piramide a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile vide licet seratilia detracta ab aliqua piramide maius esse ea piramide a qua detrahitur ideoque relinquere corpus. c. esse equale pyramidis b. cum nec minus ea possit esse nec maius et proportionem pyramidis a. ad pyramidem b. esse sicut basis a. ad basim b. hoc autem erat demonstrandum.

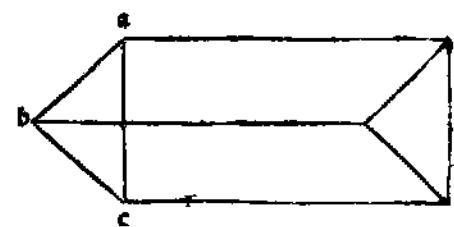
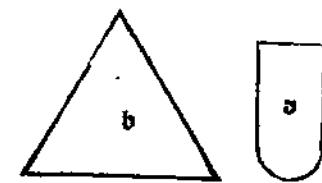
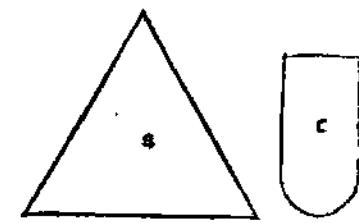
Propositio .6.

Quone corpus seratile in tres pyramidides equeales basesque triangulas habentes est divisibile.

Contra Sit seratile a. b. c. d. e. f. ipsum dico esse divisibile in tres pyramidides triangulas equeales protrahatur enim in unaquaque suorum trium superficiem parallelogramaz linea diagonalis ita q/ una eaz diagonalium sit coterminalis reliquis duabus ut si protrahas lineas b. d. b. f. e. f. a. quas propter cofusione protrahere contempsi: eritque totum seratile in tres triangulares pyramidides divisum quas ex premissa bsis assumpta facile constat esse equeales. Quoniam autem euclides nihil de monstrandum proponit de pyramidibus lateratis exceptis solidis bsis quaz sunt bases triangule ut omnium cognitione ex elementis q/ ponit: sufficieret elicere possumus: quedam arbitramur non invire demonstrationibus hic positis adiungere: solis enim elementis contentis euclides multa pertinuit que quoniam ex eis consequantur non tamen sine difficultate patent studentibus: horum primum est hoc.

Contra Si duo solida quorum alterum seratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equeales trigonae aut seratile super quadrangulum: piramis vero super trigonam que quadrangle basis seratilis sit dimidiuz constituta fuerint eque alta seratile pyramidis triplum esse conueniet

Contra Si seratile propositum fuerit super basim trigonam tunc ex piramide proposita super propriam basim perficiatur seratile piramidi proposito eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi piramidi id est adjiciatur triangulus ex quo et basi pyramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quam ex ipsa



piramide compleatur seratile piramidi e. ne alium: quod igitur istud seratile seratili pri
ori est eque alium et utriusque bases sunt equeales ex hypothesi. sequitur ipsa esse equa
lia. hoc enim demonstratum est. in. 36. vnde decimi. at quoniam ex. 6. huius. 12. libri seratile secundum
triplo est ad piramidem propositum. nam ipsa est una ex tribus pyramidibus in quas
ipsum seratile dividit. Erit quoque per communem scientiam propositum seratile tri
plum ad propositum piramidem.

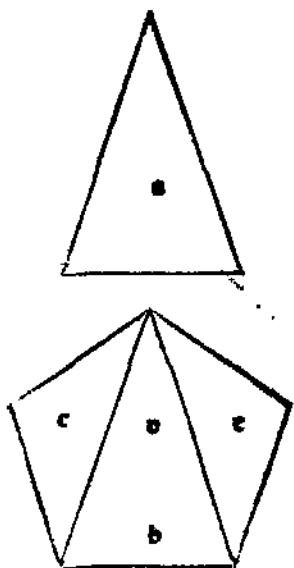
CSi quolibet pyramidis quarum bases triangule super unam cande
que basim sive super equeales constitue fuerint: eque alte eas esse adin
dicte mequales necesse est. **C**onstruimus uno seratili eque alto pyramidib⁹
propositis super basim triangulam equaliter basib⁹ propositas pyramidas aut super basim
quadrangulam dupla basibus carudae: cuius seratiles triplo ad pyramides singulas.
hoc enim constat ex premissa addita sive interposita: igitur ex consensu cuncte propositae
pyramidis sunt ut diximus adin dicte equeales.

COnnes pyramidis quarum bases triangule eque alte suis basibus
sunt proportionales. **C**onstant super bases propositarum pyramidum aut super
alias trigonas equeales aut super parallelogramas dupla seratilia ipsis pyramididi
bus eque alta eruntque ob hoc seratilia sibi adin dicte eque alta et quae seratilia suis ba
sibus sunt proportionalia ut probatum est in. 36. vnde decimi. 33. ipsius mediante. **L**et
que ex prima harum additarum manifestum sit hec seratilia tripla esse ad proposi
tas pyramides uniusque videlicet ad suam relativam: basisque ipsorum equeales aut du
plas esse basibus ipsarum. sic autem ex. 15. quinti ut triplo ad triplo ita sim
plum ad simplum erint quoque propositae pyramidis suis basibus proportionales.
CSi fuerint due quelibet pyramidis eque alte fuerintque alterius ba
sis trigna: relique autem tetragona aut plurilatera: pyramidis ipsis
suis basibus proportionales esse conuenient.

Exempli gratia. Intelligantur duae pyramidis eque alte super duas bases. a. et b.
Itaque basis. a. triangula. b. vero pentagona. Et dicantur haec pyramidis. a. et b.
Itaque dico proportionem pyramidum. a. et b. esse sicut basim. a. et b. distinguitur
quidem pentagonus. b. in tres triangulos. c. d. e. erintque tota pyramidis. b. distincta
in tres pyramidis eque altas quarum bases sunt trianguli. c. d. e. que etiam dicantur
nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio pyramidis.
c. ad piramidem. a. est sicut trigni. c. ad trignon. a. et pyramidis. d. ad pyra
midem. a. sicut trigni. d. ad trignon. a. itemque pyramidis. c. ad piramidem. a. si
cuit trigni. e. ad trignon. a. ex. 24. quinti his assumpta sequitur quod sit propor
tio aggregata ex omnibus pyramidibus. c. d. e. et ipsum est pyramidis. b. ad pyra
midem. a. sicut aggregata ex omnibus trignis. c. d. e. et ipsum est pentagonus. b.
ad trignon. a. constat igitur quod volumus.

COnnes laterale pyramidis eque alte suis basibus proportionales esse probantur.

CSi altera carum fuerit super basim trignonam ex premissa interposita constat
quod dicitur. Si autem basis utriusque fuerit poligonia viralibet ipsarum basium
resoluta in triangulos et ipsa piramide in pyramides triangulares: erit ex premissa in
terposita proportio uniusceterusque harum triangularium pyramidum iter quas alte
ra propositarum dividitur ad reliquum sicut sue basis ad basim alterius. Itaque per
24. quinti quotiens oportet assumptam: constat verum esse quod diximus.



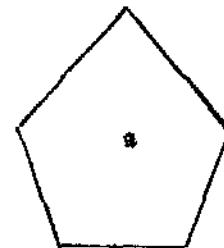
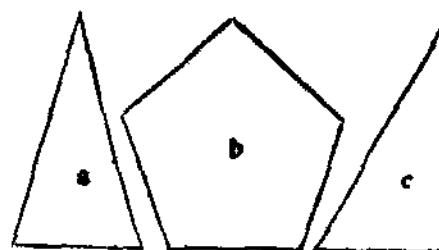
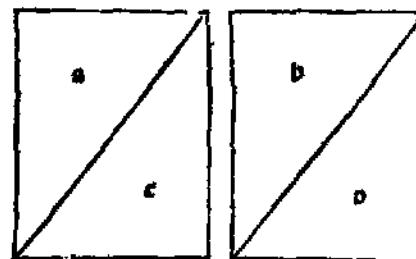
Propositio .7.

Si due piramides triangularum basium fuerint equeales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases et altitudines fuerint mutue easdem piramides sibi inuicem esse equeales necesse est.

CQd̄ trigesima quarta et trigesima quinta vndeclimi proposuerunt de solidis parallelogramis: et nos in .36 eiusdem demonstrauimus de scatilibus: hoc septima. 12. proponit de piramidibus habentibus bases triangulae. Intelligatur enī duo piramides equeales super duos trigonos vel triangulos. a. et b. que dicuntur. a. et b. dico itaqz q̄ prop̄tio basis. a. ad basim. b. est sicut prop̄tio altitudinis piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. et si hoc fuerit dico piramides. a. et b. esse equeales. Adhibeantur quidem duobus trigonis. a. et b. duo alij qui sunt. c. et d. vi sunt ambe superficies. a. c. et b. d. equidistantia lpterum et ex ipsis piramidibus super bases. a. c. et b. d. compleantur solida parallelograma piramidibus propositis equa alta que similiter dicuntur. a. c. et b. d. manifestū igitur est ex sexta buiis. 12. q̄ piramis. a. ē sexta pars solidi. a. c. et piramis. b. sexta solidi. b. d. itaqz ex .35. vndeclimi argue propositum: primā quidem partem ex prima: secundam autem ex secunda:

CQd̄ si due quelibet piramides laterate fuerint equeales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equeales esse oportet.

Si bases utrūqz fuerint triangulae demonstratum est verum esse qd̄ dicitur. Si altera tm̄: sit igitur. a. basisqz alteris piramidis sit. b. et sumatur trigonus. c. eq̄llis poligono. b. fiatqz super. c. piramis eque alta piramidi que est super. b. et sunt. a. b. c. equiuoca nomina piramidum et basim. Quia igitur ex hypothesi duo piramides. a. et b. sunt equeales et ex ultima interposuaz ad sextam buis dueqz piramides b. et c. sunt equeales: et erit ex communi scientie due piramides. a. et c. equeales: igitur bases earum sunt mutuc ad altitudines earum ex prima parte. et buiis. Unqz bases. b. et c. sunt equeales: altitudines quoqz piramidū. b. et c. equeales erunt ex prima pte et secunda. et quinti bases. a. et b. mutue altitudinib⁹ piramidū. a. et b. Secunda pars conuerso modo probatur. nam si fuerit basis. a. ad basim. b. vt altitudine piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit cx. 2. parte et prima. et quinti basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. itaqz ex secunda pte bui⁹. et duo piramides. a. et c. sunt equeles quare p̄ communē scientiam due quoqz piramides. a. et b. sunt equeales. Si vero neutra propositum piramidum fuerit trigona sed utraqz poligonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicuntur. a. et b. sumatur similiter triangulus. c. equalis exagono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntqz due piramides. b. et c. equeales. ideoqz due que sunt. a. et c. etiam per conceptionem equeales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudinem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fuerit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a.



erit quoqz ex septima quinti basis. a. ad basim. c. vt altitudo pyramidis. c. ad altitudinem pyramidis. a. ideoqz ut patet ex prioribus erunt due pyramidis. a. z. c. eq/ies quare etiā ex cōmuni scientia et due que sunt. a. z. b. erūt etiā equeales. Et hoc ē propositum.

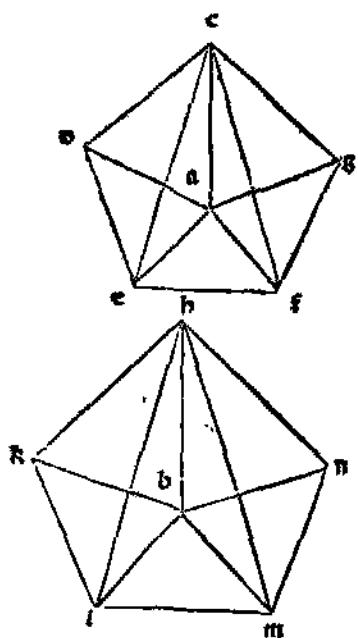
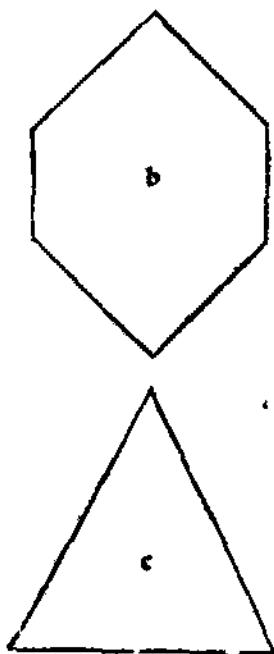
Propositio .8.

 **D**uorum duarum pyramidum similiūm quarum bases triangule ē proportio alterius ad alteram tanqz lateris ad latus eius relatiūm proportio triplicata.

Propositis duabus pyramidibus bases triangulas habentibus si milibus ex ipsis perfice duo solida parallelograma quemadmodū dictum est in demonstratione premisse: eruntqz hec duo solida parallelograma si similia eo q̄ piramides ponuntur similes ad invicem. nā duo solidi anguli qui sunt cōmunes pyramidibus et solidis parallelogramis superficialibus angulis numero et quantitate equalib⁹ continentur: et latera quoqz illos angulos superficiales continentia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorum parallelogramorum cōmunes angulos solidos constituentes sunt equiangule et laterū proportionalium. ideoqz similes ex definitione similiū superficiērū: quare ex 24. 2. 13. quinti cuncte sex superficies boyz duorum solidorū parallelogramoz sunt similes ad invicem: igitur a definitione corporum similiū erunt ipsa solidū similia: quare cum proportio solidorum et pyramidū sit una ex. 1. 5. quinti. nam solidū sunt sexapla pyramidibus ex sexta huīus. cumqz sit proportio solidorū una sicut suorum relatiūz laterum triplicata ex. 36. undecimi libri: sunt autē latera solidorum eadez quoqz latera pyramidū. erit quoqz ex. 11. quinti proportio propositaz pyramidum sicut suoz relatiūz laterum proportio triplicata: quod est propositum.

Cqd si fuerint due quelibet pyramidē laterate similes erit, pportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiūm latus alterius proportio triplicata:

Sint due laterate pyramidē quaz coni. a. z. b. similes sintqz super bases pentagonas que sunt. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico q̄ pportio eaz est sicut suoz relatiūm laterum triplicata. Constat enim ex definitione similiū superficiez et corporum q̄ pentagoni qui sunt bases propositarū pyramidū sibi ad invicē conctiqz relatiūi al reliqui trianguli ipsas abientes sibi invicē sūt similes. dividant itaqz bases ambae in triangulos similes et numero equeales put. 18. sexti pponit esse posibile: protractis in bac quidē lineis. c. e. z. c. f. i illa vero. b. l. z. b. m. dico igī istas pyramidē esse divisas in pyramidē triangulas similes et numero equeales. Conserat enim ad invicem due pyramidē. a. c. d. e. b. b. k. l. quaz coni sunt. a. z. b. cōstat autem ex hypothesi triangulū. c. a. d. esse simile triangulo. b. b. k. z. triangulū. d. a. e. triangulo. k. b. l. et q̄ etiā ex hypothesi angul⁹. d. ē equalis angulo. k. z. latera. c. d. z. d. e. cōtinētis angulū. d. sunt pportionalia lateribus. b. k. z. k. l. cōtinētibus angulū. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c. d. e. z. b. k. l. equianguli. ideoqz per. 4. sexti erit pportio. c. d. ad. b. k. sicut. c. e. ad. b. l. cuqz ex hypothesi sit pportio. c. a. ad. b. b. z. etiā. a. e. ad. b. l. sicut. c. d. ad. b. k. erit ex. 11. quinti. c. a. ad. b. b. z. a. c. ad. b. l. sicut. c. e. ad. b. l. igī ex. 5. sexti et definitione similiū superficiez triangulū. c. a. c. erit similes triangulo. b. b. l. manifestum est itaqz ex definitione similiū corporum q̄ pyramidē. a. c. d. e. ē similes pyramidē. b. b. k. l. silt quoqz cōstat pyramidē. a. c. e. f. et



filum piramidi .b.b.l.m. et pyramidē.a.c.f.g.piramidi.b.b.m.n.q; ergo ex hac. s; pportio pyramidis.a.c.d.e.ad pyramidē.b.b.k.l. est sicut lateris.c.d.ad latus.b.k. triplicata et etiam pyramidis.a.c.e.f.ad pyramidē.b.b.l.m.sicut.e.f.ad.l.m.triplicata ac etiam pyramidis.a.c.f.g.ad pyramidē.b.b.m.n.sicut.c.g.ad.b.n.triplicata cum sit ex hypothesi pportio.e.f.ad.l.m. et c.g.ad.b.n.sicut.c.d.ad.b.k. sequitur ex 13. quinti ut pportio totalium pyramidū.a.z. b. sit sicut unius basi triangularum ad alias unā. igit ex hac. s. et undecima quinti constat verū esse quod diximus.

Omnes colūne laterate eque alte suis basibus sūt proportionales.

Illerū ē quod dicitur sup qualemque bases poligonias sint. colūne. Columnas autē lateratas vocamus solida corpora laterata quoꝝ bases et superficies supreme sunt similes et equales. cuncte vero relique superficies ipsa solida circumstantes: sunt equidistantiū laterum. Talium autē solidorum prima spēs ē seratile cū super unā suā trilaterā superficie intelligi ē statutū. Secunda vero spēs ē columnā cui basis sit quadrilatera quā ex duobus seratilibus necesse ē esse cōpositā: et tertia ē cuius basis ē pentagona et ipsa ex tribus seratilib⁹ perficit. Simpliciter aut̄ dico q̄ oīs laterata columnā in tot corpora seratilia pōt distingui in quō triángulos sua basi. In telligant̄ itaq̄ duae columnae laterate. a. et. b. p̄stitute sup duas bases. a. et. b. eque alte. dico q̄ pportio columnarū. a. et. b. ē sicut basiū. a. et. b. distinguat̄ nāq̄ hęc bases i triángulos et hęc columnae in seratilia: basis quidē. a. que ponatur esse quadrangula in duos trigonos. f. c. et. d. et columnā. a. in duo seratilia. c. et. d. basis vero. b. que sit pentagona distinguat̄ in tres trigonos. e. f. g. et columnā. b. in tria seratilia que sūt vocent. e. f. g. **D**ījanifestū ē igit̄ ex his que in. 36. undecimi dicta sunt q̄ pportio seratilis. c. ad seratile. e. est sicut basis. c. ad basim. e. et iterū seratilis. d. ad seratile. e. sicut basis d. ad basim. e. quare per. 24. quinti erit columnae. a. ad seratile. e. sicut basis. a. ad basim. e. eadem ratione erit columnae. a. ad seratile. f. sicut basis. a. : ad basim. f. at rursus columnae. a. ad seratile. g. sicut basis. a. ad basim. g. igit̄ ex. 24. quinti quoꝝ tunc necesse fuerit assumpta facile cōclūdes propositū. constat itaq̄ ex hoc q̄

Omnes colūne laterate super eandem basim vel super equeales constitutae si fuerint eque alte erunt equeales.

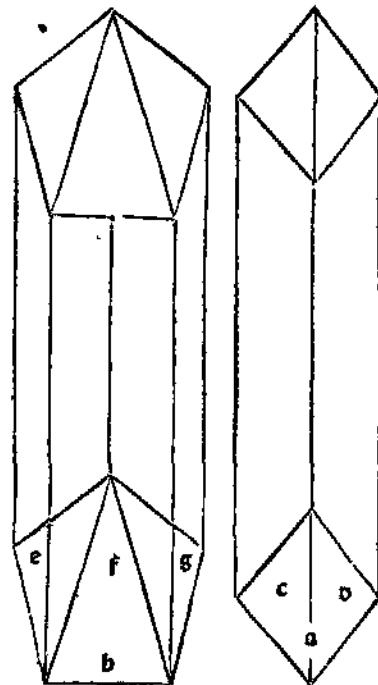
Cum enī ut proximo probatum est eque alte columnae laterate sint suis basib⁹ proportionales. ponantur autē bases esse aut easdem aut equeales necesse ē ex. 24. quinti ut etiam columnae sint equeales. constat quoq̄ q̄.

Si fuerint quelibet solida parallelogramma seratilia et laterate colūne eque alta ipsa quoq̄ suis basibus proportionalia ē necessario cōprobantur.

Omnia enim hęc species sunt lateratae columnarum de quibus paulo ante vñi versaliter probatum est verum esse quod dicitur.

Omnis laterata columna tripla est ad simili pīramidem.

Distinguatur basis columnae in triangulos et in numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia et pīramids columnae in pīramids habentes bases triangulares que videlicet sunt bases seratilium. constat itaq̄ unumquodq̄ seratile ad cā pīramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse. hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri: igitur ex. 13. quinti omnia seratilia pariter accepta ad omnes pīramids pariter acceptas necesse est esse triplum cumq̄ ex omnibus seratilibus pariter acceptis columnae et



et ex omnibus pyramidibus pariter acceptis piramis columnae perficiantur constat verum esse hanc nostram propositionem:

CSi fuerint dñe quelibet columnae lateratae eouales: earum bases ea raudem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum et altitudines mutue fuerint: easdem columnas eouales esse necesse est.

CSi enim columnae sint eouales earum piramides erunt eouales eo quod omnis laterata coluna est tripla ad suam pyramidem. si autem piramides fuerint eouales sive bases suis altitudinibus mutue erunt quoadmodum demonstratum est in septima bu-
ius: quia igitur columnarum suorumque pyramidum eadem sunt bases et altitudines sunt eadem. constat prima pars ppositi. Sint igitur bases et altitudines ppositarum columnarum lateratarum mutue: dico quod columnae erunt eouales. cum enim eadem sint bases eademque altitudines columnarum suarumque pyramidum: erunt bases et altitudines pyramidum ppositarum columnarum mutue. si hoc ut positum est vero fuerit de columnis. erunt itaque piramides eouales prout in septimo huius demonstratum est igitur et columnae eouales cum ipse triple sint ad suas piramides: quare patet secunda pars eius quod propositum est.

COmnia duarum columnarum lateratarum similiū est propor-
tio alterius ad alteram tanquam lateris ad suam relatiuum latis propor-
tio triplicata.

CSi columnae fuerint similes erant ex definitione similiū corporum bases earum ceteraque superficies eas ambientes siles Dividant itaque bases earum in triangulos similes et numero eouales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: et ipse columnae dividant in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare seratilia unius suis relativis seratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex hypothesi et sexta et quarta et quinta sexti: et definitione similiū superficieꝝ et defini-
tionē similiū corporum hoc autem probato erit ex. 30. undecimi proportionis unius cuiusque seratilis unius ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius proporcio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio una cum cunctis seratilia unius sint similia suis relativis seratilibus alterius. sequitur ex undecima quinti ut cunctorum seratilium unius ad sua relativa seratilia alterius sit propor-
tio una: quare per. 13. quinti que est proportio unius seratilis ad suum seratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta et quia utrobius omnia seratilia pariter accepta componunt columnas et relatives latera seratilium sunt relatives latera columnarum: necesse est ex undecima quinti ut proportio columnarum sit sicut suorum relatives laterum proportio triplice
quod est propositum.

Propositio .9.

Omnis columnā rotunda pyramidī sue triplex esse corporatur.

CSupra circulum .a. intelligantur una columnā et una piramis secundum eandem suā altitudinem erecte: dicanturque equiōce ipsa piramis et columnā et circulus nomine uno scilicet .a. dico itaque quod columnā .a. est triplā ad pyramidem .a. cuius probatio est quia neque maior neque minor potest esse quam triplex. Sit enim primū si possibile citetur maior quam triplex quantitate corporis .b. ita quod si .b.

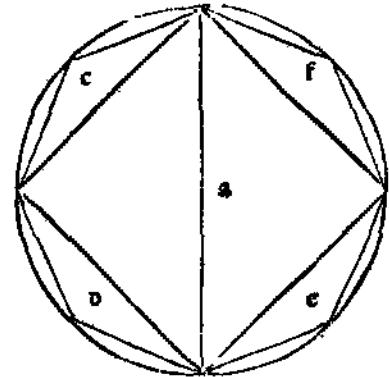


corp^o dematur de colūna.a. erit residū eti^m triplū ad piramidē .a. Inscrībat ergo quadratu^m circulo.a. sup qd̄ erigantur duo seratilia eque alta colūne.a. de quibus duobus seratilibus ppter acceptis cōstat q ipsa sūt plus medietate colūne.a. quē / admodū ipsum quadrātū constat esse plus medietate circuiti.a. Si enī ex ipſis sera tilibus perficiantur solida pateogramma quo^m ipsa sunt medietates; erit ipsa colūna ps ipso^m duoy solidoy ppter acceptoy: dcinde super latera quadrati inscripti q ſicq̄ quatuor trianguli: quib[us] duum equaliū latet[ur] in portionibus circuiti quaz portioni nūz latera quadrati sunt chordae diuīſis arcubus illaz portionū p equalia z sūt illi trianguli.c.d.e.f. Super quos etiā erige seratilia ad altitudinē colūne.a. et manifeſtū est qd̄ hec seratilia sunt maius medietate portionū columnae super portiones cir culi cōſistentiū quē admodū z ipsi trianguli sunt maius medietate portionū circuiti. Hiat autē hoc totiens quousq; p primā .io. cogat aduersarios cōſideri portiones colūne ppter acceptas esse minus corpore.b. Erit igit̄ columnā laterata octogona quā cōponunt omnia seratilia ppter accepta quaz bases sunt trianguli diuiden tes poligonū inscriptū circulo .a. mai^m triplo piramidis rotūde.a. et qd̄ ipsa laterata colūna ē tripla ad suā piramidē ſicut demonstratū e in eis que premissa ſunt. ſe quip̄tū ex ſcōa pte. io. quinti libri vt rotunda piramis.a. ſit minor laterata piramidi de laterate columnae cuius basis ē inscriptū poligonū basi rotunde piramidis.a. qd̄ est impoſſibile. Eſt enī piramis laterata ps ipsius piramidis rotunde: nō ē igit̄ piramis.a. min^m tertia pte ſue columnae. ſed nec plus tertia. Si enī poſſibile ē: ſit pi ramis.a. plus tertia pte columnae.a. quātitate corporis.b. ita qd̄ detrac̄to corpore.b de piramide.a. ſit residū ipsius piramidis tertia pars colūne.a. igit̄ quē admodū plus ex piramide.a. intelligat detrābi piramis laterata ſibi eque alia cuius basis ſit quadratū circulo.a. inscriptū quā lateratam piramiden conſtat esse plus vīni dio piramidis rotunde. Item ut residuo piramidis.a. ruris intel'igan̄ detrābi piramides eque alte ſtatute ſuper triangulos.c.d.e.f. qui ſunt in portionibus basiſ ſis et hoc toties fiat vt ex prima decimi relinquat ex piramide.a. minus corpore.b erit itaq; piramis laterata inscripto poligonio ſupſtant quā cōponunt laterate pi ramides ex rotunda piramide detrac̄te maius tertia pte rotunde colūne.a. et quia ut probatū ē in pcedentibus hec piramis laterata ē tertia ps ſue columnae laterata a. ſequit venio ex ſcōa pte. io. quinti libri columnā rotundā.a. eſe minore colūna laterata eiusdem altitudinis cuius basis ē poligonū basi rotunde piramidis inscri ptū: hoc autē impoſſibile: nā hec colūna rotunda laterata ps ē colūne rotūde. Num igit̄ columnā rotunda nō poſſit ē minus triplo ſue piramidis neq; maius: erit neceſſaria tripla ad eam quod de monſtrare volumen.

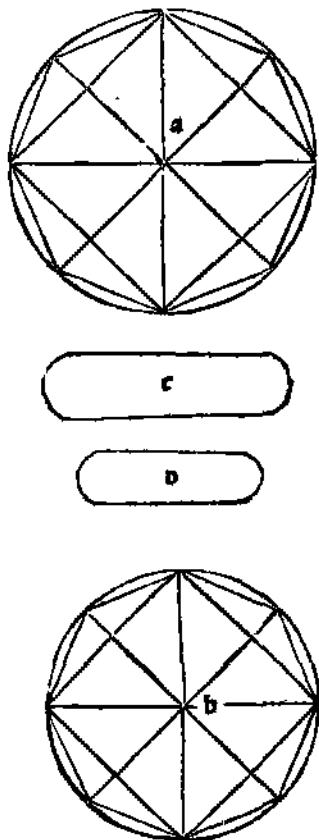
Propoſitio .10.

Duoniam duarum rotunday piramidum ſimiliū columnā ſimilium ve rotundarum ſimiliū ē propoſtio alterius ad alteram tanq; diametri ſue basis ad diametru basis alteri^m propoſtio triplicata.

Sint duo circuli.a. et b. ſuper quos conſtituantur due rotūde pi ramides ſimiles duoy columnae rotunde ſimiles et dicantur circuli et pi ramides et co-



b

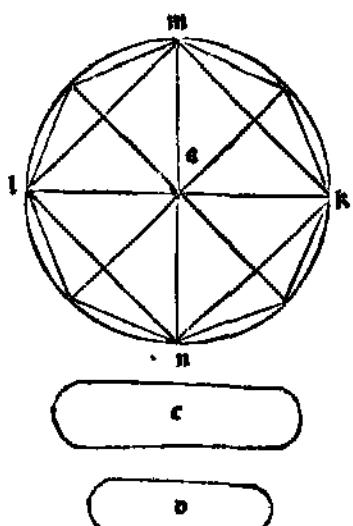
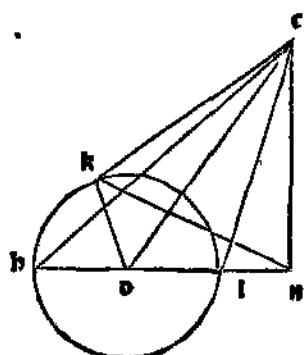
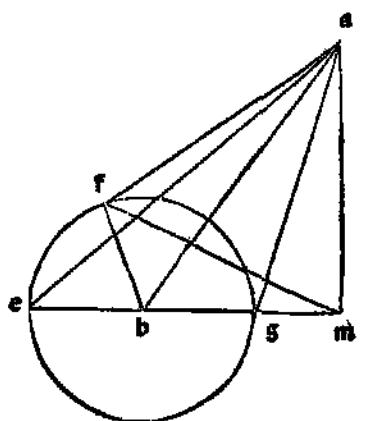


lumen & diametri circulorum his nominibus. a. & b. equiōce: dico itaqz q̄ ppor/
 tio duarum piramidum. a. & b. duarūqz columnaz. a. & b. ē sicut duaz diametroz
 a. & b. prop̄tio triplicata: hoc autem si de piramidibus constiterit: de columnis
 autem constabit ex. i. 5. quinti. cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla
 ad suam piramide: de piramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente
 et impossibile. Est enī per cōmūnē sciam positā in p̄cipio sc̄de demonstrationis
 huius. 12. libri: que prop̄tio diametri. a. ad diametrū. b. triplicata: cādem pira/
 midis. a. ad aliqd corp̄s: illud iḡs corp̄s sit. c. de quo vito q̄ ipsū non p̄t esse
 minus neq; maius piramide. b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate cor/
 poris. d. ita q̄ duo corp̄a. c. & d. p̄ter accepta sint quātūm piramis. b. itaqz quē
 admodū in sc̄de pte premissa ex piramide. b. detrahāt laterata piramis sibi eque
 alta cuius basis sit quadratum inscriptū circulo. b. & ex residuo eius detrahant̄ pi/
 ramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos positionū circuli. b. fiat ita
 q̄ hoc totiens quousq; cogente p̄mīa. 10. sit residuum piramidis. b. minus corpore
 d. eritqz ex cōfī sc̄ia laterata piramis detracta quā cōponunt partiales piramides
 retracte maius corpore. c. Inscripta itaqz circulo. a. poligonū simile illi quod est
 basis laterale piramidis retracte a piramide. b. & ad angulos huius poligonij in/
 scripti circulo. a. demitte lineas a cono piramidis. a. perficiens super illud poligo/
 nū lateratā piramide eque altā rotunde piramidi. a. hanc iḡs studeas demon/
 strare esse sūlē laterale piramidi retracte a rotunda piramide. b. q̄d hoc mō fa/
 cies: in vtr̄aqz piramide eriges axem ipsius que erit ex diffinītōne linea cōtinuana
 verticē piramidis cū cōtro basis & erit perpendicularis ad basim: vñ hinc a centris
 basiō prorr̄bas in vtr̄aqz circulo semidiametros ad omnes angulos vtr̄i usq;
 poligonij inscripti. cūqz ex diffinītōne similiū piramidū rotundatū sit p̄/
 portio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum ba/
 sis alteri⁹. ideoqz etiā ex. i. 5. quinti & equa p̄portionalitate sicut semidiametri ad se
 midiametru. sint aut vtr̄obiqz omnes anguli quos axes cum semidiametris conti/
 nent recti. necesse ē ex sexta p̄positione sexti libri & quarta eiusdē & diffinītōe simi/
 liū superficiez & similiū corp̄oz diffinītōne vt laterata piramis. a. sit similis late/
 rate piramidi. b. quare p̄ additā ad. 8. huius p̄portio laterate piramidis. a. ad la/
 teratam. b. ē sicut lateris vnius ad suū relatiū latūs alterius p̄portio triplicata.
 ideoqz & sicut diametri. a. ad diametrū. b. triplicata. Igit̄ quoqz sicut rotunde pira/
 midis. a. ad corp̄s. c. ex. i. 1. quinti quare permutatim prop̄tio laterate piram/
 idis. a. ad rotundā piramide. a. sicut laterate piramidis. b. ad corp̄s. c. & q̄ latera/
 ta piramis. b. maior ē corp̄e. c. erit laterate piramis. a. maior rotunda piramide
 a. q̄d ē impossibile cū sit ps eius: nō est ergo corp̄s. c. minus rotunda piramide. b.
 Restat itaqz p̄bandū q̄ nec maius. si enī aduersariū dicat ipsū cē mai¹⁰ tunc argu/
 atur ex cōncīa proportionalitate p̄portionē diametri. b. ad diametrum. a. tripli/
 catā esse sicut corp̄is. c. ad rotundā piramide. a. sed ex cōceptione cādē est rotundē
 piramidis. b. ad aliqd corp̄s aliud q̄d sit. d. & q̄ ex ypothesi corp̄s. c. maius ē ro/
 tunda piramide. b. sc̄quis ex. i. 4. quinti q̄ rotunda piramis. a. sit maior corp̄e. d.
 itaqz prop̄tio rotunde piramidis. b. ad corp̄us q̄d ē minus rotunda piramide. a.
 videlicet ad. d. est sicut sue diametri. b. ad diamet̄ alterius p̄portio triplicata. hoc
 aut̄ est impossibile. nā ex hoc vñōstrauim⁹ sequi q̄ ps sit maior suo toto. cū ergo

corpus. c. nō possit min⁹ eē neq^s mai⁹ rotunda piramide. b. erit necessariō sibi eq⁹/le. ideoq^s ex sc̄a pte. 7. quinti constat ppositū. Nō lateat autem nos huīus demon/strationis processum ad eas dūtaxat colūnas & piramides rotundas coartari qua/rum axes suis basibꝫ perpendiculāter insūnt: tales enī diffīlētē fuerūt i p̄in/cipio vndeccimi: cum tamē passio hic demonstrata cōmūniter conveneriat omnibus columnis rotundis similibus piramidibusq^s rotundis similibus sive eaz axes su/pe bases suas fucrīt orthogonaliter erecte sive super eas fuerint inclinate: & ap/pellent differentie cā hec rotunde colūne & piramides q̄rum basibꝫ axes ortho/gonaliter superstant erecte: relique vero dicānē inclinate: & qz in p̄ncipio. ii. non sunt diffīlētē colūne aut piramides rotundae nisi ille tm̄ quas erectas vocam⁹: hec quidē per motū parallelogrami rectanguli. illi vero per motū trigoni rectāguli. ideo cōueniens arbitramur diffīlētē columnas rotundas & piramides diffīlētōnibꝫ cōmūniter & vniuoce cōuenientibꝫ erectis & inclinatis columnis & piramidibus rotundis. Lūm igit̄ extra superficiem alicuius circuli descripti signatur p̄anc⁹ qui cū circūferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quoq^s ad locum vnde moueri incepere. circūducāt: corpus qd a curva supficie quā motu suo describit hec linea & ab ipso circulo cui circūducāt cōrīnē voço piramidē rotundā. et circulū cui linea hec circū ducitur voço basim ipsius piramidis. fixum autē punctū extra circulā supficiem si/gnatū voço conū piramidis: lineamq^s rectā cōtinuantē centrū basis cū cono pira/midis appello axem seu sagittā piramidis. Lūnq^s hec sagitta fucrit perpendicular/ris ad basim dico piramidē esse erectam. cū vero inclinata dico etiā piramidē incli/natam. cum autē fuerint duo circuli equeles descripti in superficiebus equidistantibꝫ bus quos vna planā supficies p eoꝫ centra transiens secterit fuerintq^s continua/te per lineā rectā due relative sectiones duarum circūferentiarum ipsoꝫ circulorū. Si linea hec in circūferentijs ipsorū circulorū equidistanter situ a quo moueri ince/perit quoq^s ad locū suū redeat circūducāt: corpus qd a curva supficie quā mo/tu suo describit hec linea & a duobus ppositis circulis contineat: voço columnā ro/tundam. cuius axis sive sagitta ē linea recta centra duorū circulorū cōtinuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusq^s duorum circulo/rum: dico columnam esse erectam. Lūm vero fuerit super basim inclinata dico co/lumnam esse inclinatā. Lūnq^s fuerint due rotunde piramides aut columnæ a qua rum axis egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintq^s anguli quos axes & communies sectiones harum superficiērum & basibꝫ continent ad inūicem equeles: & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius si/tat semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alteri⁹: tunc illas duas pi/ramides adūicem aut illas duas columnas ad inūicem dico similes ess^e. his dif/finitionibꝫ positis demonstrandū est q̄ omnium duarum rotundarum piramidum similiū columnarū & rotundarum similiū sive erecte sive inclinate fue/rint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum ba/sis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premittimus antecedens necessarium.

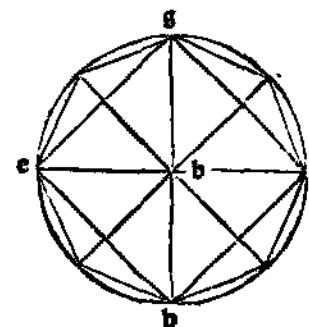
Si fuerint due rotunde piramides ad inūicem similes vtriusq^s quaz

Due plane superficies super axem secent fuerintq; basz duas superficies altera in ytraq; piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes et due communes sectiones basium et earum superficies que sup bases non ponunt orthogonaliter erecte continet adinuicem equeles. Sint duce rotundae piramides. a.b.z.c.d. quaz bases sunt circuli. e.f.g.z.b.k.l. et axes due linee. a.b.z.c.d. et diametri basiū. e.g.z.b.l. centra basiū sunt duo pūctū b.e.d. coni piramidū. a.z.c. similes ad innicē: et ab earum conis ad superficiē basiū protrabant ut docet. 11. vndeclimi libri due perpendicularares que sunt. a.m.z.c.n. et continentur puncta. m.z.n. cū centrī basiū. tractatis lineis. b.m.z.d.n. erit ex. 19. vndeclimi superficies. a.b.m. que egredit ab axe. a.b. erecta sup basim piramidis. a.b. orthogonaliter. Eodem modo superficies. c.d.n. que egredit. a.b. axe. c.d. erit erecta super basim piramidis. c.d. orthogonaliter. sint itaq; duo arcus. f.g.z.k.l. similes: et intelligant due superficies. a.b.f.c.d.k. egredi ab axibus et secare piramides. a.b.z.c.d. siles: dico igitur duos angulos. a.b.f.c.d.k. esse adinuicem equales. protrabant enim due linee. f.m.z.k.n. qz igit due piramides. a.b.z.c.d. sunt similes et due superficies. a.b.m.c.d.n. stantes orthogonaliter super bases egreduntur ab earum axibus: erit ex diffinitione similiū piramidū angulus. a.b.m. equalis angulo. c.d.n. et qz ex diffinitione linee supra superficem perpendiculariter erecte vterq; duoz agnloz. a.m.b.c.n.d. è rectus erunt ex. 32. primi et 4. sexti duo primi trianguli. a.b.m.z.c.d.n. laterū proportionaliū vt pportio linec. a.b. ad linea. c.d. sicut b.m.ad.d.n. et sicut. a.m.ad.c.n. et qz ex diffinitione similiū piramidū pportio axis a.b. ad axem. c.d. cicut semidiametri. b.f. ad semidiametrum. d.k. erit ex. 11. quinti. pportio. b.f. ad. d.k. sicut. b.m. ad. d.n. Linq; sint duo anguli. f.b.m.z.k.d.n. equales eo qz duo arcus. f.g.z.k.l. sunt similes ex hypothesi: erit ex sexta et quarta sexti pportio. f.m. ad. k.n. sicut. b.m. ad. d.n: idcoqz sicut. a.m. ad. c.n. et quia itez ex diffinitione linee super superficie perpendiculariter erecte vterq; duoz anguloz. a.m.f.c.n.k. è rectus: erit ex sexta et quarta sexti pportio. a.f. ad. c.k. sicut a.m. ad. c.n. idcoqz per. 11. quinti sicut. a.b. ad. c.d. et sicut. b.f. ad. d.k. igit ex quinta sexti duo anguli. a.b.f.z.c.d.k. sunt adinuicem equales quod est propositum. Idem probabis leviter de rotundis columnis similibus: hoc itaq; demonstrato vt eo qz omnium duarum rotundarum piramidom similiū quecumq; fuerint sine erecte sine inclinate è pportio vnlus earum ad alteram sicut diametri sine basis ad diametrum alterius basis pportio triplicata. Sint enim vt prius due rotundae piramides. a.z.b. quaz bases sunt circuli. a.z.b. et basiū circulorum diametri sint etiam. a.z.b. sitqz pportio piramidis. a. ad corpus. c. sicut diametri. a. ad diametrum. b. pportio triplicata. non erit igitur corpus. c. minus neqz maius rotunda piramide. b. Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis. d. ita qz duo corpora. c. z. d. pariter accepta sint quantum rotunda piramis b. ab axe igitur piramidis. b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum. b. Sitqz communis sectio huius superficiet et circuli. b. linea e. f. transiens per centrum. b. que erit diameter circuli. b. et protrabatur inter circulum. b. alia diameter secans basiū orthogonaliter que sit. g. b. Sicqz inscribatur circulo. b. quadratum. c.g. f.b. et a rotunda piramide. b. intelligatne



terrabi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptumque ut probatum est supra maius erit dimidio rotunde pyramidis. Et ex residuo eius detrahantur pyramidis eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionum circuli. b. si ergo hoc totiens quousque residuum sit rotunde pyramidis. b. minus corpore. d. ex prima decimi. Eruntque ex conceptione laterata piramis detracta quam componunt latrate partes pyramidis detracte maius corpore. c. runc ergo prodeat ex axe pyramidis. a. superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum. a. et sit communis sectio huius superficie et circuli. a. linea. k. l. que ob hoc erit diameter circuli. a. protrahatur autem in circulo. a. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. m. n. sicut inscribatur in circulo. a. quadratum. k. m. l. n. et dividendo arcus portionum circuli. a. per equalia proficiatur in circulo. a. poligonum simile illi quod est inscriptum circulo. b. et ad singulos angulos huius poligonij demitte lineas rectas a cono pyramidis. a. proficiens super illud poligonum lateratam pyramidem eque alta pyramidem. a. banc autem laterata pyramidem probabis esse simile latrate pyramidem detracte a rotunda pyramidem. b. quod hoc modo facies produces axes cogitatione vel actu triangulorum in triangulis pyramidibus. a. et b. et a centris basium pyramidarum lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum poligoniorum. Eruntque ex premiso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis. a. cum singulis lineis ductis a centro circuli. a. ad angulos poligonij sibi inscripti equeales suis relativis angulis quos continet axis pyramidis. b. cum singulis lineis ductis a centro circuli. b. ad angulos poligonij sibi inscripti. Et quod ex diffinitione rotundarum pyramidum similitudinem proportionem axis pyramidis. a. ad axem pyramidis. b. est sicut semidiametri circuli. a. ad semidiametrum circuli. b. sequitur ex sexta et quarta sexti et diffinitione similium superficierum et similitudinem corporum quod due latrate pyramidem. a. et b. sunt similes.

Leterea argue sicut prius in decimo. constat itaque de omnibus rotundis pyramidibus similibus quod proportio eorum sicut diametrorum suorum basium triplicata. et quia omnis columnam rotunda est tripla ad suam pyramidem. hoc enim sufficienter demonstratur siue columnae et sue pyramidem fuerint erecte siue inclinate: sequitur ex i. 5. quinti ut etiam quorumlibet columnarum rotundarum solum sit proportio sicut suorum diametrorum triplicata.



Propositio .ii.

Duas rotundas pyramidem sine columnas eque alteras suis basibus proportionales esse necesse est.

Supra duos circulos. a. et b. statimur ut prius due rotunde pyramidem eque alte que dicantur sicut. a. et b. et vix rotunde columnae eque alte eiusdem litteris ascripte. a. et b. dico itaque quod proportio eorum pyramidum. a. et b. duarumque columnarum. a. et b. est sicut duorum circulorum. a. et b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de pyramidibus demonstrabitur omnis enim rotunda columnam tripla est ad suam pyramidem: de pyramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex coi scia proportio rotunde pyramidis. a. ad aliqd corpus sicut circuli. a. ad circulum. b. illud corpus sit. c. dico itaque quod corpus. c. non potest esse maius nequam minorem rotundam pyramidem. b. sit enim primo minorem quantitate corporis. d. igitur circulus. b. inscribat quadratum et detrahatur a rotunda pyramidem. b. pyramidis laterata cutus sit basis quadratum circulo. b. inscriptum et ex portionibus pyramidibus detractantur pyramidem



super trigonos portionum circuli consistentes fiatq; hoc totiens quousq; sit ex p^ramida. b. residuum minus corpore. d. eritq; laterata piramis detracta quam componunt partiales piramides detracte maior corpore. c. inscribatur ergo circulo. a. poligonum simile illi poligonio quod est basi lateratae pyramidis. b. et perficit super ipsum piramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis laterata. a. ad angulos poligonij inscripti. Eruntq; due lateratae piramides. a. et b. eque alte. hoc enim est propositum d: rotundis: quare proportio lateratae pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. est sicut basis eius ad basim illius videbicit sicut poligonij. a. ad poligonum .b. hoc enim demonstratum est in sexta huius. at vero poligonij. a. ad poligonum .b. est sicut circuli. a. ad circulum. b. quod manifestum est ex prima et secunda huius: itaq; lateratae pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. sicut rotunde pyramidis. a. ad corp^r. c. que permutatim lateratae pyramidis. a. ad rotundam pyramidem. a. sicut lateratae pyramidis. b. ad corpus. c. cumq; sit laterata piramis. b. maior corpore. c. sequitur lateratam pyramidem. a. esse maiorem rotunda piramide a. hoc autem impossibile: est enim pars eius: non erit ergo corpus. c. minus rotunda piramide. b. Si vero ponat aduersarius qd sit malus demonstratus. rursom idem impossibile consequit: erit enim per conuersam proportionalitatem pporatio corporis. c. ad rotundam pyramidem. a. sicut circuli. b. ad circulum. a. sit quoq; eadē rotunde pyramidis. b. ad aliquod corpus qd sit. d. cum igit corpus. c. sit malus rotunda piramide. b. per ypotbesim: erit ex. i. 4. quinti rotunda piramis. a. maior corpore. d. itaq; proportio circuli. b. ad circulum. a. erit sicut rotunde pyramidis. b. ad quoddā corpus minus rotunda piramide. a. sed hoc demonstratum est prius esse impossibile. sic enim sequit qd pars sit maior suo toto. non est igit corp^r. c. neq; min^r neq; maior rotunda piramide. b. sed tm̄ equale. itaq; ex sc̄a parte septime quinti conduce propositum. Ut autem facilius incūlkusq; demonstrarer qd sequitur: ad ipsam est antecedens utile premittendum quod est.

CSi superficies quedam rotundam columnam equidistanter basi ei^r secuerit: erunt duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem terminantur portionibus axis columnae proportionalia.

CSimile est hoc ei quod pposuit. 25. Undecimi libri de solidis parallelogramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis imo simpliciter de omnibus columnis siue lateratae fuerint siue rotunde. Qd qui argumentationem prime sexti vel. 25. vni decimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit: hic enim nō aliter qd ibi ex diffinitione incontinue proportionalitatis que posita est in probemio quinti libri argendum est propositum. Attendere autem oportet qd quecumq; superficies secat columnam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superficiem basis eius opposite. nam quecumq; superficies vni superficiem sunt equidistantes ipse quoq; sunt equidistantes adiuvicem ut ex his que dicta sunt ex decimasexta undecimi libri vidicisti: quare manifestum est qd omnes rotunde columnae quarum sunt bases eales altitudinib^r suis sunt proportionales: Idem quoq; de lateratis. idem quoq; de pyramidibus rotundis: et etiam de lateratis quod de pyramidibus constabit si prius de columnis probetur. Est enim omnis columnae triplex ad suam pyramidem rotundam quidem ex nona huius: laterata vero ex his que supra in octava demonstrata sunt

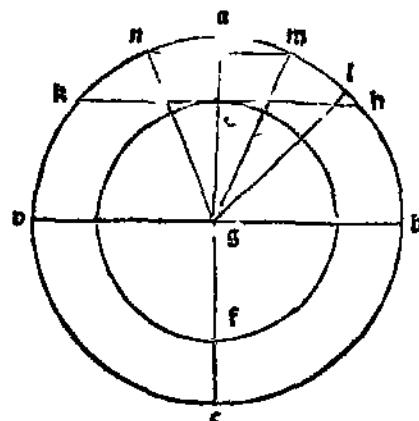
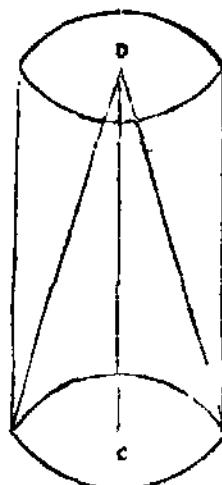
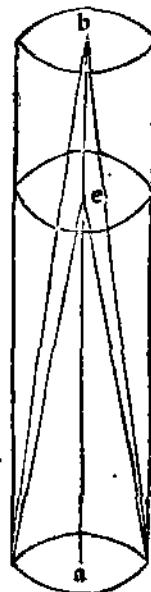
Propositio .12.

Si due piramides rotunde sine columnis fuerint equeles sine bases et altitudines erunt mutue. Si vero sine bases et altitudines mutue fuerint ipsas piramides sine columnis. equeles esse necesse est. Altitudinem pyramidum determinant lineae a conis ad bases perpendiculariter descendentes: columnaz autem a supremis earum superficiebus ad bases. Sint itaque duas rotundas piramides. a. b. c. d. equeles: duas rotundas columnas. a. b. c. d. equeles: suntque bases tam pyramidum quam columnarum duo circuli. a. c. e. coes quoque altitudines tam pyramidum quam columnarum determinatae per lineas. a. b. c. d. e. dico quod propositio circuli. c. ad circulum. a. est sicut altitudinis. a. b. ad altitudinem. c. d. et e. contra. hoc autem si de columnis probatum fuerit de pyramidibus certum erit: quoniam omnis columna rotunda tripla est ad suam pyramidem. si itaque duas altitudines a. b. c. d. fuerint equeles ex prima constat propositum. Si autem inaequales sit. a. b. maior summaque: a. e. equeles. c. d. et secunda columna. a. b. a. superficie. e. equidistanter basi eius. a. erit quoniam ex prima antecedente columna. a. b. ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. id est ex prima parte. et quinti columnam. c. d. ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. quare per secundam partem. et quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. ex prima autem est columna. c. d. ad columnam. a. e. sicut circulus. c. ad circulum. a. itaque per. et. quinti est altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. sicut basis. c. ad basim. a. constat igitur prima pars. Secunda pars vero constabit eadem dispositione manere. sit enim ut basis c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. dico quod duas columnas. a. b. c. d. sunt equeles. erit enim ex secunda parte. et. quinti altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. sicut basis. c. ad basim. a. et quoniam ex prima columna. c. d. ad columnam. a. e. est sicut basis. c. ad basim. a. et ex prima antecedente columna. a. b. ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. sequitur ex. et. quinti ut columna. c. d. ad columnam. a. e. sit sicut columnam. a. b. ad eandem. a. c. igitur ex prima parte. et. quinti duas columnas. a. b. c. d. sunt equeles: quare constat etiam secunda pars.

Propositio .13.

Um propositum fuerit duo circuli ab uno centro circunducti superficie multiangulare equalium laterum circulum minorum minime tangentium intracirculum maiorem describere.

Sunt duo circuli. a. b. c. d. et e. f. ab uno eodem centro quod sit. g. circunducti. dico quod intra maiorem qui sit. a. b. c. d. possibile est unum poligonum quod sit equilaterum describi minorum circulum qui est. e. f. nullo suo latere tangens. Quod dicens enim hinc duo circuli duabus diametris super centrum ipsum orthogonaliter se invenient secantibus que sunt. a. c. et. b. d. sitque e. f. diameter minoris per diametri. a. c. quod est diameter maioris. sicut igitur a puncto. e. duocentum triginta usque ad circumferentiam maioris lineas orthogonaliter super diametrum. e. f. que occurrat circumferentia maioris binc quidem in puncto. b. inde vero in puncto. k. citius ex corollario. et. tertij linea. b. c. k. contingens circulum minorum: postea vero quadrante. a. b. maioris circuli dividetur per equalia in puncto. l. secundum doctrinam. et. tertij: debinetur igitur arcum. a. l. p. equalia ad punctum. m. cumque hoc plures feceris necessario tandem denumeres ad arcum qui minor erit arcu. a. b. sitque hic. a. m. hoc autem idcirco necessarium est quod arcus fuerint duas quantitates: equeles si a maiori eam demas ei. dimid. diu. itaque a residuo di midum possibile est hoc toties fieri quousque tam minor eam relinquit quemadmodum in prima. et. demonstratur est. cum igitur sic dividendo ad arcum quoniam minusque minorum. a. b. fuerit

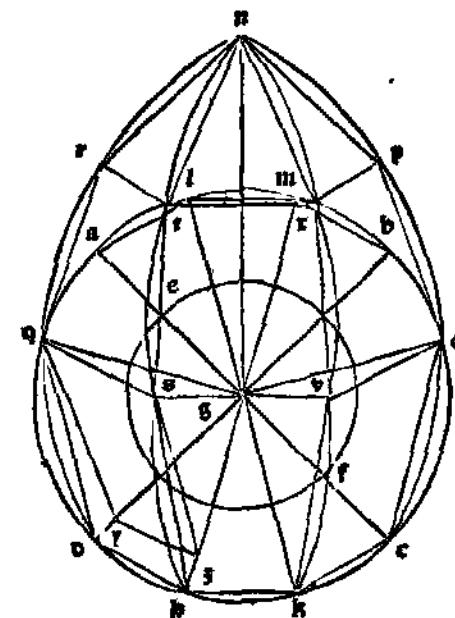


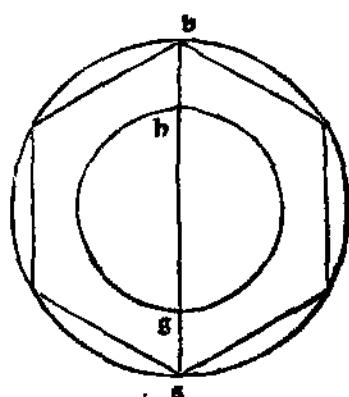
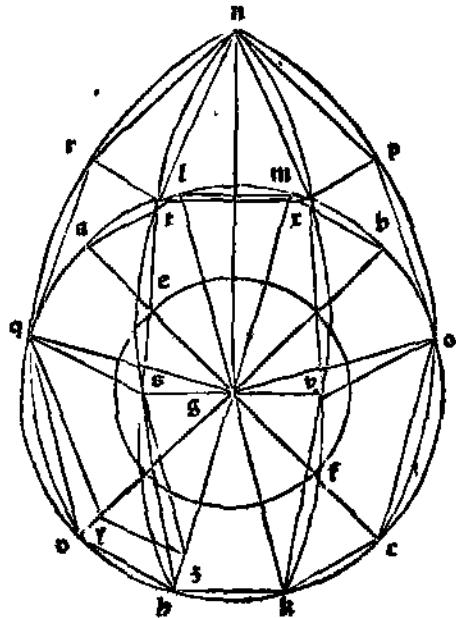
decentū cuiusmodi est arcus bīc.a.m. sumatur arcus.a.n. equalis arcui .a:m.bn/ canturqz due linee. a.m. z.n.m. quia igitur arcus.a.k. est equalis arcui. a.b. quod ex secunda parte tertie tertij z quarta p̄mī z.28. tertij manifestum ē z quia arcus a.n. est equalis arcui.a.m. erit ex cōmuni scientia arcus.n.k. equalis arcui.m.b. ergo due linee.m.n.z.k.b. sunt equidistantes ergo linea.m.n. non poterit tangere circulū.e.f. q̄re multo fortius neqz linea.a.m. potest ipsum tangere. ¶ Quoniam igitur constat circulum.a.b.c.d. divisibilem esse per arcus equeales arcui.a.m. iōcqz per.28.tertij sīf cōstat itra ipsū circulū posse chordulas eq̄les chordule.a.m. cōn/ nne coaptari circulum ipsum poligonie chordantes. manifestū est itra circulū ma/ torē posse vñū poligonū equilaterū cuius vñū latus ē linea. a.m. inscribi z quia linea.a.m. nō contingit circulum minorē p̄z ex p̄ma pte.13. tertij et diffinitione linearum a centro circuli equaliter eq̄distantium q̄ inscriptū poligoniū nullo late/ rū suoz tangit circulū minorē qđ est propositū. ¶ At quid dubitas duas lineas.m. n. z k.b. eē eq̄distantes cū sint duo arcus.n.k.z.m.b. equeales: hoc autē incōcussaz veritatē fortitum est q̄ due linee circulū vñā nō sūt se inuicē secantes: si ex circumferentia equeales arcus hincinde lineis iphis inter sint equidistantes: duc qui/ den s centro.g.lineā.g.p. ppndicularē ad lineā.m.n. que secet lineā.b. k.i pun/ cto.q. z protrabe lineas.g.m.g.n.g.k.g.b. z duobus arcibus:n.k.z.m.b. subten/ de duas chordas que ctiā dicant.n.k.z.m.b. erūtqz ex.28.tertij hec chordae eq̄les n.k.z.m.b. eo q̄ arcus equeales z per secudā p̄tē tertie eiusdē tertij erit linea.n.p. equalis linea.m.p. cum igitur vñeroz duoz angulorum qui sunt .a. d.p. sit rect⁹ ex diffinitione perpendicularis erit ex quarta p̄mī angulus.n.p.g. equalis angulo p.g.m. At vero per.8.p̄mī angulus.k.g.n. ē equalis angulo.b. g.m. itaqz p̄ cō/ munem scientiā que ē si equalibus equalia addas tota erint cqualia. erit angulus k.g.q. equalis angulo.q.g.b. ideoqz per quartā p̄mī linea.k.q erit equalis linea q.b. quare p̄ primā partē tertie tertij linea.g.q. erit perpendicularis ad linea.k.b. igitur ex p̄ma pte.28.p̄mī due linee.n.m.z.k.b. sunt equidistantes z hoc est qđ dubitare conqueſtus es. ¶ Hoc enī idem aliter demōstrare est possibile ducat enī linea.n.b. eritoz ex vñima sexti angulus.b.m.n.equalis angulo.n.b.k. eo q̄ ar/ cus.b.m. est equalis arcui.n.k. ideo ex.27.p̄mī linea.m.n. erit equidistans linea b.k. Conuersam quoqz si libuerit conuerso modo probabis. si enim linea.m.n. est equidistans linea.b.k. erit arcus.n.k. equalis arcui.m.b. erunt enī ex p̄ma par/ te.29.p̄mī duo anguli.b.m.n.z.n.b.k. equeales. ideoqz ex vñima sexti duo arcus n.k.z.m.b. erunt etiam equeales;

Propositio .14.

Dubius speris vñum centrum habentibus propositis in/ tra maiorem earum solidum multarum basium superfici/ em minoris spere minime tangentū figuraliter cōstituire. Quo cōstituto si in minori spera sine in qualibet alia spe/ ra simile corpus intelligibiliter constituantur erit propor/ tio corporis multarum basium intra maiore speram cōstituta ad cor/ pus multarum basium intra minorem speram vel aliam cōstitutam sicut diametri maioris spere ad diametrum minoris vel alterius spere proporatio triplicata. |

Sint propositae duæ spere. a. b. c. d. e. f. vnum atq; idem centrum quod sit. g.
babentes & sit maior earum spere. a. b. c. d. minor vero spere. e. f. volumen autem
intra maiorem earum viuum corpus multarum basium constitutus: dc quib; non
intendimus q; ipse bases sint equaes aut similes sed q; nulla earum tangat super
ficie. minoris spere. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul viraq;
propositorum sperarum una plana superficie per cōmune centrum earum transe/
unte: eruntq; ex diffinitione spere & diffinitione circuli cōmunes sectiones huius
secantibus superficie & superficiem sperarum propositarum linee continentibus circa/
los. sint itaq; duo circuli. a. b. c. d. e. f. quorum centrum est centrum spere de quo
propositum est q; ipsum sit. g. Quadrabitus igitur hos duos circulos duabus dia/
metris se supra cōmune centrum eorti orthogonaliter secantibus que sunt. a. c. e. d. b. po/
stea maioris circulo fm precepsa premisse inscribemus vnum poligonum equilaterum
nullo suorum laterum tangens minorum circulum. Et sufficiat exempli causa
inscripsisse duodecagonum equilaterum ita q; in quadrante ipsius maioris circu/
li qui est. c. d. sint tria latera duodecagoni que sunt chordæ. d. b. b. k. e. k. e.
que cum sunt equaes erunt quoq; ex prima pte. 27. tertij arcus earum equaes: de/
hinc a duobus punctis. b. e. k. que sunt extremitates medie chordæ producentur
duas diametros que sunt. b. m. e. k. l. e. super centrum. g. erigemus lineam. g. n.
perpendicularem ad superficem circuli. a. b. c. d. quā producentur quoq; obuiet
superficiei spere maioris super punctum. n. deinde intelligam quatuor superficies
secantes speras propositas: quarum unaqueq; secet eas super lineam. g. n. scd pri/
ma earum supra lineam. g. n. et diametrum. d. b. secunda super lineam. g. n. et diamet/
rum. b. m. tertia vero super lineam. g. n. et diametrum. k. l. quarta autem super li/
neam. g. n. et diametrum. c. a. eruntq; ex diffinitionibus spere & circuli cōmunes se/
ctiones harum superficiem & superficiem spere majoris linee continentibus circu/
los & erunt portiones inscripte ut inter punctū. n. et quatuor puncta que sunt. d. b. k.
c. quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt. d. n. b. n. e. k. n. t. c. n. hoc
autem ideo cunctis q; omnes anguli quos continet linea. g. n. cum unaquaq; dia/
metrorum protractarum in superficie circuli. a. b. c. d. sunt recti ex diffinitione li/
nee perpendicularis ad superficiem: recti vero anguli in centro quarte circumferen/
tie subtendantur. quod ex ultima sexta evidenter apparet. Ex diffinitione autem cir/
culorum equalium manifestum est q; unusquisq; horum quatuor circulorum est equalis cir/
culo. a. b. c. d. Nam diameter omnium ipsorum est diameter spere maioris. igitur. p. 15.
quinci quadrantes eorum sunt equaes: quare quinq; arcū qui sunt. d. n. b. n. k. n. c. n. et
d. c. sunt equaes: i unoquoq; ergo quatuor quadrantū circulorum erectoꝝ coaptent ipso/
tamenales chordæ quaz qlib; sit eaq; chordæ circuli prostrati q; sunt latera poligonis
sibi inscripti et ē una eaꝝ chorda. d. b. sintq; ī pmo quidē. d. q. q. r. e. r. n. ī secundo
vero. b. f. f. t. e. t. n. ī tertio autē. k. u. u. x. e. x. n. et ī quarto sunt. c. o. o. p. e. p. n.
& protractant coramsta cōmigentes capita ypothemisalii chordaz q; sunt. q. f. f. u. u. o
e. r. t. t. x. x. p. vides igitur quarte parti supioris hemispherij maioris spere que quix
den quarta pars ē. d. n. c. inscriptum ē corpus. g. basium quarū tres que cocunt in
puncto. n. sunt triangule: certe autē sunt quadrangula. suntq; harum quadrangula/
larum superficiem ypothemisalia latera equalia. sed non equidistantia. Coramisti
autē īter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adiuicē & chordæ cir/
culi prostrati sed non sunt adiungicem equaes. hoc autē scies si perpendicularares.





coramtoꝝ extremitatibꝝ ad superficiē circuli iacētis venisferis. de quibus p̄stat q̄ ipse cadent super diametros círculoꝝ quos coramti p̄tinuāt q̄ ex dcmōstratis in 13.11. facile vñrebendes. Verbi gratia. Sint a dñobus terminis coramti. q. s. de misse due perpendiculares. q. y. z. f. z. cadentes in diametris. d. b. z. b. m. z. p̄trabā tur linee. q. g. z. y. z. eruntq; ex quarta sexti duo trianguli. q. y. d. z. f. z. b. si les qua re propoſtio duarum perpendicularium. q. y. z. f. z. erit ſicut duarum cordarū. q. d. z. f. b. cumq; ſint corde equalēs eront etiā et perpendicularēs equalēs. At ipſe ſunt equidistantes ex ſexta. 11. ergo ex. 33. p̄m̄ coramti. q. f. ſit equalis et equidistantis corde. d. b. z. iō minor. e. a. ſequitur ex. 9. vñdecimi ut coramti. q. f. ſit etiā equidistantis corde. d. b. z. iō minor ea conceptione. Cum itaq; corde que ſunt latera poligoni inscripti in círculo iacenti et ipſe ſunt oēs equalēs corde. d. b. nō tangat ſperā minorē: neceſſe eſt ut nulluz latius barum baſium corporis inscripti ſue quadrangule ſint ſive trīgonē tāgat ean dem minorē ſperā cū oīa hec latera ſint ipſis cordis equalia aut minora. Sim pliciter autē vico q̄ nulla etiā barū baſiū de quibus omnibus maniſtum eſt ex ſe cunda p̄ce ſcē. 11. q̄ ipſe ſunt tote in ſuperficie vna potest aliquo ſui puneto con tingere minorē ſperam eo q̄ omnis linea recta oucta ſuper quēlibet punctum eniſq; earum equidistanter coramto minor eſt neceſario corde proſtrati círculi. Si igitur connexitates aliarum quartarū maioriſ ſphere tam ſuperioris hemiſperiꝝ q̄ inferioris ad eius ſimilitudinem quadrilateris trilateris ſuperficiebus ſub texantur: eritq; maiori ſphere corpus. 72. baſium ſuperficiem minoris ſphere mini me tangentium quemadmodū ppoſitū fuerit inscriptū Dico iſup q̄ ſi in alia qua libet ſpera ſimile corpus ſtuat erit pportio vnius ad alterū ſicut diametri vnius ſpera ad diametru alterius triplicata erunt enim ex. 72. baſis vniſq; corporis baſes totidem laterataꝝ piramidiꝝ quaz omnium vertiſces erunt in centriſ ipsarū ſpera bas autē piramides perſicies. ſi a ſingulis angulis inscriptorū corporū que ſunt ex tremitatis cordarū et coramtoꝝ lineas ad centra ſperaꝝ produixeris. ſtude itaq; ex diſſiſtione ſilium corporū pbarc cūctas piramides vniꝝ eē ſiles ſuas relatiuſ piramidiſ alterius. Quo pbaro erit ex. 8. huius pportio vniſeuſq; carum vniꝝ ad ſuā relatiuā alterius ſicut pportio ſemidiameſtorū ſperaꝝ ipsarum triplicata. ſunt enī ſemidiameſtri ſperaꝝ latera cunctaꝝ piramidiꝝ. At q̄ ſemidiameſtorum et diametrorum eſt ex. 15. quinto vna pportio ex. 13. e. uſdem facile condu des ppoſitum.

Propoſitio .15.

Duonum duarum ſperarum eſt pportio alterius ad alteram tanquā ſue diameſtri ad diameſtꝝ alterius pportio triplicata.

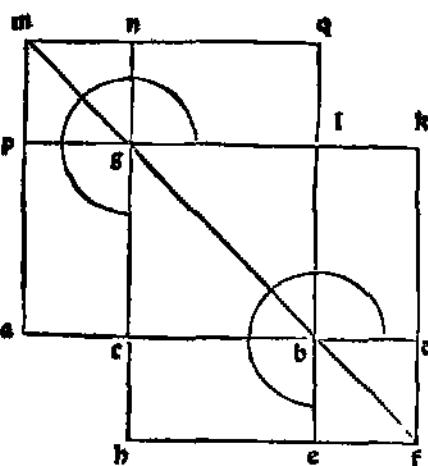
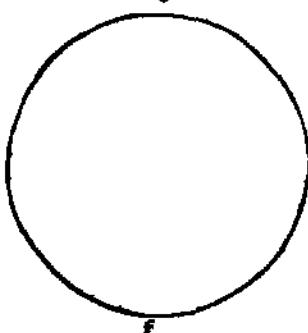
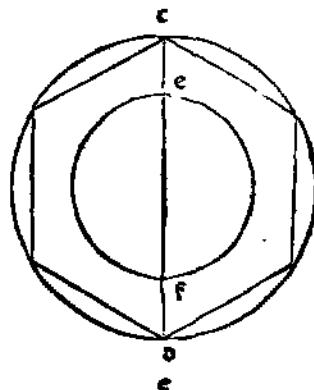
C Sint duc ſpere. a. b. z. c. d. quarum diameſtri ſint. a. b. z. c. d. dico q̄ pportio carum eſt ſicut ſuarum diameſtorū pportio triplicata Luius demonſtratio eſt qm̄ neq; ad minorē ſperā q̄ ſit ſpera. c. d. neq; ad maiore eſt prepoſitio ſpera. a. b. ſicut diameſtri. a. b. ad diameſtꝝ. c. d. triplicata. Eſto quidē pportio ſpera. a. b. ad ſperam. e. f. ſicut diameſtri. a. b. ſpera. a. b. ad diameſtrū. c. d. triplicata: demonſtrabo itaq; q̄ ſpera. e. f. non potest eſſe minor neq; maior qm̄ ſpera. c. d. ſi enim affirmit aduersarius eam eſſe minorē imaginab̄ eam ūdū di e ſpera. c. d. et circūduci ab eoden̄ centro et inscribam ſpera. a. b. q̄ cūa nomine

Sue spere dicitur a.b. Postea itaqz ex scda pte pmissa e. n. quinti qz pportio spere. a.b. ad spere. e.f. e sicut corporis multaz basiū qd e.a.b. ad corp⁹ multaz basiū: qd e. c.d. veroqz enī e sicut diameter. a.b. ad diametru. c.d. triplicata: hec autē ex ypothe illa vero ex scda pte pmissa: quare pmutatim pportio spere. a.b. ad corpus multarum basium. a.b. e sicut spere. e.f. ad corpus multaz basium. c.d. tū igit^r spere. a.b. sit maior corpore multaz basiū. a.b. erit etiā spere. e.f. maior corpore multaz basium. c.d. hoc autē est impossibile. nā ipsa est pars ei⁹: nō e ergo spere. e.f. est minor spe/ ra. c.d. Si autē dicat adversarius cā esse maiore cōfusabimus ipsū hoc modo: erit enī per cōuersā proportionalitatē spere. e.f. ad spere. a.b. sicut diametri. c.d. ad viametrum. a.b. triplicata. sit itaqz eadem spere. c.d. ad speram. g.h. eritqz ex. 14: quinti spere. g.h. minor spere. a.b. co qz spere. c.d. posita est minor spere. e.f. qre pportio spere. c.d. ad aliquā spērā minorē spere. a.b. est sicut diametri. c.d. ad viametrum. a.b. triplicata. At hoc est impossibile: nam ex hoc sequit^r qz ps sit maior suo toto ut demonstratū est prius. itaqz spere. e.f. nō est maior neqz minor qz spe/ ra. c.d. igitur ex. 7. quinti conclude propositā conclusionē que imponit finem libro duodecimo. Explicit liber Duodecimus Incipit liber Terciusdecimus.

Propositio 1.

Am dimisa fuerit linea scdm proportionem habentem mediū duoqz extrema: si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportionaliter dimi se: quadratū linee ex eis duabus composite quadrati medietatis eiusdē linee dimise quin tuplum esse necesse est.

C Sit linea. a.b. dimisa i puncto. c. put docet. 29. sex/ ti. z sit major portio eius linea .b. c. cui. b.c. directe adiungar linea .b.d. que sit equalis medietati toti⁹ a.b. dico qz quadratū linee. c.d. erit quintuplum ad quadratū linee. b.d. Quadrabo enī linea. b.d. z sit eius quadratū. d.e. z circūponā buic quadrato gnomonē scdm quantitatē linee. b.c. ptracta diametro. f.b.g. sitqz circūpositus gnom. e.g.d. eritqz ex. 22. sexti superficies inde cōposita que sit. b.k ranqz quadratū linee. c.d. dico igitur quadratū. b.k. quintoplū esse ad qdratū. d.e. sit igit. c.l. quadratū circūpositi gnomonis sibi que circūponatur aliis gnomo ad quātitatē linee. a.c. ptracta diametro. f.b. vsqz ad. m. sitqz hic gnom. c.m.l. z pro trahant̄ linee. c.n. z. p.l. equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametru. f.m. in puncto. g. Manifestū est autē ex. 22. sexti qz compositū ex hoc secundo gnomone e quadrato. c.l. z ipsū quadratū sit. a.q. est quadratū linee. a.b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplū ad quaduplū. d.e. eo qz linea. b. d. ē mē dictas linee. a.b. cūqz sit ex pma parte. 16. sexti superficies. a.n. ideoqz p.43. pmi sup/ fities. m.l. equalis qdrato. c.l. puenit enī. a.n. ideoqz z.m.l. ex. b.a. in. a.c.z.c.l. puenit ex. c.b. in se z cum ex prima sexti sit. a.l. dupla ad. l.d. ideoqz equalis. l.d. z.c.c. pariter acceptis ex. 43. primi erit ex bac cōmuni scientia: si equalib⁹ equalia addas tota sient equalia: quadratum. a.q. egle gnomoni. e.g.d. hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum. d.e. quādmodū erat quadratū. a.q. itaqz totum quadratum. b.k. cum ipsum constet ex simplo z quadruplo erit ex cōmuni scientia



quintuplū ad idē qđ ē propositū. Idē aliter ex quarta sc̄i cōstat qđ quadratū linee a.b. ē quadruplū ad quadratū linee.b.d. At p̄c sc̄iam eiusdē qđ sit ex.a.b.in.b.c. & in.a.c. ē equale quadrato. a.b. qđ aut̄ ex.a.b.in.b.c. equū ē ei qđ ex.b.d.bis i.b. c. qđ ex prima sc̄i manifestū est. cū. a.b. sit dupla ad.b.d. At vero qđ ex.a.b.in.a. c. ē ex prima pte. 16. sexti equale quadrato. b.c. itaqz p̄ cōem sc̄ianī qđ sit ex.b.d.bis in.b.c. & qđ ex.b.c. in sc̄ ē equale quadrato. a.b. & ideo ē quadruplū ad quadratum b.d. quare supaddito quadrato. b.d. erit totū aggregatū quintuplū videlicet illud qđ sit ex.b.d.bis in .b.c. cum q̄drato .b.c. & q̄drato.b.d. atqna ex quarta secun/ di hoc totū est equale quadrato.c.d. constat verum esse quod diximus.

Propositio .2.

Si cuilibet linee bipartite cuīs quadratum quadrati al/ terutris suaz portionū sit quintuplū in longū sibi linea addatur donec eidē portioni reliq̄ portio cū addita linea fiat duplex: eadē duplex linea sc̄om p̄portionē habentē medium dnoqz extrema diuisa erit maiorqz portio eius erit linea media. Nec ē cōversa premissē duplī quoqz modo sicut illa demō strabitur via retrograda cadē prorsus manente dispōne. Verbi grā. sit quadratū b.k. quintuplū ad quadratū. d.e. & linea. a.b. dupla ad linea. b.d. dico q̄ linea. a. b. diuisa ē in puncto. c.bm p̄portionē habentē mediū & duo extrema & maior portio eius cuīs ē linea media ut ē. c.b. cōstat aut̄ ex. 4. sc̄i q̄ quadratū. a.q. quadruplū ē ad quadratū. d.e. itaqz gnomō. g.d.e. equalis ē quadrato. a. q. quo circa duo sup/ plementa. l.d. & c.e. p̄ter accepta sunt quantū gnomō. c.m.l. atqz cadē supplemē/ ta pariter accepta sunt ex prima sexti quantū. a.l. ideoqz quantū. c.q. sequit̄ q̄. c.q. sit equalis gnomoni. c.m.l. dimpta igit̄ ab utroqz superficie. l.n. erit quadratum. c.l. equale superficiet. a.n. cum igit̄ fiat superficies. a.n. ex. a.b.in.a.c. sit autem quadra/ tum. c.l. quadratū linee. c.b. erit ex sc̄ia pte. 16. sexti propozitio. a.b.ad.b.c. sicut. b. c.ad.c.a. ex diffinitione ergo linee bim p̄portionē habentē mediū & duo extrema diuisse posita in principio sexti libri cōclude p̄positū. Itē aliter cum quadratū. c.d. sit ex hypothēsi quintuplū ad quadratū. b.d. quadratū vero. a.b. sit ex quarta sc̄i quadruplū ad idem. at quadratū. c.d. sit ex eadem equale quadrato. c.b. & quadra/ to. b.d. & ci qđ sit ex.b.d.bis in.c.b. sequitur ut illud qđ sit ex.b.d.bis in.c.b. cum quadrato. c.b. sit equale quadrato. a.b. sed ex.b.d.bis in.c.b. m̄ ē quantū qđ ex.a. b.in.b.c. eo q̄. a.b. dupla est ad.b.d. ergo quod̄ sit ex.a.b.in.b.c. cuīz quadrato. b. c. ēst equale quadrato. a.b. & q̄ ex sc̄ia sc̄i qđ sit ex.a.b.in.b.c. & in.a.d. ēst equale quadrato. a.b. I sequitur ex cōmuni scientia ut quadratum linee. b.c. sit equale ei qđ sit ex.a.b.in.a.c. Igit̄ ex secunda parte. 16. sexti & diffinitione constat p̄positū.

Propositio .3.

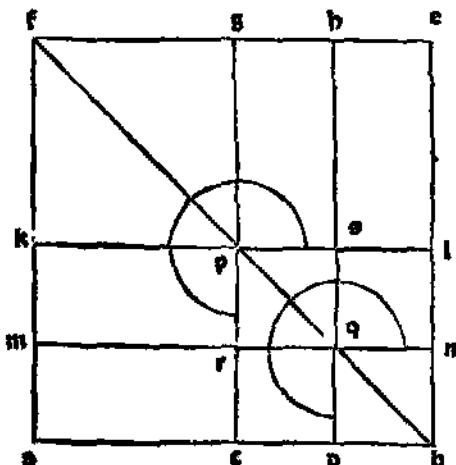
Cum diuisa fuerint linea sc̄om p̄portionē habentē mediū & duo extrema si minori portioni tanqz dimidium maioris directe inngatur: erit ut quadratum linee inde compo/ site quintuplū sit quadrati qđ ex ipsa maioris medietate portionis describit̄. Sit linea. a.b. diuisa in puncto. c. secun/ dum proportionē habentē mediū & duo extrema. sitqz cuīs maior portio linea. c. b. que dividatur per equalia in.d. dico q̄ quadratum linee. a.d. ēst quintuplū ad quadratū linee. c.d. describatur enim quadratū. a.b. quod sit .a.e. in quo p̄trabat̄

diametri. b. f. & linee. g. c. e. p. b. Itemqz. k. l. v. m. n. equidistanter lateribus oppositis secantes se in unice sup diametrum in duobus punctis. p. r. q. & extra diametrum in duobus alijs locis. r. t. s. manifestum igitur est ex. 22. sexti vel ex corollario quarte scđi: quod omnes superficies existentes in quadrato. a. e. quas diameter dividit per medium sunt quadratae: quatuor autem superficies que sunt. a. r. m. p. p. b. t. s. e. constat ex. 43. primi & prima sexti esse adinvicem equalia. namque due postremo. p. b. e. s. e. sunt ad invicem equalia ex prima sexti quoniam igitur ex posti hypothesi & diffinitione linea fm quod p. p. ponit divisa est prima pte. 16. sexti quadratum. c. l. est equale superficie. a. g. ideoqz & gnomoni. r. f. s. propter id quod superficies. a. r. est equalis superficie. p. b. & qm ex qua quarta sexi cuncti quadratum. c. l. est quadruplum ad quadratum. r. f. s. quod est tanquam quadratum linea. c. d. sequitur ex communis scientia quod quadratum. m. h. sit quintuplum quadrati. r. f. s. constat enim ex gnomone quadruplo & r. f. s. simple. hoc autem est propositum. Idec aliter cum sit linea. b. c. divisa per equalia in punto. d. & addita est ei linea. a. c. erit ex. 6. secundi quod fit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. interiacentis equalis quadrato. a. d. atque quod fit ex. a. b. in. a. c. equalis est quadrato. c. b. ex prima pte. 16. sexti: hoc autem est quadruplum ad quadratum. c. d. manifeste p. p. veritas eius quod dicitur. Potes quoqz si libet etiam dupli modo ex consequente huius suu antecedens concludere processu retrogradu. sit enim eadem dispositione manente quadratum. m. h. quin duplum ad quadratum. r. f. s. critqz gnomoni. r. f. s. equalis quadrato. c. l. Utrumqz enim est quadruplum ad quadratum. r. f. s. atque superficies. a. g. est equalis gnomoni predicto necesse est ut superficies eadem sit equalis quadrato predicto: quare ex scđa pte. 16. sexti. & diffinitione linea. a. b. est divisa in punto. c. h. proportionem habentem medium & duo extrema: & maior portio eius est linea. c. d. Idec aliter cum sit ex hypothesi quadratum linea. a. d. quintuplum ad quadratum linea. c. d. & ex. 6. scđi id ipsum quadratum sit equalis ei quod fit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. sequitur ut id quod fit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. sit quintuplum ad idem quadratum. c. d. ideoqz eo deempto crit residuum videlicet quod fit ex. a. b. in. a. c. quadruplum ad ipsum & quod est ex quarta scđi quadratum linea. c. b. est quadruplum ad idem necesse est ut quod fit ex. a. b. in. a. c. sit equalis quadrato. c. b. quare iterum ex secunda pte. 16. sexti & diffinitione linea. a. b. est divisa binum proportionem habentem mediū & duo extrema in punto. c. & maior eius portio est linea. c. b.

Propositio .4.

Si scđm proportionem habentem mediū & duo extrema que liber linea fuerit divisa eiqz in longum directe tanquam maior sectio adjiciat: erit tota linea inde composta binum proportionem habentem mediū & duo extrema divisa; esse & erit eius maior portio linea prima.

Cum linea. a. b. divisa qua supponit proportionem in punto. c. & sit eius maior portio. c. b. tortuosa. a. b. adjiciat directe linea. b. d. que sit equalis. c. b. dico quod tota. a. d. eadem proportionem divisa est in punto. b. & maior eius portio est linea. a. b. que est linea prima. Est enim ex diffinitione. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. atque ex septima quinti. a. b. ad. b. d. sicut ad. b. c. igitur ex undecima eiusdem. a. b. ad. b. d. sicut. b. c. ad. c. a. quare per contram proportionalitatem. b. d. ad. b. a. sicut. a. c. ad. c. b. et conjunctim. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. c. Longus sit ex. se prima quinti. a. b. ad. b. c. sicut ad. b. d. erit ex undecima eiusdem. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. itaque ex diffinitione linea. a. d. divisa est in punto. b. secundum proportionem habentem medium



LIBER



et duo extrema et maior portio eius est linea a.b. quod est propositum. Eodem quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundum predictam proportionem diuisa tamenq; minor portio retrahatur: erit ipsa maior portio scilicet eandem proportionem diuisa. et itaq; maior portio eius linea detracta. verbi gratia. Sit linea a.b. sicut p/ ponitur in puncto c. diuisa sitq; maior portio a.c. a qua retrahatur. c.d. equalis. c. b. dico q. a.c. e diuisa: sicut proportionem eundem in punto d. et q. maior portio c. e linea d.c. cum enim sit ex diffinitione b.a.ad. a.c. sicut a.c.ad.c.b. At ex septima quinti. a.c.ad.c.b. sicut ad.c.d. erit ex undecima eiusdem b.a.ad.a.c. sicut a.c.ad.c.d. idcoq; per. i. g. quinti: sicut c.b. residuum ad.d.a. residuum. sed ex septima ciuidem c.b.ad.d.a. sicut c.d.ad.d.a. itaq; a.c.ad.c.d. sicut c.d.ad.d.a. ex diffinitione ergo constat qd dixim: nec igit ea quia auctor pponit additio nec ea quia ex opposito proponimus retractio quatuorq; viralibet in prolixum tendat a proprietate divisionis linee primitive discordat.

Propositio .5.

Si secundum proportionem habentem medium et duo extrema quelibet linea fuerit diuisa qd ex tota linea quodq; ex minori portione producit ambo quadrata piter accepta triplu sunt eius qd ex maiore portione quadratum describitur.

CSi linea a.b. diuisa per sepe dictam proportionem in puncto c. sitq; maior portio eius linea c.b. dico q. quadrata duarum linearum a.b. et c.a. pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee c.b. hec enim uno quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum c.b. et duplum eius quod sit ex a.b. in a.c. itemq; quia quod sit ex a.b. in a.c. est equale quadrato c.b. ex diffinitione et prima parte. i. sexti: manifestum est propositum.

Propositio .6.

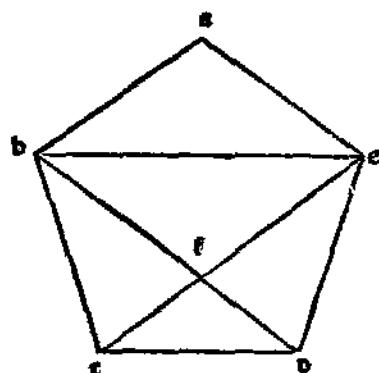
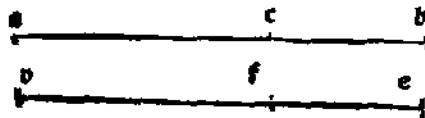
Minis rationalis linee secundum proportionem habentem medium et duo extrema diuisa utraq; portionem residuum esse necesse est.

CSi linea a.b. sicut proportionem diuisam in puncto c. rationalis. dico q. utraq; portio eius residuum. Sit enim maior ei⁹ portio a.c. cui directe adiicitur a.d. equalis dimidio totius a.b. et itaq; eti. d.a. rationalis ex. g. decimi libri et diffinitione. constat autem ex prima huius q. quadratus linee d.c. quintuplum est ad quadratum linee d.a. igit linea d.c. est concans linee d.a. In potentia ex diffinitione. sed non in longitudine ex ultima pte. g. decimi quare p. 58. decimi linea a.c. est residuum cum due linee c.d. et d.a. sint ambe rationales potentialiter tunc concantes. et quia iterum si ad lincam rationalem a.b. adiungatur superficies equalis quadrato linee a.c. que est residuum et latius eius secundum lineam c.b. ex prima pte. i. sexti necesse est ex. g. 2. decimi ut linea c.b. sit residuum prius: quare constat propositum. Amplius autem si linee sic diuisae ut proponit major portio fuerit rationalis: erit minor residuum: verbi gratia. sit ut prius a.b. diuisa i.e. sicut dictam proportionem et maior portio eius que est a.c. sit rationalis que diuidatur per equalia in. d. et itaq; ex tercia huius quadratum d.b. quintuplum ad quadratum d.c. at qz. d.c. est rationalis tunc ipsa sit dimidii. a.c. sequitur ut due linee d.b. et d.c. sint rationales potentialiter tunc concantes quare ut prius linea c.b. est residuum. at vero si linea rationalis in potentia tunc sicut dictam proportionem habentem medium et duo extrema

dimidiat adhuc necesse est ut vtraq; portio cùs sit residuum. sit eni. a.b. rōnalis i po
tentia tñm divisa sicut pponitur in puncto.c. et sumat aliqua rōnalis in longitudine
que sit .d.e. q̄ etiā dividat in.f. s̄m pdicā proportionē. manifestū est igit̄ ex secunda
14.libri que sine admīniculo alicuius eoz que sequuntur inconcussa demonstracione
roboraſ q̄ pportio.a.b.ad.d.e.est sicut.a.c.ad.d.f. et sicut.c.b.ad. f.e. Cum ergo
a.b. cōcet cum.d.e. in potentia sequit ex prima pte. 10. decimi q̄.a.c. communicet
cū. d.f. et c.b. cū. f.e. in potentia. Et q̄ vtraq; portio linee.d. e. ē residuum ut patet
ex predictis sequit ex. 95. decimi ut vtraq; portio linee.a. b. sit etiā residuum sed non
cū. scđem speciei ut ibidē demonstratū est. Quare cōstat q̄ oēs linee rōnalis in lon
gitudine vel in potentia tñm scđm pportionē habentē mediū et duo extrema diisse
vtraq; portio ē residuum. Et nota q̄ prima ps pñtis demonstrationis qua demon
strat q̄ maior portio linee diisse s̄m pportionē habentē mediū et duo extrema sit
residuum si tota linea sit rōnalis pcedit ex sufficientib; siue tota linea ponat rōna
lis in longitudine siue in potentia tñm. Scđa vero ps qua demonstrat̄ hoc de mino
ri portione q̄ ipsa quoq; sit residuum si tota ē rōnalis nō pcedit ex sufficientib; niv
si tota sit rōnalis in longitudine. Tertia aut pars qua pbatur q̄ minor portio ē re
siduum sufficienter procedit sine maior portio sit rationalis in longitudine siue in
potentia tantum. Ad concludendum igit̄ de maiori portione linee predicto mo
do divise q̄ ipsa sit residuum sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem
in potentia tñm. sed ad cōcludendū quoq; hoc de minori portione mediante maio
re sufficit ponere portionē maiore. s̄l rōnale in potentia tñm. sed ad cōcludendū
hoc de minori portione mediante necesse est ponere totā lineā esse rōnalem i lon
gitudine aut vñctū ē scđa. 14.libri quēadmodū dictum est.

Propositio .7.

Si quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit
equilaterus equiangulus quoq; idē pentagonū ēē pbat.
Si pentagonus.a.b.c.d.e.equilaterū. sintq; quilibet tres ei⁹ an
guli siue cōtinue siue in cōtinue: sunt autē equales et sint pñ
incontinue sumpti. sintq; anguli.a. c.d. illi tres qui ponunt adiunctē
equales dico totū pentagonū ēē equiangulū. his angulis subrendant̄ chorde.b.e.
b.d. et e.c. et totus pentagonus dividat̄ in trigonū et quadrilatez cuius due diag
nales sint chorde duoz proximoz equaliū anguloz secantes sc intra quadrilaterū
ipsiū in puncto.f. eritq; p quartā primi basis.b.e. equalis basi.b.d. et angulus.a.e.
b. equalis angulo.c.d.b. Lunq; p quintā primi angulus.b.e. d. sit equalis angulo
b.d.c. eo q̄ duo latera.b.c. et b.d. sint equalia. erit ex cōi scia totalis angulus.ei
equalis totali angulo.d. similiter probabis totale angulum. b. esse equalē angulo
totali.c. est eni per quartā primi basis.b.e. equalis basi.c.c. et angulus.a.b.c. equa
lis angulo.d.c.e. per quintā aut eiusdē sc̄i primi est angulus.e.b.c. equalis angu
lo.e.c.b. igit̄ ex cōi scia totalis angulū.b. ē equalis totali angulo.c. Sint itaq; tres
anguli.b. c. d. cōtinue sumpti equales et sic quoq; erit pentagonus equiangulus: erit
enim ex 4. primi basis.b.d. equalis basi.c.e. et angulus.c.d.b. angulo.d.c.c. et an
gulus.b.d.c. angulo.e.c.d. quare p sextā primi due linee.c.f. et f.d. erit equalis cū
duo anguli trianguli.f.c.d. qui sunt ad basim.c.d. sunt equales: igit̄ ex bac cōi scia
erit linea.f.b. equalis linee.f.e. erat eni tota.b.d. equalis toti.c.e. Ideoq; per quin
tā primi erit angulus.f.b.e. equalis angulo. f.e.b. p eandē autē ē angulus.a.b.c.



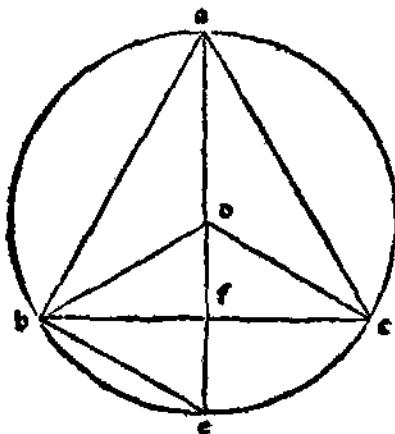
LIBER

equalis angulo. a.e.b. itaqz per cōem sciam angulus. b. totallis est equalis angulo e. totali tres enī partiales anguli cōponentes vnu sunt equales tribus prialib⁹ cōponentibus alium vnuquisqz suo relatiuo. Manifestū ē igitur q̄ tres anguli. e. b. c. nō cōtinue sumpti in proposito pentagono sunt equales. cū aut sic demonstratur est totum pentagonū esse equiangulum vtrolibet ergo modo constat propositum.

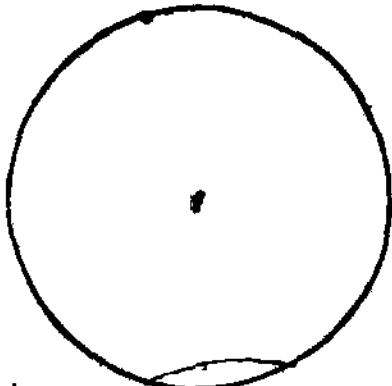
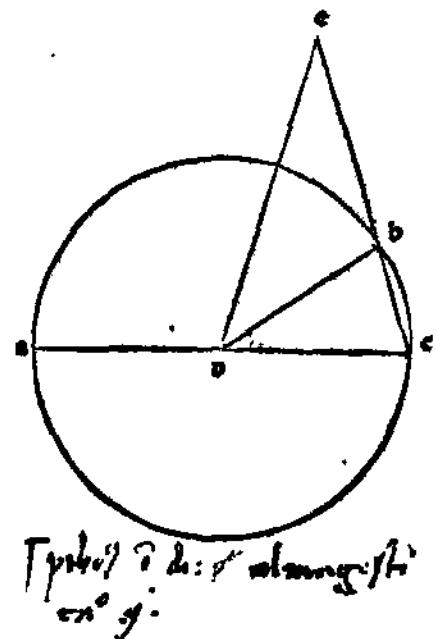
Propositio .8.

Munis trianguli equilateri qđ a latere suo quadratū deſcribitur triplum est quadrato dimidij diametri circuli a quo triangulus ipſe circuſcribitur. Cū triangulus. a.b.c. equilaterus cui circuſcribatur. circulus. a.b.c. supra centrū.d. quicad modum docet quinta quarti libri et protrabat in eo diameter. a.d. e dico ergo q̄ quadratū linee. a.b. triplū est ad quadra:ū semidiometri. a.d. ducant enī due linee. b.d. et d.c. et arcu. b.c. subtendat chorda. b.e. eritqz ex octaua primi angulus. b.a.d. equalis angulo. c.a.d. quare per ultimā sexti arcus. b.e. est equalis arcu. e.c. Et qz ex. 27. tertij tres arcus. a.b.b.c.t.c.a. sunt adintitc equales co q̄ eoz chorde que sunt latera trigoni sunt equales ex hypothesi: crīs arcus. b.e. sexta ps circuſerentie. ideoqz chorda. b.c. erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per coroll. 15. q̄rti linea. b.e. ē eglis semidiometro. a.d. Manifestū ē autē ex prima parte. 30. tertij q̄ angulus. a.b.e. est rectus. ideoqz quadratum linee. a.c. ē equalis quadratis duarum linearum. a.b. et b.c. ppter acceptis ex penultima pmi. At vero quadratū. g.c. quadruplicū ad quadratum. b.e. ex quarta sc̄i cum linea. a.e. sit dupla. b.c. relinquunt ergo quadratū. a.b. triplū esse ad quadratum. b.c. et ideo ad quadratum. a.d. qđ est propositum. Nō læreat aut nos q̄ linea. b.c. que ē latus trigoni vniqz semidiometrū. d.e. ppter equalia. Esto quidē punctus divisionis. f. constat igit ex quarta primi q̄. b.f. est equalis f.c. ideoqz per primam partem terrie tertij omnes anguli qui sunt ad. f. sunt recti. quare ex penultima primi quadratū. b.d. ē equale quadratis duarum linearum. d.f. t.f.b. quadratum vero. b.e. equale quadratis duarum linearum que sunt. b.f. t. f.c. Et qz. b.d. est equalis. b.c. erunt ex comuni scientia duo quadrata duarum linearum. b.f. t. f.d. ppter accepta equalia vnoibz quadratis duarum linearum. b.f. t. f.e. pariter acceptis: denupto igit utrinqz quadrato. b.f. erit ex cōi scia quadratum. f.d. residuum equalis quadrato. f.e. residuo quare et linea. f.d. linea f.e. ex hac cōi scientia quaz quadrata sunt equalia eas lineas et equales. Ex hoc itaqz manifestū ē q̄ perpendicularis ducatur a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis ē dimidio linee ducere a cōtro eius de circuli ad ipsius circuſerentiam. **P**ropositio .9.

Si latus exagoni equilateri latusqz decagoni equilateri quos ambos vnu idēqz circulus circuſcribit sibi inīcez in lōgū directūqz cōiugant tora linea ex eis cōposita sum pportionē habentē mediū et duo extrema diuisa erit maiorqz eius portio latus exagoni. Cū circulus. a.b.c. vnu centrum. d. et diameter. a.d.c. sitqz arcus. c.b. quinta ps arcus semicirculi. a.b.c. eti subtendat chorda. c.b. quā pstat esse latus decagoni equilateri pposito circulo inscripti adiungatqz linea. c.b. incōtinuū et directū linea. b.e. que ponatur ecq̄ lis lateri exagoni equilateri pposito circulo inscripti dico totā lineā. c.e. divisam cē in pmo. b. sum pportionē habentē mediū et duo extrema et maiorez ei⁹ pportionē



bico esse lincā.b.e.que est latus exagoni: ducant̄ enī in centrum duce linea.e.d.c.b.d.
eritq; angulus.e.equals angulo.b.d.e.ex.5.primit̄ ppter hoc q̄ linea.e.b.ē equals
linea.b.d.ex coroll.15. quarti angulus quoq; d.b.c.est equals angulo.c.ex.5.primit̄
nū:quare ex:32.primi angul⁹.a.d.b.erit duplus ad angulū.d.b.c. et q̄ p̄ eadē an-
gulus.d.b.c.ē duplus ad angulū.e.sequū: vt angulus.a.d.b.sit quadrupl⁹ ad an-
gulū.e. Est enī ex cōi scia q̄drupl⁹ quicquid fuerit dupl⁹ dupli.cūq; sit et idē angu-
lus.a.d.b.quadruplus ad angulū.b.d.c.ex ultima sexti co q̄ arcus.e.b.ē quadra-
plus ad arcū.b.c.necessē ē ex cōi scia ut angulus.e.sic equa'is angulo.b.d.c.si igit̄
intelligant̄ duo trianguli.d.e.c.totalis.7.b.d.c.ptialis cū angulus.e.totalis sit eq̄
lis angulo.b.d.c.partialis et angulus.c.sit cōis vtriusq; necessē ē ex.32.primi: vt
ipsi sint equianguli: quare per quartā sexti p̄portio duoz̄ laterz̄.e.c.r.c.d.totinen-
tiū angulū.c.i totali triāgulo ē sicut duoz̄ laterz̄.d.c.r.c.b.Prinē iū cūdē angulū
i ptiali triangulo quia ḡ p̄portio.e.c.ad.c.d.ē sicut ad.e.b.ex sc̄a pte.7.quinti. et
d.c.ad.c.b.ē sicut.e.b.ad eadē ex p̄ma pte eiusdem. sequū ex.11.quinti ut sit pro-
portio.c.e.ad.e.b.sicut.e.b.ad.b.c.igitur a dione cōclude p̄positū linea.c.c.ē
divisā sūm proportionē habētē mediū et duo extrema et maiorē portionē eius ēc la-
tus exagoni q̄ op̄mit nos demonstrare. Lōversam quoq; demonstrare puenit
q̄ facile fiet via retrograda: cā enī assumit Ptolemeus capitulo.9.prime dictiōis
almagesti ad demonstrandū quantitatē chordaz̄ arcū circuli. Dico itaq; q̄ si li-
nea quelibet sūm proportionē habentē mediū et duo extrema dividat cūis circuli
maiorē portio fuerit latus exagoni: eiusdē minorē erit latus decagoni. At vero cūis
minorē erit lat⁹ decagoni eiusdē maiorē erit latus exagoni. Sit enī priori dispositiō
manente linea.e.c.divisa in puncto.b.sūm predictā proportionē et maiorē ei⁹ portio
sit.e.b.dico q̄ cūuscūq; circuli linea.c.b.ēst lat⁹ exagoni eiusdē ē linea.b.c.latus
decagoni: et cūuscunq; circuli linea.b.c.ēst latus decagoni eiusdē ē linea.c.b.lat⁹
exagoni. Intelligo aut̄ hoc de exagonis et decagonis equilateris. si enī sit.e.b.la-
tus exagoni circulo.a.b.c.inscripti: erit p̄ coroll.15. quarti.c.b.equals.d.c. et quia
p̄portio.c.c.ad.e.b.ēst sicut.e.b.ad.b.c.ex hypothesi erit ex.7.quinti.c.e.ad.d.c.
sicut.d.c.ad.c.b.igit̄ ex.6.sextri duo trianguli.e.d.c.r.c.b.sunt equianguli: angu-
lus ergo.e.cst equals angulo.b.d.c.ipsoſ enī latera p̄portionalia respiciunt.cūq;
sit angul⁹.a.d.b.q̄druplus ad angulū.e.ex.32.primi bis assūpta. et quāta eiusdē bis
sequū: vt etiā idē angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulū.b.d.c.idcoq; ex ultima
sexti arcus.e.b.quadruplus est ad arcū.b.c.linea igit̄.b.c.ē latus decagoni.a.b.c.
inscripti.Qd̄ si linea.b.c.fuerit latus decagoni et circuli.a.b.c.ērit.e.b.latus exago-
ni eiusdē.sit enī.c.b.latus exagoni circuli.f.critq; ex predictiā.b.c.latus decagoni
eiusdē.intelligant̄ igit̄ in scripti ēē decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c.ēf
quoq; omnia latera erūt equalia linea.b.c. et quia oīs figura equilateralē circulo in-
scripta ē equiangula vt probatū est in.15.quarti libri sequū vtriosq; decagonos ēſſe
equiangulos.Lunq; omnes anguli viii p̄ter accepti sint equales omnibus angu-
lis alteris pariter acceptis sicut evidenter apparet ex demonstratis in.32.primi:
necessē ē ex hac cōi scia quorūlibet equilū decimas aut quorūlibet ptes eiusdē venio-
tationis ēē equales ut unus horū octagonorū sit equiangulus alij.Idcoq; silis ex
dione silium superficie: et q̄ si due figure silēs duobus circulis inscribant̄: erit p̄pos-
tio duoz̄ relatiōnez̄ laterz̄ illaz̄ figuraz̄ sic t̄ duaz̄ diametroz̄ illorū circulorū vt
apparet ex coroll.8.sextri libri et prima.12.cū latera decagonoz̄ silium in scriptorū

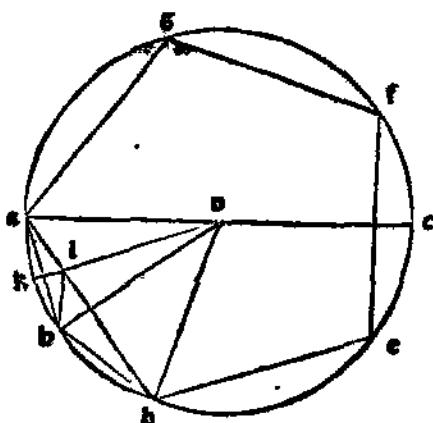


duobus circulis .a.b.c. et f. sint equalia sequitur ut diametri eorum sint equales,
ideoque et semidiametri etiam equales. sunt autem semidiametri et latus exagoni et
qualia ex corollario. decima et quinta sexti. erit ergo linea .c.b. latus exagoni circu-
li. a.b.c. inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli. f. sibi equalis: hoc autem est quod
demonstrare voluimus. Ex hac autem nona huius libri nouis exortam est decimam
quarti libri que duum equalium laterum pponit trigonum describendum cuius vertex duo
angulorum quos basis obtinet ad tertium duplus existat: talis enim est vertex triangulu-
rum .c.d.c. et d.c.b. et simpliciter ois cuius duo latera sunt equalia majori portioni
aliquius linee divise bin proportionem habentem medium duorum extremitatum et tertium quod
est basis est equalis minori portioni linee cuiusdem vel cuius uno latera sunt equalia sa-
cri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero est equalis lateri decagoni
equilateri eide circulo inscripti quod est ppositum.

Propositio .10.

Done latus pentagoni equilateri tanto potentius est late-
re exagoni equilateri quantum potest latus decagoni equi-
lateri si sunt in eodem circulo ambo inscripti.

Sit circulus .a.b.c. cuius centrum .d. et diameter .a.d.c. inscribaturque
in pentagonus equilaterus qui sit .a.b.c.f.g. et a centro .d. pribatur
perpendicularis ad latus .a.b. que producatur usque quo obviat circumferentie in pun-
cto .b. sicque .d.b. et protrebantur due chordae .a.b. et .b.b. que erunt equalis adiunctae
ex scda pte. 3. tertij et quarta primi. Ideoque etiam duo arcus .a.b. et .b.b. equalis adiuncti
sunt ex .27. tertij. Est igitur usqueque duas chordas .a.b. et .b.b. latus decagoni equi-
lateri pposito circulo inscripti. Bico itaque quod quadratum lineae .a.b. que est latus pen-
tagoni est equalis duabus quadratis duas lineas .b.d. et .a.b. ppter acceptis quarum
prima est equalis lateri exagoni ex coroll. 15. quarti: et secunda est latus decagoni p/
trabatur enim a centro .d. perpendicularis ad lineam .a.b. que est latus decagoni que
producat usque ad circumferentiam: sicque .d.k: que secat lineam .a.b. est latus pentagoni in puncto
.l. et pribatur linea .b.l. Prostat autem ex scda pte tertie tertij et .4. primi et .27. tertij quod linea
.d.k. que est perpendicularis ad chordam .a.b. simul dividit per equalia chordam et arcum inter
arcus .a.k. est equalis arcus .k.b. quare ex ultima sexti angulo .a.d.l. est equalis an-
gulo .l.d.b. Ideoque ex quarta primi basis .a.l. basi .l.b. igit ex quinta primi angulo
.l.a.b. equalis est angulo .l.b. a. cuius etiam sit ex eadem angulus .b.a.b. equalis an-
gulo .b.b.a. sequitur ut angulus .l.b.a. sit equalis angulo .b.b.a. ergo ex .32. primo uno
trianguli .b.a.b. et .a.b.l. sunt equianguli. est enim angulus .b. maioris equalis angu-
lo .b. minoris et angulus .a. omnibus est virtus: itaque quod quartam sexti ppositio .b.a.ad
.a.b. est sicut .a.b.ad.l.a. quare ex prima pte. 16. sexti quod prouenit ex .b.a.in.a.l. est
equalis quadrato lineae .a.b. que est latus decagoni. cuius sit autem semicirculus .a.c.c. est
equalis semicirculo .a.f.c. et arcus .a.c.arcus .a.f. erit arcus .c.c. residuo equalis arcui .f.
.c. residuo: quare arcus .c.c. est medietas arcus .c.f. Ideoque equalis arcui .a.b. et du-
plus ad arcum .b.k. et quod arcus .e.b. est duplus ad arcum .b.b. erit ex .13. quinti totius
arcus .c.c.b. duplus ad tertium arcum .b.b.k. Ideoque ex ultima sexti angulo .c.d.b. est
duplus ad angulum .b.d.l. cuius etiam angulus .c.d.b. duplus sit ad angulum .b.a.d.
ex .32. et quinta primi. sunt enim duo latera .d.a. et .d.b. equalia erit angulus .b.d.l.
equalis angulo .b.a.d. Itaque per .32. primi erit triangulus .b.d.l. equiangulus tri-
angulo .b.a.d. Est enim angulus .d. maioris equalis angulo .a. maioris et angulo .b.
est sicut virtus: ergo per quartam sexti ppositio .a.b.ad.b.d. est sicut .b.d.ad.l.b. quare



per primam partem. 16. sexti quod provenit ex. a.b. ut. b.l. est equale quadrato. d:
b. at vero probatum est prius qd illud qd provenit ex. a.b. in. l.a. c equale quadra/
to. a.b. itaqz quod provenit ex. a.b. in. a. l. et in. l.b. est equale duobus quadrans
duar linearum. a.b. et. b.d. et quia ex scda secundi qd provenit ex. a.b. in. l.a. et in. l.
b. est equale quadrato linee. a.b. est autem linea. a.b. lat^o pentagoni equilateri p/
posito circulo inscripti linea vero. a.b. clavis decagoni equilateri. et linea. b. d. est
ex corollario. 15. quarti equalis lateris hexagoni equilateri pposito circulo inscripto
cum inconclusa demonstratione astrictur hoc quod dicitur.

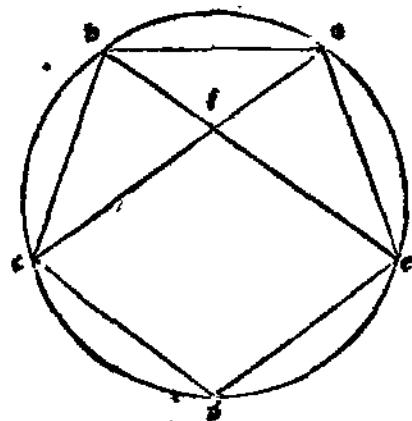
Proposito 11.

Si duob⁹ ppinqm angulis pentagoni equilateri itra circulū
descripti a terminis iuxta latex dne recte linee subtendan
tur utraqz alteram scdm proportionē habentē mediū duo
qz extrema secabit majorqz ipsius portio lateri ipsius pe/
tagoni equalis erit.

Sit pentagonus equilaterus. a.b.c.d.e. inscriptus circulo eisdem litteris signa/
to et duobus eius ppinqm angulis qui sunt. a. z.b. subrendant due recte linee. a
c. z. b. e. secantes se inuicē in punto. f. dico itaqz utraqz hz esse diuīlā i punto
f. fin pportionē habentē mediū duoz extrema: et q major portio utriusqz ē equa/
lis lateri pentagoni. **V**erum manifestū est enī ex. 27. tertij q quinqz arcus circuiti pentag/
onū propostū circumscribentis quoqz latera ipsius pentagoni sunt cho:de: sunt ad
inuicē equalē. ideoqz ex ultima scxi quatuor anguli. a.c.b.a.b.e.b.a.c.z.b.c.a
sunt adiuicē equalē. Nam arcus. a.b.a.e. z.b.c. sunt adiuicē equalē. cunqz
sit arcus. c.d.e. duplus ad arcū. b.c. enī quoqz ex ultima sexti angulus. c.a.e. du/
plus ad angulū. c.a.b. at vero ex. 32. primi angulus. a.f.e. duplus ē ad angulū. f.a
b. igitur angulus. a.f.c. ē equalis angulo. f. a. e. quare per sextam primi linea. a.e. ē
equalis linee. f.c. sunt autē duo trianguli. a.b.e. z.a. f.b. equianguli per ea q dicta
sunt et p. 32. primi: est enī angulus. c. majoris equalis angulo. a. minoris et angu/
lus. b. cōs. utriqz: igitur q quartā sexti pportio. e.b.ad.b.a. sicut. b.a.ad.f.b. cōs
sit. c.f. equalis. a.b. co q ipsa ut probatum est equalis. a.e. sequitur ex. 7. quinti:
ut sit pportio. b.c.ad.e.f. sicut. e.f.ad.f.b. quare per diffinitionē linea. c.b. ē di/
uisa bī pportionē habentē mediū duoz extrema et eius major portio est equalis
lateri ipsius pentagoni. si autē hoc ē vēz de linea. e.b. erit quoqz ex. 7. quinti: et que
ta ciudē et diffinitionē idē vēz de linea. a.c. nam tota. b.c. est equalis toti. a.c. ex
quarta primi et portioē portionib⁹ ex sexta primi et cōs scia: portioē enī. a.f. z.b.
f. sunt equalē ex sexta primi. ideoqz. f.e. z.f.c. residue erunt adiuicē equalē ex cō/
ceptione vel potes si libet et faciliter de linea. a.c. demonstrare propositum nego/
tiando circa ipsum ut prius circa linēam. c.b.

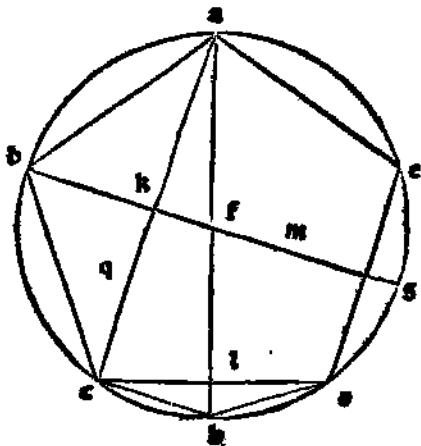
Proposito 12.

Si circuli pentagonū equilaterū circumscribentis diamete/
ros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irra/
tionalis ea scilicet que dicitur minor. **S**it pentagonū equi/
laterū. a.b.c.d.e. inscriptū circulo eisdem litteris ascripto cōcitz. f. et due
diametri. b.g. z.a.b. sicut utraqz hz diametroz linea rōna i longi/
tudine: dico tunc q lat^o pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet q dicitur mi/
nor: probabat enī linea. a.c. q sicut diametru. b.g. in punto. k. eritqz ex ultima sexti



LIBER

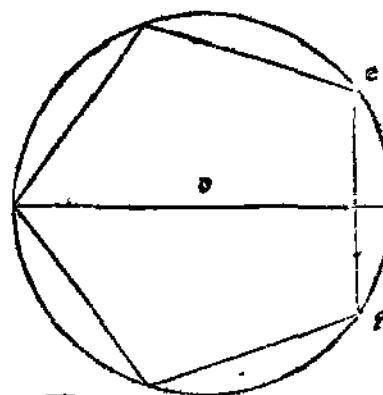
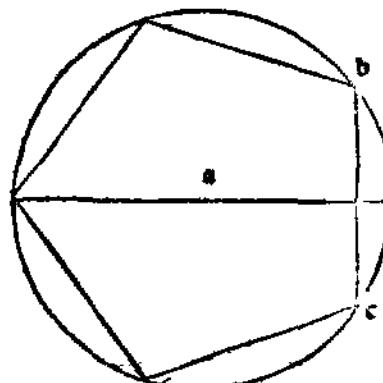
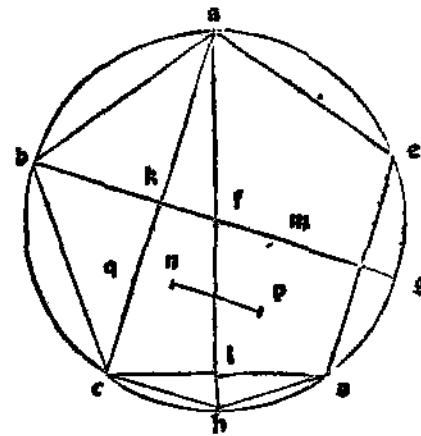
et quarta primi linea. a. c. divisa a diametro. b. g. orthogonaliter e per equis in puncto. k. quod se necirculus. b. a. g. sit equis semicirculo. b. e. g. et arcus. b. c. arcus. b. c. sicut pstat ex 27. tertij erit arcus. a. g. residuus equalis arcui. c. g. residuo: id est ex ultima sexti angulus. a. b. g. equis erit angulo. c. b. g. cum itaque duo latera. a. b. et b. k. trianguli. a. b. k. sint equis duobus lateribus. c. b. et b. k. trianguli. c. b. k. et angulus. b. viius angulo. b. alterius: erit ex quarta primi basis. a. k. c. equis basi. k. c. et oes anguli qui sunt ad. k. sunt recti ex prima pte tertie terni: diameter autem. a. b. secet latus pentagoni. c. d. in punto. l. Eritque s. litter linea. c. d. divisa a diametro. a. b. orthogonaliter per equalia in puncto. l. cum enim sint duo arcus. a. d. b. et a. c. b. c. equis et arcus. a. c. sit equis arcui. a. d. erunt duo residui semicirculorum qui sunt. c. b. et d. b. c. equis quibus si subtendens due chordae que sunt. c. b. et d. b. ipse quoque ex 28. tertij erunt equalis et quae arcus. a. c. est equalis arcui. a. d. erit ex ultima sexti angulus. c. b. l. equis angulo. d. b. Lideoque per quartam primi basis. c. l. est equalis basi. d. l. et omnes anguli qui sunt ad. l. recti ex prima pte tertie terni. itaque duo trianguli. a. c. l. et a. f. k. sunt equali ex 32. primo. Est enim angulus. l. maioris equis angulo. k. minoris eo quod triquetus est rectus et angulus. a. est cōis triquetus: quare ex quarta sexti pportio. l. c. ad. c. a. est sicut. k. f. ad. f. a. Sumas igitur ex diametro. b. g. linea. f. m. equalis quarte parti semidiametri eritque per eam proportionalitate pportio. c. l. ad quartam partem linee. a. que sit. c. q. sicut. k. f. ad quartam partem linea. f. a. que est. f. m. et quod p. 15. quinti pportio. c. d. ad. c. k. est sicut. c. l. ad. c. q. sic enim est duplum ad duplum sicut simplum ad simplum: est p. 11. quinti. d. c. ad. c. k. sicut. k. f. ad. f. m. et cōiuncti linee constanter ex d. c. et c. k. ad. c. k. sicut. k. m. ad. m. f. et id est per primam partem. et sexti pportio quadrati linee cōposite ex d. c. et c. k. ad quadratum linee. c. k. sicut quadrati linee. k. m. ad quadratum linee. m. f. constat autem ex prima pportio quod si linea. a. c. dividatur hinc proportionē habentem medium duoque extrema majoris pportio c. i. est equis linea. d. c. igitur linea constans ex d. c. et c. k. cōponitur ex maiori psonione diuisa hinc proportionē habentem medium duoque extrema et ex medietate totius linee sic diuisa: est enim c. k. medietas. a. c. itaque per primam istius. 13. libri quadratum linee composite ex d. c. et c. k. quintuplum quoque est ad quadratum linee. c. k. id est quadratum linee. k. m. quintuplum quoque est ad quadratum linee. m. f. cum sit hinc quadratoque et illorum una pportio est autem linea. b. m. quintupla ad linea. m. f. erit enim. m. f. quarta pars semidiametri pportio est autem linea. b. m. quintupla ad linea. m. f. erat enim. m. f. quartus pars semidiametri pportio circuli: ergo quadratum linee. k. m. ad quadratum linee. m. f. est sicut linea. b. m. ad lineam. m. f. et quia ex secunda pte. 18. sexti quadratum linee. k. m. ad quadratum linee. m. f. est sicut linea. k. m. ad lineam. m. f. duplicata: est enim ex undecima quinta linea. b. m. ad lineam. m. f. sicut linea. k. m. ad lineam. m. f. duplicata: igitur linea. k. m. est medio loco proportionalis inter duas lineas. b. m. et m. f. quod sic constat. Sit enim linea. n. p. medio loco pportionalis inter eas supra hinc doctriina nonne sexti eritque ex diffinitione pportionalis duplicate que posita est in principio quinti pportio. b. m. ad. m. f. sicut. b. m. ad. n. p. duplicata: et quod b. m. ad. n. p. sicut n. p. ad. m. f. erit etiam ex 11. quinti pportio. b. m. ad. m. f. sicut n. p. ad. m. f. duplicata igitur ex prima pte. 9. quinti due lineae. k. m. et n. p. sunt cōiles: id est ex prima pte 7. quinti et ex scda pte eiusdem linea. k. m. est medio loco pportionalis inter. b. m. et m. f. quare ex coroll. 15. sexti pportio quadrati linee. b. m. ad quadratum linee m. k. est sicut est linea. b. m. ad lineam. m. f. et quia linea. b. m. est quintupla ad lineam m. f. erit quadratum linee. b. m. quintuplum ad quadratum linee. m. k. linea autem. b. m.

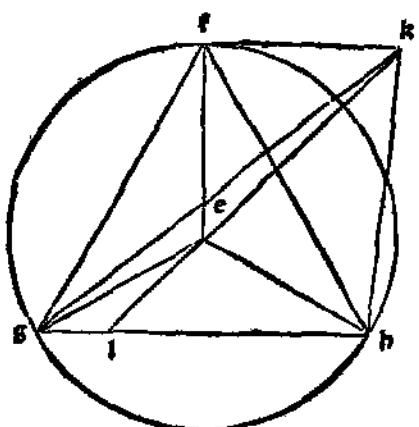
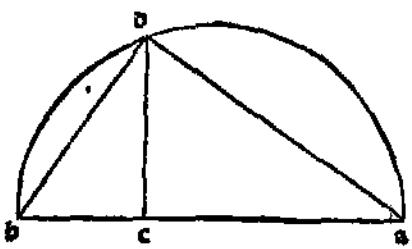


est rōnalis in longitudine: ergo per vītimā pte. 7. decimi linea l.m.k. est rōnalis in potentia tñ? et qz linea b.m. ē potentior linea m.k. in quadrato sīne sibi incommensurabilis in longitudine vt in cōtinuo pbab̄ erit linea b.k. residuū quartū ex difinitione residui quarti. Qd aut̄ probandū assumpsum sic patet. sic numerus r. quintuplus ad numerz. s. sūtqz. t. et s. quantū. r. ac st̄t̄. r. quinqz. s. vnu. t. quatuor: et sit linea b.m. potentior linea m.k. in quadrato līnce. x. cū igit̄ sit quadratum līnce. b.m. ad quadratū līnce. m.k. sicut numer⁹. r. ad numerz. s. erit p̄ eiusā p̄portionālità quadratū līnce. b.m. ad quadratū līnce. x. sicut numer⁹. r. ad numerz. t. quare per vītimā pte. 7. decimi linea x. ē incommensurabilis līnce. b.m. in longitudine. nō est ergo dubiū quin. b.k. sit residuū quartū. Manifestū vero ē ex. 34. tertij: q̄ illud qd fit ex. b.k. in. k.g. ē equale c̄ qd fit. a. k. in. k.c. Ideoqz enī ipsū idem est equale quadrato. k.c. eo q̄. a. k. ē equalis. k.c. ergo quadrato. b.k. addito vtricqz erit ex penultima p̄imi qd fit ex. b.k. in se et in. k.g. est equale ei qd fit ex. b.k. in. g.b. erit linea b.c. latus tetragonū superfici contenti a duabus līneis. g.b. et k.b. et quia līnea. g.b. ē rōnalis: līnea vero. b.k. ē residuū quartū. et qz linea potens in superficie linea rōnali residuoqz quarto cōtentia est linea minor vt constat ex. 89. decimi libri necessē est linea. b.c. quic est latus pentagoni equilateri p̄posito circulo inscripti ē linea minorē qd erat ex principio demonstrandū. Hoc ergo mō sequit̄ q̄ lat⁹ pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minor. si diameter circuli cui inscribatur fuerit rōnalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rōnalis in potentia tñ. adhuc necessē est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. esto enī linea. a. rōnalis in potentia tñ supra quā describatur circulus cīqz descripto i. scribae pentagonus equilaterus cuius vnu latus sit. b.c. dicantqz pentagonus et circulus. a. dico q̄ linea. b.c. ē linea minor. Spinatur enī aliqua linea rōnalis i longitudine que sit. d. et super eā linetur circulus cui inscribār pentagonus equilater⁹ et sit vnu latus ipsius linea. e.f. dicantqz pentagonus et circulus. d. constat igit̄ ex bac. 12. q̄. c.f. ē linea minor: cū diameter. d. sit rōnalis in longitudine. Qm̄ vero p̄ portio pentagoni. a. ad pentagonū. d. ē sicut quadrati līne. b.c. ad quadratum līne. e.f. vīraqz enī ē ex sc̄o pte. 18. sexti: sicut līne. b.c. ad linea. e.f. duplicita pentagoni aut̄. a. ad pentagonū. d. ē sicut quadrati. b.c. ad quadratū līne. e.f. diametri a. ad quadratū diametri. d. ex p̄ima. 12. erit ex. 11. quintū quadratū līne. c.b. ad quadratū līne. e.f. sicut quadratū diametri. a. ad quadratū diametri. d. cīqz quadrata duaz diametroz. a. et d. sint cōciantia: q̄ ambo sūt rōnalia ex p̄probēsi erit quoqz ex p̄ima pte. 10. decimi quadrata duaz līneaz. b.c. et c.f. cōciantia: ergo līnea. b.c. cōcat i potēria cū līne. e.f. et qz līne. c.f. ē minor: sequit̄ ex. 100. decimi: q̄ etiā. b.c. sit linea minor qd ē p̄positū. sive ergo diameter aliquis circuli sit rationalis in longitudine sine i potēria tñ necessē ē vt latus pentagoni equilateri si bi inscripti sit linea minor.

Propositio .13.

Piramidē cītuoz basiū triāgulariū et eq̄ilateraz ab assignata spera circūscriptibile fabricare b̄ ergo spere diametros ad lat⁹ ipsi⁹ piramidis sexqalterā p̄portionē potest aliter habere. p̄bat. Sit linea. a. b. diameter assignate spere que dividatur in puncto. c. ita q̄. a. c. sit dupla ad. b.c. et līnei super eam semicirculus. a.d.b. et producatur linea. c.d. orthogonaliter sup līneā. a.b. et p̄ducatur linea



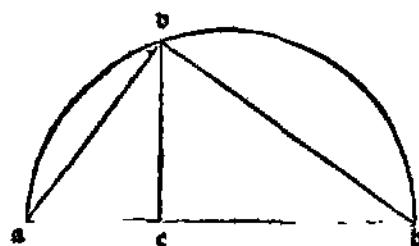
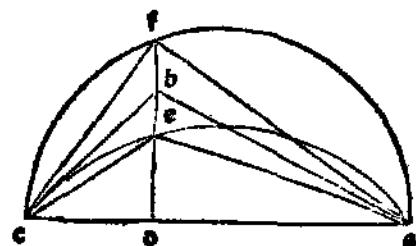
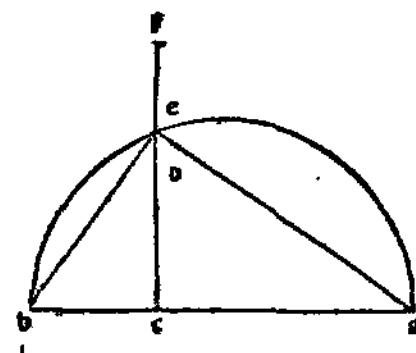


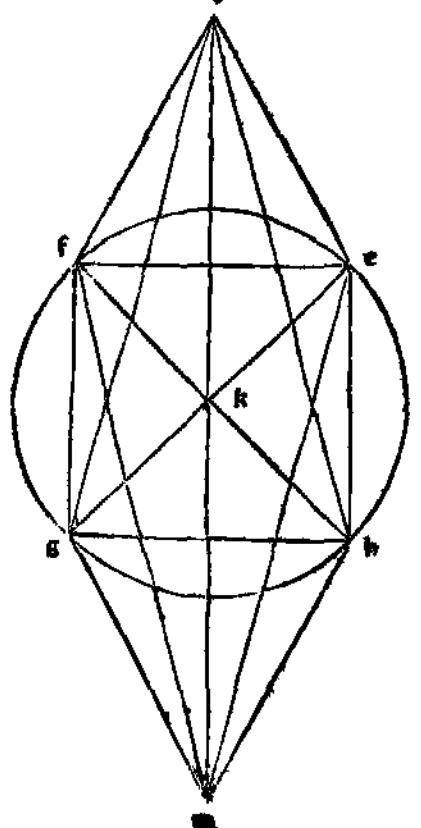
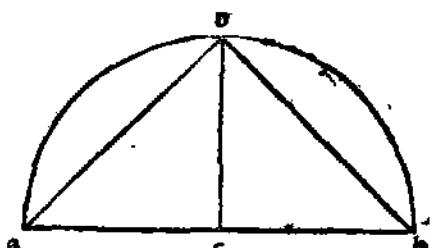
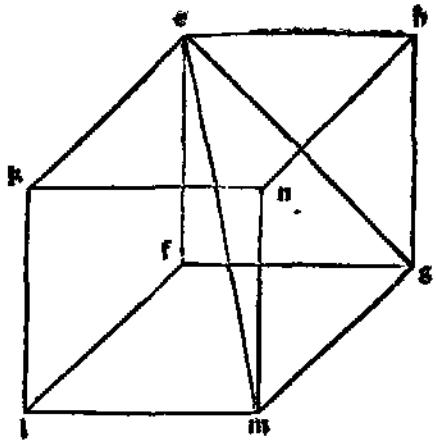
b.d.z.d.a.postea fiat circulus.f.g.b.super centri.e.caustus semidiameter sit equa/
lis linea;c.d.cui ex sc̄a quarti libri inscribat̄ triangulus equilaterus qui sit. f.g.b.
.ad cui⁹ angulos p̄trabant̄ a centro linea.c.f.e.g.e.b.deinde sup centrum.e.erigatur
fus̄ q̄ docet.12.occimi vel vndeccimi linea.c.k.q̄ ponat̄ equalis.a.c.p̄pendicularis
ad superficie circuli.f.g.b.z demittant̄ a punto.k.ypothenuse.k.f.k.g.k.b.eritq̄
cōpleta p̄iramis quatuor basiū triangulariū z equilateraz quā dico esse ab assigna/
ta sp̄era circūscriptibilez z vico quadratum diametri p̄posite sp̄ere sexquialtez esse
ad quadratum lateris fabricate p̄iramidis.cōstat enī ex prima pte corollarij.s.sex
xi q̄ linea.c.d.c̄ medio loco p̄portionalis inter.a.c.z.c.b.quare ex coroll.17.ei⁹
dem quadratum linea.a.c.ad quadratum linea.c.d.ē sicut.a.c.ad.c.b.ergo cōiunctū
quadratū.a.c.z quadratū.c.d.ad quadratū.c.d.sicut.a.b.ad.b.c.ideoq̄ ex penult.
primi quadratū.a.d.ad quadratū.d.c.sicut.a.b.ad.b.c.cū ergo linea.a.b.sit tri/
pla ad.b.c.erat enī.a.c.dupla ad cā erit quoq̄ quadratū.a.d.triplū ad quadratū
d.c.ē autē ex.s.buīus quadratū.f.g.triplū ad quadratū.e.f.quare cū ex hypothesi
d.c.sit equalis.e.f.erit ex cōi sc̄ia.a.d.equalis.f.g.z q̄ ex diffinitione linea p̄pē
ndicularis ad superficie linea.e.k.continēt cū singulis lineaſ.e.f.e.g.e.b.angulos
rectos quāz quilibet ē equalis linea.c.d.z q̄ ipsa eadē ē equalis linea.a.c.z angu/
lus.c.ē rectus:erit per quartā prīmi vnaqueq̄ triū lineaſ.k.f.k.g.k.b.equalis ll/
nee.a.d.D̄ Janifestum est igū fabricatam p̄iramidē esse quatuor basiū triangulariū
eq̄ilateraz.Ipsā sūt cē circūscriptibile ab assignata sp̄era sic babet linea.e.k.
intelligatur adiici h̄m rectitudinē linea.e.l.equalis linea.c.b.vt tota k.l.sit equalis
a.b.que ē diameter assignate sp̄ere:hanc autē linea inquā.e.l.imagineris est sub
circulo.f.g.b.p̄pendiculararem quoq̄ ad.ipsius superficiem ex pte inferiori sicut est
c.k.ex parte superiori eritq̄ vnaqueq̄ triū lineaſ.e.f.e.g.e.b.z simplr q̄libet semidi/
ametri circuli.f.g.b.medio loco p̄portionalis inter.k.c.z.e.l.quāadmodū ē. d.c.
inter.a.c.z.c.b.nam bee sūt equalis illis vnaquaq̄ sue relative.Si igū sup lineaſ
l.k.describat̄ semicircul⁹ circūducaturq̄ quousq̄ ad locū vnde moueri ceperat re/
deat erit ex diffinitione sp̄eraz equaliū sp̄era descripta motu h̄nus semicirculi eq̄
lis sp̄ere assignate.sunt enī sp̄ere equalis quāz sunt equalis diametri quāadmo/
dum de circulis in principio tertij dictū ē:semicirculū h̄nus vero necesse est trans/
ire per tria puncta.f.g.b.que sunt anguli solide p̄iramidis fabricare.sit autē vico
q̄ semicirculus hic qui sup linea.k.l.fuerit descript⁹ si circūducatur quousq̄ ad locū
redicat vnde moueri ceperat contingat circulū.f.g.b.super omnia puncta circūscen/
tie ipsius.Qd̄ ex hac vetusta veritate probatur:si linea recta super lineaſ rectā per
pendiculariter steterit que inter partes eius cui superst̄at uel circumstat medio lo/
co p̄portionalis ponatur.fueritoq̄ super eam linea cui perpendicularis supstat
semicirculus descript⁹ circūferentia ipsius p̄ extremitatem linea medio loco p̄por/
tionalis posite p̄pendiculariter necessario trāsibit.cum igitur concic semidiametri
circuli.f.g.b.sint pp̄ediculares ad linea.k.l.z medio loco p̄portionalis iter ptes ip̄l⁹
que sunt.k.c.z.e.l.sequit̄ ut semicirculus descript⁹ sup.k.l.si circūducatur transeat p̄
omnia puncta circūferentie.f.g.b.z per omnes solidos angulos p̄iramidis fab/
cate.itaq̄ a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure p̄iramis fabricare
est inscriptibilis illi sp̄ere quā semicirculus supr lineaſ.k.l.lineat⁹ mutuo suo ve/
cribit:et quia hec sp̄era descripta est assignata sp̄ere equalis p̄ diffinitionē equaliū
sp̄eraz sequit̄ ex cōi scientia vt hec p̄iramis fabricata sit ab assignata sp̄era circū/

scriptibilis qđ est ppositi. Conclariū autē p; sic. Cum enī a.b. sit tripla ad. b. c.p
euēam proportionalitatem erit. a.b. sexquialtera ad. a .c. idqđ ex scđa pte conclariū. s. sexti et coxclario. 17. eiusdē quadratū linee. a.b. crit etiā sexquialterę ad quadratū linee. a.d. et qđ linea. a.d. ē equalis lateri fabricate piramidis. at vero. a.b. est
diameter spere: constat vix eē qđ per conclariū dicit. Ne autē quicqđ de retusa ve
ritate proposita besitare contingat eā volum⁹ hoc mō demonstratio firmare. Sit
igit̄ sup linea. a.b. linea. c.d. perpendicularis qđ ponat medio loco pporionalis in
ter p̄es linee. a.b. que sint. a.c. et c.b. ita qđ propoſio. a.c.ad.c.d. sicut. c.d.ad.c.b.
Et super linea. a.b. describa ſemicirculus. a.c.b. dico qđ buius ſemicirculi circufer
entia tranſibit per punctū. d. qui ē extremitas perpendicularis. Si autē aut ſecabit
linea. c.d. aut ſuptranſibit eā totā ipſā traſiens et includens et non contingens. ſe
cet ergo primo eā in puncto. e. et ducant linea. e.b. et e.a: critqđ ex prima pte. 30. ter
tij totalis angulus. a.e.b. rectus. itaqđ ex prima pte correſ. 8. sexti pporatio est. a.c.
ad.c.e. ſicut. c.e.ad.c.b. at vero ex ſeconda pte. 8. quinti pporatio. a.c.ad.c.e. ē ma
ior qđ. a.c.ad.c.d. co qđ. c.e. ē minor qđ. qđ. c.d. cū igiſ ſit. c.c. ad.c.b. ſicut. a.c.ad.c.e
et c.d.ad.c.b. ſicut. a.c.ad.c.d. erit per. 12. quinti. e.c.ad.c.b. maior qđ. c.d. ad.c.
b. ideoqđ per primā pte. 10. quinti. e.c. ē maior qđ. d.c. p̄ videlicet qđ ſuū totuſ qđ
est impossibile. Nō ergo ſecabit circuferentia ſemicirculi linea. c.d. **C**Sup tranſeat
igiſ et pducatur. c.d. vſqđ ad circuferentia: ſiteqđ tota. c.e. et protrahant linea. e.b. et e.a
a. ſequetur ut p̄ linea. c.d. cſle maiore qđ ſit linea. c.e. qđ est etiā impossibile: con
ſtat ergo ppositū. Siſt autē dicimus qđ ſi fuerit aliquis angul⁹ rectus cui basis ſub
tendat ſup quā ſemicirculus lineat: ipſius circuferentia p̄ angulum rectum tranſire ne
ceſſe ē. conuertā vero buius pponit prima pte. 30. tertij. qđ autē dicimus ſic conſtat
CSi enī angul⁹. a.b.c. rectus cui ſubtendat basis. a.c. et ſup eā lineat ſemicircul⁹
dico qđ ipſius circuferentia tranſibit p̄ punctū. b. in quo coeunt linee continentia
angulum rectum tuſus demonstratio ē qđ neqđ tranſibit ſupra neqđ infra. ſin autē traſ
ſeat: pmo iſtra ſitqđ. a.c.c. et ab angulo. b. producat linea. b.d. perpendicularis ad ba
ſim. a.c. que ſecet circuferentia ſemicirculi in puncto. e. et protrahant linea. e.a. et e
c. eritqđ angulus. a.e.c. rectus ex prima pte. 30. tertij. at ipſe ē maior angulo. a.b. et
per. 21. priui hoc autē ē impossibile ex tertia pentione cū vterqđ ſit rectus. hic qui
dē ex hypotheſi ille vero ex prima parte. 30. tertij. **N**ō ergo traſibit circuferentia ſe
micirculi inſtra angulum. b. tranſeat itaqđ ſupra et ſit. a.f. c. pducatur autē perpendicularis
d.b. quousqđ obuiet circuferentie ſemicirculi. a.f.e. i puncto. f. et producant
linee. f.a. f.c. critqđ ex prima parte. 30. tertij angulus. a.f.c. rectus. cūqđ etiā ē et ex
hypotheſi angulus. a.b.c. rectus ſequit̄ ſimpoſibile per. 21. priui ſicut in principio.
relinquit ergo qđ diximus. hoc autē neceſſariū est ad cognitionē eoz que ſequuntur.

Propoſitio .: 4.

Aſſignata ſpera circuſcriptibilem cubum conſtituerſ
eiusdem autem ſpera diameter lateri. ipſi⁹ cubi poten
tialiter triplicem eſſe inaſtum erit.
Aſſignata ſpera diameter ſit. a.b. ſuper quā lineat ſemicircu
lus. a.d.b. diuidaturqđ diameter i puncto. c. proſuſ ſecondum con
ditionem priuissim ſidelicet ut linea. a.c. ſit dupla ad lineam. c.b. et producatur
c.d. perpendicularis ad. a.b. et protrahantur. d.b. et d.a. poſtea ſiat vnu ſquarem
quins oīa latera ſint equalia linea. b.d. ſitqđ. e.f.g.h. ſup cui⁹ quorū angulos erigant





vt docet. 12. vndeclimi' quatuor linee ppēdicularares ad superficiē ipsi⁹ q̄drati q̄z q̄libz ponatur etiā equalis linee. b. d. fintqz. e. k. f. l. g. m. b. n. cruntqz hec quatuor ppēn diculares singule singulis equidistantes ex sexta vndeclimi: et anguli quos cōtinent cū lateribus quadrati recti ex diffinitione linee ppēdicularis ad superficiē: deinde cō iungant̄ extremitates istaz ppēndiculariū p̄tractis lineis. k. l. m. m. n. n. k. eritqz cōplet⁹ cub⁹ sex superficieb⁹ q̄dratis cōtentus. cōstat eni ex. 34. p̄mi q̄z q̄tuor superficies ipsum ambientes et ipse sunt quaž opposita latra sunt quatuor perpendiculares sint omnes quadrare: dc basi autē hoc positū est. at vero de supraemā ei⁹ superficie que ē. k. l. m. n. q̄ ipsa quoqz sit quadrata. cōstat ex. 34. p̄imi et. 10. vndeclimi. ideoqz ex quarta vndeclimi manifestū ē singula latera eiusdē cubi duab⁹ ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Ut autē cubū bunc ab assignata spera circumscribilem ēē demonstremus: in una suaž superficiež p̄trahat̄ diagona lis. verbi gratia in basi eius sitqz. e. g. t. a. b. huius diagonalis altera extremitate p̄trahatur diameter cubi. c. m. eritqz ex penultima p̄imi quadratū. e. g. duplū ad quadratū. f. g. ideoqz et ad quadratū. g. m. eo q̄. g. m. ē equalis. f. g. sūt eni omnia latera cubi adiūtūcē equalia. et q̄ rursus ex penultima p̄imi quadratū. e. m. ē equa le quadratis duaz lineaz. e. g. z. g. m. ppter hoc q̄ angulus. c. g. m. ē rectus ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiē: erit quadratū. e. m. triplum ad qua dratū. m. g. cōstat eni ex duplo et simplo. cumqz ex secunda pte co: x. 8. sexti et ex conel. 17. eiusdē q̄dratū quoqz. a. b. sit triplū ad quadratū. b. d. eo q̄ linea. a. b. tri plū ē ad linea. b. c. sit autē. b. d. equalis. g. sequitur ex cōf scia ut. c. m. q̄ ē diameter cubi sit equalis. a. b. que ē diameter sp̄ere. itaqz si sup. e. m. lineaē semicirculus cīs conducatqz quoqz ad locū vnde fuit initiu motus redeat spera descripta: erit ex diffinitione sp̄eraž equaliū equalis sp̄ere assignare. at vero q̄ bic semicirculus trā sitū faciet p punctū. g. eo q̄ angulus. e. g. m. ē rect⁹ endēqz rōne p ceteros singulos rectos angulos cubi q̄o ex antecedente ante bāc. 14. imediate p̄missio manifestū ē cōstat cōstitutū cubū ab assignata spera eo q̄ a sua equali circumscribile esse q̄o demonstrare oportebat. corollarij vero demonstratio in isti⁹ demōstratiōis pcessu prepatuit.

Propositio .15.

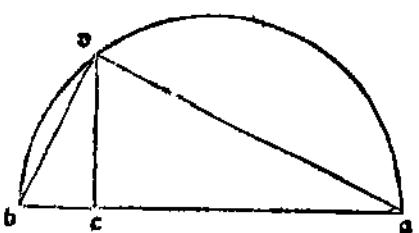
Orpus octo basiū triangulariū et equilaterariū a spera p̄ posita circūscriptibile cōponere: eritqz palā eiusdē sp̄ero diameterz lateri ipsius corporis duplccm esse potentialiter. **C** Diameter sp̄ere p̄posita sit. a. b. que dividat p̄ equalia i puncto. c. et sup ea lineaē semicirculus. a. d. b. et pducat. c. d. ppēdicularis. ad. a. b. et iungat punc⁹. d. cū. a. et cū. b. describatqz vnu quadratū cuius singula latera sint equalis linee. b. d. sitqz quadratū. hoc. e. f. g. b. in quo p̄trahant̄ diametri due. e. g. e. f. b. secantes se inuicē in puncto. k. p̄stat igit̄ ex. 4. p̄imi q̄ vtraqz istaz diametroz sit equalis linee. a. b. que ē diameter sp̄ere cū angulus. d. sit rectus ex p̄ma pte. 30. teat̄ et singuli quoqz anguli. e. f. g. b. recti ex dionc q̄drati: p̄stat rursus q̄ cedem due diametri. e. g. z. f. b. dividat̄ se inuicē p̄ equalia in puncto. k. hoc autē ex. 5. p̄imi et 32. et sexta eiusdē facile ē dicere. erigat̄ itaqz sup punctū. k. linea. k. l. ppēdicularis ad superficiē q̄drati q̄ ponat̄ cōqz medietate diametri. e. g. l. f. b. et demittat̄ ypothe misse l. e. l. f. l. g. l. b. crūtqz ex his q̄ posita sunt et penit p̄mi quoties oportuerit re petita singule basaz ypothenisaꝝ eqles sibi inuicē et equales laterib⁹ q̄drati. habes ergo piramidē quatuor equilateraz triangulariuꝝ basiū sup quadratū p̄missū.

hinc itaqz sub ipso quadrato similiē piramidē hoc mō appone linea. l. k. producās pforando quadratum eisq ad. m. ita q. k. m. exūs sub quadrato sit equalis f. k. existenti supra: et iunge punctū. m. cū singulis angulis q̄drati pducendo. 4. alias hypothemis que sunt. m. e. m. f. m. g. m. b. de quibus quoqz manifestū ē ex penul. primi: quēadmodū de alijs que sunt in superiori pte q̄ ipse sint equales ad iuvicē et lateribus quadrati. Lōplexum⁹ igitur corpus. 4. basiū triangularū et equilaterarū hoc aut ab assignata spēra circūscriptile ēē sic habcto. cōstat enī q̄ linea. l. m. est equalis diametro assignate spēre: nā vtraqz eaž ē equalis diametro quadrati. igit̄ si sup. l. m. lineāf semicircul⁹ qui circūnolat̄ quoqz ad locū suū redeat: spēra quā motu suo describet erit equalis assignata spēre vt ex diffinitione spērāz equalium colligif. hic vero semicirculus transibit p̄ quatuor angulos quadrati et simpli p̄ oia puncta circūferentie circuli circūscribentis quadratū: eo q̄ semidiometer quadrati vt linea. f. k. et portiones linea. l. m. que sunt. l. k. et k. m. sunt adiuicē equales. q̄re ex diffinitione eius qđ ē figurā vnā alij figure inscribi fabricatū corpus inscriptib⁹ ē spēre motu huius semicirculi descripte. ita: 33 et spēre assignate ex cōcept. cū ipse sint adiuicē equalcs ex diffinitione. Correl. vero manifeste cōstat: sunt enī due li/ nee. d. b. et d. a. equalcs ex. 4. primi: ideoqz quadratum. a. b. duplū est ad quadra/ tum. b. d. ex penul. primi: latus aut̄ fabricati corporis ē equale linea. b. d. verū est ergo concordium.

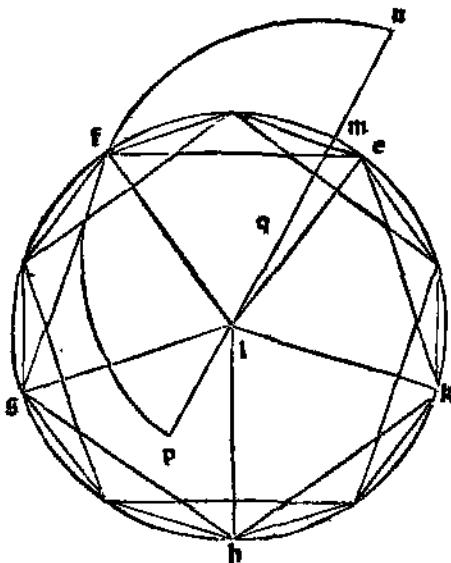
Propositio .16.



Dopus viginti basiū triangularū atqz equilateraz a da/ ta spēra diametrū rōnalē habēte circūscriptibile fabrica/ re. eritqz palā lat⁹ eiusdē corporis ēē linea irrationalē/ eam sc̄ que dicitur minor. **C**it bic quoqz diameter assignate/ spēre. a. b. q̄ ponat̄ cē rōnalis sine in longitudine sine in potentia tm̄/ et dividat̄ in puncto. c. ita q̄. a. c. sit quadrupla ad. c. b. et lineāf super eā semicircu/ lus. a. d. b. et pducāt̄ c. d. ppendicularis ad. a. b. et p̄trabat̄ linea. d. b. deinde sm̄/ quantitatē linea. d. b. lineāf circulus. c. f. g. h. k. supra centrū. l. cui inscribat̄ penta/ gonius equilaterus eisdē litteris annoratus: ad cuius angulos a cōtro. l. ducant̄ ll/ nce. l. e. l. f. l. g. l. b. l. k. rursus in eodem circulo inscribat̄ decagon⁹ equilater⁹: duci/ dant̄ enī cuncti arcus quoqz chordae sunt latera pētagoni p̄ equalia et a punctis me/ diis ad extremitates cunctoz latez inscripti pentagoni linea recte diriganſ. Itēqz/ super singulos angulos pentagoni erigatur catbe⁹ sm̄ q̄ doceat. 12. vndecimi quo/ rum quilibet sit etiā equalis linea. b. d. et cōtinueſ extremitates horoz quinqz catbe⁹/ quoqz quinqz corauſtis. enīqz ex. 6. vndecimi quinqz catbe⁹ erecti adiuicē equidi/ stantes: cūqz ipsi sint eōles erūt quoqz ex. 33. primi quinqz corauſti catbe⁹ extremita/ tes iūgentes eōles laterib⁹ pentagoni. demitte igitur a summitatibus singulis sin/ gulos catbezoz binas et binas hypothemis ad duos circūstantes angulos inscripti/ decagoni et hax dccc hypothemis a quinqz extremitatibus catbezoz ad. 5. pūcta/ que sunt singuli anguli medijs inscripti decagoni descendē. iū extremitates p̄tinua/ illū pentagonum rursus ipsi circulo inscribendo qui quoqz erit equilaterus ex. 23. / tertij: cū hoc itaqz feceris videbis te p̄fecisse decē triangulos quoqz latera sunt decē/ hypothemis et quinqz corauſti 7. 5. latera b⁹ sc̄i pentagoni inscripti. hos ergo decē/ triangulos eq̄ilateros ēē sic collige. cū enī tā semidiometer descripti circuli q̄z q̄libet/ erectorum catbecorum sit equalis linea. b. d. ex hypothesi: c̄rit ex corollario. 15. quarti/ quilibet catbecorum equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiometer:



LIBER

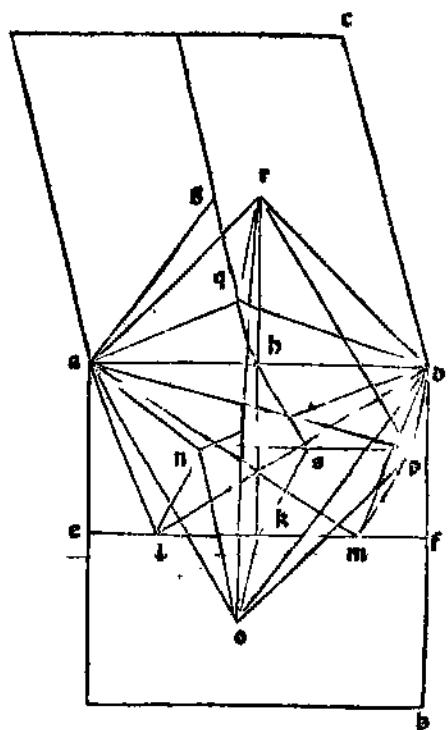


est equalis linee b.d. inscripti. quia vero ex penult. primi viaq; 10. hypothemis a^z tanto est potentior catheco quatu^r pot latus decagoni. at vero ex. 10. huius latus quoq; pentagoni e tanto potentius eodē quātu^r pot idē latus decagoni. erit ex cōmuni scientia viaq; bas^z hypothemis a^z equalis lateri pentagoni. De coramustis aut iam patuit qⁱ ipsi sint equalis lateribus pentagoni. itaq; cuncta latera horum decē triangulo^z aut sunt latera pentagoni equilateri sc̄a vix circulo inscripti aut illis equalia sunt iū equilateri trianguli. Ampli^z aut sup centrum circuli qd̄ ē punctū. Erige alii catheciū equalē priorib^z qui sit. l.m. eiusq; supiore extremitatē que ē pūctus. m. Luge cū singulis extremitatib^z priorib^z p quinq; coramustos eritq; ex sexta vni decimi hic centralis cathecius singulis catheco^z angulariū equidistans: iōq; ex. 33 primi bi quinq; coramusti erunt semidiametro circuli equalis et ex coram. 15. quarti quilibet eoz tāquā latus exagoni. centrali ergo catheco ex viaq; pre adiiciatur linea vna equalis lateri decagoni: supra quidē adiiciat ei. m.n. deos: m aut sub circulo adiiciat sibi a centro circuli. l.p. postea demittant a puncto. n. s. hypothemis ad. s. superiores angulos decē triaugulo^z qui sunt in circuitu. et a punto. p. alic. s. ad alios quinq; inferiores eruntq; hec decē hypothemis equalis adiunctae laterib^z inscripti pentagoni ex penult. primi et. 10. huius quēadmodū de alijs decē pī^z de monstratū est. habes ergo corpus. 20. basum triangularium atq; equilatera^z cui cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. eins vero diameter est linea. n.p. bōz aut. 20. triangulo^z decē consistunt in circuitu supra circuli. quinq; aut cosurgunt sursum ad punctum. n. cōcurrentes. at quinq; reliqui deosum emergunt sup punctū. p. coentes. Hoc autē proceditū corpus a data sp̄a circumscribile ē sic erit manifestum: cū linea. l.m. sit equalis lateri exagoni e. m.n. lateri decagoni equi latero^z quos circulus. e.f.g. circumscribit tota l.n. erit ex nona presentis libri divisa sū ppositionem. b.m. et d. extra in puncto. m. et maior portio eius erit linea. l.m. Dividatur itaq; l.m. per eq̄lia in. q. eritq; ex cōmuni scia. p.q. eq̄lis. q.n. nā. p.l. posita ē equalis lateri decagoni quēadmodū. m.n. quare. q.n. ē medietas. n.p. quē admodū ē. q.m. medietas. m.l. cū ergo quadratū. n.q. sit ex. 3. hui^z quintuplū ad quadratum. q.m. erit quoq; ex. 15. quintū quadratū. p.n. quintuplū ad quadratum l.m. est enī ex quarta sc̄a quadratum. p.m. quadruplū ad quadratū. q.n. quadra/ tū quoq; l.m. quadruplū ad quadratū. q.m. ex eadē quadruplū ante ad quadruplū ē ut simplū ad simplū teste. 15. quinti. at vero quadratū. a.b. quintuplū est ad quadratū. b.d. ex sc̄a pte conel. s. sexti: et ex coram. 17. clusdē: ē etiā. a.b. quicu/ pla ad. b.c. eo q.p.a. c. fuit ad eandē quadrupla: q; ergo l.m. ē ex hypothesi equalis b.d. erit ex cōmuni scia. a.b. equalis. n.p. itaq; si sup lineam. n.p. semicirculus describa tur qui tandem q locū primum repeatat circūnvolat sp̄a ipsi^z motu descripta erit a diffinitione sperarum equalitū equalis sp̄e pposita. et qm linea. l.m. ē medio lo/ co ppositionalis inter. l.n. et. n.m. ideoq; inter. l.n. et. p.l. erit quoq; quilibet semi/ diameter circuli medio loco ppositionalis inter. l.n. et. l.p. et cū l.m. sit equalis se/ midiametro circuli. itaq; semicirculus sup. p.n. descriptus transibit q oia pūcta cir/ cūferentie circuli. e.f.g. ideoq; et per singulos angulos solidi fabricati in illa circū/ ferentia cōsistentes: et qd̄ eadē rōne singuli coramusti cōtinuantcs extremitates an/ gularium catheco^z: cū extremitate centralis sunt medio loco ppositionales inter p.m. et. m.n. eo qd̄ quilibet eoz ē equalis. l.m. sequit ut idē semicirculus trāseat etiā per reliquos angulos figure procedere statute. ē igitur corpus hoc ilscriptibile sp̄e

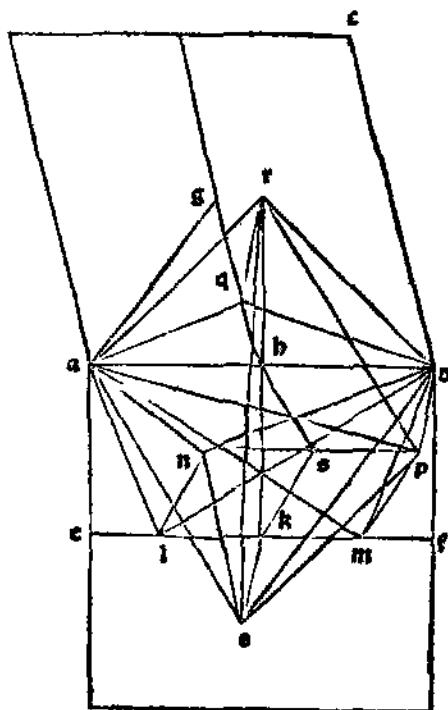
alius diameter.p.n. ideoqz & spere cuius diameter.a.b. Latus autem huius solidi figura dico esse linea minorē. cōstat enī q̄ linea. b.d. ē rōnalis in potentia cū cius quadratū sit subquincuplū ad quadratū linee.a.b. que posita ē rōnalis sic in longitudine sic in potentia tñ: itaqz semidiameter atqz semidiametri circuit.e. f. g. ē etiā rōnalis in potentia. nam eius semidiameter ē equalis.b.d. igī ex. 12. huius lat⁹ pētagoni equilateri huic circulo inscripti ē linea minor. at vero sicut i huius demonstrationis processu patuit latus huius figure est quantum latus pentagoni: ergo latus huius figure. 20. albaidaꝝ ē linea minor quādmodum proponitur.

Propositio .17.

Corpus duodecim balium pentagonoz equilateraz atqz equiangulariū ab assignata spēa circūscriptibile cōstitueret. eritqz palā lat⁹ eiusdem corporis irrationale esse. id qđ reūduū dicit. Hiat cubus h̄m ꝑ docet. 14. huius circūscriptibile ab assignata spēa: siqz huius cubi due superficies. a. b. z. a. c. imarginemur autem nunc q̄. a. b. sit sup̄na superficies cubi z. a. c. sit vna ex latēb⁹. sit q̄ linea. a. d. cōmuniis istis duabus superficiebus. dividant itaqz in superficie. a. b. uno opposita latera p̄ equalia videlicet. d. b. z latus ei oppositū: z puncta di. tio/ nis cōtinuent p̄ lineā. c. f. latus quoqz. a. d. z illud qđ sibi opponit in superficie. a. c. dividant per equalia z puncta divisionis cōtinuent linea recta cuis medietas sit g. b. sitqz punctus. b. medius punct⁹ linee. a. d. similiter linea. e. f. dividat p̄ equa/ lia in .k. z porrabor. b. k. quālibet igit̄ triū lineaz. e. k. k. f. z. g. b. dividit h̄m pro/ portionē. ba. me. z. du. ext. in trib⁹ pūctis. l. m. q. sintqz maiores portiones eaꝝ. l. k. k. m. z. g. q. quas manifestū ē cē eq̄les cū tote linee divise sint equalēs videlz que libet eaꝝ medietati lateris cubi. deinde a duobus pūctis. l. z. m. erige perpendicularares ut docet. 12. vndecimi ad superficiē. a. b. quaz vtrāqz ponas equalē linee. k. l. sintqz. l. n. z. m. p. similiſter a pūcto. q. erige perpendiculariter. q. r. ad superficiez a. c. quā ponas eq̄le. g. q. p̄trahit itaqz lineas. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d. l. d. n. a. r. a. q. d. r. d. q. Manifestū est igit̄ ex quinta huius ꝑ due linee. k. e. z. e. l. po/ tentialiter sunt triplū ad lineā. k. l. ideoqz etiā ad lineā. l. n. cū. k. l. z. l. n. sint eq̄les. Et vero. k. e. ē equalis. e. a. igit̄ due linee. a. c. z. e. l. sunt potentia triplū ad lineā. l. n. quare ex penul. prīmi. a. l. ē potentia tripla ad. l. n. ideoqz per candē. a. n. ē po/ tentia quadrupla ad. l. n. Lūqz ois linea sit potentia quadrupla ad medietatē sui sequit̄ ex cōf scia q̄. a. n. sit dupla in longitudine ad. l. n. e q̄. l. m. dupla cōt ad. l. n. At. k. l. z. l. n. sunt equalēs: erit. a. n. equalis. l. m. sunt enī eaꝝ dimidia equalia. Et q̄ ex. 33. prīmi. l. m. ē equalis. n. p. erit. a. n. equalis. n. p. codē modo p̄babis tres lineas. p. d. d. r. z. r. a. esse equalēs sibi inuitē z obabus predictis. habem⁹ itaqz ex his quinqz lineis pentagonū equilaterz qui ē. a. n. p. d. r. sed fortasse vices ipsū nō esse pentagonū qđ nō nec forsitan ē totus in superficie vna: qđ esset necessariū ad hoc ut esset pentagonus. Qđ ergo sit tot⁹ in superficie vna sic habeto: prodeat equidez a pūcto. k. linea. k. f. perpendicularis ad superficiē. a. b. que sit equalis. l. k. eritqz ob hoc equalis vtriqz duaz. l. n. z. m. p. cūqz ipsa sit equidistans vtriqz eaꝝ ex sexta vñ decimi: ideoqz cū ambab⁹ in eadē superficie ex dione lineaz equidistantiū necessē ē vñ punct⁹. l. sit in linea. n. p. z ꝑ dividat eā p̄ equalia: p̄trahant igit̄ due linee. r. b. z. b. f. sunt itaqz duo trianguli. k. f. b. z. q. r. b. sup̄ vñ angulū videlicet. k. b. q. cō/ stituti z ē prop̄tio. k. b. ad. q. r. sicut. k. f. ad. q. b. nā vt. g. b. ad. q. r. sic. k. b. ad. q.



r. ex. 7. quinti⁹ et r. q. ad. q. b. sic. k. f. ad. q. b. ex. eadē. sed. g. b. ad. q. r. vt. q. r. ad
q. b. eo q. q. r. est equalis. g. q. ergo p. 30. sexti linea. r. b. f. ē linea vna. Quare ex se
cūda vndecimi tot⁹ pentagonia de quo disputam⁹ ē in superficie vna. Ipsū quoqz
dico esse equiangulū. cū cni. e. k. sit diuisa hī p̄portionē habentē mediū duoz ex
trema z. k. m. sit equalis maiori portioni eius: erit quoqz ex. 4. p̄ntis tota. c. m. vi
tisa hī p̄portionē habentē mediū duoz extrema: maior quoqz portio eius linea
e. k. iōqz per. s. due linea. e. m. z. m. k. iōqz due. e. m. z. m. p. nā. m. p. ē equalis. m.
k. sūt potētia triplū ad linea. e. k. iōqz t ad linea. a. e. nā. a. c. ē eqlis. e. k. itaqz trea
linee. a. e. e. m. z. m. p. sunt potentia quadruplū ad linea. a. e. Constat autē per pe
nultimā prīmī bis assumptā q̄ linea. a. p. ē potentia equalis tribus lineis. a. e. z. e.
m. z. m. p. itaqz. a. p. ē potentia quadrupla ad linea. a. e. latme vero cubi cū sit du
plū ad linea. a. e. est potentia quoqz quadruplū ad ipsā ex. 4. sc̄i: igī ex cōi scienc
ia. a. p. ē lateri cubi equalis. Lūqz. a. d. sit vnu ex lateribus cubi erit. a. p. equa
lis. a. d. idcoqz ex. 8. prīmī angulos. a. r. d. ē equalis augulo. a. n. p. Eodē modo p̄
babīs angulū. d. n. p. ē equalē angulo. d. r. a. q̄ p̄babīs linea. d. n. ē potentia
liter quadruplū ad medietatē lateris cubi. cū igī ex bis pentagonis sit equilaterū.
z habeat tres angulos equales ipse erit equiangulus ex septima p̄ntis libri. Si ita
qz bac via rōneqz cōsis t sup vnuqz reliquoꝝ lateroꝝ cubi pentagonū equilateruz
z equiangulū fabricemus pficiet solidū. 12. superficies pentagonis equilateris et
equiangulis contentū. cubū enī habet. 12. latera. Keliqñ aut ē demonstrare solidū
hoc esse a data spēa circumscribibile: p̄trahant̄ igī a linea. l. k. due superficies secan
tes cubū quaz vna fecerit ipsū super linea. b. k. z alia sup linea. c. f. eritqz ex. 40. vnu
decimi vt cōis sectio h̄z duas superficies fecerit diametruꝝ cubi t secerit viceversa ab
ipsa diametro per equalia. sit ergo cōis sectio eaz vnuꝝ ad diametruꝝ cubi linea. k. o
ita q. o. sit centrū cubi t ducant̄ linea. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. constat aut q̄ vnuqz
duas lineaz. o. a. z. o. d. ē semidiameter cubi. idcoqz equalis. d. e. linea. antē. o. k
cōstat ex. 40. vndecimi q̄ ipsa ē equalis. e. k. videlicet medietati lateris cubi. Et qz
k. f. ē equalis. k. m. erit. o. f. diuisa in puncto. k. hī proportionē habentē mediū
duoz extrema t maior portio cī erit linea. o. k. q̄ ē eqlis. e. k. itaqz p. 5. b. erit due
linee. o. f. z. f. k. iōqz. o. f. z. f. p. eo q̄ f. p. ad quos hcc demūatio n̄ extēdis. ē eqlis
k. f. triplū i potētia ad linea. o. k. z. v̄ ad medietatē lateris cubi q̄re p̄ penū. p̄mī.
linea. o. p. ē potētia tripla ad medietatē lateris cubi. Ex concl. aut. 14. b. cōstat q̄
semidiameter spēe tripla ē in potentia ad medietatē lateris cubi quem circūscrit
bit eadem spēa. itaqz. o. p. ē quanta semidiameter spēe circumscribentis cubū p̄
propositum. Eadem ratione crucis linee ducet a puncto. o. ad angulos singulos
pentagoniorum omnium īperlatera cubi descriptorum ad singulos angulos
m̄qz qui proprij sunt pentagonis nō aut cōes eis t superficies cubi sc̄i. proprij q̄/
les sunt in pentagono statuto tres anguli. n. p. r. de illis aut lineis que veniant a
puncto. o. ad angulos singulos pentagonorū qui sunt cōes pentagonis t superficie
bus cubi quales sunt in pentagono p̄nti duo anguli. a. z. d. cōstat q̄ ipse sūt equa
les semidiameter spēe circumscribentis cubū: ipse enī sunt diametri cubi ex. 40. vnu
decimi. at vero semidiameter cubi ē tanqz semidiameter spēe ipsū circumscribentis
quēadmodū ex rōcinatione. 14. apparet igī oēs linee ducet a puncto. o. ad singu
los angulos duodecidi sunt equales adinvicē t semidiameter spēe semicirculus
itaꝝ super totā diametrū spēe vel cubi lineatus: si circūducet trāsibit per omnia



angulos ei⁹ quare p diffinitione ipsū est ab assignata spēa circūscriptibile. Ideo itaq;
q; latus huius figure ē linea rōnalis ista videlicet que residū dicitur si diameter
spēe ipsī circūscribentis fuerit rōnalis in longitudine vel in potentia. cū enī dia/
meter spēe sit ex. i. 4. huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi ratione
le in potentia si diameter spēe fuerit rōnalis in longitudine vel in potentia. Con/
stat autem cx. ii. q; linea. r.p. dividit lineam. a .d. que est latus cubi sūm proportionē
babentē mediū duos extrema et q; portio ei⁹ maior equalis est lateri pentagoni et q;
major portio ei⁹ residū ex sexta huius manifestū est latus figure duo
cedron esse residū qd demonstrare voluiimus. Fabricata sūt igitur p. 13. et quatuor
eam sequentes quinque corpora equilatera atq; equiangula quoq; vniq; qd ē circū/
scriptibile ab assignata spēa. Sunt autē hec solida: primū quidē qtuor basiū trian/
gularium: et dicitur terracedron. Secundū est sex basiū quadrataz et dicitur cubus si
ue exacedron. Tertiū octo basiū triangulariū: et dicitur octocedron. Quartū autem ē
solidū ycoedron et est viginti basiū triangulariū. Quintū vero ex. 12. basiū pen/
tagonis cōsistit: diciturq; duodecedron. Hec autē quinq; solida regularia dicuntur
qm̄ ipsa eqāgula sūt atq; eqilatera et a spēa atq; ab invicē circūscriptibilia. plura
vero his quiq; eqilatera q; sint et eqāgula ē impossibile. Ad cōstitutionē cuiuslib;
bct anguli solidi necesse est ad minus tres superficiales angulos cōcurrere. Ex duo/
bus enī solis superficialibus nequit solidus angulus cōpleri: q; ergo tres anguli co/
nsilber exagoni equilateri et equianguli sunt equales qtuor angulis rectis. At vero
eptagoni et cuiuslibet pluriū latex figure equilateræ atq; equiangule tres anguli sūt
maiores quatuor angulis rectis quēadmodū ex. 32. primi cōvidenter elici: omnis
autē angulus solidus quatuor rectis angulis minor ē teste. 21. vnde cōimpossibili
te est tres angulos exagoni atq; eptagoni: et simpliciter omnis plurilateræ figure
equilateræ tamē atq; equiangule solidū angulum constituere. id nulla solida figura
equilatera atq; equiangula pōt ex supf. ciebus exagonalibus aut plurimi latex con/
stitui. Si enī tres anguli exagoni equilateri atq; equianguli quemq; solidū angu/
lum excedit quatuor et plures multo fortius cundē excedit: tres autē angulos pen/
tagoni equilateri atq; equianguli minores ē possibiles quatuor rectis angulis manifestū
ē et quatuor etē maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equian/
guli possibile est solidū anguli constitui. ex quatuor autē aut ex pluribus impossibi/
le. Ideoq; vnu dūntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq; equiangulis cō/
stitutū est illud videlicet qd duodecedron dicit in quo anguli pentagonoz temi et
tertii solidos angulos p̄ficiunt. Eadem quoq; est rō in quadrilateris figuris equi/
lateris et equiangulis que in pentagonis: oīs enim quadrilatera figura si equilate/
ra equiangulaq; fuerit ipsa erit qdrata a diffinitione. Nā omnes ei⁹ anguli erunt
recti per. 32. primi. Ex tribus igit̄ angulis talis superficialis figure possibile est soli/
dum angulum cōstitui: ex quatuor autē aut ex plurib; impossibile est: ppter qd ex
talib; figuris superficialib; que cū drilante ipse sūt eqilateræ atq; equiangule vnicā
solidū qd cubū dicimus: fabricatū ē trianguloz aut equilateroq; sex anguli sūt eq/
les quatuor rectis ex. 32. primi: pauciores ergo minores et plures maiores: igit̄ ex
sex angulis talū trigonoz aut ex pluribus impossibile ē angulum solidum fieri: ex
quinq; et ex quatuor et ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilate/
ri efficiant angulum solidum: perficitur ex triangulis eqilateris corpus quatuor ba/
siū triangularium atq; equilaterum. Cum vero quatuor consurgant corpus octo

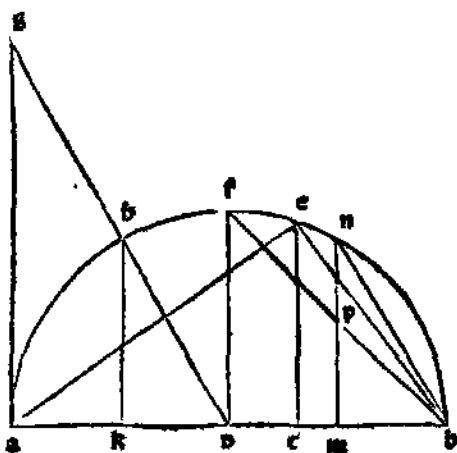
*Quare nō / alia et regula
regularem*

basium quod octocedron diximus. At vero si quinque triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum contineant sicut corpus octocedron viginti basi. in triangulis et equilateris. Quare ergo tot et talia sunt solida regularia et quare plura his non sunt dictum est.

Propositio .18.

A tera quinque corporum premissorum ab eadem spera circumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis propria sunt per ipsum propositam diametrum inuenire.

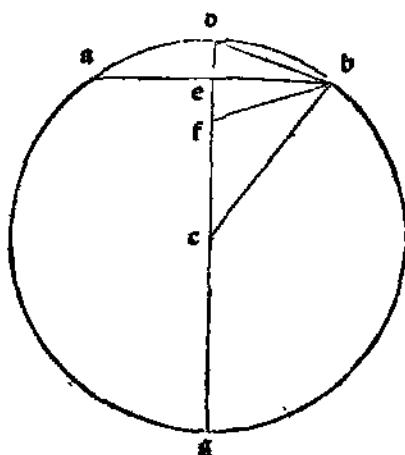
Sit a.b. diameter alicuius spere nobis propolia ex qua iubemus latera quinque premissorum corporum dictere. Dividam⁹ igit⁹ hanc diametrum in c. ita q. a.c. sit dupla ad c.b. et per equalia in d. et lineamus super eam semicirculum. a.f.b. ad cuius circuferentia protrahantur duc linces perpendiculares ad linea. a.b. que sunt c.e. et d.f. et iungant⁹ e. cum a. et c. b. et f. c. b. manifestū ergo est ex demonstratione. 13. q. a. e. est latua figure quadratorum basium triangularium et equilaterum et ex demonstratione. 14. q. e. b. est lat⁹ cubi: et ex demonstratione. 15. q. f. b. est latua figure octo basium triangularium et equilaterum: prodecat itaque a punto a. linea. a.g. perpendicularis ad a.b. et equalis cide. a.b. et iungat⁹ g. cum d. sitq. b. punctus in quo g.d. secat circuferentia semicirculi et ducatur b.k. perpendicularis ad a.b. et quia g.a. est dupla ad a.d. erit ex quarta sexti. b.k. dupla ad k.d. Sunt enim duo trianguli. g.a.d. et b.k.d. equalis ex. 32. primi eo q. angul⁹ a. maioris est equalis angulo. k. minoris: namq. viresq. rectus et angulus. d. est cōis virisq.: igitur ex quarta scđ. b.k. est potentia quadruplicata ad k.d. ergo ex p. c. u. l. primi. b.d. est potentia quinuplicata ad k.d. cūq. d.b. sit equalis. b.d. est enī. d. centrum semicirculi erit quoq. d.b. potentia quinuplicata ad k.d. At vero cū tota a.b. sit dupla ad totā. b.d. quēadmodū. a.c. detracta ex prima. a.b. est dupla ad c.b. detracta ex secunda. b.d. eritq. ex. 19. quinti. b.c. residua prima: dupla ad c.d. residua secunda: ideoq. tota b.d. est tripla ad d.c. igitur quadratū. b.d. est nonuplicata ad quadratū. d.c. et q. ipsū erat quinuplicata tñ ad quadratum. k.d. erit ex scđa pte decimae quinti. quadratū. d.c. minus quadrato. k.d. ideoq. d.c. minor. k.d. sit g.d.m. equalis. k.d. et p. deat. m.n. visq. ad circuferentia que sit perpendicularis ad a.b. et iungat⁹ n. cū. b. Lū igit⁹ d.k. et d.m. sit eq̄les erit ex diffinitione cī qd. est aliq̄s lineas a centro eq̄distare one linee. b.k. et m.n. eq̄liter distantes a centro. ideoq. eq̄les adiuvicē ex scđa parte. 13. tertij et ex scđa pte tertie eiusdem. itaq. m.n. est equalis. m.k. nam. b.k. erat equalis ei. At qd. a.b. dupla est ad b.d. et k.m. dupla est ad d.k. et quadratum. b.d. quinuplicata ad quadratum. d.k. erit ex. 15. quinti quadratū. a.b. sit quinuplicata ad quadratū k.m. est enī quadratū dupli ad quadratum. dupli sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione enī. 16. manifestū est q. diameter spere est potest aliter quicunq. tā ad lat⁹ exagoni circuli figure. 20. basiū g.k.m. est eq̄les lateri exagoni circuli figure. 20. basiū nā diameter spere q. ē. a.b. c potest aliter quicunq. tā ad lat⁹ exagoni circuli illi⁹ figure. qd. ad. k.m. Kunt⁹ qd. ex demonstratione cuiusdē manifestū est q. diameter spere constat ex latero exagoni et dupli lateri decagoni circuli figure. 20. basiū cū ergo. k.m. sit tanq̄ lat⁹ exagoni. at vero. a.k. sit eq̄les. m.b. nā ipsa sit resolutus eq̄lū de p̄tis eq̄lib⁹ crit. m.b. tanq̄ lat⁹ decagoni: qd. igit⁹. m.n. ē tāq̄ lat⁹ exagoni. nā ipsa est equalis. k.m. erit ex p. c. u. l. primi et. 10. b.m⁹. n.b. tanq̄ lat⁹ pentagoni circuli figure circuli. 20. basiū et qd. ex demonstratione. 16. apparet q. lat⁹ pentagoni circuli figure 20. basiū ē lat⁹ eiusdē figure. 20. basiū. constat linea. n.b. ē lat⁹ isti⁹ figure



Dividatur itaqz.c.b.que est lat⁹ qdib ab assignata spora circumscrip^tib^{is} s^m p^rpor^tio
nē habentē mediū duoqz extrema i puncto.p.sitqz maior portio eius.p.b.constat
igī ex demonstratōne pmissa q.p.b. est lat⁹ figure.12.basium. Invenia ergo sūt la
ter⁹.5. premissoꝝ corpor^z ex diametro spora nobis pposita. est enī latus. a.e.pira
midis.4. basū. c.b.latus cubi. f.b.latus octocedri. at vero. n.b. latus yoccoedri:li/
nea aut. p.b.latus duodecedri. Que autē boꝝ later⁹ sūt maiora altis sic habebut.
constat enī q.p.a.e. est maior. f.b.nā arcus. a.e. est maior arcu. f.b.itēqz. f.b. est maior
c.b.z.c.b.maior qz.n.b. at vero. n.b. dico etiā esse maiorē qz.p.b. cum enī sit. a.e.
dupla ad.c.b.erit ex quarta sc̄a quadrati. a.c. quadruplicē ad quadrati.c.b. pstat
autē ex sc̄a pte corollarij. s.sextri et ex corollario. 17.eiusdē q. quadrati.a.b.triplicē
est ad quadratum. b.e. sed p.21.sextri quadrati.a.b.ad quadrati.b.e. est sicut quadra
tum. b.e.ad quadrati.c.b.ex eo q. ppor^tio. a.b.ad.b.e. est sicut. b.e.ad. b.c. ex se
quanda pte corollarij. s.sextri. itaqz p.11. quinti quadrati.b.e.triplicē est ad quadra
tum. c.b. et q. quadrati.a.c. quadruplicē est ad idē quadrati et ostensum ē: erit ex
prima pte. 10. quinti quadratum. a.c. minus quadrato. b.e. ideoqz linea. a.c. maior
ē linea. b.e. idqz. a.m. multo maior. b.e. manifestū vero ex. 9. huius q. si linea. a.m
divisa fuerit s^m ppor^tionē habentē mediū duoqz extrema erit maior portio eius
linea. k.m. que ē equalis. m.n. At vero cu. b.e. tñuidit s^m eandē proportionem vi
delicet habentē medium duoqz extrema maior eius portio ē linea. p.b. cum itaqz
tota. a.m. sit maior tota. b.e. erit. m.n. que est equalis majori portioni. a.m. maior
qz. p.b. q. est maior portio b.e. hoc autē manifestū est ex sc̄a. 14.libri que sine auxi
lio alicuius eaꝝ q. sequuntur firma demonstratōne solidat: ergo p.19. pmi a portioni
n.b. maior ē qz. p.b. Quare p.3 latera boꝝ.5.corpoꝝ pmissorū ferē eo ordine quo
corpora se invicē sequunt se invicē excedere. in cubo enī dūratur et octocedro haber
bic instantias. nā latus octocedri excedit latus cubi qzvis cubus antecedat octoce
drū. Cubū autē premitunt idcirco octocedro: quia eadē divisione diametri assig
nate spora latus piramidis.4. bases triangulās habentis et latus cubi inuenit. est
igī. a.c. latus piramidis maius lateribus ceterorū corpoꝝ: post ipsū autē ē. f.b. lat⁹
octocedri maius sequentiū corpoꝝ lateribus Tertio ordine sequit ī magnitudie. e.
b.latus cubi. Quarto vero loco est. n.b. latus yoccoedri. Ut inimū autem est om
nium. p.b. latus duodecedron vel duodecedri. **Explicit liber Terciusdecimus**
Incipit liber Decimusquartus. **Propositio .1.**



Mnis perpendicularis a centro circuli du
cta ad latus pentagoni intra circulū ipsū de
scripti dimidio lateris decagoni atqz dimi
dio lateris exagoni intra circulū eundē de
scriptorū ambobus dimidiis in longū dire
ctūqz cōiunctis equalis ēē pbat. patet igī
q. perpendicularis duxta a cōtro circuli ad la
tus pentagoni ē equalis ppediculari ducē
a centro ad latus trianguli dimidiqz late
ris decagoni intra eūdē circulū descrip^tu di
recle cōiunctis. **S**it linea. a.b. latus pentago*i*
i equilateri inscripti circulo cui⁹ centz. c. et ducat a centro. c. perpendicularis ad lincas
a.b. que p sc̄am ptem tertie tertij dividet ipsā p equalia et arcū cūs enī p equalia



ex quarta primi et 27. tertij sitqz hec ppndicularis linea. c.d. secans. a.b. in pecto
e. et arcu ei⁹ in puncto. d. est igit^r vt dixim⁹ linea. a.c. e⁹llis linee. e.b. et arc⁹. a.d. at
cui. d.b. p^rtabatqz linea. d.b. de qua constat q^r ipsa est lat⁹ decagoni equilateri p/
posito circulo inscripti cu^r ipsa subte^da^r medietati quin*m* totius circumferentie: dico
itaqz q^r linea. e.c. c equalis medietati linee. c.d. et medietati linee. d.b. in longam
directumqz cōiunctis s^cōplicatur quidem diameter. d.c. sitqz. d.c. g. et sit. e. f. equa/
lis. e. d. et p^rtabat. b. f. sitqz ex. 4. primi. b. f. e⁹llis. b. d. idqz per. 5. primi angul⁹
b. d. f. erit equalis angulo. b. f. d. constat aut ex ultima sexti q^r angulus. g. c. b. qua/
druplus e ad angulum. b. c. d. eo q^r arcus. g. b. quadrupl⁹ e ad arcu. b. d. at vero en/
gulus. g. c. b. p. 32. primi dupl⁹ e ad angulum. b. d. c. n^a ipse e extrinsecus duob⁹ qui
sunt. b. d. c. z. d. b. c. at ipsi sunt eqles ex. 5. primi: igitur angulus. b. d. c. duplus est
ad agulum. b. c. d: qre agulus quoqz. b. f. d. duplus e ad agulum. b. c. f. sed angul⁹. b. f
d. e equalis duob⁹ intrinsecis q sunt. b. c. f. z. c. b. f. p. 32. primi. Itaqz duo aguli. b. c. f
z. c. b. f. sūt cōqles: idqz p. 6. primi. c. f. e⁹llis. b. f. idqz etiā. c. f. c e⁹llis. b. d. n^a. b. d
z. b. f. sūt eqles adiuvicē: qre dimidiū. c. d. cu^r dimidio. b. d. est quantū dimidiū. c. d
cu^r dimidio. c. f. at vero dimidiū. c. d. cu^r dimidio. c. f. e quātum dimidiū. c. f. bis cu^r
dimidio. f. d. dimidiū aut. c. f. bis e quātum. c. f. z dimidiū. f. d. e qntū. c. f. Itaqz. c
c. est quantū dimidiū. c. d. cu^r dimidio. c. b. z. d. b. qd e p^rpositū. Concl. aut sic con/
stat manifestū e eni ex. s. tredecimi libri q^r ppndicularis duxa a centro circuli ad la/
tus trianguli sibi inscripti e equalis dimidio linee ducite a centro ad circumferentiam
hoc quidē ibi demonstratum e et quasi coroll. cōclusū. cum igit ex bac prima illi⁹. 14
libri pateat q^r ppndicularis duxa a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis
dimidio linee ducite a centro ad circumferentia et dimidio lateris decagoni: sequitur
q^r ppndicularis duxa a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis ppndicu/
lari ducite a centro ad latus trianguli: dimidiqz lateris decagoni intra eundē cir/
culum descripti: z hoc est qd ex coroll. pponit. Nunc ergo explicandū est quod ast.
Ariste⁹. in libro ititulato Exposito scie. 5. corporz nec nō et Appolloni⁹ in dono secū
do: in p^rportionalitate figure. 12. basiū ad figurā. 20. basiū dicēs: q^r p^rportio sup/
ciez figure habentis. 12. basiū ad superficies figure habentis. 20. bases. e tāqz p/
portio corporis. 12. basium ad corpus. 20. basiū: linea et eni duxa a centro circuli
pentagoni figure. 12. basiū duodecedri ad circumferentia eius e quasi linea p^rcedis
a centro circuli trianguli figure. 20. basiū p^rcedri ad circumferentia eius. hec sunt
ipsi⁹ magni appollonij verba. Intelligēda auti sūt de figura. 12. et figura. 20. basiū
ab una eadēqz spēra circūscriptibilium. Est eni p^rportio corporis duodecedri ad eos
pus p^rcedron cum simbo una eadēqz spēra circūscribit sicut p^rportio omnium si/
pificiez duodecedri piter acceptaz ad oēs superficies p^rcedri pariter acceptas quē/
admodū Appolloni⁹ p^rmissoz verboz pma pte cōmemorat: qd e decima huius. 14
libri solida demonstratio stabilitur. et e circulus circūscribens pentagonū duodece/
dri equalis circulo circumscribenti trigonum p^rcedri cum duodecedron et p^rcoed/
ron eadem spēra circūscribit quēadmodum ipse appollonius secunda pte p/
rmissorum verborum cōmemorat: quod etiam in quinta huius libri demonstratio
ne firmatur: p^remittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloqua/
triviasa veritate corroboranda.

Proposito .2.

Cicquid accidit vni linee diuisa secundum proportionem habet medium et duo extrema omni linea si iter diuisa probatur accidere sic.

C Sit vtraque unius linea a.b. et d.e. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extremitatum. hoc quidem id est illa vero in f. suntque maiores portiones: huius quidem a.c. illi autem d.f. dico itaque quod ambae ad sui maiores portiones est una proporcio. itemque ambae ad sui minores portiones est proporcio una ad quoque maiores portiones ad minores una. et econtrario et permutatum et coniunctum et disiunctum et eversum. Nihil enim aliud est quicquid vni easdem accidit. id est quoque aliis accidere. constat enim ex definitione linea secundum proportionem habentem medium duorum extremitatum et ex prima parte. 15. sexti: quod illud quod fit ex a. b. in. b. c. est equale quadrato a. c. eodem modo quod fit ex d. e. in. e. f. est equale quadrato d. f. id est quod pars propria eius quod fit ex a. b. in. b. c. ad quadratum a. c. est sicut eius quod fit ex d. e. in. e. f. ad quadratum d. f. vtrique enim est proporcio equalitatis: igitur quadruplicum eius quod fit ex a. b. in. b. c. ad quadratum a. c. sicut quadruplicum eius quod fit ex d. e. in. e. f. ad quadratum d. f. quod ex 15. quinti: et permutata et equa proportionalitate manifestum est quare coniunctum quadruplicum eius quod fit ex a. b. in. b. c. cum quadrato a. c. ad quadratum a. c. sicut quadruplicum eius quod fit ex d. e. in. e. f. cum quadrato d. f. ad quadratum d. f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam a. b. una linea que sit equalis b. c. quod dicatur b. g. et ad d. e. adiungatur equalis e. f. que dicatur c. b. Manifestum est igitur ex octava secundi libri quod quadruplicum eius quod fit ex a. b. in. b. g. cum quadrato a. c. est equale quadrato lineae a. g. et vero similiter quadruplicum eius quod fit ex d. e. in. e. f. cum quadrato d. f. est equale quadrato d. b. At vero ex communione scientia quadruplicum eius quod fit ex a. b. in. b. c. equum est quadruplico eius quod fit ex a. b. in. b. g. eo quod b. c. et b. g. sunt eae. similiter quoque quadruplicum eius quod fit ex d. e. in. e. f. cum quadruplico eius quod fit ex d. e. i. e. b. coquod e. f. et e. b. sunt erit eae: igitur ex prima parte septime quinti et ex undecima quinti eiusdem quadratum a. g. ad quadratum a. c. sicut quadratum d. b. ad quadratum d. f. Quare ex secunda parte. 21. sexti proporcio linea a. g. ad lineam a. c. est sicut linea d. b. ad linea d. f. et coniunctum a. g. et a. c. ad a. c. sicut d. b. et d. f. ad d. f. et vero a. g. cum a. c. sunt tangentes duplum a. b. et d. b. cum d. f. tanquam duplum d. e. quare dupla a. b. ad a. c. sicut duplum d. e. ad d. f. et permutatum duplum a. b. ad duplum d. e. sicut a. c. ad d. f. sed duplum a. b. ad duplum d. e. sicut a. b. ad d. c. ex 15. quinti: igitur a. b. ad d. e. sicut a. c. ad d. f. itaque permutatum et eversum et disiunctum et coniunctum: quod oportebat ostendere.

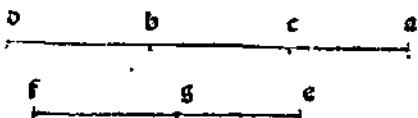
Propositio .3.

Duiso latere exagoni secundum proportionem habentem medium duorum extremitatum maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

C Sit linea a.b. latus exagoni aliqui circuli et diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extremitatum in puncto c. sicut maior portio eius b. c. dico quod eiusdem circuli a. b. est latus exagoni eiusdem b. c. erit latus decagoni. Adiungatur eum ad lineam a. b. linea b. d. que sit latus decagoni illius circuli cuius a. b. est latus exagoni: eritque ex nona. 13. linea a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extremitatum et maior portio eius erit



LIBER



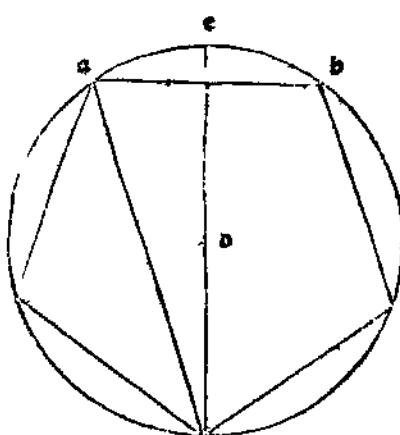
linea. a. b. cum igitur utraq; duarum linearum. a. b. et. a. d. sit divisa sibi proportionem habentem medium duorum extrema: igitur erit per premisam amborum ipsorum ad suum maiorem portiones una proporcio. itaq;. d. a. ad. a. b. que est eius maior portio sicut. a. b. ad. b. c. que est etiam eius maior portio sed. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. ex definitione linea divisa sibi proportionem habentem medium duorum extrema et maior portio eius: igitur ex undecima quinta. a. b. ad. b. d. sicut. a. b. ad. b. c. quare per secundam prem. 9. quinta. b. d. et. b. c. sunt aequales. cum ergo. b. d. sit latus decagoni erit quoque ex eodem scia. b. c. latus decagoni. Necl aliter ad lineam. a. b. adiungatur. b. d. equalis. b. c. eritque ex. 4. tredicimi tota. a. d. divisa sibi proportionem habentem medium duorum extrema et maior portio ei⁹ linea. a. b. itaque per conuersam. 9. tredicimi quam cōsumme post ipsam demonstramus eam circulus linea. a. b. est latus hexagoni eiusdem linea. b. d. ideoque linea. b. c. sibi equalis est latus decagoni. Possimus itaque idem alia via si libet demonstrare. Sit enim. e. f. equalis. a. b. que etiam dividat i. g. sibi proportionem habentem medium duorum extrema et sit maior portio ei⁹ linea. f. g. Prostat igitur ex prima quod quoadmodum. a. b. est equalis. e. f. sic. a. c. est equalis. e. g. et. c. b. equalis. g. f. itaque fuerint. b. d. adiuncta ad. a. b. lat⁹ decagoni illius circuli cui⁹. a. b. est lat⁹ hexagoni erit sicut prius dictum est ex. 9. tredicimi tota. a. d. divisa sibi proportionem habentem medium duorum extrema et maior portio erit linea. a. b. itaque per conuersam. a. b. ad. b. d. sicut. f. g. ad. g. c. quare per primam partem. 15. sexti quod fit ex. a. b. in. g. e. equum est ei quod fit ex. b. d. in. f. g. itaque. a. b. sit equalis. e. f. et erit quod fit ex. e. f. in. g. e. equum est ei quod fit ex. b. d. in. f. g. Sed quod fit ex. e. f. in. g. e. equum est quadrato. f. g. ex diffinitione linea divisa sibi proportionem habentem medium duorum extrema et ex prima parte. 15. sexti: igitur quod fit ex. b. d. in. f. g. est aequalis quadrato. f. g. ideoque ex prima sexti linea. b. d. est equalis. f. g. et quod f. g. est equalis. c. b. erit quoque c. b. equalis. b. d. et latus decagoni quod oportebat ostendere.

Propositio 4.



Qadratum lateris pentagoni intra circulum descriptum quod dratum que linee que illius pentagoni angulo subtendit ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

Cum in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. inscriptus unus pentagonus equilaterus cuius unum latus sit. a. b. et protrahatur diameter. c. d. e. dividens lineam a. b. et eius arcum per equalia. Est igitur arcus. a. c. medietas quinte pars circumferentie illius circuli quem arcus. a. c. est ducit quinto totius circumferentie; protrahantur itaque duc lineae. a. e. et. a. c. eritque. a. c. latus decagoni equilateri eo quod eius arcus est medietas quinte pars circumferentie. linea vero. a. c. erit que subtendit unum ex anglebus pentagoni predicti: eo quod arcus. a. c. est due quinte partis circumferentie circuli: dico itaque quod quadrata duarum linearum. a. b. et. a. c. pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum lineae. d. e. est enim ex quarta secundi quadratum linea. c. e. quadruplum ad quadratum lineae. d. e. Cum autem angulus. c. a. c. sit rectus ex prima parte. 30. tertij. eritque ex penultima primi quadrata duarum linearum. c. a. c. et a. e. quadruplum ad quadratum. d. e. igitur quadrata trium linearum. c. a. c. et. d. e. quincuplum sunt ad quadratum lineae. d. e. et quia ex decima tredicim libri quadratum. a. b. est aequalis quadratis duarum linearum. a. e. et. d. e. sequitur ut quod



duarum linearum. a. b. e. c. d. sunt quinque plumb ad quadratum. d. e. quod est propositum.

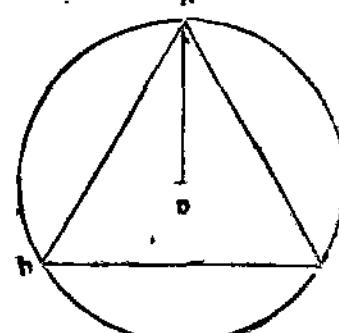
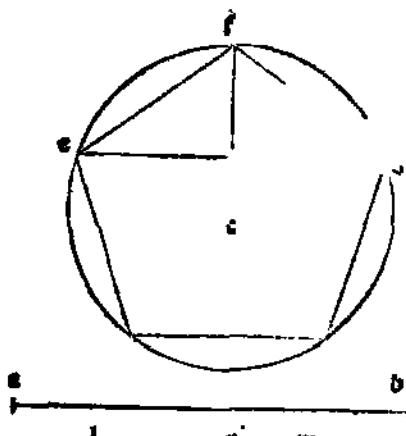
Confestum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum et figuram duodecim basium eadem spera circumscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.

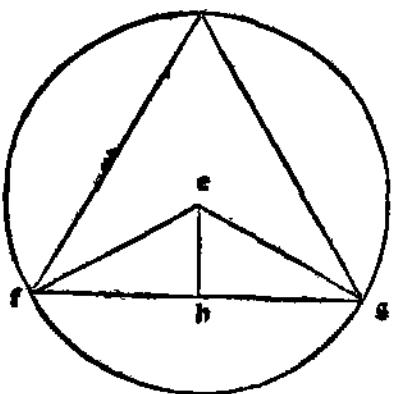
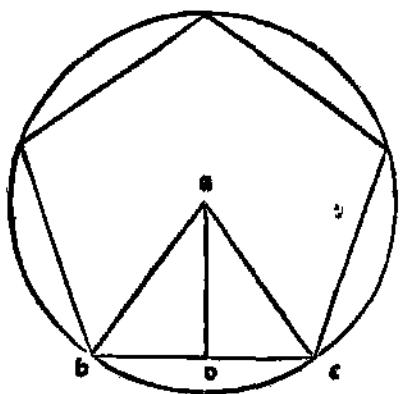
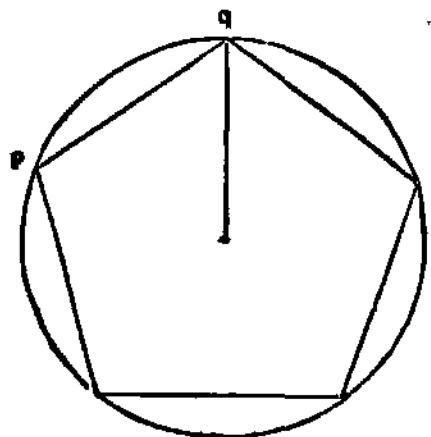
Constat corollarium vero manifestum est: constat enim ex demonstratione. 17. tredecimi libri quod latus cubi subtendit angulo pentagoni duodecedri cum cubo et duodecordon una eademque spera circumscribit: itaque per hanc quartam line obice constat corollarium. sc.

Propositio .5.

Pentagonus figure duodecim basium triangulusque signare viginti basium quos eadē spera circumscribit uno eodemque circulo circumscriptur.

Constat spera cuius diameter. a. b. circumscribens duas solidos figuras videlicet duodecedron unus etius ex duodecim pentagonis sit. c. et hexaedron unus ex. 20. triangulis sit. d. pentagono autem. c. et trigono. d. super uno centro. d. et c. circumscribant duo circuli huic quidem. f. c. ex. 14. quarti illi vero. f. d. ex. 5. eiusdem: dico itaque quod bi duo circuli sperae oppositae quorum alter circumscribit pentagonum. c. alter vero trigonum. d. sunt equeles. Signentur enim duo latera pentagoni. c. unum ex suis angulis continentia litteris. e. f. et g. et protrahantur linea e. g. que subtendat angulum. f. et semidiameter circuli que sit. c. f. unumque ex lateribus trigoni. d. signetur litteris. k. b. et protrahatur semidiameter sui circuli que sit. d. k. debinc sumatur linea. l. m. ad quam sit linea. a. b. que est diameter spere assignatae qui dupla in potentia: quod quidem. l. m. dividatur in. n. per proportionem habentem mediū duorum extremitatum maioris portio eius linea. l. n. et secundum quantitatē totius. l. m. lineatur circunferens p. q. itaque semidiameter circuli. p. q. sit equalis linea. l. m. eritque ex concreto. 15. quarti linea. l. m. tanquam latus hexagoni equilateri circulo. p. q. inscripti. loquuntur per tertiam huius linea. l. n. erit tanquam latus octagoni equilateri eidem circulo inscripti: igitur ex. 11. quarti inscribat pentagonus equilaterus circulo. p. q. cuius unum latus sit. p. q. eritque ex. 10. tredecimi libri quadratum. p. q. equale quadratis duarum linearum. l. m. et l. n. pariter acceptis. constat autem ex demonstratione. 16. tredecimi libri quod. b. k. est equalis. p. q. ergo quadratum. b. k. est equalis quadratis duarum linearum. l. m. et l. n. pariter acceptis. At vero ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est quod. c. g. est latus cubi ab eadem spera circumscribilibus: quod per concreto. 14. tredecimi. a. b. quod est diameter spere potentia litera est tripla ad. c. g. quod est latus cubi. si autem. e. g. dividatur in. m. proportionem huius mediū duorum extremitatum maioris portio eius ex demonstratione. 17. tredecimi quod est. f. est tanquam maioris portio eius: igitur ex secunda huius. e. g. ad. l. m. sicut. e. f. ad. l. n. nam ut tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaque per. 21. sexti quadratum. e. g. ad quadratum. l. m. sicut quadratum. c. f. ad quadratum. l. n. quod per. 13. quinti quadrata duarum linearum. e. g. et e. f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum. l. m. et l. n. pariter accepta sicut quadratum. e. g. ad quadratum. l. m. ergo per. 15. quinti. et





Primitata proportionatates et equa triplum duorum quadratorum duarum linearum e.g. et e.f. piter acceptoz ad quadrata duarum linearum. l.m. et l.n. pariter accepta sicut triplu quadrati. e.g. ad quadratum l.m. triplu aut. e.g. quadrati est tamquam quadratu. a.b. ex conel. 1. 4. tredecimi: at quadratu. a.b. est per ypotbesum quincuplum ad quadratum l.m. ergo triplu quadrati. e.g. quincuplum quoque est quadrati. l.m. quare etiam triplum quadratorum duarum linearum. e.g. et e.f. piter acceptoz est quincuplum ad quadrata duarum linearum. l.m. et l.n. piter accepta: et quod probatum est quod quadratum b. k. est equale quadratis duarum linearum. l.m. et l.n. piter acceptis. sequit ex hoc scia ut triplu quadratorum. e.g. et e.f. sit quincuplum ad quadratum b. k. constat aut ex 8. tredecimi quod quincuplum quadrati. b. k. est quindecuplum ad quadratum d. k. nam simplus est triplo. Et ex quarta huius constat quod triplu quadratorum. e.g. et e.f. est quincuplum quadrati. e.f. nam simplus est quincuplum. Itaque quindecuplum quadrati. c.f. est equele quindecuplo quadrati. d.k. Ideoque per 15. quintu quadratum c.f. est equale quadrato. d.k. quare etiam linea. c.f. est equalis linea. d.k. ergo ex diffinitione circulorum equalium circulum circumscribens pentagonum. c.f. est equalis circulo circumscribenti trigonum. d. quod erat ex principio demonstrandum. nam semidiametri horum circulorum sunt equalles videlicet. c.f. et d.k.

Propositio .6.

Qadratum quoque quod est triangulum quadranguli qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circumscribentis pentagoni figure duodecim basium ad latus pentagoni atque sub latere ipsius pentagoni continetur omnibus superficiebus corporis duodecimi basium pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.

Sicut pentagonus. a. una ex. 12. basibus figure duodecedri et unum ex eius lateribus sit. b.c. sibiique ex. 14. quarti circumscribat circulus supra centrum. a. et prorabitur linea. a. b. c. d. e. perpendicularis ad b.c. dico ergo quod triangulum quadrangulum eius quod sit ex a.d. in b.c. est equale omnibus superficiebus duodecedri piter acceptis. constat eni pentagonus. a. est divisibilis in quinque triangulos equalis triangulo. a.b.c. ex. 8. primi. itaque omnes. 12. pentagoni duodecedri cum omnes sint equalis et similes pentagono. a. divisibilis sunt in. 60. triangulos quoque quisque per 8. primi est equalis triangulo. a.b.c. Quod autem sit ex a.d. in b.c. est duplum per 4. primi: ad triangulum. a.b.c. ergo triangulum eius quod sit ex a.d. in b.c. est sexagincuplum ad triangulum. a.b.c. nam ut simplus ad simplus sic duplum ad duplum. Cum itaque omnes duodecedri superficies pariter accepte sint etiam sexagincuplum ad triangulum. a.b.c. secundum ut triangulum ei quod sit ex a.d. in b.c. sit equale omnibus superficiebus duodecedri piter acceptis: quod est propositum.

Propositio .7.

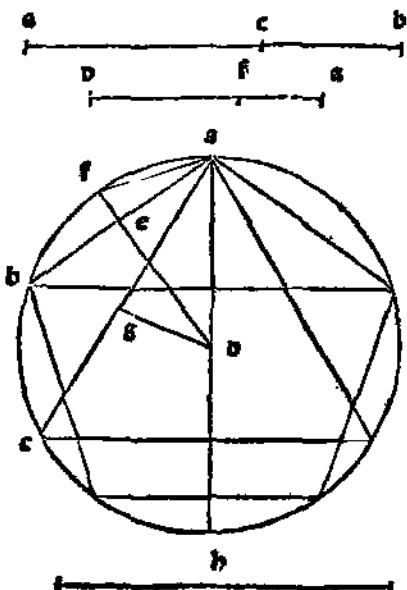
Qadratum quoque quod est triangulum quadranguli qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latitudinem inscripti trianguli figure viginti basium atque sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basium piter acceptis. Esto eni hic trigonus. e. una ex. 20. basibus figure ycoedri et unum ex eius lateribus sit. f.g. sibiique ex. 5. quarti circumscribat circulus super centrum. e. et prorabitur linea. e.f. e.g. et e.h. perpendicularis ad f.g. dico igitur quod triangulum ei quod sit ex e.b.i.f.g. est equele oib[us] superficiebus ycoedri piter acceptis. Post eni trigonum. e. est divisibilis in tres triangulos quoque quibus

per octanā p̄mi ē equalis trigono. e.f.g. itaq̄ oēs. 20. trigoni ycoedri p̄ter acceptis cum cuncti sint egales similes trigono. e.sit tanq̄ sexagincuplū trigoni. e.f.g. et q̄ per. 14. p̄mi q̄ sit ex. e.b.in.f.g. est duplū trigoni. e.f.g. iōq̄ trigincuplū hui? est egaale sexagincuplo illi? sequit ut trigincuplū. e.b.in.e.f. sit egaale oibus supē ficiens ycoedri p̄ter acceptis q̄d erat demōstrādū. **C**QD manifestū igitur ē q̄t porportio superficierū figure duodecim basiū in aliqua spēra p̄tente ad superficies figure vi ḡinti basium in eadē spēra cōcluse: ē tanq̄ p̄por-
tio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodeci ba-
siū et sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus penta-
goni: ad teragonū contentū sub latere trianguli ipsius figure viginti
basiū et perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus triangu-
li corporis viginti alchaidaz. **C**Qd per illud corol. excludit vero esse si-
gura. 12. basiū et figura. 20. basiū sint ab eadē spēra circumscribibles ut p̄ponit: siue
etiam fuerint circumscribibles a diversis speris: p̄ponit autē p̄t bee figure sint cir-
cumscribibles ab eadē spēra qm̄ hoc modo valer et sufficit ad p̄positū. Et ergo cō-
munis veritas sic p̄z. constat enī ex. e.bui? q̄ trigincuplū. a.d.in.b.c.eqnū ē oibus
superficiebus duodecedri p̄ter acceptis cuius pentagonus. a. est vna ex. 12. superfi-
ciebus et ex hac. 2. constat silt q̄ trigincuplū. e.b.in.f.g. equū ē oibus superficieb̄ yco-
edri p̄ter acceptis cuius trigonus. e. est vna ex. 20. basiibus sicut illud duodecedron
et istud ycoedron eadē spēra circuſribat siue ducit se. itaq̄ p̄poratio trigincuplū. a. d.
in.b.c. ad omnes superficies illius duodecedri p̄ter acceptas ē sicut trigincuplū. e.b.
in.f.g. ad omnes superficies ycoedri p̄ter acceptas: utrobiq̄ enī est p̄poratio equalis
ratio: quare permutarim trigincuplū. a. d. in. b. c. ad trigincuplū. e. b. in. f. g. sicut
omnes superficies illi? duodecedri ad omnes superficies huius ycoedri et per. 15.
quinti trigincuplū ad trigincuplū ē sicut simpli ad simplū. Constat igit̄ p. 11. quinti
q̄ p̄poratio omnīs superficieb̄ illius duodecedri ad oēs superficies huius ycoedri ē ei?
quod sit ex. a. d. in. b. c. ad id q̄d sit ex. e. b. in. f. g. et hoc ē q̄d ex. concretio p̄ponit.

Propositio .s.

Proporatio cunctarū superficieb̄ corporis duodecim ba-
siū p̄ter acceptaz ad cūctras superficies corporis viginti ba-
siū p̄ter acceptas que ab una spēra abo circuſribunt
est tanq̄ p̄poratio lateris cubi que circuſribit eadē spe-
ra ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

CIt ab huius. 8. demōstratiōis libri 14. p̄cessu ambiguitas oīs abscedat: istud
p̄scire oportet. Qd si aliq̄ linea b̄m p̄portionē babentē mediū duoḡ extrema fu-
erit divisa et ex medietate eius tanq̄ dimidiū siue maioris portionis detrahatur: ipsa
quoq̄ medietas b̄m p̄portionē babentē mediū duoḡ extrema divisa erit et ei? ma-
ior portio ē tanq̄ dimidiū maioris siue dupla. Verbi grā sit. a.b. divisa b̄m p̄portionē
habentē mediū duoḡ extrema in. c. et maior eius portio sit. a. c. et sit. d. e. tanq̄
dimidiū. a.b. et. d. f. tanq̄ dimidiū. a.c. dico ergo q̄. d. e. divisa ē i. f. b̄m p̄portionē
b̄ntem mediū duoḡ extrema et maior portio ei? ē. d. f. p̄stat enī ex. 15. q̄nti q̄ p̄/
portio. a.b. ad. a.c. ē sicut. d.e. ad. d.f. v̄ duplū ad duplū tanq̄ simplū ad simplū
q̄re p̄mutati. a.b. ad. d.e. sicut. a.c. ad. d.f. igit̄ p. 19. q̄nti. c.b. ad. f.e. sicut. a.b. ad
d.e. ē itaq̄. c.b. dupla ad. f.e. sicut enī ē. a.b. ad. d.e. cū igit̄ tota. e.b. sit dupla ad to-
ta. d.e. et sicut p̄tes. a.b. ad. sigla p̄tes. d.e. q̄re ex. 15. q̄nti et. 13. ei? dē et vione linee



divisa hūm pportionē bñtem mediū duocqz extrema erit linea. d.e. divisa i.f. quæd modū pponit. Nūc igit̄ demonstratiō ei^o q̄ ppositū ē iſistam^o. Ad cui^o exemplū sit a.b.c. circul^o cui^o centz. d. circuſcribēs pentagonū duodecedri & trigonū ycoedri q̄ ambo piter eadē ſpera circuſcribit & cludit. nā ex. 5. bui^o manifestū ē q̄ idē circul^o bñius pentagonū & illi^o trigonū circuſcribit. Sit aut̄ linea. a.b. latus pentagoni & linea. a.c. trigoni. Sitq̄ linea. b. tanq̄ latus cubi ab eadē ſpera circuſcripti: vico ita/ q̄ p̄portio omnū ſuperficiez duodecedri piter acceptaz ad oēs ſuperficiez ycoedri piter acceptas ē ſicut linea. b. ad linea. a.c. pducat quidē a centro. d. ppendiculaſ ad. a.b. que tranſeat vſq̄ ad circuſerentia ſecans. a.b. in punto. c. & arcū ei^o i puncto. f. hanc autē ppendiculare pſtat diuidere p equalia tā linea. a.b. q̄z eius arcom chordā quidē. a.b. p ſcdam pte tertie tertii; arcū vero ei^o p quartā pmi 2.27. tertii. ē igit̄ arcus. f. a decima ps circuſerentie. ſubrendat itaq̄ ſibi chorda. a.f. q̄ erit latus decagoni equilateri eiusdē circuli. erit igit̄ ex. 9. tredecimi linea conſtant ex. d.f. f. a divisa hūm pportionē habentē mediū duocqz extrema. & maior portio eius erit linea d.f. At vero ex prima bñius. d.e. ē equalis dimidio. d.f. dimidiogz. f.a. i longū di rectūqz cōiunctis. Sit igit̄. d.g. ppendicularis ad. a.c. eritq̄ ex conelario. 8. tredeci mi. g.d. tanq̄ dimidiū. d.f. itaq̄ ſi a linea. d.e. q̄ est tanq̄ dimidiū. d.f. a. cū. d.f. & f.a. ſit linea vna: detrahaſq̄ eōlis. d.g. q̄ ē tanq̄ dimidiū. d.f. erit p illud q̄o an te hoc pbatū ē linea. d.e. divisa hūm pportionē habentē mediū duocqz extrema & maior portio erit tanq̄. g.d. ex demonstratiōne aut̄. 17. tredecimi cōſtat q̄ ſi linea b.q̄ ē latus cubi diuideretq̄ hūm pportionē habentē mediū duocqz extrema maior portio eius erit tanq̄. a.b. q̄ ē latus pentagoni figure. 12. basiū. itaq̄ per ſcdam bñi pportio. b.ad.a.b. est ſicut. d.e.ad.g.d. quare p primā pte. 7. ſexti: q̄o puenit ex. b.in.g.d. equū ē ei q̄o fit ex. a.b.in.d.e. Ex conelario aut̄ premissae maniſtum est q̄ pportio omnū ſuperficiez duodecedri cuius latus. a.b. piter acceptaz ad oēs ſuperficiez ycoedri cuius latus. a.c. pariter acceptas ē ſicut eius q̄o fit ex. a.b.in.d.e ad illud q̄o fit ex. a.c.in.g.d. ē per primam ſexti ſicut. b.ad.a.c.itaq̄ p. 11. quinti pro pportio omnū ſuperficiez illius duodecedri ad oēs bñius ycoedri ē ſicut. b.ad.a.c. quod ē ppositū. Hoc ipſo aliter probare poterim^o. Si ad ipſū bñius antecedens neceſſarium pniſerim^o quod eſt. **G**hi circulo cui libet pentagonus equilaterus inſcribatur rectangulū q̄ ſub dodrante diametri ipſius circuli et ſub dextante ipſius linea angulū ipſius pentagoni ſubtendentis coniinetur eidē pentagono equū. ēē ex neceſſitate oportet. **D**icitores, noſ ſtri vñaq̄qz integraz in. 12. ptes eōles intellectu & rōne diuiderunt oēs q̄z cas ſi. hoc ē ipm totū alſem: vocauit vndeſim vero eaꝝ diuerū deinceps. deinceps aut̄ dextanties, nonē dodrantē. octo vero biſſe. at ſeptuſe ſeptuſe vcl quicuſe. ſex aut̄ ſemis: quiq̄ quiquincē. quuoꝝ triente. tres aut̄ qdratē. duas vero ſextatē. viua aut̄ appellaſcunt vñia eſq̄z p ordīnē talibꝫ designauere figuris q̄ ſepiſſime iucriſt̄ i antiq̄s libris

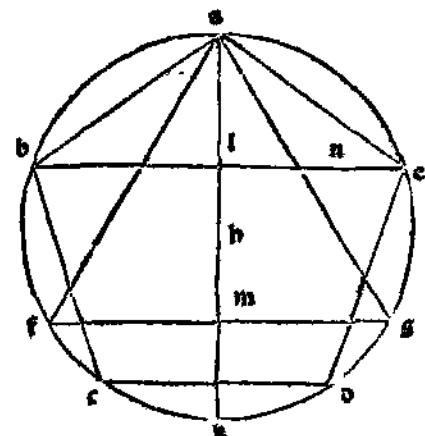
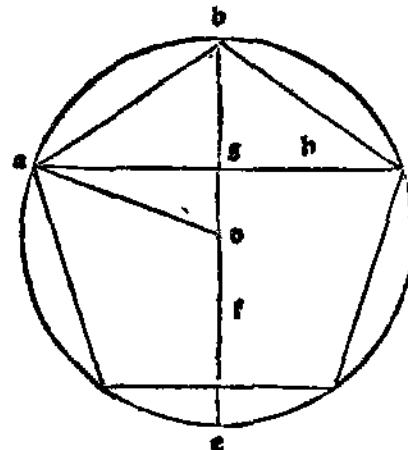
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$
Semis	Quintus	Triens	Quadrans	Sextans	Septuſe	Vndeſim

Clunciā quodq; quā duodecimā p̄tē assī fore dixim⁹ i; ellis rur⁹. 12. fractōes. S; alia via diuiserūt. nā medietatē vnicie dixerūt semivnicia. tertia vero duellā. quartā siculū. sextā sexalā. octauā draginā. duodecimā semisūlam. decimā octauā tremis sem. vigesimā quartā scrupulū. quadragecimā octauā obulū. septuagesimā secundā bisiliquā. nonagesimā sextā cerasē. Ultima vero q̄ ē centesima quadragesima q̄r ta ps ipsius vnicie siliquā nominauerūt. his aut̄. 12. fractionibus vnicie posterio: es adiunxere salū. Est aut̄ talcus centesima nonagesima scđa ps vnicie: cui⁹ additio: nis cā fuit vt vſq; ad minimū extremū diatesferon et diapente symphoniaz tonoz semitonozq; interuallis distinctaz bāz fractionū denoatio cōscēderet v̄l cōtende: ret & ipsas omnes bīm ordinē talibus annotavere figuris.

S. i. 20 3 9 4 C. 6 30 8 Φ. 12 H. 18
Semiūciā Dueila Sicilie⁹ Sextula Dragna Emisfeda Tremis
45 14 11 48 72 72 96 153 144 2 192

Scrupulus Obulus Bissiliqua Leras Lalkus

Eius ergo qd̄ dicit: sens⁹ ē: q̄ si in aliquo circulo pentagon⁹ eq̄ilateris inscribat̄ illud qd̄ sit ex trib⁹ qrtis diametri circuiti i quinq; sextas lineas subicēdētis vnu ex angulis inscripti pentagoni eq̄le ē pentagono. verbi grā. Sit circ̄la. a.b.c. sup cētz.d eiq; ex. 11. qrti inscribat̄ pentagon⁹ equilater⁹ cui⁹ duo latera vnu ex suis angulis p̄nētia s̄int. a.b. z.b.c. et anglo.b. subtendat̄ linea. a.c. et pr̄tabat̄ diameter. b.d.e secas linea. a.c. p̄ eq̄lia in punto. g. sitq; d.f. medietas. d.e. z.g. b. dupla ad. b.c. eritq; b.f. vodrās diametri: ē enī tres qrtē ipsi⁹ z.a.b. erit vextas vel sextas. a.c. ē enī. s. sexte eius: pr̄tabat̄ aut̄ linea. a.d: vico q̄ illud qd̄ puenit ex. b.f. in. a.b. ē et eq̄le pentagono inscriptio circulo. cū enī. a.g. sit ppndicularis ad. b.d. erit ex. 41. p̄mī et illud qd̄ puenit ex. b.d. in. a.g. duplū ē ad triangulū. a.b.d. Iōq; qd̄ puenit ex. b.f. in. a.g. triplū erit ad eundē triangulū et qd̄ puenit ex. b.f. in. b.g. duplū et ex. b.f. in. totā. a.b. quinoplū. cū itaq; totus pentagon⁹ quintupl⁹ sit ad eūdē triangulū v̄t̄st̄ q̄ illud qd̄ sit ex. b.f. in. a.b. ē eq̄le pentagono et illud erat demōstrādū. Qd̄ igit̄ ex principio p̄positū ē nunc alia via sicut. p̄missim⁹ demōstrem⁹. Sint itaq; circulo cui⁹ centz. b. inscripti pentagon⁹ figure. 12. basiū et trigon⁹ figure. 20. basiūq; q̄s eadem sp̄ra circūsribit. Constat enī ex. 5. bni⁹ q̄ bni⁹ duodecedri pentagon⁹ et illius p̄cedri trigon⁹ ab codē circulo circūducent̄. sitq; pentagon⁹. a.b.c.d.e. et trigonus. a.f.g. et angulo. a. pentagoni subtendat̄ linea. b.e. q̄ ex. demōstratione. 17. tredecimi erit lat⁹ cubi quē eadē sp̄ra cōcludit̄: pr̄tabat̄ itaq; diameter. a.b. k. se: cans orthogonaliter et p̄ equalia vtrāq; duas lineaz. b.c. z.f.g. bāc qd̄ ī i puncto. I illi vero in p̄ucto. m. vico q̄ p̄portio oīuz superficiez duodecedri ad oēs p̄cedri quoq; pentagon⁹ et trigonus p̄posito circulo s̄int inscripti ē sicut linea. b. e. que est latus cubi ab eadē sp̄ra condusi ad lineam. f.g. que est latus trigoni p̄cedri. con: stat enī ex corollario octave tredecimi q̄ linea. b.m. ē dimidū linea. a.b. Iōq; s. m. erit vodrās diameter. a.k. ē enī eius tres quarte. sit ergo. l.n. dupla ad. n.e. eritq; b.n. octans. b.c. est enī quīta ci⁹ sexte. itaq; per p̄missū s̄is qd̄ provenit ex. a.m. m.b.n. erit equale pentagono. a.b.c.d.e. qd̄ aut̄ puenit ex. a.m. in. m. f. ē equale triangulo. a.f.g. igit̄ ex prima sexti p̄posito pentagoni ad trigonū ē sicut b.n. ad. m.f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigincuplū illius trigoni sine duod. cuplī linea. b.n. ad vigincuplū linea. m.f. qd̄ ex. 15. quinti et equa propo: zionalitate manifestum ēt̄ duodecuplū aut̄. b.n. ē tanq; decuplū. b.c. nā. 12.



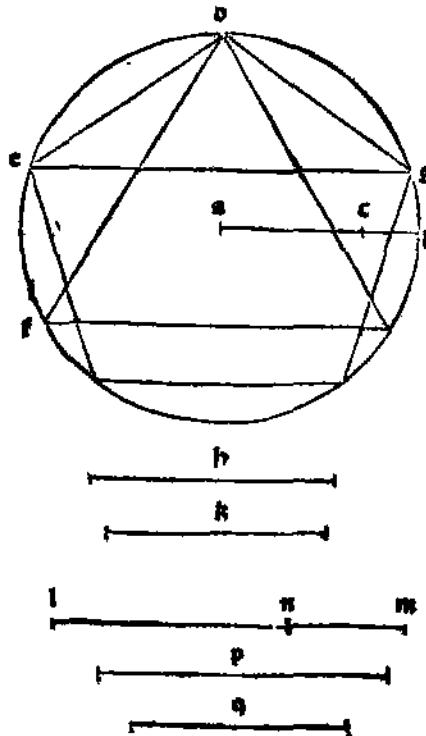
textates coequat. x. asses hoc est. x. tota: vigincuplū vero. m. f. ē tanqz decuplū. f. g nam. f. g. est dupla ad. m. f. igit' duo decupli istius pentagoni ad vigincuplū istius trigoni est sicut decupli. b. e. ad decuplū. f. g. et qz duodecuplū illi' pentagoni ē oēs superficies duodecedri: vigincuplū autē huius trigoni est omnes superficies procedendi et quia per. i. f. quinti decupli. b. e. ad decuplū. f. g. sicut. b. c. simple ad. f. g. simplam erit per. i. f. quinti pportio omnium superficieꝝ duodecedri pariter acceptas ad oēs superficies procedendi pariter acceptas sicut. b. e. ad. f. g. Et hoc ē quod oportuit nos demonstrare.

Propositio .9.



Inisa q̄libet linea scdm pportionē habētē mediū dnoqz extrema erit pportio linee potētis supra totā lineā ei⁹ qz maiorē portionē ad lineā potētē supra totā ciudēqz minorē portionē tāqz pportio lateris cubi ad lat⁹ triāgulī corpis viginti basiū yna cū cubo ipso ī eadē spēra p̄tenti.

Sit linea. a. b. dñsa scdm proportionē habentē mediū duoqz extrema et maiorē portionē eius sit linea. a. c. et super centz. a. b. m̄ quantitatē linie. a. b. describat circul⁹ d. b. e. eiqz inscribat cx. ii. quarti pentagonius equilaterus cuius vnu latus sit. d. c. et ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnu latus sit. d. f. et vni ex angulis pentagoni qui sit. d. subtendatur linea. e. g. Constat igit' ex. 5. bni⁹ q̄ spe/ra circumscribens duodecedron cuius pentagoni latus est. d. e. circumscribit sif' yco/decron cuius trianguli latus ē. d. f. et ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum ē q̄ cadem spēra circumscribit cubum cuius latus est. e. g. sumaf ergo linea. b. potēs super totam. a. b. et eius maiorem portionem. a. c. et sumaf. k. potens super totam a. b. et minorē eius portionem. b. c. dico itaqz q̄ pportio. e. g. ad. d. f. hoc ē lateris cubi ad latus trianguli ycoedri vna cū ipso cubo ab ipsa spēra contenti ē sicut. b. ad. k. cōstat qdē qd̄ ex corollario. 15. qrti q̄. a. b. ē tanqz lat⁹ trianguli equilateri cir/culo. b. d. e. inscripti: igit' ex tercia bnius. a. c. est tāqz latus hexagoni eiusdem circuli itaqz per. 10. 13. d. e. potens ē super totā. a. b. et eius maiorem portionē. a. c. quart. d. c. est equalis. b. nā quadratum vtriusqz earum tantū cīt quantū quadrata dñaz li/neaz. a. b. et. a. c. p̄ter accepta: p̄z antē ex octava. 13. q̄. d. f. est tripla potentialet ad. a. b. At vero ex. 5. eiusdē patet q̄. k. quoqz tripla est potentialet ad. a. c. ergo ex secunda parte. 21. sexti pportio. d. f. ad. a. b. ē sicut. k. ad. a. c. quare pm̄utati. d. f. ad. k. sicut. a. b. ad. a. c. et quia ex demonstratione. 17. tredecimi manifestū ē q̄ si e. g. diuidat bni pportionē habētē mediū duoqz extrema maiorē portionē eius erit tāqz. d. c. erit p scdm bnius pportio. e. g. ad. d. e. sicut. a. b. ad. a. c. q̄re p. 11. quinti erit quoqz. e. g. ad. d. e. sicut. d. f. ad. k. et pm̄utati. e. g. ad. d. f. sicut. d. c. ad. k. Et q̄ per primā p̄tē. 7. quinti. d. e. ad. k. sicut. b. ad. k. co q̄. d. e. et. b. sunt cōquals crit. per. 11. quinti. e. g. ad. d. f. sicut. b. ad. k. qd̄ est p̄positū. Nō solū sūt cīt pportio e. g. lateris cubi ad. d. f. latus trianguli ycoedri sicut. b. ad. k. imo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alterā: quarum altera potest sup totā quā libet lineam diuisam bni pportionem habentem medium duoqz extrema et sup eius maiorem portionē: altera vero super totam et eius minorē portionē. nā sin/gulaz linearum. taliū ē p̄portio yna: verbi gratia. maneat p̄iores p̄theses cir/ca lineas. a. b. b. et. k. et sumatur quoqz quilibet alia linea q̄ sit. l. m. diuisa bni p̄portionē habētē medium duoqz extrema in. n. et portio maior sit. l. n. sitqz linea. p. potens super totam. l. m. et eius maiorem portionem. l. n. et linea. q. sit potens



super totam. l.m. et eius minorē portionē. m.n. dico ergo q̄ p̄portio. p.ad.q. est si
cut.b.ad.k. cōstat enī ex sc̄da hui⁹ q̄.b a.ad.a.c. ē sicut.l.m.ad.l.n. ergo p̄p̄mam
pt̄e. 21. sexti quadrati. b.a. ad quadratū. a. c. ē sicut q̄drati. m. l. ad quadratū. n.l.
quare coniunctū quadrati. b. ad quadratū. a. c. sicut quadrati. p. ad quadratū. l.n
et permutatū quadrati. b. ad quadratū. p. sicut quadrati. a. c. ad quadratum. l.n.
Eodē argumentationis genere sequit̄ q̄ p̄portio quadrati. k. ad quadratū. q. est si
cut quadrati. c.b. ad quadratū. n.m. et q̄ ex sc̄da huius exprima pt̄e. 21. sexti qua/
dratū. a.c. ad quadratū. l.n. sicut quadratū. c.b. ad quadratū. m.n. erit ex. ii. quāt̄
quadratū. b. ad quadratū. p. sicut quadratū. k. ad quadratū. q. quare p̄sc̄am pt̄e
21. sexti. b. ad. p. sicut. k. ad. q. Et p̄mutatū. b. ad. k. sicut. p. ad. q. qđ erat demon/
strandū. et ne quisq; dubitationis locus ea que demōstrāda restat obfuscet: pt̄e/
mittenda adhuc arbitramur quedā quibus sequētia firmo demōstratiōis roboꝝ
incōcussa permaneant.

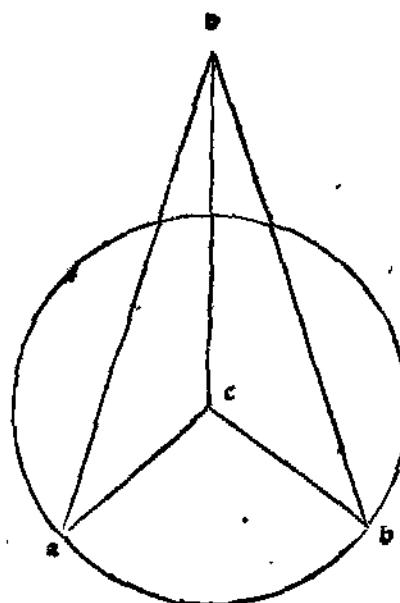
CSi aliqua plana superficies speram quālibet fecerit cōis differentia
plane superficieī secantis et curue superficieī spere erit circumferentia
continens circulum.

CSit igit̄ aliqua plana superficies secans speram: et sit linea. a.b. cōis sectio superficieī
secantis et superficieī spere. dico q̄ linea. a.b. est circumferentia circuli: aut enī centrum
spere est in plana superficie secante. aut extra. Qđ si fuerit in ea ponat vbiq; p̄t̄
gerit et sit. c. Quia ergo tota linea. a.b. ē in superficie spere et q̄z omnes lince ducte a
centro spere ad ipsius circumferentia sunt equales quēadmodū constat ex diffinitione
spere. sequitur ut omnes linee ducte a puncto. c. ad lineā. a.b. sint equales. ē igit̄
ex diffinitione cireli superficies quā continet linea. a.b. circulus et eius centrum ē .c.
videlicet idē q̄ centrum spere. si aut̄ centrum spere fuerit extra superficieē secantē: pona
tur ergo vbiq; qđ sit. d. a quo sīm doctrinā. ii. vndeclīm ducat linea. d. c. p̄pen/
dicularis ad superficieē secantē et pr̄tabat̄ ab eodē centro. d. oue linee recte quōdūq;
contingat ad lineā. a.b. que sint. d.a. et d.b. et iungat̄. c.c. a. et enī. b. erintq; oue li
ne. d.a. et d.b. equales eo q̄ ipse sunt a centro spere ad superficiem ciuis: ex diffi/
nitione autē lince perpendicularis ad superficieī. manifestū est q̄ anguli. d.c.a. et d
c.b. sūt recti: ideoq; ex penul. pr̄imi et ista cōi scia: que equalibus sūt equalia iter se
sunt equalia: erunt quadrata duaz lineaz. c.d. et c.a. pariter accepta equalia qua/
dratis duaz lineaz. d.c. et c.b. pariter acceptis: deempto itaq; veritq; quadrato. d
c. erit quadratū. c.a. equale q̄drato. c.b. quare et linea. c.a. lince. c.b. Eodē argumē
tationis genere necesse est omnes lincas ductas a puncto. c. ad lineā. a.b. ēē eq̄les
ergo ex diffinitione circuli superficies quā continet linea. a.b. est circul⁹ et ei⁹ centrum
est. c. quod est propositum.

CEx hoc itaq; manifestum est q̄ cum superficies secat speram super
centrum eius lector pueniens in superficie spere est linea continens
circulum cuius centrum est centrum spere. Cum autem superficies se
cat speram non super centrum eius lector quoq; proneniens i super
ficie spere est linea continēs circulū cuius centrum ē punctus ille in quo
incident p̄pendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem:

CAmplius autem dico q̄

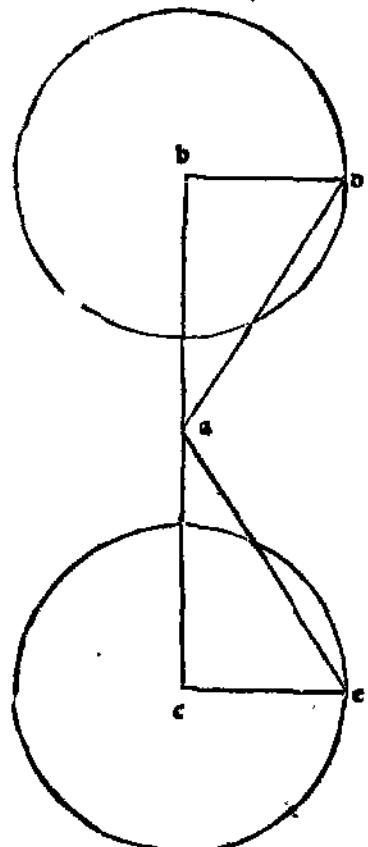
CSi in spere aliqua fuerint circuiti equales p̄pendiculares ducte a ce
tro spere ad superficies illorum circulorum erant adiunxim̄ equales.



Sunt i spira cuius centrum a. signati duo circuli. b. et c. equales ad quos superficies pertabant a centro spire videlicet a punto. a. perpendicularares sive vocet. ii. viii decimi: ad hunc quidem. a. b. ad illi autem. a. c. dico quod tunc linee. a. b. et a. c. sunt equales: pertabant enim a punctis. b. et c. singule linee recte ad circumsferentias illos circulos. put libuerit: in hoc quidem. b. d. in illo autem. c. e. et iungatur. a. c. d. et cum. e. erit quod ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis utriusque duorum angulorum. a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex scda pte primissi corollarij. V. Sanificatum est quod duo puncta. b. et c. sunt centra circulorum. b. c. ideoque duas lineas. b. d. et c. e. sunt semidiametri eo quod: qui circuli cu[m] ponantur equales sequitur ex diffinitione equalium circulorum basi semidiametros esse equales: et quia duas lineas. a. d. et a. c. sunt equales quod sunt ductae a centro spire ad eius superficiem: erunt ex perusal. primi duas perpendicularares. a. b. et a. c. equales quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

P. depositio .10.

Roportio corporis duodecedri ad corp[us] ycoedri quod ambo una eademque spira includit: est sicut omnia superficies illius piter acceptas. Quocumque superius post demonstrationem prime huius auctoritate Aristei et Apollonij commemorauiimus cuius demonstratio ex his quod premissa sunt evidenter elicetur. Ex quinta quidem huius manifestum est quod circuli quoniam alter circumscribit pentagonum duodecedri: reliquum vero trigonum ycoedri quem ambo corpora spira una coberget sunt adinvicem equales: itaque erunt perpendicularares a centro spire ad superficies omnium circulorum circumscribentium pentagonos huius duodecechi et trigonos illius ycoedri iuxta centra cadentes adinvicem equales sicut ex premissis manifestum est nam omnes hi circuli teste. s. huius sicut dictum est quod les sunt sibi adinvicem piramides: igitur quae sunt bases pentagoni duodecedri non autem eas sunt centra spire atque piramides quae sunt bases sunt trigoni ycoedri: et coni eas sunt similiter centra spire sunt eque alte cunctae quidem piramidi altitudine mensurant vel determinant a conis ad bases perpendicularares cadentes: piramides autem que alias suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in. 6. duodecimi probatut est: itaque propositio piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigonum ycoedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. id est per. 24. quinti propositio duodecimpi illius piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigonum ycoedri sicut duodecimpi illius pentagoni ad hunc trigonum. bee autem. 12. piramides quae sunt bases. 12. pentagoni duodecedri sunt tanquam totum corpus ipsums duodecedri. At. 12. pentagoni tanquam omnes superficies eius: itaque propositio corporis duodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus ycoedri est sicut propositio omnium superficie. duodecedri ad trigonum ycoedri. que re rursus ex. 24. quinti propositio corporis duodecedri ad vigintiquattuor illius piramidis cuius basis est trigonus ycoedri est sicut omnium superficie. duodecedri ad vigintiquattuor trigoni ycoedri. cum igitur vigintiquattuor huius piramidis sit tanquam totum corpus ycoedri ad vigintiquattuor illius trigoni tanquam omnes superficies ipsius ycoedri est propositio corporis duodecedri ad corpus ycoedri quem ambo una eademque spira includit sicut propositio omnium superficie corporis duodecedri piter acceptas ad omnes superficies corporis ycoedri piter acceptas. Hoc autem est predictorum philosophorum de proportionibus duorum corporum sententia fixa solidaque demonstratio reboxata.



XIII

cui quoq; adiiciendū est hoc. nam cum p̄portionē lateris cubi ad latus trianguli cor-
poris ycoedri vna cū ipso cubo ab eadē sp̄era cōclusi sit sicut p̄portionē omniū sup-
ficiēz corporis duodecedri p̄iter acceptaz ad omnes superficies ipsius ycoedri in
eadem sp̄era cōclusi sicut ex. 8. huius demonstratū est: erit ex. 11. quinti p̄portionē
corporis duodecedri ad corpus ycoedri que ambo sp̄era vna circūvolvit rāq; p/
portionē lateris cubi eideq; sp̄ere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycoedri. Am-
plius aut q; diuisa qualibet linea finē p̄portionē habentē mediū duoq; extrema
est p̄portionē lince potentis super totā z eius maiore portionē ad lineā potente su-
per totā z eius minorē portionē sicut lateris cubi alicui sp̄ere inscripti ad latus tri-
goni corporis ycoedri ab eadē sp̄era circūducti sicut ex. 9. huius demonstratum ē
erit etiā ex. 11. quinti ut diuisa qualibet linea finē p̄portionē habentē mediū duoq;
extrema sit p̄portionē linee potentis super totā z eius maiore portionē ad lineā po-
tentē super totā z eius minorē portionē veluti p̄portionē corporis duodecedri ad cor-
pus ycoedri que ambo vna atq; eadē sp̄era circūscribit. Ex dictis igit manifestum
est q; p̄portionē lateris cubi alicui sp̄ere inscripti ad latus trigoni ycoedri ab eadem
sp̄era circūscripti. Itemq; p̄portionē cunctaz superficiez duodecedri ad cunctas sup-
ficies ycoedri que ambo sup eadē sp̄era circūscribit. Et rursus p̄portionē linee poten-
tis super quālibet lineā diuisā finē p̄portionē habentē mediū duoq; extrema et
super eius maiore portionē ad lineā potente super eandē z super eius minorē por-
tionē atq; itez p̄portionē corporis duodecedri ad corpus ycoedri que ambo vna ea-
demq; sp̄era coheret est p̄portionē vna. Vt rabilis itaq; est potentia linee finē p/
portionē habentē mediū duoq; extrema diuisa: cui cū plurima philosophatiū ad/
miratione digna cōueniat hoc p̄ncipiū vel p̄cipiū ex superioz p̄ncipioz inuaris/
bili p̄cedit natura ut tā diuersa solida tū magnitudine cum basiū numero tū etiaz
figura irrōnali quadam simponia rōnabiliter conciliet. Quippe demonstratum
est q; p̄portionē duodecedri corporis ad ycoedron corpus q; ambo sp̄era vna co/
abit est quasi p̄portionē lince potentis sup quālibet lineā finē prefatā p̄portionē
diuisa z super eius maiore partem ad quālibet lineā potente super eandem z eius
minorē prem. quoniam vero de tribus ceteris corporib⁹ regularibus nō babem⁹ alii
quid dictū studeam⁹ de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.

A omni triangulo equilatero si ab uno angulorum eius

perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem triangu-

li ad ipsā pp̄pendicularē potentiaſr sexquartū ēē p̄ueniet.

C sit enī triangulus equilaterus. a. b. c. duarq; ab angulo. a. linea

a. d. pp̄pendicularis ad basim: dico q; a. b. ē potentiaſr sexquartū

ad. a. d. sunt quidē ex. 5. p̄mī duo anguli. b. z. c. eq̄les z quia anguli ad. d. sunt recti

erit p. 26. p̄mī linea. b. c. diuisa p̄ equalia in p̄ucto. d. itaq; ex quarta sedi quadratū

b. c. q̄druplū ad q̄dratū. b. d. idq; etiā q̄dratū. a. b. q̄druplū ē ad q̄dratū. b. d. Est

enī triangul⁹ equilater⁹ q̄re p̄ penal. p̄mī q̄drata duarz lineaſr. a. d. z. b. d. pariter

accepta quadruplū sūt ad q̄dratū. b. d. itaq; q̄dratū. a. d. triplū ē ad q̄dratū. b. d.

cōstat ergo p̄positū.

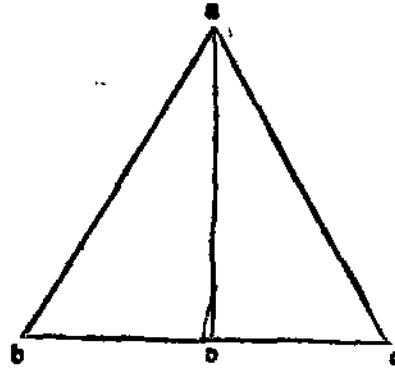
Propositio .12.

Dnis trigonus equilaterus cuius ē latus rōnale superfici-

es medialis ēē p̄baſ. **S**it vt prius triangulus. a. b. c. equilate-

rus z sit latus eius. a. b. rōnale sine i longitudine sine i potentia tñ

dico itaq; q; ipse triangulus ē superficies medialis: ducat cni pp̄cdicu-



LIBER

laris. a. d. ab angulo. a. ad basim: critqz ex premissa et ex. a. decimi et vione super. ficiet rōnalis quadratū lince. a. d. rōnale et linea. a. d. rōnalis in potentia: ipsa autē ex ultima parte.. decimi mediante premissa erit incomensurabilis lince. a. b. ideo/ qz et linea. b. d. que est tanqz eius dimidiū. sunt itaqz due lince. a. d. t. b. d. rōnales potentialiter tantū cōicantes. igit ex. 19. decimi superficies vnius eaz in alteram est medialis. cumqz superficies vnius earum in alterā sit equalis trigono. a. b. c. p̄stat vnu esse quod diximus.

Propositio .13.



Uncte superficies vtriuslibet duoz solidoz quoqz alterū est piramis quatuor basium triangularium et equilateraz reliquum vero est corpus octo basium triangularium et equilateraz pariter accepte: si diameter spere ea circum scribentis rōnalis fuerit componut superficie medialem.

Ulam si diameter spere alterz duoz propositoz corporum circumscribentis fuerit rōnalis sive in longitudine sive in potentia tm: erit ex corollario. i. 3. tredecimi libri latus piramidis rōnale in potentia et ex corollario. i. 5. eiusdem latus quoqz corporis octo basium rōnale in potentia. quare per premissam trianguli qui sunt bases vtriuslibz corporis erūt superficies mediales. et qz trianguli vtriuslibz eoz sibi adiungitc sunt equales: erunt ex. 21. decimi omnis superficies vtriuslibz eoz pariter accepte co/ ponentes superficie medialem quemadmodū pponitur. ec.

Propositio .14.



I retracedron et octocedron vna eademqz spera circum/ scribat erit vna ex basibus retracedri sexquiterria ad vna ex basibus octocedri: oēs autē bases octocedri p̄ter acce/ ptas ad omēs bases retracedri pariter acceptas sexquial/ terā pportionē habere necesse est.

Sit aliqua spēra cuius diameter. a. circumscribens piramidem cui⁹ lat⁹. b. et octo/ cedron cuius latus. c. dico itaqz qz triangulus equilater⁹ cuius latus. b. sexquiter/ trius ē ad triangulū equilaterz cuius latus. c. et qz superficies quā pponut octo trian/ guli equilateri cuiusqz quoqz ē latus. c. sexquialterā ē ad superficie enī quā componunt quatuor trianguli equilateri cuiusqz quoqz ē latus. b. constat enī ex coroll. i. 3. trede/ cimi qz quadratū. a. ad quadratū. b. sicut. a. ad. 4. igitē cōverso quadratū. b. ad q/ dratū. a. sicut. 4. ad. 6. Ex corollario vero. i. 5. eiusdem manifestū ē qz quadratum. a. ad quadratū. c. sicut. 6. ad. 3. itaqz per equā pportionalitatē quadratū. b. ad qua/ dratū. c. sicut. 4. ad. 3. quadratū aut. b. ad quadratū. c. ē sicut trigonius equilateris cuius latus. b. ad trigonū equilaterū cuius latus. c. Itrobisqz enī ē sicut. b. ad. c.: pportio duplicata ex secunda pte. i. 9. sexti: igitur trigonius equilaterus cuius latus b. ad trigonū equilaterz cui⁹ lat⁹. c. sicut. 4. ad. 3. quare constat prima p̄s ppositi. Ex quo emidenter elicī scdg: erit enī p̄ puerā pportionalitatē trigonū equilaterus cui⁹ latus. c. ad trigonū equilaterz cuius latus. b. sicut tria ad quatuor. iōqz octoplum trigoni eq̄lateri cui⁹ lat⁹. c. ad q̄druplū trigoni eq̄lateri cui⁹ lat⁹. b. est. sicut octoplū terminij ad q̄druplū q̄terminij. hoc autē sicut. 24. ad. 16. et qz octoplum trigoni eq̄la/ teri cui⁹ lat⁹. c. ē omēs bases octocedri cui⁹ lat⁹. c. et q̄druplū trigoni eq̄lateri cui⁹ lat⁹. b. ē oēs bases pyramidis cui⁹ lat⁹. b. et qz pportio. 24. ad. 16. ē sexqqaltera seq/ tur ut superficies quā cōponunt oēs bases octocedri cui⁹ lat⁹. c. ad superficie quā cōpo/ nunt oēs bases pyramidis cui⁹ lat⁹. b. sexqqaltera sicut. dixim⁹ i. pportione respicit.



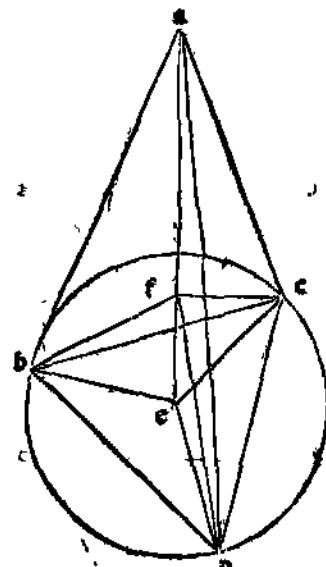
Propositio .13.

Piramide quatuor basium triangularium atque equilaterarum intra sphaeram qualibet collocata si a quolibet angulo eis circa per centrum sphaerae recta linea ad basim ducatur in centrum circuli basim circumscribentis eam cadere atque eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

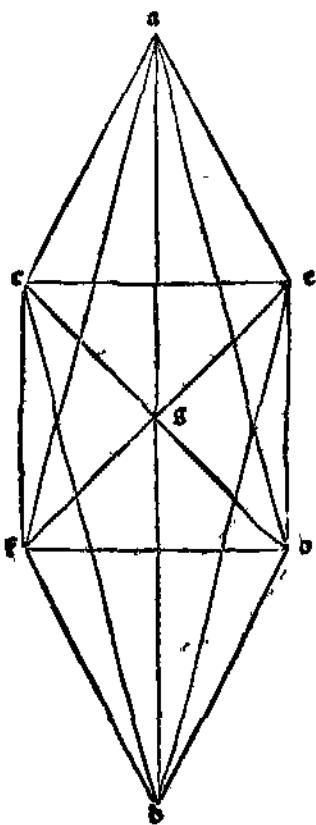
Sit piramis a.b.c.d.4. basium triangularium atque equilaterarum intra sphaera aliquam cuius centrum sit f. collocata et cum quilibet quatuor angulis istius pyramidis possit esse conus eius at quibus quatuor triangulis basis. Imaginemur hunc eius solidum agnum. a. esse conum et triangulum b.c.d. imaginemur esse basim atque huic basi intelligamus circumscripsum esse circulum. b.c.d. debent a puncto a. que imaginari sumus conum pyramidis ducamus ad basim. b.c.d. linea recta transirent per punctum f. qui est centrum sphaerae circumscribentis pyramidem de qua disputamus et occurrat hec linea superficie. b.c.d. quae imaginati sumus base pyramidis super punctum c. dico igitur quod punctum e. est centrum circuli b.c.d. et quod linea a.f.e. est perpendicularis ad superficiem b.c.d. producam enim lineas f.b. f.c. f.d. et quod quatuor puncta a. b. c. d. sunt in superficie sphaerae cuius centro f. propter hoc quod illa sphaera positum est circumscribere hanc pyramidem erunt omnes quatuor lineae f.a. f.b. f.c. f.d. adiuvicem equales sunt enim unctione a centro sphaerae ad eius superficiem: ergo quod duo latera a.f. et f.b. trianguli a.f.b. sunt equalia duobus lateribus a.f. et f.c. trianguli a.f.c. et basis a.b. basi a.e. nam pyramidis posita est equilatera: erit ex octana primi angulus a.f.b. equahs angulo a.f.c. ideoque per 13. primi angulum quoque b.f.e. erit equalis angulo c.f.c. Eodem modo probabis angulum d.f.e. esse equaliter angulo c.f.e. neceesse est tamen ex octana primi ut angulus a.f.e. sit equalis angulo a.f.d. quare per 13. primi angulum quoque c.f.e. erit equalis angulo d.f.e. sunt igitur tres anguli b.f.e. c.f.e. d.f.e. adiuvicem equaliter. protraatis igitur lineas c.b. e.c. et c.d. sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adiuvicem equaliter. ideoque per 9. tertii punctus e. est centrum circuli b.c.d. et quod perpendicularis ducta a centro sphaerae ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que prima sit videlicet ex his 12. decimis huius immediatè precedingit. didicisti concordem lineam a.f.e. et perpendicularis ad superficiem circuli a.b. ei quicadmodum pponit. Sin autem erit eiusdem circuli duo certa quod natura tanquam impossibile exhibuit.

Propositio .14.

Solidum octo basium triangularium atque equilaterarum quod ad aliquam sphaerae circumscribitur divisibile est in duas pyramidem eque altas quaz altitudo equalis est semidiametro sphaerae: basis autem viriisque quadratum quod est sub duplo quadrato diametri sphaerae. **E**sso corpus octo basium triangularium atque equilaterarum cuius sex anguli sint a.b.c.d.e.f. circumscripta a sphaera cuius centrum g. constat itaque quod sex puncta a.b.c.d.e.f. sunt in superficie sphaerae cuius centrum g. si igitur centrum g. imaginatur cum quolibet boxe sex punctorum erint due linee illigentes ipsam circumscriptionem equaliter equeles cum ipse sint a centro sphaerae ad superficiem: cum autem ex corollario 15. tredecimi sit diameter sphaerae potentialiter dupla ad latitudinem corporis erit ex quarta scilicet latitudine huius corporis potentialiter duplissima ad semidiametrum sphaerae. quadratum etiammodo f. duplissimum est ad quadratum c.g. idque duobus quadratis duorum linearum c.g. et g.f. itaque per penul. primi angulum c.g. f. est rectus. eadem ratione quisque triangularium f.g.d.



LIBER



d.g.e.t.e.g.c.est rect⁹ quare p. 14. pmi t.c.g.d.e.f.g.c.ē linea vna:igis ex scđa.ii
quinqz puncta .c.f.d.e.g.sunt in superficie vna. Manifestū ē aut ex quinta primi: et
32. ciudē q̄ quilibet quatuor anguloz.c.c.d.f.ē rectus:igis ex diffinitione quadra-
ti superficies.c.e.d.f.ē quadrata. et q̄ latus eius ē latus ppositi corporis.constat ex
corollario. 15. tredecimi istud quadratum esse subduplicē quadrato diametri spere. cō/
sili quoqz rōcinationē p̄stat vtrāqz duaz lineaꝝ.a.g.t.g.b.cū q̄libet q̄tuor lineaꝝ
c.g.f.g.d.g.e.g.continere angulū rectū:iōqz ex. 4. vndeclimi vtrāqz eaꝝ ē perpen-
dicularē ad superficiē.c.e.d.f. et ambas sc̄z.a.g.t.g.b.p. 14. pmi componere lineaꝝ
vna:diuisum ē igis ppositū corpus in piramidē.a.c.f.d.e.cuius basis quadratū.c.
e.d.f.quod est subduplicē quadrato diametri spere et etiā altitudo lineaꝝ.a.g.que est
semidiameter spere et in piramidē.b.c.f.d.e.cuius basis est predictū quadratum et
eius altitudo lineaꝝ.g.b:quod est semidiameter spere: et hoc ē qđ op̄t̄ebat ostendere.

Propositio .17.

Piramidē quatuor basium triangulariū atqz equilateraꝝ
spera aliqua circūscribente erit proportio tetragoni qui
sub linea potentialiter sub sexquartertia ad dodrantē late-
ris ipsius piramidis et sub linea super quinqueptente vice
simasseptimas eiusdē dodrantis cōtinetur ad quadratum
diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basiū
triangulariū atqz equilateraꝝ que ambo eadem spera circūducantur
Sic spera cuius diameter.a.b. et centrū.b. circūscribens piramidem quatuor ba-
sum triangulariū atqz equilateraꝝ.a.c.d. et corpus octo basiū triangularium atqz
equilateraꝝ qđ sit.c. sitqz linea.l.m. potentialiter sub sexquartertia ad dodrantem li-
neę.a.c.que ē latus piramidis et linea.l.m.m. cotineat dodrantē predictū et ei⁹ quin-
qz vicesimasseptimas sitqz.p. quadratū diametri.a.b. dico itaqz qđ pportio pira-
midis.a.c.d.ad octocedron.e. ē sicut superficie.l.m.in.m.n.ad quadratū.p. imagi-
nemur eni solidū angulū.a. esse conū piramidis et basiꝝ piramidis cuius vnu lat⁹
est.d.c.secare diametruꝝ spere in puncto.f. eritqz quāadmodū ex rōcinationē. 13. me-
decimi manifestū ē.a.f.dupla ad.f.b. cumqz etiā.a.b. sit dupla ad.b.b. erit ex. 19.
quinti.b.f.dupla ad.b.f.iōqz.a.f.quadrupla ad.f.b. imaginemur igis superficiem.
sexantem piramidē.a.c.d.super centrū spere equidistanter basi ipsius. sitqz linea
g.k.cōis sectio huius superficii et trianguli.a.c.d.critqz ex. 17. vndeclimi pportio.c.a
ad.a.g.sicut.f.a.ad.a.b.igis.c.a.ad.a.g.sicut.4.ad.3.sic eni est ex eiusa propor-
tionalitate.f.a.ad.a.b.constat etiā ex scđa pte-29. pmi t. 16. vndeclimi t. 10. etiā/
dem et prima pte scđe sexti et diffinitione similiū superficieꝝ et similiū corporoꝝ qđ p̄/
ramis.a.g.k. ē similiū piramidi.a.c.d.ideoqz ex. 8. duodeclimi pportio piramidis.c.
e.d.ad piramidē.a.g.k.est sicut.c.a.ad.a.g.triplicata quare sicut.4.ad.3.triplica
ta.constat autem ex secunda octauī qđ pportio quatuor ad tres triplicata est sicut
64.ad.27. itaqz pportio piramidis.a.c.d.ad piramidē.a.g.k.est sicut.64.ad.27.
Fiat ergo triangulus equilaterus.q.r.s.ex linea equali.a.g.qua cōstat etiā dodrantē
lineę.a.c. et producatur linea.q.r.perpendicularis ad. r.s. critqz ex. 11. huius linea
q.r.potentialiter sub sexquartertia ad lineam.q.r.ideoqz equalis.l.m.adijci: f q̄po/
qz linea.r.s.linea.s.x.ita qđ pportio.r.x. ad.r.s. sit sicut.64.ad.27. dividaturqz.

XIII

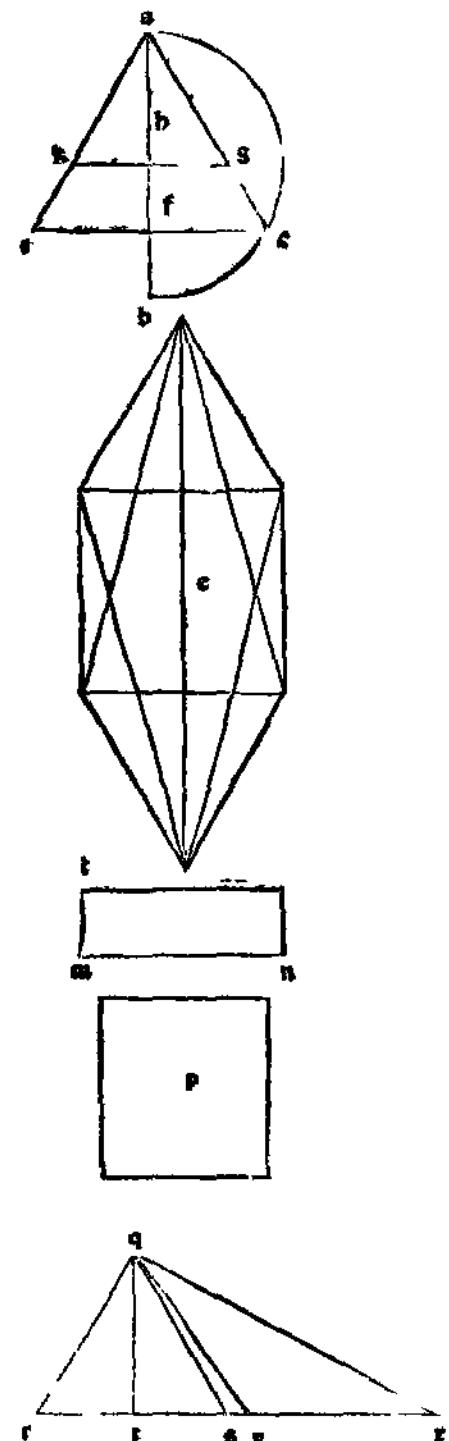
x. per equalia in. v. vt sit. r. v. 52. de partibus illis de quibus. f. s. est. 27. aut. r. x.
64. eritq; r. u. equalis. m. n. Et ducantur linee. q. u. t. q. x. eritq; ex prima sexti pro/
portio trianguli. q. r. x. ad triangulum. q. r. f. sicut. 64. ad. 27. cumq; per eandem trian/
gulis. q. r. x. sit duplus ad triangulum. q. r. u. at ex. 41. primi qd sit ex. q. r. in. r. u. ou/
plum quoq; sit ad triangulum. q. r. u. erit qd sit ex. q. t. in. r. u. et ipsu e equale superfi/
ciei. l. n. eque triangulo. q. r. x. qre pportio superficie. l. n. ad triangulum. q. r. f. sicut
64. ad. 27. i.eq; sicut pyramidis. a. c. d. ad piramide a. g. k. manifestu ait ex. 15. b⁹
qf linea. a. f. e perpendicularis ad basi piramidis. a. c. d. ideoq; p. 19. undecimi linea
a. b. est etiam perpendicularis ad basim piramidis. a. g. b. igit altitudo. a. g. k. p/
ramidis est semidiameter spere. dividat itaq; octocedron. e. quoadmodum pponit
premissa: erit itaq; utraq; duarum piramidum in quas ipsu. e. dividit eq alta piramidi
a. g. k. nam singulare altitudo est semidiameter spere. qd igitur oes laterate pirami/
des eque alte suis basibus sunt pportiones vi in. a. duodecimi demonstratum est
erit pportio piramidis. a. g. k. ad utraq; eas in quas dividit octocedron. e. sicut
basis eius ad bases eas: qre per. 24. quinti pportio piramidis. a. g. k. ad totu octo/
cedron. e. est sicut sue basi quā constat esse eualem triangulo. q. r. f. ad bases am/
barum piramidum in quas dividit. e. pariter acceptas quas constat esse eque qua/
drato diametri spere per premissam videlicet. p. qm ergo pportio piramidis. a. c.
d. ad piramidem. a. g. k. est sicut trianguli vel pentagoni. l. n. ad triangulum. q. r. f. videli
erit. 64. ad. 27. et piramidis. a. g. k. ad octocedron. e. sicut trianguli. q. r. f. ad quadra/
tum. p. erit per equa p:oprtionalitate pportio piramidis. a. c. d. ad octocedron. e.
sicut pentagoni. l. n. ad quadratum. p. et hoc erat demonstrandum.

CEx premissis igitur manifestum est q perpendicularis veniens a
centro spere piramide quatuor basi triangulari atq; equilatera circumscribentis ad quolibet basim ipsius piramidis egnalis est sexta
parte diametri spere.

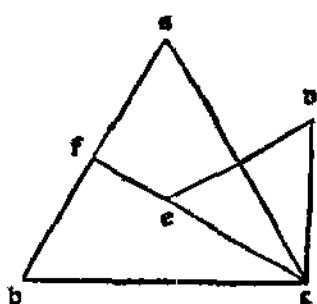
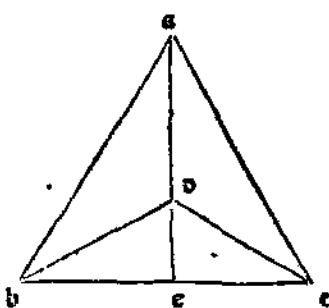
Cum enim cuncti trianguli piramidem ambientes sint similes et equeles erit quo
qz circuli ipsos circumscribentes equeles. ideoq; perpendiculares a centro spere ad eos
dem circulos in eoz cetera erit etiam equeles: perpendiculares autem cadentes ad circulos
sunt perpendiculares ad bases piramidis itaq; perpendiculares ad bases sunt ad/
iunice equeles. linea aut. b. f. est perpendicularis ad basim piramidis. a. c. d. quā. b. f
qd constat ex predictis esse sextā partē diametri. a. b. relinquitur ergo esse veru qd
per conef. conduditur. Idez aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens
fuerit stabili ratione firmatum.

CIn omni triangulo equilatero linea descendens ab uno angulo eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularē que a
centro circuli trigonum ipsum circumscribentis ad quodlibet latus eius
protrahitur.

CSit enim triangulus. a. b. c. equilaterus sitq; d. centrum circuli ipsum circumscri/
bentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse eque/
les cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta. a. b. c. in
circumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis. protrahatur autem. a. d.
in continuum et directum quotisq; obtinet lateri. b. c. super punctum. c. constat igit/
ur ex octava primi qd angulis. a. d. b. est equalis angulo. a. d. c. ideoq; ex. 13. pmi



LIBER



angulus.b.d.e. ē equalis angulo.c.d.e. quare per quartā primi.b.e. ē equalis.e.c.
et anguli qui sunt ad.c. recti: itaqz.d.e.perpendicularis est ad.b.c. veniens a centro
circuli circūscribentis trigonum.a.b.c. et a.e. perpendicularis est etiā ad.b.c. veni
ens ab uno anguloz predicti trigoni: dico ergo q̄p.a.e.tripla est ad.c.d. cōstat enī
q̄ tetragonus qui fit ex.d.e.in.e.b. equalis est trigono.b.d.c.tetragon⁹ quoqz qui
fit ex.a.e.in.c.b. equalis ē trigono.a.b.c. at quia trigonus.a.b.c. triplus ē ad tri/
gonū.d.b.c. et qz tetragonus qui fit ex.a.e.in.e.b. triplus ad eum qui fit ex.d.c:
in.e.b. cum igit̄ ex prima sexti sit p̄portio tetragoni.a.c.in.e.b.ad tetragonū.d.e
in.c.b. sicut.a.c.ad.e.d. cōstat a.c. ad.e.d. quēadmodū proponitur.

Concessit ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo ali/
cuīus trigni equilateri super latus oppositum transeat per centrum
cūrculi trigonum ipsum cūrscibentis.

Non itaqz qd̄ promisimus absolvamus ad hoc sūt īmagi nemur piramidē qua
tuos basium triangulārū atqz equilateraz cuīus vna ex quatuor basibus eius sic
trigonus.a.b.c. cūrscriptā esse a sp̄a cuīus centrum.d. et protrahatur linea.d
e. perpendicularis ad superficiē trianguli.a.b.c. quā cōstat cadere in centruū cūrculi
dictū trigonū cūrscibentis. dico igit̄ linea.d.e. ē sc̄xtā p̄tē diametri sp̄e p̄
positā piramidē cūrscibentis: producā enī linea.d.c. et linea.c.f. perpendicular
rem ad linea.a.b. quā.c.f. ex proximo corollario cōstat transire per punctū.e. et ex
premisso antecedente triplo ē ad.e.f. Constat autem ex quarta secundi q̄ seōm.
q̄ quadratū diametri sp̄e cuīus centruū.d. est. 36. ē quadratū semidiametri.d.c.
9. ex coroll. aut. 13. tredecimi est quadratum.b.c. 24. q̄p. 11. huius quadratū.c.f. 18.
et per premissum antecedens quadratum.c.e. 9. q̄ igit̄ ex penul. prīmī quadratū
d.c. ē equalē quadratis duaz linearaz.d.e. et.e.c. ē abī quadratū.d.c. 9. et quadratū
c.e. 9. put quadratū diametri sp̄e est. 36. relinquuntur quadratū.d.e. vnum prout
quadratū diametri sp̄e ē. 36. itaqz linea.e.d. est vnuū put diameter sp̄e est. 6. qd̄
opotebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabit nobis q̄ semidiameter
diameter sp̄e cūrscibentis corp⁹. 8. basium triangulārū atqz equilaterarum
triplo ē in potentia ad perpendicularē a centro sp̄e cūrscibentis ipsū ad quālē
bēt suarum basium descendēt: cōstat quidē quēadmodū dictum ē p̄f⁹ q̄ cū oēs
bases huius corporis sint equalēs et si lēs erunt cūrculi ipsas cūrscibentes equalēs
ideoqz perpendicularēs a centro sp̄e i ipsoz cūrculoz centra cōdentes erunt ad/
iunctē equalēs. cunqz perpendicularēs ad cūrculos basium sint quoqz perpendicularē/
sares ad bases sequitur ut perpendicularēs a centro sp̄e ad singulas bases adīn/
vīcē sint equalēs. Si ergo qd̄ dicimus de perpendicularē ad vna sī aqz basū prob
betur: relinquetur vnuū et qd̄ proponit. Sit itaqz ut prius triangulus.a.b.c. vna ex
basibus octocedri cūrscripti a sp̄a cuīus centruū.d. et cetera quoqz fiant ut prius.
cū igit̄ ex coroll. 15. tredecimi diameter sp̄e sit potentialiter dupla ad lat⁹ octo/
cedri. sequitur ut latus octocedri sit potentialiter duplu ad semidiametē sp̄e. id/
qd̄ cum quadratū linea.b.c. est. 12. erit quadratū linea.d.c. que ē semidiameter sp̄e
re. 6. ex. 11. autē huius cum quadratū.b.c. ē. 12. quadratū.c.f. ē. 9. Et ex premisso an
tecedente quadratum.c.e. est. 4. itaqz cū q̄dratū.d.c. que ē semidiameter sp̄e est
.6. quadratum.c.e. est. 4. et quia ex penultima prīmī quadratū.d.c. est equalē,
quadratis duaz linearaz.c.e. et.e.d. sequitur ut quadratū.c.d. sit duo put quadratū.
d.e. est. 6. cōstat ergo qd̄ diximus.

Proposito .18.

Diplum quadrati quod ex diametro spere cubum circū scribentis describitur equū ē omnib⁹ superficiebus ipsius cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque que a centro spere ad quālibet ex superficieb⁹ cubi producit medietati lateris cubi eiusdem equalis ēē ex necessitate cōincidit.

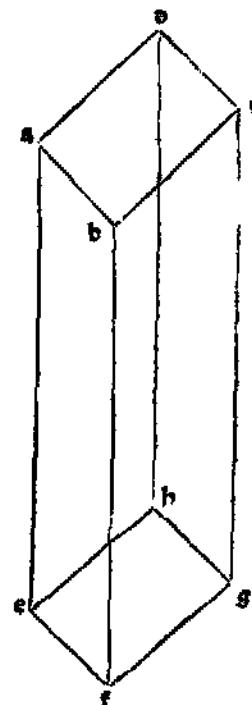
Quidam fuit ē enī ex conelario. 14. credidim q̄ diameter spere cubum includens tripla est in potentia ad latum cubi. cum igitur quadratum diametri spere triplū sit ad quadratum lateris cubi et ita triplū: duplū quadrati diametri spere equum sit sextuplo quadrato lateris cubi. Sunt autē oēs superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur. itaq̄ duplū quadrati diametri spere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima ps: scđam autem partem ex. 18. t. 19. t. 40. vndecimi libri facile probabis.

CEx his ergo enenre necesse est ut ex medietate lateris cubi ī bisse quadrati producti ex diametro spere ipsū cubū abientis cubi soliditas pdicantur. **E**xplīc liber decimusquartus. **I**ncept. liber Decimusquintus.

Propositio .1.

Atra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium laterū designare. **S**it cubus cuius basis est quadratum a.b.c.d. suprema vero eius superficies quadratū e.f.g.h. Ipsiū autē bac arte fabricare conueniet q̄dram. Ita basis bī quālibz linea ex. 45. prīmi descripto sup singulos angulos eius ex. 12. vndecimi cathecos bī mensura lateris ipsius quadrati erigatur quos ex. 6. vndecimi constat esse equidistantes. Quicq̄ ergo eorum bīni et bīni coniuncta eis imposito equidistantes lateri quadrati continuantur. Constat igitur esse cōpositum cubū: nā quatuor ei⁹ laterales superficies sunt quadratae ex. 33. prīmi et ex. 34. eiusdem et diffinitione quadrati: de suprema autē superficie. manifestum est quoq̄ q̄ ipsa ē quadrata ex. 10. imo. 24. vndecimi et bac tōi scia que equalib⁹ sunt equalia sibi quoq̄ sūt equalia: et ex diffinitione quadrati. Si itaq̄ huic cubo libeat corporis quatuor basium triangularū et equilateraz inscribere: in basi et in ei⁹ superficie suprema protrahantur due diametri quaz una cōtinuet duas extremitates infraeas duoz cathecoz et alia cōtinuet supremas alioz duoz quas aio intelliges esse a.c. et b.f. debinc a duobus punctis. b. et f. terminantibus diametrum superficie suprema demitte hypothem saliter binas et binas diametros q̄ quatuor laterales superficies dividant quas imaginaberis esse ab.b. quidem. a.b. et b.c. at vero. ab.f. et c.f. bas autē diametros in hac plana figura protrahere cōtempsi ne multitudo liniarum confunderet intellectū. Si igit̄ figurā bac ut oportet actu vel aio cōpleteueris vidēbis ex sex diagonalib⁹ lineis sex superficies ipsius cubi bīnidentibus piramidem quatuor basium triangularium esse perfectam q̄z cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam: huius autem piramidis bases equilateras esse constat q̄ ex quarta prīmi omnes iste sex diagonales sunt adiūcūm equals.

Propositio .2.



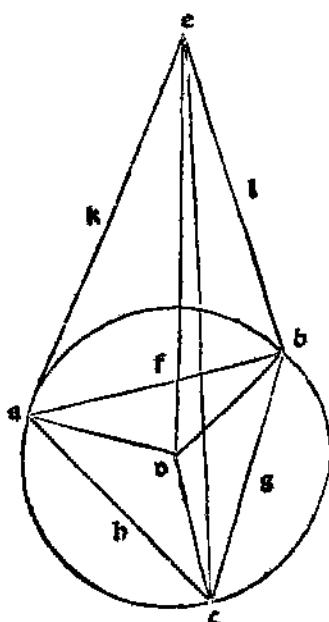
Intra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equa-
lum laterum distingue.

Si sita piramide quatuor basiū triangulariū e; equilateraz octo-
dron libeat inscribere prius cōuenit piramide ipsa; fabricare q; rōne
certa hoc modo cōponitur. Statuā sc̄m cuiuslibet lince quātitatē trigonius equi/
laterus qui sit. a. b. c. cui circūscriba; cīrculus supra centz. d. et excat. d. e. p̄pendicu-
laris ad sup̄ficieū ipsius trigoni ex. 12. vnde cū: que ponat dupla esse in potēcia
ad semidiāmetr̄z cīrculi circūsc̄ribentis trigonū. a. b. c. t̄ a puncto. c. cadat tres ypo-
themisē super tria puncta. a. b. c. Est itaq; cōpleta piramis quatuor basiū trilate-
raz e; equilateraz p̄trahant̄ enī. d. a. d. b. d. c. cū igī anguli quos cōtinet linea. e. d
cum singulis lineis. d. a. d. b. d. c. sint recti ex diffinītione perpendicularis ad sup-
ficie. cumq; quadratū linee. e. d. sit ex ypothesi duplū ad quadratum semidiāmetri
cīrculi. a. b. c. erit ex p̄cūltima prīmi quadratū vniuersisq; triū ypothemisarum
luseaz. e. a. b. c. triplū ad quadratū semidiāmetri cīrculi. a. b. c. sed ex octauq;
tredecimi quadratū quoq; cūlūsq; triū latez trianguli. a. b. c. triplū ē ad qua-
dratū semidiāmetri cīusdē cīrculi: igī oīa latera statute piramidis sunt adinvicem
equalia quare ipsa est equilateraz basiū. Cum itaq; sibi octocedron in-
ludere volemerim? dividemus vnuq; dōq; sex lateraz eius in duo media equala e; cōtinuabimus
mediū punctū cūlūsq; lateris cū medijs punctis cunctoz reliquoz lateroz cū quibus
ip̄lū cōtinet e; angulū superficiale. verbi gratia dividā latera basis in punctis. f. g.
b. e; ypothemisā radentes ab. e. i pūctis. k. l. m. e; p̄tinuabo pūctū. f. cū pūcto. g. e
cū. b. e; cū. k. e; cū. l. pūctūq; m. cū cīsdē. g. b. k. l. e; g. cū. b. e; cū. l. e; k. cū eisdēb. c. l
Ecce itaq; perfectū est corpus octo basiū triangularium his duodecim lineis media
puncta laterum fabricate piramidis in genibus cōtinentur. hoc aut̄ octo bases ex
quarta prīmi quotiens oportet repetita e; quilatera esse manifestū est: ip̄lū quoq;
corpus statute piramidi ex diffinītione inscriptum quemadmodum iussi eramus
efficere.

Propositio .3.

Intra cubum assignatum figuram octo basiū triangularia
rium equalium laterum constituere cubo intendimus in-
scribere octocedron.

Squaliter aut̄ cubū cōponere oportet i prīma hui⁹ sufficienter di-
ctū est. igitur fabricato cubo piramis quatuor basiū triangularium
e; equalium lateraz in eo ex prīma huius designē. ac intra ipsam piramidem expi-
missa octocedron distinguitur. quo facto simul etiā factū erit quod volvimus. Con-
stat enim ex ratiocinatione prīme latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse dia-
gonos basiū cubi e; ex ratiocinatione premissae liquet cunctos angulos octocedri in
bac piramide distincti esse in lateribus ipsi⁹ piramidis: quare manifestū ē omnia
angularia puncta hui⁹ octocedri esse i basib⁹ assignati cubi. igī ex dione babem⁹
ppositum. Alter idem centris cunctarū basiū cubi quēadmodū i nona quarti sit
reptis a cētro supreme superficiē ei⁹ ad cētra quatuor lateralū superficieū quatuor
ypothemisā demitte e; a cētro insime e; ad earūdem lateralū superficiērū cētra
quatuor alias ypothemisā eleua centra quoq; quatuor laeralū quatuor rectis
lineis cōtinua ita videlicet q; centra earum tantū que se invicem secant̄ continuos



Merit ḡa. iungas centz anteriorz cū centro dextre z cū cētro sinistre: centz quo/ q̄ v̄t̄me iunges cū eisdē. hoc enī cū centro dextre z cū centro sinistre. habes itaqz corpus octo basiū triangulariū bis. 12. lineis que centra superficiez cubi cōplexū con/ tinuant. Si igitur has bases equilateras esse p̄bāre volueris: a ceteris basiū cubi ad cuncta ipsius latera p̄pendiculares p̄trahē quas necessariū ē oia latera ipsius cubi p̄ equalia dividere ex sc̄da p̄te tertie tertij: quod planū ē si vnicuiqz basiū cu/ bi circulū circuſcripſeris atqz iō binas z binas super idem punctū in lateribus ba/ siū cubi cōſtar cōcurrere easqz ex sc̄da p̄te. 13. tertij patet adinuicē eē equales z equi/ distantes lateribus cubi ex sc̄da p̄te. 28. primi. iōqz etiā singulas esse equales dimi/ dio lateris cubi. igit̄ ex. 10. vnde cū manifestū est binas z binas caꝝ sup idē latos cubi in medio eius punto cōcurrentes rectū angulū continere: eo q̄ omnes super/ ficies cubi sunt quadrate. Quare igitur ille. 12. linee centra superficiez cubi cōtinuan/ tes z anguli quos bee linee super media puncta laterū cubi cōcurrentes bine z bine cōtinent subtendūt ipse erunt ex quarta primi v̄l etiā si maius ex penultima p̄te mi adinuicē equales: ergo est in p̄posito cubo designatiū corpus octo basiū trian/ gulariū z equilateraz. qđ oportebat facere. zc.

Propositio .4.

Ntra datum corpus octo basiū triangulariū atqz equi/ laterarum cubum figurare.

CNon dubites qm̄ corp⁹ octo basiū triangulariū atqz equilateraz certo dogmate fabrikabis hoc modo qualibet recta linea super aliquo planū surſū orthogonaliter erecta eā p̄ equalia divide z a punto ei⁹ medio duas lineas hincinde p̄pendiculares extrahē que cōponant līncā vñā crunt qz bee due linee seintuicē secanter videlicet prima que super positū planū ē ortho/ gonaliter erecta z alia que ipsā sup eius mediū punctū orthogonaliter secat i cadē superficie sita sunt p̄ primā p̄te sc̄de vndecimi. Ad superficiem igitur in qua ipse sita sunt super cōm punctū sectionis earum quēadmodū. 12. docet vndecimi p̄t pen/ dicularem erigere quā facias candē superficie in vñāqz p̄tem penetrare: z pone caſta. sex portiones basiū trīum linearum a punto in quo seintuicē secant equales: ſic enī quelibet qualibet p̄ eōlia z orthogonaliter dividet. ita q̄ tam ſint tres qzqz due eāꝝ ſalutifere crucis venerandū ſignū ad angulos rectos cōtinebūt a ſuprīmo igitur erecte linee ſup positū planū punto quatuor hypothemis ad extremitates duarū lineaz ipsā ſecantium demittit: deinde ab infimo eiusdē erecte p̄uctio: q̄tuor ali/ as hypothemis ad easdē duarū ſecantiū lineaz extremitates eleva: poſtremo quo/ q̄ barū hypothemis extremitates quatuor rectis lineis quadratum cōtinentib⁹ ſtinua. Erunt enim hec duodecim līnce videlicet q̄tuor hypothemis a ſuprīmo p̄unc/ to erecte p̄pendicularis deſcedentes: quatuor que poſtrēme ab eius infimo punto ſurſū elevatae z reliquæ quatuor lineis basiū hypothemis extremitates continuantes ex penul. primi ſine iunctionis punto plures repetita adinuicē eōles: q̄te coh/ ſiat corpus ab eisdē terminatū octo basiū triangularib⁹ equilaterisqz cōtineri. Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangularium ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora. eaꝝ reperta. 12. lineis rectis hac le/ ge cōtinua ut centz cuiusqz horū triangularoz cū cētro cuiusqz triū ad ipsi⁹ latera te/ minatoz p̄ rectā lineā copulet. nō ē aut h⁹ rei idoneū figuram i piano depingere. Ideoꝝ reſtar ut quod dicitur mente cōcipias ipsūqz ſi placet actu e ope compleas.

LIBER:

Videbis enī. 12. līncēs hōz trianguloz centra posita sege cōtinantes cubū contīnere quē restat vt equilateris rectangulisq; superficiebus dōmonstres esse conclusum. nō cni erit cubus nisi omnes eius superficies sint quadratae. dūcito ergo a quo libet angulo trigonoz superficiez occōcedri perpendicularem ad latus i li angulo oppositū. has autē ppēndicularēs ex. 1. q̄rte decime cōstas ēē adinūcē eq̄les z dīni dītere latera quib⁹ ppēndicularitēt insīstunt per equalia. ideoq; binas z binas sup idem puncū lateris cui superstant conuenire: easdēq; cōstat ex his que i. 17. quār tēdecimē demonstrata sunt transire per centra trianguloz. idcoq; p extremitates laterū inclusi corporis transire ac eaz portiones que intra centra trianguloz z latera ipsōz intercipiunt ex his etiā in eadē demonstrata sunt constat esse equalēs angulos quoq; ab his ppēndicularib⁹ binis z binis coētib⁹ cōfetos ex. 8. p̄mī patet esse equalēs. Et quia hec ppēndicularēs sueq; portiones inter centra z latera interceptē eosdem angulos ambīunt: erunt quoq; anguli quos linee a centris trigo/ noz ad latera ppēndiculariter cadentes bīnc z bīne cōtīnēt adinūcē equalēs. cū q̄z latera illius corporis de quo disputamus hōs angulūs subtendunt. sequitur ex quarta p̄mī frequenter sumpta corpus indōsū esse equilatez at quoq; rectangulū p̄trrabant enī diagoni in singulis superficieb⁹ hōs diagonos ex quarta p̄mī oēs adinūcē equalēs ēē conuincēt mediantibus angulis a duabus ppēndicularib⁹ bus per ipsaz diagonoz extremitates transēuntibus contentis si prius hōs angulos ex. 8. p̄mī equalēs sibi inuicē esse probaueris. cū igitur diameter tetragonarū basiū corporis huius sint adinūcē equalēs: latera quoq; earundē basiū equalēs ēē necesse est ex. 8. p̄mī multo tēns repetita ipsas tetragonarū bases ēē equalēs angulas. a tqz ex. 32. p̄mī oēs anguli cuiusq; eaz sunt equalēs quatuor rectis. se/ quitur eas ēē rectangulas: itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadratae: Igit̄ inscripti corpus manifestum ēē esse cubū sicut intendimus.

Propositio .5.

Piramidem quāmor basiū triangularium atq; equilaterarum assignato corpori octo basiū triangularium quo/ q; atq; equilaterarum inscribere.

Assignato corpori octo basiū inscribe finē p̄cepta premisse cubū cuboq; inscripto inscribe. vt docet p̄mī piramidē bal⁹ qlis pponit cum igitur huius piramidis anguli sint etiā anguli cubi quēadmodū ex demōstra/ tione p̄mī manifestum ē. cuncti autem anguli cubi sunt ex premisse in superficieb⁹ assignati octocedri: erunt quoq; cuncti anguli piramidis huius in superficieb⁹ cor/ poris octo basiū cū eam ibemor inscribere: quare ex diffinitione manifestum ē nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.

Mitra datū corpus viginti basiū z equaliū latēz corporis duodecim basiū pētagonalium eq̄liū latez atq; equalium anguloz figuraz cōponere. **C**orp⁹. 20. basiū nō docem⁹ hōc fabricare quoniā ex. 16. tredecimē qua cōvenit arte hoc fieri satis enī dens est eo igitur ut ibi docet cōposito. si sibi corp⁹. 12. basiū pētago/ naz atq; equilateraz includere delectat bac via procedendum ē. **M**anifestum enī est: 20. triangulos. 60. superficiales angulos bīc. z qz ad p̄stitutionē vniuersitatis solidi anguli corporis procedri quiq; superficiales conueniūt sicut ex demōstratione. 16. tredecimē colligitur. constat illud corp⁹ duoderi solidis angulis cōpleri. iuentis igit̄ ut

In ante p̄missa centris conectorū triangulorū totū ycoedron terminantiū ea. 30.
rectis lineis cōtinua ita q̄ cuiusq̄ centrī centris omnīū circūiacentī cū quibus cō
municat in latere per rectas lineas iungas. cū ergo hoc feceris videbis ex illis. 30.
lineis duodecim pentagonis constitui. 12. angulis solidis dati ycoedri: oppositos
hos itaq̄ pentagonos quēadmodū in antepremissa fecisti de basibus cubi equila
teros esse probabis. Necesse est enī vt c̄ uoxlibet trianguloꝝ duoz idcm latus ha
bentum centra eodem spatio distant. restat ergo vt eos etiā equiangulos esse silo
gises. Vñanisctū c̄it autē ex rōcinatione. 16. tredecimi datum corpus viginti ba
sium ab eadē spera cuius diameter est tanq̄z diameter huiꝝ corporis videlicet lineas
que duos eius angulos oppositos cōtinuat elſe circūscriptibile. Si igit̄ hec diame
ter per mediū seceſt punctus sectionis enī centrū spere ipsum circūscribentis ab eo.
itaq̄ ad superficies conectorꝝ pentagonoz perpendiculares ex. 11. vñdecimi dacto
et a punto in quo singulis pentagonis obniuerint ad singulos eoz angulos re
ctas lineas dirigo. deinde centrū spere cum singulis angulis ipsoꝝ pentagonoz
continuato: age ergo eos p̄ba eē equi angulos hoc modo. Cum enī omnes circūlī
circumscribentes trigonos ycoedri sunt equaſes erunt omnes perpendiculares a
centro spere ad ipsos venientes et in eoz cētra cadentes equaſes: omnes ergo linee
a centro spere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equaſes. Nam an
guli pentagonoz sunt cētra circulorum trigonos ipsos ycoedri circumscribentibꝝ
ex hypothesi igit̄ ex penitima primi eodem argumentationis genere quo supius
in. 14. silogismus sectorē proueniat in superficie spere cum aliqua plana super
ficies spera ſecat nō ſuper centrū eius uice cōtinentē circulū: necesse ē
quinq; lineas venientes a concurſu perpendiculariter ducie a centro spere ad ſup
ficies omnium pentagonoz ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni eſſe adiunictem
equales. itaq̄ omnibꝝ bis duodecim pentagonis ē circulus circūscriptibilis. cū igit̄
ipſi ſint eq̄ilateri cōuincit eos eſſe etiā equiangulos qđ oportebat dſſendere.

Propositio .7.

Intra datū corpus duodecim basium pentagonaz equi
laterarum atq̄ equiangularū corpus viginti basium tri
angularium atq̄ equilaterarum fabricare:
C. Qualiter corpus duodecim basium pentagonoz equilateraz atq̄
equiangularaz cōponere oporteat ex. 17. tredecimi require. Sed qual/
ter corpus viginti basium triangularium et equilaterarum ſibi conueniat inscribi
bic addiſſe ſuorum pentagonoz centris vt in. 14. quarti fit repertis ea adiuncitam
30. lineis hac lege continua vt vniuersiſq; pentagoni centrum centro cuiusq; pe
tagoni ſecum in latere cōſtantis iungatur ita videlicet q̄ vniuersiſq; pentagoni
centrum centris quinq; pentagonoz terminantiū vel circūiacentium contineſt.
cum igit̄ hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his. 30. lineis centra pen
tagonoz continuantibus contenti. eruntq; bi viginti trianguli Viginti solidis
golangulis ipſius duodecedri oppoſiti amplectentes corpus viginti basium trian
grum quas equilateras eē demonstrabimus et erūt. 12. ſolidi anguli huius corporis
20. basiū in cētris. 12. pentagonoz corpus dati duodecedri terminantium: hos
itaq̄. 20. triangulos equilateros eē ſic proba. a cētris pentagonoz ducito pp̄dicu
lares ad latera erūtq; oēs pp̄diculares equaſes binas ergo et binas [probabis ex]

octaua primi equos angulos continere et quia linee continuantes centra pentagonorum bis angulis a binis et binis perpendicularibus contentis subcinduntur: cum omnes perpendicularares sint equeales: erunt ex quarta primi omnes linee continuantes centra pentagonorum equeales: quod est propositum: Perpendicularares autem binas et binas equeales angulos continere et omnes eas adinvicem esse equeales sic collige. Ex quinta primi et 26. eiusdem constat singulas carum dividere latera pentagonorum super que cadunt per equalia: easque esse adinvicem equeales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare binae et binae super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris punto coibunt eo quod triaque dividit illud latus duobus pentagonis a quorum centris venient communem per equalia: basi igitur perpendicularares binas et binas usque ad angulos quibus communis latus in quo coeunt oppositum per centra pentagonorum producto et cisdem angulis duas lineas subtendit quas ex demonstratione. 17. tredicimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem spera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoque patet eas esse equeales eo quod omnia latera cubi sunt equalia. casdeque liquet ex nona undecimi esse equidistantes propter hoc quod ambo equidistant communis latere in quo binae et binae perpendicularares conueniunt. At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi. itaque per. 33. primi cuncte linee continuantes puncta i qui binae et binae perpendicularares superbas lineas quas tanquam latus latera fore viximus concorrent sunt adinvicem equeales. Nam omnes sunt tanquam latus cubi. igitur ex octaua primi anguli contenti a binis et binis perpendicularibus sunt equeales: quare per quartam eiusdem linee quoque continuantes centra pentagonorum sunt sibi invicem equeales: inscriptum ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium et equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio .8.

Solido duodecim basium pentagonarum atque equilatera rū proposito intra ipsum cubum distinguere. Cum duodecedron super cubi latera fabricetur ut constat ex. 17. tredicimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubū inscribi. nam cum duodecim sunt pentagoni si vni cuiusque eoz vni angulo per cubi figuram videbis exigere chordam unam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangularisque superficies cubi et corporis amplectentes pericies. Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi: rectangularias autem eadem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato procedeo inscripti demonstravimus esse equilateras: constat quidem ex decima septima tredicimi propositum duodecedron spere esse inscriptibile: sed a centro: illius spere ad omnes basi quadrilateras superficies perpendicularares: ut docet undecima undecimi protracta et a punto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficies rectas lineas dirige. At eosdem angulos quadrilaterarum superficiem cum centro spere iungere: eruntque haec linee centrum spere cum angulis quadrilaterarum superficiem continuantes semidiametri spere de qua quadratis quis denipro quadrato perpendicularis remanet ex penultima primi quadrata lineasque continua sunt punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficiem necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles

fōq; necesse ē eas esse equiangulas cum sint equilatera. Et q̄: ēt. 2. primi anguli cu
mīsq; eaz pariter accepti sunt equalis quatuor rectis angulis. sequitur eas ē rectā
gulas nūbil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Propositio .9.

Dato duodecedro sibi demam octocedron includere.
Composito duodecedro ut in. 17- et ēcū decimis ex latera suarum
superficierū ca videlicet que cathecos sup sex lineas opposita latera su
perficierum cubi per equalia secantes erectis tanq; eoz coruscū
iungunt per equalia dividē: eaq; bina et bina adiuncte composita cō
tinua per tres lineas qui seinnicem super medium punctum diametri cubi ex. 48.
Undecimi per equalia secabunt: erantq; ut quoq; due eaz trium seinnicem quoq;
ad angulos rectos dividant. Si igitur barum trium linearum extremitates per. 12
lineas rectas continua crux percutiet tibi corpus octo basiū triangularū et equi
lateram et quartā p̄mī vcl si mai⁹ ex penultima p̄mī qđ oportebat ostendere.

Propositio .10.

Patra assignatum duodecedron piramidem quatuor basi
um triangularium aeq; equilaterarum adhuc restat distin
guere.

Assignato duodecedro inscribe cubum ex octava basi cuboq; pi
ramidem ex prima. cum igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi
et patet ex rocinatione p̄mī e anguli cubi in angulis duodecedri ex rocinacione
octava; erunt quoq; anguli pyramidis in angulis duodecedri. itaq; constat quod ve
lumus.

Propositio .11.

Proposito ycoedro in eo cubum figurare.

Ycoedro inscribi duodecedron ex sexta ac duodecedro cubum ex
octava: constat autē ex demonstratione sextae qđ omnes anguli duo
decdri cadent super centrum basium ycoedri et anguli cubi sunt in
angulis duodecedri: itaq; anguli cubi sunt i centris basium ycoedri
babcmus ergo propositum.

Propositio .12.

Cedron datum piramidem quatuor basium triangularia
rum atq; equilateraz sibi postulat inscribi

Si in dato ycoedro ex premisla cubum inscriptis cuboq; ex p̄ma
piramidem incloseris quin postulationi ycoedri satisficeris
bcsitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque
regularia corpora de quorum mutua abinuitem inscriptōe in hoc. 15. libro deter
minet si vnuq; eoz quilibz cētroz cēt inscriptibile. 20. eozdē inscriptōes acci
deret. Quippe quibz eoz quinq; cēnt cetera q̄tuor inscriptibilis. iōq; q̄ter quiq; in
scriptōes qđ ē. 20. necessario puenirēt. at vero piramidi solū octocedron puenies
est inscribi. Non enim sūt in piramide bases aut anguli aut latera in quibz angu
li cubi aut ycoedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsi⁹ pyramidis contingat

C. 1. 2. 3. 4. 5.
 6. 7. 8. 9. 10.
 Corp⁹ in rafae sentiag⁹

LIBER

Lubum quoq; soli⁹ piramidis et octocedri ut octocedron solus piramidis et cubi
 receptioni sunt apta qualiter eni in eorum alterutro. 12. angulos ycoedri. Aut. 20:
 angulos duodecedri. ita ut singuli in eoz singulis cadant collocabis: ycoedron au-
 te cū tēterā cōuenienti ambitione possit cōplicrī soli⁹ ycoedri nequit esse recepta/
 culum. nam octocedri sex anguli semidiametrali sciuicē bini et bini oppositione
 respiciunt linceq; eos continuantes se se per equalia orthogonaliter dividunt. itaq;
 illud glosū signū ad cuius intuitū cōsternant̄ demones sub rectis āgulis triplicatū
 reddant. hos itaq; triangulos neq; bases neq; angoli neq; latera ycoedri possunt
 sub suo situ recipere neq; eni in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex late/
 ra hac diametrali orthogonaliq; oppōne se cōtinentes: duodecedron autē nulli ce-
 teroz sue ambitionis denegant̄ hospiciū imo cunctoz receptorū existit. vnde nō
 incōnvenienter duodecedri figurā antiqui platonis discipuli ascribere vel ascripsere
 celo quēadmodū piramidis formā igni eo q; sursum sub piramidi figura euolit.
 ac octocedri aer. Quippe sicut aer ignem motus puitate sequitur sic octocedri for-
 ma piramidis. formā ad motū habilitate comittat. Vnginti vero basim signant
 atq; dictauerunt. nā cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circulē in sperā flu-
 entis rei motui magis q; scandentis conuincire vīla est. Lubon vero figurā quidez
 vedere terre. quid eni in figuris maiori ad motū violentia indiget quam thessea.
 Et in elementis quid fixis constantiusq; reperiē terra. si igitur ex. 20. inscriptioni
 bus. 3. quas piramis nō substatet binasq; a quibus naturā cubi et octocedri alie/
 na est. Kursusq; vna cui repugnat ycoedri figura reieccris erūt reliquē tñ. 12. in/
 scriptiones piramidis quidem sola cubi vero octocedrique bine: ycoedri autem
 tres duodecedri autem quatuor de quibus omnib; ut arbitror sufficienter alias
 disputatum est. Propositiō .13.

Abriato quoniā quiq; regulariōz corporoz sibi speram
 inscribere.

SEx tertio decimo libro trac̄ manifestū est vniūq; qnq; horū cor-
 porū. esse spere inscriptibile. nūc itaq; cōstabit viceversa sperā vni
 cuiq; ipsoz esse inscriptibile. a circūscribentis eni spere centro ad ba-
 ses vniuersas minuslibet eorum perpendicularares exeat quas intra centra circuloz
 bases ipsas circumscriptum cadere necesse est. cumq; omnes circuli eas circum-
 scribentes sint equales eruntq; hec perpendicularates equales. itaq; si fm quantita/
 tem vnius earum circulum super centrum circumscriptis spere descripsis eius/
 q; semicirculum quoq; ad locum vnde moueri ceperit redeat circūductis quia
 ipsum per extremitates cunctaz perpendiculariarū necesse est transire concinnes
 ex corollario. 15. tertij speram istius semicirculi motu descripsam vniuersas bases
 assignari corporis in concursibus perpendicularium contingere. Non enim plus
 potest spera de basibus corporis contingere quā circūductus semicirculus dū mo/
 nebatur contingit: quare assignato corpori constat nos speram quēadmodū p/
 positum erat inscriptisse.

COpus elementorum euclidis mcgarenſis in geometriā arte In id quoq; Lampas/
 ni p̄picacissimi Lōmentationes finiūt. Erberdus ratdolt Augustensis impresso
 solerissimus. Venetijs impressit. Anno salutis M̄CCCCLXXXI. Octauis. Lale.
 Jun.

