EVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRICORVM LIBRI SEX

 PRIORES

Noua interpretatione in vsum studiosæ iuuentutis in lucem dati.

A

IOANNE LANZ SOCIETATIS IESV.

ANNO *M.DC.XVII.*

Cum facultate Superiorum.

INGOLSTADII,

Ex Typographeo Ederiano apud Elisabetham Angermariam, viduam.

INTERPRES CANDIDO LECTORI.

DVas Matheseos alas esse, rectè scripsit Plato, Geometriam & Arithmeticam. hac posteriore cùm vtcunque instructa iam studiosa iuuẽtus videretur, supererat, vt eadem & priore instrueretur. Itaq; cùm de habenda aliqua Geometricorum elementorum Epitome cogitationem suscepissem, nihilq; melius ipso summo Geometra Euclide in mentem venisset; cœpi solicitus & mecum ipse, & cum alijs quoq; cõmunicato cõsilio deliberare, quemnã potissimum ex tanta interpretum turma, quamq; adeo in vniuersum rationem Euclidis publicandi deligerẽ. Mens vna fuit omnium, iuuentutem nimia libri mole nõ esse grauandam. Recidenda ergò necessario fuerunt primùm scholia & commentationes alienæ, quibus pleriq; dum ingenio suo indulgent maximè, minimè nobis Euclidem

A 2

elidem ipsum repræsentarunt. Tum deinde quoniã vix aliqua apparebat tam religiosa interpretatio, quæ nõ ab Autore, si sua lingua loquentẽ audias, licentiùs subinde recederet; optimum factũ videbatur si in Latinũ sermonem deintegro cõuerteretur. Ad eam ego prouinciã postquam aggressus fui, illud antiquissimæ curæ habui, vt quamlibet simplici dictione, genuinã demonstrationem sententiam ex Græco prorsus exprimerẽ, sed pro instituta breuitate verbis sic appensis, vt longiorẽ alicubi circumductionẽ paullo breuiori gyro colligerem. Posteriores tamen libri quinti propositiones, quoniam in Euclide *desiderantur, fraudi nõ erit earũ loco* Pappi Alexandrini *ex Commentariis* Federici Commandini *substituisse. Quin ad difficiliores etiã definitiones breuiculas notas eo consilio apposui, ne in ipso statim limine aut hærere Lector, aut aliunde subsidium petere cogeretur. Deniq; nonam & decimã propositionẽ libri decimitertij idcirco adieci, vt si quis Triangulorũ Canonem, hoc est, Tabulas Sinuum, Tangentiũ & Secantiũ, aut cõdere, aut conditas à Typographorum nõ infrequentibus mendis vindicare cuperet, id libelli huius auxilio posset. Vale Lector, & his laboribus nostris ad Dei gloriã vtere. Ingolst. 29. Decemb. Anno Christi M. DC. XVI.*

ELE-

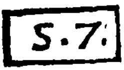
ELEMENTORVM EVCLIDIS LIBRI SEX PRIORES EX GRÆCO fonte translati.

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

Definitiones.

Punctum est, cuius pars nulla.
2 Linea, longitudo latitudinis expers.
3 Lineæ termini sunt puncta.

4 Recta linea est, quæ ex æquali suis interijcitur punctis.

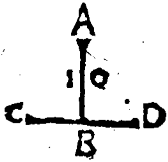


5 Superfices est, quæ longitudinem & latitudinem tantum habet.
6 Superficiei termini sunt lineæ.
7 Plana superficies est, quæ ex æquali inter suas lineas iacet.

8 Planus angulus est, duarum linearum in plano se mutuo tangentium, & non in directum iacentium alterius ad alteram inclinatio.

In directum iacere dicuntur duæ lineæ, quando ex illis fit vna linea.

9 Si lineæ angulum continentes, rectæ fuerint, recti lineus angulus dicitur.



10 Si recta linea super rectam consistens, eos, qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum. Et insistens recta, perpendicularis dicitur eius, cui insistit.

Linea AB consistens super C D dicitur perpendicularis. Anguli A B C, A B D dicuntur recti, dicuntur quoq; anguli deinceps.

11 Obtusus angulus est, qui maior est recto.

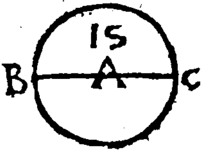
12 Acutus, qui recto minor est.

13 Terminus est, quod alicuius est finis.

14 Figura est, quæ sub aliquo, aut aliquibus terminis continetur.

Circulus continetur sub vna linea circulari,

15 Cir-



15 Circulus est figura plana, sub vna linea cõtenta, quæ peripheria dicitur, ad quam omnes lineæ ab vno puncto eorum, quæ intra figuram sunt cadentes, æquales sunt.

16 Punctum autem illud centrum circuli dicitur. *nimirum A*

17 Diametrus circuli, est quædam recta linea per centrum acta, & ad vtramq; partem peripheriæ circuli terminata; quæ & circulum bifariam secat. *nempe linea B C*

18 Semicirculus est figura à diametro, & intercepta circuli peripheria contenta.

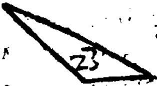
19

19 Segmentum circuli est, quod à recta linea, & peripheria circuli continetur.

20 Rectilineæ figuræ sunt, quæ rectis lineis continentur. Trilateræ, quæ tribus; quadrilateræ, quæ quatuor; multilateræ, quæ pluribus quàm quatuor lineis rectis continentur.

21 Trilaterarum figurarum, æquilaterum triangulũ est, quod tria latera habet æqualia.

22 Isosceles, quod duo tantùm æqualia habet latera.

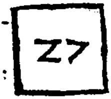


23 Scalenum, quod omnia tria inæqualia habet latera.

24 Trilaterarum præterea figurarum rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

25 Obtusangulum, quod obtusum. *vt est figura 23.*

26 Acutangulum, quod tres acutos habet angulos. *vt sunt figuræ 21. & 22.*



27 Quadrilaterarum figurarũ, Quadratum est, quod æquilaterum & æquiangulum est.

28 Altera parte longior figura est, quæ æquiangula quidẽ, at non æquilatera est.

29 Rhombus, quæ æquilatera, ęquiangula verò non est.

30 Rhomboides, quę opposita, & latera, & angulos æqualia habet; at neque æquilatera est, neque æquiangula.

31 Reli-

31 Reliqua ab his quadrilatera, vocentur trapezia.

32 Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem plano existentes, & vtrinq; in infinitum eiectæ, in neutram partem coincidunt.

Postulata.

Postuletur à quouis puncto ad quoduis rectam lineam ducere.

Et rectam lineam terminatam in continuum, & directum producere.

Et quouis centro & interuallo circulum describere.

Communes sententiæ seu axiomata.

1 Quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia.

2 Et, si æqualibus æqualia adduntur, tota sunt æqualia.

3 Et, si ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua sunt æqualia.

4 Et, si inæqualibus æqualia addantur, tota sunt inæqualia.

5 Et, si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua sunt inæqualia.

6 Et, quæ eiusdem sunt dupla, inter se sunt æqualia.

7 Et, quæ eiusdem sunt dimidia, inter se sunt æqualia.

8. Et, quæ sibi inuicem congruunt, inter se sunt æqualia.

9 Et, totum est maius sua parte.

10 Et, omnes anguli recti inter se sunt æquales.

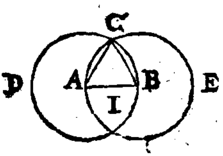
11 Et, si in duas rectas lineas recta incidens angulos interiores, & ad easdem partes, duobus rectis minores fecerit, coincident duæ illæ lineę in infinitum protractę versus illam partem, ad quam sunt duo anguli duobus rectis minores.

12. Et, duæ rectæ spacium non concludunt.

Propositiones.

Propositio I. Problema I.

Super data recta linea terminata triangulum æquilaterum constituere.



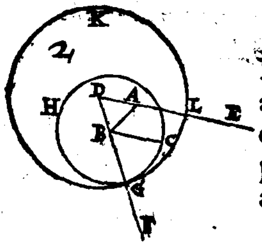
Sit data recta AB, super qua oporteat triangulum æquilaterum constituere

tuere. *a* Centro A; interuallo A B describatur circulus B C D. Rursus *b* centro B, interuallo B A describatur circulus A C E: & ex C, vbi se circuli secant ad A, B puncta, *c* ducantur rectæ C A, C B. Quoniam A centrum est circuli B C D, *d* erit A C æqualis ipsi A B. Rursus, quia B centrum est circuli C A E, *e* erit & B C æqualis ipsi B A. demonstrata est autem & C A æqualis ipsi A B: vtraque ergo C A, C B æqualis est ipsi A B: *f* quę autē eidem sunt ęqualia, & inter se sunt æqualia: igitur C A æqualis est C B: tres ergo C A, A B, B C sunt æquales. Quare triangulum A B C est æquilaterum, & super recta A B constitutū. Quod facerę oportuit.

a *Post. 3.*
b *Post. 3.*
c *Post. 1.*
d *def. 15.*
e *def. 15.*
f *ax. 1.*

Propos. 2. Problema 2.

Ad datum punctum data recta linea æqualem rectam ponere.

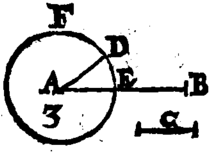


Sint data, punctum A, recta B C, & oporteat ad pūctum A rectæ B C æqualem ponere. Ducatur ab A ad B recta A B, su-

a prop.1.1. B, super *a* eaq; constituatur triangulum
b post.2. æquilaterum D A B, *b* productis in dire-
c post.3. ctum ipsis D A, D B in E, & F. *c* Centro
B, interuallo B C describatur circulus
d post.3. C G H. Rursus *d* centro D, interuallo
D G describatur circulus G K L. Quo-
niam ergo B centrum est circuli C G H,
e def.15. *e* erit ipsi B C æqualis B G. Rursus cum D
f def.15. sit centrum circuli G K L, *f* erit D L æ-
g prop.1. qualis ipsi D G: *g* quarum pars D A est æ-
h ax.3. qualis parti D B: *h* reliqua ergo A L æ-
i ax.1. qualis erit reliquæ B G. Ostensa est au-
tem & B C æqualis ipsi B G; vtraque ergo
A L, B C æqualis est ipsi BG. *i* Quæ au-
tem eidem sunt æqualia, & inter se sunt æ-
qualia; ergo A L æqualis est ipsi BC. Qua-
re ad punctum datum A, datæ rectæ B C
æqualis est posita, AL. Quod facere opor-
tuit.

Propos. 3. Probl. 3.

Datis duabus inæqualibus rectis lineis, à maiore minori æqualem abscindere.



Sint datæ rectæ inæquales A B, & C; quarũ maior sit A B; à qua, minori C æqualem abscindere opor-

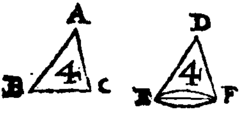
oporteat. Sit *a* ad punctum A, rectæ C æqualis posita, AD. & *b* centro A, interuallo AD, describatur circulus DEF. Et quia A centrum est circuli DEF, *c* erit AE æqualis ipsi AD. sed & C æqualis est ipsi DA: vtraque ergo AE, C æqualis est ipsi AD: igitur & AE æqualis erit ipsi C. Duabus ergo inæqualib. datis rectis lineis AB, & C, à maiore AB, minori C æqualis est abscissa, AE. Quod facere oportuit.

a *prop. 2. 1.*
b *post. 3.*
c *def. 15.*

Propos. 4. Theor. 1.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri; habuerint autem & angulum angulo, æqualibus lateribus contentum, æqualem, & basim basi æqualem habebũt: eritq; triangulum triangulo æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera subtenduntur.

Sint duo triangula ABC, DEF, quæ duo latera AB, AC, duobus DE, DF æqualia habeant, vtramque vtrique, AB ipsi DE, & AC ipsi DF, & angulũ BAC, angulo EDF. Dico quod



&

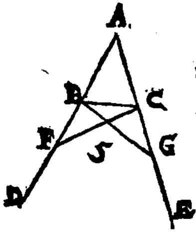
& basis B C, basi E F sit æqualis, & triangulum A B C, triangulo D E F, & reliqui anguli reliquis, vterque vtrique, quibus æqualia latera subtenduntur, nẽpe A B C ipsi D E F; & A C B ipsi D F E. Si enim
* superponatur. triangulum ABC triangulo D E F* congruat, & A super D ponatur, a congruet
a ax. 8. A B recta rectæ D E, & B ipsi E, quod A B sit æqualis D E. Congruente igitur A B ipsi D E, congruet & A C ipsi D F, quod angulus B A C angulo E D F sit æqualis: ideo & C ipsi F congruet, quod & A C æqualis sit ipsi G F. Sed & B ipsi E congruebat. Quare & basis B C basi E F congruet. Si enim congruente B ipsi E, & C ipsi F, basis B C basi E F non congruat, continebunt duæ rectæ spacium; b quod fieri ne-
b ax. 12. quit. Congruet ergo basis B C basi E F, & æqualis illi erit; adeoque totum triangulum A B C toti triangulo D E F cõgruet,
c ax. 8. c eiq; æquale erit: congruent ergo & reliqui anguli reliquis, eritque A B C angulus angulo, DEF, & A C B ipsi D F E æqualis.

Si ergo duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, &c.

Pro-

Propos. 5. Theor. 2.

Isoscelium triangulorum anguli ad basim sunt æquales: & productis æqualibus rectis, erunt & anguli infra basim æquales.



SIt triangulũ A B C, habens latus AB, lateri A C æquale. Producantur in directum A B, A C rectæ in D & E. Dico angulũ A B C, angulo ACB; & C B D, ipsi B C E æqualem esse. Accipiatur in B D quoduis punctum F; & *a* auferatur à maiori A E, minori A F æqualis A G: *b* ducanturq; rectæ FC, GB. & cum A F, ipsi A G; & A B æqualis sit ipsi A C; erunt duæ F A, A C, duabus G A, AB æquales, altera alteri, continentque angulum communem F A G: *c* erit igitur basis F C basi G B ęqualis & triangulum A F C triangulo AGB. & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur; nempe A C F ipsi A B G, & A F C ipsi A G B. Et quia tota A F toti A G æqualis est, quarum A B est ęqualis ipsi AC; derit

a *prop. 3. 1.*
b *post. 1.*
c *prop. 4. 1.*

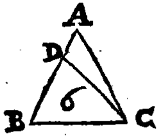
d ax.3. d erit & reliqua B F, reliquæ C G æqualis. Ostensa autem est & F C æqualis ipsi G B. Cum ergo duæ B F, FC duabus C G, G B æquales sint altera alteri: & angulus B F G angulo C G B æqualis, & basis B C communis, e erit triangulum B F C triangulo e prop.4.1. C G B æquale, & reliqui anguli reliquis alter alteri, quibus æqualia latera subtẽduntur: ergo & angulus F B C angulo G C B, & B C F ipsi C B G æqualis erit. Et quia totus A B G toti A C F ostensus est æqualis, & C B G ipsi B C F; erit ergo & reliquus, A B C reliquo A C B æqualis: & sunt ad basim trianguli A B C; ostensus est autem F B C angulus, angulo G C B æqualis, & sunt sub basi. Isoscelium igitur triangulorum anguli ad basim æquales sunt, & productis æqualibus lateribus, etiam anguli infra basim. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 6. Theor. 3.

Si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera æquales angulos subtendentia, æqualia.

SIt triangulum A B C habens angulum A B C, angulo A C B æqualem. dico & latera

latera A B, A C æqualia eſſe. Si enim ſunt inæqualia, erit alterũ maius, ſit maius A B. *a* Auferatur à maiore A B, minori A C æqualis DB, ducaturq́; DC. a prop 3.1.

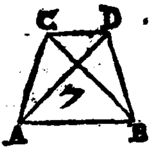


Cum ergo D B, A C æquales ſint, communis verò B C; erunt duæ D B, B C, duabus A C, C B æquales, altera alteri, & angulus D B C æqualis angulo A C B: *b* igitur & baſis D C, baſi A B erit æqualis, & triangulum ABC, triangulo D B C, minus maiori, *c* quod eſt abſurdum; nõ igitur inæqualis eſt A B, ipſi A C: ergo ęqualis. Quare ſi trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera, æquales angulos ſubtendentia, æqualia. quod demonſtrare oportuit. b prop. 4.1. c ax. 9.

Propoſ. 7. Theor. 4.

Super eadem recta linea, duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales altera alteri, non conſtituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad eaſdem partes, eoſdemq́ cum primò ductis terminos habentes.

SI enim fieri poteſt conſtituatur ſuper eadem recta linea A B, duabus rectis



, A C, C B, duæ aliæ AD, DB æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum C & D, ad easdem partes C, D, eosdem terminos habentes A, B, quos primæ: ita, vt C A ipsi D A, eundem cum ipsa terminum A habens, C B verò ipsi D B, eundem cum illà terminum B habens, sit æqualis; & ducatur C D. Cum ergo A C sit æqualis ipsi

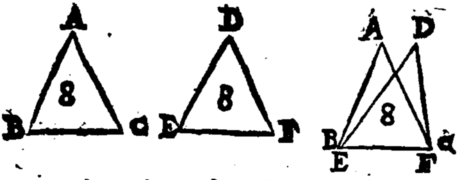
a prop. 5. 1. A D, a erit & angulus A C D æqualis angulo A D C: maior ergo est A D C angulus, angulo D C B: multo ergo maior C D B. Rursus cum C B æqualis sit ipsi D B, erit & angulus C D B angulo D C B æqualis: ostensus autem est multo illo maior.

b ax. 9. ior. b Quod fieri non potest. Non igitur super eadem recta linea duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem cum primò ductis terminos habentes. Quod demonstrare oportuit.

Pro-

Propos. 8. Theor. 5.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, habuerint verò & basim basi æqualem, habebunt quoque angulum æqualibus lateribus contentum angulo æqualem.

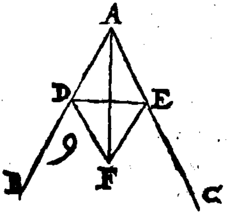


SInt duo triangula A B C, D E F, quæ habeant duo latera A B, A C, duobus D E, D F æqualia, alterum alteri, nempe AB ipsi D E, & AC ipsi DF; habeant quoque bases B C, E F æquales. Dico quod & angulus B A C, angulo E D F sit æqualis. Congruente enim triangulo ABC, triangulo DEF, positoq; B super E, & recta BC super E F; *a* congruet & C ipsi F, quod *a ax. 8.* B C, E F æquales sint. Congruente igitur ipsa B C ipsi E F, congruent & B A, C A, ipsis E D, D F. Quod si congruat quidem basis B C, basi E F: at B A, A C latera ipsis, E D, DF, non congruant, sed aliò cadant, vt sunt EG, GF, *b* constituẽtur super eadẽ recta duabus rectis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem terminos habentes. At non constituuntur. Non ergo congruente basi B C, basi E F, nõ congruent B A, AC latera ipsis E D, DF: congruent ergo. quare & angulus B A C angulo E D F congruet, eique æqualis erit. Si ergo duo triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, habuerint verò & basim basi æqualem, habebũt quoq; angulum æqualibus lateribus contentum, angulo ęqualem. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 7. 1.

Propos. 9. Probl. 5.

Datum angulum rectilineum bifariam secare.



SIt datus angulus rectilineus B A C, quem oporteat bifariam secare. Accipiatur quoduis pũctum D. Atque *a* ex AC ipsi AD æqualis auferatur A E: & super

a prop. 3. 1.

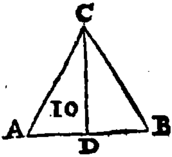
super ductam D E, *b* constituatur triangulũ ęquilaterum D E F, & iungatur A F. Dico angulum B A C rectâ A F bifariam secari. Cum enim A D, A E æquales sint, communis A F; erunt duæ D A, A F, duabus E A, A F æquales, altera alteri, est verò & basis D F basi E F ęqualis: *c* ergo & angulus D A F, angulo E A F æqualis erit. Datus ergo angulus rectilineus B A C à recta A F bifariam secatur. Quod facere oportuit.

b *prop. 1. 1.*

c *prop. 8. 1.*

Propos. 7. Probl. 5.

Datam rectam finitam bifariam secare.



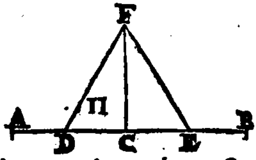
Sit data recta finita A B, quã oporteat bifariam secare. Constituatur super illa triangulum ęquilaterũ ABC, *a* & secetur angulus A C B bifariam rectâ C D. Dico rectam A B, in D bifariam esse sectam. Cum enim A C, C B æquales sint cõmunis C D: erunt duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales, altera alteri, & angul⁹ ACD angulo BCD æqualis: *b* igitur & basis A D æqualis est basi B D. data ergo recta finita A B in D secta est bifariam, quod faciendum erat.

a *prop. 9. 1.*

b *prop. 4. 1.*

Propos. 11. Probl. 6.

Data recta linea ex puncto in illa dato lineam rectam ad angulos rectos ducere.



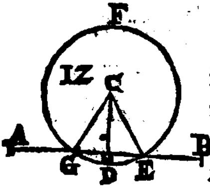
SIT data recta AB, datum in illa punctum C, oporteatq; ex C, ipsi A B rectam lineam ad angulos rectos ducere. Accipiatur in A C quoduis punctum D, & *a* ponatur ipsi C D æqualis C E, *b* cõstituaturque super E D triangulum æquilaterum FDE, & ducatur FC. Dico ad punctum C datæ rectę A B ad angulos rectos esse ductam F C. Cum enim D C, C E sint ęquales, F C communis; erunt duæ D C, C F, duabus E C, C F æquales, altera alteri: sed & basis D F, æqualis est basi E F: erit *c* ergo & angulus DCF æqualis angulo ECF; & sunt deinceps. *d* Quando autem recta super rectam consistens, eos qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterq; æqualium angulorum: recti igitur sunt anguli DCF, FCE. Quare datę rectę, ex pũcto in illa dato, ducta est ad angulos rectos, recta F C. quod facere oportuit.

a prop. 3. 1.
b prop. 1. 1.
c prop. 8. 1.
d def. 10.

Pro-

Propos. 12. Probl. 7.

Ad datam infinitam, à puncto dato extra illam perpendicularem rectam ducere.



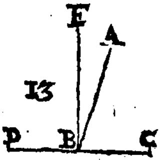
SIt data recta infinita AB, punctũ extra illam C. & oporteat ad rectam datam A B ex puncto C, quod in illa non est, perpendicularem rectam ducere. Accipiatur ad alteras partes rectę AB, quoduis punctũ D, & *a* centro C interuallo C D circulus E F G describatur, *b* diuidaturque E G in H bifariam, ductis rectis C G, C H, C E. Dico quod ad datam infinitam A B, à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta sit C H. Cum enim G H, H E sint æquales, H C communis: erunt duæ G H, H C, duabus E H, H C æquales, altera alteri; *c* sed & basi C G, basis C E, est æqualis; erit *d* ergo & angulus C H G angulo E H C æqualis, & sunt deinceps. *e* quando autem recta super rectã consistens, eos qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum, & insistens linea, perpendicularis dicitur eius, cui

a *post. 3.*
b *prop. 10. 1*
c *def. 15.*
d *prop. 8. 1.*
e *def. 10.*

cui insistit. Quare ad datam rectam infinitam AB à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta est, CH. quod facere oportebat.

Propos. 13. Theor. 6.

Quando linea recta super rectam consistens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.



Recta enim quædam AB, super rectã CD consistens, angulos faciat CBA, ABD. dico illos, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales esse. Si enim CBA ipsi
a def.10. ABD, est æqualis, duo *a* recti sunt. Si non: ducatur à puncto B ipsi CD ad angulos
b def.10. rectos, BE: *b* ergo CBE, EBD duo recti sunt. Et quia CBE duobus CBA, ABE, æqualis est, si apponatur cõmunis EBD. erunt duo CBE, EBD, tribus CBA, ABE, EBD æquales. Rursus cũ angulus DBA, duobus DBE, EBA æqualis sit, si addatur cõmunis ABC; erũt duo DBA, ABC tribus DBE. EBA, ABC æquales.

Osten-

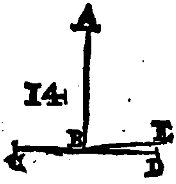
Oſtenſum eſt autem & duos CBE, EBD ijſdem tribus, æquales eſſe. *c* Quæ autem eidem ſunt æqualia, & inter ſe ſunt æqualia: duo igitur CBE, EBD æquales ſunt duobus DBA, ABC: ſed CBE, EBD recti ſunt: igitur DBA, ABC duobus rectis æquales. Si igitur recta ſuper rectā conſiſtens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales facit. Quod oportuit demonſtrare. *c ax.1.*

Propoſitio 14. Theor. 7.

Si ad rectam aliquam lineam, atque ad punctum in illa datum, duæ rectæ non ad eaſdem partes ductæ angulos, qui deinceps ſunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illæ lineæ.

AD rectam AB, & ad punctum in illa datum B, duæ rectæ BC, BD non ad eaſdem partes poſitæ, faciant angulos deinceps ABC, ABD, duobus rectis æquales. Dico BD ipſi CB in directum eſſe.

14



Quod ſi BD ipſi BC nō ſit in directum, ſit BE. Cum igitur recta AB rectæ CBE inſiſtat, *a* erūt anguli ABC, ABE *a prop.13.1.*

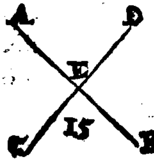
 duo-

duobus rectis ęquales. Sunt verò & A B C, A B D duobus rectis æquales: anguli igitur C B A, A B E sunt angulis C B A, A B D, æquales. Communis A B C auferatur: *b* reliquus ergo A B E, reliquo A B D est æqualis, minor maiori, *c* quod fieri nequit. Non ergo B E in directum est ipsi B C. Similiter ostendemus nullam aliam esse, præter B D: in directum ergo est B D, ipsi C B. Si ergo ad rectam, & ad punctum in ea, datum duæ rectæ non ad easdem partes positæ, angulos qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illę duæ lineæ. quod demonstrare oportuit.

b ax. 3.
c ax. 3.

Propositio 15. Theor. 8.

Si duæ rectæ se inuicem secuerint, angulos ad verticem æquales facient.

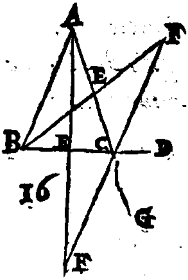


RECtæ A B, C D, secent se in E puncto. Dico quod tam angulus A E C, angulo D E B, quam C E B angulo A E D æqualis sit. Cum enim recta A E rectę C D insistat, faciens angulos C E A, A E D: erunt a erunt ipsi duobus rectis æquales. Rursus cum recta D E rectæ A B insistat, faciens angulos A E D, D E B, b erunt & ipsi duobus rectis æquales. Ostensi autem sunt & C E A, A E D duobus rectis æquales: Quare duo C E A, A E D, duobus A E D, D E B æquales sunt. auferatur communis A E D: ergo reliquus C E A, reliquo B E D æqualis est. Pariter ostẽdetur C E B, D E A æquales esse. Si ergo duæ rectæ se inuicem secuerint, facient angulos, qui ad verticem sunt æquales. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 13. 1.
b prop. 13. 1.

Propositio 16. Theor. 9.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus vtrolibet interno & opposito maior est.



16

SIt triangulũ A B C, & vnum ipsius latus B C in D producatur. Dico angulum externum A C D maiorem esse internis & oppositis C B A, B A C. a Bisecetur A C in E, & ducta B E producatur in F, sit-

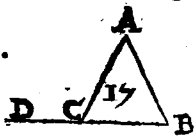
a prop. 10. 1.

F, sitque ipsi B E æqualis E F, iungatur C F, & producatur A C in G. Et quia A E ipsi E C est æqualis; erunt duæ A E, E B, duabus C E, E F æquales, altera alteri; & angulus A E B, angulo F E C est *b* æqualis, sunt enim ad verticem: *c* igitur & basis A B, basi F C æqualis erit, & triangulum A B E triangulo F E C; adeoque & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quos æqualia subtendunt latera: Erit igitur & angulus B A E angulo E C F æqualis; est *d* autem E C D maior, quam E C F: Ergo & A C D maior est quam B A E. Pari modo secto B C latere bifariam demonstrabitur angulus B C G, hoc est, A C D maior esse angulo A B C. Omnis ergo trianguli vno latere producto externus angulus vtrouis interno, & opposito maior est, quod oportuit demonstrare.

b *prop. 15. 1.*
c *prop. 4. 1.*
d *ax. 9.*

Propositio 17. Theor. 10.

Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt, quomodocunque sumpti.



SIt triangulum A B C. Dico duos eius angulos minores esse duobus rectis quomodocunque

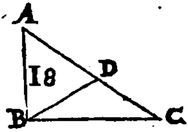
docunque ſumptos. Producatur B C in D. Et quia trianguli A B C angulus A C D externus, *a* maior eſt interno & oppoſito A B C. Si communis apponatur A C B: erunt A C D, A C B anguli, maiores A B C, B C A angulis: Sed A C D, A C B *b* duobus rectis ſunt æquales: Ergo A B C, B C A minores. Similiter oſtendemus tam B A C, A C B, quam C A B, A B C duobus rectis eſſe minores. Omnis ergo trianguli duo anguli quicunque duobus rectis ſunt minores, quod oportuit demonſtrare.

a prop. 16. 1.

b prop. 13. 1.

Propoſitio 18. Theor. 11.

Omnis trianguli maius latus maiorem angulum ſubtendit.



SIt triangulum A B C habēs latus A C maius latere A B. Dico & angulum A B C maiorem eſſe angulo B C A. Quia enim A C maius eſt, quam A B; fiat A D ipſi A B æqualis: & ducatur B D. Et *a* quia trianguli B D C externus angulus A D B, maior eſt interno & oppoſito D C B, & *b* æqualis angulo A B D, quod latera A B, A D æqualia ſint, maior ergo etiam

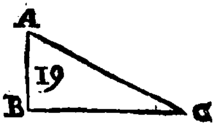
a prop. 16. 1.

b prop. 5. 1.

etiam est A B D quam A C B: multo ergo maior erit totus A B C, quam A C B. Omnis ergo trianguli maius latus, maiorem angulum subtendit.

Propositio 19. Theor. 12.

Omnis trianguli maior angulus maiori lateri subtenditur.

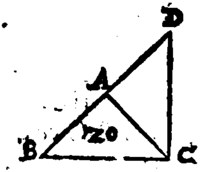


Sit triangulũ ABC habens angulum ABC maiorem angulo B C A. dico & latus A C maius esse latere AB. Si non: erit A C ipsi A B aut æquale, aut minus. Non æquale. Si enim
a prop. 5.1. æquale, *a* esset & angulus A B C angulo A C B æqualis: at non est: ergo A C æquale non est ipsi A B. Non minus: nam
b prop. 18.1. si A C minus esset quam A B, esset *b* & angulus A B C minor angulo A C B; at non est: non ergo A C minus est ipso AB. Ostensum autem est, quod nec æquale: ergo maius. Omnis ergo trianguli maiori angulo maius latus subtenditur.

Pro-

Propositio 20. Theor. 13.

Omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt quomodocumque sumpta.



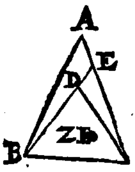
SIt trianguluũ A B C. dico duo latera B A, A C, maiora esse reliquo BC; & AB, BC reliquo A C; & B C, CA reliquo A B. Producatur enim B A in D; sitque recta D A ipsi C A æqualis, & iungatur D C. Cum ergo D A ipsi A C sit æqualis, erit & angulus A D C, angulo A C D æqualis. Sed *a* B C D angulus maior est angulo A C D; maior ergo etiam est B C D, ipso A D C. Et cum D C B sit triangulum habens angulum B C D maiorem angulo A D C, *b* maiorem autem angulum maius latus subtendat; erit D B maius ipso B C: æquale autem est D B ipsis A B, A C: maiora ergo sunt B A, A C, quam B C. Omnis ergo trianguli duo latera reliquo maiora sunt, quomodocunque sumpta.

a *ax. 9t* b *prop. 19. 1.*

Pro-

Propositio 21. Theor. 14.

Si à terminis vnius lateris trianguli duæ rectæ intra constituantur, erunt hæ minores reliquis duobus trianguli lateribus, at maiorem angulum continebunt.



A terminis lateris BC trianguli ABC constituantur duæ rectæ BD, CD intra. Dico BD, DC reliquis trianguli lateribus BA, AC minores esse; at angulum BDC maiorem continere, angulo BAC. Ducatur enim BD in E. Et *a* quia omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt: erunt & trianguli ABE, latera AB, AE maiora BE latere. apponatur communis EC, *b* eruntque BA, AC maiora ipsis BE, EC. Rursus trianguli CED latera CE, ED *c* maiora sunt latere CD, communis apponatur DB; eruntque CE, EB maiora ipsis CD, DB: Sed BA, AC maiora ostensa sunt ipsis BE, EC; multo ergo AB, AC maiora erunt ipsis BD, DC. Rursus, quoniam *d* omnis trianguli externus angulus interno, &

a prop. 20. 1.
b ax. 4.
c prop. 20. 1.
d prop. 16. 1.

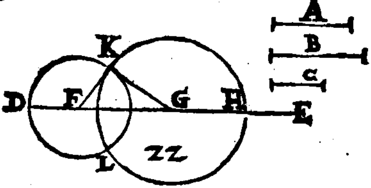
oppo-

oppoſito eſt maior; erit & trianguli CDE externus BDC, maior interno CED. Eandem ob cauſam erit trianguli ABE, externus CEB, maior interno BAC: ſed & BDC oſtenſus eſt maior, ipſo CEB: multò ergo maior eſt BDC, quàm BAC. Quare ſi à terminis, &c. quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 22. Probl. 8.

Ex tribus rectis, tribus datis rectis æqualibus, triangulum cōſtituere. Oportet autem duas, reliquâ maiores eſſe quomodocumque ſumptas. quod omnis trianguli duo latera reliquo maiora ſint, quomodocunq; ſumantur.

Sint tres rectæ, A, B, C, quarum duæ quomodocunq; ſumptæ reliqua ma-



iores ſint, vt A, B, quam C; A, C quam B; B, C quam A. Oporteat autem ex tribus,

tribus A, B, C, æqualibus triangulum cõstituere. Expoſita ſit recta quædam D E, terminata ad D, interminata ad E; ſitq; a D F ipſi A. F G ipſi B; ipſi C æqualis facta G H. Deſcribatur centro F, interuallo F D, circulus D K L: Centro verò G, interuallo G H, circulus K L H; iunganturque F K, K G. Dico ex tribus F K, K G, G F æqualibus tribus datis A, B, C triangulum F K G eſſe cõſtitutum. Cum enim F centrum ſit circuli D K L, b erit F D æqualis ipſi F K; ſed F D eſt æqualis ipſi A; c ergo & F K, erit æqualis ipſi A. Rurſus cũ G ſit centrũ circuli LKH, d erit GH æqualis ipſi G K; ſed G H æqualis eſt ipſi C: e erit ergo & G K æqualis ipſi C: Eſt verò & FG æqualis ipſi B. Tres ergo KF, FG, GK æquales ſunt tribus datis A, B, C. Quare ex tribus K F, F G, G K, æqualibus tribus A, B, C triangulum eſt conſtitutũ. Quod facere oportuit.

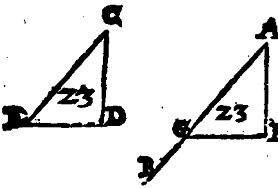
a prop. 3. 1.
b def. 15.
c ax. 1.
d def. 15.
e ax. 1.

Propoſitio 23. Probl. 9.

Ad datam rectam, datumq; in ea punctum dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineum conſtituere.

Sit

Sit data recta A B, datūq; in ea punctū
A, datus angulus rectilineus D C E.
Oporteat autem ad punctum datum A,
datæ rectæ A B, dato angulo rectilineo
D C E æqualem angulum rectilineum
conſtituere. Capiantur in vtraque C D,

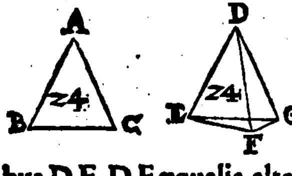


C E quælibet
puncta D, E, &
iungatur D E:
a atq; ex tribus a *prop. 22. 1.*
rectis, quæ æ-
quales ſint tri-
bus C D, D E,
E C, triangulum A F G conſtituatur: ita
vt C D æqualis ſit ipſi A F; C E ipſi A G;
D E ipſi F G. Cum ergo duæ D C, C E æ-
quales ſint duabus F A, A G, altera alteri;
ſit verò & baſis D E æqualis baſi F G; b erit b *prop. 8. 1.*
& angulus D C E æqualis angulo F A G.
Quare ad datam rectam A B, datumque in
ea punctum A, dato rectilineo angulo
D C E, æqualis angulus rectilineus F A G
eſt conſtitutus. Quod oportuit facere.

Propoſitio 24. Theor. 15.

Si duo triangula duo latera duobus la-
teribus æqualia habuerint, alterum al-

teri; angulum vero angulo maiorem, qui aequalibus rectis lineis continetur, & basim basi maiorem habebunt.



SInt triangula ABC, DEF, habentia duo latera AB, AC, duobus DE, DF æqualia, alterum alteri: AB quidem ipsi DE; AC verò ipsi DF. At angulus BAC maior sit angulo EDF. Dico & basim BC maiorem esse basi EF. Cum enim angulus BAC maior sit EDF angulo, *a* constituatur ad punctum D rectæ DE angulo BAC, æqualis EDG; sitque vtrique AC, DF æqualis DG, & iungantur GE, FG. Quia igitur AB ipsi DE, & AC ipsi DG æqualis est; erunt duæ BA, AC, duabus ED, DG æquales, altera alteri; estque & angulus BAC, angulo EDG æqualis: *b* erit igitur & basis BC, basi EG æqualis. Rursus quia DG ipsi DF est æqualis, & *c* angulus DFG angulo DGF; *d* erit angulus DFG maior angulo EGF: multo ergo maior erit EFG, ipso EGF. Et quia EFG triangulum

a prop. 23. 1

b prop. 4. 1.

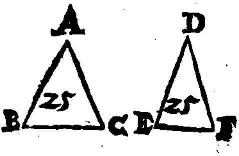
c prop. 5. 1.

d ax. 9.

gulum est, habens angulum EFG maiorem angulo EGF (e maiori autem angulo maius latus subtenditur) erit & latus EG maius latere EF: æquale autem est EG ipsi BC: maius ergo est & BC, ipso EF. Si ergo duo triangula, &c. quod oportuit demonstrare. e prop. 19. 1.

Propositio 25. Theor. 16.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & basim basi maiorem, & angulum angulo, qui æqualibus lateribus continetur, maiorem habebunt.



Sint duo triangula ABC, DEF, duo latera AB, AC, duobus DE, DF habẽtia æqualia, alterum alteri, AB ipsi DE, & AC ipsi DF: Basim verò BC maiorem basi EF. Dico & angulum BAC angulo EDF maiorem esse. Si non; aut æqualis est, aut minor. Nõ æqualis; Nam si angulo BAC, angulus EDF æqualis esset, a esset & basis BC, basi EF æqualis; at non est; non ergo an- a prop. 4. 1.

 gulus

gulus BAC angulo E D F est æqualis. Sed neque minor: nam si minor esset, *b* esset & basis B C minor basi E F: at non est: non ergo angulus B A C minor est angulo E D F. Demonstratum est autem, quod nec æqualis: maior ergo erit. Si ergo duo triangula, &c. Quod demonstrare oportuit.

b prop. 24. 1

Propositio 26. Theor. 17.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri, & vnum latus vni lateri æquale, seu quod æqualibus angulis adiacet, seu quod vni æqualium angulorum subtenditur; & reliqua latera reliquis lateribus, alterum alteri; & reliquum angulum reliquo angulo, æqualem habebunt.

SINT duo triangula A B C, D E F, duos angulos ABC, B C A, duobus DEF, EFD æquales habentia, alterum alteri, A B C quidem ipsi DEF, & BCA ipsi E F D: habeant verò & vnum latus vni lateri æquale.

le. Et primo quod æqualibus angulis adiacet, nempe B C ipsi E F. Dico quod & reliqua latera, reliquis ęqualia habeant, alterum alteri, A B ipsi D E. A C ipsi D F, & reliquum angulum B A C reliquo E D F. Quod si AB, DE inæqualia sint; vnum erit maius. Sit maius A B: a fiatq; ipsi D E æqualis G B linea, & ducatur G C. Cum igitur tam BG, DE; quã E F, B C æquales sint; erunt duæ BG, B C, duabus D E, E F æquales, altera alteri; & angulus GBC angulo DEF æqualis: b erit ergo & basis G C basi D F æqualis, & trianguliũ G C B triangulo D E F æquale, reliquique anguli reliquis, alter alteri, quibus ęqualia latera subtenduntur. Quare angulus G C B æqualis erit angulo DFE: sed & D F E ponitur æqualis ipsi B C A: erit ergo B C G æqualis ipsi B C A, minor maiori, quod fieri nequit: nõ ergo AB, DE inæquales sunt: ergo æquales. Est verò & B C ipsi E F æqualis: duæ ergo AB, BC æquales sunt duobus DE, EF, altera alteri, & angulus ABC angulo DEF: c ergo & basis A C basi D F, & reliquus angulus B A C reliquo E D F æqualis erit. Rursus sint latera æquales angulos subtendentia, AB, DE æqualia, dico & reliqua latera, reliquis lateribus, vt A C,

a prop. 3. 1.

b prop. 4. 1.

c prop. 4. 1.

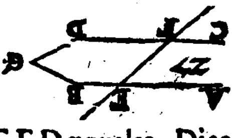
DF, & BC, EF, reliquumque angulum BAC, reliquo EDF, æqualem esse. Si enim BC, EF sunt inæqualia; erit vnum maius:
d prop. 3. 1. sit, si fieri potest, maius BC, & d fiat ipsi EF æqualis BH, iungaturq; AH. Et quia BH ipsi EF; & AB ipsi DE æqualis est: erunt duæ AB, BH, duabus DE, EF æquales, altera alteri, continentq; angulos æquales:
e prop. 4. 1. e basis ergo AH, basi DF est æqualis, & triangulum ABH triangulo DEF, reliquiq; anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Est igitur angulus BHA æqualis angulo EFD: sed EFD æqualis est angulo BCA; erit ergo & BHA æqualis ipsi BCA. Trianguli ergo AHC externus angulus BHA æqualis est interno & opposito BCA,
f prop. 16. 1. f quod fieri nequit: igitur BC, EF inæquales nō sunt; æquales ergo. Cum verò & AB, DE sint æquales: erunt duæ AB, BC duabus DE, EF æquales altera alteri, æqualesque angulos continent:
g prop. 4. 1. g ergo & basis AC basi DF æqualis est, & triangulum ABC triangulo DEF, & reliquus angulus BAC, reliquo EDF. Si ergo duo, &c.

Quod demonstrare oporportuit.

Pro-

Propoſ.27. Theor.18.

Si in duas rectas lineas recta incidens angulos alternos æquales fecerit, parallelæ erunt illæ lineæ.



In duas rectas AB, CD incidens recta EF faciat angulos alternos AEF, EFD æquales. Dico AB, CD parallelas eſſe. Si non; productæ concurrẽt, aut verſus partes B, D; aut verſus A, C: producãtur, & concurrant verſus partes B, D in G. a Eſt itaque trianguli GEF angulus externus AEF maior interno, & oppoſito EFG: ſed * & æqualis; quod fieri nequit: non ergo AB, CD productæ concurrunt verſus partes B, D. Pari ratione demonſtratur, quod neque ad partes A, C: b quæ autem in neutram partem concurrunt, parallelæ ſunt: parallelæ ergo ſunt AB, CD: Si igitur, &c, quod oportuit demonſtrare.

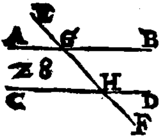
a *prop.16.1.*

* *ex hypotheſi.*

b *def.32.*

Propos. 28. Theor. 19.

Si in duas rectas lineas recta incidens, angulum externum interno, & opposito, & ad easdem partes, æqualē fecerit: vel internos, & ad easdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt illæ lineæ.



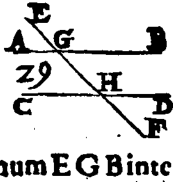
IN duas rectas A B, C D incidens recta E F, externum angulum E G B, interno, & opposito G H D æqualem faciat: aut internos, & ad easdem partes B G H. G H D duobus rectis æquales. Dico A B, C D parallelas esse. Cum enim E G B angulus, * æqualis sit, & angulo G H D, *a* & angulo A G H; *b* erit & A G H æqualis ipsi G H D. *c* & sunt alterni: parallelæ ergo sunt A B, C D. Rursus cum B G H, G H D duobus rectis sint æquales; *d* sint autem & A G H, B G H duobus rectis æquales; erunt A G H, B G H ipsis B G H, G H D æquales: communis B G H auferatur; *e* erit igitur reliquus AGH, reliquo G H D æqualis: *f* & sunt alterni: sunt ergo AB, C D parallelæ. Si ergo in duas rectas, &c. Quod demonstrare oportuit.

* ex hypothesi.
a prop 15.1.
b ax.1.
c prop.27.1.
d prop.13.1.
e ax.3.
f prop.27.1.

Pro-

Propof.29.Theor.20.

Recta in parallelas rectas incidens æquales facit angulos alternos: & externum interno & oppofito, & ad eafdem partes æqualem: & internos & ad eafdem partes duobus rectis æquales efficit.



In parallelas rectas AB, CD recta EF incidat. Dico quod & alternos angulos AGH, GHD æquales faciat; & externum EGB interno, & oppofito, & ad eafdem partes GHD æqualem; & internos, & ad eafdem partes BGH, GHD duobus rectis æquales. Si enim AGH, GHD inæquales funt, vnus illorum AGH fit maior: & quia AGH maior eft quam GHD, communis addatur BGH. Hi ergo AGH, BGH maiores funt his BGH, GHD; *a* fed AGH, BGH duobus rectis funt æquales: ergo BGH, GHD duobus rectis minores erunt. *b* Quæ autem à minoribus quam duobus rectis in infinitum producuntur lineæ rectæ, concurrunt: ergo AB, CD in infinitum productæ

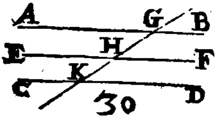
a prop.13.1.

b ax.11.

duɑ̃æ concurrunt: at non concurrunt; parallelæ enim ſunt: ergo anguli A G H, G H D, non ſunt inæquales: igitur æquales.
c prop.15.1. Porrò c A G H angulus æqualis eſt angulo E G B: Ergo & E G B æqualis erit angulo G H D: communis apponatur B G H: ergo hi E G B, B G H, æquales ſunt his B G H, G H D: d ſed EGB, BGH
d prop.13.1. ſunt æquales duobus rectis: erunt ergo & B G H, G H D duobus rectis æquales. Recta ergo in parallelas, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 30. Theor. 21.

Quæ eidem rectæ ſunt parallelæ, & inter ſe ſunt parallelæ.

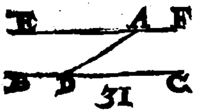


SIt vtraq; ipſarum A B, C D ipſi E F parallela. Dico & A B, C D eſſe parallelas. Incidat enim in ipſas recta G K. Et quia in rectas parallelas A B, E F recta G K incidit; a erit angulus A G H, angulo G H F
a prop.27.1. æqualis. Rurſus, quia in parallelas rectas
b prop.28.1. E F, C D cadit recta G K, b erit & angulus G H F æqualis angulo G K D; oſtenſus eſt autem & angulus A G K angulo G H F æqua-

æqualis: *c* ergo & angulus A G K æqualis *c ax.1.*
erit angulo G K D: & sunt alterni: *d* ergo *d prop.28.1.*
A B, C D sunt parallelæ. Ergo quæ eidem,
&c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 31. Probl. 10.

Per datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam ducere.

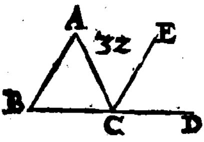


EX dato puncto A, Datæ rectæ BC. oporteat parallelam ducere. Accipiatur in B C quoduis punctum D, iunganturque A, D. *a* & constituatur ad A punctum rectæ D A angulo A D C æqualis D A E, ducaturq; ipsi A E in directum A F. *b* Quia ergo in duas rectas B C, E F recta A D incidens angulos alternos E A D, A D C æquales facit, erunt B C, E F parallelæ. Per datum ergo punctum, &c. quod facere oportuit. *a prop.23.1.* *b prop.27.1.*

Propos. 32. Theor. 22.

Omnis trianguli uno latere producto, externus angulus, duobus internis, & oppositis est æqualis; & tres interni duobus rectis sunt æquales.

SIt triangulum A B C, & vnum eius latus B C producatur in D. Dico angulum



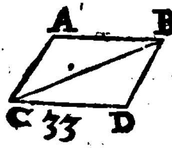
lum externum A C D æqualem esse duobus internis, & oppositis C A B, A B C; & tres internos ABC, BCA, C A B duobus rectis æquales. *a* Ducatur per C ipsi A B recta parallela C E. Quia ergo in A B, C E parallelas cadit A C; *b* erunt anguli alterni B A C, A C E æquales. Rursus quia A B, C E parallelæ sunt, & in ipsas cadit recta B D, *c* erit externus angulus E C D, æqualis interno, & opposito A B C: ostensus est autem & A C E æqualis B A C. Totus ergo A C D æqualis est duobus internis, & oppositis BAC, ABC. Apponatur communis A C B: & erunt A C D, A C B æquales tribus ABC, BCA, C A B: *d* sed A C D, A C B æquales sunt duobus rectis: ergo & A C B, C B A, CAB æquales sunt duobus rectis. Omnis ergo trianguli, &c. Quod oportuit demõstrare.

a prop. 31. 1.
b prop. 27. 1
c prop. 28. 1.
d prop. 31. 1

Propos. 33. Theor. 23.

Lineæ rectæ, quæ æquales & parallelas lineas ad easdem partes coniungunt, & ipsæ æquales sunt, & parallelæ.

Sint æquales & parallelę A B, C D. easq; ad easdem partes coniungant rectæ A C,



AC, BD. Dico & ipsas AC, BD parallelos & æquales esse. Ducatur enim BC. Quoniam AB, CD parallelæ sunt, & in ipsas incidit BC; *a* erunt anguli alterni ABC, BCD æquales. Et quia AB, CD æquales sunt; communis addatur BC; erunt duæ AB, BC, duabus BC, CD æquales, estq; angulus ABC angulo BCD æqualis. *b* Quare & basis AC, basi BD æqualis erit, & triangulum ABC triangulo BCD; & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Est ergo angulus ACB angulo CBD æqualis. Et quia in duas rectas AC, BD incidens recta BC, facit angulos alternos ACB, CBD æquales; *c* erunt AC, BD parallelæ: ostēsæ autem sunt & æquales. Ergo lineæ rectæ, quæ æquales, &c. Quod oportuit demonstrare.

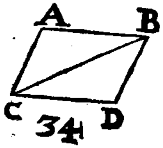
a prop. 27. 1
b prop. 4. 1.
c prop. 27. 1.

Pro-

Propoſ.34.Theor.24.

Parallelogrammorum ſpaciorum; quæ ex aduerſo & latera, & anguli, ſunt inter ſe æqualia, eaque diametrus biſecat.

ESto parallelogrammum A C D B diametrus B C. Dico parallelogrammi A C D E, quæ ex aduerſo, latera & angulos, æqualia eſſe; eaq; diametrum B C bifariam ſecare, Cum enim A B, C D parallelæ ſint, & in ipſas incidat B C; *a* erunt anguli alterni ABC, BCD æquales. Rurſus cum A C, B D ſint parallelę, & in illas incidat B C, *b* erũt & anguli alterni A C B, C B D æquales. Duo ergo triangula A B C, C B D habent duos angulos ABC, BCA, duobus B C D, C B D æquales, alterum alteri, & vnum latus, vni lateri, quod adiacet angulis æqualibus, vtrique commune B C. *c* Quare & reliqua latera reliquis, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo, æqualem habebunt. æquale ergo eſt latus AB lateri CD; & A C, ipſi B D; & angulus BAC angulo B D C.



a prop.27.1

b prop.27.1.

c prop.26.1.

Et

Et cum tã anguli A B C, B C D, quã C B D, A C B æquales sint: d erit & totus A B D, toti A C D æqualis. ostensus est autem & B A C æqualis B D C: Parallelogrammorum ergo spaciorum quæ ex aduerso, & latera, & anguli, inter se æqualia sunt. Dico & diametrum illa bifariam secare. Cum enim A B, C D ęquales, & B C communis sit; erunt duo latera A B, B C, duobus C D, B C æqualia, alterum alteri; & angulus A B C æqualis angulo B C D: e erit ergo & basis A C basi D B æqualis; & triangulum A B C triangulo B C D. Diametrus ergo B C, parallelogrammum A B C D bifariam secat. Quod oportuit demonstrare.

d ax. 1.

e prop. 4. 1.

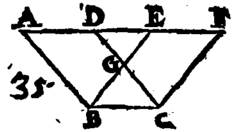
Propos. 35. Theor. 25.

Parallelogramma in eadem basi; & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto parallelogrãma A B C D, E B F C in basi B C, & in parallelis A F in B C cõstituta. Dico A B C D ęquale esse ipsi E B F C. Cum enim A B C D parallelogrammum sit; a erunt B C, A D, æquales: eandem ob causam E F, B C æquales erant: b vnde & A D ipsi E F ęqualis erit; & com-

a prop. 34. 1

b ax. 1.



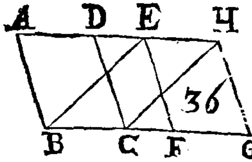
munis est D E: *c* ergo tota A E, toti D F æqualis est. Est *d* verò & A B ipsi D C æqualis: duę ergo E A, A B, duab' F D, D C æquales sunt, altera alteri; sed & *e* angulus, F D C, angulo E A B æqualis est, externus interno: *f* quare & basis E B basi F C æqualis erit; & triangulum E A B triangulo F D C. Commune D G E auferatur; & erit *g* reliquum trapezion A B G D, reliquo E G F C æquale. Apponatur communis G B C triangulus: *h* totum ergo A B C D parallelogrammum, toti E B F C æquale erit: ergo parallelogrāma in eadem basi, &c. Quod oportuit demonstrare.

c *ax.1.*
d *prop.34.1*
e *prop.29.1*
f *prop.4.1.*
g *ax.3.*
h *ax.2.*

Propos. 36. Theor. 26.

Parallelogramma in æqualibus basibus, & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto parallelogramma A B C D, E F G H super æqualibus basib', B C, F G; & in iisdem parallelis A H, G B constituta. Dico illa esse æqualia iungantur enim B E, C H. Quia enim B C, F G, æquales sunt:

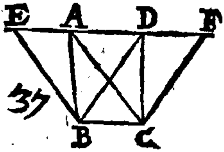


sunt; estq́ue F G qualis ipsi E H; *a* erit & B C ipsi E H æqualis: *b* sunt a *ax.1.* b *prop.33.1.*
verò & parallelæ, coniunguntq́ue ipsas rectæ B E, C H. c *prop.33.1.*
c Quæ autem æquales, & parallelas ad easdem partes coniungunt, ęquales, & parallelæ sunt: Quare E B, C H æquales, & parallelę sunt: *d* ergo E B C H est parallelogrãmum; estq́ue æquale ipsi A B C D, quippe candem cum illo basim B C habens; & in iisdem parallelis B C, A H constitutum. d *prop.35.1.*
Eandem ob causam E F G H eidẽ E B C H est æquale. *e* Quare & A B C D parallelogrammum æquale est E F G H parallelogrammo. Ergo parallelogramma, &c. Quod demonstrare oportuit. e *ax.1.*

Propos. 37. Theor. 27.

Triangula super eadem basi, & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D C B super eadem basi B C; & in iisdem parallelis A D, B C constituta. Dico triangulum A B C æquale esse triangulo D B C. Producatur A D vtrinq; ad E, & F; *a* & per B a *prop.31.1.*



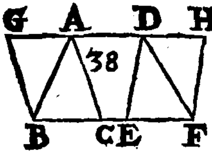
37

ipsi CA. per C verò ipsi BD, parallelę ducãtur BE, CF. Vtrumq; ergo EB AC, DBCF paral-
b prop.35.1 lelogrammũ est: *b* suntq; æqualia; quippe
in eadem basi BC; & in iisdem parallelis
c prop.34.1 BC, EF constituta. *c* Et est parallelogrammi EBCA, dimidium triangulum ABC; diametrus enim AB ipsum bisecat: Parallelogrammi verò DBCF, dimidium est triangulum DBC; nam diametrus DC
d ax.7. ipsum bisecat. *d* Quæ autẽ æqualium sunt dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangula ergo super eadem basi, &c. quod oportuit demonstrare.

Proposi.38. Theor.28.

Triangula super æqualibus basibus; & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto triangula ABC, DEF super æqualibus basibus BC; EF; & in iisdem parallelis BF, DA constituta. Dico illa esse æqualia. Producatur enim AD vtrinq;
a prop.31.1. ad G & H. *a* Atq; per B, & F ducantur ipsis CA, DE parallelę BG, FH, eritq; vtrumq; GBCA,

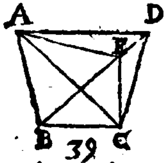


GBCA, DEFH parallelogrammū, *b* Et ſunt æqualia quippe ſuper æqualibus baſibus BC, EF, & in iiſdem parallelis BF, GH conſtituta, *c* eſtque triangulum ABC dimidium parallelogrammi GBCA; ipſum enim diametrus AB biſecat: Et triangulum FED eſt dimidium parallelogrammi DEFH; *c* nam & ipſum diametrus FD biſecat. *d* Quæ autem æqualium ſunt dimidia, & ipſa ſunt æqualia. Triangulū igitur ABC eſt æquale triangulo DEF. Quare triangula ſuper æqualibus baſibus, &c. Quod oportuit demonſtrare. b *prop.36.1* c *prop.34.1* c *prop.34.1* d *ax.7.*

Propoſ. 39. Theor. 29.

Triangula æqualia ſuper eadem baſi, & ad eaſdem partes conſtituta, in iiſdem ſunt parallelis.

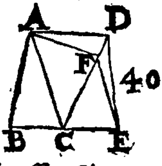
SVnto triangula æqualia ABC, DBC ſuper eadem baſi BC conſtituta. Dico illa in iiſdem eſſe parallelis. Ducta enim AD, dico illam eſſe parallelam ipſi BC. Si non. *a* Ducatur per A ipſi BC parallela AE: iuncta igitur EC, *b* erit triangulum a *prop.31.1.* b *prop.35.1.*



A B C æquale triangulo E B C; sunt enim super eadem basi B C, & in iisdem parallelis B C, A E. c ax.1. Sed triangulo A B C æquale ponitur triangulum D B C. c erit ergo D B C triangulum æquale ipsi E B C triangulo maius minori, quod fieri nequit: non ergo A E parallela est ipsi B C. pari modo demonstrabimus quod nulla alia præter A D. Sunt igitur A D, B C parallelæ. Quare triangula æqualia super eadem basi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos.40. Theor.30.

Aequalia triangula super æqualibus basibus, & ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.



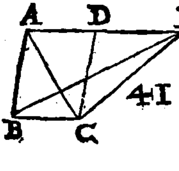
SVnto æqualia triangula ABC, C D E super æqualibus basibus B C, C E constituta. Dico illa in iisdem parallelis esse. Si non: a Ducatur per A ipsi B E parallela F A. iuncta ergo F E, b erit triangu-

a prop.31.1.
b prop.38.1.

angulum A B C æquale triangulo F C E. Sunt enim super æqualibus basibus B C, C E, & in iisdem parallelis B E, A F. Sed triangulum A B C æquale etiam est triangulo D C E: *c* erit ergo & D C E ipsi F C E æquale, maius minori, quod fieri nequit: non ergo A F ipsi D E parallela est. Similiter ostendemus, quod præter A D, nulla alia. A D ergo ipsi B E parallela est. Triangula ergo æqualia, &c. quod demonstrare oportuit. *c ax. 1.*

Propos. 41. Theor. 31.

Si parallelogrammum, & triangulum eandem habuerint basim, sintq; in iisdem parallelis, erit parallelogrammum duplum trianguli.

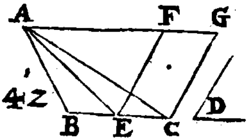


Sint parallelogrammum ABCD, & triangulum E B C super eadē basi BC; & in iisdem parallelis BC, A E. dico parallelogrammū AB C D duplum esse trianguli E B C. Ducta enim A C, *a* erit triangulum A B C æquale triangulo E B C: habent quippe eandem basim BC, & sunt in iisdem parallelis BC, A E. Sed parallelo- *a prop. 37. 1*

grammum ABCD duplum eſt trianguli
b prop.34.1 ABC; *b* diametrus enim AC ipſum biſe-
c ax.1. cat: *c* quare & trianguli EBC duplum erit.
Si igitur parallelogrammum & triangulum, &c. Quod demonſtrare oportuit.

Propoſ.42. Probl.11.

Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.



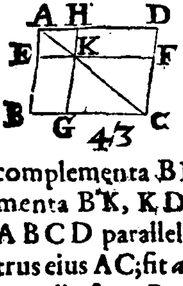
ESto datum triangulũ ABC: datus angulus rectiline' D. oporteat autem triangulo ABC æquale parallelogrammũ con-
a prop.10.1. ſtituere in dato angulo D. *a* Biſecetur BC
b prop.23.1 in E; iungatur AE; & *b* conſtituatur ad E rectę EC angulo D ęqualis angulus CEF.
c prop.31. Atq; *c* per A quidẽ agatur ipſi EC parallela AG: per C verò ipſi EF parallela CG, eritq; FECG parallelogrammũ. Et quia
d prop.37.1. BE, EC æquales ſunt, *d* erunt & triangula ABE, AEC æqualia; quippe ſuper æqualibus baſibus BE, EC, & in iiſdem parallelis BC, AG conſtituta: duplum ergo
e prop.41.1 eſt triangulum ABC trianguli AEC: ſed *e* parallelogrammum FECG duplum quoque eſt trianguli AEC. Sunt enim

ſuper

super eadem basi E C, & in ijsdem parallelis E C, A G: est ergo parallelogrammum F E C G æquale triangulo A B C; habetque angulum C E F æqualem dato angulo D. Dato ergo triangulo A B C æquale parallelogrammum F E C G constitutum est in angulo F E C, dato angulo D, æquali. Quod facere oportuit.

Propositio 43. Theor. 32.

Omnis parallelogrammi, eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum complementa sunt inter se æqualia.

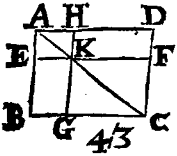


43

SIT parallelogrammũ A B C D, diametrus eius A C; circa A C parallelogramma sint EH, F G: & quæ dicuntur complementa B K, K D. Dico complementa B K, K D æqualia esse, quia enim A B C D parallelogrammum est, diametrus eius A C; fit *a* vt triangula ABC, ADC æqualia sint. Rursus quia E K H A parallelogrammum est, eius diametrus A K: *b* erunt triangula E A K, A H K æqualia. Eandem ob causam erunt æqualia trian-

a prop. 34. 1.

b prop. 34. 1.

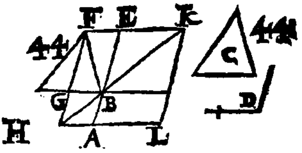


gula K F C, K G C. Cum igitur tã triangula A E K, A H K, quam K G C, K F C sint æqualia; erunt & duo A E K, K G C, duobus A H K, K F C æqualia. Est verò & totum A B C, toti A D C æquale; igitur reliquo complemento K D, reliquum B K est æquale. Omnis igitur parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 44. Probl. 12.

Ad datam rectam lineam dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo rectilineo.

SIT data recta A B; datus triangulus C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem ad datam rectam A B dato tri-



angulo C æquale parallelogrammum applicare in angulo æquali angulo D. a Cõ-
a prop. 42. 1 stituatur triangulo C æquale parallelogram-

grammum BEFG in angulo EBG æquali angulo D. & iaceat BE ipsi AB indirectum; producatur FG in H; *b* per A alterutri ipsarum BG, EF agatur parallela AH, & iungatur HB. Et quia in parallelas AH, EF recta HF incidit, *c* erunt anguli AHF, HFE duobus rectis æquales: *d* ergo BHG, GFE duobus rectis sunt minores: *e* quæ autem à minoribus angulis quam sint duo recti in infinitum producuntur, concurrunt: igitur HB, FE productæ concurrent; concurrant in K; *f* & per K ad alterutram ipsarum EA, FH ducatur parallela KL, productis HA, GB in L, M: erit igitur HLKF parallelogrãmum, diametrus eius HK: *g* parallelogramma circa HK, erunt AG, ME. Cõplementa LB, BF: *h* ergo LB ipsi BF æquale est: sed & C ipsi BF est æquale: *i* erit igitur & LB ipsi C æquale. Et *k* quia angulus GBE æqualis est angulo ABM; & GBE æqualis angulo D: *l* erit & ABM ipsi D æqualis. Ad datam ergo rectam, &c. Quod facere oportuit.

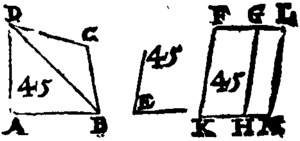
b *prop. 31. 1.*
c *prop. 29. 1.*
d *ax. 9.*
e *ax. 11.*
f *prop. 31. 1.*
g *prop. 43. 1.*
h *prop. 43. 1.*
i *ax. 1.*
k *prop. 15. 1.*
l *ax. 1.*

Pro-

Propositio 45. Probl. 13.

Dato rectilineo æquali parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

ESTO datum rectilineum A B C D: datus angulus rectilineus E. Oporteat



autem ipsi A B C D æquale parallelogrammum in data angulo E constituere. iungatur D B, & *a* constituatur triangulo ABD æquale parallelogrammum F H in angulo H K F æquali angulo E. Deinde *b* applicetur ad lineam G H parallelogrammum G M triangulo D B C æquale, in angulo G H M æquali angulo E. Et *c* quia angulus E vtrique H K F, G H M est æqualis; erunt & H K F, G H M æquales: addatur communis K H G: *d* ergo H K F, K H G æquales erunt his G H M, K H G: at hi *e* sunt æquales duobus rectis; ergo & illi. Quare ad punctum H rectæ G H positæ sunt duæ lineæ K H, H M non ad easdem partes, facientes angulos deinceps æquales

a prop. 42. 1.
b prop. 44. 1.
c per struct.
d ax. 2.
e prop. 29. 1.

les duobus rectis, *f* in directũ ergo erunt KH, HM. Et quia in parallelas KM, FG recta incidit HG, *g* erunt anguli alterni MHG, HGF æquales: Cõmunis apponatur HGL: *i* erunt ergo hi MHG, HGL, his HGF, HGL, æquales; *k* at illi sunt æquales duobus rectis: ergo & hi: *l* in directum ergo est FG ipsi GL. Et quia tam KF, HG quã HG, ML æquales & parallelæ sunt: *m* erunt & KF, ML æquales & parallelæ: & coniungunt illas rectæ KM, FL: *n* ergo & KM, FL æquales & parallelæ erunt. Parallelogrammum ergo est KFLM. & cum triangulum ABD æquale sit parallelogrammo HF; & triangulum DBC parallelogrammo GM, erit totum rectilineum ABCD toti KFLM æquale. Dato ergo rectilineo ABCD æquale parallelogrammum constituimus KFLM, in angulo dato E. Quod facere oportebat.

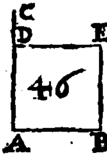
f prop. 14. 1
g prop. 27. 1
i ax. 2.
k prop. 29. 1
l prop. 14. 1.
m prop. 30. 1.
n prop. 33. 1.

Propositio 46. Probl. 14.

A data recta linea quadratum describere.

ESto data recta AB, à qua quadratum describere oporteat. *a* Ducatur à pũcto A rectæ AB ad angulos rectos AC; & fiat

a prop. 11. 1.



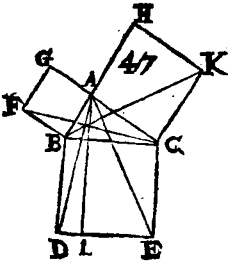
h prop.34.1 fiat *h* ipsi A B æqualis A D; *a* &
à D ipsi A B agatur parallela
i per struct. D E: *i* per B verò ipsi A D ducatur parallela B E: est ergo
A D E B parallelogrammum:
b prop.34.1 *b* vnde A B ipsi D E, & A D ipsi
c per struct. B E æqualis erit: *c* sed & A B æqualis est
ipsi A D. Omnes ergo quatuor B A, A D,
D E, B E sunt æquales; est ergo A D E B
æquilaterum. dico quod & rectangulum.
Cum enim recta AD in parallelas AB, DE
d prop.29.1 incidat, *d* erunt anguli B A D, A D E æ-
e per struct. quales duobus rectis. *e* rectus autem est
f prop.34.1. B A D: ergo & A D E. *f* Parallelogrammorum autem spaciorum anguli & latera, quæ ex aduerso, æqualia sunt; erit igitur vterq; A B E, B E D rectus: rectangulum igitur est A D E B. Ostensum autem est &
g Def.27. æquilaterum: *g* ergo est quadratum; & à recta A B descriptum. Quod oportebat facere.

Propositio 47. Theor. 34.

In rectangulis triangulis, quod à latere rectum angulũ subtendente describitur quadratum, æquale est illis, quæ à lateribus rectum cõprehendentibus describuntur quadratis.

Esto

ESto triangulum rectangulum A B C, rectum habens B A C. Dico quadratum à latere B C descriptum, æquale esse quadratis à lateribus B A, A C descriptis.



a describātur à rectis B C, B A, A C quadrata BDCE; GB; H C; & *b* per A, vtriq; B D, C E agatur parallela AL. iunganturq; A D, F C. Et quia vterque angulorū B A C, B A G rectus est, suntq; ad punctū A lineæ A B duæ rectæ A C, A G positæ, facientes angulos deinceps duobus rectis æquales, *c* erit A G ipsi A C in directum. Eandem ob causam est A B ipsi A H in directum. Et quia angulus DBC æqualis est angulo F B A, quod vterque sit rectus, si apponatur communis A B C: *d* erit totus D B A, toti F B C æqualis. Cumque duæ D B, B A, duabus B C, B F æquales sint, altera alteri, & angulus D B A, angulo F B C æqualis; *e* erit & basis A D, basi F C æqualis, & triangulum A B D, triangulo F B C: *f* estque trianguli A B D parallelogrammum B L duplum; habent enim eandem

a prop. 46. 1
b prop. 31. 1.
c prop. 14. 1.
d ax. 2.
e prop. 4. 1.
f prop. 41. 1.

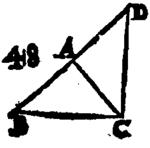
Basim

g prop.41.1 Basim BD,& sunt in ijsdem parallelis BD, A L. g Trianguli verò FBC duplum est quadratum GB; habent enim eandẽ basim FB, & sunt in ijsdem parallelis FB, h ax.1. GC; h quæ autem æqualium sunt dupla, æqualia inter se sunt: parallelogrammum ergo BL æquale est GB quadrato. Eodem modo iunctis AE, BK demonstrabitur CL æquale esse quadrato HC: Totum ergo quadratum DBEC æquale est duobus GB, HC quadratis: & est DBEC à BC; ipsa vero GB, HC à BA, AC, descripta: Quadratum ergo à BC descriptũ æquale est quadratis à BA, AC descriptis. In rectangulis ergo Triangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 48. Theor. 35.

Si quadratum ab vno trianguli latere descriptum, æquale fuerit quadratis à reliquis lateribus descriptis angulus à reliquis lateribus contentus, rectus erit.

48



ESTO quadratũ à latere BC trianguli ABC descriptum, æquale quadratis à lateribus BA, AC descriptis. Dico angulum BAC

B A C rectum esse. *a* Ducatur enim ab A puncto lineæ A C ad angulos rectos recta A D, & sit *b* A D ipsi A B æqualis, iungaturque D C. Et quia D A, A B æquales sunt, erit & quadratum ab A D [illegible] tum æquale quadrato ab A B [illegible] ap[illegible]natur commune quadrat[illegible]n ab A C [illegible]ptum: *c* erunt igitur quadrata ipsarũ D A, A C æqualia quadratis ipsarum B A, A C. Sed quadrata ipsarum D A, A C æqualia sunt quadrato ipsius D C. *d* angulus enim D A C rectus est. Quadratis autem ipsarum AB, A C ponitur æquale quadratum ipsius BC. quadrata ergo ipsarum DC, BC sunt æqualia: ergo & latera. Et cum A D, A B æquales sint, communis A C, igitur duæ D A, A C, duabus B A, A C sunt æquales, & basis D C basi B C: *e* erit ergo & angulus D A C angulo B A C æqualis: Est vero D A C rectus: ergo & B A C rectus erit. Si ergo quadratum, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 11. 1.
b prop. 3. 1.
c ax. 2.
d per constr.
e prop. 8. 1.

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

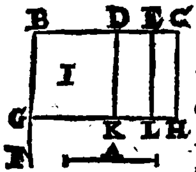
Definitiones.

1. Omne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur à duabus rectis lineis angulum rectum comprehendentibus. *Vt in propos. 1. parallelogrammum B H continetur à lineis B C, B G, quæ angulum rectum B continent.*
2. Parallelogrammi spacij vnum eorum, quæ circa diametrum sunt parallelogramnorum, cum duobus cõplementis gnomon vocetur. *Vt in propos. 5. figura C B F G H L contenta parallelogrammis D L, H F, & quadrato D C.*

Pro-

Propositio I. Theor. I.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, quarum altera secetur in quotcunque partes, rectangulum ab ipsis contentum, æquale erit rectangulis ab insecta, & singulis sectæ partibus contentis.



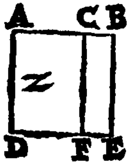
Sint duę rectæ. A, BC, quarum BC secetur vtcunq; in D, & E. Dico rectangulum lineis A, & BC contentum æquale esse rectangulis contentis A, BD; & A, DE; & A, EC. *a* Ducatur enim ex B ipsi BC ad angulos recta BF, fiatq; *b* ipsi A æqualis BG; & *c* per G ipsi BC parallela ducatur GH; per D, E, C verò ipsi BG parallelæ ducantur DK, EL, CH. Est autem BH æquale ipsis BK, DL, EH. Nam BH est rectangulum ipsarum A, BC; Continetur enim ipsis BC, BG, & BG est ipsi A æqualis. BK, est rectangulum ipsarum A, BD; Continetur enim rectis GB, BD: siquidem GB ipsi A æqualis est. DL est rectangulum ipsarũ A, DE; nam & DK æqualis est ipsi A, & simi-

a prop. 11. 1.
b prop. 3. 1.
c prop. 31. 1.

liter E H est rectangulum ipsarum A, E C. Est ergo quod A, B C continetur æquale illis, quæ A, B D: A, D E; & A, E C continentur. Si ergo fuerint duæ rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 2. Theor. 2.

Si recta linea secetur vtcunq; erunt rectangula, quæ toâ & partibus continentur, æqualia quadrato, quod fit à tota.



Recta AB secetur vtcunque in C. Dico rectangula ipsis A B, A C, & A B, B C contenta, æqualia esse, quadrato ipsi A B. *a* Describatur super A B quadratum

a prop. 46. 1

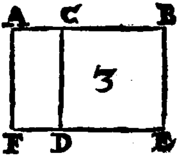
ABDE, & ducatur per C ad vtramq; A D, B E parallela C F. *b* æquale ergo est A E ipsis A F, C E. Est autem A E quadratum ipsius A B, rectangulum ipsarũ B A, A C est A F; Continetur enim ipsis A D, A C; & est A D ipsi AB æqualis. C E cõtinetur. AB, BC; Est autem BE æqualis ipsi AB: Ergo quæ AB, AC; & AB, C B continentur æqualia sunt quadrato ipsius A B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportebat.

b prop. 1. 2.

Pro-

Propositio 3. Theor. 3.

Si recta linea vtcunq; secetur, erit rectangulum totâ, & vna parte contentum, æquale rectangulo partibus contento, & quadrato à dicta parte descripto.



Recta A B sit vtcunq; secta in C. Dico rectangulũ AB, B C contentum, æquale esse, & rectangulo A C, C B; & quadrato B C cõtento. a Describatur enim à BC quadratum C D B E, producaturque E D in F; & b per A vtrique C D, B E parallela ducatur, A F: c Ergo AE æquale est, ipsis A D, C E. Estque A E rectangulum ipsis A B, B C contentum; continetur enim ipsis A B, B E, & d est B E ipsi B C æqualis. A D verò est rectangulum ipsarum A C, C B; est enim D C ipsi C B æqualis. D B, deniq; est quadratum ipsius CB. Rectangulũ ergo A B, B C contentum, æquale est A C, C B contento, vna cum quadrato ipsius C B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

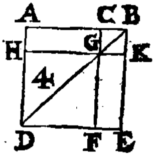
a prop.46.1
b prop.31.1
c prop.1.2.
d def.27.1.

Propoſitio 4. Theor. 4.

Si recta linea vtcunq; ſecetur, quadratum totius æquale erit & partium quadratis, & rectangulo bis partibus contento.

Recta AB ſecetur vtcunque in C. Dico, quadratum ipſius A B æquale eſſe quadratis ipſarum AC, CB; & rectangulo bis A C, C B contento. *a* Conſtituatur enim ſuper A B quadratum A D E B, ducaturque BD; ac *b* per C vtrique A D, E B ducatur parallela C F; per G verò vtrique A B, DE parallela H K. Et *c* quia C F, A D parallelæ ſunt in ipſaſq; incidit B D, *d* erit externus angulus B G C æqualis interno & oppoſito A D B: *e* ſed ADB eſt æqualis ipſi CBD; quod & latus BA lateri AD ſit æquale; erit igitur & C G B angulus, æqualis GBC angulo. *f* Quare & latus B C lateri C G æquale erit: *g* ſed & C B ipſi G K, & C G ipſi K B eſt æquale; erit ergo & G K ipſi K B æquale; æquilaterum ergo eſt CGKB. Dico quod & rectangulum. Cum enim CG, B K parallelæ ſint,

a prop. 46. 1.
b prop. 31. 1.
c per ſtruct.
d prop. 29. 1
e prop. 5. 1.
f prop. 6. 1.
g prop. 34. 1.



ſint, in ipſaſque incidat C B; erunt *h* angu- h prop. 29. 1.
li KBC, G C B æquales duobus rectis: *i* re- i def. 27. 1.
ctus autem eſt K B C; ergo & GCB rectus
erit. *k* Quare & qui ex aduerſo CGK, GKB k prop. 34. 1.
recti erunt; rectangulũ igitur eſt CGKB.
Demonſtratum autem eſt, quod & æqui-
laterum: quadratum *l* ergo eſt; & eſt à CB l def. 27. 1.
deſcriptum. Eandem ob cauſam & H F
quadratum eſt; & eſt ab H G deſcriptum,
hoc eſt, ab A C. Sunt ergo quadrata H F,
CK ab ipſis AC, CB deſcripta. Et quia AG
ipſi GE *m* ęquale eſt, eſtq; AG q̃ A C, C B
cõtinetur; ſunt n. GC, C B æquales; erit & m prop. 43. 1.
GE ęquale AC, CB contento. Ergo A G,
GE ęqualia ſunt bis A C, CB cõtento. Sunt
autem & H F, C K quadrata ipſarum A C,
BC: quatuor ergo H F, C K, A G, G E æ-
qualia ſunt, & quadratis ipſarum AC, CB;
& rectangulo bis A C, C B contento. Sed
H F, C K, A G, G E conſtituunt totum
A D E B, quod eſt quadratum ipſius A B.
Quadratum ergo ipſius A B æquale eſt
quadratis ipſarum AC, CB, & rectangulo
bis A C, C B contento. Si ergo, &c.
Quod demonſtrare o-
portuit.

Alia demonstratio.

DIco quadratum ipsius A B æquale esse quadratis partium A C, C B, & rectangulo bis A C, C B contento. In eadem
a prop. 5.1. figura, cum B A, A D sint æquales, *a* erunt
b prop. 32.1 & anguli A B D, A D B æquales. Et *b* cum omnis trianguli tres anguli æquales sint duobus rectis; erunt & trianguli A B D tres A B D, A D B, B A D æquales duobus
c per struct. rectis. *c* & est B A D rectus; ergo reliqui A B D, A D B vni recto æquales; cumque
d per struct. & per 29.1. sint æquales, erit vterq; semirectus. *d* rectus autẽ est B C G, est namq; æqualis angulo opposito ad A; reliquus ergo C G B
f prop. 32. 1. semirectus est: *f* igitur æquales sunt C G B,
g prop. 6.1. C B G: *g* quare & latera B C, C G æqualia
h prop 33.1. erunt: *h* sed C B æquale est ipsi K G, & C G
i per struct. ipsi B K: ergo C K est æquilaterũ; *i* cumq; habeat angulũ C B K rectũ: quadratũ erit C K, & quidem, quod fit ex C B. Eandẽ ob causam quadratũ est F H, estq; æquale illi, quod fit ex A C: sunt ergo C K, H F quadrata; æqualiaq́; quadratis ipsarum A C,
k prop. 43.1 C B. Et *k* cum A G, E G æqualia sint, sitque A G id, quod A C, C B continetur, sunt enim C G, C B æquales: ergo E G æquale est contento A C, C B: igitur A G, G E æqualia sunt bis A C, C B con-

contento. Sunt verò & CK, HF æqualia quadratis ipſarum AC, CB: Ergo CK, HF, AG, GE æqualia ſunt quadratis ipſarum AC,CB; & bis AC,CB contento: ſed CK,HF,AG,GE totum AE conſtituunt, quod eſt ipſius AB quadratum. Ergo quadratũ ipſius AB æquale eſt quadratis ipſarum AC,CB,& rectangulo bis AC, CB contento. Quod oportuit demonſtrare.

Corollarium.

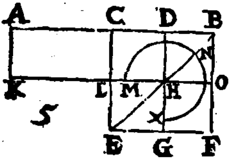
Ex his manifeſtum eſt in quadratis ſpaciis illa quæ circa diametrum ſunt, quadrata eſſe.

Propoſ. 5. Theor. 5.

Si recta linea ſecetur in æqualia, & in inæqualia, erit rectangulum inæqualibus totius partibus contẽtum vna cum quadrato lineæ, quæ inter ſectiones interiicitur æquale ei, quod à dimidia fit quadrato.

RECta AB *a* ſecetur in æqualia ad C; in inæqualia ad D. Dico contentũ AD, DB rectangulum cum quadrato quod ex CD, ęquale eſſe quadrato ipſius CB, *b* Deſcribatur enim ſuper BC quadratũ CEFB; a *prop.10.1.* b *prop.46.1*

c prop. 46. 1 &ducatur BE; c atq; per D vtriq; CE, BF ducatur parallela DG: per H verò vtriq; CB, EF parallela KO. Rursúsque per A vtriq; CL, BO parallela AK; & cum com-
d prop. 43. 1 plementa CH, HF d æqualia sint, si addatur commune DO; erit totum CO, toti DF ęquale. Sed CO ęquale est AL; quod & AC ipsi CB sit æqualis: erit igitur & AL ipsi DF æquale: si addatur cõmune CH, erit AH



ipsis DF, DL æquale: sed AH, contento
e Coroll. 4. prop. 2. AD, DB est æquale; e est enim & DH ipsi DB ęqualis: FD, DL autem sunt gnomon
f ax. 1. MNX: f ergo gnomon MNX est æqualis AD, DB contento. Si LG commune, quod est æquale quadrato ex CD, addatur: erunt MNX gnomon, & LG æqualia contento AD, DB, & illi quod ex CD fit quadrato. Sed gnomon MNX, & LG totum CEFB quadratum, quod est quadratum ex CB: ergo AD, DB contẽtum, cum quadrato quod fit ex CD, æquale est quadrato ipsius CB. Si ergo recta linea secteur, &c. Quod oportui demonstrare.

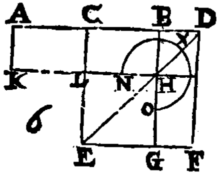
Pro

Propoſ.6. Theor.6.

Si recta linea biſecetur, eiq́; in directum quædam recta adiiciatur, erit rectangulum, quod fit ex tota compoſita, & adiecta, vnà cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato quod fit ex dimidia & adiecta.

RECta A B biſecetur in C, adiiciaturq́; ei quędam B D in directum. Dico rectangulum AD, DB contentum, cum quadrato rectæ C B, æquale eſſe quadrato quod fit ex C D. *a* Deſcribatur enim ſuper C D quadratum C E F D; ducaturq́; D E. & *b* per B qui-gem vtriq; EC, D F parallela ducatũ BG: per H verò vtrique A D, E F parallela KM. Item per A vtriq; C L, D M parallela A K. Cum igitur A C æqualis ſit rectæ C B; erit & A L æquale ipſi C H: ſed C H *c* æquale eſt ipſi H F: ergo & AL, ęquale eſt ipſi H F. Commune addatur CM: *d* totũ ergo A M gnomoni N X O erit æquale: ſed AM eſt quod continetur A D, D B (eſt *e* enim D M æqua-

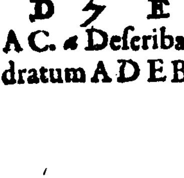
a prop.46.1
b prop.31.1.
c prop.43.1
d ax.2.
e def.17.



qualis ipsi D B):&gnomon N X O æqualis est A D,D B contento. Commune addatur L G, quod est æquale quadrato rectæ C B: ergo contentum A D,D B, cum quadrato ipsius B C, æquale est gnomoni NXO,& L G,Sed gnomon NXO,&L G sunt quadratum C E F D, quod est quadratum ipsius C D: ergo quod A D, DB cõtinetur,cũ quadrato ipsius B C,æquale est ipsius C D quadrato. Si ergo recta linea,&c. Quod oportuit demonstrare.

Propos.7.Theor.7.

Si recta linea secetur vtcumque, quod à tota,quodq́; ab vna partium fit, vtraque quadrata, aqualia sunt ei, quod bis à tota & dicta parte fit rectangulo, vna cum alterius partis quadrato.



Recta AB secetur vtcumque in C. Dico quadrata, quæ ex A B, C B fiunt,ęqualia esse bis AB, BC contento, & quadrato quod fit ex A C. a Describatur enim super A B quadratum A D E B, & figura * construatur.

a prop.46.1
* Vt in præcedentibus.

Et

Et quia A G, G E æqualia sunt, si commune C F addatur, erunt tota A F, C E æqualia: vtraq; ergo A F, C E dupla sunt ipsius A F: sed A F, C E sunt gnomon K L M & C F quadratum: gnomon ergo K L M, & C F dupla sunt ipsius A F. Est vero eiusdem A F duplum bis A B, B C contẽtum; b sunt enim, B F, B C æquales. Gnomon ergo K L M, & C F æquantur bis A B, B C contento. Commune addatur D G, quod est quadratũ ex A C: gnomon ergo KLM, & quadrata B G, G D æquantur bis A B, B C contento, & quadrato quod ex A C. Sed gnomon KLM, & quadrata BG, GD sunt totum A D E B, & C F; quæ sunt ex A B, B C quadrata. Quadrata ergo ex A B, B C æquantur bis A B, B C contento, & quadrato ex A C: si ergo, recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare. b def. 17.

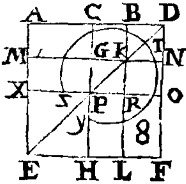
Propos. 8. Theor. 8.

Si recta linea secetur vtcumque, rectangulum quater tota, & vna parte contentum, cum quadrato alterius partis, æquale est quadrato à tota & dicta parte, tanquam ab vna linea descripto.

Recta

RECta A B sit secta vtcumque in C. Dico rectangulum quater AB, B C contentum, cum eo, quod fit ex A C quadrato æquale esse quadrato, quod fit ex A B, B C, tanquam ex vna linea. Producatur enim A B in directum, & sit B D æqualis

a prop. 46. 1 C B; & a super A D constituatur quadratum A E F D, & dupla figura construatur. Quia igitur C B ipsis B D; G K; B D verò



ipsi K N æqualis est; erunt & G K, K N æquales. Ob eandem causam, erunt P R, R O æquales. Cumque tam B C, B D; quam G K, K N æquales sint; b erũt etiam

b prop. 36. 1 tam C K, K D: quam G R, R N æqualia: sed C K, R N c sunt æqualia (sunt enim

c prop. 43. 1 complementa parallelogrammi CO) igitur & K D, G R æqualia erunt. Quatuor ergo DK, CK, GR, RN ęqualia sunt: quatuor ergo illa sunt quadruplicia ipsi⁹ CK. Rursus cum C B ipsi B D: B D d ipsi B K,

d corol. 4. 2. hoc est, ipsi C G; & C B ipsi G K, hoc est,

& def. 27. ipsi G P æqualis sit, erit C G ipsi G P æqualis. Et cum C G ipsi G P; & P R ipsi R O æqualis sit; erit & A G ipsi M P; & P L

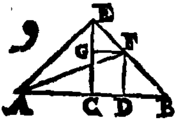
e prop. 43. 1 ipsi R F æquale. Sed M P, P L sunt e æqualia,

lia, quippe parallelogrammi ML comple-menta, erunt & A G, R F æqualia. Quatuor ergo A G, M P, P L, R F sunt æqualia; quatuor ergo illa quadruplicia sunt ipsius A G, Ostensa autē sunt & C K, K D, G R, R N ipsius C K quadruplicia: ergo octo ill quæ gnomonē S T Y continēt, quadrupla sunt ipsius AK: & cum AK contento AB, BD sit ęquale, est enim BK, ipsi BD ęqualis. erit quater A B, B D contentum, quadruplum ipsius A K. ostensus est autem & gnomō S T Y quadruplex ipsi' A K. Quod ergo quater A B, B D continetur ęquale est gnomoni S T Y. Commune addatur X H (quod æquale est quadrato ex A C) quater ergo A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato quod fit ex A C, æquale est gnomoni S T Y, & X H. Sed gnomon & X H sunt A E F D quadratum, quod est quadratum ex A D: ergo quater A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato ex A C, est æquale illi, quod fit ex A D quadrato, hoc est, quod fit ex A B, B C tanquam ex vna linea. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos.9. Theor.9.

Si recta linea secetur in æqualia, & non æqualia, quadrata partiũ inæqualium dupla sunt, & eius quod fit à dimidia, & eius quod fit à linea, quæ inter sectiones intercipitur quadrati.



SEcetur recta AB in C æqualiter, in D inęqualiter. Dico quadrata ex A D, D B dupla esse eorum, quæ ex A C, C D fiunt. *a* Ducatur ex C ipsi AB ad angulos rectos
a prop.11.1. E C, quæ sit vtrique A C, C B æqualis, ducanturque E A, E B. Atque per D ipsi E C agatur parallela D F: per F verò ipsi A B parallela F G iungaturque A F. Et quia
b prop.5.1. A C, C E æquales sunt; *b* erunt & anguli E A C, A E C æquales. Et cum angulus ad
c prop.32.1. C rectus sit; *c* erunt reliqui A E C, E A C vni recto ęquales, ideoque semirecti. Eandem ob causam C E B, E B C semirecti erunt: vnde totus A E B rectus erit. Cum-
d prop.29.1 que G E F semirectus sit; *d* rectus E G F (est enim interno & opposito E C B æ-
prop.32.1. qualis) *e* erit reliquus E F G semirectus:
Ergo

Ergo G E F ipsi E F G est æqualis; *e* quare & latus E G lateri F G æquale erit. Rursus cum angul⁹ ad B semirectus sit; rectus F D B (est enim æqualis interno & opposito E C B) erit reliquus B F D semirectus. Est ergo angulus ad B æqualis D F B angulo. *f* Quare & latus B F lateri D B æquale erit: Et cum A C, C E æquales sint, erunt & quadrata ex A C, C E æqualia: dupla ergo sunt quadrato ex A C: *g* æquale autem est quadratis ex A C, C E quadratum ex E A (nam angulus A C E rectus est) est igitur quod ex E A duplũ eius quod ex A C. Rursus cum E G, G F æquales sint; erunt & quæ ex E G, G F quadrata æqualia: dupla ergo sunt eius quod fit ex G F: Et *h* æqualia eius, quod ex E F: ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex G F quadrati (sunt autem G F, C D æquales) ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex C D. Est autem & quod ex A E duplum eius, quod ex A C: ergo quadrata quæ ex A E, E F dupla sunt eorum, quæ ex A C; C D. Quadratis autem ex A E, F F, *i* æquale est quod ex A F (est enim angulus A E F rectus) ergo quod ex A F quadratum duplum est eorum, quæ ex A C, C D: ei autem, quod ex A F *k* æquala sunt quæ ex A B, D F

e prop. 33. 1.
f prop. 6. 1.
g prop. 6. 1.
h prop. 47. 1
i prop. 47. 1
k prop. 47. 1
l prop. 47. 1.

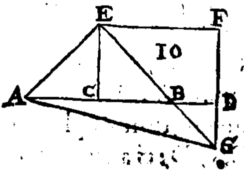
sunt (nam angulus ad D rectus est) igitur quæ ex A D, D F dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D quadratorum (sunt autem D F, D B æquales) ergo quæ ex A D, D B quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 10. Theor. 10.

Si recta linea bisecetur, eiq; in rectum quædam alia adiiciatur; quæ à tota cum adiecta, & ab adiecta fiunt quadrata, dupla erunt quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & à composita ex dimidia & adiecta.

REcta AB bisecetur in C, adiiciaturq; ei in rectum B D. Dico quadrata quæ ex AD, DB dupla esse eorum, quæ ex AC, CD. *a* Ducatur enim ex C ipsi A B ad angulos rectos C E; *b* sitq; C E ipsis, AC, CB æqualis; & iungantur A E, E B. atq; *c* per E ipsi A D agatur parallela E F. Per D verò ipsi C E parallela D F; & cum in parallelas E C, F D inci-

a prop. 11. 1.
b prop. 2. 1.
c prop. 31. 1.



incidat E F, *d* erunt anguli C E F, E F D æquales duobus rectis: vnde F E B, E F D duobus rectis minores erunt. *e* Quæ autem à minoribus quã sint duo recti producuntur rectæ lineæ, concurrunt: ergo EB, F D ad partes B, D productę concurrent: concurrant in G, iungaturque A G. Et quia A C, C E æquales sunt, *f* erunt & anguli A E C, E A C æquales; *g* & est angulus ad C rectus: ergo E A C, A E C sunt semirecti. Eandem ob causam CEB, EBG semirecti sunt: ergo AEB rectus est: cumque E B C sit semirectus, *h* erit & D B G semirectus: est verò B D G rectus; *i* æqualis enim est angulo D C E, quod sint alterni: reliquus ergo D G B semirectus est: quare anguli D G B, D B G æquales sunt; *k* erunt igitur & latera B D, G D æqualia. Rursus cum E G F semirectus sit: *l* rectus qui ad F (est enim ad C opposito æqualis) erit & F E G semirectus: sunt igitur E G F, F E G æquales. *m* Quare & latera G F, E F æqualia erunt. Cum ergo E C, C A æquales sint; erit & quod ex E C quadratum, æquale ei, quod ex A C: Quadrata ergo quæ ex E C, C A, dupla sunt eius, quod fit ex C A: illis autem, quæ ex C E, C A, *n* æquale est quod ex E A: ergo quod

d prop. 29. 1
e ax. 11.
f prop. 5. 1.
g per struct.
h prop. 15. 1.
i prop. 29. 1.
k prop. 6. 1.
l prop. 34. 1.
m prop. 6. 1.
n prop. 47. 1

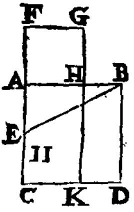
ex EA duplum est eius quod ex AC. Rursus cum GF, EF sint æquales, erunt & quæ ex FG, FE quadrata æqualia. Sunt ergo quæ ex FG, FE dupla eius, quod ex
o prop. 47. 1 EF: illis autem, quæ ex GF, FE o æquale est quod ex EG: ergo quod ex EG duplum est eius, quod ex EF, sunt autem EF, CD æquales: ergo quod ex EG duplum est eius quod ex CD: ostensum est autem id, quod ex EA duplum esse eius quod ex AC: quæ ergo ex AE, EG quadrata dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD:
p prop. 47. 1 illis autem quæ ex AE, EG p æquale est quod ex AG: ergo quod ex AG duplum est eorum, quæ ex AC, CD: ei autem
q prop. 47. 1 quod ex AG, q æqualia sunt, quæ ex AD, DG: ergo quæ ex AD, DG quadrata dupla sunt eorum, quę ex AC, CD, æquales autem sunt DG, DB: ergo quæ AD, DB quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD. Si ergo recta linea bisecetur, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos. 11. Probl. 1.

Datam rectam secare, vt quod tota, & vna parte continetur rectangulum, æquale sit quadrato quod fit ex reliqua parte.

Sit data recta A B, quam oporteat ita secare, vt quod ex tota & vna partium fit rectangulum, æquale sit ei, quod ex altera parte fit quadrato. *a* Describetur ex AB quadratum ABCD, & *b* bisecatur AC in E, iungaturq; BE. producatur CA in F, *a prop. 46. 1* *b prop. 10. 1.*

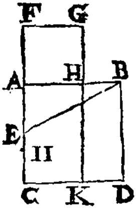


sitq; EF æqualis rectæ BE. *d* cõstituatur super AF quadratum FH, & producatur GH in K. Dico rectam A B in H sectam esse, vt AB, BH contentum rectangulum, æquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Cum enim recta AC bisecta sit in E, eique adiecta in directum A F; *e* erit CF, FA contentum, cum eo quod sit ex A E, æquale illi quod fit ex EF, sunt autem EF, EB æquales: ergo CF, FA contentum, cũ eo quod fit ex A E; æquale est illi; quod ex E B quadrato: sed ei, quod ex E B *f* æqualia sunt, quæ ex B A, A E quadrata (rectus enim est angulus ad A) ergo quod *c prop. 3. 1* *d prop. 46. 1* *e prop. 6. 2.* *f prop. 47. 1.*

C F,F A continetur,cum illo quod ex A E quadrato,æquale est illis,q̃ ex B A,A E quadratis; Commune quod ex A E auferatur; reliquum ergo,quod C F,F A continetur, æquale est ei, quod ex A B quadrato. Est

g def.27.

autem C F, F A contẽtum, ipsum F K (*g* nam A F,F G sunt æquales) Quod autem fit ex A B, est A D quadratum: ergo F K, A D sunt æqualia. Commuue A K auferatur: eruntque reliqua F H, H D æqualia. Est au-



h def.27.

tẽ H D quod A B,B H continetur *h* (sunt enim A B,B D æquales) F H autẽ est quod fit ex A H quadratũ.Ergo quod A B,B H continetur rectangulum, æquale est quadrato quod ex A H: recta ergo A B secta est in H,vt quod A B,B H continetur rectangulũ æquale sit ei, quod ex A H fit quadrato. Quod facere oportebat.

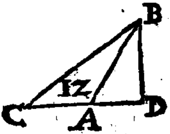
Propos.12.Theor.11.

In triangulis obtusangulis quadratum quod fit à latere angulum obtusum subtendente,maius est quadratis laterum obtusum continentium,rectangulo bis contento & ab vno latere obtusum contin-

tinentis, in quod productum perpendicularis cadit, & à linea exterius assumpta à perpendiculari ad angulum obtusum.

SIt triangulum obtusangulum A B C obtusum angulum habẽs B A C. *a* Ducatur ex B ad C A productam perpendicularis B D. Dico quadratum ex B C maius esse eis, quæ ex B A, A C, rectangulo bis C A, A D contẽto. Cum enim recta C D secta sit vtcũque in A; *b* erit quod ex D C æquale illis, quæ ex C A, A D quadratis; & ei, quod bis C A, A D continetur. Commune addatur, quod ex D B. Ergo quæ ex C D, D B æqualia sunt illis, quæ ex C A, A D, D B quadratis; & illi, quod bis C A, A D continetur: sed illis, quę ex C D, D B quadratis, *c* ęquale est quod ex C B (est enim angulus ad D rectus) illis autem, quę ex A D, D B *d* æquale est, quod ex A B quadratum. Quod igitur ex C B æquale est illis, quæ ex C A, A B quadratis, & rectangulo bis C A, A D contento. In triangulis ergo obtusangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 12. 1.



b prop. 4. 2.

c prop. 47. 1.

d prop. 47. 1.

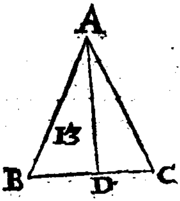
Propos. 13. Theor. 12.

In acutangulis triangulis quadratum lateris acutum angulum subtendentis minus est quadratis acutum continentibus rectangulo bis contento, & ab vno latere acutum continente, in quod perpendicularis cadit, & à linea à perpendiculari intus assumpta ad angulum acutum.

SIt acutangulum triangulum ABC, habẽs acutũ B: *a* ducatur ab A in BC perpendicularis AD. Dico quadratũ quod fit ex A C minus esse illis quæ fiunt ex C B, B A, rectangulo bis C B, B D contento. Cũ enim recta C B secta sit vtcumq; in D; *b* erunt quæ ex C B, B D quadrata æqualia bis CB, BD contento, & illi quod ex D C quadrato. Commune addatur, quod ex A D; Ergo quæ ex C B, B D, D A quadrata, æqualia sunt bis C B, B D contento, & quadratis quæ ex A D, D C. Sed illis, quæ ex B D, D A, quale est quod ex A B (est einm angulus ad D rectus) illis

a prop. 12. 1.

b prop. 7. 2

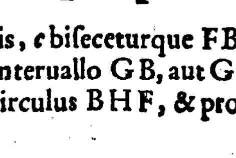


illis verò quę ex AD,DC ęquale est quod ex AC. Ergo quæ ex CB,BA, æqualia sunt & illi quod ex AC quadrato; & illi quod bis CB, BD continetur. Quare quod ex AC quadratum minus est illis, quæ ex CB, BA quadratis, rectangulo bis BC, BD contento. In triangulis ergo acutangulis, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 14. Probl. 2.

Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

ESTO rectilineum A, cui oporteat æquale quadratum constituere. *a* Fiat rectilineo A æquale parallelogrammum rectangulum BD. Si igitur BE, ED fuerint æquales, factum est quod petitur; erit enim rectilineo A æquale quadratũ BD. a prop. 45. 1



Si non; erit vna ipsarum BE, ED maior: Sit maior BE, quę producatur in F, *b* fiatque FE, ipsi ED æqualis, *c* bisecceturque FB in G, & centro G, interuallo GB, aut GF describatur semicirculus BHF, & producatur DE in H, b prop. 2. 1. c prop. 10. 1.

ducaturque GH. Cum itaque recta BF secta sit æqualiter in G, inæqualiter in E;
d prop. 5. 2. d erit quod BE, EF continetur, cum eo quod ex EG quadrato, æquale ei quod ex GF quadrato. Sunt autem GF, GH æquales. Quod ergo BE, EF continetur cum eo quod ex GE, æquale est illi, quod
a prop. 47. 1. ex GH; illi verò quod ex GH, a æqualia sunt quæ ex HE, GE quadrata: ergo quod BE, EF continetur, cum eo quod ex GE, æquale est illis, quæ ex HE, GE: Commune auferatur, quod ex GE; & erit reliquum, quod BE, EF continetur, æquale ei, quod ex EH quadrato: sed quod BE, EF continetur est ipsum BD, siquidem EF, ED sunt æquales: parallelogrammũ ergo BD æquale est ei quod ex HE quadrato: Est autem BD æquale rectilineo A: ergo rectilineum A æquale est quadrato ex EH descripto. Dato ergo rectilineo A, æquale quadratum constituimus, id nimirum quod ex EH.

Quod facere oportuit.

ELEMENTVM TERTIVM EVCLIDIS.

Definitiones.

1. Æquales circuli sunt, quorum diametri sunt æquales; vel quorum quæ ex centris sunt æquales.
2. Recta linea circulum tangere dicitur, quæ contingens circulum, & producta ipsum non secat. *In figura propos. 16. linea AE tangit circulum ABC. In 18. & 19. DE tangit circulum ABC.*
3. Circuli se tangere dicuntur, qui seipsos contingentes, se ipsos non secant. *Circuli se contingunt aut interius, ut propos. 6. circuli ABC, DEC; aut exterius, ut propos. 12. circuli BAC, DAE.*

4. In

4. In circulo æqualiter à centro distare dicuntur rectæ lineæ, cum à centro ad ipsas perpendiculares ductæ æquales fuerint. *Vt propos. 14. lineæ A B, CD à centro E, æqualiter distant quod E F, EG sint æquales.*

5. Magis distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

6. Portio circuli, est figura quæ recta linea & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt portiones A C B, A E B.*

7. Portionis angulus est, qui recta linea, & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt anguli C A B, E A B, recta A B, & peripheriis CA, E A contenti.*

8. In portione angulus est, cum in circumferentia portionis acceptum punctum fuerit, & ab ipso ad terminos rectæ lineæ, quæ est basis portionis, iunguntur rectæ, angulus inquam his rectis contentus. *Vt in 26. propos. angulus E D F est in portione E D F.*

9. Quando vero lineæ angulum continentes, assumunt peripheriam, in illa insistere angulus dicitur. *Vt in pro-*

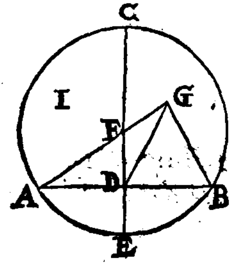
propos. 27. angulus E D F insistit peripheria E F.

10. Sector circuli est, quando angulus ad centrum circuli constiterit, figura contenta rectis lineis angulum cōprehendentibus, & peripheria ab ipsis assumpta. *Vt in propos. 27. sector dicitur figura E H F.*

11. Similes circuli portiones sunt, quę capiunt æquales angulos, aut in quibus anguli æquales consistunt.

Propositio 1. Probl. 1.

Dati circuli centrum inuenire.



Esto datus circulus A B C, cuius cētrum inuenire oporteat. Ducatur quædam recta linea A B vtcunque, *a* bisseceturque in D; atque per D ipsi A B ad *b* angulos rectos erigatur D C, *c* quæ producatur in E, & *d* bisecetur C E in F. Dico F centrum esse circuli ABC. Si non; sit, si fieri potest, G, ducanturque G A, G D,

a *prop. 10. 1.*
b *prop. 11. 1.*
c *postul. 2.*
d *prop. 10. 1.*

GD, GB; & cum AD, DB ęquales sint, communis DG; *e* erunt duæ AD, DG, duabus GD, DB æquales, altera alteri;

e prop. 8. 1. *f prop. 8. 1.*

f & basis GA æqualis basi GB; sunt enim ex centro G: *g* ergo & anguli ADG, GDB æquales erunt: Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps æquales fecerit, rectus erit vterque angulorũ: rectus ergo est GDB; sed & FDB rectus est; est ergo angulus FDB æqualis angulo GDB, maior minori, quod fieri nequit. Non ergo G centrum est. Similiter ostendemus quod pręter F nullum aliud: F ergo centrum est. Quod inuenire oportuit.

Corollarium.

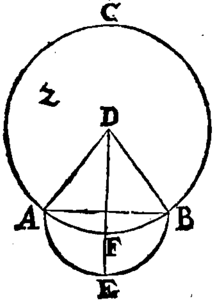
Ex his manifestum est, si in circulo recta quædam rectam quandam bifariam, & ad angulos rectos secet, in secante centrum circuli esse.

Præpositio 2. Theor. 1.

Si in circuli peripheria duo puncta accipiantur, recta illa coniungens intra circulum cadet.

ESto circulus ABC, & in eius peripheria accipiantur quæcunque duo puncta A, B. Dico rectam, quæ ex A in B ducitur

citur intra circulum cadere. Si non : Cadat, si fieri potest, extra, vt A E B, & accipiatur centrum circuli A B C, quod sit D, junganturque D A, D B, & producatur



D F in E. Quia D A *a* æqualis est ipsi D B; *b* erit & angulus D A E angulo D B E æqualis; cumq; trianguli D A E vnum latus A E productũ sit in B, *c* erit angulus D E B maior angulo D A E: æquales sunt autem anguli D A E, D B E, maior ergò est D E B angulus quam D B E; *d* maior autem angulus maius latus subtendit; maius ergo est D B latus, quam D E: *e* at D B ipsi D F æquale est; maius ergo est D F, quam D E, minor maiore, quod fieri nequit: Non ergo quæ ex A in B ducitur extra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in ipsam peripheriam; cadet ergo extra. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a def. 15.
b prop. 5. 1.
c prop. 16. 1.
d prop. 19.
e def. 15.

Pro-

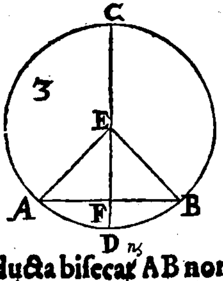
Propositio 3. Theor. 2.

Si in circulo recta quædam linea per centrum ducta, rectā non per centrum ductam bisecet, & ad angulos rectos ipsam secabit: Et si ad angulos rectos ipsam secet, bifariam quoq; secabit.

ESto circulus A B C, & recta quædam C D per centrum, rectam quandam A B non per centrum ductam bisecet in F. Dico quod & ad angulos rectos ipsam secet. Accipiatur enim centrum E, ducanturque E A, E B. Cumque A F, F B æquales sint, communis F E; erunt duæ A F, F E duabus FB, FE, æquales basisque EA, basi EB: a ergo & angulus A F E angulo B F E æqualis erit. Cum autem recta super rectā consistens angulos deinceps æquales fecerit, b rectus erit vterque æqualium angulorū: vterque ergo AFE, BFE rectus erit: ergo CD per centrum ducta bisecat AB non per centrum ductā.

a prop. 8. 1.

b def. 10. 1.



& ad angulos rectos ipsā secabit

Sed

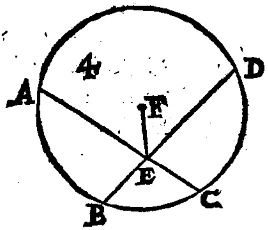
Sed iam CD ad angulos rectos secet ipsā AB; dico & bisecare ipsam, hoc est, AF, FB æquales esse. iisdem constructis, cum EA, EB æquales sint; *c* erunt & anguli EAF, EBF æquales: est autem rectus AFE recto BFE æqualis: duo ergo triangula EAF, EFB, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & vnum latus vni lateri, nempe commune EF, quod vni æqualium angulorum subtenditur, *d* habebit & reliqua latera reliquis æqualia: æquales ergo sunt AF, FB. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 5. 1.

d prop. 26. 1

Propositio 4. Theor. 3.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se mutuò secent, non per centrum ductæ, se bifariam non secabunt.



Esto circulus ABCD, in eoq; duæ rectæ AC, BD nō per centrum ductæ, se inuicem in E secēt. Dico quod se bifariam non secent. Si fieri potest, se bifariam secent; sintq; & AE, EC; & DE, BE æquales; &

G acci-

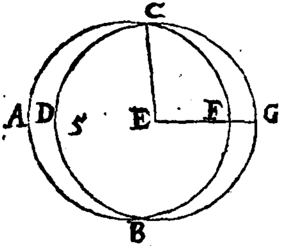
accipiatur centrum F ducaturq; FE. Cum ergo recta quædam F E per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam bisecet, ad rectos *a* angulos ipsam secabit: angulus ergo F E A rectus est. Rursus cum recta F E, rectam quandam B D non per centrum ductam bisecet, ad *b* angulos rectos ipsam secabit; rectus ergo est F E B. Ostensus autem est & F E A rectus: ergo FEA, æqualis est FEB, minor maiori, quod fieri nequit: non ergo A C, B D se bifariam secant. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop. 3. 3.*

b *prop. 3. 3.*

Propositio 5. Theor. 4.

Si duo circuli se inuicem secuerint, non erit ipsorum idem centrum.



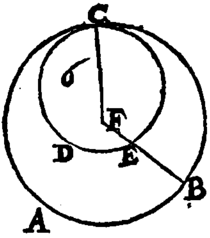
DVo circuli ABC, CDG se inuicē secent in B, & C. dico ipsorum non esse idem centrū. Si est; Esto E, iungatur EC; & ducatur E F G vtcunque. Et quia E centrum est circuli ABC, *a* erit EC æqua-

a *def. 15. 1.*

æqualis E F. Rurſus quia E centrum eſt circuli C D G *b* erit & E C æqualis E G: b *def.* 15. 1. Oſtenſa eſt autem E C æqualis E F. erit igitur E F æqualis E G, minor maiori. Quod fieri nequit. Non ergo E centrum eſt circulorum A B C, C D G. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 6. Theor. 5.

Si duo circuli interius ſe contingant, non erit illorum idem centrum.

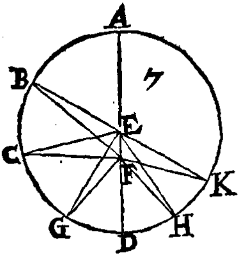


DVO circuli A B C, C D E ſe tangãt interius in C. Dico illorum nõ eſſe idem centrum. Si eſt: Eſto F, iungaturque F C, & ducatur F E B vtcunque. Cum ergo F centrum ſit circuli A B C, *a* erit F C æqualis F B. Et cum F a *def.* 15. 1. centrum etiam ſit circuli C D E, *b* erit F C b *def.* 15. 1. æqualis F E: demonſtrata eſt autem & F C æqualis F B: ergo F E æqualis eſt F B, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo F centrum eſt circulorum A B C, C D E.

Si ergo duo circuli,&c. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 7. Theor. 6.

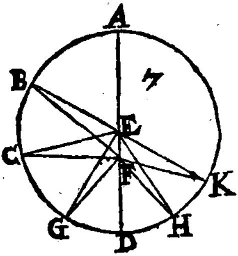
Si in diametro circuli accipiatur punctum, quod centrum non sit, ab eoque in circulum cadant rectæ quædam, maxima erit in qua est centrum; minima reliqua. aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum transit remotiore semper maior est: Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadent ad utrasque partes ipsius minimæ.



ESto circulus ABCD, diametrus eius AD, in qua sumatur punctum quoduis F, quod centrum non sit. Centrum autē sit E: Cadant ab F ad circulum rectæ quædam FB, FC, FG. Dico maximam esse FA, minimam FD: aliarum FB maiorem, quam FC; & FC maiorem quā FG.

FG. iungantur enim BE, CE, GE. Et quia omnis trianguli *a* duo latera reliquo maiora sunt, erunt EB, EF maiores BF; Est autem AE ipsi BE æqualis; sunt ergo BE, EF æquales ipsi AF; maior igitur est AF quam BF. Rursus cum BE, CE æquales sint communis EF; erunt duæ BE, EF, duabus CE, EF æquales; sed angulus BEF *b* maior est angulo CEF: erit *c* igitur & basis BF maior basi CF. Eandem ob causam maior est CF, quam FG. Rursus cum GF, FE maiores sint quam EG: & EG, ED æquales; erunt GF, FE maiores quam ED; communis auferatur EF; *d* reliqua ergo GF, reliquâ FD maior erit. Est ergo FA maxima; minima DF; maior autem FB, quam FC, & hæc maior quàm FG. Dico secundo, quod ex F duæ tantum æquales ad circulum cadant vtrinque à minima DF. *e* Constituatur enim ad E rectæ EF, angulus FEH æqualis angulo GEF, ducaturque FH. Cum ergo GE, EH æquales sint, communis EF, erunt duæ GE, EF, duabus HE, EF æquales, angulusque GEF, angulo HEF, æqualis: *f* igitur & basis FG basi FH erit æqualis. Dico tertio, quod ipsi FG nulla alia æqualis ex F ad circu-

a prop. 20. 1.
b ax. 9.
c prop. 24. 1.
d ax. 5.
e prop. 23. 1.
f prop. 4. 1.



lum cadat. Si enim cadit; Cadat F K. Cum ergo vtraq; F K, F H ipsi F G
g 48.1. sit æqualis; g erit & F K ipsi F H æqualis: propinquior ergo ei, quæ est per centrum, æqualis est remotiori, quod fieri nequit. Vel sic. Ducatur E K. Cum ergo G E, E K æqua-
h Def.15. les sint, communis F E, item h basis G F
i prop.8.1. basi F K æqualis; i erit & angulus G E F angulo K E F æqualis: sed G E F æqualis est angulus H E F: ergo & H E F æqualis erit ipsi K E F, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ab F plures vna ipsi G F æquales ad circulum cadunt. Si ergo in diametro, &c. Quod oportuit demonstrare.

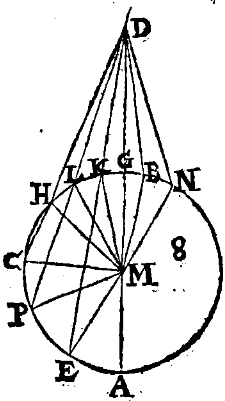
Propo-

Propositio 8. Theor. 7.

Si extra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum ducantur rectæ quædam lineæ, quarum una per centrum transeat, reliquæ ut libet. Earum quidem, quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima est, quæ est per centrum: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum, remotiore semper maior est. At earum, quæ in conuexam peripheriam cadunt, minima est, quæ inter punctum & diametrum interijcitur; aliarum verò, quæ propinquior minimæ semper remotiore minor est. Duæ autẽ tantum æquales à puncto in circulum cadunt ad utrasq; partes minimæ.

ESto circulus A B C, extra quem accipiatur punctum D, ab ipsoq; ducantur rectæ quædam ad circulum D A, D E, D P, D C, ducaturque D A per centrum. Dico quod cadentium ad cauam peripheriam A E P C maxima sit, quæ per centrum transit, D A; minima, quæ inter punctum D, & diametrum A G interijcitur,

tur, quæ eſt D G; maior autem DE, quam D P, & hæc maior quam D C. Earum verò quæ in conuexam peripheriam HLKG cadunt ſemper propinquior MINIMÆ D G, minor eſt remotiore, hoc eſt, DK minor eſt quam DL, & hæc minor quam DH. Accipiatur centrum M, iunganturque M E, M P, M C, M H, M L, KM. Et



a def. 15. cum A M, E M a æquales ſint, communis addatur M D, eritque A D æqualis vtriſque E M, M D; ſed b prop. 20. 1. E M, M D b maiores ſunt quam E D: ergo & A D maior eſt quam E D. Rurſus M E, M P æquales ſunt, cõmunis addatur MD; eruntq; EM, MD æquales ipſis PM, MD: ſed angulus E M D maior eſt angulo c prop. 24. 1. P M D: c ergo & baſis E D maior eſt baſi P D. Similiter oſtẽdemus P D maiorẽ eſſe C D. Maxima ergo eſt D A; maior D E quam DP, & D P maior quam DC. Cumd prop. 20. 1. que MK, K D d maiores ſint quam M D; e ax. 5. & M G æqualis MK; e erit reliqua K D maior

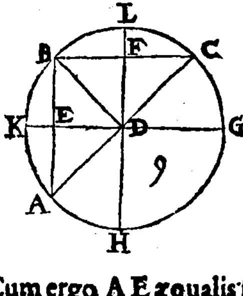
maior reliquâ GD: Quare G D minor est quam K D, est enim omnium minima. Et quia lineæ MK, KD à terminis lateris MD intra triangulum M L D constitutæ sunt, *f* erunt illæ minores quam M L, L D: sunt *f prop. 21. 1.*
autem MK, ML æquales: ergo reliqua D K minor est, reliquâ D L. Eodem modo ostendemus D L minorem esse D H. Minima ergo est DG; minor autem D K quam D L, & D L minor quam DH. Deinde dico, quod à puncto D tantum duæ æquales in circulum cadant ad vtrasque partes minimæ. *g* Constituatur ad M li- *g prop. 23. 1.*
neæ MD angulo KMD æqualis D M B, ducaturque D B. Cum ergo MK, MB æquales sint, MD cõmunis; erunt duę KM, M D, duabus B M, M D æquales, altera alteri, sunt verò & anguli K M D, B M D æquales, *h* erunt igitur & bases D K, D B *h prop. 4. 1.*
æquales. Dico tertio rectæ D K à puncto D ad circulum æqualem aliam non cadere, Si enim potest, cadat D N. Cum ergo D K sit æqualis D N; & ipsi D K æqualis D B; erit *i* & D B ipsi D N æqualis, pro- *i ax. 1.*
pinquior minimæ remotiori, quod fieri non posse demonstratum est. Aliter. Ducatur M N. Cum igitur K M, æqualis sit M N, communis M D, & basis D K æqua-

k prop.8.1. lis basi D N, *k* erit & angulus K M D angulo D M N æqualis: sed K M D æqualis est angulo B M D: ergo & B M D æqualis erit N M D, minor maiori; quod fieri nequit: Non ergo plures quam duę à puncto D ad circulum A B C æquales ad vtrasque partes D G cadunt. Si ergo extra circulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos.9. Theor.8.

Si intra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum plures quam dua aquales recta cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

ESto intra circulum A B C acceptum punctum D, ab eoque ad circulum A B C plures quam duæ rectæ æquales cadant, nempe D A, D B, D C. Dico D centrum esse circuli ABC. iungantur AB, B C. bisecenturque in E & F, & iunctæ E D, D F, producantur in G, K: & H, L.



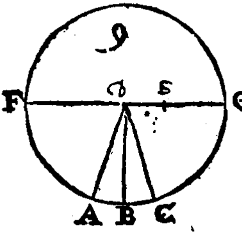
Cum ergo A E æqualis sit E B, communis E D:

E D: erunt duę A E, E D, duabus B E, E D æquales; est *a* verò & basis D A basi D B æqualis: erit *b* igitur & angulus A E D angulo B E D æqualis: *c* rectus ergo vterq; est; secat *d* ergo G K ipsam A B bifariam, & ad angulos rectos. Et quia, *e* quando in circulo recta rectam secat bifariam & ad angulos rectos, in secante centrum est circuli, erit in G K centrum circuli A B C. Eadem ratione centrum erit in H L: & nullum aliud commune punctum habent rectæ G K, H L præter D: est ergo D centrum circuli A B C. Si ergo intra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *ex hypothesi.*
b *prop. 8. 1.*
c *def. 10. 1.*
d *prop. 33.*
e *cor. prop. 1. 3.*

Aliter.

INtra circulum A B C sumatur punctum D, ab eoque ad circulum plures quam duæ rectæ æquales cadant, D A, D B, D C. Dico D esse centrum circuli A B C. Si non est. Esto E, & iuncta D E producatur in F & G.



a Est autem F G diametrus circuli A B C. Cum ergo in diametro F G acceptum sit pun-

a *def. 17. 1.*

punctum D, quod centrum circuli non est; *b* erit D G maxima; maior autem D C quam D B, & D B maior quam D A; sed & æquales sunt; quod fieri non potest. E ergo centrum circuli A B C non est. Similiter ostẽdemus quod præter D aliud nullum; D ergo centrum est circuli.

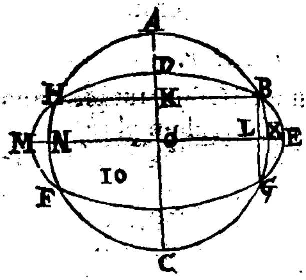
b prop. 7. 3.

Propos. 10. Theor. 9.

Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non secat.

SI fieri potest secet circul' ABC circulũ DEF in pluribus punctis quã duob', vt in B, G, F, H, iunctęq; BG, B H *a* bisecẽtur in K & L; atq; ex K, & L ipsis B G, B H ad *b* angulos rectos ductæ K C, L M, in A, & E producantur. Cũ ergo in circulo A B C recta quædam A C, rectam quandam B H bifariam, & ad angulos rectos secet, *c* erit in A C centrum circuli A B C. Rursus cum in eodem circulo A B C recta quædã N X

a prop. 10. 1.



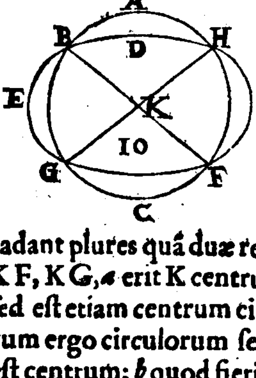
b prop. 11. 1.

c prop. 3. 3.

rectam

rectam quandam B G bifariam, & ad an-
gulos rectos secet, *d* erit in N X centrum d *prop.3.3.*
circuli A B C. Demonstratum autem est
quod & in AC: atqui in nullo alio puncto
rectæ A C, N X concurrunt, quam in O:
est ergo O centrum circuli A B C. Simili-
ter demonstrabimus centrũ circuli D E F
in O esse: duorum ergo circulorum ABC,
DEF se inuicem secantium idem est cen-
trum O: *e* quod fieri nequit. Non ergo e *prop.5.3.*
circulus circulum, &c.

Aliter. Circulus ABC circulum D E F, in pluribus quam duobus punctis secet, vt in B, G, H, F. Accipiatur circuli A B C



centrum K, iunganturque K F, K G, K B. Cum ergo intra circulum D E F acceptum sit punctũ K, ab eoque ad circulum D E F
cadant plures quã duæ rectæ æquales K B,
K F, K G, *a* erit K centrum circuli D E F: a *prop.9.3.*
sed est etiam centrum circuli ABC: Duo-
rum ergo circulorum se secantium idem
est centrum; *b* quod fieri non potest. Non b *prop.5.3.*
ergo circulus circulum in pluribus quam

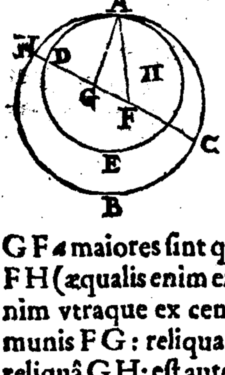
duo-

duobus punctis secat. Quod oportebat demonstrare.

Propos. 13. Theor. 10.

Si duo circuli se interius contingant, recta linea eorum centra coniungens, si producatur, cadet in contactum circulorum.

DVo circuli A B C, A D E interius se contingant in A. Accipiatur circuli quidem A B C centrum F; circuli verò A D E centrum G. Dico quod, quæ ex G in F ducitur, si producatur, in contactum cadat. Si non. Cadat aliò, vt F G D H, iunganturq; A F, A G. Cum ergo A G,



a prop. 20. 1. G F *a* maiores sint quam F A, hoc est, quá F H (æqualis enim est F A, ipsi F H, est enim vtraque ex centro) auferatur communis F G: reliqua ergo A G maior erit b def. 15. 1. reliquâ G H: est autem A G, ipsi G D *b* æqualis: erit ergo G D maior ipsa G H, minor maiore. quod fieri non potest. Non ergo

ergo quæ ex F in G ducitur, extra conta-ctum A cadet. Ergo in ipsum.

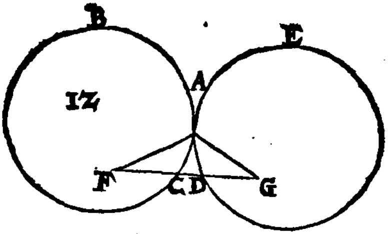
Aliter. Cadat vt G F C, quæ in H producatur, iunganturq; A G, A F. Quia ergo A G, G F *c* maiores sunt quam A F: sed A F *d* æqualis est C F, hoc est, F H: communis auferatur F G; eritque A G, quam reliquâ G H maior: hoc est, G D maior erit, quam G H; minor quam maior; quod fieri non potest. Idem absurdum demonstrabimus si maioris centrum sit extra minorem circulum. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare. *c prop.20.1* *d def.15.*

Propos.12. Theor.11.

Si duo circuli sese exterius contingant recta ipsorum centra coniungens per contactum transibit.

DVo circuli A B C, A D E tangant se exterius in A. accipianturque circulorum centra quæ sint F, G. Dico, quod, quæ F, G iungit, per contactum A transeat. Si non: transeat, si fieri potest, vt F C D G; & iungantur A F, A G. Cum igitur F centrum sit circuli A B C; *a* erit F A, æqualis F C: Et cum G sit centrum *a def.15.*

circu-



circuli A D E, erit & G A ipsi G D æqualis. Ostensa est autem & F A æqualis F C. Sunt ergo F A, A G ipsis F C, D G æquales. Quare tota F G maior erit ipsis F A, A G: sed & *b* minor est: quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur aliorsum quam per A contactum transit. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 20. 1.

Propos. 13. Theor. 12.

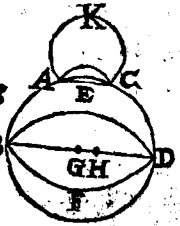
Circulus circulum in pluribus punctis quam vno non tangit, siue interius, siue exterius tangat.

SI fieri potest, tangat primo circulus A B D C circulum E B F D interius in pluribus quam vno punctis, vt in B, D: &

& sumatur circuli ABDC centrum G, circuli EBFD centrum H: ergo recta centra G, H iungens *a* cadet in contactus B, D; cadat & BGHD. Cum igitur G sit cẽtrum circuli ABDC; erit BG æqualis ipsi GD; maior igitur est BG quam HD: multo ergo maior BH, quam HD. Rursus cum sit H centrum circuli EBFD, æqualis erit BH ipsi HD: ostensa est autem multò illa maior, quod fieri nequit. Non igitur circulus circulum interius pluribus quam vno puncto tangit. Dico quod neque exterius. Si enim fieri potest, tangat circulus ACK circulum ABDC exterius in pluribus punctis vno, vt in A, & C, iunganturque A, C. Cum ergo in peripheria circulorum ABDC, ACK accepta sint quæcunque puncta A, & C, *a* cadet recta illa coniungens intra vtramque circulum. Sed cadit quidẽ in circulum ABDC; extra verò circulum ACK. *b* Quod est absurdum. Non ergo circulus circulũ extra in pluribus punctis vno tangit. osten-

a prop. 11. 3.

13



a prop. 2. 3.

b prop. 2. 3.

sum est autum quod neque interius. Circulus ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

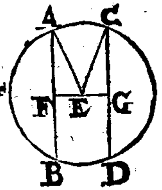
Propos. 14. Theor. 13.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant. Et, quæ æqualiter à centro distant, æquales sunt.

SVnto in circulo ABDC rectæ AB, CD, æquales. Dico eas æqualiter à centro distare. Esto centrum E, à a quo ad rectas AB, CD perpendiculares ducantur EF, EG, & iungantur AE, EC. Cum ergo recta EF per centrum ducta, rectam quandam AB non per centrum ductam, ad angulos rectos secet; b & bifariam eam secabit: æquales ergo sunt AF, FB: Ergo AB dupla est ipsius AF. Ob eandem causam est CD dupla ipsius CG: e æquales ergo sunt AF, CG: cum igitur d & AE, EC æquales sint,

a prop. 12. 1.

14



b prop. 3. 3.

d definit. huius.

e ax. 7.

sint: *e* erunt & quadrata ipsarum A E, E C æqualia. Sunt autem ei quadrato *f* quod ex A E, æqualia quæ ex AF, EF (est enim angulus ad F rectus) ei autem, quod ex E C æqualia sunt, quę ex E G, G C (nam & angulus ad G rectus est.) Sunt ergo quæ ex A F, E F æqualia illis, quæ ex C G, G E. Cũ ergo quod ex A F, æquale sit illi, quod ex G C (sunt enim A F, C G æquales) erit & reliquum, quod ex F E, reliquo quod ex E G, æquale: sunt ergo E F, E G æquales. *g* In circulo autẽ æqualiter à centro abesse dicuntur rectæ, quando perpendiculares ex centro ad ipsas ductæ, æquales fuerint. Sed iam distent A B, C D æqualiter à centro, hoc est, E F, E G sint æquales. Dico A B, C D æquales esse. iisdem constructis, demonstrabimus, vt prius, A B duplam esse ipsius A F, & C D ipsius C G. Cumque A E, C E æquales sint; erunt & earum quadrata æqualia. *h* Sunt verò ei, quod ex A E æqualia, quę ex E F, F A: & ei, quod ex C E, illa quæ ex E G, G C: ergo quæ ex E F, F A, sunt illis quæ ex E G, G C æqualia. Cum autem ei quod ex E G æquale sit quod ex E F (sunt enim E G, E F æquales) erit & reliquum, quod ex A F, reliquo,

f prop. 47. 1

g def. 4. 3.

h prop. 47. 1

quod ex C G, æquale. æquales ergo sunt A F, C G. Est autem ipsius A F dupla A B; & ipsius C G dupla C D; æquales ergo sunt A B, C D. In circulo ergo æquales rectæ, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 14.

In circulo maxima est diametrus: aliarum verò semper quæ propinquior est centro remotiore maior est.

ESto circulus A B C D, cuius diametrus A D, centrum E; propinquior diametro B C, remotior sit F G. Dico maximam esse, A D, maiorem BC, quã F G. *a* Ducantur enim à centro ad B C, F G perpendiculares E H, E K. Et quia B C propinquior est centro, remotior F G: *b* maior erit E K, quam E H. *c* Ponatur ipsi E H æqualis E L; & per L *d* ducatur ipsi E K ad angulos rectos L M; qua ducta in N iungantur E M, E N, E F, E G. Cum ergo E H ipsi E L sit æqualis, *e* erit & B C ipsi M N æqua-

a prop. 12. 1.

b def. 5. 3.
c prop. 3. 1.
d prop. 11. 1.

æqualis. Rursus cum AE ipsi EM; ED verò ipsi EN sit æqualis; erit & AD ipsis ME, NE æqualis: sed *f* ME, NE ipsa MN maiores sunt: erit ergo & AD maior quã MN. Et quia duæ ME, EN, duabus FE, EG æquales sunt; angulus verò MEN maior angulo FEG: *g* erit & basis MN maior basi FG: sed MN ostensa est æqualis BC: ergo & BC maior est quam FG. Maxima ergo est diametrus; maior BC quam FG. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

e prop. 14. 3

f prop. 20. 1

g prop. 24. 1

Propos. 16. Theor. 15.

Quæ diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locũ, qui inter rectam lineam & peripheriam interiicitur, alia recta non cadit. Et semicirculi angulus omni acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

ESto circulus ABC circa centrum D, & diametrum AB. Dico rectã lineam ab A ipsi AB ad angulos rectos ductam extra circulum cadere. Si non: cadat, si fieri potest, intra, vt AC, & iungatur DC.

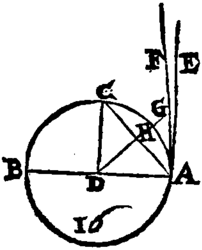
Cum Ergo D A ſit æqualis DC, erit & angulus D A C angulo A C D æqualis: eſt autem D A C* rectus, rectus ergo erit & A C D: ſunt ergo D A C, A C D duobus rectis æquales, a quod fieri nequit; Non ergo quæ ab A puncto ipſi B A ad angulos rectos ducitur, intra circulum cadit. Similiter oſtendemus quod nec in peripheriam: ergo extra cadit, vt A E. Dico ſecundò, in locum inter AE, & peripheriam CHA interiectum, aliam rectam non cadere. Si poteſt: Cadat, vt F A, ducaturque ex D ipſi F A perpendicularis D G. Et cum angulus A G D rectus ſit, b minor recto D A G; c erit A D maior quam D G: eſt autem D A æqualis ipſi D H; maior ergo eſt D H, quam D G, minor maiore; quod fieri nequit. Non ergo in locum rectâ A E, & peripheria C H A interceptum, alia recta cadit. Dico tertio angulum ſemicirculi recta A B, & peripheria C H A contentum, omni acuto rectilineo maiorem eſſe; reliquum verò peripheria C H A, & rectâ A E contentum,

*ex hypotheſi.

a prop. 32. 1.

b prop. 32. 1

c prop. 19. 1.



rum, minorum. Si enim est aliquis angulus maior contento rectâ B A, & peripheria C H A; minor verò contento peripheria C H A, & rectâ A E, cadet inter peripheriam C H A, & rectam A E linea recta, quæ faciat angulum maiorem rectâ B A, & peripheria C H A contentum (qui rectis lineis contineatur) minorem verò peripheria C H A, & recta A E contentum: at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior sit angulo recta B A, & peripheria C H A contento; neq; minor, C H A, & A E contento.

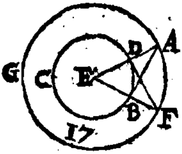
Corollarium.

Ex his manifestum est rectam, quę diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, circulum tangere. & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: siquidem quæ circulo in duobus punctis occurrunt, ea intra circulum cadere ostensum est. Quæ ergo diametro, &c. quod oportuit demonstrare. d prop. 2. 3

Propos. 17. Probl. 2.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.

ESto punctum datum A, circulus datus B C D. Oporteat autem ex puncto A rectã ducere, quæ circulum B C D tangat.



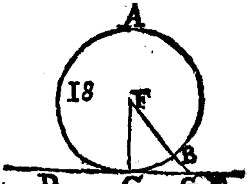
Accipiatur cẽtrum circuli E, ducaturque A E, & centro E, interuallo E A describatur circulus A F G, & ex D rectæ E A ad a angulos rectos ducatur D F, iunganturq; E B F, A B. Dico à puncto A rectam A B ductam esse, quę circulum B C D tangat. Cum enim E centrum sit circulorum B C D, A F G; b erunt tam E A, E F, quam E D, E B æquales: duæ ergo A E, E B duabus F E, E D æquales sunt, habentque angulum E communẽ: c erit igitur basis D F basi A B æqualis; & triangulum D E F, triangulo E B A æquale; reliquique anguli reliquis: est igitur ipsi E D F ęqualis E B A; at E D F rectus est; erit igitur & E B A rectus. Est verò E B ex centro: d quæ autem diametro circuli ad rectos ducitur recta linea, tangit circulum: tangit ergo A B circulum. A dato ergo puncto, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 11. 1.
b def. 15. 1.
c prop. 4. 1.
d 2. cons. pos. 16. 3.

Pro-

Propoſitio 18. Theor. 16.

Si circulum tangat linea quædam recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.



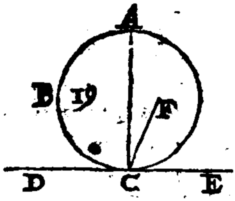
TAngat recta quędam DE circulum ABC in C, ſumaturq; centrum F, atque ab F ad C ducatur F C. Dico FC ad DE perpendicularem eſſe. Si non: ducatur ab F ad DE perpendicularis FG. Cum ergo angulus FGC rectus ſit; *a* erit GCF acutus: *b* cumque maiori angulo maius latus ſubtendatur, erit linea FC maior, quam FG: Eſt verò FC *c* æqualis ipſi FB: maior eſt ergo FB, quam FG, minor maiore, quod eſt abſurdum: non ergo FG ad DE perpendicularis eſt: Similiter oſtendemus præter FC nullam aliam: FC ergo ad DE eſt perpendicularis.

a *prop. 32. 1.*
b *prop. 19. 1*
c *def. 15.*

Si ergo circulum tangat, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propositio 19. Theor. 17.

Si recta linea circulum tangat, & à tactu tangenti recta quædam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.



TANGAT circulum ABC recta DE in C, & ex C ipsi DE ad angulos rectos ducatur CA. Dico in CA esse centrum circuli. Si non: sit, si fieri potest, F, iungaturque CF. Cum ergo circulum ABC tangat recta DE, & à centro ad tactum ducta sit FC, a erit FC ad DE perpendicularis: angulus ergo FCE rectus est: est verò & ACE rectus: æqualis ergo est angulus FCE, angulo ACE, minor maiori; quod est absurdum: F ergo centrum circuli ABC non est. Similiter ostendemus nullum aliud esse, præter id quod in AC. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

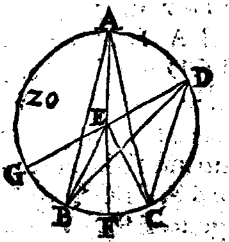
a prop. 18. 3

(:o:)

Pro-

Propositio 20. Theor. 18.

In circulo angulus ad centrum duplus est anguli ad peripheriam, quando eandem peripheriam pro basi habent.



ESTO in circulo A B C angulus ad centrum B E C, ad peripheriã BAC, sitque vtriusque basis peripheria B C. Dico angulũ B E C duplum esse anguli B A C. iuncta enim A E producatur in F. Cum *a* ergo E A æqualis sit ipsi E B; erit & angulus E A B æqualis angulo E B A: Sunt ergo E A B, E B A dupli ipsius E AB: est *b* autem B E F æqualis duobus E A B, E B A: Est ergo B E F duplus ipsius EAB. ob eandem causam est angulus F E C duplus anguli E A C; totus ergo B E C totius BAC duplus est. Sit alter angulus BDC, iunctaque D E producatur in G; & similiter demonstrabimus angulum GEC duplum esse anguli E D C: quorum G E B duplus est ipsius EDB; reliquus ergo BEC

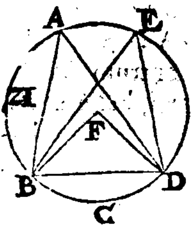
a *def.* 15. 1.
b *prop.* 32. 1.

du-

duplus erit reliqui BDC. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 21. Theocr. 19.

In circulo qui in eadem portione ſunt anguli, æquales ſunt.



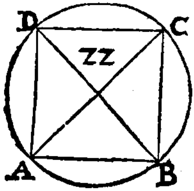
SINT in portione B A E D circuli ABCD anguli B A D, B E D. Dico illos æquales eſſe. Accipiatur centrum F; ducanturque B F, F D. Et quia angulus BFD ad centrum eſt; angulus B A D ad peripheriam, habentque baſim eandem peripheriam
a prop. 20. 3. B C D: a erit angulus B F D duplus anguli B A D. Ob eandem cauſam erit angulus B F D duplus anguli B E D; Sunt ergo B A D, B E D æquales. In circulo ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 22. Theor. 20.

Quadrilaterorum in circulo deſcriptorum anguli, qui ex aduerſo, duobus rectis æquales ſunt.

Sit

SIt in circulo A B C D quadrilaterum A B C D. Dico angulos ex aduerso esse æquales duobus re-



ctis. Ducantur A C, BD. *a* Quia ergo omnis trianguli tres anguli duob' rectis sunt æquales; erunt & trianguli A B C tres C A B, A B C, B C A duobus rectis æquales. Est autem C A B *b* æqualis B D C angulo (sunt enim in eadem portione B A D C:) & A C B ipsi A D B (sunt enim in portione A D C B:) totus ergo A D C duobus B A C, A C B æqualis est: Communis addatur ABC duobus BAC, ACB simul: & vni A D C seorsim; eruntque A B C, B A C, A C B duobus ABC, ADC æquales. *c* sed A B C, B A C, A C B æquales sunt duobus rectis: erunt ergo & ABC, A D C æquales duobus rectis. Similiter ostendemus & B A D, D C B æquales esse duobus rectis. Quadrilaterorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 32. 1.

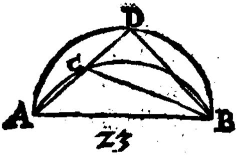
b prop. 21. 3.

b prop. 32. 1.

Pro-

Propositio 23. Theor. 21.

Super eadem recta linea duæ circulorum portiones similes, & inæquales ad easdem partes, non constituentur.



SI fieri potest, cõstituantur super eadem recta AB duæ circulorũ portiones similes, & inæquales ad easdem partes, ACB, ADB; ductaque ACD iungantur CB, BD. Cum ergo portio ACB similis sit portioni ADB, *a* similes autem portiones æquales angulos capiant, erunt anguli ACB, ADB, æquales, externus & internus oppositus, *b* quod fieri nequit. Non ergo super eadem, &c. Quod oportuit demonstrare.

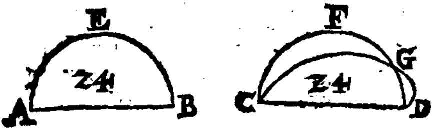
a def. 11. 3.
b prop. 16. 1.

Propositio 24. Theor. 22.

Super æqualibus rectis lineis similes circulorum portiones, æquales sunt.

SInt super æqualibus rectis AB, CD similes circulorum portiones AEB, CFD.

CFD. Dico illas esse æquales. Congruente enim portione AEB portioni CFD,



positoque A puncto super C, & recta AB super CD, congruet & B ipsi D, quod AB, CD æquales sint. Congruente autem recta AB rectæ CD; congruet & portio AEB portioni CFD. Quod si recta quidem AB congruat rectæ CD; portio verò AEB, portioni CFD non congruat; sed aliò cadat, vt CGD, secabit circulus circulum in pluribus quam duobus locis vt in C,G,D, a quod fieri nequit. Non ergo congruente recta AB rectæ CD, non congruet portio AEB, portioni CFD: Congruet ergo, b adeoque æqualis illi erit. Si ergo super, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop.10.3.

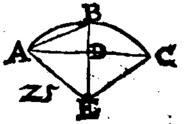
b def.8.1.

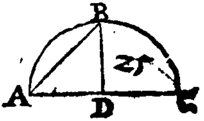
Propositio 25. Probl. 3.

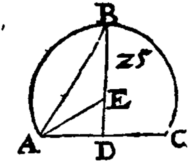
Data portione circuli, describere circulum cuius est portio.

SIt data circuli portio ABC, oporteatque describere circulum, cuius ABC sit

a prop. 10.1. sit portio. a Bisecetur A C in D, & ex D
b prop. 11. b ducatur ipsi A C ad angulos rectos D B,







iungaturque A B. Angulus ergo ABD, angulo B A D aut est maior, aut æqualis, aut minor. Sit primo maior, c con-
c prop. 23.1. stituaturque ad A rectæ A B angulus B A E æqualis angulo ABD, producaturque DB ad E, & iungatur EC. Cum itaque angulus A B E sit æqualis an-
d prop. 6.1. gulo B A E, d erit & E B æqualis ipsi A E; & cum A D æqualis sit ipsi D C, si communis D E addatur, erunt duæ A D, D E, duabus C D, D E æquales, altera alteri; & angulus A D E angulo C D E æqualis; est
e prop. 4. 1. enim vterque rectus; e ergo & basis A E basi C E æqualis erit. Sed ipsi A E demõstrata est B E æqualis; erit ergo & B E æqualis ipsi C E: tres ergo A E, E B, E C æ-
f prop. 9. 3. quales sunt: f circulus ergo centro E, & interuallo vna ipsarum A E, E B, E C descriptus, transibit etiam per reliqua portionis

tionis puncta, & circulus descriptus erit. Circuli ergo portione data, descriptus est circulus, cuius est portio; & cum centrum extra portionẽ cadat, manifestũ est portionem minorẽ esse semicirculo. Similiter si ABD angulus, fuerit æqualis angulo BAD, g erit A D æqualis vtrique B D, D C; ergo tres D A, D B, D C ęquales sunt, & D centrum circuli, portioque semicirculus. Si vero angulus A B D minor fuerit angulo B A D, h constituatur ad A rectæ B A angulus B A E æqualis angulo A B D, cadetque centrum in D B lineam intra portionem ABC, & erit portio ABC semicirculo maior. Si ergo ducatur E C ostẽdetur vt in prima figura tres B E, E A, E C esse æquales. Data ergo portione circuli, descriptus est circulus, cuius est portio, quod oportuit facere.

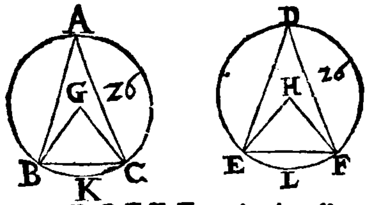
g *ex structura, ex prop. 6. 1.*

h *prop. 23. 1.*

Præpositio 26. Theor. 23.

In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus peripheriis insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN circulis æqualibus ABC, DEF æquales insistant anguli ad centra, B G C, E H F; ad peripherias B A C, E D F. Dico peripherias B K C, E L F æquales esse.



Iungantur B C, E F. Et quia circuli æquales sunt, *a* erunt & quæ ex centris æquales. Duæ ergo B G, G C, duabus E H, H F æquales sunt: sed & anguli G, H æquales sunt: *b* ergo & bases B C, E F æquales erũt. Et quia anguli ad A, D ęquales ponuntur, *c* erunt portiones B A C, E D F similes, & sunt in æqualibus rectis B C, E F, *d* quæ autem circulorum portiones similes in æqualibus sunt rectis lineis, æquales sunt: portiones ergo BAC, EDF æquales sunt: Sunt verò & toti circuli æquales; reliqua ergo peripheria B K C, reliquæ E L F æqualis est. In æqualibus ergo, &c. Quod demonstrare oportuit.

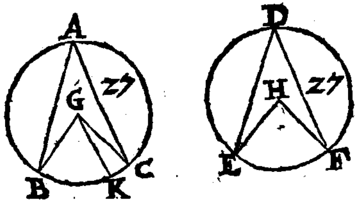
a def. 1. 3.
b prop. 4. 1.
c def. 11. 3.
d prop. 24. 1

Pro-

Propositio 27. Theor. 24.

In æqualibus circulis anguli qui æqualibus insistunt peripheriis, æquales sunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN æqualibus circulis ABC, DEF æqualibus peripheriis BC, EF insistant



anguli ad centra BGC; EHF; ad peripherias BAC, EDF. Dico tam angulos BGC, EHF, quam BAC, EDF æquales esse. Si enim BGC, EHF æquales sunt, *a* perspicuum est & BAC, EDF æquales esse. Si non sunt: erit vnus maior. Sit maior BGC: & *b* constituatur ad punctum G rectæ BG angulus BGK æqualis angulo EHF: *c* anguli autem æquales æqualibus peripheriis insistunt, cum sunt ad centra: peripheria ergo BK æqualis erit peripheriæ EF: sed & EF æqualis est BC: ergo & ipsi BC æqualis erit BK, minor

a prop. 20. 3.
b prop. 23. 1.
c prop. 26. 3

nor maiori; quod fieri non potest: Non ergo anguli B G C, E H F inæquales sunt: æquales ergo. d Estque angulus ad A anguli B G C; & angulus ad D anguli E H F dimidius: e Sunt ergo & anguli ad A, D æquales. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

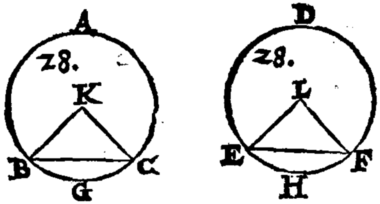
d prop. 20. 3.

e ax. 7. 1.

Propositio 28. Theocr. 25.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori; minorem autem minori.

SINT in æqualibus circulis ABC, DEF æquales rectæ B C, E F, auferentes pe-



ripherias maiores B A C, E D F; minores B G C, E H F. Dico tam maiores peripherias, quam minores æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & ducantur K B, K C; E L, L F; & sunt circuli

culi æquales; *a* ergo & quæ ex centris æquales erunt: igitur duæ B K, K C, duabus E L, L F æquales sunt; sed & bases B C, E F æquales sunt; *b* erunt ergo & anguli B K C, E L F æquales: *c* æquales autem anguli æqualibus peripheriis insistunt cum fuerint ad centra; ergo peripheriæ B G C, E H F æquales sunt; sed & toti circuli sunt æquales; reliquæ ergo peripheriæ B A C, E D F æquales quoque erunt. Si ergo in æqualibus circulis, &c. Quod oportuit demonstrare. *a def. 1. 3.* *b prop. 8. 1.* *c prop. 26. 3*

Propositio 29. Theor. 26.

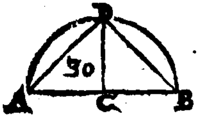
In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.

Accipiantur in æqualib⁹ circulis ABC, DEF æquales peripheriæ, BGC, EHF, & ducantur rectæ B C, E F: Dico rectas B C, E F æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & iunganturB K, K C; E L, L F; Cum ergo peripheriæ B G C, E H F æquales sint, *a* erunt & anguli, B K C, E L F æquales; & cum circuli æquales sint; *b* erunt, & quæ ex centris æquales: Duæ ergo B K, K C, duabus E L, L F æquales sunt, continentq; *fig. vide pag. præc.* *a prop. 27. 3* *b def. 1. 3.*

e prop. 4. 1. æquales angulos; e ergo & bases B C, E F æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 30. Probl. 4.

Datam peripheriam bifariam secare.



ESto data peripheria A D B, quam bisecare oporteat ducatur A B,

a prop. 10. 1. a bisecetur-

b prop. 11. 1. que in C; & à b puncto C ducatur ipsi A B ad angulos rectos C D, iunganturq; A D, D B. Et quia A C æqualis est C B, communis C D; erũt duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales, & angulus A C D angulo B C D æqualis, est

c prop. 4. 1. enim vterque rectus; c erit ergo & basis

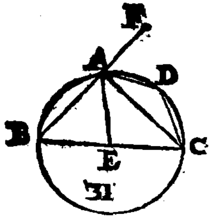
d prop. 29. 3. A D basi D B æqualis; d æquales autẽ rectæ æquales peripherias auferunt, maiorẽ maiori, & minorem minori, estq; vtraq; peripheriarum A D, D B minor semicirculo, quare peripheria A D æqualis est peripheriæ D B: data ergo peripheria bisecta est. Quod oportuit facere.

Propositio 31. Theor. 27.

In circulo angulus, qui in semicirculo, rectus est; qui in portione maiore minor;

nor; qui in minore maior recto est. Insuper maioris portionis angulus maior recto; minoris recto minor est.

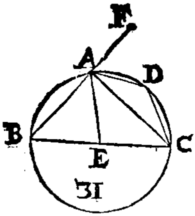
ESto circulus A B C D, diametrus B C, centrū E, & iungantur B A, A C, A D, D C. Dico angulum B A C in semicirculo, rectum esse. A B C, qui est in portione maiore semicirculo, minorē; A D C, qui est in portione minore, maiorē



recto. Ducatur A E, producaturq; B A in F. Et quia B E, E A æquales sunt, *a* erunt & anguli E A B, E B A æquales. Rursus, quia E A, E C æquales sunt, erūt & anguli A C E, C A E æquales: totus ergo B A C duobus A B C, A C B æqualis est. *b* Est verò & F A C externus duobus A B C, A C B æqualis: æquales ergo sunt B A C, F A C; *c* ergo rectus vterque. Quare angulus B A C in semicirculo B A C rect⁹ est. *d* Et quia trianguli A B C duo anguli A B C, B A C duobus rectis minores sunt; B A C autē rectus est; erit A B C minor recto; & est in portione A B C maiori semicirculo. Rursus quia A B C D in

a *prop. 5. 1.*
b *prop. 32. 1.*
c *def. 10. 1.*
d *prop. 17. 1.*

e prop. 22. 3. circulo quadrilaterũ eſt; e quadrilaterorũ autẽ in circulo deſcriptorũ, qui ex aduerſo anguli duobus rectis æquales ſunt; erunt ABC, ADC duobus rectis æquales; & eſt ABC minor recto; reliquus ergo ADC maior; & eſt in portione minore ſemicirculo.



Dico præterea maioris portionis angulũ contentum peripheria ABC, & recta AC maiorem eſſe recto; minoris verò portionis peripheria ADC, & recta AC contentum, minorem. Quod per ſe apparet. Cum enim angulus rectis BA, AC cõtentus rectus ſit, erit qui peripheria ABC, & recta AC continetur maior recto. Et cum angulus rectis AC, AF cõtentus, rectus ſit; erit recta AC, & peripheria ADC cõtentus, minor recto. Aliter demõſtratur BAC rectũ eſſe. Angulus AEC duplus eſt anguli BAE, g æqualis enim eſt duobus internis & oppoſitis; Eſt verò & AEB duplus anguli EAC: anguli ergo AEB, AEC dupli ſunt anguli BAC; at AEB, AEC æquales ſunt duobus rectis: ergo BAC rectus eſt.

g prop. 32. 1.

Corol-

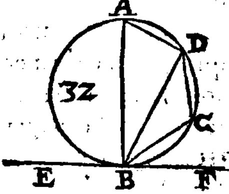
Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo vnus angulus duobus sit æqualis, eum rectum esse, quod etiam, qui est ei deinceps, duobus rectis æqualis sit: *f* cum autem anguli deinceps æquales fuerint, recti sunt. *f def. 10. 1.*

Propos. 32. Theor. 28.

Si circulum quadam recta tetigerit, & à tactu ducatur recta circulum secans, erunt anguli quos ad tangentem facit, æquales illis, qui in alternis circuli portionibus consistunt.

TAngat circulum A B C D recta quædam B F, in B; à quo ducatur alia B D secans circulũ. Dico angulos, quos B D cum tangente facit, equales esse illis, qui sunt in alternis circuli portionib᾽: hoc est, angulum F B D



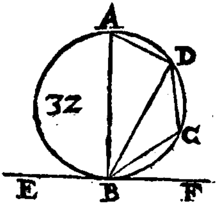
equalem esse illi, qui est in portione D A B; angulum verò E B D illi, qui est in portione D C B. *a* Ducatur enim ex B ipsi E F ad angulos rectos B A, & accipiatur in pe- *a prop. 11. 1.*

 riphe-

ripheria B D quoduis punctum C, & ducantur A D, D C, C B; & quia circulum tangit recta quędam E F in B, & à tactu B

b prop 19.1. ducta est tangenti ad angulos rectos B A,

c prop.31.3. b erit in B A centrũ circuli: c angulus ergo A D B in semicirculo existens, rectus est: reliqui ergo BAD, A B D vni recto æquales. Sed & A B F rectus est, æqualis ergo angulis B A D, A B D; communis A B D auferatę: ergo reliquus D B F erit æqualis reliquo BAD in alterna circuli portione existẽti. Et quia



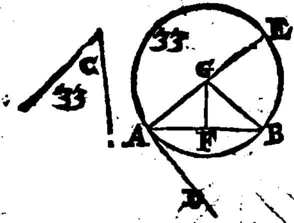
d prop.22.3 A B C D quadrilaterum est in circulo descriptum, d erunt anguli oppositi duobus rectis æquales: erunt ergo anguli D B F, DBE ęquales angulis BAD,BCD; quorũ B A D ostensus est æqualis D B F; erit ergo & reliquus D B E, reliquo D C B in alterna circuli portione DEB existẽs æqualis. Si ergo circulum recta quędam, &c.

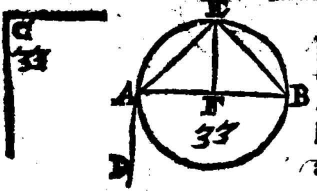
Quod oportuit demonstrare.

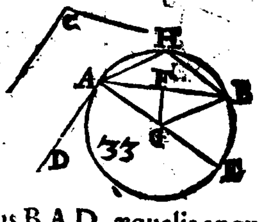
Pro-

Propos. 33. Probl. 5.

Super data recta describere portionem circuli, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilinio.

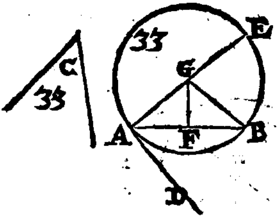


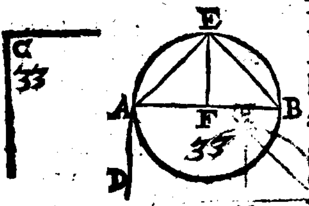




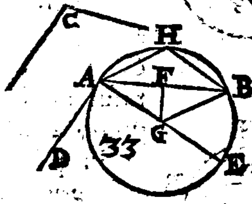
SIt data recta linea A B, datus angulus rectilineus C, & oporteat super A B portionem circuli describere, quæ angulum æqualem angulo C capiat. Angul' ergo C, aut acut', aut rectus, aut obtusus est. Sit primo acut', vt in prima descriptione. a Cõstituatur ad A pũctum rectæ A B angulus B A D, æqualis angulo C, qui acutus a prop. 23. 1

b *prop.11.1.* tus erit. Ex *b* A ducatur AE ad angulos re-
c *prop.10.1* ctos ipsi AD; atque AB in F *c* bisecetur.
d *prop.11.1* Ex F *d* ducatur FG ad angulos rectos ipsi AB, ducaturq; BG. Et quia AF æqualis est FB, communis FG; erũt duæ AF, FG, duabus FB, FG æquales, angulusque AFG angulo GFB æqualis; *e* erit ergo & basis AG basi BG æqualis. circulus ergo centro G, interuallo AG descript⁹ trãsibit etiam per B. Describatur, & sit ABE, iungaturque EB. * Cum itaque diametro AE ab extremitate A ad angulos rectos sit ducta AD, *f* tanget ipsa circulum; cumque





e *prop.4.1.*



* *quo in 1. fig. ex incuria omissa est.*
f *prop. cor. 16.3.*

que circulum ABE recta quędam AD tāgat, sitque à tactu A in circulum ducta recta A B; *g* erit angulus D A B æqualis angulo A E B in alterna sectione A E B existenti: sed D A B est æqualis angulo C: igitur & angulus C æqualis erit A E B angulo. Super data ergo recta AB portio circuli descripta est capiens angulum A E B. æqualem angulo C. Sit iam angulus C rectus, sitque rursus super A B portio circuli capiens angulum recto C æqualem describenda *h*. Fiat angulus B A D angulo C æqualis, vt in 2. descriptione: *i* AB in F bisecetur; & centro F, interuallo FA, aut FB describatur A E B circulus. *k* Tangit igitur recta A D circulum, quod angulus B A D rectus sit: sed angulus B A D æqualis est & angulo C; *l* & angulo A E B in alterna sectione: erit igitur & AEB, angulo C æqualis. Descripta ergo est super A B portio circuli A E B capiens angulū AEB æqualem angulo C. Sit tertio angulus C obtusus. *m* ponatur ei ad A rectæ A B æqualis B A D, vt in tertia descriptione, *n* ducaturq; rectæ A D ad angulos rectos recta A E; & AB in F *o* bisecetur, cui ex F ad *p* angulos rectos ducatur F G, & iungatur G B. Cum itaq; A F æqualis sit F B,

g prop. 23. 3.

h prop. 23. 1.

i prop. 10. 1.

k cor. prop. 16. 1.

l prop. 23. 3.

m prop. 23. 1

n prop. 11. 1.

o prop. 10. 1.

p prop. 11. 1.

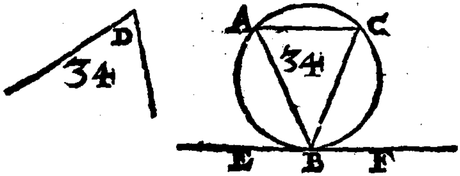
com-

communis F G; erunt duæ F G, A F, duabus F G, B F æquales, & angulus A F G
q prop.4.1. angulo B F G æqualis: q erit igitur & basis A G basi B G æqualis. Circulus ergo centro G, interuallo A F descriptus transibit etiam per B, transeat vt A E B. quia ergo diametro A E ab extremitate A ad
r cor.prop. 15.3 angulos rectos ducta est A D, r tanget illa circulũ; & cum à tactu A in circulum ducta
s prop.32.3. sit A B, s erit angulus B A D æqualis angulo A H B, qui est in alterna portione circuli A H B. Sed angulus B A D æqualis est angulo C. erit ergo & angulus A H B in alterna portione æqualis angulo C. super data ergo recta A B descripta est portio circuli A H B capiens angulum æqualem angulo C. quod oportuit facere.

Propos. 34. Probl. 6.

A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ESto datus circulus A B C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem à circulo A B C portionem auferre, quę capiat angulum, angulo D æqualem. Duca-
a prop.17.3. tur E F tangens circulum in B. a Constitua-

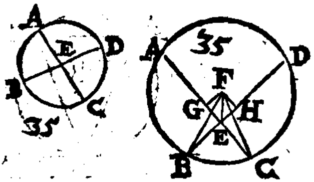


tuaturq; ad B rectæ E F angulus F B C æqualis angulo D. Cum ergo circulũ ABC tangat recta E F, & à tactu B ducta sit BC, b erit angulus F B C æqualis angulo B A C in alterna portione B A C constituto: sed angulus F B C æqualis est angulo D: erit igitur & B A C in alterna sectione eidem angulo D æqualis. à dato ergo circulo A B C ablata est portio B A C capiens angulum æqualem dato angulo D. quod oportebat facere. b *prop.32.3*

Propos. 35. Theor. 29.

Si in circulo duæ rectæ se inuicem secẽt, erit rectangulum portionibus vnius contentum, æquale portionibus alterius contento.

SEcent in circulo A B C D se inuicem duæ rectæ A C, B D in E. Dico rectangulum A E, E C contentum, æquale esse D E, E B contento. Si igitur A C, B D per cen-



centrum transeant, perspicuum est cum A E, E C: D E, EB ęquales sint; etiam AE, EC contentum, ęquale esse, DE, EB contento. Quod si per centrum nõ transeant: accipiatur centrum F, ab eoque ad rectas

a prop. 21. 1. AC, DB *a* ducantur perpendiculares FG, FH, iunganturq; FB, FC, FE. Et quia recta quædam GF per centrum ducta, rectã quandam AC non per centrum ductam

b prop. 3. 3. ad angulos rectos secat, & *b* bifariam illam secabit: æquales ergo sunt AG, GC. Cum igitur recta A C in G æqualiter, in E inæ-

c prop. 5. 2. qualiter secta sit; *c* erit quod AE, EC continetur rectangulũ, cũm quadrato quod ex E G æquale quadrato quod ex G C, si cõmune, quod ex G F, addatur, erit quod AE, EC continetur, cum illis, quæ ex GE; G F quadratis, æquale illis, quæ ex C G,

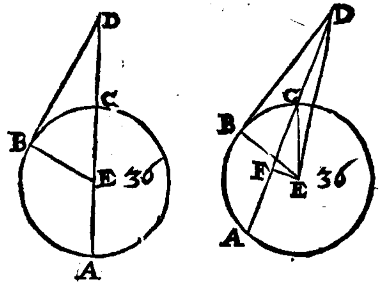
d prop. 47. 1 GF. *d* Sed illis, quæ ex CG, GF æquale est, quod ex F C: illis verò, quæ ex G E, G F, æquale est, quod ex F E: ergo quod A E, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale

æquale est ei, quod ex F C (æqualis autem est F C ipsi F B) ergo quod A E, E C continetur, cum illo quod ex E F, æquale est ei, quod ex F B. Ob eandem causam erit quod D E, E B continetur, cum illo quod ex F E æquale ei quod ex F B. ostensum est autem & id, quod A E, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale esse ei, quod ex F B: ergo quod A E, E C continetur cum illo quod ex F E, æquale est illi quod D E, E B continetur, cum illo quod ex F E quadrato; commune, quod ex F E, auferatur; & erit reliquum A E, E C contentum, æquale reliquo D E, E B contento. Si ergo in circulo, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 36. Theor. 30.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq́; in circulum duæ rectæ lineæ cadant, quarum una circulum secet, altera tangat, rectangulum tota secante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuam peripheriam est, erit æquale tangentis quadrato.

EXtra circulum A B C sumatur quoduis punctum D, ab eoq́; ad circulum



cadant duæ rectæ D C A, D B; quarum
D C A circulum secet, D B tangat. Dico
rectangulum A D, C D contentum, æ-
quale esse quadrato, quod fit ex DB. Trā-
sit autem D C A per centrum, aut non.
Transeat primo per centrum quod sit E.
a prop.18.3 Ducta ergo E B, *a* erit angulus E B D re-
ctus. Et quia recta A C bisecatur in E, eiq;
b prop.6.2. apposita est, in directum C D; *b* erit quod
A D, D C continetur: cum eo, quod ex
E C æquale ei, quod ex E D; est vero E C
æqualis ipsi EB: ergo quod AD, DC con-
tinetur rectangulũ, cum quadrato quod
ex EB, æquale est ei, quod ex ED, quadra-
c prop.47.1 to. *c* Est autem quod ex E D æquale illis,
quæ ex E B, B D quadratis, quod angulus
E B D rectus sit. Ergo quod A D, D C
continetur, cum eo quod ex E B; æquale
est illis, quæ ex E B, B D; commune, quod
ex

ex E B tollatur. eritque quod A D, D C continetur, æquale ei quod ex Tangente D B quadrato.

Sed iam D C A non transeat per centrum, accipiaturque centrum E, *d* ab eoq; ad A C perpendicularis ducatur F E, iunganturq; E B, E C, E D; *e* erit ergo angulus E B D rectus. Et cum recta quædam E F per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam secet, *f* ad rectos angulos illam, & bifariam secabit; sunt ergo A F, F C æquales. Et quia recta A C bisecatur in F, eiq; in directum additur C D, *g* erit quod A D, D C continetur, cum illo quod ex F C, æquale ei quod ex F D: Commune, quod ex FE, addatur, & erit quod A D, D C continetur, cum illis quæ ex F C, F E, æquale illis, quæ ex F D, F E: illis autẽ, quę ex D F; F E, *h* æquale est, quod ex D E (est enim angulus E F D rectus): illis verò, quæ ex C F, F E, æquale est, quod ex C E. Ergo quod A D, D C continetur cum illo quod ex E C, æquale est ei, quod ex E D, *i* est autem E C æqualis ipsi E B: Ergo quod A D, D C continetur, cum illo quod ex E B, æquale est ei, quod ex E D: ei autem quod ex *k* E D æqualia sunt quæ ex E B, B D, cum angulus

d *prop.11.3.*
e *prop.18.3.*
f *prop.3.3.*
g *prop.6.2.*
h *prop.47.1.*
i *def.15.1.*
k *prop.47.1.*

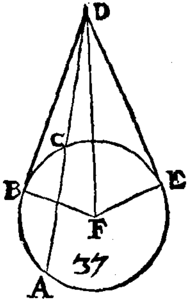
EBD sit rectus: ergo quod AD, DC continetur cum eo quod ex E B, æquale est illis, quæ ex E B, B D; Commune, quod ex E B tollatur, & erit quod A D, D C continetur rectangulum, æquale quadrato ex tangentis DB. Si ergo extra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 37. Theor. 31.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoque in circulum duæ rectæ cadant; quarum vna circulum secet; altera incidat; sit autem quod tota secante, & ea parte, quæ inter punctum & curuam peripheriam est, continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit ab incidente, tanget incidens circulum.

SVmatur extra circulum A B C punctum D, ab eoque in circulum cadant duę rectę D C A, D B; quarum D C A secet, D B incidat circulo. Sit autem quod A D, D C continetur rectangulum, ęquale quadrato quod fit ex DB. Dico DB circulum tangere. *a* Ducatur enim D E circulum tangens, sumptoq; centro F, iungan-

a prop. 17. 3.



ganturFE,FB,FD,*b* & erit angulus F E D rectus. Et quia D E tangit, D C A secat circulum; *c* erit quod A D, DC continetur ęquale ei quod ex D E; ponitur autē & quod A D, D C continetur, ęquale ei quod ex D B. ergo quod ex D E æquale ęst ei, quod ex D B; æquales sunt ergo D E, D B; *d* sunt verò & F E, F B æquales: duæ igitur D E, E F, duabus D B, B F ęquales sunt; & basis F D communis; *e* angulus ergo D E F æqualis est angulo D B F: est autem D E F rectus; ergo & D B F rectus est. Et F B, si producatur, est diametrus, *f* quæ autem diametro ad angulos rectos ducitur ab extremitate, circulum tangit, Idem demonstrabitur pari modo si centrum sit in A C. Si ergo extra circulum, &c. quod oportuit demonstrare.

b *prop. 18. 3*
c *prop. 36. 3*
d *def. 15. 1.*
e *prop. 8. 1.*
f *cor. prop. 16. 3.*

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

Definitiones.

1. Figura rectilinea figuræ rectilineæ inſcribi dicitur, cum ſinguli inſcriptæ anguli, ſingula latera eius, cui inſcribitur, tangunt.
2. Similiter figura figuræ circumſcribi dicitur, cum ſingula latera circumſcriptæ, ſingulos angulos eius, cui circumſcribitur, tangunt.
3. Figura rectilinea circulo inſcribi dicitur; cum ſinguli anguli inſcriptæ tãgunt pheriperiam circuli. *Ita prop. 2. triangulum A B C; ſexta quadratum A B C D circulo inſcriptum vides.*
4. Figura rectilinea circulo circumſcribi dicitur, cum ſingula latera circumſcriptæ circuli peripheriam tangũt. *Ita prop. 4. triangulum A B C; octaua*

qua-

quadratum A B C D circulo circumſcriptum cernis.

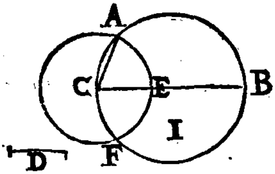
5. Circulus ſimiliter figuræ inſcribi dicitur, cum circuli peripheria ſingula latera eius, cui inſcribitur, tangit. *Ita prop. 4. circulum E F G triangulo A B C, octaua circulum E F H K quadrato, A B C D inſcriptum vides.*

6 Circulus figuræ circumſcribi dicitur, cum peripheria circuli ſingulos angulos eius, cui circumſcribitur, tangit. *Ita prop. 2. circulum A B C triangulo, ſexta circulum A B C D quadrato circumſcriptum vides.*

7. Recta linea in circulo aptari dicitur, cum eius termini in circuli peripheria fuerint.

Propositio 1. Problema 1.

In dato circulo, data recta linea, quæ diametro circuli maior non sit, æqualem rectam lineam aptare.



Sit datus circulus ABC, data recta, quę circuli diametro maior non sit, D. Oporteat autem circulo A B C rectam, rectę D æqualem, aptare. Ducatur diametrus circuli B C. Si ergo B C æqualis est ipsi D, factum est, quod iubebatur. Circulo enim A B C aptata est B C æqualis rectæ datæ. Si autem B C maior est quam D. *a* Fiat C E æqualis ipsi D; & centro C, interuallo C E describatur circulus E A F, ducaturq́; C A. Quia ergo C centrum est circuli A E F; *b* erit C A æqualis C E: sed ipsi D æqualis est CE: erit ergo & D ęqualis ipsi A C. Dato ergo circulo A B C, Datæ rectæ D non maiori circuli diametro, æqualis CA aptata est. Quod oportuit facere.

a prop. 3. 1.

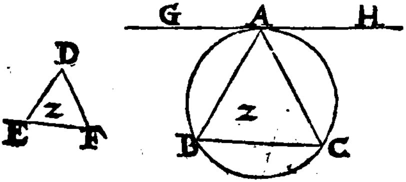
b def. 15. 1.

Pro-

Propositio 2. Probl. 2.

Dato circulo triangulum dato triangulo æquiangulum inſcribere.

SIt circulus datus ABC, triangulum datum D E F; oporteatque circulo ABC



triangulum, triangulo D E F æquiangulum inſcribere. Ducatur G A H tangens circulum A B C in A; *a* conſtituaturque ad A rectæ G A H, angulus H A C æqualis angulo D E F, & G A B æqualis DFE; ducaturque B C. Quia ergo circulũ ABC tangit recta G A H, & à tactu ducta eſt A C, *b* erit angulus H A C æqualis angulo ABC in alterna portione: ſed HAC eſt æqualis D E F angulo; erit ergo & A B C æqualis eidem D E F. Eadem ratione erit angulus A C B angulo DFE æqualis, *c* reliquus ergo B A C æqualis erit reliquo E D F. Eſt ergo triangulum A B C triangulo D E F æquiangulum, & inſcriptum

a prop. 23. 1.
b *prop. 32. 3.*
c prop. 32. 1.

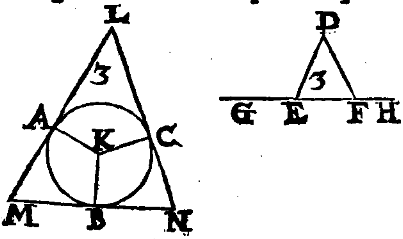
 ptum

ptum est circulo A B C. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 3. Probl. 3.

Circa datum circulum dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

ESto datus circulus A B C, datum triangulum D E F. oporteatque circa



A B C circulum triangulo D E F æquiangulum triangulum describere. Producatur vtrinque E F in G & H, sumaturque centrum K circuli A B C, & ducatur recta
a prop. 23. 1. K B vt libet; & *a* constituatur ad K rectæ K B angulo D E G æqualis B K A; angulo verò D F H æqualis B K C, perque pun-
b prop. 17. 3. cta A, B, C *b* ducantur tangentes circulum L A M, M B N, N C L. Et quia LM, MN, N L tangunt circulum in A, B, C; & à centro

tro K ad puncta A, B, C ductæ sunt K A, K B, K C: c recti igitur erunt anguli ad A, B, C puncta. Et quia quadrilateri AMBK quatuor anguli æquales sunt quatuor rectis; *diuiditur enim quadrilaterũ AMKB in duo triangula K A M, KB M, quorum anguli K A M, KBM recti sunt; reliqui ergo A KB, A M B duobus rectis æquales erunt: d Sunt verò & D E G, D E F duobus rectis æquales: ergo A K B, A M B anguli æquales suut angulis D E G, D E F. quorum A K B, D E G æquales cum sint; erunt & reliqui A M B, DEF æquales. Pari modo demonstrabitur angulum LNM angulo D F E æqualem esse: reliquus ergo M L N reliquo E D F æqualis erit. æquiangulum ergo est triangulum L M N triangulo D E F, & descriptum est circa circulum A B C. Ergo circa datum circulum, &c. Quod oportuit facere.

c prop. 18. 3.

* Si intelligatur ducta linea K M.

d prop. 13. 1.

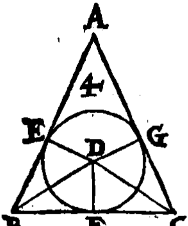
Propositio 4. Probl. 4.

In dato triangulo circulum describere.

SIt datum triangulum A B C, in quo oporteat circulum describere. a bisecentur anguli A B C, B C A rectis B D, CD,

a prop. 9. 1.

b prop. 10. 1. CD, quæ in D puncto concurrant, b ducanturque ex D ad rectas AB, BC, CA perpendiculares DE, DF, DG. Et quia anguli ABD, CBD æquales sunt (est enim ABC bisectus) anguli verò BED, BFD recti, habebunt duo triangula EBD, DBF duos angulos duobus angulis, & vnum latus vni lateri æquale, nempe cõmune BD, c habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia; vnde DE, DF æquales erunt: Eandem ob causam DG, DF æquales erunt. Circulus ergo centro D, interuallo vno punctorum E, F, G descriptus, transibit etiam per alia puncta, tangetque rectas AB, BC, CA quod anguli ad E, F, G recti sint. Si enim ipsas secaret, caderet, quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur, intra circulum; d quod est absurdum. Non ergo circulus centro D. interuallo vna harum DE, DF, DG descriptus secat rectas AB, BC, CA; ergo eas tanget; estque circulus in triangulo ABC descriptus. In dato ergo triangulo, &c. Quod oportuit facere.



c prop. 26. 1.

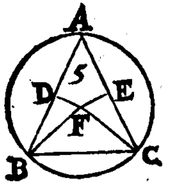
d prop. 16. 3.

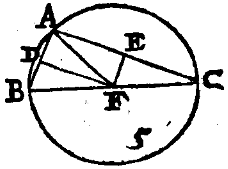
Pro-

Propositio 5. Probl. 5.

Circa datum triangulum circulum describere.

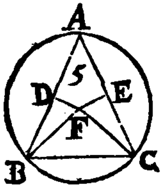
Esto datũ triangulũ ABC, circa q̃ oporteat circulũ describere. bisecẽtur AB, AC in D & E; atque à punctis D, E ducantur ad AB, AC ad angulos rectos DF,

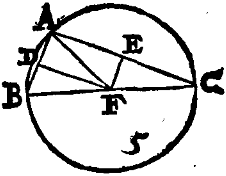




EF, quæ concurrent aut in triangulo ABC, aut in recta BC, aut extra triangulum. Concurrant primò intra triangulum in F, ducanturq; * *FA in ti.*
BF, FC, *FA. Et quia *fig. omissa*
AD, DB æquales sunt, communis & ad *est.*
angulos rectos DF, *a* erunt & bases AF, a *prop. 4. 1.*
FB æquales. Similiter demonstrabimus CF, AF æquales esse: quare & FB, FC æquales erunt. Tres ergo FA, FB, FC æqua-

æquales sunt. Circulus ergo centro F interuallo vna ipsarum F A, F B, F C descriptus transibit & per reliqua puncta, eritque circulus circa A B C triangulum descriptus. Concurrant iam D F, E F in recta BC in F, vt in secunda descriptione,





iungaturque A F. Similiter demōstrabimus punctum F centrum esse circuli circa triangulum ABC descripti. Cōcurrant demum DF, EF extra triangulum A B C in F, vt tertia habet descriptio, & iungantur A F, F B, F C. Cumque A D, D B æquales sint, communis, & ad angulos re-
b prop. 4.1. ctos D F, *b* erunt & bases A F, B F æquales. Similiter demonstrabimus & C F ipsi F A æqualem esse: quare & B F æqualis erit F C. Rursus ergo circulus centro F interuallo vna harum FA, F B. F C, descri-

ptus

ptus transibit etiam per reliqua puncta, estque circa A B C triangulum descriptus. Quod facere oportuit.

Corollarium.

Vnde perspicuum est, quando centrum circuli in triangulum cadit, angulũ B A C in maiore portione semicirculo existentem recto minorem esse. quando verò centrum in B C cadit, in semicirculo existentem, rectum: quando denique centrum extra B C cadit, in minore portione semicirculo existentem, maiorem recto. Vnde quando datus angulus minor est recto, intra triangulum cadunt rectæ D F, E F; quando rectus, in B C; quando maior recto, extra B C; quod oportuit demonstrare.

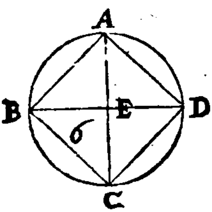
Propositio 6. Probl. 6.

In dato circulo qudaratum describere.

SIt in dato circulo A B C D quadratum describendum. a ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, iunganturque a prop. 11. 1

que

que A B, B C, C D, D A. Cum ergo B E, E D sint æquales, quippe ex centro E, cõmunis & ad angulos



b prop. 4. 1. rectos E A; *b* erit & basis A B basi A D æqualis. Eadem ratione vtraque ipsarũ B C, C D, vtriq; A B, A D est æqualis. Est Ergo quadrilaterum A B C D æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum recta B D diametrus sit circuli A B C D;

c prop. 31. 3. *c* erit B A D semicirculus; rectus est ergo angulus B A D. Ob eandem causam quilibet angulorum A B C, B C D, C D A rectus est; rectangulum ergo est quadrilaterum A B C D. Ostensum est autem &

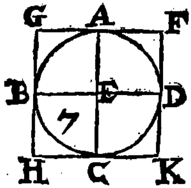
d def. 27. 1. æquilaterum; *d* quadratum ergo est: & est circulo inscriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 7. Probl. 7.

Circa datum circulum quadratum describere.

SIt circa datum circulum A B C D quadratem describendum. Ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, & per pun-

puncta A,B,C,D ducantur tangentes circulum F G, G H, H K, K F. Cum ergo



F G tangat circulum, & à centro E ad tactũ A ducta sit E A; *a* erũt anguli ad A recti. Eadẽ de causa *a* erunt & anguli ad B, C, D recti, *a prop. 18. 3.* cumque anguli A E B, E B G recti sint, *b* erunt G H, A C parallelæ. *b prop. 28. 1.* Eadem de causa erunt A C, F K parallelæ; Similiter demonstrabimus, quod G F, H K sint ipsi B E D parallelæ: Sunt ergo G K, G C, A K, F B, B K parallelogramma. *c* vnde æqualis est G F ipsi H K; & G H ipsi F K. *d* & quia A C, B D æquales sunt. *c prop. 34. 1.* Atque A C vtrique G H, F K; & B D vtrique G F, H K est æqualis; ergo vtraque G H, F K, vtrique G F, H K est æqualis. *d def. 15. 1.* Est igitur F G H K quadrilaterum æquilaterũ; dico quod & rectangulum. Cum enim G B E A sit parallelogrammum, sitq; angulus A E B rectus, *e* erit & A G B rectus. *e prop. 34. 1.* Similiter demonstrabimus quod anguli ad H, K, F recti sint; est ergo F G H K rectangulum quadrilaterum, ostensum est autẽ & æquilaterum, *f* quadratum ergo est, & est circa A B C D circulũ descriptum: ergo *f def. 27. 1.*

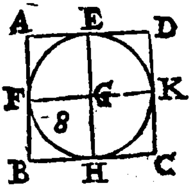
circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 8. Probl. 8.

In dato quadrato circulum describere.

SIt in dato quadrato A B C D circulus describendus. *a* Bisecentur A B, A D in F, E; *b* ac per E quidem ducatur alterutri A B, C D parallela E H: per F verò alterutri A D, B C parallela F F. Sunt ergo A K, K B, A H, H D, A G, G C, B G, G D parallelogramma, *c* ideoque latera opposita æqualia. Et quia A D, A B æquales sunt, erunt & semisses earum A E, A F æquales: *d* quare & oppositæ illis F G, G E æquales erunt. Similiter demonstrabimus vtramq; G H, G K vtrique F G, G E æqualem esse. Sunt igitur quatuor G E, G F, G H, G K æquales. Circulus igitur centro G, interuallo vna harum G E, G F, G H, G K descriptus, transibit & per reliqua puncta: sed & tangit rectas A B, B C, C D, D A, quod anguli ad E, F, H, K recti sint. Si enim circulus ipsas A B, B C, C D, D A secaret, caderet quæ ab extremitate diametri

a prop. 10. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 34. 1.
d prop. 34. 1.

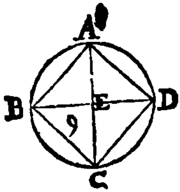


tri ad angulos rectos ducitur, in circulum, e quod est absurdum; Non ergo circulus centro G, & interuallo vna harum GE, GF, GH, GK descriptus secat rectas AB, BC, CD, DA: tangit ergo: & est quadrato ABCD inscriptus. In dato ergo quadrato, &c. Quod oportuit facere. e prop. 16. 3.

Propositio 9. Probl. 9.

Circa datum quadratum circulum describere.

Sit circa datum quadratum ABCD circulus describendus: ductæ rectæ AC, BD se in E secent.



Et quia DA, AB æquales sunt, AC communis, erunt duę DA, AC, duabus BA, AC æquales: sed & bases DC, BC a æquales sunt: b erunt ergo & anguli DAC, BAC æquales: angulus ergo DAB rectâ AC bisecatur. Similiter demonstrabimus quemlibet horum ABC, BCD, CDA rectis AC, DB bisecari. Et cum anguli DAB, ABC æquales sint; sintque EAB, EBA eorum dimidij, c erunt & ipsi æquales: a def. 27. b prop. 8. 1. c ax. 7.

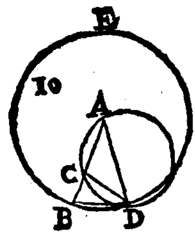
 qua-

quare & latera E A, E B æqualia erunt. Similiter demonſtrabimus vtramque rectarum E C, E D, vtrique E A, E B æqualem eſſe. Quatuor ergo E A, E B, E C, E D æquales ſunt. Igitur circulus centro E, interuallo vna harum E A, E B deſcriptus, tranſibit & per reliqua puncta, eſt igitur circa A B C D quadratum deſcriptum. Ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propoſitio 10. Probl. 10.

Triangulum iſoſcele cõſtituere, habens vtrumque qui ad baſim angulum duplum reliqui.

a prop. 11. 2.



EXponatur recta quędã AB, a quę in C ſic ſecetur, vt AB, BC contentum æquale ſit quadrato ex CA deſcripto. Igitur centro A, interuallo AB deſcribatur circulus B D E, b eique aptetur recta B D æqualis ipſi A C; & ductis D A, D C, c deſcribatur circa triangulum ACD circulus ACD. Et cum quod A B, B C continetur æquale ſit ei, quod ex A C quadrato, ſitque

b prop. 1. 4.
c prop. 5. 4.

AC

AC ipſi BD æqualis; erit & quod AB, BC continetur æquale ei, quod ex BD. Cum igitur extra circulum ACD acceptum ſit punctum B, ab eoq; ad circulum ACD cadant duæ rectæ BCA, BD, quarum vna circulum ſecat, altera ei incidit, ſitque quod AB, BC continetur æquale ei quod ex BD, *d* tanget BD circulum ACD; cumque BD circulum ACD tangat, à tactu autem D ducta ſit DC, *e* erit angulus BDC angulo DAC in alterna circuli portione conſiſtenti æqualis. Cum ergo anguli BDC, DAC ſint æquales, ſi cõmunis CDA addatur, erit totus BDA duobus CDA, DAC æqualis: *f* ſed duobus CDA, DAC æqualis eſt externus BCD: ergo BDA æqualis erit ipſi BCD: ſed ipſi BDA æqualis eſt CBD, cum & *g* latera AD, AB ſint æqualia: quare & DBA, BCD æquales erunt: tres ergo BDA, DBA, BCD ſunt æquales: & cum anguli DBC, BCD æquales ſint, erunt & latera BD, DC æqualia; ſed BD ipſi CA ponitur æquale: ſunt ergo & AC, CD æqualia: vnde & anguli CDA, DAC æquales erunt: ergo anguli CDA: DAC dupli ſunt anguli DAC: eſt verò & BCD æqualis duobus CDA, DAC;

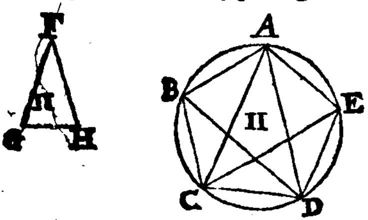
d *prop. 37. 3.*
e *prop. 32. 3.*
f *prop. 32. 1.*
g *Def. 15. 1.*

ergo BCD duplus est ipsius DAC: Et cum vterque BDA, DBA angulo BCD sit æqualis, duplus erit vterque reliquo DAB. Triangulum ergo isosceles, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 11. Probl. 11.

Dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere.

SIt in dato circulo ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum describendum.



Exponatur triangulum isosceles duplum habens vtrumq; angulum ad G, H, eius qui est ad F; & *a* inscribatur circulo ABCDE triangulum ACD æquiangulum triangulo FGH; ita vt angulo F æqualis sit angulus CAD; angulis G, H anguli ACD, CDA. Et quia vterque ACD, CDA duplus est anguli CAD, *b* bisecentur rectis CE, DB, iungan-

a *prop. 2. 4.*

b *prop. 9. 1.*

ganturque A B, B C, C D, D E, E A. Cum itaque vterque angulorum A C D, C D A duplus ſit anguli C A D, biſectique ſint rectis C E, D B, erunt quinq; anguli D A C, A C E, E C D, C D B, B D A æquales inter ſe: c Et cum æquales anguli æqualibus peripheriis inſiſtant, erunt quinque peripheriæ A B, B C, C D, D E, E A æquales: d ſed æquales peripherias æquales rectæ ſubtendunt; ſunt ergo hæ quinque rectæ A B, B C, C D, D E, E A æquales; eſt ergo pentagonum A B C D E æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Quia A B, D E peripheriæ æquales ſunt, ſi communis B C D addatur, erunt totæ A B C D, E D C B æquales; & inſiſtit peripheriæ A B C D angulus A E D; peripheriæ vero B C D E angulus B A E; e ſunt ergo A E D, B A E anguli æquales. Eadem de cauſa, quilibet angulorum A B C, B C D, C D E vtrique A E D, B A E æqualis erit: eſt ergo pentagonum A B C D E æquiangulum; demonſtratum autem eſt, quod & æquilaterum. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

c prop. 26. 3

d prop. 29. 3

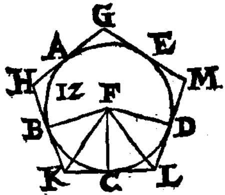
e prop. 29. 3

L 4 Pro-

Propositio 12. Probl. 12.

Circa datum circulum pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

OPorteat circa circulum ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



Cogitentur angulorum pentagoni inscripti puncta, A,B,C,D,E ita vt peripheriæ, AB, BC,CD,DE,EA

a prop.17.3. æquales sint, a ducanturque per A,B,C, D,E rectæ GH,HK,KL,LM,MG tangentes circulum, & accipiatur centrũ circuli F, iunganturque FB,FK,FC,FL, FD. Cum itaque KL recta circulum in C tangat, & ab F ad contactum C ducta sit

b prop.18.3. FC, b erit ipsa ad KL perpendicularis: vterque ergo angulus ad C est rectus. Eandem ob causam recti sunt anguli ad B,D;

c prop.47.1 & cum angulus FCK rectus sit, c erit quod ex FK æquale illis, quæ ex FC, CK quadratis. Eadem de causa, erunt quæ ex FB, BK æqualia illi, quod ex FK: sunt ergo quæ ex FC,CK æqualia illis,

quæ

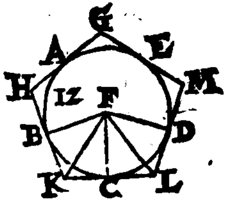
quæ ex B F, B K; quorum quod ex F C æquale* est ei, quod ex F B: erit igitur & reliquum quod ex C K æquale reliquo, quod ex B K: sunt ergo B K, C K æquales. Et quia F B, F C æquales sunt, communis F K, erunt duæ B F, F K duabus C F, F K æquales, & basis B K basi C K æqualis; *d* ergo & angulus B F K æqualis erit angulo K F C; & angulus B K F, angulo F K C: est ergo angulus B F C duplus anguli K F C; & B K C duplus anguli F K C. Ob eandem causam erit & C F D duplus ipsius C F L; & C L D duplus ipsius C L F. Cumq; peripheriæ B C, C D æquales sint, *e* erunt & anguli B F C, C F D æquales, estque B F C ipsius K F C duplus, D F C verò duplus ipsius L F C: æquales ergo sunt K F C, C F L. *f* duo ergo triangula F K C, F L C duos angulos duobus habētia æquales alterum alteri, & latus vnum vni lateri F C vtrique commune; habebunt & reliqua latera reliquis æqualia, angulumque reliquum reliquo. Sunt igitur tam rectæ K C, C L, quam anguli F K C, F L C æquales, cumque K C æqualis sit C L, dupla erit K L ipsius K C. Eadem de causa demonstrabitur H K dupla ipsius B K; & cum demonstratum sit B K æqualis K C, sitq; K L du-

* *quia F B, F C sunt æquales, quippe ex centro ad peripheriam.*

d *prop. 8. 1.*

e *prop. 27. 3*

f *prop. 26. 1*



pla ipsius K C, & H K dupla ipsius B K; *g* erit & H K ipsi K L æqualis. Similiter demõstrabitur quælibet ipsarum G H, G M, M L vtriq; H K, K L ęqualis: est ergo pentagonum G H K L M æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum enim anguli F K C, F L C æquales sint, ostensusq́ue sit H K L duplus ipsius F K C: & ipsius F L C duplus K L M; erit & H K L ipsi K L M æqualis. Similiter demonstrabitur quilibet ipsorum K H G, H G M, G M L vtrique H K L, K L M æqualis. Quinque ergo anguli G H K, H K L, K L M, L M G, M G H sunt æquales; æquiangulum ergo est pentagonum. Ostensum autem est & æquilaterum, & est descriptum circa circulum A B C D E. quod oportebat facere.

g ax. 6.

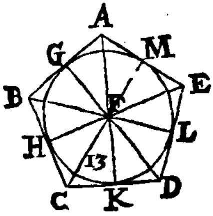
Propos. 13. Probl. 13.

Dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inscribere.

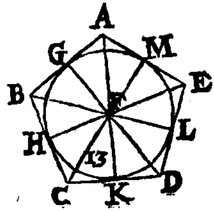
OPorteat dato pentagono æquilatero & æquiangulo A B C D E circulum inscribere. *a* bisecetur vterq; angulorum B C D,

a prop. 9. 1.

B C D, C D E rectis C F, D F; & à puncto F, in quo C F, D F, concurrunt, ducantur rectæ F B, F A, F E. & quia BC, CD æquales sunt, communis C F, eurnt duæ B C, C F duabus D C, C F æquales, & angulus B C F angulo D C F æqualis: *b* ergo & basis B F, basi D F æqualis erit, & triangulum B F C triangulo D C F, reliquiq; anguli reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Sunt igitur anguli C B F, C D F æquales. Et cum angulus C D E duplus sit anguli C D F; æquales autē & C D E, A B C; & C D F, C B F; erit & C B A duplus ipsius C B F: æquales ergo sunt A B F, F B C: bisecatur ergo angulus A B C recta B F. Similiter demonstratur quemlibet angulorum B A E, A E D rectis F A, F E bisecari. *c* Ducantur enim ab F ad A B, B C, C D, D E, E A recta perpendiculares F G, F H, F K, F L, F M. Quia ego anguli H C F, K C F æquales sunt; F H C rectus, æqualis recto F K C; erunt duo triangula FHC, FKC duos angulos duobus æquales habentia vnumque latus vni, F C b prop. 4. 1. c prop. 12. 1.



latus



latus commune, & vni æqualium angulorũ subtẽsum, *d* habebunt ergo & reliqua latera reliquis ęqualia; sunt ergo perpẽdiculares F H, F K æquales. pari modo demonstratur quælibet harum F L, F M, F G vtriq; F H, FK æqualis. quinq; ergo rectæ F G, F H, F K, F L, F M æquales sunt, circulus ergo centro F; interuallo vna harum F G, FH, FK, F L, F M descriptus, transibit & per reliqua puncta, tangetq́; rectas AB, BC, CD, D E, E A, eo quod anguli ad G, H, K, L, M recti sint. Quod si illas non tangat, sed secet; cadet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur intra circulum, *e* quod absurdum esse ostensum est; non ergo circulus centro F, interuallo F G, F H, F K, F L, F M descriptus secat rectas A B, B C, C D, D E, E A; ergo tanget.

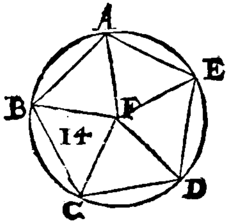
dato ergo pentagono. quod oportuit facere.

d prop. 26. 1
e prop. 16. 3.

Pro-

Propof. 14. Probl. 14.

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum deſcribere.



OPorteat circa datum pentagonum æquilaterũ & æquiangulum A B C D E circulum deſcribere. *a* Biſecetur vterq; angulorum B C D, C D E rectis C F; F D; & ab F puncto in quo rectæ concurrunt ad B, A, E ducãtur rectæ F B, F A, F E. Similiter ergo, vt in præcedente, demonſtrabitur quemlibet angulorũ C B A, B A E, A E D, rectis B F, F A, F E biſecari. Et quia anguli B C D, C D E æquales ſunt, eſtq́ue F C D dimidius ipſius B C D, & C D F dimidius ipſius C D E; erunt F C D, F D C æquales, *b* quare & latera F C, F D æqualia erunt. Similiter demõſtrabitur, quamlibet ipſarum F B, F A, F E, vtrilibet F C, F D æqualem eſſe. Quinque ergo F A, F B, F C, F D, F E æquales ſunt. circulus igitur centro F; interuallo vna harum

a prop. 9. 1.

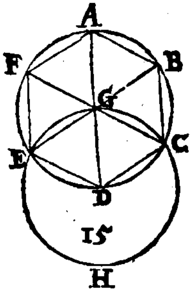
b prop. 6. 1.

F A,

FA, FB, FC, FD, FE descriptus, transibit & per reliqua puncta; eritq; circa pentagonum ABCDE descriptus. Circa datum ergo, &c. Quod facere oportebat.

Propos. 15. Probl. 15.

In dato circulo hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



SIt in dato circulo ABCDEF hexagonum æquilaterum & æquiangulum describendum. Ducta diametro AD, sumatur centrum G, atq; centro D, interuallo DG describatur circulus EGCH; & ductæ EG, CG producantur ad B, F, iunganturque AB, BC, CD, DE, EF, FA. Dico ABCDEF hexagonum æquilaterum & æquiangulum esse. Cum enim G centrum sit circuli ABCDEF, erunt GE, GD æquales. Et cum D centrum sit circuli EGCH, erunt & DE, DG æquales. Sed GE ostensa est æqualis ipsi DG; *a* erit ergo

a ax. 1.

ergo & G E æqualis ipsi E D: triangulum ergo E G D æquilaterum est, & tres anguli eius E G D, G D E, D E G æquales, cum isoscelium triangulorum anguli ad basim æquales sint. Et quia tres anguli trianguli duobus rectis ęquales sunt, erit angulus E G D tertia pars duorum rectorũ. Similiter demonstratur D G C tertia pars esse duorum rectorum. & cum recta C G super E B consistens *c* angulos deinceps, E G C, C G B duobus rectis æquales faciat; erit & reliquus CGB tertia pars duorum rectorum. sunt igitur anguli E G D, D G C, C G B inuicem æquales; *d* erunt igitur & qui ad verticem B G A, A G F, F G E æquales, *e* æquales autem anguli æqualibus peripheriis insistunt: peripheriæ ergo A B, B C, C D, D E, E F, F A sunt æquales, *f* æqualibus autem peripheris æquales rectæ lineæ subtenduntur: sex igitur rectæ æquales sunt; ideoque hexagonum A B C D E F æquilaterum est. Dico quod & æquiangulum. Cum enim peripheriæ A F, E D æquales sint: si communis A B C D, addatur, erunt totæ F A B C D, E D C B A æquales: *g* Sed peripheria F A B C D insistit angulus F E D; peripherię verò E D C B A, angulus A F E, sunt

b *prop. 13. 1* c *prop. 13. 1* d *prop. 12. 1* e *prop. 26. 3* f *prop. 29. 3* g *def. 9. 3.*

ergo

ergo anguli A F E, D E F æquales. Similiter demonſtrabitur reliquos hexagoni ABCDEF angulos, vtriq; AFE, FED æquales eſſe. Eſt ergo hexagonũ ABCDEF æquiangulum: oſtenſum eſt autem & æquilaterum, & eſt in circulo deſcriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportebat facere.

Corollarium.

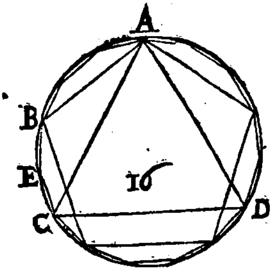
Ex his manifeſtum eſt latus hexagoni æquale eſſe ei, quæ ex centro circuli. Et ſi per puncta A, B, C, D, E, F *h* tangentes circulum rectæ ducantur, circa circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptum eſſe, vt in illis quę de pentagono dicta ſunt videre licet. Præterea iuxta illa quę de pentagono dicta ſunt, in dato hexagono circulum deſcribemus.

h prop. 17. 3.

Pro-

Propos. 16. Theor. 16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



OPorteat in dato circulo ABCD quindecagonum æquilaterũ & æquiangulum describere. Describatur in circulo ABCD trianguli æquilateri latus AC pentagoni æquilateri AB. Qualium ergo totus circulus partium est quindecim, talium est ABC peripheria, tertia circuli pars existens, quinque; AB, quinta pars circuli existens, trium; pars ergo BC, duarum; quæ si in E *a* bisecetur, erit quælibet peripheriarum BE, EC decimaquinta pars circuli. Si ergo ductis rectis BE, EC, eis æquales in continuum circulo rectas *b* aptemus, erit quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum descriptum. Quod facere oportuit. *a prop. 30. 3.* *b prop. 1. 4.*

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

1 Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, quando minor metitur maiorem. *Vt, 2. est pars ipsius 6, at non ipsius 7: quia 2. metitur 6; nō metitur 7.*

2 Multiplex est maior minoris, quando minor metitur maiorē. *Vt 6. est multiplex ipsius 2. at 7. ipsius 2. multiplex nō est. Quia 2. metitur 6; non item 7.*

3 Proportio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem, habitudo. *Proportio ergo est inter res eiusdem generis vt inter numeros, lineas, superficies, corpora, &c.*

4 Proportionē inter se habere dicuntur magnitudines, quæ multiplicatę possunt se inuicem superare. *Vnde liquet inter angulum contingentiæ & rectili-*

neum

nerum quemcumq; proportionem nō esse. Quia licet prior in infinitū multiplicetur, nunquā tamen superabit posteriorē.

5 In eadē proportione dicuntur esse magnitudines, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando ęquè multiplices, primæ & tertiæ, æquè multiplices, secundæ & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, vtraque ab vtraq;, vel æquè deficiūt, vel ęquè æquales sunt, vel ęquè superant, si ordine sumantur. *Vt si horum quatuor numerorum 8.6.4.3 primi & tertij accipiantur æquè multiplices 16. & 8. secūdi & quarti 18. & 9. & collocentur eo ordine, quo numeri, quorum sunt multiplices, hoc nimirum 16, 18. 8. 9. si iam primus minor sit secundo, erit & tertius quarto minor; & si maior, maior, si æqualis, æqualis, si inquam hoc semper contingat dicētur quatuor magnitudines in eadem esse proportione.*

6 Magnitudines quę eandem proportionem habent, proportionales vocantur. *Vt 4. & 2; item 6. & 3. cum habeant eandem proportionem, nempe duplam, dicuntur proportionales.*

7 Quando ęquè multiplicium multiplex primæ superat multiplicem secundæ;

at multiplex tertia non ſuperat multiplicem quartæ; prima ad ſecundam dicitur habere maiorem proportionem quam tertia ad quartam.

8 Analogia eſt proportionũ ſimilitudo.

9 Analogia in tribus minimis terminis conſiſtit. *Vt in his numeris 4.6.9. vt enim eſt primus ad ſecũdum, ita ſecundus ad tertium.*

10 Cum fuerint tres magnitudines proportionales, prima ad tertiam duplicatam proportionem habere dicitur eius, quã habet ad ſecundam. *Vt cum fuerint proportionales hi tres numeri 2.4.8. erit proportio quam habet 2. ad 8. duplicata eius, quam habet ad 4.*

11 Cum fuerint quatuor magnitudines proportionales prima ad quartã triplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad ſecũdam. Et deinceps ſemper vna amplius quoad vſq; proportio extiterit. *Vt ſi ſint proportionales hi quatuor numeri 2. 4. 8. 16, erit proportio quam habet 2. ad 16. tripla eius quam habet ad 4.*

12 Homologę, ſeu ſimilis rationis magnitudines dicuntur eſſe, antecedentes antecedentibus, conſequentes conſequentibus.

13 Fer-

13 Permutata ratio, eſt ſumptio antecedẽtis ad antecedentẽ, & conſequẽtis ad conſequentem. *Demõſtratur prop. 16. in qua cum eſt vt A ad B, ita C ad D, eſt quoq; permutãdo, vt A ad C; ita B ad D.*

14 Conuerſa ratio, eſt ſumptio conſequẽtis vt antecedentis ad antecedẽtem, vt ad conſequentem. *Vide cor. 4. prop.*

15 Compoſitio rationis eſt ſumptio antecedentis vnà cum conſequente, vt vna, ad conſequentem. *Demõſtratur prop. 18. in qua cum eſt vt A B ad E D; ita C F ad F D; eſt quoq; vt A B ad F D; ita C D ad F D.*

16 Diuiſio rationis eſt ſumptio exceſſus, quo antecedens ſuperat conſequentem, ad conſequentem: *Demõſtratur prop. 17. in qua cum eſt, vt A B ad B E; ita C D ad D E, eſt quoque vt A E ad E B: ita C F ad F D.*

17 Conuerſio rationis eſt ſumptio antecedẽtis ad exceſſum, quo antecedens conſequentem ſuperat. *Demõſtratur prop. 19. in qua cum eſt vt A B ad C D, ita A E ad C F erit quoque E B ad F D; vt eſt A B ad C D.*

18 Ex æquali ratio eſt cum plures fuerint magnitudines, & aliæ ipſis numero æquales, quę binæ, & in eadẽ ratione

sumantur, fueritq; vt in primis magnitudinibus prima ad vltimã, ita in secundis prima ad vltimã. Vel est sumptio extremarũ per subtractionẽ mediarũ. *Demõstratur 22. in qua cũ est vt A ad B; ita D ad E; & vt B ad C, ita E ad F; erit ex æquali, vt A ad C, ita D ad F.*

19 Ordinata proportio est, cum fuerit vt antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; vt autem consequens ad aliam quampiam, ita consequens ad aliam quampiam. *In prop. 20. & 23. in primis magnitudinib' antecedens est A, consequẽs B, alia quæpiam C: in secundis antecedens est D, consequens E, alia quæpiam F.*

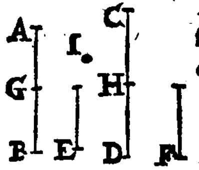
20 Perturbata proportio est, quando tribus existentibus magnitudinibus; & aliis ipsis numero æqualibus, fuerit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem; ita in secundis antecedens ad consequentem. Vt autem in primis consequẽs ad aliam quampiam: ita in secundis alia quæpiam ad antecedentem. *Vt in 21. & 23. prop. in primis tribus magnitudinibus antecedens est A consequens B, alia quæpiam C. In secundis antecedens est E, consequens F, alia quæpiam D.*

Pro-

Propoſ. 1. Theor. 1.

Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum, æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices, quotuplex eſt vna magnitudo vnius totuplices ſunt omnes omnium.

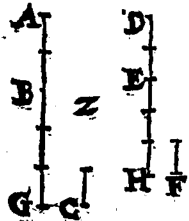
SInt quotcumque magnitudines A B, C D, quotcumque magnitudinum E, F æqualium numero, ſingulæ ſingularum æque multiplices. Dico quam multiplex eſt A B ipſius E, tam multiplices eſſe A B, C D ſimul, ipſarum E, F ſimul.



Cum enim quam multiplex eſt A B ipſius E, tam multiplex ſit C D ipſius F; erunt in C D tot magnitudines æquales ipſi F; quot ſunt in A B æquales ipſi E. Diuidatur A B in magnitudines A G, G B æquales ipſi E; Et C D in C H, H D æquales ipſi F; eritque multitudo ipſarum A G, G B æqualis multitudini ipſarum C H, H D: cumque A G ipſi E, & C H æquale ſit ipſi F; erunt A G, C H æquales ipſis E, F. Eadem de cauſa erunt G B, H D ipſis E, F æquales: quot ergo in A B ſunt magnitudines æquales ipſi E, tot ſunt in A B, C D æquales ipſis E, F. Quæ quam multiplex eſt A B ipſius E, tam multiplices ſunt A B, C D ipſarum E, F. Si ergo fuerint, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 2. Theor. 2.

Si prima ſecundæ æquè multiplex fuerit, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex, atque ſexta quartæ; erit & compoſita ex prima & quinta æquè multiplex ſecundæ, atque tertia & ſexta, quartæ.



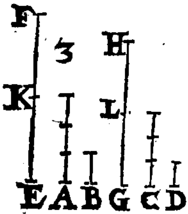
Esto prima A B ſecundæ C æquè multiplex, atque tertia D E quartæ F: ſit verò & quinta B G ſecundæ C æquè multiplex, atq; ſexta E H quartæ F. Dico & compoſitam ex prima & quinta A G ſecundæ C, æquè multiplicem eſſe, atque eſt tertia & ſexta D H, quartæ F. Cum enim quam multiplex eſt A B ipſius C, tam multiplex ſit D E ipſius

ipsius F, erunt in DE tot magnitudines ęquales ipsi F, quot sunt in AB æquales ipsi C. Eademque de causa quot sunt in BG æquales ipsi C, tot erunt in EH æquales ipsi F: quot ergo sunt in tota AG æquales ipsi C; tot sunt in tota DH æquales ipsi F. Quam multiplex est ergo AG ipsius C, tam multiplex est DH ipsius F. Ergo AG composita ex prima & quinta secundæ C æquè multiplex est, atque tertia & sexta DH quartæ F. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 3. Theor. 3.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ; sumantur autem æquè multiplices primæ & tertiæ; erit ex æquali sumptarum utraque utriusque æquè multiplex, altera quidem secundæ; altera autem quartæ.

Esto prima A secundæ B æquè multiplex, atque tertia C quartæ D. & accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices EF, GH. Dico æquè multiplicem esse EF ipsius B, atque est GH ipsius D. Cum enim æque multiplex sit E F ipsius A, atque est G H ipsius C: continebuntur in



G H tot magnitudines æquales ipsi C, quot in E F æquales ipsi A. Diuidatur EF in magnitudines E K, K F, æquales ipsi A; & G H in G L, L H æquales ipsi C. Est autem multitudo ipsarum E K, K F æqualis multitudini ipsarum G L, L H. Et quia æque multiplex est A ipsius B, vt C ipsius D; estque E K ipsi A; & G L ipsi C æqualis, erit & EK æquè multiplex ipsius B, vt G L ipsius D. Eadem de causa æquè multiplex est K F ipsius B, vt L H ipsius D. Cum igitur prima E K secundæ B æquè multiplex sit, vt tertia G L quartæ D; sit verò & quinta K F secundæ B æquè multiplex, vt est sexta L H quartæ D; a erit & cõposita ex prima & quinta E F secundæ B æquè multiplex, atque est tertia cum sexta G H quartæ D. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

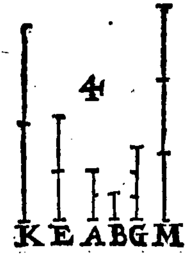
a 2. prop. 2. 5.

Propo-

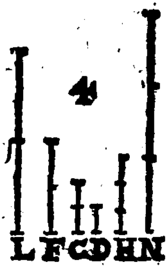
Propositio 4. Theor. 4.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebunt & æquemultiplices primæ & tertiæ ad æquemultiplices secundæ & quartæ, secundam quamuis multiplicationem, eandem proportionem, si, vt inter se respondent, sumpta fuerint.

HAbeat prima A ad secundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Et accipiantur ipsarum A, C æque multiplices E, F; ipsarum verò B, D quæcunque aliæ æque multiplices G, H. Dico vt est E ad G, ita esse F ad H. Accipiantur enim ipsarum E, F æquè multiplices K, L; ipsarum verò G, H æque multiplices M, N. Et quia ita multiplex est E ipsius A, vt F ipsius C; acceptæque sunt ipsarum E, F æque multiplices K, L: a ita ergo multiplex est K ipsius A, vt L ipsius



a prop.3.5.



ipsius C. Eadem de causa ita multiplex est M ipsius B, vt N ipsius D. Et quia est vt A ad B; ita C ad D, acceptęque sunt ipsarum A, C ęque multiplices K, L; ipsarum verò B, D alię quęcunque
b def. 5. 5. M, N: *b* ergo si K superat
M, superabit & L ipsam N; & si ęqualis,
ęqualis; si minor, minor; suntquę K, L
ipsarum E, F æque multiplices; M vero &
N sunt ipsarum G, H ęque multiplices:
c def. 5. 5. *c* est ergo, vt E ad G; ita F ad H. Si ergo
prima ad secundam, &c. Quod oportuit
demonstrare.

Lemma.

Quoniam demonstratum est, si K superet M, superare & L ipsum N; & si sit æqualis, esse æqualem; si minor, minorem. Constabit etiam, si M, superet K, superare & N ipsum L, & si sit æqualis, esse æqualem, si minor, minorem, atque idcirco erit vt G ad E; ita H ad F.

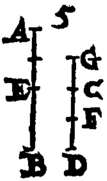
Corollarium.

Ex hoc manifestum est, si quatuor magnitugnitudines fuerint proportionales, & cōuersim proportionales esse. *Hoc est si est vt A ad B; ita C ad D; esse quoque B ad A, vt D ad C.*

Propositio 5. Theor. 5.

Si magnitudo magnitudinis æque multiplex fuerit, atque ablata ablatæ; & reliqua reliquæ æque multiplex erit atque tota totius.

SIt magnitudo AB magnitudinis CD æque multiplex, atque est ablata AE ablatæ CF. Dico & reliquam EB, reliquę FD æque multiplicem esse, vt est tota AB totius CD. Quotuplex enim est AE ipsius CF, totuplex fiat EB ipsius CG. Et quia æque multiplex est AE ipsius CF, atque EB ipsius CG, a erit AE ęque multiplex CF atq; AB ipsius GF; ponitur autem AE ęque multiplex ipsius CF, atque est AB ipsius CD: æquè ergo multiplex est AB vtriusque GF, CD: b ęquales ergo sunt GF, CD; Communis CF auferatur, & erit reliqua GC reliquæ DF æqualis. Et cum æque multiplex sit AE ipsius CF, atq; EB ipsius GC, estque GC



a prop. 1. 5.

b *Colligitur ex ax. 7.*

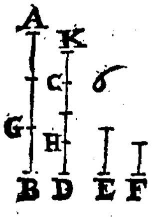
æqua-

æqualis D F. ęque ergo multiplex eſt A E ipſius C F, atque E B ipſius F D, ponitur autem & A E ipſius C F ęque multiplex, vt A B ipſius C D: æque ergo multiplex E B ipſius F D; atque A B ipſius C D; ergo reliqua E B, reliquę F D æque multiplex eſt, atque eſt tota A B totius C D. Si ergo magnitudo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 6. Theor. 6.

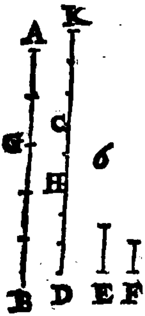
Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè multiplices fuerint, & ablatæ quædam ſint earundem æquè multiplices; erunt reliquæ eiſdem aut æquales, aut æque multiplices.

SInt duæ magnitudines A B, C D duarum magnitudinum E, F æque multiplices, auferanturq; A G, C H earundem E, F ęque multiplices. Dico reliquas G B, H D ipſis E, F, aut æquales eſſe, aut ęque multiplices. Sit primo G B ipſi E æqualis. Dico & H D ipſi F ęqualẽ eſſe.



Pona-

Ponatur ipsi F æqualis CK. Cum igitur AG æque multiplex sit ipsius E, atque



CH ipsius F; sit verò GB ęqualis ipsi E, & CK ipsi F, *a* ęque multiplex erit AB ipsius E, atque KH ipsius F. Ponitur autem ęque multiplex AB ipsius E, atque est CD ipsius F: æque ergo multiplex est KH ipsius F, atque CD eiusdem F. Cum ergo vtraque KH, CD ipsius F ęque sit multiplex, *b* ęqualis erit KH ipsi CD: Communis CH auferatur, & erunt reliquę KC, HD æquales. Sed KC ęqualis est F ergo & HD eidem F ęqualis erit. Est ergò GB ęqualis ipsi E, & HD ipsi F. Similiter demonstrabimus si GB ipsius E fuerit multiplex, ęque multiplicem esse HD ipsius F.

a *prop. 1. 5.*

b *Colligitur ex axiomate 6.*

Si ergo duę magnitudines,

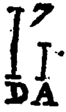
Quod oportuit demonstrare.

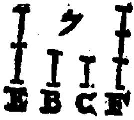
Pro-

Propositio 7. Theor. 7.

AEquales ad eandem, eandem habent proportionem, & eadem ad æquales.

SInt magnitudines A, B equales, & alia quæcunque C. Dico vtramque A, B eandem proportionem habere ad C, & C eandem ad easdem A, B. Accipiantur ipsarum A, B æque multiplices D, E; & alia F ipsius C, vtcunque multiplex. Cum igitur eque multiplex sit D ipsius A, & E ipsius B; sit verò A æqualis B, a erit & D æqualis E; estque alia F vtcunque multiplex ipsius C. Si ergo D maior est ipsa F; erit & E eadem F maior, & si æqualis, æqualis; si minor, minor; suntq; D, E ipsarũ A, B eque multiplices, & ipsius C alia F vtcunque multiplex; est b ergo vt A ad C; ita B ad C. Dico & C ad vtramque A, B eandem habere proportionem. Iisdem enim constructis ostendemus D æqualem esse E; & aliam quandam F. Si ergo F maior est D; erit & maior quam E; & si æqualis, æqualis; si minor, minor; estque F ipsius C multiplex;





a Colligitur ex 6.

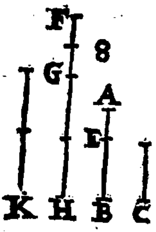
b def. 5. 5.

plex; aliæ verò D, E vtcunque multiplices ipsarum A, B: *c* est ergo vt C ad A, ita C ad B. Si ergo æquales ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare. c def. 5. 5.

Propositio 8. Theor. 8.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quam minor; Et eadem ad minorem maiorem habet, quam ad maiorem.

Sint inæquales magnitudines A B, C; sitque A B maior quam C, sit & alia D quæcunque. Dico AB ad D maiorē habere proportionem, quā C ad D, & D ad C maiorem, quam ad A B. Cum enim A B maior sit, quam C; ponatur ipsi C æqualis B E. Itaque minor *a* ipsarum A E, E B *a* multiplicetur, donec maior fiat quam D. Sit primò A E minor quam E B; & multiplicetur A E, donec maior fiat quam D, quæ sit F G, Et quam multiplex est F G ipsi- a def. 4. 5.



ipsius A E, tam multiplex fiat G H ipsius E B, & K ipsius C. Sumatur L ipsius D dupla, M tripla, & ita deinceps vna plus quoad sumpta multiplex ipsius D, fiat primò maior quã K, sumpta sit N quadrupla ipsius D, & primo maior quam K. Cum ergo K primò minor sit quam N, non erit K minor quam M, cumque æque multiplex sit F G ipsius A E, & G H ipsius E B; *b* erit F G æque multiplex ipsius A E, & F H ipsius A B. æque autem multiplex est F G ipsius A E, & K ipsius C. *c* æque ergo multiplex est F H ipsius A B, & K ipsius C: sunt ergo F H, & K æque multiplices ipsarum A B, C. Rursus cum G H ipsius E B æque sit multiplex, vt K ipsius C; sitque E B ipsi C æqualis: *d* erit & G H ipsi K æqualis. At K non est minor M: ergo nec G H minor erit M: maior autem est F G quam D; tota ergo F H vtraq; D, M maior est. Sed vtraq; D, M æqualis est ipsi N, cum M ipsius D sit tripla, vtraque autem M, D ipsius D quadrupla: est vero & N ipsius D quadrupla: ergo vtraq; M, D æquales sunt ipsi N: sed F H ipsis M, D maior est. *e* Ergo F H superat N, & K non superat N. quia ergo F H, & K sunt æque multiplices ipsarum A B, C; At N ipsius D v-

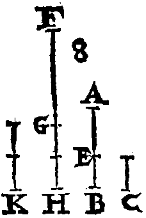
b prop. 1. 5.

c ax. 1.

d Colligitur ex ax. 1.

e def. 7. 5.

D vtcunq; multiplex est, f habebit A B ad D maiorem proportionem quam C ad D. Dico contra D ad C maiorem habere, quã ad A B. ijsdem enim constructis, similiter demonstrabimus N superare K, & non superare F H. Etenim N multiplex est ipsius D: ipsarum vero A B, C vtcunque multiplices sunt F H, K: habet ergo D ad C maiorem proportionem, quam ad A B. Sit iam A E maior quam EB, & minor EB multiplicata fiat maior quàm D, quæ sit G H, multiplex quidẽ ipsius EB, maior vero quam D. Et quam multiplex est G H ipsius E B, tam multiplex fiat F G ipsius A E, & K ipsius C; similiterq; ostendemus F H, & K ipsarum A B, C æque multiplices esse. Sumatur deinde N multiplex quidem ipsius D; primo autem maior quam F G, vt rursus F G minor non sit quam M; maior verò G H quam D; ita vt tota F H ipsas D, M, hoc est, N superet; K vero ipsam N non superet, quoniam & G F maior quam G H, hoc est, quã K, nõ superat N. atq; ita perficie-



f Cùm enim sint quatuor magnitudines A B, D, C, D. superetq; multiplex primæ F H multiplicẽ secundæ N; at multiplex tertiæ K non superet multiplicem quartæ N, erit maior proportio A B ad D. quam C ad D per def. 7. huius.

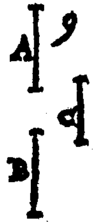
mus demonstrationem vt supra. Inæqualium ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 9. Theor. 9.

Quæ ad eandem, eandem habent proportionem, æquales sunt: Et ad quas eadem eandem habet, & illa sunt æquales.

HAbeat vtraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B æquales

a prop. 8. 5.



esse. Si non sunt æquales, a non habebit vtraque A, B ad C eandem proportionem; habet autem; æquales ergo sunt. Habeat deinde C ad A, B eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales; b non habebit C ad A, B eandem proportionem, Habet autem, æquales ergo sunt. Quæ ergo ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

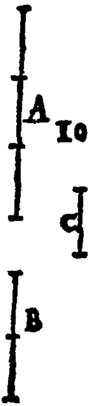
b prop. 8. 5.

-oo(o)oo-

Pro-

Propositio 10. Theor. 10.

Ad eandem proportionem habentium, quæ maiorem habet maior est; ad quam verò eadem maiorem habet, minor est.



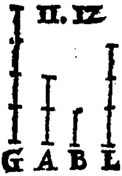
HAbeat A ad C maiorem proportionem, quam B. Dico A maiorem esse. Si non, aut A est æqualis B, aut mi- *a prop.9.5.*
nor. non æqualis *a* vtraq; enim A, B eandem haberet proportionem ad C; at non habet; nō ergo B æqualis est ipsi A. Non minor. quia si minor esset A *b prop.8.5.*
quam B. *b* haberet A ad C minorem proportionem, quam B; at non habet: non ergo A minor est quam B. ostensum est autem quod neque sit æqualis. maior est ergo A quam B. Habeat rursus C ad B maiorem proportionem quam ad A; dico B minorem esse, quam A. Si non; aut est æqualis, aut ma- *c prop.9.5.*
ior. Non æqualis, *c* haberet enim C ad A & B eandem proportionem; at non habet; non ergo A æqualis est ipsi B. Neque *d prop.8.5.*
maior est B quam A; *d* haberet enim C ad

B minorem proportionem quam ad A; at non habet: non ergo B maior est quam A. Ostensum est autem quod neque æqualis, maior ergo est A, quam B. Ad eandem ergo proportionē, &c. Quod oportuit demonstrare.

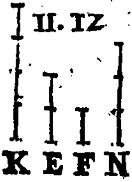
Propositi~ 11. Theoor.. 11.

Quæ eidem eadem sunt proportiones, & inter se eadem sunt.

SIt vt A ad B, sic C ad D; & vt C ad D, sic E ad F. Dico esse vt A ad B; ita E ad F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et quia est, vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, C æque multiplices G, H; ipsarum verò B, D vtcunque æque multiplices L, M: a ergo si G excedit L, excedit & H ipsam M, & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Rursus cum sit vt C ad D; ita E ad F, & acceptæ sint ipsarum C, E æque multiplices H, K; ipsa-



a def. 5. 5.



ipſarum verò D, F aliæ vtcunque æque multiplices M, N. b ergo ſi excedit H ipſam M, excedet & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Sed ſi excedit H ipſam M; excedet & G ipſam L; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Quare ſi excedit G ipſam L, excedet & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis: ſi minor, minor. Et ſunt quidem G, K ipſarum A, E æque multiplices: L, N vero ipſarum B, F ſunt aliæ vtcunque æque multiplices. Eſt c ergo vt A at B; ita E ad F. Quæ ergo eidem, &c. Quod demonſtrare oportuit.

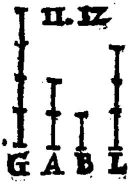
b def. 5. 5.

c def. 5. 5.

Propositio 12. Theocr. 12.

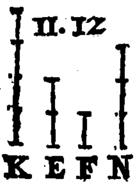
Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit vt vna antecedētium ad vnam consequentium, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes.

SInt quotcunq; magnitudines A, B, C, D, E, F, vt quidem A ad B; ita C ad D, & E ad F. Dico vt est A ad B; ita esse A, C, E ad B, D, F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et cum sit vt A ad



B; ita C ad D; & E ad F, acceptæque sint ipsarum quidem A, C, E æque multiplices G, H, K; ipsarum verò B, D, F. aliç vtcunq; æque multiplices L, M, N; ergo si a G excedit L, excedet & H ipsā N; & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L; excedent & G, H, K ipsas L, M, N, & si equalis, equales, si minor, mino-

a def. 5. 5.

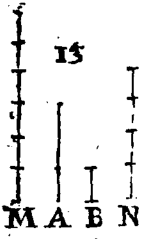


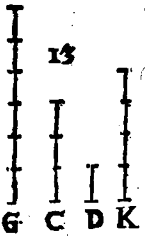
minores;suntque G;&G,H, K ipsarum A,&A,C,E,ęquè multiplices; *b* quia si fuerint quotcumque magnitudines quotcunq; magnitudinum, æqualium numero singulæ singulorum æquè multiplices, quam multiplex est vna vnius, tam multiplices sunt omnes omnium. Eadem de causa sunt, L, &,L, M, N ipsarum B, & B, D, F æque multiplices. Est ergo vt A ad B;ita A, C, E ad B, D, F. Si ergo quodcumque magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare. *b prop. 5. 1.*

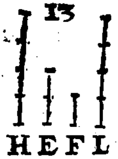
Propos. 13. Theor. 13.

Si prima ad secundam eandem proportionem habuerit, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad sextam; habebit & prima ad secundam maiorem, quam quinta ad sextam.

PRima A habeat ad secũdam B eandem proportionẽ, quam tertia C ad quartam D. Tertia verò C ad quartam D maiorẽ habeat, quam quinta E ad sextam F.







Dico primam A ad secundam B maiorem habere, quam quintã E ad sextam F. Cum enim C ad D maiorem proportionem habeat, quam E ad F; sintque ipsarum C, E quędam ęque multiplices; ipsarum verò D, F aliæ quæcumque: ac multiplex quidem ipsius C excedat multiplicem ipsius D; multiplex verò ipsius E non excedat multiplicem ipsius F. Sint ergo ipsarum C, E æquè multiplices G, H: ipsarum D, F aliæ vtcumque K, L, a sic, vt G quidem K excedat: H verò L non excedat. & quã multiplex est G ipsius C, tam multiplex sit M ipsius A; & quam multiplex est K ipsius D, tam multiplex sit N ipsius B. Et cum sit vt A ad B; ita C ad D, acceptęq; sint ipsarum A, C æquè multiplices M, G: ipsarum verò B, D aliæ vtcumque ęquè multiplices N, K, si M superat N, & G superabit K; & si ęqualis, ęqualis; si minor, minor: superat autẽ G ipsam K; su-

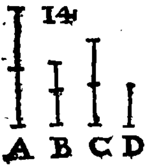
a def. 7. 5.

K; *b* superabit ergo & M ipsam N: at H nō superat L; & sunt M, H ipsarum A, E ęquè multiplices; N vero & L ipsarum B, F vtcumque ęque multiplices sunt: *c* habet ergo A ad B maiorem proportionem, quam E ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare. b *def.5.5.*

Propos. 14. Theor. 14.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & secunda quam quarta maior: & si aequalis, aequalis; si minor, minor.

PRima A ad secundam B eandem habeat proportionem, quam tertia C ad quartam D. & sit A quam C maior. Dico & B quam D maiorē esse. Cum enim A quam C maior sit, sitque alia quæcunq; magnitudo B; *a* habebit A ad B maiorē proportionem, quam C ad B. Vt autem A ad B; sic est C ad D: ergo C ad D maiorē habet proportionem, quam C ad B. Ad *b* quam autem eadem maiorem proportionem habet; illa minor est; minor ergo est D quam B. quare B quam D maior est. a *prop.8.5.* b *prop.8.5.*



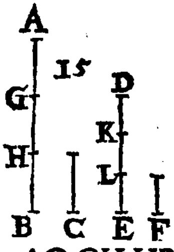
Simi-

Similiter demonstrabimus si A æqualis sit C, & B ipsi D æqualẽ esse: &c. si A minor sit quam C, & B minorem esse quam D. Si ergo prima ad secũdam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 15.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem; si vt sibi mutuo respondent, sumantur.

SInt æque multiplices A B ipsius C, & D E ipsius F. Dico esse vt C ad F; ita A B ad D E. Cum enim A B ipsius C ita multiplex sit, vt D E ipsius F, erunt in AB tot magnitudines æquales ipsi C; quot sunt in DE æquales ipsi F. Diuidatur enim A B in magnitudines AG, GH, HB ęquales ipsi C. Et DE in DK, KL, LE æquales ipsi F, eritq; multitudo A G, G H, H B æqualis multitudini DK, KL, L E. Et quia tam AG, GH, HB, quam D K, K L, L E æquales sunt, erit vt A G ad D K; ita G H ad KL, & BH ad LE:



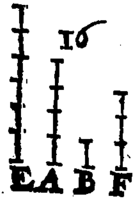
erit

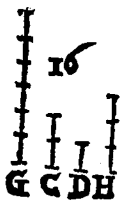
a erit ergo vt vnum antecedentium ad vnum consequentium; ita omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est ergo vt A G ad D K; ita A B ad D E. Est autem A G ipsi C æqualis, & DK ipsi F: ergo vt C ad F; ita A B ad D E. Partes ergo, &c. Quod oportuit demonstrare. a prop.12.5.

Propos.16. Theor.16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt.

Sint quatuor magnitudines proportionales A,B,G,D. Vt A ad B; ita C ad D. Dico & permutatas proportionales esse: Vt A ad C; ita B ad D. Accipiantur enim ipsarum A, B æque multiplices, E, F; ipsarum C, D aliæ vtcumque G, H. Et quia E, F æque multiplices sunt ipsarum A, B; a habentq; partes eodem modo multiplicium eãdem proportionem inter se cõparatæ, erit vt A ad B; ita E ad F. Vt verò A ad B; ita est C ad D: ergo vt C ad D; ita est E ad F. Rursus cum G, H a prop.15.5.





G, H ipsarum C, D sint æque multiplices; b erit vt C ad D, ita G ad H. Vt autem C ad D; ita est E ad F: ergo vt E ad F; ita est G ad H. c Cum autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, & prima quã tertia maior fuerit, erit & secũda quã quarta maior; &, si æqualis, æqualis; si minor, minor. Ergo si E superat G, & F superabit H. &, si æqualis, æqualis; si minor, minor. Sunt autem E, F ipsarum A, B, æquẽ multiplices. G, H verò ipsarum C, D vtcumque sunt æque multiplices. d Est ergo vt A ad C: ita B ad D. Si ergo quatuor magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 15. 5

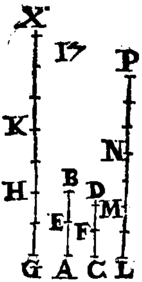
c prop. 14. 5

d def. 5. 5.

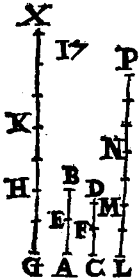
Propos. 17. Theor. 17.

Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, & diuisæ proportionales erunt.

Sint compositæ magnitudines AB, BE. CD, DF proportionales. Vt quidem AB, ad BE; ita CD, ad DF. Dico & diuisas proportionales esse, vt AE ad EB; ita CF ad FD. Accipiantur enim ipsarũ AE, EB, CF, FD æque multiplices GH, HK. LM, MN. ipsarũ verò EB, FD aliæ vtcũque



que æquè multiplices K X, N P. Et quia æquè multiplex est G H ipsius A E, vt H K ipsius E B; *a* erit G H a prop. 1. 5.
ipsius A E ęquè multiplex, vt G K ipsius A B. ęque autem multiplex est G H ipsius A E, vt L M ipsius C F: *b* ergo ęque multiplex b prop. 11. 5.
est G K ipsius A B, vt L M ipsius C F. Rursus quia ęquè multiplex est L M ipsius C F, vt M N ipsius F D; *c* erit L M ipsius C F c prop. 1. 5.
æquè multiplex, vt L N ipsius C D. æquè autem multiplex erat L M ipsius C F, vt G K ipsius A B: *d* ergo G K æque multi- d prop. 11. 5.
plev est ipsius A B, vt L N ipsius C D. Sunt ergo G K, L N ipsarum A B, C D æquè multiplices. Rursus quia H K ipsius E B æquè multiplex est, vt M N ipsius F D. Est verò & K X ipsius E B æquè multiplex, vt N P ipsius F D. *e* erit composita H X ipsius e prop. 1. 5.
E B æquè multiplex, vt M P ipsius D F. Et quia est vt A B ad B E; ita C D ad F D; sumptæque sunt ipsarum A B, C D æque multiplices G K, L N. Ipsarum verò E B, F D aliæ vtcunque æquè multiplices H X, M P. Si ergo G K superat H X, & L N superabit M P. Et si æqualis, æqualis; si minor, minor.



nor. Superet GK ipsam HX, ablata communi HK, superabit GH ipsum KX. Sed si GK superat HX, superabit & LN ipsam MP. Superet ergo LN ipsam NP, superabit (communi MN ablata) & LM ipsam NP. Quare si GH superat KX, & LM superabit NP. Similiter demonstrabimus, si GH æqualis sit KX, & LM æqualem esse NP; & si minor, minorem. Et sunt GH, LM ipsarum AE, CF æquè multiplices. ipsarum verò EB, FD aliæ vtcumque KX, NP. d Est ergo vt AE ad EB; ita CF, ad FD. Si ergo compositæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

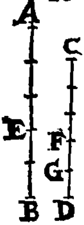
d def. 5. 5.

Propos. 18. Theor. 18.

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, & compositæ proportionales erunt.

SInt diuisæ magnitudines AE, EB; CF, FD proportionales. Vt AE ad EB; ita CF ad FD. Dico & compositas proportionales esse, vt AB ad BE; ita CD ad FD. Si non est vt AB ad BE; ita CD ad FD; sit vt AB ad BE; ita CD vel ad minorem

FD;



18 FD; vel ad maiorem. Sit primo ad minorem DG. Cum ergo sit, vt AB ad BE; ita CD ad DG, erunt compositæ magnitudines proportionales; *a* sunt ergo & diuisæ, vt AE ad EB, ita CG ad GD; ponitur autem vt AE ad EB; ita CF ad FD: *b* erit ergo vt CG ad GD, ita CF ad FD. Est autem prima CG maior tertia CF: *c* erit ergo & secunda GD maior quarta FD; sed & minor est: quod fieri non potest. Non ergo est vt AB ad BE; ita CD ad minorem ipsa FD. Similiter demonstrabimus, quod neq; ad maiorem FD; ergo ad ipsam: Si ergo diuisæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 17. 5
b prop. 11. 5.
c prop. 14. 5

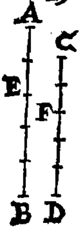
Propos. 19. Theor. 19.

Si fuerit vt tota ad totam; ita ablata ad ablatam; & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam.

SIt vt tota AB ad totā CD; ita ablata AE ad ablatam CF. Dico & reliquam EB ad reliquam FD esse, vt est tota AB, ad totam CD. Cum enim sit vt tota AB ad totam CD, ita AE ad CF; *a* erit permutando AB ad AE, vt CD ad CF, & *b* diuidendo

a prop. 16. 5
b prop. 17. 5

19



dendo B E ad E A, vt D F ad F C; rursusque permutando vt B E ad D F; ita E A ad F C. Vt verò A E ad C F; sic ponitur
e prop.11.5. tota A B ad totam C D. *e* est ergo reliqua E B ad reliquam F D, vt tota A B ad totam C D. Si ergo fuerit, &c. Quod oportuit demonstrare.

Corollarium.

Et quia demonstratum est, vt est A B
d prop.16.5. ad CD, sic esse EB ad F D, erit *d* permutãdo vt A B ad EB; ita C D ad FD. compositę ergo magnitudines ꝓportionales sunt. Ostensum est autem, vt est AB ad A E; ita esse C D ad C F, quod est per conuersio-
e def.17.5. nẽ rationis. Vnde perspicuum est, si compositę magnitudines proportionales sint; & per conuersionem rationis proportionales esse.

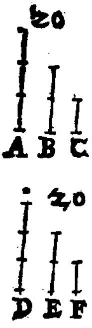
Factæ autem sunt proportiones, & in æquè multiplicibus, & in analogiis. Nam si prima secundæ æque fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; erit vt prima ad secundam; ita tertia ad quartam. Sed non ita ex contrario conuertitur. Si enim fuerit vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam,

non

non omnino erit prima secundæ, & tertia quartę æque multiplex, vt in sesquialteris, vel sesquitertils proportionibus, vel aliis huiusmodi.

Propos. 20. Theor. 20.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ illis numero æquales, quæ bina & in eadem ratione sumãtur, ex æquali autem prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta quam sexta maior; et si æqualis, æqualis; si minor, minor.



Sint tres magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur. Vt quidem A ad B; ita D ad E. Vt verò B ad C; sic E ad F, ex æquali autem A maior sit quam C. Dico & D quam F maiorem esse: & si æqualis, ęqualem: si minor minorẽ. Cum enim A maior sit quam C; alia vero quæcumq; B. *a* Habebit A ad B maiorem proportionem quam C
ad B. Sed vt A ad B: sic est D ad *a prop. 8. 5.*
E. vt autem C ad B ita est *b* conuer- *b prop. 16. 5.*

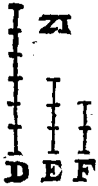
uertendo F ad E: Ergo D ad E maiorem
b prop. 10. 5 proportionem habet, quam F ad E: b ad eandem autem proportionem habẽtium, quæ maiorem habet, illa maior est; maior est ergo D quam F. Similiter demonstrabimus. Si A sit æqualis C; & D æqualem esse F; & si minor, minorem. Si ergo tres fuerint magnitudines, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 21. Theor. 21.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales quæ bina, & in eadem proportione sumantur, fuerit autem earum perturbata proportio, & ex æquali prima maior fuerit quam tertia, & quarta quam sexta maior erit. & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

21

Sint tres magnitudines A, B, C, & alię ipsis numero ęquales D, E, F quæ binæ, & in eadẽ ratione sumantur sit aũt perturbata earum proportio vt A ad B, sic E ad F, & vt B ad C, sic D ad E; sitq; ex æquali A quã C maior. Dico & D maiorem esse ipsa F; & si æqualis, æqualem;



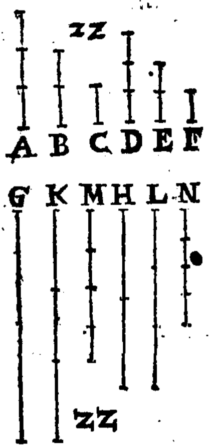
lem: si minor, minorem. Cum ergo A maior sit quam C, sitq; alia quædam B. *a* Habebit A ad B maiorem proportionẽ, quam C ad B. sed vt A ad B; ita est E ad F. Et *b* conuertendo, vt C ad B, ita E ad D: *c* quare E ad F maiorem proportionem habet, quam E ad D. Ad quam autem eadem maiorẽ proportionem habet, illa minor est: minor est ergo F, quam D: adeoque maior D quam F. Similiter ostendemus, si A sit æqualis C, & D ipsi F æqualem esse; & si minor, minorẽ. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 8. 5.
b prop. 4. 5.
c prop. 8. 5.

Propos. 22. Theor. 22.

Si fuerint quotcumq; magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, & ex æquali in eadem proportione erunt.

SInt quotcumq; magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ & in eadem proportione sumãtur, vt quidem A ad B; ita D ad E; vt verò B ad C; sic E ad F. Dico quod ex æquali in

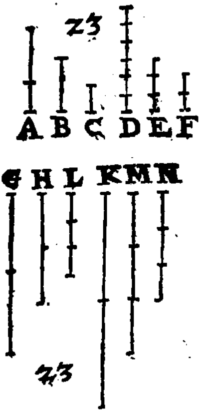


eadem sint proportione. Hoc est, dico vt est A ad C; ita esse D ad F. Sumantur enim ipsarum A, D æquè multiplices G, H: ipsarum B, E aliæ vtcumque K, L. Item ipsarum C, F aliæ vtcumq; M, N. Et cum sit, vt A ad B; ita B ad E, acceptæque sint ipsarum A, D æquè multiplices G, H. Ipsarum B, E aliæ vt-
a prop. 4. 5. cumque æquè multiplices K, L, *a* erit vt G ad K; ita H ad L. Eadem de causa erit, vt K ad M; ita L ad N. Cum ergo tres magnitudines sint G, K, M; & aliæ ipsis æquales numero H, L, N, quæ binæ, & in ea-
b prop. 20. 5 dem proportione sumuntur, *b* ex æquali si G superat M, & H superabit N; si æqualis, æqualis; si minor, minor. Et sunt G, H ipsarum A, D æquè multiplices. M, N i-
c def. 5. psarum C, F: *c* erit ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo quotcumque, &c. Quod oportuit demonstrare.

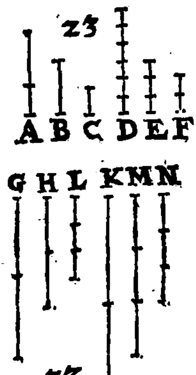
Pro-

Propos. 23. Theor. 23.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ bina, & in eadem proportione sumantur, fuerit que earum perturbata proportio; & ex æquali in eadem proportione erunt.



SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis æquales numero binæ in eadem proportione sumptæ D, E, F; sit autem earum perturbata proportio. Vt A ad B; sic E ad F. Vt verò B ad C; sic D ad E. Dico esse vt A ad C; ita D ad F. Sumantur ipsarũ A, B, D æquè multiplices G, H, K. Ipsarum C, E, F, aliæ vtcumque L, M, N. Et quia G, H ipsarum A, B sunt æquè multiplices, a partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem, erit vt A ad B; sic G ad H. Eadem a prop. 15. 5.



de causa erit, vt E ad F; sic M ad N, cumq; sit vt A ad B; ita E ad F; *b* erit quoque, vt G ad H: ita M ad N. Rursus quia est vt B ad C, ita D ad E, sumptæq; sunt ipsarum B, D æquè multiplices H, K: ipsarum verò C, E aliæ vtcumque L, M; *c* erit vt H ad L; ita K ad M. Ostensum est autem esse, vt G ad H; ita M ad N. Cũ ergo tres magnitudines G, H, L, proportionales sint; & aliæ ipsis numero æquales K, M, N, binæ in eadem proportione sumptę, sitq; earum perturbata proportio; ex *d* æquali si G superat L; & K superabit N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor, suntque G, K ipsarum A, D ęque multiplices. L, N verò ipsarum C, F. *e* Est ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo sint tres, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 11. 5.

c prop. 4. 5.

d prop. 21. 5.

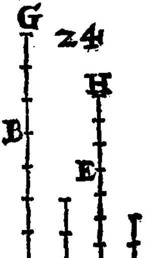
e def. 5. 5.

Pro-

Propositio 24. Theor. 24.

Si prima ad secundam eandem habueris proportionem, quam tertia ad quartam; habeat autem & quinta ad secundam eandem, quam sexta ad quartam: habebit & composita ex prima & quinta ad secundam eandem proportionem, quam tertia & sexta ad quartam.

HAbeat prima A B ad secundã C eandem proportionem, quã tertia D E ad quartam F. habeat verò & quinta B G ad secundam C eandem proportionem, quam sexta E H ad quartam F. Dico compositam ex prima & quinta A G ad secundam C eandem habere proportionem, quã habet composita ex tertia & sexta D H ad quartam F. Cum enim sit vt B G ad C; ita E H ad F; *a* erit conuertendo vt C ad BG; ita F ad E H. Et quia est vt AB ad C: ita DE ad F. Vt verò C ad B G; ita F ad E H. *b* Ex æquali ergo



a Lemma prop. 4. 5.

b prop. 22. 5.

 est,

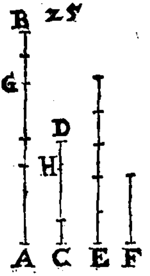
c prop. 18. 5. est; vt AB ad BG: ita DE ad EH. c Et cum diuisæ magnitudines proportionales sint, erunt & compositæ proportionales. Vt ergo AG ad GB; ita DH ad HE.

d prop. 22. 5. Est vero, vt GB ad C: ita EH ad F: d ex æquali ergo est, vt AG ad C: ita DH ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 25. Theor. 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima duabus reliquis maiores erunt.

SInt quatuor magnitudines proportionales AB, CD, E, F, vt quidē AB, ad CD: ita E ad F. Sit maxima AB, minima F. Dico AB, & F, quam CD, E maiores esse. a Ponatur ipsi E æqualis AG: ipsi F, æqualis CH. Cum ergo sit vt AB ad CD; ita E ad F. Sit autem ipsi E æqualis AG; F verò CH. erit vt AB ad CD; ita AG ad CH. Et quia est vt tota AB ad totam CD,



a prop. 3. 1.

CD; ita ablata A G ad ablatam C H; *b* erit *b prop. 19. 5.*
& reliqua G B ad reliquam H D, vt tota
A B ad totam C D: maior est autem A B
quam C D, maior ergo etiam est G B, quã
H D. Et cum A G æqualis sit ipsi E; & C H
ipsi F; erunt A G & F æquales ipsis C H,
& E, & cum, *c* quando æqualia inæquali- *c ax. 4.*
bus addantur, tota fiant inæqualia. Ergo
si (G B, H D inæqualibus existentibus &
maiori G B) addantur ipsi G B, ipsæ A G;
& F; ipsi verò H D; ipsæ C H, & E, colli-
gentur A B, & F maiores, quam C D; & E.
Si ergo quatuor, &c. Quod oportuit de-
monstrare.

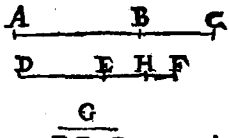
Sequentes propositiones non sunt Euclidis, sed à Federico Commandino ex Pappo Alexandrino collectæ.

Propositio 26. Theor. 26.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, habebit conuertendo secunda ad primam minorem, quam quarta ad tertiam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico C B
ad

ad B A minorem habere, quã F E ad E D. Sit vt A B ad B C: ita D E ad aliam G: ergo D E ad G maiorem habet proportionem, quã D E ad E F: *a* minor ergo erit G, quam E F. Ponatur ipsi G æqualis EH. Quia igitur vt A B ad B C; ita est D E ad E H: *b* erit conuertendo, vt C B ad B A; ita H E ad E D. *c* Sed H E ad E D minorem habet proportionem, quam F E ad E D: Ergo & C B ad A B minorem habebit, quam F E ad E D. Quod oportuit demonstrare.

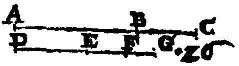


a *prop. 8. 5.*

b *Lemma prop. 4. 5.*

c *prop. 8. 5.*

Quod si AB ad B C minorem habuerit proportionem, quam D E ad E F; habebit conuertendo C B ad B A maiorem, quam F E ad E D. sit vt A B ad B C; ita D E ad aliam E G, *d* quæ maior erit quam E F. *e* Conuertendo ergo erit vt C B ad B A; ita G E ad E D. *f* At G E ad ED maiorem habet proportionem, quam F E ad E D: ergo C B ad B A maiorem habebit, quam F E ad E D.



d *prop. 8. 5.*

e *Lemma prop. 4. 5.*

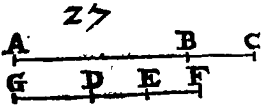
f *prop. 8. 5.*

Pro-

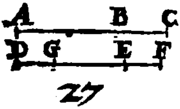
Propositio 27. Theor. 27.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebit permutando prima ad tertiam maiorem, quam secunda ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico A B ad D E maiorẽ habere, quã B C ad E F. Vt enim A B ad B C; ita sit alia



G E ad E F: a quæ maior erit, quam D E. a *prop. 8. 5.* b Est ergo permutando, vt A B ad G E; ita B C ad E F. b *prop. 16. 5.* c Habet autem A B, ad D E maiorem proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. c *prop. 8. 5.* Ergo A B ad D E maiorem proportionem habebit, quàm B C ad E F. Quod oportuit demonstrare.



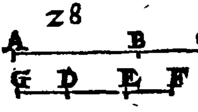
Eadem ratione, si AB ad B C minorẽ habeat proportionem, quam D E ad EF, sequetur permutando AB ad DE minorem habere, quam B C ad E F. Sit enim vt A B ad B C; ita alia G E ad

d prop. 8. 5. G E ad E F, *d* quæ minor erit quam D E.
e prop. 8. 5. *e* Sed A B ad D E minorem habet proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. Habebit igitur A B ad D E minorem proportionem, quam B C ad E F.

Propoſitio 28. Theor. 28.

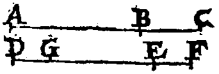
Si prima ad ſecundam maiorem proportionem habeat, quã tertia ad quartam, etiam componendo prima & ſecunda ad ſecundam maiorem proportionem habebunt, quam tertia & quarta ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico & A C ad C B maiorem habere, quam D F ad F E. ſit vt A B ad B C; ita alia G E ad E F:



a prop. 8. 5. *a* erit G E maior quam D E. Quia igitur
b prop. 18. 5 eſt, vt A B ad B C; ita G E ad E F; *b* erit cõponendo, vt A C ad C B; ita G F ad F E.
c prop. 8. 5. *c* Sed G F ad F E maiorem proportionem habet, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B maiorem habet proportionem, quam D F ad F E. Quod oportuit demonſtrare.

Quod



28

Quod si A B ad B C minorem proportionem habeat, quã D E ad E F, *d* habebit etiam componendo A C ad C B minorem, quam D F ad E F. Quia enim AB ad B C minorem proportionem habet, quã D E ad EF; sit vt A B ad B C; ita alia G E ad E F, *e* erit ea minor quam D E ergo vt A C ad C B, ita erit G F ad F E. sed G F ad F E minorem habet proportionem, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B minorem habebit, quam D F ad F E.

d *prop.18.5.*
e *prop.8.5.*

Propositio 29. Theor. 29.

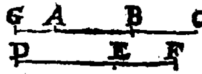
Si prima & secunda ad secundam maiorem habeat proportionem, quam tertia & quarta ad quartam, habebit & diuidendo prima ad secundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.

29

HAbeat A C ad C B maiorem proportionẽ, quã D F ad F E. Dico & A B ad BC maiorem habere, quam D E ad E F. Vt enim D F ad F E; ita sit alia G C

ad

a prop. 8. 5. ad C B; *a* eritque G C minor, quam A C; & diuidendo erit G B ad B C; vt D E ad
b prop. 8. 5. E F. *b* sed A B ad B C maiorem proportionem habet, quam G B ad B C. Ergo & A B ad B C maiorem babebit, quam D E ad E F. Si vero A C ad C B minorem habeat proportionem, quam D F ad F E; habebit & diuidendo A B ad B C minorem, quam D E ad E F. Si enim sit vt D F



29

c prop. 8. 5. ad F E; ita alia G C ad C B, *c* erit G C quã
d prop. 17. 5. A C maior, *d* eritque diuidendo G B ad B C, vt D E ad E F. Habet autem A B ad B C minorem proportionem, quam G B ad B C; habebit ergo & A B ad B C minorem, quam D E ad E F.

Propositio 30. Theor. 30.

Si prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habeat, quam tertia & quarta ad quartam; per conuersionem rationis prima & secunda ad primam minorem habebit, quam tertia & quarta ad tertiam.

Habe-

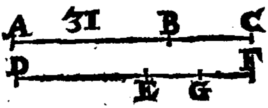
HAbeat A C ad B C maiorem proportionem, quam D F ad F E. Dico CA ad A B minorem habere, quam FD ad D E. Sit enim vt A C ad C B, sic D F ad aliam F G, *a* quæ minor erit quam F E. *b* Quare per conuersionem rationis, vt C A ad A B; ita erit F D ad D G. *c* sed F D ad DG minorem proportionem habet, quã F D ad D E. Ergo & C A ad AB minorem habebit, quam F D ad D E. Quod si A C ad C B minorem proportionem habeat, quã D F ad F E; habebit per conuersionem rationis C A ad A B maiorem, quam F D ad D E; erit enim vt A C ad C B, ita D F ad maiorem quam F E reliqua manifesta sunt.

a prop. 8. 5.
b corol. 19. 5
c prop. 8. 5.

Propositio 31. Theor. 31.

Si prima ad tertiam maiorem proportionem habeat; quam secunda ad quartam; habebit etiam prima ad tertiam maiorem, quam prima & secunda ad tertiam & quartam.

HAbeat A B ad D E maiorem proportionem, quam B C ad E F. Dico & A B ad D E maiorem habere, quam A C ad D F. Sit enim



a prop. 8. 5. vt A B ad D E; ita B C ad aliam E G, *a* quę
b prop. 12. 5. minor erit quam E F. *b* Ergo tota A C ad
c prop. 8. 5. totam D G est vt A B ad D E. *c* sed A C ad D G maiorem proportionem habet quā ad D F: ergo A B ad D E maiorem habebit, quam A C ad D F; Et manifestum est totam A C ad totam D F minorem habere, quam A B ad D E. & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

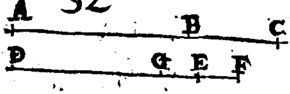
Propositio 32. Theor. 32.

Si tota ad totam maiorē habuerit proportionem, quam ablata ad ablatam; habebit & reliqua ad reliquam maiorem quam tota ad totam.

HABEAT A C ad D F maiorem proportionē, quā A B ad D E. Dico & reliquā B C ad reliquā E F maiorē habere, q̄ A C ad D F. Sit enim vt A C ad D F, ita

A B

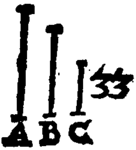
32



A B ad D G. *a* ergo & reliqua BC ad reliquam G F est, a prop.19.5
vt A C ad D F. sed *b* B C ad E F maiorem proportionem habet, quam ad F G. Ergo & BC ad EF maiorem habebit, quam AC ad D F. Si verò A C ad D F minorem proportionem habeat, quam A B ad D E, & reliqua B C ad reliquam E F minorem habebit, quam A C ad D F, quod eodem, quo supra, modo ostendetur. b prop.8.5

Propositio 33. Theor. 33.

Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, habeatq; prima priorum ad secundam maiorem proportionem, quã prima posteriorum ad secundam; secunda verò priorum ad tertiam maiorem habeat quam secunda posteriorum ad tertiam: etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem habebit, quam prima posteriorum ad tertiam.



HAbeat A ad B maiorem proportionem, quam D ad E, & B ad C maiorem, quã E ad F. Dico ex æquali A ad C maiorẽ habere quam D ad F. Cum enim A ad B maiorẽ proportionem habeat, quam D ad E,

a prop. 27. 5

a habebit permutando A ad D maiorem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E maiorem, quã C ad F. ergo A ad D maiorẽ habet quam C ad F; & permutando A ad C maiorem habebit, quam D ad F. Quod oportebat demonſtrare.

Quod ſi prima priorum ad ſecundam minorem habeat proportionem, quam prima poſteriorum ad ſecundam: ſecunda vero priorum ad tertiam minorem habeat; quam ſecunda poſteriorum ad tertiam, Similiter demonſtrabitur etiam ex æquali primam priorum ad tertiam minorem proportionem habere, quam primam poſteriorum ad tertiam.

EVCLI-

EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

Definitiones.

1. Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia. *Cuiusmodi sunt propos. 4. triangula* A B C, D C E.

2. Reciprocæ figuræ sunt, quando in vtraque figura antecedentes & consequentes rationes sunt. *Vt propos. 14. sunt figuræ* A D B F, B E C G, *in quibus antecedentes sunt* D B, G B, *consequentes* B E, B F. *& propos. 15. triangula* A B C, A D E. *in quibus antecedentes sunt* C A, A E; *consequentes* A D, A B.

3. Extrema ac media ratione linea recta secari dicitur, quando est vt tota ad

maiorem portionem, ita maior portio ad minorem. *Hæc sectio demonstrata est prop. 11. lib. 2. in qua linea A B in H extrema ac media ratione secta est, estq; vt recta A B ad maiorem portionem A H, ita maior ad minorem B H, demonstrabitur etiam lib. 6. prop. 30.*

4. Altitudo cuiusque rectilineæ figuræ est perpendicularis, quæ à vertice ad basim ducitur. *Vt propos. prima triangulorum A H B, A B D, A D L altitudo est perpendicularis A C.*

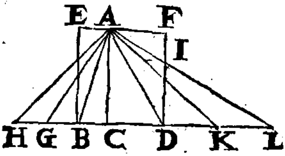
5. Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. *Vt ex proportione dupla & tripla componitur sextupla: nam denominator duplæ 2. ductus in denominatorem triplæ 3. facit 6. Sunt autem ipsi denominatores quantitates proportionum.*

Pro-

Propositio I. Theor. I.

Triangula & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter se sunt vt bases.

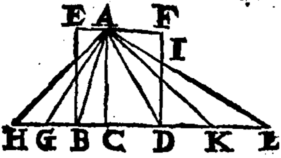
SInt triangula A B C, A C D, parallelogramma E C, C F habentia altitudinē eandem, perpendicularem nempe ex A in



B D ductā. Dico esse, & triangulum A B C, ad triangulum A C D, & parallelogrammū E C, ad parallelogrammū C F, vt est basis B C ad basim C D. Producatur enim B D vtrinque in H, L, sintque basi B C æquales B G, G H; basi verò C D quæcunque D K, K L, & iungantur A G, A H, A K, A L. Cumque B C, B G, G H æquales sint, *a* erunt & triangula A G H, A G B, A B C æqualia. Quam multiplex ergo est basis H C baseos B C, tam multiplex est triangulum AHC trianguli ABC. Eadem de causa quam multiplex est L C basis ipsius C D, tam multiplex est triangulum A L C trianguli A C D. Et si basis H C, basi C L æqualis sit; erit & triangulum A H C, triangulo A C L æquale; Et si

a prop. 38. 1.

superet H C, ipsam C L, superabit & triangulum AHC, triangulũ ACL; & si minor, minus. Cũ ergo quatuor sint magnitudines, duæ bases BC, CD, & duo triangula ABC, ACD; acceptæq; sint baseos quidẽ B C, & trianguli A B C æque multiplicia, basis HC, & triangulũ A H C. Baseos verò C D, & trianguli A C D, alia vtcunq; , nempe basis C L, & triangulum A L C: demõstratumq; sit si H C excedat CL, & AHC excedere A L C; & si ęqualis, æquale; & si minor, minus; *b* erit vt basis BC ad basim CD; ita triangulũ A B C, ad triangulũ A C D. Et cum trianguli A B C



b def.5.5.

c prop.41.1. *c* duplũ sit parallelogrãmum EC; trianguli verò ACD duplũ parallelogrãmũ FC, &

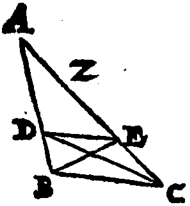
d prop.15.5 *d* partes eodẽ modo multipliciũ eandem habeant proportionẽ, erit vt triangulum ABC ad triangulũ ACD; ita parallelogrãmum EC, ad parallelogrãmum FC. Et quia demonstratũ est, esse vt basim BC ad basim CD, ita triangulũ ABC ad triangulũ ACD.

e prop.11.5. Vt vero ABC ad ACD; ita EC ad CF; *e* erit vt basis BC ad basim CD; ita parallelogrãmum E C ad parallelogrammũ CF. triangula ergo & parallelogrãma, &c. Quod oportuit demõstrare.

Pro-

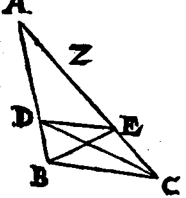
Propos.2. Theor.2.

Si vni laterum trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, recta sectiones coniungens, reliquo lateri parallela erit.



LAteri BC trianguli ABC ducta sit parallela DE. Dico esse, vt BD ad DA; ita CE ad EA. Ductis enim BE, CD *a* erit triangulum BDE æquale triangulo CDE; habent enim eandem basim DE, & sunt in iisdem parallelis DE, BC. Aliud autem triangulum est ADE. *b* Æqualia autem ad idem eandem habent proportionem: erit ergo vt BDE triangulum ad ADE; ita CDE triangulum ad idem ADE triangulum. *c* Sed vt BDE ad ADE; ita est BD ad DA. cum enim in eadem sint altitudine, quam perpendicularis ex E in AB ducta ostendit, inter se erunt vt bases. Ob eandem causam,

a *prop.37.1*
b *prop.7.5.*
c *prop.1.6.*



d prop. 11. 5

sam, vt est triangulum C D E ad A D E; ita est C E ad E A: *d* vt ergo B D ad D A; ita est C E ad E A. Sint iam trianguli A B C latera A B, A C proportionaliter secta, sitq; vt B D ad D A, ita C E ad E A. Ducta ergo D E, dico illam ipsi B C parallelam esse. iisdem enim constructis, cum

e prop. 1. 6.

sit vt B D ad D A, ita C E ad E A; *e* atqui vt B D ad D A; ita est triangulum B D E ad triangulum A D E. Et vt C E ad E A;

f prop. 11. 5.

ita triangulum C D E ad idem A D E; *f* vt ergo triangulũ B D E ad triangulũ A D E, sic triangulum C D E, ad triangulũ A D E. vtrumq; ergo triangulorũ B D E, C D E ad

g prop. 9. 5.
h prop. 40. 1

triangulũ A D E *g* eandem habet proportionem, æqualia ergo sunt, suntque in eadem basi D E. *h* at triangula æqualia eandem habentia basim, in iisdem sunt parallelis. ergo D E parallela est ipsi B C. Si ergo vni lateri, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

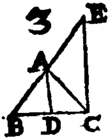
Propos. 3. Theor. 3.

Si trianguli angulus bisecetur, rectaque angulum secans, secet & basim, habebunt basis partes eandem proportionem, quam reliqua trianguli latera. Et si basis partes eandem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera, quæ à vertice ad basim ducitur recta linea, trianguli angulum bisecabit.

Esto triangulum A B C, & & angulus B A C bisecetur rectâ A D. Dico esse, vt B D ad D C, ita B A ad A C. Ducatur C E per C, parallela D A, cui B A producta in E occurrat. Et quia in parallelas A D, E C recta A C incidit, *a* erunt anguli A C E, C A D æquales sed C A D, B A D ponuntr æquales; *b* erunt ergo & B A D, A C E æquales. Rursus cum in parallelas A D, E C incidat B E, *c* erit angulus externus B A D, æqualis interno A E C; ostensus est autem & A C E ipsi B A D æqualis: *d* erit ergo & A C E æqualis ipsi A E C. *e* vnde & latera A E, A C æqualia erunt. Et quia trianguli B C E lateri

a prop. 29. 1
b ax. 1.
c prop. 29. 1
d ax. 1.
e prop. 6. 1

teri



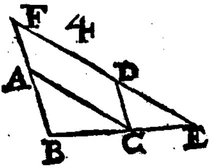
ri EC ducta est parallela AD;
f prop. 2. 6. f erit vt B D ad D C; ita BA ad AE; est autem A E ipsi AC æqualis: g est ergo vt B D ad
g prop. 7. 5. D C ita B A ad A C. Sed esto iam vt BD ad DC; ita BA ad AC, iunctaq́; sit AD. Dico angulum B A C bisecari rectâ A D: iisdem enim constructis, cum sit
h prop. 2. 6. vt B D ad D C; ita B A ad AC: h & vt B D ad D C; ita BA ad AE (est enim lateri E C trianguli B C E ducta parallela A D) erit
i prop. 9. 5. vt B A ad AC ita BA ad A E; i æqualis er-
k prop. 6. 1 go est A C ipsi A E. k Quare & angulus
l prop. 5. 1. A E C angulo A C E æqualis erit. l sed
m prop 29. 1 A E C externo B A D est æqualis; m & A C E alterno C A D; erit ergo & B A D æqualis ipsi C A D; ergo B A C rectâ AD bisecatur. Si ergo trianguli angulus, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 4. Theor. 4.

Aequiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionalia sunt; Et latera æqualibus angulis subtensa, homologa, siue eiusdem rationis.

Sint

Sint triangula A B C, D C E æquiangula, æquales habentia angulos A B C, D C E, & A C B, D E C, & B A C, C D E.



Dico latera circa æquales angulos esse proportionalia; & latera æqualibus angulis subtensa, homologa. Componantur enim BC, CE in directum. Et cum anguli A B C, A C B duobus rectis minores sint, sit autem angulus D E C angulo A C B æqualis, erunt & A B C, DEC duobus rectis minores *a* concurrent ergo B A, E D a *def.11.1.*
productæ. Concurrant in F; cumque anguli D C E, A B C æquales sint, *b* erunt rectæ B F, C D parallelæ. Rursus cum anguli A C B, D E C æquales sint, *c* erunt & A C, F E parallelæ, ideoque F A C D parallelogrammum est; *d* eritque F A æqualis ipsi C D; & A C ipsi F D; & cum ad latus F E trianguli F B E ducta sit parallela AC, *e* erit vt BA ad AF; ita BC ad CE; est autem A F æqualis ipsi CD; vt *f* ergo BA ad CD; ita BC ad CE; & *g* permutando, vt A B ad B C; ita D C ad C E. Rursus cum CD, B F parallelæ sint, *h* erit vt B C ad CE; ita F D ad D E. Est autem D F

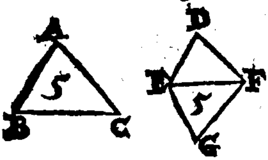
b *prop.28.1.* c *prop.28.1.* d *prop.34.1.* e *prop.2.6.* f *prop.7.5.* g *prop.16.5.* h *prop.2.6.*

æqua-

l prop. 7. 5. æqualis A C. Vt *i* ergo BC ad C E; ita AC
k prop. 16. 5 ad ED: *k* ergo permutando, vt BC ad CA; ita C E ad ED. Cum ergo demonstratum sit, esse vt A B ad B C; ita D C ad C E. Vt verò B C ad C A; ita C E ad E D; erit ex
l prop. 22. 5. *l* æquali vt BA ad A C; ita C D ad D E. æquiangulorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 5. Theor. 5.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quibus homologa latera subtenduntur, æquales.



HAbeant triangula AB C, D E F latera proportionalia, nempe, vt A B ad B C; ita D E ad E F. Et vt B C ad C A; ita E F ad F D: atq; vt B A ad A C, ita ED ad DF. Dico triangula A BC, DEF æquiangula esse, æqualesque habere angulos, quibus homologa latera subtenduntur. vnde æquales erunt anguli A B C, D E F;
a prop. 23. 1. & BCA, E F D; & BAC, E D F. *a* Constituantur

tuantur .n.ad puncta E,F rectæ EF anguli FEG,EFG æquales angulis ABC, BCA erũt ergo & reliqui BAC,EGF ęquales: triangula ergo ABC,EGF sunt æquiangula: *b* habent igitur latera circa æquales angulos proportionalia; eruntque latera æqualibus angulis subtēsa, homologa. Ergo vt AB ad BC; ita EG ad EF: Sed vt AB ad BC; ita ponitur DE ad EF: *c* vt igitur DE ad EF; ita GE ad EF. Vtraq; ergo DE,GE ad EF eandem habet proportionē; *d* ęquales igitur sunt DE,GE. Eadem de causa DF, GF æquales erunt. Cum igitur DE, EG æquales sint, communis EF: erunt duæ DE, EF, duabus GE,EF æquales; & basis DF basi GF æqualis; *e* erit ergo angulus DEF angulo GEF æqualis; & triangulum DEF triangulo GEF æquale; & reliqui anguli, reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur: anguli ergo DFE, GFE sunt æquales; item EDF, EGF: & cum angulus FED æqualis sit angulo GEF; & GEF ipsi ABC; *f* erit & ABC ipsi FED æqualis. Eadem de causa erit angulo ACB æqualis angulus DFE; & angulus ad A angulo ad D. triangula ergo ABC,DEF ęquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *prop.4.6.*
c *prop.11.5.*
d *prop.9.5.*
e *prop.8.1.*
f *ax.1.*

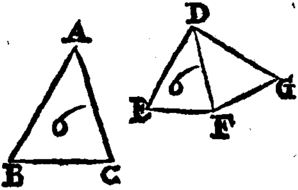
Pro-

Propos.6. Theor.6.

Si duo triangula vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quos homologa latera subtendunt, æquales.

Sint duo triangula A B C, D E F, angulos B A C, E D F habentia æquales, & circa ipsos latera proportionalia, vt B A ad A C; ita E D ad D F. Dico triangula ABC, D E F esse æquiangula, adeoque angulum A B C angulo DEF; & A C D ipsi D F E, æqualem habere. *a* Constituatur enim ad puncta D, F rectæ D F alterutri angulorum B A C, E D F æqualis F D G; angulo verò A C B æqualis D F G: erit igitur & reliquus ad B, reliquo ad G æqualis *b* triangula ergo A B C, D G F sunt æquiangula. Est ergo vt B A ad A C; ita G D ad D F: ponitur autem vt B A ad A C, ita E D ad D F; ergo vt E D ad D F; ita est G D ad

a prop. 23. 1.



b prop. 32. 1.

D F;

DF; *c* æqualis ergo eſt ED ipſi GD, communis DF. Duæ ergo ED, DF, duabus GD, DF ſunt æquales, & angulus EDF angulo GDF æqualis; *d* erit ergo, & baſis EF baſi GF æqualis, & triangulum DEF triangulos GDF: quare reliqui anguli reliquis ęquales erunt, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus ergo DFG æqualis eſt angulo DFE; & qui ad G illi, qui ad E. Sed DFG æqualis eſt ACB angulo; *e* ergo & ACB ipſi DFE æqualis erit; ponitur autem & BAC ipſi EDF ęqualis: reliquus ergo ad B æqualis erit reliquo ad E. triangula ergo ABC, DEF æquiangula ſunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonſtrare.

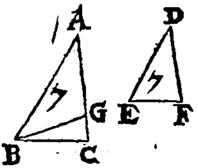
c *prop.9.5.*

d *prop.8.1.*

e *ax.1.*

Propoſ.7. Theor.7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem; & circa alios angulos latera proportionalia habuerint; reliquorum vero vtrunque, aut minorem, aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula; & angulos, circa quos latera ſunt proportionalia, æquales habebunt.



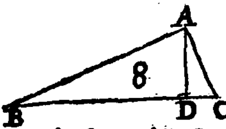
SInt duo triangula A B C, D E F, habentia angulos B A C E D F æquales; circa alios vero angulos A B C, D E F latera proportionalia. Vt A B ad B C; ita D E ad E F. reliquorum verò angulorum qui ad C, & F, primum vtrumque minorem recto. Dico A B C, D E F triangula, esse æquiangula; angulumque A B C angulo D E F; & qui est ad C, illi qui est ad F, æqualem. Quod si anguli A B C, D E F inæquales sint; erit vnus maior. Sit maior A B C; &
a prop. 23. 1. *a* constituatur ad punctum B rectæ A B angulus A B G, æqualis angulo D E F. Et cum anguli A, D æquales sint; item A B G,
b prop. 32. 1. D E F; *b* erunt & reliqui A G B, D F E æquales. triangula ergo A B G, D E F æqui-
c prop. 4. 6. angula sunt; est ergo vt A B, ad B G; ita D E ad E F: sed vt D E ad E F; ita ponitur A B ad B C: ergo vt A B ad B C; ita est A B ad
d prop. 9. 5. B G. *d* Cum ergo A B ad vtramque B C, B G eandem habeat proportionem, e-
e prop. 5. 1. runt B C, B G æquales. *e* ergo & anguli B G C, B C G æquales erunt: At B C G minor recto ponitur, erit ergo & B G C
f prop. 13. 1. recto minor: *f* quare angulus A G B ei dein-

deinceps maior erit recto: ostensus est autem æqualis angulo F: erit igitur & angulus F maior recto ; at minor ponitur, quod est absurdum: anguli ergo A B C, D E F non sunt inæquales: æquales ergo. g prop.32.1.
g sunt verò & anguli A, D æquales: ergo & qui ad C & F æquales erunt. Quare triangula A B C, D E F æquiangula erunt. Sit rursus vterque angulus ad C & F non minor recto. Dico & sic triangula A B C, D E F æquiangula esse. iisdem enim constructis, ostendemus rectas B C, B G esse æquales, vt prius: h erunt igitur & anguli h prop.5.1.
C, B G C æquales. Cum ergo C recto non sit minor, nec B G C recto minor erit. Sunt ergo trianguli B G C duo anguli non minores duobus rectis, i quod fieri i prop.17.1.
non potest, non ergo anguli A B C, D E F inæquales sunt: æquales ergo. Sunt vero & anguli ad A & D æquales; erunt k igitur & reliqui ad C & F æquales. Quare k prop.32.1.
triangula A B C, D E F sunt æquiangula.

Si ergo duo triangula; &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 8. Theor. 8.

In rectangulo triangulo si ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, quæ ad perpendicularem sunt triangula, & toti, & inter se similia sunt.



ESto triangulum rectangulum A B C rectum habens B A C, ducaturq; ab A ad B C perpendicularis A D. Dico triangula A B D, A D C. & toti A B C, & inter se esse similia. Cum enim angulus B A C æqualis sit angulo A D B; rectus enim est vterque: & angulus ad B communis vtriq; triangulo A B C, *ABD*; *a* erit & reliquus A C B reliquo B A D æqualis: æquiangula ergo sunt triangula A B C, A B D. *b* Est ergo vt B C rectum trianguli A B C subtendens, ad B A rectum trianguli A B D subtendentem; ita ipsa A B angulum C trianguli A B C subtendens, ad B D subtendentem angulum B A D trianguli A B D. Et ita A C ad A D subtendentem angulum B communem vtriusq; trianguli. Triangula ergo A B C, A B D

a colligitur ex 32.1.

b prop. 4.6.

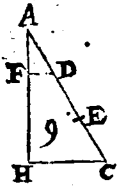
A B D æquiangula sunt, habentque latera circa æquales angulos proportionalia; c similia ergo sunt triangula ABC, ABD. c def. 1. 6. Eodem modo ostendemus triangulum A D C triangulo ABC simile esse. Vtrumque ergo triangulum A B D, A D C toti A B C simile est. Dico quod & inter se similia sint A B D, A D C triangula. Cum enim anguli B D A, A D C recti sint, erunt & æquales: ostensus est autẽ & B A D ipsi C æqualis: d ergo & reliquus ad B, reliquo D A C æqualis erit. d colligitur ex 32. 1. Triangula ergo A B D, A D C æquiangula sunt. e Est ergo, e prop. 4. 6. vt B D subtendens angulum B A D trianguli A B D, ad D A subtendentem angulum C trianguli A D C æqualem angulo B A D; ita ipsa A D subtendens trianguli ABD, angulum B, ad D C subtendentem angulum D A C trianguli A D C æqualem angulo B; & ita B A ad A C subtendentem rectum A D C. Triangula ergo A B D, A D C similia sunt. Si ergo in triangulo rectangulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, ipsam inter basis partes mediam proportionalem esse. Et inter basim, & partem basis, medium proportionale esse latus, quod ad partem. *Vt inter B C, A B media proportionalis est pars B D. Inter B C, A C, pars D C.*

Propos. 9. Probl. 1.

A data recta linea imperatam partem auferre.



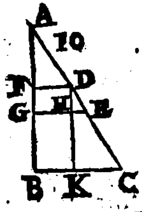
OPorteat à data recta A B imperatum partem auferre. Sit auferenda pars tertia. Ducatur ab A recta A C cum A B quemcumque angulum continens; & accipiatur in A C quodcumque punctum D, *a* ponanturq; ipsi A D æquales D E, E C; ducatur C B, *b* eique per D parallela ducatur D F. Cum ergo lateri B C trianguli A B C parallela sit ducta D F; *c* erit vt C D ad D A; ita B F ad F A. Est autem D C ipsius D A dupla; dupla ergo est & B F ipsius F A, tripla ergo est B A ipsius A F. A data ergo recta A B imperata pars, nimirum tertia A F ablata est. Quod oportuit facere.

a prop. 3. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 2. 6.

Pro-

Propos. 10. Probl. 2.

Datam rectam lineam insectam, data recta secta similiter secare.



OPorteat datam insectam AB similiter secare, vt secta est AC. Sit AC in punctis D, E secta. Collocentur AB, AC vt angulum quemcumque contineant, & ducatur CB; atque per D, E agantur ipsi BC parallelæ DF, EG; & per D ipsi AB ducatur parallela DHK; & erit vtrumque FH, HB parallelogrammum. *a* Sunt ergo tam DH, FG; quam HK, GB æquales. & cum ipsi KC trianguli DKC ducta sit parallela HE; *b* erit vt CE ad ED; ita KH ad HD. *c* Est autem tam KH ipsi BG; quam HD ipsi GF æqualis; est ergo vt CE ad ED; ita BG ad GF. Rursus *d* cum lateri EG trianguli AGE ducta sit parallela FD, erit vt ED ad DA; ita GF ad FA: ostensum est autem esse, vt CE ad ED, ita BG ad GF. est ergo vt CE ad ED; ita BG ad GF, vt verò ED ad DA; ita GF ad

a prop. 34. 1.

b prop. 2. 6.

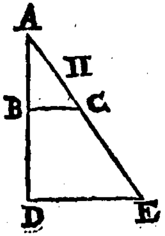
c prop. 34. 1.

d prop. 2. 6.

F A: data ergo recta insecta A B similiter secta est, vt secta A C. Quod oportuit facere.

Propos. 11. Probl. 3.

Duabus rectis datis tertiam proportionalem inuenire.



Sint datæ B A, A C, & ponãtur vt angulum quemcumq; cõtineant. oportet ergo ipsis B A, A C tertiam proportionalem inuenire. Producantur A B, A C ad D, E puncta; & *a* ponatur ipsi A C æqualis B D; & ipsi B C *b* ducatur parallela D E per D. Cum itaque lateri D E trianguli A D E ducta sit parallela B C; *c* erit vt A B ad D B; ita A C ad C E; æqualis est autem B D ipsi A C; est ergo vt A B ad A C; ita A C ad C E. Datis ergo duabus A B, A C inuenta est tertia propoltionalis C E. Quod oportuit facere.

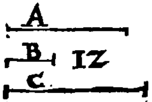
a prop. 3. 1.
b *prop. 31. 1.*
c prop. 2. 6.

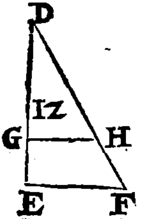
Propos. 12. Probl. 4.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Opor-

OPorteat tribus datis rectis A, B, C, quartam proportionalem inuenire.



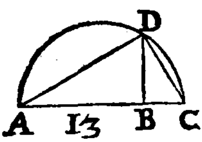


Exponantur duæ rectæ D E, D F continentes angulum quemcunq; E D F: & *a* ponatur ipsi A æqualis recta D G; ipsi B, recta G E: & ipsi C recta D H; *b* atque ipsi G H agatur parallela E F per E. Cum ergo lateri E F trianguli D E F ducta sit parallela G H, *c* erit vt D G ad G E; ita D H ad H F, Est autem D G æqualis ipsi A; G E ipsi B; D H ipsi C; est ergo vt A ad B; ita C ad H F. Tribus ergo datis A, B, C inuenta est quarta proportionalis H F. Quod oportuit facere.

a *prop. 3. 1.*
b *prop. 31. 1.*
c *prop. 2. 6.*

Propositio 13. Probl. 5.

Duabus rectis datis mediam proportionalem inuenire.



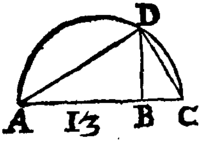
SIt duab' datis A B, B C media proportionalis inuenienda. Ponantur in directũ, describaturquè super A C semicirculus A D C; *a* & ducatur à B

a *prop. 11. 1.*

 pun-

puncto, B D, ipsi A C ad angulos rectos, iunctis AD, D C. *b* Et quia angulus ADC

b prop. 31. 3.



rectus est; quippe in semicirculo, estq; in triangulo rectangulo ex angulo recto D ad basim A C perpendicularis ducta D|B. *c* erit B D inter partes basis AB, B C, media proportionalis. Duabus ergo, &c. Quod oportuit facere.

c corol. 1. prop. 8. 6.

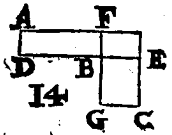
Propositio 14. Theor. 9.

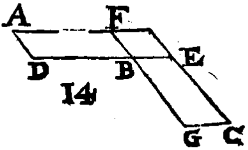
AEqualium, & vnum vni angulo æqualem habentium parallelogrammorum, reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et parallelogramma, quæ vnum vni angulum æqualem habent, & quorum reciprocantur latera circa æquales angulos, æqualia sunt.

Sint parallelogramma A B, BC æqualia, habentia angulos ad B æquales, positeque sint D B, B E in directum, *a* erunt ergo & F B, B G in directum. Dico parallelogrammorum A B, B C latera, quæ circa

a Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.

æqua-





æquales angulos, esse reciproca. Hoc est, esse vt D B ad B E; ita G B ad B F. Perficiatur enim parallelogrammum F E. Et quia A B, B C parallelogramma æqualia sunt, aliud autem quoddam est, F E: *b* erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E. *c* sed vt A B ad F E; ita est D B ad B E; & vt B C ad F E; ita est G B ad B F. *d* Ergo est vt D B ad B E; ita G B ad B F. Parallelogrammorum ergo A B, B C *e* latera sunt reciproca. *f* Reciprocentur iam latera, quæ circa æquales angulos; sitque vt D B ad B E; ita G B ad B F. Dico parallelogramma A B, B C æqualia esse. Cum enim sit vt D B ad B E; ita G B ad B F. *g* Et vt D B ad B E; ita A B ad F E; atque vt G B ad B F; ita B C ad F E: erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E; *h* æqualia ergo sunt parallelogramma A B, B C. Æqualium ergo, & vnum vni, &c. Quod oportuit demonstrare.

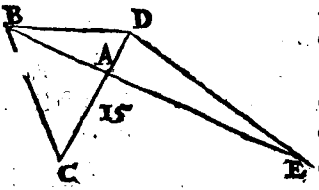
b *prop. 7. 5.*
c *prop. 1. 6.*
d *prop. 11. 5.*
e *def. 6. 1.*
f *def. 2. 6.*
g *prop. 1. 6.*
h *prop. 9. 5.*

Pro-

Propositio 15. Theor. 10.

AEqualium triangulorum, & vnum angulum vni æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et triangula, quæ vnum angulum vni æqualem habent, & quorum latera quæ circa æquales angulos, reciprocantur, sunt æqualia.

SInt triangula ABC, ADE æqualia, habeantque vnum angulum BAC, vni DAE æqualẽ. Dico latera, quę circa ęquales sunt angulos, reciproca esse.



Hoc est, esse, vt CA ad AD; ita EA ad AB. Ponantur enim CA, AD in directum; *a* erunt ergo & EA, AB in directum. & ducatur BD. Cum igitur triangula ABC, ADE æqualia sint, sitque aliud ABD; *b* erit vt CAB ad BAD; ita ADE ad idem BAD: *c* sed vt CAB ad BAD;

a Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.
b prop. 7. 5.
c prop. 1. 6.

BAD; ita eſt CA ad AD. Et vt EAD ad BAD; ita eſt EA ad AB: *d* Ergo vt CA ad AD; ita eſt EA ad AB. Triangulorum ergo ABC, ADE latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur. Sed reciproca ſint iam latera triangulorum ABC, ADE. Et ſit vt CA ad AD; ita EA ad AB. Dico triangula ABC, ADE eſſe æqualia. Iuncta rurſus BD, erit vt CA ad AD; ita EA ad AB: *e* ſed vt CA ad AD; ita eſt triangulum ABC ad triangulum BAD; vt verò EA ad AB; ita triangulum EAD ad triangulum BAD. Vt ergo ABC ad BAD; ita eſt EAD ad idem BAD: vtrumque ergo ABC, EAD ad BAD eandem habet proportionem: *f* æquale ergo eſt triangulum ABC, triangulo EAD. Æqualium ergo triangulorum, &c. Quod oportuit demonſtrare.

d *prop. 11. 5.*

e *prop. 1. 6.*

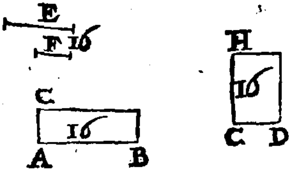
f *prop. 9. 5.*

Propo-

Propositio 16. Theor. 11.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale illi quod mediis continetur rectangulo. Et si rectangulum extremis contentum, æquale fuerit mediis contento rectangulo; quatuor illæ lineæ proportionales erunt.

SInt quatuor rectæ A B, C D, E, F proportionales, vt A B ad C D; ita E ad F. Dico rectãgulum A B, & F contentum, æquale esse contento C D, & E.



a prop. 11. 1. *a* Ducantur à punctis A, C ad rectas A B, C D ad angulos rectos A G, C H; sitque ipsi F æqualis A G: & ipsi E, ipsa C H, cõpleanturque parallelogramma B G, D H. Et quia est, vt A B ad C D; ita E ad F, & est E ipsi C H; & F ipsi A G æqualis, erit

b prop. 14. 6. vt A B ad C D; ita C H ad A G: *b* parallelogrammorum ergo B G, D H latera, quę circa

circa ęquales angulos sunt, reciprocantur: c quorum autem parallelogrammorum ę quiangulorum latera reciprocantur, illa æqualia sunt: parallelogramma ergo B G, D H æqualia sunt. Et est B G, quod A B, & F continetur, (est enim A G ipsi F æqualis) D H, quod C D & E continetur (est enim C H ipsi E æqualis.) Quod ergo AB, & F continetur, æquale est ei, quod C D & E continetur rectangulo. Sit iam quod A B, & F continetur, æquale ei quod C D & E continetur. Dico quatuor rectas esse proportionales. Vt A B ad C D; ita E ad F. ijsdem constructis, cum quod A B, F continetur, æquale sit ei quod CD, E continetur, sitque B G id quod A B, & F continetur (est enim A G ipsi F æqualis) D H vero, quod C D, & E continetur (est enim & C H ipsi E æqualis) erit B G ipsi D H æquale: & sunt æquiangula. d Æqualium autem & æquiangulorum parallelogrammorum latera, quæ circa æ quales angulos, reciproca sunt: Erit ergo vt AB ad C D; ita E ad F. Si ergo quatuor rectæ lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 14. 6.

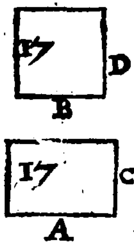
d prop. 14. 6.

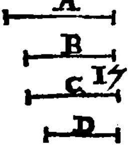
Pro-

Propositio 17. Theor. 12.

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint; erit quod extremis continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit à media. Et si quod extremis continetur rectangulum æquale fuerit quadrato quod à media sit, erunt tres lineæ illæ proportionales.

Sint tres rectæ A, B, C proportionales; vt A ad B; ita B ad C. Dico quod A, C continetur æquale esse ei quod ex B. Ponatur D æqualis ipsi B. Et cum sit vt A ad B; ita B ad C; sit vero ipsi B æqualis D; erit vt A ad B; ita D ad C.





a prop.16.6 a Cum autem quatuor rectę proportionales sunt, est quod extremis continetur rectangulum, æquale ei quod mediis continetur rectangulo. Quod ergo A & C continetur, æquale est ei quod B, D continetur; at quod B, D continetur æquale est ei quod ex B; est enim D ipsi

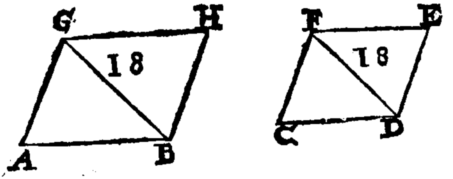
ipſi B æqualis; Ergo quod A, C continetur, æquale eſt ei quod ex B quadrato. Sit iam quod A, C cõtinetur, æquale ei, quod ex B. Dico eſſe, vt A ad B; ita B ad C. iiſdem enim conſtructis, cum quod A, C cõtinetur æquale ſit ei quod ex B; & quod ex B, æquale ei quod B, D continetur, quod B, D æquales ſint; erit quod A, C continetur, æquale ei quod B, D continetur. b quando autem quod extremis continetur, æquale eſt ei quod continetur mediis, ſunt quatuor illæ lineæ proportionales. Eſt igitur vt A ad B; ita D ad C: æqualis autem eſt D ipſi B: ergo vt A ad B; ita eſt B ad C. Si ergo tres lineæ, &c. Quod oportuit demonſtrare. b prop. 16. 6

Propoſitio 18. Probl. 6.

Super data recta linea dato rectilineo ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcribere.

OPorteat ſuper data A B dato rectilineo C E ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere. Ducatur D F, & a conſtituantur ad puncta A, B rectæ A B anguli G A B, A B G æquales angulis C, a prop. 23. 11

R CDF,



C D F; eritque reliquus C F D reliquo A G B æqualis: triangula igitur F C D, G A B sunt æquiangula. *b* Est ergo, vt F D ad G B; ita F C ad G A; & C D ad A B.

b prop. 4. 6.

c prop. 23. 1. *c* Constituantur rursus ad puncta B, G rectæ B G anguli B G H, G B H æquales angulis D F E, F D E; eritque reliquus E reliquo H æqualis: triangula ergo F D E, G B H æquiangula sunt; *d* est igitur vt F D ad G B; ita F E, G H; & E D ad H B. Ostensum autem est, esse vt F D ad G B; ita F C ad G A, & C D ad A B; *e* igitur vt F C ad A G; ita est C D ad AB; & F E ad GH; itemque E D ad H B. Et cum angulus C F D æqualis sit angulo A G B: & D F E ipsi B G H: erit totus C F E toti A G H æqualis. Eadem de causa erit angulus C D E æqualis angulo A B H. Est verò & angulus C angulo A; Et angulus E angulo H æqualis: æquiangula ergo sunt A H; C E, habentque latera circa æquales angulos proportionalia. *f* Est igitur A H rectilineum

d prop. 4. 6.

e prop. 11. 5.

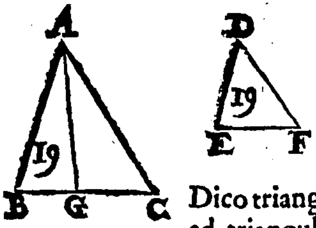
f def. 6. 1.

lineum simile similiterque positum rectilineo C E. Super data ergo recta linea, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 19. Theor. 13.

Similia triangula inter se sunt in dupla proportione suorum laterum.

SInt A B C, D E F triangula similia, habentia angulos B, E æquales; sitque vt A B ad B C; ita D E ad E F, vt latera B C, E F sint homologa.

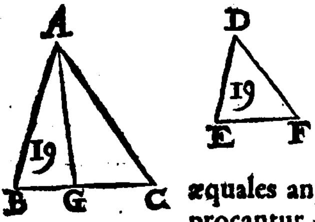


Dico triangulum A B C ad triangulum D E F duplam habere porportionem eius, quam habet B C ad E F. *a* Sumatur enim ipsarum B C, E F tertia proportionalis B G; vt sit quomodo B C ad E F; ita E F ad B G; ducaturque G A. Cum igitur sit vt A B ad B C; ita D E ad E F; *b* erit permutando vt A B ad D E; ita B C ad E F. sed vt B C ad E F; ita est E F ad B G: ergo vt A B ad D E; ita est E F ad B G: Triangulorum ergo

a *prop. 11. 6.*

b *def. 10. 5.*

A B G, D E F latera circa æquales angulos reciprocantur. Quorum autem triangulorũ vnũ angulum vni æqualẽ habentiũ latera circa



æquales angulos reciprocantur, illa æqualia sunt: *c* triangula ergo D E F, ABG æqualia sunt. Et quia est vt B C ad E F; ita E F ad B G; quando autem tres lineæ proportionales sunt, *d* prima ad tertiam duplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. BC ergo habet ad BG duplam proportionem eius, quam habet ad E F. Vt vero B C ad B G; *e* ita est triangulum A B C ad triangulum ABG: habet ergo triangulum A B C ad triangulum A B G duplam proportionem eius, quam habet B C ad E F. Est autem triangulum A B G æquale triangulo D E F: habet ergo triangulum ABC ad triangulum DEF duplam proportionem eius, quam habet B C ad E F. Similia ergo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 15. 6.
d def. 10. 5.
e prop. 1. 6.

Corol-

Corollarium.

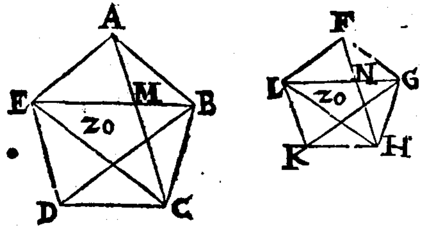
Ex his manifeſtum eſt, ſi tres lineæ proportionales fuerint; eſſe, vt primam ad tertiam, ita triangulum ſuper prima deſcriptum ad triangulum ſuper ſecunda ſimile ſimiliterque deſcriptum. Oſtenſum eſt enim, vt eſt C B ad B G; ita eſſe triangulum A B C ad triangulum A B G, hoc eſt, ad triangulum D E F. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 20. Theor. 14.

Similia polygona in ſimilia triangula diuiduntur; & numero æqualia, & homologa totis; & polygonum ad polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.

SInt ſimilia polygona A B C D E, F G H K L, & ſit latus A B homologum ipſi F G. Dico polygona ABCDE, F G H K L in ſimilia triangula diuidi, & numero æqualia, & homologa totis; & polygonũ ABCDE ad polygonũ FGHKL du-

duplicatam habere proportionem eius, quam habet A B ad F G. Iungantur enim

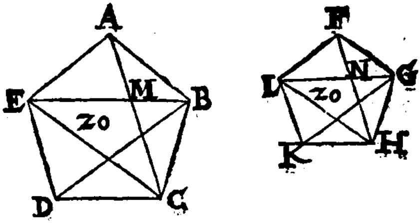


B E, E C, G L, L H; & quia polygonum A B C D E simile est polygono FGHKL; erit angulus B A E æqualis angulo G F L; & est, vt B A ad A E; ita G F ad FL. Cum itaque duo sint triangula A B E, F G L, vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia ha-
a prop. 6. 6. bentia, *a* erunt ipsa æquiangula, ideoq; & similia: æqualis est ergo angulus ABE angulo F G L; est verò & totus A B C, toti FGH æqualis, propter similitudinem po-
b ax. 3. lygonorum; *b* reliquus ergo E B C, reliquo L G H æqualis erit. Et quia propter similitudinem triangulorum ABE, FGL, est, vt E B ad B A; ita L G ad G F. Sed &
c prop. 22. 5. propter similitudinem polygonorum, est vt A B ad B C; ita F G ad G H; *c* ex æquali ergo est, vt EB ad BC; ita LG ad GH; latera

tera ergo circa æquales angulos E B C, L G H, ſunt proportionalia; æquiangula *d* ergo ſunt triangula E B C, L G H; quare & ſimilia. Eadem de cauſa ſimilia ſunt triangula E C D, L H K: Similia ergo polygona A B C D E, F G H K L in ſimilia triangula, & æqualia numero diuiſa ſunt. Dico & homologa eſſe totis, hoc eſt, proportionalia, & antecedentia quidẽ A B E, E B C, E C D; Conſequentia verò ipſorum F G L, L G H, L H K, atque polygonum A B C D E ad polygonum F G H K L duplam habere proportionem eius, quam habet latus homologum A B ad latus homologum F G. Iungantur enim A C, F H. Et quia propter ſimilitudinẽ polygonorum, ſunt anguli A B C, F G H æquales; eſtque vt A B ad B C; ita F G ad G H; *e* æquiangula ergo ſunt triangula A B C, F G H: æquales igitur ſunt tam anguli B A C, G F H, quam B C A, G H F. Et quia anguli B A M, G F N æquales ſunt, oſtenſique ſunt & A B M, F G N æquales; erunt & reliqui A M B, F N G ęquales; ſunt ergo triangula A B M, F G N æquiangula. Similiter oſtendemus & triangula B M C, G N H eſſe æquiangula. Eſt ergo vt A M ad M B; ita F N ad N G. Et vt B M ad M C; ita G N ad

d prop. 6. 6.

e prop. 6. 6.

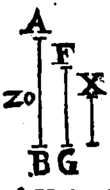


f prop. 22. 5. N H; ex f æquali ergo eſt vt A M ad M C;
g prop. 1. 6. ita F N ad N H: g ſed vt A M ad M C; ita eſt triangulum ABM ad triangulũ MBC; & A M E ad E M C; ſunt enim ad ſe inui-
h prop. 12. 5. cem vt baſes; & h vt vnum antecedentium, ad vnum conſequentium; ita omnia antecendentia ad omnia cõſequentia. Vt ergo triangulum A M B ad B M C; ita triangulum A B E ad CBE: i ſed vt AMB ad
i prop. 1. 6. BMC; ita eſt AM ad MC; Vt ergo AM ad MC; ita triangulum ABE ad EBC, Eadem de cauſa, eſt vt F N ad N H; ita triangulũ F G L ad GLH: Et eſt vt A M ad M C; ita F N ad N H; Vt ergo triangulum A B E ad B E C; ita triangulum FGL ad G H L;
k prop. 16. 5. k & permutãdo, vt ABE ad FGL; ita EBC ad GLH. Similiter demõſtrabimus ductis BD, GK. Eſſe vt triangulũ BEC ad LGH; ita E C D ad L H K: & quia eſt, vt A B E ad F G L; ita E B C ad L G H; & E C D
l prop. 12. 5. ad L H K: l erit vt vnum antecedentium

ad

ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia: est ergo vt ABE ad FGL; ita ABCDE ad FGHKL: sed *l* ABE ad FGL duplam proportionem habet eius, quam AB latus homologum ad FG latus homologum. l prop.19.6.
m Similia enim triangula in dupla proportione sunt laterum homologorum: habet ergo & ABCDE polygonum ad FGHKL polygonum duplam proportionem eius, quam habet AB ad FG. Similia ergo polygona, &c. Quod oportuit demonstrare. Eodem modo in similibus quadrilateris ostendetur in dupla illa esse proportione laterum homologorum. m pro.19.6
a Ostensum est autem & in triangulis. a prop.19.6

Corollarium I.



Vniuersè ergo similes rectilineæ figuræ ad se inuicem sunt in dupla proportione laterum homologorum; & si ipsarum AB, FG tertiam proportionalem sumamus X; *b* habebit AB ad X duplam proportionem eius, quam habet ad FG. Habet autem & polygonum ad polygonum, & quadrilaterum ad qua- b def.10.5

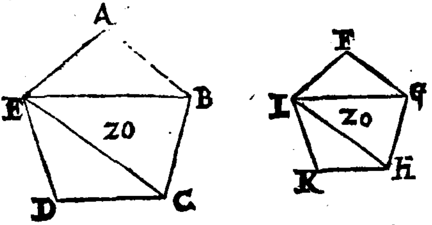
drilaterum duplam proportionem eius, quam habet homologum latus ad homologum, hoc est: AB ad FG. *c* Ostensum est autem hoc in triangulis.

c cor. prop. 19. 6.

Corollarium II.

Vniuersè ergo manifestum est; si tres fuerint rectæ, esse vt prima est ad tertiam, ita figuram à prima descriptam, ad figuram à secũda similiter descriptam. Quod oportuit demonstrare.

Corol. prop. 19. 6.



Ostendemus etiam aliter, & expeditius triangula esse homologa. Exponantur rursus polygona ABCDE, FGHKL, ducanturque BE, EC, GL, LH. Dico esse vt triangulum ABE ad triangulum FGL; ita EBC ad LGH; & CDE ad HKL. Cum enim triangula ABE, FGL similia sint, *a* habebit ABE ad FGL duplam proportionem eius, quam habet latus BE ad

a prop. 9. 5.

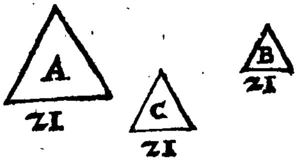
ad G L. Eadem de causa habebit triangulum B E C ad G L H duplam proportionem eius, quam habet B E ad G L. Est ergo vt A B E ad F G L; ita E B C ad GLH. Rursus cum triangula E B C, LGH similia sint; habebit E B C ad L G H duplam proportionem eius, quam habet C E recta ad H L. Eadem de causa habet triangulum E C D ad L H K duplam proportionem eius, quam habet C E ad H L. Est ergo vt BEC ad LGH; ita CED ad LHK Ostensum autē est, esse, vt EBC ad LGH; ita A B E ad F G L; ergo vt ABE ad FGL; ita est B E C ad GLH; & E C D ad L H K, b vt ergo vnum antecedentium ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia; & reliqua vt in priori demonstratione. Quod oportuit demonstrare. b prop. 12. 5.

Propos. 21. Theor. 15.

Quæ eidem rectilineo sunt similia, & & inter se sunt similia.

SIt vtrumque rectilineorum A, B ipsi C simile. Dico & A ipsi B simile esse. Cum enim A ipsi C sit simile, erit & æquiangulum illi, habebitque latera circa æquales angulos proportionalia. Rursus cum B

simile



ſimile ſit ipſi C, æquiangulũ illi erit, habebitque circa ęquales angelos latera proportionalia: Vtrumque ergo ipſorum A, B æquiangulum eſt ipſi C, & habet circa ęquales angulos latera proportionalia: erunt ergo & A, B ęquiangula, habebuntque circa æquales angulos, latera proportionalia: ſimilia ergo ſunt. Quod oportuit demonſtrare.

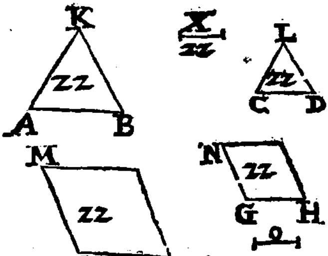
Propoſ. 22. Theor. 16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; erunt & rectilinea ab ipſis ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia: Et ſi rectilinea ſimilia ſimiliterq; ab ipſis deſcripta proportionalia fuerint; erunt & ipſæ proportionales.

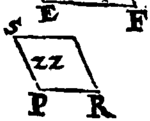
SInt quatuor rectæ A B, C D, E F, G H proportionales. Vt A B ad C D; ita E F ad G H, *a* deſcribanturq; ſuper A B, C D ſimilia, ſimiliterq; poſita rectilinea KAB, LCD. ſuper EF, GH ſimilia ſimiliterque

a prop. 18. 5

poſita



posita M F, N H. Dico esse, vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. *b* sumatur enim ipsarũ A B, C D tertia ꝓportionalis X; ipsarum vero E F, G H tertia ꝓportionalis O. Et cum sit vt A B ad C D; ita E F ad G H & vt C D ad X; ita G H ad O: *c* erit ex æquali; vt A B ad X; ita G H ad O: *d* sed vt A B ad X, ita est K A B ad L C D; & vt E F ad O; ita *e* M F ad N H: ergo vt A B K ad C D L, ita est M F ad N H. Sed sit vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. Dico esse, vt A B ad C D; ita F E ad G H. Fiat *f* enim vt A B ad C D, ita E F ad P R, *g* describaturq; super P R rectilineum S R simile similiterque positum ipsis M F; N H. Cum ergo sit, vt A B ad C D; ita E F ad P R, descriptaque sint super A B, C D rectilinea K A B, L C D similia similiterque posita; super E F, P R verò similia similiterque posita M F, S R; erit vt K A B ad L C D; ita M F ad S R: ponitur autem vt



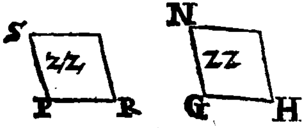
b *prop.11.6.*
c *prop. 22.5*
d *prop.19.6*
e *cor. prop. 20.6.*
f *prop.12.6.*
g *prop.18.6*

KAB

KAB ad LCD; ita MF ad NH. Habet ergo MF ad NH, & ad SR eandem proportionem; *b* æqualia ergo sunt NH, SR; sed sunt similia similiterque posita; æquales ergo sunt GH, PR. Et quia est, vt AB ad CD, ita EF ad PR; & sunt PR, GH æquales; erit vt AB ad CD: ita EF ad GH. Si ergo quatuor, rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 9. 5.

Lemma.



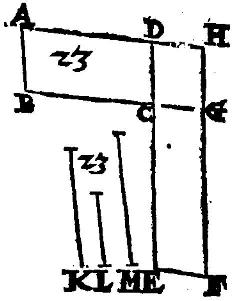
Quod autem quādo rectilinea æqualia similia fuerint, ipsorum latera homologa æqualia sint, sic ostendemus. Sint NH, SR æqualia, & similia; sitque vt HG ad GN; ita RP ad PS. Dico RP, GH æquales esse. Si non: erit vna maior. Sit maior RP; cū ergo sit vt RP ad PS; ita HG ad GN; *a* erit permutando, vt RP ad GH; ita PS ad GN: maior est autem PR quam GH: maior ergo etiam erit PS quā GN. Quare & RS maius erit, quam HN: sed est illi æquale; quod fieri non potest: Non est ergo PR maior quam GH. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 16. 5.

Pro-

Propos.23.Theor.17.

Aequiangula parallelogramma inter se proportionem habent ex lateribus compositam.



Sint æquiangula parallelogramma AC, CF æquales angulos BCD, ECG habentia. Dico illa proportionē, habere, ex proportione laterum compositā ex illa nimirum quā habet BC ad CG; & quam habet DC ad CE. Ponatur BC ipsi CG in directum; *a* erit ergo & DC ipsi CE in directum, & compleatur parallelogrammum DG. Exponatur quædam recta K, *b* fiatq; vt BC ad CG; ita K ad L; & vt DC ad CE; ita L ad M. Proportiones ergo K ad L, & L ad M, eædem sunt quæ laterum, BC ad CG & DC ad CE. *c* Sed proportio K ad M componitur ex proportione K ad L, & L ad M; habet ergo & K ad M proportionem ex laterum proportione compositam. Et cum sit vt BC ad CG; *d* ita AC parallelogrammum

a *prop.* 14.1.

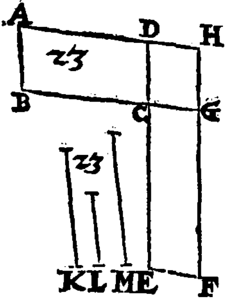
b *prop.* 12.6.

c *def.* 5.6.

d *prop.* 1.6.

ad

ad C H: & vt B C ad C G; ita K ad L;
e prop. 11.5 e erit vt K ad L, ita A C ad C H. Rursus
f prop. 1. 6. f cum sit vt D C ad C E; ita parallelogrãmum CH ad C F; & vt D C ad C E; ita L ad M, g erit vt L ad M, ita CH ad C F.



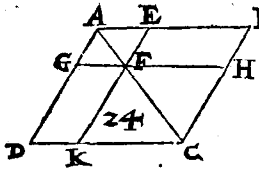
g prop. 11. 5. Cum igitur ostẽsum sit, vt K ad L; ita esse A C ad C H; vt verò L ad M; ita C H ad
h prop. 22. 5 C F; h erit ex æquali, vt K ad M, ita A C, ad C F. At K ad M proportionẽ habet compositam ex lateribus: ergo & A C ad C F, proportionem habet compositam ex lateribus: æquiangula ergo parallelogrammum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 24. Theor. 18.

Omnis parallelogrammi quæ circa diametrum sunt parallelogrãma, similia sunt toti, & inter se.

SIt parallelogrammum ABCD, diametrus A C, circa quam sint parallelogrãma EG, HK. Dico vtrumq; E G, H K toti A B C D, & inter se similia esse. Cum enim ad latus B C trianguli A B C ducta sit paral-

parallela E F, *a* erit vt B E ad EA; ita C F ad F A. Rursus cum ad latus C D trianguli ACD ducta sit parallela F G, erit vt C F ad F A; ita D G ad G A. Sed vt C F ad F A; ita ostẽsa est B E ad E A: *b* ergo vt B E ad E A; ita est D G ad G A: *a prop.2.6.*



b prop.11.5

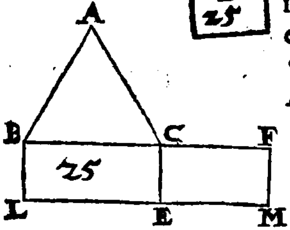
c componendo ergo vt B A ad A E; ita D A ad A G: & per *d* mutando, vt B A ad A D; ita A E ad A G: parallelogrammorum ergo A B C D, E G latera circa communem angulum B A D sunt proportionalia. Cumque G F, D C parallelæ sint, *e* erunt anguli A G F, A D C; item G F A, D C A æquales; communis D A C: triangula ergo A D C, A G F æquiangula sunt. Eadem de causa erunt & ABC, AFE æquiangula: tota ergo parallelogramma A B C D, E G sunt æquiangula; *f* est igitur vt AD ad DC; ita AG ad G F; & vt DC ad CA; ita G F ad FA. Vt verò AC ad CB; ita A F ad F E; & vt C B ad BA; ita FE ad EA. Et quia demonstratum est, esse vt D C ad CA; ita GF ad FA. Vt verò AC ad CB; ita AF ad FE; erit ex æquali vt DC ad CB; ita G F ad F E. Parallelogrammorum ergo *c prop.18.5* *d prop.16.5* *e prop.29.1.* *f prop.4.6.*

S ABCD,

A B C D, E G latera circa æquales angulos sunt proportionalia; similia ergo sunt. Eadem de causa erit parallelogrammum K H toti A B C D simile: vtrumq; ergo E G, K H toti A B C D simile est. *g* Quæ autem
g prop. 21.6 eidem sunt similia, & inter se sunt similia: est ergo E G ipsi K H simile. Omnis ergo parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 25. Probl. 7.

Dato rectilineo simile, & alteri dato æquale constituere.



Sit dato rectilineo A B C simile constituendum, æquale verò ipsi D. *a* Applicetur ad lat⁹ B C triangulo A B C æquale parallelogrammũ B E: ad C E verò æquale ipsi D, nimirũ C M in angulo F C E, æquali angulo C B L; *b* indirectũ ergo erit B C ipsi C F; & L E ipsi E M. *c* Accipiatur ipsarum B C, C F media propor-

a prop. 44.1

b prop. 14.1
c prop. 13.6

portionalis G H; & super ipsa ipsi A B C rectilineo *d* simile describatur, & similiter positum K G H. Cum ergo sit vt B C ad G H, ita G H ad C F (quādo enim fuerint tres *e* rectę proportionales, est vt prima ad tertiam; ita figura super prima descripta ad figuram super secunda similem, similiterq; descriptam) Est ergo vt BC ad CF; ita triangulum ABC ad triangulū KGH. *f* Sed vt BC ad CF, ita est BE ad E F. vt ergo *g* triangulū A B C ad triangulū KGH; ita est B E parallelogrammum ad E F parallelogrammum: & *h* permutando, vt A B C ad B E; ita est KGH ad EF. Æquale autem est triangulum ABC parallelogrāmo BE: ergo & triangulum KGH æquale est parallelogrammo E F. Sed E F æquale est ipsi D: ergo & KGH ipsi D est æquale. Est verò & K G H ipsi A B C simile. Dato ergo ractilineo, &c. Quod oportuit facere.

d *prop. 18. 6*

e *col. 2. prop. 20. 6.*

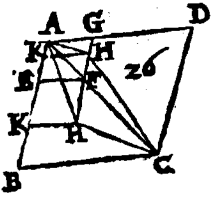
f *prop. 1. 6.*

g *prop. 11. 5.*

h *prop. 16. 5*

Propos. 26. Theor. 19.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti similiterq; positum, communem ipsi habens angulum, circa eandem diametrum est toti.

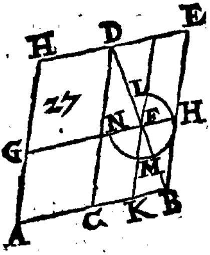


A parallelogrammo ABCD auferatur parallelogrãmum AF simile toti ABCD, & similiter positum, communẽ angulum DAB cum ipso habens. Dico ABCD circa eandem diametrum esse ipsi AF. Si non. Sit ipsorũ diametrus AHC. & ducatur per H vtrique AD, BC parallela HK. Cum ergo a prop.24.6 ABCD circa eandem diametrum sit ipsi KG; *a* erit ABCD ipsi KG simile. Est ergo vt DA ad AB; ita GA ad AK: est autẽ propter similitudinem ipsorum ABCD, EG, vt DA ad AB; ita GA ad AE. ergo vt b prop.11.5. *b* GA ad AE, ita GA ad AK; habet ergo c prop.9.5. GA ad vtramq; AK, AE *c* eandem proportionem, æqualis ergo est AE ipsi AK, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ABCD circa eandem diametrum est ipsi AH. Circa eandem ergo diametrum est ipsi AF. Si ergo à parallelogrãmo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 27. Theor. 20.

Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis simi-

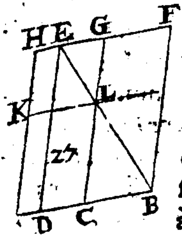
similibus, & similiter positis ei quæ à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.



RECta AB *a* bisecetur in C, & applicetur ad A B rectam * parallelogrammum A D deficiens figura parallelogramma D B, simili, & similiter posita ei, quæ à dimidia ipsius A B descripta est. Dico omnium parallelogrammorum ad A B applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, similiterq; positis ipsi D B, maximum esse A D. *b* Applicetur enim ad rectam A B parallelogrammum A F, deficiens parallelogrammo FB simili similiterque posito ipsi D B. Dico A D maius esse ipso A F. Cum enim D B simile sit ipsi F B, *c* erunt circa eandem diametrum. Ducatur illorum diametrus D B, & describatur figura. *d* Cum ergo ipsi CF æquale sit F E, si cõmune apponatur F B, *e* erit totum C H toti K E æquale. Sed ipsi CH æquale est C G cum AC, CB æquales sint;

a prop.10.1.
* *qualecumq;.*
b *prop.44.1*
c *prop.26.6*
d *prop.43.1*
e *ax.2.*

sint;ergo & GC ipsi EK æquale est. Commune CF apponatur; & erit totum AF gnomoni LMN æquale. Quare DB, hoc est AD, quam AF maius est. Omnium ergo parallelogrammorũ,&c. Quod oportuit demonstrare.



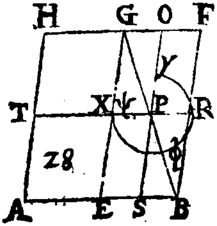
Aliter. Sit AB rursus in C bisecta, & applicatũ AL, deficiens figura LB. Applicetur ad AB parallelogrammum AE deficiens figura EB, simili & similiter posita ipsi LB à dimidia AB descrieptæ. Dico parallelogrãmum AL ad dimidiam applicatũ maius esse ipso AE. Cum enim a prop.26.6 EB ipsi LB simile sit *a* erunt circa eandem diametrũ, quę sit EB, perficiaturq; figura. Quia ergo LF ipsi LH ęquale est, quod & FG ipsi GH sit æqualis; FL, quam EK maius erit: b prop.43.1 *b* ęquale est autem LF ipsi DL: maius ergo est DL quam EK, commune addatur KD; totum ergo AL toto AE maius est. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 28. Probl. 8.

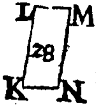
Ad datam rectã lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ

sit

sit similis alteri data. Oportet autē datum rectilineum, cui æquale applicandum est, maius non esse eo, quod ad dimidiam applicatur, similibus existētibus defectibus; & eo quod à dimidia, & eo, cui oportet simile deficere.



Sit recta data A B; rectilineum datum, cui oporteat ęquale applicare, sit C, non maius existēs eo quod ad dimidiā applicatū est, similibus existētibus de-



fectib⁹. Cui autem oportet simile deficere, sit D. Oportet ergo ad AB rectilineo C æquale parallelogrāmum applicare deficiēs figura parallelogrāma simili ipsi D. *a* Bisecetur AB in E & *b* describatur sup EB ipsi D simile, similiterq; positū EBFG compleaturq; AG parallelogrāmū: quod ipsi C aut ęquale est, aut mai⁹ ob determinationē. Si ęquale, factū est quod iubebatur; applicatū enim est ad AB rectilineo C æquale parallelogrammū AG deficiens

a prop. 10. 1.
b prop. 18. 6.

figura parallelogramma GB simili ipsi D. Si verò HE maius est quam C; erit & GB maius, cum GB ipsi HE sit æquale. Excessui autē, quo GB excedit C, c fiat æquale KLMN, simile similiterq́; positū ipsi D. Et cum D simile sit ipsi GB, erit & KM ipsi GB simile. sit linea KL ipsi GE; & LM ipsi GF homologa; q a ergo GB ęquale est ipsis C, & KM; erit GB; quā KM maius; erit ergo & GE linea maior quā KL; & GF, quam LM. d Fiat ipsi KL æqualis GX; ipsi LM ipsa GO, compleaturq́; parallelogrāmum XGOP, quod erit æquale; & simile ipsi KM. sed KM ipsi GB simile est; e erit ergo & GP ipsi GB simile: f sunt ergo GP, GB circa eandem diametrū, quę sit GPB. & describatur figura. Cum itaq; GB ęquale sit ipsis C, KM, & GP ipsi KM; erit reliquus ΤΦΨ gnomon ipsi C ęqualis, g cumque OR ipsi XS sit æquale, si commune PB addatur; erit h totum OB toti XB æquale. sed XB ipsi TE est i æquale, quod AE, EB sint æquales: est ergo & TE ipsi OB æquale, si commune XS addatur, erit totū TS gnomoni ΨΦΤ æquale. Sed gnomon ipsi C ostensus est æqualis: k est ergo TS ipsi C ęquale. Ad datam ergo AB dato rectilineo C æquale parallelogrāmum TS applicatum est deficiens figura PB simili ipsi

c prop. 25. 6

d prop. 3. 1.

e prop. 21. 6

f prop. 26. 6

g prop. 43. 1

h ax. 2.

i prop. 36. 1

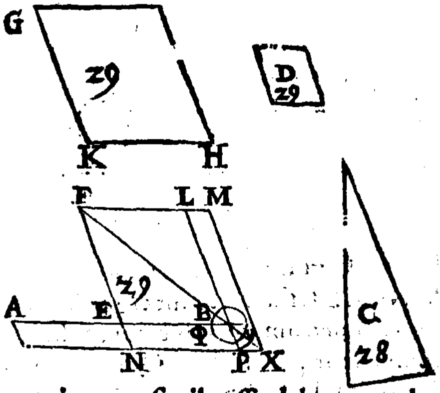
k ax. 1.

ipsi D, cum PB ipsi GP simile sit. Quod oportuit facere.

Propositio 29. Probl. 9.

Ad datam rectam dato rectilineo aequale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, simili alteri datae.

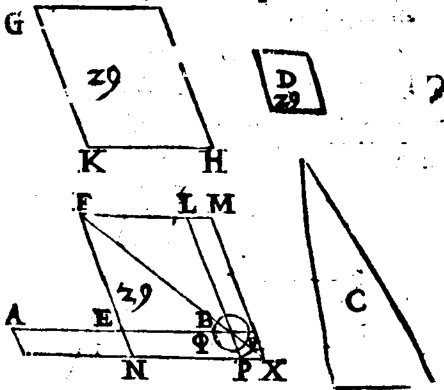
SIT DATA recta AB; & rectilineum C, cui oporteat ad AB aequale applica-



re, cui autem simile esse debeat excedens sit D. *a* Bisecetur AB in E, *b* describaturq; super EB parallelogrammum simile, similiterq; positum ipsi D; Aequale verò vtrique BF, & C & simile ipsi D *c* fiat GH, quod ipsi FB simile erit. Sit autem latus

a *prop.* 10. 1.
b *prop.* 18. 6.
c *prop.* 25. 6.

K H homologum lateri F L; K G ipsi F E. Et cum G H maius sit quã F B, erit & K H maior, quam F L; & K G quam F E; producantur F L, F E, vt ipsis K H, K G æquales fiant, in M & N, compleaturque M N, quod ipsi G H æquale & simile est:



d prop. 21. 6.
e prop. 26. 6.

sed ipsi G H simile est E L; *d* est ergo & M N ipsi E L simile; *e* sunt ergo circa eandem diametrum, quæ ducatur, & sit F X,

f ax. 1.

compleaturque figura. Quia ergo G H tam ipsis E L, & C, quam ipsi M N æquale est; *f* erit & M N ipsis E L & C æquale. Cõmune E L tollatur; & erit gnomon Ψ Υ Φ

g prop. 36. 1.
h prop. 43. 1

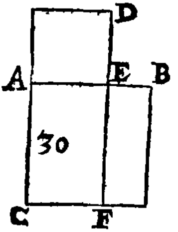
ipsi C æqualis. Cumq; E A ipsi E B sit æqualis, *g* erit & A N ipsi N B æquale. hoc est, *h* ipsi L O, commune addatur E X, eritque

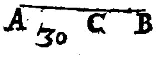
que totum A X, toti gnomoni ΨΥΦ æquale: sed gnomon ipsi C æqualis est: erit ergo & A X ipsi C æquale. Ad datã ergo AB, dato rectilineo C æquale parallelogrammum A X applicatum est, excedens figura parallelogrãma PO simili ipsi D, *i* cum & E L ipsi OP simile sit. Quod oportuit facere. i prop. 24. 6

Propositio 30. Probl. 10.

Datam rectam lineam terminatã extrema ac media ratione secare.

OPorteat datã terminatam A B extrema ac media ratione secare. *a* Describatur super A B quadratum B C, *b* applicetur q; ad A C parallelogrammum C D, æquale quadrato BC, excedens figura A D simili B C quadrato, quæ quadratum erit. a prop. 46. 1 b prop. 29. 6



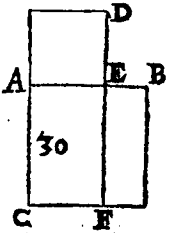


Et quia BC ipsi C D æquale est, si commune C E auferatur; erit reliquum B F reliquo A D æquale, sunt vero & æquiangula; *c* latera ergo ipsorum B F, A D reciproca sunt circa æquales angulos: est ergo vt F E ad E D; ita A E ad E B: & est F E ipsi A C, hoc est, ipsi A B c prop. 14. 6

æqua-

æqualis: & E D ipsi A E; quare est vt B A ad A E; ita A E ad E B: *d* maior est autem A B quam A E: maior ergo & A E quam E B: est igitur recta A B extrema ac media ratione secta in E; & maior portio est A E. Quod oportuit facere.

d prop. 14. 5



Aliter. Oporteat rectam A B extrema ac media ratione secare: *e* secetur A B in C; vt quod A B, B C continetur, æquale sit ei quod ex A C quadrato. Cum ergo quod A B, B C continetur æquale sit ei quod ex A C fit quadrato; *f* erit vt A B ad A C; ita A C ad C B. Est ergo A B extrema ac media ratione secta. Quod oportuit facere.

e prop. 11. 2.

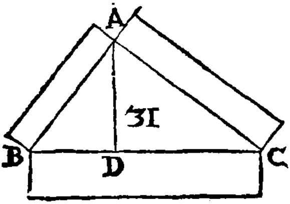
f prop. 17. 6

Propositio 31. Theor. 21.

In triangulis rectangulis figura quæ fit à latere rectum subtendente æqualis est figuris quæ fiunt à lateribus rectum cõtinentibus, similibus, similiterq; descriptis.

Sit

SIt triangulum rectangulum A B C rectum habens angulum B A C. Dico, id quod fit ex B C æquale esse illis, quæ fiunt ex B A, A C similibus similiterque descriptis. Ducatur perpendicularis A D, *a* eruntq; triangula A B D, A D C à perpendiculari facta, & toti A B C, & inter se similia. Cumque A B C, A B D similia sint, erit vt C B ad B A, ita A B ad B D, *b* quando autẽ tres sunt proportionales, est vt prima ad tertiam; ita quæ à prima describitur figura ad figuram similem à secunda descriptam. Vt ergo CB ad B D; ita est figura ex C B ad figuram ex B A, similem similiterq; descriptam. Eadem de causa, erit vt B C ad C D; ita figura ex B C ad figuram ex C A. Ergo vt B C ad B D, DC; ita figura ex B C descripta, ad figuras ex B A, A C descriptas similes, similiterq; positas: æqualis est autẽ B C ipsis B D, D C; ergo & figura ex B C æqualis erit figuris ex B A, A C similibus, simi-

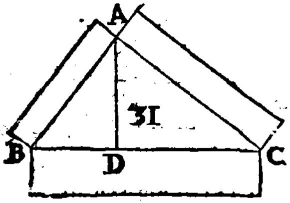


a prop. 8. 6.

b corol. 2. prop. 20. 6.

ſimiliterq; deſcriptis. In rectangulis ergo triangulis, &c. Quod oportuit demonſtrare. Aliter. *c* Cum ſimiles figuræ in dupla proportione ſint homologorum laterum, habebit figura ex B C ad figuram ex B A duplam proportionem eius, quã habet latus B C ad B A. Habet verò & quod ex BC quadratũ, ad quadratum ex B A duplam proportionem eius quam habet B C ad B A. *d* Vt ergo eſt figura ex B C ad figuram ex BA; ita eſt quadratum ex B C ad quadratũ ex AB. Eadem de cauſa eſt, vt figura ex B C ad figuram ex C A; ita quadratum ex B C ad quadratum ex C A. Eſt ergo vt figura ex B C ad figuras ex B A, A C; ita quadratum ex BC ad quadrata ex B A, AC. Sed *e* quadratum ex BC eſt æquale quadratis ex BA, A C: Eſt ergo & figura ex B C æqualis figuris ex B A, A C, ſimilibus ſimiliterque deſcriptis. Quod oportuit demonſtrare.

c prop. 20. 6.



d prop. 11. 5.

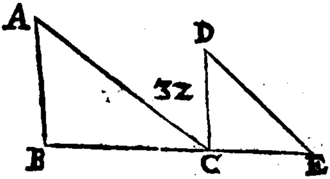
e prop. 47. 1.

Propo-

Propoſitio 32. Theor. 22.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad vnum angulum componantur, ita vt latera homologa ſint parallela, reliqua latera in directum erunt conſtituta.

SInt triangula ABC, DCE habentia duo latera BA, AC, duobus DC, DE proportionalia. Vt AB ad AC; ita DC ad DE, ſintq; tam AB, DC, quam AC, DE parallela, Dico CE ipſi BC in directum eſſe. Cum enim in AB, DC parallelas recta AC incidat, *a* erunt anguli alterni BAC, ACD æquales. Eadem de cauſa & CDE, ACD æquales erunt: vnde & BAC, CDE æquales ſunt. Cũ igitur duo triangula ABC, DCE vnum angulum qui eſt ad A, vni qui eſt ad D æqualem habeant, & circa æquales angulos latera proportionalia, vt *b* BA ad AC, ita CD ad DE, æquiangula erũt; anguli igitur ABC, DCE æqua-



a prop. 29. 1.

b prop. 6. 6.

æquales sunt. Ostensi autem sunt & ACD, BAC æquales. totus ergo ACE duobus ABC, BAC est æqualis: communis ACB addatur, & erunt ACE, ACB æquales his, BAC, ACB, CBA: *e* sed hi tres duobus rectis sunt æquales: ergo & ACE, ACB duobus rectis æquales erunt. Ad punctum ergo C rectæ AC duæ rectæ BC, CE non ad easdem partes positæ, angulos deinceps ACE, ACB duobus rectis æquales faciunt; in *d* directum ergo est BC, ipsi CE. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

e prop. 32. 1.

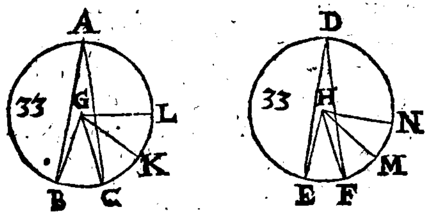
d prop. 14. 1.

Propositio 33. Theor. 23.

In æqualibus circulis anguli eandē proportionem habent, quam peripheriæ, quibus insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. Quin & sectores, quippe ad centra constituti.

IN æqualibus circulis ABC, DEF ad cētra G, H constituti sint anguli BGC, EHF ad peripherias BAC, EDF. Dico esse, vt BC peripheria ad EF peripheriam; ita angulum BGC, ad angulum EHF; & BAC ad EDF; & insuper BGC sectorē ad EHF sectorem. Ponantur peripheriæ BC

æqua-



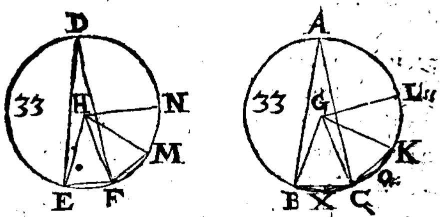
æquales quotcunque deinceps CK, KL: peripheriæ E F quotcunque æquales F M, M N, ducanturque G K, G L; H M, H N. Cum ergo peripheriæ CB, C K, KL æquales ſint, a erunt & anguli B G C, C G K, K G L æquales, quam multiplex ergo eſt peripheria B L peripheriæ BC, tam multiplex eſt angulus B G L anguli B G C. Eadem de cauſa quam multiplex eſt peripheria N E peripheriæ E F, tam multiplex eſt angulus N H E anguli E H F. Si igitur peripheriæ B L, E N æquales ſunt, erunt & anguli B G L, E H N ęquales: Et ſi peripheria BL quam E N maior eſt, erit & angulus B G L maior angulo EHN; et ſi minor, minor. Çum igitur quatuor ſint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo anguli B G C, E H F; acceptæq; ſint peripheriæ BC & anguli B G C æque multiplices peripheria B L, & angulus B G L. Peripheriæ verò E F & anguli E H F peripheria E N & angulus E H N, demonſtra- a prop. 27. 3.

T

stratumque sit si peripheria B L maior sit peripheria E N, & angulum B G L angulo E H N maiorem esse ; & si æqualis æqualem ; si minor, minorem : *b* Est ergo vt B C peripheria ad peripheriam E F; ita angulus B G C ad angulum E H F. Sed vt B G C ad E H F; *c* ita est B A C angulus ad E D F angulum, vterque enim vtriusque duplus est: ergo vt B C ad E F; ita est B G C ad E H F; & B A C ad E D F. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

b def. 5. 5.

c prop. 15. 5.



Dico præterea, vt est BC peripheria ad EF peripheriam; ita esse G B C sectorem ad H F E sectorem. Ducantur B C, C K; accipianturq; peripheriarum B C, C K puncta X, O, & ducantur B X, X C, C O, O K. Cum ergo duæ B G, G C, duabus C G, G K æquales sint, angulosque æquales contineant; *d* erunt & bases B C, C K æquales: igitur & triangula B G C, G C K æqualia erunt; cumque peripheriæ B C, C K sint æqua-

d prop. 4. 1.

æquales, erit & reliqua B A C peripheria reliquæ C A K æqualis; *e* ergo & angulus B X C angulo C O K æqualis erit, *f* portiones ergo B X C, C O K similes sunt, & sunt super æqualibus rectis B C, CK; *g* circulorum autem portiones super æqualibus rectis constitutæ, æquales sunt: portiones igitur B X C, C O K æquales sunt. Sunt verò & triangula B G C, G C K æqualia; totus ergo sector BGC toti GKC est æqualis. Eadem de causa, erunt sectores G K L, G K C equales: tres igitur sectores B G C, C G K, G L K æquales sunt. eadem de causa, erunt & tres HEF, HFM, H M N æquales. quam multiplex ergo est peripheria B L peripheriæ C B, tam multiplex est sector G B L sectoris G B C. Eadem de causa quam multiplex est peripheria E N peripheriæ E F, tam multiplex est sector H E N sectoris H E F. Si ergo peripheria B L maior est peripheria E N, erit & sector B G L maior sectore E H N; Et si æqualis, æqualis; & si minor, minor. Cùm igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo sectores G B C, E H F; acceptæque sint peripheriæ B C, & sectoris G B C, æque multiplices B L peripheria, & G B L sector. Peripheriæ verò E F, & sectoris

e prop. 27. 3.
f def. 11. 3.
g prop. 24. 3.

HEF, peripheria EN, & sector HEN; demonstratumq; sit si BL maior sit quā EN; & sectorem BGL maiorem esse sectore EHN; & si æqualis, æqualem; si minor minorem. g erit vt peripheria BC ad EF peripheriam; ita GBC sector ad HEF sectorem. Manifestũ ergo est, esse, vt est sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.

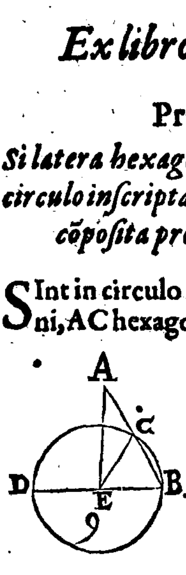
g def. 5. 5.

Ex libro 13. Euclidis.

Propositio 9.

Si latera hexagoni & decagoni eidem circulo inscripta cōponantur, erit tota cōposita proportionaliter secta.

Sint in circulo DCB, latera BC decagoni, AC hexagoni in directũ posita. Dico totā AB in C proportionaliter esse sectā, maioremq; portionem esse AC. Sumpto enim centro E. iungantur rectæ EB, EC, EA, ꝑducaturque EB in D. Quia igitur BC latus est decagoni



æquilateri, erit peripheria BCD quintupla peripheriæ CB: igitur CD quadrupla erit

eius-

eiusdem CB. Vt *a* verò peripheria CD ad peripheriam CB; ita est angulus CED ad angulum CEB: Quadruplus est ergo angulus CED anguli BEC. Et quia *b* angulus EBC æqualis est angulo BCE, erit *c* angulus DEC duplus anguli ECB, cumque EC rectæ CA sit æqualis (vtraque enim est æqualis lateri hexagoni circulo BCD inscripti) *d* erit & angulus CEA angulo EAC æqualis; *e* duplus ergo est angulus BCE anguli CAE; sed anguli BCE duplus ostensus est angulus CED: quadruplus igitur est angulus CED anguli CAE. ostensus est autem & angulus CED quadruplus anguli CEB: æquales ergo sunt anguli CAE, BEC. Triangulorum autem ABE, ECB angulus EBC est communis; *f* erit ergo & reliquus AEB. reliquo ECB æqualis. Quare triangula ABE, CBE sunt æquiangula: *g* est ergo vt AB ad EB: ita EB ad CB. Est verò BE ipsi AC æqualis: igitur est vt AB ad AC; ita AC ad CB: Maior autem est AB, quam AC: *h* igitur & AC quam CB. Quocirca AB in C secta est proportionaliter, & portio maior est AC. Quod demonstrare oportuit.

a *prop. 33. 6*

b *prop. 5. 1.*

c *prop. 30. 3.*

d *prop. 5. 1.*

e *prop. 32. 1.*

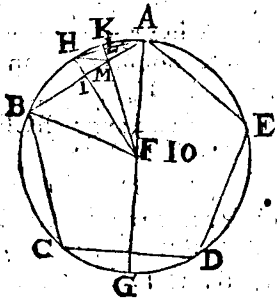
f *prop. 32. 1.*

g *prop. 4. 6.*

h *prop. 14. 5*

Propositio 10.

Si circulo pentagonum æquilaterum inscribatur, latus pentagoni poterit, & latus hexagoni, & latus decagoni, eidem circulo inscriptorum.



ESto circul⁹ ABCDE, cui pentagonem equilaterum ABCDE inscribatr. Dico latus pētagoni posse & hexagoni, & decagoni lat⁹ eidem circulo inscriptorũ. Accepto enim centro F ducatur AFG, FB, & ex F ad AB perpendicularis FI, quę producatur in H, iunganturque AH, HB, rursusq; ab F ad AH agatur perpendicularis FL, quæ in K producatur, iungaturq; HM. Et quia peripheria ABCG æqualis est peripheriæ AEDG, *a* quarũ ABC æqualis est AED: est igitur & reliqua CG, reliquæ DG æqualis. Est autem CD pentagoni; CG ergo Decagoni erit. Et quia AF, FB *b* æquales sunt, & perpendicularis FI, *c* erit angulus AFH angulo HFB æqualis, *d* ideoq; &

a prop. 28. 3.
b def. 15. 1.
c prop. 3. 3.
d prop. 26. 1.

& peripheria A H peripheriæ H B. quare peripheria A B dupla erit peripheriæ H B: igitur A H latus est decagoni. Eadem ratione A H peripheria ipsius A K dupla est. Quia ergo peripheria A B peripheriæ H B dupla est; peripheria verò C D peripheriæ A B æqualis; erit & C D peripheria dupla peripheriæ H B. Est verò & C D peripheria dupla peripheriæ C G: peripheriæ ergo C G, B H æquales sunt: sed B H ipsius H K dupla est, quod & A H. Igitur & C G ipsius H K est dupla. Est autem peripheria C B peripheriæ A B æqualis: ergo tota B G peripheria, peripheriæ B K dupla est; *e* vnde & angulus G F B, anguli B F K duplus erit. Est *f* verò & angulus G F B duplus anguli F A B, & *g* sunt F A B, A B F æquales: est *h* igitur & B F M angulus angulo F A B æqualis. Triangulorum autem A F B, B F M communis est angulus A B F: erit igitur & reliquus A F B reliquo B M F æqualis. Quare triangula A B F, B F M sunt æquiangula. *i* Ergo est vt A B ad B F; ita F B ad B M: *k* rectangulũ ergo rectis A B, B M contentum æquale est quadrato ipsius F B. Rursus *l* quoniã A L, L H æquales sunt; cõmunis, & ad angulos rectos L M; *m* erunt & bases H M, M A æquales. *n* Vnde & anguli L H M, L A M æquales erunt: sed *o* angulus L A M, angu-

e prop. 27. 3
f prop. 20. 3
g prop. 5. 1.
h ax. 7. 1.
i prop. 4. 6.
k prop. 17. 6
l prop. 3. 3.
m prop. 4. 1.
n prop. 8. 1.
o prop. 27. 3

angulo H B M est æqualis: erunt igitur &
L H M, H B M æquales, & est duorum triangulorum B A H, H A M angulus B A M
communis: erit igitur & reliquus A H B
reliquo H M A æqualis. Triangula igitur
A H B, H A M sunt æquiangula. *p* Quare
p prop.4.6. est, vt B A ad A H; ita A H ad A M. Rectan-
q prop.17.6 gulum ergo *q* rectis A B, A M contentum,
æquale est quadrato rectæ A H. Ostensum est autem & rectangulum rectarum
r prop.2.2. A B, B M æquale esse quadrato rectæ B F;
ergo rectangulum linearum A B, B M,
cum rectangulo linearum AB, AM (*r* quę
sunt ęqualia quadrato toti' AB) est æquale quadratis ipsarum BF, AH; & est AB latus pentagoni; F B hexagoni; A H decagoni: igitur latus pentagoni potest & latus
hexagoni, & latus decagoni eidem circulo
inscriptorum, quod erat demonstrandum

ERRATA.

Pag. 14. v. 13. GF. l. DF. p. 20. v. 1. EG, GF, l. ED, DF. p. 33. prop. 22. ex lin. A. fiat C, & ex C fiat A. p. 48. v. 3. l. ACDB. p. 58. in fig. ponatur inter K. L lit. M. p. 63 in fig. inter D, E ponatur L. p. 66. v. vlt. l. DO. p. 75. in fig. inter D & F, pone M. p. 101. v. 9. l. CEF. p. 119. v. 4. l. cadat & sit. p. 142. v. 5. l. OA. p. 184. v. 3. l. Quare. p. 192. v. vlt. l. C. p. 208. v. 7. l. MP. p. 264. in fig. ABC pro C pone G. p. 191. & 192. in fig. deest litera Y, sed quid gnomon sit lector facile intelliget; deest quoque litera O inter M & X ponenda. p. 304, in fig. deest linea BH.