EVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRICORVM LIBRI SEX PRIORES

Noua interpretatione in vsum studiosæ iuuentutis in lucem dati.

A

IOANNE LANZ SOCIETATIS IESV.

ANNO M.DC.XVII.

Cum facultate Superiorum.

INGOLSTADII,

Ex Typographeo Ederiano apud Elisabetham Angermariam, viduam.

INTERPRES CANDIDO LECTORI.

DVas Matheſeos alas eſſe, rectè ſcripſit Plato, Geometriam & Arithmeticam. hac poſteriore cùm vtcunque inſtructa iam ſtudioſa iuuentus videretur, ſupererat, vt eadem & priore inſtrueretur. Itaq; cùm de habenda aliqua Geometricorum elementorum Epitome cogitationem ſuſcepiſſem, nihilq; melius ipſo ſummo Geometra Euclide in mentem veniſſet; cœpi ſolicitus & mecum ipſe, & cum alijs quoq; cõmunicato cõſilio deliberare, quemnã potiſſimum ex tanta interpretum turma, quamq; adeo in vniuerſum rationem Euclidis publicandi deligerẽ. Mens vna fuit omnium, iuuentutem nimia libri mole nõ eſſe grauandam. Recidenda ergo neceſſario fuerant primùm ſcholia & commentationes alienæ, quibus pleriq; dum ingenio ſuo indulgent maximè, minimè nobis Eu-

clidem ipsum repræsentarunt. Tum deinde, quoniã vix aliqua apparebat tam religiosa interpretatio, quæ nõ ab Autore, si sua lingua loquentẽ audias, licentius subinde recederet; optimum factũ videbatur si in Latinũ sermonem de integro cõuerteretur. Ad eam ego prouinciã postquam aggressus fui, illud antiquissimæ curæ habui, vt quamlibet simplici dictione, genuinã demonstrationem sententiam ex Græco prorsus exprimerẽ, sed pro instituta breuitate verbis sic appensis, vt longiorẽ alicubi circumductionẽ paullo breuiori gyro colligerem. Posteriores tamen libri quinti propositiones, quoniam in Euclide desiderantur, fraudi nõ erit earũ loco Pappi Alexandrini ex Commentariis Federici Commandini substituisse. Quin ad difficiliores etiã definitiones breuiculas notas eo consilio apposui, ne in ipso statim limine aut hærere Lector, aut aliunde subsidium petere cogeretur. Deniq; nonam & decimã propositionẽ libri decimitertij idcirco adieci, vt si quis Triangulorũ Canonem, hoc est, Tabulas Sinuum, Tangentiũ & Secantiũ, aut cõdere, aut conditas a Typographorum nõ infrequentibus mendis vindicare cuperet, id libelli huius auxilio posset. Vale Lector, & his laboribus nostris ad Dei gloriã vtere. Ingolst. 29. Decemb. Anno Christi M. DC. XVI.

ELE-

ELEMENTORUM EUCLIDIS LIBRI SEX PRIORES EX GRÆCO fonte translati.

EUCLIDIS ELEMENTUM PRIMUM.

Definitiones.

Punctum est, cuius pars nulla.

2 Linea, longitudo latitudinis expers.

3 Lineæ termini sunt puncta.

4

4 Recta linea est, quæ ex æquali suis interijcitur punctis.

5.7.

5 Superfices est, quæ longitudinem & latitudinem tantum habet.

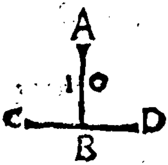
6 Superficici termini sunt lineæ.

7 Plana superficies est, quæ ex æquali inter suas lineas iacet.

8 Planus angulus est, duarum linearum in plano se mutuo tangentium, & non in directum iacentium alterius ad alteram inclinatio.

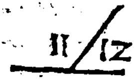
In directum iacere dicuntur duæ lineæ, quando ex illis fit vna linea.

9 Si lineæ angulum continentes, rectæ fuerint, rectilineus angulus dicitur.



10 Si recta linea super rectam consistens, eos, qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum. Et insistens recta, perpendicularis dicitur eius, cui insistit.

Linea AB consistens super C D dicitur perpendicularis. Anguli A B C, A B D dicuntur recti, dicuntur quoq; anguli deinceps.



11 Obtusus angulus est, qui maior est recto.

12 Acutus, qui recto minor est.

13 Terminus est, quod alicuius est finis.

14 Figura est, quæ sub aliquo, aut aliquibus terminis continetur.

Circulus continetur sub vna linea circulari.

15 Cir-

ELEMENTORVM EVCLIDIS LIBRI SEX PRIORES EX GRÆCO fonte translati.

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

Definitiones.

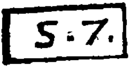
Punctum est, cuius pars nulla.

2 Linea, longitudo latitudinis expers.

3 Lineæ termini sunt puncta.

4

4 Recta linea est, quæ ex æquali suis interijcitur punctis.



5 Superfices est, quæ longitudinem & latitudinem tantum habet.

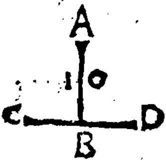
6 Superficiei termini sunt lineæ.

7 Plana superficies est, quæ ex æquali inter suas lineas iacet.

8 Planus angulus est, duarum linearum in plano se mutuo tangentium, & non in directum iacentium alterius ad alteram inclinatio.

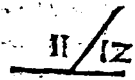
In directum iacere dicuntur duæ lineæ, quando ex illis fit vna linea.

9 Si lineæ angulum continentes, rectæ fuerint, recti lineus angulus dicitur.



10 Si recta linea super rectam consistens, eos, qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum. Et insistens recta, perpendicularis dicitur eius, cui insistit.

Linea AB consistens super C D dicitur perpendicularis. Anguli A B C, A B D dicuntur recti, dicuntur quoq; anguli deinceps.



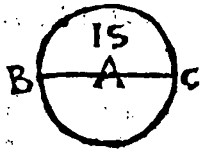
11 Obtusus angulus est, qui maior est recto.

12 Acutus, qui recto minor est.

13 Terminus est, quod alicuius est finis.

14 Figura est, quæ sub aliquo, aut aliquibus terminis continetur.

Circulus continetur sub vna linea circulari.



15 Circulus eſt figura plana, ſub vna linea cõtenta, quæ peripheria dicitur, ad quam omnes lineæ ab vno puncto eorum, quæ intra figuram ſunt cadentes, æquales ſunt.

16 Punctum autem illud centrum circuli dicitur. *nimirum A*

17 Diametrus circuli, eſt quædam recta linea per centrum acta, & ad vtramq; partem peripheriæ circuli terminata; quæ & circulum bifariam ſecat. *nempè linea B* C

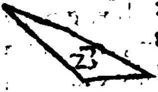
18 Semicirculus eſt figura à diametro, & intercepta circuli peripheria contenta.

19 Segmentum circuli eſt, quod à recta linea, & peripheria circuli continetur.

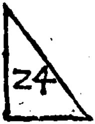
20 Rectilineæ figuræ ſunt, quæ rectis lineis continentur. Trilateræ, quæ tribus; quadrilateræ, quæ quatuor; multilateræ, quæ pluribus quàm quatuor lineis rectis continentur.

21 Trilaterarum figurarum, æquilaterum triangulũ eſt, quod tria latera habet æqualia.

22 Isosceles, quod duo tantùm æqualia habet latera.



23 Scalenum, quod omnia tria inæqualia habet latera.

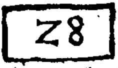


24 Trilaterarum præterea figurarum rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

25 Obtusangulum, quod obtusum. *vt est figura 23.*

26 Acutangulum, quod tres acutos habet angulos, *vt sunt figuræ 21. & 22.*

27 Quadrilaterarum figurarũ, Quadratum est, quod æquilaterum & æquiangulum est.



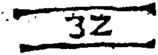
28 Altera parte longior figura est; quæ æquiangula quidẽ, at non æquilatera est.

29 Rhombus, quæ æquilatera, ęquiangula verò non est.

30 Rhomboides, quę opposita, & latera, & angulos æqualia habet; at neque æquilatera est, neque æquiang[illegible].

31 Reli-

31 Reliqua ab his quadrilatera, vocentur trapezia.



32 Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem plano existentes, & vtrinq; in infinitum eiectæ, in neutram partem coincidunt.

Postulata.

Postuletur à quouis puncto ad quoduis rectam lineam ducere.

Et rectam lineam terminatam in continuum, & directum producere.

Et quouis centro & interuallo circulum describere.

Communes sententiæ seu axiomata.

1 Quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia.

2 Et, si æqualibus æqualia adduntur, tota sunt æqualia.

3 Et, si ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua sunt æqualia.

4 Et, si inęqualibus ęqualia addantur, tota sunt inæqualia.

5 Et, si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua sunt inæqualia.

6 Et, quæ eiusdem sunt dupla, inter se sunt æqualia.

7 Et, quæ eiusdem sunt dimidia, inter se sunt æqualia.

8. Et, quæ sibi inuicem congruunt, inter se sunt æqualia,

9 Et, totum est maius sua parte.

10 Et, omnes anguli recti inter se sunt æquales.

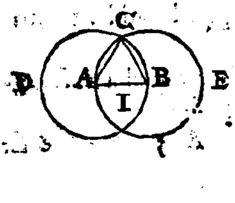
11 Et, si in duas rectas lineas recta incidens angulos interiores, & ad easdem partes, duobus rectis minores fecerit, coincident duæ illæ lineæ in infinitum protractæ versus illam partem, ad quam sunt duo anguli duobus rectis minores.

12. Et, duæ rectæ spacium non concludunt.

Propositiones.

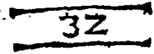
Propositio I. Problema I.

Super data recta linea terminata triangulum æquilaterum constituere.



Sit data recta AB, super qua oporteat triangulum æquilaterum constituere

31 Reliqua ab his quadrilatera, vocentur trapezia.



32 Parallelæ rectæ lineæ ſunt, quæ in eodem plano exiſtentes, & vtrinq; in infinitum eiectæ, in neutram partem coincidunt.

Poſtulata.

Poſtuletur à quouis puncto ad quoduis rectam lineam ducere.

Et rectam lineam terminatam in continuum, & directum producere.

Et quouis centro & interuallo circulum deſcribere.

Communes ſententiæ ſeu axiomata.

1 Quæ eidem ſunt æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.

2 Et, ſi æqualibus æqualia adduntur, tota ſunt æqualia.

3 Et, ſi ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua ſunt æqualia.

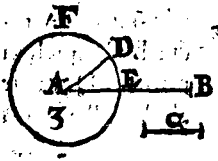
4 Et, ſi inęqualibus ęqualia addantur, tota ſunt inæqualia.

5 Et, ſi ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua ſunt inæqualia.

a prop.1.1. B, super a eaq; constituatur triangulum
b post.2. æquilaterum D A B, b productis in dire-
c post.3. ctum ipsis D A, D B in E, & F. c Centro
B, interuallo B C describatur circulus
d post.3. C G H. Rursus d centro D, interuallo
D G describatur circulus G K L. Quoniam ergo B centrum est circuli C G H,
e def.15. e erit ipsi B C æqualis B G. Rursus cum D
f def.15. sit centrum circuli G K L, f erit D L æ-
g prop.1. qualis ipsi D G: g quarum pars D A est æ-
h ax.3. qualis parti D B; h reliqua ergo A L æ-
i ax.1. qualis erit reliquæ B G. Ostensa est autem & B C æqualis ipsi B G: vtraque ergo A L, B C æqualis est ipsi B G. i Quæ autem eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia: ergo A L æqualis est ipsi B C. Quare ad punctum datum A, datæ rectæ B C æqualis est posita, A L. Quod facere oportuit.

Propos. 3. Probl. 3.

Datis duabus inæqualibus rectis lineis, à maiore minori æqualem abscindere.



Sint datæ rectæ inæquales A B, & C; quarũ maior sit A B; à qua, minori C æqualem abscindere opor-

fuere. a Centro A; interuallo A B descri- a Post.3.
batur circulus B C D. Rursus b centro B, b Post.3.
interuallo B A describatur circulus A C E:
& ex C, vbi se circuli secant ad A, B pun-
cta, c ducantur rectæ C A, C B. Quoniam c Post.1.
A centrum est circuli B C D, d erit A C æ- d def.15.
qualis ipsi A B. Rursus, quia B centrum
est circuli C A E, e erit & B C æqualis ipsi e def.15.
B A: demonstrata est autem & C A æqua-
lis ipsi A B: vtraque ergo C A, C B æqualis
est ipsi A B: f quę autē eidem sunt ęqualia, f ax.1.
& inter se sunt æqualia: igitur C A æqualis
est C B: tres ergo CA, A B, B C sunt æqua-
les. Quare triangulum A B C est æquilate-
rum, & super recta A B constitutū. Quod
facere oportuit.

Propos.2. Problema 2.

Ad datum punctum data recta lineæ æqualem rectam ponere.

SInt data, punctum A, recta B C, & oporteat ad pūctum A rectæ B C æqualem ponere. Ducatur ab A ad B recta A B, su-

& basis B C, basi E F sit æqualis, & triangulum A B C, triangulo D E F, & reliqui anguli reliquis, vterque vtrique, quibus æqualia latera subtenduntur, nẽpe A B C ipsi D E F; & A C B ipsi D F E. Si enim triangulum ABC triangulo D E F * congruat, & A super D ponatur, a congruet A B recta rectæ D E, & B ipsi E, quod A B sit æqualis D E. Congruente igitur A B ipsi D E, congruet & A C ipsi D F, quod angulus B A C angulo E D F sit æqualis: ideo & C ipsi F congruet, quod & A C æqualis sit ipsi G F. Sed & B ipsi E congruebat. Quare & basis B C basi E F congruet. Si enim congruente B ipsi E, & C ipsi F, basis B C basi E F non congruat, continebunt duæ rectæ spacium; b quod fieri nequit. Congruet ergo basis B C basi E F, & æqualis illi erit; adeoque totum triangulum A B C toti triangulo D E F cõgruet, c eiq; æquale erit; congruent ergo & reliqui anguli reliquis, eritque A B C angulus angulo, DEF, & A C B ipsi D F E æqualis.

* superponatur.

a ax. 8.

b ax. 12.

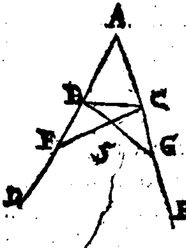
c ax. 8.

Si ergo duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, &c.

Pro-

Propos. 5. Theor. 2.

Isoscelium triangulorum anguli ad basim sunt æquales: & productis æqualibus rectis, erunt & anguli infra basim æquales.



SIt triangulū ABC, habens latus AB, lateri AC æquale. Producantur in directum AB, AC rectæ in D, & E. Dico angulū ABC, angulo ACB; & CBD, ipsi BCE æqualem esse. Accipiatur in BD quoduis punctum F; & *a* auferatur à maiori AE, minori AF a prop. 3. 1.
æqualis AG: *b* ducanturq; rectæ FC, GB. b post. 1.
& cum AF, ipsi AG; & AB æqualis sit ipsi AC; erunt duæ FA, AC, duabus GA, AB æquales, altera alteri, continentque angulum communem FAG: *c* erit igitur basis c prop. 4. 1.
FC basi GB æqualis, & triangulum AFC triangulo AGB, & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur; nempe ACF ipsi ABG, & AFC ipsi AGB. Et quia tota AF toti AG æqualis est, quarum AB est æqualis ipsi AC; *d* erit

d ax.3. d erit & reliqua B F, reliquæ C G æqualis. Ostensa autem est & F C æqualis ipsi G B. Cum ergo duæ B F, F C duabus C G, G B æquales sint altera alteri: & angulus B F G angulo C G B æqualis, & basis B C communis, e prop.4.1. e erit triangulum B F C triangulo C G B æquale, & reliqui anguli reliquis alter alteri, quibus æqualia latera subtẽduntur: ergo & angulus F B C angulo G C B, & B C F ipsi C B G æqualis erit. Et quia totus A B G toti A C F ostensus est æqualis, & C B G ipsi B C F; erit ergo & reliquus, A B C reliquo A C B æqualis: & sunt ad basim trianguli A B C; ostensus est autem F B C angulus, angulo G C B æqualis, & sunt sub basi. Isoscelium igitur triangulorum anguli ad basim æquales sunt, & productis æqualibus lateribus, [illegible] anguli infra basim. Quod demonstrare oportuit.

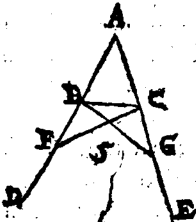
Propos.6. Theor.3.

Si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera æquales angulos subtendentia, æqualia.

Sit triangulum A B C habens angulum A B C, angulo A C B æqualem. dico & latera

Propos. 5. Theor. 2.

Isoscelium triangulorum anguli ad basim sunt æquales: & productis æqualibus rectis, erunt & anguli infra basim æquales.



Sit triangulũ ABC, habens latus AB, lateri AC æquale. Producantur in directum AB, AC rectæ in D & E. Dico angulũ ABC, angulo ACB; & CBD, ipsi BCE æqualem esse. Accipiatur in BD quoduis punctum F; & *a* auferatur à maiori AE, minori AF *a prop. 3. 1.*
æqualis AG: *b* ducanturq; rectæ FC, GB. *b post. 1.*
& cum AF, ipsi AG; & AB æqualis sit ipsi AC; erunt duæ FA, AC, duabus GA, AB æquales, altera alteri, continentque angu- *c prop. 4. 1.*
lum communem FAG: *c* erit igitur basis FC basi GB æqualis, & triangulum AFC triangulo AGB, & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur; nempe ACF ipsi ABG, & AFC ipsi AGB. Et quia tota AF toti AG æqualis est, quarum AB est æqualis ipsi AC;

derit

d ax.3. d erit & reliqua B F, reliquæ C G æqualis. Ostensa autem est & F C æqualis ipsi G B. Cum ergo duæ B F, F C duabus C G, G B æquales sint altera alteri: & angulus B F G angulo C G B æqualis, & basis B C communis, e erit triangulum B F C triangulo C G B æquale, & reliqui anguli reliquis alter alteri, quibus æqualia latera subtēduntur: ergo & angulus F B C angulo G C B, & B C F ipsi C B G æqualis erit. Et quia totus A B G toti A C F ostensus est æqualis, & C B G ipsi B C F; erit ergo & reliquus, A B C reliquo A C B æqualis: & sunt ad basim trianguli A B C; ostensus est autem F B C angulus, angulo G C B æqualis, & sunt sub basi. Isoscelium igitur triangulorum anguli ad basim æquales [illegible] & productis æqualibus lateribus [illegible] anguli infra basim. Quod demonstrare oportuit.

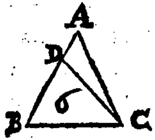
e prop.4.1.

Propos. 6. Theor. 3.

Si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera æquales angulos subtendentia, æqualia.

SIt triangulum A B C habens angulum A B C, angulo A C B æqualem. dico & latera

latera A B, A C æqualia esse. Si enim sunt inæqualia, erit alterũ maius, sit maius A B. *a* Auferatur à maiore A B, minori A C æqualis D B, ducaturq́; D C. *a prop. 3. 1.*



Cum ergo D B, A C æquales sint, communis verò B C; erunt duæ D B, B C, duabus A C, C B æquales, altera alteri, & angulus D B C æqualis angulo A C B: *b* igitur & basis D C, basi A B erit æqualis, & triangulum ABC, triangulo D B C, minus maiori, *c* quod est absurdum; nõ igitur inæqualis est A B, ipsi A C: ergo ęqualis. Quare si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera, æquales angulos subtendentia, æqualia. quod demonstrare oportuit. *b prop. 4. 1.* *c ax. 9.*

Propos. 7. Theor. 4.

Super eadem recta linea, duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales altera alteri, non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdemq́; cum primò ductis terminos habentes.

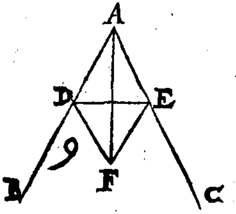
SI enim fieri potest constituatur super eadem recta linea A B, duabus rectis

B AC,

E D,DF,non congruant,ſed aliò cadant, b prop.7.1. vt ſunt EG,GF,*b* conſtituētur ſuper eadē recta duabus rectis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum, ad eaſdem partes, eoſdem terminos habentes. At non conſtituuntur. Non ergo congruente baſi B C, baſi E F, nō congruent B A, AC latera ipſis E D, DF: congruent ergo. quare & angulus B A C angulo E D F congruet, eique æqualis erit. Si ergo duo triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, habuerint verò & baſim baſi æqualem, habebūt quoq; angulum æqualibus lateribus contentum, angulo ęqualem. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 9. Probl. 5.

Datum angulum rectilineum bifariam ſecare.

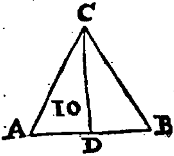


SIt datus angulus rectilineus B A C, quem oporteat bifariam ſecare. Accipiatur quoduis pūctum D. Atque a prop.3.1. *a* ex AC ipſi AD æqualis auferatur A E: & ſuper

ſuper ductam D E, *b* conſtituatur trian- *b prop.1.1.*
gulũ ęquilaterum D E F, & iungatur A F.
Dico angulum B A C rectâ A F bifariam
ſecari. Cum enim A D, A E æquales ſint,
communis A F; erunt duæ D A, A F, dua-
bus E A, A F æquales, altera alteri, eſt verò
& *baſis* D F baſi E F ęqualis: *c* ergo & an- *c prop.8.1.*
gulus D A F, angulo E AF æqualis erit.
Datus ergo angulus rectilineus B A C à
recta A F bifariam ſecatur. Quod facere
oportuit.

Propoſ.7.Probl.5.

Datam rectam finitam bifariam ſecare.



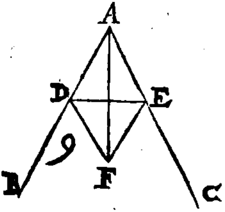
SIt data recta finita A B,
quã oporteat bifariam
ſecare, Conſtituatur ſuper
illa triangulum ęquilaterũ
ABC, *a* & ſecetur angulus *a prop.9.1.*
A C B bifariam rectâ C D. Dico rectam
A B, in D bifariam eſſe ſectam. Cum enim
A C, C B æquales ſint cõmunis C D: erunt
duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales,
altera alteri, & angul⁹ ACD angulo BCD
æqualis: *b* igitur & baſis A D æqualis eſt *b prop. 4.1.*
baſi B D. data ergo recta finita A B in D
ſecta eſt bifariam, quod faciendum erat.

E D, D F, non congruant, sed aliò cadant, vt sunt E G, G F, *b* constituẽtur super eadẽ recta duabus rectis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem terminos habentes. At non constituuntur. Non ergo congruente basi B C, basi E F, nõ congruent B A, A C latera ipsis E D, D F: congruent ergo. quare & angulus B A C angulo E D F congruet, eique æqualis erit. Si ergo duo triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, habuerint verò & basim basi æqualem, habebũt quoq; angulum æqualibus lateribus contentum, angulo ęqualem. Quod oportuit demonstrare.

b *prop. 7. 1.*

Propos. 9. Probl. 5.

Datum angulum rectilineum bifariam secare.



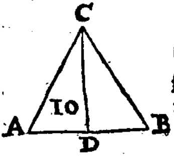
Sit datus angulus rectilineus B A C, quem oporteat bifariam secare. Accipiatur quoduis pũctum D. Atque *a* ex A C ipsi A D æqualis auferatur A E: & super

a *prop. 3. 1.*

ſuper ductam D E, *b* conſtituatur triangulũ ęquilaterum D E F,& iungatur A F. Dico angulum B A C rectâ A F bifariam ſecari. Cum enim A D, A E æquales ſint, communis A F;erunt duæ D A, A F,duabus E A, A F æquales,altera alteri,eſt verò & baſis D F baſi E F ęqualis: *c* ergo & angulus D A F, angulo E AF æqualis erit. Datus ergo angulus rectilineus B A C à recta A F bifariam ſecatur. Quod facere oportuit. *b prop.1.1.* *c prop.8.1.*

Propoſ.7.Probl.5.

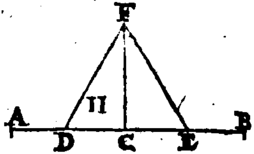
Datam rectam finitam bifariam ſecare.



SIt data recta finita A B, quã oporteat bifariam ſecare. Conſtituatur ſuper illa triangulum ęquilaterũ ABC, *a* & ſecetur angulus A C B bifariam rectâ C D. Dico rectam A B,in D bifariam eſſe ſectam. Cum enim AC,C B æquales ſint cõmunis C D:erunt duæ A C, C D,duabus B C, C D æquales, altera alteri,& angul⁹ ACD angulo BCD æqualis: *b* igitur & baſis A D æqualis eſt baſi B D. data ergo recta finita A B in D ſecta eſt bifariam,quod faciendum erat. *a prop.9.1.* *b prop. 4.1.*

Propoſ. 11. Probl. 6.

Datæ rectæ lineæ ex puncto in illa dato lineam rectam ad angulos rectos ducere.



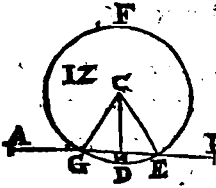
SIT data recta AB, datum in illa punctum C, oporteatq́; ex C, ipſi A B rectam lineam ad angulos rectos ducere. Accipiatur in A C quodvis punctum D, & *a* ponatur ipſi C D æqualis C E, *b* cōſtituaturque ſuper E D triangulum æquilaterum F D E, & ducatur F C. Dico ad punctum C datæ rectę A B ad angulos rectos eſſe ductam F C. Cum enim D C, C E ſint ęquales, F C communis; erunt duæ D C, C F, duabus E C, C F æquales, altera alteri: ſed & baſis D F, æqualis eſt baſi E F: erit *c* ergo & angulus DCF æqualis angulo ECF; & ſunt deinceps. *d* Quando autem recta ſuper rectam conſiſtens, eos qui deinceps ſunt angulos, æquales fecerit, rectus eſt vterq; æqualium angulorum: recti igitur ſunt anguli DCF, FCE. Quare datę rectę, ex pũcto in illa dato, ducta eſt ad angulos rectos, recta F C. quod facere oportuit.

a prop. 3. 1.
b prop. 1. 1.
c prop. 8. 1.
d def. 10.

Pro-

Propos. 12. Probl. 7.

Ad datam infinitam, à puncto dato extra illam perpendicularem rectam ducere.



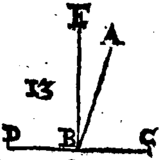
SIt data recta infinita AB, punctũ extra illam C. & oporteat ad rectam datam A B ex puncto C, quod in illa non est, perpendicularem rectam ducere. Accipiatur ad alteras partes rectę AB, quoduis punctũ D, & *a* centro C interuallo C D circulus E F G describatur, *b* diuidaturque E G in H bifariam, ductis rectis C G, C H, C E. Dico quod ad datam infinitam A B, à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta sit C H. Cum enim G H, H E sint æquales, H C communis: erunt duæ G H, H C, duabus E H, H C æquales, altera alteri; *c* sed & basi C G, basis C E, est æqualis; erit *d* ergo & angulus C H G angulo E H C æqualis, & sunt deinceps: *e* quando autem recta super rectã consistens, eos qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum, & insistens linea; perpendicularis dicitur eius,

a *post. 3.*
b *prop. 10. 1*
c *def. 15.*
d *prop. 8. 1.*
e *def. 10.*

cui insistit. Quare ad datam rectam infinitam AB à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta est, CH. quod facere oportebat.

Propos. 13. Theor. 6.

Quando linea recta super rectam consistens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.



13

Recta enim quædam AB, super rectã CD consistens, angulos faciat CBA, ABD, dico illos, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales esse. Si enim CBA ipsi ABD, est æqualis, duo a recti sunt. Si non: ducatur à puncto B ipsi CD ad angulos rectos, BE: b ergo CBE, EBD duo recti sunt. Et quia CBE duobus CBA, ABE, æqualis est, si apponatur cõmunis EBD. erunt duo CBE, EBD, tribus CBA, ABE, EBD æquales. Rursus cũ angulus DBA, duobus DBE, EBA æqualis sit, si addatur cõmunis ABC; erũt duo DBA, ABC tribus DBE. EBA, ABC æquales. Osten-

a def. 10.

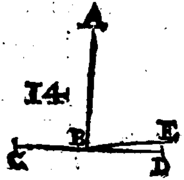
b def. 10.

Ostensum est autem & duos CBE, EBD ijsdem tribus, æquales esse. *c* Quæ autem eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia; duo igitur CBE, EBD æquales sunt duobus DBA, ABC: sed CBE, EBD recti sunt: igitur DBA, ABC duobus rectis æquales. Si igitur recta super rectã consistens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales facit. Quod oportuit demonstrare. *c ax. 1.*

Propositio 14. Theor. 7.

Si ad rectam aliquam lineam, atque ad punctum in illa datum, duæ rectæ non ad easdem partes ductæ angulos, qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illæ lineæ.

AD rectam AB, & ad punctum in illa datum B, duæ rectæ BC, BD non ad easdem partes positæ, faciant angulos deinceps ABC, ABD, duobus rectis æquales. Dico BD ipsi CB in directum esse.



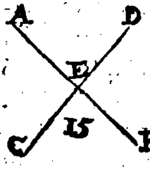
Quod si BD ipsi BC nõ sit in directum, sit BE. Cum igitur recta AB rectæ CBE insistat, *a* erũt anguli ABC, ABE *a prop. 13.*

duobus rectis æquales. Sunt verò & A B C, A B D duobus rectis æquales: anguli igitur C B A, A B E sunt angulis C B A, A B D, æquales. Communis A B C auferatur: *b* reliquus ergo A B E, reliquo A B D est æqualis, minor maiori, *c* quod fieri nequit. Non ergo B E in directum est ipsi B C. Similiter ostendemus nullam aliam esse, præter B D: in directum ergo est B D, ipsi C B. Si ergo ad rectam, & ad punctum in ea, datum duæ rectæ non ad easdem partes positæ, angulos qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illę duæ lineæ. quod demonstrare oportuit.

b ax. 3.
c ax. 3.

Propositio 15. Theor. 8.

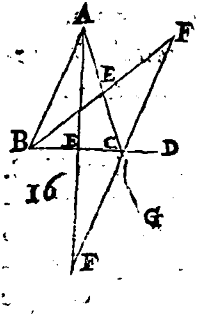
Si duæ rectæ se inuicem secuerint, angulos ad verticem æquales facient.



Rectæ A B, C D, secent se in E puncto. Dico quod tam angulus A E C, angulo D E B, quam C E B angulo A E D æqualis sit. Cum enim recta A E rectę C D insistat, faciés angulos C E A, A E D: *a* erunt aerunt ipsi duobus rectis æquales. Rursus cum recta DE rectæ AB insistat, faciens angulos AED, DEB, *b* erunt & ipsi duobus rectis æquales. Ostensi autem sunt & CEA, AED duobus rectis æquales: Quare duo CEA, AED, duobus AED, DEB æquales sunt. auferatur communis AED: ergo reliquus CEA, reliquo BED æqualis est. Pariter ostẽdetur CEB, DEA æquales esse. Si ergo duæ rectæ se inuicem secuerint, facient angulos, qui ad verticem sunt æquales. Quod demonstrare oportuit. a prop. 13. 1. b prop. 13. 1.

Propositio 16. Theor. 9.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus vtrolibet interno & opposito maior est.



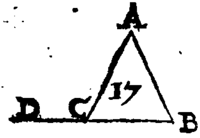
Sit triangulũ ABC, & vnum ipsius latus BC in D producatur. Dico angulum externum ACD maiorem esse internis & oppositis CBA, BAC. *a* Bisecetur AC in E, & ducta BE producatur in F, sit- a prop. 10. 1.

F, sitque ipsi B E æqualis E F, iungatur C F, & producatur A C in G. Et quia A E, ipsi E C est æqualis; erunt duæ A E, E B, duabus C E, E F æquales, altera alteri; & angulus A E B, angulo F E C est *b* æqualis, sunt enim ad verticem: *c* igitur & basis A B, basi F C æqualis erit, & triangulum A B E triangulo F E C; adeoque & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quos æqualia subtendunt latera: Erit igitur & angulus B A E angulo E C F æqualis; est *d* autem E C D maior, quam E C F: Ergo & A C D maior est quam B A E. Pari modo secto B C latere bifariam demonstrabitur angulus B C G, hoc est, A C D maior esse angulo A B C. Omnis ergo trianguli vno latere producto externus angulus vtrouis interno, & opposito maior est, quod oportuit demonstrare.

b prop. 15. 1.
c prop. 4. 1.
d ax. 9.

Propositio 17. Theor. 10.

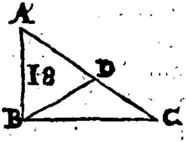
Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt, quomodocunque sumpti.



SIt triangulum ABC. Dico duos eius angulos minores esse duobus rectis quomodocunque quocunque sumptos. Producatur BC in D. Et quia trianguli ABC angulus ACD externus, *a* maior est interno & opposito ABC. Si communis apponatur ACB: erunt ACD, ACB anguli, maiores ABC, BCA angulis: Sed ACD, ACB *b* duobus rectis sunt æquales: Ergo ABC, BCA minores. Similiter ostendemus tam BAC, ACB, quam CAB, ABC duobus rectis esse minores. Omnis ergo trianguli duo anguli quicunque duobus rectis sunt minores, quod oportuit demonstrare. a prop. 16. 1. b prop. 13. 1.

Propositio 18. Theor. 11.

Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.



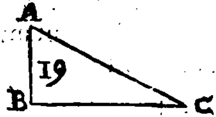
Sit triangulum ABC habēs latus AC maius latere AB. Dico & angulum ABC maiorem esse angulo BCA.

Quia enim AC maius est, quam AB; fiat AD ipsi AB æqualis: & ducatur BD. Et *a* quia trianguli BDC externus angulus ADB, maior est interno & opposito DCB, & *b* æqualis angulo ABD, quod latera AB, AD æqualia sint, maior ergo etiam a prop. 16. 1. b prop. 5. 1.

etiam est A B D quam A C B: multo ergo maior erit totus A B C, quam A C B. Omnis ergo trianguli maius latus, maiorem angulum subtendit.

Propositio 19. Theor. 12.

Omnis trianguli maior angulus maiori lateri subtenditur.



Sit triangulũ ABC habens angulum ABC maiorem angulo B C A: dico & latus A C maius esse latere AB. Si non: erit A C ipsi AB aut æquale, aut minus. Non æquale. Si enim æquale, *a* esset & angulus A B C angulo A C B æqualis: at non est: ergo A C æquale non est ipsi A B. Non minus: nam si A C minus esset quam AB, esset *b* & angulus A B C minor angulo A C B; at non est: non ergo A C minus est ipso AB. Ostensum autem est, quod nec æquale: ergo maius. Omnis ergo trianguli maiori angulo maius latus subtenditur.

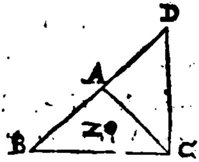
a prop. 5.1.

b prop. 18.1.

Pro-

Propositio 20. Theor. 13.

Omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt quomodocumque sumpta.



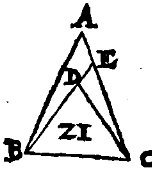
SIt triangulũ ABC. dico duo latera BA, AC, maiora esse reliquo BC; & AB, BC reliquo AC; & BC, CA reliquo AB. Producatur enim BA in D; sitque recta DA ipsi CA æqualis, & iungatur DC. Cum ergo DA ipsi AC sit æqualis, erit & angulus ADC, angulo ACD æqualis. Sed a BCD angulus maior est angulo ACD; maior ergo etiam est BCD, ipso ADC. Et cum DCB sit triangulum habens angulum BCD maiorem angulo ADC, b maiorem autem angulum maius latus subtendat; erit DB maius ipso BC: æquale autem est DB ipsis AB, AC; maiora ergo sunt BA, AC, quam BC. Omnis ergo trianguli duo latera reliquo maiora sunt, quomodocunque sumpta.

a ax. 8.
b prop. 19. 1

Pro-

Propositio 21. Theor. 14.

Si à terminis vnius lateris trianguli duæ rectæ intra constituantur, erunt hæ minores reliquis duobus trianguli lateribus, at maiorem angulum continebunt.



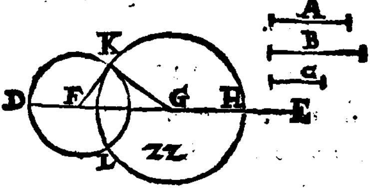
A terminis lateris BC trianguli ABC constituantur duæ rectæ BD, CD intra. Dico BD, DC reliquis trianguli lateribus BA, AC minores esse; at angulum BDC maiorem continere, angulo BAC. Ducatur enim BD in E. Et a prop. 20. 1. *a* quia omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt: erunt & trianguli ABE, latera AB, AE maiora BE latere. apponatur b ax. 4. communis EC, *b* eruntque BA, AC maiora ipsis BE, EC. Rursus trianguli c prop. 20. 1. CED latera CE, ED *c* maiora sunt latere CD, communis apponatur DB; eruntque CE, EB maiora ipsis CD, DB: Sed BA, AC maiora ostensa sunt ipsis BE, EC; multo ergo AB, AC maiora erunt d prop. 16. 1. ipsis BD, DC. Rursus, quoniam *d* omnis trianguli externus angulus interno, & oppo-

opposito est maior; erit & trianguli C D E externus B D C, maior interno C E D. Eandem ob causam erit trianguli A B E, externus C E B, maior interno B A C: sed & B D C ostensus est maior, ipso C E B: multò ergo maior est B D C, quàm BAC. Quare si à terminis, &c. quod oportuit demonstrare.

Propositio 22. Probl. 8.

Ex tribus rectis, tribus datis rectis æqualibus, triangulum cōstituere. Oportet autem duas, reliquâ maiores esse quomodocumque sumptas. quod omnis trianguli duo latera reliquo maiora sint, quomodocunq; sumantur.

Sint tres rectæ, A, B, C, quarum duæ quomodocunq; sumptæ reliqua ma-



iores sint, vt A, B, quam C; A, C quam B; B, C quam A. Oporteat autem ex tribus,

tribus A, B, C, æqualibus triangulum cõstituere. Exposita sit recta quædam D E, terminata ad D, interminata ad E; sitq; *a* D F ipsi A. F G ipsi B; ipsi C æqualis facta G H. Describatur centro F, interuallo F D, circulus D K L: Centro verò G, interuallo G H, circulus K L H; iunganturque F K, K G. Dico ex tribus F K, K G, G F æqualibus tribus datis A, B, C triangulum F K G esse cõstitutum. Cum enim F centrum sit circuli D K L, *b* erit F D æqualis ipsi F K; sed F D est æqualis ipsi A; *c* ergo & F K, erit æqualis ipsi A. Rursus cũ G sit centrũ circuli LKH, *d* erit G H æqualis ipsi G K; sed G H æqualis est ipsi C: *e* erit ergo & G K æqualis ipsi C: Est verò & F G æqualis ipsi B. Tres ergo KF, FG, GK æquales sunt tribus datis A, B, C. Quare ex tribus K F, F G, G K, æqualibus tribus A, B, C triangulum est constitutũ. Quod facere oportuit.

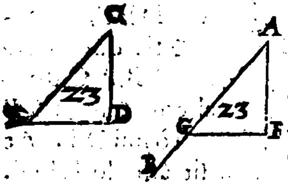
a prop. 3. 1.
b def. 15.
c ax. 1.
d def. 15.
e ax. 1.

Propositio 23. Probl. 9.

Ad datam rectam, datumq; in ea punctum dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineum constituere.

Sit

SIt data recta AB, datũq; in ea punctũ A, datus angulus rectilineus DCE. Oporteat autem ad punctum datum A, datæ rectæ AB, dato angulo rectilineo DCE æqualem angulum rectilineum constituere. Capiantur in vtraque CD, CE quælibet puncta D, E, & iungatur DE: *a* atq; ex tribus rectis, quæ æquales sint tribus CD, DE, EC, triangulum AFG constituatur: ita vt CD æqualis sit ipsi AF; CE ipsi AG; DE ipsi FG. Cum ergo duæ DC, CE æquales sint duabus FA, AG, altera alteri; sit verò & basis DE æqualis basi FG; *b* erit & angulus DCE æqualis angulo FAG. Quare ad datam rectam AB, datumque in ea punctum A, dato rectilineo angulo DCE, æqualis angulus rectilineus FAG est constitutus. Quod oportuit facere.



a prop. 22. 1.

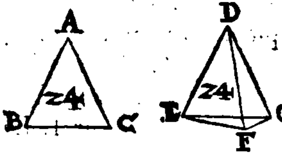
b prop. 8. 1.

Propositio 24. Theor. 15.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum al-

 teri,

teri; angulum vero angulo maiorem, qui æqualibus rectis lineis continetur, & basim basi maiorem habebunt.



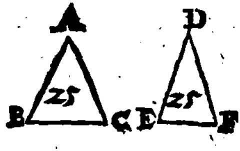
SInt triangula ABC, DEF, habentia duo latera AB, AC, duobus DE, DF æqualia, alterum alteri: AB quidem ipsi DE; AC verò ipsi DF. At angulus BAC maior sit angulo EDF. Dico & basim BC maiorem esse basi EF. Cum enim angulus BAC maior sit EDF angulo, *a* constituatur ad punctum D rectæ DE angulo BAC, æqualis EDG; sitque vtrique AC, DF æqualis DG, & iungantur GE, FG. Quia igitur AB ipsi DE, & AC ipsi DG æqualis est; erunt duæ BA, AC, duabus ED, DG æquales, altera alteri; estque & angulus BAC, angulo EDG æqualis: *b* erit igitur & basis BC, basi EG æqualis. Rursus quia DG ipsi DF est æqualis, & *c* angulus DFG angulo DGF; *d* erit angulus DFG maior angulo EGF: multo ergo maior erit EFG, ipso EGF. Et quia EFG triangulum

a prop.23.1
b prop.4.1.
c prop.5.1.
d ax.9.

gulum est, habens angulum E F G maiorem angulo E G F (e maiori autem angulo maius latus subtenditur) erit & latus E G maius latere E F: æquale autem est E G ipsi B C: maius ergo est & B C, ipso E F. Si ergo duo triangula, &c. quod oportuit demonstrare. e prop. 19. 1.

Propositio 25. Theor. 16.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & basim basi maiorem, & angulum angulo, qui æqualibus lateribus continetur, maiorem habebunt.



Sint duo triangula A B C, D E F, duo latera A B, A C, duobus D E, D F habẽtia æqualia, alterum alteri, A B ipsi D E, & A C ipsi D F: Basim verò B C maiorem basi E F. Dico & angulum B A C angulo E D F maiorem esse. Si non, aut æqualis est, aut minor. Nõ æqualis; Nam si angulo B A C, angulus E D F æqualis esset, a esset & basis B C, basi E F æqualis; at non est; non ergo an- a prop. 4. 1.

 gulus

gulus BAC angulo EDF est æqualis. Sed
b prop.24.1 neque minor: nam si minor esset, b esset & basis BC minor basi EF: at non est: non ergo angulus BAC minor est angulo EDF. Demonstratum est autem, quod nec æqualis: maior ergo erit. Si ergo duo triangula, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 26. Theor. 17.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri, & vnum latus vni lateri æquale, seu quod æqualibus angulis adiacet; seu quod vni æqualium angulorum subtenditur; & reliqua latera reliquis lateribus, alterum alteri; & reliquum angulum reliquo angulo, æqualem habebunt.

SINT duo triangula ABC, DEF, duos angulos ABC, BCA, duobus DEF, EFD æquales habentia, alterum alteri, ABC quidem ipsi DEF, & BCA ipsi EFD: habeant verò & vnum latus vni lateri æquale, le. Et primo quod æqualibus angulis adiacet, nempe B C ipsi E F. Dico quod & reliqua latera, reliquis æqualia habeant, alterum alteri, A B ipsi D E. A C ipsi DF, & reliquum angulum B A C reliquo E D F. Quod si AB, DE inæqualia sint; vnum erit maius. Sit maius A B: *a* fiatq; ipsi D E æqualis G B linea, & ducatur G C. Cum igitur tam BG, DE; quã E F, B C æquales sint; erunt duæ BG, B C, duabus D E, E F æquales, altera alteri; & angulus GBC angulo DEF æqualis: *b* erit ergo & basis G C basi DF æqualis, & triangulũ G C B triangulo D E F æquale, reliquique anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur. Quare angulus G C B æqualis erit angulo DFE: sed & D F E ponitur æqualis ipsi B C A; erit ergo B C G æqualis ipsi B C A, minor maiori, quod fieri nequit: nõ ergo AB, DE inæquales sunt: ergo æquales. Est verò & B C ipsi E F æqualis: duæ ergo AB, BC æquales sunt duobus DE, EF, altera alteri, & angulus ABC angulo DEF: *c* ergo & basis A C basi D F, & reliquus angulus B A C reliquo E D F æqualis erit. Rursus sint latera æquales angulos subtendentia, AB, DE æqualia, dico & reliqua latera, reliquis lateribus, vt A C,

a prop. 3. 1.
b prop. 4. 1.
c prop. 4. 1.

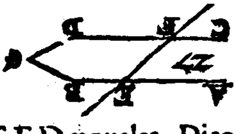
DF, & BC, EF, reliquumque angulum BAC, reliquo EDF, æqualem esse. Si enim BC, EF sunt inæqualia; erit vnum maius; sit, si fieri potest, maius BC, & *d* fiat ipsi EF æqualis BH, iungaturq; AH. Et quia BH ipsi EF; & AB ipsi DE æqualis est: erunt duæ AB, BH, duabus DE, EF æquales, altera alteri, continentq; angulos æquales: *e* basis ergo AH, basi DF est æqualis, & triangulum ABH triangulo DEF, reliquiq; anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Est igitur angulus BHA ęqualis angulo EFD: sed EFD æqualis est angulo BCA: erit ergo & BHA æqualis ipsi BCA. Trianguli ergo AHC externus angulus BHA æqualis est interno & opposito BCA, *f* quod fieri nequit: igitur BC, EF inæquales nõ sunt; æquales ergo. Cum verò & AB, DE sint æquales: erunt duæ AB, BC duabus DE, EF æquales altera alteri, æqualesque angulos continent: *g* ergo & basis AC basi DF æqualis est, & triangulum ABC triangulo DEF, & reliquus angulus BAC, reliquo EDF. Si ergo duo, &c. Quod demonstrare opor-portuit.

d prop. 3. 1. *e prop. 4. 1.* *f prop. 16. 1.* *g prop. 4. 1.*

Pro-

Propos. 27. Theor. 18.

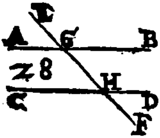
Si in duas rectas lineas recta incidens angulos alternos æquales fecerit, parallelæ erunt illæ lineæ.



In duas rectas AB, CD incidens recta EF faciat angulos alternos AEF, EFD æquales. Dico AB, CD parallelas esse. Si non; productæ concurrent, aut versus partes B, D; aut versus A, C: producantur, & concurrant versus partes B, D in G.
a Est itaque trianguli GEF angulus ex- *a prop. 16. 1.*
ternus AEF maior interno, & opposito
EFG; sed * & æqualis; quod fieri nequit: ** ex hypo-*
non ergo AB, CD productæ concur- *thesi.*
runt versus partes B, D. Pari ratione demonstratur, quod neque ad partes A, C:
b quæ autem in neutram partem concur- *b def. 32.*
runt, parallelæ sunt: parallelæ ergo sunt AB, CD: Si igitur, &c, quod oportuit demonstrare.

Propos. 28. Theor. 19.

Si in duas rectas lineas recta incidens, angulum externum interno, & opposito, & ad easdem partes, æqualẽ fecerit: vel internos, & ad easdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt illæ lineæ.



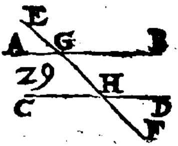
IN duas rectas A B, C D incidens recta E F, externum angulum E G B, interno, & opposito G H D æqualem faciat: aut internos, & ad easdem partes B G H. G H D duobus rectis æquales. Dico A B, C D parallelas esse. Cum enim E G B angulus, * æqualis sit, & angulo G H D, *a* & angulo A G H; *b* erit & A G H æqualis ipsi G H D. *c* & sunt alterni: parallelæ ergo sunt A B, C D. Rursus cum B G H, G H D duobus rectis sint æquales; *d* sint autem & A G H, B G H duobus rectis æquales: erunt A G H, B G H ipsis B G H, G H D æquales: communis B G H auferatur: *e* erit igitur reliquus AGH, reliquo G H D æqualis: *f* & sunt alterni: sunt ergo AB, C D parallelæ. Si ergo in duas rectas, &c. Quod demonstrare oportuit.

** ex hypothesi.*
a prop 15.1.
b ax.1.
c prop.27.1.
d prop.13.1.
e ax.3.
f prop.27.1.

Pro-

Propos. 29. Theor. 20.

Recta in parallelas rectas incidens æquales facit angulos alternos: & externum interno & opposito, & ad easdem partes æqualem: & internos & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.



In parallelas rectas AB, CD recta EF incidat. Dico quod & alternos angulos AGH, GHD æquales faciat; & externum EGB interno, & opposito, & ad easdem partes GHD æqualem; & internos, & ad easdem partes BGH, GHD duobus rectis æquales. Si enim AGH, GHD inæquales sunt, vnus illorum AGH sit maior: & quia AGH maior est quam GHD, communis addatur BGH. Hi ergo AGH, BGH maiores sunt his BGH, GHD; *a* sed AGH, BGH duobus re- *a prop 13.1.*
ctis sunt æquales: ergo BGH, GHD duobus rectis minores erunt. *b* Quæ au- *b ax. 11.*
tem à minoribus quam duobus rectis in infinitum producuntur lineæ rectæ, concurrunt: ergo AB, CD in infinitum producta

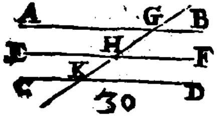
ductæ concurrunt: at non concurrunt; parallelæ enim sunt: ergo anguli A G H, G H D, non sunt inæquales: igitur æquales. Porrò *c* A G H angulus æqualis est angulo E G B: Ergo & E G B æqualis erit angulo G H D: communis apponatur B G H: ergo hi E G B, B G H, æquales sunt his B G H, G H D: *d* sed EGB, BGH sunt æquales duobus rectis: erunt ergo & B G H, G H D duobus rectis æquales. Recta ergo in parallelas, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop.15.1.

d prop.13.1.

Propos. 30. Theor. 21.

Quæ eidem rectæ sunt parallelæ, & inter se sunt parallelæ.



30

SIt vtraq; ipsarum A B, C D ipsi E F parallela. Dico & A B, C D esse parallelas. Incidat enim in ipsas recta G K. Et quia in rectas parallelas A B, E F recta G K incidit; *a* erit angulus A G H, angulo G H F æqualis. Rursus, quia in parallelas rectas E F, C D cadit recta G K, *b* erit & angulus G H F æqualis angulo G K D; ostensus est autem & angulus A G K angulo G H F æqua-

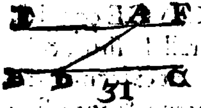
a prop.27.1.

b prop.28.1

æqualis: *c* ergo & angulus A G K æqualis erit angulo G K D: & sunt alterni: *d* ergo A B, C D sunt parallelæ. Ergo quæ eidem, &c. Quod oportuit demonstrare. *c ax.1.* *d prop.28.1.*

Propos. 31. Probl. 10.

Per datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam ducere.

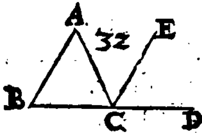


EX dato puncto A, Datæ rectæ B C. oporteat parallelam ducere. Accipiatur in B C quoduis punctum D, iunganturque A, D. *a* & constituatur ad A punctum rectæ D A angulo A D C æqualis D A E, ducaturq; ipsi A E in directum A F. *b* Quia ergo in duas rectas B C, E F recta A D incidens angulos alternos, E A D, A D C, æquales facit, erunt B C, E F parallelæ. Per datum ergo punctum, &c. quod facere oportuit. *a prop.23.1.* *b prop.27.1.*

Propos. 32. Theor. 22.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus, duobus internis, & oppositis est æqualis; & tres interni duobus rectis sunt æquales.

SIt triangulum A B C, & vnum eius latus B C producatur in D. Dico angulum



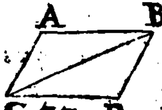
lum externum A C D æqualem esse duobus internis, & oppositis C A B, A B C; & tres internos A B C, B C A, C A B duobus rectis æquales. *a* Ducatur per C ipsi A B recta parallela C E. Quia ergo in A B, C E parallelas cadit A C; *b* erunt anguli alterni B A C, A C E æquales. Rursus quia A B, C E parallelæ sunt, & in ipsas cadit recta B D, *c* erit externus angulus E C D, æqualis interno, & opposito A B C: ostensus est autem & A C E æqualis B A C. Totus ergo A C D æqualis est duobus internis, & oppositis B A C, A B C. Apponatur communis A C B: & erunt A C D, A C B æquales tribus A B C, B C A, C A B: *d* sed A C D, A C B æquales sunt duobus rectis: ergo & A C B, C B A, C A B æquales sunt duobus rectis. Omnis ergo trianguli, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 31. 1.
b prop. 27. 1.
c prop. 28. 1.
d prop. 31. 1.

Propos. 33. Theor. 23.

Lineæ rectæ, quæ æquales & parallelas lineas ad easdem partes coniungunt, & ipsæ æquales sunt, & parallelæ.

SInt æquales & parallelę A B, C D. easq; ad easdem partes coniungant rectæ A C,



BAC, BD. Dico & ipsas AC, BD parallelos & æquales esse. Ducatur enim BC. Quoniam AB, CD parallelæ sunt, & in ipsas incidit *B C*; *a* erunt anguli alterni A B C, BC*D* æquales. Et quia AB, CD æquales sunt; communis addatur B C; erunt duæ *A B*, B C, duabus B C, C D æquales, estq; angulus A B C angulo B C D æqualis. *b* Quare & basis A C, basi B D æqualis erit, & triangulum A B C triangulo BCD; & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. *Est ergo angulus* A C *B* angulo C B *D* æqualis. Et quia in duas rectas AC, B D incidens recta B C, facit angulos alternos ACB, C B D æquales; *c* erunt AC, B D parallelæ: ostensæ autem sunt & æquales. Ergo lineæ rectæ, quæ æquales, &c. Quod oportuit demonstrare.

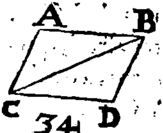
a prop. 27. 1.
b prop. 4. 1.
c prop. 27. 1.

Pro-

Propos. 34. Theor. 24.

Parallelogrammorum spaciorum, quæ ex aduerso & latera, & anguli, sunt inter se æqualia, eaque diametrus bisecat.

ESto parallelogrammum A C D B diametrus B C. Dico parallelogrammi A C D B, quæ ex aduerso, latera & angulos, æqualia esse; eaq; diametrum B C bifariam secare. Cum enim A B, C D parallelæ sint, & in ipsas incidat



34.

a prop. 27. 1. B C; *a* erunt anguli alterni ABC, BCD æquales. Rursus cum A C, B D sint parallelę, & b prop. 27. 1. in illas incidat B C, *b* erũt & anguli alterni A C B, C B D æquales. Duo ergo triangula A B C, C B D habent duos angulos A B C, B C A, duobus B C D, C B D æquales, alterum alteri, & vnum latus, vni lateri, quod adiacet angulis æqualibus, vtrique commune B C. c prop. 26. 1. *c* Quare & reliqua latera reliquis, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo, æqualem habebunt. æquale ergo est latus AB lateri CD; & A C, ipsi B D; & angulus BAC angulo B D C.

Et

Et cum tã anguli A B C,BCD,quã CBD, A C B æquales sint: *d* erit & totus A B D, toti A C D æqualis. ostensus est autem & B A C æqualis B D C: Parallelogrammorum ergo spaciorum quæ ex aduerso, & latera, & anguli, inter se æqualia sunt. Dico & diametrum illa bifariam secare. Cum enim A B,C D equales,& B C communis sit;erunt duo latera AB,BC,duobus CD, B C æqualia, alterum alteri; & angulus A B C æqualis angulo B C D: *e* erit ergo & basis A C basi D B æqualis; & triangulum A B C triangulo B C D. Diametrus ergo B C, parallelogrammum A B C D bifariam secat. Quod oportuit demonstrare.

d ax.8.

e prop.4.1.

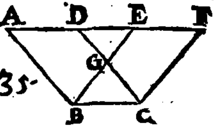
Propos.35.Theor.25.

Parallelogramma in eadem basi; & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto parallelogrãma A B C D,EBFC in basi BC,& in parallelis AF in BC cõstituta. Dico A B C D equale esse ipsi E B F C. Cum enim A B C D parallelogrammum sit; *a* erunt B C, A D, æquales: eandem ob causam E F, B C æquales erant: *b* vnde & AD ipsi E F equalis erit; & communis

a prop.34.1

b ax.1.



35.

munis est D E: *e* ergo tota A E, toti D F æqualis est. Est *d* verò & A B ipsi D C æqualis:

c ax. 2.
d prop. 34. 1

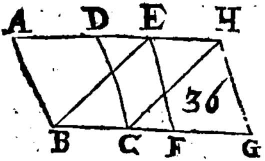
duę ergo E A, A B, duab' F D, D C æquales sunt, altera alteri; sed & *e* angulus, F D C, angulo E A B æqualis est, externus interno: *f* quare & basis E B basi F C æqualis erit; & triangulum E A B triangulo F D C. Commune D G E auferatur; & erit *g* reliquum trapezion A B G D, reliquo E G F C æquale. Apponatur communis G B C triangulus: *h* totum ergo A B C D parallelogrammum, toti E B F C æquale erit: ergo parallelográma in eadem basi, &c. Quod oportuit demonstrare.

e prop. 29. 1
f prop. 4. 1.
g ax. 3.
h ax. 2.

Propos. 36. Theor. 26.

Parallelogramma in æqualibus basibus, & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto parallelogramma A B C D, E F G H super æqualibus basib', B C, F G; & in iisdem parallelis A H, G B constituta. Dico illa ęsse æqualia iungantur enim B E, C H. Quia enim B C, F G, æquales sunt:



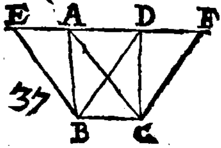
sunt; estque F G qualis ipsi E H; *a* erit & B C ipsi E H æqualis: *b* sunt verò & parallelæ, coniunguntque ipsas rectæ B E, C H. *c* Quæ autem æquales, & parallelas ad easdem partes coniungunt, ęquales, & parallelæ sunt: Quare E B, C H æquales, & parallelę sunt: *d* ergo E B C H est parallelogrãmum; estque æquale ipsi A B C D, quippe eandem cum illo basim B C habens; & in iisdem parallelis B C, A H constitutum. Eandem ob causam E F G H eidẽ E B C H *e* est æquale. *e* Quare & A B C D parallelogrammum æquale est E F G H parallelogrammo. Ergo parallelogramma, &c. Quod demonstrare oportuit.

a ax. 1. *b prop. 33. 1.* *c prop. 33. 1.* *d prop. 35. 1.* *e ax. 1.*

Propos. 37. Theor. 27.

Triangula super eadem basi, & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D C B super eadem basi B C; & in iisdem parallelis A D, B C constituta. Dico triangulum A B C æquale esse triangulo D B C. Producatur A D vtrinq; ad E, & F; *a* & per B *a prop. 31. 1.*



ipſi CA. per C verò ipſi BD, parallelę ducãtur BE, CF. Vtrumq; ergo EBAC, DBCF parallelogrammũ eſt: *b* ſuntq; æqualia; quippe in eadem baſi BC; & in iiſdem parallelis BC, EF conſtituta. *c* Et eſt parallelogrammi EBCA, dimidium triangulum ABC; diametrus enim AB ipſum biſecat: Parallelogrammi verò DBCF, dimidium eſt triangulum DBC; nam diametrus DC ipſum biſecat. *d* Quæ autẽ æqualium ſunt dimidia, & ipſa ſunt æqualia. Triangula ergo ſuper eadem baſi, &c. quod oportuit demonſtrare.

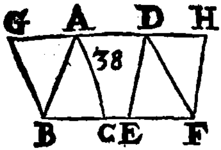
b prop. 35. 1
c prop. 34. 1
d ax. 7.

Propoſ. 38. Theor. 28.

Triangula ſuper æqualibus baſibus; & in iiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

SVnto triangula ABC, DEF ſuper æqualibus baſibus BC, EF; & in iiſdem parallelis BF, DA conſtituta. Dico illa eſſe æqualia. Producatur enim AD vtrinq; ad G & H. *a* Atq; per B, & F ducantur ipſis CA, DE parallelę BG, FH, eritq; vtrumq; GBCA,

a prop. 31. 1.



GBCA, DEFH parallelogrammũ, *b* Et sunt æqualia quippe super æqualibus basibus BC, EF, & in iisdem parallelis BF, GH constituta, *c* estque triangulum ABC dimidium parallelogrammi GBCA; ipsum enim diametrus AB bisecat; Et triangulum FED est dimidium parallelogrammi DEFH; *c* nam & ipsum diametrus FD bisecat. *d* Quæ autem æqualium sunt dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangulũ igitur ABC est æquale triangulo DEF. Quare triangula super æqualibus basibus, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 36. 1

c prop. 34. 1

c prop. 34. 1

d ax. 7.

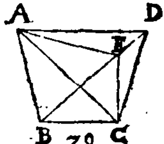
Propos. 39. Theor. 29.

Triangula æqualia super eadem basi, & ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.

SVnto triangula æqualia ABC, DBC super eadem basi BC constituta. Dico illa in iisdem esse parallelis. Ducta enim AD, dico illam esse parallelam ipsi BC. Si non. *a* Ducatur per A ipsi BC parallela AE: iuncta igitur EC, *b* erit triangulum

a prop. 31. 1.

b prop. 35. 1.



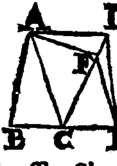
39

A B C æquale triangulo E B C; sunt enim super eadem basi B C, & in iisdem parallelis B C, A E. Sed triangulo A B C æquale ponitur triangulum D B C. *c* erit ergo D B C triangulum æquale ipsi E B C triangulo maius minori, quod fieri nequit: non ergo A E parallela est ipsi B C. pari modo demonstrabimus quod nulla alia præter A D. Sunt igitur A D, B C parallelæ. Quare triangula æqualia super eadem basi, &c. Quod oportuit demonstrare.

c ax.1.

Propos.40. Theor.30.

Aequalia triangula super æqualibus basibus, & ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.



40

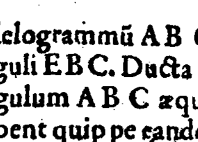
SVnto æqualia triangula ABC, CDE super æqualibus basibus B C, C E constituta. Dico illa in iisdem parallelis esse. Si non: *a* Ducatur per A ipsi B E parallela F A. iuncta ergo F E, *b* erit triangu-

a prop.31.1.
b prop.38.1.

angulum A B C æquale triangulo F C E. Sunt enim ſuper æqualibus baſibus B C, C E, & in iiſdem parallelis B E, A F. Sed triangulum A B C æquale etiam eſt triangulo D C E: *c* erit ergo & D C E ipſi FCE æquale, maius minori, quod fieri nequit: non ergo A F ipſi DE parallela eſt. Similiter oſtendemus, quod præter A D, nulla alia. A D ergo ipſi B E parallela eſt. Triangula ergo æqualia, &c. quod demonſtrare oportuit. *c ax.1.*

Propoſ.41.Theor.31.

Si parallelogrammum, & triangulum eandem habuerint baſim, ſintq́ in iiſdem parallelis, erit parallelogrammum duplum trianguli.

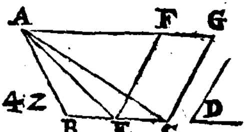


Sint parallelogrā-mum ABCD, & triangulum E B C ſuper eadē baſi BC; & in iiſdem parallelis BC, A E. dico parallelogrammū AB C D duplum eſſe trianguli E B C. Ducta enim A C, *a* erit triangulum A B C æquale triangulo E B C: habent quippe eandem baſim BC, & ſunt in iiſdem parallelis BC, A E. Sed parallelo- *a prop.37.1*

grammum A B C D duplum eſt trianguli
b prop.34.1 A B C; *b* diametrus enim A C ipſum biſe-
c ax.1. cat: *c* quare & trianguli EBC duplum erit.
Si igitur parallelogrammum & triangulum, &c. Quod demonſtrare oportuit.

Propoſ. 42. Probl. 11.

Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.



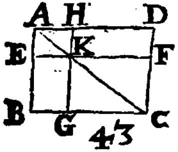
ESto datum triangulũ A B C: datus angulus rectiline' D. oporteat autem triangulo ABC æquale parallelogrammũ con-
a prop.10.1. ſtituere in dato angulo D. *a* Biſecetur BC
b prop.23.1 in E; iungatur A E; & *b* conſtituatur ad E
rectę EC angulo D ęqualis angulus CEF.
c prop.31. Atq; *c* per A quidē agatur ipſi E C parallela AG: per C verò ipſi E F parallela CG, eritq; F E C G parallelogrammũ. Et quia
d prop.37.1. B E, E C æquales ſunt, *d* erunt & triangula A B E, A E C æqualia; quippe ſuper æqualibus baſibus B E, E C, & in iiſdem parallelis B C, A G conſtituta: duplum ergo
e prop.41.1 eſt triangulum A B C trianguli A E C: ſed *e* parallelogrammum FECG duplum quoque eſt trianguli A E C. Sunt enim

ſuper

super eadem basi E C, & in ijsdem parallelis E C, A G; est ergo parallelogrammum F E C G æquale triangulo A B C; habetque angulum C E F æqualem dato angulo D. *D*ato ergo triangulo A B C æquale parallelogrammum F E C G constitutum est in angulo F E C, dato angulo D, æquali. Quod facere oportuit.

Propositio 43. Theor. 32.

Omnis parallelogrammi, eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum complementa sunt inter se æqualia.

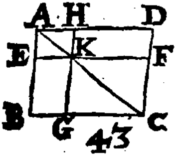


43

SIT parallelogrammũ A B C D, diametrus eius A C; circa A C parallelogramma sint E H, F G: & quæ dicuntur complementa B K, K D. Dico complementa B K, K D æqualia esse. quia enim A B C D parallelogrammum est, diametrus eius AC; fit *a* vt triangula ABC, ADC æqualia sint. Rursus quia E K H A parallelogrammum est, eius diametrus A K: *b* erunt triangula E A K, A H K æqualia. Eandem ob causam erunt æqualia trian-

a prop. 34. 1.

b prop. 34. 1.

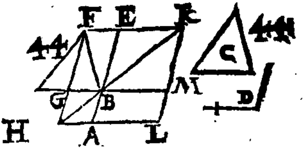


gula K F C,KGC. Cum igitur tã triangula A EK, A H K, quam KGC, K F C ſint æqualia; erunt & duo A EK,KGC, duobus A H K, K F C æqualia. Eſt verò & totum A B C, toti A D C æquale: igitur reliquo complemento K D, reliquum B K eſt æquale. Omnis igitur parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 44. Probl. 12.

Ad datam rectam lineam dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo recti lineo.

SIT data recta A B; datus triangulus C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem ad datam rectam A B dato tri-



angulo C æquale parallelogrammum applicare in angulo æquali angulo D. *a* Cõ- *a prop.42.1*
ſtituatur triangulo C æquale parallelogram-

grammum BEFG in angulo EBG æquali angulo D. & iaceat BE ipsi AB indirectum; producatur FG in H; *b* per A alterutri ipsarum BG, EF agatur parallela AH, & iungatur HB. Et quia in parallelas AH, EF recta HF incidit, *c* erunt anguli AHF, HFE duobus rectis æquales: *d* ergo BHG, GFE duobus rectis sunt minores: *e* quæ autem à minoribus angulis quam sint duo recti in infinitum producuntur, concurrunt: igitur HB, FE productæ concurrent; concurrant in K; *f* & per K ad alterutram ipsarum EA, FH ducatur parallela KL, productis HA, GB in L, M: erit igitur HLKF parallelogrāmum, diametrus eius HK: *g* parallelogramma circa HK, erunt AG. ME. Cōplementa LB, BF: *h* ergo LB ipsi BF æquale est: sed & C ipsi BF est æquale: *i* erit igitur & LB ipsi C æquale. Et *k* quia angulus GBE æqualis est angulo ABM; & GBE æqualis angulo D: *l* erit & ABM, ipsi D æqualis. Ad datam ergo rectam, &c. Quod facere oportuit.

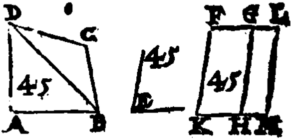
b *prop. 31. 1.*
c *prop. 29. 1.*
d *ax. 9.*
e *ax. 11.*
f *prop. 31. 1.*
g *prop. 43. 1.*
h *prop. 43. 1.*
i *ax. 1.*
k *prop. 15. 1.*
l *ax. 1.*

Pro-

Propositio 45. Probl. 13.

Dato rectilineo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

ESTO datum rectilineum A B C D: datus angulus rectilineus E. Oportcat



autem ipsi A B C D æquale parallelogrāmum in datā angulo E constituere. iungatur D B, & *a* constituatur triangulo ABD æquale parallelogrammum F H in angulo H K F æquali angulo E. Deinde *b* applicetur ad lineam G H parallelogrammum G M triangulo D B C æquale, in angulo G H M æquali angulo E. Et *c* quia angulus E vtrique H K F, G H M est æqualis; erunt & H K F, G H M æquales; addatur communis K H G: *d* ergo H K F, K H G æquales erunt his G H M, K H G: at hi *e* sunt æquales duobus rectis; ergo & illi. Quare ad punctum H rectæ G H positæ sunt duæ lineæ K H, H M non ad easdem partes, facientes angulos deinceps æquales

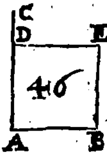
a prop. 42. 1.
b prop. 44. 1.
c per struct.
d ax. 2.
e prop. 29. 1.

les duobus rectis, *f* in directũ ergo erunt *f prop. 14. 1*
KH, HM. Et quia in parallelas KM, FG
recta incidit HG, *g* erunt anguli alterni *g prop. 27. 1*
MHG, HGF æquales: Cõmunis apponatur
HGL: *i* erunt ergo hi MHG, HGL, *i ax. 2.*
his *HG* F, HGL, æquales; *k* at illi sunt æ- *k prop. 29. 1*
quales duobus rectis: ergo & hi: *l* in dire- *l prop. 14. 1.*
ctum ergo est FG ipsi, GL. Et quia tam
KF, HG quã HG, ML æquales & paral-
lelæ sunt: *m* erunt & KF, ML æquales & *m prop. 30. 1.*
parallelæ: & coniungunt illas rectæ KM,
FL: *n* ergo & KM, FL æquales & paralle- *n prop. 33. 1.*
læ erunt. Parallelogrammum ergo est
KFLM. & cum triangulum ABD æquale
sit parallelogrammo HF; & triangulum
DBC parallelogrammo GM, erit totum
rectilineum ABCD toti KFLM æquale.
Dato ergo rectilineo ABCD æquale parallelogrammum
constituimus KFLM,
in angulo dato E. Quod facere oportebat.

Propositio 46. Probl. 14.

A data recta linea quadratum describere.

ESto data recta AB, à qua quadratum
describere oporteat. *a* Ducatur à pũ- *a prop. 11. 1.*
cto A rectæ AB ad angulos rectos AC; &
fiat



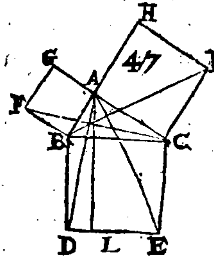
h prop.34.1 fiat *h* ipsi A B æqualis AD; *a* & à D ipsi A B agatur parallela
i per struct. DE: *i* per B verò ipsi A D ducatur parallela BE: est ergo A D E B parallelogrammum:
b prop.34.1 *b* vnde A B ipsi D E, & A D ipsi
c per struct. BE æqualis erit: *c* sed & AB æqualis est ipsi A D. Omnes ergo quatuor BA, AD, DE, BE sunt æquales; est ergo A D E B æquilaterum. dico quod & rectangulum. Cum enim recta AD in parallelas AB, DE
d prop.29.1 incidat, *d* erunt anguli B A D, A D E æ-
e per struct. quales duobus rectis. *e* rectus autem est
f prop.34.1. B A D: ergo & A D E. *f* Parallelogrammorum autem spaciorum anguli & latera, quæ ex aduerso, æqualia sunt; erit igitur vterq; A B E, B E D rectus: rectangulum igitur est A D E B. Ostensum autem est &
g Def.27. æquilaterum: *g* ergo est quadratum; & à recta A B descriptum. Quod oportebat facere.

Propositio 47. Theor. 34.

In rectangulis triangulis, quod à latere rectum angulũ subtendente describitur quadratum, æquale est illis, quæ à lateribus rectum cõprehendentibus describuntur quadratis.

Esto

ESto triangulum rectangulum A B C, rectum habens B A C. Dico quadratum à latere B C descriptum, æquale esse quadratis à lateribus B A, A C descriptis.



a describãtur à rectis B C, B A, A C quadrata B D C E; G B; H C; & *b* per A, vtriq; B D, C E agatur parallela A L. iunganturq; A D, F C. Et quia vterque angulorũ B A C, B A G rectus est, suntq; ad punctũ A lineæ A B duæ rectæ A C, A G positæ, facientes angulos deinceps duobus rectis æquales, *c* erit A G ipsi A C in directum. Eandem ob causam est A B ipsi A H in directum. Et quia angulus D B C æqualis est angulo F B A, quod vterque sit rectus, si apponatur communis A B C: *d* erit totus D B A, toti F B C æqualis. Cumque duæ D B, B A, duabus B C, B F æquales sint, altera alteri, & angulus D B A, angulo F B C æqualis; *e* erit & basis A D, basi F C æqualis, & triangulum A B D, triangulo F B C: *f* estque trianguli A B D parallelogrammum B L duplum; habent enim eandem

a *prop. 46. 1.*
b *prop. 31. 1.*
c *prop. 14. 1.*
d *ax. 2.*
e *prop. 4. 1.*
f *prop. 4. 1.*

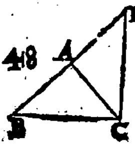
Basim

g prop. 41. 1 Basim BD, & sunt in ijsdem parallelis BD, A L. g Trianguli verò FBC duplum est quadratum GB; habent enim eandē basim FB, & sunt in ijsdem parallelis FB,
h ax. 1. GC; h quæ autem æqualium sunt dupla, æqualia inter se sunt: parallelogrammum ergo BL æquale est GB quadrato. Eodem modo iunctis AE, BK demonstrabitur CL æquale esse quadrato HC: Totum ergo quadratum DBEC æquale est duobus GB, HC quadratis: & est DBEC à BC; ipsa vero GB, HC à BA, AC, descripta: Quadratum ergo à BC descriptū æquale est quadratis à BA, AC descriptis. In rectangulis ergo Triangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 48. Theor. 35.

Si quadratum ab vno trianguli latere descriptum, æquale fuerit quadratis à reliquis lateribus descriptis angulus à reliquis lateribus contentus, rectus erit.

48



ESTO quadratū à latere BC trianguli ABC descriptum, æquale quadratis à lateribus BA, AC descriptis. Dico angulum

BAC

BAC rectum esse. a Ducatur enim ab A puncto lineæ AC ad angulos rectos recta AD, & sit b AD ipsi AB æqualis, iungaturque DC. Et quia DA, AB æquales sunt, erit & quadratum ab AD descriptum æquale quadrato ab AB descripto. apponatur commune quadratum ab AC descriptum: c erunt igitur quadrata ipsarũ DA, AC æqualia quadratis ipsarum BA, AC. Sed quadrata ipsarum DA, AC æqualia sunt quadrato ipsius DC. d angulus enim DAC rectus est. Quadratis autem ipsarum AB, AC ponitur æquale quadratum ipsius BC. quadrata ergo ipsarum DC, BC sunt æqualia: ergo & latera. Et cum AD, AB æquales sint, communis AC, igitur duæ DA, AC, duabus BA, AC sunt æquales, & basis DC basi BC: e erit ergo & angulus DAC angulo BAC æqualis: Est vero DAC rectus: ergo & BAC rectus erit. Si ergo quadratum, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 11. 1.
b prop. 3. 1.
c ax. 2.
d per constr.
e prop. 8. 1.

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

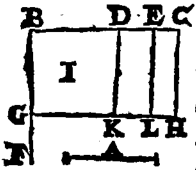
Definitiones.

1. Omne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur à duabus rectis lineis angulum rectum comprehendentibus. *Vt in propos. 1. parallelogrammum B H continetur à lineis B C, B G, quæ angulum rectum B continent.*
2. Parallelogrammi spacij vnum eorum, quæ circa diametrum sunt parallelogramnorum, cum duobus cōplementis gnomon vocetur. *Vt in propos. 5. figura C B F G H L contenta parallelogrammis D L, H F, & quadrato D Q.*

Pro-

Propositio 1. Theor. 1.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, quarum altera secetur in quotcunque partes, rectangulum ab ipsis contentum, æquale erit rectangulis ab insecta, & singulis sectæ partibus contentis.



Sint duæ rectæ. A, BC, quarum BC secetur vtcunq; in D, & E. Dico rectangulum lineis A, & BC contentum æquale esse rectangulis contentis A, BD; & A, DE; & A, EC. a Ducatur enim ex B ipsi BC ad angulos rectos BF, fiatq; b ipsi A æqualis BG; & c per G ipsi BC parallela ducatur GH; per D, E, C verò ipsi BG parallelæ ducantur DK, EL, CH. Est autem BH æquale ipsis BK, DL, EH. Nam BH est rectangulum ipsarum A, BC; Continetur enim ipsis BC, BG, & BG est ipsi A æqualis. BK, est rectangulum ipsarum A, BD; Continetur enim rectis GB, BD: siquidem GB ipsi A æqualis est. DL est rectangulum ipsarũ A, DE; nam & DK æqualis est ipsi A, & simi-

a prop. 11. 1.
b prop. 3. 1.
c prop. 31. 1.

liter E H est rectangulum ipsarum A, E C. Est ergo quod A, B C continetur æquale illis, quæ A, B D: A, D E; & A, E C continentur. Si ergo fuerint duæ rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 2. Theor. 2.

Si recta linea secetur vtcunq;, erunt rectangula, quæ toâ & partibus continentur, æqualia quadrato, quod fit à tota.

Recta AB secetur vtcunque in C. Dico rectangula ipsis A B, A C, & A B, B C contenta, æqualia esse, quadrato ipsi A B. *a* Describatur super A B quadratum ABDE, & ducatur per C ad vtramq; A D, B E parallela C F. *b* æquale ergo est A E ipsis A F, C E. Est autem A E quadratum ipsius A B, rectangulum ipsarū B A, A C est A F; Continetur enim ipsis A D, A C; & est A D ipsi AB æqualis. C E cõtinetur. AB, BC; Est autem BE ęqualis ipsi AB: Ergo quæ AB, AC; & AB, C B continentur æqualia sunt quadrato ipsius A B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportebat.

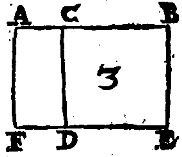
a prop. 46. 1

b *prop. 1. 2.*

Pro-

Propositio 3. Theor. 3.

Si recta linea vtcunque secetur, erit rectangulum totâ, & vna parte contentum, æquale rectangulo partibus contento, & quadrato à dicta parte descripto.



RECta A B sit vtcunq; secta in C. Dico rectangulũ A B, B C contentum, æquale esse, & rectangulo A C, C B; & quadrato B C cõtento. *a* Describatur enim à B C quadratum C D B E, producaturque E D in F; & *b* per A vtrique C D, B E parallela ducatur, A F: *c* Ergo A E æquale est, ipsis A D, C E. Estque A E rectangulum ipsis A B, B C contentum; continetur enim ipsis A B, B E, & *d* est B E ipsi B C æqualis. A D verò est rectangulum ipsarum A C, C B; est enim D C ipsi C B æqualis. D B, deniq; est quadratum ipsius C B. Rectangulũ ergo A B, B C contentum, æquale est A C, C B contento, vna cum quadrato ipsius C B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

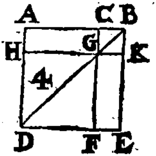
a *prop.* 46. 1
b *prop.* 31. 1
c *prop.* 1. 2.
d *def.* 27. 1.

Propositio 4. Theor. 4.

Si recta linea vtcunq; secetur, quadratum totius æquale erit & partium quadratis, & rectangulo bis partibus contento.

Recta AB secetur vtcunque in C. Dico quadratum ipsius A B æquale esse quadratis ipsarum AC, C B; & rectangulo bis A C, C B contento. *a* Constituatur enim super A B quadratum A D E B, ducaturque B D; ac *b* per C vtrique A D, E B ducatur parallela C F; per G verò vtrique A B, D E parallela H K. Et *c* quia C F, A D parallelæ sunt in ipsasq; incidit B D, *d* erit externus angulus B G C æqualis interno & opposito A D B: *e* sed ADB est æqualis ipsi CBD; quod & latus BA lateri AD sit æquale; erit igitur & C G B angulus, æqualis G B C angulo. *f* Quare & latus B C lateri C G æquale erit: *g* sed & C B ipsi G K, & C G ipsi K B est æquale; erit ergo & G K ipsi K B æquale: æquilaterum ergo est CGKB. Dico quod & rectangulum, Cum enim CG, B K parallelæ sint,

a prop. 46. 1.
b prop. 31. 1.
c per struct.
d prop. 29. 1.
e prop. 5. 1.
f prop. 6. 1.
g prop. 33. 1.



sint, in ipsasque incidat C B; erunt *h* anguli KBC, G C B æquales duobus rectis: *i* rectus autem est K B C; ergo & GCB rectus erit. *k* Quare & qui ex aduerso CGK, GKB recti erunt; rectangulũ igitur est CGKB. Demonstratum autem est, quod & æquilaterum: quadratum *l* ergo est; & est à CB descriptum. Eandem ob causam & H F quadratum est; & est ab H G descriptum, hoc est, ab A C. Sunt ergo quadrata H F, CK ab ipsis AC, CB descripta. Et quia AG ipsi GE *m* æquale est, estq; AG ꝗ A C, C B cõtinetur; sunt n. GC, C B æquales; erit & GE æquale AC, CB contento. Ergo A G, GE æqualia sunt bis AC, CB cõtento. Sunt autem & H F, C K quadrata ipsarum A C, BC: quatuor ergo H F, C K, A G, G E æqualia sunt, & quadratis ipsarum AC, CB; & rectangulo bis A C, C B contento. Sed H F, C K, A G, G E constituunt totum A D E B, quod est quadratum ipsius A B. Quadratum ergo ipsius A B æquale est quadratis ipsarum AC, CB, & rectangulo bis A C, C B contento. Si ergo, &c.

h prop. 29. 1.
i def. 27. 1.
k prop. 34. 1.
l def. 27. 1.
m prop. 43. 1.

Quod demonstrare oportuit.

Alia demonstratio.

Dico quadratum ipsius A B æquale esse quadratis partium A C, C B, & rectangulo bis A C, C B contento. In eadem
a prop. 5.1. figura, cum B A, A D sint æquales, *a* erunt
b prop. 32.1 & anguli A B D, A D B æquales. Et *b* cum omnis trianguli tres anguli ęquales sint duobus rectis; erunt & trianguli A B D tres A B D, A D B, B A D æquales duobus
c per struct. rectis. *c* & est B A D rectus: ergo reliqui A B D, A D B vni recto æquales; cumque
d per struct. sint æquales, erit vterq; semirectus. *d* re-
e per 29.1. ctus autẽ est B C G, est namq; æqualis angulo opposito ad A; reliquus ergo C G B
f prop. 32.1. semirectus est: *f* igitur æquales sunt C G B,
g prop. 6.1. C B G: *g* quare & latera B C, C G æqualia
h prop. 33.1. erunt: *h* sed C B æquale est ipsi K G, & C G
i per struct. ipsi B K: ergo C K est æquilaterũ; *i* cumq; habeat angulũ C B K rectũ: quadratũ erit C K, & quidem, quod fit ex C B. Eandẽ ob causam quadratũ est F H, estq; æquale illi, quod fit ex A C: sunt ergo C K, H F quadrata; æqualiaq; quadratis ipsarum A C,
k prop. 43.1 C B. Et *k* cum A G, E G æqualia sint, sitque A G id, quod A C, C B continetur, sunt enim C G, C B æquales: ergo E G æquale est contento A C, C B: igitur A G, G E æqualia sunt bis A C, C B

con-

contento. Sunt verò & CK, HF æqualia quadratis ipsarum AC, CB: Ergo CK, HF, AG, GE æqualia sunt quadratis ipsarum AC, CB; & bis AC, CB contento: sed CK, HF, AG, GE totum AE constituunt, quod est ipsius AB quadratum. Ergo quadratū ipsius AB æquale est quadratis ipsarum AC, CB, & rectangulo bis AC, CB contento. Quod oportuit demonstrare.

Corollarium.

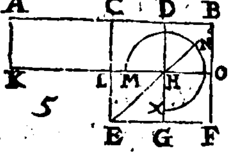
Ex his manifestum est in quadratis spaciis illa quæ circa diametrum sunt, quadrata esse.

Propos. 5. Theor. 5.

Si recta linea secetur in æqualia, & in inæqualia, erit rectangulum inæqualibus totius partibus contētum vna cum quadrato lineæ, quæ inter sectiones interiicitur æquale ei, quod à dimidia fit quadrato.

Recta AB *a* secetur in æqualia ad C; in inæqualia ad D. Dico contentū AD, DB rectangulum cum quadrato quod ex CD, æquale esse quadrato ipsius CB, *b* Describatur enim super BC quadratū CEFB; a *prop. 10. 1.* b *prop. 46. 1*

c prop. 46. 1 & ducatur BE; c atq; per D vtriq; CE, B F ducatur parallela D G: per H verò vtriq; C B, E F parallela K O. Rursusque per A vtriq; CL, BO parallela AK; & cum com-
d prop. 43. 1 plementa C H, H F d æqualia sint, si addatur commune D O; erit totum C O, toti D F ęquale. Sed C O ęquale est A L; quod & AC ipsi CB sit æqualis: erit igitur & A L ipsi D F æquale: si addatur cōmune C H; erit AH



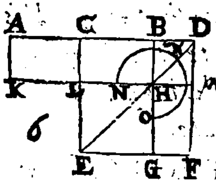
ipsis D F, D L æquale: sed A H, contento
e Coroll. 4. prop. 2. A D, D B est æquale; e est enim & D H ipsi DB ęqualis: FD, DL autem sunt gnomon
f ax. 1. M N X: f ergo gnomon M N X est æqualis A D, D B contento. Si L G commune, quod est æquale quadrato ex C D, addatur: erunt M N X gnomon, & L G æqualia contento A D, D B, & illi quod ex C D fit quadrato. Sed gnomon M N X, & L G sunt totum C E F B quadratum, quod est quadratum ex C B: ergo A D, D B contentum, cum quadrato quod fit ex C D, æquale est quadrato ipsius C B. Si ergo recta linea secetur, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro

Propos. 6. Theor. 6.

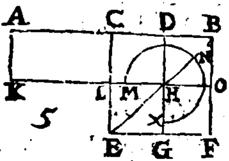
Si recta linea bisecetur, eiq; in directum quædam recta adiiciatur, erit rectangulum, quod fit ex tota composita, & adiecta, unà cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato quod fit ex dimidia & adiecta.

RECta A B bisecetur in C, adiiciaturq; ei quędam B D in directum. Dico rectangulum A D, D B contentum, cum quadrato rectæ C B, æquale esse quadrato quod fit ex C D. *a* Describatur enim super C D quadratum C E F D; ducaturq; *a prop. 46. 1*



D E. & *b* per B quidem vtriq; E C, D F parallela ducatur B G: per H verò vtrique A D, E F parallela K M. Item per A vtriq; C L, D M parallela A K. Cum igitur A C æqualis sit rectæ C B; erit & A L æquale ipsi C H: sed C H *c* æquale est ipsi H F: ergo & A L, ęquale est ipsi H F. Commune addatur C M: *d* totũ ergo A M gnomoni N X O erit æquale: sed A M est quod continetur A D, D B (est *e* enim D M æqua- *b prop. 31. 1.* *c prop. 43. 1* *d ax. 2.* *e def. 17.*

c prop. 46. 1 & ducatur BE; c atq; per D vtriq; CE, BF ducatur parallela DG: per H verò vtriq; CB, EF parallela KO. Rursusque per A vtriq; CL, BO parallela AK; & cum com-
d prop. 43. 1 plementa CH, HF d æqualia sint, si addatur commune DO; erit totum CO, toti DF ęquale. Sed CO ęquale est AL; quod & AC ipsi CB sit æqualis: erit igitur & AL ipsi DF æquale: si addatur cõmune CH; erit AH



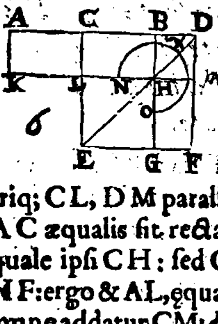
ipsis DF, DL æquale: sed AH, contento
e Coroll. 4. prop. 2. AD, DB est æquale; e est enim & DH ipsi DB ęqualis: FD, DL autem sunt gnomon
f ax. 1. MNX: f ergo gnomon MNX est æqualis AD, DB contento. Si LG commune, quod est æquale quadrato ex CD, addatur: erunt MNX gnomon, & LG æqualia contento AD, DB, & illi quod ex CD fit quadrato. Sed gnomon MNX, & LG sunt totum CEFB quadratum, quod est quadratum ex CB: ergo AD, DB contentum, cum quadrato quod fit ex CD, æquale est quadrato ipsius CB. Si ergo recta linea secetur, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro

Propos. 6. Theor. 6.

Si recta linea bisecetur, eiq; in directum quædam recta adiiciatur, erit rectangulum, quod fit ex tota composita, & adiecta, unà cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato quod fit ex dimidia & adiecta.

RECta A B bisecetur in C, adiiciaturq; ei quędam B D in directum. Dico rectangulum A D, D B contentum, cum quadrato rectæ C B, æquale esse quadrato
quod fit ex C D. *a* Describatur enim su- *a prop. 46. 1*
per C D quadratum C E F D; ducaturq;

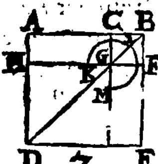


D E. & *b* per B qui- *b prop. 31. 1.*
gem vtriq; E C, D F parallela ducatũ B G: per H verò vtrique A D, E F parallela K M. Item per A vtriq; C L, D M parallela A K. Cum igitur A C æqualis sit rectæ C B; erit & A L æ-
quale ipsi C H: sed C H *c* æquale est ipsi *c prop. 43. 1*
H F: ergo & A L, ęquale est ipsi H F. Com-
mune addatur C M: *d* totũ ergo A M gno- *d ax. 2.*
moni N X O erit æquale: sed A M est quod
continetur A D, D B (est *e* enim D M æ- *e def. 17.*
qua-

qualis ipsi.D B):&gnomon N X O æqualis est A D, D B contento. Commune addatur L G, quod est æquale quadrato rectæ C B: ergo contentum A D, D B, cum quadrato ipsius B C, æquale est gnomoni N X O, & L G, Sed gnomon N X O, & L G sunt quadratum C E F D, quod est quadratum ipsius C D: ergo quod A D, D B cõtinetur, cũ quadrato ipsius B C, æquale est ipsius C D quadrato. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 7. Theor. 7.

Si recta linea secetur vtcumque, quod à tota, quodq́; ab vna partium fit, vtraque quadrata, æqualia sunt ei, quod bis à tota & dicta parte fit rectangulo, vna cum alterius partis quadrato.



Recta AB secetur vtcumque in C. Dico quadrata, quæ ex A B, C B fiunt, ęqualia esse bis A B, B C contento, & quadrato quod fit ex A C. *a* Describatur enim super A B quadratum A D E B, & figura * construatur.

a prop. 46. 1
** Vt in præcedentibus.*

Et

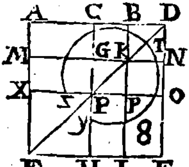
Et quia A G, G E æqualia sunt, si commune C F addatur, erunt tota A F, C E æqualia: vtraq; ergo A F, C E dupla sunt ipsius A F: sed A F, C E sunt gnomon K L M & C F quadratum: gnomon ergo K L M, & C F dupla sunt ipsius A F. Est vero eiusdem A F duplum bis A B, B C contẽtum; *b* sunt enim, B F, B C æquales. Gnomon b *def.27.* ergo K L M, & C F æquantur bis A B, B C contento. Commune addatur D G, quod est quadratũ ex A C: gnomon ergo KLM, & quadrata B G, G D æquantur bis A B, B C contento, & quadrato quod ex A C. Sed gnomon KLM, & quadrata BG, GD sunt totum A D E B, & C F; quæ sunt ex A B, B C quadrata. Quadrata ergo ex AB, B C æquantur bis A B, B C contento, & quadrato ex A C: si ergo, recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 8. Theor. 8.

Si recta linea secetur vtcumq;, rectangulum quater totâ, & vna parte contentum, cum quadrato alterius partis, æquale est quadrato à tota & dicta parte, tanquam ab vna linea descripto.

Recta

RECta A B sit secta vtcumque in C. Dico rectangulum quater AB, BC contentum, cum eo, quod fit ex A C quadrato æquale esse quadrato, quod fit ex AB, B C, tanquam ex vna linea. Producatur enim A B in directum, & sit B D æqualis
a prop. 46.1 C B; & a super A D constituatur quadratum A E F D, & dupla figura construatur. Quia igitur C B ipsis B D; G K; B D verò



ipsi K N æqualis est; erunt & G K, K N æquales. Ob eandem causam, erunt P R, R O æquales. Cumque tam B C, B D; quam G K, K N æquales sint; b erũt etiam
b prop. 36.1 tam C K, K D: quam G R, R N æqualia: sed C K, R N c sunt æqualia (sunt enim
c prop. 43.1 complementa parallelogrammi CO) igitur & K D, G R æqualia erunt. Quatuor ergo DK, CK, GR, RN ęqualia sunt: quatuor ergo illa sunt quadruplicia ipsi CK. Rursus cum C B ipsi B D: B D d ipsi B K,
d corol. 4.2. hoc est, ipsi C G; & C B ipsi G K, hoc est,
e & def. 27. ipsi G P æqualis sit, erit C G ipsi G P æqualis. Et cum C G ipsi G P; & P R ipsi R O æqualis sit; erit & A G ipsi M P; & P L
e prop. 43.1 ipsi R F æquale. Sed M P, P L sunt e æqualia,

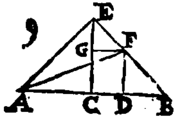
lia, quippe parallelogrammi ML complementa, erunt & A G, R F æqualia. Quatuor ergo A G, M P, PL, R F sunt æqualia; quatuor ergo illa quadruplicia sunt ipsius A G, Ostensa autẽ sunt & C K, K D, G R, R N ipsius C K quadruplicia: ergo octo illa quæ gnomonẽ S T Y continẽt, quadrupla sunt ipsius AK: & cum AK contento AB, BD sit ęquale, est enim BK, ipsi BD ęqualis. erit quater A B, B D contentum, quadruplum ipsius A K. ostensus est autem & gnomõ S T Y quadruplex ipsi' A K. Quod ergo quater AB, BD continetur ęquale est gnomoni S T Y. Commune addatur X H (quod æquale est quadrato ex A C) quater ergo A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato quod fit ex A C, æquale est gnomoni S T Y, & X H. Sed gnomon & X H sunt A E F D quadratum, quod est quadratum ex A D: ergo quater A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato ex A C, est æquale illi, quod fit ex A D quadrato, hoc est, quod fit ex A B, B C tanquam ex vna linea. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos. 9. Theor. 9.

Si recta linea secetur in æqualia, & non æqualia, quadrata partiũ inæqualium dupla sunt, & eius quod fit à dimidia, & eius quod fit à linea, quæ inter sectiones intercipitur quadrati.

9



SEcetur recta AB in C æqualiter, in D inęqualiter. Dico quadrata ex A D, D B dupla esse eorum, quæ ex A C, C D fiunt. *a* Ducatur ex C ipsi AB ad angulos rectos E C, quæ sit vtrique A C, C B æqualis, ducanturque E A, E B. Atque per D ipsi E C agatur parallela D F: per F verò ipsi A B parallela F G iungaturque A F. Et quia A C, C E æquales sunt; *b* erunt & anguli E A C, A E C æquales. Et cum angulus ad C rectus sit; *c* erunt reliqui A E C, E A C vni recto ęquales, ideoque semirecti. Eandem ob causam C E B, E B C semirecti erunt: vnde totus A E B rectus erit. Cumque G E F semirectus sit; *d* rectus E G F (est enim interno & opposito E C B æqualis) *e* erit reliquus E F G semirectus: Ergo

a prop. 11. 1.
b *prop. 5. 1.*
c prop. 32. 1.
d prop. 29. 1
e prop. 32. 1.

Ergo G E F ipsi E F G est æqualis; *e* quare & latus E G lateri F G æquale erit. Rursus cum angul[9] ad B semirectus sit; rectus F D B (est enim æqualis interno & opposito E C B) erit reliquus B F D semirectus. Est ergo angulus ad B æqualis D F B angulo. *f* Quare & latus B F lateri D B æquale erit: Et cum A C, C E æquales sint, erunt & quadrata ex A C, C E æqualia: dupla ergo sunt quadrato ex A C: *g* æquale autem est quadratis ex A C, C E quadratum ex E A (nam angulus A C E rectus est) est igitur quod ex E A duplũ eius quod ex A C. Rursus cum E G, G F æquales sint; erunt & quæ ex E G, G F quadrata æqualia: dupla ergo sunt eius quod fit ex G F: Et *h* æqualia eius, quod ex E F: ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex G F quadrati (sunt autem G F, C D æquales) ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex C D. Est autem & quod ex A E duplum eius, quod ex A C: ergo quadrata quæ ex A E, E F dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Quadratis autem ex A E, F F, *i* æquale est quod ex A F (est enim angulus A E F rectus) ergo quod ex A F quadratum duplum est eorum, quæ ex A C, C D: ei autem, quod ex A F *k* æqualia sunt quæ ex A B, D F

e prop. 23. 1.
f prop. 6. 1.
g prop. 6. 1.
h prop. 47. 1
i prop. 47. 1
k prop. 47. 1
l prop. 47. 1.

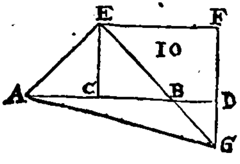
fiunt (nam angulus ad D rectus est) igitur quæ ex A D, D F duplà sunt eorum, quæ ex A C, C D quadratorum (sunt autem D F, D B æquales) ergo quæ ex A D, D B quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 10. Theor. 10.

Si recta linea bisecetur, eiq; in rectum quædam alia adiiciatur; quæ à tota cum adiecta, & ab adiecta fiunt quadrata, dupla erunt quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & à composita ex dimidia & adiecta.

Recta A B bisecetur in C, adiiciaturq; ei in rectum B D. Dico quadrata quæ ex AD, DB dupla esse eorum, quæ ex A C, C D. *a* Ducatur enim ex C ipsi A B ad angulos rectos C E; *b* sitq; C E ipsis, A C, C B æqualis; & iungantur A E, E B. atq; *c* per E ipsi A D agatur parallela E F. Per D verò ipsi C E parallela D F; & cum in parallelas E C, F D inci-

a *prop. 11. 1.*
b *prop. 2. 1.*
c *prop. 31. 1.*



incidat E F, *d* erunt anguli C E F, E F D æquales duobus rectis: vnde F E B, E F D duobus rectis minores erunt. *e* Quæ autem à minoribus quã sint duo recti producuntur rectæ lineæ, concurrunt: ergo EB, F D ad partes B, D producte concurrent: concurrant in G, iungaturque A G. Et quia A C, C E æquales sunt, *f* erunt & anguli A E C, E A C æquales; *g* & est angulus ad C rectus: ergo E A C, A E C sunt semirecti. Eandem ob causam CEB, EBC semirecti sunt: ergo AEB rectus est: cumque E B C sit semirectus, *h* erit & D B G semirectus: est verò B D G rectus; *i* æqualis enim est angulo D C E, quod sint alterni: reliquus ergo D G B semirectus est: quare anguli D G B, D B G æquales sunt; *k* erunt igitur & latera B D, G D æqualia. Rursus cum E G F semirectus sit: *l* rectus qui ad F (est enim ad C opposito æqualis) erit & F E G semirectus: sunt igitur E G F, F E G æquales. *m* Quare & latera G F, E F æqualia erunt. Cum ergo E C, C A æquales sint; erit & quod ex E C quadratum, æquale ei, quod ex A C: Quadrata ergo quæ ex E C, C A, dupla sunt eius, quod fit ex C A: illis autem, quæ ex C E, C A, *n* æquale est quod ex E A: ergo quod

d *prop.29.1* e *ax.11.* f *prop.5.1.* g *per constr.* h *prop.15.1.* i *prop.29.1.* k *prop.6.1.* l *prop.34.1.* m *prop.6.1.* n *prop.47.1.*

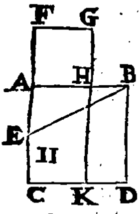
ex EA duplum est eius quod ex AC. Rursus cum GF, EF sint æquales, erunt & quæ ex FG, FE quadrata æqualia. Sunt ergo quæ ex FG, FE dupla eius, quod ex
o prop.47.1 EF: illis autem, quæ ex GF, FE *o* æquale est quod ex EG: ergo quod ex EG duplum est eius, quod ex EF, sunt autem EF, CD æquales: ergo quod ex EG duplum est eius quod ex CD: ostensum est autem id, quod ex EA duplum esse eius quod ex AC: quæ ergo ex AE, EG quadrata dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD:
p prop.47.1 illis autem quæ ex AE, EG *p* æquale est quod ex AG: ergo quod ex AG duplum est eorum, quæ ex AC, CD: ei autem
q prop.47.1 quod ex AG, *q* æqualia sunt, quæ ex AD, DG: ergo quæ ex AD, DG quadrata dupla sunt eorum, quę ex AC, CD, æquales autem sunt DG, DB: ergo quæ AD, DB quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD. Si ergo recta linea bisecetur, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propoſ. 11. Probl. 1.

Datam rectam ſecare, vt quod tota, & vna parte continetur rectangulum, æquale ſit quadrato quod fit ex reliqua parte.

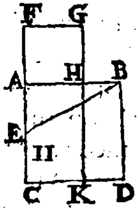
SIt data recta AB, quam oporteat ita ſecare, vt quod ex tota & vna partium fit rectangulum, æquale ſit ei, quod ex altera parte fit quadrato. *a* Deſcribetur ex AB quadratum ABCD, & *b* biſecatur AC in E, iungaturq́; BE. producatur CA in F, ſitq́; EF *c* æqualis rectæ BE. *d* cõſtituatur ſuper AF quadratum FH, & producatur GH in K. Dico rectam AB in H ſectam eſſe, vt AB, BH contentum rectangulum, æquale ſit ei, quod ex AH fit quadrato. Cum enim recta AC biſecta ſit in E, eique adiecta in directum AF; *e* erit CF, FA contentum, cum eo quod fit ex AE, æquale illi quod fit ex EF, ſunt autem EF, EB æquales: ergo CF, FA contentum, cũ eo quod fit ex AE; æquale eſt illi; quod ex EB quadrato: ſed ei, quod ex EB *f* æqualia ſunt, quæ ex BA, AE quadrata (rectus enim eſt angulus ad A) ergo quod



a prop. 46. 1
b prop. 10. 1.
c prop. 3. 1
d prop. 46. 1.
e prop. 6. 2.
f prop. 47. 1.

CF, FA continetur, cum illo quod ex AE quadrato, æquale est illis, q. ex BA, AE quadratis: Commune quod ex AE auferatur; reliquum ergo, quod CF, FA continetur, æquale est ei, quod ex AB quadrato. Est

g def. 17.



autem CF, FA contẽtum, ipsum FK (g nam AF, FG sunt æquales) Quod autem fit ex AB, est AD quadratum: ergo FK, AD sunt æqualia. Commune AK auferatur: eruntque reliqua FH, HD æqualia. Est au-

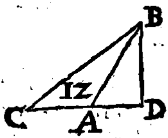
h def. 17. tẽ HD quod AB, BH continetur h (sunt enim AB, BD æquales) FH autẽ est quod fit ex AH quadratũ. Ergo quod AB, BH continetur rectangulum, æquale est quadrato quod ex AH: recta ergo AB secta est in H, vt quod AB, BH continetur rectangulũ æquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Quod facere oportebat.

Propos. 12. Theor. 11.

In triangulis obtusangulis quadratum quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum continentium, rectangulo bis contento & ab vno latere obtusum continen-

tinentis, in quod productum perpendicularis cadit, & à linea exterius assumpta à perpendiculari ad angulum obtusum.

Sit triangulum obtusangulum A B C, obtusum angulum habẽs BAC. a Ducatur ex B ad C A productam perpendicularis B D. Dico quadratum ex B C maius esse eis, quæ ex B A, A C, rectangulo bis C A, A D contẽto. Cum enim recta C D secta sit vtcũque in A; b erit quod ex D C æquale illis, quæ ex C A, A D quadratis; & ei, quod bis C A, A D continetur. Commune addatur, quod ex D B. Ergo quæ ex C D, D B æqualia sunt illis, quæ ex C A, A D, D B quadratis; & illi, quod bis C A, A D continetur: sed illis, quę ex C D, D B quadratis, c ęquale est quod ex C B (est enim angulus ad D rectus) illis autem, quę ex A D, D B d æquale est, quod ex A B quadratum. Quod igitur ex C B æquale est illis, quæ ex C A, A B quadratis, & rectangulo bis C A, A D contento. In triangulis ergo obtusangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

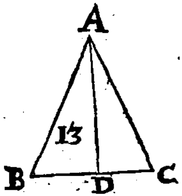


a *prop. 12. 1.*
b *prop. 4. 2.*
c *prop. 47. 1.*
d *prop. 47. 1.*

Propos. 13. Theor. 12.

In acutangulis triangulis quadratum lateris acutum angulum subtendentis minus est quadratis acutum continentibus rectangulo bis contento, & ab uno latere acutum continente, in quod perpendicularis cadit, & à linea à perpendiculari intus assumpta ad angulum acutum.

a prop. 12. 1. SIt acutangulum triangulum ABC, habēs acutū B: *a* ducatur ab A in BC perpendicularis AD. Dico quadratū quod fit ex A C minus esse illis quæ fiunt ex C B, BA, rectangulo bis C B, B D contento. Cū enim



recta C B secta sit vtcumq; in D; *b* erunt quæ ex C B, B D quadrata æqualia bis CB, BD contento, & illi quod ex D C quadrato. Commune addatur, quod ex A D: Ergo quæ ex C B, B D, D A quadrata, æqualia sunt bis C B, B D contento, & quadratis quæ ex A D, D C. Sed illis, quæ ex B D, D A, quale est quod ex A B(est einm angulus ad D rectus). b prop. 7. 2

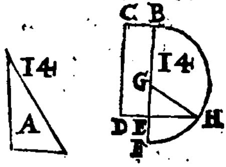
illis

illis verò quę ex AD, DC ęquale est quod ex AC. Ergo quæ ex CB, BA, æqualia sunt & illi quod ex AC quadrato; & illi quod bis CB, BD continetur. Quare quod ex AC quadratum minus est illis, quæ ex CB, BA quadratis, rectangulo bis BC, BD contento. In triangulis ergo acutangulis, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 14. Probl. 2.

Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

ESTO rectilineum A, cui oporteat æquale quadratum constituere. *a* Fiat rectilineo A æquale parallelogrammum rectangulum BD. Si igitur BE, ED fuerint æquales, factum est quod petitur; erit enim rectilineo A æquale quadratũ BD. *a prop. 45. 1.*



Si non; erit vna ipsarum BE, ED maior: Sit maior BE, quę producatur in F, *b* fiatque FE, ipsi ED æqualis, *c* bisecceturque FB in G, & centro G, interuallo GB, aut GF describatur semicirculus BHF, & producatur DE in H, *b prop. 2. 1.* *c prop. 10. 1.*

 du-

ducaturque GH. Cum itaque recta BF secta sit æqualiter in G, inæqualiter in E; d erit quod BE, EF continetur, cum eo quod ex EG quadrato, æquale ei quod ex GF quadrato. Sunt autem GF, GH æquales. Quod ergo BE, EF continetur cum eo quod ex GE, æquale est illi, quod ex GH; illi verò quod ex GH, e æqualia sunt quæ ex HE, GE quadrata: ergo quod BE, EF continetur, cum eo quod ex GE, æquale est illis, quæ ex HE, GE: Commune auferatur, quod ex GE; & erit reliquum, quod BE, EF continetur, æquale ei, quod ex EH quadrato: sed quod BE, EF continetur est ipsum BD, siquidem EF, ED sunt æquales: parallelogrammũ ergo BD æquale est ei quod ex HE quadrato: Est autem BD æquale rectilineo A: ergo rectilineum A æquale est quadrato ex EH descripto. Dato ergo rectilineo A, æquale quadratum constituimus, id nimirum quod ex EH.

Quod facere oportuit.

d prop. 5. 2.

e prop. 47. 1.

LIB. III.

ELEMENTVM TERTIVM EVCLIDIS.

Definitiones.

1. Æquales circuli ſunt, quorum diametri ſunt æquales; vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.
2. Recta linea circulum tangere dicitur, quæ contingens circulum, & producta ipſum non ſecat. *In figura propoſ. 16. linea AE tangit circulum ABC. In 18. & 19. DE tangit circulum ABC.*
3. Circuli ſe tangere dicuntur, qui ſeipſos contingentes, ſe ipſos non ſecant. *Circuli ſe contingunt aut interius, vt propoſ. 6. circuli ABC, DEC; aut exterius, vt propoſ. 12. circuli BAC, DAE.*

4. In

4. In circulo æqualiter à centro distare dicuntur rectæ lineæ, cum à centro ad ipsas perpendiculares ductæ æquales fuerint. *Vt propos. 14. lineæ A B, CD à centro E, æqualiter distant quòd E F, EG sint æquales.*

5. Magis distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

6. Portio circuli, est figura quæ recta linea & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt portiones A C B, A E B.*

7. Portionis angulus est, qui recta linea, & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt anguli C A B, E A B, recta A B, & peripheriis C A, E A contenti.*

8. In portione angulus est, cum in circumferentia portionis acceptum punctum fuerit, & ab ipso ad terminos rectæ lineæ, quę est basis portionis, iunguntur rectæ, angulus inquam his rectis contentus. *Vt in 26. propos. angulus E D F est in portione E D F.*

9. Quando vero lineæ angulum continentes, assumunt peripheriam, in illa insistere angulus dicitur. *Vt in pro-*

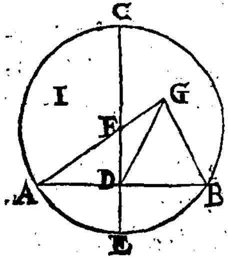
propos. 27. angulus E D F *insistit peripheriæ* E F.

10. Sector circuli est, quando angulus ad centrum circuli constiterit, figura contenta rectis lineis angulum cōprehendentibus, & peripheria ab ipsis assumpta. *Vt in propos. 27. sector dicitur figura* E H F.

11. Similes circuli portiones sunt, quę capiunt æquales angulos, aut in quibus anguli æquales consistunt.

Propositio 1. Probl. 1.

Dati circuli centrum inuenire.



Esto datus circulus A B C, cuius cētrum inuenire oporteat. Ducatur quædam recta linea A B vtcunque, *a* bisecetur que in D; atque per D ipsi A B ad *b* angulos rectos erigatur D C, *c* quæ producatur in E, & *d* bisecetur C E in F. Dico F centrum esse circuli ABC. Si non; sit, si fieri potest, G, ducanturque G A, G D;

a *prop. 10. 1.*
b *prop. 11. 1.*
c *postul. 2.*
d *prop. 10. 1.*

GD, GB; & cum AD, DB ęquales sint, communis DG; e erunt duæ AD, DG, duabus GD, DB æquales, altera alteri; & basis GA æqualis basi GB; sunt enim ex centro G: g ergo & anguli ADG, GDB æquales erunt: Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps æquales fecerit, rectus erit vterque angulorũ: rectus ergo est GDB; sed & FDB rectus est; est ergo angulus, FDB æqualis angulo GDB, maior minori, quod fieri nequit. Non ergo G centrum est. Similiter ostendemus quod pręter F nullum aliud: F ergo centrum est. Quod inuenire oportuit.

e prop. 8. 1.

f prop. 8. 1. f

Corollarium.

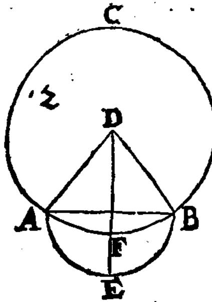
Ex his manifestum est, si in circulo recta quædam rectam quandam bifariam, & ad angulos rectos secet, in secante centrum circuli esse.

Præpositio 2. Theor. 1.

Si in circuli peripheria duo puncta accipiantur, recta illa coniungens intra circulum cadet.

ESto circulus ABC, & in eius peripheria accipiantur quæcunque duo puncta A, B. Dico rectam, quæ ex A in B ducitur

citur intra circulum cadere. Si non: Cadat, si fieri potest, extra, vt A E B, & accipiatur centrum circuli A B C, quod sit D, junganturque D A, D B, & producatur



D F in E. Quia D A *a* æqualis est ipsi D B; *b* erit & angulus D A E angulo D B E æqualis; cumq; trianguli D A E vnum latus A E productũ sit in B, *c* erit angulus D E B maior angulo D A E: æquales sunt autem anguli D A E, D B E, maior ergò est D E B angulus quam D B E; *d* maior autem angulus maius latus subtendit; maius ergo est D B latus, quam D E: *e* at D B ipsi D F æquale est; maius ergo est D F, quam D E, minor maiore, quod fieri nequit: Non ergo quæ ex A in B ducitur extra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in ipsam peripheriam; cadet ergo extra.

a *def. 15.*
b *prop. 5. 1.*
c *prop. 16. 1.*
d *prop. 19.*
e *def. 15.*

Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

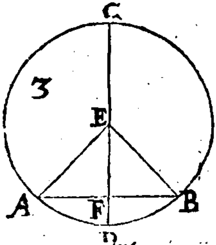
Propositio 3. Theor. 2.

Si in circulo recta quædam linea per centrum ducta, rectã non per centrum ductam bisecet, & ad angulos rectos ipsam secabit: Et si ad angulos rectos ipsam secet, bifariam quoq; secabit.

ESto circulus ABC, & recta quædam CD per centrum, rectam quandam AB non per centrum ductam bisecet in F. Dico quod & ad angulos rectos ipsam secet. Accipiatur enim centrum E, ducanturque EA, EB. Cumque AF, FB æquales sint, communis FE; erunt duæ AF, FE duabus FB, FE, æquales basisque EA, basi EB: *a* ergo & angulus AFE angulo BFE æqualis erit. Cum autem recta super rectã consistens angulos deinceps æquales fecerit, *b* rectus erit vterque æqualium angulorũ: vterque ergo AFE, BFE rectus erit: ergo CD per centrum ducta bisecat AB non per centrum ductã.

a prop.8.1.

b def.10.1.



(& ad angulos rectos ipsam secabit Sed

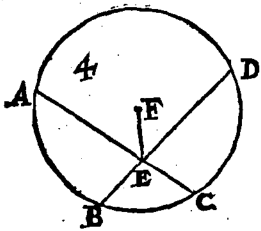
Sed iam C D ad angulos rectos secet ipsã A B; dico & bisecare ipsam, hoc est, A F, F B æquales esse. iisdem constructis, cum E A, E B æquales sint; *c* erunt & anguli E A F, E B F æquales: est autem rectus A F E recto B F E æqualis: duo ergo triangula E A F, E F B, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & vnum latus vni lateri, nempe commune E F, quod vni æqualium angulorum subtenditur, *d* habebit & reliqua latera reliquis æqualia: æquales ergo sunt A F, F B. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 5. 1.

d prop. 26. 1.

Propositio 4. Theor. 3.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se mutuò secent, non per centrum ductæ, se bifariam non secabunt.



Esto circulus A B C D, in eoq; duæ rectæ A C, B D nõ per centrum ductæ, se inuicem in E secẽt. Dico quod se bifariam non secent. Si fieri potest, se bifariam secent; sintq; & A E, E C; & D E, B E æquales; &

G acci-

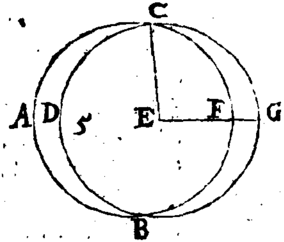
accipiatur centrum F ducaturq; FE. Cum ergo recta quædam F E per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam bisecet, ad rectos *a* angulos ipsam secabit: angulus ergo F E A rectus est. Rursus cum recta F E, rectam quandam B D non per centrum ductam bisecet, ad *b* angulos rectos ipsam secabit; rectus ergo est F E B. Ostensus autem est & F E A rectus: ergo FEA, æqualis est FEB, minor maiori, quod fieri nequit: non ergo A C, B D se bifariam secant. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 3. 3.

b prop. 3. 3.

Propositio 5. Theor. 4.

Si duo circuli se inuicem secuerint, non erit ipsorum idem centrum.



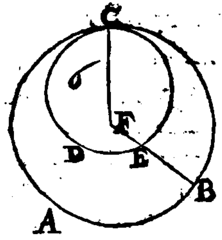
DVo circuli ABC, CDG se inuicē secent in B, & C. dico ipsorum non esse idem centrū. Si est; Esto E, iungatur EC; & ducatur E F G vtcunque. Et quia E centrum est circuli ABC, *a* erit EC æqua-

a def. 15. 1.

æqualis E F. Rurſus quia E centrum eſt circuli C D G *b* erit & E C æqualis E G: b *def.* 15. 1. Oſtenſa eſt autem E G æqualis E F. erit igitur E F æqualis E G, minor maiori. Quod fieri nequit. Non ergo E centrum eſt circulorum A B C, C D G. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 6. Theor. 5.

Si duo circuli interius ſe contingant, non erit illorum idem centrum.

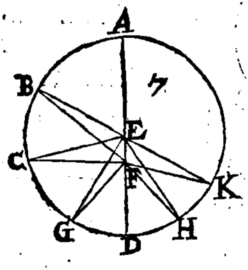


DVO circuli A B C, C D E ſe tangãt interius in C. Dico illorum nõ eſſe idem centrum. Si eſt: Eſto F, iungaturque F C, & ducatur F E B vtcunque. Cum ergo F centrum ſit circuli A B C, *a* erit F C æqualis F B. Et cum F a *def.* 15. 1. centrum etiam ſit circuli C D E, *b* erit F C b *def.* 15. 1. æqualis F E: demonſtrata eſt autem & F C æqualis F B: ergo F E æqualis eſt F B, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo F centrum eſt circulorum A B C, C D E.

Si ergo duo circuli,&c. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 7. Theor. 6.

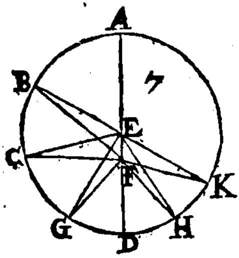
Si in diametro circuli accipiatur punctum, quod centrum non sit, ab eoque in circulum cadant rectæ quædam, maxima erit in qua est centrum; minima reliqua. aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum transit remotiore semper maior est: Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadent ad vtrasque partes ipsius minimæ.



ESTO circulus ABCD, diametrus eius AD, in qua sumatur punctum quoduis F, quod centrum non sit. Centrum autẽ sit E: Cadant ab F ad circulum rectæ quædam FB, FC, FG. Dico maximam esse FA, minimam FD: aliarum FB maiorem, quam FC; & FC maiorem quã FG.

FG. iungantur enim BE, CE, GE. Et quia omnis trianguli *a* duo latera reliquo maiora sunt, erunt EB, EF maiores BF; Est autem AE ipsi BE æqualis; sunt ergo BE, EF æquales ipsi AF; maior igitur est AF quam BF. Rursus cum BE, CE æquales sint communis EF; erunt duæ BE, EF, duabus CE, EF æquales; sed angulus BEF *b* maior est angulo CEF: erit *c* igitur & basis BF maior basi CF. Eandem ob causam maior est CF, quam FG. Rursus cum GF, FE maiores sint quam EG: & EG, ED æquales; erunt GF, FE maiores quam ED; communis auferatur EF; *d* reliqua ergo GF, reliquâ FD maior erit. Est ergo FA maxima; minima DF; maior autem FB, quam FC, & hæc maior quam FG. Dico secundo, quod ex F duæ tantum æquales ad circulum cadant vtrinque à minima DF. *e* Constituatur enim ad E rectæ EF, angulus FEH æqualis angulo GEF, ducaturque FH. Cum ergo GE, EH æquales sint, communis EF erunt duæ GE, EF, duabus HE, EF æquales, angulusque GEF, angulo HEF æqualis: *f* igitur & basis FG basi FH erit æqualis. Dico tertio, quod ipsi FG nulla alia æqualis ex F ad circulum

a prop. 20. 1.
b ax. 9.
c prop. 24. 1.
d ax. 5.
e prop. 23. 1.
f prop. 4. 1.



lum cadat. Si enim non cadit; Cadat F K. Cum ergo vtraq; F K, F H ipsi F G sit æqualis; g erit & F K ipsi F H æqualis: propinquior ergo ei, quæ est per centrum, æqualis est remotiori, quod fieri nequit. Vel sic. Ducatur E K. Cum ergo G E, E K æquales sint, communis F E, item h basis G F basi F K æqualis; i erit & angulus G E F angulo K E F æqualis; sed G E F æqualis est angulus H E F: ergo & H E F æqualis erit ipsi KEF, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ab F plures vna ipsi G F æquales ad circulum cadunt. Si ergo in diametro, &c. Quod oportuit demonstrare.

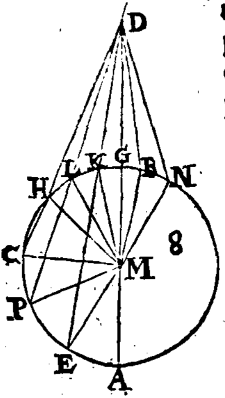
g ax. 1.
h Def. 15.
i prop. 8. 1.

Propo-

Propositio 8. Theor. 7.

Si extra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum ducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna per centrum transeat, reliquæ vt libet. Earum quidem, quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima est, quæ est per centrum: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum, remotiore semper maior est. At earum, quæ in conuexam peripheriam cadunt, minima est, quæ inter punctum & diametrum interijcitur; aliarum verò, quæ propinquior minimæ semper remotiore minor est. Duæ autẽ tantum æquales à puncto in circulum cadunt ad vtrasq; partes minimæ.

ESto circulus A B C, extra quem accipiatur punctum D, ab ipsoq; ducantur rectæ quædam ad circulum D A, D E, D P, D C, ducaturque D A per centrum. Dico quod cadentium ad cauam peripheriam A E P C maxima sit, quæ per centrum transit, D A; minima, quæ inter punctum D, & diametrum A G interijcitur, quæ est D G; maior autem DE, quam D P, & hæc maior quam D C. Earum verò quæ in conuexam peripheriam HLKG cadunt semper propinquior MINIMÆ D G, minor est remotiore, hoc est, DK minor est quam DL, & hæc minor quam DH. Accipiatur centrum M, iunganturque M E, M P, M C, M H, M L, K M. Et cum A M, E M *a* æquales sint, communis addatur M D, eritque A D æqualis vtrisque E M, M D; sed E M, M D *b* maiores sunt quam E D: ergo & A D maior est quam E D. Rursus M E, M P æquales sunt, cõmunis addatur MD; eruntq; EM, MD æquales ipsis PM, MD: sed angulus E M D maior est angulo P M D: *c* ergo & basis E D maior est basi P D. Similiter ostẽdemus P D maiorẽ esse C D. Maxima ergo est D A; maior D E quam DP, & D P maior quam DC. Cumque M K, K D *d* maiores sint quam M D; & M G æqualis MK; *e* erit reliqua K D maior



a def. 15.
b prop. 20. 1.
c prop. 24. 1.
d prop 20. 1.
e ax. 5.

maior reliquâ G D: Quare G D minor est quam K D, est enim omnium minima. Et quia lineæ MK, KD à terminis lateris MD intra triangulum M L D constitutæ sunt, *f* erunt illæ minores quam M L, L D: sunt autem M K, M L æquales: ergo reliqua D K minor est, reliquâ D L. Eodem modo ostendemus D L minorem esse D H. Minima ergo est DG; minor autem D K quam D L, & D L minor quam D H. Deinde dico, quod à puncto D tantum duæ æquales in circulum cadant ad vtrasque partes minimæ. *g* Constituatur ad M lineæ M D angulo K M D æqualis D M B, ducaturque D B. Cum ergo M K, M B æquales sint, M D cōmunis; erunt duę K M, M D, duabus B M, M D æquales, altera alteri, sunt verò & anguli K M D, B M D æquales, *h* erunt igitur & bases D K, D B æquales. Dico tertio rectæ D K à puncto D ad circulum æqualem aliam non cadere, Si enim potest, cadat D N. Cum ergo D K sit æqualis D N; & ipsi D K æqualis D B; erit *i* & D B ipsi D N æqualis, propinquior minimæ remotiori, quod fieri non posse demonstratum est. Aliter. Ducatur M N. Cum igitur K M, æqualis sit M N, communis M D, & basis D K æqua-

f prop.21.1.

g prop.23.1.

h prop.4.1.

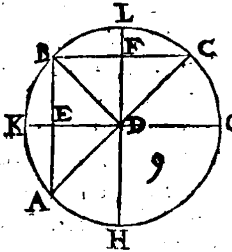
i ax.1.

k prop. 8. 1. lis basi D N, *k* erit & angulus K M D angulo D M N æqualis: sed K M D æqualis est angulo B M D: ergo & B M D æqualis erit N M D, minor maiori; quod fieri nequit: Non ergo plures quam duę à puncto D ad circulum A B C æquales ad vtrasque partes D G cadunt. Si ergo extra circulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 9. Theor. 8.

Si intra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum plures quam duæ æquales rectæ cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

ESto intra circulum A B C acceptum punctum D, ab eoque ad circulum A B C plures quam duæ rectæ æquales cadant, nempe D A, D B, D C. Dico D centrum esse circuli A B C. iungantur A B, B C. bisecenturque in E & F, & iunctæ E D, D F, producantur in G, K: & H, L.



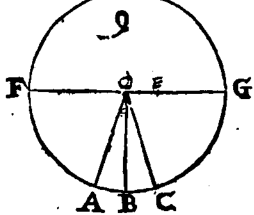
Cum ergo A E æqualis sit E B, communis E D:

E D: erunt duę A E, E D, duabus B E, E D æquales; est *a* verò & basis D A basi D B æqualis: erit *b* igitur & angulus A E D angulo B E D æqualis: *c* rectus ergo vterq; est; secat *d* ergo G K ipsam A B bifariam, & ad angulos rectos. Et quia, *e* quando in circulo recta rectam secat bifariam & ad angulos rectos, in secante centrum est circuli, erit in G K centrum circuli A B C. Eadem ratione centrum erit in H L: & nullum aliud commune punctum habent rectæ G K, H L præter D: est ergo D centrum circuli A B C. Si ergo intra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *ex hypothesi.*
b *prop. 8. 1.*
c *def. 10. 1.*
d *prop. 33.*
e *cor. prop. 1. 3.*

Aliter.

INtra circulum A B C sumatur punctum D, ab eoque ad circulum plures quam duæ rectæ æquales cadant, D A, D B, D C. Dico D esse centrum circuli A B C. Si non est. Esto E, & iuncta D E producatur in F & G.



a Est autem F G diametrus circuli A B C. Cum ergo in diametro F G acceptum sit pun-

a *def. 17. 1.*

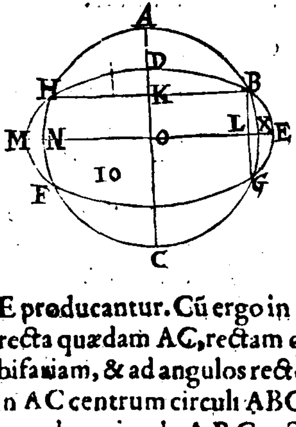
punctum D, quod centrum circuli non est; *b* erit D G maxima; maior autem D C quam D B, & D B maior quam D A; sed & æquales sunt; quod fieri non potest. E ergo centrum circuli A B C non est. Similiter ostẽdemus quod præter D aliud nullum; D ergo centrum est circuli.

b prop. 7. 3.

Propos. 10. Theor. 9.

Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non secat.

SI fieri potest secet circul⁹ ABC circulũ DEF in pluribus punctis quã duob', vt in B, G, F, H, iunctęq; BG, BH *a* bisecẽtur in K & L; atq; ex K, & L ipsis BG, BH ad *b* angulos rectos ductæ K C, L M, in A, & E producantur. Cũ ergo in circulo A B C recta quædam AC, rectam quandam BH bifariam, & ad angulos rectos secet, *c* erit in AC centrum circuli ABC. Rursus cum in eodem circulo A B C recta quædã N X rectam



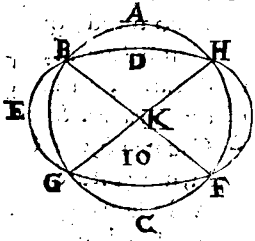
a prop. 10. 1.

b prop. 11. 1.

c prop. 3. 3.

rectam quandam B G bifariam, & ad angulos rectos secet, *d* erit in N X centrum circuli A B C. Demonstratum autem est quod & in AC: atqui in nullo alio puncto rectæ A C, N X concurrunt, quam in O: est ergo O centrum circuli A B C Similiter demonstrabimus centrũ circuli D E F in O esse: duorum ergo circulorum ABC, DEF se inuicem secantium idem est centrum O: *e* quod fieri nequit. Non ergo circulus cireulum, &c. *d prop. 3. 3.* *e prop. 5. 3.*

Aliter. Circulus ABC circulum D E F, in pluribus quam duobus punctis secet, vt in B, G, H, F. Accipiatur circuli A B C



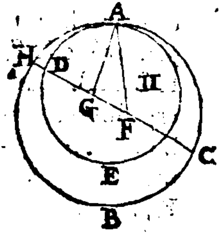
centrum K, iunganturque K F, KG, K B. Cum ergo intra circulum D E F acceptum sit punctũ K, ab eoque ad circulum D E F cadant plures quã duæ rectæ æquales K B, K F, K G, *a* erit K centrum circuli D E F: sed est etiam centrum circuli ABC: Duorum ergo circulorum se secantium idem est centrum; *b* quod fieri non potest. Non ergo circulus circulum in pluribus quam duo- *a prop. 9. 3.* *b prop. 5. 3.*

duobus punctis secat. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 13. Theor. 10.

Si duo circuli se interius contingant, recta linea eorum centra coniungens, si producatur, cadet in contactum circulorum.

DVo circuli A B C, A D E interius se contingant in A. Accipiatur circuli quidem A B C centrum F; circuli verò A D E centrum G. Dico quod, quæ ex G in F ducitur, si producatur, in contactum cadat. Si non. Cadat aliò, vt F G D H, iunganturq; A F, A G. Cum ergo A G, G F *a* maiores sint quam F A, hoc est, quàm F H (æqualis enim est F A, ipsi F H, est enim vtraque ex centro) auferatur communis F G: reliqua ergo A G maior erit reliquâ G H: est autem A G, ipsi G D *b* æqualis: erit ergo G D maior ipsa G H, minor maiore. quod fieri non potest. Non ergo



a prop. 20. 1.

b def. 15. 1.

ergo

ergo quæ ex F in G ducitur, extra conta-ctum A cadet. Ergo in ipsum.

Aliter. Cadat vt GFC, quæ in H producatur, iunganturq; AG, AF. Quia ergo AG, GF *e* maiores sunt quam AF: sed AF *d* æqualis est CF, hoc est, FH: communis auferatur FG; eritque AG, quam reliquâ GH maior: hoc est, GD maior erit, quam GH; minor quam maior; quod fieri non potest. Idem absurdum demonstrabimus si maioris centrum sit extra minorem circulum. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

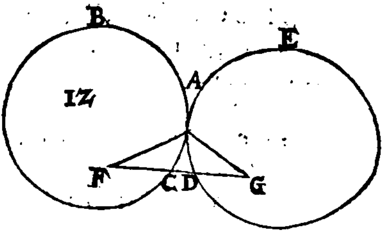
e prop. 20. 1
d def. 15.

Propos. 12. Theor. 11.

Si duo circuli sese exterius contingant recta ipsorum centra coniungens per contactum transibit.

DVo circuli ABC, ADE tangant se exterius in A. accipianturque circulorum centra quæ sint F, G. Dico, quod, quæ F, G iungit, per contactum A transeat. Si non: transeat, si fieri potest, vt FCDG; & iungantur AF, AG. Cum igitur F centrum sit circuli ABC; *a* erit FA, æqualis FC: Et cum G sit centrum circu-

a def. 15.



circuli A D E, erit & G A ipsi G D æqualis. Ostensa est autem & F A æqualis F C. Sunt ergo F A, A G ipsis F C, D G æquales. Quare tota F G maior erit ipsis F A, A G: sed & *b* minor est: quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur aliorsum quam per A contactum transit. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 20. 1.

Propos. 13. Theor. 12.

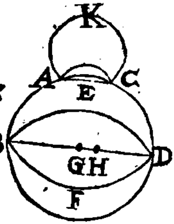
Circulus circulum in pluribus punctis vno non tangit, siue interius, siue exterius tangat.

SI fieri potest, tangat primo circulus A B D C circulum E B F D interius in pluribus quam vno punctis, vt in B, D: &

& sumatur circuli A B D C centrum G: circuli E B F D centrum H: ergo recta centra G, H iungens *a* cadet in contactus B, D; cadat & B G H D. Cum igitur G sit cētrum circuli A B D C; erit B G æqualis ipsi G D; maior igitur est BG quam H D: multo ergo maior B H, quam H D. Rursus cum sit H centrum circuli E B F D, æqualis erit B H ipsi H D: ostensa est autem multò illa maior, quod fieri nequit: Non igitur circulus circulum interius pluribus quam vno puncto tangit. Dico quod neque exterius. Si enim fieri potest, tangat circulus A C K circulum A B D C exterius in pluribus punctis vno, vt in A, & C, ionganturque A, C. Cum ergo in peripheria circulorum A B D C, A C K accepta sint quæcunque puncta A, & C, *a* cadet recta illa coniungens intra vtrumque circulum. Sed cadit quidē in circulum ABDC; extra verò circulum A C K. *b* Quod est absurdum. Non ergo circulus circulū extra in pluribus punctis vno tangit. osten-

a prop. 11. 3.

13



a prop. 2. 3.

b prop. 2. 3.

sum est autum quod neque interius. Circulus ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

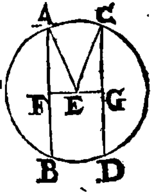
Propos. 14. Theor. 13.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant. Et, quæ æqualiter à centro distant, æquales sunt.

SVnto in circulo A B D C rectæ A B, C D, æquales. Dico eas æqualiter à centro distare. Esto centrum E, à *a* quo ad rectas A B, C D perpendiculares ducantur E F, E G, & iungantur AE, EC. Cum ergo recta EF per cētrum ducta, rectam quandam A B non per centrum ductam, ad angulos rectos secet; *b* & bifariam eam secabit: æquales ergo sunt A F, F B: Ergo A B dupla est ipsius A F. Ob eandem causam est C D dupla ipsius CG: *c* æquales ergo sunt A F, C G: cum igitur *d* & A E, E C æquales sint,

a prop. 12. 1.

14



b prop. 3. 3.

d definit. huius.

c ax. 7.

sunt: *e* erunt & quadrata ipsarum A E, E C æqualia. Sunt autem ei quadrato *f* quod ex A E, æqualia quæ ex A F, E F (est enim angulus ad F rectus) ei autem, quod ex E C æqualia sunt, quę ex E G, G C (nam & angulus ad G rectus est.) Sunt ergo quæ ex A F, E F æqualia illis, quæ ex C G, G E. Cũ ergo quod ex A F, æquale sit illi, quod ex G C (sunt enim A F, C G æquales) erit & reliquum, quod ex F E, reliquo quod ex E G, æquale: sunt ergo E F, E G æquales. *g* In circulo autẽ æqualiter à centro abesse dicuntur rectæ, quando perpendiculares ex centro ad ipsas ductæ, æquales fuerint. Sed iam distent A B, C D æqualiter à centro, hoc est, E F, E G sint æquales. Dico A B, C D æquales esse. iisdem constructis, demonstrabimus, vt prius, A B duplam esse ipsius A F, & C D ipsius C G. Cumque A E, C E æquales sint; erunt & earum quadrata æqualia. *h* Sunt verò ei, quod ex A E æqualia, quę ex E F, F A: & ei, quod ex C E, illa quæ ex E G, G C: ergo quæ ex E F, F A, sunt illis quæ ex E G, G C æqualia. Cum autem ei quod ex E G æquale sit quod ex E F (sunt enim E G, E F æquales) erit & reliquum, quod ex A F, reliquo,

f *prop. 47. 1.*

g *def. 4. 3.*

h *prop. 47. 1.*

H 2 quod

quod ex CG, æquale. æquales ergo sunt AF, CG. Est autem ipsius AF dupla AB; & ipsius CG dupla CD; æquales ergo sunt AB, CD. In circulo ergo æquales rectæ, &c, quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 14.

In circulo maxima est diametrus: aliarum verò semper quæ propinquior est centro remotiore maior est.

ESto circulus ABCD, cuius diametrus AD, centrum E; propinquior diametro BC, remotior sit FG. Dico maximam esse, AD, maiorem BC, quã FG. *a* Ducantur enim à centro ad BC, FG perpendiculares EH, EK. Et quia BC propinquior est centro, remotior FG: *b* maior erit EK, quam EH. *c* Ponatur ipsi EH æqualis EL; & per L *d* ducatur ipsi EK ad angulos rectos LM; qua ducta in N iungantur EM, EN, EF, EG. Cum ergo EH ipsi EL sit æqualis, *e* erit & BC ipsi MN æqua-

a prop. 12. 1

b *def. 5. 3.*
c *prop. 3. 1.*
d *prop. 11. 1.*

æqualis. Rursus cum AE ipsi EM; ED verò ipsi EN sit æqualis; erit & AD ipsis ME, NE æqualis: sed *f* ME, NE ipsa MN maiores sunt: erit ergo & AD maior quã MN. Et quia duæ ME, EN, duabus FE, EG æquales sunt; angulus verò MEN maior angulo FEG: *g* erit & basis MN maior basi FG: sed MN ostensa est æqualis BC: ergo & BC maior est quam FG. Maxima ergo est diametrus; maior BC quam FG. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

e prop. 14. 3

f prop. 20. 1

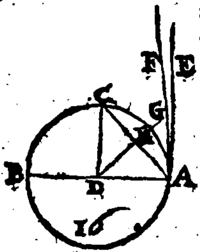
g prop. 24. 1

Propos. 16. Theor. 15.

Quæ diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locũ, qui inter rectam lineam & peripheriam interiicitur, alia recta non cadit. Et semicirculi angulus omni acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

ESto circulus ABC circa centrum D, & diametrum AB. Dico rectã lineam ab A ipsi AB ad angulos rectos ductam extra circulum cadere. Si non: cadat, si fieri potest, intra, vt AC, & iungatur DC.

Cum Ergo D A sit æqualis DC, erit & angulus D A C angulo A C D æqualis: est



autem D A C* rectus, rectus ergo erit & A C D: sunt ergo D A C, A C D duobus rectis æquales, *a* quod fieri nequit: Non ergo quę ab A puncto ipsi B A ad angulos rectos ducitur, intra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in peripheriam: ergo extra cadit, vt A E. Dico secundò, in locum inter AE, & peripheriam CHA interiectum, aliam rectam non cadere. Si potest: Cadat, vt F A, ducaturque ex D ipsi F A perpendicularis D G. Et cum angulus A G D rectus sit, *b* minor recto D A G; *c* erit A D maior quam D G; est autem D A æqualis ipsi D H; maior ergo est D H, quam D G, minor maiore; quod fieri nequit. Non ergo in locum rectâ A E, & peripheria C H A interceptum, alia recta cadit. Dico tertio angulum semicirculi recta A B, & peripheria C H A contentum, omni acuto rectilineo maiorem esse; reliquum verò peripheria C H A, & rectâ A E contentum,

* *ex hypothes.*

a prop. 32. 1.

b prop. 32. 1.

c prop. 19. 1.

sum, minorum. Si enim est aliquis angugulus maior contento rectâ B A, & peripheria C H A; minor verò contento peripheria C H A, & rectâ A E, cadet inter peripheriam C H A, & rectam A E linea recta, quæ faciat angulum maiorem rectâ B A,& peripheria C H A contentum (qui rectis lineis contineatur) minorem verò peripheria C H A, & recta A E contentum: at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior sit angulo recta B A, & peripheria C H A contento; neq; minor, CHA, & A E contento.

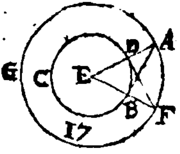
Corollarium.

Ex his manifestum est rectam, quę diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, circulum tangere. & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: siquidem quæ circulo in duobus punctis occurrunt, *a* intra circulum cadere ostensum est. Quæ ergo diametro, &c. quod oportuit demonstrare. *a prop. 2.*

Propos. 17. Probl. 2.

A dato puncto rectam lineam ducere, qua datum circulum tangat.

ESto punctum datum A, circulus datus B C D. Oporteat autem ex puncto A rectā ducere, quæ circulum B C D tangat.

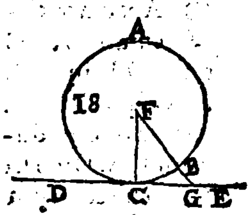


Accipiatur cētrum circuli E, ducaturque A E, & centro E, interuallo E A describatur circulus A F G, & ex D rectæ E A ad a angulos rectos ducatur D F, iunganturq; E B F, A B. Dico à puncto A rectam A B ductam esse, quę circulum B C D tangat. Cum enim E centrum sit circulorum B C D, A F G, b erunt tam E A, E F, quam E D, E B æquales: duæ ergo A E, E B duabus F E, E D æquales sunt, habentque angulum E communē: c erit igitur basis D F basi A B æqualis; & triangulum D E F, triangulo E B A æquale; reliquique anguli reliquis: est igitur ipsi E D F ęqualis E B A: at E D F rectus est; erit igitur & E B A rectus. Est verò E B ex centro: d quæ autem diametro circuli ad rectos ducitur recta linea, tangit circulum: tangit ergo A B circulum. A dato ergo puncto, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 11. 1.
b def. 15. 1.
c prop. 4. 1.
d corol. propos. 16. 3.

Propositio 18. Theor. 16.

Si circulum tangat linea quadam recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.



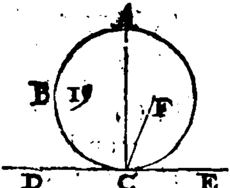
TAngat recta quædam DE circulum ABC in C, sumaturq; centrum F, atque ab F ad C ducatur FC. Dico FC ad DE perpendicularem esse. Si non: ducatur ab F ad DE perpendicularis FG. Cum ergo angulus FGC rectus sit; *a* erit GCF acutus: *b* cumque maiori angulo maius latus subtendatur, erit linea FC maior, quam FG: Est verò FC *c* æqualis ipsi FB: maior est ergo FB, quam FG, minor maiore, quod est absurdum: non ergo FG ad DE perpendicularis est: Similiter ostendemus præter FC nullam aliam: FC ergo ad DE est perpendicularis.

a *prop. 32. 1.*
b *prop. 19. 1.*
c *def. 15.*

Si ergo circulum tangat, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 19. Theor. 17.

Si recta linea circulum tangat, & à tactu tangenti recta quadam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.



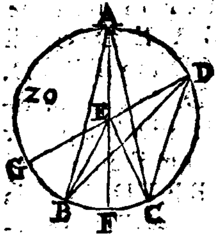
TANGAT circulum ABC recta DE in C, & ex C ipsi DE ad angulos rectos ducatur CA, Dico in CA esse centrum circuli. Si non: sit, si fieri potest, F, iungaturque CF. Cum ergo circulum ABC tangat recta DE, & à centro ad tactum ducta sit FC, a erit FC ad DE perpendicularis: angulus ergo FCE rectus est: est verò & ACE rectus: æqualis ergo est angulus FCE, angulo ACE, minor maiori; quod est absurdum: F ergo centrum circuli ABC non est. Similiter ostendemus nullum aliud esse, præter id quod in AC. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 18. 3

Pro-

Propositio 20. Theor. 18.

In circulo angulus ad centrum duplus est anguli ad peripheriam, quando eandem peripheriam pro basi habent.



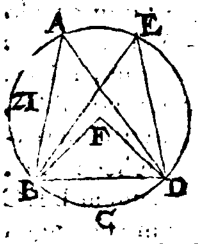
ESTO in circulo ABC angulus ad centrum BEC, ad peripheriã BAC, sitque vtriusque basis peripheria BC. Dico angulũ BEC duplum esse anguli BAC. iuncta enim AE producatur in F. Cum *a* ergo EA æqualis sit ipsi EB; erit & angulus EAB æqualis angulo EBA; Sunt ergo EAB, EBA dupli ipsius EAB; est *b* autem BEF æqualis duobus EAB, EBA: Est ergo BEF duplus ipsius EAB. ob eandem causam est angulus FEC duplus anguli EAC: totus ergo BEC totius BAC duplus est. Sit alter angulus BDC, iunctaque DE producatur in G; & similiter demonstrabimus angulum GEC duplum esse anguli EDC; quorum GEB duplus est ipsius EDB: reliquus ergo BEC du-

a *def. 15. 1.*
b *prop. 32. 1.*

duplus erit reliqui BDC. Si ergo in *circulo*, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 21. Theocr. 19.

In circulo qui in eadem portione sunt anguli, æquales sunt.



SINT in portione B A E D circuli ABCD anguli B A D, B E D. Dico illos æquales esse. Accipiatur centrum F; ducanturque B F, F D. Et quia angulus B F D ad centrum est; angulus B A D ad peripheriam, habentque basim eandem peripheriam B C D: *a* erit angulus B F D duplus anguli B A D. Ob eandem causam erit angulus B F D duplus anguli B E D. Sunt ergo B A D, B E D æquales. In circulo ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

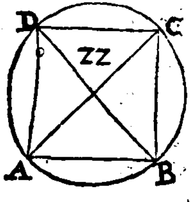
a prop. 20. 3.

Propositio 22. Theor. 20.

Quadrilaterorum in circulo descriptorum anguli, qui ex aduerso, duobus rectis æquales sunt.

Sit

SIt in circulo A B C D quadrilaterum A B C D. Dico angulos ex aduerso esse æquales duobus rectis. Ducantur A C, B D. *a* Quia ergo omnis trianguli tres anguli duob' rectis sunt æquales; erunt & trianguli A B C tres



C A B, A B C, B C A duobus rectis æquales. Est autem C A B *b* æqualis B D C angulo (sunt enim in eadem portione B A D C:) & A C B ipsi A D B (sunt enim in portione A D C B:) totus ergo A D C duobus B A C, A C B æqualis est: Communis addatur ABC duobus BAC, ACB simul: & vni A D C seorsim; eruntque A B C, B A C, A C B duobus ABC, ADC æquales. *c* sed A B C, B A C, A C B æquales sunt duobus rectis: erunt ergo & ABC, A D C æquales duobus rectis. Similiter ostendemus & B A D, D C B æquales esse duobus rectis. Quadrilaterorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 32. 1.

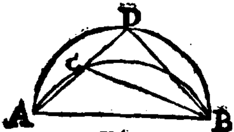
b prop. 21. 3.

b prop. 32. 1.

Pro-

Propositio 23. Theor. 21.

Super eadem recta linea duæ circulorum portiones similes, & inæquales ad easdem partes, non constituentur.



23

SI fieri potest, cõstituantur super eadem recta AB duæ circulorũ portiones similes, & inæquales ad easdem partes, ACB, ADB; ductaque ACD iungantur CB, BD. Cum ergo portio ACB similis sit portioni ADB, *a* similes autem portiones æquales angulos capiant, erunt anguli ACB, ADB, æquales, externus & internus oppositus, *b* quod fieri nequit. Non ergo super eadem, &c. Quod oportuit demonstrare.

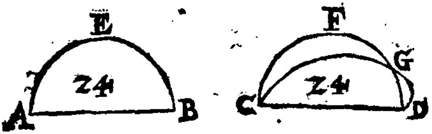
a def. 11. 3.
b prop. 16. 1.

Propositio 24. Theor. 22.

Super æqualibus rectis lineis similes circulorum portiones, æquales sunt.

SInt super æqualibus rectis AB, CD similes circulorum portiones AEB, CFD.

CFD. Dico illas esse æquales. Congruente enim portione AEB porrioni CFD,



positoque A puncto super C, & recta A B super CD, congruet & B ipsi D, quod AB, C D æquales sint. Congruente autem recta A B rectæ C D; congruet & portio A E B portioni C F D. Quod si recta quidem A B congruat rectæ C D; portio verò A E B, portioni C F D non congruat; sed aliò cadat, vt C G D, secabit circulus circulum in pluribus quàm duobus locis vt in C, G, D, a quod fieri nequit. Non ergo congruente recta A B rectæ C D, non congruet portio A E B, portioni C F D: Congruet ergo, b adeoque æqualis illi erit. Si ergo super, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 10. 3.

b def. 8. 1.

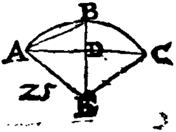
Propositio 25. Probl. 3.

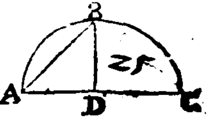
Data portione circuli, describere circulum cuius est portio.

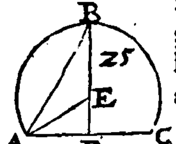
SIt data circuli portio A B C, oporteatque describere circulum, cuius A B C

sit

a prop. 10.1. sit portio. *a* Bisecetur A C in D; & ex D *b prop. 11.* *b* ducatur ipsi A C ad angulos rectos *D B*,







iungaturque A B. Angulus ergo ABD, angulo B A D aut est maior, aut æqualis, aut minor. Sit primo maior, *c prop. 23.1.* *c* constituaturque ad A rectæ A B angulus B A E æqualis angulo ABD, producaturque DB ad E, & iungatur EC. Cum itaque angulus A B E sit æqualis angulo B A E, *d prop. 6.1.* *d* erit & E B æqualis ipsi A E; & cum A D æqualis sit ipsi D C, si communis D E addatur, erunt duæ A D, D E, duabus C D, D E æquales, altera alteri; & angulus A D E angulo C D E æqualis; est *e prop. 4. 1.* enim vterque rectus; *e* ergo & basis A E basi C E æqualis erit. Sed ipsi A E demõstrata est B E æqualis; erit ergo & B E æqualis ipsi C E: tres ergo A E, E B, E C æ- *f prop. 9. 3.* quales sunt: *f* circulus ergo centro E, & interuallo vna ipsarum A E, E B, E C descriptus, transibit etiam per reliqua portionis

tionis puncta, & circulus descriptus erit. Circuli ergo portione data, descriptus est circulus, cuius est portio; & cum centrum extra portionẽ cadat, manifestũ est portionem minorẽ esse semicirculo. Similiter si ABD angulus, fuerit æqualis angulo BAD, g erit AD æqualis vtrique BD, DC; ergo tres DA, DB, DC equales sunt, & D centrum circuli, portioque semicirculus. Si vero angulus ABD minor fuerit angulo BAD, h constituatur ad A rectæ BA angulus BAE æqualis angulo ABD, cadetque centrum in DB lineam intra portionem ABC, & erit portio ABC semicirculo maior. Si ergo ducatur EC ostẽdetur vt in prima figura tres BE, EA, EC esse æquales. Data ergo portione circuli, descriptus est circulus, cuius est portio, quod oportuit facere.

g *ex structura, ex prop. 6.1.*

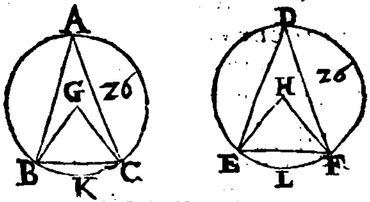
h *prop. 23.1.*

Præpositio 26. Theor. 23.

In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus peripheriis insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN circulis æqualibus ABC, DEF æquales insistant anguli ad centra, BGC, EHF;

EHF; ad peripherias BAC, EDF. *Dico* peripherias BKC, ELF æquales esse.



Iungantur BC, EF. Et quia circuli æquales sunt, *a* erunt & quæ ex centris æquales. Duæ ergo BG, GC, duabus EH, HF æquales sunt: sed & anguli G, H æquales sunt: *b* ergo & bases BC, EF æquales erũt. Et quia anguli ad A, D ęquales ponuntur, *c* erunt portiones BAC, EDF similes, & sunt inæqualibus rectis BC, EF, *d* quæ autem circulorum portiones similes in æqualibus sunt rectis lineis, æquales sunt; portiones ergo BAC, EDF æquales sunt: Sunt verò & toti circuli æquales; reliqua ergo peripheria BKC, reliquæ ELF æqualis est. In æqualibus ergo, &c.

a def. 1. 3.
b prop. 4. 1.
c def. 11. 3.
d prop. 24. 1

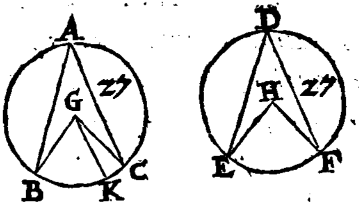
Quod demonstrare oportuit.

Pro-

Propositio 27. Theor. 24.

In æqualibus circulis anguli qui æqualibus insistunt peripheriis, æquales sunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN æqualibus circulis ABC, DEF æqualibus peripheriis BC, EF insistant



anguli ad centra BGC; EHF; ad peripherias BAC, EDF. Dico tam angulos BGC, EHF, quam BAC, EDF æquales esse. Si enim BGC, EHF æquales sunt, *a* perspicuum est & BAC, EDF æquales esse. Si non sunt: erit vnus maior. Sit maior BGC: & *b* constituatur ad punctum G rectæ BG angulus BGK æqualis angulo EHF: *c* anguli autem æquales æqualibus peripheriis insistunt, cum sunt ad centra: peripheria ergo BK æqualis erit peripheriæ EF: sed & EF æqualis est BC: ergo & ipsi BC æqualis erit BK, minor

a prop.20 h.
b prop.23.1.
c prop.26.h

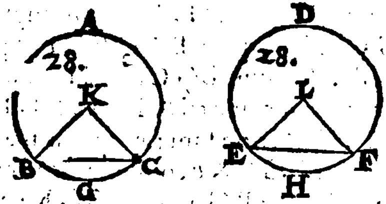
nor maiori; quod fieri non potest: Non ergo anguli B G C, E H F inæquales sunt: æquales ergo. *d* Estque angulus ad A anguli B G C; & angulus ad D anguli E H F dimidius: *e* Sunt ergo & anguli ad A, D æquales. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

d prop. 20. 3.
e ax. 7. 1.

Propositio 28. Theocr. 25.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori; minorem autem minori.

SINT in æqualibus circulis ABC, DEF æquales rectæ BC, EF, auferentes pe-



ripherias maiores B A C, E D F; minores B G C, E H F. Dico tam maiores peripherias, quam minores æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & ducantur K B, K C; E L, L F; & sunt circuli

culi æquales; *a* ergo & quæ ex centris æquales erunt: igitur duæ BK,KC, duabus EL, LF æquales sunt; sed & bases BC, EF æquales sunt: *b* erunt ergo & anguli BKC, ELF æquales: *c* æquales autem anguli æqualibus peripheriis insistunt cum fuerint ad centra; ergo peripheriæ BGC, EHF æquales sunt; sed & toti circuli sunt æquales: reliquæ ergo peripheriæ BAC, EDF æquales quoque erunt. Si ergo in æqualibus circulis, &c. Quod oportuit demonstrare. *a def. 1. 3.* *b prop. 8. 1.* *c prop. 26. 3*

Propositio 29. Theor. 26.

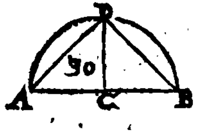
In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.

Accipiantur in æqualib⁹ circulis ABC, DEF ęquales peripheriæ, BGC, EHF, & ducantur rectæ BC, EF: Dico rectas BC, EF æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & iunganturBK, KC; EL, LF; Cum ergo peripheriæ BGC, EHF æquales sint, *a* erunt & anguli, BKC, ELF æquales; & cum circuli æquales sint; *b* erunt, & quæ ex centris æquales: Duæ ergo BK, KC, duabus EL, LF æquales sunt, continentq; *fig. vide pag. prac.* *a prop. 27. 3* *b def. 1. 3.*

e prop. 4. 1. æquales angulos; e ergo & bases B C, E F æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 30. Probl. 4.

Datam peripheriam bifariam secare.



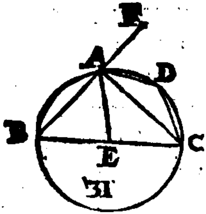
a prop. 10. 1.
b prop. 11. 1.
ESto data peripheria A D B, quam bisecare oporteat ducatur A B, a bisecetur que in C; & à b puncto C ducatur ipsi A B ad angulos rectos C D, iunganturq; A D, D B. Et quia A C æqualis est C B, communis C D; erũt duæ AC, CD, duabus BC, CD æquales, & angulus A C D angulo B C D æqualis, est
c prop. 4. 1. enim vterque rectus; c erit ergo & basis
d prop. 29. 3. AD basi DB æqualis; d æquales autẽ rectæ æquales peripherias auferunt, maiorẽ maiori, & minorem minori, estq; vtraq; peripheriarum A D, D B minor semicirculo. quare peripheria A D æqualis est peripheriæ DB: data ergo peripheria bisecta est. Quod oportuit facere.

Propositio 31. Theor. 27.

In circulo angulus, qui in semicirculo, rectus est; qui in portione maiore minor;

nor; qui in minore maior recto est. Insuper maioris portionis angulus maior recto; minoris recto minor est.

ESto circulus A B C D, diametrus B C, centrũ E, & iungantur BA, AC, AD, D C. Dico angulum BAC in semicirculo, rectum esse. ABC, qui est in portione maiore semicirculo, minorẽ; A D C, qui est in portione minore, maiorẽ recto. Ducatur A E, producaturq; B A in F. Et quia BE, EA æquales sunt, *a* erunt & anguli E A B, E B A æquales. Rursus, quia EA, EC æquales sunt, erũt & anguli ACE, CAE æquales: totus ergo B A C duobus ABC, ACB æqualis est. *b* Est verò & FAC externus duobus ABC, A C B æqualis: æquales ergo sunt BAC, FAC; *c* ergo rectus vterque. Quare angulus BAC in semicirculo BAC rect' est. *d* Et quia trianguli ABC duo anguli ABC, BAC duobus rectis minores sunt; BAC autẽ rectus est; erit ABC minor recto; & est in portione A B C maiori semicirculo. Rursus quia A B C D in



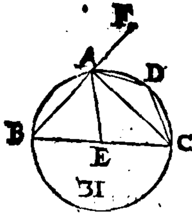
a *prop. 5. 1.*

b *prop. 32. 1.*

c *def. 10. 1.*

d *prop. 17. 1.*

e prop. 22. 3. circulo quadrilaterũ est; e quadrilaterorũ autẽ in circulo descriptorũ, qui ex aduerso anguli duobus rectis æquales sunt; erunt A B C, A D C duobus rectis æquales; & est A B C minor recto; reliquus ergo A D C maior; & est in portione minore semicirculo.



Dico præterea maioris portionis angulũ contentum peripheria A B C, & recta A C maiorem esse recto; minoris verò portionis peripheria A D C, & recta A C contentum, minorem. Quod per se apparet. Cum enim angulus rectis B A, A C cõtentus rectus sit, erit qui peripheria A B C, & recta A C continetur maior recto. Et cum angulus rectis A C, A F cõtentus, rectus sit; erit recta A C, & peripheria A D C cõtentus, minor recto. Aliter demõstratur B A C rectũ esse. Angulus A E C duplus est anguli B A E, g æqualis enim est duobus internis & oppositis. Est verò & A E B duplus anguli E A C: anguli ergo A E B, A E C dupli sunt anguli B A C; at A E B, A E C æquales sunt duobus rectis: ergo B A C rectus est.

g prop. 32. 1.

Corol-

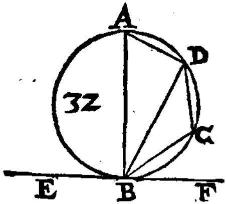
Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo vnus angulus duobus sit æqualis, eum rectum esse, quod etiam, qui est ei deinceps, duobus rectis æqualis sit: *f* cum autem anguli deinceps æquales fuerint, recti sunt. *f def. 10. 1.*

Propos. 32. Theor. 28.

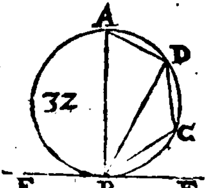
Si circulum quadam recta tetigerit, & à tactu ducatur recta circulum secans, erunt anguli quos ad tangentem facit, æquales illis, qui in alternis circuli portionibus consistunt.

TAngat circulum A B C D recta quædam B F, in B; à quo ducatur alia B D secans circulũ. Dico angulos, quos B D cum tangente facit, æquales esse illis, qui sunt in alternis circuli portionib⁹; hoc est, angulum F B D



æqualem esse illi, qui est in portione D A B: angulum verò E B D illi, qui est in portione D C B. *a* Ducatur enim ex B ipsi E F ad angulos rectos B A, & accipiatur in peripheriphe- *a prop. 11. 1.*

ripheria B D quoduis punctum C, & ducantur A D, D C, C B; & quia circulum tangit recta quędam E F in B, & à tactu *B* ducta est tangenti ad angulos rectos *BA*,
b prop 19.1. *b* erit in B A centrũ circuli: *e* angulus ergo
e prop.31.3. A D B in semicirculo existens, rectus est:



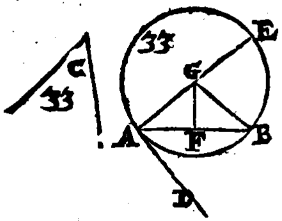
reliqui ergo B A D, A B D vni recto æquales. Sed & A B F rectus est, æqualis ergo angulis B A *D*, A B D; communis A B D auferatur: ergo reliquus D B F erit æqualis reliquo B A D in alterna circuli portione existẽti. Et quia
d prop.22.3 A B C D quadrilaterum est in circulo descriptum, *d* erunt anguli oppositi duobus rectis æquales: erunt ergo anguli D B F, D B E ęquales angulis B A D, B C D; quorũ B A D ostensus est æqualis D B F; erit ergo & reliquus D B E, reliquo D C B in alterna circuli portione D E B existẽs æqualis. Si ergo circulum recta quędam, &c.

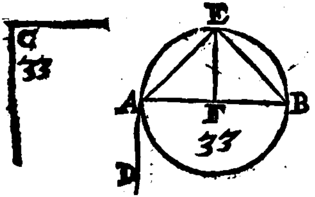
Quod oportuit demonstrare.

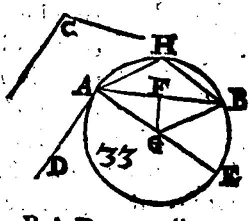
Pro-

Propos. 33. Probl. 5.

Super data recta describere portionem circuli, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilinio.

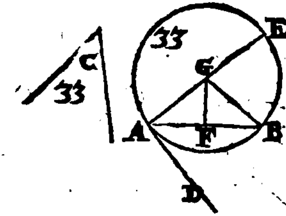


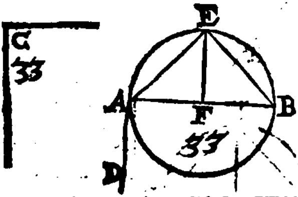




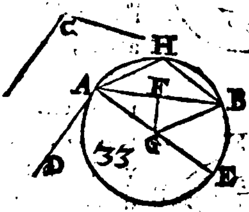
Sit data recta linea A B, datus angulus rectilineus C, & oporteat super A B portionẽ circuli describere, quæ angulum æqualem angulo C capiat. Angul⁹ ergo C, aut acut⁹, aut rectus, aut obtusus est. Sit primo acut⁹, vt in prima descriptione. *a* Cõstituatur a prop. 23. 1. ad A pũctum rectæ A B angulus B A D, æqualis angulo C, qui acutus

b prop. 11. 1. tus erit. Ex *b* A ducatur A E ad angulos re-
c prop 10. 1 ctos ipsi A D; atque A B in F *c* bisecetur.
d prop. 11. 1





e prop. 4. 1.



Ex F *d* ducatur FG ad angulos rectos ipsi A B, ducaturq; B G. Et quia A F æqualis est F B, communis FG; erũt duæ AF, FG, duabus F B, F G æquales, angulusque A F G angulo G F B æqualis; *e* erit ergo & basis AG basi B G æqualis. circulus ergo centro G, interuallo A G descript⁹ trã-

* quæ in 1. fig. ex incuria omissa est. sibit etiam per B. Describatur, & sit ABE, iungaturque E B. * Cum itaque diametro A E ab extremitate A ad angulos rectos
f prop. cor. 16. 3. sit ducta AD *f* tanget ipsa circulum; cum-

que

que circulum ABE recta quędam AD tágat, sitque à tactu A in circulum ducta recta A B; *g* erit angulus D A B æqualis angulo A E B in alterna sectione A E B existenti: sed D A B est æqualis angulo C: igitur & angulus C æqualis erit A E B angulo. Super data ergo recta AB portio circuli descripta est capiens angulum A E B. æqualem angulo C. Sit iam angulus C rectus, sitque rursus super A B portio circuli capiens angulum recto C æqualem describenda *h*. Fiat angulus B A D angulo C æqualis, vt in 2. descriptione: *i* AB in F bisecetur; & centro F, interuallo FA, aut FB describatur A E B circulus. *k* Tangit igitur recta A D circulum, quod angulus B A D rectus sit; sed angulus B A D æqualis est & angulo C; *l* & angulo A E B in alterna sectione: erit igitur & AEB, angulo C æqualis. Descripta ergo est super A B portio circuli A E B capiens angulũ AEB æqualem angulo C. Sit tertio angulus C obtusus. *m* ponatur ei ad A rectæ A B æqualis B A D, vt in tertia descriptione, *n* ducaturq; rectæ A D ad angulos rectos recta A E; & AB in F *o* bisecetur, cui ex F ad *p* angulos rectos ducatur F G, & iungatur G B. Cum itaq; A F æqualis sit F B, com-

g *prop. 23. 3.*
h *prop. 23. 1.*
i *prop. 10. 1.*
k *cor. prop. 16. 1.*
l *prop. 23. 3.*
m *prop. 23. 1*
n *prop. 11. 1.*
o *prop. 10. 1.*
p *prop. 11. 1.*

communis F G; erunt duæ F G, A F, duabus F G, B F æquales, & angulus A F G angulo B F G æqualis: q erit igitur & basis A G basi B G æqualis. Circulus ergo centro G, interuallo A F descriptus transsibit etiam per B, transeat vt A E B. quia ergo diametro A E ab extremitate A ad angulos rectos ducta est A D, r tanget illa circulũ; & cum à tactu A in circulum ducta sit A B, s erit angulus B A D æqualis angulo A H B, qui est in alterna portione circuli A H B. Sed angulus B A D æqualis est angulo C. erit ergo & angulus A H B in alterna portione æqualis angulo C. super data ergo recta A B descripta est portio circuli A H B capiens angulum æqualem angulo C. quod oportuit facere.

q prop. 4. 1.

r cor. prop. 15. 3

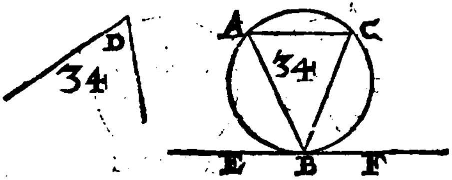
s prop. 32. 3.

Propos. 34. Probl. 6.

A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ESto datus circulus A B C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem à circulo A B C portionem auferre, quę capiat angulum, angulo D æqualem. Ducatur E F tangens circulum in B. a Constituatur

a prop. 23. 1.

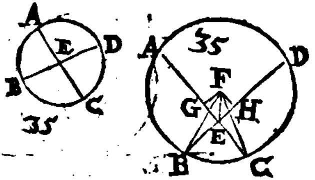


maturq́; ad B rectæ E F angulus F B C æqualis angulo D. Cum ergo circulũ ABC tangat recta E F, & à tactu B ducta sit BC, *b* erit angulus F B C ęqualis angulo B A C in alterna portione B A C constituto: sed angulus F B C æqualis est angulo D: erit igitur & B A C in alterna sectione eidem angulo D æqualis. à dato ergo circulo A B C ablata est portio B A C capiens angulum æqualem dato angulo D. quod oportebat facere. *b prop. 32. 3*

Propos. 35. Theor. 29.

Si in circulo duæ rectæ se inuicem secẽt, erit rectangulum portionibus unius contentum, æquale portionibus alterius contento.

SEcent in circulo A B C D se inuicem duæ rectæ A C, B D in E. Dico rectangulum A E, E C contentum, æquale esse D E, E B contento. Si igitur A C, B D per cen-



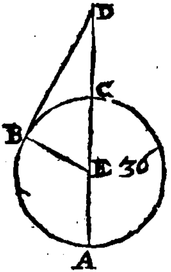
centrum transeant, perspicuum est cum A E, E C: D E, E B æquales sint; etiam A E, E C contentum, æquale esse, D E, E B contento. Quod si per centrum nõ transeant, accipiatur centrum F; ab eoque ad rectas
a prop. 12. 1. A C, D B *a* ducantur perpendiculares F G, F H, iunganturq; F B, F C, F E. Et quia recta quædam G F per centrum ducta, rectã quandam A C non per centrum ductam
b prop. 3. 3. ad angulos rectos secat, & *b* bifariam illam secabit: æquales ergo sunt A G, G C. Cum igitur recta A C in G æqualiter, in E inæ-
c prop. 5. 2. qualiter secta sit; *c* erit quod A E, E C continetur rectangulũ, cum quadrato quod ex E G æquale quadrato quod ex G C, si cõmune, quod ex G F, addatur, erit quod A E, E C continetur, cum illis, quæ ex G E, G F quadratis, æquale illis, quæ ex C G,
d prop. 47. 1 G F. *d* Sed illis, quæ ex C G, G F æquale est, quod ex F C: illis verò, quæ ex G E, G F, æquale est, quod ex F E: ergo quod A E, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale

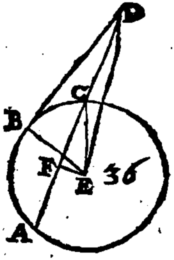
æquale est ei, quod ex F C (æqualis autem est F C ipsi F B) ergo quod A E, E C continetur, cum illo quod ex E F, æquale est ei, quod ex F B. Ob eandem causam erit quod D E, E B continetur, cum illo quod ex F E æquale ei quod ex F B. ostensum est autem & id, quod A E, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale esse ei, quod ex F B: ergo quod A E, E C continetur cum illo quod ex F E, æquale est illi quod D E, E B continetur, cum illo quod ex F E quadrato; commune, quod ex F E, auferatur; & erit reliquum A E, E C contentum, æquale reliquo D E, E B contento. Si ergo in circulo, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 36. Theor. 30.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq́ in circulum duæ rectæ lineæ cadant, quarum una circulum secet, altera tangat, rectangulum tota secante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuam peripheriam est, erit æquale tangentis quadrato.

Extra circulum A B C sumatur quoduis punctum D, ab eoq; ad circulum





cadant duæ rectæ D C A, D B; quarum D C A circulum secet, D B tangat. Dico rectangulum A D, C D contentum, æquale esse quadrato, quod fit ex DB. Trãsit autem D C A per centrum, aut non. Transeat primo per centrum quod sit E.

a prop. 18. 3 Ducta ergo E B, *a* erit angulus E B D rectus. Et quia recta A C bisecatur in E, eiq;

b prop. 6. 2. apposita est, in directum C D; *b* erit quod A D, D C continetur: cum eo, quod ex E C æquale ei, quod ex E D; est vero E C æqualis ipsi EB: ergo quod AD, DC continetur rectangulũ, cum quadrato quod ex EB, æquale est ei, quod ex ED, quadrato.

c prop. 47. 1 *c* Est autem quod ex E D æquale illis, quæ ex E B, B D quadratis, quod angulus E B D rectus sit. Ergo quod A D, D C continetur, cum eo quod ex E B; æquale est illis, quæ ex E B, B D; commune, quod

ex

ex E B tollatur, eritque quod A D, D C continetur, æquale ei quod ex Tangente D B quadrato.

Sed iam D C A non transeat per centrum, accipiaturque centrum E, d ab eoq; ad A C perpendicularis ducatur F E, iunganturq; E B, E C, E D; e erit ergo angulus E B D rectus. Et cum recta quædam E F per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam secet, f ad rectos angulos illam, & bifariam secabit; sunt ergo A F, F C æquales. Et quia recta A C bisecatur in F, eiq; in directum additur C D, g erit quod A D, D C continetur, cum illo quod ex F C, æquale ei quod ex F D; Commune, quod ex F E, addatur, & erit quod A D, D C continetur, cum illis quæ ex F C, F E, æquale illis, quæ ex F D, F E: illis autē, quę ex D F, F E, h æquale est, quod ex D E (est enim angulus E F D rectus): illis verò, quæ ex C F, F E, æquale est, quod ex C E. Ergo quod A D, D C continetur cum illo quod ex E C, æquale est ei, quod ex E D, i est autem E C æqualis ipsi E B: Ergo quod A D, D C continetur, cum illo quod ex E B, æquale est ei, quod ex E D: ei autem quod ex k E D æqualia sunt quæ ex E B, B D, cum angulus

d prop. 11. hu.
e prop. 18. hu.
f prop. 3. hu.
g prop. 6. hu.
h prop. 47. pri.
i def. 15. pri.
k prop. 47. pri.

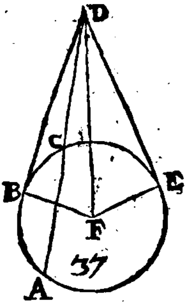
EBD sit rectus: ergo quod AD, DC continetur cum eo quod ex E B, æquale est illis, quæ ex E B, B D; Commune, quod ex E B tollatur, & erit quod A D, D C continetur rectangulum, æquale quadrato ex tangentis DB. Si ergo extra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 37. Theor. 31.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoque in circulum duæ rectæ cadant; quarum una circulum secet; altera incidat; sit autem quod tota secante, & ea parte, quæ inter punctum & curuam peripheriam est, continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit ab incidente, tanget incidens circulum.

SVmatur extra circulum A B C punctum D, ab eoque in circulum cadant duę rectę D C A, D B; quarum D C A secet, D B incidat circulo. Sit autem quod A D, D C continetur rectangulum, ęquale quadrato quod fit ex DB. Dico DB circulum tangere. a Ducatur enim D E circulum tangens, sumptoq; centro F, iungan-

a prop. 17. 3.



gantur F E, F B, F D, *b* & erit angulus F E D rectus. Et quia D E tangit, D C A ſecat circulum; *c* erit quod A D, D C continetur ęquale ei quod ex D E; ponitur autẽ & quod A D, D C continetur, ęquale ei quod ex D B. ergo quod ex D E æquale eſt ei, quod ex D B; æquales ſunt ergo D E, D B; *d* ſunt verò & F E, F B æquales: duæ igitur D E, E F, duabus D B, B F ęquales ſunt; & baſis F D communis; *e* angulus ergo D E F æqualis eſt angulo D B F; eſt autem D E F rectus; ergo & D B F rectus eſt. Et F B, ſi producatur, eſt diametrus, *f* quæ autem diametro ad angulos rectos ducitur ab extremitate, circulum tangit. Idem demonſtrabitur pari modo ſi centrum ſit in A C. Si ergo extra circulum, &c. quod oportuit demonſtrare.

b *prop. 18. 3*
c *prop. 36. 3*
d *def. 15. 1.*
e *prop. 8. 1.*
f *cor. prop. 16. 3.*

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

Definitiones.

1. Figura rectilinea figuræ rectilineæ inscribi dicitur, cum singuli inscriptæ anguli, singula latera eius, cui inscribitur, tangunt.
2. Similiter figura figuræ circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ, singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangunt.
3. Figura rectilinea circulo inscribi dicitur; cum singuli anguli inscriptæ tãgunt pheriperiam circuli. *Ita prop.2. triangulum A B C; sexta quadratum A B C D circulo inscriptum vides.*
4. Figura rectilinea circulo circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ circuli peripheriam tangũt. *Ita prop.4. triangulum A B C; octaua qua-*

quadratum A B C D circulo circumscriptum cernis.

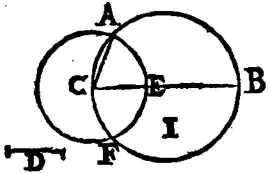
5. Circulus similiter figuræ inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera eius, cui inscribitur, tangit. *Ita prop. 4. circulum E F G triangulo A B C, octaua circulum E F H K quadrato, A B C D inscriptum vides.*

6 Circulus figuræ circumscribi dicitur, cum peripheria circuli singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangit. *Ita prop. 2. circulum A B C triangulo, sexta circulum A B C D quadrato circumscriptum vides.*

7. Recta linea in circulo aptari dicitur, cum eius termini in circuli peripheria fuerint.

Propositio I. Problema I.

In dato circulo, datæ rectæ lineæ, quæ diametro circuli maior non sit, æqualem rectam lineam aptare.



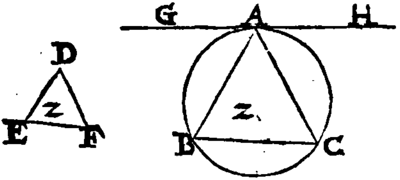
SIt datus circulus ABC, data recta, quę circuli diametro maior non sit, D. Oporteat autem circulo A B C rectam, rectę D æqualem, aptare. Ducatur diametrus circuli B C. Si ergo B C æqualis *est ipsi D*, factum est, quod iubebatur. Circulo enim A B C aptata est B C æqualis rectæ datæ. Si autem B C maior est quam D. *a* Fiat C E æqualis ipsi D; & centro C, interuallo C E describatur circulus EAF, ducaturq́; CA. Quia ergo C centrum est circuli A E F; *b* erit C A æqualis C E: sed ipsi D æqualis est CE: erit ergo & D ęqualis ipsi A C. Dato ergo circulo A B C, Datæ rectæ D non maiori circuli diametro, æqualis CA aptata est. Quod oportuit facere.

a prop. 3. 1.
b def. 15. 1.

Propositio 2. Probl. 2.

Dato circulo triangulum dato triangulo æquiangulum inscribere.

SIt circulus datus ABC, triangulum datum D E F; oporteatque circulo ABC



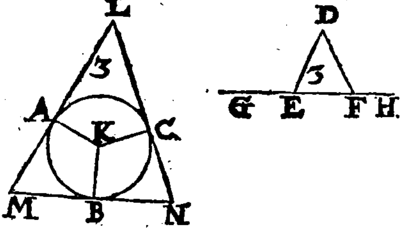
triangulum, triangulo D E F æquiangulum inscribere. Ducatur G A H tangens
circulum A B C in A; *a* constituaturque *a prop.23.1.*
ad A rectæ G A H, angulus H A C æqualis angulo D E F, & G A B æqualis DFE;
ducaturque B C. Quia ergo circulũ ABC *b prop.32.3.*
tangit recta G A H, & à tactu ducta est
A C, *b* erit angulus H A C æqualis angulo *c prop.32.1.*
ABC in alterna portione: sed HAC est æqualis D E F angulo; erit ergo & A B C æqualis eidem D E F. Eadem ratione erit angulus A C B angulo DFE æqualis, *c* reliquus ergo B A C æqualis erit reliquo E D F. Est ergo triangulum A B C triangulo D E F æquiangulum, & inscri-

ptum eſt circulo A B C. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propoſitio 3. Probl. 3.

Circa datum circulum dato triangulo æquiangulum triangulum deſcribere.

Esto datus circulus A B C, datum triangulum D E F. oporteatque circa



A B C circulum triangulo D E F æquiangulum triangulum deſcribere. Producatur vtrinque E F in G & H, ſumaturque centrum K circuli A B C, & ducatur recta K B vt libet; & *a* conſtituatur ad K rectæ K B angulo D E G æqualis B K A; angulo verò D F H æqualis B K C, perque puncta A, B, C *b* ducantur tangentes circulum L A M, M B N, N C L. Et quia L M, M N, N L tangunt circulum in A, B, C; & à centro

a prop. 23. 1. *b prop. 17. 3.*

tro K ad puncta A, B, C ductæ sunt KA, KB, KC: *c* recti igitur erunt anguli ad A, B, C puncta. Et quia quadrilateri AMBK quatuor anguli æquales sunt quatuor rectis; *diuiditur enim quadrilaterū AMKB in duo triangula KAM, KBM, quorum anguli KAM, KBM recti sunt; reliqui ergo AKB, AMB duobus rectis æquales erunt: *d* Sunt verò & DEG, DEF duobus rectis æquales: ergo AKB, AMB anguli æquales sunt angulis DEG, DEF. quorum AKB, DEG æquales cum sint; erunt & reliqui AMB, DEF æquales. Pari modo demonstrabitur angulum LNM angulo DFE æqualem esse: reliquus ergo MLN reliquo EDF æqualis erit. æquiangulum ergo est triangulum LMN triangulo DEF, & descriptum est circa circulum ABC. Ergo circa datum circulum, &c. Quod oportuit facere.

c prop. 18. 3.

** Si intelligatur ducta linea KM.*

d prop. 13. 1.

Propositio 4. Probl. 4.

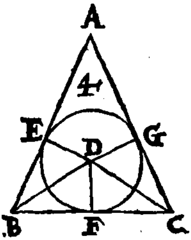
In data triangulo circulum describere.

SIt datum triangulum ABC, in quo oporteat circulum describere. *a* bisecentur anguli ABC, BCA rectis BD,

a prop. 9. 1.

CD,

b prop. 12. 1. CD, quæ in D puncto concurrant, b ducanturque ex D ad rectas AB, BC, CA perpendiculares DE, DF, DG. Et quia anguli ABD, CBD æquales sunt (est enim ABC bisectus) anguli verò BED, BFD recti, habebunt duo triangula EBD, DBF duos angulos duobus angulis, & vnum latus vni lateri æquale, nempe cõmune BD, c habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia; vnde DE, DF æquales erunt; Eandem ob causam DG, DF æquales erunt. Circulus ergo centro D, interuallo vno punctorum E, F, G descriptus, transibit etiam per alia puncta, tangetque rectas AB, BC, CA quod anguli ad E, F, G recti sint. Si enim ipsas secaret, caderet, quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur, intra circulum; d quod est absurdum. Non ergo circulus centro D, interuallo vna harum DE, DF, DG descriptus secat rectas AB, BC, CA; ergo eas tanget; estque circulus in triangulo ABC descriptus. In dato ergo triangulo, &c. Quod oportuit facere.



c prop. 26. 1.

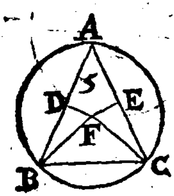
d prop. 16. 3.

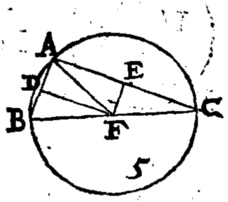
Pro-

Propositio 5. Probl. 5.

Circa datum triangulum circulum describere.

Esto datũ triangulũ ABC, circa ꝙ opor teat circulũ describere. bisecẽtur AB, AC in D & E; atque à punctis D, E ducantur ad AB, AC ad angulos rectos DF,



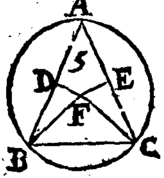


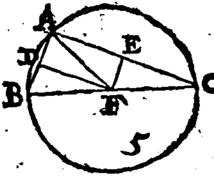
EF, quæ concurrent aut in triangulo ABC, aut in recta BC, aut extra triangulum. Concurrant primò intra triangulum in F, ducanturq; BF, FC, *FA. Et quia AD, DB æquales sunt, communis & ad angulos rectos DF, aerunt & bases AF, FB æquales. Similiter demonstrabimus CF, AF æquales esse: quare & FB, FC æquales erunt. Tres ergo FA, FB, FC æqua-

** FA in 1. fig. omissa est.*

a prop. 4. h.

æquales ſunt. Circulus ergo centro F interuallo vna ipſarum F A, F B, F C deſcriptus tranſibit & per reliqua puncta, eritque circulus circa A B C triangulum deſcriptus. Concurrant iam D F, E F in recta BC in F, vt in ſecunda deſcriptione,





iungaturque A F. Similiter demõſtrabimus punctum F centrum eſſe circuli circa triangulum ABC deſcripti. Cõcurrant demum DF, EF extra triangulum A B C in F, vt tertia habet deſcriptio, & iungantur A F, F B, F C, Cumque A D, D B æquales ſint, communis, & ad angulos rectos D F, *b* erunt & baſes A F, B F æquales. Similiter demonſtrabimus & C F ipſi F A æqualem eſſe: quare & B F æqualis erit F C. Rurſus ergo circulus centro F interuallo vna harum FA, F B. F C, deſcriptus

b prop. 4.1.

ptus

ptus transibit etiam per reliqua puncta, estque circa A B C triangulum descriptus. Quod facere oportuit.

Corollarium.

Vnde perspicuum est, quando centrum circuli in triangulum cadit, angulũ B A C in maiore portione semicirculo existentem recto minorem esse. quando verò centrum in B C cadit, in semicirculo existentem, rectum: quando denique centrum extra B C cadit, in minore portione semicirculo existentem, maiorem recto. Vnde quando datus angulus minor est recto, intra triangulum cadunt rectæ D F, E F; quando rectus, in B C; quando maior recto, extra B C; quod oportuit demonstrare.

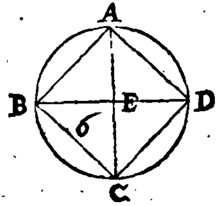
Propositio 6. Probl. 6.

In dato circulo qudaratum describere.

SIt in dato circulo A B C D quadratũ describendum. *a* ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, iunganturque

a prop. 11. 1

que AB, BC, CD, DA. Cum ergo BE, ED sint æquales, quippe ex centro E, cõmunis & ad angulos



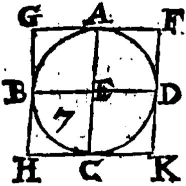
b prop. 4. 1. rectos EA; *b* erit & basis AB basi AD æqualis. Eadem ratione vtraque ipsarũ BC, CD, vtriq; AB, AD est æqualis. Est Ergo quadrilaterum ABCD æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum recta BD diametrus sit circuli ABCD; c prop. 31. 3. *c* erit BAD semicirculus; rectus est ergo angulus BAD. Ob eandem causam quilibet angulorum ABC, BCD, CDA rectus est; rectangulum ergo est quadrilaterum ABCD. Ostensum est autem & d def. 27. 1. æquilaterum; *d* quadratum ergo est: & est circulo inscriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 7 Probl. 7.

Circa datum circulum quadratum describere.

SIt circa datum circulum ABCD quadratem describendum. Ducantur diametri AC, BD ad angulos rectos, & per pun-

puncta A,B,C,D ducantur tangentes circulum FG, GH, HK, KF. Cum ergo



FG tangat circulum, & à centro E ad tactũ A ducta sit EA; *a* erũt anguli ad A recti. Eadẽ de causa *a* erunt & anguli ad B, C, D recti, cumque anguli AEB, EBG recti sint, *b* erunt GH, AC parallelæ. Eadem de causa erunt AC, FK parallelæ; Similiter demonstrabimus, quod GF, HK sint ipsi BED parallelæ: Sunt ergo GK, GC, AK, FB, BK parallelogramma. *c* vnde æqualis est GF ipsi HK; & GH ipsi FK. *d* & quia AC, BD æquales sunt. Atque AC vtrique GH, FK; & BD vtrique GF, HK est æqualis; ergo vtraque GH, FK, vtrique GF, HK est æqualis. Est igitur FGHK quadrilaterum æquilaterũ; dico quod & rectangulum. Cum enim GBEA sit parallelogrammum, sitq; angulus AEB rectus, *e* erit & AGB rectus. Similiter demonstrabimus quod anguli ad H,K,F recti sint; est ergo FGHK rectangulum quadrilaterum, ostensum est autẽ & æquilaterum, *f* quadratum ergo est, & est circa ABCD circulũ descriptum: ergo

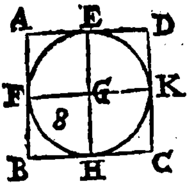
a prop. 18. 3.
b prop. 28. 1.
c prop. 34. 1.
d def. 15. 1.
e prop. 34. 1
f def. 27. 1.

circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propoſitio 8. Probl. 8.

In dato quadrato circulum deſcribere.

SIt in dato quadrato A B C D circulus
a prop. 10.1. deſcribendus. *a* Biſecentur A B, A D in
b prop. 31.1. F, E; *b* ac per E quidem ducatur alterutri A B, C D parallela E H: per F verò alterutri A D, B C parallela F F. Sunt ergo A K, K B,



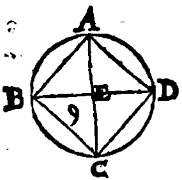
A H, H D, A G, G C, B G, G D parallec
c prop. 34.1. logramma, *c* ideoque latera oppoſita æqualia. Et quia A D, A B æquales ſunt, erunt & ſemiſſes earum A E, A F æquales:
d prop. 34.1. *d* quare & oppoſitæ illis F G, G E æquales erunt. Similiter demonſtrabimus vtramq; G H, G K vtrique F G, G E æqualem eſſe. Sunt igitur quatuor G E, G F, G H, G K æquales. Circulus igitur centro G, interuallo vna harum G E, G F, G H, G K deſcriptus, tranſibit & per reliqua puncta: ſed & tangit rectas A B, B C, C D, D A, quod anguli ad E, F, H, K recti ſint. Si enim circulus ipſas A B, B C, C D, D A ſecaret, caderet quæ ab extremitate diametri

tri ad angulos rectos ducitur, in circulum, *e* quod est absurdum; Non ergo circulus centro G, & interuallo vna harum G E, G F, G H, G K descriptus secat rectas AB, B C, C D, D A: tangit ergo: & est quadrato A B C D inscriptus. In dato ergo quadrato, &c. Quod oportuit facere. *e prop.16.3.*

Propositio 9. Probl. 9.

Circa datum quadratum circulum describere.

Sit circa datum quadratum A B C D circulus describendus: ductæ rectæ AC, B D se in E secent. Et quia D A, A B æquales sunt, A C communis, erunt duę D A, A C, duabus B A, A C æquales: sed & bases D C, B C *a* æquales sunt: *b* erunt ergo & anguli D A C, B A C æquales: angulus ergo D A B rectâ A C bisecatur. Similiter demonstrabimus quemlibet horum A B C, B C D, C D A rectis A C, D B bisecari. Et cum anguli D A B, A B C æquales sint; sintque E A B, E B A eorum dimidij, *c* erunt & ipsi æquales:



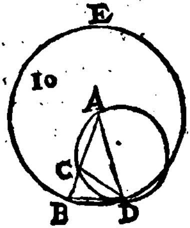
a def.37.
b prop.8.1.
c ax.7.

quare & latera E A, E B æqualia erunt. Similiter demonstrabimus vtramque rectarum E C, E D, vtrique E A, E B æqualem esse. Quatuor ergo E A, E B, E C, E D æquales sunt. Igitur circulus centro E, interuallo vna harum E A, E B descriptus, transibit & per reliqua puncta, est igitur circa A B C D quadratum descriptum. Ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 10. Probl. 10.

Triangulum isosceles cõstituere, habens vtrumque qui ad basim angulum duplum reliqui.

a prop. 11. 2.



EXponatur recta quędã AB, *a* quę in C sic secetur, vt AB, BC contentum æquale sit quadrato ex CA descripto. Igitur centro A, interuallo AB describatur

b prop. 1. 4. circulus B D E, *b* eique aptetur recta B D
c prop. 5. 4. æqualis ipsi A C; & ductis D A, D C, *c* describatur circa triangulum ACD circulus ACD. Et cum quod A B, B C continetur æquale sit ei, quod ex AC, quadrato, sitque

A C

AC ipsi BD æqualis; erit & quod AB, BC continetur æquale ei, quod ex BD. Cum igitur extra circulum ACD acceptum sit punctum B, ab eoq; ad circulum ACD cadant duæ rectæ BCA, BD, quarum vna circulum secat, altera ei incidit, sitque quod AB, BC continetur æquale ei quod ex BD, *d* tanget BD circulum ACD; cumque BD circulum ACD tangat, à tactu autem D ducta sit DC, *e* erit angulus BDC angulo DAC in alterna circuli portione consistenti æqualis. Cum ergo anguli BDC, DAC sint æquales, si cõmunis CDA addatur, erit totus BDA duobus CDA, DAC æqualis: *f* sed duobus CDA, DAC æqualis est externus BCD: ergo BDA æqualis erit ipsi BCD: sed ipsi BDA æqualis est CBD, cum & *g* latera AD, AB sint æqualia: quare & DBA, BCD æquales erunt: tres ergo BDA, DBA, BCD sunt æquales: & cum anguli DBC, BCD æquales sint, erunt & latera BD, DC æqualia; sed BD ipsi CA ponitur æquale: sunt ergo & AC, CD æqualia: vnde & anguli CDA, DAC æquales erunt: ergo anguli CDA: DAC dupli sunt anguli DAC: est verò & BCD æqualis duobus CDA, DAC;

d prop. 37. 3.
e prop. 32. 3.
f prop. 32. 1.
g Def. 15. 1.

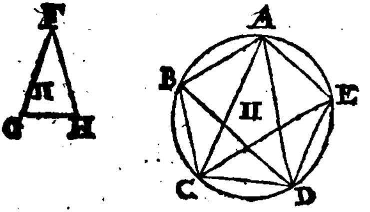
 ergo

ergo BCD duplus est ipsius DAC: *Et* cum vterque BDA, DBA angulo BCD sit æqualis, duplus erit vterque reliquo DAB. Triangulum ergo isosceles, &c. Quod oportuit facere.

Propositio II. Probl. II.

Dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere.

Sit in dato circulo ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum describendum.



Exponatur triangulum isosceles duplum habens vtrumq; angulum ad G, H, eius qui est ad F; & *a* inscribatur circulo ABCDE triangulum ACD æquiangulum triangulo FGH; ita vt angulo F æqualis sit angulus CAD; angulis G, H anguli ACD, CDA. Et quia vterque ACD, CDA duplus est anguli CAD, *b* bisecentur rectis CE, DB, iungan-

a prop. 2. 4.
b prop. 9. 1.

ganturque A B, B C, C D, D E, E A. Cum itaque vterque angulorum A C D, C D A duplus sit anguli C A D, bisectique sint rectis C E, D B, erunt quinq; anguli D A C, A C E, E C D, C D B, B D A æquales inter se: *c* Et cùm æquales anguli æqualibus peripheriis insistant, erunt quinque peripheriæ A B, B C, C D, D E, E A æquales: *c prop. 26. 3*
d sed æquales peripherias æquales rectæ subtendunt; sunt ergo hæ quinque rectæ A B, B C, C D, D E, E A æquales; est ergo pentagonum A B C D E æquilaterum. *d prop. 29. 3*
Dico quod & æquiangulum. Quia A B, D E peripheriæ æquales sunt, si communis B C D addatur, erunt totæ A B C D, E D C B æquales; & insistit peripheriæ A B C D angulus A E D; peripheriæ vero B C D E angulus B A E; *e* sunt ergo A E D, B A E anguli æquales. Eadem de causa, quilibet angulorum A B C, B C D, C D E vtrique A E D, B A E æqualis erit: est ergo pentagonum A B C D E æquiangulum; demonstratum autem est, quod & æquilaterum. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere. *e prop. 27. 3*

Propoſitio 12. Probl. 12.

Circa datum circulum pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

OPorteat circa circulum ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

Cogitentur angulorum pentagõni inſcripti puncta, A, B, C, D, E ita vt peripheriæ, AB, BC, CD, DE, EA æquales ſint, ducanturque per A, B, C, D, E rectæ GH, HK, KL, LM, MG tangentes circulum, & accipiatur centrũ circuli F, iunganturque FB, FK, FC, FL, FD. Cum itaque KL recta circulum in C tangat, & ab F ad contactum C ducta ſit FC, erit ipſa ad KL perpendicularis: vterque ergo angulus ad C eſt rectus. Eandem ob cauſam recti ſunt anguli ad B, D; & cum angulus FCK rectus ſit, erit quod ex FK æquale illis, quæ ex FC, CK quadratis. Eadem de cauſa, erunt quæ ex FB, BK æqualia illi, quod ex FK: ſunt ergo quæ ex FC, CK æqualia illis,

a prop. 17. 3.
b prop. 18. 3.
c prop. 47. 1

quæ

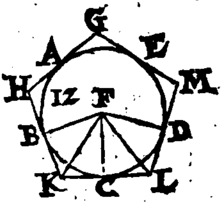
quæ ex B F, B K; quorum quod ex F C æquale* est ei, quod ex F B; erit igitur & reliquum quod ex C K æquale reliquo, quod ex B K: sunt ergo B K, C K æquales. Et quia F B, F C æquales sunt, communis F K, erunt duæ B F, F K duabus C F, F K æquales, & basis B K basi C K æqualis; *d* ergo & angulus B F K æqualis erit angulo K F C: & angulus B K F, angulo F K C: est ergo angulus B F C duplus anguli K F C; & B K C duplus anguli F K C. Ob eandem causam erit & C F D duplus ipsius C F L: & C L D duplus ipsius C L F. Cumq; peripheriæ B C, C D æquales sint, *e* erunt & anguli B F C, C F D æquales, estque B F C ipsius K F C duplus, D F C verò duplus ipsius L F C: æquales ergo sunt K F C, C F L. *f* duo ergo triangula F K C, F L C duos angulos duobus habētia æquales alterum alteri, & latus vnum vni lateri F C vtrique commune; habebunt & reliqua latera reliquis æqualia, angulumque reliquum reliquo. Sunt igitur tam rectæ K C, C L, quam anguli F K C, F L C æquales, cumque K C æqualis sit C L, dupla erit K L ipsius K C. Eadem de causa demonstrabitur H K dupla ipsius B K; & cum demonstratum sit B K æqualis K C, sitq; K L du-

** quia F B, F C sunt æquales, quippe ex centro ad peripheriam.*

d prop. 8.1.

e prop. 27.3

f prop. 26.1.



pla ipsius K C, & H K dupla ipsius B K; g erit & H K ipsi K L æqualis. Similiter demõstrabitur quælibet ipsarum G H, G M, M L vtriq; H K, K L equalis: est ergo pentagonum G H K L M æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum enim anguli F K C, F L C æquales sint, ostensusque sit H K L duplus ipsius F K C: & ipsius F L C duplus K L M; erit & H K L ipsi K L M æqualis. Similiter demonstrabitur quilibet ipsorum K H G, H G M, G M L vtrique H K L, K L M æqualis. Quinque ergo anguli G H K, H K L, K L M, L M G, M G H sunt æquales; æquiangulum ergo est pentagonum. Ostensum autem est & æquilaterum, & est descriptum circa circulum A B C D E. quod oportebat facere.

g ax. 6.

Propos. 13, Probl. 13.

Dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inscribere.

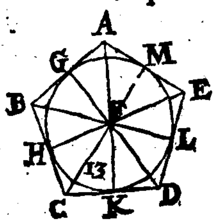
OPorteat dato pentagono æquilatero & æquiangulo A B C D E circulum inscribere, a bisecetur vterq; angulorum

a prop. 9. 1.

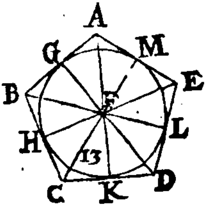
B C D,

BCD, CDE rectis CF, DF; & à puncto F, in quo CF, DF, concurrunt, ducantur rectæ FB, FA, FE. & quia BC, CD æquales sunt, communis CF, erunt duæ BC, CF duabus DC, CF æquales, & angulus BCF angulo DCF æqualis: *b* ergo & basis BF, basi DF æqualis erit, & triangulum BFC triangulo DCF, reliquiq; anguli reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Sunt igitur anguli CBF, CDF æquales. Et cum angulus CDE duplus sit anguli CDF; æquales autẽ & CDE, ABC; & CDF, CBF; erit & CBA duplus ipsius CBF: æquales ergo sunt ABF, FBC: bisecatur ergo angulus ABC recta BF. Similiter demonstratur quemlibet angulorum BAE, AED rectis FA, FE bisecari. *c* Ducantur enim ab F ad AB, BC, CD, DE, EA recta perpendiculares FG, FH, FK, FL, FM. Quia ergo anguli HCF, KCF æquales sunt; FHC rectus, æqualis recto FKC; erunt duo triangula FHC, FKC duos angulos duobus æquales habentia vnumque latus vni, FC latus

b prop. 4. 1.



c prop. 12. 1.



latus commune, & vni æqualium angulorũ subtẽsum, d habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia: sunt ergo perpẽdiculares F H, F K æquales. pari modo demonstratur quælibet harum F L, F M, F G vtriq; F H, F K æqualis. quinq; ergo rectæ F G, F H, F K, F L, F M æquales sunt, circulus ergo centro F; interuallo vna harum F G, F H, F K, F L, F M descriptus, transibit & per reliqua puncta, tangetq; rectas AB, BC, CD, D E, E A, eo quod anguli ad G, H, K, L, M recti sint. Quod si illas non tangat, sed secet; cadet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur intra circulum, e quod absurdum esse ostensum est; non ergo circulus centro F, interuallo F G, F H, F K, F L, F M descriptus secat rectas A B, B C, C D, D E, E A; ergo tanget. dato ergo pentagono. quod oportuit facere.

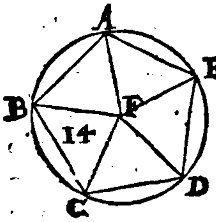
d prop. 26. 1

e prop. 16. 1.

Pro-

Propos. 14. Probl. 14.

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.



OPorteat circa datum pentagonum æquilaterũ & æquiangulum A B C D E circulum describere. *a* Bisecetur vterq; angulorum B C D, C D E rectis C F; F D; & ab F puncto in quo rectæ concurrunt ad B, A, E ducãtur rectæ F B, F A, F E. Similiter ergo, vt in præcedente, demonstrabitur quemlibet angulorũ C B A, B A E, A E D, rectis B F, F A, F E bisecari. Et quia anguli B C D, C D E æquales sunt, estque F C D dimidius ipsius B C D, & C D F dimidius ipsius C D E; erunt F C D, F D C æquales, *b* quare & latera F C, F D æqualia erunt. Similiter demõstrabitur, quamlibet ipsarum F B, F A, F E, vtrilibet F C, F D æqualem esse. Quinque ergo F A, F B, F C, F D, F E æquales sunt. circulus igitur centro F; interuallo vna harum F A,

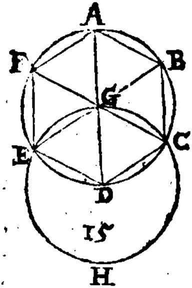
a *prop. 9. 1.*

b *prop. 6. 1.*

FA, FB, FC, FD, FE descriptus, transibit & per reliqua puncta; eritq; circa pentagonum ABCDE descriptus. Circa datum ergo, &c. Quod facere oportebat.

Propos. 15. Probl. 15.

In dato circulo hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



SIt in dato circulo ABCDEF hexagonum æquilaterum & æquiangulum describendum. Ducta diametro AD, sumatur centrum G, atq; centro D, interuallo DG describatur circulus EGCH; & ductæ EG, CG producantur ad B, F, iunganturque AB, BC, CD, DE, EF, FA. Dico ABCDEF hexagonum æquilaterum & æquiangulum esse. Cum enim G centrum sit circuli ABCDEF, erunt GE, GD æquales. Et cum D centrum sit circuli EGCH, erunt & DE, DG æquales.
a ax. 1. Sed GE ostensa est æqualis ipsi DG; a erit ergo

ergo & G E æqualis ipsi E D: triangulum ergo E G D æquilaterum est, & tres anguli eius E G D, G D E, D E G æquales, cum isoscelium triangulorum anguli ad basim æquales sint. Et quia tres anguli trianguli duobus rectis ęquales sunt, erit angulus E G D tertia pars duorum rectorũ. b prop. 32. 1 Similiter demonstratur D G C tertia pars esse duorum rectorum. & cum recta C G super E B consistens c angulos deinceps, c prop. 13. 1 E G C, C G B duobus rectis æquales faciat; erit & reliquus C G B tertia pars duorum rectorum. sunt igitur anguli E G D, D G C, C G B inuicem æquales; d erunt d prop. 15. 1 igitur & qui ad verticem B G A, A G F, F G E æquales, e æquales autem anguli e prop. 26. 3 æqualibus peripheriis insistunt: peripheriæ ergo A B, B C, C D, D E, E F, F A sunt f prop. 29. 3 æquales, f æqualibus autem peripheris æquales rectæ lineæ subtenduntur: sex igitur rectæ æquales sunt; ideoque hexagonum A B C D E F æquilaterum est. Dico quod & æquiangulum. Cum enim peripheriæ A F, E D æquales sint: si communis A B C D, addatur, erunt totæ F A B C D, E D C B A æquales: g Sed peripheria F A B C D insistit angulus F E D; peripherię verò E D C B A, angulus A F E, sunt g def. 9. 3.

ergo

ergo anguli A F E, D E F æquales. Similiter demonstrabitur reliquos hexagoni ABCDEF angulos, vtriq; AFE, FED æquales esse. Est ergo hexagonũ ABCDEF æquiangulum: ostensum est autem & æquilaterum, & est in circulo descriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportebat facere.

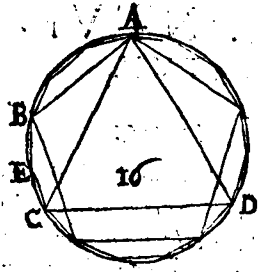
Corollarium.

Ex his manifestum est latus hexagoni æquale esse ei, quæ ex centro circuli. Et si
h prop.17 3. per puncta A, B, C, D, E, F *h* tangentes circulum rectæ ducantur, circa circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum esse, vt in illis quę de pentagono dicta sunt videre licet. Præterea iuxta illa quę de pentagono dicta sunt, in dato hexagono circulum describemus.

Pro-

Propos. 16. Theor. 16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



OPorteat in dato circulo ABCD quindecagonum equilaterũ & æquiangulum describere. Describatur in circulo ABCD trianguli æquilateri latus AC pentagoni æquilateri AB. Qualium ergo totus circulus partium est quindecim, talium est ABC peripheria, tertia circuli pars existens, quinque; AB, quinta pars circuli existens, trium; pars ergo BC, duarum; quæ si in E a bisecetur, erit quælibet peripheriarum BE, EC decimaquinta pars circuli. Si ergo ductis rectis BE, EC, eis æquales in continuum circulo rectas b aptemus, erit quindecagonum equilaterum, & æquiangulum descriptum. Quod facere oportuit.

a prop. 30. 3.

b prop. 1. 4.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

1 Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, quando minor metitur maiorem. *Vt, 2. est pars ipsius 6, at non ipsius 7: quia 2. metitur 6; nõ metitur 7.*

2 Multiplex est maior minoris, quando minor metitur maiorẽ. *Vt 6. est multiplex ipsius 2. at 7. ipsius 2. multiplex nõ est. Quia 2 metitur 6; non item 7.*

3 Proportio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem habitudo. *Proportio ergo est inter res eiusdem generis vt inter numeros, lineas, superficies, corpora, &c.*

4 Proportionẽ inter se habere dicuntur magnitudines, quæ multiplicatæ possunt se inuicem superare. *Vnde liquet inter angulum contingentiæ & rectilineum*

nentm quemcumq; proportionem nō esse. Quia licet prior in infinitū multiplicetur, nunquā tamen superabit posteriorē.

5 In eadē proportione dicuntur esse magnitudines, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando ęquè multiplices, primæ & tertiæ, æquè multiplices, secundæ & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, vtraque ab vtraq;, vel æquè deficiūt, vel ęquè æquales sunt, vel ęquè superant, si ordine sumantur. *Vt si horum quatuor numerorum 8.6.4.3 primi & tertij accipiantur eque multiplices 16. & 8. secūdi & quarti 18. & 9. & collocentur eo ordine, quo numeri, quorum sunt multiplices, hoc nimirum 16.18.8.9. si iam primus minor sit secundo erit & tertius quarto minor; & si maior, maior, si equalis, equalis, si inquam hoc semper contingat dicētur quatuor magnitudines in eadem esse proportione.*

6 Magnitudines quę eandem proportionem habent, proportionales vocantur. *Vt 4. & 2. item 6. & 3. cum habeant eandem proportionem, nempe duplam, dicuntur proportionales.*

7 Quando ęquè multiplicium multiplex primæ superat multiplicem secundæ;

at multiplex tertia non superat multiplicem quartæ; prima ad secundam dicitur habere maiorem proportionem quam tertia ad quartam.

8 Analogia est proportionū similitudo.

9 Analogia in tribus minimis terminis consistit. *Vt in his numeris 4.6.9: vt enim est primus ad secundum, ita secundus ad tertium.*

10 Cum fuerint tres magnitudines proportionales, prima ad tertiam duplicatam proportionem habere dicitur eius, quā habet ad secundam. *Vt cum fuerint proportionales hi tres numeri 2.4.8 erit proportio quam habet 2. ad 8. duplicata eius, quam habet ad 4.*

11 Cum fuerint quatuor magnitudines proportionales prima ad quartā triplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secūdam. Et deinceps semper vna amplius quoad vsq; proportio extiterit. *Vt si sint proportionales hi quatuor numeri 2. 4. 8. 16, erit proportio quam habet 2. ad 16. tripla eius quam habet ad 4.*

12 Homologę, seu similis rationis magnitudines dicuntur esse, antecedentes antecedentibus, consequentes consequentibus.

13 Fer-

13 Permutata ratio, est sumptio antecedẽtis ad antecedentẽ, & consequẽtis ad consequentem. *Demõstratur prop. 16. in qua cum est vt A ad B, ita C ad D, est quoq; permutãdo, vt A ad C; ita B ad D.*

14 Conuersa ratio, est sumptio consequẽtis vt antecedentis ad antecedẽtem, vt ad consequentem. *Vide cor. 4. prop.*

15 Compositio rationis est sumptio antecedentis vnà cum consequente, vt vna, ad consequentem. *Demõstratur prop. 18. in qua cum est vt A B ad E D; ita C F ad F D; est quoq; vt A B ad F D; ita C D ad F D.*

16 Diuisio rationis est sumptio excessus, quo antecedens superat consequentem, ad consequentem. *Demõstratur prop. 17. in qua cum est, vt A B ad B E; ita C D ad D E, est quoque vt A E ad E B: ita C F ad F D.*

17 Conuersio rationis est sumptio antecedẽtis ad excessum, quo antecedens consequentem superat. *Demõstratur prop. 19. in qua cum est vt A B ad C D, ita A E ad C F erit quoque E B ad F D; vt est A B ad C D.*

18 Ex æquali ratio est cum plures fuerint magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quę binæ, & in eadẽ ratione

sumantur, fueritq; vt in primis magnitudinibus prima ad vltimã, ita in secundis prima ad vltimã. Vel est sumptio extremarũ per subtractionẽ mediarũ. *Demõstratur 22. in qua cũ est vt A ad B; ita D ad E; & vt B ad C, ita E ad F; erit ex æquali, vt A ad C, ita D ad F.*

19 Ordinata proportio est, cum fuerit vt antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; vt autem consequens ad aliam quampiam, ita consequens ad aliam quampiam. *In prop. 20. & 23. in primis magnitudinib' antecedens est A, consequẽs B, alia quæpiam C: in secundis antecedens est D, consequens E, alia quæpiam F.*

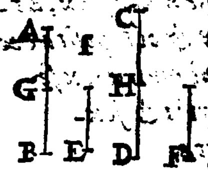
20 Perturbata proportio est, quando tribus existentibus magnitudinibus; & aliis ipsis numero æqualibus, fuerit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem; ita in secundis antecedens ad consequentem. Vt autem in primis consequẽs ad aliam quampiam: ita in secundis alia quæpiam ad antecedentem. *Vt in 21. & 23. prop. in primis tribus magnitudinibus antecedens est A consequens B, alia quæpiam C. In secundis antecedens est E, consequens F, alia quæpiam D.*

Pro-

Propos. I. Theor. I.

Si fuerint quotcumque magnitudines quotcunque magnitudinum, aequalium numero, singulae singularum aequè multiplices, quotuplex est una magnitudo unius, totuplices sunt omnes omnium.

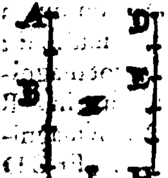
Sint quotcumque magnitudines A B, C D, quotcumque magnitudinum E, F aequalium numero, singulae singularum aeque multiplices. Dico quam multiplex est A B ipsius E, tam multiplices esse A B, C D simul, ipsarum E, F simul.



Cum enim quam multiplex est A B ipsius E, tam multiplex sit C D ipsius F; erunt in C D tot magnitudines aequales ipsi F, quot sunt in A B aequales ipsi E. Dividatur A B in magnitudines A G, G B aequales ipsi E; Et C D in C H, H D aequales ipsi F; eritque multitudo ipsarum A G, G B aequalis multitudini ipsarum C H, H D: cumque A G ipsi E, & C H aequalis sit ipsi F; erunt A G, C H aequales ipsis E, F. Eadem de causa erunt G B, H D ipsis E, F aequales: quot ergo in AB sunt magnitudines æquales ipsi E, tot sunt in AB, CD æquales ipsis E, F. Quæ quam multiplex est AB ipsius E, tam multiplices sunt AB, CD ipsarum E, F. Si ergo fuerint, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 2. Theor. 2.

Si prima secundæ æquè multiplex fuerit, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta secundæ æquè multiplex, atque sexta quartæ; erit & composita ex prima & quinta æquè multiplex secundæ, atque tertia & sexta, quartæ.



Esto prima AB secundæ C æquè multiplex, atque tertia DE quartæ F: sit verò & quinta BG secundæ C æquè multiplex, atque sexta EH quartæ F. Dico & compositam ex prima & quinta AG secundæ C, æquè multiplicem esse, atque est tertia & sexta DH quartæ F. Cum enim quam multiplex est AB ipsius C, tam multiplex sit DE ipsius

ipsius F, erunt in DE tot magnitudines æquales ipsi F, quot sunt in AB æquales ipsi C. Eademque de causa quot sunt in BG æquales ipsi C, tot erunt in EH æquales ipsi F: quot ergo sunt in tota AG æquales ipsi C; tot sunt in tota DH æquales ipsi F. Quam multiplex est ergo AG ipsius C, tam multiplex est DH ipsius F. Ergo AG composita ex prima & quinta secundæ C æquè multiplex est, atque tertia & sexta DH quartæ F. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 3. Theor. 3.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ; sumantur autem æquè multiplices primæ & tertiæ; erit ex æquali sumptarum utraque utriusque æquè multiplex, altera quidem secundæ; altera autem quartæ.

Esto prima A secundæ B æquè multiplex, atque tertia C quartæ D. & accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices EF, GH. Dico æquè multiplicem esse EF ipsius B, atque est GH ipsius D. Cum enim æque multiplex sit EF ipsius A, atque est GH ipsius C: continebuntur in GH tot magnitudines æquales ipsi C, quot in EF æquales ipsi A. Diuidatur EF in magnitudines EK, KF, æquales ipsi A; & GH in GL, LH æquales ipsi C. Erit autem multitudo ipsarum EK, KF æqualis multitudini ipsarum GL, LH.

Et quia æque multiplex est A ipsius B, vt C ipsius D; estque EK ipsi A; & GL ipsi C æqualis, erit & EK æquè multiplex ipsius B, vt GL ipsius D. Eadem de causa æquè multiplex est KF ipsius B, vt LH ipsius D. Cum igitur prima EK secundæ B æquè multiplex sit, vt tertia GL quartæ D; sit verò & quinta KF secundæ B æquè multiplex, vt est sexta LH quartæ D; a erit & cōposita ex prima & quinta EF secundæ B æquè multiplex, atque est tertia cum sexta GH quartæ D. Si ergo prima secundæ &c. Quod oportuit demonstrare.

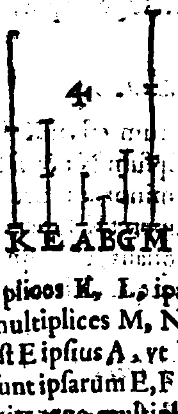
a prop. 2. 5.

Propo-

Propositio 4. Theor. 4.

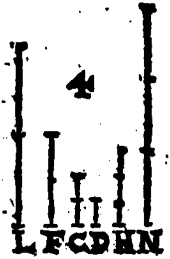
Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebunt & æquemultiplices primæ & tertiæ ad æquemultiplices secundæ & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, eandem proportionem, si, vt inter se respondent, sumpta fuerint.

Habeat prima A ad secundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Et accipiantur ipsarum A, C æque multiplices E, F; ipsarum verò B, D quæcunque aliæ æque multiplices G, H. Dico vt est E ad G, ita esse F ad H. Accipiantur enim



ipsarum E, F æquè multiplices K, L; ipsarum verò G, H æque multiplices M, N. Et quia ita multiplex est E ipsius A, vt F ipsius C; acceptæque sunt ipsarum E, F æque multiplices K, L: a ita ergo multiplex est K ipsius A, vt L *a prop. 3. h*

ipsius



ipsius C. Eadem de causa ita multiplex est M ipsius B, vt N ipsius D. Et quia est vt A ad B; ita C ad D, accepteque sunt ipsarum A, C eque multiplices K, L; ipsarum verò B, D alię quęcunque M, N: *b* ergo si K superat M, superabit & L ipsam N; & si ęqualis, ęqualis; si minor, minor; suntque K, L ipsarum E, F æque multiplices; M vero & N sunt ipsarum G, H ęque multiplices: *c* est ergo, vt E ad G; ita F ad H. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *def. 6. 5.*

c *def. 5. 5.*

Lemma.

Quoniam demonstratum est, si K superet M, superare & L ipsum N; & si sit æqualis, esse æqualem; si minor, minorem. Constabit etiam, si M superet K, superare & N ipsum L, & si sit æqualis, esse æqualem, si minor, minorem. atque idcirco erit vt G ad E; ita H ad F.

Corollarium.

Ex hoc manifestum est, si quatuor magnitugnitudines fuerint proportionales, & cõuersim proportionales esse. *Hoc est si est vt A ad B; ita C ad D; esse quoque B ad A, vt D ad C.*

Propositio 5. Theor. 5.

Si magnitudo magnitudinis æque multiplex fuerit, atque ablata ablatæ; & reliqua reliquæ æque multiplex erit atque tota totius.

Sit magnitudo AB magnitudinis CD æque multiplex, atque est ablata AE ablatæ CF. Dico & reliquam

EB, reliquę FD æque multiplicem esse, vt est tota AB totius CD. Quotuplex enim est AE ipsius CF, totuplex fiat EB ipsius CG. Et quia æque multiplex est AE ipsius CF, atque EB ipsius CG, *a* erit AE ęque multiplex CF atq; AB ipsius GF; ponitur autem AE ęque multiplex ipsius CF, atque est AB ipsius CD: æquè ergo multiplex est AB vtriusque GF, CD: *b* ęquales ergo sunt GF, CD; Communis CF auferatur, & erit reliqua GC reliquæ DF æqualis. Et cum æque multiplex sit AE ipsius CF, atq; EB ipsius GC, estque GC æqua-

a *prop.1.5.*

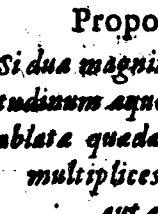
b *Colligitur ex ax.7.*

æqualis D F. eque ergo multiplex est A E ipsius C F, atque E B ipsius F D, ponitur autem & A E ipsius C F eque multiplex, vt A B ipsius C D: æque ergo multiplex E B ipsius F D; atque A B ipsius C D; ergo reliqua E B, reliquæ F D æque multiplex est, atque est tota A B totius C D. Si ergo magnitudo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 6. Theor. 6.

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè multiplices fuerint, & ablata quædam sint earundem æquè multiplices; erunt reliquæ eisdem aut æquales, aut æque multiplices.

SInt duæ magnitudines A B, C D duarum magnitudinum E, F æque multiplices, auferanturq; A G, C H earundem E, F eque multiplices. Dico reliquas G B, H D ipsis E, F, aut æquales esse, aut eque multiplices. Sit primo G B ipsi E æqualis. Dico & H D ipsi F equalē esse.

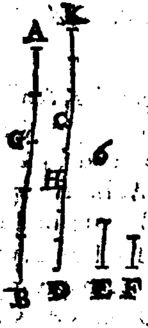


Pona-

Ponatur ipsi F æqualis CK. Cum igitur AG æque multiplex sit ipsius E, atque CH ipsius F; sit verò GB ęqualis ipsi E, & CK ipsi F, a ęque multiplex erit AB ipsius E, atque KH ipsius F. Ponitur autem ęque multiplex AB ipsius E, atque est CD ipsius F: æque ergo multiplex est KH ipsius F, atque CD eiusdem F. Cum ergo vtraque KH, CD ipsius F ęque sit multiplex, b ęqualis erit KH ipsi CD: Communis CH auferatur, & erunt reliquę KC, HD æquales. Sed KC ęqualis est F, ergo & HD eidem F ęqualis erit. Est ergo GB ęqualis ipsi E, & HD ipsi F. Similiter demonstrabimus si GB ipsius E fuerit multiplex, ęque multiplicem esse HD ipsius F.

a prop. 1. hi

b Colligitur ex axiomate 6.



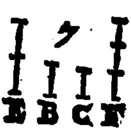
Si ergo duę magnitudines, Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propositio 7. Theor: 7.

AEquales ad eandem, eandem haben proportionem, & eadem ad aequales.

SInt magnitudines A, B ęquales, & a quæcunque C. Dico vtramque A, eandem proportionem habere ad C, & eandem ad easdem A, B. Accipiantur ipsarum A, B æque multiplices D, E; & alia F ipsius C, cunque multiplex. Cum igitur que multiplex sit D ipsius A, & ipsius B; sit verò A æqualis B, *a* erit & D æqualis E; est que alia F vtcunque multiplex ipsius C. Si ergo D maior est ipsa F; erit & E eadem F maior, & si æqualis, æqualis; si minor minor; suntq; D, E ipsarũ A, B ęquè multiplices, & ipsius C alia F vtcunque multiplex: est *b* ergo vt A ad C; ita B ad C. Dico & C ad vtramque A, B eandem habere proportionem. Iisdem enim constructi ostendemus D æqualem esse E; & aliam quandam F. Si ergo F maior est D; erit maior quam E; & si æqualis, æqualis; minor, minor; estque F ipsius C multiple



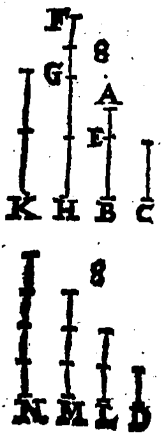
a Colligitur ex 6.

b def. 5. 5.

plex; aliæ verò D, E vtcunque multiplices ipsarum A, B: *c* est ergo vt C ad A, ita C ad B. Si ergo æquales ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare. *c def. 5. 5.*

Propositio 8. Theor. 8.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quam minor; Et eadem ad minorem maiorem habet, quam ad maiorem.



Sint inæquales magnitudines A B, C; sitque A B maior quam C, sit & alia D quæcunque. Dico AB ad D maiorē habere proportionem, quā C ad D, & D ad C maiorem, quam ad A B. Cum enim A B maior sit, quam C; ponatur ipsi C æqualis B E. Itaque minor ipsarum A E, E B *a* multiplicetur, donec maior fiat quam D. Sit primò A E minor quam E B; & multiplicetur A E, donec maior fiat quam D, quæ sit F G, Et quam multiplex est F G *a def. 4. 5.*

N ipsi-

ipsius A E, tam multiplex fiat G H *ipsius* E B, & K ipsius C. Sumatur L ipsius D dupla, M tripla, & ita deinceps vna plus quoad sumpta multiplex ipsius D, fiat primò maior quã K, sumpta sit N quadrupla ipsius D, & primo maior quam K. Cum ergo K primò minor sit quam N, non erit K minor quam M, cumque æque multiplex sit F G ipsius A E, & G H ipsius E B;

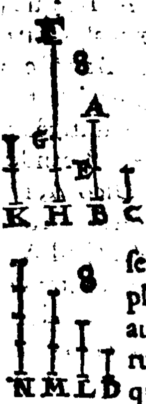
b prop. 1. 5. *b* erit F G æque multiplex ipsius A E, & F H ipsius A B. æque autem multiplex est F G ipsius A E, & K ipsius C.

c ax. 1. *c* æque ergo multiplex est F H ipsius A B, & K ipsius C: sunt ergo F H, & K æque multiplices ipsarum A B, C. Rursus cum G H ipsius E B æque sit multiplex, vt K *ipsius* C; sitque E B ipsi C æqualis:

d Colligitur ex ax. 1. *d* erit & G H ipsi K æqualis. At K non est minor M: ergo nec G H minor erit M: maior autem est F G quam D; tota ergo F H vtraq; D, M maior est. Sed vtraq; D, M æqualis est ipsi N, cum M ipsius D sit tripla, vtraque autem M, D ipsius D quadrupla: est vero & N ipsius D quadrupla: ergo vtraq; M, D æquales sunt ipsi N: sed F H ipsis *M, D* maior est.

e def. 7. 5. *e* Ergo F H superat N, & K non superat N. quia ergo F H, & K sunt æque multiplices ipsarum A B, C; At N ipsius D vt-

vtcunq; multiplex est, f habebit A B ad maiorem proportionem quam C ad D. ico contra D ad C maiorem habere, quã A B. ijsdem enim constructis, similiter monstrabimus N superare K, & non superare F H. Etenim N multiplex est ipsi D: ipsarum vero A B, C vtcunque mulplices sunt F H, K: habet ergo D ad C aiorem proportionem, quam ad A B. t iam A E maior quam EB, & minor EB ultiplicata fiat maior quam D, quæ sit G H, multiplex quidẽ ipsius EB, maior vero quam D. Et quam multiplex est GH ipsius E B, tam multiplex fiat F G ipsius A E, & K ipsius C; similiterq; ostendemus F H, & K ipsarum A B, C æque multiplices esse. Sumatur deinde N multiplex quidem ipsius D; primo autem maior quam F G, vt rursus F G minor non sit quam M; maior verò G H quam D; ita vt tota F H ipsas D, M, hoc est, N superet; K vero ipsam N non superet, quoniam & GF maior quam GH, hoc est, quã K, nõ superat N. atq; ita perficiemus



f *Cum enim sint quatuor magnitudines A B, D, C, D, superetq; multiplex prima F H multiplicẽ secunda N; at multiplex tertia K non superet multiplicem quarta N, erit maior proportio A B ad D, quam C ad D per def. 7. huius.*

mus demonstrationem vt supra. Inæqualium ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

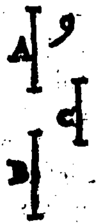
Propositio 9. Theocr. 9.

Quæ ad eandem, eandem habent proportionem, æquales sunt: Et ad quæ eadem eandem habet, & illæ sunt æquales.

HAbeat vtraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales, a non habebit vtraque A, B ad C eandem proportionem; habet autem; æquales ergo sunt. Habeat deinde C ad A, B eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales; b non habebit C ad A, B eandem proportionem. Habet autem, æquales ergo sunt. Quæ ergo ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 8. 5.

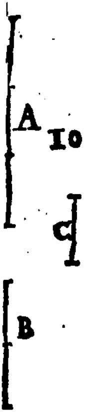
b prop. 8. 5.



Pro

Propositio 10. Theor. 10.

d eandem proportionem habentium, ea maiorem habet maior est; ad quam verò eadem maiorem habet, minor est.



HAbeat A ad C maiorem proportionem, quam B. Dico A maiorem esse. Si non. aut A est æqualis B, aut minor. non æqualis *a* vtraq; enim A, B eandem haberet proportionem ad C; at non habet; nõ ergo B æqualis est ipsi A. Non minor, quia si minor esset A quam B. *b* haberet A ad C minorem proportionem, quam B; at non habet: non ergo A minor est quam B, ostensum est autem quod neque sit æqualis. maior est ergo A quam B. Ha- *a prop. 9. 5.* *b prop. 8. 5.*

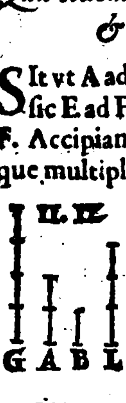
eat rursus C ad B maiorem proportioem quam ad A; dico B minorem esse, uam A. Si non; aut est æqualis, aut maor. Non æqualis, *c* haberet enim C ad A c B eandem proportionem; at non haet; non ergo A æqualis est ipsi B. Neque naior est B quam A; *d* haberet enim C ad *c prop. 9. 5.* *d prop. 8. 5.*

B minorem proportionem quam ad *A*; at non habet: non ergo B maior est quam A. Ostensum est autem quod neque æqualis. maior ergo est A, quam B. Ad eandem ergo proportionẽ, &c. Quod oportuit demonstrare.

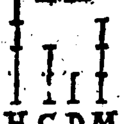
Propositio 11, Theorr. 11.

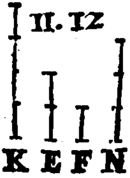
Quæ eidem eadem sunt proportiones, & inter se eadem sunt.

SIt vt A ad B, sic C ad D; & vt C ad D, sic E ad F. Dico esse vt A ad B; ita E ad F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices. G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et quia est, vt A ad B, ita C ad D, acceptęque sunt ipsarum A, C æque multiplices G, H; ipsarum verò B, D vtcunque æque multiplices L, M: *a* ergo si G excedit L, excedit & H ipsam M, & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Rursus cum sit vt C ad D; ita E ad F, & acceptæ sint ipsarum C, E æque multiplices H, K; ipsa-



a def. 5. 5.





ipsarum verò D, F aliæ vtcunque æque multiplices M, N. b ergo si excedit H ipsam M, excedet & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Sed si excedit H ipsam M; excedet & G ipsam L; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L, excedet & K ipsam N; & si æqualis, æqualis: si minor, minor. Et sunt quidem G, K ipsarum A, E æque multiplices: L, N vero ipsarum B, F sunt aliæ vtcunque æque multiplices. Est c ergo vt A at B; ita E ad F. Quæ ergo eidem, &c.

b def. 5. 5.

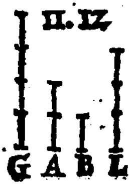
c def. 5. 5.

Quod demonstrare oportuit.

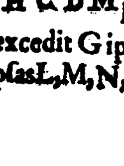
Propositio 12. Theocr. 12.

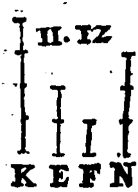
Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit vt vna antecedentium ad vnam consequentium, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes.

SInt quotcunq; magnitudines A, B, C, D, E, F, vt quidem A ad B; ita C ad D, & E ad F. Dico vt est A ad B; ita esse A, C, E ad B, D, F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et cum sit vt A ad B; ita C ad D; & E ad F, acceptæque sint ipsarum quidem A, C, E æque multiplices G, H, K; ipsarum verò B, D, F. aliæ vtcunq; æque multiplices L, M, N; ergo si *a* G excedit L, excedet & H ipsã N; & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L; excedent & G, H, K ipsas L, M, N, & si æqualis, æquales, si minor, mino-



a def. 5. 5.



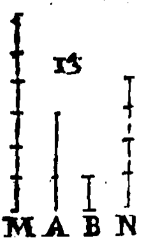


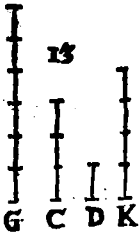
minores; suntque G; & G, H, K ipsarum A, & A, C, E, æquè multiplices; *b* quia si fuerint *b prop. 5. 1.* quotcumque magnitudines quotcunq; magnitudinum, æqualium numero singulæ singulorum æquè multiplices, quam multiplex est vna vnius, tam multiplices sunt omnes omnium. Eadem de causa sunt, L, & L, M, N ipsarum B, & B, D, F æque multiplices. Est ergo vt A ad B; ita A, C, E ad B, D, F. Si ergo quodcumque magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

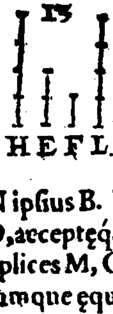
Propos. 13. Theor. 13.

Si prima ad secundam eandem proportionem habuerit, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad sextam; habebit & prima ad secundam maiorem, quam quinta ad sextam.

PRima A habeat ad secũdam B eandem proportionẽ, quam tertia C ad quartam D. Tertia verò C ad quartam D maiorẽ habeat, quam quinta E ad sextam F.







Dico primam A ad secundam B maiorem habere, quam quintā E ad sextam F. Cum enim C ad D maiorem proportionem habeat, quam E ad F; sintque ipsarum C, E quędam ęque multiplices; ipsarum verò D, F aliæ quæcumque: ac multiplex quidem ipsius C excedat multiplicem ipsius D; multiplex verò ipsius E non excedat multiplicem ipsius F. Sint ergo ipsarum C, E æquè *multiplices* G, H: ipsarum *D, F* aliæ vtcumque K, L, a sic, vt G quidem K excedat: H verò L non excedat. & quā multiplex est G ipsius C, tam multiplex sit M ipsius A; & quam multiplex est K ipsius D, tam multiplex sit N ipsius B. Et cum sit vt A ad B; ita C ad D, acceptęq; sint ipsarum A, C æquè *multiplices* M, G: ipsarum verò B, D aliæ *vtcumque* ęquè multiplices N, K, si M superat N, & G superabit K; & si equalis, ęqualis; si minor, minor: superat autē G ipsam K; su-

a def. 7. 5.

K; *b* superabit ergo & M ipsam N: at H nõ superat L; & sunt M, H ipsarum A, E ęquè multiplices; N vero & L ipsarum B, F vtcumque ęque multiplices sunt: *c* habet ergo A ad B maiorem proportionem, quam E ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare. b *def.8.5.*

Propos. 14. Theor. 14.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & secunda quam quarta maior: & si æqualis, æqualis; si minor, minor.

PRima A ad secundam B eandem habeat proportionem, quam tertia C ad quartam D. & sit A quam C maior. Dico & B quam D maiorẽ esse. Cum enim A quam C maior sit, sitque alia quæcunq; magnitudo B; *a* habebit A ad B maiorẽ proportionem, quam C ad B. Vt autem A ad B; sic est C ad D: ergo C ad D maiorẽ habet proportionem, quam C ad B. Ad *b* quam autem eadem maiorem proportionem habet; illa minor est; minor ergo est D quam B. quare B quam D maior est. a *prop.8.5.* b *prop.8.5.*

14.

A B C D

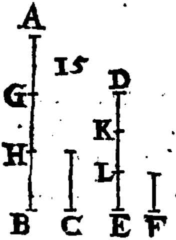
Simi-

Similiter demonstrabimus si A æqualis sit C, & B ipsi D æqualē esse: &, si A minor sit quam C, & B minorem esse quam D. Si ergo prima ad secūdam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 15.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem; si vt sibimutuo respondent, sumantur.

SInt æque multiplices A B ipsius C, & D E ipsius F. Dico esse vt C ad F; ita A B ad D E. Cum enim A B ipsius C ita multiplex sit, vt D E ipsius F, erunt in AB tot magnitudines æquales ipsi C; quot sunt in DE æquales ipsi F. Diuidatur enim A B in magnitudines AG, GH, HB ęquales ipsi C. Et DE in D K, K L, LE æquales ipsi F, eritq; multitudo A G, G H, H B æqualis multitudini D K, K L, L E. Et quia tam AG, GH, HB, quam D K, K L, L E æquales sunt, erit vt A G ad D K; ita G H ad KL, & BH ad LE;



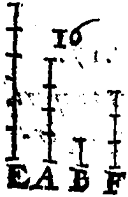
erit

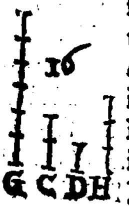
a erit ergo vt vnum antecedentium ad vnum conſequentium; ita omnes antecedentes ad omnes conſequentes. Eſt ergo vt A G ad D K; ita A B ad D E. Eſt autem A G ipſi C æqualis, & D K ipſi F: ergo vt C ad F; ita A B ad D E. Partes ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare. a prop.12.5.

Propoſ. 16. Theor. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt.

Sint quatuor magnitudines proportionales A, B, C, D. Vt A ad B; ita C ad D. Dico & permutatas proportionales eſſe: Vt A ad C; ita B ad D. Accipiantur enim ipſarum A, B æque multiplices, E, F; ipſarum C, D aliæ vtcumque G, H. Et quia E, F æque multiplices ſunt ipſarum A, B; a habentq; partes eodem modo multiplicium eãdem proportionem inter ſe cõparatę, erit vt A ad B; ita E ad F. Vt verò A ad B; ita eſt C ad D: ergo vt C ad D; ita eſt E ad F. Rurſus cum a prop.15.5.





G, H

G, H ipsarum C, D sint æque multiplices; b erit vt C ad D, ita G ad H. Vt autem C ad D; ita est E ad F: ergo vt E ad F; ita est G ad H. c Cum autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, & prima quã tertia maior fuerit, erit & secũda quã quarta maior; &, si æqualis, æqualis; si minor, minor. Ergo si E superat G, & F superabit H. &, si æqualis, æqualis; si minor, minor. Sunt autem E, F ipsarum A, B, æque multiplices. G, H verò ipsarum C, D vtcumque sunt æque multiplices. d Est ergo vt A ad C; ita B ad D. Si ergo quatuor magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 15. 5

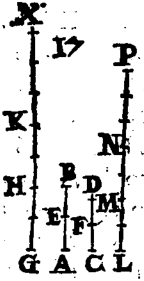
c prop. 14. 5

d def. 5. 5.

Propos. 17. Theor. 17.

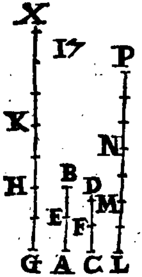
Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, & diuisæ proportionales erunt.

SInt compositæ magnitudines AB, BE, CD, DF proportionales. Vt quidem AB, ad BE; ita CD, ad DF. Dico & diuisas proportionales esse, vt AE ad EB; ita CF ad FD. Accipiantur enim ipsarũ AE, EB, CF, FD æque multiplices GH, HK, LM, MN. ipsarũ verò EB, FD aliæ vtcũque



que æquè multiplices K X, N P. Et quia æquè multiplex est G H ipsius A E, vt H K ipsius E B; *a* erit G H ipsius A E æquè multiplex, vt G K ipsius A B. æque autem multiplex est G H ipsius A E, vt L M ipsius C F: *b* ergo æque multiplex est G K ipsius A B, vt L M ipsius C F. Rursus quia æquè multiplex est L M ipsius C F, vt M N ipsius F D; *c* erit L M ipsius C F æquè multiplex, vt L N ipsius C D. æquè autem multiplex erat L M ipsius C F, vt G K ipsius A B: *d* ergo G K æque multiplev est ipsius A B, vt L N ipsius C D. Sunt ergo G K, L N ipsarum A B, C D æquè multiplices. Rursus quia H K ipsius E B æquè multiplex est, vt M N ipsius F D. Est verò & K X ipsius E B æquè multiplex, vt N P ipsius F D. *e* erit composita H X ipsius E B æquè multiplex, vt M P ipsius D F. Et quia est vt A B ad B E; ita C D ad F D; sumptæque sunt ipsarum A B, C D æque multiplices G K, L N. Ipsarum verò E B, F D aliæ vtcunque æquè multiplices H X, M P. Si ergo G K superat H X, & L N superabit M P. Et si æqualis, æqualis; si minor, minor.

a prop. 1. 5.
b prop. 11. 5.
c prop. 1. 5.
d prop. 11. 5.
e prop. 2. 5.



nor. Superet GK ipsam HX, ablata communi HK, superabit GH ipsum KX. Sed si GK superat HX, superabit & LN ipsam MP. Superet ergo LN ipsam NP, superabit (communi MN ablata) & LM ipsam NP. Quare si GH superat KX, & LM superabit NP. Similiter demonstrabimus, si GH æqualis sit KX, & LM æqualem esse NP; & si minor, minorem. Et sunt GH, LM ipsarum AE, CF æque multiplices. ipsarum verò EB, FD aliæ vtcumque KX, NP. d Est ergo vt AE ad EB; ita CF, ad FD. Si ergo compositæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

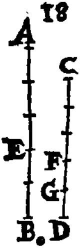
d def. 5. 5.

Propos. 18. Theor. 18.

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, & compositæ proportionales erunt.

SInt diuisæ magnitudines AE, EB; CF, FD proportionales. Vt AE ad EB; ita CF ad FD. Dico & compositas proportionales esse, vt AB ad BE; ita CD ad FD. Si non est vt AB ad BE; ita CD ad FD; sit vt AB ad BE; ita CD vel ad minorem

FD;



18 FD; vel ad maiorem. Sit primo ad minorem DG. Cum ergo sit, vt AB ad BE; ita CD ad DG, erunt compositæ magnitudines proportionales; *a* sunt ergo & diuisæ, vt AE ad EB, ita CG ad GD; ponitur autem vt AE ad EB; ita CF ad FD: *b* erit ergo vt CG ad GD, ita CF ad FD. Est autem prima CG maior tertia CF: *c* erit ergo & secunda GD maior quarta FD; sed & minor est: quod fieri non potest. Non ergo est vt AB ad BE; ita CD ad minorem ipsa FD. Similiter demonstrabimus, quod neq; ad maiorem FD; ergo ad ipsam: Si ergo diuisæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

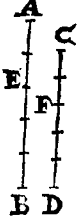
a prop.17.5
b prop.11.5.
c prop.14.5

Propos. 19. Theor. 19.

Si fuerit vt tota ad totam; ita ablata ad ablatam; & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam.

Sit vt tota AB ad totã CD; ita ablata AE ad ablatam CF. Dico & reliquam EB ad reliquam FD esse, vt est tota AB, ad totam CD. Cum enim sit vt tota AB ad totam CD, ita AE ad CF; *a* erit permutando AB ad AE, vt CD ad CF, & *b* diuidendo

a prop.16.5
b prop.17.5



19 dendo B E ad E A, vt D F ad F C; rurſusque permutando vt B E ad D F; ita E A ad F C. Vt verò A E ad C F; ſic ponitur tota A B ad totam C D. *c* eſt ergo reliqua E B ad reliquam F D, vt tota A B ad totam C D. Si ergo fuerit, &c. Quod oportuit demonſtrare.

c prop.11.5.

Corollarium.

Et quia demonſtratum eſt, vt eſt AB ad CD, ſic eſſe EB ad FD, erit *d* permutādo vt A B ad EB; ita C D ad FD. compoſitę ergo magnitudines ꝓportionales ſunt. Oſtenſum eſt autem, vt eſt AB ad A E; ita eſſe C D ad C F, quod eſt per conuerſionē rationis. Vnde perſpicuum eſt, ſi compoſitę magnitudines proportionales ſint; & per conuerſionem rationis proportionales eſſe.

d prop.16.5.

e def.17.5.

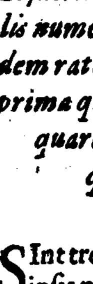
Factæ autem ſunt proportiones, & in æquè multiplicibus, & in analogiis. Nam ſi prima ſecundæ æque fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; erit vt prima ad ſecundam; ita tertia ad quartam. Sed non ita ex contrario conuertitur. Si enim fuerit vt prima ad ſecundam, ita tertia ad quartam, non

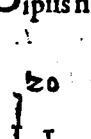
non omnino erit prima secundæ, & tertia quartę æque multiplex, vt in sesquialteris, vel sesquitertiis proportionibus, vel aliis huiusmodi.

Propos. 20. Theor. 20.

Si fuerint tres magnitudines, & alia illis numero æquales, quæ bina & in eadem ratione sumãtur, ex æquali autem prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta quam sexta maior; et si æqualis, æqualis; si minor, minor.

SInt tres magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur. Vt quidem A ad B; ita D ad E. Vt verò B ad C; sic E ad F, ex æquali autem A maior sit quam C. Dico & D quam F maiorem esse: & si æqualis, equalem: si minor minorẽ. Cum enim A maior sit quam C; alia vero quæcumq; B. a Habebit A ad B maiorem proportionem quam C ad B. Sed vt A ad B: sic est D ad E. vt autem C ad B ita est b con- uer-





a prop. 8. 5.

b prop. 16. 5.

uertendo F ad E: Ergo D ad E maiorem proportionem habet, quam F ad E:, b ad eandem autem proportionem habẽtium, quæ maiorem habet, illa maior est; maior est ergo D quam F. Similiter demonstrabimus. Si A sit æqualis C; & D æqualem esse F; & si minor, minorem. Si ergo tres fuerint magnitudines, &c. Quod demonstrare oportuit.

b prop.10.5

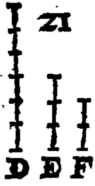
Propos.21.Theor.21.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, fuerit autem earum perturbata proportio, & ex æquali prima maior fuerit quam tertia, & quarta quam sexta maior erit. & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

21

A B C

SInt tres magnitudines A, B, C, & alię ipsis numero ęquales D, E, F quæ binæ, & in eadẽ ratione sumantur sit aũt perturbata earum proportio vt A ad B, sic E ad F, & vt B ad C, sic D ad E; sitq́; ex æquali A quã C maior. Dico & D maiorem esse ipsa F; & si æqualis, æqualem;



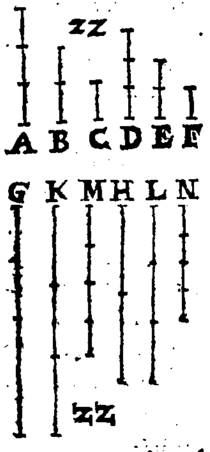
lem: si minor, minorem. Cum ergo A maior sit quam C, sitq; alia quædam B. a Habebit A ad B maiorem proportionē, quam C ad B. sed vt A ad B; ita est E ad F. Et b conuertendo, vt C ad B, ita E ad D: c quare E ad F maiorem proportionem habet, quam E ad D. Ad quam autem eadem maiorē proportionem habet, illa minor est: minor est ergo F, quam D: adeoq́ue maior D quam F. Similiter ostendemus si A sit æqualis C, & D ipsi F æqualem esse; & si minor, minorē. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 8. 5.
b prop. 4. 5.
c prop. 8. 5.

Propos. 22. Theor. 22.

Si fuerint quotcumq; magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, & ex æquali in eadem proportione erunt.

SInt quotcumq; magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ & in eadem proportione sumātur, vt quidem A ad B; ita D ad E; vt verò B ad C; sic E ad F. Dico quod ex æquali in



eadem sint proportione. Hoc est, dico vt est A ad C; ita esse D ad F. Sumantur enim ipsarum A, D æquè multiplices G, H: ipsarum B, E aliæ vtcumque K, L. Item ipsarum C, F aliæ vtcumq; M, N. Et cum sit, vt A ad B; ita B ad E, acceptæque sint ipsarum A, D æquè multiplices G, H. Ipsarum B, E aliæ vtcumque æquè multiplices K, L, *a* erit vt G ad K; ita H ad L. Eadem de causa erit, vt K ad M; ita L ad N. Cum ergo tres magnitudines sint G, K, M; & aliæ ipsis æquales numero H, L, N, quæ binæ, & in eadem proportione sumuntur, *b* ex æquali si G superat M, & H superabit N; si æqualis, æqualis; si minor, minor. Et sunt G, H ipsarum A, D æquè multiplices. M, N ipsarum C, F: *c* erit ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo quotcumque, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 4. 5.
b prop. 20. 5
c def. 5.

Pro-

Propos. 23. Theor. 23.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, fuerit que earum perturbata proportio; & ex æquali in eadem proportione erunt.

SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis æquales numero binæ in eadem proportione sumptæ D, E, F; sit autem earum perturbata proportio. Vt A ad B; sic E ad F. Vt verò B ad C; sic D ad E. Dico esse vt A ad C; ita D ad F. Sumantur ipsarũ A, B, D æquè multiplices G, H, K. Ipsarum C, E, F, aliæ vtcumque L, M, N. Et quia G, H ipsarum A, B sunt æquè multiplices, *a* partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem, erit vt A ad B; sic G ad H. Eadem

a prop. 15. h

de causa erit, vt E ad F; sic M ad N, cumq; sit vt A ad B; ita E ad F; *b* erit quoque, vt G ad H: ita M ad N. Rur sus quia est vt B ad C, ita D ad E, sumptæq; sunt ipsarum B, D æquè multiplices H, K: ipsarum verò C, E aliæ vtcumque L, M; *c* erit vt H ad L; ita K ad M. Ostensum est autem esse, vt G ad H; ita M ad N. Cũ ergo tres magnitudines G, H, L, proportionales sint; & aliæ ipsis numero æquales K, M, N, binæ in eadem proportione sumptę, sitq; earum perturbata proportio; ex *d* æquali si G superat L; & K superabit N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor, suntque G, K ipsarum A, D ęque multiplices L, N verò ipsarum C, F. *e* Est ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo sint tres, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 11. 5.

c prop. 4. 5.

d prop. 21. 5.

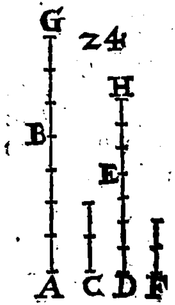
e def. 5. 5.

Pro-

Propositio 24. Theor. 24.

Si prima ad secundam eandem habueris proportionem, quam tertia ad quartam; habeat autem & quinta ad secundam eandem, quam sexta ad quartam: habebit & composita ex prima & quinta ad secundam eandem proportionem, quam tertia & sexta ad quartam.

HAbeat prima A B ad secundã C eandem proportionem, quã tertia D E ad quartam F. habeat verò & quinta B G ad secundam C eandem proportionem, quam sexta E H ad quartam F. Dico compositam ex prima & quinta A G ad secundam C eandem habere proportionem, quã habet composita ex tertia & sexta D H ad quartam F. Cum enim sit vt B G ad C; ita E H ad F; *a* erit conuertendo vt C ad B G; ita F ad E H. Et quia est vt A B ad C: ita D E ad F. Vt verò C ad B G; ita F ad E H. *b* Ex æquali ergo



a Lemma prop. 4. 5.

b prop. 22. 5.

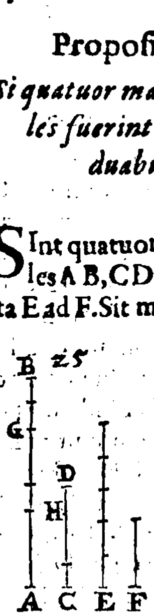
c prop. 18. 5. est; vt AB ad BG: ita DE ad EH. c Et cum diuisæ magnitudines proportionales sint, erunt & compositæ proportionales. Vt ergo AG ad GB; ita DH ad HE.
d prop. 22. 5. Est vero, vt GB ad C: ita EH ad F: d ex æquali ergo est, vt AG ad C: ita DH ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 25. Theor. 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima duabus reliquis maiores erunt.

SInt quatuor magnitudines proportionales AB, CD, E, F, vt quidē AB, ad CD: ita E ad F. Sit maxima AB, minima F. Dico AB, & F, quam CD, E maiores esse. a Ponatur ipsi E æqualis AG; ipsi F, æqualis CH. Cum ergo sit vt AB ad CD; ita E ad F. Sit autem ipsi E æqualis AG; F verò CH. erit vt AB ad CD; ita AG ad CH. Et quia est vt tota AB ad totam CD,

a prop. 3. 1.



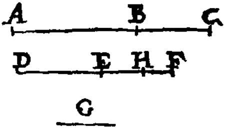
CD; ita ablata A G ad ablatam C H; *b* erit & reliqua G B ad reliquam H D, vt tota A B ad totam C D: maior est autem A B quam C D. maior ergo etiam est G B, quã H D. Et cum A G æqualis sit ipsi E; & C H ipsi F; erunt A G & F æquales ipsis C H, & E, & cum, *c* quando æqualia inæqualibus adduntur, tota fiant inæqualia. Ergo si (G B, H D inæqualibus existentibus & maiori G B) addantur ipsi G B, ipsæ A G; & F; ipsi verò H D; ipsæ C H, & E, colligentur A B, & F maiores, quam C D; & E. Si ergo quatuor, &c. Quod oportuit demonstrare. b *prop.19.5.* c *ax.4.*

Sequentes propositiones non sunt Euclidis, sed à Federico Commandino ex Pappo Alexandrino collectæ.

Propositio 26. Theor. 26.

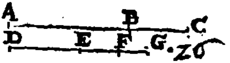
Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, habebit conuertendo secunda ad primam minorem, quam quarta ad tertiam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico C B ad ad B A minorem habere, quã F E ad E D. Sit vt A B ad B C: ita D E ad aliam G: ergo D E ad G maiorem habet proportionem, quã D E ad E F: *a* minor ergo erit G, quam E F. Ponatur ipsi G æqualis E H. Quia igitur vt A B ad B C; ita est D E ad E H: *b* erit conuertendo, vt C B ad B A; ita H E ad E D. *c* Sed H E ad E D minorem habet proportionem, quam F E ad E D: Ergo & C B ad A B minorem habebit, quam F E ad E D. Quod oportuit demonstrare.



a prop. 8. 5.
b Lemma prop. 4. 5.
b prop. 8. 5.

Quod si A B ad B C minorem habuerit proportionem, quam D E ad E F; habebit conuertendo C B ad B A maiorem, quam F E ad E D. sit vt A B ad B C; ita D E ad aliam E G, *d* quæ maior erit quam E F. *e* Conuertendo ergo erit vt C B ad B A; ita G E ad E D. *f* At G E ad E D maiorem habet proportionem, quam F E ad E D: ergo C B ad B A maiorem habebit, quam F E ad E D.



d prop. 8. 5.
e Lemma prop. 4. 5.
f prop. 8. 5.

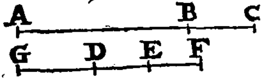
Pro-

Propositio 27. Theor. 27.

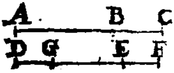
Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebit permutando prima ad tertiam maiorem, quam secunda ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico A B ad D E maiorẽ habere, quã B C ad E F. Vt enim A B ad B C; ita sit alia

27



G E ad E F: *a* quæ maior erit, quam D E. *a prop. 8. 5.*
b Est ergo permutando, vt A B ad G E; ita *b prop. 16. 5.*
B C ad E F. *c* Habet autem A B, ad D E *c prop. 8. 5.*
maiorem proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. Ergo A B ad D E maiorem proportionem habebit, quam B C ad E F. Quod oportuit demonstrare.



27

Eadem ratione, si A B ad B C minorẽ habeat proportionem, quam D E ad E F, sequetur permutando A B ad D E minorem habere, quam B C ad E F. Sit enim vt A B ad B C; ita alia

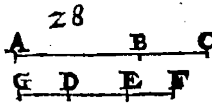
G E ad

d prop. 8. 5. G E ad E F, *d* quæ minor erit quam D E.
e prop. 8. 5. *e* Sed A B ad D E minorem habet proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. Habebit igitur A B ad DE minorem proportionem, quam B C ad E F.

Propositio 28. Theor. 28.

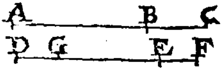
Si prima ad secundam maiorem proportionem habeat, quã tertia ad quartam, etiam componendo prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habebunt, quam tertia & quarta ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico & A C ad C B maiorem habere, quam D F ad F E. sit vt AB ad BC; ita alia G E ad E F:



a prop. 8. 5. *a* erit G E maior quam D E. Quia igitur
b prop. 18. 5. est, vt A B ad B C; ita G E ad E F; *b* erit cõponendo, vt A C ad C B; ita G F ad F E.
c prop. 8. 5. *c* Sed G F ad F E maiorem proportionem habet, quam D F ad F E. Ergo & A C ad CB maiorem habet proportionem, quam D F ad F E. Quod oportuit demonstrare.

Quod



28

Quod si A B ad B C minorem proportionem habeat, quã D E ad E F, *d* habebit etiam componendo A C ad C B minorem, quam D F ad E F. Quia enim A B ad B C minorem proportionem habet, quã D E ad E F; sit vt A B ad B C; ita alia G E ad E F, *e* erit ea minor quam D E ergo vt A C ad C B, ita erit G F ad F E. sed G F ad F E minorem habet proportionem, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B minorem habebit, quam D F ad F E.

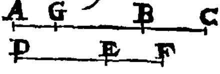
d *prop.18.5.*

e *prop.8.5.*

Propositio 29. Theor. 29.

Si prima & secunda ad secundam maiorem habeat proportionem, quam tertia & quarta ad quartam, habebit & diuidendo prima ad secundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.

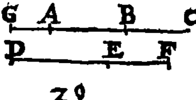
29



HAbeat A C ad C B maiorem proportionẽ, quã D F ad F E. Dico & A B ad B C maiorem habere, quam D E ad E F. Vt enim D F ad F E; ita sit alia G C

ad

a prop. 8. 5. ad C B; *a* eritque G C minor, quam A C; & diuidendo erit G B ad B C; vt D E ad
b prop. 8. 5. E F. *b* sed A B ad B C maiorem proportionem habet, quam G B ad B C. Ergo & A B ad B C maiorem babebit, quam D E ad E F. Si vero A C ad C B minorem habeat proportionem, quam D F ad F E; habebit & diuidendo A B ad B C minorem, quam D E ad E F. Si enim sit vt D F
c prop. 8. 5. ad F E, ita alia G C ad C B, *c* erit G C quã
d prop. 17. 5. A C maior, *d* eritque diuidendo G B ad B C, vt D E ad E F. Habet autem A B ad B C minorem proportionem, quam G B ad B C; habebit ergo & A B ad B C minorem, quam D E ad E F.



Propositio 30. Theor. 30.

Si prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habeat, quam tertia & quarta ad quartam; per conuersionem rationis prima & secunda ad primam minorem babebit, quam tertia & quarta ad tertiam.

Habe-

HAbeat A C ad B C maiorem proportionem, quam D F ad F E. Dico C A ad A B minorem habere, quam F D ad D E. Sit enim vt A C ad C B, sic D F ad aliam F G, *a* quæ minor erit quam F E. *b* Quare per conuersionem rationis, vt C A ad A B; ita erit F D ad D G. *c* sed F D ad D G minorem proportionem habet, quã F D ad D E. Ergo & C A ad A B minorem habebit, quam F D ad D E. Quod si A C ad C B minorem proportionem habeat, quã D F ad F E; habebit per conuersionem rationis C A ad A B maiorem, quam F D ad D E; erit enim vt A C ad C B, ita D F ad maiorem quam F E reliqua manifesta sunt.

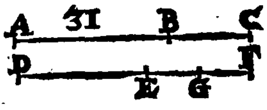
a *prop. 8. 5.*
b *corol. 19. 5.*
c *prop. 8. 5.*

Propositio 31. Theor. 31.

Si prima ad tertiam maiorem proportionem habeat; quam secunda ad quartam; habebit etiam prima ad tertiam maiorem, quam prima & secunda ad tertiam & quartam.

P Habe-

HAbeat A B ad DE maiorem proportionem, quàm B C ad E F. Dico & A B ad D E maiorem habere, quam A C ad D F.

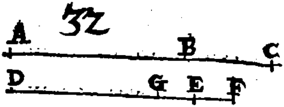


Sit enim
a prop. 8. 5. vt A B ad DE; ita B C ad aliam E G, *a* quę
b prop. 12. 5. minor erit quam E F. *b* Ergo tota A C ad
c prop. 8. 5. totam D G est vt A B ad D E. *c* sed A C ad D G maiorem proportionem habet quã ad D F: ergo A B ad D E maiorem habebit, quam A C ad D F; Et manifestum est totam A C ad totam D F minorem habere, quam A B ad D E. & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

Propositio 32. Theor. 32.

Si tota ad totam maiorẽ habuerit proportionem, quam ablata ad ablatam; habebit & reliqua ad reliquam maiorem quam tota ad totam.

HABEAT A C ad D F maiorem proportionẽ, quã A B ad DE. Dico & reliquã B C ad reliquã E F maiorẽ habere, q̃ A C ad D F. Sit enim vt A C ad D F, ita A B



A B ad D G. a ergo & reliqua BC ad reliquam G F est, vt A C ad D F. sed b B C ad E F maiorem proportionem habet, quam ad F G. Ergo & BC ad EF maiorem habebit, quam AC ad DF. Si verò A C ad D F minorem proportionem habeat, quam A B ad D E, & reliqua B C ad reliquam E F minorem habebit, quam A C ad D F, quod eodem, quo supra, modo ostendetur.

a prop.19.5

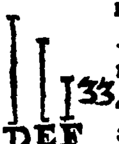
b prop.8.5

Propositio 33. Theor. 33.

Si sint tres magnitudines, & alia ipsis numero æquales, habeatq; prima priorum ad secundam maiorem proportionem, quã prima posteriorum ad secundam; secunda verò priorum ad tertiam maiorem habeat quam secunda posteriorum ad tertiam: etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem habebit, quam prima posteriorum ad tertiam.

Habeat A ad B maiorem proportionem, quam D ad E, & B ad C maiorem, quã E ad F. Dico ex æquali A ad C maiorẽ habere quam D ad F. Cum enim A ad B maiorẽ proportionem habeat, quam D ad E, *a* habebit permutando A ad D maiorem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E maiorem, quã C ad F. ergo A ad D maiorẽ habet quam C ad F; & permutando A ad C maiorem habebit, quam D ad F. Quod oportebat demonstrare.

a prop. 17. 5



Quod si prima priorum ad secundam minorem habeat proportionem, quam prima posteriorum ad secundam: secunda vero priorum ad tertiam minorem habeat; quam secunda posteriorum ad tertiam, Similiter demonstrabitur etiam ex æquali primam priorum ad tertiam minorem proportionem habere, quam primam posteriorum ad tertiam.

EVCLI-

EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

Definitiones.

1. Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia. *Cuiusmodi sunt propos. 4. triangula* A B C, D C E.

2. Reciprocæ figuræ sunt, quando in vtraque figura antecedentes & consequentes rationes sunt. *Vt propos. 14. sunt figuræ* A D B F, BECG, *in quibus antecedentes sunt* D B, G B, *consequentes* B E, B F. *& propos. 15. triangula* A B C, A D E. *in quibus antecedentes sunt* C A, A E; *consequentes* A D, A B.

3. Extrema ac media ratione linea recta secari dicitur, quando est vt tota ad

maiorem portionem, ita maior portio ad minorem. *Haec sectio demonstrata est prop. 11. lib. 2. in qua linea AB in H extrema ac media ratione secta est, estq; vt recta AB ad maiorem portionem AH, ita maior ad minorem BH. demonstrabitur etiam lib. 6. prop. 30.*

4. Altitudo cuiusque rectilineæ figuræ est perpendicularis, quæ à vertice ad basim ducitur. *Vt propos. prima triangulorum AHB, ABD, ADL altitudo est perpendicularis AC.*

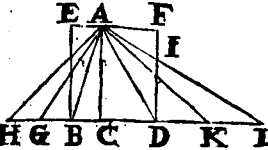
5. Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. *Vt ex proportione dupla & tripla componitur sextupla: nam denominator duplæ 2. ductus in denominatorem triplæ 3. facit 6. Sunt autem ipsi denominatores quantitates proportionum.*

Pro-

Propositio 1. Theor. 1.

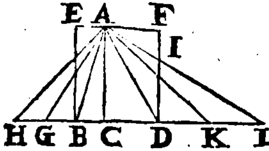
Triangula & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter se sunt vt bases.

SInt triangula A B C, A C D, parallelogramma E C, C F habentia altitudinẽ eandem, perpendicularem nempe ex A in B D ductã. Dico esse, & triangulum A B C, ad triangulum A C D, & parallelogrammũ E C, ad parallelogrammũ C F, vt est basis B C ad basim C D. Producatur enim B D vtrinque in H, L, sintque basi B C æquales B G, G H; basi verò C D quæcunque D K, K L, & iungantur A G, A H, A K, A L. Cumque B C, B G, G H æquales sint, *a* erunt & triangula A G H, A G B, A B C æqualia. Quam multiplex ergo est basis H C baseos B C, tam multiplex est triangulum A H C trianguli A B C. Eadem de causa quam multiplex est L C basis ipsius C D, tam multiplex est triangulum A L C trianguli A C D. Et si basis H C, basi C L æqualis sit; erit & triangulum A H C, triangulo A C L æquale; Et si



a prop. 38. 1.

ſuperet H C, ipſam C L, ſuperabit & triangulum A H C, triangulũ A C L; & ſi minor, minus. Cũ ergo quatuor ſint magnitudines, duæ baſes B C, C D; & duo triangula A B C, A C D; acceptæq; ſint baſeos quidẽ B C, & trianguli A B C æque multiplicia, baſis H C, & triangulũ A H C. Baſeos verò C D, & trianguli A C D, alia vtcunq;, nempe baſis C L, & triangulum A L C: demõſtratumq; ſit ſi H C excedat C L, & A H C excedere A L C; & ſi ęqualis, æquale; & ſi minor, minus; *b* erit vt baſis B C ad baſim C D; ita triangulũ A B C, ad triangulũ A C D. Et cum trianguli A B C *c* duplũ ſit parallelogrãmum E C; trianguli verò A C D duplũ parallelogrãmũ F C, & *d* partes eodẽ modo multipliciũ eandem habeant proportionẽ, erit vt triangulum A B C ad triangulũ A C D; ita parallelogrãmum E C, ad parallelogrãmum F C. Et q̃a demonſtratũ eſt, eſſe vt baſim B C ad baſim C D, ita triangulũ A B C ad triangulũ A C D. Vt vero A B C ad A C D; ita E C ad C F; *e* erit vt baſis B C ad baſim C D; ita parallelogrãmum E C ad parallelogrammũ C F. triangula ergo & parallelogrãma, &c. Quod oportuit demõſtrare.



b *def. 5. 5.*

c *prop. 41. 1.*

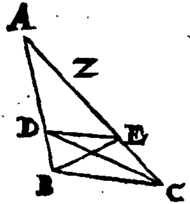
d *prop. 15. 5*

e *prop. 11. 5.*

Pro-

Propos. 2. Theor. 2.

Si vni laterum trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, recta sectiones coniungens, reliquo lateri parallela erit.

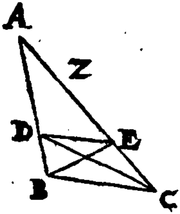


LAteri BC trianguli ABC ducta sit parallela DE. Dico esse, vt BD ad DA; ita CE ad EA. Ductis enim BE, CD *a* erit triangulum BDE æquale triangulo CDE; habent enim eandem basim DE; & sunt in iisdem parallelis DE, BC. Aliud autem triangulum est ADE. *b* Æqualia autem ad idem eandem habent proportionem: erit ergo vt BDE triangulum ad ADE; ita CDE triangulum ad idem ADE triangulum. *c* Sed vt BDE ad ADE; ita est BD ad DA. cum enim in eadem sint altitudine, quam perpendicularis ex E in AB ducta ostendit, inter se erunt vt bases. Ob eandem causam,

a prop. 37. 1

b prop. 7. 5.

c prop. 1. 6.



b prop. 11. 5 ...sam, vt est triangulum C D E ad A D E; ita est C E ad E A: d vt ergo B D ad D A; ita est C E ad E A. Sint iam trianguli A B C latera A B, A C proportionaliter secta, sitq; vt B D ad D A, ita C E ad E A. Ducta ergo D E, dico illam ipsi B C parallelam esse. iisdem enim constructis, cum

e prop. 1. 6. sit vt B D ad D A, ita C E ad E A; e atqui vt B D ad D A; ita est triangulum B D E ad triangulum A D E. Et vt C E ad E A;

f prop. 11. 5. ita triangulum C D E ad idem A D E; f vt ergo triangulũ B D E ad triangulũ A D E, sic triangulum C D E, ad triangulũ A D E. vtrumq; ergo triangulorũ B D E, C D E ad

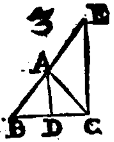
g prop. 9. 5. triangulũ A D E g eandem habet propor-

h prop. 40. 1 tionem, æqualia ergo sunt, suntque in eadem basi D E. h at triangula æqualia eandem habentia basim, in iisdem sunt parallelis. ergo D E parallela est ipsi B C. Si ergo vni lateri, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

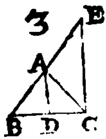
Propos. 3. Theor. 3.

Si trianguli angulus bisecetur, rectaq; angulum secans, secet & basim, habebunt basis partes eandem proportionem, quam reliqua trianguli latera. Et si basis partes eandem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera, quæ à vertice ad basim ducitur recta linea, trianguli angulum bisecabit.



Esto triangulum A B C, & & angulus B A C bisecetur rectâ A D. Dico esse, vt B D ad D C, ita B A ad A C. Ducatur C E per C, parallela D A, cui B A producta in E occurrat. Et quia in parallelas A D, E C recta A C incidit, *a* erunt anguli A C E, C A D æquales sed C A D, B A D ponuntr æquales; *b* erunt ergo & B A D, A C E æquales. Rursus cum in parallelas A D, E C incidat B E, *c* erit angulus externus B A D, æqualis interno A E C; ostensus est autem & A C E ipsi B A D æqualis: *d* erit ergo & A C E æqualis ipsi A E C. *e* vnde & latera A E, A C æqualia erunt. Et quia trianguli B C E lateri

a *prop. 29. 1.*
b *ax. 1.*
c *prop. 29. 1.*
d *ax. 1.*
e *prop. 6. 1.*



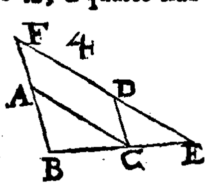
ri EC ducta est parallela *AD;*
f prop. 2.6. *f* erit vt BD ad DC; ita BA
ad AE; est autem AE ipsi AC
æqualis: *g* est ergo vt BD ad
g prop. 7.5. DC ita BA ad AC. Sed esto
iam vt BD ad DC; ita BA ad AC, iunctaq́;
sit AD. Dico angulum BAC bisecari rectâ AD: iisdem enim constructis, cum sit
h prop. 2.6. vt BD ad DC; ita BA ad AC: *h* & vt BD
ad DC; ita BA ad AE (est enim lateri EC
trianguli BCE ducta parallela AD) erit
i prop. 9.5. vt BA ad AC ita BA ad AE; *i* æqualis er-
k prop. 6.1 go est AC ipsi AE. *k* Quare & angulus
l prop. 5.1. AEC angulo ACE æqualis erit. *l* sed
m prop 29.1 AEC externo BAD est æqualis; *m* & A
CE alterno CAD; erit ergo & BAD
æqualis ipsi CAD: ergo BAC rectâ AD
bisecatur. Si ergo trianguli angulus, &c.
Quod oportuit demonstrare.

Propos. 4. Theor. 4.

Aequiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionalia sunt; Et latera æqualibus angulis subtensa, homologa, siue eiusdem rationis.

Sint

SInt triangula A B C, D C E ęquiangula, æquales habentia angulos A B C, D C E, & A C B, D E C, & B A C, C D E, Dico latera circa æquales angulos esse proportionalia; & latera æqualibus angulis subtensa, homologa.



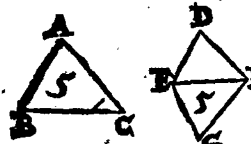
Componantur enim BC; CE in directum. Et cum anguli A B C, A C B duobus rectis minores sint, sit autem angulus D E C angulo A C B æqualis, erunt & A B C, D E C duobus rectis minores *a* concurrent ergo B A, E D productæ. Concurrant in F; cumque anguli D C E, A B C ęquales sint, *b* erunt rectæ B F, C D parallelę. Rursus cum anguli A C B, D E C æquales sint, *c* erunt & A C, F E parallelæ, ideoque F A C D parallelogrammum est; *d* eritque F A æqualis ipsi C D; & A C ipsi F D; & cum ad latus F E trianguli F B E ducta sit parallela A C, *e* erit vt B A ad A F; ita B C ad C E; est autem A F æqualis ipsi C D; vt *f* ergo B A ad C D; ita B C ad C E; & *g* permutando, vt A B ad B C; ita D C ad C E. Rursus cum C D, B F parallelæ sint, *h* erit vt B C ad C E; ita F D ad D E. Est autem D F æqua-

a *def. 11. 1.*
b *prop. 28. 1*
c *prop. 28. 1.*
d *prop. 34. 1*
e *prop. 2. 6.*
f *prop. 7. 5*
g *prop. 16. 5*
h *prop. 2. 6.*

i prop.7.5. æqualis A C. Vt *i* ergo BC ad C E ita AG
k prop.16.5 ad ED: *k* ergo permutando, vt BC ad CA;
ita C E ad E D. Cum ergo demonstratum
sit, esse vt A B ad B C; ita D C ad C E. Vt
verò B C ad C A; ita C E ad E D; erit ex
l prop.22.5. *l* æquali vt BA ad A C; ita C D ad D E. æquiangulorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 5. Theor. 5.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quibus homologa latera subtenduntur, æquales.



HAbeant triangula AB C, D E F latera proportionalia, nempe, vt A B ad B C; ita D E ad E F. Et vt B C ad C A; ita E F ad F D: atq; vt B A ad A C, ita E D ad D F. Dico triangula A BC, DEF æquiangula esse, æqualesque habere angulos, quibus homologa latera subtenduntur. vnde æquales erunt anguli A B C, D E F;
a prop.23.1. & BCA, E F D; & BAC, E D F. *a* Constituantur

tuantur .n.ad puncta E, F rectæ EF anguli FEG, EFG æquales angulis ABC, BCA erũt ergo & reliqui BAC, EGF ęquales: triangula ergo ABC, EGF sunt æquiangula: *b* habent igitur latera circa æquales angulos proportionalia; eruntque latera æqualibus angulis subtẽsa, homologa. Ergo vt AB ad BC; ita EG ad EF: Sed vt AB ad BG; ita ponitur DE ad EF: *c* vt igitur DE ad EF; ita GE ad EF. Vtraq; ergo DE, GE ad EF eandem habet proportionẽ; *d* ęquales igitur sunt DE, GE. Eadem de causa DF, GF æquales erunt. Cum igitur DE, EG æquales sint, communis EF: erunt duæ DE, EF, duabus GE, EF æquales; & basis DF basi GF æqualis; *e* erit ergo angulus DEF angulo GEF æqualis; & triangulum DEF triangulo GEF æquale; & reliqui anguli, reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur: anguli ergo DFE, GFE sunt æquales; item EDF, EGF: & cum angulus FED æqualis sit angulo GEF; & GEF ipsi ABC; *f* erit & ABC ipsi FED æqualis. Eadem de causa erit angulo ACB æqualis angulus DFE; & angulus ad A angulo ad D. triangula ergo ABC, DEF ęquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 4. 6.
c prop. 11. 5.
d prop. 9. 5.
e prop. 8. 1.
f ax. 1.

Pro-

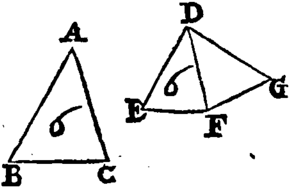
Propos.6. Theor.6.

Si duo triangula vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quos homologa latera subtendunt, æquales.

SInt duo triangula A B C, D E F, angulos B A C, E D F habentia æquales, & circa ipsos latera proportionalia, vt B A ad A C; ita E D ad D F. Dico triangula A B C, D E F esse æquiangula, adeoque angulum A B C angulo D E F; & A C D ipsi D F E, æqualem habere. *a* Constituatur enim ad puncta D, F rectæ D F alterutri angulorum B A C, E D F æqualis F D G; angulo verò A C B æqualis D F G: erit igitur & reliquus ad B, reliquo ad G æqualis *b* triangula ergo A B C, D G F sunt æquiangula. Est ergo vt B A ad A C; ita G D ad D F: ponitur autem vt B A ad A C, ita E D ad D F; ergo vt E D ad D F; ita est G D ad D F;

a prop.23.1.

b prop.8.1.

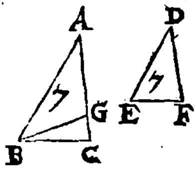


DF; *c* æqualis ergo eſt ED ipſi GD, communis DF. Duæ ergo ED, DF, duabus GD, DF ſunt æquales, & angulus EDF angulo GDF æqualis; *d* erit ergo, & baſis EF baſi GF æqualis, & triangulum DEF triangulos GDF: quare reliqui anguli reliquis ęquales erunt, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus ergo DFG æqualis eſt angulo DFE; & qui ad G illi, qui ad E. Sed DFG æqualis eſt ACB angulo; *e* ergo & ACB ipſi DFE æqualis erit; ponitur autem & BAC ipſi EDF ęqualis: reliquus ergo ad B æqualis erit reliquo ad E. triangula ergo ABC, DEF æquiangula ſunt. *Si ergo* duo triangula, &c. Quod oportuit demonſtrare.

c *prop.9.5.*
d *prop.8.1.*
e *ax.1.*

Propoſ.7. Theor.7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem; & circa alios angulos latera proportionalia habuerint; reliquorum vero vtrunque, aut minorem, aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula; & angulos, circa quos latera ſunt proportionalia, æquales habebunt.



SInt duo triangul. A B C, D E F, habentia angulos B A C, E D F ęquales; circa alios vero angulos A B C, D E F latera proportionalia. Vt A B ad B C; ita D E ad E F: reliquorum verò angulorum qui ad C, & F, primum vtrumque minorem recto. Dico A B C, D E F triangula, esse ęquiangula; angulumque A B C angulo D E F; & qui est ad C, illi qui est ad F, æqualem. Quod si anguli A B C, D E F inæquales sint; erit vnus maior. Sit maior A B C; &

a prop. 23. 1. *a* constituatur ad punctum B rectæ A B angulus A B G, æqualis angulo D E F. Et cum anguli A, D ęquales sint; item A B G,

b prop. 32. 1. D E F; *b* erunt & reliqui A G B, D F E æquales. triangula ergo A B G, D E F æquiangula sunt; est ergo vt A B, ad B G; ita D E

c prop. 4. 6. ad E F: sed vt D E ad E F; ita ponitur A B ad B C: ergo vt A B ad B C; ita est A B ad

d prop. 9. 5. B G. *d* Cum ergo A B ad vtramque B C, B G eandem habeat proportionem, erunt B C, B G æquales.

e prop. 5. 1. *e* ergo & anguli B G C, B C G æquales erunt: At B C G minor recto ponitur, erit ergo & B G C recto minor:

f prop. 13. 1. *f* quare angulus A G B ei dein-

deinceps maior erit recto: ostensus est autem æqualis angulo F: erit igitur & angulus F maior recto; at minor ponitur, quod est absurdum: anguli ergo A B C, D E F non sunt inæquales: æquales ergo. g sunt verò & anguli A, D æquales: ergo & qui ad C & F æquales erunt. Quare triangula A B C, D E F æquiangula erunt. Sit rursus vterque angulus ad C & F non minor recto. Dico & sic triangula A B C, D E F æquiangula esse. iisdem enim constructis, ostendemus rectas B C, B G esse æquales, vt prius: h erunt igitur & anguli C, B G C æquales. Cum ergo C recto non sit minor, nec B G C recto minor erit. Sunt ergo trianguli B G C duo anguli non minores duobus rectis, i quod fieri non potest, non ergo anguli A B C, D E F inæquales sunt: æquales ergo. Sunt vero & anguli ad A & D æquales; erunt k igitur & reliqui ad C & F æquales. Quare triangula A B C, D E F sunt æquiangula. Si ergo duo triangula; &c. Quod oportuit demonstrare.

g prop. 32. 1.

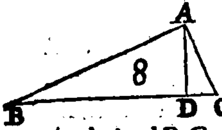
h prop. 5. 1.

i prop. 17. 1.

k prop. 32. 1.

Propos. 8. Theor. 8.

In rectangulo triangulo si ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, quae ad perpendicularem sunt triangula, & toti, & inter se similia sunt.



ESto triangulum rectangulum A B C rectum habens B A C, ducaturq; ab A ad B C perpendicularis AD. Dico triangula A B D, A D C. & toti A B C, & inter se esse similia. Cum enim angulus B A C aequalis sit angulo A D B; rectus enim est vterque: & angulus ad B communis vtriq; triangulo A B C, ABD; *a* erit & reliquus A C B reliquo B A D aequalis: aequiangula ergo sunt triangula A B C, A B D. *b* Est ergo vt B C rectum trianguli A B C subtendens, ad B A rectum trianguli A B D subtendentem; ita ipsa A B angulum C trianguli A B C subtendens, ad B D subtendentem angulum B A D trianguli A B D. Et ita A C *ad* A D subtendentem angulum B communem vtriusq; trianguli. Triangula ergo A B C, A B D

a colligitur ex 32.1.

b prop. 4. 6.

A B D æquiangula sunt, habentque latera circa æquales angulos proportionalia; c similia ergo sunt triangula ABC, ABD. c def. 1. 6.
Eodem modo ostendemus triangulum A D C triangulo ABC simile esse. Vtrumque ergo triangulum A B D, A D C toti A B C simile est. Dico quod & inter se similia sint A B D, A D C triangula. Cum enim anguli B D A, A D C recti sint, erunt & æquales: ostensus est autẽ & B A D ipsi C æqualis: d ergo & reliquus ad B, reliquo D A C æqualis erit. Triangula ergo A B D, A D C æquiangula sunt. e Est ergo, vt B D subtendens angulum B A D trianguli A B D, ad D A subtendentem angulum C trianguli ADC æqualem angulo B A D; ita ipsa A D subtendens trianguli ABD, angulum B, ad D C subtendentem angulum D A C trianguli A D C æqualem angulo B; & ita B A ad A C subtendentem rectum A D C. Triangula ergo A B D, A D C similia sunt. Si ergo in triangulo rectangulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

d colligitur ex 32. 1.

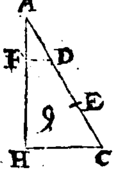
e prop. 4. 6.

Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, ipsam inter *basis* partes mediam proportionalem esse. Et inter basim, & partem basis, medium proportionale esse latus, quod ad partem. *Vt inter B C, A B media proportionalis est pars B D. Inter B C, A C, pars D C.*

Propos. 9. Probl. 1.

A data recta linea imperatam partem auferre.

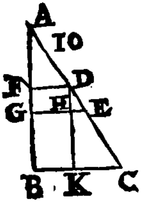


OPorteat à data recta AB imperatum partem auferre. Sit auferenda pars tertia. Ducatur ab A recta A C cum A B quemcumque angulum continens; & accipiatur in A C quodcumque punctum D,
a prop. 3. 1. *a* ponanturq; ipsi A D æquales D E, E C;
b prop. 31. 1. ducatur C B, *b* eique per D parallela ducatur D F. Cum ergo lateri B C trianguli
c prop. 2. 6. A B C parallela sit ducta D F; *c* erit vt CD ad D A; ita B F ad F A. Est autem D C ipsius D A dupla; dupla ergo est & B F ipsius F A. tripla ergo est B A ipsius A F. A data ergo recta AB imperata pars, nimirum tertia A F ablata est. Quod oportuit facere.

Pro-

Propos. 10. Probl. 2.

Datam rectam lineam insectam, data recta secta similiter secare.



OPorteat datam insectam AB similiter secare, vt secta est AC. Sit AC in punctis D, E secta. Collocentur AB, AC vt angulum quemcumque contineant, & ducatur CB; atque per D, E agantur ipsi BC parallelæ DF, EG; & per D ipsi AB ducatur parallela DHK; & erit vtrumque FH, HB parallelogrammum. *a* Sunt ergo tam DH, FG; quam HK, GB æquales. & cum ipsi KC trianguli DKC ducta sit parallela HE; *b* erit vt CE ad ED; ita KH ad HD. *c* Est autem tam KH ipsi BG; quam HD ipsi GF æqualis; est ergo vt CE ad ED; ita BG ad GF. Rursus *d* cum lateri EG trianguli AGE ducta sit parallela FD, erit vt ED ad DA; ita GF ad FA: ostensum est autem esse, vt CE ad ED, ita BG ad GF. est ergo vt CE ad ED; ita BG ad GF, vt verò ED ad DA; ita GF ad

a prop. 34. 1.

b prop. 2. 6.

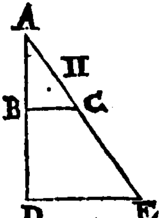
c prop. 34. 1.

d prop. 2. 6.

FA: data ergo recta insecta A B similiter secta est, vt secta A C. Quod oportuit facere.

Propos. 11. Probl. 3.

Duabus rectis datis tertiam proportionalem inuenire.



SInt datæ B A, A C, & ponãtur vt angulum quemcumq; cõtineant. oportet ergo ipsis B A, A C tertiam proportionalem inuenire. Producantur A B, A C ad D, E puncta; & *a* ponatur ipsi A C æqualis B D; & ipsi B C *b* ducatur parallela D E per D. Cum itaque lateri D E trianguli A D E ducta sit parallela B C; *c* erit vt A B ad D B; ita A C ad C E; æqualis est autem B D ipsi A C; est ergo vt A B ad A C; ita A C ad C E. Datis ergo duabus A B, A C inuenta est tertia proportionalis C E. Quod oportuit facere.

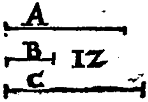
a prop. 3. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 2. 6.

Propos. 12. Probl. 4.

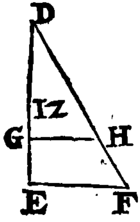
Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Opor-

OPorteat tribus datis rectis A, B, C, quartam proportionalem inuenire.



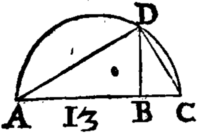
Exponantur duæ rectæ D E, D F continentes angulum quemcunq; E D F: & *a* ponatur ipsi A æqualis recta D G; ipsi B, recta G E: & ipsi C recta D H; *b* atque ipsi G H agatur parallela E F per E. Cum ergo lateri E F trianguli D E F ducta sit parallela G H, *c* erit vt D G ad G E; ita D H ad H F. Est autem D G æqualis ipsi A; G E ipsi B; D H ipsi C; est ergo vt A ad B; ita C ad H F. Tribus ergo datis A, B, C inuenta est quarta proportionalis H F. Quod oportuit facere.



a prop. 3. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 2. 6.

Propositio 13. Probl. 5.

Duabus rectis datis mediam proportionalem inuenire.



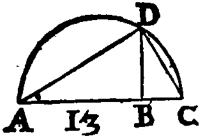
SIt duab⁹ datis A B, BC media proportionalis inuenienda. Ponantur in directũ, describaturquè super A C semicirculus A D C; *a* & ducatur à B

a prop. 11. 1.

Q 5 pun-

puncto, B D, ipsi A C ad angulos rectos, iunctis AD, D C. *b* Et quia angulus ADC

b prop. 31. 3.



rectus est; quippe in semicirculo, estq; in triangulo rectangulo ex angulo recto D ad basim A C perpendicularis ducta D B. *c* erit B D inter partes basis AB, B C, media proportionalis. Duabus ergo, &c. Quod oportuit facere.

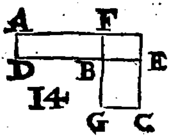
c corol. 1. prop. 8. 6.

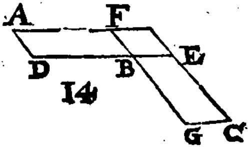
Propositio 14. Theor. 9.

AEqualium, & unum uni angulo aequalem habentium parallelogrammorum, reciproca sunt latera, quae circa aequales angulos. Et parallelogramma, quae unum uni angulum aequalem habent, & quorum reciprocantur latera circa aequales angulos, aequalia sunt.

Sint parallelogramma A B, B C aequalia, habentia angulos ad B aequales, positeque sint D B, B E in directum, *a* erunt ergo & F B, B G in directum. Dico parallelogrammorum A B, B C latera, quae circa aequa-

a Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.





æquales angulos, esse reciproca. Hoc est, esse vt D B ad B E; ita G B ad B F. Perficiatur enim parallelogrammum F E. Et quia A B, B C parallelogramma æqualia sunt, aliud autem quoddam est, F E: *b* erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E. *c* sed vt A B ad F E; ita est D B ad B E; & vt B C ad F E; ita est G B ad B F. *d* Ergo est vt D B ad B E; ita G B ad B F. Parallelogrammorum ergo A B, B C *e* latera sunt reciproca. *f* Reciprocentur iam latera, quæ circa æquales angulos; sitque vt D B ad B E; ita G B ad B F. Dico parallelogramma A B, B C æqualia esse. Cum enim sit vt D B ad B E; ita G B ad B F. *g* Et vt D B ad B E; ita A B ad F E; atque vt G B ad B F; ita B C ad F E: erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E; *h* æqualia ergo sunt parallelogramma A B, B C. Æqualium ergo, & vnum vni, &c. Quod oportuit demonstrare.

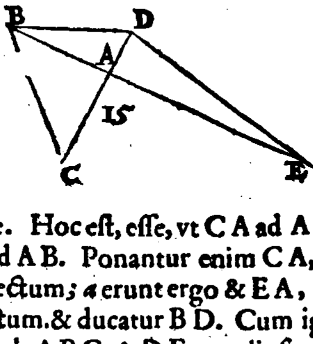
b *prop. 7. 5.*
c *prop. 1. 6.*
d *prop. 11. 5.*
e *def. 6. 1.*
f *def. 2. 6.*
g *prop. 1. 6.*
h *prop. 9. 5.*

Pro-

Propositio 15. Theor. 10.

AEqualium triangulorum, & vnum angulum vni æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et triangula, quæ vnum angulum vni æqualem habent, & quorum latera quæ circa æquales angulos, reciprocantur, sunt æqualia.

SInt triangula ABC, ADE æqualia, habeantque vnum angulum BAC, vni DAE æqualē. Dico latera, quę circa ęquales sunt angulos, reciproca esse.



Hoc est, esse, vt CA ad AD; ita EA ad AB. Ponantur enim CA, AD in di-
a Colligitur ex 13.14. & 15.1. rectum; *a* erunt ergo & EA, AB in directum. & ducatur BD. Cum igitur triangula ABC, ADE æqualia sint, sitque aliud
b prop. 7.5. ABD; *b* erit vt CAB ad BAD; ita
c prop. 1.6. ADE ad idem BAD: *c* sed vt CAB ad BAD;

BAD; ita est CA ad AD. Et vt EAD ad BAD; ita est EA ad AB: *d* Ergo vt CA ad AD; ita est EA ad AB. Triangulorum ergo ABC, ADE latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur. Sed reciproca sint iam latera triangulorum ABC, ADE. Et sit vt CA ad AD; ita EA ad AB. Dico triangula ABC, ADE esse æqualia. Iuncta rursus BD, erit vt CA ad AD; ita EA ad AB: *e* sed vt CA ad AD; ita est triangulum ABC ad triangulum BAD; vt verò EA ad AB; ita triangulum EAD ad triangulum BAD. Vt ergo ABC ad BAD; ita est EAD ad idem BAD: vtrumque ergo ABC, EAD ad BAD eandem habet proportionem: *f* æquale ergo est triangulum ABC, triangulo EAD: Æqualium ergo triangulorum, &c. Quod oportuit demonstrare.

d *prop. 11. 5.*

e *prop. 1. 6.*

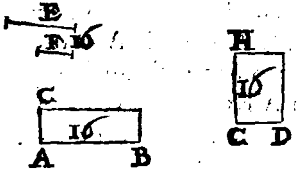
f *prop. 9. 5.*

Propo-

Propositio 16. Theor. 11.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale illi quod mediis continetur rectangulo. Et si rectangulum extremis contentum, æquale fuerit mediis contento rectangulo; quatuor illæ lineæ proportionales erunt.

SInt quatuor rectæ A B, C D, E, F proportionales, vt A B ad C D; ita E ad F.



Dico rectãgulum A B, & F contentum, æquale esse contento C D, & E.

a prop. 11. 1. *a* Ducantur à punctis A, C ad rectas A B, C D ad angulos rectos A G, C H; sitque ipsi F æqualis A G: & ipsi E, ipsa C H, cõpleanturque parallelogramma B G, D H. Et quia est, vt A B ad C D; ita E ad F, & est E ipsi C H; & F ipsi A G æqualis, erit
b prop. 14. 6 vt A B ad C D; ita C H ad A G: *b* parallelogrammorum ergo B G, D H latera, quę circa

circa æquales angulos sunt, reciprocantur: c quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum latera reciprocantur, illa æqualia sunt: parallelogramma ergo B G, D H æqualia sunt. Et est B G, quod A B, & F continetur, (est enim A G ipsi F æqualis) D H, quod C D & E continetur (est enim C H ipsi E æqualis.) Quod ergo A B, & F continetur, æquale est ei, quod C D & E continetur rectangulo. Sit iam quod A B, & F continetur, æquale ei quod C D & E continetur. Dico quatuor rectas esse proportionales. Vt A B ad C D; ita E ad F. ijsdem constructis, cum quod A B, F continetur, æquale sit ei quod CD, E continetur, sitque B G id quod A B, & F continetur (est enim A G ipsi F æqualis) D H vero, quod C D, & E continetur (est enim & C H ipsi E æqualis) erit B G ipsi D H æquale: & sunt æquiangula. d Æqualium autem & æquiangulorum parallelogrammorum latera, quæ circa æquales angulos, reciproca sunt: Erit ergo vt AB ad C D; ita E ad F. Si ergo quatuor rectæ lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 14. 6.

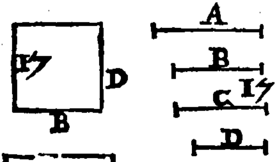
d prop. 14. 6.

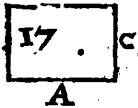
Pro-

Propositio 17. Theor. 12.

Si tres recta linea proportionales fuerint; erit quod extremis continetur rectangulum, aquale quadrato quod fit à media. Et si quod extremis continetur rectangulum aquale fuerit quadrato quod à media fit, erunt tres linea illa proportionales.

SInt tres rectæ A, B, C proportionales, vt A ad B; ita B ad C. Dico quod A, C continetur æquale esse ei quod ex B. Ponatur D æqualis ipsi B. Et cum sit vt A ad B; ita B ad C; sit vero ipsi B æqualis D; erit vt A ad B; ita D ad C.





a prop. 16. 6. *a* Cum autem quatuor rectę proportionales sunt, est quod extremis continetur rectangulum, æquale ei quod mediis continetur rectangulo. Quod ergo A & C continetur, æquale est ei quod B, D continetur; at quod B, D continetur æquale est ei quod ex B; est enim D ipsi

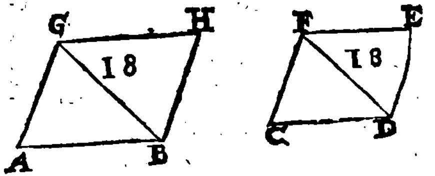
ipsi B æqualis; Ergo quod A, C continetur, æquale est ei quod ex B quadrato. Sit iam quod A, C cōtinetur, æquale ei, quod ex B. Dico esse, vt A ad B; ita B ad C. iisdem enim constructis, cum quod A, C cōtinetur æquale sit ei quod ex B; & quod ex B, æquale ei quod B, D continetur, quod B, D æquales sint; erit quod A, C continetur, æquale ei quod B, D continetur. b quando autem quod extremis continetur, æquale est ei quod continetur mediis, sunt quatuor illæ lineæ proportionales. Est igitur vt A ad B; ita D ad C: æqualis autem est D ipsi B: ergo vt A ad B; ita est B ad C. Si ergo tres lineæ, &c. Quod oportuit demoustrare. b prop. 16. 6

Propositio 18. Probl. 6.

Super data recta linea dato rectilineo simile similiterq; positum rectilineum describere.

OPorteat super data A B dato rectilineo C E simile similiterque positum rectilineum describere. Ducatur D F, & a constituantur ad puncta A, B rectæ A B anguli G A B, A B G æquales angulis C, a prop. 23. 1.

R CD F,



C D F; eritque reliquus C F D reliquo A G B. æqualis: triangula igitur F C D, G A B sunt æquiangula. *b* Est ergo, vt F D ad G B; ita F C ad G A; & C D ad A B.

b prop. 4. 6.

c Constituantur rursus ad puncta B, G rectæ B G anguli B G H, G B H æquales angulis D F E, F D E; eritque reliquus E reliquo H æqualis: triangula ergo F D E, G B H æquiangula sunt; *d* est igitur vt F D ad G B; ita F E, G H; & E D ad H B. Ostensum autem est, esse vt F D ad G B; ita F C ad G A, & C D ad A B; *e* igitur vt F C ad A G; ita est C D ad AB; & F E ad GH; itemque E D ad H B. Et cum angulus C F D æqualis sit angulo A G B: & D F E ipsi B G H: erit totus C F E toti A G H æqualis. Eadem de causa erit angulus C D E æqualis angulo A B H. Est verò & angulus C angulo A; Et angulus E angulo H æqualis: æquiangula ergo sunt A H; C E, habentque latera circa æquales angulos proportionalia. *f* Est igitur A H rectilineum

c prop. 23. 1.

d prop. 4. 6.

e prop. 11. 5.

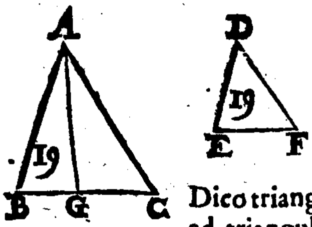
f def. 6. 1.

lineum simile similiterque positum recti-lineo C E. Super data ergo recta linea, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 19. Theor. 13.

Similia triangula inter se sunt in dupla proportione suorum laterum.

Sint A B C, D E F triangula similia, habentia angulos B, E æquales; sitque vt A B ad B C; ita D E ad E F, vt latera B C, E F sint homologa.

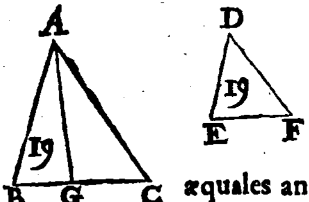


Dico triangulum A B C ad triangulum D E F duplam habere porportionem eius, quam habet B C ad E F. *a* Sumatur enim ipsarum B C, E F tertia proportionalis B G; vt sit quomodo B C ad E F; ita E F ad B G; ducaturque G A. Cum igitur sit vt A B ad B C; ita D E ad E F; *b* erit permutando vt A B ad D E; ita B C ad E F. sed vt B C ad E F; ita est E F ad B G: ergo vt A B ad D E; ita est E F ad B G: Triangulorum ergo

a *prop. 11. 6.*

b *def. 10. 5.*

A B G, D E F latera circa æquales angulos reciprocantur. Quorum autem triangulorũ vnũ angulum vni æqualẽ habentiũ latera circa



æquales angulos reciprocantur, illa æqualia

c prop. 15. 6. sunt: *c* triangula ergo D E F, ABG æqualia sunt. Et quia est vt B C ad E F; ita E F ad B G; quando autem tres lineæ propor-

d def. 10. 5. tionales sunt, *d* prima ad tertiam duplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. BC ergo habet ad BG duplam proportionem eius, quam habet

e prop. 1. 6. ad E F. Vt vero B C ad B G; *e* ita est triangulum A B C ad triangulum ABG: habet ergo triangulum A B C ad triangulum A B G duplam proportionem eius, quam habet B C ad E F. Est autem triangulum A B G æquale triangulo D E F: habet ergo triangulum ABC ad triangulum DEF duplam proportionem eius, quam habet B C ad E F. Similia ergo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

Carol-

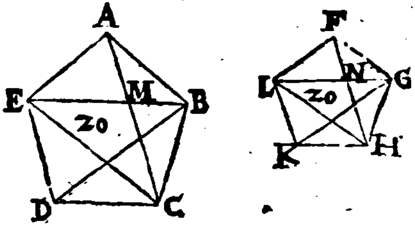
Corollarium.

Ex his manifestum est, si tres lineæ proportionales fuerint; esse, vt primam ad tertiam, ita triangulum super prima descriptum ad triangulum super secunda simile similiterque descriptum. Ostensum est enim, vt est CB ad BG; ita esse triangulum ABC ad triangulum ABG, hoc est, ad triangulum DEF. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 20. Theor. 14.

Similia polygona in similia triangula diuiduntur; & numero æqualia, & homologa totis; & polygonum ad polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.

SInt similia polygona ABCDE, FGHKL, & sit latus AB homologum ipsi FG. Dico polygona ABCDE, FGHKL in similia triangula diuidi, & numero æqualia, & homologa totis; & polygonũ ABCDE ad polygonũ FGHKL duplicatam habere proportionem eius, quam habet A B ad F G. Iungantur enim



B E, E C, G L, L H; & quia polygonum A B C D E simile est polygono F G H K L; erit angulus B A E æqualis angulo G F L; & est, vt B A ad A E; ita G F ad F L. Cum itaque duo sint triangula A B E, F G L, vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habentia, *a* erunt ipsa æquiangula, ideoq; & similia: æqualis est ergo angulus ABE angulo F G L; est verò & totus A B C, toti F G H æqualis, propter similitudinem polygonorum; *b* reliquus ergo E B C, reliquo L G H æqualis erit. Et quia propter similitudinem triangulorum ABE, FGL, est, vt E B ad B A; ita L G ad G F. Sed & propter similitudinem polygonorum, est vt A B ad B C; ita F G ad G H; *c* ex æquali ergo est, vt EB ad BC; ita LG ad GH; latera

a prop. 6. 6.

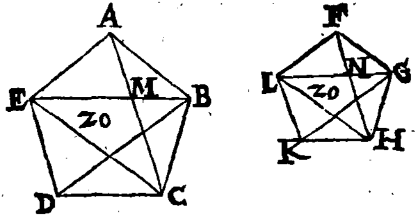
b ax. 3.

c prop. 22. 5.

tera ergo circa æquales angulos E B C, L G H, ſunt proportionalia; æquiangula d ergo ſunt triangula E B C, L G H; quare & ſimilia. Eadem de cauſa ſimilia ſunt triangula E C D, L H K: Similia ergo polygona A B C D E, F G H K L in ſimilia triangula, & æqualia numero diuiſa ſunt. Dico & homologa eſſe totis, hoc eſt, proportionalia, & antecedentia quidē A B E, E B C, E C D; Conſequentia verò ipſorum F G L, L G H, L H K; atque polygonum A B C D E ad polygonum F G H K L duplam habere proportionem eius, quam habet latus homologum A B ad latus homologum F G. Iungantur enim A C, F H. Et quia propter ſimilitudinē polygonorum, ſunt anguli A B C, F G H æquales; eſtque vt A B ad B C; ita F G ad G H; e æquiangula ergo ſunt triangula A B C, F G H: æquales igitur ſunt tam anguli B A C, G F H, quam B C A, G H F. Et quia anguli B A M, G F N æquales ſunt, oſtenſique ſunt & A B M, F G N æquales; erunt & reliqui A M B, F N G ęquales; ſunt ergo triangula A B M, F G N æquiangula. Similiter oſtendemus & triangula B M C, G N H eſſe æquiangula. Eſt ergo vt A M ad M B; ita F N ad N G. Et vt B M ad M C; ita G N ad

d prop. 6. 6.

e prop. 6. 6.

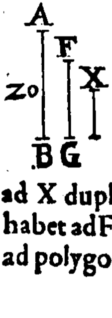


f prop. 11. 5. NH; ex f æquali ergo eſt vt AM ad MC;
g prop. 1. 6. ita FN ad NH: g ſed vt AM ad MC; ita eſt triangulum ABM ad triangulũ MBC; & AME ad EMC; ſunt enim ad ſe inui-
h prop. 12. 5. cem vt baſes; & h vt vnum antecedentium, ad vnum conſequentium; ita omnia antecendentia ad omnia cõſequentia. Vt ergo triangulum AMB ad BMC; ita triangulum ABE ad CBE: i ſed vt AMB ad
i prop. 1. 6. BMC; ita eſt AM ad MC; Vt ergo AM ad MC; ita triangulum ABE ad EBC, Eadem de cauſa, eſt vt FN ad NH; ita triangulũ FGL ad GLH: Et eſt vt AM ad MC; ita FN ad NH; Vt ergo triangulum ABE ad BEC; ita triangulum FGL ad GHL;
k prop. 16. 5. k & permutãdo, vt ABE ad FGL; ita EBC ad GLH. Similiter demõſtrabimus *ductis* BD, GK. Eſſe vt triangulũ BEC ad LGH; ita ECD ad LHK: & quia eſt, vt ABE ad FGL; ita EBC ad LGH; & ECD
l prop. 12. 5. ad LHK: l erit vt vnum antecedentium

ad

ad vnum conſequentium; ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia: eſt ergo vt A B E ad F G L; ita A B C D E ad F G H K L: ſed *l* A B E ad F G L duplam proportionem habet eius, quam A B latus homologum ad F G latus homologum. *l prop.19.6.*
m Similia enim triangula in dupla proportione ſunt laterum homologorum: habet ergo & A B C D E polygonum ad F G H K L polygonum duplam proportionem eius, quam habet A B ad F G. Similia ergo polygona, &c. Quod oportuit demonſtrare. Eodem modo in ſimilibus quadrilateris oſtendetur in dupla illa eſſe proportione laterum homologorum. *m pro.19.6*
a Oſtenſum eſt autem & in triangulis. *a prop.19.6*

Corollarium I.



Vniuersè ergo ſimiles rectilineæ figuræ ad ſe inuicem ſunt in dupla proportione laterum homologorum; & ſi ipſarum A B, F G tertiam proportionalem ſumamus X; *b* habebit A B ad X duplam proportionem eius, quam habet ad F G. Habet autem & polygonum ad polygonum, & quadrilaterum ad qua- *b def.10.5.*

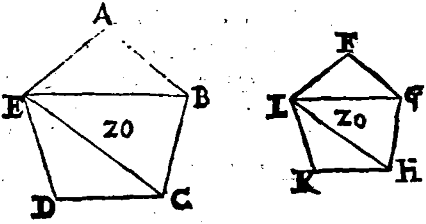
drilaterum duplam proportionem eius, quam habet homologum latus ad homologum, hoc est: AB ad FG. c Ostensum est autem hoc in triangulis.

c cor. prop. 19. 6.

Corollarium II.

Vniuersè ergo manifestum est; si tres fuerint rectæ, esse vt prima est ad tertiam, ita figuram à prima descriptam, ad figuram à secũda similiter descriptam. Quod oportuit demonstrare.

Corol. prop. 19. 6.



Ostendemus etiam aliter, & expeditius triangula esse homologa. Exponantur rursus polygona ABCDE, FGHKL, ducanturque BE, EC, GL, LH. Dico esse vt triangulum ABE ad triangulum FGL; ita EBC ad LGH; & CDE ad HKL. Cum enim triangula ABE, FGL similia sint, a habebit ABE ad FGL duplam proportionem eius, quam habet latus BE ad

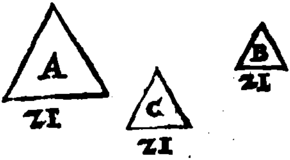
a prop. 9. 6.

ad G L. Eadem de causa habebit triangulum B E C ad G L H duplam proportionem eius, quam habet B E ad G L. Est ergo vt A B E ad F G L; ita E B C ad G L H. Rursus cum triangula E B C, L G H similia sint; habebit E B C ad L G H duplam proportionem eius, quam habet C E recta ad H L. Eadem de causa habet triangulum E C D ad L H K duplam proportionem eius, quam habet C E ad H L. Est ergo vt B E C ad L G H; ita C E D ad L H K. Ostensum autē est, esse, vt E B C ad L G H; ita A B E ad F G L; ergo vt A B E ad F G L; ita est B E C ad G L H; & E C D ad L H K, *b* vt ergo vnum antecedentium ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia; & reliqua vt in priori demonstratione. Quod oportuit demonstrare. b *prop. 12. 5.*

Propos. 21. Theor. 15.

Quæ eidem rectilineo sunt similia, & & inter se sunt similia.

SIt vtrumque rectilineorum A, B ipsi C simile. Dico & A ipsi B simile esse. Cum enim A ipsi C sit simile, erit & æquiangulum illi, habebitque latera circa æquales angulos proportionalia. Rursus cum B simile



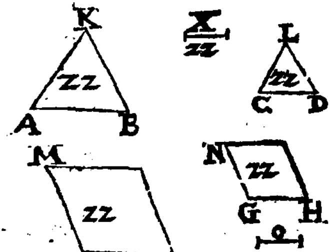
simile sit *ipsi* C, æquiangulũ illi erit, habebitque circa ęquales angelos latera proportionalia: Vtrumque ergo ipsorum A, B æquiangulum est ipsi C, & habet circa ęquales angulos latera proportionalia; erunt ergo & A, B ęquiangula, habebuntque circa æquales angulos, latera proportionalia: similia ergo sunt. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 22. Theor. 16.

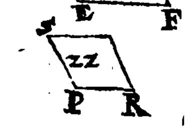
Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; erunt & rectilinea ab ipsis similia similiterq́ descripta proportionalia: Et si rectilinea similia similiterq́ ab ipsis descripta proportionalia fuerint; erunt & ipsæ proportionales.

Sint quatuor rectæ A B, C D, E F, GH proportionales. Vt A B ad C D; ita E F ad G H, *a* describanturq; super A B, C D similia, similiterq; posita rectilinea KAB, LCD. super EF, GH similia similiterque posita

a prop. 18. 5



posita M F, N H. Dico esse, vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. *b* sumatur enim ipsarũ A B, C D tertia ꝓportionalis X; ipsarum vero E F, G H tertia ꝓportionalis O. Et cum sit vt A B ad C D; ita E F ad G H & vt C D ad X; ita G H ad O: *c* erit ex æquali; vt A B ad X; ita G H ad O: *d* sed vt A B ad X, ita est K A B ad L C D; & vt E F ad O; ita *e* M F ad N H: ergo vt A B K ad C D L, ita est M F ad N H. Sed sit vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. Dico esse, vt A B ad C D; ita F E ad G H. Fiat *f* enim vt A B ad C D, ita E F ad P R, *g* describaturq; super P R rectilineum S R simile similiterque positum ipsis M F; N H. Cum ergo sit, vt A B ad C D; ita E F ad P R, descriptaque sint super A B, C D rectilinea K A B, L C D similia similiterque posita; super E F, P R verò similia similiterque posita M F, S R; erit vt K A B ad L C D; ita M F ad S R: ponitur autem vt



b *prop.* 11. 6.

c *prop.* 22. 5

d *prop.* 19. 6

e *cor. prop.* 26. 6.

f *prop.* 12. 6.

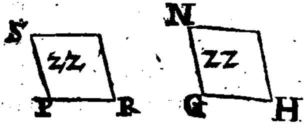
g *prop.* 18. 6

KAB

KAB ad LCD; ita MF ad NH. Habet ergo MF ad NH, & ad SR eandem proportionem; *h* æqualia ergo sunt NH, SR; sed sunt similia similiterque posita; æquales ergo sunt GH, PR. Et quia est, vt AB ad CD, ita EF ad PR; & sunt PR, GH æquales; erit vt AB ad CD: ita EF ad GH. Si ergo quatuor rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

h prop. 9. 5.

Lemma.



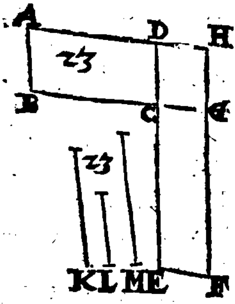
Quod autem quando rectilinea *æqualia* similia fuerint, ipsorum latera *homologa* æqualia sint, sic ostendemus. Sint NH, SR æqualia, & similia; sitque vt HG ad GN; ita RP ad PS. Dico RP, GH æquales esse. Si non: erit vna maior. Sit maior RP; cũ ergo sit vt RP ad PS; ita HG ad GN; *a* erit permutando, vt RP ad GH; ita PS ad GN: maior est autem PR quam GH: maior ergo etiam erit PS quã GN. Quare & RS maius erit, quam HN: sed *est illi* ęquale; quod fieri non potest: Non *est* ergo PR maior quam GH. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 16. 5.

Pro-

Propos.23.Theor.17.

Aequiangula parallelogramma inter se proportionem habent ex lateribus compositam.

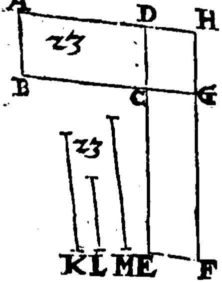


Sint æquiangula parallelogramma AC, CF æquales angulos B C D, E C G habentia. Dico illa proportionē habere, ex proportione laterum compositā ex illa nimirum quā habet B C ad CG; & quam habet D C ad C E. Ponatur B C ipsi C G in directum; *a* erit ergo & D C ipsi C E in directum, & compleatur parallelogrammum D G. Exponatur quædam recta K, *b* fiatq; vt B C ad C G; ita K ad L; & vt D C ad C E; ita L ad M. Proportiones ergo K ad L, & L ad M, eædem sunt quæ laterum, B C ad C G & D C ad C E. *c* Sed proportio K ad M componitur ex proportione K ad L, & L ad M; habet ergo & K ad M proportionem ex laterum proportione compositam. Et cum sit vt B C ad C G; *d* ita A C parallelogrammum

a *prop.14.1*
b *prop.12.6*
c *def.5.6.*
d *prop.1.6.*

ad

ad C H: & vt B C ad C G; ita K ad L;
o prop. 11.5 e erit vt K ad L, ita A C ad C H. Rursus
f prop. 1.6. f cum sit vt D C ad C E; ita parallelogrã-mum C H ad C F; & vt D C ad C E; ita L ad M, g erit vt L ad M, ita C H ad C F.
g prop. 11.5. Cum igitur ostẽsum sit, vt K ad L; ita esse A C ad C H; vt verò L ad M; ita C H ad



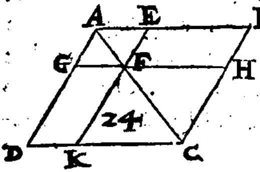
h prop. 22.5 C F; h erit ex æquali, vt K ad M, ita A C, ad C F. At K ad M proportionẽ habet compositam ex lateribus: ergo & A C ad C F, proportionem habet compositam ex lateribus: æquiangula ergo parallelogrammum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 24. Theor. 18.

Omnis parallelogrammi quæ circa diametrum sunt parallelogrãma, similia sunt toti, & inter se.

SIt parallelogrammum ABCD, diametrus A C, circa quam sint parallelogrãma EG, HK. Dico vtrumq; E G, H K toti A B C D, & inter se similia esse. Cum enim ad latus B C trianguli A B C ducta sit paral-

parallela E F, *a* erit vt B E ad E A; ita C F ad F A. Rursus cum ad latus C D trianguli ACD ducta sit parallela F G, erit vt C F ad F A; ita D G ad G A. Sed vt C F ad F A; ita ostēsa est B E ad E A: *b* ergo vt B E ad E A; ita est D G ad G A: *c* componendo ergo vt B A ad A E; ita D A ad A G: & per *d* mutando, vt B A ad A D; ita A E ad A G: parallelogrammorum ergo A B C D, E G latera circa communem angulum B A D sunt proportionalia. Cumque G F, D C parallelæ sint, *e* erunt anguli A G F, A D C; item G F A, D C A æquales; communis D A C: triangula ergo A D C, A G F æquiangula sunt. Eadem de causa erunt & A B C, A F E æquiangula: tota ergo parallelogramma A B C D, E G sunt æquiangula; *f* est igitur vt A D ad D C; ita A G ad G F; & vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita A F ad F E; & vt C B ad B A; ita F E ad E A. Et quia demonstratum est, esse vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita A F ad F E; erit ex æquali vt D C ad C B; ita G F ad F E. Parallelogrammorum ergo



a prop. 2. 6.
b prop. 11. 5
c prop. 18. 5
d prop. 16. 5
e prop. 29. 1.
f prop. 4. 6.

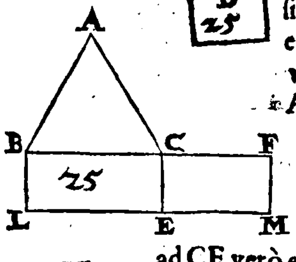
S ABCD,

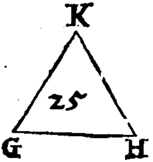
A B C D, EG latera circa ęquales angulos ſunt proportionalia; ſimilia ergo ſunt. Eadem de cauſa erit parallelogrammum KH toti A B C D ſimile: vtrumq; ergo E G, K H toti A B C D ſimile eſt. *g* Quæ autem eidem ſunt ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia: eſt ergo E G ipſi K H ſimile. Omnis ergo parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonſtrare.

g prop. 21. 6

Propoſ. 25. Probl. 7.

Dato rectilineo ſimile, & alteri dato æquale conſtituere.





a prop. 44. 1

b prop. 14. 1

c prop. 13. 6.

SIt dato rectilineo A B C ſimile conſtituendum, æquale verò ipſi D. *a* Applicetur ad lat' B C triangulo A B C æquale parallelogrãmũ B E: ad CE verò ęquale ipſi D, nimirũ C M in angulo F C E, æquali angulo CBL; *b* indirectũ ergo erit B C ipſi C F; & L E ipſi E M. *c* Accipiatur ipſarum B C, C F media proporportionalis GH; & super ipsa ipsi ABC rectilineo *d* simile describatur, & similiter positum KGH. Cum ergo sit vt BC ad GH, ita GH ad CF (quādo enim fuerint tres *e* rectę proportionales, est vt prima ad tertiam; ita figura super prima descripta ad figuram super secunda similem, similiterq; descriptam) Est ergo vt BC ad CF; ita triangulum ABC ad triangulū KGH. *f* Sed vt BC ad CF, ita est BE ad EF. vt ergo *g* triangulū ABC ad triangulū KGH; ita est BE parallelogrammum ad EF parallelogrammum: & *h* permutando, vt ABC ad BE; ita est KGH ad EF. Æquale autem est triangulum ABC parallelogrāmo BE: ergo & triangulum KGH æquale est parallelogrammo EF. Sed EF æquale est ipsi D: ergo & KGH ipsi D est æquale. Est verò & KGH ipsi ABC simile. Dato ergo ractilineo, &c. Quod oportuit facere.

d *prop. 18. 6*

e *col. 2. prop. 20. 6.*

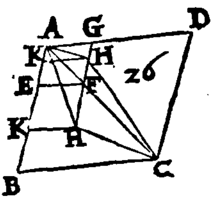
f *prop. 1. 6.*

g *prop. 11. 5.*

h *prop. 16. 5*

Propos. 26. Theor. 19.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti similiterq; positum, communem ipsi habens angulum, circa eandem diametrum est toti.



A parallelogrammo ABCD auferatur parallelográmum AF simile toti ABCD, & similiter positum, communẽ angulum DAB cum ipso habens. Dico ABCD circa eandem diametrum esse ipsi AF. Si non. Sit ipsorũ diametrus AHC. & ducatur per H vtrique AD, BC parallela HK. Cum ergo ABCD circa eandem diametrum sit ipsi KG; *a* erit ABCD ipsi KG simile. Est ergo vt DA ad AB; ita GA ad AK: est autẽ propter similitudinem ipsorum *ABCD*, EG, vt DA ad AB; ita GA ad AE. ergo vt *b* GA ad AE, ita GA ad AK; habet ergo GA ad vtramq; AK, AE *c* eandem proportionem, æqualis ergo est AE ipsi AK, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ABCD, circa eandem diametrum est ipsi AH. Circa eandem ergo diametrum est ipsi AF. Si ergo à parallelogrãmo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 24. 6

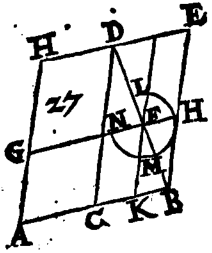
b prop. 11. 5.

c prop. 9. 5.

Propos. 27. Theor. 20.

Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis simi-

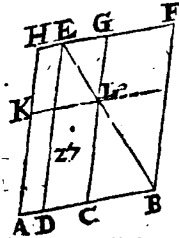
similibus, & similiter positis ei quæ à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.



RE&aAB a bisecetur in C, & applicetur ad A B rectam * parallelogrammum A D deficiens figura. parallelogramma D B, simili, & similiter posita ei, quæ à dimidia ipsius A B descripta est. Dico omnium parallelogrammorum ad A B applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, similiterq; positis ipsi D B, maximum esse A D. *b* Applicetur enim ad rectam A B parallelogrammum A F, deficiens parallelogrammo F B simili similiterque posito ipsi D B. Dico A D maius esse ipso A F. Cum enim D B simile sit ipsi F B, *c* erunt circa eandem diametrum. Ducatur illorum diametrus D B, & describatur figura. *d* Cum ergo ipsi C F æquale sit F E, si cõmune apponatur F B, *e* erit totum C H toti K E æquale. Sed ipsi C H æquale est C G cum A C, C B æquales

a *prop. 10. 1.*
* *qualecumq.*
b *prop. 44. 1*
c *prop. 26. 6*
d *prop. 43. 1*
e *ax. 2.*

ſint;ergo & GC ipſi EK æquale eſt. Commune CF apponatur; & erit totum AF gnomoni LMN æquale. Quare DB, hoc eſt AD, quam AF maius eſt. Omnium ergo parallelogrammorũ, &c. Quod oportuit demonſtrare.



Aliter. Sit AB rurſus in C biſecta, & applicatũ AL, deficiens figura LB. Applicetur ad AB parallalogrammum AE deficiens figura EB, ſimili & ſimiliter poſita ipſi LB à dimidia AB deſricptæ. Dico parallelogrãmum AL ad dimidiam applicatũ maius eſſe ipſo AE. Cum enim

a prop. 20. 6 EB ipſi LB ſimile ſit *a* erunt circa eandem diametrũ, quę ſit EB, perficiaturq́; figura. Quia ergo LF ipſi LH ęquale eſt, quod & FG ipſi GH ſit æqualis; FL, quam EK

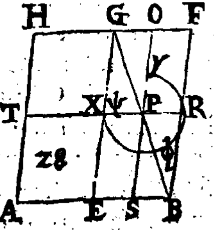
b prop. 43. 1 maius erit: *b* ęquale eſt autem LF ipſi DL: maius ergo eſt DL quam EK, commune addatur KD; totum ergo AL toto AE maius eſt. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 28. Probl. 8.

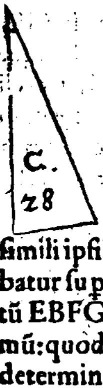
Ad datam rectã lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ

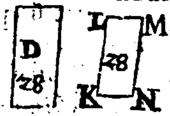
ſit

sit similis alteri datæ. Oportet autẽ datum rectilineum, cui æquale applicandum est, maius non esse eo, quod ad dimidiam applicatur, similibus existẽtibus defectibus; & eo quod à dimidia, & eo, cui oportet simile deficere.



SIt recta data AB; rectilineum datum, cui oporteat æquale applicare, sit C, non maius existẽs eo quod ad dimidiã applicatũ est, similibus existẽtibus defectib⁹. Cui autem oportet simile deficere, sit D. Oportet ergo ad AB rectilineo C æquale parallelogrãmum applicare deficiẽs figura parallelogrãma simili ipsi D. *a* Bisecetur AB in E & *b* describatur sup EB ipsi D simile, similiterq́; positũ EBFG compleaturq́; AG parallelogrãmũ: quod ipsi C aut æquale est, aut mai⁹ ob determinationẽ. Si æquale, factũ est quod iubebatur; applicatũ enim est ad AB rectilineo C æquale parallelogrammũ AG deficiens





a prop. 10. 1.
b prop. 18. 6

figura parallelogramma GB simili ipsi D. Si verò HE maius est quam C; erit & GB maius, cum GB ipsi HE sit æquale. Excessui autē, quo GB excedit C, *c* fiat æquale KLMN, simile similiterq; positū ipsi D. Et cum D simile sit ipsi GB, erit & KM ipsi GB simile. sit linea KL ipsi GE; & LM ipsi GF homologa; q a ergo GB ęquale est ipsis C, & KM; erit GB; quā KM maius; erit ergo & GE linea maior quā KL; & GF, quam LM. *d* Fiat ipsi KL æqualis GX; ipsi LM ipsa GO, compleaturq; parallelogrāmum XGOP, quod erit æquale; & simile ipsi KM. sed KM ipsi GB simile est; *e* erit ergo & GP ipsi GB simile: *f* sunt ergo GP, GB circa eandem diametrū, quę sit GPB. & describatur figura. Cum itaq; GB ęquale sit ipsis C, KM, & GP ipsi KM; erit reliquus ϒΦΨ gnomon ipsi C ęqualis, *g* cumque OR ipsi XS sit æquale, si commune PB addatur; erit *h* totum OB toti XB æquale. sed XB ipsi TE est *i* æquale, quod AE, EB sint æquales: est ergo & TE ipsi OB æquale, si commune XS addatur, erit totū TS gnomoni ΨΦϒ æquale. Sed gnomon ipsi C ostensus est æqualis: *k* est ergo TS ipsi C ęquale. Ad datam ergo AB dato rectilineo C æquale parallelogrāmum TS applicatum est deficiens figura PB simili ipsi

c prop. 25. 6

d prop. 3. 1.

e prop. 21. 6

f prop. 26. 6

g prop. 43. 1

h ax. 2.

i prop. 36. 1

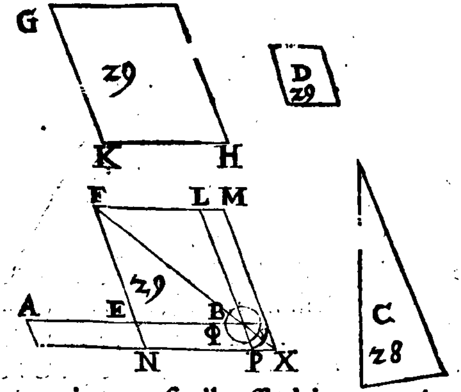
k ax. 1.

ipſi D, cum P B ipſi G P ſimile ſit. Quod oportuit facere.

Propoſitio 29. Probl. 9.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, ſimili alteri datæ.

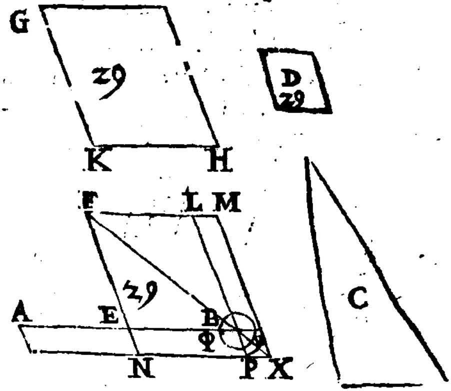
SIT DATA recta A B; & rectilineum C, cui oporteat ad A B æquale applica-



re, cui autem ſimile eſſe debeat excedens ſit D. *a* Biſecetur A B in E, *b* deſcribaturq; ſuper EB parallelogrammum ſimile, ſimiliterq; poſitum ipſi D; Aequale verò vtrique B F, & C & ſimile ipſi D *c* fiat G H, quod ipſi F B ſimile erit. Sit autem latus

a *prop. 10. 1.*
b *prop. 18. 6.*
c *prop. 25. 6.*

K H homologum lateri F L; K G ipsi F E. Et cum G H maius sit quã F B, erit & K H maior, quam F L; & K G quam F E; producantur F L, F E, vt ipsis K H, K G æquales fiant, in M & N, compleaturque M N, quod ipsi G H æquale & simile est:



d prop.21.6.
e prop.26.6.

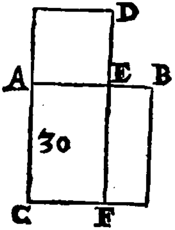
sed ipsi G H simile est E L; *d* est ergo & M N ipsi E L simile; *e* sunt ergo circa eandem diametrum, quæ ducatur, & sit F X,
f ax. 1. compleaturque figura. Quia ergo G H tam ipsis E L, & C, quam ipsi M N æquale est; *f* erit & M N ipsis E L & C æquale. Cõmune E L tollatur; & erit gnomon Υ Τ Φ
g prop.36.1. h prop.43.1. ipsi C æqualis. Cumq; E A ipsi E B sit æqualis, *g* erit & A N ipsi N B æquale. hoc est, *h* ipsi L O, commune addatur E X, eritque

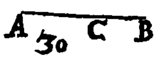
que totum A X, toti gnomoni ΥΤΦ æquale: sed gnomon ipsi C æqualis est: erit ergo & A X ipsi C æquale. Ad datã ergo AB, dato rectilineo C æquale parallelogrammum A X applicatum est, excedens figura parallelográma PO simili ipsi D, *i* cum & E L ipsi OP simile sit. Quod oportuit facere. *i prop. 24. 6*

Propositio 30. Probl. 10.

Datam rectam lineam terminatã extrema ac media ratione secare.

Oporteat datã terminatam A B extrema ac media ratione secare. *a* Describatur super A B quadratum B C, *b* applicetur q; ad A C parallelogrammum C D, æquale quadrato BC, excedens figura A D simili B C quadrato, quæ quadratum erit. *a prop. 46. 1* *b prop. 29. 6*



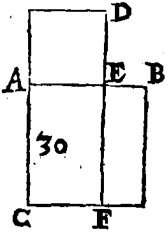


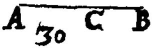
Et quia BC ipsi C D æquale est, si commune C E auferatur; erit reliquum B F reliquo A D æquale, sunt vero & æquiangula; *c* latera ergo ipsorum B F, A D reciproca sunt circa æquales angulos: est ergo vt F E ad E D; ita A E ad E B: & est F E ipsi A C, hoc est, ipsi A B *c prop. 14. 6*

æqua-

æqualis: & E D ipſi A E; quare eſt vt B A ad A E; ita A E ad E B: *d* maior eſt autem A B quam A E: maior ergo & A E quam E B: eſt igitur recta A B extrema ac media ratione ſecta in E; & maior portio eſt A E. Quod oportuit facere.

d prop. 14. 5





Aliter. Oporteat rectam A B extrema ac media ratione ſecare: *e* ſecetur A B in C; vt quod A B, B C continetur, æquale ſit ei quod ex A C quadrato. Cum ergo quod A B, B C continetur æquale ſit ei quod ex A C fit quadrato; *f* erit vt A B ad A C; ita A C ad C B. Eſt ergo A B extrema ac media ratione ſecta. Quod oportuit facere.

e prop. 11. 2

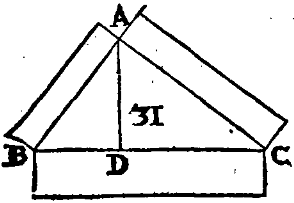
f prop. 17. 6

Propoſitio 31. Theor. 21.

In triangulis rectangulis figura quæ fit à latere rectum ſubtendente æqualis eſt figuris quæ fiunt à lateribus rectum cõtinentibus, ſimilibus; ſimiliterq; deſcriptis.

Sit

SIt triangulum rectangulum A B C rectum habens angulum B A C. Dico, id quod fit ex B C æquale esse illis, quæ fiunt ex B A, A C similibus similiterque descriptis. Ducatur perpendicularis A D, a eruntq; tri-

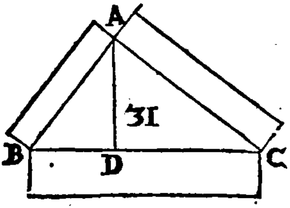


angula A B D, A D C à perpendiculari facta, & toti A B C, & inter se similia. Cumque A B C, A B D similia sint, erit vt C B ad B A, ita A B ad B D, b quando autẽ tres sunt proportionales, est vt prima ad tertiam; ita quæ à prima describitur figura ad figuram similem à secunda descriptam. Vt ergo CB ad B D; ita est figura ex C B ad figuram ex B A, similem similiterq; descriptam. Eadem de causa, erit vt B C ad C D; ita figura ex B C ad figuram ex C A. Ergo vt B C ad B D, DC; ita figura ex B C descripta, ad figuras ex B A, A C descriptas similes, similiterq; positas: æqualis est autẽ B C ipsis B D, D C; ergo & figura ex B C æqualis erit figuris ex B A, A C similibus, simi-

a prop. 8. 6.

b corol. 2. propos. 6.

similiterq; descriptis. In rectangulis ergo triangulis, &c. Quod oportuit demon-
c prop.20.6. strare. Aliter. c Cum similes figuræ in dupla proportione sint homologorum laterum, habebit figura ex B C ad figuram ex B A duplam proportionem eius, quã habet latus B C ad B A. Habet verò & quod ex B C quadratũ,



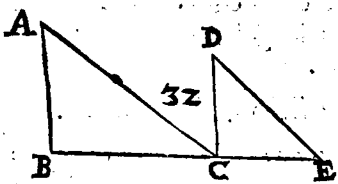
ad quadratum ex B A duplam proportio-
d prop.11.5. nem eius quam habet B C ad B A. d Vt ergo est figura ex B C ad figuram ex B A; ita est quadratum ex B C ad quadratũ ex A B. Eadem de causa est, vt figura ex B C ad figuram ex C A; ita quadratum ex B C ad quadratum ex C A. Est ergo vt figura ex B C ad figuras ex B A, A C; ita quadratum
e prop.47.1. ex B C ad quadrata ex B A, A C. Sed e quadratum ex B C est æquale quadratis ex B A, A C: Est ergo & figura ex B C æqualis figuris ex B A, A C, similibus similiterque descriptis. Quod oportuit demonstrare.

Propo-

Propositio 32. Theor. 22.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad vnum angulum componantur, ita vt latera homologa sint parallela, reliqua latera in directum erunt constituta.

SInt triangula ABC, DCE habentia duo latera BA, AC, duobus DC, DE



proportionalia. Vt AB ad AC; ita DC ad DE, sintq; tam AB, DC, quam AC, DE parallela, Dico CE ipsi BC in directum esse. Cum enim in AB, DC parallelas recta AC incidat, *a* erunt anguli alterni BAC, ACD æquales. Eadem de causa & CDE, ACD æquales erunt: vnde & BAC, CDE æquales sunt. Cũ igitur duo triangula ABC, DCE vnum angulum qui est ad A, vni qui est ad D æqualem habeant, & circa æquales angulos latera proportionalia, vt *b* BA ad AC, ita CD ad DE, æquiangula erũt: anguli igitur ABC, DCE æqua-

a *prop. 29. 1.*

b *prop. 6. 6.*

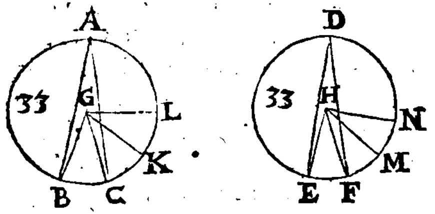
æquales sunt. Ostensi autem sunt & ACD, BAC æquales. totus ergo ACE duobus ABC, BAC est æqualis: communis ACB addatur, & erunt ACE, ACB æquales his,
c prop. 32. 1. BAC, ACB, CBA: c sed hi tres duobus rectis sunt æquales: ergo & ACE, ACB duobus rectis æquales erunt. Ad punctum ergo C rectæ AC duæ rectæ BC, CE non ad easdem partes positæ, angulos deinceps ACE, ACB duobus rectis æquales faci-
d prop. 14. 1. unt; in d directum ergo est BC, ipsi CE. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 33. Theor. 23.

In æqualibus circulis anguli eandẽ proportionem habent, quam peripheriæ, quibus insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. Quin & sectores, quippe ad centra constituti.

IN æqualibus circulis ABC, DEF ad cẽtra G, H constituti sint anguli BGC, EHF ad peripherias BAC, EDF. Dico esse, vt BC peripheria ad EF peripheriam; ita angulum BGC, ad angulum EHF; & BAC ad EDF; & insuper BGC sectorẽ ad EHF sectorem. Ponantur peripheriæ BC

æqua-



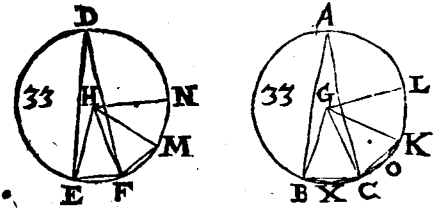
æquales quotcunque deinceps CK, KL: peripheriæ EF quotcunque æquales FM, MN, ducanturque GK, GL; HM, HN. Cum ergo peripheriæ CB, CK, KL æquales sint, a erunt & anguli BGC, CGK, KGL æquales, quam multiplex ergo est peripheria BL peripheriæ BC, tam multiplex est angulus BGL anguli BGC. Eadem de causa quam multiplex est peripheria NE peripheriæ EF, tam multiplex est angulus NHE anguli EHF. Si igitur peripheriæ BL, EN æquales sunt, erunt & anguli BGL, EHN ęquales: Et si peripheria BL quam EN maior est, erit & angulus BGL maior angulo EHN; et si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ BC, EF, & duo anguli BGC, EHF; acceptæq; sint peripheriæ BC & anguli BGC æque multiplices peripheria BL, & angulus BGL. Peripheriæ verò EF & anguli EHF peripheria EN & angulus EHN, demonstra- a prop. 27. 3.

T

ſtratumque ſit ſi peripheria B L maior ſit peripheria E N, & angulum B G L angulo E H N maiorem eſſe; & ſi æqualis æqualem; ſi minor, minorem: *b* Eſt ergo vt B C peripheria ad peripheriam E F; ita angulus B G C ad angulum E H F. Sed vt B G C ad E H F; *c* ita eſt B A C angulus ad E D F angulum, vterque enim vtriuſque duplus eſt: ergo vt B C ad E F; ita eſt B G C ad E H F; & B A C ad E D F. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

b def. 5. 5.

c prop. 15. 5.



Dico prætereà, vt eſt BC peripheria ad EF peripheriam; ita eſſe G B C ſectorem ad H F E ſectorem. Ducantur B C, C K; accipianturq; peripheriarum BC, CK puncta X, O, & ducantur B X, X C, C O, O K. Cum ergo duæ B G, G C, duabus CG, GK æquales ſint, anguloſque æquales contineant; *d* erunt & baſes B C, C K æquales: igitur & triangula B G C, G C K æqualia erunt; cumque peripheriæ B C, C K ſint æqua-

d prop. 4. 1.

æquales, erit & reliqua B A C peripheria reliquæ C A K æqualis; *e* ergo & angulus *e prop. 27. 3.* B X C, angulo C O K æqualis erit, *f* portiones ergo B X C, C O K similes sunt, & *f def. 11. 3.* sunt super æqualibus rectis B C, CK; *g* circulorum autem portiones super æqualibus rectis constitutæ, æquales sunt: portiones igitur B X C, C O K æquales sunt. *g prop. 24. 3.* Sunt verò & triangula B G C, G C K æqualia; totus ergo sector B G C toti G K C est æqualis. Eadem de causa, erunt sectores G K L, G K C ęquales: tres igitur sectores B G C, C G K, G L K æquales sunt. eadem de causa, erunt & tres HEF, HFM, H M N æquales. quam multiplex ergo est peripheria B L peripheriæ C B, tam multiplex est sector G B L sectoris G B C. Eadem de causa quam multiplex est peripheria E N peripheriæ E F, tàm multiplex est sector H E N sectoris H E F. Si ergo peripheria B L maior est peripheria E N, erit & sector B G L maior sectore E H N; Et si æqualis, æqualis; & si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo sectores G B C, E H F; acceptæque sint peripheriæ B C, & sectoris G B C, æque multiplices B L peripheria, & G B L sector. Peripheriæ verò E F, & sectoris

 HEF,

HEF, peripheria EN, & sector HEN; demonstratumq; sit si BL maior sit quã EN; & sectorem BGL maiorem esse sectore EHN; & si æqualis, æqualem; si minor minorem. g erit vt peripheria BC ad EF peripheriam; ita GBC sector ad HEF sectorem. Manifestũ ergo est, esse, vt est sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.

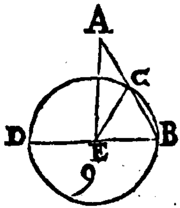
g def. 5. 5.

Ex libro 13. Euclidis.

Propositio 9.

Si latera hexagoni & decagoni eidem circulo inscripta cõponantur, erit tota cõposita proportionaliter secta.

SInt in circulo DCB, latera BC decagoni, AC hexagoni in directũ posita. Dico totã AB in C proportionaliter esse sectã, maioremq; portionem esse AC. Sumpto enim centro E. iungantur rectæ EB, EC, EA, producaturque EB in D. Quia igitur BC latus est decagoni æquilateri, erit peripheria BCD quintupla peripheriæ CB; igitur CD quadrupla erit

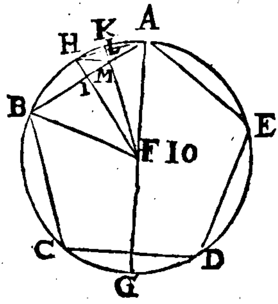


eiusdem CB: Vt *a* verò peripheria CD ad peripheriam CB; ita est angulus CED ad angulum CEB: Quadruplus est ergo angulus CED anguli BEC. Et quia *b* angulus EBC æqualis est angulo BCE, erit *c* angulus DEC duplus anguli ECB, cumque EC rectæ CA sit æqualis (vtraque enim est æqualis lateri hexagoni circulo BCD inscripti) *d* erit & angulus CEA angulo EAC æqualis: *e* duplus ergo est angulus BCE anguli CAE; sed anguli BCE duplus ostensus est angulus CED: quadruplus igitur est angulus CED anguli CAE. ostensus est autem & angulus CED quadruplus anguli CEB: æquales ergo sunt anguli CAE, BEC. Triangulorum autem ABE, ECB angulus EBC est communis; *f* erit ergo & reliquus AEB. reliquo ECB æqualis. Quare triangula ABE, CBE sunt æquiangula: *g* est ergo vt AB ad EB: ita EB ad CB. Est verò BE ipsi AC æqualis; igitur est vt AB ad AC; ita AC ad CB: Maior autem est AB, quam AC: *h* igitur & AC quam CB. Quocirca AB in C secta est proportionaliter, & portio maior est AC. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 33. 6
b prop. 5. 1.
c prop. 32. 1.
d prop. 5. 1.
e prop. 32. 1.
f prop. 32. 1.
g prop. 4. 6.
h prop. 14. 5

Propoſitio 10.

Si circulo pentagonum æquilaterum inſcribatur, latus pentagoni poterit, & latus hexagoni, & latus decagoni, eidem circulo inſcriptorum.



ESto circul' ABCDE, cui pentagonem æquilaterum ABCDE inſcribatũ. Dico latus pẽtagoni poſſe & hexagoni, & decagoni lat' eidem circulo inſcriptorũ. Accepto enim centro F ducãtur AFG, FB, & ex F ad AB perpendicularis FI, quę producatur in H, iunganturque AH, HB, rurſusq; ab F ad AH agatur perpendicularis FL, quæ in K producatur, iungaturq; HM. Et quia peripheria ABCG æqualis eſt peripheriæ

a prop. 28. 3 AEDG, *a* quarũ ABC æqualis eſt AED: eſt igitur & reliqua CG, reliquæ DG æqualis. Eſt autem CD pentagoni; CG ergo Decagoni erit. Et quia AF, FB *b* æqua-

b def. 15. 1. les ſunt, & perpendicularis FI, *c* erit angu-

c prop. 3. 3. d prop. 26. 3 lus AFH angulo HFB æqualis, *d* ideoq;

&

& peripheria A H peripheriæ H B. quare peripheria A B dupla erit peripheriæ HB: igitur A H latus est decagoni. Eadem ratione AH peripheria ipsius AK dupla est. Quia ergo peripheria A B peripheriæ HB dupla est; peripheria verò C D peripheriæ AB æqualis; erit & CD peripheria dupla peripheriæ H B. Est verò & C D peripheria dupla peripheriæ C G: peripheriæ ergo CG, BH æquales sunt: sed BH ipsius H K dupla est, quod & A H. Igitur & C G ipsius HK est dupla. Est autem peripheria CB peripheriæ AB æqualis: ergo tota BG peripheria, peripheriæ BK dupla est: *e* unde & angulus G F B, anguli B F K duplus erit. Est *f* verò & angul⁹ GFB duplus anguli FAB, & *g* sunt FAB, ABF æquales: est *h* igitur & B F M angulus, angulo FAB æqualis. Triangulorum autem AFB, BFM communis est angulus ABF; erit igitur & reliquus AFB reliquo BMF ęqualis. Quare triangula ABF, BFM sunt ęquiangula. *i* Ergo est vt A B ad B F; ita F B ad B M: *k* rectangulũ ergo rectis AB, BM contentum æquale est quadrato ipsius FB. Rursus *l* quoniã AL, LH æquales sunt; cõmunis, & ad angulos rectos LM; *m* erunt & bases HM, MA ęquales. *n* Vnde & anguli LHM, LAM æquales erunt: sed *o* angulus LAM,

angu-

e *prop.27.3*
f *prop.20.3*
g *prop.5.1.*
h *ax.7.1.*
i *prop.4.6.*
k *prop.17.6*
l *prop.3.3.*
m *pro.47.1*
n *prop.8.1.*
o *prop.27.3*

angulo H B M est æqualis: erunt igitur & L H M, H B M æquales, & est duorum triangulorum BAH, H A M angulus BAM communis: erit igitur & reliquus A HB reliquo HMA æqualis. Triangula igitur A H B, H A M sunt æquiangula. *p* Quare
p prop.4.6. est, vt BA ad AH; ita AH ad AM. Rectan-
q prop.17.6 gulum ergo *q* rectis AB, AM contentum, æquale est quadrato rectæ A H . Ostensum est autem & rectangulum rectarum
r prop.2.2. A B, B M æquale esse quadrato rectæ BF; ergo rectangulum linearum A B, B M, cum rectangulo linearum AB, AM (*r* quę sunt ęqualia quadrato toti' AB) est æquale quadratis ipsarum BF, A H; & *est AB latus* pentagoni; F B hexagoni; A H decagoni: igitur latus pentagoni potest & latus hexagoni, & latus decagoni eidem circulo inscriptorum, quod erat demonstrandum

ERRATA.

Pag 14. v. 13. GF. l. DF. p. 20. v. 1. EG, GF, l. ED, DF. p. 33. prop. 12. ex lin. A. fiat C, & ex C fiat A. p. 48. v. 3. l. ACDB. p. 58. in fig. ponatur inter K. L lit. M. p. 63 in fig inter D, E ponatur L. p. 66. v. vlt. l. DO. p. 75. in fig. inter D & F, pone M p. 101. v. 9. l. CEF. p. 115. v. 4. l. cadat & sit. p. 142. v. 5. l. GA. p. 184. v. 3. l. Quare. p. 192. v. vlt. l. C. p. 208. v. 7. l. MP. p. 264. in fig. ABC pro C pone G. p. 191 & 192. in fig. deest litera Y, sed quid gnomon sit lector facile intelliget; deest quoque litera O inter M & X ponenda. p. 304. in fig. deest linea BH.