Notes du mont Royal
www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

EVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRICORVM LIBRI SEX PRIORES

Bibliot: Augustin: Gand 167

Noua interpretatione in vsum studiosæ iuuentutis in lucem dati.

A

IOANNE LANZ SOCIETATIS IESV.

ANNO M.DC.XVII.

Cum facultate Superiorum.

INGOLSTADII,

Ex Typographeo Ederiano apud Elisabetham Angermariam, viduam.

INTERPRES CANDIDO LECTORI.

DVas Matheseos alas esse, rectè scripsit Plato, Geometriam & Arithmeticam. hac posteriore cùm vtcunque instructa iam studiosa iuuentus videretur, supererat, vt eadem & priore instrueretur. Itaq; cùm de habenda aliqua Geometricorum elementorum Epitome cogitationem suscepissem, nihilq; melius ipso summo Geometra Euclide in mentem venisset; cœpi solicitus & mecum ipse, & cum alijs quoq; cõmunicato cõsilio deliberare, quemnã potissimum ex tanta interpretum turma, quamq; adeo in vniuersum rationem Euclidis publicandi deligerẽ. Mens vna fuit omnium, iuuentutem nimia libri mole nõ esse grauandam. Recidenda ergo necessario fuerunt primùm scholia & commentationes alienæ, quibus pleriq; dum ingenio suo indulgent maximè, minimè nobis Eu-

clidem ipsum repræsentarunt. Tum deinde quoniã vix aliqua apparebat tam religiosa interpretatio, quæ nõ ab Autore, si sua lingua loquentẽ audias, licentius subinde recederet; optimum factũ videbatur si in Latinũ sermonem deintegro cõuerteretur. Ad eam ego prouinciã postquam aggressus fui, illud antiquissimæ curæ habui, vt quamlibet simplici dictione, genuinã demonstrationem sententiam ex Græco prorsus exprimerẽ, sed pro instituta breuitate verbis sic appensis, vt longiorẽ alicubi circumductionẽ paullo breuiori gyro colligerem. Posteriores tamen libri quinti propositiones, quoniam in Euclide desiderantur, fraudi nõ erit earũ loco Pappi Alexandrini ex Commentariis Federici Commandini substituisse. Quin ad difficiliores etiã definitiones breuiculas notas eo consilio apposui, ne in ipso statim limine aut hærere Lector, aut aliunde subsidium petere cogeretur. Deniq; nonam & decimã propositionẽ libri decimitertij idcirco adieci, vt si quis Triangulorũ Canonem, hoc est, Tabulas Sinuum, Tangentiũ & Secantiũ, aut cõdere, aut conditas a Typographorum nõ infrequentibus mendis vindicare cuperet, id libelli huius auxilio posset. Vale Lector, & his laboribus nostris ad Dei gloriã vtere. Ingolst. 29. Decemb. Anno Christi M. DC. XVI.

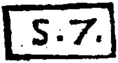
ELEMENTORVM EVCLIDIS LIBRI SEX PRIORES EX GRÆCO fonte tranſlati.

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

Definitiones.

Punctum eſt, cuius pars nulla.
2 Linea, longitudo latitudinis expers.
3 Lineæ termini ſunt puncta.

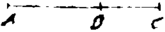
4 Recta linea eſt, quæ ex æquali ſuis interijcitur punctis.



5 Superfices eſt, quæ longitudinem & latitudinem tantum habet.
6 Superficiei termini ſunt lineæ.
7 Plana ſuperficies eſt, quæ ex æquali inter ſuas lineas iacet.

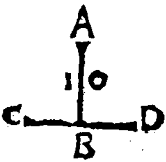
 8 Pla-

8 Planus angulus eſt, duarum linearum in plano ſe mutuo tangentium, & non in directum iacentium alterius ad alteram inclinatio.



In directum iacere dicuntur duæ lineæ, quando ex illis fit vna linea.

9 Si lineæ angulum continentes, rectæ fuerint, recti lineus angulus dicitur.



10 Si recta linea ſuper rectam conſiſtens, eos, qui deinceps ſunt angulos, æquales fecerit, rectus eſt vterque æqualium angulorum. Et inſiſtens recta, perpendicularis dicitur eius, cui inſiſtit.

Linea AB conſiſtens ſuper C D dicitur perpendicularis. Anguli A B C, A B D dicuntur recti, dicuntur quoq; anguli deinceps.

11 Obtuſus angulus eſt, qui maior eſt recto.

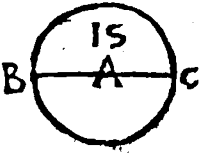
12 Acutus, qui recto minor eſt.

13 Terminus eſt, quod alicuius eſt finis.

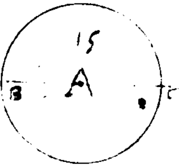
14 Figura eſt, quæ ſub aliquo, aut aliquibus terminis continetur.

Circulus continetur ſub vna linea circulari.

15 Cir-



15 Circulus est figura plana, sub vna linea cõtenta, quæ peripheria dicitur, ad quam omnes lineæ ab vno puncto eorum, quæ intra figuram sunt cadentes, æquales sunt.



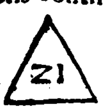
16 Punctum autem illud centrum circuli dicitur. *nimirum A*

17 Diametrus circuli, est quædam recta linea per centrum acta, & ad vtramq; partem peripheriæ circuli terminata; quæ & circulum bifariam secat. *nempe linea B* C

18 Semicirculus est figura à diametro, & intercepta circuli peripheria contenta.

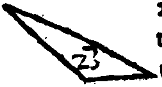
19 Segmentum circuli est, quod à recta linea, & peripheria circuli continetur.

20 Rectilineæ figuræ sunt, quæ rectis lineis continentur. Trilateræ, quæ tribus; quadrilateræ, quæ quatuor; multilateræ, quæ pluribus quàm quatuor lineis rectis continentur.



21 Trilaterarum figurarum, æquilaterum triangulũ est, quod tria latera habet æqualia.

22 Isosceles, quod duo tantùm æqualia habet latera.



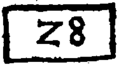
23 Scalenum, quod omnia tria inæqualia habet latera.

24 Trilaterarum præterea figurarum rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

25 Obtusangulum, quod obtusum. *vt est figura 23.*

26 Acutangulum, quod tres acutos habet angulos. *vt sunt figuræ 21. & 22.*

27 Quadrilaterarum figurarũ, Quadratum est, quod æquilaterum & æquiangulum est.



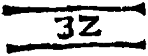
28 Altera parte longior figura est, quæ æquiangula quidẽ, at non æquilatera est.

29 Rhombus, quæ æquilatera, ęquiangula verò non est.

30 Rhomboides, quę opposita, & latera, & angulos æqualia habet; at neque æquilatera est, neque æquiangula.

31 Reli-

31 Reliqua ab his quadrilatera, vocentur trapezia.



32 Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem plano existentes, & vtrinq; in infinitum eiectæ, in neutram partem coincidunt.

Postulata.

Postuletur à quouis puncto ad quoduis rectam lineam ducere.

Et rectam lineam terminatam in continuum, & directum producere.

Et quouis centro & interuallo circulum describere.

Communes sententiæ seu axiomata.

1 Quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia.

2 Et, si æqualibus æqualia adduntur, tota sunt æqualia.

3 Et, si ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua sunt æqualia.

4 Et, si inęqualibus ęqualia addantur, tota sunt inæqualia.

5 Et, si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua sunt inæqualia.

6 Et, quæ eiusdem sunt dupla, inter se sunt æqualia.

7 Et, quæ eiusdem sunt dimidia, inter se sunt æqualia.

8. Et, quæ sibi inuicem congruunt, inter se sunt æqualia.

9 Et, totum est maius sua parte.

10 Et, omnes anguli recti inter se sunt æquales.

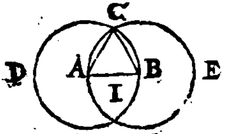
11 Et, si in duas rectas lineas recta incidens angulos interiores, & ad easdem partes, duobus rectis minores fecerit, coincident duæ illæ lineæ in infinitum protractæ versus illam partem, ad quam sunt duo anguli duobus rectis minores.

12. Et, duæ rectæ spacium non concludunt.

Propositiones.

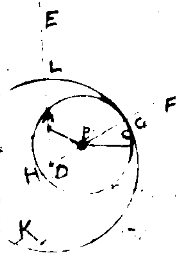
Propositio 1. Problema 1.

Super data recta linea terminata triangulum æquilaterum constituere.



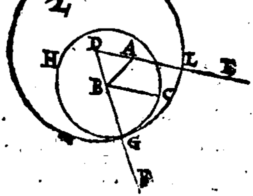
Sit data recta AB, super qua oporteat triangulum æquilaterum constituere

tuere. a Centro A; interuallo A B descri- a Post.3.
batur circulus B C D. Rursus b centro B, b Post.3.
interuallo B A describatur circulus A C E: & ex C, vbi se circuli secant ad A, B puncta, c ducantur rectæ C A, C B. Quoniam c Post.1.
A centrum est circuli B C D, d erit A C æ- d def.15.
qualis ipsi A B. Rursus, quia B centrum est circuli C A E, e erit & B C æqualis ipsi e def.15.
B A. demonstrata est autem & C A æqualis ipsi A B: vtraque ergo C A, C B æqualis est ipsi A B: f quę autē eidem sunt ęqualia, f ax.1.
& inter se sunt æqualia: igitur C A æqualis est C B: tres ergo CA, A B, B C sunt æquales. Quare triangulum A B C est æquilaterum, & super recta A B constitutū. Quod facere oportuit.



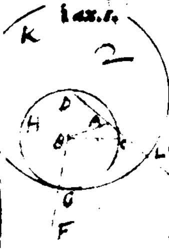
Propos. 2. Problema 2.

e Ad datum punctum data rectæ lineæ æqualem rectam ponere.



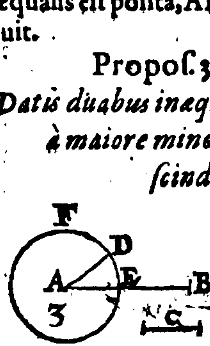
SInt data, punctum A, recta B C, & oporteat ad pūctum A rectæ B C æqualem ponere. Ducatur ab A ad B recta A B, su-

a prop.1.1. B, ſuper *a* eaq́; conſtituatur triangulum æquilaterum D A B, *b* productis in dire-
b poſt.2.
c poſt.3. ctum ipſis D A, D B in E, & F. *c* Centro B, interuallo B C deſcribatur circulus
d poſt.3. C G H. Rurſus *d* centro D, interuallo D G deſcribatur circulus G K L. Quoniam ergo B centrum eſt circuli C G H,
e def.15. *e* erit ipſi B C æqualis B G. Rurſus cum D
f def.15. ſit centrum circuli G K L, *f* erit D L æ-
g prop.1. qualis ipſi D G: *g* quarum pars D A eſt æ-
h ax.3. qualis parti D B; *h* reliqua ergo A L æ-
i ax.1. qualis erit reliquæ B G. Oſtenſa eſt autem & B C æqualis ipſi B G: vtraque ergo A L, B C æqualis eſt ipſi B G. *i* Quæ autem eidem ſunt æqualia, & inter ſe ſunt æqualia: ergo A L æqualis eſt ipſi B C. Quare ad punctum datum A, datæ rectæ B C æqualis eſt poſita, A L. Quod facere oportuit.



Propoſ. 3. Probl. 3.

Datis duabus inæqualibus rectis lineis, à maiore minori æqualem abſcindere.



Sint datæ rectæ inæquales A B, & C; quarũ maior ſit A B; à qua, minori C æqualem abſcindere opor-

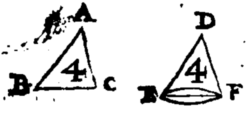
oporteat. Sit *a* ad punctum A, rectæ C æqualis posita, AD. & *b* centro A, interuallo AD, describatur circulus DEF. Et quia A centrum est circuli DEF, *c* erit AE æqualis ipsi AD. sed & C æqualis est ipsi DA: vtraque ergo AE, C æqualis est ipsi AD: igitur & AE æqualis erit ipsi C. Duabus ergo inæqualib. datis rectis lineis AB, & C, à maiore AB, minori C æqualis est abscissa, AE. Quod facere oportuit.

a *prop. 2. 1.*
b *post. 3.*
c *def. 15.*

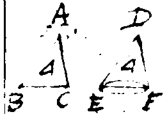
Propos. 4. Theor. 1.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri; habuerint autem & angulum angulo, æqualibus lateribus contentum, æqualem, & basim basi æqualem habebũt: erit'q; triangulum triangulo æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera subtenduntur.

SInt duo triangula ABC, DEF, quæ duo latera AB, AC, duobus DE, DF æqualia habeant, vtramque vtrique, AB ipsi DE, & AC ipsi DF, & angulũ BAC, angulo EDF. Dico quod



&



& basis B C, basi E F sit æqualis; & triangulum A B C, triangulo D E F, & reliqui anguli reliquis, vterque vtrique, quibus æqualia latera subtenduntur, nēpe A B C ipsi D E F; & A C B ipsi D F E. Si enim triangulum ABC triangulo D E F * congruat, & A super D ponatur, *a* congruet A B recta rectæ D E, & B ipsi E, quod A B sit æqualis D E. Congruente igitur A B ipsi D E, congruet & A C ipsi D F, quod angulus B A C angulo E D F sit æqualis: ideo & C ipsi F congruet, quod & A C æqualis sit ipsi C F. Sed & B ipsi E congruebat. Quare & basis B C basi E F congruet. Si enim congruente B ipsi E, & C ipsi F, basis B C basi E F non congruat, continebunt duæ rectæ spacium; *b* quod fieri nequit. Congruet ergo basis B C basi E F, & æqualis illi erit; adeoque totum triangulum A B C toti triangulo D E F cōgruet, *c* eiq; æquale erit: congruent ergo & reliqui anguli reliquis, eritque A B C angulus angulo, DEF, & A C B ipsi D F E æqualis.

D

* *superponatur.*

a ax.8.

b ax.12.

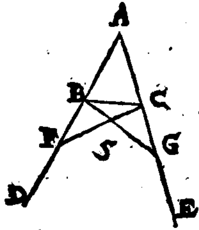
c ax.8.

Si ergo duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, &c.

Pro-

Propos. 5. Theor. 2.

Isoscelium triangulorum anguli ad basim sunt æquales: & productis æqualibus rectis, erunt & anguli infra basim æquales.

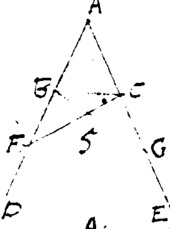


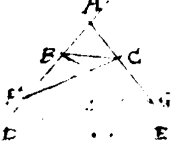
SIt triangulũ ABC, habens latus AB, lateri AC æquale. Producantur in directum AB, AC rectæ in D, & E. Dico angulũ ABC, angulo ACB; & CBD, ipsi BCE æqualem esse. Accipiatur in BD quoduis punctum F; & *a* auferatur à maiori AE, minori AF æqualis AG: *b* ducanturq; rectæ FC, GB. & cum AF, ipsi AG; & AB æqualis sit ipsi AC; erunt duæ FA, AC, duabus GA, AB æquales, altera alteri, continentque angulum communem FAG: *c* erit igitur basis FC basi GB æqualis. & triangulum AFC triangulo AGB, & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur; nempe ACF ipsi ABG, & AFC ipsi AGB. Et quia tota AF toti AG æqualis est, quarum AB est æqualis ipsi AC;

a *prop. 3. h.*
b *post. 1.*
c *prop. 4. h.*

derit

d ax.3. *d* erit & reliqua B F, reliquæ C G æqualis. Ostensa autem est & F C æqualis ipsi G B. Cum ergo duæ B F, F C duabus C G, G B æquales sint altera alteri: & angulus B F G angulo C G B æqualis, & basis B C communis, e prop.4.1. *e* erit triangulum B F C triangulo C G B æquale, & reliqui anguli reliquis alter alteri, quibus æqualia latera subtēdun- tur: ergo & angulus F B C angulo G C B, & B C F ipsi C B G æqualis erit. Et quia totus A B G toti A C F ostensus est æqualis, & C B G ipsi B C F; erit ergo & reliquus, A B C reliquo A C B æqualis: & sunt ad basim trianguli A B C; ostensus est autem F B C angulus, angulo G C B æqualis, & sunt sub basi. Isoscelium igitur triangulorum anguli ad basim æquales sunt, & productis æqualibus lateribus, etiam anguli infra basim. Quod demonstrare oportuit.





Propos. 6. Theor. 3.

Si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera æqualia angulos subtendentia, æqualia.

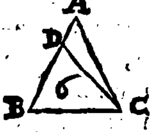
SIt triangulum A B C habens angulum A B C, angulo A C B æqualem. dico & latera

latera A B, A C æqualia esse. Si enim sunt inæqualia, erit alterū maius, sit maius A B. a Auferatur à maiore A B, minori A C æqualis D B, ducaturq́; D C. Cum ergo D B, A C æquales sint, communis verò B C; erunt duæ D B, B C, duabus A C, C B æquales, altera alteri, & angulus D B C æqualis angulo A C B: b igitur & basis D C, basi A B erit æqualis, & triangulum ABC, triangulo D B C, minus maiori, c quod est absurdum; nō igitur inæqualis est A B, ipsi A C: ergo equalis. Quare si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera, æquales angulos subtendentia, æqualia. quod demonstrare oportuit.

a prop. 3. 1.

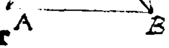
b prop. 4. 1.

c ax. 9.



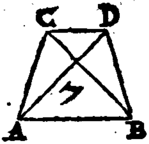
Propos. 7. Theor. 4.

Super eadem recta linea, duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales altera alteri, non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdemq́; cum primò ductis terminos habentes.



SI enim fieri potest constituatur super eadem recta linea A B, duabus rectis

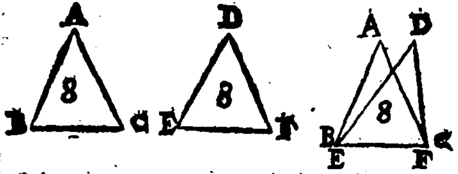
B AC,



A C, C B, duæ aliæ A D, D B æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum C & D, ad eaſdem partes C, D, eoſdem terminos habentes A, B, quos primæ: ita, vt C A ipſi D A, eundem cum ipſa terminum A habens, C B verò ipſi D B, eundem cum illa terminum B habens, ſit æqualis, & ducatur C D. Cum ergo A C ſit æqualis ipſi
a prop. 5. 1. A D, a erit & angulus A C D æqualis angulo A D C: maior ergo eſt A D C angulus, angulo D C B: multo ergo maior C D B. Rurſus cum C B æqualis ſit ipſi D B, erit & angulus C D B angulo D C B æqualis: oſtenſus autem eſt multo illo maior.
b ax. 9. b Quod fieri non poteſt. Non igitur ſuper eadem recta linea duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri conſtituentur ad aliud atque aliud punctum, ad eaſdem partes, eoſdem cum primò ductis terminos habentes. Quod demonſtrare oportuit.

Propos. 8. Theor. 5.

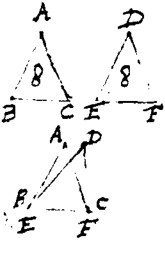
Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, habuerint verò & basim basi æqualem, habebunt quoque angulum æqualibus lateribus contentum angulo æqualem.



Sint duo triangula A B C, D E F, quæ habeant duo latera A B, A C, duobus D E, D F æqualia, alterum alteri, nempe AB ipsi D E, & AC ipsi DF; habeant quoque bases B C, E F æquales. Dico quod & angulus B A C, angulo E D F sit æqualis. Congruente enim triangulo ABC, triangulo DEF, positoq; B super E, & recta BC super E F; *a* congruet & C ipsi F, quod B C, E F æquales sint. Congruente igitur ipsa B C ipsi E F, congruent & B A, C A, ipsis E D, D F. Quod si congruat quidem basis B C, basi E F: at B A, A C latera ipsis, *a ax. 8.*

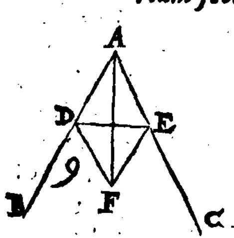
ED, DF, non congruant, sed aliò cadant, vt sunt EG, GF, b constituētur super eadē recta duabus rectis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem terminos habentes. At non constituuntur. Non ergo congruente basi BC, basi EF, nō congruent BA, AC latera ipsis ED, DF: congruent ergo. quare & angulus BAC angulo EDF congruet, eique æqualis erit. Si ergo duo triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, habuerint verò & basim basi æqualem, habebūt quoq; angulum æqualibus lateribus contentum, angulo æqualem. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 7. 1.



Propos. 9. Probl. 5.

Datum angulum rectilineum bifariam secare.



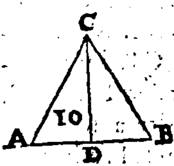
SIt datus angulus rectilineus BAC, quem oporteat bifariam secare. Accipiatur quoduis pūctum D. Atque a ex AC ipsi AD æqualis auferatur AE: & super

a prop. 3. 1.

ſuper ductam D E, *b* conſtituatur trian- *b prop.1.1.*
gulũ ęquilaterum D E F, & iungatur A F.
Dico angulum B A C rectâ A F bifariam
ſecari. Cum enim A D, A E æquales ſint,
communis A F; erunt duæ D A, A F, dua-
bus E A, A F æquales, altera alteri, eſt verò
& baſis D F baſi E F ęqualis: *c* ergo & an- *c prop.8.1.*
gulus D A F, angulo E A F æqualis erit.
Datus ergo angulus rectilineus B A C à
recta A F bifariam ſecatur. Quod facere
oportuit.

Propoſ.7.Probl.5.

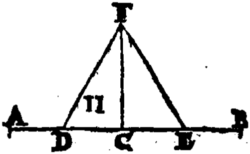
Datam rectam finitam bifariam ſecare.



SIt data recta finita A B, quã oporteat bifariam ſecare. Conſtituatur ſuper illa triangulũm ęquilaterũ ABC, *a* & ſecetur angulus *a prop.9.1.*
A C B bifariam rectâ C D. Dico rectam
A B, in D bifariam eſſe ſectam. Cum enim
AC, C B æquales ſint cõmunis C D: erunt
duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales,
altera alteri; & angul' ACD angulo BCD
æqualis: *b* igitur & baſis A D æqualis eſt *b prop. 4.1.*
baſi B D. data ergo recta finita A B in D
ſecta eſt bifariam, quod faciendum erat.

Propos. 11. Probl. 6.

Data recta linea ex puncto in illa dato lineam rectam ad angulos rectos ducere.



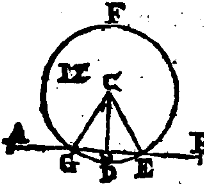
SIT data recta AB, datum in illa punctum C, oporteatq; ex C, ipsi A B rectam lineam ad angulos rectos ducere. Accipiatur in A C quoduis punctum D, & *a* ponatur ipsi C D æqualis C E, *b* cõstituaturque super E D triangulum æquilaterum FDE, & ducatur FC. Dico ad punctum C datæ rectę A B ad angulos rectos esse ductam F C. Cum enim D C, C E sint ęquales, F C communis; erunt duæ D C, C F, duabus E C, C F æquales, altera alteri: sed & basis D F, æqualis est basi E F: erit *c* ergo & angulus DCF æqualis angulo ECF; & sunt deinceps. *d* Quando autem recta super rectam consistens, eos qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterq; æqualium angulorum; recti igitur sunt anguli DCF, FCE. Quare datę rectę, ex pũcto in illa dato, ducta est ad angulos rectos, recta F C. quod facere oportuit.

a prop. 3. 1.
b prop. 1. 1.
c prop. 8. 1.
d def. 10.

Pro-

Propos. 12. Probl. 7.

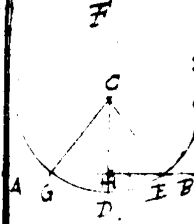
Ad datam infinitam, à puncto dato extra illam perpendicularem rectam ducere.



SIt data recta infinita AB, punctũ extra illam C. & oporteat ad rectam datam A B ex puncto C, quod in illa non est, perpendicularem rectam ducere. Accipiatur ad alteras partes rectę AB, quoduis punctũ D, & *a* centro C interuallo C D circulus E F G describatur, *b* diuidaturque E G in H bifariam, ductis rectis C G, C H, C E. Dico quod ad datam infinitam A B, à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta sit C H. Cum enim G H, H E sint æquales, H C communis: erunt duæ G H, H C, duabus E H, H C æquales, altera alteri; *c* sed & basi C G, basis C E, est æqualis; erit *d* ergo & angulus C H G angulo E H C æqualis, & sunt deinceps. *e* quando autem recta super rectã consistens, eos qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum, & insistens linea, perpendicularis dicitur eius,

a *post. 3.*
b *prop. 10.*
c *def. 15.*
d *prop 8. 1.*
e *def. 10.*

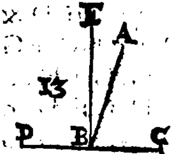
 cui



cui insistit: Quare ad datam rectam infinitam A B à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta est, C H. quod facere oportebat.

Propos. 13. Theor. 6.

Quando linea recta super rectam consistens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.



RECta enim quædam A B, super rectã C D consistens, angulos faciat C B A, A B D. dico illos; aut duos rectos, aut duobus rectis æquales esse. Si enim C B A ipsi
a *def.10.* A B D, est æqualis, duo a recti sunt. Si non: ducatur à puncto B ipsi C D ad angulos
b *def.10.* rectos, B E: *b* ergo C B E, E B D duo recti sunt. Et quia C B E duobus C B A, A B E, æqualis est, si apponatur cõmunis E B D. erunt duo C B E, E B D; tribus C B A, A B E, E B D æquales. Rursus cũ angulus D B A, duobus D B E, E B A æqualis sit, si addatur cõmunis A B C; erũt duo D B A, A B C tribus D B E. E B A, A B C æquales.

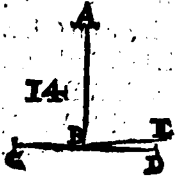
Osten-

Ostensum est autem & duos CBE, EBD ijsdem tribus, æquales esse. c Quæ autem eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia: duo igitur CBE, EBD æquales sunt duobus DBA, ABC: sed CBE, EBD recti sunt: igitur DBA, ABC duobus rectis æquales. Si igitur recta super rectã consistens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales facit. Quod oportuit demonstrare. c ax. 1.

Propositio 14. Theor. 7.

Si ad rectam aliquam lineam, atque ad punctum in illa datum, duæ rectæ non ad easdem partes ductæ angulos, qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illæ lineæ.

AD rectam AB, & ad punctum in illa datum B, duæ rectæ BC, BD non ad easdem partes positæ, faciant angulos deinceps ABC, ABD, duobus rectis æquales. Dico BD ipsi CB in directum esse.



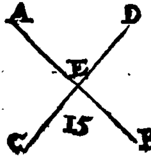
Quod si BD ipsi BC nõ sit in directum, sit BE. Cum igitur recta AB rectæ CBE insistat, a erũt anguli ABC, ABE duo- a prop. 13. 1.

duobus rectis ęquales. Sunt verò & A B C, A B D duobus rectis æquales: anguli igitur C B A, A B E sunt angulis C B A, A B D, æquales. Communis A B C auferatur: *b* reliquus ergo A B E, reliquo A B D est æqualis, minor maiori, *c* quod fieri nequit. Non ergo B E in directum est ipsi B C. Similiter ostendemus nullam aliam esse, præter B D: in directum ergo est B D, ipsi C B. Si ergo ad rectam, & ad punctum in ea, datum duæ rectæ non ad easdem partes positæ, angulos qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illę duæ lineæ. quod demonstrare oportuit.

b ax. 3.
c ax. 3.

Propositio 15. Theor. 8.

Si duæ rectæ se inuicem secuerint, angulos ad verticem æquales facient.



REctæ A B, C D, secent se in E puncto. Dico quod tam angulus A E C, angulo D E B, quam C E B angulo A E D æqualis sit. Cum enim recta A E rectę C D insistat, faciẽs angulos C E A, A E D:

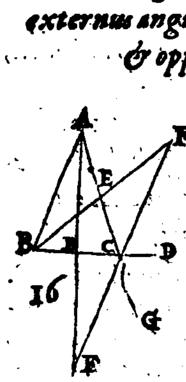
a erunt

erunt ipsi duobus rectis æquales. Rursus cum recta D E rectæ A B insistat, faciens angulos A E D, D E B, *b* erunt & ipsi duobus rectis æquales. Ostensi autem sunt & C E A, A E D duobus rectis æquales: Quare duo C E A, A E D, duobus A E D, D E B æquales sunt. auferatur communis A E D: ergo reliquus C E A, reliquo B E D æqualis est. Pariter ostẽdetur C E B, D E A æquales esse. Si ergo duæ rectæ se inuicem secuerint, facient angulos, qui ad verticem sunt æquales. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 13. 1.
b prop. 13. 1.

Propositio 16. Theor. 9.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus vtrolibet interno & opposito maior est.

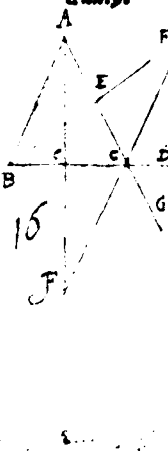


SIt triangulũ A B C, & vnum ipsius latus B C in D producatur. Dico angulum externum A C D maiorem esse internis & oppositis C B A, B A C. *a* Bisecetur A C in E, & ducta B E producatur in F, sit-

a prop. 10. 1.

F, sitque ipsi B E æqualis E F, iungatur C F, & producatur A C in G. Et quia A E ipsi E C est æqualis; erunt duæ A E, E B, duabus C E, E F æquales, altera alteri; & angulus A E B, angulo F E C est *b* æqualis, sunt enim ad verticem: *c* igitur & basis A B, basi F C æqualis erit, & triangulum A B E triangulo F E C; adeoque & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quos æqualia subtendunt latera: Erit igitur & angulus B A E angulo E C F æqualis; est *d* autem E C D maior, quam E C F: Ergo & A C D maior est quam B A E. Pari modo secto B C latere bifariam demonstrabitur angulus B C G, hoc est, A C D maior esse angulo A B C. Omnis ergo trianguli vno latere producto externus angulus vtrouis interno, & opposito maior est, quod oportuit demonstrare.

b prop. 15. 1.
c prop. 4. 1.
d ax. 9.



Propositio 17. Theor. 10.

Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt, quomodocunque sumpti.

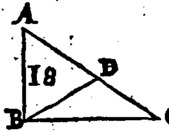
Sit triangulum A B C. Dico duos eius angulos minores esse duobus rectis quomodocunque quocunque sumptos. Producatur BC in D. Et quia trianguli ABC angulus ACD externus, *a* maior est interno & opposito ABC. Si communis apponatur ACB: erunt ACD, ACB anguli, maiores ABC, BCA angulis: Sed ACD, ACB *b* duobus rectis sunt æquales: Ergo ABC, BCA minores. Similiter ostendemus tam BAC, ACB, quam CAB, ABC duobus rectis esse minores. Omnis ergo trianguli duo anguli quicunque duobus rectis sunt minores, quod oportuit demonstrare.

a prop. 16. 1.

b prop. 13. 1.

Propositio 18. Theor. 11.

Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.



Sit triangulum ABC habẽs latus AC maius latere AB. Dico & angulum ABC maiorem esse angulo BCA. Quia enim AC maius est, quam AB; fiat AD ipsi AB æqualis: & ducatur BD. Et *a* quia trianguli BDC externus angulus ADB, maior est interno & opposito DCB, & *b* æqualis angulo ABD, quod latera AB, AD æqualia sint. maior ergo etiam

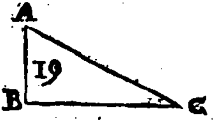
a prop 16. 1.

b prop. 5. 1.

etiam est A B D quam A C B: multo ergo maior erit totus A B C, quam A C B. Omnis ergo trianguli maius latus, maiorem angulum subtendit.

Propositio 19. Theor. 12.

Omnis trianguli maior angulus maiori lateri subtenditur.



Sit triangulũ A B C habens angulum A B C maiorem angulo B C A: dico & latus A C maius esse latere A B. Si non: erit A C ipsi A B aut æquale, aut minus. Non æquale. Si enim æquale, *a* esset & angulus A B C angulo A C B æqualis: at non est: ergo A C æquale non est ipsi A B. Non minus: nam si A C minus esset quam A B, esset *b* & angulus A B C minor angulo A C B; at non est: non ergo A C minus est ipso A B. Ostensum autem est, quod nec æquale: ergo maius. Omnis ergo trianguli maiori angulo maius latus subtenditur.

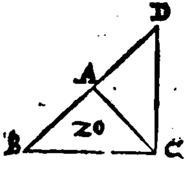
a prop. 5.1.

b prop. 18.1.

Pro-

Propositio 20. Theor. 13.

Omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt quomodocumque sumpta.



SIt triangulũ ABC dico duo latera BA, AC, maiora esse reliquo BC; & AB, BC reliquo AC; & BC, CA reliquo AB. Producatur enim BA in D; sitque recta DA ipsi CA æqualis, & iungatur DC. Cum ergo DA ipsi AC sit æqualis, erit & angulus ADC, angulo ACD æqualis. Sed *a* BCD angulus maior est angulo ACD; maior ergo etiam est BCD, ipso ADC. Et cum DCB sit triangulum habens angulum BCD maiorem angulo ADC, *b* maiorem autem angulum maius latus subtendat; erit DB maius ipso BC: æquale autem est DB ipsis AB, AC: maiora ergo sunt BA, AC, quam BC. Omnis ergo trianguli duo latera reliquo maiora sunt, quomodocunque sumpta.

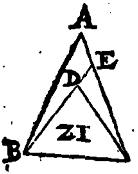
a ax. 9.

b prop. 19. 1.

Pro-

Propositio 21. Theor. 14.

Si à terminis vnius lateris trianguli duæ rectæ intra constituantur, erunt hæ minores reliquis duobus trianguli lateribus, at maiorem angulum continebunt.



A terminis lateris B C trianguli A B C constituantur duæ rectæ B D, C D intra. Dico B D, D C reliquis trianguli lateribus B A, A C minores esse; at angulum B D C maiorem continere, angulo B A C. Ducatur enim B D in E. Et *a* quia omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt: erunt & trianguli A B E, latera A B, A E maiora B E latere. apponatur communis E C, *b* eruntque B A, A C maiora ipsis B E, E C. Rursus trianguli C E D latera C E, E D *c* maiora sunt latere C D, communis apponatur D B; eruntque C E, E B maiora ipsis C D, D B: Sed B A, A C maiora ostensa sunt ipsis B E, E C; multo ergo A B, A C maiora erunt ipsis B D, D C. Rursus, quoniam *d* omnis trianguli externus angulus interno, & oppo-

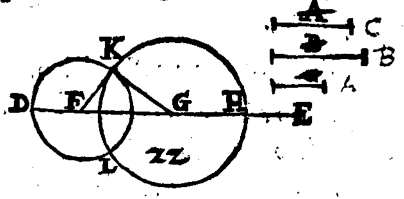
a prop. 20. 1.
b ax. 4.
c prop. 20. 1.
d prop. 16. 1.

oppoſito eſt maior; erit & trianguli CDE externus BDC, maior interno CED. Eandem ob cauſam erit trianguli ABE, externus CEB, maior interno BAC: ſed & BDC oſtenſus eſt maior, ipſo CEB: multò ergo maior eſt BDC, quàm BAC. Quare ſi à terminis, &c. quod oportuit demonſtrare.

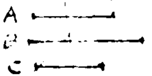
Propoſitio 22. Probl. 8.

Ex tribus rectis, tribus datis rectis æqualibus, triangulum cõſtituere. Oportet autem duas, reliquâ maiores eſſe quomodocumque ſumptas. quod omnis trianguli duo latera reliquo maiora ſint, quomodocunq; ſumantur.

SInt tres rectæ, A, B, C, quarum duæ quomodocunq; ſumptæ reliqua ma-



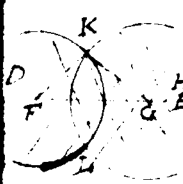
iores ſint, vt A, B, quam C; A, C quam B; B, C quam A. Oporteat autem ex tribus,



tribus A, B, C, æqualibus triangulum cõstituere. Expoſita ſit recta quædam D E, terminata ad D, interminata ad E; ſitq; *a* D F ipſi A. F G ipſi B; ipſi C æqualis facta G H. Deſcribatur centro F, interuallo F D, circulus D K L: Centro verò G, interuallo G H, circulus K L H; iunganturque F K, K G. Dico ex tribus F K, K G, G F æqualibus tribus datis A, B, C triangulum F K G eſſe cõſtitutum. Cum enim F centrum ſit circuli D K L, *b* erit F D æqualis ipſi F K; ſed F D eſt æqualis ipſi A; *c* ergo & F K, erit æqualis ipſi A. Rurſus cũ G ſit centrũ circuli LKH, *d* erit G H æqualis ipſi G K; ſed G H æqualis eſt ipſi C: *e* erit ergo & G K æqualis ipſi C: Eſt verò & F G æqualis ipſi B. Tres ergo KF, FG, GK æquales ſunt tribus datis A, B, C. Quare ex tribus K F, F G, G K, æqualibus tribus A, B, C triangulum eſt conſtitutũ. Quod facere oportuit.

a prop.3.1.

22

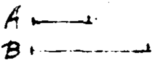


b def.15.

c ax.1.

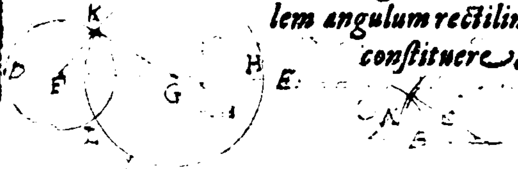
d def.15.

e ax.1.



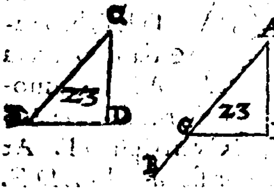
Propoſitio 23. Probl. 9.

Ad datam rectam, datumq; in ea punctum dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineum conſtituere.



Sit

Sit data recta AB, datumq; in ea punctũ A, datus angulus rectilineus DCE. Oporteat autem ad punctum datum A, datæ rectæ AB, dato angulo rectilineo DCE æqualem angulum rectilineum constituere. Capiantur in vtraque CD, CE quælibet puncta D, E, & iungatur DE: *a* atq; ex tribus rectis, quæ æquales sint tribus CD, DE, EC, triangulum AFG constituatur: ita vt CD æqualis sit ipsi AF; CE ipsi AG; DE ipsi FG. Cum ergo duæ DC, CE æquales sint duabus FA, AG, altera alteri; sit verò & basis DE æqualis basi FG; *b* erit & angulus DCE æqualis angulo FAG. Quare ad datam rectam AB, datumque in ea punctum A, dato rectilineo angulo DCE, æqualis angulus rectilineus FAG est constitutus. Quod oportuit facere.



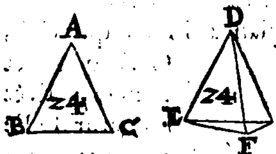
a prop. 22. 1.

b prop. 8. 1.

Propositio 24. Theor. 15.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri,

teri; angulum vero angulo maiorem, qui æqualibus rectis lineis continetur, & basim basi maiorem habebunt.



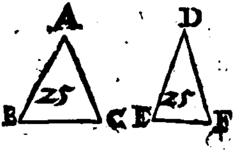
SInt triangula ABC, DEF, habentia duo latera AB, AC, duobus DE, DF æqualia, alterum alteri: AB quidem ipsi DE; AC verò ipsi DF. At angulus BAC maior sit angulo EDF. Dico & basim BC maiorem esse basi EF. Cum enim angulus BAC maior sit EDF angulo, *a* constituatur ad punctum D rectæ DE angulo BAC, æqualis EDG, sitque vtrique AC, DF æqualis DG, & iungantur GE, FG. Quia igitur AB ipsi DE, & AC ipsi DG æqualis est; erunt duæ BA, AC, duabus ED, DG æquales, altera alteri; estque & angulus BAC, angulo EDG æqualis: *b* erit igitur & basis BC, basi EG æqualis. Rursus quia DG ipsi DF est æqualis, & *c* angulus DFG angulo DGF; *d* erit angulus DFG maior angulo EGF: multo ergo maior erit EFG, ipso EGF. Et quia EFG triangulum

a prop.23.1
b prop.4.1.
c prop.5.1.
d ax.9.

gulum est, habens angulum E F G maiorem angulo E G F (e maiori autem angulo maius latus subtenditur) erit & latus E G maius latere E F; æquale autem est E G ipsi B C: maius ergo est & B C, ipso E F. Si ergo duo triangula, &c. quod oportuit demonstrare. *e prop. 19. 1.*

Propositio 25. Theor. 16.

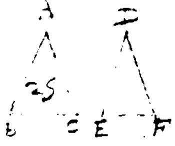
Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & basim basi maiorem, & angulum angulo, qui æqualibus lateribus continetur, maiorem habebunt.



Sint duo triangula A B C, D E F, duo latera A B, A C, duobus D E, D F habētia æqualia, alterum alteri, A B ipsi D E, & A C ipsi D F: Basim verò B C maiorem basi E F. Dico & angulum B A C angulo E D F maiorem esse. Si non: aut æqualis est, aut minor. Nō æqualis; Nam si angulo B A C, angulus E D F æqualis esset, a esset & basis B C, basi E F æqualis; at non est; non ergo angulus *a prop. 4. 1.*

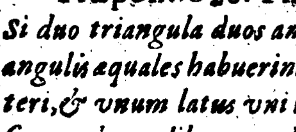
 gulus

gulus BAC angulo EDF est æqualis. Sed
b prop.24.1 neque minor: nam si minor esset, b esset & basis BC minor basi EF: at non est: non ergo angulus BAC minor est angulo EDF. Demonstratum est autem, quod nec æqualis: maior ergo erit. Si ergo duo triangula, &c. Quod demonstrare oportuit.



Præpositio 26. Theor. 17.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri, & vnum latus vni lateri æquale, seu quod æqualibus angulis adiacet, seu quod vni æqualium angulorum subtenditur; & reliqua latera reliquis lateribus, alterum alteri; & reliquum angulum reliquo angulo, æqualem habebunt.



SINT duo triangula ABC, DEF, duos angulos ABC, BCA, duobus DEF, EFD æquales habentia, alterum alteri, ABC quidem ipsi DEF, & BCA ipsi EFD: habeant verò & vnum latus vni lateri æquale.

le. Et primo quod æqualibus angulis adiacet, nempe B C ipsi E F. Dico quod & reliqua latera, reliquis ęqualia habeant, alterum alteri, A B ipsi D E. A C ipsi DF, & reliquum angulum B A C reliquo E D F. Quod si AB, DE inæqualia sint; vnum erit maius. Sit maius A B: a fiatq; ipsi D E æqualis G B linea, & ducatur G C. Cum igitur tam BG, DE; quā E F, B C æquales sint; erunt duæ BG, B C, duabus D E, E F æquales, altera alteri; & angulus GBC angulo DEF æqualis: b erit ergo & basis G C basi DF æqualis, & triangulū G C B triangulo D E F æquale, reliquique anguli reliquis, alter alteri, quibus ęqualia latera subtenduntur. Quare angulus G C B æqualis erit angulo DFE: sed & D F E ponitur æqualis ipsi B C A: erit ergo B C G æqualis ipsi B C A, minor maiori, quod fieri nequit: nō ergo AB, DE inæquales sunt: ergo æquales. Est verò & B C ipsi E F æqualis: duæ ergo AB, BC æquales sunt duobus DE, EF, altera alteri, & angulus ABC angulo DEF: c ergo & basis A C basi D F, & reliquus angulus B A C reliquo E D F æqualis erit. Rursus sint latera æquales angulos subtendentia, AB, DE æqualia, dico & reliqua latera, reliquis lateribus, vt A C,

a *prop. 3. 1.*

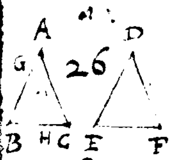
b *prop. 4. 1.*

c *prop. 4. 1.*

DF, & B C, E F, reliquumque angulum BAC, reliquo EDF, æqualem esse. Si enim B C, E F sunt inæqualia; erit vnum maius; sit, si fieri potest, maius BC, & *d* fiat ipsi EF æqualis BH, iungaturq́; A H. Et quia B H ipsi E F; & A B ipsi DE æqualis est: erunt duæ A B, B H, duabus DE, EF æquales, altera alteri, continentq́, angulos æquales: *e* basis ergo AH, basi DF est æqualis, & triangulum ABH triangulo D E F, reliquiq; anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Est igitur angulus BHA ęqualis angulo EFD: sed EFD æqualis est angulo B C A: erit ergo & BHA æqualis ipsi B C A. Trianguli ergo AHC externus angulus BHA æqualis est interno & opposito B C A, *f* quod fieri nequit: igitur B C, E F inæquales nō sunt; æquales ergo. Cum verò & A B, DE sint æquales: erunt duæ A B, B C duabus DE, EF æquales altera alteri, æqualesque angulos continent: *g* ergo & basis AC basi D F æqualis est, & triangulum ABC triangulo D E F, & reliquus angulus B A C, reliquo E D F. Si ergo duo, &c.

d prop.3.1.

e prop.4.1.



f prop.16.1.

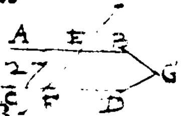
g prop.4.1.

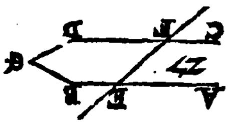
Quod demonstrare oporportuit.

Pro-

Propos. 27. Theor. 18.

Si in duas rectas lineas recta incidens angulos alternos æquales fecerit, parallelæ erunt illæ lineæ.





In duas rectas AB, CD incidens recta EF faciat angulos alternos AEF, EFD æquales. Dico AB, CD parallelas esse. Si non; productæ concurrẽt, aut versus partes B, D; aut versus A, C: producãtur, & concurrant versus partes B, D in G. *a* Est itaque trianguli GEF angulus externus AEF maior interno, & opposito EFG; sed * & æqualis; quod fieri nequit: non ergo AB, CD productæ concurrunt versus partes B, D. Pari ratione demonstratur, quod neque ad partes A, C: *b* quæ autem in neutram partem concurrunt, parallelæ sunt: parallelæ ergo sunt AB, CD: Si igitur, &c, quod oportuit demonstrare.

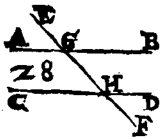
a prop.16.1.

** ex hypothesi.*

b def.32.

Propos. 28. Theor. 19.

Si in duas rectas lineas recta incidens, angulum externum interno, & opposito, & ad easdem partes, æqualē fecerit: vel internos, & ad easdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt illæ lineæ.



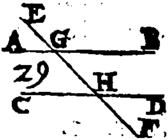
IN duas rectas A B, C D incidens recta E F, externum angulum E G B, interno, & opposito G H D æqualem faciat: aut internos, & ad easdem partes B G H. G H D duobus rectis æquales. Dico A B, C D parallelas esse. Cum enim E G B angulus, * æqualis sit, & angulo G H D, *a* & angulo A G H; *b* erit & A G H æqualis ipsi G H D. *c* & sunt alterni: parallelæ ergo sunt A B, C D. Rursus cum B G H, G H D duobus rectis sint æquales; *d* sint autem & A G H, B G H duobus rectis æquales: erunt A G H, B G H ipsis B G H, G H D æquales: communis B G H auferatur: *e* erit igitur reliquus AGH, reliquo G H D æqualis *f* & sunt alterni: sunt ergo AB, C D parallelæ. Si ergo in duas rectas, &c. Quod demonstrare oportuit.

* *ex hypothesi.*
a *prop* 15.1.
b *ax.*1.
c *prop.*27.1.
d *prop.*13.1.
e *ax.*3.
f *prop.*27.1.

Pro-

Propos. 29. Theor. 20.

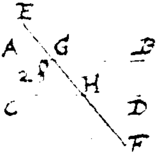
Recta in parallelas rectas incidens aequales facit angulos alternos: & externum interno & opposito, & ad easdem partes aequalem: & internos & ad easdem partes duobus rectis aequales efficit.



In parallelas rectas AB, CD recta EF incidat. Dico quod & alternos angulos AGH, GHD aequales faciat; & externum EGB interno, & opposito, & ad easdem partes GHD aequalem; & internos, & ad easdem partes BGH, GHD duobus rectis aequales. Si enim AGH, GHD inaequales sunt, vnus illorum AGH sit maior: & quia AGH maior est quam GHD, communis addatur BGH. Hi ergo AGH, BGH maiores sunt his BGH, GHD; *a* sed AGH, BGH duobus rectis sunt aequales: ergo BGH, GHD duobus rectis minores erunt. *b* Quae autem à minoribus quam duobus rectis in infinitum producuntur lineae rectae, concurrunt: ergo AB, CD in infinitum productae

a prop. 13. 1.

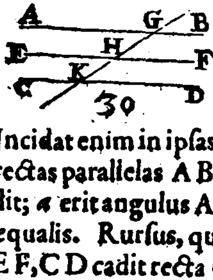
b *ax. 11.*



ductæ concurrunt: at non concurrunt; parallelæ enim sunt: ergo anguli A G H, G H D, non sunt inæquales: igitur æqua-
c prop. 15. 1. les. Porrò c A G H angulus æqualis est angulo E G B: Ergo & E G B æqualis erit angulo G H D: communis apponatur B G H: ergo hi E G B, B G H, æquales sunt his B G H, G H D: d sed E G B, B G H
d prop. 13. 1. sunt æquales duobus rectis: erunt ergo & B G H, G H D duobus rectis æquales. Recta ergo in parallelas, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 30. Theor. 21.

Quæ eidem rectæ sunt parallelæ, & inter se sunt parallelæ.

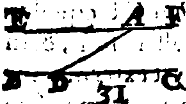


Sit vtraq; ipsarum A B, C D ipsi E F parallela. Dico & A B, C D esse parallelas. Jncidat enim in ipsas recta G K. Et quia in rectas parallelas A B, E F recta G K incidit; a erit angulus A G H, angulo G H F
a prop. 27. 1. æqualis. Rursus, quia in parallelas rectas
b prop. 28. 1. E F, C D cadit recta G K, b erit & angulus G H F æqualis angulo G K D; ostensus est autem & angulus A G K angulo G H F æqua-

æqualis: c ergo & angulus A G K æqualis erit angulo G K D: & sunt alterni: d ergo A B, C D sunt parallelæ. Ergo quæ eidem, &c. Quod oportuit demonstrare. *c ax. 1.* *d prop. 28. 1.*

Propos. 31. Probl. 10.

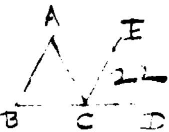
Per datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam ducere.



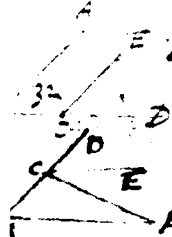
Ex dato puncto A, Datæ rectæ BC. oporteat parallelam ducere. Accipiatur in BC quodvis punctum D, iunganturque A, D. a & constituatur ad A punctum rectæ D A angulo A D C æqualis D A E, ducaturq; ipsi A E in directum A F. b Quia ergo in duas rectas B C, E F recta A D incidens angulos alternos E A D, A D C æquales facit, erunt B C, E F parallelæ. Per datum ergo punctum, &c. quod facere oportuit. *a prop. 23. 1.* *b prop. 27. 1.*

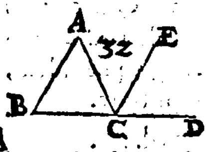
Propos. 32. Theor. 22.

Omnis trianguli uno latere producto, externus angulus, duobus internis, & oppositis est æqualis; & tres interni duobus rectis sunt æquales.



Sit triangulum A B C, & vnum eius latus B C producatur in D. Dico angulum





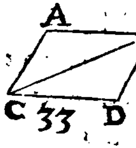
lum externum A C D æqualem esse duobus internis, & oppositis C A B, A B C; & tres internos A B C, B C A, C A B duobus rectis æquales. *a* Ducatur per C ipsi A B recta parallela C E. Quia ergo in A B, C E parallelas cadit A C; *b* erunt anguli alterni B A C, A C E æquales. Rursus quia A B, C E parallelæ sunt, & in ipsas cadit recta B D, *c* erit externus angulus E C D, æqualis interno, & opposito A B C: ostensus est autem & A C E æqualis B A C. Totus ergo A C D æqualis est duobus internis, & oppositis B A C, A B C. Apponatur communis A C B: & erunt A C D, A C B æquales tribus A B C, B C A, C A B: *d* sed A C D, A C B æquales sunt duobus rectis: ergo & A C B, C B A, C A B æquales sunt duobus rectis. Omnis ergo trianguli, &c. Quod oportuit demõstrare.

a prop. 31. 1.
b prop. 27. 1.
c prop. 28. 1.
d prop. 31. 1.

Propos. 33. Theor. 23.

Lineæ rectæ, quæ æquales & parallelas lineas ad easdem partes coniungunt, & ipsæ æquales sunt, & parallelæ.

Sint æquales & parallelę A B, C D, easq; ad easdem partes coniungant rectæ A C,



AC, BD. Dico & ipſas AC, BD parallelos & æquales eſſe. Ducatur enim BC. Quoniam AB, CD parallelæ ſunt, & in ipſas incidit BC; *a* erunt anguli alterni ABC, BCD æquales. Et quia AB, CD æquales ſunt; communis addatur BC; erunt duæ AB, BC, duabus BC, CD æquales, eſtq́; angulus ABC angulo BCD æqualis. *b* Quare & baſis AC, baſi BD æqualis erit, & triangulum ABC triangulo BCD; & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur, æquales erunt. Eſt ergo angulus ACB angulo CBD æqualis. Et quia in duas rectas AC, BD incidens recta BC, facit angulos alternos ACB, CBD æquales; *c* erunt AC, BD parallelæ: oſtẽſæ autem ſunt & æquales. Ergo lineæ rectæ, quæ æquales, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a *prop. 27. 1.*

b *prop. 4. 1.*

c *prop. 27. 1.*

Pro-

Propos. 34. Theor. 24.

Parallelogrammorum spaciorum, quæ ex aduerso & latera, & anguli, sunt inter se æqualia, eaque diametrus bisecat.

ESto parallelogrammum A C D B diametrus B C. Dico parallelogrammi A C D B, quæ ex aduerso, latera & angulos, æqualia esse; eaq; diametrum B C bifariam secare. Cum enim AB, C D parallelæ sint, & in ipsas incidat B C; *a* erunt anguli alterni ABC, BCD æquales. Rursus cum A C, B D sint parallelę, & in illas incidat B C, *b* erũt & anguli alterni A C B, C B D æquales. Duo ergo triangula A B C, C B D habent duos angulos A B C, B C A, duobus B C D, C B D æquales, alterum alteri, & vnum latus, vni lateri, quod adiacet angulis æqualibus, vtrique commune B C. *c* Quare & reliqua latera reliquis, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo, æqualem habebunt. æquale ergo est latus AB lateri C D; & A C, ipsi B D; & angulus BAC angulo B D C.

34

a prop. 27. 1

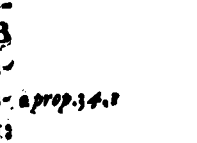
b prop. 27. 1.

c prop. 26. 1.

Et

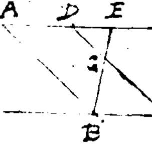
Et cum trianguli A B C, B C D, quã C B D, A C B æquales sint: *d* erit & totus A B D, toti A C D æqualis. ostensus est autem & B A C æqualis B D C: Parallelogrammorum ergo spaciorum quæ ex aduerso, & latera, & anguli, inter se æqualia sunt. Dico & diametrum illa bifariam secare. Cum enim A B, C D ęquales, & B C communis sit: erunt duo latera A B, B C, duobus C D, B C æqualia, alterum alteri; & angulus A B C æqualis angulo B C D: *e* erit ergo & basis A C basi D B æqualis; & triangulum A B C triangulo B C D. Diametrus ergo B C, parallelogrammum A B C D bifariam secat. Quod oportuit demonstrare. *d ax. 1.* *e prop. 4. 1.*

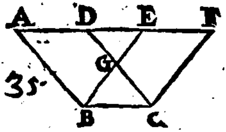
Propos. 35. Theor. 25.



Parallelogramma in eadem basi; & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia. 35

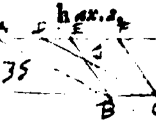
SVnto parallelogrãma A B C D, E B F C in basi B C, & in parallelis A F in B C cõstituta. Dico A B C D ęquale esse ipsi E B F C. Cum enim A B C D parallelogrammum sit; *a* erunt B C, A D, æquales: eandem ob causam E F, B C æquales erant; *b* vnde & A D ipsi E F ęqualis erit; & communis *a prop. 34. 1* *b ax. 1.*





munis est D E: *c* ergo tota A E, toti D F æqualis est. Est *d* verò & A B ipsi D C æqualis: duę ergo EA, AB, duab' FD, DC æquales sunt, altera alteri; sed & *e* angulus, F D C, angulo E A B æqualis est, externus interno; *f* quare & basis E B basi F C æqualis erit; & triangulum E A B triangulo FDC. Commune D G E auferatur; & erit *g* reliquum trapezion ABGD, reliquo EGFC æquale. Apponatur communis G B C triangulus: *h* totum ergo A B C D parallelogrammum, toti E B F C æquale erit: ergo parallelogrãma in eadem basi, &c. Quod oportuit demonstrare.

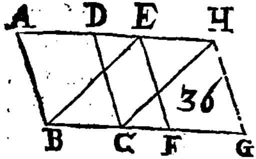
c ax. 1.
d prop. 34. 1
e prop. 29. 1
f prop. 4. 1.
g ax. 3.
h ax. 2.



Propos. 36. Theor. 26.

Parallelogramma in æqualibus basibus, & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto parallelogramma A B C D, E F G H super æquelibus basib', B C, F G; & in iisdem parallelis A H, G B constituta. Dico illa esse æqualia iungantur enim B E, C H. Quia enim B C, F G, æquales sunt:

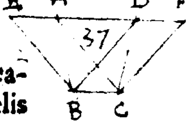


sunt; estque F G qualis ipsi E H; *a* erit & B C ipsi E H æqualis: *b* sunt verò & parallelæ, coniunguntque ipsas rectæ B E, C H. *c* Quæ autem æquales, & parallelas ad easdem partes coniungunt, æquales, & parallelæ sunt: Quare E B, C H æquales, & parallelę sunt: *d* ergo E B C H est parallelogrãmum; estque æquale ipsi A B C D, quippe eandem cum illo basim B C habens; & in iisdem parallelis B C, A H constitutum. Eandem ob causam E F G H eidẽ E B C H est æquale. *e* Quare & A B C D parallelogrammum æquale est E F G H parallelogrammo. Ergo parallelogramma, &c. Quod demonstrare oportuit.

a *ax. 1.*
b *prop. 33. 1.*
c *prop. 33. 1.*
d *prop. 35. 1.*
e *ax. 1.*

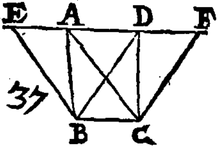
Propos. 37. Theor. 27.

Triangula super eadem basi, & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.



SVnto triangula A B C, D C B super eadem basi B C; & in iisdem parallelis A D, B C constituta. Dico triangulum A B C æquale esse triangulo D B C. Producatur A D vtrinq; ad E, & F; *a* & per B ipsi

a *prop. 31. 1.*

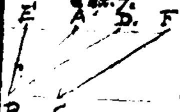


ipsi C A. per C verò ipsi B D, parallelę ducãtur BE, CF. Vtrumq; ergo E B A C, D B C F parallelogrammũ est: *b* suntq; æqualia; quippe in eadem basi B C; & in iisdem parallelis B C, E F constituta. *c* Et est parallelogrammi E B C A, dimidium triangulum A B C; diametrus enim A B ipsum bisecat: Parallelogrammi verò D B C F, dimidium est triangulum D B C; nam diametrus D C ipsum bisecat. *d* Quæ autẽ æqualium sunt dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangula ergo super eadem basi, &c. quod oportuit demonstrare.

b prop. 35. 1

c prop. 34. 1

d ax. 7.

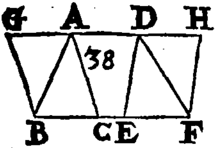


Propos. 38. Theor. 28.

Triangula super æqualibus basibus; & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D E F super æqualibus basibus B C, E F; & in iisdem parallelis B F, D A constituta. Dico illa esse æqualia. Producatur enim A D vtrinq; ad G & H. *a* Atq; per B, & F ducantur ipsis C A, D E parallelę B G, F H, eritq; vtrumq; G B C A,

a prop. 31. 1.

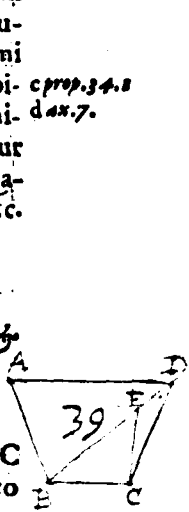


GBCA, DEFH parallelogrammũ, *b* Et sunt æqualia quippe super æqualibus basibus BC, EF, & in iisdem parallelis BF, GH constituta, *c* estque triangulum ABC dimidium parallelogrammi GBCA; ipsum enim diametrus AB bisecat; Et triangulum FED est dimidium parallelogrammi DEFH; *c* nam & ipsum diametrus FD bisecat. *d* Quæ autem æqualium sunt dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangulũ igitur ABC est æquale triangulo DEF. Quare triangula super æqualibus basibus, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *prop.36.1*
c *prop.34.1*
c *prop.34.1*
d *ax.7.*

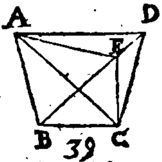
Propos. 39. Theor. 29.

Triangula æqualia super eadem basi, & ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.



SVnto triangula æqualia ABC, DBC super eadem basi BC constituta. Dico illa in iisdem esse parallelis. Ducta enim AD, dico illam esse parallelam ipsi BC. Si non. *a* Ducatur per A ipsi BC parallela AE; iuncta igitur EC, *b* erit triangulum

a *prop.31.1.*
b *prop.35.1.*

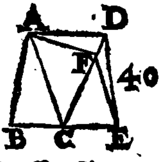


ABC æquale triangulo EBC; sunt enim super eadem basi BC, & in iisdem parallelis BC, AE. Sed triangulo ABC æquale ponitur triangulum DBC. *c* erit ergo DBC triangulum æquale ipsi EBC triangulo maius minori, quod fieri nequit: non ergo AE parallela est ipsi BC. pari modo demonstrabimus quod nulla alia præter AD. Sunt igitur AD, BC parallelæ. Quare triangula æqualia super eadem basi, &c. Quod oportuit demonstrare.

c ax. 1.

Propos. 40. Theor. 30.

Aequalia triangula super æqualibus basibus, & ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.



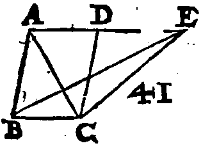
SVnto æqualia triangula ABC, CDE super æqualibus basibus BC, CE constituta. Dico illa in iisdem parallelis esse. Si non: *a* Ducatur per A ipsi BE parallela FA. iuncta ergo FE, *b* erit triangu-

a prop. 31. 1.
b prop. 38. 1.

angulum A B C æquale triangulo F C E. Sunt enim ſuper æqualibus baſibus B C, C E, & in iiſdem parallelis B E, A F. Sed triangulum A B C æquale etiam eſt triangulo D C E: *c* erit ergo & D C E ipſi F C E æquale, maius minori, quod fieri nequit: non ergo A F ipſi D E parallela eſt. Similiter oſtendemus, quod præter A D, nulla alia: A D ergo ipſi B E parallela eſt. Triangula ergo æqualia, &c. quod demonſtrare oportuit. *c ax. 1.*

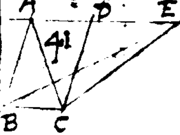
Propoſ. 41. Theor. 31.

Si parallelogrammum, & triangulum eandem habuerint baſim, ſintq́; in iiſdem parallelis, erit parallelogrammum duplum trianguli.



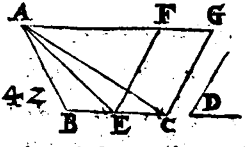
Sint parallelográmum ABCD, & triangulum E B C ſuper eadẽ baſi BC; & in iiſdem parallelis BC, A E. dico parallelogrammũ A B C D duplum eſſe trianguli E B C. Ducta enim A C, *a* erit triangulum A B C æquale triangulo E B C: habent quippe eandem baſim BC, & ſunt in iiſdem parallelis B C, A E. Sed parallelo- *a prop. 37. 1* grammum ABCD duplum est trianguli ABC; *b* diametrus enim AC ipsum bisecat: *c* quare & trianguli EBC duplum erit. Si igitur parallelogrammum & triangulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

b prop. 34. 1.
c ax. 1.



Propos. 42. Probl. 11.

Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.



Esto datum triangulũ ABC: datus angulus rectiline' D. oporteat autem triangulo ABC æquale parallelogrammũ constituere in dato angulo D. *a* Bisecetur BC in E; iungatur AE; & *b* constituatur ad E rectæ EC angulo D æqualis angulus CEF. Atq; *c* per A quidẽ agatur ipsi EC parallela AG: per C verò ipsi EF parallela CG, eritq; FECG parallelogrammũ. Et quia BE, EC æquales sunt, *d* erunt & triangula ABE, AEC æqualia; quippe super æqualibus basibus BE, EC, & in iisdem parallelis BC, AG constituta: duplum ergo est triangulum ABC trianguli AEC; sed *e* parallelogrammum FECG duplum quoque est trianguli AEC. Sunt enim super

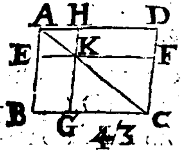
a prop. 10. 1.
b prop. 23. 1.
c prop. 31.
d prop. 37. 1.
e prop. 41. 1.

super

super eadem basi E C, & in ijsdem parallelis E C, A G: est ergo parallelogrammum F E C G æquale triangulo A B C; habetque angulum C E F æqualem dato angulo D. Dato ergo triangulo A B C æquale parallelogrammum F E C G constitutum est in angulo F E C, dato angulo D, æquali. Quod facere oportuit.

Propositio 43. Theor. 32.

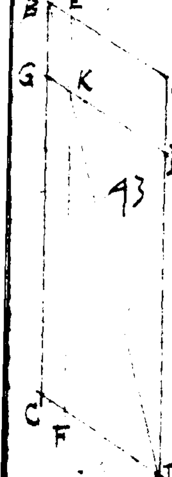
Omnis parallelogrammi, eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum complementa sunt inter se æqualia.

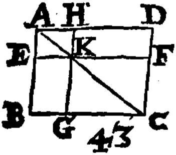


SIt parallelogrammũ A B C D, diametrus eius A C; circa A C parallelogramma sint E H, F G: & quæ dicuntur complementa B K, K D. Dico complementa B K, K D æqualia esse; quia enim A B C D parallelogrammum est, diametrus eius A C; fit *a* vt triangula ABC, ADC æqualia sint. Rursus quia E K H A parallelogrammum est, eius diametrus A K: *b* erunt triangula E A K, A H K æqualia. Eandem ob causam erunt æqualia triangula

a prop. 34. 1.

b prop. 34. 1.



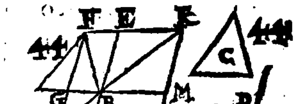


gula K F C, K G C. Cum igitur tã triangula A E K, A H K, quam K G C, K F C sint æqualia; erunt & duo A E K, K G C, duobus A H K, K F C æqualia. Est verò & totum A B C, toti A D C æquale: igitur reliquo complemento K D, reliquum B K est æquale. Omnis igitur parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 44. Probl. 12.

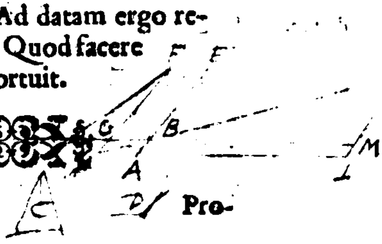
Ad datam rectam lineam dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo recti lineo.

SIT data recta A B; datus triangulus C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem ad datam rectam A B dato tri-



angulo C æquale parallelogrammum applicare in angulo æquali angulo D. a Cō-
a prop. 42. 1 stituatur triangulo C æquale parallelogram-

grammum BEFG in angulo EBG æquali angulo D. & iaceat BE ipſi AB indire-
ctum; producatur FG in H; *b* per A alte- b *prop.31.*
rutri ipſarum BG, EF agatur parallela
AH, & iungatur HB. Et quia in parallelas AH, EF recta HF incidit, *c* erunt an- c *prop.29.*
guli AHF, HFE duobus rectis æquales:
d ergo BHG, GFE duobus rectis ſunt d *ax.9.*
minores: *e* quæ autem à minoribus angu- e *ax.11.*
lis quam ſint duo recti in infinitum producuntur, concurrunt: igitur HB, FE
productæ concurrent; concurrant in K;
f & per K ad alterutram ipſarum EA, FH f *prop.31.*
ducatur parallela KL, productis HA, GB
in L, M: erit igitur HLKF parallelogrāmum, diametrus eius HK: *g* parallelo- g *prop.43.*
gramma circa HK, erunt AG. ME. Cō-
plementa LB, BF: *h* ergo LB ipſi BF æ- h *prop.43.*
quale eſt: ſed & C ipſi BF eſt æquale: *i* erit i *ax.1.*
igitur & LB ipſi C æquale. Et *k* quia an- k *prop.15.*
gulus GBE æqualis eſt angulo ABM; &
GBE æqualis angulo D: *l* erit & ABM, l *ax.1.*
ipſi D æqualis. Ad datam ergo rectam, &c. Quod facere
oportuit.

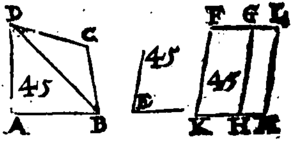


Pro-

Propositio 45. Probl. 13.

Dato rectilineo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

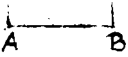
ESTO datum rectilineum ABCD: datus angulus rectilineus E. Oporteat



autem ipsi ABCD æquale parallelogrã-
mum in dato angulo E constituere, iunga-
a prop. 42. 1. tur DB, & *a* constituatur triangulo ABD
æquale parallelogrammum FH in angu-
b prop. 44. 1. lo HKF æquali angulo E. Deinde *b* appli-
cetur ad lineam GH parallelogrammum
GM triangulo DBC æquale, in angulo
c per struct. GHM æquali angulo E. Et *c* quia angu-
lus E vtrique HKF, GHM est æqualis:
erunt & HKF, GHM æquales: addatur
d ax. 2. communis KHG: *d* ergo HKF, KHG
æquales erunt his GHM, KHG: at hi
e prop. 29. 1. *e* sunt æquales duobus rectis; ergo & illi.
Quare ad punctum H rectæ GH positæ
sunt duæ lineæ KH, HM non ad easdem
partes, facientes angulos deinceps æqua-

les

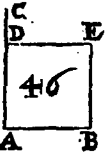
les duobus rectis, *f* in directũ ergo erunt *f prop.14.1*
K H, H M. Et quia in parallelas K M, F G
recta incidit H G, *g* erunt anguli alterni *g prop.27.1*
M H G, H G F æquales: Cõmunis appo-
natur HGL: *i* erunt ergo hi MHG, HGL, *i ax.2.*
his H G F, H G L, æquales; *k* at illi sunt æ- *k prop.29.1*
quales duobus rectis: ergo & hi: *l* in dire- *l prop.14.1.*
ctum ergo est F G ipsi, G L. Et quia tam
K F, H G quã H G, M L æquales & paral-
lelæ sunt: *m* erunt & K F, M L æquales & *m prop. 30.*
parallelæ: & coniungunt illas rectæ K M, *1.*
F L: *n* ergo & K M, F L æquales & paralle- *n prop.33.1.*
læ erunt. Parallelogrammum ergo est
K F L M. & cum triangulum A B D æqua-
le sit parallelogrammo HF; & triangulum
D B C parallelogrammo G M, erit totum
rectilineum A B C D toti KFLM æquale.
Dato ergo rectilineo A B C D æquale pa-
rallelogrammum constituimus K F L M,
in angulo dato E. Quod facere oporte-
bat.



Propositio 46. Probl. 14.

A data recta linea quadratum describere.

Esto data recta A B, à qua quadratum describere oporteat. *a* Ducatur à pũ- *a prop.11.1.*
cto A rectæ A B ad angulos rectos A C; &
fiat



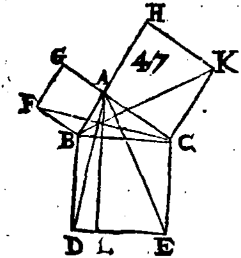
h *prop.34.1* fiat *h* ipsi A B æqualis A D; *a* & à D ipsi A B agatur parallela D E: *i per struct.* *i* per B verò ipsi A D ducatur parallela B E: est ergo A D E B parallelogrammum: *b prop.34.1* *b* vnde A B ipsi D E, & A D ipsi *c per struct.* B E æqualis erit: *c* sed & A B æqualis est ipsi A D. Omnes ergo quatuor B A, A D, D E, B E sunt æquales; est ergo A D E B æquilaterum. dico quod & rectangulum. Cum enim recta A D in parallelas A B, D E *d prop.29.1* incidat, *d* erunt anguli B A D, A D E æ- *e per struct.* quales duobus rectis. *e* rectus autem est *f prop.34.1.* B A D: ergo & A D E. *f* Parallelogrammorum autem spaciorum anguli & latera, quæ ex aduerso, æqualia sunt; erit igitur vterq; A B E, B E D rectus: rectangulum igitur est A D E B. Ostensum autem est & *g Def.27.* æquilaterum: *g* ergo est quadratum; & à recta A B descriptum. Quod oportebat facere.

Propositio 47. Theor. 34.

In rectangulis triangulis, quod à latere rectum angulũ subtendente describitur quadratum, æquale est illis, quæ à lateribus rectum cõprehendentibus describuntur quadratis.

Esto

ESto triangulum rectangulum A B C, rectum habens B A C. Dico quadratum à latere B C descriptum, æquale esse quadratis à lateribus B A, A C descriptis.

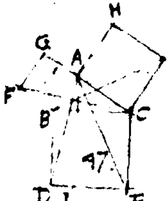


a describatur à rectis B C, B A, A C quadrata BDCE; G B; H C; & *b* per A, vtriq; B D, C E agatur parallela AL. iunganturq; A D, F C. Et quia vterque angulorũ B A C, B A G rectus est, suntq; ad punctũ A lineæ A B duæ rectæ A C, A G positæ, facientes angulos deinceps duobus rectis æquales, *c* erit A G ipsi A C in directum. Eandem ob causam est A B ipsi A H in directum. Et quia angulus DBC æqualis est angulo F B A, quod vterque sit rectus, si apponatur communis A B C: *d* erit totus D B A, toti F B C æqualis. Cumque duæ D B, B A, duabus B C, B F æquales sint, altera alteri, & angulus D B A, angulo F B C æqualis; *e* erit & basis A D, basi F C æqualis, & triangulum A B D, triangulo F B C: *f* estque trianguli A B D parallelogrammum B L duplum; habent enim eandem Basim

a prop. 46. 1
b prop. 31. 1.
c prop. 14. 1.
d ax. 2.
e prop. 4. 1.
f prop. 41. 1.

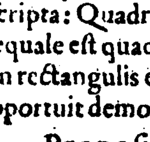
g prop. 41. 1. Basim BD, & sunt in ijsdem parallelis BD, A L. g Trianguli verò F B C duplum est quadratum G B; habent enim eandē basim F B, & sunt in ijsdem parallelis F B, G C; h quæ autem æqualium sunt dupla, æqualia inter se sunt: parallelogrammum ergo BL æquale est GB quadrato. Eodem modo iunctis A E, B K demonstrabitur C L æquale esse quadrato H C: Totum ergo quadratum D B E C æquale est duobus G B, H C quadratis: & est D B E C à B C; ipsa vero G B, H C à B A, A C, descripta: Quadratum ergo à B C descriptū æquale est quadratis à B A, A C descriptis. In rectangulis ergo Triangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

h ax. 1.



Propositio 48. Theor. 35.

Si quadratum ab vno trianguli latere descriptum, æquale fuerit quadratis à reliquis lateribus descriptis angulus à reliquis lateribus contentus, rectus erit.



ESto quadratū à latere B C trianguli ABC descriptum, æquale quadratis à lateribus B A, A C descriptis. Dico angulum B A C

BAC rectum esse. *a* Ducatur enim ab A puncto lineæ A C ad angulos rectos recta AD, & sit *b* AD ipsi AB æqualis, iungaturque D C. Et quia D A, A B æquales sunt, erit & quadratum ab A D descriptum æquale quadrato ab A B descripto. apponatur commune quadratum ab A C descriptum: *c* erunt igitur quadrata ipsarũ DA, A C æqualia quadratis ipsarum B A, A C. Sed quadrata ipsarum D A, A C æqualia sunt quadrato ipsius D C. *d* angulus enim D A C rectus est. Quadratis autem ipsarum AB, A C ponitur æquale quadratum ipsius BC: quadrata ergo ipsarum DC, BC sunt æqualia: ergo & latera. Et cum A D, A B æquales sint, communis A C, igitur duæ D A, A C, duabus B A, A C sunt æquales, & basis D C basi B C: *e* erit ergo & angulus D A C angulo B A C æqualis: Est vero D A C rectus: ergo & B A C rectus erit. Si ergo quadratum, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 11. 1.
b prop. 2. 1.
c ax. 2.
d per struct.
e prop. 8. 1.

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

Definitiones.

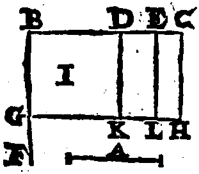
1. Omne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur à duabus rectis lineis angulum rectum comprehendentibus. *Vt in propos. 1. parallelogrammum BH continetur à lineis BC, BG, quæ angulum rectum B continent.*

2. Parallelogrammi spacij vnum eorum, quæ circa diametrum sunt parallelogramnorum, cum duobus cõplementis gnomon vocetur. *Vt in propos. 5. figura CBFGHL contenta parallelogrammis DL, HF, & quadrato DQ.*

Pro-

Propositio I. Theor. I.

Si fuerint dua recta linea, quarum altera secetur in quotcunque partes, rectangulum ab ipsis contentum, æquale erit rectangulis ab insecta, & singulis secta partibus contentis.

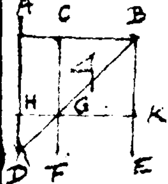


Sint duæ rectæ. A, BC, quarum BC secetur vtcunq; in D, & E. Dico rectangulum lineis A, & BC contentum æquale esse rectangulis contentis A, BD; & A, DE; & A, EC. a Ducatur enim ex B ipsi BC ad angulos rectos BF, fiatq; b ipsi A æqualis BG; & c per G ipsi BC parallela ducatur GH; per D, E, C verò ipsi BG parallelæ ducantur DK, EL, CH. Est autem BH æquale ipsis BK, DL, EH. Nam BH est rectangulum ipsarum A, BC; Continetur enim ipsis BC, BG, & BG est ipsi A æqualis. BK, est rectangulum ipsarum A, BD; Continetur enim rectis GB, BD: siquidem GB ipsi A æqualis est. DL est rectangulum ipsarũ A, DE; nam & DK æqualis est ipsi A. & similiter

a prop. 11. 1.
b prop. 3. 1.
c prop. 31. 1.

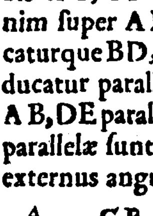
Propositio 4. Theor. 4.

Si recta linea vtcunque secetur, quadratum totius æquale erit & partium quadratis, & rectangulo bis partibus contento.



RECta AB secetur vtcunque in C. Dico quadratum ipsius A B æquale esse quadratis ipsarum AC, CB; & rectangulo bis A C, C B contento. *a* Constituatur enim super A B quadratum A D E B, ducaturque B D; ac *b* per C vtrique A D, E B ducatur parallela C F; per G verò vtrique A B, D E parallela H K. Et *c* quia C F, A D parallelæ sunt in ipsasq; incidit B D, *d* erit externus angulus B G C æqualis interno & opposito A D B: *e* sed ADB est æqualis ipsi CBD; quod & latus BA lateri AD sit æquale; erit igitur & C G B angulus, æqualis G B C angulo. *f* Quare & latus B C lateri C G æquale erit: *g* sed & C B ipsi G K, & C G ipsi K B est æquale; erit ergo & G K ipsi K B æquale: æquilaterum ergo est C G K B. Dico quod & rectangulum, Cum enim CG, B K parallelæ sint,

a prop. 46. 1.
b prop. 31. 1.
c per struct.
d prop. 29. 1
e prop. 5. 1.



f prop. 6. 1.
g prop. 33. 1.

ſint, in ipſaſque incidat C B; erunt *h* anguli KBC, G C B æquales duobus rectis: *i* rectus autem eſt K B C; ergo & GCB rectus erit. *k* Quare & qui ex aduerſo CGK, GKB recti erunt; rectangulũ igitur eſt CGKB. Demonſtratum autem eſt, quod & æquilaterum: quadratum *l* ergo eſt; & eſt à CB deſcriptum. Eandem ob cauſam & H F quadratum eſt; & eſt ab H G deſcriptum, hoc eſt, ab A C. Sunt ergo quadrata H F, CK ab ipſis AC, CB deſcripta. Et quia AG ipſi GE *m* ęquale eſt, eſtq; AG ꝗ A C, C B cõtinetur; ſunt n. GC, C B æquales; erit & GE ęquale A C, CB contento. Ergo A G, GE ęqualia ſunt bis A C, CB cõtento. Sunt autem & H F, C K quadrata ipſarum A C, BC: quatuor ergo H F, C K, A G, G E æqualia ſunt, & quadratis ipſarum A C, CB; & rectangulo bis A C, C B contento. Sed HF, CK, A G, G E conſtituunt totum A D E B, quod eſt quadratum ipſius A B. Quadratum ergo ipſius A B æquale eſt quadratis ipſarum AC, CB, & rectangulo bis A C, C B contento. Si ergo, &c.

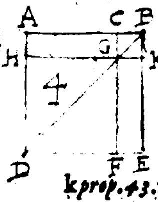
Quod demonſtrare oportuit.

h *prop. 29. 1.*
i *def. 27. 1.*
k *prop. 34. 1.*
l *def. 27. 1.*
m *prop. 43. 1.*

Alia demonstratio.

DIco quadratum ipsius A B æquale esse quadratis partium A C, C B, & rectangulo bis AC, CB contento. In eadem figura, cum BA, A D sint æquales, *a* erunt & anguli ABD, A D B æquales. Et *b* cum omnis trianguli tres anguli æquales sint duobus rectis; erunt & trianguli A B D tres A B D, A D B, B A D æquales duobus rectis. *c* & est B A D rectus: ergo reliqui A B D, A D B vni recto æquales; cumque sint æquales, erit vterq; semirectus. *d* rectus autē est B C G, est namq; æqualis angulo opposito ad A; reliquus ergo C G B semirectus est: *f* igitur æquales sunt CGB, C B G: *g* quare & latera B C, C G æqualia erunt: *h* sed CB æquale est ipsi K G, & CG ipsi B K: ergo CK est æquilaterū; *i* cumq; habeat angulū C B K rectū: quadratū erit CK, & quidem, quod fit ex C B. Eandē ob causam quadratū est F H, estq; æquale illi, quod fit ex AC: sunt ergo CK, H F quadrata; æqualiaq́, quadratis ipsarum A C, CB. Et *k* cum A G, E G æqualia sint, sitque A G id, quod AC, C B continetur, sunt enim C G, C B æquales: ergo E G æquale est contento A C, C B: igitur A G, G E æqualia sunt bis A C, C B

a prop. 5. 1.
b prop. 32. 1
c per struct.
d per struct.
e per 29. 1.
f prop. 32. 1.
g prop. 6. 1.
h prop 33. 1.
i per struct.
k prop. 43. 1

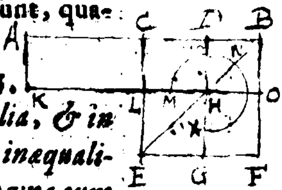


con-

contento. Sunt verò & CK, HF æqualia quadratis ipſarum AC, CB: Ergo CK, HF, AG, GE æqualia ſunt quadratis ipſarum AC, CB; & bis AC, CB contento: ſed CK, HF, AG, GE totum AE conſtituunt, quod eſt ipſius AB quadratum, Ergo quadratũ ipſius AB æquale eſt quadratis ipſarum AC, CB, & rectangulo bis AC, CB contento. Quod oportuit demonſtrare,

Corollarium.

Ex his manifeſtum eſt in quadratis ſpaciis illa quæ circa diametrum ſunt, quadrata eſſe.



Propoſ. 5. Theor. 5.

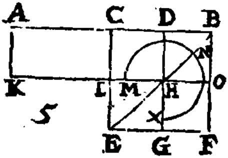
Si recta linea ſecetur in æqualia, & in inæqualia, erit rectangulum inæqualibus totius partibus contẽtum una cum quadrato lineæ, quæ inter ſectiones interiicitur æquale ei, quod à dimidia ſit quadrata.

Recta AB *a* ſecetur in æqualia ad C; in inæqualia ad D. Dico contentũ AD, DB rectangulum cum quadrato quod ex CD, ęquale eſſe quadrato ipſius CB, *b* Deſcribatur enim ſuper BC quadratũ CEFB; &

a *prop.10.1.*

b *prop.46.1*

e prop. 46. 1 &ducatur BE; *c* atq; per D vtriq; CE, BF ducatur parallela DG: per H verò vtriq; CB, EF parallela KO. Rursusque per A vtriq; CL, BO parallela AK; & cum com-
d prop. 43. 1 plementa CH, HF *d* æqualia sint, si addatur commune DO; erit totum CO, toti DF ęquale. Sed CO ęquale est AL; quod & AC ipsi CB sit æqualis: erit igitur & AL ipsi DF æquale: si addatur cõmune CH, erit AH



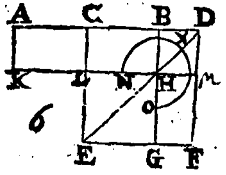
ipsis DF, DL æquale: sed AH, contento
e Coroll. 4. prop. 2. AD, DB est æquale; *e* est enim & DH ipsi DB ęqualis: FD, DL autem sunt gnomon
f ax. 1. MNX: *f* ergo gnomon MNX est æqualis AD, DB contento. Si LG commune, quod est æquale quadrato ex CD, addatur: erunt MNX gnomon, & LG æqualia contento AD, DB, & illi quod ex CD fit quadrato. Sed gnomon MNX, & LG continent totum CEFB quadratum, quod est quadratum ex CB: ergo AD, DB contẽtum, cum quadrato quod fit ex CD, æquale est quadrato ipsius CB. Si ergo recta linea secteur, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro

Propos. 6. Theor. 6.

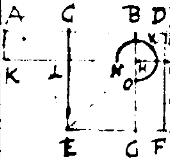
Si recta linea bisecetur, eiq; in directum quædam recta adiiciatur, erit rectangulum, quod fit ex tota composita, & adiecta, unà cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato quod fit ex dimidia & adiecta.

Recta A B bisecetur in C, adiiciaturq; ei quędam B D in directum. Dico rectangulum A D, D B contentum, cum quadrato rectæ C B, æquale esse quadrato quod fit ex C D. *a* Describatur enim super C D quadratum C E F D; ducaturq; *a prop. 46. 1*



6

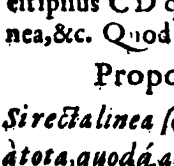
D E. & *b* per B quigem utriq; E C, D F parallela ducatũ B G: per H verò utrique A D, E F parallela K M. Item per A utriq; C L, D M parallela A K. Cum igitur A C æqualis sit rectæ C B; erit & A L æquale ipsi C H: sed C H *c* æquale est ipsi H F: ergo & A L, ęquale est ipsi H F. Commune addatur C M: *d* totũ ergo A M gnomoni N X O erit æquale: sed A M est quod continetur A D, D B (est *e* enim D M æqua- *b prop. 31. 1.* *c prop. 43. 1* *d ax. 2.* *e def. 17.*



qualis ipsi D B):&gnomon N X O æqualis est A D,D B contento. Commune addatur L G, quod est æquale quadrato rectæ C B: ergo contentum A D,D B, cum quadrato ipsius B C, æquale est gnomoni N X O,& L G,Sed gnomon NXO,& L G sunt quadratum C E F D, quod est quadratum ipsius C D: ergo quod A D, DB cõtinetur,cũ quadrato ipsius B C,æquale est ipsius C D quadrato. Si ergo recta linea,&c. Quod oportuit demonstrare.

Propos.7.Theor.7.

Si recta linea secetur vtcumque, quod à tota, quodq́; ab vna partium fit, vtraque quadrata, æqualia sunt ei, quod bis à tota & dicta parte fit rectangulo, vna cum alterius partis quadrato.



Recta AB secetur vtcumque in C. Dico quadrata, quæ ex A B, C B fiunt, æqualia esse bis AB, BC contento, & quadrato quod fit ex A C. *a* Describatur enim super A B quadratum A D E B, & figura * construatur. Et

a prop.46.1

* *Vt in præcedentibus.*

Et quia A G, G E ęqualia sunt, si commune C F addatur, erunt tota A F, C E æqualia: vtraq; ergo A F, C E dupla sunt ipsius A F: sed A F, C E sunt gnomon K L M & C F quadratum: gnomon ergo K L M, & C F dupla sunt ipsius A F. Est vero eiusdem A F duplum bis A B, B C contẽtum; *b* sunt enim, B F, B C æquales. Gnomon ergo K L M, & C F æquantur bis A B, B C contento. Commune addatur D G, quod est quadratũ ex A C: gnomon ergo KLM, & quadrata B G, G D æquantur bis A B, B C contento, & quadrato quod ex A C. Sed gnomon KLM, & quadrata BG, GD sunt totum A D E B, & C F; quæ sunt ex A B, B C quadrata. Quadrata ergo ex AB, B C æquantur bis A B, B C contento, & quadrato ex A C: si ergo, recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare. b *def. 27.*

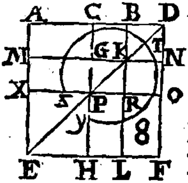
Propos. 8. Theor. 8.

Si recta linea secetur vtcumq;, rectangulum quater tota, & vna parte contentum, cum quadrato alterius partis, æquale est quadrato à tota & dicta parte, tanquam ab vna linea descripto.

Recta

RECta AB sit secta vtcumque in C. Dico rectangulum quater AB, BC contentum, cum eo, quod fit ex AC quadrato æquale esse quadrato, quod fit ex AB, BC, tanquam ex vna linea. Producatur enim AB in directum, & sit BD æqualis CB; & *a* super AD constituatur quadratum AEFD, & dupla figura construatur. Quia igitur CB ipsis BD; GK; BD verò ipsi KN æqualis est; erunt & GK, KN æquales. Ob eandem causam, erunt PR, RO æquales. Cumque tam BC, BD; quam GK, KN æquales sint; *b* erũt etiam tam CK, KD: quam GR, RN æqualia; sed CK, RN *c* sunt æqualia (sunt enim complementa parallelogrammi CO) igitur & KD, GR æqualia erunt. Quatuor ergo DK, CK, GR, RN æqualia sunt: quatuor ergo illa sunt quadruplicia ipsi' CK. Rursus cum CB ipsi BD; BD *d* ipsi BK, hoc est, ipsi CG; & CB ipsi GK, hoc est, ipsi GP æqualis sit, erit CG ipsi GP æqualis. Et cum CG ipsi GP; & PR ipsi RO æqualis sit; erit & AG ipsi MP; & PL ipsi RF æquale. Sed MP, PL sunt *e* æqualia,

a prop. 46. 1



b prop. 36. 1

c prop. 43. 1

d corol. 4. 2.

e def. 27.

e prop. 43. 1

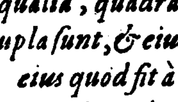
lia, quippe parallelogrammi ML comple-
menta, erunt & A G, R F æqualia. Qua-
tuor ergo A G, M P, PL, R F sunt æqualia;
quatuor ergo illa quadruplicia sunt ipsius
A G, Ostensa autē sunt & C K, K D, G R,
R N ipsius C K quadruplicia: ergo octo illa
quæ gnomonē S T Y continēt, quadrupla
sunt ipsius AK: & cum AK contento AB,
BD sit ęquale, est enim BK, ipsi BD ęqua-
lis. erit quater A B, B D contentum, qua-
druplum ipsius A K. ostensus est autem &
gnomō S T Y quadruplex ipsi' A K. Quod
ergo quater AB, BD continetur, ęquale est
gnomoni S T Y. Commune addatur X H
(quod æquale est quadrato ex A C) quater
ergo A B, B D contentum rectangulum,
cum quadrato quod fit ex A C, æquale est
gnomoni S T Y, & X H. Sed gnomon &
X H sunt A E F D quadratum; quod est
quadratum ex A D: ergo quater A B, B D
contentum rectangulum, cum quadrato
ex A C, est æquale illi, quod fit ex A D
quadrato, hoc est, quod fit ex A B, B C
tanquam ex vna linea. Si ergo recta li-
nea, &c. Quod oportuit de-
monstrare.

Pro-

Propos.9. Theor.9.

Si recta linea secetur in æqualia, & non æqualia, quadrata partiũ inæqualium dupla sunt, & eius quod fit à dimidia, & eius quod fit à linea, quæ inter sectiones intercipitur quadrati.

9

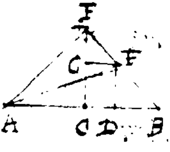


SEcetur recta AB in C æqualiter, in D inæqualiter. Dico quadrata ex A D, D B dupla esse eorum, quæ ex A C, C D fiunt. *a* Ducatur ex C ipsi AB ad angulos rectos E C, quæ sit vtrique A C, C B æqualis, ducanturque E A, E B. Atque per D ipsi E C agatur parallela D F: per F verò ipsi A B parallela F G iungaturque A F. Et quia A C, C E æquales sunt; *b* erunt & anguli E A C, A E C æquales. Et cum angulus ad C rectus sit; *c* erunt reliqui A E C, E A C vni recto æquales, ideoque semirecti. Eandem ob causam C E B, E B C semirecti erunt: vnde totus A E B rectus erit. Cumque G E F semirectus sit; *d* rectus E G F (est enim interno & opposito E C B æqualis) *e* erit reliquus E F G semirectus: Ergo

a prop.11.1.
b prop.5.1.
c prop.32.1.
d prop.29.1
e prop.32.1.

Ergo G E F ipsi E F G est æqualis; *e* quare & latus E G lateri F G æquale erit. Rursus cum angul[b] ad B semirectus sit; rectus F D B (est enim æqualis interno & opposito E C B) erit reliquus B F D semirectus. Est ergo angulus ad B æqualis D F B angulo. *f* Quare & latus B F lateri D B æquale erit: Et cum A C, C E æquales sint, erunt & quadrata ex A C, C E æqualia: dupla ergo sunt quadrato ex A C: *g* æquale autem est quadratis ex A C, C E quadratum ex E A (nam angulus A C E rectus est) est igitur quod ex E A duplũ eius quod ex A C. Rursus cum E G, G F æquales sint; erunt & quæ ex E G, G F quadrata æqualia: dupla ergo sunt eius quod fit ex G F: Et *h* æqualia eius, quod ex E F: ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex G F quadrati (sunt autem G F, C D æquales) ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex C D. Est autem & quod ex A E duplum eius, quod ex A C: ergo quadrata quæ ex A E, E F dupla sunt eorum, quæ ex A C; C D. Quadratis autem ex A E, F F, *i* æquale est quod ex A F (est enim angulus A E F rectus) ergo quod ex A F quadratum duplum est eorum, quæ ex A C, C D: ei autem, quod ex A F *k* æqualia sunt quæ ex A B, D F

e prop. 23. 1.
f prop. 6. 1.
g prop. 6. 1.
h prop. 47. 1
i prop. 47. 1
k prop. 47. 1
l prop. 47. 1.



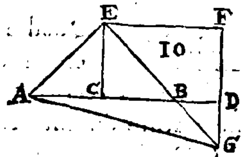
fiunt (nam angulus ad D rectus est) igitur quæ ex A D, D F dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D quadratorum (sunt autem D F, D B æquales) ergo quæ ex A D, D B quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 10. Theor. 10.

Si recta linea bisecetur, eiq; in rectum quædam alia adiiciatur; quæ à tota cum adiecta, & ab adiecta fiunt quadrata, dupla erunt quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & à composita ex dimidia & adiecta.

Recta AB bisecetur in C, adiiciaturq; ei in rectum B D. Dico quadrata quæ ex AD, DB dupla esse eorum, quæ ex AC, C D. *a* Ducatur enim ex C ipsi A B ad angulos rectos C E; *b* sitq; C E ipsis, AC, CB

a prop.11.1.
b prop.2.1.



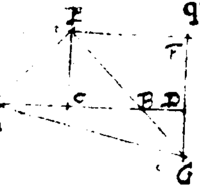
æqualis; & iungantur A E, E B; atq; *c* per E ipsi A D agatur parallela E F. Per D verò ipsi C E parallela D F; & cum in parallelas E C, F D inci-

c prop.31.1.

incidat E F, *d* erunt anguli C E F, E F D æquales duobus rectis: vnde F E B, E F D duobus rectis minores erunt. *e* Quæ autem à minoribus quà sint duo recti producuntur rectæ lineæ, concurrunt: ergo EB, F D ad partes B, D productę concurrent: concurrant in G, iungaturque A G. Et quia A C, C E æquales sunt, *f* erunt & anguli A E C, E A C æquales; *g* & est angulus ad C rectus: ergo E A C, A E C sunt semirecti. Eandem ob causam CEB, EBC semirecti sunt: ergo AEB rectus est: cumque E B C sit semirectus, *h* erit & D B G semirectus: est verò B D G rectus; *i* æqualis enim est angulo D C E, quod sint alterni: reliquus ergo D G B semirectus est: quare anguli D G B, D B G æquales sunt; *k* erunt igitur & latera B D, G D æqualia. Rursus cum E G F semirectus sit: *l* rectus qui ad F (est enim ad C opposito æqualis) erit & FEG semirectus: sunt igitur EGF, F E G æquales. *m* Quare & latera G F, E F æqualia erunt. Cum ergo E C, C A æquales sint; erit & quod ex E C quadratum, æquale ei, quod ex A C: Quadrata ergo quæ ex E C, C A, dupla sunt eius, quod fit ex C A: illis autem, quæ ex C E, C A, *n* æquale est quod ex E A: ergo quod

d prop. 29. 1
e ax. 11.
f prop. 5. 1.
g perstruct.
h prop. 15. 1
i prop. 29. 1.
k prop. 6. 1.
l prop. 34. 1
m prop. 6. 1
n prop. 47. 1

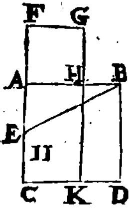
ex EA duplum est eius quod ex AC. Rursus cum GF, EF sint æquales, erunt & quæ ex FG, FE quadrata æqualia. Sunt ergo quæ ex FG, FE dupla eius, quod ex
o prop.47.1 EF: illis autem, quæ ex GF, FE *o* æquale est quod ex EG: ergo quod ex EG duplum est eius, quod ex EF, sunt autem EF, CD æquales: ergo quod ex EG duplum est eius quod ex CD: ostensum est autem id, quod ex EA duplum esse eius quod ex AC: quæ ergo ex AE, EG quadrata dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD:
p prop.47.1 illis autem quæ ex AE, EG *p* æquale est quod ex AG: ergo quod ex AG duplum est eorum, quæ ex AC, CD: ei autem
q prop.47.1 quod ex AG, *q* æqualia sunt, quæ ex AD, DG: ergo quæ ex AD, DG quadrata dupla sunt eorum, quę ex AC, CD, æquales autem sunt DG, DB: ergo quæ AD, DB quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD. Si ergo recta linea bisecetur, &c. Quod oportuit demonstrare.



Propos. 11. Probl. 1.

Datam rectam secare, vt quod tota, & vna parte continetur rectangulum, æquale sit quadrato quod fit ex reliqua parte.

SIt data recta AB, quam oporteat ita secare, vt quod ex tota & vna partium fit rectangulum, æquale sit ei, quod ex altera parte fit quadrato. *a* Describetur ex AB quadratum ABCD, & *b* bisecatur AC in E, iungaturq; BE. producatur CA in F, sitq; EF *c* æqualis rectæ BE. *d* cõstituatur super AF quadratum FH, & producatur GH in K. Dico rectam AB in H sectam esse, vt AB, BH contentum rectangulum, ęquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Cum enim recta AC bisecta sit in E, eique adiecta in directum AF; *e* erit CF, FA contentum, cum eo quod fit ex AE, equale illi quod fit ex EF, sunt autem EF, EB equales: ergo CF, FA contentum, cũ eo quod fit ex AE; æquale est illi, quod ex EB quadrato: sed ei, quod ex EB *f* æqualia sunt, quæ ex BA, AE quadrata (rectus enim est angulus ad A) ergo quod

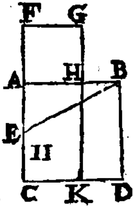


a prop. 46. 1
b *prop. 10. 1.*
c prop. 2. 1
d *prop. 46. 1*
e prop. 6. 2.
f prop. 47. 1.

CF, FA continetur, cum illo quod ex AE quadrato, æquale est illis, q̃ ex BA, AE quadratis: Commune quod ex AE auferatur; reliquum ergo, quod CF, FA continetur, æquale est ei, quod ex AB quadrato. Est

g def. 17.

autem CF, FA contẽtum, ipsum FK (g nam AF, FG sunt æquales) Quod autem fit ex AB, est AD quadratum: ergo FK, AD sunt æqualia. Commune AK auferatur: eruntque reliqua FH, HD æqualia. Est au-



h def. 17.

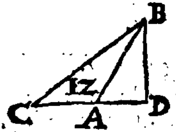
tẽ HD quod AB, BH continetur h (sunt enim AB, BD æquales) FH autẽ est quod fit ex AH quadratũ. Ergo quod AB, BH continetur rectangulum, æquale est quadrato quod ex AH: recta ergo AB secta est in H, vt quod AB, BH continetur rectangulũ æquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Quod facere oportebat.

Propos. 12. Theor. 11.

In triangulis obtusangulis quadratum quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum continentium, rectangulo bis contento & ab vno latere obtusum continen-

tinentia in quod productum perpendicularis cadit, & à linea exterius assumpta à perpendiculari ad angulum obtusum.

SIt triangulum obtusangulum ABC, obtusum angulum habēs BAC. *a* Ducatur ex B ad CA productam perpendicularis BD. Dico quadratum ex BC maius esse eis, quæ ex BA, AC, rectangulo bis CA, AD cōtēto. Cum enim recta CD secta sit vtcūque in A; *b* erit quod ex DC æquale illis, quæ ex CA, AD quadratis; & ei, quod bis CA, AD continetur. Commune addatur, quod ex DB. Ergo quæ ex CD, DB æqualia sunt illis, quæ ex CA, AD, DB quadratis; & illi, quod bis CA, AD continetur; sed illis, quę ex CD, DB quadratis, *c* æquale est, quod ex CB (est enim angulus ad D rectus) illis autem, quę ex AD, DB *d* æquale est, quod ex AB quadratum. Quod igitur ex CB æquale est illis; quæ ex CA, AB quadratis, & rectangulo bis CA, AD contento. In triangulis ergo obtusangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.



a *prop.12.1.*

b *prop.4.2.*

c *prop.47.1.*

d *prop.47.1.*

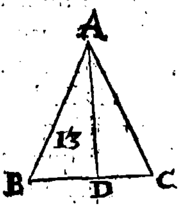
Propos. 13. Theor. 12.

In acutangulis triangulis quadratum lateris acutum angulum subtendentis minus est quadratis acutum continentibus rectangulo bis contento, & ab vno latere acutum continente, in quod perpendicularis cadit, & à linea à perpendiculari intus assumpta ad angulum acutum.

SIt acutangulum triangulum ABC, habēs acutū B: *a* ducatur ab A in BC perpendicularis AD. Dico quadratū quod fit ex A C minus esse illis quæ fiunt ex C B, B A, rectangulo bis C B, B D contento. Cū enim recta C B secta sit vtcumq; in D; *b* erunt quæ ex C B, B D quadrata æqualia bis CB, BD contento, & illi quod ex D C quadrato. Commune addatur, quod ex A D: Ergo quæ ex C B, B D, D A quadrata, æqualia sunt bis C B, B D contento, & quadratis quæ ex A D, D C. Sed illis, quæ ex B D, D A, quale est quod ex A B (est einm angulus ad D rectus) illis

a prop. 12. 1.

b prop. 7. 2.

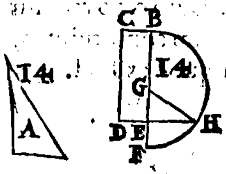


illis verò quę ex AD, DC ęquale est quod ex AC. Ergo quæ ex CB, BA, æqualia sunt & illi quod ex AC quadrato; & illi quod bis CB, BD continetur. Quare quod ex AC quadratum minus est illis, quæ ex CB, BA quadratis, rectangulo bis BC, BD contento. In triangulis ergo acutangulis, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 14. Probl. 2.

Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

ESTO rectilineum A, cui oporteat æquale quadratum constituere. a Fiat rectilineo A æquale parallelogrammum rectangulum BD. Si igitur BE, ED fuerint æquales, factum est quod petitur; erit enim rectilineo A æquale quadratū BD. a prop. 45. 1.



Si non; erit vna ipsarum BE, ED maior. Sit maior BE, quę producatur in F, b fiatque FE, ipsi ED æqualis, c bisecceturque FB in G, & centro G, interuallo GB, aut GF describatur semicirculus BHF, & producatur DE in H, b prop. 2. 1. c prop. 10. 1.

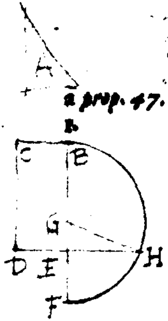
ducaturque G H. Cum itaque recta B F secta sit æqualiter in G, inæqualiter in E; d erit quod B E, E F continetur, cum eo quod ex E G quadrato, æquale ei quod ex G F quadrato. Sunt autem G F, G H æquales. Quod ergo B E, E F continetur cum eo quod ex G E, æquale est illi, quod ex G H; illi verò quod ex G H, a æqualia sunt quæ ex H E, G E quadrata: ergo quod B E, E F continetur, cum eo quod ex G E, æquale est illis, quæ ex H E, G E: Commune auferatur, quod ex G E; & erit reliquum, quod B E, E F continetur, æquale ei, quod ex E H quadrato: sed quod B E, E F continetur est ipsum B D, siquidem E F, E D sunt æquales: parallelogrammum ergo B D æquale est ei quod ex H E quadrato: Est autem B D æquale rectilineo A: ergo rectilineum A æquale est quadrato ex E H descripto. Dato ergo rectilineo A, æquale quadratum constituimus, id nimirum quod ex E H.

Quod facere oportuit.

1 rectangulum

d prop. 5. 2.

a prop. 47.



ELEMENTVM TERTIVM EVCLIDIS.

Definitiones.

1. Æquales circuli sunt, quorum diametri sunt æquales; vel quorum quæ ex centris sunt æquales.

2. Recta linea circulum tangere dicitur, quæ contingens circulum, & producta ipsum non secat. *In figura propos. 16. linea A E tangit circulum A B C. In 18. & 19. D E tangit circulum A B C.*

3. Circuli se tangere dicuntur, qui seipsos contingentes, se ipsos non secant. *Circuli se contingunt aut interius, ut propos. 6. circuli A B C, D E C; aut exterius, ut propos. 12. circuli B A C, D A E.*

4. In

4. In circulo æqualiter à centro distare dicuntur rectæ lineæ, cum à centro ad ipsas perpendiculares ductæ æquales fuerint. *Vt propos. 14. lineæ A B, CD à centro E, æqualiter distant quod E F, E G sint æquales.*

5. Magis distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

6. Portio circuli, est figura quæ recta linea & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt portiones A C B, A E B.*

7. Portionis angulus est, qui recta linea, & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt anguli C A B, E A B, recta A B, & peripheriis C A, E A contenti.*

8. In portione angulus est, cum in circumferentia portionis acceptum punctum fuerit, & ab ipso ad terminos rectæ lineæ, quæ est basis portionis, iunguntur rectæ, angulus inquam his rectis contentus. *Vt in 6. propos. angulus E D F est in portione E D F.*

9. Quando vero lineæ angulum continentes, assumunt peripheriam, in illa insistere angulus dicitur. *Vt in pro-*

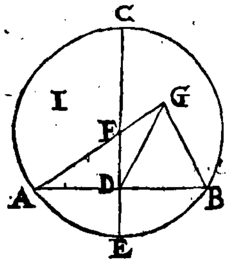
propos. 27. angulus E D F insistit peripheria E F.

10. Sector circuli est, quando angulus ad centrum circuli constiterit, figura contenta rectis lineis angulum cõprehendentibus, & peripheria ab ipsis assumpta. *Vt in propos. 27. sector dicitur figura E H F.*

11. Similes circuli portiones sunt, quę capiunt æquales angulos, aut in quibus anguli æquales consistunt.

Propositio 1. Probl. 1.

Dati circuli centrum inuenire.



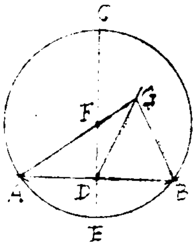
ESto datus circulus A B C, cuius cẽtrum inuenire oporteat. Ducatur quædam recta linea A B vtcunque, *a* bisecceturque in D; atque per D ipsi A B ad *b* angulos rectos erigatur D C, *c* quæ producatur in E, & *d* bisecetur C E in F. Dico F centrum esse circuli A B C. Si non; sit, si fieri potest, G, ducanturque G A, G D,

a *prop. 10. 1.*
b *prop. 11. 1.*
c *postul. 2.*
d *prop. 10. 1.*

GD,GB; & cum AD, DB æquales sint, communis DG; *e* erunt duæ AD, DG, duabus GD, DB æquales, altera alteri; & basis GA æqualis basi GB; sunt enim ex centro G: *g* ergo & anguli ADG,GDB æquales erunt: Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps æquales fecerit, rectus erit vterque angulorũ: rectus ergo est GDB; sed & FDB rectus est; est ergo angulus, FDB æqualis angulo GDB, maior minori, quod fieri nequit. Non ergo G centrum est. Similiter ostendemus quod præter F nullum aliud: F ergo centrum est. Quod inuenire oportuit.

e prop. 8. 1.

f prop. 8. 1. f



Corollarium.

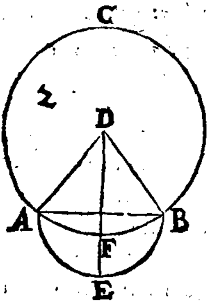
Ex his manifestum est, si in circulo recta quædam rectam quandam bifariam, & ad angulos rectos secet, in secante centrum circuli esse.

Præpositio 2. Theor. 1.

Si in circuli peripheria duo puncta accipiantur, recta illa coniungens intra circulum cadet.

ESto circulus ABC, & in eius peripheria accipiantur quæcunque duo puncta A,B. Dico rectam, quæ ex A in B ducitur

citur intra circulum cadere. Si non: Cadat, si fieri potest, extra, vt A E B, & accipiatur centrum circuli A B C, quod sit D, junganturque D A, D B, & producatur



D F in E. Quia D A, *a* æqualis est ipsi D B; a *def. 15.* *b* erit & angulus b *prop. 5. 1.* D A E angulo D B E æqualis; cumq; trianguli D A E vnum latus A E productũ sit in B, *c* erit angulus D E B maior angulo D A E: c *prop. 16. 1.* æquales sunt autem anguli D A E, D B E, maior ergò est D E B angulus quam D B E; *d* maior autem angulus maius latus subtendit; d *prop. 19.* maius ergo est D B latus, quam D E: *e* at D B ipsi D F æquale est; e *def. 15.* maius ergo est D F, quam D E, minor maiore, quod fieri nequit: Non ergo quæ ex A in B ducitur extra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in ipsam peripheriam; cadet ergo extra.

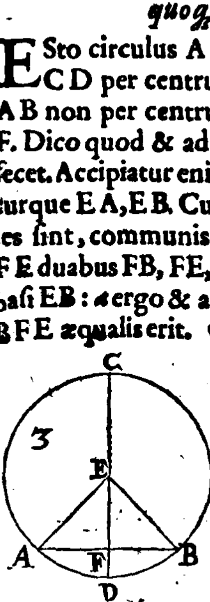
Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propositio 3. Theor. 2.

Si in circulo recta quædam linea per centrum ducta, rectã non per centrum ductam bisecet, & ad angulos rectos ipsam secabit: Et si ad angulos rectos ipsam secet, bifariam quoq; secabit.

ESto circulus ABC, & recta quædam CD per centrum, rectam quandam AB non per centrum ductam bisecet in F. Dico quod & ad angulos rectos ipsam secet. Accipiatur enim centrum E, ducanturque EA, EB. Cumque AF, FB æquales sint, communis FE; erunt duæ AF, FE duabus FB, FE, æquales basisque EA,
a prop. 8. 1. basi EB: *a* ergo & angulus AFE angulo BFE æqualis erit. Cum autem recta super rectã consistens angulos deinceps æquales fecerit, *b* rectus erit vterque æqualium angulorũ:
b def. 10. 1. vterque ergo AFE, BFE rectus erit: ergo CD per centrum ducta bisecat AB non per centrum ductã.



et ad angulos rectos ipsam secabit Sed

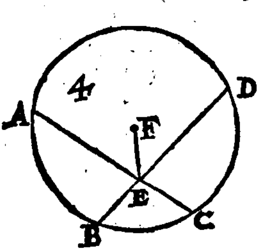
Sed iam CD ad angulos rectos secet ipsã AB; dico & bisecare ipsam, hoc est, AF, FB æquales esse. iisdem constructis, cum EA, EB æquales sint; *c* erunt & anguli EAF, EBF æquales: est autem rectus AFE recto BFE æqualis: duo ergo triangula EAF, EFB, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & vnum latus vni lateri, nempe commune EF, quod vni æqualium angulorum subtenditur, *d* habebit & reliqua latera reliquis æqualia: æquales ergo sunt AF, FB. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 5. 1.

d prop. 26. 1.

Propositio 4. Theor. 3.

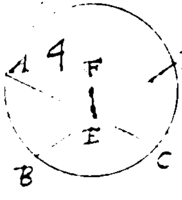
Si in circulo duæ rectæ lineæ se mutuò secent, non per centrum ductæ, se bifariam non secabunt.



Esto circulus ABCD, in eoq; duæ rectæ AC, BD nõ per centrum ductæ, se inuicem in E secẽt. Dico quod se bifariam non secent. Si fieri potest, se bifariam secent; sintq; & AE, EC; & DE, BE æquales; &

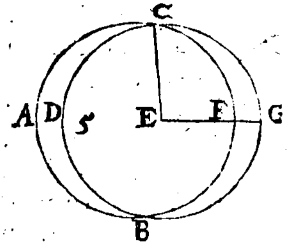
 acci-

accipiatur centrum F ducaturq; FE. Cum ergo recta quædam F E per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum
a prop.3.3. trum ductam bisecet, ad rectos *a* angulos ipsam secabit: angulus ergo F E A rectus est. Rursus cum recta F E, rectam quandam B D non per centrum ductam bise-
b prop.3.3. cet, ad *b* angulos rectos ipsam secabit; rectus ergo est F E B. Ostensus autem est & F E A rectus: ergo FEA, æqualis est FEB, minor maiori, quod fieri nequit: non ergo AC, BD se bifariam secant. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.



Propositio 5. Theor. 4.

Si duo circuli se inuicem secuerint, non erit ipsorum idem centrum.



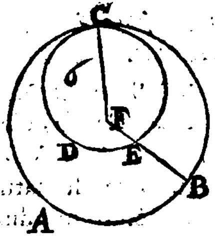
Dvo circuli ABC, CDG se inuicẽ secent in B, & C. dico ipsorum non esse idem centrũ. Si est; Esto E, iungatur EC; & ducatur E F G vtcunque. Et
a def.15.1. quia E centrum est circuli ABC, *a* erit EC

æqua-

æqualis E F. Rurſus quia E centrum eſt circuli C D G *b* erit & E C æqualis E G: *b def. 15. 1.* Oſtenſa eſt autem E C æqualis E F. erit igitur E F æqualis E G, minor maiori. Quod fieri nequit. Non ergo E centrum eſt circulorum A B C, C D G. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 6. Theor. 5.

Si duo circuli interius ſe contingant, non erit illorum idem centrum.

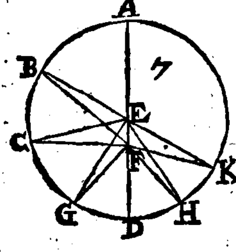


DVO circuli A B C, C D E ſe tangãt interius in C. Dico illorum nõ eſſe idem centrum. Si eſt: Eſto F, iungaturque F C, & ducatur F E B vtcunque. Cum ergo F centrum ſit circuli A B C, *a* erit F C æqualis F B. Et cum F *a def. 15. 1.* centrum etiam ſit circuli C D E, *b* erit F C *b def. 15. 1.* æqualis F E: demonſtrata eſt autem & F C æqualis F B: ergo F E æqualis eſt F B, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo F centrum eſt circulorum A B C, C D E.

Si ergo duo circuli,&c. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 7. Theor. 6.

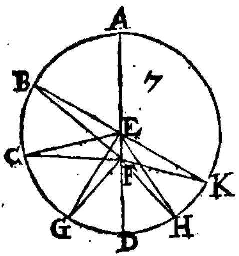
Si in diametro circuli accipiatur punctum, quod centrum non sit, ab eoque in circulum cadant rectæ quædam, maxima erit in qua est centrum; minima reliqua. aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum transit remotiore semper maior est: Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadent ad vtrasque partes ipsius minimæ.



ESTO circulus ABCD, diametrus eius AD, in qua sumatur punctum quoduis F, quod centrum non sit. Centrum autē sit E: Cadant ab F ad circulum rectæ quædam FB, FC, FG. Dico maximam esse FA, minimam FD: aliarum FB maiorem, quam FC; & FC maiorem quā FG.

F G. iungantur enim B E, C E, G E. Et quia omnis trianguli *a* duo latera reliquo maiora sunt, erunt E B, E F maiores B F; Est autem A E ipsi B E æqualis; sunt ergo B E, E F æquales ipsi A F; maior igitur est A F quam B F. Rursus cum B E, C E æquales sint communis E F; erunt duæ B E, E F, duabus C E, E F æquales: sed angulus B E F *b* maior est angulo C E F: erit *c* igitur & basis B F maior basi C F. Eandem ob causam maior est C F, quam F G. Rursus cum G F, F E maiores sint quam E G; & E G, E D æquales; erunt G F, F E maiores quam E D; communis auferatur E F; *d* reliqua ergo G F, reliquâ F D maior erit. Est ergo F A maxima; minima D F; maior autem F B, quam F C, & hæc maior quam F G. Dico secundo, quod ex F duæ tantum æquales ad circulum cadant vtrinque à minima D F. *e* Constituatur enim ad E rectæ E F, angulus F E H ęqualis angulo G E F, ducaturque F H. Cum ergo G E, E H æquales sint, communis E F erunt duæ G E, E F, duabus H E, E F æquales, angulusque G E F, angulo H E F æqualis: *f* igitur & basis F G basi F H erit æqualis. Dico tertio, quod ipsi F G nulla alia æqualis ex F ad circulum

a prop. 20. 1.
b ax. 9.
c prop. 24. 1.
d ax. 5.
e prop. 23. 1.
f prop. 4. 1.



lum cadat. Si enim cadit; Cadat FK. Cum ergo vtraq; FK, FH ipsi FG sit æqualis; g erit & FK ipsi FH æqualis: propinquior ergo ei, quæ est per centrum, æqualis est remotiori, quod fieri nequit. Vel sic. Ducatur EK. Cum ergo GE, EK æquales sint, communis FE, item h basis GF basi FK æqualis; i erit & angulus GEF angulo KEF æqualis: sed GEF æqualis est angulus HEF: ergo & HEF æqualis erit ipsi KEF, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ab F plures vna ipsi GF æquales ad circulum cadunt. Si ergo in diametro, &c. Quod oportuit demonstrare.

g ax. 1.

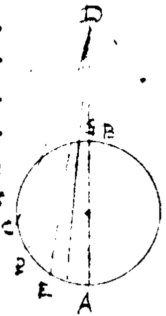
h Def. 15.

i prop. 8. 1.

Propo-

Propositio 8. Theor. 7.

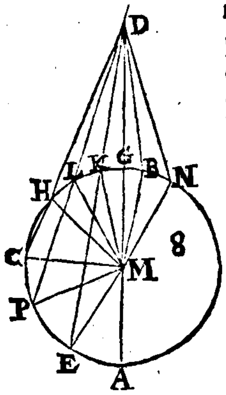
Si extra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum ducantur recta quadam linea, quarum vna per centrum transeat, reliqua vt libet. Earum quidem, qua in cauam peripheriam cadunt, maxima est, qua est per centrum: aliarum verò propinquior ei, qua per centrum, remotiore semper maior est. At earum, qua in conuexam peripheriam cadunt, minima est, qua inter punctum & diametrum interijcitur; aliarum verò, qua propinquior minima semper remotiore minor est. Dua autē tantum aquales à puncto in circulum cadunt ad vtrasq; partes minima.



ESto circulus A B C, extra quem accipiatur punctum D, ab ipsoq; ducantur rectæ quædam ad circulum D A, D E, D P, D C. ducaturque D A per centrum. Dico quod cadentium ad cauam peripheriam A E P C maxima sit, quæ per centrum transit, D A; minima, quæ inter punctum D, & diametrum A G interijci-

 tur,

tur, quæ est D G; maior autem DE, quam D P, & hæc maior quam D C. Earum verò quæ in conuexam peripheriam HLKG cadunt semper propinquior MINIMÆ D G, minor est remotiore, hoc est, DK minor est quam DL, & hæc minor quam DH. Accipiatur centrum M, iunganturque M E, M P, M C, M H, M L, K M. Et cum A M, E M a æquales sint, communis addatur M D, eritque A D æqualis vtrisque E M, M D; sed E M, M D b maiores sunt quam E D: ergo & A D maior est quam E D. Rursus M E, M P æquales sunt, cõmunis addatur MD; eruntq; EM, MD æquales ipsis PM, MD: sed angulus E M D maior est angulo P M D: c ergo & basis E D maior est basi P D. Similiter ostẽdemus P D maiorẽ esse C D. Maxima ergo est D A; maior D E quam DP, & D P maior quam DC. Cumque M K, K D d maiores sint quam M D; & M G æqualis M K; e erit reliqua K D maior



a def. 15.
b prop. 20. 1.
c prop. 24. 1.
d prop. 20. 1.
e ax. 5.

maior reliquâ G D: Quare G D minor est quam K D, est enim omnium minima. Et quia lineæ MK, KD à terminis lateris MD intra triangulum M L D constitutæ sunt, *f* erunt illæ minores quam M L, L D: sunt autem M K, M L æquales: ergo reliqua D K minor est, reliquâ D L. Eodem modo ostendemus D L minorem esse D H. Minima ergo est DG; minor autem D K quam D L, & D L minor quam DH. Deinde dico, quod à puncto D tantum duæ æquales in circulum cadant ad vtrasque partes minimæ. *g* Constituatur ad M lineæ M D angulo K M D æqualis D M B, ducaturque D B. Cum ergo M K, M B æquales sint, MD cõmunis; erunt duę KM, M D, duabus B M, M D æquales, altera alteri, sunt verò & anguli K M D, B M D æquales, *h* erunt igitur & bases D K, D B æquales. Dico tertio rectæ D K à puncto D ad circulum æqualem aliam non cadere, Si enim potest, cadat D N. Cum ergo D K sit æqualis D N; & ipsi D K æqualis D B; erit *i* & D B ipsi D N æqualis, propinquior minimæ remotiori, quod fieri non posse demonstratum est. Aliter. Ducatur M N. Cum igitur K M, æqualis sit M N, communis M D, & basis D K æqua-

f prop. 21. 1.

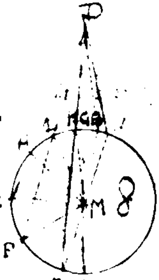
g prop. 23. 1

h prop. 4. 1.

i ax. 1.

 lis

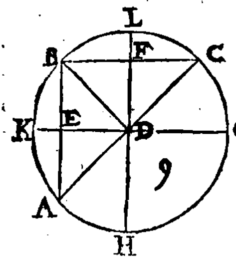
k prop. 8. 1. lis basi D N, *k* erit & angulus K M D angulo D M N æqualis: sed K M D æqualis est angulo B M D: ergo & B M D æqualis erit N M D, minor maiori; quod fieri nequit: Non ergo plures quam duę à puncto D ad circulum A B C æquales ad vtrasque partes D G cadunt. Si ergo extra circulum, &c. Quod demonstrare oportuit.



Propos. 9. Theor. 8.

Si intra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum plures quam duæ æquales rectæ cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

ESto intra circulum A B C acceptum punctum D, ab eoque ad circulum A B C plures quam duæ rectæ æquales cadant, nempe D A, D B, D C. Dico D centrum esse circuli ABC. iungantur AB, B C. bisecenturque in E & F, & iunctæ E D, D F, producantur in G, K: & H, L.



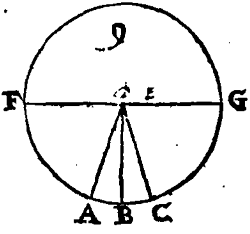
Cum ergo A E æqualis sit E B, communis E D:

E D, erunt duę A E, E D, duabus BE, ED æquales; est *a* verò & basis D A basi D B æqualis: erit *b* igitur & angulus A E D angulo B E D æqualis: *c* rectus ergo vterq; est; secat *d* ergo G K ipsam AB bifariam, & ad angulos rectos. Et quia, *e* quando in circulo recta rectam secat bifariam & ad angulos rectos, in secante centrum est circuli, erit in G K centrum circuli ABC. Eadem ratione centrum erit in H L: & nullum aliud commune punctum habent rectæ G K, H L præter D: est ergo D centrum circuli ABC. Si ergo intra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *ex hypothesi.*
b *prop. 8. 1.*
c *def. 10. 1.*
d *prop. 3.*
e *cor. prop. 1. 3.*

Aliter.

INtra circulum ABC sumatur punctum D, ab eoque ad circulum plures quam duæ rectæ æquales cadant, D A, DB, DC. Dico D esse centrum circuli ABC. Si non est. Esto E, & iuncta D E producatur in F & G.

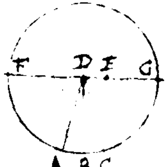


a Est autem F G diametrus circuli A B C. Cum ergo in diametro F G acceptum sit pun-

a *def. 17. 1.*

punctum D, quod centrum circuli non est; *b* erit D G maxima; maior autem D C quam D B, & D B maior quam D A; sed & æquales sunt; quod fieri non potest. E ergo centrum circuli A B C non est. Similiter ostẽdemus quod præter D aliud nullum: D ergo centrum est circuli.

b prop. 7.3.



Propos. 10. Theor. 9.

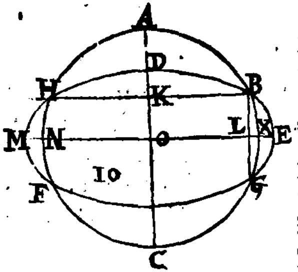
Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non secat.

SI fieri potest secet circul' ABC circulũ DEF in pluribus punctis quã duob', vt in B, G, F, H, iunctęq; BG, BH *a* bisecẽtur in K & L; atq; ex K, & L ipsis BG, BH ad *b* angulos rectos ductæ K C, L M, in A, & E producantur. Cũ ergo in circulo A B C recta quædam AC, rectam quandam B H bifariam, & ad angulos rectos secet, *c* erit in A C centrum circuli ABC. Rursus cum in eodem circulo A B C recta quædã N X rectam

a prop. 10. 1.

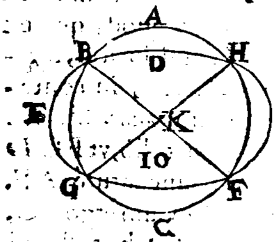
b prop. 11. 1.

c prop. 3. 3.



rectam quandam B G bifariam, & ad angulos rectos secet, *d* erit in N X centrum circuli A B C. Demonstratum autem est quod & in AC; atqui in nullo alio puncto rectæ A C, N X concurrunt, quam in O: est ergo O centrum circuli A B C. Similiter demonstrabimus centrũ circuli D E F in O esse: duorum ergo circulorum ABC, DEF se inuicem secantium idem est centrum O: *e* quod fieri nequit. Non ergo circulus circulum, &c. d *prop.3.3.* e *prop.5.3.*

Aliter. Circulus ABC circulum D E F, in pluribus quam duobus punctis secet, vt in B, G, H, F, Accipiatur circuli A B C



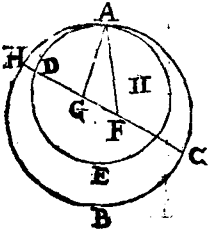
centrum K, iunganturque K F, KG, KB. Cum ergo intra circulum D E F acceptum sit punctũ K, ab eoque ad circulum D E F cadant plures quã duæ rectæ æquales K B, K F, K G, *a* erit K centrum circuli D E F: sed est etiam centrum circuli ABC: Duorum ergo circulorum se secantium idem est centrum; *b* quod fieri non potest. Non ergo circulus circulum in pluribus quam duo- a *prop.9.3.* b *prop.5.3.*

duobus punctis secat. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 13. Theor. 16.

Si duo circuli se interius contingant, recta linea eorum centra coniungens, si producatur, cadet in contactum circulorum.

DVo circuli ABC, ADE interius se contingant in A. Accipiatur circuli quidem ABC centrum F; circuli verò ADE centrum G. Dico quod, quæ ex G in F ducitur, si producatur, in contactum cadat. Si non. Cadat aliò, vt FGDH, iunganturq; AF, AG.



Cum ergo AG, GF *a* maiores sint quam FA, hoc est, quã FH (æqualis enim est FA, ipsi FH, est enim vtraque ex centro) auferatur communis FG: reliqua ergo AG maior erit reliquâ GH: est autem AG, ipsi GD *b* æqualis: erit ergo GD maior ipsa GH, minor maiore. quod fieri non potest. Non ergo

a prop. 20. 1.

b def. 15. 1.

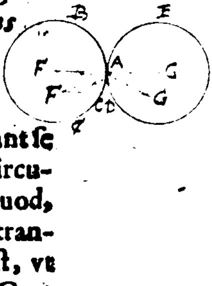
ergo quæ ex F in G ducitur, extra conta-ctum A cadet. Ergo in ipsum.

Aliter. Cadat vt G F C, quæ in H producatur, iunganturq́; A G, A F. Quia ergo A G, G F *c* maiores sunt quam A F: sed A F *d* æqualis est C F, hoc est, F H: communis auferatur F G; eritque A G, quam reliquâ G H maior: hoc est, G D maior erit, quam G H; minor quam maior; quod fieri non potest. Idem absurdum demonstrabimus si maioris centrum sit extra minorem circulum. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 20. 1
d def. 15.

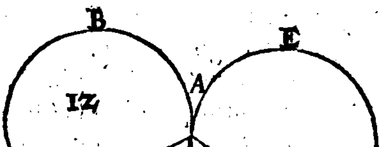
Propos. 12. Theor. 11.

Si duo circuli sese exterius contingant recta ipsorum centra coniungens per contactum transibit.



DVo circuli A B C, A D E tangant se exterius in A. accipianturque circulorum centra quæ sint F, G. Dico, quod, quæ F, G iungit, per contactum A transeat. Si non: transeat, si fieri potest, vt F C D G; & iungantur A F, A G. Cum igitur F centrum sit circuli A B C; *a* erit F A, æqualis F C: Et cum G sit centrum circu-

a def. 15.



circuli A D E, erit & G A ipsi G D æqualis. Ostensa est autem & F A æqualis F C. Sunt ergo F A, A G ipsis F C, D G æquales. Quare tota F G maior erit ipsis F A, A G: sed & *b* minor est: quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur aliorsum quam per A contactum transit. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 20. 1.

Propos. 13. Theor. 12.

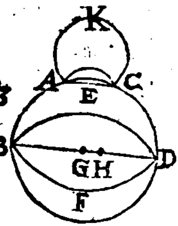
Circulus circulum in pluribus punctis vno non tangit, siue interius, siue exterius tangat.

SI fieri potest, tangat primo circulus A B D C circulum E B F D interius in pluribus quam vno punctis, vt in B, D: &

& sumatur circuli A B D C centrum G: circuli E B F D centrum H: ergo recta centra G, H iungens *a* cadet in contactus B, D; cadat & B G H D. Cum igitur G sit cẽtrum circuli A B D C; erit B G æqualis ipsi G D; maior igitur est B G quam H D: multo ergo maior B H, quam H D. Rursus cum sit H centrum circuli E B F D, æqualis erit B H ipsi H D: ostensa est autem multò illa maior, quod fieri nequit: Non igitur circulus circulum interius pluribus quam vno puncto tangit. Dico quod neque exterius. Si enim fieri potest, tangat circulus A C K circulum A B D C exterius in pluribus punctis vno, vt in A, & C, iunganturque A, C. Cum ergo in peripheria circulorum A B D C, A C K accepta sint quæcunque puncta A, & C, *a* cadet recta illa coniungens intra vtrumque circulum. Sed cadit quidẽ in circulum A B D C; extra verò circulum A C K. *b* Quod est absurdum. Non ergo circulus circulũ extra in pluribus punctis vno tangit. osten-

a prop. 11. 3.

13



a prop. 2. 3.

b prop. 2. 3.

 sum

sum est autum quod neque interius. Circulus ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 14. Theor. 13.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant. Et, quæ æqualiter à centro distant, æquales sunt.

SVnto in circulo A B D C rectæ A B, C D, æquales. Dico eas æqualiter à centro distare. Esto centrum E, à *a* quo ad rectas A B, C D perpendiculares ducantur E F, E G, & iungantur AE, EC. Cum ergo recta EF per cētrum ducta, rectam quandam A B non per centrum ductam, ad angulos rectos secet; *b* & bifariam eam secabit: æquales ergo sunt A F, F B: Ergo A B dupla est ipsius A F. Ob eandem causam est C D dupla ipsius CG: *e* æquales ergo sunt A F, C G: cum igitur *d* & AE, E C æquales sint,

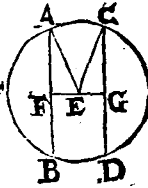
a prop.12.1.

b prop.3.3.

d definit. huius.

e ax.7.

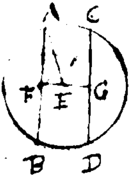
14



Sunt: e erunt & quadrata ipsarum A E, E C æqualia. Sunt autem ei quadrato f quod ex A E, æqualia quæ ex AF, EF (est enim angulus ad F rectus) ei autem, quod ex E C æqualia sunt, quę ex E G, G C (nam & angulus ad G rectus est.) Sunt ergo quæ ex A F, E F æqualia illis, quæ ex C G, G E. Cũ ergo quod ex A F, æquale sit illi, quod ex G C (sunt enim A F, C G æquales) erit & reliquum, quod ex F E, reliquo quod ex E G, æquale: sunt ergo E F, E G æquales. f prop. 47 1.

g In circulo autẽ æqualiter à centro abesse dicuntur rectæ, quando perpendiculares ex centro ad ipsas ductæ, æquales fuerint. g def. 4. 3.

Sed iam distent A B, C D æqualiter à centro, hoc est, E F, E G sint æquales. Dico A B, C D æquales esse. iisdem constructis, demonstrabimus, vt prius, A B duplam esse ipsius A F, & C D ipsius C G. Cumque A E, C E æquales sint; erunt & earum quadrata æqualia. h Sunt verò ei, quod ex A E æqualia, quę ex E F, F A: & ei, quod ex C E, illa quæ ex E G, G C: ergo quæ ex E F, F A, sunt illis quæ ex E G, G C æqualia. Cum autem ei quod ex E G æquale sit quod ex E F (sunt enim E G, E F æquales) erit & reliquum, quod ex A F, reliquo, h prop. 47 1.



quod ex C G, æquale. æquales ergo ſunt AF, C G. Eſt autem ipſius A F dupla AB; & ipſius C G dupla C D; æquales ergo ſunt A B, C D. In circulo ergo æquales rectæ, &c. quod oportuit demonſtrare.

19

Propoſ. 15. Theor. 14.

In circulo maxima eſt diametrus: aliarum verò ſemper quæ propinquior eſt centro remotiore maior eſt.

ESto circulus A B C D, cuius diametrus A D, centrum E; propinquior diametro B C, remotior ſit F G. Dico maximam eſſe, A D, maiorem BC, quã F G. *a* Ducantur enim à centro ad B C, F G perpendiculares EH, EK. Et quia B C propinquior eſt centro, remotior F G: *b* maior erit E K, quam E H. *c* Ponatur ipſi E H æqualis E L; & per L *d* ducatur ipſi E K ad angulos rectos L M; qua ducta in N iungantur E M, E N, E F, E G. Cum ergo E H ipſi E L ſit æqualis, *e* erit & B C ipſi M N æqua-

a *prop.* 12. 1.

b *def.* 5. 3.
c *prop.* 2. 1.
d *prop.* 11. 1.

æqualis. Rursus cum A E ipsi E M; e E D verò ipsi E N sit æqualis; erit & A D ipsis M E, N E æqualis: sed f M E, N E ipsa M N maiores sunt: erit ergo & A D maior quã M N. Et quia duæ M E, E N, duabus F E, E G æquales sunt; angulus verò M E N maior angulo F E G: g erit & basis M N maior basi F G: sed M N ostensa est æqualis B C: ergo & B C maior est quam F G. Maxima ergo est diametrus; maior B C quam F G. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

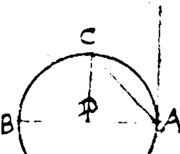
e prop. 14. 3

f prop. 20. 1

g prop 24. 1

Propos. 16. Theor. 15.

Quæ diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locũ, qui inter rectam lineam & peripheriam interiicitur, alia recta non cadit. Et semicirculi angulus omni acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

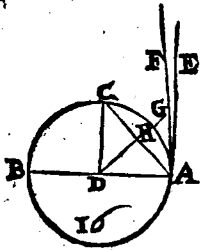


ESto circulus A B C circa centrum D, & diametrum A B. Dico rectã lineam ab A ipsi A B ad angulos rectos ductam extra circulum cadere. Si non cadat, si fieri potest, intra, vt A C, & iungatur D C.

Cum Ergo D A fit æqualis DC, erit & angulus D A C angulo A C D æqualis: est autem D A C * rectus, rectus ergo erit & A C D: sunt ergo D A C, A C D duobus rectis æquales, *a* quod fieri nequit: Non ergo quę ab A puncto ipsi B A ad angulos rectos ducitur, intra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in peripheriam: ergo extra cadit, vt A E.

* *ex hypothesi.*

a prop. 32. 1.



Dico secundò, in locum inter AE, & peripheriam CHA interiectum, aliam rectam non cadere. Si potest: Cadat, vt F A, ducaturque ex D ipsi F A perpendicularis D G. Et cum angulus A G D rectus sit, *b* minor recto D A G; *c* erit A D maior quam D G: est autem D A æqualis ipsi D H; maior ergo est D H, quam D G, minor maiore; quod fieri nequit. Non ergo in locum rectâ A E, & peripheria C H A interceptum, alia recta cadit. Dico tertiò angulum semicirculi recta A B, & peripheria C H A contentum, omni acuto rectilineo maiorem esse; reliquum verò peripheria C H A, & rectâ A E contentum,

b prop. 32. 1.
c prop. 19. 1.

tarum, minorum. Si enim est aliquis angulus maior contento rectâ B A, & peripheria C H A; minor verò contento peripheria C H A, & rectâ A E, cadet inter peripheriam C H A, & rectam A E linea recta, quæ faciat angulum maiorem rectâ B A, & peripheria C H A contentum (qui rectis lineis contineatur) minorem verò peripheria C H A, & recta A E contentum: at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior sit angulo recta B A, & peripheria C H A contento; neq; minor, CHA, & A E contento.

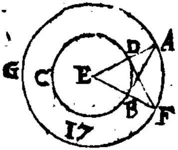
Corollarium.

Ex his manifestum est rectam, quæ diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, circulum tangere. & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: siquidem quæ circulo in duobus punctis occurrunt, intra circulum cadere osten- *a prop. 2. 3.*
sum est. Quæ ergo diametro, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 17. Probl. 2.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.

Esto punctum datum A, circulus datus B C D. Oporteat autem ex puncto A rectã ducere, quæ circulum B C D tangat.



Accipiatur cẽtrum circuli E, ducaturque A E, & centro E, interuallo E A describatur circulus

a prop. 11. 1. A F G, & ex D rectæ E A ad a angulos rectos ducatur D F, iunganturq; E B F, A B. Dico à puncto A rectam A B ductam esse, quę circulum B C D tangat. Cum enim E centrum sit circulorum B C D, A F G;

b def. 15. 1. b erunt tam E A, E F, quam E D, E B æquales; duæ ergo A E, E B duabus F E, E D æquales sunt, habentque angulum E

c prop. 4. 1. communẽ: c erit igitur basis D F basi A B æqualis; & triangulum D E F, triangulo E B A æquale; reliquique anguli reliquis: est igitur ipsi E D F ęqualis E B A; at E D F rectus est; erit igitur & E B A rectus. Est

d corol. propos. 16. 3. verò E B ex centro: d quæ autem diametro circuli ad rectos ducitur recta linea, tangit circulum: tangit ergo A B circulum. A dato ergo puncto, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propositio 18. Theor. 16.

Si circulum tangat linea quædam recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.

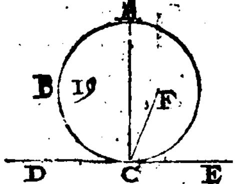
TAngat recta quędam DE circulum ABC in C, sumaturq; centrum F, atque ab F ad C ducatur FC. Dico FC ad DE perpendicularem esse. Si non: ducatur ab F ad DE perpendicularis FG. Cum ergo angulus FGC rectus sit; *a* erit GCF acutus; *b* cumque maiori angulo maius latus subtendatur, erit linea FC maior, quam FG: Est verò FC *c* æqualis ipsi FB: maior est ergo FB, quam FG, minor maiore, quod est absurdum: non ergo FG ad DE perpendicularis est: Similiter ostendemus præter FC nullam aliam: FC ergo ad DE est perpendicularis.

a *prop.32.1.*
b *prop.19.1.*
c *def.15.*

Si ergo circulum tangat, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 19. Theor. 17.

Si recta linea circulum tangat, & à tactu tangenti recta quædam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.



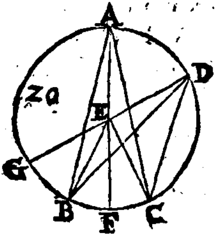
TANGAT circulum ABC recta DE in C, & ex C ipsi DE ad angulos rectos ducatur CA. Dico in CA esse centrum circuli. Si non: sit, si fieri potest, F, iungaturque CF. Cum ergo circulum ABC tangat recta DE, & à centro ad tactum ducta sit FC, a erit FC ad DE perpendicularis: angulus ergo FCE rectus est: est verò & ACE rectus: æqualis ergo est angulus FCE, angulo ACE, minor maiori; quod est absurdum: F ergo centrum circuli ABC non est. Similiter ostendemus nullum aliud esse, præter id quod in AC. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 18. 3

Pro-

Propoſitio 20. Theor. 18.

In circulo angulus ad centrum duplus eſt anguli ad peripheriam, quando eandem peripheriam pro baſi habent.



ESTO in circulo A B C angulus ad centrum B E C, ad peripheriã BAC, ſitque vtriuſque baſis peripheria B C. Dico angulũ B E C duplum eſſe anguli B A C. iuncta enim A E producatur in F. Cum *a* ergo E A æqualis ſit ipſi E B; erit & angulus E A B æqualis angulo E B A: Sunt ergo E A B, E B A dupli ipſius E A B: eſt *b* autem B E F æqualis duobus E A B, E B A: Eſt ergo B E F duplus ipſius E A B. ob eandem cauſam eſt angulus F E C duplus anguli E A C: totus ergo B E C totius BAC duplus eſt. Sit alter angulus BDC, iunctaque D E producatur in G; & ſimiliter demonſtrabimus angulum GEC duplum eſſe anguli E D C: quorum G E B duplus eſt ipſius EDB: reliquus ergo BEC

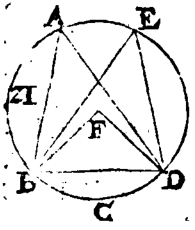
a *def. 15. 1.*

b *prop. 32. 1.*

duplus erit reliqui BDC. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 21. Theor. 19.

In circulo qui in eadem portione sunt anguli, æquales sunt.



SINT in portione BAED circuli ABCD anguli BAD, BED. Dico illos æquales esse. Accipiatur centrum F; ducanturque BF, FD. Et quia angulus BFD ad centrum est; angulus BAD ad peripheriam, habentque basim eandem peripheriam BCD: a erit angulus BFD duplus anguli BAD. Ob eandem causam erit angulus BFD duplus anguli BED; Sunt ergo BAD, BED æquales. In circulo ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

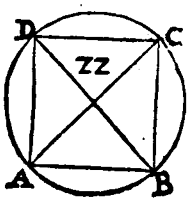
a prop. 20. 3.

Propositio 22. Theor. 20.

Quadrilaterorum in circulo descriptorum anguli, qui ex aduerso, duobus rectis æquales sunt.

Sit

SIt in circulo A B C D quadrilaterum A B C D. Dico angulos ex aduerso esse



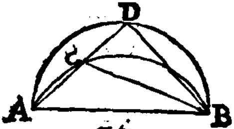
æquales duobus rectis. Ducantur A C, B D. a Quia ergo omnis trianguli tres anguli duob' rectis sunt æquales; erunt & trianguli A B C tres C A B, A B C, B C A duobus rectis æquales. Est autem C A B b æqualis B D C angulo (sunt enim in eadem portione B A D C:) & A C B ipsi A D B (sunt enim in portione A D C B:) totus ergo A D C duobus B A C, A C B æqualis est: Communis addatur ABC duobus BAC, ACB simul: & vni A D C seorsim; eruntque A B C, B A C, A C B duobus ABC, ADC æquales. c sed A B C, B A C, A C B æquales sunt duobus rectis: erunt ergo & ABC, A D C æquales duobus rectis. Similiter ostendemus & B A D, D C B æquales esse duobus rectis. Quadrilaterorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 32. 1.
b prop. 21. 3.
b prop. 32. 1.

Pro-

Propositio 23. Theor. 21.

Super eadem recta linea duæ circulorum portiones similes, & inæquales ad easdem partes, non constituentur.



SI fieri potest, cõstituantur super eadem recta AB duæ circulorũ portiones similes, & inæquales ad easdem partes, ACB, ADB; ductaque ACD iungantur CB, BD. Cum ergo portio ACB similis sit portioni ADB, *a* similes autem portiones æquales angulos capiant, erunt anguli ACB, ADB, æquales, externus & internus oppositus, *b* quod fieri nequit. Non ergo super eadem, &c. Quod oportuit demonstrare.

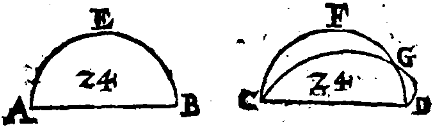
a def. 11. 3.
b prop. 16. 1.

Propositio 24. Theor. 22.

Super æqualibus rectis lineis similes circulorum portiones, æquales sunt.

SInt super æqualibus rectis AB, CD similes circulorum portiones AEB, CFD.

CFD. Dico illas esse æquales. Congruente enim portione AEB portioni CFD,



positoque A puncto super C, & recta AB super CD, congruet & B ipsi D, quod AB, CD æquales sint. Congruente autem recta AB rectæ CD; congruet & portio AEB portioni CFD. Quod si recta quidem AB congruat rectæ CD; portio verò AEB, portioni CFD non congruat; sed aliò cadat, vt CGD, secabit circulus circulum in pluribus quam duobus locis vt in C, G, D, *a* quod fieri nequit. Non ergo congruente recta AB rectæ CD, non congruet portio AEB, portioni CFD: Congruet ergo, *b* adeoque æqualis illi erit. Si ergo super, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop. 10. 3.*

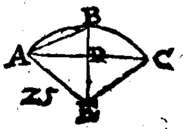
b *def. 8. 3.*

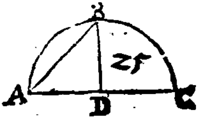
Propositio 25. Probl. 3.

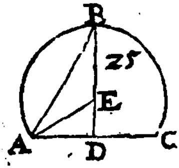
Data portione circuli, describere circulum cuius est portio.

Sit data circuli portio ABC, oporteatque describere circulum; cuius ABC sit

a prop. 10.1. sit portio. a Bisecetur A C in D; & ex D
b prop. 11. b ducatur ipsi A C ad angulos rectos D B,







iungaturque A B. Angulus ergo ABD, angulo B A D aut est maior, aut æqualis, aut minor.
c prop. 23.1. Sit primo maior, c constituaturque ad A rectæ A B angulus B A E æqualis angulo ABD, producaturque DB ad E, & iungatur EC. Cum itaque angulus A B E sit æqualis an-
d prop. 6.1. gulo B A E, d erit & E B æqualis ipsi A E; & cum A D æqualis sit ipsi D C, si communis D E addatur, erunt duæ A D, D E, duabus C D, D E æquales, altera alteri; & angulus A D E angulo C D E æqualis; est
e prop. 4. 1. enim vterque rectus; e ergo & basis A E basi C E æqualis erit. Sed ipsi A E demõstrata est B E æqualis; erit ergo & B E æqualis ipsi C E: tres ergo A E, E B, E C æ-
f prop. 9. 3. quales sunt: f circulus ergo centro E, & interuallo vna ipsarum A E, E B, E C descriptus, transibit etiam per reliqua portionis

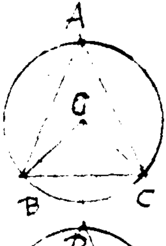
tionis puncta, & circulus descriptus erit. Circuli ergo portione data, descriptus est circulus, cuius est portio; & cum centrum extra portionẽ cadat, manifestũ est portionem minorẽ esse semicirculo. Similiter si ABD angulus, fuerit æqualis angulo BAD, *g* erit AD æqualis vtrique BD, DC; ergo tres DA, DB, DC ęquales sunt, & D centrum circuli, portioque semicirculus. Si vero angulus ABD minor fuerit angulo BAD, *h* constituatur ad A rectæ BA angulus BAE æqualis angulo ABD, cadetque centrum in DB lineam intra portionem ABC, & erit portio ABC semicirculo maior. Si ergo ducatur EC ostẽdetur vt in prima figura tres BE, EA, EC esse æquales. Data ergo portione circuli, descriptus est circulus, cuius est portio, quod oportuit facere.

g *ex structura, ex prop. 6.1.*

h *prop. 23.1.*

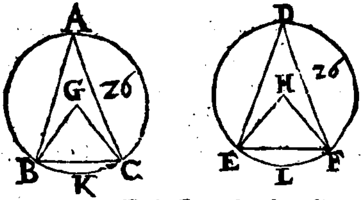
Præpositio 26. Theor. 23.

In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus peripheriis insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.



IN circulis æqualibus ABC, DEF æquales insistant anguli ad centra, BGC, EHF;

EHF; ad peripherias BAC, EDF. Dico peripherias BKC, ELF æquales esse.



Iungantur BC, EF. Et quia circuli æquales sunt, *a* erunt & quæ ex centris æquales. Duæ ergo BG, GC, duabus EH, HF æquales sunt: sed & anguli G, H æquales sunt; *b* ergo & bases BC, EF æquales erũt. Et quia anguli ad A, D ęquales ponuntur, *c* erunt portiones BAC, EDF similes, & sunt in æqualibus rectis BC, EF, *d* quæ autem circulorum portiones similes in æqualibus sunt rectis lineis, æquales sunt: portiones ergo BAC, EDF æquales sunt: Sunt verò & toti circuli æquales; reliqua ergo peripheria BKC, reliquæ ELF æqualis est. In æqualibus ergo, &c. Quod demonstrare oportuit.

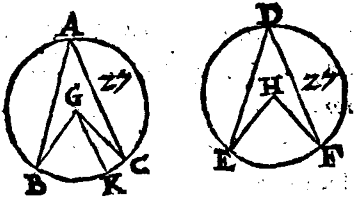
a *def. 1. 3.*
b *prop. 4. 1.*
c *def. 11. 3.*
d *prop. 24. 1*

Pro-

Propositio 27. Theor. 24.

In æqualibus circulis anguli qui æqualibus insistunt peripheriis, æquales sunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN æqualibus circulis ABC, DEF æqualibus peripheriis BC, EF insistant



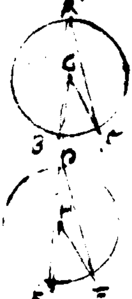
anguli ad centra BGC; EHF; ad peripherias BAC, EDF. Dico tam angulos BGC, EHF, quam BAC, EDF æquales esse. Si enim BGC, EHF æquales sunt, *a* perspicuum est & BAC, EDF æquales esse. Si non sunt: erit vnus maior. Sit maior BGC: & *b* constituatur ad punctum G rectæ BG angulus BGK æqualis angulo EHF: *c* anguli autem æquales æqualibus peripheriis insistunt, cum sunt ad centra: peripheria ergo BK æqualis erit peripheriæ EF: sed & EF æqualis est BC: ergo & ipsi BC æqualis erit BK, mi-

a prop. 20. h.
b prop. 23. l.
c prop. 26. h.

nor maiori; quod fieri non potest: Non ergo anguli B G C, E H F inæquales sunt: æquales ergo. d Estque angulus ad A anguli B G C; & angulus ad D anguli E H F dimidius: e Sunt ergo & anguli ad A, D æquales. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

d prop. 20. 3.

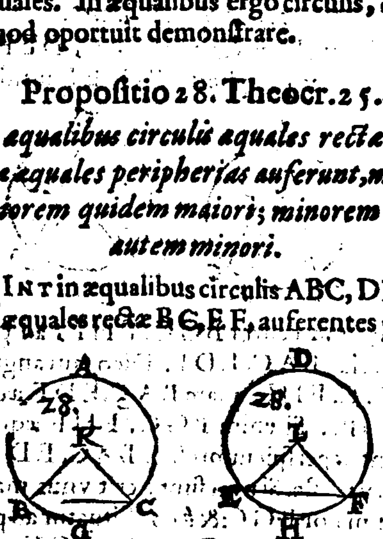
e ax. 7. 1.



Propositio 28. Theorem. 25.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori; minorem autem minori.

SINT in æqualibus circulis ABC, DEF æquales rectæ B C, E F, auferentes pe-



ripherias maiores B A C, E D F; minores B G C, E H F. Dico tam maiores peripherias, quam minores æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & ducantur K B, K C; E L, L F; & sunt circuli

culi æquales; *a* ergo & quæ ex centris æquales erunt: igitur duæ BK, KC, duabus EL, LF æquales sunt; sed & bases BC, EF æquales sunt: *b* erunt ergo & anguli BKC, ELF æquales: *c* æquales autem anguli æqualibus peripheriis insistunt cum fuerint ad centra; ergo peripheriæ BGC, EHF æquales sunt; sed & toti circuli sunt æquales; reliquæ ergo peripheriæ BAC, EDF æquales quoque erunt. Si ergo in æqualibus circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

a def. 1. 3.
b prop. 8. 1.
c prop. 26. 3

Propositio 29. Theor. 26.

In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.

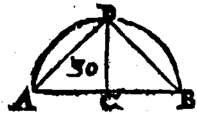
Accipiantur in æqualib⁹ circulis ABC, DEF æquales peripheriæ, BGC, EHF, & ducantur rectæ BC, EF: Dico rectas BC, EF æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & iungantur BK, KC; EL, LF; Cum ergo peripheriæ BGC, EHF æquales sint, *a* erunt & anguli, BKC, ELF æquales; & cum circuli æquales sint; *b* erunt, & quæ ex centris æquales: Duæ ergo BK, KC, duabus EL, LF æquales sunt, continentq;

fig. vide pag. præced.
a prop. 27. 3
b def. 1. 3.

c prop. 4. 1. æquales angulos; c ergo & bases B C, E F æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 30. Probl. 4.

Datam peripheriam bifariam secare.



a prop. 10. 1.
b prop. 11. 1.

ESto data peripheria A D B, quam bisecare oporteat ducatur A B, a bisecetur que in C; & à b puncto C ducatur ipsi A B ad angulos rectos C D, iunganturq; A D, D B. Et quia A C æqualis est C B, communis C D; erũt duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales, & angulus A C D angulo B C D æqualis, est enim vterque rectus; c erit ergo & basis A D basi D B æqualis; d æquales autẽ rectæ æquales peripherias auferunt, maiorẽ maiori, & minorem minori, estq; vtraq; peripheriarum A D, D B minor semicirculo, quare peripheria A D æqualis est peripheriæ D B: data ergo peripheria bisecta est. Quod oportuit facere.

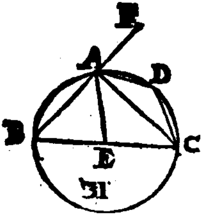
c prop. 4. 1.
d prop. 29. 3.

Propositio 31. Theor. 27.

In circulo angulus, qui in semicirculo, rectus est; qui in portione maiore minor;

nor; qui in minore maior recto est. Insuper maioris portionis angulus maior recto; minoris recto minor est.

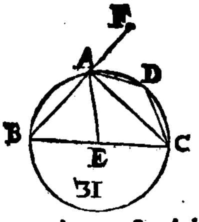
ESto circulus A B C D, diametrus B C, centrũ E, & iungantur B A, A C, A D, D C. Dico angulum B A C in semicirculo, rectum esse. A B C, qui est in portione maiore semicirculo, minorẽ; A D C, qui est in portione minore, maiorẽ recto.



Ducatur A E, producaturq; B A in F. Et quia BE, EA æquales sunt, *a* erunt & anguli E A B, E B A æquales. Rursus, quia E A, E C æquales sunt, erũt & anguli A C E, C A E æquales: totus ergo B A C duobus A B C, A C B æqualis est. *b* Est verò & F A C externus duobus A B C, A C B æqualis: æquales ergo sunt B A C, F A C; *c* ergo rectus vterque. Quare angulus B A C in semicirculo B A C rect⁹ est. *d* Et quia trianguli A B C duo anguli A B C, B A C duobus rectis minores sunt; B A C autẽ rectus est; erit A B C minor recto; & est in portione A B C maiori semicirculo. Rursus quia A B C D in

a prop. 5. 1.
b prop. 32. 1.
c def. 10. 1.
d prop. 17. 1.

e prop. 22. 3. circulo quadrilaterũ est; e quadrilaterorũ autẽ in circulo descriptorũ, qui ex aduerso



anguli duobus rectis æquales sunt; erunt A B C, A D C duobus rectis æquales; & est A B C minor recto; reliquus ergo A D C maior; & est in portione minore semicirculo. Dico præterea maioris portionis angulũ contentum peripheria A B C, & recta A C maiorem esse recto; minoris verò portionis peripheria A D C, & recta A C contentum, minorem. Quod per se apparet. Cum enim angulus rectis B A, A C cõtentus rectus sit, erit qui peripheria A B C, & recta A C continetur maior recto. Et cum angulus rectis A C, A F cõtentus, rectus sit; erit recta A C, & peripheria A D C cõtentus, minor recto. Aliter demõstratur B A C rectũ esse. Angulus A E C duplus est anguli B A E, g æqualis enim est duobus internis

g prop. 32. 1. & oppositis. Est verò & A E B duplus anguli E A C: anguli ergo A E B, A E C dupli sunt anguli B A C; at A E B, A E C æquales sunt duobus rectis: ergo B A C rectus est.

Corol-

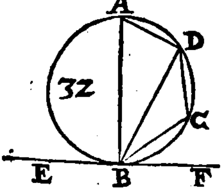
Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo vnus angulus duobus sit æqualis, eum rectum esse, quod etiam, qui est ei deinceps, duobus rectis æqualis sit: *f* cum autem anguli deinceps æquales fuerint, recti sunt. *f def. 10. 1.*

Propos. 32. Theor. 28.

Si circulum quædam recta tetigerit, & à tactu ducatur recta circulum secans, erunt anguli quos ad tangentem facit, æquales illis, qui in alternis circuli portionibus consistunt.

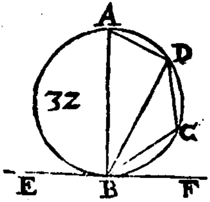
TAngat circulum ABCD recta quædam BF, in B; à quo ducatur alia BD secans circulũ. Dico angulos, quos BD cum tangente facit, æquales esse illis, qui sunt in alternis circuli portionib⁹: hoc est, angulum FBD



æqualem esse illi, qui est in portione DAB: angulum verò EBD illi, qui est in portione DCB. *a* Ducatur enim ex B ipsi EF ad angulos rectos BA, & accipiatur in peripe- *a prop. 11. 1.*

ripheria B D quoduis punctum C, & ducantur A D, D C, C B; & quia circulum tangit recta quędam E F in B, & à tactu B ducta est tangenti ad angulos rectos B A, *b* erit in B A centrũ circuli: *c* angulus ergo A D B in semicirculo existens, rectus est:

b *prop 19.1.*
c *prop.31.3.*



reliqui ergo B A D, A B D vni recto æquales. Sed & A B F rectus est, æqualis ergo angulis B A D, A B D; communis A B D auferatũ: ergo reliquus D B F erit æqualis reliquo B A D in alterna circuli portione existẽti. Et quia A B C D quadrilaterum est in circulo descriptum, *d* erunt anguli oppositi duobus rectis æquales: erunt ergo anguli D B F, D B E ęquales angulis B A D, B C D; quorũ B A D ostensus est æqualis D B F; erit ergo & reliquus D B E, reliquo D C B in alterna circuli portione D E B existẽs æqualis. Si ergo circulum recta quędam, &c.

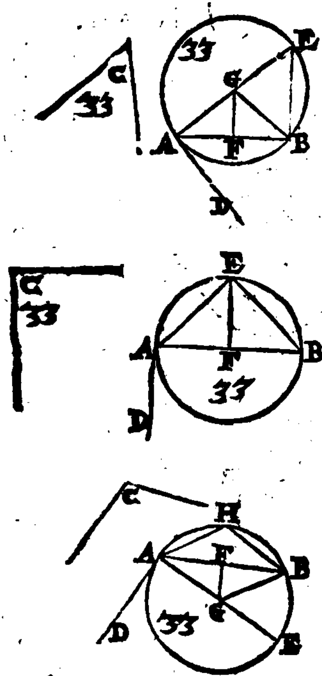
d *prop.22.3*

Quod oportuit demonstrare.

Pro-

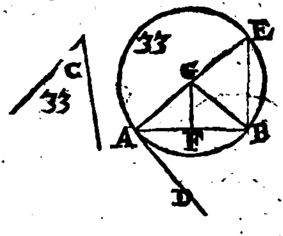
Propos. 33. Probl. 5.

Super data recta describere portionem circuli, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilinio.

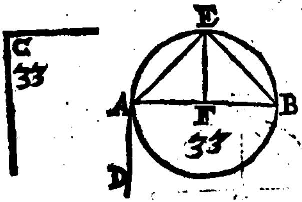


Sit data recta linea A B, datus angulus rectilineus C, & oporteat super A B portionẽ circuli describere, quæ angulum æqualem angulo C capiat. Angulus ergo C, aut acutus, aut rectus, aut obtusus est. Sit primo acutus, vt in prima descriptione. a Cõstituatur a prop. 23. 1.
ad A pũctum rectæ A B angulus B A D, æqualis angulo C, qui acutus

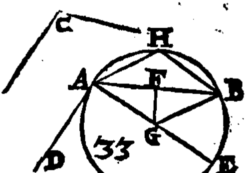
b prop. 11. 1. tus erit. Ex *b* A ducatur A E ad angulos re-
c prop. 10. 1 ctos ipsi A D; atque A B in F *c* bisecetur.
d prop. 11. 1



Ex F *d* ducatur F G ad angulos rectos ipsi A B, ducaturq; B G. Et quia A F æqualis est F B, communis F G; erũt duæ A F, F G, duabus F B, F G æquales, angulusque A F G angulo G F B æqualis;



e prop. 4. 1. *e* erit ergo & basis A G basi B G æqualis. circulus ergo centro G, interuallo A G descript⁹ trãsibit etiam per B. Describatur, & sit A B E, iungaturque E B.* Cum itaque diametro A E ab extremitate A ad angulos rectos sit ducta A D *f* tanget ipsa circulum; cumque

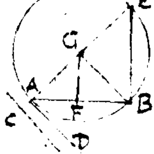


* qua in 1. fig. ex incuria omissa est.

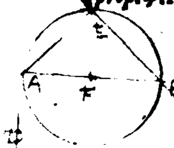
f prop. cor. 16. 3.

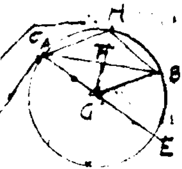
que circulum ABE recta quędam AD tāgat, sitque à tactu A in circulum ducta recta AB; *g* erit angulus DAB æqualis angulo AEB in alterna sectione AEB existenti: sed DAB est æqualis angulo C: igitur & angulus C æqualis erit AEB angulo. Super data ergo recta AB portio circuli descripta est capiens angulum AEB. æqualem angulo C. Sit iam angulus C rectus, sitque rursus super AB portio circuli capiens angulum recto C æqualem describenda*h*. Fiat angulus BAD angulo C æqualis, vt in 2. descriptione: *i* AB in F bisecetur; & centro F, interuallo FA, aut FB describatur AEB circulus. *k* Tangit igitur recta AD circulum, quod angulus BAD rectus sit: sed angulus BAD æqualis est & angulo C; *l* & angulo AEB in alterna sectione: erit igitur & AEB, angulo C æqualis. Descripta ergo est super AB portio circuli AEB capiens angulū AEB æqualem angulo C. Sit tertio angulus C obtusus. *m* ponatur ei ad A rectæ AB æqualis BAD, vt in tertia descriptione, *n* ducaturq; rectæ AD ad angulos rectos recta AE; & AB in F *o* bisecetur, cui ex F ad *p* angulos rectos ducatur FG, & iungatur GB. Cum itaq; AF æqualis sit FB, com-

g *prop.* 33.3.
h *prop.* 23.1.
i *prop.* 10.1.
k *cor. prop.* 16.1.
l *prop.* 33.3.
m *prop.* 23.1
n *prop.* 11.1.
o *prop.* 10.1.
p *prop.* 11.1.



communis F G; erunt duæ F G, A F, duabus F G, B F æquales, & angulus A F G
e prop. 4.1. angulo B F G æqualis: e erit igitur & basis A G basi B G æqualis. Circulus ergo centro G, interuallo A F descriptus transibit etiam per B, transeat vt A E B. quia ergo diametro A E ab extremitate A ad
r coroll. prop. 15.3 angulos rectos ducta est A D, r tanget illa circulũ; & cum à tactu A in circulum ducta
s prop. 32.3. sit A B, s erit angulus B A D æqualis angulo A H B, qui est in alterna portione circuli A H B. Sed angulus B A D æqualis est angulo C. erit ergo & angulus A H B in alterna portione æqualis angulo C. super data ergo recta A B descripta est portio circuli A H B capiens angulum æqualem angulo C. quod oportuit facere.



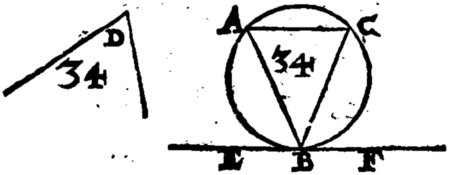


Propos. 34. Probl. 6.

A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ESto datus circulus A B C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem à circulo A B C portionem auferre, quę capiat angulum, angulo D æqualem. Ducatur E F tangens circulum in B. a Consti-
a prop. 23.1.

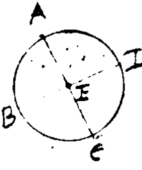
tua-



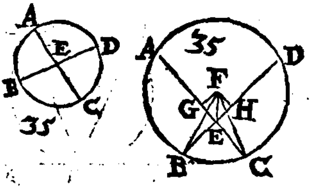
tuaturq́; ad B rectæ E F angulus F B C æqualis angulo D. Cum ergo circulũ ABC tangat recta E F, & à tactu B ducta sit BC, *b* erit angulus F B C ęqualis angulo B A C in alterna portione B A C constituto: sed angulus F B C æqualis est angulo D: erit igitur & B A C in alterna sectione eidem angulo D æqualis. à dato ergo circulo A B C ablata est portio B A C capiens angulum æqualem dato angulo D. quod oportebat facere. b *prop. 32. 3.*

Propos. 35. Theor. 29.

Si in circulo duæ rectæ se inuicem secẽt, erit rectangulum portionibus vnius contentum, æquale portionibus alterius contento.



SEcent in circulo A B C D se inuicem duæ rectæ A C, B D in E. Dico rectangulum A E, E C contentum, æquale esse D E, E B contento. Si igitur A C, B D per cen-



centrum transseant, perspicuum est cum A E, E C: D E, EB ęquales sint; etiam AE, EC contentum, ęquale esse, DE, EB contento. Quod si per centrum nō transseant; accipiatur centrum F, ab eoque ad rectas

a prop. 21. 1. AC, DB *a* ducantur perpendiculares FG, FH, iunganturq́; FB, FC, FE. Et quia recta quædam GF per centrum ducta, rectā quandam A C non per centrum ductam

b prop. 3. 3. ad angulos rectos secat, & *b* bifariam illam secabit: æquales ergo sunt AG, GC. Cum igitur recta A C in G æqualiter, in E inæ-

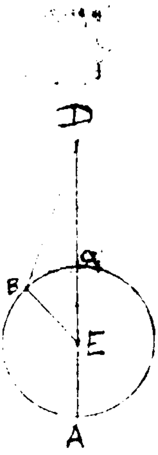
c prop. 5. 2. qualiter secta sit; *c* erit quod AE, EC continetur rectangulũ, cum quadrato quod ex E G æquale quadrato quod ex G C, si cõmune, quod ex G F, addatur, erit quod AE, EC continetur, cum illis, quæ ex GE, G F quadratis, æquale illis, quæ ex C G,

d prop. 47. 1 GF. *d* Sed illis, quæ ex CG, GF æquale est, quod ex F C: illis verò, quæ ex G E, G F, æquale est, quod ex F E: ergo quod A E, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale

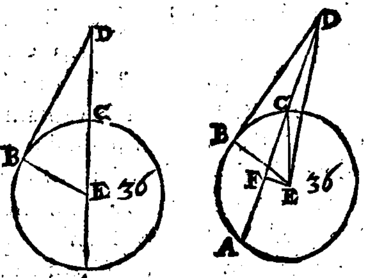
æquale est ei, quod ex F C (æqualis autem est F C ipsi F B) ergo quod A E, E C continetur, cum illo quod ex E F, æquale est ei, quod ex F B. Ob eandem causam erit quod D E, E B continetur, cum illo quod ex F E æquale ei quod ex F B. ostensum est autem & id, quod AE, EC continetur, cum eo quod ex F E, æquale esse ei, quod ex F B: ergo quod A E, E C continetur cum illo quod ex F E, æquale est illi quod DE, EB continetur, cum illo quod ex FE quadrato; commune, quod ex F E, auferatur; & erit reliquum A E, E C contentum, æquale reliquo D E, E B contento. Si ergo in circulo, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 36. Theor. 30.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq́; in circulum duæ rectæ lineæ cadant, quarum vna circulum secet, altera tangat, rectangulum tota secante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuam peripheriam est, erit æquale tangentis quadrato.



EXtra circulum A B C sumatur quoduis punctum D, ab eoq́; ad circulum



cadant duæ rectæ D C A, D B; quarum D C A circulum secet, D B tangat. *Dico* rectangulum A D, C D contentum, æquale esse quadrato, quod fit ex DB. Träsit autem D C A per centrum, aut non. Transeat primo per centrum quod sit E.

a prop.18.3 Ducta ergo E B, *a* erit angulus E B D rectus. Et quia recta A C bisecatur in E, eiq; *b prop.6.2.* apposita est, in directum C D; *b* erit quod A D, D C continetur: cum eo, quod ex E C æquale ei, quod ex E D; est vero E C æqualis ipsi EB: ergo quod A D, DC continetur rectangulũ, cum quadrato quod ex EB, æquale est ei, quod ex ED, quadrato. *c prop.47.1* *c* Est autem quod ex E D æquale illis, quæ ex E B, B D quadratis, quod angulus E B D rectus sit. Ergo quod A D, D C continetur, cum eo quod ex E B; æquale est illis, quæ ex E B, B D; commune, quod ex ex E B tollatur, eritque quod A D, D C continetur, æquale ei quod ex Tangente D B quadrato.

Sed iam D C A non transeat per centrum, accipiaturque centrum E, *d* ab eoq; ad A C perpendicularis ducatur F E, iunganturq; E B, E C, E D; *e* erit ergo angulus E B D rectus. Et cum recta quædam E F per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam secet, *f* ad rectos angulos illam, & bifariam secabit; sunt ergo A F, F C æquales. Et quia recta A C bisecatur in F, eiq; in directum additur C D, *g* erit quod A D, D C continetur, cum illo quod ex F C, æquale ei quod ex F D: Commune, quod ex F E, addatur, & erit quod A D, D C continetur, cum illis quæ ex F C, F E, æquale illis, quæ ex F D, F E: illis autẽ, quę ex D F, F E, *h* æquale est, quod ex D E (est enim angulus E F D rectus): illis verò, quæ ex C F, F E, æquale est, quod ex C E. Ergo quod A D, D C continetur cum illo quod ex E C, æquale est ei, quod ex E D, *i* est autem E C æqualis ipsi E B: Ergo quod A D, D C continetur, cum illo quod ex E B, æquale est ei, quod ex E D: ei autem quod ex *k* E D æqualia sunt quæ ex E B, B D, cum angulus

d prop. 11. 1.
e prop. 18. 3.
f prop. 3. 3.
g prop. 6. 2.
h prop. 47. 1.
i def. 15. 1.
k prop. 47. 1.

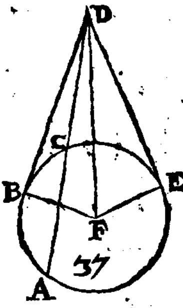
EBD sit rectus: ergo quod AD, DC continetur cum eo quod ex EB, æquale est illis, quæ ex EB, BD; Commune, quod ex EB tollatur, & erit quod AD, DC continetur rectangulum, æquale quadrato ex tangentis DB. Si ergo extra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 37. Theor. 31.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoque in circulum duæ rectæ cadant; quarum una circulum secet; altera incidat; sit autem quod tota secante, & ea parte, quæ inter punctum & curuam peripheriam est, continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit ab incidente, tanget incidens circulum.

SVmatur extra circulum A B C punctum D, ab eoque in circulum cadant duę rectę D C A, D B; quarum D C A secet, D B incidat circulo. Sit autem quod A D, D C continetur rectangulum, ęquale quadrato quod fit ex DB. Dico DB circulum tangere. a Ducatur enim D E circulum tangens, sumptoq; centro F, iungan-

a prop. 17. 3.



ganturFE,FB,FD, b & erit angulus FED rectus. Et quia DE tangit, DCA secat circulum; c erit quód AD, DC continetur æquale ei quod ex DE; ponitur auté & quod AD, DC continetur, æquale ei quod ex DB. ergo quod ex DE æquale est ei, quod ex DB; æquales sunt ergo DE, DB; d sunt verò & FE, FB æquales: duæ igitur DE, EF, duabus DB, BF æquales sunt; & basis FD communis; e angulus ergo DEF æqualis est angulo DBF: est autem DEF rectus; ergo & DBF rectus est. Et FB, si producatur, est diametrus, f quæ autem diametro ad angulos rectos ducitur ab extremitate, circulum tangit. Idem demonstrabitur pari modo si centrum sit in AC. Si ergo extra circulum, &c. quod oportuit demonstrare.

b prop. 18. 3
c prop. 36. 3
d def. 15. 1.
e prop. 8. 1.
f cor. prop 16. 3.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

Definitiones.

1. Figura rectilinea figuræ rectilineæ inscribi dicitur, cum singuli inscriptæ anguli, singula latera eius, cui inscribitur, tangunt.
2. Similiter figura figuræ circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ, singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangunt.
3. Figura rectilinea circulo inscribi dicitur; cum singuli anguli inscriptæ tãgunt pheripheriam circuli. *Ita prop. 2. triangulum A B C; sexta quadratum A B C D circulo inscriptum vides.*
4. Figura rectilinea circulo circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ circuli peripheriam tangũt. *Ita prop. 4. triangulum A B C; octaua qua-*

quadratum A B C D circulo circumscriptum cernis.

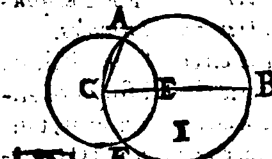
5. Circulus similiter figuræ inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera eius, cui inscribitur, tangit. *Ita prop.4. circulum E F G triangulo A B C, octaua circulum E F H K quadrato, A B C D inscriptum vides.*

6 Circulus figuræ circumscribi dicitur, cum peripheria circuli singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangit. *Ita prop.2. circulum A B C triangulo, sexta circulum A B C D quadrato circumscriptum vides.*

7. Recta linea in circulo aptari dicitur, cum eius termini in circuli peripheria fuerint.

Propositio I. Problema I.

In dato circulo, data recta linea, quæ diametro circuli maior non sit, æqualem rectam lineam aptare.



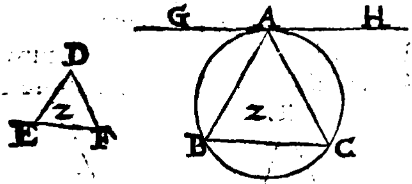
Sit datus circulus ABC, data recta, quę circuli diametro maior non sit, D. Oporteat autem circulo A B C rectam, rectę D æqualem, aptare. Ducatur diametrus circuli B C. Si ergo B C æqualis est ipsi D, factum est, quod iubebatur. Circulo enim A B C aptata est B C æqualis rectæ datæ. Si
a prop. 3. 1. autem B C maior est quam D. *a* Fiat C E æqualis ipsi D; & centro C, interuallo C E describatur circulus E A F, ducaturq́; CA. Quia ergo C centrum est circuli A E F;
b def. 15. 1. *b* erit C A æqualis C E: sed ipsi D æqualis est CE: erit ergo & D ęqualis ipsi AC. Dato ergo circulo A B C, Datæ rectæ D non maiori circuli diametro, æqualis CA aptata est. Quod oportuit facere.

Pro-

Propositio 2. Probl. 2.

Dato circulo triangulum dato triangulo æquiangulum inscribere.

SIt circulus datus ABC, triangulum datum D E F; oporteatque circulo ABC



triangulum, triangulo D E F æquiangulum inscribere. Ducatur G A H tangens circulum A B C in A; *a* constituaturque ad A rectæ G A H, angulus H A C æqualis angulo D E F, & G A B æqualis DFE; ducaturque B C. Quia ergo circulũ ABC tangit recta G A H, & à tactu ducta est A C, *b* erit angulus H A C æqualis angulo ABC in alterna portione: sed HAC est æqualis D E F angulo; erit ergo & A B C æqualis eidem D E F. Eadem ratione erit angulus A C B angulo DFE æqualis, *c* reliquus ergo B A C æqualis erit reliquo E D F. Est ergo triangulum A B C triangulo D E F æquiangulum, & inscriptum

a prop. 23. 1.

b *prop. 32. 3.*

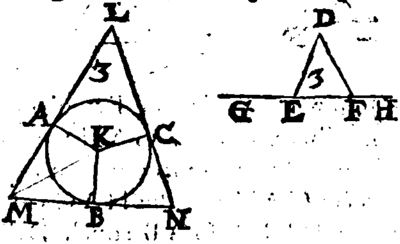
c prop. 32. 1.

ptum est circulo A B C. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 3. Probl. 3.

Circa datum circulum dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

Esto datus circulus A B C, datum triangulum D E F. oporteatque circa



A B C circulum triangulo D E F æquiangulum triangulum describere. Producatur vtrinque E F in G & H, sumaturque centrum K circuli A B C, & ducatur recta K B vt libet; & *a* constituatur ad K rectæ K B angulo D E G æqualis B K A; angulo verò D F H æqualis B K C, perque puncta A, B, C *b* ducantur tangentes circulum L A M, M B N, N C L. Et quia L M, M N, N L tangunt circulum in A, B, C; & à centro

a prop. 23. 1.

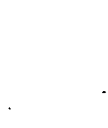
b prop. 17. 3.

tro K ad puncta A, B, C ductæ sunt K A, K B, K C: *c* recti igitur erunt anguli ad A, B, C puncta. Et quia quadrilateri AMBK quatuor anguli æquales sunt quatuor rectis; *diuiditur enim quadrilaterũ AMKB in duo triangula K A M, K B M, quorum anguli K A M, K B M recti sunt; reliqui ergo A K B, A M B duobus rectis æquales erunt: *d* Sunt verò & D E G, D E F duobus rectis æquales: ergo A K B, A M B anguli æquales sunt angulis D E G, D E F. quorum A K B, D E G æquales cum sint; erunt & reliqui A M B, D E F æquales. Pari modo demonstrabitur angulum L N M angulo D F E æqualem esse: reliquus ergo M L N reliquo E D F æqualis erit. æquiangulum ergo est triangulum L M N triangulo D E F, & descriptum est circa circulum A B C. Ergo circa datum circulum, &c. Quod oportuit facere.

c prop. 18. 3.

** Si intelligatur ducta linea K M.*

d prop. 13. 1.

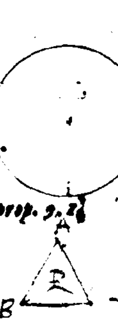


Propositio 4. Probl. 4.

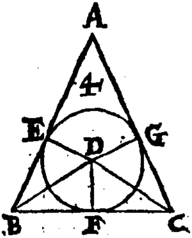
In dato triangulo circulum describere.

Sit datum triangulum A B C, in quo oporteat circulum describere. *a* bisecentur anguli A B C, B C A rectis B D, C D,

a prop. 9. 1.



b prop. 12. 1. CD, quæ in D puncto concurrant, *b* ducanturque ex D ad rectas AB, BC, CA perpendiculares DE, DF, DG. Et quia anguli ABD, CBD æquales sunt (est enim ABC bisectus) anguli verò BED, BFD recti, habebunt duo triangula EBD, DBF duos angulos duobus angulis, & vnum latus vni lateri æquale, nempe commune BD, *c* habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia; vnde DE, DF æquales erunt: Eandem ob caussam DG, DF æquales erunt. Circulus ergo centro D, interuallo vno punctorum E, F, G descriptus, transibit etiam per alia puncta, tangetque rectas AB, BC, CA quod anguli ad E, F, G recti sint. Si enim ipsas secaret, caderet, quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur, intra circulum; *d* quod est absurdum. Non ergo circulus centro D, interuallo vna harum DE, DF, DG descriptus secat rectas AB, BC, CA; ergo eas tanget; estque circulus in triangulo ABC descriptus. In dato ergo triangulo, &c. Quod oportuit facere.



c prop. 26. 1.

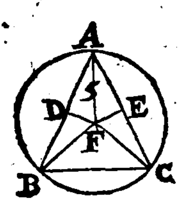
d prop. 16. 3.

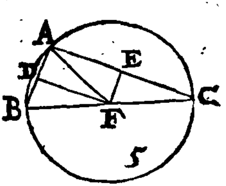
Pro-

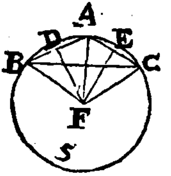
Propoſitio 5. Probl. 5.

Circa datum triangulum circulum deſcribere.

Esto datũ triangulũ ABC, circa q̃ oporteat circulũ deſcribere. biſecẽtur AB, AC in D & E; atque à punctis D, E ducantur ad AB, AC ad angulos rectos DF,





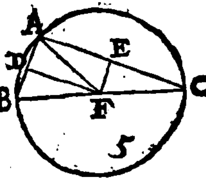


EF, quæ concurrent aut in triangulo ABC, aut in recta BC, aut extra triangulum. Concurrant primò intra triangulum in F, ducanturq; BF, FC, * FA. Et quia AD, DB æquales ſunt, communis & ad angulos rectos DF, a erunt & baſes AF, FB æquales. Similiter demonſtrabimus CF, AF æquales eſſe: quare & FB, FC æquales erunt. Tres ergo FA, FB, FC æqua-

** FA in 1. fig. omiſſa eſt.*

a prop. 4. h

æquales ſunt. Circulus ergo centro F interuallo vna ip[illegible]rum F A, F B, F C deſcriptus tranſibit & per reliqua puncta, eritque circulus circa A B C triangulum deſcriptus. Concurrant iam D F, E F in recta B C in F, vt in ſecunda deſcriptione,



iungaturque A F. Similiter demõſtrabimus punctum F centrum eſſe circuli circa triangulum ABC deſcripti. Cõcurrant demum D F, E F extra triangulum A B C in F, vt tertia habet deſcriptio, & iunganturA F, F B, F C. Cumque A D, D B æquales ſint, communis, & ad angulos re-
b prop. 4.1. ctos D F, *b* erunt & baſes A F, B F æquales. Similiter demonſtrabimus & C F ipſi F A æqualem eſſe: quare & B F æqualis erit F C. Rurſus ergo circulus centro F interuallo vna harum F A, F B, F C, deſcriptus

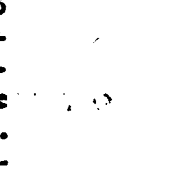
ptus transibit etiam per reliqua puncta, estque circa A B C triangulum descriptus. Quod facere oportuit.

Corollarium.

Vnde perspicuum est, quando centrum circuli in triangulum cadit, angulũ B A C in maiore portione semicirculo existentem recto minorem esse. quando verò centrum in B C cadit, in semicirculo existentem, rectum: quando denique centrum extra B C cadit, in minore portione semicirculo existentem, maiorem recto. Vnde quando datus angulus minor est recto, intra triangulum cadunt rectæ D F, E F; quando rectus, in B C; quando maior recto, extra B C; quod oportuit demonstrare.

Propositio 6. Probl. 6.

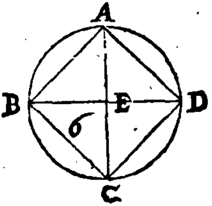
In dato circulo quadratum describere.



SIt in dato circulo A B C D quadratum describendum. *a* ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, iunganturque

a prop. 11. l. 1

que A B, B C, C D, D A. Cum ergo *B E*, E D sint æquales, quippe ex centro E, cõmunis & ad angulos



b *prop.4.1.* rectos E A; *b* erit & basis A B basi A D æqualis. Eadem ratione vtraque ipsarũ B C, C D, vtriq; A B, A D est æqualis. Est Ergo quadrilaterum A B C D æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum recta B D diametrus sit circuli A B C *D*;

c *prop.31.3.* c erit B A D semicirculus; rectus est ergo angulus B A D. Ob eandem causam quilibet angulorum A B C, B C D, C D A rectus est; rectangulum ergo est quadrilaterum A B C D. Ostensum est autem &

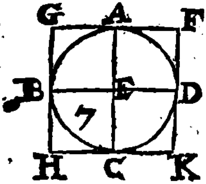
d *def.27.1.* æquilaterum; *d* quadratum ergo est: & est circulo inscriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 7. Probl. 7.

Circa datum circulum quadratum describere.

SIt circa datum circulum A B C D quadratem describendum. Ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, & per pun-

puncta A,B,C,D ducantur tangentes circulum FG, GH, HK, KF. Cum ergo



F G tangat circulum, & à centro E ad tactũ A ducta sit E A; *a* erũt anguli ad A recti. Eadẽ de causa *a* erunt & anguli ad B, C, D recti, cumque anguli A E B, E B G recti sint, *b* erunt G H, A C parallelæ. Eadem de causa erunt A C, F K parallelæ; Similiter demonstrabimus, quod G F, H K sint ipsi B E D parallelæ: Sunt ergo G K, G C, A K, F B, B K parallelogramma. *c* vnde æqualis est G F ipsi H K; & G H ipsi F K. *d* & quia A C, B D æquales sunt. Atque A C vtrique G H, F K; & B D vtrique G F, H K est æqualis; ergo vtraque G H, F K, vtrique G F, H K est æqualis. Est igitur F G H K quadrilaterum æquilaterũ; dico quod & rectangulum. Cum enim G B E A sit parallelogrammum, sitq; angulus A E B rectus, *e* erit & A G B rectus. Similiter demonstrabimus quod anguli ad H, K, F recti sint; est ergo F G H K rectangulum quadrilaterum, ostensum est autẽ & æquilaterum, *f* quadratum ergo est, & est circa A B C D circulũ descriptum: ergo

a prop. 18. 3.
b prop. 28. 1.
c prop. 34. 1.
d def. 15. 1.
e prop. 34. 1.
f def. 27. 1.

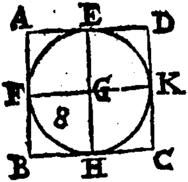
circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 8. Probl. 8.

In dato quadrato circulum describere.

Sit in dato quadrato A B C D circulus describendus. *a* Bisecentur A B, A D in F, E; *b* ac per E quidem ducatur alterutri A B, C D parallela E H: per F verò alterutri A D, B C parallela F F. Sunt ergo A K, K B, A H, H D, A G, G C, B G, G D parallelogramma, *c* ideoque latera opposita æqualia. Et quia A D, A B æquales sunt, erunt & semisses earum A E, A F æquales: *d* quare & oppositæ illis F G, G E æquales erunt. Similiter demonstrabimus vtramq; G H, G K vtrique F G, G E æqualem esse. Sunt igitur quatuor G E, G F, G H, G K æquales. Circulus igitur centro G, interuallo vna harum G E, G F, G H, G K descriptus, transibit & per reliqua puncta: sed & tangit rectas A B, B C, C D, D A, quod anguli ad E, F, H, K recti sint. Si enim circulus ipsas A B, B C, C D, D A secaret, caderet quæ ab extremitate diametri

a prop. 10. 1.
b prop. 31. 1.



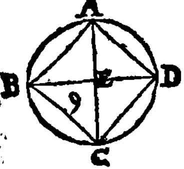
c prop. 34. 1.
d prop. 34. 1.

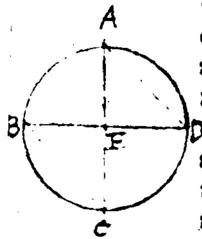
tri ad angulos rectos ducitur, in circulum, quod est absurdum; Non ergo circulus centro G, & interuallo vna harum GE, GF, GH, GK descriptus secat rectas AB, BC, CD, DA: tangit ergo: & est quadrato ABCD inscriptus. In dato ergo quadrato, &c. Quod oportuit facere. e prop. 16. 3.

Propositio 9. Probl. 9.

Circa datum quadratum circulum describere.

SIt circa datum quadratum ABCD circulus describendus: ductæ rectæ AC, BD se in E secent. Et quia DA, AB æquales sunt, AC communis, erunt duę DA, AC, duabus BA, AC æquales: sed & bases DC, BC a æquales sunt: b erunt ergo & anguli DAC, BAC æquales: angulus ergo DAB rectâ AC bisecatur. Similiter demonstrabimus quemlibet horum ABC, BCD, CDA rectis AC, DB bisecari. Et cum anguli DAB, ABC æquales sint; sintque EAB, EBA eorum dimidij, c erunt & ipsi æquales: a def. 27. b prop. 8. 1. c ax. 7.



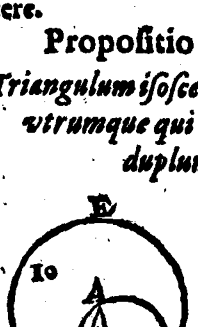


quare & latera E A, E B æqualia erunt. Similiter demonstrabimus vtramque rectarum E C, E D, vtrique E A, E B æqualem esse. Quatuor ergo E A, E B, E C, E D æquales sunt. Igitur circulus centro E, interuallo vna harum E A, E B descriptus, transibit & per reliqua puncta, est igitur circa A B C D quadratum descriptum. Ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 10. Probl. 10.

Triangulum isoscele cõstituere, habens vtrumque qui ad basim angulum duplum reliqui.

a prop. 11. 2.



EXponatur recta quędã A B, a quę in C sic secetur, vt A B, B C contentum æquale sit quadrato ex C A descripto. Igitur centro A, interuallo A B describatur circulus B D E, b eique aptetur recta B D æqualis ipsi A C; & ductis D A, D C, c describatur circa triangulum A C D circulus A C D. Et cum quod A B, B C continetu[r] æquale sit ei, quod ex A C quadrato, sequ[itur]

b prop. 1. 4.
c prop. 5. 4.

A C

AC ipsi BD æqualis; erit & quod AB, BC continetur æquale ei, quod ex BD. Cum igitur extra circulum ACD acceptum sit punctum B, ab eoq; ad circulum ACD cadant duæ rectæ BCA, BD, quarum vna circulum secat, altera ei incidit, sitque quod AB, BC continetur æquale ei quod ex BD, *d* tanget BD circulum ACD; cumque BD circulum ACD tangat, à tactu autem D ducta sit DC, *e* erit angulus BDC angulo DAC in alterna circuli portione consistenti æqualis. Cum ergo anguli BDC, DAC sint æquales, si cõmunis CDA addatur, erit totus BDA duobus CDA, DAC æqualis: *f* sed duobus CDA, DAC æqualis est externus BCD: ergo BDA æqualis erit ipsi BCD: sed ipsi BDA æqualis est CBD, cum & *g* latera AD, AB sint æqualia: quare & DBA, BCD æquales erunt: tres ergo BDA, DBA, BCD sunt æquales: & cum anguli DBC, BCD æquales sint, erunt & latera BD, DC æqualia; sed BD ipsi CA ponitur æquale: sunt ergo & AC, CD æqualia: vnde & anguli CDA, DAC æquales erunt: ergo anguli CDA: DAC dupli sunt anguli DAC: est verò & BCD æqualis duobus CDA, DAC;

d *prop.37.3.*

e *prop.32.3.*

f *prop.32.1.*

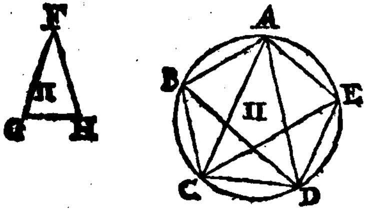
g *Def.15.1.*

ergo BCD duplus est ipsius DAC: Et cum vterque BDA, DBA angulo BCD sit æqualis, duplus erit vterque reliquo DAB. Triangulum ergo isosceles, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 11. Probl. 11.

Dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere.

Sit in dato circulo ABCDE pentagonum æquilaterum & equiangulum de-



scribendum. Exponatur triangulum isosceles duplum habens vtrumq; angulum a prop. 2. 4. ad G, H, eius qui est ad F; & a inscribatur circulo ABCDE triangulum ACD æquiangulum triangulo FGH; ita vt angulo F æqualis sit angulus CAD; angulis G, H anguli ACD, CDA. Et quia vterque ACD, CDA duplus est anguli b prop. 9. 1. CAD, b bisecentur rectis CE, DB, iunganganturque A B, B C, C D, D E, E A. Cum itaque vterque angulorum A C D, C D A duplus sit anguli C A D, bisectique sint rectis C E, D B, erunt quinq; anguli D A C, A C E, E C D, C D B, B D A æquales inter se: *c* Et cum æquales anguli æqualibus peripheriis insistant, erunt quinque peripheriæ A B, B C, C D, D E, E A æquales: *d* sed æquales peripherias æquales rectæ subtendunt; sunt ergo hæ quinque rectæ A B, B C, C D, D E, E A æquales; est ergo pentagonum A B C D E æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Quia A B, D E peripheriæ æquales sunt, si communis B C D addatur, erunt totæ A B C D, E D C B æquales; & insistit peripheriæ A B C D angulus A E D; peripheriæ vero B C D E angulus B A E; *e* sunt ergo A E D, B A E anguli æquales. Eadem de causa, quilibet angulorum A B C, B C D, C D E vtrique A E D, B A E æqualis erit: est ergo pentagonum A B C D E æquiangulum; demonstratum autem est, quod & æquilaterum. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

c prop. 26. 3

d prop. 29. 3

e prop. 29. 3

Propositio 12. Probl. 12.

Circa datum circulum pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

OPorteat circa circulum ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Cogitentur angulorum pentagoni inscripti puncta, A, B, C, D, E ita vt peripheriæ, AB, BC, CD, DE, EA

a prop. 17. 3. æquales sint, *a* ducanturque per A, B, C, D, E rectæ GH, HK, KL, LM, MG tangentes circulum, & accipiatur centrũ circuli F, iunganturque FB, FK, FC, FL, FD. Cum itaque KL recta circulum in C tangat, & ab F ad contactum C ducta sit FC, *b* erit ipsa ad KL perpendicularis: vterque ergo angulus ad C est rectus. Eandem ob causam recti sunt anguli ad B, D; & cum angulus FCK rectus sit, *c* erit quod ex FK æquale illis, quæ ex FC, CK quadratis. Eadem de causa, erunt quæ ex FB, BK æqualia illi, quod ex FK: sunt ergo quæ ex FC, CK æqualia illis,

b prop. 18. 3.

c prop. 47. 1

quæ

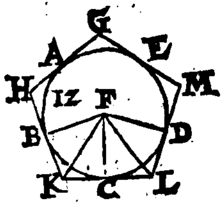
quæ ex B F, B K; quorum quod ex F C æquale * est ei, quod ex F B: erit igitur & reliquum quod ex CK æquale reliquo, quod ex B K: sunt ergo B K, CK æquales. Et quia F B, F C æquales sunt, communis F K, erunt duæ B F, F K duabus C F, F K æquales, & basis B K basi C K æqualis; *d* ergo & angulus B F K æqualis erit angulo K F C: & angulus B K F, angulo F K C: est ergo angulus B F C duplus anguli K F C; & B K C duplus anguli F K C. Ob eandem causam erit & C F D duplus ipsius C F L: & C L D duplus ipsius C L F. Cumq; peripheriæ B C, C D æquales sint, *e* erunt & anguli B F C, C F D æquales, estque B F C ipsius K F C duplus, D F C verò duplus ipsius L F C: æquales ergo sunt K F C, C F L, *f* duo ergo triangula F K C, F L C duos angulos duobus habẽtia æquales alterum alteri, & latus vnum vni lateri F C vtrique commune; habebunt & reliqua latera reliquis æqualia, angulumque reliquum reliquo. Sunt igitur tam rectæ K C, C L, quam anguli F K C, F L C æquales, cumque K C æqualis sit C L, dupla erit K L ipsius K C. Eadem de causa demonstrabitur H K dupla ipsius B K; & cum demonstratum sit B K æqualis K C, sitq; K L du-

** quia F B, F C sunt æquales, quippe ex centro ad peripheriam.*

d prop. 8.1.

e prop. 27.3

f prop. 26.1.



pla ipsius K C, & H K dupla ipsius B K; g erit & H K ipsi K L æqualis. Similiter demõstrabitur quælibet ipsarum G H, G M, M L vtriq; H K, K L ęqualis: est ergo pentagonum G H K L M æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum enim anguli F K C, F L C æquales sint, ostensusque sit H K L duplus ipsius F K C: & ipsius F L C duplus K L M; erit & H K L ipsi K L M æqualis. Similiter demonstrabitur quilibet ipsorum K H G, H G M, G M L vtrique H K L, K L M æqualis. Quinque ergo anguli G H K, H K L, K L M, L M G, M G H sunt æquales; æquiangulum ergo est pentagonum. Ostensum autem est & æquilaterum, & est descriptum circa circulum A B C D E. quod oportebat facere.

g ax. 6.

Propos. 13. Probl. 13.

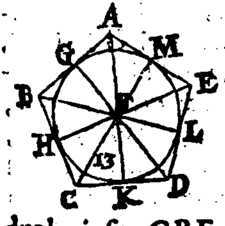
Dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inscribere.

OPorteat dato pentagono æquilatero & æquiangulo A B C D E circulum inscribere. a bisecetur vterq; angulorum B C D.

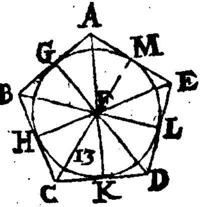
a prop. 9. 1.

BCD, CDE rectis CF, DF, & à puncto F, in quo CF, DF, concurrunt, ducantur rectæ FB, FA, FE. & quia BC, CD æquales sunt, communis CF, erunt duæ BC, CF duabus DC, CF æquales, & angulus BCF angulo DCF æqualis: *b* ergo & basis BF, basi DF æqualis erit, & triangulum BFC triangulo DCF, reliquiq; anguli reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Sunt igitur anguli CBF, CDF æquales. Et cum angulus CDE duplus sit anguli CDF; æquales autē & CDE, ABC; & CDF, CBF; erit & CBA duplus ipsius CBF: æquales ergo sunt ABF, FBC: bisecatur ergo angulus ABC recta BF. Similiter demonstratur quemlibet angulorum BAE, AED rectis FA, FE bisecari. *c* Ducantur enim ab F ad AB, BC, CD, DE, EA recta perpendiculares FG, FH, FK, FL, FM. Quia ego anguli HCF, KCF æquales sunt; FHC rectus, æqualis recto FKC; erunt duo triangula FHC, FKC duos angulos duobus æquales habentia vnumque latus vni, FC latus

b prop. 4, 1.



c prop. 12, 1.



d *prop. 26.1*

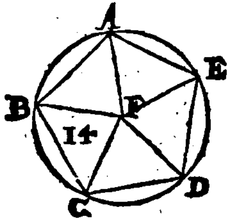
latus commune, & vni æqualium angulorũ subtẽsum, *d* habebunt ergo & reliqua latera reliquis ęqualia: sunt ergo perpẽdiculares F H, F K æquales. pari modo demonstratur quælibet harum F L, F M, F G vtriq; F H, F K æqualis. quinq; ergo rectæ F G, F H, F K, F L, F M æquales sunt, circulus ergo centro F; interuallo vna harum F G, F H, F K, F L, F M descriptus, transibit & per reliqua puncta, tangetq́; rectas A B, B C, C D, D E, E A, eo quod anguli ad G, H, K, L, M recti sint. Quod si illas non tangat, sed secet; cadet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur intra circulum, *e* quod absurdum esse ostensum est; non ergo circulus centro F, interuallo F G, F H, F K, F L, F M descriptus secat rectas A B, B C, C D, D E, E A; ergo tanget. dato ergo pentagono, quod oportuit facere.

e *prop. 16.1.*

Pro-

Propos. 14. Probl. 14.

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.



OPorteat circa datum pentagonum æquilaterũ & æquiangulum A B C D E circulum describere. *a* Bisecetur vterq; angulorum B C D, C D E rectis C F; F D; & ab F puncto in quo rectæ concurrunt ad B, A, E ducãtur rectæ F B, F A, F E. Similiter ergo, vt in præcedente, demonstrabitur quemlibet angulorũ C B A, B A E, A E D, rectis B F, F A, F E bisecari. Et quia anguli B C D, C D E æquales sunt, estque F C D dimidius ipsius B C D, & C D F dimidius ipsius C D E; erunt F C D, F D C æquales, *b* quare & latera F C, F D æqualia erunt. Similiter demõstrabitur, quamlibet ipsarum F B, F A, F E, vtrilibet F C, F D æqualem esse. Quinque ergo F A, F B, F C, F D, F E æquales sunt. circulus igitur centro F; interuallo vna harum

a *prop. 9. 1.*

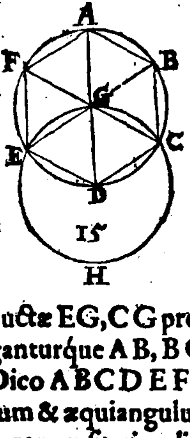
b *prop. 6. 1.*

F A,

FA, FB, FC, FD, FE descriptus, transibit & per reliqua puncta; eritq; circa pentagonum A B C D E descriptus. Circa datum ergo, &c. Quod facere oportebat.

Propos. 15. Probl. 15.

In dato circulo hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



SIt in dato circulo A B C D E F hexagonum æquilaterum & æquiangulum describendum. Ducta diametro A D, sumatur centrum G, atq; centro D, interuallo D G describatur circulus E G C H; & ductæ E G, C G producantur ad B, F, junganturque A B, B C, C D, D E, E F, F A. Dico A B C D E F hexagonum æquilaterum & æquiangulum esse. Cum enim G centrum sit circuli A B C D E F, erunt G E, G D æquales. Et cum D centrum sit circuli EGCH, erunt & DE, DG æquales. Sed GE ostensa est æqualis ipsi DG; a erit

a ax. 1.

ergo

ergo & G E æqualis ipsi E D: triangulum erg E G D æquilaterum est, & tres anguli eius E G D, G D E, D E G æquales, cum isoscelium triangulorum anguli ad basim æquales sint. Et quia tres anguli trianguli duobus rectis ęquales sunt, erit angulus E G D tertia pars duorum rectorũ. Similiter demonstratur D G C tertia pars esse duorum rectorum. & cum recta C G super E B consistens *c* angulos deinceps, E G C, C G B duobus rectis æquales faciat; erit & reliquus C G B tertia pars duorum rectorum. sunt igitur anguli E G D, D G C, C G B inuicem æquales; *d* erunt igitur & qui ad verticem B G A, A G F, F G E æquales, *e* æquales autem anguli æqualibus peripheriis insistunt: peripheriæ ergo A B, B C, C D, D E, E F, F A sunt æquales, *f* æqualibus autem peripheris æquales rectæ lineæ subtenduntur: sex igitur rectæ æquales sunt; ideoque hexagonum A B C D E F æquilaterum est. Dico quod & æquiangulum. Cum enim peripheriæ A F, E D æquales sint: si communis A B C D, addatur, erunt totæ F A B C D, E D C B A æquales: *g* Sed peripheria F A B C D insistit angulus F E D; peripherię verò E D C B A, angulus A F E, sunt

b *prop. 13. 1*

c *prop. 13. 1*

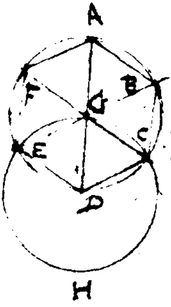
d *prop. 15. 1*

e *prop. 26. 3*

f *prop. 29. 3*

g *def. 9. 3.*

ergo



ergo anguli A F E, D E F æquales. Similiter demonſtrabitur reliquos hexagoni ABCDEF angulos, vtriq; AFE, FED æquales eſſe. Eſt ergo hexagonũ ABCDEF æquiangulum : oſtenſum eſt autem & æquilaterum, & eſt in circulo deſcriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportebat facere.

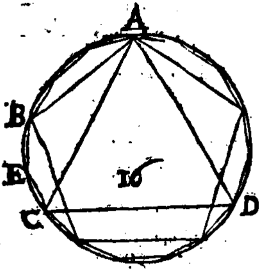
Corollarium.

Ex his manifeſtum eſt latus hexagoni æquale eſſe ei, quæ ex centro circuli. Et ſi
h prop. 17. 3. per puncta A, B, C, D, E, F *h* tangentes circulum rectæ ducantur, circa circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptum eſſe, vt in illis quę de pentagono dicta ſunt videre licet. Præterea juxta illa quę de pentagono dicta ſunt in dato hexagono circulum deſcribemus.

Pro-

Propos. 16. Theor. 16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



OPorteat in dato circulo ABCD quindecagonum ęquilaterũ & æquiangulum describere. Describatur in circulo ABCD trianguli æquilateri latus AC pentagoni æquilateri AB. Qualium ergo totus circulus partium est quindecim, talium est ABC peripheria, tertia circuli pars existens, quinque; AB, quinta pars circuli existens, trium; pars ergo BC, duarum; quæ si in E [a] bisecetur, erit quælibet peripheriarum BE, EC decimaquinta pars circuli. Si ergo ductis rectis BE, EC, eis æquales in continuum circulo rectas [b] aptemus, erit quindecagonum ęquilaterum, & æquiangulum descriptum. Quod facere oportuit.

a prop. 30. 3.

b prop. 1. 4.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

1 Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, quando minor metitur maiorem. *Vt, 2. est pars ipsius 6, at non ipsius 7: quia 2. metitur 6; nō metitur 7.*

2 Multiplex est maior minoris, quando minor metitur maiorē. *Vt 6. est multiplex ipsius 2. at 7. ipsius 2. multiplex nō est. Quia 2. metitur 6; non item 7.*

3 Proportio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem, habitudo. *Proportio ergo est inter res eiusdem generis vt inter numeros, lineas, superficies, corpora, &c.*

4 Proportionē inter se habere dicuntur magnitudines, quæ multiplicatę possunt se inuicem superare. *Vnde liquet inter angulum contingentiæ & rectilineum*

neum quemcumq; proportionem nō esse. Quia licet prior in infinitū multiplicetur, nunquā tamen superabit posteriorē.

5 In eadē proportione dicuntur esse magnitudines, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando ęquè multiplices, primæ & tertiæ, æquè multiplices, secundæ & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, vtraque ab vtraq;, vel æquè deficiūt, vel ęquè æquales sunt, vel ęquè superant, si ordine sumantur. *Vt si horum quatuor numerorum 8.6.4.3. primi & tertij accipiantur æquè multiplices 16. & 8. secūdi & quarti 18. & 9. & collocentur eo ordine, quo numeri, quorum sunt multiplices, hoc nimirum 16. 18. 8. 9. si iam primus minor sit secundo, erit & tertius quarto minor; & si maior, maior, si æqualis, æqualis, si inquam hoc semper contingat dicētur quatuor magnitudines in eadem esse proportione.*

6 Magnitudines quę eandem proportionem habent, proportionales vocantur. *Vt 4. & 2; item 6. & 3. cum habeant eandem proportionem, nempe duplam, dicuntur proportionales.*

7 Quando ęquè multiplicium multiplex primæ superat multiplicem secundæ;

at multiplex tertia non superat multiplicem quartæ; prima ad secundam dicitur habere maiorem proportionem quam tertia ad quartam.

8 Analogia est proportionũ similitudo.

9 Analogia in tribus minimis terminis consistit. [*Vt in his numeris 4.6.9. vt enim est primus ad secũdum, ita secundus ad tertium.*

10 Cum fuerint tres magnitudines proportionales, prima ad tertiam duplicatam proportionem habere dicitur eius, quã habet ad secundam. *Vt cum fuerint proportionales hi tres numeri 2.4.8. erit proportio quam habet 2. ad 8. duplicata eius, quam habet ad 4.*

11 Cum fuerint quatuor magnitudines proportionales prima ad quartã triplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secũdam. Et deinceps semper vna amplius quoad vsq; proportio extiterit. *Vt si sint proportionales hi quatuor numeri 2. 4. 8. 16, erit proportio quam habet 2. ad 16. tripla eius quam habet ad 4.*

12 Homologæ, seu similis rationis magnitudines dicuntur esse, antecedentes antecedentibus, consequentes consequentibus.

13 Fer-

13 Permutata ratio, est sumptio antecedẽtis ad antecedentẽ, & consequẽtis ad consequentem. *Demõstratur prop. 16. in qua cum est vt A ad B, ita C ad D, est quoq; permutãdo, vt A ad C; ita B ad D.*

14 Conuersa ratio, est sumptio consequẽtis vt antecedentis ad antecedẽtem, vt ad consequentem. *Vide cor. 4. prop.*

15 Compositio rationis est sumptio antecedentis vnà cum consequente, vt vna, ad consequentem. *Demõstratur prop. 18. in qua cum est vt A B ad F D; ita C F ad F D; est quoq; vt A B ad F D; ita C D ad F D.*

16 Diuisio rationis est sumptio excessus, quo antecedens superat consequentem, ad consequentem: *Demõstratur prop. 17. in qua cum est, vt A B ad B E; ita C D ad D E, est quoque vt A E ad E B: ita C F ad F D.*

17 Conuersio rationis est sumptio antecedẽtis ad excessum, quo antecedens consequentem superat. *Demõstratur prop. 19. in qua cum est vt A B ad C D, ita A E ad C F erit quoque E B ad F D; vt est A B ad C D.*

18 Ex æquali ratio est cum plures fuerint magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quę binæ, & in eadẽ ratione

sumantur, fueritq; vt in primis magnitudinibus prima ad vltimã, ita in secundis prima ad vltimã. Vel est sumptio extremarũ per subtractionẽ mediarũ. *Demõstratur 22. in qua cũ est vt A ad B; ita D ad E; & vt B ad C, ita E ad F; erit ex æquali, vt A ad C, ita D ad F.*

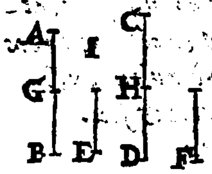
19 Ordinata proportio est, cum fuerit vt antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; vt autem consequens ad aliam quampiam, ita consequens ad aliam quampiam. *In prop. 20. & 23. in primis magnitudinib⁹ antecedens est A, consequẽs B, alia quæpiam C: in secundis antecedens est D, consequens E, alia quæpiam F.*

20 Perturbata proportio est, quando tribus existentibus magnitudinibus; & aliis ipsis numero æqualibus, fuerit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem; ita in secundis antecedens ad consequentem. Vt autem in primis consequẽs ad aliam quampiam: ita in secundis alia quæpiam ad antecedentem. *Vt in 21. & 23. prop. in primis tribus magnitudinibus antecedens est A consequens B, alia quæpiam C. In secundis antecedens est E, consequens F, alia quæpiam D.*

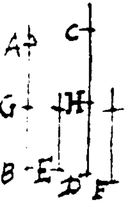
Pro-

Propos. 1. Theor. 1.

Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum, æqualium numero, singula singularum æquè multiplices, quotuplex est vna magnitudo vnius totuplices sunt omnes omnium.



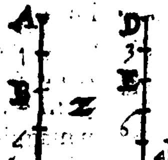
Sint quotcumque magnitudines A B, C D, quotcumque magnitudinum E, F æqualium numero, singulæ singularum æque multiplices. Dico quam multiplex est A B ipsius E, tam multiplices esse A B, C D simul, ipsarum E, F simul. Cum enim quam multiplex est A B ipsius E, tam multiplex sit C D ipsius F; erunt in C D tot magnitudines æquales ipsi F, quot sunt in A B æquales ipsi E. Diuidatur A B in magnitudines A G, G B æquales ipsi E, Et C D in C H, H D æquales ipsi F; eritque multitudo ipsarum A G, G B æqualis multitudini ipsarum C H, H D: cumque A G ipsi E, & C H æquale sit ipsi F; erunt A G, C H æquales ipsis E, F. Eadem de causa erunt G B, H D ipsis E, F æquales: quot



ergo in A B sunt magnitudines æquales ipsi E, tot sunt in A B, C D æquales ipsis E, F. Quare quam multiplex est A B ipsius E, tam multiplices sunt A B, C D ipsarum E, F. Si ergo fuerint, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 2. Theor. 2.

Si prima secundæ æquè multiplex fuerit, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta secundæ æquè multiplex, atque sexta quartæ; erit & composita ex prima & quinta æquè multiplex secundæ, atque tertia & sexta, quartæ.



Esto prima A B secundę C ęquè multiplex, atque tertia D E quartæ F: sit verò & quinta B G secundæ C æquè multiplex, atq; sexta E H quartæ F. Dico & compositam ex prima & quinta A G secundæ C, æquè multiplicem esse, atque est tertia & sexta D H, quartæ F. Cum enim quam multiplex est A B ipsius C, tam multiplex sit D E ipsius

ipsius F, erunt in DE tot magnitudines æquales ipsi F, quot sunt in AB æquales ipsi C. Eademque de causa quot sunt in BG æquales ipsi C, tot erunt in EH æquales ipsi F: quot ergo sunt in tota AG æquales ipsi C, tot sunt in tota DH æquales ipsi F. Quam multiplex est ergo AG ipsius C, tam multiplex est DH ipsius F. Ergo AG composita ex prima & quinta secundæ C æquè multiplex est, atque tertia & sexta DH quartæ F. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 3. Theor. 3.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ; sumantur autem æquè multiplices primæ & tertiæ; erit ex æquali sumptarum vtraque vtriusque æquè multiplex, altera quidem secundæ; altera autem quartæ.

Esto prima A secundæ B æquè multiplex, atque tertia C quartæ D. & accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices EF, GH. Dico æquè multiplicem esse EF ipsius B, atque est GH ipsius D. Cum

 enim

enim æque multiplex ſit E F ipſius A, atque eſt G H ipſius C: continebuntur in G H tot magnitudines æquales ipſi C, quot in E F æquales ipſi A. Diuidatur E F in magnitudines E K, K F, æquales ipſi A; & G H in G L, L H æquales ipſi C. Eſt autem multitudo ipſarum E K, K F æqualis multitudini ipſarum G L, L H. Et quia æque multiplex eſt A ipſius B, vt C ipſius D; eſtque E K ipſi A; & G L ipſi C æqualis, erit & E K æquè multiplex ipſius B, vt G L ipſius D. Eadem de cauſa æquè multiplex eſt K F ipſius B, vt L H ipſius D. Cum igitur prima E K ſecundæ B æquè multiplex ſit, vt tertia G L quartæ D; ſit verò & quinta K F ſecundæ B æquè multiplex, vt eſt ſexta L H quartæ D; *a* erit & cōpoſita ex prima & quinta E F ſecundæ B æquè multiplex, atque eſt tertia cum ſexta G H quartæ D. Si ergo prima ſecundæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

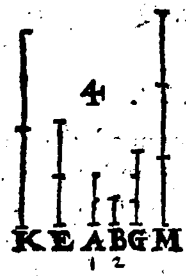
a prop. 2. 5.

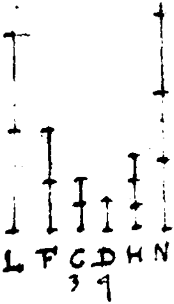
Propo-

Propositio 4. Theor. 4.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebunt & æquemultiplices primæ & tertiæ ad æquemultiplices secundæ & quartæ, secundam quamuis multiplicationem, eandem proportionem, si, vt inter se respondent, sumpta fuerint.

HAbeat prima A ad secundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Et accipiantur ipsarum A, C æque multiplices E, F; ipsarum verò B, D quæcunque aliæ æque multiplices G, H. Dico vt est E ad G, ita esse F ad H. Accipiantur enim ipsarum E, F æquè multiplices K, L; ipsarum verò G, H æque multiplices M, N. Et quia ita multiplex est E ipsius A, vt F ipsius C; acceptæque sunt ipsarum E, F æque multiplices K, L: a ita ergo multiplex est K ipsius A, vt L a prop. 3. h





ipsius

ipsius C. Eadem de causa ita multiplex est M ipsius B, vt N ipsius D. Et quia est vt A ad B; ita C ad D, acceptęque sunt ipsarum A, C ęque multiplices K, L; ipsarum verò B, D alię quęcunque M, N: b ergo si K superat M, superabit & L ipsam N; & si ęqualis, ęqualis; si minor, minor; suntque K, L ipsarum E, F æque multiplices; M vero & N sunt ipsarum G, H ęque multiplices: c est ergo, vt E ad G; ita F ad H. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

b def. 5. 5.

c def. 5. 5.

Lemma.

Quoniam demonstratum est, si K superet M, superare & L ipsum N; & si sit æqualis, esse æqualem; si minor, minorem. Constabit etiam, si M superet K, superare & N ipsum L, & si sit æqualis, esse æqualem, si minor, minorem. atque idcirco erit vt G ad E; ita H ad F.

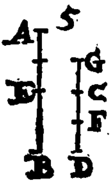
Corollarium.

Ex hoc manifestum est, si quatuor magnitugnitudines fuerint proportionales, & cōuersim proportionales esse. *Hoc est si est vt A ad B; ita C ad D; esse quoque B ad A, vt D ad C.*

Propositio 5. Theor. 5.

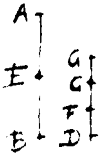
Si magnitudo magnitudinis æque multiplex fuerit, atque ablata ablata; & reliqua reliquæ æque multiplex erit atque tota totius.

SIt magnitudo AB magnitudinis CD æque multiplex, atque est ablata AE ablatæ CF. Dico & reliquam EB, reliquę FD æque multiplicem esse, vt est tota AB totius CD. Quotuplex enim est AE ipsius CF, totuplex fiat EB ipsius CG. Et quia æque multiplex est AE ipsius CF, atque EB ipsius CG, *a* erit AE ęque multiplex CF atq; AB ipsius GF; ponitur autem AE ęque multiplex ipsius CF, atque est AB ipsius CD: æquè ergo multiplex est AB vtriusque GF, CD: *b* ęquales ergo sunt GF, CD; Communis CF auferatur, & erit reliqua GC reliquæ DF æqualis. Et cum æque multiplex sit AB ipsius CF, atq; EB ipsius GC, estque GC æqua-



a prop. 1. 5.

b Colligitur ex ax. 7.

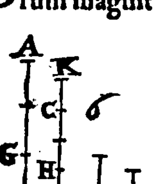


æqualis D F. ęque ergo multiplex eſt A E ipſius C F, atque E B ipſius F D, ponitur autem & A E ipſius C F ęque multiplex, vt A B ipſius C D: æque ergo multiplex E B ipſius F D; atque A B ipſius C D; ergo reliqua E B, reliquę F D æque multiplex eſt, atque eſt tota A B totius C D. Si ergo magnitudo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 6. Theor. 6.

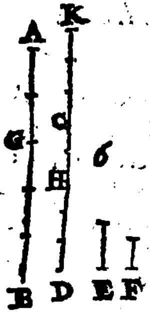
Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè multiplices fuerint, & ablatæ quædam ſint earundem æquè multiplices; erunt reliquæ eiſdem aut æquales, aut æque multiplices.

SInt duæ magnitudines A B, C D duarum magnitudinum E, F æque multiplices, auferanturq; A G, C H earundem E, F ęque multiplices. Dico reliquas G B, H D ipſis E, F, aut æquales eſſe, aut ęque multiplices. Sit primo G B ipſi E æqualis. Dico & H D ipſi F ęqualẽ eſſe.



Pona-

Ponatur ipsi F æqualis CK. Cum igitur AG æque multiplex sit ipsius E, atque



CH ipsius F; sit verò GB ęqualis ipsi E, & CK ipsi F, a ęque multiplex erit AB ipsius E, atque KH ipsius F. a prop. 1. 5. Ponitur autem ęque multiplex AB ipsius E, atque est CD ipsius F: æque ergo multiplex est KH ipsius F, atque CD eiusdem F. Cum ergo vtraque KH, CD ipsius F ęque sit multiplex, b ęqualis erit KH ipsi CD: Communis CH auferatur, & erunt reliquę KC, HD æquales. b Colligitur ex axiomate 6. Sed KC ęqualis est F ergo & HD eidem F ęqualis erit. Est ergo GB ęqualis ipsi E, & HD ipsi F. Similiter demonstrabimus si GB ipsius E fuerit multiplex, ęque multiplicem esse HD ipsius F.

Si ergo duę magnitudines,
Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propositio 7. Theor. 7.

Æquales ad eandem, eandem habent proportionem, & eadem ad æquales.

Sint magnitudines A, B æquales, & alia quæcunque C. Dico vtramque A, B eandem proportionem habere ad C, & C eandem ad casdem A, B. Accipiantur ipsarum A, B æque multiplices D, E; & alia F ipsius C, vtcunque multiplex. Cum igitur æque multiplex sit D ipsius A, & E ipsius B; sit verò A æqualis B, a erit & D æqualis E; estque alia F vtcunque multiplex ipsius C. Si ergo D maior est ipsa F; erit & E eadem F maior, & si æqualis, æqualis; si minor, minor; suntq; D, E ipsarũ A, B æquè multiplices, & ipsius C alia F vtcunque multiplex: est b ergo vt A ad C; ita B ad C. Dico & C ad vtramque A, B eandem habere proportionem. Iisdem enim constructis ostendemus D æqualem esse E; & aliam quandam F. Si ergo F maior est D; erit & maior quam E; & si æqualis, æqualis; si minor, minor; estque F ipsius C, multiplex;

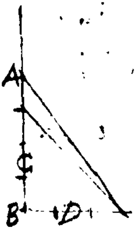
a Colligitur ex 6.

b def. 5. 5.

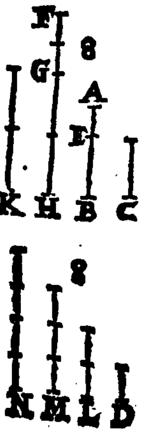
plex; aliæ verò D, E vtcunque multiplices ipſarum A, B: e eſt ergo vt C ad A, ita C ad B. Si ergo æquales ad eandem, &c. Quod oportuit demonſtrare. e def.5.q.

Propoſitio 8. Theor. 8.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem habet proportionem, quam minor; Et eadem ad minorem maiorem habet, quam ad maiorem.



Sint inæquales magnitudines A B, C; ſitque A B maior quam C, ſit & alia D quæcunque. Dico A B ad D maiorē habere proportionem, quā C ad D; & D ad C maiorem, quam ad A B. Cum enim A B maior ſit quam C; ponatur ipſi C æqualis B E. Itaque minor ipſarum A E, E B a multiplicetur, donec maior fiat quam D. Sit primò A E minor quam E B; & multiplicetur A E, donec maior fiat quam D, quæ ſit F G, Et quam multiplex eſt F G a def.4.5.



ipsius A E, tam multiplex fiat G H ipsius E B,& K ipsius C. Sumatur L ipsius D dupla, M tripla, & ita deinceps vna plus quoad sumpta multiplex ipsius D, fiat primò maior quã K, sumpta sit N quadrupla ipsius D,& primo maior quam K. Cum ergo K primò minor sit quam N, non erit K minor quam M, cumque æque multiplex sit F G ipsius A E,& G H ipsius E B; *b* erit F G æque multiplex ipsius A E, & F H ipsius A B. æque autem multiplex est F G ipsius A E, & K ipsius C. *c* æque ergo multiplex est F H ipsius A B, & K ipsius C: sunt ergo F H, & K æque multiplices ipsarum A B, C. Rursus cum G H ipsius E B æque sit multiplex, vt K ipsius C; sitque E B ipsi C æqualis: *d* erit & G H ipsi K æqualis. At K non est minor M: ergo nec G H minor erit M: maior autem est F G quam D; tota ergo F H vtraq; D, M maior est. Sed vtraq; D, M æqualis est ipsi N, cum M ipsius D sit tripla, vtraque autem M, D ipsius D quadrupla: est vero & N ipsius D quadrupla: ergo vtraq; M, D æquales sunt ipsi N: sed F H ipsis M, D maior est. *e* Ergo F H superat N, & K non superat N. quia ergo F H, & K sunt æque multiplices ipsarum A B, C; At N ipsius

b prop. 1. 5.

c ax. 1.

d Colligitur ex ax. 1.

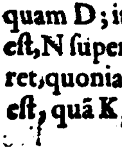
e def. 7. 5.

D vt-

D vtcunq; multiplex est, f habebit A B ad D maiorem proportionem quam C ad D. Dico contra D ad C maiorem habere, quã ad A B. ijsdem enim constructis, similiter demonstrabimus N superare K. & non superare F H. Etenim N multiplex est ipsius D: ipsarum vero A B, C vtcunque multiplices sunt F H, K: habet ergo D ad C maiorem proportionem, quam ad A B. Sit iam A E maior quam E B, & minor E B multiplicata fiat maior quàm D, quæ sit

f Cum enim sint quatuor magnitudines A B, D, C, D. superetq; multiplex prima F H multiplicẽ secunda N; at multiplex tertia K non superet multiplicem quarta N, erit maior proportio A B ad D. quam C ad D per def. 7. huius.

G H, multiplex quidẽ ipsius E B, maior vero quam D. Et quam multiplex est G H ipsius E B, tam multiplex fiat F G ipsius A E, & K ipsius C; similiterq; ostendemus F H, & K ipsarum A B, C æque multiplices esse. Sumatur deinde N multiplex quidem ipsius D; primo autem maior quam F G, vt rursus F G minor non sit quam M; maior verò G H quam D; ita vt tota F H ipsas D, M, hoc est, N superet; K vero ipsam N non superet, quoniam & G F maior quam G H, hoc est, quã K, nõ superat N. atq; ita perficie-



mus demonstrationem vt supra. Inæqualium ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 9. Theocr. 9.

Quæ ad eandem, eandem habent proportionem, æquales sunt: Et ad quas eadem eandem habet, & illæ sunt æquales.

HAbeat vtraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B æquales

a prop. 8. 5.

esse. Si non sunt æquales, a non habebit vtraque A, B ad C eandem proportionem; habet autem; æquales ergo sunt. Habeat deinde C ad A, B eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales; b non habebit C ad A, B

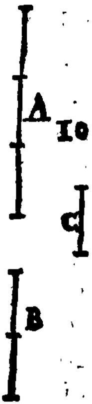
b prop. 8. 5.

eandem proportionem, Habet autem, æquales ergo sunt. Quæ ergo ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propositio 10. Theocr. 10.

Ad eandem proportionem habentium, quæ maiorem habet maior est; ad quam verò eadem maiorem habet, minor est.



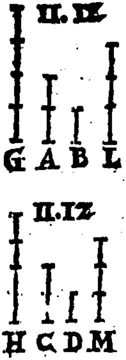
HAbeat A ad C maiorem proportionem, quam B. Dico A maiorem esse. Si non. aut A est æqualis B, aut mi- *a prop.9.5.*
nor. non æqualis *a* vtraq; enim A, B eandem haberet proportionem ad C; at non habet; nõ ergo B æqualis est ipsi A. Non minor. quia si minor esset A *b prop.8.5.*
quam B. *b* haberet A ad C minorem proportionem, quam B; at non habet; non ergo A minor est quam B. ostensum est autem quod neque sit æqualis. maior est ergo A quam B. Habeat rursus C ad B maiorem proportionem quam ad A; dico B minorem esse, quam A. Si non; aut est æqualis, aut ma- *c prop.9.5.*
ior. Non æqualis, *c* haberet enim C ad A & B eandem proportionem; at non habet; non ergo A æqualis est ipsi B. Neque *d prop.8.5.*
maior est B quam A; *d* haberet enim C ad

B minorem proportionem quam ad A; at non habet: non ergo B maior est quam A. Ostensum est autem quod neque æqualis. maior ergo est A, quam B. Ad eandem ergo proportionẽ, &c. Quod oportuit demonstrare.

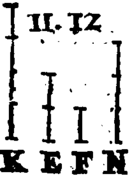
Propositio 11. Theor. 11.

Quæ eidem eadem sunt proportiones, & inter se eadem sunt.

SIt vt A ad B, sic C ad D; & vt C ad D, sic E ad F. Dico esse vt A ad B; ita E ad F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et quia est, vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, C æque multiplices G, H; ipsarum verò B, D vtcunque æque multiplices L, M: a ergo si G excedit L, excedit & H ipsam M, & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Rursus cum sit vt C ad D; ita E ad F, & acceptæ sint ipsarum C, E æque multiplices H, K; ipsa-



a def. 5. 5.



ipsarum verò D, F aliæ vtcunque æque multiplices M, N. b ergo si excedit H ipsam M, excedet & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Sed si excedit H ipsam M, excedet & G ipsam L; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L, excedet & K ipsam N; & si æqualis, æqualis: si minor, minor. Et sunt quidem G, K ipsarum A, E æque multiplices: L, N vero ipsarum B, F sunt aliæ vtcunque æque multiplices. Est c ergo vt A ad B; ita E ad F. Quæ ergo eidem, &c.

b def. 5. 5

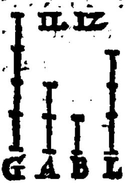
c def. 5. 5

Quod demonstrare oportuit.

Propositio 12. Theor. 12.

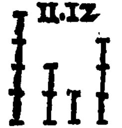
Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit vt vna antecedẽtium ad vnam consequentium, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes.

SInt quotcunq; magnitudines A, B, C, D, E, F, vt quidem A ad B; ita C ad D, & E ad F. Dico vt est A ad B; ita esse A, C, E ad B, D, F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et cum sit vt A ad B; ita C ad D; & E ad F, acceptæque sint

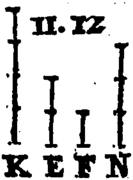


ipsarum quidem A, C, E æque multiplices G, H, K; ipsarum verò B, D, F. alię vtcunq; æque multiplices L, M, N; ergo si *a* G excedit L, excedet & H ipsã N; & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L; excedent & G, H, K ipsas L, M, N, & si ęqualis, ęquales, si minor, mino-

a def. 5. 5.



mino-

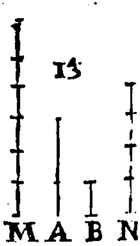


minores;suntque G;&G,H, K ipsarum A,&A,C,E,ęquè multiplices; *b* quia si fuerint quotcumque magnitudines quotcunq; magnitudinum, æqualium numero singulæ singulorum æquè multiplices, quam multiplex est vna vnius, tam multiplices sunt omnes omnium. Eadem de causa sunt, L, &,L, M, N ipsarum B, & B, D, F æque multiplices. Est ergo vt A ad B;itaA,C,E ad B,D,F. Si ergo quodcumque magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare. *b prop. 1. 5.*

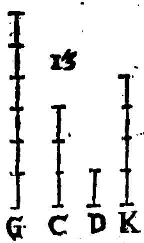
Propos. 13. Theor. 13.

Si prima ad secundam eandem proportionem habuerit, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad sextam; habebit & prima ad secundam maiorem, quam quinta ad sextam.

PRima A habeat ad secũdam B eandem proportionẽ, quam tertia C ad quartam D. Tertia verò C ad quartam D maiorẽ habeat, quam quinta E ad sextam F.



Dico primam A ad secundam B maiorem habere, quam quintã E ad sextam F. Cum enim C ad D maiorem proportionem habeat, quam E ad F; sintque ipsarum C, E quędam ęque multiplices; ipsarum verò D, F aliæ quæcumque: ac multiplex quidem ipsius C excedat multiplicem ipsius D; multiplex verò ipsius E non excedat multiplicem ipsius F. Sint ergo ipsarum C, E æquè multiplices G, H: ipsarum D, F aliæ vtcumque K, L, a sic, vt G quidem K excedat: H verò L non excedat. & quá multiplex est G ipsius C, tam multiplex sit M ipsius A; & quam multiplex est K ipsius D, tam multiplex sit N ipsius B. Et cum sit vt A ad B; ita C ad D, accepteq; sint ipsarum A, C æquè multiplices M, G: ipsarum verò B, D aliæ vtcumque ęquè multiplices N, K, si M superat N, & G superabit K; & si ęqualis, ęqualis; si minor, minor: superat auté G ipsam K; su-



a def. 7. 5.

K; *b* superabit ergo & M ipsam N: at H nõ superat L; & sunt M, H ipsarum A, E eque multiplices; N vero & L ipsarum B, F vtcumque eque multiplices sunt: *c* habet ergo A ad B maiorem proportionem, quam E ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare. b *def. 5. 5i*

Propos. 14. Theor. 14.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & secunda quam quarta maior: & si aequalis, aequalis; si minor, minor.

PRima A ad secundam B eandem habeat proportionem, quam tertia C ad quartam D. & sit A quam C maior. Dico & B quam D maiorẽ esse. Cum enim A quam C maior sit, sitque alia quæcunq; magnitudo B; *a* habebit A ad B maiorẽ proportionem, quam C ad B. Vt autem A ad B; sic est C ad D; ergo C ad D maiorẽ habet proportionem, quam C ad B. Ad *b* quam autem eadem maiorem proportionem habet; illa minor est; minor ergo est D quam B. quare B quam D maior est. a *prop. 8. 5* b *prop. 8. 5*

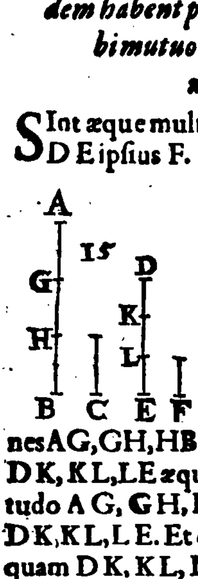
Simi-

Similiter demonstrabimus si A æqualis sit C, & B ipsi D æqualẽ esse: & si A minor sit quam C, & B minorem esse quam D. Si ergo prima ad secũdam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 15.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem; si ut sibi mutuo respondent, sumantur.

Sint æque multiplices A B ipsius C, & D E ipsius F. Dico esse ut C ad F; ita A B ad D E. Cum enim A B ipsius C ita multiplex sit, ut D E ipsius F, erunt in A B tot magnitudines æquales ipsi C; quot sunt in D E æquales ipsi F. Diuidatur enim A B in magnitudines A G, G H, H B ęquales ipsi C. Et D E in D K, K L, L E æquales ipsi F, eritq; multitudo A G, G H, H B æqualis multitudini D K, K L, L E. Et quia tam A G, G H, H B, quam D K, K L, L E æquales sunt, erit ut A G ad D K; ita G H ad K L, & B H ad L E:



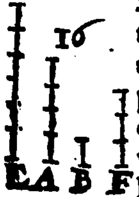
erit

erit ergo vt vnum antecedentium ad v- a prop.12.5.
num consequentium; ita omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est ergo vt A G ad D K; ita A B ad D E. Est autem A G ipsi C æqualis, & DK ipsi F: ergo vt C ad F; ita A B ad D E. Partes ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

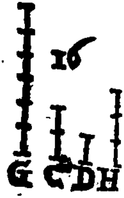
Propos. 16. Theor. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt.

SInt quatuor magnitudines proportionales A, B, C, D. Vt A ad B; ita C ad D.



Dico & permutatas proportionales esse: Vt A ad C; ita B ad D. Accipiantur enim ipsarum A, B æque multiplices, E, F; ipsarum C, D aliæ vtcumque G, H. Et quia E, F æque multiplices sunt ipsarum A, B; *a* habentq; par- a prop.15.5.
tes eodem modo multiplicium eãdem proportionem inter se cõparatę, erit vt A ad B; ita E ad F. Vt verò A ad B; ita est C ad D: ergo vt C ad D; ita est E ad F. Rursus cum



G, H

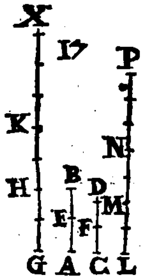
G, H ipsarum C, D sint æque multiplices; b prop. 15. 5 *b* erit vt C ad D, ita G ad H. Vt autem C ad D; ita est E ad F: ergo vt E ad F; ita est G ad H. c prop. 14. 5 *c* Cum autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, & prima quã tertia maior fuerit, erit & secũda quã quarta maior; &, si æqualis, æqualis; si minor, minor. Ergo si E superat G, & F superabit H. &, si æqualis, æqualis; si minor, minor. Sunt autem E, F ipsarum A, B, æque multiplices. G, H verò ipsarum C, D vtcumque sunt æque multiplices. d def. 5. 5. *d* Est ergo vt A ad C: ita B ad D. Si ergo quatuor magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

Proposi. 17. Theor. 17.

Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, & diuisæ proportionales erunt.

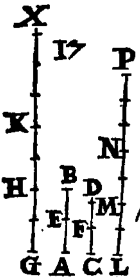
SInt compositæ magnitudines AB, BE, C D, D F proportionales. Vt quidem A B, ad B E; ita C D, ad D F: Dicò & diuisas proportionales esse, vt A E ad E B; ita C F ad F D. Accipiantur enim ipsarũ A E, E B, C F, F D æque multiplices G H, H K, L M, MN. ipsarũ verò E B, F D aliæ vtc

q



queæquè multiplices K X, N P. Et quia æquè multiplex est G H ipsius A E, vt H K ipsius E B; *a* erit G H ipsius A E ęquè multiplex, vt G K ipsius A B. ęque autem multiplex est G H ipsius A E, vt L M ipsius C F: *b* ergo ęque multiplex est G K ipsius A B, vt L M ipsius C F. Rursus quia ęquè multiplex est L M ipsius C F, vt M N ipsius F D; *c* erit L M ipsius C F æquè multiplex, vt L N ipsius C D. æquè autem multiplex erat L M ipsius C F, vt G K ipsius A B: *d* ergo G K æque multiplev est ipsius A B, vt L N ipsius C D. Sunt ergo G K, L N ipsarum A B, C D æquè multiplices. Rursus quia H K ipsius E B æquè multiplex est, vt M N ipsius F D. Est verò & K X ipsius E B æquè multiplex, vt N P ipsius F D. *e* erit composita H X ipsius E B æquè multiplex, vt M P ipsius D F. Et quia est vt A B ad B E; ita C D ad F D; sumptæque sunt ipsarum A B, C D æque multiplices G K, L N. Ipsarum verò E B, F D aliæ vtcunque æquè multiplices H X, M P. Si ergo G K superat H X, & L N superabit M P. Et si æqualis, æqualis; si minor, minor.

a *prop. 1. 5.*
b *prop. 11. 5.*
c *prop. 1. 5.*
d *prop. 11. 5.*
e *prop. 1. 5.*



nor. Superet GK ipſam HX, ablata communi HK, ſuperabit GH ipſum KX. Sed ſi GK ſuperat HX, ſuperabit & LN ipſam *MP*. Superet ergo LN ipſam MP, ſuperabit (communi MN ablata) & LM ipſam NP. Quare ſi GH ſuperat KX, & LM ſuperabit NP. Similiter demonſtrabimus, ſi GH æqualis ſit KX, & LM æqualem eſſe NP; & ſi minor, minorem. Et ſunt GH, LM ipſarum AE, CF æquę multiplices. ipſarum verò EB, FD aliæ vtcumque KX, NP. *a* Eſt ergo vt AE ad EB; ita CF, ad FD. Si ergo compoſitæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

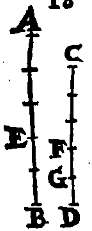
a def. 5. 5.

Propoſ. 18. Theor. 18.

Si diuiſæ magnitudines proportionales fuerint, & compoſitæ proportionales erunt.

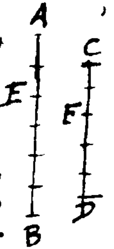
Sint diuiſæ magnitudines AE, EB; CF, FD proportionales. Vt AE ad EB; ita CF ad FD. Dico & compoſitas proportionales eſſe, vt AB ad BE; ita CD ad FD. Si non eſt vt AB ad BE; ita CD ad FD; ſit vt AB ad BE; ita CD vel ad minorem

FD;



18 FD; vel ad maiorem. Sit primo ad
minorem D G. Cum ergo ſit, vt
A B ad B E; ita C D ad D G, erunt
compoſitæ magnitudines propor
tionales; *a* ſunt ergo & diuiſæ, vt
A E ad E B, ita C G ad G D; poni- *a prop. 17. 5*
tur autem vt A E ad E B; ita C F
ad F D: *b* erit ergo vt C G ad G D, *b prop. 11. 5.*
ita C F ad F D. Eſt autem prima C G ma-
ior tertia C F: *c* erit ergo & ſecunda G D *c prop. 14. 5*
maior quarta F D; ſed & minor eſt: quod
fieri non poteſt. Non ergo eſt vt A B ad
B E; ita C D ad minorem ipſa F D. Simili-
ter demonſtrabimus, quod neq; ad maio-
rem F D; ergo ad ipſam: Si ergo diuiſæ, &c.
Quod oportuit demonſtrare.

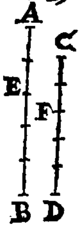
Propoſ. 19. Theor. 19.



Si fuerit vt tota ad totam; ita ablata ad ablatam; & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam.

SIt vt tota A B ad totã C D; ita ablata A E
ad ablatam C F. Dico & reliquam E B
ad reliquam F D eſſe, vt eſt tota A B, ad to-
tam C D. Cum enim ſit vt tota A B ad to-
tam C D, ita A E ad C F; *a* erit permutan- *a prop. 16. 5*
do A B ad A E, vt C D ad C F, & *b* diui- *b prop. 17. 5*
dendo

19



dendo BE ad EA, vt DF ad FC; rursusque permutando vt BE ad DF; ita EA ad FC. Vt verò AE ad CF; sic ponitur tota AB ad totam CD. *c* est ergo reliqua EB ad reliquam FD, vt tota AB ad totam CD. Si ergo fuerit, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop.11.5.

Corollarium.

Et quia demonstratum est, vt est AB ad CD, sic esse EB ad FD, erit *d* permutãdo vt AB ad EB; ita CD ad FD. compositę ergo magnitudines ꝓportionales sunt. Ostensum est autem, vt est AB ad AE; ita esse CD ad CF, quod est per conuersionẽ rationis. Vnde perspicuum est, si compositę magnitudines proportionales sint; & per conuersionem rationis proportionales esse.

d prop.16.5.

e def.17.5.

Factæ autem sunt proportiones, & in æquè multiplicibus, & in analogiis. Nam si prima secundæ æque fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; erit vt prima ad secundam; ita tertia ad quartam. Sed non ita ex contrario conuertitur. Si enim fuerit vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam,

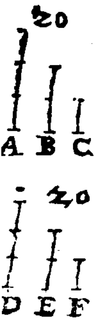
non

non omnino erit prima secundæ, & tertia quartę æque multiplex, vt in sesquialteris, vel sesquitertiis proportionibus, vel aliis huiusmodi.

Propos. 20. Theor. 20.

Si fuerint tres magnitudines, & alia illis numero æquales, quæ bina & in eadem ratione sumãtur, ex æquali autem prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta quam sexta maior; et si æqualis, æqualis; si minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur. Vt quidem A ad B; ita D ad E. Vt verò B ad C; sic E ad F, ex æquali autem A maior sit quam C. Dico & D quam F maiorem esse: & si æqualis, ęqualem: si minor minorẽ. Cum enim A maior sit quam C; alia vero quæcumq; B. a Habebit A ad B maiorem proportionem quam C ad B. Sed vt A ad B: sic est D ad E. vt autem C ad B ita est b conuer-



a prop. 8. 5.
b prop. 16. 5.

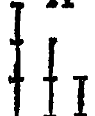
uertendò F ad E: Ergo D ad E maiorem proportionem habet, quam F ad E: b ad eandem autem proportionem habētium, quæ maiorem habet, illa maior est; maior est ergo D quam F. Similiter demonstrabimus. Si A sit æqualis C; & D æqualem esse F; & si minor, minorem. Si ergo tres fuerint magnitudines, &c. Quod demonstrare oportuit.

b prop. 10. 5

Propos. 21. Theor. 21.

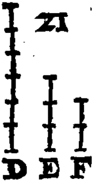
Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, fuerit autem earum perturbata proportio, & ex æquali prima maior fuerit quam tertia, & quarta quam sexta maior erit. & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

21



SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis numero æquales D, E, F quæ binæ, & in eadē ratione sumantur sit aūt perturbata earum proportio vt A ad B, sic E ad F, & vt B ad C, sic D ad E; sitq; ex æquali A quā C maior. Dico D maiorem esse ipsa F; & si æqualis, æqua-

le



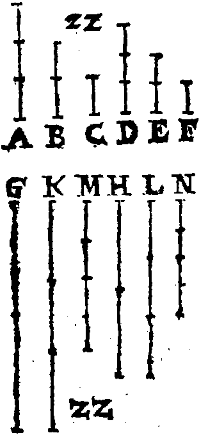
lem: si minor, minorem. Cum ergo A maior sit quam C, sitq; alia quædam B. *a* Habebit A ad B maiorem proportionẽ, quam C ad B. sed vt A ad B; ita est E ad F. Et *b* conuertendo, vt C ad B, ita E ad D: *c* quare E ad F maiorem proportionem habet, quam E ad D. Ad quam autem eadem maiorẽ proportionem habet, illa minor est: minor est ergo F, quam D: adeoque maior D quam F. Similiter ostendemus, si A sit æqualis C, & D ipsi F æqualem esse; & si minor, minorẽ. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 8. 5.
b prop. 4. 5.
c prop. 8. 5.

Propos. 22. Theor. 22.

Si fuerint quotcumq; magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, & ex æquali in eadem proportione erunt.

Sint quotcumq; magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ & in eadem proportione sumãtur, vt quidem A ad B; ita D ad E; vt verò B ad C; sic E ad F. Dico quod ex æquali in



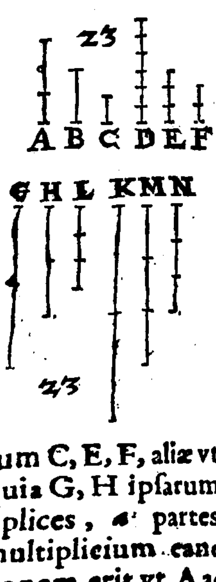
eadem sint proportione. Hoc est, dico vt est A ad C; ita esse D ad F. Sumantur enim ipsarum A, D æquè multiplices G, H; ipsarum B, E aliæ vtcumque K, L. Item ipsarum C, F aliæ vtcumq; M,N. Et cum sit, vt A ad B; ita B ad E, acceptæque sint ipsarum A, D æquè multiplices G, H. Ipsarum B, E aliæ vtcumque æquè multiplices K, L, *a* erit vt G ad K; ita H ad L. Eadem de causa erit, vt K ad M; ita L ad N. Cum ergo tres magnitudines sint G,K,M; & aliæ ipsis æquales numero H, L, N, quæ binæ, & in eadem proportione sumuntur, *b* ex æquali si G superat M, & H superabit N; si æqualis, æqualis; si minor, minor. Et sunt G,H ipsarum A, D æquè multiplices. M, N ipsarum C, F: *c* erit ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo quotcumque, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 4. 5.
b prop. 20. 5
c def. 5.

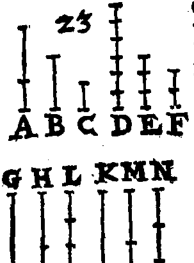
Pro-

Propoſ.23.Theor.23.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ bina, & in eadem proportione ſumantur, fuerit q́; earum perturbata proportio; & ex æquali in eadem proportione erunt.



SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipſis æquales numero binæ in eadem proportione ſumptæ D, E, F; ſit autem earum perturbata proportio. Vt A ad B; ſic E ad F. Vt verò B ad C; ſic D ad E. Dico eſſe vt A ad C; ita D ad F. Sumantur ipſarũ A, B, D æquè multiplices G, H, K. Ipſarum C, E, F, aliæ vtcumque L, M, N. Et quia G, H ipſarum A, B ſunt æquè multiplices, a partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem, erit vt A ad B; ſic G ad H. Eadem a prop.15.5.



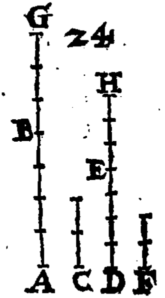
de causa erit, vt E ad F; sic M ad N, cumq; sit vt A ad B; ita E ad F; *b* erit quoque, vt G ad H: ita M ad N. Rursus quia est vt B ad C, ita D ad E, sumptæq; sunt ipsarum B, D æquè multiplices H, K: ipsarum verò C, E aliæ vtcumque L, M; *c* erit vt H ad L, ita K ad M. Ostensum est autem esse, vt G ad H; ita M ad N. Cũ ergo tres magnitudines G, H, L, proportionales sint; & aliæ ipsis numero æquales K, M, N, binæ in eadem proportione sumptę, sitq; earum perturbata proportio; ex *d* æquali si G superat L; & K superabit N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor, suntque G, K ipsarum A, D ęque multiplices. L, N verò ipsarum C, F. *e* Est ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo sint tres, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 11. 5.
c prop. 4. 5.
d prop. 21. 5.
e def. 5. 5.

Propositio 24. Theor. 24.

Si prima ad secundam eandem habueris proportionem, quam tertia ad quartam; habeat autem & quinta ad secundam eandem, quam sexta ad quartam: habebit & composita ex prima & quinta ad secundam eandem proportionem, quam tertia & sexta ad quartam.

HAbeat prima A B ad secundã C eandem proportionem, quã tertia D E ad quartam F. habeat verò & quinta B G ad secundam C eandem proportionem, quam sexta E H ad quartam F. Dico compositam ex prima & quinta A G ad secundam C eandem habere proportionem, quã habet composita ex tertia & sexta D H ad quartam F. Cum enim sit vt B G ad C; ita E H ad F; *a* erit cõuertendo vt C ad BG; ita F ad E H. Et quia est vt AB ad C: ita DE ad F. Vt verò C ad B G; ita F ad E H. *b* Ex æquali ergo



a Lemma prop. 4. 5.

b prop. 22. 5.

c prop. 18. 5. est; vt A B ad B G: ita D E ad E H. c Et cum diuisæ magnitudines proportionales sint, erunt & compositæ proportionales. Vt ergo A G ad G B; ita D H ad H E.
d prop. 22. 5. Est vero, vt G B ad C: ita E H ad F: d ex æquali ergo est, vt A G ad C: ita D H ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 25. Theor. 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima duabus reliquis maiores erunt.

SInt quatuor magnitudines proportionales A B, C D, E, F, vt quidē A B, ad C D: ita E ad F. Sit maxima A B, minima F. Dico A B, & F, quam C D, E maiores esse. a Ponatur ipsi E æqualis A G:
a prop. 3. 1. ipsi F, æqualis C H. Cum ergo sit vt A B ad C D; ita E ad F. Sit autem ipsi E æqualis A G; F verò C H. erit vt A B ad C D; ita A G ad C H. Et quia est vt tota A B ad totam C D,

CD; ita ablata AG ad ablatam CH; *b* erit & reliqua GB ad reliquam HD, vt tota AB ad totam CD: maior est autem AB quam CD. maior ergo etiam est GB, quã HD. Et cum AG æqualis sit ipsi E; & CH ipsi F; erunt AG & F æquales ipsis CH, & E, & cum, *c* quando æqualia inæqualibus adduntur, tota fiant inæqualia. Ergo si (GB, HD inæqualibus existentibus & maiori GB) addantur ipsi GB, ipsæ AG; & F; ipsi verò HD; ipsæ CH, & E, colligentur AB, & F maiores, quam CD; & E. Si ergo quatuor, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 19. 5.

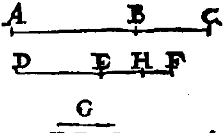
c ax. 4.

Sequentes propositiones non sunt Euclidis, sed à Federico Commandino ex Pappo Alexandrino collectæ.

Propositio 26. Theor. 26.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, habebit conuertendo secunda ad primam minorem, quam quarta ad tertiam.

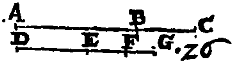
HAbeat AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico CB ad ad B A minorem habere, quã F E ad E D. Sit vt A B ad B C: ita D E ad aliam G: ergo D E ad G maiorem habet proportionem, quã D E ad E F: *a* minor ergo erit G, quam E F. Ponatur ipsi G æqualis EH.



a prop. 8. 5.

Quia igitur vt A B ad B C; ita est D E ad E H: *b* erit conuertendo, vt C B ad B A; ita H E ad E D. *c* Sed H E ad E D minorem habet proportionem, quam F E ad E D: Ergo & C B ad A B minorem habebit, quam F E ad E D. Quod oportuit demonstrare.

b Lemma prop. 4. 5.
c prop. 8. 5.



Quod si AB ad B C minorem habuerit proportionem, quam D E ad E F; habebit conuertendo C B ad B A maiorem, quam F E ad E D. sit vt A B ad B C; *ita* D E ad aliam E G, *d* quæ maior erit quam E F. *e* Conuertendo ergo erit vt C B ad B A; ita G E ad E D. *f* At G E ad ED maiorem habet proportionem, quam F E ad E D: ergo C B ad B A maiorem habebit, quam F E ad E D.

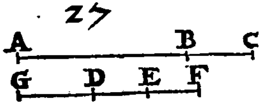
d prop. 8. 5.
e Lemma prop. 4. 5.
f prop. 8. 5.

Pro-

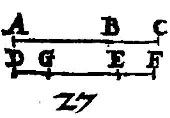
Propositio 27. Theor. 27.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebit permutando prima ad tertiam maiorem, quam secunda ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico A B ad D E maiorẽ habere, quã B C ad E F. Vt enim A B ad B C; ita sit alia



G E ad E F: *a* quæ maior erit, quam D E. *a prop. 8. 5.* *b* Est ergo permutando, vt A B ad G E; ita B C ad E F. *b prop. 16. 5.* *c* Habet autem A B, ad D E maiorem proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. *c prop. 8. 5.* Ergo A B ad D E maiorem proportionem habebit, quam B C ad E F. Quod oportuit demonstrare.



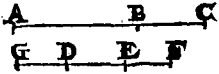
Eadem ratione, si AB ad B C minorẽ habeat proportionem, quam D E ad EF, sequetur permutando AB ad DE minorem habere, quam B C ad E F. Sit enim vt A B ad B C; ita alia G E ad d prop. 8. 5. G E ad E F, d quæ minor erit quam D E. e prop. 8. 5. e Sed A B ad D E minorem habet proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. Habebit igitur A B ad D E minorem proportionem, quam B C ad E F.

Propositio 28. Theor. 28.

Si prima ad secundam maiorem proportionem habeat, quā tertia ad quartam, etiam componendo prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habebunt, quam tertia & quarta ad quartam.

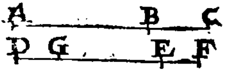
HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico & A C ad C B maiorem habere, quam D F ad F E. sit vt A B ad B C; ita alia G E ad E F:

28



a prop. 8. 5. a erit G E maior quam D E. Quia igitur b prop. 18. 5. est, vt A B ad B C; ita G E ad E F; b erit cōponendo, vt A C ad C B; ita G F ad F E. c prop. 8. 5. c Sed G F ad F E maiorem proportionem habet, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B maiorem habet proportionem, quam D F ad F E. Quod oportuit demonstrare.

Quod



28

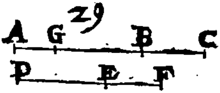
Quod si AB ad BC minorem proportionem habeat, quã DE ad EF, *d* habebit etiam componendo AC ad CB minorem, quam DF ad EF. Quia enim AB ad BC minorem proportionem habet, quã DE ad EF; sit vt AB ad BC; ita alia GE ad EF, *e* erit ea minor quam DE. ergo vt AC ad CB, ita erit GF ad FE. sed GF ad FE minorem habet proportionem, quam DF ad FE. Ergo & AC ad CB minorem habebit, quam DF ad FE.

d prop.18.5.

e prop.8.5.

Propositio 29. Theor. 29.

Si prima & secunda ad secundam maiorem habeat proportionem, quam tertia & quarta ad quartam, habebit & diuidendo prima ad secundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.



HAbeat AC ad CB maiorem proportionẽ, quã DF ad FE. Dico & AB ad BC maiorem habere, quam DE ad EF. Vt enim DF ad FE; ita sit alia GC ad

a prop. 8. 5. ad C B; *a* eritque G C minor, quam A C; & diuidendo erit G B ad B C; vt D E ad
b prop. 8. 5. E F. *b* sed A B ad B C maiorem proportionem habet, quam G B ad B C. Ergo & A B ad B C maiorem babebit, quam D E ad E F. Si vero A C ad C B minorem habeat proportionem, quam D F ad F E; habebit & diuidendo A B ad B C minorem, quam D E ad E F. Si enim sit vt D F

29

c prop. 8. 5. ad F E; ita alia G C ad C B, *c* erit G C quã
d prop. 17. 5. A C maior, *d* eritque diuidendo G B ad B C, vt D E ad E F. Habet autem A B ad B C minorem proportionem, quam G B ad B C; habebit ergo & A B ad B C minorem, quam D E ad E F.

Propositio 30. Theor. 30.

Si prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habeat, quam tertia & quarta ad quartam; per conuersionem rationis prima & secunda ad primam minorem habebit, quam tertia & quarta ad tertiam.

Habe-

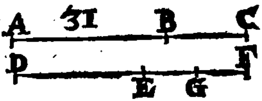
HAbeat A C ad B C maiorem proportionem, quam D F ad F E. Dico C A ad A B minorem habere, quam F D ad D E. Sit enim vt A C ad C B, sic D F ad aliam F G, *a* quæ minor erit quam F E. *b* Quare per conuerſionem rationis, vt C A ad A B; ita erit F D ad D G. *c* ſed F D ad D G minorem proportionem habet, quã F D ad D E. Ergo & C A ad A B minorem habebit, quam F D ad D E. Quod ſi A C ad C B minorem proportionem habeat, quã D F ad F E; habebit per conuerſionem rationis C A ad A B maiorem, quam F D ad D E; erit enim vt A C ad C B, ita D F ad maiorem quam F E reliqua manifeſta ſunt.

a prop. 8. 5.
b corol. 19. 5.
c prop. 8. 5.

Propoſitio 31. Theor. 31.

Si prima ad tertiam maiorem proportionem habeat; quam ſecunda ad quartam; habebit etiam prima ad tertiam maiorem, quam prima & ſecunda ad tertiam & quartam.

HAbeat A B ad DE maiorem proportionem, quam B C ad E F. Dico & A B ad D E maiorem habere, quam A C ad D F. Sit enim



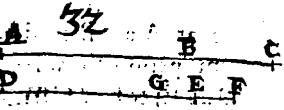
a prop.8.5. vt A B ad DE; ita B C ad aliam E G, *a* quę
b prop.12.5. minor erit quam E F. *b* Ergo tota A C ad
c prop.8.5. totam D G eſt vt A B ad D E. *c* ſed A C ad D G maiorem proportionem habet quã ad D F: ergo A B ad D E maiorem habebit, quam A C ad D F; Et manifeſtum eſt totam A C ad totam D F minorem habere, quam A B ad D E. & ſi minor ſit proportio partis, totius maior erit.

Propoſitio 32. Theor. 32.

Si tota ad totam maiorẽ habuerit proportionem, quam ablata ad ablatam; habebit & reliqua ad reliquam maiorem quam tota ad totam.

HABEAT A C ad D F maiorem proportionẽ, quã A B ad D E. Dico & reliquã B C ad reliquã E F maiorẽ habere, q̃ A C ad D F. Sit enim vt A C ad D F, ita

A B

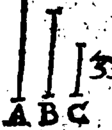


AB ad DG. *a* ergo & reliqua BC ad reliquam GF est, ut AC ad DF. sed *b* BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG. Ergo & BC ad EF maiorem habebit, quam AC ad DF. Si verò AC ad DF minorem proportionem habeat, quam AB ad DE, & reliqua BC ad reliquam EF minorem habebit, quam AC ad DF, quod eodem, quo supra, modo ostendetur.

a prop. 19. 5.
b prop. 8. 5.

Propositio 33. Theor. 33.

Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, habeat q; prima priorum ad secundam maiorem proportionem, quã prima posteriorum ad secundam; secunda verò priorum ad tertiam maiorem habeat quam secunda posteriorum ad tertiam: etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem habebit, quam prima posteriorum ad tertiam.



Habeat A ad B maiorem proportionem, quam D ad E, & B ad C maiorem, quã E ad F. *Dico* ex æquali A ad C maiorẽ habere quam D ad F. Cum enim A ad B maiorẽ proportionem habeat, quam *D* ad E, *a* habebit permutando A ad D maiorem, quam B ad E. Et eadem ratione B *ad* E maiorem, quã C ad F. ergo A ad D maiorẽ habet quam C ad F; & permutando A ad C maiorem habebit, quam D ad F. Quod oportebat demonſtrare.

a prop. 17. 5

Quod ſi prima priorum ad ſecundam minorem habeat proportionem, quam prima poſteriorum ad ſecundam: ſecunda vero priorum ad tertiam minorem habeat; quam ſecunda poſteriorum *ad* tertiam, Similiter demonſtrabitur etiam ex æquali primam priorum ad tertiam minorem proportionem habere, quam primam poſteriorum ad tertiam.

EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

Definitiones.

1. Similes figuræ rectilineæ ſunt, quæ ſingulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia. *Cuiuſmodi ſunt propoſ. 4. triangula A B C, D C E.*

2. Reciprocæ figuræ ſunt, quando in vtraque figura antecedentes & conſequentes rationes ſunt. *Vt propoſ. 14. ſunt figuræ A D B F, B E C G, in quibus antecedentes ſunt D B, G B, conſequentes B E, B F. & propoſ. 15. triangula A B C, A D E. in quibus antecedentes ſunt C A, A E; conſequentes A D, A B.*

3. Extrema ac media ratione linea recta ſecari dicitur, quando eſt vt tota ad

maiorem portionem, ita maior portio ad minorem. *Hæc sectio demonstrata est prop. 11. lib. 2. in qua linea AB in H extrema ac media ratione secta est, estque vt recta AB ad maiorem portionem AH, ita maior ad minorem BH. demonstrabitur etiam lib. 6. prop. 30.*

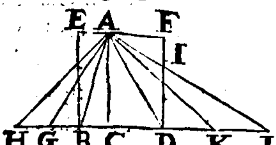
4. Altitudo cuiusque rectilineæ figuræ est perpendicularis, quæ à vertice ad basim ducitur. *Vt propos. primæ triangulorum AHB, ABD, ADL altitudo est perpendicularis AC.*

5. Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. *Vt ex proportione dupla & tripla componitur sextupla; nam denominator duplæ 2. ductus in denominatorem triplæ 3. facit 6. Sunt autem ipsi denominatores quantitates proportionum.*

Propositio 1. Theor. 1.

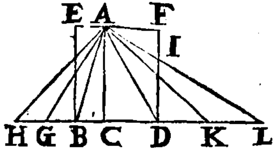
Triangula & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter se sunt vt bases.

SInt triangula ABC, ACD, parallelogramma EC, CF habentia altitudinē eandem, perpendicularem nempe ex A in BD ductā. Dico esse, & triangulum ABC, ad triangulum ACD, & parallelogrammū EC, ad parallelogrammū CF, vt est basis BC ad basim CD. Producatur enim BD vtrinque in H, L, sintque basi BC æquales BG, GH; basi verò CD quæcunque DK, KL, & iungantur AG, AH, AK, AL. Cumque BC, BG, GH æquales sint, a erunt & triangula AGH, AGB, ABC æqualia. Quam multiplex ergo est basis HC baseos BC, tam multiplex est triangulum AHC trianguli ABC. Eadem de causa quam multiplex est LC basis ipsius CD, tam multiplex est triangulum ALC trianguli ACD. Et si basis HC, basi CL æqualis sit; erit & triangulum AHC, triangulo ACL æquale; Et si



a prop. 38. 1.

superet HC, ipsam CL, superabit & triangulum AHC, triangulũ ACL; & si minor, minus. Cũ ergo quatuor sint magnitudines, duæ bases BC, CD; &



duo triangula ABC, ACD; acceptæq; sint baseos quidẽ BC, & trianguli ABC æque multiplicia, basis HC, & triangulũ AHC. Baseos verò CD, & trianguli ACD, *alia* vtcunq;, nempe basis CL, & triangulum ALC: demõstratumq; sit si HC excedat CL, & AHC excedere ALC; & si ęqualis, æquale; & si minor, minus; *b* erit vt basis

b *def.5.5.* BC ad basim CD; ita triangulũ ABC, ad triangulũ ACD. Et cum trianguli ABC

c *prop.41.1.* *c* duplũ sit parallelogrãmum EC; trianguli verò ACD duplũ parallelogrãmũ FC, &

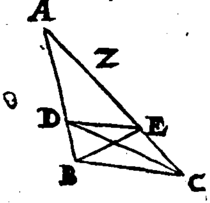
d *prop.15.5* *d* partes eodẽ modo multipliciũ eandem habeant proportionẽ, erit vt triangulum ABC ad triangulũ ACD; ita parallelogrãmum EC, ad parallelogrãmum FC. Et q̃ demonstratũ est, esse vt basim BC ad basim CD, ita triangulũ ABC ad triangulũ ACD.

e *prop.11.5.* Vt vero ABC ad ACD; ita EC ad CF; *e* erit vt basis BC ad basim CD; ita parallelogrãmum EC ad parallelogrammũ CF. triangula ergo & parallelogrãma, &c. Quod oportuit demõstrare.

Pro-

Propos. 2. Theor. 2.

Si vni laterum trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, recta sectiones coniungens, reliquo lateri parallela erit.

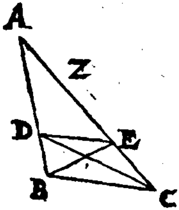


Lateri BC trianguli ABC ducta sit parallela DE. Dico esse, vt BD ad DA; ita CE ad EA. Ductis enim BE, CD *a* erit triangulum BDE æquale triangulo CDE; habent enim eandem basim DE, & sunt in iisdem parallelis DE, BC. Aliud autem triangulum est ADE. *b* Æqualia autem ad idem eandem habent proportionem: erit ergo vt BDE triangulum ad ADE; ita CDE triangulum ad idem ADE triangulum. *c* Sed vt BDE ad ADE; ita est BD ad DA. cum enim in eadem sint altitudine, quam perpendicularis ex E in AB ducta ostendit, inter se erunt vt bases. Ob eandem causam,

a prop. 37. 1

b prop. 7. 5.

c prop. 1. 6.



d prop.11.5

sam, vt est triangulum CDE ad ADE; ita est CE ad EA; d vt ergo BD ad DA; ita est CE ad EA. Sint iam trianguli ABC latera AB, AC proportionaliter secta, sitq; vt BD ad DA, ita CE ad EA. Ducta ergo DE, dico illam ipsi BC parallelam esse. iisdem enim constructis, cum

e prop.1.6.

sit vt BD ad DA, ita CE ad EA; e atqui vt BD ad DA; ita est triangulum BDE ad triangulum ADE. Et vt CE ad EA;

f prop.11.5.

ita triangulum CDE ad idem ADE; f vt ergo triangulũ BDE ad triangulũ ADE. sic triangulum CDE, ad triangnlũ ADE. vtumq; ergo triangulorũ BDE, CDE ad

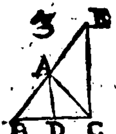
g prop.9.5.

h prop.40.1

triangulũ ADE g eandem habet proportionem, æqualia ergo sunt, suntque in eadem basi DE. h at triangula æqualia eandem habentia basim, in iisdem sunt parallelis. ergo DE parallela est ipsi BC. Si ergo vni lateri, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propoſ. 3. Theor. 3.

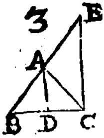
Si trianguli angulus biſecetur, rectaq; angulum ſecans, ſecet & baſim, habebunt baſis partes eandem proportionem, quam reliqua trianguli latera Et ſi baſis partes eandem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera, quæ à vertice ad baſim ducitur recta linea, trianguli angulum biſecabit.



ESto triangulum A B C, & & angulus B A C biſecetur rectâ A D. Dico eſſe, vt B D ad D C, ita B A ad A C. Ducatur C E per C, parallela D A, cui B A producta in E occurrat. Et quia in parallelas A D, E C recta A C incidit, *a* erunt anguli A C E, C A D æquales ſed C A D, B A D ponuntr æquales; *b* erunt ergo & BAD, ACE æquales. Rurſus cum in parallelas AD, EC incidat BE, *c* erit angulus externus B A D, æqualis interno A E C; oſtenſus eſt autem & A C E ipſi B A D æqualis: *d* erit ergo & A C E æqualis ipſi AEC. *e* vnde & latera AE, AC æqualia erunt. Et quia trianguli B C E lateri

a prop. 29. 1
b ax. 1.
c prop. 29. 1
d ax. 1.
e prop. 6. 1

teri



ri EC ducta est parallela AD; *f* erit vt B D ad D C; ita BA ad AE; est autem A E ipsi AC æqualis: *g* est ergo vt B D ad D C ita B A ad A C. Sed esto iam vt BD ad DC; ita BA ad AC, iunctaq; sit AD. Dico angulum B A C bisecari rectâ A D: iisdem enim constructis, cum sit vt B D ad D C; ita B A ad AC: *h* & vt B D ad D C; ita BA ad AE (est enim lateri E C trianguli B C E ducta parallela A D) erit vt B A ad AC ita BA ad A E; *i* æqualis ergo est A C ipsi A E. *k* Quare & angulus A E C angulo A C E æqualis erit. *l* sed A E C externo B A D est æqualis; *m* & A C E alterno C A D; erit ergo & B A D æqualis ipsi C A D: ergo B A C rectâ AD bisecatur. Si ergo trianguli angulus, &c. Quod oportuit demonstrare.

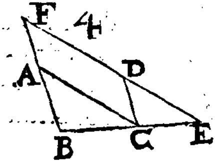
f prop. 2. 6.
g prop. 7. 5.
h prop. 2. 6.
i prop. 9. 5.
k prop. 6. 1.
l prop. 9. 1.
m prop 29. 1.

Propos. 4. Theor. 4.

Aequiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionalia sunt; Et latera æqualibus angulis subtensa, homologa, siue eiusdem rationis.

Sint

SInt triangula A B C, D C E ęquiangula, æquales habentia angulos A B C, D C E, & A C B, D E C, & B A C, C D E.



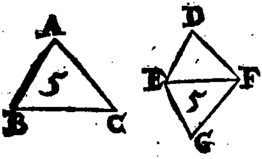
Dico latera circa æquales angulos esse proportionalia; & latera æqualibus angulis subtensa, homologa. Componantur enim B C, C E in directum. Et cum anguli A B C, A C B duobus rectis minores sint, sit autem angulus D E C angulo A C B æqualis, erunt & A B C, D E C duobus rectis minores *a* concurrent ergo B A, E D productæ. Concurrant in F; cumque anguli D C E, A B C ęquales sint, *b* erunt rectæ B F, C D parallelę. Rursus cum anguli A C B, D E C æquales sint, *c* erunt & A C, F E parallelæ, ideoque F A C D parallelogrammum est; *d* eritque F A æqualis ipsi C D; & A C ipsi F D; & cum ad latus F E trianguli F B E ducta sit parallela A C, *e* erit vt B A ad A F; ita B C ad C E; est autem A F æqualis ipsi C D; vt *f* ergo B A ad C D; ita B C ad C E; & *g* permutando, vt A B ad B C; ita D C ad C E. Rursus cum C D, B F parallelæ sint, *h* erit vt B C ad C E; ita F D ad D E. Est autem D F æqua-

a *def. 11. 1.*
b *prop. 28. 1*
c *prop. 28. 1.*
d *prop. 34. 1*
e *prop. 2. 6.*
f *prop. 7. 5*
g *prop. 16. 5*
h *prop. 2. 6.*

i prop.7.5. æqualis A C. Vt i ergo BC ad C E, ita AC
k prop.16.5 ad ED: k ergo permutando, vt BC ad CA; ita C E ad E D. Cum ergo demonstratum sit, esse vt A B ad B C; ita D C ad C E. Vt verò B C ad C A; ita C E ad E D; erit ex
l prop.22.5. l æquali vt BA ad A C; ita C D ad D E. æquiangulorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 5. Theor. 5.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quibus homologa latera subtenduntur, æquales.



HAbeant triangula AB C, D E F latera proportionalia, nempe, vt AB ad B C; ita D E ad E F. Et vt B C ad C A; ita E F ad F D: atq; vt B A ad A C, ita ED ad DF. Dico triangula A BC, DEF æquiangula esse, æqualesque habere angulos, quibus homologa latera subtenduntur. vnde æquales erunt anguli A B C, D E F;
a prop.23.1. & BCA, E F D; & BAC, E D F, a Constituantur

tuantur .n. ad puncta E, F rectæ EF anguli FEG, EFG æquales angulis ABC, BCA erūt ergo & reliqui BAC, EGF ęquales: triangula ergo ABC, EGF sunt æquiangula: *b* habent igitur latera circa æquales angulos proportionalia; eruntque latera æqualibus angulis subtēsa, homologa. Ergo vt AB ad BC; ita EG ad EF: Sed vt AB ad BC; ita ponitur DE ad EF: *c* vt igitur DE ad EF; ita GE ad EF. Vtraq; ergo DE, GE ad EF eandem habet proportionē; *d* ęquales igitur sunt DE, GE. Eadem de causa DF, GF æquales erunt. Cum igitur DE, EG æquales sint, communis EF: erunt duæ DE, EF, duabus GE, EF æquales; & basis DF basi GF æqualis; *e* erit ergo angulus DEF angulo GEF æqualis; & triangulum DEF triangulo GEF æquale; & reliqui anguli, reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur: anguli ergo DFE, GFE sunt æquales; item EDF, EGF: & cum angulus FED æqualis sit angulo GEF; & GEF ipsi ABC, *f* erit & ABC ipsi FED æqualis. Eadem de causa erit angulo ACB æqualis angulus DFE; & angulus ad A angulo ad D. triangula ergo ABC, DEF ęquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 4. 6.

c prop. 11. 5.

d prop. 9. 5.

e prop. 8. 1.

f ax. 1.

Pro-

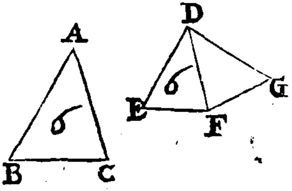
Propos.6. Theor.6.

Si duo triangula vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quos homologa latera subtendunt, æquales.

SInt duo triangula A B C, D E F, angulos B A C, E D F habentia æquales, & circa ipsos latera proportionalia, vt B A ad A C; ita E D ad D F. Dico triangula ABC, D E F esse æquiangula, adeoque angulum A B C angulo DEF; & A C D ipsi D F E, æqualem habere. *a* Constituatur enim ad puncta D, F rectæ D F alterutri angulorum B A C, E D F æqualis F D G; angulo verò A C B æqualis D F G: erit igitur & reliquus ad B, reliquo ad G æqualis *b* triangula ergo A B C, D G F sunt æquiangula. Est ergo vt B A ad A C; ita G D ad D F: ponitur autem vt B A ad A C, ita E D ad D F; ergo vt E D ad D F; ita est G D ad D F;

a prop.23.1.

b prop.8.1.



DF; c æqualis ergo est ED ipsi GD, communis DF. Duæ ergo ED, DF, duabus GD, DF sunt æquales, & angulus EDF angulo GDF æqualis; d erit ergo, & basis EF basi GF æqualis, & triangulum DEF triangulo GDF: quare reliqui anguli reliquis æquales erunt, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus ergo DFG æqualis est angulo DFE; & qui ad G illi, qui ad E. Sed DFG æqualis est ACB angulo; e ergo & ACB ipsi DFE æqualis erit; ponitur autem & BAC ipsi EDF æqualis: reliquus ergo ad B æqualis erit reliquo ad E. triangula ergo ABC, DEF æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 9. 5.

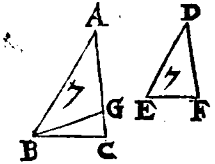
d prop. 8. 1.

e ax. 1.

Propos. 7. Theor. 7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem; & circa alios angulos latera proportionalia habuerint; reliquorum vero vtrunque, aut minorem, aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula; & angulos, circa quos latera sunt proportionalia, æquales habebunt.

Q Sint



Sint duo triangula A B C, D E F, habentia angulos B A C E D F æquales; circa alios vero angulos ABC, D E F latera proportionalia. Vt A B ad B C; ita D E ad E F. reliquorum verò angulorum qui ad C, & F, primum vtrumque minorem recto. Dico A B C, D E F triangula, esse æquiangula; angulumque A B C angulo D E F; & qui est ad C, illi qui est ad F, æqualem. Quod si anguli A B C, D E F inæquales sint; erit vnus maior. Sit maior A B C; &

a prop. 23. 1. *a* constituatur ad punctum B rectæ A B angulus A B G, æqualis angulo D E F. Et cum anguli A, D æquales sint; item ABG,

b prop. 32. 1. D E F; *b* erunt & reliqui A G B, D F E æquales. triangula ergo ABG, DEF æqui-

c prop. 4. 6. angula sunt; est ergo vt AB, ad BG; ita DE ad E F: sed vt D E ad E F; ita ponitur A B ad B C: ergo vt A B ad B C; ita est A B ad

d prop. 9. 5. B G. *d* Cum ergo A B ad vtramque B C, B G eandem habeat proportionem, e-

e prop. 5. 1. runt B C, B G æquales. *e* ergo & anguli B G C, B C G æquales erunt: At B C G minor recto ponitur, erit ergo & B G C

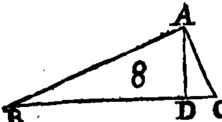
f prop. 13. 1. recto minor: *f* quare angulus A G B ei

dein-

deinceps maior erit recto: ostensus est autem æqualis angulo F: erit igitur & angulus F maior recto; at minor ponitur, quod est absurdum: anguli ergo A B C, D E F non sunt inæquales: æquales ergo. *g prop. 32. 1.* *g* sunt verò & anguli A, D æquales: ergo & qui ad C & F æquales erunt. Quare triangula A B C, D E F æquiangula erunt. Sit rursus vterque angulus ad C & F non minor recto. Dico & sic triangula A B C, D E F æquiangula esse. iisdem enim constructis, ostendemus rectas B C, B G esse æquales, vt prius: *h* erunt igitur & anguli *h prop. 5. 1.* C, B G C æquales. Cum ergo C recto non sit minor, nec B G C recto minor erit. Sunt ergo trianguli B G C duo anguli non minores duobus rectis, *i* quod fieri *i prop. 17. 1.* non potest, non ergo anguli A B C, D E F inæquales sunt: æquales ergo. Sunt vero & anguli ad A & D æquales; erunt *k* igitur & reliqui ad C & F æquales. *k prop. 32. 1.* Quare triangula A B C, D E F sunt æquiangula. Si ergo duo triangula; &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos.8.Theor.8.

In rectangulo triangulo si ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, quæ ad perpendicularem sunt triangula, & toti, & inter se similia sunt.



ESto triangulum rectangulum ABC rectum habens BAC, ducaturq; ab A ad BC perpendicularis AD. Dico triangula ABD, ADC. & toti ABC, & inter se esse similia. Cum enim angulus BAC æqualis sit angulo ADB; rectus enim est vterque: & angulus ad B communis vtriq; triangulo ABC, ABD;
a colligitur ex 32.1. *a* erit & reliquus ACB reliquo BAD æqualis: æquiangula ergo sunt triangula
b prop.4.6. ABC, ABD. *b* Est ergo vt BC *rectum* trianguli ABC subtendens, ad BA rectum trianguli ABD subtendentem; ita ipsa AB angulum C trianguli ABC subtendens, ad BD subtendentem angulum BAD trianguli ABD. Et ita AC ad AD subtendentem angulum B communem vtriusq; trianguli. Triangula ergo ABC, ABD

ABD æquiangula sunt, habentque latera circa æquales angulos proportionalia; *c* similia ergo sunt triangula ABC, ABD. *c def. 1. 6.*
Eodem modo ostendemus triangulum ADC triangulo ABC simile esse. Vtrumque ergo triangulum ABD, ADC toti ABC simile est. Dico quod & inter se similia sint ABD, ADC triangula. Cum enim anguli BDA, ADC recti sint, erunt & æquales; ostensus est autē & BAD ipsi C æqualis: *d* ergo & reliquus ad B, reliquo DAC æqualis erit. *d colligitur ex 32. 1.* Triangula ergo ABD, ADC æquiangula sunt. *e* Est ergo, vt BD subtendens angulum BAD *e prop. 4. 6.* trianguli ABD, ad DA subtendentem angulum C trianguli ADC æqualem angulo BAD; ita ipsa AD subtendens trianguli ABD, angulum B, ad DC subtendentem angulum DAC trianguli ADC æqualem angulo B; & ita BA ad AC subtendentem rectum ADC. Triangula ergo ABD, ADC similia sunt. Si ergo in triangulo rectangulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Corollarium.

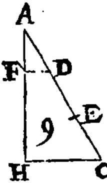
Ex his manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim per-

 pen-

pendicularis ducatur, ipsam inter basis partes mediam proportionalem esse. Et inter basim, & partem basis, medium proportionale esse latus, quod ad partem. *Vt inter B C, A B media proportionalis est pars B D. Inter B C, A C, pars D C.*

Propos. 9. Probl. 1.

A data recta linea imperatam partem auferre.

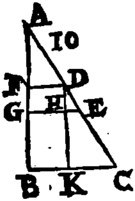


Oporteat à data recta A B imperatam partem auferre. Sit auferenda pars tertia. Ducatur ab A recta A C cum A B quemcumque angulum continens; & accipiatur in A C quodcumque punctum D, a prop. 3. 1. *a* ponanturq; ipsi A D æquales D E, E C; b prop. 3. 1. 5. ducatur C B, *b* eique per D parallela ducatur D F. Cum ergo lateri B C trianguli c prop. 2. 6. A B C parallela sit ducta D F; *c* erit vt C D ad D A; ita B F ad F A. Est autem D C ipsius D A dupla; dupla ergo est & B F ipsius F A. tripla ergo est B A ipsius A F. A data ergo recta A B imperata pars, nimirum tertia A F ablata est. Quod oportuit facere.

Pro-

Propos. 10. Probl. 2.

Datam rectam lineam insectam, data recta secta similiter secare.



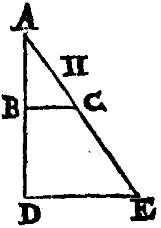
OPorteat datam insectam AB similiter secare, vt secta est AC. Sit AC in punctis D, E secta. Collocentur AB, AC vt angulum quemcumque contineant, & ducatur CB; atque per D, E agantur ipsi BC parallelæ DF, EG; & per D ipsi AB ducatur parallela DHK; & erit vtrumque FH, HB parallelogrammum. *a* Sunt ergo tam DH, FG; quam HK, GB æquales. & cum ipsi KC trianguli DKC ducta sit parallela HE; *b* erit vt CE ad ED; ita KH ad HD. *c* Est autem tam KH ipsi BG; quam HD ipsi GF æqualis; est ergo vt CE ad ED; ita BG ad GF. Rursus *d* cum lateri EG trianguli AGE ducta sit parallela FD, erit vt ED ad DA; ita GF ad FA: ostensum est autem esse, vt CE ad ED, ita BG ad GF. est ergo vt CE ad ED; ita BG ad GF, vt verò ED ad DA; ita GF ad

a *prop. 34. 1.*
b *prop. 2. 6.*
c *prop. 34. 1.*
d *prop. 2. 6.*

F A: data ergo recta insecta A B similiter secta est, vt secta A C. Quod oportuit facere.

Propos. 11. Probl. 3.

Duabus rectis datis tertiam proportionalem inuenire.



SInt datæ B A, A C, & ponãtur vt angulum quemcumq; cõtineant. oportet ergo ipsis B A, A C tertiam proportionalem inuenire. Producantur A B, A C ad D, E puncta; & *a* ponatur ipsi A C æqualis B D; & ipsi B C *b* ducatur parallela D E per D. Cum itaque lateri D E trianguli A D E ducta sit parallela B C; *c* erit vt A B ad D B; ita A C ad C E; æqualis est autem B D ipsi A C; est ergo vt A B ad A C; ita A C ad C E. Datis ergo duabus A B, A C inuenta est tertia proportionalis C E. Quod oportuit facere.

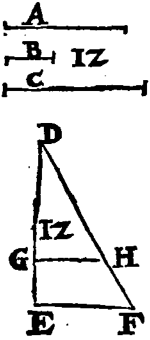
a prop. 3. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 2. 6.

Propos. 12. Probl. 4.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Opor-

OPorteat tribus datis rectis A, B, C, quartam proportionalem inuenire.

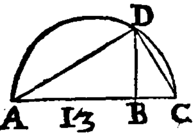


Exponantur duæ rectæ DE, DF continentes angulum quemcunq; EDF: & *a* ponatur ipsi A æqualis recta DG; ipsi B, recta GE: & ipsi C recta DH; *b* atque ipsi GH agatur parallela EF per E. Cum ergo lateri EF trianguli DEF ducta sit parallela GH, *c* erit vt DG ad GE; ita DH ad HF, Est autem DG æqualis ipsi A; GE ipsi B; DH ipsi C; est ergo vt A ad B; ita C ad HF. Tribus ergo datis A, B, C inuenta est quarta proportionalis HF. Quod oportuit facere.

a prop. 3. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 2. 6.

Propositio 13. Probl. 5.

Duabus rectis datis mediam proportionalem inuenire.

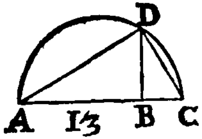


SIt duab' datis AB, BC media proportionalis inuenienda. Ponantur in directũ, describaturquè super AC semicirculus ADC; *a* & ducatur à B

a prop. 11. 1.

puncto, B D, ipsi A C ad angulos rectos, iunctis AD, D C. *b* Et quia angulus ADC rectus est; quippe in semicirculo, estq; in triangulo rectangulo ex angulo recto D ad basim A C perpendicularis ducta D B. *c* erit B D inter partes basis AB, B C, media proportionalis. Duabus ergo, &c. Quod oportuit facere.

b prop. 31. 3.



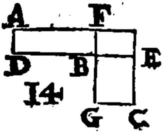
c corol. 1. prop. 8. 6.

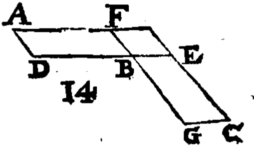
Propositio 14. Theor. 9.

AEqualium, & unum uni angulo aequalem habentium parallelogrammorum, reciproca sunt latera, quae circa aequales angulos. Et parallelogramma, quae unum uni angulum aequalem habent, & quorum reciprocantur latera circa aequales angulos, aequalia sunt.

SInt parallelogramma A B, BC aequalia, habentia angulos ad B aequales, positeque sint D B, B E in directum, *a* erunt ergo & F B, B G in directum. Dico parallelogrammorum A B, B C latera, quae circa aequa-

a Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.





æquales angulos, esse reciproca. Hoc est, esse vt D B ad B E; ita G B ad B F. Perficiatur enim parallelogrammum F E. Et quia A B, B C parallelogramma æqualia sunt, aliud autem quoddam est, F E: *b* erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E. *c* sed vt A B ad F E; ita est D B ad B E; & vt B C ad F E; ita est G B ad B F. *d* Ergo est vt D B ad B E; ita G B ad B F. Parallelogrammorum ergo A B, B C *e* latera sunt reciproca. *f* Reciprocentur iam latera, quæ circa æquales angulos; sitque vt D B ad B E; ita G B ad B F. Dico parallelogramma A B, B C æqualia esse. Cum enim sit vt D B ad B E; ita G B ad B F. *g* Et vt D B ad B E; ita A B ad F E; atque vt G B ad B F; ita B C ad F E: erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E; *h* æqualia ergo sunt parallelogramma A B, B C. Æqualium ergo, & vnum vni, &c. Quod oportuit demonstrare.

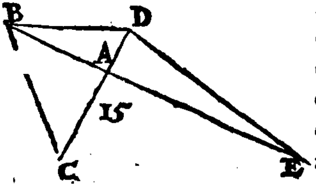
b *prop. 7. 5.*
c *prop. 1. 6.*
d *prop. 11. 5.*
e *def. 6. 5.*
f *def. 2. 6.*
g *prop. 1. 6.*
h *prop. 9. 5.*

Pro-

Propositio 15. Theor. 10.

AEqualium triangulorum, & vnum angulum vni æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et triangula, quæ vnum angulum vni æqualem habent, & quorum latera quæ circa æquales angulos, reciprocantur, sunt æqualia.

SInt triangula ABC, ADE æqualia, habeantque vnum angulum BAC, vni DAE æqualẽ. Dico latera, quę circa ęquales sunt angulos, reciproca esse.



Hoc est, esse, vt CA ad AD; ita EA ad AB. Ponantur enim CA, AD in directum; *a* erunt ergo & EA, AB in directum. & ducatur BD. Cum igitur triangula ABC, ADE æqualia sint, sitque aliud ABD; *b* erit vt CAB ad BAD; ita ADE ad idem BAD: *c* sed vt CAB ad BAD;

a Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.
b prop. 7. 5.
c prop. 1. 6.

BAD; ita est CA ad AD. Et vt EAD ad BAD; ita est EA ad AB: *d* Ergo vt CA ad AD; ita est EA ad AB. Triangulorum ergo ABC, ADE latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur. Sed reciproca sint iam latera triangulorum ABC, ADE. Et sit vt CA ad AD; ita EA ad AB. Dico triangula ABC, ADE esse æqualia. Iuncta rursus BD, erit vt CA ad AD; ita EA ad AB: *e* sed vt CA ad AD; ita est triangulum ABC ad triangulum BAD; vt verò EA ad AB; ita triangulum EAD ad triangulum BAD. Vt ergo ABC ad BAD; ita est EAD ad idem BAD: vtrumque ergo ABC, EAD ad BAD eandem habet proportionem: *f* æquale ergo est triangulum ABC, triangulo EAD.

d prop. 11. 5.

e prop. 1. 6.

f prop. 9. 5.

Æqualium ergo triangulorum, &c.

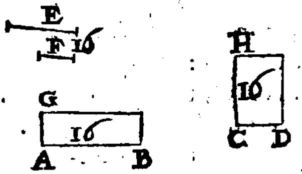
Quod oportuit demonstrare.

Propo-

Propoſitio 16. Theor. 11.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale illi quod mediis continetur rectangulo. Et ſi rectangulum extremis contentum, æquale fuerit mediis contento rectangulo; quatuor illæ lineæ proportionales erunt.

SInt quatuor rectæ A B, C D, E, F proportionales, vt A B ad C D; ita E ad F.



Dico rectãgulum A B, & F contentum, æquale eſſe contento C D, & E.

a prop.11.1. *a* Ducantur à punctis A, C ad rectas A B, C D ad angulos rectos A G, C H; ſitque ipſi F æqualis A G: & ipſi E, ipſa C H, cõpleanturque parallelogramma B G, D H. Et quia eſt, vt A B ad C D; ita E ad F, & eſt E ipſi C H; & F ipſi A G æqualis, erit
b prop.14.6 vt A B ad C D; ita C H ad A G: *b* parallelogrammorum ergo B G, D H latera, quę circa

circa æquales angulos sunt, reciprocantur: c quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum latera reciprocantur, illa æqualia sunt: parallelogramma ergo B G, D H æqualia sunt. Et est B G, quod A B, & F continetur, (est enim A G ipsi F æqualis) D H, quod C D & E continetur (est enim C H ipsi E æqualis.) Quod ergo A B, & F continetur, æquale est ei, quod C D & E continetur rectangulo. Sit iam quod A B, & F continetur, æquale ei quod C D & E continetur. Dico quatuor rectas esse proportionales. Vt A B ad C D; ita E ad F. ijsdem constructis, cum quod A B, F continetur, æquale sit ei quod C D, E continetur, sitque B G id quod A B, & F continetur (est enim A G ipsi F æqualis) D H vero, quod C D, & E continetur (est enim & C H ipsi E æqualis), erit B G ipsi D H æquale: & sunt æquiangula. d Æqualium autem & æquiangulorum parallelogrammorum latera, quæ circa æquales angulos, reciproca sunt: Erit ergo vt A B ad C D; ita E ad F. Si ergo quatuor rectæ lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 14. 6.

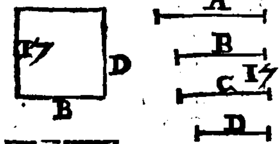
d prop. 14. 6.

Pro-

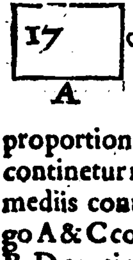
Propositio 17. Theor. 12.

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint; erit quod extremis continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit à media. Et si quod extremis continetur rectangulum æquale fuerit quadrato quod à media fit, erunt tres lineæ illæ proportionales.

SInt tres rectæ A, B, C proportionales, vt A ad B; ita B ad C. Dico quod A, C



continetur æquale esse ei quod ex B. Ponatur D æqualis ipsi B. Et cum sit vt A ad B; ita B

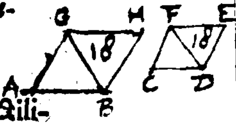


ad C; sit vero ipsi B æqualis D; erit vt A ad B; ita D ad C.
a prop. 16. 6 a Cum autem quatuor rectę proportionales sunt, est quod extremis continetur rectangulum, æquale ei quod mediis continetur rectangulo. Quod ergo A & C continetur, æquale est ei quod B, D continetur; at quod B, D continetur æquale est ei quod ex B; est enim D ipsi

ipſi B æqualis; Ergo quod A, C continetur, æquale eſt ei quod ex B quadrato. Sit iam quod A, C cõtinetur, æquale ei, quod ex B. Dico eſſe, vt A ad B; ita B ad C. iiſdem enim conſtructis, cum quod A, C cõtinetur æquale ſit ei quod ex B; & quod ex B, æquale ei quod B, D continetur, quod B, D æquales ſint; erit quod A, C continetur, æquale ei quod B, D continetur. b quando autem quod extremis continetur, æquale eſt ei quod continetur mediis, ſunt quatuor illæ lineæ proportionales. Eſt igitur vt A ad B; ita D ad C: æqualis autem eſt D ipſi B: ergo vt A ad B; ita eſt B ad C. Si ergo tres lineæ, &c. Quod oportuit demouſtrare. b prop. 16. 6

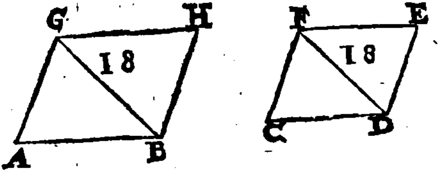
Propoſitio 18. Probl. 6.

Super data recta linea dato rectilineo ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcribere.



OPorteat ſuper data A B dato rectilineo C E ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere. Ducatur D F, & a conſtituantur ad puncta A, B rectæ A B anguli G A B, A B G æquales angulis C, a prop. 23. 1.

 C D F,



C D F; eritque reliquus C F D reliquo A G B æqualis: triangula igitur *F* C D, G A B sunt æquiangula. *b* Est ergo, vt F D ad G B; ita F C ad G A; & C D ad A B. *c* Constituantur rursus ad puncta B, G rectæ B G anguli B G H, G B H æquales angulis D F E, F D E; eritque reliquus E reliquo H æqualis: triangula ergo F D E, G B H æquiangula sunt; *d* est igitur vt F D ad G B; ita F E, G H; & E D ad H B. Ostensum autem est, esse vt F D ad G B; ita F C ad G A, & C D ad A B; *e* igitur vt F C ad A G; ita est C D ad A B; & F E ad G H; itemque E D ad H B. Et cum angulus C F D æqualis sit angulo A G B: & *DFE* ipsi B G H: erit totus C F E toti A G H æqualis. Eadem de causa erit angulus C D E æqualis angulo A B H. Est verò & angulus C angulo A; Et angulus E angulo H æqualis: æquiangula ergo sunt A H; C E, habentque latera circa æquales angulos proportionalia. *f* Est igitur A H rectilineum

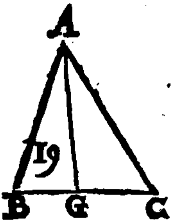
b prop. 4. 6.
c prop. 23. 1.
d prop. 4. 6.
e prop. 11. 5.
f def. 6. 1.

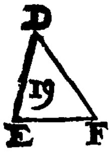
lineum simile similiterque positum recti-
lineo C E. Super data ergo recta linea, &c.
Quod oportuit facere.

Propositio 19. Theor. 13.

Similia triangula inter se sunt in dupla proportione suorum laterum.

SInt A B C, D E F triangula similiá, habentia angulos B, E æquales; sitque vt A B ad B C; ita D E ad E F, vt latera B C, E F sint homologa.



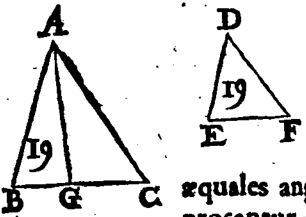


Dico triangulum A B C ad triangulum D E F duplam habere porportionem eius, quam habet B C ad E F. *a* Sumatur enim ipsarum B C, E F tertia proportionalis B G; vt sit quomodo B C ad E F; ita E F ad B G; ducaturque G A. Cum igitur sit vt A B ad B C; ita D E ad E F; *b* erit permutando vt A B ad D E; ita B C ad E F. sed vt B C ad E F; ita est E F ad B G: ergo vt A B ad D E; ita est E F ad B G: Triangulorum ergo

a *prop. 11. 6.*

b *def. 10. 5.*

A B G, D E F latera circa æquales angulos reciprocantur. Quorum autem triangulorũ vnũ angulum vni æqualẽ habentiũ latera circa æquales angulos *reciprocantur*, illa *æqualia* sunt:



c prop.15.6. *c* triangula ergo D E F, A B G æqualia sunt. Et quia est vt B C ad E F; ita E F ad B G; quando autem tres lineæ proportionales sunt, *d* prima ad tertiam duplam

d def.10.5. proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. B C ergo habet ad B G duplam proportionem eius, quam habet

e prop.1.6. ad E F. Vt vero B C ad B G; *e* ita est triangulum A B C ad triangulum A B G: habet ergo triangulum A B C ad triangulum A B G duplam proportionem eius, *quam* habet B C ad E F. Est autem triangulum A B G æquale triangulo D E F: habet ergo triangulum A B C ad triangulum D E F duplam proportionem eius, quam habet B C ad E F. Similia ergo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

Carol-

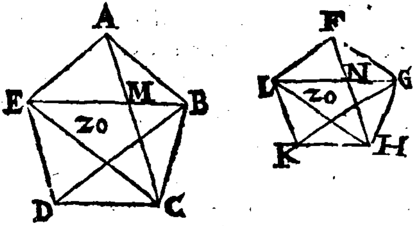
Corollarium.

Ex his manifestum eſt, ſi tres lineæ proportionales fuerint; eſſe, vt primam ad tertiam, ita triangulum ſuper prima deſcriptum ad triangulum ſuper ſecunda ſimile ſimiliterque deſcriptum. Oſtenſum eſt enim, vt eſt CB ad BG; ita eſſe triangulum ABC ad triangulum ABG, hoc eſt, ad triangulum DEF. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 20. Theor. 14.

Similia polygona in ſimilia triangula diuiduntur; & numero æqualia, & homologa totis; & polygonum ad polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.

SInt ſimilia polygona ABCDE, FGHKL, & ſit latus AB homologum ipſi FG. Dico polygona ABCDE, FGHKL in ſimilia triangula diuidi, & numero æqualia, & homologa totis; & polygonū ABCDE ad polygonū FGHKL duplicatam habere proportionem eius, quam habet A B ad F G. Iungantur enim



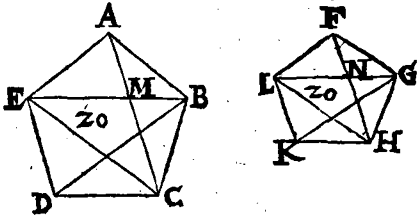
B E, E C, G L, L H; & quia polygonum A B C D E simile est polygono F G H K L; erit angulus B A E æqualis angulo G F L; & est, vt B A ad A E; ita G F ad F L. Cum itaque duo sint triangula A B E, F G L, vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habentia, *a* erunt ipsa æquiangula, ideoq; & similia: æqualis est ergo angulus A B E angulo F G L; est verò & totus A B C, toti F G H æqualis, propter similitudinem polygonorum; *b* reliquus ergo E B C, reliquo L G H æqualis erit. Et quia propter similitudinem triangulorum A B E, F G L, est, vt E B ad B A; ita L G ad G F. Sed & propter similitudinem polygonorum, est vt A B ad B C; ita F G ad G H; *c* ex æquali ergo est, vt E B ad B C; ita L G ad G H; latera

a prop. 6. 6.
b ax. 3.
c prop. 22. 5.

tera ergo circa æquales angulos EBC, LGH, sunt proportionalia; æquiangula d ergo sunt triangula EBC, LGH; quare & similia. Eadem de causa similia sunt triangula ECD, LHK: Similia ergo polygona ABCDE, FGHKL in similia triangula, & æqualia numero diuisa sunt. Dico & homologa esse totis, hoc est, proportionalia, & antecedentia quidē ABE, EBC, ECD; Consequentia verò ipsorum FGL, LGH, LHK; atque polygonum ABCDE ad polygonum FGHKL duplam habere proportionem eius, quam habet latus homologum AB ad latus homologum FG. Iungantur enim AC, FH. Et quia propter similitudinē polygonorum, sunt anguli ABC, FGH æquales; estque vt AB ad BC, ita FG ad GH; e æquiangula ergo sunt triangula ABC, FGH: æquales igitur sunt tam anguli BAC, GFH, quam BCA, GHF. Et quia anguli BAM, GFN æquales sunt, ostensique sunt & ABM, FGN æquales; erunt & reliqui AMB, FNG ęquales; sunt ergo triangula ABM, FGN æquiangula. Similiter ostendemus & triangula BMC, GNH esse æquiangula. Est ergo vt AM ad MB; ita FN ad NG. Et vt BM ad MC; ita GN ad

d prop. 6. 6.

e prop. 6. 6.

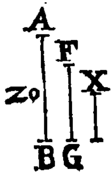


f prop. 22. 5. NH; ex *f* æquali ergo est vt AM ad MC; g prop. 1. 6. ita FN ad NH: *g* sed vt AM ad MC; ita est triangulum ABM ad triangulũ MBC; & AME ad EMC; sunt enim ad se inuicem vt bases; h prop. 12. 5. & *h* vt vnum antecedentium, ad vnum consequentium; ita omnia antecendentia ad omnia cõsequentia. Vt ergo triangulum AMB ad BMC; ita triangulum ABE ad CBE: i prop. 1. 6. *i* sed vt AMB ad BMC; ita est AM ad MC; Vt ergo AM ad MC, ita triangulum ABE ad EBC, Eadem de causa, est vt FN ad NH; ita triangulũ FGL ad GLH: Et est vt AM ad MC; ita FN ad NH; Vt ergo triangulum ABE ad BEC; ita triangulum FGL ad GHL; k prop. 16. 5. *k* & permutãdo, vt ABE ad FGL; ita EBC ad GLH. Similiter demõstrabimus ductis BD, GK. Esse vt triangulũ BEC ad LGH; ita ECD ad LHK: & quia est, vt ABE ad FGL; ita EBC ad LGH; & ECD ad LHK: l prop. 12. 5. *l* erit vt vnum antecedentium

ad

ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia: est ergo vt ABE ad FGL, ita ABCDE ad FGHKL: sed *l* ABE ad FGL duplam proportionem habet eius, quam AB latus homologum ad FG latus homologum. *m* Similia enim triangula in dupla proportione sunt laterum homologorum; habet ergo & ABCDE polygonum ad FGHKL polygonum duplam proportionem eius, quam habet AB ad FG. Similia ergo polygona, &c. Quod oportuit demonstrare. Eodem modo in similibus quadrilateris ostendetur in dupla illa esse proportione laterum homologorum. *a* Ostensum est autem & in triangulis. *l prop.19.6.* *m pro.19.6* *a prop.19.6*

Corollarium I.



Vniuersè ergo similes rectilineæ figuræ ad se inuicem sunt in dupla proportione laterum homologorum; & si ipsarum AB, FG tertiam proportionalem sumamus X; *b* habebit AB ad X duplam proportionem eius, quam habet ad FG. Habet autem & polygonum ad polygonum, & quadrilaterum ad qua- *b def.10.5.*

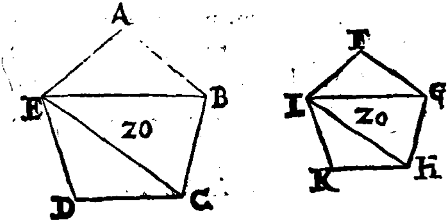
drilaterum duplam proportionem eius, quam habet homologum latus ad homologum, hoc est; AB ad FG. c Ostensum est autem hoc in triangulis.

c cor. prop. 19. 6.

Corollarium II.

Vniuersè ergo manifestum est; si tres fuerint rectæ, esse vt prima est ad tertiam, ita figuram à prima descriptam, ad figuram à secũda similiter descriptam. Quod oportuit demonstrare.

Corol. prop. 19. 6.



Ostendemus etiam aliter, & expeditius triangula esse homologa. Exponantur rursus polygona ABCDE, FGHKL, ducanturque BE, EC, GL, LH. Dico esse vt triangulum ABE ad triangulum FGL; ita EBC ad LGH; & CDE ad HKL. Cum enim triangula ABE, FGL similia sint, a habebit ABE ad FGL duplam proportionem eius, quam habet latus BE ad

a prop. 9. 6.

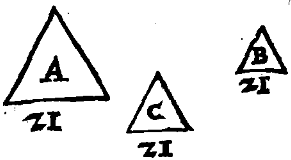
ad G L. Eadem de causa habebit triangulum B E C ad G L H duplam proportionem eius, quam habet B E ad G L. Est ergo vt A B E ad F G L; ita E B C ad GLH. Rursus cum triangula E B C, LGH similia sint; habebit E B C ad L G H duplam proportionem eius, quam habet C E recta ad H L. Eadem de causa habet triangulum E C D ad L H K duplam proportionem eius, quam habet C E ad H L. Est ergo vt BEC ad LGH; ita CED ad LHK Ostensum autē est, esse, vt EBC ad LGH; ita A B E ad F G L; ergo vt ABE ad FGL; ita est B E C ad GLH; & E C D ad L H K, *b* vt ergo vnum antecedentium ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia; & reliqua vt in priori demonstratione. Quod oportuit demonstrare. b *prop. 12. 5.*

Propos. 21. Theor. 15.

Quæ eidem rectilineo sunt similia, & & inter se sunt similia.

SIt vtrumque rectilineorum A, B ipsi C simile. Dico & A ipsi B simile esse. Cum enim A ipsi C sit simile, erit & æquiangulum illi, habebitque latera circa æquales angulos proportionalia. Rursus cum B

simile

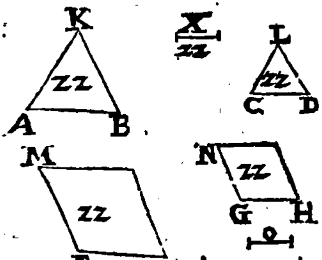


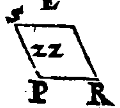
ſimile ſit ipſi C, æquiangulũ illi erit, habebitq́ue circa ęquales angulos latera proportionalia: Vtrumque ergo ipſorum A, B æquiangulum eſt ipſi C, & habet circa ęquales angulos latera proportionalia: erunt ergo & A, B ęquiangula, habebuntq́ue circa æquales angulos, latera proportionalia: ſimilia ergo ſunt. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 22. Theor. 16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; erunt & rectilinea ab ipſis ſimilia ſimiliterq́; deſcripta proportionalia: Et ſi rectilinea ſimilia ſimiliterq́; ab ipſis deſcripta proportionalia fuerint; erunt & ipſæ proportionales.

SInt quatuor rectæ A B, C D, E F, G H proportionales. Vt A B ad C D; ita E F
a prop. 18, 5 ad G H, *a* deſcribanturq́; ſuper A B, C D ſimilia, ſimiliterq́; poſitá rectilinea KAB, LCD. ſuper EF, GH ſimilia ſimiliterque poſita





posita M F, N H. Dico esse, vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. *b* sumatur enim ipsarũ A B, C D tertia ꝓportionalis X; ipsarum vero E F, G H tertia ꝓportionalis O. Et cum sit vt A B ad C D; ita E F ad G H & vt C D ad X; ita G H ad O: *c* erit ex æquali; vt A B ad X; ita G H ad O: *d* sed vt A B ad X, ita est K A B ad L C D; & vt E F ad O; ita *e* M F ad N H: ergo vt A B K ad C D L, ita est M F ad N H. Sed sit vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. Dico esse, vt A B ad C D; ita F E ad G H. Fiat *f* enim vt A B ad C D, ita E F ad P R, *g* describaturq; super P R rectilineum S R simile similiterque positum ipsis M F; N H. Cum ergo sit, vt A B ad C D; ita E F ad P R, descriptaque sint super A B, C D rectilinea K A B, L C D similia similiterque posita; super E F, P R verò similia similiterque posita M F, S R; erit vt K A B ad L C D; ita M F ad S R: ponitur autem vt

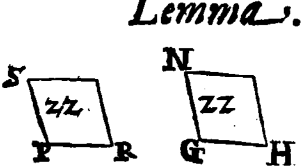
b *prop.11.6.*
c *prop. 22.5*
d *prop.19.6*
e *cor. prop. 26.6.*
f *prop.12.6.*
g *prop.18.6*

KAB

KAB ad LCD; ita MF ad NH. Habet ergo MF ad NH, & ad SR eandem proportionem; *h* æqualia ergo sunt NH, SR; sed sunt similia similiterque posita; æquales ergo sunt GH, PR. Et quia est, *vt AB* ad CD, ita EF ad PR; & sunt PR, GH æquales; erit vt AB ad CD: ita EF ad GH. Si ergo quatuor, rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

h prop. 9. 5.

Lemma.



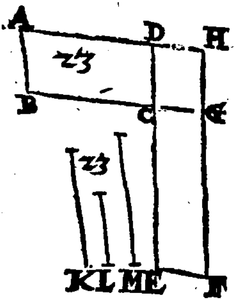
Quod autem quãdo rectilinea æqualia similia fuerint, ipsorum latera homologa æqualia sint, sic ostendemus. Sint NH, SR æqualia, & similia; sitque vt HG ad GN; ita RP ad PS. Dico RP, GH æquales esse. Si non: erit vna maior. Sit maior RP; cũ ergo sit vt RP ad PS; ita HG ad GN; *a* erit permutando, vt RP ad GH; ita PS ad GN: maior est autem PR quam GH: maior ergo etiam erit PS quã GN. Quare & RS maius erit, quam HN: sed est illi ęquale; quod fieri non potest: Non est ergo PR maior quam GH. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 16. 5.

Pro-

Propof.23.Theor.17.

Aequiangula parallelogramma inter se proportionem habent ex lateribus compositam.

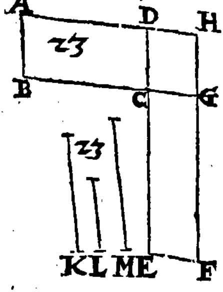


SInt æquiangula parallelogramma AC, CF æquales angulos BCD, ECG habentia. Dico illa proportionē, habere, ex proportione laterum compositā ex illa nimirum quā habet BC ad CG; & quam habet DC ad CE. Ponatur BC ipsi CG in directum; *a* erit ergo & DC ipsi CE in directum, & compleatur parallelogrammum DG. Exponatur quædam recta K, *b* fiatq; vt BC ad CG; ita K ad L; & vt DC ad CE; ita L ad M. Proportiones ergo K ad L, & L ad M, eædem sunt quæ laterum, BC ad CG & DC ad CE. *c* Sed proportio K ad M componitur ex proportione K ad L, & L ad M; habet ergo & K ad M proportionem ex laterum proportione compositam. Et cum sit vt BC ad CG; *d* ita AC parallelogrammum

a *prop.14.1*
b *prop.12.6*
c *def.5.6.*
d *prop.1.6.*

ad

ad C H: & vt B C ad C G; ita K ad L;
e prop. 11.5 *e* erit vt K ad L, ita A C ad C H. Rursus
f prop. 1.6. *f* cum sit vt D C ad C E; ita parallelogrã mum CH ad *CF*; & vt D C ad C E; ita L ad M,
g prop. 11.5. *g* erit vt L ad M, ita *CH* ad C F. Cum igitur *ostẽsum* sit, vt K ad L; ita esse A C ad CH; vt verò L ad M; ita CH ad



h prop. 22.5 C F; *h* erit ex æquali, vt K ad M, ita AC, ad CF. At K ad M proportionẽ habet compositam ex lateribus: ergo & A C ad CF, proportionem habet compositam ex lateribus: æquiangula ergo parallelogrammum, &c. Quod oportuit demonstrare.

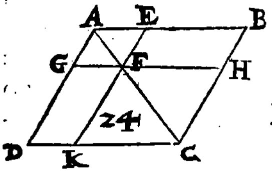
Propos. 24. Theor. 18.

Omnis parallelogrammi quæ circa diametrum sunt parallelogrãma, similia sunt toti, & inter se.

SIt parallelogrammum ABCD, diametrus A C, circa quam sint parallelogrã ma EG, HK. Dico vtrumq; E G, H K toti A B C D, & inter se similia esse. Cum enim ad latus B C trianguli A B C ducta sit

paral-

parallela E F, *a* erit vt B E ad E A; ita C F ad F A. Rursus cum ad latus C D trianguli A C D ducta sit parallela F G, erit vt C F *a prop.2.6.*



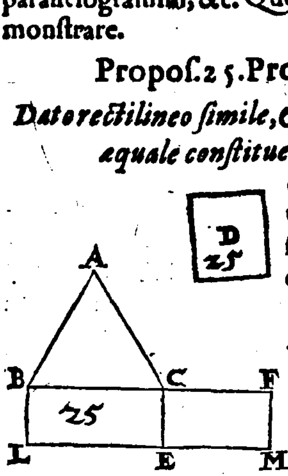
ad F A; ita D G ad G A. Sed vt C F ad F A; ita ostẽsa est B E ad E A: *b* ergo vt B E ad E A; ita est D G ad G A: *b prop.11.5*
c componendo ergo vt B A ad A E; ita D A ad A G: & per *d* mutando, vt B A ad A D; ita A E ad A G: parallelogrammorum ergo A B C D, E G latera circa communem angulum B A D sunt proportionalia. Cumque G F, D C parallelæ sint, *e* erunt anguli A G F, A D C; item G F A, D C A æquales; communis D A C: triangula ergo A D C, A G F æquiangula sunt. Eadem de causa erunt & A B C, A F E æquiangula: tota ergo parallelogramma A B C D, E G sunt æquiangula; *f* est igitur vt A D ad D C; ita A G ad G F; & vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita A F ad F E; & vt C B ad B A; ita F E ad E A. Et quia demonstratum est, esse vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita A F ad F E; erit ex æquali vt D C ad C B; ita G F ad F E. Parallelogrammorum ergo

c prop.18.5 *d prop.16.5* *e prop.29.1.* *f prop.4.6.*

A B C D, E G latera circa ęquales angulos sunt proportionalia; similia ergo sunt. Eadem de causa erit parallelogrammum K H toti A B C D simile: vtrumq; ergo E G, K H toti A B C D simile est. g Quæ autem
g prop. 21.6 eidem sunt similia, & inter se sunt similia: est ergo E G ipsi K H simile. Omnis ergo parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 25. Probl. 7.

Dato rectilineo simile, & alteri dato æquale constituere.



Sit dato rectilineo A B C simile constituendum, æquale verò ipsi D. a Applicetur ad
a prop. 44.1 lat° B C triangulo A B C æquale parallelogrãmũ B E: ad C E verò ęquale ipsi D, n mirũ C M in angulo F C E, æquali angulo C B L; b indi-
b prop. 14.1 rectũ ergo erit B C ipsi C F,
c prop. 13.6. & L E ipsi E M. c Accipiatur ipsarum B C, C F media propor-

portionalis GH; & super ipsa ipsi ABC rectilineo *d* simile describatur, & similiter positum KGH. Cum ergo sit vt BC ad GH, ita GH ad CF (quãdo enim fuerint tres *e* rectę proportionales, est vt prima ad tertiam; ita figura super prima descripta ad figuram super secunda similem, similiterq; descriptam) Est ergo vt BC ad CF; ita triangulum ABC ad triangulũ KGH. *f* Sed vt BC ad CF, ita est BE ad EF. vt ergo *g* triangulũ ABC ad triangulũ KGH; ita est BE parallelogrammum ad EF parallelogrammum: & *h* permutando, vt ABC ad BE; ita est KGH ad EF. Æquale autem est triangulum ABC parallelogrãmo BE: ergo & triangulum KGH æquale est parallelogrammo EF. Sed EF æquale est ipsi D: ergo & KGH ipsi D est æquale. Est verò & KGH ipsi ABC simile. Dato ergo ractilineo, &c. Quod oportuit facere.

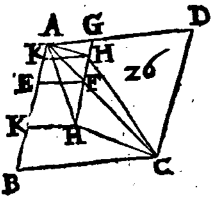
d prop. 18. 6.

e col. 2. prop. 20. 6.

f prop. 1. 6.
g prop. 11. 5.
h prop. 16. 5.

Propos. 26. Theor. 19.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti similiterq; positum, commumem ipsi habens angulum, circa eandem diametrum est toti.



A parallelogrammo ABCD auferatur parallelogrãmum A F *simile toti* ABCD, & *similiter positum*, communẽ angulum DAB cum ipso habens. Dico A B C D circa eandem diametrum esse ipsi A F. Si non. *Sit ipsorũ* diametrus A H C. & ducatur per H vtrique A D, B C parallela H K. Cum ergo

a *prop. 24. 6* ABCD circa eandem diametrum sit ipsi KG; *a* erit A B C D ipsi KG simile. Est ergo vt DA ad A B; ita G A ad AK: est autẽ propter similitudinem ipsorum AB CD, EG, vt DA ad AB; ita G A ad A E. ergo vt

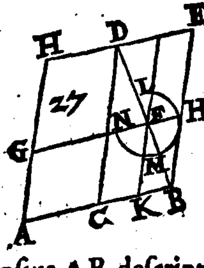
b *prop. 11. 5.* *b* G A ad A E, ita G A ad A K; habet ergo

c *prop. 9. 5.* G A ad vtramq; A K, A E *c* eandem proportionem, æqualis ergo est A E ipsi AK, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo A B C D circa eandem diametrum *est* ipsi A H. Circa eandem ergo diametrum est ipsi A F. Si ergo à parallelogrãmo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 27. Theor. 20.

Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis simi-

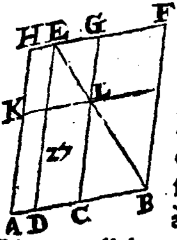
similibus, & similiter positis ei quæ à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.



Recta AB *a* bisecetur in C, & applicetur ad A B rectam * parallelogrammum A D deficiens figura parallelogramma D B, simili, & similiter posita ei, quæ à dimidia ipsius A B descripta est. Dico omnium parallelogrammorum ad A B applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, similiterq; positis ipsi D B, maximum esse A D. *b* Applicetur enim ad rectam A B parallelogrammum A F, deficiens parallelogrammo FB simili similiterque posito ipsi D B. Dico A D maius esse ipso A F. Cum enim D B simile sit ipsi F B, *c* erunt circa eandem diametrum. Ducatur illorum diametrus D B, & describatur figura. *d* Cum ergo ipsi C F æquale sit F E, si cõmune apponatur F B, *e* erit totum C H toti K E æquale. Sed ipsi C H æquale est C G cum A C, C B æquales

a *prop. 10. 1*
* *qualecumq;*
b *prop. 44. 1*
c *prop. 26. 6*
d *prop. 43. 1*
e *ax. 2.*

ſint; ergo & GC ipſi EK æquale eſt. Commune CF apponatur; & erit totum AF gnomoni LMN æquale. Quare DB, hoc eſt AD, quam AF maius eſt. *Omnium ergo parallelogrammorũ, &c. Quod oportuit demonſtrare.*



Aliter. *Sit A B rurſus in C biſecta, & applicatũ* AL, deficiens figura LB. Applicetur ad AB parallelogrammum AE deficiens figura E B, ſimili & ſimiliter poſita ipſi LB à dimidia A B deſcriptæ. Dico parallelogrãmum A L ad dimidiam applicatũ maius eſſe ipſo A E. Cum enim

a *prop.20.6* EB ipſi LB ſimile ſit *a* erunt circa eandem diametrũ, quę ſit EB, perficiaturq́; figura. Quia ergo LF ipſi LH ęquale eſt, quod & FG ipſi GH ſit æqualis; FL, quam EK

b *prop.43.1* maius erit: *b* ęquale eſt autem LF ipſi DL: maius ergo eſt D L quam EK, commune addatur KD; totum ergo AL toto A E maius eſt. Quod oportuit demonſtrare.

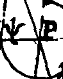
Propoſ.28. Probl.8.

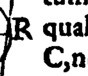
Ad datam rectã lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ

ſit

sit similis alteri datæ. Oportet autẽ datum rectilineum, cui æquale applicandum est, maius non esse eo, quod ad dimidiam applicatur, similibus existẽtibus defectibus; & eo quod à dimidia, & eo, cui oportet simile deficere.

Sit recta data A B; rectilineum datum, cui oporteat ęquale applicare, sit C, non maius existẽs eo quod ad dimidiã applicatũ est, similibus existẽtibus defectib'. Cui autem oportet simile deficere, sit D. Oportet



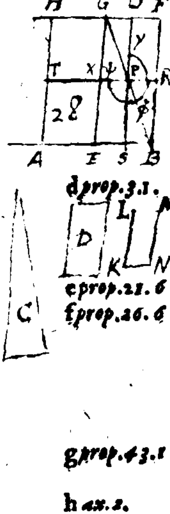


ergo ad AB rectilineo C æquale parallelogrãmum applicare, deficiẽs figura parallelogrãma simili ipsi D. a Bisecetur AB in E & b describatur sup EB ipsi D simile, similiterq; posi tũ EBFG compleaturq; AG parallelogrãmũ: quod ipsi C aut ęquale est, aut mai' ob determinationẽ. Si ęquale, factũ est quod iubebatur; applicatũ enim est ad AB rectilineo C æquale parallelogrammũ AG deficiens

a *prop. 10. 1.*
b *prop. 18. 6*

figura parallelogramma GB simili ipsi D. Si verò HE maius est quam C; erit & GB maius, cum GB ipsi HE sit æquale. Excessui autē, quo GB excedit C, *c* fiat æquale KLMN, simile similiterq; positū ipsi *D*. Et cum D simile sit ipsi GB, erit & KM ipsi GB simile. sit linea KL ipsi GE; & LM ipsi GF homologa; qa ergo GB ęquale est ipsis C, & KM; erit GB; quā KM *maius*; erit ergo & GE linea maior quā KL; & GF, quam LM. *d* Fiat ipsi KL æqualis GX; ipsi LM ipsa GO, compleaturq; parallelogrāmum XGOP, quod erit æquale; & simile ipsi KM. sed KM ipsi GB simile est; *e* erit ergo & GP ipsi GB simile: *f* sunt ergo GP, GB circa eandem diametrū, quę sit GPB. & describatur figura. Cum itaq; GB ęquale sit ipsis C, KM, & GP ipsi KM; erit reliquus ΥΦΨ gnomon ipsi C ęqualis, *g* cumque OR ipsi XS sit æquale, si commune PB addatur; erit *h* totum OB toti XB æquale, sed XB ipsi TE est *i* æquale, quod AE, EB sint æquales: est ergo & TE ipsi OB æquale, si commune XS addatur, erit totū TS gnomoni ΨΦΥ æquale. Sed gnomon ipsi C ostensus est æqualis: *k* est ergo TS ipsi C ęquale. Ad datam ergo AB dato rectilineo C æquale parallelogrāmum TS applicatum est deficiens figura PB simili ipsi

c prop. 25. 6



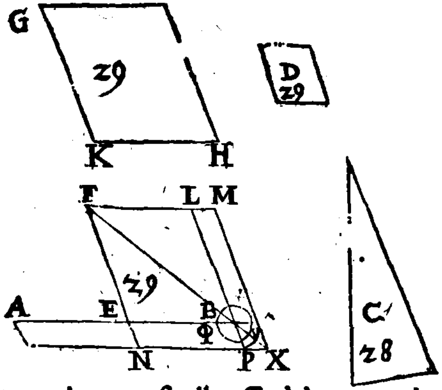
d prop. 3. 1.
e prop. 21. 6
f prop. 26. 6
g prop. 43. 1
h ax. 2.
i prop. 36. 1
k ax. 1.

ipſi D, cum PB ipſi GP ſimile ſit. Quod oportuit facere.

Propoſitio 29. Probl. 9.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, ſimili alteri datæ.

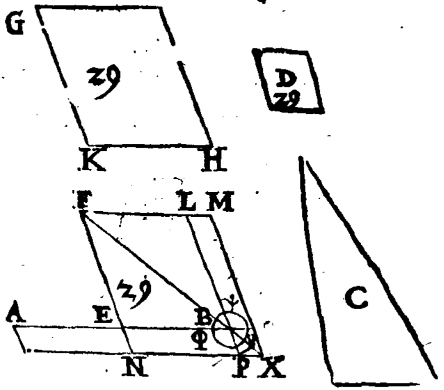
SIT DATA recta AB; & rectilineum C, cui oporteat ad AB æquale applica-



re, cui autem ſimile eſſe debeat excedens ſit D. *a* Biſecetur AB in E, *b* deſcribaturq; ſuper EB parallelogrammum ſimile, ſimiliterq; poſitum ipſi D; Aequale verò vtrique BF, & C & ſimile ipſi D *c* fiat GH, quod ipſi FB ſimile erit. Sit autem latus

a prop. 10. 1.
b prop. 18. 6.
c prop. 25. 6.

KH homologum lateri FL; KG ipsi FE. Et cum GH maius sit quã FB, erit & KH maior, quam FL; & KG quam FE; producantur FL, FE, vt ipsis KH, KG æquales fiant, in M & N, compleaturque MN, quod ipsi GH æquale & simile est:



d prop. 21. 6.
e prop. 26. 6.

sed ipsi GH simile est EL; d est ergo & MN ipsi EL simile; e sunt ergo circa eandem diametrum, quæ ducatur, & sit FX, compleaturque figura. Quia ergo GH f tam ipsis EL, & C, quam ipsi MN æqual: est; f erit & MN ipsis EL & C æquale. Cõmune EL tollatur; & erit gnomon Y T ipsi C æqualis. Cumq; EA ipsi EB sit æqualis, g erit & AN ipsi NB æquale. hoc est, h ipsi LO, commune addatur EX, erit-

f ax. 1.
g prop. 36. 1.
h prop. 43. 1

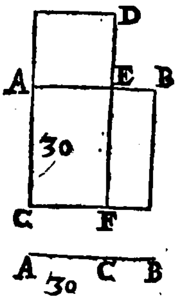
qu:

que totum A X, toti gnomoni ΥΤΦ ęquale: ſed gnomon ipſi C æqualis eſt: erit ergo & A X ipſi C æquale. Ad datã ergo A B, dato rectilineo C æquale parallelogrammum A X applicatum eſt, excedens figura parallelogrãma P O ſimili ipſi D, *i* cum & E L ipſi O P ſimile ſit. Quod oportuit facere. *i prop. 24. 6*

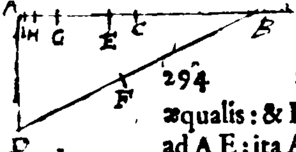
Propoſitio 30. Probl. 10.

Datam rectam lineam terminatã extrema ac media ratione ſecare.

OPorteat datã terminatam A B extrema ac media ratione ſecare. *a* Deſcribatur ſuper A B quadratum B C, *b* applicetur q; ad A C parallelogrammum C D, ęquale quadrato B C, excedens figura A D ſimili B C quadrato, quæ quadratum erit. Et quia B C ipſi C D æquale eſt, ſi commune C E auferatur; erit reliquum B F reliquo A D æquale, ſunt vero & æquiangula; *c* latera ergo ipſorum B F, A D reciproca ſunt circa æquales angulos: eſt ergo vt F E ad E D; ita A E ad E B; & eſt F E ipſi A C, hoc eſt, ipſi A B *a prop. 46. 1* *b prop. 29. 6* *c prop. 14. 6*



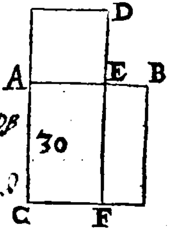
æqua-



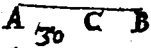
æqualis: & E D ipsi A E; quare est vt B A ad A E; ita A E ad E B: *d* maior est autem A B quam A E: maior ergo & A E quam E B: est igitur recta A B extrema ac media ratione secta in E; & maior portio est A E. Quod oportuit facere.

d prop.14.5

Aliter
sit AD ipsi AB
perpendicularis
sint AB in duo C
ponatur AC ipsi AD
(aequalis), ducatur DB
fiat DF ipsi DA
aequalis, [illegible]
ipsi BF sit aequalis
BE, dico lineam
AB divisam esse
proportionaliter
in E [illegible]



Aliter. Oporteat rectam A B extrema ac media ratione secare:



e secetur A B in C; vt quod A B, B C continetur, æquale sit ei quod ex A C quadrato. Cum ergo quod A B, B C continetur æquale sit ei quod ex A C fit quadrato; *f* erit vt A B ad A C; ita A C ad C B. Est ergo A B extrema ac media ratione secta. Quod oportuit facere.

e prop.11.2

f prop.17.6

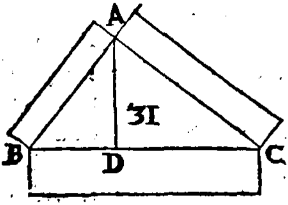
Deinde si a linea
EB auferatur
(aequalis) AE
[illegible]
remanebit portio
[illegible] EG si
[illegible] ab EG ab
[illegible] GA remanebit
GH si a GH ab[illegible]
AH remanebit HI
[illegible]
[illegible] linea
AF in quotlibet
[illegible]
proportionaliter
[illegible]
[illegible]
[illegible]

Propositio 31. Theor. 21.

In triangulis rectangulis figura quæ fit à latere rectum subtendente æqualis est figuris quæ fiunt à lateribus rectum cõtinentibus, similibus; similiterq; descriptis.

Sit

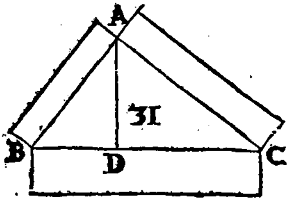
SIt triangulum rectangulum A B C rectum habens angulum B A C. Dico, id quod fit ex B C æquale esse illis, quæ fiunt ex B A, A C similibus similiterque descriptis. Ducatur perpendicularis A D, [a] eruntq; triangula A B D, A D C à perpendiculari facta, & toti A B C, & inter se similia. Cumque A B C, A B D similia sint, erit vt C B ad B A, ita A B ad B D, [b] quando autē tres sunt proportionales, est vt prima ad tertiam; ita quæ à prima describitur figura ad figuram similem à secunda descriptam. Vt ergo CB ad B D; ita est figura ex C B ad figuram ex B A, similem similiterq; descriptam. Eadem de causa, erit vt B C ad C D; ita figura ex B C ad figuram ex C A. Ergo vt B C ad B D, DC; ita figura ex B C descripta, ad figuras ex B A, A C descriptas similes, similiterq; positas: æqualis est autē B C ipsis B D, D C; ergo & figura ex B C æqualis erit figuris ex B A, A C similibus, simi-



a prop. 8. 6.

b coroll. 20. propos. 6.

similiterq; descriptis. In rectangulis ergo triangulis, &c. Quod oportuit demonstrare. Aliter. c Cum similes figuræ in dupla proportione sint homologorum laterum, habebit figura ex B C ad figuram ex B A duplam proportionem eius, quã habet latus B C ad B A. Habet verò & quod ex BC quadratũ, ad quadratum ex B A duplam proportionem eius quam habet B C ad B A. d Vt ergo est figura ex B C ad figuram ex B A; ita est quadratum ex B C ad quadratũ ex AB. Eadem de causa est, vt figura ex B C ad figuram ex C A; ita quadratum ex B C ad quadratum ex C A. Est ergo vt figura ex B C ad figuras ex B A, A C; ita quadratum ex BC ad quadrata ex B A, AC. Sed e quadratum ex BC est æquale quadratis ex B A, A C: Est ergo & figura ex B C æqualis figuris ex B A, A C, similibus similiterque descriptis. Quod oportuit demonstrare.



c prop. 20. 6.

d prop. 11. 5.

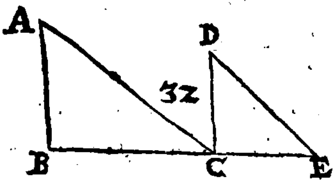
e prop. 47. 1.

Propo-

Propositio 32. Theor. 22.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad vnum angulum componantur, ita vt latera homologa sint parallela, reliqua latera in directum erunt constituta.

SInt triangula ABC, DCE habentia duo latera BA, AC, duobus DC, DE proportionalia. VT AB ad AC; ita DC ad DE, sintq; tam AB, DC, quam AC, DE parallela, Dico CE ipsi BC in directum esse. Cum enim in AB, DC parallelas recta AC incidat, *a* erunt anguli alterni BAC, ACD æquales. Eadem de causa & CDE, ACD æquales erunt: vnde & BAC, CDE æquales sunt. Cũ igitur duo triangula ABC, DCE vnum angulum qui est ad A, vni qui est ad D æqualem habeant, & circa æquales angulos latera proportionalia, vt *b* BA ad AC, ita CD ad DE, æquiangula erũt: anguli igitur ABC, DCE æqua-



a prop. 29. 1.

b prop. 6. 6.

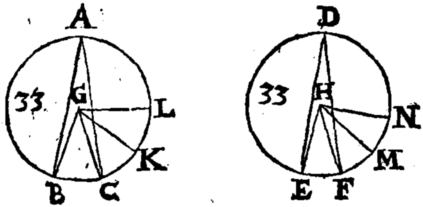
ęquales sunt. Ostensi autem sunt & ACD, BAC æquales. totus ergo ACE duobus ABC, BAC est æqualis: communis ACB addatur, & erunt ACE, ACB æquales his BAC, ACB, CBA: c sed hi tres duobus re-
c prop. 32. 1. ctis sunt æquales: ergo & ACE, ACB duobus rectis æquales erunt. Ad punctum ergo C rectæ AC duæ rectæ BC, CE non ad easdem partes positæ, angulos deinceps ACE, ACB duobus rectis æquales faci-
d prop. 14. 1. unt; in d directum ergo est BC, ipsi CE. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 33. Theor. 23.

In æqualibus circulis anguli eandē proportionem habent, quam peripheriæ, quibus insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. Quin & sectores, quippe ad centra constituti.

IN æqualibus circulis ABC, DEF ad cētra G, H constituti sint anguli BGC EHF ad peripherias BAC, EDF. Dico esse, vt BC peripheria ad EF peripheriam, ita angulum BGC; ad angulum EHF; & BAC ad EDF; & insuper BGC sectorē ad EHF sectorem. Ponantur peripheriæ BC

æqua-



æquales quotcunque deinceps C K, K L: peripheriæ E F quotcunque æquales F M, M N, ducanturque G K, G L; H M, H N. Cum ergo peripheriæ C B, C K, K L æquales sint, a erunt & anguli B G C, C G K, K G L æquales, quam multiplex ergo est peripheria B L peripheriæ B C, tam multiplex est angulus B G L anguli B G C. Eadem de causa quam multiplex est peripheria N E peripheriæ E F, tam multiplex est angulus N H E anguli E H F. Si igitur peripheriæ B L, E N æquales sunt, erunt & anguli B G L, E H N ęquales: Et si peripheria B L quam E N maior est, erit & angulus B G L maior angulo E H N; et si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo anguli B G C, E H F; acceptæq; sint peripheriæ B C & anguli B G C æque multiplices peripheria B L, & angulus B G L. Peripheriæ verò E F & anguli E H F peripheria E N & angulus E H N, demon-

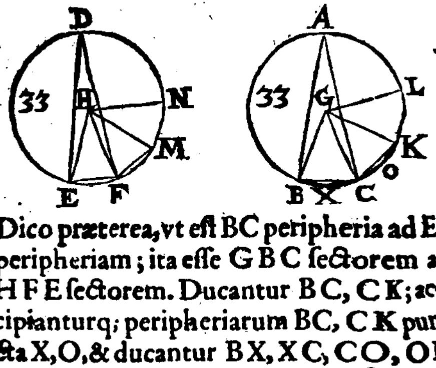
a prop. 27. 3.

T stra-

ſtratumque ſit ſi peripheria B L maior ſit peripheria E N, & angulum B G L angulo E H N maiorem eſſe; & ſi æqualis æqualem; ſi minor, minorem: *b* Eſt ergo vt B C peripheria ad peripheriam *EF; ita angulus* B G C ad angulum E H F. *Sed vt* B G C ad E H F; *c* ita eſt B A C angulus ad E D F angulum, vterque enim vtriuſque duplus eſt: ergo vt B C ad E F; ita eſt B G C ad E H F; & B A C ad E D F. *In æqualibus ergo circulis, &c.* Quod oportuit demonſtrare.

b def. 5. 5.

c prop. 15. 5.



Dico præterea, vt eſt BC peripheria ad EF peripheriam; ita eſſe G B C ſectorem ad H F E ſectorem. Ducantur B C, C K; accipianturq; peripheriarum BC, C K puncta X, O, & ducantur B X, X C, C O, O K. Cum ergo duæ B G, G C, duabus C G, G K æquales ſint, anguloſque æquales contineant; *d* erunt & baſes B C, C K æquales igitur & triangula B G C, G C K æqualia erunt; cumque peripheriæ B C, C K ſint æqua-

d prop. 4. 1.

æquales, erit & reliqua B A C peripheria reliquæ C A K æqualis; e ergo & angulus B X C angulo C O K æqualis erit, f portiones ergo B X C, C O K similes sunt, & sunt super æqualibus rectis B C, CK; g circulorum autem portiones super æqualibus rectis constitutæ, æquales sunt; portiones igitur B X C, C O K æquales sunt. Sunt verò & triangula B G C, G C K æqualia; totus ergo sector BGC toti GKC est æqualis. Eadem de causa, erunt sectores G K L, G K C equales: tres igitur sectores B G C, C G K, G L K æquales sunt. eadem de causa, erunt & tres HEF, HFM, H M N æquales. quam multiplex ergo est peripheria B L peripheriæ C B, tam multiplex est sector G B L sectoris G B C. Eadem de causa quam multiplex est peripheria E N peripheriæ E F, tam multiplex est sector H E N sectoris H E F. Si ergo peripheria B L maior est peripheria E N, erit & sector B G L maior sectore E H N; Et si æqualis, æqualis; & si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo sectores G B C, E H F; acceptæque sint peripheriæ B C, & sectoris G B C, æque multiplices B L peripheria, & G B L sector. Peripheriæ verò E F, & sectoris

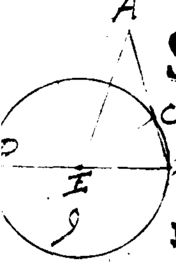
e prop. 27. 3.
f def. 11. 3.
g prop. 24. 3.

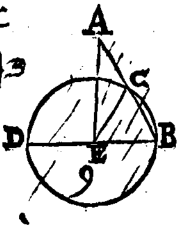
HEF, peripheria EN, & ſector HEN; demonſtratumq; ſit ſi BL maior ſit quã EN, & ſectorem BGL maiorem eſſe ſectore EHN; & ſi æqualis, æqualem; ſi minor minorem. g def. 5. 5. g erit vt peripheria BC ad EF peripheriam; ita GBC ſector ad HEF ſectorem. Manifeſtũ ergo eſt, eſſe, vt eſt ſector ad ſectorem, ita angulum ad angulum.

Ex libro 13. Euclidis.

Propoſitio 9.

Si latera hexagoni & decagoni eidem circulo inſcripta cõponantur, erit tota cõpoſita proportionaliter ſecta.





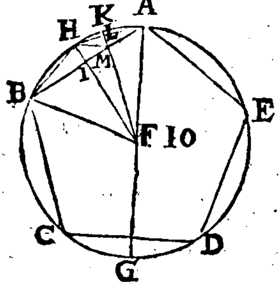
SInt in circulo DCB, latera BC decagoni, AC hexagoni in directũ poſita. Dico totã AB in C proportionaliter eſſe ſectã, maioremq; portionem eſſe AC. Sumpto enim centro E. iungantur rectæ EB, EC, EA, ꝑducaturque EB in D. Quia igitur BC latus eſt decagoni æquilateri, erit peripheria BCD quintupla peripheriæ CB: igitur CD quadrupla erit eiuſ-

eiusdem CB. Vt *a* verò peripheria CD ad peripheriam CB; ita est angulus CED ad angulum CEB; Quadruplus est ergo angulus CED anguli BEC. Et quia *b* angulus EBC æqualis est angulo BCE, erit *c* angulus DEC duplus anguli ECB, cumque EC rectæ CA sit æqualis (vtraque enim est æqualis lateri hexagoni circulo BCD inscripti) *d* erit & angulus CEA angulo EAC æqualis; *e* duplus ergo est angulus BCE anguli CAE; sed anguli BCE duplus ostensus est angulus CED: quadruplus igitur est angulus CED anguli CAE. ostensus est autem & angulus CED quadruplus anguli CEB: æquales ergo sunt anguli CAE, BEC. Triangulorum autem ABE, ECB angulus EBC est communis; *f* erit ergo & reliquus AEB, reliquo ECB æqualis. Quare triangula ABE, CBE sunt æquiangula: *g* est ergo vt AB ad EB: ita EB ad CB. Est verò BE ipsi AC æqualis; igitur est vt AB ad AC; ita AC ad CB: Maior autem est AB, quam AC: *h* igitur & AC quam CB. Quocirca AB in C secta est proportionaliter, & portio maior est AC. Qnod demonstrare oportuit.

a prop. 33. 6.
b prop. 5. 1.
c prop. 30. 3.
d prop. 5. 1.
e prop. 32. 1.
f prop. 32. 1.
g prop. 4. 6.
h prop. 14. 5

Propositio 10.

Si circulo pentagonum æquilaterum inscribatur, latus pentagoni poterit, & latus hexagoni, & latus decagoni, eidem circulo inscriptorum.



Esto circul⁹ ABCDE, cui pentagonem æquilaterum ABCDE inscribat. Dico latus pẽtagoni posse & hexagoni, & decagoni lat' eidem circulo inscriptorũ. Accepto enim centro F ducãtur AFG, FB, & ex F ad AB perpendicularis FI, quæ producatur in H, junganturque AH, HB, rursusq; ab F ad AH agatur perpendicularis FL, quæ in K producatur, jungaturq; HM. Et quia peripheria ABCG æqualis est peripheriæ
a prop. 28. 3 AEDG, *a* quarũ ABC æqualis est AED est igitur & reliqua CG, reliquæ DG æqualis. Est autem CD pentagoni; CG ergo Decagoni erit. Et quia AF, FB *b* æqua-
b def. 15. 1. les sunt, & perpendicularis FI, *c* erit angu-
c prop. 3. 3.
d prop. 26. 3 lus AFH angulo HFB æqualis, *d* ideoq;

& peripheria A H peripheriæ H B. quare peripheria A B dupla erit peripheriæ HB: igitur A H latus est decagoni. Eadem ratione AH peripheria ipsius AK dupla est. Quia ergo peripheria A B peripheriæ HB dupla est; peripheria vero C D peripheriæ AB æqualis; erit & CD peripheria dupla peripheriæ H B. Est vero & C D peripheria dupla peripheriæ C G: peripheriæ ergo CG, BH æquales sunt: sed BH ipsius HK dupla est, quod & A H. Igitur & C G ipsius HK est dupla. Est autem peripheria CB peripheriæ AB æqualis: ergo tota BG peripheria, peripheriæ BK dupla est: *e* vnde & angulus G F B, anguli B F K duplus erit. Est *f* verò & angul' GFB duplus anguli FAB, & *g* sunt FAB, ABF æquales: est *h* igitur & B F M angulus, angulo FAB æqualis. Triangulorum autem AFB, BFM communis est angulus ABF: erit igitur & reliquus AFB reliquo BMF ęqualis. Quare triangula ABF, BFM sunt ęquiangula. *i* Ergo est vt A B ad B F; ita F B ad B M: *k* rectangulũ ergo rectis AB, BM contentum æquale est quadrato ipsius FB. Rursus *l* quoniã AL, LH æquales sunt; cõmunis, & ad angulos rectos LM; *m* erunt & bases HM, MA ęquales. *n* Vnde & anguli LHM, LAM æquales erunt; sed *o* angulus LAM,

e prop. 27. 3
f prop. 20. 3
g prop. 5. 1.
h ax. 7. 1.
i prop. 4. 6.
k prop. 17. 6
l prop. 3. 3.
m pro. 4. 1
n prop. 8. 1
o prop. 27. 3

angu-

angulo HBM est æqualis: erunt igitur & LHM, HBM æquales, & est duorum triangulorum BAH, HAM angulus BAM communis: erit igitur & reliquus AHB reliquo HMA æqualis. Triangula igitur AHB, HAM sunt æquiangula. *p* Quare est, vt BA ad AH; ita AH ad AM. Rectangulum ergo *q* rectis AB, AM contentum, æquale est quadrato rectæ AH. Ostensum est autem & rectangulum rectarum AB, BM æquale esse quadrato rectæ BF; ergo rectangulum linearum AB, BM, cum rectangulo linearum AB, AM (*r* quę sunt ęqualia quadrato toti⁹ AB) est æquale quadratis ipsarum BF, AH; & est AB latus pentagoni; FB hexagoni; AH decagoni: igitur latus pentagoni potest & latus hexagoni, & latus decagoni eidem circulo inscriptorum, quod erat demonstrandum

p prop.4.6.
q prop.17.6
r prop.2.2.

ERRATA.

Pag.14.§.13.GF.l.DF.p.20.§.1.EG,GF, l ED,DF p.33.prop.22.ex lin, A.fiat C, & ex C fiat A p.48.§.3 l.ACDB.p.58.in fig.ponatur inter K, L lit. M.p.6[illegible] in fig inter D, E ponatur L.p 66.§.Vlt.l.DO.p.7[illegible] in fig.inter D & F, pone M.p.101 § 9.l.CEF.p.115 4.l.cadat & sit.p.142.§.5.l.GA.p.184.§.3.l.Qua p.192.§.Vlt.l.C.p.208.§.7.l.MP.p.264.in fig.Ab pro C pone G.p.191, & 192.in fig.deest litera Ψ, [illegible] quid gnomon sit lector facile intelliget; deest q[illegible] litera O inter M & X ponenda. p.304.in fig. dee[illegible] linea BH.