

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

Ad usum Fr. Christiani O. E. S. A.

EVCLIDIS 1690.

ELEMENTO-
RVM GEOMETRI-
CORVM LIBRI SEX
PRIORES

Nova interpretatione in usum

studij sequentis in lucem dati.

Reverendi Patris Rectoris Scholae Augustinae.

IOANNE LANZ SO-
CIETATIS IESV.

ANNO

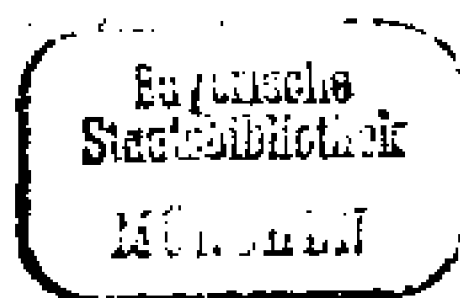
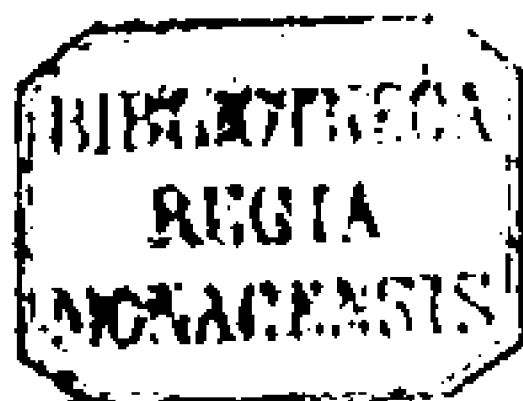


M.DC.XVII.

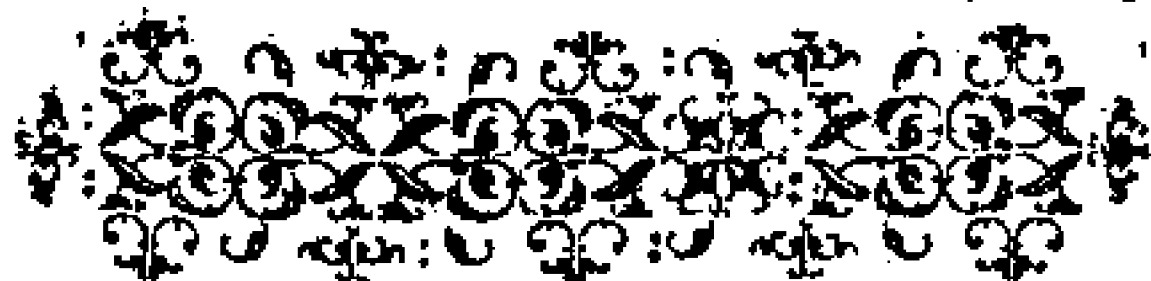
Cum facultate Superiorum.

INGOLSTADII,

Ex Typographico Ederiano apud Eli-
sabetham Angermariam, viduam.



AD LECTOREM



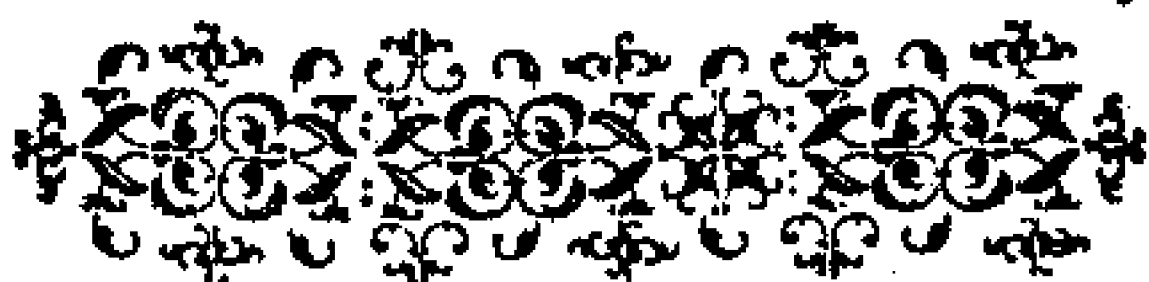
INTERPRES CANDIDO LE- CTORI.

DUas Matheseos alas esse, recte scripsit Plato, Geometriam & Arithmetica. hac posteriore cum utcumque instructa iam studiosa iuventus videretur, supererat, ut eadem & priore instrueretur. Itaque cum de habenda aliqua Geometricorum elementorum Epitome cogitationem suscepissem, nihilque melius ipso summo Geometra Euclide in mentem venisset; ceppi sollicitius & mecum ipse, & cum alijs quoque communicato consilio deliberare, quemnam potissimum ex tanta interpretum turba, quamque adeo in Universum rationem Euclidis publicandi deligerem. Mens una fuit omnium, iuventutem nimiam libri mole non esse gravandam. Recidenda ergo necessario fuerunt primum scholia & commentationes alienae, quibus plerique dum ingenio suo indulgent maxime, minime nobis Eu-

AD LECTOREM.

clidem ipsum repræsentarunt. Tum deinde quoniã vix aliqua apparebat tam religiosa interpretatio, quæ nõ ab Autore, si sua lingua loquentẽ audias, licentiũs subinde recederet; optimum factũ videbatur si in Latinũ sermonem de integro cõverteretur. Ad eam ego provinciã postquam aggressus fui, illud antiquissimæ curæ habui, ut quamlibet simplici dictione, genuinã demonstrationẽ sententiam ex Græco prorsus exprimerẽ, sed pro instituta breuitate verbis sic appensis, ut longiorẽ alicubi circumductionẽ paullo breuiori gyro colligerem. Posteriores tamen libri quinti propositiones, quoniam in Euclide desiderantur, fraudi nõ erit earũ loco Pappi Alexandrini ex Commentariis Federici Commandini substituisse. Quin ad difficiliorese etiã definitiones breuiculas notas eo consilio apposui, ne in ipso statim limine aut hæere Lector, aut aliunde subsidium petere cogeretur. Deniq, nonam & decimã propositionẽ libri decimi tertij idcirco adieci, ut si quis Triangulorũ Canonem, hoc est, Tabulas Sinuum, Tangentiũ & Secantiũ, aut cõdere, aut conditas a Typographorum nõ infrequentibus mendis vindicare cuperet, id libelli huius auxilio posset. Vale Lector, & his laboribus nostris ad Dei gloriã utere. Ingolst. 29. Decemb. Anno Christi M. DC. XVI.

ELE.



ELEMENTO- RVM EVCLIDIS LIBRI SEX PRIO-

RES EX GRÆCO

fonte translati.

EVCLIDIS ELEMENTVM
PRIMUM.

Definitiones.

Punctum est, cuius pars nulla.

2 Linea, longitudo latitudinis expers.

3 Lineæ termini sunt puncta.

4  Recta linea est, quæ ex æ-
quali suis interijcitur pun-
ctis.

5  Superficies est, quæ longitu-
dinem & latitudinem tan-
tum habet.

6 Superficiæ termini sunt lineæ.

7 Plana superficies est, quæ ex æquali in-
ter suas lineas iacet.

A 3

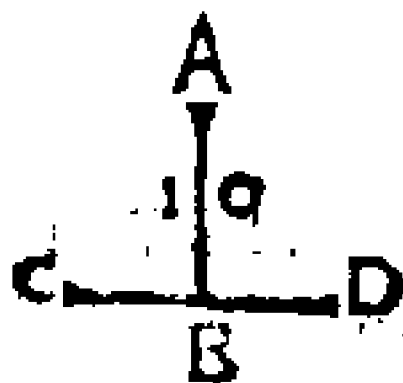
8 Pla-



8 Planus angulus est, duarum linearum in plano se mutuo tangentium, & non in directum iacentium alterius ad alteram inclinatio.

In directum iacere dicuntur duæ lineæ, quando ex illis fit una linea.

9 Si lineæ angulum continentes, rectæ fuerint, recti lineus angulus dicitur.



10 Si recta linea super rectam consistens, eos, qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est uterque æqualium angulorum. Et insistens recta, perpendicularis dicitur eius, cui insistit.

Linea AB consistens super CD dicitur perpendicularis. Anguli ABC, ABD dicuntur recti, dicuntur quoq, anguli deinceps.



11 Obtusus angulus est, qui maior est recto.

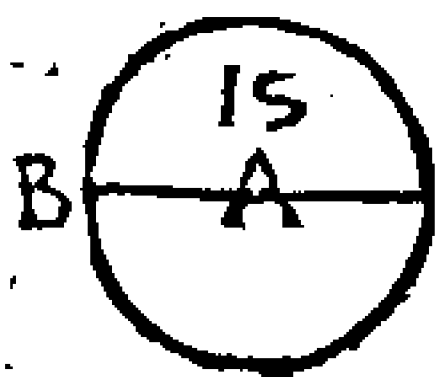
12 Acutus, qui recto minor est.

13 Terminus est, quod alicuius est finis.

14 Figura est, quæ sub aliquo, aut aliquibus terminis continetur.

Circulus continetur sub una linea circulari.

15 Cir-



15 Circulus est figura plana, sub vna linea cōtenta, quæ peripheria dicitur, ad quam omnes lineæ ab vno puncto eorum, quæ intra figuram sunt cadentes, æquales sunt.

16 Punctum autem illud centrum circuli dicitur, *nimirum A*

17 Diametrus circuli, est quædam recta linea per centrum acta, & ad vtramq; partem peripheriæ circuli terminata; quæ & circulum bifariam secat. *nempe linea B C*



18 Semicirculus est figura à diametro, & intercepta circuli peripheria contenta.

19 Segmentum circuli est, quod à recta linea, & peripheria circuli continetur.

20 Rectilineæ figuræ sunt, quæ rectis lineis continentur. Trilateræ, quæ tribus; quadrilateræ, quæ quatuor; multilateræ, quæ pluribus quàm quatuor lineis rectis continentur.



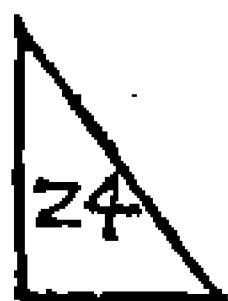
21 Trilaterarum figurarum, æquilaterum triangulū est, quod tria latera habet æqualia.



22 Isosceles, quod duo tantum æqualia habet latera.



23 Scalenum, quod omnia tria inæqualia habet latera.



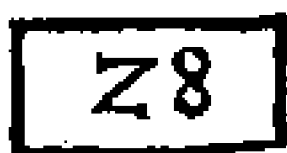
24 Trilaterarum præterea figurarum rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

25 Obtusangulum, quod obtusum. *ut est figura 23.*

26 Acutangulum, quod tres acutos habet angulos. *ut sunt figurae 21. & 22.*



27 Quadrilaterarum figurarum, Quadratum est, quod æquilaterum & æquiangulum est.



28 Altera parte longior figura est, quæ æquiangula quidem, at non æquilatera est.



29 Rhombus, quæ æquilatera, æquiangula verò non est.



30 Rhomboides, quæ opposita, & latera, & angulos æqualia habet; at neque æquilatera est, neque æquiangula.

31 Reli-



31 Reliqua ab his quadrilatera, vocentur trapezia.



32 Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem plano existentes, & utrinq; in infinitum cictæ, in neutram partem coincidunt.

Postulata.

Postuletur à quouis puncto ad quoduis rectam lineam ducere.

Et rectam lineam terminatam in continuum, & directum producere.

Et quouis centro & interuallo circum describere.

Communes sententiae seu axiomatica.

1 Quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia.

2 Et, si æqualibus æqualia adduntur, tota sunt æqualia.

3 Et, si ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua sunt æqualia.

4 Et, si inæqualibus æqualia addantur, tota sunt inæqualia.

5 Et, si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua sunt inæqualia.

A 5

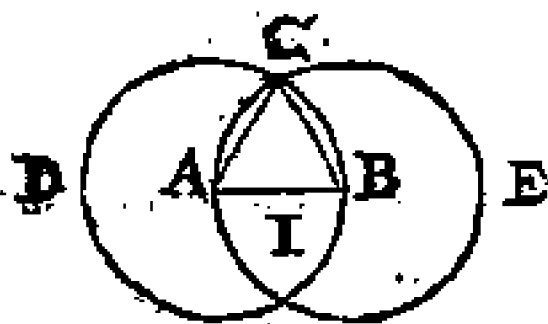
6 Et

- 6 Et, quæ eiusdem sunt dupla, inter se sunt æqualis.
- 7 Et, quæ eiusdem sunt dimidia, inter se sunt æqualia.
8. Et, quæ sibi inuicem congruunt, inter se sunt æqualia.
- 9 Et, totum est maius sua parte.
- 10 Et, omnes anguli recti inter se sunt æquales.
- 11 Et, si in duas rectas lineas recta incidens angulos interiores, & ad easdem partes, duobus rectis minores fecerit, coincident duæ illæ lineæ in infinitum protractæ versus illam partem, ad quam sunt duo anguli duobus rectis minores.
12. Et, duæ rectæ spacium non concludunt.

Propositiones.

Propositio I. Problema I.

Super data recta linea terminata triangulum æquilaterum constituere.

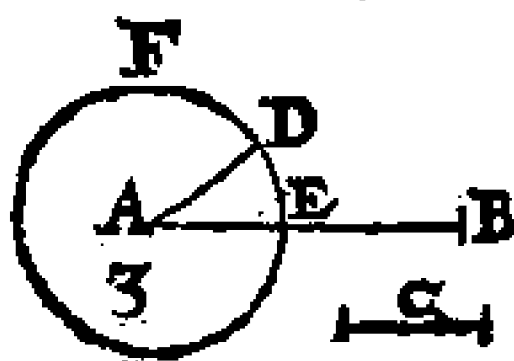


Si data recta AB,
super qua oportet
triangulum æquilaterum
constituere

a *prop. 1.2.* B, super a eaq; constituatur triangulum
 b *post. 2.* æquilaterum D A B, b productis in dire-
 c *post. 3.* ctum ipsis D A, D B in E, & F. c Centro
 d *post. 3.* B, intervallo B C describatur circulus
 C G H. Rursus d centro D, intervallo
 e *def. 15.* D G describatur circulus G K L. Quo-
 f *def. 15.* niam ergo B centrum est circuli C G H,
 g *prop. 1.* e erit ipsi B C æqualis B G. Rursus cum D
 h *ax. 3.* sit centrum circuli G K L, f erit D L æ-
 i *ax. 1.* qualis ipsi D G : g quarum pars D A est æ-
 qualis parti D B : h reliqua ergo A L æ-
 qualis erit reliquæ B G. Ostensa est au-
 tem & B C æqualis ipsi B G : vtraque ergo
 A L, B C æqualis est ipsi B G. i Quæ au-
 tem eidem sunt æqualia, & inter se sunt æ-
 qualia: ergo A L æqualis est ipsi B C. Qua-
 re ad punctum datum A, datæ rectæ B C
 æqualis est posita, A L. Quod facere oportuit.

Propos. 3. Probl. 3.

*Datis duabus inæqualibus rectis lineis,
 à maiore minori equalem ab-
 scindere.*



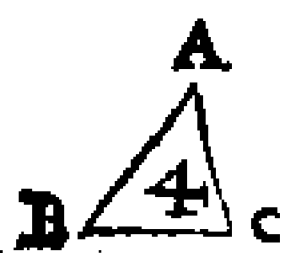
Sint datæ rectæ in-
 æquales A B, & C;
 quarum maior sit A B;
 à qua, minori C æ-
 qualem abscindere
 oportet.

oporteat. Sit a ad punctum A , rectæ $Cæ$ a prop. 2. 1.
 qualis posita, AD . & b centro A , interval- b post. 3.
 lo AD , describatur circulus DEF . Et quia
 A centrum est circuli DEF , e erit AE c det. 15.
 æqualis ipsi AD . sed & $Cæ$ qualis est ipsi
 DA : vtraque ergo AE , $Cæ$ qualis est ipsi
 AD : igitur & AE æqualis erit ipsi C . Dua-
 bus ergo inæqualib. datis rectis lineis AB ,
 & C , à maiore AB , minori C æqualis est
 abscissa, AE . Quod facere oportuit.

Propos. 4. Theor. 1.

*Si duo triangula duo latera duobus la-
 teribus equalia habuerint, alterum al-
 teri; habuerint autem & angulum an-
 gulo, equalibus lateribus contentum,
 equalem, & basim basi equalem habe-
 bunt: erit igitur triangulum triangulo equa-
 le, & reliqui anguli reliquis angulis
 equales, quibus equalia latera
 subtenduntur.*

Sint duo triangula ABC , DEF , quæ
 duo latera AB , AC , duobus DE , DF
 æqualia habeant, utramque vtrique, AB



ipsi DE , & AC i-
 psi DF , & angulū
 BAC , angulo
 EDF . Dico quod

&

* *superpo-*
natur.
ax. 8.

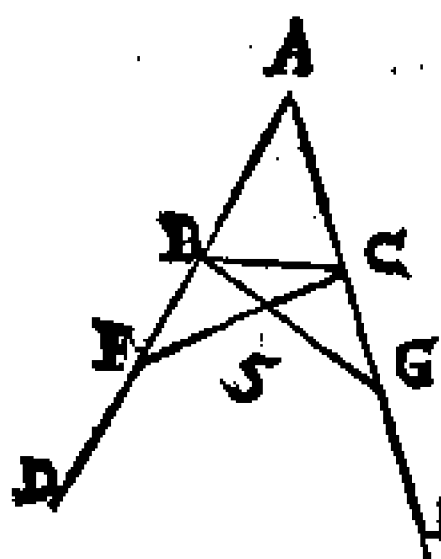
ax. 12.

ax. 8.

& basis BC , basi EF sit æqualis, & triangulum ABC , triangulo DEF , & reliqui anguli reliquis, vterque vtrique, quibus æqualia latera subtenduntur, nempe ABC ipsi DEF ; & ACB ipsi DFE . Si enim triangulum ABC triangulo DEF congruat, & A super D ponatur, & congruet AB rectæ rectæ DE , & B ipsi E , quod AB sit æqualis DE . Congruente igitur AB ipsi DE , congruet & AC ipsi DF , quod angulus BAC angulo EDF sit æqualis: ideo & C ipsi F congruet, quod & AC æqualis sit ipsi GF . Sed & B ipsi E congruebat. Quare & basis BC basi EF congruet. Si enim congruente B ipsi E , & C ipsi F , basis BC basi EF non congruat, continebunt duæ rectæ spacium; δ quod fieri nequit. Congruet ergo basis BC basi EF , & æqualis illi erit; adeoque totum triangulum ABC toti triangulo DEF congruet, & eiq; æquale erit: congruent ergo & reliqui anguli reliquis, eritque ABC angulus angulo, DEF , & ACB ipsi DFE æqualis. Si ergo duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, &c.

Propos. 5. Theor. 2.

Isoſcelium triangulorum anguli ad baſim ſunt æquales: & productis æqualibus rectis, erunt & anguli infra baſim æquales.



Sit triangulū ABC , habens latus AB , lateri AC æquale. Producantur in directum AB , AC rectæ in D & E . Dico angulū ABC , angulo ACB ; & CBD , ipsi BCE æqualem esse.

ſc. Accipiat in BD quoduis punctum F ; & auferatur à maiori AE , minori AF æqualis AG ; ^{a prop. 3. 1.} ^{b poſt. 1.} ducanturq; rectæ FC , GB . & cum AF , ipsi AG ; & AB æqualis sit ipsi AC ; erunt duæ FA , AC , duabus GA , AB æquales, altera alteri, continentq; angulum communem FAG ; ^{c prop. 4. 1.} erit igitur baſis FC baſi GB æqualis & triangulum AFC triangulo AGB , & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur; nempe ACF ipsi ABG , & AFC ipsi AGB . Et quia tota AF toti AG æqualis eſt, quarum AB eſt æqualis ipsi AC ; deris

ax. 3.

prop. 4.1.

derit & reliqua BF , reliqua CG æqualis. Ostensa autem est & FC æqualis ipsi GB . Cum ergo duæ BF , FC duabus CG , GB æquales sint altera alteri: & angulus BFG angulo CGB æqualis, & basis BC communis, erit triangulum BFC triangulo CGB æquale, & reliqui anguli reliquis alter alteri, quibus æqualia latera subiēluntur: ergo & angulus FBG angulo GCB , & BCF ipsi CBG æqualis erit. Et quia totus ABG toti ACF ostensus est æqualis, & CBG ipsi BCF ; erit ergo & reliquus, ABC reliquo ACB æqualis: & sunt ad basim trianguli ABC ; ostensus est autem FBG angulus, angulo GCB æqualis, & sunt sub basi. Isoscelium igitur triangulorum anguli ad basim æquales sunt, & productis æqualibus lateribus, etiam anguli infra basim. Quod demonstrare oportuit.

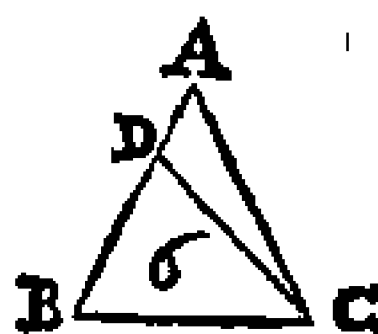
Propos. 6. Theor. 3.

Si trianguli duo anguli æquales fuerint, erunt & latera æquales angulos subtendentia, æqualia.

Sit triangulum ABC habens angulum ABC , angulo ACB æqualem. dico & latera

latera AB , AC æqualia esse. Si enim sunt inæqualia, erit alterū maius, sit maius AB .

a Auferatur à maiore AB , minori AC æ-



qualis DB , ducaturq; DC .

Cum ergo DB , AC æqua-

les sint, communis vero

BC ; erunt duæ DB , BC ,

duabus AC , CB æquales,

altera alteri, & angulus DBC æqualis an-

gulo ACB ; igitur & basis DC , basi AB

crit æqualis, & triangulum ABC , triangu-

lo DBC , minus maiori, & quod est absur-

dum; nō igitur in æqualis est AB , ipsi AC :

ergo æqualis. Quare si trianguli duo angu-

li æquales fuerint, erunt & latera, æquales

angulos subtendentia, æqualia. quod de-

monstrare oportuit.

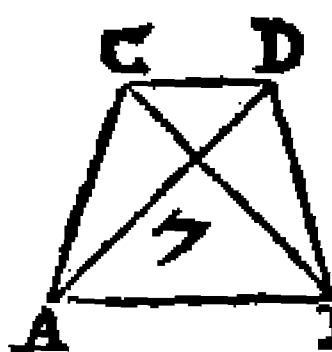
Propos. 7. Theor. 4.

Super eadem recta linea, duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales altera alteri, non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdemq; cum primò ductis terminos habentes.

SI enim fieri potest constituatur super eadem recta linea AB , duabus rectis

B

AC ,

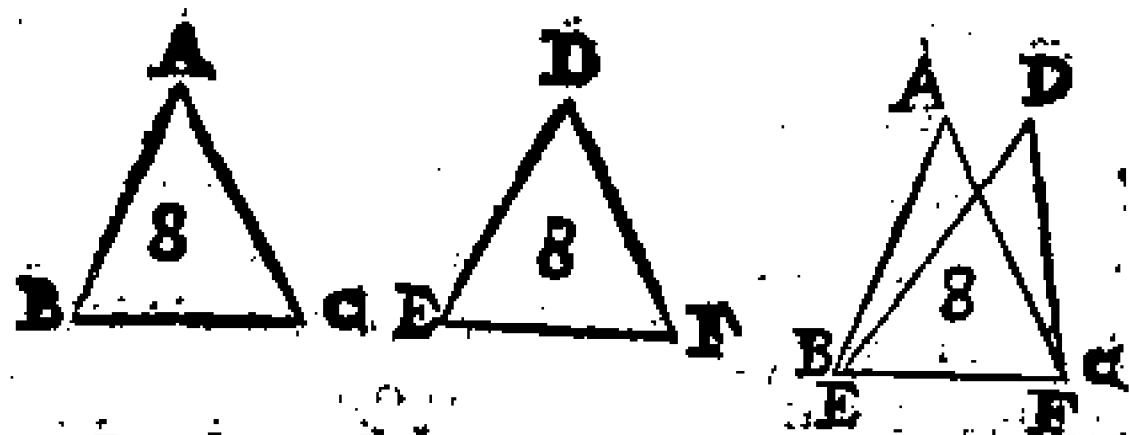


AC, CB, duæ alæ AD, DB
 æquales, altera alteri, ad al-
 liud atque aliud punctum
 C & D, ad easdem partes
 C, D, eisdem terminos ha-
 bentes A, B, quos primæ: ita, ut CA ipsi
 DA, eundem cum ipsa terminum A ha-
 bens, CB verò ipsi DB, eundem cum illa
 terminum B habens, sit æqualis, & ducatur
 CD. Cum ergo AC sit æqualis ipsi
 AD, *a* erit & angulus ACD æqualis an-
 gulo ADC: maior ergo est ADC angu-
 lus, | angulo DCB: multo ergo maior
 CDB. Rursum cum CB æqualis sit ipsi
 DB, erit & angulus CDB angulo DCB
 æqualis: ostensus autem est multo illo ma-
 ior. *b* Quod fieri non potest. Non igitur
 super eadem recta linea duabus rectis li-
 neis, alæ duæ rectæ æquales, altera alteri
 constituentur ad aliud atque aliud pun-
 ctum, ad easdem partes, eisdem cum
 primò ductis terminos habeu-
 tes. Quod demonstrare
 oportuit.



Propos. 8. Theor. 5.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus equalia habuerint, habuerint verò & basim basi aequalem, habebunt quoque angulum equalibus lateribus contentum angulo aequalem.

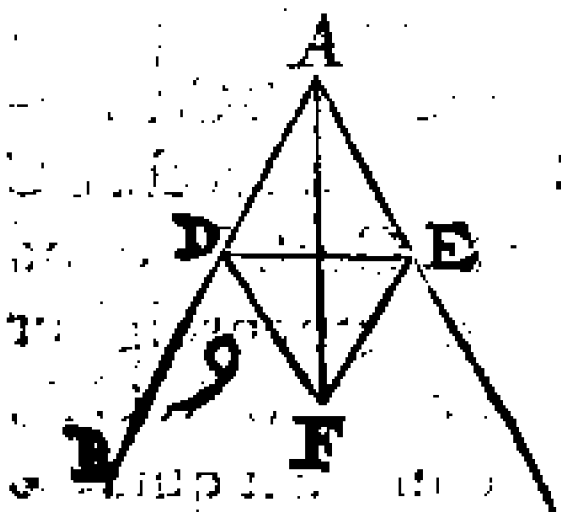


Sint duo triangula ABC , DEF , quæ habeant duo latera AB , AC , duobus DE , DF equalia, alterum alteri, nempe AB ipsi DE , & AC ipsi DF ; habeant quoque bases BC , EF æquales. Dico quod & angulus BAC , angulo EDF sit æqualis. Congruente enim triangulo ABC , triangulo DEF ; positoq; B super E , & recta BC super EF ; A congruet & C ipsi F ; quod BC , EF æquales sint. Congruente igitur ipsa BC ipsi EF , congruent & BA , CA , ipsis ED , DF . Quod si congruat quidem basis BC , basi EF ; at BA , CA latera ipsis, ED ,

b prop. 7. 1. ED, DF, non congruant, sed aliò cadant, ut sunt EG, GF, *b* constituètur, super eadē recta duabus rectis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem terminos habentes. At non constituuntur. Non ergo congruente basi BC, basi EF, nō congruent BA, AC latera ipsis ED, DF: congruent ergo. quare & angulus BAC angulo EDF congruet, cique æqualis erit. Si ergo duo triangu- la, duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, habuerint verò & basim! basi æqualem, habebūt quoq; angulum æqualibus lateribus contentum, angulo æqualem. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 9. Probl. 5.

*Datum angulum rectilineum bifa-
riam secare.*



a prop. 1. 1. ex AC ipsi AD æqualis auferatur AE: & super

It datus angulus rectilineus BAC, quem oporteat bifariam secare. Accipiat quoduis punctum D. Atque

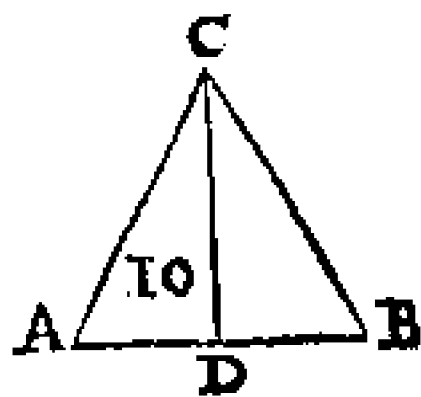
superductam DE , b constituatur triangulū equilaterum DEF , & iungatur AF . Dico angulum BAC rectā AF bifariam secari. Cum enim AD , AE æquales sint, communis AF ; erunt duæ DA , AF , duabus EA , AF æquales, altera alteri, est verò & basis DF basi EF æqualis: c ergo & angulus DAF , angulo EAF æqualis erit. Datus ergo angulus rectilineus BAC à recta AF bifariam secatur, Quod facere oportuit.

b prop. 1. 1.

c prop. 8. 1.

Propos. 7. Probl. 5.

Datam rectam finitam bifariam secare.



It data recta finita AB , quā oporteat bifariam secare. Constituatur super illa triangulum equilaterū ABC , & secetur angulus ACB bifariam rectā CD . Dico rectam AB , in D bifariam esse sectam. Cum enim AC , CB æquales sint cōmunis CD ; erunt duæ AC , CD , duabus BC , CD æquales, altera alteri, & angul⁹ ACD angulo BCD æqualis: b igitur & basis AD æqualis est basi BD . data ergo recta finita AB in D secta est bifariam, quod faciendum erat.

a prop. 9. 1.

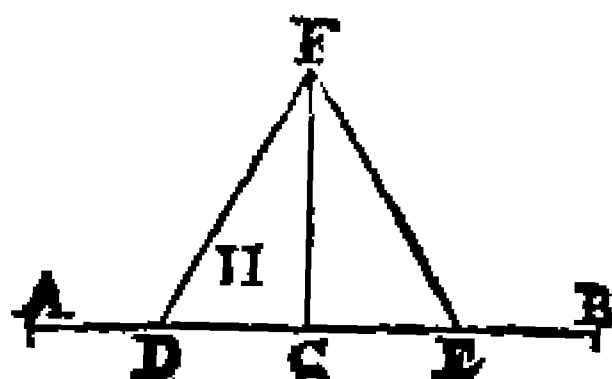
b prop. 4. 1.

B 3

Pro-

Propos. 11. Probl. 6.

*Data recta linea ex puncto in illa data
lineam rectam ad angulos rectos
ducere.*



SIT data recta
AB, datum in
illa punctum C,
oporteatq; ex C,
ipsi AB rectam

a prop. 8. 1.

b prop. 1. 1.

lineam ad angulos rectos ducere. Accipia-
tur in AC quoduis punctum D, & a po-
natur ipsi CD æqualis CE, b cōstituatur-
que super ED triangulum æquilaterum
FDE, & ducatur FC. Dico ad punctum C
datæ rectæ AB ad angulos rectos esse du-
ctam FC. Cum enim DC, CE sint equa-
les, FC communis; erunt duæ DC, CF,
duabus EC, CF æquales, altera alteri; sed
& basis DE, æqualis est basi EF: erit c er-
go & angulus DCF æqualis angulo ECF;
& sunt deinceps. d Quando autem recta
super rectam consistens, eos qui deinceps
sunt angulos, æquales fecerit, rectus est
uterq; æqualium angulorum: recti igitur
sunt anguli DCF, FCE. Quare datæ rectæ,
ex puncto in illa dato, ducta est ad angulos
rectos, recta FC. quod facere oportuit.

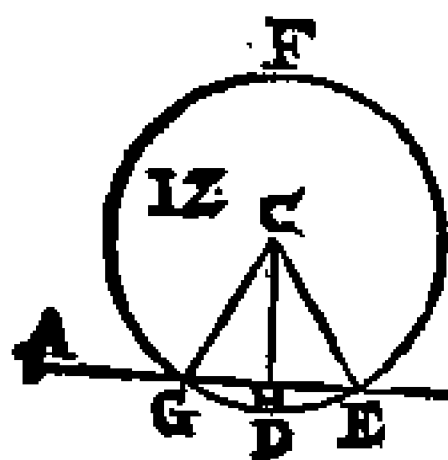
c prop. 8. 1.

d def. 10.

Pro-

Propos. 12. Probl. 7.

*Ad datam infinitam, à puncto dato
extra illam perpendicularem
rectam ducere.*



Sit data recta infini-
ta AB, punctū extra
illam C. & oporteat ad
rectam datam AB ex
puncto C, quod in illa
non est, perpendicu-
larem rectam ducere. Accipiat^aur ad alte-
ras partes rectę AB, quoduis punctū D, &
a centro C intervallo CD circulus EFG
describatur, & diuidaturque EG in H bi-
sariam, ductis rectis CG, CH, CE. Dico
quod ad datam infinitam AB, à puncto
extra illam dato C, perpendicularis ducta
sit CH. Cum enim GH, HE sint æqua-
les, HC communis: erunt duę GH, HC,
duabus EH, HC æquales, altera alteri;
c sed & basi CG, basis CE, est æqualis; erit
d ergo & angulus CHG angulo EHC
æqualis, & sunt deinceps. e quando autem
recta super rectā consistens, eos qui dein-
ceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus
est vterque æqualium angulorum, & infi-
nitens linea, perpendicularis dicitur eius,

a post. 3.

b prop. 10.2

c def. 15.

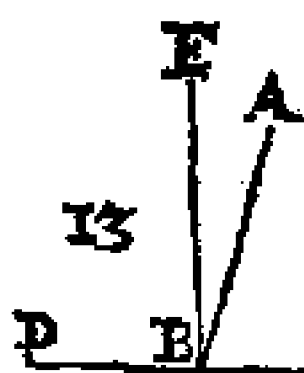
d prop. 8.1.

e def. 10.

cui infistit. Quare ad datam rectam infinitam AB à puncto extra illam dato C , perpendicularis ducta est, CH . quod facere oportebat.

Propos. 13. Theor. 6.

Quando linea recta super rectam consistens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis aequales efficit.



Recta enim quædam AB , super rectâ CD consistens, angulos faciat CBA , ABD . dico illos, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales esse. Si enim CBA ipsi ABD , est æqualis, duo æ recti sunt. Si non: ducatur à puncto B ipsi CD ad angulos rectos, BE : *b* ergo CBE , EBD duo recti sunt. Et quia CBE duobus CBA , ABE , æqualis est, si apponatur cõmunis EBD . erunt duo CBE , EBD , tribus CBA , ABE , EBD æquales. Rursus cū angulus DBA , duobus DBE , EBA æqualis sit, si addatur cõmunis ABC ; erūt duo DBA , ABC tribus DBE , EBA , ABC æquales. Osten-

a def. 10.

b def. 10.

Osten-
dend-
cid-
la-
duo-
res-
m-
con-
as-
posi-

Si ad

pun-
ad

A
calde
in-
13.1

M

t

Ostensum est autem & duos CBE , EBD iisdem tribus, æquales esse. *Quæ autem* *ca. 1.*
 eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqua-
 lia: duo igitur CBE , EBD æquales sunt
 duobus DBA , ABC ; sed CBE , EBD
 recti sunt: igitur DBA , ABC duobus
 rectis æquales. Si igitur recta super rectâ
 consistens, angulos facit, aut duos rectos,
 aut duobus rectis æquales facit. Quod o-
 portuit demonstrare.

Propositio 14. Theor. 7.

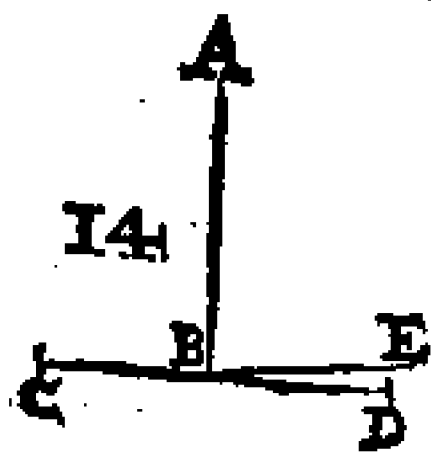
*Si ad rectam aliquam lineam, atque ad
 punctum in illa datum, duæ rectæ non
 ad easdem partes ductæ angulos, qui
 deinceps sunt, duobus rectis æquales
 fecerint, in directum erunt
 illæ lineæ.*

Ad rectam AB , & ad punctum in illa
 datum B , duæ rectæ BC , BD non ad
 easdem partes positæ, faciant angulos de-
 incept ABC , ABD , duobus rectis æqua-
 les. Dico BD ipsi CB in directum esse.

Quod si BD ipsi BC nō
 sit in directum, sit BE .

Cum igitur recta AB re-
 ctæ CBE insistat, ærūt
 anguli ABC , ABE

2 prop. 13. 1.



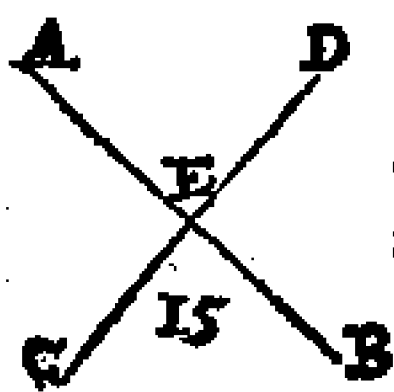
B 5 duo-

B. 12. 3.
C. 14. 3.

duobus rectis æquales. Sunt verò & ABC ,
 ABD duobus rectis æquales: anguli igitur
 CBA , ABE sunt angulis CBA ,
 ABD , æquales. Communis ABC aufe-
 ratur: reliquus ergo ABE , reliquo
 ABD est æqualis, minor maiori, & quod
 fieri nequit. Non ergo BE in directum
 est ipsi BC . Similiter ostendemus nullam
 aliam esse, præter BD : in directum ergo
 est BD , ipsi CB . Si ergo ad rectam, & ad
 punctum in ea, datum duæ rectæ non ad
 easdem partes positæ, angulos qui deinceps
 sunt, duobus rectis æquales fecerint,
 in directum erunt illæ duæ lineæ. quod de-
 monstrare oportuit.

Propositio 15. Theor. 8.

*Si duæ rectæ se invicem secuerint, angu-
 los ad verticem æquales
 facient.*

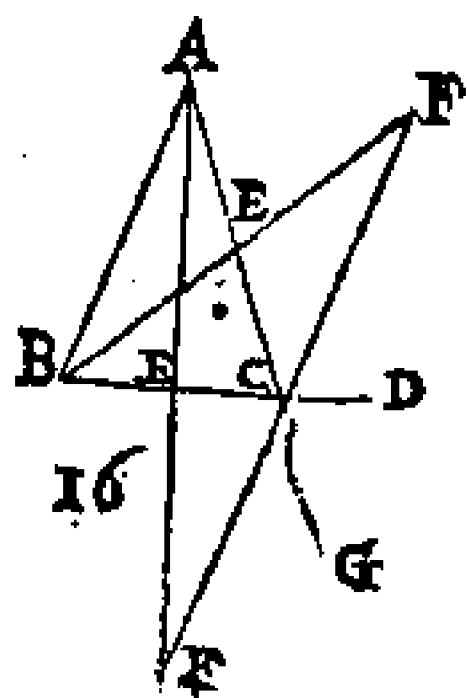


Rectæ AB , CD , secant
 se in E puncto. Dico
 quod tam angulus AEC ,
 angulo DEB , quam CEB
 angulo AED æqualis sit.
 Cum enim rectæ AE rectæ
 CD insistant, faciēs angulos CEA , AED :
 & erunt

erunt ipsi duobus rectis æquales. Rursus cum recta DE rectæ AB inñstat, faciens ^{a prop. 13. 1.} angulos AED, DEB, ^{b prop. 13. 1.} erunt & ipsi duobus rectis æquales. Ostensi autem sunt & CEA, AED duobus rectis æquales: Quare duo CEA, AED, duobus AED, DEB æquales sunt. auferatur communis AED: ergo reliquus CEA, reliquo BED æqualis est. Pariter ostēdetur CEB, DEA æquales esse. Si ergo duæ rectæ se inuicem secuerint, facient angulos, qui ad verticem sunt æquales. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 16. Theor. 9.

Omnis trianguli uno latere producto, externus angulus utrolibet interno & opposito maior est.

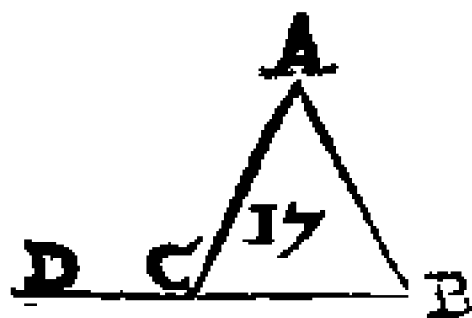


SIt triangulū ABC, & vnum ipsius latus BC in D producat. Dico angulum externum ACD maiorem esse internis & oppositis CBA, BAC. ^{a prop. 16. 2.} Bisecetur AC in E, & ducta BE producat. in F, sit.

F, sitque ipsi BE æqualis EF , iungatur CF , & producat AC in G . Et quia AE ipsi EC est æqualis; erunt duæ AE , EB , duabus CE , EF æquales, altera alteri; & *h prop. 15. 1.* angulus AEB , angulo FEC est *b* æqualis, *c prop. 4. 1.* sunt enim ad verticem: igitur & basis AB , basi FC æqualis erit, & triangulum ABE triangulo FEC ; adeoque & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quos æqualia subtendunt latera: Erit igitur & angulus BAE angulo ECF æqualis; est *d ax. 9.* autem ECD maior, quam ECF : Ergo & ACD maior est quam BAE . Parimodo secto BC latere bifariam demonstra- bitur angulus BCG , hoc est, ACD maior esse angulo ABC . Omnis ergo trian- guli vno latere producto externus angu- lus vtrouis interno, & opposito maior est, quod oportuit demonstrare.

Propositio 17. Theor. 10.

*Omnis trianguli duo anguli duobus re-
ctis minores sunt, quemodocun-
que sumpti.*

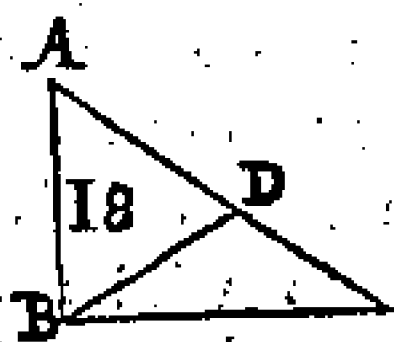


Sit triangulum ABC .
Dico duos eius an-
gulos minores esse duo-
bus rectis quemodo-
cunque

docunque sumptos. Producat^{ur} B C in D. Et quia trianguli A B C angulus A C D externus, & maior est interno & opposito, *a prop. 16. 1.* A B C. Si communis apponatur A C B: erunt A C D, A C B anguli, maiores A B C, B C A angulis: Sed A C D, A C B *b* duobus rectis sunt æquales: Ergo A B C, B C A minores. Similiter ostendemus tam B A C, A C B, quam C A B, A B C duobus rectis esse minores. Omnis ergo trianguli duo anguli quicunque duobus rectis sunt minores, quod oportuit demonstrare.

Propositio 18. Theor. 11.

Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.



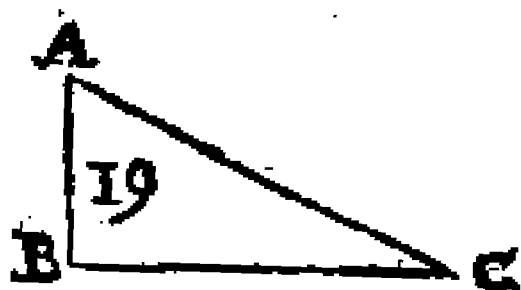
Sit triangulum A B C habēs latus A C maius latere A B. Dico & angulum A B C maiorem esse angulo B C A.

Quia enim A C maius est, quam A B; fiat A D ipsi A B æqualis: & ducatur B D. Et quia trianguli B D C externus angulus A D B, maior est interno & opposito D C B, & *b* æqualis angulo A B D, quod *b prop. 5. 1.* latera A B, A D æqualia sunt, maior ergo etiam

etiam est ABD quam ACB : multo ergo maior erit totus ABC , quam ACB . Omnis ergo trianguli maius latus, maiorem angulum subtendit.

Propositio 19. Theor. 12.

Omnis trianguli maior angulus maiori lateri subtenditur.



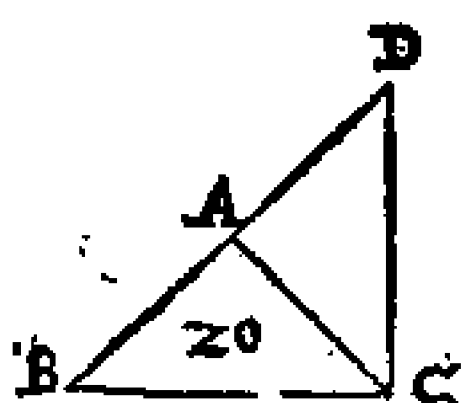
Sit triangulum ABC habens angulum ABC maiorem angulo BCA . dico & latus AC maius esse

latere AB . Si non: erit AC ipsi AB aut æquale, aut minus. Non æquale. Si enim æquale, a esset & angulus ABC angulo ACB æqualis: at non est: ergo AC æquale non est ipsi AB . Non minus: nam si AC minus esset quam AB , esset b & angulus ABC minor angulo ACB ; at non est: non ergo AC minus est ipso AB . Oportet autem esse, quod hec æquale: ergo maius. Omnis ergo trianguli maiori angulo maius latus subtenditur.



Propositio 20. Theor. 13.

Omni trianguli duo latera reliquo maiora sunt quomodocunque sumpta.



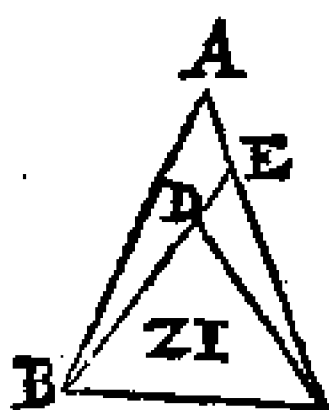
Sit triangulū ABC .
Sdico duolatera BA ,
 AC , maiora esse reli-
quo BC ; & AB , BC reli-
quo AC ; & BC , CA re-
liquo AB . Producat
enim BA in D ; sitque recta DA ipsi CA
æqualis, & iungatur DC . Cum ergo DA
ipsi AC sit æqualis, erit & angulus ADC ,
angulo ACD æqualis. Sed $\angle BCD$ an- 2. 27. 9.
gulus maior est angulo ACD ; maior er-
go etiam est BCD , ipso ADC . Et cum
 DCB sit triangulum habens angulum
 BCD maiorem angulo ADC , b. prop. 19. 2.
rem autem angulum maius latus subten-
dat; erit DB maius ipso BC ; æquale au-
tem est DB ipsis AB , AC ; maiora ergo
sunt BA , AC , quam BC . Omnis ergo
trianguli duo latera reliquo maio-
ra sunt, quomodocunque
sumpta.



Pro-

Propositio 21. Theor. 14.

*Si à terminis unius lateris trianguli
duæ rectæ intra constituentur, erunt
hæ minores reliquis duobus trianguli
lateribus, at maiorem angulum
continebunt.*



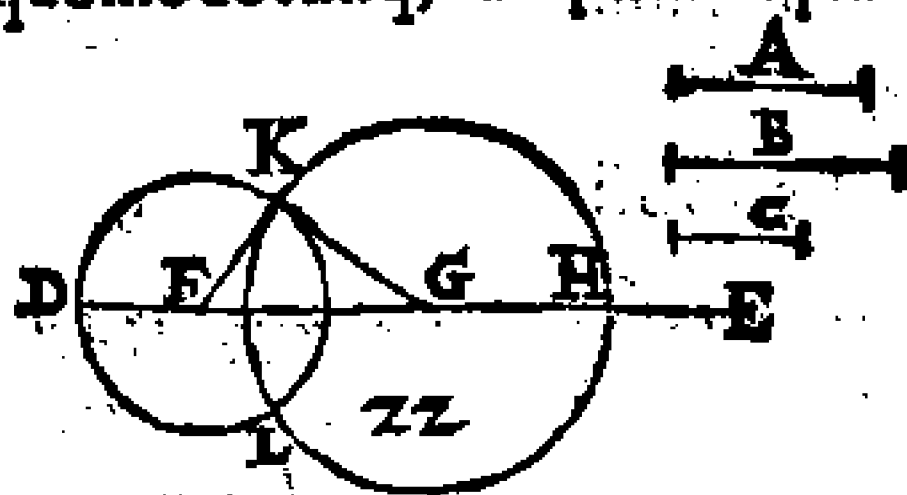
A terminis lateris BC
trianguli ABC con-
stituantur duæ rectæ BD,
CD intra. Dico BD, DC
reliquis trianguli lateribus
BA, AC minores esse; at
angulum BDC maiorem continere, an-
gulo BAC. Ducatur enim BD in E. Et
 a prop. 20. 1. quia omnis trianguli duo latera reliquo
 maiora sunt: erunt & trianguli ABE, la-
 tera AB, AE maiora BE latere. appona-
 b ex. 4. tur communis EC, eruntque BA, AC
 maiora ipsis BE, EC. Rursus trianguli
 c prop. 20. 1. CED latera CE, ED & maiora sunt late-
 re CD, communis apponatur DB; erunt-
 que CE, EB maiora ipsis CD, DB: Sed
 BA, AC maiora ostensa sunt ipsis BE,
 EC; multo ergo AB, AC maiora erunt
 d prop. 16. 1. ipsis BD, DC. Rursus, quoniam & om-
 nis trianguli externus angulus interno, &
 oppo-

opposito est maior; erit & trianguli CDE
externus BDC, maior interno CED.
Eandem ob causam erit trianguli ABE,
externus CEB, maior interno BAC: sed
& BDC ostensus est maior, ipso CEB:
multò ergo maior est BDC, quàm BAC.
Quare si à terminis, &c. quod oportuit
demonstrare.

Propositio 22. Probl. 8.

*Ex tribus rectis, tribus datis rectis a-
qualibus, triangulum cōstituere. Opor-
tet autem duas, reliquā maiores esse,
quomodocumque sumptas, quod omnis
trianguli duo latera reliqua ma-
iora sint, quomodocumq;
sumantur.*

Sint tres rectæ, A, B, C, quarum duæ
quomodocumq; sumptæ reliqua ma-



iores sint, ut A. B. quam C; A, C quam B;
B, C quam A. Oporteat autem ex tribus,
C tri-

prop. 3. 1.

def. 15.

cor. 1.

def. 15.

cor. 1.

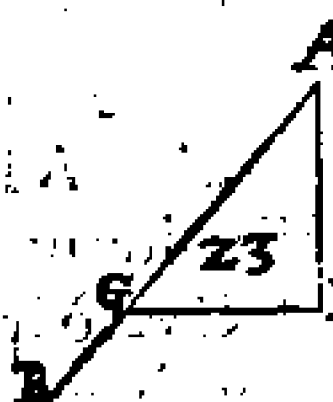
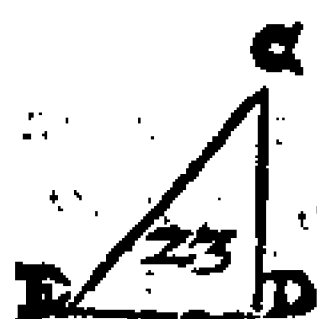
tribus A, B, C, æqualibus triangulum cō-
stitueret. Exposita sit recta quædam DE,
terminata ad D, interminata ad E; sitq; α
DF ipsi A. FG ipsi B; ipsi C æqualis facta
GH. Describatur centro F, interuallo
FD, circulus DKL: Centro verò G, in-
teruallo GH, circulus K LH; iungantur-
que FK, KG. Dico ex tribus FK, KG,
GF æqualibus tribus datis A, B, C trian-
gulum FKG esse cōstitutum. Cum enim
F centrum sit circuli DKL, *b* erit FD æ-
qualis ipsi FK; sed FD est æqualis ipsi A;
ergo & FK, erit æqualis ipsi A. Rursus cū
G sit centrū circuli LKH, *d* erit GH æqua-
lis ipsi GK; sed GH æqualis est ipsi C: e-
rit ergo & GK æqualis ipsi C: Est verò &
FG æqualis ipsi B. Tres ergo KF, FG, GK
æquales sunt tribus datis A, B, C. Quare ex
tribus KF, FG, GK, æqualibus tribus A,
B, C triangulum est constitutū. Quod fa-
cere oportuit.

Propositio 23. Probl. 9.

*Ad datam rectam, datumq; in ea pun-
ctum dato angulo rectilineo, aqua-
lem angulum rectilineum
constituere.*

Sit

Sit data recta AB , datūq; in ea punctū
 A , datus angulus rectilineus DCE .
 Oporteat autem ad punctum datum A ,
 datæ rectæ AB , dato angulo rectilineo
 DCE æqualem angulum rectilineum
 constituere. Capiantur in vtraque CD ,



CE quælibet
 puncta D, E , &
 iungatur DE :

atq; ex tribus *a prop. 22. 23*
 rectis, quæ æ-
 quales sint tri-
 bus $CD, DE,$

EC , triangulum AFG constituatur: ita
 ut CD æqualis sit ipsi AF ; CE ipsi AG ;
 DE ipsi FG . Cum ergo duæ DC, CE æ-
 quales sint duabus FA, AG , altera alteri;
 sit verò & basis DE æqualis basi FG ; *b prop. 8. 1.*
 & angulus DCE æqualis angulo FAG .
 Quare ad datam rectam AB datumque in
 ea punctum A , dato rectilineo angulo
 DCE , æqualis angulus rectilineus FAG
 est constitutus. Quod oportuit facere.

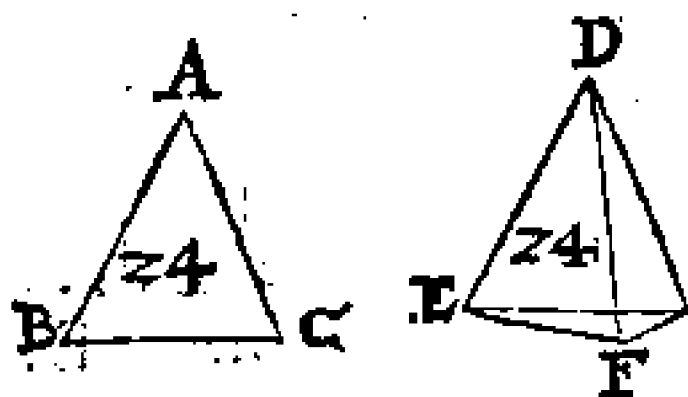
Propositio 24. Theor. 15.

*Si duo triangula duo latera duobus la-
 teribus equalia habuerint, alterum al-*

C 2

teri;

teri; angulum vero angulo maiorem,
qui aequalibus rectis lineis conti-
netur, & basim basi maio-
rem habebunt.



Sint trian-
gula ABC,
DEF, habentia duo latera
AB, AC, duo-

bus DE, DF aequalia, alterum alteri: AB
quidem ipsi DE; AC vero ipsi DF. At
angulus BAC maior sit angulo EDF.
Dico & basim BC maiorem esse basi EF.
Cum enim angulus BAC maior sit EDF
angulo, *a* constituatur ad punctum D re-
cta DE angulo BAC, aequalis EDG; sit-
que, utrique AC, DF aequalis DG, & iun-
gantur GE, FG. Quia igitur AB ipsi
DE, & AC ipsi DG aequalis est; erunt
duae BA, AC, duabus ED, DG aequales,
altera alteri; estque & angulus BAC, an-
gulo EDG aequalis: *b* erit igitur & basis
BC, basi EG aequalis. Rursus quia DG
ipsi DF est aequalis & angulus DFG an-
gulo DGF; *d* erit angulus DFG maior
angulo EGF: multo ergo maior erit
EFG, ipso EGF. Et quia EFG trian-
gulum

a prop. 23.

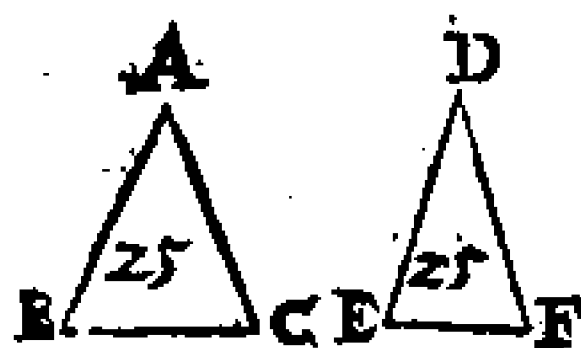
b prop. 4.

c prop. 5.
d ax. 9.

gulum est, habens angulum EFG maiorem angulo EGF (*e* maiori autem angulo maius latus subtenditur) erit & latus EG maius latere EF : æquale autem est EG ipsi BC : maius ergo est & BC , ipso EF . Si ergo duo triangu- *e prop. 18. 1.*
la, &c. quod oportuit demonstrare.

Propositio 25. Theor. 16.

*Si duo triangu-
la duo latera duobus la-
teribus equalia habuerint, alterum al-
teri, & basim basi maiorem, & angu-
lum angulo, qui equalibus lateri-
bus continetur, maiorem
habebunt.*



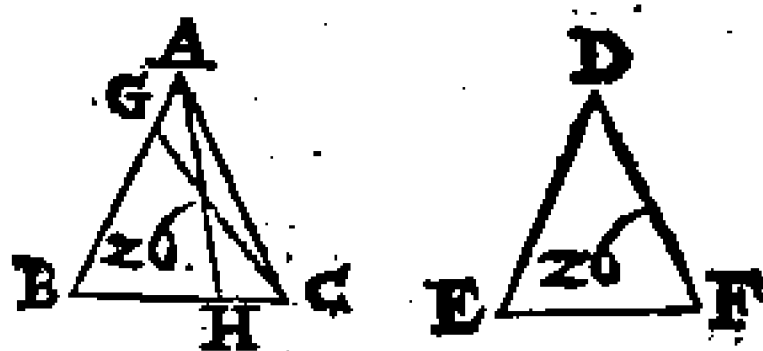
Sint duo triangu-
la ABC, DEF ,
duo latera AB, AC ,
duobus DE, DF
habentia æqualia, al-

terum alteri, AB ipsi DE , & AC ipsi DF :
Basim verò BC maiorem basi EF . Dico
& angulum BAC angulo EDF maiorem
esse. Si non: aut æqualis est, aut minor. Nō
æqualis; Nam si angulo BAC , angulus
 EDF æqualis esset, *a* esset & basis BC , ba- *a prop. 4. 1.*
si EF æqualis; at non est; non ergo an-

gulus BAC angulo EDF est æqualis. Sed
b. prop. 24. 2 neque minor: nam si minor esset, *b* esset
 & basis BC minor basi EF: at non est:
 non ergo angulus BAC minor est angulo
 EDF. Demonstratum est autem, quod
 nec æqualis: maior ergo erit. Si ergo duo
 triangula, &c. Quod demonstrare oportuit.

Præpositio 26. Theor. 17.

*Si duo triangula duos angulos duobus
 angulis æquales habuerint, alterum al-
 teri, & unum latus unilateri æquale,
 seu quod æqualibus angulis adiacet, seu
 quod uni æqualium angulorum subten-
 ditur; & reliqua latera reliquis lateri-
 bus, alterum alteri; & reliquum an-
 gulum reliquo angulo, æqualem
 habebunt.*



SINT duo
 triangu-
 la ABC,
 DEF, duos
 angulos ABC, BCA, duobus DEF, EFD
 æquales habentia, alterum alteri, ABC
 quidem ipsi DEF, & BCA ipsi EFD: ha-
 beant verò & unum latus unilateri æqua-
 le.

le. Et primo quod æqualibus angulis ad-
 iacet, nempe BC ipsi EF . Dico quod &
 reliqua latera, reliquis equalia habeant, al-
 terum alteri, AB ipsi DE . AC ipsi DF , &
 reliquum angulum BAC reliquo EDF .
 Quod si AB, DE inæqualia sint; vnum e-
 rit maius. Sit maius AB : fiatq; ipsi DE *a prop. 3. r.*
 æqualis GB linea, & ducatur GC . Cum
 igitur tam BG, DE ; quā EF, BC æquales
 sint; erunt duæ BG, BC , duabus DE, EF
 æquales, altera alteri; & angulus GBC an-
 gulo DEF æqualis: *b prop. 4. r.* erit ergo & basis GC
 basi DF æqualis, & triangulū GCB trian-
 gulo DEF æquale, reliquique anguli reli-
 quis, alter alteri, quibus equalia latera sub-
 tenduntur. Quare angulus GCB æqualis
 erit angulo DFE : sed & DFE ponitur æ-
 qualis ipsi BCA : erit ergo BCG æqualis
 ipsi BCA , minor maiori, quod fieri ne-
 quit: nō ergo AB, DE inæquales sunt: er-
 go æquales. Est verò & BC ipsi EF æqua-
 lis: duæ ergo AB, BC æquales sunt duobus
 DE, EF , altera alteri, & angulus ABC an-
 gulo DEF : ergo & basis AC basi DF , & *c prop. 4. r.*
 reliquus angulus BAC reliquo EDF æ-
 qualis erit. Rursus sint latera æquales an-
 gulos subtendentia, AB, DE æqualia, dico
 & reliqua latera, reliquis lateribus, ut $AC,$

C 4

DF,

DF , & BC , EF , reliquumque angulum BAC , reliquo EDF , æqualem esse. Si enim BC , EF sunt inæqualia; erit vnum maius;
d prop. 3. 1. sit, si fieri potest, maius BC , & d fiat ipsi EF æqualis BH , iungaturq; AH . Et quia BH ipsi EF ; & AB ipsi DE æqualis est: erunt duæ AB BH , duabus DE , EF æquales, altera alteri, continentq; angulos æquales:
e prop. 4. 1. & basis ergo AH , basi DF est æqualis, & triangulum ABH triangulo DEF , reliqui; anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Est igitur angulus BHA æqualis angulo EFD : sed EFD æqualis est angulo BCA : erit ergo & BHA æqualis ipsi BCA . Trianguli ergo AHC externus angulus BHA æqualis est interno & opposito BCA , f quod fieri nequit: igitur BC , EF inæquales nō sunt; æquales ergo. Cum verò & AB , DE sint æquales: erunt duæ AB , BC duabus DE , EF æquales altera alteri, æqualesque angulos continent:
g prop. 4. 1. ergo & basis AC basi DF æqualis est, & triangulum ABC triangulo DEF , & reliquus angulus BAC , reliquo EDF . Si ergo duo, &c.

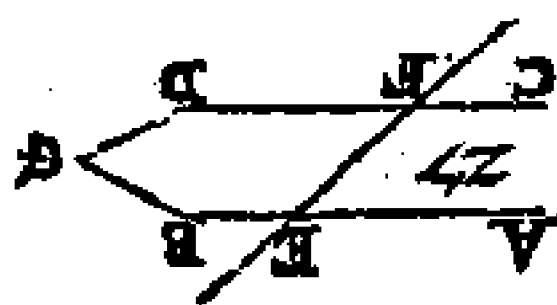
Quod demonstrare oportuit.

□(o)□

Pro-

Propos. 27. Theor. 18.

*Si in duas rectas lineas recta incidens
angulos alternos aequales fecerit, pa-
rallelae erunt illae lineae.*



In duas rectas AB,
CD incidens re-
cta EF faciat angu-
los alternos AEF,
EFD aequales. Dico AB, CD parallelas
esse. Si non; productae concurrerent, aut ver-
sus partes B, D; aut versus A, C: producā-
tur, & concurrant versus partes B, D in G.

Est itaque trianguli GEF angulus ex-
ternus AEF maior interno, & opposito
EFG: sed * & aequalis; quod fieri nequit:

a prop. 16. 1.

non ergo AB, CD productae concur-

* ex hypo-
thesi.

runt versus partes B, D. Pari ratione de-
monstratur, quod neque ad partes A, C:
b quae autem in neutram partem concur-

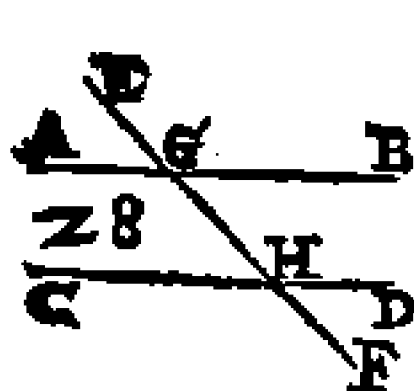
b def. 32.

runt, parallelae sunt: parallelae ergo sunt
AB, CD: Si igitur, &c, quod oportet
demonstrare.



Propos. 28. Theor. 19.

Si in duas rectas lineas recta incidens, angulum externum interno, & opposito, & ad easdem partes, aequalẽ fecerit: vel internos, & ad easdem partes duobus rectis aequales, parallelae erunt illa linea.



In duas rectas AB, CD incidens recta EF, externum angulum EGB, interno, & opposito FGH D æqualem faciat:

aut internos, & ad easdem partes B G H. G H D duobus rectis æquales. Dico AB, CD parallelas esse. Cum enim EGB angulus, * æqualis sit, & angulo G H D, a & angulo A G H; b erit & A G H æqualis ipsi G H D. c & sunt alterni: parallelæ ergo sunt AB, CD. Rursus cum B G H, G H D duobus rectis sint æquales; d sint autem & A G H, B G H duobus rectis æquales: erunt A G H, B G H ipsi B G H, G H D æquales: communis B G H auferatur: e erit igitur reliquus A G H, reliquo G H D æqualis: f & sunt alterni: sunt ergo AB, CD parallelæ. Si ergo in duas rectas, &c. Quod demonstrare oportuit.

* ex hypo.
e b e f i.

a prop. 15. 1.
b ax. 1.

c prop. 27. 1.
d prop. 13. 1.

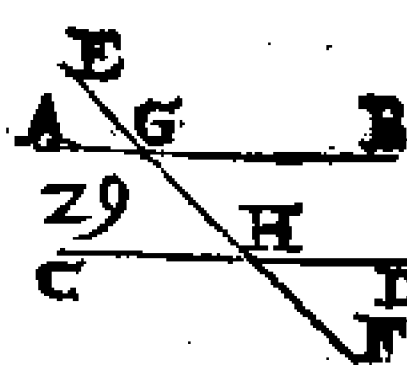
e ax. 3.

f prop. 27. 1.

Pro-

Propos. 29. Theor. 20.

Recta in parallelas rectas incidens aequales facit angulos alternos: & externum interno & opposito, & ad easdem partes aequalem: & internos & ad easdem partes duobus rectis aequales efficit.



In parallelas rectas AB, CD recta EF incidat.

Dico quod & alternos angulos AGH, GHD aequales faciat; & externum EGB interno, & opposito, & ad easdem partes GHD aequalem; & internos, & ad easdem partes BGH, GHD duobus rectis aequales. Si enim AGH, GHD inaequales sunt, vnus illorum AGH sit maior: & quia AGH maior est quam GHD, communis addatur BGH. Hi ergo AGH, BGH maiores sunt his BGH, GHD; sed AGH, BGH duobus rectis sunt aequales: ergo BGH, GHD duobus rectis minores erunt. Quae autem à minoribus quam duobus rectis in infinitum producantur lineae rectae, concurrunt; ergo AB, CD in infinitum productae

a prop. 13. 1.

b ax. 12.

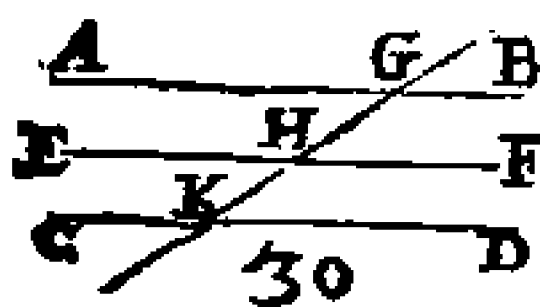
ductae

pro

ductæ concurrent: at non concurrent;
 parallelæ enim sunt: ergo anguli AGH ,
 GHD , non sunt inæquales: igitur æqua-
e prop. 15.1. les. Porro $\angle AGH$ angulus æqualis est an-
 gulo EGB : Ergo & EGB æqualis erit
 angulo GHD : communis apponatur
 BGH : ergo hi EGB , BGH , æquales
 sunt his BGH , GHD : *d* sed EGB , BGH
d prop. 13.1. sunt æquales duobus rectis: erunt ergo &
 BGH , GHD duobus rectis æquales. Re-
 ctæ ergo in parallelas, &c. Quod oportuit
 demonstrare.

Propos. 30. Theor. 21.

*Quæ eidem rectæ sunt parallela, & in-
 ter se sunt parallela.*



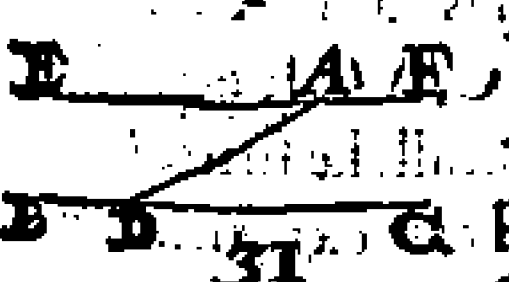
S It utraq, ipsarum
 AB , CD ipsi EF
 parallela. Dico & A
 B , CD esse parallelas.

a prop. 27.1. Incidat enim in ipsas rectas GK . Et quia in
 rectas parallelas AB , EF recta GK inci-
 dit; *a* erit angulus AGH , angulo GHE
 æqualis. Rursus, quia in parallelas rectas
b prop. 28.1 EF , CD cadit recta GK , *b* erit & angulus
 GHE æqualis angulo GKD ; ostensus est
 autem & angulus AGK angulo GHE
 æqua-

æqualis: *c* ergo & angulus A G K æqualis
erit angulo G K D: & sunt alterni: *d* ergo
A B, C D sunt parallelæ. Ergo quæ eidem,
&c. Quod oportuit demonstrare. *c ax. 1. d prop. 28. 1.*

Propos. 31. Probl. 10.

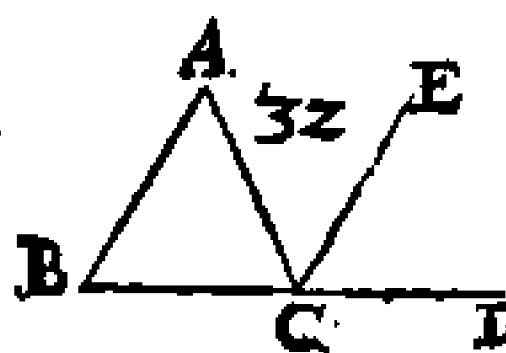
*Per datum punctum datæ rectæ lineæ
parallelam ducere.*


X dato puncto A,
Data rectæ B C. o-
pporteat parallelam du-
cere. Accipiat in B C
quodvis punctum D, iunganturque A, D.
& constituatur ad A punctum rectæ D A
angulo A D C æqualis D A E, ducaturq;
ipsi A E in directum A F. Quia ergo in
duas rectas B C, E F recta A D incidens
angulos alternos E A D, A D C æquales
facit, erunt B C, E F parallelæ. Per datum
ergo punctum, &c. quod facere oportuit. *a prop. 23. 1. b prop. 27. 1.*

Propos. 32. Theor. 22.

*Omni trianguli uno latere producto,
externus angulus, duobus internis, &
oppositis est æqualis; & tres interni
duobus rectis sunt æquales.*

Sit triangulum A B C, & vnum eius la-
tus B C producatur in D. Dico angu-
lum

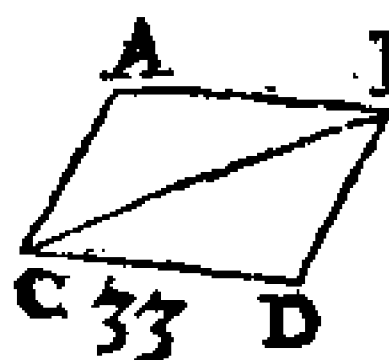


lum externum ACD
 æqualem esse duobus
 internis, & oppositis
 CAB, ABC ; & tri
 D internos $ABC, BCA,$
 CAB duobus rectis æquales. *a* Ducatur
 per C ipsi AB recta parallela CE . Quia
b *prop. 27.1* ergo in AB, CE parallelas cadit AC ; *b* e-
 runt anguli alterni BAC, ACE æquales;
 Rursus quia AB, CE parallelæ sunt, & in
c *prop. 28.1* ipsas cadit recta BD , *c* erit externus an-
 gulus ECD , æqualis interno, & opposito
 ABC ; ostensus est autem & ACE æqua-
 lis BAC . Totus ergo ACD æqualis est
 duobus internis, & oppositis BAC, ABC .
 Apponatur communis ACB ; & erunt
 ACD, ACB æquales tribus $ABC, BCA,$
d *prop. 31.1* CAB ; *d* sed ACD, ACB æquales sunt
 duobus rectis: ergo & ACB, CBA, CAB
 æquales sunt duobus rectis. Omnis ergo
 trianguli, &c. Quod oportuit demonstrare,

Propos. 33. Theor. 23.

*Lineæ rectæ, quæ æquales & parallelæ
 lineas ad easdem partes coniungunt, &
 ipsæ æquales sunt, & parallelæ.*

Sint æquales & parallelæ AB, CD . easq;
 ad easdem partes coniungant rectæ
 $AC,$



BA C, BD. Dico & ipsas
AC, BD parallelos & æ-
quales esse. Ducatur enim
BC. Quoniam AB, CD
parallelæ sunt, & in ipsas

incidit BC; erunt anguli alterni ABC, *a prop. 27. a*

BCD æquales. Et quia AB, CD æquales
sunt; communis addatur BC; erunt duæ
AB, BC, duabus BC, CD æquales, estq;
angulus ABC angulo BCD æqualis.

Quare & basis AC, basi BD æqualis e- *b prop. 4. a.*

rit, & triangulum ABC triangulo BCD;
& reliqui anguli reliquis, alter alteri, qui-
bus æqualia latera subeunduntur, æquales
erunt. Est ergo angulus ACB angulo

CBD æqualis. Et quia in duas rectas AC,
BD incidens recta BC, facit angulos al-
ternos ACB, CBD æquales; erunt AC, *c prop. 27. a.*

BD parallelæ: ostensæ autem sunt & æqua-
les. Ergo lineæ rectæ, quæ æqua-

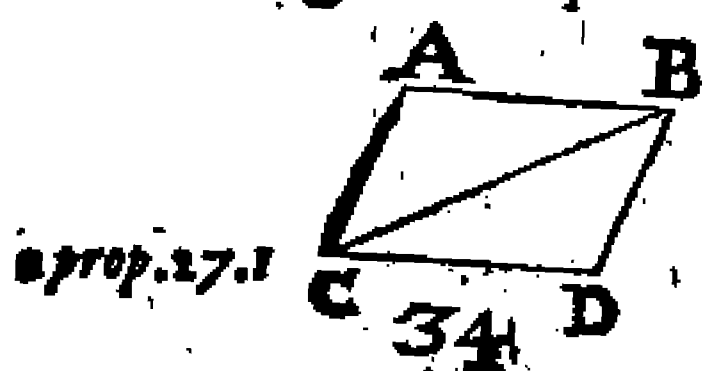
les, &c. Quod oportuit de-
monstrare.



Propos. 34. Theor. 24.

Parallelogrammorum spaciolum, quæ ex aduerso & latera, & anguli, sunt inter se equalia, eique diametrus bisecat.

ESto parallelogrammum $A C D B$ diametrus $B C$. Dico parallelogrammi $A C D B$, quæ ex aduerso, latera & angulos, æqualia esse; eaq; diametrum $B C$



bisariam secare. Cum enim $A B$, $C D$ parallelæ sint, & in ipsas incidat $B C$; ærunt anguli alterni $A B C$, $B C D$ æqua-

les. Rursus cum $A C$, $B D$ sint parallelæ, & in illas incidat $B C$, ærunt & anguli alterni $A C B$, $C B D$ æquales. Duo ergo triangu-
b prop. 27.1. la $A B C$, $C B D$ habent duos angulos $A B C$, $B C A$, duobus $B C D$, $C B D$ æquales, alterum alteri, & vnum latus, vni lateri, quod adiacet angulis æqualibus, v-
c prop. 26.1. trique commune $B C$. Quare & reliqua latera reliquis, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo, æqualem habebunt. æquale ergo est latus $A B$ lateri $C D$; & $A C$, ipsi $B D$; & angulus $B A C$ angulo $B D C$.

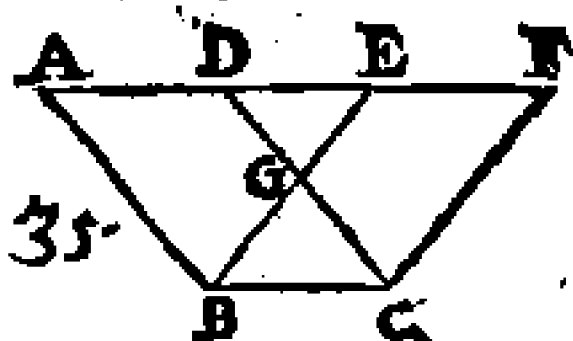
Et

Et cum tñ anguli $A B C, B C D$, quā $C B D$,
 $A C B$ æquales sint: *a* erit & totus $A B D$, *d. 28. 2.*
 toti $A C D$ æqualis. ostensus est autem &
 $B A C$ æqualis $B D C$: Parallelogrammo-
 rum ergo spaciolorum quæ ex aduerso, &
 latera, & anguli, inter se æqualia sunt. Di-
 co & diametrum illa bifariam secare. Cum
 enim $A B, C D$ equales, & $B C$ communis
 fuerunt duo latera $A B, B C$, duobus $C D$,
 $B C$ æqualia, alterum alteri; & angulus
 $A B C$ æqualis angulo $B C D$: *e* erit ergo & *e prop. 4. 1.*
 basis $A C$ basi $D B$ æqualis; & triangulum
 $A B C$ triangulo $B C D$. Diametrus ergo
 $B C$, parallelogrammum $A B C D$ bifa-
 riam secat. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 35. Theor. 25.

*Parallelogramma in eadem basi; & in
 iisdem parallelis constituta, inter
 se sunt equalia.*

S Vnto parallelogrāma $A B C D, E B F C$
 in basi $B C$, & in parallelis $A F$ in $B C$ cō-
 stituta. Dico $A B C D$ equale esse ipsi $E B$
 $F C$. Cum enim $A B C D$ parallelogram-
 mum sit; *a* erunt $B C, A D$, æquales: ean- *a prop. 34. 1.*
 dem ob causam $E F, B C$ æquales erant:
 unde & $A D$ ipsi $E F$ equalis erit; & com- *b. 28. 1.*
 D munis



cax. 2.

dprop. 34. 1

cprop. 29. 1

fprop. 4. 1.

gax. 3.

hax. 2.

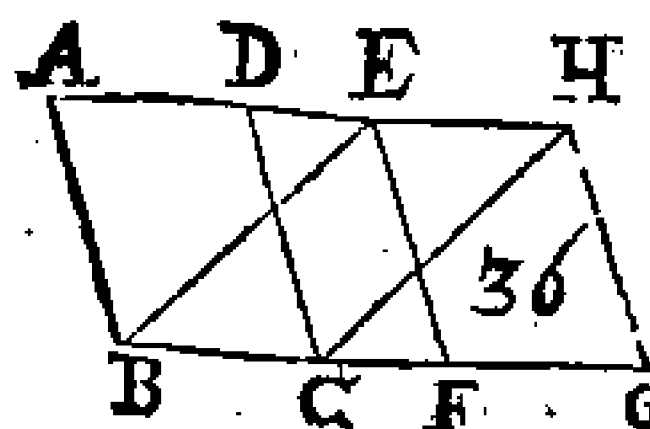
munis est DE: c
ergo tota AE, to-
ti DF æqualis est.
Est d verò & AB
ipsi DC æqualis:

duæ ergo EA, AB, duab' FD, DC æquales
sunt, altera alteri; sed & e angulus, FDC,
angulo EAB æqualis est, externus inter-
no: f quare & basis EB basi FC æqualis
erit; & triangulum EAB triangulo FDC.
Commune DGE auferatur; & erit g reli-
quum trapezion ABGD, reliquo EGFC
æquale. Apponatur communis GBC tri-
angulus: h totum ergo ABCD parallelo-
grammum, toti EBF C æquale erit: ergo
parallelograma in eadem basi, &c. Quod
oportuit demonstrare.

Propos. 36. Theor. 26.

*Parallelogramma in æqualibus basibus,
& in iisdem parallelis constituta, in-
ter se sunt æqualia.*

SUnto parallelogramma ABCD, EF
GH super æquelibus basib', BC, FG;
& in iisdem parallelis AH, GB constitu-
ta. Dico illa esse æqualia iungantur enim
BE, CH. Quia enim BC, FG, æquales
sunt:



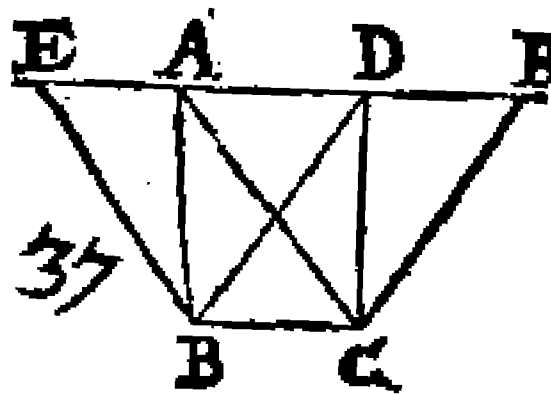
sunt; estque FG qualis ipsi $E H$; & erit & BC ipsi $E H$ æqualis: *b sunt b prop. 33. 1.* verò & paralle-

læ, coniunguntque ipsas rectæ BE, CH . *c prop. 33. 1.* Quæ autem æquales, & parallelas ad eadem partes coniungunt, æquales, & parallele sunt: Quare EB, CH æquales, & parallele sunt: *d prop. 35. 1.* ergo $EBCH$ est parallelogrammum; estque æquale ipsi $ABCD$, quippe eandem cum illo basim BC habens; & in iisdem parallelis BC, AH constitutum. Eandem ob causam $EFGH$ eidem $EBCH$ *e æq. 4.* est æquale. Quare & $ABCD$ parallelogrammum æquale est $EFGH$ parallelogrammo. Ergo parallelogramma, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 37. Theor. 27.

Triangula super eadem basi, & in iisdem parallelis constituta, inter se sunt equalia.

SVnto triangula ABC, DCB super eadem basi BC ; & in iisdem parallelis AD, BC constituta. Dico triangulum ABC æquale esse triangulo DBC . Producat AD utrinque ad E, F ; & per B *a prop. 32. 1.*
D 2 ipsi



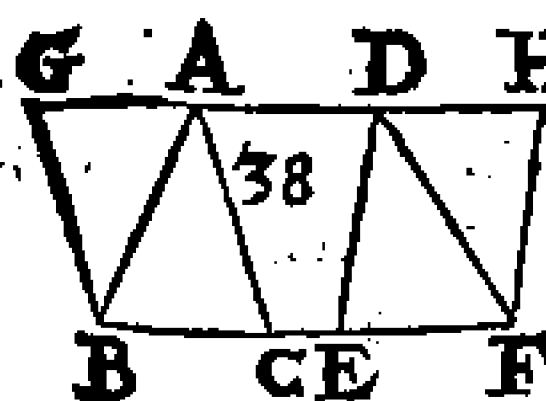
ipsi CA. per C ve-
rò ipsi BD, paralle-
le ducantur BE, CF.
Vtrumq; ergo EB
AC, DBCF paral-

b *prop. 35.1* lelogrammū est: *b* suntq; æqualia; quippe
in eadem basi BC; & in iisdem parallelis
c *prop. 34.1* BC, EF constituta. c Et est parallelogram-
mi EBCA, dimidium triangulum ABC;
diametrus enim AB ipsum bisecat: Paral-
lelogrammi verò DBCF, dimidium est
d *ax. 7.* triangulum DBC; nam diametrus DC
ipsum bisecat. d Quæ autē æqualium sunt
dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangula
ergo super eadem basi, &c. quod oportuit
demonstrare.

Propos. 38. Theor. 28.

*Triangula super aequalibus basibus; &
in iisdem parallelis constituta, inter
se sunt æqualia.*

S Vnto triangula ABC, DEF super æ-
qualibus basibus BC, EF; & in iisdem
parallelis BF, DA constituta. Dico illa es-
se æqualia. Producaturs enim AD vtrinq;
ad G & H. a Atq; per B, & F ducantur ipsi
a *prop. 31.1.* CA, DE parallele BG, FH, eritq; vtrumq;
GBCA,



GBCA, DEFH
parallelogrammū,

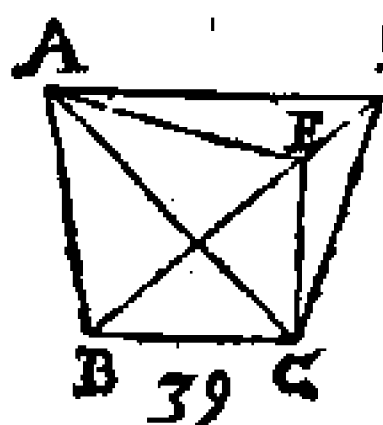
b Et sunt æqualia *b prop. 36.1*
quippe super æqua-
libus basibus BC,

EF, & in iisdem parallelis BF, GH con-
stituta, *c* estque triangulum ABC dimi- *c prop. 34.1*
dium parallelogrammi GBCA; ipsum
enim diametrus AB biseocat: Et triangu-
lum FED est dimidium parallelogrammi
DEFH; *e* nam & ipsum diametrus FD bi- *c prop. 34.1*
secat. *d* Quæ autem æqualium sunt dimi- *d ax. 7.*
dia, & ipsa sunt æqualia. Triangulū igitur
ABC est æquale triangulo DEF. Qua-
re triangula super æqualibus basibus, &c.
Quod oportuit demonstrare.

Propos. 39. Theor. 29.

*Triangula æqualia super eadem basi, &
ad easdem partes constituta, in iis-
dem sunt parallelis.*

SVnto triangula æqualia ABC, DBC
super eadem basi BC constituta. Dico
illa in iisdem esse parallelis. Ducta enim
AD, dico illam esse parallelam ipsi BC. Si
non. *a* Ducatur per A ipsi BC parallela A *a prop. 31.1.*
E: iuncta igitur EC, *b* erit triangulum *b prop. 35.1.*
D 3 ABC

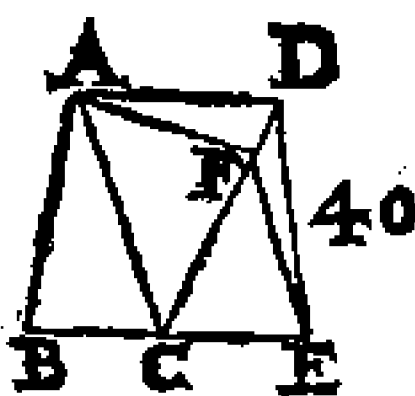


542.1.

ABC æquale triangulo EBC ; sunt enim super eadem basi BC , & in iisdem parallelis BC, AE . Sed triangulo ABC æquale ponitur triangulum DBC . c erit ergo DBC triangulum æquale ipsi EBC triangulo maius minori, quod fieri nequit: non ergo AE parallela est ipsi BC . pari modo demonstrabimus quod nulla alia præter AD . Sunt igitur AD, BC parallela. Quare triangula æqualia super eadem basi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 40. Theor. 30.

Æqualia triangula super æqualibus basibus, & ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.



a prop. 37. 1.

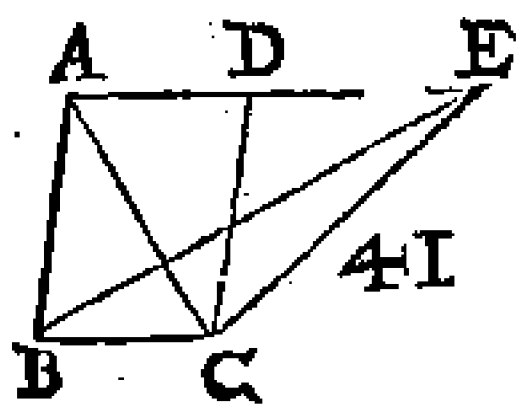
b prop. 38. 1.

SUnto æqualia triangula ABC, CDE super æqualibus basibus BC, CE constituta. Dico illa in iisdem parallelis esse. Si non: a Ducatur per A ipsi BE parallela FA . iuncta ergo FE , b erit triangu-

angulum ABC æquale triangulo FCE .
 Sunt enim super æqualibus basibus BC ,
 CE , & in iisdem parallelis BE , AF . Sed
 triangulum ABC æquale etiam est trian-
 gulo DCE : & erit ergo & DCE ipsi FCE c. 38. r.
 æquale, maius minori, quod fieri nequit:
 non ergo AF ipsi DE parallela est. Simili-
 ter ostendemus, quod præter AD , nulla
 alia AD ergo ipsi BE parallela est. Trian-
 gula ergo æqualia, &c. quod demonstrare
 oportuit.

Propos. 41. Theor. 31.

*Si parallelogrammum, & triangulum
 eandem habuerint basim, sint q̃ in iis-
 dem parallelis, erit parallelogram-
 mum duplum trianguli.*



Sint parallelogra-
 mum $ABCD$, &
 triangulum EBC
 super eadē basi BC ;
 & in iisdem paralle-
 lis BC , AE . dico pa-

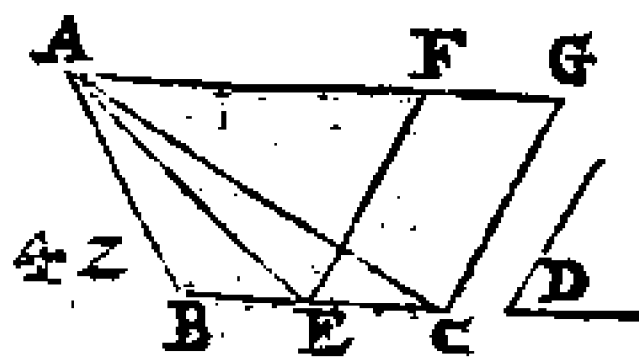
rallelogrammū $ABCD$ duplum esse tri- a prop. 37. r.
 anguli EBC . Ducta enim AC , & erit tri-
 angulum ABC æquale triangulo EBC :
 habent quippe eandem basim BC , & sunt
 in iisdem parallelis BC , AE . Sed parallelo-
 gram-
 D 4

b prop. 34. 1.
c ax. 1.

grammum $ABCD$ duplum est trianguli ABC ; b diametrus enim AC ipsum bise-
cat: & quare & trianguli EBC duplum erit.
Si igitur parallelogrammum & triangu-
lum, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 42. Probl. 11.

*Dato triangulo aequale parallelogram-
mum constituere in dato angu-
lo rectilineo.*



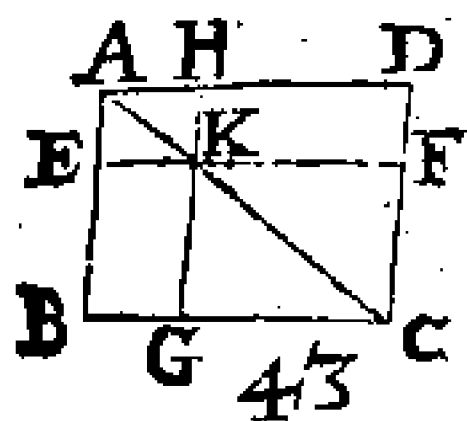
Est datum tri-
angulū ABC :
datus angulus re-
ctilineus D . oportet autem trian-

gulo ABC æquale parallelogrammū con-
stituire in dato angulo D . a Bifecetur BC
 b in E ; iungatur AE ; & b constituatur ad E
recte EC angulo D equalis angulus CEF .
 c Atq; c per A quidē agatur ipsi EC paral-
lela AG ; per C verò ipsi EF parallela CG ,
eritq; $FE CG$ parallelogrammū. Et quia
 d BE, EC æquales sunt, d erunt & triangu-
la ABE, AEC æqualia; quippe super æ-
qualibus basibus BE, EC , & in iisdem pa-
rallelis BC, AG constituta: duplum ergo
 e est triangulum ABC trianguli AEC :
sed e parallelogrammum $FE CG$ duplum
quoque est trianguli AEC . Sunt enim
super

super eadem basi EC , & in iisdem parallelis EC, AG : est ergo parallelogrammum $FECH$ æquale triangulo ABC ; habetque angulum CEF æqualem dato angulo D . Dato ergo triangulo ABC æquale parallelogrammum $FECH$ constitutum est in angulo FEH , dato angulo D , æquali. Quod facere oportuit.

Propositio 43. Theor. 32.

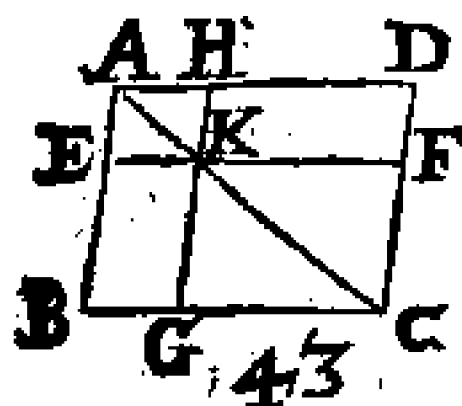
Omnis parallelogrammi, eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum complementa sunt inter se æqualia.



SIT parallelogrammum $ABCD$, diametrus eius AC ; circa AC parallelogramma sint EH, FG : & quæ dicuntur

complementa BK, KD . Dico complementa BK, KD æqualia esse. quia enim $ABCD$ parallelogrammum est, diametrus eius AC ; fit ut triangula ABC, ADC *aprop. 34.1.* æqualia sint. Rursus quia $EKHA$ parallelogrammum est, eius diametrus AK : erunt triangula EAK, AHK æqualia. *bprop. 34.1.* Eandem ob causam erunt æqualia trian-

D 5 gula

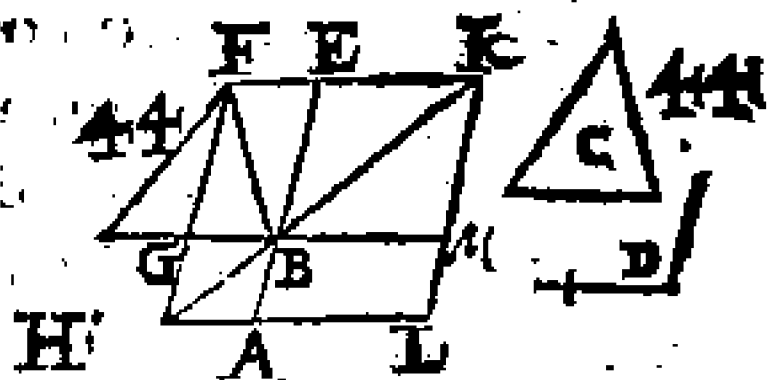


gula KFC , KGC . Cum igitur triangula AEK , AHK , quam KGC , KHC sint æqualia; erunt & duo AEK , KGC , duobus AHK , KFC æqualia. Est verò & totum ABC , toti ADC æquale: igitur reliquo complemento KD , reliquum BK est æquale. Omnis igitur parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 44. Probl. 12.

Ad datam rectam lineam dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo rectilineo.

SIT data recta AB ; datus triangulus C ; datus angulus rectilineus D . Oporteat autem ad datam rectam AB dato tri-



angulo C æquale parallelogrammum applicare in angulo æquali angulo D . & C constitutatur triangulo C æquale parallelo-

prop. 43.

gram-

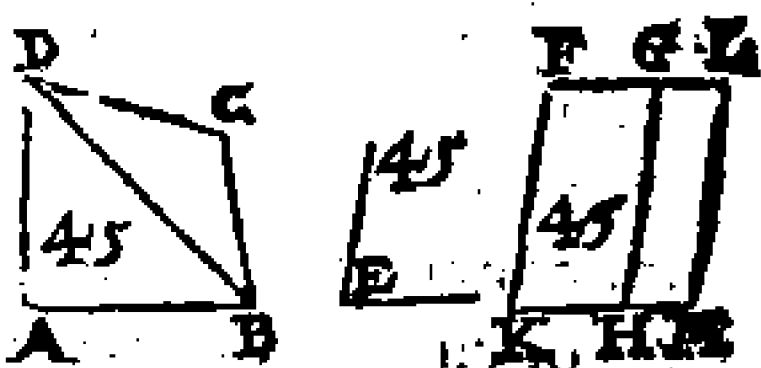
grammum BEFG in angulo EBG æqua-
 li angulo D. & iaceat BE ipsi AB indire-
 ctum; producatu FG in H; *b* per A alte- *bprop. 31. 1.*
 rutri ipsarum BG, EF agatur parallela
 AH, & iungatur HB. Et quia in paralle-
 las AH, EF recta HF incidit, *c* erunt an- *cprop. 29. 1.*
 guli AHF, HFE duobus rectis æquales:
d ergo *q* BHG, GFE duobus rectis sunt *dax. 2.*
 minores: *e* quæ autem à minoribus angu- *eax. 16.*
 lis quam sint duo recti in infinitum pro-
 ducuntur, concurrunt: igitur HB, FE
 productæ concurrent; concurrant in K;
f & per K ad alterutram ipsarum EA, FH *fprop. 31. 1.*
 ducatur parallela KL, productis HA, GB
 in L, M: erit igitur HLKF parallelogra-
 mum, diametrus eius HK: *g* parallelo- *gprop. 43. 1.*
 grammacircâ HK, erunt AG, ME. Cõ-
 plementa LB, BF: *h* ergo LB ipsi BF æ- *hprop. 43. 1.*
 quale est: sed & C ipsi BF est æquale: *i* erit *iax. 1.*
 igitur & LB ipsi C æquale. Et *k* quia an- *kprop. 15. 1.*
 gulus GBE æqualis est angulo ABM; &
 GBE æqualis angulo D: *l* erit & ABM, *lax. 1.*
 ipsi D æqualis. Ad datam ergo re-
 ctam, &c. Quod facere
 oportuit.



Propositio 45. Probl. 13.

*Dato rectilineo aequale parallelogram-
mum constituere in dato angulo
rectilineo.*

E S t o datum rectilineum $A B C D$: da-
tus angulus rectilineus E . Oportet



autem ipsi $A B C D$ æquale parallelogra-
mum in datâ angulo E constituere. iunga-
tur $D B$, & *a* constituatur triangulo $A B D$
æquale parallelogrammum $F H$ in angu-
lo $H K F$ æquali angulo E . Deinde *b* appli-
cetur ad lineam $G H$ parallelogrammum
 $G M$ triangulo $D B C$ æquale, in angulo
 $G H M$ æquali angulo E . Et *c* quia angu-
lus E utrique $H K F$, $G H M$ est æqualis:
erunt & $H K F$, $G H M$ æquales: addatur
communis $K H G$: *d* ergo $H K F$, $K H G$
æquales erunt his $G H M$, $K H G$: at hi
e sunt æquales duobus rectis; ergo & illi.
Quare ad punctum H rectæ $G H$ positæ
sunt duæ lineæ $K H$, $H M$ non ad eandem
partes, facientes angulos deinceps æqua-
les

a prop. 42.1.

b prop. 44.1

c per struct.

d ax. 2.

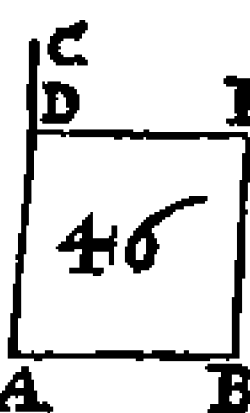
e prop. 29.1.

les duobus rectis, *f* in directū ergo erunt *f* *prop. 14.2.*
 KH, HM. Et quia in parallelas KM, FG
 recta incidit HG, gerunt anguli alterni *g* *prop. 27.1.*
 MHG, HGF æquales: Cōmunis appo-
 natur HGL: *i* erunt ergo hi MHG, HGL, *i* *ax. 2.*
 his HGF, HGL, æquales; *k* at illi sunt æ- *k* *prop. 29.2.*
 quales duobus rectis: ergo & hi: *l* in dire- *l* *prop. 14.1.*
 ctum ergo est FG ipsi, GL. Et quia tam
 KF, HG quā HG, ML æquales & paral- *m* *prop. 30.*
 læ sunt: *m* erunt & KF, ML æquales &
 parallelæ: & coniungunt illas rectæ KM,
 FL: *n* ergo & KM, FL æquales & paralle- *n* *prop. 33.10.*
 læ erunt. Parallelogrammum ergo est
 KFLM. & cum triangulum ABD æqua-
 le sit parallelogrammo HF; & triangulum
 DBC parallelogrammo GM, erit totum
 rectilineum ABCD toti KFLM æquale.
 Dato ergo rectilineo ABCD æquale pa-
 rallelogrammum constituimus KFLM,
 in angulo dato E. Quod facere oportebat.

Propositio 46. Probl. 14.

*A data recta linea quadratum
 describere.*

ESto data recta AB, à qua quadratum
 describere oporteat. *a* Ducatur à pū- *a* *prop. 11.1.*
 cto A rectæ AB ad angulos rectos AC; &
 fiat

h *prop. 34.1*i *per struct.*b *prop. 34.1*c *per struct.*d *prop. 29.1*
e *per struct.*f *prop. 34.1*g *Def. 17.*

fiat h ipsi AB æqualis AD; &

E à D ipsi AB agatur parallela

DE: i per B verò ipsi AD du-

catur parallela BE: est ergo

ADEB parallelogrammum:

b unde AB ipsi DE, & AD ipsi

BE æqualis erit: c sed & AB æqualis est

ipsi AD. Omnes ergo quatuor BA, AD,

DE, BE sunt æquales; est ergo ADEB

æquilaterum. dico quod & rectangulum.

Cum enim recta AD in parallelas AB, DE

incidat, d erunt anguli BAD, ADE æ-

quales duobus rectis. e rectus autem est

BAD: ergo & ADE. f Parallelogram-

morum autem spaciosorum anguli & latera,

quæ ex aduerso, æqualia sunt; erit igitur

uterq; ABE, BED rectus: rectangulum

igitur est ADEB. Ostensum autem est &

æquilaterum: g ergo est quadratum; & à

recta AB descriptum. Quod oportebat

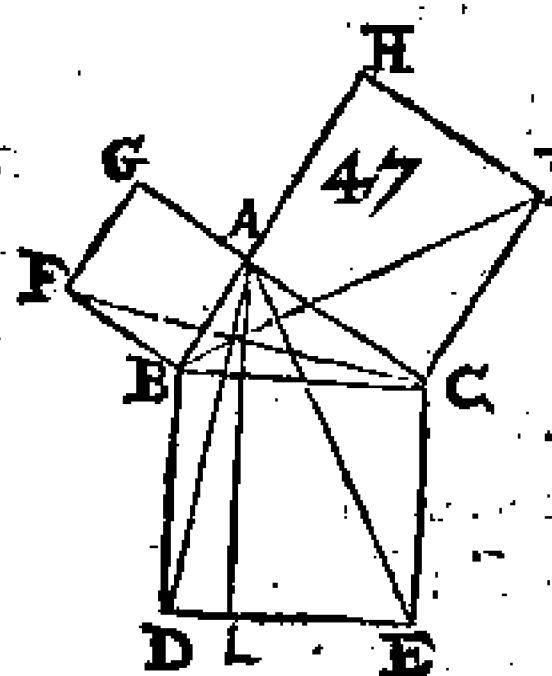
facere.

Propositio 47. Theor. 34.

In rectangulis triangulis, quod à latere
rectum angulū subtendente describitur
quadratum, æquale est illis, quæ à late-
ribus rectum cōprehendentibus de-
scribuntur quadratis.

Est.

E Sto triangulum rectangulum ABC ,
 rectum habens BAC . Dico quadra-
 tum à latere BC descriptum, æquale esse
 quadratis à lateribus BA , AC descriptis.



a describatur à re- *a prop. 46. 1.*
 ctis BC , BA , AC

quadrata $BDCE$; *b prop. 31. 1.*
 GB ; HC ; & *b* per

A , vtriq; BD , CE
 agatur parallela

AL . iunganturq;
 AD , FC . Et quia

vterque angulorū

BAC , BAG rectus est, suntq; ad punctū
 A lineæ AB duæ rectæ AC , AG positæ,
 facientes angulos deinceps duobus rectis
 æquales, erit AG ipsi AC in directum. *c prop. 14. 1.*

Eandem ob causam est AB ipsi AH in di-
 rectum. Et quia angulus DBC æqualis est
 angulo FBA , quod vterque sit rectus, si
 apponatur communis ABC : *d ax. 2.* erit totus

DBA , toti FCB æqualis. Cumque duæ
 DB , BA , duabus BC , BF æquales sint, al-

tera alteri, & angulus DBA , angulo FCB
 æqualis; *e* erit & basis AD , basi FC æqua-

lis, & triangulum ABD , triangulo FCB : *c prop. 4. 1.*

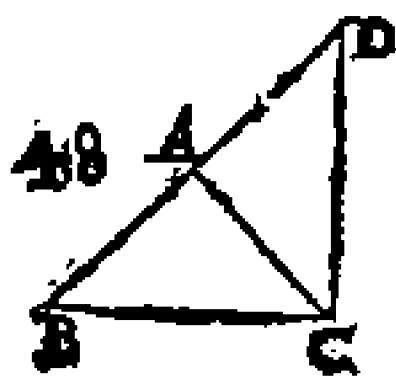
estque trianguli ABD parallelogram- *f prop. 4. 1.*
 mum BL duplum; habent enim eandem

Basim

Prop. 41. Basim BD , & sunt in iisdem parallelis BD ,
 AL . $\therefore$ Trianguli verò ABC duplum est
 quadratum GB ; habent enim eandem ba-
 sim FB , & sunt in iisdem parallelis FB ,
 GC ; quæ autem æqualium sunt dupla, æ-
 qualia inter se sunt: parallelogrammum
 ergo BL æquale est GB quadrato. Eodem
 modo iunctis AE , BK demonstrabitur
 CL æquale esse quadrato HC : Totum
 ergo quadratum $DBEC$ æquale est duo-
 bus GB , HC quadratis: & est $DBEC$ à
 BC ; ipsa vero GB , HC à BA , AC , de-
 scripta: Quadratum ergo à BC descriptum
 æquale est quadratis à BA , AC descriptis.
 In rectangulis ergo Triangulis, &c. Quod
 oportuit demonstrare.

Propositio 48. Theor. 35.

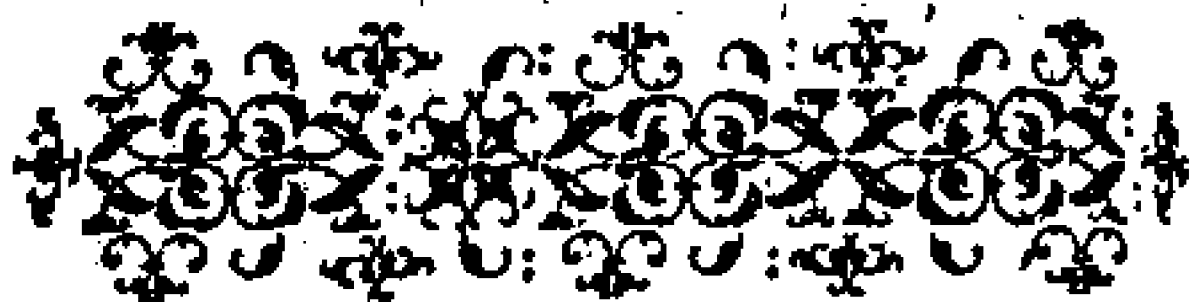
*Si quadratum ab uno trianguli latere
 descriptum, æquale fuerit quadratis à
 reliquis lateribus descriptis angulus
 à reliquis lateribus contentus,
 rectus erit.*



E Sto quadratū à late-
 re BC trianguli ABC
 descriptum, æquale qua-
 dratis à lateribus BA , AC
 descriptis. Dico angulum
 BAC

B A C rectum esse. *a* Ducatur enim ab A *a prop. 11. 1.*
 puncto lineæ A C ad angulos rectos recta
 A D, & sit *b* A D ipsi A B æqualis, iungatur *b prop. 2. 1.*
 que D C. Et quia D A, A B æquales sunt,
 erit & quadratum ab A D descriptum æ-
 quale quadrato ab A B descripto. appona-
 tur commune quadratum ab A C descri-
 ptum: *c* erunt igitur quadrata ipsarū D A, *c an. 2.*
 A C æqualia quadratis ipsarum B A, A C.
 Sed quadrata ipsarum D A, A C æqualia
 sunt quadrato ipsius D C. *d* angulus enim *d per se. 2.*
 D A C rectus est. Quadratis autem ipsa-
 rum A B, A C ponitur æquale quadratum
 ipsius B C. quadrata ergo ipsarum D C, B C
 sunt æqualia: ergo & latera. Et cum A D,
 A B æquales sint, communis A C, igitur
 duæ D A, A C, duabus B A, A C sunt æ-
 quales, & basis D C basi B C: *e* erit ergo & *e prop. 8. 1.*
 angulus D A C angulo B A C æqualis: Est
 vero D A C rectus: ergo & B A C rectus
 erit. Si ergo quadratum, &c. Quod
 oportuit demon-
 strare.





EVCLIDIS

ELEMENTVM

SECVNDVM.

Definitiones.

1. Omne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur à duabus rectis lineis angulum rectum comprehendentibus. *Ut in propos. 1. parallelogrammum B H continetur à lineis B C, B G, quæ angulum rectum B continent.*
2. Parallelogrammi spaciij vnum eorum, quæ circa diametrum sunt parallelogramnorum, cum duobus complementis gnomon vocetur. *Ve in propos. 5. figura C B F G H L contenta parallelogrammis D L, H F, & quadrato D Q.*
quæ dato

Pro-

Propositio I. Theor. I.

Si fuerint dua rectæ lineæ, quarum altera secetur in quotcunque partes, rectangulum ab ipsis contentum, æquale erit rectangulis ab insecta, & singulis sectæ partibus contentis.

Sint due rectæ. A, B C, quarum B C secetur utcumq; in D, & E. Dico rectangulum lineis A, & B C contentum æquale esse rectangulis contentis A, B D; & A, D E; & A, E C.

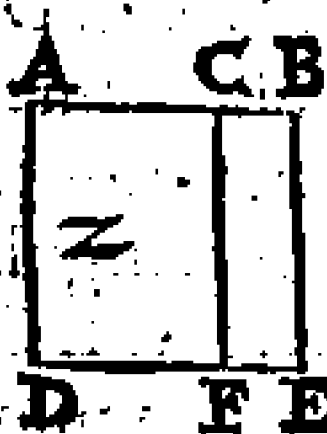
Ducatur enim ex B ipsi B C ad angulos a *prop. II. 2.* rectos B F, fiatq; b ipsi A æqualis B G; & b *prop. 2. 1.* per G ipsi B C parallela ducatur G H; per c *prop. 31. 1.* D, E, C verò ipsi B G parallelæ ducantur D K, E L, C H. Est autem B H æquale ipsis B K, D L, E H. Nam B H est rectangulum ipsarum A, B C; Continetur enim ipsis B C, B G, & B G est ipsi A æqualis. B K, est rectangulum ipsarum A, B D; Continetur enim rectis G B, B D: siquidem G B ipsi A æqualis est. D L est rectangulum ipsarum A, D E; nam & D K æqualis est ipsi A, & simili-

E æ liter

liter EH est rectangulum ipsarum A, EC.
Est ergo quod A, BC continetur æquale
illis, quæ A, BD: A, DE; & A, EC conti-
nentur. Si ergo fuerint duæ rectæ, &c.
Quod oportuit demonstrare.

Propositio 2. Theor. 2.

*Si recta linea secetur utcunq, erunt re-
ctangula, quæ totæ & partibus conti-
nentur, equalia quadrato, quod
fit à tota.*



prop. 46.1

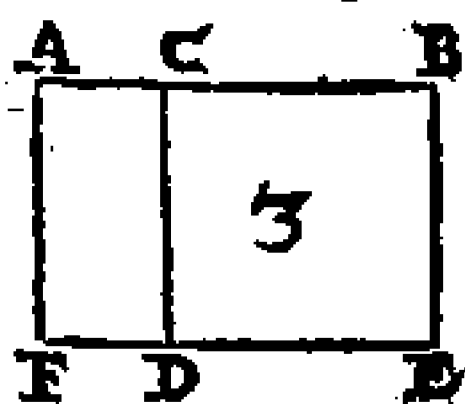
prop. 7.1.

Recta AB secetur utcun-
que in C. Dico rectan-
gula ipsis AB, AC, & AB,
BC contenta, æqualia esse
quadrato ipsi⁹ AB. Descri-
batur super AB quadratum
ABDE, & ducatur per C ad utramq; AD,
BE parallela CF. *b* æquale ergo est AF
ipsis AF, CE. Est autem AE quadratum
ipsius AB, rectangulum ipsarum BA, AC
est AF; Continetur enim ipsis AD, AC
& est AD ipsi AB æqualis. CE continetur
AB, BC; Est autem BE equalis ipsi AB. Er-
go quæ AB, AC; & AB, CB continentur
æqualia sunt quadrato ipsius AB. Si ergo
recta linea, &c. Quod demonstrare oport-
tebat.

Pro.

Propositio 3. Theor. 3.

*Si recta linea utcumq; secetur, erit re-
ctangulum tota, & una parte conten-
tum, aequale rectangulo partibus con-
tento, & quadrato à dicta
parte descripto.*



Recta A B sit ut-
cumq; secuta in C.
Dico rectangulū A B,
B C contentum, æqua-
le esse, & rectangulo

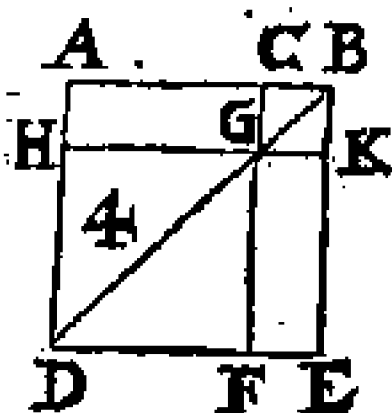
A C, C B; & quadrato B C contento. *a prop. 46. s*
scribatur enim à B C quadratum C D B E,
producaturque E D in F; & b per A utri- *b prop. 31. s*
que C D, B E parallela ducatur, A F: c Er- *c prop. 1. s.*
go A E æquale est, ipsis A D, C E. Estque
A E rectangulum ipsis A B, B C conten-
tum; continetur enim ipsis A B, B E, &
d est B E ipsi B C æqualis. A D verò est re- *d def. 27. 1.*
ctangulum ipsarum A C, C B; est enim
D C ipsi C B æqualis. D B, deniq; est qua-
dratum ipsius C B. Rectangulū ergo A B,
B C contentum, æquale est A C, C B con-
tento, una cum quadrato ipsius C B. Si er-
go recta linea, &c. Quod demon-
strare oportuit.

Propositio 4. Theor. 4.

Si recta linea utcunq; secetur, quadratum totius aequale erit & partium quadratis, & rectangulo bis partibus contento.

Recta AB secetur utcunq; in C. Dico quadratum ipsius AB æquale esse quadratis ipsarum AC, CB; & rectangulo bis AC, CB contento. *a* Constituatur enim super AB quadratum ADEB, ducaturque BD; ac *b* per C utrique AD, EB ducatur parallela CF; per G verò utrique AB, DE parallela HK. Et *c* quia CF, AD parallelæ sunt in ipsasq; incidit BD, *d* erit externus angulus BGC æqualis interno

e prop. 5. 1.



f prop. 6. 1.

g prop. 33. 1.

& opposito ADB: *e* sed ADB est æqualis ipsi CBD; quod & latus BA lateri AD sit æquale; erit igitur & CGB angulus, æqualis GBC angulo. *f* Quare & latus BC lateri CG æquale erit: *g* sed & CB ipsi GK, & CG ipsi KB est æquale; erit ergo & GK ipsi KB æquale: æquilaterum ergo est CGKB. Dico quod & rectangulum, Cum enim CG, BK parallelæ sint,

sint, in ipsasque incidat CB; erunt *h* angu- *h prop. 29. 1.*
 li KBC, GCB $\propto$ quales duobus rectis: *i re-* *i def. 27. 1.*
 ctus autem est KBC; ergo & GCB rectus
 erit. Quare & qui ex aduerso CGK, GKB *k prop. 34. 1.*
 recti erunt; rectangulū igitur est CGKB.
 Demonstratum autem est, quod & $\propto$ equi-
 laterum: quadratum *l* ergo est; & est à CB *l def. 27. 1.*
 descriptum. Eandem ob causam & HF
 quadratum est; & est ab HG descriptum,
 hoc est, ab AC. Sunt ergo quadrata HF,
 CK ab ipsis AC, CB descripta. Et quia AG
 ipsi GE *m* $\propto$ equale est, estq; AG $\propto$ AC, CB
 cōtinetur; sunt n. GC, CB $\propto$ quales; erit & *m prop. 43.*
 GE $\propto$ equale AC, CB contento. Ergo AG,
 GE $\propto$ equalia sunt bis AC, CB cōtento. Sunt
 autem & HF, CK quadrata ipsarum AC,
 BC: quatuor ergo HF, CK, AG, GE $\propto$ -
 qualia sunt, & quadratis ipsarum AC, CB;
 & rectangulo bis AC, CB contento. Sed
 HF, CK, AG, GE constituunt totum
 ADEB, quod est quadratum ipsius AB.
 Quadratum ergo ipsius AB $\propto$ quale est
 quadratis ipsarum AC, CB, & rectangulo
 bis AC, CB contento. Si ergo, &c.

Quod demonstrare o-
 portuit.



Alia demonstratio.

Dico quadratum ipsius AB æquale esse quadratis partium AC , CB , & rectangulo bis AC , CB contento. In eadem
a prop. 5.1. figura, cum BA , AD sint æquales, & erunt
b prop. 32.1. & anguli ABD , ADB æquales. Et *b* cum
 omnis trianguli tres anguli æquales sint
 duobus rectis; erunt & trianguli ABD
c per stru. tres ABD , ADB , BAD æquales duobus
 rectis. & est BAD rectus: ergo reliqui
d per stru. ABD , ADB uni recto æquales; cumque
e per 29.1. sint æquales, erit uterq; semirectus. *d* re-
 ctus autem est BCG , est namq; æqualis an-
 gulo opposito ad A ; reliquus ergo CGB
f prop. 32.1. semirectus est: igitur æquales sunt CGB ,
g prop. 6.1. CBG : *g* quare & latera BC , CG æqualia
h prop. 33.1. erunt: *h* sed CB æquale est ipsi KG , & CG
i per stru. ipsi BK : ergo CK est æquilaterum; & cumq;
 habeat angulum CBK rectum: quadratum erit
 CK , & quidem, quod fit ex CB . Eandem ob
 causam quadratum est FH , estq; æquale illi,
 quod fit ex AC : sunt ergo CK , FH qua-
 drata; æqualiaq; quadratis ipsarum AC ,
k prop. 43.1. CB . Et *k* cum AG , EG æqualia sint,
 sitque AG id, quod AC , CB continetur,
 sunt enim CG , CB æquales: ergo EG
 æquale est contento AC , CB : igitur
 AG , GE æqualia sunt bis AC , CB
 con-

contento. Sunt verò & CK, HF æqualia quadratis ipsarum AC, CB: Ergo CK, HF, AG, GE æqualia sunt quadratis ipsarum AC, CB; & bis AC, CB contento; sed CK, HF, AG, GE totum AE constituent, quod est ipsius AB quadratum, Ergo quadratū ipsius AB æquale est quadratis ipsarum AC, CB, & rectangulo bis AC, CB contento. Quod oportuit demonstrare.

Corollarium.

Ex his manifestum est in quadratis spaciis illa quæ circa diametrum sunt, quadrata esse.

Propos. 5. Theor. 5.

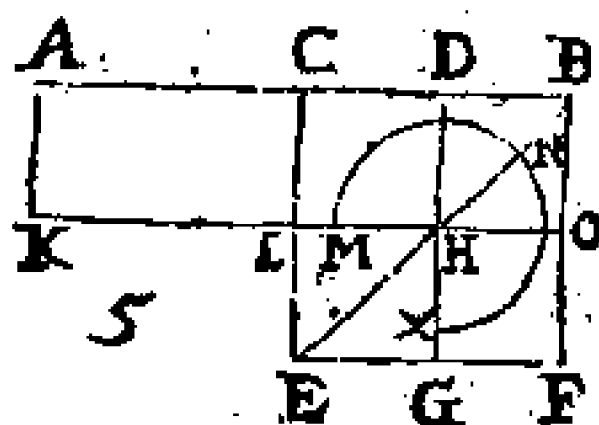
Si recta linea secetur in equalia, & in inequalia, erit rectangulum in equalibus totius partibus contentum una cum quadrato lineæ, quæ inter sectiones interijcitur æquale ei, quod à dimidia fit quadrato.

Recta AB secetur in æqualia ad C; in inæqualia ad D. Dico contentū AD, DB rectangulum cum quadrato quod ex CD, æquale esse quadrato ipsius CB, *b* Describatur enim super BC quadratū CEFB; *b* prop. 46.1.

E 5

8.

e prop. 46.1 & ducatur BE; & atq; per D vtriq; CE, BF
ducatur parallela DG: per H verò vtriq;
CB, EF parallela KO. Rursusq; per A
vtriq; CL, BO parallela AK; & cum com-
e prop. 43.1 plementa CH, HF æqualia sint, si adda-
tur commune DO; erit totum CO, toti
DF æquale. Sed CO æquale est AL; quod



& AC ipsi CB sit
æqualis: erit igitur
& AL ipsi
DF æquale: si
addatur cōmu-
ne CH, erit AH

e Coroll. 4. prop. 2. Fax. 1. ipsis DF, DL æquale: sed AH, contento
AD, DB est æquale; & est enim & DH ipsi
DB æqualis; FD, DL autem sunt gnomon
MNX: ergo gnomon MNX est æqua-
lis AD, DB contento. Si LG commune,
quod est æquale quadrato ex CD, adda-
tur: erunt MNX gnomon, & LG æqua-
lia contento AD, DB, & illi quod ex CD
fit quadrato. Sed gnomon MNX, & LG
hinc totum CEFB quadratum, quod est qua-
dratum ex CB: ergo AD, DB contētum,
cum quadrato quod fit ex CD, æquale est
quadrato ipsius CB. Si ergo recta linea
secteur, &c. Quod oportui de-
monstrare.

Et quia AG, GE equalia sunt, si commune CF addatur, erunt tota AF, CE equalia: utraq; ergo AF, CE dupla sunt ipsius AF : sed AF, CE sunt gnomon KLM & CF quadratum: gnomon ergo KLM , & CF dupla sunt ipsius AF . Est vero eiusdem AF duplum bis AB, BC contentum; b sunt enim, BF, BC equalia. Gnomon b def. 27. ergo KLM , & CF æquantur bis AB, BC contento. Commune addatur DG , quod est quadratū ex AC : gnomon ergo KLM , & quadrata BG, GD æquantur bis AB, BC contento, & quadrato quod ex AC . Sed gnomon KLM , & quadrata BG, GD sunt totum $ADEB$, & CF ; quæ sunt ex AB, BC quadrata. Quadrata ergo ex AB, BC æquantur bis AB, BC contento, & quadrato ex AC : si ergo, recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 8. Theor. 8.

Si recta linea secetur utcumq; rectangulum quater tota, & una parte contentum, cum quadrato alterius partis, æquale est quadrato à tota & dicta parte, tanquam ab una linea descripto.

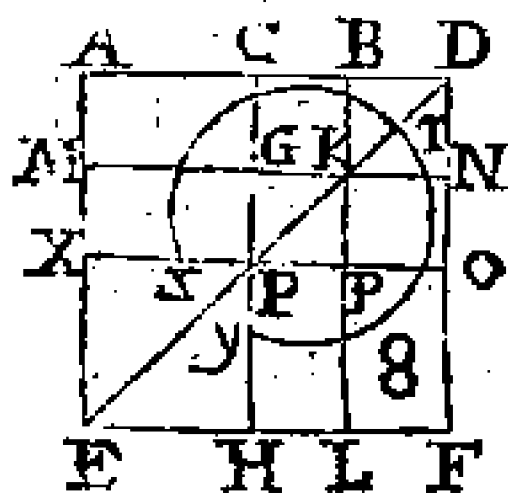
Recta

Recta AB sit secta utrumque in C . Dico rectangulum quater AB , BC contentum, cum eo, quod sit ex AC quadrato æquale esse quadrato, quod sit ex AB , BC , tanquam ex una linea. Producaturnim AB in directum, & sit BD æqualis

a prop. 46.1

CB ; & *a* super AD constitutur quadratum $A E F D$, & dupla figura construatur.

Quia igitur CB ipsi BD ; GK ; BD verò



ipsi KN æqualis est; *e* runt & GK , KN æquales. Ob eandem causam, erunt PR , RO æquales. Cumque tam BC , BD ; quam GK , KN æquales sint; *b* erunt etiam

b prop. 36.1 tam CK , KD : quam GR , RN æqualia: sed CK , RN *c* sunt æqualia (sunt enim

c prop. 43.1

complementa parallelogrammi CO) igitur & KD , GR æqualia erunt. Quatuor ergo DK , CK , GR , RN æqualia sunt: quatuor ergo illa sunt quadruplicia ipsi^o CK .

Rursus cum CB ipsi BD ; BD *d* ipsi BK , hoc est, ipsi CG ; & CB ipsi GK , hoc est,

d corol. 4.2. ipsi GP æqualis sit, erit CG ipsi GP æqualis. Et cum CG ipsi GP ; & PR ipsi RO æqualis sit; erit & AG ipsi MP ; & PL

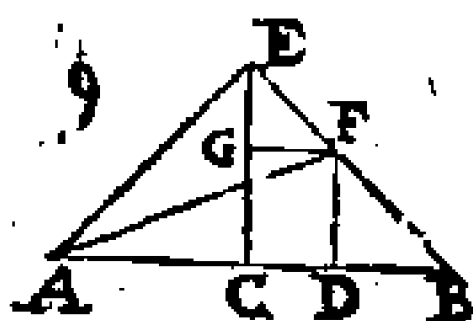
e prop. 43.1 ipsi RF æquale. Sed MP , PL sunt *e* æqualia,

lia, quippe parallelogrammi ML complementa, erunt & AG, RF æqualia. Quatuor ergo AG, MP, PL, RF sunt æqualia; quatuor ergo illa quadruplicia sunt ipsius AG, Ostensa autē sunt & CK, KD, GR, RN ipsius CK quadruplicia: ergo octo illa quæ gnomonē STY continēt, quadrupla sunt ipsius AK: & cum AK contento AB, BD sit equale, est enim BK, ipsi BD equalis. erit quater AB, BD contentum, quadruplum ipsius AK. ostensus est autem & gnomō STY quadruplex ipsi⁹ AK. Quod ergo quater AB, BD continetur equale est gnomoni STY. Commune addatur XH (quod æquale est quadrato ex AC) quater ergo AB, BD contentum rectangulum, cum quadrato quod fit ex AC, æquale est gnomoni STY, & XH. Sed gnomon & XH sunt AEFD quadratum, quod est quadratum ex AD: ergo quater AB, BD contentum rectangulum, cum quadrato ex AC, est æquale illi, quod fit ex AD quadrato, hoc est, quod fit ex AB, BC tanquam ex vna linea. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.



Propos. 9. Theor. 9.

Si recta linea secetur in equalia, & non equalia, quadrata partiū in equalium dupla sunt, & eius quod fit à dimidia, & eius quod fit à linea, qua inter sectiones intercipitur quadrati.



Secetur recta AB in C æqualiter, in D inæqualiter. Dico quadrata ex AD, DB du-

- pla esse eorum, quæ ex AC, CD fiunt.
a Ducatur ex C ipsi AB ad angulos rectos EC, quæ sit utrique AC, CB æqualis, ducanturque EA, EB. Atque per D ipsi EC agatur parallela DF: per F verò ipsi AB parallela FG iungaturque AF. Et quia
b AC, CE æquales sunt; **b** erunt & anguli EAC, AEC æquales. Et cum angulus ad
c C rectus sit; **c** erunt reliqui AEC, EAC uni recto æquales, ideoque semirecti. Eandem ob causam CEB, EBC semirecti erunt: unde totus AEB rectus erit. Cumque
d GEFG semirectus sit; **d** rectus EGF (est enim interno & opposito ECB æqualis) **n** erit reliquus EFG semirectus:
e Ergo

Ergo $\triangle EFG$ ipsi $\triangle EFG$ est æqualis; & quare *c prop. 23. 1.*
 & latus EG lateri FG æquale erit. Rur-
 sus cum angul⁹ ad B semirectus sit; rectus *f prop. 6. 1.*
 FDB (est enim æqualis interno & oppo-
 sito ECB) erit reliquus BFD semirectus.
 Est ergo angulus ad B æqualis DFB an-
 gulo. *g prop. 6. 1. 7*
 Quare & latus BF lateri DB æquale
 erit: Et cum AC, CE æquales sint, erunt
 & quadrata ex AC, CE equalia: dupla cr-
 go sunt quadrato ex AC : *h prop. 47. 1.*
 g æquale autem
 est quadratis ex AC, CE quadratum ex
 EA (nam angulus ACE rectus est) est igi-
 tur quod ex EA duplū eius quod ex AC .
 Rursus cum EG, GF æquales sint; erunt
 & quæ ex EG, GF quadrata æqualia: du-
 pla ergo sunt eius quod fit ex GF : Et *i prop. 47. 1.*
 æ-
 qualia eius, quod ex EF : ergo quod ex
 EF duplum est eius, quod ex GF quadrati
 (sunt autem GF, CD æquales) ergo quod
 ex EF duplum est eius, quod ex CD . Est
 autem & quod ex AE duplum eius, quod
 ex AC : ergo quadrata quæ ex AE, EF du-
 pla sunt eorum, quæ ex AC, CD . Quadra-
 dratis autem ex AE, EF , *k prop. 47. 1.*
 æquale est quod
 ex AF (est enim angulus AEF rectus) er-
 go quod ex AF quadratum duplum est
 eorum, quæ ex AC, CD : ei autem, quod
 ex AF æqualia sunt quæ ex AB, DF *l prop. 47. 1.*
 fiunt

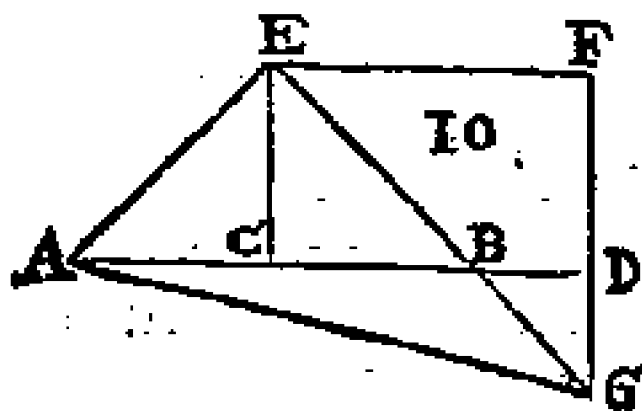
sunt (nam angulus ad D rectus est) igitur quæ ex A D, D F dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D quadratorum (sunt autem D F, D B æquales) ergo quæ ex A D, D B quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 10. Theor. 10.

Si recta linea bisecetur, eiq; in rectum quadam alia adiciatur; quæ à tota cum adiecta, & ab adiecta sunt quadrata, dupla erunt quadratorum, quæ sunt à dimidia, & à composita ex dimidia & adiecta.

Recta A B bisecetur in C, adiciaturq; ei in rectum B D. Dico quadrata quæ ex A D, D B dupla esse eorum, quæ ex A C, C D. *a prop. 11. 1.* Ducatur enim ex C ipsi A B ad angulos rectos C E; *b prop. 2. 1.* sitq; C E ipsis, A C, C B

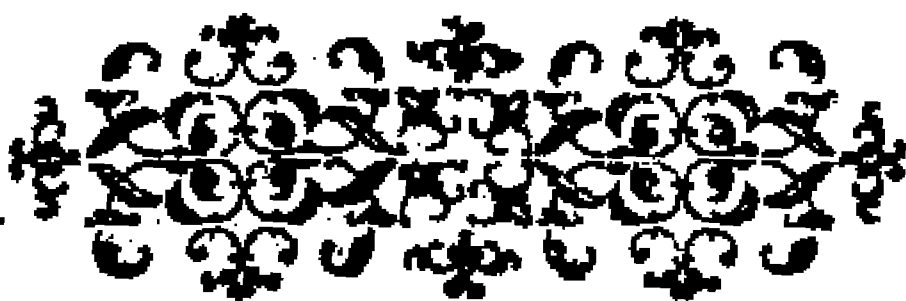
c prop. 31. 1.



æqualis; & iungantur A E, E B, atq; e per E ipsi A D agatur parallela E F. Per D verò ipsi C E parallela D F; & cum in parallelas E C, F D inci-

incidat EF, *d* erunt anguli CEF, EFD *a prop. 29. 8*
 æquales duobus rectis: unde FEB, EFD
 duobus rectis minores erunt. *e* Quæ au- *e ax. 11.*
 tem à minoribus quàm sint duo recti pro-
 ducuntur rectæ lineæ, concurrunt: ergo
 EB, FD ad partes B, D productæ concur-
 rent: concurrant in G, iungaturque AG.
 Et quia AC, CE æquales sunt, *f* erunt & *f prop. 5. 12*
 anguli AEC, EAC æquales; *g* & est an- *g per struct.*
 gulus ad C rectus: ergo EAC, AEC sunt
 semirecti. Eandem ob causam CEB, EBC
 semirecti sunt: ergo AEB rectus est: cum-
 que EBC sit semirectus, *h* erit & DBG *h prop. 15. 12*
 semirectus: est verò BDG rectus: *i* æqua- *i prop. 29. 12*
 lis enim est angulo DCE, quod sint al-
 terni: reliquus ergo DGB semirectus est:
 quare anguli DGB, DBG æquales sunt;
 & erunt igitur & latera BD, GD æqualia. *k prop. 6. 12*
 Rursus cum EGF semirectus sit: *l* rectus *l prop. 34. 12*
 quia ad F (est enim ad C opposito æqualis)
 erit & FEG semirectus: sunt igitur EGF,
 FEG æquales. *m* Quare & latera GF, *m prop. 6. 12*
 EF æqualia erunt. Cum ergo EC, CA
 æquales sint; erit & quod ex EC quadra-
 tum, æquale ei, quod ex AC: Quadrata
 ergo quæ ex EC, CA, dupla sunt eius,
 quod sit ex CA: illis autem, quæ ex CE,
 CA, *n* æquale est quod ex EA: ergo quod *n prop. 47. 5*

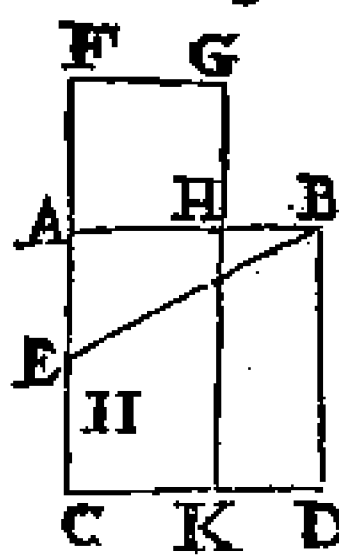
ex EA duplum est eius quod ex AC. Rur-
 sus cum GF, EF sint æquales, erunt &
 quæ ex FG, FE quadrata æqualia. Sunt
 ergo quæ ex FG, FE dupla eius, quod ex
 EF: illis autem, quæ ex GF, FE o æquale
 est quod ex EG: ergo quod ex EG du-
 plum est eius, quod ex EF, sunt autem
 EF, CD æquales: ergo quod ex EG du-
 plum est eius quod ex CD: ostensum est
 autem id, quod ex EA duplum esse eius
 quod ex AC: quæ ergo ex AE, EG qua-
 drata dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD:
 illis autem quæ ex AE, EG p æquale est
 quod ex AG: ergo quod ex AG duplum
 est eorum, quæ ex AC, CD: ei autem
 quod ex AG, q æqualia sunt, quæ ex
 AD, DG: ergo quæ ex AD, DG qua-
 drata dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD,
 æquales autem sunt DG, DB: ergo quæ
 AD, DB quadrata, dupla sunt eorum,
 quæ ex AC, CD. Si ergo recta linea
 bisecetur, &c. Quod oportuit
 demonstrare.



Propos. II. Probl. I.

Datam rectam secare, ut quod tota, & una parte continetur rectangulum, aequale sit quadrato quod fit ex reliqua parte.

SIt data recta AB, quam oporteat ita secare, ut quod ex tota & una partium fit rectangulum, æquale sit ei, quod ex altera parte fit quadrato. *a* Describatur ex AB quadratum ABCD, & *b* bisecetur AC in E, iungaturq; BE. producat CA in F,

*a prop. 46.2**b prop. 10.1.*

fitq; EF æqualis rectæ BE. *c prop. 3.1*

d constituatur super AF quadratum FGH, & producatur GH in K. Dico rectam AB in H sectam esse, ut AB, BH contentum rectangulum,

d prop. 46.1

equale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Cum enim recta AC bisecta sit in E, eiq; adiecta in directum AF; *e* erit CF, FA contentum, cum eo quod fit ex AE, equale illi quod fit ex EF, sunt autem EF, EB æquales: ergo CF, FA contentum, cū eo quod fit ex AE; æquale est illi; quod ex EB quadrato: sed ei, quod ex EB *f* æ-

f prop. 47.1.

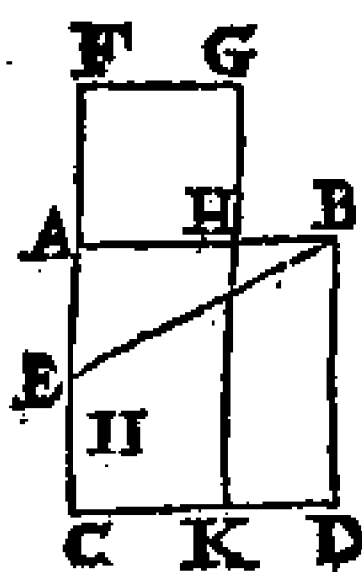
qualia sunt, quæ ex BA, AE quadrata (rectus enim est angulus ad A) ergo quod

F 3

CF,

CF, FA continetur, cum illo quod ex AE quadrato, æquale est illis, q̄ ex BA, AE quadratis; Commune quod ex AE auferatur; reliquum ergo, quod CF, FA continetur, æquale est ei, quod ex AB quadrato. Est

g def. 17.



autem CF, FA contētum, ipsum FK (g nam AF, FG sunt æquales) Quod autem fit ex AB, est AD quadratum: ergo FK, AD sunt æqualia. Commune AK auferatur: eruntque reliqua FH, HD æqualia. Est au-

h def. 17.

tē HD quod AB, BH continetur h (sunt enim AB, BD æquales) FH autē est quod fit ex AH quadratū. Ergo quod AB, BH continetur rectangulum, æquale est quadrato quod ex AH: recta ergo AB secā est in H, ut quod AB, BH continetur rectangulū æquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Quod facere oportebat.

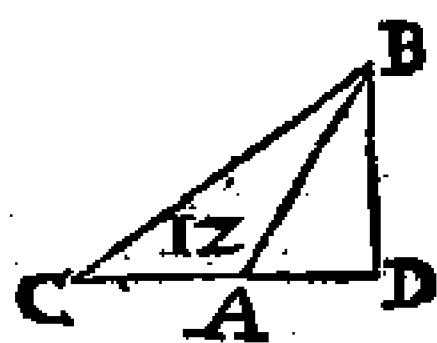
Propos. 12. Theor. 11.

In triangulis obtusangulis quadratum quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum continentium, rectangulo bis contento & ab uno latere obtusum continen-

*inentia in quod productum perpendi-
cularis cadit, & à linea exterius assum-
pta à perpendiculari ad angulum
obtusum.*

Sit triangulum obtusangulum ABC ,
obtusum angulum habēs BAC . Du-
catur ex B ad CA productam perpendi-
cularis BD . Dico quadratum ex BC ma-

a prop. 12. c.



ius esse eis, quæ ex BA ,
 AC , rectangulo bis CA ,
 AD contēto. Cum enim
recta CD secta sit utcū-
que in A ; *b* erit quod ex

b prop. 4. c.

DC æquale illis, quæ ex CA , AD quadra-
tis; & ei, quod bis CA , AD continetur.
Commune addatur, quod ex DB . Ergo
quæ ex CD , DB æqualia sunt illis, quæ ex
 CA , AD , DB quadratis; & illi, quod bis
 CA , AD continetur; sed illis, quæ ex CD ,
 DB quadratis, æquale est quod ex CB (est
enim angulus ad B rectus) illis autem, quæ
ex AD , DB æquale est, quod ex AB qua-
dratum. Quod igitur ex CB æquale est il-
lis, quæ ex CA , AB quadratis, & rectan-
gulo bis CA , AD contento. In triangulis
ergo obtusangulis, &c. Quod oportuit
demonstrare.

c prop. 47. b.

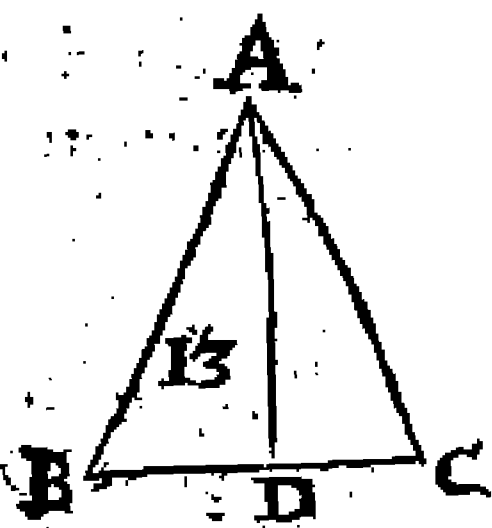
d prop. 47. c.

Propos. 13. Theor. 12.

In acutangulis triangulis quadratum lateris acutum angulum subtendentis minus est quadratis acutum continetibus rectangulo bis contento, & ab uno latere acutum continente, in quod perpendicularis cadit, & à linea à perpendiculari intus assumpta ad angulum acutum.

a prop. 12. 1.

Sit acutangulum triangulum ABC, habes acutū B: & ducatur ab A in BC perpendicularis AD. Di-



b prop. 7. 2

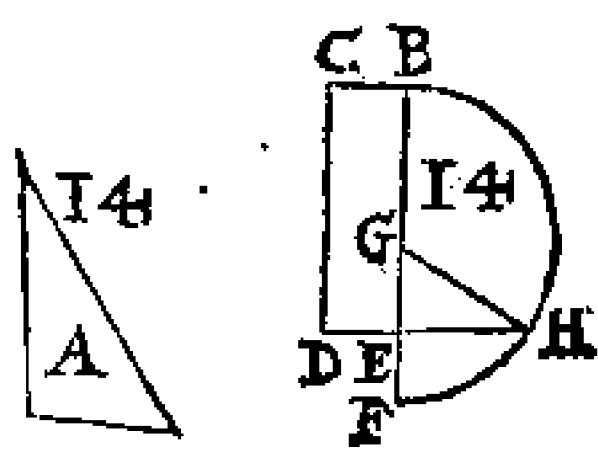
co quadratū quod fit ex AC minus esse illis quæ sunt ex CB, BA, rectangulo bis CB, BD contento. Cū enim recta CB secta sit utcumq; in D; erunt quæ ex CB, BD quadrata æqualia bis CB, BD contento, & illi quod ex DC quadrato. Commune addatur, quod ex AD: Ergo quæ ex CB, BD, DA quadrata, æqualia sunt bis CB, BD contento, & quadratis quæ ex AD, DC. Sed illis, quæ ex BD, DA, quale est quod ex AB (est enim angulus ad D rectus) illis

illis verò quæ ex AD , DC æquale est quod ex AC . Ergo quæ ex CB , BA , æqualia sunt & illi quod ex AC quadrato; & illi quod bis CB , BD continetur. Quare quod ex AC quadratum minus est illis, quæ ex CB , BA quadratis, rectangulo bis BC , BD contento. In triangulis ergo acutangulis, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propositio 14. Probl. 2.

*Dato rectilineo æquale quadratum
constituere.*

EST o rectilineum A , cui oporteat æquale quadratum constituere. *a* Fiat *a prop. 45. 1.* rectilineo A æquale parallelogrammum rectangulum BD . Si igitur BE , ED fuerint æquales, factum est quod petitur; erit enim rectilineo A æquale quadratū BD .



Si non; erit una-
ipsarum BE , ED
maior: Sit ma-
ior BE , quæ produ-
catur in F , *b* fiatque *b prop. 2. 1.*
 FE , ipsi ED æqua-

lis, *c* biseceturque FB in G , & centro G , *c prop. 10. 1.*
intervallo GB , aut GF describatur semi-
circulus BHF , & producat DE in H ,

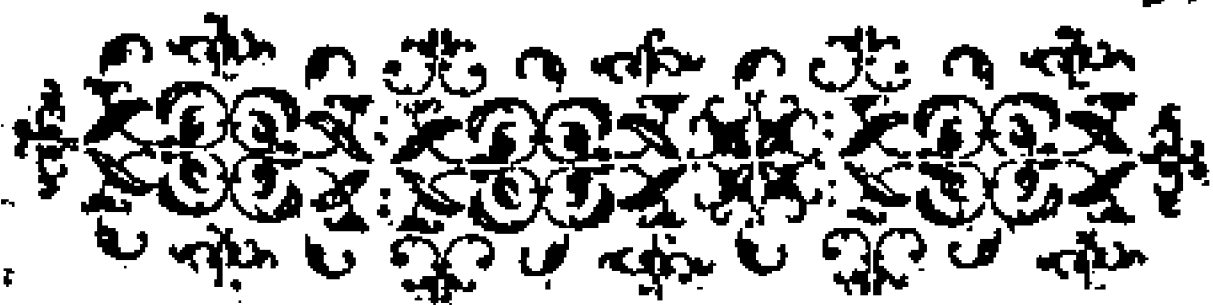
F 5 du-

ducaturque GH. Cum itaque recta BE
 secta sit æqualiter in G, inæqualiter in E;
prop. 5. 2. erit quod BE, EF continetur, cum eo
 quod ex EG quadrato, æquale ei quod ex
 GF quadrato. Sunt autem GF, GH æ-
 quales. Quod ergo BE, EF continetur
 cum eo quod ex GE, æquale est illi, quod
prop. 47. ex GH; illi vero quod ex GH, æquale
 sunt quæ ex HE, GE quadrata: ergo quod
 BE, EF continetur, cum eo quod ex GE,
 æquale est illis, quæ ex HE, GE: Com-
 mune auferatur, quod ex GE; & erit reli-
 quum, quod BE, EF continetur, æquale
 ei, quod ex EH quadrato: sed quod BE,
 EF continetur est ipsum BD, siquidem
 EF, ED sunt æquales: parallelogrammū
 ergo BD æquale est ei quod ex HE qua-
 drato: Est autem BD æquale rectilineo
 A: ergo rectilineum A æquale est quadra-
 to ex EH descripto. Dato ergo rectilineo
 A, æquale quadratum constituimus,
 id nimirum quod ex EH.

Quod facere o-
 portuit.

□(o)□





ELEMENTUM TERTIUM EVCLIDIS.

Definitiones.

1. *Æquales circuli sunt, quorum diametri sunt æquales; vel quorum quæ ex centris sunt æquales.*
2. *Recta linea circulum tangere dicitur, quæ contingens circulum, & producta ipsum non secat. In figura propof. 16. linea AE tangit circulum ABC . In 18. & 19. DE tangit circulum ABC .*
3. *Circuli se tangere dicuntur, qui seiplos contingentes, se ipsos non secant. Circuli se contingunt aut interius, ut propof. 6. circuli ABC , DEC ; aut exterius, ut propof. 12. circuli BAC , DAE .*

4. In circulo æqualiter à centro distare dicuntur rectæ lineæ, cum à centro ad ipsas perpendiculares ductæ æquales fuerint. *Vt propos. 14. lineæ AB, CD à centro E , æqualiter distant quod EF, EG sint æquales.*
5. Magis distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.
6. Portio circuli, est figura quæ recta linea & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt portiones ACB, AEB .*
7. Portionis angulus est, qui recta linea, & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt anguli CAB, EAB , recta AB , & peripheriis CA, EA contenti.*
8. In portione angulus est, cum in circumferentia portionis acceptum punctum fuerit, & ab ipso ad terminos rectæ lineæ, quæ est basis portionis, iunguntur rectæ, angulus inquam his rectis contentus. *Vt in 26. propos. angulus EDF est in portione EDE .*
9. Quando vero lineæ angulum continentes, assumunt peripheriam, in illa insistere angulus dicitur. *Vt in pro-*

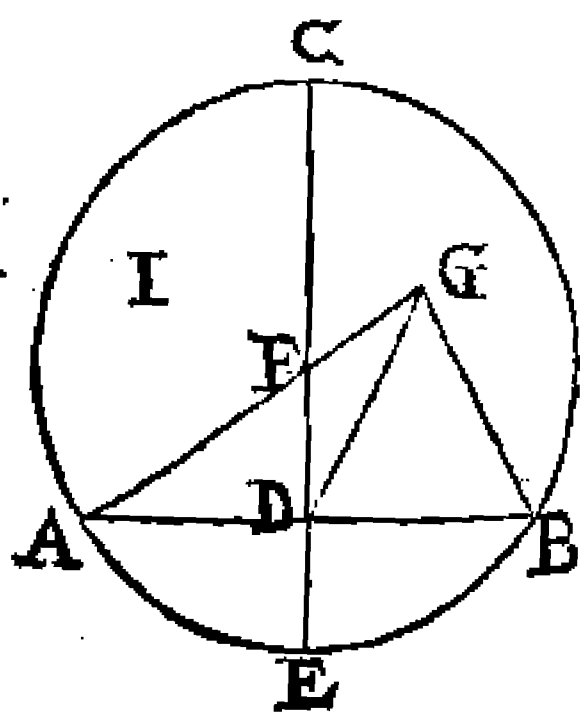
propof. 27. angulus E D F inſiſtit periphēria E F.

10. Sēctor circuli eſt, quando angulus ad centrum circuli conſtiterit, figura contenta rectis lineis angulum cōprehendentibus, & periphēria ab ipsis aſſumpta. *Vt in propof. 27. ſēctor dicitur figura E H F.*

11. Similes circuli portiones ſunt, quę capiunt æquales angulos, aut in quibus anguli æquales conſiſtunt.

Propoſitio I. Probl. I.

Dati circuli centrum inuenire.



E Sto datus circulus A B C, cuius cētrum inuenire oporteat. Ducatur quædam recta linea A B vtcunque, & biſeceturque in D; atque per D ipſi A B ad b angulos rectos b *prop. 11. 1.* erigatur D C, c quæ c *poſtul. 2.*

producatur in E, & d biſecetur C E in F. d *prop. 10. 1.*

Dico F centrum eſſe circuli A B C. Si non; ſit, ſi fieri poteſt, G, ducanturque G A, G D,

GD, GB; & cum AD, DB æquales sint,
prop. 8. 1. communis DG; erunt duæ AD, DG,
 duabus GD, DB æquales, altera alteri;
prop. 8. 1. f & basis GA æqualis basi GB; sunt
 enim ex centro G: g ergo & anguli
 ADG, GDB æquales erunt: Cum au-
 tem recta super rectam consistens angu-
 los deinceps æquales fecerit, rectus erit
 uterque angulorū: rectus ergo est GDB,
 sed & FDB rectus est; est ergo angulus
 FDB æqualis angulo GDB, maior mi-
 nori, quod fieri nequit. Non ergo G cen-
 trum est. Similiter ostendemus quod præ-
 ter F nullum aliud: F ergo centrum est.
 Quod inuenire oportuit.

Corollarium.

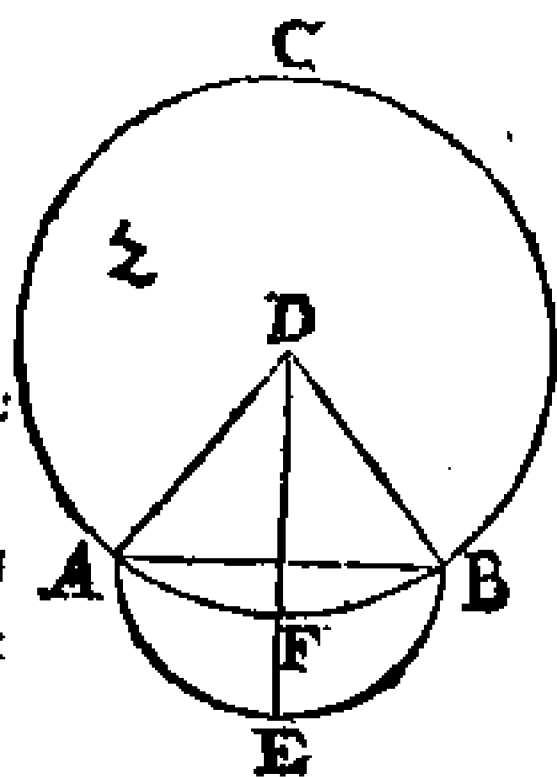
Ex his manifestum est, si in circulo re-
 cta quædam rectam quandam bifariam,
 & ad angulos rectos secet, in secante cen-
 trum circuli esse.

Præpositio 2. Theor. 1.

*Si in circuli peripheria duo puncta ac-
 cipiantur, recta illa coniungens
 intra circulum cadet.*

ESto circulus ABC, & in eius periphe-
 ria accipiantur quæcunque duo pun-
 cta A, B. Dico rectam, quæ ex A in B du-
 citur

icitur intra circulum cadere. Si non : Ca-
dat, si fieri potest, extra, ut AEB , & acci-
piatur centrum circuli ABC , quod sit D ,
iunganturque DA , DB , & producat



DF in E . Quia DA ,
æqualis est ipsi DB ; *a def. 15.*

b erit & angulus b *prop. 5. 1.*

DAE angulo DBE

æqualis; cumq; tri-

anguli DAE vnum

latus AE productū

fit in B , c erit angu-

lus DEB maior an-

gulo DAE ; æquales

sunt autem anguli

c prop. 16. 1.

DAE , DBE , maior ergo est DEB an-

gulus quam DBE ; d maior autem angu-

d prop. 19.

lus maius latus subtendit; maius ergo est

DB latus, quam DE ; e at DB ipsi DF æ-

e def. 15.

quale est; maius ergo est DF , quam DE ,

minor maiore, quod fieri nequit: Non er-

go quæ ex A in B ducitur extra circulum

cadit. Similiter ostendemus quod nec in

ipsam peripheriam; cadet ergo extra.

Si ergo in circulo, &c. Quod

oportuit demon-

strare.



Pro-

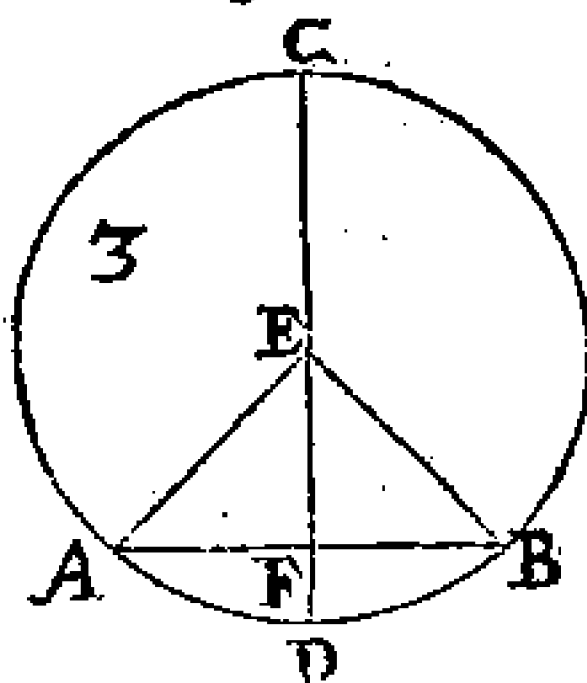
Propositio 3. Theor. 2.

Si in circulo recta quædam linea per centrum ducta, recta non per centrum ductam bisecet, & ad angulos rectos ipsam secabit: Et si ad angulos rectos ipsam secet, bisariam quoque secabit.

E Sto circulus ABC , & recta quædam CD per centrum, rectam quandam AB non per centrum ductam bisecet in F . Dico quod & ad angulos rectos ipsam secet. Accipiatnr enim centrum E , ducanturque EA, EB . Cumque AF, FB æquales sint, communis FE ; erunt duæ AF, FE duabus FB, FE , æquales basi que EA , basi EB : æ ergo & angulus AFE angulo BFE æqualis erit. Cum autem recta su-

a prop. 8. 1.

b def. 10. 1.



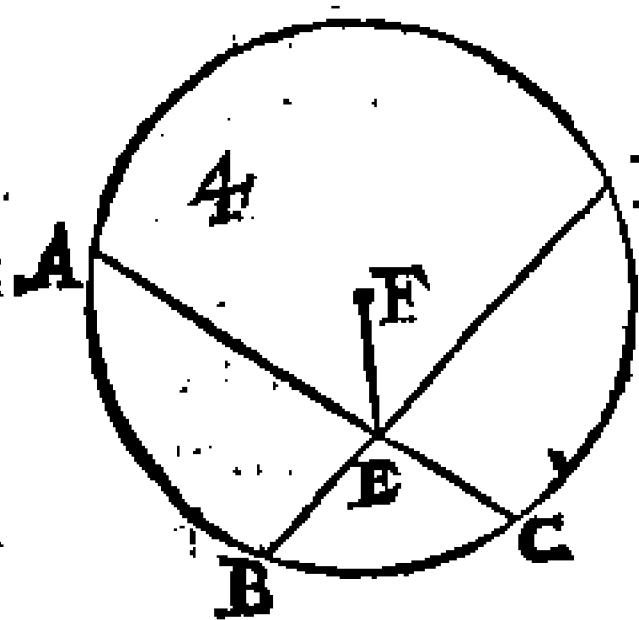
per rectam consistentem angulos deinceps æquales fecerit, b rectus erit uterque æqualium angulorum: uterque ergo AFE, BFE rectus erit: ergo CD per centrum

ducta bisecat AB non per centrum ductam. Sed et ad angulos rectos ipsam secabit.

Sed iam CD ad angulos rectos secet ipsam AB ; dico & bisecare ipsam. hoc est, AF , FB æquales esse. iisdem constructis, cum EA , EB æquales sint; & erunt & anguli EAF , EBF æquales: est autem rectus AFE recto BFE æqualis: duo ergo tri-
angula EAF , EFB , duos angulos duo-
bus angulis æquales habentia, & vnum la-
tus vni lateri, nempe commune EF , quod
vni æqualium angulorum subtenditur,
& habebit & reliqua latera reliquis æqua-
lia: æquales ergo sunt AF , FB . Si ergo in
circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 4. Theor. 3.

*Si in circulo due rectæ lineæ se mutuo
secant, non per centrum ductæ, se
bifariam non secabunt.*



Esto circulus
 $ABCD$, in
eoq; duæ rectæ
 AC , BD nō per
centrum ductæ,
se inuicem in E
secēt. Dico quod
se bifariam non

secant. Si fieri potest, se bifariam secant;
sintq; & AE , EC ; & DE , BE æquales; &

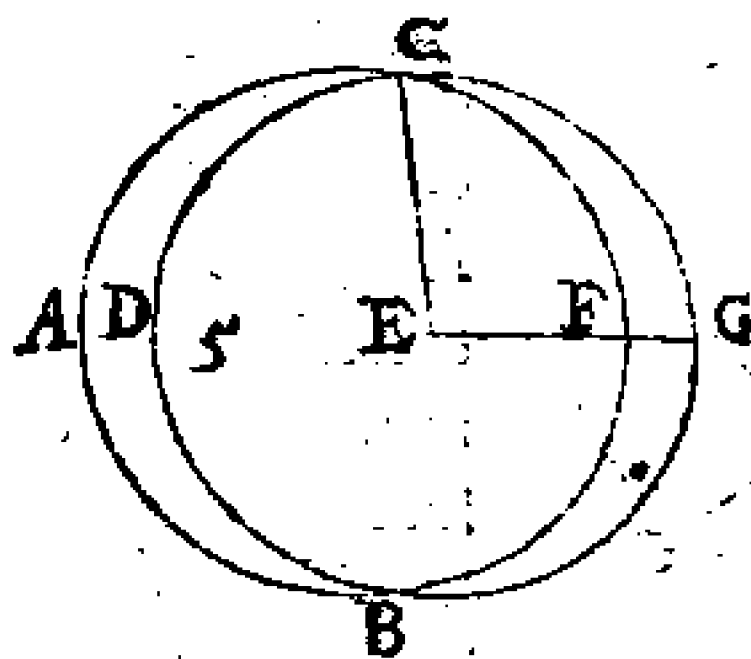
G

acci-

accipiatur centrum F ducaturq; FE . Cum ergo recta quædam FE per centrum ducta, rectam quandam AC non per centrum ductam biseccet, ad rectos & angulos ipsam secabit: angulus ergo FEA rectus est. Rursus cum recta FE , rectam quandam BD non per centrum ductam biseccet, ad b angulos rectos ipsam secabit; rectus ergo est FEB . Ostensus autem est & FEA rectus: ergo FEA , æqualis est FEB minor maiori, quod fieri nequit: non ergo AC , BD se bifariam secant. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 5. Theor. 4.

Si duo circuli se invicem secuerint, non erit ipsorum idem centrum.

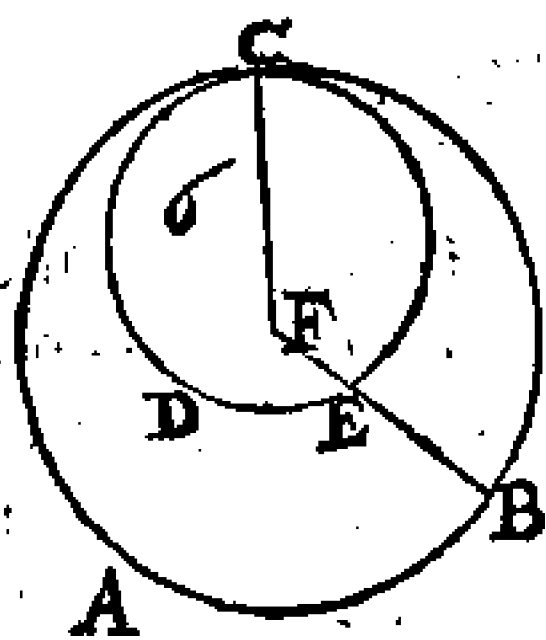


DVo circuli ABC , CDG se invicem secant in B & C . dico ipsorum non esse idem centrum. Si est; Esto E , iungatur EC ; & ducatur EFG utcunque. Et quia E centrum est circuli ABC , erit EC æqua-

æqualis EF. Rursus quia E centrum est
 circuli CDG *b* erit & EC æqualis EG: *b def. 15. r.*
 Ostensa est autem EC æqualis EF. erit
 igitur EF æqualis EG, minor maiori.
 Quod fieri nequit. Non ergo E centrum
 est circulorum ABC, CDG. Si ergo duo
 circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 6. Theor. 5.

*Si duo circuli interius se contingant,
 non erit illorum idem cen-
 trum.*



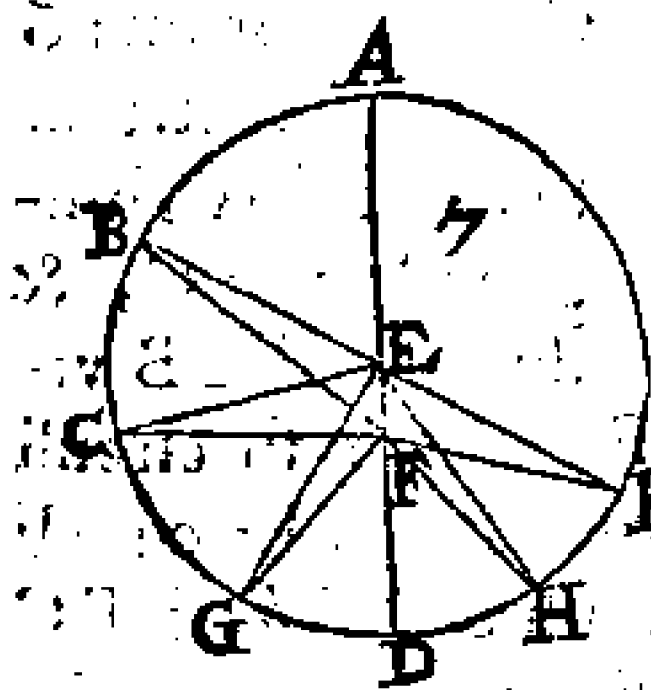
DVO circuli
 ABC, CDE
 se tangant interius in
 C. Dico illorum nō
 esse idem centrum.
 Si est: Esto F, iun-
 gaturque FC, &
 ducatur FEB vt-

cūque. Cum ergo F centrum sit circuli
 ABC, æ erit FC æqualis FB. Et cum F *a def. 15. r.*
 centrum etiam sit circuli CDE, *b* erit FC *b def. 15. r.*
 æqualis FE: demonstrata est autem & FC
 æqualis FB: ergo FE æqualis est FB, mi-
 nor maiori; quod fieri nequit. Non ergo
 F centrum est circulorum ABC, CDE.

Si ergo duo circuli, &c. Quod demonstra-
re oportuit.

Propositio 7. Theor. 6.

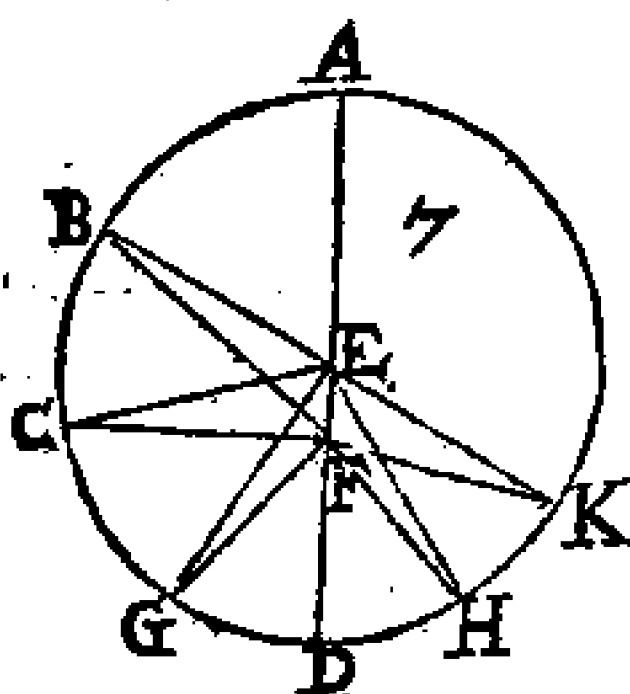
*Si in diametro circuli accipiatur pun-
ctum, quod centrum non sit, ab eoque
in circulum cadant rectæ quædam, ma-
xima erit in qua est centrum; minimæ
reliquæ: aliarum verò propinquior ei,
quæ per centrum transit remotiore
semper maior est: Duæ autem tantum
æquales à puncto in circulum ca-
dent ad utrasque partes
ipsius minimæ.*



ESTO circulus
ABCD, dia-
metrus eius AD,
in qua sumatur
punctum quodam
F, quod centrum
non sit. Centrum
autem sit E: Cadant
ab F ad circulum
rectæ quædam FB, FC, FG. Dico maxi-
mam esse FA, minimam FD: aliarum FB
maïorem, quam FC; & FC maiorem quàm
FG.

FG. iungantur enim BE, CE, GE. Et
 quia omnis trianguli *a* duo latera reliquo *a prop. 20. 1.*
 maiora sunt, erunt EB, EF maiores BF;
 Est autem AE ipsi BE æqualis; sunt ergo
 BE, EF æquales ipsi AF; maior igitur est
 AF quam BF. Rursus cum BE, CE æ-
 quales sint communis EF; erunt duæ BE,
 EF, duabus CE, EF æquales; sed angu-
 lus BEF *b* maior est angulo CEP: erit *b ax. 9.*
 igitur & basis BF maior basi CF. Ean- *c prop. 24. 1.*
 dem ob causam maior est CF, quam FG.
 Rursus cum GF, FE maiores sint quam
 EG: & EG, ED æquales; erunt GF, FE
 maiores quam ED; communis auferatur
 EF; *d* reliqua ergo GF, reliquâ FD ma- *d ax. 5.*
 ior erit. Est ergo FA maxima; minima
 DF; maior autem FB, quam FC, & hæc
 maior quam FG. Dico secundo, quod ex
 F duæ tantum æquales ad circulum ca-
 dant vtrunque à minima DF. *e* Constitua- *e prop. 23. 1.*
 tur enim ad E rectæ EF, angulus FEH æ-
 qualis angulo GEF, ducaturque FH.
 Cum ergo GE, EH æquales sint, com-
 munis EF erunt duæ GE, EF, duabus
 HE, EF æquales, angulusque GEF, an-
 gulo HEF æqualis: *f* igitur & basis FG *f prop. 4. 1.*
 basi FH erit æqualis. Dico tertio, quod
 ipsi FG nulla alia æqualis ex F ad circu-

g. 15. 1.



*h. Def. 15.
i. prop. 8. 1.*

lum cadat. Si enim
cadit; Cadat FK.
Cum ergo utraq;
FK, FH ipsi FG
sit æqualis; g erit &
FK ipsi FH æqua-
lis : propinquior
ergo ei, quæ est pe-
centrum, æqualis
est remotiori, quod fieri nequit. Vel sic
Ducatur EK. Cum ergo GE, EK æqua-
les sint, communis FE, itém b basis GF
basi FK æqualis; i erit & angulus GEF
angulo KEF æqualis: sed GEF æqualis
est angulus HEF : ergo & HEF æqua-
lis erit ipsi KEF, minor maiori, quod fieri
nequit. Non ergo ab F plures vna ipsi
GF æquales ad circulum cadunt. Si
ergo in diametro, &c. Quod
oportuit demon-
strare.

◀(o)▶



Propo-

Propositio 8. Theor. 7.

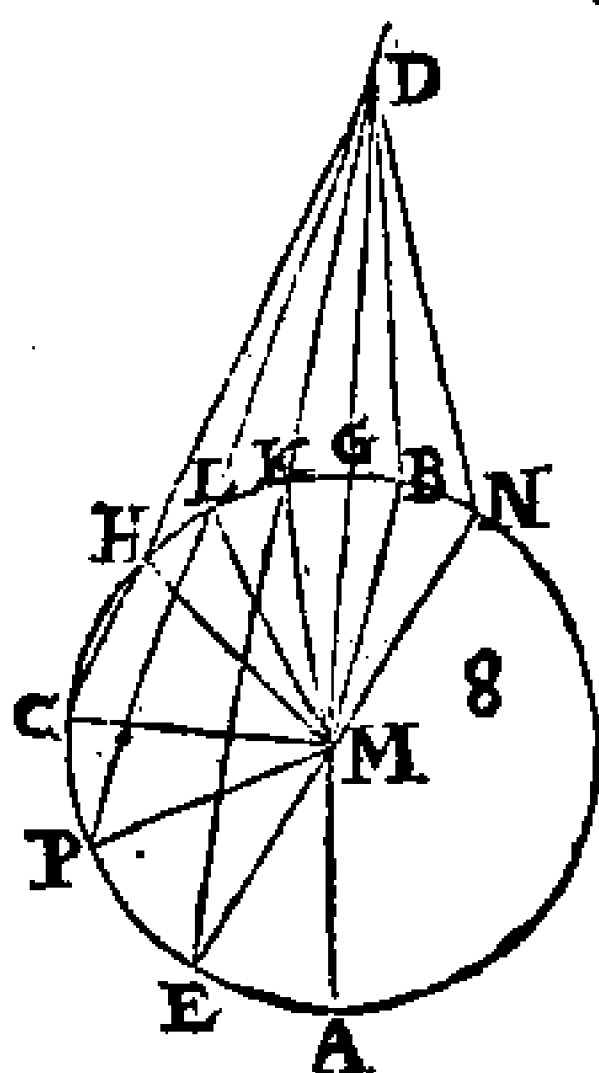
Si extra circulum accipiatnr punctum, ab eoque ad circulum ducantur rectæ quædam lineæ, quarum una per centrum transeat, reliquæ ut libet. Earum quidem, quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima est, quæ est per centrum: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum, remotiore semper maior est. At earum, quæ in conuexam peripheriam cadunt, minima est, quæ inter punctum & diametrum interijcitur; aliarum verò, quæ propinquior minima semper remotiore minor est. Dux autem tantum æquales à puncto in circulum cadunt ad utraq; partes minima.

ESto circulus ABC , extra quem accipiatnr punctum D , ab ipsoq; ducantur rectæ quædam ad circulum DA , DE , DP , DC , ducaturque DA per centrum. Dico quod cadentium ad cauam peripheriam $AEP C$ maxima sit, quæ per centrum transit, DA ; minima, quæ inter punctum D , & diametrum AG interijci-

G 4

tur.

tur, quæ est DG ; maior autem $D\tilde{E}$, quam DP , & hæc maior quam DC . Eorum ve-



rò quæ in convexa peripheriam $HLKG$ cadunt semper propinquior $MINMA$ DG , minor est remotiore, hoc est, $D\tilde{E}$ minor est quam DL , & hæc minor quam DH . Accipiatur centrum M , iunganturque ME , MP , MC , MH , ML , KM . Et cum AM , EM & 2.

a def. 15.

quales sint, communis addatur MD , eritque AD æqualis vtrisque EM , MD ; sed

b prop. 20. 1. EM , MD b maiores sunt quam ED : ergo & AD maior est quam ED . Rursus

ME , MP æquales sunt, cõmunis addatur MD ; eruntq; EM , MD æquales ipsis PM , MD ; sed angulus EMD maior est angulo

c prop. 24. 1. $PM D$: c ergo & basis ED maior est basi PD . Similiter ostēdemus PD maiorē esse CD . Maxima ergo est DA ; maior DE quam DP , & DP maior quam DC . Cum-

d prop 20 1. que MK , KD d maiores sint quam MD ; & MG æqualis MK ; e erit reliqua KD

maior

maior reliquâ GD: Quare GD minor est
 quam KD, est enim omnium minima. Et
 quia linea MK, KD à terminis lateris MD
 intra triangulum MLD constitutæ sunt,
 ferunt illæ minores quam ML, LD: sunt *fprop. 21. 1.*
 autem MK, ML æquales: ergo reliqua
 DK minor est, reliquâ DL. Eodem mo-
 do ostendemus DL minorem esse DH.
 Minima ergo est DG; minor autem DK
 quam DL, & DL minor quam DH. De-
 inde dico, quod à puncto D tantum duæ
 æquales in circulum cadant ad vtrasque
 partes minimæ. g Constitutur ad M li- *gprop. 32. 1.*
 neæ MD angulo KMD æqualis DMB,
 ducaturque DB. Cum ergo MK, MB æ-
 quales sint, MD cōmunis; erunt duæ KM,
 MD, duabus BM, MD æquales, altera al-
 teri, sunt verò & anguli KMD, BMD æ-
 quales, h erunt igitur & bases DK, DB *hprop. 4. 1.*
 æquales. Dico tertio rectæ DK à puncto
 D ad circulum æqualem aliam non cade-
 re, Si enim potest, cadat DN. Cum ergo
 DK sit æqualis DN; & ipsi DK æqualis
 DB; erit & DB ipsi DN æqualis, pro- *i ax. 1.*
 pinquior minimæ remotiori, quod fieri
 non posse demonstratum est. Aliter. Du-
 catur MN. Cum igitur KM, æqualis sit
 MN, communis MD, & basis DK æqua-

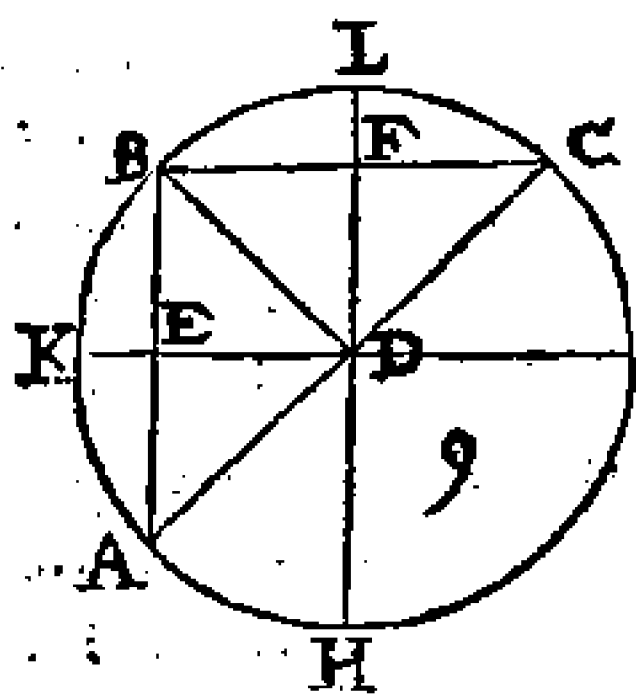
Ex prop. 8. 1.

lis basi DN , & erit & angulus KMD angulo DMN æqualis: sed KMD æqualis est angulo $BM D$: ergo & $BM D$ æqualis erit $N M D$, minor maiori; quod fieri nequit: Non ergo plures quam duæ à puncto D ad circumulum ABC æquales ad utrasque partes DG eadunt. Si ergo extra circumulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 9. Theor. 8.

Si intra circumulum accipiatur punctum, ab eoque ad circumulum plures quam duæ æquales rectæ cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

E Sto intra circumulum ABC acceptum punctum D , ab eoque ad circumulum ABC plures quam duæ rectæ æquales ca-



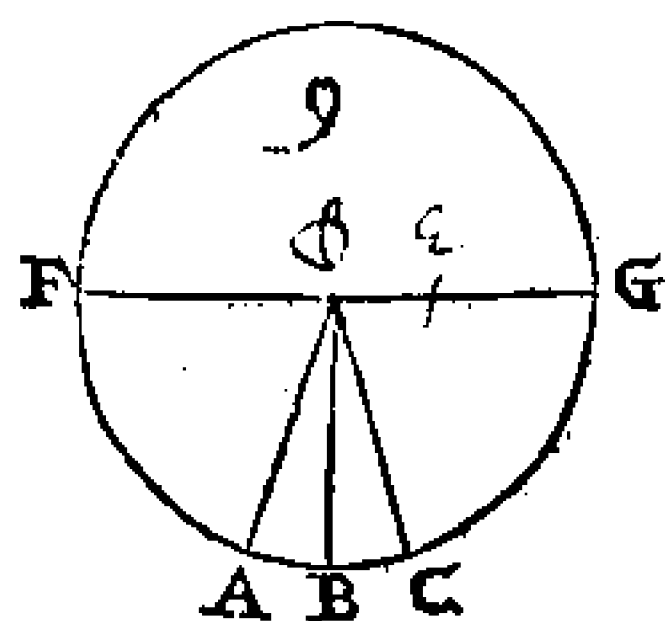
dant, nempe DA , DB , DC . Dico D centrum esse circuli ABC . iungantur AB , BC . bisecenturque in E & F , & iunctæ ED , DF , producantur in G , K : & H , L .

Cum ergo AE æqualis sit EB , communis ED :

ED: erunt duę AE, ED, duabus BE, ED
 æquales; est *a* verò & basis DA basi DB *a ex hypo-*
 æqualis: erit *b* igitur & angulus AED an- *thesi.*
 gulo BED æqualis: *c* rectus ergo uterq; *b prop. 8. 1.*
 est; secat *d* ergo GK ipsam AB bifariam, & *c def. 10. 1.*
 ad angulos rectos. Et quia, *e* quando in *d prop. 33.*
 circulo recta rectam secat bifariam & ad *e cor. prop.*
 angulos rectos, in secante centrum est *1. 3.*
 circuli, erit in GK centrum circuli ABC.
 Eadem ratione centrum erit in HL: &
 nullum aliud commune punctum habent
 rectę GK, HL præter D: est ergo D cen-
 trum circuli ABC. Si ergo intra circulum,
 &c. Quod oportuit demonstrare.

Aliter.

INtra circulum ABC sumatur punctum
 D, ab eoque ad circulum plures quam



duę rectę æqua-
 les cadant, DA,
 DB, DC. Dico D
 esse centrum cir-
 culi ABC. Si non
 est. Esto E, & iū-
 &a DE produ-
 catur in F & G.

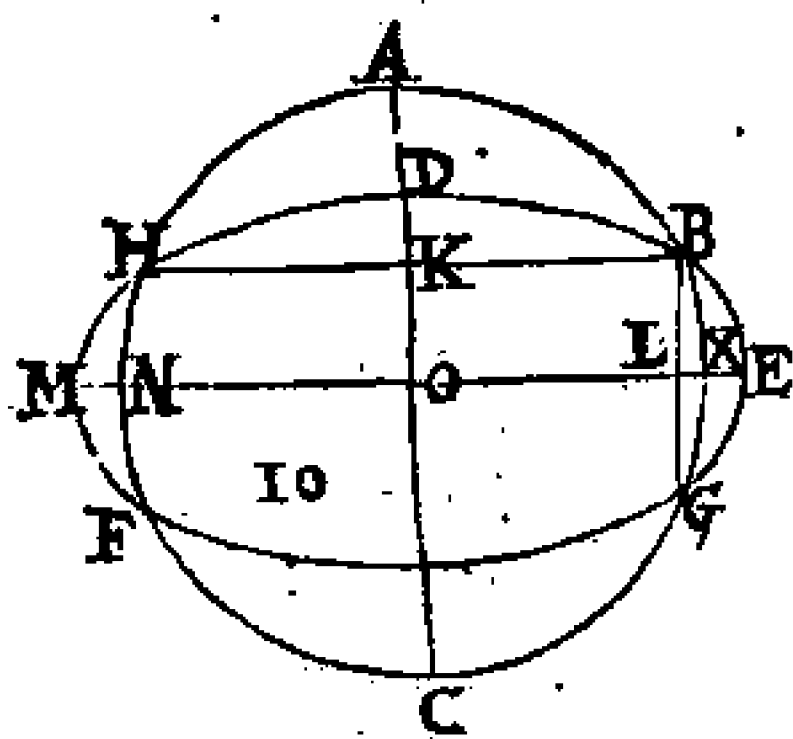
a Est autem FG diameter circuli ABC. *a def. 17. 1.*
 Cum ergo in diametro FG acceptum sit
 pun-

b prop. 7.3. punctum D, quod centrum circuli non est; *b* erit DG maxima; maior autem DC quam DB, & DB maior quam DA; sed & æquales sunt; quod fieri non potest. Ergo centrum circuli ABC non est. Similiter ostēdemus quod præter D aliud nullum: D ergo centrum est circuli.

Propos. 10. Theor. 9.

Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non secat.

SI fieri potest secet circulus ABC circulum DEFG in pluribus punctis quàm duobus, ut



in B, G, F, H, iunctæq; BG, BH & bisecentur in K & L; atq; ex K, & L ipsis BG, BH ad *b* angulos rectos ductæ KC, LM, in A, &

E producantur. Cū ergo in circulo ABC recta quædam AC, rectam quandam BH bifariam, & ad angulos rectos secet, *c* erit in AC centrum circuli ABC. Rursum cum in eodem circulo ABC recta quædam NX rectam

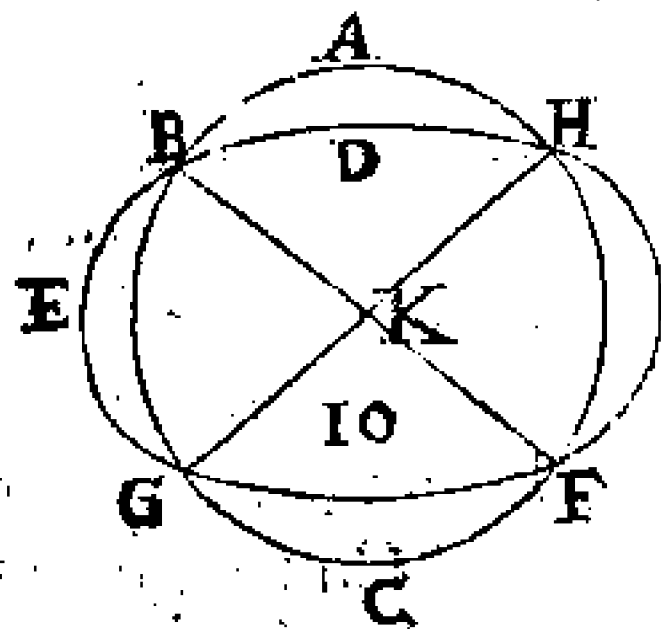
a prop. 10.1.

b prop. 11.1.

c prop. 1.3.

rectam quandam BG bifariam, & ad angulos rectos secet, *d* erit in NX centrum *d* prop. 3.3. circuli ABC. Demonstratum autem est quod & in AC: atqui in nullo alio puncto rectæ AC, NX concurrunt, quam in O: est ergo O centrum circuli ABC. Similiter demonstrabimus centrū circuli DEF in O esse: duorum ergo circulorum ABC, DEF se inuicem secantium idem est centrum O: & quod fieri nequit. Non ergo *e* prop. 5.3. circulus circulum, &c.

Aliter. Circulus ABC circulum DEF, in pluribus quam duobus punctis secet, ut in B, G, H, F. Accipiat̃ur circuli ABC



centrum K, iunganturque KF, KG, KB. Cum ergo intra circulum DEF acceptum sit punctū K, ab eoque ad circulum DEF

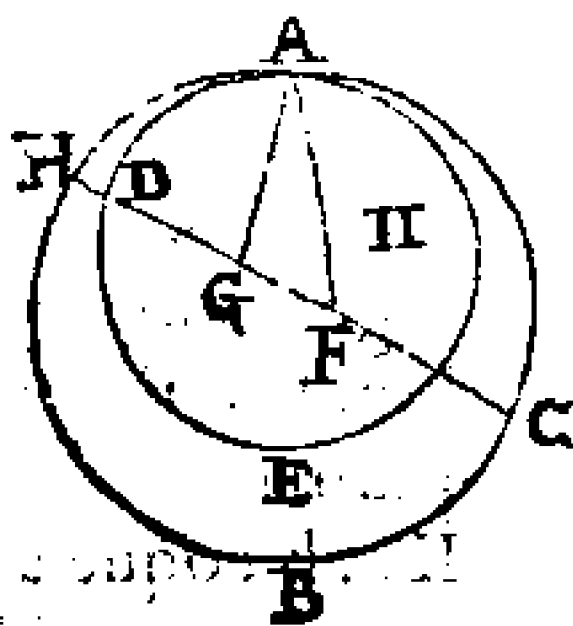
cadant plures quā duæ rectæ æquales KB, KF, KG, *a* erit K centrum circuli DEF: *a* prop. 9.3. sed est etiam centrum circuli ABC; Duorum ergo circulorum se secantium idem est centrum; *b* quod fieri non potest. Non *b* prop. 5.3. ergo circulus circulum in pluribus quam duobus

duobus punctis secat. Quod oportuit de-
monstrare.

Propos. 13. Theor. 10.

*Si duo circuli se interius contingant, &
Et a linea eorum centra coniungens, si
producat, cadet in contactum
circularum.*

DVo circuli A B C, A D E interius se
contingant in A. Accipiatur circuli
quidem A B C centrum F; circuli verò



A D E centrum G.
Dico quod, quæ ex
G in F ducitur, si p-
ducatur, in conta-
ctum cadat. Si non.
Cadat aliò, vt F G D
H, iunganturq; A F,
A G. Cum ergo A G,

aprop. 20. 1.

8. 2. 2017. 6

ides. 134.

G F maiores sint quam F A, hoc est, quæ
F H (æqualis enim est F A, ipsi F H, este-
nim utraque ex centro) auferatur com-
munis F, G: reliqua ergo A G maior erit
reliqua G H: est autem A G, ipsi G D æ-
qualis: erit ergo G D maior ipsa G H, mi-
nor maiore. quod fieri non potest. Non

ergo

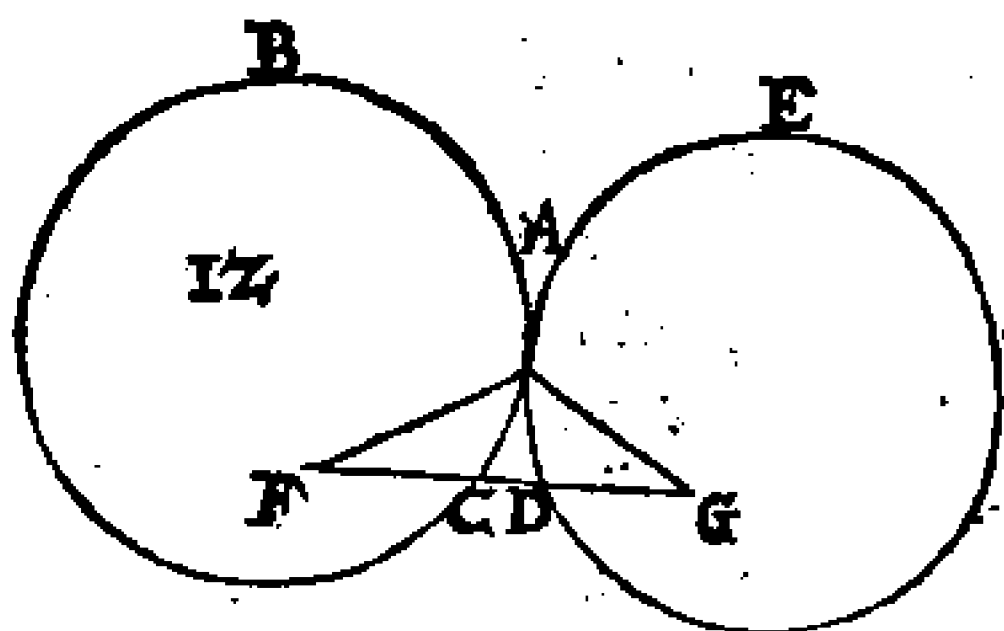
ergo quæ ex F in G ducitur, extra contactum A cadet. Ergo in ipsum.

Aliter. Cadat ut $GF C$, quæ in H producat, iunganturq; AG , AF . Quia ergo AG , GF maiores sunt quam AF : *c prop. 20. & d def. 15.* sed AF æqualis est CF , hoc est, FH : communis auferatur FG ; eritque AG , quam reliquæ GH maior: hoc est, GD maior erit, quam GH ; minor quam maior; quod fieri non potest. Idem absurdum demonstrabimus si maioris centrum sit extra minorem circulum. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 12. Theor. 11.

*Si duo circuli sese exterius contingant
recta ipsorum centra coniungens
per contactum transibit.*

Duo circuli ABC , ADE tangant se exterius in A , accipianturque circulorum centra quæ sint F , G . Dico, quod, quæ F , G iungit, per contactum A transeat. Si non: transeat, si fieri potest, ut $FC DG$; & iungantur AF , AG . Cum igitur F centrum sit circuli ABC ; æ erit FA , æqualis FC : Et cum G sit centrum *a def. 15.* circu-



circuli A D E, erit & G A ipsi G D æqua-
lis. Oſtenſa eſt autem & F A æqualis F C.
Sunt ergo F A, A G ipſis F C, D G æqua-
les. Quare tota F G maior erit ipſis F A
A G: ſed & b minor eſt: quod fieri non po-
teſt. Non ergo quæ ex F in G ducitur a-
liorſum quam per A contactum tranſit.
Si ergo duo circuli, &c. Quod oportum
demonſtrare.

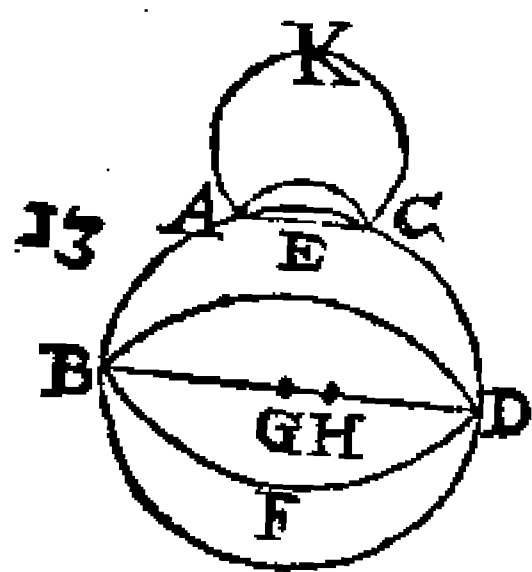
Propoſ. 13. Theor. 12.

*Circulus circulum in pluribus punctis
vno non tangit, ſive interius,
ſive exterius tan-
gat.*

SI fieri poteſt, tangat primo circulus
A B D C circulum E B F D interius in
pluribus quam vno punctis, vt in B, D
&

& sumatur circuli $ABDC$ centrum G ;
 circuli $EBFD$ centrum H : ergo recta
 centra G, H iungens & cadet in contactus *a prop. 11. 9.*
 B, D ; cadat & $BGH D$. Cum igitur G sit
 cētrum circuli $ABDC$; erit BG æqualis
 ipsi GD ; maior igitur est BG quam HD :
 multo ergo maior BH , quam HD . Rur-

sus cum sit H centrum
 circuli $EBFD$, æqua-
 lis erit BH ipsi HD :
 ostensa est autem mul-
 tō illa maior, quod fie-
 ri nequit: Non igitur
 circulus circulum in-
 terius pluribus quam



vno puncto tangit. Dico quod neque ex-
 terius. Si enim fieri potest, tangat circulus
 ACK circulum $ABDC$ exterius in plu-
 ribus punctis vno, vt in A , & C , iungan-
 turque A, C . Cum ergo in peripheria cir-
 culorum $ABDC, ACK$ accepta sint
 quæcunque puncta A, C , & cadet recta *a prop. 2. 3.*
 illa coniungens intra vtrumque circu-
 lum. Sed cadit quidē in circulum $ABDC$;
 extra verò circulum ACK . *b prop. 2. 3.* Quod est
 absurdum. Non ergo circulus circulū ex-
 tra in pluribus punctis vno tangit, osten-

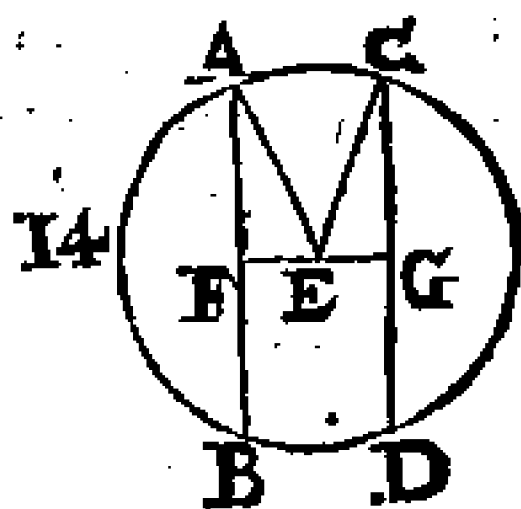
H sum

sum est autum quod neque interius.
Circulus ergo, &c. Quod oportuit de-
monstrare.

Propos. 14. Theor. 13.

*In circulo aequales rectae lineae aequali-
ter à centro distant. Et, quae aequa-
liter à centro distant, æ-
quales sunt.*

a prop. 12.1. **S** Vnto in circulo $ABDC$ rectæ AB ,
 CD , æquales. Dico eas æqualiter à
centro distare. Esto centrum E , à quo ad



rectas AB , CD per-
pendiculares ducan-
tur EF , EG , & iun-
gantur AE , EC . Cum
ergo recta EF per cē-
trum ducta, rectam
quandam AB non

b prop. 3.3. per centrum ductam, ad angulos rectos
secet; *b* & bifariam eam secabit: æqua-
les ergo sunt AF , FB : Ergo AB dupla
est ipsius AF . Ob eandem causam est CD
dupla ipsius CG : & æquales ergo sunt AF ,
 CG : cum igitur *d* & AE , EC æquales
sint,

*d definit.
huius.
e ax. 7.*

sint: & erunt & quadrata ipsarum AE, EC
 equalia. Sunt autem ei quadrato f quod ex f *prop. 47. i*
 AE , & equalia quæ ex AF, EF (est enim an-
 gulus ad F rectus) ei autem, quod ex EC
 & equalia sunt, quæ ex EG, GC (nam & an-
 gulus ad G rectus est.) Sunt ergo quæ ex
 AF, EF & equalia illis, quæ ex CG, GE . Cū
 ergo quod ex AF , & quale sit illi, quod ex
 GC (sunt enim AF, CG & aequales) erit &
 reliquum, quod ex FE , reliquo quod ex
 EG , & aequale: sunt ergo EF, EG & aequales. *g def. 2.*
 In circulo autem & qualiter à centro abesse
 dicuntur rectæ, quando perpendiculares
 ex centro ad ipsas ductæ, & aequales fuerint.
 Sed iam distent AB, CD & qualiter à cen-
 tro, hoc est, EF, EG sint & aequales. Dico
 AB, CD & aequales esse. iisdem constructis,
 demonstrabimus, ut prius, AB duplam
 esse ipsius AF , & CD ipsius CG . Cum-
 que AE, CE & aequales sint; erunt & earum
 quadrata & equalia. *h* Sunt verò ei, quod *h prop. 47. a*
 ex AE & equalia, quæ ex EF, FA : & ei, quod
 ex CE , illa quæ ex EG, GC : ergo quæ ex
 EF, FA , sunt illis quæ ex EG, GC & qua-
 lialia. Cum autem ei quod ex EG & quale sit
 quod ex EF (sunt enim EG, EF & aequa-
 les) erit & reliquum, quod ex AF , reliquo,

quod ex CG , æquale, æquales ergo sunt AF , CG . Est autem ipsius AF dupla AB , & ipsius CG dupla CD ; æquales ergo sunt AB , CD . In circulo ergo æquales, &c., quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 14.

In circulo maxima est diameter: aliarum verò semper qua propinquior est centro remotiore maior est.

Esto circulus $ABCD$, cuius diameter AD , centrum E ; propinquior diametro BC , remotior sit FG . Dico maximam esse, AD , maiorem BC , quàm FG . ^a Ducantur enim à centro ad



centro ad BC , FG perpendiculares EH , EK . Et quia BC propinquior est centro, remotior FG : ^b maior

^b *def. 5. 2.*

^c *prop. 3. 1.*

^d *prop. 11. 1.*

erit EK , quam EH . ^c Ponatur ipsi EH æqualis EL ; & per L ^d ducatur ipsi EK ad angulos rectos LM ; qua ducta in N iungantur EM , EN , EF , EG . Cum ergo EH ipsi EL sit æqualis, ^e erit & BC ipsi MN æqua.

æqualis. Rursus cum AE ipsi EM ; ED e prop. 14.3
 verò ipsi EN sit æqualis; erit & AD ipsis
 ME, NE æqualis: sed $f ME, NE$ ipsa MN
 maiores sunt: erit ergo & AD maior quã
 MN . Et quia duæ ME, EN , duabus $FE, f prop. 20.11$
 EG æquales sunt; angulus verò MEN
 maior angulo FEG : g erit & basis MN
 maior basi FG : sed MN ostensa est æqua- g prop. 24.e
 lis BC : ergo & BC maior est quam FG .
 Maxima ergo est diametrus; maior BC
 quam FG . Si ergo in circulo, &c. Quod
 oportuit demonstrare.

Propos. 16. Theor. 15.

*Qua diametro ad angulos rectos ab ex-
 tremitate ducitur, extra circulum ca-
 dit. Et in locũ, qui inter rectam lineam
 & peripheriam interiicitur, alia recta
 non cadit. Et semicirculi angulus omni
 acuto rectilineo maior est, reliquus
 autem minor.*

Esto circulus ABC circa centrum D ,
 & diametrum AB . Dico rectã lineam
 ab A ipsi AB ad angulos rectos ductam
 extra circulum cadere. Si non: cadat, si fie-
 ri potest, intra, vt AC , & iungatur DC .

H 3

Cum

rum, minorum. Si enim est aliquis angulus maior contento rectâ BA , & peripheria CHA ; minor verò contento peripheria CHA , & rectâ AE ; cadet inter peripheriam CHA , & rectam AE linea recta, quæ faciat angulum maiorem rectâ BA , & peripheria CHA contentum (qui rectis lineis contineatur) minorem verò peripheria CHA , & rectâ AE contentum: at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior sit angulo rectâ BA , & peripheria CHA contento; neq; minor, CHA , & AE contento.

Corollarium.

Ex his manifestum est rectam, quæ diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, circulum tangere. & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: siquidem quæ circulo in duobus punctis occurrunt, intra circulum cadere ostensum est. Quæ ergo diametro, &c. quod oportuit demonstrare.

prop. 16

Propos. 17. Probl. 2.

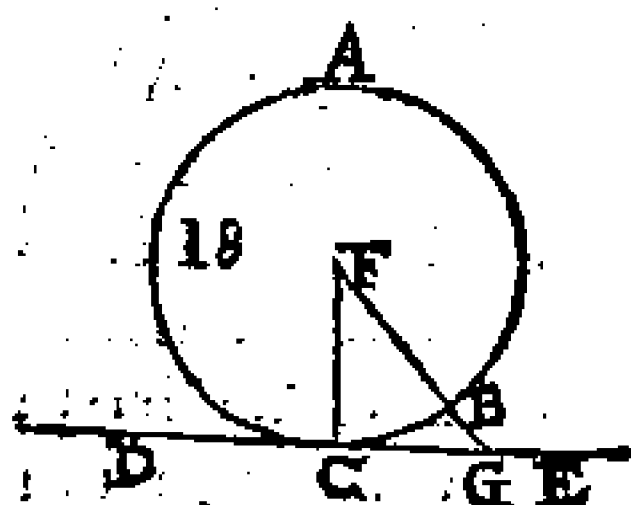
A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.

H 4

Est

Propositio 18. Theor. 16.

*Si circulum tangat linea quædam re-
cta, à centro autem ad tactum recta du-
catur, erit illa ad tangentem per-
pendicularis.*

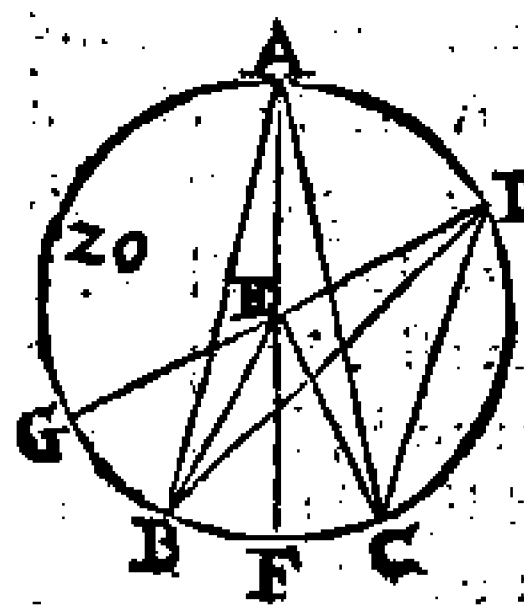


Tangat recta
quædam DE
circulum ABC
in C, sumaturq;
centrum F, atque
ab F ad C duca-
tur FC. Dico FC

ad DE perpendicularem esse. Si non: du-
catur ab F ad DE perpendicularis FG.
Cum ergo angulus FGC rectus sit; *a prop. 32. r.* erit
GCF acutus: *b prop. 16. r.* cumque maiori angulo *b*
maius latus subtendatur, erit linea FC
maior, quam FG: Est verò FC æqualis *c def. 15.*
ipfi FB: maior est ergo FB, quam FG,
minor maiore, quod est absurdum: non
ergo FG ad DE perpendicularis est: Si-
militer ostendemus præter FC nullam al-
liam: FC ergo ad DE est perpendicularis.
Si ergo circulum tangat, &c. Quod
oportuit demon-
strare.

Propositio 20. Theor. 18.

*In circulo angulus ad centrum duplus
est anguli ad peripheriam, quando
eandem peripheriam pro base
habent.*



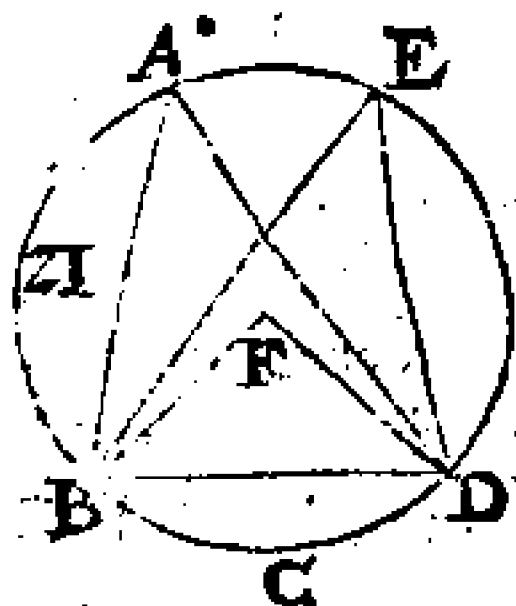
ESTO in circulo
A B C angulus
ad centrum B E C,
ad peripheriam B A C,
fitque utriusque ba-
sis peripheria B C.
Dico angulum B E C
duplum esse anguli

B A C. iuncta enim A E producat in F.
Cum ergo E A æqualis sit ipsi E B; erit a def. 15. 1.
& angulus E A B æqualis angulo E B A:
Sunt ergo E A B, E B A dupli ipsius E A B: b prop. 32. m.
est h autem B E F æqualis duobus E A B,
E B A: Est ergo B E F duplus ipsius E A B.
ob eandem causam est angulus F E C du-
plus anguli E A C: totus ergo B E C toti-
us B A C duplus est. Sit alter angulus B D C,
iuncta que D E producat in G; & simi-
liter demonstrabimus angulum G E C du-
plum esse anguli E D C: quorum G E B
duplus est ipsius E D B: reliquus ergo B E C
du-

duplus erit reliqui BDC. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 21. Theocr. 19.

In circulo qui in eadem portione sunt anguli, aequales sunt.



SINT in portione **S**B A, E D circuli **A**B C D anguli **B** A D, **B** E D. Dico illos æquales esse. Accipiat^r centrum **F**; ducantur^r que **B** F, **E** D. Et quia angulus **B** F D ad cen-

trum est; angulus **B** A D ad peripheriam, habentque basim eandem peripheriam **B** C D: ^aerit angulus **B** F D duplus anguli **B** A D. Ob eandem causam erit angulus **B** F D duplus anguli **B** E D; Sunt ergo **B** A D, **B** E D æquales. In circulo ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

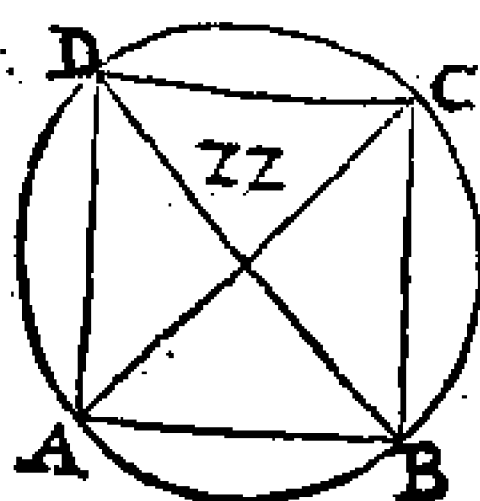
a prop. 20. 3.

Propositio 22. Theor. 20.

Quadrilaterorum in circulo descriptorum anguli, qui ex aduerso, duobus rectis aequales sunt.

Sic

It in circulo A B C D quadrilaterum
A B C D. Dico angulos ex aduerso esse



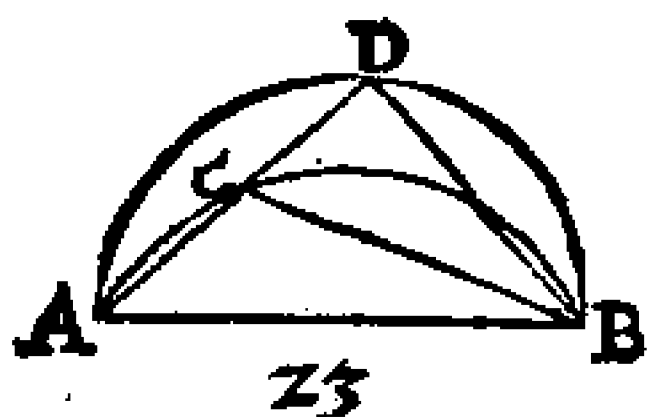
æquales duobus re-
ctis. Ducantur A C,
B D. Quia ergo om-
nis trianguli tres an-
guli duobus rectis sunt
æquales; erunt & tri-
anguli A B C tres

C A B, A B C, B C A duobus rectis æqua-
les. Est autem C A B æqualis B D C an-
gulo (sunt enim in eadem portione
B A D C;) & A C B ipsi A D B (sunt enim
in portione A D C B;) totus ergo A D C
duobus B A C, A C B æqualis est: Com-
munis addatur A B C duobus B A C, A C B
simul: & uni A D C seorsim; eruntque
A B C, B A C, A C B duobus A B C, A D C
æquales. sed A B C, B A C, A C B æqua-
les sunt duobus rectis: erunt ergo & A B C,
A D C æquales duobus rectis. Similiter o-
stendemus & B A D, D C B æquales esse
duobus rectis. Quadrilaterorum er-
go, &c. Quod oportuit de-
monstrare.



Propositio 23. Theor. 21.

*Super eadem recta linea dua circulo-
rum portiones similes, & inaequales
ad easdem partes, non
constituentur.*



SI fieri potest, cō-
stituantur super
eadem recta AB
duæ circuloꝝ por-
tiones similes, & in-
æquales ad easdem

partes, ACB, ADB; ductaque ACD
iungantur CB, BD. Cum ergo portio

Def. 11.3. ACB similis sit portioni ADB, & similes
autem portiones æquales angulos capi-

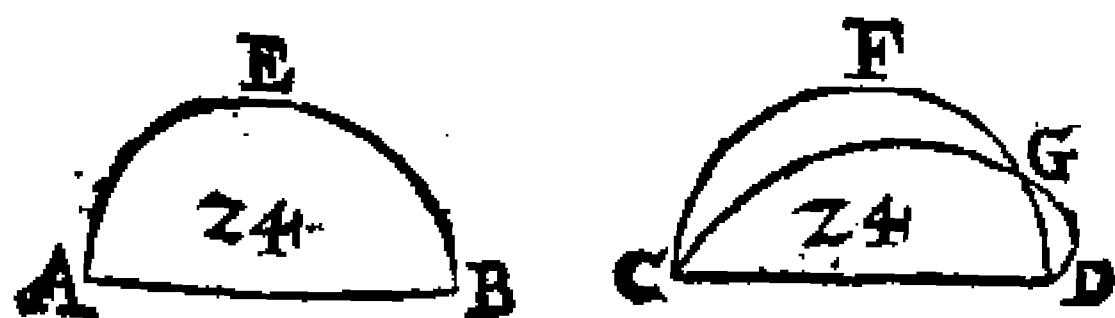
Prop. 16.1. ant, erunt anguli ACB, ADB, æquales,
externus & internus oppositus, *b* quod
fieri nequit. Non ergo super eadem, &c.
Quod oportuit demonstrare.

Propositio 24. Theor. 22.

*Super equalibus rectis lineis similes
circularum portiones, æqua-
les sunt.*

Sint super æqualibus rectis AB, CD si-
miles circularum portiones AEB,
CFD.

CFD. Dico illas esse æquales. Congruente enim portione AEB portioni CFD,



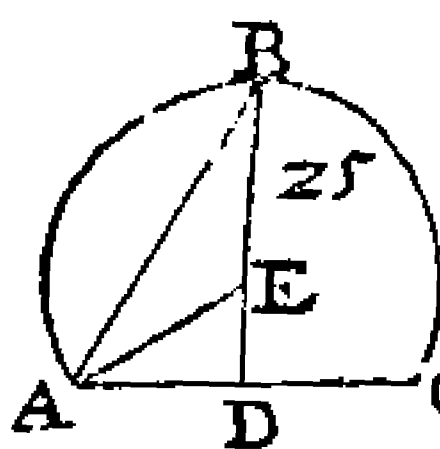
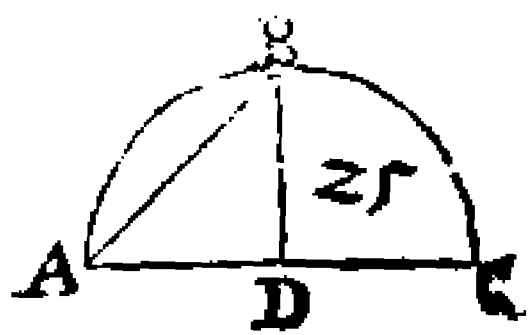
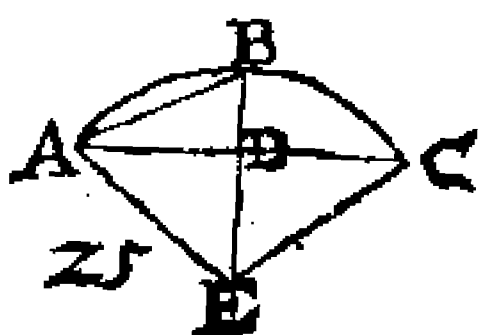
positoque A puncto super C, & recta AB super CD, congruet & B ipsi D, quod AB, CD æquales sint. Congruente autem recta AB rectæ CD; congruet & portio AEB portioni CFD. Quod si recta quidem AB congruat rectæ CD; portio verò AEB, portioni CFD non congruat; sed aliò cadat, vt CGD, secabit circulus circulum in pluribus quam duobus locis vt in C, G, D, ^{a prop. 10. 3.} quod fieri nequit. Non ergo congruente recta AB rectæ CD, non congruet portio AEB, portioni CFD: Congruet ergo, ^{b def. 8. 1.} adeoque æqualis illi erit. Si ergo super, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 25. Probl. 3.

Data portione circuli, describere circulum cuius est portio.

Si data circuli portio ABC, oporteatque describere circulum, cuius ABC sit

a prop. 10. 1. sit portio. *a* Bifecetur AC in D , & ex D
b prop. 11. *b* ducatur ipsi AC ad angulos rectos DB ,



c prop. 23. 1.

iungaturque AB . An-
 gulus ergo ABD , angu-
 lo BAD aut est maior,
 aut æqualis, aut minor.
 Sit primo maior, & con-
 stituaturque ad A rectus

AB angulus BAE æqualis angulo ABD ,
 producatursque DB ad E , & iungatur EC .
 Cum itaque angulus ABE sit æqualis an-
 gulo BAE , *d* erit & EB æqualis ipsi AE ;
 & cum AD æqualis sit ipsi DC , si com-
 munis DE addatur, erunt duæ AD, DE ,
 duabus CD, DE æquales, altera alteri; &
 angulus ADE angulo CDE æqualis; est

e prop. 4. 1. enim uterque rectus; *e* ergo & basis AE
 basi CE æqualis erit. Sed ipsi AE demõ-
 strata est BE æqualis; erit ergo & BE æ-
 qualis ipsi CE : tres ergo AE, EB, EC

f prop. 9. 3. quales sunt: *f* circulus ergo centro E , &
 intervallo vna ipsarum AE, EB, EC de-
 scriptus, transibit etiam per reliqua por-
 tionis

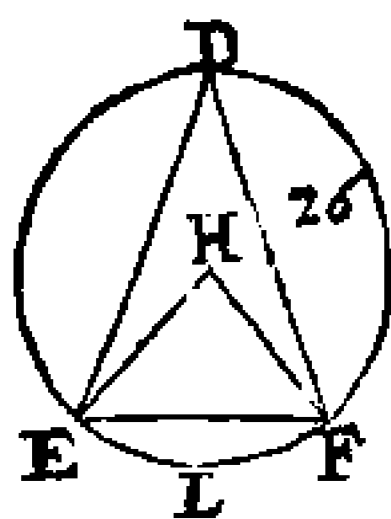
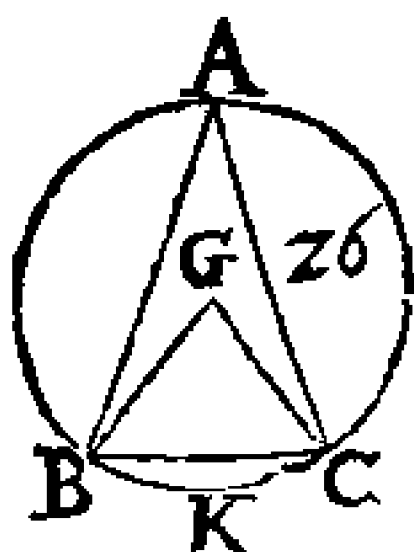
tionis puncta, & circulus descriptus erit. Circuli ergo portione data, descriptus est circulus, cuius est portio; & cum centrum extra portionē cadat, manifestū est portionem minorem esse semicirculo. Similiter si ABD angulus, fuerit æqualis angulo BAD, g erit AD æqualis vtrique BD, g ex structura, ex prop. 6.1. DC; ergo tres DA, DB, DC equales sunt, & D centrum circuli, portioque semicirculus. Si vero angulus ABD minor fuerit angulo BAD, h constitutur ad A rectæ BA angulus BAE æqualis angulo ABD, cadetque centrum in DB lineam intra portionem ABC, & erit portio ABC semicirculo maior. Si ergo ducatur EC ostēdetur vt in prima figura tres BE, EA, EC esse æquales. Data ergo portione circuli, descriptus est circulus, cuius est portio, quod oportuit facere.

Præpositio 26. Theor. 23.

In aequalibus circulis æquales anguli æqualibus peripheriis insistant, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN circulis æqualibus ABC, DEF æquales insistant anguli ad centra, BGC, I EHF;

E H F; ad peripherias B A C, E D F. Di-
co peripherias B K C, E L F æquales esse.



Iungantur B C, E F. Et quia circuli æqua-
a def. 1. 3. les sunt, & erunt & quæ ex centrīs æquale
 Duæ ergo B G, G C, duabus E H, H F æ-
 quales sunt: sed & anguli G, H æquales
b prop. 4. 1. sunt: *b* ergo & bases B C, E F æquales erū.
 Et quia anguli ad A, D æquales ponuntur,
c def. 11. 3. erunt portiones B A C, E D F similes, &
a prop. 24. 1. sunt inæqualibus rectis B C, E F, & quæ
 autem circulorum portiones similes inæ-
 qualibus sunt rectis lineis, æquales sunt:
 portiones ergo B A C, E D F æquales sunt:
 Sunt verò & toti circuli æquales; reliqua
 ergo peripheria B K C, reliquæ E L F æ-
 qualis est. In æqualibus ergo, &c.
 Quod demonstrare o-
 portuit.

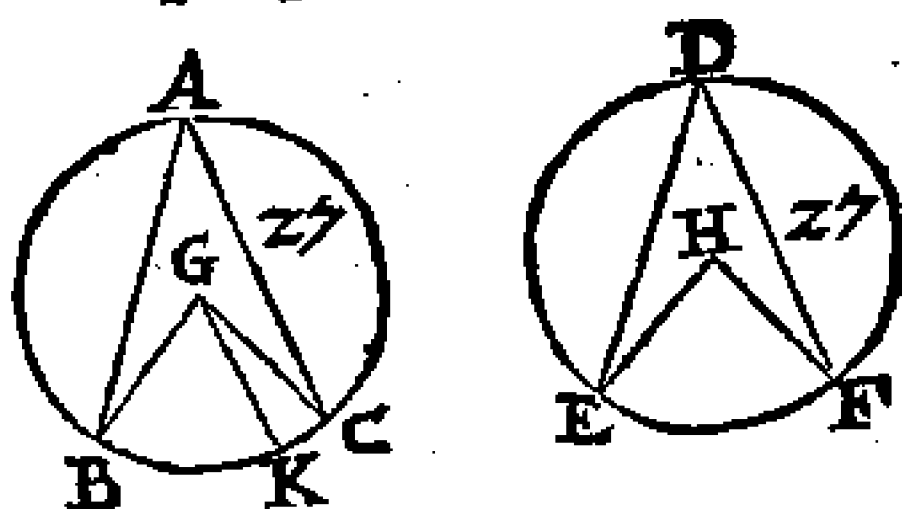
Q.E.D.



Propositio 27. Theor. 24.

In equalibus circulis anguli qui equalibus insistant peripheriis, aequales sunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN equalibus circulis ABC , DEF equalibus peripheriis BC , EF insistant



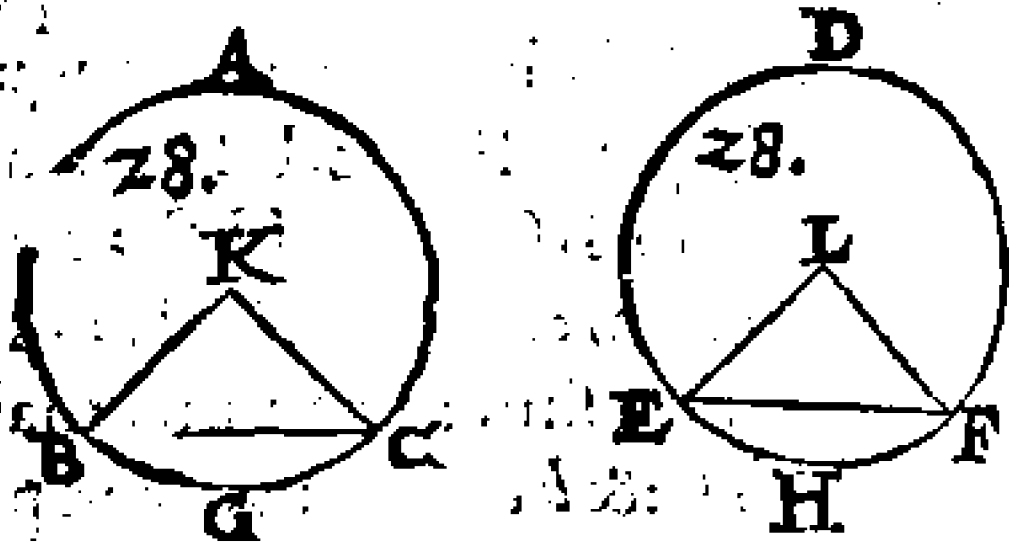
anguli ad centra BGC ; EHF ; ad peripherias BAC , EDF . Dico tam angulos BGC , EHF , quam BAC , EDF aequales esse. Si enim BGC , EHF aequales sunt, & perspicuum est & BAC , EDF aequales esse. Si non sunt: erit vnus maior. Sit maior BGC : & b constitutur ad punctum G rectæ BG angulus BGK aequalis angulo EHF : & anguli autem aequales aequalibus peripheriis insistant, cum sunt ad centra: peripheria ergo BK aequalis erit peripheriæ EF : sed & EF aequalis est BC : ergo & ipsi BC aequalis erit BK , mi-

nor maiori; quod fieri non potest: Non
 ergo anguli BGC , EHF inæquales sunt:
 æquales ergo. *d* Estque angulus ad A an-
 guli BGC ; & angulus ad D anguli EHF
 dimidius: *e* Sunt ergo & anguli ad A , D
 æquales. In æqualibus ergo circulis, &c.
 Quod oportuit demonstrare.

Propositio 28. Theocr. 25.

*In æqualibus circulis æquales rectæ li-
 neæ æquales peripherias auferunt, ma-
 iorem quidem maiori; minorem
 autem minori.*

SINT in æqualibus circulis ABC , DEF
 æquales rectæ BC , EF , auferentes pe-



riphas maiores BAC , EDF ; minores
 BGC , EHF . Dico tam maiores peri-
 pherias, quam minores æquales esse. Su-
 mantur enim circulorum centra K , L , &
 ducantur KB , KC ; EL , LF ; & sunt cir-
 culi

culi æquales; *a* ergo & quæ ex centrīs æ- *a def. 13.*
 quales erunt: igitur duæ BK, KC , duabus
 EL, LF æquales sunt; sed & bases BC ,
 EF æquales sunt: *b* erunt ergo & anguli *b prop. 8. 7.*
 BKC, ELF æquales: *c* æquales autem *c prop. 26. 3*
 anguli æqualibus peripheriis insistant
 cum fuerint ad centra; ergo peripheriæ
 BGC, EHF æquales sunt; sed & toti cir-
 culi sunt æquales; reliquæ ergo periphe-
 riæ BAC, EDF æquales quoque erunt.
 Si ergo in æqualibus circulis, &c. Quod
 oportuit demonstrare.

Propositio 29. Theor. 26.

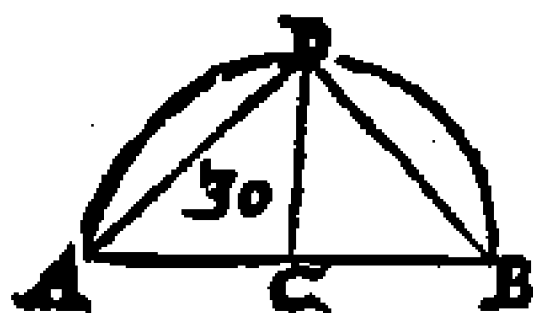
*In æqualibus circulis æquales periphe-
 rias æquales rectæ lineæ sub-
 tendunt.*

Accipiantur in æqualib⁹ circulis ABC ,
 DEF æquales peripheriæ, BGC , *fig. Vide*
 EHF , & ducantur rectæ BC, EF : Dico *prop. præc.*
 rectas BC, EF æquales esse. Sumantur
 enim circulorum centra K, L , & iungan-
 tur $BK, KC; EL, LF$; Cum ergo periphe-
 riæ BGC, EHF æquales sint, *a* erunt & *a prop. 27. 3*
 anguli, BKC, ELF æquales; & cum cir-
 culi æquales sint; *b* erunt, & quæ ex cen- *b def. 13.*
 tris æquales: Duæ ergo BK, KC , dua-
 bus EL, LF æquales sunt, continentq,
 1 3 æqua-

ex prop. 4. 1. æquales angulos; & ergo & bases BC, EF æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 30. Probl. 4.

Datam peripheriam bifariam secare.



*ex prop. 10. 1.
ex prop. 11. 1.*

E Sto data periphæria ADB, quam bisecare oporteat ducatur AB, & biseceturque in C; & à C pun-

ex prop. 4. 1. Sto C ducatur ipsi AB ad angulos rectos CD, iunganturq; AD, DB. Et quia AC æqualis est CB, communis CD; erunt duæ AC, CD, duabus BC, CD æquales, & angulus ACD angulo BCD æqualis, est enim vterque rectus; & erit ergo & basis AD basi DB æqualis; & æquales autem rectæ æquales peripherias auferunt, maiorem maiori, & minorem minori, estq; vtraq; peripheriarum AD, DB minor semicirculo, quare periphæria AD æqualis est peripheriæ DB: data ergo periphæria bisecta est. Quod oportuit facere.

Propositio 31. Theor. 27.

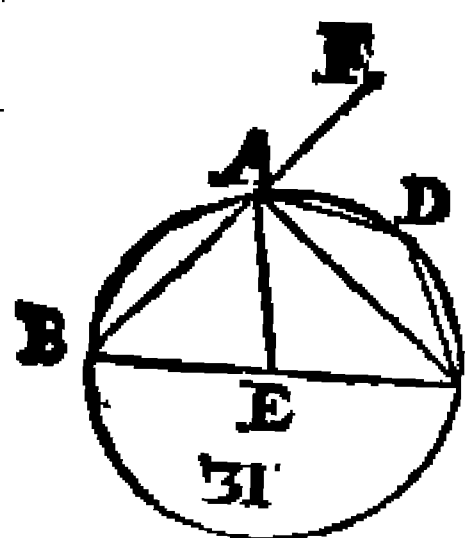
In circulo angulus, qui in semicirculo, rectus est; qui in portione maiore mi-

nor;

IL *mor*; qui in minore maior recto est.
alcs *Insuper maioris portionis angulus ma-*
s *er* *mon*
obl. *ma*
ata *per*
DB,
port
bile
& a
los
que
er
es,
ual
o B
ut
io
ag
ce
er
Al

ior recto; minoris recto mi-
 nor est.

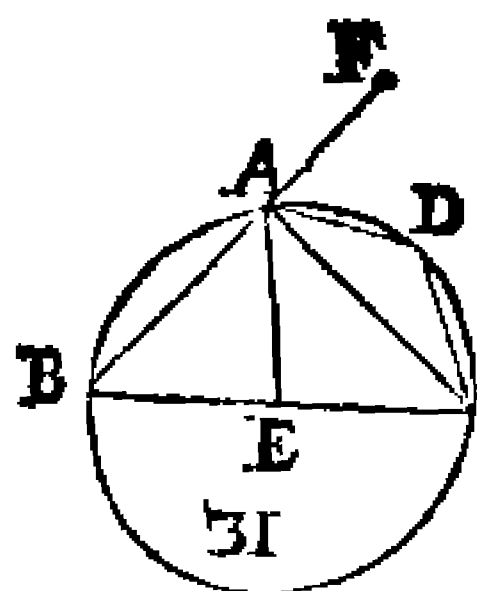
E Sto circulus ABCD, diametrus BC,
 centrū E, & iungantur BA, AC, AD,



DC. Dico angulum
 BAC in semicirculo,
 rectum esse. ABC, qui
 est in portione maiore
 semicirculo, minorē;
 ADC, qui est in por-
 tione minore, maiorē

recto. Dugatur AE, producatuq; BA in
 F. Et quia BE, EA æquales sunt, erunt & *a prop. 5. 1.*
 anguli EAB, EBA æquales. Rursus, quia
 EA, EC æquales sunt, erūt & anguli ACE,
 CAE æquales: totus ergo BAC duobus
 ABC, ACB æqualis est. *b prop. 32. 1.* Est verò & FAC
 externus duobus ABC, ACB æqualis: æ-
 quales ergo sunt BAC, FAC; ergo rectus *c def. 10. 1.*
 vterque. Quare angulus BAC in semicir-
 culo BAC rectus est. *d prop. 17. 1.* Et quia trianguli ABC
 duo anguli ABC, BAC duobus rectis mi-
 nores sunt; BAC autē rectus est; erit ABC
 minor recto; & est in portione ABC ma-
 iori semicirculo. Rursus quia ABCD in

prop. 22.3. circulo quadrilaterū est; & quadrilateron
autē in circulo descriptorū, qui ex aduerso



anguli duobus rectis
æquales sunt; erunt
ABC, ADC duo-
bus rectis æquales; &
est ABC minor recto;
reliquus. Ergo ADC
maior; & est in portio-

ne minore semicirculo. Dico præterea
maioris portionis angulū contentum pe-
ripheria ABC, & recta AC maiorem
esse recto; minoris verò portionis pe-
ripheria ADC, & recta AC conten-
tum, minorem. Quod per se apparet.
Cum enim angulus rectis BA, AC cōten-
tus rectus sit, erit qui peripheria ABC, &
recta AC continetur maior recto. Et cum
angulus rectis AC, AF cōtentus, rectus sit;
erit recta AC, & peripheria ADC cōten-
tus, minor recto. Aliter demonstratur BAC
rectū esse. Angulus AEC duplus est angu-

prop. 22.1. li BAE, & æqualis enim est duobus internis
& oppositis. Est verò & AEB duplus an-
guli EAC: anguli ergo AEB, AEC du-
pli sunt anguli BAC; at AEB, AEC æ-
quales sunt duobus rectis: ergo BAC re-
ctus est.

Corol.

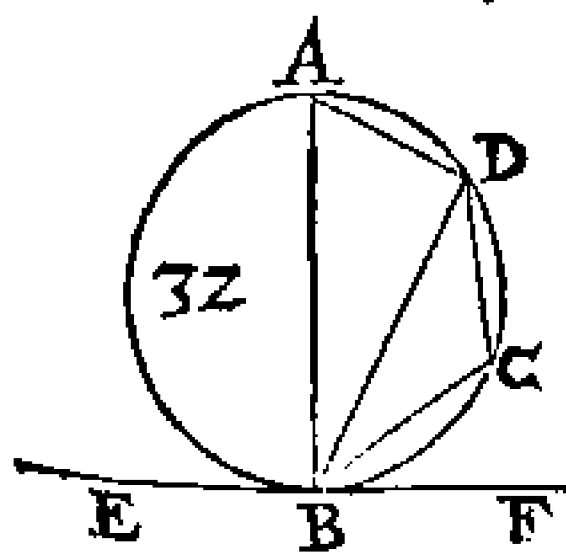
Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo
 vnus angulus duobus sit æqualis, cum re-
 ctum esse, quod etiam, qui est ei deinceps,
 duobus rectis æqualis sit: *f* cum autem an- *f* def. 10. 1.
 guli deinceps æquales fuerint, recti sunt.

Propos. 32. Theor. 28.

*Si circulum quædam recta tetigerit, &
 à tactu ducatur recta circulum secans,
 erunt anguli quos ad tangentem facit,
 æquales illis, qui in alternis circuli
 portionibus consistunt.*

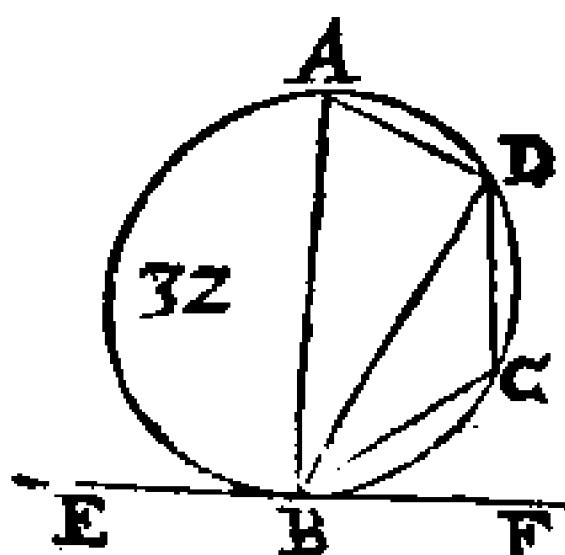
T Angat circulum $A B C D$ recta quæ-
 dam $B F$, in B ; à quo ducatur alia $B D$
 secans circulū. Dico



angulos, quos $B D$
 cum tangente facit,
 æquales esse illis, qui
 sunt in alternis cir-
 culi portionib⁹: hoc
 est, angulum $F B D$

æqualem esse illi, qui est in portione $D A B$:
 angulum verò $E B D$ illi, qui est in portio-
 ne $D C B$. *a* Ducatur enim ex B ipsi $E F$ *a* prop. 11. 1.
 ad angulos rectos $B A$, & accipiatur in pe-

ripheria B D quoduis punctum C, & du-
cantur A D, D C, C B; & quia circulum
tangit recta quedam E F in B, & à tactu B
ducta est tangenti ad angulos rectos B A,
b prop 19.1.
c prop. 31.3. b erit in B A centrū circuli: c angulus ergo
A D B in semicirculo existens, rectus est:



reliqui ergo B A D,
A B D vni recto æ-
quales. Sed & A B F
rectus est, æqualis
ergo angulis B A D,
A B D; communi
A B D auferat: ergo

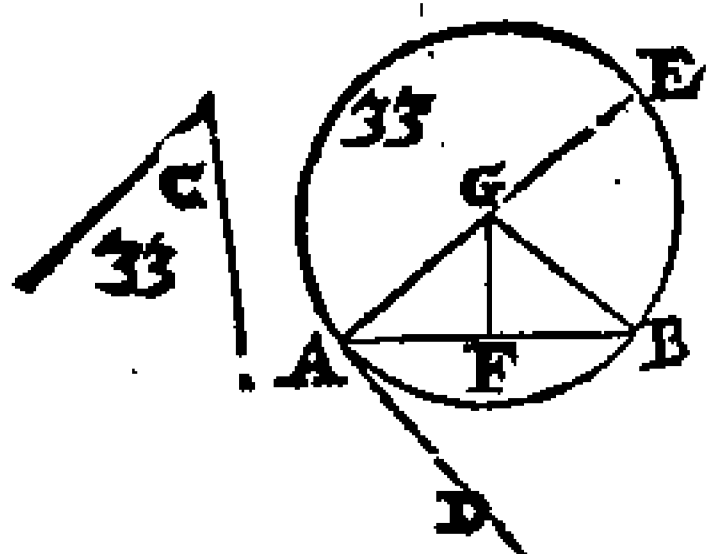
reliquus D B F erit æqualis reliquo B A D
in alterna circuli portione existēti. Et quia
d prop. 22.3 A B C D quadrilaterum est in circulo de-
scriptum, d erunt anguli oppositi duobus
rectis æquales: erunt ergo anguli D B F,
D B E æquales angulis B A D, B C D; quorū
B A D ostensus est æqualis D B F; erit er-
go & reliquus D B E, reliquo D C B in al-
terna circuli portione D E B existēs æqua-
lis. Si ergo circulum recta quedam, &c.

Quod oportuit demon-
strare.

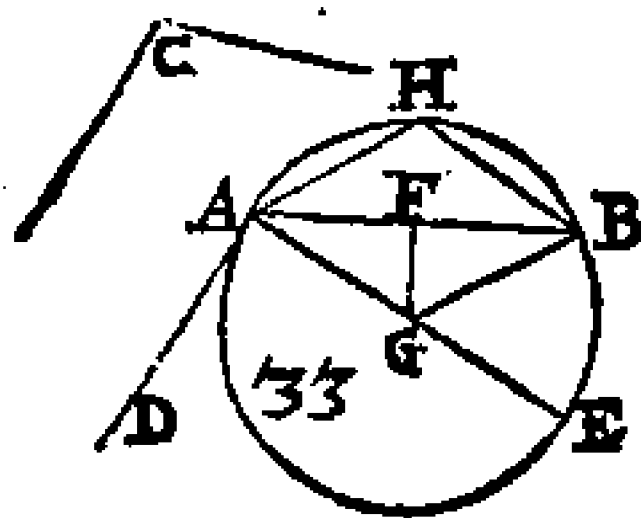
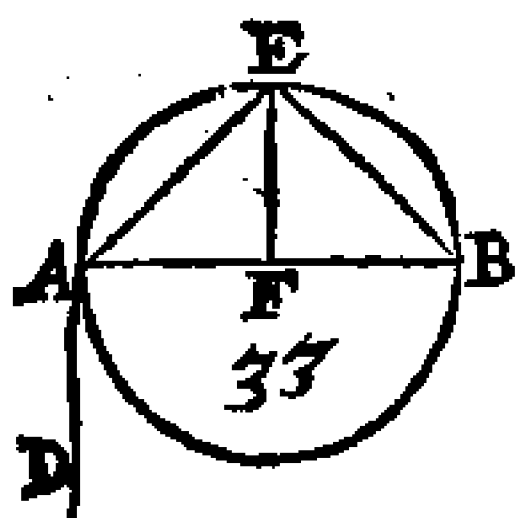


Propos. 33. Probl. 5.

*Super data recta describere portionem
circuli, quæ capiat angulum æqualem
dato angulo rectilinio.*



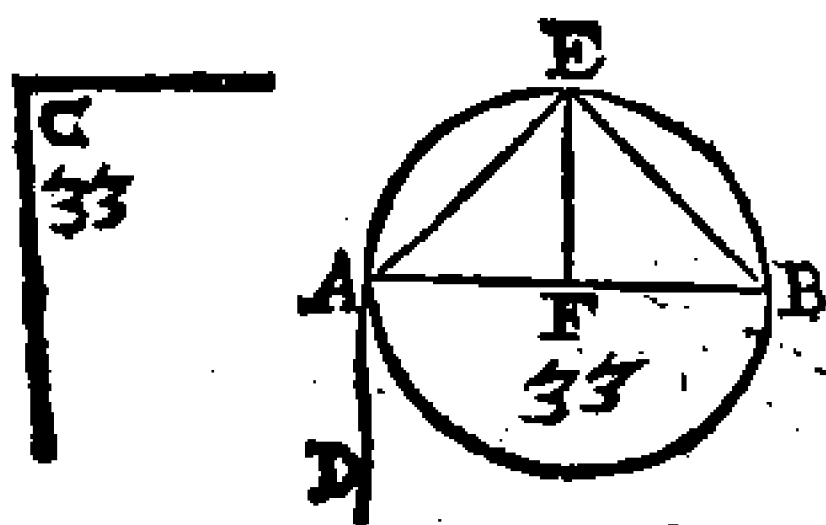
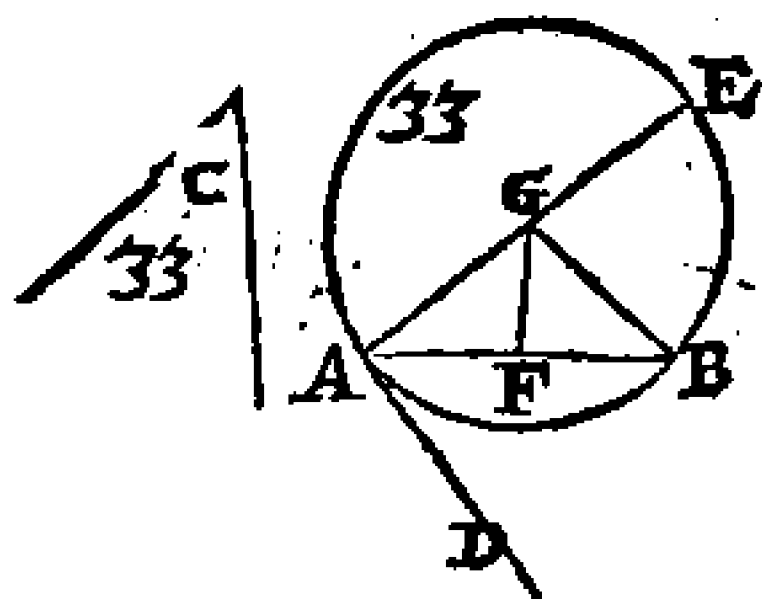
Sit data re-
cta linea A
B, datus an-
gulus rectili-
neus C, & o-
por-teat super
A B portionẽ
circuli descri-
bere, quæ an-
gulum æqua-
lem angulo C
capiat. Angu-
l^o ergo C, aut
acut^o, aut re-
ctus, aut ob-
tus est. Sit
primo acut^o,
vt in prima
descriptione.



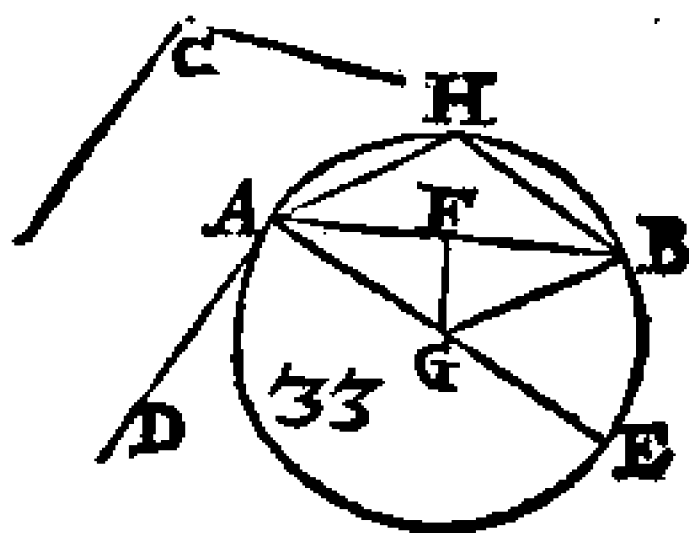
¶ Cõstituatur a prop. 33. 8.
ad A pũctum
rectæ A B an-

gulus B A D, æqualis angulo C, qui acu-
tus

b prop. 11. 1. tus erit. Ex *b* A ducatur AE ad angulos re-
 c prop. 10. 1. ctos ipsi AD; atque AB in F *c* bisecetur.
 d prop. 11. 1



e prop. 4. 1.



* quæ in 1. sibi etiam per B. Describatur, & sit ABE,
 fig. ox in cu. iungaturque EB.* Cum itaque diametro
 vix omissa A E ab extremitate A ad angulos rectos
 est. sit ducta AD f tanget ipsa circulum; cum-
 e prop. cor. 16, 3. que

que circulum ABE recta quedam AD tan-
 gat, sitque à tactu A in circulum ducta re-
 cta AB ; g erit angulus DAB æqualis an- *g prop. 23.3.*
 gulo AEB in alterna sectione AEB exi-
 stenti; sed DAB est æqualis angulo C ; igitur
 & angulus C æqualis erit AEB angulo.
 Super data ergo recta AB portio circuli
 descripta est capiens angulum AEB . æ-
 qualem angulo C . Sit iam angulus C re-
 ctus, sitque rursus super AB portio circuli
 capiens angulum recto C æqualem de-
 scribendam. Fiat angulus BAD angulo C *h prop. 23.1.*
 æqualis, ut in 2. descriptione: & AB in F bi- *i prop. 10.1.*
 secetur; & centro F , intervallo FA , aut FB
 describatur AEB circulus. & Tangit igitur *k cor. prop.*
 recta AD circulum, quod angulus *16.1.*
 BAD rectus sit: sed angulus BAD æqua-
 lis est & angulo C ; / & angulo AEB in al- *l prop. 23.3.*
 terna sectione: erit igitur & AEB , angulo
 C æqualis. Descripta ergo est super AB
 portio circuli AEB capiens angulum AEB .
 æqualem angulo C . Sit tertio angulus C
 obtusus. m ponatur ei ad A rectæ AB æ- *m prop. 23.1*
 qualis BAD , ut in tertia descriptione,
 n ducaturq; rectæ AD ad angulos rectos *n prop. 11.1.*
 rectæ AE ; & AB in F bisecetur, cui ex F *o prop. 10.1.*
 ad p angulos rectos ducatur FG , & iun- *p prop. 11.1.*
 gatur GB . Cum itaq; AF æqualis sit FB ,
 com-

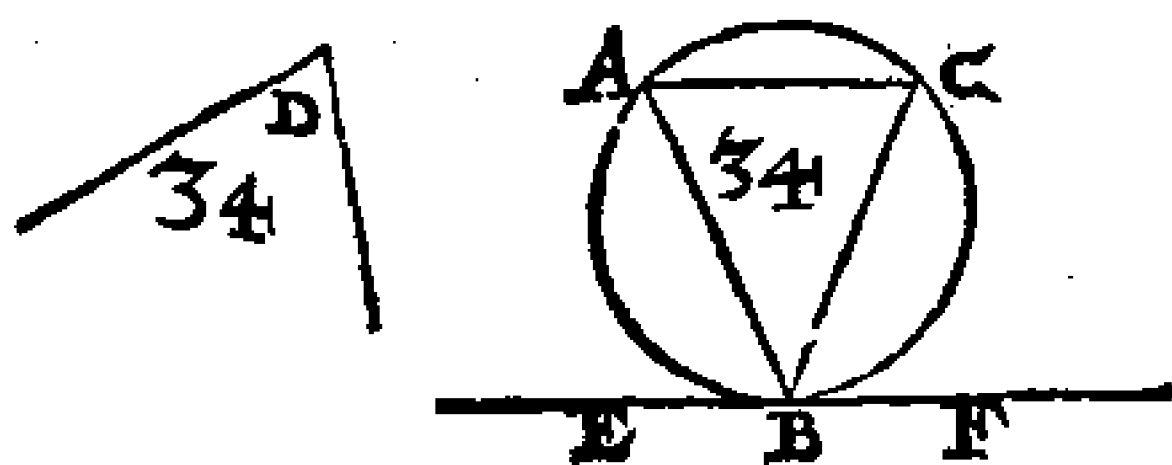
communis FG ; erunt duæ FG , AF , duabus FG , BF æquales, & angulus AFG angulo BFG æqualis: *q* erit igitur & basis AG basi BG æqualis. Circulus ergo centro G , intervallo AF descriptus transibit etiam per B , transeat ut AEB . quia ergo diametro AE ab extremitate A ad angulos rectos ducta est AD , & tanget illa circulum; & cum à tactu A in circulum ducta sit AB , *s* erit angulus BAD æqualis angulo AHB , qui est in altera portione circuli AHB . Sed angulus BAD æqualis est angulo C . erit ergo & angulus AHB in altera portione æqualis angulo C . super data ergo recta AB descripta est portio circuli AHB capiens angulum æqualem angulo C . quod oportuit facere.

Propos. 34. Probl. 6.

A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ESto datus circulus ABC ; datus angulus rectilineus D . Oporteat autem à circulo ABC portionem auferre, quæ capiat angulum, angulo D æqualem. Ducatur EF tangens circulum in B . *a* Consti-

tua-

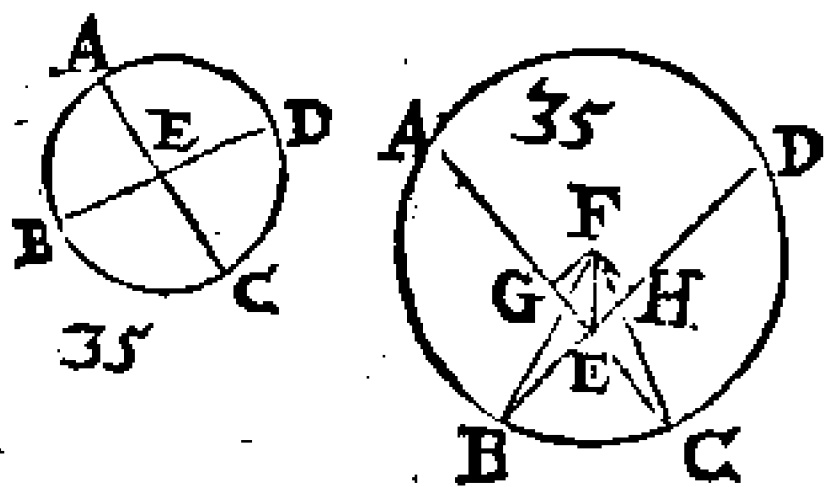


tuaturq; ad B rectæ EF angulus FBC æ-
 qualis angulo D. Cum ergo circulus ABC
 tangat recta EF, & à tactu B ducta sit BC,
 erit angulus FBC æqualis angulo BAC *b prop. 32.3*
 in alterna portione BAC constituto: sed
 angulus FBC æqualis est angulo D: erit
 igitur & BAC in alterna sectione eidem
 angulo D æqualis. à dato ergo circulo
 ABC ablata est portio BAC capiens an-
 gulum æqualem dato angulo D. quod o-
 portebat facere.

Propos. 35. Theor. 29.

*Si in circulo duæ rectæ se inuicem secēt,
 erit rectangulum portionibus unius
 contentum, æquale portionibus
 alterius contento.*

SEcent in circulo ABCD se inuicem
 duæ rectæ AC, BD in E. Dico rectan-
 gulum AE, EC contentum, æquale esse
 DE, EB contento. Si igitur AC, BD per
 cen-



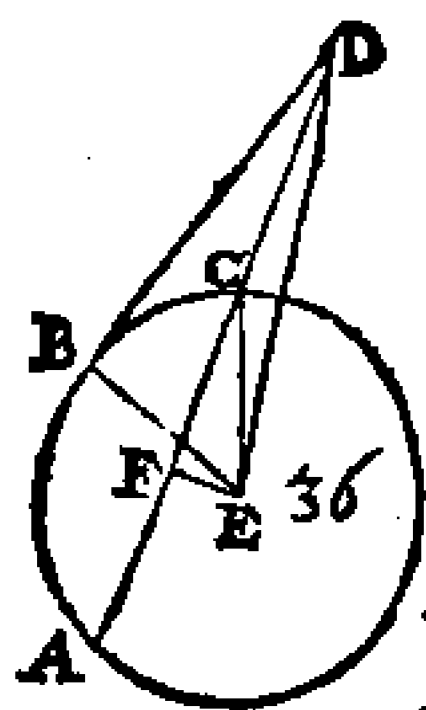
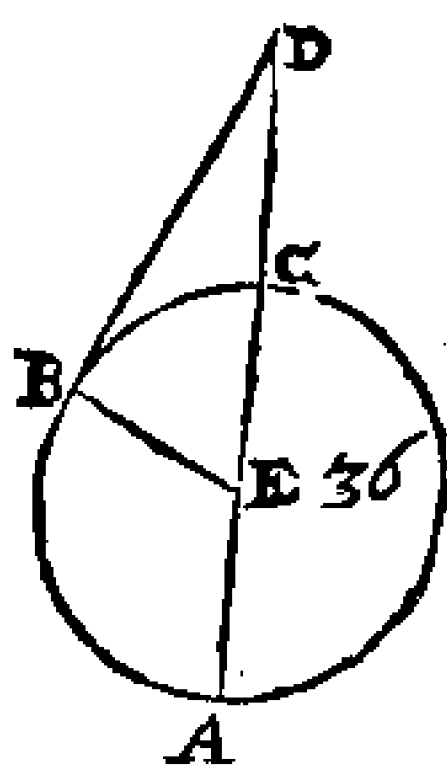
- centrum transeant, perspicuum est cum
 A E, E C: D E, E B equales sint; etiam A E,
 E C contentum, equale esse, D E, E B con-
 tento. Quod si per centrum nō transeant
 accipiatur centrum F, ab eoque ad recta
 a *prop. 21. 1.* A C, D B a ducantur perpendiculares F G,
 F H, iunganturq; F B, F C, F E. Et quia re-
 cta quædam G F per centrum ducta, recta
 quandam A C non per centrum ductam
 b *prop. 3. 3.* ad angulos rectos secat, & b bisariam illam
 cecabit: æquales ergo sunt A G, G C. Cum
 igitur recta A C in G æqualiter, in E inæ-
 c *prop. 5. 2.* qualiter secta sit; c erit quod A E, E C con-
 tinetur rectangulū, cum quadrato quod
 ex E G æquale quadrato quod ex G C, si
 cōmune, quod ex G F, addatur, erit quod
 A E, E C continetur, cum illis, quæ ex G E,
 G F quadratis, æquale illis: quæ ex C G,
 d *prop. 47. 1* G F. d Sed illis, quæ ex C G, G F æquale est,
 quod ex F C: illis verò, quæ ex G E, G F,
 æquale est, quod ex F E: ergo quod A E,
 E C continetur, cum eo quod ex F E,
 æquale

æquale est ei, quod ex FC (æqualis autem est FC ipsi FB) ergo quod AE, EC continetur, cum illo quod ex EF , æquale est ei, quod ex FB . Ob eandem causam erit quod DE, EB continetur, cum illo quod ex FE æquale ei quod ex FB . ostensum est autem & id, quod AE, EC continetur, cum eo quod ex FE , æquale esse ei, quod ex FB : ergo quod AE, EC continetur cum illo quod ex FE , æquale est illi quod DE, EB continetur, cum illo quod ex FE quadrato; commune, quod ex FE , auferatur; & erit reliquum AE, EC contentum, æquale reliquo DE, EB contento. Si ergo in circulo, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 36. Theor. 30.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq; in circulum dua recte lineæ cadant, quarum una circulum secet, altera tangat, rectangulum tota secante, & ea parte, quæ inter punctum, & curvam peripheriam est, erit æquale tangentis quadrato.

EXtra circulum ABC sumatur quodvis punctum D , ab eoq; ad circulum
K
cadant



cadant duæ rectæ DCA , DB ; quatum
 DCA circulum secet, DB tangat. Dic
 rectangulum AD , CD contentum, æ
 quale esse quadrato, quod fit ex DB . Trā.
 sit autem DCA per centrum, aut non.
 Transcat primo per centrum quod sit E
 a *prop. 18.3* Duæ ergo EB , æ erit angulus EBD re-
 ctus. Et quia recta AC bisecatur in E , eiq;
 b *prop. 6.2.* apposita est, in directum CD ; b erit quod
 AD , DC continetur: cum eo, quod ex
 EC æquale ei, quod ex ED ; est vero EC
 æqualis ipsi EB : ergo quod AD , DC con-
 tinetur rectangulū, cum quadrato quod
 ex EB , æquale est ei, quod ex ED , quadra-
 to. c Est autem quod ex ED æquale illis,
 quæ ex EB , BD quadratis, quod angulus
 EBD rectus sit. Ergo quod AD , DC
 continetur, cum eo quod ex EB ; æquale
 est illis, quæ ex EB , BD ; commune, quod

ex EB tollatur. eritque quod AD , DC continetur, æquale ei quod ex Tangente DB quadrato.

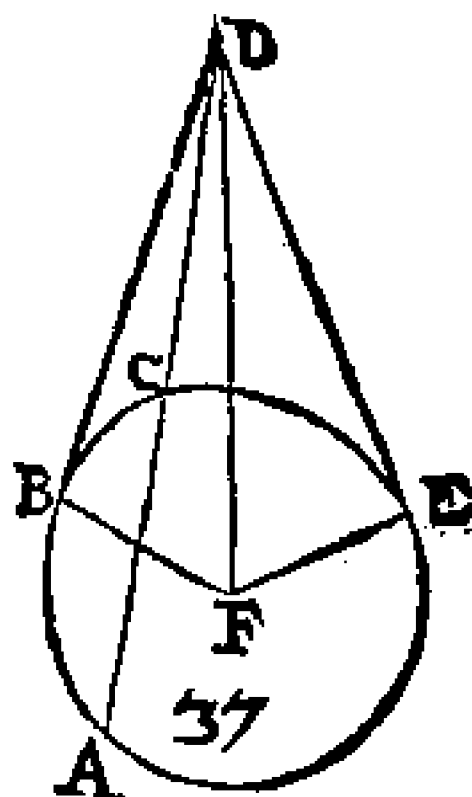
Sed iam DCA non transeat per centrum, accipiatque centrum E , *d* ab eoq; *d* *prop. 15. 2.* ad AC perpendicularis ducatur FE , iunganturq; EB , EC , ED ; *e* erit ergo angulus EBD rectus. Et cum recta quædam EF per centrum ducta, rectam quandam AC non per centrum ductam secet, *f* ad *f* *prop. 18. 2.* rectos angulos illam, & bifariam secabit; sunt ergo AF , FC æquales. Et quia recta AC bisecatur in F , eiq; in directum additur CD , *g* erit quod AD , DC continetur, cum illo quod ex FC , æquale ei quod ex FD : Commune, quod ex FE , addatur, & erit quod AD , DC continetur, cum illis quæ ex FC , FE , æquale illis, quæ ex FD , FE ; illis autē, quæ ex DF , FE , *h* æquale est, quod ex DE (est enim angulus EFD rectus): illis verò, quæ ex CF , FE , æquale est, quod ex CE . Ergo quod AD , DC continetur cum illo quod ex EC , æquale est ei, quod ex ED , *i* est autem EC æqualis ipsi EB : Ergo quod AD , DC continetur, cum illo quod ex EB , æquale est ei, quod ex ED : ei autem quod ex k ED æqualia sunt quæ ex EB , BD , cum angulus *k* *prop. 47. 2.*

EBD sit rectus: ergo quod AD, DC continetur cum eo quod ex EB, æquale est illis, quæ ex EB, BD; Commune, quod ex EB tollatur, & erit quod AD, DC continetur rectangulum, æquale quadrato tangenti DB. Si ergo extra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 37. Theor. 31.

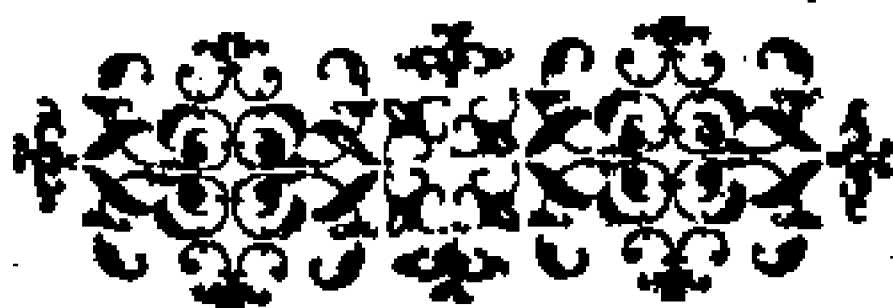
Si extra circulum punctum sumatur, ab eoque in circulum dua rectæ cadant, quarum una circulum secet; altera incidat; sit autem quod tota secante, & ea parte, qua inter punctum & curvam peripheriam est, continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit ab incidente, tanget incidens circulum.

Sumatur extra circulum ABC punctum D, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ DCA, DB; quarum DCA secet, DB incidat circulo. Sit autem quod AD, DC continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit ex DB. Dico DB circulum tangere. *¶* Ducatur enim DE circulum tangens, sumptoq; centro F, iungan-



gantur FE, FB, FD , & *b prop. 18.3*
erit angulus FED re-
ctus. Et quia DE tan-
git, DCA secat circu-
lum; *c prop. 36.3* erit quod AD ,
 DC continetur equale
ei quod ex DE ; poni-
tur autē & quod AD ,
 DC continetur, equa-
le ei quod ex DB . ergo

quod ex DE æquale est ei, quod ex DB ;
æquales sunt ergo DE, DB ; *d def. 15.12*
& FE, FB æquales; dux igitur DE, EF ,
duabus DB, BF æquales sunt; & basis FD
communis; *e prop. 8.12* angulus ergo DEF æqualis
est angulo DBF ; est autem DEF rectus;
ergo & DBF rectus est. Et FB , si produ-
catur, est diameter, *f cor. prop. 16.3*
quæ autem diame-
tro ad angulos rectos ducitur ab extremi-
tate, circulum tangit. Idem demonstrabi-
tur pari modo si centrum sit in AC . Si er-
go extra circulum, &c. quod oportet
demonstrare.





EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

Definitiones.

1. Figura rectilinea figuræ rectilineæ inscribi dicitur, cum singuli inscriptæ anguli, singula latera eius, cui inscribitur, tangunt.
2. Similiter figura figuræ circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ, singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangunt.
3. Figura rectilinea circulo inscribi dicitur; cum singuli anguli inscriptæ tangunt peripheriam circuli. Ita prop. 2. *triangulum ABC; sexta quadratum ABCD circulo inscriptum vides.*
4. Figura rectilinea circulo circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ circuli peripheriam tangunt. Ita prop. 4. *triangulum ABC; octava qua-*

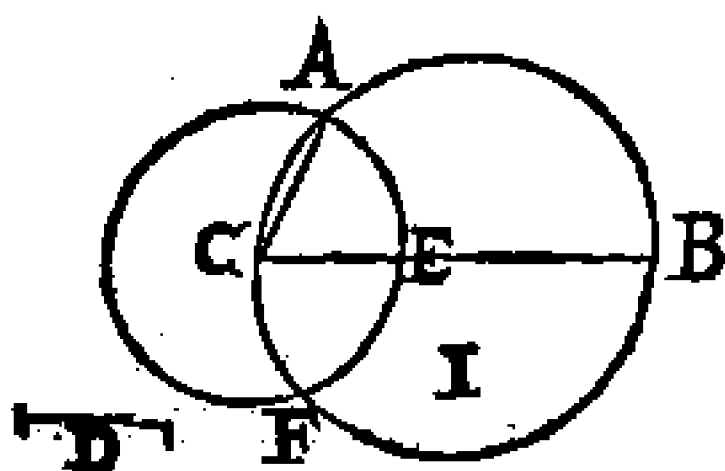
quadratum ABCD circulo circumscriptum cernis.

5. Circulus similiter figuræ inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera eius, cui inscribitur, tangit. Ita prop. 4. circulum EFG triangulo ABC, octava circulum EFHK quadrato, ABCD inscriptum vides.
6. Circulus figuræ circumferibi dicitur, cum peripheria circuli singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangit. Ita prop. 2. circulum ABC triangulo, sexta circulum ABCD quadrato circumscriptum vides.
7. Recta linea in circulo aptari dicitur, cum eius termini in circuli peripheria fuerint.



Propositio I. Problema I.

*In dato circulo, data recta linea, quæ
diametro circuli maior non sit, æ-
qualem rectam lineam
aptare.*



Sit datus cir-
culus ABC,
data recta, quæ
circuli diame-
tro maior non
sit, D. Opor-

teat autem circulo ABC rectam, rectæ D
æqualem, aptare. Ducatur diameter cir-
culi BC. Si ergo BC æqualis est ipsi D, fa-
ctum est, quod iubebatur. Circulo enim
ABC aptata est BC æqualis rectæ datæ. Si
autem BC maior est quam D. α Fiat CE
æqualis ipsi D; & centro C, intervallo CE
describatur circulus EAF, ducaturq; CA.
Quia ergo C centrum est circuli AEF;
erit CA æqualis CE: sed ipsi D æqualis
est CE: erit ergo & D æqualis ipsi AC. Da-
to ergo circulo ABC, Datæ rectæ D non
maiori circuli diametro, æqualis CA
aptata est. Quod oportuit
facere.

prop. 3.1.

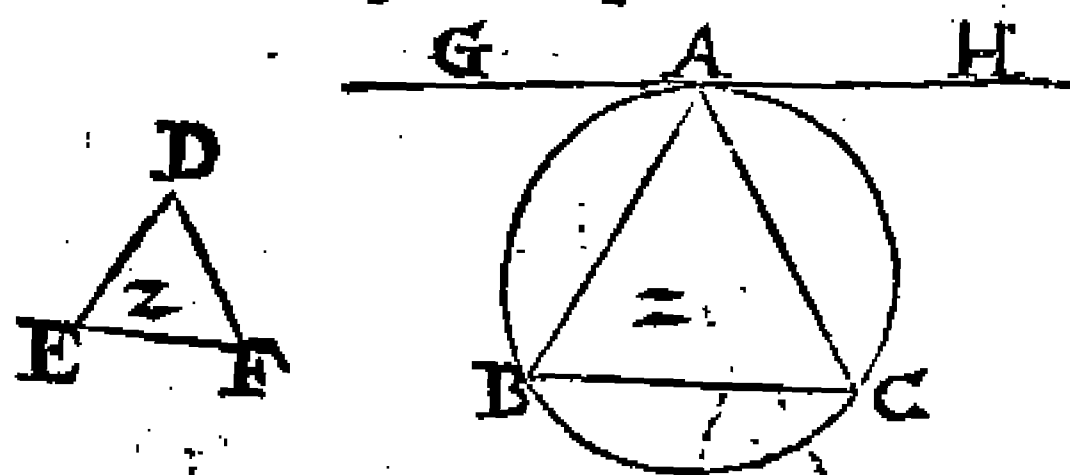
def. 15.1.

Pro-

Propositio 2. Probl. 2.

Dato circulo triangulum dato triangulo æquiangulum inscribere.

Sit circulus datus ABC, triangulum datum DEF; oporteatque circulo ABC



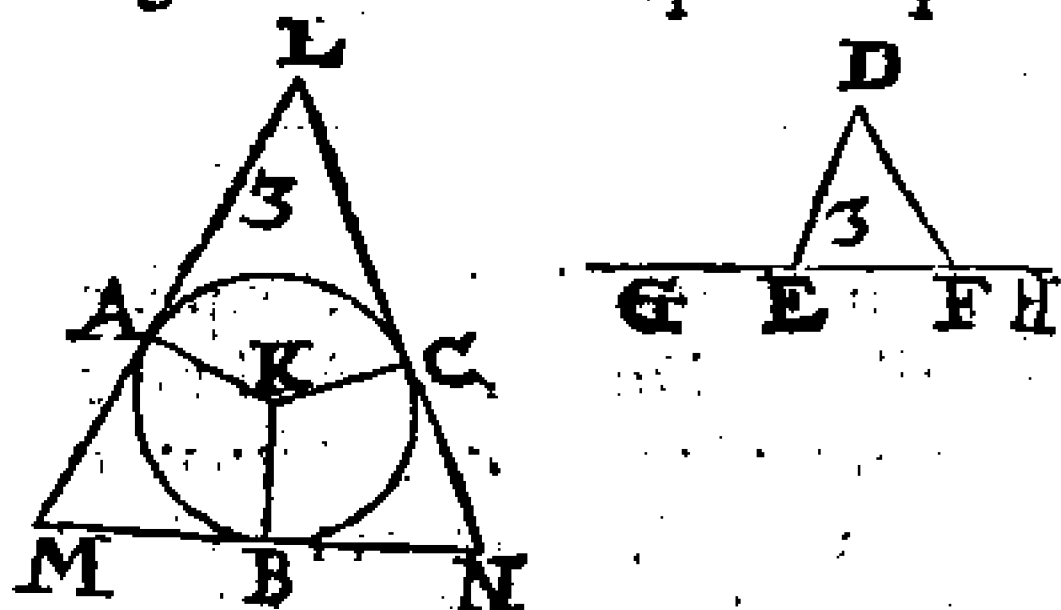
triangulum, triangulo DEF æquiangulum inscribere. Ducatur GAH tangens circulum ABC in A; & constituaturque *a prop. 23.2.* ad A recta GAH, angulus HAC æqualis angulo DEF, & GAB æqualis DFE; ducaturque BC. Quia ergo circulum ABC *b prop. 32.3.* tangit recta GAH, & à tactu ducta est AC, *c prop. 22.1.* erit angulus HAC æqualis angulo ABC in alterna portione: sed HAC est æqualis DEF angulo; erit ergo & ABC æqualis eidem DEF. Eadem ratione erit angulus ACB angulo DFE æqualis, & reliquus ergo BAC æqualis erit reliquo EDF. Est ergo triangulum ABC triangulo DEF æquiangulum, & inscriptum

ptum est circulo ABC . Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 3. Probl. 3.

Circa datum circulum dato triangulo equiangulum triangulum describere.

E Stodatus circulus ABC , datum triangulum DEF . oporteatque circa



ABC circulum triangulo DEF æquiangulum triangulum describere. Producat utrinque EF in G & H , sumaturque centrum K circuli ABC , & ducatur recta

a prop. 33. 1. KB ut libet; & α constituatur ad K recta KB angulo DEG æqualis BKA ; angulo verò DFH æqualis BKC , perque pun-

b prop. 17. 3. Q uæ A, B, C δ ducantur tangentes circulum L, AM, MBN, NCL . Et quia LM, MN, NL tangunt circulum in A, B, C ; & à centro

tro K ad puncta A, B, C ductæ sunt KA, KB, KC : recti igitur erunt anguli ad A, B, C puncta. Et quia quadrilateri $AMBK$ quatuor anguli æquales sunt quatuor rectis; * diuiditur enim quadrilaterum $AMKB$ in duo triangula KAM, KBM , quorum anguli KAM, KBM recti sunt; reliqui ergo AKB, AMB duobus rectis æquales erunt: Δ Sunt verò & DEG, DEF duobus rectis æquales: ergo AKB, AMB anguli æquales sunt angulis DEG, DEF quorum AKB, DEG æquales cum sint: erunt & reliqui AMB, DEF æquales. Pari modo demonstrabitur angulum LMN angulo DFE æqualem esse: reliquus ergo MLN reliquo EDF æqualis erit: æquiangulum ergo est triangulum LMN triangulo DEF , & descriptum est circa circulum ABC . Ergo circa datum circulum, &c. Quod oportuit facere.

* Si intelligatur duæ lineæ KM .

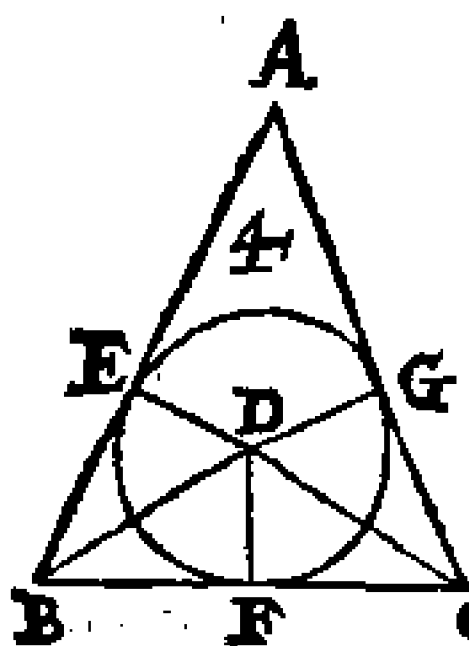
Δ prop. 13. 18

Propositio 4. Probl. 4.

In dato triangulo circulum describere.

Sit datum triangulum ABC , in quo oporteat circulum describere. Δ biscentur anguli ABC, BCA rectis BD, CD , Δ prop. 9. 1.

prop. 12.1. CD , quæ in D puncto concurrant, & ducanturque ex D ad rectas AB , BC , CA perpendiculares DE , DF , DG . Et quia anguli ABD , CBD æquales sunt (est enim ABC bisectus)



anguli verò BED , DFD recti, habebunt duo triangu-
la EBD , DBF duos angulos
duobus angulis, & v-
num latus unilateri-
quale, nempe cõmu-
ne BD , & habebunt er-

prop. 26.1.

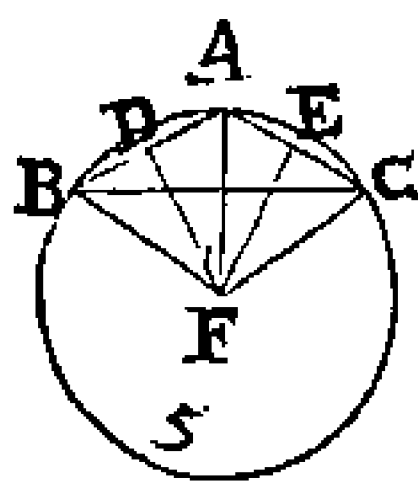
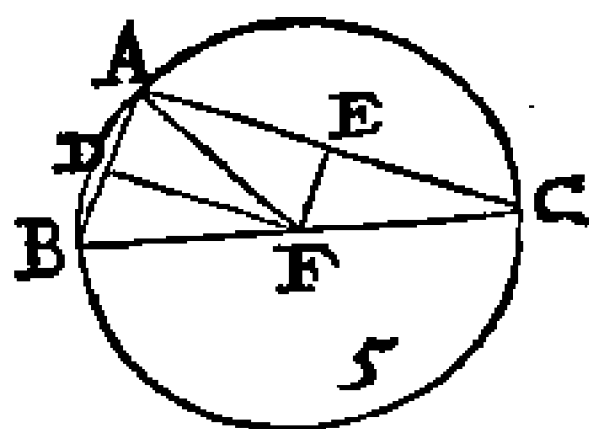
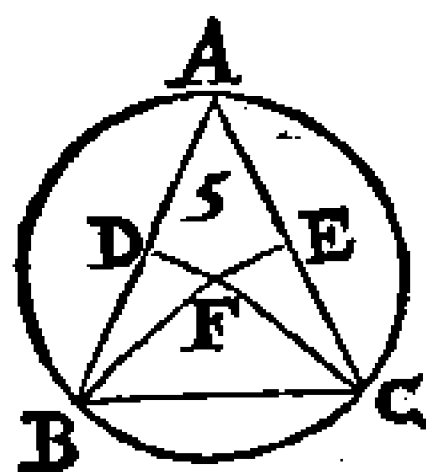
go & reliqua latera reliquis æqualia; unde
 DE , DF æquales erunt; Eandem ob cau-
sam DG , DF æquales erunt. Circulus er-
go centro D , intervallo vno punctorum
 E , F , G descriptus, transibit etiam per alia
puncta, tangetque rectas AB , BC , CA
quod anguli ad E , F , G recti sint. Si enim
ipsas secaret, caderet, quæ ab extremitate
diametri ad angulos rectos ducitur, intra
circulum; & quod est absurdum. Non er-
go circulus centro D , intervallo vna ha-
rum DE , DF , DG descriptus secat re-
ctas AB , BC , CA ; ergo eas tanget; estque
circulus in triangulo ABC descriptus. In
dato ergo triangulo, &c. Quod oportuit
facere. Pro-

prop. 16.3

Propositio 5. Probl. 5.

*Circa datum triangulum circulum
describere.*

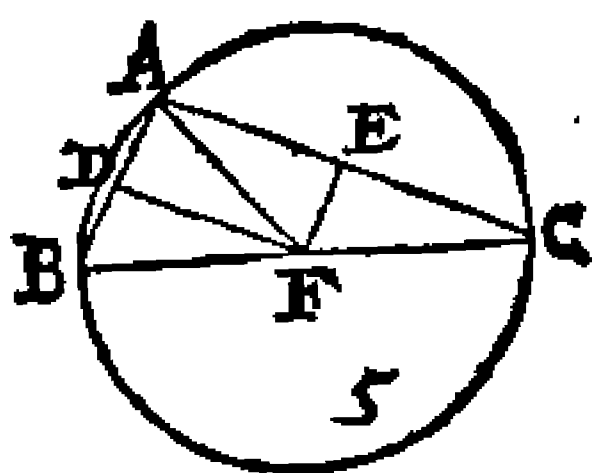
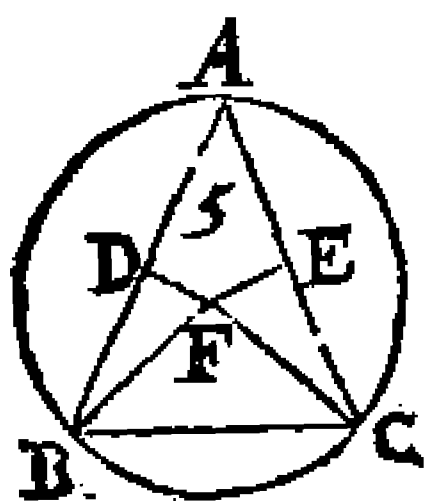
Est datum triangulū ABC , circa quod oportet circulū describere. bisecetur AB , AC in D & E ; atque à punctis D , E ducantur ad AB , AC ad angulos rectos DF ,



EF , quæ concurrent aut in triangulo ABC , aut in recta BC , aut extra triangulum. Concurrent primò intra triangulum in F , ducanturq; $* FA$ in 1. BF , FC , $* FA$. Et quia *fig. omiffa*

AD , DB æquales sunt, communis & ad *est.*
angulos rectos DF , & erunt & bases AF , *prop: 4. m*
 FB æquales. Similiter demonstrabimus
 CF , AF æquales esse: quare & FB , FC
æquales erunt. Tres ergo FA , FB , FC
æqua-

æquales sunt. Circulus ergo centro F in-
teruallo vna ipsarum FA , FB , FC de-
scriptus transibit & per reliqua puncta, e-
ritque circulus circa ABC triangulum
descriptus. Concurrant iam DF , EF in
recta BC in F , vt in secunda descriptione,



iungaturque AF . Si-
militer demonstrabimus
punctum F centrum es-
se circuli circa triangu-
lum ABC descripti. Cõ-
currant demum DF , EF
extra triangulum ABC

in F , vt tertia habet descriptio, & iungan-
tur AF , FB , FC . Cumque AD , DB æ-
quales sint, communis, & ad angulos re-
ctos DF , b erunt & bases AF , BF æqua-
les. Similiter demonstrabimus & CF ipsi
 FA æqualem esse: quare & BF æqualis e-
rit FC . Rursus ergo circulus centro F in-
teruallo vna harum FA , FB , FC , descri-
ptus

b prop. 4.1.

ptus transibit etiam per reliqua puncta,
estque circa $A B C$ triangulum descriptus.
Quod facere oportuit.

Corollarium.

Vnde perspicuum est, quando centrum
circuli in triangulum cadit, angulū $B A C$
in maiore portione semicirculo existen-
tem recto minorem esse. quando verò
centrum in $B C$ cadit, in semicirculo exi-
stentem, rectum: quando denique cen-
trum extra $B C$ cadit, in minore portione
semicirculo existentem, maiorem recto.
Vnde quando datus angulus minor est re-
cto, intra triangulum cadunt rectæ $D F$,
 $E F$; quando rectus, in $B C$; quando ma-
ior recto, extra $B C$; quod oportuit de-
monstrare.

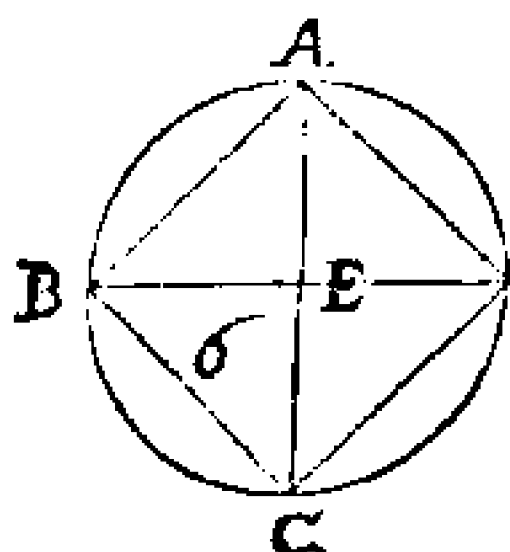
Propositio 6. Probl. 6.

*In dato circulo quadratum de-
scribere.*

SIt in dato circulo $A B C D$ quadratum
describendum. α ducantur diametri a *prop. 1. q*
 $A C$, $B D$ ad angulos rectos, iungantur-
que

que AB, BC, CD, DA . Cum ergo BE
 ED sint æquales, quippe ex centro E , cō-

b prop. 4. 1.



munis & ad angulos
 rectos EA ; *b* erit &
 basis AB basi AD
 $æ$ qualis. Eadem
 tione utraque ipsarū
 BC, CD , utriq; AB
 AD est æqualis. Et

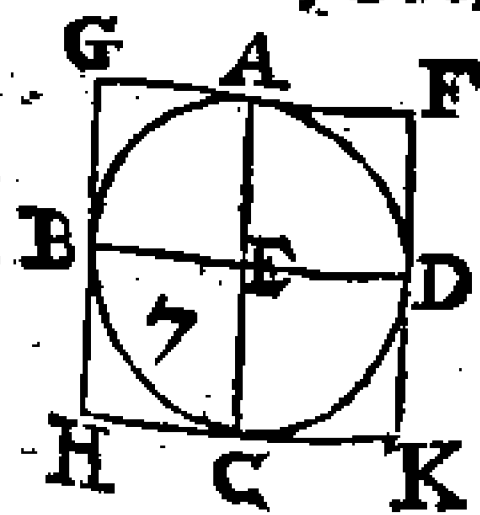
Ergo quadrilaterum $ABCD$ æquilate-
 rum. Dico quod & æquiangulum. Cum
 recta BD diametrus sit circuli $ABCD$,
c prop. 31. 3. erit BAD semicirculus; rectus est ergo
 angulus BAD . Ob eandem causam qui-
 libet angulorum ABC, BCD, CDA re-
 ctus est; rectangulum ergo est quadrila-
 terum $ABCD$. Ostensum est autem &
d def. 27. 1. æquilaterum; *d* quadratum ergo est: &
 est circulo inscriptum. In dato ergo cir-
 culo, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 7. Probl. 7.

*Circa datum circulum quadratum
 describere.*

Sit circa datum circulum $ABCD$ qua-
 dratem describendum. Ducantur dia-
 metri AC, BD ad angulos rectos, & per
 pun-

puncta A, B, C, D ducantur tangentes circulum FG, GH, HK, KF. Cum ergo



FG tangat circulum, & à centro E ad tactū A ducta sit EA; & erūt anguli ad A recti. Eadē de causa & erunt anguli ad B, C, D recti, cumque anguli AEB,

EBG recti sint, & erunt GH, AC parallelæ. *bprop. 18.1.*

Eadem de causa erunt AC, FK parallelæ;

Similiter demonstrabimus, quod GF, HK

sint ipsi BED parallelæ: Sunt ergo GK,

GC, AK, FB, BK parallelogramma. & vn- *cprop. 34.1.*

de æqualis est GF ipsi HK; & GH ipsi

FK. & quia AC, BD æquales sunt. At- *ddef. 15.1.*

que AC vtrique GH, FK; & BD vtrique

GF, HK est æqualis; ergo vtraque GH,

FK, vtrique GF, HK est æqualis. Est igitur

FGHK quadrilaterum æquilaterū;

dico quod & rectangulum. Cum enim

GBEA sit parallelogrammum, sitq; an-

gulus AEB rectus, & erit & AGB rectus. *cprop. 34.1.*

Similiter demonstrabimus quod anguli ad

H, K, F recti sint; est ergo FGHK rectan-

gulum quadrilaterum, ostensum est autē

& æquilaterum, *fquadratum ergo est, & fdef. 17.1.*

est circa ABCD circulū descriptum: ergo

L

circa

circa datum, &c. Quod oportuit facere

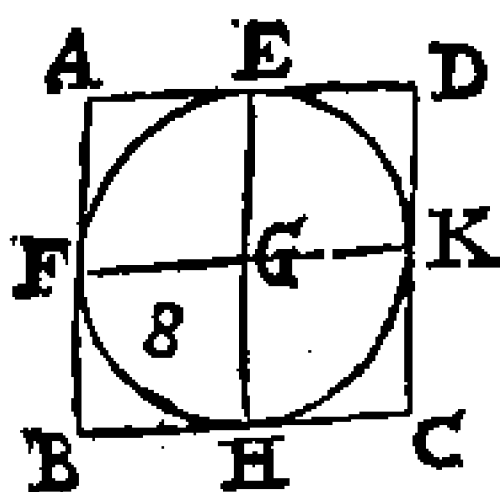
Propositio 8. Probl. 8.

In dato quadrato circulum describere.

in prop. 10. 1.

in prop. 31. 1.

Sit in dato quadrato $A B C D$ circulus describendus. a Biscentur $A B, A D$



F, E ; b ac per E quidem ducatur alterutri $A B, C D$ parallela $E H$: per F verò alterutri $A D, B C$ parallela $F I$. Sunt ergo $A K, K I$

in prop. 34. 1. $A H, H D, A G, G C, B G, G D$ parallelogramma, & ideoque latera opposita æqualia. Et quia $A D, A B$ æquales sunt, erunt & semisses earum $A E, A F$ æquales; *in prop. 34. 1.* d quare & oppositæ illis $F G, G E$ æquales erunt. Similiter demonstrabimus utramque $G H, G K$ utrique $F G, G E$ æqualem esse. Sunt igitur quatuor $G E, G F, G H, G K$ æquales. Circulus igitur centro G , intervallo vna harum $G E, G F, G H, G K$ descriptus, transibit & per reliqua puncta: sed & tangit rectas $A B, B C, C D, D A$, quod anguli ad E, F, H, K recti sint. Si enim circulus ipsas $A B, B C, C D, D A$ secaret, caderet quæ ab extremitate diame-

tri ad angulos rectos ducitur, in circulum,
 & quod est absurdum; Non ergo circulus
 centro G, & interuallo vna harum GE, *e prop. 10. 3.*
 GF, GH, GK descriptus secat rectas AB,
 BC, CD, DA: tangit ergo: & est qua-
 drato ABCD inscriptus. In dato ergo
 quadrato, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 9. Probl. 9.

*Circa datum quadratum circulum
 describere.*

Sit circa datum quadratum ABCD
 circulus describendus: ducantur rectae

AC, BD se in E secant.

Et quia DA, AB æqua-

les sunt, AC commu-

nis, erunt duæ DA, AC,

duabus BA, AC æqua-

les: sed & bases DC,

BC æquales sunt; *e. a def. 87.*

L prop. 8. 1.

erunt ergo & anguli DAC, BAC æqua-

les: angulus ergo DAB recta AE bise-

catur. Similiter demonstrabimus quem-

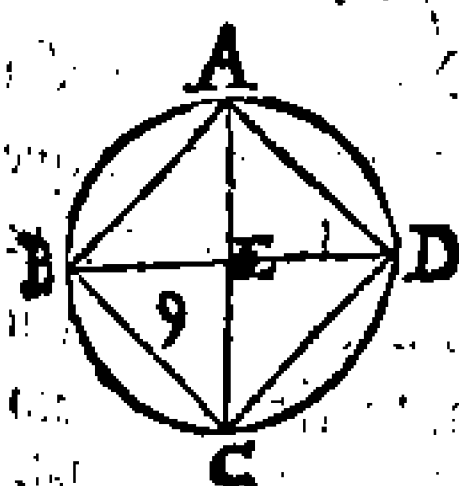
libet horum ABC, BCD, CDA rectis

AC, DB bisecari. Et cum anguli DAB,

ABC æquales sint; sintque EAB, EBA *e. ax. 7.*

eorum dimidij, & erunt & ipsi æquales

L 2 qua-

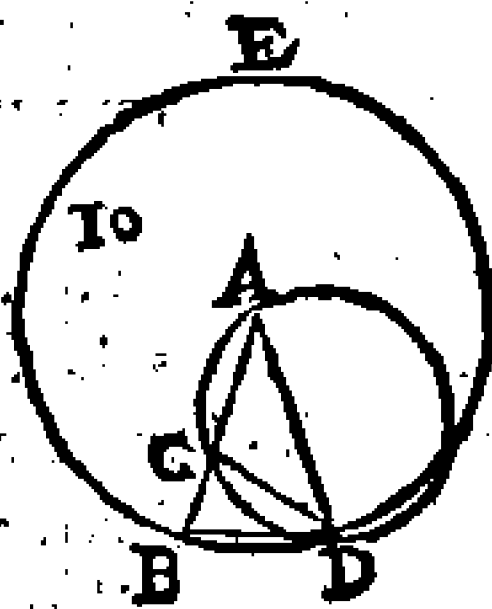


quare & latera EA, EB æqualia erunt. Similiter demonstrabimus utramque rectarum EC, ED , utrique EA, EB æqualem esse. Quatuor ergo EA, EB, EC, ED æquales sunt. Igitur circulus centro E , intervallo una harum EA, EB descriptus, transibit & per reliqua puncta, est igitur circa $ABCD$ quadratum descriptum. Ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 10. Probl. 10.

Triangulum isoscele cōstituere, habentem utrumque qui ad basin angulum duplum reliqui.

a prop. 11. 21.



b prop. 1. 4.
c prop. 5. 4.

Exponatur recta quædã AB , a qua in C sic secetur, ut AB, BC contentum æquale sit quadrato ex CA descripto. Igitur centro A , intervallo AB describatur circulus BDE , b eique aptetur recta BD æqualis ipsi AC ; & ductis DA, DC , e describatur circa triangulum ACD circulus ACD . Et cum quod AB, BC continetur æquale sit ei, quod ex AC quadrato, sitque

AC

AC ipsi BD æqualis; erit & quod AB ,
 BC continetur æquale ei, quod ex BD .
 Cum igitur extra circulum ACD acce-
 ptum sit punctum B , ab eoq; ad circulum
 ACD cadant duæ rectæ BCA, BD , qua-
 rum una circulum secat, altera ei incidit,
 sitque quod AB, BC continetur æquale
 ei quod ex BD , & tanget BD circulum *d prop. 37. 1.*
 ACD ; cumque BD circulum ACD tan-
 gat, à tactu autem D ducta sit DC , e erit *e prop. 32. 3.*
 angulus $BD C$ angulo $D A C$ in alterna
 circuli portione consistenti æqualis. Cum
 ergo anguli $BD C, D A C$ sint æquales, si
 cōmunis $C D A$ addatur, erit totus $B D A$
 duobus $C D A, D A C$ æqualis: *f sed duo-* *f prop. 32. 1.*
 bus $C D A, D A C$ æqualis est externus
 BCD : ergo $B D A$ æqualis erit ipsi BCD :
 sed ipsi $B D A$ æqualis est $C B D$, cum &
 glatera $A D, A B$ sint æqualia: quare & *g Def. 15. 1.*
 $D B A, B C D$ æquales erunt: tres ergo
 $B D A, D B A, B C D$ sunt æquales: &
 cum anguli $D B C, B C D$ æquales sint, e-
 runt & latera $B D, D C$ æqualia; sed $B D$
 ipsi $C A$ ponitur æquale: sunt ergo &
 $A C, C D$ æqualia: unde & anguli $C D A,$
 $D A C$ æquales erunt: ergo anguli $C D A:$
 $D A C$ dupli sunt anguli $D A C$: est verò
 & $B C D$ æqualis duobus $C D A, D A C$;

L 3

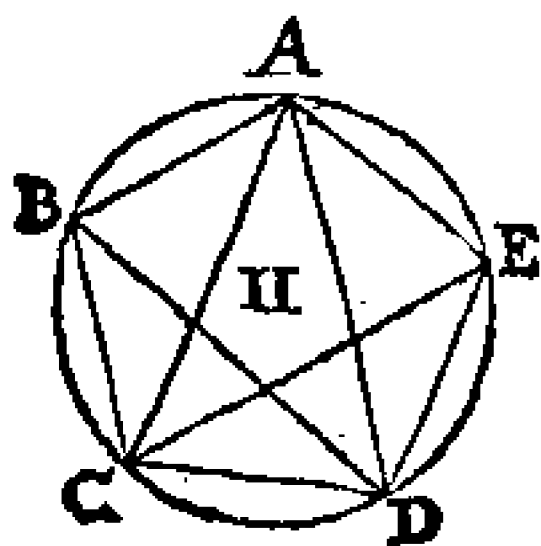
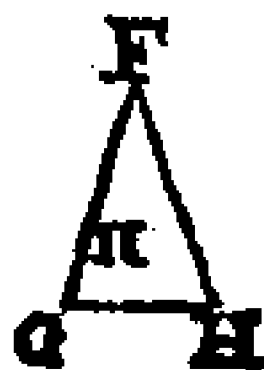
ergo

ergo BCD duplus est ipsius DAC : Et cum uterque BDA , DBA angulo BCD sit æqualis, duplus erit uterque reliquo DAB . Triangulum ergo isosceles, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 11. Probl. 11.

Dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere.

Sit in dato circulo $ABCDE$ pentagonum æquilaterum & æquiangulum de-



scribendum. Exponatur triangulum isosceles duplum habens utrumq; angulum ad G , H , eius qui est ad F ; & π inscribatur circulo $ABCDE$ triangulum ACD æquiangulum triangulo FGH ; ita ut angulo F æqualis sit angulus CAD ; angulis G , H anguli ACD , CDA . Et quia uterque ACD , CDA duplus est anguli CAD , b biscentur rectis CE , DB , iungan-

a prop. 2. 4.

b prop. 2. 1.

gan.

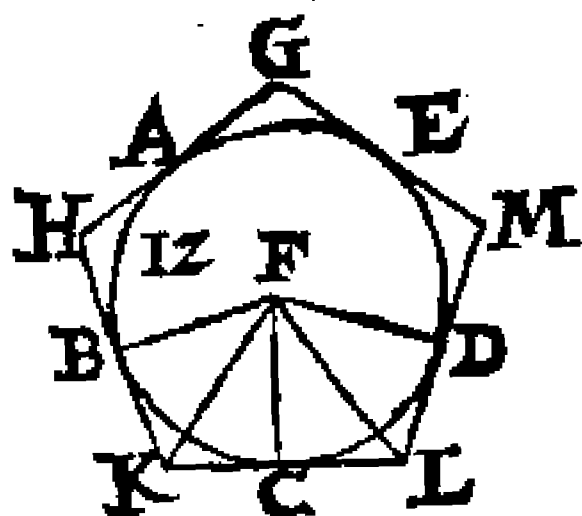
ganturque AB, BC, CD, DE, EA . Cum itaque uterque angulorum ACD, CDA duplus sit anguli CAD , bisectique sint rectis CE, DB , erunt quinque anguli DAC, ACE, ECD, CDB, BDA æquales inter se: *c prop. 26.3* Et cum æquales anguli æqualibus peripheriis insistant, erunt quinque peripheriæ AB, BC, CD, DE, EA æquales: *d prop. 29.3* sed æquales peripherias æquales rectæ subtendunt; sunt ergo hæ quinque rectæ AB, BC, CD, DE, EA æquales; est ergo pentagonum $ABCDE$ æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Quia AB, DE peripheriæ æquales sunt, si communis BCD addatur, erunt totæ $ABCD, EDCB$ æquales; & insistit peripheriæ $ABCD$ angulus AED ; peripheriæ vero $BCDE$ angulus BAE ; *e prop. 29.3* sunt ergo AED, BAE anguli æquales. Eadem de causa, quilibet angulorum ABC, BCD, CDE utrique AED, BAE æqualis erit: est ergo pentagonum $ABCDE$ æquiangulum; demonstratum autem est, quod & æquilaterum. Dato ergo circulo,

&c. Quod oportuit facere.

Q.E.D.

Propositio 12. Probl. 12.
*Circa datum circulum pentagonum æquilaterum & equi-
 angulum describere.*

Oportet circa circulum $ABCD$ pentagonum æquilaterum & equi-
 angulum describere. Cogitentur an-
 gulorum pentagoni inscripti puncta
 A, B, C, D, E itaque peripheriæ, $AB,$
 BC, CD, DE, EA



- a prop. 17.3.* æquales sint, & ducanturque per $A, B, C,$
 D, E rectæ GH, HK, KL, LM, MG tan-
 gentes circulum, & accipiatur centrū cir-
 culi F , iunganturque $FB, FK, FC, FL,$
 FD . Cum itaque KL recta circulum in C
 tangat, & ab F ad contactum C ducta sit
b prop. 18.3. FC , *b* erit ipsa ad KL perpendicularis: ut-
 terque ergo angulus ad C est rectus. Ean-
 dem ob causam recti sunt anguli ad B, D ;
c prop. 47.1 & cum angulus CK rectus sit, erit quod
 ex FK æquale illis, quæ ex FC, CK qua-
 dratis. Eadem de causa, erunt quæ ex
 FB, BK æqualia illi, quod ex FK :
 sunt ergo quæ ex FC, CK æqualia illis,
 quæ

quæ ex BF , BK ; quorum quod ex FC æ-
 quale* est ei, quod ex FB : erit igitur & re-
 liquum quod ex CK æquale reliquo, quod
 ex BK : sunt ergo BK , CK æquales. Et quia
 FB , FC æquales sunt, communis FK , e-
 runt duæ BF , FK duabus CF , FK æqua-
 les, & basis BK basi CK æqualis; *d* ergo &
 angulus BFK æqualis erit angulo KFC :
 & angulus BKF , angulo FKC : est ergo
 angulus BFC duplus anguli KFC ; &
 BKC duplus anguli FKC . Ob eandem
 causam erit & CFD duplus ipsius CLF :
 & CLD duplus ipsius CLF . Cumq; pe-
 ripheriæ BC , CD æquales sint, *e* erunt &
 anguli BFC , CFD æquales, estq; BFC
 ipsius KFC duplus, DFC verò duplus
 ipsius CLF : æquales ergo sunt KFC , CLF ,
f duo ergo triangula FKC , FLC duos
 angulos duobus habētia æquales alterum
 alteri, & latus vnum vni lateri FC vtrique
 commune; habebunt & reliqua latera re-
 liquis æqualia, angulumq; reliquum re-
 liquo. Sunt igitur tam rectæ KC , CL ,
 quam anguli FKC , FLC æquales, cum-
 que KC æqualis sit CL , dupla erit KL i-
 plius KC . Eadem de causa demonstrabi-
 tur HK dupla ipsius BK ; & cum demon-
 stratum sit BK æqualis KC , sitq; KL du-

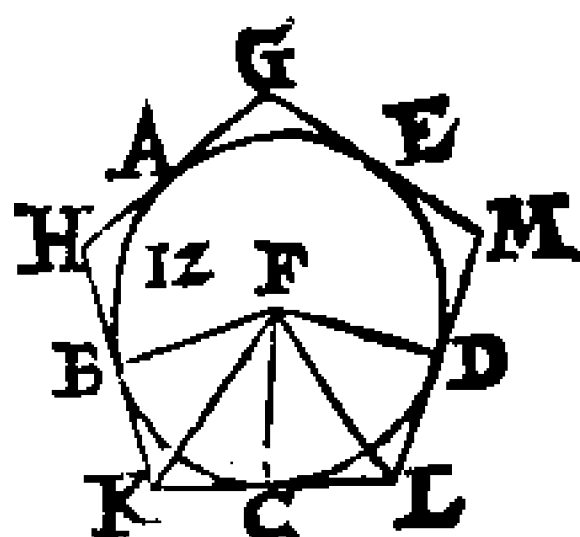
* quia FB ,
 FC sunt æ-
 quales;
 quippe ex
 centro ad
 peripheri-
 am.

d prop. 8.1.

e prop. 27.3

f prop. 26.1.

E. 4. 6.



pla ipsius KC , & HK dupla ipsius BK ; g erit & HK ipsi KL æqualis. Si militer demonstra-
bitur quælibet ip-
sarum GH , GM ,

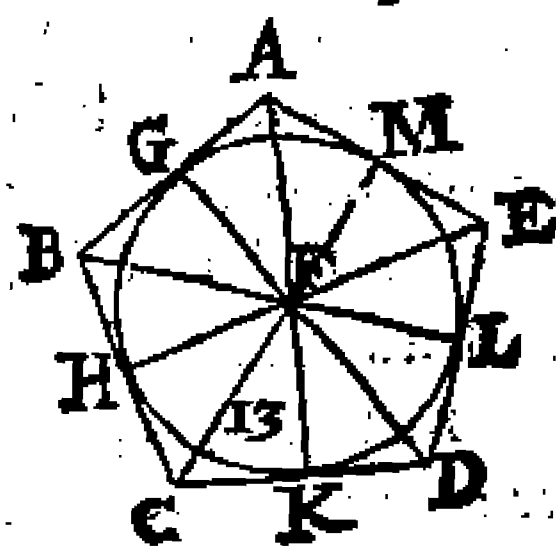
ML utriq; HK , KL æqualis: est ergo pen-
tagonum $GHKLM$ æquilaterum. Dico
quod & æquiangulum. Cum enim anguli
 FKC , FLC æquales sint, ostensusque
 HKL duplus ipsius FKC : & ipsius FLC
duplus KLM ; erit & HKL ipsi KLM æ-
qualis. Similiter demonstrabitur quilibet
ipsorum KHG , HGM , GML utrique
 HKL , KLM æqualis. Quinque ergo an-
guli GHK , HKL , KLM , LMG , MGH
sunt æquales; æquiangulum ergo est pen-
tagonum. Ostensum autem est & æquila-
terum, & est descriptum circa circulum
 $ABCDE$. quod oportebat facere.

Propos. 13. Probl. 13.

*Dato pentagono æquilatero, & æqui-
angulo circulum inscribere.*

O Porreat dato pentagono æquilatero
& æquiangulo $ABCDE$ circulum
inscribere, & bisecetur uterq; angulorum
 BCD ,

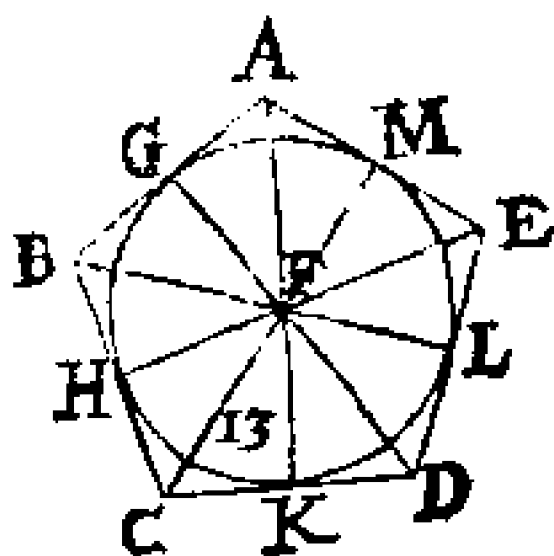
BCD, CDE rectis CF, DF, & à puncto F, in quo CF, DF, concurrunt, ducantur rectæ FB, FA, FE. & quia BC, CD equales sunt, communis CF, erunt duæ BC, CF duabus DC, CF æquales, & angulus BCF angulo DCF æqualis: *b* ergo & basis BF, basi DF æqualis erit, & triangulum BFC triangulo DCF, reliquis; anguli reliquis, quibus æqualia latera sub-
tenduntur, æquales erunt. Sunt igitur an-



guli CBF, CDF æ-
quales. Et cum an-
gulus CDE duplus
sit anguli CDF; æ-
quales autē & CDE,
ABC; & CDF,
CBF; erit & CBA

duplus ipsius CBF: æquales ergo sunt A
BF, FBC: bisecatur ergo angulus ABC
recta BF. Similiter demonstratur quem-
libet angulorum BAE, AED rectis FA,
FE bisecari. *c* Ducantur enim ab F ad *c* *prop. 12. 1.*
AB, BC, CD, DE, EA rectæ perpendi-
culares FG, FH, FK, FL, FM. Quia ergo
anguli HCF, KCF æquales sunt; FHC
rectus, æqualis recto FKC; erunt duo tri-
angula FHC, FKC duos angulos duobus
æquales habentia unumquemque latus uni, FC
latus

d. prop. 16.1



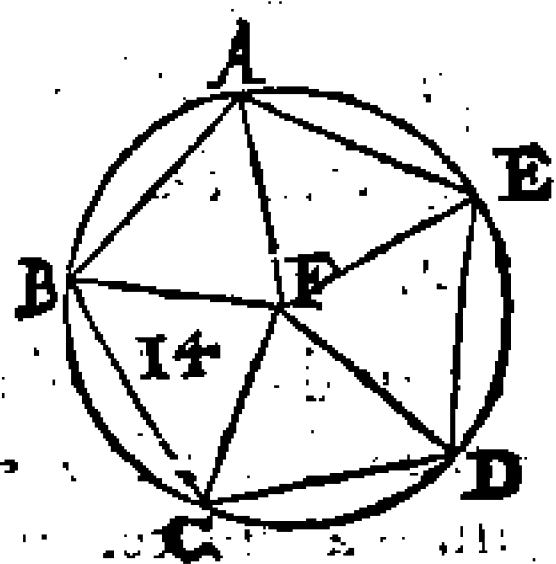
latus commune, & vni æqualium angulorū subtēsum, & habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia; sunt ergo per pēdiculares FH, FK

æquales. pari modo demonstratur quolibet harum FL, FM, FG vtriq; FH, FK æqualis. quinq; ergo rectæ FG, FH, FK, FL, FM æquales sunt, circulus ergo centro F; interuallo vna harum FG, FH, FK, FL, FM descriptus, transibit & per reliqua puncta, tangetq; rectas AB, BC, CD, DE, EA, eo quod anguli ad G, H, K, L, M recti sint. Quod si illas non tangat, sed secet; cadet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur intra circulum, e. prop. 16.1. e quod absurdum esse ostensum est; non ergo circulus centro F, interuallo FG, FH, FK, FL, FM descriptus secat rectas AB, BC, CD, DE, EA; ergo tanget dato ergo pentagono. quod oportuit facere.



Propos. 14. Probl. 14.

*Circadatum pentagonum æquilate-
rum & æquiangulum, circuli-
um describere.*



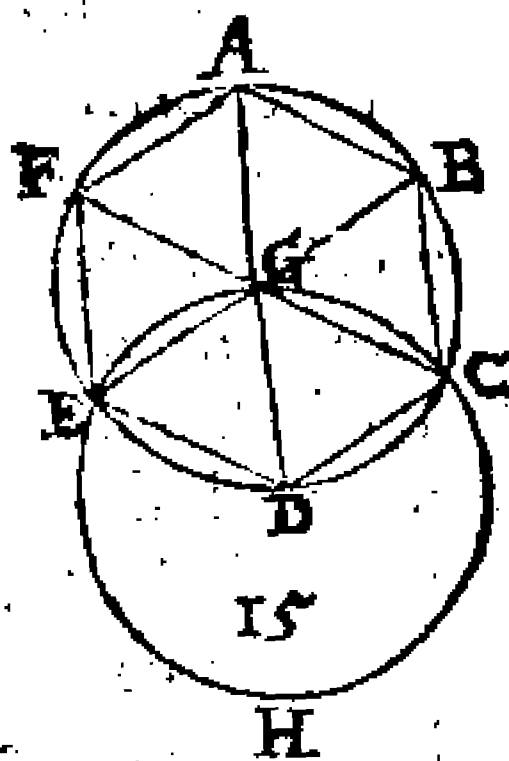
O Porteat circa
datum penta-
gonum æquilaterū
& æquiangulum A
B C D E circulum
describere. *a* Bise- *a prop. 9. 1.*
cetur uterq; angu-

lotum B C D, C D E rectis C F; F D; & ab
F puncto in quo rectæ concurrunt ad B,
A, E ducatur rectæ F B, F A, F E. Similiter
ergo, ut in præcedente, demonstrabitur
quemlibet angulorū C B A, B A E, A E D,
rectis B F, F A, F E bisecari. Et quia an-
guli B C D, C D E æquales sunt, estque
F C D dimidius ipsius B C D, & C D F di-
midius ipsius C D E; erunt F C D, F D C
æquales, *b* quare & latera F C, F D æqua- *b prop. 6. 1.*
lia erunt. Similiter demonstrabitur, quam-
libet ipsarum F B, F A, F E, ytrilibet F C,
F D æqualem esse. Quinque ergo F A,
F B, F C, F D, F E æquales sunt. circulus
igitur centro F; intervallo yna harum
F A,

FA, FB, FC, FD, FE descriptus, transi-
bit & per reliqua puncta; eritq; circapen-
tagonum ABCDE descriptus. Circad-
tum ergo, &c. Quod facere oportebat.

Propos. 15. Probl. 15.

*In dato circulo hexagonum equila-
terum & equiangulum de-
scribere.*



It in dato circulo
ABCDEF hex-
gonum æquilaterum
& æquiangulum de-
scribendum. Ducta
diametro AD, summa-
tur centrum G, atq;
centro D, intervallo
DG describatur cir-
culus EGC H; &
ductæ EG, CG producantur ad B, F, iun-
ganturque AB, BC, CD, DE, EF, FA.
Dico ABCDEF hexagonum æquilate-
rum & æquiangulum esse. Cum enim G
centrum sit circuli ABCDEF, erunt
GE, GD æquales. Et cum D centrum sit
circuli EGCH, erunt & DE, DG æquales.
Sed GE ostensa est æqualis ipsi DG; & erit

ergo

ergo & GE æqualis ipsi ED : triangulum
 erg EGD æquilaterum est, & tres anguli
 eius EGD , GDE , DEG æquales,
 cum isoscelium triangulorum anguli ad
 basim æquales sint. Et quia tres anguli tri- *b prop. 13.1*
 anguli duobus rectis æquales sunt, erit an-
 gulus EGD tertia pars duorum rectorum.
 Similiter demonstratur DGC tertia pars
 esse duorum rectorum. & cum recta CG
 super EB consistens e angulos deinceps, *c prop. 13.1.*
 EGC , CEB duobus rectis æquales fa-
 ciat; erit & reliquus CEB tertia pars duo-
 rum rectorum. sunt igitur anguli EGD ,
 DGC , CEB inuicem æquales; *d prop. 12.1*
 igitur & qui ad verticem BGA , AGF ,
 FGE æquales, *e* æquales autem anguli *c prop. 16.3*
 æqualibus peripheriis insistant: periphe-
 riæ ergo AB , BC , CD , DE , EF , FA sunt *f prop. 17.3*
 æquales, *f* æqualibus autem peripheriis æ-
 quales rectæ lineæ subtenduntur: sex igitur
 rectæ æquales sunt; ideoque hexago-
 num $ABCDEF$ æquilaterum est. Dico
 quod & æquiangulum. Cum enim peri-
 pheriz AF , ED æquales sint: si commu-
 nis $ABCD$, addatur, erunt totæ FAB
 CD , $EDCBA$ æquales: *g def. 9.3.* Sed periphe-
 ria $FABCD$ insistit angulus FED ; peri-
 pheriz verò $EDCBA$, angulus AFE ; sunt
 ergo

ergo anguli $A F E$, $D E F$ æquales. Similiter demonstrabitur reliquos hexagoni $A B C D E F$ angulos, utriq; $A F E$, $F E D$ æquales esse. Est ergo hexagonum $A B C D E F$ æquiangulum: ostensum est autem & æquilaterum, & est in circulo descriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportebat facere.

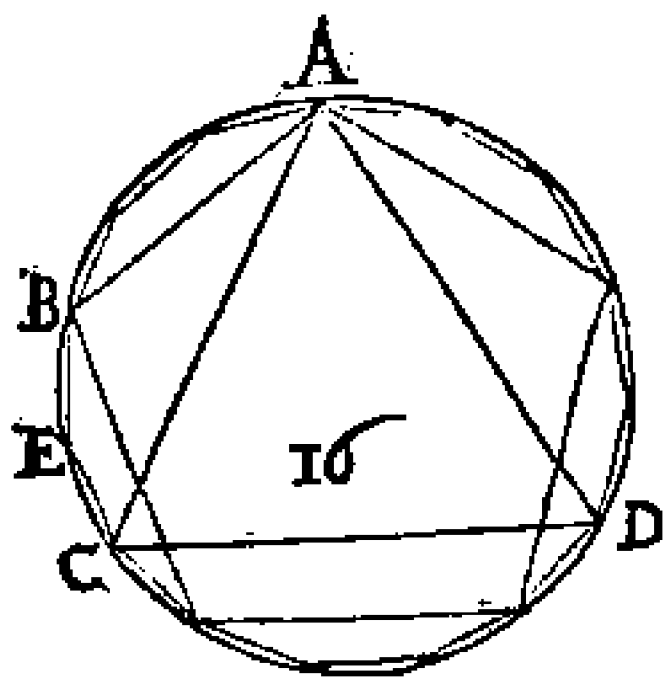
Corollarium.

Ex his manifestum est latus hexagoni æquale esse ei, quæ ex centro circuli. Est
h. prop. 17. 3. per puncta A, B, C, D, E, F tangentes circulum rectæ ducantur, circa circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum esse, ut in illis quæ de pentagono dicta sunt videre licet. Præterea iuxta illa quæ de pentagono dicta sunt in dato hexagono circulum describemus.



Propos. 16. Theor. 16.

In dato circulo quindecagonum equilaterum & equiangulum describere.



○ Porteat in dato circulo $ABCD$ quindecagonum equilaterum & equiangulum describere. Describatur in circulo

lo $ABCD$ trianguli æquilateri latus AC pentagoni æquilateri AB . Quoniam ergo totus circulus partium est quindecim, tantum est ABC peripheria, tertia circuli pars existens, quinque; AB , quinta pars circuli existens, trium; pars ergo BC , duarum; quæ si in E æ bisecetur, erit quælibet peripheriarum BE , EC decima quinta pars circuli. Si ergo ductis rectis BE , EC , eis æquales in continuum circulo rectas habitemus, erit quindecagonum equilaterum, & equiangulum descriptum. Quod facere oportuit.

a prop. 30. 13.

b prop. 31. 13.



EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

- 1 Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, quando minor metitur maiorem. *Vt, 2. est pars ipsius 6, at non ipsius 7: quia 2. metitur 6; nō metitur 7.*
- 2 Multiplex est maior minoris, quando minor metitur maiorē. *Vt 6. est multiplex ipsius 2. at 7. ipsius 2. multiplex nō est. Quia 2 metitur 6; non item 7.*
- 3 Proportio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem, habitudo. *Proportio ergo est inter res eiusdem generis ut inter numeros, lineas, superficies, corpora, &c.*
- 4 Proportionē inter se habere dicuntur magnitudines, quæ multiplicatę possunt se inuicem superare. *Vnde liquet inter angulum contingentia & rectili-*

neum

nem quencumq; proportionem nō esse.

Quia licet prior in infinitū multiplicetur, nunquā tamen superabit posteriorem.

- 5 In eadē proportionē dicuntur esse magnitudines, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando eque multiples, primæ & tertiæ, æquæ multiples, secundæ & quartæ, secundum quamvis multiplicationem, utraque ab utraq; vel æquè deficiūt, vel æquè æquales sunt, vel æquè superant, si ordine sumantur. Ut si horum quatuor numerorum 8. 6. 4. 3. primi & tertij accipiantur æquè multiples 16. & 8. secūdi & quarti 18. & 9. & collocentur eo ordine, quo numeri, quorum sunt multiples, hoc nimirum 16. 18. 8. 9. si iam primus minor sit secundo, erit & tertius quarto minor; & si maior, maior, si æqualis, æqualis, si inquam hoc semper contingat dicetur quatuor magnitudines in eadem esse proportionē.

- 6 Magnitudines quę eandem proportionem habent, proportionales vocantur. Ut 4. & 2; item 6. & 3. cum habeant eandem proportionem, nempe duplā, dicuntur proportionales.

- 7 Quando eque multiplicium multiplex primæ superat multiplicem secundæ;

at multiplex tertia non superat multiplicem quartæ; prima ad secundam dicitur habere maiorem proportionem quam tertia ad quartam.

8 Analogia est proportionū similitudo.

9 Analogia in tribus minimis terminis consistit. *[Vt in his numeris 4.6.9. ut enim est primus ad secundum, ita secundus ad tertium.]*

10 Cum fuerint tres magnitudines proportionales, prima ad tertiam duplicatam proportionem habere dicitur eius, quā habet ad secundam. *Vt cum fuerint proportionales hi tres numeri 2.4.8. erit proportio quam habet 2. ad 8. duplicata eius, quam habet ad 4.*

11 Cum fuerint quatuor magnitudines proportionales prima ad quartā triplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. Et deinceps semper vna amplius quoad vsq; proportio extiterit. *Vt si sint proportionales hi quatuor numeri 2.4.8.16, erit proportio quam habet 2. ad 16. tripla eius quam habet ad 4.*

12 Homologæ, seu similis rationis magnitudines dicuntur esse, antecedentes antecedentibus, consequentes consequentibus.

- 13 Permutata ratio, est sumptio antecedē-
tis ad antecedentē, & consequētis ad
consequentem. *Demōstratur prop. 16.*
in qua cum est ut A ad B, ita C ad D, est
quoq, permutādo, ut A ad C; ita B ad D.
- 14 Conuersa ratio, est sumptio consequē-
tis ut antecedentis ad antecedētem,
ut ad consequentem. *Vide cor. 4. prop.*
- 15 Compositio rationis est sumptio an-
tecedentis vnā cum consequente, ut
vna, ad consequentem. *Demōstratur*
prop. 18. in qua cum est ut A B ad E D;
ita C F ad F D; est quoq, ut A B ad F D;
ita C D ad F D.
- 16 Diuisio rationis est sumptio excessus,
quo antecedens superat consequen-
tem, ad consequentem: *Demōstratur*
prop. 17. in qua cum est, ut A B ad B E;
ita C D ad D E, est quoque ut A E ad
E B: ita C F ad F D.
- 17 Conuersio rationis est sumptio ante-
cedētis ad excessum, quo antecedens
consequentem superat. *Demōstratur*
prop. 19. in qua cum est ut A B ad C D,
ita A E ad C F erit quoque E B ad F D;
ut est A B ad C D.
- 18 Ex æquali ratio est cum plures fuerint
magnitudines, & aliæ ipsis numero
æquales, quæ binæ, & in eadē ratione

sumantur, fueritq; ut in primis magnitudinibus prima ad ultimā, ita in secundis prima ad ultimā. Vel est sumptio extremarū per subtractionē mediarū. *Demōstratur 22. in qua cā est ut A ad B, ita D ad E; & ut B ad C, ita E ad F; erit ex aequali, ut A ad C, ita D ad F.*

19 Ordinata proportio est, cum fuerit antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; ut autem consequens ad aliam quampiam, ita consequens ad aliam quampiam. *in prop. 20. & 23. in primis magnitudinibus antecedens est A, consequens B, alia quampiam C: in secundis antecedens est D, consequens E, alia quampiam F.*

20 Perturbata proportio est, quando tribus existentibus magnitudinibus; & aliis ipsis numero æqualibus, fuerit ut in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem; ita in secundis antecedens ad consequentem. Ut autem in primis consequens ad aliam quampiam: ita in secundis alia quampiam ad antecedentem. *Ut in 21. & 23. prop. in primis tribus magnitudinibus antecedens est A consequens B, alia quampiam C. In secundis antecedens est E, consequens F, alia quampiam D.*

Pro.

Propos. 1. Theor. 1.

*Si fuerint quotcumque magnitudines
quotcumque magnitudinum, equalium
numero, singula singularum aequè mul-
tiplices, quotuplex est una magni-
tudo unius totuplices sunt om-
nes omnium.*

Sint quotcumque magnitudines A B,
C D, quotcumque magnitudinum E,



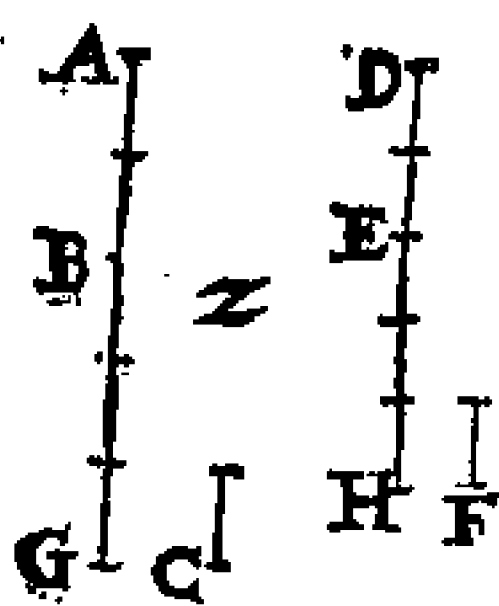
F æqualium numero,
singulæ singularum æ-
que multiplices. Dico
quam multiplex est A B
ipsius E, tam multipli-
ces esse A B, C D simul,

ipsarum E, F simul. Cum enim quam
multiplex est A B ipsius E, tam multiplex
sit C D ipsius F; erunt in C D tot magpi-
tudines æquales ipsi F; quot sunt in A B
æquales ipsi E. Dividatur A B in magni-
tudines A G, G B æquales ipsi E; Et C D
in C H, H D æquales ipsi F; eritque mul-
tudo ipsarum A G, G B æqualis multi-
tudi ipsarum C H, H D: cumque A G
ipsi E, & C H æquale sit ipsi F; erunt A G,
C H æquales ipsis E, F. Eadem de causa
erunt G B, H D ipsis E, F æquales: quot

ergo in AB sunt magnitudines æquales ipsi E , tot sunt in AB , CD æquales ipsis E , F . Quæquam multiplex est AB ipsius E , tam multiplices sunt AB , CD ipsarum E , F . Si ergo fuerint, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 2. Theor. 2.

Si prima secunda æquè multiplex fuerit, atque tertia quarta, fuerit autem & quinta secunda æquè multiplex, atque sexta quarta; erit & composita ex prima & quinta æquè multiplex secunda, atque tertia & sexta, quarta.



E Sto prima AB secundæ C æquè multiplex, atque tertia DE quartæ F : sit verò & quinta BG secundæ C æquè multiplex, atq; sexta EH quartæ F . Dico & compositam ex prima & quinta AG secundæ C , æquè multiplicem esse, atque est tertia & sexta DH , quartæ F . Cum enim quam multiplex est AB ipsius C , tam multiplex sit DE ipsius

ipsius F, erunt in DE tot magnitudines equales ipsi F, quot sunt in AB æquales ipsi C. Eademque de causa quot sunt in BG æquales ipsi C, tot erunt in EH æquales ipsi F: quot ergo sunt in tota AG æquales ipsi C; tot sunt in tota DH æquales ipsi F. Quam multiplex est ergo AG ipsius C, tam multiplex est DH ipsius F. Ergo AG composita ex prima & quinta secundæ C æquè multiplex est, atque tertia & sexta DH quartæ F. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

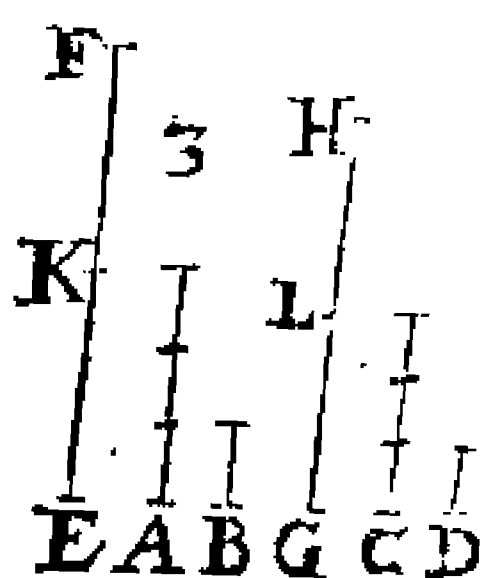
Propositio 3. Theor. 3.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ; sumantur autem æquè multiplices prima & tertia; erit ex equali sumptarum utraque utriusque æquè multiplex, altera quidem secundæ; altera autem quartæ.

Esto prima A secundæ B æquè multiplex, atque tertia C quartæ D. & accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices EF, GH. Dico æquè multiplicem esse EF ipsius B, atque est GH ipsius D. Cum

M 5 enim

enim æque multiplex sit EF ipsius A, æque est GH ipsius C: continebuntur in



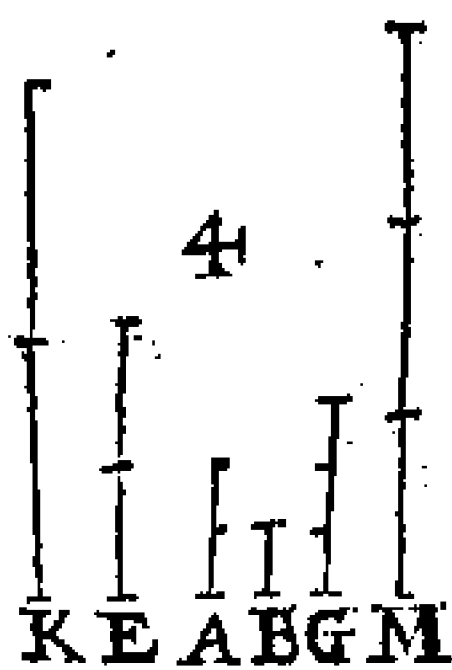
GH tot magnitudines æquales ipsi C, quorū EF æquales ipsi A. Dividatur EF in magnitudines EK, KF, æquales ipsi A; & GH in GL, LH æquales ipsi C. Et autem multitudo ipsarum EK, KF æqualis multitudini ipsarum GL, LH. Et quia æque multiplex est ipsius B, ut C ipsius D; estque EK ipsi A & GL ipsi C æqualis, erit & EK æque multiplex ipsius B, ut GL ipsius D. Eadem causa æque multiplex est KF ipsius B, ut LH ipsius D. Cum igitur prima EK secundæ B æque multiplex sit, ut tertia GL quartæ D; sit verò & quinta KF secundæ B æque multiplex, ut est sexta LH quartæ D; & erit & cōposita ex prima & quinta EF secundæ B æque multiplex, atque est tertia cum sexta GH quartæ D. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.



Propositio 4. Theor. 4.

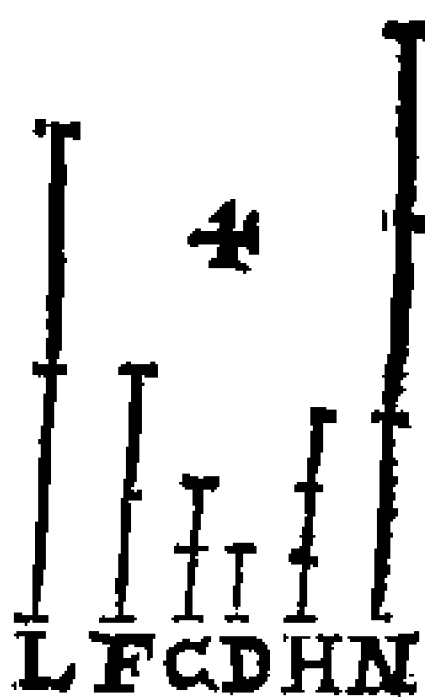
Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebunt & æquemultiplices prima & tertia ad æquemultiplices secunda & quarta, secundam quamvis multiplicationem, eandem proportionem, si, ut inter se respondent, sumpta fuerint.

Habeat prima A ad secundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Et accipiantur ipsarum A, C æque multiplices E, F; ipsarum verò B, D quæcunque alia æque multiplices G, H. Dico ut est E ad G, ita esse F ad H. Accipiantur enim ipsarum E, F æque mul-



tiplices K, L; ipsarum verò G, H æque multiplices M, N. Et quia ita multiplex est E ipsius A, ut F ipsius C: acceptæque sunt ipsarum E, F æque multiplices K, L: ita ergo multiplex est K ipsius A, ut L a prop. 3. ipsius

b def. 5. 5.



c def. 5. 5.

ipsius C. Eadem de causa ita multiplex est M ipsius B, ut N ipsius D. Et quia est ut A ad B; ita C ad D, acceptęque sunt ipsarum A, Cęque multiplices K, L; ipsarum vero B, D alię quęcunque M, N: *b* ergo si K superat M, superabit & L ipsam N; & si equalis, equalis; si minor, minor; suntque K, L ipsarum E, F æque multiplices; M vero & N sunt ipsarum G, H æque multiplices: *c* est ergo, ut E ad G; ita F ad H. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Lemma.

Quoniam demonstratum est, si K superet M, superare & L ipsum N; & si sit æqualis, esse æqualem; si minor, minorem. Constabit etiam, si M, superet K, superare & N ipsum L, & si sit æqualis, esse æqualem, si minor, minorem. atque idcirco erit ut G ad E; ita H ad F.

Corollarium.

Ex hoc manifestum est, si quatuor magnitudo-

gnitudines fuerint proportionales, & cō-
uersim proportionales esse. Hoc est si est ut
A ad B; ita C ad D; esse quoque B ad A, ut
D ad C.

Propositio 5. Theor. 5.

*Si magnitudo magnitudinis æque mul-
tiplex fuerit, atque ablata ablata; &
reliqua reliqua æque multiplex
erit atque tota totius.*

Si magnitudo AB magnitudinis CD
æque multiplex, atque est ablata AE
ablata CF. Dico & reliquam
EB, reliquæ FD æque multi-
plicem esse, ut est tota AB toti-
us CD. Quotuplex enim est
AE ipsius CF, totuplex fiat
EB ipsius CG. Et quia æque
multiplex est AE ipsius CF, at-

que EB ipsius CG, ærit AE æque mul-
tiplex CF atq; AB ipsius GF; ponitur au-
tem AE æque multiplex ipsius CF, atque
est AB ipsius CD: æquè ergo multiplex
est AB utriusque GF, CD: b æquales er-
go sunt GF, CD; Communis CF aufe-
ratur, & erit reliqua GC reliquæ DF æ-
qualis. Et cum æque multiplex sit AE
ipsius CF, atq; EB ipsius GC, estque GC
æqua-

a prop. 1. 5.

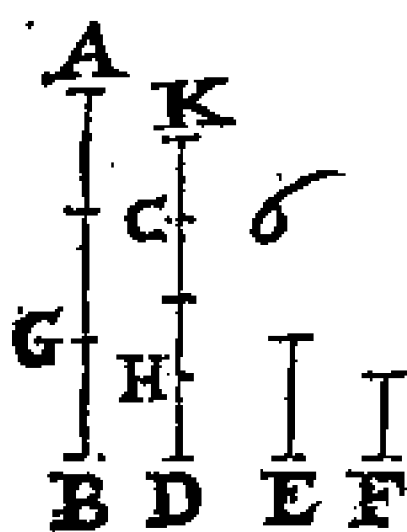
b Colligitur
ex ax. 7.

æqualis D F. æque ergo multiplex est A B
 ipsius C F, atque E B ipsius F D, ponitur
 autem & A E ipsius C F æque multiplex,
 ut A B ipsius C D: æque ergo multiplex
 E B ipsius F D; atque A B ipsius C D; er-
 go reliqua E B, reliquæ F D æque multi-
 plex est, atque est tota A B totius C D. Si
 ergo magnitudo, &c. Quod oportuit de-
 monstrare.

Propositio 6. Theor. 6.

*Si dua magnitudines duarum magni-
 tudinum æquè multiplices fuerint, &
 ablata quadam sint earundem æquè
 multiplices; erunt reliquæ eisdem
 aut æquales, aut æque
 multiplices.*

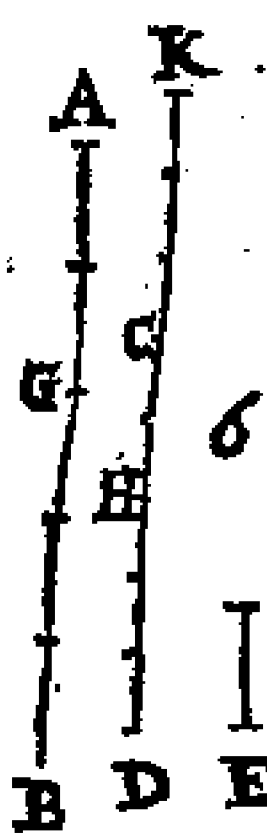
Sint duæ magnitudines A B, C D dua-
 rum magnitudinum E, F æque multi-
 plices, auferanturq; A G,



C H earundem E, F æque
 multiplices. Dico reli-
 quas G B, H D ipsis E, F,
 aut æquales esse, aut æque
 multiplices. Sit primo
 G B ipsi E æqualis. Dico
 & H D ipsi F æqualē esse.

Pona-

Ponatur ipsi F æqualis CK . Cum igitur
 AG æque multiplex sit ipsius E , atque



CH ipsius F ; sit verò GB
 æqualis ipsi E , & CK ipsi F ,
 æque multiplex erit AB
 ipsius E , atque KH ipsius F .

a prop. 1. 5.

Ponitur autem æque multi-
 plex AB ipsius E , atque est

CD ipsius F : æque ergo
 multiplex est KH ipsius F ,

atque CD eiusdem F . Cum
 ergo utraque KH , CD ip-

sus F æque sit multiplex, æ-

b Colligitur

qualis erit KH ipsi CD : Communis CH
 auferatur, & erunt reliquæ KC , HD æ-

ex axiomat.

16. 6.

quales. Sed KC æqualis est F ergo & HD
 eidem F æqualis erit. Est ergo GB æqua-

lis ipsi E , & HD ipsi F . Similiter demon-

strabimus si GB ipsius E fuerit multiplex,
 æque multiplicem esse HD ipsius F .

Si ergo duæ magnitudines,

Quod oportuit de-

monstrare.



Pro-

Propositio 7. Theor. 7.

*A Equales ad eandem, eandem habent
proportionem, & eadem ad
æquales.*

Sint magnitudines A, B æquales, & alia
quæcunque C. Dico utramque A, B
eandem proportionem habere ad C, & C
eandem ad eandem A, B. Accipi-

I ⁷ antur ipsarum A, B æque multi-
I plices D, E; & alia F ipsius C, ut
D A cunque multiplex. Cum igitur
que multiplex sit D ipsius A, & E

*a Colligitur
ex a.*

I ⁷ **I** **I** **I**
E B C F

ipsius B; sit verò A æqualis
B, ^a erit & D æqualis E; est-
que alia F utcunque multi-
plex ipsius C. Si ergo D ma-
ior est ipsa F; erit & E eadem

b def. 5. 5.

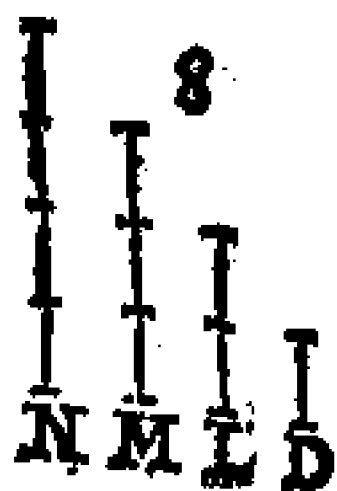
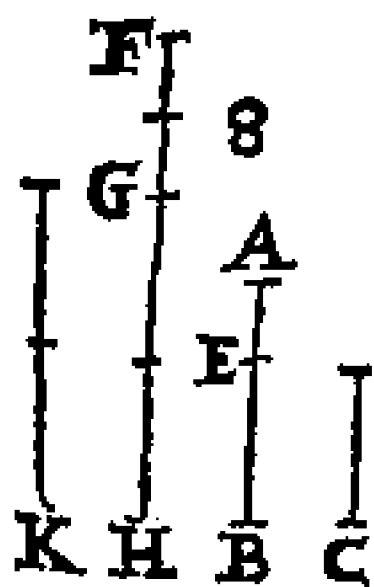
F maior, & si æqualis, æqualis; si minor,
minor; suntq; D, E ipsarū A, B æquæ mul-
tiplices, & ipsius C alia F utcunque multi-
plex: est ^b ergo ut A ad C; ita B ad C. Di-
co & C ad utramque A, B eandem habere
proportionem. Iisdem enim constructis
ostendemus D æqualem esse E; & aliam
quandam F. Si ergo F maior est D; erit &
maior quam E; & si æqualis, æqualis; si
minor, minor; estque F ipsius C multi-
plex;

plex; alia verò D, E vteunque multipli-
ces ipsarum A, B: & est ergo vt Cad A, ita & def. 5. 5.
Cad B. Si ergo æquales ad eandem, &c.
Quod oportuit demonstrare.

Propositio 8. Theor. 8.

*Inequalium magnitudinum maior ad
eandem maiorem habet proportionem,
quam minor; Et eadem ad mino-
rem maiorem habet, quam
ad maiorem.*

Sint inæquales magnitudines A B, C;
sitque A B maior quam C, sit & alia D
quæcunque. Dico A B ad
D maiorē habere propor-
tionem, quā Cad D, & Dad
C maiorem, quam ad A B.
Cum enim A B maior sit,
quam C; ponatur ipsi C æ-
qualis B E. Itaque minor a def. 4. 5.
ipsarum A E, E B & multi-
plicetur, donec maior fiat
quam D. Sit primò A E mi-
nor quam E B; & multipli-
cetur A E, donec maior fiat
quam D, quæ sit F G, Et
quam multiplex est F G
N ipsi-



ipsius A E, tam multiplex fiat G H ipsius
 E B, & K ipsius C. Sumatur L ipsius D du-
 pla, M tripla, & ita deinceps vna plus quo-
 ad sumpta multiplex ipsius D, fiat primò
 maior quàm K, sumpta sit N quadrupla ipsi-
 us D, & primò maior quam K. Cum ergo
 K primò minor sit quam N, non erit K
 minor quam M, cumque æque multi-
 plex sit F G ipsius A E, & G H ipsius E B;
 erit F G æque multiplex ipsius A E, &
 F H ipsius A B. æque autem multiplex
 est F G ipsius A E, & K ipsius C. *e* æque
 ergo multiplex est F H ipsius A B, & K
 ipsius C: sunt ergo F H, & K æque multi-
 plices ipsarum A B, C. Rursus cum G H
 ipsius E B æque sit multiplex, vt K ipsius
 C; sitque E B ipsi C æqualis: *d* erit & G H
 ipsi K æqualis. At K non est minor M: er-
 go nec G H minor erit M: maior autem
 est F G quam D; tota ergo F H vtraq; D,
 M, maior est. Sed vtraq; D, M æqualis est
 ipsi N, cum M ipsius D sit tripla, vtraque
 autem M, D ipsius D quadrupla: est vero
 & N ipsius D quadrupla: ergo vtraq; M,
 D æquales sunt ipsi N; sed F H ipsis M, D
 maior est. *e* Ergo F H superat N; & K non
 superat N. quia ergo F H, & K sunt æque
 multiplices ipsarum A B, C; At N ipsius
 D vt-

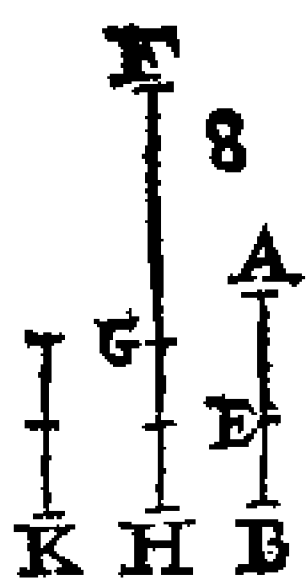
b prop. 1.5.

ax. 1.

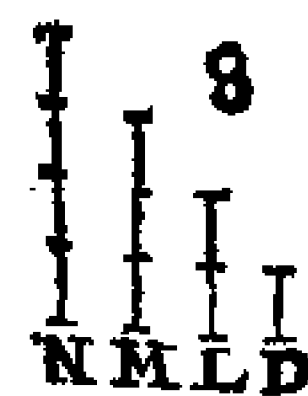
*d Collegitur
ex ax. 1.*

e def. 7.5.

D utcumq; multiplex est, f habebit A B ad f C *ut cum est*
 D maiorem proportionem quam C ad D. *sint quatuor magnitudines*
 Dico contra D ad C maiorem habere, quā *or magnitudines*
 ad A B. iisdem enim constructis, similiter *A B, D, C,*
 demonstrabimus N superare K, & non su- *D. superet q.*
 perare F H. Etenim N multiplex est ipsi- *multiplex*
 us D: ipsarum vero A B, C utcumque mul- *prima F H*
 tiplices sunt F H, K: habet ergo D ad C *multiplicē*
 maiorem proportionem, quam ad A B. *secunda N;*
 Sit iam A E maior quam E B, & minor E B *at multi-*
 multiplicata fiat maior quā D, quæ sit *plex tertia*



G H, multiplex quidē ipsi- *peret mul-*
 us E B, maior vero quā D. *tiplicem*
 Et quam multiplex est G H *quarta N;*
 ipsius E B, tam multiplex *erit maior*
 fiat F G ipsius A E, & K *proportio*
 ipsius C; similiterq; osten- *A B ad D.*
 demus F H, & K ipsarum *quam C ad*
 A B, C æque multiplices es- *D per def. 7 &*
 se. *hanc.*



se. Sumatur deinde N multi-
 plex quidem ipsius D; primo
 autem maior quam F G, ut
 rursus F, G minor non sit
 N M L D quam M; maior verò G H
 quam D; ita ut tota F H ipsas D, M, hoc
 est, N superet; K vero ipsam N non supe-
 ret, quoniam & G F maior quam G H, hoc
 est, quā K, nō superat N. atq; ita perficie-

N a mus

mus demonstrationem ut supra. Inequalium ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 9. Theocr. 9.

Quae ad eandem, eandem habent proportionem, aequales sunt: Et ad quae eadem eandem habet, & illae sunt aequales.

a prop. 8. s.

Habeat utraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B aequales esse. Si non sunt aequales, non habebit utraque A, B ad C eandem proportionem; habet autem; aequales ergo sunt. Habeat deinde C ad A, B eandem proportionem. Dico A, B aequales esse. Si non sunt aequales; non habebit C ad A, B eandem proportionem. Habet autem, aequales ergo sunt. Quae ergo ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

b prop. 8. s.

— 06(0)90 —



Pro-

Propositio 10. Theocr. 10.

*Ad eandem proportionem habentium,
que maiorem habet maior est; ad quam
verò eadem maiorem habet, mi-
nor est.*

Habeat A ad C maiorem
proportionem, quam B.
Dico A maiorem esse. Si non.
aut A est æqualis B, aut mi- *aprop. 9. 54*
nor. non æqualis & utraq; enim
A, B eandem haberet propor-
tionem ad C; at non habet; nō
ergo B æqualis est ipsi A. Non
minor. quia si minor esset A *b prop. 8. 51*
quam B. b haberet A ad C mi-
norem proportionem, quam
B; at non habet: non ergo A
minor est quam B. ostensum est
autem quod neque sit æqualis.
maior est ergo A quam B. Ha-

beat rursus C ad B maiorem proportio-
nem quam ad A; dico B minorem esse,
quam A. Si non; aut est æqualis, aut ma- *c prop. 9. 51*
ior. Non æqualis, c haberet enim C ad A
& B eandem proportionem; at non ha-
bet; non ergo A æqualis est ipsi B. Neque *d prop. 8. 51*
maior est B quam A; & haberet enim C ad

N 3 B mi-

B minorem proportionem quam ad A; at non habet; non ergo B maior est quam A. Ostensum est autem quod neque æqualis. maior ergo est A, quam B. Ad eandem ergo proportionē, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 11. Theocr.. 11.

*Qua eidem eadem sunt proportionēs,
& inter se eadem sunt.*

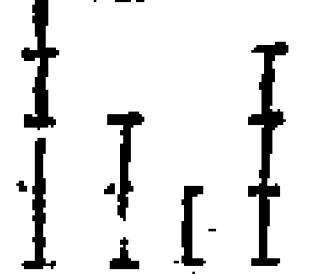
Sit ut A ad B, sic C ad D; & ut C ad D, sic E ad F. Dico esse ut A ad B; ita E ad F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiples. G, H, K: ipsarum verò

II. IZ



G A B L

II. IZ



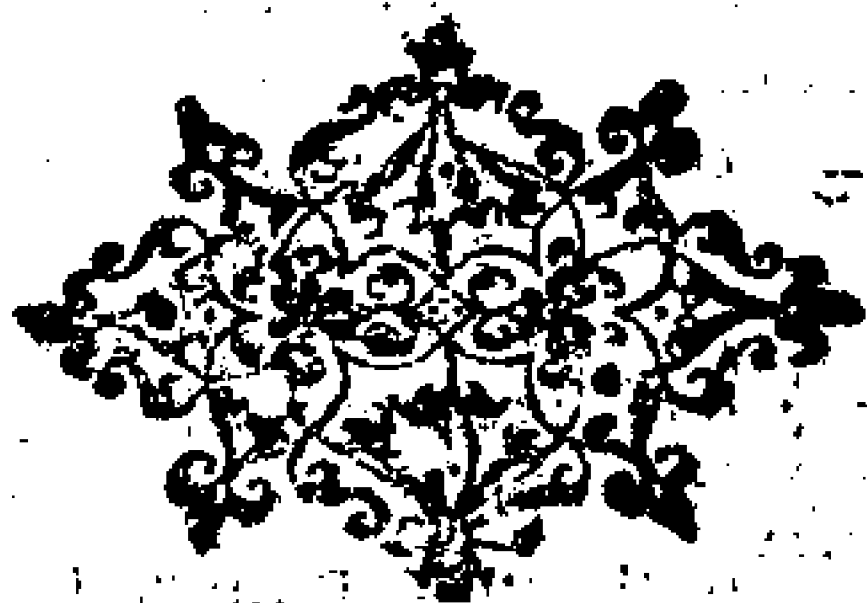
H C D M

B, D, F aliæ utcumque æque multiples L, M, N. Et quia est, ut A ad B, ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, C æque multiples G, H; ipsarum verò B, D utcumque æque multiples L, M: æ ergo si G excedit L, excedit & H ipsam M, & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Rursum cum sit ut C ad D; ita E ad F, & acceptæ sint ipsarum C, E æque multiples H, K; ipsa-

a def. 5. 3.

II. 12 ipsarum verò D, F alia vtcun- b. d. f. s. a
 que æque multiples M, N.
 ergo si excedit H ipsam M,
 excedet & K ipsam N; & si æ-
 qualis, æqualis; si minor, mi-
 K E F N nor. Sed si excedit H ipsam
 M; excedet & G ipsam L; &
 si æqualis, æqualis; si minor, minor. Qua-
 re si excedit G ipsam L, excedet & K
 ipsam N; & si æqualis, æqualis; si mi-
 nor, minor. Et sunt quidem G, K ipsa-
 rum A, E æque multiples: L, N ve-
 ro ipsarum B, F sunt alia vtcunque æ-
 que multiples. Est ergo ut A ad B; c. d. e. f. s. a
 ita E ad F. Quæ ergo eadem, &c.
 Quod demonstrare o-
 portuit.

☞ (:o:) ☞



Propositio 12. Theocr. 12.

*Si quotcunque magnitudines propor-
tionales fuerint, erit ut una antecede-
tium ad unam consequentium, ita om-
nes antecedentes ad omnes
consequentes.*

Sint quotcunq; magnitudines A, B, C,
D, E, F, ut quidem A ad B; ita C ad D,
& E ad F. Dico ut est A ad B;
ita esse A, C, E ad B, D, F. Ac-
cipiantur enim ipsarum A,
C, E æque multiples G, H,
K: ipsarum verò B, D, F aliæ
utcunque æque multiples
L, M, N. Et cum sit ut A ad
B; ita C ad D; & E ad F, acceptæque sint
ipsarum quidem A, C, E æque multipli-
ces G, H, K; ipsarum verò B,
D, F. aliæ utcuq; æque multi-
plices L, M, N; ergo si G exce-
dit L, excedet & H ipsam N; & K
ipsam N; & si æqualis, æqua-
lis; si minor, minor. Quare si
excedit G ipsam L; excedent & G, H, K i-
psas L, M, N, & si æqualis, æquales, si minor,
mino-

II. 17

II. 12

ades. s. s.

II. 12
 I
 I
 I
 K E F N
 minores; suntque G; & G, H,
 K ipsarum A, & A, C, E, æque
 multiplices; *b* quia si fuerint *b* prop. 5. A
 quotcumque magnitudines
 quotcunq; magnitudinum,
 æqualium numero singulæ
 singulorum æque multipli-

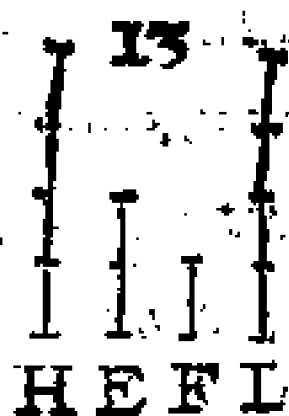
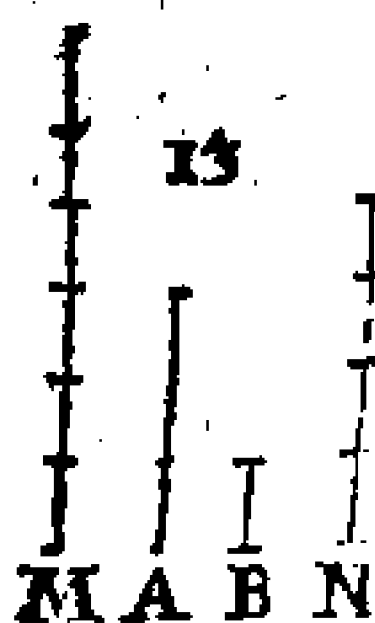
ces, quam multiplex est vna vnus, tam
 multiplices sunt omnes omnium. Eadem
 de causa sunt, L, & L, M, N ipsarum B, &
 B, D, F æque multiplices. Est ergo ut A ad
 B; ita A, C, E ad B, D, F. Si ergo quodeum-
 que magnitudines, &c. Quod oportuit
 demonstrare.

Propos. 13. Theor. 13.

*Si prima ad secundam eandem propor-
 tionem habuerit, quam tertia ad quar-
 tam; tertia verò ad quartam maiorem
 habuerit, quam quinta ad sextam; ha-
 bebit & prima ad secundam ma-
 iorem, quam quinta ad
 sextam.*

Prima A habeat ad secundam B eandem
 proportionem, quam tertia C ad quar-
 tam D. Tertia verò C ad quartam D ma-
 iorem habeat, quam quinta E ad sextam F.

N 5 Dico



a def. 7. 3.

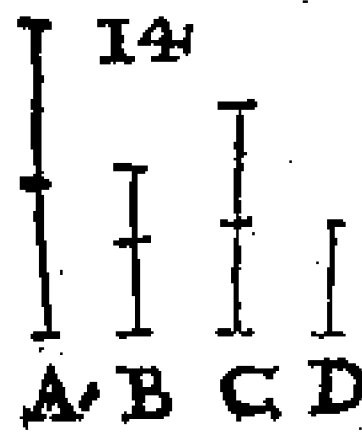
Dico primam A ad secundam B maiorem habere, quam quintam E ad sextam F. Cum enim C ad D maiorem proportionem habeat, quam E ad F; sintque ipsarum C, E quædam æque multiples; ipsarum verò D, F alie quæcumque: ac multiplex quidem ipsius C excedat multiplicem ipsius D; multiplex verò ipsius E non excedat multiplicem ipsius F. Sint ergo ipsarum C, E æquæ multiples G, H: ipsarum D, F alie utcumque K, L, & sic, ut G quidem K excedat: H verò L non excedat. & quæ multiplex est G ipsius C, tam multiplex sit M ipsius A; & quam multiplex est K ipsius D, tam multiplex sit N ipsius B. Et cum sit ut A ad B; ita C ad D, acceptæq; sint ipsarum A, C æquæ multiples M, G: ipsarum verò B, D alie utcumque æquæ multiples N, K, si M superat N, & G superabit K; & si equalis, equalis; si minor, minor: superat autē G ipsam K; su.

K; & superabit ergo & M ipsam N: at H nō superat L; & sunt M, H ipsarum A, E equē multiplices; N vero & L ipsarum B, F utcumque equē multiplices sunt: & habet ergo A ad B maiorem proportionem, quam E ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 14. Theor. 14.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & secunda quam quarta maior: & si equalis, equalis; si minor, minor.

Prima A ad secundam B eandem habeat proportionem, quam tertia C ad quartam D. & sit A quam C maior. Dico & B quam D maiorē esse. Cum enim



A quam C maior sit, sit quę alia quęcunq; magnitudo

a prop. 8. se

B; & habebit A ad B maiorē proportionem, quam C ad B. Ut autem A ad B; sic est C ad D: ergo C ad D maiorē habet proportionem, quam C ad B. Ad B quam autem eadem maiorem proportionem habet; illa minor est; minor ergo est D quam B. quare B quam D maior est.

b prop. 8. se

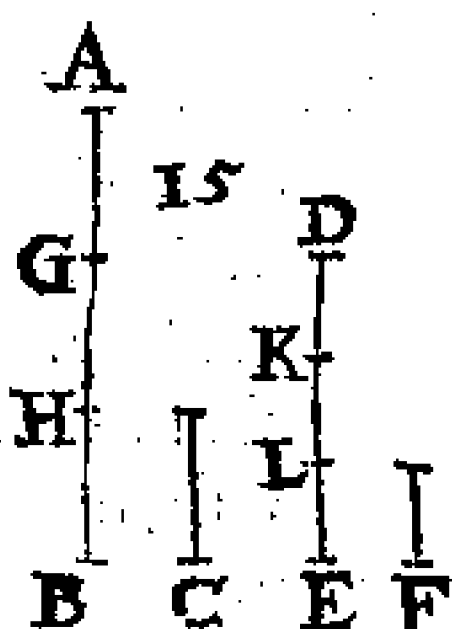
Simi-

Similiter demonstrabimus si A æqualis sit C, & B ipsi D æqualē esse; & si A minor sit quam C, & B minorem esse quam D. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 15.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem; si ut sibi mutuo respondent, sumantur..

Sint æque multiplices AB ipsius C, & DE ipsius F. Dico esse ut C ad F; ita AB ad DE. Cum enim AB ipsius C ita multiplex sit, ut DE ipsius F, erunt in AB tot magnitudines æquales ipsi C; quot sunt in DE æquales ipsi F. Diuidatur enim AB in magnitudines AG, GH, HB æquales ipsi C. Et DE in DK, KL, LE æquales ipsi F, eritq; multitudo AG, GH, HB æqualis multitudini DK, KL, LE. Et quia tam AG, GH, HB, quam DK, KL, LE æquales sunt, erit ut AG ad DK; ita GH ad KL, & BH ad LE; erit



erit ergo ut unum antecedentium ad unum consequentium; ita omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est ergo ut A G ad D K; ita A B ad D E. Est autem A G ipsi C æqualis, & D K ipsi F: ergo ut C ad F; ita A B ad D E. Partes ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 16. Theor. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatae proportionales erunt.

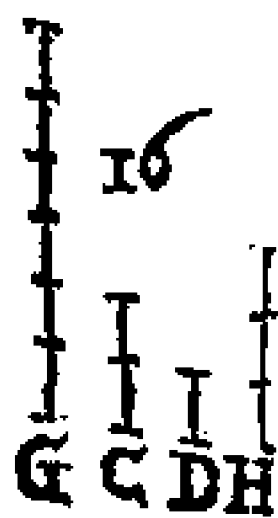
Sint quatuor magnitudines proportionales A, B, C, D. Ut A ad B; ita C ad D.

Dico & permutatas proportionales esse: Ut A ad C; ita B ad D. Accipiantur enim ipsarum A, B æque multiplices, E, F; ipsarum C, D aliz utcumque G, H. Et quia E



F æque multiplices sunt ipsarum A, B, & habentq; par-

a prop. 15. 5.



tes eodem modo multiplicium eadem proportionem inter se cõparatę, erit ut A ad B; ita E ad F. Ut verò A ad B; ita est C ad D: ergo ut C ad D; ita est E ad F. Rursus cum G, H

G, H ipsarum C, D sint æque multiples;
b prop. 8.5. b erit ut C ad D , ita G ad H . Ut autem C
 ad D ; ita est E ad F : ergo ut E ad F ; ita est
e prop. 14.5 G ad H . c Cum autem quatuor magnitudi-
 nes proportionales fuerint, & prima quã
 tertia maior fuerit, erit & secunda quã quar-
 ta maior; & si æqualis, æqualis; si minor,
 minor. Ergo si E superat G , & F superabit
 H . & si æqualis, æqualis; si minor, minor.
 Sunt autem E, F ipsarum A, B , æque mul-
 tiplices. G, H verò ipsarum C, D utcum-
d def. 5.5. que sunt æque multiples. d Est ergo ut
 A ad C : ita B ad D . Si ergo quatuor ma-
 gnitudines, &c. Quod oportuit demon-
 strare.

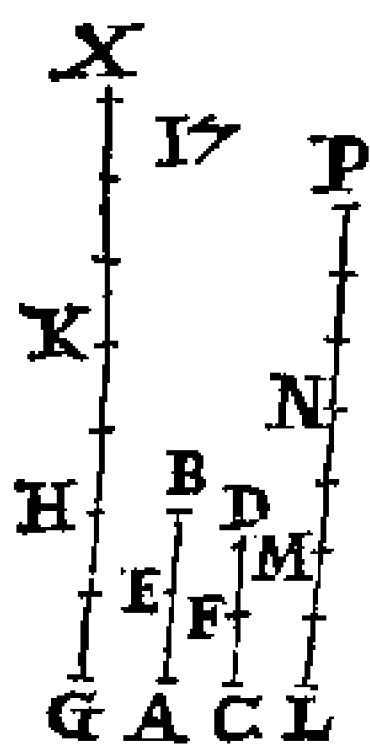
Propos. 17. Theor. 17.

*Si compositæ magnitudines proportio-
 nales fuerint, & diuise propor-
 tionales erunt.*

Sint compositæ magnitudines AB, BE .
 CD, DF proportionales. Ut quidem
 AB , ad BE ; ita CD , ad DF . Dico & diui-
 sas proportionales esse, ut AE ad EB ; ita
 CF ad FD . Accipiantur enim ipsarum AE ,
 EB, CF, FD æque multiples GH, HK .
 LM, MN . ipsarum verò EB, FD aliarum utcum-
 que

X
 I P
 K N
 H B D
 E F M
 G A C L

que æquè multiplices KX ,
 NP . Et quia æquè multi-
 plex est GH ipsius AE , vt
 HK ipsius EB ; *a* erit GH *a prop. 1. 5.*
 ipsius AE æquè multiplex,
 vt GK ipsius AB . ξ que au-
 tem multiplex est GH i-
 ipsius AE , vt LM ipsius
 CF ; *b* ergo ξ que multiplex *b prop. 11. 7.*
 est GK ipsius AB , vt LM ipsius CF . Rur-
 sus quia æquè multiplex est LM ipsius CF ,
 vt MN ipsius FD ; *c* erit LM ipsius CF *c prop. 1. 5.*
 æquè multiplex, vt LN ipsius CD . æquè
 autem multiplex erat LM ipsius CF , vt
 GK ipsius AB : *d* ergo GK æque multi- *d prop. 11. 5.*
 plex est ipsius AB , vt LN ipsius CD . Sunt
 ergo GK , LN ipsarum AB , CD æquè
 multiplices. Rursus quia HK ipsius EB
 æquè multiplex est, vt MN ipsius FD . Est
 verò & KX ipsius EB æquè multiplex. vt
 NP ipsius FD . *e* erit composita HX ipsius *e prop. 1. 1.*
 EB æquè multiplex, vt MP ipsius DF . Et
 quia est vt AB ad BE ; ita CD ad FD ; sum-
 ptæque sunt ipsarum AB , CD æque mul-
 tiplices GK , LN . Ipsarum verò EB , FD
 aliæ vtunque æquè multiplices HX , MP .
 Si ergo GK superat HX , & LN superabit
 MP . Et si æqualis, æqualis; si minor, mi-
 nor.



nor. Superet GK ipsam
 HX, ablata communi HK,
 superabit GH ipsam KX.
 Sed si GK superat HX, su-
 perabit & LN ipsam MP.
 Superet ergo LN ipsam
 NP, superabit (communi
 MN ablata) & LM ipsam
 NP. Quare si GH superat
 KX, & LM superabit NP. Similiter de-
 monstrabimus, si GH æqualis sit KX, &
 LM æqualem esse NP; & si minor, mino-
 rem. Et sunt GH, LM ipsarum AE, CF
 æque multiples. ipsarum verò EB, FD
 aliæ utcumque KX, NP. Est ergo ut AE
 ad EB; ita CF, ad FD. Si ergo compo-
 sitæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

a def. 5. 5.

Propos. 18. Theor. 18.

*Si diuise magnitudines proportionales
 fuerint, & compositæ propor-
 tionales erunt.*

Sint diuise magnitudines AE, EB; CF,
 FD proportionales. Ut AE ad EB; ita
 CF ad FD. Dico & compositas propor-
 tionales esse, ut AB ad BE; ita CD ad FD.
 Sinon est ut AB ad BE; ita CD ad FD;
 sit ut AB ad BE; ita CD vel ad minorem
 FD;

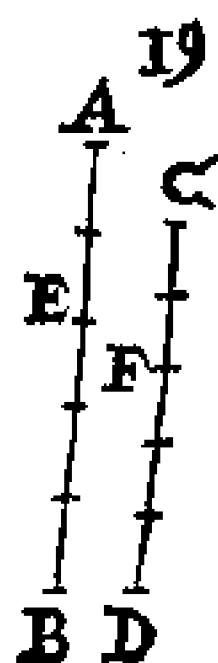
18 FD; vel ad maiorem. Sit primo ad
 A minorem DG. Cum ergo sit, ut
 C AB ad BE; ita CD ad DG, erunt
 E compositæ magnitudines propor-
 F tionales; & sunt ergo & diuisæ, ut
 G AE ad EB, ita CG ad GD; poni- *a prop. 17. s*
 B tur autem ut AE ad EB; ita CF
 D ad FD; *b* erit ergo ut CG ad GD, *b prop. 11. s.*
 ita CF ad FD. Est autem prima CG ma-
 ior tertia CF: *c* erit ergo & secunda GD *c prop. 14. s*
 maior quarta FD; sed & minor est: quod
 fieri non potest. Non ergo est ut AB ad
 BE; ita CD ad minorem ipsa FD. Simili-
 ter demonstrabimus, quod neq; ad maio-
 rem FD; ergo ad ipsam: Si ergo diuisæ, &c.
 Quod oportuit demonstrare.

Propos. 19. Theor. 19.

*Si fuerit ut tota ad totam; ita ablata ad
 ablatam; & reliqua ad reliquam erit,
 ut tota ad totam.*

It ut tota AB ad totam CD; ita ablata AE
 S ad ablatam CF. Dico & reliquam EB
 ad reliquam FD esse, ut est tota AB, ad to-
 tam CD. Cum enim sit ut tota AB ad to-
 tam CD, ita AE ad CF; *a* erit permutan- *a prop. 16. s*
 do AB ad AE, ut CD ad CF, & *b* diui- *b prop. 17. s*
 O dendo

prop. 11.5.



dendo BE ad EA, vt DF ad FC; rursusque permutando vt BE ad DF; ita EA ad FC. Vt verò AE ad CF; sic ponitur tota AB ad totam CD. *e* est ergo reliqua EB ad reliquam FD, vt tota AB ad totam CD. Si ergo fuerit, &c. Quod oportuit demonstrare.

Corollarium.

Et quia demonstratum est, vt est AB *d prop. 16.5.* ad CD, sic esse EB ad FD, erit *d* permutando vt AB ad EB; ita CD ad FD. compositę ergo magnitudines proportionales sunt. Ostensum est autem, vt est AB ad AE; ita esse CD ad CF, quod est per conuersione *e def. 17.5.* nē rationis. Vnde perspicuum est, si compositę magnitudines proportionales sint; & per conuersionem rationis proportionales esse.

Factę autem sunt proportionales, & in æquē multiplicibus, & in analogiis. Nam si prima secundę æque fuerit multiplex, atq; tertię quartę; erit vt prima ad secundam; ita tertię ad quartam. Sed non ita ex contrario conuertitur. Si enim fuerit vt prima ad secundam, ita tertię ad quartam, non

AB
ti-
of-
nt-
its
io-
m-
nt;
io-
in
m
ex,
n-
ex
VL
n,
00

AB
ti-
of-
nt-
ia
io-
m-
nt;
io-
in
m
ex,
n-
ex
VI
n,
oo

AB
nti-
of-
nt.
it
io-
m-
nt;
io-
in
m
ex,
n-
ex
ve
n,
oo

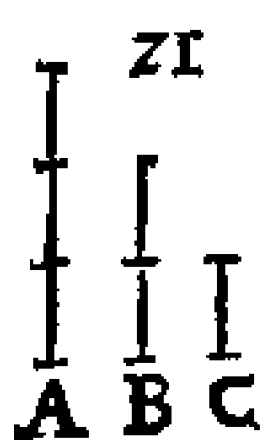
in
am
ex,
E-
ex
VI
n,
oo

uertendo F ad E: Ergo D ad E maiorem
b prop. 10. s proportionem habet, quam F ad E: *b* ad
 eandem autem proportionem habētium,
 quæ maiorem habet, illa maior est; maior
 est ergo D quam F. Similiter demonstra-
 bimus. Si A sit æqualis C; & D æqualem
 esse F; & si minor, minorem. Si ergo tres
 fuerint magnitudines, &c. Quod demon-
 strare oportuit.

Propos. 21. Theor. 21.

*Si fuerint tres magnitudines, & alia
 ipsis numero æquales quæ binæ, & in ea-
 dem proportionē sumantur, fuerit au-
 tem earum perturbata proportio, & ex
 æquali prima maior fuerit quam tertia,
 & quarta quam sexta maior erit.*

*& si æqualis, æqualis, & si
 minor, minor.*



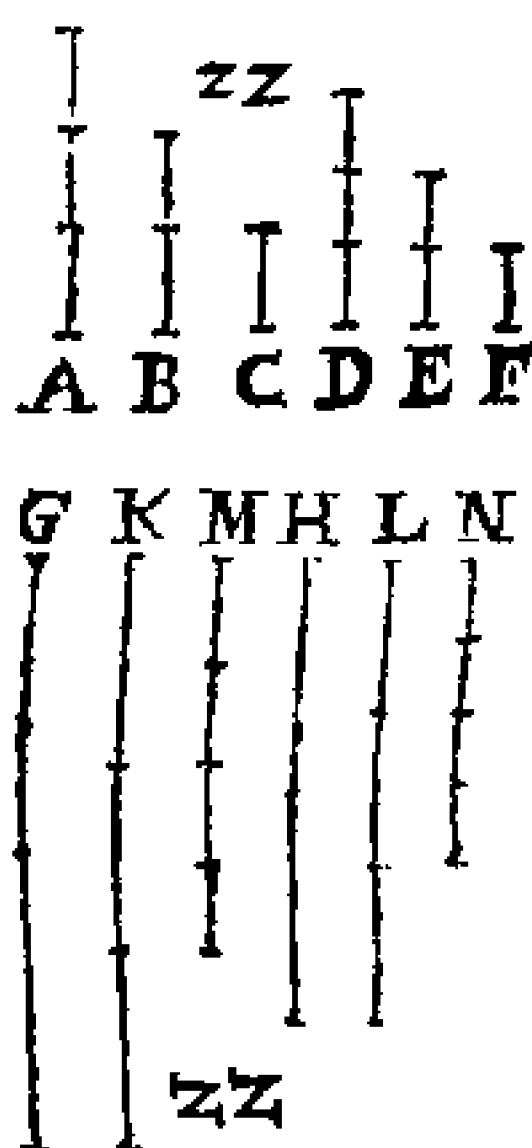
Int tres magnitudines A, B,
 C, & alię ipsis numero æqua-
 les D, E, F quæ binæ, & in eadē
 ratione sumantur sit aut perturb-
 bata earum proportio ut A ad
 B, sic E ad F, & ut B ad C, sic D ad
 E; sitq; ex æquali A quā C maior. Dico &
 D maiorem esse ipsa F; & si æqualis, æqua-
 lem;

lem: si minor, minorem. Cum
 I **ZI** ergo A maior sit quam C, sitq;
 I I I alia quardam B. & Habebit A ad *a prop. 8. s.*
 I I I B maiorem proportionē, quam
 I I I C ad B. sed vt A ad B; ita est E ad
 I I I F. Et *b prop. 4. s.* conuertendo, vt C ad B,
 D E F ita E ad D: *c prop. 8. s.* quare E ad F maio-
 rem proportionem habet, quam E ad D.
 Ad quam autem eadem maiorē propor-
 tionem habet, illa minor est: minor est er-
 go F, quam D: adeoque maior D quam F.
 Similiter ostendemus si A sit æqualis C, &
 D ipsi F æqualem esse; & si minor, mino-
 rē. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c.
 Quod oportuit demonstrare.

Propos. 22. Theor. 22.

*Si fuerint quotcumq; magnitudines, &
 alia ipsis numero æquales, quæ bina, &
 in eadem proportionē sumantur, &
 ex æquali in eadem propor-
 tione erunt.*

Sint quotcumq; magnitudines A, B, C;
 & alia ipsis numero æquales D, E, F,
 quæ binæ & in eadem proportionē sumā-
 tur, vt quidem A ad B; ita D ad E; vt verò
 B ad C; sic E ad F. Dico quod ex æquali in
 eadem



eadem sint proporti-
one. Hoc est, dico ut
est A ad C; ita esse D
ad F. Sumantur enim
ipsarum A, D æquæ
multiplices G, H: i-
psarum B, E aliaæ ut-
cumque K, L. Item i-
psarum C, F aliaæ ut-
cumq; M, N. Et cum
sit, ut A ad B; ita B ad
E, acceptæque sint i-
psarum A, D æquæ
multiplices G, H. I-
psarum B, E aliaæ ut-

a prop. 4. s. cumque æquæ multiplices K, L, *a* erit ut
G ad K; ita H ad L. Eadem de causa erit,
ut K ad M; ita L ad N. Cum ergo tres ma-
gnitudines sint G, K, M; & aliaæ ipsis equa-
les numero H, L, N; quæ binæ, & in ea-

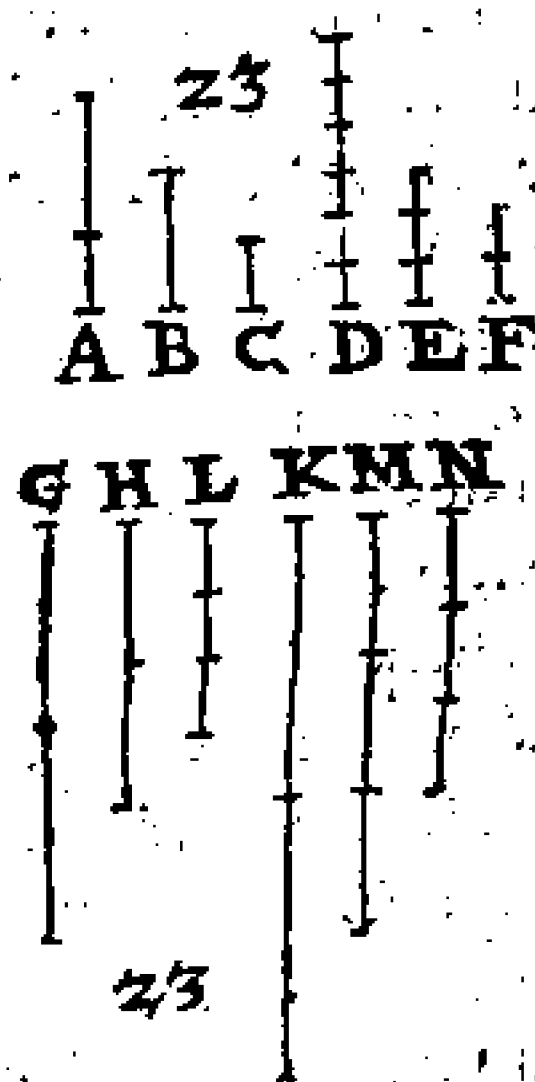
b prop. 20. s. dem proportionem sumuntur, *b* ex æquali
si G superat M, & H superabit N; si æqua-
lis, æqualis; si minor, minor. Et sunt G, H
ipsarum A, D æquæ multiplices. M, N i-
psarum C, F: *c* erit ergo, ut A ad C; ita D ad

c def. 5.

F. Si ergo quotcumque, &c. Quod
oportuit demonstrare.

Propof. 23. Theor. 23.

*Si fuerint tres magnitudines, & alia
ipsis aequales numero, quæ binæ, & in
eadem proportionē sumantur, fuerit q̃
earum perturbata proportio; & ex
aquali in eadem proportio-
ne erunt.*



Sint tres magnitu-
dines A, B, C, & a-
liæ ipsis æquales nu-
mero binæ in eadem
proportionē sumptæ
D, E, F; sit autem ea-
rum perturbata pro-
portio. Vt A ad B; sic
E ad F. Vt verò B ad
C; sic D ad E. Dico
esse vt A ad C; ita D
ad F. Sumantur ipsa-
rū A, B, D æquæ mul-
tiplices G, H, K. Ipsa-

rum C, E, F, aliæ utcumque L, M, N. Et
quia G, H ipsarum A, B sunt æquæ mul-
tiplices, & partes autem eodem modo a prop. 15. s̃
multiplicium eandem habent propor-
tionem, erit vt A ad B; sic G ad H. Eadem

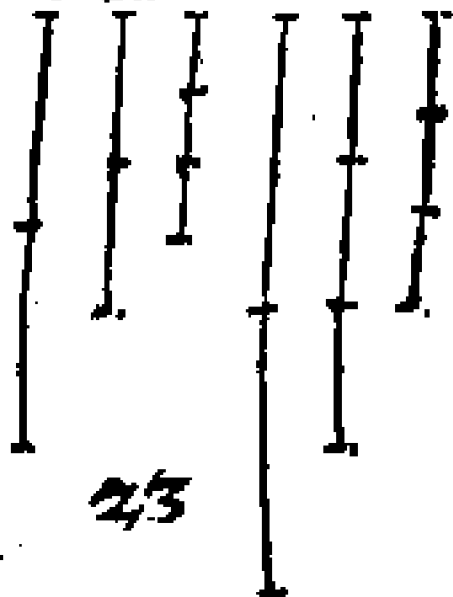
b prop. 11. 5.



c prop. 4. 5.

2/3

G H L K M N



d prop. 21. 5

e def. 5. 5.

de causa erit, ut E ad F; sic M ad N, cumq; sit ut A ad B; ita E ad F; b erit quoque, ut G ad H; ita M ad N. Ror sus quia est ut B ad C, ita D ad E, sumptzq; sunt ipsarum B, D æquæ multiplices H, K; ipsarum verò C, E æliæ utcumque L, M; c erit ut H ad L; ita K ad M. Ostensum est autem esse, ut G ad H; ita M ad N. Cū ergo tres magnitudines G, H, L, proportionales sint; & aliz ipsis numero æquales K, M, N, binæ in eadem proportionē sumptę, sitq; earum perturbata proportio; ex d æquali si G superat L; & K superabit N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor, suntq; G, K ipsarum A, D; æque multiplices. L, N verò ipsarum C, F. e Est ergo, ut A ad C; ita D ad F. Si ergo sint tres, &c. Quod oportuit demonstrare.



Propositio 24. Theor. 24.

*Si prima ad secundam eandem habue-
ris proportionem, quam tertia ad quar-
tam; habeat autem & quinta ad secun-
dam eandem, quam sexta ad quartam:
habebit & composita ex prima & quin-
ta ad secundam eandem proportio-
nem, quam tertia & sexta
ad quartam.*

Habeat prima A B ad secundā C ean-
dem proportionem, quā tertia D E
ad quartam F. habeat verò & quinta B G
ad secundam C eandem proportionem,
quā sexta E H ad quartam F. Dico com-
positam ex prima & quinta A G ad secun-
dam C eandem habere

proportionem, quā ha-
bet composita ex tertia
& sexta D H ad quartam
F. Cum enim sit vt B G
ad C; ita E H ad F; *a* erit *a* Lemma
cōuertendo vt C ad B G; *prop. 4.5.*
ita F ad E H. Et quia est
vt A B ad C; ita D E ad F.
Vt verò C ad B G; ita F
ad E H. *b* Ex æquali ergo *prop. 22. 5.*

O 5 est,



e prop. 18.5. est; vt A B ad B G: ita D E ad E H. *c* Et cum diuisæ magnitudines proportionales sint, erunt & compositæ proportionales. Vt ergo A G ad G B; ita D H ad H E. *d prop. 22.5.* Est vero, vt G B ad C: ita E H ad F: *d* ex æquali ergo est, vt A G ad C: ita D H ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 25. Theor. 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima duabus reliquis maiores erunt.

Sint quatuor magnitudines proportionales A B, C D, E, F, vt quidē A B, ad C D: ita E ad F. Sit maxima A B, minima F. Dico A B, & F, quam C D, E maiores esse. *a* Ponatur ipsi E æqualis A G; ipsi F, æqualis C H. Cum ergo sit vt A B ad C D; ita E ad F. Sit autem ipsi E æqualis A G; F verò C H. erit vt A B ad C D; ita A G ad C H. Et quia est vt tota A B ad totam C D,

a prop. 3.1.



CD; ita ablata AG ad ablatam CH; b erit b prop. 19. 54
& reliqua GB ad reliquam HD, ut tota
AB ad totam CD: maior est autem AB
quam CD. maior ergo etiam est GB, quā
HD. Et cum AG æqualis sit ipsi E; & CH
ipsi F; erunt AG & F æquales ipsis CH,
& E, & cum, c quando æqualia inæquali- c ex. 4.
bus adduntur, tota fiant inæqualia. Ergo
si (GB, HD inæqualibus existentibus &
maiori GB) addantur ipsi GB, ipsæ AG;
& F; ipsi verò HD; ipsæ CH, & E, colli-
gentur AB, & F maiores, quam CD; & E.
Si ergo quatuor, &c. Quod oportuit de-
monstrare.

*Sequentes propositiones non sunt Euclidis,
sed à Federico Commandina ex Pappo Ale-
xandrino collectæ.*

Propositio 26. Theor. 26.

*Si prima ad secundam maiorem habue-
rit proportionem, quam tertia ad quar-
tam, habebit conuertendo secunda ad
primam minorem, quam quar-
ta ad tertiam.*

Habeat AB ad BC maiorem propor-
tionem, quam DE ad EF. Dico CB
ad

ad B A minorem habere, quā F E ad E D.

Sit ut A B ad B C: ita D E ad aliam G: er-

go D E ad G ma-

$\overline{A \quad B \quad C}$

$\overline{D \quad E \quad H \quad F}$

iorem habet pro-

portionem, quā

D E ad E F: a mi-

nor ergo erit G,

quam E F. Ponatur ipsi G æqualis E H.

Quia igitur ut A B ad B C: ita est D E ad

E H: b erit conuertendo, ut C B ad B A:

ita H E ad E D. c Sed H E ad E D mino-

rem habet proportionem, quam F E ad

E D: Ergo & C B ad A B minorem habe-

bit, quam F E ad E D. Quod oportuit de-

monstrare.

$\overline{A \quad B \quad C}$
 $\overline{D \quad E \quad F \quad G \quad Z}$

Quod si A B

ad B C mino-

rem habuerit

proportionem, quam D E ad E F: habe-

bit conuertendo C B ad B A maiorem,

quā F E ad E D. sit ut A B ad B C: ita

D E ad aliam E G, d quæ maior erit quam

E F. e Conuertendo ergo erit ut C B ad

B A: ita G E ad E D. f At G E ad E D ma-

iorem habet proportionem, quam F E ad

E D: ergo C B ad B A maiorem ha-

bebit, quam F E

ad E D.

Pro-

a prop. 8. s.

b Lemma

prop. 4. s.

c prop. 8. s.

d prop. 8. s.

e Lemma

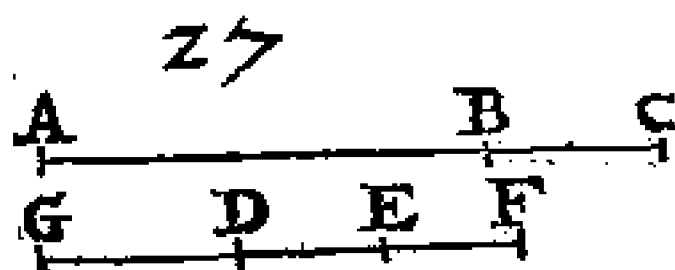
prop. 4. s.

f prop. 8. s.

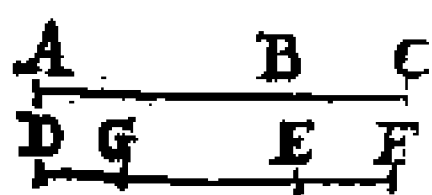
Propositio 27. Theor. 27.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebit permutando prima ad tertiam maiorem, quam secunda ad quartam.

Habeat AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF . Dico AB ad DE maiorem habere, quam BC ad EF . Vt enim AB ad BC ; ita sit alia



GE ad EF : *a* quæ maior erit, quam DE . *a prop. 8. 5.*
b Est ergo permutando, ut AB ad GE ; ita *b prop. 16. 5.*
 BC ad EF . *c* Habet autem AB , ad DE *c prop. 8. 5.*
 maiorem proportionem, quam AB ad GE , hoc est, quam BC ad EF . Ergo AB ad DE maiorem proportionem habebit, quam BC ad EF . Quod oportuit demonstrare.



Eadem ratione, si AB ad BC minorem habeat proportionem, quam DE ad EF , sequetur permutando AB ad DE minorem habere, quam BC ad EF . Sit enim ut AB ad BC ; ita alia GE ad

a prop. 8. 5. GE ad EF , *d* quæ minor erit quam DE .

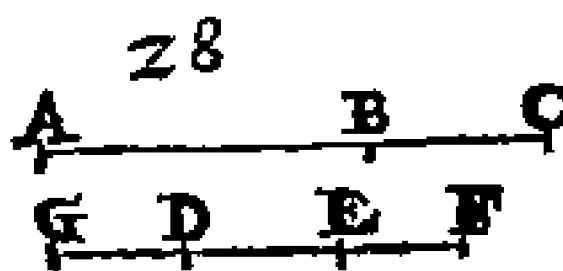
e prop. 8. 5. *e* Sed AB ad DE minorem habet proportionem, quam AB ad GE , hoc est, quam BC ad EF . Habebit igitur AB ad DE minorem proportionem, quam BC ad EF .

Propositio 28. Theor. 28.

Si prima ad secundam maiorem proportionem habeat, quàm tertia ad quartam, etiam componendo prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habebunt, quam tertia & quarta ad quartam.

Habeat AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF . Dico &

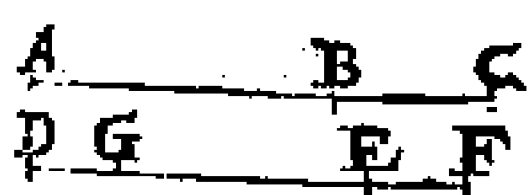
AC ad CB maiorem habere, quam DF ad FE . sit ut AB ad BC ; ita GE ad EF :



a prop. 8. 5. *a* erit GE maior quam DE . Quia igitur *b prop. 18. 5* est, ut AB ad BC ; ita GE ad EF ; *b* erit componendo, ut AC ad CB ; ita GF ad FE .

c prop. 8. 5. *c* Sed GF ad FE maiorem proportionem habet, quam DF ad FE . Ergo & AC ad CB maiorem habet proportionem, quam DF ad FE . Quod oportuit demonstrare.

Quod



28

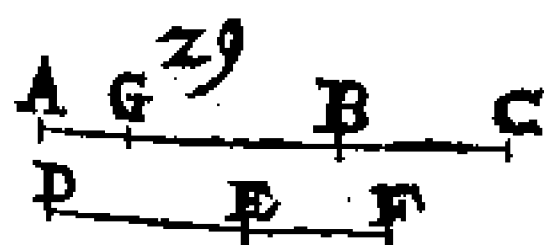
Quod si AB ad BC
minorem propor-

DE ad EF , & habe- *d prop. 18. 5.*

bit etiam componendo AC ad CB mi-
norem, quam DF ad FE . Quia enim AB
ad BC minorem proportionem habet,
quā DE ad EF ; sit ut AB ad BC ; ita alia
 GE ad EF , & erit ea minor quam DE *e prop. 8. 5.*
ergo ut AC ad CB , ita erit GF ad FE .
sed GF ad FE minorem habet propor-
tionem, quam DF ad FE . Ergo & AC
ad CB minorem habebit, quam DF
ad FE .

Propositio 29. Theor. 29.

*Si prima & secunda ad secundam ma-
iorem habeat proportionem, quam ter-
tia & quarta ad quartam, habebit &
diuidendo prima ad secundam ma-
iorem proportionem, quam ter-
tia ad quartam.*



29

Habeat AC ad
 CB maiorem
proportionē, quā
 DF ad FE . Dico &

AB ad BC maiorem habere, quam DE ad
 EF . Vt enim DF ad FE ; ita sit alia GC
ad

a prop. 8. 5. ad CB; & eritque GC minor, quam AC;
& diuidendo erit GB ad BC; vt DE ad

b prop. 8. 5. EF. *b* sed AB ad BC maiorem propor-
tionem habet, quam GB ad BC. Ergo

$\begin{array}{c} \text{G} \quad \text{A} \quad \text{B} \\ \hline \text{D} \quad \text{E} \quad \text{F} \end{array}$ & AB ad BC maio-
rem habebit, quam
DE ad EF. Si vero
AC ad CB minorem

habeat proportionem, quam DF ad FE;
habebit & diuidendo AB ad BC mino-
rem, quam DE ad EF. Si enim sit vt DF

c prop. 8. 5. ad FE; ita alia GC ad CB, *c* erit GC quā

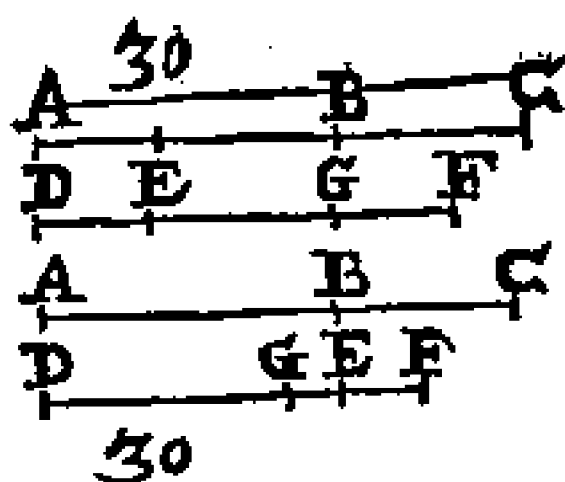
d prop. 17. 5. AC maior, *d* eritque diuidendo GB ad
BC, vt DE ad EF. Habet autem AB ad
BC minorem proportionem, quam GB
ad BC; habebit ergo & AB ad BC mino-
rem, quam DE ad EF.

Propositio 30. Theor. 30.

*Si prima & secunda ad secundam ma-
iorem proportionem habeat, quam ter-
tia & quarta ad quartam; per conuer-
sionem rationis prima & secunda ad
primam minorem habebit, quam
tertia & quarta ad
tertiam.*

Habe-

Habeat AC ad BC maiorem proportionem, quam DF ad FE. Dico CA



ad AB minorem habere, quam FD ad DE. Sit enim ut AC ad CB, sic DF ad aliam FG, a quæ minor erit quam FE. *b* Qua-

a prop. 8. 5.
b corol. 19. 5.

re per conversionem rationis, ut CA ad AB; ita erit FD ad DG. *e* sed FD ad DG *e* prop. 8. 5. minorem proportionem habet, quàm FD ad DE. Ergo & CA ad AB minorem habebit, quam FD ad DE. Quod si AC ad CB minorem proportionem habeat, quàm DF ad FE; habebit per conversionem rationis CA ad AB maiorem, quam FD ad DE; erit enim ut AC ad CB, ita DF ad maiorem quam FE reliqua. manifesta sunt.

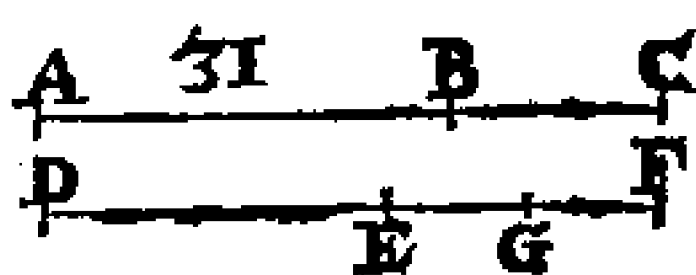
Propositio 31. Theor. 31.

*S*i prima ad tertiam maiorem proportionem habeat; quam secunda ad quartam; habebit etiam prima ad tertiam maiorem, quam prima & secunda ad tertiam & quartam.

P

Habe-

Habeat AB ad DE maiorem proportionem, quam BC ad EF . Dico &



AB ad DE maiorem habere, quam AC ad DF . Sit enim

a prop. 8. 5. ut AB ad DE ; ita BC ad aliam EG , *a* quę
b prop. 12. 5. minor erit quam EF . *b* Ergo tota AC ad
c prop. 8. 5. totam DG est ut AB ad DE . *c* sed AC ad
 DG maiorem proportionem habet quā
ad DF : ergo AB ad DE maiorem habebit, quam AC ad DF ; Et manifestum est totam AC ad totam DF minorem habere, quam AB ad DE . & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

Propositio 32. Theor. 32.

Si tota ad totam maiorē habuerit proportionem, quam ablata ad ablatam; habebit & reliqua ad reliquam maiorem quam tota ad totam.

Habeat AC ad DF maiorem proportionē, quā AB ad DE . Dico & reliquā BC ad reliquā EF maiorē habere, q̃ AC ad DF . Sit enim ut AC ad DF , ita AB

A B ad D G.

A 32

ergo & reli- ^{a prop. 19. si}qua BC ad reli-
quam GF est,ut A C ad D F. sed & B C ad E F maiorem ^{b prop. 8. si}

proportionem habet, quam ad F G. Ergo

& B C ad E F maiorem habebit, quam A C

ad D F. Si verò A C ad D F minorem

proportionem habeat, quam A B ad D E,

& reliqua B C ad reliquam E F minorem

habebit, quam A C ad D F, quod eodem,

quo supra, modo ostendetur.

Propositio 33. Theor. 33.*Si sint tres magnitudines, & alia ipsis**numero aequalis, habeat q. prima prio-**rum ad secundam maiorem proportio-**nem, quā prima posteriorum ad secun-**dam; secunda verò priorum ad terti-**am maiorem habeat quam secunda po-**steriorum ad tertiam: etiam ex equali**prima priorum ad tertiam maiorem**habebit, quam prima poste-**riorum ad ter-**tiam.*

P 1

Ha,



prop. 27.5



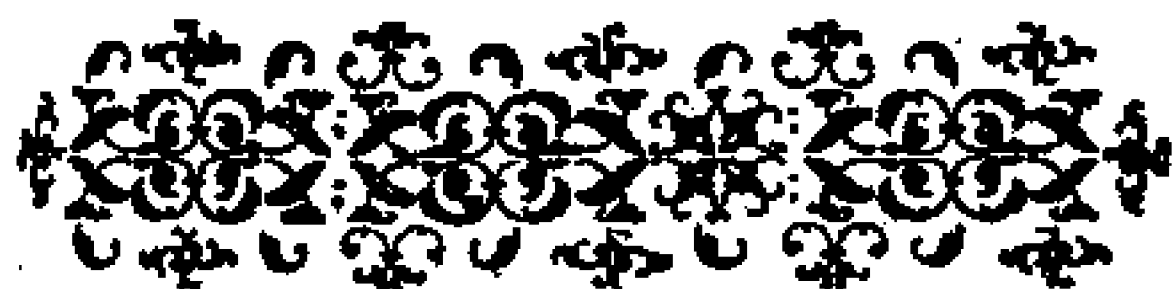
Habeat A ad B maiorem proportionem, quam D ad E, & B ad C maiorem, quā E ad F. Dico ex æquali A ad C maiorem habere quam D ad F. Cum enim A ad B maiorem proportionem habeat, quam D ad E, habebit permutando A ad D maiorem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E maiorem, quā C ad F. ergo A ad D maiorem habet quam C ad F; & permutando A ad C maiorem habebit, quam D ad F. Quod oportebat demonstrare.

Quod si prima priorum ad secundam minorem habeat proportionem, quam prima posteriorum ad secundam: secunda vero priorum ad tertiam minorem habeat; quam secunda posteriorum ad tertiam, Similiter demonstrabitur etiam ex æquali primam priorum ad tertiam minorem proportionem habere, quam primam posteriorum ad tertiam.

☞(o)☞



EVCLI.



EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

Definitiones.

1. Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia. Cuiusmodi sunt *propos. 4. triangula ABC, DCE.*
2. Reciproæ figuræ sunt, quando in utraque figura antecedentes & consequentes rationes sunt. *Vt propos. 14. sunt figuræ ADBF, BECG, in quibus antecedentes sunt DB, GB, consequentes BE, BF. & propos. 15. triangula ABC, ADE. in quibus antecedentes sunt CA, AE; consequentes AD, AB.*
3. Extrema ac media ratione linea recta secari dicitur, quando est ut tota ad

P §

maior

maiorē portionē, ita maior portio ad minorem. Hec sectio demonstrata est prop. 11. lib. 2. in qua linea AB in H extrema ac media ratione secta est, estq; ut recta AB ad maiorem portionem AH , ita maior ad minorem BH . demonstrabitur etiam lib. 6. prop. 30.

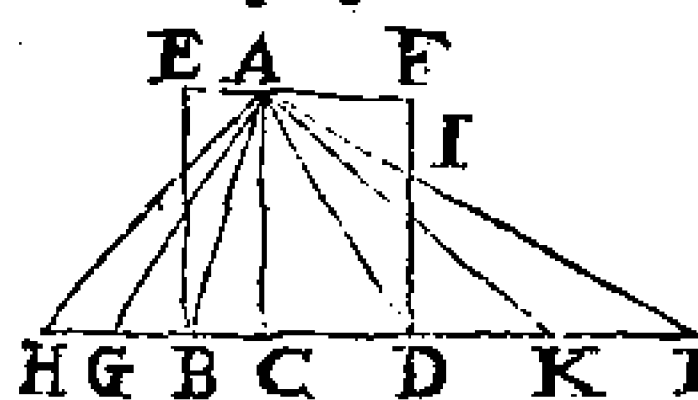
4. Altitudo cuiusque rectilineæ figuræ est perpendicularis, quæ à vertice ad basim ducitur. Ut propos. prima triangulorum AHB , ABD , ADL altitudo est perpendicularis AC .
5. Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. Ut ex proportionē dupla & tripla componitur sextupla: nam denominator dupla 2. ductus in denominatorem tripla 3. facit 6. Sunt autem ipsi denominatores quantitates proportionum.



Propoficio 1. Theor. 1.

*Triangula & parallelogramma eandem
habentia altitudinem, inter se
sunt vt bases.*

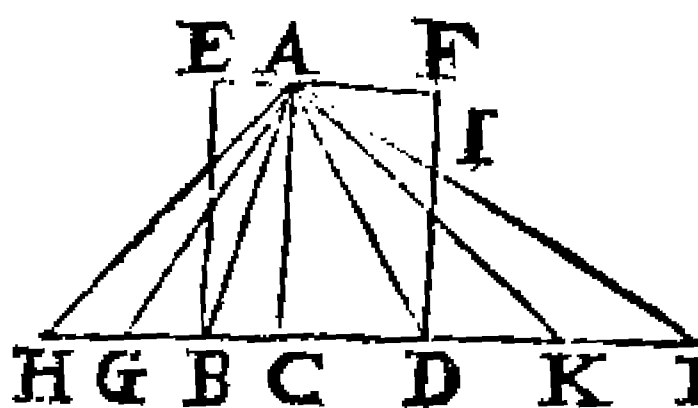
Sint triangula ABC , ACD , parallelo-
gramma EC , CF habentia altitudinē
eandem, perpendicularem nempe ex A in



BD ductā. Di-
co esse, & trian-
gulum ABC ,
ad triangulum

ACD , & pa-
rallelogrammū EC , ad parallelogrammū
 CF , vt est basis BC ad basim CD . Produ-
catur enim BD vtrunque in H , L , sintque
basi BC æquales BG , GH ; basi verò CD
quæcunque DK , KL , & iungantur AG ,
 AH , AK , AL . Cumque BC , BG , GH
æquales sint, erunt & triangula AGH , *a prop. 38. 1,*
 AGB , ABC æqualia. Quam multiplex
ergo est basis HC bascos BC , tam multi-
plex est triangulum AHC trianguli ABC .
Eadem de causa quam multiplex est LC
basis ipsius CD , tam multiplex est trian-
gulum ALC trianguli ACD . Et si basis
 HC , basi CL æqualis sit; erit & triangu-
lum AHC , triangulo ACL æquale; Et si

superet HC , ipsam CL , superabit & triangulum AHC , triangulū ACL ; & si mi-



nor, minus. Cū ergo quatuor sint magnitudines, duæ bases BC , CD ; &

duo triangula ABC , ACD ; acceptæq; sint bases quidē BC , & trianguli ABC æque multiplicia, basis HC , & triangulū AHC . Bases verò CD , & trianguli ACD , alia utcunq; , nempe basis CL , & triangulum ALC : demonstratumq; sit si HC excedat CL , & AHC excedere ALC ; & si equalis, æquale; & si minor, minus; *b* erit ut basis BC ad basim CD ; ita triangulū ABC , ad triangulū ACD . Et cum trianguli ABC

b def. 5.5.

c prop. 41.1.

d prop. 15.5

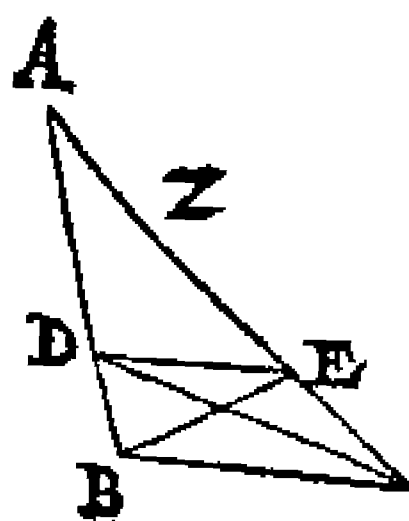
e prop. 11.5.

c duplū sit parallelogrāmum EC ; trianguli verò ACD duplū parallelogrāmū FC , & *d* partes eodē modo multipliciū eandem habeant proportionē, erit ut triangulum ABC ad triangulū ACD ; ita parallelogrāmum EC , ad parallelogrāmum FC . Et quæ demonstratū est, esse ut basim BC ad basim CD , ita triangulū ABC ad triangulū ACD .

e Ut vero ABC ad ACD ; ita EC ad CF ; *e* erit ut basis BC ad basim CD ; ita parallelogrāmum EC ad parallelogrāmū CF . triangula ergo & parallelogrāma, &c. Quod oportuit demonstrare, Proq

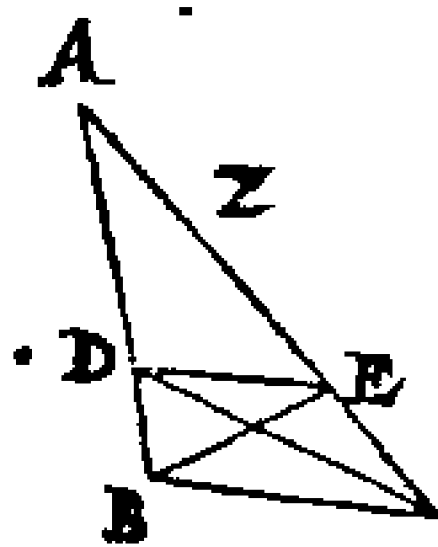
Propos. 2. Theor. 2.

*Si uni laterum trianguli parallela re-
cta ducta fuerit, proportionaliter seca-
bit trianguli latera, Et si trianguli late-
ra proportionaliter secta fuerint,
recta sectiones coniungens,
reliquo lateri paralle-
la erit.*



Lateri BC triangu-
li ABC ducta sit
parallela DE Dico ef-
se, vt BD ad DA; ita
CE ad EA. Ductis e-
nim BE, CD *a prop. 17.1*
erit triangulum BDE æ-

quale triangulo CDE; habent enim ean-
dem basim DE, & sunt in iisdem paralle-
lis DE, BC. Aliud autem triangulum est
ADE. *b* Æqualia autem ad idem eandem *b prop. 7.5.*
habent proportionem; erit ergo vt BDE
triangulum ad ADE; ita CDE triangu-
lum ad idem ADE triangulum. *c* Sed vt *c prop. 1.6.*
BDE ad ADE; ita est BD ad DA. cum
enim in eadem sint altitudine, quam per-
pendicularis ex E in AB ducta ostendit,
inter se erunt vt bases. Ob eandem cau-

d prop. 11.5

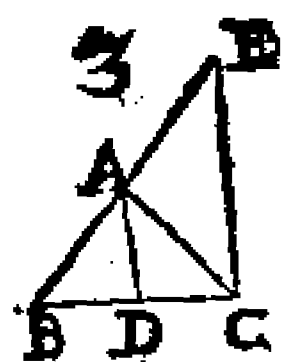
sum, vt est triangulum
CDE ad ADE; ita est
CE ad EA: *d* vt ergo
BD ad DA; ita est CE
ad EA. Sint iam trian-
guli ABC latera AB,
AC proportionaliter

secta, sitq; vt BD ad DA, ita CE ad EA.
Dueta ergo DE, dico illam ipsi BC paral-
lelam esse. iisdem enim constructis, cum
e prop. 1.6. sit vt BD ad DA, ita CE ad EA; *e* atqui
vt BD ad DA; ita est triangulum BDE
ad triangulum ADE. Et vt CE ad EA;
f prop. 11.5. ita triangulum CDE ad idem ADE; *f* vt
ergo triangulū BDE ad triangulū ADE,
sic triangulum CDE, ad triangulū ADE.
vtutq; ergo triangulorū BDE, CDE ad
triangulū ADE *g* eandem habet propor-
g prop. 9.5. tionem, æqualia ergo sunt, suntque in ea-
h prop. 40. dem basi DE. *h* at triangula æqualia ean-
dem habentia basim, in iisdem sunt paral-
lelis. ergo DE parallela est ipsi BC. Si er-
go unilateri, &c. Quod oportuit
demonstrare.



Propos. 3. Theor. 3.

*Sit trianguli angulus bifecetur, recta q̃
angulum secans, secet & basim, habe-
bunt basis partes eandem proportio-
nem, quam reliqua trianguli latera Et
si basis partes eandem habeant propor-
tionem, quam reliqua trianguli latera,
qua à vertice ad basim ducitur re-
cta linea, trianguli angulum
bifecabit.*



E Sto triangulum ABC , &
& angulus BAC bifecetur
recta AD . Dico esse, ut
 BD ad DC , ita BA ad AC .
Ducatur CE per C , parallela
 DA , cui BA producta in E occurrat. Et
quia in parallelas AD , EC recta AC in-
cidit, & erunt anguli ACE , CAD æqua-
les sed CAD , BAD ponuntur æquales; a prop. 29. 2
erunt ergo & BAD , ACE æquales. Rur- b ax. 1.
sus cum in parallelas AD , EC incidat BE ,
erit angulus externus BAD , æqualis in- c prop. 29. 1
terno AEC ; ostensus est autem & ACE
ipsi BAD æqualis: & erit ergo & ACE d ax. 1.
æqualis ipsi AEC . & unde & latera AE , AC e prop. 6. 1
æqualia erunt. Et quia trianguli BCE la-
teri

f prop. 2. 6.

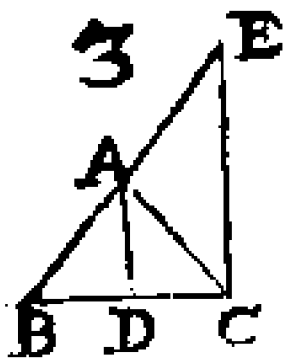
g prop. 7. 5.

i prop. 9. 5.

k prop. 6. 1.

l prop. 9. 1.

m prop. 29. 1.



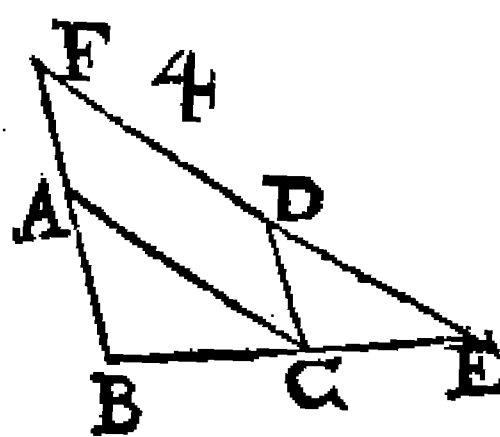
ri EC ducta est parallela AD; ferit vt BD ad DC; ita BA ad AE; est autem AE ipsi AC æqualis: g est ergo vt BD ad DC ita BA ad AC. Sed esto iam vt BD ad DC; ita BA ad AC, iunctaq; sit AD. Dico angulum BAC bisecari rectâ AD: iisdem enim constructis, cum sit vt BD ad DC; ita BA ad AC: h & vt BD ad DC; ita BA ad AE (est enim lateri EC trianguli BCE ducta parallela AD) erit vt BA ad AC ita BA ad AE; i æqualis ergo est AC ipsi AE. k Quare & angulus AEC angulo ACE æqualis erit. l sed AEC externo BAD est æqualis; m & ACE alterno CAD; erit ergo & BAD æqualis ipsi CAD; ergo BAC rectâ AD bisecatur. Si ergo trianguli angulus, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 4. Theor. 4.

Aequiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionabilia sunt; Et latera aequalibus angulis subtensa, homologa, siue eiusdem rationis.

Sint

Sint triangula ABC, DCE equiangula, æquales habentia angulos ABC, DCE , & ACB, DEC , & BAC, CDE .



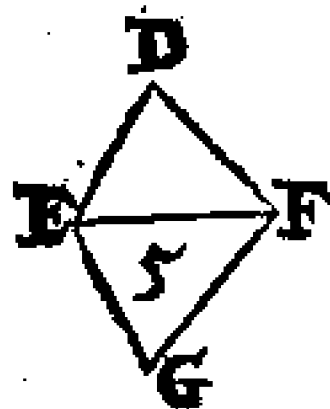
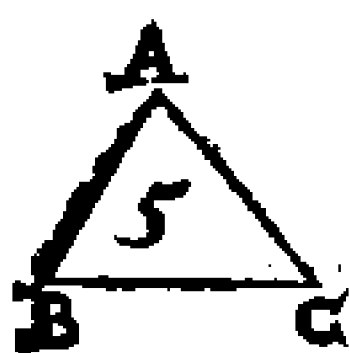
Dico latera circa æquales angulos esse proportionalia; & latera æqualibus angu-

lis subtensa, homologa. Componantur enim BC, CE in directum. Et cum anguli ABC, ACB duobus rectis minores sint, sit autem angulus DEC angulo ACB æqualis, erunt & ABC, DEC duobus rectis minores & concurrent ergo BA, ED *a def. 11. 1.* productæ. Concurrant in F ; cumque anguli DCE, ABC æquales sint, *b* erunt rectæ BF, CD parallelæ. Rursus cum anguli ACB, DEC æquales sint, *c* erunt & AC, FE parallelæ, ideoque $FACD$ parallelogrammum est; *d* eritque FA æqualis ipsi CD ; & AC ipsi FD ; & cum ad latus FE trianguli FBE ducta sit parallela AC , *e* erit ut BA ad AF ; ita BC ad CE ; *e* *prop. 1. 6.* est autem AF æqualis ipsi CD ; ut *f* ergo *f* *prop. 7. 5* BA ad CD ; ita BC ad CE ; & *g* permutando, ut AB ad BC ; ita DC ad CE . Rursus cum CD, BF parallelæ sint, *h* erit ut BC *h* *prop. 2. 6.* ad CE ; ita FD ad DE . Est autem DF æqua-

^{prop. 7. 5.} æqualis A C. Vt; ergo BC ad CE; ita AC
^{prop. 16. 5.} ad ED: & ergo permutando, vt BC ad CA;
 ita CE ad ED. Cum ergo demonstratum
 sit, esse vt AB ad BC; ita DC ad CE. Vt
 verò BC ad CA; ita CE ad ED; erit ex
^{prop. 22. 5.} æquali vt BA ad AC; ita CD ad DE. æ-
 quiangulorum ergo, &c. Quod oportuit
 demonstrare.

Propos. 5. Theor. 5.

*Si duotriangula latera proportionalia
 habuerint, equiangula erunt, habe-
 buntque angulos, quibus homo-
 loga latera subtenduntur,
 æquales.*



Habeant tri-
 angula AB
 C, D E F latera
 proportionalia,
 nempe, vt AB

ad BC; ita DE ad EF. Et vt BC ad CA;
 ita EF ad FD: atq; vt BA ad AC, ita ED
 ad DF. Dico triangula ABC, DEF equi-
 angula esse, æqualesque habere angulos,
 quibus homologa latera subtenduntur.
 vnde æquales erunt anguli ABC, DEF;

^{prop. 23. 1.} & BCA, EFD; & BAC, EDF. & Consti-
 tuantur

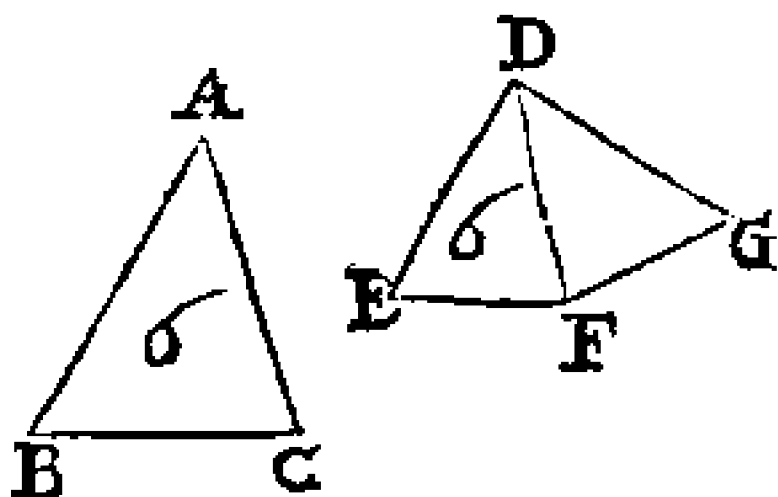
uantur .n. ad puncta E, F rectæ EF anguli
 FEG, EFG æquales angulis ABC, BCA
 erūt ergo & reliqui BAC, EGF æquales: tri-
 angula ergo ABC, EGF sunt æquiangu- *b prop. 4. 6*
 la: *b* habent igitur latera circa æquales an-
 gulos proportionalia; eruntque latera æ-
 qualibus angulis subiecta, homologa. Er-
 go ut AB ad BC; ita EG ad EF: Sed ut
 AB ad BC; ita ponitur DE ad EF: *c* ut *c prop. 11. 53*
 igitur DE ad EF; ita GE ad EF. Vtraque
 ergo DE, GE ad EF eandem habet pro-
 portionē; *d* æquales igitur sunt DE, GE. *d prop. 9. 54*
 Eadem de causa DF, GF æquales erunt.
 Cum igitur DE, EG æquales sint, com-
 munis EF: erunt duæ DE, EF, duabus
 GE, EF æquales; & basis DF basi GF æ-
 qualis; *e* erit ergo angulus DEF angulo *e prop. 8. 55*
 GEF æqualis; & triangulum DEF tri-
 angulo GEF æquale; & reliqui anguli, re-
 liquis, quibus æqualia latera subtendun-
 tur: anguli ergo DFE, GFE sunt æqua-
 les; item EDF, EGF: & cum angulus
 FED æqualis sit angulo GEF; & GEF
 ipsi ABC; *f* erit & ABC ipsi FED æqua- *f ass. 5. 56*
 lis. Eadem de causa erit angulo ACB æ-
 qualis angulus DFE; & angulus ad A an-
 gulo ad D. triangula ergo ABC, DEF æ-
 quiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c.
 Quod oportuit demonstrare, Pro-

Propos. 6. Theor. 6.

*Si duo triangula unum angulum unum
equalem, & circa equales angulos late-
ra proportionalia habuerint, equian-
gula erunt, habebuntque angulos,
quos homologa latera subten-
dunt, equales.*

Sint duo triangula ABC, DEF , angu-
los BAC, EDF habentia æquales, &
circa ipsos latera proportionalia, ut BA ad
 AC ; ita ED ad DF . Dico triangula $ABC,$
 DEF esse æquiangula, adeoque angulum
 ABC angulo DEF ; & ACD ipsi DFE ,
æqualem habere. α Constituatur enim ad
puncta D, F rectæ DF alterutrius angulo-

α prop. 23. 1.



rum $BAC,$
 EDF æqua-
lis FDG ; an-
gulo verò A
 CB æqualis
 DFG : erit
igitur & re-

β prop. 8. 1.

liquus ad B , reliquo ad G æqualis β tri-
angula ergo ABC, DGF sunt æquian-
gula. Est ergo ut BA ad AC ; ita GD ad
 DF : ponitur autem ut BA ad AC , ita ED
ad DF ; ergo ut ED ad DF ; ita est GD ad
 DF

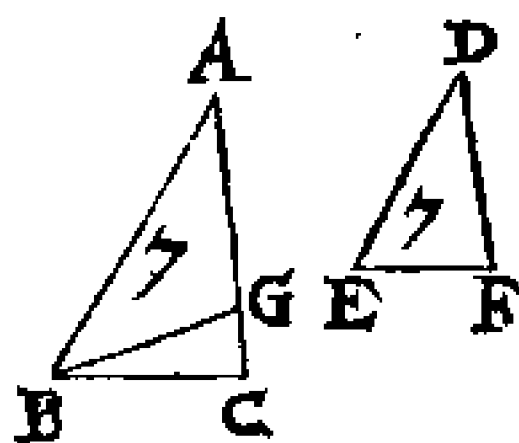
DF; & æqualis ergo est ED ipsi GD, com- e prop. 9. 1.
 munis DF. Dux ergo ED, DF, dua-
 bus GD, DF sunt æquales, & angulus
 EDF angulo GDF æqualis; d prop. 8. 1.
 & basis EF basi GF æqualis, & triangu-
 lum DEF triangulos GDF: quare reli-
 qui anguli reliquis equales erunt, alter al-
 teri, quibus æqualia latera subtenduntur.
 Angulus ergo DFG æqualis est angulo
 DFE; & qui ad G illi, qui ad E. Sed DFG
 æqualis est ACB angulo; e ergo & ACB e ax. 1.
 ipsi DFE æqualis erit; ponitur autem &
 BAC ipsi EDF æqualis: reliquus ergo ad
 B æqualis erit reliquo ad E. triangu-
 la ergo ABC, DEF æquiangula sunt. Si ergo
 duo triangu-
 la, &c. Quod oportuit de-
 monstrare.

Propos. 7. Theor. 7.

*Si duo triangu-
 la unum angulum uni
 angulo æqualem; & circa alios angulos
 latera proportionalia habuerint; reli-
 quorum vero utrumque, aut minorem,
 aut non minorem recto, aquiangula e-
 runt triangu-
 la; & angulos, circa quos
 latera sunt proportionalia, æqua-
 les habebunt.*

Q

Sint



Sint duo triangu-
 ABC, DEF , ha-
 bentia angulos BAC
 EDF equales; circa ali-
 os vero angulos ABC ,
 DEF latera propor-
 tionalia. Vt AB ad BC ; ita DE ad EF . re-
 liquorum verò angulorum qui ad C , & F ,
 primum vtrumque minorem recto. Di-
 co ABC, DEF triangu-
 la; angulumque ABC angulo DEF ; &
 qui est ad C , illi qui est ad F , æqualem.
 Quod si anguli ABC, DEF inæquales
 fuerint unus maior. Sit maior ABC ; &
 a constitutur ad punctum B rectæ AB
 angulus ABG , æqualis angulo DEF . Et
 cum anguli A, D equales sint; item ABG ,
 b DEF ; c erunt & reliqui AGB, DFE æ-
 quales. triangu-
 la ergo ABG, DEF æqui-
 angula sunt; est ergo vt AB , ad BC ; ita DE
 ad EF : sed vt DE ad EF ; ita ponitur AB
 ad BC : ergo vt AB ad BC ; ita est AB ad
 d BG . Cum ergo AB ad vtramque BC ,
 BG eandem habeat proportionem, e-
 runt BC, BG æquales. e ergo & anguli
 BGC, BCG æquales erunt: At BCG
 minor recto ponitur, erit ergo & BGC
 recto minor: f quare angulus AGB ei
 dein-

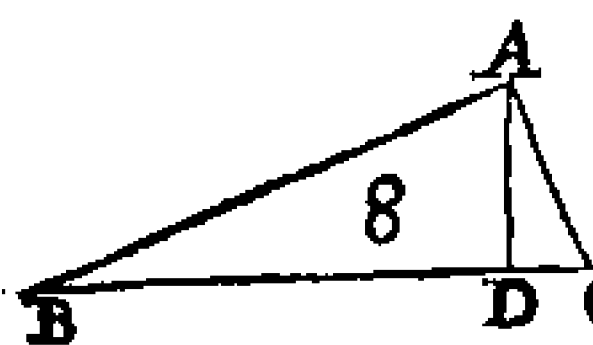
dein-
 rem
 lus
 quod
 DE
 g. sum
 & qui
 angu
 Si ru
 mino
 DE
 oru
 aqua
 C, B
 sit m
 Sun
 non
 non
 inæq
 & ad
 ut
 trian
 Sic

deinceps maior erit recto: ostensus est autem æqualis angulo F: erit igitur & angulus F maior recto ; at minor ponitur, quod est absurdum : anguli ergo A B C, D E F non sunt inæquales: æquales ergo. *g prop. 32.1.*
 g sunt verò & anguli A, D æquales: ergo & qui ad C & F æquales erunt. Quare tri-
 angula A B C, D E F æquiangula erunt. Sit rursus vterque angulus ad C & F non
 minor recto. Dico & sic triangula A B C, D E F æquiangula esse. iisdem enim con-
 structis, ostendemus rectas B C, B G esse æquales, vt prius: h erunt igitur & anguli *h prop. 5.1.*
 C, B G C æquales. Cum ergo C recto non sit minor, nec B G C recto minor erit. Sunt ergo trianguli B G C duo anguli
 non minores duobus rectis, i quod fieri *i prop. 17.1.*
 non potest, non ergo anguli A B C, D E F inæquales sunt: æquales ergo. Sunt vero
 & anguli ad A & D æquales; erunt *k* igitur & reliqui ad C & F æquales. Quare
 triangula A B C, D E F sunt æquiangula. Si ergo duo triangula; &c. Quod oportuit demonstrare.



Propos. 8. Theor. 8.

In rectangulo triangulo si ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, quæ ad perpendicularem sunt triangula, & toti, & inter se similia sunt.



E Sto triangu-
lum rectangu-
lum ABC rectum
habens BAC , du-
caturq; ab A ad BC perpendicularis AD .
Dico triangula ABD , ADC , & toti
 ABC , & inter se esse similia. Cum enim
angulus BAC æqualis sit angulo ADB ;
rectus enim est uterque; & angulus ad B
communis utriq; triangulo ABC , ABD ;
a colligitur a erit & reliquus ACB reliquo BAD æ-
ex 32.1. qualis: æquiangula ergo sunt triangula
b prop. 4.6. ABC , ABD . b Est ergo ut BC rectum
trianguli ABC subtendens, ad BA re-
ctum trianguli ABD subtendentem; ita
ipsa AB angulum C trianguli ABC sub-
tendens, ad BD subtendentem angulum
 BAD trianguli ABD . Et ita AC ad AD
subtendentem angulum B communem
utriusq; trianguli. Triangula ergo ABC ,
 ABD

ABD æquiangula sunt, habentque latera circa æquales angulos proportionalia; & similia ergo sunt triangula ABC, ABD. *c def. 1. 6.*

Eodem modo ostendemus triangulum ADC triangulo ABC simile esse. Vtrumque ergo triangulum ABD; ADC toti ABC simile est. Dico quod & inter se si-

milis sint ABD, ADC triângula. Cum enim anguli BDA, ADC recti sint, e-

runt & æquales: ostensus est autem & BAD ipsi C æqualis: *d* ergo & reliquus ad B, re-

*d colligitur
ex 32. 1.*

liquo DAC æqualis erit. Triangula ergo ABD, ADC æquiangula sunt. *e* Est er-

e prop. 4. 6.

go, ut BD subtendens angulum BAD trianguli ABD, ad DA subtendentem angulum C trianguli ADC æqualem angulo BAD; ita ipsa AD subtendens trianguli ABD, angulum B, ad DC subtendentem angulum DAC trianguli ADC æqualem angulo B; & ita BA ad AC subtendentem rectum ADC. Triangula ergo ABD, ADC similia sunt. Si ergo in triangulo rectangulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basin per-

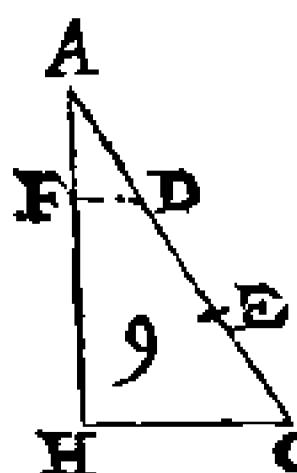
Q 3

pen-

pendicularis ducatur, ipsam inter basis partes mediam proportionalem esse. Et inter basim, & partem basis, medium proportionale esse latus, quod ad partem. *Ve inter B C, A B media proportionalis est pars B D. Inter B C, A C, pars D C.*

Propos. 9. Probl. 1.

A data recta linea imperatam partem auferre.



a prop 3.1.

b prop 3.1.5.

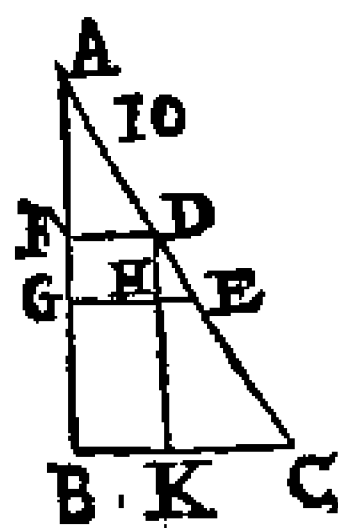
c prop. 2.6.

OPorteat à data recta AB imperatum partem auferre. Sit auferenda pars tertia. Ducatur ab A recta AC cum A B quemcumque angulum continens; & accipiat in A C quodcumque punctum D, a ponanturq; ipsi A D æquales D E, E C; ducatur C B, b ei que per D parallela ducatur D F. Cum ergo lateri B C trianguli A B C parallela sit ducta D F; c erit ut CD ad D A; ita B F ad F A. Est autem D C ipfius D A dupla; dupla ergo est & B F ipfius F A. tripla ergo est B A ipfius A F. A data ergo recta A B imperata pars, nimirum tertia A F ablata est. Quod oportuit facere.

Pro-

Propof. 10. Probl. 2.

*Datam rectam lineam infectam,
data recta secta similiter
secare.*



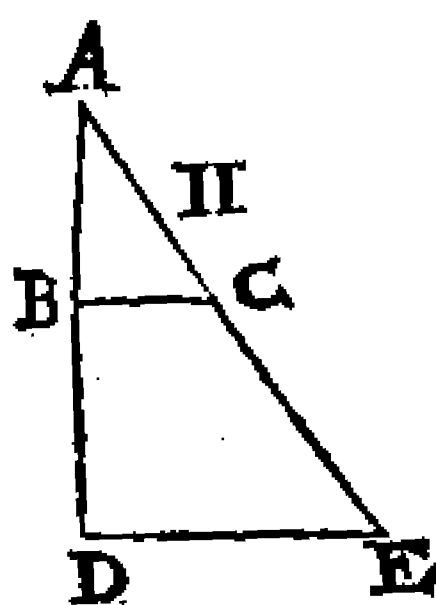
OPorteat datam infe-
ctam AB similiter se-
care, ut secta est AC . Sit AC
in punctis D, E secta. Col-
locentur AB, AC ut angu-
lum quemcumque conti-
neant, & ducatur CB ; at-

que per D, E agantur ipsi BC parallelæ
 DF, EG ; & per D ipsi AB ducatur pa-
rallela DHK ; & erit utrumque FH, HB
parallelogrammum. *a* Sunt ergo tam *a prop. 34. 1a*
 DH, FG ; quam HK, GB æquales. & cum
ipsi KC trianguli DKC ducta sit paralle-
la HE ; *b* erit ut CE ad ED ; ita KH ad *b prop. 2. 6.*
 HD . *c* Est autem tam KH ipsi BG ; quam *c prop. 34. 1a*
 HD ipsi GF æqualis; est ergo ut CE ad
 ED ; ita BG ad GF . Rursus *d* cum lateri *d prop. 2. 6.*
 EG trianguli AGE ducta sit parallela
 FD , erit ut ED ad DA ; ita GF ad FA :
ostensum est autem esse, ut CE ad ED , ita
 BG ad GF . est ergo ut CE ad ED ; ita BG
ad GF , ut verò ED ad DA ; ita GF ad
 FA :

FA: data ergo recta infecta AB similiter
secta est, ut secta AC. Quod oportuit fa-
cere.

Propos. 11. Probl. 3.

*Duabus rectis datis tertiam proportio-
nalem inuenire.*



a prop. 3. 1.

b prop. 31. 1.

c prop. 2. 6.

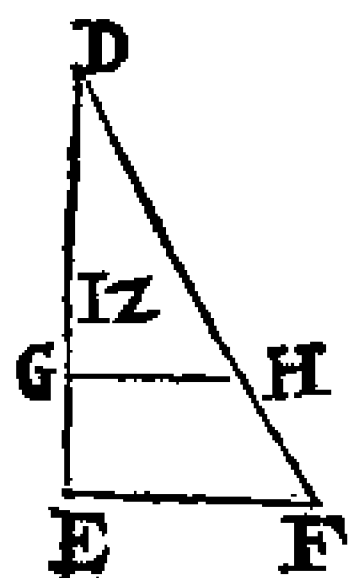
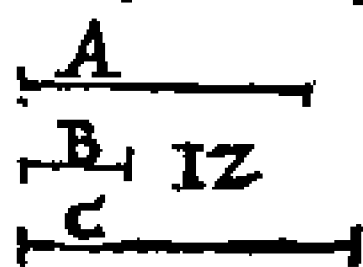
Sint datæ BA, AC, &
ponatur ut angulum
quemcumq; contineant
oportet ergo ipsis BA,
AC tertiam proportio-
nalem inuenire. Produ-
cantur AB, AC ad D, E
puncta; & ponatur ipsi
AC æqualis BD; & ipsi BC
ducatur parallela DE per D.
Cum itaque lateri DE
trianguli ADE ducta sit
parallela BC; erit ut AB
ad DB; ita AC ad CE; æqua-
lis est autem BD ipsi AC;
est ergo ut AB ad AC;
ita AC ad CE. Datis ergo
duabus AB, AC inuenta est
tertia proportionalis CE.
Quod oportuit facere.

Propos. 12. Probl. 4.

*Tribus datis rectis lineis quartam pro-
portionalem inuenire.*

Opor-

OPorteat tribus datis rectis A, B, C,
quartam proportionalem inuenire.



Exponantur duæ rectæ
DE, DF continentēs an-
gulum quemcunq; EDF:

& aponatur ipsi A æqua *a prop. 3. 1.*

lis recta DG; ipsi B, re-
cta GE: & ipsi C recta
DH; *b prop. 31. 1.* atque ipsi GH a-
gatur parallela EF per E.

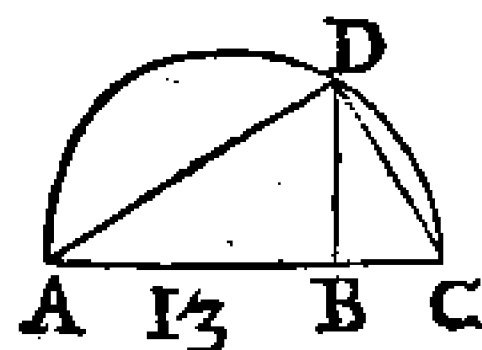
Cum ergo lateri EF tri-
anguli DEF ducta sit pa-
rallela GH, erit vt DG *c prop. 2. 6.*

ad GE; ita DH ad HF,

Est autem DG æqualis ipsi A; GE ipsi B;
DH ipsi C; est ergo vt A ad B; ita C ad
HF. Tribus ergo datis A, B, C inuenta est
quarta proportionalis HF. Quod oport-
uit facere.

Propositio 13. Probl. 5.

*Duabus rectis datis mediam proportio-
nalem inuenire.*

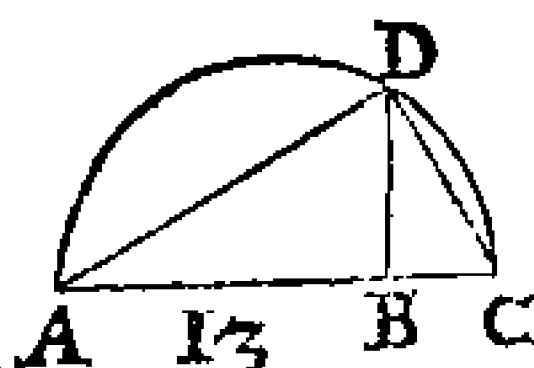


SIt duab⁹ datis A B,
BC media propor-
tionalis inuenienda.
Ponantur in directū,
describaturquē super
AC semicirculus ADC; & ducatur à B *a prop. 11. 10*

Q5

pun-

puncto, BD , ipsi AC ad angulos rectos,
b prop. 31. 3. iunctis AD, DC . *b* Et quia angulus ADC



*c coroll.
 prop. 8. 6.*

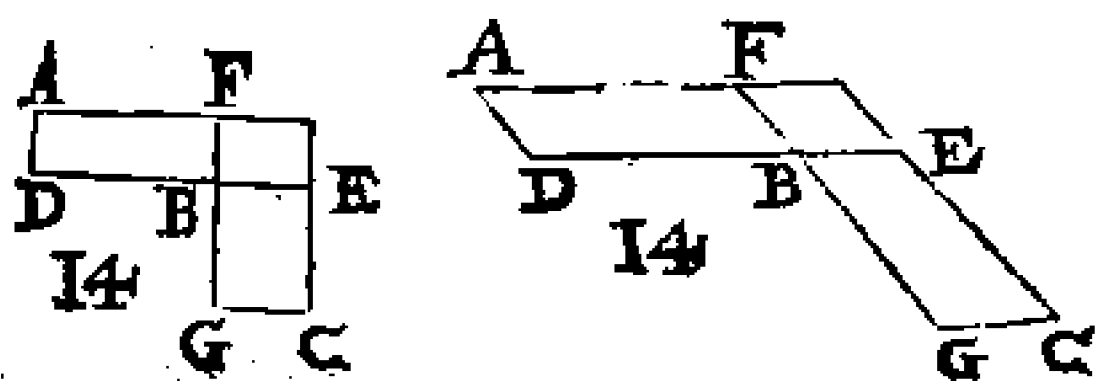
rectus est; quippe in
 semicirculo, estq; in
 triangulo rectangulo
 ex angulo recto D ad
 basim AC perpendi-
 cularis ducta DB . *c* erit BD inter partes
 basis AB, BC , media proportionalis. Dua-
 bus ergo, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 14. Theor. 9.

*AEQUALIUM, & unum uni angulo a-
 qualem habentium parallelogrammo-
 rum, reciproca sunt latera, quæ circa æ-
 quales angulos. Et parallelogramma,
 quæ unum uni angulum æqualem ha-
 bent, & quorum reciprocantur la-
 tera circa æquales angulos,
 æqualia sunt.*

*S*int parallelogramma AB, BC æqualia,
 habentia angulos ad B æquales, positæ-
 que sint DB, BE in directum, & erunt er-
 go & FB, EG in directum. Dico paralle-
 logrammorum AB, BC latera, quæ circa
 æqua-

*a Collegitur
 ex 13. 14.
 & 15. 1.*



æquales angulos, esse reciproca. Hoc est,
 esse ut DB ad BE ; ita GB ad BF . Perfi-
 ciatur enim parallelogrammum FE . Et
 quia AB , BC parallelogramma æqualia
 sunt, aliud autem quoddam est, FE : *b* erit *b* *prop. 7.5.*
 ut AB ad FE ; ita BC ad idem FE . *c* sed ut *c* *prop. 1.6.*
 AB ad FE ; ita est DB ad BE ; & ut BC
 ad FE ; ita est GB ad BF . *d* Ergo est ut DB *d* *prop. 11.1.*
 ad BE ; ita GB ad BF . Parallelogrammo-
 rum ergo AB , BC latera sunt reciproca. *e* *def. 6.1.*
 Reciprocentur iam latera, quæ circa æ- *f* *def. 2.6.*
 quales angulos; sitque ut DB ad BE ; ita
 GB ad BF . Dico parallelogramma AB ,
 BC æqualia esse. Cum enim sit ut DB ad
 BE ; ita GB ad BF . *g* Et ut DB ad BE ; *g* *prop. 1.6.*
 ita AB ad FE ; atque ut GB ad BF ; ita
 BC ad FE : erit ut AB ad FE ; ita BC ad
 idem FE ; *h* æqualia ergo sunt parallelo- *h* *prop. 2.5.*
 grammata AB , BC . Æqualium ergo,
 & vnum vni, &c. Quod oport-
 uit demonstrare.

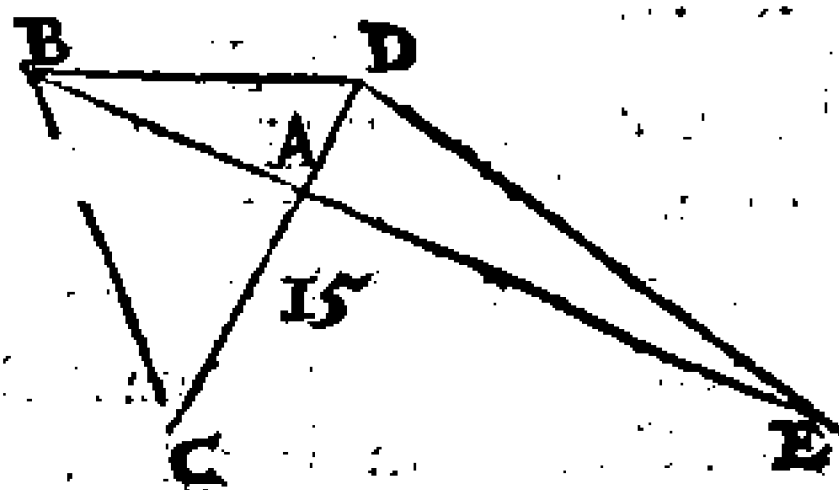
☉(o)☉

Pro-

Propositio 15. Theor. 10.

*AEqualium triangulorum, & unum
angulum uni equalem habentium, re-
ciproca sunt latera, quae circa aequales
angulos. Et triangula, quae unum an-
gulum uni equalem habent, & quorum
latera quae circa aequales angulos,
reciprocantur, sunt
aequalia.*

Sint triangula ABC, ADE aequalia, ha-
beantque unum angulum BAC , uni
 DAE a-



qualē. Di-
co latera,
quae circa
equales sunt
angulos, re-
ciproca es-

se. Hoc est, esse, ut CA ad AD ; ita EA
ad AB . Ponantur enim CA, AD in di-
rectum; & erunt ergo & EA, AB in dire-
ctum. & ducatur BD . Cum igitur trian-
gula ABC, ADE aequalia sint, sitque ali-
ud ABD ; *b* erit ut CAB ad BAD ; ita
& *c* ADE ad idem BAD ; & sed ut CAB ad
 BAD ;

*a Colligitur
ex 13. 14.
& 15. 1.*

b prop. 7. 5.

c prop. 1. 6.

$BA D$; ita est CA ad AD . Et ut EAD
 ad $BA D$; ita est EA ad AB : *d* Ergo ut *d prop. 11. 5.*
 CA ad AD ; ita est EA ad AB . Trian-
 gulorum ergo ABC , ADE latera, quæ
 circa æquales angulos, reciprocantur. Sed
 reciproca sint iam latera triangulorum
 ABC , ADE . Et sit ut CA ad AD ;
 ita EA ad AB . Dico triangu-
 la ABC , ADE esse æqualia. Iuncta rursus BD ,
 erit ut CA ad AD ; ita EA ad AB : *e* sed *e prop. 1. 6.*
 ut CA ad AD ; ita est triangulum ABC
 ad triangulum $BA D$; ut verò EA ad
 AB ; ita triangulum EAD ad triangu-
 lum $BA D$. Ut ergo ABC ad $BA D$;
 ita est EAD ad idem $BA D$: utrumque
 ergo ABC , EAD ad $BA D$ eandem
 habet proportionem: *f* æquale ergo est *f prop. 9. 5.*
 triangulum ABC , triangulo EAD .

Æqualium ergo triangulorum, &c.

Quod oportuit demon-
strare.

☉(o)☉

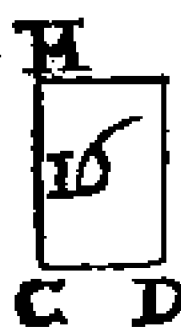
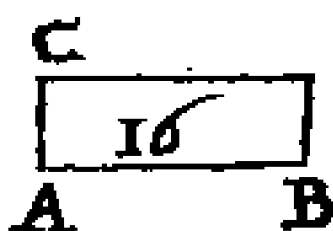


Propo-

Propositio 16. Theor. 11.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale illi quod mediis continetur rectangulo. Et si rectangulum extremis contentum, æquale fuerit mediis contento rectangulo; quatuor illæ lineæ proportionales erunt.

Sint quatuor rectæ AB, CD, E, F proportionales, ut AB ad CD ; ita E ad F .



Dico rectangulum AB , & F contentum, æquale esse contento CD , & E .

a prop. 11. 7. **D**ucantur à punctis A, C ad rectas AB, CD ad angulos rectos AG, CH ; sitque ipsi F æqualis AG ; & ipsi E , ipsa CH , cōpleanturque parallelogramma BG, DH . Et quia est, ut AB ad CD ; ita E ad F , & est E ipsi CH ; & F ipsi AG æqualis, erit
b prop. 14. 6 ut AB ad CD ; ita CH ad AG : *b* parallelogrammorum ergo BG, DH latera, quæ
 circa

circa equales angulos sunt, reciprocantur: quorum autem parallelogrammorum *cprop. 14. 6.* quia angulorum latera reciprocantur, illa æqualia sunt: parallelogramma ergo BG, DH æqualia sunt. Et est BG, quod AB, & F continetur, (est enim AG ipsi F æqualis) DH, quod CD & E continetur (est enim CH ipsi E æqualis.) Quod ergo AB, & F continetur, æquale est ei, quod CD & E continetur rectangulo. Sit iam quod AB, & F continetur, æquale ei quod CD & E continetur. Dico quatuor rectas esse proportionales. Vt AB ad CD; ita E ad F. iisdem constructis, cum quod AB, F continetur, æquale sit ei quod CD, E continetur, sitque BG id quod AB, & F continetur (est enim AG ipsi F æqualis) DH vero, quod CD, & E continetur (est enim CH ipsi E æqualis) erit BG ipsi DH æquale: & sunt æquiangula. *dprop. 14. 6.* Æqualium autem & æquiangulorum parallelogrammorum latera, quæ circa æquales angulos, reciproca sunt: Erit ergo ut AB ad CD; ita E ad F. Si ergo quatuor rectæ lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

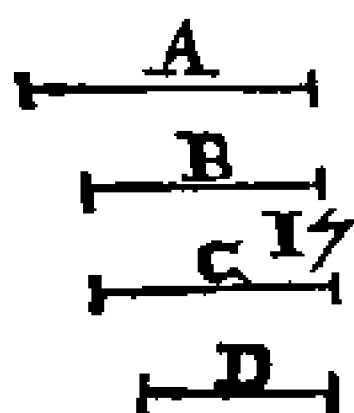
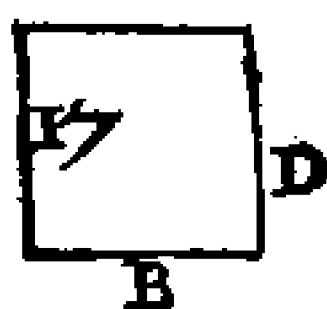
☉ (:o:) ☉

Pro-

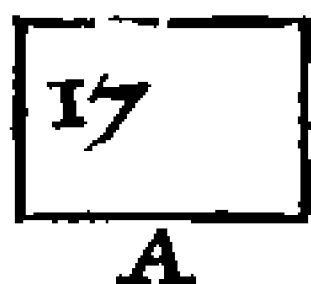
Propositio 17. Theor. 12.

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint; erit quod extremis continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit à media. Et si quod extremis continetur rectangulum æquale fuerit quadrato quod à media fit, erunt tres lineæ illæ proportionales.

Sint tres rectæ A, B, C proportionales; ut A ad B; ita B ad C. Dico quod A, C



continetur æquale esse ei quod ex B. Ponatur D æqualis ipsi B. Et cum sit ut A ad B; ita B



ad C; sit vero ipsi B æqualis D; erit ut A ad B; ita D ad C.

æ prop. 16.6

Cum autem quatuor rectæ proportionales sunt, est quod extremis continetur rectangulum, æquale ei quod mediis continetur rectangulo. Quod ergo A & C continetur, æquale est ei quod B, D continetur; at quod B, D continetur æquale est ei quod ex B; est enim D ipsi

ipsi B æqualis; Ergo quod A, C continetur, æquale est ei quod ex B quadrato. Sit iam quod A, C continetur, æquale ei, quod ex B. Dico esse, ut A ad B; ita B ad C. iisdem enim constructis, cum quod A, C continetur æquale sit ei quod ex B; & quod ex B, æquale ei quod B, D continetur, quod B, D æquales sint; erit quod A, C continetur, æquale ei quod B, D continetur. Quando autem quod extremis continetur, æquale est ei quod continetur mediis, sunt quatuor illæ lineæ proportionales. Est igitur ut A ad B; ita D ad C: æqualis autem est D ipsi B: ergo ut A ad B; ita est B ad C. Si ergo tres lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare. b prop. 16.6

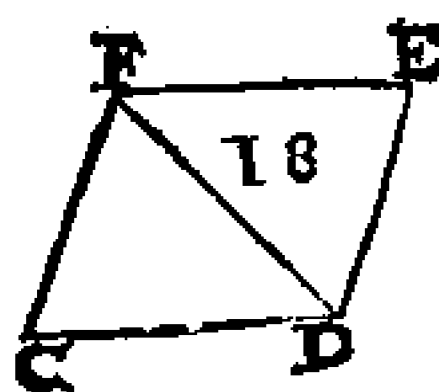
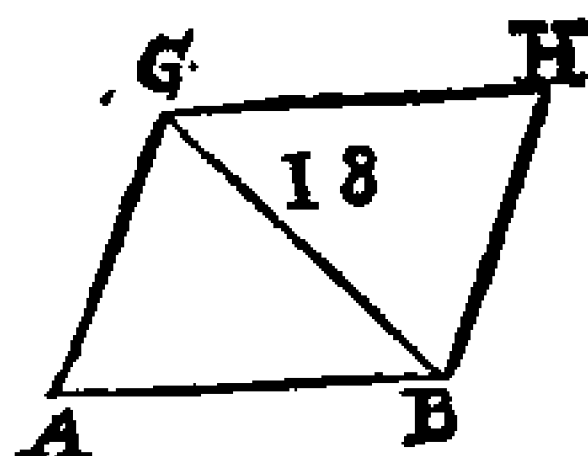
Propositio 18. Probl. 6.

Super data recta linea dato rectilineo simile similiterque positum rectilineum describere.

Oporteat super data A B dato rectilineo C E simile similiterque positum rectilinum describere. Ducatur D F, & constituantur ad puncta A, B rectæ A B æ constituantur ad puncta C, D rectæ C D, anguli G A B, A B G æquales angulis C, D F, a prop. 17.1

R

C D F,



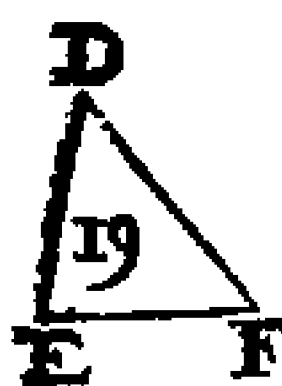
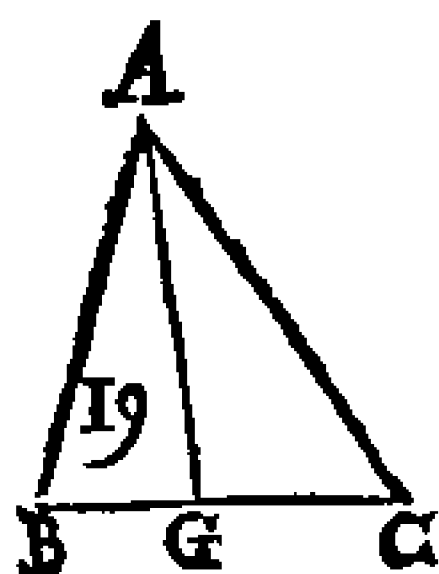
b prop. 4.6. $CD F$; eritque reliquus $CF D$ reliquo $AG B$ æqualis: triangula igitur FCD , GAB sunt æquiangula. *b* Est ergo, ut FD ad GB ; ita FC ad GA ; & CD ad AB .
c prop. 23.1. *c* Constituantur rursus ad puncta B, G rectæ BG anguli BGH, GBH æquales angulis $D FE, FDE$; eritque reliquus E reliquo H æqualis: triangula ergo FDE, GBH æquiangula sunt; *d* est igitur ut FD ad GB ; ita FE, GH ; & ED ad HB . O-
d prop. 4.6. *d* stensum autem est, esse ut FD ad GB ; ita
e prop. 11.5. *e* FC ad GA , & CD ad AB ; *e* igitur ut FC ad AG ; ita est CD ad AB ; & FE ad GH ; itemque ED ad HB . Et cum angulus CFD æqualis sit angulo AGB : & DFE ipsi BGH : erit totus $C FE$ toti AGH æqualis. Eadem de causâ erit angulus CDE æqualis angulo ABH . Est verò & angulus C angulo A ; Et angulus E angulo H æqualis: æquiangula ergo sunt AH, CE , habentque latera circa æquales angulos proportionalia. *f* Est igitur AH recti-
f def. 6.1. lineum

lineum simile similiterque positum rectilineo CE. Super data ergo recta linea, &c, Quod oportuit facere.

Propositio 19. Theor.. 13.

Similia triangula inter se sunt in dupla proportionem suorum laterum.

Sint ABC, DEF triangula similia, habentia angulos B, E æquales; sitque ut



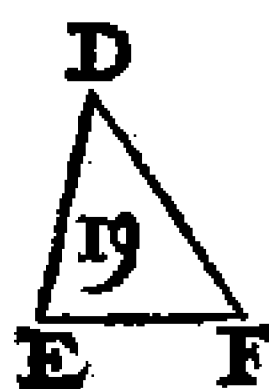
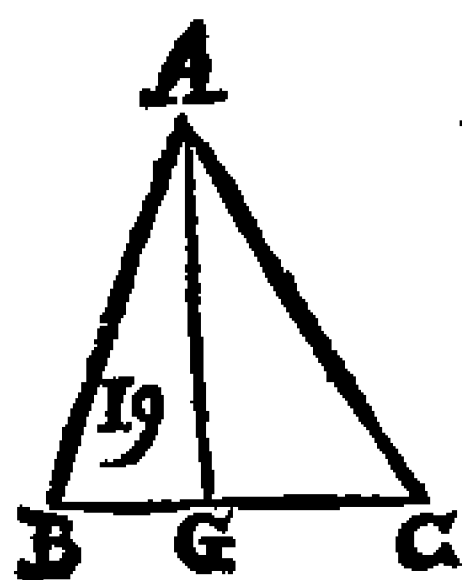
AB ad BC; ita DE ad EF, ut latera BC, EF sint homologa.

Dico triangulum ABC ad triangulum DEF

duplam habere proportionem eius, quam habet BC ad EF. Sumatur enim ipsarum BC, EF tertia proportionalis BG; ut sit quomodo BC ad EF; ita EF ad BG; ducaturque GA. Cum igitur sit ut AB ad BC; ita DE ad EF; erit permutando ut AB ad DE; ita BC ad EF. sed ut BC ad EF; ita est EF ad BG: ergo ut AB ad DE; ita est EF ad BG: Triangulorum ergo

R 2 ABG,

ABG, DEF latera circa æquales angulos recipiuntur. Quorum autem trian-



gulorū v-
nū angu-
lum vni-
qualē ha-
bentiū la-
tera circa

æquales angulos reci-
piuntur, illa æqualia

e prop. 17. 6. sunt: & triangula ergo DEF, ABG æqua-
lia sunt. Et quia est vt BC ad EF ; ita EF
ad BG ; quando autem tres lineæ propor-
d def. 10. 5. tionales sunt, *d* prima ad tertiam duplam
proportionem habere dicitur eius, quam
habet ad secundam. BC ergo habet ad BG
duplam proportionem eius, quam habet
e prop. 1. 6. ad EF . Vt vero BC ad BG ; ita est trian-
gulum ABC ad triangulum ABG : habet
ergo triangulum ABC ad triangulum
 ABG duplam proportionem eius, quam
habet BC ad EF . Est autem triangulum
 ABG æquale triangulo DEF : habet er-
go triangulum ABC ad triangulum DEF
duplam proportionem eius, quam habet
 BC ad EF . Similia ergo triangula,
&c. Quod oportuit de-
monstrare.

Corol-

Corollarium.

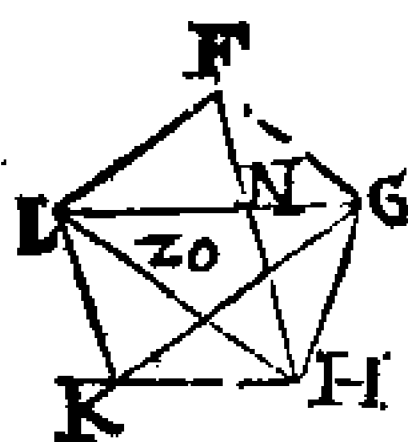
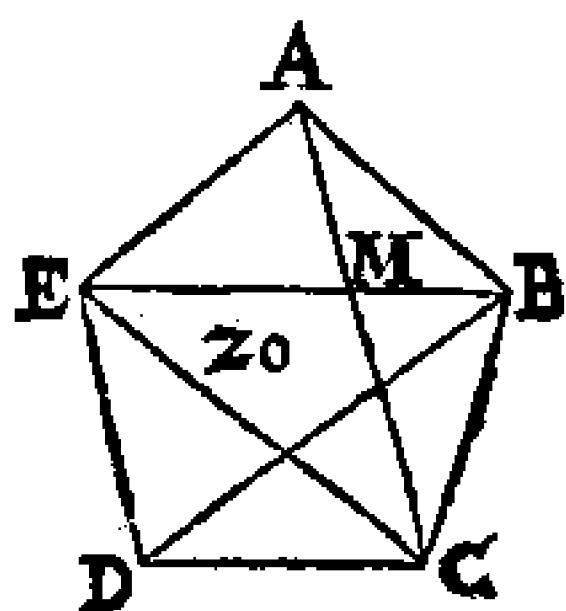
Ex his manifestum est, si tres lineæ proportionales fuerint; esse, ut primam ad tertiam, ita triangulum super prima descriptum ad triangulum super secunda simile similiterque descriptum. Ostensum est enim, ut est CB ad BG ; ita esse triangulum ABC ad triangulum ABG , hoc est, ad triangulum DEF . Quod oportuit demonstrare.

Propositio 20. Theor. 14.

Similia polygona in similia triangula diuiduntur; & numero aequalia, & homologa totis; & polygonum ad polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.

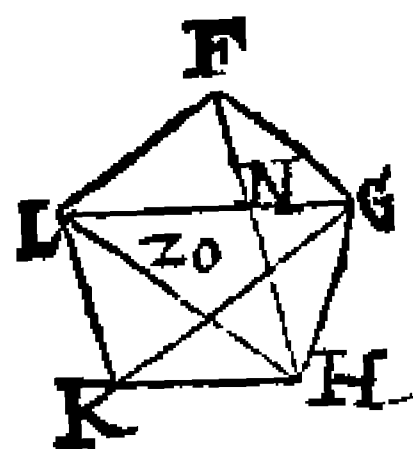
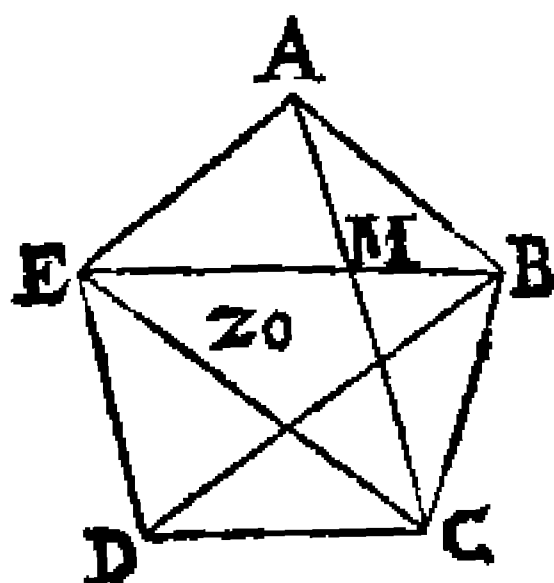
Sint similia polygona $ABCDE$, $FGHKL$, & sit latus AB homologum ipsi FG . Dico polygona $ABCDE$, $FGHKL$ in similia triangula diuidi, & numero æqualia, & homologa totis; & polygonū $ABCDE$ ad polygonū $FGHKL$

duplicatam habere proportionem eius, quam habet AB ad FG , Iungantur enim



BE, EC, GL, LH ; & quia polygonum $ABCDE$ simile est polygono $FGHLK$; erit angulus BAE æqualis angulo GLF ; & est, ut BA ad AE ; ita GF ad FL . Cum itaque duo sint triangula ABE, FGL , unum angulum uni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habentia, & erunt ipsa æquiangula, ideoq; & similia: æqualis est ergo angulus ABE angulo FGL ; est verò & totus ABC , toti FGH æqualis, propter similitudinem polygonorum; *b* reliquus ergo EC , reliquo LGH æqualis erit. Et quia propter similitudinem triangulorum ABE, FGL , est, ut EB ad BA ; ita LG ad GF . Sed & *c* propter similitudinem polygonorum, est ut AB ad BC ; ita FG ad GH ; *e* ex æquali ergo est, ut EB ad BC ; ita LG ad GH ; latera

tera ergo circa æquales angulos EBC ,
 LGH , sunt proportionalia; æquiangula
 & ergo sunt triangula EBC , LGH ; qua- ^{d prop. 6. 6.}
 re & similia. Eadem de causa similia sunt
 triangula ECD , LHK ; Similia ergo po-
 lygona $ABCDE$, $FGHKL$ in similia
 triangula, & æqualia numero diuisa sunt.
 Dico & homologa esse totis, hoc est, pro-
 portionalia, & antecedentia quidē ABE ,
 EBC , ECD ; Consequentia verò ipso-
 rum FGL , LGH , LHK ; atque polygo-
 num $ABCDE$ ad polygonum $FGHKL$
 duplam habere proportionem eius, quam
 habet latus homologum AB ad latus ho-
 mologum FG . Iungantur enim AC , FH .
 Et quia propter similitudinē polygono-
 rum, sunt anguli ABC , FGH æquales; est- ^{e prop. 6. 6.}
 que ut AB ad BC ; ita FG ad GH ; & æqui-
 angula ergo sunt triangula ABC , FGH :
 æquales igitur sunt tam anguli BAC ,
 GFH , quam BCA , GHF . Et quia anguli
 BAM , GFN æquales sunt, ostensique
 sunt & ABM , FGN æquales; erunt &
 reliqui AMB , FNG æquales; sunt ergo tri-
 angula ABM , FGN æquiangula. Similiter
 ostendemus & triangula BMC , GNH esse
 æquiangula. Est ergo ut AM ad MB ; ita
 FN ad NG . Et ut BM ad MC ; ita GN ad
 NH ;



fprop. 22.5. NH ; ex æquali ergo est ut AM ad MC ;

gprop. 1.6. ita FN ad NH ; *g* sed ut AM ad MC ; ita est triangulum ABM ad triangulū MBC ;

hprop. 12.5. & AME ad EMC ; sunt enim ad se inuicem ut bases; & *h* ut vnum antecedentium, ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia cōsequentia. Ut

ergo triangulum AMB ad BMC ; ita triangulum ABE ad CBE ; *i* sed ut AMB ad BMC ; ita est AM ad MC ; Vt ergo AM ad MC ; ita triangulum ABE ad EBC , Eadem

de causa, est ut FN ad NH ; ita triangulū $FG L$ ad GLH ; Et est ut AM ad MC ; ita FN ad NH ; Vt ergo triangulum ABE

ad BEC ; ita triangulum $FG L$ ad $GH L$; *k* & permutādo, ut ABE ad $FG L$; ita EBC ad GLH . Similiter demōstrabimus ductis

kprop. 16.5. BD, GK . Esse ut triangulū BEC ad LGH ; ita ECD ad LHK ; & quia est, ut ABE ad $FG L$; ita EBC ad LGH ; & ECD

ad LHK ; *lprop. 12.5.* erit ut vnum antecedentium ad

ad unum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia: est ergo ut ABE ad FG ; ita $ABCDE$ ad $FGHKL$: sed ABE ad FG duplam proportionem habet eius, quam AB latus homologum ad FG latus homologum. 1 prop. 10.6.

Similia enim triacula in dupla proportionem sunt laterum homologorum: habet ergo & $ABCDE$ polygonum ad $FGHKL$ polygonum duplam proportionem eius, quam habet AB ad FG . Similia ergo polygona, &c. Quod oportuit demonstrare. Eodem modo in similibus quadrilateris ostendetur in dupla illa esse proportionem laterum homologorum. m prop. 10.6.

Ostensum est autem & in triangulis. 2 prop. 12.6.

Corollarium I.

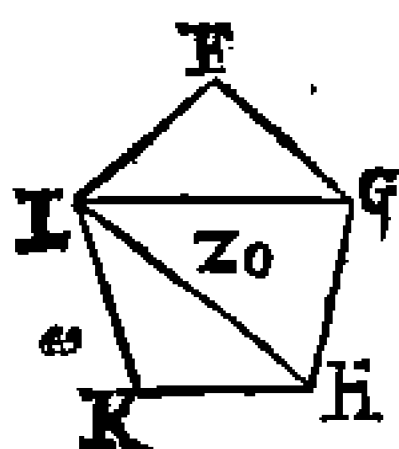
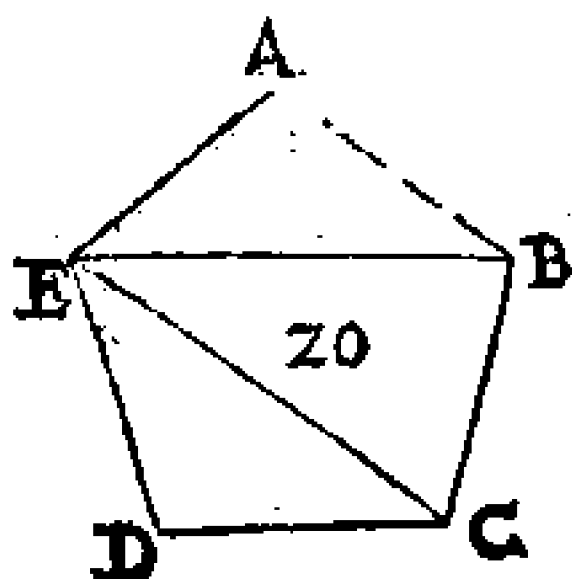
Uniuersè ergo similes rectilinearæ figuræ ad se inuicem sunt in dupla proportionem laterum homologorum; & si ipsarum AB, FG tertiam proportionalem sumamus X ; b habebit AB ad X duplam proportionem eius, quam habet ad FG . Habet autem & polygonum ad polygonum, & quadrilaterum ad quadrilaterum. b def. 10.5.

cor. prop.
19.6.

drilaterum duplam proportionem eius,
quam habet homologum latus ad homo-
logum, hoc est: AB ad FG . c Oñsum est
autem hoc in triangulis.

Corollarium II.

Uniuersè ergo manifestum est; si tres
Cexol. prop.
19.6. fuerint rectæ, esse ut prima est ad tertiam,
ita figuram à prima descriptam, ad figu-
ram à secūda similiter descriptam. Quod
oportuit demonstrare.



Ostendemus etiam aliter, & expeditius
triangula esse homologa. Exponentur
rursus polygonæ $ABCDE$, $FGHKL$,
ducanturque BE , EC , GL , LH . Dico
esse ut triangulum ABE ad triangulum
 FGL ; ita EBC ad LGH ; & CDE ad HKL .
Cum enim triangula ABE , FGL simili-
lia sint, a habebit ABE ad FGL duplam
proportionem eius, quam habet latus BE
ad

ad GL. Eadem de causa habebit triangu-
 lum BEC ad GLH duplam proportio-
 nem eius, quam habet BE ad GL. Est er-
 go ut ABE ad FGL; ita EBC ad GLH.
 Rursus cum triangula EBC, LGH simi-
 lia sint; habebit EBC ad LGH duplam
 proportionem eius, quam habet CE re-
 cta ad HL. Eadem de causa habet trian-
 gulum ECD ad LHK duplam propor-
 tionem eius, quam habet CE ad HL. Est
 ergo ut BEC ad LGH; ita CED ad LHK.
 Ostensum autem est, esse, ut EBC ad LGH;
 ita ABE ad FGL; ergo ut ABE ad FGL;
 ita est BEC ad GLH; & ECD ad LHK,
 ut ergo vnum antecedentium ad vnum *b prop. 12.5.*
 consequentium; ita omnia antecedentia
 ad omnia consequentia; & reliqua ut in
 prioridemonstratione. Quod oportuit
 demonstrare.

Propos. 21. Theor. 15.

*Qua eidem rectilineo sunt similia, &
 & inter se sunt similia.*

Si utrumque rectilineorum A, B ipsi C
 simile. Dico & A ipsi B simile esse. Cum
 enim A ipsi C sit simile, erit & æquiangu-
 lum illi, habebitque latera circa æquales
 angulos proportionalia. Rursus cum B
 simile



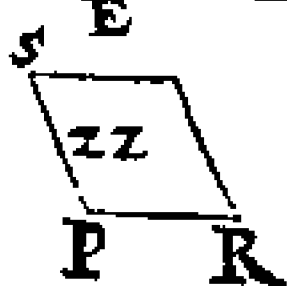
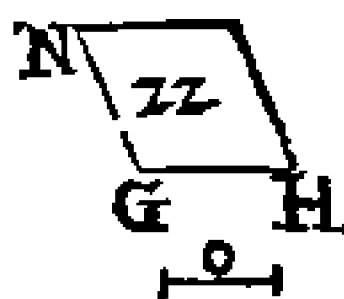
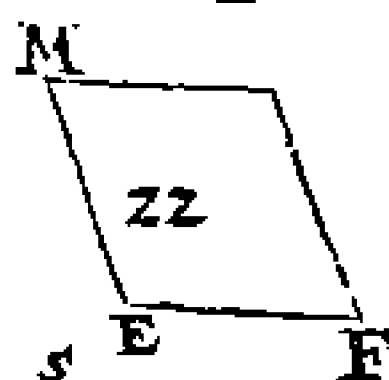
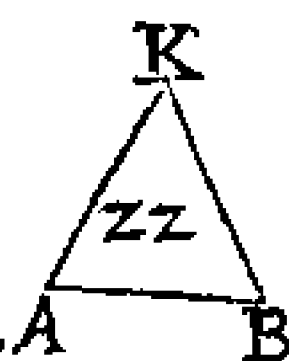
simile sit ipsi
C, æquiangu-
lū illi erit, ha-
bebitque cir-
ca equales an-
gelos latera

proportionalia; Vtrumque ergo ipsorum
A, B æquiangulum est ipsi C, & habet cir-
ca equales angulos latera proportionalia;
erunt ergo & A, B æquiangula, habebunt-
que circa æquales angulos, latera propor-
tionalia: similia ergo sunt. Quod oportuit
demonstrare.

Propos. 22. Theor. 16.

*Si quatuor rectæ lineæ proportionales
fuerint; erunt & rectilinea ab ipsis si-
milis similiterq; descripta proportio-
nalia: Et si rectilinea similia similiterq;
ab ipsis descripta proportionalia fue-
rint; erunt & ipsæ propor-
tionales.*

Sint quatuor rectæ AB, CD, EF, GH
proportionales. Vt AB ad CD; ita EF
ad GH, & describanturq; super AB, CD
similia, similiterq; posita rectilinea KAB,
LCD. super EF, GH similia similiterque
posita



posita MF,
NH. Dico
esse, vt KAB
ad LCD; ita
MF ad NH.

b sumatur e- *b* prop. 11. 6.

nim ipsarū
AB, CD ter

tia pportionalis X; ipsa-
rum vero EF, GH tertia
pportionalis O. Et cum
sit vt AB ad CD; ita EF

ad GH & vt CD ad X; ita GH ad O: *c* *c* prop. 12. 5

fit ex æquali; vt AB ad X; ita GH ad O:

sed vt AB ad X, ita est KAB ad LCD; & *d* prop. 19. 6

vt EF ad O; ita e MF ad NH: ergo vt ABK *e* cor. prop.

ad CD L, ita est MF ad NH. Sed sit vt *26. 6.*

KAB ad LCD; ita MF ad NH. Dico

esse, vt AB ad CD; ita FE ad GH. Fiat *f* prop. 12. 6.

enim vt AB ad CD, ita EF ad PR, *g* *g* prop. 18. 6

scribaturq; super PR rectilineum SR si-

mile similiterque positum ipsis MF; NH.

Cum ergo sit, vt AB ad CD; ita EF ad

PR, descriptaque sint super AB, CD re-

ctilinea KAB, LCD similia similit: que

posita; super EF, PR verò similia simili-

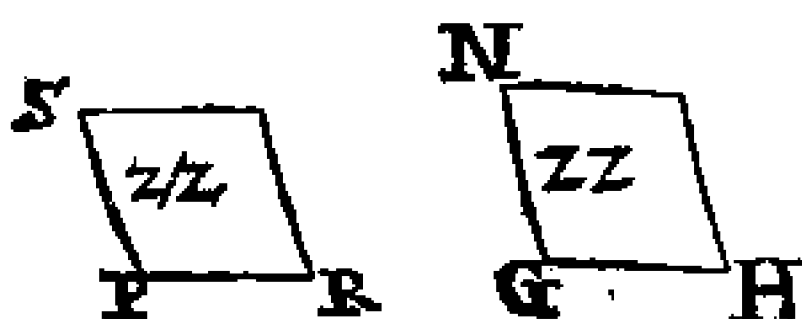
terque posita MF, SR; erit vt KAB ad

LCD; ita MF ad SR: ponitur autem vt

KAB

K A B ad L C D; ita M F ad N H. Habes ergo M F ad N H, & ad S R eandem proportionem; *h* æqualia ergo sunt N H, S R; sed sunt similia similiterque posita; æquales ergo sunt G H, P R. Et quia est, ut A B ad C D, ita E F ad P R; & sunt P R, G H æquales; erit ut A B ad C D: ita E F ad G H. Si ergo quatuor, rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Lemma.



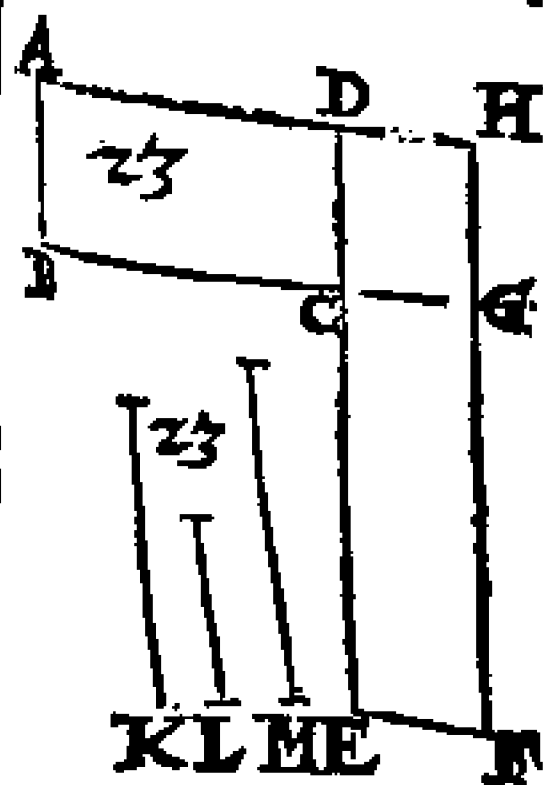
Quod autem quando rectilinea

æqualia similia fuerint, ipsorum latera homologa æqualia sint, sic ostendemus. Sint N H, S R æqualia, & similia; sitque ut H G ad G N; ita R P ad P S. Dico R P, G H æquales esse. Si non: erit una maior. Sit maior R P; cū ergo sit ut R P ad P S; ita H G ad G N; ærit permutando, ut R P ad G H; ita P S ad G N: maior est autem P R quam G H: maior ergo etiam erit P S quā G N. Quare & R S maius erit, quam H N: sed est illi æquale; quod fieri non potest: Non est ergo P R maior quam G H. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos. 23. Theor. 17.

*Aequiangula parallelogramma inter
se proportionem habent ex lateri-
bus compositam.*

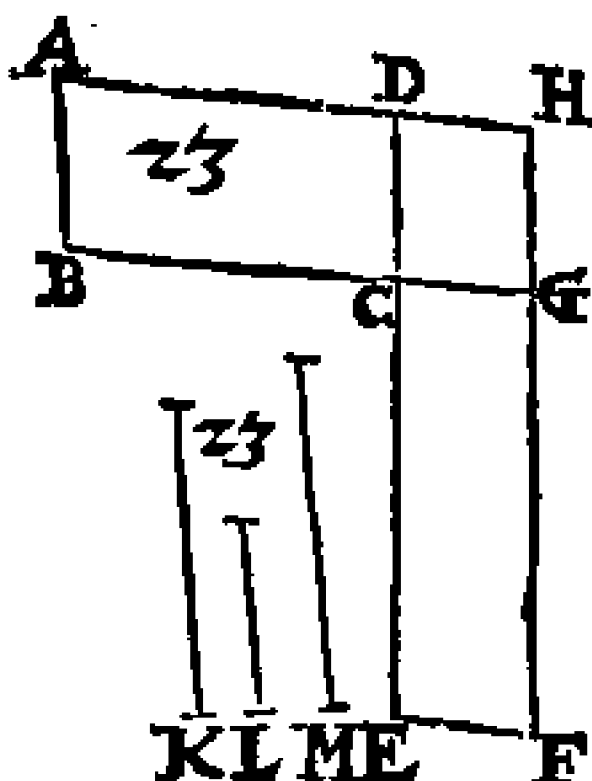


Sint æquiangula
parallelogramma
AC, CF æquales an-
gulos BCD, ECG
habentia. Dico illa
proportionē, habe-
re, ex proportionē
laterum compositā
ex illa nimirum quā
habet BC ad CG; &

quam habet DC ad CE. Ponatur BC i-
psi CG in directum; *a* erit ergo & DC i-
psi CE in directum, & compleatur paral-
lelogrammum DG. Exponatur quædam
recta K, *b* fiatq; ut BC ad CG; ita K ad L; *b* *prop. 12. 8*
& ut DC ad CE; ita L ad M. Proportio-
nes ergo K ad L, & L ad M, eædem sunt
quæ laterum, BC ad CG & DC ad CE.
c Sed proportio K ad M componitur ex *c* *def. 5. 6.*
proportionē K ad L, & L ad M; habet er-
go & K ad M proportionem ex laterum
proportionē compositam. Et cum sit ut
BC ad CG; *d* ita AC parallelogrammum *d* *prop. 1. 6.*
ad

ad CH: & vt B C ad C G; ita K ad L;
e prop. 11. & erit vt K ad L, ita A C ad C H. Rursus
f prop. 1. 6.

g prop. 11. 5.



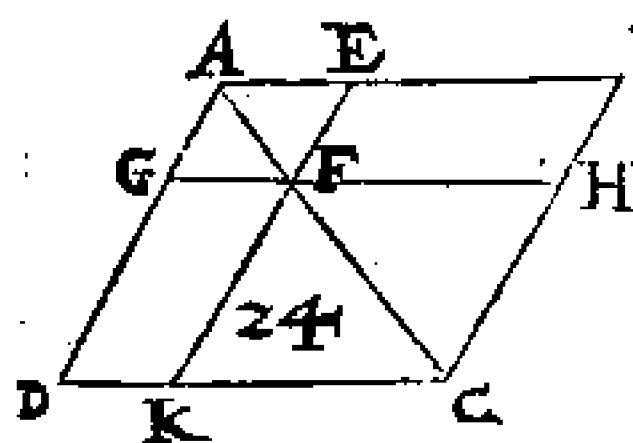
h prop. 22. & CF; *h* erit ex æquali, vt K ad M, ita A C, ad CF. At K ad M proportionē habet compositam ex lateribus: ergo & A C ad C F, proportionem habet compositam ex lateribus: æquiangula ergo parallelogrammum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 24. Theor. 18.

Omnis parallelogrammi quæ circa diametrum sunt parallelogramma, similia sunt toti, & inter se.

Sit parallelogrammum ABCD, diæmetrus A C, circa quam sint parallelogramma EG, HK. Dico vtrumq; E G, H K toti A B C D, & inter se similia esse. Cum enim ad latus B C trianguli A B C ducta sit paral-

parallela EF, *a* erit vt BE ad EA; ita CF ad FA. Rursus cum ad latus CD trianguli ACD ducta sit parallela FG, erit vt CF



ad FA; ita DG ad GA. Sed vt CF ad FA; ita ostēsa est BE ad EA: *b* ergo vt BE ad EA; ita est DG ad GA:

b prop. 11. 5

componendo ergo vt BA ad AE; ita DA ad AG: & per *d* mutando, vt BA ad AD; ita AE ad AG: parallelogrammorum ergo ABCD, EG latera circa

c prop. 18. 5

d prop. 16. 5

communem angulum BAD sunt proportionalia. Cumque GF, DC parallele sint, *e* erunt anguli AGF, ADC; item GFA, DCA æquales; communis DAC: triangu- la ergo ADC, AGF æqui- angula sunt. Eadem de causa erunt & ABC, AFE æqui- angula: tota ergo parallelogramma ABCD, EG sunt æqui- angula; *f* est igitur vt AD ad DC; ita AG ad GF; & vt DC ad CA; ita GF ad FA. Vt verò AC ad CB; ita AF ad FE; & vt CB ad BA; ita FE ad EA. Et quia demonstratum est, esse vt DC ad CA; ita GF ad FA. Vt verò AC ad CB; ita AF ad FE; erit ex æquali vt DC ad CB; ita GF ad FE. Parallelogrammorum ergo

e prop. 29. 1.

f prop. 4. 6.

S

ABCD,

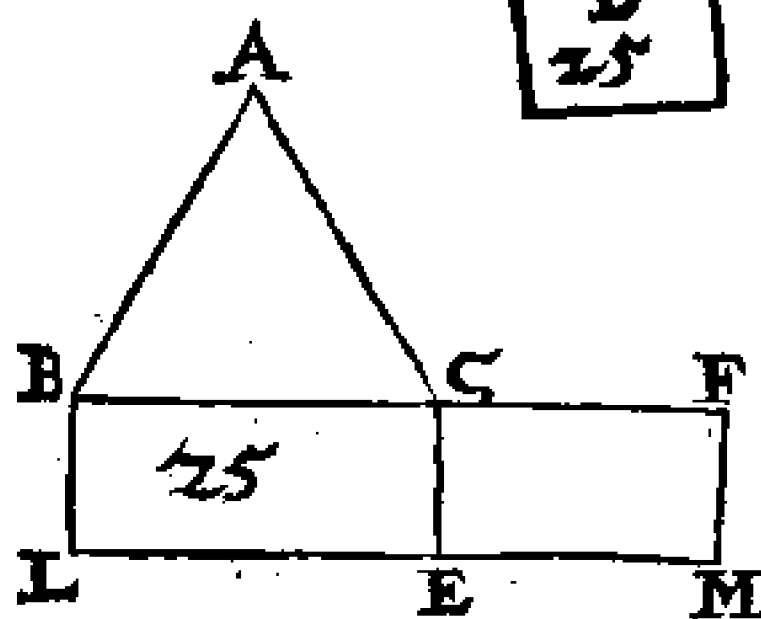
a prop. 21.6

$ABCD, EG$ latera circa equales angulos sunt proportionalia; similia ergo sunt. Eadem de causa erit parallelogrammum KH toti $ABCD$ simile: utrumque ergo EG, KH toti $ABCD$ simile est. *g* Quæ autem eidem sunt similia, & inter se sunt similia: est ergo EG ipsi KH simile. Omnis ergo parallelogrammum, &c. Quod oportuit demonstrare.

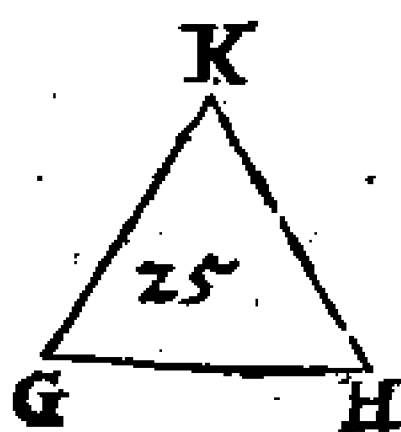
Propos. 25. Probl. 7.

Dato rectilineo simile, & alteri dato æquale constituere.

a prop. 44.1



*b prop. 14.1
c prop. 13.6.*



S It dato rectilineo ABC simile constituendum, æquale verò ipsi D . *a* Applicetur ad lat⁹ BC triangulo ABC æquale parallelogrammum BE : ad CE verò æquale ipsi D , nimirum CM in angulo FCE , æquali angulo CBL ; *b* indirectum ergo erit BC ipsi CF ; & LE ipsi EM . *c* Accipiatur ipsarum BC, CF media propor-

portionalis GH ; & super ipsa ipsi ABC rectilineo d simile describatur, & similiter positum KGH . Cum ergo sit ut BC ad GH , ita GH ad CF (quādo enim fuerint tres rectę proportionales, est ut prima ad tertiam; ita figura super prima descripta ad figuram super secunda similem, similiterq; descriptam) Est ergo ut BC ad CF ; ita triangulum ABC ad triangulū KGH . Sed ut BC ad CF , ita est BE ad EF . ut ergo triangulū ABC ad triangulū KGH ; ita est BE parallelogrammum ad EF parallelogrammum: & *b* permutando, ut ABC ad BE ; ita est KGH ad EF . Æquale autem est triangulum ABC parallelogrammo BE : ergo & triangulum KGH æquale est parallelogrammo EF . Sed EF æquale est ipsi D : ergo & KGH ipsi D est æquale. Est verò & KGH ipsi ABC simile. Dato ergo rectilineo, &c. Quod oportuit facere.

d prop. 18. 6

ecol. 2. prop. 20. 6.

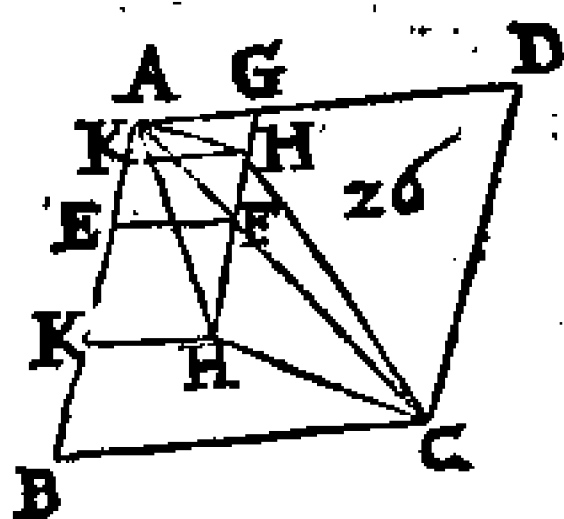
f prop. 1. 6.
g prop. 11. 5.
h prop. 16. 9

Propos. 26. Theor. 19.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti similiter q; positum, communem ipsi habens angulum, circa eandem diametrum est toti,

S a

A pa

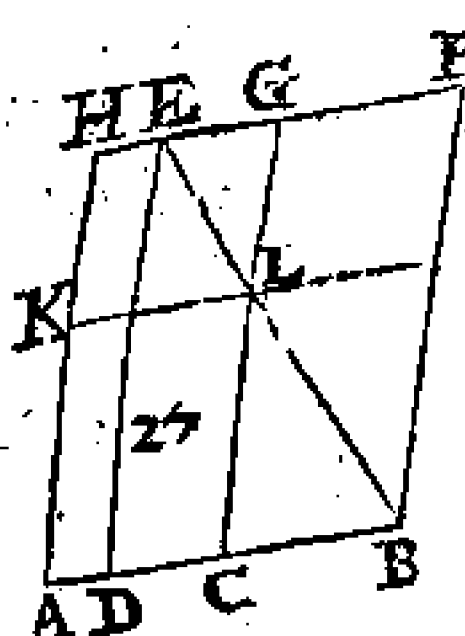


A parallelogram-
mo $ABCD$, au-
feratur parallelogra-
mum AF simile toti
 $ABCD$, & similiter
positum, communē
angulum DAB cum
ipso habens. Dico $ABCD$ circa eandem
diametrum esse ipsi AF . Si non. Sit ipsorū
diametrus AHC . & ducatur per H vtri-
que AD , BC parallela HK . Cum ergo
a prop. 24. 6 $ABCD$ circa eandem diametrum sit ipsi
 KG ; *a* erit $ABCD$ ipsi KG simile. Est er-
go ut DA ad AB ; ita GA ad AK : est autē
propter similitudinē ipsorum $ABCD$,
 EG , ut DA ad AB ; ita GA ad AE . ergo ut
b prop. 11. 5. GA ad AE , ita GA ad AK ; habet ergo
c prop. 9. 5. GA ad utramq; AK , AE eandem pro-
portionem, æqualis ergo est AE ipsi AK ,
minor maiori, quod fieri nequit. Non er-
go $ABCD$ circa eandem diametrum est
ipsi AH . Circa eandem ergo diametrum
est ipsi AF . Si ergo à parallelogramo, &c.
Quod oportuit demonstrare.

Propos. 27. Theor. 20.

*Omniū parallelogrammorum ad ean-
dem rectam lineam, applicatorum, &
deficientium figuris parallelogrammis
simi-*

sint; ergo & GC ipsi EK æquale est. Commune CF apponatur; & erit totam AF gnomoni LMN æquale. Quare DB, hoc est AD, quam AF maius est. Omnium ergo parallelogrammorum, &c. Quod oportuit demonstrare.



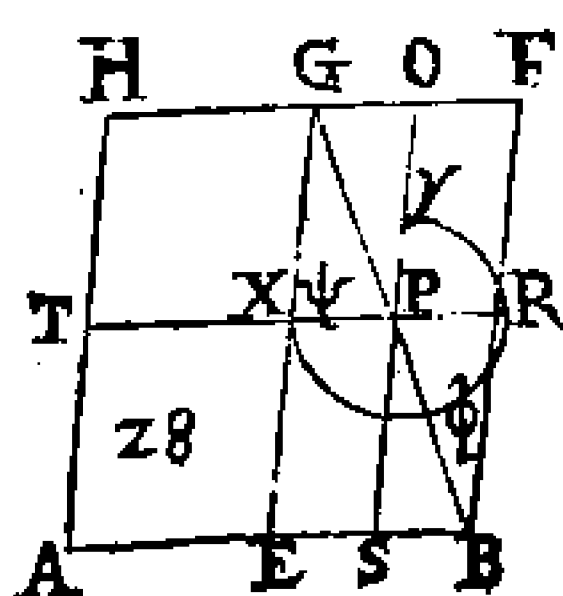
Aliter. Sit AB rursus in C bisecta, & applicatū AL, deficiens figura LB. Applicetur ad AB parallelogrammum AE deficiens figura EB, simili & similiter posita ipsi LB à dimidia AB descriptæ.

Dico parallelogrammum AL ad dimidiam applicatū maius esse ipso AE. Cum enim
a prop. 20.6 EB ipsi LB simile sit & erunt circa eandem diametrum, quæ sit EB, perficiaturq; figura. Quia ergo LF ipsi LH æquale est, quod & FG ipsi GH sit æqualis; FL, quam EK
b prop. 43.1 maius erit: b æquale est autem LF ipsi DL: maius ergo est DL quam EK, commune addatur KD; totum ergo AL toto AE maius est. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 28. Probl. 8.

Ad datam rectam lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ sit

fit similis alteri data. Oportet autē datum rectilineum, cui aequale applicandum est, maius non esse eo, quod ad dimidiam applicatur, similibus existētibz defectibus; & eo quod à dimidia, & eo, cui oportet simile deficere.



S It recta data AB; rectilineum datum, cui oporteat equale applicare, fit C, non maius existēs eo quod ad dimidiā applicatū est, similibus existētibz de-

fectibz. Cui autem oportet simile deficere, fit D. Oportet

ergo ad AB rectilineo C æquale parallelogrānum applicare deficiēs figura parallelogrāma

simili ipsi D, a Bisecetur AB in E & b describatur sup EB ipsi D simile, similiterq; positū EBF G compleaturq; AG parallelogrāmū: quod ipsi C aut equale est, aut mai⁹ ob determinationē. Si equale, factū est q̄i ubebatur; applicatū enim est ad AB rectilineo C æquale parallelogrammū AG deficiens

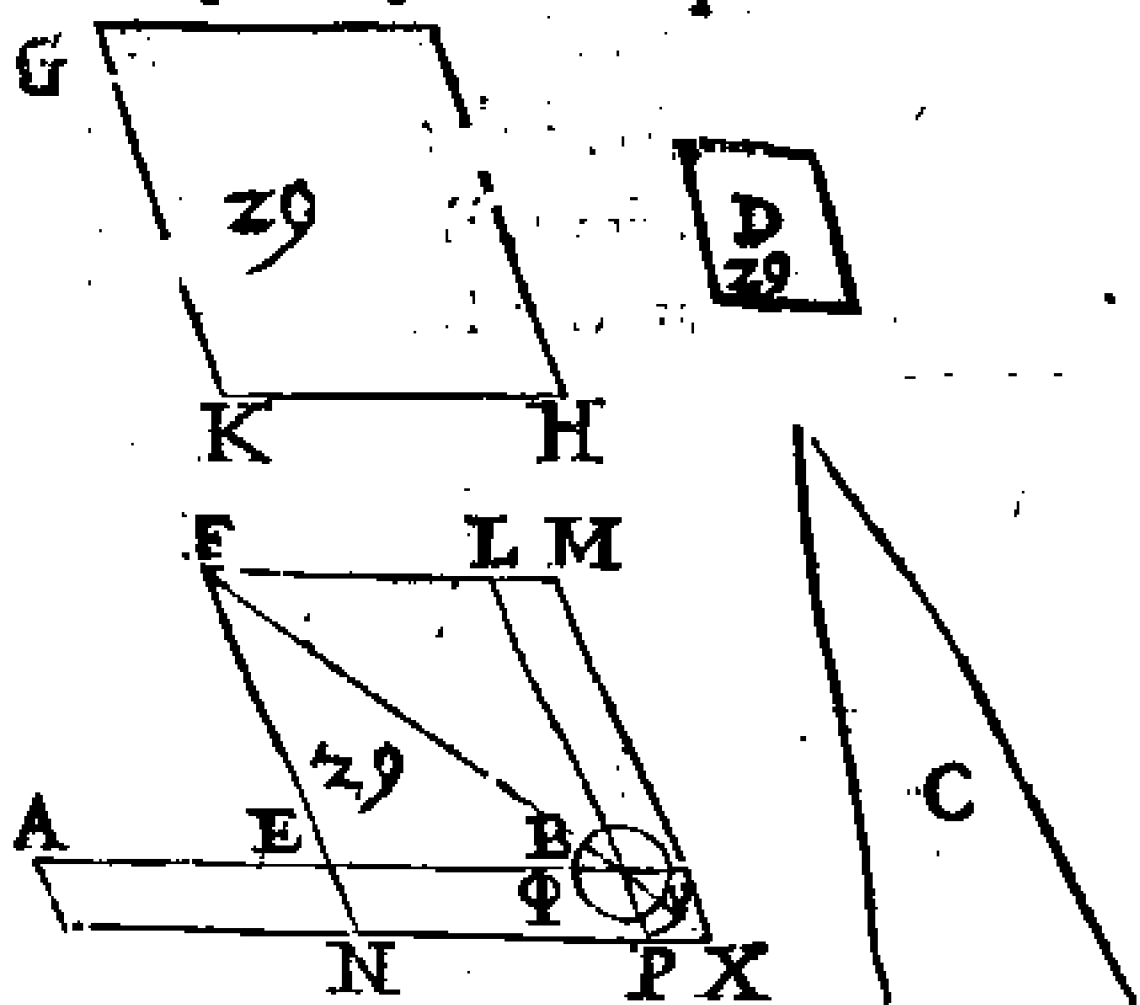
a prop. 10. 1.

b prop. 18. 6

*c prop. 25. 6**d prop. 3. 1.**e prop. 22. 6**f prop. 26. 6**g prop. 43. 1**h ax. 2.**i prop. 36. 1**k ax. 1.*

figura parallelogramma GB simili ipsi D. Si verò HE maius est quam C; erit & GB maius, cum GB ipsi HE sit æquale. Excessus autē, quo GB excedit C, e fiat æquale KLMN, simile similiterq; positū ipsi D. Et cum D simile sit ipsi GB, erit & KMi ipsi GB simile. sit linea KL ipsi GE; & LM ipsi GF homologa; quæ ergo GB æquale est ipsis C, & KM; erit GB, quā KM maius; erit ergo & GE linea maior quā KL; & GF, quam LM. *d* Fiat ipsi KL æqualis GX; ipsi LM ipsi GO, compleaturq; parallelogrammum XGOP, quod erit æquale; & simile ipsi KM. sed KM ipsi GB simile est; erit ergo & GP ipsi GB simile; sunt ergo GP, GB circa eandem diametrum, quæ sit GPB. & describatur figura. Cum itaq; GB æquale sit ipsis C, KM, & GP ipsi KM; erit reliquus TΦΨ gnomon ipsi C æqualis, *g* cumque OR ipsi XS sit æquale, si commune PB addatur; erit *h* totum OB toti XB æquale. sed XB ipsi TE est *i* æquale, quod AE, EB sint æquales: est ergo & TE ipsi OB æquale, si commune XS addatur, erit totū TS gnomoni ΨΦΥ æquale. Sed gnomon ipsi C ostensus est æqualis: *k* est ergo TS ipsi C æquale. Ad datam ergo AB dato rectilineo C æquale parallelogrammum TS applicatum est deficiens figura PB simili ipsi

KH homologum lateri FL ; KG ipsi FE .
Et cum GH maius sit quā FB , erit & KH
maior, quam FL ; & KG quam FE ; pro-
ducantur FL , FE , ut ipsis KH , KG æ-
quales fiant, in M & N , compleaturque
 MN , quod ipsi GH æquale & simile est:



dprop. 21.6.
eprop. 26.6.

Fig. 1.

gprop. 36.1.
hprop. 43.1

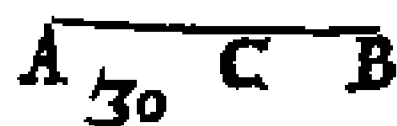
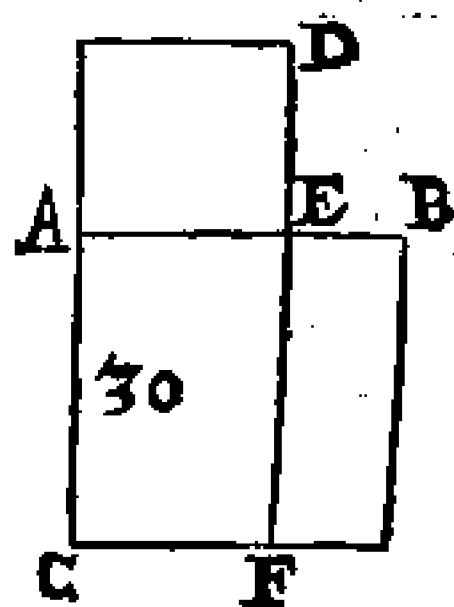
sed ipsi GH simile est EL ; d est ergo &
 MN ipsi EL simile; e sunt ergo circa ean-
dem diametrum, quæ ducatur, & sit FX ,
compleaturque figura. Quia ergo GH
tam ipsis EL , & C , quam ipsi MN æquale
est; f erit & MN ipsis EL & C æquale. Cō-
mune EL tollatur; & erit gnomon $\Psi T \Phi$
ipsi C æqualis. Cumq; EA ipsi EB sit æ-
qualis, g erit & AN ipsi NB æquale. hoc
est, b ipsi LO , commune addatur EX , erit-
que

quod totum AX , toti gnomoni $\Psi T \Phi$ æquale; sed gnomon ipsi C æqualis est: erit ergo & AX ipsi C æquale. Ad datā ergo AB , dato rectilineo C æquale parallelogrammum AX applicatum est, excedens figura parallelogramma PO simili ipsi D , cum & E ipsi OP simile sit. Quod oportuit facere.

Propositio 30. Probl. 10.

Datam rectam lineam terminatā extrema ac media ratione secare.

OPorteat datā terminatam AB extrema ac media ratione secare. *a* Descri-



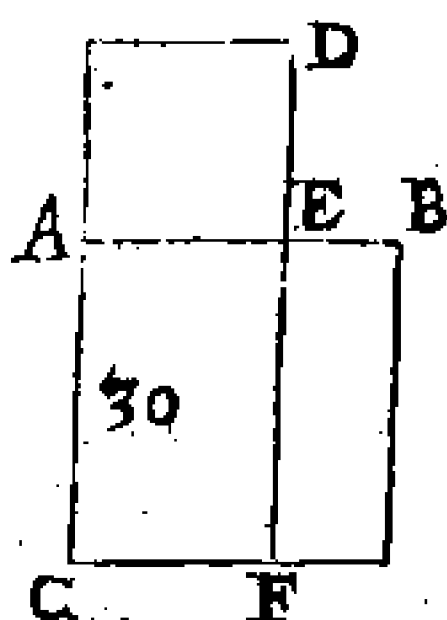
batur super AB quadratum BC , *b* appliceturq; ad AC parallelogrammum CD , æquale quadrato BC , excedens figura AD simili BC quadrato, quæ quadratum erit.

Et quia BC ipsi CD æquale est, si commune CE auferatur; erit re-

liquum BF reliquo AD æquale, sunt vero & æquiangula; & latera ergo ipsorum BF , AD reciproca sunt circa æquales angulos: est ergo ut FE ad ED ; ita AE ad EB : & est FE ipsi AC , hoc est, ipsi AB æqua-

d prop. 14.5

æqualis: & ED ipsi AE; quare est ut BA
ad AE; ita AE ad EB: & maior est autem



AB quam AE: maior
ergo & AE quam
EB: est igitur recta
AB extrema ac media
ratione secta in E; &
maior portio est AE.
Quod oportuit facere.

Aliter. Oporteat re-
ctam AB extrema ac
media ratione secare:

e prop. 11.2

seccetur AB in C; ut quod AB, BC con-
tinetur, æquale sit ei quod ex AC quadra-
to. Cum ergo quod AB, BC continetur
æquale sit ei quod ex AC fit quadrato;

f prop. 17.6

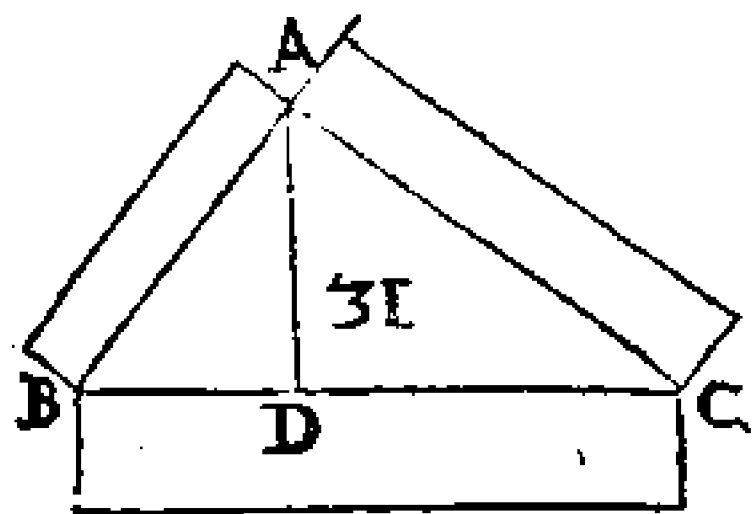
ferit ut AB ad AC; ita AC ad CB. Est
ergo AB extrema ac media ratione secta.
Quod oportuit facere.

Propositio 31. Theor. 21.

*In triangulis reſt angulis figura quæ fit
à latere reſtum ſubtendente æqualis eſt
figuris quæ ſiunt à lateribus reſtum cõ-
tinentibus, ſimilibus; ſimiliter q̃
deſcriptis.*

Sic

Sit triangulum rectangulum ABC rectangulum habens angulum BAC . Dico, id quod fit ex BC æquale esse illis, quæ fi-



unt ex BA ,
 AC simili-
 bus simili-
 terque de-
 scriptis. Du-
 catur per-
 pendicula-
 ris AD , & c-

prop. 8. 6.

runtq; tri-

angula ABD , ADC à perpendiculari fa-
 cta, & toti ABC , & inter se similia. Cum-
 que ABC , ABD similia sint, erit ut CB
 ad BA , ita AB ad BD , *b corol. 1.*

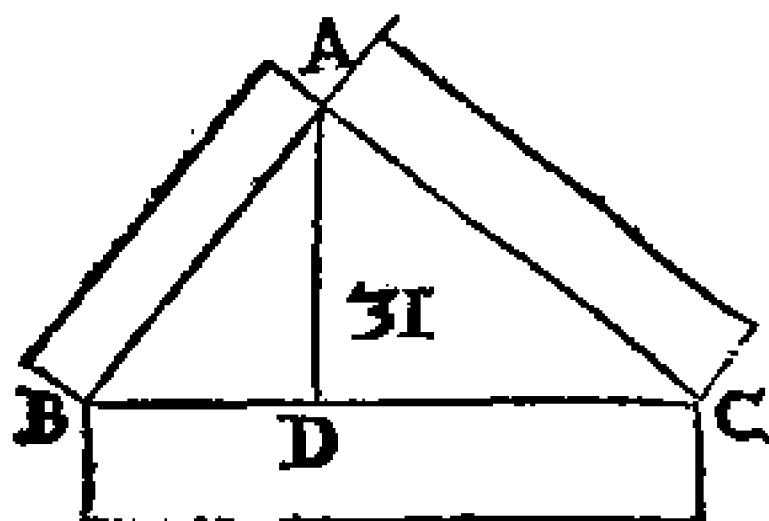
sunt proportionales, est ut prima ad terti-

prop. 20. 6.

am; ita quæ à prima describitur figura ad
 figuram similem à secunda descriptam. Ut
 ergo CB ad BD ; ita est figura ex CB ad fi-
 guram ex BA , similem similiterq; descri-
 ptam. Eadem de causa, erit ut BC ad CD ;
 ita figura ex BC ad figuram ex CA . Ergo
 ut BC ad BD , DC ; ita figura ex BC de-
 scripta, ad figuras ex BA , AC descriptas si-
 miles, similiterq; positas: æqualis est autē
 BC ipsis BD , DC ; ergo & figura ex BC
 æqualis erit figuris ex BA , AC similibus,

simi-

similiterq; descriptis. In rectangulis ergo
prop. 20. 6. triangulis, &c. Quod oportuit demon-
 strare. Aliter. ϵ Cum similes figuræ in du-
 pla proportionem sint homologorum late-
 rum, habebit figura ex B C ad figuram ex



B A duplam
 proportio-
 nem eius,
 quā habet
 latus B C ad
 B A. Ha-
 bet verò &
 quod ex B C
 quadratū,

ad quadratum ex B A duplam proportio-
prop. 11. 5. nem eius quam habet B C ad B A. Vt er-
 go est figura ex B C ad figuram ex B A; ita
 est quadratum ex B C ad quadratū ex A B.
 Eadem de causa est, ut figura ex B C ad fi-
 guram ex C A; ita quadratum ex B C ad
 quadratum ex C A. Est ergo ut figura ex
 B C ad figuras ex B A, A C; ita quadratum
prop. 47. 1. ex B C ad quadrata ex B A, A C. Sed & qua-
 dratum ex B C est æquale quadratis ex B A,
 A C: Est ergo & figura ex B C æqualis fi-
 guris ex B A, A C, similibus similiter-
 que descriptis. Quod oportuit

demonstrare.

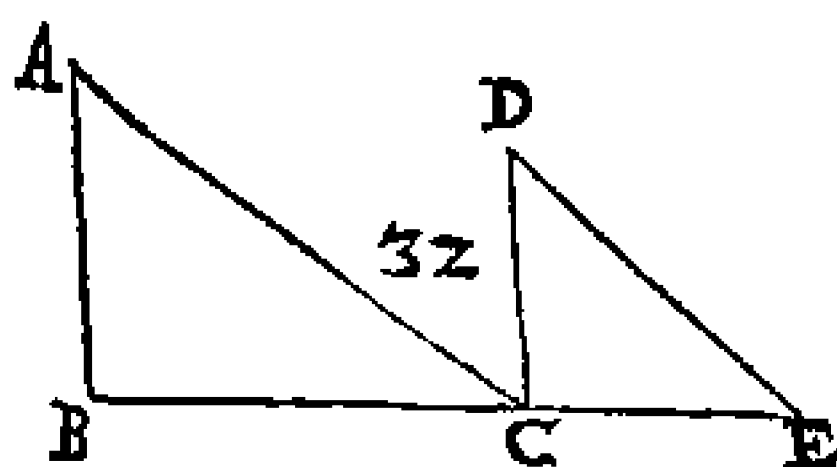
Propo-

Propositio 32. Theor. 22.

Siduo triangula duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad unum angulum componantur, ita ut latera homologa sint parallela, reliqua latera in directum erunt constituta.

Sint triangula ABC , DCE habentia duo latera BA , AC , duobus DC , DE

proportionalia. Vt AB ad AC ; ita DC ad DE , sintq; etiam AB , DC , quam



AC , DE parallela, Dico CE ipsi BC in directum esse. Cum enim in AB , DC parallelas recta AC incidat, α erunt anguli alterni BAC , ACD æquales. Eadem de causa & CDE , ACD æquales erunt: unde & BAC , CDE æquales sunt. Cū igitur duo triangula ABC , DCE unum angulum qui est ad A , vni qui est ad D æqualem habeant, & circa æquales angulos latera proportionalia, ut BA ad AC , ita CD ad DE , b prop. 6. 6. equiangula erūt: anguli igitur ABC , DCE æqua-

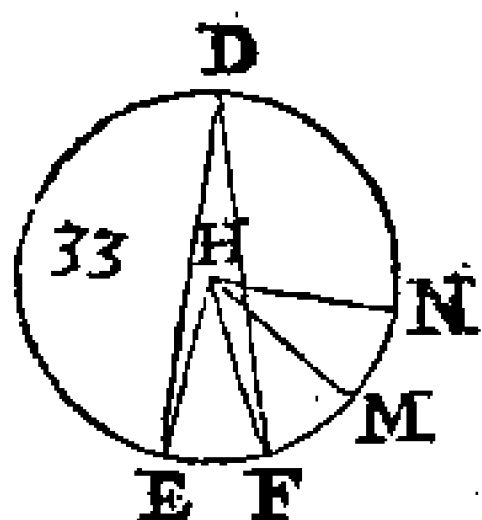
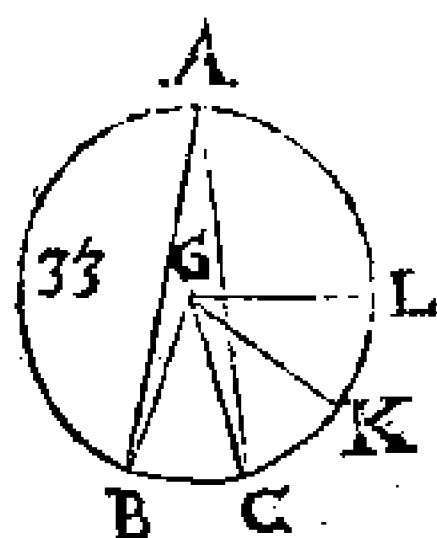
ϵ quales sunt. Ostensi autem sunt & $\angle ACD$,
 $\angle BAC$ ϵ quales. totus ergo $\angle ACE$ duobus
 $\angle ABC, \angle BAC$ est ϵ qualis: communis $\angle ACB$
 addatur, & erunt $\angle ACE, \angle ACB$ ϵ quales his,
 c prop. 32. 1. $\angle BAC, \angle ACB, \angle CBA$: & scd hi tres duobus re-
 ctis sunt ϵ quales: ergo & $\angle ACE, \angle ACB$ duo-
 bus rectis ϵ quales erunt. Ad punctum er-
 go C rectæ AC duæ rectæ BC, CE non ad
 easdem partes positæ, angulos deinceps
 $\angle ACE, \angle ACB$ duobus rectis ϵ quales faci-
 unt; in d directum ergo est BC , ipsi CE .
 Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit
 demonstrare.

Propositio 33. Theor. 23.

*In aequalibus circulis anguli eandẽ pro-
 portionem habent, quam periphæria,
 quibus insistant, siue ad centra, siue ad
 periphærias constituti insistant.*

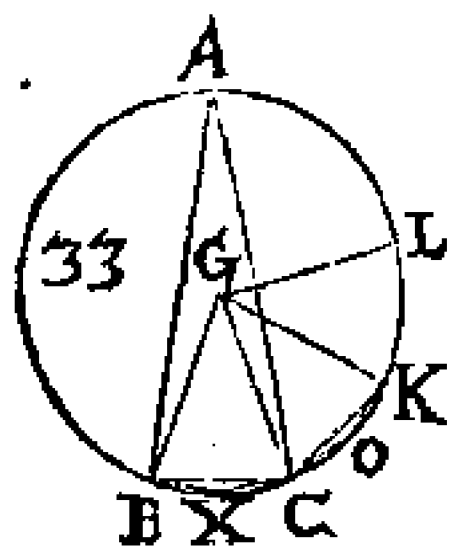
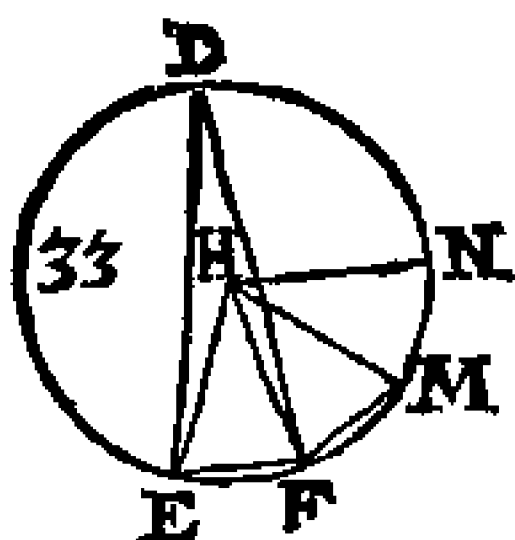
*Quin & sectores, quippe ad
 centra constituti.*

IN ϵ qualibus circulis ABC, DEF ad cẽ-
 tra G, H constituti sint anguli $BGC,$
 EHF ad periphærias BAC, EDF . Dico
 esse, ut BC periphæria ad EF periphæriam;
 ita angulum BGC ad angulum EHF ; &
 BAC ad EDF ; & insuper BGC sectorẽ ad
 EHF sectorẽ. Ponantur periphæriæ BC
 ϵ qua.



æquales quotcunque deinceps CK, KL:
 peripheriæ EF quotcunque æquales FM,
 MN, ducanturque GK, GL; HM, HN.
 Cum ergo peripheriæ CB, CK, KL æqua-
 les sint, & erunt & anguli BGC, CGK, *prop. 27. 3.*
 KGL æquales, quam multiplex ergo est
 peripheria BL peripheriæ BC, tam multi-
 plex est angulus BGL anguli BGC. Ea-
 dem de causa quam multiplex est periphe-
 ria NE peripheriæ EF, tam multiplex est
 angulus NHE anguli EHF. Si igitur pe-
 ripheriæ BL, EN æquales sunt, erunt &
 anguli BGL, EHN æquales: Et si peri-
 pheria BL quam EN maior est, erit & an-
 gulus BGL maior angulo EHN; et si mi-
 nor, minor. Cum igitur quatuor sint ma-
 gnitudines, duæ peripheriæ BC, EF, &
 duo anguli BGC, EHF; acceptæq; sint
 peripheriæ BC & anguli BGC æque mul-
 tiplices peripheria BL, & angulus BGL.
 Peripheriæ verò EF & anguli EHF peri-
 pheria EN & angulus EHN, demon-
 stra-

stratumque sit si peripheria BL maior sit peripheria EN , & angulum BGL angulo EHN maiorem esse; & si æqualis æqualem; si minor, minorem: *b* Est ergo ut BC peripheria ad peripheriam EF ; ita angulus BGC ad angulum EHF . Sed ut *prop. 15.5.* BGC ad EHF ; *c* ita est BAC angulus ad EDF angulum, vterque enim vtriusque duplus est: ergo ut BC ad EF ; ita est BGC ad EHF ; & BAC ad EDF . In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.



Dico præterea, ut est BC peripheria ad EF peripheriam; ita esse GBC sectorem ad HFE sectorem. Ducantur BC , CK ; accipianturq; peripheriarum BC , CK puncta X , O , & ducantur BX , XC , CO , OK . Cum ergo duæ BG , GC , duabus CG , GK æquales sint, angulosque æquales contineant; *d* erunt & bases BC , CK æquales: igitur & triangula BGC , GCK æqualia erunt; cumque peripheriæ BC , CK sint æqua-

æquales, erit & reliqua BAC peripheria
 reliquæ CAK æqualis; *e* ergo & angulus *prop. 27. 3.*
 BXC angulo COK æqualis erit, *f* por- *def. 11. 3.*
 tiones ergo BXC, COK similes sunt, &
 sunt super æqualibus rectis BC, CK ; *g* cir- *prop. 24. 3.*
 culorum autem portiones super æquali-
 bus rectis constitutæ, æquales sunt: por-
 tiones igitur BXC, COK æquales sunt.
 Sunt verò & triangula BGC, GCK æ-
 qualia; totus ergo sector BGC toti GKC
 est æqualis. Eadem de causa, erunt secto-
 res GKL, GKC æquales: tres igitur se-
 ctiores BGC, CGK, GLK æquales sunt.
 eadem de causa, erunt & tres $HEF, HFM,$
 HMN æquales. quam multiplex ergo est
 peripheria BL peripheriæ CB , tam mul-
 tiplex est sector GBL sectoris GBC . Ea-
 dem de causa quam multiplex est periphe-
 ria EN peripheriæ EF , tam multiplex est
 sector HEN sectoris HEF . Si ergo pe-
 ripheria BL maior est peripheria EN ,
 erit & sector GBL maior sectore HEN ;
 Et si æqualis, æqualis; & si minor, mi-
 nor. Cum igitur quatuor sint magnitu-
 dines, duæ peripheriæ BC, EF , & duo
 sectores GBC, HEF ; acceptæque
 sint peripheriæ BC , & sectoris GBC ,
 æque multiplices BL peripheria, & GBL
 sector. Peripheriæ verò EF , & sectoris

def. 5.9.

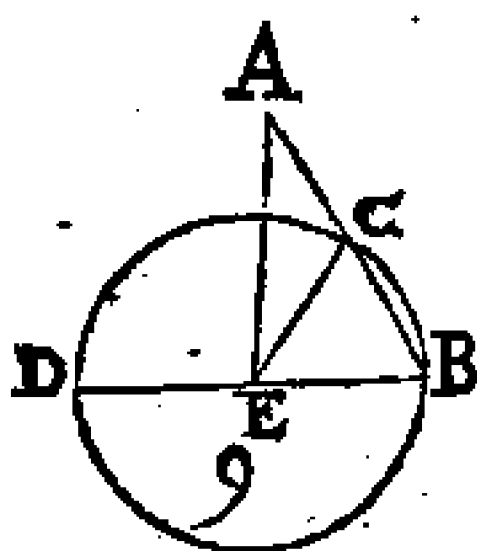
HEF, peripheria EN, & sector HEN; demonstratumq; sit si BL maior sit quā EN; & sectorem BGL maiorem esse sectore EHN; & si æqualis, æqualem; si minor minorem. g erit vt peripheria BC ad EF peripheriam; ita GBC sector ad HEF sectorem. Manifestū ergo est, esse, vt est sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.

Ex libro 13. Euclidis.

Propositio 9.

Si latera hexagoni & decagoni eidem circulo inscripta cōponantur, erit tota cōposita proportionaliter secta.

Sint in circulo DCB, latera BC decagoni, AC hexagoni in directū posita. Di-



co totā AB in C proportionaliter esse sectā, maioremq; portionem esse AC. Sumpto enim centro E. iungantur rectæ EB, EC, EA, pducaturque EB in D. Quia igitur BC latus est decagoni

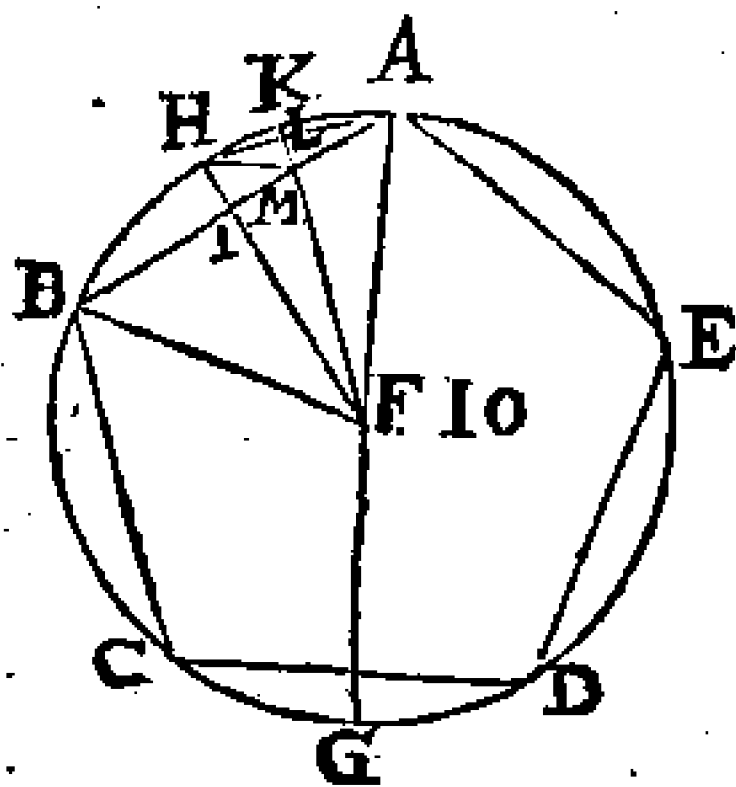
æquilateri, erit peripheria BCD quintupla peripheriæ CB: igitur CD quadrupla erit eius.

eiusdem CB. Vt *a* verò peripheria CD ad *a* prop. 33. 6
 peripheriam CB; ita est angulus CED ad
 angulum CEB: Quadruplus est ergo an-
 gulus CED anguli BEC. Et quia *b* angu- *b* prop. 5. 1.
 lus EBC æqualis est angulo BCE, erit
 angulus DEC duplus anguli ECB, cum- *c* prop. 30. 3.
 que EC rectæ CA sit æqualis (vtraque
 enim est æqualis lateri hexagoni circulo
 BCD inscripti) *d* erit & angulus CEA an- *d* prop. 5. 1.
 gulo EAC æqualis: *e* duplus ergo est an- *e* prop. 32. 1.
 gulus BCE anguli CAE: sed anguli BCE
 duplus ostensus est angulus CED: qua-
 druplus igitur est angulus CED anguli
 CAE. ostensus est autem & angulus CED
 quadruplus anguli CEB: æquales ergo
 sunt anguli CAE, BEC. Triangulorum
 autem ABE, ECB angulus EBC est com-
 munis; *f* erit ergo & reliquus AEB. reli- *f* prop. 21. 1.
 quo ECB æqualis. Quare triangula ABE,
 CBE sunt æquiangula: *g* est ergo ut AB *g* prop. 4. 6.
 ad EB; ita EB ad CB. Est verò BE ipsi
 AC æqualis: igitur est ut AB ad AC; ita AC
 ad CB: Maior autem est AB, quam AC:
 igitur & AC quam CB. Quocirca AB in *h* prop. 14. 1.
 C secta est proportionaliter, & portio
 maior est AC. Quod demon-
 strare oportuit.



Propositio 10.

Si circulo pentagonum æquilaterum inscribatur, latus pentagoni poterit, & latus hexagoni, & latus decagoni, eidem circulo inscriptorum.



ESto circulus
ABCDE,
cui pentago-
nem æquilate-
rum ABCDE
inscribat. Di-
co latus penta-
goni posse &
hexagoni, &
decagoni lat^{us}

eidem circulo inscriptorum. Accepto enim
centro F ducatur AFG, FB, & ex F ad AB
perpendicularis FI, quæ producatur in H,
iunganturque AH, HB, rursusque ab F ad
AH agatur perpendicularis FL, quæ in K
producatur, iungaturque HM. Et quia pe-
ripheria ABCG æqualis est peripheriæ
^{a prop. 28.} AEDG, æ quarum ABC æqualis est AED:
est igitur & reliqua CG, reliquæ DG æ-
qualis. Est autem CD pentagoni; CG ei-
go Decagoni erit. Et quia AF, FB ^{b def. 15. 1.} æqua-
les sunt, & perpendicularis FI, ^{c prop. 3. 3.} erit angu-
lus AFH angulo HFB æqualis, ^{d prop. 26. 3.} & ideoque
&

& peripheria AH peripheriæ HB . quare
 peripheria AB dupla erit peripheriæ HB :
 igitur AH latus est decagoni. Eadem ra-
 tione AH peripheria ipsius AK dupla est.
 Quia ergo peripheria AB peripheriæ HB
 dupla est; peripheria verò CD periphe-
 riæ AB æqualis; erit & CD peripheria du-
 pla peripheriæ HB . Est verò & CD peri-
 pheria dupla peripheriæ CG : peripheriæ
 ergo CG , BH æquales sunt: sed BH ipsius
 HK dupla est, quod & AH . Igitur & CG
 ipsius HK est dupla. Est autem peripheria
 CB peripheriæ AB æqualis: ergo tota BG
 peripheria, peripheriæ BK dupla est: *e* vn- *c prop. 27.3*
 de & angulus GFB , anguli BFK duplus
 erit. Est *f* verò & angul⁹ GFB duplus an- *f prop. 20.31*
 guli FAB , & *g* sunt FAB , ABF æquales: est *g prop. 5.1.*
 igitur & BFM angulus, angulo FAB æ- *h ax. 7.1.*
 qualis. Triangulorum autem AFB , BFM
 communis est angulus ABF : erit igitur &
 reliquus AFB reliquo BMF equalis. Qua-
 re trianglera ABF , BFM sunt equiangula.
 Ergo est vt AB ad BF ; ita FB ad BM : *i prop. 4. 6.*
 & rectangul⁹ ergo rectis AB , BM conten- *k prop. 17.6*
 tum æquale est quadrato ipsius FB . Rurſus *l prop. 3.3.*
 quoniā AL , LH æquales sunt; cōmunis,
 & ad angulos rectos LM ; *m* erunt & bases *m prop. 47.1*
 HM , MA æquales. *n* Vnde & angul⁹ LHM , *n prop. 8.1.*
 LAM æquales erunt: sed *e* angulus LAM , *e prop. 27.3*
 angul⁹.

angulo HBM est æqualis: erunt igitur &
 LHM , HBM æquales, & est duorum tri-
 angulorum BAH , HAM angulus BAM
 communis: erit igitur & reliquus AHB
 reliquo HMA æqualis. Triangula igitur
 AHE , HAM sunt æquiangula. *p* Quare
 est, ut BA ad AH ; ita AH ad AM . Rectan-
 gulum ergo *q* rectis AB , AM contentum,
 æquale est quadrato rectæ AH . Osten-
 sum est autem & rectangulum rectarum
 AB , BM æquale esse quadrato rectæ BF ;
 ergo rectangulum linearum AB , BM ,
 cum rectangulo linearum AB , AM (æque
 sunt equalia quadrato toti⁹ AB) est æqua-
 le quadratis ipsarum BF , AH ; & est AB la-
 tus pentagoni; BF hexagoni; AH deca-
 gon: igitur latus pentagoni potest & latus
 hexagoni, & latus decagoni eidem circulo
 inscriptorum, quod erat demonstrandum

ERRATA.

Pag 14. §. 13. OF . l. DF . p. 20. §. 1. EG . GF , l. ED , DF .
 p. 33. *prop.* 22. ex lin. A . fiat C , & ex C fiat A . p. 48. §. 3.
 l. $ACDB$. p. 58 in fig. ponatur inter K , L lit. M . p. 63
 in fig. inter D , E ponatur L . p. 66. §. 6. l. DO . p. 75.
 in fig. inter D & F , pone M . p. 101. §. 2. l. CEF . p. 113. §.
 4. l. cadat & sit. p. 142. §. 5. l. GA . p. 184. §. 3. l. Quare.
 p. 192. §. 6. l. C . p. 208. §. 7. l. MP . p. 264. in fig. ABC
 pro C pone G . p. 291. §. 92. in fig. deest litera Y , sed
 quid gnomon sit lector facile intelliget; deest quoque
 litera O inter M & X ponenda. p. 307. in fig. deest
 linea BA .