EVCLIDIS ELEMENTORVM GEOMETRICORVM LIBRI SEX PRIORES.

Noua interpretatione in vsum studiosæ iuuentutis in lucem dati.

A

IOANNE LANZ SOCIETATIS IESV.

ANNO *M.DC.XVII.*

Cum facultate Superiorum.

INGOLSTADII,

Ex Typographeo Ederiano apud Elisabetham Angermariam, viduam.

INTERPRES CANDIDO LECTORI.

DVas Matheseos alas esse, rectè scripsit Plato, Geometriam & Arithmeticam. hac posteriore cùm vtcunque instructa iam studiosa iuuetus videretur, supererat, vt eadem & priore instrueretur. Itaq; cùm de habenda aliqua Geometricorum elementorum Epitome cogitationem suscepissem, nihilq; melius ipso summo Geometra Euclide in mentem venisset; cœpi solicitus & mecum ipse, & cum alijs quoq; cõmunicato cõsilio deliberare, quemnã potißimum ex tanta interpretum turma, quamq; adeo in vniuersum rationem Euclidis publicandi deligerẽ. Mens vna fuit omnium, iuuentutem nimia libri mole nõ esse grauandam. Recidenda ergo necessario fuerunt primùm scholia & commentationes alienæ, quibus plerіq; dum ingenio suo indulgent maximè, minimè nobis Eu-

clidem ipsum repræsentarunt. Tum deinde quoniã vix aliqua apparebat tam religiosa interpretatio, quæ nõ ab Autore, si sua lingua loquentẽ audias, licentius subinde recederet; optimum factũ videbatur si in Latinũ sermonem deintegro cõuerteretur. Ad eam ego prouinciã postquam aggressus fui, illud antiquissimæ curæ habui, vt quamlibet simplici dictione, genuinã demonstrationem sententiam ex Græco prorsus exprimerẽ, sed pro instituta breuitate verbis sic appensis, vt longiorẽ alicubi circumductionẽ paullo breuiori gyro colligerem. Posteriores tamen libri quinti propositiones, quoniam in Euclide desiderantur, fraudi nõ erit earũ loco Pappi Alexandrini ex Commentariis Federici Commandini substituisse. Quin ad difficiliores etiã definitiones breuiculas notas eo consilio apposui, ne in ipso statim limine aut hærere Lector, aut aliunde subsidium petere cogeretur. Deniq; nonam & decimã propositionẽ libri decimitertij idcirco adieci, vt si quis Triangulorũ Canonem, hoc est, Tabulas Sinuum, Tangentiũ & Secantiũ, aut cõdere, aut conditas à Typographorum nõ infrequentibus mendis vindicare cuperet, id libelli huius auxilio posset. Vale Lector, & his laboribus nostris ad Dei gloriã vtere. Ingolst. 29. Decemb. Anno Christi M. DC. XVI.

ELE-

ELEMENTORVM EVCLIDIS LIBRI SEX PRIORES EX GRÆCO fonte translati.

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

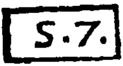
Definitiones.

Punctum est, cuius pars nulla.

2 Linea, longitudo latitudinis expers.

3 Lineæ termini sunt puncta.

4 Recta linea est, quæ ex æquali suis interijcitur punctis.



5 Superfices est, quæ longitudinem & latitudinem tantum habet.

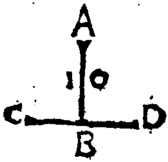
6 Superficiei termini sunt lineæ.

7 Plana superficies est, quæ ex æqualisinter suas lineas iacet.

8 Planus angulus eſt, duarum linearum in plano ſe mutuo tangentium, & non in directum iacentium alterius ad alteram inclinatio.

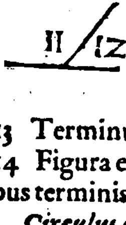
In directum iacere dicuntur duæ lineæ, quando ex illis fit vna linea.

9 Si lineæ angulum continentes, rectæ fuerint, recti lineus angulus dicitur.



10 Si recta linea ſuper rectam conſiſtens, eos, qui deinceps ſunt angulos, æquales fecerit, rectus eſt vterque æqualium angulorum. Et inſiſtens recta, perpendicularis dicitur eius, cui inſiſtit.

Linea AB conſiſtens ſuper C D dicitur perpendicularis. Anguli A B C, A B D dicuntur recti, dicuntur quoq; anguli deinceps.



11 Obtuſus angulus eſt, qui maior eſt recto.

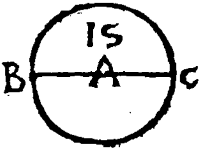
12 Acutus, qui recto minor eſt.

13 Terminus eſt, quod alicuius eſt finis.

14 Figura eſt, quæ ſub aliquo, aut aliquibus terminis continetur.

Circulus continetur ſub vna linea circulari.

15 Cir-



15 Circulus est figura plana, sub vna linea cõtenta, quæ peripheria dicitur, ad quam omnes lineæ ab vno puncto eorum, quæ intra figuram sunt cadentes, æquales sunt.

16 Punctum autem illud centrum circuli dicitur. *nimirum A*

17 Diametrus circuli, est quædam recta linea per centrum acta, & ad vtramq; partem peripheriæ circuli terminata; quæ & circulum bifariam secat. *nempe linea B C*

18 Semicirculus est figura à diametro, & intercepta circuli peripheria contenta.

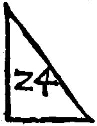
19 Segmentum circuli est, quod à recta linea, & peripheria circuli continetur.

20 Rectilineæ figuræ sunt, quæ rectis lineis continentur. Trilateræ, quæ tribus; quadrilateræ, quæ quatuor; multilateræ, quæ pluribus quàm quatuor lineis rectis continentur.

21 Trilaterarum figurarum, æquilaterum triangulũ est, quód tria latera habet æqualia.

22 Isosceles, quod duo tantùm æqualia habet latera.

23 Scalenum, quod omnia tria inæqualia habet latera.

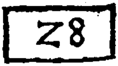


24 Trilaterarum præterea figurarum rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

25 Obtusangulum, quod obtusum, *vt est figura 23.*

26 Acutangulum, quod tres acutos habet angulos, *vt sunt figuræ 21. & 22.*

27 Quadrilaterarum figurarũ, Quadratum est, quod æquilaterum & æquiangulum est.



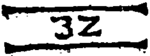
28 Altera parte longior figura est, quæ æquiangula quidẽ, at non æquilatera est.

29 Rhombus, quæ æquilatera, ęquiangula verò non est.

30 Rhomboides, quę opposita, & latera, & angulos æqualia habet; at neque æquilatera est, neque æquiangula.

31 Reli-

31 Reliqua ab his quadrilatera, vocentur trapezia.



32 Parallelæ rectæ lineæ ſunt, quæ in eodem plano exiſtentes, & vtrinq; in infinitum eiectæ, in neutram partem coincidunt.

Poſtulata.

Poſtuletur à quouis puncto ad quodvis rectam lineam ducere.

Et rectam lineam terminatam in continuum, & directum producere.

Et quouis centro & interuallo circulum deſcribere.

Communes ſententiæ ſeu axiomata.

1 Quæ eidem ſunt æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.

2 Et, ſi æqualibus æqualia adduntur, tota ſunt æqualia.

3 Et, ſi ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua ſunt æqualia.

4 Et, ſi inæqualibus æqualia addantur, tota ſunt inæqualia.

5 Et, ſi ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua ſunt inæqualia.

6 Et, quæ eiusdem sunt dupla, inter se sunt æqualia.

7 Et, quæ eiusdem sunt dimidia, inter se sunt æqualia.

8. Et, quæ sibi inuicem congruunt, inter se sunt æqualia.

9 Et, totum est maius sua parte.

10 Et, omnes anguli recti inter se sunt æquales.

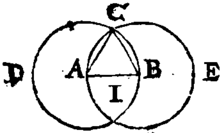
11 Et, si in duas rectas lineas recta incidens angulos interiores, & ad easdem partes, duobus rectis minores fecerit, coincident duæ illæ lineę in infinitum protractę versus illam partem, ad quam sunt duo anguli duobus rectis minores.

12. Et, duæ rectæ spacium non concludunt.

Propositiones.

Propositio 1. Problema 1.

Super data recta linea terminata triangulum æquilaterum constituere.



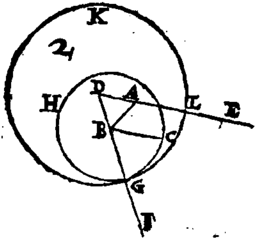
Sit data recta AB, super qua oporteat triangulum æquilaterum constituere

tuere. *a* Centro A; interuallo A B describatur circulus B C D. Rursus *b* centro B, interuallo B A describatur circulus A C E: & ex C, vbi se circuli secant ad A, B puncta, *c* ducantur rectæ C A, C B. Quoniam A centrum est circuli B C D, *d* erit A C æqualis ipsi A B. Rursus, quia B centrum est circuli C A E, *e* erit & B C æqualis ipsi B A. demonstrata est autem & C A æqualis ipsi A B: vtraque ergo C A, C B æqualis est ipsi A B: *f* quę autē eidem sunt ęqualia, & inter se sunt æqualia: igitur C A æqualis est C B: tres ergo CA, A B, B C sunt æquales. Quare triangulum A B C est æquilaterum, & super recta A B constitutū. Quod facere oportuit.

a *Post.3.*
b *Post.3.*
c *Post.1.*
d *def.15.*
e *def.15.*
f *ax.1.*

Propos. 2. Problema 2.

Ad datum punctum datæ rectæ lineæ æqualem rectam ponere.

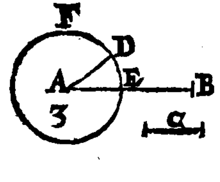


Sint data, punctum A, recta B C, & oporteat ad pūctum A rectæ B C æqualem ponere. Ducatur ab A ad B recta A B, su-

a prop.1.1. B, super *a* eaq; constituatur triangulum
b post.2. æquilaterum D A B, *b* productis in dire-
c post.3. ctum ipsis D A, D B in E, & F. *c* Centro
B, interuallo B C describatur circulus
d post.3. C G H. Rursus *d* centro D, interuallo
D G describatur circulus G K L. Quoniam ergo B centrum est circuli C G H,
e def.15. *e* erit ipsi B C æqualis B G. Rursus cum D
f def.15. sit centrum circuli G K L, *f* erit D L æ-
g prop.1. qualis ipsi D G: *g* quarum pars D A est æ-
h ax.3. qualis parti D B: *h* reliqua ergo A L æ-
i ax.1. qualis erit reliquæ B G. Ostensa est autem & B C æqualis ipsi B G: vtraque ergo A L, B C æqualis est ipsi BG. *i* Quæ autem eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia: ergo A L æqualis est ipsi BC. Quare ad punctum datum A, datæ rectæ B C æqualis est posita, AL. Quod facere oportuit.

Propos. 3. Probl. 3.

Datis duabus inæqualibus rectis lineis, à maiore minori æqualem abscindere.



Sint datæ rectæ inæquales A B, & C; quarũ maior sit A B; à qua, minori C æqualem abscindere opor-

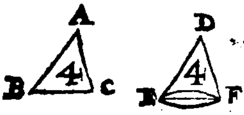
oporteat. Sit *a* ad punctum A, rectæ C æqualis posita, AD. & *b* centro A, interuallo AD, describatur circulus DEF. Et quia A centrum est circuli DEF, *c* erit AE æqualis ipsi AD. sed & C æqualis est ipsi DA: vtraque ergo AE, C æqualis est ipsi AD: igitur & AE æqualis erit ipsi C. Duabus ergo inæqualib. datis rectis lineis AB, & C, à maiore AB, minori C æqualis est abscissa, AE. Quod facere oportuit.

a prop. 2. h.
b post. 3.
c def. 15.

Propos. 4. Theor. 1.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri; habuerint autem & angulum angulo, æqualibus lateribus contentum, æqualem, & basim basi æqualem habebũt: eritq; triangulum triangulo æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera subtenduntur.

SInt duo triangula ABC, DEF, quæ duo latera AB, AC, duobus DE, DF æqualia habeant, vtramque vtrique, AB ipsi DE, & AC ipsi DF, & angulũ BAC, angulo EDF. Dico quod



& basis B C, basi E F sit æqualis, & triangulum A B C, triangulo D E F, & reliqui anguli reliquis, vterque vtrique, quibus æqualia latera subtenduntur, nẽpe A B C ipsi D E F; & A C B ipsi D F E. Si enim

* superponatur.

a ax. 8.

triangulum ABC triangulo D E F * congruat, & A super D ponatur, a congruet A B recta rectæ D E, & B ipsi E, quod A B sit æqualis D E. Congruente igitur A B ipsi D E, congruet & A C ipsi D F, quod angulus B A C angulo E D F sit æqualis: ideo & C ipsi F congruet, quod & A C æqualis sit ipsi G F. Sed & B ipsi E congruebat. Quare & basis B C basi E F congruet. Si enim congruente B ipsi E, & C ipsi F, basis B C basi E F non congruat, continebunt duæ rectæ spacium; b quod fieri nequit. Congruet ergo basis B C basi E F, & æqualis illi erit; adeoque totum triangulum A B C toti triangulo D E F cõgruet,

b ax. 12.

c eiq; æquale erit: congruent ergo & reliqui anguli reliquis, eritque A B C angulus angulo, DEF, & A C B ipsi D F E æqualis.

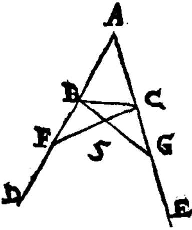
c ax. 8.

Si ergo duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, &c.

Pro-

Propos. 5. Theor. 2.

Isoscelium triangulorum anguli ad basim sunt æquales: & productis æqualibus rectis, erunt & anguli infra basim æquales.



SIt triangulũ A B C, habens latus AB, lateri A C æquale. Producantur in directum A B, A C rectæ in D & E. Dico angulũ A B C, angulo ACB; & C B D, ipsi B C E æqualem esse. Accipiatur in B D quoduis punctum F; & *a* auferatur à maiori A E, minori A F æqualis A G: *b* ducanturq; rectæ F C, GB. & cum A F, ipsi A G; & A B æqualis sit ipsi A C; erunt duæ F A, A C, duabus G A, AB æquales, altera alteri, continentque angulum communem F A G; *c* erit igitur basis F C basi G B ęqualis & triangulum A F C triangulo AGB, & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur; nempe A C F ipsi A B G, & A F C ipsi A G B. Et quia tota A F toti A G æqualis est, quarum A B est ęqualis ipsi A C;

a prop. 3. 1.
b post. 1.
c prop. 4. 1.

derit

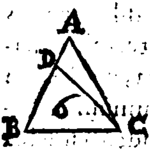
d ax.3. d erit & reliqua B F, reliquæ C G æqualis. Oſtenſa autem eſt & F C æqualis ipſi G B. Cum ergo duæ B F, FC duabus C G, G B æquales ſint altera alteri: & angulus B F G angulo C G B æqualis, & baſis B C communis, e prop.4.1. e erit triangulum B F C triangulo C G B ęquale, & reliqui anguli reliquis alter alteri, quibus æqualia latera ſubtēduntur: ergo & angulus F B C angulo G C B, & B C F ipſi C B G æqualis erit. Et quia totus A B G toti A C F oſtenſus eſt æqualis, & C B G ipſi B C F; erit ergo & reliquus, A B C reliquo A C B ęqualis: & ſunt ad baſim trianguli A B C; oſtenſus eſt autem F B C angulus, angulo G C B æqualis, & ſunt ſub baſi. Jſoſcelium igitur triangulorum anguli ad baſim ęquales ſunt, & productis æqualibus lateribus, etiam anguli infra baſim. Quod demonſtrare oportuit.

Propoſ.6. Theor.3.

Si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera æquales angulos ſubtendentia, æqualia.

SIt triangulum A B C habens angulum A B C, angulo A C B æqualem. dico & latera

latera A B, A C æqualia esse. Si enim sunt inæqualia, erit alterũ maius, sit maius A B. a Auferatur à maiore A B, minori A C æqualis D B, ducaturq́; D C. Cum ergo D B, A C æquales sint, communis verò B C; erunt duæ D B, B C, duabus A C, C B æquales, altera alteri, & angulus D B C æqualis angulo A C B: b igitur & basis D C, basi A B erit æqualis, & triangulum A B C, triangulo D B C, minus maiori, c quod est absurdum; nõ igitur inæqualis est A B, ipsi A C: ergo æqualis. Quare si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera, æquales angulos subtendentia, æqualia. quod demonstrare oportuit.



a prop. 3. 1.

b prop. 4. 1.

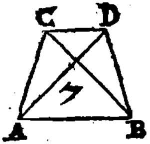
c ax. 9.

Propos. 7. Theor. 4.

Super eadem recta linea, duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales alter alteri, non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdemq́; cum primò ductis terminos habentes.

SI enim fieri potest constituatur super eadem recta linea A B, duabus rectis

B A C,



A C, C B; duæ aliæ AD, DB æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum C & D, ad easdem partes C, D, eosdem terminos habentes A, B, quos primæ: ita, vt C A ipsi D A, eundem cum ipsa terminum A habens, C B verò ipsi D B, eundem cum illa terminum B habens, sit æqualis, & ducatur C D. Cum ergo A C sit æqualis ipsi

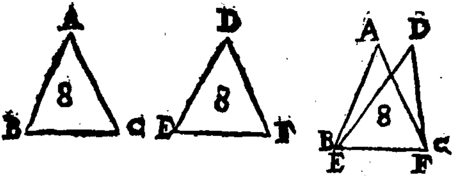
a prop. 5. 1. A D, *a* erit & angulus A C D æqualis angulo A D C: maior ergo est A D C angulus, angulo D C B: multo ergo maior C D B. Rursus cum C B æqualis sit ipsi D B, erit & angulus C D B angulo D C B æqualis: ostensus autem est multo illo maior. *b* Quod fieri non potest. Non igitur

b ax. 9. super eadem recta linea duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem cum primò dictis terminos habentes. Quod demonstrare oportuit.

Pro-

Propos. 8. Theor. 5.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, habuerint verò & basim basi æqualem, habebunt quoque angulum æqualibus lateribus contentum angulo æqualem.



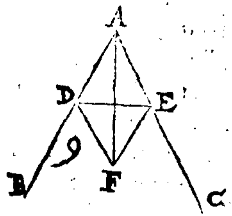
SInt duo triangula A B C, D E F; quæ habeant duo latera A B, A C, duobus D E, D F æqualia, alterum alteri, nempe AB ipsi D E, & AC ipsi DF; habeant quoque bases B C, E F æquales, Dico quod & angulus B A C, angulo E D F sit æqualis. Congruente enim triangulo ABC, triangulo DEF, positoq; B super E, & recta BC super E F; *a* congruet & C ipsi F, quod B C, E F æquales sint. Congruente igitur ipsa B C ipsi E F, congruent & B A, C A, ipsis E D, D F. Quod si congruat quidem basis B C, basi E F: at B A, A C latera ipsis, a ax. 8.

B a E D,

ED,DF,non congruant,sed aliò cadant,
b prop.7.1. vt sunt EG,GF,*b* constituētur super eadē recta duabus rectis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum,ad easdem partes, eosdem terminos habentes. At non constituuntur. Non ergo congruente basi BC,basi EF,nō congruent BA,AC latera ipsis ED,DF:congruent ergo. quare & angulus BAC angulo EDF congruet, eique æqualis erit. Si ergo duo triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, habuerint verò & basim basi æqualem, habebūt quoq; angulum æqualibus lateribus contentum,angulo ęqualem. Quod oportuit demonstrare.

Propos.9. Probl.5.

Datum angulum rectilineum bifariam secare.

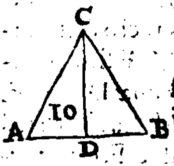


SIt datus angulus rectilineus BAC, quem oporteat bifariam secare. Accipiatur quoduis pūctum D. Atque
a prop.3.1. *a* ex AC ipsi AD æqualis auferatur AE: & super

ſuper ductam D E, *b* conſtituatur triangulũ ęquilaterum D E F, & iungatur A F. Dico angulum B A C rectâ A F bifariam ſecari. Cum enim A D, A E æquales ſint, communis A F; erunt duæ D A, A F, duabus E A, A F æquales, altera alteri, eſt verò & baſis D F baſi E F ęqualis: *c* ergo & angulus D A F, angulo E A F æqualis erit. Datus ergo angulus rectilineus B A C à recta A F bifariam ſecatur. Quod facere oportuit. b *prop.1.1.* c *prop.8.1.*

Propoſ. 7. Probl. 5.

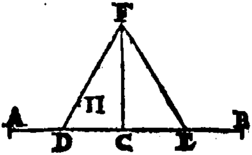
Datam rectam finitam bifariam ſecare.



SIt data recta finita A B, quã oporteat bifariam ſecare. Conſtituatur ſuper illa triangulum ęquilaterũ ABC, *a* & ſecetur angulus A C B bifariam rectâ C D. Dico rectam A B, in D bifariam eſſe ſectam. Cum enim A C, C B æquales ſint cõmunis C D: erunt duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales, altera alteri, & angul⁹ ACD angulo BCD æqualis: *b* igitur & baſis A D æqualis eſt baſi B D. data ergo recta finita A B in D ſecta eſt bifariam, quod faciendum erat. a *prop.9.1.* b *prop. 4.1.*

Propoſ.11. Probl.6.

Data recta linea ex puncto in illa dato lineam rectam ad angulos rectos ducere.



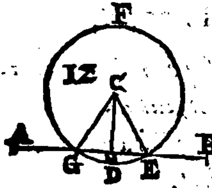
SIT data recta AB, datum in illa punctum C, oporteatq; ex C, ipſi A B rectam lineam ad angulos rectos ducere. Accipiatur in A C quoduis punctum D, & *a* ponatur ipſi C D æqualis C E, *b* cōſtituaturque ſuper E D triangulum æquilaterum F D E, & ducatur F C. Dico ad punctum C datæ rectę A B ad angulos rectos eſſe ductam F C. Cum enim D C, C E ſint ęquales, F C communis; erunt duæ D C, C F, duabus E C, C F æquales, altera alteri: ſed & baſis D F, æqualis eſt baſi E F: erit *c* ergo & angulus D C F æqualis angulo E C F; & ſunt deinceps. *d* Quando autem recta ſuper rectam conſiſtens, eos qui deinceps ſunt angulos, æquales fecerit, rectus eſt vterq; æqualium angulorum: recti igitur ſunt anguli D C F, F C E. Quare datę rectę, ex pũcto in illa dato, ducta eſt ad angulos rectos, recta F C. quod facere oportuit.

a prop.3.1. *b prop.1.1.* *c prop.8.1.* *d def.10.*

Pro-

Propoſ. 12. Probl. 7.

Ad datam infinitam, à puncto dato extra illam perpendicularem rectam ducere.



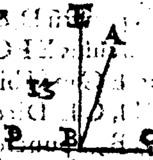
SIt data recta infinita AB, punctũ extra illam C. & oporteat ad rectam datam A B ex puncto C, quod in illa non eſt, perpendicularem rectam ducere. Accipiatur ad alteras partes rectę AB, quoduis punctũ D, & *a* centro C interuallo C D circulus E F G deſcribatur, *b* diuidaturque E G in H bifariam, ductis rectis C G, C H, C E. Dico quod ad datam infinitam A B, à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta ſit C H. Cum enim G H, H E ſint æquales, H C communis: erunt duæ G H, H C, duabus E H, H C æquales, altera alteri; *c* ſed & baſi C G, baſi C E, eſt æqualis; erit *d* ergo & angulus C H G angulo E H C æqualis, & ſunt deinceps: *e* quando autem recta ſuper rectã conſiſtens, duos qui deinceps ſunt angulos, æquales fecerit, rectus eſt vterque æqualium angulorum, & inſiſtens linea, perpendicularis dicitur eius,

a *poſt. 3.*
b *prop. 10. 1*
c *def. 15.*
d *prop. 8. 1.*
e *def. 10.*

cui insistit. Quare ad datam rectam infinitam A B à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta est, C H. quod facere oportebat.

Propos. 13. Theor. 6.

Quando linea recta super rectam consistens angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.



Recta enim quædam A B, super rectã C D consistens, angulos faciat C B A, A B D. dico illos, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales esse. Si enim C B A ipsi A B D, est æqualis, duo a recti sunt. Si non: ducatur à puncto B ipsi C D ad angulos rectos, B E; b ergo C B E, E B D duo recti sunt. Et quia C B E duobus C B A, A B E, æqualis est, si apponatur cõmunis E B D. erunt duo C B E, E B D, tribus C B A, A B E, E B D æquales. Rursus cũ angulus D B A, duobus D B E, E B A æqualis sit, si addatur cõmunis A B C; erũt duo D B A, A B C tribus D B E, E B A, A B C æquales.

a def. 10.

b def. 10.

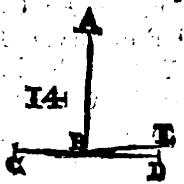
Osten-

Ostensum est autem & duos CBE, EBD, iisdem tribus, æquales esse. c Quæ autem eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia: duo igitur CBE, EBD æquales sunt duobus DBA, ABC: sed CBE, EBD recti sunt: igitur DBA, ABC duobus rectis æquales. Si igitur recta super rectã consistens angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales facit. Quod oportuit demonstrare. c ax. 1.

Propositio 14. Theor. 7.

Si ad rectam aliquam lineam, atque ad punctum in illa datum, duæ rectæ non ad easdem partes ductæ angulos, qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illæ lineæ.

AD rectam AB, & ad punctum in illa datum B, duæ rectæ BC, BD non ad easdem partes positæ, faciant angulos deinceps ABC, ABD, duobus rectis æquales. Dico BD ipsi CB in directum esse.



Quod si BD ipsi BC nõ sit in directum, sit BE. Cum igitur recta AB rectæ CBE insistat, a erũt anguli ABC, ABE a prop. 13. 1.

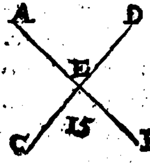
 duo-

duobus rectis æquales. Sunt verò & A B C, A B D duobus rectis æquales; anguli igitur C B A, A B E sunt angulis C B A, A B D, æquales. Communis A B C auferatur: *b* reliquus ergo A B E, reliquo A B D est æqualis, minor maiori, *c* quod fieri nequit. Non ergo B E in directum est ipsi B C. Similiter ostendemus nullam aliam esse, præter B D; in directum ergo est B D, ipsi C B. Si ergo ad rectam, & ad punctum in ea, datum duæ rectæ non ad easdem partes positæ, angulos qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illę duæ lineæ. quod demonstrare oportuit.

b ax. 3.
c ax. 8.

Propositio 15. Theor. 8.

Si duæ rectæ se inuicem secuerint, angulos ad verticem æquales facient.



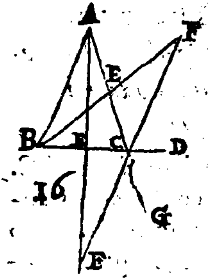
Rectæ A B, C D, secent se in E puncto. Dico quod tam angulus A E C, angulo D E B, quam C E B angulo A E D æqualis sit. Cum enim recta A E rectę C D insistat, faciēs angulos C E A, A E D:

a erunt ipsi duobus rectis æquales. Rursus cùm recta D E rectæ A B insistat, faciens angulos A E D, D E B, b erunt & ipsi duobus rectis æquales. Ostensi autem sunt & C E A, A E D duobus rectis æquales: Quare duo C E A, A E D, duobus A E D, D E B æquales sunt. auferatur communis A E D: ergo reliquus C E A, reliquo B E D æqualis est. Pariter ostẽdetur C E B, D E A æquales esse. Si ergo duæ rectæ se inuicem secuerint, facient angulos, qui ad verticem sunt æquales. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 13. 1.
b prop. 13. 1.

Propositio 16. Theor. 9.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus vtrolibet interno & opposito maior est.



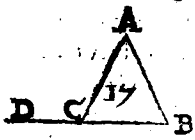
SIt triangulũ A B C, & vnum ipsius latus B C in D producatur. Dico angulum externum A C D maiorem esse internis & oppositis C B A, B A C. a Bisecetur A C in E, & ducta B E producatur in F, sit-

a prop. 10. 1.

F, sitque ipsi B E æqualis E F, iungatur C F, & producatur A C in G. Et quia A E, ipsi E C est æqualis; erunt duæ A E, E B, duabus C E, E F æquales, altera alteri; & b prop. 15. 1. angulus A E B, angulo F E C est *b* æqualis, c prop. 4. 1. sunt enim ad verticem: *c* igitur & basis A B, basi F C æqualis erit, & triangulum A B E triangulo F E C; adeoque & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quos æqualia subtendunt latera: Erit igitur & angulus B A E angulo E C F æqualis; est d ax. 9. *d* autem E C D maior, quam E C F: Ergo & A C D maior est quam B A E. Pari modo secto B C latere bifariam demonstrabitur angulus B C G, hoc est, A C D maior esse angulo A B C. Omnis ergo trianguli vno latere producto externus angulus vtrouis interno, & opposito maior est, quod oportuit demonstrare.

Propositio 17. Theor. 10.

Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt, quomodocunque sumpti.



SIt triangulum ABC. Dico duos eius angulos minores esse duobus rectis quomodocunque

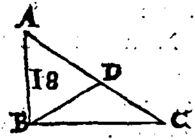
docunque sumptos. Producatur BC in D. Et quia trianguli ABC angulus ACD externus, *a* maior est interno & opposito ABC. Si communis apponatur ACB: erunt ACD, ACB anguli, maiores ABC, BCA angulis: Sed ACD, ACB *b* duobus rectis sunt æquales: Ergo ABC, BCA minores. Similiter ostendemus tam BAC, ACB, quam CAB, ABC duobus rectis esse minores. Omnis ergo trianguli duo anguli quicunque duobus rectis sunt minores, quod oportuit demonstrare.

a prop. 16. 1.

b prop. 13. 1.

Propositio 18. Theor. 1 A.

Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.



Sit triangulum ABC habẽs latus AC maius latere AB. Dico & angulum ABC maiorem esse angulo BCA. Quia enim AC maius est, quam AB; fiat AD ipsi AB æqualis: & ducatur BD. Et *a* quia trianguli BDC externus angulus ADB, maior est interno & opposito DCB, & *b* æqualis angulo ABD, quod latera AB, AD æqualia sint, maior ergo etiam

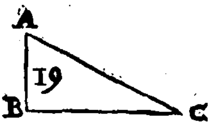
a prop. 16. 1.

b prop. 5. 1.

etiam est A B D quam A C B: multo ergo maior erit totus A B C, quam A C B. Omnis ergo trianguli maius latus, maiorem angulum subtendit.

Propositio 19. Theor. 12.

Omnis trianguli maior angulus maiori lateri subtenditur.



Sit triangulũ ABC habens angulum ABC maiorem angulo B C A. dico & latus A C maius esse latere AB. Si non: erit A C ipsi A B aut æquale, aut minus. Non æquale. Si enim

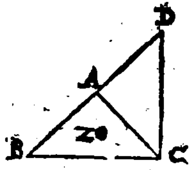
a prop. 5. 1. æquale, *a* esset & angulus A B C angulo A C B æqualis: at non est: ergo A C æquale non est ipsi A B. Non minus: nam

b prop. 18. 1. si A C minus esset quam A B, esset *b* & angulus A B C minor angulo A C B; at non est: non ergo A C minus est ipso AB. Ostensum autem est, quod nec æquale: ergo maius. Omnis ergo trianguli maiori angulo maius latus subtenditur.

Pro-

Propositio 20. Theor. 13.

Omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt quomodocumque sumpta.



SIt triangulũ A B C. dico duo latera B A, A C, maiora esse reliquo BC; & AB, BC reliquo A C; & B C, C A reliquo A B. Producatur enim B A in D; sitque recta D A ipsi C A æqualis, & iungatur D C. Cum ergo D A ipsi A C sit æqualis, erit & angulus A D C, angulo A C D æqualis. Sed *a* B C D angulus maior est angulo A C D; maior ergo etiam est B C D, ipso A D C. Et cum D C B sit triangulum habens angulum B C D maiorem angulo A D C, *b* maiorem autem angulum maius latus subtendat; erit D B maius ipso B C: æquale autem est D B ipsis A B, A C: maiora ergo sunt B A, A C, quam B C. Omnis ergo trianguli duo latera reliquo maiora sunt, quomodocunque sumpta.

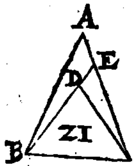
a ax. 9

b prop. 19.

Pro-

Propositio 21. Theor. 14.

Si à terminis vnius lateris trianguli duæ rectæ intra constituantur, erunt hæ minores reliquis duobus trianguli lateribus, at maiorem angulum continebunt.



A terminis lateris BC trianguli A B C constituantur duæ rectæ B D, C D intra. Dico B D, D C reliquis trianguli lateribus C B A, A C minores esse; at angulum B D C maiorem continere, angulo B A C. Ducatur enim B D in E. Et a quia omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt: erunt & trianguli A B E, latera A B, A E maiora B E latere. apponatur communis E C, b eruntque B A, A C maiora ipsis B E, E C. Rursus trianguli C E D latera C E, E D c maiora sunt latere C D, communis apponatur D B; eruntque C E, E B maiora ipsis C D, D B: Sed B A, A C maiora ostensa sunt ipsis B E, E C; multo ergo A B, A C maiora erunt ipsis B D, D C. Rursus, quoniam d omnis trianguli externus angulus interno, &

a prop. 20. 1.
b ax. 4.
c prop. 20. 1.
d prop. 16. 1.

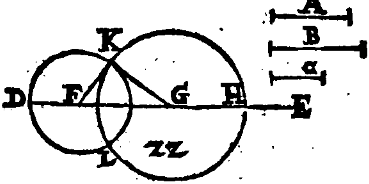
oppo-

oppoſito eſt maior; erit & trianguli CDE externus BDC, maior interno CED. Eandem ob cauſam erit trianguli ABE, externus CEB, maior interno BAC: ſed & BDC oſtenſus eſt maior, ipſo CEB: multò ergo maior eſt BDC, quàm BAC. Quare ſi à terminis, &c. quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 22. Probl. 8.

Ex tribus rectis, tribus datis rectis æqualibus, triangulum cõſtituere. Oportet autem duas, reliquâ maiores eſſe, quomodocumque ſumptas. quod omnis trianguli duo latera reliquo maiora ſint, quomodocunq; ſumantur.

SInt tres rectæ, A, B, C, quarum duæ quomodocunq; ſumptæ reliqua ma-



iores ſint, vt A, B, quam C; A, C quam B; B, C quam A. Oporteat autem ex tribus,

 tri-

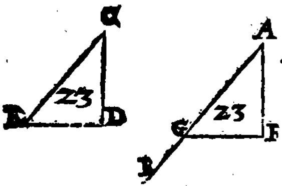
tribus A, B, C, æqualibus triangulum cõ-
stituere. Exposita sit recta quædam D E,
a prop. 3. 1. terminata ad D, interminata ad E; sitq; a
D F ipsi A. F G ipsi B; ipsi C æqualis facta
G H. Describatur centro F, interuallo
F D, circulus D K L: Centro verò G, in-
teruallo G H, circulus K L H; iunganturque
F K, K G. Dico ex tribus F K, K G,
G F æqualibus tribus datis A, B, C trian-
gulum F K G esse cõstitutum. Cum enim
b def. 15. F centrum sit circuli D K L, b erit F D æ-
qualis ipsi F K; sed F D est æqualis ipsi A;
c ax. 1. c ergo & F K, erit æqualis ipsi A. Rursus cũ
d def. 15. G sit centrũ circuli L K H, d erit G H æqua-
e ax. 1. lis ipsi G K; sed G H æqualis est ipsi C: e e-
rit ergo & G K æqualis ipsi C: Est verò &
F G æqualis ipsi B. Tres ergo K F, F G, G K
æquales sunt tribus datis A, B, C. Quare ex
tribus K F, F G, G K, æqualibus tribus A,
B, C triangulum est constitutũ. Quod fa-
cere oportuit.

Propositio 23. Probl. 9.

Ad datam rectam, datumq; in ea punctum dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineum constituere.

Sit

SIt data recta AB, datũq; in ea punctũ A, datus angulus rectilineus DCE. Oporteat autem ad punctum datum A, datæ rectæ AB, dato angulo rectilineo DCE æqualem angulum rectilineum constituere. Capiantur in vtraque CD, CE quælibet puncta D, E, & iungatur DE: a atq; ex tribus rectis, quæ æquales sint tribus CD, DE, EC, triangulum AFG constituatur: ita vt CD æqualis sit ipsi AF; CE ipsi AG; DE ipsi FG. Cum ergo duæ DC, CE æquales sint duabus FA, AG, altera alteri; sit verò & basis DE æqualis basi FG; b erit & angulus DCE æqualis angulo FAG. Quare ad datam rectam AB, datumque in ea punctum A, dato rectilineo angulo DCE, æqualis angulus rectilineus FAG est constitutus. Quod oportuit facere.



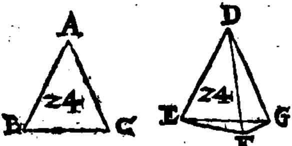
a prop. 22. I.

b prop. 8. I.

Propositio 24. Theor. 15.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri;

teri; angulum vero angulo maiorem, qui aequalibus rectis lineis continetur, & basim basi maiorem habebunt.



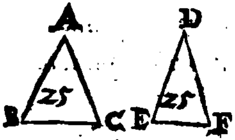
SInt triangula ABC, DEF, habentia duo latera AB, AC, duobus DE, DF aequalia, alterum alteri: AB quidem ipsi DE; AC verò ipsi DF. At angulus BAC maior sit angulo EDF. Dico & basim BC maiorem esse basi EF. Cum enim angulus BAC maior sit EDF angulo, *a* constituatur ad punctum D rectae DE angulo BAC, aequalis EDG; sitque vtrique AC, DF aequalis DG, & iungantur GE, FG. Quia igitur AB ipsi DE, & AC ipsi DG aequalis est; erunt duae BA, AC, duabus ED, DG aequales, altera alteri; estque & angulus BAC, angulo EDG aequalis; *b* erit igitur & basis BC, basi EG aequalis. Rursus quia DG ipsi DF est aequalis, & *c* angulus DFG angulo DGF; *d* erit angulus DFG maior angulo EGF: multo ergo maior erit EFG, ipso EGF. Et quia EFG triangulum

a prop.23.1
b *prop.4.1.*
c prop.5.1.
d *ax.9.*

gulum est, habens angulum E F G maiorem angulo E G F (e maiori autem angulo maius latus subtenditur) erit & latus E G maius latere E F: æquale autem est E G ipsi B C: maius ergo est & B C, ipso E F. Si ergo duo triangula, &c. quod oportuit demonstrare. e prop. 19. I.

Propositio 25. Theor. 16.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & basim basi maiorem, & angulum angulo, qui æqualibus lateribus continetur, maiorem habebunt.



Sint duo triangula A B C, D E F, duo latera A B, A C, duobus D E, D F habẽtia æqualia, alterum alteri, A B ipsi D E, & A C ipsi D F: Basim verò B C maiorem basi E F. Dico & angulum B A C angulo E D F maiorem esse. Si non: aut æqualis est, aut minor. Nõ æqualis; Nam si angulo B A C, angulus E D F æqualis esset, a esset & basis B C, basi E F æqualis; at non est; non ergo an- a prop. 4. I.

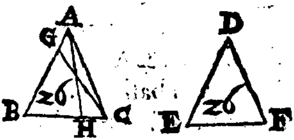
 gulus

gulus BAC angulo EDF est æqualis. Sed neque minor: nam si minor esset, *b* esset & basis BC minor basi EF: at non est: non ergo angulus BAC minor est angulo EDF. Demonstratum est autem, quod nec æqualis: maior ergo erit. Si ergo duo triangula, &c. Quod demonstrare oportuit.

b prop. 24. 1

Propositio 26. Theor. 17.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri, & vnum latus vni lateri æquale, seu quod æqualibus angulis adiacet, seu quod vni æqualium angulorum subtenditur; & reliqua latera reliquis lateribus, alterum alteri; & reliquum angulum reliquo angulo, æqualem habebunt.



SINT duo triangula ABC, DEF, duos angulos ABC, BCA, duobus DEF, EFD æquales habentia, alterum alteri, ABC quidem ipsi DEF, & BCA ipsi EFD: habeant verò & vnum latus vni lateri æquale.

le. Et primo quod æqualibus angulis adiacet, nempe B C ipsi E F. Dico quod & reliqua latera, reliquis æqualia habeant, alterum alteri, A B ipsi D E. A C ipsi D F, & reliquum angulum B A C reliquo E D F. Quod si AB, DE inæqualia sint; vnum erit maius. Sit maius A B: *a* fiatq; ipsi D E æqualis G B linea, & ducatur G C. Cum igitur tam BG, DE; quã E F, B C æquales sint; erunt duæ BG, B C, duabus D E, E F æquales, altera alteri; & angulus GBC angulo DEF æqualis: *b* erit ergo & basis G C basi D F æqualis, & triangulũ G C B triangulo D E F æquale, reliquique anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur. Quare angulus G C B æqualis erit angulo DFE; sed & D F E ponitur æqualis ipsi B C A: erit ergo B C G æqualis ipsi B C A, minor maiori, quod fieri nequit: nõ ergo AB, DE inæquales sunt: ergo æquales. Est verò & B C ipsi E F æqualis: duæ ergo AB, BC æquales sunt duobus DE, EF, altera alteri, & angulus ABC angulo DEF: *c* ergo & basis A C basi D F, & reliquus angulus B A C reliquo E D F æqualis erit. Rursus sint latera æquales angulos subtendentia, AB, DE æqualia, dico & reliqua latera, reliquis lateribus, vt A C,

a prop. 3. 1.

b prop. 4. 1.

c prop. 4. 1.

DF, & BC, EF, reliquumque angulum BAC, reliquo EDF, æqualem esse. Si enim BC, EF sunt inæqualia; erit vnum maius; sit, si fieri potest, maius BC, & *d* fiat ipsi EF æqualis BH, iungaturq; AH. Et quia BH ipsi EF; & AB ipsi DE æqualis est: erunt duæ AB, BH, duabus DE, EF æquales, altera alteri, continentq; angulos æquales: *e* basis ergo AH, basi DF est æqualis, & triangulum ABH triangulo DEF, reliquiq; anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Est igitur angulus BHA æqualis angulo EFD; sed EFD æqualis est angulo BCA; erit ergo & BHA æqualis ipsi BCA. Trianguli ergo AHC externus angulus BHA æqualis est interno & opposito BCA, *f* quod fieri nequit; igitur BC, EF inæquales nõ sunt; æquales ergo. Cum verò & AB, DE sint æquales; erunt duæ AB, BC duabus DE, EF æquales altera alteri, æqualesque angulos continent: *g* ergo & basis AC basi DF æqualis est, & triangulum ABC triangulo DEF, & reliquus angulus BAC, reliquo EDF. Si ergo duo, &c.

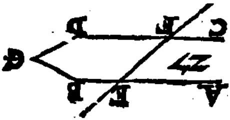
d prop. 3. 1.
e prop. 4. 1.
f prop. 16. 1.
g prop. 4. 1.

Quod demonstrare oporportuit.

Pro-

Propoſ. 27. Theor. 18.

Si in duas rectas lineas recta incidens angulos alternos æquales fecerit, parallelæ erunt illæ lineæ.



In duas rectas AB, CD incidens recta EF faciat angulos alternos AEF, EFD æquales. Dico AB, CD parallelas eſſe. Si non; productæ concurrẽt, aut verſus partes B, D; aut verſus A, C: producãtur, & concurrant verſus partes B, D in G. a Eſt itaque trianguli GEF angulus externus AEF maior interno, & oppoſito EFG; ſed * & æqualis; quod fieri nequit: non ergo AB, CD productæ concurrunt verſus partes B, D. Pari ratione demonſtratur, quod neque ad partes A, C: b quæ autem in neutram partem concurrunt, parallelæ ſunt: parallelæ ergo ſunt AB, CD: Si igitur, &c, quod oportuit demonſtrare.

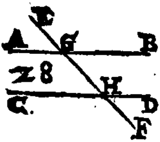
a prop. 16. 1.

** ex hypotheſi.*

b def. 32.

Propoſ. 28. Theor. 19.

Si in duas rectas lineas recta incidens, angulum externum interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes, æqualẽ fecerit: vel internos, & ad eaſdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt illæ lineæ.

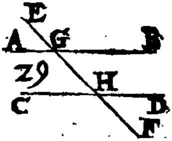


IN duas rectas A B, C D incidens recta E F, externum angulum E G B, interno, & oppoſito G H D æqualem faciat: aut internos, & ad eaſdem partes B G H. G H D duobus rectis æquales. Dico A B, C D parallelas eſſe. Cum enim E G B an-
* ex hypothesi. gulus, * æqualis ſit, & angulo G H D, *a* &
angulo A G H; *b* erit & A G H æqualis i-
a prop 15.1. pſi G H D. *c* & ſunt alterni: parallelæ er-
b ax.1. go ſunt A B, C D. Ruſus cum B G H,
c prop.27.1. G H D duobus rectis ſint æquales; *d* ſint
d prop.13.1. autem & A G H, B G H duobus rectis æquales: erunt A G H, B G H ipſis B G H, G H D æquales: communis B G H auferatur:
e ax.3. *e* erit igitur reliquus AGH, reliquo
f prop.27.1. G H D æqualis: *f* & ſunt alterni: ſunt ergo A B, C D parallelæ. Si ergo in duas rectas, &c. Quod demonſtrare oportuit.

Pro-

Propof.29. Theor.20.

Recta in parallelas rectas incidens æquales facit angulos alternos: & externum interno & opposito, & ad easdem partes æqualem: & internos & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.



In parallelas rectas AB, CD recta EF incidat. Dico quod & alternos angulos AGH, GHD æquales faciat; & externum EGB interno, & opposito, & ad easdem partes GHD æqualem; & internos, & ad easdem partes BGH, GHD duobus rectis æquales. Si enim AGH, GHD inæquales sunt, vnus illorum AGH sit maior; & quia AGH maior est quam GHD, communis addatur BGH. Hi ergo AGH, BGH maiores sunt his BGH, GHD; *a* sed AGH, BGH duobus rectis sunt æquales; ergo BGH, GHD duobus rectis minores erunt. *b* Quæ autem à minoribus quam duobus rectis in infinitum producuntur lineæ rectæ, concurrunt; ergo AB, CD in infinitum productæ

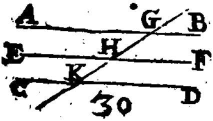
a *prop* 13.1.

b *ax*.11.

ductæ concurrunt; at non concurrunt; parallelæ enim ſunt: ergo anguli A G H, G H D, non ſunt inæquales: igitur æquales.
c prop.15.1. Porrò c A G H angulus æqualis eſt angulo E G B: Ergo & E G B æqualis erit angulo G H D; communis apponatur B G H: ergo hi E G B, B G H, æquales ſunt his B G H, G H D: d ſed EGB, BGH
d prop.13.1. ſunt æquales duobus rectis: erunt ergo & B G H, G H D duobus rectis æquales. Recta ergo in parallelas, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 30. Theor. 21.

Quæ eidem rectæ ſunt parallelæ, & interſe ſunt parallelæ.



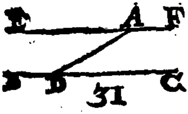
SIt vtraq; ipſarum A B, C D ipſi E F parallela. Dico & A B, C D eſſe parallelas. Incidat enim in ipſas recta G K. Et quia in rectas parallelas A B, E F recta G K incidit; a erit angulus A G H, angulo G H F
a prop.27.1. æqualis. Rurſus, quia in parallelas rectas
b prop.28.1 E F, C D cadit recta G K, b erit & angulus G H F æqualis angulo G K D; oſtenſus eſt autem & angulus A G K angulo G H F

æqua-

æqualis: *c* ergo & angulus A G K æqualis erit angulo G K D: & sunt alterni: *d* ergo A B, C D sunt parallelæ. Ergo quæ eidem, &c. Quod oportuit demonstrare. *c ax. 1.* *d prop. 28. 1.*

Propos. 31. Probl. 10.

Per datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam ducere.

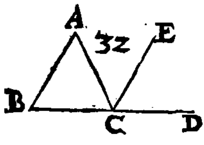


EX dato puncto A, Datæ rectæ BC. oporteat parallelam ducere. Accipiatur in B C quoduis punctum D, iunganturque A, D. *a* & constituatur ad A punctum rectæ D A angulo A D C æqualis D A E, ducaturq; ipsi A E in directum A F. *b* Quia ergo in duas rectas B C, E F recta A D incidens angulos alternos E A D, A D C æquales facit, erunt B C, E F parallelæ. Per datum ergo punctum, &c. quod facere oportuit. *a prop. 23. 1.* *b prop. 27. 1.*

Propos. 32. Theor. 22.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus, duobus internis, & oppositis est æqualis; & tres interni duobus rectis sunt æquales.

SIt triangulum A B C, & vnum eius latus B C producatur in D. Dico angulum



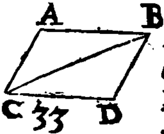
lum externum A C D æqualem esse duobus internis, & oppositis C A B, A B C; & tres internos ABC, BCA, C A B duobus rectis æquales. *a* Ducatur per C ipsi A B recta parallela C E. Quia ergo in A B, C E parallelas cadit A C; *b* erunt anguli alterni B A C, A C E ęquales. Rursus quia A B, C E parallelæ sunt, & in ipsas cadit recta B D, *c* erit externus angulus E C D, æqualis interno, & opposito A B C: ostensus est autem & A C E æqualis B A C. Totus ergo A C D æqualis est duobus internis, & oppositis BAC, ABC. Apponatur communis A C B: & erunt A C D, A C B æquales tribus ABC. BCA, C A B: *d* sed A C D, A C B æquales sunt duobus rectis: ergo & A C B, C B A, CAB æquales sunt duobus rectis. Omnis ergo trianguli, &c. Quod oportuit demõstrare.

a prop. 31. 1.
b prop. 27. 1
c prop. 28. 1.
d prop. 31. 1

Propos. 33. Theor. 23.

Lineæ rectæ, quæ æquales & parallelas lineas ad easdem partes coniungunt, & ipsæ æquales sunt, & parallelæ.

Sint æquales & parallelę A B, C D. easq; ad easdem partes coniungant rectæ A C,



AC, BD. Dico & ipſas AC, BD parallelos & æquales eſſe. Ducatur enim BC. Quoniam AB, CD parallelæ ſunt, & in ipſas incidit BC; *a* erunt anguli alterni ABC, BCD æquales. Et quia AB, CD æquales ſunt; communis addatur BC; erunt duæ AB, BC, duabus BC, CD æquales, eſtq; angulus ABC angulo BCD æqualis. *b* Quare & baſis AC, baſi BD æqualis erit, & triangulum ABC triangulo BCD; & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur, æquales erunt. Eſt ergo angulus ACB angulo CBD æqualis. Et quia in duas rectas AC, BD *incidens* recta BC, facit angulos alternos ACB, CBD æquales; *c* erunt AC, BD parallelæ: oſtẽſæ autem ſunt & æquales. Ergo lineæ rectæ, quæ æquales, &c. Quod oportuit demonſtrare.

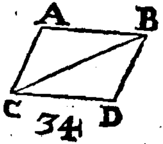
a prop. 27. 1.
b prop. 4. 1.
c prop. 27. 1.

Pro-

Propos. 34. Theor. 24.

Parallelogrammorum spaciorum, quæ ex aduerso & latera, & anguli, sunt inter se æqualia, eaque diametrus bisecat.

ESto parallelogrammum A C D B diametrus B C. Dico parallelogrammi A C D E, quæ ex aduerso, latera & angulos, æqualia esse; eaq; diametrum B C



bifariam secare. Cum enim A B, C D parallelæ sint, & in ipsas incidat
a prop. 27. 1 B C; *a* erunt anguli alterni ABC, BCD æquales. Rursus cum A C, B D sint parallelę, &
b prop. 27. 1. in illas incidat B C, *b* erũt & anguli alterni A C B, C B D æquales. Duo ergo triangula A B C, C B D habent duos angulos A B C, B C A, duobus B C D, C B D æquales, alterum alteri, & vnum latus, vni lateri, quod adiacet angulis æqualibus, v-
c prop. 26. 1. trique commune B C. *c* Quare & reliqua latera reliquis, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo, æqualem habebunt. æquale ergo est latus AB lateri CD; & A C, ipsi B D; & angulus BAC angulo B D C.

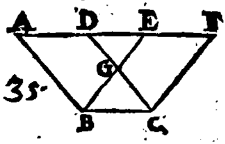
Et

Et cum tãm anguli A B C, BCD, quã CBD, A C B æquales sint: *d* erit & totus A B D, toti A C D æqualis. ostensus est autem & B A C æqualis B D C: Parallelogrammorum ergo spaciorum quæ ex aduerso, & latera, & anguli, inter se æqualia sunt. Dico & diametrum illa bifariam secare. Cum enim A B, C D æquales, & B C communis sit: erunt duo latera A B, B C, duobus C D, B C æqualia, alterum alteri; & angulus A B C æqualis angulo B C D: *e* erit ergo & basis A C basi D B æqualis; & triangulum A B C triangulo B C D. Diametrus ergo B C, parallelogrammum A B C D bifariam secat. Quod oportuit demonstrare. *d ax. 1.* *e prop. 4. 1.*

Propos. 35. Theor. 25.

Parallelogramma in eadem basi; & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto parallelogrãma A B C D, EBFC in basi BC, & in parallelis A F in BC cõstituta. Dico A B C D æquale esse ipsi E B F C. Cum enim A B C D parallelogrammum sit; *a* erunt B C, A D, æquales: eandem ob causam E F, B C æquales erunt: *b* unde & A D ipsi E F æqualis erit; & communis *a prop. 34. 1* *b ax. 1.*



munis est D E: c ergo tota A E, toti D F æqualis est. Est d verò & A B ipsi D C, æqualis:

c ax. 2.
d prop. 34. 1

duę ergo E A, A B, duab' F D, D C æquales sunt, altera alteri; sed & e angulus, F D C, angulo E A B æqualis est, externus interno: f quare & basis E B basi F C æqualis erit; & triangulum E A B triangulo F D C. Commune D G E auferatur; & erit g reliquum trapezion A B G D, reliquo E G F C æquale. Apponatur communis G B C triangulus: h totum ergo A B C D parallelogrammum, toti E B F C æquale erit: ergo parallelogrāma in eadem basi, &c. Quod oportuit demonstrare.

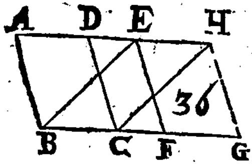
e prop. 29. 1
f prop. 4. 1.
g ax. 3.
h ax. 2.

Propos. 36. Theor. 26.

Parallelogramma in æqualibus basibus, & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto parallelogramma A B C D, E F G H super æqualibus basib', B C, F G; & in iisdem parallelis A H, G B constituta. Dico illa esse æqualia iungantur enim B E, C H. Quia enim B C, F G, æquales

sunt:



sunt; estque F G qualis ipsi E H; *a* erit & B C ipsi E H æqualis: *b* sunt verò & parallelæ, coniunguntque ipsas rectæ B E, C H. *c* Quæ autem æquales, & parallelas ad easdem partes coniungunt, æquales, & parallelæ sunt: Quare E B, C H æquales, & parallelę sunt: *d* ergo E B C H est parallelogrãmum; estque æquale ipsi A B C D, quippe eandem cum illo basim B C habens; & in iisdem parallelis B C, A H constitutum. Eandem ob causam E F G H eidẽ E B C H est æquale. *e* Quare & A B C D parallelogrammum æquale est E F G H parallelogrammo. Ergo parallelogramma, &c. Quod demonstrare oportuit.

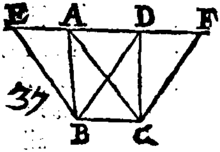
a ax. 1. *b prop. 33. 1.* *c prop. 33. 1.* *d prop. 35. 1.* *e ax. 1.*

Propos. 37. Theor. 27.

Triangula super eadem basi, & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D C B super eadem basi B C; & in iisdem parallelis A D, B C constituta. Dico triangulum A B C æquale esse triangulo D B C. Producatur A D vtrinq; ad E, & F; *a* & per B ipsi

a prop. 31. 1.



ipsi C A. per C verò ipsi B D, parallelę ducãtur BE, CF. Vtrumq; ergo E B A C, D B C F parallelogrammũ est: *b* suntq; æqualia; quippe in eadem basi B C; & in iisdem parallelis B C, E F constituta. *c* Et est parallelogrammi E B C A, dimidium triangulum A B C; diametrus enim A B ipsum bisecat: Parallelogrammi verò D B C F, dimidium est triangulum D B C; nam diametrus D C ipsum bisecat. *d* Quæ autẽ æqualium sunt dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangula ergo super eadem basi, &c. quod oportuit demonstrare.

b prop.31.1

c prop.34.1

d ax.7.

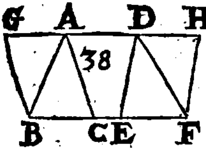
Propos. 38. Theor. 28.

Triangula super æqualibus basibus; & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D E F super æqualibus basibus B C, E F; & in iisdem parallelis B F, D A constituta. Dico illa esse æqualia. Producatur enim A D vtrinq; ad G & H. *a* Atq; per B, & F ducantur ipsis C A, D E parallelę B G, F H, eritq; vtrumq;

a prop.31.1.

G B C A,



GBCA, DEFH parallelogrammũ, *b* Et sunt æqualia quippe super æqualibus basibus BC, EF, & in iisdem parallelis BF, GH constituta, *c* estque triangulum ABC dimidium parallelogrammi GBCA; ipsum enim diametrus AB bisecat: Et triangulum FED est dimidium parallelogrammi DEFH; *c* nam & ipsum diametrus FD bisecat. *d* Quæ autem æqualium sunt dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangulũ igitur ABC est æquale triangulo DEF. Quare triangula super æqualibus basibus, &c. Quod oportuit demonstrare.

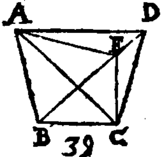
b *prop.36.1.*
c *prop.34.1.*
c *prop.34.1.*
d *ax.7.*

Propos. 39. Theor. 29.

Triangula æqualia super eadem basi, & ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.

SVnto triangula æqualia ABC, DBC super eadem basi BC constituta. Dico illa in iisdem esse parallelis. Ducta enim AD, dico illam esse parallelam ipsi BC. Si non. *a* Ducatur per A ipsi BC parallela AE: iuncta igitur EC, *b* erit triangulum

a *prop.31.1.*
b *prop.35.1.*

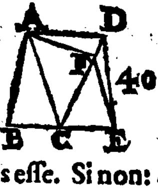


ABC æquale triangulo EBC; sunt enim super eadem basi BC, & in iisdem parallelis BC, AE.

e ax.1. Sed triangulo ABC æquale ponitur triangulum DBC. *e* erit ergo DBC triangulum æquale ipsi EBC triangulo maius minori, quod fieri nequit: non ergo AE parallela est ipsi BC. pari modo demonstrabimus quod nulla alia præter AD. Sunt igitur AD, BC parallelæ. Quare triangula æqualia super eadem basi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 40. Theor. 30.

Aequalia triangula super æqualibus basibus, & ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.



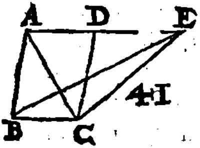
SVnto æqualia triangula ABC, CDE super æqualibus basibus BC, CE constituta. Dico illa in iisdem paralle-

a prop. 31. 1. lis esse. Si non: *a* Ducatur per A ipsi BE

b prop. 38. 1. parallela FA. iuncta ergo FE, *b* erit trianguangulum A B C æquale triangulo F C E. Sunt enim super æqualibus basibus B C, C E, & in iisdem parallelis B E, A F. Sed triangulum A B C æquale etiam est triangulo D C E: *c* erit ergo & D C E ipsi FCE æquale, maius minori, quod fieri nequit: non ergo A F ipsi DE parallela est. Similiter ostendemus, quod præter A D, nulla alia: A D ergo ipsi B E parallela est. Triangula ergo æqualia, &c. quod demonstrare oportuit. *c ax. I.*

Propos. 41. Theor. 31.

Si parallelogrammum, & triangulum eandem habuerint basim, sintq́ in iisdem parallelis, erit parallelogrammum duplum trianguli.



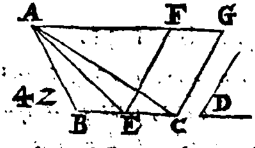
41

SInt parallelogrammum ABCD, & triangulum E B C super eadẽ basi BC; & in iisdem parallelis BC, A E. dico parallelogrammũ A B C D duplum esse trianguli E B C. Ducta enim A C, *a* erit triangulum A B C æquale triangulo E B C: habent quippe eandem basim BC, & sunt in iisdem parallelis BC, A E. Sed parallelo- *a prop. 37. I*

grammum ABCD duplum est trianguli
b prop.34.1 ABC; b diametrus enim AC ipsum bisecat: c quare & trianguli EBC duplum erit.
c ax.1. Si igitur parallelogrammum & triangulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos.42. Probl.11.

Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.



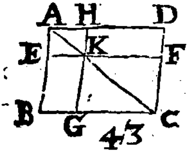
Esto datum triangulũ ABC: datus angulus rectiline' D. oporteat autem triangulo ABC æquale parallelogrammũ constituere in dato angulo D. a Bisecetur BC
a prop.10.1. in E; iungatur AE; & b constituatur ad E
b prop.23.1 rectę EC angulo D ęqualis angulus CEF.
c prop.31. Atq; c per A quidē agatur ipsi EC parallela AG: per C verò ipsi EF parallela CG, eritq; FECG parallelogrammũ. Et quia
d prop.37.1. BE, EC æquales sunt, d erunt & triangula ABE, AEC æqualia; quippe super æqualibus basibus BE, EC, & in iisdem parallelis BC, AG constituta: duplum ergo
e prop.41.1 est triangulum ABC trianguli AEC: sed e parallelogrammum FECG duplum quoque est trianguli AEC. Sunt enim

super

super eadem basi E C, & in ijsdem paralle-lis E C, A G: est ergo parallelogrammum F E C G æquale triangulo A B C; habetque angulum C E F æqualem dato angulo D. Dato ergo triangulo A B C æquale parallelogrammum F E C G constitutum est in angulo F E C, dato angulo D, æquali. Quod facere oportuit.

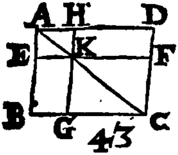
Propositio 43. Theor. 32.

Omnis parallelogrammi, eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum complementa sunt inter se æqualia.



SIT parallelogrammum A B C D, diametrus eius A C; circa A C parallelogramma sint E H, F G: & quæ dicuntur complementa B K, K D. Dico complementa B K, K D æqualia esse. quia enim A B C D parallelogrammum est, diametrus eius A C; fit *a* vt triangula A B C, A D C æqualia sint. *a prop. 34. 1.* Rursus quia E K H A parallelogrammum est, eius diametrus A K: *b* erunt triangula E A K, A H K æqualia. *b prop. 34. 1.* Eandem ob causam erunt æqualia trian-

 gula

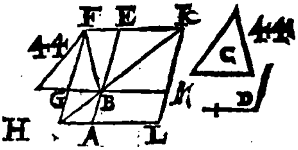


gula K F C, K G C. Cum igitur tã triangula A E K, A H K, quam K G C, K F C sint æqualia; erunt & duo A E K, K G C, duobus A H K, K F C æqualia. Est verò & totum A B C, toti A D C æquale: igitur reliquo complemento K D, reliquum B K est æquale. Omnis igitur parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 44. Probl. 12.

Ad datam rectam lineam dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo recti lineo.

SIT data recta A B; datus triangulus C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem ad datam rectam A B dato tri-



angulo C æquale parallelogrammum applicare in angulo æquali angulo D. a Cõstituatur triangulo C æquale parallelogram-

a prop. 42. 1

grammum BEFG in angulo EBG æquali angulo D. & iaceat BE ipsi AB in directum; producatur FG in H; *b* per A alterutri ipsarum BG, EF agatur parallela AH, & iungatur HB. Et quia in parallelas AH, EF recta HF incidit, *c* erunt anguli AHF, HFE duobus rectis æquales: *d* ergo BHG, GFE duobus rectis sunt minores: *e* quæ autem à minoribus angulis quam sint duo recti in infinitum producuntur, concurrunt: igitur HB, FE productæ concurrent; concurrant in K; *f* & per K ad alterutram ipsarum EA, FH ducatur parallela KL, productis HA, GB in L, M: erit igitur HLKF parallelogrāmum, diametrus eius HK: *g* parallelogramma circa HK, erunt AG. ME. Cōplementa LB, BF: *h* ergo LB ipsi BF æquale est: sed & C ipsi BF est æquale; *i* erit igitur & LB ipsi C æquale. Et *k* quia angulus GBE æqualis est angulo ABM; & GBE æqualis angulo D: *l* erit & ABM, ipsi D æqualis. Ad datam ergo rectam, &c. Quod facere oportuit.

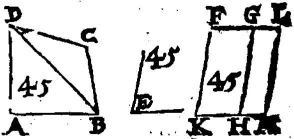
b *prop. 31. 1*
c *prop. 29. 1*
d *ax. 9.*
e *ax. 11.*
f *prop. 31. 1.*
g *prop. 43. 1*
h *prop. 43. 1*
i *ax. 1.*
k *prop. 15. 1*
l *ax. 1.*

Pro-

Propositio 45. Probl. 13.

Dato rectilineo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

ESTO datum rectilineum A B C D: datus angulus rectilineus E. Oporteat



autem ipsi A B C D æquale parallelogrammum in dato angulo E constituere. iungatur D B, & *a* constituatur triangulo ABD
a prop. 42. 1.
æquale parallelogrammum F H in angulo H K F æquali angulo E. Deinde *b* applicetur ad lineam G H parallelogrammum
b prop. 44. 1.
G M triangulo D B C æquale, in angulo G H M æquali angulo E. Et *c* quia angulus E vtrique H K F, G H M est æqualis;
c per struct.
erunt & H K F, G H M æquales: addatur communis K H G: *d* ergo H K F, K H G
d ax. 2.
æquales erunt his G H M, K H G: at hi *e* sunt æquales duobus rectis; ergo & illi.
e prop. 29. 1.
Quare ad punctum H rectæ G H positæ sunt duæ lineæ K H, H M non ad easdem partes, facientes angulos deinceps æqua-

les

les duobus rectis, *f* in directũ ergo erunt KH, HM. Et quia in parallelas KM, FG recta incidit HG, *g* erunt anguli alterni MHG, HGF æquales: Cõmunis apponatur HGL: *i* erunt ergo hi MHG, HGL, his HGF, HGL, æquales; *k* at illi sunt æquales duobus rectis: ergo & hi: *l* in directum ergo est FG ipsi, GL. Et quia tam KF, HG quã HG, ML æquales & parallelæ sunt: *m* erunt & KF, ML æquales & parallelæ: & coniungunt illas rectæ KM, FL: *n* ergo & KM, FL æquales & parallelæ erunt. Parallelogrammum ergo est KFLM. & cum triangulum ABD æquale sit parallelogrammo HF; & triangulum DBC parallelogrammo GM, erit totum rectilineum ABCD toti KFLM æquale. Dato ergo rectilineo ABCD æquale parallelogrammum constituimus KFLM, in angulo dato E. Quod facere oportebat.

f *prop. 14. 1*
g *prop. 27. 1*
i *ax. 2.*
k *prop. 29. 1*
l *prop. 14. 1.*
m *prop. 30. 1.*
n *prop. 33. 1.*

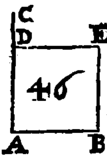
Propositio 46. Probl. 14.

A data recta linea quadratum describere.

ESto data recta AB, à qua quadratum describere oporteat. *a* Ducatur à pũcto A rectæ AB ad angulos rectos AC; & fiat

a *prop. 11. 1.*

h *prop.34.1* fiat *h* ipsi A B æqualis A D; *a* & à D ipsi A B agatur parallela



i *per struct.* D E: *i* per B verò ipsi A D ducatur parallela B E: est ergo A D E B parallelogrammum:

b *prop.34.1* *b* vnde A B ipsi D E, & A D ipsi

c *per struct.* B E æqualis erit: *c* sed & A B æqualis est ipsi A D. Omnes ergo quatuor B A, A D, D E, B E sunt æquales; est ergo A D E B æquilaterum. dico quod & rectangulum. Cum enim recta A D in parallelas A B, D E

d *prop.29.1* incidat, *d* erunt anguli B A D, A D E æ-

e *per struct.* quales duobus rectis. *e* rectus autem est

f *prop.34.1.* B A D: ergo & A D E. *f* Parallelogrammorum autem spaciorum anguli & latera, quæ ex aduerso, æqualia sunt; erit igitur vterq; A B E, B E D rectus: rectangulum igitur est A D E B. Ostensum autem est &

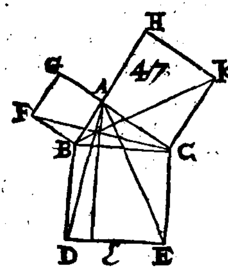
g *Def.27.* æquilaterum: *g* ergo est quadratum; & à recta A B descriptum. Quod oportebat facere.

Propositio 47. Theor. 34.

In rectangulis triangulis, quod à latere rectum angulũ subtendente describitur quadratum, æquale est illis, quæ à lateribus rectum cõprehendentibus describuntur quadratis.

Esto

Esto triangulum rectangulum A B C, rectum habens B A C. Dico quadratum à latere B C descriptum, æquale esse quadratis à lateribus B A, A C descriptis.



a describatur à rectis B C, B A, A C quadrata BDCE; GB; H C; & *b* per A, vtriq; B D, C E agatur parallela AL. iunganturq; A D, F C. Et quia vterque angulorũ B A C, B A G rectus est, suntq; ad punctũ A lineæ A B duæ rectæ A C, A G positæ, facientes angulos deinceps duobus rectis æquales, *c* erit A G ipsi A C in directum. Eandem ob causam est A B ipsi A H in directum. Et quia angulus DBC æqualis est angulo F B A, quod vterque sit rectus, si apponatur communis A B C: *d* erit totus D B A, toti F B C æqualis. Cumque duæ D B, B A, duabus B C, B F æquales sint, altera alteri, & angulus D B A, angulo F B C æqualis; *e* erit & basis A D, basi F C æqualis, & triangulum A B D, triangulo F B C: *f* estque trianguli A B D parallelogrammum B L duplum; habent enim eandem Basim

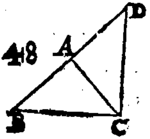
a prop. 46. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 14. 1.
d ax. 2.
e prop. 4. 1.
f prop. 41. 1.

g prop. 41. 1 Basim BD, & sunt in ijsdem parallelis BD, A L. g Trianguli verò F B C duplum est quadratum G B; habent enim eandẽ basim F B, & sunt in ijsdem parallelis F B, h ax. 7. G C; h quæ autem æqualium sunt dupla, æqualia inter se sunt: parallelogrammum ergo BL æquale est GB quadrato. Eodem modo iunctis A E, B K demonstrabitur C L æquale esse quadrato H C: Totum ergo quadratum D B E C æquale est duobus G B, H C quadratis: & est D B E C à B C; ipsa verò G B, H C à B A, A C, descripta: Quadratum ergo à B C descriptũ æquale est quadratis à B A, A C descriptis. In rectangulis ergo Triangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 48. Theor. 35.

Si quadratum ab vno trianguli latere descriptum, æquale fuerit quadratis à reliquis lateribus descriptis angulus à reliquis lateribus contentus, rectus erit.

48



ESTO quadratũ à latere B C trianguli ABC descriptum, æquale quadratis à lateribus B A, A C descriptis. Dico angulum B A C

BAC rectum esse. *a* Ducatur enim ab A puncto lineæ A C ad angulos rectos recta AD, & sit *b* AD ipsi AB æqualis, iungaturque D C. Et quia D A, A B æquales sunt, erit & quadratum ab A D descriptum æquale quadrato ab A B descripto. apponatur commune quadratum ab A C descriptum: *c* erunt igitur quadrata ipsarũ DA, A C æqualia quadratis ipsarum B A, A C. Sed quadrata ipsarum D A, A C æqualia sunt quadrato ipsius D C. *d* angulus enim D A C rectus est. Quadratis autem ipsarum AB, A C ponitur æquale quadratum ipsius BC. quadrata ergo ipsarum DC, BC sunt æqualia: ergo & latera. Et cum A D, A B æquales sint, communis A C, igitur duæ D A, A C, duabus B A, A C sunt æquales, & basis D C basi B C: *e* erit ergo & angulus D A C angulo B A C æqualis: Est vero D A C rectus: ergo & B A C rectus erit. Si ergo quadratum, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 11. 1.
b *prop.* 3. 1.
c *ax.* 2.
d *per constr.*
e *prop.* 8. 1.

E Eu-

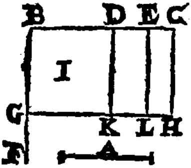
EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

Definitiones.

1. Omne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur à duabus rectis lineis angulum rectum comprehendentibus. *Vt in propos. 1. parallelogrammum B H continetur à lineis B C, B G, quæ angulum rectum B continent.*
2. Parallelogrammi spacij vnum eorum, quæ circa diametrum sunt parallelogramnorum, cum duobus cõplementis gnomon vocetur. *Vt in propos. 5. figura C B F G H L contenta parallelogrammis D L, H F, & quadrato D Q.*

Propositio I. Theor. I.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, quarum altera secetur in quotcunque partes, rectangulum ab ipsis contentum, æquale erit rectangulis ab insecta, & singulis secta partibus contentis.



SInt duę rectæ. A, BC, quarum BC secetur vtcunq; in D, & E. Dico rectangulum lineis A, & BC contentum æquale esse rectangulis contentis A, BD; & A, DE; & A, EC. *a* Ducatur enim ex B ipsi BC ad angulos rectos BF, fiatq; *b* ipsi A æqualis BG; & *c* per G ipsi BC parallela ducatur GH; per D, E, C verò ipsi BG parallelæ ducantur DK, EL, CH. Est autem BH æquale ipsis BK, DL, EH. Nam BH est rectangulum ipsarum A, BC; Continetur enim ipsis BC, BG, & BG est ipsi A æqualis. BK, est rectangulum ipsarum A, BD; Continetur enim rectis GB, BD: siquidem GB ipsi A æqualis est. DL est rectangulum ipsarũ A, DE; nam & DK æqualis est ipsi A, & similiter

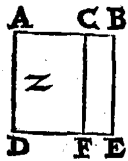
a *prop. 11. 1.*
b *prop. 3. 1.*
c *prop. 31. 1.*

 liter

liter E H est rectangulum ipsarum A, E C. Est ergo quod A, B C continetur æquale illis, quæ A, B D: A, D E; & A, E C continentur. Si ergo fuerint duæ rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 2. Theor. 2.

Si recta linea secetur vtcunque, erunt rectangula, quæ toät & partibus continentur, æqualia quadrato, quod fit à tota.



Recta AB secetur vtcunque in C. Dico rectangula ipsis A B, A C, & A B, B C contenta, æqualia esse, quadrato ipsius AB. *a* Describatur super A B quadratum ABDE, & ducatur per C ad vtramq; A D, B E parallela C F. *b* æquale ergo est A E ipsis A F, C E. Est autem A E quadratum ipsius A B, rectangulum ipsarũ B A, A C est A F; Continetur enim ipsis A D, A C; & est A D ipsi AB æqualis. C E cõtinetur. AB, BC; Est autem BE ęqualis ipsi AB: Ergo quæ AB, AC; & AB, C B continentur æqualia sunt quadrato ipsius A B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportebat.

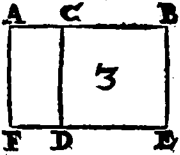
a prop. 46. 1

b prop. 1. 2.

Pro-

Propositio 3. Theor. 3.

Si recta linea vtcunque secetur, erit rectangulum tota, & vna parte contentum, æquale rectangulo partibus contento, & quadrato à dicta parte descripto.



RECta A B sit vtcunq; secta in C. Dico rectangulũ A B, B C contentum, æquale esse, & rectangulo A C, C B; & quadrato B C cõtento. *a* Describatur enim à B C quadratum C D B E, producaturque E D in F; & *b* per A vtrique C D, B E parallela ducatur, A F: *c* Ergo A E æquale est, ipsis A D, C E. Estque A E rectangulum ipsis A B, B C contentum; continetur enim ipsis A B, B E, & *d* est B E ipsi B C æqualis. A D verò est rectangulum ipsarum A C, C B; est enim D C ipsi C B æqualis. D B, deniq; est quadratum ipsius C B. Rectangulũ ergo A B, B C contentum, æquale est A C, C B contento, vna cum quadrato ipsius C B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

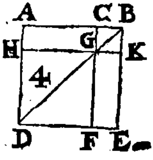
a *prop. 46. 1*
b *prop. 31. 1*
c *prop. 1. 2.*
d *def. 27. 1.*

Propositio 4. Theor. 4.

Si recta linea vtcunque secetur, quadratum totius aequale erit & partium quadratis, & rectangulo bis partibus contento.

RECta AB secetur vtcunque in C. Dico quadratum ipsius A B æquale esse quadratis ipsarum A C, C B; & rectangulo bis A C, C B contento. *a* Constituatur enim super A B quadratum A D E B, ducaturque B D; ac *b* per C vtrique A D, E B ducatur parallela C F; per G verò vtrique A B, D E parallela H K. Et *c* quia C F, A D parallelæ sunt in ipsasq; incidit B D, *d* erit externus angulus B G C æqualis interno & opposito A D B: *e* sed A D B est æqualis ipsi C B D; quod & latus B A lateri A D sit æquale; erit igitur & C G B angulus, æqualis G B C angulo. *f* Quare & latus B C lateri C G æquale erit: *g* sed & C B ipsi G K, & C G ipsi K B est æquale; erit ergo & G K ipsi K B æquale; æquilaterum ergo est C G K B. Dico quod & rectangulum, Cum enim C G, B K parallelæ sint,

a prop. 46. 1.
b prop. 31. 1.
c per struct.
d prop. 29. 1
e prop. 5. 1.
f prop. 6. 1.
g prop. 33. 1.



sint, in ipsasque incidat C B; erunt *h* anguli KBC, G C B æquales duobus rectis: *i* rectus autem est K B C; ergo & GCB rectus erit. *k* Quare & qui ex aduerso CGK, GKB recti erunt; rectangulũ igitur est CGKB. Demonstratum autem est, quod & æquilaterum: quadratum *l* ergo est; & est à CB descriptum. Eandem ob causam & H F quadratum est; & est ab H G descriptum, hoc est, ab A C. Sunt ergo quadrata H F, CK ab ipsis A C, CB descripta. Et quia A G ipsi GE *m* æquale est, estq; AG q A C, C B cõtinetur; sunt n. GC, C B æquales; erit & GE æquale A C, CB contento. Ergo A G, GE æqualia sunt bis A C, CB cõtento. Sunt autem & H F, C K quadrata ipsarum A C, BC: quatuor ergo H F, C K, A G, G E æqualia sunt, & quadratis ipsarum A C, CB; & rectangulo bis A C, C B contento. Sed H F, C K, A G, G E constituunt totum A D E B, quod est quadratum ipsius A B. Quadratum ergo ipsius A B æquale est quadratis ipsarum AC, CB, & rectangulo bis A C, C B contento. Si ergo, &c.

Quod demonstrare oportuit.

h *prop. 29. 1.*
i *def. 27. 1.*
k *prop. 34. 1.*
l *def. 27. 1.*
m *prop. 43. 1.*

Alia demonstratio.

DIco quadratum ipsius A B æquale esse quadratis partium A C, C B, & rectangulo bis AC, CB contento. In eadem
a prop. 5.1. figura, cum BA, A D sint æquales, a erunt
b prop. 32.1 & anguli ABD, A D B æquales. Et b cum omnis trianguli tres anguli equales sint duobus rectis; erunt & trianguli A B D tres A B D, A D B, B A D æquales duobus
c per struct. rectis. c & est B A D rectus; ergo reliqui A B D, A D B vni recto æquales; cumque
d per struct. sint æquales, erit vterq; semirectus. d re-
& per 29.1. ctus autẽ est B C G, est namq; æqualis angulo opposito ad A; reliquus ergo C G B
f prop. 32. 1. semirectus est: f igitur æquales sunt CGB,
g prop. 6. 1. C B G: g quare & latera B C, C G æqualia
h prop 33.1. erunt: h sed CB æquale est ipsi K G, & CG
i per struct. ipsi B K: ergo CK est æquilaterũ; i cumq; habeat angulũ C B K rectũ: quadratũ erit CK, & quidem, quod fit ex C B. Eandẽ ob causam quadratũ est F H, estq; æquale illi, quod fit ex AC: sunt ergo CK, H F quadrata; æqualiaq; quadratis ipsarum A C,
k prop. 43.1 C B. Et k cum A G, E G æqualia sint, sitque A G id, quod AC, C B continetur, sunt enim C G, C B æquales: ergo E G æquale est contento A C, C B: igitur A G, G E æqualia sunt bis A C, C B

con-

contento. Sunt verò & CK, HF æqualia quadratis ipsarum AC, CB: Ergo CK, HF, AG, GE æqualia sunt quadratis ipsarum AC, CB; & bis AC, CB contento: sed CK, HF, AG, GE totum AE constituunt, quod est ipsius AB quadratum. Ergo quadratũ ipsius AB æquale est quadratis ipsarum AC, CB, & rectangulo bis AC, CB contento. Quod oportuit demonstrare.

Corollarium.

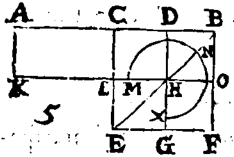
Ex his manifestum est in quadratis spaciis illa quæ circa diametrum sunt, quadrata esse.

Propos. 5. Theor. 5.

Si recta linea secetur in æqualia, & in inæqualia, erit rectangulum inæqualibus totius partibus contẽtum vna cum quadrato lineæ, quæ inter sectiones interiicitur æquale ei, quod à dimidia fit quadrato.

RECta AB a secetur in æqualia ad C; in inæqualia ad D. Dico contentũ AD, DB rectangulum cum quadrato quod ex CD, æquale esse quadrato ipsius CB, b Describatur enim super BC quadratũ CEFB; a *prop.10.1.* b *prop.46.1* c prop. 46. 1 &ducatur BE; *c* atq; per D vtriq; CE, BF ducatur parallela DG: per H verò vtriq; CB, EF parallela KO. Rursusque per A vtriq; CL, BO parallela AK; & cum com-

d prop. 43. 1 plementa CH, HF *d* æqualia sint, si addatur commune DO; erit totum CO, toti DF ęquale. Sed CO ęquale est AL; quod & AC ipsi CB sit æqualis: erit igitur & AL ipsi DF æquale: si addatur cõmune CH, erit AH



ipsis DF, DL æquale: sed AH, contento

e Coroll. 4. prop. 2. AD, DB est æquale; *e* est enim & DH ipsi DB ęqualis: FD, DL autem sunt gnomon

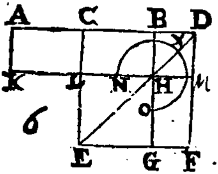
f ax. 1. MNX: *f* ergo gnomon MNX est æqualis AD, DB contento. Si LG commune, quod est æquale quadrato ex CD, addatur: erunt MNX gnomon, & LG æqualia contento AD, DB, & illi quod ex CD fit quadrato. Sed gnomon MNX, & LG con-

tinent totum CEFB quadratum, quod est quadratum ex CB: ergo AD, DB contẽtum, cum quadrato quod fit ex CD, æquale est quadrato ipsius CB. Si ergo recta linea secteur, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 6. Theor. 6.

Si recta linea bisecetur, eiq; in directum quædam recta adiiciatur, erit rectangulum, quod fit ex tota composita, & adiecta, unà cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato quod fit ex dimidia & adiecta.

Recta A B bisecetur in C, adiiciaturq; ei quędam B D in directum. Dico rectangulum A D, D B contentum, cum quadrato rectæ C B, æquale esse quadrato quod fit ex C D. *a* Describatur enim super C D quadratum C E F D; ducaturq; a prop. 46. 1



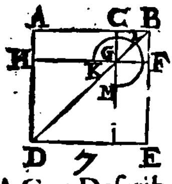
D E. & *b* per B quigem vtriq; E C, D F parallela ducatur B G: per H verò vtrique A D, E F parallela KM. Item per A vtriq; C L, D M parallela A K. Cum igitur A C æqualis sit rectæ C B; erit & A L æquale ipsi C H: sed C H *c* æquale est ipsi H F: ergo & A L, ęquale est ipsi H F. Commune addatur C M: *d* totũ ergo A M gnomoni N X O erit æquale: sed A M est quod continetur A D, D B (est *e* enim D M æqua-

b prop. 31. 1.
c prop. 43. 1.
d ax. 2.
e def. 17.

qualis ipsi D B):&gnomon N X O æqualis est A D,D B contento. Commune addatur L G, quod est æquale quadrato rectæ C B: ergo contentum A D,D B, cum quadrato ipsius B C, æquale est gnomoni N X O,& L G, Sed gnomon N X O,& L G sunt quadratum C E F D, quod est quadratum ipsius C D: ergo quod A D, D B cōtinetur,cū quadrato ipsius B C,æquale est ipsius C D quadrato. Si ergo recta linea,&c. Quod oportuit demonstrare.

Propos.7.Theor.7.

Si recta linea secetur vtcumque, quod à tota,quodq́ ab vna partium fit, vtraque quadrata, æqualia sunt ei, quod bis à tota & dicta parte fit rectangulo, vna cum alterius partis quadrato.



RECta AB secetur vtcumque in C. Dico quadrata, quæ ex A B, C B fiunt, æqualia esse bis A B, B C contento, & quadrato quod fit ex A C. a Describatur enim super A B quadratum A D E B, & figura * construatur. Et

a prop.46.1

* Vt in præcedentibus.

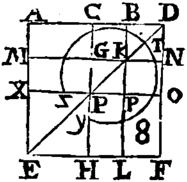
Et quia A G, G E æqualia ſunt, ſi commune C F addatur, erunt tota A F, C E æqualia: vtraq; ergo A F, C E dupla ſunt ipſius A F: ſed A F, C E ſunt gnomon K L M & C F quadratum: gnomon ergo K L M, & C F dupla ſunt ipſius A F. Eſt vero eiuſdem A F duplum bis A B, B C contẽtum; *b* ſunt enim, B F, B C æquales. Gnomon ergo K L M, & C F æquantur bis A B, B C contento. Commune addatur D G, quod eſt quadratũ ex A C: gnomon ergo KLM, & quadrata B G, G D æquantur bis A B, B C contento, & quadrato quod ex A C. Sed gnomon KLM, & quadrata BG, GD ſunt totum A D E B, & C F; quæ ſunt ex A B, B C quadrata. Quadrata ergo ex AB, B C æquantur bis A B, B C contento, & quadrato ex A C: ſi ergo, recta linea, &c. Quod oportuit demonſtrare. b *def. 17.*

Propoſ. 8. Theor. 8.

Si recta linea ſecetur vtcumq;, rectangulum quater totâ, & vna parte contentum, cum quadrato alterius partis, æquale eſt quadrato à tota & dicta parte, tanquam ab vna linea deſcripto.

Recta

Recta A B sit secta vtcumque in C. Dico rectangulum quater AB, B C contentum, cum eo, quod fit ex A C quadrato æquale esse quadrato, quod fit ex A B, B C, tanquam ex vna linea. Producatur enim A B in directum, & sit B D æqualis
a prop. 46. 1 C B; & *a* super A D constituatur quadratum A E F D, & dupla figura construatur. Quia igitur C B ipsis B D; G K; B D verò



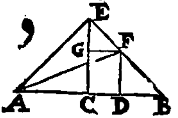
ipsi K N æqualis est; erunt & G K, K N æquales. Ob eandem causam, erunt P R, R O æquales. Cumque tam B C, B D; quam G K, K N æquales sint; *b* erũt etiam
b prop. 36. 1 tam C K, K D: quam G R, R N æqualia: sed C K, R N *c* sunt æqualia (sunt enim
c prop. 43. 1 complementa parallelogrammi CO) igitur & K D, G R æqualia erunt. Quatuor ergo DK, CK, GR, RN ęqualia sunt: quatuor ergo illa sunt quadruplicia ipsiꝰ C K. Rursus cum C B ipsi B D: B D *d* ipsi B K,
d corol. 4. 2. hoc est, ipsi C G; & C B ipsi G K, hoc est,
e def. 27. ipsi G P æqualis sit, erit C G ipsi G P æqualis. Et cum C G ipsi G P; & P R ipsi R O æqualis sit; erit & A G ipsi M P; & P L
e prop. 43. 1 ipsi R F æquale. Sed M P, P L sunt *e* æqualia,

lia, quippe parallelogrammi ML complementa, erunt & A G, R F æqualia. Quatuor ergo A G, M P, PL, R F sunt æqualia; quatuor ergo illa quadruplicia sunt ipsius A G, Ostensa autē sunt & C K, K D, G R, R N ipsius C K quadruplicia: ergo octo illa quæ gnomonē S T Y continēt, quadrupla sunt ipsius AK: & cum AK contento AB, BD sit ęquale, est enim BK ipsi BD ęqualis. erit quater A B, B D contentum, quadruplum ipsius A K. ostensus est autem & gnomō STY quadruplex ipsi' A K. Quod ergo quater AB, BD continetur ęquale est gnomoni S T Y. Commune addatur X H (quod æquale est quadrato ex A C) quater ergo A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato quod fit ex A C, æquale est gnomoni S T Y, & X H. Sed gnomon & X H sunt A E F D quadratum, quod est quadratum ex A D: ergo quater A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato ex A C, est æquale illi, quod fit ex A D quadrato, hoc est, quod fit ex A B, B C tanquam ex vna linea. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos.9. Theor.9.

Si recta linea secetur in æqualia, & non æqualia, quadrata partiũ inæqualium dupla sunt, & eius quod fit à dimidia, & eius quod fit à linea, quæ inter sectiones intercipitur quadrati.



SEcetur recta AB in C æqualiter, in D inęqualiter. Dico quadrata ex AD, DB dupla esse eorum, quæ ex AC, CD fiunt. *a* Ducatur ex C ipsi AB ad angulos rectos
a prop.11.1. EC, quæ sit vtrique AC, CB æqualis, ducanturque EA, EB. Atque per D ipsi EC agatur parallela DF: per F verò ipsi AB parallela FG iungaturque AF. Et quia
b prop.5.1. AC, CE æquales sunt; *b* erunt & anguli EAC, AEC æquales. Et cum angulus ad
c prop.32.1. C rectus sit; *c* erunt reliqui AEC, EAC vni recto ęquales, ideoque semirecti. Eandem ob causam CEB, EBC semirecti erunt: vnde totus AEB rectus erit. Cum-
d prop.29.1 queGEF semirectus sit; *d* rectus EGF (est enim interno & opposito ECB æqualis) n erit reliquus EFG semirectus:
n prop.32.1.

Ergo

Ergo G E F ipsi E F G est æqualis; *e* quare & latus E G lateri F G æquale erit. Rursus cum angul⁹ ad B semirectus sit; rectus F D B (est enim æqualis interno & opposito E C B) erit reliquus B F D semirectus. Est ergo angulus ad B æqualis D F B angulo. *f* Quare & latus B F lateri D B æquale erit: Et cum A C, C E æquales sint, erunt & quadrata ex A C, C E æqualia: dupla ergo sunt quadrato ex A C: *g* æquale autem est quadratis ex A C, C E quadratum ex E A (nam angulus A C E rectus est) est igitur quod ex E A duplũ eius quod ex A C. Rursus cum E G, G F æquales sint; erunt & quæ ex E G, G F quadrata æqualia: dupla ergo sunt eius quod fit ex G F: Et *h* æqualia eius, quod ex E F: ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex G F quadrati (sunt autem G F, C D æquales) ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex C D. Est autem & quod ex A E duplum eius, quod ex A C: ergo quadrata quæ ex A E, E F dupla sunt eorum, quę ex A C; C D. Quadratis autem ex A E, F F, *i* æquale est quod ex A F (est enim angulus A E F rectus) ergo quod ex A F quadratum duplum est eorum, quæ ex A C, C D: ei autem, quod ex A F *k* æquala sunt quæ ex A B, D F

e prop. 23. 1.
f prop. 6. 1.
g prop. 6. 1.
h prop. 47. 1
i prop. 47. 1
k prop. 47. 1
l prop. 47. 1.

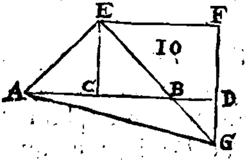
fiunt (nam angulus ad D rectus est) igitur quæ ex A D, D F dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D quadratorum (sunt autem D F, D B æquales) ergo quæ ex A D, D B quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 10. Theor. 10.

Si recta linea bisecetur, eiq; in rectum quædam alia adiiciatur; quæ à tota cum adiecta, & ab adiecta fiunt quadrata, dupla erunt quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & à composita ex dimidia & adiecta.

Recta A B bisecetur in C, adiiciaturq; ei in rectum B D. Dico quadrata quæ ex AD, DB dupla esse eorum, quæ ex AC, C D. *a* Ducatur enim ex C ipsi A B ad angulos rectos C E; *b* sitq; C E ipsis, A C, CB æqualis; & iungantur A E, E B; atq; *c* per E ipsi A D agatur parallela E F. Per D verò ipsi C E parallela D F; & cum in parallelas E C, F D inci-

a prop. 11. 1.
b prop. 2. 1.
c prop. 31. 1.



incidat E F, *d* erunt anguli C E F, E F D *d prop. 29. 1*
æquales duobus rectis: vnde F E B, E F D
duobus rectis minores erunt. *e* Quæ au- *e ax. 11.*
tem à minoribus quã sint duo recti pro-
ducuntur rectæ lineæ, concurrunt: ergo
E B, F D ad partes B, D productę concur-
rent: concurrant in G, iungaturque A G.
Et quia A C, C E æquales sunt, *f* erunt & *f prop. 5. 1.*
anguli A E C, E A C æquales; *g* & est an- *g per construct.*
gulus ad C rectus: ergo E A C, A E C sunt
semirecti. Eandem ob causam C E B, E B C
semirecti sunt: ergo A E B rectus est: cum-
que E B C sit semirectus, *h* erit & D B G *h prop. 32. 1.*
semirectus: est verò B D G rectus; *i* æqua- *i prop. 29. 1.*
lis enim est angulo D C E, quod sint al-
terni: reliquus ergo D G B semirectus est:
quare anguli D G B, D B G æquales sunt;
k erunt igitur & latera B D, G D æqualia. *k prop. 6. 1.*
Rursus cum E G F semirectus sit: *l* rectus *l prop. 34. 1.*
qui ad F (est enim ad C opposito æqualis)
erit & F E G semirectus: sunt igitur E G F,
F E G æquales, *m* Quare & latera G F, *m prop. 6. 1.*
E F æqualia erunt. Cum ergo E C, C A
æquales sint; erit & quod ex E C quadra-
tum, æquale ei, quod ex A C: Quadrata
ergo quæ ex E C, C A, dupla sunt eius,
quod fit ex C A: illis autem, quæ ex C E,
C A, *n* æquale est quod ex E A: ergo quod *n prop. 47.*

ex EA duplum eſt eius quod ex AC. Rurſus cum GF, EF ſint æquales, erunt & quæ ex FG, FE quadrata æqualia. Sunt ergo quæ ex FG, FE dupla eius, quod ex

o prop. 47. 1 EF: illis autem, quæ ex GF, FE o æquale eſt quod ex EG: ergo quod ex EG duplum eſt eius, quod ex EF, ſunt autem EF, CD æquales: ergo quod ex EG duplum eſt eius quod ex CD: oſtenſum eſt autem id, quod ex EA duplum eſſe eius quod ex AC: quæ ergo ex AE, EG quadrata dupla ſunt eorum, quæ ex AC, CD:

p prop. 47. 1 illis autem quæ ex AE, EG p æquale eſt quod ex AG: ergo quod ex AG duplum eſt eorum, quæ ex AC, CD: ei autem

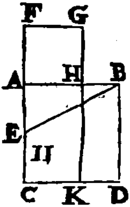
q prop. 47. 1 quod ex AG, q æqualia ſunt, quæ ex AD, DG: ergo quæ ex AD, DG quadrata dupla ſunt eorum, quę ex AC, CD, æquales autem ſunt DG, DB: ergo quæ AD, DB quadrata, dupla ſunt eorum, quæ ex AC, CD. Si ergo recta linea biſecetur, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Pro-

Propof. 11. Probl. 1.

Datam rectam secare, vt quod tota, & vna parte continetur rectangulum, æquale sit quadrato quod fit ex reliqua parte.

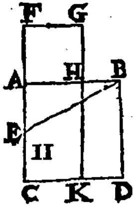
SIt data recta A B, quam oporteat ita secare, vt quod ex tota & vna partium fit rectangulum, æquale sit ei, quod ex altera parte fit quadrato. *a* Defcribetur ex AB quadratum ABCD, & *b* bifecatur AC in E, iungaturq; BE. producatur CA in F, fitq; EF *c* æqualis rectæ BE. *d* cõftituatur fuper AF quadratum FH, & producatur GH in K. Dico rectam A B in H fectam effe, vt AB, BH contentum rectangulum, ęquale fit ei, quod ex AH fit quadrato. Cum enim recta AC bifecta fit in E, eique adiecta in directum A F; *e* erit C F, FA contentum, cum eo quod fit ex A E, ęquale illi quod fit ex EF, funt autem EF, EB ęquales: ergo CF, FA contentum, cũ eo quod fit ex A E; æquale eft illi; quod ex E B quadrato: fed ei, quod ex E B *f* æqualia funt, quæ ex B A, A E quadrata (rectus enim eft angulus ad A) ergo quod



a prop. 46. 1
b prop. 10. 1.
c prop. 2. 1
d prop. 46. 1
e prop. 6. 2.
f prop. 47. 1.

CF,FA continetur, cum illo quod ex AE quadrato, æquale est illis, quæ ex BA, AE quadratis; Commune quod ex AE auferatur; reliquum ergo, quod CF, FA continetur, æquale est ei, quod ex AB quadrato. Est

g def. 17. autem CF, FA contẽtum, ipsum FK (g nam AF, FG sunt æquales) Quod autem fit ex AB, est AD quadratum: ergo FK, AD sunt æqualia. Commune AK auferatur: eruntque reliqua FH, HD æqualia. Est au-



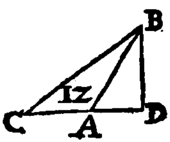
h def. 17. tẽ HD quod AB, BH continetur h (sunt enim AB, BD æquales) FH autẽ est quod fit ex AH quadratũ. Ergo quod AB, BH continetur rectangulum, æquale est quadrato quod ex AH: recta ergo AB secta est in H, vt quod AB, BH continetur rectangulũ æquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Quod facere oportebat.

Propos. 12. Theor. 11.

In triangulis obtusangulis quadratum quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum continentium, rectangulo bis contento & ab vno latere obtusum contineu-

tinentia in quod productum perpendicularis cadit, & à linea exterius assumpta à perpendiculari ad angulum obtusum.

Sit triangulum obtusangulum A B C, obtusum angulum habẽs BAC. *a* Ducatur ex B ad C A productam perpendicularis B D. Dico quadratum ex B C maius esse eis, quæ ex B A, A C, rectangulo bis C A, AD contẽto. Cum enim recta C D secta sit vtcũque in A; *b* erit quod ex D C æquale illis, quæ ex C A, A D quadratis; & ei, quod bis C A, A D continetur. Commune addatur, quod ex D B. Ergo quæ ex C D, D B æqualia sunt illis, quæ ex C A, A D, D B quadratis; & illi, quod bis C A, A D continetur: sed illis, quę ex CD, DB quadratis, *c* ęquale est quod ex CB (est enim angulus ad D rectus) illis autem, quę ex AD, DB *d* æquale est, quod ex AB quadratum. Quod igitur ex C B æquale est illis, quæ ex C A, A B quadratis, & rectangulo bis C A, A D contento. In triangulis ergo obtusangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.



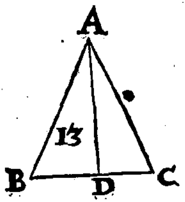
a prop.12.1.
b *prop.4.2.*
c *prop.47.1*
d *prop.47.1*

Propos. 13. Theor. 12.

In acutangulis triangulis quadratum lateris acutum angulum subtendentis minus est quadratis acutum continentibus rectangulo bis contento, & ab vno latere acutum continente, in quod perpendicularis cadit, & à linea à perpendiculari intus assumpta ad angulum acutum.

a prop. 12. 1.

SIt acutangulum triangulum ABC, habẽs acutũ B: a ducatur ab A in BC perpendicularis AD. Dico quadratũ quod fit ex A C minus esse illis quæ fiunt ex C B, B A, rectangulo bis C B, B D contento.



Cũ enim recta C B secta sit vtcumq; in D; b erunt quæ ex C B, B D quadrata æqualia bis CB, BD contento, & illi quod ex D C quadrato. Commune addatur, quod ex A D: Ergo quæ ex C B, B D, D A quadrata, æqualia sunt bis C B, B D contento, & quadratis quæ ex A D, D C. Sed illis, quæ ex B D, D A, quale est quod ex A B (est einm angulus ad D rectus) illis

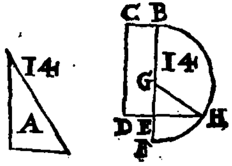
b prop. 7. 2

illis verò quę ex A D, D C ęquale est quod ex A C. Ergo quæ ex CB, BA, æqualia sunt & illi quod ex A C quadrato; & illi quod bis C B, B D continetur. Quare quod ex AC quadratum minus est illis, quæ ex CB, BA quadratis, rectangulo bis B C, B D contento. In triangulis ergo acutangulis, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 14. Probl. 2.

Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

ESTO rectilineum A, cui oporteat æquale quadratum constituere. a Fiat rectilineo A æquale parallelogrammum rectangulum B D. Si igitur B E, E D fuerint æquales, factum est quod petitur; erit enim rectilineo A æquale quadratũ B D. *a prop. 45. 1.*



Si non; erit vna ipsarum B E, E D maior: Sit maior B E, quę producatur in F, b fiatque F E, ipsi E D æqualis, c biseceturque F B in G, & centro G, interuallo G B, aut G F describatur semicirculus B H F, & producatur D E in H, *b prop. 2. 1.* *c prop. 10. 1.*

ducaturque GH. Cum itaque recta BF secta sit æqualiter in G, inæqualiter in E; d erit quod BE, EF continetur, cum eo quod ex EG quadrato, æquale ei quod ex GF quadrato. Sunt autem GF, GH æquales. Quod ergo BE, EF continetur cum eo quod ex GE, æquale est illi, quod ex GH; illi verò quod ex GH, e æqualia sunt quæ ex HE, GE quadrata: ergo quod BE, EF continetur, cum eo quod ex GE, æquale est illis, quæ ex HE, GE: Commune auferatur, quod ex GE; & erit reliquum, quod BE, EF continetur, æquale ei, quod ex EH quadrato: sed quod BE, EF continetur est ipsum BD, siquidem EF, ED sunt æquales: parallelogrammũ ergo BD æquale est ei quod ex HE quadrato: Est autem BD æquale rectilineo A: ergo rectilineum A æquale est quadrato ex EH descripto. Dato ergo rectilineo A, æquale quadratum constituimus, id nimirum quod ex EH.

Quod facere oportuit.

d prop. 5. 2.

e prop. 47. 1.

LIB. III.

ELEMENTVM TERTIVM EVCLIDIS.

Definitiones.

1. Æquales circuli ſunt, quorum diametri ſunt æquales; vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.
2. Recta linea circulum tangere dicitur, quæ contingens circulum, & producta ipſum non ſecat. *In figura propoſ. 16. linea AE tangit circulum ABC. In 18. & 19. DE tangit circulum ABC.*
3. Circuli ſe tangere dicuntur, qui ſeipſos contingentes, ſe ipſos non ſecant. *Circuli ſe contingunt aut interius, ut propoſ. 6. circuli ABC, DEC; aut exterius, ut propoſ. 12. circuli BAC, DAE.*

4. In

4. In circulo æqualiter à centro distare dicuntur rectæ lineæ, cum à centro ad ipsas perpendiculares ductæ æquales fuerint. *Vt propos. 14. lineæ A B, CD à centro E, æqualiter distant quod E F, EG sint æquales.*

5. Magis distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

6. Portio circuli, est figura quæ recta linea & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt portiones A C B, A E B.*

7. Portionis angulus est, qui recta linea, & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt anguli C A B, E A B, recta A B, & peripheriis C A, E A contenti.*

8. In portione angulus est, cum in circumferentia portionis acceptum punctum fuerit, & ab ipso ad terminos rectæ lineæ, quę est basis portionis, iunguntur rectæ, angulus inquam his rectis contentus. *Vt in 26. propos. angulus E D F est in portione E D F.*

9. Quando vero lineæ angulum continentes, assumunt peripheriam, in illa insistere angulus dicitur. *Vt in pro-*

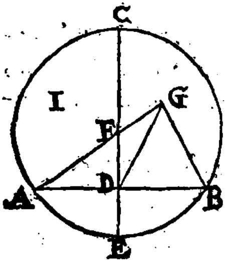
propos. 27. angulus E D F *insistit peripheriæ* E F.

10. Sector circuli est, quando angulus ad centrum circuli constiterit, figura contenta rectis lineis angulum cōprehendentibus, & peripheria ab ipsis assumpta. *Vt in propos. 27. sector dicitur figura* E H F.

11. Similes circuli portiones sunt, quę capiunt æquales angulos, aut in quibus anguli æquales consistunt.

Propositio 1. Probl. 1.

Dati circuli centrum inuenire.



Esto datus circulus A B C, cuius cētrum inuenire oporteat. Ducatur quædam recta linea A B vtcunque, *a* bisseceturque in D; atque per D ipsi A B ad *b* angulos rectos erigatur D C, *c* quæ producatur in E, & *d* bisecetur C E in F. Dico F centrum esse circuli ABC. Si non; sit, si fieri potest, G, ducanturque G A, G D,

a *prop. 10. 1.*
b *prop. 11. 1.*
c *postul. 2.*
d *prop. 10. 1.*

GD, GB; & cum AD, DB æquales sint, communis DG; *e* erunt duæ AD, DG, duabus GD, DB æquales, altera alteri; & basis GA æqualis basi GB; sunt enim ex centro G: *g* ergo & anguli ADG, GDB æquales erunt: Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps æquales fecerit, rectus erit vterque angulorũ: rectus ergo est GDB; sed & FDB rectus est; est ergo angulus FDB æqualis angulo GDB, maior minori, quod fieri nequit. Non ergo G centrum est. Similiter ostendemus quod præter F nullum aliud: F ergo centrum est. Quod inuenire oportuit.

e prop. 8. 1.
f prop. 8. 1. f

Corollarium.

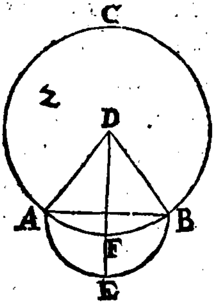
Ex his manifestum est, si in circulo recta quædam rectam quandam bifariam, & ad angulos rectos secet, in secante centrum circuli esse.

Præpositio 2. Theor. 1.

Si in circuli peripheria duo puncta accipiantur, recta illa coniungens intra circulum cadet.

ESto circulus ABC, & in eius peripheria accipiantur quæcunque duo puncta A, B. Dico rectam, quæ ex A in B ducitur

citur intra circulum cadere. Si non: Cadat, si fieri potest, extra, vt A E B, & accipiatur centrum circuli A B C, quod sit D, junganturque D A, D B, & producatur



D F in E. Quia D A *a* æqualis est ipsi D B; a *def. 15.* *b* erit & angulus b *prop. 5. 1.* D A E angulo D B E æqualis; cumq; trianguli D A E vnum latus A E productũ sit in B, *c* erit angulus D E B maior angulo D A E: æquales c *prop. 16. 1.* sunt autem anguli D A E, D B E, maior ergò est D E B angulus quam D B E; *d* maior autem angulus maius latus subtendit; maius ergo est d *prop. 19.* D B latus, quam D E: *e* at D B ipsi D F æquale est; maius ergo est D F, quam D E, e *def. 15.* minor maiore, quod fieri nequit: Non ergo quæ ex A in B ducitur extra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in ipsam peripheriam; cadet ergo extra.

Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

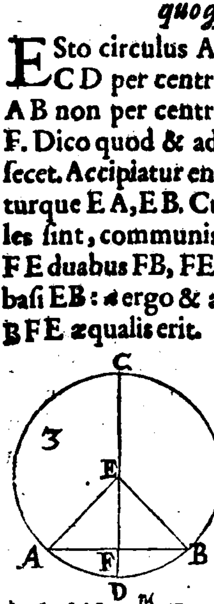
Propositio 3. Theor. 2.

Si in circulo recta quædam linea per centrum ducta, rectã non per centrum ductam bisecet, & ad angulos rectos ipsam secabit: Et si ad angulos rectos ipsam secet, bifariam quoque secabit.

ESto circulus ABC, & recta quædam CD per centrum, rectam quandam AB non per centrum ductam bisecet in F. Dico quod & ad angulos rectos ipsam secet. Accipiatur enim centrum E, ducanturque EA, EB. Cumque AF, FB æquales sint, communis FE; erunt duæ AF, FE duabus FB, FE, æquales basisque EA, basi EB: *a* ergo & angulus AFE angulo BFE æqualis erit. Cum autem recta super rectã consistens angulos deinceps æquales fecerit, *b* rectus erit vterque æqualium angulorũ: vterque ergo AFE, BFE rectus erit: ergo CD per centrum ducta bisecat AB non per centrum ductã.

a prop. 8. 1.

b def. 10. 1.



- & ad angulos rectos ipsam secabit.

Sed

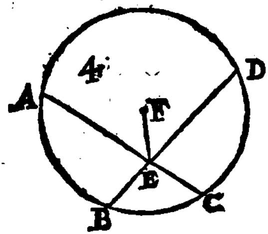
Sed iam C D ad angulos rectos secet ipsã A B; dico & bisecare ipsam, hoc est, A F, F B æquales esse. iisdem constructis, eum E A, E B æquales sint; c erunt & anguli E A F, E B F æquales: est autem rectus A F E recto B F E æqualis: duo ergo triangula E A F, E F B, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & vnum latus vni lateri, nempe commune E F, quod vni æqualium angulorum subtenditur, d habebit & reliqua latera reliquis æqualia; æquales ergo sunt A F, F B. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 5. 1.

d prop. 26. 1.

Propositio 4. Theor. 3.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se mutuò secent, non per centrum ductæ, se bifariam non secabunt.



Esto circulus A B C D, in eoq; duæ rectæ A C, B D nõ per centrum ductæ, se inuicem in E secẽt. Dico quod se bifariam non secent. Si fieri potest, se bifariam secent; sintq; & AE, E C; & DE, B E æquales; &

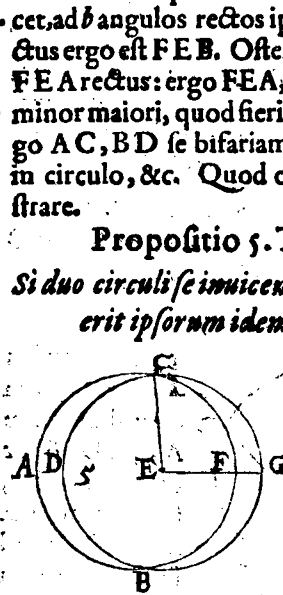
accipiatur centrum F ducaturq; FE. Cum ergo recta quædam F E per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam bisecet, ad rectos *a* angulos ipsam secabit: angulus ergo F E A rectus est. Rursus cum recta F E, rectam quandam B D non per centrum ductam bisecet, ad *b* angulos rectos ipsam secabit; rectus ergo est F E B. Ostensus autem est & F E A rectus: ergo FEA, æqualis est FEB, minor maiori, quod fieri nequit: non ergo A C, B D se bifariam secant. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop.3.3.

b prop.3.3.

Propositio 5. Theor. 4.

Si duo circuli se inuicem secuerint, non erit ipsorum idem centrum.



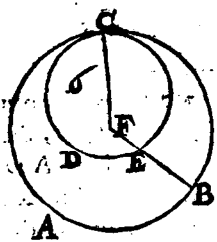
DVo circuli A B C, C D G se inuicē secent in B, & C. dico ipsorum non esse idem centrū. Si est; Esto E, iungatur EC; & ducatur E F G vtcunque. Et quia E centrum est circuli ABC, *a* erit EC æqua-

a def.15.1.

æqualis E F. Rursus quia E centrum est circuli C D G *b* erit & E C æqualis E G. b *def.* 15. 1.
Ostensa est autem E C æqualis E F. erit igitur E F æqualis E G, minor maiori. Quod fieri nequit. Non ergo E centrum est circulorum A B C, C D G. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 6. Theor. 5.

Si duo circuli interius se contingant, non erit illorum idem centrum.



DVO circuli A B C, C D E se tangāt interius in C. Dico illorum nō esse idem centrum. Si est: Esto F, iungaturque F C, & ducatur F E B vtcunque. Cum ergo F centrum sit circuli A B C, *a* erit F C æqualis F B. Et cum F a *def.* 15. 1. centrum etiam sit circuli C D E, *b* erit F C b *def.* 15. 1. æqualis F E: demonstrata est autem & F C æqualis F B: ergo F E æqualis est F B, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo F centrum est circulorum A B C, C D E.

Si ergo duo circuli, &c. Quod demonstrare oportuit.

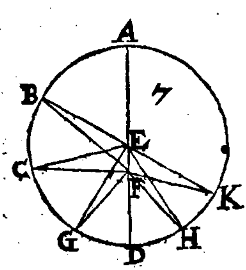
Propositio 7. Theor. 6.

Si in diametro circuli accipiatur punctum, quod centrum non sit, ab eoque in circulum cadant rectæ quædam, maxima erit in qua est centrum; minima reliqua. aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum transit remotiore semper maior est: Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadent ad vtrasque partes ipsius minimæ.

ESTO circulus ABCD, diametrus eius AD, in qua sumatur punctum quoduis F, quod centrum non sit. Centrum autẽ sit E: Cadant ab F ad circulum rectæ quædam FB, FC, FG. Dico maximam esse FA, minimam FD: aliarum FB maiorem, quam FC; & FC maiorem quã FG.

FG. iungantur enim BE, CE, GE. Et quia omnis trianguli *a* duo latera reliquo maiora sunt, erunt EB, EF maiores BF; Est autem AE ipsi BE æqualis; sunt ergo BE, EF æquales ipsi AF; maior igitur est AF quam BF. Rursus cum BE, CE æquales sint communis EF; erunt duæ BE, EF, duabus CE, EF æquales: sed angulus BEF *b* maior est angulo CEF: erit *c* igitur & basis BF maior basi CF. Eandem ob causam maior est CF, quam FG. Rursus cum GF, FE maiores sint quam EG; & EG, ED æquales; erunt GF, FE maiores quam ED; communis auferatur EF; *d* reliqua ergo GF, reliquâ FD maior erit. Est ergo FA maxima; minima DF; maior autem FB, quam FC, & hæc maior quam FG. Dico secundo, quod ex F duæ tantum æquales ad circulum cadant vtrinque à minima DF. *e* Constituatur enim ad E rectæ EF, angulus FEH æqualis angulo GEF, ducaturque FH. Cum ergo GE, EH æquales sint, communis EF erunt duæ GE, EF, duabus HE, EF æquales, angulusque GEF, angulo HEF æqualis: *f* igitur & basis FG basi FH erit æqualis. Dico tertio, quod ipsi FG nulla alia æqualis ex F ad circulum

a prop. 20. 1.
b ax. 9.
c prop. 24. 1.
d ax. 5.
e prop. 23. 1.
f prop. 4. 1.



lum cadat. Si enim cadit; Cadat F K. Cum ergo vtraq; F K, F H ipsi F G sit æqualis; *g* erit & F K ipsi F H æqualis: propinquior ergo ei, quæ est per centrum, æqualis est remotiori, quod fieri nequit. Vel sic. Ducatur E K. Cum ergo G E, E K æquales sint, communis F E, item *h* basis G F basi F K æqualis; *i* erit & angulus G E F angulo K E F æqualis; sed G E F æqualis est angulus H E F; ergo & H E F æqualis erit ipsi K E F, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ab F plures vna ipsi G F æquales ad circulum cadunt, Si ergo in diametro, &c. Quod oportuit demonstrare.

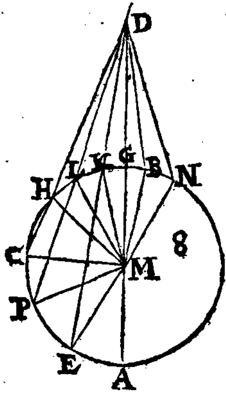
g ax. 1.
h Def. 15.
i prop. 8. 1.

Propo-

Propositio 8. Theor. 7.

Si extra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum ducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna per centrum transeat, reliquæ vt libet. Earum quidem, quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima est, quæ est per centrum: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum, remotiore semper maior est. At earum, quæ in conuexam peripheriam cadunt, minima est, quæ inter punctum & diametrum interijcitur; aliarum verò, quæ propinquior minimæ semper remotiore minor est. Duæ autẽ tantum æquales à puncto in circulum cadunt ad vtrasq; partes minimæ.

Esto circulus A B C, extra quem accipiatur punctum D, ab ipsoq; ducantur rectæ quædam ad circulum D A, D E, D P, D C, duraturque D A per centrum. Dico quod cadentium ad cauam peripheriam A E P C maxima sit, quæ per centrum transit, D A; minima, quæ inter punctum D, & diametrum A G interijcitur, quæ eſt D G; maior autem D E, quam D P, & hæc maior quam D C. Earum verò quæ in conuexam peripheriam H L K G cadunt ſemper propinquior MINIMÆ D G, minor eſt remotiore, hoc eſt, D K minor eſt quam D L, & hæc minor quam D H. Accipiatur centrum M, iunganturque M E, M P, M C, M H, M L, K M. Et cum A M, E M *a* æquales ſint, communis addatur M D, eritque A D æqualis vtriſque E M, M D; ſed E M, M D *b* maiores ſunt quam E D: ergo & A D maior eſt quam E D. Rurſus M E, M P æquales ſunt, cõmunis addatur M D; eruntq; E M, M D æquales ipſis P M, M D: ſed angulus E M D maior eſt angulo P M D: *c* ergo & baſis E D maior eſt baſi P D. Similiter oſtẽdemus P D maiorẽ eſſe C D. Maxima ergo eſt D A; maior D E quam D P, & D P maior quam D C. Cumque M K, K D *d* maiores ſint quam M D; & M G æqualis M K; *e* erit reliqua K D



a def. 15.
b prop. 20. 1.
c prop. 24. 1.
d prop. 20. 1.
e ax. 5.

maior

maior reliquâ G D: Quare G D minor est quam K D, est enim omnium minima. Et quia lineæ M K, K D à terminis lateris M D intra triangulum M L D constitutæ sunt, *f* erunt illæ minores quam M L, L D: sunt autem M K, M L æquales: ergo reliqua D K minor est, reliquâ D L. Eodem modo ostendemus D L minorem esse D H. Minima ergo est D G; minor autem D K quam D L, & D L minor quam D H. Deinde dico, quod à puncto D tantum duæ æquales in circulum cadant ad vtrasque partes minimæ. *g* Constituatur ad M lineæ M D angulo K M D æqualis D M B, ducaturque D B. Cum ergo M K, M B æquales sint, M D cõmunis; erunt duę K M, M D, duabus B M, M D æquales, altera alteri, sunt verò & anguli K M D, B M D æquales, *h* erunt igitur & bases D K, D B æquales. Dico tertio rectæ D K à puncto D ad circulum æqualem aliam non cadere, Si enim potest, cadat D N. Cum ergo D K sit æqualis D N; & ipsi D K æqualis D B; erit *i* & D B ipsi D N æqualis, propinquior minimæ remotiori, quod fieri non posse demonstratum est. Aliter. Ducatur M N. Cum igitur K M, æqualis sit M N, communis M D, & basis D K æqua-

f prop. 21. 1.

g prop. 23. 1

h prop. 4. 1.

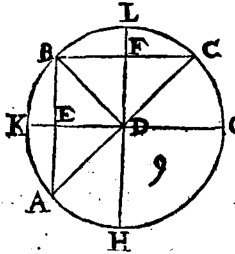
i ax. 1.

k prop.8.1. lis basi D N, *k* erit & angulus K M D angulo D M N æqualis: sed K M D æqualis est angulo B M D: ergo & B M D æqualis erit N M D, minor maiori; quod fieri nequit: Non ergo plures quam duę à puncto D ad circulum A B C æquales ad vtrasque partes D G cadunt: Si ergo extra circulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 9. Theor. 8.

Si intra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum plures quam duæ æquales rectæ cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

ESto intra circulum A B C acceptum punctum D, ab eoque ad circulum A B C plures quam duæ rectæ æquales cadant, nempe D A, D B, D C. Dico D centrum esse circuli ABC. iungãtur AB, B C. bisecenturque in E & F, & iunctæ E D, D F, producantur in G, K: & H, L.



Cum ergo A E æqualis sit E B, communis E D:

ED, erunt duę AE, ED, duabus BE, ED æquales; est *a* verò & basis DA basi DB æqualis: erit *b* igitur & angulus AED angulo BED æqualis: *c* rectus ergo vterq; est; secat *d* ergo GK ipsam AB bifariam, & ad angulos rectos. Et quia, *e* quando in circulo recta rectam secat bifariam & ad angulos rectos, in secante centrum est circuli, erit in GK centrum circuli ABC. Eadem ratione centrum erit in HL: & nullum aliud commune punctum habent rectæ GK, HL præter D: est ergo D centrum circuli ABC. Si ergo intra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *ex hypothesi.* b *prop. 8. 1.* c *def. 10. 1.* d *prop. 33.* e *cor. prop. 1. 3.*

Aliter.

INtra circulum ABC sumatur punctum D, ab eoque ad circulum plures quam duæ rectæ æquales cadant, DA, DB, DC. Dico D esse centrum circuli ABC. Si non est. Esto E, & iuncta DE producatur in F & G.

a Est autem FG diametrus circuli ABC. Cum ergo in diametro FG acceptum sit pun-

a *def. 17. 1.*

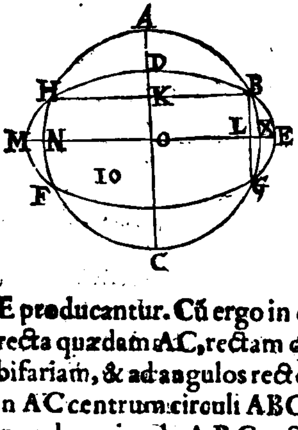
punctum D, quod centrum circuli non est; *b* erit D G maxima; maior autem D C quam D B, & D B maior quam D A; sed & æquales sunt; quod fieri non potest. E ergo centrum circuli A B C non est. Similiter ostẽdemus quod præter D aliud nullum: D ergo centrum est circuli.

b prop. 7. 3.

Propos. 10. Theor. 9.

Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non secat.

SI fieri potest secet circul' ABC circulũ DEF in pluribus punctis quã duob', vt in B, G, F, H, iunctęq; BG, BH *a* bisecẽtur in K & L; atq; ex K, & L ipsis BG, BH ad *b* angulos rectos ductæ K C, L M, in A, & E producantur. Cũ ergo in circulo A B C recta quædam AC, rectam quandam B H bifariam, & ad angulos rectos secet, *c* erit in A C centrum circuli A B C. Rursus cum in eodem circulo A B C recta quædã N X



a prop. 10. 1.

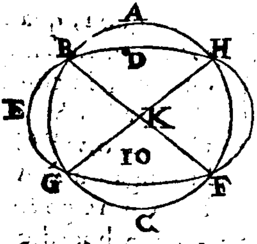
b prop. 11. 1.

c prop. 3. 3.

rectam

rectam quandam B G bifariam, & ad angulos rectos secet, *d* erit in N X centrum circuli A B C. Demonstratum autem est quod & in AC: atqui in nullo alio puncto rectæ A C, N X concurrunt, quam in O: est ergo O centrum circuli ABC Similiter demonstrabimus centrũ circuli D E F in O esse: duorum ergo circulorum ABC, DEF se inuicem secantium idem est centrum O: *e* quod fieri nequit. Non ergo circulus circulum, &c. *d prop. 3. 3.* *e prop. 5. 3.*

Aliter. Circulus ABC circulum D E F, in pluribus quam duobus punctis secet, vt in B, G, H, F. Accipiatur circuli A B C



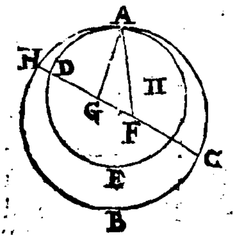
centrum K, iunganturque K F, K G, K B. Cum ergo intra circulum D E F acceptum sit punctũ K, ab eoque ad circulum D E F cadant plures quã duæ rectæ æquales K B, K F, K G, *a* erit K centrum circuli D E F: sed est etiam centrum circuli ABC: Duorum ergo circulorum se secantium idem est centrum; *b* quod fieri non potest. Non ergo circulus circulum in pluribus quam duo- *a prop. 9. 3.* *b prop. 5. 3.*

duobus punctis secat. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 13. Theor. 10.

Si duo circuli se interius contingant, recta linea eorum centra coniungens, si producatur, cadet in contactum circulorum.

DVo circuli A B C, A D E interius se contingant in A. Accipiatur circuli quidem A B C centrum F; circuli verò A D E centrum G. Dico quod, quæ ex G in F ducitur, si p̄ducatur, in contactum cadat. Si non. Cadat aliò, vt F G D H, iunganturq; A F, A G. Cum ergo A G,



a prop. 20. 1. G F a maiores sint quam F A, hoc est, quã F H (æqualis enim est F A, ipsi F H, est enim vtraque ex centro) auferatur communis F G: reliqua ergo A G maior erit b def. 15. 1. reliquâ G H: est autem A G, ipsi G D b æqualis: erit ergo G D maior ipsa G H, minor maiore. quod fieri non potest. Non ergo

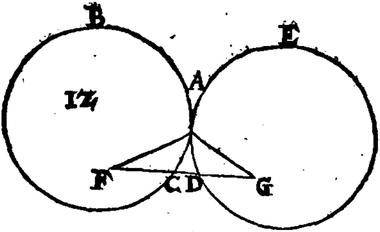
ergo quæ ex F in G ducitur, extra contactum A cadet. Ergo in ipsum.

Aliter. Cadat vt GFC, quæ in H producatur, iunganturq; AG, AF. Quia ergo AG, GF *c* maiores sunt quam AF: sed AF *d* æqualis est CF, hoc est, FH: communis auferatur FG; eritque AG, quam reliquâ GH maior: hoc est, GD maior erit, quam GH; minor quam major; quod fieri non potest. Idem absurdum demonstrabimus si maioris centrum sit extra minorem circulum. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare. *c prop. 20. 1* *d def. 15.*

Propos. 12. Theor. 11.

Si duo circuli sese exterius contingant recta ipsorum centra coniungens per contactum transibit.

DVo circuli ABC, ADE tangant se exterius in A. accipianturque circulorum centra quæ sint F, G. Dico, quod, quæ F, G iungit, per contactum A transeat. Si non: transeat, si fieri potest, vt FCDG; & iungantur AF, AG. Cum igitur F centrum sit circuli ABC; *a* erit FA, æqualis FC: Et cum G sit centrum circu- *a def. 15.*



circuli A D E, erit & G A ipsi G D æqualis. Ostensa est autem & F A æqualis F C. Sunt ergo F A, A G ipsis F C, D G æquales. Quare tota F G maior erit ipsis F A, A G: sed & *b* minor est: quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur aliorsum quam per A contactum transit. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 20. 1.

Propos. 13. Theor. 12.

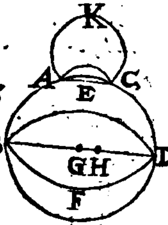
Circulus circulum in pluribus punctis vno non tangit, siue interius, siue exterius tangat.

SI fieri potest, tangat primo circulus A B D C circulum E B F D interius in pluribus quam vno punctis, vt in B, D: &

& sumatur circuli A B D C centrum G: circuli E B F D centrum H: ergo recta centra G, H iungens *a* cadet in contactus B, D; cadat & B G H D. Cum igitur G sit cẽtrum circuli A B D C; erit B G æqualis ipsi G D; maior igitur est B G quam H D: multo ergo maior B H, quam H D. Rursus cum sit H centrum circuli E B F D, æqualis erit B H ipsi H D: ostensa est autem multò illa maior, quod fieri nequit: Non igitur circulus circulum interius pluribus quam vno puncto tangit. Dico quod neque exterius. Si enim fieri potest, tangat circulus A C K circulum A B D C exterius in pluribus punctis vno, vt in A, & C, iunganturque A, C. Cum ergo in peripheria circulorum A B D C, A C K accepta sint quæcunque puncta A, & C, *a* cadet recta illa coniungens intra vtrumque circulum. Sed cadit quidẽ in circulum ABDC; extra verò circulum A C K. *b* Quod est absurdum. Non ergo circulus circulũ extra in pluribus punctis vno tangit. osten-

a *prop. 11. 3.*

13



a *prop. 2. 3.*

b *prop. 1. 3.*

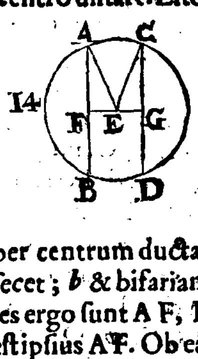
H sum

ſum eſt autum quod neque interius: Circulus ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 14. Theor. 13.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro diſtant. Et, quæ æqualiter à centro diſtant, æquales ſunt.

a prop. 1. 3. SVnto in circulo A B D C rectæ A B, C D, æquales. Dico eas æqualiter à centro diſtare. Eſto centrum E, à *a* quo ad rectas A B, C D perpendiculares ducantur E F, E G, & iungantur AE, EC. Cum ergo recta EF per centrum ducta, rectam quandam A B non per centrum ductam, ad angulos rectos ſecet; *b* & bifariam eam ſecabit: æquales ergo ſunt A F, F B: Ergo A B dupla eſt ipſius A F. Ob eandem cauſam eſt C D dupla ipſius CG: *c* æquales ergo ſunt A F, C G: cum igitur *d* & A E, E C æquales ſint,



b prop. 3. 3.
d definit. huius.
c ax. 7.

sint: *e* erunt & quadrata ipsarum A E, E C æqualia. Sunt autem ei quadrato *f* quod ex A E, æqualia quæ ex A F, E F (est enim angulus ad F rectus) ei autem, quod ex E C æqualia sunt, quę ex E G, G C (nam & angulus ad G rectus est.) Sunt ergo quæ ex A F, E F æqualia illis, quæ ex C G, G E. Cũ ergo quod ex A F, æquale sit illi, quod ex G C (sunt enim A F, C G æquales) erit & reliquum, quod ex F E, reliquo quod ex E G, æquale: sunt ergo E F, E G æquales. *g* In circulo autẽ æqualiter à centro abesse dicuntur rectæ, quando perpendiculares ex centro ad ipsas ductæ, æquales fuerint. Sed iam distent A B, C D æqualiter à centro, hoc est, E F, E G sint æquales. Dico A B, C D æquales esse. iisdem constructis, demonstrabimus, vt prius, A B duplam esse ipsius A F, & C D ipsius C G. Cumque A E, C E æquales sint; erunt & earum quadrata æqualia, *h* Sunt verò ei, quod ex A E æqualia, quę ex E F, F A: & ei, quod ex C E, illa quæ ex E G, G C: ergo quæ ex E F, F A, sunt illis quæ ex E G, G C æqualia. Cum autem ei quod ex E G æquale sit quod ex E F (sunt enim E G, E F æquales) erit & reliquum, quod ex A F, reliquo,

f prop. 47. 1

g def. 4. 3.

h prop. 47. 1

quod ex C G, æquale. æquales ergo sunt A F, C G. Est autem ipsius A F dupla AB; & ipsius C G dupla C D; æquales ergo sunt A B, C D. In circulo ergo æquales rectæ, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 14.

In circulo maxima est diametrus: aliarum verò semper quæ propinquior est centro remotiore maior est.

ESto circulus A B C D, cuius diametrus A D, centrum E; propinquior diametro B C, remotior sit F G. Dico maximam esse, A D, maiorem BC, quã F G. a Ducantur enim à centro ad B C, F G perpendiculares EH, EK. Et quia B C propinquior est centro, remotior F G: b maior erit E K, quam E H. c Ponatur ipsi E H æqualis E L; & per L d ducatur ipsi E K ad angulos rectos L M; qua ducta in N iungantur E M, E N, E F, EG. Cum ergo E H ipsi E L sit æqualis, e erit & B C ipsi M N æqua-

a prop.12.1.
b def.5.3.
c prop.2.1.
d prop.11.1.

æqualis. Rursus cum A E ipsi E M; E D vero ipsi E N sit æqualis; erit & A D ipsis M E, N E æqualis: sed *f* M E, N E ipsa M N maiores sunt: erit ergo & A D maior quã M N. Et quia duæ M E, E N, duabus F E, E G æquales sunt; angulus verò M E N maior angulo F E G: *g* erit & basis M N maior basi F G: sed M N ostensa est æqualis B C: ergo & B C maior est quam F G. Maxima ergo est diametrus; maior B C quam F G. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

e prop. 14. 3
f prop. 20. 1
g prop. 24. 1

Propos. 16. Theor. 15.

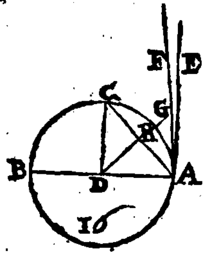
Quæ diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locũ, qui inter rectam lineam & peripheriam interiicitur, alia recta non cadit. Et semicirculi angulus omni acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

ESto circulus A B C circa centrum D, & diametrum A B. Dico rectã lineam ab A ipsi A B ad angulos rectos ductam extra circulum cadere. Si non cadat, si fieri potest, intra, vt A C, & iungatur D C.

Cum Ergo D A sit æqualis DC, erit & angulus D A C angulo A C D æqualis: est autem D A C* rectus, rectus ergo erit & A C D: sunt ergo D A C, A C D duobus rectis æquales, a quod fieri nequit: Non ergo quę ab A puncto ipsi B A ad angulos rectos ducitur, intra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in peripheriam: ergo extra cadit, vt A E. Dico secundò, in locum inter AE, & peripheriam CHA interiectum, aliam rectam non cadere. Si potest: Cadat, vt F A, ducaturque ex D ipsi F A perpendicularis D G. Et cum angulus A G D rectus sit, b minor recto D A G; c erit A D maior quam D G: est autem D A æqualis ipsi D H; maior ergo est D H, quam D G, minor maiore; quod fieri nequit. Non ergo in locum rectâ A E, & peripheria C H A interceptum, alia recta cadit. Dico tertio angulum semicirculi recta A B, & peripheria C H A contentum, omni acuto rectilineo maiorem esse; reliquum verò peripheria C H A, & rectâ A E contentum,

* ex hypothes.

a prop. 32. 1.



b prop. 32. 1.

c prop. 19. 1.

tum,

tum, minorum. Si enim est aliquis angulus maior contento rectâ B A, & peripheria C H A; minor verò contento peripheria C H A, & rectâ A E, cadet inter peripheriam C H A, & rectam A E linea recta, quæ faciat angulum maiorem rectâ B A, & peripheria C H A contentum (qui rectis lineis contineatur) minorem verò peripheria C H A, & recta A E contentum: at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior sit angulo recta B A, & peripheria C H A contento; neq; minor, CHA, & A E contento.

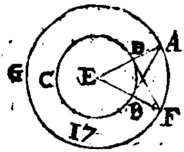
Corollarium.

Ex his manifestum est rectam, quę diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, circulum tangere. & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: siquidem quæ circulo in duobus punctis occurrunt, *d* intra circulum cadere osten- *d prop. 2.* sum est. Quæ ergo diametro, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 17. Probl. 2.

A dato puncto rectam lineam ducere, qua datum circulum tangat.

ESto punctum datum A, circulus datus B C D. Oporteat autem ex puncto A rectā ducere, quæ



circulum B C D tangat. Accipiatur cētrum circuli E, ducaturque A E, & centro E, interuallo E A describatur circulus

a prop.11.1. A F G, & ex D rectæ E A ad *a* angulos rectos ducatur D F, iunganturq́; E B F, A B. Dico à puncto A rectam A B ductam esse, quę circulum B C D tangat. Cum enim E centrum sit circulorum B C D, A F G;

b def.15.1. *b* erunt tam E A, E F, quam E D, E B æquales: duæ ergo A E, E B duabus F E, E D æquales sunt, habentque angulum E

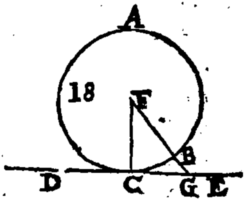
c prop.4.1. communē: *c* erit igitur basis D F basi A B æqualis; & triangulum D E F, triangulo E B A æquale; reliquique anguli reliquis: est igitur ipsi E D F ęqualis E B A: at E D F rectus est; erit igitur & E B A rectus. Est

d corol.propos.16.3. verò E B ex centro: *d* quæ autem diametro circuli ad rectos ducitur recta linea, tangit circulum: tangit ergo A B circulum. A dato ergo puncto, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propositio 18. Theor. 16.

Si circulum tangat linea quædam recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.



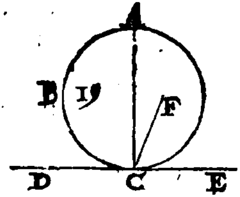
TAngat recta quædam DE circulum ABC in C, sumaturq; centrum F, atque ab F ad C ducatur FC. Dico FC ad DE perpendicularem esse. Si non: ducatur ab F ad DE perpendicularis FG. Cum ergo angulus FGC rectus sit; *a* erit GCF acutus: *b* cumque maiori angulo maius latus subtendatur, erit linea FC maior, quam FG: Est verò FC *c* æqualis ipsi FB: maior est ergo FB, quam FG, minor maiore, quod est absurdum: non ergo FG ad DE perpendicularis est: Similiter ostendemus præter FC nullam aliam: FC ergo ad DE est perpendicularis.

a prop. 32. 1.
b prop. 19. 1
c def. 15.

Si ergo circulum tangat, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 19. Theor. 17.

Si recta linea circulum tangat, & à tactu tangenti recta quadam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.



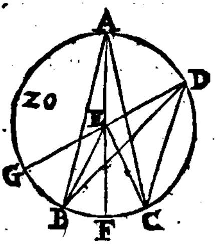
TANGAT circulum ABC recta DE in C,& ex C ipsi DE ad angulos rectos ducatur CA. Dico in CA esse centrum circuli. Si non: sit, si fieri potest, F, iungaturque CF. Cum ergo circulum ABC tangat recta DE, & à centro ad tactum ducta sit FC, a erit FC ad DE perpendicularis: angulus ergo FCE rectus est: est verò & ACE rectus: æqualis ergo est angulus FCE, angulo ACE, minor maiori; quod est absurdum: F ergo centrum circuli ABC non est. Simliliter ostendemus nullum aliud esse, præter id quod in AC. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 18. 3

Pro-

Propositio 20. Theor. 18.

In circulo angulus ad centrum duplus est anguli ad peripheriam, quando eandem peripheriam pro basi habent.



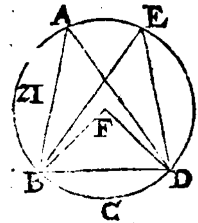
ESTO in circulo ABC angulus ad centrum BEC, ad peripheriã BAC, sitque vtriusque basis peripheria BC. Dico angulũ BEC duplum esse anguli BAC. iuncta enim AE producatur in F. Cum *a* ergo EA æqualis sit ipsi EB; erit & angulus EAB æqualis angulo EBA: Sunt ergo EAB, EBA dupli ipsius EAB: est *b* autem BEF æqualis duobus EAB, EBA: Est ergo BEF duplus ipsius EAB. ob eandem causam est angulus FEC duplus anguli EAC: totus ergo BEC totius BAC duplus est. Sit alter angulus BDC, iunctaque DE producatur in G; & similiter demonstrabimus angulum GEC duplum esse anguli EDC: quorum GEB duplus est ipsius EDB: reliquus ergo BEC du-

a *def.* 15. 1.
b *prop.* 32. 1.

duplus erit reliqui BDC. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 21. Theocr. 19.

In circulo qui in eadem portione ſunt anguli, aquales ſunt.



SINT in portione B A E D circuli ABCD anguli B A D, B E D. Dico illos æquales eſſe. Accipiatur centrum F; ducanturque B F, F D. Et quia angulus BFD ad centrum eſt; angulus B A D ad peripheriam, habentque baſim eandem peripheriam B C D: a erit angulus B F D duplus anguli B A D. Ob eandem cauſam erit angulus B F D duplus anguli B E D; Sunt ergo B A D, B E D æquales. In circulo ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

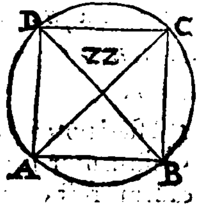
a prop. 20. 3.

Propoſitio 22. Theor. 20.

Quadrilaterorum in circulo deſcriptorum anguli, qui ex aduerſo, duobus rectis aquales ſunt.

Sit

SIt in xirculo A B C D quadrilaterum A B C D. Dico angulos ex aduerso esse æquales duobus rectis. Ducantur A C, BD. a Quia ergo omnis trianguli tres anguli duob' rectis sunt æquales; erunt & trianguli A B C tres C A B, A B C, B C A duobus rectis æquales. Est autem C A B b æqualis B D C angulo (sunt enim in eadem portione B A D C:) & A C B ipsi A D B (sunt enim in portione A D C B:) totus ergo A D C duobus B A C, A C B æqualis est: Communis addatur A B C duobus B A C, A C B simul: & vni A D C seorsim; eruntque A B C, B A C, A C B duobus ABC, ADC æquales. c sed A B C, B A C, A C B æquales sunt duobus rectis: erunt ergo & ABC, ADC æquales duobus rectis. Similiter ostendemus & B A D, D C B æquales esse duobus rectis. Quadrilaterorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

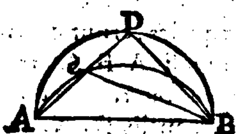


a prop. 32. 1.
b prop. 21. 3.
c prop. 32. 1.

Pro-

Propositio 23. Theor. 21.

Super eadem recta linea duæ circulorum portiones similes, & inæquales ad easdem partes, non constituentur.



23.

SI fieri potest, cõstituantur super eadem recta AB duæ circulorũ portiones similes, & inæquales ad easdem partes, ACB, ADB; ductaque ACD iungantur CB, BD. Cùm ergo portio ACB similis sit portioni ADB, a similes autem portiones æquales angulos capiant, erunt anguli ACB, ADB, æquales; externus & internus oppositus, b quod fieri nequit. Non ergo super eadem, &c. Quod oportuit demonstrare.

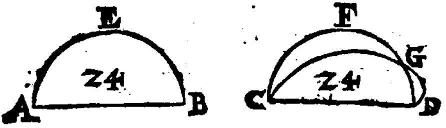
a def. 11. 3.
b prop. 16. 1.

Propositio 24. Theor. 22.

Super æqualibus rectis lineis similes circulorum portiones, æquales sunt.

SInt super æqualibus rectis AB, CD similes circulorum portiones AEB, CFD.

CFD. Dico illas esse æquales. Congruente enim portione AEB portioni CFD,



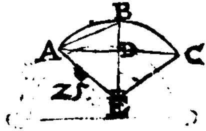
positoque A puncto super C, & recta AB super CD, congruet & B ipsi D, quod AB, CD æquales sint. Congruente autem recta AB rectæ CD; congruet & portio AEB portioni CFD. Quod si recta quidem AB congruat rectæ CD; portio verò AEB, portioni CFD non congruat; sed aliò cadat, vt CGD, secabit circulus circulum in pluribus quam duobus locis vt in C,G,D, *a* quod fieri nequit. Non ergo congruente recta AB rectæ CD, non congruet portio AEB, portioni CFD: Congruet ergo, *b* adeoque æqualis illi erit. Si ergo super, &c. Quod oportuit demonstrare. a prop.10.h. b def.8.1.

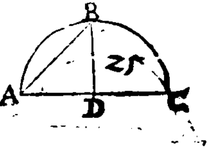
Propositio 25. Probl. 3.

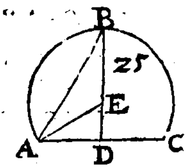
Data portione circuli, describere circulum cuius est portio.

Sit data circuli portio ABC, oporteatque describere circulum, cuius ABC sit

a prop. 10.1. ſit portio. *a* Biſecetur A C in D, & ex D
b prop. 11. *b* ducatur ipſi A C ad angulos rectos D B,







iungaturque A B. Angulus ergo ABD, angulo B A D aut eſt maior, aut æqualis, aut minor.
c prop. 23. 1. Sit primo maior, *c* conſtituaturque ad A rectæ A B angulus B A E æqualis angulo ABD, producaturque DB ad E, & iungatur E C. Cum itaque angulus A B E ſit æqualis an-
d prop. 6. 1. gulo B A E, *d* erit & E B æqualis ipſi A E; & cum A D æqualis ſit ipſi D C, ſi communis D E addatur, erunt duæ A D, D E, duabus C D, D E æquales altera alteri; & angulus A D E angulo C D E æqualis; eſt
e prop. 4. 1. enim vterque rectus; *e* ergo & baſis A E baſi C E æqualis erit. Sed ipſi A E demõſtrata eſt B E æqualis; erit ergo & B E æqualis ipſi C E: tres ergo A E, E B, E C ę-
f prop. 9. 3. quales ſunt: *f* circulus ergo centro E, & interuallo vna ipſarum A E, E B, E C deſcriptus, tranſibit etiam per reliqua portionis

tionis puncta, & circulus descriptus erit. Circuli ergo portione data, descriptus est circulus, cuius est portio; & cum centrum extra portionẽ cadat, manifestũ est portionem minorẽ esse semicirculo. Similiter si ABD angulus, fuerit æqualis angulo BAD, *g* erit AD æqualis vtrique BD, DC; ergo tres DA, DB, DC ęquales sunt, & D centrum circuli, portioque semicirculus. Si vero angulus ABD minor fuerit angulo BAD, *b* constituatur ad A rectæ BA angulus BAE æqualis angulo ABD, cadetque centrum in DB lineam intra portionem ABC, & erit portio ABC semicirculo maior. Si ergo ducatur EC ostẽdetur vt in prima figura tres BE, EA, EC esse æquales. Data ergo portione circuli, descriptus est circulus, cuius est portio, quod oportuit facere.

g ex structura, ex prop. 6. 1.

b prop. 23. 1.

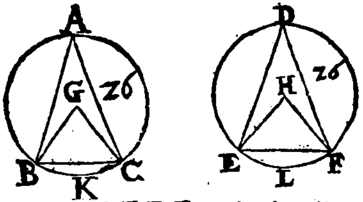
Propositio 26. Theor. 23.

In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus peripheriis insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN circulis æqualibus ABC, DEF æquales insistant anguli ad centra, BGC,

I EHF;

EHF; ad peripherias BAC, EDF. Dico peripherias BKC, ELF æquales esse.



Iungantur BC, EF. Et quia circuli æquales sunt, *a* erunt & quæ ex centris æquales. Duæ ergo BG, GC, duabus EH, HF æquales sunt: sed & anguli G, H æquales sunt: *b* ergo & bases BC, EF æquales erũt. Et quia anguli ad A, D ęquales ponuntur, *c* erunt portiones BAC, EDF similes, & sunt inæqualibus rectis BC, EF, *d* quæ autem circulorum portiones similes in æqualibus sunt rectis lineis, æquales sunt: portiones ergo BAC, EDF æquales sunt: Sunt verò & toti circuli æquales; reliqua ergo peripheria BKC, reliquæ ELF æqualis est. In æqualibus ergo, &c.

a *defin.* 3.
b *prop.* 4. 1.
c *def.* 11. 3.
d *prop.* 24. 1

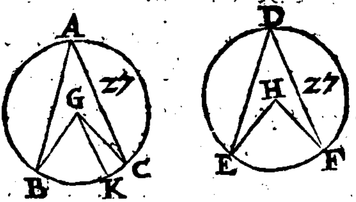
Quod demonstrare oportuit.

Pro-

Propositio 27. Theor. 24.

In æqualibus circulis anguli qui æqualibus insistant peripheriis, æquales sunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN æqualibus circulis ABC, DEF æqualibus peripheriis BC, EF insistant



anguli ad centra BGC; EHF; ad peripherias BAC, EDF. Dico tam angulos BGC, EHF, quam BAC, EDF æquales esse. Si enim BGC, EHF æquales sunt, *a* perspicuum est & BAC, EDF æquales esse. Si non sunt: erit vnus maior. Sit maior BGC: & *b* constituatur ad punctum G rectæ BG angulus BGK æqualis angulo EHF: *c* anguli autem æquales æqualibus peripheriis insistunt, cum sunt ad centra: peripheria ergo BK æqualis erit peripheriæ EF: sed & EF æqualis est BC: ergo & ipsi BC æqualis erit BK, minor

a *prop. 20. 3.*
b *prop. 23. 1.*
c *prop. 26. 3.*

nor maiori; quod fieri non poteſt: Non ergo anguli B G C, E H F inæquales ſunt: æquales ergo. d Eſtque angulus ad A anguli B G C; & angulus ad D anguli E H F dimidius: e Sunt ergo & anguli ad A, D æquales. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

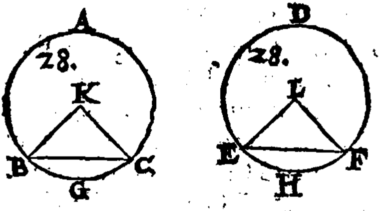
d prop. 20. 3.

e ax. 7. 1.

Propoſitio 28. Theocr. 25.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori; minorem autem minori.

SINT in æqualibus circulis ABC, DEF æquales rectæ B C, E F, auferentes pe-



ripherias maiores B A C, E D F; minores B G C, E H F. Dico tam maiores peripherias, quam minores æquales eſſe. Sumantur enim circulorum centra K, L, & ducantur K B, K C; E L, L F; & ſunt circuli

culi æquales; *a* ergo & quæ ex centris æquales erunt; igitur duæ B K, K C, duabus E L, L F æquales sunt; sed & bases B C, E F æquales sunt; *b* erunt ergo & anguli B K C, E L F æquales: *c* æquales autem anguli æqualibus peripheriis insistunt cum fuerint ad centra; ergo peripheriæ B G C, E H F æquales sunt; sed & toti circuli sunt æquales; reliquæ ergo peripheriæ B A C, E D F æquales quoque erunt. Si ergo in æqualibus circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *def.* 11 3.
b *prop.* 8. 1.
c *prop.* 26. 3

Propositio 29. Theor. 26.

In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.

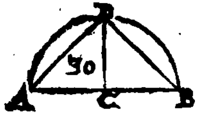
ACcipiantur in æqualib⁹ circulis A B C, D E F æquales peripheriæ, B G C, E H F, & ducantur rectæ B C, E F: Dico rectas B C, E F æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & iungantur B K, K C; E L, L F; Cum ergo peripheriæ B G C, E H F æquales sint, *a* erunt & anguli, B K C, E L F æquales; & cum circuli æquales sint; *b* erunt, & quæ ex centris æquales: Duæ ergo B K, K C, duabus E L, L F æquales sunt, continentq;

fig. vide pag. præc.
a *prop.* 27. 3
b *def.* 1. 3.

c prop. 4. 1. æquales angulos; c ergo & bases B C, E F æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 30. Probl. 4.

Datam peripheriam bifariam secare.



a prop. 10. 1.
b prop. 11. 1.

Esto data peripheria A D B, quam bisecare oporteat ducatur A B, a bisecetur que in C; & à b puncto C ducatur ipsi A B ad angulos rectos C D, iunganturq; A D, D B. Et quia A C æqualis est C B, communis C D; erũt duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales, & angulus A C D angulo B C D æqualis, est enim vterque rectus; c erit ergo & basis A D basi D B æqualis; d æquales autẽ rectæ æquales peripherias auferunt, maiorẽ maiori, & minorem minori, estq; vtraq; peripheriarum A D, D B minor semicirculo, quare peripheria A D æqualis est peripheriæ D B: data ergo peripheria bisecta est. Quod oportuit facere.

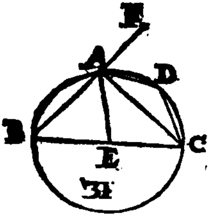
c prop. 4. 1.
d prop. 29. 3.

Propositio 31. Theor. 27.

In circulo angulus, qui in semicirculo, rectus est; qui in portione maiore minor;

nor; qui in minore maior recto est. Insuper maioris portionis angulus maior recto; minoris recto minor est.

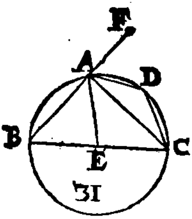
ESto circulus A B C D, diametrus B C, centrũ E, & iungantur BA, AC, AD, D C. Dico angulum B A C in semicirculo, rectum esse. ABC, qui est in portione maiore semicirculo, minorẽ; A D C, qui est in portione minore, maiorẽ



recto. Ducatur A E, producaturq; B A in F. Et quia BE, EA æquales sunt, *a* erunt & anguli E A B, E B A æquales. Rursus, quia EA, EC æquales sunt, erũt & anguli ACE, CAE æquales: totus ergo B A C duobus ABC, ACB æqualis est. *b* Est verò & FAC externus duobus ABC, A CB æqualis: æquales ergo sunt BAC, FAC; *c* ergo rectus vterque. Quare angulus BAC in semicirculo BAC rect*us* est. *d* Et quia trianguli ABC duo anguli ABC, BAC duobus rectis minores sunt; BAC autẽ rectus est; erit ABC minor recto; & est in portione A B C maiori semicirculo. Rursus quia A B C D in

a *prop. 5. 1.*
b *prop. 32. 1.*
c *def. 10. 1.*
d *prop. 17. 1.*

e prop. 22. 3. circulo quadrilaterũ eſt; e quadrilaterorũ autẽ in circulo deſcriptorũ, qui ex aduerſo



anguli duobus rectis æquales ſunt; erunt A B C, A D C duobus rectis æquales; & eſt A B C minor recto; reliquus ergo A D C maior; & eſt in portione minore ſemicirculo. Dico præterea maioris portionis angulũ contentum peripheria A B C, & recta A C maiorem eſſe recto; minoris verò portionis peripheria A D C, & recta A C contentum, minorem. Quod per ſe apparet. Cum enim angulus rectis B A, A C cõtentus rectus ſit, erit qui peripheria A B C, & recta A C continetur maior recto. Et cum angulus rectis A C, A F cõtentus, rectus ſit; erit recta A C, & peripheria A D C cõtentus, minor recto. Aliter demõſtratur B A C rectũ eſſe. Angulus A E C duplus eſt anguli B A E, g æqualis enim eſt duobus internis
g prop. 32. 1. & oppoſitis. Eſt verò & A E B duplus anguli E A C: anguli ergo A E B, A E C dupli ſunt anguli B A C; at A E B, A E C æquales ſunt duobus rectis: ergo B A C rectus eſt.

Corol-

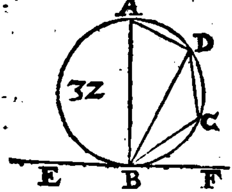
Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo vnus angulus duobus sit æqualis, eum rectum esse, quod etiam, qui est ei deinceps, duobus rectis æqualis sit: f cum autem anguli deinceps æquales fuerint, recti sunt. f def. 10. 1.

Propos. 32. Theor. 28.

Si circulum quadam recta tetigerit, & à tactu ducatur recta circulum secans, erunt anguli quos ad tangentem facit, æquales illis, qui in alternis circuli portionibus consistunt.

TAngat circulum A B C D recta quædam B F, in B; à quo ducatur alia B D secans circulū. Dico angulos, quos B D cum tangente facit, equales esse illis, qui sunt in alternis circuli portionib': hoc est, angulum F B D



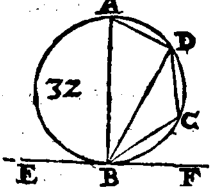
equalem esse illi, qui est in portione D A B; angulum verò E B D illi, qui est in portione D C B. a Ducatur enim ex B ipsi E F ad angulos rectos B A, & accipiatur in pe- a prop. 11. 1.

 riphe-

ripheria B D quoduis punctum C, & ducantur A D, D C, C B; & quia circulum tangit recta quędam E F in B, & à tactu B ducta est tangenti ad angulos rectos B A,

b prop. 19. 1.
c prop. 31. 3.

b erit in B A centrũ circuli: *c* angulus ergo A D B in semicirculo existens, rectus est: reliqui ergo B A D, A B D vni recto æquales. Sed & A B F rectus est, æqualis ergo angulis B A D, A B D; communis A B D auferatų: ergo reliquus D B F erit æqualis reliquo B A D in alterna circuli portione existẽti. Et quia A B C D quadrilaterum est in circulo de-



d prop. 22. 3

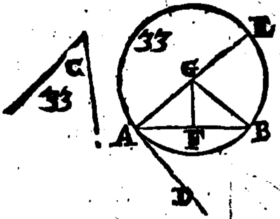
scriptum, *d* erunt anguli oppositi duobus rectis æquales: erunt ergo anguli D B F, D B E ęquales angulis B A D, B C D; quorũ B A D ostensus est æqualis D B F; erit ergo & reliquus D B E, reliquo D C B in alterna circuli portione D E B existẽs æqualis. Si ergo circulum recta quędam, &c.

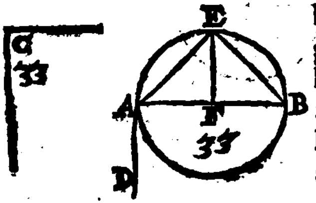
Quod oportuit demonstrare.

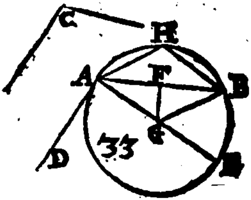
Pro-

Propof. 33. Probl. 5.

Super data recta defcribere portionem circuli, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilinio.

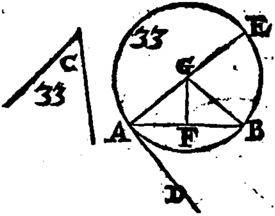


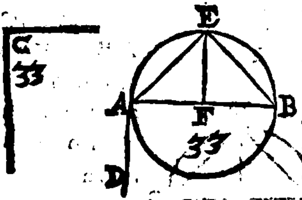


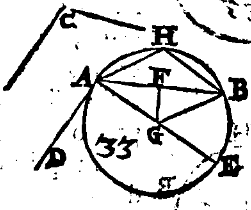


SIt data recta linea A B, datus angulus rectilineus C, & oporteat fuper A B portionẽ circuli defcribere, quæ angulum æqualem angulo C capiat. Angul' ergo C, aut acut', aut rectus, aut obtufus eft. Sit primo acut', vt in prima defcriptione. *a* Cõftituatur *a prop. 23. 1*
ad A pũctum rectæ A B angulus B A D, æqualis angulo C, qui acutus

b prop. 11. 1. tus erit. Ex *b* A ducatur A E ad angulos re-
c prop. 10. 1 ctos ipsi A D; atque A B in F *c* bisecetur,
d prop. 11. 1 Ex F *d* ducatur F G ad angulos rectos ipsi A B, ducaturq; B G.







Et quia A F æqualis est F B, communis F G; erũt duæ A F, F G, duabus F B, F G æquales, angulusque A F G angulo G F B æqualis;
e prop. 4. 1. *e* erit ergo & basis A G basi B G æqualis. circulus ergo centro G, interuallo A G descript' trã-
* qua in 1. fig. ex incuria omissa est. sibit etiam per B. Describatur, & sit A B E, iungaturque E B. *Cum itaque diametro A E ab extremitate A ad angulos rectos
f prop. cor. 16. 3. sit ducta A D *f* tanget ipsa circulum; cum-
que

queçirculum ABE recta quędam AD tāgat, sitque à tactu A in circulum ducta recta A B; *g* erit angulus D A B æqualis angulo A E B in alterna sectione A E B existenti: sed D A B est æqualis angulo C: igitur & angulus C æqualis erit A E B angulo. Super data ergo recta AB portio circuli descripta est capiens angulum A E B. æqualem angulo C. Sit iam angulus C rectus, sitque rursus super A B portio circuli capiens angulum recto C æqualem describenda *h*. Fiat angulus B A D angulo C æqualis, vt in 2. descriptione: *i* AB in F bisecetur; & centro F, interuallo F A, aut F B describatur A E B circulus. *k* Tangit igitur recta A D circulum, quod angulus B A D rectus sit: sed angulus B A D æqualis est & angulo C; *l* & angulo A E B in alterna sectione: erit igitur & AEB, angulo C æqualis. Descripta ergo est super A B portio circuli A E B capiens angulū AEB æqualem angulo C. Sit tertio angulus C obtusus. *m* ponatur ei ad A rectæ A B æqualis B A D, vt in tertia descriptione, *n* ducaturq; rectæ A D ad angulos rectos recta A E; & AB in F *o* bisecetur, cui ex F ad *p* angulos rectos ducatur F G, & iungatur G B. Cum itaq; A F æqualis sit F B, com-

g *prop.* 23.3.
h *prop.* 23.1.
i *prop.* 10.1.
k *cor. prop.* 16.1.
l *prop.* 23.3.
m *prop.* 23.1
n *prop.* 11.1.
o *prop.* 10.1.
p *prop.* 11.1.

communis F G; erunt duæ F G, A F, duabus F G, B F æquales, & angulus A F G angulo B F G æqualis: q erit igitur & basis A G basi B G æqualis. Circulus ergo centro G, interuallo A F descriptus transibit etiam per B, transeat vt A E B. quia ergo diametro A E ab extremitate A ad angulos rectos ducta est A D, r tanget illa circulũ; & cum à tactu A in circulum ducta sit A B, s erit angulus B A D æqualis angulo A H B, qui est in alterna portione circuli A H B. Sed angulus B A D æqualis est angulo C. erit ergo & angulus A H B in alterna portione æqualis angulo C. super data ergo recta A B descripta est portio circuli A H B capiens angulum æqualem angulo C. quod oportuit facere.

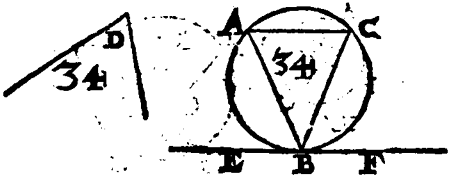
q prop. 4. 1.
r cor. prop. 15. 3
s prop. 32. 3.

Propos. 34. Probl. 6.

A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ESto datus circulus A B C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem à circulo A B C portionem auferre, quę capiat angulum, angulo D æqualem. Ducatur E F tangens circulum in B. a Constitua-

a prop. 23. 1.

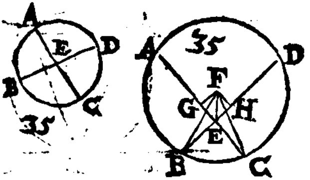


tuaturq; ad B rectæ E F angulus F B C æqualis angulo D. Cum ergo circulũ A B C tangat recta E F, & à tactu B ducta sit B C, *b* erit angulus F B C æqualis angulo B A C in alterna portione B A C constituto: sed angulus F B C æqualis est angulo D: erit igitur & B A C in alterna sectione eidem angulo D æqualis. à dato ergo circulo A B C ablata est portio B A C capiens angulum æqualem dato angulo D, quod oportebat facere. b *prop.32.3*

Propos. 35. Theor. 29.

Si in circulo duæ rectæ se inuicem secẽt, erit rectangulum portionibus unius contentum, æquale portionibus alterius contento.

SEcent in circulo A B C D se inuicem duæ rectæ A C, B D in E. Dico rectangulum A E, E C contentum, æquale esse D E, E B contento. Si igitur A C, B D per cen-



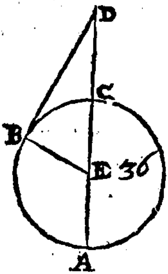
centrum transeant, perspicuum est cum A E, E C: D E, E B æquales sint; etiam A E, E C contentum, æquale esse, D E, E B contento. Quod si per centrum nõ transeant: accipiatur centrum F, ab eoque ad rectas
a prop. 12. 1. A C, D B *a* ducantur perpendiculares F G, F H, iunganturq; F B, F C, F E. Et quia recta quædam G F per centrum ducta, rectã quandam A C non per centrum ductam
b prop. 3. 3. ad angulos rectos secat, & *b* bifariam illam secabit: æquales ergo sunt A G, G C. Cum igitur recta A C in G æqualiter, in E inæ-
c prop. 5. 2. qualiter secta sit; *c* erit quod A E, E C continetur rectangulũ, cum quadrato quod ex E G æquale quadrato quod ex G C, si cõmune, quod ex G F, addatur, erit quod A E, E C continetur, cum illis, quæ ex G E, G F quadratis, æquale illis, quæ ex C G,
d prop. 47. 1 G F. *d* Sed illis, quæ ex C G, G F æquale est, quod ex F C: illis verò, quæ ex G E, G F, æquale est, quod ex F E: ergo quod A E, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale

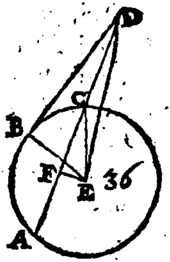
æquale est ei, quod ex F C (æqualis autem est F C ipsi F B) ergo quod A E, E C continetur, cum illo quod ex E F, æquale est ei, quod ex F B. Ob eandem causam erit quod D E, E B continetur, cum illo quod ex F E æquale ei quod ex F B. ostensum est autem & id, quod A E, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale esse ei, quod ex F B: ergo quod A E, E C continetur cum illo quod ex F E, æquale est illi quod D E, E B continetur, cum illo quod ex F E quadrato; commune, quod ex F E, auferatur; & erit reliquum A E, E C contentum, æquale reliquo D E, E B contento. Si ergo in circulo, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 36. Theor. 30.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ lineæ cadant, quarum una circulum secet, altera tangat, rectangulum tota secante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuam peripheriam est, erit æquale tangentis quadrato.

Extra circulum A B C sumatur quodvis punctum D, ab eoq; ad circulum





cadant duæ rectæ D C A, D B; quarum D C A circulum secet, D B tangat. Dico rectangulum A D, C D contentum, æquale esse quadrato, quod fit ex DB. Trãsit autem D C A per centrum, aut non. Transeat primo per centrum quod sit E.

a prop. 18. 3 Ducta ergo E B, *a* erit angulus E B D rectus. Et quia recta A C bisecatur in E, eiq; *b prop. 6. 2.* apposita est, in directum C D; *b* erit quod A D, D C continetur: cum eo, quod ex E C æquale ei, quod ex E D; est vero E C æqualis ipsi EB: ergo quod AD, DC continetur rectãgulũ, cum quadrato quod ex EB, æquale est ei, quod ex ED, quadrato. *c prop. 47. 1* *c* Est autem quod ex E D æquale illis, quæ ex E B, B D quadratis, quod angulus E B D rectus sit. Ergo quod A D, D C continetur, cum eo quod ex E B; æquale est illis, quæ ex E B, B D; commune, quod

ex

ex EB tollatur. eritque quod AD, DC continetur, æquale ei quod ex Tangente DB quadrato.

Sed iam DCA non transeat per centrum, accipiaturque centrum E, d ab eoq; ad AC perpendicularis ducatur FE, iunganturq; EB, EC, ED; e erit ergo angulus EBD rectus. Et cum recta quædam EF per centrum ducta, rectam quandam AC non per centrum ductam secet, f ad rectos angulos illam, & bifariam secabit; sunt ergo AF, FC æquales. Et quia recta AC bisecatur in F, eiq; in directum additur CD, g erit quod AD, DC continetur, cum illo quod ex FC, æquale ei quod ex FD: Commune, quod ex FE, addatur, & erit quod AD, DC continetur, cum illis quæ ex FC, FE, æquale illis, quæ ex FD, FE: illis autẽ, quę ex DF, FE, h æquale est, quod ex DE (est enim angulus EFD rectus): illis verò, quæ ex CF, FE, æquale est, quod ex CE. Ergo quod AD, DC continetur cum illo quod ex EC, æquale est ei, quod ex ED, i est autem EC æqualis ipsi EB: Ergo quod AD, DC continetur, cum illo quod ex EB, æquale est ei, quod ex ED: ei autem quod ex k ED æqualia sunt quæ ex EB, BD, cum angulus

d prop. 1. 3.

e prop. 18. 3.

f prop. 3. 3.

g prop. 6. 2.

h prop. 47. 1.

i def. 15. 1.

k prop. 47. 1

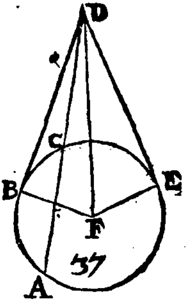
EBD sit rectus: ergo quod AD, DC continetur cum eo quod ex EB, æquale est illis, quæ ex EB, BD; Commune, quod ex EB tollatur, & erit quod AD, DC continetur rectangulum, æquale quadrato ex tangentis DB. Si ergo extra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 37. Theor. 31.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoque in circulum duæ rectæ cadant; quarum vna circulum secet; altera incidat; sit autem quod tota secante, & ea parte, quæ inter punctum & curuam peripheriam est, continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit ab incidente, tanget incidens circulum.

SVmatur extra circulum ABC punctum D, ab eoque in circulum cadant duę rectę DCA, DB; quarum DCA secet, DB incidat circulo. Sit autem quod AD, DC continetur rectangulum, ęquale quadrato quod fit ex DB. Dico DB circulum tangere. a Ducatur enim DE circulum tangens, sumptoq; centro F, iungan-

a prop. 17. 3.



gantur FE, FB, FD, *b* & erit angulus F E D rectus. Et quia D E tangit, D C A secat circulum; *c* erit quod A D, D C continetur æquale ei quod ex D E; ponitur autẽ & quod A D, D C continetur, æquale ei quod ex D B. ergo quod ex D E æquale est ei, quod ex D B; æquales sunt ergo D E, D B; *d* sunt verò & F E, F B æquales: duæ igitur D E, E F, duabus D B, B F æquales sunt; & basis F D communis; *e* angulus ergo D E F æqualis est angulo D B F: est autem D E F rectus; ergo & D B F rectus est. Et F B, si producatur, est diametrus, *f* quæ autem diametro ad angulos rectos ducitur ab extremitate, circulum tangit, Idem demonstrabitur pari modo si centrum sit in A C. Si ergo extra circulum, &c. quod oportuit demonstrare.

b prop.18.3
c prop.36.3
d def.15.1
e prop.8.1
f cor.prop. 16.3.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

Definitiones.

1. Figura rectilinea figuræ rectilineæ inscribi dicitur, cum singuli inscriptæ anguli, singula latera eius, cui inscribitur, tangunt.
2. Similiter figura figuræ circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ, singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangunt.
3. Figura rectilinea circulo inscribi dicitur; cum singuli anguli inscriptæ tãgunt pheriperiam circuli. *Ita prop. 2. triangulum ABC; sexta quadratum ABCD circulo inscriptum vides.*
4. Figura rectilinea circulo circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ circuli peripheriam tangũt. *Ita prop. 4. triangulum ABC; octaua qua-*

quadratum A B C D circulo circumscriptum cernis.

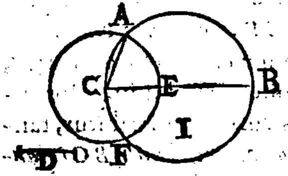
5. Circulus similiter figuræ inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera eius, cui inscribitur, tangit. *Ita prop. 4. circulum E F G triangulo A B C, octaua circulum E F H K quadrato, A B C D inscriptum vides.*

6 Circulus figuræ circumscribi dicitur, cum peripheria circuli singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangit. *Ita prop. 2. circulum A B C triangulo, sexta circulum A B C D quadrato circumscriptum vides.*

7. Recta linea in circulo aptari dicitur, cum eius termini in circuli peripheria fuerint.

Propositio I. Problema I.

In dato circulo, data recta linea, quæ diametro circuli maior non sit, æqualem rectam lineam aptare.



Sit datus circulus A B C, data recta, quæ circuli diametro maior non sit, D. Oporteat autem circulo A B C rectam, rectæ D æqualem, aptare. Ducatur diametrus circuli B C. Si ergo B C æqualis est ipsi D, factum est, quod iubebatur. Circulo enim A B C aptata est B C æqualis rectæ datæ. Si autem B C maior est quam D. *a* Fiat C E æqualis ipsi D; & centro C, interuallo C E describatur circulus E A F, ducaturq; C A. Quia ergo C centrum est circuli A E F; *b* erit C A æqualis C E: sed ipsi D æqualis est CE: erit ergo & D æqualis ipsi A C. Dato ergo circulo A B C, Datæ rectæ D non maiori circuli diametro, æqualis C A aptata est. Quod oportuit facere.

a prop. 3. 1.

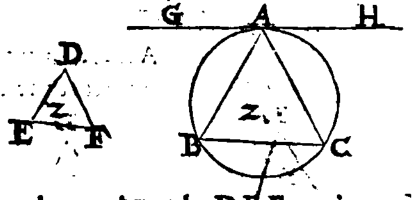
b def. 15. 1.

Pro-

Propositio 2. Probl. 2.

Dato circulo triangulum dato triangulo æquiangulum inscribere.

SIt circulus datus ABC, triangulum datum D E F; oporteatque circulo ABC



triangulum, triangulo D E F æquiangulum inscribere. Ducatur G A H tangens circulum A B C in A; *a* constituaturque ad A rectæ G A H, angulus H A C æqualis angulo D E F, & G A B æqualis DFE; ducaturque B C. Quia ergo circulū ABC tangit recta G A H, & à tactu ducta est A C, *b* erit angulus H A C æqualis angulo ABC in alterna portione: sed HAC est æqualis D E F angulo; erit ergo & A B C æqualis eidem D E F. Eadem ratione erit angulus A C B angulo DFE æqualis, *c* reliquus ergo B A C æqualis erit reliquo E D F. Est ergo triangulum A B C triangulo D E F æquiangulum, & inscriptum

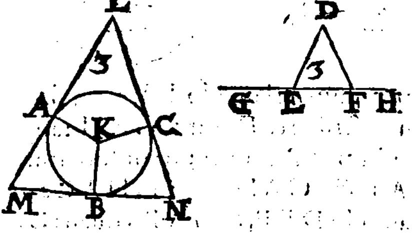
a prop.23.1.
b prop.32.3.
c prop.32.1.

ptum est circulo A B C. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 3. Probl. 3.

Circa datum circulum dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

ESto datus circulus A B C, datum triangulum D E F. oporteatque circa



A B C circulum triangulo D E F æquiangulum triangulum describere. Producatur vtrinque E F in G & H, sumaturque centrum K circuli A B C, & ducatur recta K B vt libet; & *a* constituatur ad K rectæ K B angulo D E G æqualis B K A; angulo verò D F H æqualis B K C, perque puncta A, B, C *b* ducantur tangentes circulum L A M, M B N, N C L. Et quia L M, M N, N L tangunt circulum in A, B, C; & à centro

a prop. 23. 1.

b prop. 17. 3.

tro K ad puncta A, B, C ductæ sunt K A, KB, K C: c recti igitur erunt anguli ad A, B, C puncta. Et quia quadrilateri AMBK quatuor anguli æquales sunt quatuor rectis; *diuiditur enim quadrilaterũ AMKB in duo triangula K A M, KB M, quorum anguli K A M, KBM recti sunt; reliqui ergo A KB, A M B duobus rectis æquales erunt: d Sunt verò & D E G, D E F duobus rectis æquales: ergo A K B, A M B anguli æquales sunt angulis D E G, D E F. quorum A K B, D E G æquales cum sint; erunt & reliqui A M B, DEF æquales. Pari modo demonstrabitur angulum LNM angulo D F E æqualem esse: reliquus ergo M L N reliquo E D F æqualis erit. æquiangulum ergo est triangulum L M N triangulo D E F, & descriptum est circa circulum A B C. Ergo circa datum circulum, &c. Quod oportuit facere.

c prop. 18. 3.

* Si intelligatur ducta linea K M.

d prop. 13. 1.

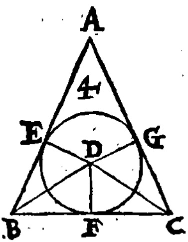
Propositio 4. Probl. 4.

In dato triangulo circulum describere.

SIt datum triangulum A B C, in quo oporteat circulum describere. a bisecentur anguli A B C, B C A rectis B D, C D,

a prop. 9. 1.

b prop. 12. 1. CD, quæ in D puncto concurrant, *b* ducanturque ex D ad rectas AB, BC, CA perpendiculares DE, DF, DG. Et quia anguli ABD, CBD æquales sunt (est enim ABC bisectus) anguli verò BED, BFD recti, habebunt duo triangula EBD, DBF duos angulos duobus angulis, & vnum latus vni lateri æquale, nempe commune BD, *c* habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia; vnde DE, DF æquales erunt: Eandem ob causam DG, DF æquales erunt. Circulus ergo centro D, interuallo vno punctorum E, F, G descriptus, transibit etiam per alia puncta, tangetque rectas AB, BC, CA quod anguli ad E, F, G recti sint. Si enim ipsas secaret, caderet, quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur, intra circulum; *d* quod est absurdum. Non ergo circulus centro D, interuallo vna harum DE, DF, DG descriptus secat rectas AB, BC, CA; ergo eas tanget; estque circulus in triangulo ABC descriptus. In dato ergo triangulo, &c. Quod oportuit facere.



c prop. 26. 1.

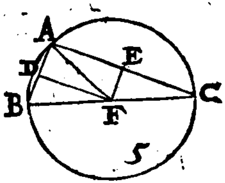
d prop. 16. 3.

Pro-

Propositio 5. Probl. 5.

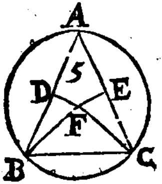
Circa datum triangulum circulum describere.

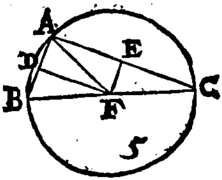
Esto datũ triangulũ ABC, circa q̃ opor teat circulũ describere. bisecẽtur AB, AC in D & E; atque à punctis D, E ducantur ad AB, AC ad angulos rectos DF,



EF, quæ concurrent aut in triangulo ABC, aut in recta BC, aut extra triangulum. Concurrant primò intra triangulum in F, ducanturq; BF, FC, * FA. Et quia ** F A in 1. fig. omissa est.* AD, DB æquales sunt, communis & ad angulos rectos DF, a erunt & bases AF, *a prop. 4. 1.* FB æquales. Similiter demonstrabimus CF, AF æquales esse: quare & FB, FC æquales erunt. Tres ergo FA, FB, FC æqua-

æquales sunt. Circulus ergo centro F interuallo vna ipsarum FA, FB, FC descriptus transibit & per reliqua puncta, eritque circulus circa ABC triangulum descriptus. Concurrant iam DF, EF in recta BC in F, vt in secunda descriptione,





iungaturque AF. Similiter demõstrabimus punctum F centrum esse circuli circa triangulum ABC descripti. Cõcurrant demum DF, EF extra triangulum ABC in F, vt tertia habet descriptio, & iungantur AF, FB, FC. Cumque AD, DB æquales sint, communis, & ad angulos rectos DF, *b* erunt & bases AF, BF æquales. Similiter demonstrabimus & CF ipsi FA æqualem esse: quare & BF æqualis erit FC. Rursus ergo circulus centro F interuallo vna harum FA, FB, FC, descriptus

b prop. 4.1.

ptus

ptus transibit etiam per reliqua puncta, estque circa A B C triangulum descriptus. Quod facere oportuit.

Corollarium.

Vnde perspicuum est, quando centrum circuli in triangulum cadit, angulũ B A C in maiore portione semicirculo existentem recto minorem esse. quando verò centrum in B C cadit, in semicirculo existentem, rectum: quando denique centrum extra B C cadit, in minore portione semicirculo existentem, maiorem recto. Vnde quando datus angulus minor est recto, intra triangulum cadunt rectæ D F, E F; quando rectus, in B C; quando maior recto, extra B C; quod oportuit demonstrare.

Propositio 6. Probl. 6.

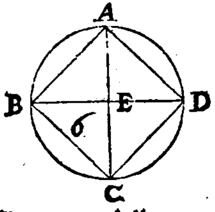
In dato circulo qudaratum describere.

SIt in dato circulo A B C D quadratum describendum. a ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, iunganturque a *prop. 11. 4*

que

que A B, B C, C D, D A. Cum ergo B E, E D sint æquales, quippe ex centro E, cõmunis & ad angulos rectos E A; *b* erit & basis A B basi A D æqualis. Eadem ratione vtraque ipsarũ B C, C D, vtriq; A B, A D est æqualis. Est Ergo quadrilaterum A B C D æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum recta B D diametrus sit circuli A B C D; *c* erit B A D semicirculus; rectus est ergo angulus B A D. Ob eandem causam quilibet angulorum A B C, B C D, C D A rectus est; rectangulum ergo est quadrilaterum A B C D. Ostensum est autem & æquilaterum; *d* quadratum ergo est: & est circulo inscriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

b *prop.4.1.*



c *prop.31.3.*

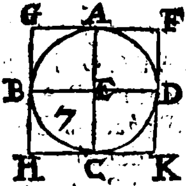
d *def.27.1.*

Propositio 7. Probl. 7.

Circa datum circulum quadratum describere.

SIt circa datum circulum A B C D quadratem describendum. Ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, & per pun-

puncta A, B, C, D ducantur tangentes circulum F G, G H, H K, K F. Cum ergo



F G tangat circulum, & à centro E ad tactũ A ducta sit E A; *a* erũt anguli ad A recti. Eadẽ de causa *a* erunt & anguli ad B, C, D recti, cumque anguli A E B, E B G recti sint, *b* erunt G H, A C parallelæ. Eadem de causa erunt A C, F K parallelæ; Similiter demonstrabimus, quod G F, H K sint ipsi B E D parallelæ: Sunt ergo G K, G C, A K, F B, B K parallelogramma. *c* vnde æqualis est G F ipsi H K; & G H ipsi F K. *d* & quia A C, B D æquales sunt. Atque A C vtrique G H, F K; & B D vtrique G F, H K est æqualis; ergo vtraque G H, F K, vtrique G F, H K est æqualis. Est igitur F G H K quadrilaterum æquilaterũ; dico quod & rectangulum. Cum enim G B E A sit parallelogrammum, sitq; angulus A E B rectus, *e* erit & A G B rectus. Similiter demonstrabimus quod anguli ad H, K, F recti sint; est ergo F G H K rectangulum quadrilaterum, ostensum est autẽ & æquilaterum, *f* quadratum ergo est, & est circa A B C D circulũ descriptum: ergo

a prop. 18. 3.
b prop. 28. 1.
c prop. 34. 1.
d def. 15. 1.
e prop. 34. 1.
f def. 27. 1.

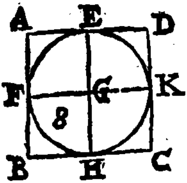
circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 8. Probl. 8.

In dato quadrato circulum describere.

SIt in dato quadrato A B C D circulus describendus. a Bisecentur A B, A D in F, E; b ac per E quidem ducatur alterutri A B, C D parallela E H: per F verò alterutri A D, B C parallela F F. Sunt ergo A K, K B, A H, H D, A G, G C, B G, G D parallelogramma, c ideoque latera opposita æqualia. Et quia A D, A B æquales sunt, erunt & semisses earum A E, A F æquales: d quare & oppositæ illis F G, G E æquales erunt. Similiter demonstrabimus vtramq; G H, G K vtrique F G, G E æqualem esse. Sunt igitur quatuor G E, G F, G H, G K æquales. Circulus igitur centro G, interuallo vna harum G E, G F, G H, G K descriptus, transibit & per reliqua puncta: sed & tangit rectas A B, B C, C D, D A, quod anguli ad E, F, H, K recti sint. Si enim circulus ipsas A B, B C, C D, D A secaret, caderet quæ ab extremitate diametri

a prop. 10. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 34. 1.
d prop. 34. 1.

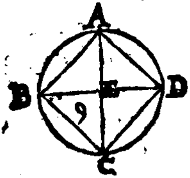


tri ad angulos rectos ducitur; in circulum, e quod est absurdum; Non ergo circulus centro G, & interuallo vna harum G E, G F, G H, G K descriptus secat rectas A B, B C, C D, D A: tangit ergo: & est quadrato A B C D inscriptus. In dato ergo quadrato, &c. Quod oportuit facere. e prop.16.3.

Propositio 9. Probl. 9.

Circa datum quadratum circulum describere.

SIt circa datum quadratum A B C D circulus describendus: ductæ rectæ A C, B D se in E secent.



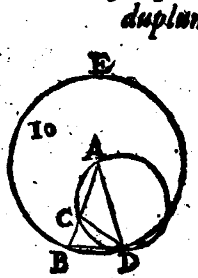
Et quia D A, A B æquales sunt, A C communis, erunt duę D A, A C, duabus B A, A C æquales: sed & bases D C, B C a æquales sunt: b erunt ergo & anguli D A C, B A C æquales: angulus ergo D A B rectâ A C bisecatur. Similiter demonstrabimus quemlibet horum A B C, B C D, C D A rectis A C, D B bisecari. Et cum anguli D A B, A B C æquales sint; sintque E A B, E B A eorum dimidij, c erunt & ipsi æquales: c ax. 7.

a def. 27. b prop. 8. 1.

quare & latera E A, E B æqualia erunt. Similiter demonstrabimus vtramque rectarum E C, E D, vtrique E A, E B æqualem esse. Quatuor ergo E A, E B, E C, E D æquales sunt. Igitur circulus centro E, interuallo vna harum E A, E B descriptus, transibit & per reliqua puncta, est igitur circa A B C D quadratum descriptum. Ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 10. Probl. 10.

Triangulum isoscele cõstituere, habens vtrumque qui ad basim angulum duplum reliqui.



a prop. 11. 2. E Xponatur recta quędã AB, a quę in C sic secetur, vt AB, BC contentum æquale sit quadrato ex CA descripto. Igitur centro A, interuallo AB describatur

b prop. 1. 4. circulus B D E, b eique aptetur recta B D
c prop. 5. 4. æqualis ipsi A C; & ductis D A, D C, c describatur circa triangulum ACD circulus ACD. Et cum quod AB, BC continetur æquale sit ei, quod ex AC quadrato, sitque

AC

AC ipsi BD æqualis; erit & quod AB, BC continetur æquale ei, quod ex BD. Cum igitur extra circulum ACD acceptum sit punctum B, ab eoq; ad circulum ACD cadant duæ rectæ BCA, BD, quarum vna circulum secat, altera ei incidit, sitque quod AB, BC continetur æquale ei quod ex BD, *d* tanget BD circulum ACD; cumque BD circulum ACD tangat, à tactu autem D ducta sit DC, *e* erit angulus BDC angulo DAC in alterna circuli portione consistenti æqualis. Cum ergo anguli BDC, DAC sint æquales, si cōmunis CDA addatur, erit totus BDA duobus CDA, DAC æqualis: *f* sed duobus CDA, DAC æqualis est externus BCD: ergo BDA æqualis erit ipsi BCD: sed ipsi BDA æqualis est CBD, cum & *g* latera AD, AB sint æqualia: quare & DBA, BCD æquales erunt: tres ergo BDA, DBA, BCD sunt æquales: & cum anguli DBC, BCD æquales sint, erunt & latera BD, DC æqualia; sed BD ipsi CA ponitur æquale; sunt ergo & AC, CD æqualia: vnde & anguli CDA, DAC æquales erunt: ergo anguli CDA, DAC dupli sunt anguli DAC; est verò & BCD æqualis duobus CDA, DAC;

d *prop.37.3.*

e *prop.32.3.*

f *prop.32.1.*

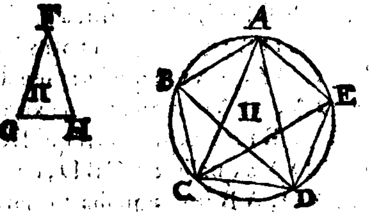
g *Def.15.1.*

ergo BCD duplus est ipsius DAC: Et cum vterque BDA, DBA angulo BCD sit æqualis, duplus erit vterque reliquo DAB. Triangulum ergo isosceles, &c. Quod oportuit facere.

Propositio II. Probl. II.

Dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere.

SIt in dato circulo ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum describendum.



Exponatur triangulum isosceles duplum habens vtrumq; angulum ad G, H, eius qui est ad F; & *a* inscribatur circulo ABCDE triangulum ACD æquiangulum triangulo FGH; ita vt angulo F æqualis sit angulus CAD; angulis G, H anguli ACD, CDA. Et quia vterque ACD, CDA duplus est anguli CAD, *b* bisecentur rectis CE, DB, iungan-

a prop. 2. 4.

b prop. 9. 1.

ganturque A B, B C, C D, D E, E A. Cum itaque vterque angulorum A C D, C D A duplus sit anguli C A D, bisectique sint rectis C E, D B, erunt quinq; anguli D A C, A C E, E C D, C D B, B D A æquales inter se: *c* Et cum æquales anguli æqualibus peripheriis insistant, erunt quinque peripheriæ A B, B C, C D, D E, E A æquales: *d* sed æquales peripherias æquales rectæ subtendunt; sunt ergo hæ quinque rectæ A B, B C, C D, D E, E A æquales; est ergo pentagonum A B C D E æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Quia A B, D E peripheriæ æquales sunt, si communis B C D addatur, erunt totæ A B C D, E D C B æquales; & insistit peripheriæ A B C D angulus A E D; peripheriæ vero B C D E angulus B A E; *e* sunt ergo A E D, B A E anguli æquales. Eadem de causa, quilibet angulorum A B C, B C D, C D E vtrique A E D, B A E æqualis erit: est ergo pentagonum A B C D E æquiangulum; demonstratum autem est, quod & æquilaterum. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

c prop. 26. 3

d prop. 29. 3

e prop. 29. 3

Propositio 12, Probl. 12.

Circa datum circulum pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

a 11.prop.4. OPorteat circa circulum ABCDE pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Cogitentur angulorum pentagoni inscripti puncta A,B,C,D,E ita vt peripheriæ, AB, BC, CD, DE, EA

a prop.17.3. æquales sint, a ducanturque per A, B, C, D, E rectæ GH, HK, KL, LM, MG tangentes circulum, & accipiatur centrū circuli F, junganturque FB, FK, FC, FL, FD. Cum itaque KL recta circulum in C tangat, & ab F ad contactum C ducta sit FC, b erit ipsa ad KL perpendicularis; b prop.18.3. vterque ergo angulus ad C est rectus. Eandem ob causam recti sunt anguli ad B, D; c prop.47.1 & cum angulus FCK rectus sit, c erit quod ex FK æquale illis, quæ ex FC, CK quadratis. Eadem de causa, erunt quæ ex FB, BK æqualia illi, quod ex FK: sunt ergo quæ ex FC, CK æqualia illis,

quæ

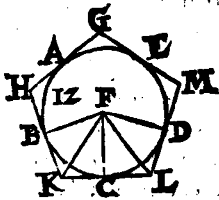
quæ ex B F, B K; quorum quod ex F C æquale* est ei, quod ex F B: erit igitur & reliquum quod ex C K æquale reliquo, quod ex B K: sunt ergo B K, C K æquales. Et quia F B, F C æquales sunt, communis F K, erunt duæ B F, F K duabus C F, F K æquales, & basis B K basi C K æqualis; *d* ergo & angulus B F K æqualis erit angulo K F C: & angulus B K F, angulo F K C; est ergo angulus B F C duplus anguli K F C; & B K C duplus anguli F K C. Ob eandem causam erit & C F D duplus ipsius C F L: & C L D duplus ipsius C L F. Cumq; peripheriæ B C, C D æquales sint, *e* erunt & anguli B F C, C F D æquales; estque B F C ipsius K F C duplus, D F C verò duplus ipsius L F C: æquales ergo sunt K F C, C F L. *f* duo ergo triangula F K C, F L C duos angulos duobus habētia æquales alterum, alteri, & latus vnum vni lateri F C vtrique commune; habebunt & reliqua latera reliquis æqualia, angulumque reliquum reliquo. Sunt igitur tam rectæ K C, C L, quam anguli F K C, F L C æquales, cumque K C æqualis sit C L, dupla erit K L ipsius K C. Eadem de causa demonstrabitur H K dupla ipsius B K; & cum demonstratum sit B K æqualis K C, sitq; K L du-

* *quia F B, F C sunt æquales, quippe ex centro ad peripheriam.*

d prop. 8. 1.

e prop. 27. 3

f prop. 26. 1.



g an. 6.

pla ipsius K C, & H K dupla ipsius B K; g erit & H K ipsi KL æqualis. Similiter demóstrabitur qualibet ipsarum G H, G M, M L vtriq; H K, K L equalis: est ergo pentagonum G H K L M æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum enim anguli F K C, F L C æquales sint, ostensusque sit H K L duplus ipsius F K C: & ipsius F L C duplus K L M; erit & H K L ipsi K L M æqualis. Similiter demonstrabitur quilibet ipsorum K H G, H G M, G M L vtrique H K L, K L M æqualis. Quinque ergo anguli G H K, H K L, K L M, L M G, M G H sunt æquales; æquiangulum ergo est pentagonum. Ostensum autem est & æquilaterum, & est descriptum circa circulum A B C D E. quod oportebat facere.

Propos. 13. Probl. 13.

Dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inscribere.

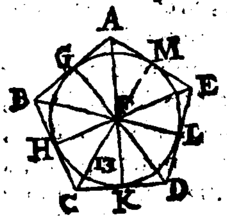
OPorteat dato pentagono æquilatero & æquiangulo A B C D E circulum inscribere, a bisecetur vterq; angulorum B C D.

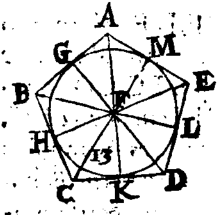
a prop. 9. 1.

BCD, CDE rectis CF, DF; & à puncto F, in quo CF, DF, concurrunt, ducantur rectæ FB, FA, FE. & quia BC, CD æquales sunt, communis CF, erunt duæ BC, CF duabus DC, CF æquales, & angulus BCF angulo DCF æqualis: b ergo & basis BF, basi DF æqualis erit, & triangulum BFC triangulo DCF, reliquiq; anguli reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Sunt igitur anguli CBF, CDF æquales. Et cum angulus CDE duplus sit anguli CDF; æquales autẽ & CDE, ABC; & CDF, CBF; erit & CBA duplus ipsius CBF: æquales ergo sunt ABF, FBC: bisecatur ergo angulus ABC recta BF. Similiter demonstratur quemlibet angulorum BAE, AED rectis FA, FE bisecari. c Ducantur enim ab F ad AB, BC, CD, DE, EA rectæ perpendiculares FG, FH, FK, FL, FM. Quia ergo anguli HCF, KCF æquales sunt; FHC rectus, æqualis recto FKC; erunt duo triangula FHC, FKC duos angulos duobus æquales habentia vnumque latus vni, FC latus

b prop. 4. 1.

c prop. 12. 1.





latus commune, & vni æqualium angulorũ subtẽsum, d habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia: sunt ergo perpẽdiculares F H, F K æquales. pari modo demonstratur quælibet harum F L, F M, F G vtriq; F H, F K æqualis. quinq; ergo rectæ F G, F H, F K, F L, F M æquales sunt, circulus ergo centro F, interuallo vna harum F G, F H, F K, F L, F M descriptus, transibit & per reliqua puncta, tangetq; rectas A B, B C, C D, D E, E A, eo quod anguli ad G, H, K, L, M recti sint. Quod si illas non tangat, sed secet; cadet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur intra circulum, e quod absurdum esse ostensum est; non ergo circulus centro F, interuallo F G, F H, F K, F L, F M descriptus secat rectas A B, B C, C D, D E, E A; ergo tanget. dato ergo pentagono, quod oportuit facere.

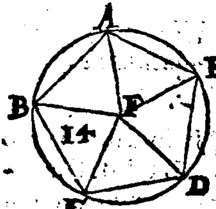
d prop. 26.1

e prop. 16.1.

Pro-

Propoſ. 14. Probl. 14.

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum deſcribere.



OPorteat circa datum pentagonum æquilaterũ & æquiangulum A B C D E circulum deſcribere. *a* Biſecetur vterq; angulorum B C D, C D E rectis C F; F D; & ab F puncto in quo rectæ concurrunt ad B, A, E ducãtur rectæ F B, F A, F E. Similiter ergo, vt in præcedente, demonſtrabitur quemlibet angulorũ C B A, B A E, A E D, rectis B F, F A, F E biſecari. Et quia anguli B C D, C D E æquales ſunt, eſtque F C D dimidius ipſius B C D, & C D F dimidius ipſius C D E; erunt F C D, F D C æquales, *b* quare & latera F C, F D æqualia erunt. Similiter demõſtrabitur, quamlibet ipſarum F B, F A, F E, vtrilibet F C, F D æqualem eſſe. Quinque ergo F A, F B, F C, F D, F E æquales ſunt. circulus igitur centro F; interuallo vna harum

a prop. 9. 1.

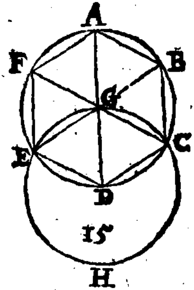
b prop. 6. 1.

F A,

F A, F B, F C, F D, F E descriptus, transibit & per reliqua puncta; eritq; circa pentagonum A B C D E descriptus. Circa datum ergo, &c. Quod facere oportebat.

Propos. 15. Probl. 15.

In dato circulo hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



SIt in dato circulo A B C D E F hexagonum æquilaterum & æquiangulum describendum. Ducta diametro A D, sumatur centrum G, atq; centro D, interuallo D G describatur circulus E G C H; & ductæ E G, C G producantur ad B, F, iunganturque A B, B C, C D, D E, E F, F A. Dico A B C D E F hexagonum æquilaterum & æquiangulum esse. Cum enim G centrum sit circuli A B C D E F, erunt G E, G D æquales. Et cum D centrum sit circuli E G C H, erunt & D E, D G æquales. Sed G E ostensa est æqualis ipsi D G; a erit ergo

a ax. 1.

ergo & G E æqualis ipsi E D: triangulum ergo E G D æquilaterum est, & tres anguli eius E G D, G D E, D E G æquales, cum isoscelium triangulorum anguli ad basim æquales sint. Et quia tres anguli trianguli duobus rectis ęquales sunt, erit angulus E G D tertia pars duorum rectorũ. Similiter demonstratur D G C tertia pars esse duorum rectorum. & cum recta C G super E B consistens *c* angulos deinceps, E G C, C G B duobus rectis æquales faciat; erit & reliquus C G B tertia pars duorum rectorum. sunt igitur anguli E G D, D G C, C G B inuicem æquales; *d* erunt igitur & qui ad verticem B G A, A G F, F G E æquales, *e* æquales autem anguli æqualibus peripheriis insistunt: peripheriæ ergo A B, B C, C D, D E, E F, F A sunt æquales, *f* æqualibus autem peripheriis æquales rectæ lineæ subtenduntur: sex igitur rectæ æquales sunt; ideoque hexagonum A B C D E F æquilaterum est. Dico quod & æquiangulum. Cum enim peripheriæ A F, E D æquales sint: si communis A B C D, addatur, erunt totæ F A B C D, E D C B A æquales: *g* Sed peripheria F A B C D insistit angulus F E D; peripherię verò E D C B A, angulus A F E; sunt ergo

b prop. 32. 1.
c prop. 13. 1.
d prop. 15. 1.
e prop. 26. 3.
f prop. 29. 3.
g def. 9. 3.

ergo anguli A F E, D E F æquales. Similiter demonſtrabitur reliquos hexagoni ABCDEF angulos, vtriq; AFE, FED æquales eſſe. Eſt ergo hexagonũ ABCDEF æquiangulum: oſtenſum eſt autem & æquilaterum, & eſt in circulo deſcriptum. Jn dato ergo circulo, &c. Quod oportebat facere.

Corollarium.

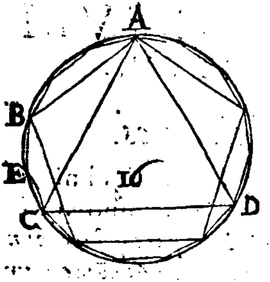
Ex his manifeſtum eſt latus hexagoni æquale eſſe ei, quæ ex centro circuli. Et ſi per puncta A, B, C, D, E, F *h* tangentes circulum rectæ ducantur, circa circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptum eſſe, vt in illis quę de pentagono dicta ſunt videre licet. Præterea iuxta illa quę de pentagono dicta ſunt, in dato hexagono circulum deſcribemus.

h prop.17.3.

Pro-

Propos. 16. Theor. 16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



OPorteat in dato circulo A B C D quindecagonum æquilaterũ & æquiangulum describere. Describatur in circulo A B C D trianguli æquilateri latus A C pentagoni æquilateri A B. Qualium ergo totus circulus partium est quindecim, talium est A B C peripheria, tertia circuli pars existens, quinque; A B, quinta pars circuli existens, trium; pars ergo B C, duarum; quæ si in E *a* bisecetur, erit quælibet peripheriarum B E, E C decimaquinta pars circuli. Si ergo ductis rectis B E, E C, eis æquales in continuum circulo rectas *b* aptemus, erit quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum descriptum. Quod facere oportuit. *a prop. 30. 3.* *b prop. 1. 4.*

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

1 Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, quando minor metitur maiorem. *Vt, 2. est pars ipsius 6, at non ipsius 7: quia 2. metitur 6; nō metitur 7.*

2 Multiplex est maior minoris, quando minor metitur maiorē. *Vt 6. est multiplex ipsius 2. at 7. ipsius 2. multiplex nō est. Quia 2 metitur 6; non item 7.*

3 Proportio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem, habitudo. *Proportio ergo est inter res eiusdem generis vt inter numeros, lineas, superficies, corpora, &c.*

4 Proportionē inter se habere dicuntur magnitudines, quæ multiplicatę possunt se inuicem superare. *Vnde liquet inter angulum contingentiæ & rectilineum*

nerum quemcumq; proportionem nõ esse. Quia licet prior in infinitũ multiplicetur; nunquã tamen superabit posteriorẽ.

5 In eadẽ proportione dicuntur esse magnitudines, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando ęquè multiplices, primæ & tertiæ, æquè multiplices, secundæ & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, vtraque ab vtraq;, vel æquè deficiũt, vel ęquè æquales sunt, vel ęquè superant, si ordine sumantur. *Vt si horum quatuor numerorum 8. 6. 4. 3. primi & tertij accipiantur æquè multiplices 16. & 8. secũdi & quarti 18. & 9. & collocentur eo ordine, quo numeri, quorum sunt multiplices, hoc nimirum 16. 18. 8. 9. si iam primus minor sit secundo, erit & tertius quarto minor; & si maior; maior, si æqualis, æqualis, si inquam hoc semper contingat dicetur quatuor magnitudines in eadem esse proportione.*

6 Magnitudines quę eandem proportionem habent, proportionales vocantur. *Vt 4. & 2; item 6. & 3. cum habeant eandem proportionem, nempe duplam, dicuntur proportionales.*

7 Quando ęquè multiplicium multiplex primæ superat multiplicem secundæ;

 at

at multiplex tertia non superat multiplicem quartæ; prima ad secundam dicitur habere maiorem proportionem quam tertia ad quartam.

8 Analogia est proportionũ similitudo.

9. Analogia in tribus minimis terminis consistit. *[Vt in his numeris 4.6.9. vt enim est primus ad secũdum, ita secundus ad tertium.*

10 Cum fuerint tres magnitudines proportionales, prima ad tertiam duplicatam proportionem habere dicitur eius, quã habet ad secundam. *Vt cum fuerint proportionales hi tres numeri 2.4.8. erit proportio quam habet 2. ad 8. duplicata eius, quam habet ad 4.*

11 Cum fuerint quatuor magnitudines proportionales prima ad quartã triplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secũdam. Et deinceps semper vna amplius quoad vsq; proportio extiterit. *Vt si sint proportionales hi quatuor numeri 2.4.8.16, erit proportio quam habet 2. ad 16. tripla eius quam habet ad 4.*

12 Homologę, seu similis rationis magnitudines dicuntur esse, antecedentes antecedentibus, consequentes consequentibus.

13 Fer-

13 Permutata ratio, est sumptio antecedẽtis ad antecedentẽ, & consequẽtis ad consequentem. *Demõstratur prop. 16. in qua cum est vt A ad B, ita C ad D, est quoq; permutãdo, vt A ad C; ita B ad D.*

14 Conuersa ratio, est sumptio consequẽtis vt antecedentis ad antecedẽtem, vt ad consequentem. *Vide cor. 4. prop.*

15 Compositio rationis est sumptio antecedentis vnà cum consequente, vt vna, ad consequentem. *Demõstratur prop. 18. in qua cum est vt A B ad E D; ita C F ad F D; est quoq; vt A B ad F D; ita C D ad F D.*

16 Diuisio rationis est sumptio excessus, quo antecedens superat consequentem, ad consequentem: *Demõstratur prop. 17. in qua cum est, vt A B ad B E; ita C D ad D E, est quoque vt A E ad E B: ita C F ad F D.*

17 Conuersio rationis est sumptio antecedẽtis ad excessum, quo antecedens consequentem superat. *Demõstratur prop. 19. in qua cum est vt A B ad C D, ita A E ad C F erit quoque E B ad F D; vt est A B ad C D.*

18 Ex æquali ratio est cum plures fuerint magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quę binæ, & in eadẽ ratione

sumantur, fueritq; vt in primis magnitudinibus prima ad vltimã, ita in secundis prima ad vltimã. Vel est sumptio extremarũ per subtractionẽ mediarũ. *Demõstratur 22. in qua cũ est vt A ad B; ita D ad E; & vt B ad C, ita E ad F; erit ex æquali, vt A ad C, ita D ad F.*

19 Ordinata proportio est, cum fuerit vt antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; vt autem consequens ad aliam quampiam, ita consequens ad aliam quampiam. *In prop. 20. & 23. in primis magnitudinibus antecedens est A, consequẽs B, alia quæpiam C: in secundis antecedens est D, consequens E, alia quæpiam F.*

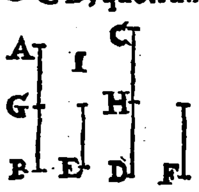
20 Perturbata proportio est, quando tribus existentibus magnitudinibus; & aliis ipsis numero æqualibus, fuerit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem; ita in secundis antecedens ad consequentem. Vt autem in primis consequẽs ad aliam quampiam: ita in secundis alia quæpiam ad antecedentem. *Vt in 21. & 23. prop. in primis tribus magnitudinibus antecedens est A consequens B, alia quæpiam C. In secundis antecedens est E, consequens F, alia quæpiam D.*

Pro-

Propoſ. 1. Theor. 1.

Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum, æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices, quotuplex eſt vna magnitudo vnius totuplices ſunt omnes omnium.

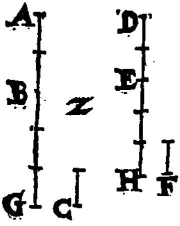
SInt quotcumque magnitudines A B, C D, quotcumque magnitudinum E, F æqualium numero, ſingulæ ſingularum æque multiplices. Dico quam multiplex eſt A B ipſiùs E, tam multiplices eſſe A B, C D ſimul, ipſarum E, F ſimul. Cum enim quam multiplex eſt A B ipſius E, tam multiplex ſit C D ipſius F; erunt in C D tot magnitudines æquales ipſi F; quot ſunt in A B æquales ipſi E. Diuidatur A B in magnitudines A G, G B æquales ipſi E; Et C D in C H, H D æquales ipſi F; eritque multitudo ipſarum A G, G B æqualis multitudini ipſarum C H, H D: cumque A G ipſi E, & C H æquale ſit ipſi F; erunt A G, C H æquales ipſis E, F. Eadem de cauſa erunt G B, H D ipſis E, F æquales: quot



ergo in A B sunt magnitudines æquales ipsi E, tot sunt in A B, C D æquales ipsis E, F. Quæ quam multiplex est A B ipsius E, tam multiplices sunt A B, C D ipsarum E, F. Si ergo fuerint, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 2. Theor. 2.

Si prima secundæ æquè multiplex fuerit, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta secundæ æquè multiplex, atque sexta quartæ; erit & composita ex prima & quinta æquè multiplex secundæ, atque tertia & sexta, quartæ.



Esto prima A B secundę C ęquè multiplex, atque tertia DE quartæ F: sit verò & quinta B G secundæ C æquè multiplex, atq; sexta E H quartæ F. Dico & compositam ex prima & quinta A G secundæ C, æquè multiplicem esse, atque est tertia & sexta D H, quartæ F. Cum enim quam multiplex est A B ipsius C, tam multiplex sit D E ipsius

ipsius F, erunt in DE tot magnitudines æquales ipsi F, quot sunt in AB æquales ipsi C. Eademque de causa quot sunt in BG æquales ipsi C, tot erunt in EH æquales ipsi F: quot ergo sunt in tota AG æquales ipsi C; tot sunt in tota DH æquales ipsi F. Quam multiplex est ergo AG ipsius C, tam multiplex est DH ipsius F. Ergo AG composita ex prima & quinta secundæ C æquè multiplex est, atque tertia & sexta DH quartæ F. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 3. Theor. 3.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ; sumantur autem æquè multiplices primæ & tertiæ; erit ex æquali sumptarum vtraque vtriusque æquè multiplex, altera quidem secundæ; altera autem quartæ.

ESto prima A secundæ B æquè multiplex, atque tertia C quartæ D. & accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices EF, GH. Dico æquè multiplicem esse EF ipsius B, atque est GH ipsius D. Cum enim æque multiplex sit E F ipsius A, atque est G H ipsius C: continebuntur in G H tot magnitudines æquales ipsi C, quot in E F æquales ipsi A. Diuidatur E F in magnitudines E K, K F, æquales ipsi A; & G H in G L, L H æquales ipsi C. Est autem multitudo ipsarum E K, K F æqualis multitudini ipsarum G L, L H. Et quia æque multiplex est A ipsius B, vt C ipsius D; estque E K ipsi A; & G L ipsi C æqualis, erit & E K æquè multiplex ipsius B, vt G L ipsius D. Eadem de causa æquè multiplex est K F ipsius B, vt L H ipsius D. Cum igitur prima E K secundæ B æquè multiplex sit, vt tertia G L quartæ D; sit verò & quinta K F secundæ B æquè multiplex, vt est sexta L H quartæ D; a erit & cõposita ex prima & quinta E F secundæ B æquè multiplex, atque est tertia cum sexta G H quartæ D. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

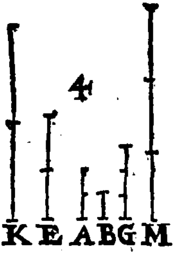
a prop. 2. 5.

Propo-

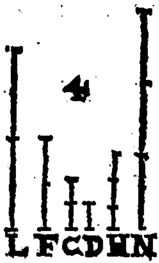
Propositio 4. Theor. 4.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebunt & æquemultiplices primæ & tertiæ ad æquemultiplices secundæ & quartæ, secundam quamuis multiplicationem, eandem proportionem, si, vt inter se respondent, sumptæ fuerint.

Habeat prima A ad secundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Et accipiantur ipsarum A, C æque multiplices E, F; ipsarum verò B, D quæcunque aliæ æque multiplices G, H. Dico vt est E ad G, ita esse F ad H. Accipiantur enim ipsarum E, F æquè multiplices K, L; ipsarum verò G, H æque multiplices M, N. Et quia ita multiplex est E ipsius A, vt F ipsius C: acceptæque sunt ipsarum E, F æque multiplices K, L: a ita ergo multiplex est K ipsius A, vt L ipsius



a prop. 3. h.



ipſius C. Eadem de cauſa ita multiplex eſt M ipſius B, vt N ipſius D. Et quia eſt vt A ad B; ita C ad D, acceptęque ſunt ipſarum A, C ęque multiplices K, L; ipſarum verò B, D alię quęcunque M, N: b def. 5. 5. *b* ergo ſi K ſuperat M, ſuperabit & L ipſam N; & ſi ęqualis, ęqualis; ſi minor, minor; ſuntque K, L ipſarum E, F æque multiplices; M vero & N ſunt ipſarum G, H ęque multiplices: c def. 5. 5. *c* eſt ergo, vt E ad G; ita F ad H. Si ergo prima ad ſecundam, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Lemma.

Quoniam demonſtratum eſt, ſi K ſuperet M, ſuperare & L ipſum N; & ſi ſit æqualis, eſſe æqualem; ſi minor, minorem. Conſtabit etiam, ſi M, ſuperet K, ſuperare & N ipſum L, & ſi ſit æqualis, eſſe æqualem, ſi minor, minorem. atque idcirco erit vt G ad E; ita H ad F.

Corollarium.

Ex hoc manifeſtum eſt, ſi quatuor magnitugnitudines fuerint proportionales, & cõuersim proportionales esse. *Hoc est si est vt A ad B; ita C ad D; esse quoque B ad A, vt D ad C.*

Propositio 5. Theor. 5.

Si magnitudo magnitudinis æque multiplex fuerit, atque ablata ablatæ; & reliqua reliquæ æque multiplex erit atque tota totius.

SIt magnitudo A B magnitudinis C D æque multiplex, atque est ablata A E ablatæ C F. Dico & reliquam E B, reliquę F D æque multiplicem esse, vt est tota A B totius C D. Quotuplex enim est A E ipsius C F, totuplex fiat E B ipsius C G. Et quia æque multiplex est A E ipsius C F, atque E B ipsius C G, *a* erit A E ęque multiplex C F atq; A B ipsius G F; ponitur autem A E ęque multiplex ipsius C F, atque est A B ipsius C D: æquè ergo multiplex est A B vtriusque G F, C D: *b* ęquales ergo sunt G F, C D; Communis C F auferatur, & erit reliqua G C reliquæ D F æqualis. Et cum æque multiplex sit A E ipsius C F, atq; E B ipsius G C, estque G C æqua-

5

a prop. 1. 5.

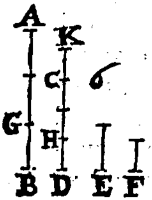
b *Colligitur ex ax. 7.*

æqualis D F. ęque ergo multiplex eſt A E ipſius C F, atque E B ipſius F D, ponitur autem & A E ipſius C F ęque multiplex, vt A B ipſius C D: æque ergo multiplex E B ipſius F D; atque A B ipſius C D; ergo reliqua E B, reliquę F D æque multiplex eſt, atque eſt tota A B totius C D. Si ergo magnitudo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio 6. Theor. 6.

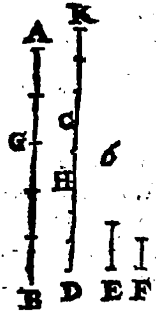
Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè multiplices fuerint, & ablatæ quædam ſint earundem æquè multiplices; erunt reliquæ eiſdem aut æquales, aut æquè multiplices.

Sint duæ magnitudines A B, C D duarum magnitudinum E, F æque multiplices, auferanturq; A G, C H earundem E, F ęque multiplices. Dico reliquas G B, H D ipſis E, F, aut æquales eſſe, aut ęque multiplices. Sit primo G B ipſi E æqualis. Dico & H D ipſi F ęqualē eſſe.



Pona-

Ponatur ipsi F æqualis CK. Cum igitur AG æque multiplex sit ipsius E, atque CH ipsius F; sit verò GB ęqualis ipsi E, & CK ipsi F, a ęque multiplex erit AB ipsius E, atque KH ipsius F. Ponitur autem ęque multiplex AB ipsius E, atque est GD ipsius F: æque ergo multiplex est KH ipsius F, atque CD eiusdem F. Cum ergo vtraque KH, CD ipsius F ęque sit multiplex, b ęqualis erit KH ipsi CD: Communis CH auferatur, & erunt reliquę KC, HD æquales. Sed KC ęqualis est F ergo & HD eidem F ęqualis erit. Est ergo GB ęqualis ipsi E, & HD ipsi F. Similiter demonstrabimus si GB ipsius E fuerit multiplex, ęque multiplicem esse HD ipsius F.



a prop. 1. 5.

b Colligitur ex axiomate 6.

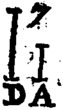
Si ergo duę magnitudines, Quod oportuit demonstrare.

Pro-

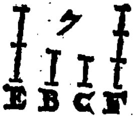
Propositio 7. Theor. 7.

AEquales ad eandem, eandem habent proportionem, & eadem ad æquales.

SInt magnitudines A, B ęquales, & alia quæcunque C. Dico vtramque A, B eandem proportionem habere ad C, & C eandem ad easdem A, B. Accipiantur ipsarum A, B æque multiplices D, E; & alia F ipsius C, vtcunque multiplex. Cum igitur ęque multiplex sit D ipsius A, & E ipsius B; sit verò A æqualis B, *a* erit & D æqualis E; estque alia F vtcunque multiplex ipsius C. Si ergo D maior est ipsa F; erit & E eadem F maior, & si æqualis, ęqualis; si minor, minor; suntq; D, E ipsarũ A, B ęquè multiplices, & ipsius C alia F vtcunque multiplex: est *b* ergo vt A ad C; ita B ad C. Dico & C ad vtramque A, B eandem habere proportionem. Iisdem enim constructis ostendemus D æqualem esse E; & aliam quandam F. Si ergo F maior est D; erit & maior quam E; & si æqualis, æqualis; si minor, minor; estque F ipsius C multiplex;



a Colligitur ex 6.



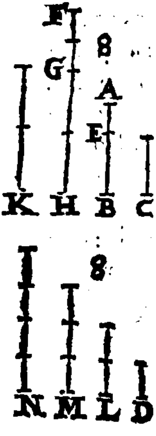
b def. 5. 5.

plex; aliæ verò D, E vtcunque multiplices ipsarum A, B: *c* est ergo vt C ad A, ita C ad B. Si ergo æquales ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare. *c def. 5. 5.*

Propositio 8. Theor. 8.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quam minor; Et eadem ad minorem maiorem habet, quam ad maiorem.

SInt inæquales magnitudines A B, C; sitque A B maior quam C, sit & alia D quæcunque. Dico A B ad D maiorē habere proportionem, quā C ad D; & D ad C maiorem, quam ad A B. Cum enim A B maior sit, quam C; ponatur ipsi C æqualis B E. Itaque minor ipsarum A E, E B *a* multiplicetur, donec maior fiat quam D. Sit primò A E minor quam E B; & multiplicetur A E, donec maior fiat quam D, quæ sit F G, Et quam multiplex est F G *a def. 4. 5.*



ipsius A E, tam multiplex fiat G H ipsius E B, & K ipsius C. Sumatur L ipsius D dupla, M tripla, & ita deinceps vna plus quoad sumpta multiplex ipsius D, fiat primò maior quã K, sumpta sit N quadrupla ipsius D, & primo maior quam K. Cum ergo K primò minor sit quam N; non erit K minor quam M, cumque æque multiplex sit F G ipsius AE, & G H ipsius EB; *b* erit F G æque multiplex ipsius A E, & F H ipsius A B. æque autem multiplex est F G ipsius A E, & K ipsius C. *c* æque ergo multiplex est F H ipsius A B, & K ipsius C: sunt ergo F H, & K æque multiplices ipsarum A B, C. Rursus cum G H ipsius E B æque sit multiplex, vt K ipsius C; sitque E B ipsi C æqualis: *d* erit & G H ipsi K æqualis. At K non est minor M: ergo nec G H minor erit M: maior autem est F G quam D; tota ergo F H vtraq; D, M maior est. Sed vtraq; D, M æqualis est ipsi N, cum M ipsius D sit tripla, vtraque autem M, D ipsius D quadrupla: est vero & N ipsius D quadrupla: ergo vtraq; M, D æquales sunt ipsi N: sed F H ipsis M, D maior est. *e* Ergo F H superat N, & K non superat N. quia ergo F H, & K sunt æque multiplices ipsarum A B, C; At N ipsius D vt-

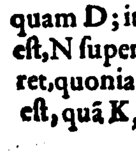
b prop. 1. 5.

c ax. 1.

d Colligitur ex ax. 1.

e def. 7. 5.

D vtcunq; multiplex est, f habebit A B ad D maiorem proportionem quam C ad D. Dico contra D ad C maiorem habere, quā ad A B. ijsdem enim constructis, similiter demonstrabimus N superare K, & non superare F H. Etenim N multiplex est ipsius D: ipsarum vero A B, C vtcunque multiplices sunt F H, K: habet ergo D ad C maiorem proportionem, quam ad A B. Sit iam A E maior quam E B, & minor E B multiplicata fiat maior quàm D, quæ sit G H, multiplex quidē ipsius E B, maior vero quam D. Et quam multiplex est G H ipsius E B, tam multiplex fiat F G ipsius A E, & K ipsius C; similiterq; ostendemus F H, & K ipsarum A B, C æque multiplices esse. Sumatur deinde N multiplex quidem ipsius D; primò autem maior quam F G, vt rursus F G minor non sit quam M; maior verò G H quam D; ita vt tota F H ipsas D, M, hoc est, N superet; K vero ipsam N non superet, quoniam & G F maior quam G H, hoc est, quā K, nō superat N. atq; ita perficie-



f Cum enim sint quatuor magnitudines A B, D, C, D. superetq; multiplex prima F H multiplicē secunda N; at multiplex tertia K non superet multiplicem quarta N, erit maior proportio A B ad D. quam C ad D per def. 7. huius.

mus demonstrationem vt supra. Inæqualium ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

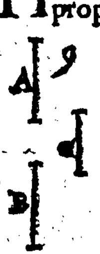
Propositio 9. Theocr. 9.

Quæ ad eandem, eandem habent proportionem, æquales sunt: Et ad quas eadem eandem habet, & illæ sunt æquales.

HAbeat vtraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales, *a* non habebit vtraque A, B ad C eandem proportionem; habet autem; æquales ergo sunt. Habeat deinde C ad A, B eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales; *b* non habebit C ad A, B eandem proportionem. Habet autem æquales ergo sunt. Quæ ergo ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 8. 5.

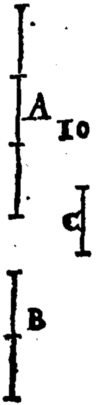
b prop. 8. 5.



-96(o)90-

Propoſitio 10. Theocr. 10.

Ad eandem proportionem habentium, quæ maiorem habet maior eſt; ad quam verò eadem maiorem habet, minor eſt.



HAbeat A ad C maiorem proportionem, quam B. Dico A maiorem eſſe. Si non. aut A eſt æqualis B, aut mi- *a prop.9.5.* nor. non æqualis *a* vtraq; enim A, B eandem haberet proportionem ad C; at non habet; nō ergo B æqualis eſt ipſi A. Non minor. quia ſi minor eſſet A *b prop.8.5.* quam B. *b* haberet A ad C minorem proportionem, quam B; at non habet; non ergo A minor eſt quam B. oſtenſum eſt autem quod neque ſit æqualis. maior eſt ergo A quam B. Habeat rurſus C ad B maiorem proportionem quam ad A; dico B minorem eſſe, quam A. Si non; aut eſt æqualis, aut ma- *c prop.9.5.* ior. Non æqualis, *c* haberet enim C ad A & B eandem proportionem; at non habet; non ergo A æqualis eſt ipſi B. Neque *d prop.8.5.* maior eſt B quam A; *d* haberet enim C ad

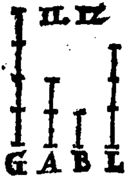
 B mi-

B minorem proportionem quam ad A; at non habet: non ergo B maior est quam A. Ostensum est autem quod neque æqualis. maior ergo est A, quam B. Ad eandem ergo proportioné, &c. Quod oportuit demonstrare.

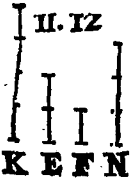
Propositio 11. Theocr.. 11.

Quæ eidem eadem sunt proportiones, & inter se eadem sunt.

SIt vt A ad B, sic C ad D; & vt C ad D, sic E ad F. Dico esse vt A ad B; ita E ad F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices. G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et quia est, vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, C æque multiplices G, H; ipsarum verò B, D vtcunque æque multiplices L, M: a ergo si G excedit L, excedit & H ipsam M, & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Rursus cum sit vt C ad D; ita E ad F, & acceptæ sint ipsarum C, E æque multiplices H, K; ipsa-



a def. 5. 5.



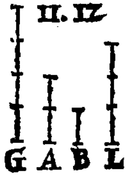
ipſarum verò D, F aliæ vtcunque æque multiplices M, N. b def. 5. 5
b ergo ſi excedit H ipſam M, excedet & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Sed ſi excedit H ipſam M; excedet & G ipſam L; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Quare ſi excedit G ipſam L, excedet & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Et ſunt quidem G, K ipſarum A, E æque multiplices: L, N vero ipſarum B, F ſunt aliæ vtcunque æque multiplices. Eſt c ergo vt A ad B; c def. 5. 5
ita E ad F. Quæ ergo eidem, &c.

Quod demonſtrare oportuit.

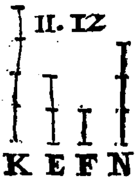
Propositio 12. Theocr. 12.

Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit vt vna antecedētium ad vnam consequentium; ita omnes antecedentes ad omnes consequentes.

SInt quotcunq; magnitudines A, B, C, D, E, F, vt quidem A ad B; ita C ad D, & E ad F. Dico vt est A ad B; ita esse A, C, E ad B, D, F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et cum sit vt A ad B; ita C ad D; & E ad F, acceptæque sint ipsarum quidem A, C, E æque multiplices G, H, K; ipsarum verò B, D, F. alię vtcunq; æque multiplices L, M, N; ergo si aG excedit L, excedet & H ipsā N; & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L; excedent & G, H, K ipsas L, M, N, & si ęqualis, ęquales, si minor, mino-



a def. 5. 5.

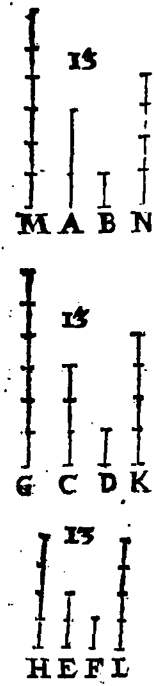


minores; suntque G; & G, H, K ipsarum A, & A, C, E, æquè multiplices; *b* quia si fuerint *b prop.5.1.*
quotcumque magnitudines quotcunq; magnitudinum, æqualium numero singulæ singulorum æquè multiplices, quam multiplex est vna vnius, tam multiplices sunt omnes omnium. Eadem de causa sunt, L, & L, M, N ipsarum B, & B, D, F æque multiplices. Est ergo vt A ad B, ita A, C, E ad B, D, F. Si ergo quodcumque magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 13. Theor. 13.

Si prima ad secundam eandem proportionem habuerit, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad sextam; habebit & prima ad secundam maiorem, quam quinta ad sextam.

PRima A habeat ad secũdam B eandem proportionẽ, quam tertia C ad quartam D. Tertia verò C ad quartam D maiorẽ habeat, quam quinta E ad sextam F.



Dico primam A ad ſecundam B maiorem habere, quam quintã E ad ſextam F. Cum enim C ad D maiorem proportionem habeat, quam E ad F; ſintque ipſarum C, E quędam ęque multiplices; ipſarum verò D, F aliæ quæcumque: ac multiplex quidem ipſius C excedat multiplicem ipſius D; multiplex verò ipſius E non excedat multiplicem ipſius F. Sint ergo ipſarum C, E æquè multiplices G, H: ipſarum D, F aliæ vtcumque K, L, a ſic, vt G quidem K excedat: H verò L non excedat. & quã multiplex eſt G ipſius C, tam multiplex ſit M ipſius A; & quam multiplex eſt K ipſius D, tam multiplex ſit N ipſius B. Et cum ſit vt A ad B; ita C ad D, acceptęq; ſint ipſarum A, C æquè multiplices M, G: ipſarum verò B, D aliæ vtcumque ęquè multiplices N, K, ſi M ſuperat N, & G ſuperabit K; & ſi ęqualis, ęqualis: ſi minor, minor: ſuperat autẽ G ipſam K; ſu-

a def. 7. 5.

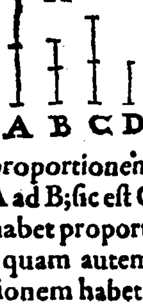
K; *b* superabit ergo & M ipsam N: at H nõ superat L; & sunt M, H ipsarum A, E ęquè multiplices; N vero & L ipsarum B, F vtcumque ęque multiplices sunt: *c* habet ergo A ad B maiorem proportionem, quam E ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare. *b def.5.5i*

Propos. 14. Theor. 14.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & secunda quam quarta maior: & si æqualis, æqualis; si minor, minor.

PRima A ad secundam B eandem habeat proportionem, quam tertia C ad quartam D. & sit A quam C maior. Dico & B quam D maiorẽ esse. Cum enim A quam C maior sit, sitque alia quæcunq; magnitudo B; *a* habebit A ad B maiorẽ proportionem, quam C ad B. Vt autem A ad B; sic est C ad D: ergo C ad D maiorẽ habet proportionem, quam C ad B. Ad *b* quam autem eadem maiorem proportionem habet; illa minor est; minor ergo est D quam B. quare B quam D maior est. *a prop.8.5i* *b prop.8.5i*

14



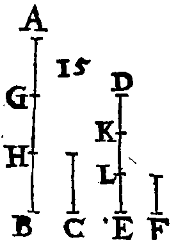
Simi-

Similiter demonstrabimus si A æqualis sit C, & B ipsi D æqualẽ esse: &, si A minor sit quam C, & B minorem esse quam D. Si ergo prima ad secũdam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 15.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem; si vt sibi mutuo respondent, sumantur.

Sint æque multiplices A B ipsius C, & D E ipsius F. Dico esse vt C ad F; ita A B ad D E. Cum enim A B ipsius C ita multiplex sit, vt D E ipsius F, erunt in AB tot magnitudines æquales ipsi C; quot sunt in DE æquales ipsi F. Diuidatur enim A B in magnitudines AG, GH, HB ęquales ipsi C. Et DE in D K, K L, LE æquales ipsi F, eritq; multitudo A G, G H, H B æqualis multitudini D K, K L, L E. Et quia tam AG, GH, HB, quam D K, K L, L E æquales sunt, erit vt A G ad D K; ita G H ad KL, & BH ad LE;



erit

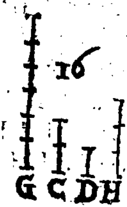
a erit ergo vt vnum antecedentium ad vnum consequentium; ita omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est ergo vt A G ad D K; ita A B ad D E. Est autem A G ipsi C æqualis, & D K ipsi F; ergo vt C ad F; ita A B ad D E. Partes ergo, &c. Quod oportuit demonstrare. a prop.12.5.

Propos. 16. Theor. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt.

Sint quatuor magnitudines proportionales A, B, C, D. Vt A ad B; ita C ad D.

Dico & permutatas proportionales esse: Vt A ad C; ita B ad D. Accipiantur enim ipsarum A, B æque multiplices, E, F; ipsarum C, D aliæ vtcumque G, H. Et quia E, F æque multiplices sunt ipsarum A, B, a habentq; partes eodem modo multiplicium eãdem proportionem inter se cõparatæ, erit vt A ad B; ita E ad F. Vt verò A ad B; ita est C ad D: ergo vt C ad D; ita est E ad F. Rursus cum G, H a prop.15.5.



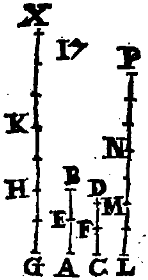
G,H ipsarum C,D sint æque multiplices; b erit vt C ad D, ita G ad H. Vt autem C ad D; ita est E ad F: ergo vt E ad F; ita est G ad H. c Cum autē quatuor magnitudines proportionales fuerint, & prima quā tertia maior fuerit, erit & secūda quā quarta maior; &, si æqualis, æqualis; si minor, minor. Ergo si E superat G, & F superabit H. &, si æqualis, æqualis; si minor, minor. Sunt autem E, F ipsarum A,B, æque multiplices. G, H verò ipsarum C, D vtcumque sunt æque multiplices. d Est ergo vt A ad C: ita B ad D. Si ergo quatuor magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 15. 5
c prop. 14. 5
d def. 5. 5.

Propos. 17. Theor. 17.

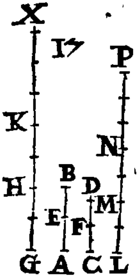
Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, & diuisæ proportionales erunt.

Sint compositæ magnitudines AB, BE. CD, DF proportionales. Vt quidem AB, ad BE; ita CD, ad DF. Dico & diuisas proportionales esse, vt AE ad EB; ita CF ad FD. Accipiantur enim ipsarū AE, EB, CF, FD æque multiplices GH, HK. LM, MN. ipsarū verò EB, FD aliæ vtcūque



que æquè multiplices KX, NP. Et quia æquè multiplex est GH ipsius AE, vt HK ipsius EB; *a* erit GH ipsius AE ęquè multiplex, vt GK ipsius AB. ęque autem multiplex est GH ipsius AE, vt LM ipsius CF: *b* ergo ęque multiplex est GK ipsius AB, vt LM ipsius CF. Rursus quia ęquè multiplex est LM ipsius CF, vt MN ipsius FD; *c* erit LM ipsius CF æquè multiplex, vt LN ipsius CD. æquè autem multiplex erat LM ipsius CF, vt GK ipsius AB: *d* ergo GK æque multiplev est ipsius AB, vt LN ipsius CD. Sunt ergo GK, LN ipsarum AB, CD æquè multiplices. Rursus quia HK ipsius EB æquè multiplex est, vt MN ipsius FD. Est verò & KX ipsius EB æquè multiplex, vt NP ipsius FD. *e* erit composita HX ipsius EB æquè multiplex, vt MP ipsius DF. Et quia est vt AB ad BE; ita CD ad FD; sumptæque sunt ipsarum AB, CD æque multiplices GK, LN. Ipsarum verò EB, FD aliæ vtcunque æquè multiplices HX, MP. Si ergo GK superat HX, & LN superabit MP. Et si æqualis, æqualis; si minor, minor,

a prop. 1. 5.
b prop. 11. 5.
c prop. 1. 5.
d prop. 11. 5.
e prop. 1. 5.



nor. Superet GK ipſam HX, ablata communi HK, ſuperabit GH ipſum KX. Sed ſi GK ſuperat HX, ſuperabit & LN ipſam MP. Superet ergo LN ipſam NP, ſuperabit (communi MN ablata) & LM ipſam NP. Quare ſi GH ſuperat KX, & LM ſuperabit NP. Similiter demonſtrabimus, ſi GH æqualis ſit KX, & LM æqualem eſſe NP; & ſi minor, minorem. Et ſunt GH, LM ipſarum AE, CF æque multiplices. ipſarum verò EB, FD aliæ vtcumque KX, NP. *d* Eſt ergo vt AE ad EB; ita CF, ad FD. Si ergo compoſitæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

d def. 5. 5.

Propoſ. 18. Theor. 18.

Si diuiſæ magnitudines proportionales fuerint, & compoſitæ proportionales erunt.

SInt diuiſæ magnitudines AE, EB; CF, FD proportionales. Vt AE ad EB; ita CF ad FD. Dico & compoſitas proportionales eſſe, vt AB ad BE; ita CD ad FD. Si non eſt vt AB ad BE; ita CD ad FD; ſit vt AB ad BE; ita CD vel ad minorem

FD;

18 FD; vel ad maiorem. Sit primo ad minorem D G. Cum ergo sit, vt A B ad B E; ita C D ad D G, erunt compositæ magnitudines proportionales; *a* sunt ergo & diuisæ, vt A E ad E B, ita C G ad G D; ponitur autem vt A E ad E B; ita C F ad F D: *b* erit ergo vt C G ad G D, ita C F ad F D. Est autem prima C G maior tertia C F: *c* erit ergo & secunda G D maior quarta F D; sed & minor est: quod fieri non potest. Non ergo est vt A B ad B E; ita C D ad minorem ipsa F D. Similiter demonstrabimus, quod neq; ad maiorem FD; ergo ad ipsam: Si ergo diuisæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop.17.5
b prop.11.5.
c prop.14.5

Propos. 19. Theor. 19.

Si fuerit vt tota ad totam; ita ablata ad ablatam; & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam.

SIt vt tota A B ad totã C D; ita ablata A E ad ablatam C F. Dico & reliquam E B ad reliquam F D esse, vt est tota A B, ad totam C D. Cum enim sit vt tota A B ad totam C D, ita A E ad C F; *a* erit permutando A B ad A E, vt C D ad C F, & *b* diuidendo

a prop.16.5
b prop.17.5

19

dendó BE ad EA, vt DF ad FC; rursúsque permutando vt BE ad DF; ita EA ad FC. Vt verò AE ad CF; sic ponitur tota AB ad totam CD. *c prop.11.5.* c est ergo reliqua EB ad reliquam FD, vt tota AB ad totam CD. Si ergo fuerit, &c. Quod oportuit demonstrare.

Corollarium.

Et quia demonstratum est, vt est AB ad CD, sic esse EB ad FD, erit *d prop.16.5.* d permutãdo vt AB ad EB; ita CD ad FD. compositę ergo magnitudines ꝓportionales sunt. Ostensum est autem, vt est AB ad AE; ita esse CD ad CF, quod est per conuersionẽ rationis. *e def.17.5.* Vnde perspicuum est, si compositę magnitudines proportionales sint; & per conuersionem rationis proportionales esse.

Factæ autem sunt proportiones, & in æquè multiplicibus, & in analogiis. Nam si prima secundæ æque fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; erit vt prima ad secundam; ita tertia ad quartam. Sed non ita ex contrario conuertitur. Si enim fuerit vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam,

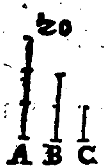
non

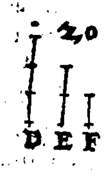
non omnino erit prima secundæ, & tertia quartę æque multiplex, vt in sesquialteris, vel sesquitertiis proportionibus, vel aliis huiusmodi.

Propos. 20. Theor. 20.

Si fuerint tres magnitudines, & alia illis numero æquales, quæ bina & in eadem ratione sumãtur, ex æquali autem prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta quam sexta maior; et si æqualis, æqualis; si minor, minor.

SInt tres magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur. Vt quidem A ad B; ita D ad E. Vt verò B ad C; sic E ad F, ex æquali autem A maior sit quam C. Dico & D quam F maiorem esse: & si æqualis, ęqualem: si minor minorẽ. Cum enim A maior sit quam C; alia verò quæcumq; B. a Habebit A ad B maiorem proportionem quam C ad B. Sed vt A ad B: sic est D ad E. vt autem C ad B ita est b con- a prop. 8. 5. b prop. 16. 5.





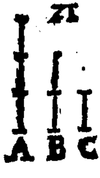
uertendo F ad E: Ergo D ad E maiorem proportionem habet, quam F ad E; b ad eandem autem proportionem habētium, quæ maiorem habet, illa maior est; maior est ergo D quam F. Similiter demonstrabimus. Si A sit æqualis C; & D æqualem esse F; & si minor, minorem. Si ergo tres fuerint magnitudines, &c. Quod demonstrare oportuit.

b prop.10.5

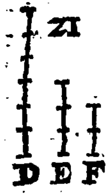
Propos. 21. Theor. 21.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales quæ bina, & in eadem proportione sumantur, fuerit autem earum perturbata proportio, & ex æquali prima maior fuerit quam tertia, & quarta quam sexta maior erit. & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

21



SInt tres magnitudines A, B, C, & alię ipsis numero ęquales D, E, F quæ binæ, & in eadē ratione sumantur sit aūt perturbata earum proportio vt A ad B, sic E ad F, & vt B ad C, sic D ad E; sitq; ex æquali A quā C maior. Dico & D maiorem esse ipsa F; & si æqualis, æqualem;



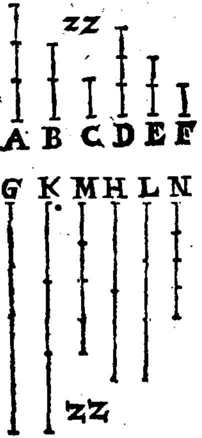
lem: si minor, minorem. Cum ergo A maior sit quam C, sitq; alia quædam B. *a* Habebit A ad B maiorem proportionẽ, quam C ad B. sed vt A ad B; ita est E ad F. Et *b* conuertendo, vt C ad B, ita E ad D: *c* quare E ad F maiorem proportionem habet, quam E ad D. Ad quam autem eadem maiorẽ proportionem habet, illa minor est; minor est ergo F, quam D; adeoque maior D quam F. Similiter ostendemus, si A sit æqualis C, & D ipsi F æqualem esse; & si minor, minorẽ. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop.8.5.*
b *prop.4.5.*
c *prop.8.5.*

Propos. 22. Theor. 22.

Si fuerint quotcumq; magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ bina, & in eadem proportione sumantur, & ex æquali in eadem proportione erunt.

Sint quotcumq; magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quæ binæ & in eadem proportione sumãtur, vt quidem A ad B; ita D ad E; vt verò B ad C; sic E ad F. Dico quod ex æquali in



eadem sint proportione. Hoc est, dico vt est A ad C; ita esse D ad F. Sumantur enim ipsarum A, D æquè multiplices G, H: ipsarum B, E aliæ vtcumque K, L. Item ipsarum C, F aliæ vtcumq; M, N. Et cum sit, vt A ad B; ita B ad E, acceptæque sint ipsarum A, D æquè multiplices G, H. Ipsarum B, E aliæ vtcumque æquè multiplices K, L, *a* erit vt G ad K; ita H ad L. Eadem de causa erit, vt K ad M; ita L ad N. Cum ergo tres magnitudines sint G, K, M; & aliæ ipsis æquales numero H, L, N, quæ binæ, & in eadem proportione sumuntur, *b* ex æquali si G superat M, & H superabit N; si æqualis, æqualis; si minor, minor. Et sunt G, H ipsarum A, D æquè multiplices. M, N ipsarum C, F: *c* erit ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo quotcumque, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 4. 5.

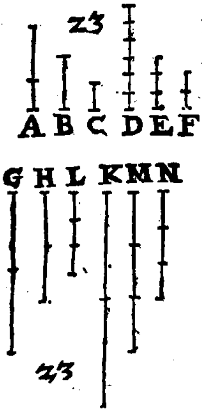
b prop. 20. 5

c def. 5.

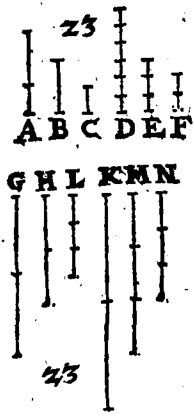
Pro-

Propoſ.23.Theor.23.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ binæ, & in eadem proportione ſumantur, fuerit'q; earum perturbata proportio; & ex æquali in eadem proportione erunt.



SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipſis æquales numero binæ in eadem proportione ſumptæ D, E, F; ſit autem earum perturbata proportio. Vt A ad B; ſic E ad F. Vt verò B ad C; ſic D ad E. Dico eſſe vt A ad C; ita D ad F. Sumantur ipſarũ A, B, D æquè multiplices G, H, K. Ipſarum C, E, F, aliæ vtcumque L, M, N. Et quia G, H ipſarum A, B ſunt æquè multiplices, *a* partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem, erit vt A ad B; ſic G ad H. Eadem *a prop.15.5.*



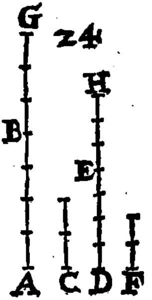
de causa erit; vt E ad F; sic M ad N, cumq; sit vt A ad B; ita E ad
b prop. 11. 5. F; *b* erit quoque, vt G ad H: ita M ad N. Rursus quia est vt B ad C, ita D ad E, sumptæq; sunt ipsarum B, D æquè multiplices H, K: ipsarum verò C, E aliæ vtcumque L, M;
c prop. 4. 5. *c* erit vt H ad L; ita K ad M. Ostensum est autem esse, vt G ad H; ita M ad N. Cũ ergo tres magnitudines G, H, L, proportionales sint; & aliæ ipsis numero æquales K, M, N, binæ in eadem proportione sumptę, sitq; earum pertur-
d prop. 21. 5 bata proportio; ex *d* æquali si G superat L; & K superabit N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor, suntque G, K ipsarum A, D ęque multiplices L, N verò ipsarum C,
e def. 5. 5. F. *e* Est ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo sint tres, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propositio 24. Theor. 24.

Si prima ad secundam eandem habueris proportionem, quam tertia ad quartam; habeat autem & quinta ad secundam eandem, quam sexta ad quartam: habebit & composita ex prima & quinta ad secundam eandem proportionem, quam tertia & sexta ad quartam.

HAbeat prima A B ad secundã C eandem proportionem, quã tertia D E ad quartam F. habeat verò & quinta B G ad secundam C eandem proportionem, quam sexta E H ad quartam F. Dico compositam ex prima & quinta A G ad secundam C eandem habere proportionem, quã habet composita ex tertia & sexta D H ad quartam F. Cum enim sit vt B G ad C; ita E H ad F; *a* erit cõuertendo vt C ad BG; ita F ad E H. Et quia est vt A B ad C: ita D E ad F. Vt verò C ad B G; ita F ad E H. *b* Ex æquali ergo



a Lemma prop. 4. 5.

prop. 22. 5.

e prop.18.5. est; vt A B ad B G: ita D E ad E H. e Et cum diuisæ magnitudines proportionales sint, erunt & compositæ proportionales. Vt ergo A G ad G B; ita D H ad H E.
d prop.22.5. Est vero, vt G B ad C: ita E H ad F: d ex æquali ergo est, vt A G ad C: ita D H ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 25. Theor. 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima duabus reliquis maiores erunt.

SInt quatuor magnitudines proportionales A B, C D, E, F, vt quidē A B, ad C D: ita E ad F. Sit maxima A B, minima F. Dico A B, & F, quam C D, E maiores esse.

a prop.3.1. a Ponatur ipsi E æqualis A G; ipsi F, æqualis C H. Cum ergo sit vt A B ad C D; ita E ad F. Sit autem ipsi E æqualis A G; F verò C H. erit vt A B ad C D; ita A G ad C H. Et quia est vt tota A B ad totam C D,

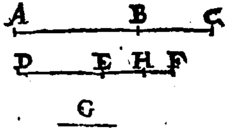
CD; ita ablata A G ad ablatam C H; *b* erit *b prop. 19. 5.*
& reliqua G B ad reliquam H D, vt tota A B ad totam C D: maior est autem A B quam C D. maior ergo etiam est G B, quã H D. Et cum A G æqualis sit ipsi E; & C H ipsi F; erunt A G & F æquales ipsis C H, & E, & cum, *c* quando æqualia inæquali- *c ax. 4.*
bus adduntur, tota fiant inæqualia. Ergo si (G B, H D inæqualibus existentibus & maiori G B) addantur ipsi G B, ipsæ A G; & F; ipsi verò H D; ipsæ C H, & E, colligentur A B, & F maiores, quam C D; & E. Si ergo quatuor, &c. Quod oportuit demonstrare.

Sequentes propositiones non sunt Euclidis, sed à Federico Commandino ex Pappo Alexandrino collectæ.

Propositio 26. Theor. 26.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, habebit conuertendo secunda ad primam minorem, quam quarta ad tertiam.

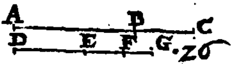
HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico C B ad ad B A minorem habere, quã F E ad E D. Sit vt A B ad B C: ita D E ad aliam G: ergo D E ad G maiorem habet proportionem, quã D E ad E F: *a* minor ergo erit G, quam E F. Ponatur ipsi G æqualis E H.



a prop. 8. 5.

Quia igitur vt A B ad B C; ita est D E ad E H: *b* erit conuertendo, vt C B ad B A; ita H E ad E D. *c* Sed H E ad E D minorem habet proportionem, quam F E ad E D: Ergo & C B ad A B minorem habebit, quam F E ad E D. Quod oportuit demonstrare.

b Lemma prop. 4. 5.
b prop. 8. 5.



Quod si A B ad B C minorem habuerit proportionem, quam D E ad E F; habebit conuertendo C B ad B A maiorem, quam F E ad E D. sit vt A B ad B C; ita D E ad aliam E G, *d* quæ maior erit quam E F. *e* Conuertendo ergo erit vt C B ad B A; ita G E ad E D. *f* At G E ad E D maiorem habet proportionem, quam F E ad E D; ergo C B ad B A maiorem habebit, quam F E ad E D.

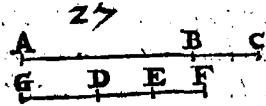
d prop. 8. 5.
e Lemma prop. 4. 5.
f prop. 8. 5.

Pro-

Propoſitio 27. Theor. 27.

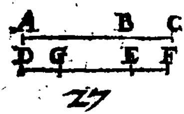
Si prima ad ſecundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebit permutando prima ad tertiam maiorem, quam ſecunda ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico A B ad D E maiorẽ habere, quã B C ad E F. Vt enim A B ad B C; ita ſit alia



G E ad E F: *a* quæ maior erit, quam D E. *b* Eſt ergo permutando, vt A B ad G E, ita B C ad E F. *c* Habet autem A B, ad D E maiorem proportionem, quam A B ad G E, hoc eſt, quam B C ad E F. Ergo A B ad D E maiorem proportionem habebit, quam B C ad E F. Quod oportuit demonſtrare.

a *prop. 8. 5.*
b *prop. 16. 5.*
c *prop. 8. 5.*



Eadem ratione, ſi A B ad B C minorẽ habeat proportionem, quam D E ad E F, ſequetur permutando A B ad D E minorem habere, quam B C ad E F. Sit enim vt A B ad B C, ita alia G E ad

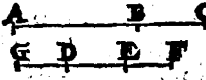
d prop. 8. 5. G E ad E F, *d* quæ minor erit quam D E.
e prop. 8. 5. *e* Sed A B ad D E minorem habet proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. Habebit igitur A B ad D E minorem proportionem, quam B C ad E F.

Propositio 28. Theor. 28.

Si prima ad secundam maiorem proportionem habeat, quã tertia ad quartam, etiam componendo prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habebunt, quam tertia & quarta ad quartam.

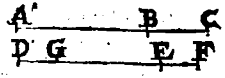
Habeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico & A C ad C B maiorem habere, quam D F ad F E. sit vt AB ad BC; ita alia G E ad E F:

28



a prop. 8. 5. *a* erit G E maior quam D E. Quia igitur
b prop. 18. 5. est, vt A B ad B C; ita G E ad E F; *b* erit componendo, vt A C ad C B; ita G F ad F E.
c prop. 8. 5. *c* Sed G F ad F E maiorem proportionem habet, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B maiorem habet proportionem, quam D F ad F E. Quod oportuit demonstrare.

Quod



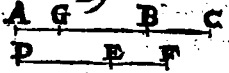
28

Quod si A B ad B C minorem proportionem habeat, quã D E ad E F, *d* habebit etiam componendo A C ad C B minorem, quam D F ad E F. Quia enim A B ad B C minorem proportionem habet, quã D E ad E F; sit vt A B ad B C; ita alia G E ad E F, *e* erit ea minor quam D E ergo vt A C ad C B, ita erit G F ad F E. sed G F ad F E minorem habet proportionem, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B minorem habebit, quam D F ad F E.

d *prop. 18. 5.*
e *prop. 8. 5.*

Propositio 29. Theor. 29.

Si prima & secunda ad secundam maiorem habeat proportionem, quam tertia & quarta ad quartam, habebit & diuidendo prima ad secundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.

29


HAbeat A C ad C B maiorem proportionẽ, quã D F ad F E. Dico & A B ad B C maiorem habere, quam D E ad E F. Vt enim D F ad F E; ita sit alia G C a prop. 8. 5. ad C B; a eritque G C minor, quam A C; & diuidendo erit G B ad B C; vt D E ad b prop. 8. 5. E F. b sed A B ad B C maiorem proportionem habet, quam G B ad B C. Ergo & A B ad B C maiorem habebit, quam D E ad E F. Si vero A C ad C B minorem habeat proportionem, quam D F ad F E; habebit & diuidendo A B ad B C minorem, quam D E ad E F. Si enim sit vt D F c prop. 8. 5. ad F E; ita alia G C ad C B, c erit G C quã d prop. 17. 5. A C maior, d eritque diuidendo G B ad B C, vt D E ad E F. Habet autem A B ad B C minorem proportionem, quam G B ad B C; habebit ergo & A B ad B C minorem, quam D E ad E F.

29

Propositio 30. Theor. 30.

Si prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habeat, quam tertia & quarta ad quartam; per conuersionem rationis prima & secunda ad primam minorem habebit, quam tertia & quarta ad tertiam.

Habe-

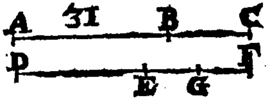
HAbeat A C ad B C maiorem proportionem, quam D F ad F E. Dico C A ad A B minorem habere, quam F D ad D E. Sit enim vt A C ad C B, sic D F ad aliam F G, *a* quæ minor erit quam F E. *b* Quare per conuersionem rationis, vt C A ad A B; ita erit F D ad D G. *c* sed F D ad D G minorem proportionem habet, quã F D ad D E. Ergo & C A ad A B minorem habebit, quam F D ad D E. Quod si A C ad C B minorem proportionem habeat, quã D F ad F E; habebit per conuersionem rationis C A ad A B maiorem, quam F D ad D E; erit enim vt A C ad C B, ita D F ad maiorem quam F E reliqua manifesta sunt.

a prop. 8. 5.
b corol. 19. 5
c prop. 8. 5.

Propositio 31. Theor. 31.

Si prima ad tertiam maiorem proportionem habeat; quam secunda ad quartam; habebit etiam prima ad tertiam maiorem, quam prima & secunda ad tertiam & quartam.

HAbeat A B ad DE maiorem proportionem, quam B C ad E F. Dico & A B ad D E maiorem habere, quam A C ad D F. Sit enim



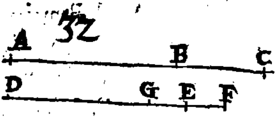
a prop. 8. 5. vt A B ad DE; ita B C ad aliam E G, *a* quę
b prop. 12. 5. minor erit quam E F. *b* Ergo tota A C ad
c prop. 8. 5. totam D G est vt A B ad D E. *c* sed A C ad D G maiorem proportionem habet quã ad D F: ergo A B ad D E maiorem habebit, quam A C ad D F; Et manifestum est totam A C ad totam D F minorem habere, quam A B ad D E. & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

Propositio 32. Theor. 32.

Si tota ad totam maiorẽ habuerit proportionem, quam ablata ad ablatam; habebit & reliqua ad reliquam maiorem quam tota ad totam.

HABEAT A C ad D F maiorem proportionẽ, quã A B ad D E. Dico & reliquã B C ad reliquã E F maiorẽ habere, q̃ A C ad D F. Sit enim vt A C ad D F, ita

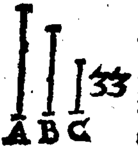
A B



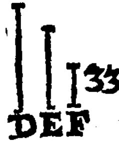
A B ad D G. a ergo & reliqua BC ad reliquam GF est, a prop.19.5.
ut AC ad DF. sed b BC ad EF maiorem b prop.8.5.
proportionem habet, quam ad FG. Ergo & BC ad EF maiorem habebit, quam AC ad DF. Si verò AC ad DF minorem proportionem habeat, quam AB ad DE, & reliqua BC ad reliquam EF minorem habebit, quam AC ad DF, quod eodem, quo supra, modo ostendetur.

Propositio 33. Theor. 33.

Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, habeatq; prima priorum ad secundam maiorem proportionem, quã prima posteriorum ad secundam; secunda verò priorum ad tertiam maiorem habeat quam secunda posteriorum ad tertiam: etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem habebit, quam prima posteriorum ad tertiam.



HAbeat A ad B maiorem proportionem, quam D ad E, & B ad C maiorem, quã E ad F. Dico ex æquali A ad C maiorẽ habere quam D ad F. Cum enim



a prop. 27. 5 A ad B maiorẽ proportionem habeat, quam D ad E, a habebit permutando A ad D maiorem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E maiorem, quã C ad F. ergo A ad D maiorẽ habet quam C ad F; & permutando A ad C maiorem habebit, quam D ad F. Quod oportebat demonſtrare.

Quod ſi prima priorum ad ſecundam minorem habeat proportionem, quam prima poſteriorum ad ſecundam: ſecunda vero priorum ad tertiam minorem habeat; quam ſecunda poſteriorum ad tertiam, Similiter demonſtrabitur etiam ex æquali primam priorum ad tertiam minorem proportionem habere, quam primam poſteriorum ad tertiam.

EVCLI-

EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

Definitiones.

1. Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia. *Cuiusmodi sunt propos. 4. triangula A B C, D C E.*

2. Reciprocæ figuræ sunt, quando in vtraque figura antecedentes & consequentes rationes sunt. *Vt propos. 14. sunt figuræ A D B F, B E C G, in quibus antecedentes sunt D B, G B, consequentes B E, B F. & propos. 15. triangula A B C, A D E. in quibus antecedentes sunt C A, A E; consequentes A D, A B.*

3. Extrema ac media ratione linea recta secari dicitur, quando est vt tota ad

maiorem portionem, ita maior portio ad minorem. *Hæc sectio demonstrata est prop. 11. lib. 2. in qua linea A B in H extrema ac media ratione secta est, estq; ut recta A B ad maiorem portionem A H, ita maior ad minorem B H. demonstrabitur etiam lib. 6. prop. 30.*

4. Altitudo cuiusque rectilineæ figuræ est perpendicularis, quæ à vertice ad basim ducitur. *Vt propos. prima triangulorum A H B, A B D, A D L altitudo est perpendicularis A C.*

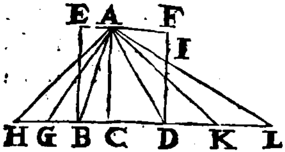
5. Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. *Vt ex proportione dupla & tripla componitur sextupla: nam denominator duplæ 2. ductus in denominatorem triplæ 3. facit 6. Sunt autem ipsi denominatores quantitates proportionum.*

Pro-

Propositio 1. Theor. 1.

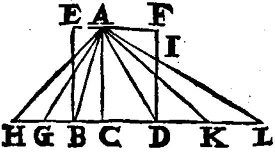
Triangula & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter se sunt vt bases.

SInt triangula ABC, ACD; parallelogramma EC, CF habentia altitudinẽ eandem, perpendicularem nempe ex A in



BD ductã. Dico esse, & triangulum ABC, ad triangulum ACD, & parallelogrammũ EC, ad parallelogrammũ CF, vt est basis BC ad basim CD. Producatur enim BD vtrinque in H, L, sintque basi BC æquales BG, GH; basi verò CD quæcunque DK, KL, & iungantur AG, AH, AK, AL. Cumque BC, BG, GH æquales sint, *a* erunt & triangula AGH, AGB, ABC æqualia. Quam multiplex ergo est basis HC baseos BC, tam multiplex est triangulum AHC trianguli ABC. Eadem de causa quam multiplex est LC basis ipsius CD, tam multiplex est triangulum ALC trianguli ACD. Et si basis HC, basi CL æqualis sit; erit & triangulum AHC, triangulo ACL æquale; Et si *a prop. 38. 1.*

superet HC, ipsam CL, superabit & triangulum AHC, triangulũ ACL; & si mi-

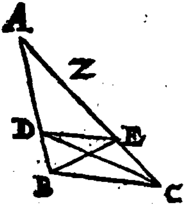


nor, minus. Cũ ergo quatuor sint magnitudines, duæ bases BC, CD; & duo triangula ABC, ACD; acceptæq; sint baseos quidẽ BC, & trianguli ABC æque multiplicia, basis HC, & triangulũ AHC. Baseos verò CD, & trianguli ACD, alia vtcunq;, nempe basis CL, & triangulum ALC: demõstratumq; sit si HC excedat CL, & AHC excedere ALC; & si ęqualis, æquale; & si minor, minus; *b* erit vt basis
b *def.5.5.* BC ad basim CD; ita triangulũ ABC, ad triangulũ ACD. Et cum trianguli ABC
c *prop.41.1.* *c* duplũ sit parallelogrãmum EC; trianguli verò ACD duplũ parallelogrãmũ FC, &
d *prop.15.5* *d* partes eodẽ modo multipliciũ eandem habeant proportionẽ, erit vt triangulum ABC ad triangulũ ACD; ita parallelogrãmum EC, ad parallelogrãmum FC. Et q̄a demonstratũ est, esse vt basim BC ad basim CD, ita triangulũ ABC ad triangulũ ACD.
e *prop.11.5.* Vt vero ABC ad ACD; ita EC ad CF; *e* erit vt basis BC ad basim CD; ita parallelogrãmum EC ad parallelogrammũ CF. triangula ergo & parallelogrãma, &c. Quod oportuit demõstrare.

Pro-

Propos.2. Theor.2.

Si vni laterum trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, recta sectiones coniungens, reliquo lateri parallela erit.

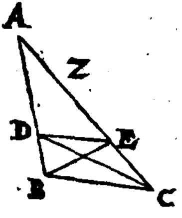


Lateri BC trianguli ABC ducta sit parallela DE. Dico esse, vt BD ad DA; ita CE ad EA. Ductis enim BE, CD *a* erit triangulum BDE æquale triangulo CDE; habent enim eandem basim DE, & sunt in iisdem parallelis DE, BC. Aliud autem triangulum est ADE. *b* Æqualia autem ad idem eandem habent proportionem: erit ergo vt BDE triangulum ad ADE; ita CDE triangulum ad idem ADE triangulum. *c* Sed vt BDE ad ADE; ita est BD ad DA. cum enim in eadem sint altitudine, quam perpendicularis ex E in AB ducta ostendit, inter se erunt vt bases. Ob eandem cau-

a prop. 37. 1

b prop. 7. 5.

c prop. 1. 6.



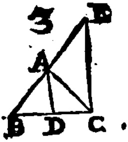
sam, vt est triangulum C D E ad A D E; ita est C E ad E A: *d* vt ergo B D ad D A; ita est C E ad E A. Sint iam trianguli A B C latera A B, A C proportionaliter secta, sitq; vt B D ad D A, ita C E ad E A. Ducta ergo D E, dico illam ipsi B C parallelam esse. iisdem enim constructis, cum sit vt B D ad D A, ita C E ad E A; *e* atqui vt B D ad D A; ita est triangulum B D E ad triangulum A D E. Et vt C E ad E A; ita triangulum C D E ad idem A D E; *f* vt ergo triangulũ B D E ad triangulũ A D E, sic triangulum C D E, ad triangulũ A D E. vtrumq; ergo triangulorũ B D E, C D E ad triangulũ A D E *g* eandem habet proportionem, æqualia ergo sunt, suntque in eadem basi D E. *h* at triangula æqualia eandem habentia basim, in iisdem sunt parallelis. ergo D E parallela est ipsi B C. Si ergo vni lateri, &c. Quod oportuit demonstrare.

d prop. 11. 5
e prop. 1. 6.
f prop. 11. 5.
g prop. 9. 5.
h prop. 40. 1

Pro-

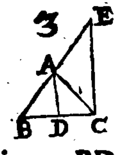
Propos. 3. Theor. 3.

Si trianguli angulus bisecetur, recta que angulum secans, secet & basim, habebunt basis partes eandem proportionem, quam reliqua trianguli latera. Et si basis partes eandem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera, quæ à vertice ad basim ducitur recta linea, trianguli angulum bisecabit.



ESto triangulum A B C, & & angulus B A C bisecetur rectâ A D. Dico esse, vt B D ad D C, ita B A ad A C. Ducatur C E per C, parallela D A, cui B A producta in E occurrat. Et quia in parallelas A D, E C recta A C incidit, *a* erunt anguli A C E, C A D æquales sed C A D, B A D ponuntr æquales; *b* erunt ergo & B A D, A C E æquales. Rursus cum in parallelas A D, E C incidat B E, *c* erit angulus externus B A D, æqualis interno A E C; ostensus est autem & A C E ipsi B A D æqualis: *d* erit ergo & A C E æqualis ipsi A E C, *e* vnde & latera A E, A C æqualia erunt. Et quia trianguli B C E lateri

a prop. 29. 1
b *ax. 1.*
c *prop. 29. 1*
d *ax. 1.*
e *prop. 6. 1*



f prop. 2. 6. ri EC ducta est parallela AD; *f* erit vt B D ad D C; ita BA ad AE; est autem A E ipsi AC æqualis: *g* est ergo vt B D ad
g prop. 7. 5. D C ita B A ad A C. Sed esto iam vt BD ad DC; ita BA ad AC, iunctaq́; sit AD. Dico angulum B A C bisecari rectâ A D: iisdem enim constructis, cum sit
h prop. 2. 6. vt B D ad D C; ita B A ad AC: *h* & vt B D ad D C; ita BA ad AE (est enim lateri E C trianguli B C E ducta parallela A D) erit
i prop. 9. 5. vt B A ad AC ita BA ad A E; *i* æqualis er-
k prop. 6. 1 go est A C ipsi A E. *k* Quare & angulus
l prop. 9. 1. A E C angulo A C E æqualis erit. *l* sed
m prop. 29. 1 A E C externo B A D est æqualis; *m* & A C E alterno C A D; erit ergo & B A D æqualis ipsi C A D: ergo B A C rectâ AD bisecatur. Si ergo trianguli angulus, &c. Quod oportuit demonstrare.

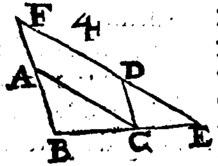
Propos. 4. Theor. 4.

Aequiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionalia sunt; Et latera æqualibus angulis subtensa, homologa, siue eiusdem rationis.

Sint

Sint triangula A B C, D C E æquiangula, æquales habentia angulos A B C, D C E, & A C B, D E C, & B A C, C D E, Dico latera circa æquales angulos esse proportionalia; & latera æqualibus angulis subtensa, homologa.

4



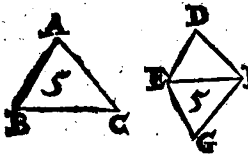
Componantur enim BC, CE in directum. Et cum anguli A B C, A C B duobus rectis minores sint, sit autem angulus D E C angulo A C B æqualis, erunt & A B C, D E C duobus re-
ctis minores *a* concurrent ergo B A, E D a def.11.1.
productæ. Concurrant in F; cumque an-
guli D C E, A B C æquales sint, *b* erunt re- b prop.28.1
ctæ B F, C D parallelæ. Rursus cum angu-
li A C B, D E C æquales sint, *c* erunt & c prop.28.1.
A C, F E parallelæ, ideoque F A C D pa-
rallelogrammum est; *d* eritque F A æqua- d prop.30.1
lis ipsi C D; & A C ipsi F D; & cum ad
latus F E trianguli F B E ducta sit paral-
lela A C, *e* erit vt B A ad A F; ita B C ad C E; e prop.2.6
est autem A F æqualis ipsi C D; vt *f* ergo f prop.7.5
B A ad C D; ita B C ad C E; & *g* permutan-
do, vt A B ad B C; ita D C ad C E. Rursus g prop.16.5
cum C D, B F parallelæ sint, *h* erit vt B C h prop.2.6.
ad C E; ita F D ad D E. Est autem D F

æqua-

i prop. 7. 5. æqualis A C. Vt *i* ergo BC ad C E; ita AC ad ED: *k* ergo permutando, vt BC ad CA; k prop. 16. 5 ita C E ad ED. Cum ergo demonſtratum ſit, eſſe vt A B ad B C; ita D C ad C E. Vt verò B C ad C A; ita C E ad E D; erit ex l prop. 22. 5. *l* æquali vt BA ad A C; ita C D ad D E. æquiangulorum ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 5. Theor. 5.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quibus homologa latera ſubtenduntur, æquales.



HAbeant triangula AB C, D E F latera proportionalia, nempe, vt A B ad B C; ita D E ad E F. Et vt B C ad C A; ita E F ad F D: atq; vt B A ad A C, ita ED ad DF. Dico triangula A BC, DEF æquiangula eſſe, æqualesque habere angulos, quibus homologa latera ſubtenduntur. vnde æquales erunt anguli A B C, D E F; a prop. 23. 1. & BCA, E F D; & BAC, E D F. *a* Conſtituantur

tuantur .n. ad puncta E, F rectæ E F anguli F E G, E F G æquales angulis A B C, B C A erũt ergo & reliqui B A C, E G F æquales: triangula ergo A B C, E G F sunt æquiangula: *b* habent igitur latera circa æquales angulos proportionalia; eruntque latera æqualibus angulis subtẽsa, homologa. Ergo vt A B ad B C, ita E G ad E F: Sed vt A B ad B C, ita ponitur D E ad E F: *c* vt igitur D E ad E F, ita G E ad E F. Vtraq; ergo D E, G E ad E F eandem habet proportionẽ; *d* æquales igitur sunt D E, G E. Eadem de causa D F, G F æquales erunt. Cum igitur D E, E G æquales sint, communis E F: erunt duæ D E, E F, duabus G E, E F æquales; & basis D F basi G F æqualis; *e* erit ergo angulus D E F angulo G E F æqualis; & triangulum D E F triangulo G E F æquale; & reliqui anguli, reliquis, quibus æqualia latera subtendun-tur: anguli ergo D F E, G F E sunt æquales; item E D F, E G F: & cum angulus F E D æqualis sit angulo G E F; & G E F ipsi A B C; *f* erit & A B C ipsi F E D æqualis. Eadem de causa erit angulo A C B æqualis angulus D F E; & angulus ad A angulo ad D. triangula ergo A B C, D E F æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 4. 6.
c prop. 11. 5.
d prop. 9. 5.
e prop. 8. 1.
f ax. 1.

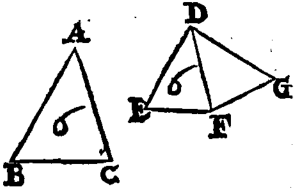
Pro-

Propof.6.Theor.6.

Si duo triangula vnum angulum vni æqualem,& circa æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quos homologa latera subtendunt, æquales.

SInt duo triangula A B C, D E F, angulos B A C, E D F habentia æquales, & circa ipsos latera proportionalia, vt B A ad A C; ita E D ad D F. Dico triangula A B C, D E F esse æquiangula, adeoque angulum A B C angulo D E F; & A C D ipsi D F E, æqualem habere. *a* Constituatur enim ad puncta D, F rectæ D F alterutri angulorum B A C, E D F æqualis F D G; angulo verò A C B æqualis D F G: erit igitur & reliquus ad B, reliquo ad G æqualis *b* triangula ergo A B C, D G F sunt æquiangula. Est ergo vt B A ad A C; ita G D ad D F: ponitur autem vt B A ad A C, ita E D ad D F; ergo vt E D ad D F; ita est G D ad D F;

a prop. 23. 1.



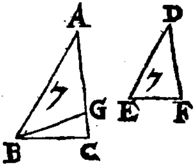
b prop. 8. 1.

DF; *c* æqualis ergo est ED ipsi GD, communis DF. Duæ ergo ED, DF, duabus GD, DF sunt æquales, & angulus EDF angulo GDF æqualis; *d* erit ergo, & basis EF basi GF æqualis, & triangulum DEF triangulo GDF: quare reliqui anguli reliquis æquales erunt, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus ergo DFG æqualis est angulo DFE; & qui ad G illi, qui ad E. Sed DFG æqualis est ACB angulo; *e* ergo & ACB ipsi DFE æqualis erit; ponitur autem & BAC ipsi EDF æqualis: reliquus ergo ad B æqualis erit reliquo ad E. triangula ergo ABC, DEF æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 9. 5.
d prop. 8. 1.
e ax. 1.

Propos. 7. Theor. 7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem; & circa alios angulos latera proportionalia habuerint; reliquorum vero vtrunque, aut minorem, aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula; & angulos, circa quos latera sunt proportionalia, æquales habebunt.



Sint duo triangula A B C, D E F, habentia angulos B A C E D F ęquales; circa alios vero angulos ABC, D E F latera proportionalia. Vt A B ad B C; ita D E ad EF. reliquorum verò angulorum qui ad C, & F, primum vtrumque minorem recto. Dico A B C, D E F triangula, esse ęquiangula; angulumque A B C angulo D E F; & qui est ad C, illi qui est ad F, æqualem. Quod si anguli A B C, D E F inæquales sint; erit vnus maior. Sit maior A B C; &

a prop. 23. 1. *a* constituatur ad punctum B rectæ A B angulus A B G, æqualis angulo D E F. Et cum anguli A, D ęquales sint; item ABG,

b prop. 32. 1. D E F; *b* erunt & reliqui A G B, D F E æquales. triangula ergo ABG, DEF æqui-

c prop. 4. 6. angula sunt; est ergo vt AB, ad BG; ita DE ad E F: sed vt D E ad E F; ita ponitur A B ad B C: ergo vt A B ad B C; ita est A B ad

d prop. 9. 5. B G. *d* Cum ergo A B ad vtramque B C, B G eandem habeat proportionem, e-

e prop. 5. 1. runt B C, B G æquales. *e* ergo & anguli B G C, B C G æquales erunt: At B C G minor recto ponitur, erit ergo & B G C

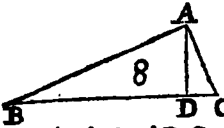
f prop. 13. 1. recto minor: *f* quare angulus A G B ei

dein-

deinceps maior erit recto: ostensus est autem æqualis angulo F: erit igitur & angulus F maior recto; at minor ponitur, quod est absurdum: anguli ergo A B C, D E F non sunt inæquales: æquales ergo. *g prop. 32. 1.*
g sunt verò & anguli A, D æquales: ergo & qui ad C & F æquales erunt. Quare triangula A B C, D E F æquiangula erunt. Sit rursus vterque angulus ad C & F non minor recto. Dico & sic triangula A B C, D E F æquiangula esse. iisdem enim constructis, ostendemus rectas B C, B G esse æquales, vt prius: *h* erunt igitur & anguli *h prop. 5. 1.*
C, B G C æquales. Cum ergo C recto non sit minor, nec B G C recto minor erit. Sunt ergo trianguli B G C duo anguli non minores duobus rectis, *i* quod fieri *i prop. 17. 1.*
non potest, non ergo anguli A B C, D E F inæquales sunt: æquales ergo. Sunt vero & anguli ad A & D æquales; erunt *k* igitur & reliqui ad C & F æquales. Quare *k prop. 32. 1.*
triangula A B C, D E F sunt æquiangula.
Si ergo duo triangula; &c. Quod oportuit demonstrare.

Propoſ. 8. Theor. 8.

In rectangulo triangulo ſi ab angulo recto ad baſim perpendicularis ducatur, quæ ad perpendicularem ſunt triangula, & toti, & inter ſe ſimilia ſunt.



ESto triangulum rectangulum A B C rectum habens B A C, ducaturq́; ab A ad B C perpendicularis AD. Dico triangula A B D, A D C. & toti A B C, & inter ſe eſſe ſimilia. Cum enim angulus B A C æqualis ſit angulo A D B; rectus enim eſt vterque: & angulus ad B communis vtriq; triangulo A B C, ABD;

a colligitur ex 32.1. *a* erit & reliquus A C B reliquo B A D æqualis: æquiangula ergo ſunt triangula

b prop. 4. 6. ABC, ABD. *b* Eſt ergo vt B C rectum trianguli A B C ſubtendens, ad B A rectum trianguli A B D ſubtendentem; ita ipſa A B angulum C trianguli A B C ſubtendens, ad B D ſubtendentem angulum B A D trianguli A B D. Et ita AC ad A D ſubtendentem angulum B communem vtriuſq; trianguli. Triangula ergo A B C, ABD

ABD æquiangula sunt, habentque latera circa æquales angulos proportionalia; c similia ergo sunt triangula ABC, ABD. Eodem modo ostendemus triangulum ADC triangulo ABC simile esse. Vtrumque ergo triangulum ABD, ADC toti ABC simile est. Dico quod & inter se similia sint ABD, ADC triangula. Cum enim anguli BDA, ADC recti sint, erunt & æquales: ostensus est autẽ & BAD ipsi C æqualis: *d* ergo & reliquus ad B, reliquo DAC æqualis erit. Triangula ergo ABD, ADC æquiangula sunt. *e* Est ergo, vt BD subtendens angulum BAD trianguli ABD, ad DA subtendentem angulum C trianguli ADC æqualem angulo BAD; ita ipsa AD subtendens trianguli ABD, angulum B, ad DC subtendentem angulum DAC trianguli ADC æqualem angulo B; & ita BA ad AC subtendentem rectum ADC. Triangula ergo ABD, ADC similia sunt. Si ergo in triangulo rectangulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

c *def. 1. 6.*

d *colligitur ex 32. 1.*

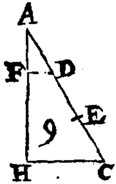
e *prop. 4. 6.*

Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, ipsam inter basis partes mediam proportionalem esse. Et inter basim, & partem basis, medium proportionale esse latus, quod ad partem. *Vt inter B C, A B media proportionalis est pars B D. Inter B C, A C, pars D C.*

Propos. 9. Probl. 1.

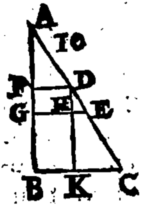
A data recta linea imperatam partem auferre.



OPorteat à data recta AB imperatum partem auferre. Sit auferenda pars tertia. Ducatur ab A recta AC cum A B quemcumque angulum continens; & accipiatur in A C quodcumque punctum D,
a prop. 3. 1. a ponanturq; ipsi A D æquales D E, E C;
b prop 31. 1. 5. ducatur C B, *b* eique per D parallela ducatur D F. Cum ergo lateri B C trianguli
c prop. 2. 6. A B C parallela sit ducta D F; *c* erit vt C D ad D A; ita B F ad F A. Est autem D C ipsius D A dupla; dupla ergo est & B F ipsius F A. tripla ergo est B A ipsius A F. A data ergo recta AB imperata pars, nimirum tertia A F ablata est. Quod oportuit facere.

Propos. 10. Probl. 2.

Datam rectam lineam insectam, data recta secta similiter secare.



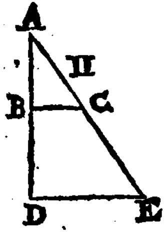
OPorteat datam insectam A B similiter secare, vt secta est AC. Sit AC in punctis D, E secta. Collocentur A B, A C vt angulum quemcumque contineant, & ducatur C B; atque per D, E agantur ipsi B C parallelæ D F, E G; & per D ipsi A B ducatur parallela D H K; & erit vtrumque F H, H B parallelogrammum. *a* Sunt ergo tam D H, F G; quam HK, GB æquales. & cum ipsi K C trianguli D K C ducta sit parallela H E; *b* erit vt CE ad E D; ita K H ad H D. *c* Est autem tam KH ipsi B G; quam H D ipsi G F æqualis; est ergo vt C E ad E D; ita B G ad G F. Rursus *d* cum lateri E G trianguli A G E ducta sit parallela FD, erit vt E D ad D A; ita G F ad F A: ostensum est autem esse, vt C E ad E D, ita B G ad G F. est ergo vt C E ad E D; ita B G ad G F, vt verò E D ad D A; ita G F ad

a *prop. 34. 1.*
b *prop. 2. 6.*
c *prop. 34. 1.*
d *prop. 2. 6.*

F A: data ergo recta insecta A B similiter secta est, vt secta A C. Quod oportuit facere.

Propos. 11. Probl. 3.

Duabus rectis datis tertiam proportionalem inuenire.



Sint datæ B A, A C, & ponãtur vt angulum quemcumq; cõtineant. oportet ergo ipsis B A, A C tertiam proportionalem inuenire. Producantur A B, A C ad D, E puncta; & *a* ponatur ipsi A C æqualis B D; & ipsi B C *b* ducatur parallela D E per D. Cum itaque lateri D E trianguli A D E ducta sit parallela B C; *c* erit vt A B ad D B; ita A C ad C E; æqualis est autem B D ipsi A C; est ergo vt A B ad A C; ita A C ad C E. Datis ergo duabus A B, A C inuenta est tertia proportionalis C E. Quod oportuit facere.

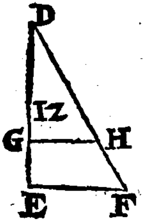
a *prop. 3. 1.*
b *prop. 31. 1.*
c *prop. 2. 6.*

Propos. 12. Probl. 4.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Opor-

OPorteat tribus datis rectis A, B, C, quartam proportionalem inuenire.

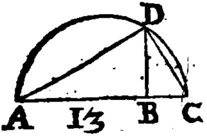


Exponantur duæ rectæ D E, D F continentes angulum quemcunq; E D F: & *a* ponatur ipsi A æqualis recta D G; ipsi B, recta G E: & ipsi C recta D H; *b* atque ipsi G H agatur parallela E F per E. Cum ergo lateri E F trianguli D E F ducta sit parallela G H, *c* erit vt D G ad G E; ita D H ad H F. Est autem D G æqualis ipsi A; G E ipsi B; D H ipsi C; est ergo vt A ad B; ita C ad H F. Tribus ergo datis A, B, C inuenta est quarta proportionalis H F. Quod oportuit facere.

a prop. 3. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 2. 6.

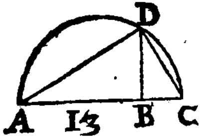
Propositio 13. Probl. 5.

Duabus rectis datis mediam proportionalem inuenire.



SIt duab' datis A B, B C media proportionalis inuenienda. Ponantur in directū, describaturquè super A C semicirculus A D C; *a* & ducatur à B *a prop. 11. 1.*

punсto, B D, ipsi A C ad angulos rectos,
b prop. 31. 3. iunctis AD, D C. *b* Et quia angulus ADC



rectus est; quippe in semicirculo, estq; in triangulo rectangulo ex angulo recto D ad basim A C perpendicularis ducta D B. *c* erit B D inter partes basis AB, B C, media proportionalis. Duabus ergo, &c. Quod oportuit facere.

c coroll. prop. 8. 6.

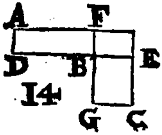
Propositio 14. Theor. 9.

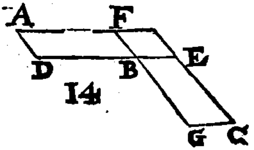
AEqualium, & vnum vni angulo aequalem habentium parallelogrammorum, reciproca sunt latera, quae circa aequales angulos. Et parallelogramma, quae vnum vni angulum aequalem habent, & quorum reciprocantur latera circa aequales angulos, aequalia sunt.

SInt parallelogramma A B, BC aequalia, habentia angulos ad B aequales, positęque sint D B, B E in directum, *a* erunt ergo & F B, B G in directum. Dico parallelogrammorum A B, B C latera, quae circa

a Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.

aequa-





æquales angulos, esse reciproca. Hoc est, esse vt D B ad B E; ita G B ad B F. Perficiatur enim parallelogrammum F E. Et quia A B, B C parallelogramma æqualia sunt, aliud autem quoddam est, F E: *b* erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E, *c* sed vt A B ad F E; ita est D B ad B E; & vt B C ad F E; ita est G B ad B F. *d* Ergo est vt D B ad B E; ita G B ad B F. Parallelogrammorum ergo A B, B C *e* latera sunt reciproca. *f* Reciprocentur iam latera, quæ circa æquales angulos; sitque vt D B ad B E; ita G B ad B F. Dico parallelogramma A B, B C æqualia esse. Cum enim sit vt D B ad B E; ita G B ad B F. *g* Et vt D B ad B E; ita A B ad F E; atque vt G B ad B F; ita B C ad F E: erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E; *h* æqualia ergo sunt parallelogramma A B, B C. Æqualium ergo, & vnum vni, &c. Quod oportuit demonstrare.

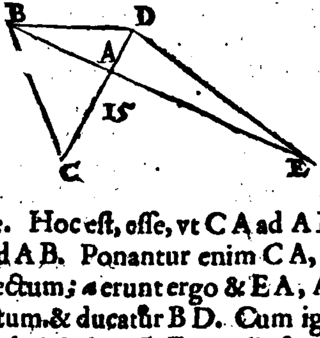
b *prop. 7. 5.*
c *prop. 1. 6.*
d *prop. 11. 5.*
e *def. 6. 1.*
f *def. 2. 6.*
g *prop. 1. 6.*
h *prop. 9. 5.*

Pro-

Propositio 15. Theor. 10.

ÆQualium triangulorum, & vnum angulum vni æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et triangula, quæ vnum angulum vni æqualem habent, & quorum latera quæ circa æquales angulos, reciprocantur, sunt æqualia.

SInt triangula ABC, ADE æqualia, habeantque vnum angulum BAC, vni DAE æqualẽ. Dico latera, quę circa ęquales sunt angulos, reciproca esse.



Hoc est, esse, vt CA ad AD; ita EA ad AB. Ponantur enim CA, AD in directum; *a* erunt ergo & EA, AB in directum, & ducatur BD. Cum igitur triangula ABC, ADE æqualia sint, sitque aliud ABD; *b* erit vt CAB ad BAD; ita ADE ad idem BAD; *c* sed vt CAB ad BAD;

a *Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.*
b *prop. 7. 5.*
c *prop. 1. 6.*

BAD;

BAD; ita est CA ad AD. Et vt EAD ad BAD; ita est EA ad AB: *d* Ergo vt CA ad AD; ita est EA ad AB. Triangulorum ergo ABC, ADE latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur. Sed reciproca sint iam latera triangulorum ABC, ADE. Et sit vt CA ad AD; ita EA ad AB. Dico triangula ABC, ADE esse æqualia. Iuncta rursus BD, erit vt CA ad AD; ita EA ad AB: *e* sed vt CA ad AD; ita est triangulum ABC ad triangulum BAD; vt verò EA ad AB; ita triangulum EAD ad triangulum BAD. Vt ergo ABC ad BAD; ita est EAD ad idem BAD: vtrumque ergo ABC, EAD ad BAD eandem habet proportionem: *f* æquale ergo est triangulum ABC, triangulo EAD.

d prop. 11. 5.

e prop. 1. 6.

f prop. 9. 5.

Æqualium ergo triangulorum, &c.

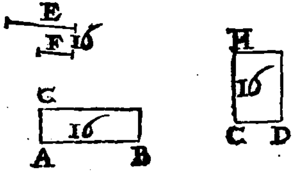
Quod oportuit demonstrare.

Propo-

Propositio 16. Theor. 11.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale illi quod mediis continetur rectangulo. Et si rectangulum extremis contentum, æquale fuerit mediis contento rectangulo; quatuor illæ lineæ proportionales erunt.

Sint quatuor rectæ A B, C D, E, F proportionales, vt A B ad C D; ita E ad F.



Dico rectāgulum A B, & F contentum, æquale esse contento C D, & E.

a prop. 11. 1. a Ducantur à punctis A, C ad rectas A B, C D ad angulos rectos A G, C H; sitque ipsi F æqualis A G: & ipsi E, ipsa C H, cōpleanturque parallelogramma B G, D H. Et quia est, vt A B ad C D; ita E ad F, & est E ipsi C H; & F ipsi A G æqualis, erit
b prop. 14. 6 vt A B ad C D; ita C H ad A G: b parallelogrammorum ergo B G, D H latera, quę circa

circa ęquales angulos sunt, reciprocantur: c quorum autem parallelogrammorum ę quiangulorum latera reciprocantur, illa æqualia sunt: parallelogramma ergo B G, D H æqualia sunt. Et est B G, quod A B, & F continetur, (est enim A G ipsi F æqualis) D H, quod C D & E continetur (est enim C H ipsi E æqualis.) Quod ergo A B, & F continetur, æquale est ei, quod C D & E continetur rectangulo. Sit iam quod A B, & F continetur, æquale ei quod C D & E continetur. Dico quatuor rectas esse proportionales. Vt A B ad C D; ita E ad F. ijsdem constructis, cum quod A B, F continetur, æquale sit ei quod C D, E continetur, sitque B G id quod A B, & F continetur (est enim A G ipsi F æqualis) D H vero, quod C D, & E continetur (est enim & C H ipsi E æqualis) erit B G ipsi D H æquale: & sunt æquiangula. d Æqualium autem & æquiangulorum parallelogrammorum latera, quæ circa æquales angulos, reciproca sunt: Erit ergo vt A B ad C D; ita E ad F. Si ergo quatuor rectæ lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 14. 6.

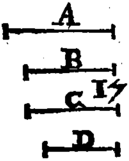
d prop. 14. 6.

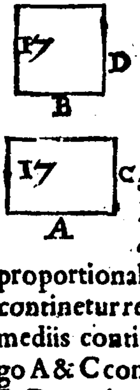
Pro-

Propositio 17. Theor. 12.

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint; erit quod extremis continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit à media. Et si quod extremis continetur rectangulum æquale fuerit quadrato quod à media fit, erunt tres lineæ illæ proportionales.

Sint tres rectæ A, B, C proportionales; vt A ad B; ita B ad C. Dico quod A,C continetur æquale esse ei ꝙ ex B. Ponatur D æqualis ipsi B. Et cum sit vt A ad B; ita B ad C; sit vero ipsi B æqualis D; erit vt A ad B; ita D ad C.





a prop.16.6 a Cum autem quatuor rectę proportionales sunt, est quod extremis continetur rectangulum, æquale ei quod mediis continetur rectangulo. Quod ergo A & C continetur, æquale est ei quod B, D continetur; at quod B, D continetur æquale est ei quod ex B; est enim D ipsi

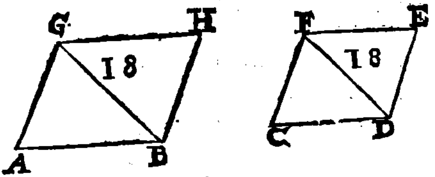
ipsi B æqualis; Ergo quod A, C continetur, æquale est ei quod ex B quadrato. Sit iam quod A, C cõtinetur, æquale ei, quod ex B. Dico esse, vt A ad B; ita B ad C. iisdem enim constructis, cum quod A, C cõtinetur æquale sit ei quod ex B; & quod ex B, æquale ei quod B, D continetur, quod B, D æquales sint; erit quod A, C continetur, æquale ei quod B, D continetur. b quando autem quod extremis continetur, æquale est ei quod continetur mediis, sunt quatuor illæ lineæ proportionales. Est igitur vt A ad B; ita D ad C: æqualis autem est D ipsi B: ergo vt A ad B; ita est B ad C. Si ergo tres lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare. b prop. 16. 6.

Propositio 18. Probl. 6.

Super data recta linea dato rectilineo simile similiterq; positum rectilineum describere.

OPorteat super data A B dato rectilineo C E simile similiterque positum rectilineum describere. Ducatur D F, & a constituantur ad puncta A, B rectæ A B anguli G A B, A B G æquales angulis C, a prop. 23. 1.

R CDF,



C D F; eritque reliquus C F D reliquo A G B æqualis: triangula igitur F C D, G A B sunt æquiangula. *b* Est ergo, vt F D ad G B; ita F C ad G A; & C D ad A B.

b prop. 4. 6.

c Constituantur rursus ad puncta B, G rectæ B G anguli B G H, G B H æquales angulis D F E, F D E; eritque reliquus E reliquo H æqualis: triangula ergo F D E, G B H æquiangula sunt; *d* est igitur vt F D ad G B; ita F E, G H; & E D ad H B. Ostensum autem est, esse vt F D ad G B; ita F C ad G A, & C D ad A B; *e* igitur vt F C ad A G; ita est C D ad A B; & F E ad G H; itemque E D ad H B. Et cum angulus C F D æqualis sit angulo A G B: & D F E ipsi B G H: erit totus C F E toti A G H æqualis. Eadem de causa erit angulus C D E æqualis angulo A B H. Est verò & angulus C angulo A; Et angulus E angulo H æqualis: æquiangula ergo sunt A H; C E, habentque latera circa æquales angulos proportionalia. *f* Est igitur A H recti-

c prop. 23. 1.
d prop. 4. 6.
e prop. 11. 5.
f def. 6. 1.

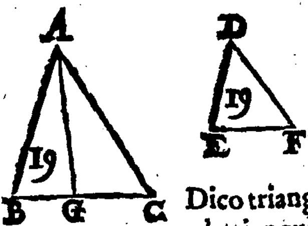
lineum

lineum simile similiterque positum recti-
lineo C E. Super data ergo recta linea, &c.
Quod oportuit facere.

Propositio 19. Theor. 13.

Similia triangula inter se sunt in dupla proportione suorum laterum.

Sint A B C, D E F triangula similia, habentia angulos B, E æquales; sitque vt A B ad B C; ita D E ad E F, vt latera B C, E F sint homologa.

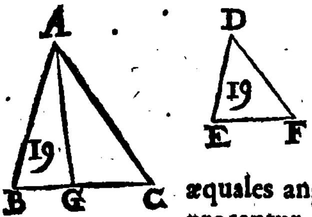


Dico triangulum A B C ad triangulum D E F duplam habere porportionem eius, quam habet B C ad E F. *a* Sumatur enim ipsarum B C, E F tertia proportionalis B G; vt sit quomodo B C ad E F; ita E F ad B G; ducaturque G A. Cum igitur sit vt A B ad B C; ita D E ad E F; *b* erit permutando vt A B ad D E; ita B C ad E F. sed vt B C ad E F; ita est E F ad B G: ergo vt A B ad D E; ita est E F ad B G: Triangulorum ergo

a *prop. 11. 6.*

b *def. 12. 5.*

A B G, D E F latera circa æquales angulos reciprocantur. Quorum autem triangulorũ vnũ angulum vni æqualẽ habentiũ latera circa



æquales angulos reciprocantur, illa æqualia sunt: *c* triangula ergo D E F, A B G æqualia sunt. Et quia est vt B C ad E F; ita E F ad B G; quando autem tres lineæ proportionales sunt, *d* prima ad tertiam duplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. B C ergo habet ad B G duplam proportionem eius, quam habet ad E F. Vt vero B C ad B G; *e* ita est triangulum A B C ad triangulum A B G: habet ergo triangulum A B C ad triangulum A B G duplam proportionem eius, quam habet B C ad E F. Est autem triangulum A B G æquale triangulo D E F: habet ergo triangulum A B C ad triangulum D E F duplam proportionem eius, quam habet B C ad E F. Similia ergo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 15. 6.
d def. 10. 5.
e prop. 1. 6.

Corol-

Corollarium.

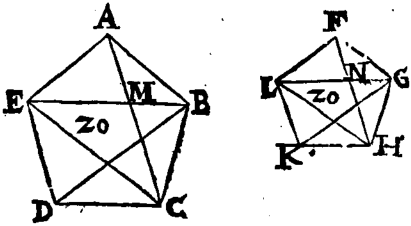
Ex his manifestum est, si tres lineæ proportionales fuerint; esse, vt primam ad tertiam, ita triangulum super prima descriptum ad triangulum super secunda simile similiterque descriptum. Ostensum est enim, vt est CB ad BG; ita esse triangulum ABC ad triangulum ABG, hoc est, ad triangulum DEF. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 20. Theor. 14.

Similia polygona in similia triangula diuiduntur; & numero æqualia, & homologa totis; & polygonum ad polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.

SInt similia polygona ABCDE, FGHKL, & sit latus AB homologum ipsi FG. Dico polygona ABCDE, FGHKL in similia triangula diuidi, & numero æqualia, & homologa totis; & polygonũ ABCDE ad polygonũ FGHKL du-

duplicatam habere proportionem eius, quam habet A B ad F G. Iungantur enim



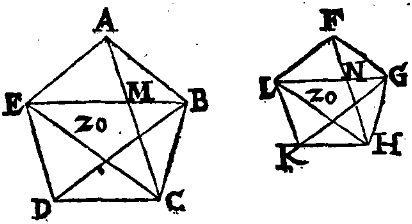
B E, E C, G L, L H; & quia polygonum A B C D E simile est polygono FGHKL; erit angulus B A E æqualis angulo G F L; & est, vt B A ad A E; ita G F ad F L. Cum itaque duo sint triangula A B E, F G L, vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habentia, *a* erunt ipsa æquiangula, ideoq; & similia: æqualis est ergo angulus ABE angulo F G L; est verò & totus A B C, toti FGH æqualis, propter similitudinem polygonorum; *b* reliquus ergo E B C, reliquo L G H æqualis erit. Et quia propter similitudinem triangulorum ABE, FGL, est, vt E B ad B A; ita L G ad G F. Sed & propter similitudinem polygonorum, est vt A B ad B C; ita F G ad G H; *c* ex æquali ergo est, vt EB ad BC; ita LG ad GH; latera

a prop. 6. 6.
b ax. 3.
c prop. 22. 5.

tera ergo circa æquales angulos E B C, L G H, ſunt proportionalia; æquiangula d ergo ſunt triangula E B C, L G H; quare & ſimilia. Eadem de cauſa ſimilia ſunt triangula E C D, L H K: Similia ergo polygona A B C D E, F G H K L, in ſimilia triangula, & æqualia numero diuiſa ſunt. Dico & homologa eſſe totis, hoc eſt, proportionalia, & antecedentia quidē A B E, E B C, E C D; Conſequentia verò ipſorum F G L, L G H, L H K; atque polygonum A B C D E ad polygonum F G H K L duplam habere proportionem eius, quam habet latus homologum A B ad latus homologum F G. Iungantur enim AC, FH. Et quia propter ſimilitudinē polygonorum, ſunt anguli ABC, FGH æquales; eſtque vt A B ad B C; ita FG ad GH; e æquiangula ergo ſunt triangula A B C, F G H: æquales igitur ſunt tam anguli B A C, G F H, quam BCA, G H F. Et quia anguli B A M, G F N æquales ſunt, oſtenſique ſunt & A B M, F G N æquales; erunt & reliqui AMB, FNG ęquales; ſunt ergo triangula ABM, FGN æquiangula. Similiter oſtendemus & triangula BMC, GNH eſſe æquiangula. Eſt ergo vt A M ad M B; ita FN ad NG. Et vt BM ad M C; ita G N ad

d prop. 6. 6.

e prop. 6. 6.



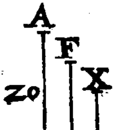
f prop. 22. 5. NH; ex *f* æquali ergo eſt vt AM ad MC;
g prop. 1. 6. ita FN ad NH: *g* ſed vt AM ad MC; ita
eſt triangulum ABM ad triangulũ MBC;
& AME ad EMC; ſunt enim ad ſe inui-
h prop. 12. 5. cem vt baſes; & *h* vt vnum antecedenti-
um, ad vnum conſequentium; ita omnia
antecendentia ad omnia cõſequentia. Vt
ergo triangulum AMB ad BMC; ita tri-
angulum ABE ad CBE; *i* ſed vt AMB ad
i prop. 1. 6. BMC; ita eſt AM ad MC; Vt ergo AM ad
MC; ita triangulum ABE ad EBC. Eadem
de cauſa, eſt vt FN ad NH; ita triangulũ
FGL ad GLH: Et eſt vt AM ad MC; ita
FN ad NH; Vt ergo triangulum ABE
ad BEC; ita triangulum FGL ad GHL;
k prop. 16. 5. *k* & permutãdo, vt ABE ad FGL; ita EBC
ad GLH. Similiter demõſtrabimus ductis
BD, GK. Eſſe vt triangulũ BEC ad LGH;
ita ECD ad LHK: & quia eſt, vt ABE
ad FGL; ita EBC ad LGH; & ECD
l prop. 12. 5. ad LHK; *l* erit vt vnum antecedentium

ad

ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia: est ergo vt A B E ad F G L; ita A B C D E ad F G H K L: sed *l* A B E ad F G L duplam proportionem habet eius, quam A B latus homologum ad F G latus homologum. *m* Similia enim triangula in dupla proportione sunt laterum homologorum; habet ergo & A B C D E polygonum ad F G H K L polygonum duplam proportionem eius, quam habet A B ad F G. Similia ergo polygona, &c. Quod oportuit demonstrare. Eodem modo in similibus quadrilateris ostendetur in dupla illa esse proportione laterum homologorum. *a* Ostensum est autem & in triangulis.

l *prop.19.6.*
m *pro.19.6*
a *prop.19.6*

Corollarium I.



Vniuersè ergo similes rectilineæ figuræ ad se inuicem sunt in dupla proportione laterum homologorum; & si ipsarum A B, F G tertiam proportionalem sumamus X; *b* habebit A B ad X duplam proportionem eius, quam habet ad F G. Habet autem & polygonum ad polygonum, & quadrilaterum ad qua-

b *def.10.5.*

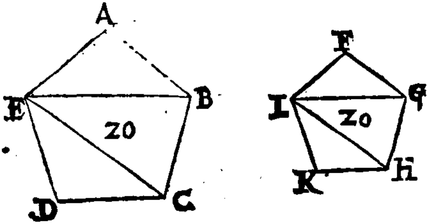
drilaterum duplam proportionem eius, quam habet homologum latus ad homologum, hoc est; AB ad FG. c Ostensum est autem hoc in triangulis.

c cor. prop. 19. 6.

Corollarium II.

Vniuersè ergo manifestum est; si tres fuerint rectæ, esse vt prima est ad tertiam, ita figuram à prima descriptam, ad figuram à secũda similiter descriptam. Quod oportuit demonstrare.

Corol. prop. 19. 6.



Ostendemus etiam aliter, & expeditius triangula esse homologa. Exponantur rursus polygona ABCDE, FGHKL, ducanturque BE, EC, GL, LH. Dico esse vt triangulum ABE ad triangulum FGL; ita EBC ad LGH; & CDE ad HKL. Cum enim triangula ABE, FGL similia sint, a habebit ABE ad FGL duplam proportionem eius, quam habet latus BE ad

a prop. 9. 6.

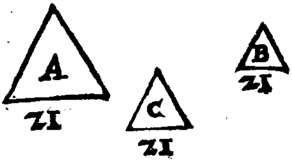
ad GL. Eadem de cauſa habebit triangulum B E C ad G L H duplam proportionem eius, quam habet B E ad G L. Eſt ergo vt A B E ad F G L; ita E B C ad GLH. Rurſus cum triangula E B C, LGH ſimilia ſint; habebit E B C ad L G H duplam proportionem eius, quam habet C E recta ad H L. Eadem de cauſa habet triangulum E C D ad L H K duplam proportionem eius, quam habet C E ad H L. Eſt ergo vt BEC ad LGH; ita CED ad LHK Oſtenſum autẽ eſt, eſſe, vt EBC ad LGH; ita A B E ad F G L; ergo vt ABE ad FGL; ita eſt B E C ad GLH; & E C D ad L H K, b vt ergo vnum antecedentium ad vnum conſequentium; ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia; & reliqua vt in priori demonſtratione. Quod oportuit demonſtrare.. b prop. 12. 5.

Propoſ. 21. Theor. 15.

Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & & inter ſe ſunt ſimilia.

SIt vtrumque rectilineorum A, B ipſi C ſimile. Dico & A ipſi B ſimile eſſe. Cum enim A ipſi C ſit ſimile, erit & æquiangulum illi, habebitque latera circa æquales angulos proportionalia. Rurſus cum B

ſimile



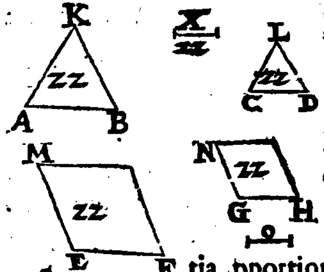
simile sit ipsi C, æquiangulũ illi erit, habebitque circa equales angulos latera proportionalia: Vtrumque ergo ipsorum A, B æquiangulum est ipsi C, & habet circa equales angulos latera proportionalia; erunt ergo & A, B equiangula, habebuntque circa æquales angulos, latera proportionalia: similia ergo sunt. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 22. Theor. 16.

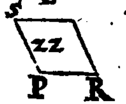
Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; erunt & rectilinea ab ipsis similia similiterq; descripta proportionalia: Et si rectilinea similia similiterq; ab ipsis descripta proportionalia fuerint; erunt & ipsæ proportionales.

SInt quatuor rectæ A B, C D, E F, G H proportionales. Vt A B ad C D; ita E F ad G H, *a* describanturq; super A B, C D similia, similiterq; posita rectilinea KAB, LCD. super EF, GH similia similiterque posita

a prop. 18. 5



posita M F, N H. Dico esse, vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. *b* sumatur enim ipsarũ A B, C D tertia ꝓportionalis X; ipsarum vero E F, G H tertia ꝓportionalis O. Et cum sit vt A B ad C D; ita E F ad G H & vt C D ad X; ita G H ad O: *c* erit ex æquali; vt A B ad X; ita G H ad O: *d* sed vt A B ad X, ita est K A B ad L C D; & vt E F ad O; ita *e* M F ad N H: ergo vt A B K ad C D L, ita est M F ad N H. Sed sit vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. Dico esse, vt A B ad C D; ita F E ad G H. Fiat *f* enim vt A B ad C D, ita E F ad P R, *g* describaturq́; super P R rectilineum S R simile similiterque positum ipsis M F; N H. Cum ergo sit, vt A B ad C D; ita E F ad P R, descriptaque sint super A B, C D rectilinea K A B, L C D similia similiterque posita; super E F, P R verò similia similiterque posita M F, S R; erit vt K A B ad L C D; ita M F ad S R: ponitur autem vt



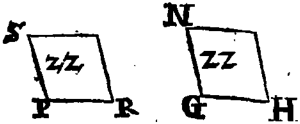
b *prop.11.6.*
c *prop.22.5*
d *prop.19.6*
e *cor. prop. 26.6.*
f *prop.12.6.*
g *prop.18.6*

KAB

KAB ad LCD; ita MF ad NH. Habet ergo MF ad NH, & ad SR eandem proportionem; *b* æqualia ergo sunt NH, SR; sed sunt similia similiterque posita; æquales ergo sunt GH, PR. Et quia est, vt AB ad CD, ita EF ad PR; & sunt PR, GH æquales; erit vt AB ad CD: ita EF ad GH. Si ergo quatuor, rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 9. 5.

Lemma.



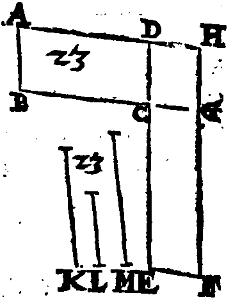
Quod autem quãdo rectilinea æqualia similia fuerint, ipsorum latera homologa æqualia sint, sic ostendemus. Sint NH, SR æqualia, & similia; sitque vt HG ad GN; ita RP ad PS. Dico RP, GH æquales esse. Si non: erit vna maior. Sit maior RP; cũ ergo sit vt RP ad PS; ita HG ad GN; *a* erit permutando, vt RP ad GH; ita PS ad GN: maior est autem PR quam GH: maior ergo etiam erit PS quã GN. Quare & RS maius erit, quam HN: sed est illi æquale; quod fieri non potest: Non est ergo PR maior quam GH. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 16. 5.

Pro-

Propos.23.Theor.17.

Aequiangula parallelogramma inter se proportionem habent ex lateribus compositam.

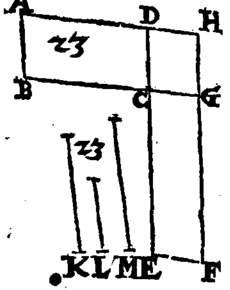


SInt æquiangula parallelogramma AC, CF æquales angulos BCD, ECG habentia. Dico illa proportionẽ, habere, ex proportione laterum compositã ex illa nimirum quã habet BC ad CG; & quam habet DC ad CE. Ponatur BC ipsi CG in directum; *a* erit ergo & DC ipsi CE in directum, & compleatur parallelogrammum DG. Exponatur quædam recta K, *b* fiatq; vt BC ad CG; ita K ad L; & vt DC ad CE; ita L ad M. Proportiones ergo K ad L, & L ad M, eædem sunt quæ laterum, BC ad CG & DC ad CE. *c* Sed proportio K ad M componitur ex proportione K ad L, & L ad M; habet ergo & K ad M proportionem ex laterum proportione compositam. Et cum sit vt BC ad CG; *d* ita AC parallelogrammum

a prop.14.1 *b prop.12.6* *c def.5.6.* *d prop.1.6.*

ad

ad C H: & vt B C ad C G; ita K ad L;
e prop. 11.5 e erit vt K ad L, ita A C ad C H. Rursus
f prop. 1.6. f cum sit vt D C ad C E; ita parallelogrãmum CH ad CF; & vt D C ad C E; ita L ad M, g prop. 11.5. g erit vt L ad M, ita C H ad C F. Cum igitur ostẽsum sit, vt K ad L; ita esse A C ad C H; vt verò L ad M; ita C H ad



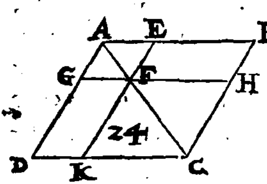
h prop. 22.5 C F; h erit ex æquali, vt K ad M, ita A C, ad C F. At K ad M proportionẽ habet compositam ex lateribus: ergo & A C ad C F, proportionem habet compositam ex lateribus: æquiangula ergo parallelogrammum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 24. Theor. 18.

Omnis parallelogrammi quæ circa diametrum sunt parallelogrãma, similia sunt toti, & inter se.

SIt parallelogrammum ABCD, diametrus A C, circa quam sint parallelogrãma EG, HK. Dico vtrumq; E G, H K toti A B C D, & inter se similia esse. Cum enim ad latus B C trianguli A B C ducta sit paral-

parallela E F, *a* erit vt B E ad E A; ita C F ad F A. Rursus cum ad latus C D trianguli A C D ducta sit parallela F G, erit vt C F ad F A; ita D G ad G A. Sed vt C F ad F A; ita ostẽsa est B E ad E A: *b* ergo vt B E ad E A; ita est D G ad G A: *c* componẽdo ergo vt B A ad A E; ita D A ad A G: & per *d* mutando, vt B A ad A D; ita A E ad A G: parallelogrammorum ergo A B C D, E G latera circa communem angulum B A D sunt proportionalia. Cumque G F, D C parallelæ sint, *e* erunt anguli A G F, A D C; item G F A, D C A æquales; communis D A C: triangula ergo A D C, A G F æquiangula sunt. Eadem de causa erunt & A B C, A F E æquiangula: tota ergo parallelogramma A B C D, E G sunt æquiangula; *f* est igitur vt A D ad D C; ita A G ad G F; & vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita A F ad F E; & vt C B ad B A; ita F E ad E A. Et quia demonstratum est, esse vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita A F ad F E; erit ex æquali vt D C ad C B; ita G F ad F E. Parallelogrammorum ergo



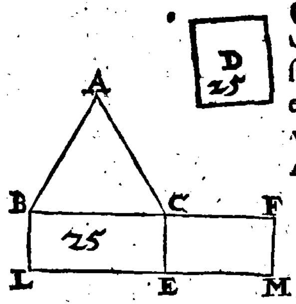
a *prop.2.6.*
b *prop.11.5*
c *prop.18.5*
d *prop.16.5*
e *prop.29.1.*
f *prop.4.6.*

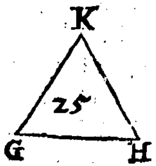
A B C D, E G latera circa ęquales angulos sunt proportionalia; similia ergo sunt. Eadem de causa erit parallelogrammum K H toti A B C D simile: vtrumq; ergo E G, K H toti A B C D simile est. *g* Quæ autem eidem sunt similia, & inter se sunt similia: est ergo E G ipsi K H simile. Omnis ergo parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

g prop. 21. 6

Propos. 25. Probl. 7.

Dato rectilineo simile, & alteri dato æquale constituere.





Sit dato rectilineo A B C simile constituendum, æquale verò ipsi D. *a* Applicetur ad lat' B C triangulo A B C æquale parallelogrāmū B E: ad C E verò ęquale ipsi D, nimirū C M in angulo F C E, æquali angulo CBL; *b* in directū ergo erit B C ipsi C F; & L E ipsi E M. *c* Accipiatur ipsarum B C, C F media propor-

a prop. 44. 1

b prop. 14. 1

c prop. 13. 6.

portionalis G H; & super ipsa ipsi A B C rectilineo *d* simile describatur, & similiter positum K G H. Cum ergo sit vt B C ad G H, ita G H ad C F (quãdo enim fuerint tres *e* rectę proportionales, est vt prima ad tertiam; ita figura super prima descripta ad figuram super secunda similem, similiterq; descriptam) Est ergo vt BC ad CF; ita triangulum ABC ad triangulũ KGH. *f* Sed vt BC ad CF, ita est BE ad E F. vt ergo *g* triangulũ A B C ad triangulũ KGH; ita est B E parallelogrammum ad E F parallelogrammum: & *h* permutando, vt A B C ad B E; ita est KGH ad EF. Æquale autem est triangulum ABC parallelogrã-mo BE: ergo & triangulum KGH æquale est parallelogrammo E F. Sed E F æquale est ipsi D: ergo & KGH ipsi D est æquale. Est verò & K G H ipsi A B C simile. Dato ergo ractilineo, &c. Quod oportuit facere.

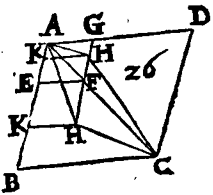
d *prop. 18. 6.*

e *coll. 2. prop. 20. 6.*

f *prop. 1. 6.*
g *prop. 11. 5.*
h *prop. 16. 5.*

Propos. 26. Theor. 19.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti similiterq; positum, communem ipsi habens angulum, circa eandem diametrum est toti.



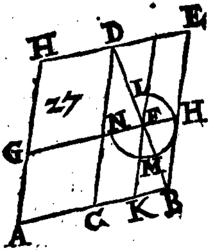
A parallelogrammo ABCD auferatur parallelogrãmum AF ſimile toti ABCD, & ſimiliter poſitum, communẽ angulum DAB cum ipſo habens. Dico ABCD circa eandem diametrum eſſe ipſi AF. Si non. Sit ipſorũ diametrus AHC, & ducatur per H vtrique AD, BC parallela HK. Cum ergo ABCD circa eandem diametrum ſit ipſi KG; *a* erit ABCD ipſi KG ſimile. Eſt ergo vt DA ad AB; ita GA ad AK: eſt autẽ propter ſimilitudinem ipſorum ABCD, EG, vt DA ad AB; ita GA ad AE. ergo vt *b* GA ad AE, ita GA ad AK; habet ergo GA ad vtramq; AK, AE *c* eandem proportionem, æqualis ergo eſt AE ipſi AK, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ABCD circa eandem diametrum eſt ipſi AH. Circa eandem ergo diametrum eſt ipſi AF. Si ergo à parallelogrãmo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a prop. 24. 6
b prop. 11. 5.
c prop. 9. 5.

Propoſ. 27. Theor. 20.

Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis ſimi-

similibus, & similiter positis ei quæ à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.

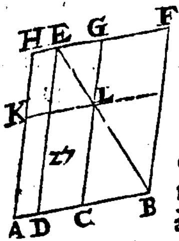


REcta AB *a* bisecetur in C, & applicetur ad AB rectam * parallelogrammum AD deficiens figura parallelogramma DB, simili, & similiter posita ei, quæ à dimidia ipsius AB descripta est. Dico omnium parallelogrammorum ad AB applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, similiterq; positis ipsi DB, maximum esse AD. *b* Applicetur enim ad rectam AB parallelogrammum AF, deficiens parallelogrammo FB simili similiterque posito ipsi DB. Dico AD maius esse ipso AF. Cum enim DB simile sit ipsi FB, *c* erunt circa eandem diametrum. Ducatur illorum diametrus DB, & describatur figura. *d* Cum ergo ipsi CF æquale sit FE, si cõmune apponatur FB, *e* erit totum CH toti KE æquale. Sed ipsi CH æquale est CG cum AC, CB æquales

a *prop.10.1.*
* *qualecumq;.*
b *prop.44.1*
c *prop.26.6*
d *prop.43.1*
e *ax.2.*

 sint;

ſint;ergo & GC ipſi EK æquale eſt. Commune C F apponatur; & erit totam A F gnomoni L M N æquale. Quare DB, hoc eſt AD, quam AF maius eſt. Omnium ergo parallelogrammorũ, &c. Quod oportuit demonſtrare.



Aliter. Sit A B rurſus in C biſecta, & applicatũ AL, deficiens figura LB. Applicetur ad AB parallalogrammum AE deficiens figura E B, ſimili & ſimiliter poſita ipſi L B à dimidia A B deſricptæ. Dico parallelogrãmum A L ad dimidiam applicatũ maius eſſe ipſo A E. Cum enim

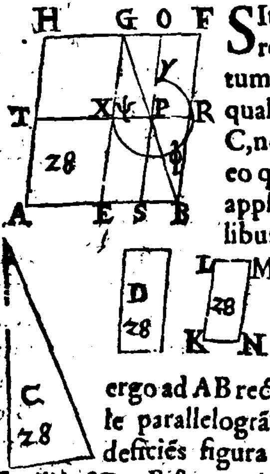
a prop. 26. 6 EB ipſi LB ſimile ſit a erunt circa eandem diametrũ, quę ſit EB, perficiaturq; figura. Quia ergo LF ipſi LH ęquale eſt, quod & F G ipſi G H ſit æqualis; F L, quam E K

b prop. 43. 1 maius erit: b ęquale eſt autem LF ipſi DL: maius ergo eſt D L quam E K, commune addatur KD; totum ergo AL toto A E maius eſt. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 28. Probl. 8.

Ad datam rectã lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ ſit

sit similis alteri datæ. Oportet autē datum rectilineum, cui æquale applicandum est, maius non esse eo, quod ad dimidiam applicatur, similibus existētibus defectibus; & eo quod à dimidia, & eo, cui oportet simile deficere.



SIt recta data AB; rectilineum datum, cui oporteat æquale applicare, sit C, non maius existēs eo quod ad dimidiā applicatū est, similibus existētibus defectib'. Cui autem oportet simile deficere, sit D. Oportet ergo ad AB rectilineo C æquale parallelogrāmum applicare deficiēs figura parallelogrāma simili ipsi D. *a* Bisecetur AB in E & *b* describatur super EB ipsi D simile, similiterq; positū EBFG compleaturq; AG parallelogrāmū: quod ipsi C aut æquale est, aut mai' ob determinationē. Si æquale, factū est quod iubebatur; applicatū enim est ad AB rectilineo C æquale parallelogrammū AG deficiens *a prop. 10. 1.* *b prop. 18. 6.*

figura parallelogramma GB simili ipsi D. Si verò HE maius est quam C; erit & GB maius, cum GB ipsi HE sit æquale. Excessui autẽ, quo GB excedit C, *c* fiat æquale KLMN, simile similiterq; positũ ipsi D. Et cum D simile sit ipsi GB, erit & KM ipsi GB simile. sit linea KL ipsi GE; & LM ipsi GF homologa; qa ergo GB ęquale est ipsis C, & KM; erit GB; quã KM maius; erit ergo & GE linea maior quã KL; & GF, quam LM. *d* Fiat ipsi KL æqualis GX; ipsi LM ipsa GO, compleaturq; parallelogrãmum XGOP, quod erit æquale; & simile ipsi KM. sed KM ipsi GB simile est; *e* erit ergo & GP ipsi GB simile: *f* sunt ergo GP, GB circa eandem diametrũ, quę sit GPB. & describatur figura. Cum itaq; GB ęquale sit ipsis C, KM, & GP ipsi KM; erit reliquus ΥΦΨ gnomon ipsi C ęqualis, *g* cumque OR ipsi XS sit æquale, si commune PB addatur; erit *h* totum OB toti XB æquale. sed XB ipsi TE est *i* æquale, quod AE, EB sint æquales; est ergo & TE ipsi OB æquale, si commune XS addatur, erit totũ TS gnomoni ΨΦΥ æquale. Sed gnomon ipsi C ostensus est æqualis: *k* est ergo TS ipsi C ęquale. Ad datam ergo AB dato rectilineo C æquale parallelogrãmum TS applicatum est deficiens figura PB simili ipsi

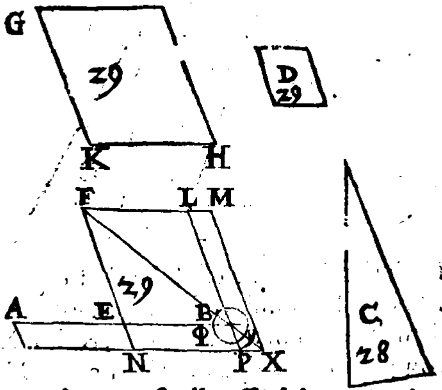
c prop. 25. 6
d prop. 31.
e prop. 21. 6
f prop. 26. 6
g prop. 43. 1
h ax. 2.
i prop. 36. 1
k ax. 1.

ipſi D, cum P B ipſi G P ſimile ſit. Quod oportuit facere.

Propoſitio 29. Probl. 9.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, ſimili alteri data.

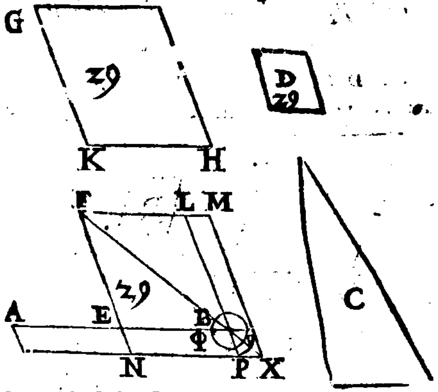
SIT DATA recta A B; & rectilineum C, cui oporteat ad A B æquale applica-



re, cui autem ſimile eſſe debeat excedens ſit D. *a* Biſecetur A B in E, *b* deſcribaturq; ſuper E B parallelogrammum ſimile, ſimiliterq; poſitum ipſi D; Aequale verò vtrique B F, & C & ſimile ipſi D *c* fiat G H, quod ipſi F B ſimile erit. Sit autem latus

a prop. 10. 1.
b prop. 18. 6.
c prop. 25. 6.

KH homologum lateri FL; KG ipsi FE. Et cum GH maius sit quã FB, erit & KH maior, quam FL; & KG quam FE; producantur FL, FE, vt ipsis KH, KG æquales fiant, in M & N, compleaturque MN, quod ipsi GH æquale & simile est:



d prop. 21. 6.
e prop. 26. 6.

sed ipsi GH simile est EL; *d* est ergo & MN ipsi EL simile; *e* sunt ergo circa eandem diametrum, quæ ducatur, & sit FX, compleaturque figura. Quia ergo GH tam ipsis EL, & C, quam ipsi MN æquale est; *f* erit & MN ipsis EL & C æquale. Cõmune EL tollatur; & erit gnomon ΥΤΦ ipsi C æqualis. Cumq; EA ipsi EB sit æqualis, *g* erit & AN ipsi NB æquale. hoc est, *h* ipsi LO, commune addatur EX, eritque

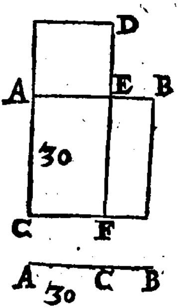
f Ax. 1.
g prop. 36. 1.
h prop. 43. 1

que totum A X, toti gnomoni ΨΥΦ æquale: sed gnomon ipsi C æqualis est: erit ergo & A X ipsi C æquale. Ad datã ergo A B, dato rectilineo C æquale parallelogrammum A X applicatum est, excedens figura parallelogrãma P O simili ipsi D, *i* cum & E L ipsi O P simile sit. Quod oportuit facere. *i prop. 24. 6*

Propositio 30. Probl. 10.

Datam rectam lineam terminatã extrema ac media ratione secare.

OPorteat datã terminatam A B extrema ac media ratione secare. *a* Describatur super A B quadratum B C, *b* appliceturq; ad A C parallelogrammum C D, æquale quadrato B C, excedens figura A D simili B C quadrato, quæ quadratum erit. *a prop. 46. 1* *b prop. 29. 6*

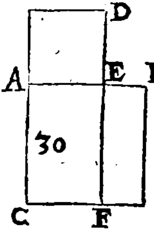


Et quia B C ipsi C D æquale est, si commune C E auferatur; erit reliquum B F reliquo A D æquale, sunt vero & æquiangula; *c* latera ergo ipsorum B F, A D reciproca sunt circa æquales angulos: est ergo vt F E ad E D; ita A E ad E B: & est F E ipsi A C, hoc est, ipsi A B *c prop. 14. 6*

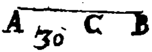
æqua-

æqualis: & E D ipsi A E; quare est vt B A ad A E; ita A E ad E B: *d* maior est autem

d prop. 14. 5



A B quam A E: maior ergo & A E quam E B: est igitur recta A B extrema ac media ratione secta in E; & maior portio est A E. Quod oportuit facere.



Aliter. Oporteat rectam A B extrema ac media ratione secare: *e* secetur A B in C; vt quod A B, B C continetur, æquale sit ei quod ex A C quadrato. Cum ergo quod A B, B C continetur æquale sit ei quod ex A C fit quadrato; *f* erit vt A B ad A C; ita A C ad C B. Est ergo A B extrema ac media ratione secta. Quod oportuit facere.

e prop. 11. 2

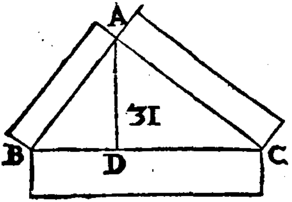
f prop. 17. 6

Propositio 31. Theor. 21.

In triangulis rectangulis figura quæ fit à latere rectum subtendente æqualis est figuris quæ fiunt à lateribus rectum continentibus, similibus; similiterque descriptis.

Sit

SIt triangulum rectangulum A B C rectum habens angulum B A C. Dico, id quod fit ex B C æquale esse illis, quæ fiunt ex B A, A C similibus similiterque descriptis. Du



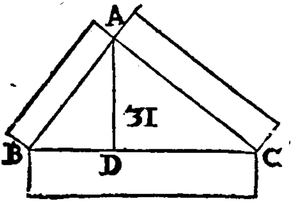
catur perpendicularis A D, *a* eruntq; triangula A B D, A D C à perpendiculari facta, & toti A B C, & inter se similia. Cumque A B C, A B D similia sint, erit vt C B ad B A, ita A B ad B D, *b* quando autẽ tres sunt proportionales, est vt prima ad tertiam; ita quæ à prima describitur figura ad figuram similem à secunda descriptam. Vt ergo C B ad B D; ita est figura ex C B ad figuram ex B A, similem similiterq; descriptam. Eadem de causa, erit vt B C ad C D; ita figura ex B C ad figuram ex C A. Ergo vt B C ad B D, D C; ita figura ex B C descripta, ad figuras ex B A, A C descriptas, similes, similiterq; positas: æqualis est autẽ B C ipsis B D, D C; ergo & figura ex B C æqualis erit figuris ex B A, A C similibus, simi-

a prop. 8. 6.

b coroll. 2. prop. 20. 6.

similiterq; descriptis. In rectangulis ergo triangulis, &c. Quod oportuit demonstrare. Aliter. c Cum similes figuræ in dupla proportione sint homologorum laterum, habebit figura ex B C ad figuram ex B A duplam proportionem eius, quã habet latus B C ad B A. Habet verò & quod ex B C quadratũ, ad quadratum ex B A duplam proportionem eius quam habet B C ad B A. d Vt ergo est figura ex B C ad figuram ex B A; ita est quadratum ex B C ad quadratũ ex A B. Eadem de causa est, vt figura ex B C ad figuram ex C A; ita quadratum ex B C ad quadratum ex C A. Est ergo vt figura ex B C ad figuras ex B A, A C; ita quadratum ex B C ad quadrata ex B A, A C. Sed e quadratum ex B C est æquale quadratis ex B A, A C: Est ergo & figura ex B C æqualis figuris ex B A, A C, similibus similiterque descriptis. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 20. 6.



d prop. 11. 5.

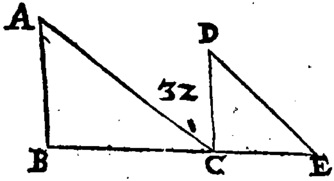
e prop. 47. 1.

Propo-

Propositio 32. Theor. 22.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad vnum angulum componantur, ita vt latera homologa sint parallela, reliqua latera in directum erunt constituta.

Sint triangula ABC, DCE habentia duo latera BA, AC, duobus DC, DE proportionalia. Vt AB ad AC; ita DC ad DE, sintq; tam AB, DC, quam AC, DE parallela, Dico CE ipsi BC in directum esse.



Cum enim in AB, DC parallelas recta AC incidat, *a* erunt anguli alterni BAC, ACD æquales. Eadem de causa & CDE, ACD æquales erunt: vnde & BAC, CDE æquales sunt. Cũ igitur duo triangula ABC, DCE vnum angulum qui est ad A, vni qui est ad D æqualem habeant, & circa æquales angulos latera proportionalia, vt *b* BA ad AC, ita CD ad DE, æquiangula erũt: anguli igitur ABC, DCE æqua-

a prop. 29. 1.

b prop. 6. 6.

ęquales ſunt. Oſtenſi autem ſunt & ACD, BAC æquales. totus ergo ACE duobus ABC, BAC eſt æqualis: communis ACB addatur, & erunt ACE, ACB æquales his, BAC, ACB, CBA: *c* ſed hi tres duobus rectis ſunt æquales: ergo & ACE, ACB duobus rectis æquales erunt. Ad punctum ergo C rectæ AC duæ rectæ BC, CE non ad eaſdem partes poſitæ, angulos deinceps ACE, ACB duobus rectis æquales faciunt; in *d* directum ergo eſt BC, ipſi CE. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonſtrare.

c prop. 32. 1.

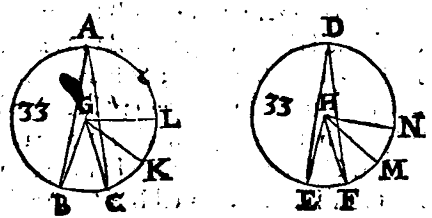
d prop. 14. 1.

Propoſitio 33. Theor. 23.

In æqualibus circulis anguli eandē proportionem habent, quam peripheriæ, quibus inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant. Quin & ſectores, quippe ad centra conſtituti.

IN æqualibus circulis ABC, DEF ad cētra G, H conſtituti ſint anguli BGC, EHF ad peripherias BAC, EDF. Dico eſſe, vt BC peripheria ad EF peripheriam; ita angulum BGC, ad angulum EHF; & BAC ad EDF; & inſuper BGC ſectorē ad EHF ſectorem. Ponantur peripheriæ BC

æqua-



æquales quotcunque deinceps CK, KL: peripheriæ EF quotcunque æquales FM, MN, ducanturque GK, GL; HM, HN. Cum ergo peripheriæ CB, CK, KL æquales sint, a erunt & anguli BGC, CGK, KGL æquales, quam multiplex ergo est peripheria BL peripheriæ BC, tam multiplex est angulus BGL anguli BGC. Eadem de causa quam multiplex est peripheria NE peripheriæ EF, tam multiplex est angulus NHE anguli EHF. Si igitur peripheriæ BL, EN æquales sunt, erunt & anguli BGL, EHN æquales: Et si peripheria BL quam EN maior est, erit & angulus BGL maior angulo EHN; et si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ BC, EF, & duo anguli BGC, EHF; acceptæq; sint peripheriæ BC & anguli BGC æque multiplices peripheria BL, & angulus BGL. Peripheriæ verò EF & anguli EHF peripheria EN & angulus EHN, demonstra-

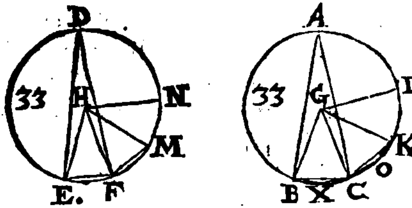
a prop. 27. 3.

T

ſtratumque ſit ſi peripheria B L maior ſit peripheria E N, & angulum B G L angulo E H N maiorem eſſe; & ſi æqualis æqualem; ſi minor, minorem: *b* Eſt ergo vt B C peripheria ad peripheriam E F; ita angulus B G C ad angulum E H F. Sed vt B G C ad E H F; *c* ita eſt B A C angulus ad E D F angulum, vterque enim vtriuſque duplus eſt: ergo vt B C ad E F; ita eſt B G C ad E H F; & B A C ad E D F. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

b def. 5. 5.

c prop. 15. 5.



Dico præterea, vt eſt BC peripheria ad EF peripheriam; ita eſſe G B C ſectorem ad H F E ſectorem. Ducantur B C, C K; accipianturq; peripheriarum BC, C K puncta X, O; & ducantur B X, X C, C O, O K. Cum ergo duæ B G, G C, duabus C G, G K æquales ſint, angulosque æquales contineant; *d* erunt & baſes B C, C K æquales: igitur & triangula B G C, G C K æqualia erunt; cumque peripheriæ B C, C K ſint æqua-

d prop. 4. 1.

æquales, erit & reliqua B A C peripheria reliquæ C A K æqualis; *e* ergo & angulus B X C angulo C O K æqualis erit, *f* portiones ergo B X C, C O K similes sunt, & sunt super æqualibus rectis B C, CK; *g* circulorum autem portiones super æqualibus rectis constitutæ, æquales sunt: portiones igitur B X C, C O K æquales sunt. Sunt verò & triangula B G C, G C K æqualia; totus ergo sector B G C toti G K C est æqualis. Eadem de causa, erunt sectores G K L, G K C æquales: tres igitur sectores B G C, C G K, G L K æquales sunt. eadem de causa, erunt & tres H E F, H F M, H M N æquales. quam multiplex ergo est peripheria B L peripheriæ C B, tam multiplex est sector G B L sectoris G B C. Eadem de causa quam multiplex est peripheria E N peripheriæ E F, tam multiplex est sector H E N sectoris H E F. Si ergo peripheria B L maior est peripheria E N, erit & sector B G L maior sectore E H N; Et si æqualis, æqualis; & si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo sectores G B C, E H F; acceptæque sint peripheriæ B C, & sectoris G B C, æque multiplices B L peripheria, & G B L sector. Peripheriæ verò E F, & sectoris

e prop. 27. 3.
f def. 11. 3.
g prop. 24. 3.

HEF, peripheria EN, & sector HEN; demonstratumq; sit si BL maior sit quã EN; & sectorem BGL maiorem esse sectore EHN; & si æqualis, æqualem; si minor minorem. g erit vt peripheria BC ad EF peripheriam; ita GBC sector ad HEF sectorem. Manifestũ ergo est, esse, vt est sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.

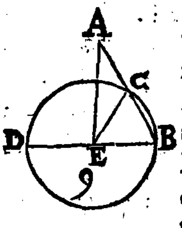
g 1. def. 5.

Ex libro 13. Euclidis.

Propositio 9.

Si latera hexagoni & decagoni eidem circulo inscripta cõponantur, erit tota cõposita proportionaliter secta.

SInt in circulo DCB, latera BC decagoni, AC hexagoni in directũ posita. Dico totã AB in C proportionaliter esse sectã, maioremq; portionem esse AC. Sumpto enim centro E. iungantur rectæ EB, EC, EA, pducaturque EB in D. Quia igitur BC latus est decagoni



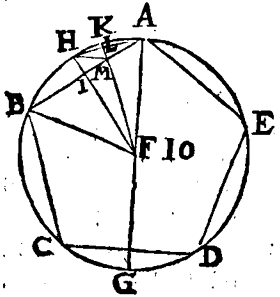
æquilateri, erit peripheria BCD quintupla peripheriæ CB: igitur CD quadrupla erit eius-

eiusdem CB. Vt *a* verò peripheria CD ad peripheriam CB; ita est angulus CED ad angulum CEB: Quadruplus est ergo angulus CED anguli BEC. Et quia *b* angulus EBC æqualis est angulo BCE, erit *c* angulus DEC duplus anguli ECB, cumque EC rectæ CA sit æqualis (vtraque enim est æqualis lateri hexagoni circulo BCD inscripti) *d* erit & angulus CEA angulo EAC æqualis; *e* duplus ergo est angulus BCE anguli CAE: sed anguli BCE duplus ostensus est angulus CED: quadruplus igitur est angulus CED anguli CAE. ostensus est autem & angulus CED quadruplus anguli CEB: æquales ergo sunt anguli CAE, BEC. Triangulorum autem ABE, ECB angulus EBC est communis; *f* erit ergo & reliquus AEB, reliquo ECB æqualis. Quare triangula ABE, CBE sunt æquiangula: *g* est ergo vt AB ad EB; ita EB ad CB. Est verò BE ipsi AC æqualis: igitur est vt AB ad AC; ita AC ad CB; Maior autem est AB, quam AC; *h* igitur & AC quam CB. Quocirca AB in C secta est proportionaliter, & portio maior est AC. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 33. 6
b prop. 5. 1.
c prop. 30. 3.
d prop. 5. 1.
e prop. 32. 1.
f prop. 32. 1.
g prop. 4. 6.
h prop. 14. 5

Propositio 10.

Si circulo pentagonum æquilaterum inscribatur, latus pentagoni poterit, & latus hexagoni, & latus decagoni, eidem circulo inscriptorum.



ESto circul⁹ ABCDE, cui pentagonem æquilaterum ABCDE inscribať. Dico latus pẽtagoni posse & hexagoni, & decagoni lat⁹ eidem circulo inscriptorũ. Accepto enim centro F ducatur AFG, FB, & ex F ad AB perpendicularis FI, quæ producatur in H, iunganturque AH, HB, rursusq; ab F ad AH agatur perpendicularis FL, quæ in K producatur, iunganturq; HM. Et quia peripheria ABCG æqualis est peripheriæ
a prop. 28. 3 AEDG, *a* quarũ ABC æqualis est AED: est igitur & reliqua CG, reliquæ DG æqualis. Est autem CD pentagoni; CG ergo Decagoni erit. Et quia AF, FB *b* æqua-
b def. 15. 1. les sunt, & perpendicularis FI, *c* erit angu-
c prop. 3. 3. lus AFH angulo HFB æqualis, *d* ideoq;
d prop. 26. 1

&

& peripheria AH peripheriæ HB: quare peripheria A B dupla erit peripheriæ HB: igitur A H latus est decagoni. Eadem ratione AH peripheria ipsius AK dupla est. Quia ergo peripheria A B peripheriæ HB dupla est; peripheria verò C D peripheriæ AB æqualis; erit & CD peripheria dupla peripheriæ H B. Est verò & C D peripheria dupla peripheriæ C G: peripheriæ ergo CG, BH æquales sunt: sed BH ipsius H K dupla est, quod & A H. Igitur & C G ipsius HK est dupla. Est autem peripheria CB peripheriæ AB æqualis: ergo tota BG peripheria, peripheriæ BK dupla est: *e* vnde & angulus G F B, anguli B F K duplus erit. Est *f* verò & angul' GFB duplus anguli FAB, & *g* sunt FAB, ABF æquales: est *h* igitur & B F M angulus, angulo FAB æqualis. Triangulorum autem AFB, BFM communis est angulus ABF: erit igitur & reliquus AFB reliquo BMF æqualis. Quare triangula ABF, BFM sunt æquiangula. *i* Ergo est vt A B ad B F; ita F B ad B M: *k* rectangulũ ergo rectis AB, BM contentum æquale est quadrato ipsius FB. Rursus *l* quoniã AL, LH æquales sunt; cõmunis, & ad angulos rectos LM; *m* erunt & bases HM, MA æquales. *n* Vnde & anguli LHM, LAM æquales erunt: sed *o* angulus LAM,

e *prop.27.3*
f *prop.20.3*
g *prop.5.1.*
h *ax.7.1.*
i *prop.4.6.*
k *prop.17.6*
l *prop.3.3.*
m *pro.4.7.1*
n *prop.8.1.*
o *prop.27.3*

angulo HBM est æqualis: erunt igitur & LHM, HBM æquales, & est duorum triangulorum BAH, HAM angulus BAM communis: erit igitur & reliquus AHB reliquo HMA æqualis. Triangula igitur AHB, HAM sunt æquiangula. *p* Quare est, vt BA ad AH; ita AH ad AM. Rectangulum ergo *q* rectis AB, AM contentum, æquale est quadrato rectæ AH. Ostensum est autem & rectangulum rectarum AB, BM æquale esse quadrato rectæ BF; ergo rectangulum linearum AB, BM, cum rectangulo linearum AB, AM (*r* quæ sunt æqualia quadrato toti⁹ AB) est æquale quadratis ipsarum BF, AH; & est AB latus pentagoni; FB hexagoni; AH decagoni: igitur latus pentagoni potest & latus hexagoni, & latus decagoni eidem circulo inscriptorum, quod erat demonstrandum

p prop. 4. 6.

q prop. 17. 6

r prop. 2. 2.

ERRATA.

Pag. 14. ℣. 13. GF. l. DF. p. 20. ℣. 1. EG, GF, l. ED, DF. p. 33. prop. 22. ex lin. A. fiat C, & ex C fiat A. p. 48. ℣. 3. l. ACDB. p. 58. in fig. ponatur inter K. L lit. M. p. 63 in fig. inter D, E ponatur L. p. 66. ℣. ℣lt. l. DO. p. 75. in fig. inter D & F, pone M. p. 101. ℣ 9. l. CEF. p. 113. ℣. 4. l. cadat & sit. p. 142. ℣. 5. l. GA. p. 184. ℣. 3. l. Quare. p. 192. ℣. ℣lt. l. C. p. 208. ℣. 7. l. MP. p. 264. in fig. ABC pro C pone G. p. 191. & 192. in fig. deest litera Ψ, sed quid gnomon sit lector facile intelliget; deest quoque litera O inter M & X ponenda. p. 304. in fig. deest linea BH.