EVCLIDES.

PARISIIS.

Apud Thomam Richardum, sub Bibliis aureis, è regione Collegij Remensis.

1549.

NOBILISSIMO PRINCIPI Carolo Lotharingo Rhemorum Archiepiscopo Petrus Ramus Veromanduus S.

OMNES artes, Præsul amplissime, quæ cognitionem honestam, & liberalem scientiam continent, allicere ad se percipiẽdum animos nostros debent: sed mathematicæ imprimis disciplinæ, in quibus si vel immensam materiam, vel summum constructionis artificium consideres: sic operis elegantia cum materiæ vastitate certare videbitur, vt cum ingens rerũ moles admirabilis tibi visa sit: te tamen compositionis splendor multo vehementius oblectet ac retineat attentius. Etenim quid est in omni natura tam varium, tamque multiplex, quàm numerorum varietas, atque multitudo? Quid tam magnum, atque amplum, vel oculis cerni, vel animo cogitari potest, quàm terrarum, aquarum, aeris, cœlorum, mundique vniuersi magnitudo, atque amplitudo? Atqui hæc materies tã varia, tam multiplex, tam magna, tam ampla mathematicę scientiæ propria est. Quam tamen incredibilis rerum ordo, dispositióque omni laude longe superat, ac vincit. Hic enim prima mediis, media postremis, omniáq; inter se, velut aurea quadam Homeri catena sic vincta, colligatáque sunt: vt nil aptius, nil compactius, nil firmius esse posſit, positis principiis, tanquam solidis fundamentis consequentium demonstrationes affirmantur: ab iis deinceps perspicuè & euidenter conclusis, complexiones aliæ connectuntur, totaque disciplinæ descriptio ita sibi coniuncta copulataque est: vt si vnam literam moueris, labātur omnia: nec tamen quicquam est, quod moueri labive posit. Quamobrem minime mirandum est Pythagoram, Platonemque huius admiratione disciplinæ captos, maius in ea diuinumque quiddam deprehendisse: quàm vt humanis sensibus tribuendum arbitrarentur. Itaque in anima tam excellētes notitias ab intelligētiæ primæ ingenitis & æternis exemplis insitas, & ingeneratas crediderunt: eique propterea nomen ipsum μάθησις quasi reminiscentiæ, recordationisque (vt Proclus author est) affinxerunt: quasi tanta scientia non ab homine inuēta, sed diuinitus in animis nostris impressa, recordatione animaduersarum rerū paulatim recrearetur. Verumenimuero quàm longa obliuio, quàm tarda recordatio ista fuit? Primi illi homines (vt Iosephus antiquitatis Iudaicæ scriptor ait) Adamus, Sethus, Enus, Noeus vitæ & longissimæ & contemplationi deditissimæ beneficio, in hanc recordationem incubuerunt: & ne alia nouæ obliuionis caligine circunfusa teneretur, duabus ingētibus colūnis exaratam, descriptamq; ad posteritatem transmiserunt. Hinc AEgyptii, Græci, Itali, Siculi, Arabes, Hispani, Germani, Galli, omniumque terrarum populi acceptam excoluerunt, atque amplificarunt. Hinc tot, tamque excellētia ingenia excitari, Thaletis, Pythagoræ, Hippocratis, Platonis, Eudoxi, Ptolemei, Euclidis, Archimedis, aliorumq; innumerabilium cœperūt:

videlicet ad huius mathematicæ recordationis opus exædificandum, tot fabros, tot architectos adhiberi oportuit, quia non modo non homo vnus, aut ætas vna: sed vix multa & hominum, & ætatum milia ad constituendam tam nobilis, tamque præstantis doctrinæ scientiam sufficerent. Quamobrem vt publica studia, ad hãc cognitionem amplexandam, non solum industria, quod assiduè facimus, sed etiam facultate librorum, & copia iuuaremus: curauimus excudendas matheseis antiquorum ab Euclide collectas, semotis interpretum & commentis, & figuris: non quòd interpretes improbemus: sed vt neminem sumptus (qui in hos libros antea maior erat, quàm tenues discẽtium fortunæ ferre possent) imposterum à discendo deterreat. Si quid autem obscurum fuerit, lõgè commodius viua præceptoris intelligentis oratio, quàm picta in libris interpretũ manus explicabit: quódque ad figuras attinet, magis laudabo discipulum in abaco & puluere figuras sibi demonstratas imitantem, quàm ociose & inutiliter alienas picturas aspectantem. Quæ ad te merito scribere nobis videmur, in quo non solum disciplinas & virtutes excellentes admiramur: sed etiam singularem amorem in honesta disciplinarum & virtutum promouendarum studia cognoscimus. Vale.

5. Cal. Febr. 1544.

Euclidis elementa

MATHEMATICA.

Diffinitio. I.

SIGNVM, est cuius pars nulla.

2

Linea verò, lõgitudo illatabilis.

3

Lineæ autem limites, sunt signa.

4

Recta linea, est quæ ex æquali, sua interiacet signa.

5

Superficies, est quæ longitudinem latitudinémque tantùm habet.

6

Superficiei extrema, sunt lineæ.

7

Plana superficies, est quæ ex æquali suas interiacet lineas.

8

Planus angulus, est duarum linearum in plano sese tangentium, & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

9

Quando autem quæ angulum continent, rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur.

10

Cum verò recta linea super rectam consistens lineam, vtrobique angulos æquales adinuicem fecerit, rectus est vterq; æqualium angulorum: & quæ superstat, recta linea, perpendicularis vocitatur, super quam steterit.

11

Obtusus angulus, maior est recto.

12

Acutus verò, minor est recto.

13

Terminus, est quod cuiusque finis est.

14

Figura, sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.

15

Circulus, est figura plana vna linea contenta quæ circunferentia appellatur, ad quam ab vno signo introrsum medio existente omnes prodeuntes lineæ, in ipsiusque circuli circunferentiam incidentes, adinuicem sunt æquales.

16

Centrum verò, ipsius circuli signũ appellatur.

17

Dimetiẽs circuli, est recta quædã linea per centrum acta, & ex vtraq; parte in circuli circũferentiã terminata, quæ circulum bifariã dispescit.

18

Semicirculus, est figura quæ sub dimetiente, & ea quæ ex ipsa circuli circumferentia sublata est, continetur.

19

Sectio circuli, est figura quæ sub recta linea, & circuli circunferentia aut maiore aut minore semicirculo continetur.

20

Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur.

21

Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis.

22

Quadrilateræ figuræ, sunt quæ sub quatuor comprehenduntur rectis lineis.

23

Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus, quàm quatuor, rectis lineis comprehenduntur.

24

Trilaterarum porrò figurarum, æquilaterum est triangulum sub tribus æqualibus lateribus contentum.

25

Isosceles autem, est quod sub binis tantùm æqualibus lateribus continetur.

26

Scalenum verò, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur.

27

Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triãgulum, est quod rectum angulum habet.

28

Amblygonium autem, quod obtusum angulum habet.

29

Oxygoniũ verò, quod tres habet acutos angulos

30

Quadrilaterarũ autem figurarũ, quadratum quidem, est quod & æquilaterũ ac rectãgulũ est.

31

Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterum non est.

32

Rhombus, est quæ æquilatera, sed rectangula non est.

33

Rhomboides verò, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neque æquilatera, neque rectangula est.

34

Præter hæc autem, reliqua quadrilatera, trapezia appellantur.

35

Parallelæ, rectæ lineæ sunt quæ in eodem existentes plano, & ex vtraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Postulata 1.

Ab omni signo in omne signum, rectam lineam ducere.

2

Rectam lineam terminatam, in continuum rectumque producere.

3

Omni cẽtro & interuallo, circulum describere.

4

Omnes angulos rectos, adinuicem æquales esse.

5

Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Communes sententiæ 1.

Quæ eidem æqualia, & adinuicẽ sunt æqualia.

2

Etsi æqualibus æqualia adijciantur, omnia erunt æqualia.

3

Etsi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur, æqualia erunt.

4

Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia erunt inæqualia.

5

Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.

6

Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia.

7

Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem.

8

Et quæ sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem.

9

Totum, est sua parte maius.

10

Duæ rectæ lineæ, superficiem non concludunt.

Propositio I.

Super data recta linea terminata, triangulum æquilaterum constituere.

2

Ad datum signum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere.

3

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem rectam lineam abscindere.

4

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis lineis contentum, & basin basi æqualem habebũt, & triangulum triangulo æquum erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

5

Isoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli, adinuicem æquales erunt.

6

Si trianguli duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoque angulos subtendentia latera æqualia adinuicem erunt.

7

Super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis, aliæ duæ rectæ lineæ æquales, altera alteri non constituentur, ad aliud atque aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

8

Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoque basi æqualem, angulum quoque angulo sub æqualibus rectis lineis cõtentũ æqualem habebunt.

9

Datum angulum rectilineum, bifariam secare.

10

Datam rectã lineam terminatã, bifariã secare.

11

Data recta linea, à signo in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

12

Super datam rectam lineam infinitam, à dato signo quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

13

Cum recta linea super rectam consistens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

14

Si ad aliquam rectam lineam, atque ad eius signum duæ rectæ lineæ, non ad easdem partes ductæ, vtrobique duobus rectis angulos æquales fecerit, ipsæ in directũ rectæ lineæ adinuicem erũt.

15

Si duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, angulos qui circa verticem sunt, æquos adinuicem efficient.

16

Omnis trianguli vno latere producto, exterior angulus vtrisque interioribus & ex opposito, maior est.

17

Omnis trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

18

Omnis trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur.

19

Omnis trianguli maior angulus, sub maiori latere subtenditur.

20

Omnis triãguli duo quælibet latera simul iuncta, reliquo sunt longiora.

21

Si trianguli à limitibus vnius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituãtur, quæ cõstituuntur, reliquis triãguli binis lateribus minores quidem erunt, maioremq́ue angulum continebunt.

22

Ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulum cõstruere. Oportet autem duo latera reliquo esse maiora, quomodocunq; assumpta: quoniã omnis triãguli bina latera quomodocunq; assumpta, reliquo sunt maiora.

23

Ad datam rectam lineam, ad datumque in ea signum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.

24

Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum, basin quoque basi maiorem habebunt.

25

Si duo triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basin verò basi maiorem, angulum quoque sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

26

Si bina triangula, duos angulos duobus angulis, alterum alteri æquales habuerint, vnúmque latus vni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoque latera reliquis lateribus æqualia, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

27

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt.

28

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorem angulum interiori & opposito ad easdem partes æqualem fecerit, aut interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

29

In parallelos rectas lineas recta incidens linea, & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorem interiori & opposito, & ad easdem partes æqualem, & interiores, & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.

30

Quæ eidem rectæ lineæ paralleli, & adinuicem sunt paralleli.

31

Per datum signum, datæ rectæ lineæ parallelum rectam lineam ducere.

32

Omnis trianguli vno latere producto, exterior angulus binis interioribus & opposito est æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

33

AEquas & parallelos ad easdem partes, rectæ lineæ coniungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

34

Parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem, & dimetiens ea bifariam secat.

35

Parallelogramma in eadem basi, & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.

36

Parallelogramma in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.

37

Triangula in eadem basi, & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.

38

Triangula in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.

39

Triangula æqualia in eadem basi cōstituta, & ad easdem partes, & in eisdem sunt parallelis.

40

Triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad easdem partes, & in eisdem sunt parallelis.

41

Si parallelogrammum & triangulum eandem basin habuerint, in eisdemque fuerint parallelis, trianguli parallelogrammum duplum erit.

42

Dato triangulo æquale parallelogrammum cō stituere, in dato angulo rectilineo.

43

Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem sunt parallelogrammorum supplemēta, sibi inuicem sunt æqualia.

44

Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.

45

Dato parallelogrammo, æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

46

Ex data recta linea quadratum describere.

47

In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulū continentibus.

48

Si trianguli quod ab vno laterum quodratum æquale fuerit eis quæ reliquis trianguli lateribus, quadratis: angulus cōprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

EVCLIDIS
Liber secundus.

Parallelogrammum rectangulum.

Omne parallelogrammum rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

Omnis parallelogrammi loci eorum, quæ circa dimetientem illius sunt parallelogrammorum, vnumquodque cum binis supplementis gnomon vocetur.

Propositio I.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, seceturque ipsarũ altera in quotcunque segmenta, rectangulum cõprehensum sub duabus rectis lineis, æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

2

Si recta linea secetur vtcunque, quæ sub tota & quolibet segmentorum rectangula comprehenduntur, æqualia sunt ei, quod ex tota est, quadrato.

3

Si recta linea secetur vtcunque, rectangulum ſub tota & vno ſegmentorum comprehenſum, æquum eſt ei quod ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato.

4

Si recta linea ſecetur vtcunque, quadratum quod fit ex tota, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex ſegmentis, & ei quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo.

5

Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia, rectangulum comprehenſum ſub inæqualibus ſectionibus totius vnà cum quadrato quod à medio ſectionum, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato.

6

Si recta linea biſariam ſecetur, adiiciaturq; ei aliqua recta linea in rectum, rectangulum cõprehenſum ſub tota cum appoſita & appoſita, vnà cum quadrato quod fit à dimidia, æquũ eſt ei quod fit ex coniecta ex dimidia & appoſita tanquam ex vna deſcripto quadrato.

7

Si recta linea ſecetur vtcunque, quod à tota & ab vno ſegmentorum vtraque fiunt quadrata, æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmento, & ei quod à reliquo segmento fit quadrato.

8

Si recta linea secetur vtcunque, rectangulum comprehensum quater sub tota & vno segmentorum cum eo quod ex reliquo segmento est quadrato, æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanquam ab vna descripto quadrato.

9

Si recta linea secetur in æqualia & nõ æqualia, quæ ab inæqualibus totius segmẽtis fiũt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia, & eius quod à medio sectionum fit, quadratorum.

10

Si recta linea secetur bifariam, apponatur autem ei quæpiam recta linea in rectum, quod ex tota cum apposita, & quod ex apposita vtraq; quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia & adiuncta, tanquã ex vna descriptorum quadratorum.

11

Datam rectam lineam secare, vt quod ex tota & altero segmento comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento quadrato.

12

In obtusi angulis triangulis, quod ad obtusum *angulum ſubtendẽte latere fit quadratum, maius eſt eis quæ fiunt ab obtuſum angulum comprehendentibus lateribus quadratis: comprehenſo bis ſub vno eorum, qui ſunt circa obtuſum angulum, in quod protractum cadit perpendicularis, & aſſumpto extrinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum.*

13

In oxygoniis triangulis, quod ex acutum angulum ſubtendente fit quadratum, minus eſt eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis, comprehenſo bis ſub vno eorum quæ ſunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulum.

14

Dato rectilineo, æquum quadratum conſtituere.

EVCLIDIS
Liber tertius.

Diffinitio I.

Æquales circuli ſunt, quorum dimetientes ſunt æquales, vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.

2

Recta linea circulum tangere dictiur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non secat.

3

Circuli sese tangere adinuicem dicuntur, qui sese inuicem tangentes, se non inuicem secant.

4

In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur, cum à centro in eas perpendiculares ductæ, sunt æquales. Magis autem distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

5

Sectio circuli, est figura comprehensa sub recta linea, & circuli circunferentia.

6

Sectionis angulus, est qui sub recta linea, & circuli circunferentia comprehenditur.

7

In sectione autem angulus est, cum in circunferentia sectionis cõtingit aliquod signum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ basis est sectionis, rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autem angulus sub coniunctis rectis lineis est.

8

Cum verò comprehendentes angulum rectæ lineæ, aliquam suscipiunt circunferentiam, in illa angulus esse dicitur.

9

Sector autem circuli, est cùm ad centrum circuli steterit angulus, comprehensa figura sub angulum comprehendentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circunferentia.

10

Similes sectiones circuli, sunt quæ angulos æquos suscipiunt, vel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales.

Propositio I.

Dati circuli, centrum inuenire.

2

Si in circuli circunferentia duo fuerint signa vtcunque contingentia, ad ea signa applicata recta linea intra ipsum circulum cadit.

3

Si in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per cētrum extensam rectam lineam bifariam secuerit, & ad angulos rectos ipsam dispescet: etsi ad angulos rectos ipsam dispescet, bifariam quoque ipsam secabit.

4

Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint, non per centrum extensæ, sese inuicem bifariam non secabunt.

5

Si bini circuli sese inuicem secuerint, non erit eorum idem centrum.

6

Si duo circuli se adinuicem tetigerint, eorum non est idem centrum.

7

Si in diametro circuli aliquod contingat signum quod minimè circuli centrum sit, ab eoque signo in circulum quædam rectæ lineæ procedãt, maxima erit in qua centrum: minima verò, reliqua: aliarum verò semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales, ab eodem signo in circulum cadunt ad vtrasque partes minimæ.

8

Si extra circulum suscipiatur aliquod signum, ab eoque signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem vna per centrũ extendatur, reliquæ verò vtcunque: in connexam circunferentiam cadentium rectarum linearum maxima est quæ per centrum ducta est. Aliarum autem, semper ei quæ per centrum transit propinquior, remotiore maior est. In curuam verò circunferentiam cadentium rectarum linearum minima est, quæ inter signum & dimetien-

tem iacet: minimæ verò propinquior, semper remotiore minor est. Duæ autẽ tantùm rectæ lineæ, ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum, ad vtrasque partes minimæ.

9

Si in circulo suscipiatur signum aliquod, & ab eo signo ad circulum cadant plures, quàm duæ rectæ lineæ æquales: susceptum signum, centrum ipsius est circuli.

10

Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat.

11

Si bini orbes se introrsum adinuicem tetigerint, suscipianturque eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta, in contractũ circulorum cadit.

12

Si duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint, ad centra eorum applicata recta linea, per contactum transiet.

13

Circulus circulum non tãgit in pluribus signis vno, etsi extra, etsi intus tangat.

14

In circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro. Etsi æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.

15

In circulo, maximus quidem est dimetiens: aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior.

16

Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit, & in locum inter ipsam rectam lineam & circunferentiam: altera recta linea non cadet. & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est: reliquus autem minor.

17

A dato signo, dato circulo contingentem rectam lineam ducere.

18

Si circulum tetigerit aliqua recta linea. à centro autem in contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta, perpendicularis erit in contingente.

19

Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur, in excitata erit centrum circuli.

20

In circulo angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint.

21

In circulo qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales.

22

In circulis quadrilaterum exiſtentium anguli qui ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales.

23

Super eadem recta linea duæ ſectiones circulorum ſimiles, & inæquales non conſtituẽtur ad eaſdem partes.

24

Super æqualibus rectis lineis ſimiles circulorum ſectiones conſtitutæ ſibi inuicem ſunt æquales.

25

Circuli ſectione data, deſcribere circulum cuius eſt ſectio.

26

In æqualibus circulis æquales anguli in æqualibus circunferentiis ſubtenduntur, etſi ad cẽtra, etſi ad circunferentias deducti fuerint.

27

In æqualibus circulis anguli qui ſuper æquales circunferentias deducuntur, ſibi inuicem ſunt *æquales, etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti.*

28

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori.

29

In æqualibus circulis, sub æqualibus circunferentiis æquales rectæ lineæ subtenduntur.

30

Datam circunferentiam, bifariam discindere.

31

In circulo angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui autem in maiori segmento, minor recto: qui verò in minori segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

32

Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem extendatur quædam recta linea circulum dispescens, anguli quos efficit ad tangentẽ, æquales sunt eis, qui alterni in circuli segmẽtis cõsistunt, angulis.

33

Super data recta linea describere sectionem cir culi, capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo.

34

A dato circulo, segmentū abscindere, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

35

Si in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulum cōprehensum sub sectionibus vnius æquum est ei, quod sub segmentis alterius comprehenditur, rectangulo.

36

Si extra circulum sumatur signū aliquod, ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earū altera circulum dispescat, altera verò tāgat: quod sub tota dispescente, & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei, quod fit ex tangente, quadrato.

37

Si extra circulum sumatur signum aliquod, & ab eo signo in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum secet, altera verò cadat: sit autem quod fit sub tota dispescente, & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam, æquale ei, quod fit ex cadente, cadens circulum tanget.

EVCLIDIS
Liber quartus.

Diffinitio I.

Figura rectilinea in figura rectilinea describi dicitur, quando vnusquisque inscriptæ figuræ angulus, vnumquodque latus eius, in qua describitur, tangit.

2

Figura autem similiter circa figuram describi dicitur, quando vnũquodq; latus circumscriptæ, vnumquenque angulũ eius, circum quem describitur, tangit.

3

Figura rectilinea in circulo describi dicitur, quando vnusquisque angulus inscriptæ, circuli circunferentiam tangit.

4

Circulus verò circa figuram rectilineam describi dicitur, quando circuli circunferentia vnũquenque eius, circum quam describitur, angulum tangit.

5

Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur, quando circuli circunferentia vnumquodque latus eius, in qua describitur, tangit.

6

Figura verò rectilinea circa circulũ describi dicitur, quãdo vnumquodque latus circũscriptæ, circuli circunferentiam tangit.

7

Recta linea in circulo congruere dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt.

Propositio I.

In dato circulo, datæ rectæ lineæ minimè maiori circuli diametro existenti, æqualem rectam lineam coaptare.

2

In dato circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

3

Circa datum circulum, dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

4

In dato triangulo, circulum describere.

5

Circa datum triangulum, circulum describere.

6

In dato circulo, quadratum describere.

7

Circa datum circulũ, quadratum describere.

8

In dato quadrato, circulum describere.

9

Circa datum quadratum circulum describere.

10

Isosceles triangulum constituere, habens vnumquenque eorum qui ad basin sunt, angulorũ duplum reliqui.

11

In dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

12

Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

13

In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere.

14

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

15

In dato circulo, hexagenum æquilaterum & æquiangulum describere.

16

In dato circulo, quintidecagonum æquilaterũ & æquiangulum describere.

EVCLIDIS
Liber quintus.

Diffinitio 1.

Pars, est magnitudo magnitudinis, minor maioris, quando minor metitur maiorem.

2

Multiplex autem, maior minore, quando eam metitur minor.

3

Ratio, est duarum magnitudinum eiusdem generis aliquatenus adinuicem quædam habitudo.

4

Proportio verò, est rationum identitas.

5

Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere.

6

In eadem ratione magnitudines dicuntur esse: prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando primæ æquè multiplicia, secundæ & quartæ æquè multiplicia iuxta quāuis multiplicationem vtraque vtranque: vel vnà excedunt, vel vnà æquales, vel vnà deficiunt sumptæ adinuicem.

7

Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

8

Quando verò æque multiplicium multiplex primi, excesserit multiplex secundi: multiplex autem tertij, non excesserit multiplex quarti: tūc primum ad secundum, maiorem rationem habere dicetur, quàm tertium ad quartum.

9

Proportio autē in tribus terminis minima est.

10

Quando tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam, duplicem rationem habere dicetur, quàm ad secundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, & semper ordinatim vna plus: prima ad quam tam triplicem rationem habere dicetur, quàm ad secundam, ex quo fuerit proportio extensa.

11

Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentia antecedentibus, & consequentia consequentibus.

12

Permutata ratio, est acceptio antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens.

13

Conuersa ratio, est acceptio consequentis tan-

quam antecedentis, ad antecedens tanquam ad consequens.

14

Composita ratio, est acceptio antecedentis cum consequente, sicut vnius, ad ipsum consequens.

15

Diuisa ratio, est acceptio excessus quo excedit antecedẽs ipsum consequens, ad ipsum consequẽs.

16

Conuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum quo excedit antecedens ipsum consequens.

17

AEqua ratio, est pluribus existentibus magnitudinibus, & alijs eis æqualibus multitudine cum duabus sumptis, & in eadem ratione: quando fuerit sicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum, sic in secundis magnitudinibus primum ad vltimum. Vel aliter, Acceptio extremorum per subtractionem mediorum.

18

Ordinata proportio, est cum fuerit antecedens ad consequens, sicut antecedens ad consequens: & consequens ad rem aliam, sicut consequens ad rem aliam.

19

Inordinata proportio, est cum fuerit antecedens ad consequens, sicut antecedens ad consequens: & consequens ad rem aliam, sicut res alia ad antecedens.

20

Extensa proportio est, quando fuerit sicut antecedens ad consequens, sic antecedens ad consequens: fuerit autem & sicut consequens ad rem aliam, sic consequens ad rem aliam.

21

Perturbata autem proportio, est quando tribus existentibus magnitudinibus, & aliis eis æqualibus multitudine, fit sicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad consequens, sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequẽs: sicut autem in primis magnitudinibus consequẽs ad rem aliam, sic in secũdis res alia ad antecedens.

Propositio I.

Si fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularũ æque multiplices, quotuplex est vnius vna magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

2

Si prima secundæ æque fuerit multiplex, & tertia quartæ: fuerit autem & quinta secundæ æque multiplex, & sexta quartæ, & cõposita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta quartæ.

3

Si primum secundi æque fuerit multiplex, & tertium quarti, sumãtur autem æque multiplicia primi & tertij, & æque sumptorum vtrumque vtriusque æque erit multiplex: alterum quidem secundi, alterum autem quarti.

4

Si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum, & æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quãuis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

5

Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex, & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ: erit multiplex, quotuplex tota totius est multiplex.

6

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earum æque fuerint multiplices, & reliquæ eisdem vel æquales sunt, vel æque ipsarum multiplices.

7

Æquales ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad æquales.

8

Inæqualium magnitudinum maior, ad eãdem, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

9

Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt: & ad quas eadem, eãdem habet rationem, ipsæ sunt æquales.

10

Ad eandem, rationem habentium; maiorem rationem habẽs, illa maior est: ad quam autem eadem maiorem rationem habet, & illa minor est.

11

Quæ eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem.

12

Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit sicut vna antecedentium ad vnam consequentium: sic omnes antecedentes ad omnes consequentes.

13

Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: tertia autem ad quartam, maiorem rationem habeat, quàm quinta ad sextam: prima quoque ad secundam, maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam.

14

Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem; & tertia ad quartam: prima verò, tertia maior fuerit: & secunda, quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

15

Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem.

16

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & vicißim proportionales erunt.

17

Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, diuisæ quoque proportionales erunt.

18

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, compositæ quoque proportionales erunt.

19

Si fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum: & reliquum ad reliquum erit, sicut totum ad totum.

20

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero cum duabus sumptis, & in eadem ratione: ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

21

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero cum duabus sumptis, & in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio: ex æquali verò prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

22

Si fuerint quælibet magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero cum duabus sumptis in eadem ratione, & ex æquali in eadem ratione erũt.

23

Si fuerint tres magnitudines, aliæque eisdem æquales numero cum duabus sumptis in eadem ratione: fuerit autem perturbata earum proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt.

24

Si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum: habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem, & sextum ad quartum, & composita primum & quintum ad secundum, eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

25

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima reliquis maiores erunt.

EVCLIDIS
Liber sextus.

Diffinitio I.

Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos æquales habent ad vnum: & quæ circa angulos æquales sunt, latera proportionalia.

2

Reciprocæ autem figuræ sunt, quando in vtraque figura antecedentes & consequentes termini rationales fuerint.

3

Per extremam & mediam rationem, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus.

4

Altitudo vniuscuiusque figuræ, est à vertice ad basin perpendicularis deducta.

5

Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus constare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ aliquam efficiunt quantitatem.

Propositio I.

Triangula & parallelogramma, quæ sub eodem sunt vertice, ad se inuicem sunt vt bases.

2

Si trianguli ad vnum laterum acta fuerit aliqua recta linea parallelus, proportionaliter secat ipsius trianguli latera: etsi trianguli latera proportionaliter secta fuerint ad segmenta connexa recta linea, parallelus ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

3

Si trianguli angulus bifariam secetur, dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin, basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis ipsius trianguli lateribus: etsi basis segmenta eãdem habuerint rationem reliquis ipsius trianguli lateribus, à vertice ad basin coniuncta recta linea bifariam dispescit ipsius trianguli angulum.

4

AEquiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circum æquales angulos, & similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

5

Si duo triangula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

6

Si bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint, & circum æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

7

Si bina triãgula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia: reliquorum verò vtrunque simul aut minorem, aut nõ minorem recto, æquiangula erunt triangula, & æquales habebũt angulos, circum quos proportionalia sunt latera.

8

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti & adinuicem.

9

Data recta linea, ordinatã partem abscindere.

10

Datam rectam lineam non sectam, datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare.

11

Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.

12

Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.

13

Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

14

AEqualium, & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

15

AEqualium, & vnum vni æqualem habentium angulum triangulorum, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: & quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

16

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

17

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod *sub extremis cōprehensum rectangulum, æquum est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media quadrato, ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.*

18

A data recta linea, dato rectilineo simile, similiterque positum rectilineum describere.

19

Similia triangula, adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis.

20

Similia polygona in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero & æqua ratione totis: & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm similis rationis latus, ad similis rationis latus.

21

Quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem sunt similia.

22

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & ab eis rectilinea similia, similitérque descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea proportionalia fuerint, ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt.

23

Æquiangula parallelogramma adinuicem habent compositam ex lateribus.

24

Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma, similia sunt toti, & adinuicem.

25

Dato rectilineo simile, & alij dato æquale, idem constituere.

26

Si parallelogrammo parallelogramm[illegible] auferatur, simile & toti & similiter positu[illegible], communem angulum habens ei, circum eundem dimetientem est toti.

27

Omnium parallelogrammorum circum eandem rectam lineam proiectorum, deficientiumque specie parallelogrammis similibus, similitérque positis ei quod à dimidia descriptum est, maximum est, quod à dimidia proiectũ parallelogrammum simile existens sumpto.

28

Ad datam rectam lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum comparare, deficiens specie parallelogrammo simili dato: oportet iam datum rectilineum, cui expedit æquum comparare, non maius esse eo, quod à dimidia comparatum similibus existentibus sumptis, & eius quod à dimidia, & cui expedit simile deficere.

29

Ad datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum prætendere, excedens specie parallelogrammum simile dato.

30

Datam rectam lineam terminatam, per extremam ac mediam rationem dispescere.

31

In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum subtendente latere species, æqualis est eis quæ ab rectum angulum comprehendentibus lateribus speciebus similibus similiterq; descriptis.

32

Si duo triangula componantur ad vnum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, vt sint eiusdem rationis eorum latera & parallela, reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt.

33

In æqualibus circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circunferentiis in quibus deducuntur: etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti, tum etiam sectores ad centra constituti.

EVCLIDIS
Liber ſeptimus.

Deffinitio I.

Vnitas, eſt qua vnumquodque exiſtens vnum dicitur.

2

Numerus autem; ex vnitatibus compoſita multitudo.

3

Pars, eſt numerus numeri minor maioris, quando dimetitur maiorem.

4

Partes autem, quando non metitur.

5

Multiplex verò, maior minore, quando eum metitur minor.

6

Par numerus, eſt qui biſariam diuiditur.

7

Impar verò, qui biſariam non diuiditur; vel qui vnitate differt à pari.

8

Pariter par numerus, eſt quem par numerus metitur per numerum parem.

9

Pariter autem impar, est quem par numerus metitur per imparem numerum.

10

Impariter verò par, est quem impar numerus dimetitur per numerum parem.

11

Impariter verò impar numerus, est quem impar numerus metitur per imparem numerum.

12

Primus numerus, est quē vnitas sola metitur.

13

Primi adinuicem sunt numeri, quos vnitas sola dimetitur communi mensura.

14

Compositus numerus, est quem numerus aliquis metitur.

15

Compositi autem adinuicem numeri sunt, quos numerus aliquis communi dimentione metitur.

16

Numerus numerū multiplicare dicitur, quando quotæ sunt in ipso vnitates, toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis.

17

Quando autem bini numeri sese adinuicem multiplicantes, aliquem fecerint: factus, planus appellatur. Latera verò illius, multiplicantes sese inuicem numeri.

18

Quando verò tres numeri sese multiplicantes adinuicem fecerint aliquem: factus, solidus appellatur: latera verò illius, multiplicantes sese inuicem numeri.

19

Quadratus numerus est, qui æque æqualis, vel qui sub duobus æqualibus numeris continetur.

20

Cubus verò, qui æque æqualis æque, vel sub tribus æqualibus numeris continetur.

21

Numeri proportionales sunt, quando primus secundi, & tertius quarti æque fuerit multiplex: vel eadem pars, vel eædem partes.

22

Similes plani & solidi numeri sunt, qui proportionalia habent latera.

23

Perfectus numerus, est qui sui ipsius partibus est æqualis.

Propositio I.

Si duobus numeris inæqualibus expositis, sublato semper minore à maiore, reliquus minime metiatur præcedētem, quoad assumpta fuerit vnitas, qui à principio numeri, primi adinuicē erūt.

2

Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem dimensionem inuenire.

3

Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum cõmunem mẽsuram inuenire.

4

Omnis numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est, aut partes.

5

Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & vterque vtriusque eadem pars erit, quæ vnus vnius.

6

Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & vterque vtriusque eædem partes erunt, quæ vnus vnius.

7

Si numerus numeri pars fuerit, qualis ablatus ablati: & reliquus reliqui pars erit, qualis totus totius.

8

Si numerus numeri partes fuerit, quæ ablatus ablati: & reliquus reliqui, eædem partes erit, quæ totus totius.

9

Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars: & vicißim qualis pars est vel partes primus tertij, eadem pars erit vel partes secundus quarti.

10

Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes: & vicißim quæ partes est primus tertij vel pars, eædem partes erit & secundus quarti, vel eadem pars.

11

Si fuerit sicut totus ad totum, sic ablatus ad ablatum: & reliquus ad reliquum erit, sicut totus ad totum.

12

Si fuerint quotcunque numeri proportionales, erit sicut vnus antecedentium ad vnum sequentiũ: sic omnes antecedẽtes ad omnes consequentes.

13

Si quatuor numeri proportionales fuerint, & vicißim proportionales erunt.

14

Si fuerint quilibet numeri, & alij eisdem æquales numero cum duobus sumptis, & in eadem ratione, & ex æquali in eadem ratione erunt.

15

Si vnitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium quempiam nume-

rum metiatur: & vicißim pariter vnitas tertium numerum metietur, & secundus quartum.

16

Si bini numeri multiplicantes se, adinuicem fecerint aliquos: geniti ex eis, æquales adinuicem erunt.

17

Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos: geniti ex eis, eandem rationem habebunt quam multiplicati.

18

Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes, fecerint aliquos: geniti ex eis, eandem habebunt rationem quam multiplicantes.

19

Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus est ei qui ex secundo & tertio. Et si qui ex primo & quarto fit numerus, æqualis fuerit ei qui ex secundo & tertio, ipsi quatuor numeri proportionales erunt.

20

Si tres numeri proportionales fuerint, qui sub extremis, æqualis est ei qui à medio. Et si qui sub extremis æqualis fuerit ei qui à medio, ipsi tres numeri proportionales erunt.

21

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem, minor minorem.

22

Si fuerint tres numeri, & alij eiusdem æquales numero cum duobus sumptis, & in eadem ratione: fuerit autem perturbata eorum proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt.

23

Primi numeri adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentium eis.

24

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem sunt.

25

Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, vnum eorum metiens ad reliquum primus erit.

26

Si bini numeri ad aliquem numerũ primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

27

Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex vno eorum fit, ad reliquum primus erit.

28

Si bini numeri ad binos numeros vterque ad vtrunque primi fuerint: & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt.

29

Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & multiplicans vterque seipsum, fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicem erunt. Etsi qui in principio genitos multiplicantes fecerint aliquos, & illi quoque primi adinuicem erunt, & semper circa extremos hoc continget.

30

Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, & vterque ad vtrunque ipsorũ primus erit. Etsi vterque ad vnum aliquem eorũ primus fuerit, & qui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

31

Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non metitur, primus est.

32.

Si bini numeri multiplicantes se, adinuicem fecerint aliquem: factum autem ex eis metitur aliquis primus numerus, & vnum eorum qui in principio metietur.

33

Omnis compositus numerus, sub alicuius primi numeri dimensionem cadit.

34

Omnis numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus metitur.

35

Numeris datis quibuscunque, inuenire minimos easdem rationes habentium eis.

36

Duobus numeris datis, inuenire quem minimum metiuntur numerum.

37

Si bini numeri numerum aliquem mensi fuerint, & minimus qui sub eorum dimensionem cadit, eundem metietur.

38

Tribus numeris datis, inuenire quem minimum numerum metiuntur.

39

Si numerum aliquis numerus metiatur, mensus cognominatam partem habebit metienti.

40

Si numerus partem habuerit quamlibet, eum cognominati numeri metietur pars.

41

Numerum inuenire, qui minimus existens habeat datas partes a, b, c.

EVCLIDIS
Liber octauus.

Propositio I.

Si fuerint quilibet numeri continuè proportionales, extremi verò ipsorum primi adinuicem fuerint, minimi ſunt eandem rationem habentium eis.

2

Numeros inuenire continuè proportionales minimos, quos ordinauerit aliquis in data ratione.

3

Si fuerint quilibet numeri cõtinuè proportionales, minimi eandem rationem habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt.

4

Rationibus datis quibuſcunque in minimis numeris, numeros inuenire continuè proportionales minimos in datis rationibus.

5

Plani numeri adinuicem rationem habẽt compoſitam ex lateribus.

6

Si fuerint quilibet numeri continuè proportionales, primus autem ſecundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

7

Si fuerint quilibet numeri continuè proportionales, primus autem extremum metiatur, & ſecundum quoque metietur.

8

Si inter duos numeros continuè proportionales ceciderint numeri, quot in eos ceciderint numeri, tot, & inter eandẽ rationem habentes eis continuè proportionales cadent.

9

Si bini numeri primi adinuicẽ fuerint, & inter eós continuè proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continuè proportionales ceciderint numeri, tot quoque inter vtrunque eorum & vnitatem continuè proportionales cadent.

10

Si inter binos numeros & vnitatem continuè proportionales numeri ceciderint, quot inter vtrunque ipsorum & vnitatem continuè proportionales ceciderint numeri, tot, & inter eos continuè proportionales cadent.

11

Duorum numerorum quadratorum, vnus medius proportionalis est numerus. Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem, quàm latus ad latus.

12

Duorum cuborum numerorũ, bini medij proportionales sunt numeri. Et cubus ad cubum triplam rationem habet, quàm latus ad latus.

13

Si fuerint quilibet numeri continuè proportionales, & multiplicans vnusquisque seipsum fecerit aliquos, qui fiunt ex ipsis, proportionales erunt. Etsi qui in principio genitos multiplicantes fecerit aliquos, & ipsi quoque proportionales erunt.

14

Si quadratus numerus quadratum numerum mensus fuerit, & latus latus metietur. Etsi latus latus metietur, quadratus quadratum metietur.

15

Si cubus numerus cubũ numerum mensus fuerit, & latus latus metietur. Etsi latus latus mensum fuerit, & cubus cubum metietur.

16

Si quadratus numerus quadratum numerum mensus non fuerit, neq; latus latus metietur. Etsi latus latus mensum non fuerit, neque quadratus quadratum metietur.

17

Si cubus numerus cubum numerũ non metiatur, neque latus latus metietur. Etsi latus latus nõ metiatur, neque cubus cubum metietur.

18

Duorum similium planorum numerorum, vnus medius proportionalis est numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

19

Duorum similium solidorum numerorum bini medij proportionales sunt numeri. Et solidus ad solidum simile triplam rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

20

Si binorum numerorum vnus medius proportionalis fuerit numerus, similes plani erunt ipsi numeri.

21

Si duorum numerorum duo medij proportionales fuerint numeri, similes solidi sunt ipsi numeri.

22

Si tres numeri continuè proportionales fuerint, primusque fuerit quadratus, & tertius quadratus erit.

23

Si quatuor numeri continuè proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit.

24

Si bini numeri rationem habuerint, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, primus autem fuerit quadratus, & secundus quadratus erit.

25

Si bini numeri adinuicem rationem habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerum, primus autem cubus fuerit, & secundus cubus erit.

26

Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

27

Similes solidi numeri adinuicem ratione͂ habe͂t, quam cubus numerus ad cubum numerum.

EVCLIDIS
Liber nonus.

Propositio I.

Si bini similes plani numeri se inuicem multiplicantes, aliquem fecerint: factus ex eis, quadratus erit.

2

Si bini numeri inuice͂ sese multiplicantes, quadratum fecerint, similes plani sunt.

3

Si cubus numerus seipsum multiplicans alique͂ fecerit: factus, cubus erit.

4

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans, aliquem fecerit: factus, cubus erit.

5

Si cubus numerus numerum aliquem multiplicans, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.

6

Si numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit.

7

Si compositus numerus, numerum aliquẽ multiplicans, aliquem fecerit, factus solidus erit.

8

Si ab vnitate quilibet numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab vnitate quadratus est, & vnum relinquentes omnes: quartus autem cubus, & binos relinquentes omnes: septimus verò cubus simul & quadratus, & quinque relinquentes omnes.

9

Si ab vnitate quilibet numeri consequenter proportionales fuerint: qui verò post vnitatem quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erũt. Et si qui post vnitatem cubus fuerit, & reliqui omnes cubi erunt.

10

Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales fuerint: qui verò post vnitatẽ non fuerit quadratus, neq; alius vllus quadratus erit, exceptis tertio ab vnitate, & vnum relinquẽtibus omnibus. Et si qui post vnitatem cubus nõ fuerit, neque alius vllus cubus erit, exceptis quarto ab vnitate, & binos relinquentibus omnibus.

11

Si ab vnitate quilibet numeri continuè proportionales fuerint, minor maiorem metitur per aliquem præexistentem in proportionalibus numeris.

12

Si ab vnitate quilibet numeri continuè proportionales fuerint, quot primorum numerorum vltimum metietur, tot, & eum qui apud vnitatem est metientur.

13

Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales fuerint: qui verò post vnitatem primus fuerit, maximum nullus alius metietur præter præexistentes in proportionalibus numeris.

14

Si minimum numerũ primi numeri mensi fuerint, nullus alius primus numerus ipsum metietur præter eos qui in principio metiuntur.

15

Si tres numeri cōtinuè proportionales fuerint, minimi eandem eis habentiū rationem, bini quilibet compositi ad reliquum primi erunt.

16

Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic secundus ad aliquem alium.

17

Si fuerint quilibet numeri continuè proportionales, ipsorum autem extremi primi adinuicē fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic vltimus ad aliquem alium.

18

Binis numeris datis, considerare si poßibile est eis tertium proportionalem inuenire.

19

Tribus numeris datis, considerare si est poßibile eis quartum inuenire proportionalem.

20

Primi numeri, plures sunt omni proposita multitudine primorum numerorum.

21

Si pares numeri quilibet componantur, totus par est.

22

Si impares numeri quilibet componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit.

23

Si impares numeri quilibet componantur, multitudo autem ipsorum fuerit impar, & totus impar erit.

24

Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.

25

Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.

26

Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.

27

Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit.

28

Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit: qui gignitur, par est.

29

Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit aliquem: factus, impar erit.

30

Si impar numerus parem numerum mensus fuerit, & eius dimidium metietur.

31

Si impar numerus ad numerum aliquem pri-

mus fuerit, & ad ipsius duplum primus erit.

32

A binario duplorum vnusquisque, pariter par est tantum.

33

Si numerus dimidium impar habuerit, pariter impar est tantum.

34

Si numerus neque à binario fuerit duplus, neque dimidium impar habuerit, pariter par est, & pariter impar.

35

Si fuerint quilibet numeri continuè proportionales, auferantur autem à secundo & vltimo æquales ipsi primo, erit sicut secundi excessus ad primum: sic vltimi excessus ad omnes seipsum præcedentes.

36

Si ab vnitate quilibet numeri continuè expositi fuerint in duplici proportione, ex quo totus compositus primus fuerit, & totus in vltimum multiplicatus aliquem fecerit: qui gignitur, perfectus erit.

EVCLIDIS
Liber decimus.

Diffinitio I.

Commensurabiles magnitudines dicūtur, quas eadem mensura dimetitur.

2

Incommensurabiles autem quæ sub nullius communis mensuræ dimensionem cadunt.

3

Rectæ lineæ potentia commensurabiles sunt, quando quæ ub ipsis quadrata, eadem area dimetitur.

4

Incommensurabiles autem, quando ea quæ ex ipsis quadrata, nulla area communi mensura dimetitur. His expositis indicatur, quod proposita recta linea, hoc est à qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales sumuntur mensuræ, ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ commensurabiles & incommensurabiles. Commensurabiles quidem, aut potentia tantùm, aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles verò, aut longitudine tantùm, aut longitudine & potentia simul.

5

Vocatur igitur ipsa quidem proposita recta linea, rationalis.

6

Et quæ huic commensurabiles & longitudine, & potentia: & potentia tantùm, rationales.

7

Quæ autem incommensurabiles per vtrunque hoc est, longitudine & potentia, irrationales appellantur.

8

Et quod quidem à proposita recta linea quadratum, rationale.

9

Et quæ huic commensurabilia, rationalia.

10

Et quod ab incommensurabili, irrationale.

11

Et quæ huic commensurabilia, irrationalia dicuntur.

12

Et ipsorum (si quadrata fuerint) latera: sin autem, aliæ quæpiam rectæ lineæ ipsa potentes, æqualiáque ipsis quadrata describentes, irrationales vocentur.

Propositio I.

Duabus magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiori auferatur maius quàm dimidium,

& eius quod relictum est maius quàm dimidium idque semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita.

2

Si duabus magnitudinibus inæqualibus expositis, sublata semper minore à maiori, reliqua minime metiatur præcedentem, incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

3

Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam earum cõmunem inuenire mensuram.

4

Tribus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam earum communem mensuram inuenire.

5

Commensurabiles magnitudines, adinuicem rationem habent, quam numerus ad numerum.

6

Si binæ magnitudines adinuicem rationem habuerint, quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

7

Incommensurabiles magnitudines adinuicem rationem non habent, quam numerus ad numerum.

8

Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habuerint, quam numerus ad numerum, incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

9

A longitudine commensurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem habentia, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, latera quoque habebunt longitudine commensurabilia. A longitudine verò incommensurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicem rationem non habent, quàm quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem non habentia, quàm quadratus numerus ad quadratum numerum, neque latera habebunt longitudine commensurabilia.

10

Propositæ rectæ lineæ binas rectas incommensurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantùm, alteram autem & potentia.

11

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem secundæ fuerit commensurabilis, & tertia quartæ commensurabilis erit: etsi prima secundæ incommensurabilis fuerit, & ter-

tia quartæ incommensurabilis erit.

12

Quæ eidem magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles.

13

Si binæ magnitudines commensurabiles fuerint, alteraque earum magnitudini alicui incommensurabilis fuerit, & reliqua eidem incommensurabilis erit.

14

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritque prima secunda maius eo quod fit ab eidem longitudine commensurabili, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine commensurabili. Et si prima secunda maius potuerit eo quod fit ab incommensurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine incommensurabili.

15

Si binæ magnitudines commensurabiles compositæ fuerint, & tota vtrique ipsarum commensurabilis erit. Et si tota vni earum commensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines commensurabiles erunt.

16

Si binæ magnitudines incommensurabiles com *positæ fuerint, & tota vtrique ipsarum incommensurabilis erit. Etsi tota vni ipsarum incommensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommensurabiles erunt.*

17

Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minori æquum maiori comparatum fuerit deficiens specie à quadrato, & in commensurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minori maius poterit eo quod fit ex sibi longitudine commensurabili. Etsi maior minore poterit eo quod fit à sibi commensurabili longitudine: quartæ verò parti eius quod à minori æquale maiori comparatum deficiens specie à quadrato, & in commensurabilia longitudine ipsam distribuet.

18

Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod fit ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiens specie à quadrato, & per incommensurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius potest eo quod fit ex sibi incommensurabili longitudine. Etsi maior minore maius potuerit eo quod fit ex sibi incommensurabili: quartæ autem ipsius quod fit ex minore æquum, ad maiorem comparatum fuerit deficiens specie à quadrato, in incommensurabilia sibi longitudine ipsam dispescit.

19

Sub rationalibus longitudine commensurabilibus rectis lineis iuxta aliquem prædictorum modorum comprehensum rectangulum rationale est.

20

Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latitudinem efficit rationalem, commensurabilemque ei ad quam comparatur longitudine.

21

Sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum irrationale est, illudque potens irrationalis est, voceturque media.

22

Media ad rationalem comparata, latitudinem efficit rationalem, & ei incommensurabilem ad quam comparatur longitudine.

23

Quæ mediæ commensurabilis, media est.

24

Sub mediis longitudine commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, medium est.

25

Sub mediis potentia tantum commensurabili-

bus rectis lineis comprehensum rectangulum, aut rationale, aut medium est.

26

Medium non excedit medium rationali.

27

Medias inuenire potentia tantùm commensurabiles, rationale comprehendentes.

28

Medias comperire potentia tantùm commensurabiles, medium comprehendentes.

29

Comperire binas rationales potentia tantùm commensurabiles; vt maior minore maius poßit eo quod fit ex commensurabili sibi longitudine.

30

Comperire binas rationales potentia tantùm commensurabiles, vt maior minore maius poßit eo quod fit à sibi longitudine incommensurabili.

31

Comperire binas medias potentia tantùm commensurabiles rationale comprehendentes, vt maior minore maius poßit eo quod fit à sibi longitudine commensurabili.

32

Inuenire duas medias potentia tantùm commensurabiles medium comprehendentes, vt ma-

ior minore maius possit eo quod fit ex sibi commensurabili.

33

Inuenire binas rectas lineas potentia incommensurabiles, conficientes conflatum ex quadratis quæ ab ipsis rationale: quod verò sub ipsis, medium.

34

Binas rectas lineas potentia incommensurabiles, efficientes compositum ex iis quæ ab ipsis sunt quadrata medium: quod verò sub ipsis rationale, comperire.

35

Comperire binas rectas lineas potentia incommensurabiles, efficientes compositum ex earum quadratis medium: & quod sub ipsis medium, & insuper incommensurabile composito ex earum quadratis.

36

Si binæ rationales potentia tantùm commensurabiles compositæ fuerint, tota irrationalis est, voceturque ex binis nominibus.

37

Si binæ mediæ potentia tantùm commensurabiles compositæ fuerint, rationale comprehendentes, tota irrationalis est, vocatur autem ex binis prima mediis.

38

Si binæ mediæ potentia tantùm commensurabiles compositæ fuerint, medium comprehendentes, tota irrationalis est, vocatur autem ex binis secunda mediis.

39

Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint, conficientes compositum ex quadratis quæ ab ipsis rationale: quod autem sub ipsis medium, tota recta linea irrationalis est, vocatur autem maior.

40

Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint, efficientes compositum quidem ex earum quadratis medium: quod vero sub ipsis rationale, tota recta linea irrationalis est, vocatur autem rationale mediumque potens.

41

Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint, efficientes compositum ex earum quadratis medium: quod verò sub ipsis medium, & insuper incommensurabile composito ex earum quadratis, tota recta linea irrationalis est, vocatur autem bina potens media.

42

Quæ ex binis nominibus, ad vnum duntaxat *ſignum diuiditur in nomina.*

43

Ex binis mediis prima, ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

44

Ex binis ſecunda mediis, ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

45

Maior, ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina,

46

Rationale mediumque potens, ad vnum duntaxat ſignum diſcinditur in nomina.

47

Bina potens media, ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

Binomiorum diffinitio I.

Propoſita rationali, ex biniſque nominibus diſiuncta in nomina, cuius nomen maius minore maius poſcit eo quod ſit ex ſibi longitudine commenſurabili: ſi maius nomen longitudine commenſurabile fuerit expoſitæ rationali, tota vocetur ex binis nominibus prima.

2

Si verò nomen minus longitudine commenſurabile fuerit expoſitæ rationali, vocatur ex binis nominibus ſecunda.

3

Si autem neutrum ipsorum nominum cōmensurabile longitudine fuerit expositæ rationali, vocatur ex binis nominibus tertia.

4

Rursus iam si maius nomen, minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine incommensurabili: si quidem maius nomen expositæ rationali longitudine commensurabile fuerit, vocatur ex binis nominibus quarta.

5

Si verò minus, quinta.

6

Si verò neutrum, sexta.

Sex igitur existentibus sic sumptis rectis lineis, ordinat ordinatim tres primas, ex quibus maior minore maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili: secundas verò reliquas tres ordinatim similiter, quarum maior minore maius possit eo quod fit ex sibi incommensurabili, eo quia conterit commensurabile incommensurabili. Et insuper primam, ex qua maius nomen expositæ rationali commensurabile est. Secundam autem ex qua minus, quoniam rursus conterit maius minore, dum continet maius. Tertiam verò, cuius neutrum nominum expositæ rationali est commensurabile. In iisque ordinatim tribus, similiter primam prædicti secundi ordinis quartam appellans secundam verò quintam, ac tertiam sextam.

48

Inuenire ex binis nominibus primam.

49

Comperire ex binis nominibus secundam.

50

Inuenire ex binis nominibus tertiam.

51

Inuenire ex binis nominibus quartam.

52

Inuenire ex binis nominibus quintam.

53

Inuenire ex binis nominibus sextam.

54

Si areola comprehendatur sub rationali, ac ex binis nominibus prima, quæ areolam potest irrationalis est, ex binis nominibus vocata.

55

Si areola comprehensa fuerit sub rationali, & ex binis nominibus secunda, areolam potens irrationalis est, vocaturque binis ex prima mediis.

56

Si superficies sub rationali, & ex binis nominibus tertia comprehensa fuerit, superficiem potens irrationalis est, appellaturque ex binis secunda mediis.

57

Si areola ſub rationali, ac ex binis quarta nominibus comprehenſa fuerit, ipſam areolam potens irrationalis eſt, vocaturque maior.

58

Si areola comprehendatur ſub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areolam potens irrationalis eſt, appellata rationale, mediumque potens.

59

Si areola comprehendatur ſub rationali, & ex binis ſexta nominibus, areolam potens irrationalis eſt, appellata bina potens media.

60

Quæ ab ex binis nominibus ad rationalem comparata latitudo, efficit ex binis nominibus primam.

61

Quæ ab ex binis mediis prima ad rationalem comparata latitudo, efficit ex binis nominibus ſecundam.

62

Quæ ab ex binis ſecunda mediis ad rationalem comparata latitudo, efficit ex binis nominibus tertiam.

63

Quæ ex maiore ad rationalem comparata latitudo, efficit ex binis quartam nominibus.

64

Quæ ex rationali, mediumq́ue potente ad rationalem comparata latitudo, efficit ex binis quintam nominibus.

65

Quæ ex bina media potente ad rationalem comparata latitudo, efficit ex binis nominibus sextam.

66

Ei quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ipsa quoque ex binis nominibus est, ac in ordine eadem.

67

Ei quæ ex binis mediis longitudine commensurabilis, & ipsa ex binis est mediis, & in ordine eadem.

68

Maiori commensurabilis, eadem quoq; maior.

69

Rationale ac medium potenti commensurabilis, & eadem rationale, ac medium potens est.

70

Bina potenti medium commensurabilis, bina potens est media.

71

Rationali ac medium compositis, quatuor fiunt irrationales, quæ ex binis nominibus, quæ ex bi-

nis prima mediis maior, ac rationale mediumque potens.

72

Binis mediis adinuicem incommensurabilibus compositis, reliquæ duæ irrationales fiunt, quæ ex binis secunda mediis, & quæ bina potens est media.

73

Si à rationali rationalis auferatur, potentia tantùm commensurabilis existens toti, reliqua irrationalis est, vocatur autem apotome.

74

Si à media auferatur media potẽtia tantùm toti subsistens commensurabilis, cum tota verò rationale comprehendens, reliqua irrationalis est, vocetur verò mediæ apotomæ prima.

75

Si à media media auferatur potentia tantùm toti commensurabilis subsistens, & cum tota medium comprehendens, reliqua irrationalis est, vocetur autem mediæ secunda apotomæ.

76

Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incommensurabilis, cum tota verò efficiens quod ab eis simul rationale: quod verò sub ipsis medium, reliqua irrationalis est, appellaturque minor.

77

Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium: quod verò bis sub ipsis rationale, reliqua irrationalis est, vocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

78

Si à recta linea recta linea sublata fuerit potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens cõflatum ex ipsarum quadratis medium: quod verò bis sub ipsis medium, insuper ipsarum quadrata incommensurabilia ei quod bis sub ipsis, reliqua irrationalis est, appellatur autem cum medio medium totum efficiens.

79

Apotomæ vna tantum congruit recta linea rationalis, potentia tantum toti subsistens commensurabilis.

80

Mediæ apotomæ primæ vna tantum congruit recta linea media, potentia tantùm toti subsistens commensurabilis, & cum tota rationale comprehendens.

81

Mediæ apotomæ secundæ vna tãtum congruit recta linea media, potentia tantùm toti com-

mensurabilis, & cum tota medium comprehendens.

82

Minori vna tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, efficiens cum tota compositum ex earum quadratis rationale: quod verò bis sub ipsis, medium.

83

Efficienti cum rationali medium totum vna tantum congruit recta linea, potentia toti incommensurabilis subsistens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium quod verò bis sub ipsis, rationale.

84

Efficienti cum medio medium totum, vna tantùm congruit recta linea potentia incommensurabilis toti subsistens, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium: & quod bis sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum ex iis quæ ab ipsis ei quod bis sub ipsis.

Apotomarum diffinitio I.

Si quidem tota expositæ rationali longitudine commensurabilis fuerit, appellatur apotome prima.

2

Si verò congruens commensurabilis fuerit *longitudine expositæ rationali, secunda appellatur apotome.*

3

Si autem neutra commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome.

4

Si quidem tota commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, appellatur apotome quarta.

5

Si verò congruens, quinta.

6

Si autem neutra, sexta.

85

Inuenire primam apotomen.

86

Inuenire secundam apotomen.

87

Inuenire tertiam apotomen.

88

Inuenire quartam apotomen.

89

Inuenire quintam apotomen.

90

Inuenire sextam apotomen.

91

Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome prima, quæ areolam poteſt apotome eſt.

92

Si areola comprehenſa fuerit ſub rationali & apotome ſecunda, quæ areolam poteſt mediæ apotome eſt prima.

93

Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome tertia, quæ areolam poteſt, mediæ apotome eſt ſecunda.

94

Si areola comprehendatur ſub rationali & quarta apotome, quæ areolam poteſt, minor eſt.

95

Si areola comprehendatur ſub rationali & quinta apotome, quæ areolam poteſt, eſt quæ cum rationali, medium totum conficit.

96

Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome ſexta, quæ areolam poteſt, eſt quæ cum medio medium totum efficit.

97

Quæ ab apotome ad rationalem comparata latitudo, primam efficit apotomen.

98

Quæ à mediæ apotome prima ad rationalem comparata latitudo, ſecundam efficit apotomen.

99

Quæ à mediæ apotome secunda ad rationalem comparata latitudo, tertiam apotomen conficit.

100

A minori ad rationalem comparata latitudo, efficit quartam apotomen.

101

Ab ea quæ cum rationali medium totum efficit, ad rationalem latitudo comparata, quintam efficit apotomen.

102

Ab ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalem comparata latitudo, efficit sextam apotomen.

103

Quæ ipsi apotomæ longitudine est commensurabilis, apotome est, & in ordine eadem.

104

Mediæ apotomæ commensurabilis, mediæ apotomæ est, & in ordine eadem.

105

Minori commensurabilis, minor est.

106

Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cum rationali medium totum efficiens est.

107

Cum medio medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens est.

108

A rationali, media ablata, reliquám areolam potens, vna duarum irrationalium gignitur, vel apotome vel minor.

109

A medio, rationali sublato, aliæ duæ irrationales fiunt, vel mediæ apotome prima, vel cum rationali medium totum efficiens.

110

A medio, medio ablato incommensurabili toti, reliquæ duæ irrationales fiunt, vel mediæ apotome secunda, vel cum medio medium efficiens.

111

Apotome, non est eadem ei quæ ex binis nominibus.

112

A rationali ad irrationalem eam quæ ex binis nominibus apposita latitudo, efficit apotomen, cuius nomina commensurabilia sunt nominibus eius quæ ex binis nominibus est, & in eadem ratione: & insuper apotome quæ gignitur, eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus est.

113

A rationali ad apotomen comparata latitudo, efficit eam quæ ex binis nominibus, cuius nomina commensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus, & in eadem ratione: & insuper quæ gignitur ex binis nominibus, ipsi apotomæ eundem obtinet ordinem.

114

Si areola comprehendatur sub apotome, & ea quæ ex binis nominibus, cuius nomina commensurabilia sunt, ipsius apotomes nominibus: & in eadem ratione, quæ areolam potest rationalis est.

115

A media infinitæ irrationales fiunt, & nulla vlli eorum quæ prius est eadem.

116

Minori commensurabilis, minor est.

117

Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis, cum rationali medium totum efficiens est.

118

Propositum nobis sit ostendere, quod in quadratis figuris incommensurabilis est dimetiens lateri longitudine.

EVCLIDIS
Liber vndecimus.

Diffinitio 1.

Solidum, est quod longitudinem, latitudinem, & crassitudinem habet. Solidi verò terminus superficies est.

2

Recta linea ad planum recta est, quando ad omnes cõtingentes ipsam rectas lineas & in subiecto plano existentes, rectos efficit angulos.

3

Planum ad planum rectum est, quando communi segmento ipsorum planorum ad angulos ductæ rectæ lineæ in vno ipsorum planorum, reliquo plano ad angulos rectos fuerint.

4

Plani ad planum inclinatio, est comprehensio anguli acuti sub iis quæ ad angulos rectos communi segmento ducuntur ad idem signum in vtroque ipsorum planorum.

5

Planum ad planum inclinari dicitur, & alterum ad alterum, quando prædicti inclinationum anguli sibi inuicem æquales fuerint.

6

Parallela plana, sunt quæ contactum non admittunt.

7

Similes solidæ figuræ, sunt quæ sub similibus planis, æqualibus multitudine comprehenduntur.

8

Similes solidæ figuræ & æquales, sunt quæ sub similibus planis multitudine & magnitudine æqualibus comprehenduntur.

9

Angulus solidus, est sub pluribus duabus lineis sese adinuicem tangentibus, & non existentibus in eadem superficie ad omnes lineas inclinatio.

Aliter.

Solidus angulus, est qui sub pluribus duobus planis angulis comprehenditur, non existentibus in eodem plano, ad vnum signum constitutis.

10

Pyramis, est figura solida planis comprehensa ab vno plano ad vnum signum constituta.

11

Prisma, est figura solida planis comprehensa, quorum duo quæ ex opposito æqualia & similia sunt parallela, reliqua verò parallelogramma.

12

Sphæra, est quando semicirculi manente dimetiente circunductus semicirculus in seipsum rur-

sus reuoluitur vnde incœpit, circumassumpta figura.

13

Axis sphæræ, est manens recta linea quam circum semicirculus vertitur.

14

Centrum sphæræ, est illud quod & semicirculi.

15

Dimetiens sphæræ, est recta quædam linea per centrum acta, & terminata ex vtraque parte sub ipsius sphæræ superficie.

16

Conus, est quando rectanguli trianguli manente vno eorum quæ circa rectum angulum latere circunductum triangulum in idem rursus vnde sumpserat exordium circunuoluitur, ea assumpta figura. Et si manens recta linea æqua fuerit, reliquæ quæ circum rectum circunductæ, rectãgulus erit conus. Si verò minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius.

17

Axis coni, est manens quædam recta linea quam circum triangulum vertitur. Basis autem, est circulus sub circunducta recta linea descriptus.

18

Cylindrus, est quãdo rectanguli parallelogram-

ni manente vno eorum quæ circum rectum angulum latere circunductum parallelogrammi in idem vnde sumpsit exordium steterit, ea assumpta figura.

19

Axis cylindri, est manens quædam recta linea quam circum parallelogrammum vertitur. Basis autem circuli qui sub iis quæ ex opposito circunductis lateribus sunt descripti.

20

Similes coni & cylindri, sunt quorum axes & dimetientes basium sunt proportionales.

21

Cubus, est figura solida sub sex quadratis contenta lateribus.

22

Octaedrum, est figura solida sub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis.

23

Dodecaedrum, est figura solida sub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehensa.

24

Icosaedrum, est figura solida sub viginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehensa.

Propositio I.

Rectæ lineæ partem in subiecto plano, partem verò in sublimi esse, est impossibile.

2

Si binæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, in uno sunt plano, & omne triangulum in uno plano existit.

3

Si bina plana se adinuicem secuerint, communis eorum sectio recta linea est.

4

Si recta linea duabus rectis lineis se adinuicem dispescentibus in communi sectione ad rectos angulos steterit, & ad earundem planum ad angulos rectos erit.

5

Si recta linea tribus rectis lineis se adinuicem tangentibus, ad angulos rectos in communi contactu extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano.

6

Si binæ rectæ lineæ in eodem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ.

7

Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, assumatúrque in ipsarum utraque contingentia signa, ad ipsa signa connexa recta linea in eodem est plano cum ipsis parallelis.

8

Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera autem ipsarum plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.

9

Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ, nec eidem in eodem existētes plano, adinuicem sunt parallelæ.

10

Si binæ rectæ lineæ sese inuicem tangentes, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes, in eodem non fuerint plano, æquales angulos comprehendent.

11

A dato signo in sublimi, ad subiectum planum perpendicularem lineam ducere.

12

A dato plano, à datóque in eo signo ad angulos rectos rectam lineam constituere.

13

Ab eodem signo, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes.

14

Ad quæ plana eadem recta linea recta est, parallela sunt ipsa plana.

15

Si binæ rectæ lineæ se inuicem tangentes ad binas rectas lineas se inuicem tangentes fuerint, non tamen in eodem plano existentes, parallela sunt quæ ex ipsis plana.

16

Si bina plana parallela sub plano aliquo dissecta fuerint, communes ipsorum sectiones parallelæ sunt.

17

Si binæ rectæ lineæ sub parallelis planis secentur, in easdem rationes secabuntur.

18

Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ ex ipsa plana ad idem planum ad angulos rectos erunt.

19

Si bina plana sese inuicem dispescentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipsorum communis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

20

Si solidus angulus sub tribus planis comprehendatur, duo reliquo maiores sunt quomodocunque suscepti.

21

Omnis solidus angulus, sub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur.

22

Si fuerint tres anguli plani, quorum bini reliquo sint maiores quomodocunque assumpti, comprehendant autem ipsos æquales rectæ lineæ, ex connexis circa æquales rectas lineas triangulum constitui ést possibile.

23

Ex tribus angulis planis, quorum duo quomodocunque sumpti sint reliquo maiores, solidum angulum conficere, oportet iam tres quatuor rectis esse minores.

24

Si solidum sub parallelis planis comprehendatur, quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt.

25

Si solidum parallelepipedum plano secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, erit sicut basis ad basin, sic solidum ad solidum.

26

Ad datam rectam lineam, ad signumque in ea, dato solido angulo æquum solidum angulum constituere.

27

Ex data recta linea, dato solido parallelepipedo, simile & similiter positum solidum parallelepipedum describere.

28

Si ſolidum parallelepipedum plano ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorum, ipſum ſolidum ſecabitur ab ipſo plano biſariam.

29

Super eadem baſi, & ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda conſiſtentia, quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, inuicem ſunt æqualia.

30

Super eadem baſi existentia ſolida parallelepipeda, & ſub eadem altitudine quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdem rectis lineis, inuicem ſunt æqualia.

31

Super æqualibus baſibus ſolida parallelepipeda existentia, & ſub eadem altitudine, inuicem ſunt æqualia.

32

Sub eadem altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, adinuicem ſunt ſicut baſes.

33

Similia ſolida parallelepipeda, adinuicem in triplici ratione ſunt eiuſdem rationis laterum.

34

AEqualium ſolidorum parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et ſolida parallelepipeda, quorum baſes altitudinibus ſunt reciprocæ, sunt æqualia.

35

Si fuerint bini anguli, plani æquales super quorum verticibus sublimes rectæ lineæ steterint, æquales angulos comprehendentes cum iis quæ in principio rectis lineis alterum alteri, in sublimibus autem contingant contingentia signa, & ab eisdem ad plana in quibus sunt qui in principio anguli perpẽdiculares actæ fuerint: à factis autem signis sub perpendicularibus in planis ad eos qui in principio anguli coniunctæ fuerint rectæ lineæ æquos angulos cum sublimibus comprehendent.

36

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipsis tribus rectis lineis solidum parallelepipedum æquum est ei quod ex media fit solido parallelepipedo æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto.

37

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similitérque descripta proportionalia erunt. Et si quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similitérque descripta proportionalia fuerint, & ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt.

38

Si planum ad planum rectum fuerit, à signo autem in altero planorum existente in alterum planum perpendicularis fuerit, in communi ipsorum planorum sectione cadit ipsa perpendicularis.

39

Si solidi parallelepipedi eorum quæ ex opposito planorum latera bifariam secta fuerint, extensique fuerint per sectiones plana, communis ipsorum planorum sectio, & solidi parallelepipedi dimetiens bifariam se adinuicem dispescent.

40

Si fuerint bina prismata sub æquis altitudinibus, & alterum quidem basin parallelogrammum habuerit, alterum autem triangulum, duplum autem fuerit parallelogrãmum ipsius trianguli, ipsa prismata æqualia erunt.

EVCLIDIS
Liber duodecimus.

Propositio I.

Quæ in circulis multangulæ figuræ adinuicem se habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

2

Circuli sese adinuicem habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

3

Omnis pyramis triangularem basin habens, diuiditur in binas pyramides æquas & similes inuicem triangulares bases habentes, & similes toti, & in bina prismata æqualia, et ipsa bina prismata maiori sunt, quàm dimidium totius pyramidis.

4

Si fuerint binæ pyramides sub eadem altitudine, triangulares bases habentes, diuisa verò fuerit vtraque ipsarum in binas pyramides adinuicem æquales & similes toti, & in bina prismata æqualia, & in vtraque factarum pyramidum is modus semper seruetur, erit sicut vnius pyramidis basis ad alterius pyramidis basin: sic quæ in vna pyramide prismata omnia ad ea quæ in altera pyramide prismata æquè multiplicia.

5

Sub eodem fastigio pyramides subsistentes, triangularemque basin habentes, adinuicem sese habent sicut bases.

6

Sub eadem altitudine pyramides existentes, multangulásque bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.

7

Omne prisma triangularem basin habens, di-

uiditur in tres pyramides, sibi inuicem æquas triangulares bases habentes.

8

Similes pyramides, triangulares bases habentes; in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum.

9

Æqualium pyramidum, & triangulares bases habentium, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides, triangulares bases habentes, quarum reciprocæ sunt bases verticibus, sunt æquales.

10

Omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis, & æquale fastigium.

11

Sub eodem fastigio existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut bases.

12

Similes coni & cylindri, ad se inuicem in tripla sunt ratione sicut dimetientium ad bases.

13

Si cylindrus plano secetur, parallelo existenti eis quæ ex opposito planis, erit sicut cylindrus ad cylindrum, sic axis ad axem.

14

In æqualibus basibus existentes coni & cylin-

dri, adinuicem sese habent sicut fastigia.

15

AEqualium conorum & cylindrorum, reciprocæ sunt bases verticibus. Et coni & cylindri, quorum reciproce sunt bases verticibus, sunt æquales.

16

Binis orbibus circum idem centrum existentibus, in maiori orbe multangulum æquilaterum & parilaterum inscribere, non tangentem orbem minorem in superficie.

17

Binis sphæris circum idem centrum existentibus, in maiori sphæra solidum polyhedrum inscribere, non tangens sphæram minorem in superficie.

18

Sphæræ adinuicem in triplici sunt ratione propriorum dimetientium.

EVCLIDIS
Liber decimustertius.

Propositio I.

Si recta linea extrema & media ratione secetur, maius segmentum admittens totius dimidiam, quintuplum poteſt eius quod ex totius dimidia.

2

Si recta linea ſui ipſius ſegmento quincuplum potuerit, dupla prædicti ſegmenti extrema, & media ratione diſſecta, maius ſegmentum reliqua eſt pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

3

Si recta linea media & extrema ratione ſecetur, minus ſegmentum admittens dimidiam maioris ſegmenti, quincuplum poteſt eius quod à media maioris ſegmenti fit quadrati.

4

Si recta linea extrema, mediáque ratione ſecetur, quod ex tota, & quod ex minori ſegmento vtraque quadrata, tripla ſunt eius quod à maiori ſegmento fit quadrato.

5

Si recta linea extrema & media ratione ſecetur, apponaturque eidem æqualis maioris ſegmento, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt ea quæ in principio recta linea.

6

Si recta linea rationalis, extrema & media ratione ſecta fuerit, vtrunque ſegmentorum irrationale eſt, appellaturque apotome.

7

Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim, æquales fuerint, æquiangulum erit ipsum quinquangulum.

8

Si quinquanguli æquilateri, & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ expliciunt, extrema & media ratione sese inuicem dispescent, & maiora earum segmenta ipsius quinquanguli lateri sunt æqualia.

9

Si sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum componantur, tota recta linea extrema & media ratione secatur, & maius segmentum est ipsius sexanguli latus.

10

Si in circulo quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit, ipsius quinquanguli latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum.

11

Si in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulum æquilaterum inscribatur, quinquanguli latus irrationale est, appellaturque minor.

12

Si in circulo triangulum æquilaterum descri-

ptum fuerit, ipsius trianguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli.

13

Pyramidem constituere, & data sphæra comprehendere, & demonstrare quod ipsius sphæræ dimetiens potentia, sesqualiter est lateris ipsius pyramidis.

14

Octahedrum construere, & data sphæra comprehendere ea qua pyramidem, ostenderéque quòd ipsius sphæræ dimetiens potentia lateris ipsius octahedri duplus est.

15

Cubum construere, & data sphæra comprehendere, vel ea qua prius, ostenderéque quòd ipsius sphæræ dimetiens potentia triplus est lateris ipsius cubi.

16

Icosahedrum construere, & data sphæra comprehendere, qua & dictas figuras: ostenderéque quòd ipsius icosahedri latus irrationale est, appellatúrque minor.

17

Dodecahedrum construere, & data sphæra comprehendere, qua & prædictas figuras: ostenderéque quòd dodecahedri latus irrationale est & appellatur apotome.

18

Latera quinque figurarum exponere, & adinuicem comparare.

EVCLIDIS
Liber decimusquartus.

Procemium.

Basilides Tyrius Protarche cum Alexandriam petiisset, patrique nostro ob Mathematicas disciplinas familiaris substitisset, cum eo, ipso pestilentiæ tempore, diu versatus est. Et quandoque discutiendo id quod ab Apollonio scriptum est de dodecahedri & icosaedri in eadem sphæra descriptorum comparatione, & quam inter se figuræ huiusmodi habeant rationem (videbatur nanque Apollonius hæc recte minime conscripsisse) ipsi verò enucleantes (quemadmodum pater meus dicebat) perscripserant. Ego verò posterius alium comperi librum ab Apollonio conscriptum, qui recte complectebatur eius quod obiiciebatur demonstrationem: gauisi sunt inquam illi valde in problematis indagatione. Ab Apollonio nanque editum videtur communiter considerare: nam sic circunfertur. Quod verò à nobis rursus laboriose conscriptum visum est, ea quæ ex commen-

tatione deprehendi, tibi discutienda esse censui propter eam quæ in omnibus disciplinis, & in Geometria præcipue promotionem adhibetur, vt prompte ea quæ dicentur, possis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob amorem erga nos. Benigne igitur audies ea quæ tibi trademus. Sed tempus iam esto proœmio supersedere, & constructionem exordiri.

Propositio I

Quæ ex centro alicuius circuli in pentagoni latus in eodem circulo descripti perpendicularis acta, dimidia est simul vtriusque, & eius quæ ex centro, & eius quæ decagoni in eodem circulo descripti.

2

Idem circulus comprehendit & dodecahedri quinquangulum, & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum.

3

Si fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum, & circum ipsum circulus, & ex centro perpendicularis in vnum latus acta fuerit, quod trigesies sub vno laterum & perpendiculari, æquum est ipsius dodecahedri superficiei.

4

Hoc demonstrato ostendendum est, quod erit vt dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem: sic cubi latus ad icosahedri latus.

EVCLIDIS
Liber decimusquintus.

Propositio I.

In dato cubo pyramida describere.

2

In data pyramide octahedrum describere.

3

In dato cubo octahedrum describere.

4

In dato octahedro cubum describere.

5

In dato icosahedro dodecahedrum inscribere.

FINIS.

PARISIIS.
Excudebat Thomas Richardus.
1549.