EVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRICORVM LIBRI SEX PRIORES

Noua interpretatione in vsum studiosæ iuuentutis in lucem dati.

A

IOANNE LANZ SOCIETATIS IESV.

Mrij Rhenoviensis sub Abbate Eberhardo.

ANNO M.DC.XVII.

Cum facultate Superiorum.

INGOLSTADII,

Ex Typographeo Ederiano apud Elisabetham Angermariam, viduam.

INTERPRES CANDIDO LECTORI.

Duas Matheseôs alas esse, rectè scripsit Plato, Geometriam & Arithmeticam. hac posteriore cùm vtcunque instructa iam studiosa iuuentus videretur, supererat, vt eadem & priore instrueretur. Itaq; cùm de habenda aliqua Geometricorum elementorum Epitome cogitationem suscepissem, nihilq; melius ipso summo Geometra Euclide in mentem venisset; cœpi solicitus & mecum ipse, & cum alijs quoq; cōmunicato cōsilio deliberare, quemnā potissimum ex tanta interpretum turma, quamq; adeo in vniuersum rationem Euclidis publicandi deligerē. Mens vna fuit omnium, iuuentutem nimia libri mole nō esse grauandam. Recidenda ergò necessario fuerunt primùm scholia & commentationes alienæ, quibus pleriq; dum ingenio suo indulgent maximè, minimè nobis Eu-

 clidem

clidem ipſum repræſentarunt. Tum deinde, quoniã vix aliqua apparebat tam religioſa interpretatio, quæ nõ ab Autore, ſi ſua lingua loquentẽ audias, licentius ſubinde recederet; optimum factũ videbatur ſi in Latinũ ſermonem deintegro cõuerteretur. Ad eam ego prouinciã poſtquam aggreſſus fui, illud antiquiſſimæ curæ habui, vt quamlibet ſimplici dictione, genuinã demonſtrationem ſententiam ex Græco prorſus exprimerẽ, ſed pro inſtituta breuitate verbis ſic appenſis, vt longiorẽ alicubi circumductionẽ paullo breuiori gyro colligerem. Poſteriores tamen libri quinti propoſitiones, quoniam in Euclide deſiderantur, fraudi nõ erit earũ loco Pappi Alexandrini ex Commentariis Federici Commandini ſubſtituiſſe. Quin ad difficiliores etiã definitiones breuiculas notas eo conſilio appoſui, ne in ipſo ſtatim limine aut hærere Lector, aut aliunde ſubſidium petere cogeretur. Deniq; nonam & decimã propoſitionẽ libri decimitertij idcirco adieci, vt ſi quis Triangulorũ Canonem, hoc eſt, Tabulas Sinuum, Tangentiũ & Secantiũ, aut cõdere, aut conditas à Typographorum nõ infrequentibus mendis vindicare cuperet, id libelli huius auxilio poſſet. Vale Lector, & his laboribus noſtris ad Dei gloriã vtere. Ingolſt. 29. Decemb. Anno Chriſti M. DC. XVI.

ELE-

ELEMENTORVM EVCLIDIS LIBRI SEX PRIORES EX GRÆCO fonte tranſlati.

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

Definitiones.

Punctum eſt, cuius pars nulla.

2 Linea, longitudo latitudinis expers.

3 Lineæ termini ſunt puncta.

4

4 Recta linea eſt, quæ ex æquali ſuis interijcitur punctis.

S. 7.

5 Superfices eſt, quæ longitudinem & latitudinem tantum habet.

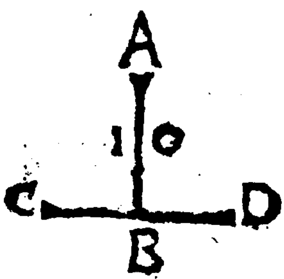
6 Superficiei termini ſunt lineæ.

7 Plana ſuperficies eſt, quæ ex æquali ſinter ſuas lineas iacet.

8 Planus angulus eſt, duarum linearum in plano ſe mutuo tangentium, & non in directum iacentium alterius ad alteram inclinatio.

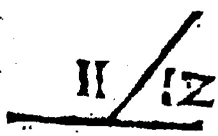
In directum iacere dicuntur duæ lineæ, quando ex illis fit vna linea.

9 Si lineæ angulum continentes, rectæ fuerint, recti lineus angulus dicitur.



10 Si recta linea ſuper rectam conſiſtens, eos, qui deinceps ſunt angulos, æquales fecerit, rectus eſt vterque æqualium angulorum. Et inſiſtens recta, perpendicularis dicitur eius, cui inſiſtit.

Linea AB conſiſtens ſuper C D dicitur perpendicularis. Anguli A B C, A B D dicuntur recti, dicuntur quoq; anguli deinceps.



11 Obtuſus angulus eſt, qui maior eſt recto.

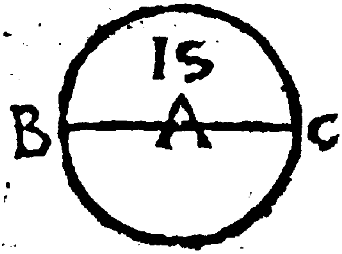
12 Acutus, qui recto minor eſt.

13 Terminus eſt, quod alicuius eſt finis.

14 Figura eſt, quæ ſub aliquo, aut aliquibus terminis continetur.

Circulus continetur ſub vna linea circulari,

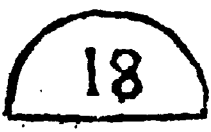
15 Cir-



15 Circulus est figura plana, sub vna linea cõtenta, quæ peripheria dicitur, ad quam omnes lineæ ab vno puncto eorum, quæ intra figuram sunt cadentes, æquales sunt.

16 Punctum autem illud centrum circuli dicitur. *nimirum A*

17 Diametrus circuli, est quædam recta linea per centrum acta, & ad vtramq; partem peripheriæ circuli terminata; quæ & circulum bifariam secat. *nempe linea B C*



18 Semicirculus est figura à diametro, & intercepta circuli peripheria contenta.

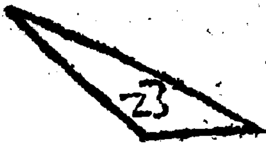
19

19 Segmentum circuli est, quod à recta linea, & peripheria circuli continetur.

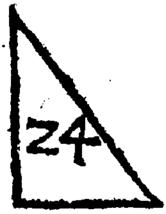
20 Rectilineæ figuræ sunt, quæ rectis lineis continentur. Trilateræ, quæ tribus; quadrilateræ, quæ quatuor; multilateræ, quæ pluribus quàm quatuor lineis rectis continentur.

21 Trilaterarum figurarum, æquilaterum triangulũ est, quod tria latera habet æqualia.

22 Isosceles, quod duo tantùm æqualia habet latera.



23 Scalenum, quod omnia tria inæqualia habet latera.

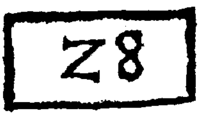


24 Trilaterarum præterea figurarum rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

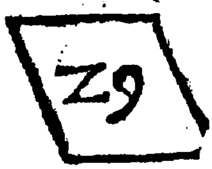
25 Obtusangulum, quod obtusum, *ut est figura 23.*

26 Acutangulum, quod tres acutos habet angulos, *ut sunt figuræ 21. & 22.*

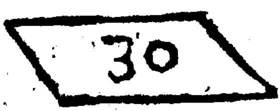
27 Quadrilaterarum figurarũ, Quadratum est, quod æquilaterum & æquiangulum est.



28 Altera parte longior figura est, quæ æquiangula quidẽ, at non æquilatera est.

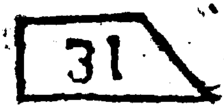


29 Rhombus, quæ æquilatera, ęquiangula verò non est.

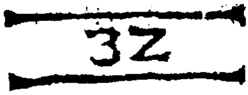


30 Rhomboides, quę opposita, & latera, & angulos æqualia habet; at neque æquilatera est, neque æquiangula.

31 Reli-



31 Reliqua ab his quadrilatera, vocentur trapezia.



32 Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem plano existentes, & vtrinq; in infinitum eiectæ, in neutram partem coincidunt.

Postulata.

Postuletur à quouis puncto ad quoduis rectam lineam ducere.

Et rectam lineam terminatam in continuum, & directum producere.

Et quouis centro & interuallo circulum describere.

Communes sententiæ seu axiomata.

1 Quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia.

2 Et, si æqualibus æqualia adduntur, tota sunt æqualia.

3 Et, si ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua sunt æqualia.

4 Et, si inęqualibus ęqualia addantur, tota sunt inæqualia.

5 Et, si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua sunt inæqualia.

6 Et, quæ eiusdem sunt dupla, inter se sunt æqualia.

7 Et, quæ eiusdem sunt dimidia, inter se sunt æqualia.

8. Et, quæ sibi inuicem congruunt, inter se sunt æqualia.

9 Et, totum est maius sua parte.

10 Et, omnes anguli recti inter se sunt æquales.

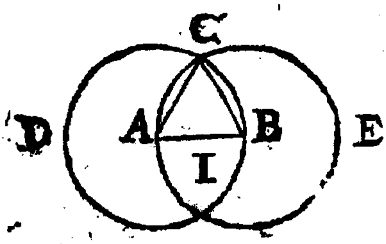
11 Et, si in duas rectas lineas recta incidens angulos interiores, & ad easdem partes, duobus rectis minores fecerit, coincident duæ illæ lineę in infinitum protractę versus illam partem, ad quam sunt duo anguli duobus rectis minores.

12. Et, duæ rectæ spacium non concludunt.

Propositiones.

Propositio 1. Problema 1.

Super data recta linea terminata triangulum æquilaterum constituere.

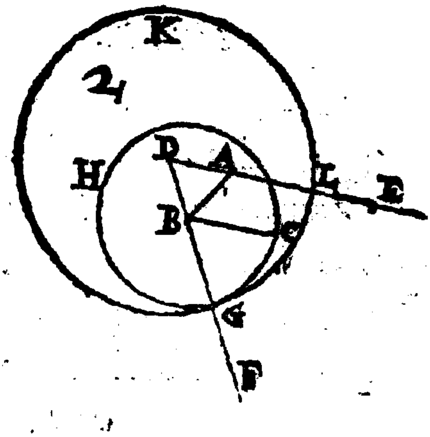


Sit data recta AB, super qua oporteat triangulum æquilaterum constituere

tüere. *a* Centro A; interuallo A B deſcri- a *Poſt. 3.*
batur circulus B C D. Rurſus *b* centro B, b *Poſt. 3.*
interuallo B A deſcribatur circulus A C E:
& ex C, vbi ſe circuli ſecant ad A, B pun-
cta, *c* ducantur rectæ C A, C B. Quoniam c *Poſt. 1.*
A centrum eſt circuli B C D, *d* erit A C æ- d *def. 15.*
qualis ipſi A B. Rurſus, quia B centrum
eſt circuli C A E, *e* erit & B C æqualis ipſi e *def. 15.*
B A. demonſtrata eſt autem & C A æqua-
lis ipſi A B: vtraque ergo C A, C B æqualis
eſt ipſi A B: *f* quę autē eidem ſunt ęqualia, f *ax. 1.*
& inter ſe ſunt æqualia: igitur C A æqualis
eſt C B: tres ergo C A, A B, B C ſunt æqua-
les. Quare triangulum A B C eſt æquilate-
rum, & ſuper recta A B conſtitutū. Quod
facere oportuit.

Propoſ. 2. Problema 2.

Ad datum punctum datæ rectæ lineæ æqualem rectam ponere.

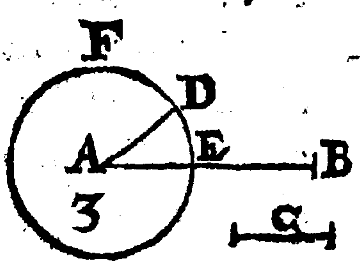


SInt data, punctum A, recta B C, & oporteat ad pūctum A rectæ B C æqualem ponere. Ducatur ab A ad B recta A B, ſu-

a prop. 1. 1. B, super a eaq; constituatur triangulum
b post. 2. æquilaterum D A B, b productis in dire-
c post. 3. ctum ipsis D A, D B in E, & F. c Centro
B, interuallo B C describatur circulus
d post. 3. C G H. Rursus d centro D, interuallo
D G describatur circulus G K L. Quoniam ergo B centrum est circuli C G H,
e def. 15. e erit ipsi B C æqualis B G. Rursus cum D
f def. 15. sit centrum circuli G K L, f erit D L æ-
g prop. 1. qualis ipsi D G: g quarum pars D A est æ-
h ax. 3. qualis parti D B: h reliqua ergo A L æ-
i ax. 1. qualis erit reliquæ B G. Ostensa est autem & B C æqualis ipsi B G: vtraque ergo A L, B C æqualis est ipsi B G. i Quæ autem eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia: ergo A L æqualis est ipsi B C. Quare ad punctum datum A, datæ rectæ B C æqualis est posita, A L. Quod facere oportuit.

Propos. 3. Probl. 3.

Datis duabus inæqualibus rectis lineis, à maiore minori æqualem abscindere.



Sint datæ rectæ inæquales A B, & C; quarũ maior sit A B; à qua, minori C æqualem abscindere opor-

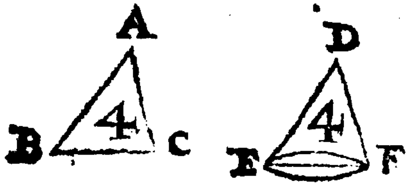
oportet. Sit *a* ad punctum A, rectæ C æqualis posita, AD. & *b* centro A, interuallo AD, describatur circulus DEF. Et quia A centrum est circuli DEF, *c* erit AE æqualis ipsi AD. sed & C æqualis est ipsi DA: vtraque ergo AE, C æqualis est ipsi AD: igitur & AE æqualis erit ipsi C. Duabus ergo inæqualib. datis rectis lineis AB, & C, à maiore AB, minori C æqualis est abscissa, AE. Quod facere oportuit.

a *prop. 2. 1.*
b *post. 3.*
c *def. 15.*

Propos. 4. Theor. 1.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri; habuerint autem & angulum angulo, æqualibus lateribus contentum, æqualem, & basim basi æqualem habebũt: eritq; triangulum triangulo æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera subtenduntur.

SInt duo triangula ABC, DEF, quæ duo latera AB, AC, duobus DE, DF æqualia habeant, vtramque vtrique, AB



ipsi DE, & AC ipsi DF, & angulũ BAC, angulo EDF. Dico quod

&

& basis B C, basi E F sit æqualis, & triangulum A B C, triangulo D E F, & reliqui anguli reliquis, vterque vtrique, quibus æqualia latera subtenduntur, nẽpe A B C ipsi D E F; & A C B ipsi D F E. Si enim triangulum ABC triangulo D E F * congruat, & A super D ponatur, a congruet A B recta rectæ D E, & B ipsi E, quod A B sit æqualis D E. Congruente igitur A B ipsi D E, congruet & A C ipsi D F, quod angulus B A C angulo E D F sit æqualis: ideo & C ipsi F congruet, quod & A C æqualis sit ipsi D F. Sed & B ipsi E congruebat. Quare & basis B C basi E F congruet. Si enim congruente B ipsi E, & C ipsi F, basis B C basi E F non congruat, continebunt duæ rectæ spacium; b quod fieri nequit. Congruet ergo basis B C basi E F, & æqualis illi erit; adeoque totum triangulum A B C toti triangulo D E F cõgruet, c eiq; æquale erit: congruent ergo & reliqui anguli reliquis, eritque A B C angulus angulo, DEF, & A C B ipsi D F E æqualis.

* *superponatur.*

a *ax. 8.*

b *ax. 12.*

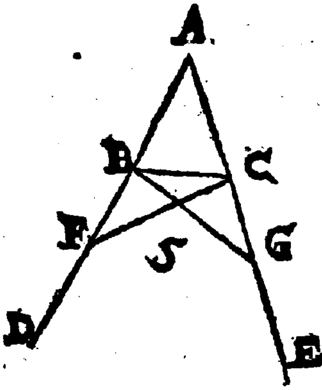
c *ax. 8.*

Si ergo duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, &c.

Pro-

Propos. 5. Theor. 2.

Isoscelium triangulorum anguli ad basim sunt æquales: & productis æqualibus rectis, erunt & anguli infra basim æquales.



SIt triangulũ A B C, habens latus AB, lateri A C æquale. Producantur in directum A B, A C rectæ in D, & E. Dico angulũ A B C, angulo ACB; & C B D, ipsi B C E æqualem esse. Accipiatur in B D quoduis punctum F; & *a* auferatur à maiori A E, minori A F æqualis A G: *b* ducanturq; rectæ F C, G B. & cum A F, ipsi A G; & A B æqualis sit ipsi A C; erunt duæ F A, A C, duabus G A, A B æquales, altera alteri, continentque angulum communem F A G: *c* erit igitur basis F C basi G B ęqualis, & triangulum A F C triangulo A G B, & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur; nempe A C F ipsi A B G, & A F C ipsi A G B. Et quia tota A F toti A G æqualis est, quarum A B est ęqualis ipsi A C;

a prop. 3. 1.
b *post. 1.*
c *prop. 4. 1.*

derit

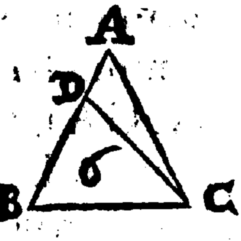
d ax.3. *d* erit & reliqua B F, reliquæ C G æqualis. Ostensa autem est & F C æqualis ipsi G B. Cum ergo duæ B F, F C duabus C G, G B æquales sint altera alteri: & angulus B F G angulo C G B æqualis, & basis B C communis, e prop.4.1. *e* erit triangulum B F C triangulo C G B ęquale, & reliqui anguli reliquis alter alteri, quibus æqualia latera subtēdunt: ergo & angulus F B C angulo G C B, & B C F ipsi C B G æqualis erit. Et quia totus A B G toti A C F ostensus est æqualis, & C B G ipsi B C F; erit ergo & reliquus, A B C reliquo A C B ęqualis: & sunt ad basim trianguli A B C; ostensus est autem F B C angulus, angulo G C B æqualis, & sunt sub basi. Isoscelium igitur triangulorum anguli ad basim ęquales sunt, & productis æqualibus lateribus, etiam anguli infra basim. Quod demonstrare oportuit.

Propos.6. Theor. 3.

Si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera æquales angulos subtendentia, æqualia.

SIt triangulum A B C habens angulum A B C, angulo A C B æqualem. dico & latera

latera A B, A C æqualia esse. Si enim sunt inæqualia, erit alterũ maius, sit maius A B. *a* Auferatur à maiore A B, minori A C æ- *a prop.3.1.*



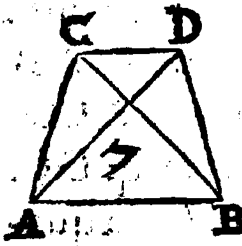
qualis D B, ducaturq; D C. Cum ergo D B, A C æquales sint, communis verò B C; erunt duæ D B, B C, duabus A C, C B æquales, altera alteri, & angulus D B C æqualis angulo A C B: *b* igitur & basis D C, basi A B *b prop.4.1.* erit æqualis, & triangulum A B C, triangulo D B C, minus maiori, *c* quod est absur- *c ax.9.* dum; nõ igitur inæqualis est A B, ipsi A C: ergo equalis. Quare si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera, æquales angulos subtendentia, æqualia. quod demonstrare oportuit.

Propos.7. Theor.4.

Super eadem recta linea, duabus rectis lineis, alia duæ rectæ æquales altera alteri, non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdemq; cum primò ductis terminos habentes.

SI enim fieri potest constituatur super eadem recta linea A B, duabus rectis

B AC,



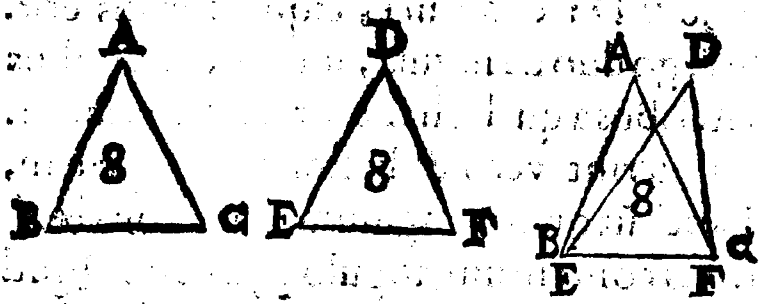
AC, CB, duæ aliæ AD, DB æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum C & D, ad easdem partes C, D, eosdem terminos habentes A, B, quos primæ: ita, vt CA ipsi DA, eundem cum ipsa terminum A habens, CB verò ipsi DB, eundem cum illa terminum B habens; sit æqualis, & ducatur CD. Cum ergo AC sit æqualis ipsi AD, a erit & angulus ACD æqualis angulo ADC: maior ergo est ADC angulus, angulo DCB: multo ergo maior CDB. Rursus cum CB æqualis sit ipsi DB, erit & angulus CDB angulo DCB æqualis: ostensus autem est multo illo maior. b Quod fieri non potest. Non igitur super eadem recta linea duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem cum primò ductis terminos habentes. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 5. 1.

b ax. 9.

Propos. 8. Theor. 5.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, habuerint verò & basim basi æqualem, habebunt quoque angulum æqualibus lateribus contentum angulo æqualem.



Sint duo triangula ABC, DEF, quæ habeant duo latera AB, AC, duobus DE, DF æqualia, alterum alteri, nempe AB ipsi DE, & AC ipsi DF; habeant quoque bases BC, EF æquales. Dico quod & angulus BAC, angulo EDF sit æqualis. Congruente enim triangulo ABC, triangulo DEF, positoq; B super E, & recta BC super EF; *a* congruet & C ipsi F, quod BC, EF æquales sint. Congruente igitur ipsa BC ipsi EF, congruent & BA, CA, ipsis ED, DF. Quod si congruat quidem basis BC, basi EF: at BA, AC latera ipsis, *a ax. 8.*

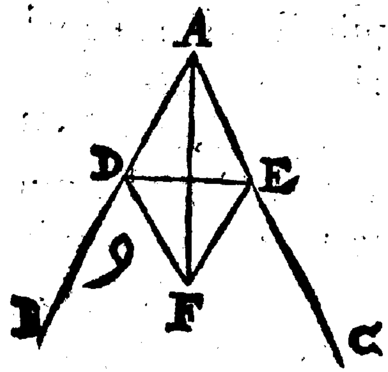
 ED,

E D, DF, non congruant, sed aliò cadant, vt sunt EG, GF, *b* constituetur super eadẽ recta duabus rectis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem terminos habentes. At non constituuntur. Non ergo congruente basi B C, basi E F, nõ congruent B A, A C latera ipsis E D, DF: congruent ergo. quare & angulus B A C angulo E D F congruet, eique æqualis erit. Si ergo duo triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, habuerint verò & basim basi æqualem, habebũt quoq; angulum æqualibus lateribus contentum, angulo ęqualem. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 7. 1.

Propos. 9. Probl. 4.

Datum angulum rectilineum bifariam secare.



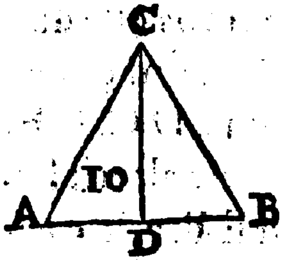
SIt datus angulus rectilineus B A C, quem oporteat bifariam secare. Accipiatur quoduis pũctum D. Atque *a* ex AC ipsi AD æqualis auferatur AE: & super

a prop. 3. 1.

ſuper ductam D E, *b* conſtituatur triangulũ ęquilaterum D E F, & iungatur A F. Dico angulum B A C rectâ A F bifariam ſecari. Cum enim A D, A E æquales ſint, communis A F; erunt duæ D A, A F, duabus E A, A F æquales, altera alteri, eſt verò & baſis D F baſi E F ęqualis: *c* ergo & angulus D A F, angulo E A F æqualis erit. Datus ergo angulus rectilineus B A C à recta A F bifariam ſecatur, Quod facere oportuit, *b prop. 1. 1.* *c prop. 8. 1.*

Propoſ. 7. Probl. 5.

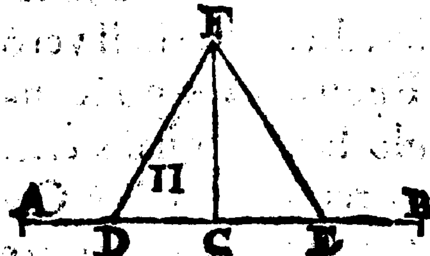
Datam rectam finitam bifariam ſecare.



SIt data recta finita A B, quã oporteat bifariam ſecare. Conſtituatur ſuper illa triangulum ęquilaterũ ABC, *a* & ſecetur angulus A C B bifariam rectâ C D. Dico rectam A B, in D bifariam eſſe ſectam. Cum enim A C, C B æquales ſint cõmunis C D: erunt duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales, altera alteri, & angul' A C D angulo B C D æqualis: *b* igitur & baſis A D æqualis eſt baſi B D. data ergo recta finita A B in D ſecta eſt bifariam, quod faciendum erat. *a prop. 9. 1.* *b prop. 4. 1.*

Propoſ. 11. Probl. 6.

Datæ rectæ lineæ ex puncto in illa dato lineam rectam ad angulos rectos ducere.



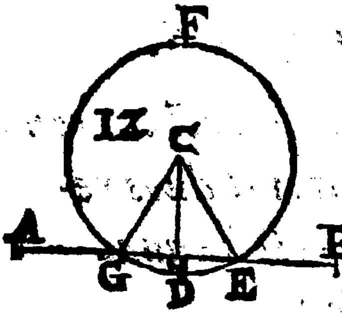
SIT data recta AB, datum in illa punctum C, oporteatq́; ex C, ipſi A B rectam lineam ad angulos rectos ducere. Accipiatur in A C quoduis punctum D, & *a* ponatur ipſi C D æqualis C E, *b* cõſtituaturque ſuper E D triangulum æquilaterum F D E, & ducatur F C. Dico ad punctum C datæ rectę A B ad angulos rectos eſſe ductam F C. Cum enim D C, C E ſint ęquales, F C communis; erunt duæ D C, C F, duabus E C, C F æquales, altera alteri; ſed & baſis D F, æqualis eſt baſi E F: erit *c* ergo & angulus D C F æqualis angulo E C F; & ſunt deinceps. *d* Quando autem recta ſuper rectam conſiſtens, eos qui deinceps ſunt angulos, æquales fecerit, rectus eſt vterq; æqualium angulorum: recti igitur ſunt anguli D C F, F C E. Quare datę rectę, ex pũcto in illa dato, ducta eſt ad angulos rectos, recta F C, quod facere oportuit.

a *prop. 3. 1.*
b *prop. 1. 1.*
c *prop. 8. 1.*
d *def. 10.*

Pro-

Propos. 12. Probl. 7.

Ad datam infinitam, à puncto dato extra illam perpendicularem rectam ducere.



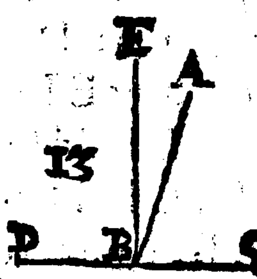
SIt data recta infinita AB, punctū extra illam C. & oporteat ad rectam datam A B ex puncto C, quod in illa non est, perpendicularem rectam ducere. Accipiatur ad alteras partes rectę AB, quoduis punctū D, & *a* centro C interuallo C D circulus E F G describatur, *b* diuidaturque E G in H bifariam, ductis rectis C G, C H, C E. Dico quod ad datam infinitam A B, à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta sit C H. Cum enim G H, H E sint æquales, H C communis: erunt duæ G H, H C, duabus E H, H C æquales, altera alteri; *c* sed & basi C G, basis C E, est æqualis; erit *d* ergo & angulus C H G angulo E H C æqualis, & sunt deinceps. *e* quando autem recta super rectā consistens, eos qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum, & insistens linea, perpendicularis dicitur eius,

a *post. 3.*
b *prop. 10.1*
c *def. 15.*
d *prop 8. 1.*
e *def. 10.*

cui insistit: Quare ad datam rectam infinitam AB à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta est, GH. quod facere oportebat.

Propos. 13. Theor. 6.

Quando linea recta super rectam consistens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.



RECta enim quædam AB, super rectã CD consistens, angulos faciat CBA, ABD. dico illos, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales esse. Si enim CBA ipsi
a def. 10. ABD, est æqualis, duo *a* recti sunt. Si non: ducatur à puncto B ipsi CD ad angulos
b def. 10. rectos, BE; *b* ergo CBE, EBD duo recti sunt: Et quia CBE duobus CBA, ABE, æqualis est, si apponatur cõmunis EBD. erunt duo CBE, EBD, tribus CBA, ABE, EBD æquales. Rursus cũ angulus DBA, duobus DBE, EBA æqualis sit, si addatur cõmunis ABC; erũt duo DBA, ABC tribus DBE. EBA, ABC æquales. Osten-

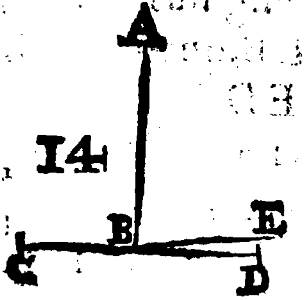
Ostensum est autem & duos C B E, E B D ijsdem tribus, æquales esse. *e* Quæ autem eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia: duo igitur C B E, E B D æquales sunt duobus D B A, A B C: sed C B E, E B D recti sunt: igitur D B A, A B C duobus rectis æquales. Si igitur recta super rectã consistens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales facit. Quod oportuit demonstrare. *e ax. 1.*

Propositio 14. Theor. 7.

Si ad rectam aliquam lineam, atque ad punctum in illa datum, duæ rectæ non ad easdem partes ductæ angulos, qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illæ lineæ.

Ad rectam A B, & ad punctum in illa datum B, duæ rectæ B C, B D non ad easdem partes positæ, faciant angulos deinceps A B C, A B D, duobus rectis æquales. Dico B D ipsi C B in directum esse.

14



Quod si B D ipsi B C nõ sit in directum, sit B E. Cum igitur recta A B rectæ C B E insistat, *a* erũt anguli A B C, A B E *a prop. 13. 1.*

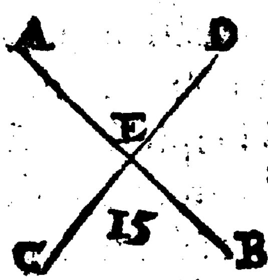
 duo-

duobus rectis ęquales, Sunt verò & A B C, A B D duobus rectis æquales: anguli igitur C B A, A B E sunt angulis C B A, A B D, æquales. Communis A B C auferatur: b reliquus ergo A B E, reliquo A B D est æqualis, minor maiori, c quod fieri nequit. Non ergo B E in directum est ipsi B C. Similiter ostendemus nullam aliam esse, præter B D: in directum ergo est B D, ipsi C B. Si ergo ad rectam, & ad punctum in ea, datum duæ rectæ non ad easdem partes positæ, angulos qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illę duæ lineæ. quod demonstrare oportuit.

b ax. 3.
c ax. 3.

Propositio 15. Theor. 8.

Si duæ rectæ se inuicem secuerint, angulos ad verticem æquales facient.

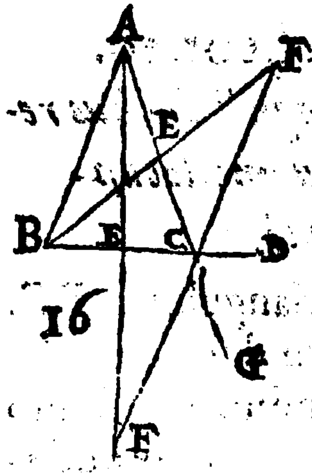


Rectæ A B, C D, secent se in E puncto. Dico quod tam angulus A E C, angulo D E B, quam C E B angulo A E D æqualis sit. Cum enim recta A E rectę C D insistat, faciẽs angulos C E A, A E D: a erunt a erunt ipsi duobus rectis æquales. Rursus cum recta D E rectæ A B insistat, faciens angulos A E D, D E B, b erunt & ipsi duobus rectis æquales. Ostensi autem sunt & C E A, A E D duobus rectis æquales: Quare duo C E A, A E D, duobus A E D, D E B æquales sunt. auferatur communis A E D: ergo reliquus C E A, reliquo B E D equalis est. Pariter ostẽdetur C E B, D E A æquales esse. Si ergo duæ rectæ se inuicem secuerint, facient angulos, qui ad verticem sunt æquales. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 13. 1.
b prop. 13. 1.

Propositio 16. Theor. 9.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus vtrolibet interno & opposito maior est.



16

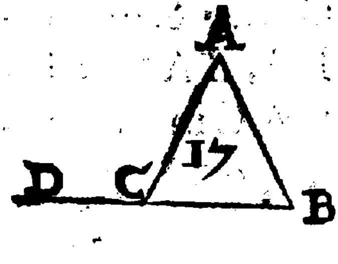
SIt triangulũ A B C, & vnum ipsius latus B C in D producatur. Dico angulum externum A C D maiorem esse internis & oppositis C B A, B A C. a Bisecetur A C in E, & ducta B E producatur in F, sit-

a prop. 10. 1.

F, sitque ipsi B E æqualis E F, iungatur C F, & producatur A C in G. Et quia A E ipsi E C est æqualis; erunt duæ A E, E B, duabus C E, E F æquales, altera alteri; &
b prop. 15. 1. angulus A E B, angulo F E C est *b* æqualis;
c prop. 4. 1. sunt enim ad verticem; *c* igitur & basis A B, basi F C æqualis erit, & triangulum A B E triangulo F E C; adeoque & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quos æqualia subtendunt latera: Erit igitur & angulus B A E angulo E C F æqualis; est
d ax. 9. *d* autem E C D maior, quam E C F: Ergo & A C D maior est quam B A E. Pari modo secto B C latere bifariam demonstrabitur angulus B C G, hoc est, A C D maior esse angulo A B C. Omnis ergo trianguli vno latere producto externus angulus vtrouis interno, & opposito maior est, quod oportuit demonstrare.

Propositio 17. Theor. 10.

Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt, quomodocunque sumpti.



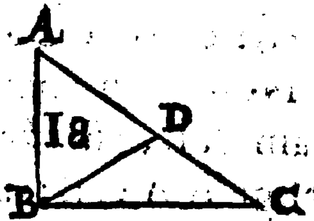
SIt triangulum ABC. Dico duos eius angulos minores esse duobus rectis quomodocunque

docunque sumptos. Producatur BC in D. Et quia trianguli ABC angulus ACD externus, *a* maior est interno & opposito ABC. Si communis apponatur ACB; erunt ACD, ACB anguli, maiores ABC, BCA angulis: Sed ACD, ACB *b* duobus rectis sunt æquales: Ergo ABC, BCA minores. Similiter ostendemus tam BAC, ACB, quam CAB, ABC duobus rectis esse minores. Omnis ergo trianguli duo anguli quicunque duobus rectis sunt minores, quod oportuit demonstrare.

a *prop.16.1.*
b *prop.13.1.*

Propositio 18. Theor. 11.

Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.



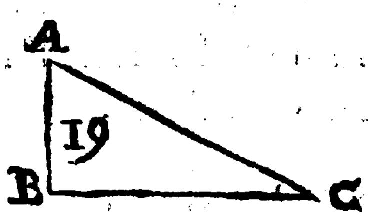
Sit triangulum ABC habēs latus AC maius latere AB. Dico & angulum ABC maiorem esse angulo BCA. Quia enim AC maius est, quam AB; fiat AD ipsi AB æqualis: & ducatur BD. Et *a* quia trianguli BDC externus angulus ADB, maior est interno & opposito DCB, & *b* æqualis angulo ABD, quod latera AB, AD æqualia sint, maior ergo etiam

a *prop.16.1.*
b *prop.5.1.*

etiam est A B D quam A C B: multo ergo maior erit totus A B C, quam A C B. Omnis ergo trianguli maius latus, maiorem angulum subtendit.

Propositio 19. Theor. 12.

Omnis trianguli maior angulus maiori lateri subtenditur.



Sit triangulũ ABC habens angulum ABC maiorem angulo B C A. dico & latus A C maius esse latere AB. Si non: erit A C ipsi A B aut æquale, aut minus. Non æquale. Si enim æquale, *a* esset & angulus A B C angulo A C B æqualis: at non est: ergo A C æquale non est ipsi A B. Non minus: nam si A C minus esset quam A B, esset *b* & angulus A B C minor angulo A C B; at non est: non ergo A C minus est ipso AB. Ostensum autem est, quod hec æquale: ergo maius. Omnis ergo trianguli maiori angulo maius latus subtenditur.

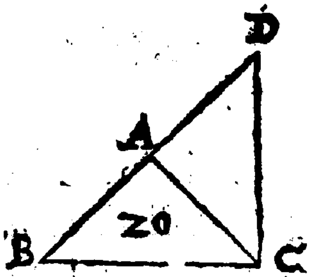
a prop. 5. 1.

b prop. 18. 1.

Pro-

Propositio 20. Theor. 13.

Omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt quomodocumque sumpta.

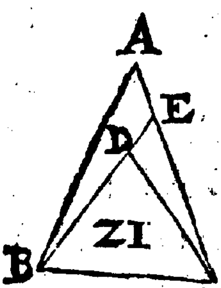


SIt triangulũ A B C. dico duo latera B A, A C, maiora esse reliquo BC; & AB, BC reliquo A C; & B C, CA reliquo A B. Producatur enim B A in D; sitque recta D A ipsi C A æqualis, & iungatur D C. Cum ergo D A ipsi A C sit æqualis, erit & angulus A D C, angulo A C D æqualis. Sed *a* B C D angulus maior est angulo A C D; maior ergo etiam est B C D, ipso A D C. Et cum D C B sit triangulum habens angulum B C D maiorem angulo A D C, *b* maiorem autem angulum maius latus subtendat; erit D B maius ipso B C: æquale autem est D B ipsis A B, A C: maiora ergo sunt B A, A C, quam B C. Omnis ergo trianguli duo latera reliquo maiora sunt, quomodocunque sumpta.

a ax. 9.
b *prop. 19. 1.*

Propositio 21. Theor. 14.

Si à terminis vnius lateris trianguli duæ rectæ intra constituantur, erunt hæ minores reliquis duobus trianguli lateribus, at maiorem angulum continebunt.



A terminis lateris BC trianguli ABC constituantur duæ rectæ BD, CD intra. Dico BD, DC reliquis trianguli lateribus BA, AC minores esse; at angulum BDC maiorem continere, angulo BAC. Ducatur enim BD in E. Et
a prop. 20. 1. *a* quia omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt: erunt & trianguli ABE, latera AB, AE maiora BE latere. apponatur
b ax. 4. communis EC, *b* eruntque BA, AC maiora ipsis BE, EC. Rursus trianguli
c prop. 20. 1. CED latera CE, ED *c* maiora sunt latere CD, communis apponatur DB; eruntque CE, EB maiora ipsis CD, DB: Sed BA, AC maiora ostensa sunt ipsis BE, EC; multo ergo AB, AC maiora erunt
d prop. 16. 1. ipsis BD, DC. Rursus, quoniam *d* omnis trianguli externus angulus interno, &

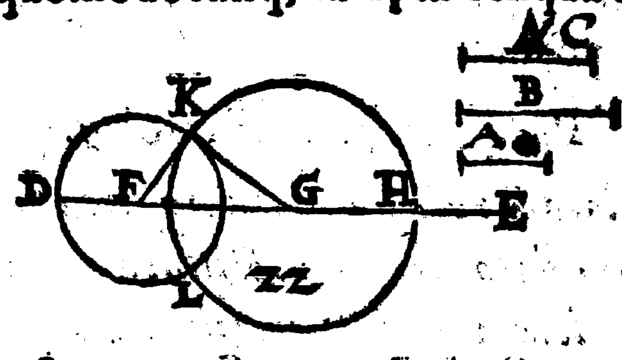
oppo-

oppoſito eſt maior; erit & trianguli CDE externus BDC, maior interno CED. Eandem ob cauſam erit trianguli ABE, externus CEB, maior interno BAC: ſed & BDC oſtenſus eſt maior, ipſo CEB: multò ergo maior eſt BDC, quàm BAC. Quare ſi à terminis, &c. quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 22. Probl. 8.

Ex tribus rectis, tribus datis rectis æqualibus, triangulum cõſtituere. Oportet autem duas, reliquâ maiores eſſe quomodocumque ſumptas. quod omnis trianguli duo latera reliquo maiora ſint, quomodocunq; ſumantur.

Sint tres rectæ, A, B, C, quarum duæ quomodocunq; ſumptæ reliqua ma-



iores ſint, vt A, B, quam C; A, C quam B; B, C quam A. Oporteat autem ex tribus,

tribus A, B, C, æqualibus triangulum cō-stituere. Expoſita ſit recta quædam D E, terminata ad D, interminata ad E; ſitq; *a* D F ipſi A. F G ipſi B; ipſi C æqualis facta G H. Deſcribatur centro F, interuallo F D, circulus D K L: Centro verò G, interuallo G H, circulus K L H; iunganturque F K, K G. Dico ex tribus F K, K G, G F æqualibus tribus datis A, B, C triangulum F K G eſſe cōſtitutum. Cum enim F centrum ſit circuli D K L, *b* erit F D æqualis ipſi F K; ſed F D eſt æqualis ipſi A; *c* ergo & F K, erit æqualis ipſi A. Rurſus cū G ſit centrū circuli LKH, *d* erit GH æqualis ipſi G K; ſed G H æqualis eſt ipſi C: *e* erit ergo & G K æqualis ipſi C: Eſt verò & FG æqualis ipſi B. Tres ergo KF, FG, GK æquales ſunt tribus datis A, B, C. Quare ex tribus K F, F G, G K, æqualibus tribus A, B, C triangulum eſt conſtitutū. Quod facere oportuit.

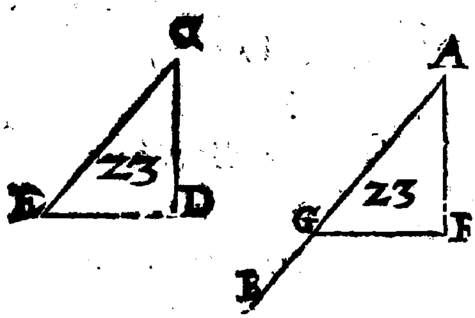
a prop. 3. 1.
b def. 15.
c ax. 1.
d def. 15.
e ax. 1.

Propoſitio 23. Probl. 9.

Ad datam rectam, datumq; in ea punctum dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineum conſtituere.

Sit

Sit data recta A B, datúq; in ea punctũ A, datus angulus rectilineus D C E. Oporteat autem ad punctum datum A, datæ rectæ A B, dato angulo rectilineo D C E æqualem angulum rectilineum constituere. Capiantur in vtraque C D, C E quælibet puncta D, E, & iungatur D E: *a* atq; ex tribus rectis, quæ æquales sint tribus C D, D E, E C, triangulum A F G constituatur: ita vt C D æqualis sit ipsi A F; C E ipsi A G; D E ipsi F G. Cum ergo duæ D C, C E æquales sint duabus F A, A G, altera alteri; sit verò & basis D E æqualis basi F G; *b* erit & angulus D C E æqualis angulo F A G. Quare ad datam rectam A B datumque in ea punctum A, dato rectilineo angulo D C E, æqualis angulus rectilineus F A G est constitutus. Quod oportuit facere.



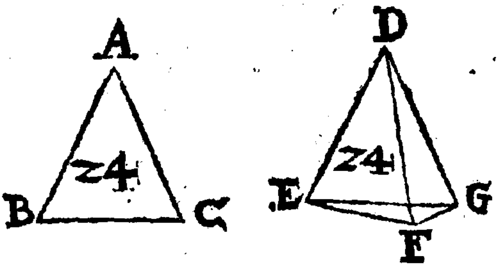
a prop. 22. h.

b prop. 8. h.

Propositio 24. Theor. 15.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri

teri; angulum vero angulo maiorem, qui æqualibus rectis lineis continetur, & basim basi maiorem habebunt.



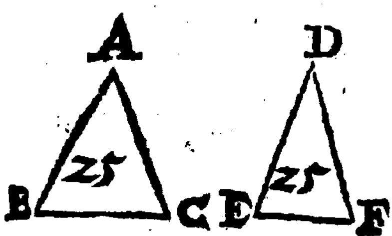
Sint triangula ABC, DEF, habentia duo latera AB, AC, duobus DE, DF æqualia, alterum alteri: AB quidem ipsi DE; AC verò ipsi DF. At angulus BAC maior sit angulo EDF. Dico & basim BC maiorem esse basi EF. Cum enim angulus BAC maior sit EDF angulo, *a* constituatur ad punctum D rectæ DE angulo BAC, æqualis EDG; sitque vtrique AC, DF æqualis DG, & iungantur GE, FG. Quia igitur AB ipsi DE, & AC ipsi DG æqualis est; erunt duæ BA, AC, duabus ED, DG æquales, altera alteri; estque & angulus BAC, angulo EDG æqualis: *b* erit igitur & basis BC, basi EG æqualis. Rursus quia DG ipsi DF est æqualis, & *c* angulus DFG angulo DGF; *d* erit angulus DFG maior angulo EGF: multo ergo maior erit EFG, ipso EGF. Et quia EFG triangulum

a *prop. 23. 1*
b *prop. 4. 1.*
c *prop. 5. 1.*
d *ax. 9.*

gulum est, habens angulum E F G maiorem angulo E G F (e maiori autem angulo maius latus subtenditur) erit & latus E G maius latere E F: æquale autem est E G ipsi B C: maius ergo est & B C, ipso E F. Si ergo duo triangula, &c. quod oportuit demonstrare. e prop. 19. 1.

Propositio 25. Theor. 16.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & basim basi maiorem, & angulum angulo, qui æqualibus lateribus continetur, maiorem habebunt.



Sint duo triangula A B C, D E F, duo latera A B, A C, duobus D E, D F habētia æqualia, alterum alteri, A B ipsi D E, & A C ipsi D F: Basim verò B C maiorem basi E F. Dico & angulum B A C angulo E D F maiorem esse. Si non: aut æqualis est, aut minor. Nō æqualis; Nam si angulo B A C, angulus E D F æqualis esset, a esset & basis B C, basi E F æqualis; at non est; non ergo angulus a prop. 4. 1.

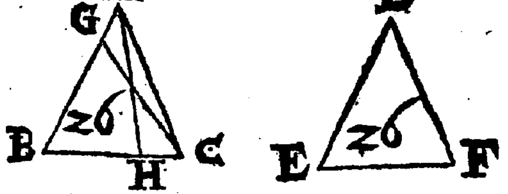
 gulus

gulus BAC angulo EDF est æqualis. Sed neque minor: nam si minor esset, *b* esset & basis BC minor basi EF: at non est: non ergo angulus BAC minor est angulo EDF. Demonstratum est autem, quod nec æqualis: maior ergo erit. Si ergo duo triangula, &c. Quod demonstrare oportuit.

b prop. 24. 1

Propositio 26. Theor. 17.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri & vnum latus vni lateri æquale, seu quod æqualibus angulis adiacet, seu quod vni æqualium angulorum subtenditur; & reliqua latera reliquis lateribus, alterum alteri; & reliquum angulum reliquo angulo, æqualem habebunt.



SINT duo triangula ABC, DEF, duos angulos ABC, BCA, duobus DEF, EFD æquales habentia, alterum alteri, ABC quidem ipsi DEF, & BCA ipsi EFD: habeant verò & vnum latus vni lateri æquale.

le. Et primo quod æqualibus angulis adiacet, nempe B C ipsi E F. Dico quod & reliqua latera, reliquis equalia habeant, alterum alteri, A B ipsi D E. A C ipsi DF, & reliquum angulum B A C reliquo E D F. Quod si AB, DE inæqualia sint; vnum erit maius. Sit maius A B: a fiatq; ipsi D E æqualis G B linea, & ducatur G C. Cum igitur tam BG, DE; quã E F, B C æquales sint; erunt duæ BG, B C, duabus D E, E F æquales, altera alteri; & angulus GBC angulo DEF æqualis: b erit ergo & basis G C basi DF æqualis, & triangulũ G C B triangulo D E F æquale, reliquique anguli reliquis, alter alteri, quibus equalia latera subtenduntur. Quare angulus G C B æqualis erit angulo DFE: sed & D F E ponitur æqualis ipsi B C A; erit ergo B C G æqualis ipsi B C A, minor maiori, quod fieri nequit: nõ ergo AB, DE inæquales sunt: ergo æquales. Est verò & B C ipsi E F æqualis: duæ ergo AB, BC æquales sunt duobus DE, EF, altera alteri, & angulus ABC angulo DEF: c ergo & basis A C basi D F, & reliquus angulus B A C reliquo E D F æqualis erit. Rursus sint latera æquales angulos subtendentia, AB, DE æqualia, dico & reliqua latera, reliquis lateribus, vt A C,

a *prop. 3. el*

b *prop. 4. el*

c *prop. 4. el*

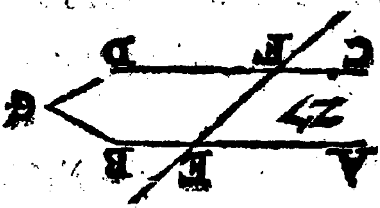
DF, & BC, EF, reliquumque angulum BAC, reliquo EDF, æqualem esse. Si enim BC, EF sunt inæqualia; erit vnum maius; sit, si fieri potest, maius BC, & *d* fiat ipsi EF æqualis BH, iungaturq́; AH. Et quia BH ipsi EF; & AB ipsi DE æqualis est; erunt duæ AB, BH, duabus DE, EF æquales, altera alteri, continentq́; angulos æquales: *e* basis ergo AH, basi DF est æqualis, & triangulum ABH triangulo DEF, reliquiq; anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Est igitur angulus BHA ęqualis angulo EFD: sed EFD æqualis est angulo BCA: erit ergo & BHA æqualis ipsi BCA. Trianguli ergo AHC externus angulus BHA æqualis est interno & opposito BCA, *f* quod fieri nequit: igitur BC, EF inæquales nō sunt; æquales ergo. Cum verò & AB, DE sint æquales: erunt duæ AB, BC duabus DE, EF æquales altera alteri, æqualesque angulos continent: *g* ergo & basis AC basi DF æqualis est, & triangulum ABC triangulo DEF, & reliquus angulus BAC, reliquo EDF. Si ergo duo, &c. Quod demonstrare oporportuit.

d prop. 3. 1.
e prop. 4. 1.
f prop. 16. 1.
g prop. 4. 1.

Pro-

Propos. 27. Theor. 8.

Si in duas rectas lineas recta incidens angulos alternos æquales fecerit, parallelæ erunt illæ lineæ.



In duas rectas AB, CD incidens recta EF faciat angulos alternos AEF, EFD æquales. Dico AB, CD parallelas esse. Si non; productæ concurrẽt, aut versus partes B, D; aut versus A, C: producãtur, & concurrant versus partes B, D in G. *a* Est itaque trianguli GEF angulus externus AEF maior interno, & opposito EFG: sed * & æqualis; quod fieri nequit: non ergo AB, CD productæ concurrunt versus partes B, D. Pari ratione demonstratur, quod neque ad partes A, C: *b* quæ autem in neutram partem concurrunt, parallelæ sunt: parallelæ ergo sunt AB, CD: Si igitur, &c, quod oportuit demonstrare.

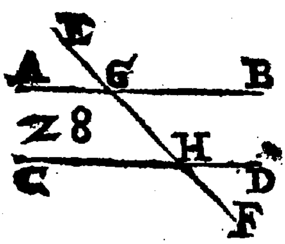
a *prop.16.1.*

* *ex hypothesi.*

b *def.32.*

Propoſ. 28. Theor. 19.

Si in duas rectas lineas recta incidens, angulum externum interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes, æqualẽ fecerit: vel internos, & ad eaſdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt illæ lineæ.



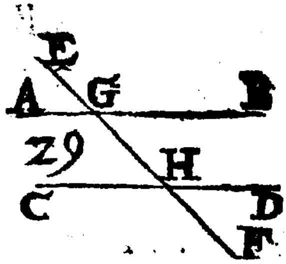
IN duas rectas AB, CD incidens recta EF, externum angulum EGB, interno, & oppoſito GHD æqualem faciat; aut internos, & ad eaſdem partes BGH. GHD duobus rectis æquales. Dico AB, CD parallelas eſſe. Cum enim EGB angulus, * æqualis ſit, & angulo GHD, *a* & angulo AGH; *b* erit & AGH æqualis ipſi GHD. *c* & ſunt alterni: parallelæ ergo ſunt AB, CD. Rurſus cum BGH, GHD duobus rectis ſint æquales; *d* ſint autem & AGH, BGH duobus rectis æquales: erunt AGH, BGH ipſis BGH, GHD æquales: communis BGH auferatur; *e* erit igitur reliquus AGH, reliquo GHD æqualis: *f* & ſunt alterni: ſunt ergo AB, CD parallelæ. Si ergo in duas rectas, &c. Quod demonſtrare oportuit.

** ex hypotheſi.*
a prop. 15. 1.
b ax. 1.
c prop. 27. 1.
d prop. 13. 1.
e ax. 3.
f prop. 27. 1.

Pro-

Propos. 29. Theor. 20.

Recta in parallelas rectas incidens æquales facit angulos alternos: & externum interno & opposito, & ad easdem partes æqualem: & internos & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.



In parallelas rectas AB, CD recta EF incidat. Dico quod & alternos angulos AGH, GHD æquales faciat; & externum EGB interno, & opposito, & ad easdem partes GHD æqualem; & internos, & ad easdem partes BGH, GHD duobus rectis æquales. Si enim AGH, GHD inæquales sunt, vnus illorum AGH sit maior: & quia AGH maior est quam GHD, communis addatur BGH. Hi ergo AGH, BGH maiores sunt his BGH, GHD; *a* sed AGH, BGH duobus re- *a prop 13.1.*
ctis sunt æquales: ergo BGH, GHD duobus rectis minores erunt. *b* Quæ au- *b ax.11.*
tem à minoribus quam duobus rectis in infinitum producuntur lineæ rectæ, concurrunt: ergo AB, CD in infinitum pro-

ductæ

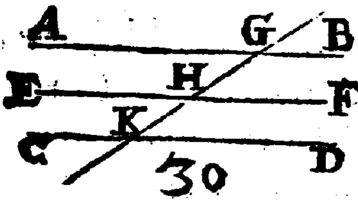
ductæ concurrunt: at non concurrunt; parallelæ enim sunt: ergo anguli A G H, G H D, non sunt inæquales: igitur æquales. Porrò *c* A G H angulus æqualis est angulo E G B: Ergo & E G B æqualis erit angulo G H D: communis apponatur B G H: ergo hi E G B, B G H, æquales sunt his B G H, G H D: *d* sed EGB, BGH sunt æquales duobus rectis: erunt ergo & B G H, G H D duobus rectis æquales. Recta ergo in parallelas, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 15. 1.

d prop. 13. 1.

Propos. 30. Theor. 21.

Quæ eidem rectæ sunt parallelæ, & inter se sunt parallelæ.



Sit vtraq; ipsarum A B, C D ipsi E F parallela. Dico & A B, C D esse parallelas. Jncidat enim in ipsas recta G K. Et quia in rectas parallelas A B, E F recta G K incidit; *a* erit angulus A G H, angulo G H F æqualis. Rursus, quia in parallelas rectas E F, C D cadit recta G K, *b* erit & angulus G H F æqualis angulo G K D; ostensus est autem & angulus A G K angulo G H F æqua-

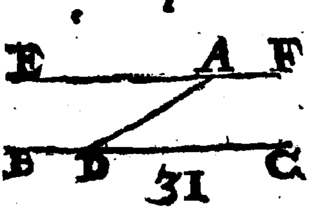
a prop. 27. 1.

b prop. 28. 1.

æqualis: *c* ergo & angulus A G K æqualis erit angulo G K D: & sunt alterni: *d* ergo A B, C D sunt parallelæ. Ergo quæ eidem, &c. Quod oportuit demonstrare. *c ax.1.* d *prop.28.1.*

Propos. 31. Probl. 10.

Per datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam ducere.

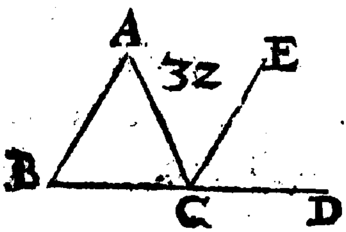


EX dato puncto A, Datæ rectæ BC. oporteat parallelam ducere. Accipiatur in B C quoduis punctum D, iunganturque A, D. *a* & constituatur ad A punctum rectę D A angulo A D C æqualis D A E, ducaturq; ipsi A E in directum A F. *b* Quia ergo in duas rectas B C, E F recta A D incidens angulos alternos E A D, A D C æquales facit, erunt B C, E F parallelæ. Per datum ergo punctum, &c. quod facere oportuit. a *prop.23.1.* b *prop.27.1.*

Propos. 32. Theor. 22.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus, duobus internis, & oppositis est æqualis; & tres interni duobus rectis sunt æquales.

SIt triangulum A B C, & vnum eius latus B C producatur in D. Dico angulum



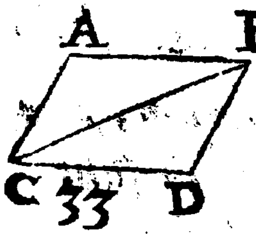
lum externum A C D æqualem esse duobus internis, & oppositis C A B, A B C; & tres internos ABC, BCA, C A B duobus rectis æquales. *a* Ducatur per C ipsi A B recta parallela C E. Quia ergo in A B, C E parallelas cadit A C; *b* erunt anguli alterni B A C, A C E ęquales. Rursus quia A B, C E parallelæ sunt, & in ipsas cadit recta B D, *c* erit externus angulus E C D, æqualis interno, & opposito A B C: ostensus est autem & A C E æqualis B A C. Totus ergo A C D æqualis est duobus internis, & oppositis BAC, ABC. Apponatur communis A C B: & erunt A C D, A C B æquales tribus ABC, BCA, C A B: *d* sed A C D, A C B æquales sunt duobus rectis: ergo & A C B, C B A, CAB æquales sunt duobus rectis. Omnis ergo trianguli, &c. Quod oportuit demōstrare.

a prop. 31. 1.
b prop. 27. 1.
c prop. 28. 1.
d prop. 31. 1.

Propos. 33. Theor. 23.

Lineæ rectæ, quæ æquales & parallelas lineas ad easdem partes coniungunt, & ipsæ æquales sunt, & parallelæ.

Sint æquales & parallelę A B, C D. easq; ad easdem partes coniungant rectæ A C,



AC, BD. Dico & ipsas AC, BD parallelos & æquales esse. Ducatur enim BC. Quoniam AB, CD parallelæ sunt, & in ipsas incidit BC; *a* erunt anguli alterni ABC, BCD æquales. Et quia AB, CD æquales sunt; communis addatur BC; erunt duæ AB, BC, duabus BC, CD æquales, estq; angulus ABC angulo BCD æqualis. *b* Quare & basis AC, basi BD æqualis erit, & triangulum ABC triangulo BCD; & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Est ergo angulus ACB angulo CBD æqualis. Et quia in duas rectas AC, BD incidens recta BC, facit angulos alternos ACB, CBD æquales; *c* erunt AC, BD parallelæ: ostēsæ autem sunt & æquales. Ergo lineæ rectæ, quæ æquales, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 27.1.

b prop. 4.1.

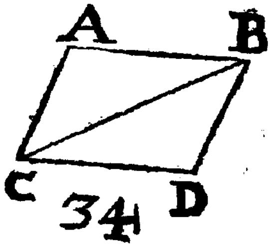
c prop. 27.1.

Pro-

Propos. 34. Theor. 24.

Parallelogrammorum spaciorum, quæ ex aduerso & latera, & anguli, sunt inter se æqualia, eaque diametrus bisecat.

ESto parallelogrammum A C D B diametrus B C. Dico parallelogrammi A C D B, quæ ex aduerso, latera & angulos, æqualia esse; eaq; diametrum B C bifariam secare. Cum enim A B, C D parallelæ sint, & in ipsas incidat B C; *a* erunt anguli alterni ABC, BCD æquales. Rursus cum A C, B D sint parallelę, & in illas incidat B C, *b* erũt & anguli alterni A C B, C B D æquales. Duo ergo triangula A B C, C B D habent duos angulos A B C, B C A, duobus B C D, C B D æquales, alterum alteri, & vnum latus, vni lateri, quod adiacet angulis æqualibus, vtrique commune B C. *c* Quare & reliqua latera reliquis, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo, æqualem habebunt. æquale ergo est latus A B lateri C D; & A C, ipsi B D; & angulus BAC angulo B D C. Et



a prop. 27. 1

b prop. 27. 1.

c prop. 26. 1.

Et cum tā anguli A B C, B C D, quā C B D, A C B æquales ſint: d erit & totus A B D, toti A C D æqualis. oſtenſus eſt autem & B A C æqualis B D C: Parallelogrammorum ergo ſpaciorum quæ ex aduerſo, & latera, & anguli, inter ſe æqualia ſunt. Dico & diametrum illa bifariam ſecare. Cum enim A B, C D ęquales, & B C communis ſit: erunt duo latera AB, BC, duobus CD, B C æqualia, alterum alteri; & angulus A B C æqualis angulo B C D: e erit ergo & baſis A C baſi D B æqualis; & triangulum A B C triangulo B C D. Diametrus ergo B C, parallelogrammum A B C D bifariam ſecat. Quod oportuit demonſtrare.

d ax. 1.

e prop. 4. 1.

Propoſ. 35. Theor. 25.

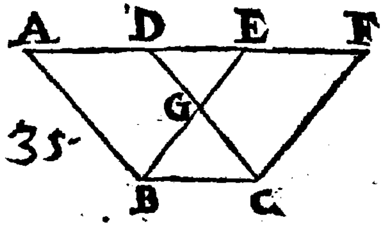
Parallelogramma in eadem baſi; & in iiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

SVnto parallelogrāma A B C D, E B F C in baſi BC, & in parallelis A F in BC cōſtituta. Dico A B C D ęquale eſſe ipſi E B F C. Cum enim A B C D parallelogrammum ſit; a erunt B C, A D, æquales: eandem ob cauſam E F, B C æquales erunt: b vnde & AD ipſi E F ęqualis erit; & com-

a prop. 34. 1

b ax. 1.

D munis



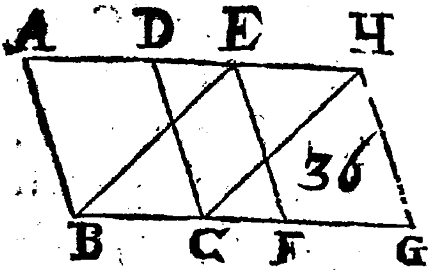
35

munis est D E: *c* ergo tota A E, toti D F æqualis est.
c *ax.1.* Est *d* verò & A B
d *prop.34.1* ipsi D C æqualis:
duę ergo E A, A B, duab' F D, D C æquales
e *prop.29.1* sunt, altera alteri; sed & *e* angulus, F D C, angulo E A B æqualis est, externus inter-
f *prop.4.1.* no: *f* quare & basis E B basi F C æqualis erit; & triangulum E A B triangulo F D C.
g *ax.3.* Commune D G E auferatur; & erit *g* reliquum trapezion A B G D, reliquo E G F C æquale. Apponatur communis G B C tri-
h *ax.2.* angulus: *h* totum ergo A B C D parallelogrammum, toti E B F C æquale erit: ergo parallelogrãma in eadem basi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 36. Theor. 26.

Parallelogramma in æqualibus basibus, & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto parallelogramma A B C D, E F G H super æquelibus basib', B C, F G; & in iisdem parallelis A H, G B constituta. Dico illa esse æqualia iungantur enim B E, C H. Quia enim B C, F G, æquales sunt:



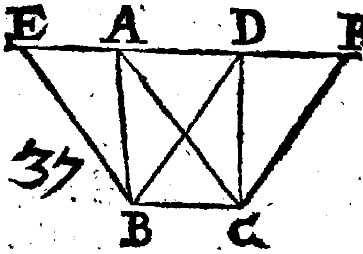
sunt; estque F G qualis ipsi E H; *a* erit & B C ipsi E H æqualis: *b* sunt verò & parallelæ, coniunguntque ipsas rectæ B E, C H. *c* Quæ autem æquales, & parallelas ad easdem partes coniungunt, æquales, & parallelæ sunt: Quare E B, C H æquales, & parallelę sunt: *d* ergo E B C H est parallelogrammum; estque æquale ipsi A B C D, quippe eandem cum illo basim B C habens; & in iisdem parallelis B C, A H constitutum. Eandem ob causam E F G H eidẽ E B C H est æquale. *e* Quare & A B C D parallelogrammum æquale est E F G H parallelogrammo. Ergo parallelogramma, &c. Quod demonstrare oportuit.

a ax.1. *b prop.33.1.* *c prop.33.1.* *d prop.35.1.* *e ax.1.*

Propos. 37. Theor. 27.

Triangula super eadem basi, & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D C B super eadem basi B C; & in iisdem parallelis A D, B C constituta. Dico triangulum A B C æquale esse triangulo D B C. Producatur A D vtrinq; ad E, & F; *a* & per B, *a prop.31.1.*



ipsi C A. per C verò ipsi B D, parallelę ducãtur BE, CF. Vtrumq; ergo E B A C, D B C F parallelogrammũ est: *b* suntq; æqualia; quippe in eadem basi B C; & in iisdem parallelis B C, E F constituta. *c* Et est parallelogrammi E B C A, dimidium triangulum A B C; diametrus enim A B ipsum bisecat: Parallelogrammi verò D B C F, dimidium est triangulum D B C; nam diametrus D C ipsum bisecat. *d* Quæ autẽ æqualium sunt dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangula ergo super eadem basi, &c. quod oportuit demonstrare.

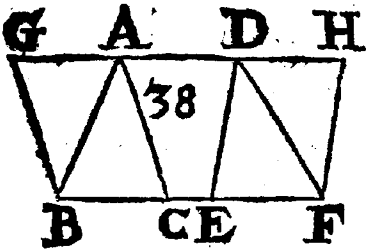
b prop. 35. 1
c prop. 34. 1
d ax. 7.

Propos. 38. Theor. 28.

Triangula super æqualibus basibus; & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D E F super æqualibus basibus B C, E F; & in iisdem parallelis B F, D A constituta. Dico illa esse æqualia. Producatur enim A D vtrinq; ad G & H. *a* Atq; per B, & F ducantur ipsis C A, D E parallelę B G, F H, eritq; vtrumq; G B C A,

a prop. 31. 1.



GBCA, DEFH parallelogrammũ, *b* Et sunt æqualia quippe super æqualibus basibus BC, EF, & in iisdem parallelis BF, GH constituta, *c* estque triangulum ABC dimidium parallelogrammi GBCA; ipsum enim diametrus AB bisecat; Et triangulum FED est dimidium parallelogrammi DEFH; *c* nam & ipsum diametrus FD bisecat. *d* Quæ autem æqualium sunt dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangulũ igitur ABC est æquale triangulo DEF. Quare triangula super æqualibus basibus, &c. Quod oportuit demonstrare.

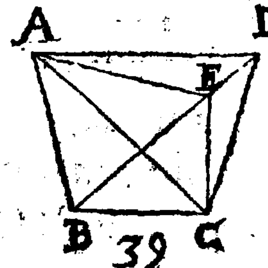
b *prop.36.1*
c *prop.34.1*
c *prop.34.1*
d *ax.7.*

Propos. 39. Theor. 29.

Triangula æqualia super eadem basi, & ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.

SVnto triangula æqualia ABC, DBC super eadem basi BC constituta. Dico illa in iisdem esse parallelis. Ducta enim AD, dico illam esse parallelam ipsi BC, Si non. *a* Ducatur per A ipsi BC parallela AE: iuncta igitur EC, *b* erit triangulum

a *prop.31.1.*
b *prop.35.1.*

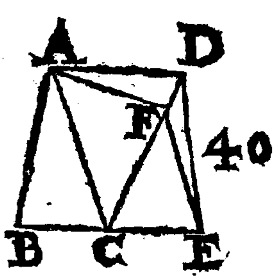


A B C æquale triangulo E B C; ſunt enim ſuper eadem baſi B C, & in iiſdem parallelis B C, A E. Sed triangulo A B C æquale ponitur triangulum D B C. *c* erit ergo D B C triangulum æquale ipſi E B C triangulo maius minori, quod fieri nequit: non ergo A E parallela eſt ipſi B C. pari modo demonſtrabimus quod nulla alia præter A D. Sunt igitur A D, B C parallelæ. Quare triangula æqualia ſuper eadem baſi, &c, Quod oportuit demonſtrare.

c ax. I.

Propoſ. 40. Theor. 30.

Aequalia triangula ſuper æqualibus baſibus, & ad eaſdem partes conſtituta, in iiſdem ſunt parallelis.



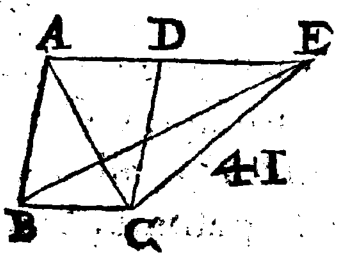
SVnto æqualia triangula ABC, C D E ſuper æqualibus baſibus B C, C E conſtituta. Dico illa in iiſdem parallelis eſſe. Si non: *a* Ducatur per A ipſi B E parallela F A. iuncta ergo F E, *b* erit triangu-

a prop. 31. I.
b prop. 38. I.

angulum A B C æquale triangulo F C E. Sunt enim super æqualibus basibus B C, C E, & in iisdem parallelis B E, A F. Sed triangulum A B C æquale etiam est triangulo D C E: *c* erit ergo & D C E ipsi F C E æquale, maius minori, quod fieri nequit: non ergo A F ipsi D E parallela est. Similiter ostendemus, quod præter A D, nulla alia. A D ergo ipsi B E parallela est. Triangula ergo æqualia, &c, quod demonstrare oportuit. *c ax. 1.*

Propos. 41. Theor. 31.

Si parallelogrammum, & triangulum eandem habuerint basim, sintq; in iisdem parallelis, erit parallelogrammum duplum trianguli.

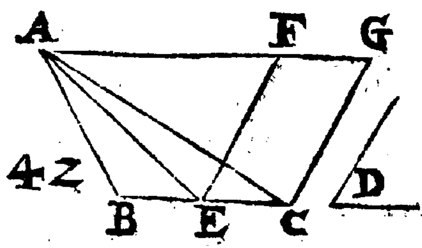


Sint parallelogrãmum ABCD, & triangulum E B C super eadẽ basi BC; & in iisdem parallelis BC, A E. dico parallelogrammũ A B C D duplum esse trianguli E B C. Ducta enim A C, *a* erit triangulum A B C æquale triangulo E B C: habent quippe eandem basim BC, & sunt in iisdem parallelis BC, A E. Sed parallelo- *a prop. 37. 1*

grammum A B C D duplum est trianguli
b prop. 34. 1 A B C; *b* diametrus enim A C ipsum bisecat:
c ax. 1. *c* quare & trianguli E B C duplum erit. Si igitur parallelogrammum & triangulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 42. Probl. 11.

Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.



ESto datum triangulũ A B C: datus angulus rectiline⁹ D, oporteat autem triangulo A B C æquale parallelogrammũ constituere in dato angulo D. *a* Bisecetur B C
a prop. 10. 1.
b prop. 23. 1 in E; iungatur A E; & *b* constituatur ad E rectę E C angulo D ęqualis angulus C E F.
c prop. 31. Atq; *c* per A quidẽ agatur ipsi E C parallela A G; per C verò ipsi E F parallela C G, eritq; F E C G parallelogrammũ. Et quia
d prop. 37. 1. B E, E C æquales sunt, *d* erunt & triangula A B E, A E C æqualia; quippe super æqualibus basibus B E, E C, & in iisdem parallelis B C, A G constituta: duplum ergo
e prop. 41. 1 est triangulum A B C trianguli A E C: sed *e* parallelogrammum F E C G duplum quoque est trianguli A E C. Sunt enim

super

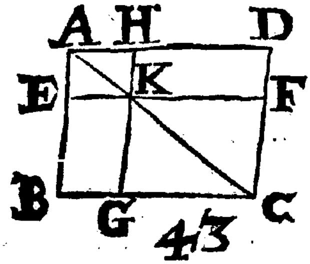
super eadem basi E C, & in ijsdem parallelis E C, A G; est ergo parallelogrammum F E C G æquale triangulo A B C; habetque angulum C E F æqualem dato angulo D. Dato ergo triangulo A B C æquale parallelogrammum F E C G constitutum est in angulo F E C, dato angulo D, æquali. Quod facere oportuit.

Propositio 43. Theor. 32.

Omnis parallelogrammi, eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum complementa sunt inter se æqualia.

43

Sit parallelogrammũ A B C D, diametrus eius A C; circa A C parallelogramma sint E H, F G: & quæ dicuntur complementa B K, K D. Dico complementa B K, K D æqualia esse, quia enim A B C D parallelogrammum est, diametrus eius A C; fit *a* vt triangula A B C, A D C æqualia sint. Rursus quia E K H A parallelogrammum est, eius diametrus A K: *b* erunt triangula E A K, A H K æqualia, Eandem ob causam erunt æqualia trian- *a prop. 34. 1.* *b prop. 34. 1.*

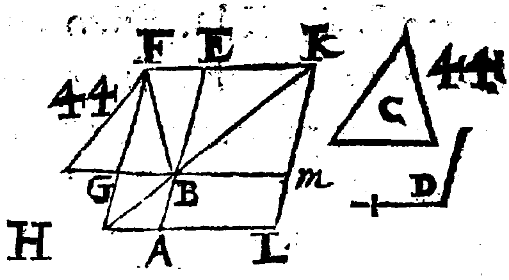


gula K F C, K G C. Cum igitur tã triangula A E K, A H K, quam K G C, K F C sint æqualia; erunt & duo A E K, K G C, duobus A H K, K F C æqualia. Est verò & totum A B C, toti A D C æquale: igitur reliquo complemento K D, reliquum B K est æquale. Omnis igitur parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 44. Probl. 12.

Ad datam rectam lineam dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo rectilineo.

SIT data recta A B; datus triangulus C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem ad datam rectam A B dato tri-



angulo C æquale parallelogrammum applicare in angulo æquali angulo D. *a* Cõstituatur triangulo C æquale parallelogram-

a prop. 42. 1

grammum BEFG in angulo EBG æquali angulo D. & iaceat BE ipsi AB in directum; producatur FG in H; *b* per A alterutri ipsarum BG, EF agatur parallela AH, & iungatur HB. Et quia in parallelas AH, EF recta HF incidit, *c* erunt anguli AHF, HFE duobus rectis æquales: *d* ergo BHG, GFE duobus rectis sunt minores; *e* quæ autem à minoribus angulis quam sint duo recti in infinitum producuntur, concurrunt: igitur HB, FE productæ concurrent; concurrant in K; *f* & per K ad alterutram ipsarum EA, FH ducatur parallela KL, productis HA, GB in L, M: erit igitur HLKF parallelogrammum, diametrus eius HK: *g* parallelogramma circa HK, erunt AG. ME. Complementa LB, BF: *h* ergo LB ipsi BF æquale est: sed & C ipsi BF est æquale: *i* erit igitur & LB ipsi C æquale. Et *k* quia angulus GBE æqualis est angulo ABM; & GBE æqualis angulo D: *l* erit & ABM, ipsi D æqualis. Ad datam ergo rectam, &c. Quod facere oportuit.

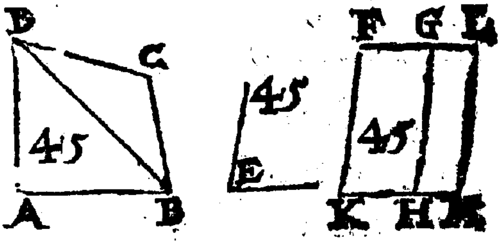
b *prop.* 31. 1.
c *prop.* 29. 1.
d *ax.* 9.
e *ax.* 11.
f *prop.* 31. 1.
g *prop.* 43. 1.
h *prop.* 43. 1.
i *ax.* 1.
k *prop.* 15. 1.
l *ax.* 1.

Pro-

Propositio 45. Probl. 13.

Dato rectilineo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

ESTO datum rectilineum A B C D: datus angulus rectilineus E. Oportеat



autem ipsi A B C D æquale parallelogrammum in dato angulo E constituere. iungatur D B, & *a* constituatur triangulo ABD æquale parallelogrammum F H in angulo H K F æquali angulo E. Deinde *b* applicetur ad lineam G H parallelogrammum G M triangulo D B C æquale, in angulo G H M æquali angulo E. Et *c* quia angulus E vtrique H K F, G H M est æqualis: erunt & H K F, G H M æquales: addatur communis K H G: *d* ergo H K F, K H G æquales erunt his G H M, K H G: at hi *e* sunt æquales duobus rectis; ergo & illi. Quare ad punctum H rectæ G H positæ sunt duæ lineæ K H, H M non ad easdem partes, facientes angulos deinceps æquales

a prop. 42. 1.
b prop. 44. 1.
c per struct.
d ax. 2.
e prop. 29. 1.

les duobus rectis, *f* in directũ ergo erunt KH, HM. Et quia in parallelas KM, FG recta incidit HG, *g* erunt anguli alterni MHG, HGF æquales: Cõmunis apponatur HGL: *i* erunt ergo hi MHG, HGL, his HGF, HGL, æquales; *k* at illi sunt æquales duobus rectis: ergo & hi: *l* in directum ergo est FG ipsi, GL. Et quia tam KF, HG quã HG, ML æquales & parallelæ sunt: *m* erunt & KF, ML æquales & parallelæ: & coniungunt illas rectæ KM, FL: *n* ergo & KM, FL æquales & parallelæ erunt. Parallelogrammum ergo est KFLM. & cum triangulum ABD æquale sit parallelogrammo HF; & triangulum DBC parallelogrammo GM, erit totum rectilineum ABCD toti KFLM æquale. Dato ergo rectilineo ABCD æquale parallelogrammum constituimus KFLM, in angulo dato E. Quod facere oportebat.

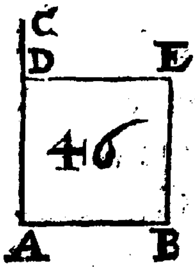
f prop. 14. 1. *g prop. 27. 1.* *i ax. 2.* *k prop. 29. 1.* *l prop. 14. 1.* *m prop. 30. 1.* *n prop. 33. 1.*

Propositio 46. Probl. 14.

A data recta linea quadratum describere.

ESto data recta AB, à qua quadratum describere oporteat. *a* Ducatur à pũcto A rectæ AB ad angulos rectos AC; & fiat

a prop. 11. 1.



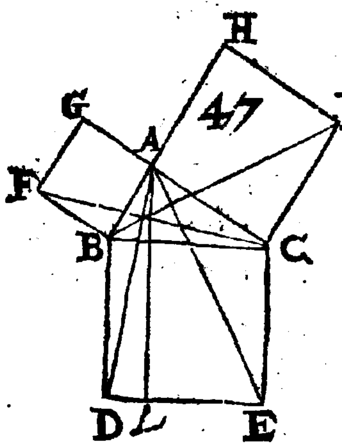
h prop.34.1 fiat *h* ipsi A B æqualis A D; *i* & à D ipsi A B agatur parallela D E: *i* per B verò ipsi A D ducatur parallela B E: est ergo A D E B parallelogrammum: b prop.34.1 *b* vnde A B ipsi D E, & A D ipsi c per struct. B E æqualis erit: *c* sed & A B æqualis est ipsi A D. Omnes ergo quatuor B A, A D, D E, B E sunt æquales; est ergo A D E B æquilaterum. dico quod & rectangulum. Cum enim recta A D in parallelas A B, D E d prop.29.1 incidat, *d* erunt anguli B A D, A D E æ- e per struct. quales duobus rectis. *e* rectus autem est f prop.34.1. B A D: ergo & A D E. *f* Parallelogrammorum autem spaciorum anguli & latera, quæ ex aduerso, æqualia sunt; erit igitur vterq; A B E, B E D rectus: rectangulum igitur est A D E B. Ostensum autem est & g Def.27. æquilaterum: *g* ergo est quadratum; & à recta A B descriptum. Quod oportebat facere.

Propositio 47. Theor. 34.

In rectangulis triangulis, quod à latere rectum angulũ subtendente describitur quadratum, æquale est illis, quæ à lateribus rectum cõprehendentibus describuntur quadratis.

Esto

ESto triangulum rectangulum A B C, rectum habens B A C. Dico quadratum à latere B C descriptum, æquale esse quadratis à lateribus B A, A C descriptis.



a describatur à rectis B C, B A, A C quadrata BDCE; GB; HC; & *b* per A, vtriq; B D, C E agatur parallela AL. iunganturq; A D, F C. Et quia vterque angulorũ B A C, B A G rectus est, suntq; ad punctũ A lineæ A B duæ rectæ A C, A G positæ, facientes angulos deinceps duobus rectis æquales, *c* erit A G ipsi A C in directum. Eandem ob causam est A B ipsi A H in directum. Et quia angulus DBC æqualis est angulo F B A, quod vterque sit rectus, si apponatur communis A B C: *d* erit totus D B A, toti F B C æqualis. Cumque duæ D B, B A, duabus B C, B F æquales sint, altera alteri, & angulus D B A, angulo F B C æqualis; *e* erit & basis A D, basi F C æqualis, & triangulum A B D, triangulo F B C: *f* estque trianguli A B D parallelogrammum B L duplum; habent enim eandem

a prop. 46. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 14. 1.
d ax. 2.
e prop. 4. 1.
f prop. 4. 1.

Basim

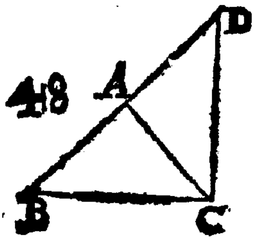
g prop. 41. 1 Basim BD, & sunt in ijsdem parallelis BD, AL. g Trianguli verò FBC duplum est quadratum GB; habent enim eandē basim FB, & sunt in ijsdem parallelis FB, GC; b quæ autem æqualium sunt dupla, æqualia inter se sunt: parallelogrammum ergo BL æquale est GB quadrato. Eodem modo iunctis AE, BK demonstrabitur CL æquale esse quadrato HC: Totum ergo quadratum DBEC æquale est duobus GB, HC quadratis: & est DBEC à BC; ipsa vero GB, HC à BA, AC, descripta: Quadratum ergo à BC descriptū æquale est quadratis à BA, AC descriptis. In rectangulis ergo Triangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

h ax. 1.

Propositio 48. Theor. 35.

Si quadratum ab vno trianguli latere descriptum, æquale fuerit quadratis à reliquis lateribus descriptis angulus à reliquis lateribus contentus, rectus erit.

48



ESto quadratū à latere BC trianguli ABC descriptum, æquale quadratis à lateribus BA, AC descriptis. Dico angulum BAC

BAC rectum esse. a Ducatur enim ab A puncto lineæ AC ad angulos rectos recta AD, & sit b AD ipsi AB æqualis, iungaturque DC. Et quia DA, AB æquales sunt, erit & quadratum ab AD descriptum æquale quadrato ab AB descripto. apponatur commune quadratum ab AC descriptum: c erunt igitur quadrata ipsarũ DA, AC æqualia quadratis ipsarum BA, AC. Sed quadrata ipsarum DA, AC æqualia sunt quadrato ipsius DC. d angulus enim DAC rectus est. Quadratis autem ipsarum AB, AC ponitur æquale quadratum ipsius BC. quadrata ergo ipsarum DC, BC sunt æqualia: ergo & latera. Et cum AD, AB æquales sint, communis AC, igitur duæ DA, AC, duabus BA, AC sunt æquales, & basis DC basi BC: e erit ergo & angulus DAC angulo BAC æqualis: Est vero DAC rectus: ergo & BAC rectus erit. Si ergo quadratum, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 11. 1.
b prop. 2. 1.
c ax. 2.
d per constr.
e prop. 8. 1.

E Eu-

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

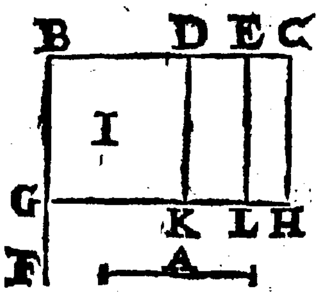
Definitiones.

1. Omne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur à duabus rectis lineis angulum rectum comprehendentibus. *Vt in propoſ. 1. parallelogrammum B H continetur à lineis B C, B G, quæ angulum rectum B continent.*
2. Parallelogrammi ſpacij vnum eorum, quæ circa diametrum ſunt parallelogramnorum, cum duobus cõplementis gnomon vocetur. *Vt in propoſ. 5. figura C B F G H L contenta parallelogrammis D L, H F, & quadrato D Q.*

Pro-

Propositio 1. Theor. 1.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, quarum altera secetur in quotcunque partes, rectangulum ab ipsis contentum, æquale erit rectangulis ab insecta, & singulis secta partibus contentis.



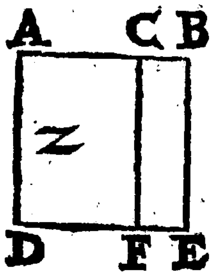
SInt duæ rectæ. A, BC, quarum BC secetur vtcunq; in D, & E. Dico rectangulum lineis A, & BC contentum æquale esse rectangulis contentis A, BD; & A, DE; & A, EC. a Ducatur enim ex B ipsi BC ad angulos rectos BF, fiatq; b ipsi A æqualis BG; & c per G ipsi BC parallela ducatur GH; per D, E, C verò ipsi BG parallelæ ducantur DK, EL, CH. Est autem BH æquale ipsis BK, DL, EH. Nam BH est rectangulum ipsarum A, BC; Continetur enim ipsis BC, BG, & BG est ipsi A æqualis. BK, est rectangulum ipsarum A, BD; Continetur enim rectis GB, BD: siquidem GB ipsi A æqualis est. DL est rectangulum ipsarũ A, DE; nam & DK æqualis est ipsi A, & similiter

a *prop. 11. 1.*
b *prop. 2. 1.*
c *prop. 31. 1.*

liter E H est rectangulum ipsarum A, E C. Est ergo quod A, B C continetur æquale illis, quæ A, B D: A, D E; & A, E C continentur. Si ergo fuerint duæ rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 2. Theor. 2.

Si recta linea secetur vtcunque, erunt rectangula, quæ tota & partibus continentur, æqualia quadrato, quod fit à tota.



Recta AB secetur vtcunque in C. Dico rectangula ipsis A B, A C, & A B, B C contenta, æqualia esse, quadrato ipsius AB. *a* Describatur super A B quadratum

a prop. 46. 1

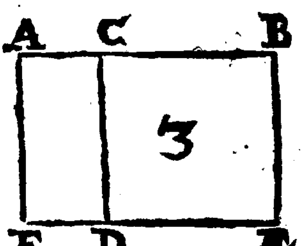
ABDE, & ducatur per C ad vtramq; A D, B E parallela C F. *b* æquale ergo est A E ipsis A F, C E. Est autem A E quadratum ipsius A B, rectangulum ipsarũ B A, A C est A F; Continetur enim ipsis A D, A C; & est A D ipsi AB æqualis. C E cõtinetur AB, BC; Est autem BE ęqualis ipsi AB: Ergo quæ AB, AC; & AB, C B continentur æqualia sunt quadrato ipsius A B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportebat.

b prop. 1. 2.

Pro-

Propoſitio 3. Theor. 3.

Si recta linea vtcunq; ſecetur, erit rectangulum totâ, & vna parte contentum, æquale rectangulo partibus contento, & quadrato à dicta parte deſcripto.



REcta A B ſit vtcunq; ſecta in C. Dico rectangulũ A B, B C contentum, æquale eſſe, & rectangulo A C, C B; & quadrato B C cõtento. *a* Deſcribatur enim à BC quadratum C D B E, producaturque E D in F; & *b* per A vtrique C D, B E parallela ducatur, A F: *c* Ergo AE æquale eſt, ipſis A D, C E. Eſtque A E rectangulum ipſis A B, B C contentum; continetur enim ipſis A B, B E, & *d* eſt B E ipſi B C æqualis. A D verò eſt rectangulum ipſarum A C, C B; eſt enim D C ipſi C B æqualis. D B, deniq; eſt quadratum ipſius CB. Rectangulũ ergo A B, B C contentum, æquale eſt A C, C B contento, vna cum quadrato ipſius C B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonſtrare oportuit.

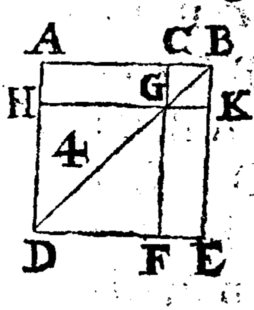
a *prop. 46. 1*
b *prop. 31. 1*
c *prop. 1. 2.*
d *def. 27. 1.*

Propositio 4. Theor. 4.

Si recta linea vtcunque secetur, quadratum totius æquale erit & partium quadratis, & rectangulo bis partibus contento.

RECTA AB secetur vtcunque in C. Dico quadratum ipsius AB æquale esse quadratis ipsarum AC, CB; & rectangulo bis AC, CB contento. *a* Constituatur enim super AB quadratum ADEB, ducaturque BD; ac *b* per C vtrique AD, EB ducatur parallela CF; per G verò vtrique AB, DE parallela HK. Et *c* quia CF, AD parallelæ sunt in ipsasq; incidit BD, *d* erit externus angulus BGC æqualis interno & opposito ADB: *e* sed ADB est æqualis ipsi CBD; quod & latus BA lateri AD sit æquale; erit igitur & CGB angulus, æqualis GBC angulo. *f* Quare & latus BC lateri CG æquale erit: *g* sed & CB ipsi GK, & CG ipsi KB est æquale; erit ergo & GK ipsi KB æquale: æquilaterum ergo est CGKB. Dico quod & rectangulum, Cum enim CG, BK parallelæ sint,

a prop. 46. 1.
b prop. 31. 1.
c per struct.
d prop. 29. 1
e prop. 5. 1.
f prop. 6. 1.
g prop. 33. 1.



ſint, in ipſaſque incidat C B; erunt *h* anguli KBC, G C B æquales duobus rectis: *i* rectus autem eſt K B C; ergo & GCB rectus erit. *k* Quare & qui ex aduerſo CGK, GKB recti erunt; rectangulũ igitur eſt CGKB. Demonſtratum autem eſt, quod & æquilaterum: quadratum *l* ergo eſt; & eſt à CB deſcriptum. Eandem ob cauſam & H F quadratum eſt; & eſt ab H G deſcriptum, hoc eſt, ab A C. Sunt ergo quadrata H F, CK ab ipſis AC, CB deſcripta. Et quia A G ipſi GE *m* ęquale eſt, eſtq; AG ꝙ A C, C B cõtinetur; ſunt n. GC, C B æquales; erit & GE ęquale AC, CB contento. Ergo A G, GE ęqualia ſunt bis A C, CB cõtento. Sunt autem & H F, C K quadrata ipſarum A C, BC: quatuor ergo H F, C K, A G, G E æqualia ſunt, & quadratis ipſarum A C, C B; & rectangulo bis A C, C B contento. Sed H F, CK, A G, G E conſtituunt totum A D E B, quod eſt quadratum ipſius A B. Quadratum ergo ipſius A B æquale eſt quadratis ipſarum A C, CB, & rectangulo bis A C, C B contento. Si ergo, &c. Quod demonſtrare oportuit.

h *prop. 29. 1.*
i *def. 27. 1.*
k *prop. 34. 1.*
l *def. 27. 1.*
m *prop. 43. 1.*

Alia demonstratio.

DIco quadratum ipsius A B æquale esse quadratis partium A C, C B, & rectangulo bis AC, CB contento. In eadem
a *prop. 5. 1.* figura, cum B A, A D sint æquales, *a* erunt
b *prop. 32. 1* & anguli ABD, A D B æquales. Et *b* cum omnis trianguli tres anguli equales sint duobus rectis; erunt & trianguli A B D tres A B D, A D B, B A D æquales duobus
c *per struct.* rectis. *c* & est B A D rectus; ergo reliqui A B D, A D B vni recto æquales; cumque
d *per struct.* sint æquales, erit vterq; semirectus. *d* re-
& per 29. 1. ctus autē est B C G, est namq; æqualis angulo opposito ad A; reliquus ergo C G B
f *prop. 32. 1.* semirectus est: *f* igitur æquales sunt CGB,
g *prop 6. 1.* C B G: *g* quare & latera B C, C G æqualia
h *prop 33 1.* erunt: *h* sed CB æquale est ipsi K G, & CG
i *per struct.* ipsi B K: ergo CK est æquilaterũ; *i* cumq; habeat angulũ C B K rectũ: quadratũ erit CK, & quidem, quod fit ex C B. Eandẽ ob causam quadratũ est F H, estq; æquale illi, quod fit ex AC: sunt ergo CK, H F quadrata; æqualiaq́, quadratis ipsarum A C,
k *prop. 43. 1* C B. Et *k* cum A G, E G æqualia sint, sitque A G id, quod A C, C B continetur, sunt enim C G, C B æquales: ergo E G æquale est contento. A C, C B: igitur A G, G E æqualia sunt bis A C, C B con-

contento. Sunt verò & CK, HF æqualia quadratis ipſarum AC, CB: Ergo CK, HF, AG, GE æqualia ſunt quadratis ipſarum AC, CB; & bis AC, CB contento: ſed CK, HF, AG, GE totum AE conſtituunt, quod eſt ipſius AB quadratum. Ergo quadratũ ipſius AB æquale eſt quadratis ipſarum AC, CB, & rectangulo bis AC, CB contento. Quod oportuit demonſtrare.

Corollarium.

Ex his manifeſtum eſt in quadratis ſpaciis illa quæ circa diametrum ſunt, quadrata eſſe.

Propoſ. 5. Theor. 5.

Si recta linea ſecetur in æqualia, & in inæqualia, erit rectangulum inæqualibus totius partibus contẽtum vna cum quadrato lineæ, quæ inter ſectiones interiicitur æquale ei, quod à dimidia fit quadrato.

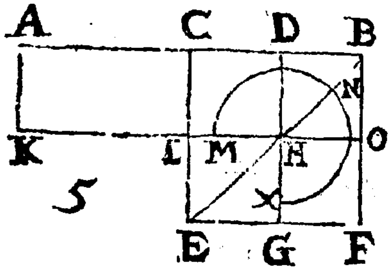
RECta AB a ſecetur in æqualia ad C; in inæqualia ad D. Dico contentũ AD, DB rectangulum cum quadrato quod ex CD, æquale eſſe quadrato ipſius CB, *b* Deſcribatur enim ſuper BC quadratũ CEFB; &

a *prop.10.1.*

b *prop.46.1*

c prop. 46. 1 & ducatur BE; c atq; per D vtriq; CE, BF ducatur parallela DG: per H verò vtriq; CB, EF parallela KO. Rursusque per A vtriq; CL, BO parallela AK; & cum com-

d prop. 43. 1 plementa CH, HF d æqualia sint, si addatur commune DO; erit totum CO, toti DF ęquale. Sed CO ęquale est AL; quod & AC ipsi CB sit



5

æqualis: erit igitur & AL ipsi DF æquale: si addatur cõmune CH, erit AH ipsis DF, DL æquale: sed AH, contento

e Coroll. 4. prop. 2. AD, DB est æquale; e est enim & DH ipsi DB ęqualis: FD, DL autem sunt gnomon

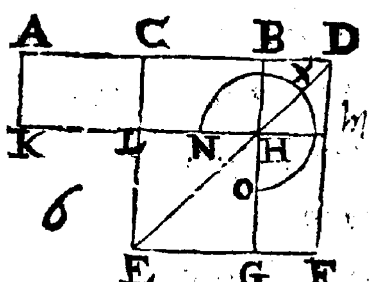
f ax. 1. MNX: f ergo gnomon MNX est æqualis AD, DB contento. Si LG commune, quod est æquale quadrato ex CD, addatur: erunt MNX gnomon, & LG æqualia contento AD, DB, & illi quod ex CD fit quadrato. Sed gnomon MNX, & LG totum CEFB quadratum, quod est quadratum ex CB: ergo AD, DB contẽtum, cum quadrato quod fit ex CD, æquale est quadrato ipsius CB. Si ergo recta linea secteur, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro

Propos. 6. Theor. 6.

Si recta linea bisecetur, eiq; in directum quædam recta adiiciatur, erit rectangulum, quod fit ex tota composita, & adiecta, vnà cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato quod fit ex dimidia & adiecta.

Recta A B bisecetur in C, adiiciaturq; ei quędam B D in directum. Dico rectangulum A D, D B contentum, cum quadrato rectæ C B, æquale esse quadrato quod fit ex C D. *a* Describatur enim super C D quadratum C E F D; ducaturq; D E. & *b* per B qui- — a *prop.* 46. 1

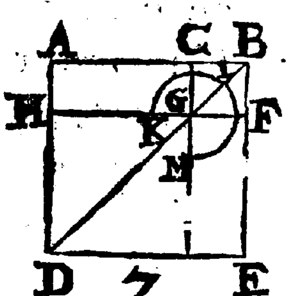


dem vtriq; E C, D F parallela ducat. B G: per H verò vtrique A D, E F parallela KM. Item per A vtriq; C L, D M parallela A K. Cum igitur A C æqualis sit rectæ C B; erit & A L æquale ipsi C H; sed C H *c* æquale est ipsi H F: ergo & A L, ęquale est ipsi H F. Commune addatur C M: *d* totũ ergo A M gnomoni N X O erit æquale: sed A M est quod continetur A D, D B (est *e* enim D M æqua- — b *prop.* 31. 1. — c *prop.* 43. 1 — d *ax.* 2. — e *def.* 17.

qualis ipsi D B):&gnomon N X O æqualis est A D, D B contento. Commune addatur L G, quod est æquale quadrato rectæ C B; ergo contentum A D, D B, cum quadrato ipsius B C, æquale est gnomoni N X O, & L G, Sed gnomon N X O, & L G sunt quadratum C E F D, quod est quadratum ipsius C D: ergo quod A D, D B cõtinetur, cũ quadrato ipsius B C, æquale est ipsius C D quadrato. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 7. Theor. 7.

Si recta linea secetur vtcumque, quod à tota, quodq́; ab vna partium fit, vtraque quadrata, æqualia sunt ei, quod bis à tota & dicta parte fit rectangulo, vna cum alterius partis quadrato.



Recta AB secetur vtcumque in C. Dico quadrata, quæ ex A B, C B fiunt, æqualia esse bis A B, B C contento, & quadrato quod fit ex A C. *a* Describatur enim super A B quadratum A D E B, & figura * construatur.

a prop. 46. 1
** Vt in præcedentibus.*

Et

Et quia A G, G E æqualia ſunt, ſi commune C F addatur, erunt tota A F, C E æqualia: vtraq; ergo A F, C E dupla ſunt ipſius A F: ſed A F, C E ſunt gnomon K L M & C F quadratum: gnomon ergo K L M, & C F dupla ſunt ipſius A F. Eſt vero eiuſdem A F duplum bis A B, B C contẽtum; *b* ſunt enim, B F, B C æquales. Gnomon ergo K L M, & C F æquantur bis A B, B C contento. Commune addatur D G, quod eſt quadratũ ex A C: gnomon ergo KLM, & quadrata B G; G D æquantur bis A B, B C contento, & quadrato quod ex A C. Sed gnomon KLM, & quadrata BG, GD ſunt totum A D E B, & C F; quæ ſunt ex A B, B C quadrata. Quadrata ergo ex AB, B C æquantur bis A B, B C contento, & quadrato ex A C: ſi ergo, recta linea, &c. Quod oportuit demonſtrare. b *def. 17.*

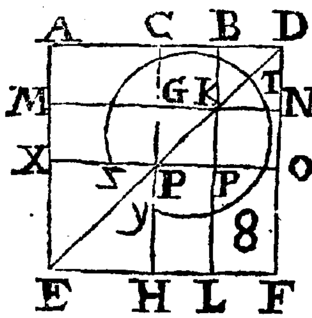
Propoſ. 8. Theor. 8.

Si recta linea ſecetur vtcumq., rectangulum quater totâ, & vna parte contentum, cum quadrato alterius partis, æquale eſt quadrato à tota & dicta parte, tanquam ab vna linea deſcripto.

Recta

Recta AB sit secta vtcumque in C. Dico rectangulum quater AB, BC contentum, cum eo, quod fit ex AC quadrato æquale esse quadrato, quod fit ex AB, BC, tanquam ex vna linea. Producatur enim AB in directum, & sit BD æqualis

a prop. 46. 1 CB; & *a* super AD constituatur quadratum AEFD, & dupla figura construatur. Quia igitur CB ipsis BD; GK; BD verò ipsi KN æqualis est; erunt & GK, KN æquales. Ob eandem causam, erunt PR, RO æquales. Cumque tam BC, BD; quam GK, KN æquales sint; *b* erũt etiam



b prop. 36. 1 tam CK, KD: quam GR, RN æqualia: sed CK, RN *c* sunt æqualia (sunt enim

c prop. 43. 1 complementa parallelogrammi CO) igitur & KD, GR æqualia erunt. Quatuor ergo DK, CK, GR, RN ęqualia sunt: quatuor ergo illa sunt quadruplicia ipsius CK. Rursus cum CB ipsi BD: BD *d* ipsi BK,

d corol. 4. 2. hoc est, ipsi CG; & CB ipsi GK, hoc est,

e 5 def. 27. ipsi GP æqualis sit, erit CG ipsi GP æqualis. Et cum CG ipsi GP; & PR ipsi RO æqualis sit; erit & AG ipsi MP; & PL

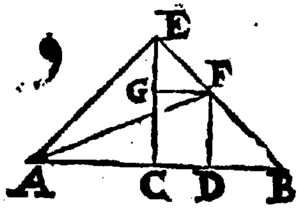
e prop 43. 1 ipsi RF æquale: Sed MP, PL sunt *e* æqualia,

lia, quippe parallelogrammi ML complementa, erunt & A G, R F æqualia. Quatuor ergo A G, M P, P L, R F sunt æqualia; quatuor ergo illa quadruplicia sunt ipsius A G, Ostensa autẽ sunt & C K, K D, G R, R N ipsius C K quadruplicia: ergo octo illa quæ gnomonẽ S T Y continẽt, quadrupla sunt ipsius AK: & cum AK contento AB, BD sit ęquale, est enim BK, ipsi BD ęqualis. erit quater A B, B D contentum, quadruplum ipsius A K. ostensus est autem & gnomõ S T Y quadruplex ipsi⁹ A K. Quod ergo quater A B, B D continetur ęquale est gnomoni S T Y. Commune addatur X H (quod æquale est quadrato ex A C) quater ergo A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato quod fit ex A C, æquale est gnomoni S T Y, & X H. Sed gnomon & X H sunt A E F D quadratum, quod est quadratum ex A D: ergo quater A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato ex A C, est æquale illi, quod fit ex A D quadrato, hoc est, quod fit ex A B, B C tanquam ex vna linea. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos. 9. Theor. 9.

Si recta linea secetur in æqualia, & non æqualia, quadrata partiū inæqualium dupla sunt, & eius quod fit à dimidia, & eius quod fit à linea, quæ inter sectiones intercipitur quadrati.



SEcetur recta AB in C æqualiter, in D inęqualiter. Dico quadrata ex A D, D B dupla esse eorum, quæ ex A C, C D fiunt. *a* Ducatur ex C ipsi AB ad angulos rectos
a prop. 11. 1. E C, quæ sit vtrique A C, C B æqualis, ducanturque E A, E B. Atque per D ipsi E C agatur parallela D F: per F verò ipsi A B parallela F G iungaturque A F. Et quia
b prop. 5. 1. A C, C E æquales sunt; *b* erunt & anguli E A C, A E C æquales. Et cum angulus ad
c prop. 32. 1. C rectus sit; *c* erunt reliqui A E C, E A C vni recto ęquales, ideoque semirecti. Eandem ob causam C E B, E B C semirecti erunt: vnde totus A E B rectus erit. Cumque
d prop. 29. 1 que G E F semirectus sit; *d* rectus E G F (est enim interno & opposito E C B æqualis) n erit reliquus E F G semirectus:
n prop. 32. 1.

Ergo

Ergo G E F ipsi E F G est æqualis; *e* quare & latus E G lateri F G æquale erit. Rursus cum angul⁹ ad B semirectus sit; rectus F D B (est enim æqualis interno & opposito E C B) erit reliquus B F D semirectus. Est ergo angulus ad B æqualis D F B angulo. *f* Quare & latus B F lateri D B æquale erit: Et cum A C; C E æquales sint, erunt & quadrata ex A C, C E æqualia: dupla ergo sunt quadrato ex A C: *g* æquale autem est quadratis ex A C, C E quadratum ex E A (nam angulus A C E rectus est) est igitur quod ex E A duplũ eius quod ex A C. Rursus cum E G, G F æquales sint; erunt & quæ ex E G, G F quadrata æqualia: dupla ergo sunt eius quod fit ex G F: Et *h* æqualia eius, quod ex E F: ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex G F quadrati (sunt autem G F, C D æquales) ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex C D. Est autem & quod ex A E duplum eius, quod ex A C: ergo quadrata quæ ex A E, E F dupla sunt eorum, quę ex A C; C D. Quadratis autem ex A E, F F, *i* æquale est quod ex A F (est enim angulus A E F rectus) ergo quod ex A F quadratum duplum est eorum, quæ ex A C, C D: ei autem, quod ex A F *k* æqualia sunt quæ ex A B, D F

e prop. 23. 1.
f prop. 6. 1.
g prop. 6. 1.
h prop. 47. 1
i prop. 47. 1
k prop. 47. 1
l prop. 47. 1.

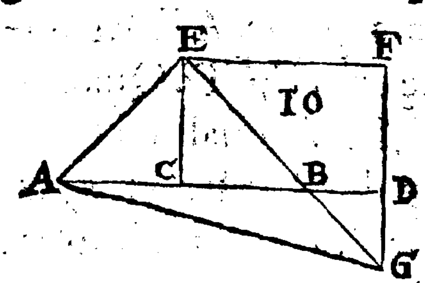
sunt (nam angulus ad D rectus est) igitur quæ ex A D, D F dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D quadratorum (sunt autem D F, D B æquales) ergo quæ ex A D, D B quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 10. Theor. 10.

Si recta linea bisecetur, eiq; in rectum quadam alia adiiciatur; quæ à tota cum adiecta, & ab adiecta fiunt quadrata, dupla erunt quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & à composita ex dimidia & adiecta.

Recta A B bisecetur in C, adiiciaturq; ei in rectum B D. Dico quadrata quæ ex A D, D B dupla esse eorum, quæ ex A C, C D. *a* Ducatur enim ex C ipsi A B ad angulos rectos C E; *b* sitq; C E ipsis, A C, C B æqualis; & iungantur A E, E B, atq; *c* per E ipsi A D agatur parallela E F. Per D verò ipsi C E parallela D F; & cum in parallelas E C, F D inci-

a *prop.11.1.*
b *prop.2.1.*
c *prop.31.1.*



incidat E F, *d* erunt anguli C E F, E F D æquales duobus rectis: vnde F E B, E F D duobus rectis minores erunt. *e* Quæ autem à minoribus quã sint duo recti producuntur rectæ lineæ, concurrunt: ergo EB, F D ad partes B, D productę concurrent: concurrant in G, iungaturque A G. Et quia A C, C E æquales sunt, *f* erunt & anguli A E C, E A C æquales; *g* & est angulus ad C rectus: ergo E A C, A E C sunt semirecti. Eandem ob causam C E B, E B C semirecti sunt: ergo A E B rectus est: cumque E B C sit semirectus, *h* erit & D B G semirectus: est verò B D G rectus; *i* æqualis enim est angulo D C E, quod sint alterni: reliquus ergo D G B semirectus est: quare anguli D G B, D B G æquales sunt; *k* erunt igitur & latera B D, G D æqualia. Rursus cum E G F semirectus sit: *l* rectus qui ad F (est enim ad C opposito æqualis) erit & F E G semirectus: sunt igitur E G F, F E G æquales, *m* Quare & latera G F, E F æqualia erunt. Cum ergo E C, C A æquales sint; erit & quod ex E C quadratum, æquale ei, quod ex A C: Quadrata ergo quæ ex E C, C A, dupla sunt eius, quod fit ex C A: illis autem, quæ ex C E, C A, *n* æquale est quod ex E A: ergo quod

d *prop. 29. 1*
e *ax. 11.*
f *prop. 5. 1.*
g *per struct.*
h *prop. 15. 1*
i *prop. 29. 1.*
k *prop. 6. 1.*
l *prop. 34. 1*
m *prop. 6. 1.*
n *prop. 47. 1*

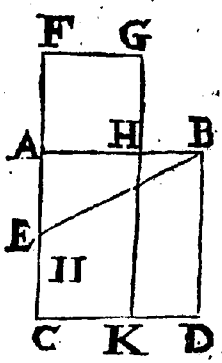
ex EA duplum est eius quod ex AC. Rursus cum GF, EF sint æquales, erunt & quæ ex FG, FE quadrata æqualia. Sunt ergo quæ ex FG, FE dupla eius, quod ex
n prop.47.1 EF: illis autem, quæ ex GF, FE *o* æquale est quod ex EG: ergo quod ex EG duplum est eius, quod ex EF, sunt autem EF, CD æquales: ergo quod ex EG duplum est eius quod ex CD: ostensum est autem id, quod ex EA duplum esse eius quod ex AC: quæ ergo ex AE, EG quadrata dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD:
p prop.47.1 illis autem quæ ex AE, EG *p* æquale est quod ex AG: ergo quod ex AG duplum est eorum, quæ ex AC, CD: ei autem
q prop.47.1 quod ex AG, *q* æqualia sunt, quæ ex AD, DG: ergo quæ ex AD, DG quadrata dupla sunt eorum, quę ex AC, CD, æquales autem sunt DG, DB: ergo quæ AD, DB quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD. Si ergo recta linea bisecetur, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos. 11. Probl. 1.

Datam rectam secare, vt quod tota, & vna parte continetur rectangulum, æquale sit quadrato quod fit ex reliqua parte.

SIt data recta A B, quam oporteat ita secare, vt quod ex tota & vna partium fit rectangulum, æquale sit ei, quod ex altera parte fit quadrato. *a* Describatur ex a *prop.46.1*
AB quadratum ABCD, & *b* bisecatur AC b *prop.10.1.*
in E, iungaturq; BE. producatur CA in F,

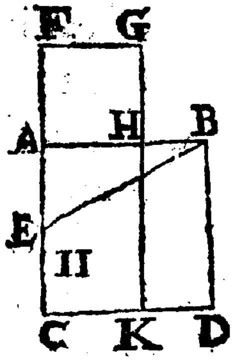


sitq; EF *c* æqualis rectæ BE. c *prop.2.1*
d cõstituatur super AF qua- d *prop.46.1*
dratum FH, & producatur GH in K. Dico rectam A B in H sectam esse, vt AB, BH contentum rectangulum, ęquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Cum enim recta AC bisecta sit
in E, eique adiecta in directum A F; *e* erit e *prop.6.2.*
CF, FA contentum, cum eo quod fit ex A E, ęquale illi quod fit ex EF, sunt autem EF, EB ęquales: ergo CF, FA contentum, cũ eo quod fit ex A E; æquale est illi, quod
ex E B quadrato: sed ei, quod ex E B *f* æ- f *prop.47.1.*
qualia sunt, quæ ex B A, A E quadrata (rectus enim est angulus ad A) ergo quod

 CF,

CF,FA continetur, cum illo quod ex AE quadrato, ęquale est illis, q̄ ex BA, AE quadratis: Commune quod ex AE auferatur; reliquum ergo, quod CF,FA continetur, æquale est ei, quod ex AB quadrato. Est autem CF, FA contẽtum, ipsum FK (g nam AF, FG sunt æquales) Quod autem fit ex AB, est AD quadratum: ergo FK, AD sunt æqualia. Commuue AK auferatur: eruntque reliqua FH, HD æqualia. Est autẽ HD quod AB, BH continetur h (sunt enim AB, BD æquales) FH autẽ est quod fit ex AH quadratũ. Ergo quod AB, BH continetur rectangulum, æquale est quadrato quod ex AH: recta ergo AB secta est in H, vt quod AB, BH continetur rectangulũ æquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Quod facere oportebat.

g def. 17.



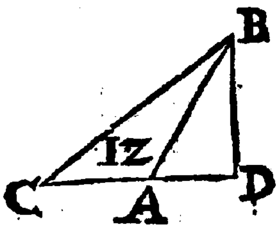
h def. 17.

Propos. 12. Theor. 11.

In triangulis obtusangulis quadratum quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum continentium, rectangulo bis contento & ab vno latere obtusum continen-

tinenti in quod productum perpendicularis cadit, & à linea exterius assumpta à perpendiculari ad angulum obtusum.*

SIt triangulum obtusangulum A B C, obtusum angulum habẽs BAC. *a* Ducatur ex B ad C A productam perpendicularis B D. Dico quadratum ex B C maius esse eis, quæ ex B A, A C, rectangulo bis C A, A D contẽto. Cum enim recta C D secta sit vtcũque in A; *b* erit quod ex D C æquale illis, quæ ex C A, A D quadratis; & ei, quod bis C A, A D continetur. Commune addatur, quod ex D B. Ergo quæ ex C D, D B æqualia sunt illis, quæ ex C A, A D, D B quadratis; & illi, quod bis C A, A D continetur: sed illis, quę ex C D, D B quadratis, *c* ęquale est quod ex C B (est enim angulus ad D rectus) illis autem, quę ex A D, D B *d* æquale est, quod ex A B quadratum. Quod igitur ex C B æquale est illis, quæ ex C A, A B quadratis, & rectangulo bis C A, A D contento. In triangulis ergo obtusangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.



a *prop.12.* 1.

b *prop.4.* 2.

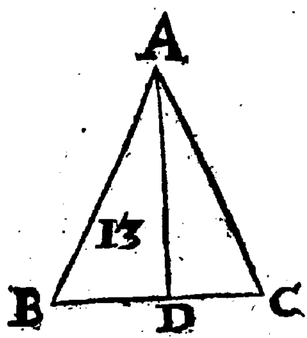
c *prop.47.* 1.

d *prop.47.* 1.

Propos. 13. Theor. 12.

In acutangulis triangulis quadratum lateris acutum angulum subtendentis minus est quadratis acutum continentibus rectangulo bis contento, & ab uno latere acutum continente, in quod perpendicularis cadit, & à linea à perpendiculari intus assumpta ad angulum acutum.

a prop. 12. 1. SIt acutangulum triangulum ABC, habẽs acutũ B: *a* ducatur ab A in BC perpendicularis AD. Dico quadratũ quod fit ex A C minus esse illis quæ fiunt ex C B, BA; rectangulo bis C B, B D contento. Cũ enim recta CB secta sit vtcumq; in D;



b prop. 7. 2 *b* erunt quæ ex C B, B D quadrata æqualia bis CB, BD contento, & illi quod ex D C quadrato. Commune addatur, quod ex A D: Ergo quæ ex C B, B D, D A quadrata, æqualia sunt bis C B, B D contento, & quadratis quæ ex A D, D C. Sed illis, quæ ex B D, D A, quale est quod ex A B (est einm angulus ad D rectus)

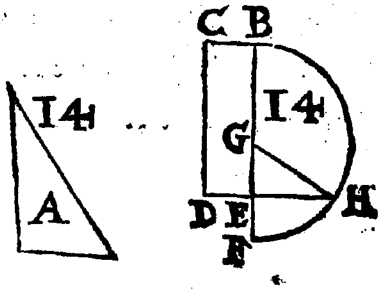
illis

illis verò quę ex AD, DC ęquale est quod ex AC. Ergo quæ ex CB, BA, æqualia sunt & illi quod ex AC quadrato; & illi quod bis CB, BD continetur. Quare quod ex AC quadratum minus est illis, quæ ex CB, BA quadratis, rectangulo bis BC, BD contento. In triangulis ergo acutangulis, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 14. Probl. 2.

Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

ESTO rectilineum A, cui oporteat æquale quadratum constituere. *a* Fiat rectilineo A æquale parallelogrammum rectangulum BD. Si igitur BE, ED fuerint æquales, factum est quod petitur; erit enim rectilineo A æquale quadratũ BD. *a prop. 45. 1*



Si non; erit vna ipsarum BE, ED maior; Sit maior BE, quę producatur in F, *b* fiatque FE, ipsi ED æqualis, *c* bisecceturque FB in G, & centro G, interuallo GB, aut GF describatur semicirculus BHF, & producatur DE in H, *b prop. 2. 1.* *c prop. 10. 1.*

ducaturque G H. Cum itaque recta B F secta sit æqualiter in G, inæqualiter in E; d prop.5.2. d erit quod B E, E F continetur, cum eo quod ex E G quadrato, æquale ei quod ex G F quadrato. Sunt autem G F, G H æquales. Quod ergo B E, E F continetur cum eo quod ex G E, æquale est illi, quod a prop.47.1. ex G H; illi verò quod ex G H, e æqualia sunt quæ ex H E, G E quadrata: ergo quod B E, E F continetur, cum eo quod ex G E, æquale est illis, quæ ex H E, G E: Commune auferatur, quod ex G E; & erit reliquum, quod B E, E F continetur, æquale ei, quod ex E H quadrato; sed quod B E, E F continetur est ipsum B D, siquidem E F, E D sunt æquales: parallelogrammũ ergo B D æquale est ei quod ex H E quadrato: Est autem B D æquale rectilineo A: ergo rectilineum A æquale est quadrato ex E H descripto. Dato ergo rectilineo A, æquale quadratum constituimus, id nimirum quod ex E H. Quod facere oportuit.

LIB. III.

ELEMENTVM TERTIVM EVCLIDIS.

Definitiones.

1. Æquales circuli ſunt, quorum diametri ſunt æquales; vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.
2. Recta linea circulum tangere dicitur, quæ contingens circulum, & producta ipſum non ſecat. *In figura propoſ. 16. linea A E tangit circulum A B C. In 18. & 19. D E tangit circulum A B C.*
3. Circuli ſe tangere dicuntur, qui ſeipſos contingentes, ſe ipſos non ſecant. *Circuli ſe contingunt aut interius, vt propoſ. 6, circuli A B C, D E C; aut exterius, vt propoſ. 12. circuli B A C, D A E.*

4. In circulo æqualiter à centro distare dicuntur rectæ lineæ, cum à centro ad ipsas perpendiculares ductæ æquales fuerint. *Vt propos. 14. lineæ AB, CD à centro E, æqualiter distant quod EF, EG sint æquales.*

5. Magis distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

6. Portio circuli, est figura quæ recta linea & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt portiones ACB, AEB.*

7. Portionis angulus est, qui recta linea, & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt anguli CAB, EAB, recta AB, & peripheriis CA, EA contenti.*

8. In portione angulus est, cum in circumferentia portionis acceptum punctum fuerit, & ab ipso ad terminos rectæ lineæ, quę est basis portionis, iunguntur rectæ, angulus inquam his rectis contentus. *Vt in 26. propos. angulus EDF est in portione EDF.*

9. Quando vero lineæ angulum continentes, assumunt peripheriam, in illa insistere angulus dicitur. *Vt in pro-*

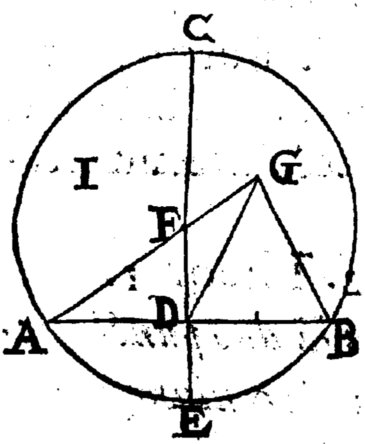
propos. 27. angulus E D F *insistit peripheriæ* E F.

10. Sector circuli est, quando angulus ad centrum circuli constiterit, figura contenta rectis lineis angulum cõprehendentibus, & peripheria ab ipsis assumpta. *Vt in propos. 27. sector dicitur figura* E H F.

11. Similes circuli portiones sunt, quę capiunt æquales angulos, aut in quibus anguli æquales consistunt.

Propositio I. Probl. I.

Dati circuli centrum inuenire.



ESto datus circulus A B C, cuius cẽtrum inuenire oporteat. Ducatur quædam recta linea A B vtcunque, *a* bisceceturque in D; atque per D ipsi A B ad *b* angulos rectos erigatur D C, *c* quæ producatur in E, & *d* bisecetur C E in F. Dico F centrum esse circuli ABC. Si non; sit, si fieri potest, G, ducanturque G A, G D,

a *prop. 10. 1.*
b *prop. 11. 1.*
c *postul. 2.*
d *prop. 10. 1.*

GD, GB; & cum AD, DB ęquales sint, communis DG; e erunt duæ AD, DG, duabus GD, DB æquales, altera alteri; & basis GA æqualis basi GB; sunt enim ex centro G: g ergo & anguli ADG, GDB æquales erunt: Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps æquales fecerit, rectus erit vterque angulorũ: rectus ergo est GDB; sed & FDB rectus est; est ergo angulus FDB æqualis angulo GDB, maior minori, quod fieri nequit. Non ergo G centrum est. Similiter ostendemus quod pręter F nullum aliud: F ergo centrum est. Quod inuenire oportuit.

e prop. 8. 1. f prop. 8. 1.

Corollarium.

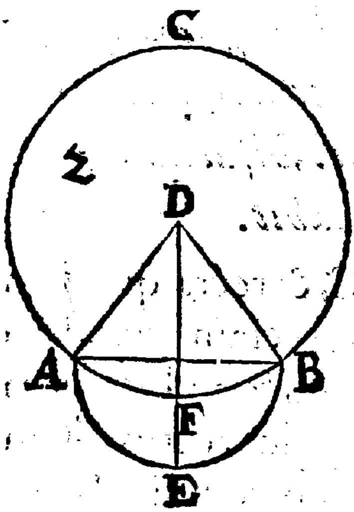
Ex his manifestum est, si in circulo recta quædam rectam quandam bifariam, & ad angulos rectos secet, in secante centrum circuli esse.

Præpositio 2. Theor. 1.

Si in circuli peripheria duo puncta accipiantur, recta illa coniungens intra circulum cadet.

ESto circulus ABC, & in eius peripheria accipiantur quæcunque duo puncta A, B. Dico rectam, quæ ex A in B ducitur

citur intra circulum cadere. Si non: Cadat, si fieri potest, extra, vt A E B, & accipiatur centrum circuli A B C, quod sit D, junganturque D A, D B, & producatur



D F in E. Quia D A *a* æqualis est ipsi D B; *b* erit & angulus D A E angulo D B E æqualis; cumq; trianguli D A E vnum latus A E productũ sit in B, *c* erit angulus D E B maior angulo D A E: æquales sunt autem anguli D A E, D B E, maior ergò est D E B angulus quam D B E; *d* maior autem angulus maius latus subtendit; maius ergo est D B latus, quam D E: *e* at D B ipsi D F æquale est; maius ergo est D F, quam D E, minor maiore, quod fieri nequit: Non ergo quæ ex A in B ducitur extra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in ipsam peripheriam; cadet ergo extra.

a *def. 15.*
b *prop. 5. 1.*
c *prop. 16. 1.*
d *prop. 19.*
e *def. 15.*

Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

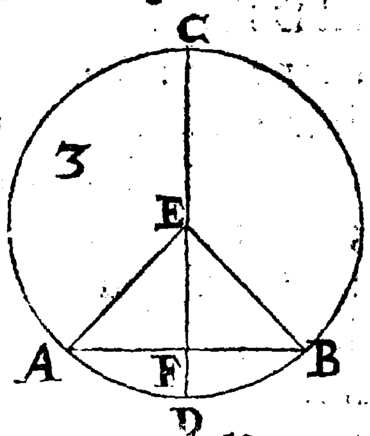
Propositio 3. Theor. 2.

Si in circulo recta quædam linea per centrum ducta, rectā non per centrum ductam bisecet, & ad angulos rectos ipsam secabit: Et si ad angulos rectos ipsam secet, bifariam quoq; secabit.

ESto circulus A B C, & recta quædam C D per centrum, rectam quandam A B non per centrum ductam bisecet in F. Dico quod & ad angulos rectos ipsam secet. Accipiatur enim centrum E, ducanturque E A, E B. Cumque A F, F B æquales sint, communis F E; erunt duæ A F, F E duabus F B, F E, æquales basisque E A, basi E B: a ergo & angulus A F E angulo B F E æqualis erit. Cum autem recta super rectā consistens angulos deinceps æquales fecerit, b rectus erit vterque æqualium angulorũ: vterque ergo A F E, B F E rectus erit: ergo C D per centrum ducta bisecat A B non per centrum ductā.

a prop. 8. 1.

b def. 10. 1.



et ad angulos rectos ipsā secabit Sed

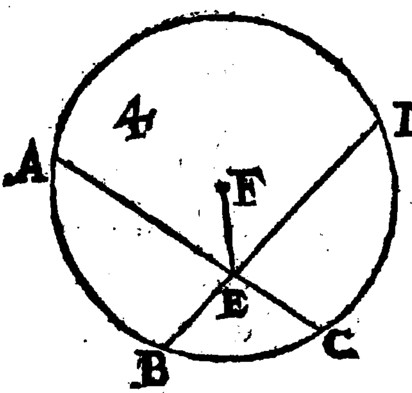
Sed iam C D ad angulos rectos secet ipsã A B; dico & bisecare ipsam, hoc est, A F, F B æquales esse. iisdem constructis, cum E A, E B æquales sint; c erunt & anguli E A F, E B F æquales: est autem rectus A F E recto B F E æqualis: duo ergo triangula E A F, E F B, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & vnum latus vni lateri, nempe commune E F, quod vni æqualium angulorum subtenditur, d habebit & reliqua latera reliquis æqualia: æquales ergo sunt A F, F B. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 5. 1.

d prop. 26. 1.

Propositio 4. Theor. 3.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se mutuò secent, non per centrum ductæ, se bifariam non secabunt.



Esto circulus A B C D, in eoq; duæ rectæ A C, B D nõ per centrum ductæ, se inuicem in E secẽt. Dico quod se bifariam non secent. Si fieri potest, se bifariam secent; sintq; & A E, E C; & D E, B E æquales; &

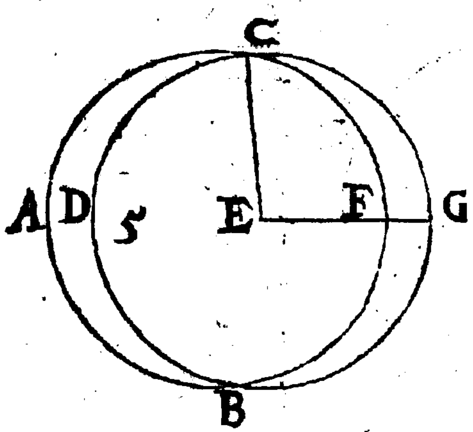
 acci-

accipiatur centrum F ducaturq; FE. Cum ergo recta quædam F E per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam bisecet, ad rectos *a* angulos ipsam secabit: angulus ergo F E A rectus est. Rursus cum recta F E, rectam quandam B D non per centrum ductam bisecet, ad *b* angulos rectos ipsam secabit; rectus ergo est F E B. Ostensus autem est & F E A rectus: ergo FEA, æqualis est FEB, minor maiori, quod fieri nequit: non ergo A C, B D se bifariam secant. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 3. 3.
b prop. 3. 3.

Propositio 5. Theor. 4.

Si duo circuli se inuicem secuerint, non erit ipsorum idem centrum.



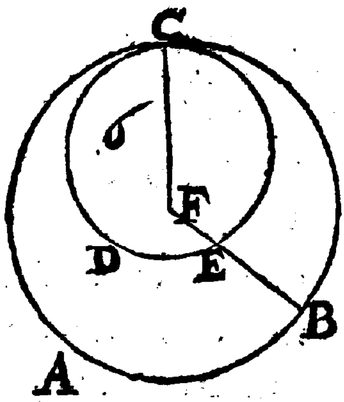
DVo circuli ABC, CDG se inuicē secent in B, & C. dico ipsorum non esse idem centrū. Si est; Esto E, iungatur EC; & ducatur E F G vtcunque. Et quia E centrum est circuli ABC, *a* erit EC æqua-

a def. 15. 1.

æqualis E F. Rurſus quia E centrum eſt circuli C D G *b* erit & E C æqualis E G. b *def.* 15. 1. Oſtenſa eſt autem E C æqualis E F. erit igitur E F æqualis E G, minor maiori. Quod fieri nequit. Non ergo E centrum eſt circulorum A B C, C D G. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 6. Theor. 5.

Si duo circuli interius ſe contingant, non erit illorum idem centrum.



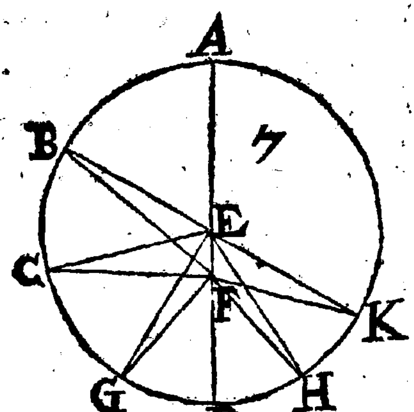
DVO circuli A B C, C D E ſe tangãt interius in C. Dico illorum nõ eſſe idem centrum. Si eſt: Eſto F, iungaturque F C, & ducatur F E B vtcunque. Cum ergo F centrum ſit circuli A B C, *a* erit F C æqualis F B. Et cum F a *def.* 15. 1. centrum etiam ſit circuli C D E, *b* erit F C b *def.* 15. 1. æqualis F E: demonſtrata eſt autem & F C æqualis F B: ergo F E æqualis eſt F B, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo F centrum eſt circulorum A B C, C D E.

 Si

Si ergo duo circuli,&c. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 7. Theor. 6.

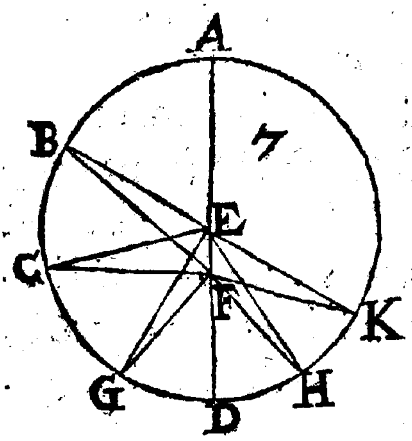
Si in diametro circuli accipiatur punctum, quod centrum non sit; ab eoque in circulum cadant rectæ quædam, maxima erit in qua est centrum; minima reliqua. aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum transit remotiore semper maior est: Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadent ad utrasque partes ipsius minimæ.



ESTO circulus ABCD, diametrus eius AD, in qua sumatur punctum quoduis F, quod centrum non sit. Centrum autẽ sit E: Cadant ab F ad circulum rectæ quædam FB, FC, FG. Dico maximam esse FA, minimam FD: aliarum FB maiorem, quam FC; & FC maiorem quã FG,

F G. iungantur enim B E, C E, G E. Et
quia omnis trianguli *a* duo latera reliquo *a prop. 20. 1.*
maiora sunt, erunt E B, E F maiores B F;
Est autem A E ipsi B E æqualis; sunt ergo
B E, E F æquales ipsi A F; maior igitur est
A F quam B F. Rursus cum B E, C E æ-
quales sint communis E F; erunt duæ B E,
E F, duabus C E, E F æquales; sed angu-
lus B E F *b* maior est angulo C E F: erit *b ax. 9.*
c igitur & basis B F maior basi C F. Ean- *c prop. 24. 1.*
dem ob causam maior est C F, quam F G.
Rursus cum G F, F E maiores sint quam
E G; & E G, E D æquales; erunt G F, F E
maiores quam E D; communis auferatur
E F; *d* reliqua ergo G F, reliquâ F D ma- *d ax. 5.*
ior erit. Est ergo F A maxima; minima
D F; maior autem F B, quam F C, & hæc
maior quam F G. *Dico secundo*, quod ex
F duæ tantum æquales ad circulum ca-
dant vtrinque à minima D F. *e* Constitua- *e prop. 23. 1.*
tur enim ad E rectæ E F, angulus F E H æ-
qualis angulo G E F, ducaturque F H.
Cum ergo G E, E H æquales sint, com-
munis E F erunt duæ G E, E F, duabus
H E, E F æquales, angulusque G E F, an-
gulo H E F æqualis: *f* igitur & basis F G *f prop. 4. 1.*
basi F H erit æqualis. Dico tertio, quod
ipsi F G nulla alia æqualis ex F ad circu-

 lum



lum cadat. Si enim cadit; Cadat FK. Cum ergo vtraq; FK, FH ipsi FG sit æqualis; g erit & FK ipsi FH æqualis: propinquior ergo ei, quæ est per centrum, æqualis est remotiori, quod fieri nequit. Vel sic. Ducatur EK. Cum ergo GE, EK æquales sint, communis FE, item h basis GF basi FK æqualis; i erit & angulus GEF angulo KEF æqualis: sed GEF æqualis est angulus HEF: ergo & HEF æqualis erit ipsi KEF, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ab F plures vna ipsi GF æquales ad circulum cadunt. Si ergo in diametro, &c. Quod oportuit demonstrare.

g ax. 1.
h Def. 15.
i prop. 8. 1.

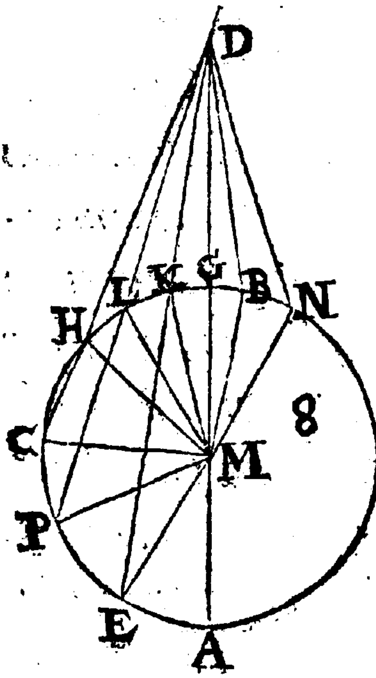
Propo-

Propositio 8. Theor. 7.

Si extra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum ducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna per centrum transeat, reliquæ vt libet. Earum quidem, quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima est, quæ est per centrum: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum, remotiore semper maior est. At earum, quæ in conuexam peripheriam cadunt, minima est, quæ inter punctum & diametrum interijcitur; aliarum verò, quæ propinquior minimæ semper remotiore minor est. Duæ autẽ tantum æquales à puncto in circulum cadunt ad vtrasq; partes minimæ.

ESto circulus A B C, extra quem accipiatur punctum D, ab ipsoq; ducantur rectæ quædam ad circulum D A, D E, D P, D C, ducaturque D A per centrum. Dico quod cadentium ad cauam peripheriam A E P C maxima sit, quæ per centrum transit, D A; minima, quæ inter punctum D, & diametrum A G interijcitur,

tur, quæ est D G; maior autem D E, quam D P, & hæc maior quam D C. Earum verò quæ in conuexam



peripheriam HLKG cadunt semper propinquior MINIMÆ D G, minor est remotiore, hoc est, DK minor est quam DL, & hæc minor quam DH. Accipiatur centrum M, iunganturque M E, M P, M C, M H, M L, K M. Et cum A M, E M *a* æquales sint, communis addatur M D, eritque A D æqualis vtrisque E M, M D; sed E M, M D *b* maiores sunt quam E D: ergo & A D maior est quam E D. Rursus M E, M P æquales sunt, cōmunis addatur M D; eruntq; EM, MD æquales ipsis PM, M D: sed angulus E M D maior est angulo P M D; *c* ergo & basis E D maior est basi P D. Similiter ostēdemus P D maiorē esse C D. Maxima ergo est D A; maior D E quam DP, & D P maior quam DC. Cumque M K, K D *d* maiores sint quam M D; & M G æqualis M K; *e* erit reliqua K D maior

a def. 15.
b prop. 20. 1.
c prop. 24. 1.
d prop. 20. 1.
e ax. 5.

maior reliquâ G D: Quare G D minor est quam K D, est enim omnium minima. Et quia lineæ MK, KD à terminis lateris MD intra triangulum M L D constitutæ sunt; f erunt illæ minores quam M L, L D: sunt autem M K, M L æquales: ergo reliqua D K minor est, reliquâ D L. Eodem modo ostendemus D L minorem esse D H. Minima ergo est DG; minor autem D K quam D L, & D L minor quam D H. Deinde dico, quod à puncto D tantum duæ æquales in circulum cadant ad vtrasque partes minimæ. g Constituatur ad M lineæ M D angulo K M D æqualis D M B, ducaturque D B. Cum ergo M K, M B æquales sint, MD cõmunis; erunt duę KM, M D, duabus B M, M D æquales, altera alteri, sunt verò & anguli K M D, B M D æquales; h erunt igitur & bases D K, D B æquales. Dico tertio rectæ D K à puncto D ad circulum æqualem aliam non cadere, Si enim potest, cadat D N. Cum ergo D K sit æqualis D N; & ipsi D K æqualis D B; erit i & D B ipsi D N æqualis, propinquior minimæ remotiori, quod fieri non posse demonstratum est. Aliter. Ducatur M N. Cum igitur K M, æqualis sit M N, communis M D, & basis D K æqua-

f *prop. 21. 1.*

g *prop. 23. 1*

h *prop. 4. 1.*

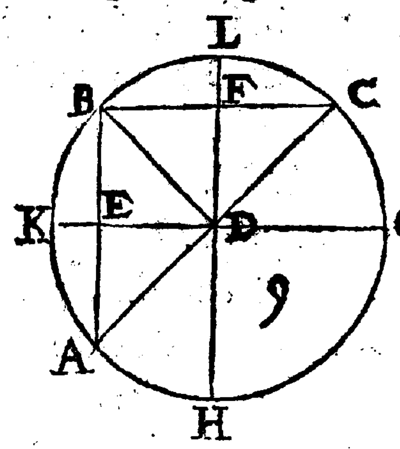
i *ax. 1.*

k prop. 8. 1. lis basi D N, *k* erit & angulus K M D angulo D M N æqualis: sed K M D æqualis est angulo B M D: ergo & B M D æqualis erit N M D, minor maiori; quod fieri nequit: Non ergo plures quam duę à puncto D ad circulum A B C æquales ad vtrasque partes D G cadunt. Si ergo extra circulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 9. Theor. 8.

Si intra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum plures quam duæ æquales rectæ cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

ESto intra circulum A B C acceptum punctum D, ab eoque ad circulum A B C plures quam duæ rectæ æquales cadant, nempe DA, DB, DC. Dico D centrum esse circuli ABC. iungantur AB, B C. bisecenturque in E & F, & iunctæ E D, DF, producantur in G, K: & H, L.



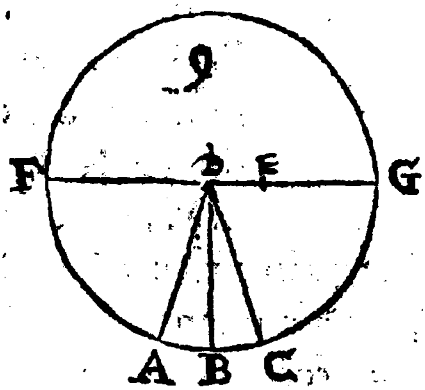
Cum ergo A E æqualis sit E B, communis E D:

E D: erunt duę A E, E D, duabus B E, E D æquales; est *a* verò & basis D A basi D B æqualis: erit *b* igitur & angulus A E D angulo B E D æqualis: *c* rectus ergo vterq; est; secat *d* ergo G K ipsam A B bifariam, & ad angulos rectos. Et quia, *e* quando in circulo recta rectam secat bifariam & ad angulos rectos, in secante centrum est circuli, erit in G K centrum circuli A B C. Eadem ratione centrum erit in H L: & nullum aliud commune punctum habent rectæ G K, H L præter D: est ergo D centrum circuli A B C. Si ergo intra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *ex hypothesi.*
b *prop. 8. 1.*
c *def. 10. 1.*
d *prop. 33.*
e *cor. prop. 1. 3.*

Aliter.

INtra circulum A B C sumatur punctum D, ab eoque ad circulum plures quam duæ rectæ æquales cadant, D A, D B, D C. Dico D esse centrum circuli A B C. Si non est. Esto E, & iuncta D E producatur in F & G.



a Est autem F G diametrus circuli A B C. Cum ergo in diametro F G acceptum sit pun-

a *def. 17. 1.*

punctum D, quod centrum circuli non est; *b* erit D G maxima; maior autem D C quam D B, & D B maior quam D A; sed & æquales sunt; quod fieri non potest. E ergo centrum circuli A B C non est. Similiter ostẽdemus quod præter D aliud nullum; D ergo centrum est circuli.

b prop. 7. 3.

Propos. 10. Theor. 9.

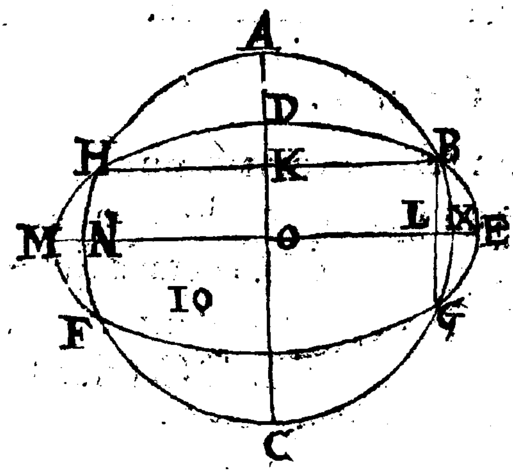
Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non secat.

SI fieri potest secet circul' ABC circulũ DEF in pluribus punctis quã duob', vt in B, G, F, H, iunctéq; BG, B H *a* bisecẽtur in K & L; atq; ex K, & L ipsis B G, B H ad *b* angulos rectos ductæ K C, L M, in A, & E producantur. Cũ ergo in circulo A B C recta quædam A C, rectam quandam B H bifariam, & ad angulos rectos secet, *c* erit in A C centrum circuli A B C. Rursus cum in eodem circulo A B C recta quædã N X rectam

a prop. 10. 1.

b prop. 11. 1.

c prop. 3. 3.

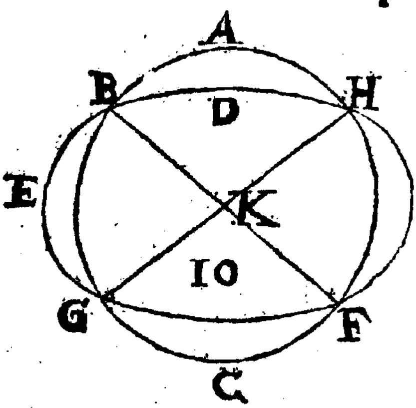


rectam quandam B G bifariam, & ad angulos rectos secet, *d* erit in N X centrum circuli A B C. Demonstratum autem est quod & in A C: atqui in nullo alio puncto rectæ A C, N X concurrunt, quam in O: est ergo O centrum circuli A B C. Similiter demonstrabimus centrũ circuli D E F in O esse: duorum ergo circulorum ABC, DEF se inuicem secantium idem est centrum O: *e* quod fieri nequit. Non ergo circulus circulum, &c.

d *prop. 3. 3.*

e *prop. 5. 3.*

Aliter. Circulus ABC circulum D E F, in pluribus quam duobus punctis secet, vt in B, G, H, F. Accipiatur circuli A B C



centrum K, iunganturque K F, K G, K B. Cum ergo intra circulum D E F acceptum sit punctũ K, ab eoque ad circulum D E F cadant plures quã duæ rectæ æquales K B, K F, K G, *a* erit K centrum circuli D E F: sed est etiam centrum circuli ABC: Duorum ergo circulorum se secantium idem est centrum; *b* quod fieri non potest. Non ergo circulus circulum in pluribus quam duo-

a *prop. 9. 3.*

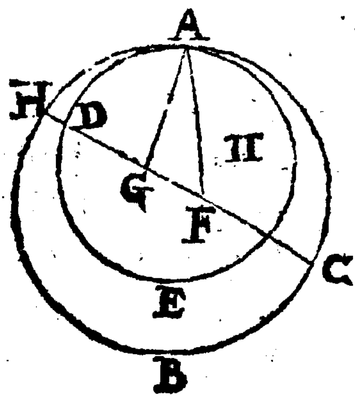
b *prop. 5. 3.*

duobus punctis secat. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 13. Theor. 10.

Si duo circuli se interius contingant, recta linea eorum centra coniungens, si producatur, cadet in contactum circulorum.

DVo circuli A B C, A D E interius se contingant in A. Accipiatur circuli quidem A B C centrum F; circuli verò A D E centrum G.



Dico quod, quæ ex G in F ducitur, si producatur, in contactum cadat. Si non. Cadat aliò, vt F G D H, iunganturq́; A F, A G. Cum ergo A G, G F *a* maiores sint quam F A, hoc est, quã F H (æqualis enim est F A, ipsi F H, est enim vtraque ex centro) auferatur communis F G: reliqua ergo A G maior erit reliquâ G H: est autem A G, ipsi G D *b* æqualis: erit ergo G D maior ipsa G H, minor maiore. quod fieri non potest. Non ergo

a prop. 20. 1.

b def. 15. 1.

ergo quæ ex F in G ducitur, extra contactum A cadet. Ergo in ipsum.

Aliter. Cadat vt GFC, quæ in H producatur, iunganturq; AG, AF. Quia ergo AG, GF *c* maiores sunt quam AF: sed AF *d* æqualis est CF, hoc est, FH: communis auferatur FG; eritque AG, quam reliquâ GH maior: hoc est, GD maior erit, quam GH; minor quam maior; quod fieri non potest. Idem absurdum demonstrabimus si maioris centrum sit extra minorem circulum. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

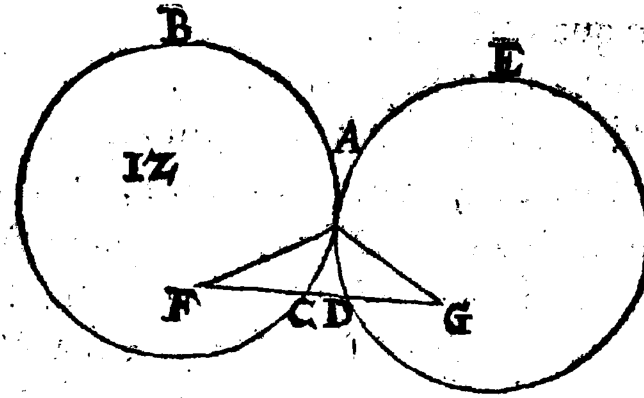
c *prop. 20. 1*
d *def. 15.*

Propos. 12. Theor. 11.

Si duo circuli sese exterius contingant recta ipsorum centra coniungens per contactum transibit.

DVo circuli ABC, ADE tangant se exterius in A. accipianturque circulorum centra quæ sint F, G. Dico, quod, quæ F, G iungit, per contactum A transeat. Si non: transeat, si fieri potest, vt FCDG; & iungantur AF, AG. Cum igitur F centrum sit circuli ABC; *a* erit FA, æqualis FC: Et cum G sit centrum circu-

a *def. 15.*



circuli A D E, erit & G A ipsi G D æqualis. Ostensa est autem & F A æqualis F C. Sunt ergo F A, A G ipsis F C, D G æquales. Quare tota F G maior erit ipsis F A,
b prop. 20. 1. A G: sed & *b* minor est: quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur aliorsum quam per A contactum transit. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 13. Theor. 12.

Circulus circulum in pluribus punctis vno non tangit, siue interius, siue exterius tangat.

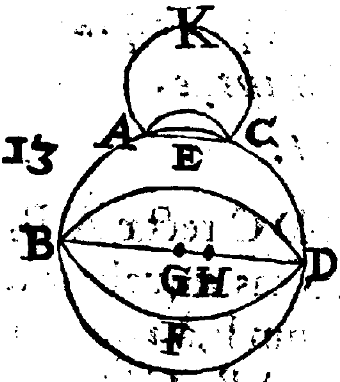
SI fieri potest, tangat primo circulus A B D C circulum E B F D interius in pluribus quam vno punctis, vt in B, D:

&

& sumatur circuli A B D C centrum G: circuli E B F D centrum H: ergo recta centra G, H iungens *a* cadet in contactus B, D; cadat & B G H D. Cum igitur G sit cẽtrum circuli A B D C; erit B G æqualis ipsi G D; maior igitur est BG quam H D: multo ergo maior B H, quam H D. Rursus cum sit H centrum circuli E B F D, æqualis erit B H ipsi H D: ostensa est autem multò illa maior; quod fieri nequit: Non igitur circulus circulum interius pluribus quam vno puncto tangit. Dico quod neque exterius. Si enim fieri potest, tangat circulus A C K circulum A B D C exterius in pluribus punctis vno, vt in A, & C, iunganturque A, C. Cum ergo in peripheria circulorum A B D C, A C K accepta sint quæcunque puncta A, & C, *a* cadet recta illa coniungens intra vtrumque circulum. Sed cadit quidẽ in circulum ABDC; extra verò circulum A C K. *b* Quod est absurdum. Non ergo circulus circulũ extra in pluribus punctis vno tangit. ostensum

a prop. 11. 3.

13



a prop. 2. 3.

b prop. 2. 3.

sum est autum quod neque interius. Circulus ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 14. Theor. 13.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant. Et, quæ æqualiter à centro distant, æquales sunt.

SVnto in circulo A B D C rectæ A B, C D, æquales. Dico eas æqualiter à centro distare. Esto centrum E, à a quo ad rectas A B, C D perpendiculares ducantur E F, E G, & iungantur A E, E C. Cum ergo recta E F per centrum ducta, rectam quandam A B non per centrum ductam, ad angulos rectos secet; b & bifariam eam secabit: æquales ergo sunt A F, F B: Ergo A B dupla est ipsius A F. Ob eandem causam est C D dupla ipsius C G: c æquales ergo sunt A F, C G: cum igitur d & A E, E C æquales sint,

a prop. 1. 3.

14

b prop. 3. 3.

d definit. huius.

c ax. 7.

sint: e erunt & quadrata ipsarum A E, E C æqualia. Sunt autem ei quadrato f quod ex A E, æqualia, quæ ex A F, E F (est enim angulus ad F rectus,) ei autem, quod ex E C æqualia sunt, quę ex E G, G C (nam & angulus ad G rectus est.) Sunt ergo quæ ex A F, E F æqualia illis, quæ ex C G, G E. Cũ ergo quod ex A F, æquale sit illi, quod ex G C (sunt enim A F, C G æquales) erit & reliquum, quod ex F E, reliquo quod ex E G, æquale: sunt ergo E F, E G æquales. g In circulo autẽ æqualiter à centro abesse dicuntur rectæ, quando perpendiculares ex centro ad ipsas ductæ, æquales fuerint. Sed iam distent A B, C D æqualiter à centro, hoc est, E F, E G sint æquales. Dico A B, C D æquales esse, iisdem constructis, demonstrabimus, vt prius, A B duplam esse ipsius A F, & C D ipsius C G. Cumque A E, C E æquales sint; erunt & earum quadrata æqualia. h Sunt verò ei, quod ex A E æqualia, quę ex E F, F A: & ei, quod ex C E, illa quæ ex E G, G C: ergo quæ ex E F, F A, sunt illis quæ ex E G, G C æqualia. Cum autem ei quod ex E G æquale sit quod ex E F (sunt enim E G, E F æquales) erit & reliquum, quod ex A F, reliquo,

f prop. 47. 1

g def. 4. 3.

h prop. 47. 1

quod ex CG, æquale, æquales ergo sunt AF, CG. Est autem ipsius AF dupla AB; & ipsius CG dupla CD; æquales ergo sunt AB, CD. In circulo ergo æquales rectæ, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 14.

In circulo maxima est diametrus: aliarum verò semper quæ propinquior est centro remotiore maior est.

ESto circulus ABCD, cuius diametrus AD, centrum E; propinquior diametro BC, remotior sit FG. Dico maximam esse, AD, maiorem BC, quã FG. a Ducantur enim à centro ad BC, FG perpendiculares EH, EK. Et quia BC propinquior est centro, remotior FG: b maior erit EK, quam EH. c Ponatur ipsi EH æqualis EL; & per L d ducatur ipsi EK ad angulos rectos LM; qua ducta in N iungantur EM, EN, EF, EG. Cum ergo EH ipsi EL sit æqualis, e erit & BC ipsi MN æqua-

a *prop. 12. 1*
b *def. 5. 2.*
c *prop. 2. 1.*
d *prop. 11. 1.*

æqualis. Rurſus cum A E ipſi E M; E D vero ipſi E N ſit æqualis; erit & A D ipſis M E, N E æqualis: ſed f M E, N E ipſa M N maiores ſunt: erit ergo & A D maior quã M N. Et quia duæ M E, E N, duabus F E, E G æquales ſunt; angulus verò M E N maior angulo F E G: g erit & baſis M N maior baſi F G: ſed M N oſtenſa eſt æqualis B C: ergo & B C maior eſt quam F G. Maxima ergo eſt diametrus; maior B C quam F G. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

e prop. 14. 3

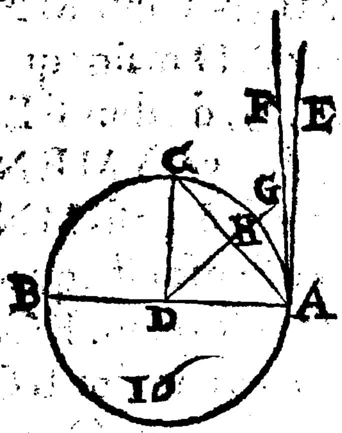
f prop. 20. 1

g prop. 24. 1

Propoſ. 16. Theor. 15.

Quæ diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locũ, qui inter rectam lineam & peripheriam interiicitur, alia recta non cadit. Et ſemicirculi angulus omni acuto rectilineo maior eſt, reliquus autem minor.

ESto circulus A B C circa centrum D, & diametrum A B. Dico rectã lineam ab A ipſi A B ad angulos rectos ductam extra circulum cadere. Si non: cadat, ſi fieri poteſt, intra, vt A C, & iungatur D C, Cum Ergo D A sit æqualis D C, erit & angulus D A C angulo A C D æqualis: est



autem D A C* rectus; rectus ergo erit & A C D: sunt ergo D A C, A C D duobus rectis æquales, a quod fieri nequit: Non ergo quę ab A puncto ipsi B A ad angulos rectos ducitur, intra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in peripheriam: ergo extra cadit, vt A E. Dico secundò, in locum inter A E, & peripheriam C H A interiectum, aliam rectam non cadere. Si potest: Cadat, vt F A, ducaturque ex D ipsi F A perpendicularis D G. Et cum angulus A G D rectus sit, b minor recto D A G; c erit A D maior quam D G: est autem D A æqualis ipsi D H; maior ergo est D H, quam D G, minor maiore; quod fieri nequit. Non ergo in locum rectâ A E, & peripheria C H A interceptum, alia recta cadit. Dico tertio angulum semicirculi recta A B, & peripheria C H A contentum, omni acuto rectilineo maiorem esse; reliquum verò peripheria C H A, & rectâ A E contentum,

* *ex hypothesi.*
a *prop. 32. l.*
b *prop. 32. 1*
c *prop. 19. 1.*

tum, minorum. Si enim est aliquis angulus maior contento rectâ B A, & peripheria C H A; minor verò contento peripheria C H A, & rectâ A E, cadet inter peripheriam C H A, & rectam A E linea recta, quæ faciat angulum maiorem rectâ B A, & peripheria C H A contentum (qui rectis lineis contineatur) minorem verò peripheria C H A, & recta A E contentum; at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior sit angulo recta B A, & peripheria C H A contento; neq; minor, CHA, & A E contento.

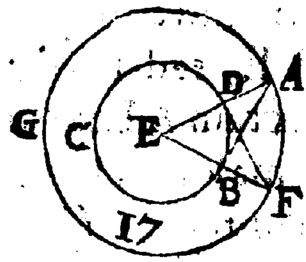
Corollarium.

Ex his manifestum est rectam, quę diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, circulum tangere. & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: siquidem quæ circulo in duobus punctis occurrunt *d* intra circulum cadere ostensum est. Quæ ergo diametro, &c. quod oportuit demonstrare. *d prop. 2. h.*

Propos. 17. Probl. 2.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.

Esto punctum datum A, circulus datus B C D. Oporteat autem ex puncto A rectã ducere, quæ circulum B C D tangat. Accipiatur cẽtrum circuli E, ducaturque A E, & centro E, interuallo E A describatur circulus

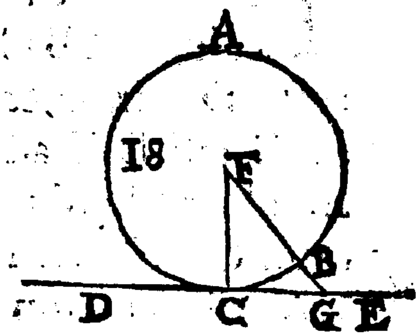


a prop.11.1. A F G, & ex D rectæ E A ad *a* angulos rectos ducatur D F, iunganturq; E B F, A B. Dico à puncto A rectam A B ductam esse, quę circulum BCD tangat. Cum enim E centrum sit circulorum B C D, A F G; b def.15.1. *b* erunt tam E A, E F, quam E D, E B æquales: duæ ergo A E, E B duabus F E, E D æquales sunt, habentque angulum E c prop.4.1. communẽ: *c* erit igitur basis D F basi A B æqualis; & triangulum D E F, triangulo E B A æquale; reliquique anguli reliquis: est igitur ipsi E D F ęqualis EBA: at EDF rectus est; erit igitur & E B A rectus. Est d corol.propos.16.3. verò E B ex centro: *d* quæ autem diametro circuli ad rectos ducitur recta linea, tangit circulum: tangit ergo A B circulum. A dato ergo puncto, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propositio 18. Theor. 16.

Si circulum tangat linea quædam recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.



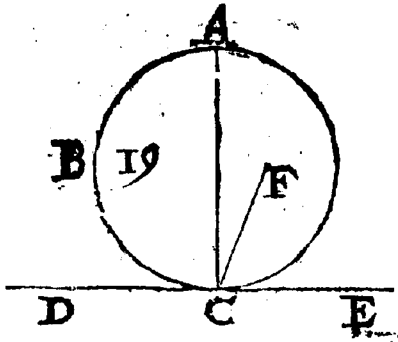
TAngat recta quędam DE circulum ABC in C, sumaturq; centrum F, atque ab F ad C ducatur FC. Dico FC ad DE perpendicularem esse. Si non: ducatur ab F ad DE perpendicularis FG. Cum ergo angulus FGC rectus sit; *a* erit GCF acutus: *b* cumque maiori angulo maius latus subtendatur, erit linea FC maior, quam FG: Est verò FC *c* æqualis ipsi FB: maior est ergo FB, quam FG, minor maiore, quod est absurdum: non ergo FG ad DE perpendicularis est: Similiter ostendemus præter FC nullam aliam: FC ergo ad DE est perpendicularis.

a *prop.32.1.*
b *prop.19.1.*
c *def.15.*

Si ergo circulum tangat, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 19. Theor. 17.

Si recta linea circulum tangat, & à tactu tangenti recta quædam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.



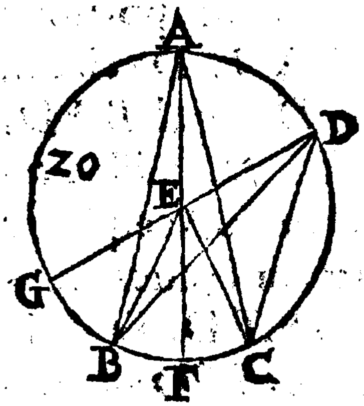
TANGAT circulum ABC recta DE in C, & ex C ipsi DE ad angulos rectos ducatur CA. Dico in CA esse centrum circuli. Si non; sit, si fieri potest, F, iungaturque CF. Cum ergo circulum ABC tangat recta DE, & à centro ad tactum ducta sit FC, a erit FC ad DE perpendicularis: angulus ergo FCE rectus est: est verò & ACE rectus; æqualis ergo est angulus FCE, angulo ACE, minor maiori; quod est absurdum. F ergo centrum circuli ABC non est. Similiter ostendemus nullum aliud esse, præter id quod in AC. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 18. 3.

Pro-

Propositio 20. Theor. 18.

In circulo angulus ad centrum duplus est anguli ad peripheriam, quando eandem peripheriam pro basi habent.



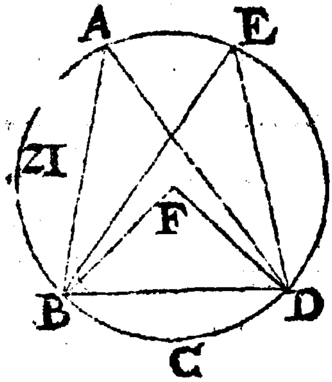
ESTO in circulo ABC angulus ad centrum BEC, ad peripheriã BAC, sitque vtriusque basis peripheria BC. Dico angulũ BEC duplum esse anguli BAC. iuncta enim AE producatur in F. Cum *a* ergo EA æqualis sit ipsi EB; erit & angulus EAB æqualis angulo EBA: Sunt ergo EAB, EBA dupli ipsius EAB: est *b* autem BEF æqualis duobus EAB, EBA: Est ergo BEF duplus ipsius EAB. ob eandem causam est angulus FEC duplus anguli EAC: totus ergo BEC totius BAC duplus est. Sit alter angulus BDC, iunctaque DE producatur in G; & similiter demonstrabimus angulum GEC duplum esse anguli EDC: quorum GEB duplus est ipsius EDB: reliquus ergo BEC du-

a *def. 15. 1.*
b *prop. 32. 1.*

duplus erit reliqui BDC. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 21. Theocr. 19.

In circulo qui in eadem portione sunt anguli, aequales sunt.



SINT in portione BAED circuli ABCD anguli BAD, BED. Dico illos aequales esse. Accipiatur centrum F; ducanturque BF, FD. Et quia angulus BFD ad centrum est; angulus BAD ad peripheriam, habentque basim eandem peripheriam BCD: *a* erit angulus BFD duplus anguli BAD. Ob eandem causam erit angulus BFD duplus anguli BED; Sunt ergo BAD, BED aequales. In circulo ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

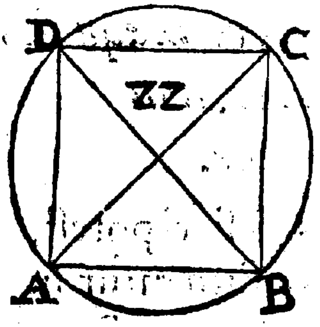
a prop. 20. 3.

Propositio 22. Theor. 20.

Quadrilaterorum in circulo descriptorum anguli, qui ex aduerso, duobus rectis aequales sunt.

Sit

SIt in circulo A B C D quadrilaterum A B C D. Dico angulos ex aduerso esse



æquales duobus rectis. Ducantur A C, BD. a Quia ergo omnis trianguli tres anguli duob⁹ rectis sunt æquales; erunt & trianguli A B C tres C A B, A B C, B C A duobus rectis æquales. Est autem C A B b æqualis B D C angulo (sunt enim in eadem portione B A D C:) & A C B ipsi A D B (sunt enim in portione A D C B:) totus ergo A D C duobus B A C, A C B æqualis est: Communis addatur ABC duobus BAC, ACB simul: & vni A D C seorsim; eruntque A B C, B A C, A C B duobus ABC, ADC æquales. c sed A B C, B A C, A C B æquales sunt duobus rectis: erunt ergo & ABC, ADC æquales duobus rectis. Similiter ostendemus & B A D, D C B æquales esse duobus rectis. Quadrilaterorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 32 1.

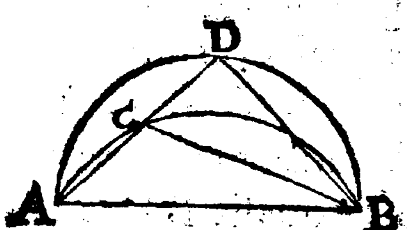
b prop. 21. 3.

b prop. 32. 1.

Pro-

Propositio 23. Theor. 21.

Super eadem recta linea duæ circulorum portiones similes, & inæquales ad easdem partes, non constituentur.



23

SI fieri potest, cõstituantur super eadem recta AB duæ circulorũ portiones similes, & inæquales ad easdem partes, ACB, ADB; ductaque ACD iungantur CB, BD. Cum ergo portio ACB similis sit portioni ADB, *a* similes autem portiones æquales angulos capiũt, erunt anguli ACB, ADB, æquales, externus & internus oppositus, *b* quod fieri nequit. Non ergo super eadem, &c. Quod oportuit demonstrare.

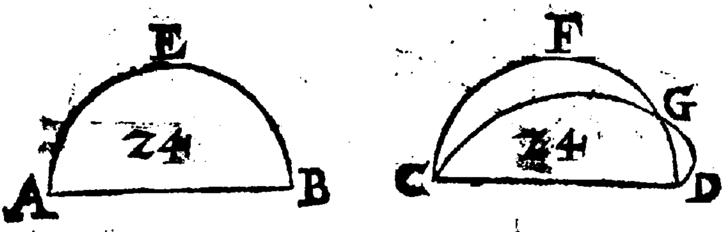
a def. 11. 3.
b prop. 16. 1.

Propositio 24. Theor. 22.

Super æqualibus rectis lineis similes circulorum portiones, æquales sunt.

SInt super æqualibus rectis AB, CD similes circulorum portiones AEB, CFD.

CFD. Dico illas esse æquales. Congruente enim portione AEB portioni CFD,



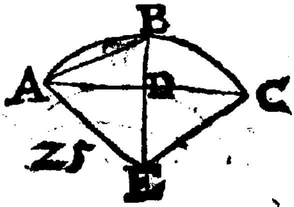
positoque A puncto super C, & recta AB super CD, congruet & B ipsi D, quod AB, CD æquales sint. Congruente autem recta AB rectæ CD; congruet & portio AEB portioni CFD. Quod si recta quidem AB congruat rectæ CD; portio verò AEB, portioni CFD non congruat; sed aliò cadat, vt CGD, secabit circulus circulum in pluribus quàm duobus locis vt in C,G,D, *a* quod fieri nequit. Non ergo congruente recta AB rectæ CD, non congruet portio AEB, portioni CFD: Congruet ergo, *b* adeoque æqualis illi erit. Si ergo super, &c. Quod oportuit demonstrare. *a prop.10.3.* b *def.8.1.*

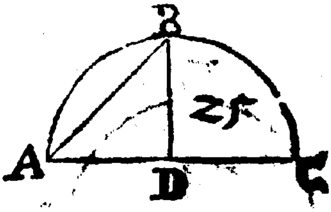
Propositio 25. Probl. 3.

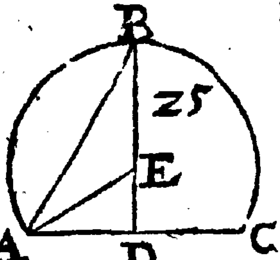
Data portione circuli, describere circulum cuius est portio.

SIt data circuli portio ABC, oporteatque describere circulum, cuius ABC sit

a prop. 10.1. sit portio. *a* Bisecetur A C in D, & ex D
b prop. 11. *b* ducatur ipsi A C ad angulos rectos D B,







iungaturque A B. Angulus ergo ABD, angulo B A D aut est maior, aut æqualis, aut minor.
c prop. 23.1. Sit primo maior, *c* constituaturque ad A rectæ A B angulus B A E æqualis angulo ABD; producaturque DB ad E, & iungatur E C. Cum itaque angulus A B E sit æqualis an-
d prop. 6.1. gulo B A E, *d* erit & E B æqualis ipsi A E; & cum A D æqualis sit ipsi D C, si communis D E addatur, erunt duæ A D, D E, duabus C D, D E æquales, altera alteri; & angulus A D E angulo C D E æqualis; est
e prop. 4.1. enim vterque rectus; *e* ergo & basis A E basi C E æqualis erit. Sed ipsi A E demõstrata est B E æqualis; erit ergo & B E æqualis ipsi C E: tres ergo A E, E B, E C æ-
f prop. 9.3. quales sunt: *f* circulus ergo centro E, & interuallo vna ipsarum A E, E B, E C descriptus, transibit etiam per reliqua portionis

tionis puncta, & circulus descriptus erit. Circuli ergo portione data, descriptus est circulus, cuius est portio; & cum centrum extra portionẽ cadat, manifestũ est portionem minorẽ esse semicirculo. Similiter si ABD angulus, fuerit æqualis angulo BAD, *g* erit AD æqualis vtrique BD, DC; ergo tres DA, DB, DC ęquales sunt, & D centrum circuli, portioque semicirculus. Si vero angulus ABD minor fuerit angulo BAD, *h* constituatur ad A rectæ BA angulus BAE æqualis angulo ABD, cadetque centrum in DB lineam intra portionem ABC, & erit portio ABC semicirculo maior. Si ergo ducatur EC ostẽdetur vt in prima figura tres BE, EA, EC esse æquales. Data ergo portione circuli, descriptus est circulus, cuius est portio, quod oportuit facere.

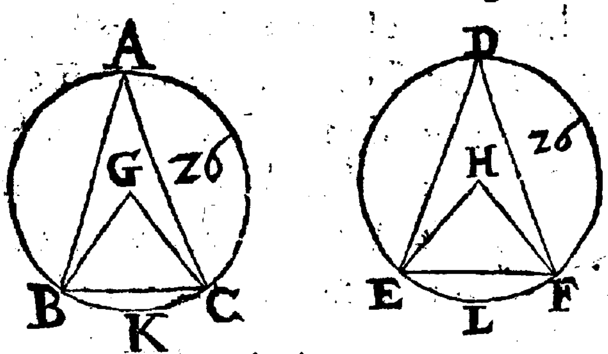
g *ex structura, ex prop. 6.1.*

h *prop. 23.1.*

Præpositio 26. Theor. 23.

In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus peripheriis insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN circulis æqualibus ABC, DEF æquales insistant anguli ad centra, BGC, EHF; ad peripherias BAC, EDF. Dico peripherias BKC, ELF æquales esse.



Iungantur BC, EF. Et quia circuli æquales sunt, *a* erunt & quæ ex centris æquales. Duæ ergo BG, GC, duabus EH, HF æquales sunt: sed & anguli G, H æquales sunt: *b* ergo & bases BC, EF æquales erũt. Et quia anguli ad A, D ęquales ponuntur, *c* erunt portiones BAC, EDF similes, & sunt inæqualibus rectis BC, EF, *d* quæ autem circulorum portiones similes in æqualibus sunt rectis lineis, æquales sunt: portiones ergo BAC, EDF æquales sunt: Sunt verò & toti circuli æquales; reliqua ergo peripheria BKC, reliquæ ELF æqualis est. In æqualibus ergo, &c.

Quod demonstrare oportuit.

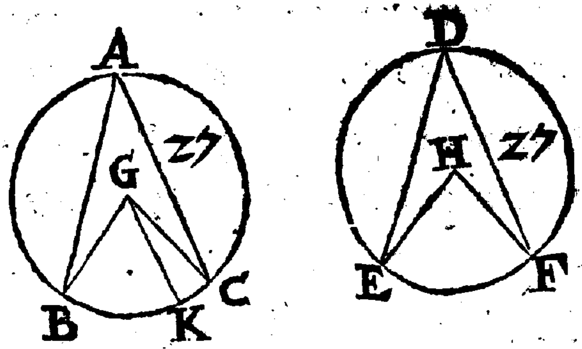
a def. 1. 3.
b *prop. 4. 1.*
c *def. 11. 3.*
d *prop. 24. 1*

Pro-

Propositio 27. Theor. 24.

In æqualibus circulis anguli qui æqualibus insistunt peripheriis, æquales sunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN æqualibus circulis ABC, DEF æqualibus peripheriis BC, EF insistant



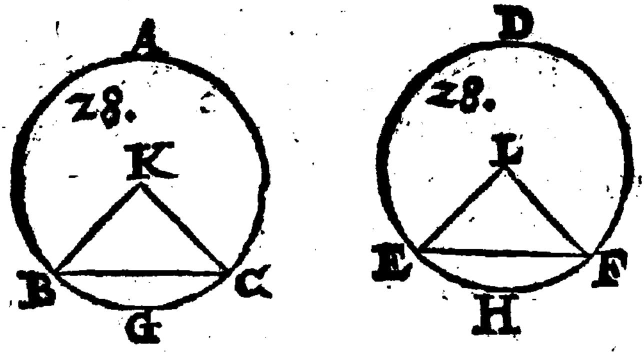
anguli ad centra BGC; EHF; ad peripherias BAC, EDF. Dico tam angulos BGC, EHF, quam BAC, EDF æquales esse. Si enim BGC, EHF æquales sunt, *a* perspicuum est & BAC, EDF æ- a *prop. 20. 3.*
quales esse. Si non sunt: erit vnus maior. Sit maior BGC: & *b* constituatur ad pun- b *prop. 23. 1.*
ctum G rectæ BG angulus BGK æqualis angulo EHF: *c* anguli autem æquales c *prop. 26. 3.*
æqualibus peripheriis insistunt, cum sunt ad centra: peripheria ergo BK æqualis erit peripheriæ EF: sed & EF æqualis est BC: ergo & ipsi BC æqualis erit BK, mi-

nor maiori; quod fieri non poteſt. Non ergo anguli B G C, E H F inæquales ſunt: d prop. 20. 3. æquales ergo. d Eſtque angulus ad A anguli B G C; & angulus ad D anguli E H F e ax. 7. 1. dimidius: e Sunt ergo & anguli ad A, D æquales. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 28. Theor. 25.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori; minorem autem minori.

SINT in æqualibus circulis ABC, DEF æquales rectæ B C, E F, auferentes pe-



ripherias maiores B A C, E D F; minores B G C, E H F. Dico tam maiores peripherias, quam minores æquales eſſe. Sumantur enim circulorum centra K, L, & ducantur K B, K C; E L, L F; & ſunt circuli

culi æquales; *a* ergo & quæ ex centris æquales erunt: igitur duæ B K, K C, duabus E L, L F æquales ſunt; ſed & baſes B C, E F æquales ſunt: *b* erunt ergo & anguli B K C, E L F æquales: *c* æquales autem anguli æqualibus peripheriis inſiſtunt cum fuerint ad centra; ergo peripheriæ B G C, E H F æquales ſunt; ſed & toti circuli ſunt æquales; reliquæ ergo peripheriæ B A C, E D F æquales quoque erunt. Si ergo in æqualibus circulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a *def. 1. 3.*
b *prop. 8. 1.*
c *prop. 26. 3*

Propoſitio 29. Theor. 26.

In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ ſubtendunt.

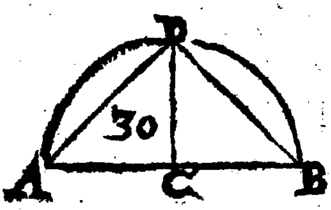
ACcipiantur in æqualib⁹ circulis ABC, DEF ęquales peripheriæ, BGC, EHF, & ducantur rectæ B C, E F: Dico rectas B C, E F æquales eſſe. Sumantur enim circulorum centra K, L, & iunganturB K, K C; E L, LF; Cum ergo peripheriæ B G C, E H F æquales ſint, *a* erunt & anguli, B K C, E L F æquales; & cum circuli æquales ſint; *b* erunt, & quæ ex centris æquales: Duæ ergo B K, K C, duabus E L, L F æquales ſunt, continentq;

fig. vide pag. præc.
a *prop. 27. 3*
b *def. 1. 3.*

c prop. 4. 1. æquales angulos; c ergo & bases B C, E F æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 30. Probl. 4.

Datam peripheriam bifariam secare.



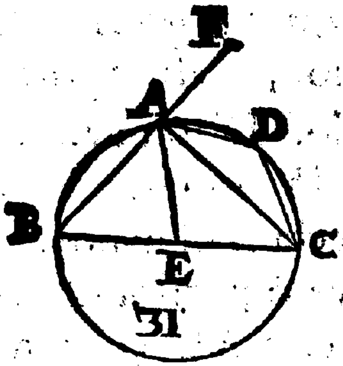
Esto data peripheria A D B, quam bisecare oporteat ducatur A B, a bisecetur-
a prop. 10. 1.
b prop. 11. 1.
que in C; & à b puncto C ducatur ipsi A B ad angulos rectos C D, iunganturq; A D, D B. Et quia A C æqualis est C B, communis C D; erũt duæ AC, CD, duabus BC, CD æquales, & angulus A C D angulo B C D æqualis, est
c prop. 4. 1. enim vterque rectus; c erit ergo & basis
d prop. 29. 3. AD basi DB æqualis; d æquales autẽ rectæ æquales peripherias auferunt, maiorẽ maiori, & minorem minori, estq; vtraq; peripheriarum A D, D B minor semicirculo, quare peripheria A D æqualis est peripheriæ D B: data ergo peripheria bisecta est. Quod oportuit facere.

Propositio 31. Theor. 27.

In circulo angulus, qui in semicirculo, rectus est; qui in portione maiore minor;

nor; qui in minore maior recto est. Insuper maioris portionis angulus maior recto; minoris recto minor est.

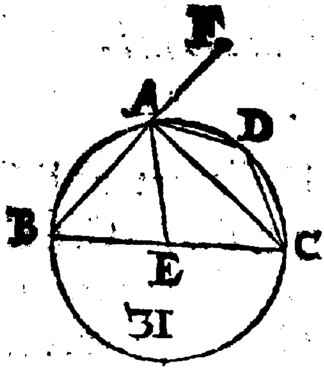
ESto circulus A B C D, diametrus B C, centrũ E, & iungantur BA, AC, AD, D C. Dico angulum B A C in semicirculo, rectum esse. ABC, qui est in portione maiore semicirculo, minorẽ; A D C, qui est in portione minore, maiorẽ recto.



Ducatur A E, producaturq; B A in F. Et quia BE, EA æquales sunt, *a* erunt & anguli E A B, E B A æquales. Rursus, quia EA, EC æquales sunt, erũt & anguli ACE, CAE æquales; totus ergo B A C duobus ABC, ACB æqualis est. *b* Est verò & FAC externus duobus ABC, ACB æqualis: æquales ergo sunt BAC, FAC; *c* ergo rectus vterque. Quare angulus BAC in semicirculo BAC rect' est. *d* Et quia trianguli ABC duo anguli ABC, BAC duobus rectis minores sunt; BAC autẽ rectus est; erit ABC minor recto; & est in portione A B C maiori semicirculo. Rursus quia A B C D in

a *prop. 5. 1.*
b *prop. 32. 1.*
c *def. 10. 1.*
d *prop. 17. 1.*

e prop.22.3. circulo quadrilaterũ est; *e* quadrilaterorũ autẽ in circulo descriptorũ, qui ex aduerso



anguli duobus rectis æquales sunt; erunt A B C, A D C duobus rectis æquales; & est A B C minor recto; reliquus ergo A D C maior; & est in portione minore semicirculo. ¶Dico præterea maioris portionis angulũ contentum peripheria A B C, & recta A C maiorem esse recto; minoris verò portionis peripheria A D C, & recta A C contentum, minorem. Quod per se apparet. Cum enim angulus rectis B A, A C cõtentus rectus sit, erit qui peripheria A B C, & recta A C continetur maior recto. Et cum angulus rectis A C, A F cõtentus, rectus sit; erit recta A C, & peripheria A D C cõtentus, minor recto. Aliter demõstratur B A C rectũ esse. Angulus A E C duplus est anguli B A E, *g* æqualis enim est duobus internis & oppositis. Est verò & A E B duplus anguli E A C: anguli ergo A E B, A E C dupli sunt anguli B A C; at A E B, A E C æquales sunt duobus rectis: ergo B A C rectus est.

g prop.32.1.

Corol-

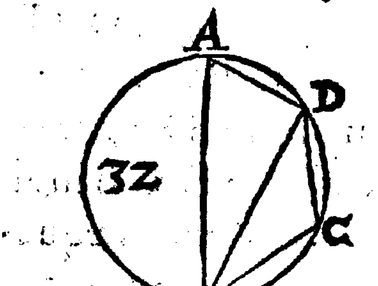
Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo vnus angulus duobus sit æqualis, eum rectum esse, quod etiam, qui est ei deinceps, duobus rectis æqualis sit: *f* cum autem anguli deinceps æquales fuerint, recti sunt. f *def.10.1.*

Propos. 32. Theor. 28.

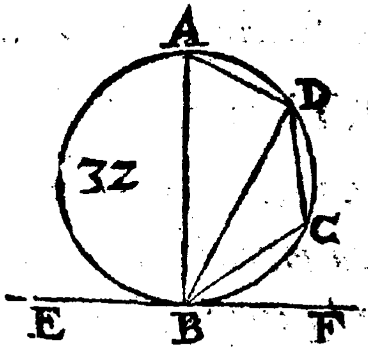
Si circulum quædam recta tetigerit, & à tactu ducatur recta circulum secans, erunt anguli quos ad tangentem facit, æquales illis, qui in alternis circuli portionibus consistunt.

TAngat circulum A B C D recta quædam B F, in B; à quo ducatur alia B D



secans circulũ. Dico angulos, quos B D cum tangente facit, ęquales esse illis, qui sunt in alternis circuli portionib⁹: hoc est, angulum F B D ęqualem esse illi, qui est in portione D A B: angulum verò E B D illi, qui est in portione D C B. *a* Ducatur enim ex B ipsi E F ad angulos rectos B A, & accipiatur in pe- a *prop.11.1* ripheria B D quoduis punctum C, & ducantur A D, D C, C B; & quia circulum tangit recta quędam E F in B, & à tactu B ducta est tangenti ad angulos rectos B A, b erit in B A centrũ circuli: c angulus ergo A D B in semicirculo existens, rectus est: reliqui ergo B A D, A B D vni recto æquales. Sed & A B F rectus est, æqualis ergo angulis B A D, A B D; communis A B D auferatũ: ergo reliquus D B F erit æqualis reliquo B A D in alterna circuli portione existẽti. Et quia A B C D quadrilaterum est in circulo descriptum, d erunt anguli oppositi duobus rectis æquales: erunt ergo anguli D B F, D B E ęquales angulis B A D, B C D; quorũ B A D ostensus est æqualis D B F; erit ergo & reliquus D B E, reliquo D C B in alterna circuli portione D E B existẽs æqualis. Si ergo circulum recta quędam, &c. Quod oportuit demonstrare.

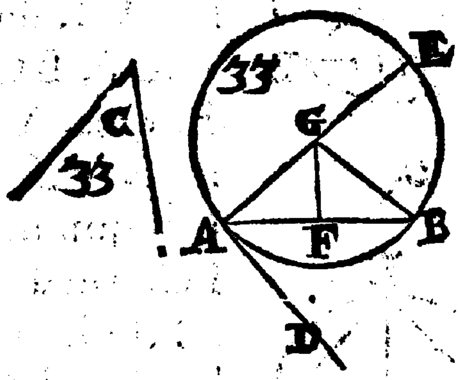
b prop 19.1.
c prop.31.3.

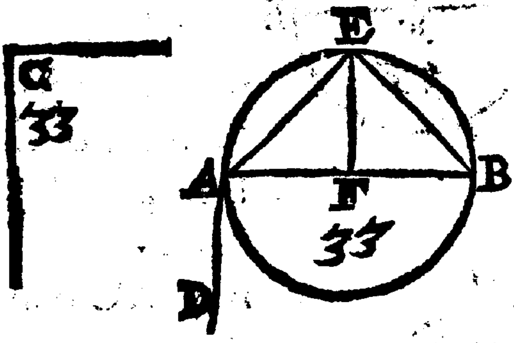


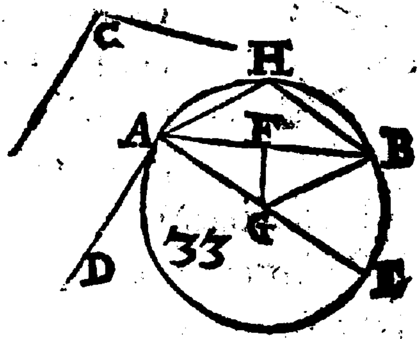
d prop.22.3

Propos. 33. Probl. 5.

Super data recta describere portionem circuli, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilinio.





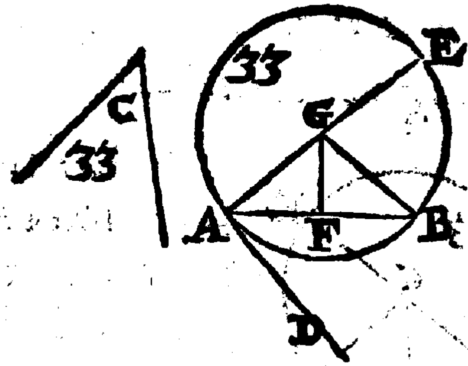


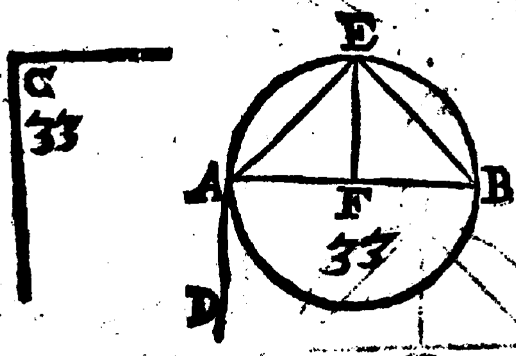
SIt data recta linea A B, datus angulus rectilineus C, & oporteat super A B portionē circuli describere, quæ angulum æqualem angulo C capiat. Angulus ergo C, aut acutus, aut rectus, aut obtusus est. Sit primo acutus, vt in prima descriptione. *a* Cōstituatur ad A pūctum rectæ A B angulus B A D, æqualis angulo C, qui acutus

a *prop. 23. 1*

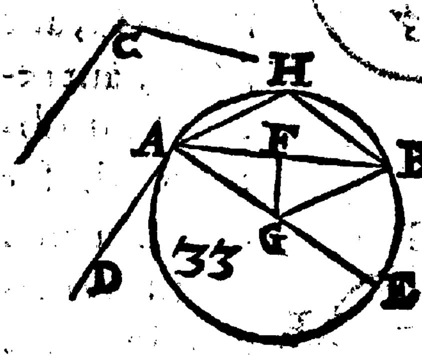
tus erit. Ex *b* A ducatur A E ad angulos rectos ipsi A D; atque A B in F *c* bisecetur. Ex F *d* ducatur F G ad angulos rectos ipsi A B, ducaturq; B G. Et quia A F æqualis est F B, communis F G; erũt duæ A F, F G, duabus F B, F G æquales, angulusque A F G angulo G F B æqualis; *e* erit ergo & basis A G basi B G æqualis. circulus ergo centro G, interuallo A G descriptꝰ trãsibit etiam per B. Describatur, & sit ABE, iungaturque E B. * Cum itaque diametro A E ab extremitate A ad angulos rectos sit ducta A D, *f* tanget ipsa circulum; cumque

b prop. 11. 1.
c prop. 10. 1
d prop. 11. 1





e prop. 4. 1.



** qua in 1. fig. ex incuria omissa est.*

f prop. cor. 16, 3.

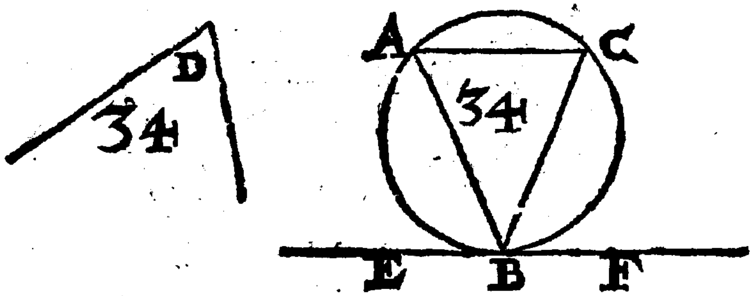
quecirculum ABE recta' quędam AD tā-
gat, sitque à tactu A in circulum ducta re-
cta A B; *g* erit angulus D A B æqualis an- *g prop.23.3.*
gulo A E B in alterna sectione A E B exi-
stenti: sed D A B est æqualis angulo C: igi-
tur & angulus C æqualis erit A E B angu-
lo. Super data ergo recta AB portio circu-
li descripta est capiens angulum A E B. æ-
qualem angulo C. Sit iam angulus C re-
ctus, sitque rursus super A B portio circu-
li capiens angulum recto C æqualem de-
scribenda *h*. Fiat angulus B A D angulo C *h prop.23.1.*
æqualis, vt in 2. descriptione: *i* AB in F bi- *i prop.10.1.*
secetur; & centro F, interuallo FA, aut FB
describatur A E B circulus. *k* Tangit igi- *k cor. prop.*
tur recta A D circulum, quod angulus *16.1.*
B A D rectus sit: sed angulus B A D æqua-
lis est & angulo C; *l* & angulo A E B in al- *l prop.23.3.*
terna sectione: erit igitur & AEB, angulo
C æqualis. Descripta ergo est super A B
portio circuli A E B capiens angulū AEB
æqualem angulo C. Sit tertio angulus C
obtusus. *m* ponatur ei ad A rectæ A B æ- *m prop.23.1*
qualis B A D, vt in tertia descriptione,
n ducaturq; rectæ A D ad angulos rectos *n prop.11.1.*
recta A E; & AB in F *o* bisecetur, cui ex F *o prop.10.1.*
ad *p* angulos rectos ducatur F G, & iun- *p prop.11.1.*
gatur G B. Cum itaq; A F æqualis sit F B,
com-

communis F G; erunt duæ F G, A F, duabus F G, B F æquales, & angulus A F G
q prop. 4. 1. angulo B F G æqualis: q erit igitur & basis A G basi B G æqualis. Circulus ergo centro G, interuallo A F descriptus transibit etiam per B, transeat vt A E B. quia ergo diametro A E ab extremitate A ad
r cor. prop. 15. 3 angulos rectos ducta est A D, r tanget illa circulũ; & cum à tactu A in circulum ducta
s prop. 32. 3. sit A B, s erit angulus B A D æqualis angulo A H B, qui est in alterna portione circuli A H B. Sed angulus B A D æqualis est angulo C. erit ergo & angulus A H B in alterna portione æqualis angulo C. super data ergo recta A B descripta est portio circuli A H B capiens angulum æqualem angulo C. quod oportuit facere.

Propos. 34. Probl. 6.

A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

Esto datus circulus A B C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem à circulo A B C portionem auferre, quę capiat angulum, angulo D æqualem. Ducatur E F tangens circulum in B. n Consti-
n prop. 23. 1. tua-



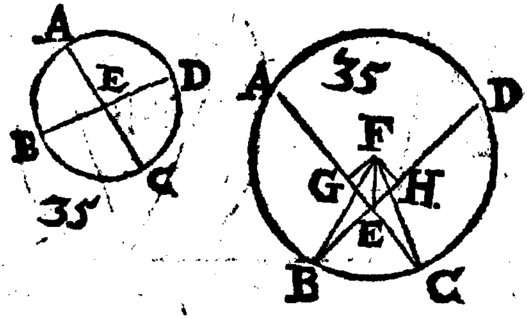
tuaturq́; ad B rectæ E F angulus F B C æqualis angulo D. Cum ergo circulũ ABC tangat recta E F, & à tactu B ducta sit BC, b erit angulus F B C ęqualis angulo B A C in alterna portione B A C constituto: sed angulus F B C æqualis est angulo D: erit igitur & B A C in alterna sectione eidem angulo D æqualis. à dato ergo circulo A B C ablata est portio B A C capiens angulum æqualem dato angulo D. quod oportebat facere.

b prop. 32. 3

Propos. 35. Theor. 29.

Si in circulo duæ rectæ se inuicem secẽt, erit rectangulum portionibus vnius contentum, æquale portionibus alterius contento.

SEcent in circulo A B C D se inuicem duæ rectæ A C, B D in E. Dico rectangulum A E, E C contentum, æquale esse D E, E B contento. Si igitur A C, B D per cen-



centrum transeant, perspicuum est cum A E, E C: D E, E B ęquales sint; etiam A E, E C contentum, ęquale esse, D E, E B contento. Quod si per centrum nõ transeant: accipiatur centrum F, ab eoque ad rectas

a prop. 21. 1. AC, DB *a* ducantur perpendiculares FG, FH, iunganturq; FB, FC, FE. Et quia recta quædam GF per centrum ducta, rectã quandam A C non per centrum ductam

b prop. 3. 3. ad angulos rectos secat, & *b* bifariam illam cecabit: æquales ergo sunt AG, GC. Cum igitur recta A C in G æqualiter, in E inæ-

c prop. 5. 2. qualiter secta sit; *c* erit quod AE, EC continetur rectangulũ, cum quadrato quod ex E G æquale quadrato quod ex G C, si cõmune, quod ex G F, addatur, erit quod AE, EC continetur, cum illis, quæ ex GE; G F quadratis, æquale illis, quæ ex C G,

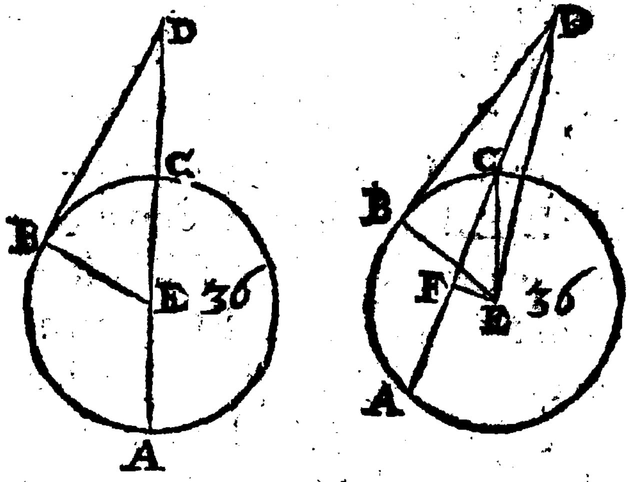
d prop. 47. 1. GF. *d* Sed illis, quæ ex CG, GF æquale est, quod ex F C: illis verò, quæ ex G E, G F, æquale est, quod ex F E: ergo quod A E, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale

æquale est ei, quod ex F C (æqualis autem est F C ipsi F B) ergo quod A E, E C continetur, cum illo quod ex E F, æquale est ei, quod ex F B. Ob eandem causam erit quod D E, E B continetur, cum illo quod ex F E æquale ei quod ex F B. ostensum est autem & id, quod A E, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale esse ei, quod ex F B: ergo quod A E, E C continetur cum illo quod ex F E, æquale est illi quod D E, E B continetur, cum illo quod ex F E quadrato; commune, quod ex F E, auferatur; & erit reliquum A E, E C contentum, æquale reliquo D E, E B contento. Si ergo in circulo, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 36. Theor. 30.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ lineæ cadant, quarum una circulum secet, altera tangat, rectangulum tota secante, & ea parte, qua inter punctum, & curuam peripheriam est, erit æquale tangentis quadrato.

EXtra circulum A B C sumatur quoduis punctum D, ab eoq; ad circulum



cadant duæ rectæ D C A, D B; quarum D C A circulum secet, D B tangat. Dico rectangulum A D, C D contentum, æquale esse quadrato, quod fit ex D B. Trāsit autem D C A per centrum, aut non. Transeat primo per centrum quod sit E. Ducta ergo E B, *a* erit angulus E B D rectus. Et quia recta A C bisecatur in E, eiq; apposita est, in directum C D; *b* erit quod A D, D C continetur: cum eo, quod ex E C æquale ei, quod ex E D; est vero E C æqualis ipsi E B: ergo quod A D, D C continetur rectangulū, cum quadrato quod ex E B, æquale est ei, quod ex E D, quadrato. *c* Est autem quod ex E D æquale illis, quæ ex E B, B D quadratis, quod angulus E B D rectus sit. Ergo quod A D, D C continetur, cum eo quod ex E B; æquale est illis, quæ ex E B, B D; commune, quod

a prop. 18. 3
b prop. 6. 2.
c prop. 47. 1

ex

ex E B tollatur. eritque quod A D, D C continetur, æquale ei quod ex Tangente D B quadrato.

Sed iam D C A non transeat per centrum, accipiaturque centrum E, d ab eoq; ad A C perpendicularis ducatur F E, iunganturq; E B, E C, E D; e erit ergo angulus E B D rectus. Et cum recta quædam E F per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam secet, f ad rectos angulos illam, & bifariam secabit; sunt ergo A F, F C æquales. Et quia recta A C bisecatur in F, eiq; in directum additur C D, g erit quod A D, D C continetur, cum illo quod ex F C, æquale ei quod ex F D: Commune, quod ex FE, addatur, & erit quod A D, D C continetur, cum illis quæ ex F C, F E, æquale illis, quæ ex FD, FE: illis autē, quę ex D F; F E, h æquale est, quod ex D E (est enim angulus E F D rectus): illis verò, quæ ex C F, F E, æquale est, quod ex C E. Ergo quod A D, D C continetur cum illo quod ex E C, æquale est ei, quod ex E D, i est autem E C æqualis ipsi E B: Ergo quod A D, D C continetur, cum illo quod ex E B, æquale est ei, quod ex E D: ei autem quod ex k E D æqualia sunt quæ ex E B, B D, cum angulus

d prop. 11. p.
e prop. 18. p.
f prop. 3. 3.
g prop. 6. 2.
h prop. 47. 1.
i def. 15.
k prop. 47. 1.

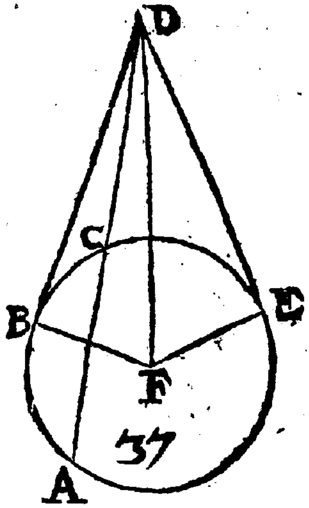
EBD sit rectus: ergo quod AD, DC continetur cum eo quod ex EB, æquale est illis, quæ ex EB, BD; Commune, quod ex EB tollatur, & erit quod AD, DC continetur rectangulum, æquale quadrato ex tangentis DB. Si ergo extra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 37. Theor. 31.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoque in circulum duæ rectæ cadant; quarum una circulum secet; altera incidat; sit autem quod tota secante, & ea parte, quæ inter punctum & curuam peripheriam est, continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit ab incidente, tanget incidens circulum.

SVmatur extra circulum ABC punctum D, ab eoque in circulum cadant duę rectę DCA, DB; quarum DCA secet, DB incidat circulo. Sit autem quod AD, DC continetur rectangulum, ęquale quadrato quod fit ex DB. Dico DB circulum tangere. *a* Ducatur enim DE circulum tangens, sumptoq; centro F, iungan-

a prop. 17. 3.



gantur FE, FB, FD, *b* & erit angulus F E D rectus. Et quia D E tangit, D C A secat circulum; *c* erit quod A D, DC continetur æquale ei quod ex D E; ponitur autē & quod A D, D C continetur, æquale ei quod ex D B. ergo quod ex D E æquale est ei, quod ex D B; æquales sunt ergo D E, D B; *d* sunt vero & F E, F B æquales: duæ igitur D E, E F, duabus D B, B F æquales sunt; & basis F D communis; *e* angulus ergo D E F æqualis est angulo D B F: est autem D E F rectus; ergo & D B F rectus est. Et F B, si producatur, est diametrus, *f* quæ autem diametro ad angulos rectos ducitur ab extremitate, circulum tangit. Idem demonstrabitur pari modo si centrum sit in A C. Si ergo extra circulum, &c. quod oportuit demonstrare.

b *prop.18.3*

c *prop.36.3*

d *def.15.1.*

e *prop.8.1.*

f *cor.prop.16.3.*

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

Definitiones.

1. Figura rectilinea figuræ rectilineæ inscribi dicitur, cum singuli inscriptæ anguli, singula latera eius, cui inscribitur, tangunt.
2. Similiter figura figuræ circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ, singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangunt.
3. Figura rectilinea circulo inscribi dicitur; cum singuli anguli inscriptæ tãgunt pheriperiam circuli. *Ita prop.2. triangulum ABC; sexta quadratum ABCD circulo inscriptum vides.*
4. Figura rectilinea circulo circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ circuli peripheriam tangũt. *Ita prop.4. triangulum ABC; octaua qua-*

quadratum A B C D circulo circumscriptum cernis.

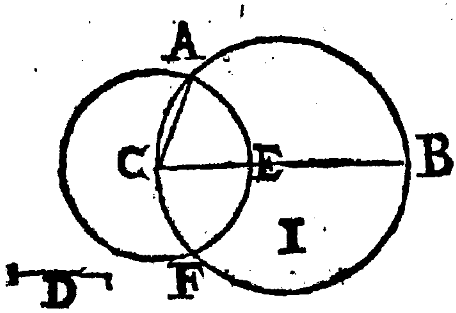
5. Circulus similiter figuræ inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera eius, cui inscribitur, tangit. *Ita prop. 4. circulum E F G triangulo A B C, octaua circulum E F H K quadrato, A B C D inscriptum vides.*

6 Circulus figuræ circumscribi dicitur, cum peripheria circuli singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangit. *Ita prop. 2. circulum A B C triangulo, sexta circulum A B C D quadrato circumscriptum vides.*

7. Recta linea in circulo aptari dicitur, cum eius termini in circuli peripheria fuerint.

Propositio I. Problema I.

In dato circulo, data recta linea, quæ diametro circuli maior non sit, æqualem rectam lineam aptare.



Sit datus circulus ABC, data recta, quę circuli diametro maior non sit, D. Oporteat autem circulo A B C rectam, rectę D æqualem, aptare. Ducatur diametrus circuli B C. Si ergo B C æqualis est ipsi D, factum est, quod iubebatur. Circulo enim A B C aptata est B C æqualis rectæ datæ. Si autem B C maior est quam D. *a* Fiat C E æqualis ipsi D; & centro C, interuallo C E describatur circulus E A F, ducaturq́; CA. Quia ergo C centrum est circuli A E F; *b* erit C A æqualis C E: sed ipsi D æqualis est CE: erit ergo & D ęqualis ipsi AC. Dato ergo circulo A B C, Datæ rectæ D non maiori circuli diametro, æqualis CA aptata est. Quod oportuit facere.

a *prop. 3. 1.*

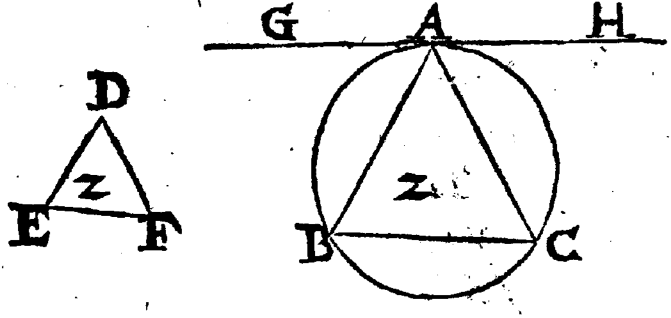
b *def. 15. 1.*

Pro-

Propositio 2. Probl. 2.

Dato circulo triangulum dato triangulo æquiangulum inscribere.

SIt circulus datus ABC, triangulum datum D E F; oporteatque circulo ABC



triangulum, triangulo D E F æquiangulum inscribere. Ducatur G A H tangens circulum A B C in A; *a* constituaturque ad A rectæ G A H, angulus H A C æqualis angulo D E F, & G A B æqualis DFE; ducaturque B C. Quia ergo circulũ ABC tangit recta G A H, & à tactu ducta est A C, *b* erit angulus H A C æqualis angulo ABC in alterna portione; sed HAC est æqualis D E F angulo; erit ergo & A B C æqualis eidem D E F. Eadem ratione erit angulus A C B angulo DFE æqualis, *c* reliquus ergo B A C æqualis erit reliquo E D F. Est ergo triangulum A B C triangulo D E F æquiangulum, & inscri-

a *prop. 23. 1.*

b *prop. 32. 3.*

c *prop. 32. 1.*

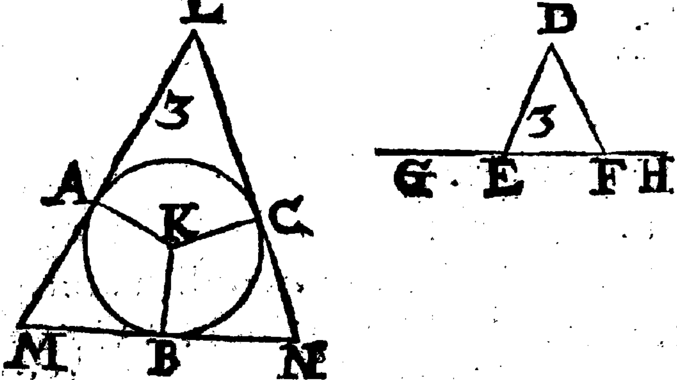
K 5 ptum

ptum est circulo A B C. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 3. Probl. 3.

Circa datum circulum dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

Esto datus circulus A B C, datum triangulum D E F. oporteatque circa



A B C circulum triangulo D E F æquiangulum triangulum describere. Producatur vtrinque E F in G & H, sumaturque centrum K circuli A B C, & ducatur recta K B vt libet; & *a* constituatur ad K rectæ K B angulo D E G æqualis B K A; angulo verò D F H æqualis B K C, perque puncta A, B, C *b* ducantur tangentes circulum L A M, M B N, N C L. Et quia L M, M N, N L tangunt circulum in A, B, C; & à centro

a prop. 23. 1.
b prop. 17. 3.

tro K ad puncta A, B, C ductæ sunt KA, KB, KC: *c* recti igitur erunt anguli ad A, B, C puncta. Et quia quadrilateri AMBK quatuor anguli æquales sunt quatuor rectis; *diuiditur enim quadrilaterũ AMKB in duo triangula K A M, KB M, quorum anguli K A M, KB M recti sunt; reliqui ergo A KB, A M B duobus rectis æquales erunt: *d* Sunt verò & D E G, D E F duobus rectis æquales: ergo A KB, A M B anguli æquales sunt angulis D E G, D E F. quorum A KB, D E G æquales cum sint; erunt & reliqui A M B, DEF æquales. Pari modo demonstrabitur angulum LNM angulo D F E æqualem esse: reliquus ergo M L N reliquo E D F æqualis erit. æquiangulum ergo est triangulum L M N triangulo D E F, & descriptum est circa circulum A B C. Ergo circa datum circulum, &c. Quod oportuit facere.

c prop. 18. 3.

** Si intelligatur ducta linea K M.*

d prop. 13. 1.

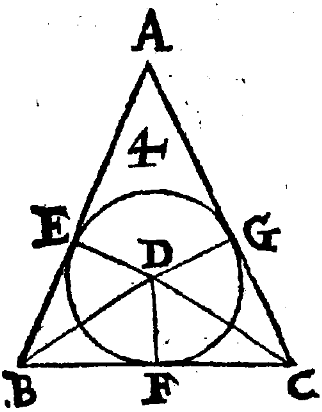
Propositio 4. Probl. 4.

In dato triangulo circulum describere.

Sit datum triangulum A B C, in quo oporteat circulum describere. *a* bisecentur anguli A B C, B C A rectis B D, C D,

a prop. 9. 1.

b prop. 12. 1. CD, quæ in D puncto concurrant, *b* ducanturque ex D ad rectas AB, BC, CA perpendiculares DE, DF, DG. Et quia anguli ABD, CBD æquales sunt (est enim ABC bisectus) anguli verò BED, BFD recti, habebunt duo triangula EBD, DBF duos angulos duobus angulis, & vnum latus vni lateri æquale, nempe cõmune BD,



c prop. 26. 1. *c* habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia; vnde DE, DF æquales erunt; Eandem ob caussam DG, DF æquales erunt. Circulus ergo centro D, interuallo vno punctorum E, F, G descriptus, transibit etiam per alia puncta, tangetque rectas AB, BC, CA quod anguli ad E, F, G recti sint. Si enim ipsas secaret, caderet, quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur, intra

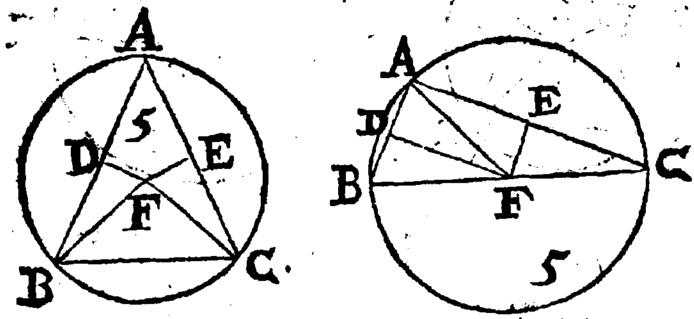
d prop. 16. 3 circulum; *d* quod est absurdum. Non ergo circulus centro D, interuallo vna harum DE, DF, DG descriptus secat rectas AB, BC, CA; ergo eas tanget; estque circulus in triangulo ABC descriptus. In dato ergo triangulo, &c. Quod oportuit facere.

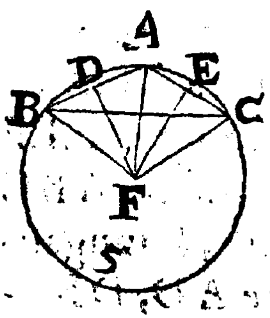
Pro-

Propositio 5. Probl. 5.

Circa datum triangulum circulum describere.

Esto datũ triangulũ ABC, circa q̄ oporteat circulũ describere. bisecẽtur AB, AC in D & E; atque à punctis D, E ducantur ad AB, AC ad angulos rectos DF,



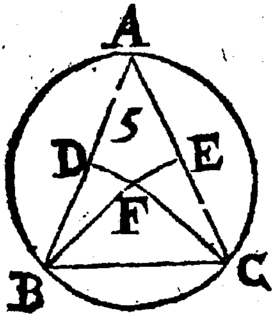


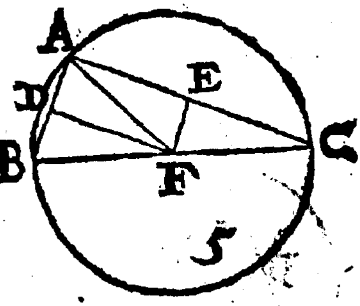
EF, quæ concurrent aut in triangulo ABC, aut in recta BC, aut extra triangulum. Concurrant primò intra triangulum in F, ducanturq; BF, FC, * FA. Et quia AD, DB æquales sunt, communis & ad angulos rectos DF, *a* erunt & bases AF, FB æquales. Similiter demonstrabimus CF, AF æquales esse: quare & FB, FC æquales erunt. Tres ergo FA, FB, FC æqua-

** FA in 1. fig. omissa est.*

a prop. 4.

æquales ſunt. Circulus ergo centro F interuallo vna ipſarum F A, F B, F C deſcriptus tranſibit & per reliqua puncta, eritque circulus circa A B C triangulum deſcriptus. Concurrant iam D F, E F in recta BC in F, vt in ſecunda deſcriptione,





iungaturque A F. Similiter demõſtrabimus punctum F centrum eſſe circuli circa triangulum ABC deſcripti. Cõcurrant demum DF, EF extra triangulum A B C in F, vt tertia habet deſcriptio, & iungantur A F, F B, F C. Cumque A D, D B æquales ſint, communis, & ad angulos rectos D F, *b* erunt & baſes A F, B F æquales. Similiter demonſtrabimus & C F ipſi F A æqualem eſſe: quare & B F æqualis erit F C. Rurſus ergo circulus centro F interuallo vna harum FA, F B. F C, deſcriptus

b prop. 4.1.

ptus transibit etiam per reliqua puncta, estque circa ABC triangulum descriptus. Quod facere oportuit.

Corollarium.

Vnde perspicuum est, quando centrum circuli in triangulum cadit, angulũ BAC in maiore portione semicirculo existentem recto minorem esse. quando verò centrum in BC cadit, in semicirculo existentem, rectum: quando denique centrum extra BC cadit, in minore portione semicirculo existentem, maiorem recto. Vnde quando datus angulus minor est recto, intra triangulum cadunt rectæ DF, EF; quando rectus, in BC; quando maior recto, extra BC; quod oportuit demonstrare.

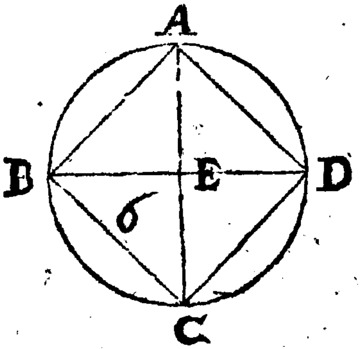
Propositio 6. Probl. 6.

In dato circulo qudaratum describere.

SIt in dato circulo ABCD quadratum describendum. a ducantur diametri AC, BD ad angulos rectos, iunganturque a prop. 11. 1

que

que A B, B C, C D, D A. Cum ergo B E, E D ſint æquales, quippe ex centro E, cō-munis & ad angulos



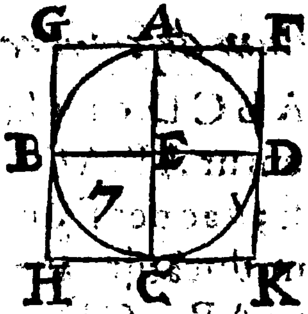
b prop.4.1. rectos E A; *b* erit & baſis A B baſi A D æqualis. Eadem ratione vtraque ipſarū B C, C D, vtriq; A B, A D eſt æqualis. Eſt Ergo quadrilaterum A B C D æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum recta B D diametrus ſit circuli A B C D;
c prop. 31.3. *c* erit B A D ſemicirculus; rectus eſt ergo angulus B A D. Ob eandem cauſam quilibet angulorum A B C, B C D, C D A rectus eſt; rectangulum ergo eſt quadrilaterum A B C D. Oſtenſum eſt autem &
d def.27.1. æquilaterum; *d* quadratum ergo eſt; & eſt circulo inſcriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propoſitio 7. Probl. 7.

Circa datum circulum quadratum deſcribere.

SIt circa datum circulum A B C D quadratem deſcribendum. Ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, & per pun-

puncta A, B, C, D ducantur tangentes circulum F G, G H, H K, K F. Cum ergo



F G tangat circulum, & à centro E ad tactũ A ducta sit E A; *a* erũt anguli ad A recti. Eadẽ de causa *a* erunt & anguli ad B, C, D recti, cumque anguli A E B, E B G recti sint, *b* erunt G H, A C parallelæ. Eadem de causa erunt A C, F K parallelæ; Similiter demonstrabimus, quod G F, H K sint ipsi B E D parallelæ: Sunt ergo G K, G C, A K, F B, B K parallelogramma. *c* vnde æqualis est G F ipsi H K; & G H ipsi F K. *d* & quia A C, B D æquales sunt. Atque A C vtrique G H, F K; & B D vtrique G F, H K est æqualis; ergo vtraque G H, F K, vtrique G F, H K est æqualis. Est igitur F G H K quadrilaterum æquilaterũ; dico quod & rectangulum. Cum enim G B E A sit parallelogrammum, sitq; angulus A E B rectus, *e* erit & A G B rectus. Similiter demonstrabimus quod anguli ad H, K, F recti sint; est ergo F G H K rectangulum quadrilaterum, ostensum est autẽ & æquilaterum, *f* quadratum ergo est, & est circa A B C D circulũ descriptum: ergo

a prop. 18. 3.

b prop. 28. 1.

c prop. 34. 1.

d def. 15. 1.

e prop. 34. 1

f def. 17. 1.

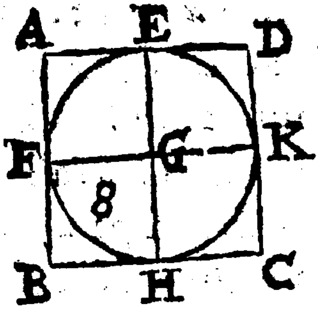
circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 8. Probl. 8.

In dato quadrato circulum describere.

SIt in dato quadrato A B C D circulus describendus. *a* Bisecentur A B, A D in F, E; *b* ac per E quidem, ducatur alterutri A B, C D parallela E H; per F verò alterutri A D, B C parallela F K. Sunt ergo A K, K B, A H, H D, A G, G C, B G, G D parallelogramma, *c* ideoque latera opposita æqualia. Et quia A D, A B æquales sunt, erunt & semisses earum A E, A F æquales; *d* quare & oppositæ illis F G, G E æquales erunt. Similiter demonstrabimus vtramq; G H, G K vtrique F G, G E æqualem esse. Sunt igitur quatuor G E, G F, G H, G K æquales. Circulus igitur centro G, interuallo vna harum G E, G F, G H, G K descriptus, transibit & per reliqua puncta: sed & tangit rectas A B, B C, C D, D A, quod anguli ad E, F, H, K recti sint. Si enim circulus ipsas A B, B C, C D, D A secaret, caderet quæ ab extremitate diame-

a prop. 10. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 34. 1.
d prop. 34. 1.



tri

tri ad angulos rectos ducitur, in circulum, e quod est absurdum; Non ergo circulus centro G, & interuallo vna harum G E, G F, G H, G K descriptus secat rectas A B, B C, C D, D A; tangit ergo: & est quadrato A B C D inscriptus. In dato ergo quadrato, &c. Quod oportuit facere. e prop. 16. 3.

Propositio 9. Probl. 9.

Circa datum quadratum circulum describere.

SIt circa datum quadratum A B C D circulus describendus: ductæ rectæ A C, B D se in E secent. Et quia D A, A B æquales sunt, A C communis, erunt duę D A, A C, duabus B A, A C æquales: sed & bases D C, B C a æquales sunt; b erunt ergo & anguli D A C, B A C æquales: angulus ergo D A B rectâ A C bisecatur. Similiter demonstrabimus quemlibet horum A B C, B C D, C D A rectis A C, D B bisecari. Et cum anguli D A B, A B C æquales sint; sintque E A B, E B A eorum dimidij, c erunt & ipsi æquales: c ax. 7.

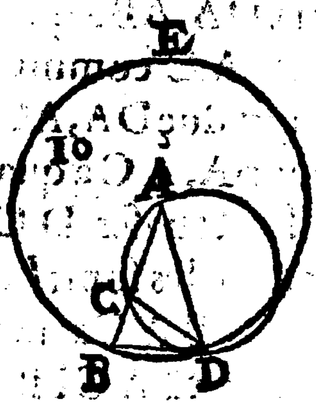
a def. 97. b prop. 8. 1.

quare & latera E A, E B æqualia erunt. Similiter demonstrabimus vtramque rectarum E C, E D, vtrique E A, E B æqualem esse. Quatuor ergo E A, E B, E C, E D æquales sunt. Igitur circulus centro E, interuallo vna harum E A, E B descriptus, transibit & per reliqua puncta, est igitur circa A B C D quadratum descriptum. Ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 10. Probl. 10.

Triangulum isoscele cõstituere, habens vtrumque qui ad basim angulum duplum reliqui.

a prop. 11. 2.



EXponatur recta quędã AB, *a* quę in C sic secetur, vt AB, BC contentum æquale sit quadrato ex CA descripto. Igitur centro A, interuallo AB describatur circulus B D E, *b* eique aptetur recta B D æqualis ipsi A C; & ductis D A, D C, *c* describatur circa triangulum ACD circulus ACD. Et cum quod A B, B C continetur æquale sit ei, quod ex A C quadrato, sitque

b prop. 1. 4.
c prop. 5. 4.

AC

A C ipſi B D æqualis ; erit & quod A B, B C continetur æquale ei, quod ex B D. Cum igitur extra circulum A C D acceptum ſit punctum B, ab eoq; ad circulum A C D cadant duæ rectæ B C A, B D, quarum vna circulum ſecat, altera ei incidit, ſitque quod A B, B C continetur æquale ei quod ex B D, *d* tanget B D circulum A C D; cumque B D circulum A C D tangat, à tactu autem D ducta ſit D C, *e* erit angulus B D C angulo D A C in alterna circuli portione conſiſtenti æqualis. Cum ergo anguli B D C, D A C ſint æquales, ſi cõmunis C D A addatur, erit totus B D A duobus C D A, D A C æqualis : *f* ſed duobus C D A, D A C æqualis eſt externus B C D : ergo B D A æqualis erit ipſi B C D : ſed ipſi B D A æqualis eſt C B D, cum & *g* latera A D, A B ſint æqualia : quare & D B A, B C D æquales erunt : tres ergo B D A, D B A, B C D ſunt æquales : & cum anguli D B C, B C D æquales ſint, erunt & latera B D, D C æqualia ; ſed B D ipſi C A ponitur æquale : ſunt ergo & A C, C D æqualia : vnde & anguli C D A, D A C æquales erunt : ergo anguli C D A : D A C dupli ſunt anguli D A C : eſt verò & B C D æqualis duobus C D A, D A C ;

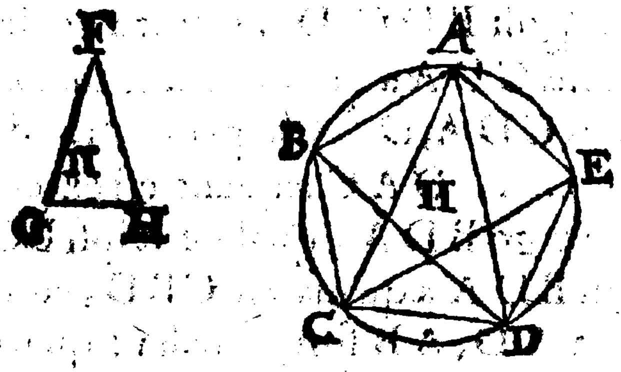
d *prop. 37. 3.*
e *prop. 32. 3.*
f *prop. 32. 1.*
g *Def. 15. 1.*

ergo BCD duplus est ipsius DAC: Et cum vterque BDA, DBA angulo BCD sit æqualis, duplus erit vterque reliquo DAB. Triangulum ergo isosceles, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 11. Probl. 11.

Dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere.

SIt in dato circulo ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum describendum.



Exponatur triangulum isosceles duplum habens vtrumq; angulum ad G, H, eius qui est ad F; & a inscribatur circulo ABCDE triangulum ACD æquiangulum triangulo FGH; ita vt angulo F æqualis sit angulus CAD; angulis G, H anguli ACD, CDA. Et quia vterque ACD, CDA duplus est anguli CAD, b bisecentur rectis CE, DB, iungan-

a prop. 2.4.

b prop. 9.1.

ganturque A B, B C, C D, D E, E A. Cum itaque vterque angulorum A C D, C D A duplus sit anguli C A D, bisectique sint rectis C E, D B, erunt quinq; anguli D A C, A C E, E C D, C D B, B D A æquales inter se: c Et cum æquales anguli æqualibus peripheriis insistant, erunt quinque peripheriæ A B, B C, C D, D E, E A æquales: d sed æquales peripherias æquales rectæ subtendunt; sunt ergo hæ quinque rectæ A B, B C, C D, D E, E A æquales; est ergo pentagonum A B C D E æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Quia A B, D E peripheriæ æquales sunt, si communis B C D addatur, erunt totæ A B C D, E D C B æquales; & insistit peripheriæ A B C D angulus A E D; peripheriæ vero B C D E angulus B A E; e sunt ergo A E D, B A E anguli æquales. Eadem de causa, quilibet angulorum A B C, B C D, C D E vtrique A E D, B A E æqualis erit: est ergo pentagonum A B C D E æquiangulum; demonstratum autem est, quod & æquilaterum. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

c prop. 26. 3

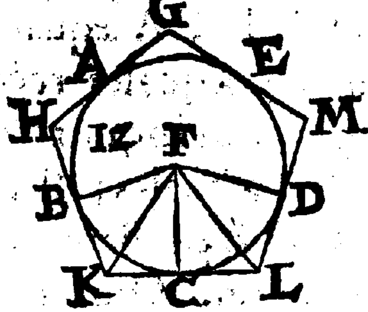
d prop. 28. 3

e prop. 29. 3

Propositio 12, Probl. 12.

Circa datum circulum pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

OPorteat circa circulum ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Cogitentur angulorum pentagoni inscripti puncta, A, B, C, D, E ita vt peripheriæ, AB, BC, CD, DE, EA



a prop. 17. 3. æquales sint, *a* ducanturque per A, B, C, D, E rectæ GH, HK, KL, LM, MG tangentes circulum, & accipiatur centrũ circuli F, iunganturque FB, FK, FC, FL, FD. Cum itaque KL recta circulum in C tangat, & ab F ad contactum C ducta sit

b prop. 18. 3. FC, *b* erit ipsa ad KL perpendicularis: vterque ergo angulus ad C est rectus. Eandem ob causam recti sunt anguli ad B, D;

c prop. 47. 1 & cum angulus FCK rectus sit, *c* erit quod ex FK æquale illis, quæ ex FC, CK quadratis. Eadem de causa, erunt quæ ex FB, BK æqualia illi, quod ex FK: sunt ergo quæ ex FC, CK æqualia illis,

quæ

quæ ex B F, B K; quorum quod ex F C æquale* est ei, quod ex F B: erit igitur & reliquum quod ex C K æquale reliquo, quod ex B K: sunt ergo B K, C K æquales. Et quia F B, F C æquales sunt, communis F K, erunt duæ B F, F K duabus C F, F K æquales, & basis B K basi C K æqualis; *d* ergo & angulus B F K æqualis erit angulo K F C: & angulus B K F, angulo F K C; est ergo angulus B F C duplus anguli K F C; & B K C duplus anguli F K C. Ob eandem causam erit & C F D duplus ipsius C F L: & C L D duplus ipsius C L F. Cumq; peripheriæ B C, C D æquales sint, *e* erunt & anguli B F C, C F D æquales, estque B F C ipsius K F C duplus, D F C verò duplus ipsius L F C: æquales ergo sunt K F C, C F L. *f* duo ergo triangula F K C, F L C duos angulos duobus habētia æquales alterum alteri, & latus vnum vni lateri F C vtrique commune; habebunt & reliqua latera reliquis æqualia, angulumque reliquum reliquo. Sunt igitur tam rectæ K C, C L, quam anguli F K C, F L C æquales, cumque K C æqualis sit C L, dupla erit K L ipsius K C. Eadem de causa demonstrabitur H K dupla ipsius B K; & cum demonstratum sit B K æqualis K C, sitq; K L du-

* *quia F B, F C sunt æquales, quippe ex centro ad peripheriam.*

d *prop. 8. 1.*

e *prop. 27. 3*

f *prop. 26. 1.*

pla ipsius K C, & H K dupla ipsius B K; g erit & H K ipsi K L æqualis. Similiter demõstrabitur quælibet ipsarum G H, G M, M L vtriq; H K, K L ęqualis: est ergo pentagonum G H K L M æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum ęnim anguli F K C, F L C æquales sint, ostensusque sit H K L duplus ipsius F K C: & ipsius F L C duplus K L M; erit & H K L ipsi K L M æqualis. Similiter demonstrabitur quilibet ipsorum K H G, H G M, G M L vtrique H K L, K L M æqualis. Quinque ergo anguli G H K, H K L, K L M, L M G, M G H sunt æquales; æquiangulum ergo est pentagonum. Ostensum autem est & æquilaterum, & est descriptum circa circulum A B C D E. quod oportebat facere.

g ax. 6.

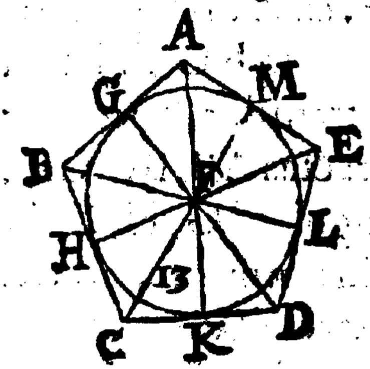
Propos. 13. Probl. 13.

Dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inscribere.

OPorteat dato pentagono æquilatero & æquiangulo A B C D E circulum inscribere, a bisecetur vterq; angulorum B C D.

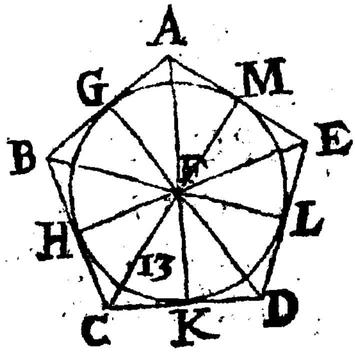
a prop. 9. 1.

B C D, C D E rectis C F, D F, & à puncto F, in quo C F, D F, concurrunt, ducantur rectæ F B, F A, F E. & quia B C, C D æquales sunt, communis C F, eurnt duæ B C, C F duabus D C, C F æquales, & angulus B C F angulo D C F æqualis: *b* ergo & basis B F, basi D F æqualis erit, & triangulum B F C triangulo D C F, reliquiq; anguli reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Sunt igitur anguli C B F, C D F æquales. Et cum angulus C D E duplus sit anguli C D F; æquales autẽ & C D E, A B C; & C D F, C B F; erit & C B A duplus ipsius C B F: æquales ergo sunt A B F, F B C: bisecatur ergo angulus A B C recta B F. Similiter demonstratur quemlibet angulorum B A E, A E D rectis F A, F E bisecari. *c* Ducantur enim ab F ad A B, B C, C D, D E, E A recta perpendiculares F G, F H, F K, F L, F M. Quia ego anguli H C F, K C F æquales sunt; F H C rectus, æqualis recto F K C; erunt duo triangula F H C, F K C duos angulos duobus æquales habentia vnumque latus vni, F C latus



b prop. 4. 1.

c prop. 12. 1.



d prop 26.1

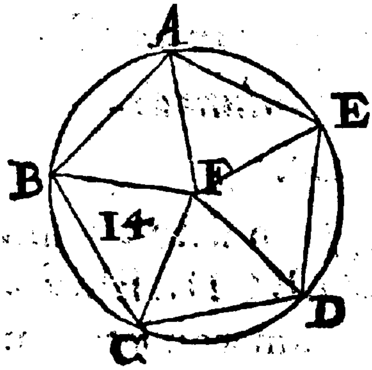
latus commune, & vni æqualium angulorũ ſubtẽſum, d habebunt ergo & reliqua latera reliquis equalia: ſunt ergo perpẽdiculares F H, F K æquales. pari modo demonſtratur quælibet harum F L, F M, F G vtriq; F H, F K æqualis. quinq; ergo rectæ F G, F H, F K, F L, F M æquales ſunt, circulus ergo centro F, interuallo vna harum F G, F H, F K, F L, F M deſcriptus, tranſibit & per reliqua puncta, tangetq́; rectas A B, B C, C D, D E, E A, eo quod anguli ad G, H, K, L, M recti ſint. Quod ſi illas non tangat, ſed ſecet; cadet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur intra circulum, e quod abſurdum eſſe oſtenſum eſt; non ergo circulus centro F, interuallo F G, F H, F K, F L, F M deſcriptus ſecat rectas A B, B C, C D, D E, E A; ergo tanget. dato ergo pentagono. quod oportuit facere.

e prop.16.1.

Pro-

Propos. 14. Probl. 14.

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.



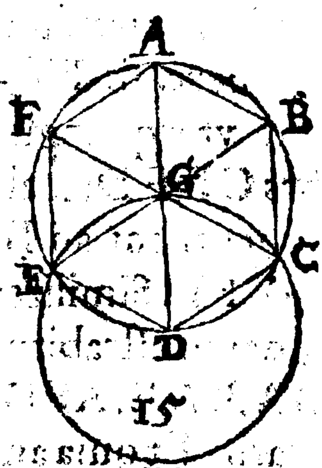
OPorteat circa datum pentagonum æquilaterũ & æquiangulum A B C D E circulum describere. *a* Bisecetur vterq; angu- *a prop. 9. 1.* lorum B C D, C D E rectis C F, F D; & ab F puncto in quo rectæ concurrunt ad B, A, E ducatur rectæ F B, F A, F E. Similiter ergo, vt in præcedente, demonstrabitur quemlibet angulorũ C B A, B A E, A E D, rectis B F, F A, F E bisecari. Et quia anguli B C D, C D E æquales sunt, estque F C D dimidius ipsius B C D, & C D F dimidius ipsius C D E; erunt F C D, F D C æquales, *b* quare & latera F C, F D æqualia erunt. *b prop. 6. 1.* Similiter demõstrabitur, quamlibet ipsarum F B, F A, F E, vtrilibet F C, F D æqualem esse. Quinque ergo F A, F B, F C, F D, F E æquales sunt. circulus igitur centro F; interuallo vna harum

F A,

FA, FB, FC, FD, FE descriptus, transibit & per reliqua puncta; eritq; circa pentagonum ABCDE descriptus. Circa datum ergo, &c. Quod facere oportebat.

Propos. 15. Probl. 15.

In dato circulo hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



SIt in dato circulo ABCDEF hexagonum æquilaterum & æquiangulum describendum. Ducta diametro AD, sumatur centrum G, atq; centro D, interuallo DG describatur circulus EGCH; & ductæ EG, CG producantur ad B, F, junganturque AB, BC, CD, DE, EF, FA. Dico ABCDEF hexagonum æquilaterum & æquiangulum esse. Cum enim G centrum sit circuli ABCDEF, erunt GE, GD æquales. Et cum D centrum sit circuli EGCH, erunt & DE, DG æquales. Sed GE ostensa est æqualis ipsi DG; a erit ergo

a ax. 1.

ergo & G E æqualis ipsi E D: triangulum erg E G D æquilaterum est, & tres anguli eius E G D, G D E, D E G æquales, cum isoscelium triangulorum anguli ad basim æquales sint. Et quia tres anguli trianguli duobus rectis ęquales sunt, erit angulus E G D tertia pars duorum rectorũ. Similiter demonstratur D G C tertia pars esse duorum rectorum. & cum recta C G super E B consistens *c* angulos deinceps, E G C, C G B duobus rectis æquales faciat; erit & reliquus C G B tertia pars duorum rectorum. sunt igitur anguli E G D, D G C, C G B inuicem æquales; *d* erunt igitur & qui ad verticem B G A, A G F, F G E æquales. *e* æquales autem anguli æqualibus peripheriis insistunt: peripheriæ ergo A B, B C, C D, D E, E F, F A sunt æquales, *f* æqualibus autem peripheris æquales rectæ lineæ subtenduntur; sex igitur rectæ æquales sunt; ideoque hexagonum A B C D E F æquilaterum est. Dico quod & æquiangulum. Cum enim peripheriæ A F, E D æquales sint: si communis A B C D, addatur, erunt totæ F A B C D, E D C B A æquales: *g* Sed peripheria F A B C D insistit angulus F E D; peripherię verò E D C B A, angulus A F E; sunt ergo

b *prop. 23. 1*

c *prop. 13. 1.*

d *prop. 15. 1.*

e *prop. 26. 3*

f *prop. 29. 3*

g *def. 9. 3.*

ergo

ergo anguli A F E, D E F æquales. Similiter demonstrabitur reliquos hexagoni ABCDEF angulos, vtriq; AFE, FED æquales esse. Est ergo hexagonũ ABCDEF æquiangulum: ostensum est autem & æquilaterum, & est in circulo descriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportebat facere.

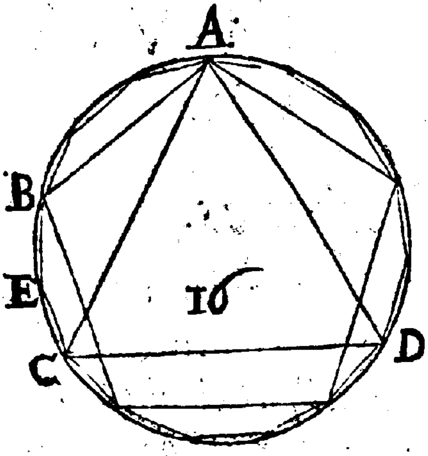
Corollarium.

Ex his manifestum est latus hexagoni æquale esse ei, quæ ex centro circuli. Et si h prop.17.3. per puncta A, B, C, D, E, F *h* tangentes circulum rectæ ducantur, circa circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum esse, vt in illis quę de pentagono dicta sunt videre licet. Præterea iuxta illa quę de pentagono dicta sunt in dato hexagono circulum describemus.

Pro-

Propos. 16. Theor. 16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



OPorteat in dato circulo A B C D quindecagonum ęquilaterū & æquiangulum describere. Describatur in circulo A B C D trianguli æquilateri latus A C pentagoni æquilateri A B. Qualium ergo totus circulus partium est quindecim, talium est A B C peripheria, tertia circuli pars existens, quinque; A B, quinta pars circuli existens, trium; pars ergo B C, duarum; quæ si in E *a* bisecetur, erit quælibet peripheriarum B E, E C decimaquinta pars circuli. Si ergo ductis rectis B E, E C, eis æquales in continuum circulo rectas *b* aptemus, erit quindecagonum ęquilaterum, & æquiangulum descriptum. Quod facere oportuit.

a prop. 30. 3.

b prop. 1. 4.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

1 Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, quando minor metitur maiorem. *Vt, 2. est pars ipsius 6, at non ipsius 7: quia 2. metitur 6; nō metitur 7.*

2 Multiplex est maior minoris, quando minor metitur maiorē. *Vt 6. est multiplex ipsius 2. at 7. ipsius 2. multiplex nō est. Quia 2 metitur 6; non item 7.*

3 Proportio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem, habitudo. *Proportio ergo est inter res eiusdem generis vt inter numeros, lineas, superficies, corpora, &c.*

4 Proportionē inter se habere dicuntur magnitudines, quæ multiplicatę possunt se inuicem superare. *Vnde liquet inter angulum contingentiæ & rectiliineum*

nerum quemcumq; proportionem nō esse. Quia licet prior in infinitū multiplicetur, nunquā tamen superabit posteriorē.

5 In eadē proportione dicuntur esse magnitudines, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando ęquè multiplices, primæ & tertiæ, æquè multiplices, secundæ & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, vtraque ab vtraq;, vel æquè deficiũt, vel ęquè æquales sunt, vel ęquè superant, si ordine sumantur. *Vt si horum quatuor numerorum 8.6.4.3. primi & tertij accipiantur æquè multiplices 16. & 8. secũdi & quarti 18. & 9. & collocentur eo ordine, quo numeri, quorum sunt multiplices, hoc nimirum 16. 18. 8. 9. si iam primus minor sit secundo, erit & tertius quarto minor; & si maior, maior, si æqualis, æqualis, si inquam hoc semper contingat dicentur quatuor magnitudines in eadem esse proportione.*

6 Magnitudines quę eandem proportionem habent, proportionales vocantur. *Vt 4. & 2. item 6. & 3. cum habeant eandem proportionem, nempe duplam, dicuntur proportionales.*

7 Quando ęquè multiplicium multiplex primæ superat multiplicem secundæ;

at multiplex tertia non superat multiplicem quartæ; prima ad secundam dicitur habere maiorem proportionem quam tertia ad quartam.

8 Analogia est proportionũ similitudo.

9 Analogia in tribus minimis terminis consistit. *Vt in his numeris 4. 6. 9. vt enim est primus ad secũdum, ita secundus ad tertium.*

10 Cum fuerint tres magnitudines proportionales, prima ad tertiam duplicatam proportionem habere dicitur eius, quã habet ad secundam. *Vt cum fuerint proportionales hi tres numeri 2. 4. 8. erit proportio quam habet 2. ad 8. duplicata eius, quam habet ad 4.*

11 Cum fuerint quatuor magnitudines proportionales prima ad quartã triplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secũdam. Et deinceps semper vna amplius quoad vsq; proportio extiterit. *Vt si sint proportionales hi quatuor numeri 2. 4. 8. 16. erit proportio quam habet 2. ad 16. tripla eius quam habet ad 4.*

12 Homologæ, seu similis rationis magnitudines dicuntur esse, antecedentes antecedentibus, consequentes consequentibus.

13 Fer-

13 Permutata ratio, est sumptio antecedētis ad antecedentē, & consequētis ad consequentem. *Demōstratur prop. 16. in qua cum est vt A ad B, ita C ad D, est quoq; permutādo, vt A ad C; ita B ad D.*

14 Conuersa ratio, est sumptio consequētis vt antecedentis ad antecedētem, vt ad consequentem. *Vide cor. 4. prop.*

15 Compositio rationis est sumptio antecedentis vnà cum consequente, vt vna, ad consequentem. *Demōstratur prop. 18. in qua cum est vt A B ad E D; ita C F ad F D; est quoq; vt A B ad F D; ita C D ad F D.*

16 Diuisio rationis est sumptio excessus, quo antecedens superat consequentem, ad consequentem: *Demōstratur prop. 17. in qua cum est, vt A B ad B E; ita C D ad D E, est quoque vt A E ad E B: ita C F ad F D.*

17 Conuersio rationis est sumptio antecedētis ad excessum, quo antecedens consequentem superat. *Demōstratur prop. 19. in qua cum est vt A B ad C D, ita A E ad C F erit quoque E B ad F D; vt est A B ad C D.*

18 Ex æquali ratio est cum plures fuerint magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quę binæ, & in eadē ratione

sumantur, fueritq; vt in primis magnitudinibus prima ad vltimã, ita in secundis prima ad vltimã. Vel est sumptio extremarũ per subtractionẽ mediarũ. *Demõstratur 22. in qua cũ est vt A ad B, ita D ad E; & vt B ad C, ita E ad F; erit ex aequali, vt A ad C, ita D ad F.*

19 Ordinata proportio est, cum fuerit vt antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; vt autem consequens ad aliam quampiam, ita consequens ad aliam quampiam. *In prop. 20. & 23. in primis magnitudinib⁹ antecedens est A, consequẽs B, alia quaepiam C: in secundis antecedens est D, consequens E, alia quaepiam F.*

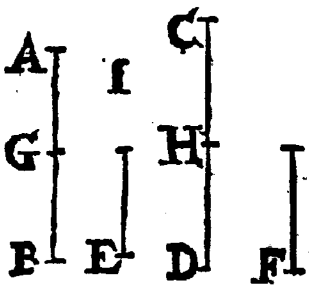
20 Perturbata proportio est, quando tribus existentibus magnitudinibus; & alijs ipsis numero aequalibus, fuerit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem; ita in secundis antecedens ad consequentem. Vt autem in primis consequẽs ad aliam quampiam: ita in secundis alia quaepiam ad antecedentem. *Vt in 21. & 23. prop. in primis tribus magnitudinibus antecedens est A consequens B, alia quaepiam C. In secundis antecedens est E, consequens F, alia quaepiam D.*

Pro-

Propoſ. I. Theor. I.

Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum, æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices, quotuplex eſt vna magnitudo vnius totuplices ſunt omnes omnium.

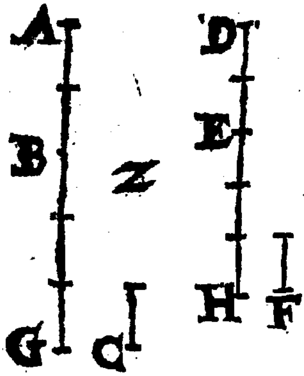
SInt quotcumque magnitudines A B, C D, quotcumque magnitudinum E, F æqualium numero, ſingulæ ſingularum æque multiplices. Dico quam multiplex eſt A B ipſius E, tam multiplices eſſe A B, C D ſimul, ipſarum E, F ſimul.



Cum enim quam multiplex eſt A B ipſius E, tam multiplex ſit C D ipſius F; erunt in C D tot magnitudines æquales ipſi F; quot ſunt in A B æquales ipſi E. Diuidatur A B in magnitudines A G, G B æquales ipſi E; Et C D in C H, H D æquales ipſi F; eritque multitudo ipſarum A G, G B æqualis multitudini ipſarum C H, H D: cumque A G ipſi E, & C H æquale ſit ipſi F; erunt A G, C H æquales ipſis E, F. Eadem de cauſa erunt G B, H D ipſis E, F æquales: quot ergo in A B ſunt magnitudines æquales ipſi E, tot ſunt in A B, C D æquales ipſis E, F. Quæ quam multiplex eſt A B ipſius E, tam multiplices ſunt A B, C D ipſarum E, F. Si ergo fuerint, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 2. Theor. 2.

Si prima ſecundæ æquè multiplex fuerit, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex, atque ſexta quartæ; erit & compoſita ex prima & quinta æquè multiplex ſecundæ, atque tertia & ſexta, quartæ.



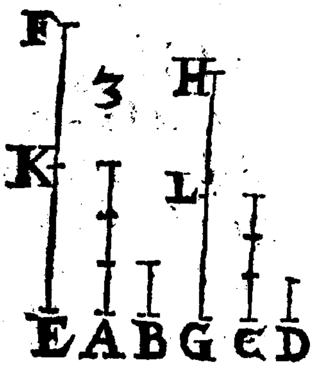
ESto prima A B ſecundę C ęquè multiplex, atque tertia D E quartæ F: ſit verò & quinta B G ſecundæ C æquè multiplex, atq; ſexta E H quartæ F. Dico & compoſitam ex prima & quinta A G ſecundæ C, æquè multiplicem eſſe, atque eſt tertia & ſexta D H, quartæ F. Cum enim quam multiplex eſt A B ipſius C, tam multiplex ſit D E ipſius

ipsius F, erunt in DE tot magnitudines æquales ipsi F, quot sunt in AB æquales ipsi C. Eademque de causa quot sunt in BG æquales ipsi C, tot erunt in EH æquales ipsi F: quot ergo sunt in tota AG æquales ipsi C; tot sunt in tota DH æquales ipsi F. Quam multiplex est ergo AG ipsius C, tam multiplex est DH ipsius F. Ergo AG composita ex prima & quinta secundæ C æquè multiplex est, atque tertia & sexta DH quartæ F. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 3. Theor. 3.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ; sumantur autem æquè multiplices primæ & tertiæ; erit ex æquali sumptarum vtraque vtriusque æquè multiplex, altera quidem secundæ; altera autem quartæ.

Esto prima A secundæ B æquè multiplex, atque tertia C quartæ D. & accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices EF, GH. Dico æquè multiplicem esse EF ipsius B, atque est GH ipsius D. Cum enim æque multiplex ſit E F ipſius A, atque eſt G H ipſius C: continebuntur in G H tot magnitudines æquales ipſi C, quot in E F æquales ipſi A. Diuidatur EF in magnitudines E K, K F, æquales ipſi A; & G H in G L, L H æquales ipſi C. Eſt autem multitudo ipſarum E K, K F æqualis multitudini ipſarum G L, L H. Et quia æque multiplex eſt A ipſius B, vt C ipſius D; eſtque E K ipſi A; & G L ipſi C æqualis, erit & EK ęquè multiplex ipſius B, vt G L ipſius D. Eadem de cauſa æquè multiplex eſt K F ipſius B, vt L H ipſius D. Cum igitur prima E K ſecundæ B æquè multiplex ſit, vt tertia G L quartæ D; ſit verò & quinta K F ſecundæ B æquè multiplex, vt eſt ſexta L H quartæ D; *a* erit & cõpoſita ex prima & quinta E F ſecundæ B æquè multiplex, atque eſt tertia cum ſexta G H quartæ D. Si ergo prima ſecundæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.



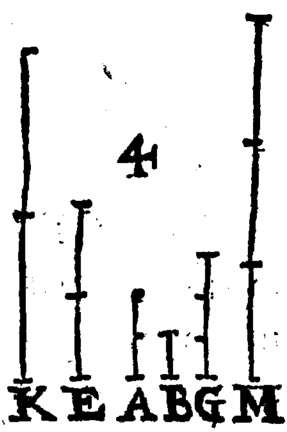
a prop. 2. 5.

Propo-

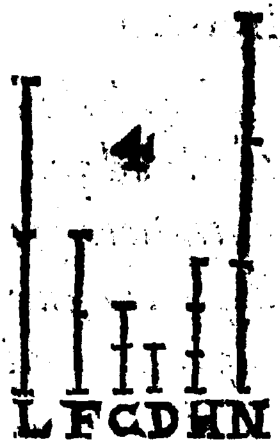
Propositio 4. Theor. 4.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebunt & æquemultiplices primæ & tertiæ ad æquemultiplices secundæ & quartæ, secundam quamuis multiplicationem, eandem proportionem, si, vt inter se respondent, sumptæ fuerint.

HAbeat prima A ad secundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Et accipiantur ipsarum A, C æque multiplices E, F; ipsarum verò B, D quæcunque aliæ æque multiplices G, H. Dico vt est E ad G, ita esse F ad H. Accipiantur enim ipsarum E, F æquè multiplices K, L; ipsarum verò G, H æque multiplices M, N. Et quia ita multiplex est E ipsius A, vt F ipsius C: acceptæque sunt ipsarum E, F æque multiplices K, L: a ita ergo multiplex est K ipsius A, vt L a *prop. 3. h.*



ipsius



ipsius C. Eademq; de causa ita multiplex est M ipsius B, vt N ipsius D. Et quia est vt A ad B; ita C ad D, acceptęque sunt ipsarum A, C ęque multiplices K, L; ipsarum verò B, D alię quęcunque M, N: *b* ergo si K superat M, superabit & L ipsam N; & si ęqualis, ęqualis; si minor, minor; suntque K, L ipsarum E, F æque multiplices; M vero & N sunt ipsarum G, H ęque multiplices: *c* est ergo, vt E ad G; ita F ad H. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *def. 5. 5.*

c *def. 5. 5.*

Lemma.

Quoniam demonstratum est, si K superet M, superare & L ipsum N; & si sit æqualis, esse æqualem; si minor, minorem. Constabit etiam, si M, superet K, superare & N ipsum L, & si sit æqualis, esse æqualem, si minor, minorem. atque idcirco erit vt G ad E; ita H ad F.

Corollarium.

Ex hoc manifestum est, si quatuor magnitugnitudines fuerint proportionales, & cõuersim proportionales esse. *Hoc est si est vt A ad B; ita C ad D; esse quoque B ad A, vt D ad C.*

Propositio 5. Theor. 5.

Si magnitudo magnitudinis æque multiplex fuerit, atque ablata ablatæ; & reliqua reliquæ æque multiplex erit atque tota totius.

SIt magnitudo AB magnitudinis CD æque multiplex, atque est ablata AE ablatæ CF. Dico & reliquam EB, reliquę FD æque multiplicem esse, vt est tota AB totius CD. Quotuplex enim est AE ipsius CF, totuplex fiat EB ipsius CG. Et quia æque multiplex est AE ipsius CF, atque EB ipsius CG, *a* erit AE ęque multiplex CF atq; AB ipsius GF; ponitur autem AE ęque multiplex ipsius CF, atque est AB ipsius CD: æquè ergo multiplex est AB vtriusque GF, CD: *b* ęquales ergo sunt GF, CD; Communis CF auferatur, & erit reliqua GC reliquæ DF æqualis. Et cum æque multiplex sit AE ipsius CF, atq; EB ipsius GC, estque GC æqua-

a *prop. 1. 5.*

b *Colligitur ex ax. 7.*

æqualis D F. ęque ergo multiplex eſt A B ipſius C F, atque E B ipſius F D, ponitur autem & A E ipſius C F ęque multiplex, vt A B ipſius C D: æque ergo multiplex E B ipſius F D; atque A B ipſius C D; ergo reliqua E B, reliquę F D æque multiplex eſt, atque eſt tota A B totius C D. Si ergo magnitudo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

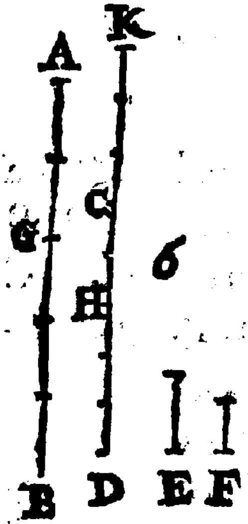
Propoſitio 6. Theor. 6.

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè multiplices fuerint, & ablatæ quædam ſint earundem æquè multiplices; erunt reliquæ eiſdem aut æquales, aut æquè multiplices.

SInt duæ magnitudines A B, C D duarum magnitudinum E, F æque multiplices, auferanturq; A G, C H earundem E, F ęque multiplices. Dico reliquas G B, H D ipſis E, F, aut æquales eſſe, aut ęque multiplices. Sit primo G B ipſi E æqualis. Dico & H D ipſi F ęqualẽ eſſe.

Pona-

Ponatur ipſi F æqualis CK. Cum igitur AG æque multiplex ſit ipſius E, atque



C H ipſius F; ſit verò GB ęqualis ipſi E, & C K ipſi F, *a* ęque multiplex erit AB ipſius E, atque K H ipſius F. *a prop. 1. 5.* Ponitur autem ęque multiplex AB ipſius E, atque eſt CD ipſius F: æque ergo multiplex eſt KH ipſius F, atque CD eiuſdem F. Cum ergo vtraque KH, CD ipſius F ęque ſit multiplex, *b* ęqualis erit KH ipſi CD: Communis CH auferatur, & erunt reliquę KC, HD æquales. *b Colligitur ex axiomate 6.* Sed KC ęqualis eſt F ergo & HD eidem F ęqualis erit. Eſt ergo GB ęqualis ipſi E, & HD ipſi F. Similiter demonſtrabimus ſi GB ipſius E fuerit multiplex, ęque multiplicem eſſe HD ipſius F.

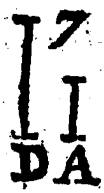
Si ergo duę magnitudines, Quod oportuit demonſtrare.

Pro-

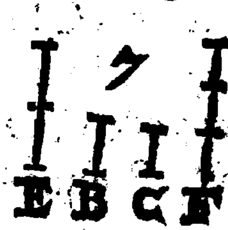
Propositio 7. Theor. 7.

AEquales ad eandem, eandem habent proportionem, & eadem ad æquales.

SInt magnitudines A, B æquales, & alia quæcunque C. Dico vtramque A, B eandem proportionem habere ad C, & C eandem ad easdem A, B. Accipiantur ipsarum A, B æque multiplices D, E; & alia F ipsius C, vtcunque multiplex.



Cum igitur æque multiplex sit D ipsius A, & E ipsius B; sit verò A æqualis



a *Colligitur ex 6.* B, a erit & D æqualis E; estque alia F vtcunque multiplex ipsius C. Si ergo D maior est ipsa F; erit & E eadem F maior, & si æqualis, æqualis; si minor, minor; suntq; D, E ipsarũ A, B æquè multiplices, & ipsius C alia F vtcunque multi-

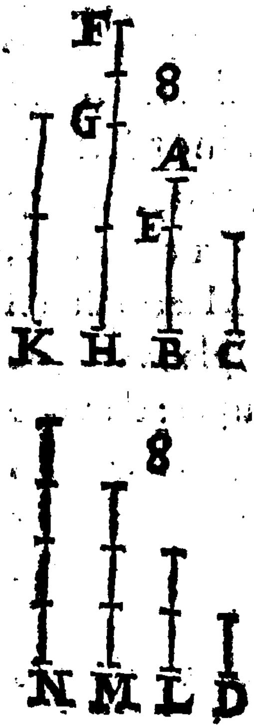
b *def. 5. 5.* plex: est b ergo vt A ad C; ita B ad C. Dico & C ad vtramque A, B eandem habere proportionem. Iisdem enim constructis ostendemus D æqualem esse E; & aliam quandam F. Si ergo F maior est D; erit & maior quam E; & si æqualis, æqualis; si minor, minor; estque F ipsius C multiplex;

plex; aliæ verò D, E vtcunque multiplices ipsarum A, B: c est ergo vt C ad A, ita C ad B. Si ergo æquales ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare. c def. 5. 5.

Propositio 8. Theor. 8.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quam minor; Et eadem ad minorem maiorem habet, quam ad maiorem.

Sint inæquales magnitudines A B, C; sitque A B maior quam C, sit & alia D quæcunque. Dico AB ad D maiorẽ habere proportionem, quã C ad D; & D ad C maiorem, quam ad A B.



Cum enim A B maior sit, quam C; ponatur ipsi C æqualis B E. Itaque minor ipsarum A E, E B a multiplicetur, donec maior fiat quam D. Sit primò A E minor quam E B; & multiplicetur A E, donec maior fiat quam D, quæ sit F G, Et quam multiplex est F G a def. 4. 5.

N ipsi-

ipsius A E, tam multiplex fiat G H ipsius E B, & K ipsius C. Sumatur L ipsius D dupla, M tripla, & ita deinceps vna plus quoad sumpta multiplex ipsius D, fiat primò maior quã K, sumpta sit N quadrupla ipsius D, & primo maior quam K. Cum ergo K primò minor sit quam N, non erit K minor quam M, cumque æque multiplex sit F G ipsius AE, & G H ipsius EB;

b prop. 1. 5.

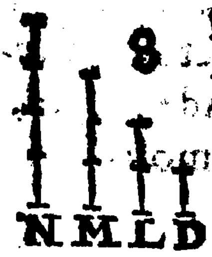
b erit F G æque multiplex ipsius A E, & F H ipsius A B. æque autem multiplex est F G ipsius A E, & K ipsius C. c æque ergo multiplex est F H ipsius A B, & K ipsius C: sunt ergo F H, & K æque multiplices ipsarum A B, C. Rursus cum G H ipsius E B æque sit multiplex, vt K ipsius C; sitque E B ipsi C æqualis: d erit & G H ipsi K æqualis. At K non est minor M: ergo nec G H minor erit M: maior autem est F G quam D; tota ergo F H vtraq; D, M maior est. Sed vtraq; D, M æqualis est ipsi N, cum M ipsius D sit tripla, vtraque autem M, D ipsius D quadrupla: est vero & N ipsius D quadrupla: ergo vtraq; M, D æquales sunt ipsi N: sed F H ipsis M, D maior est. e Ergo F H superat N, & K non superat N. quia ergo F H, & K sunt æque multiplices ipsarum A B, C; At N ipsius D vt-

c ax. 1.

d Colligitur ex ax. 1.

e def. 7. 5.

D vtcunq; multiplex est, *f* habebit A B ad D maiorem proportionem quam C ad D. Dico contra D ad C maiorem habere, quā ad A B. ijsdem enim constructis, similiter demonstrabimus N superare K, & non superare F H. Etenim N multiplex est ipsius D: ipsarum vero A B, C vtcunque multiplices sunt F H, K: habet ergo D ad C maiorem proportionem, quam ad A B. Sit iam A E maior quam E B, & minor E B multiplicata fiat maior quàm D, quæ sit G H, multiplex quidē ipsius E B, maior vero quam D. Et quam multiplex est G H ipsius E B, tam multiplex fiat F G ipsius A E, & K ipsius C; similiterq; ostendemus F H, & K ipsarum A B, C æque multiplices esse. Sumatur deinde N multiplex quidem ipsius D; primo autem maior quam F G, vt rursus F G minor non sit quam M; maior verò G H quam D; ita vt tota F H ipsas D, M, hoc est, N superet; K vero ipsam N non superet, quoniam & G F maior quam G H, hoc est, quā K, nō superat N. atq; ita perficiemus



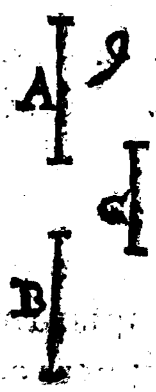
f Cum enim sint quatuor magnitudines A B, D, C, D. superetq; multiplex primæ F H multiplicē secundæ N; at multiplex tertiæ K non superet multiplicem quartæ N, erit maior proportio A B ad D. quam C ad D per def. 7. huius.

mus demonstrationem vt supra. Inæqualium ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 9. Theocr. 9.

Quæ ad eandem, eandem habent proportionem, æquales sunt: Et ad quæ eadem eandem habet, & illæ sunt æquales.

HAbeat vtraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B æquales



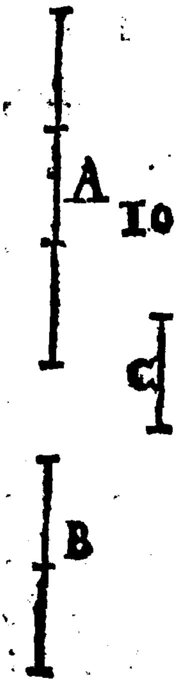
a prop. 8. 5. esse. Si non sunt æquales, *a* non habebit vtraque A, B ad C eandem proportionem; habet autem; æquales ergo sunt. Habeat deinde C ad A, B eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales;

b prop. 8. 5. *b* non habebit C ad A, B eandem proportionem, Habet autem, æquales ergo sunt. Quæ ergo ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propositio 10. Theocr. 10.

Ad eandem proportionem habentium, quæ maiorem habet maior eſt; ad quam verò eadem maiorem habet, minor eſt.



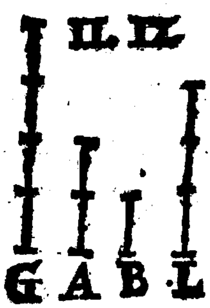
HAbeat A ad C maiorem proportionem, quàm B. Dico A maiorem eſſe. Si non. aut A eſt æqualis B, aut mi- *a prop.9.5.*
nor. non æqualis *a* vtraq; enim A, B eandem haberet proportionem ad C; at non habet; nō ergo B æqualis eſt ipſi A. Non minor. quia ſi minor eſſet A *b prop.8.5.*
quam B. *b* haberet A ad C minorem proportionem, quam B; at non habet: non ergo A minor eſt quam B. oſtenſum eſt autem quod neque ſit æqualis. maior eſt ergo A quàm B. Habeat rurſus C ad B maiorem proportionem quam ad A; dico B minorem eſſe, quam A. Si non; aut eſt æqualis, aut ma- *c prop.9.5.*
ior. Non æqualis, *c* haberet enim C ad A & B eandem proportionem; at non habet; non ergo A æqualis eſt ipſi B. Neque *d prop.8.5.*
maior eſt B quam A; *d* haberet enim C ad

B minorem proportionem quam ad A; at non habet: non ergo B maior est quam A. Ostensum est autem quod neque æqualis. maior ergo est A, quam B. Ad eandem ergo proportionē, &c. Quod oportuit demonstrare.

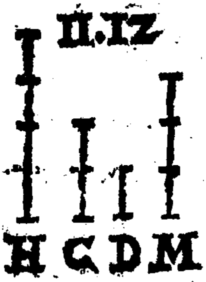
Propositio II. Theocr. II.

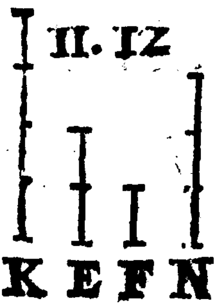
Quæ eidem eadem sunt proportiones, & inter se eadem sunt.

SIt vt A ad B, sic C ad D; & vt C ad D, sic E ad F. Dico esse vt A ad B; ita E ad F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices. G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et quia est, vt A ad B, ita C ad D, accepteque sunt ipsarum A, C æque multiplices G, H; ipsarum verò B, D vtcunque



a def. 5. 5. æque multiplices L, M: *a* ergo si G excedit L, excedit & H ipsam M, & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Rursus cum sit vt C ad D; ita E ad F, & acceptæ sint ipsarum C, E æque multiplices H, K; ipsa-





ipſarum verò D, F aliæ vtcunque æque multiplices M, N. b ergo ſi excedit H ipſam M, excedet & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Sed ſi excedit H ipſam M; excedet & G ipſam L; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Quare ſi excedit G ipſam L, excedet & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis: ſi minor, minor. Et ſunt quidem G, K ipſarum A, E æque multiplices: L, N vero ipſarum B, F ſunt aliæ vtcunque æque multiplices. Eſt c ergo vt A at B; ita E ad F. Quæ ergo eidem, &c. b def. 5. 5

c def. 5. 5

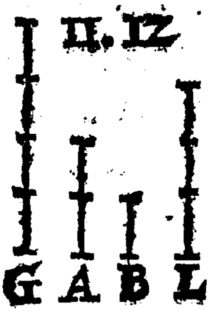
Quod demonſtrare oportuit.

Propositio 12. Theocr. 12.

Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit vt vna antecedentium ad vnam consequentium, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes.

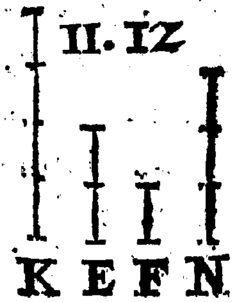
Sint quotcunq; magnitudines A, B, C, D, E, F, vt quidem A ad B; ita C ad D, & E ad F. Dico vt est A ad B; ita esse A, C, E ad B, D, F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et cum sit vt A ad B; ita C ad D; & E ad F, acceptæque sint ipsarum quidem A, C, E æque multiplices G, H, K; ipsarum verò B, D, F. aliæ vtcunq; æque multiplices L, M, N; ergo si G excedit L, excedet & H ipsã N; & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L; excedent & G, H, K ipsas L, M, N, & si ęqualis, ęquales, si minor, mino-

II. 12



II. 12

ad def. 5. 5.

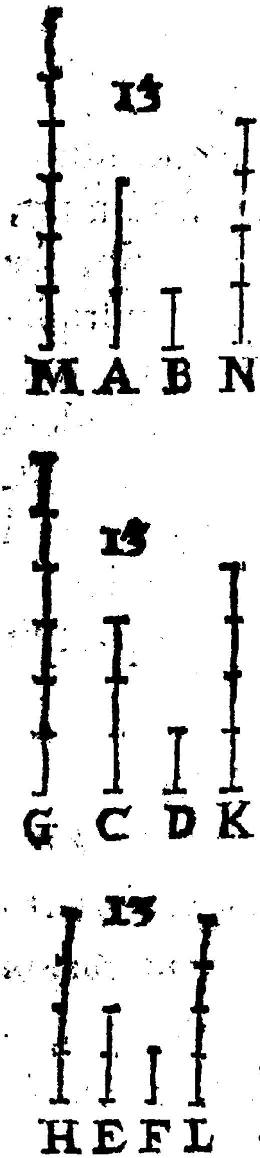


minores; suntque G; & G, H, K ipsarum A, & A, C, E, æquè multiplices; *b* quia si fuerint quotcumque magnitudines quotcunq; magnitudinum, æqualium numero singulæ singulorum æquè multiplices, quam multiplex est vna vnius, tam multiplices sunt omnes omnium. Eadem de causa sunt, L, &, L, M, N ipsarum B, & B, D, F æque multiplices. Est ergo vt A ad B; ita A, C, E ad B, D, F. Si ergò quodcumque magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare. b *prop. 1. 5.*

Propos. 13. Theor. 13.

Si prima ad secundam eandem proportionem habuerit, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad sextam; habebit & prima ad secundam maiorem, quam quinta ad sextam.

PRima A habeat ad secũdam B eandem proportionẽ, quam tertia C ad quartam D. Tertia verò C ad quartam D maiorẽ habeat, quam quinta E ad sextam F.



Dico primam A ad secundam B maiorem habere, quam quintã E ad sextam F. Cum enim C ad D maiorem proportionem habeat, quam E ad F; sintque ipsarum C, E quędam ęque multiplices; ipsarum verò D, F aliæ quæcumque: ac multiplex quidem ipsius C excedat multiplicem ipsius D ; multiplex verò ipsius E non excedat multiplicem ipsius F. Sint ergo ipsarum C, E æquè multiplices G, H: ipsarum D, F

a def. 7. 5.

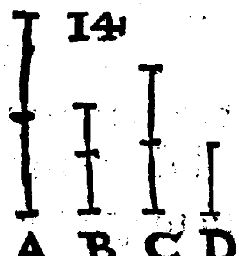
aliæ vtcumque K, L, a sic, vt G quidem K excedat: H verò L non excedat. & quã multiplex est G ipsius C, tam multiplex sit M ipsius A; & quam multiplex est K ipsius D, tam multiplex sit N ipsius B. Et cum sit vt A ad B; ita C ad D, accepteq́; sint ipsarum A, C æquè multiplices M, G: ipsarum verò B, D aliæ vtcumque ęquè multiplices N, K, si M superat N, & G superabit K; & si ęqualis, ęqualis; si minor, minor: superat autẽ G ipsam K; su-

K; *b* superabit ergo & M ipsam N: at H nõ superat L; & sunt M, H ipsarum A, E ęquè multiplices; N vero & L ipsarum B, F vtcumque ęque multiplices sunt: *c* habet ergo A ad B maiorem proportionem, quam E ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare. *b def. 5. 5.*

Propos. 14. Theor. 14.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & secunda quam quarta maior: & si æqualis, æqualis; si minor, minor.

PRima A ad secundam B eandem habeat proportionem, quam tertia C ad quartam D. & sit A quam C maior. Dico & B quam D maiorẽ esse. Cum enim A quam C maior sit, sitque alia quæcunq; magnitudo B; *a* habebit A ad B maiorẽ proportionem, quam C ad B. Vt autem A ad B; sic est C ad D: ergo C ad D maiorẽ habet proportionem, quam C ad B. Ad *b* quam autem eadem maiorem proportionem habet; illa minor est; minor ergo est D quam B. quare B quam D maior est. *a prop. 8. 5.* *b prop. 8. 5.*



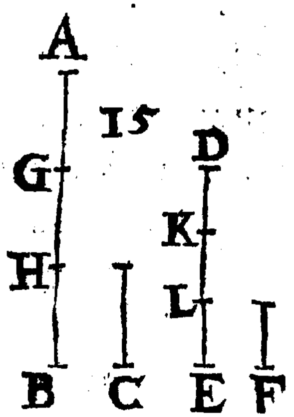
Simi-

Similiter demonstrabimus si A æqualis sit C, & B ipsi D æqualẽ esse: & si A minor sit quam C, & B minorem esse quam D. Si ergo prima ad secũdam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 15.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem; si vt sibi mutuo respondent, sumantur.

SInt æque multiplices AB ipsius C, & DE ipsius F. Dico esse vt C ad F; ita AB ad DE. Cum enim AB ipsius C ita multiplex sit, vt DE ipsius F, erunt in AB tot magnitudines æquales ipsi C; quot sunt in DE æquales ipsi F. Diuidatur enim AB in magnitudines AG, GH, HB ęquales ipsi C. Et DE in DK, KL, LE æquales ipsi F, eritq; multitudo AG, GH, HB æqualis multitudini DK, KL, LE. Et quia tam AG, GH, HB, quam DK, KL, LE æquales sunt, erit vt AG ad DK; ita GH ad KL, & BH ad LE;



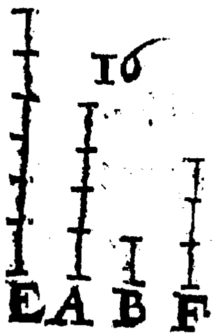
erit

a erit ergo vt vnum antecedentium ad v- a prop. 12. 5.
num consequentium; ita omnes antece-
dentes ad omnes consequentes. Est ergo
vt A G ad D K; ita A B ad D E. Est autem
A G ipsi C æqualis, & D K ipsi F; ergo vt
C ad F; ita A B ad D E. Partes ergo, &c.
Quod oportuit demonstrare.

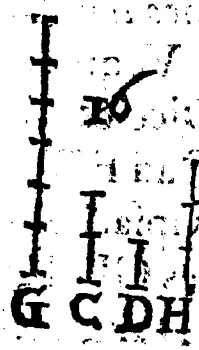
Propos. 16. Theor. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt.

Sint quatuor magnitudines proportionales A, B, C, D. Vt A ad B; ita C ad D.



Dico & permutatas proportionales esse; Vt A ad C; ita B ad D. Accipiantur enim ipsarum A, B æque multiplices, E, F; ipsarum C, D aliæ vtcumque G, H. Et quia E, F æque multiplices sunt ipsarum A, B; a habentq; partes eodem modo multiplicium eãdem proportionem inter se cõparatæ, erit vt A ad B; ita E ad F. Vt verò A ad B; ita est C ad D; ergo vt C ad D; ita est E ad F. Rursus cum a prop. 15. 5.



G, H

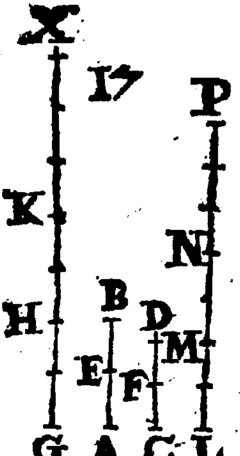
G, H ipsarum C, D sint æque multiplices; b erit vt C ad D, ita G ad H. Vt autem C ad D; ita est E ad F: ergo vt E ad F; ita est G ad H. c Cum autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, & prima quã tertia maior fuerit, erit & secũda quã quarta maior; &, si æqualis, æqualis; si minor, minor. Ergo si E superat G, & F superabit H. &, si æqualis, æqualis; si minor, minor. Sunt autem E, F ipsarum A, B, æque multiplices. G, H verò ipsarum C, D vtcumque sunt æque multiplices. d Est ergo vt A ad C: ita B ad D. Si ergo quatuor magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 15. 5
c prop. 14. 5
d def. 5. 5.

Propos. 17. Theor. 17.

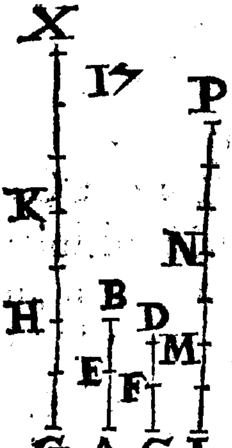
Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, & diuisæ proportionales erunt.

SInt compositæ magnitudines AB, BE. CD, DF proportionales. Vt quidem AB, ad BE; ita CD, ad DF. Dico & diuisas proportionales esse, vt AE ad EB; ita CF ad FD. Accipiantur enim ipsarũ AE, EB, CF, FD æque multiplices GH, HK. LM, MN. ipsarũ verò EB, FD aliæ vtcũque



que æquè multiplices K X, N P. Et quia æquê multiplex est G H ipsius A E, vt H K ipsius E B; *a* erit G H ipsius A E ęquè multiplex, vt G K ipsius A B. ęque autem multiplex est G H ipsius A E, vt L M ipsius C F: *b* ergo ęque multiplex est G K ipsius A B, vt L M ipsius C F. Rursus quia ęquè multiplex est L M ipsius C F, vt M N ipsius F D; *c* erit L M ipsius C F æquè multiplex, vt L N ipsius C D. æquè autem multiplex erat L M ipsius C F, vt G K ipsius A B: *d* ergo G K æque multiplev est ipsius A B, vt L N ipsius C D. Sunt ergo G K, L N ipsarum A B, C D æquè multiplices. Rursus quia H K ipsius E B æquè multiplex est, vt M N ipsius F D. Est verò & K X ipsius E B æquè multiplex, vt N P ipsius F D. *e* erit composita H X ipsius E B æquè multiplex, vt M P ipsius D F. Et quia est vt A B ad B E; ita C D ad F D; sumptæque sunt ipsarum A B, C D æque multiplices G K, L N. Ipsarum verò E B, F D aliæ vtcunque æquè multiplices H X, M P. Si ergo G K superat H X, & L N superabit M P. Et si æqualis, æqualis; si minor, minor.

a prop. 1. 5.
b prop. 11. 5.
c prop. 1. 5.
d prop. 11. 5.
e prop. 2. 5.



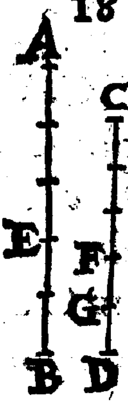
nor. Superet GK ipsam HX, ablata communi HK, superabit GH ipsum KX. Sed si GK superat HX, superabit & LN ipsam MP. Superet ergo LN ipsam NP, superabit (communi MN ablata) & LM ipsam NP. Quare si GH superat KX, & LM superabit NP. Similiter demonstrabimus, si GH æqualis sit KX, & LM æqualem esse NP; & si minor, minorem. Et sunt GH, LM ipsarum AE, CF æque multiplices. ipsarum verò EB, FD aliæ vtcumque KX, NP. d Est ergo vt AE ad EB; ita CF, ad FD. Si ergo compositæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

d def. 5. 5.

Propos. 18. Theor. 18.

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, & composita proportionales erunt.

Sint diuisæ magnitudines AE, EB; CF, FD proportionales. Vt AE ad EB; ita CF ad FD. Dico & compositas proportionales esse, vt AB ad BE; ita CD ad FD. Si non est vt AB ad BE; ita CD ad FD; sit vt AB ad BE; ita CD vel ad minorem FD;



18 FD; vel ad maiorem. Sit primo ad minorem DG. Cum ergo sit, vt AB ad BE; ita CD ad DG, erunt compositæ magnitudines proportionales; *a* sunt ergo & diuisæ, vt AE ad EB, ita CG ad GD; ponitur autem vt AE ad EB; ita CF ad FD: *b* erit ergo vt CG ad GD, ita CF ad FD. Est autem prima CG maior tertia CF: *c* erit ergo & secunda GD maior quarta FD; sed & minor est: quod fieri non potest. Non ergo est vt AB ad BE; ita CD ad minorem ipsa FD. Similiter demonstrabimus, quod neq; ad maiorem FD; ergo ad ipsam: Si ergo diuisæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop.17.5
b prop.11.5.
c prop.14.5

Propos. 19. Theor. 19.

Si fuerit vt tota ad totam; ita ablata ad ablatam; & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam.

Sit vt tota AB ad totã CD; ita ablata AE ad ablatam CF. Dico & reliquam EB ad reliquam FD esse, vt est tota AB, ad totam CD. Cum enim sit vt tota AB ad totam CD, ita AE ad CF; *a* erit permutando AB ad AE, vt CD ad CF, & *b* diuidendo

a prop.16.5
b prop.17.5

dendo B E ad E A, vt D F ad F C; rursusque permutando, vt B E ad D F; ita E A ad F C. Vt verò A E ad C F; sic ponitur tota A B ad totam C D. c est ergo reliqua E B ad reliquam F D, vt tota A B ad totam C D. Si ergo fuerit, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 11. 5.

Corollarium.

Et quia demonstratum est, vt est A B ad C D, sic esse E B ad F D, erit d permutãdo vt A B ad E B; ita C D ad F D. compositę ergo magnitudines ꝓportionales sunt. Ostensum est autem, vt est A B ad A E; ita esse C D ad C F, quod est per conuersionẽ rationis. Vnde perspicuum est, si compositę magnitudines proportionales sint; & per conuersionem rationis proportionales esse.

d prop. 16. 5.
e def. 17. 5.

Factæ autem sunt proportiones, & in æquè multiplicibus, & in analogiis. Nam si prima secundæ æque fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; erit vt prima ad secundam; ita tertia ad quartam. Sed non ita ex contrario conuertitur. Si enim fuerit vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam,

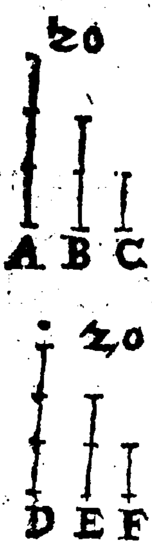
non

non omnino erit prima secundæ, & tertia quartę æque multiplex, vt in sesquialteris, vel sesquitertiis proportionibus, vel aliis huiusmodi.

Propos. 20. Theor. 20.

Si fuerint tres magnitudines, & alia illis numero æquales, quæ bina & in eadem ratione sumātur, ex æquali autem prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta quam sexta maior; et si æqualis, æqualis; si minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur. Vt quidem A ad B; ita D ad E. Vt verò B ad C; sic E ad F, ex æquali autem A maior sit quam C. Dico & D quam F maiorem esse; & si æqualis, ęqualem; si minor minorē. Cum enim A maior sit quam C; alia vero quæcumq; B. *a* Habebit A ad B maiorem proportionem quam C ad B. Sed vt A ad B: sic est D ad E. vt autem C ad B ita est *b* con- *a prop. 8. 5.* *b prop. 16. 5.*



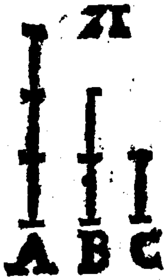
uer-

uertendo F ad E: Ergo D ad E maiorem
b prop.10.5 proportionem habet, quam F ad E; b ad
eandem autem proportionem habětium,
quæ maiorem habet, illa maior est; maior
est ergo D quam F. Similiter demonstra-
bimus. Si A sit æqualis C; & D æqualem
esse F; & si minor, minorem. Si ergo tres
fuerint magnitudines, &c. Quod demon-
strare oportuit.

Propos. 21. Theor. 21.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, fuerit autem earum perturbata proportio, & ex æquali prima maior fuerit quam tertia, & quarta quam sexta maior erit. & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

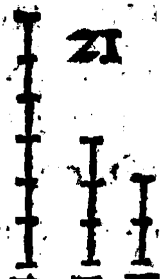
21



SInt tres magnitudines A, B, C, & aliȩ ipsis numero ȩquales D, E, F quæ binæ, & in eadẽ ratione sumantur sit aũt perturbata earum proportio vt A ad B, sic E ad F, & vt B ad C, sic D ad E; sitq; ex æquali A quã C maior. Dico & D maiorem esse ipsa F; & si æqualis, æqualem;

lem: si minor, minorem. Cum

21



D E F

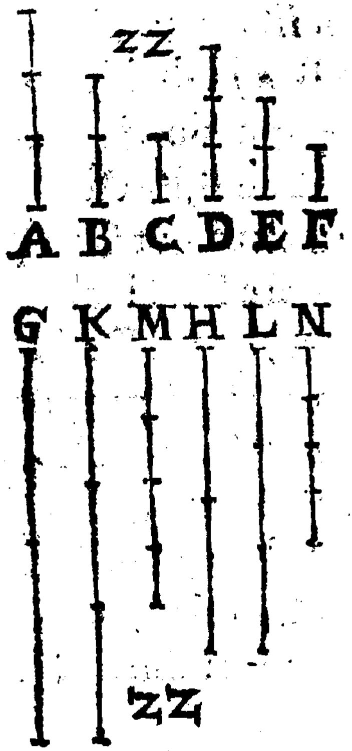
ergo A maior sit quam C, sitq; alia quædam B. *a* Habebit A ad B maiorem proportionẽ, quam C ad B. sed vt A ad B; ita est E ad F. Et *b* conuertendo, vt C ad B, ita E ad D: *c* quare E ad F maiorem proportionem habet, quam E ad D. Ad quam autem eadem maiorẽ proportionem habet, illa minor est: minor est ergo F, quam D; adeoque maior D quam F. Similiter ostendemus, si A sit æqualis C, & D ipsi F æqualem esse; & si minor, minorẽ. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 8. 5.
b prop. 4. 5.
c prop. 8. 5.

Propos. 22. Theor. 22.

Si fuerint quotcumq; magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ bina, & in eadem proportione sumantur, & ex æquali in eadem proportione erunt.

SInt quotcumq; magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ & in eadem proportione sumãtur, vt quidem A ad B; ita D ad E; vt verò B ad C; sic E ad F. Dico quod ex æquali in



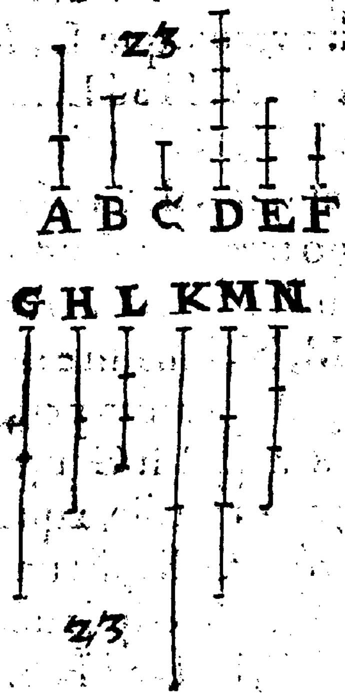
eadem sint proportione. Hoc est, dico vt est A ad C; ita esse D ad F. Sumantur enim ipsarum A, D æquè multiplices G, H; ipsarum B, E aliæ vtcumque K, L. Item ipsarum C, F aliæ vtcumq; M, N. Et cum sit, vt A ad B; ita B ad E, acceptæque sint ipsarum A, D æquè multiplices G, H. Ipsarum B, E aliæ vtcumque æquè multiplices K, L, *a* erit vt G ad K; ita H ad L. Eadem de causa erit, vt K ad M; ita L ad N. Cum ergo tres magnitudines sint G, K, M; & aliæ ipsis æquales numero H, L, N, quæ binæ, & in eadem proportione sumuntur, *b* ex æquali si G superat M, & H superabit N; si æqualis, æqualis; si minor, minor. Et sunt G, H ipsarum A, D æquè multiplices. M, N ipsarum C, F: *c* erit ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo quotcumque, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 4. 5.
b prop. 20. 5
c def. 5.

Pro-

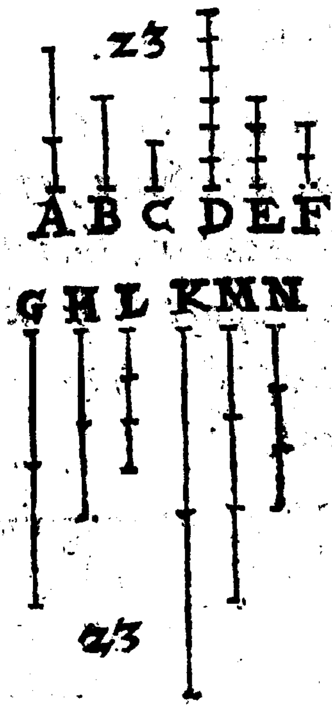
Propos. 23. Theor. 23.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, fuerit q; earum perturbata proportio; & ex æquali in eadem proportione erunt.



SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis æquales numero binæ in eadem proportione sumptæ D, E, F; sit autem earum perturbata proportio. Vt A ad B; sic E ad F. Vt verò B ad C; sic D ad E. Dico esse vt A ad C; ita D ad F. Sumantur ipsarũ A, B, D æquè multiplices G, H, K. Ipsarum C, E, F, aliæ vtcumque L, M, N. Et quia G, H ipsarum A, B sunt æquè multiplices, *a* partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem, erit vt A ad B; sic G ad H. Eadem *a prop. 15. h*

 de



de causa erit, vt E ad F; sic M ad N, cumq; sit vt A ad B; ita E ad F; *b* erit quoque, vt G ad H: ita M ad N. Rursus quia est vt B ad C, ita D ad E, sumptæq; sunt ipsarum B, D æquè multiplices H, K: ipsarum verò C, E aliæ vtcumque L, M; *c* erit vt H ad L; ita K ad M. Ostensum est autem esse, vt G ad H; ita M ad N. Cũ ergo tres magnitudines G, H, L, proportionales sint; & aliæ ipsis numero æquales K, M, N, binæ in eadem proportione sumptę, sitq; earum perturbata proportio; ex *d* æquali si G superat L; & K superabit N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor, suntque G, K ipsarum A, D æque multiplices. L, N verò ipsarum C, F. *e* Est ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo sint tres, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 11. 5.

c prop. 4. 5.

d prop. 21. 5

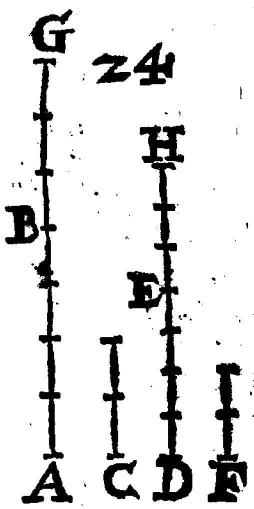
e def. 5. 5.

Pro-

Propositio 24. Theor. 24.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habeat autem & quinta ad secundam eandem, quam sexta ad quartam: habebit & composita ex prima & quinta ad secundam eandem proportionem, quam tertia & sexta ad quartam.

HAbeat prima A B ad secundã C eandem proportionem, quã tertia D E ad quartam F. habeat verò & quinta B G ad secundam C eandem proportionem, quam sexta E H ad quartam F. Dico compositam ex prima & quinta A G ad secundam C eandem habere proportionem, quã habet composita ex tertia & sexta D H ad quartam F. Cum enim sit vt B G ad C; ita E H ad F; *a* erit cõuertendo vt C ad BG; ita F ad E H. Et quia est vt AB ad C: ita DE ad F. Vt verò C ad B G; ita F ad E H. *b* Ex æquali ergo



a Lemma prop. 4. 5.

b prop. 22. 5.

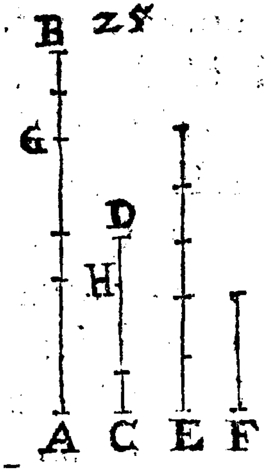
 est,

c prop. 18. 5. est; vt A B ad B G: ita D E ad E H. c Et cum diuisæ magnitudines proportionales sint, erunt & compositæ proportionales. Vt ergo A G ad G B; ita D H ad H E.
d prop. 22. 5. Est vero, vt G B ad C: ita E H ad F: d ex æquali ergo est, vt A G ad C: ita D H ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 25. Theor. 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima duabus reliquis maiores erunt.

SInt quatuor magnitudines proportionales A B, C D, E, F, vt quidem A B, ad C D: ita E ad F. Sit maxima A B, minima F. Dico A B, & F, quam C D, E maiores esse. a Ponatur ipsi E æqualis A G;
a prop. 3. 1. ipsi F, æqualis C H. Cum ergo sit vt A B ad C D; ita E ad F. Sit autem ipsi E æqualis A G; F verò C H. erit vt A B ad C D; ita A G ad C H. Et quia est vt tota A B ad totam C D,



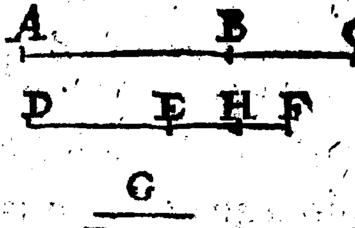
CD; ita ablata A G ad ablatam C H; *b* erit & reliqua G B ad reliquam H D, vt tota A B ad totam C D: maior est autem A B quam C D. maior ergo etiam est G B, quã H D. Et cum A G æqualis sit ipsi E; & C H ipsi F, erunt A G & F æquales ipsis C H, & E, & cum, *c* quando æqualia inæqualibus adduntur, tota fiant inæqualia. Ergo si (G B, H D inæqualibus existentibus & maiori G B) addantur ipsi G B, ipsæ A G; & F; ipsi verò H D; ipsæ C H, & E, colligentur A B, & F maiores, quam C D; & E. Si ergo quatuor, &c. Quod oportuit demonstrare. *b prop. 19. 5.* *c ax. 4.*

Sequentes propositiones non sunt Euclidis, sed à Federico Commandino ex Pappo Alexandrino collectæ.

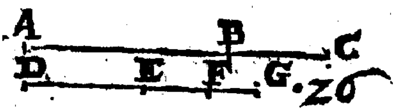
Propositio 26. Theor. 26.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, habebit conuertendo secunda ad primam minorem, quam quarta ad tertiam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico C B ad ad B A minorem habere, quã F E ad E D. Sit vt A B ad B C: ita D E ad aliam G: ergo D E ad G maiorem habet proportionem, quã D E ad E F:



a prop. 8. 5. *a* minor ergo erit G, quam E F. Ponatur ipsi G æqualis EH. Quia igitur vt A B ad B C; ita est D E ad
b Lemma prop. 4. 5. E H: *b* erit conuertendo, vt C B ad B A; ita H E ad E D. *c* Sed H E ad E D mino-
b prop. 8. 5. rem habet proportionem, quam F E ad E D: Ergo & C B ad A B minorem habebit, quam F E ad E D. Quod oportuit demonstrare.



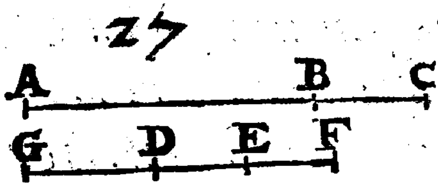
Quod si AB ad B C minorem habuerit proportionem, quam D E ad E F; habebit conuertendo C B ad B A maiorem, quam F E ad E D. sit vt A B ad B C; ita
d prop. 8. 5. D E ad aliam E G, *d* quæ maior erit quam
e Lemma prop. 4. 5. E F. *e* Conuertendo ergo erit vt C B ad
f prop. 8. 5. B A; ita G E ad E D. *f* At G E ad ED maiorem habet proportionem, quam F E ad E D: ergo C B ad B A maiorem habebit, quam F E ad E D.

Pro-

Propositio 27. Theor. 27.

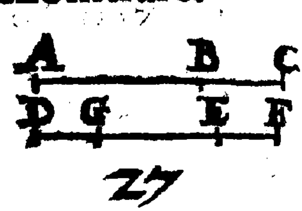
Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebit permutando prima ad tertiam maiorem, quam secunda ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico A B ad D E maiorē habere, quā B C ad E F. Vt enim A B ad B C; ita sit alia



G E ad E F: *a* quæ maior erit, quam D E. *b* Est ergo permutando, vt A B ad G E, ita B C ad E F. *c* Habet autem A B, ad D E maiorem proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. Ergo A B ad D E maiorem proportionem habebit, quam B C ad E F. Quod oportuit demonstrare.

a *prop. 8. 5.*
b *prop. 16. 5.*
c *prop. 8. 5.*



Eadem ratione, si AB ad B C minorē habeat proportionem, quam DE ad EF, sequetur permutando AB ad DE minorem habere, quam B C ad E F. Sit enim vt A B ad B C, ita alia

G E ad

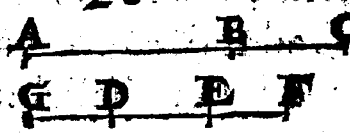
d prop. 8. 5. G E ad E F, d quæ minor erit quam D E. e prop. 8. 5. e Sed A B ad D E minorem habet proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. Habebit igitur A B ad D E minorem proportionem, quam B C ad E F.

Propositio 28. Theor. 28.

Si prima ad secundam maiorem proportionem habeat, quã tertia ad quartam, etiam componendo prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habebunt, quam tertia & quarta ad quartam.

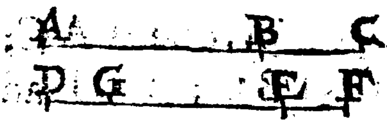
HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico & A C ad C B maiorem habere, quam D F ad F E. sit vt A B ad B C; ita alia G E ad E F:

28



a prop. 8. 5. a erit G E maior quam D E. Quia igitur b prop. 18. 5 est, vt A B ad B C; ita G E ad E F; b erit cõponendo, vt A C ad C B; ita G F ad F E. c prop. 8. 5. c Sed G F ad F E maiorem proportionem habet, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B maiorem habet proportionem, quam D F ad F E. Quod oportuit demonstrare.

Quod



28

Quod si AB ad BC minorem proportionem habeat, quã DE ad EF, *d* habebit etiam componendo AC ad CB minorem, quam DF ad EF. Quia enim AB ad BC minorem proportionem habet, quã DE ad EF; sit vt AB ad BC; ita alia GE ad EF, *e* erit ea minor quam DE ergo vt AC ad CB, ita erit GF ad FE. sed GF ad FE minorem habet proportionem, quam DF ad FE. Ergo & AC ad CB minorem habebit, quam DF ad FE.

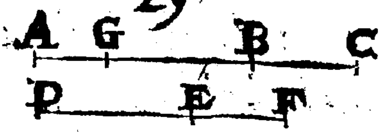
d prop.18.5.

e prop.8.5.

Propositio 29. Theor. 29.

Si prima & secunda ad secundam maiorem habeat proportionem, quam tertia & quarta ad quartam, habebit & diuidendo prima ad secundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.

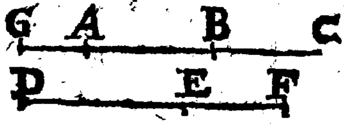
29



HAbeat AC ad CB maiorem proportionẽ, quã DF ad FE. Dico & AB ad BC maiorem habere, quam DE ad EF. Vt enim DF ad FE; ita sit alia GC

ad

a prop. 8. 5. ad C B; *a* eritque G C minor, quam A C; & diuidendo erit G B ad B C; vt D E ad b prop. 8. 5. E F. *b* ſed A B ad B C maiorem proportionem habet, quam G B ad B C. Ergo



& A B ad B C maiorem habebit, quam D E ad E F. Si vero

29

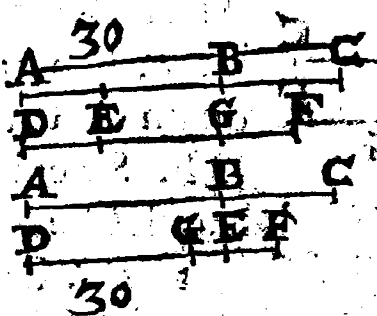
A C ad C B minorem habeat proportionem, quam D F ad F E; habebit & diuidendo A B ad B C minorem, quam D E ad E F. Si enim ſit vt D F c prop. 8. 5. ad F E; ita alia G C ad C B, *c* erit G C quã d prop. 17. 5. A C maior, *d* eritque diuidendo G B ad B C, vt D E ad E F. Habet autem A B ad B C minorem proportionem, quam G B ad B C; habebit ergo & A B ad B C minorem, quam D E ad E F.

Propoſitio 30. Theor. 30.

Si prima & ſecunda ad ſecundam maiorem proportionem habeat, quam tertia & quarta ad quartam; per conuerſionem rationis prima & ſecunda ad primam minorem habebit, quam tertia & quarta ad tertiam.

Habe-

HAbeat A C ad B C maiorem proportionem, quam D F ad F E. Dico C A ad A B minorem habere, quam F D ad D E. Sit enim vt A C ad C B, sic D F ad aliam F G, *a* quæ minor erit quam F E. *b* Quare per conuerſionem rationis, vt C A ad A B; ita erit F D ad D G. *c* ſed F D ad D G minorem proportionem habet, quã F D ad D E. Ergo & C A ad A B minorem habebit, quam F D ad D E. Quod ſi A C ad C B minorem proportionem habeat, quã D F ad F E; habebit per conuerſionem rationis C A ad A B maiorem, quam F D ad D E; erit enim vt A C ad C B, ita D F ad maiorem quam F E reliqua manifeſta ſunt.

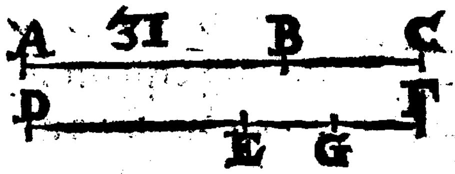


a prop. 8. 5.
b corol. 19. 5.
c prop. 8. 5.

Propoſitio 31. Theor. 31.

Si prima ad tertiam maiorem proportionem habeat; quam ſecunda ad quartam; habebit etiam prima ad tertiam maiorem, quam prima & ſecunda ad tertiam & quartam.

HAbeat A B ad D E maiorem proportionem, quam B C ad E F. Dico & A B ad D E maiorem habere, quam A C ad D F. Sit enim



a prop. 8. 5. vt A B ad D E; ita B C ad aliam E G, a quę minor erit quam E F. b Ergo tota A C ad

b prop. 12. 5. totam D G est vt A B ad D E. c sed A C ad

c prop. 8. 5. D G maiorem proportionem habet quã ad D F: ergo A B ad D E maiorem habebit, quam A C ad D F; Et manifestum est totam A C ad totam D F minorem habere, quam A B ad D E. & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

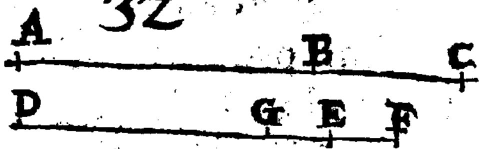
Propositio 32. Theor. 32.

Si tota ad totam maiorẽ habuerit proportionem, quam ablata ad ablatam; habebit & reliqua ad reliquam maiorem quam tota ad totam.

HAbeat A C ad D F maiorem proportionẽ, quã A B ad D E. Dico & reliquã B C ad reliquã E F maiorẽ habere, q̃ A C ad D F. Sit enim vt A C ad D F, ita

A B

32



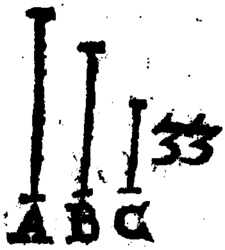
AB ad DG. a ergo & reliqua BC ad reliquam GF est, vt AC ad DF. sed b BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG. Ergo & BC ad EF maiorem habebit, quam AC ad DF. Si verò AC ad DF minorem proportionem habeat, quam AB ad DE, & reliqua BC ad reliquam EF minorem habebit, quam AC ad DF, quod eodem, quo supra, modo ostendetur.

a prop. 19. 5.

b prop. 8. 5.

Propositio 33. Theor. 33.

Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, habeatq; prima priorum ad secundam maiorem proportionem, quã prima posteriorum ad secundam; secunda verò priorum ad tertiam maiorem habeat quam secunda posteriorum ad tertiam: etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem habebit, quam prima posteriorum ad tertiam.



Habeat A ad B maiorem proportionem, quam D ad E, & B ad C maiorem, quã E ad F. Dico ex æquali A ad C maiorẽ habere quam D ad F. Cum enim A ad B maiorẽ proportionem habeat, quam D ad E, *a* habebit permutando A ad D maiorem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E maiorem, quã C ad F. ergo A ad D maiorẽ habet quam C ad F; & permutando A ad C maiorem habebit, quam D ad F. Quod oportebat demonſtrare.

a prop. 27. 5

Quod ſi prima priorum ad ſecundam minorem habeat proportionem, quam prima poſteriorum ad ſecundam: ſecunda vero priorum ad tertiam minorem habeat; quam ſecunda poſteriorum ad tertiam, Similiter demonſtrabitur etiam ex æquali primam priorum ad tertiam minorem proportionem habere, quam primam poſteriorum ad tertiam.

EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

Definitiones.

1. Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia. *Cuiusmodi sunt propos. 4. triangula* A B C, D C E.

2. Reciprocæ figuræ sunt, quando in vtraque figura antecedentes & consequentes rationes sunt. *Vt propos. 14. sunt figuræ* A D B F, B E C G, *in quibus antecedentes sunt* D B, G B, *consequentes* B E, B F. *& propos. 15. triangula* A B C, A D E. *in quibus antecedentes sunt* C A, A E; *consequentes* A D, A B.

3. Extrema ac media ratione linea recta secari dicitur, quando est vt tota ad

maiorem portionem, ita maior portio ad minorem. *Hæc sectio demonstrata est prop. 11. lib. 2. in qua linea A B in H extrema ac media ratione secta est, estq; vt recta A B ad maiorem portionem A H, ita maior ad minorem B H. demonstrabitur etiam lib. 6. prop. 30.*

4. Altitudo cuiusque rectilineæ figuræ est perpendicularis, quæ à vertice ad basim ducitur. *Vt propos. prima triangulorum A H B, A B D, A D L altitudo est perpendicularis A C.*

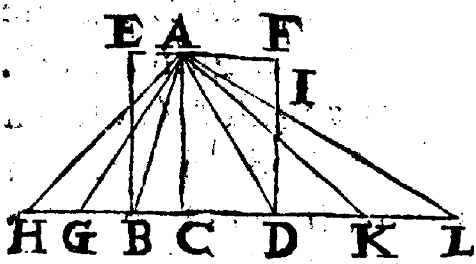
5. Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. *Vt ex proportione dupla & tripla componitur sextupla: nam denominator duplæ 2. ductus in denominatorem triplæ 3. facit 6. Sunt autem ipsi denominatores quantitates proportionum.*

Pro-

Propositio 1. Theor. 1.

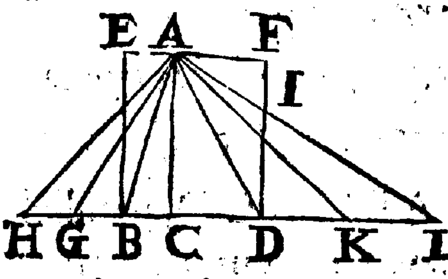
Triangula & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter se sunt vt bases.

SInt triangula A B C, A C D, parallelogramma E C, C F habentia altitudinẽ eandem, perpendicularem nempe ex A in



B D ductã. Dico esse, & triangulum A B C, ad triangulum A C D, & parallelogrammũ E C, ad parallelogrammũ C F, vt est basis B C ad basim C D. Producatur enim B D vtrinque in H, L, sintque basi B C æquales B G, G H; basi verò C D quæcunque D K, K L, & iungantur A G, A H, A K, A L. Cumque B C, B G, G H æquales sint, a erunt & triangula A G H, *a prop.38.1.* A G B, A B C æqualia. Quam multiplex ergo est basis H C baseos B C, tam multiplex est triangulum A H C trianguli A B C. Eadem de causa quam multiplex est L C basis ipsius C D, tam multiplex est triangulum A L C trianguli A C D. Et si basis H C, basi C L æqualis sit; erit & triangulum A H C, triangulo A C L æquale; Et si supe-

ſuperet HC, ipſam CL, ſuperabit & triangulum AHC, triangulũ ACL; & ſi minor, minus. Cũ



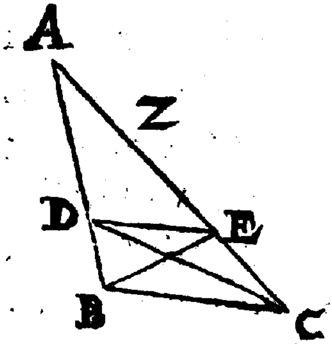
ergo quatuor ſint magnitudines, duæ baſes BC, CD; & duo triangula ABC, ACD; acceptæq; ſint baſeos quidẽ BC, & trianguli ABC æque multiplicia, baſis HC, & triangulũ AHC. Baſeos verò CD, & trianguli ACD, alia vtcunq;, nempe baſis CL, & triangulum ALC: demõſtratumq; ſit ſi HC excedat CL, & AHC excedere ALC; & ſi equalis, æquale; & ſi minor, minus; *b* erit vt baſis BC ad baſim CD; ita triangulũ ABC, ad triangulũ ACD. Et cum trianguli ABC *c* duplũ ſit parallelogrãmum EC; trianguli verò ACD duplũ parallelogrãmũ FC, & *d* partes eodẽ modo multiplíciũ eandem habeant proportionẽ, erit vt triangulum ABC ad triangulũ ACD; ita parallelogrãmum EC, ad parallelogrãmum FC. Et qa demonſtratũ eſt, eſſe vt baſim BC ad baſim CD, ita triangulũ ABC ad triangulũ ACD. Vt vero ABC ad ACD; ita EC ad CF; *e* erit vt baſis BC ad baſim CD; ita parallelogrãmum EC ad parallelogrammũ CF. triangula ergo & parallelogrãma, &c. Quod oportuit demõſtrare.

b *def. 5. 5.*
c *prop. 41. 1.*
d *prop. 15. 5*
e *prop. 11. 5.*

Pro-

Propos. 2. Theor. 2.

Si vni laterum trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, recta sectiones coniungens, reliquo lateri parallela erit.

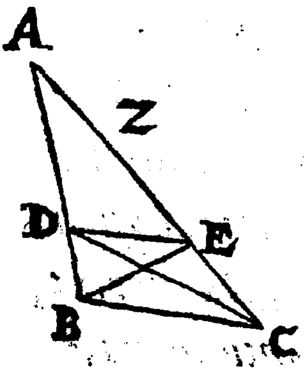


LAteri BC trianguli A B C ducta sit parallela D E. Dico esse, vt B D ad D A; ita C E ad E A. Ductis enim B E, C D *a* erit triangulum B D E æquale triangulo C D E; habent enim eandem basim D E, & sunt in iisdem parallelis D E, B C. Aliud autem triangulum est A D E. *b* Æqualia autem ad idem eandem habent proportionem; erit ergo vt B D E triangulum ad A D E; ita C D E triangulum ad idem A D E triangulum. *c* Sed vt B D E ad A D E; ita est B D ad D A. cum enim in eadem sint altitudine, quam perpendicularis ex E in A B ducta ostendit, inter se erunt vt bases. Ob eandem causam,

a *prop. 37. 1*

b *prop. 7. 5.*

c *prop. 1. 6.*



sam, vt est triangulum C D E ad A D E; ita est C E ad E A: d vt ergo B D ad D A; ita est C E ad E A. Sint iam trianguli A B C latera A B, A C proportionaliter secta, sitq; vt B D ad D A, ita C E ad E A. Ducta ergo D E, dico illam ipsi B C parallelam esse. iisdem enim constructis, cum sit vt B D ad D A, ita C E ad E A; e atqui vt B D ad D A; ita est triangulum B D E ad triangulum A D E. Et vt C E ad E A; ita triangulum C D E ad idem A D E; f vt ergo triangulũ B D E ad triangulũ A D E, sic triangulum C D E, ad triangnlũ A D E. vtrumq; ergo triangulorũ B D E, C D E ad triangulũ A D E g eandem habet proportionem, æqualia ergo sunt, suntque in eadem basi D E. h at triangula æqualia eandem habentia basim, in iisdem sunt parallelis. ergo D E parallela est ipsi B C. Si ergo vni lateri, &c. Quod oportuit demonstrare.

d prop. 11. 5

e prop. 1. 6.

f prop. 11. 5.

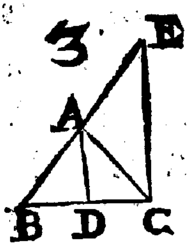
g prop. 9. 5.

h prop. 40. 1

Pro-

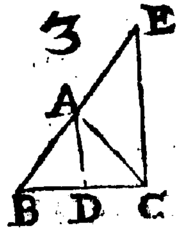
Propoſ. 3. Theor. 3.

Si trianguli angulus biſecetur, rectaq́; angulum ſecans, ſecet & baſim, habebunt baſis partes eandem proportionem, quam reliqua trianguli latera. Et ſi baſis partes eandem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera, quæ à vertice ad baſim ducitur recta linea, trianguli angulum biſecabit.



ESto triangulum ABC, & & angulus BAC biſecetur rectâ AD. Dico eſſe, vt BD ad DC, ita BA ad AC. Ducatur CE per C, parallela DA, cui BA producta in E occurrat. Et quia in parallelas AD, EC recta AC incidit, *a* erunt anguli ACE, CAD æquales sed CAD, BAD ponuntur æquales; *b* erunt ergo & BAD, ACE æquales. Rurſus cum in parallelas AD, EC incidat BE, *c* erit angulus externus BAD, æqualis interno AEC; oſtenſus eſt autem & ACE ipſi BAD æqualis: *d* erit ergo & ACE æqualis ipſi AEC. *e* vnde & latera AE, AC æqualia erunt. Et quia trianguli BCE lateri

a *prop. 29. 1*
b *ax. 1.*
c *prop. 29. 1*
d *ax. 1.*
e *prop. 6. 1.*



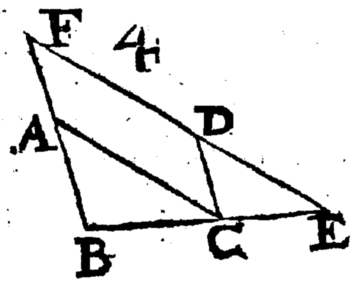
ri EC ducta est parallela AD; f prop. 2. 6. *f* erit vt B D ad D C; ita BA ad AE; est autem A E ipsi AC æqualis: g prop. 7. 5. *g* est ergo vt B D ad D C ita B A ad A C. Sed esto iam vt BD ad DC; ita BA ad AC, iunctaq; sit AD. Dico angulum B A C bisecari rectâ A D; iisdem enim constructis, cum sit h prop. 2. 6. vt B D ad D C; ita B A ad AC: *h* & vt B D ad D C; ita BA ad AE (est enim lateri E C trianguli B C E ducta parallela A D) erit i prop. 9. 5. vt B A ad AC ita BA ad A E; *i* æqualis ergo k prop. 6. 1 est A C ipsi A E. *k* Quare & angulus l prop. 5. 1. A E C angulo A C E æqualis erit. *l* Sed m prop 29. 1 A E C externo B A D est æqualis; *m* & A C E alterno C A D; erit ergo & B A D æqualis ipsi C A D: ergo B A C rectâ AD bisecatur. Si ergo trianguli angulus, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 4. Theor. 4.

Aequiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionalia sunt; Et latera æqualibus angulis subtensa, homologa, siue eiusdem rationis.

Sint

SInt triangula A B C, D C E æquiangula, æquales habentia angulos A B C, D C E, & A C B, D E C, & B A C, C D E. Dico latera circa æquales angulos esse proportionalia; & latera æqualibus angulis subtensa, homologa.



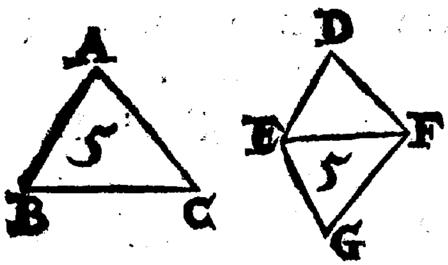
Componantur enim BC, CE in directum. Et cum anguli A B C, A C B duobus rectis minores sint, sit autem angulus D E C angulo A C B æqualis, erunt & A B C, D E C duobus rectis minores *a* concurrent ergo B A, E D productæ. Concurrant in F; cumque anguli D C E, A B C æquales sint, *b* erunt rectæ B F, C D parallelæ. Rursus cum anguli A C B, D E C æquales sint, *c* erunt & A C, F E parallelæ, ideoque F A C D parallelogrammum est; *d* eritque F A æqualis ipsi C D; & A C ipsi F D; & cum ad latus F E trianguli F B E ducta sit parallela A C, *e* erit vt B A ad A F; ita B C ad C E; est autem A F æqualis ipsi C D; vt *f* ergo B A ad C D; ita B C ad C E; & *g* permutando, vt A B ad B C; ita D C ad C E. Rursus cum C D, B F parallelæ sint, *h* erit vt B C ad C E; ita F D ad D E. Est autem D F æqua-

a *def. 11. 1.*
b *prop. 28. 1*
c *prop. 28. 1.*
d *prop. 30. 1*
e *prop. 2. 6.*
f *prop. 7. 5*
g *prop. 16. 5*
h *prop. 2. 6.*

i prop. 7. 5. æqualis A C. Vt i ergo B C ad C E ita A C
k prop. 16. 5 ad E D: k ergo permutando, vt B C ad C A; ita C E ad E D. Cum ergo demonstratum sit, esse vt A B ad B C; ita D C ad C E. Vt verò B C ad C A; ita C E ad E D; erit ex
l prop. 22. 5. l æquali vt B A ad A C; ita C D ad D E. æquiangulorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 5. Theor. 5.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quibus homologa latera subtenduntur, æquales.



HAbeant triangula A B C, D E F latera proportionalia, nempe, vt A B ad B C; ita D E ad E F. Et vt B C ad C A; ita E F ad F D: atq; vt B A ad A C, ita E D ad D F. Dico triangula A B C, D E F æquiangula esse, æqualesque habere angulos, quibus homologa latera subtenduntur. vnde æquales erunt anguli A B C, D E F;
a prop. 23. 1. & B C A, E F D; & B A C, E D F. a Constituantur

tuantur .D. ad puncta E, F rectæ EF anguli FEG, EFG æquales angulis ABC, BCA erũt ergo & reliqui BAC, EGF ęquales: triangula ergo ABC, EGF sunt æquiangula: *b* habent igitur latera circa æquales angulos proportionalia; eruntque latera æqualibus angulis subtẽsa, homologa. Ergo vt AB ad BC; ita EG ad EF: Sed vt AB ad BC; ita ponitur DE ad EF: *c* vt igitur DE ad EF; ita GE ad EF. Vtraq; ergo DE, GE ad EF eandem habet proportionẽ; *d* ęquales igitur sunt DE, GE. Eadem de causa DF, GF æquales erunt. Cum igitur DE, EG æquales sint, communis EF: erunt duæ DE, EF, duabus GE, EF æquales; & basis DF basi GF æqualis; *e* erit ergo angulus DEF angulo GEF æqualis; & triangulum DEF triangulo GEF æquale; & reliqui anguli, reliquis, quibus æqualia latera subtendũtur: anguli ergo DFE, GFE sunt æquales; item EDF, EGF: & cum angulus FED æqualis sit angulo GEF; & GEF ipsi ABC, *f* erit & ABC ipsi FED æqualis. Eadem de causa erit angulo ACB æqualis angulus DFE; & angulus ad A angulo ad D. triangula ergo ABC, DEF ęquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *prop. 4. 6.*

c *prop. 11. 5.*

d *prop. 9. 5.*

e *prop. 8. 1.*

f *ax. 1.*

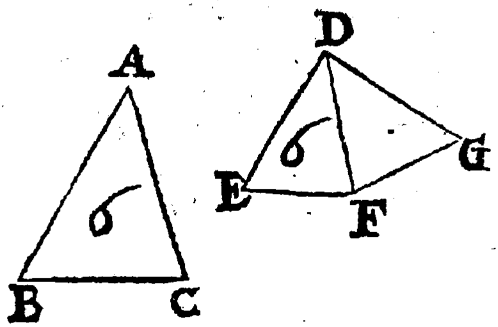
Pro-

Propos. 6. Theor. 6.

Si duo triangula unum angulum uni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quos homologa latera subtendunt, æquales.

Sint duo triangula A B C, D E F, angulos B A C, E D F habentia æquales, & circa ipsos latera proportionalia, vt B A ad A C; ita E D ad D F. Dico triangula A B C, D E F esse æquiangula, adeoque angulum A B C angulo D E F; & A C D ipsi D F E, æqualem habere. *a* Constituatur enim ad puncta D, F rectæ D F alterutri angulorum B A C; E D F æqualis F D G; angulo verò A C B æqualis D F G: erit igitur & reliquus ad B, reliquo ad G æqualis *b* triangula ergo A B C, D G F sunt æquiangula. Est ergo vt B A ad A C; ita G D ad D F: ponitur autem vt B A ad A C, ita E D ad D F; ergo vt E D ad D F; ita est G D ad

a prop. 23. 1.



b prop. 8. 1.

D F;

DF; c æqualis ergo est ED ipsi GD, communis DF. Duæ ergo ED, DF, duabus GD, DF sunt æquales, & angulus EDF angulo GDF æqualis; d erit ergo, & basis EF basi GF æqualis, & triangulum DEF triangulo GDF: quare reliqui anguli reliquis ęquales erunt, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus ergo DFG æqualis est angulo DFE; & qui ad G illi, qui ad E. Sed DFG æqualis est ACB angulo; e ergo & ACB ipsi DFE æqualis erit; ponitur autem & BAC ipsi EDF ęqualis: reliquus ergo ad B æqualis erit reliquo ad E. triangula ergo ABC, DEF æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 9. 5.

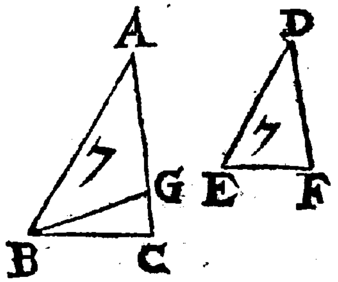
d prop. 8. 1.

e ax. 1.

Propos. 7. Theor. 7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem; & circa alios angulos latera proportionalia habuerint; reliquorum verò vtrunque, aut minorem, aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula; & angulos, circa quos latera sunt proportionalia, æquales habebunt.

Q Sint



SInt duo triangula A B C, D E F, habentia angulos B A C E D F ęquales; circa alios vero angulos ABC, D E F latera proportionalia. Vt A B ad B C; ita D E ad EF. reliquorum verò angulorum qui ad C, & F, primum vtrumque minorem recto. Dico A B C, D E F triangula, esse ęquiangula; angulumque A B C angulo D E F; & qui est ad C, illi qui est ad F, æqualem. Quod si anguli A B C, D E F inæquales sint; erit vnus maior. Sit maior A B C; &

a prop. 23. 1. *a* constituatur ad punctum B rectæ A B angulus A B G, æqualis angulo D E F. Et cum anguli A, D ęquales sint; item ABG,

b prop. 32. 1. D E F; *b* erunt & reliqui A G B, D F E æquales. triangula ergo ABG, DEF æqui-

c prop. 4. 6. angula sunt; est ergo vt AB, ad BG; ita DE ad E F: sed vt D E ad E F; ita ponitur A B ad B C: ergo vt A B ad B C; ita est A B ad

d prop. 9. 5. B G. *d* Cum ergo A B ad vtramque B C, B G eandem habeat proportionem, e-

e prop. 5. 1. runt B C, B G æquales. *e* ergo & anguli B G C, B C G æquales erunt: At B C G minor recto ponitur, erit ergo & B G C

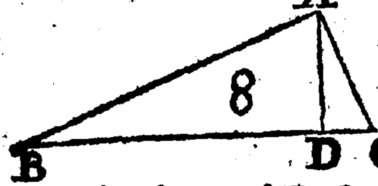
f prop. 13. 1. recto minor: *f* quare angulus A G B ei dein-

deinceps maior erit recto: ostensus est autem æqualis angulo F: erit igitur & angulus F maior recto; at minor ponitur, quod est absurdum: anguli ergo A B C, D E F non sunt inæquales: æquales ergo. *g prop. 32. 1.*
g sunt verò & anguli A, D æquales: ergo & qui ad C & F æquales erunt. Quare triangula A B C, D E F æquiangula erunt. Sit rursus vterque angulus ad C & F non minor recto. Dico & sic triangula A B C, D E F æquiangula esse. iisdem enim constructis, ostendemus rectas B C, B G esse æquales, vt prius: *h* erunt igitur & anguli *h prop. 5. 1.*
C, B G C æquales. Cum ergo C recto non sit minor, nec B G C recto minor erit. Sunt ergo trianguli B G C duo anguli non minores duobus rectis, *i* quod fieri *i prop. 17. 1.*
non potest, non ergo anguli A B C, D E F inæquales sunt: æquales ergo. Sunt vero & anguli ad A & D æquales; erunt *k* igitur & reliqui ad C & F æquales. Quare triangula A B C, D E F sunt æquiangula. *k prop. 32. 1.*

Si ergo duo triangula; &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 8. Theor. 8.

In rectangulo triangulo si ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, quæ ad perpendicularem sunt triangula, & toti, & inter se similia sunt.



ESto triangulum rectangulum A B C rectum habens B A C, ducaturq; ab A ad B C perpendicularis A D. Dico triangula A B D, A D C. & toti A B C, & inter se esse similia. Cum enim angulus B A C æqualis sit angulo A D B; rectus enim est vterque: & angulus ad B communis vtriq; triangulo A B C, A B D;
a colligitur ex 32.1. *a* erit & reliquus A C B reliquo B A D æqualis: æquiangula ergo sunt triangula
b prop. 4.6. A B C, A B D. *b* Est ergo vt B C rectum trianguli A B C subtendens, ad B A rectum trianguli A B D subtendentem; ita ipsa A B angulum C trianguli A B C subtendens, ad B D subtendentem angulum B A D trianguli A B D. Et ita A C ad A D subtendentem angulum B communem vtriusq; trianguli. Triangula ergo A B C,

A B D

ABD æquiangula sunt, habentque latera circa æquales angulos proportionalia; c similia ergo sunt triangula ABC, ABD. c def. 1. 6. Eodem modo ostendemus triangulum ADC triangulo ABC simile esse. Vtrumque ergo triangulum ABD, ADC toti ABC simile est. Dico quod & inter se similia sint ABD, ADC triangula. Cum enim anguli BDA, ADC recti sint, erunt & æquales; ostensus est autē & BAD ipsi C æqualis: d ergo & reliquus ad B, reliquo DAC æqualis erit. Triangula ergo ABD, ADC æquiangula sunt. e Est ergo, vt BD subtendens angulum BAD trianguli ABD, ad DA subtendentem angulum C trianguli ADC æqualem angulo BAD; ita ipsa AD subtendens trianguli ABD, angulum B, ad DC subtendentem angulum DAC trianguli ADC æqualem angulo B; & ita BA ad AC subtendentem rectum ADC. Triangula ergo ABD, ADC similia sunt. Si ergo in triangulo rectangulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

d colligitur ex 32. 1.

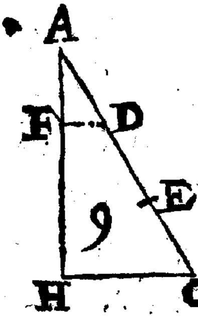
e prop. 4. 6.

Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, ipsam inter basis partes mediam proportionalem esse. Et inter basim, & partem basis, medium proportionale esse latus, quod ad partem. *Vt inter B C, A B media proportionalis est pars B D. Inter B C, A C, pars D C.*

Propos. 9. Probl. 1.

A data recta linea imperatam partem auferre.



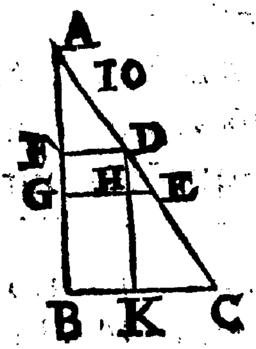
O Porteat à data recta A B imperatum partem auferre. Sit auferenda pars tertia. Ducatur ab A recta A C cum A B quemcumque angulum continens; & accipiatur in A C quodcumque punctum D, *a* ponanturq; ipsi A D æquales D E, E C; ducatur C B, *b* eique per D parallela ducatur D F. Cum ergo lateri B C trianguli A B C parallela sit ducta D F; *c* erit vt C D ad D A; ita B F ad F A. Est autem D C ipsius D A dupla; dupla ergo est & B F ipsius F A. tripla ergo est B A ipsius A F. A data ergo recta AB imperata pars, nimirum tertia A F ablata est. Quod oportuit facere.

a prop. 3. 1.
b prop 3. 1. 5.
c prop. 2. 6.

Pro-

Propos. 10. Probl. 2.

Datam rectam lineam insectam, datæ rectæ sectæ similiter secare.



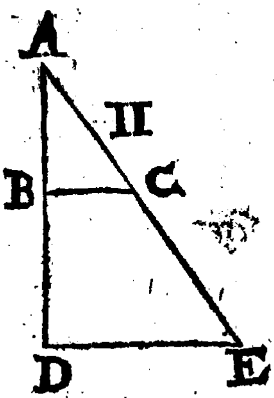
OPorteat datam insectam A B similiter secare, vt secta est AC. Sit AC in punctis D, E secta. Collocentur A B, A C vt angulum quemcunque contineant, & ducatur C B; atque per D, E agantur ipsi B C parallelæ D F, E G; & per D ipsi A B ducatur parallela D H K; & erit vtrumque F H, H B parallelogrammum. *a* Sunt ergo tam D H, F G; quam H K, G B æquales. & cum ipsi K C trianguli D K C ducta sit parallela H E; *b* erit vt C E ad E D; ita K H ad H D. *c* Est autem tam K H ipsi B G; quam H D ipsi G F æqualis; est ergo vt C E ad E D; ita B G ad G F. Rursus *d* cùm lateri E G trianguli A G E ducta sit parallela FD, erit vt E D ad D A; ita G F ad F A: ostensum est autem esse, vt C E ad E D, ita B G ad G F. est ergo vt C E ad E D; ita B G ad G F, vt verò E D ad D A; ita G F ad

a *prop. 34. 1.*
b *prop. 2. 6.*
c *prop. 34. 1.*
d *prop. 2. 6.*

F A: data ergo recta insecta A B similiter secta est, vt secta A C. Quod oportuit facere.

Propos. 11. Probl. 3.

Duabus rectis datis tertiam proportionalem inuenire.



Sint datæ B A, A C, & ponatur vt angulum quemcumq; cõtineant. oportet ergo ipsis B A, A C tertiam proportionalem inuenire. Producantur A B, A C ad D, E puncta; & *a* ponatur ipsi

a prop. 3. 1.

b prop. 31. 1. A C æqualis B D; & ipsi B C *b* ducatur parallela D E per D. Cum itaque lateri D E trianguli A D E ducta sit parallela B C;

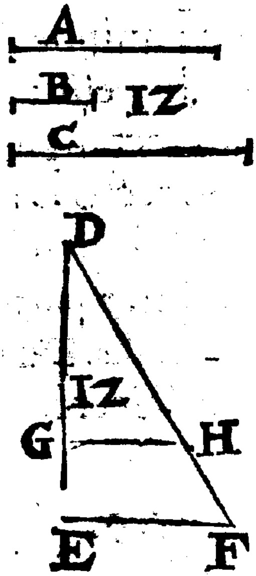
c prop. 2. 6. *c* erit vt A B ad D B; ita A C ad C E; æqualis est autem B D ipsi A C; est ergo vt A B ad A C; ita A C ad C E. Datis ergo duabus A B, A C inuenta est tertia proportionalis C E. Quod oportuit facere.

Propos. 12. Probl. 4.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Opor-

OPorteat tribus datis rectis A, B, C, quartam proportionalem inuenire.

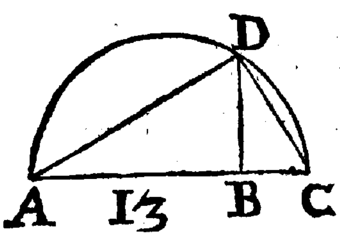


Exponantur duæ rectæ D E, D F continentes angulum quemcunq; E D F: & *a* ponatur ipsi A æqualis recta D G; ipsi B, recta G E: & ipsi C recta D H; *b* atque ipsi G H agatur parallela E F per E. Cum ergo lateri E F trianguli D E F ducta sit parallela G H, *c* erit vt D G ad G E; ita D H ad H F, Est autem D G æqualis ipsi A; G E ipsi B; D H ipsi C; est ergo vt A ad B; ita C ad H F. Tribus ergo datis A, B, C inuenta est quarta proportionalis H F. Quod oportuit facere.

a prop. 3. 1.
b *prop. 31. 1.*
c prop. 2. 6.

Propositio 13. Probl. 5.

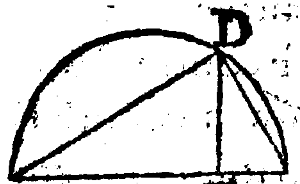
Duabus rectis datis mediam proportionalem inuenire.



SIt duab' datis A B, B C media proportionalis inuenienda. Ponantur in directũ, describaturquè super A C semicirculus A D C; *a* & ducatur à B *a prop. 11. 1.*

punᶇcto, B D, ipsi A C ad angulos rectos, iunctis AD, DC. *b* Et quia angulus ADC rectus est; quippe in semicirculo, estq; in triangulo rectangulo ex angulo recto D ad basim A C perpendicularis ducta D B. *c* erit B D inter partes basis AB, B C, media proportionalis. Duabus ergo, &c. Quod oportuit facere.

b prop. 31. 3.


A 13 B C

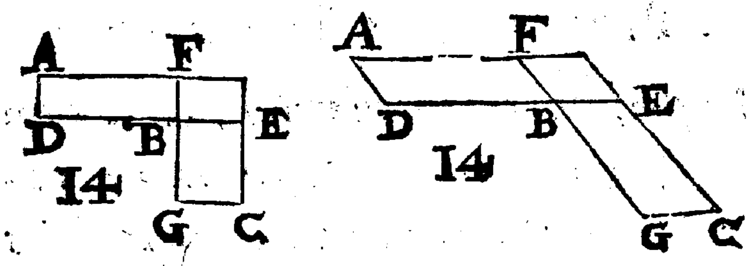
c coroll. prop. 8. 6.

Propositio 14. Theor. 9.

AEqualium, & vnum vni angulo æqualem habentium parallelogrammorum, reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et parallelogramma, quæ vnum vni angulum æqualem habent, & quorum reciprocantur latera circa æquales angulos, æqualia sunt.

Sint parallelogramma A B, B C æqualia, habentia angulos ad B æquales, positeque sint D B, B E in directum, *a* erunt ergo & F B, B G in directum. Dico parallelogrammorum A B, B C latera, quæ circa æqua-

a Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.



æquales angulos, esse reciproca. Hoc est, esse vt D B ad B E; ita G B ad B F. Perficiatur enim parallelogrammum F E. Et quia A B, B C parallelogramma æqualia sunt, aliud autem quoddam est, F E: *b* erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E, *c* sed vt A B ad F E; ita est D B ad B E; & vt B C ad F E; ita est G B ad B F. *d* Ergò est vt D B ad B E; ita G B ad B F. Parallelogrammorum ergo A B, B C *e* latera sunt reciproca. *f* Reciprocentur iam latera, quæ circa æquales angulos; sitque vt D B ad B E; ita G B ad B F. Dico parallelogramma A B, B C æqualia esse. Cum enim sit vt D B ad B E; ita G B ad B F. *g* Et vt D B ad B E; ita A B ad F E; atque vt G B ad B F; ita B C ad F E: erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E; *h* æqualia ergo sunt parallelogramma A B, B C. Æqualium ergo, & vnum vni, &c. Quod oportuit demonstrare.

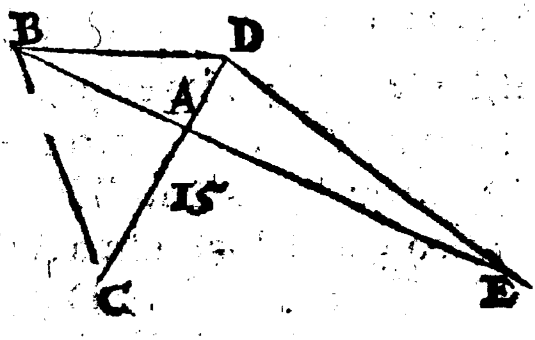
b *prop. 7. 5.*
c *prop. 1. 6.*
d *prop. 11. 5.*
e *def. 6. 1.*
f *def. 2. 6.*
g *prop. 1. 6.*
h *prop. 9. 5.*

Pro-

Propositio 15. Theor. 10.

AEqualium triangulorum, & vnum angulum vni æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et triangula, quæ vnum angulum vni æqualem habent, & quorum latera quæ circa æquales angulos, reciprocantur, sunt æqualia.

SInt triangula ABC, ADE æqualia, habeantque vnum angulum BAC, vni DAE æqualē. Dico latera, quę circa ęquales sunt angulos, reciproca esse.



Hoc est, esse, vt CA ad AD; ita EA ad AB. Ponantur enim CA, AD in directum; *a* erunt ergo & EA, AB in directum. & ducatur BD. Cum igitur triangula ABC, ADE æqualia sint, sitque aliud ABD; *b* erit vt CAB ad BAD; ita ADE ad idem BAD: *c* sed vt CAB ad BAD;

a Colligitur ex 13.14. & 15.1.

b prop. 7.5.

c prop. 1.6.

BAD; ita est CA ad AD. Et vt EAD ad BAD; ita est EA ad AB: *d* Ergo vt CA ad AD; ita est EA ad AB. Triangulorum ergo ABC, ADE latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur. Sed reciproca sint iam latera triangulorum ABC, ADE. Et sit vt CA ad AD; ita EA ad AB. Dico triangula ABC, ADE esse æqualia. Iuncta rursus BD, erit vt CA ad AD; ita EA ad AB: *e* sed vt CA ad AD; ita est triangulum ABC ad triangulum BAD; vt verò EA ad AB; ita triangulum EAD ad triangulum BAD. Vt ergo ABC ad BAD; ita est EAD ad idem BAD: vtrumque ergo ABC, EAD ad BAD eandem habet proportionem: *f* æquale ergo est triangulum ABC, triangulo EAD.

d *prop. 11. 5.*

e *prop. 1. 6.*

f *prop. 9. 5.*

Æqualium ergo triangulorum, &c.

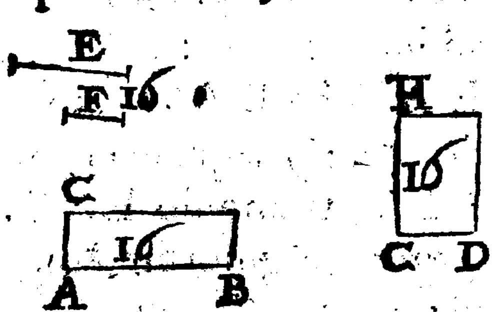
Quod oportuit demonstrare.

Propo-

Propositio 16. Theor. 11.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale illi quod medijs continetur rectangulo. Et si rectangulum extremis contentum, æquale fuerit medijs contento rectangulo; quatuor illæ lineæ proportionales erunt.

Sint quatuor rectæ A B, C D, E, F proportionales, vt A B ad C D; ita E ad F.



Dico rectãgulum A B, & F contentum, æquale esse contento C D, & E.

a prop. 11. 1. a Ducantur à punctis A, C ad rectas A B, C D ad angulos rectos A G, C H; sitque ipsi F æqualis A G: & ipsi E, ipsa C H, cõpleanturque parallelogramma B G, D H. Et quia est, vt A B ad C D; ita E ad F, & est E ipsi C H; & F ipsi A G æqualis, erit vt A B ad C D; ita C H ad A G: b paralle-
b prop. 14. 6. logrammorum ergo B G, D H latera, quę

circa

circa ęquales angulos sunt, reciprocantur: c quorum autem parallelogrammorum ę- quiangulorum latera reciprocantur, illa æqualia sunt: parallelogramma ergo B G, D H æqualia sunt. Et est B G, quod A B, & F continetur, (est enim A G ipsi F æqualis) D H, quod C D & E continetur (est enim C H ipsi E æqualis.) Quod ergo AB, & F continetur, æquale est ei, quod C D & E continetur rectangulo. Sit iam quod A B, & F continetur, æquale ei quod C D & E continetur. Dico quatuor rectas esse proportionales. Vt A B ad C D; ita E ad F. ijsdem constructis, cum quod A B, F continetur, æquale sit ei quod C D, E continetur, sitque B G, id quod A B, & F continetur (est enim A G ipsi F æqualis) D H vero, quod C D, & E continetur (est enim & C H ipsi E æqualis) erit B G ipsi D H æquale: & sunt æquiangula. d Æqualium autem & æquiangulorum parallelogrammorum latera, quæ circa æquales angulos, reciproca sunt: Erit ergo vt AB ad C D; ita E ad F. Si ergo quatuor rectæ lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 14. 6.

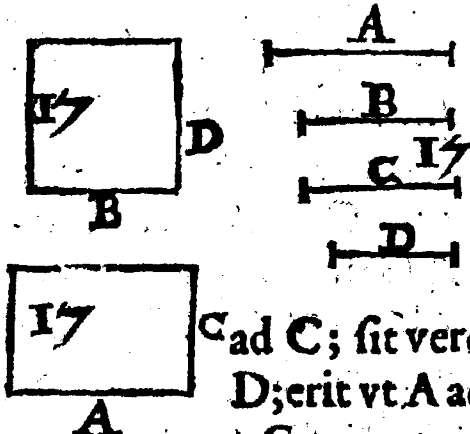
d prop. 14. 6.

Pro-

Propositio 17. Theor. 12.

Si tres recta linea proportionales fuerint; erit quod extremis continetur rectangulum, aquale quadrato quod fit à media. Et si quod extremis continetur rectangulum aquale fuerit quadrato quod à media fit, erunt tres linea illa proportionales.

SInt tres rectæ A, B, C proportionales, vt A ad B; ita B ad C. Dico quod A, C continetur æquale esse ei q ex B. Ponatur D æqualis ipsi B. Et cum sit vt A ad B; ita B ad C; sit vero ipsi B æqualis D; erit vt A ad B; ita D ad C.



a prop. 16. 6

a Cum autem quatuor rectæ proportionales sunt, est quod extremis continetur rectangulum, æquale ei quod mediis continetur rectangulo. Quod ergo A & C continetur, æquale est ei quod B, D continetur; at quod B, D continetur æquale est ei quod ex B; est enim D ipsi

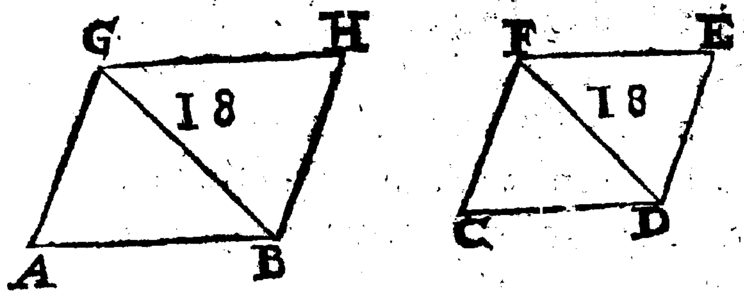
ipſi B æqualis; Ergo quod A, C continetur, æquale eſt ei quod ex B quadrato. Sit iam quod A, C cõtinetur, æquale ei, quod ex B. Dico eſſe, vt A ad B; ita B ad C. iiſdem enim conſtructis, cum quod A, C cõtinetur æquale ſit ei quod ex B; & quod ex B, æquale ei quod B, D continetur, quod B, D æquales ſint; erit quod A, C continetur, æquale ei quod B, D continetur. *b* quando autem quod extremis continetur, æquale eſt ei quod continetur mediis, ſunt quatuor illæ lineæ proportionales. Eſt igitur vt A ad B; ita D ad C: æqualis autem eſt D ipſi B: ergo vt A ad B; ita eſt B ad C. Si ergo tres lineæ, &c. Quod oportuit demouſtrare. b *prop. 16. 6.*

Propoſitio 18. Probl. 6.

Super data recta linea dato rectilineo ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcribere.

OPorteat ſuper data A B dato rectilineo C E ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere. Ducatur D F, & *a* conſtituantur ad puncta A, B rectæ A B anguli G A B, A B G æquales angulis C, a *prop. 23. 1.*

R CDF,



C D F; eritque reliquus C F D reliquo A G B æqualis: triangula igitur F C D, G A B sunt æquiangula. *b* Est ergo, vt F D ad G B; ita F C ad G A; & C D ad A B. *c* Constituantur rursus ad puncta B, G rectæ B G anguli B G H, G B H æquales angulis D F E, F D E; eritque reliquus E reliquo H æqualis: triangula ergo F D E, G B H æquiangula sunt; *d* est igitur vt F D ad G B; ita F E, G H; & E D ad H B. Ostensum autem est, esse vt F D ad G B; ita F C ad G A, & C D ad A B; *e* igitur vt F C ad A G; ita est C D ad A B; & F E ad G H; itemque E D ad H B. Et cum angulus C F D æqualis sit angulo A G B: & D F E ipsi B G H; erit totus C F E toti A G H æqualis. Eadem de causa erit angulus C D E æqualis angulo A B H. Est verò & angulus C angulo A; Et angulus E angulo H æqualis: æquiangula ergo sunt A H; C E, habentque latera circa æquales angulos proportionalia. *f* Est igitur A H rectilineum

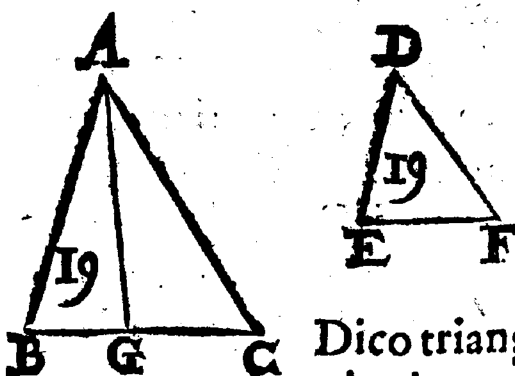
b prop. 4. 6.
c prop. 23. 1.
d prop. 4. 6.
e prop. 11. 5.
f def. 6. 1.

lineum simile similiterque positum recti-lineo C E. Super data ergo recta linea, &c, Quod oportuit facere.

Propositio 19. Theor.. 13.

Similia triangula inter se sunt in dupla proportione suorum laterum.

SInt A B C, D E F triangula similia, habentia angulos B, E æquales; sitque vt A B ad B C; ita D E ad E F, vt latera B C, E F sint homologa.

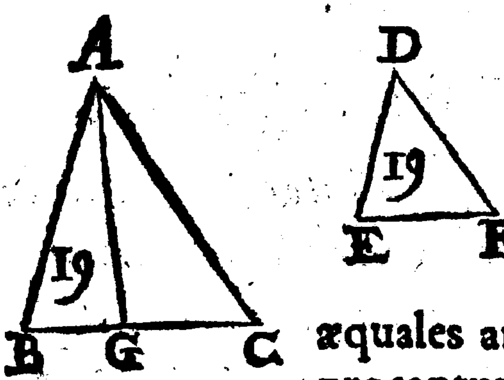


Dico triangulum A B C ad triangulum D E F duplam habere porportionem eius, quam habet B C ad E F. *a* Sumatur enim ipsarum B C, E F tertia proportionalis B G; vt sit quomodo B C ad E F; ita E F ad B G; ducaturque G A. Cum igitur sit vt A B ad B C; ita D E ad E F; *b* erit permutando vt A B ad D E; ita B C ad E F. sed vt B C ad E F; ita est E F ád B G: ergo vt A B ad D E; ita est E F ad B G: Triangulorum ergo

a *prop. 11. 6.*

b *def. 10. 5.*

ABG, DEF latera circa æquales angulos reciprocantur. Quorum autem triangulorũ vnũ angulum vni æqualẽ habentiũ latera circa



æquales angulos reciprocantur, illa æqualia sunt: *c* triangula ergo DEF, ABG æqualia sunt. Et quia est vt BC ad EF; ita EF ad BG; quando autem tres lineæ proportionales sunt, *d* prima ad tertiam duplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. BC ergo habet ad BG duplam proportionem eius, quam habet ad EF. Vt vero BC ad BG; *e* ita est triangulum ABC ad triangulum ABG: habet ergo triangulum ABC ad triangulum ABG duplam proportionem eius, quam habet BC ad EF. Est autem triangulum ABG æquale triangulo DEF: habet ergo triangulum ABC ad triangulum DEF duplam proportionem eius, quam habet BC ad EF. Similia ergo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 15. 6.
d def. 10. 5.
e prop. 1. 6.

Corol-

Corollarium.

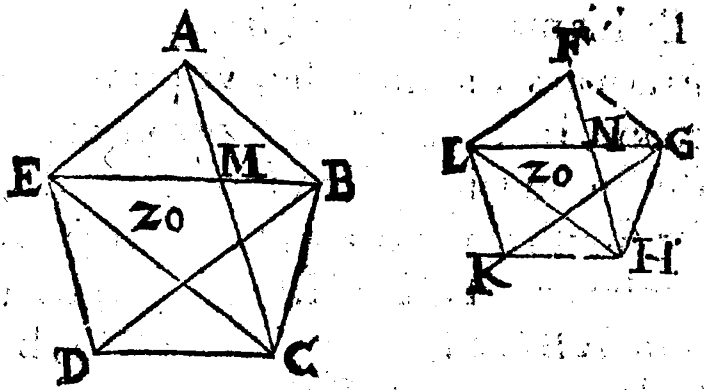
Ex his manifestum est, si tres lineæ proportionales fuerint; esse, vt primam ad tertiam, ita triangulum super prima descriptum ad triangulum super secunda simile similiterque descriptum. Ostensum est enim, vt est CB ad BG; ita esse triangulum ABC ad triangulum ABG, hoc est, ad triangulum DEF. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 20. Theor. 14.

Similia polygona in similia triangula diuiduntur; & numero æqualia, & homologa totis; & polygonum ad polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.

SInt similia polygona ABCDE, FGHKL, & sit latus AB homologum ipsi FG. Dico polygona ABCDE, FGHKL in similia triangula diuidi, & numero æqualia, & homologa totis; & polygonū ABCDE ad polygonū FGHKL du-

duplicatam habere proportionem eius, quam habet A B ad F G. Iungantur enim



B E, E C, G L, L H; & quia polygonum A B C D E ſimile eſt polygono FGHKL; erit angulus B A E æqualis angulo G F L; & eſt, vt B A ad A E; ita G F ad FL. Cum itaque duo ſint triangula A B E, F G L, vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habentia, *a* erunt ipſa æquiangula, ideoq; & ſimilia: æqualis eſt ergo angulus ABE angulo F G L; eſt verò & totus A B C, toti FGH æqualis, propter ſimilitudinem polygonorum; *b* reliquus ergo E B C, reliquo L G H æqualis erit. Et quia propter ſimilitudinem triangulorum ABE, FGL, eſt, vt E B ad B A; ita L G ad G F. Sed & propter ſimilitudinem polygonorum, eſt vt A B ad B C; ita F G ad G H; *c* ex æquali ergo eſt, vt EB ad BC; ita LG ad GH; latera

a prop. 6. 6.

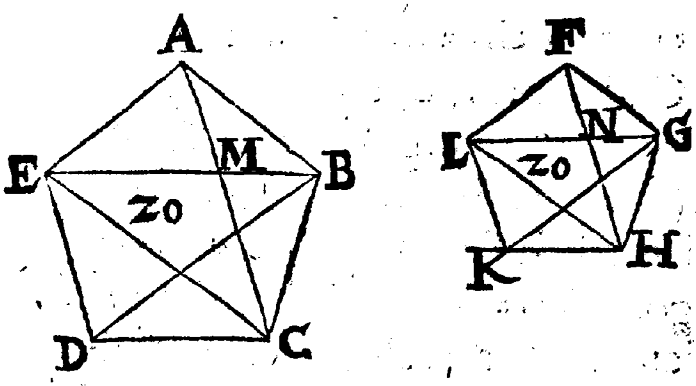
b ax. 3.

c prop. 22. 5.

tera ergo circa æquales angulos EBC, LGH, sunt proportionalia; æquiangula *d* ergo sunt triangula EBC, LGH; quare & similia. Eadem de causa similia sunt triangula ECD, LHK: Similia ergo polygona ABCDE, FGHKL in similia triangula, & æqualia numero diuisa sunt. Dico & homologa esse totis, hoc est, proportionalia, & antecedentia quidẽ ABE, EBC, ECD; Consequentia verò ipsorum FGL, LGH, LHK; atque polygonum ABCDE ad polygonum FGHKL duplam habere proportionem eius, quam habet latus homologum AB ad latus homologum FG. Iungantur enim AC, FH. Et quia propter similitudinẽ polygonorum, sunt anguli ABC, FGH æquales; estque vt AB ad BC; ita FG ad GH; *e* æquiangula ergo sunt triangula ABC, FGH: æquales igitur sunt tam anguli BAC, GFH, quam BCA, GHF. Et quia anguli BAM, GFN æquales sunt, ostensique sunt & ABM, FGN æquales; erunt & reliqui AMB, FNG ęquales; sunt ergo triangula ABM, FGN æquiangula. Similiter ostendemus & triangula BMC, GNH esse æquiangula. Est ergo vt AM ad MB; ita FN ad NG. Et vt BM ad MC; ita GN ad

d *prop. 6. 6.*

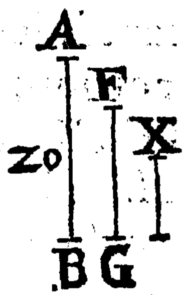
e *prop. 6. 6.*



f prop. 22. 5. NH; ex *f* æquali ergo eſt vt AM ad MC;
g prop. 1. 6. ita FN ad NH: *g* ſed vt AM ad MC; ita
eſt triangulum ABM ad triangulũ MBC;
& AME ad EMC; ſunt enim ad ſe inuicem
h prop. 12. 5. vt baſes; & *h* vt vnum antecedentium, ad vnum conſequentium; ita omnia
antecendentia ad omnia cõſequentia. Vt
ergo triangulum AMB ad BMC; ita triangulum ABE ad CBE: *i* ſed vt AMB ad
i prop. 1. 6. BMC; ita eſt AM ad MC; Vt ergo AM ad
MC, ita triangulum ABE ad EBC, Eadem
de cauſa, eſt vt FN ad NH; ita triangulũ
FGL ad GLH: Et eſt vt AM ad MC; ita
FN ad NH; Vt ergo triangulum ABE
ad BEC; ita triangulum FGL ad GHL;
k prop. 16. 5. *k* & permutãdo, vt ABE ad FGL; ita EBC
ad GLH. Similiter demõſtrabimus ductis
BD, GK. Eſſe vt triangulũ BEC ad LGH;
ita ECD ad LHK: & quia eſt, vt ABE
ad FGL; ita EBC ad LGH; & ECD
l prop. 12. 5. ad LHK: *l* erit vt vnum antecedentium
ad

ad vnum conſequentium; ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia: eſt ergo vt A B E ad F G L; ita A B C D E ad F G
H K L: ſed *l* A B E ad F G L duplam pro- l *prop.19.6.*
portionem habet eius, quam A B latus homologum ad F G latus homologum.
m Similia enim triangula in dupla ꝓpor- m *pro.19.6*
tione ſunt laterum homologorum: habet ergo & A B C D E polygonum ad F G H K L polygonum duplam proportionem eius, quam habet A B ad F G. Similia ergo polygona, &c. Quod oportuit demonſtrare. Eodem modo in ſimilibus quadrilateris oſtendetur in dupla illa eſſe proportione laterum homologorum.
a Oſtenſum eſt autem & in triangulis. a *prop.19.6*

Corollarium I.



Vniuerſè ergo ſimiles rectilineæ figuræ ad ſe inuicem ſunt in dupla proportione laterum homologorum; & ſi ipſarum A B, F G tertiam proportiona-
lem ſumamus X; *b* habebit A B b *def.10.5.*
ad X duplam proportionem eius, quam habet ad F G. Habet autem & polygonum ad polygonum, & quadrilaterum ad qua-

 drila-

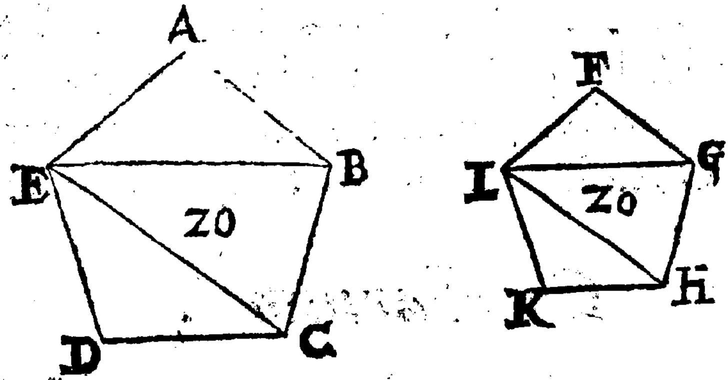
drilaterum duplam proportionem eius, quam habet homologum latus ad homologum, hoc est: AB ad FG. c Ostensum est autem hoc in triangulis.

c cor. prop. 19. 6.

Corollarium II.

Vniuersè ergo manifestum est; si tres fuerint rectæ, esse vt prima est ad tertiam, ita figuram à prima descriptam, ad figuram à secũda similiter descriptam. Quod oportuit demonstrare.

Corol. prop. 19. 6.



Ostendemus etiam aliter, & expeditius triangula esse homologa. Exponantur rursus polygona ABCDE, FGHKL, ducanturque BE, EC, GL, LH. Dico esse vt triangulum ABE ad triangulum FGL; ita EBC ad LGH; & CDE ad HKL. Cum enim triangula ABE, FGL similia sint, a habebit ABE ad FGL duplam proportionem eius, quam habet latus BE ad

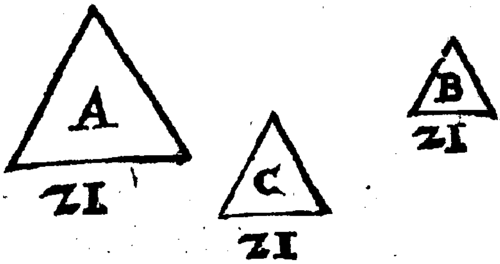
a prop. 9. 6.

ad GL. Eadem de causa habebit triangulum B E C ad G L H duplam proportionem eius, quam habet B E ad G L. Est ergo vt A B E ad F G L; ita E B C ad GLH. Rursus cum triangula E B C, LGH similia sint; habebit E B C ad L G H duplam proportionem eius, quam habet C E recta ad H L. Eadem de causa habet triangulum E C D ad L H K duplam proportionem eius, quam habet C E ad H L. Est ergo vt BEC ad LGH; ita CED ad LHK Ostensum autẽ est, esse, vt EBC ad LGH; ita A B E ad F G L; ergo vt ABE ad FGL; ita est B E C ad GLH; & E C D ad L H K, *b* vt ergo vnum antecedentium ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia; & reliqua vt in priori demonstratione. Quod oportuit demonstrare. b *prop. 12. 5.*

Propos. 21. Theor. 15.

Quæ eidem rectilineo sunt similia, & & inter se sunt similia.

Sit vtrumque rectilineorum A, B ipsi C simile. Dico & A ipsi B simile esse. Cum enim A ipsi C sit simile, erit & æquiangulum illi, habebitque latera circa æquales angulos proportionalia. Rursus cum B simile

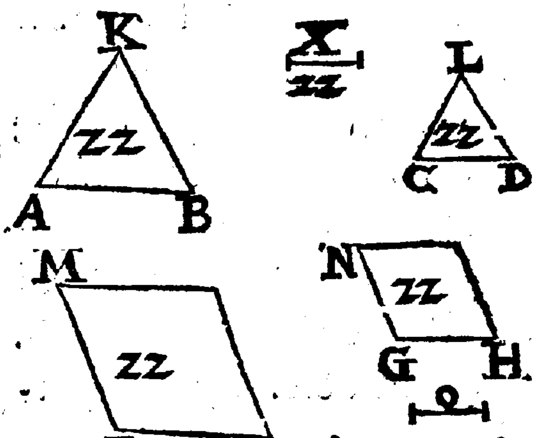


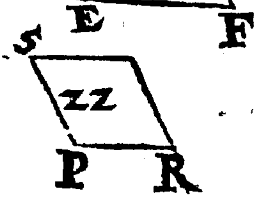
ſimile ſit ipſi C, æquiangulũ illi erit, habebitq́ue circa ęquales angelos latera proportionalia: Vtrumque ergo ipſorum A, B æquiangulum eſt ipſi C, & habet circa ęquales angulos latera proportionalia: erunt ergo & A, B ęquiangula, habebuntq́ue circa æquales angulos, latera proportionalia: ſimilia ergo ſunt. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 22. Theor. 16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; erunt & rectilinea ab ipſis ſimilia ſimiliterq́; deſcripta proportionalia: Et ſi rectilinea ſimilia ſimiliterq́; ab ipſis deſcripta proportionalia fuerint; erunt & ipſæ proportionales.

SInt quatuor rectæ A B, C D, E F, G H proportionales. Vt A B ad C D; ita E F
a prop. 18. 5 ad G H, *a* deſcribanturq́; ſuper A B, C D, ſimilia, ſimiliterq́; poſita rectilinea KAB, LCD. ſuper EF, GH ſimilia ſimiliterque poſita





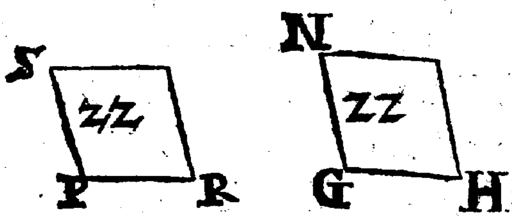
posita M F, N H. Dico esse, vt KAB ad LCD; ita MF ad NH. *b* sumatur enim ipsarũ AB, C D tertia ꝓportionalis X; ipsarum vero EF, GH tertia ꝓportionalis O. Et cum sit vt A B ad C D; ita E F ad G H & vt C D ad X; ita G H ad O: *c* erit ex æquali; vt A B ad X; ita G H ad O: *d* sed vt AB ad X, ita est K A B ad L C D; & vt EF ad O; ita *e* MF ad NH: ergo vt ABK ad C D L, ita est M F ad N H. Sed sit vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. Dico esse, vt A B ad C D; ita F E ad G H. Fiat *f* enim vt A B ad CD, ita E F ad P R, *g* describaturq; super P R rectilineum S R simile similiterque positum ipsis MF; NH. Cum ergo sit, vt A B ad C D; ita E F ad P R, descriptaque sint super A B, C D rectilinea K A B, L C D similia similiterque posita; super E F, P R verò similia similiterque posita M F, S R; erit vt K A B ad L C D; ita M F ad S R: ponitur autem vt

b *prop. 11. 6.*
c *prop. 22. 5*
d *prop. 19. 6*
e *cor. prop. 26. 6.*
f *prop. 11. 6.*
g *prop. 18. 6*

KAB ad LCD; ita MF ad NH. Habet ergo MF ad NH, & ad SR eandem proportionem; *h* æqualia ergo sunt NH, SR; sed sunt similia similiterque posita; æquales ergo sunt GH, PR. Et quia est, vt AB ad CD, ita EF ad PR; & sunt PR, GH æquales; erit vt AB ad CD: ita EF ad GH. Si ergo quatuor, rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

h *prop. 9. 5.*

Lemma.



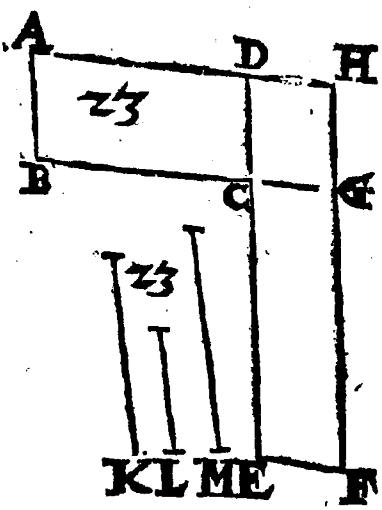
Quod autem quãdo rectilinea æqualia similia fuerint, ipsorum latera homologa æqualia sint, sic ostendemus. Sint NH, SR æqualia, & similia; sitque vt HG ad GN; ita RP ad PS. Dico RP, GH æquales esse. Si non; erit vna maior. Sit maior RP; cũ ergo sit vt RP ad PS; ita HG ad GN; *a* erit permutando, vt RP ad GH; ita PS, ad GN: maior est autem PR quam GH: maior ergo etiam erit PS quã GN. Quare & RS maius erit, quam HN: sed est illi æquale; quod fieri non potest: Non est ergo PR maior quam GH. Quod oportuit demonstrare.

a *prop. 16. 5.*

Pro-

Propos. 23. Theor. 17.

Aequiangula parallelogramma inter se proportionem habent ex lateribus compositam.

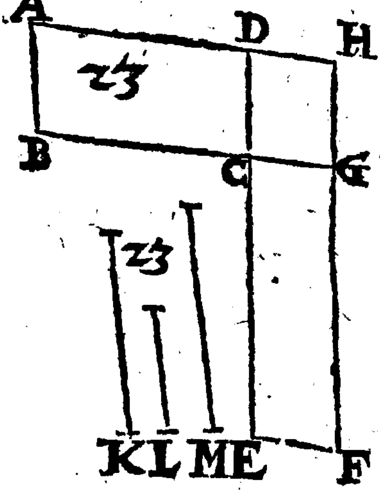


SInt æquiangula parallelogrammma AC, CF æquales angulos BCD, ECG habentia. Dico illa proportionẽ habere, ex proportione laterum compositã ex illa nimirum quã habet BC ad CG; & quam habet DC ad CE. Ponatur BC ipsi CG in directum; *a* erit ergo & DC ipsi CE in directum, & compleatur parallelogrammum DG. Exponatur quædam recta K, *b* fiatq; vt BC ad CG; ita K ad L; & vt DC ad CE; ita L ad M. Proportiones ergo K ad L, & L ad M, eædem sunt quæ laterum, BC ad CG & DC ad CE. *c* Sed proportio K ad M componitur ex proportione K ad L, & L ad M; habet ergo & K ad M proportionem ex laterum proportione compositam. Et cum sit vt BC ad CG; *d* ita AC parallelogrammum

a prop. 14. 6.
b *prop. 12. 6.*
c *def. 5. 6.*
d *prop. 1. 6.*

ad

ad C H: & vt B C ad C G; ita K ad L;
e prop. 11.5 *e* erit vt K ad L, ita A C ad C H. Rursus
f prop. 1.6.



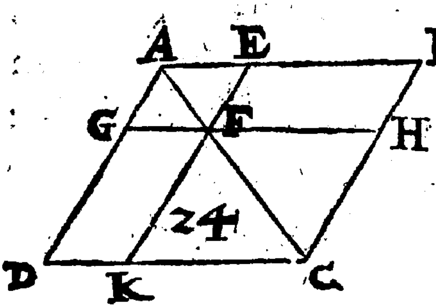
f cum sit vt D C ad C E; ita parallelogrã mum C H ad C F; & vt D C ad C E; ita L ad M,
g prop. 11.5. *g* erit vt L ad M, ita C H ad C F. Cum igitur ostẽsum sit, vt K ad L; ita esse A C ad C H; vt verò L ad M; ita C H ad
h prop. 22.5 C F; *h* erit ex æquali, vt K ad M, ita A C, ad C F. At K ad M proportionẽ habet compositam ex lateribus: ergo & A C ad C F, proportionem habet compositam ex lateribus: æquiangula ergo parallelogrammum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 24. Theor. 18.

Omnis parallelogrammi quæ circa diametrum sunt parallelogrãma, similia sunt toti, & inter se.

SIt parallelogrammum ABCD, diametrus A C, circa quam sint parallelográma EG, HK. Dico vtrumq; E G, H K toti A B C D, & inter se similia esse. Cum enim ad latus B C trianguli A B C ducta sit paral-

parallela E F, *a* erit vt B E ad E A; ita C F ad F A. Rurſus cum ad latus C D trianguli A C D ducta ſit parallela F G, erit vt C F ad F A; ita D G ad G A. Sed vt C F ad F A; ita oſteſa eſt B E ad E A; *b* ergo vt B E ad E A; ita eſt D G ad G A: *c* componendo ergo vt B A ad A E; ita D A ad A G: & per *d* mutando; vt B A ad A D; ita A E ad A G: parallelogrammorum ergo A B C D, E G latera circa communem angulum B A D ſunt proportionalia. Cumque G F, D C parallelæ ſint, *e* erunt anguli A G F, A D C; item G F A, D C A æquales; communis D A C: triangula ergo A D C, A G F æquiangula ſunt. Eadem de cauſa erunt & A B C, A F E æquiangula: tota ergo parallelogramma A B C D, E G ſunt æquiangula; *f* eſt igitur vt A D ad D C; ita A G ad G F; & vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita A F ad F E; & vt C B ad B A; ita F E ad E A. Et quia demonſtratum eſt, eſſe vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita A F ad F E; erit ex æquali vt D C ad C B; ita G F ad F E. Parallelogrammorum ergo



a *prop.2.6.*

b *prop.11.5*

c *prop.18.5*

d *prop.16.5*

e *prop.29.1.*

f *prop.4.6.*

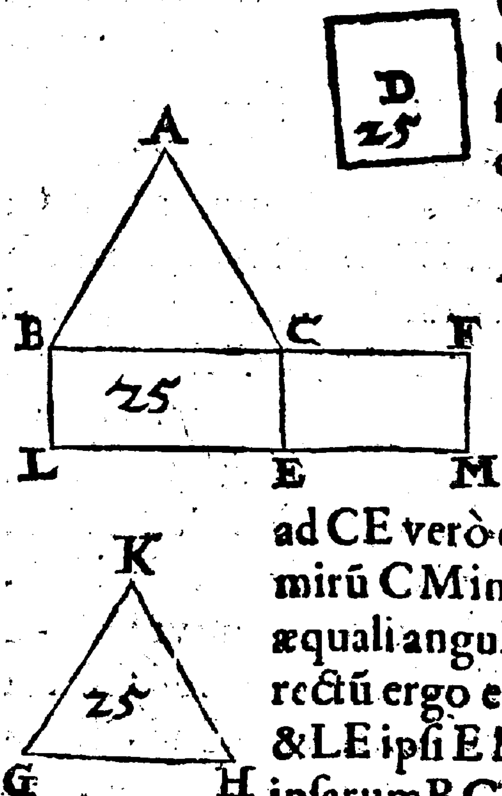
S ABCD,

A B C D, E G latera circa ęquales angulos sunt proportionalia; similia ergo sunt. Eadem de causa erit parallelogrammum K H toti A B C D simile: vtrumq; ergo E G, K H toti A B C D simile est. g Quæ autem eidem sunt similia, & inter se sunt similia: est ergo E G ipsi K H simile. Omnis ergo parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

g prop. 21.6

Propos. 25. Probl. 7.

Dato rectilineo simile, & alteri dato æquale constituere.



Sit dato rectilineo A B C simile constituendum, æquale verò ipsi D. a Applicetur ad lat⁹ B C triangulo A B C æquale parallelogrãmũ B E: ad C E verò ęquale ipsi D, nimirũ C M in angulo F C E, æquali angulo C B L; b indirectũ ergo erit B C ipsi C F; & L E ipsi E M. c Accipiatur ipsarum B C, C F media propor-

a prop. 44.1

b prop. 14.1

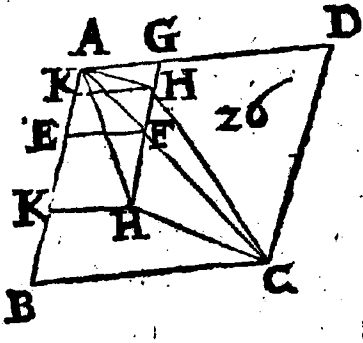
c prop. 13.6.

portionalis GH; & super ipsa ipsi ABC rectilineo *d* simile describatur, & similiter positum KGH. Cum ergo sit vt BC ad GH, ita GH ad CF (quãdo enim fuerint tres *e* rectę proportionales, est vt prima ad tertiam; ita figura super prima descripta ad figuram super secunda similem, similiterq; descriptam) Est ergo vt BC ad CF; ita triangulum ABC ad triangulũ KGH. *f* Sed vt BC ad CF, ita est BE ad EF. vt ergo *g* triangulũ ABC ad triangulũ KGH; ita est BE parallelogrammum ad EF parallelogrammum: & *h* permutando, vt ABC ad BE; ita est KGH ad EF. Æquale autem est triangulum ABC parallelogrãmo BE: ergo & triangulum KGH æquale est parallelogrammo EF. Sed EF æquale est ipsi D: ergo & KGH ipsi D est æquale. Est verò & KGH ipsi ABC simile. Dato ergo ractilineo, &c. Quod oportuit facere.

d prop. 18. 6.
e col. 2. prop. 20. 6.
f prop. 1. 6.
g prop. 11. 5.
h prop. 16. 5.

Propos. 26. Theor. 19.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti similiterq; positum, communem ipsi habens angulum, circa eandem diametrum est toti.



A parallelogrammo ABCD auferatur parallelogrãmum AF simile toti ABCD, & similiter positum; communẽ angulum DAB cum ipso habens. Dico ABCD circa eandem diametrum esse ipsi AF. Si non. Sit ipsorũ diametrus AHC: & ducatur per H vtrique AD, BC parallela HK. Cum ergo

a prop. 24. 6. ABCD circa eandem diametrum sit ipsi KG; *a* erit ABCD ipsi KG simile. Est ergo vt DA ad AB; ita GA ad AK: est autẽ propter similitudinem ipsorum ABCD, EG, vt DA ad AB; ita GA ad AE, ergo vt

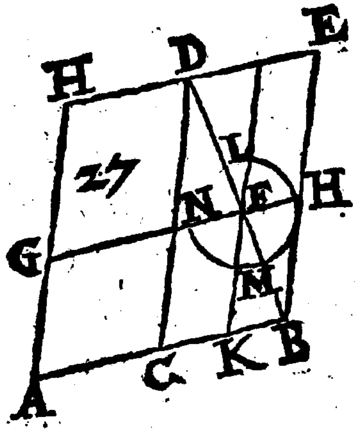
b prop. 11. 5. *b* GA ad AE, ita GA ad AK; habet ergo

c prop. 9. 5. GA ad vtramq; AK, AE *c* eandem proportionem, æqualis ergo est AE ipsi AK, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ABCD circa eandem diametrum est ipsi AH. Circa eandem ergo diametrum est ipsi AF. Si ergo à parallelogrãmo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 27. Theor. 20.

Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis *simi-*

similibus, & similiter positis ei quæ à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.



Recta AB a bisecetur in C, & applicetur ad A B rectam * parallelogrammum A D deficiens figura parallelogramma D B, simili, & similiter posita ei, quæ à dimidia ipsius A B descripta est. Dico omnium parallelogrammorum ad A B applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, similiterq; positis ipsi D B, maximum esse A D. b Applicetur enim ad rectam A B parallelogrammum A F, deficiens parallelogrammo FB simili similiterque posito ipsi D B. Dico A D maius esse ipso A F. Cum enim D B simile sit ipsi F B, c erunt circa eandem diametrum. Ducatur illorum diametrus D B, & describatur figura. d Cum ergo ipsi CF æquale sit F E, si cõmune apponatur F B, e erit totum C H toti K E æquale. Sed ipsi CH æquale est C G cum AC, CB æquales

a prop. 10. 1

* qualecunq;

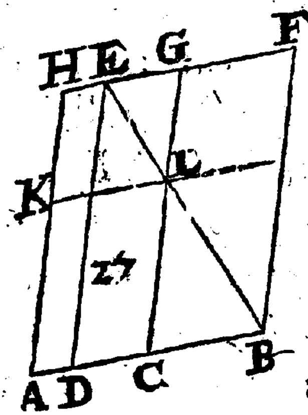
b prop. 44. 1

c prop. 26. 6

d prop. 43. 1

e ax. 2.

ſint;ergo & GC ipſi EK æquale eſt. Commune CF apponatur; & erit totum AF gnomoni LMN æquale. Quare DB, hoc eſt AD, quam AF maius eſt. Omnium ergo parallelogrammorũ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

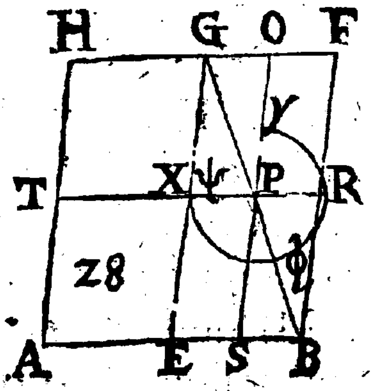


Aliter. Sit AB rurſus in C biſecta, & applicatũ AL, deficiens figura LB. Applicetur ad AB parallelogrammum AE deficiens figura EB, ſimili & ſimiliter poſita ipſi LB à dimidia AB deſricptæ. Dico parallelogrãmum AL ad dimidiam epplicatũ maius eſſe ipſo AE. Cum enim
a prop. 20. 6 EB ipſi LB ſimile ſit *a* erunt circa eandem diametrũ, quę ſit EB, perficiaturq́; figura. Quia ergo LF ipſi LH ęquale eſt, quod & FG ipſi GH ſit æqualis; FL, quam EK
b prop. 43. 1 maius erit: *b* ęquale eſt autem LF ipſi DL: maius ergo eſt DL quam EK, commune addatur KD; totum ergo AL toto AE maius eſt. Quod oportuit demonſtrare.

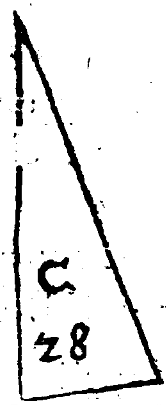
Propoſ. 28. Probl. 8.

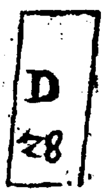
Ad datam rectã lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ ſit

sit similis alteri datæ. Oportet autē datum rectilineum, cui æquale applicandum est, maius non esse eo, quod ad dimidiam applicatur, similibus existētibus defectibus; & eo quod à dimidia, & eo, cui oportet simile deficere.



SIt recta data AB; rectilineum datum, cui oporteat ęquale applicare, sit C, non maius existēs eo quod ad dimidiū applicatū est, similibus existētibus defectib⁹: Cui autem oportet simile deficere, sit D. Oportet





ergo ad AB rectilineo C æquale parallelogrāmum applicare deficiēs figura parallelogrāma simili ipsi D. a Bisecetur AB in E & b describatur su p EB ipsi D simile, similiterq; positū EBFG compleaturq; AG parallelogrāmū: quod ipsi C aut ęquale est, aut mai⁹ ob determinationē. Si ęquale, factū est q̃ iubebatur; applicatū enim est ad AB rectilineo C æquale parallelogrammū AG deficiens

a *prop.10.1.*
b *prop.18.6.*

figura parallelogramma GB simili ipsi D. Si verò HE maius est quam C; erit & GB maius, cum GB ipsi HE sit æquale. Excessui autẽ, quo GB excedit C, *c* fiat æquale KLMN, simile similiterq; positũ ipsi D. Et cum D simile sit ipsi GB, erit & KM ipsi GB simile. sit linea KL ipsi GE; & LM ipsi GF homologa; qa ergo GB ęquale est ipsis C, & KM; erit GB; quã KM maius; erit ergo & GE linea maior quã KL; & GF, quam LM. *d* Fiat ipsi KL æqualis GX; ipsi LM ipsa GO, compleaturq; parallelogrãmum XGOP, quod erit æquale; & simile ipsi KM. sed KM ipsi GB simile est; *e* erit ergo & GP ipsi GB simile: *f* sunt ergo GP, GB circa eandem diametrũ, quę sit GPB. & describatur figura. Cum itaq; GB ęquale sit ipsis C, KM, & GP ipsi KM; erit reliquus ΥΦΨ gnomon ipsi C ęqualis, *g* cumque OR ipsi XS sit æquale, si commune PB addatur; erit *h* totum OB toti XB æquale. sed XB ipsi TE est *i* æquale, quod AE, EB sint æquales: est ergo & TE ipsi OB æquale, si commune XS addatur, erit totũ TS gnomoni ΨΦΥ æquale. Sed gnomon ipsi C ostensus est æqualis: *k* est ergo TS ipsi C ęquale. Ad datam ergo AB dato rectilineo C æquale parallelogrãmum TS applicatum est deficiens figura PB simili ipsi

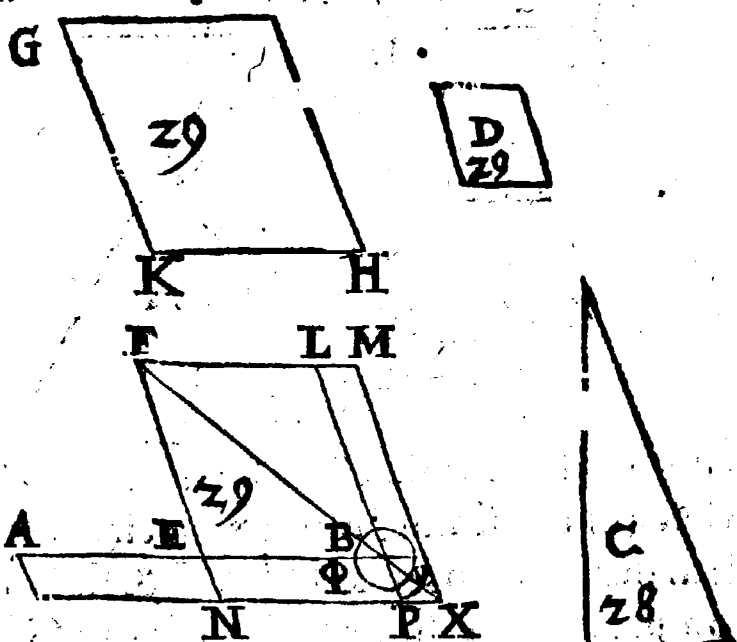
c prop. 25. 6
d prop. 3. 1.
e prop. 21. 6
f prop. 26. 6
g prop. 43. 1
h ax. 2.
i prop. 36. 1
k ax. 1.

ipſi D, cum P B ipſi G P ſimile ſit. Quod oportuit facere.

Propoſitio 29. Probl. 9.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, ſimili alteri datæ.

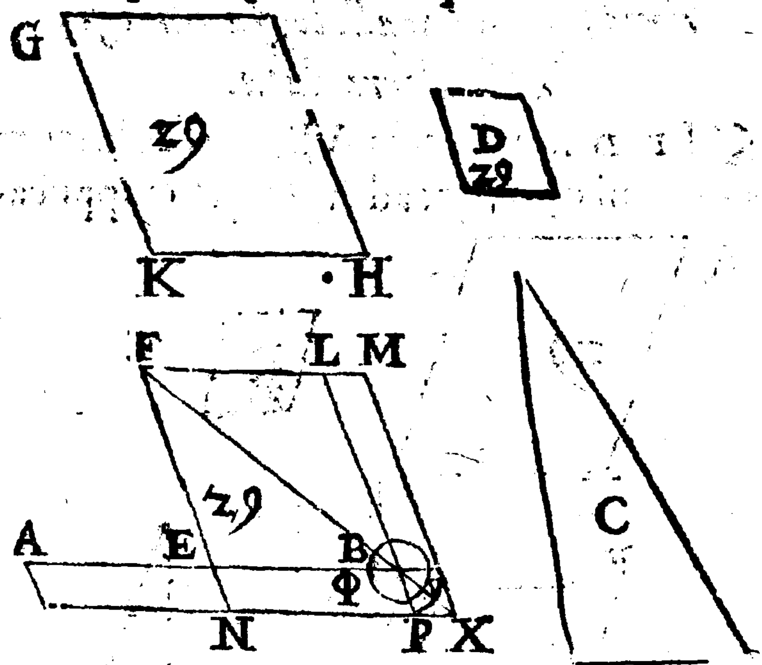
SIT DATA recta A B; & rectilineum C, cui oporteat ad A B æquale applica-



re, cui autem ſimile eſſe debeat excedens ſit D. *a* Biſecetur A B in E, *b* deſcribaturq; ſuper E B parallelogrammum ſimile, ſimiliterq; poſitum ipſi D; Aequale verò vtrique B F, & C & ſimile ipſi D *c* fiat G H, quod ipſi F B ſimile erit. Sit autem latus

a *prop. 10. 1.*
b *prop. 18. 6.*
c *prop. 25. 6.*

KH homologum lateri FL; KG ipsi FE. Et cum GH maius sit quā FB, erit & KH maior, quam FL; & KG quam FE; producantur FL, FE, vt ipsis KH, KG æquales fiant, in M & N, compleaturque MN, quod ipsi GH æquale & simile est:



d prop. 21. 6.
e prop. 26. 6.

sed ipsi GH simile est EL; *d* est ergo & MN ipsi EL simile; *e* sunt ergo circa eandem diametrum, quæ ducatur, & sit FX, compleaturque figura. Quia ergo GH tam ipsis EL, & C, quam ipsi MN æquale est; *f* erit & MN ipsis EL & C æquale. Cōmune EL tollatur; & erit gnomon Ψ Υ Φ ipsi C æqualis. Cūmq; EA ipsi EB sit æqualis, *g* erit & AN ipsi NB æquale. hoc est, *h* ipsi LO, commune addatur EX, eritque

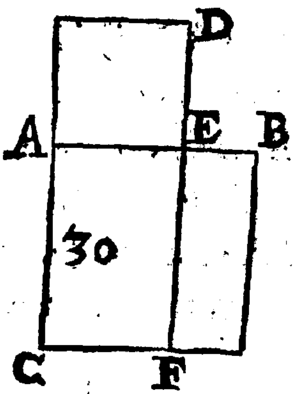
f ax. 1.
g prop. 36. 1.
h prop. 43. 1

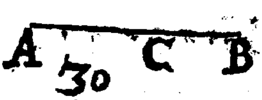
que totum A X, toti gnomoni ΨΤΦ ęquale: sed gnomon ipsi C æqualis est: erit ergo & A X ipsi C æquale. Ad datā ergo AB, dato rectilineo C æquale parallelogrammum A X applicatum est, excedens figura parallelogrāma PO simili ipsi D, *i* cum & E L ipsi OP simile sit. Quod oportuit facere. i prop. 24. 6

Propositio 30. Probl. 10.

Datam rectam lineam terminatā extrema ac media ratione secare.

OPorteat datā terminatam A B extrema ac media ratione secare. *a* Describatur super A B quadratum B C, *b* applicetur q; ad A C parallelogrammum C D, ęquale quadrato B C, excedens figura A D simili B C quadrato, quæ quadratum erit. a prop. 46. 1 b prop. 29. 6

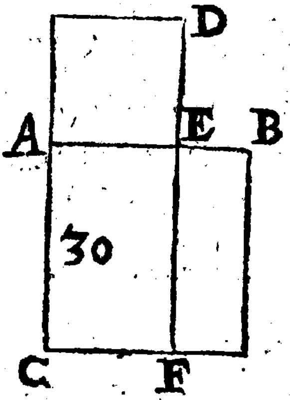




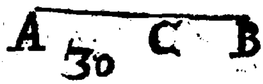
Et quia B C ipsi C D æquale est, si commune C E auferatur; erit reliquum B F reliquo A D æquale, sunt vero & æquiangula; *c* latera ergo ipsorum B F, A D reciproca sunt circa æquales angulos: est ergo vt F E ad E D; ita A E ad E B: & est F E ipsi A C, hoc est, ipsi A B c prop. 14. 6

æqua-

æqualis: & E D ipsi A E; quare est vt B A
d prop.14.5 ad A E; ita A E ad E B: *d* maior est autem



A B quam A E: maior ergo & A E quam E B: est igitur recta A B extrema ac media ratione secta in E; & maior portio est A E. Quod oportuit facere.



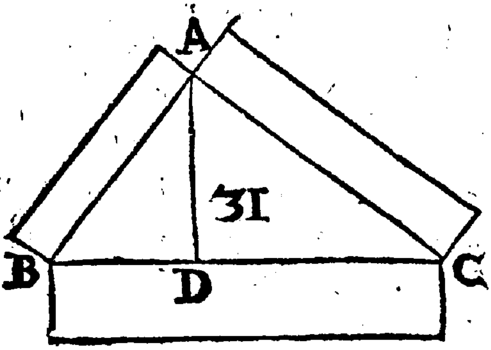
Aliter. Oporteat rectam A B extrema ac media ratione secare:
e prop.11.2 *e* secetur A B in C; vt quod A B, B C continetur, æquale sit ei quod ex A C quadrato. Cum ergo quod A B, B C continetur æquale sit ei quod ex A C fit quadrato;
f prop.17.6 *f* erit vt A B ad A C; ita A C ad C B. Est ergo A B extrema ac media ratione secta. Quod oportuit facere.

Propositio 31. Theor. 21.

In triangulis rectangulis figura quæ fit à latere rectum subtendente æqualis est figuris quæ fiunt à lateribus rectum continentibus, similibus; similiterque descriptis.

Sit

SIt triangulum rectangulum A B C rectum habens angulum B A C. Dico, id quod fit ex B C æquale esse illis, quæ fiunt ex B A, A C similibus similiterque descriptis. Ducatur perpendicularis A D, a eruntq; tri-



angula A B D, A D C à perpendiculari facta, & toti A B C, & inter se similia. Cumque A B C, A B D similia sint, erit vt C B ad B A, ita A B ad B D, b quando autẽ tres sunt proportionales, est vt prima ad tertiam; ita quæ à prima describitur figura ad figuram similem à secunda descriptam. Vt ergo C B ad B D; ita est figura ex C B ad figuram ex B A, similem similiterq; descriptam. Eadem de causa, erit vt B C ad C D; ita figura ex B C ad figuram ex C A. Ergo vt B C ad B D, D C; ita figura ex B C descripta, ad figuras ex B A, A C descriptas similes, similiterq; positas: æqualis est autẽ B C ipsis B D, D C; ergo & figura ex B C æqualis erit figuris ex B A, A C similibus, simi-

a prop. 8. 6.

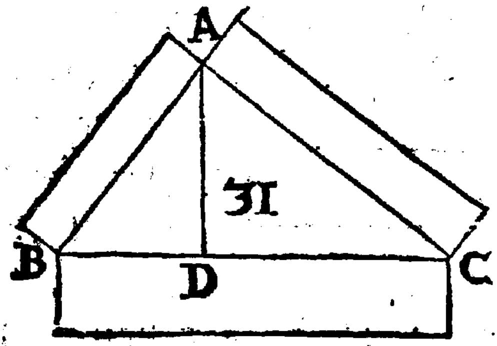
b corol. 20. prop. 20. 6.

similiterq; descriptis. In rectangulis ergo triangulis, &c. Quod oportuit demonstrare. Aliter. c Cum similes figuræ in dupla proportione sint homologorum laterum, habebit figura ex B C ad figuram ex B A duplam proportionem eius, quã habet latus B C ad B A. Habet verò & quod ex BC quadratũ, ad quadratum ex B A duplam proportionem eius quam habet B C ad B A. d Vt ergo est figura ex B C ad figuram ex BA; ita est quadratum ex B C ad quadratũ ex AB. Eadem de causa est, vt figura ex B C ad figuram ex C A; ita quadratum ex B C ad quadratum ex C A. Est ergo vt figura ex B C ad figuras ex B A, A C; ita quadratum ex BC ad quadrata ex B A, A C. Sed e quadratum ex BC est æquale quadratis ex BA, A C: Est ergo & figura ex B C æqualis figuris ex B A, A C, similibus similiterque descriptis. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 20. 6.

d prop. 11. 5.

e prop. 47. 1.

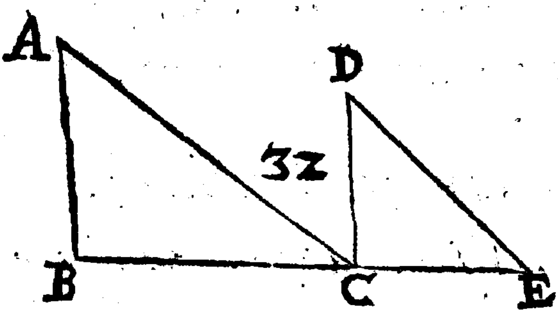


Propo-

Propositio 32. Theor. 22.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad vnum angulum componantur, ita vt latera homologa sint parallela, reliqua latera in directum erunt constituta.

SInt triangula ABC, DCE habentia duo latera BA, AC, duobus DC, DE proportionalia. Vt AB ad AC; ita DC ad DE, sintq; tam AB, DC, quam



AC, DE parallela, Dico CE ipsi BC in directum esse. Cum enim in AB, DC parallelas recta AC incidat, *a* erunt anguli alterni BAC, ACD æquales. Eadem de causa & CDE, ACD æquales erunt: vnde & BAC, CDE æquales sunt. Cũ igitur duo triangula ABC, DCE vnum angulum qui est ad A, vni qui est ad D æqualem habeant, & circa æquales angulos latera proportionalia, vt *b* BA ad AC, ita CD ad DE, æquiangula erũt: anguli igitur ABC, DCE

a prop. 29. 1.

b *prop. 6. 6.*

æqua-

ęquales ſunt. Oſtenſi autem ſunt & ACD, BAC æquales. totus ergo ACE duobus ABC, BAC eſt æqualis: communis ACB addatur, & erunt ACE, ACB æquales his, c prop. 32. 1. BAC, ACB, CBA: c ſed hi tres duobus rectis ſunt æquales: ergo & ACE, ACB duobus rectis æquales erunt. Ad punctum ergo C rectæ AC duæ rectæ BC, CE non ad eaſdem partes poſitæ, angulos deinceps ACE, ACB duobus rectis æquales faciunt; d prop. 14. 1. in d directum ergo eſt BC, ipſi CE. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonſtrare.

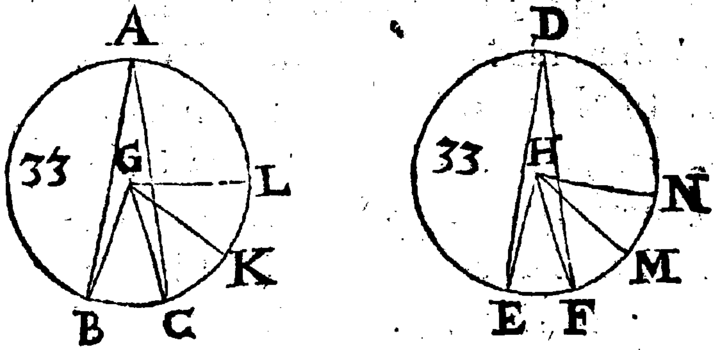
Propoſitio 33. Theor. 23.

In æqualibus circulis anguli eandē proportionem habent, quam peripheriæ, quibus inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant.

Quin & ſectores, quippe ad centra conſtituti.

IN æqualibus circulis ABC, DEF ad cētra G, H conſtituti ſint anguli BGC, EHF ad peripherias BAC, EDF. Dico eſſe, vt BC peripheria ad EF peripheriam; ita angulum BGC, ad angulum EHF; & BAC ad EDF; & inſuper BGC ſectorē ad EHF ſectorem. Ponantur peripheriæ BC

æqua-



æquales quotcunque deinceps CK, KL: peripheriæ EF quotcunque æquales FM, MN, ducanturque GK, GL; HM, HN. Cum ergo peripheriæ CB, CK, KL æquales sint, *a* erunt & anguli BGC, CGK, KGL æquales, quam multiplex ergo est peripheria BL peripheriæ BC, tam multiplex est angulus BGL anguli BGC. Eadem de causa quam multiplex est peripheria NE peripheriæ EF, tam multiplex est angulus NHE anguli EHF. Si igitur peripheriæ BL, EN æquales sunt, erunt & anguli BGL, EHN ęquales: Et si peripheria BL quam EN maior est, erit & angulus BGL maior angulo EHN; et si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ BC, EF, & duo anguli BGC, EHF; acceptæq; sint peripheriæ BC & anguli BGC æque multiplices peripheria BL, & angulus BGL. Peripheriæ verò EF & anguli EHF peripheria EN & angulus EHN, demon-

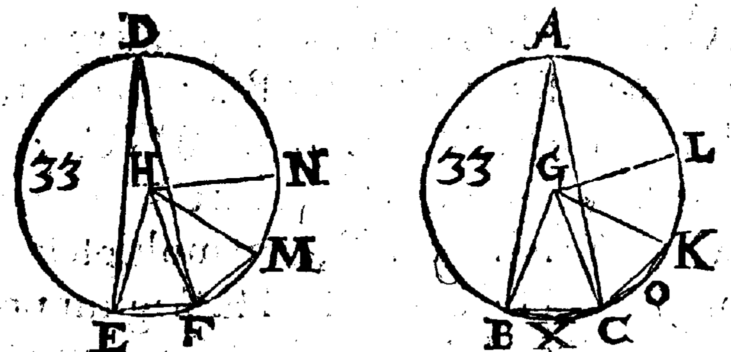
a prop. 27. 3.

T stra-

ſtratumque ſit ſi peripheria B L maior ſit peripheria E N, & angulum B G L angulo E H N maiorem eſſe ; & ſi æqualis æqualem ; ſi minor, minorem : *b* Eſt ergo vt B C peripheria ad peripheriam E F; ita angulus B G C ad angulum E H F. Sed vt B G C ad E H F; *c* ita eſt B A C angulus ad E D F angulum, vterque enim vtriuſque duplus eſt : ergo vt B C ad E F; ita eſt B G C ad E H F; & B A C ad E D F. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

b def. 5. 5.

c prop. 15. 5.



Dico præterea, vt eſt B C peripheria ad E F peripheriam ; ita eſſe G B C ſectorem ad H F E ſectorem. Ducantur B C, C K; accipianturq; peripheriarum B C, C K puncta X, O, & ducantur B X, X C, C O, O K. Cúm ergo duæ B G, G C, duabus C G, G K æquales ſint, angulosque æquales contineant ; *d* erunt & baſes B C, C K æquales; igitur & triangula B G C, G C K æqualia erunt ; cumque peripheriæ B C, C K ſint æqua-

d prop. 4. 1.

æquales, erit & reliqua B A C peripheria reliquæ C A K æqualis; *e* ergo & angulus B X C angulo C O K æqualis erit, *f* portiones ergo B X C, C O K similes sunt, & sunt super æqualibus rectis B C, CK: *g* circulorum autem portiones super æqualibus rectis constitutæ, æquales sunt: portiones igitur B X C, C O K æquales sunt. Sunt verò & triangula B G C, G C K æqualia; totus ergo sector BGC toti GKC est æqualis. Eadem de causa, erunt sectores G K L, G K C æquales: tres igitur sectores B G C, C G K, G L K æquales sunt. eadem de causa, erunt & tres HEF, HFM, H M N æquales. quam multiplex ergo est peripheria B L peripheriæ C B, tam multiplex est sector G B L sectoris G B C. Eadem de causa quam multiplex est peripheria E N peripheriæ E F, tam multiplex est sector H E N sectoris H E F. Si ergo peripheria B L maior est peripheria E N, erit & sector B G L maior sectore E H N; Et si æqualis, æqualis; & si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo sectores G B C, E H F; acceptæque sint peripheriæ B C, & sectoris G B C, æque multiplices BL peripheria, & G B L sector. Peripheriæ verò E F, & sectoris

e prop. 27. 3.
f def. 11. 3.
g prop. 24. 3.

HEF, peripheria EN, & sector HEN; demonstratumq; sit si BL maior sit quā EN; & sectorem BGL maiorem esse sectore EHN; & si æqualis, æqualem; si minor minorem, g erit vt peripheria BC ad EF peripheriam; ita GBC sector ad HEF sectorem. Manifestū ergo est, esse, vt est sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.

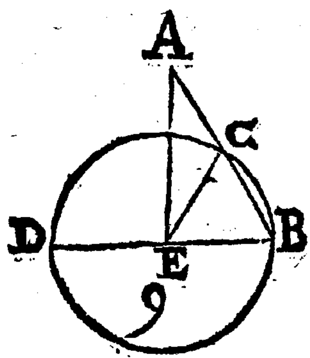
g def. 5. 5.

Ex libro 13. Euclidis.

Propositio 9.

Si latera hexagoni & decagoni eidem circulo inscripta cōponantur, erit tota cōposita proportionaliter secta.

SInt in circulo DCB, latera BC decagoni, AC hexagoni in directū posita. Dico totā AB in C proportionaliter esse sectā, maioremq; portionem esse AC. Sumpto enim centro E. iungantur rectæ EB, EC, EA, pducaturque EB in D. Quia igitur BC latus est decagoni

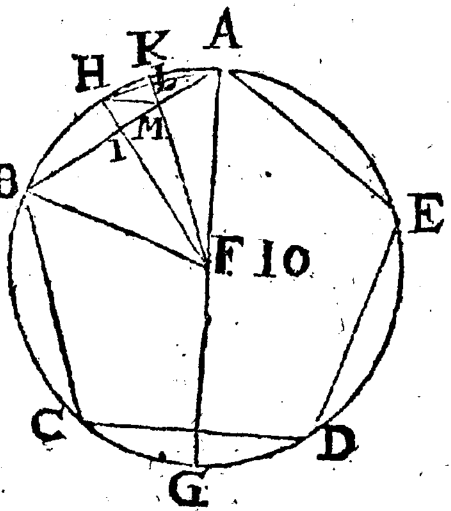


æquilateri, erit peripheria BCD quintupla peripheriæ CB: igitur CD quadrupla erit eiusdem CB. Vt *a* verò peripheria CD ad peripheriam CB; ita est angulus CED ad angulum CEB; Quadruplus est ergo angulus CED anguli BEC. Et quia *b* angulus EBC æqualis est angulo BCE, erit *c* angulus DEC duplus anguli ECB, cumque EC rectæ CA sit æqualis (vtraque enim est æqualis lateri hexagoni circulo BCD inscripti) *d* erit & angulus CEA angulo EAC æqualis: *e* duplus ergo est angulus BCE anguli CAE: sed anguli BCE duplus ostensus est angulus CED: quadruplus igitur est angulus CED anguli CAE. ostensus est autem & angulus CED quadruplus anguli CEB: æquales ergo sunt anguli CAE, BEC. Triangulorum autem ABE, ECB angulus EBC est communis; *f* erit ergo & reliquus AEB, reliquo ECB æqualis. Quare triangula ABE, CBE sunt æquiangula: *g* est ergo vt AB ad EB: ita EB ad CB. Est verò BE ipsi AC æqualis: igitur est vt AB ad AC; ita AC ad CB: Maior autem est AB, quam AC; *h* igitur & AC quam CB. Quocirca AB in C secta est proportionaliter, & portio maior est AC. Qnod demonstrare oportuit.

a *prop. 33. 6.*
b *prop. 5. 1.*
c *prop. 30. 3.*
d *prop. 5. 1.*
e *prop. 32. 1.*
f *prop. 32. 1.*
g *prop. 4. 6.*
h *prop. 14. 5*

Propositio 10.

Si circulo pentagonum æquilaterum inscribatur, latus pentagoni poterit, & latus hexagoni, & latus decagoni, eidem circulo inscriptorum.



ESto circul⁹ ABCDE, cui pentagonem æquilaterum ABCDE inscribatr. Dico latus pẽtagoni posse & hexagoni, & decagoni lat⁹ eidem circulo inscriptorũ. Accepto enim centro F ducãtur AFG, FB, & ex F ad AB perpendicularis FI, quę producatur in H, iunganturque AH, HB, rursusq; ab F ad AH agatur perpendicularis FL, quæ in K producatur, iungaturq; HM. Et quia peripheria ABCG æqualis est peripheriæ
a prop. 28. 3 AEDG, *a* quarũ ABC æqualis est AED: est igitur & reliqua CG, reliquæ DG æqualis. Est autem CD pentagoni; CG ergo Decagoni erit. Et quia AF, FB *b* æqua-
b def. 15. 1. les sunt, & perpendicularis FI, *c* erit angu-
c prop. 3. 3. d prop. 26. 3 lus AFH angulo HFB æqualis, *d* ideoq;
&

& peripheria A H peripheriæ H B. quare peripheria A B dupla erit peripheriæ HB: igitur A H latus est decagoni. Eadem ratione AH peripheria ipsius AK dupla est. Quia ergo peripheria A B peripheriæ HB dupla est; peripheria verò C D peripheriæ A B æqualis; erit & CD peripheria dupla peripheriæ H B. Est verò & C D peripheria dupla peripheriæ C G: peripheriæ ergo CG, BH æquales sunt: sed BH ipsius HK dupla est, quod & A H. Igitur & C G ipsius HK est dupla. Est autem peripheria CB peripheriæ AB æqualis: ergo tota BG peripheria, peripheriæ BK dupla est: *e* vnde & angulus G F B, anguli B F K duplus erit. Est *f* verò & angul' GFB duplus anguli FAB, & *g* sunt FAB, ABF æquales: est *h* igitur & B F M angulus, angulo FAB æqualis. Triangulorum autem AFB, BFM communis est angulus ABF: erit igitur & reliquus AFB reliquo BMF ęqualis. Quare triangula ABF, BFM sunt ęquiangula. *i* Ergo est vt A B ad B F; ita F B ad B M: *k* rectangulũ ergo rectis A B, BM contentum æquale est quadrato ipsius FB. Rursus *l* quoniã AL, LH æquales sunt; cõmunis, & ad angulos rectos LM; *m* erunt & bases HM, MA ęquales. *n* Vnde & anguli LHM, LAM æquales erunt: sed *o* angulus LAM,

e *prop. 27. 3*
f *prop. 20. 3*
g *prop. 5. 1.*
h *ax. 7. 1.*
i *prop. 4. 6.*
k *prop. 17. 6.*
l *prop. 3. 3.*
m *pro. 47. 1*
n *prop. 8. 1.*
o *prop. 27. 1*

angu-

angulo H B M est æqualis: erunt igitur & L H M, H B M æquales, & est duorum triangulorum B A H, H A M angulus B A M communis: erit igitur & reliquus A H B reliquo H M A æqualis. Triangula igitur A H B, H A M sunt æquiangula. *p* Quare

p prop.4.6. est, vt B A ad A H; ita A H ad A M. Rectan-

q prop.17.6 gulum ergo *q* rectis A B, A M contentum, æquale est quadrato rectæ A H. Ostensum est autem & rectangulum rectarum

r prop.2.2. A B, B M æquale esse quadrato rectæ B F; ergo rectangulum linearum A B, B M, cum rectangulo linearum A B, A M (*r* quę sunt ęqualia quadrato toti' A B) est æquale quadratis ipsarum B F, A H; & est A B latus pentagoni; F B hexagoni; A H decagoni: igitur latus pentagoni potest & latus hexagoni, & latus decagoni eidem circulo inscriptorum, quod erat demonstrandum.

ERRATA.

Pag. 14. v. 13. GF. l. DF. p. 20. v. 1. EG, GF, l. ED, DF. p. 33. prop. 22. ex lin. A. fiat C, & ex C fiat A. p. 48. v. 3. l. ACDB. p. 58. in fig. ponatur inter K. L lit. M. p. 63 in fig. inter D, E ponatur L. p. 66. v. vlt. l. DO. p. 75. in fig. inter D & F, pone M. p. 101. v. 9. l. CEF. p. 113. v. 4. l. cadat & sit. p. 142. v. 5. l. GA. p. 184. v. 3. l. Quare. p. 192. v. vlt. l. C. p. 208. v. 7. l. MP. p. 264. in fig. ABC pro C pone G. p. 191. & 192. in fig. deest litera Ψ, sed quid gnomon sit lector facile intelliget; deest quoque litera O inter M & X ponenda. p. 304. in fig. deest linea BH.