# Notes du mont Royal

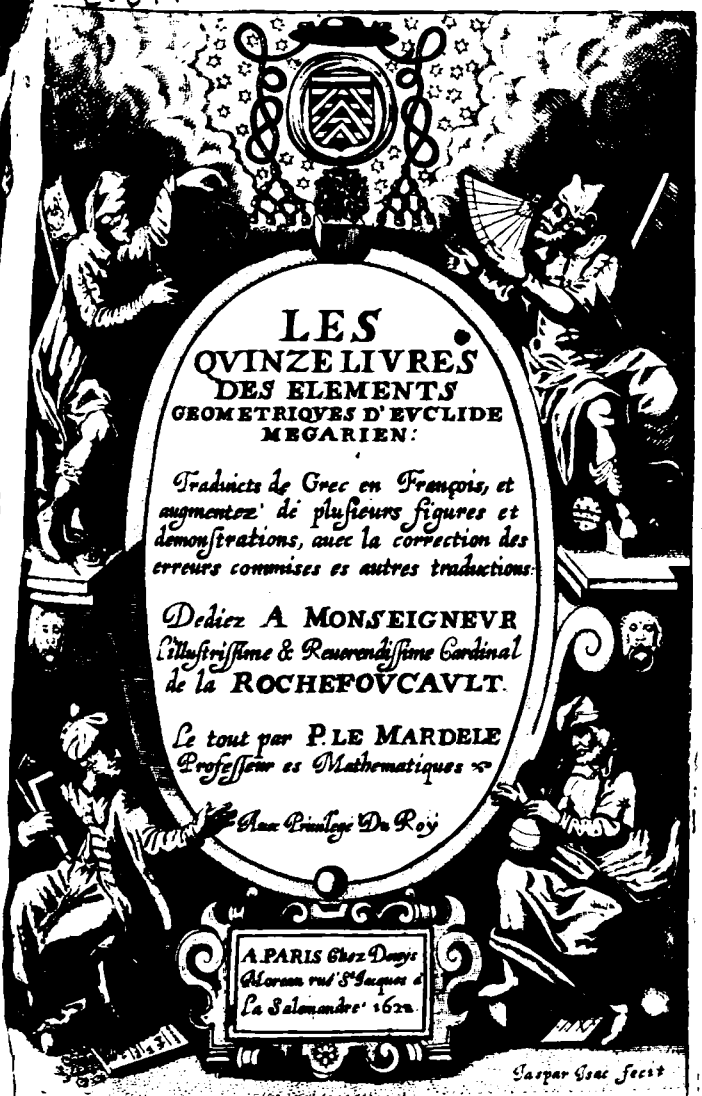
www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES

Google Livres

22811



# LES QVINZE LIVRES DES ELEMENTS GEOMETRIQVES D'EVCLIDE MEGARIEN:

Traduicts de Grec en François, et augmentez de plusieurs figures et demonstrations, auec la correction des erreurs commises es autres traductions.

Dediez A MONSEIGNEVR l'illustrissime & Reuerendissime Cardinal de la ROCHEFOVCAULT.

Le tout par P. LE MARDELE Professeur es Mathematiques &c.

Auec Priuilege Du Roy.

A PARIS Chez Denys Moreau rue S^t Iacques à la Salamandre. 1620.

Gaspar Isac fecit

FLL 20 811

# A MONSEIGNEVR MONSEIGNEVR L'ILLVSTRISSIME CARDINAL DE LA ROCHE-FOVCAVLT, EVESQVE DE SENLIS, GRAND Aumoſnier de France, &c.

*MONSEIGNEVR,*

*I'ay touſiours cogneu le grand ſoin que vous auez que les bonnes lettres refloriſſent en France, & ſur tout en ceſte noble & ancienne Vniuerſité de Paris, voire la premiere de tout l'Vniuers: Et ſpecialement au Royal College des Profeſſeurs; Auquel vous entendez que ſe facent leçons publiques, à chaque heure du iour, auſſi exactes comme eſt grande la capacité de ceux qui honorez de leur charge peuuent ſeruir d'honneur & d'ornement*

*à noſtre Siecle, faiſant leur deuoir conformement à voſtre intention. C'eſt ce qui m'a enhardy* (MONSEIGNEVR) *d'oſer preſenter à voſtre grandeur ce mien ouurage & labeur, eſperant qu'elle l'acceptera d'vne main fauorable, tant pour l'excellence du ſubiect, lequel eſt tres neceſſaire pour auoir vne parfaicte cognoiſſance, non ſeulement de la Philoſophie, mais auſsi de toutes les autres ſciences & arts: Ce qu'a fort bien monſtré ce diuin Philoſophe Platon par cete inſcriptiõ qu'il auoit fait appoſer à l'entree de ſon Academie,* ἀγεωμέτρητος εἰσίτω; *que pour la bonne affection de celuy qui l'a mis en noſtre langue, ſelon le vray texte de l'Autheur, auec ſes figures & demonſtrations, & auec les corrections de pluſieurs erreurs, dont les editions vulgaires eſtoient tachees. Si ce mien labeur vous eſt agreable* (MONSEIGNEVR) *vous m'inciterez à trauailler à d'autres parties de Mathematique, qui ſer-*

*uiront grandement au public & aux autres ſciences ; d'auſſi bon coeur que ie deſire eſtre à iamais,*

MONSEIGNEVR,

Voſtre tres-humble & tres-obeïſſant ſeruiteur.

P. LE MARDELE'.

# AV LECTEVR.

IL y a quelque temps (Amy Lecteur) que (desirant seruir au public) ie m'estois adonné à traduire en François, les quinze liures des Elements Geometriques d'Euclide, afin de les mettre en lumiere : mais voyant que d'autres les y auoient desia mis, sçauoir le sieur Donnot, & apres luy vn nommé Henrion; ie ne poursuiuis. Toutesfois ayant leu leurs traductions, & trouué qu'ils n'auoient totalement suiuy le texte d'Euclide; & specialement que Henrion ne l'auoit iamais veu, comme monstre son œuure, & que son liure n'estoit qu'vne transcriptiõ ou coppie de celuy dudit sieur Donnot; tachee d'vn grand nombre d'erreurs, laquelle il auoit faict imprimer & vendu luy mesme pour en tirer quelque proffit: Cela m'a donné subiect de poursuiure ma traduction commencee sur le texte Grec

d'Euclide, auec les demonſtrations des propoſitions, où i'ay auſſi adiouſté pluſieurs figures & demonſtrations qui ne ſont aux ſuſdites traductions, pour faciliter l'intelligence des propoſitions; D'auantage i'ay corrigé pluſieurs fautes des Interpretes; & auſſi celles de Henrion, non toutes neantmoins: mais quelques vnes ſeulement, pour aduertir ledit Henrion qu'autre choſe eſt de coppier, & autre choſe de traduire: car pour traduire il faut à tout le moins entendre la langue de l'Autheur, autrement il n'y auroit ſi petit copiſte qui ne peuſt faire des liures, coppiant les œuures de autres comme il a faict, leſquelles corrections tu trouues en ſuitte des propoſitions. Au reſte ie te ſupplie (Amy Lecteur) de ſupleer au defaut, ſi en ceſte premiere edition tu trouues quelques lettres changees ou autrement, par la faute des Imprimeurs, n'y ayant rien neantmoins que tu ne corriges facilement par le diſcours precedent ou ſuiuant; eſperant (ſi tu asce labeur pour agreable) de mettre la main à d'autres œuures non encore mis en noſtre langue Françoiſe par aucun. Adieu.

# IN EVCLIDEM EX GRECO IN SERMONEM VERNACVLVM CONVERSVM.

## EPIGRAMMA.

*TVrpibus Euclidem nævis, mendisq; scatentẽ*
*Purgatum nobis* MARDELE *deproperas.*

*Euclidem Græcum feciſti* MARDELE *Gallum,*
*Quod Gallo-Græcus, Laus ea tota tua eſt.*

PETRVS VALLENS Græcarum Literarum Profeſſor Regius.

---

# DOMINO LE MARDELE EVCLIDIS INTERPRETI VNICO

*HActenus Euclidi bellũ indixiſſe videntur*
*Nec libros doctis expoſuiſſe libris.*
*Nam tot ſpurcarunt diuina volumina mendis,*
*Auſi diuinum contaminare virum.*

MARDELE *opus fuerat qui Mars deleret*
*& aureum*
*Inſperſum maculis, emacularet opus.*

IANVS CÆCILIVS FREY,
Doctor Medicus & Philoſophorum
Profeſſorum Decanus.

---

## AD AVTHOREM.

*SI ſummo, rerum proportio, ſique figura*
*Artifici tantum monſtrat ineſſe decus.*

*Quàm liber hic cùm nil niſi ſit proportio, multas*
*Ingenij vires arguet eſſe tui.*

ANTONIVS DE VILLON,
In alma Vniuerſitate Pariſienſi
Profeſſor Philoſophus.

## *Priuilege du Roy.*



OVVS par la grace de Dieu Roy de France & de Nauarre, A nos amez & feaux, les gens tenans nos Cours de Parlement à Paris, Tholose, Roüen, Bordeaux, Dijon, Grenoble & Bretagne, Baillifs, Preuosts, Seneschaux desdits lieux, Lion, Poictiers, Orleans, Tours, Bourges, Angers, Champagne & à tous nos autres Iusticiers ou leurs Lieutenans, salut. Nostre bien aymé Denis Moreau, Marchand Libraire en nostre ville de Paris, nous auroit remonstré qu'il a recouuert vn liure intitulé, *Les quinze liures des Elements Geometriques d'Euclide, traduits de Grec en François, & augmentés de plusieurs demonstrations & figures, par Pierre le Mardelé Professeur és Mathematiques*, lequel liure il desireroit mettre en lumiere & faire imprimer, s'il auoit sur ce nos lettres necessaires, humblement requerant icelles. A CES CAVSES auons par ces presentes permis & accordé, permettons & accordons audit Moreau de faire imprimer par tel Imprimeur que bon luy semblera, tant de fois qu'il luy plaira ledit liure que dessus : & ce pour neuf ans finis & accomplis du iour qu'il aura esté acheué d'imprimer, en vertu des presentes. Faisant tres-expresses inhibitions & defences à tous Imprimeurs & Libraires de Paris, Lyon, Roüen, & autres villes de nostre Royaume, & à toutes autres personnes de quelque condition & qualitez qu'ils soient, de l'imprimer ou faire imprimer, en quelque maniere

que ce soit à peine de mille liures d'amende, dont moitié nous appartiendra, & l'autre moitié au suppliant, & aussi de confiscation de ceux qui se trouueront imprimez sans le consentement dudit Moreau suppliant: mesmes si aucuns Imprimeurs ou Libraires de cestuy nostre Royaume, ou estrangers trafiquans en iceluy, en sont saisis, saisis d'autre impression que de celle qu'aura fait faire ledit Moreau: Voulons qu'il soit procedé contre eux extraordinairement, & soient condamnez en pareille somme & amende que s'ils les auoient imprimez ou faict imprimer. A la charge toutesfois qu'iceluy Moreau mettra deux desdits liures en nostre Bibliotheque publique de ceste ville de Paris, auparauant que de les exposer en vente suiuant nostre reglement, à peine d'estre descheu du present priuilege. Si vous mandons & à chacun de vous endroit soy, enjoignons que du contenu en ces presentes nos lettres de priuilege & permission, vous faſſiez & laiſſiez iouyr & vſer plainement & paisiblement ledit suppliant, faisant cesser tous troubles & empeschemens au contraire de ce faire. Vous donnons pouuoir, authoté & mandement special, & de proceder à l'encontre de ceux qui y contreuiendront par toutes voyes deuës & raisonnables, & par les peines susdictes. Nonobstant oppositions ou appellations quelconques, pour lesquelles & sans preiudice d'icelles ne voulons estre differé: Et pour ce que de ces presentes ledit Moreau pourroit auoir affaire en diuers lieux: Nous voulons qu'au vidimus d'icelles, faict par l'vn de nos amez & feaux Conseillers, Notaires &

Secretaires, foy ſoit adiouſtee comme au preſent original, & auſſi qu'en mettant au commencement ou à la fin dudit liure vn bref ou extraict des preſentes cela ait force & vertu de ſignifications tout ainſi que ſi l'original eſtoit particulierement ſignifié à chacun : CAR TEL EST NOSTRE PLAISIR. Donné à Paris, le 12. iour d'Auril, l'an de grace mil ſix cens vingt & deux, & de noſtre regne le trezieſme.

Par le Roy en ſon Conſeil,

RENOVARD.

# PREFACE.

## D'où les disciplines Mathematiques ont pris leur nom, & de leur diuision.

*LEs disciplines Mathematiques lesquelles traictẽt de la quãtité, ont prins leur nom de μάθημα, ou μάθησις, qui est à dire, discipline ou doctrine: Et seules entre les autres ont acquis ce nom pour deux raisons selon les bons autheurs. La premiere est que les Pythagoriciens & Platoniciens estimans que les ames raisonnables estoient en nombre certain & determiné, & passoient de corps en autre (ce que la foy Chrestienne tient pour faux) tesmoignent que les Mathematiques ont obtenu ce nom, d'autant que par icelles nous acquerons le resouuenir de la science, dont nostre ame estoit douëe auparauant (selon leur erreur) qu'elle dõnast forme au corps. Ce que Platõ tasche de prouuer par vn exẽple familier, au dialogue intitulé* Menon, *où il introduit Socrate interrogeant*

*vn enfant ſur quelques queſtions Geometriques, de la dimenſion du quarré. A quoy bien qu'il reſpondiſt au commencement comme enfant, neantmoins peu à peu il en vint iuſques là, qu'il reſpondit les meſmes choſes que s'il auoit aprins par vn long-temps la Geometrie. La 2. eſt d'autant (comme veulent les autres) que ces arts ſeuls gardent la raiſon & moyen de la ſcience: procedans touſiours de principes auparauant cogneus, pour demonſtrer leurs concluſions, qui eſt le propre deuoir & office de la doctrine ou diſcipline, comme enſeigne Ariſtote 1. des Poſterieures. Et les Mathematiciens ne prennent iamais rien qui ne ſoit prouué: mais voulans enſeigner quelque choſe, ſi ce qui a eſté monſtré auparauant en depend, ils le prennent pour conced; monſtrans ce qui n'a eſté enſeigné: Ce que les autres arts & diſciplines ne font touſiours, prenant quelquesfois pour confirmer leur dire choſes non emonſtrees. Or les Pythagoriciens ſuiuis preſque de tous les Mathematiciens & Philoſophes ont diuiſé toutes les Mathematiques en 4. parties: ſçauoir en l'Arithmetique, la Muſique, la Geometrie, & l'Aſtronomie. Car d'autãt que toute quantité qui eſt l'obiect de la Mathematique eſt diſcrete ou continue, la diſcrete qui contient ſous ſoy les nombres: la continue qui contient ſous ſoy toutes les grandeurs: & l'vne & l'autre ſe pouuant conſiderer tant ſelon ſoy*

que comparee à vn autre: Il leur a semblé à propos d'instituer les 4. susdites parties qui traittassent des deux especes de quantité, selon les raisons dictes. Partant l'Arithmetique traitte de la quantité discrete selon soy, recherchant & expliquant toutes les passions & proprietez des nombres. La Musique traitte aussi de la quantité discrete, ou du nombre comparé à autre chose, sçauoir entant qu'il considere les accords des sons & l'harmonie. La Geometrie dispute de la quantité continuë aussi selon soy, & comme immobile. L'Astronomie finalement considere la mesme quantité continuë en tant qu'elle est mobile, comme sont les corps celestes, en tant qu'ils tournent par vn mouuement continuel. Or toutes les autres parties qui traictent de la quantité en quelque façon que ce soit, comme sont la Perspective, le Geographie & semblables, se peuuent rapporter comme à leurs chefs desquels elles dependent, à ces 4. parties susdites, dont la Geometrie & l'Arithmetique sont appellees pures: mais la Musique & l'Astronomie, mixtes. Les disciplines Mathematiques sont aussi diuisees en vne autre maniere par Geminus ancien Geometre & autres, comme rapporte Proclus en ses commentaires sur le premier liure d'Euclide. De ce voy Barocius.

## Diuiſion de la Geometrie, & des Elements d'Euclide.

*LA Geometrie eſt diuiſee en la contemplation des plans, laquelle ſelon le terme general eſt dicte Geometrie, & en la doctrine des ſolides laquelle proprement & particulierement les Mathematiciens appellent Stereometrie. Car la Geometrie en general ſe propoſe ce but, de conſtituer les plans & les ſolides, & ceux qui ſont ja conſtituez de les comparer entr'eux ou les diuiſer. Et l'on ne doit s'eſmerueiller, que y ayant trois genres de grandeurs, ſçauoir la ligne, la ſuperficie, & le corps, l'on faict mention ſeulement de la contemplation des deux derniers proprement, & non de la ligne & du poinct. D'autant que comme dit Proclus, la Geometrie traicte principallement des figures leſquelles conſiſtent toutes ſeulement aux plans ou aux ſolides, car les poincts & les lignes ne conſtituent aucune figure ſans les plans ou ſolides, & partant n'eſtoit neceſſaire d'en traiter à part. Donc Euclide nous voulant laiſſer vne parfaicte cognoiſſance en ſes Elements de la Geometrie; Il traitte aux ſix premiers liures des plans: Et aux cinq derniers il diſpute ſubtilement des ſolides recherchant leurs plus belles proprietez. Mais d'autant que toutes les choſes*

*ſes Geometriques, & principalement ces cinq corps reguliers appellez ſelon la couſtume, corps Platoniques, ne pouuoient eſtre traictez ſans la cognoiſſance des lignes commenſurables & incommenſurables, Euclide a adiouſté le 10. liure, deuant ſa Stereometrie, afin d'auoir tous les documents requis à l'intelligence & dimenſion des grandeurs, auquel 10. l. il diſcourt ſubtilement & amplement de telles lignes. Et voyant derechef que ce traicté des lignes commenſurables & incommenſurables ne ſe pouuoit entendre ſans la cognoiſſance des nombres: Deuant le 10. l. il traicte des proprietez & paſſions d'iceux nombres aux 7. 8. & 9. liures. Parquoy tout ce volume des Elements Geometriques comprins en 15. liures (dont les treze premiers ſont attribuez à Euclide ſans aucune controuerſe: mais les deux derniers ſont eſtimez par quelques vns eſtre à Hypſicle Alexandrin) pourra eſtre diuiſé en quatre parties, dont la premiere contiendra les ſix premiers liures qui traictent des plans; La ſeconde les trois ſuiuants, laquelle recherche les paſſions & proprietez des nombres; La troiſieſme contenant le dixieſme liure ſeulement, diſpute des lignes commenſurables & incommenſurables. Et la quatrieſme finalement, ſçauoir les cinq derniers liures, contient la ſcience des ſolides ou corps. La premiere partie eſt diuiſee derechef en trois.*

*Car aux 4. premiers liures eſt traicté des plans abſolument, recherchant leur egalité ou inegalité. Au cinquieſme eſt diſputé des proportions des grandeurs en general. Et au ſixieſme finalement les proportions des figures planes ſont examinees. Mais il ſera expoſé en ſon lieu, ce que Euclide traicte en chacun des autres liures.*

## Que c'eſt entre les Mathematiciens que Probleme, Theoreme propoſition, Lemme.

*Toute demonſtration Mathematique eſt diuiſee par les anciens autheurs, en Probleme, & Theoreme. Ils appellent Probleme ceſte demonſtration qui commande & enſeigne à conſtruire quelque choſe. Comme ſi quelqu'vn vouloit demonſtrer, que l'on peut conſtituer vn triangle equilateral ſur vne ligne droicte, donnee & terminee, telle demonſtration ſera appellee Probleme, d'autant qu'elle enſeigne par quel moyen vn triangle equilateral doit eſtre conſtitué ſur vne ligne droicte terminee. Or ce genre de demonſtration eſt appellé Probleme à la ſimilitude du Probleme des Dialecticiens. Car comme en Dialectique, le Probleme eſt ceſte queſtion, de laquelle l'vne & l'autre partie de la controuerſe ou contradiction (comme ils*

parlent ) eſt probable, comme eſt ceſte queſtion; Sçauoir ſi le tout eſt diſtingué reellement de ſes parties priſes enſemble. Ainſi auſſi ceſte Propoſition entre les Mathematiciens, par laquelle ils commandent de conſtituer ou conſtruire quelque choſe, dont le contraire peut auſſi eſtre faict, s'appelle Probleme. Comme ſi quelqu'vn ſe propoſe de pouuoir conſtituer vn triangle equilateral ſur vne ligne droicte terminee, il faict vn Probleme: d'autant qu'vn triangle non equilateral, ſçauoir vn iſoſcele ou ſcalene, peut auſſi eſtre conſtitué ſur la meſme ligne. Semblablement quiconque propoſe de couper vn angle rectiligne en deux parties egales, il exhibe vn Probleme, d'autant que le meſme angle peut auſſi eſtre diuiſé en parties non egales: Mais toutesfois il y a grande difference entre le probleme des Dialecticiens, & des Mathematiciens. Car au probleme de Dialectique, laquelle partie que l'on veut de la contradiction eſtant priſe, eſt confirmee probablement ſeulement, de ſorte que l'on eſt touſiours en doute laquelle partie d'icelle eſt vraye: Mais au probleme Mathematique, quelconque partie que quelqu'vn prenne, il la prouuera par vne demonſtration certaine; de ſorte qu'il ne reſtera aucun doute. Car ſi le Geometre ordonne de quelconque point d'vne ligne droicte propoſee, mener vne ligne perpendiculaire, il le fera auec vne raiſon

*conſtante & euidente; & faut dire le ſemblable s'il veut mener vne ligne non perpendiculaire. Or ils appellent Theoreme ceſte demonſtration, laquelle examine ſeulement quelque paſſion ou proprieté d'vne ou pluſieurs quantitez enſemble. Comme ſi on veut demonſtrer qu'en tout triangle, les trois angles ſont egaux à deux angles droicts: Ils appelleront telle demonſtration, Theoreme, d'autant qu'il ne commande pas ou enſeigne de conſtituer vn triangle ou quelque autre choſe: mais il contemple tant ſeulement ceſte paſſion de quelconque triangle, que les angles d'iceluy ſoiēt egaux a deux droits: D'où ceſte demonſtration eſt dite Theoreme de la contemplation meſme: & au Theoreme il ne ſe peut nullement faire que l'vne & l'autre partie de la contradiction ſoit veritable: Car ayant demonſtré, que tous les trois angles de tout triangle ſont egaux à deux angles droicts; il ne ſe peut faire qu'ils ſoient auſſi inegaux à 2. droits: & ainſi des autres. Dōc, pour dire en vn mot, ceſte queſtion Mathematique, qui enſeigne à faire ou conſtruire quelque choſe, & dont la partie oppoſee peut auſſi eſtre faite, s'appelle Probleme. Mais celle là qui enſeigne quelque choſe où il n'y a rien à conſtruire, & de laquelle la partie oppoſee eſt perpetuellement fauſſe eſt appellee Theoreme. Parquoy ſi quelqu'vn propoſoit en façon de Probleme vouloir conſtituer vn*

angle droict, en vn demicercle, il seroit tout à faict digne d'estre mocqué & estimé ignorant en Geometrie; puis que tous les angles au demicercle sont droicts: cõme il sera demõstré 31.p.3.l. Parquoy ceste Proposition doit estre appellee Theoreme & non pas Probleme. Au reste tant le Probleme que le Theoreme, entre les Mathematiciens est dict Proposition, d'autant que l'vn & l'autre nous propose quelque chose, comme appert par les exemples susdits: & touſiours les demonstrations des Problemes se concluent par ces mots: Ce qu'il falloit faire. Mais celles des Theoremes, par ceux cy: Ce qu'il falloit demõstrer.

Or aux demonstratiõs des Problemes & Theoremes estans requis fort souuent quelques autres Theoremes ou Problemes moins principaux, & qui peuuent estre facilement entendus de ceux qui sont premierement demonstrez; Iceux sont quelquesfois inserez par les Geometres entre les Theoremes & Problemes, desquels il s'agit principalemẽt, afin qu'ils puiſſẽt estre plus briefuemẽt demonstrez, & ils les appellent Lemmes, d'autant qu'ils sont pris seulement pour d'autres demonstrations, & d'iceux n'est instituee vne dispute principale ainsi que des autres. Donc la demonstratiõ ou constructiõ de ce qui est pris pour la demonstration de quelque Theoreme ou Probleme principal, afin que la demonstration se face plus promptement & briefuement peut estre appellee Lemme.

## Que c'eſt que principes entre les Mathematiciens.

*TOute doctrine & diſcipline eſtant engendree, comme dit Ariſtote, d'vne preexiſtente cognoiſſance, & demonſtrant ſes concluſions par de certains principes prins & concedez: Mais aucune ſcience, ſelon l'opinion du meſme Ariſtote & des autres* Philoſophes, *ne demonſtrãt ſes principes: Touſiours les diſciplines Mathematiques auront leurs principes, par leſquels, poſez & concedez, elles puiſſent confirmer leurs* Problemes, *&* Theorémes.

*Or entre les Mathematiciens, il y a de trois genres de principes. Au premier ſe trouuent toutes les definitions, que quelques-vns auec Ariſtote appellent ſuppoſitions, ou hypotheſes, comme veut* Proclus: *Et par icelles ſont expliquez les termes de l'art, afin qu'en traictant la ſcience, ne ſoyons trompez par l'ambiguité & obſcurité des noms, & ne tombions en des paralogiſmes. Au ſecond genre ſont les petitions ou demandes, leſquelles ſont tellement claires & manifeſtes en la ſcience que l'on traicte, qu'elles n'ont beſoin d'aucune preuue; mais demandẽt ſeulement le conſentement de l'auditeur, afin qu'il n'y ait aucune heſitation ou difficulté en la*

*demonſtration. Au troiſieſme ſont les axiomes ou maximes, ou communes notions de l'eſprit, leſquelles non ſeulement en la ſcience propoſee, mais auſsi en toutes les autres, ſont tellement manifeſtes & euidentes, que celuy qui conceura fort bien ces meſmes mots & termes, ne s'en pourra en aucune façon departir, qu'il n'y conſente facilement : Leſquels principes Euclide met deuant les demonſtrations de ſes concluſions, afin que par iceux comme eſtans bien entendus de chacun, il puiſſe deduire des Theoremes admirables, leſquels perſonne n'accorderoit auparauant qu'eſtre confirmez par raiſons euidentes & certaines.*

# PREMIER LIVRE, DES ELEMENTS GEOMETRIQVES d'Euclide.

## *DEFINITIONS.*

1. Le poinct eſt, ce qui n'a aucune partie.



VCLIDE nous a faict entendre, par la negation des parties (& ce auec raiſon) que c'eſt en la quantité continuë que le poinct, principe & fõdemẽt de ſon ſuject. Car les principes eſtants differẽts des choſes deſquelles ils ſont principes, & les proprietez & accidents de tels principes eſtants incogneus, on monſtre en quelque façon ces principes, niant qu'ils ſoient les choſes dont ils ſont principes, ou qu'ils ayent quelque choſe de commun auec icelles: Vray eſt que pour faire de ſemblables definitiõs, ou pluſtoſt deſcriptiõs, il faut auoir expliqué & faict cognoiſtre les choſes que no⁹ excluõs; ainſi qu'a faict Porphyre en ſon Introduction definiſſant l'accidẽt, ὃ ἔστι μὲν ὅτε ὑπάρχει καὶ ἀπογωρεῖ ἢ ἔστι μὲν ὅτε ὑπάρχει καὶ ἔστιν ὅτε οὐχ ὑπάρχει ἢ ὑπάρχον δύναται ἀπογωρεῖν ἢ μὴ ὑπάρχον ἐπιγίνεσθαι·

pour, Ce qui n'eſt n'y genre, n'y difference n'y eſpece, n'y propre, & eſt touſiours au ſuject. Mais cela euſt eſté fort eſloigné, & plus propre au Phyſicien qu'au Geometre d'enſeigner que c'eſt que diuiſible en general. Ceſt pourquoy il l'a obmis ſe contentant d'en definir apres quelques eſpeces comme, la ligne & la ſurface deſquelles il conſidere pluſieurs & diuerſes affections en ſes 6. prem. liu.

## 2. La lign. eſt vne lõgueur sãs larg.

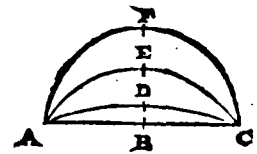



La ligne eſt la premiere eſpece de quantité, laquelle a tant ſeulement vne dimenſion, à ſçauoir, longitude, ſans aucune latitude, n'y profondité & n'eſt autre choſe que le flus ou coulement du poinct, lequel eſtant totalement indiuiſible, laiſſera de ſon mouuement imaginaire, quelque veſtige en long, exempt de toute latitude. Comme ſi le poinct A eſt entendu couler de A à B, le veſtige AB, qu'il a faict par ſon flus ou coulement ſera appellé ligne, puis que l'interualle cõpris entre les deux poincts A & B, eſt vrayement vne longitude, defaillant de toute latitude, d'autant que le poinct par le flus duquel elle eſt produite n'a aucune dimenſion : Quelques vns diſent que ceſt vne quãtité qui a vn interuale, car la ligne peut eſtre diuiſée ou couppée en vne ſeule maniere, à ſçauoir ſelon la longitude.

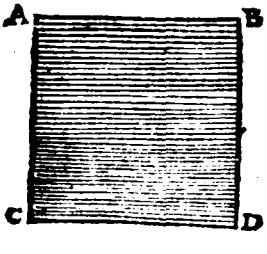
## 3. Les extremités de la ligne, ce ſont poincts.

Euclide enſeigne icy quels ſont les termes ou extremitez de la ligne, diſant que la ligne eſt terminée ou finie de part & d'autre, de poincts, non pas que toute ligne ait des termes; car comment pourroit on aſſigner des termes à vne ligne infinie? ou trouuer extremité à vne ligne circulaire: Mais il faut entendre que toute ligne finie eſt terminée de poincts à ſes extremitez. Comme la ligne precedente AB, eſt terminée des poincts A & B. Et faut entendre le meſme de toutes autres lignes finies ou terminées.

## 4. La ligne droicte eſt celle, qui eſt egalement eſtenduë entre ſes poincts.




Les Mathematiciens ont de trois ſortes de lignes, la droicte, la circulaire, laquelle ils appellent courbe, & la mixte qui eſt cõpoſée de l'vne & de l'autre: Euclide deſcrit en ce lieu la droite, qu'il dit eſtre celle-là laquelle eſt egalemẽt eſtenduë entre ſes poincts,




ceſt à dire, en laquelle aucun des poincts, de tous ceux qui ſont poſez entre les extremitez, n'eſt plus eſleué ou abaiſſé; & en vn mot c'eſt le plus court chemin d'vn poinct à l'autre, ou

comme dit Archimede la plus courte de celles qui ont meſmes extremitez. Icelle nous peut eſtre aucunement exprimée par quelque fil bien delié & tendu autant qu'il ſe peut faire. Proclus expoſant cette definition dit, que vne ligne eſt egalement eſtenduë entre ſes poincts quand elle occupe vn eſpace ou interualle egal, à celuy qui eſt poſé entre ſes poincts extrémes; comme par exemple la ligne ABC, ſera dicte droicte d'autant qu'elle occupe autant d'interualle qu'il y a de diſtance du poinct A au poinct C, mais les lignes A D C, A E C, A F C, ne ſeront droictes, d'autant qu'elles obtiennent plus d'eſpace que la diſtance de A à C. Platon definit ainſi la droicte ligne: La ligne droicte eſt celle de laquelle les parties du milieu ombragent les extrémes: comme ſi en la ligne ABC, le poinct, B, ou quelque autre du milieu auoit la force de cacher, & le poinct A extréme la vertu d'illuminer, le poinct B empeſcheroit touſiours que le poinct extréme C, ne fuſt illuminé de A, ce qui n'arriueroit aux lignes non droictes comme A D C, A F C, comme il eſt manifeſte. Euclide ne definit icy les lignes non droictes, qui peuuent toutes eſtre dictes obliques mais il definira la circulaire à la 15. def. reiettant les autres qui ne ſont d'aucun vſage en ſes Elements. Et y en a de pluſieurs genres, deſquelles traicté Apollonius, Nicomedes, Archimede, &c. Or comme la ligne eſt produicte par le flus continuel du poinct, ainſi la ſuperficie eſt formée de la ligne ſe mouuant de trauers laquelle ſe definiſt ainſi.

## 5. La ſuperficie eſt, ce qui a tant ſeulement longueur & largeur.

Apres la ligne qui eſt la premiere eſpece de la quantité continuë, & qui a vne ſeule dimenſion, il definit la ſuperficie qui eſt la ſeconde eſpece, & qui a deux dimenſions, ſçauoir longueur & largeur ſans toutesfois aucune profondité: Comme la quantité A B E D, contenuë entre les lignes AB, CD. A C, B D, (en la figure precedente, pag. 3.) conſiderées ſelon la longitude A B, ou C D, & ſelon la latitude A C ou B D, sãs aucune profondité eſt appellée ſuperficie: La latitude extréme de tout corps entenduë ſans aucune ſolidité nous repreſente icelle. Et comme dit Proclus les vmbres des corps nous la repreſentent quaſi naifuement: ſi l'on entend auſſi vne ligne ſe mouuoir de trauers, elle deſcrira vne ſuperficie, cõme diſent les Mathematiciens; comme ſi on entend la ligne AB ſe mouuoir vers la ligne DC, elle deſcrira la ſuperficie A B C D; De ſorte que comme la ligne commence à vn poinct & finit à vn poinct auſſi la ſuperficie terminée de lignes commence à vne ligne & finit à vne ligne. Quelques vns diſent que c'eſt le terme du corps; d'autres que ceſt vne quantité contenuë de deux interualles. Car la ſuperficie peut eſtre diuiſée ou couppée en deux manieres à ſçauoir ſelon la longitude, & latitude.

## 6. Mais les extrémitez de la ſuperficie ſont lignes.

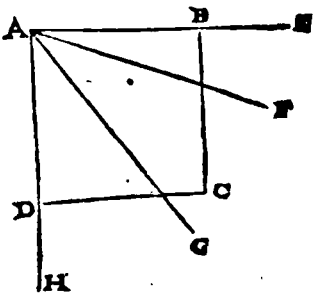
Cette definition ne difere de la ſuperieure

où ont eſté definis les termes de la ligne. Car il dit que les extremitez de la ſuperficie ſont lignes; tout ainſi que les extremitez des lignes ſont poincts. Comme en la ſuperficie de la derniere figure ABCD, les extremitez ſont AB, BD, DC, CA. Et ainſi en toute autre ſuperficie qui a extremitez, faut entendre des lignes aux extremitez: Et non en la ſuperficie Spherique, de laquelle vn corps Spherique eſt enclos. Il y a auſſi quelque ſuperficie qui eſt encloſe d'vne ſeule ligne, comme la ſuperficie circulaire, comme il ſera monſtré en la definition du cercle.

## 7. Superficie plane, eſt celle qui eſt egalement eſtenduë entre ſes lignes.

Cette definitiõ a quelque ſympatie auec celle de la ligne droicte. Car la ſuperficie qui eſt egalement eſtenduë entre ſes lignes, en ſorte que les parties du milieu ne ſont point plus eſleuées n'y abaiſſées que les extrémes, eſt appellée ſuperficie plane, comme ſeroit la ſuperficie de quelque marbre bien poly & vny, auquel toutes les parties ſont diſpoſées, ou colloquées directement; & comme la ligne droicte eſt le plus court chemin d'vn poinct à l'autre, auſſi telle ſuperficie eſt le plus court chemin d'vne ligne à l'autre.

Les autres definiſſent la ſuperficie, diſans que ceſt celle-là, de laquelle toutes les parties du milieu ombragent les extrémes: Ou que ceſt la plus courte ou briefue de toutes celles

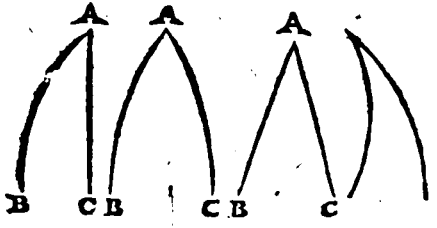



qui ont meſmes extremitez. Ou celle-là (comme veut Heron ancien Geometre) à toutes les parties de laquelle vne ligne droicte peut-eſtre accommodée. Comme par exemple, la ſuperficie ABCD, doit à lors eſtre appellée plane, ſi la ligne AE eſtant entenduë ſe mouuoir à l'entour du poinct A, demeurant fixe, en ſorte qu'elle ſoit comme AE, puis comme AF, & comme AG, & que finallement paruenant du poinct E au poinct H, ne rencontre rien en la ſuperficie de plus eſleué ou abaiſſé l'vn que l'autre, mais tous les poincts de la ſuperficie ſont touchez de la ligne, ou en quelque maniere racles. Et telle ſuperficie eſt celle que nous pouuons entendre eſtre deſcrite par le mouuement ou flus d'vne ligne droicte en trauers. Et faut noter que les Mathematiciens ont couſtume d'appeller aſſez ſouuent cette ſuperficie, Plan, de ſorte que quand ils parlent du Plan, il faut entendre, par ce mot Plan, la ſuperficie plane. Toutes autres ſuperficies ſont appellées courbes; comme ſont celles des voultes ou arcades, colonnes, corps Spheriques & autres. Mais la ſuperficie courbe eſt diuiſée en conuexe & concaue; La conuexe eſt comme l'exterieure ſuperficie d'vn globe ou corps Spherique, d'vn cylindre, d'vn cone, &c.

La concaue eſt comme la ſuperficie interieure d'vne voulte ou arcade, ou d'vn orbe, &c.

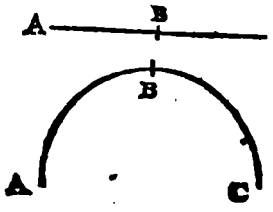
## 8. Angle plan eſt l'inclination de deux lignes, leſquelles ſe touchent l'vne l'autre en vn plan, & ne ſe rencontrent directement.

Euclide nous enſeigne icy que ceſt qu'angle plan, diſant que quand deux lignes ſe rencontrent l'vne l'autre en vne ſuperficie plane n'eſtant conſtituées directement, de tel rencontre ou inclination l'vne à l'autre, il ſe faict vn angle, lequel eſt appellé angle plan, d'autant qu'il eſt cõſtitué en vne ſuperficie plane cõme ABC.




Or deux lignes droictes ne ſe rencontrent directement, quand vne d'icelles eſtant prolongée de la part où elles ſe rencontrent, ne tombe ſur l'autre, mais la couppe; ou auſſi toſt s'eſloigne du poinct d'attouchement : ce qui ſoit dit à cauſe de l'angle d'attouchement ou de contingence, qui ſe faict de l'attouchement de deux cercles, ou d'vne ligne droicte qui touche le cercle, comme il eſt monſtré à la 16. prop. du 3. liure. Et comme Clauius le monſtre auſſi ſur la meſme 16. prop. contre Iacques

Pelletier, qui dit que la ligne droicte qui touche le cercle, ou bien les cercles qui se touchent ne font angle.




Que si deux lignes droictes se touchent l'vne l'autre estant estenduës directement, sçauoir, en sorte que l'vne d'icelles estant prolongée conuienne auec l'autre il ne se fera aucun angle de ce rencontre, attendu qu'il n'y a aucune inclination, mais les deux feront vne seule ligne: comme les lignes droictes AB, CB, qui se rencontrent directement au poinct B. Semblablement il ne se fera aucun angle au poinct B par le rencõtre des lignes courbes AB, CB, puis que celle que l'on voudra des deux estant prolongée selon son inflectiõ & obliquité tombera sur l'autre, partant seront dictes estre estenduës directement selon leur rencontre. Il est donc necessaire que les lignes droictes qui font angle se couppent l'vne l'autre au poinct où est faict l'angle si elles sont prolongées. Mais les lignes courbes ou bien vne droicte & vne courbe peuuent faire angle encore qu'elles ne s'entrecouppent, & suffit qu'elles s'entretouchent en sorte qu'aussi tost apres l'attouchement elles s'esloignent l'vne de lautre.

Or la quantité de tout angle consiste en la seule inclination & non en la longueur des lignes, car le prolongement des lignes n'augmente point leur inclination & partant n'y

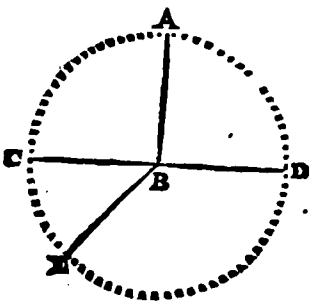
la quantité de l'angle.

Il y a encore deux autres genres d'angles, le premier comprend les angles solides, considerez aux corps solides dont traicte Euclide en la Stereometrie. L'autre comprend les Spheriques, constituez en la superficie de la sphere, par les circonferences des plus grands cercles, desquels traicte Menelaus en ses Elements spheriques, mais il s'agit seulement icy des angles plans.

9. Or quand les lignes qui comprennent l'angle sont droictes, l'angle sera appellé rectiligne.

Tout angle plan est faict ou de deux lignes droictes & est appellé angle rectiligne, & de celuy-cy traicte seulement Euclide: ou de deux lignes courbes, & sera appellé curuiligne, ou d'vne ligne droicte & d'vne courbe & sera appellé mixtiligne; lesquels on peut considerer en la premiere figure de la precedente definition aux angles ABC.

10. Quand vne ligne droicte tombant sur vne autre ligne droicte, faict les angles de suitte, ou d'vne part & d'autre egaux entre eux, l'vn & l'autre d'iceux angles egaux est droict: Et la ligne droicte tombante est dicte perpendiculaire à celle-là sur laquelle elle tombe.




L'vſage de l'ãgle droict, de la ligne perpẽdiculaire, & de l'angle obtus & agu eſt fort frequent en la Geometrie. Euclide definit icy l'angle droict, & aux deux ſuiuantes definitions, l'angle obtus & agu. Or tout angle rectiligne eſt droict, obtus ou agu. Il dit donc que quand vne ligne droicte tombe ſur vne autre ligne droicte en ſorte qu'elle ne s'incline ou penche point plus d'vn coſté que de l'autre elle faict les angles de ſuitte egaux & chacun d'iceux angles eſt appellé angle droict; comme ſi la ligne droicte AB, laquelle tombant ſur la droicte CD, faict les angles deſuite au poinct B, ſçauoir ABC, ABD, egaux entr'eux, chacun d'iceux ſera appellé angle droict & AB ſera dicte perpendiculaire à CD, ſur laquelle elle tombe. Pareillemẽt CB, ſera dicte perpendiculaire à AB, encore que CB face ſeulement vn angle droict auec AB, car ſi AB eſtoit prolongée de la part de B, directement il ſe feroit vn angle egal à l'autre ABC. Et pour ſçauoir ſi vne ligne panche poinct plus d'vn coſté que d'autre, ſoit deſcrite vne circonference comme ACED, du poinct B à tel interualle qu'on voudra (moyennant que l'interualle pris n'excede les lignes qui conſtituent l'angle) & ſi la partie de la circon-

ference A C compriſe entre les deux lignes AB, CB eſt egale à la partie de la meſme circonference AD, compriſe entre les lignes AB, DB, cela denote que la ligne AB ne s'incline de coſté n'y d'autre, par ce moyen les angles ABC, ABD ſont egaux entr'eux de part & d'autre: Partant pour conclure qu'vn angle eſt droict, ou que la ligne qui conſtituë l'angle eſt perpendiculaire à vne autre, il eſt neceſſaire & ſuffit auſſi de monſtrer que l'angle de ſuitte ou de l'autre coſté eſt egal. Pareillement ſi vn angle eſt dit droict, ou que la ligne qui conſtituë iceluy ſoit perpendiculaire à l'autre on pourra colliger que l'angle de ſuitte luy eſt ſemblablement egal.

## 11. Langle obtus eſt celuy qui eſt plus grand qu'vn droict.

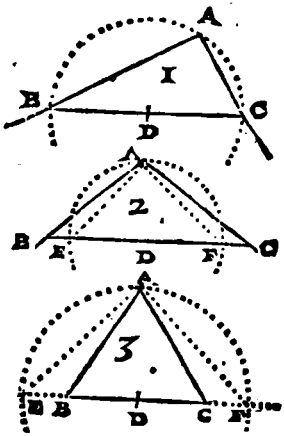
## 12. Mais l'agu eſt celuy qui eſt plus petit qu'vn droict.

Quand vne ligne droicte tombant ſur vne autre ligne droicte ne faict les angles de ſuitte, ceſt à dire de coſté & d'autre egaux, l'vn ny l'autre n'eſt droict mais l'vn eſt plus grand qu'vn droict & l'autre plus petit; & le plus grand eſt appellé angle obtus, & le plus petit, angle agu: comme par exemple ſoit la ligne EB (en la preced. figure fol. 11.) laquelle tõbant ſur CD fait les 2. angles de coſté & d'autre EBC, EBD inegaux ſçauoir EBD, plus grand, & EBC plus petit, à cauſe que la circonference ED eſt plus grande que la circonference EC: l'angle EBD plus grand ſera dict obtus & EBC

plus petit sera agu. De ces definitions l'on peut colliger que l'angle droict n'admet aucune varieté: en sorte que l'vn soit plus grand que l'autre ou plus petit, puis que la ligne perpendiculaire qui constituë l'angle droict ne sincline poinct plus d'vn costé que d'autre: mais l'angle obtus & l'angle agu peuuent estre augmentez ou diminuez en diuerses manieres, attendu que la ligne droicte qui constituë iceux peut s'esloigner ou approcher diuersement de celle sur laquelle elle tombe, comme il est manifeste.

Mais d'autant que pour constituer vn angle plan il faut que deux lignes se rencontrent, & quelques fois y a plusieurs angles constituez à vn mesme poinct, les Mathematiciens pour euiter confusion, ont de coustume, d'exprimer chacun angle par 3 lettres, desquelles celle du milieu monstre le poinct auquel les deux lignes constituent l'angle, & les extrémes denotent les lignes qui contiennent l'angle. Comme par exemple l'angle obtus (en la precedente figure) est entendu, par l'angle EBD constitué au poinct B & contenu par les deux lignes droictes EB, DB se rencõtrant au poinct B, & l'angle agu est entendu par l'angle EBC. Ce qu'il faut noter diligemment, pour facilement discerner les angles desquels il est faict mention aux demonstrations.

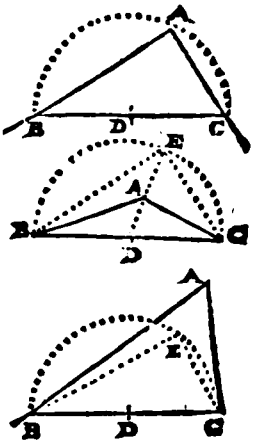
Or quand l'on nous propose vn angle, si nous voulons examiner s'il est droict, obtus ou agu, nous le ferons en cette maniere. Soit l'angle A, contenu des deux lignes droictes AB, AC, ayant mené la ligne droicte quelconque




BC, soustendant l'angle A, & l'ayant diuisée en deux egalemẽt au poinct D, d'iceluy comme centre & de l'interualle DA, soit descrit vne circonference: Si elle passe par les
a 31. 3. poincts B & C, a l'ãgle A sera droit au demy cercle: Mais si le mesme demy cercle couppe la ligne droicte BC comme par E & F l'angle BAC sera obtus, car
b 31. 3. ayant mené AE, AF, b l'angle EAF sera droict au demy cercle, lequel n'est qu'vne partie de l'angle BAC, partant BAC plus grand que le droict EAF sera obtus. Comme l'on void à la 2. figure. Si finalement le mesme demy cercle couppe la ligne BC prolongée de part & d'autre aux poincts E & F, l'angle BAC sera agu d'autant qu'ayant mené les droictes lignes
c 31. 3. EA, FA, c l'angle EAF, au demy cercle EAF sera droict, lequel est plus grand que l'angle BAC.

Autrement nous obtiendrons la mesme chose en ceste maniere. Soit descrit du poinct D, auquel la ligne soustendant l'angle A est couppée en 2. egalement, le demy cercle à l'interualle DB, ou BC, s'il passe par le poinct A, d
d 31. 3. l'angle donné sera droict à sçauoir au demy cercle. Mais si le mesme demy cercle passe au

dessus du poinct A, l'angle dõné sera obtus (comme en la 2. figure:) car ayant mené la droicte ligne DE, couppant la circonference au poinct E. Soiẽt ioinctes les droictes lignes EB, EC, *e* l'angle BEC au demy cercle sera droict. Donc puis que l'angle BAC, *f* est plus grand que l'angle BEC, l'angle donné A sera plus grand qu'vn droict, c'est à dire obtus, (en la 2. figure.) Si finalement le demy cercle couppe les lignes AB, AC, ou vne, l'angle donné sera agu. Car ayant pris le poinct E, entre icelles lignes AB, AC, en la circonference, soient ioinctes les droictes lignes EB, EC, *g* l'angle BEC sera droict au demy cercle *h* lequel estant plus grãd que l'angle A, iceluy A sera moindre qu'vn droict; c'est à dire agu.



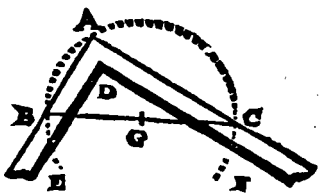

*e* 31. 3.

*f* 21. 1.

*g* 31. 1.
*h* 21. 1.

L'on pourroit dire qu'il n'est a propos de citer les propositions d'Euclide qui seront par apres demonstrées pour faire ces demonstratiõs, d'autant que cela est esloigné de la pureté des demonstrations Geometriques. Ce qui toutefois ne doit estre trouué estrange, attendu qu'icelles ne sont neceſſaires aux demonstrations d'Euclide qui sont cy apres, & suffira icy d'entendre la practique seulement de ce

qui eſt demonſtré, iuſques à ce que l'on ait veu les propoſitions citées cy deſſus.




L'õ cognoiſtra le meſme plus facilement par le moyen d'vne regle ou equierre deuëment fabriquée (comme ce void en la figure ABC), repreſentant vn inſtrument faict de deux regles A B, A C conioinctes à angles droicts au poinct A. Car ſi le coſté A C dudit inſtrument eſt appliqué ſur la ligne A C en ſorte que le poinct A de l'inſtrument tombe ſur le poinct A de l'angle B A C, & à lors ſi l'autre coſté A B de l'inſtrument, tombe ſur la ligne A B de l'angle B A C l'angle A ſera droict, mais ſ'il tombe au dedans l'angle ſera obtus & ſi au dehors, il ſera agu, comme il eſt manifeſte.

Et pour examiner ſi l'inſtrument eſt deuëment fabriqué, ſoit deſcrit vn demy cercle comme B A C du centre G, & à tel interualle qu'on voudra & ayant mené le diametre B C ſoit appliqué l'angle de l'inſtrument à quelconque poinct de la circonference comme au poinct A, & que l'vn des coſtez comme A F, paſſe par l'extremité du diametre B : ſi l'autre A C paſſe auſſi par l'extremité du diametre, C l'inſtrument A B C, ſera deuëment fabrique;
* 31. 3. * Car à lors l'angle B A C au demy cercle ſera droit, en la meſme maniere l'on l'examinera par le dedans, appliquant le poinct D à la circonference

conference, comme il a eſté dit.

13. Terme, eſt l'extremité de quelque choſe.

Il y a trois ſortes de termes ſelon cette definition. Car le poinct eſt le terme ou l'extremité de la ligne; la ligne eſt le terme de la ſuperficie, & la ſuperficie le terme du corps: mais le corps ne peut rien terminer, d'autant qu'il ne ſe trouue aucune quantité qui ayt plus de trois dimenſions. Et toute choſe terminee, excede ſon terme d'vne dimenſion, comme il eſt manifeſté par les exemples propoſez.

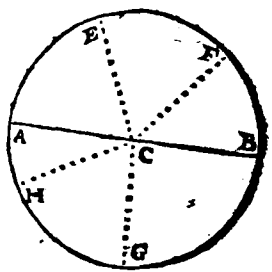
14. Figure eſt, ce qui eſt contenu ſous vn terme, où ſous pluſieurs termes.

Toute quantité terminee ne peut pas eſtre appellee figure, autrement la ligne terminee ou finie ſeroit figure: mais ſeulement celles qui ont longueur & largeur comme ſont les ſuperficies terminees; ou longueur, largeur & profondité, comme ſont, les ſolides terminez, ſeront appellez du nom de figure; car iceux ſeulement ſont dicts eſtre contenus de termes: mais la ligne finie eſt ſeulement terminee de deux poincts & non enuironnee. Donc les termes doiuent enclorre la quantité appellee figure, & non ſeulement la terminer; auſſi les ſuperficies infinies ou les corps infinis, n'eſtant enclos d'aucun terme, ne doiuent aucunement eſtre appellez figures. Les figures contenuës d'vn ſeul terme ſont le cercle, l'ellypſe, la ſphere, ſpheroide & autres ſemblables: & les figures encloſes de pluſieurs termes, ſont le triangle, le quarré, le cube, &c.

15. Le cercle, eſt vne figure plane, contenuë ſous vne ſeule ligne appellee circonference, à laquelle toutes les lignes droictes menees

d'vn seul poinct, de ceux qui sont posez au dedans de la figure sont egales entr'elles.

Il definit icy le cercle qui est la plus parfaicte de toutes les figures ; nous enseignant que la figure plane, qui est enuironnee d'vne seule ligne, à laquelle ligne, toutes les droictes lignes menees d'vn seul poinct de ceux qui sont au dedans de la figure, sont egales entr'elles.




Comme si vne superficie ou espace est enclos d'vne seule ligne, sçauoir, A, E F B G H, & que d'vn poinct au dedans, comme de C, toutes les lignes droictes menees au terme, A E F B G, H, sçauoir, C A, C E, C F, C B, C G, C H, soient egales entr'elles: telle figure plane est appellee cercle, & le terme ou ligne enuironnant ceste figure est appellee circonference. L'on peut aussi definir le cercle en ceste maniere. Le cercle est vne figure plane, laquelle est descrite par vne ligne droicte finie, menee à l'entour d'vn des poincts extremes, lequel demeure fixe, iusques à ce qu'elle soit retournee de rechef au mesme lieu où elle a commencé de mouuoir : comme si l'on entend la droicte ligne A C, se mouuoir à l'entour du poinct C, lequel demeure fixe, iusques à ce qu'elle retourne au mesme poinct A, où elle a commencé son mouuement, elle descrira tout l'espace circulaire & le poinct extreme A, descrira la circonference, A E F B G H, & le poinct fixe C, est celuy là duquel toutes les lignes droictes menees à la circonference sont égales entr'elles, d'autant que

CA, menee à l'entour, meſure également toutes les lignes droictes qui peuuent eſtre menees de C, à la circonference.

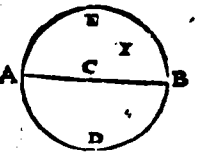
16. Mais ce poinct, eſt appellé centre du cercle.

Ce poinct, dit-il, qui eſt au dedans du cercle, ſçauoir celuy duquel toutes les lignes droictes, menees à la circonference ſont égales entr'elles, eſt appellé le centre du cercle; comme eſt le poinct C; en la precedente figure; D'où il eſt manifeſté que le pole d'vn cercle en la ſphere, duquel toutes les lignes droictes tombantes à la circonference du cercle, ſont egales, comme dit Theodoſe en ſes Elemens ſpheriques, ne doit eſtre appellé cẽtre du cercle; attendu que ce poinct qui eſt appellé pole du cercle, eſt en la ſuperficie de la ſphere, & non en la ſuperficie du cercle; qui eſt vne condition requiſe afin qu'vn poinct ſoit dict centre.

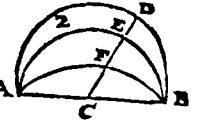
17. Le Diametre du cercle eſt vne ligne droicte menee par le centre; & terminee de part & d'autre à la circonference du cercle, laquelle diuiſe le cercle en deux egalement.

Si au cercle on mene vne ligne droicte par le cẽtre, ſe finiſſant à la circonference de part & d'autre comme la ligne droicte A B, (en la precedente figure) menee par centre C, & finiſſant en la circonference de part & d'autre, telle ligne eſt appellee le diametre du cercle, & icelle couppe auſſi le cercle par la moitié, puis qu'iceluy diametre paſſe par le milieu, ſçauoir par le centre; & partãt couppe auſſi la circonference du cercle en deux parties égales. Ce que toutefois Thales Mileſius (à ce que dit Proclus) a ainſi demonſtré.

Soit entendu ou conceu en l'entendement que la portion du cercle, A D B, soit accommodee à l'autre portion A E B, en sorte que le diametre A B, soit commun à l'vne & à l'autre portion: si la circonference A D B, conuient totalement auec la circonference A E B, il est manifeste que ces deux portions faictes par le diametre sont egales entr'elles, attendu que l'vne n'excede l'autre: mais si A D B, ne conuient auec A E B, elle tombera au dessus ou au dessous:




S'il est ainsi soit menée la droicte ligne E D, du centre C, coupant les circonferences A D B, A E B, aux poinctes D, & E, (comme il se voyd en la 2. fig.) les deux lignes droictes C D, C E, menées du centre à la circonference d'vn mesme cercle seront égales entr'elles par la difinition du cercle, ce qui est impossible, l'vne estant partie de l'autre: Donc les circonferences A B D, A E D, seront égales; ce qu'il falloit demonstrer.




De ceste demonstration il s'ensuit que le diametre couppe non seulement la circonference, mais aussi toute la superficie du cercle en deux également: Car puis que les demies circonferences conuiennent entr'elles comme il est monstré, les superficies contenuës entre le diametre & l'vne & l'autre circonference conuiendront aussi entr'elles puis que l'vne n'excede l'autre, & partant seront égales.

18. Le demi-cercle est vne figure contenuë sous le diametre, & sous la ligne retran-

chée de la circonference du cercle.

Comme par exemple, la figure A D B, au cercle precedent contenuë sous le diametre A B, & la circonference A D B, est appellée demi-cercle, d'autant que c'est la moitié du cercle, comme nous auons monstré en la definition precedente. Semblablement la figure A E B, est demi-cercle, & le mesme poinct C, par lequel le diametre est diuisé en deux également est le centre au cercle & au demi-cercle.

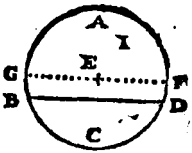
Si vne ligne droicte comme B D, coupant le cercle en deux portions, ne passe par le centre E, elle le couppera en deux portions inégales, comme B A D; B C D, desquelles B A D, en laquelle est le centre, est la plus grande. Ce qui se peut ainsi demonstrer.

Soit mené le diametre G F, parallele à B D, ou non, pourueu que B D, G F, ne s'entrecouppent: D'autant que G F, est le diametre du cercle A B C, Il le couppera en deux également, & partant le demicercle G A F, sera égal au demicercle G E F, mais G E F, est plus grand que B C D, le tout que sa partie, donc G A F, égal à G C F, sera aussi plus grand que B C D, & partant la portion totale B A D, qui est plus grande que G A F, le tout que sa partie sera encore bien plus grande que la portion B C D, ce qui estoit proposé.

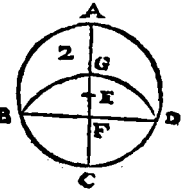
*a.* 17. *def.*

*b.* 9. *c.* 1.

Mais Clauius prouue cecy autrement comme s'enſuit.




Soit conceu que le diametre A C, ſoit mené par le centre E, perpendiculaire à B D. Donc ſi les portions B A D, B C D, ſont dictes égales, & que la portion B C D, ſoit entenduë ſe mouuoir à l'entour de la ligne droicte B D, en ſorte qu'elle tombe ſur B A D, elles conuiendront entr'elles & la droicte ligne F C, conuiendra ſur la ligne F A, à cauſe des angles droicts au poinct F, qui ſont égaux entr'eux par la 10. def. eſtant de ſuitte, donc la droicte ligne F C, qui eſt maintenant la meſme que F A, ſera plus grãde que E A, qui n'eſt qu'vne partie de F A. Donc puis que E C, eſt égale à E A, eſtans menées toutes deux du centre E, à la circonference, F C, ſera pareillemẽt plus grande que E C, la partie que le tout; ce qui eſt impoſſible. Donc la portion B C D, ne conuiendra ſur la portion B A D, mais tombera au dedans, comme eſt la portion B G D, de ſorte que la droicte ligne F G, qui ſera alors la meſme que F C, puiſſe eſtre plus petite que E A, ou E C; Or ſi elle eſtoit ditte tomber dehors: comme ſi le cercle eſtoit B C G D, duquel le centre fuſt E, & la portion B C D, tombaſt hors B G D, telle qu'eſt la portion B A D. De rechef F A, qui ſeroit lors la meſme que F C, ſeroit plus grande que E G, c'eſt à dire que E F C, & partant la partie F C, ſeroit de rechef plus grande que le tout E C, ce qui eſt abſurde. Donc il eſt manifeſte que la portion B A D, en laquelle eſt le



centre E, est plus grande que l'autre portion B C D; puis que B C D, est égale à B G D, qui est partie de la portion B A D; car puis qu'il est monstré que la portion, B C D, menée à l'entour de la ligne droicte B D, ne peut conuenir sur la portion, B A D, ny tomber hors icelle, elle tombera totalement au dedans comme est B G D.

19. PORTION ou section de cercle est vne figure contenue sous vne ligne droite, & partye de la circonference du cercle.

Euclide repete cette definition au troisiesme liure parquoy n'en dirons icy autre chose.

20. Figures rectilignes sont celles qui sont contenuës sous des lignes droictes.

Apres la definition du cercle, Euclide voulant faire les descriptions de diuerses figures, il enseigne auparauant, quelles figures sont dictes rectilignes: Car il doit traicter principalement d'icelles, aux liures suiuants.

Donc toutes les figures planes encloses de tous costez de lignes droictes sont appellées figures rectilignes. D'où il est manifeste que les figures planes enuironnées de lignes courbes sont appellées curuilignes: Mais celles qui sont circonscrites en partie de lignes droictes & en partie de courbes sont appellées mixtes. Or diuers genres de figures seront maintenant descrites par Euclide.

21. Figures trilateres, sont celles qui sont contenuës sous trois costez.

Quand Euclide dit icy que les figures rectilignes trilateres sont celles qui sont enuironnées de trois lignes droictes, il nous monstre clairement, com-

ment il faut definir le triangle: Car puis qu'aux figures rectiligues il y a autant d'angles que de coſtez ou de lignes droictes, deſquelles, elles ſont conſtituées: le triangle ſera vne figure contenuë ſous trois lignes droictes, duquel les eſpeces ſeront cy apres declarées.

22. Les figures quadrilateres ſont, celles qui ſont contenuës ſous quatre coſtez.

Semblablement le quadrangle ou quadrilatere eſt vne figure; contenuë de quatre lignes droictes, de laquelle les diuerſes eſpeces ſeront incontinent declatées.

23. Les figures multilateres ou de pluſieurs coſtez, ſont celles qui ſont contenuës ſous plus de quatre lignes droictes.

D'autant que les eſpeces des figures rectilignes ſont innombrables, à cauſe du progtés infini des nombres. Car trois lignes droictes enuironnant vne figure conſtituent la premiere eſpece, ſous laquelle ſont contenues tous les triangles; quatre lignes droictes conſtituent la ſeconde eſpece, laquelle comprend tous les quadrangles ou quadrilateres; 5. lignes droites cõpoſent la 3. eſpece, 6. la 4. & ainſi de ſuitte infiniment: Donc afin qu'Euclide ne ſoit contrainct de pourſuiure ceſte infinité il appelle toutes autres figures rectiligues, circonſcrites de plus de 4 lignes droites de ce nom general, Multilateres, ſe contentant de la denominatiõ des trilateres & quadrilateres, peut eſtre à cauſe qu'il parle principalement de celles cy, en ces liures & que par la cognoiſſance d'icelles, l'on entendra facilement la definition des autres &c.

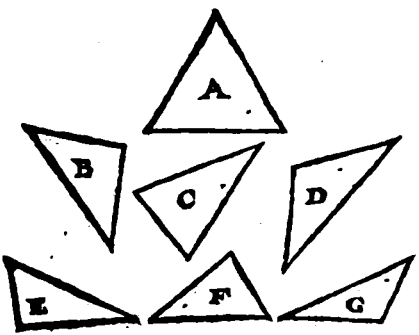
24. Or des figures trilateres, celle qui a trois coſtez égaux, s'appelle triangle equilateral.

25. Mais triangle Iſoſcele, celle qui a deux coſtez égaux tant ſeulement.

26. Et ſcalene, qui a les trois coſtez inégaux.

Par ces trois definitions il expoſe les trois eſpeces de triangles, la premiere & plus ſimple deſquelles; eſt le triangle equilateral, ou de trois coſtez égaux, comme eſt le triangle A. La ſeconde eſt le triangle Iſoſcele qui a ſeulement deux coſtez egaux comme les trois B, C, D, & la troiſieſme eſt le ſcalene qui a tous les trois coſtez inégaux, comme ſont les triangles E, F, G: Les equilateres ſont touſiours vniformes d'autãt que leurs angles ſont touſiours egaux: Mais les Iſoſceles & ſcalenes, ſe diuerſifient en infinies manieres, comme l'on peut cognoiſtre par ceſte figure.

27. Au ſurplus des figures trilateres, le triangle ortogone ou rectangle, eſt celuy là qui a vn angle droict.

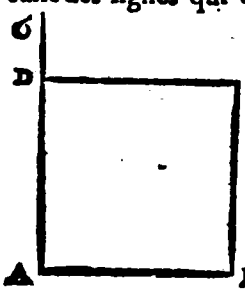


28. L'amblygone, eſt celuy qui a vn angle obtus ou mouſſu.

29. L'oxygone eſt celuy qui a tous les trois angles agus.

Il a expoſé les triangles en les conſiderãt premierement ſelon leurs coſtez, il le faict maintenant ſelon la conſideration des angles; & d'autant qu'il y a tant ſeulement trois genres diuers d'angles rectilignes, comme nous auons declaré, auſſi y a il trois genres de triangles, ſcauoir eſt le rectangle, qui eſt celuy qui a vn angle droit, lequel peut eſtre ſcalene ou Iſoſcele, comme ſont les triangles B & E, (en la precedente figure,) le triangle amblygone peut eſtre pareillement Iſoſcele ou ſcalene & non equilateral, comme ſont D & G, mais tout triangle oxygone ou acutangle, peut eſtre equilateral iſoſcele ou ſcalene, ce que l'on peut conſiderer aux triangles A, C, F,

Il faut icy noter qu'en tout triangle deux des lignes eſtans priſes pour deux coſtez, le troiſieſme reſtant a couſtume d'eſtre appellé, par les Mathematiciens, la baſe du triangle, ſoit qu'iceluy ſoit le coſté infime du triangle ou non: de ſorte que chacune des lignes qui encloſt le triangle peut eſtre priſe pour baſe.

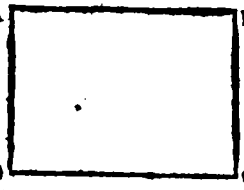



30. Or des figures quadrilateres, le quarré eſt celuy qui eſt equilatere & equiangle, c'eſt à dire qui a les quatre coſtez égaux & les angles droicts.

Apres les figures trilateres il expose les quadrilateres, en declarant seulemẽt de cinq sortes, les quatre premieres desquelles, sont regulieres, mais la derniere & cinquiesme est irreguliere. Donc la premiere figure quadrilatere est appellée quarré, de laquelle tous les costez sont égaux entr'eux & tous les angles droicts, comme est la figure A B C D, & partant le quadrangle equilatere & non rectangle ou au contraire, rectangle & non equilatere ne sera appellé quarré,

31. Le quarré long est vne figure rectangle mais non equilatere.

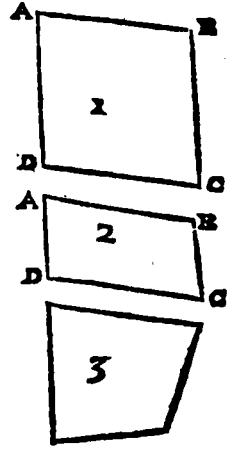
La seconde figure quadrilatere, est appellée par les Grecs ἑτερόμηκες, c'est à dire, plus longue d'vne part, qui est celle qui a les quatre angles droicts, mais n'a pas les quatre costez égaux entr'eux, combien que les costez opposez soient egaux entr'eux comme est ceste figure A B C D, où les costez A B, DC, opposez sont egaux entr'eux, & A D, B C, pareillement.




32. Rhombe est vne figure equilatere, mais n'est pas rectangle.

Ceste figure qui est la 3. entre les quadrilateres a les 4 costez égaux, mais les quatre angles ne sont droicts, combien que les angles opposez soient égaux entr'eux, deux à deux, comme en la premiere des trois figures suiuantes, les angles A, & C, sont égaux entr'eux & non droicts pareillement B, & D,

33. Rhomboide, eſt vne figure, laquelle a les coſtés oppoſez égaux, & les angles oppoſez auſſi égaux, mais n'eſt pas equilatere n'y rectangle.

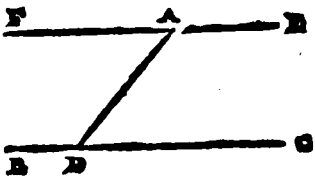



Ceſte figure appellée Rhōboide n'a pas les coſtez égaux n'y aucun angle droict, mais a ſeulemēt les coſtez oppoſez & les angles oppoſez égaux entr'eux (cōme en la figure 2.) les coſtez AD, BC, ſont égaux entr'eux, pareillement A B, D C; & les angles oppoſez A & C ſemblablement B, & D, égaux entr'eux. Donc ces 4. figures quadrilateres peuuent eſtre dictes regulieres mais toutes les autres quadrilateres ſont irregulieres.

34. Mais outre ces figures, toutes les autres quadrilateres ſont appellées trapezes.

Toutes les autres figures quadrilateres qui differēt des ſuſdictes, c'eſt à dire qui ne ſont n'y quarrez ny quarrezlongs, n'y rhombes n'y rhōboides, ſont appellées trapezes, & ſont irregulieres, attendu qu'elles peuuent eſtre de diuerſes manieres &c. voyez la figure troiſieſme & derniere.

35. Paralleles ſont lignes droictes, leſquelles eſtant en vn meſme plan, & prolongées infiniment de part & d'autre, ne ſe rencontrent de coſté n'y d'autre.

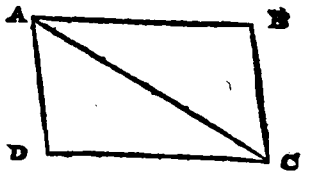



Afin que les droites lignes ſoient paralleles ou equidiſtantes il ne ſuffit pas qu'eſtãt prolongées de part & d'autre infiniment qu'elles ne viennẽt à vn poinct ou ne ſe couppẽt iamais; mais il eſt neceſſaire qu'elles ſoiẽt auſſi en vne meſme ſuperficie plane. Car pluſieurs lignes droictes, n'eſtãt en vne meſme ſuperficie plane, prolongées à l'infini, ne s'entrecouppẽt iamais à vn point, & toutesfois ne ſont dictes paralleles; telles que ſeroient deux lignes poſées de trauers, entenduës au milieu de l'air, & ne ſe touchant point; celles là diſie ne peuuent iamais ſe coupper. Donc les lignes droictes leſquelles ſont en vne meſme ſuperficie plane & qui eſtant prolongées à l'infini de coſté & d'autre, (comme par exemple les lignes F E, B C, ne s'entrecouppent iamais, ſeront dictes paralleles ou également diſtantes. Poſidonius, definit ainſi les peralleles: Paralleles (dit-il) ſont celles là leſquelles ne s'abaiſſent n'y ne s'eſleuent en vn plan, mais ont toutes les perpendiculaires egales, leſquelles ſont menées, de tous les poincts pris en l'vne, ſur l'autre.

*Euclide finit icy les definitions de ſon premier liure mais d'autant qu'il eſt faict mention en iceluy des figures parallelogrammes, & de leurs complements nous auons eſtimé qu'il ne ſera inutile d'expliquer les deux definitions ſuiuantes; pour plus facilement entendre les demonſtrations.*

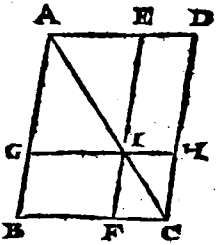
36. Parallelogramme eſt vne figure, quadrilatere, de laquelle les coſtez oppoſez ſont

paralleles ou equidiſtants.




Comme ſi en la figure A B C D, le coſté A B; eſt parallele au coſté oppoſé C D, & A C parallele à B C, elle ſera appellée parallelogramme, c'eſt à dire figure de lignes paralleles; & y en a de quatre ſortes, ſcauoir le quarré & quarré long qui ſont auſſi appellées parallelogrammes rectãgles; le rhombe & le rhomboide, parallelogrammes non rectangles; d'où l'on peut colliger qu'il y a tant ſeulement de 4 ſortes de parallelogrammes.

37. Maiş quand en vn parallelogrãme, l'on mene vn diamattre, ou diagonale, & deux lignes droites paralleles aux coſtez, couppantes le diametre à vn meſme poinct, en ſorte que le parallelogramme ſoit diuiſé par icelles lignes paralleles, en quatre parallelogrammes; ces deux là par leſquels le diametre ne paſſe, ſont appellez complements; mais les deux autres, par leſquels le diametre paſſe; ſont dicts, eſtre à l'entour du diametre.



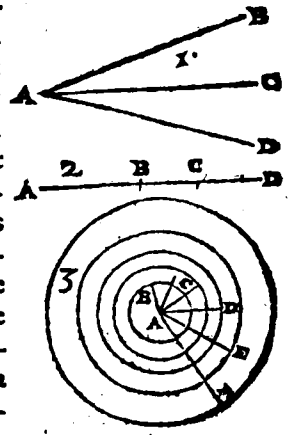

Soit le parallelogramme A B C D, auquel ayant menéle diametre A C, & la ligne E F, couppant iceluy au poinct I, & parallele à A B, C D; ſemblablement H G, couppant iceluy diametre au meſme poinct I, & parallele à A D, B C, : il eſtma-

nifeſte que tout le parallelogramme eſt diuiſé en quatre parallelogrammes, deux deſquels, ſcauoir D G, & G B, par leſquels le diametre ne paſſe, ſont appellez par les Geometres complements ou ſupplements des parallelogrammes reſtants A G, G C, qui ſont dictes eſtre à l'entour du diametre, d'autant que le diametre paſſe par iceux.

## PETITIONS OV DEMANDES.

1. De tout poinct donné, à tout autre poinct donné, mener vne ligne droicte.
2. Prolonger directement vne ligne droicte donnée & terminée, infiniment.
3. De quelconque centre & interualle, deſcrire vn cercle.

Ceſte premiere demande ſera manifeſte ſi l'on conſidere ce qui a eſté dit cy deuant de la ligne. Car puis que la ligne eſt vn flus imaginaire du poinct & par ce moyen la ligne droicte eſt vn flus procedant de droict chemin, il aduiendra, que ſi l'on entend quelque poinct ſe mouuoir à vn autre, vne ligne droicte ſera menée d'vn poinct à l'autre: ce que demande Eu-



clide par ceſte premiere petitiõ. Comme l'on void icy la ligne droicte A B, menée du poinct A, au poinct B, & du meſme poinct A, la ligne droite A C, menée au poinct C, Item A D, &c.

Que ſi l'on entend ce poinct ſe mouuoir encore plus outrè directemẽt, la ligne droicte terminée, ſera continuée, & ceſte production ſe pourra faire infiniment: puis que nous pouuons entendre ce poinct ſe mouuoir infiniment. Comme ſi la ligne droicte A B, eſt continuée au poinct C, puis au poinct D, &c.

Maintenant ſi nous conceuons en l'entendement, quelconque ligne droicte terminée, appliquée ſelon vne des extremitez à vn poinct fixe, ſe mouuoir à l'entour d'iceluy iuſque à ce qu'elle retourne où elle a commencé ſon mouuement, elle aura deſcrit vn cercle qui eſt le requis de la 3. petitiõ, Cõme l'on peut voir par exemple en ces cinq lignes A B, A C, A D, A E, A F, leſquelles menées à l'entour du centre A, ont deſcrit des cercles ſelon la quantité ou interualle de chacune.

*Clauius adiouſte ceſte quatrieſme.*

4. Semblablement, quelconque grandeur eſtant donnee, pouuoir prendre vne autre plus grande ou plus petite.

Car toute quantité continuë peut eſtre augmentée par addition; mais par diuiſion, peut eſtre diminuée infiniment: dont il ne ſe peut donner quantité continuë ſi grande qu'il ne s'en puiſſe donner encore vne plus grande: ny vne ſi petite qu'il ne s'en puiſſe donner encore vne plus petite. Cecy eſt auſſi, veritable aux nombres, par addition. Car chacun nombre peut eſtre augmenté infiniment par l'addition conti-

tion continuelle de l'vnité, combien qu'en la diminution d'iceluy on paruienne à l'vnité indiuisible.

## COMMVNES SENTENCES, OV NOTIONS.

1. Les choſes qui ſont egales à vne meſme, ſont auſſi egales entr'elles.

De ceſte premiere nõtion, il eſt euident, qu'vne choſe plus grande, ou plus petite qu'vne des égales, ſera auſſi plus grande ou plus petite que l'autre. Et ſi l'vne des choſes égales eſt plus grande ou plus petite que quelque grandeur, l'autre ſera pareillement plus grande ou plus petite que la meſme grandeur.

2. Et ſi à choſes egales, l'on adiouſte choſes egales, les touts ſont egaux.

3. Et ſi de choſes egales, on retranche choſes egales, les reſtes ſont egaux.

4. Et ſi à choſes inegales, on adiouſte choſes egales, les touts sont inegaux.

Semblablement il eſt manifeſte, que ſi à choſes inégales l'on adiouſte choſes inégales, à la plus grande, la plus grande, & à la plus petite, la plus petite, que les touts ſont inegaux, celuy là plus grand & ceſtui-cy plus petit.

5. Et ſi de choſes inegales l'on oſte choſes egales, les reſtes ſont inegaux.

Il s'enſuit d'icy, que ſi de choſes inegales on oſte choſes inegales, ſcauoir de la plus grande moins, & de la plus petite plus, les reſtes ſont inégaux: ſcauoir eſt celuy là plus grand & celuy cy plus petit. Or en toutes ces notions, excepte la premiere, par le mot de quantitez egales faut enten-

dre auſſi vne meſme, commune à pluſieurs: Car ſi à choſes egales l'on adiouſte vne choſe commune, les tous ſeront egaux: Et ſi de choſes egales l'on retranche vne choſe commune, les reſtes ſeront auſſi egaux: Et ſi à choſes inegales l'on adiouſte vne meſme choſe commune; ou à vne meſme choſe commune, on adiouſte choſes inegales, les touts ſeront inegaux: Et ſi de choſes inegales l'on retranche vne meſme choſe commune, ou d'vne meſme choſe commune on retranche choſes inegales, les reſtes ſeront inegaux.

6. Et les choſes qui ſont doubles d'vne meſme, ſont auſſi egales entr'elles.

D'où s'enſuit, que ce qui eſt double d'vne des choſes egales, eſt auſſi double de l'autre.

Semblablemẽt les choſes qui ſont triples, quadruples, quintuples &c. d'vne meſme choſe ſont egales entr'elles, comme il eſt manifeſte.

7. Et les choſes qui ſont moitiez d'vne meſme, ſont auſſi egales entr'elles.

Au contraire il s'en enſuit que les choſes egales entr'elles, ſont moitiez d'vne meſme. Semblablement, les choſes leſquelles ſont tierces parties, ou quartes ou cinquieſmes &c. ſont auſſi egales entr'elles.

En ces deux maximes, par vne meſme quantité, on doit auſſi entendre les quantitez egales: Car les choſes doubles, triples &c. de choſes egales ſont pareillement egales entr'elles: Item les choſes leſquelles ſont moitiez, ou tierces parties, ou quartes &c. de choſes egales ſont auſſi egales entr'elles.

8. Et les choſes qui conuiennent entr'elles, ſont auſſi egales entr'elles.

C'eſt à dire que deux quantitez deſquelles l'vne eſtant ſuperpoſée à l'autre, l'vne n'excede l'autre, mais toutes deux conuiennent entr'elles, ſont egales. Comme deux lignes droictes ſeront dictes egales entr'elles, quand l'vne eſtant poſée ſur l'autre celle qui eſt poſée deſſus conuiēt totalement auec l'autre, de ſorte qu'elle ne l'excede ny n'eſt excedée d'icelle: De meſme auſſi deux angles rectilignes ſerōt egaux entr'eux, quād l'vn eſtant poſé ſur l'autre; celuy qui eſt ſuperpoſé, n'excede point l'autre & n'eſt excedé d'iceluy, mais les lignes qui conſtituent celuy là tōbent totalemēt ſur celles qui conſtituēt ceſtuicy: Car cela eſtant ainſi les inclinations des lignes ſont egales, combien que quelquesfois icelles lignes ſoient inegales entr'elles: mais il faut entēdre, que les grandeurs qui conuiennēt entr'elles ſont egales, ſelon cela ſeulement enquoy elles conuiennent. Or la longitude conuient ſeulement à la longitude, la ſuperficie à la ſuperficie & l'inclination des lignes à l'inclination des lignes. &c.

Clauius voulant conuertir ceſte maxime, dit ainſi. *Et au contraire, les choſes qui ſont egales entr'elles conuiennent entr'elles, ſi l'vne eſt poſée ſur l'autre.* Ce qui toutesfois ne peut eſtre, car ſi l'on deſcrit vn quarré, & ſur le diamētre d'iceluy on deſcrit encore vn autre quarré; le premier quarré deſcrit ſera egal à la moitié du dernier, c'eſt à dire à vn triangle Iſoſcele, & neantmoins ne pourront pas conuenir, eſtans poſez l'vn ſur l'autre: L'on peut faire auſſi vn angle curuiligne egal à vn angle droict, à vn angle obtus & à vn angle agu, cōme a monſtré ledit Clauius apres Proclus au liure 5. leſquels ne conuiendront toutesfois pas, eſtans ſuperpoſez chacun au ſien. Finalement l'on peut faire vn triangle recti-

ligne egal a vn autre triangle rectiligne, leſquels ne conuiendront pas auſſi, eſtans ſuperpoſez l'vn à l'autre, comme il eſt manifeſte &c. Donc ceſte maxime ne ſe pourra conuertir vniuerſellement, Mais bien ainſi: *Les lignes droites egales conuiennẽt entr'elles, eſtant poſées les vnes ſur les autres: pareillement les angles rectilignes egaux, comme auſſi les ſuperficies planes ſemblables & egales &c.*

9. Et le tout eſt plus grand que ſa partie.

*Clauius interrompt icy l'ordre d'Euclide voulant inſerer les deux axiomes ſuiuants, neceſſaires pour prouuer le 12. qui eſt le 10. ſelon Euclide, leſquels nous auons auſſi adiouſtez, pour le meſme ſubiect. Neantmoins, l'ordre des maximes d'Euclide eſt noté à la marge.*

*0.* 10. Deux lignes droictes n'ont pas vne meſme commune ſection.

Entendant la nature de la ligne droicte l'on entendra facilement que deux lignes droictes ne peuuent auoir aucune partie commune, tant petite qu'elle puiſſe eſtre, outre vn ſeul poinct, auquel elles s'entrecouppent, eſtant prolongées.

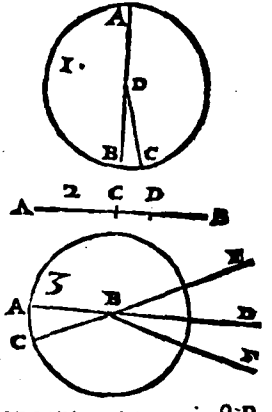
Ceque toutesfois Proclus demõſtre ainſi. Que 2. lignes droites AB, AC, s'il eſt poſſible ayẽt vne meſme partie cõmune AD, du cẽtre D. & de l'interualle DA, *a* ſoit deſcrit vn cercle couppãt les lignes propoſées aux poincts B & C; *b* Dõc les circõferences AB & ABC, ſerõt egales entr'elles, (car ce ſont les circõferẽces de demicercles egaux, puis que ABC, ADC, ſont poſez demidiametres.) La partie & le tout, ce qui eſt abſurde. Donc deux lignes droictes n'ont pas vne meſme partie ou ſection commune,

*a.* 3. *pet.*
*b.* 17. *def.*

ce qui eſt propoſé.

Toutesfois deux lignes droictes peuuent auoir vne commune ſection, quand elles conſtituent vne ſeule ligne droicte. Comme en ceſte figure 2. les lignes droictes AD, BC, ont vn commun ſegmẽt C D, d'autant qu'elles conſtituent vne ſeule ligne droicte AB. Mais quand elles ſont differentes cõme A B, AC en la fig. 1. demonſtree par Proclus, elles ne peuuent auoir de ſection commune.

II. Deux lignes droictes ſe rencontrant à vn poinct, ſi elles ſont toutes deux prolongées, elles s'entrecoupperont neceſſairement au meſme poinct.

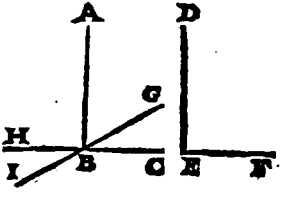



Cet axiome depend de la nature de la ligne droicte, lequel eſt ainſi demonſtré. Que les deux lignes droictes A B, C B, ſe rencontrent au poinct B. Ie dis que ſi elles ſont prolongées elles s'entrecouperont au meſme poinct B, ſcauoir que C B, tombera au deſſus de A B, ſi elle eſt prolongée, comme au poinct E. Car ſi C B, produicte ne tomboit au deſſus elle conuiendroit auec A B, prolongée, de ſorte qu'elle paſſeroit par D, & ainſi A B D, C B D, auroient vne meſme commune ſection, ce qui eſt demonſtré impoſſible. Ou bien tomberoit au deſſous de A B, comme à F, en ſorte que C B F, ſeroit vne ligne droicte. Donc du centre B, ſoit deſcrit vn cercle à quelconque interualle,

couppant A B, C B, prolongees à D & F. D'autant que l'vne & l'autre ligne droicte A B D, C B F, passe par le centre B, *a* tant A C D, que C F sera demy cercle, *b* partãt les circonferences A C D, & C F, seront egales, la partie, & le tout ce qui est absurde.

*a.* 18. *def.*
*b.* 17. *def.*

X. 12. Tous les angles droicts sont egaux entr'eux.



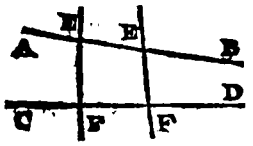

Cet axiome est manifeste par la 10. defi. &c. toutesfois Proclus tasche de le demõstrer ainsi. Soiãt deux angles droits A B C, D E F. Ie dis qu'ils sont egaux entr'eux, autrement l'vn sera plus grand, soit donc A B C, plus grand s'il est possible. Donc si l'on conçoit en l'entendement que le poinct E, soit appliqué au poinct B, & la droicte ligne D E, à la droicte A B; la droicte ligne E F, tombera entre A B, B C, comme est B G, d'autant que l'angle D E F, est posé moindre que A B C, *a* soit prolongee C B, directement à H, car puis que l'angle A B C est droict; *b* l'angle A B H, de suitte luy sera egal, & droict pareillement: & partant plus grand que l'angle A B G, *b* & ayant prolongé G B directement à I, B I tombera au dessous de C B, comme il est demonstré au precedent axiome; parquoy puis que l'angle A B G, est posé droict *b* l'angle A B I, de l'autre costé sera egal à iceluy: partant l'angle A B H, sera plus grand pareillement que l'angle A B I, la partie que le tout; ce qui est absurde: Donc les 2. angles droicts proposez ne sont inegaux; ce qui est proposé. Et ainsi des autres.

*a* 2. P.
*b.* 1. *def.*

Pappus enſeigne en ce lieu que cet axiome ne peut eſtre cõuenty; car tout angle egal à vn angle droict n'eſt pas droict, comme nous auons dit à la 8. comme ſentence; mais ſeulement, tout angle rectiligne egal à vn angle droict eſt auſſi droict. Ce que l'on peut prendre pour maxime.

13. Et ſi ſur deux lignes droictes, tombe vne autre ligne droicte, faiſant les angles internes & de meſme part, moindres que deux droictes; icelles deux lignes droictes eſtãt prolongees infiniment, ſe coupperont l'vne l'autre, de la part où les deux angles ſont moindres que deux droicts. XI.

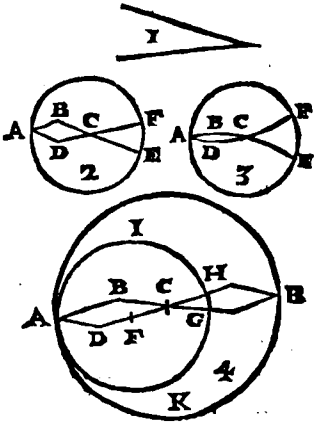
Comme ſi vne ligne droicte E F, tombãt ſur les 2. A B, C D, faict les 2. angles internes B E F, D F E, de meſme part B D, moindres que deux droicts; Euclide dit qu'icelles eſtant prolongees de la part B D, où les angles ſont faits moindres que deux droicts, que finalement elles ſe coupperont à vn poinct. Ce qui eſt manifeſte, car quand les deux angles internes, & de meſme part ſont egaux à deux droicts; les deux lignes ne ſe peuuent coupper nulle part, & ſont touſiours egalement diſtantes l'vne de l'autre, comme il ſera demonſtré à la 28 propoſition de ce liure: parquoy ſi les angles internes de meſme part ſont moindres, il eſt neceſſaire que l'eſpace d'entre les lignes s'etreciſſe de plus en plus & de l'autre part qu'il s'eſlargiſſe pareillement; donc icelles lignes, en fin s'entrecouperont à vn poinct.



XII. 14. Deux lignes droictes ne contiennent pas vn eſpace.

Cet axiome n'a aucune difficulté. Car ſi deux lignes font angle à vn poinct, elles ſe dilateront touſiours de part & d'autre de plus en plus, eſtant prolongees, cõme il eſt manifeſté par l'exemple propoſé: Donc afin qu'vn eſpace ſoit enclos, il faut adiouſter au moins vne 3. ligne. Proclus toutesfois demõſtre ce principe en ceſte maniere. S'il ſe peut faire, que 2. lignes droictes A B C, A D C, encloſt vne ſurface cõme A B C D, de ſorte qu'icelles lignes droictes ſe rencõtrent aux poincts A & C, *a* prenant C, pour centre & à l'interualle C A, *b* ſoit deſcrit vn cercle, & ſoient prolõgees les droictes lignes A B C, A B D, directement à la circonference aux poincts, E & F, partant puiſque les droictes lignes A C E, A C F, paſſent par le centre C, *c* les demy-cercles A E, & A E F, ſeront egaux, & par ainſi la circonference A E, egale à la circonference A E F, la partie au tout, ce qui eſt impoſſible. Donc deux lignes droictes ne contiẽnent point d'eſpace, ce qui eſt propoſé.

*a.* 3. *pe.*
*b.* 2. *pet.*
*c.* 17. *def.*




Mais d'autãt que par aduenture, l'aduerſaire dira que les lignes droictes A B C, A D C, conuiendront de rechef à vn poinct de la circonference, ſi elles ſont prolõgees

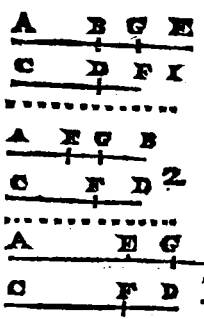
comme au poinct E ou F, & partant qu'il ne s'ensuiura que la partie soit egalé au tout: nous demõstrerons de rechef le mesme axiome en cette maniere. Qu'elles conuiennent donc au poinct E: & prenãt quelcõque poinct F en la droite ligne A D C; A F, sera moindre que F E, puis qu'elle est moindre que A F C, c'est à dire que C H E, laquelle est egale à A F C, & partant beaucoup moindre que F E, donc le cercle descrit du cẽtre F, à l'interualle F A, couppera F E, au poinct H, & partant aussi C G E, au poinct G. D'autant donc que A F H, est le diametre du cercle, A I H, sera demicercle, comme il est monstré à la 17. def. Mais la portion A I G, retranchée par la droicte ligne A B G, en laquelle n'est le centre, sera moindre que le demicercle, comme nous auons monstré à la 18. def. Donc la circonference A I G, est moindre que la circonference A I H, le tout que la partie; ce qui est absurde. Or que la portion A I G, soit moindre que le demi-cercle, nous le monstrerons cõme auparauant. Ce principe est aussi manifeste par la definition de la ligne droicte: Car puis que la ligne droicte est le plus brief interualle d'vn poinct à l'autre; l'on ne pourra mener qu'vne seule ligne droicte d'vn poinct à vn autre, parquoy si la ligne A B C, est droicte, la ligne A D C, ne pourra estre droicte. Il est euident aussi par la definition de Platon: car si A B C, est droicte, les parties du milieu ombragent les extremes de la mesme. Donc les poincts du milieu de la ligne A D C, n'ombragent pas les extremitez, puis que la veuë est portée selõ la droicte A B C, dõc A D C, n'est pas ligne droicte.

*A ces axiomes d'Euclide Clauius a adiousté les suiuants, pris d'autres Geometres non*

*moins neceſſaires aux futures demonſtrations des problemes & theorémes ; tant d'Euclide que des autres Mathematiciens, que ceux que nous a baillé Euclide.*

15. Si à choſes egales, l'on adiouſte choſes inegales, l'excés des toutes, ſera egal à l'excés des adiouſtées.

*Proclus a pris cet axiome, & le ſuiuant de Pappus.* Aux quantitez inegales A B, C D, ſoient adiouſtees les quantitez inegales, B E, D F, & ſoit B E, plus grande que D F, & de B E, ſoit oſté B G, egale à D F, en ſorte que G E, ſoit l'excés par lequel la quantité adiouſtee B E, excede la quantité adiouſtée D F, D'autãt donc qu'aux quantitez egales A B, C D, on a adiouſté les egales B G, D F, a les toutes A G, C F, ſeront egales : parquoy il eſt manifeſte que la toute A E, excedera la toute C F, du meſme exces G E, par lequel la grandeur D E, adiouſtee, eſt excedee de la grandeur B E, adiouſtee : ce qui eſt propoſé. Soit veuë la premiere Figure.




a 2. c. ſ.

16. Si à choſes inegales on adiouſte choſes egales, l'excés des toutes, ſera egal à l'excés de celles qui eſtoient au commencement.

En la meſme 1. figure, aux grandeurs inegales B E, D F, ſoient adiouſtées les egales A B C D. & de la plus grande B E, ſoit oſtée B G, egale à D F, en ſorte que G F, ſoit l'excés ; par lequel la quantité B

E, excede la quantité D F. D'autant donc qu'aux quantitez egales B G, D F, l'on a adiousté les egales, A B, C D, *a* les toutes A G, C F, seront egales, partant toute la quantité A E, excedera la toute C F, du mesme excés G E, par lequel la plus grande quantité B E, excede la moindre B F, ce qui est proposé. *a. 2. ax.*

17. Si de choses egales on retranche choses inegales, l'excez des restantes sera egal à l'excez des retranchees. o

Des quantitez egales A B, C D, soient retranchées les inegales B E, D F, & soit E G, l'excés par lequel la quantité B E, excede la quantité D F; en sorte que B G, soit egale à D F. D'autant donc que des grandeurs egales A B, C D, l'on a retranché les egales B G, D F, *b* les restantes A G, C F, seront egales. Il est donc manifeste que le reste A E, est excedé du reste C F, du mesme excés E G, par lequel la grandeur retranchee B E, excede la grandeur retranchee D F. Ce qui est proposé. Soit veuë la fig. 2. *b. 3. ax.*

18. Si de choses inegales, on retranche choses egales, l'excez des restantes sera egal à l'excez des toutes. o

Des grãdeurs inegales A B, C D, soiẽt retrãchées les egales A E, C F, & soit B G, l'excés par lequel la totale quãtité A B, excede la toute C D, de sorte que A G, soit egal à C D. d'autant que des grandeurs egales A G, C D, sont retranchées les egales A E, C F; E G, F D, demeureront egales. Partant le reste E B, excedera le reste F D, du mesme excés B G, par lequel la toute A B, excede la toute C D, ce qui est proposé: soit veuë la 3. figure.

En ces 4. maximes, par ce mot de quantitez egales faut auſſi entendre vne ſeule quantité commune à pluſieurs: car ſi à vne meſme choſe cõmune on adiouſte choſes inegales, l'excés des toutes ſera egal à l'excés des adiouſtées. Et ſi à choſes inegales l'on adiouſte vne meſme choſe commune, l'excés des toutes ſera egal à l'excés de celles qui eſtoient au cõmencement. Et ſi d'vne choſe commune, on oſte choſes inegales, l'excés des reſtes ſera egal à l'exces des retranchés. Et ſi de choſes inegales on oſte vne choſe cõmune l'excés des reſtes ſera egal à l'excés des toutes. Comme ſi à 5. & à 3. on adiouſte 6. les produits ſeront 11. & 9. deſquels l'excés 2. eſt le meſme excés de 5. & 3. Derechef ſi à 5. & à 3. l'on adiouſte 6. l'on aura 11. & 9. deſquels l'excés 2. eſt le meſme de 5. & 3. Semblablement ſi de 8. on oſte 5. & puis 2. les reſtes ſeront 3. & 6. deſquels l'excés eſt 3. le meſme que de 5. & 2. Finalemẽt ſi de 10. & de 7. on oſte 3. les reſtes ſerõt 7. & 4. deſquels l'excés eſt 3. le meſme que d'iceux 10. & 7.

*o* 19. Le tout eſt egal à toutes ſes parties priſes enſemble.

D'autant que toutes les parties priſes enſemble, conſtituent le tout, duquel elles ſont parties, la verité de cet axiome eſt manifeſte.

*o* 20. Si vn tout eſt double d'vn tout & le retranche du retranche; le reſte ſera auſſi double du reſte.

Comme par exemple, d'autant que le nombre total 20. eſt double du tout 10. & le retranche de celuy-là 6. eſt double du retrãche de ceſtui-cy 3. le reſte de ce premier, ſcauoir 14. ſera auſſi double du reſte de ce dernier, ſçauoir de 7. ce qui ſera demon-

ſtré vniuerſellement à la 5. propoſition du cinquieſme liure, &c.

De ce que deſſus on peut colliger, auec Proclus & Geminus, cette difference, entre les demandes & les maximes ou actiomes, que puis que les vns & les autres ſont cogneus d'eux-meſmes & indemonſtrables; que celles-là ſont de la nature des Problémes, d'autant que par icelles on requiert que quelque choſe ſoit faicte; mais ceux-cy reſſemblent les theorémes, puis que par iceux il n'eſt requis qu'aucune choſe ſoit faicte, mais eſt ſeulement propoſé quelque ſentence tres-cogneuë. Mais la demande ou petition differe du probléme en ce que la conſtruction de la demande n'a beſoin d'aucune demonſtration, mais perſonne n'accorde la conſtruction du probléme ſans demonſtration, d'autant que quelque choſe de dificile eſt propoſé à conſtruire. Semblablement il y a difference entre l'Axiome & le Theoréme; car celuy-là ne doit eſtre demonſtré, mais celuy-cy ne doit aucunement eſtre concedé, qu'il ne ſoit demonſtré. Car perſonne ne demandera la preuue ou demonſtration de cette propoſition: *Les choſes leſquelles ſont egales à vne meſme ſont pareillement egales entr'elles.* Mais de celle-cy chacun deſirera la demonſtration: *De tout triangle, les trois angles internes ſont egaux à deux droicts.* Et faut entendre le meſme des autres axiomes & theoremes, & auſſi des demandes & problémes.

Il eſt certain pareillement, que des demandes ou petitions, les vnes ſont propres à la Geometrie, comme ces trois qu'Euclide nous à propoſez; quelques-vnes communes, à la Geometrie & à l'Arithmetique, telle qu'eſt cettuy-cy: *Vne quanti-*

*té pouuoir eſtre infiniment augmentee.* Car tant le nõbre que la grandeur, peut eſtre augmentee, par addition, en ſorte que l'on ne peut iamais trouuer de fin à cette augmentation. L'on dira le meſme des Axiomes ou communes ſentences. Car le 8. 10. 11. 12. & quatorzieſme conuiennent à la Geometrie ſeulement; mais tous les autres ſont appliquees aux demonſtrations Geometriques & Arithmetiques. Car tout ainſi comme les grandeurs egales, retranchees des grandeurs egales, laiſſent grandeurs egales, ſoit que ces grandeurs ſoient lignes, ou ſuperficies, ou corps: ainſi pareillement les nombres egaux retranchez de nõbre egaux, laiſſent des nombres egaux; & ayant dict cecy de ces trois genres de principes, venons aux demonſtrations, par leſquelles l'on cognoiſtra plus parfaictement la nature de tous les principes. Car il y a pluſieurs principes tels entre les Mathematiciens, qu'ils ne ſont pas facilement entendus, qu'auparauant l'on n'ait cogneu leur vſage aux demonſtrations: ce que l'experience monſtrera aſſez.

„ Or la methode & ordre que nous tiendrons en
„ nos demonſtrations ne ſera differente de celle de
„ Clauius: ſçauoir qu'à chaque propoſition nous
„ appoſerons deux nombres, l'vn deſquels poſé en
„ la margé, denote l'ordre qu'a ſuiuy Campanus de
„ la tradition des Arabes, aux propoſitions d'Eu-
„ clide; mais l'autre eſt mis en l'ordre meſ-
„ me des propoſitions, qui monſtre la diſpo-
„ ſition des propoſitions, ſelon la tradition de
„ Theon, & laquelle nous voyons encore eſtre ob-
„ ſeruee aux exemplaires Grecs, & duquel Theon
„ nous nous ſommes ſeruis en noſtre traduction. A

cause que les propositions d'Euclide sont citees par quelques Geometres selon l'ordre de Campanus & par d'autres selon l'ordre de Theon & ces deux interpretes sont quelquesfois differents en l'ordre ou disposition des propositions, principalement au 6. 7. & 10. liure. Et afin que le cours de la demonstration ne fust interrompu, nous auons cité les principes & propositions d'Euclide en la marge, auec vne lettre de l'alphabet, laquelle lettre est aussi mise dans le discours là où la proposition se doit citer, laquelle est escrite en marge apres la mesme lettre. Ce que l'on entendra facilement par ce qui s'ensuit.

1. Defi. Premiere definition & ainsi des autres, comme 4. def. 18. def. &c.
1. Pet. ou Premiere petitiõ ou premiere demãde.
1. Dem.
1. c. s. ou. Premiere commune sentence, ou premiere commune notion.
1. c. n.
1. Pre. ou. Premiere proposition du premier liure.
1. 1.
1. 2. Premiere proposition du second liure.
2. 3. Seconde prop. du troisiéme liure.
9. 6. Neufiéme prop. du sixiéme liure.
23. 11. Vingt & troisiéme proposition de l'vnziéme liure.
12. 14. Douziéme proposition du quatorziéme liure, &c.
Scho. 17. Scholie de la dix-septiéme proposition
10. du dixiéme liure.
Coroll. Corollaire de la 32. proposition du pre-
32. 1. mier liure.

*Et faut entendre le mesme des autres.*

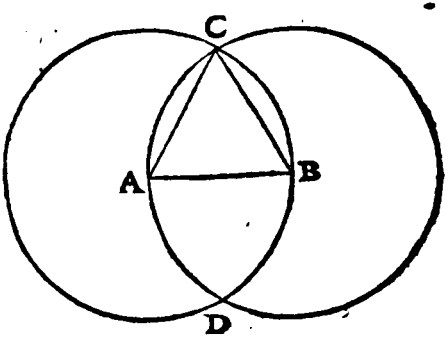
# LIVRE PREMIER.

## PROBLEME I.

### PROPOSITION I.

Sur vne ligne droicte donnee & terminee, descrire vn triangle equilateral.

SOit la ligne droicte donnee A B, sur laquelle il faut descrire vn triangle equilateral. Du poinct A, pris pour centre & de l'interualle de A B, soit descrit le cercle B C D: De rechef du point B, pris pour centre & du mesme interualle B A, soit descrit vn autre cercle A C D, couppant le premier aux points C, & D, duquel que l'on voudra




desquels, sçauoir de C, soient menees les lignes droictes C A, C B. Ie dis que le triãgle A B C, descrit sur la ligne droite proposee A B, est equilateral.

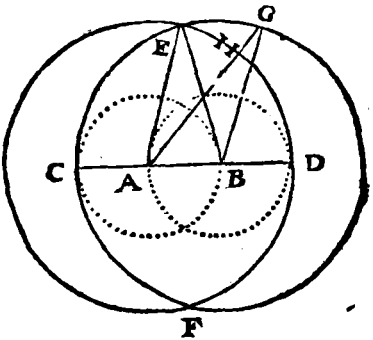
Car

Car d'autãt que les lignes droictes A B, & A C, ſont menees du centre A, à la circonference du cercle B C D, [a] A C, ſera egale à A B. De rechef, d'autant que les lignes droictes B A, B C, ſont menees du centre B, à la circonference du cercle A C D, [b] B C, ſera egale à B A, mais A C, eſt auſſi monſtree egale à A B, donc tant A C, que B C, ſera egale à A B, [c] & partant egales entr'elles: Donc le triangle A B C, eſt equilateral. Donc ſur vne ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit faire.

[a] 15. def.
[b] 15. def.
[c] 1. c. ſ.

## SCHOLIE.

*Si quelqu'vn deſiroit deſcrire vn triangle iſoſcele, ou vn ſcalene ſur vne ligne droicte propoſee, comme a faict Proclus, il le fera en cette maniere. Soit la ligne droicte donnee A B, à l'entour de laquelle ſoient deſcrits deux cercles comme cy-deſſus, puis ſoit prolongee A B, de part & d'autre directement, aux circonferences, comme aux poincts C, & D, & du poinct A, comme centre, à l'interualle A D, ſoit deſcrit vn cercle E D F: Semblablement du poinct B, & de l'interualle B C, ſoit deſcrit le cercle C E F, coupant le cercle E D F, aux poincts E, & F, & duquel qu'on voudra d'iceux comme de E, ſoient menees les lignes droictes E A, E B. Ie dis que le triangle A E B, deſcrit ſur la ligne A B, eſt Iſoſcele.*




*Car d'autant que A E, eſt egale à A D,* [a] *eſtant me-*

[a] 15. def.

nees du centre, & AD, est double de AB, estant [b] B A, B D, egales entr'elles, A E, sera aussi double de A B. De rechef, d'autant que B E, est egale à B C, & B C, double de B A, puis que A B, A C, sont [c] egales entr'elles, B E, sera aussi double de A B, donc puis que tant A E, que B E, est double de la mesme A B, à icelles A E, B E, [d] seront egales entr'elles, & chacune plus grande que A B, donc le triangle A E B, est Isoscele.

b 15. def.

c 15. def.

d 6. c. s.

Mais maintenant, si du poinct A, on mene la droicte ligne A G, autre que A E, ou A D, à la circonference E G F, couppant la circonference E H D, au poinct H, & du poinct G, au poinct B, l'on mene la droicte ligne G B, le triangle A G B, descrit sur la ligne A B, sera scalene. Car d'autant que A H, est egale à A D, & B G, egale à [e] B C: Mais tant A D, que B C, a esté mõstree double de A B, donc tant A H, que B G, sera aussi double de A B, & partant chacune plus grande que A B, Or la toute A G, [f] est plus grande que A H, elle sera donc aussi plus grande que B G, egale à A H, donc le triangle A B G, est scalene, duquel le plus grand coste est A G, le moyen, est B G, & le plus petit est A B.

e 15. d.

f 9. c. s.

## SCHOLIE.

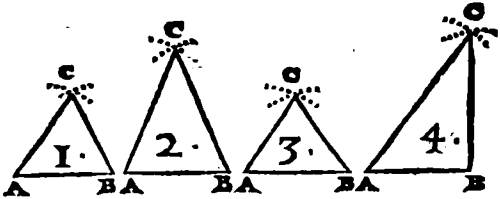
*Il faut noter que quand on trouuera ce mot, ligne, posé simplement, ou deux lettres, comme A B, ou autres, faut entẽdre vne ligne droicte; & ce mot angle, ou trois lettres posees simplement sans autre explication faut entendre, angle rectiligne, & la lettre du milieu denote touſiours l'angle, dont est question, &c.*

## PRACTIQVE.

*Pour descrire sur vne ligne proposee vn triangle equilateral, Isoscele, ou Scalene l'on le fera en cette maniere.*

*Pour descrire vn triangle equilateral sur la ligne*

*A B, des centres A, & B, & de l'interualle A B, faut descrire deux arcs s'entre-coupans au poinct C, & mener les deux lignes droictes C A, & C B, comme en la figure 1.*




*Pour le triangle Isoscele, il faut prendre les poincts A, & B, mais l'interualle plus grande que A B, ou plus petite & descrire deux arcs se couppans au poinct C, & mener les lignes A C, C B, comme l'on void en la figure 2. & 3.*

*Pour le scalene faut prendre A, pour centre & l'interualle plus grande que A B, & descrire l'arc C, puis prẽdre B, pour centre & l'interualle plus grande que la premiere & descrire vn autre arc qui coupe le premier au mesme poinct C, & tirer les lignes C A, C B, comme en la figure 4.*

## PROBLEME 2. PROP. 2.

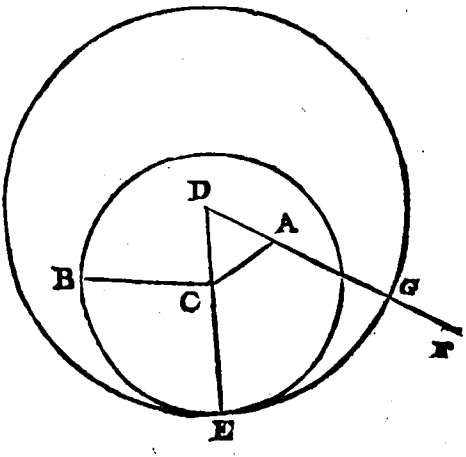
A vn poinct donné, poser vne ligne droicte, egale à vne ligne droicte donnee. ij.

Soit le poinct donné A, & la ligne droicte donnee B C, il faut poser vne ligne droicte au poinct A, egale à B C, c'est à dire du poinct A, mener vne ligne droicte egale à B C.

Du poinct A, soit menee la ligne droicte A C, sur laquelle soit [a] descrit vn triangle equilateral A C D, les deux costez duquel D A, D C, soient prolongez directement vers E, & F, puis du poinct [a] 1. du premier.

C, pris pour centre & de l'interualle CB, ſoit deſcrit le cercle BE: De rechef du centre D, & de l'interualle DE, ſoit deſcrit le cercle EG, couppant DF, au poinct G. Ie dis que AG, eſt la ligne requiſe.

D'autant que le poinct C, eſt le centre du cercle BE, [b] la ligne CB, ſera egale à CE. Et d'autant que D, eſt le centre du cercle EG, la ligne DG, ſera egale à [c] DE, deſquelles lignes egales DG, DE, ſi l'on retrãche DA, DC, egales, (eſtant les coſtez d'vn triangle equilateral) [d] reſtera AG, egale, à CE: mais BC, eſt monſtree egale à CE, donc AG, ſera egale à CB, [e] puis que chacune eſt egale à CE: Donc au poinct A, l'on a poſé la ligne droicte AG, egale à la ligne droicte donnee BC: Ce qu'il falloit faire.



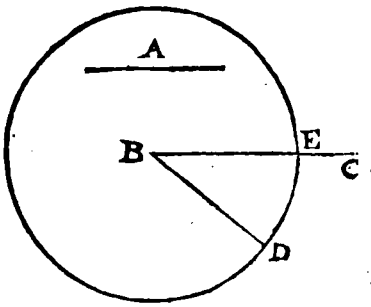

b 15. def.
c 15. def.
d 3. cõ. ſ.
e 1. cõ. ſ.

## PROBLEME 3. PROP. 3.

iij. De deux lignes droictes inegales dõnees, oſter de la plus grande, vne ligne droicte egale à la plus petite.

Soient deux lignes droictes inegales proposees A, & B C, la plus grande desquelles soit B C: Il faut retrancher de la plus grande B C, vne ligne droicte egale à la plus petite A: Soit posee au poinct B, ou C, la ligne droicte [a] B D, egale à A, & du poinct B, prins pour centre, & de l'interualle B D, soit descrit le cercle D E, coupant B C, au poinct E, Ie dis que B E, est ostee egale à A.

a 2. Premier.




Car puis que B, est le centre du cercle D E, la ligne droicte BE, [b] sera egale à B D, mais A, est egale à B D, par la cõstructiõ, dõc BE. sera egale à A [c] chacune estant egale à B D: dõc de deux lignes droictes inegales nous auons &c. Ce qu'il falloit faire.

b 15. def.

c 1. com. sent.

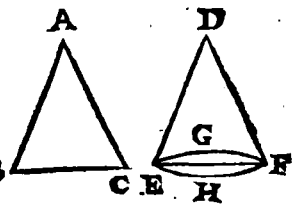
## THEOREME 1. PROP. 4.

iiij.

Si deux triangles ont deux costez egaux à deux costez, chacun au sien, & l'angle contenu d'iceux costez egaux egal à l'angle: Ils auront la base egale à la base, & le triangle sera egal au triangle, & les autres angles soustendans iceux costez egaux; egaux aux autres angles, chacun au sien.

Soient les deux triangles A B C, D E F, ayans deux costez sçauoir A B, A C, egaux aux deux costez D E, D F, chacun au sien, sçauoir A B, egal

à D E, & A C, egal à D F, & l'ãgle A, egal à l'angle D, (lesquels sont contenus d'iceux costez egaux) ie dis que la base B C, sera egale à la base E F.




Car si l'on entend le triangle A B C, estre posé sur le triangle D E F, le poinct A, posé sur le poinct B, & la ligne droicte A B, sur D E, [a] le poinct B, conuiendra sur le poinct E, puis que A B, est egale à D E: & puis que l'angle A, est égal à l'angle D, la ligne A C, tõbera sur D F, & le poinct C, conuiendra sur [b] le poinct F, puis que A C, est égale à D F: mais le poinct B, conuient au poinct E, donc la base B C, conuiendra sur la base E F, & partant [c] égales: car le poinct B, tombant sur le poinct E, & le poinct C, sur le poinct F, si la base B C, ne tomboit sur E F, elle passeroit par au dessus comme E G F, ou au dessous comme E H F, ce qui est impossible, attendu que deux lignes [d] droictes ne enclost point d'espace, donc B C, conuiendra sur E F, & partant égales, & tout le triangle A B C, égal à tout le triangle D E F, & les autres angles B, & C, égaux aux autres angles E, & F, chacun au sien, sçauoir B, à E, & C, à F, puis qu'ils conuiennẽt entr'eux, & que le triangle conuient sur le triangle. Donc si deux triangles ont deux costez égaux à deux costez, &c. ce qu'il falloit demõstrer.

a 8. cõ. f.

b 8. cõ. f.

c 8. cõ. f.

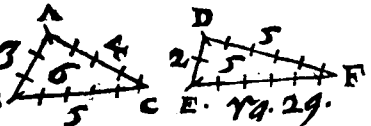
d 14. c f.

## SCHOLIE.

*Euclide met fort à propos deux conditions en ce theoreme: La premiere est que deux costez d'vn triangle soiẽt égaux aux deux costez de l'autre chacun au sien: la seconde que l'angle contenu des deux costez de l'vn soit*

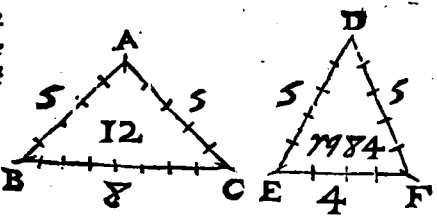
*égal à l'angle de l'autre, contenu des deux costez égaux, aux deux costez du premier. Car l'vne de ces conditions defaillant, ny les bases ny les autres angles ne pourront iamais estre egaux, comme demonstre Proclus sur ceste proposition: car encores que les triangles puissent quelquefois estre egaux, la derniere condition defaillant, comme demonstré Clauius au scholie de la 37. prop. de ce liure toutesfois cela aduient assez rarement.*

*Car soient les angles A, & D, des triangles A B C. & D E F, egaux, sçauoir droicts, & les deux costez egaux aux deux costez, non chacun au sien, mais les deux ensemble A B, A C, egaux deux ensemble D E, D F. Et soit A B, 3. A C, 4. qui feront estans adiouſtez 7. mais D E, soit 2. & D F, 5. qui assemblez font auſsi 7. Ce qu'estant ainsi la base B C, sera 5. & la base E F, par 9. 29. laquelle est plus grande que 5. mais moindre que 6. Semblablement l'aire ou plan du triangle A B C, sera 6. & l'aire du triangle D E F, sera 5. & finalement les angles sur la base B C, inegaux aux angles sur la base E F, lesquelles choses nous monstrerions icy si non qu'il y a plusieurs choses à ce requises, qui n'ont encore esté demonstrées.*




*De rechef soient les costez A B, A C, du triangle A B C, egaux aux deux costez D E, D F, du triangle D E F, chacun au sien, & soit vn chacun d'iceux de 5. & que les angles A & D, contenus d'iceux costez soient inegaux & soit A, plus grand que D, lesquelles choses estans ainsi, la base B C, sera plus grande que la base E F, comme il sera demonstré en la 24. proposition de ce liure. Que si nous posons la base B C, 8. & la base E F, 4. l'aire du triangle A B C, sera 12. mais l'aire du triangle*

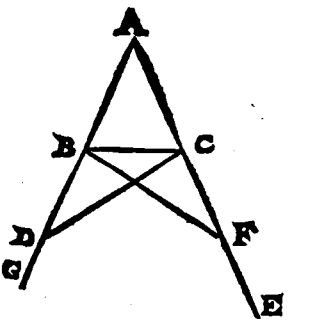
*DEF, sera* 81. *q. de ce nõbre* 84. *laquelle eſt plus grande que* 9. *mais plus petite que* 10. *ce qui eſt*




*cogneu entre les Geometres. Donc afin que de deux triangles, les baſes, & les angles, & les triangles meſmes ſoiẽt egaux entre eux, il eſt neceſſaire que l'vn & l'autre coſté de l'vn ſoit egal à l'vn & l'autre coſte de l'autre, & pareillement que les angles contenus d'iceux coſtez ſoient auſſi egaux, comme a fort bien dict Euclide.*

## THEOREME 2. PROP. 5.

V. Des triangles Iſoſceles, les angles qui ſont à la baſe ſont egaux entr'eux: Et les lignes droictes egales eſtant prolongees, les angles qui ſont ſous la baſe ſeront egaux entr'eux.




Soit le triangle Iſoſcele A B C, ayant le coſté A B egal au coſté A C. Ie dis que les angles A B C, & A C B, ſur la baſe B C, ſont egaux entr'eux: ſemblablemẽt que ſi l'on prolonge les coſtez egaux A B, A C, directement aux poincts G, & E, les angles C B G, B C E, ſous la baſe B C, ſont auſſi egaux entre eux.

En la ligne B G, ſoit prins le poinct cõtingent D, &

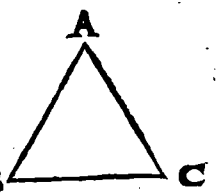
de la plus grande A E, prolongee infiniment soit [a] retrachee A F, egale à A D, puis soiēt menees les lignes droictes D C, & F B; D'autāt que le costé A B, est egal au costé A C, par l'hypothese & A D, egal à A F, par la cōstruction; les deux costez C A, A D, du triangle C A D, seront egaux aux deux costez B A, A F, du triangle B A F, chacun au sien, & l'angle A, contenu d'iceux costez, commun, [b] la base B F, sera egale C D, & les autres angles egaux aux autres angles chacun au sien, sçauoir A B F, egal à A C D, & l'angle D, egal à l'angle F. Et d'autant que la toute A D, est monstree egale à A F, si l'on oste d'icelles les egales A B, A C, [c] le reste B D, sera egal au reste C F, mais D C, est monstree egale à F B. Dōc les deux costez B D, D C, sont egaux aux deux C F, F B, chacun au sien & l'angle D, mōstré egal à l'angle F, lesquels sont contenus d'iceux costez, & la base B C, commune, [d] tout le triangle D B C, sera egal à tout le triangle F C B, & les autres angles egaux aux autres angles chacun au sien, sçauoir l'angle D B C, egal à l'angle F C B, & l'angle D C B, egal à l'angle F B C; Mais les angles A B F, & A C D, sont mōstrez egaux aux premiers triangles, A B F, A C D, donc si l'on retranche d'iceux les angles egaux D C B, & F B C, les angles [e] A B C, A C B, qui resteront sur la base B C, seront egaux entr'eux; & les angles D B C, & F C B, sous la base B C, sont aussi demonstrez egaux entr'eux. Donc les angles sur la base & sous la base sont egaux entr'eux. Partant des triangles Isosceles &c. Ce ce qu'il falloit demonstrer.

[a] 3. *premier.*
[b] 4. *premier.*
[c] 3. *cōf.*
[d] 4. *premier.*
[e] 3. *cōf. sent.*

## SCHOLIE.

*Il eſt manifeſte que le meſme aduiendra aux triangles equilateraux, encore que Euclide ſemble auoir entendu ſa propoſition, des triangles Iſoſceles ſeulement. Car les deux coſtez A B, A C, eſtans egaux entr'eux au triangle A B C, ſoit que le troiſiéme B C, ſoit egal à chacun d'iceux, comme il aduient au triangle equilatere, ou inegal cõme au triangle Iſoſcele, l'on monſtrera par la ſuſdicte demonſtration que tant les angles ſur la baſe, que ſous la baſe ſont egaux entr'eux.*

## COROLLAIRE.




De cette 5. prop. il s'enſuit pareillement que tout triangle equilateral eſt equiangle, c'eſt à dire que les trois angles de quelconque triangle equilateral ſont egaux entre eux. Car ſoit le triangle equilateral A B C, d'autant que les deux coſtez A B, A C, ſont egaux [a] les deux angles B, & C, ſur la baſe B C, ſeront egaux. Semblablement d'autant que le deux coſtez A B, B C, ſont egaux, les deux angles A & C, ſur la baſe A C, ſeront egaux: partant tous les trois angles A, B, & C, ſeront egaux. ce qu'il falloit demonſtrer.

[a] 5. premier.

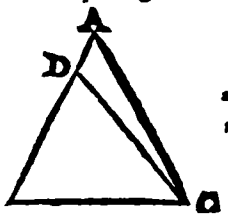
## THEOREME 3 PROP. 6.

vj. Si deux angles d'vn triangle ſont egaux entr'eux, les coſtez ſouſtendans iceux angles egaux, ſeront auſſi egaux entr'eux.

Soit le triangle A B C, ayant l'angle B, egal à

l'angle ACB. Ie dis que le costé AB, opposé à l'angle ACB, est egal au costé AC, opposé à l'angle B.

Car s'il est inegal l'vn d'iceux sera plus grand, soit donc AB, plus grand, s'il est possible & soit retranché [a] DB, egale à AC, & menee DC: D'autant que DB est egale à AC, & EC, cõmune, les deux costez DB, BC du triangle DBC, seront egaux aux deux costez AC, CB, du triangle ACB, chacun au sien & l'angle B, est egal à l'angle ACB, par l'hypothese, [b] la base AB, sera egale à la base DC, & tout le triangle ACB, egal à tout le triangle DBC, le tout egal à sa partie ce qui est absurde: partant AB, ne sera inegal à AC. Donc si deux angles d'vn triangle &c. Ce qu'il falloit demonstrer.




[a] 3. premier.

[b] 4. premier.

## COROLLAIRE.

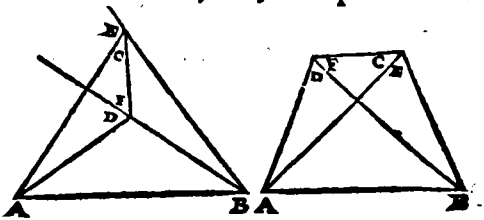
Il s'ensuit de cette proposition que tout triangle equiangle, c'est à dire duquel tous les angles sont egaux entr'eux, est equilateral. Car puis qu'il a esté demonstré, que d'autant que les angles B, & C, sont egaux; les costez soustendans AB, AC, sont aussi egaux, on conclurra de mesme, que puis que A, & B, sont egaux, les costez soustendans AC, CB, seront aussi egaux, & ainsi des deux autres &c. Dõc les trois costez seront egaux, & partant le triangle est equilateral.

## THEOREME 4. PROP. 7. vij.

Si deux lignes droictes menees des extremitez d'vne autre ligne droicte se ren-

contrẽt à vn meſme poinct, l'on ne pourra mener des meſmes extremitez à vn autre poinct & de meſme part, deux autres lignes droictes egales aux premieres chacune à la ſienne.

Soit la ligne droicte A B, des extremitez de laquelle A, & B, ſoiẽt menees deux lignes droictes, à quelcõque poinct C, ſçauoir A C, B C, ie dis que des meſmes extremitez A, & B, l'õ ne peut mener de meſme part & à vn autre poinct comme D, deux autres lignes droictes egales aux premieres A B, B C, chacune à la ſienne.




Car s'il eſt poſſible des extremitez A, & B ſoient menees A D, B C, à vn autre poinct D, vers C, egales aux premieres A C, B C, chacune à la ſienne, ſçauoir A D, egale à A C, ayant meſme extremité A, & B D, egale à B C, ayant meſme extremité B, & ſoit conioincte D C: & ſi le poinct D, eſt dans le triãgle (cõme en la 1. figure) ſoient prolongees B C, B D, directement, de la part de E, & F, tant qu'il ſera expedient.

D'autant que la ligne B D, eſt poſee egale à B C, l'angle F, ſeul, ſera egal à C, E, pris pour vn ſeul angle, [a] puis qu'ils ſont tous deux ſous la baſe D C, du triãgle B D C, en la 1. figure, ou deſſus en la 2. figure. Mais tout l'angle E, C, eſt plus grand que l'angle C, tout ſeul, [b] le tout que ſa partie, donc

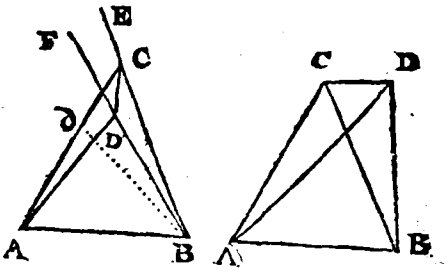
a 5. 1.

b 9. c. 5.

l'angle F, ſera auſſi plus grand que l'angle C. De rechef puis que la ligne AC, eſt poſee egale à la ligne AD, l'angle C, ſeul ſera egal à F, & D, pris pour vn ſeul angle, c puis qu'iceux angles C, & F, D, ſõt ſur la baſe DC, du triangle ADC, mais nous auons monſtré que l'angle F, eſt plus grand que l'angle C, donc le meſme angle F, ſera auſſi plus grand que l'angle F, D, la partie que ſon tout, ce qui eſt impoſſible. Donc ſur &c. ce qu'il falloit demonſtrer. c 5. 1.

*Les autres interpretes demonſtrent autrement cette propoſition, comme s'enſuit.*

Soit faicte la meſme conſtruction de la precedente figure: Puis que AD, eſt poſee egale à AC, d les deux angles ADC, ACD, ſur la baſe DC, du triangle ADC, ſeront egaux entr'eux, mais l'angle ADC, eſt plus grand que l'angle FDC, e le tout que ſa partie, donc l'angle ACD, egal à ADC, ſera auſſi plus grand que FDC, & partãt l'ãgle total ECD, qui eſt plus grãd que ACD, ſera encore bien plus grand que FDC. De rechef d'autant que la ligne BD, eſt poſee egale à BC, f les deux angles ECD, FDC, ſous la baſe DC, du triangle BCD, ſeront egaux entr'eux, mais l'angle ECD, a eſté demonſtré bien plus grand que FDC il ſera donc egal & bien plus grand, ce qui eſt impoſſible. d 5. 1. e 9. ax. f 5. 1.



Finalement d'autant que A D, A C, ſont poſees egales (ſoit veuë la derniere figure où le poinct D, eſt hors le triangle) les deux angles g A C D, A D C, ſur la baſe C D, du triangle A C D, ſont egaux entr'eux, mais l'angle A C D, eſt plus grãd que B C D, h le tout que ſa partie, donc A D C, ſera auſſi plus grand que B C D, & partant l'angle B D C, qui eſt plus grand que A D C, ſera encore bien plus grand que B C D. De rechef puis que B C, B D, ſont poſees egales, les deux angles B C D, B D C, ſur i la baſſe C D, du triangle B C D, ſeront egaux entr'eux, mais nous auons monſtré que l'angle B D C, eſt bien plus grand que l'angle B C D, il ſera donc egal à iceluy & bien plus grand; ce qui eſt impoſſible. Mais ſi quelqu'vn dict que le poinct D, eſt en vne des lignes A C, B C, comme au poinct D, en la ligne A C, (où eſt tiree la ligne B D, denotee par poincts) cela eſtãt, il s'enſuiura cõme dict eſt, que la partie A D, ſera egale à ſon tout A C, ce qui eſt auſſi impoſſible. Donc ſur vne meſme ligne &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

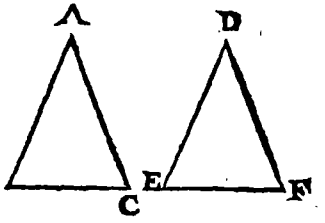
g 5. 1.
h 9. c. ſ.
i 5. 1.

## THEOREME 5. PROP. 8.

viij. Si deux triangles ont deux coſtez egaux à deux coſtez, chacun au ſien; & qu'ils ayent la baſe egale à la baſe, ils auront auſſi l'angle contenu d'iceux coſtez egaux, egal à l'angle.

Soient les deux triangles A B C, D E F, ayans les deux coſtez A B, A C, egaux aux deux D E, D F, chacun au ſien ſçauoir A B, egal à D E, & A C, egal à D F, & la baſe B C, egale à la baſe E F. Ie dis

que l'angle A, eſt egal à l'angle D, leſquels angles sõt contenus d'iceux coſtez egaux.




Car ſi l'on entẽd que le triangle A B C, ſoit poſé ſur le triangle D E F, ſçauoir le poinct B, ſur le poinct E, & la baſe B C, ſur la baſe E F, le poinct C, cõmendra au poinct F, [a] puis que B C, E F, ſont egales, & les deux lignes droictes B A, & C A, cõmendront ſur les deux E D, F D, eſtans egales à [b] icelles chacune à la ſienne & le poinct A, ſur le poinct D, & partant l'angle A, ſera egal à l'angle D. Autrement elles ſe rencontreroiẽt à vn autre poinct, ce qui eſt impoſſible, [c] puis que ſi deux lignes droictes menees des extremitez d'vne autre ligne droicte ſe rencontrent à vn meſme poinct &c. Donc A, ſera egal à D. Donc ſi 2. triangles &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

[a] 8. cõ. ſ.
[b] 8. cõ. ſ.
[c] 7. premier.

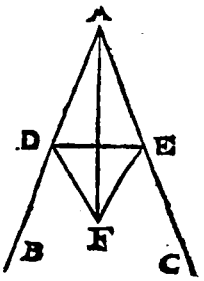
## COROLLAIRE.

L'on peut colliger de cette propoſition que les autres angles ſont auſſi egaux aux autres angles chacun au ſien & tout le triangle à tout le triangle. Car puis que l'angle A, eſt monſtré egal à l'angle D, les coſtez A B, A C, eſtans egaux à D E, E F, chacun au ſien, il s'enſuit [a] que le triangle eſt egal au triangle & les autres angles egaux aux autres angles chacun au ſien.

[a] 4. premier.

## PROBLEME 4. PROP. 9.

ix. Couper vn angle rectiligne donné, en deux egalement.




Soit l'angle rectiligne donné B A C, qu'il faut diuiser en deux egalement, c'est à dire en deux angles egaux. Soit prins le point contingent D, en la ligne A B, & de la plus grande A C, prolongee infiniment [a] soit retranchee A E, egale à A D, & menee D E, [b] sur laquelle soit descrit le triangle equilateral D F E, & menee A F. Ie dis que l'angle B A C, est diuisé en deux angles egaux. Car d'autant que D A, a esté prise egale à A E, & A F, commune, les deux costez D A, A F, sont egaux aux deux E A, A E, chacun au sien, & la base D F, egale à la base E F, estans les costez d'vn triangle equilateral, [c] l'angle D A F, sera egal à l'angle E A F, & partant l'angle B A C, sera diuisé en deux egalement. Dõc l'angle rect. &c. Ce qu'il falloit faire.

a 1. Premier.

b 1. Pet.

c 8 Prem. 1.

## PRACTIQVE.

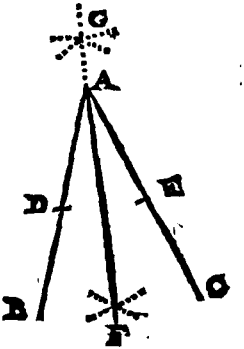
*La practique de cette proposition se peut faire ainsi. Soit l'angle B A C, à diuiser en deux egalement: du poinct A, comme centre à quelconque interualle soient coupees A D, A E, egales; puis des poincts D, & E, comme centres, du mesme interualle ou moindre, ou plus grand, comme il sera plus expedient, soient descrits deux arcs s'entrecoupãs au poinct F, au dessous du poinct A, vers B, & C,*

*ou au*

*ou au dessus vers G, puis soit menee la droicte ligne AF, ou GAF, laquelle diuisera l'angle BAC, en 2. egalement. Voyez la suiuante figure.*

## SCHOLIE.

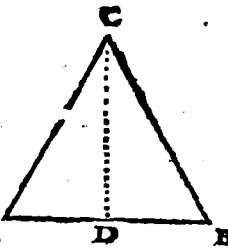
*Il appert par ce que dessus que l'on peut diuiser tout angle rectiligne en 4. 8. 16. 32. ou 64. parties egales & ainsi de suite procedant par augmentation double. Car apres que l'on a diuisé vn angle rectiligne en deux angles egaux, faut de rechef diuiser chacun d'iceux en 2. egalement & l'on aura quatre angles egaux & faire ainsi de suitte.*




## PROBLEME 5. PROP. 10. x.

### Couppér vne ligne droicte donnee & terminee, en deux parties egales.

Soit la ligne droicte dõnée & terminee A B, qu'il faut diuiser en deux egalement.




Sur icelle A B, soit [a] descrit le triangle equilateral A B C, puis soit diuisé l'ãgle [b] A C B, en deux egalement, par la ligne droicte C D. Ie dis que A B, est diuisee en deux egalement au poinct D.

[a] 1. Premier.

[b] 9. Premier.

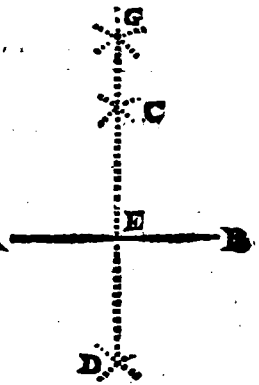
Car d'autant que A C, est egale à C B (car elles sont les costez d'vn triangle equilateral,) & C D,

est cõmune, les deux costez AC, C D, sont egaux aux deux B C, CD, chacũ au sien, & l'angle A CD, egal à l'angle B C D, par la construction. la base A D, [c] sera egale à la base B D : partant A B, sera diuisee en deux egalement. Ce qu'il falloit faire.

[c] 4. Premier.

## PRACTIQVE.

*Pour diuiser A B, en deux egalement, des poincts A, & B, comme centres, en ouurant le compas en sorte que l'ouuerture excede la moitié de la ligne A B, soient descrits deux arcs s'entrecouppans au poinct C, au dessus de la ligne, semblablement des mesmes centres & à mesme interualle, soient descrits deux autres arcs au dessous de A B, s'entre-coupãs au poinct D, & soit menee la droicte ligne CD; elle couppera A B, en deux egalement au poinct E: Ou bien apres auoir descrit deux arcs s'entre-coupans au poinct C, des centres A & B, des mesmes centres & à plus grande interualle que le premier soient descrits deux autres arcs au dessus de C, s'entre-coupans au poinct G, & soit menee la droicte ligne GCE, elle couppera A B, au poinct E.*



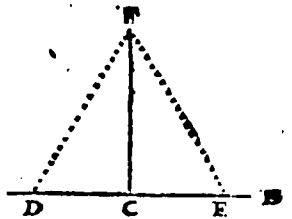

## SCHOLIE.

*Il est manifeste qu'en la mesme maniere l'on peut diuiser la ligne droicte A B, en quatre parties, puis en huict, & ainsi consequemment, comme nous auons dict en la proposition precedente, de la diuision de l'angle.*

## PROBLEME 6. PROP. 11.

xj.

Sur vne ligne droicte donnee, & d'vn poinct donné en icelle, mener vne ligne droicte, à angles droicts.




Soit la droicte ligne donnee A B, & le poinct donné en icelle C, il faut du poinct C, mener vne ligne droicte & à angles droicts, à la ligne donnee A B.

En la partie A C, soit prins le poinct contingent D, puis soit posee ou prise [a] C E, egale à C D, puis sur D E, soit [b] descrit le triangle equilateral D F E, & soit menee C F. Ie dis qu'icelle est à angles droicts à la ligne A B.

[a] 1. ou 3. Premier.
[b] 1. Premier.

Car d'autant que C D, est egale à C E, & C, F, commune, les triangles D C F, & E C F, auront les deux costez D C, C F, egaux aux deux costez E C, C F, chacun au sien, & les bases D F, E F, egales, estant les costez d'vn triangle equilateral, [c] les angles au poinct C, seront egaux, donc l'vn & l'autre sera droict, [d] partant C F, sera à angles droicts à A B, Donc sur vne ligne droicte &c. Ce qu'il falloit faire.

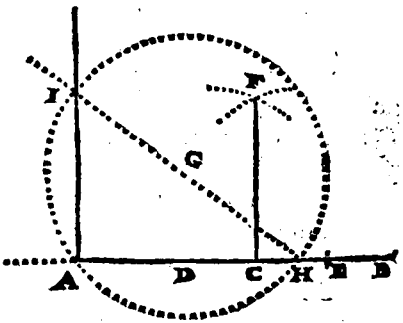
[c] 8. Premier.
[d] 10. def.

## SCHOLIE.

*Clauius dict, qu'ayant pris le poinct D, en la ligne A C, il faut retrancher C E, egale à C D, par la 3. prop. du 1. ce qui ne se pourra pas tousiours faire, attendu que la restante C B, peut estre moindre que la ligne C D, prise,*

*ou que le poinct donné C, peut estre le mesme qu'vn de ceux, de l'extremité A, ou B, mais Theon, faict mieux ainsi;* εἰλήφθω δὴ τῆς α κ, τυχὸν σημεῖον τὸ δ, καὶ κείσθω τῇ κ δ ἴση ἡ κ ε, καὶ συνεστάτω δὴ τῆς δ ε, τρίγωνον ἰσόπλευρον, τὸ φ δ ε, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ φ κ, *&c. c'est à dire, soit pris le poinct contingent, ou à l'aduenture D, en la ligne C A, & soit*

2 2. I. *posee* [2] *C E, egale à C D, & sur D E, soit constitué le triangle equilateral F D E, & conioinct F C, &c. Or quand Theon dict, soit posee C E, egale à C D, faut entendre soit prise egale, ou prolongee s'il est besoin &c. Et Henrion dict, du poinct C, soient prises les deux lignes egales C D, C E, par la troisiéme proposition, ce qui ne se pourra pas aussi touſiours faire, pour les raisons ſuſdictes.*




*La practique de cette proposition se fera comme s'ensuit: Si sur la ligne A B, on veut mener vne ligne à angles droicts: du poinct C, en icelle soient prises de part & d'autre parties egales C E, & C D, & des poincts D, & E, comme centres soient descrits deux arcs s'entre-couppans au poinct F, à telle interualle que l'on voudra, pourueu qu'il excede D C, ou E C, puis soit menee C F, icelle sera à angles droicts à A B.*

*Mais si le poinct donné est à l'extremité A, soit pris le poinct G, hors la ligne, en sorte toutesfois que le cercle descrit du poinct G, comme centre & de l'interualle G A, puisse couper la ligne donnee à quelque poinct, comme H,*

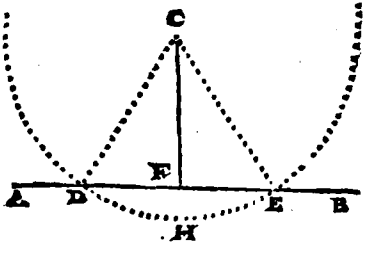
*& soit descrit la circonference I A H, du centre G, & de l'interualle G A, couppant A B, au poinct H, & du poinct H, par G, soit menee la ligne H G I, couppant la circonference au poinct I, puis soit menee la droicte ligne A I, icelle sera à angles droicts, comme il sera demonstré à la 31. prop. du 3. l. Et encore que A, ne fust le poinct de l'extremité (ce qui aduiendroit, si la ligne estoit prolongee comme à K,) en la mesme maniere l'on meneroit A I, à angles droicts.*

## PROBLEME 7. PROP. 12.

xij.

Sur vne ligne droicte donnee & infinie; d'vn poinct donné, lequel n'est en icelle; mener vne ligne perpendiculaire.

Soit la ligne droicte donnee A B, & le poinct donné C, hors icelle; duquel il faut mener vne ligne droicte, perpendiculaire sur A B. Soit pris de l'autre part de A B, le poinct contingent H. Et du poinct C, comme centre, & à l'interualle C H, soit descrit le cercle D E, couppant A B, aux poincts D, & E, puis soit [a] diuisee D E, en deux egalemẽt au poinct F, & soit menee C F. Ie dis que C F, est perpendiculaire à A B.



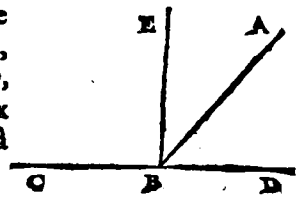

a 10. 1.

Car d'autant que D F, est egale à E F, par la construction & F C, commune, les deux costez D F, F C, du triangle D F C, sont egaux aux deux costez E F, F C, du triangle E F C, chacun au sien, & la

baſe C D, egale à la baſe C E, eſtant toutes deux
b .1.8 menees du centre C, à la circonference, [b] les angles de part & d'autre au poinct F, ſeront egaux,
a & partant l'vn & l'autre droict. Donc C F, eſt me-
c 10 def. nee perpendiculaire à A B. [c] Ce qu'il falloit faire.

xiij. ## THEOREME 6. PROP. 13.

Quand vne ligne droicte tombant ſur vne ligne droicte, faict angles, ou elle fera deux angles droicts, ou egaux à deux droicts.




Que la ligne droicte A B, tombant ſur C D, face deux angles A B D, A B C. Ie dis qu'iceux ſont droicts ou egaux à deux droicts.

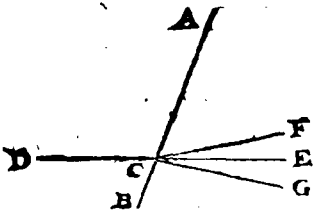
Car ſi l'angle A B D,
a 10. d. eſt egal à A B C, [a] ils ſeront tous deux droicts, s'il
b 11.1. eſt inegal, [b] ſoit menee B E, à angles droicts à C D, donc E B D, & E B C, ſeront droicts. Or d'autant que les deux angles D B A, & A B E, ſont
c egaux au droict E B D, toutes les parties priſes
c 19. c.f. enſemble à leur tout, [d] ſi on adiouſte le com-
d 2. c.f. mun, E B C, les trois D B A, A B E, & E B C, ſeront egaux aux deux droicts, D B E, & E B C. De rechef, d'autant que les deux angles A B E, & E B C, ſont egaux à leur tout c A B C, ſi on adiouſte le cõmun D B A, les deux angles d D B A, & A B C, ſerõt egaux aux trois D B A, A B E, & E B C; mais ces trois ont eſté monſtrez egaux à deux droicts, donc D B A, & A B C, ſeront auſſi egaux à deux droicts. Donc, quand vne ligne droicte &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Cette proposition semble dependre de quelque cõmune notion de l'esprit. Car de ce que l'angle A B C, excede l'angle droict E B C, le reste A B D, est excedé, d'autant par l'angle droict E B D, Car comme en celuy là, l'excez est l'angle A B E, ainsi en celuycy le defaut est le mesme angle A B E, parquoy l'on pourra conclurre de là, qu'ils sont egaux à deux droicts; attendu que l'excez de l'vn est le deffaut de l'autre.*

## THEOREME 7. PROP. 14. xiv.

Si à quelque ligne droicte, & à vn poinct en icelle, sont menees deux lignes droictes, non de mesme part, faisant les angles de part & d'autre egaux à deux droicts: icelles lignes droictes se rencontreront directement l'vne l'autre.




Soit la droicte ligne A B, & le poinct en icelle C, auquel soient menees les droictes lignes D C, E C, de part & d'autre de A B, faisant les angles D C A, & A C E, egaux à deux droicts. Ie dis que D C, & E C, se rencontrent directement, c'est à dire que D C E, est vne ligne droicte: autrement D C, estant prolongee vers E, tomberoit au dessus de C E, ou au dessous; qu'elle tombe donc premierement au dessus, s'il est possible, comme au poinct F, en sorte que D C F, soit ligne droicte.

D'autãt que la droicte ligne AC, tombant sur la droicte DCF, faict les deux angles DCA, & ACF, [a] iceux seront droicts ou egaux à deux droicts: mais les deux DCA, & ACE, sont egaux à deux droicts par l'hypotheſe, & tous [b] les angles droicts sont egaux entr'eux, dõc les deux angles droicts DCA, & ACF, sont egaux aux deux angles droicts DCA, & ACE; ostant donc le commun DCA, [c] restera ACF, egal à ACE, la partie à son tout [d] ce qui est impossible: La mesme absurdité arriuera si l'on veut dire que DC, estant prolongee, tombera au dessous de CE, comme au poinct G: Partant DC, & EC, se rencontreront directement. Donc si à quelque ligne &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 13. premier.
b 12. def.
c 3. c. s.
d 9. def. s.

## SCHOLIE 1.

*Cette proposition est la conuerse de la precedente, où il a esté monstré que si DCE, est ligne droicte, les angles ACD, ACE, sont egaux à deux droicts: En celle cy il est monstré que si les angles susdicts sont egaux à deux droicts que les deux, lignes droictes DC, EC, sont vne seule ligne droicte.*

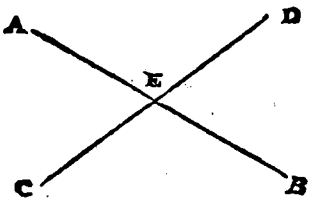
## SCHOLIE 2.

*Henrion a traduict ou plustost coppié cette proposition ainsi*; Si à l'extremité d'vne ligne droicte &c. *Ce qui n'est conforme au texte d'Euclide*; ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ. δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. *C'est à dire*; *si à quelque ligne droicte, & à vn poinct en icelle, deux lignes droictes estant menees non de mesme part, font les angles de suitte, ou de coste & d'autre, egaux à deux droicts,*

*icelles lignes droictes seront l'vne à l'autre, en ligne droicte, ou se rencontreront directement l'vne l'autre, ou seront posees directement. D'où il est facile à entendre, que lintention d'Euclide, est de mener icelles lignes dont est question, non seulement à l'extremité, mais aussi indifferemment à tout autre poinct de la ligne proposee, ce qui est tres-manifeste par la demonstration. Or ledict Henrion n'entendant la langue de l'Autheur, qu'il pretendoit traduire en la sienne, sçauoir la Grecque, il ne deuoit adiouster foy à vn seul, de la coppie duquel il s'est seruy, mais voir les autres qui ont mieux traduit.*

## THEOREME 8. PROP. 15. XV.

Si deux lignes droictes se couppent l'vne l'autre, elles feront les angles au sommet egaux entr'eux.




Soient les deux lignes droictes, A B, C D, s'entrecoupantes au poinct E: Ie dis qu'elles font les angles au sommet egaux entr'eux, à sçauoir l'angle A E D, egal à l'angle C E B, & A E C, egal à B E D.

D'autant que D E, tombe sur A B, les deux angles A E D, D E B, [a] seront egaux à deux droicts. [a] 13. premier. De rechef d'autant que B E, tombe sur C D, les deux angles C E B, B E D, par la mesme raison serõt egaux à deux droicts, & tous les angles droicts sont egaux [b] entr'eux, donc les deux A E D, D E B, seront egaux aux deux C E B, B E D, donc si l'on oste l'angle commun D E B, [c] restera [b] 12. cõf. [c] 3. r. f.

l'angle A E D, egal à l'angle C E B: Semblablement l'on monstrera que l'angle A E C, est egal à l'angle D E B. Donc, si deux lignes droictes se couppent, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## COROLLAIRE. 1.

Euclide collige de la demonstration de ce Theoréme, (selon la sentence de Proclus) que deux lignes droictes se couppant l'vne l'autre, font 4. angles egaux à 4. droicts; Car il a esté demonstré que tant les deux angles A E D, D E B, que les 2. C E B, B E D, sont egaux à deux droicts par la 13. Donc les angles constituez au poinct E, vaudront deux fois deux droicts; partant egaux à quatre droicts.

## COROLLAIRE. 2.

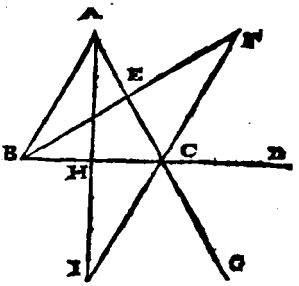
Par la mesme raison nous colligerons que tous les angles constituez à vn mesme poinct, sont tant seulement egaux à 4. angles droicts. Car si du poinct E, en la precedente figure, l'on mene tant de lignes droictes que l'on voudra, les quatre angles constituez au poinct E, seront diuisez en plusieurs parties lesquelles sont egales[a] à leurs touts, prises ensemble. Donc ces 4. estant egaux à quatre droicts, par le 1. corollaire, toutes leurs parties prises ensemble seront pareillement egales à quatre droicts. D'où il est manifeste que tout espace cõstitué en vn plan à l'entour de quelque poinct, vaut quatre angles droicts comme afferment tous les Autheurs, d'autant que tous les angles qui peuuent estre constituez à l'entour de ce poinct, sont egaux à quatre droicts. Semblablement il est manifeste que tant de lignes que l'on voudra, s'en-

[a] 19. def.

tre-coupantes, feront les angles au poinct de la section egaux à quatre droicts.

## THEOREME 9. PROP. 16. xvj.

De tout triangle, vn costé estant prolongé, l'angle exterieur est plus grand que chacun des interieurs & opposez.




Au triangle A B C, le costé B C, soit prolongé au poinct D. Ie dis que l'angle exterieur A C D, est plus grand que chacun des interieurs & opposez, sçauoir est, plus grand que C A B, & semblablement plus grand que C B A.

Car soit coupé le costé A C, en deux [a] egalement au poinct E, & par E, soit menee B E F, & soit faicte [b] E F, egale à E B, & ioincte F C. [a] 10. primier. [b] 2. primier.

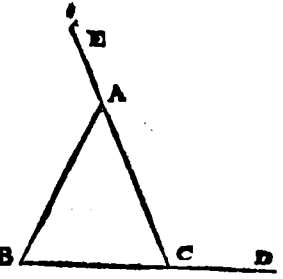
D'autant que A E, est egale à E C, & E F, à E B, les deux costez A E, E B, du triangle A E B, seront egaux aux deux F E, E C, du triangle F E C, chacun au sien & les angles au sommet E, contenus d'iceux costez [c] sont egaux, la base A B, sera egale à la base [d] F C, & tout le triangle à tout le triangle & les autres angles egaux aux autres angles, chacun au sien, cõtenus d'iceux costez egaux, sçauoir E C F, egal à E A B: Mais le tout • A C D, est plus grand que E C F, il sera donc aussi plus grand que son egal E A B. Semblablement, ayant couppé B C, en deux egalement, au poinct H, & [c] 15 Primier. [d] 4. primier. [e] 9. 2.

mené A H I, en sorte que H I, soit egale à H A, & ioinct C I, & prolongé le coste A C, au poinct G, l'on monstrera que l'angle exterieur B C G, est plus grand que l'interieur & opposé A B C, & partant A C D, qui est [f] egal à B C G, sera aussi plus grand que A B C. Donc de tout triangle vn costé &c. Ce qu'il falloit de monstrer.

f 15. premier.

xvij. THEOREME 10. PROP. 17.

De tout triangle, deux angles, sont plus petits que deux droicts, de quelque façon qu'ils soient prins.




Soit le triangle A B C. Ie dis que deux des angles d'iceluy, sont plus petits que deux droicts de quelque façon qu'ils soient pris.

Car premierement le costé B C, estant prolongé au poinct D, l'on monstrera que les deux angles B, & A C B, sont moindres que deux droicts.

D'autant que l'angle exterieur A C D, est plus grand que [a] l'opposé interieur B. Si l'on adiouste le commun angle A C B, [b] les deux A C D, & A C B, seront plus grands que B, & A C B; mais A C B, & A C D, sont egaux [c] à deux droicts, donc B, & A C B, sont plus petits que deux droicts. Semblablemẽt le costé C A, estant prolongé au poinct E, l'on monstrera que C A B, & A B C, sont plus petits que deux droicts &c. Donc de tout triangle &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 16. Premier.
b 4. ax. f.
c 13. premier.

## DE PROCLVS.

*Il eſt manifeſté de ce Theoréme, que l'on ne peut mener d'vn meſme poinct plus d'vne ligne droicte perpendiculaire, ſur vne meſme ligne droicte. Car ſi faire ſe peut ſoient menees du poinct A, à la ligne B C, deux perpendiculaires A B, A C, les deux angles internes B, & C, du triangle A B C, ſeront egaux à deux droicts, l'vn & l'autre eſtant droict, ce qui eſt abſurde.* [a] *Car nous auons monſtre que deux angles de tout triangle de quelque façon qu'ils ſoient prins, ſont moindres que deux droicts. Donc l'on ne pourra mener plus d'vne ligne perpendiculaire &c. Ce qui eſtoit propoſé. Voyez le petit triangle de la figure ſuiuante.*

[a] 17. Premier.

## COROLLAIRE 1.

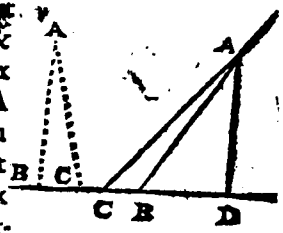
De ces demonſtrations, il s'enſuit auſſi que tout triangle qui a vn angle droict ou obtus, a les autres aguts. Car puis qu'il eſt monſtré que deux quelconques angles de tout triangle ſont moindres que deux droicts; il eſt neceſſaire que ſi vn angle eſt droict ou obtus, qu'vn chacun des autres ſoit agu, autrement deux angles d'vn triangle ſeroient droicts ou plus grands que deux droicts.

## COROLLAIRE 2.

Il s'enſuit auſſi de cette propoſition que ſi vne ligne droicte, faict deux angles inegaux auec vne autre ligne droicte, l'vn obtus & l'autre agu, que la ligne perpẽdiculaire tiree de quelconque poinct d'icelle ſur cét autre, tombera de la part de l'angle agu.

Que A B, face auec C D, deux angles inegaux, ſçauoir A B D, agu & A B C, obtus, & de quelconque poinct A, ſoit menee A D, perpendiculai-

reà CB. Ie dis que A D, tombera de la part de l'angle agu A B D; autrement qu'elle tombe s'il eſt poſſible de la part de l'angle obtus ABC, & ſoit A C. Donc les deux angles ſçauoir l'obtus A BC, & le droict ACB, au triangle A B C, ſeront plus grands que deux droicts, ce qui eſt abſurde, attẽdu qu'ils ſont [a] mondres que deux droicts, donc la perpendiculaire tiree du poinct A, ſur AB, ne tombera de la part de l'angle obtus. Partant de la part de l'angle agu.




a 17. Premier.

## COROLLAIRE 3.

Semblablement il eſt manifeſte de cette propoſition que tous les angles d'vn triangle equilateral, & les deux angles ſur la baſe d'vn triangle Iſoſcele ſont aguts: Car puis [b] que deux quelconques angles du triãgle equilateral, & les 2. de deſſus la baſe du triangle Iſoſcele ſont egaux entr'eux; & tant [c] ces deux-là que ces 2. icy sõt moindres que deux droicts, chacun d'iceux ſera moindre qu'vn droict; c'eſt à dire agu. Car ſi vn eſtoit droict ou obtus, les deux ſeroient egaux à deux droicts ou plus grands que deux droicts.

b 5. Premier.

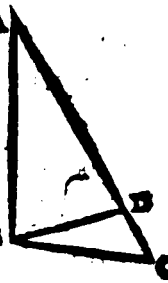
c 17. Premier.

xviij. ## THEOREME 11. PROP. 18.

De tout triangle, le plus grand coſté ſouſtient le plus grand angle.

Soit le triangle A B C, ayant le coſté A C, plus grand que le coſté A B. Ie dis que l'angle ABC,

est plus grand que l'angle A C B.




Car puis que A C, est plus grand que A B, soit retranchee, [a] A D, egale à A B, & soit iointe B D.

[a] 3. Premier.

D'autant que A B, A D, sont egaux, les [b] deux angles A B D, A D B, seront egaux, mais l'externe A D B, est plus grand [c] que l'interne & oppose C, donc son egal A B D, sera aussi plus grand que C, & partant le tout A B C, encore bien plus grand que l'angle C : Par mesme raison l'on monstrera que l'angle est plus grand que l'angle A. Donc de tout triangle le plus &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[b] 5. Premier.

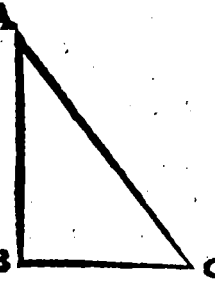
[c] 16. 1.

## COROLLAIRE.

Il s'ensuit de cette proposition, que les trois angles d'vn triangle scalene sont inegaux. Car soit le triangle scalene, duquel le plus grand costé soit A C, *le plus petit soit B C*, & le moyen A B. (soit veuë la figure de la prop. suiuante) Ie dis que tous les angles d'iceluy sont inegaux. Car puis que le costé A C, est posé plus grand que le costé A B, par cette prop. l'angle B, sera plus grand que l'angle C; par la mesme raison l'angle C, sera plus grand que l'angle A, d'autant que le costé A B, est posé plus grand que le costé B C. Donc les trois angles sont inegaux, B, le plus grand, C, le moyen & A, le plus petit.

xix. ## THEOREME 12. PROP. 19.

**De tout triangle, le plus grand angle eſt ſouſtenu du plus grand coſté.**




Soit le triangle A B C, ayant l'angle B, plus grand que l'angle C. Ie dis que le coſté A C, qui ſouſtient l'angle B, eſt plus grand que A B, qui ſouſtient l'angle C.

Car s'il n'eſt plus grand, il ſera egal ou plus petit: ſi egal, l'angle B, [a] ſera egal à l'angle C, ce qui eſt abſurde, car B, eſt poſé plus grand. Si le coſté A C, eſt dict eſtre plus petit que A B, l'angle B, ſouſtenu du plus petit coſté A C, ſera plus petit que l'angle C, ſouſtenu [b] du plus grand coſté AB, ce qui eſt plus abſurde, car l'angle B, eſt plus grād que l'angle C, par l'hypotheſe. Donc le coſté A C, ſera plus grand que A B. Semblablement l'on monſtrera que le coſté A C, eſt plus grand que le coſté BC, poſant l'angle C, plus grand que l'angle A. Donc de tout triangle &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 5. Premier.

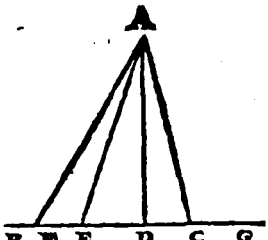
b 18. 1.

## COROLLAIRE.

De cette propoſition, il s'enſuit que de toutes les droictes lignes menees d'vn meſme poinct ſur vne ligne droicte, celle qui eſt perpendiculaire eſt la plus petite.

Car ſoient menees du poinct A, ſur B C, les lignes droictes A D, A E, A F, A G, deſquelles A D, ſoit per-

soit perpendiculaire à B C. Ie dis qu'icelle est la plus petite. Car puisqu'au triangle A D E, ses deux angles A D E, & A E D, sont [a] moindres que deux droits & A D E, est droict, A E D, sera moindre qu'vn droict c'est à dire agu, partant [b] A E, sera plus grande que A D. En la mesme maniere l'on demonstrera que chacune des autres est plus grande que A D. Donc la perpendiculaire A D, sera la plus petite.



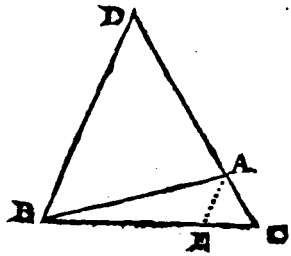

[a] 17. 1.

[b] 19. 1.

## THEOREME 13. PROP. 20. XX.

De tout triangle, deux costez sont plus grands que l'autre, en quelque façon qu'ils soient pris.

Soit le triangle A B C. Ie dis que deux costez sont plus grands, que l'autre, en quelque façon qu'ils soient pris, sçauoir B A, & A C, prisensemble sont plus grands que B C: semblablement A C, C B, plus grands que A B: finalement A B, B C, plus grands que A C.




Soit prolongé le costé C A, vers D, en sorte que A D, [a] soit posee egale à A B, & soit menée B D. [a] 2. 1.

D'autant que les deux costez A D, A B, sont

faicts egaux, les deux angles [b] ſur la baſe B D, ſçauoir D, & A B D, ſeront egaux; mais l'angle C B D, [c] eſt plus grand que A B D, il ſera donc auſſi plus grand que D: partant au triangle C B D, le coſté C D, oppoſé au plus [d] grand angle C B D, ſera plus grand que le coſté B C, oppoſé au plus petit angle D; Mais le coſté C D, eſt egal aux deux A B, A C, (car puis que A D, eſt egal à A B, ſi l'on adjouſte le commun [e] A C, le total C A D, ſera egal à A C, A B,) donc les deux coſtez A C, A B, enſemble ſeront plus grands que l'autre coſté B C. Semblablement l'on demonſtrera que deux autres coſtez, tels que l'on voudra, ſont plus grands que l'autre. Donc de tout triangle &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

b 5. 1.
c 9. cõſ.
d 19. 1.
e 2. cõ. ſ.

## AVTREMENT.

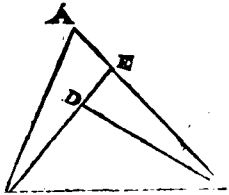
*Ce theoréme eſt demonſtré par d'autres ſans prolonger aucun coſté, en cette ſorte.*

Soit diuiſé l'angle B A C, en 2. egalemẽt par la ligne A E. D'autãt que le coſté C E, du triangle A C E, eſt prolongé vers B, l'angle externe [b] A E B, ſera plus grand que l'interne & oppoſé E A C, il ſera donc auſſi plus grand que ſon egal B A E. Donc au triãgle A B E, le coſté A B, oppoſé au plus grand angle A E B, ſera [c] plus grand que le coſté B E, oppoſé au plus petit angle E A B. Semblablement l'on monſtrera que le coſté A C, eſt plus grand que E C, d'autant que l'angle [d] C E A, eſt plus grand que E A B, c'eſt à dire que E A C, ſon egal, &c. Partant les deux A B, A C, ſeront plus grands que B C, & ainſi des autres, diuiſant chacũn des autres angles en deux egalement.

a 9. 1.
b 16. 1.
c 19. 1.
d 16. 1.

## THEOREME 14. PROP. 21. xxj.

Si sur l'vn des costez d'vn triangle, & des extremitez d'iceluy sont menees deux lignes droictes au dedans, se rencõtrant à vn poinct. Icelles seront plus petites que les deux autres costez du triangle; mais elles contiendront vn plus grand angle.




Au triangle ABC, sur les extremitez B, & C, du costé BC, soient cõstituees les deux lignes droictes BD, CD, se rencontrant au poinct D. Ie dis que BD, CD, ensemble sont plus petites que les costez BA, CA, ensemble; mais l'angle BDC, est plus grand que l'angle BAC.

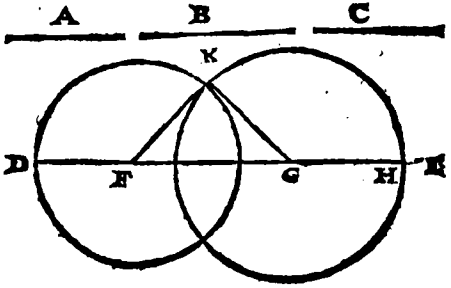
Car soit prolõgee BD, au poinct E, du costé AC. D'autãt qu'au triangle BAE, les deux costez BA, AE, sont plus grands que l'autre BE, si l'on adiouste le commun CE, les costez BA, AC, seront plus grands que BE, EC. a 20. 1. b 4. cõ. s.

De rechef, d'autant qu'au triangle CED, les deux costez CE, ED, sont plus grands que l'autre CD, si l'on adiouste le commun DB, les deux CE, EB, seront plus grands que CD, DB: mais BA, AC, ont esté monstrez plus grands que BE, EC, donc BA, AC, seront encore plus grands que BD, CD, ce qui estoit premierement proposé. Secondement, d'autant que l'angle externe BDC, est plus grand que l'interne DEC, & le mesme DEC, est plus grand que BAC, pour la mes- c 20. 1. d 4. cõ. s. e 16. 1.

me cauſe, à plus forte raiſon l'angle B D C, ſera plus grand que l'angle B A C: ce qui eſtoit ſecondement propoſé. Donc ſi ſur l'vn des coſtez &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

xxij. PROBLEME 8. PROP. 22.

De trois lignes droictes egales à trois lignes droictes donnees, conſtituer vn triangle: mais il faut que deux, de quelque façõ qu'elles ſoient priſes, ſoient plus grandes que l'autre; d'autant que de tout triangle, deux coſtez de quelque façon qu'ils ſoient prins, ſont plus grands que l'autre.




Soient les trois lignes droictes donnees A, B, C, deux deſquelles, priſes de quelque façon que l'on voudra ſoient plus grandes que l'autre; il faut conſtituer vn triangle qui ayt les trois coſtez egaux aux trois lignes donnees A, B, C.

Soit priſe quelque ligne droite D E, prolongee infiniment vers E, & d'icelle ſoit priſe D F, egale à A, & F G, egale à B, finalement G H, egale à C, & du poinct F, comme centre à l'interualle F D,

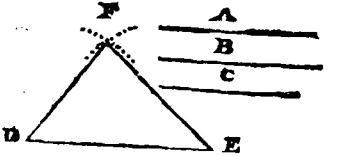
a 3. 1.

soit descrit le cercle D K : Derechef du centre G & de l'interualle G H, soit descrit le cercle H K, & soient menees F K, & G K. Ie dis que le triangle F K G, est fait de trois lignes egales aux trois lignes donnees A, B, C.

Car d'autant que le poinct F est le centre du cercle D K, la ligne[b] F K sera égale à F D, mais A est prise egale à F D, donc F K & A, seront[c] égales entr'elles. Derechef, d'autant que G est le centre du cercle H K, la ligne G K, sera egale à G H, par la mesme raison, mais la ligne C, est égale à G H, par la construction, donc G K & C seront égales, & F G, est prise egale à B, donc les trois lignes droictes K F, F G, G K, sont egales aux 3. lignes droites donnees, A, B, C &c. ce qu'il falloit faire.

[b] 1. 1.
[c] 1. cõ. 1.

## PRACTIQVE.

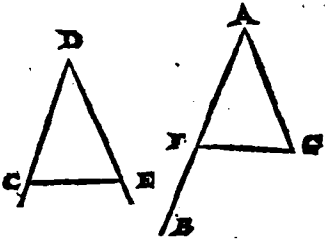



*Soit prise D E, égale à quelqu'vne des lignes, A, B, C, sçauoir à B, que nous voulons estre la base; puis du poinct E, & à l'interualle de A, soit descrit l'arc F. Semblablement du poinct D, & à l'interualle de C, soit descrit vn autre arc qui coupe le premier au poinct F, & soient menees les lignes droictes, D F, E F, le triangle D E F, sera constitué, duquel les trois costez seront egaux aux trois lignes donnees A, B, C.*

## PROBLEME 9. PROP. 23. xxiij.

A vne ligne droicte donnee, & à vn poinct donné en icelle, constituer vn an-

gle rectiligne égal à vn angle rectiligne donné.




Soit la droicte ligne donnee AB, & le poinct A, dõné en icelle ; & l'angle rectiligne donné C D E, il faut à la ligne A B, & au poinct A, en icelle constituer vn angle rectiligne egal à l'angle rectiligne donné.

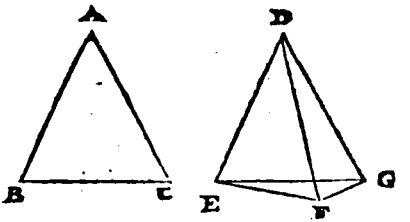
Soient prins les poincts contingens C & E, en l'vne & l'autre ligne D C, D E, & soit menee C E: Puis de trois lignes droictes egales aux trois, D C, C E, E D, [a] soit constitué le triangle A F G, de sorte que A F, soit posee egale à D C, A G, à D E, & F G à C E. D'autant donc que les deux costez A F, A G, du triangle A F G, sont egaux aux deux D C, D E, du triangle D C E, chacun au sien & la base F G, égale à la base C E; l'angle F A G, sera [b] égal à l'angle C D E. Donc à la ligne donnee A B, & au poinct donné en icelle A, nous auons constitué vn angle rectilique égal à l'angle rectiligne donné, C D E. Ce qu'il falloit faire.

[a] 22. I.

[b] 8. I.

xxiv. THEOREME 15. PROP. 24.

Si deux triangles ont deux costez egaux à deux costez, chacun au sien, & l'angle cõtenu d'icelles lignes droictes égales plus grand que l'angle: ils auront la base plus grande que la base.



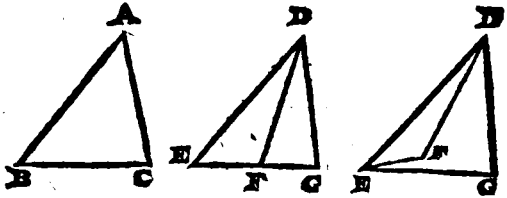

Soient les deux triangles A B C, D E F, ayãt les deux costez A B, A C, egaux aux deux D E, D F, chacun au sien, sçauoir A B, égal à D E, & A C, à D F; mais l'angle A plus grand que l'angle E D F. Ie dis que la base B C, sera plus grande que la base E F. Car puis que l'angle A, est plus grand que E D F, à la ligne E D, & au point D, en icelle soit constitué l'angle [a] E D G, egal à l'angle A, & soit prise D G, egale à vne des deux A C, ou D F, & soient menees E G, & F G: D'autant donc que les triangles A B C, D E F, ont les deux costez A B, A C, égaux aux deux D E, E G, chacun au sien, & l'angle A, egal à l'angle E D G, contenus d'iceux costez egaux, [b] la base B C, sera egale à la base E G. Derechef, d'autant que D G est égale à D F, le triangle D G F est isoscele, & partant [c] les deux angles D G F, D F G, sur la base feront egaux: mais l'angle D G F, [d] est plus grand que l'angle E G F, donc D F G, son egal, sera aussi plus grand que E G F, & partant le tout E F G, encore plus grãd que E G F. Donc au triangle E F G, le costé E G, qui soustient le plus grand angle [e] E F G, sera plus grand que E F, qui soustient le plus petit E G F; mais B C, est monstree egale à E G, donc B C, sera aussi plus grande que E F.

[a] 23. 1.
[b] 4. 1.
[c] 5. 1.
[d] 9. cõ. s.
[e] 19. 1.

Secondement que la base E G, tombe sur E F, [f] elle sera egale à la base B C, comme auparauant. Mais E G, est plus grande que E F, le

[f] 4. 1.

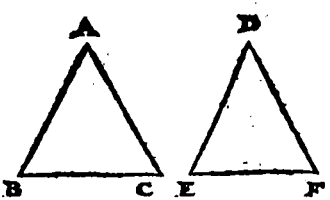
tout que sa partie, donc BC, g sera aussi plus gran-
g 9.e.f. de que EF.




Finalement que EG, tombe au dessous de EF:
h 21.1. D'autant que les deux costez DG, EG, h sont plus grands que les deux DF, FE, & DF, est faict
i 5.e.f. egal à DG, i ostãt DG, DF, egales demeurera DF, plus petite que EG, ou BC, que nous auons monstree egale à EG. Donc si deux triangles &c. Ce qu'il falloit faire.

## THEOREME 16. PROP. 25.

xxv. Si deux triangles ont deux costez egaux à deux costez, chacun au sien; & qu'ils ayẽt la base plus grande que la base: Ils auront l'angle contenu d'icelles lignes droites egales plus grand que l'angle.



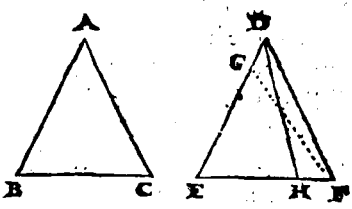

Soient deux triãgles ABC, DEF, ayãt les deux costez AB, AC, egaux aux deux DE, DF, chacun au sien, mais la base BC, plus grande que la base EF. Ie dis que l'angle A, sera plus grand que l'angle D.

Car si A, n'estoit plus grãd il seroit ou egal ou pl⁹

petit. Si egal, les costez AB, AC, estant egaux aux deux DE, EF, chacun au sien [a] la base BC, seroit egale à EF. Ce qui est absurde, car BC, est posee pl⁹ grande. Si plus petite; AB, AC, estãt egaux à DE, EF, chacun au sien, BC, seroit [b] plus petite que EF, ce qui est plus absurde, car elle est plus grãde par l'hypothese. Donc puis qu'il ne peut estre egal ny plus petit, il sera plus grand. Donc si deux triãgles &c. Ce qu'il falloit demonstrer. [a] 4. [b] 24.

## THEOREME 17. PROP. 26.

Si deux triangles ont deux angles egaux à deux angles, chacun au sien, & vn costé egal à vn costé; sçauoir est, ou celuy qui est adiacent à iceux angles egaux, ou bien celuy qui soustient, vn d'iceux angles egaux: ils auront les autres costez egaux aux autres costez, chacun au sien, & l'autre angle egal à l'autre angle.




Soient les deux triangles ABC, DEF, ayant les deux angles B, & C, egaux aux deux angles E, & DFE, chacun au sien sçauoir B egal à E, & C, egal à DFE; Et soit premierement le costé BC adiacent aux angles B, & C, egal à EF, adiacent aux angles E, & DFE. Ie dis que les autres costez AB, AC, sont egaux aux autres costez DE, DF, chacun au sien, sçauoir AB, à DE, & AC, à DF, lesquels soustẽdent les angles egaux,

& que l'autre angle ſçauoir A, eſt egal à l'autre angle D.

Car ſi AB, n'eſt egal à DE, l'vn d'iceux ſera plus grand; ſoit donc DE, plus grand, s'il eſt poſſible duquel ſoit retrãché GE, [a] egal à AB, & ſoit menee GF. D'auãt que les deux coſtez AB, BC, du triangle ABC, ſont egaux aux deux GE, EF, du triangle GEF, chacun au ſien, & l'angle B, egal à l'angle E, par l'hypotheſe, la baſe [b] GF, ſera egale à la baſe AC, & tout le triangle GEF, egal à tout le triangle ABC, & l'angle GFE, egal à l'angle C, mais l'angle DFE, eſt poſé egal à l'angle C, par l'hypotheſe, donc l'angle GFE, ſera pareillement egal à l'angle DFE, la partie à ſon tout, ce qui eſt abſurde. Donc le coſté AB, n'eſt pas inegal à DE. Donc puis les deux coſtez AB, BC, ſont egaux aux deux DE, EF, chacun au ſien, & les angles B, & E, egaux contenus d'iceux coſtez, la baſe [c] AC, ſera egale à la baſe DF, & les autres angles A, & D, egaux; ce qui eſtoit propoſé.

a 3. 1.

b 4. 1.

c 4. 1.

Secondement ſoient les coſtez AB, DE, egaux, ſouſtendans les angles egaux C, DFE. Ie dis de rechef que les autres coſtez AC, CB, ſont egaux aux autres coſtez DF, FE, chacun au ſien, BC, à EF & AC à DF, & l'autre angle A egal à l'autre angle D. Car ſi BC, n'eſt egal à EF, ſoit l'vn d'iceux ſçauoir EF, plus grand, [d] du quel ſoit pris EH, egale à BC, & menee DH.

d 3. 1.

D'autant donc que les deux coſtez AB, BC, ſont egaux aux deux DE, EH, & les angles B, & E, cõtenus d'iceux, ſont poſez egaux, la baſe eſt egale à la baſe & l'angle DHE, [e] egal à l'angle C, mais l'angle DFE, eſt poſé egal à l'angle C. Donc l'angle DHE, ſera egal au meſme angle DFE, l'ex-

e 4. 1.

terne à ſon interne & oppoſé; ce qui eſt[c] abſurde: donc BC, n'eſt inegal à EF. Donc par la 4. prop. de ce liure l'on colligera comme auparauant que les deux autres coſtez ſont egaux aux deux autres, & l'autre angle egal à l'autre angle. Donc ſi deux triangles, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. [c] 16. 1.

## COROLLAIRE.

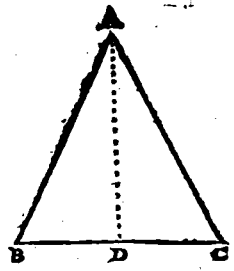
Il eſt facile à colliger de ceſte propoſition que tout le triangle eſt auſſi égal à tout le triangle, car en conſequence que les 2. coſtez AB, BC, ſont égaux au 2. DE, EF, la baſe AC, eſt[a] égale à la baſe DF, & tout le triangle eſt auſſi égal à tout le triangle. Ce qu'auions deſia demonſtré. [a] 4. 1.

*En ſuitte de ceſte propoſition, Clauius met deux Theoremes fort neceſſaires en Geometrie; leſquels nous n'obmettrons. Le premier eſt tel.*

Au triangle equilateral, ou iſoſcele, la ligne droicte menee de l'angle contenu des deux coſtez egaux, & diuiſant l'angle ou la baſe en deux parties egales, icelle ligne eſt perpendiculaire à la baſe; & ſi elle diuiſe l'angle en deux parties égales, elle couppera pareillement la baſe en deux également. Mais ſi elle couppe la baſe en deux parties égales, elle diuiſera ſemblablement l'angle en deux parties égales, & au contraire, la ligne menee perpendiculaire à la baſe, diuiſé, & la baſe & l'angle en deux parties égales.

*Soit le triangle ABC, duquel les deux coſtez AB, AC, ſoient egaux, & que l'angle A, ſoit premieremẽt diuiſé en 2. egalement par la ligne droicte AD, ie dis qu'icelle AD, eſt perpendiculaire à la baſe BC, & qu'elle couppe la baſe BC, en 2. egalement: Car puis que A*

*B, eſt égale à A C, & A D, cõmune les deux coſtez B A, A D, ſeront egaux aux deux C A, A D, & l'angle B A D, egal à l'angle C A D, a la baſe B D, ſera égale à la baſe C D, & les angles au poinct D egaux, & partant droicts.*




a 4. 1.

*Secondement que A D, diuiſe la baſe B C en 2. parties égales. Ie dis que A D, eſt perpendiculaire à B C, & qu'elle diuiſe l'angle B A C en 2. angles égaux. car puiſque B D eſt egale à C D, & A D commune, les deux coſtez B D, D A, ſeront egaux aux deux C D, D A, & la baſe A B, eſt égale à la baſe A C, par l'hypoteſe, les angles au poinct D* b *ſeront egaux, & partant droicts;* c *& les angles au poinct A auſſi egaux.*

b 8. 1.

c Coroll. 8. 1.

*Tiercement ſoit A D, perpendiculaire à B C. Ie dis que la baſe B C, & l'angle A ſont diuiſez en deux également. Car les angles B & C ſur la baſe B C,* d *ſont egaux, & les deux angles au poinct D egaux, puis que A D eſt perpendiculaire: dont puis que les deux angles B & D, du triangle A B D, ſont egaux aux deux D & C, du triangle A D C, chacun au ſien, le coſté A D, oppoſé aux angles égaux B & C commun, les* e *autres coſtez B D, C D ſeront egaux, & les autres angles au poinct A, egaux. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

d 5. 1.

e 26. 1.

## L'AVTRE THEOREME EST TEL.

Le triangle auquel vne ligne droicte menee perpendiculairement d'vn des angles ſur la baſe, diuiſe la baſe ou l'angle en deux egalement, a les deux coſtez contenans ledit angle, egaux: & ſi la baſe eſt diuiſee en deux parties égales, l'angle ſe-

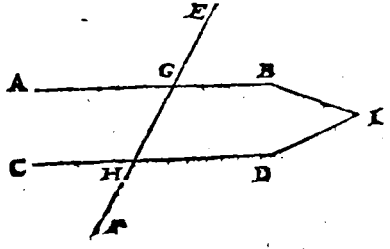
ra semblablement diuisé en deux parties egales: mais si l'angle est diuisé en deux parties egales, la base sera pareillement diuisee en deux parties gales.

*Au susdit triangle A B C, soit A D perpendiculaire à B C, & qu'elle diuise premierement la base B C en deux egalement. Ie dis que les costez A B, A C sont egaux, & les angles au poinct A, egaux: Car d'autant que les deux costez B D, D A, sont egaux aux deux C D, D A, & contiennent angles egaux, sçauoir droicts: les bases* e 4. 1. *A B, A C seront egales; & les angles au poinct A egaux, ce qui estoit premierement proposé.*

*Secondement que la perpendic. A D, couppe l'angle A en deux également. Ie dis que les costez A B, A C, sont egaux, & B D, C D, aussi egales: car puis que les 2. angles D & A, du triangle A B D, sont egaux aux 2. D & A, du triangle A C D, & le costé A D, adiacent à iceux est commun; f les costez A B, A C, & les co-* f 26. 1. *stez B D, C D, seront pareillement egaux. Ce qui estoit secondement proposé.*

## THEOREME 18. PROP. 27.

Si vne ligne droicte tombant sur deux autres lignes droictes, faict les angles alternes egaux entr'eux: icelles lignes droictes seront paralleles entr'elles. xxvij.




Que la ligne droicte EF, tombant sur les deux lignes droictes A B, C D, face les angles alter-

nes AGH, GHD, egaux entr'eux. Ie dis que AB, CD, ſont paralleles.

Car ſi elles ne ſont paralleles, eſtant prolongees infiniment de part & d'autre, elles ſe rencontreront, de la part de AC, ou de BD; autrement elles ſeroient paralleles, ſelon la definition des paralleles: qu'elles ſe rencontrent dõc, s'il eſt poſſible, de la part de BD, cõme au poinct I; par ainſi GIH, ſera vn triangle, duquel [a] l'angle externe AGH, ſera plus grand que l'interne & oppoſé GHD, ce qui eſt abſurde, car AGH, eſt egal à GHD, par l'hypotheſe: Donc AB, CD, ne ſe rencontreront, & [b] partant ſeront paralleles. Semblablement, l'on demonſtrera qu'elles ne ſe peuuent rencontrer de la part de A, C. Donc ſi vne ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[a] 16. 1.

[b] 34. def.

## THEOREME 19. PROP. 28.

xxviij. Si vne ligne droicte tombant ſur deux lignes droictes, faict l'angle externe egal à l'interne & oppoſé & de meſme part; ou les internes, & de meſme part, egaux à deux droicts: icelles lignes droictes ſeront paralleles entr'elles.

Que la ligne droicte EF, tombant ſur les lignes droictes, AB, CD, face premierement l'angle externe AGE, egal à ſon interne & oppoſé, de meſme part, GHC. Ie dis que AB, CD, ſont paralleles entr'elles.

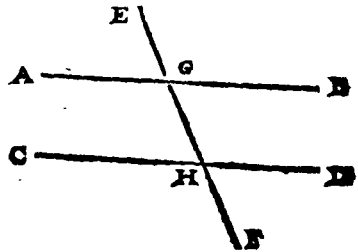
Car d'autãt que l'angle GHC, eſt egal à l'angle EGA, par l'hypotheſe, & que l'angle BGH, [a] eſt egal au meſme angle EGA, eſtant tous deux au sõmet G, les deux BGH, & GHC, leſquels ſont al-

[a] 15. 1.

ternes & oppoſez, [b] ſeront auſſi égaux entr'eux; partant AB, CD, ſeront paralleles entr'elles. [c]

[b] 1. e. ſ.
[c] 27. pre.

Secondement que EF, tombant ſur AB, CD, face les angles internes, & de meſme part ſçauoir AGH, & CHG, égaux




à deux droicts. Ie dis que AB, CD, ſont auſſi paralleles: Car puis que AGE, AGH, ſont [d] egaux à deux droicts; & que les deux internes AGH, & CHG, ſont poſez egaux à deux droicts, les deux angles AGE, AGH, ſeront egaux aux deux AGH, CHG, oſtant donc le commun AGH, [e] demeurera AGE, externe egal à ſon interne & oppoſé de meſme part, GHC; donc AB, CD, ſeront paralleles, par la premiere partie de ceſte propoſition: Partant ſi vne ligne, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[d] 13. pre.
[e] 3. e. ſ.

## THEOREME 20. PROP. 29. xxix.

Si vne ligne droicte, tõbe ſur deux lignes droictes paralleles; elle fera les angles alternes egaux entr'eux, & l'externe egal à ſõ interne & oppoſé, & de meſme part; & les deux internes & de meſme part, egaux à deux droicts.

Que la ligne droicte EF, tombe ſur les deux paralleles AB, CD, (voyez la figure precedente) Ie dis premierement que les angles alternes AGH, DHG, ſont egaux entr'eux.

Car s'ils ne ſont egaux, ſoit l'vn d'iceux, ſçauoir A G H, plus grand. D'autant donc que l'angle A G H, eſt plus grand que l'angle D H G, ſi
a 4. c.f. l'on adiouſte le commun B G H, a les deux A G H, B G H, ſeront plus grands que les deux B G
b 13. 1. H, D H G, mais les deux A G H, B G H, b ſont egaux à deux droicts, donc B G H, D H G, ſerõt plus petits que deux droicts; partant A B, C D,
c 13. c.f. ne ſeront paralleles, c ce qui eſt abſurde: car elles ſont poſees paralleles, Donc l'angle A G H, n'eſt plus grand que D H G, partant egal. S'il eſtoit dict eſtre plus petit, il en arriueroit la meſme abſurdité.

Secondement; Ie dis que l'angle extreme E G B, eſt egal à ſon interne & oppoſé de meſme part, G H D. Car d'autant que l'angle G H D, eſt monſtré egal à l'angle A G H, & que l'angle E G B,
d 15. 1. d eſt egal au meſme angle A G H, les angles E G B,
e 1. c.f. & G H D, e ſeront egaux entr'eux: ainſi l'on mõſtrera que E G A, eſt egal à G H C.

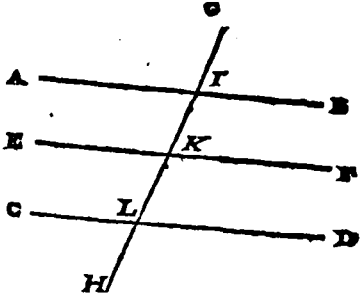
Tiercement; Ie dis, que les deux angles internes & de meſme part B G H. G H D, ſont egaux à deux droicts.

Car puis que l'angle exterme E G B, eſt monſtré egal à G H D, ſi on adiouſte le commun B G H,
f 3. c.f. f les deux angles B G H, G H D, ſerõt egaux aux
g 13. 1. deux E G B, B G H, g mais E G B, B G H, ſont egaux à deux droicts: donc B G H. G H D, ſeront auſſi egaux à deux droicts: par meſme raiſon les deux A G H, G H C, ſeront monſtrez egaux à deux droits. Donc ſi vne ligne droicte tombe, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

THEO-

## THEOREME 2L PROP. 30. XXX.

Les lignes droictes, paralleles à vne mesme ligne droicte, sont aussi paralleles entr'elles.




Que chacune des lignes droictes, A B, C D, soit parallele à la droicte, E F. Ie dis qu'elles sont paralleles entr'elles.

Car soit menee G H, couppant icelles aux poincts I, K, L. D'autant que la droicte ligne G H, tombe sur les paralleles A B, E F, l'angle A I K, sera egal [a] à l'alterne F K I. De rechef, d'autant que G H, tombe sur les paralleles C D, E F, l'angle D L K, sera egal [b] à l'angle I K F, l'interne à l'externe ou l'externe à l'interne & oppose de mesme part, mais A I K, est egal au mesme I K F, donc, A I K, & D L K, [c] seront egaux entr'eux, lesquels estans alternes, [d] les lignes A B, C D, seront paralleles. Donc, les lignes &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

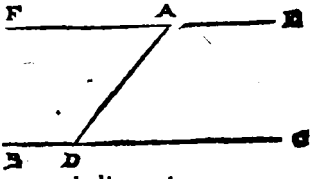
[a] 29. 1.
[b] 29. 1.
[c] 1. c. s.
[d] 28. 1.

### SCHOLIE.

*Que si quelqu'vn dict que A I, B I, sont paralleles à E F, & toutesfois ne sont paralleles entr'elles. Il faut respondre que A I, & B I, ne sont pas deux lignes, mais seulement les deux parties d'vne mesme ligne. Car il faut entendre que toutes paralleles se prolongent infiniment. Mais il appert que A I, rencontre B I, estant prolongee.*

## xxxj. PROBLEME 10. PROP. 31.

D'vn poinct donné mener vne ligne droicte, parallele à vne ligne droicte donnee.




Soit le poinct donné A, duquel il faut mener vne ligne droicte, parallele à la ligne droicte donnee B C. Soit prins le poinct contingent D, en la ligne donnee BC, & soit menee A D, faisant vn angle quelconque A D C, auec B C, & au poinct A, de la ligne droicte donnee A D, soit constitué[a] l'angle rectiligne F A D, egal à l'angle rectiligne donné ADC, & soit prolongee directement F A, vers E. D'autant que les deux angles alternes FAD, CDA, sont egaux, par la construction, la ligne A F, [b] sera parallele à B C, & menee du poinct donné A. Ce qu'il falloit faire.

a 23. 1.

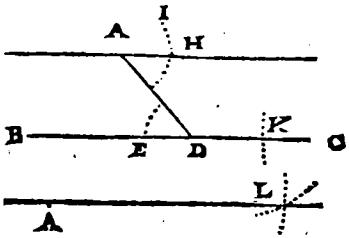
b 27. 1.

### SCHOLIE.

*Or le poinct doit estre assigné en tel lieu que la ligne droicte proposee estant prolongee directement, ne rencontre icelluy. Ce que l'on peut colliger manifestement de la construction du mesme problème. Car du poinct donné, il faut mener vne ligne faisant quelque angle auec icelle ligne donnee, ce qui ne se pourroit faire si le poinct estoit posé directement auec icelle.*

### PRACTIQVE.

*La practique de cette proposition se pourra faire facile-*




*ment en cette maniere. Soit le poinct A, duquel il faut mener vne ligne parallele à BC. Soit menee AD, faisant angle auec BC, puis des poincts A, & D, comme centres & de mesme interualle, soient descrits les arcs EF, GI, (de sorte toutesfois que l'interualle n'excede DA, ny DB,) & soit prins GH, egal à EF, & menee AH, elle sera parallele à BC.* [a] 27. 1.

*Autrement, en la ligne BC, soit prins le poinct contingent K, & du poinct A, comme centre & à l'interualle BK, soit descrit l'arc L, puis du poinct K, comme centre & de l'interualle AB, soit couppé iceluy arc par vn autre arc au poinct L, & soit menee la ligne droicte AL, icelle sera parallele à BC.*

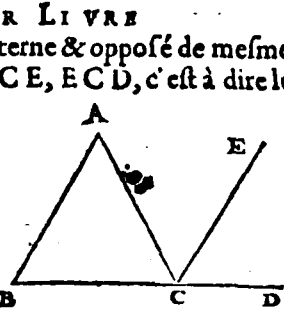
## THEOREME 22. PROP. 32. xxxij.

De tout triangle, l'vn des costez estant prolongé, l'angle externe est egal aux deux internes & opposez: & les trois angles internes de tout triangle, sont egaux à deux droicts.

Soit le triangle ABC, duquel vn des costez, sçauoir, BC, soit prolongé au poinct D. Ie dis premierement que l'angle externe ACD, est egal aux deux internes & opposez A, & B. Car du poinct C, soit menee [a] CE, parallele à BA. [a] 31. 1.

D'autant que AC, tombe sur les paralleles AB, CE, les angles alternes [b] A, & ACE, sont egaux, derechef d'autant que BD, tombe sur les paralleles AB, CE, les angles B, & ECD, seront [b] 29. 1.

c 29. 1. c egaux, l'externe à l'interne & opposé de mesme part, partant les deux A C E, E C D, c'est à dire le tout A C D, sera egal aux deux A, & B, l'externe, aux deux internes & opposez; ce qui estoit proposé.




Secondement, ie dis que les trois angles internes du mesme triangle A B C, sçauoir A, B, & A C B, sont egaux à deux droicts.

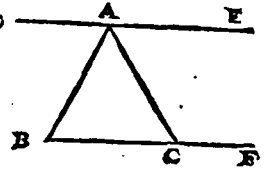
Car d'autant que A, & B, sont egaux à l'angle A C D, comme nous auons monstré, si l'on ad- d 2. def. iouste l'angle commun A C B, les trois d A, B, & A C B, seront egaux aux deux A C B, & A C D, mais les deux A C B, A C D, sont egaux à deux e 13. 1. e droicts, donc les trois A, B, & A C B, sont egaux à deux droicts. Donc de tout triangle &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*Puis qu'il a esté demonstré par la 16. prop. que l'angle externe de tout triangle est plus grand que chacun des internes & opposez; & icy est monstré que le mesme externe est egal aux deux internes & opposez ensemble, il est manifeste que, lequel que l'on voudra des deux internes & opposez, est excedé de l'angle externe, de la quantité de l'autre angle interne & opposé. Comme au triangle precedent, l'angle A, interne & opposé, est excedé par l'externe A C D, de la quantité de l'autre angle interne & opposé B, & l'angle interne B, est excedé de l'externe A C D, de la quantité de l'angle A, d'autant que l'angle A C D, externe a esté monstré egal aux deux A, & B. Derechef, d'autant qu'il est demonstré par la 17. prop.*

*que deux angles de quelconque triangle en quelque façon qu'ils soient prins sõt moindres que deux droicts, & icy que tous les trois sont egaux à deux droicts, il eſt manifeſte que deux des angles, defaillent de deux droicts, de la quantité de l'autre angle du triangle. Comme au meſme triangle, les deux angles A, & B, defaillent de deux droicts de la quantité de l'angle A C B.*

*Or les premiers de tous ceux qui ont monſtré que tout triangle auoit les trois angles egaux à deux droicts, comme rapporte Eudemus, ont eſté les Pythagoriciens: comme s'enſuit. Soit le triangle A B C, & par le poinct A, ſoit* [a] *menee la ligne D E, parallele à A C.*




a 31. 1.

*D'autant que les angles alternes* [b] *D A B, & A B C, ſont egaux; ſi l'on adiouſte les angles egaux, E A C, & A C B, (car ceux cy ſont auſſi alternes,) les deux angles* [c] *D A B, E A C, ſeront egaux aux deux A B C, A C B. Donc ſi l'on adiouſte l'angle commun, B A C, les trois angles, D A B, B A C, C A E,* [d] *ſeront egaux aux trois angles A B C, B A C, & B C A; mais les trois D A B, B A C, C A E,* [e] *ſont egaux à deux droicts. Donc les trois internes du triangle A B C, ſont auſſi egaux à deux droicts. Ce qui eſt propoſé.*

b 29. 1.

c 2. c. ſ.

d 2. cõ ſ.

e 13. 1.

*De cecy nous conclurons facilement, ſi le coſté B C, eſt prolongé à F, que l'angle externe A C F, eſt egal aux deux internes & oppoſez A B C, B A C. Car d'autant que les trois angles A B C, B A C, A C B, ſont egaux à deux droicts cõme nous auons monſtré. Mais les* [f] *deux A C B, A C F, ſont auſſi egaux à deux droicts, donc ces trois là ſont egaux à ces deux icy, donc en oſtant le cõmun A C B, demeurera l'angle* [g] *externe A C F, egal aux deux internes & oppoſez, B, & B A C.*

f 13. 1.

g 3. cõ ſ.

*La premiere partie de la proposition d'Euclide pourra aussi estre facilement conuertie. Sçauoir est que si d'vn angle d'vn triangle l'on mene vne ligne droicte, de sorte que l'angle externe soit egal aux deux internes & opposez, icelle ligne droicte & le costé du triangle se rencontreront directement. Car du poinct C, soit menee C D, & que l'angle A C D, soit egal aux deux internes B, & A, Ie dis que B C, C D, se rencontrent directement.*

*Car puis que l'angle A C D, est egal aux deux B, & A, si l'on adiouste le commun A C B, les deux angles* [h] *A C B, & A C D, seront egaux aux trois, A, B, & A C B,* [i] *mais ces trois là sont egaux à deux droicts, donc ces deux cy A C B, A C D, seront aussi egaux à deux droicts,* [k] *partant B C, C D, seront constituees directement.*

h 2. cõ. s.
i 32. 1.
k 14. 1.

Sçauoir combien vallent d'angles droicts tous les angles de quelconque figure rectiligne.

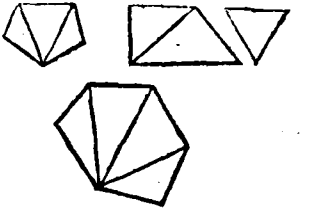
*De cette trente-deuxiesme proposition nous colligerons en deux manieres, à combien d'angles droicts sont egaux, tous les angles internes, de chaque figure rectiligne. La premiere maniere sera telle que s'ensuit.*

Tous les angles de quelque figure rectiligne que ce soit, sont egaux à deux fois autant d'angles droicts, qu'icelle est en nombre entre les figures rectilignes.

*C'est à dire que tous les angles de la premiere figure, qui est le triangle, sont egaux à deux fois vn droict, c'est à dire à deux droicts, comme il est demonstré.* [l] *Mais les angles de la seconde figure rectiligne qui est la figure de quatre costez sont egaux à deux fois deux droicts c'est à dire à quatre droicts. Les angles de la troisiesme figure rectiligne qui est le pẽtagone sont egaux à trois fois deux droicts, c'est à dire à six droicts: & ainsi de suitte. Or vne figure*

l 32. 1.

*rectiligne tient tel ordre entre les figures rectilignes que denotte le nombre de ſes coſtez ou de ſes angles, apres en auoir retranché deux: d'autant que deux lignes droictes n'encloſt poinct de ſuperficie & partant ne conſtituent poinct de figure, parquoy il faut à tout le moins trois lignes droictes pour conſtituer vne figure rectiligne, deſquelles ſera faict le triangle, qui a trois coſtez & autant d'angles, deſquels deux eſtant oſtez reſtera vn. Ainſi la figure de vingt coſtez ou vingt angles ſera la 18. entre les figures rectilignes, car deux eſtant oſtez de 20. reſte 18. & faut entendre le meſme des autres figures. Partant la figure contenue de 20. coſtez, puis qu'elle eſt la 18. aura 20. angles egaux à 36. angles droicts, ſçauoir eſt à deux fois 18. droicts comme nous auons dict premierement. Semblablement tous les dix angles de la figure rectiligne contenuë de 10. coſtez, ſeront egaux à 16. droicts, puis qu'vne telle figure eſt la huictiéme entre les figures rectilignes. Or cecy ſera ainſi demonſtré. Toute figure rectiligne peut eſtre diuiſee en autant de triangles, qu'elle eſt en nombre entre les figures rectilignes, ou qu'elle a d'angles, ou de coſtez, deux eſtant oſtez.*

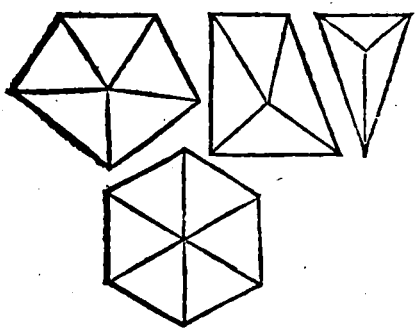


*Car de chacun angle d'icelle l'on peut mener des lignes droictes à tous les angles oppoſez, mais aux deux angles prochains l'on n'en peut pas mener. Parquoy la figure ſera diuiſee en autant de triangles, qu'icelle a d'angles, deux eſtant oſtez. Ainſi, l'on void que le triangle ne peut eſtre diuiſé en autres triangles; mais la figure quadrilatere peut eſtre diuiſee en deux triangles, le pentagone ou figure de cinq coſtez, peut eſtre diuiſee en trois, l'exagone en 4. & 5. Donc puis que les angles de ces triangles, con-*

*ſtituent tous les angles de la figure rectiligne propoſee; & que tous les angles de quelconque triangle ſont egaux à deux droicts; il eſt euident que tous les angles de quelque figure rectiligne que ce ſoit, ſont egaux à deux fois autãt de droicts qu'il y a de triangles en icelle, c'eſt à dire quantieſme elle eſt entre les figures rectilignes. Ce qui ſe void manifeſtement aux figures propoſees.*

La ſeconde maniere, par laquelle l'on peut ſçauoir la valeur des angles de quelconque figure rectiligne, eſt telle.

Tous les angles d'vne figure rectiligne quelconque elle ſoit, ſont egaux à deux fois autant de droicts, quatre eſtant oſtez, qu'elle a de coſtez, ou d'angles.



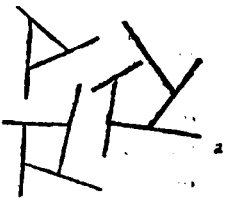
*C'eſt à dire, que les angles de quelconque triangle ſont egaux à deux fois trois droicts, quatre eſtant oſtez, c'eſt à ſçauoir à deux droicts. Ainſi les angles de la figure contenue de 20. coſtez, ſeront egaux à 20. fois deux droicts, 4. eſtant oſtez, c'eſt à dire à 36. angles droicts &c. Et la demonſtration en eſt telle. Si de quelconque poinct prins en la figure l'on mene des lignes droictes à tous les angles, l'on conſtituera autant de triangles que ladicte figure a de coſtez ou d'angles, puis donc*

a 32. 1. *que les angles de quelconque triangle[a] ſont egaux à deux*

*droicts, tous les angles d'iceux triangles seront egaux à deux fois autant d'angles droicts, que la figure a de costez.*

*Mais les angles des mesmes triangles, lesquels sont constituez à l'entour du poinct prins au dedans de la figure n'appartiennent pas aux angles de la figure rectiligne proposee, comme il appert. Parquoy si ces angles là sont ostez, les autres angles des triangles, constituant les angles de la figure proposee, seront pareillemẽt egaux à deux fois autant de droicts, ceux qui sont constituez au tour du poinct prins au dedans de la figure estant ostez, que la figure a d'angles ou de costez. Or tous ces angles là, constituez à l'entour de ce poinct prins en la figure, en quelque nombre qu'ils soient, sont egaux à 4. droicts tant seulement, comme nous auons colligé de la 15. prop. Partant tous les angles de quelconque figure rectiligne sont egaux à deux fois autant de droicts, 4. estant ostez, qu'icelle figure contient d'angles ou a de costez. Ce qui est proposé.*

*Or de cette maniere ainsi demonstree il est manifeste que si chacun des costez de quelcõque figure rectiligne est prolongé d'ordre, vers mesme part, tous les angles externes sont egaux à quatre droicts. Car vn chacun externe auec son interne de suitte, [a] sont egaux à deux droicts, & partãt tous les internes, ensemble auec tous les externes sont egaux à deux fois autant de droicts, que la figure a d'angles, ou de costez. Or les internes seulement sont egaux à deux fois autant de droicts moins 4. comme nous auons monstré. Donc si l'on oste les internes, les externes demeureront tant seulement egaux à 4. droicts, lesquels defaillent des angles internes, afin que les internes & externes ensemble soient egaux à deux fois autant de droicts, qu'il y a de costez à cõtenir la figure. Pour exemple. En tout trian-*



[a] 13 1.

*gle, les angles internes & externes ensemble sont egaux à six angles droicts.*

[b] 32. 1. *Car puisque les internes sont egaux [b] à deux droicts, les externes seront seulement egaux à quatre droicts. Au quadrilatere ou figure de quatre costez, les angles externes & internes ensemble sont egaux à huict droicts. Donc d'autant que les internes seulement, sont egaux à quatre droicts comme nous auons monstré, les seuls externes seront aussi egaux à quatre droicts. Au pentagone, ou quinqu'angle, c'est à dire en la figure de cinq costez ou de cinq angles, les angles internes & externes ensemble sont egaux à dix droicts. Mais d'autãt que les internes sõt egaux à six droicts, comme nous auons demonstré, les angles externes demeureront egaux à quatre droicts tant seulement. Toutes lesquelles choses se peuuent voir par les figures cy appoſees. Et faut entendre le mesme en toutes les autres figures.*

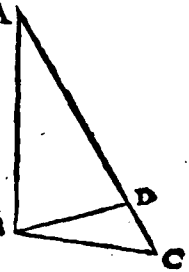
## COROLLAIRE. 1.

De cette 32. prop. l'on peut colliger, que les trois angles de quelconque triangle prins ensemble, sont egaux aux trois angles prins ensemble de quelconque autre triangle : D'autant que tant les trois de l'vn que les trois de l'autre [a] sont egaux à deux angles droicts. Donc si deux angles d'vn triãgle sont egaux à deux angles d'vn autre triangle, le troisiéme de l'vn, sera aussi egal au troisiéme de l'autre.

[a] 32. 1.

## SCHOLIE.

*Clauius adiouste icy, & Henrion apres luy.* Et iceux triangles seront equiangles. *Ce qui n'est pas touſiours vray; Car au triangle A B C, soit menee la ligne droicte B D, diuisant le triangle, comment que ce soit, en deux A B D, B D C. D'autant que l'angle externe B D A,*




[a] *est egal aux deux internes & opposez, C, & C B D, si on adiouſte le commun A B D,* [b] *les deux angles A B D, A D B, du triangle A D B, ſeront egaux aux deux A B C, & A C B, du triangle A C B, & l'angle A, eſt commun à tous les deux triangles; & toutesfois ces deux triangles A B C, A B D, ne ſont equiangles, combien que deux angles de l'vn ſoient egaux à deux angles de l'autre, & le 3. au troiſiéme; puis que chacun des angles de l'vn n'eſt egal à chacun des angles de l'autre. Et faudroit qu'il y euſt ainſi.*

[a] 32. 1.

[b] 2. ch. ſ.

Donc ſi deux angles d'vn triangle, ſont egaux à deux angles d'vn autre triangle, chacun au ſien, l'autre angle de celuy-là ſera egal à l'autre angle de ceſtuy-cy, & iceux triangles ſeront equiangles.

## COROLLAIRE. 2.

Il eſt auſſi euident qu'en tout triangle iſoſcele duquel l'angle contenu des coſtez egaux eſt droict, qu'vn chacun des autres qui ſont ſur la baſe eſt demi-droict. Car ces deux enſemble conſtituent vn droict: [a] puis que les trois ſont egaux à deux droicts, & que le troiſieſme eſt poſé droict; partant puis que les deux reſtans ſont egaux entr'eux, vn chacun d'iceux ſera demi-droict. Mais ſi l'angle contenu des coſtez egaux eſt obtus vn chacun des autres ſera moindre que demi-droict: & les deux enſemble moindres qu'vn droict, ſi finalement l'angle ſuſdict eſt agu, vn chacun des autres ſera plus grand que demi-droict: d'autant que les deux enſemble ſont plus grands qu'vn droict &c.

[a] 32. 1.

## COROLLAIRE 3.

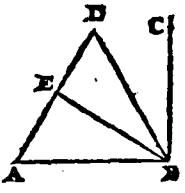
Il eſt pareillement manifeſte, que chacun angle du triãgle equilateral, eſt les deux tiers d'vn droict, ou le tiers de deux droicts. Car les deux angles droicts, [a] auſquels ſont egaux les trois angles d'vn triangle equilateral, eſtant diuiſez en trois angles, conſtituent chacun angle, de deux tiers d'vn droict.

a 32. 1.

## COROLLAIRE 4.

Il eſt auſſi euident que ſi l'on mene vne ligne perpendiculaire d'vn des angles du triangle equilateral, ſur le coſté oppoſé, l'on conſtituera deux triangles ſcalenes, vn chacun deſquels aura vn angle droict, adiacent à la perpendiculaire, vn autre ſera les deux tiers d'vn droict ſçauoir celuy, qui eſt auſſi angle, du triangle equilateral, finalement l'autre ſera le tiers d'vn droict.

## SCHOLIE.

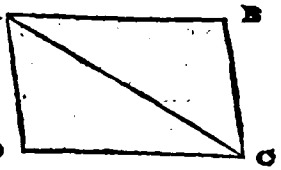



*Du troiſieſme corollaire on trouuera vne methode par laquelle l'angle droict peut eſtre diuiſé en trois angles egaux. Car ſoit faict l'angle droict A B C, & ſur A B, ſoit* [a] *conſtitué vn triangle equilateral: & d'autãt* [*] *que l'angle A B D, faict les deux tiers de l'angle droict A B C, l'angle C B D, ſera la tierce partie du meſme angle droict. Donc ſi l'on diuiſe l'angle* [b] *A B D, en deux egalement par la ligne B E, chacun des deux angles A B E, & E B D, ſera pareillement la tierce partie d'vn droict, partant l'angle droict A B C, eſt diuiſé en trois angles egaux. Ce qui eſt propoſé.*

a 1. Premier.
+ Corol. 3. 32. 1.
b 9. 1.

## THEOREME 23. PROP. 33. xxxiij.

Les lignes droictes, lesquelles conioingnent deux lignes droictes egales & paralleles & de mesme part: icelles sont pareillement egales & paralleles.



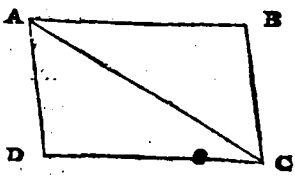

Soient A B, C D, egales & paralleles, & que les lignes droictes A D, B C, conioignēt icelles de mesme part A D, & B C. Ie dis que les lignes A D, & B C, sont aussi egales & paralleles.

Car soit menee A C. D'autant que A C, tombe sur les paralleles A B, D C, [a] les angles B A C, D C A, alternes seront egaux entr'eux. Et d'autant que A B, est egale à D C, par l'hypothese, & A C, commune, les deux costez B A, A C, du triangle B A C, sont egaux aux deux D C, C A, du triangle D C A, chacun au sien, & l'angle B A C, egal à l'angle D C A, contenus d'iceux costez egaux, la base [b] A D, sera egale à la base B C, & tout le triangle A B C, à tout le triangle D C A, & les autres angles aux autres angles, chacun au sien, sçauoir D, egal à B, & D A C, egal à B C A, lesquels estant alternes [c] les lignes A D, B C, seront paralleles, mais elles sont aussi monstrees egales; elles seront donc egales & paralleles. Donc les lignes &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[a] 29. 1.
[b] 4. 1.
[c] 27. 1.

## xxxiv. THEOREME 24. PROP. 34.

Les coſtez & les angles oppoſez des figures ou eſpaces parallelogrammes, ſont egaux entr'eux : Et le diametre couppe iceux parallelogrammes en deux egalement.




Soit le parallelogramme ABCD, auquel ſoit mené le diametre AC. Ie dis que les coſtez oppoſez AB, DC, & AD, BC ſont egaux entr'eux : pareillément que les angles oppoſez BAD, BCD, & B, & D, ſont auſſi egaux entr'eux, & que le diametre AC, diuiſe ledit parallelogramme en deux egalement, c'eſt à dire en deux triangles egaux.

Car puis que AB, DC, ſont paralleles & que
a 29.1. AC, tombe ſur icelles, a les angles alternes BAC, DCA, ſont egaux entr'eux. De rechef puis que AD, BC, ſont paralleles, les angles alternes BCA, DAC, ſont auſſi egaux : donc puis que les deux angles BAC, BCA, du triangle ABC, ſont egaux, aux deux DAC, DCA, du triangle ADC, chacun au ſien, & le coſté adiacent à iceux angles
b 26.1. egaux cõmun à tous les deux triangles ; b les deux coſtez AD, DC, ſeront egaux aux deux autres AB, BC, chacun au ſien, ſçauoir AB, egal à ſon oppoſé DC, & AD, egal à BC, oppoſé & l'angle B, egal à l'angle D ; Et d'autant que les deux angles au poinct A, ſont monſtrez egaux aux deux,

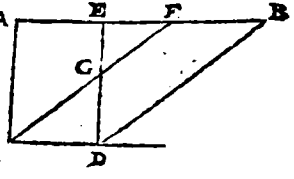
au poinct C, l'angle total A, sera egal à son oppose total C; Donc les costez & les angles opposez sont egaux entr'eux.

Mais d'autant qu'aux triangles A B C, A D C, les deux costez A B, B C, sont egaux aux deux C D, D A, chacun au sien, & les angles D, & B, contenus d'iceux costez sont egaux, comme il a esté monstré; c tout le triangle A B C; sera egal à tout le triangle A D C, partant le diametre diuise le parallelogramme en deux egalement. Donc les costez & les angles &c. Ce qu'il falloit demonstrer. c 4. 1.

XXV.

## THEOREME 25. PROP. 35.

**Les parallelogrammes constituez sur vne mesme base, & entre mesmes paralleles, sont egaux entr'eux.**



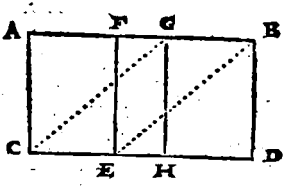

Soient les parallelogrammes A C D E, F C D B, constituez sur mesme base C D; & entre mesmes paralleles, A B, C D. Ie dis qu'ils sont egaux entr'eux.

Car d'autant que A C D E, est parallelogramme, a A E, est egale à C D; par mesme raison F B, est egale à C D; b partant A E, F B, sont egales entr'elles: donc si on adiouste la commune E F, c la toute A F, sera egale à la toute E B; d mais A C, est aussi egale à E D. Donc les deux costez F A, A C, du triangle F A C, sont egaux aux deux, B E, E D, du triangle B E D, chacun au sien; & les angles A, & E, contenus d'iceux co- a 34. 1. b 1. c. f. c 2. c. f. d 34. 1.

stez, [e] sont egaux, l'externe à l'interne, ou au cõ-
[e] 29. 1. traire: donc la base [f] F C, sera egale à la base B D;
[f] 4. 1. & tout le triangle F A C, à tout le triangle B E D,
desquels si on oste le commun triangle E G , [g] le
[g] 3. c.f. trapeze A E G C, restera egal, au trapeze B F G D,
auſquels trapezes, si on adiouste derechef le com-
[h] 2. c.f. mun triangle C D G, [h] tout le parallelogramme
A C D E, sera egal, à tout le parallelogramme
B D C F: Donc les parallelogrammes constituez
sur mesme base, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## XXXVI. THEOREME 26. PROP. 36.

**Les parallelogrammes constituez sur bases egales, & entre mesmes paralleles, sont egaux entr'eux.**




Soient les parallelogrammes A C E F, & B G H D, constituez sur bases egales C E, H D, & entre mesmes paralleles A B, C D. Ie dis qu'ils sont egaux entr'eux.

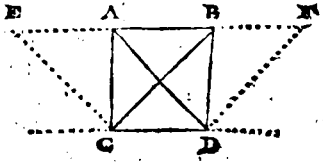
Car soient menees les lignes droictes C G, E B, d'autant que G B, [a] est egale à H D, & C E, est
[a] 34. 1. posee egale à la mesme H D, les deux [b] G B, &
[b] 1. c.f. C E, seront egales entr'elles, lesquelles estant paralleles par l'hypothese, les lignes C G, E B, qui les conioignent [c] seront aussi egales & paralleles,
[c] 33. 1. & B G C E, sera parallelogramme. Partant le parallelogramme A C E F, sera egal au parallelo-
[d] 35. 1. gramme G C E B, [d] estant sur mesme base C E, & entre mesmes paralleles. Par les mesmes raisõs le parallelogramme G H D B, sera egal au mesme

paralle-

parallelogramme G C E B, estant sur mesme base G B, & entre mesmes paralleles. Donc les parallelogrammes A C E F, & D B G H, [c] sont egaux entr'eux; partant les parallelogrammes constituez &c. Ce qu'il falloit demonstrer. [c] 1. 6. f.

## THEOREME 27. PROP. 37. xxxvij

Les triangles constituez sur mesme base & entre mesmes paralleles, sont egaux entr'eux.

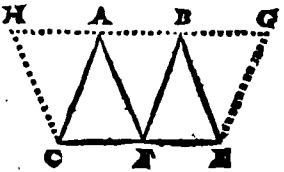



Soient les triãgles A C D, B C D, constituez sur mesme base C D, & entre mesmes paralleles A B, C D. Ie dis qu'ils sont egaux entr'eux.

Soit menee C E, parallele à D A, [a] & D F, parallele à C B, rencontrant A B, prolongee de part & d'autre aux poincts E, & F, les figures A D C E, B C D F, seront parallelogrammes, lesquels estãt constituez sur mesme base C D, & entre mesmes paralleles, seront egaux entr'eux; mais les diametres A C, B D, les diuisent [c] en deux egalement. Donc leurs moitiez qui sont les triangles proposez A C D, B C D, [d] seront aussi egaux entr'eux. Donc les triangles &c. Ce qu'il falloit demonstrer. [a] 31. 1. [b] 35. 1. [c] 34. 1. [d] 7. e. f.

xxxviij. ## THEOREME 28. PROP. 38.

Les triangles conſtituez ſur baſes egales, & entre meſmes paralleles ſont egaux entr'eux.



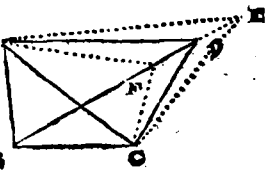

Soient les triangles ACF, BFE, conſtituez ſur baſes egales CF, FE, & entre meſmes paralleles AB, CD. Ie dis qu'ils ſont egaux, entr'eux.

Car ſoient menees CH, EG [a] paralleles à FA, FB, rencontrant AB, prolongee de part & d'autre aux poincts H, & G; AFCH, & BFEG, ſeront parallelogrammes, [b] & egaux entr'eux, deſquels les triangles propoſez ACF, BFE, [c] ſont les moitiez; partant iceux triangles [d] ſeront auſſi egaux entr'eux. Donc les triangles conſtituez &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[a] 31. 1.
[b] 36. 1.
[c] 34. 1.
[d] 7. c. ſ.

## THEOREME 29. PROP. 39.

xxxix. Les triangles egaux conſtituez ſur meſme baſe, & de meſme part, ſont auſſi entre meſmes paralleles.




Sur la baſe BC, & de meſme part AD, ſoient conſtituez deux triangles egaux ABC, DBC. Ie dis qu'ils ſont auſſi entre meſmes paralleles, c'eſt à dire que la ligne droicte menee de A, à D, eſt parallele à BC.

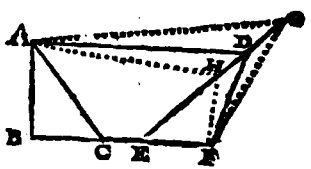
Car si A D, n'estoit parallele à B C, l'on en pourroit mener vne parallele à icelle B C, qui passeroit au dessus de A D, ou au dessous : soit donc menee [a] A F, parallele à B C, si A D, ne luy est parallele; & soit conioincte C F. [a] 31.

D'autant que A F, B C, sont paralleles, le triangle F B C, sera egal au triangle [b] A B C, mais le triangle D C B, est egal au mesme triangle A B C, par l'hypothese, donc les triangles [c] F B C, & D C B, seront egaux entr'eux, la partie & le tout; ce qui est absurde. [b] 37. 1. [c] 1. c. s.

Si l'on dict que la ligne parallele à B C, menee du poinct A, vers D, passera au dessus de A D, il en arriuera la mesme absurdité, donc A D, est parallele à B C. Partant les triangles egaux &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 30. PROP. 40. XL.

**Les triangles egaux, constituez sur bases egales, & de mesme part; sont aussi entre mesmes paralleles.**




Sur les bases egales B C, E F, & de mesme part A, D, soient constituez les triangles egaux A B C, D E F. Ie dis qu'ils sont entre mesmes paralleles, c'est à dire que la ligne menee du poinct A, à D, est parall. B F.

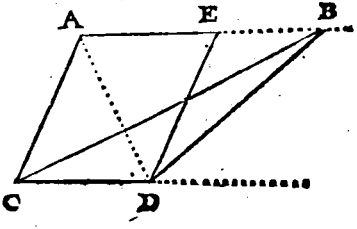
Car autrement on pourroit mener vne ligne parallele à B F, du poinct A, laquelle tomberoit au dessous de A D, ou au dessus.

Soit donc menee [a] A G, parallele à B F, s'il est [a] 31.

possible & soit conioincte G F. D'autant que les lignes A G, B F, sont paralleles, le triangle G E F,
b 38 1. sera b egal au triangle A B C, mais le triangle D F E, est egal au mesme triangle A B C, par l'hy-
c 1. cõ. f. pothese; Donc les triangles D F E, c & G E F, seront egaux entr'eux, la partie & le tout, ce qui est absurde. Si la parallele est dicte passer au dessus de A D, il en arriuera la mesme absurdité. Donc A D, est parallele à D F. Partant les triangles egaux &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

XLI. THEOREME 31. PROP. 41.

Si vn parallelogramme a mesme base qu'vn triangle & est entre mesmes paralleles que le triangle, le parallelogramme, sera double du triangle.



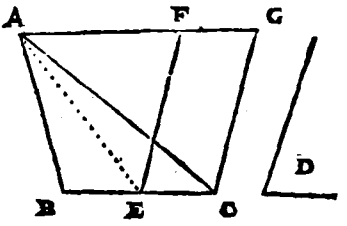

Entre les paralleles A B, C D, & sur la base C D, soit constitué le parallelogramme A C D E, & le triangle B C D. Ie dis que le parallelogramme est double du triangle B C D.

Car ayant mené le diametre A D, le triangle A
a 37 1. C D, a sera egal au triangle B C D; mais le parallelogramme A C D E, est double du triangle A
b 34 1. C D, d'autant b que les triangles A C D, A E D, sont egaux, donc le mesme parallelogramme A C
c 6. cõ. f. D E, c est aussi double du triangle B C D.

## PROBLEME II. PROP. 42. xlij.

Constituer vn parallelogramme egal à vn triangle donné, en vn angle rectiligne donné.

*C'est à dire, qui ait vn angle egal à vn angle rectiligne donné.*




Soit le triangle donné A B C, & l'angle rectiligne donné D, il faut constituer vn parallelogramme egal au triangle donné A B C, en vn angle egal à l'angle D, c'est à dire, qui ait vn angle egal à l'angle D.

Soit diuisé vn des costez du triangle lequel qu'on voudra, sçauoir B C, en deux [a] egalement au poinct E, & soit conioincte A E, & soit faict l'angle C E F, [b] egal à l'angle donné D, puis soit menee [c] A F, parallele à B C, rencontrant E F, au poinct F: soit aussi du poinct C, menee C G, parallele à E F, rencontrant A F, prolongee au poinct G, & l'on aura constitué le parallelogramme F E C G, en l'angle C E F, qui est egal à l'angle donné D, lequel parallelogramme, ie dis estre egal au triangle donné A B C.

[a] 10. 1.
[b] 23. 1.
[c] 31. 1.

D'autant que les triangles A B E, A E C, sont egaux [d] estant constituez sur bases egales B E, E C, & entre mesmes paralleles A F, B C, le triangle total A B C, sera double du triangle A E C. Mais

[d] 38. 1.

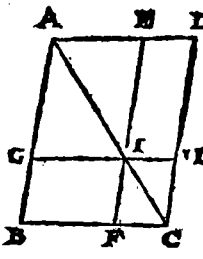
e 41. 1. le parallelogramme F E C G, est e aussi double du mesme triangle A E C, donc le triangle A B C,
f 6. e. f. f & le parallelogramme F C, seront egaux entr'eux, & le parallelogramme F C, a l'angle C E F, egal à l'angle donné D, par la construction. Partant nous auons constitué vn parallelogramme, &c. Ce qu'il falloit faire.

## SCHOLIE.

*La practique tant de cette proposition que de la suiuante est facile à entendre par la construction d'icelles.*

xliij. ## THEOREME 32. PROP. 43.

**En tout parallelogramme, les complemens des parallelogammes qui sont à l'entour du diametre, sont egaux entr'eux.**




Au parallelogramme A B, C D, soient les parallelogrammes G E, F H, à l'entour du diametre A C, & les complements D G, G B, comme nous auons dict à la 37. definition. Ie dis qu'iceux complements sont egaux entr'eux.

g 34. 1. Car puisque les triangles A B C, & A D C, g sõt egaux entr'eux (car le diametre A C, diuise le parallelogramme en deux egalement) & que les deux triangles A G I, A E I, sont aussi egaux entr'eux par la mesme raison, si ces deux derniers
h 3. e. f. sont retranchez des deux premiers h les trapeses G B F C I, E D H C I, demeureront egaux en-

tr'eux; mais les triangles FIC, & HIG, [c] ſont auſſi egaux entr'eux, donc s'ils ſont oſtez d'iceux trapeſes, les complements [d] DG, & GB, demeureront egaux. Donc en tout parallelogramme &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[c] 34. 1.

[d] 3. ax. 5.

## SCHOLIE

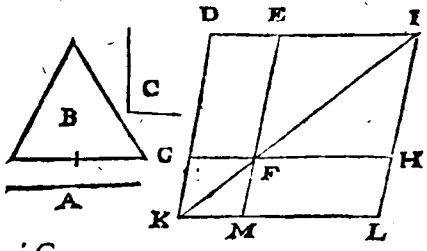
*Henrion a coppié cette propoſition d'vn autre qui l'a ainſi traduite. En tout parallelogramme, les ſupplements des parallelogrammes qui ſont ſur le diametre, ſont egaux entr'eux. Mais s'il ſçauoit lire le texte d'Euclide & l'entendre, il auroit bien peu voir qu'il y a ainſi, παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. C'eſt à dire; de tout parallelogramme, les complements des parallelogrammes qui ſont à l'entour du diametre, ſont egaux entr'eux. D'où il eſt facile à voir qu'il faut traduire, ces mots, περὶ τὴν διάμετρον, à l'entour du diametre, & non pas, ſur le diametre, comme dict Henrion, puis que ſelon Euclide, vne figure eſt dicte eſtre ſur vne ligne, quand icelle ligne eſt vn des coſtez de ladicte figure. Or ledict Henrion deuoit au moins voir le Latin de Clauius ou autres, où il y a, circa diametrum, & prendre vn dictionnaire pour en voir la ſignification, s'il ne la pouuoit entendre.*

## PROBLEME 12. PROP. 44. XLIV.

A vne ligne droicte donnee, appliquer vn parallelogramme egal à vn triangle donné, en vn angle rectiligne donné.

Soit la ligne droicte donnee A, & le triangle B, & l'angle rectiligne donné C; il faut appliquer vn parallelogramme à la ligne donnee A, egal au trian-

gle donné C, en vn angle egal à l'angle C, c'eſt à dire, qui ait vn angle egal à l'angle donné C.

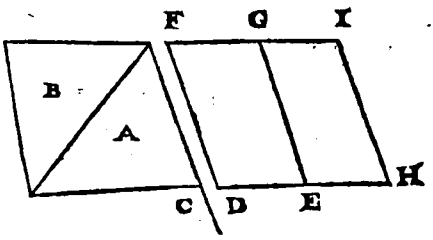



Soit conſtitué le parallelogramme D E F G, [a] egal au triangle donné B, ayant l'angle G F E, egale à C, puis ſoit prolongee G F, au poinct H, en ſorte que F H, ſoit egale à A, & par H, ſoit menee H I, [b] parallele à F E, rencontrant D E, prolõgee au poinct I: par apres ſoit mené le diametre I F, par le poinct F, rencontrant D G, prolongee à K; & par K, ſoit menee K L, [c] parallele à G H, rencontrant I H, prolõgee à L, & ſoit prolongee E F, au poinct M. Ie dis que le parallelogramme L M F H, eſt le requis. Car il a le coſté F H, egal à la ligne donnee A, par la conſtruction & l'angle H F M, [d] eſt egal à l'angle E F G, lequel eſt faict egal à l'angle C, donc H F M, ſera auſſi egal à C: & finalement le parallelogramme F L, [e] eſt egal au parallelogramme G E, le complement, au cõplement, lequel G E, eſt faict egal au triangle B. Donc F L, ſera auſſi egal à B. Donc à vne ligne droicte donnee &c. Ce qu'il falloit faire.

[a] 42. 1.
[b] 31. 1.
[c] 31. 1.
[d] 15. 1.
[e] 43. 1.

XLV. PROBLEME 13. PROP. 45.

Conſtituer vn parallelogramme egal à vne figure rectiligne donnee, en vn angle rectiligne donné.




Soit le rectiligne donné AB, diuisé en deux triangles, & l'angle rectiligne donné C: il faut constituer vn parallelogramme egal au rectiligne donné A,B, qui ait vn angle egal à l'angle rectiligne donné C.

Soit faict le parallelogramme D G, [a] egal au triangle A, ayant l'angle F D E, egal à l'angle rectiligne donné C, puis à la ligne G E, soit appliqué le parallelogramme E I, egal [b] au triangle B, ayant l'angle G E H, egal à l'angle C, & l'on aura, ce qui est requis. [a] 42. 1. [b] 44. 1.

Car d'autant que chacun des angles F D E, & G E H, est faict egal à l'angle C, [c] ils seront egaux entr'eux. Donc si l'on adiouste l'angle G E D, [d] les deux G E D, G E H, seront egaux aux deux G E D, F D E, mais F D E, G E D, [e] sont egaux à deux droicts, donc G E D, G E H, seront aussi egaux à deux droicts, [f] partant D E H, sera vne ligne droicte. Par les mesmes raisons l'on prouuera que F G, G I, font vne ligne droicte. Or puisque chacune des lignes D F, H I, est egale & parallele [g] à E G, elles seront egales & paralleles entr'elles, & les lignes droictes F I, D H, qui les cõioignent [h] seront aussi egales & paralleles, partant D I, sera parallelogramme, faict des deux D G, E I, egaux aux deux triangles A B. Donc le parallelogramme D I, est egal au rectiligne A B, [c] 1. e. f. [d] 2. cõ f. [e] 29. 1. [f] 14. 1. [g] 34. 1. [h] 30. 1. [i] 33. 1.

ayant l'angle D, egal à l'angle rectiligne donné C. Ce qu'il falloit faire.

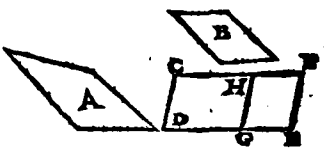
## SCHOLIE.

*Semblablement s'il y auoit plusieurs rectilignes donnez, l'on constituera vn parallelogramme egal à iceux, les ayant reduicts en triangles, & ayant constitué autant de parallelogrammes egaux à iceux triangles, chacun au sien par la 44. prop. cõme nous auons faict en ce probléme. Car puisque tous ces parallelogrammes font vn seul parallelogramme, comme il a esté icy demonstré, l'on aura constitué vn parallelogramme, egal à tous les rectilignes proposez.*

*Or la practique de ce probléme peut estre entenduë de celle de la precedente proposition plusieurs fois repetee.*

Nous rapporterons icy, vn probléme de Pelletier fort vtile, qui est tel.

Deux figures rectilignes estans proposees, trouuer l'excez de la plus grande par dessus la plus petite. C'est à dire la difference entre les deux.




*Soient les rectilignes donnez A, & B, & soit A, le plus grand; il faut sçauoir de cõbien le rectiligne A, excede le moindre, B. Soit fait le parallelogramme CDEF, en quelconque angle D, [a] egal au rectiligne A, & sur la ligne CD, soit faict le parallelogramme CD, GH, au mesme angle D, egal au plus petit rectiligne, B.*

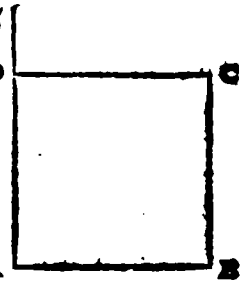
[a] 54. I.

*D'autant que le parallelogramme CDEF, excede le parallelogramme CDGB, du parallelogramme GF, la*

*figure A, excedera pareillement la figure B, du meſme parallelogramme G F. Ce qui eſt propoſé.*

## PROBLEME 14. PROP. 46. XLVj.

D'vne ligne droicte donnee, deſcrire vn quarré.




Soit la droicte ligne donnee A B, de laquelle il faut deſcrire vn quarré: du poinct A, ſoit menee la droicte ligne A G, [a] à angles droicts à A B, & ſoit poſee [b] A D, egale à A B, & du poinct D, ſoit menee [c] D C, parallele, à A B: ſemblablement ſoit menee B C, parallele à A D, la figure A B C D, ſera parallelogramme, & partant le coſté [d] D C, egal à A B, & A D, egal à B C, mais A D, eſt poſee egale à A B, donc B C, [e] ſera auſſi egale à A B, partant A B C D, ſera equilatere. Ie dis qu'il eſt auſſi rectangle.

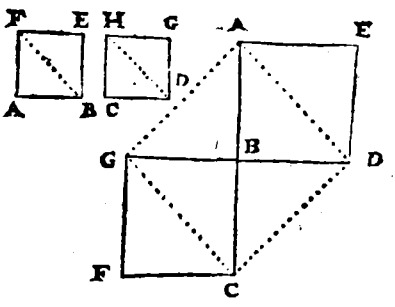
a 11. Premier.
b 2. 1.
c 31.
d 34. 1.
e 1. e. ſ.

Car d'autant que A D, B C, ſont paralleles [f] les angles A, & B, ſont egaux à deux droicts, mais A, eſt faict droict. Donc B, ſera auſſi droict: & les deux oppoſez D, & C, [g] ſont egaux à iceux & partant droicts. Donc le parallelogrãme A C, eſt rectãgle & equilatere, & partãt ſera quarré. Donc d'vne ligne droicte donnee, nous auons deſcrit vn quarré. Ce qu'il falloit faire.

f 28. 1.
g 34. 1.

## THEOREME DE PROCLVS.

Les quarrez de lignes egales ſont egaux entr'eux: & des quarrez egaux, les lignes ſont egales.




Soiēt premierement les lignes droictes A B, C D, egales. Ie dis que les quarrez d'icelles A B E F, C D G H, ſont ſemblablement egaux entr'eux; Car ayant mené les diametres B F, D H, les deux coſtez B A, A F, du triangle B A F, ſont egaux aux deux D C, C H, du triangle D C H, chacun au ſien, puis que par la definition du quarré A F, C H, ſont egales à A B, C D. Mais les angles A, & C, [a] 4. 1. ſont egaux, ſçauoir droicts. [a] Donc les triangles [b] 34. 1. B A F, D C H, ſeront egaux; leſquels [b] eſtant les moitiez des quarrez, les quarrez totals, ſeront auſſi egaux. Ce qui eſt propoſé.

Soient derechef les quarrez A B D E, B C F G, egaux. Ie dis pareillement que les lignes d'iceux A B, B C, ſont egales. Car ſoient conioincts iceux quarrez à l'angle B, de ſorte que les droictes lignes A B, B C, ſoient conſtituees directement; d'autant que les angles A B G, A B D, ſont droicts, [c] 34. 1. les lignes droictes G B, B D, [c] ſeront auſſi conſtituees directement. Et ſoient menez les diametres A D, C G, & ſoient conioinctes les lignes droictes A G, C D.

D'autant donc que les quarrez A B D E, B C F G, ſont egaux, les triangles A B D, B C G, leurs moitiez ſeront auſſi egaux; adiouſtant donc le cōmun triangle B C D, tout le triangle A C D, ſera

egal à tout le triangle G D C. Partant puis que les triangles A C D, G D C, ſont conſtituez ſur meſme baſe C D, & de meſme part ; [d] ils ſeront auſſi entre meſmes paralleles : donc A G, C D, ſont paralleles. Et d'autant que au quarré B C F G, le coſté B C, eſt egal à C F, & C G, eſt commun, les deux coſtez B C, C G, ſeront egaux aux deux F C, C G, chacun au ſien, & la baſe F G, du triangle F C G, egale à la baſe G B, du triangle B C G, car ce ſont les coſtez du quarré, donc [e] l'angle F C G, ſera egal à l'angle B C G, & partant chacun ſera demi-droict, car le total F C B, eſt droict: ſelon le meſme diſcours les deux angles B A D, E A D, ſeront chacun demi droict, & les 2. A D B, B G C, auſſi demi-droicts, & partant les deux alternes D A C, G C A, ſeront egaux entr'eux chacun eſtant demi droict. Donc A D, C G, [f] ſeront paralleles & A G C D, ſera parallelogramme : [g] & partant les lignes droictes A D, C G, ſeront egales. D'autant donc qu'aux triangles A B D, B C G, les coſtez A D, C G, ſont egaux, & les angles auſquels ces coſtez ſont adiacents, ſont auſſi egaux entr'eux eſtant demi-droicts, comme nous venons de monſtrer ; [h] les deux autres coſtez, A B, B D, ſeront egaux aux deux autres coſtez G B, B C, chacun au ſien. Ce qui eſt propoſé.

d 39. 1.
e 8. 1.
f 27. 1.
g 34. 1.
h 26. 1.

## SCHOLIE.

*Cecy ſe peut demonſtrer plus briefuement ſi l'on entend que l'vn des quarrez ſoit poſé ſur l'autre. Car ſi les lignes ſont egales, l'vne eſtant poſee ſur l'autre, elles cõuiendront entr'elles. Et puis que les angles ſont auſſi egaux, ſçauoir droicts, ils conuiendront ſemblablement entr'eux, & partant tout le quarré conuiendra ſur tout le quarré. Mais ſi les quarrez ſont egaux, ils conuiendront entr'eux, à*

*cause de l'egalité des angles. Donc les lignes conuiendront auſſi : autrement, l'vn des quarrez ſeroit plus grand que l'autre. Or la practique de ce probléme 46. eſt fort facile. Car ſi à l'vne des extremitez de la ligne donnee, comme au poinct A, l'on mene A D, à angles droicts, & egale à la meſme ligne droicte donnee A B, & des poincts B, & D, comme centres & à l'interualle A B, l'on deſcrit deux arcs qui s'entre-coppent au poinct C, & que l'on mene les lignes droictes, B C, D C, l'on aura deſcrit vn quarré. Car puiſque A B C D, ſelon la conſtruction eſt vne figure equilatere, c'eſt à dire, de coſtez egaux, & partant a les coſtez oppoſez egaux, elle ſera parallelogrãme (comme l'on peut colliger des definitions des figures quadrilateres) & ayant l'angle A, droict, par la con-*

i 29. 1. *ſtruction, i l'angle B, ſera auſſi droict & leurs oppoſez*

k 34. 1. *k D, & C, droicts, &c.*

XLvij. ## THEOREME 33. PROP. 47.

Aux triãgles rectangles, le quarré du coſté qui ſouſtient l'angle droict, eſt egal aux quarrez des coſtez qui contiennent le meſme angle droict.

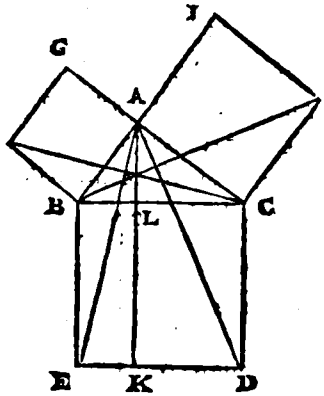
Soit le triangle A B C, qui ait l'angle B A C, droict, & des trois coſtez A B, B C, C A, ſoiẽt a deſcrits les

a 46. 1. trois quarrez B D, C I, & A F. Ie dis que le quarré B D, deſcrit du coſté B C, qui ſouſtient l'angle droict A, eſt egal aux deux quarrez C I, & A F, deſcrits des coſtez, qui contiennent ledict angle droict.

Soit menee A K, b parallele à B E, ou à C D, coup-

b 31. 1. pant B C, au poinct L, & ſoient ioinctes les droictes lignes A D, A E, C F, B H ; d'autant que les

c 14. 1. angles B A C, B A G, ſont droicts, c G A, A C, ſeront vne ſeule ligne droicte : par meſme raiſon B A,




AI, feront auſſi vne ligne droicte. Derechef d'autant que les angles ABE, CBE, ſõt egaux, eſtãt droicts, ſi l'on adiouſte l'angle commun ABC, le tout ABE, ſera [d] egal au tout CBF: ſemblablement le tout ACD, ſera egal au tout BCH; D'autant donc que les deux coſtez AB, BE, du triangle ABE, ſont egaux au deux CB, BF, du triangle CBF, chacun au ſien, comme il appert par la definition des quarrez, & les angles ABE, CBF, contenus d'iceux coſtez ſont monſtrez egaux; [e] iceux triangles ABE, CBF, ſeront egaux: mais le parallelogramme AF, eſt [f] double du triãgle CBF, eſtant ſur meſme baſe & entre meſmes paralleles, & le parallelogramme BK, double du triangle ABC, par la meſme raiſon: partant le quarré AF, [g] ſera egal au parallelogramme BK. Par meſme diſcours on monſtrera que le parallelogramme LD, eſt egal au quarré CI. Donc le quarré EC, ſera egal aux deux quarrez, AF, CI. Donc aux triangles rectangles &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

d 4. 2. a. f.

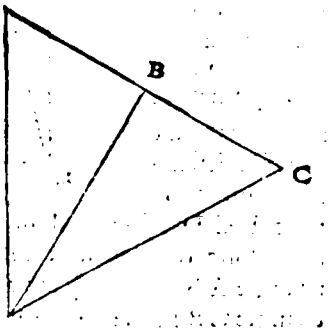
e 4. 1.

f 41. 1.

g 6. 1. f.

xlviij. ## THEOREME 34. PROP. 48.

Si le quarré descrit d'vn des costez d'vn triangle est egal aux quarrez des deux autres costez d'iceluy; l'angle contenu sous les deux autres costez du triangle est droict.




Au triangle A B C, le quarré du costé A C, soit egal aux quarrez des costez A B, B C. Ie dis que l'angle A B C, est droict.

Soit menee B D, egale à B C, & à angles a droicts à A B. & soit iointe A D; puis que A B D, est droict, le quarré de A D, b est egal aux 2. quarrez de A B, B D, mais le quarré de B D, est egal au quarré de B C, puis que les lignes B D, B C, sont faictes egales, parquoy le quarré de A D, sera egal aux quarrez de B A, B C. Donc puis que le quarré de A C, est egal aux mesmes quarrez B A, B C, ciceux quarrez de A C, & A D, serõt egaux, & partant les lignes A D, A C, egales. D'autant donc qu'aux triangles A B D, A B C. les deux costez B D, B A, sont egaux aux deux B A, B C, chacun au sien, & les bases A C, A D, egales, les angles au poinct B, contenus d'iceux d costez seront egaux entr'eux, mais A B D, est faict droict, donc A B C, sera aussi droict: partant le quarré &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 11. 1.

b 47. 1.

c 1. cõ. f.

d 8. 1.

*Fin du premier liure.*

LIVRE

# LIVRE SECOND DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

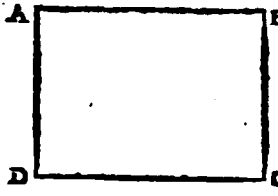
## *DEFINITIONS.*

1. Tout parallelogramme rectangle, eſt dict eſtre contenu ſous deux lignes droictes, qui contiennent l'angle droict.

EVCLIDE traicte en ce ſecond liure, des puiſſances des lignes droictes, recherchant la quantité des quarrez des parties de toute ligne droicte diuiſée, & des parallelogrammes rectangles contenus ſous les parties de la meſme ligne diuiſée, tant comparez entr'eux qu'auec le quarré de la toute, &c. Et pour cette cauſe, il explique premieremẽt icy, par ces deux definitions, deux choſes qui ſont neceſſaires pour bien entendre ce qui doit eſtre demonſtré cy-apres.

En la premiere il declare ſous quelles lignes eſt dict eſtre contenu le parallelogramme rectangle, & que c'eſt à dire, vn parallelogramme eſtre contenu ſous deux lignes droictes. Ce que pour plus facilement entendre; il faut premierement ſçauoir que tout parallelogramme rectangle eſt ce-

luy qui a tous les angles droicts : & y en a de deux sortes, sçauoir le quarré & quarré plus long d'vne part; ou quarré long : car en iceux tous les angles sont droicts, comme nous auons dict aux definitions. Et en tout parallelogramme, si vn seul angle est donné droict, les trois autres seront necessairement droicts. Pour exemple, au parallelogramme A B C D, soit l'angle A, droict. Ie dis que les trois autres B, C, D, sont aussi droicts. Car puis que A B D, C,

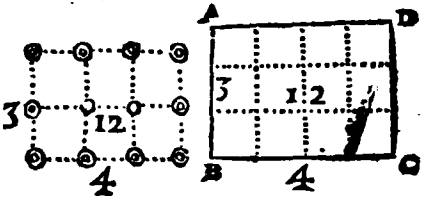



a 29. 1. sont paralleles, a les 2. angles internes A, & B, sont egaux à deux droicts; mais A, est droict par

b 34. 1. l'hypothese, dõc B, sera droict aussi. Mais b d'autant que chacũ est egal à son opposé comme l'angle A, à l'angle C, & l'angle B, à l'angle D, les angles D, & C, seront droicts aussi.

Donc Euclide dict que tout parallelogramme rectangle est dict estre contenu sous deux lignes droictes qui contiennent vn angle droict, comme le parallelogramme rectangle A B C D, est dict estre contenu sous A B, A D, ou sous A D, D C, ou finalement sous A B, B C, d'autant que chaques deux de ces lignes ainsi prises expriment la grandeur ou espace de tout le parallelogramme, sçauoir vne comme A B, ou D C, sa longitude, & l'autre comme A D, ou B C, sa latitude. Dont estant exprimees deux lignes au parallelogramme rectangle, qui contiennent l'angle droict on conçoit incontinent toute la quantité d'iceluy, & on entend aussi sa longitude & latitude. Il aduient aussi, que par le mouuement imaginaire d'v-

ne des lignes selon l'autre, est constitué tout ce parallelogramme. Car si on conçoit en l'entendement, que la droicte ligne A B, se meut de trauers selon A D, en sorte qu'elle constituë tousiours vn angle droict auec A D, iusques à ce que le poinct A, soit paruenu au poinct D, & le poinct B, au poinct C, tout le parallelogramme A B C D, sera descrit : le mesme aduiendra si A D, est posee se mouuoir de trauers selon A B. Donc à bon droict vn parallelogramme rectangle est dict estre contenu sous deux telles lignes droictes.




Or cecy a aussi grãde affinité, & conuenance auec la multiplication d'vn nombre par vn autre. Car tout ainsi que de la multiplication de 3. par 4. est produict 12. qui est constitué en forme de parallelogramme, d'où il est dit estre contenu sous 3. & 4. ainsi le parallelogramme A B C D, contenu sous les deux lignes droictes A B, C D, desquelles celle là soit 3. palmes ou autres mesures, & celle-cy 4. contient 12. palmes quarrees, qui est faict du passage ou mouuement imaginaire de la ligne A B, de 3. palmes, en la ligne, ou selon la ligne B C, de 4. palmes, comme represente la figure: Ce qui est cogneu aux Arithmeticiens & aux Geometres, & est demonstré par Regiomontanus au liure 1. des triangles, proposition 16. D'où vient que quelques-vns disent que le parallelogramme rectangle est constitué ou faict du produit de deux lignes qui sont

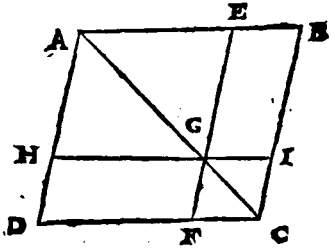
autour de l'angle droict, l'vne par l'autre: comme le precedent parallelogramme eſt produit de la ligne A B, en B C, ou (ce qui eſt le meſme) de la ligne B C, en A B, car le meſme parallelogramme eſt produit, ſoit que la plus petite ligne ſoit appliquee à la plus grande, ou la plus grande à la plus petite: ſemblablement auſſi on produit vn meſme nombre, ſoit que le moindre ſoit multiplié par le plus grand, ou le plus grand par le moindre, comme il eſt demonſtré par Euclide lib. 7. prop. 16. car 12. eſt auſſi bien produit de 3. en 4. que de 4. en 3.

» Le lecteur ſera icy aduerty, qu'en ce ſecond li-
» ure & autres ſuiuans; le parallelogramme rectan-
» gle eſt appellé par Euclide, rectangle ſimplemẽt;
» ce que les autres Geometres obſeruent auſſi; en
» ſorte que par le nom, de rectangle, il faudra touſ-
» iours entendre parallelogramme rectangle. De re-
» chef afin que des meſmes lettres ne ſoient tant de
» fois repetees, les Geometres ont de couſtume
» d'exprimer le parallelogramme, tant rectangle
» que non rectangle, par deux lettres ſeulement, ſça-
» uoir celles qui ſont oppoſees diametralement:
» comme pour denoter le parallelogramme cy ap-
» poſé, on dira le parallelogramme A C, ou bien
» B D.

2. De tout eſpace parallelogramme, l'vn & lequel qu'on voudra des parallelogrammes, deſcrits à l'entour du diametre d'iceluy, auec les deux complements, ſoit appellé Gnomon.

Au parallelogramme A B C D, ſoit rectangle,

ou non, ſçauoir lequel ſoit diuiſé en quatre parallelogrãmes comme nous auons monſtré en la 37. definitiõ du premier liure, deſquels E H, I F, ſont dicts eſtre à l'entour du diametre & les deux autres B G, G D, ſont dicts complements, la figure compoſee duquel qu'on voudra des parallelogrammes qui ſont à l'entour du diametre comme de I F, auec les deux complements B G, G D, telle qu'eſt la figure, E B C D H G E, eſt appellee Gnomon: par la meſme raiſon, la figure F D A B I G F, compoſee du parallelogrãme E H, qui eſt à l'entour du diametre, & des deux complements B G, G D, ſera appellee Gnomon.



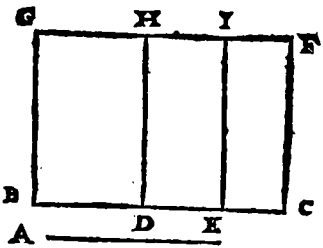

## THEOREME 1. PROP. 1.

I.

S'il y a deux lignes droictes, & que l'vne d'icelles ſoit couppee en tant de parties que l'on voudra, le rectangle contenu ſous icelles deux lignes droictes, eſt egal au rectangle contenu ſous la non couppee, & ſous chacune des parties de la couppee.

Soient deux lignes droictes A, & B C, deſquelles B C, ſoit couppee en tant de parties, que l'on voudra B D, D E, E C. Ie dis que le rectangle compris ſous A, & B C, eſt egal à tous les rectangles enſemble compris ſous la ligne A, non diuiſee & ſous chacun des ſegmens de la diuiſee ſçauoir ſous A, & B D, ſous A, & D E, & ſous A, & E C.

Soit le rectangle B F, comprins sous A, & B C, c'est à dire que B G, soit posee egale à A, ce que l'on fera ainsi. Soiēt menees B G, & C F,




a 11. 1. a à angles droicts à la ligne droicte B C, & chacune posee egale à A, & soit conioincte la

b 28. 1. ligne droicte G F; B G, & C F, seront b paralleles, à cause des angles droicts B, & C, & aussi egales

d 1. e. f. entr'elles c puis que chacune est posee egale à A, donc les lignes droictes G F, B C, qui les conioin-

d 33. 1. gnent d seront aussi egales & paralleles, partant B F, sera rectangle, & contenu sous B C, & A, c'est à dire B G, son egale, selon la premiere definition de ce liure. Puis par les poincts D, & E, soiēt

e 31. 1. menees D H, E I, e paralleles à B G, & partant

f 30. 1. paralleles f entr'elles. Et puis que par la mesme construction, B H, & B I, sont parallelogrammes,

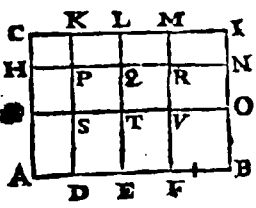
g 34. 1. les lignes droictes D H, E I, g seront egales à B G, c'est à dire à A. Puis donc que B G, est egale à A, le rectangle B H, sera contenu sous la non couppee A, & le segment B D; & le rectangle D I, contenu, sous A & le segment D E, pareillement E F, sera contenu sous A, & le segment E C. Or puis, que toutes ces parties là, prises ensemble, sont egales à leur tout B F, il est euident que le rectangle comp. des 2. sera egal aux rectangles comp. de A, & chacun des segments de B C. Donc s'il y 2. lignes ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*Ces theorémes ſuiuants ſe peuuẽt auſſi demonſtrer par les nombres ; comme s'enſuit. Soient deux nombres propoſez 6. & 10. & ſoit diuiſé le dernier en trois parties 5. 3. & 2. Ie dis que 60. qui eſt le nombre produit de 6. en 10. eſt egal aux trois nombres 30. 18. & 12. qui ſont faicts de 6. en 5. & 3. & 2. Ce qui eſt manifeſte.*

Federic Commandin demonſtre icy les deux Theorémes ſuiuants.

1. S'il y a deux lignes droictes, & que toutes deux ſoient couppees, en tant de parties que l'on voudra : le rectangle contenu ſous icelles deux lignes droictes, eſt egal aux rectangles contenus ſous chacune partie de l'vne appliquee à chacune partie de l'autre.




Soient les deux lignes droictes contenant l'angle droict A, leſquelles ſoient couppees ſelon les parties A D, DE, EF, FB, A G, G H, H C. Ie dis que le rectangle contenu ſous A B, A C, eſt egal aux rectangles enſemble contenus ſous A D, AG, AD, GH, AD, HC; DE, AG, DE, G H, DE, HC; EF, AG, EF, GH, EF, H C; F B, A G, F B, G H, F B, H C : Soit accomply le rectangle A B I C, & ſoient menees D K, E L, F M, [a] paralleles à A C, ou B I, ſemblablement ſoient menees H N, G O, paralleles à A B, [a] 31. 1.

ou C I, lesquelles couppent les premieres aux poincts P, Q, R, S, T, V.

D'autant donc que le rectangle A S, est contenu sous A D, A G, & G P, sous A D, G H, & H K, sous A D, H C, [b] (puis que G S, H P, sont egales à la mesme A D) semblablement les rectangles D T, S Q, P L, sont contenus sous D E, A G, D E, G H, D E, H C, [c] (d'autant que D S, S P, P K, sont égales aux mesmes A G, G H. H C, & S T, & P Q, egales à D E,) & par mesme raison E V, T R, Q M, sont contenus sous E F, A G, E F, G H, E F, H C, & aussi les rectangles, F O, V N, R I, sont contenus sous F B, A G, F B, G H, F B, H C; il est manifeste que le rectangle contenu sous A B, A C, est egal aux rectangles contenus sous chacune des parties de l'vne appliquee à chacune partie de l'autre. Ce qui est proposé.

[b] 34. 1.

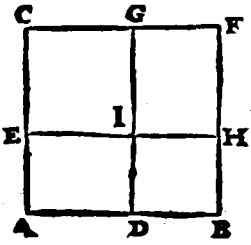
[c] 34. 1.

## 2. PROBLEME DE COMMANDIN.

S'il y a deux lignes droictes, lesquelles soient couppees comme l'on voudra, le rectangle contenu sous les toutes, auec le rectangle contenu sous vne partie de l'vne & vne partie de l'autre, est egal aux rectangles contenus sous les toutes, & lesdictes parties reciproquement auec le rectangle contenu des autres parties.

Soient deux lignes droictes A B, A C, contenãt l'angle droict A, lesquelles soient couppees comme l'on voudra aux poincts D, & E. Ie dis que le rectangle contenu sous A B, A C, auec le rectan-

gle contenu ſous les parties A D, E C, eſt egal aux rectangles contenus ſous A B, E C; A C, A D, auec le rectangle contenu ſous D B, A E. Soit paracheué le rectangle A F, & ſoit menee par le poinct D, la ligne droicte D G, parallele à A G, ou B, F, & par le poinct E, ſoit menee la ligne droicte E H, couppant D G, à I, parallele à A B, ou C F.




D'autant donc que le rectangle A F, eſt egal aux rectangles E F, D H, A I, ſi l'on adiouſte le commun E G, les rectangles A F, E G, contenus ſous les toutes A B, A C, & les parties, A D, E C, ſont egaux aux rectangles E F, A G, D H, contenus ſous A B, E C, A C, A D, D B, A E. Ce qui eſt propoſé.

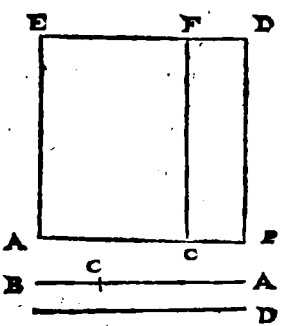
Aux nombres, ces meſmes problémes ſont auſſi manifeſtez. Car ſoient propoſez ces deux nombres 10. & 8. le premier deſquels ſoit diuiſé en trois parties, 2. 3. 5. & le dernier en deux 3. & 5. il eſt manifeſte que 80. nõbre produict de 10. par 8. eſt egal aux ſix nõbres 6. 9. 10. 15. 15. 25. qui sõt produicts de chacune des parties 2. 3. 5. multipliees par chacune des parties 3. 5. leſquels adiouſtez enſemble font 80. cõme vouloit le premier theoréme de Federic Commandin.

Derechef, ſi les meſmes nombres ſont diuiſez comme l'on voudra, ſçauoir le premier en 3. & 7. mais le dernier en 2. & 6. Il eſt ſemblablement manifeſte que 80. nombre produict de 10. multiplié par 8. auec 18. nombre produict de 3. par 6.

eſt egal aux trois nombres 60. 24. & 14. qui ſont produicts de 10. multipliez par 6. & de 8. par 3. & de l'autre partie 7. multiplié par l'autre partie 2. puiſque tant d'vne part que d'autre ſe trouue 98. comme veut le ſecond theoréme de Federic.

ij. ## THEOREME 2. PROP. 2.

Si vne ligne droicte eſt couppee comme l'on voudra, les rectangles contenus ſous la toute & chacune des parties, ſont egaux au quarré de la toute.




Soit la ligne droicte donnee A B, diuiſee comme l'on voudra au poinct C. Ie dis que les rectãgles contenus ſous la toute A B, & les parties A C, C B, enſemble ſont egaux au quarré de A B.

[a] 46. 1. Car ſoit deſcrit [a] A D, quarré de la ligne totale A B, & par C, ſoit [b] menee C F, parallele à A E, ou B D, elle ſera [c] egale à A E, c'eſt à dire à A B, à laquelle A E, eſt egale, par la definition du quarré. D'autant donc que A E, eſt egale à A B, le rectangle A F, ſera contenu ſous la toute A B, & le ſegment, A C. Semblablement d'autant que C F, eſt egale à A B, le rectangle C D, eſt contenu ſous la toute A B, & l'autre ſegment C B. Donc puis que les rectangles C D, A F, ſont egaux au quarré A D, il eſt manifeſte que les rectangles

[b] 31. 1.

[c] 34. 1.

contenus sous la toute AB, & chacun des segmens AC, CB, sont egaux au quarré de la toute AB. Donc si vne ligne est couppee &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## AVTREMENT.

*Soit prise D, egale à AB. D'autant AB, est diuisee par C, le rectangle contenu sous la non couppee D, & la couppee, AB, (qui est le quarré de la toute AB) sera egal* c *aux deux rectangles compris sous la non couppee D, (c'est à dire sous AB, egale à D,) & vn chacun des segmens AC, CB. Ce qui est proposé.* c 2. 1.

## SCHOLIE.

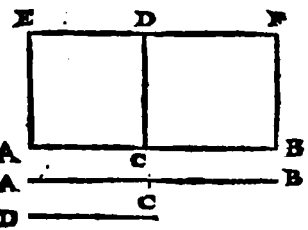
*Combien que Euclide propose ce second theoréme d'vne ligne droicte diuisee comme l'on voudra, en deux seulement; neantmoins si la ligne est deuisee en tant de parties que l'on voudra, l'on monstrera en la mesme maniere que tous les rectangles ensemble, contenus de la toute & de chacun des segmens sont egaux au quarré de la toute, comme il est euident par les figures precedentes.*

*Cecy se peut voir aussi par les nombres comme s'ensuit. Ce nombre* 10. *soit diuisé en* 7. *&* 3. *Ie dis que* 70. *&* 30. *qui sont faicts de* 10. *multiplié par* 7. *& par* 3. *sont egaux à* 100. *qui est le quarré de* 10. *comme il est euident.*

*Semblablement si le nombre* 10. *est diuisé en plusieurs parties comme* 3. 2. 4. *&* 1. *les nombres* 30. 20. 40. *&* 10. *produicts du nombre* 10. *multiplié par* 3. 2. 4. *&* 1. *sont egaux à* 100. *quarré du mesme nombre* 10.

## THEOREME 3. PROP. 3.

iij. Si vne ligne droicte eſt couppee comme l'on voudra; le rectangle contenu ſous la toute & vne des parties, eſt egal au rectangle contenu ſous icelles parties, & au quarré de la partie premierement priſe.




Soit la ligne droicte AB, couppee cõme l'on voudra, ſçauoir par le poinct C. Ie dis que le rectangle cõtenu ſous la toute AB, & vne des parties, ſçauoir AC, (ſoit que AC, ſoit la plus grande ou la plus petite) eſt egal au rectangle contenu ſous les parties AC, CB, & au quarré de la ſuſdite partie AC. Car ſoit deſcrit AD, quarré de la partie AC, & par le poinct B, ſoit menee BF, [a] parallele à AE, rencontrant ED, prolongee à F.

[a] 31.1.

D'autant donc que la ligne droicte AE, eſt egale au ſegment AC, par la definition du quarré. Le rectangle AF, ſera contenu ſous la toute AB, & la partie AC. Derechef d'autant que CD, eſt egale à CA, par la meſme raiſon; le rectangle CF, ſera contenu ſous les parties AC, CB, Donc puis que le rectangle AF, [c] eſt egal au quarré AD, & au rectangle CF; il eſt manifeſte que le rectangle contenu ſous la toute AB, & le ſegment AC, eſt egal au rectangle contenu ſous les parties AC, CB, & au quarré de AC, premierement priſe. Donc ſi vne ligne droicte eſt &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[c] 31.1.

## AVTREMENT.

*Soit prise D, egale à la partie AC. D'autant que la droicte ligne AB, est diuisee au poinct C, le rectangle compris sous D, & AB, (c'est à dire sous AB, AC, car D, est egale à AC) est egal au rectangle contenu sous D, & CB, c'est à dire, sous AC, CB, & au rectangle contenu sous D, & AC, c'est à dire au quarré du segment AC. Ce qui est proposé.* c 2. 2.

## SCHOLIE.

*Pour accommoder ce theoréme aux nombres, soit le nombre 10. diuisé en 7. & 3. Ie dis que le nombre 70. produict de 10. multiplié par 7. est egal à 21. nombre produict des deux segments 7. & 3. multipliez l'vn par l'autre, & au nombre 49. quarré de la premiere partie 7. ce que l'operation mesme demonstre. Semblablement, le nombre 30. produict de 10. multiplié par 3. est egal à 21. produict de 3. en 7. & au nombre 9. qui est le quarré du 3. nombre premierement dict, ou pris.*

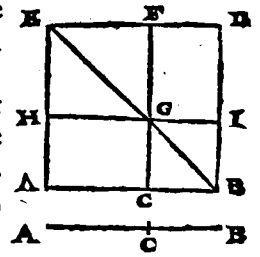
## THEOREME 4. PROP. 4. jv.

Si vne ligne droicte est couppee comme l'on voudra: le quarré de la toute est egal aux quarrez des parties, & à deux fois le rectangle contenu sous icelles parties.

La ligne droicte AB, soit diuisee comme l'on voudra au poinct C. Ie dis que le quarré de la toute AB, est egal aux quarrez des parties AC, CB, & à deux fois le rectangle contenu sous AC, CB.

Soit descrit le quarré de la ligne AB, sçauoir AD, & ayant mené le diametre BE, soit menee

par le poinct C, la ligne droicte CF, parallele à AE, ou à BD, couppãt le diametre au poinct G, & par celuy poinct G, soit menee IGH, parallele à AB, ou à DE, & le quarré de AB, sera diuisé en quatre parallelogrammes.




D'autant qu'au triangle ABE, les deux costez AB, AE, sont egaux, les deux angles ABE, AEB,
a 5. 1. a sur la base EB, sont egaux, mais l'angle A, est droict au quarré, & le trois angles A, AEB, & A
b 32. 1. BE, b sont egaux à deux droicts, & partant les deux ABE, AEB, chacun demi-droict, estant egaux entr'eux: & d'autant que HI, AB, sont paralleles, l'angle externe GHE,
c 29. 1. c sera egal à son interne & oppose A, & partant droict, mais les
d 32. 1. trois angles du triangle d EGH, sont egaux à deux droicts, & GEH, est monstré estre demi droict, & EHG, droict, donc l'autre HGE, sera aussi demi-droict, donc au triangle EGH, les deux angles GEH, EGH, seront egaux, estans chacun demi-
e 6. 1. droict, partant les deux costez opposez HE, e HG, seront egaux: mais les deux costez EF, FG,
f 34. 1. opposez f sont egaux à iceux chacun au sien, dõc le parallelogrãme HF, sera quarré ayant tous les costez egaux & les angles droicts, car vn des angles sçauoir EHG, estant droict tous les quatre seront droicts cõme il est monstré à la premiere definition de ce liure. L'on monstrera par les mesmes raisons que CI, est quarré, partant FH, & CI, sont les
g 34. 1. quarrez des parties AC, CB, puis que HG, est egale à AC.

Les rectangles A G, G D, ſeront pareillement contenus ſous les ſegments A C, C B; d'autant que C G, G I, ſont egales à C B, à cauſe du quarré C I, & F G, eſt egale à G H, à cauſe du quarré F H, c'eſt à dire [h] à A C. Partant puis que le quarré A D, eſt egal aux deux quarrez H F, & C I, & aux deux rectangles A G, G D; il eſt manifeſte que A D, quarré de la toute A B, eſt egal aux quarrez des parties A C, C D, & à deux fois le rectangle contenu des meſmes parties A C, C B. Donc ſi vne ligne droicte &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. [h] 34. 1.

## AVTREMENT.

*D'autant que la ligne droicte A B, eſt diuiſée par le poinct C, [i] le quarré de la toute A B, eſt egal aux rectangles contenus ſous la toute A B, & chacune des parties A C, C B: mais le rectangle contenu ſous A B, A C, [k] eſt egal au rectangle contenu ſous A C, C B, & au quarré de la partie A C: ſemblablement, le rectangle contenu ſous A B, C B, eſt egal au rectangle ſous C B, A C, & au quarré de C B. Donc le quarré A B, eſt auſſi egal aux quarrez de A C, C B, & aux rectangles contenus ſous A C, C B, & ſous C B, A C. Ce qui eſt propoſé.* [i] 2. ſec. [k] 3. ſec.

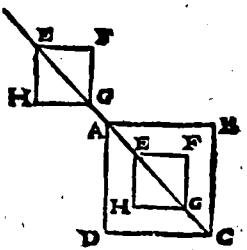
## COROLLAIRE 1.

Par ces demonſtrations il eſt manifeſte que les parallelogrammes deſcrits à l'entour du diametre du quarré, ſont quarrez.

Cela eſt apparent par la premiere demonſtratiõ de ce theoréme, où il eſt demonſtré que les rectãgles C I, F H, qui ſont à l'entour du diametre B E, ſont quarrez. Car en tous autres quarrez ce ſera la meſme demonſtration.

Ce Corollaire toutesfois se doit entendre des parallelogrammes qui sont à l'entour du diametre du quarré & qui ont quelque angle commun auec le quarré total, comme sont les parallelogrammes C I, F H. Car celuy-là, a l'angle A B D, commun auec le quarré, & cestuy-cy l'angle A E D.

Il est aussi veritable de quelconques parallelogrammes, qui sont à l'entour du diametre du quarré, mesme estant prolongé, encore qu'ils n'ayent aucun angle commun auec le quarré, pourueu que leurs costez soient paralleles aux costez du quarré.




Car à l'entour du diametre A C, du quarré B D, soit le parallelogramme F H, soit qu'il soit dedans le quarré ou qu'il soit dehors, lequel toutesfois ait les costez paralleles aux costez du quarré. Ie dis que F H, est quarré.

29. 1. Car puis que A B, E F, sont paralleles, 1 les angles, B A C, F E G, seront egaux, l'externe à l'interne, & par mesme raison les angles B C A, F G E, seront aussi egaux : mais les angles B A C, B C A, sont demy-droicts, comme il a desia esté demonstré. Donc les angles F E G, F G E, seront
m 6. 1. aussi demy-droicts, m & partant les costez E F, F
n 32. G, opposez à iceux seront egaux n & l'angle F, se-
o 34 1. ra droict, donc puis que les costez E F, F G, o sont egaux à leurs opposez G H, H E, le parallelogramme F H, sera equilateral; mais il est aussi rectangle, comme nous auons monstré à la premiere definition de ce liure, d'autant que l'vn des angles F,

gles, F, eſt demonſtré droict. Donc FH, ſera quarré. Ce qui eſt propoſé.

## COROLLAIRE II.

Il s'enſuit auſſi de la demonſtration de cette propoſition que le diametre de quelconque quarré, diuiſe les angles d'iceluy en deux egalement. Car il a eſté demonſtré que les angles, AFB, DEB, ſont demi-droicts. Ce qui ſe peut auſſi demonſtrer par la 34. & 8 propoſition du 1. liure.

## SCHOLIE.

*Ce theoréme 4. ſera ainſi monſtré par les nombres. Soit le nombre 10. diuiſé comme l'on voudra en 7. & 3. il eſt euident que 100. qui eſt le quarré du nombre total, eſt egal à 49. & 9. qui ſont les quarrez des parties 7. & 3. auec 21. nombre produict de 7. multiplié par 3. prins deux fois. Car 49. 9. 21. & 21. font 100.*

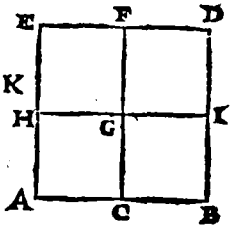
Par ce 4. Theoréme, il ſera facile de demonſtrer cét autre.

Si vne ligne droicte eſt double d'vne ligne droicte, le quarré deſcrit de celle là, eſt quadruple du quarré deſcrit de celle cy. Et ſi vn quarré eſt quadruple d'vn quarré le coſté de celuy-là ſera double du coſté de ceſtuy-cy.

Soit premierement la ligne AB, double de la ligne K. Ie dis que le quarré de la droicte ligne AB, eſt quadruple du quarré de la droicte ligne K.

Car ayant diuiſé AB, en 2. egalement au poinct C, ſi l'on faict la conſtruction comme en ce qua-

trieſme Theoréme, il y aura quatre parallelogrammes A G, C I, I F, F H, leſquels ſeront quarrez, & egaux entr'eux, puis que tous leurs coſtez ſont egaux & les angles droicts, comme il eſt facile à demonſtrer par la 34. propoſition du liure 1. Partant puiſque le quarré A D, eſt egal aux quatre quarrez A G, C I, I F, F H, le quarré de la ligne A B, ſera quadruple du quarré de la ligne A C, c'eſt à dire de la ligne K; qui eſt egale à A C, car tant l'vne que l'autre eſt moitié de la ligne A B.




a 4. ſec. *Autrement, le quarré de la ligne A B, eſt egal aux quarrez de A C, C B, & a deux fois le rectãgle cõtenu ſous A C, C B. Dõc puis que les quarrez de A C, C B, ſõt egaux; le rectangle contenu ſous les egales A C, C B, ſera pareillement quarré, & partant egal au quarré de A C; il eſt manifeſte que le quarré de A B, eſt quadruple du quarré de A C; puis qu'il eſt egal à quatre quarrez, vn chacun deſquels eſt egal au quarré de A C.*

*Secondement ſoit le quarré de la ligne droicte A B, quadruple du quarré de la ligne droicte K. Ie dis que le coſté A B, eſt double du coſté K. Car ayant diuiſé A B, en deux egalement au poinct C, de ſorte que A B, ſoit double de A C; le quarré de A B, ſera quadruple du quarré de A C, comme il a deſia eſté monſtré. Mais il eſt double du quarré de K, par l'hypotheſe. Donc le quarré de K, & de A C, ſont egaux, & partant la ligne K, & la ligne A C, ſeront egales, mais A B, eſt double de A C, par la conſtruction. Elle ſera donc auſſi double de K.*

*Au surplus l'on peut colliger de cette quatrieſme propoſition, le moyen de trouuer vn nombre quarré, auec lequel quelconque nombre donné eſtant adiouſté conſtituera pareillement vn nombre quarré. Car ſi du nombre donné l'on oſte l'vnité, le nombre, qui ſera produict de la moitié du reſte multiplié par ſoy-meſme, ſera le nombre quarré requis. Comme ſi le nombre donné eſtoit 15. & qu'on vouluſt trouuer vn nombre quarré auec lequel 15. eſtant adiouſté face auſſi vn nombre quarré; nous oſterõs 1. de 15. & reſtera 14. duquel la moitié eſt 7. que nous prendrons; & 49. nombre produict de cette moitié 7. multiplié par ſoy-meſme, ſera celuy auec lequel le nombre donné 15. eſtant adiouſté conſtituera 64. nombre quarré duquel la racine eſt 8. qui eſt vn nombre plus grand, d'vn, que 7. coſté du quarré trouué.*

*La raiſon en eſt telle. D'autant que A D, quarré de la ligne droicte, A B, 2 eſt egal aux deux quarrez F H, C I, deſcrits des parties AC, CB, auec deux fois le rectangle contenu ſous AC, CB; ſi nous poſons que le Gnomon H B E, qui eſt le nõbre propoſé vaut quinze, lequel Gnomon auec le quarré F H, conſtitue tout le quarré A D, & que le quarré C I, ſoit poſé eſtre 1. & pareillement ſon coſté C B, 1. lequel que l'on voudra des deux rectangles A G, D G, ſera 7. & partant le ſegment A C, ſera auſſi 7. afin que A C, 7. appliqué à C B, 1. face 7. Donc le quarré F H, ſera 49. Et tout le coſté A B, ſera 8. ſçauoir, qui excedera le coſté du quarré F H, de l'vnité. C'eſt donc là, la raiſon pourquoy l'on oſte vn du nombre donné, c'eſt à dire du Gnomon H B F, & que l'on poſe la moitié du reſte pour le coſté du quarré F H, requis.* 2. 4. ſec.

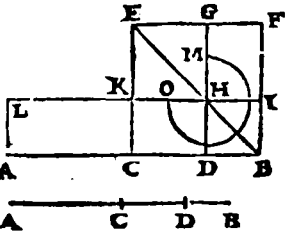
*Or pour euiter les fractions, il faut que le nombre donné ſoit impair, afin qu'ayant retranché l'vnité le reſte ſe puiſſe diuiſer en 2. parties egales. La reigle eſt neantmoins veritable quelconque ſoit le nombre propoſé.*

*Nous ferons le meſme, ſi du nombre donné nous oſtons quelque nombre quarré, & diuiſons la moitié du reſte par le coſté du nombre quarré retranché. Car le quotient ſera le coſté du quarré requis. Comme ſi le Gnomon H B F, valloit 45. duquel nombre l'on oſtaſt 9. nombre quarré, pour le quarré C I, duquel le coſté ſeroit 3. la moitié du reſte 36. eſt 18. pour le rectangle A G, lequel diuiſé par 3. c'eſt à dire par C G. coſté du quarré retranché, C I, le quotient ſera 6. pour le coſté G H, le quarré duquel qui eſt FH, ſçauoir 36. adiouſté au Gnomon H B F, ſçauoir à 45. faict vn nombre quarré, 81. Or pour euiter les fractions, il faudra prendre vn tel nombre, que apres en auoir oſté quelque nombre quarré, le nombre reſtant ait vne moitié telle, qu'elle ſe puiſſe diuiſer exactement par le coſté du quarré oſté.*

*Semblablement nous trouuerons vn nombre quarré, duquel, quelconque nombre propoſé eſtant oſté, reſtera pareillement vn nombre quarré. Car ſi du nõbre propoſé l'on oſte 1. & à la moitié du reſte l'on adiouſte 1. l'on aura le coſté du quarré requis. Soit derechef le nombre donné 15. duquel vn oſte, la moitie du reſte 14. ſera 7. auquel ayant adiouſté 1. l'on aura 8. coſté du quarré requis. Car ſi de 64. quarré d'iceluy 8. l'on oſte 15. demeurera 49. nombre quarré duquel le coſté eſt 7. qui eſt touſiours moindre que le coſté du quarré trouué, de l'vnité. La raiſon de cette reigle eſt auſſi facile par la meſme figure de de ceſte propoſition 4. Car ſi nous poſons pour le Gnomon H F B, 15. pour le nombre propoſé, lequel Gnomon eſtant ſouſtraict du quarré AB, reſte le quarré FH, & que nous conſtituons le quarré C I, de 1. & partant ſon coſté C B, 1. chacun des deux rectangles A G, D G, ſera 7. & par ainſi le ſegment A C, ſera auſſi 7. comme il eſt dict cy-deuant, & tout e la ligne A B, ſera 8. &c.*

## THEOREME 5. PROP. 5. V.

**Si vne ligne droicte est couppee en 2. parties egales, & en 2. parties inegales, le rectãgle contenu des parties inegales de la toute, auec le quarré de la partie du milieu, est egal au quarré de la moitié de la toute.**




La ligne droicte A B, soit diuisee au poinct C, en 2. parties egales & en 2. parties inegales au poinct D. Ie dis que le rectangle cõtenu sous A D, & D B, parties inegales de la toute A B, auec le quarré de la partie du milieu C D, est egal au quarré de C B, moitié de la toute A B.

Car soit descrit C F, quarré [a] de C B, & soit mené le diametre B C, & par le poinct D, soit menee [b] D G, parallele à B F, ou C E, couppant le diametre au poinct H, & par le poinct H, soit menee I K, parallele à A B, & du poinct A, menee A L, parallele à C E, rencontrant I K, prolongee au poinct L, les parallelogrammes K G, D I, à l'entour du diametre B E, seront [a] quarrez & partãt D H, egale à D B, & K H, à C D; dõc le rectãgle A H, sera contenu sous A D, D B; & K G, sera le quarré de C D, lequel A H, auec K G, est egal au quarré C F. Car d'autant [b] que les complements C H, & G F, sont egaux, si l'on adiouste le commun quarré D I, le parallelogramme D F, sera egal au parallelogramme C I. Mais le parallelogram-

[a] 46. 1.
[b] 31. 1.
[a] *Coroll.* 1. 4. 2.
[b] 43. 1.

me A K, est [c] egal au parallelogramme C I, estant [c] 30. 1.
constituez sur bases egales A C, & C B, entre mesmes paralleles A B, L I, donc A K, sera egal à D F, ausquels si l'on adiouste C H, commun, le Gnomon M N O, sera egal au rectangle A H, parquoy puis que le Gnomon M N O, & le quarré K G, sont egaux au quarré C F, le rectangle A H, auec le quarré K G, sera egal au mesme quarré C F. Donc si vne ligne droicte est couppee &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*Autrement, ce theoréme sera demonstré auec Maurolycus, en la mesme maniere qu'il est aussi monstré au nombres, par le Moyne Barlaam, ce que nous ferons aussi auec le mesme Maurolycus, iusques à l'vnzieſme proposition exclusiuement.*

*D'autant que le quarré de C B, est egal [d] aux quarrez* [d] 4. *sec.*
*de C D, & de D B, & a deux fois le rectangle contenu sous D B, C D, mais le rectangle contenu sous D B, C B,* [e] 3. *sec.*
*e est egal au rectangle contenu sous D B, C D, & au quarré de D B; le quarré de C B, sera egal à l'autre quarré de C D, auec l'autre rectangle contenu sous D B, C D, & au rectãgle cõtenu sous D B, C B, ou sous D B, A C. Mais le rectãgle cõtenu sous D B, & la toute A D, [f] est egale aux re-* [f] 1. *sec.*
*ctangles contenus sous D B, A C, & sous D B, C D. Donc le quarré de C B, sera egal au quarré de C D, auec le rectangle contenu sous D B, A D; c'est à dire le rectangle contenu sous A D, D B, auec le quarré de C D, sera egal au quarré de C B, ce qu'il falloit demonstrer.*

*Le mesme est aussi manifeste aux nombres. Soit diuisé 10. en deux parties egales 5. & 5. & en 2. parties inegales 7. & 3. de sorte que le nõbre du milieu entre les sectiõs*

*inegales du tout eſt 2. ſçauoir celuy par lequel la moitié 5. excede le moindre 3. Il eſt euident que 21. nombre produit de 3. multiplié par 7. auec 4. qui eſt le quarré de 2 eſt egal à 25. qui eſt le quarré de 5. moitié du nombre propoſé.*

*Par cette 5. propoſition nous trouuerons par vne autre maniere vn nombre quarré auec lequel quelconque nombre donné fera pareillement vn nombre quarré. Car ſi au nombre donné l'on adiouſte 1. & de la moitié du tout l'on oſte 1. le reſte fera le coſté du quarré requis: comme ſi le nombre donné eſt 15. y adiouſtant 1. ce ſeront 16. de la moitié duquel 8. ſi l'on oſte 1. reſteront 7. coſté du quarré, 49. auec lequel le nombre propoſé 15. eſtant adiouſté, le tout ſera 64. nombre quarré, duquel le coſté eſt 8. qui excede touſiours 7. de l'vnité, lequel eſt le coſté du quarré trouué. La raiſon de cette reigle eſt facile par la demonſtration de cette 5. propoſition. Car puis que le rectangle A H, auec le quarré K G, eſt egal* g *au quarré de C F, ſi le rectangle A H, eſt poſé de 15. comme le nombre dõné; & le quarré D I, ſoit vn, & partant le coſté D B, pareillement 1. la ligne droicte A D, ſera 15. afin que A D, appliquee à D B, face 15. qui ſera le rectangle A H: adiouſtant donc l'vnité, toute la ligne A B, ſera 16. de la moitié duquel nombre 8. oſtant 1. reſtera 7. pour C D, coſté du quarré K G.* g 5. ſec.

*Pour euiter les fractions faut que le nombre ſoit impair, afin qu'ayant adiouſté 1. le nombre ſe puiſſe partir en 2. egalement.*

*Au cõtraire nous trouuerõs vn nombre quarré, duquel ſi l'on oſte quelque nombre quarré, le reſte ſera pareillement nõbre quarré. Car ſi au nombre donné l'on adiouſte 1. la moitié du tout ſera le coſté du quarré requis. Comme ſi derechef le nombre 15. eſt propoſé, y adiouſtãt 1. la moitié*

*du tout ſera 8. coſté du quarré requis 64. Car ſi l'on oſte le nombre donné 15. le reſte ſera 49. nombre quarré duquel le coſté eſt 7. qui eſt touſiours moindre qne le nombre du coſté du quarré trouué, de 1. La raiſon de cecy eſt auſſi manifeſte par la figure de ceſte 5. propoſition. Car ſi le rectangle A H, qui oſté du quarré C F, laiſſe le quarré K G, eſt poſé de 15. qui eſt le nombre donné; & le quarré D I, ſoit 1. & partant D B, ſon coſté auſſi 1. la toute A B, ſera 16. & ſa moitié C B, 8. &c.*

vj. ## THEOREME 6. PROP. 6.

Si vne ligne droicte eſt couppee en deux parties egales & qu'on luy adiouſte quelque ligne droicte directement, le rectangle contenu ſous la toute auec l'adiouſtee, & l'adiouſtee, auec le quarré de la moitié; eſt egal au quarré deſcrit de la ligne compoſee de la moitié & de l'adiouſtee comme d'vne.

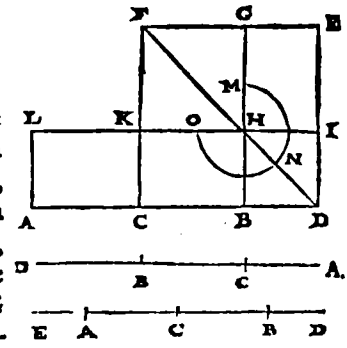
La ligne droicte A B, ſoit diuiſee par C, en deux egalement, & ſoit adiouſtee directement à icelle la droicte ligne B D. Ie dis que le rectangle contenu ſous la toute compoſee de A B, B D, ſçauoir A D, & l'adiouſtee, B D, auec le quarré de la moitié C B, eſt egal au quarré de la ligne C D, compoſee de la moitié C B, & de l'adiouſtee B D.

Sur C D, ſoit deſcrit le quarré, C F, & ayant mené le diametre D F, par B, ſoit menee B G, parallele à D E, ou C F, couppant le diametre au poinct H, & par H, ſoit menee I K, parallele à C D, & par A, ſoit menee A L, parallele à C F,

rencontrant I K, prolongee au poinct L. Donc BI, & K G, ſeront quarrez : & D I, ſera egale à B D, [b] & K H, eſt egale à C B, parquoy le rectangle A I, ſera contenu ſous A D, D B, & K G, ſera le quarré de C B, leſquels rectangle A I, & quarré K G ſont egaux au quarré C E. Car d'autãt

[a] Coroll. 1. 4. 2.

[b] 34. 1.




que le parallelogramme A K, eſt egal au parallellogramme CH, [c] puis que les baſes A C, CB ſont egales : & le parallelogramme H E, eſt egal au meſme CH [d], le complement au complement; A K & H E, ſeront egaux entr'eux : donc leur adiouſtant le commun CI, le Gnomon MNO, ſera egal au rectangle A I, partant puis que le gnomon MNO, auec le quarré K G, eſt egal au quarré C E, le rectãgle A I, auec le quarré K G, ſera auſſi egal au quarré C E. Donc ſi vne, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[c] 36.

[d] 43.

## SCHOLIE.

*Autrement, d'autant que le* [d] *quarré de C D, eſt egal aux quarrez de CB, B D, & à deux fois le rectangle contenu ſous D B, C B, c'eſt à dire aux quarrez de C B, B D, & aux rectangles contenus ſous D B, C B, & ſous D B, A C, (prenant vne fois A C, pour CB, qui luy eſt egale) Mais le rectangle contenu ſous D B, & la toute A D,*

[d] 4 ſec.

c 1. sec. c est egal aux rectangles sous D B, A C; D B, C B; & sous D B, D B; (qui est le quarré de D B.) Donc le quarré de C D, est egal à l'autre quarré de C B, auec le rectangle contenu sous D B, A D: c'est à dire le rectangle contenu sous A D, D B, auec le quarré de C B, est egal au quarré de C D, ce qu'il falloit demonstrer.

Si l'on considere attentiuement, l'on trouuera que ceste 6. prop. se peut demonstrer facilement par la precedente 5. Ce qu'a fort bien cogneu le docte Brescius. Car soit la ligne droicte A B, coupee en deux egalement au poinct C, & à icelle soit adiouſtee B D, directement. Ie dis que le rectangle contenu sous la toute A D, composee de A B, & B D, & l'adiouſtee B D, auec le quarré de la moitié C B, est egal au quarré de C D, composee de la moitié & de l'adiouſtee. Car soit adiouſtee à A D, la droicte ligne A E, de l'autre part, egale à B D: la toute E D, sera coupee au poinct C egalement, & au poinct B, inegalement: & d'autant que E A, A C, sont egales à D B, B C, pareillement la droicte ligne E B, sera egale à la droicte A D, puis que E A est faicte egale D B, & A B, est commune à toutes les deux. Donc le rectangle contenu sous les parties inegales E B, B D, auec le quarré de la section d'entre deux C B, c'est à dire le rectangle contenu sous A D, B D, auec le quarré de la moitié C B, sera egal au quarré de la moitié C D, C'est à dire au quarré de C D, composé de C B, moitié de la donnee A B, & de l'adiouſtee B D, Ce qui est proposé.

Pour appliquer ce theoreme aux nombres, soit diuisé 8. en deux egalement, ſçauoir en 4. & 4. & soit adiouſté 2. l'on peut voir comme le nombre 20. produit de tout le nombre composé 10 multiplié par l'adiouſté 2. auec 16. quarré de la moitié 4. est egal à 36. quarré de 6. composé de la moitié 4. & de l'adiouſté 2.

De ce theoréme l'on collige auſſi vne tres-belle proprie-

*té de la proportionalité Arithmetique, laquelle consiſte touſiours en vn meſme excés des quantitez proportionelles. Car puis que A D, excede C D, de la grandeur A C, c'eſt à dire de C B; & C D excede B D, de la meſme quantité B C, les trois lignes A D, C D, B D, auront la proportionalité arithmetique, d'autant que la premiere A D, excede la 2. C D, du meſme excés que la ſeconde C D, excede la troiſieſme B D. Parquoy puis qu'il eſt demonſtré que le rectangle contenu ſous les extrémes A D, B D, auec le quarré de l'excés C B, eſt egal au quarré de la moyenne C D, l'on collige manifeſtement, qu'en toute proportionalité arithmetique de trois lignes, le rectangle contenu ſous les extrémes, auec le quarré de l'excés eſt egal au quarré de la moyenne: Car trois lignes proportionelles ſelon l'arithmetique, ſe pourront touſiours conioindre, en ſorte qu'elles feront vne ligne qui ſe pourra diuiſer en 2. egalement, laquelle ſoit egale à l'excés entre la premiere & la tierce, & de la tierce. Comme il appert ſi les trois lignes droictes ſont donnees A D, C D, B D. Car ſi de la premiere A D, l'on oſte D C, egale à la moyenne, & de ceſte moyenne D C, l'on oſte la tierce D B, la ligne A B (qui eſt l'excés entre la premiere & la tierce) ſera coupee en deux egalement au poinct C, & à icelle adiouſtee la tierce B D. Car puis que B C, eſt l'excés entre la moyenne C D, & la tierce B D, qui doit eſtre egale à icelle A C, ſçauoir à l'excés entre la premiere A D, & la moyenne C D, à cauſe de la proportionalité arithmetique, A B ſera neceſſairement coupee en deux parties egales par le poinct C, & y a meſme raiſon des autres; laquelle choſe ſe void aux nombres qui ont vn meſme excés: car en ces nombres 4. 7. 10. qui ont meſme excés 3. le nombre 40. produit des extremes 4. & 10. auec 9. quarré de l'excés eſt egal à 49. nombre quarré: produit du moyen nombre 7.*

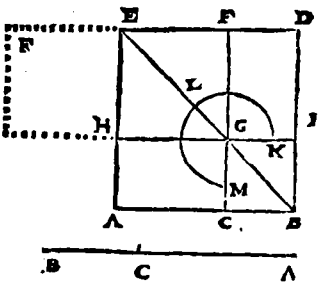
*Par ceſte 6. prop. l'on trouuera vn nombre quarré, auec*

*lequel quelconque nombre proposé estant adiousté, sera pareillement vn nombre quarré: l'operation se fera en la mesme maniere qu'en la 4. prop. &c.*

## THEOREME 7. PROP. 7.

vij.

Si vne ligne droicte est couppee comme l'on voudra: les deux quarrez ensẽble, sçauoir celuy de la toute, & celuy de l'vn des segmẽts, sont egaux à deux fois le rectãgle contenu sous la toute & ledict segment, & au quarré de l'autre segment.




Soit la ligne droicte A B, couppee comme l'on voudra au poinct D. Ie dis que le quarré de la toute A B, & le quarré du segment A C, ensemble sont egaux à deux fois le rectangle contenu sous la toute A B, & ledict segment A C: & au quarré de l'autre segment C B. Soit descrit le quarré de la ligne A B, sçauoir le quarré A D, & ayant mené le diametre B E, par C, soit menee C F, parallele à A E, ou B D, couppant le diametre au poinct G, par lequel soit mené H I, parallele à A B, Par le 1. coroll. de la 4. proposition, C I, H F, seront quarrez. Et a d'autant que G H, est egale à A C, la figure H F, sera le quarré du segmẽt A C. De rechef d'autãt que A E, est egale à A B, le rectangle A F, sera conte-

a 34. 1.

nu ſous la toute AB, & le ſegment AC. Par la meſme raiſon le rectangle HD, ſera contenu ſous les meſmes AB, AC, d'autant que DE, & EH, ſont egales à AB, AC, à cauſe des quarrez AD, HF. D'autant donc que le quarré AD, eſt egal aux rectangles AF, FI, c'eſt à dire au Gnomon KLM, & au quarré CI; ſi l'on adiouſte le quarré commun HF; les quarrez AD, HF, ſeront egaux aux rectangles AF, DH, (chacun deſquels eſt contenu ſous la toute AB, & le ſegment AC,) & à CI, quarré de l'autre ſegment CB: Donc ſi vne ligne droicte &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Autrement, d'autant que le quarré de AB,* [b] *eſt egal aux quarrez de AC, CB, & à deux fois le rectangle contenu ſous AC, CB, ſi l'on adiouſte le quarré commun de AC, les quarrez de AB, AC, ſeront egaux au quarré de AC, deux fois & au quarré de CB, & à deux fois le rectangle contenu ſous AC, CB. Mais le rectangle contenu ſous AB, AC,* [c] *eſt egal au rectangle contenu ſous AC, CB, & au quarré de AC, & partant deux fois le rectangle contenu ſous AB, AC, eſt egal à deux fois le rectangle contenu ſous AC, CB, & à deux fois le quarré de AC, donc les quarrés de AB, AC, ſont egaux à l'autre quarré de CB, & à deux fois le rectangle contenu ſous AB, AC. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

[b] 4. ſec.

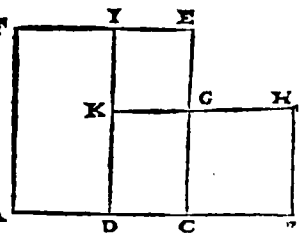
[c] 3. ſec.

*Aux nombres, ſoit diuiſé le nombre* 10. *comme l'on voudra en* 6. *&* 4. *Donc* 100. *nombre quarré de tout le nombre* 10. *&* 36. *nombre quarré de la partie* 6. *ſont egaux au nombre* 120. *qui eſt faict de* 10. *multiplié par* 6. *prins deux fois, & à* 16. *quarré de l'autre partie* 4. *comme il appert: ainſi de meſme:* 100. *nombre quarré de* 10.

*& 16. nombre quarré de 4. sont egaux à 80. faict de 10. multiplié par 4. prins deux fois, auec le nombre 36. quarré de l'autre partie. 6.*

*Nous adiousterons icy le Theoréme suiuant, prins de Federic Commandin.*

Si vne ligne droicte est couppee en parties inegales: les quarrez d'icelles parties, sont egaux au rectangle, contenu deux fois sous lesdictes parties, & au quarré de la ligne, par laquelle la plus grande partie excede la plus petite.




Soit la ligne droicte A B, couppee en parties inegales A C, C B, & soit A C, la plus grande partie: & soit prise A D, egale à la moindre partie C B, afin que D C, soit l'excez, par lequel la partie A C, excede la partie C B. Ie dis que les quarrez des parties A C, C B, sont egaux à deux fois le rectangle contenu sous A C, C B, & au quarré de la ligne D C.

Car soient constituez les quarrez A E, C H, & soit menee D I, parallele à C E, & prolongee H G, au poinct K: d'autant donc que A D, est egale à C B, si l'on adiouste la commune D C, la toute A C, c'est à dire C E, sera egale à la toute D B. mais C G, est aussi egale à C B, d'autant que C H, est vn quarré, donc la restante G E, sera egale à la restante D C: & partant puis que I E, est aussi egale

à D C, G E & I E, seront egales, & par ainsi E K, sera le quarré descrit de l'excés D C. Mais d'autant que les rectangles A I, D H, sont contenus sous les parties A C, C B, (car A C, est egale tant à l'vne qu'à l'autre A F, D B, & C B, egale tant à l'vne qu'à l'autre, A D, B H) il est manifeste que les quarrez de A E, & C H, descrits des parties A C, C B, sont egaux aux rectangles A I, D H, qui sont contenus sous les parties A C, C B, & à I G, quarré de l'excés D C. Ce qui est proposé.

## SCHOLIE.

*Aux nombres, s'il est diuisé le nombre 10. inegalement en 4. & 6. De sorte que la plus grande partie excede la moindre de 2. il est euident que 16. & 36. quarré des parties, lesquels adiouſtez font 52. sont egaux à 24. nombre produit de 4. multiplié par 6. prins deux fois & à 4. qui est le nombre quarré de l'excés 2. comme vouloit le theoréme.*

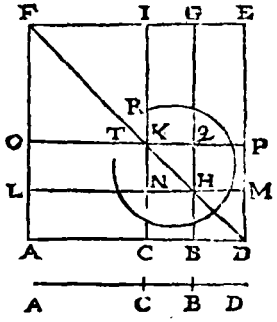
## THEOREME 8. PROP. 8. viij.

Si vne ligne droicte est couppee, comme l'on voudra : quatre fois le rectangle, contenu sous la toute & vn des segments, auec le quarré de l'autre segment, est egal au quarré descrit de la toute & dudict segment, comme d'vne.

Soit A B, diuisee cõme l'on voudra au poinct C. Ie dis que quatre fois le rectangle contenu sous la toute A B, & le segmẽt C B, auec le quarré de l'autre segmẽt A C, est egal au quarré de la ligne cõpo-

ſee de la toute A B, & dudict ſegment C B, commed'vne.

Car ſoit prolongee A B, vers D, & ſoit poſee B D, egale à B C, & ſur la toute A D, ſoit deſcrit le quarré A E, & ayant mené le diametre D F, ſoient menees C I, B G, paralleles à D E, couppant le diametre aux poincts H, & K, par leſquels ſoient menees L M, O P, paralleles, à A D, leſquelles couppent les premieres paralleles, aux poincts N, & Q.




Premierement les parallelogrammes O I, N Q, B M, L G, C P, qui ſont à l'entour du diametre D F, ſeront quarrez par le 1. coroll. de la quatrieſme propoſition: & d'autant [a] que O K, eſt egale à A C; O I, ſera le quarré du ſegment A C. De rechef puiſque N H, eſt egale [b] à C B; N Q, ſera le quarré du ſegment C B, & partant egal au quarré B M, puis que C B, & B D, ſont egales. Partant chacune des lignes B H, H Q, eſt egale au ſegment C B; & par ainſi les deux rectangles A H, L Q, ſeront comprins ſous la toute A B, & le ſegment C B, [c] puis que L H, eſt egale à A B. Par meſme raiſon N G, H E, ſeront comprins ſous A B, & C B, puis que les lignes droictes N H, H M, [d] ſont egales à C B, & B D; & G H, E M, egales à F L, c'eſt à dire à L H, ou A B, ſon egale. Et d'autant que les quarrez N Q, B M, ſont egaux, ſi l'on adiouſte le commun rectangle K G; B M, & K G, enſemble

a 34. 1.
b 34. 1.
c 34. 1.

enſemble ſeront egaux au rectangle N G. Parquoy les cinq rectangles A H, L Q, H E, B M, & K G, qui conſtituẽt le Gnomon R S T, ſont egaux à quatre fois le rectangle contenu ſous la toute A B, & le ſegment C B. Or puis que le Gnomon R S T, & le quarré O I, ſont egaux au quarré A E; quatre fois le rectangle contenu ſous la toute A B, & le ſegment C B, auec le quarré de l'autre ſegment A C, eſt egal au quarré de la ligne A D, compoſee de A B, & dudict ſegment C B. Donc ſi vne ligne droicte eſt couppee comme, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Autrement, d'autant que le quarré de A D,* [c] *eſt egal aux quarrez de A B, B D, & à deux fois le rectangle contenu ſous A B, B D, c'eſt à dire aux quarrez A B, B C, qui ſont L G, B M, auec deux fois le rectangle contenu ſous A B, B C: mais les quarrez de A B, B C,* [f] *ſont egaux à 2. fois le rectangle contenu ſous A B, B C, & au quarré de A C: le quarré de A D, ſera egal à quatre fois le rectangle contenu ſous A B, B C, & au quarré de A C. Ce qu'il falloit demonſtrer.* [c] 4. ſec. [f] 7. ſec.

*Maintenant ſoit diuiſé le nombre* 10. *cõme l'on voudra en* 6. *& 4. le nõbre* 240. *qui eſt faict du tout* 10. *multiplié par la partie* 6. *quatre fois, auec le nombre* 16. *quarré de l'autre partie* 4. *c'eſt à dire* 256. *eſt egal au nombre quarré de* 16. *qui eſt compoſé du nombre donné* 10. *& de ladicte partie* 6. *comme il eſt manifeſte. En la meſme maniere le nombre* 160. *qui eſt faict du tout* 10. *quatre fois multiplié par la partie* 4. *auec* 36. *quarré de l'autre partie* 6. *c'eſt à dire* 196. *eſt egal au quarré du nombre* 14. *compoſé de* 10. *& 4. comme il eſt euident. Par ceſte propoſition* 8.

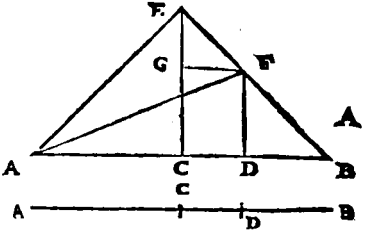
autrement que par les precedentes, nous trouuerons vn nombre quarré, auec lequel quelconque nombre donné estant adiousté sera semblablement vn nombre quarré. Car si de la quatrieſme partie du nombre donné l'on oſté 1. le reſte ſera le coſté du nombre quarré requis. Comme ſi le nombre donné eſt 32 ſoit oſté 1. de ſa quarte partie 8. le reſte 7. ſera le coſté du quarré requis, lequel ſera 49. auec lequel le nombre propoſé 32. adiouſté faict 81. duquel le coſté eſt 9. touſiours plus grand de l'vnité, que la quatrieſme partie du nombre donné. La raiſon de cecy eſt facile. Car puis que le rectangle A H, prins 4. fois auec le
2 8. ſoit. quarré O I, 8 eſt egal au quarré A E, ſi le rectangle A H, eſt poſé 8. qui eſt la 4. partie du nombre donné, & le quarré C H, & auſſi ſon coſté ſoit poſé 1. la ligne A B, ſera 8. afin que appliquee à C B, 1. elle face 8. eſtant donc 1. le reſte ſera A C, coſté du quarré O I, 7. Ce qui eſt requis. Pour euiter les fractions il faut que le nombre ſe puiſſe diuiſer en quatre parties egales.

Au contraire nous trouuerons ſemblablement vn nombre quarré, duquel eſtant ſouſtraict quelconque nombre donné, reſte auſſi vn nombre quarré. Car ſi à la quatriéme partie du nombre donné, l'on adiouſte 1. l'on aura le coſté du quarré requis. Soit derechef le nombre donné 32. ſi à la 4. partie 8. l'on adiouſte 1. l'on aura 9. du quarré duquel 81. ſi l'on oſte le nombre propoſé 32. reſtera le nombre quarré 49. duquel le coſté 7. eſt touſiours moindre que la 4 partie du nombre donné de 1. La raiſon eſt; d'autant que ſi la quatrieſme partie du Gnomon R S T, (qui eſtant oſté du quarré A E, demeure O I,) c'eſt à dire le rectangle A H, que nous auons monſtré eſtre la 4. partie du Gnomon R S T, ſoit poſé de 8. qui eſt la 4. partie du nombre donné 32. & le quarré B M, ſoit 1. & partant ſon coſté B D, auſſi 1. la ligne A B, ſera 8. comme il eſt dict: donc tout le coſté A D, ſera 9. du quarré duquel A E, 81. ſi

*l'on oſte le Gnomon R S T, que nous auons poſé 32. le reſte quarré O I, ſera 49. duquel le coſté A C, eſt 7. D'autant que A B, eſtoit 8. & C B, c'eſt à dire B D, ſon egale, 1. lequel A C, eſt touſiours, de l'vnité moindre que la 4. partie du nombre donné, comme il eſt dict.*

## THEOREME 9. PROP. 9. ix.

Si vne ligne droicte eſt couppee en 2. parties egales, & en 2. parties inegales: les quarrez des ſegments inegaux de la toute, ſont doubles du quarré de la moitié, & du quarré de la ſection du milieu.




Soit couppee la droicte ligne A B, en deux egalemẽt au poinct C, & en 2. inegalemẽt au poinct D. Ie dis que les quarrez des ſegments inegaux, A D, D B, enſemble, ſont doubles des quarrez enſemble, qui ſont faicts de la moitié A C, & de la ſection du milieu C D.

Du poinct C, ſoit menee C E, à angles droicts à A B, & poſee egale à A C, & ſoient conioinctes A E, E B; & de D, ſoit auſſi menee D F, à angles droicts à A B, couppãt E B, au poinct F, par lequel ſoit menee F G, parallele à A B, couppant C E, au poinct G, & finalement ſoit ioincte A F. D'autant qu'au triangle A C E, les deux oſtez A C, C E, ſont egaux, les 2. angles C A E, C E A, ſeront egaux; mais A C E, eſt droict: donc [a] 5. 1

b 32. 1. les deux b autres vaudront vn droict, & partant l'angle A E C, ſera demi-droict. Par la meſme raiſõ, l'angle B E C, ſera mõſtré demi-droict, & par conſequent le tout A E B, ſera droict. De rechef,
c 29. 1. d'autant qu'au triangle F G E, l'angle E G F, c eſt egal au droict E C B, l'externe à l'interne; les deux
d 32. autres d ſeront egaux à vn droict: mais il eſt demonſtré que l'angle F E G, eſt demi-droict; donc E F G, ſera auſſi demi-droict, & partant tous deux egaux: e donc les coſtez E G, G F, ſeront egaux
e 6. 1. entr'eux. En la meſme maniere l'on monſtrera que les deux lignes F D, & D B, ſont egales entr'elles.

Or d'autant qu'au triangle A C E, l'angle C, eſt
f 47. 1. droict, le f quarré du coſté A E, ſera egal au deux quarrez de AC, C E, leſquels ſont egaux entr'eux, eſtant les lignes A C, C E, egales, donc le quarré de A E, ſera double du quarré de A C. Derechef, d'autant qu'au triangle E G F, l'angle G, eſt droict
g 47. 1. & les deux coſtez G E, G F, egaux, g le quarré de E F, ſera double du quarré de G F, c'eſt à dire du quarré de C D, qui eſt h egale à G F. Donc les 2.
h 34. 1. quarrez de A E, & E F, ſont doubles des deux quarrez de A C, & C D: Mais iceux quarrez de
i 47. 1. A E, & E F, i ſont egaux au quarré de A F; & le quarré de A F, egal aux deux quarrez de A D, D F. Donc les deux quarrez de A D, D F, ſont doubles des deux quarrez de A C, C D; mais le quarré de D F, eſt egal au quarré de D B, car icelles lignes ſont monſtrees egales. Pareillement donc les quarrez des ſegments A D, D B, ſeront auſſi doubles des quarrez de AC, & CD, moitié de la ligne A B, & de la ſection du milieu. Donc ſi vne ligne &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Autrement, d'autant que le quarré de la ligne A D, eſt* [k] *egal aux deux quarrés de A C, C D, & à deux fois le rectangle contenu ſous A C, C D; ſi l'on adiouſte le commun quarré de D B, les deux quarrez de A D, & de D B, ſeront egaux aux trois quarrez de A C, C D, & D B, & à deux fois le rectangle contenu ſous A C, C D, ou ſous B C, C D; mais les quarrez de B C, ou A C; & de C D, ſont* [l] *egaux au quarré de D B, & à deux fois le rectangle contenu ſous B C, C D. Donc les quarrez de A D, D B, ſont egaux, à deux fois les quarrez de A C, C D, & partant doubles d'iceux. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

[k] 4. ſec.

[l] 7. ſec.

*Commandin demonſtre cette propoſition autrement en cette maniere.*

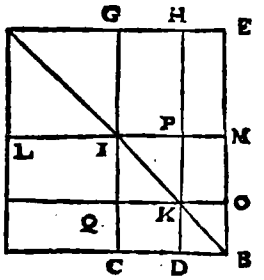
D'autant que A C, eſt egale à C B, & C B, excede C D, de D B; A C, excedera pareillement la meſme C D, de D B. Partant, comme il a eſté demonſtré à la ſeptieſme propoſition de ce liure, les quarrez de A C, C D, ſont egaux à deux fois le rectangle contenu ſous A C, C D, & au quarré de D B; parquoy les quarrez de A C, C D, & deux fois le rectangle contenu ſous A C, C D, auec le quarré de D B, ſont doubles des quarrez de A C, C D: mais le quarré de A D, eſt [m] egal aux quarrez de A C, C D, & à deux fois le rectangle contenu ſous A C, C D. Donc les quarrez de A D, D B, ſont doubles des quarrez de A C, C D.

[m] 4. ſec.

*Derechef, ſoit le nombre* 10. *diuiſé egalement en* 5. *& inegalement en* 7. *&* 3. *la moyenne ſe-*

*ction ſera 2. comme il eſt dict en la 5. propoſition. Les quarrez des parties inegales 7. & 3. qui ſont 49. & 9. ſont doubles de 25. & 4. quarrez de la moitié & de la moyenne ſection, comme il eſt manifeſte.*

*Nous pourrons auſſi demonſtrer cette neufieſme propoſition par la conſtruction comme les precedentes en cette maniere.*




Soit deſcrit le quarré A E, de toute la ligne A B, & ayant mené le diametre B F, par les poincts C, & D, ſoient menees C G, D H, paralleles aux coſtez B E, ou A F, couppant le diametre B F, aux poincts I, & K, par leſquels ſoient menees L M, N O, paralleles à A B, ou E F, couppant les premieres aux poincts I, & K. D'autant que, par le Coroll. 1. de la 4. propoſition de ce liure, L G, Q P, D O, C M, N H, ſont quarrez, & L I, 34. 1. eſt egale à A C, & Q K, à C D, & N K, à A D; les parallelogrãmes N H, & D O, ſeront les quarrez des parties inegales A D, D B, & L G, P Q, quarrez de la moitie A C, & de la moyenne ſection C D. Ie dis que ceux là ſont doubles de ceux-cy.

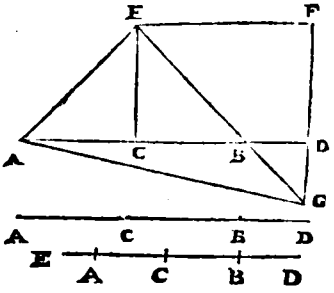
Car d'autant que les quarrez N H, D O, excedent les quarrez L G, Q P, du quarré D O, & des deux rectangles N I; I H; mais le quarré D O. & les rectãgles N I, I H, ſont egaux aux quarrez L G, Q P, comme il ſera preſentement demonſtré; il

eſt manifeſte, que les quarrez N H, D O, ſont doubles des quarrez L G, Q P, puis que ceux cy ſont deux fois contenus en ceux-là. Or que ces trois rectangles D O, N I, I H, ſoient egaux aux quarrez L G, Q P, il ſera ainſi demonſtré. Le rectangle N I, ° eſt egal au rectangle Q M, d'autant que N Q, Q O, P ſont egales aux egales A C, C B. Donc le rectangle N I, contient le quarré Q P, & plus le rectangle K M. Si donc K M, D O, I H, ſont egaux au quarré L G, neceſſairement D O, N I, I H, ſeront egaux aux deux quarrez, L G, Q P. Or que R M, D O, I H, ſoient egaux au quarré L G, nous le demonſtrerons ainſi. Les rectangles q K M, D O, enſemble ſont egaux à P E, d'autant que B M, M E, ſont egales, puis que B M, eſt egale à C B, à cauſe du quarré C M, r & M E, eſt egale, à F L, c'eſt à dire à L I, à cauſe du quarré L G, s c'eſt à dire à A C; adiouſtant donc le commun quarré I H, les rectangles K M, D O, I H, ſeront egaux à I E, c'eſt à dire au quarré L G, t d'autant que I E, L G, ſont egaux à cauſe des lignes droictes L I, I M, u leſquelles ſont egales aux egales A C, C B. Ce qui eſt propoſé.

° 36. 1. P 34. 1. q 36. 1. r 34. 1. s 34. 1. t 36. 1. u 34. 1.

## THEOREME 10. PROP. 10. X.

**Si vne ligne droicte eſt couppee en deux parties egales, & qu'on luy adiouſte directement quelque ligne droicte: les deux quarrez enſemble de la toute auec l'adiouſtee, & de l'adiouſtee ſont doubles, du quarré deſcrit de la moitié, & du quarré de la ligne compoſee de la moitié, & de l'adiouſtee comme d'vne.**




Soit couppee A B, en deux egalement au poinct C, & ſoit adiouſtee directement à icelle B D. Ie dis que les deux quarrez de A D, & de D B, enſemble ſont doubles des quarrez enſemble, qui ſont deſcrits de A C, & C D.

Car ſoit menee C E, à angles droicts à la ligne A B, & poſee egale à la moitie A C, & ſoient conioinctes les droictes lignes A E, E B, & par D, ſoit menee D F, parallele à C E, rencontrant E B, prolongee au poinct G, & par E, ſoit menee E F, parallele à C D, couppant D F, au poinct F, & ſoit conioincte la droicte A G; l'on monſtrera maintenant que l'angle A E B, eſt droict comme en la precedente propoſition, & C E B, demi droict;

[a] 29. 1. [a] & partant ſon alterne E G F, pareillement demi-

[b] 34. 1. droict; mais l'angle [b] F, eſt droict eſtant oppoſé

[c] 32. 1. au droict C, au parallelogramme C F. [c] Donc l'autre F E G, ſera auſſi demi droict, & partant egal à

[d] 6. 1. E G F, parquoy E F, [d] F G, oppoſees aux angles F E G, E G F, ſont pareillement egales. Par le meſme diſcours on monſtrera que B D, D G, ſont egales, d'autant que l'angle B D G, eſt droict & B G D, demi droict &c.

[e] 47. 1. D'autant donc que le quarré de A E, [e] eſt egal aux quarrez egaux des lignes droictes egales A C, C E, iceluy quarré de A E, ſera double du quarré de A C. De rechef d'autant que le quarré de E G,

[f] 47. 1. [f] eſt egal aux quarrez egaux des lignes droictes

egales E F, F G, iceluy quarré de E G, ſera pareillement double, du quarré de E F, ou de C D, ſon egale, car [g] C D, eſt egale à E F: donc les deux quarrez de A E, E G, ſont doubles des quarrez de de A C, C D. Mais le quarré de A G, eſt egal aux [h] quarrez de A E, E G, & partant double des quarrez de A C, C D, & les quarrez de A D, D G, [h] ſont egaux au quarré de A G. Dõc les quarrez de A D, D G, ſont doubles des quarrez deſcrits de A C, C D. Donc puis que le quarré de D G, eſt egal au quarré de ſõ egale B D: les quarrez de A D, D B, ſeront pareillement doubles des quarrez deſcrits de A C, C D. Partant ſi vne ligne droicte eſt coupée en deux egalement &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[g] 34. 1.

[h] 47. 1.

## SCHOLIE.

*Autrement, d'autant que le quarré de A D,* [i] *eſt egal aux quarrez de A C, C D, & à deux fois le rectangle contenu ſous A C, C D, ou ſous B C, C D, ſi l'on adiouſte le commun quarré de B D, les deux quarrez de A D, & de B D, ſeront egaux aux trois quarrez, de A C, C D, B D, & à deux fois le rectangle contenu ſous B C, C D.* [k] *mais les quarrez de C D, & B C, c'eſt à dire les quarrez de A C, C D, ſont egaux au quarré de B D, & à deux fois le rectangle contenu ſous B C, C D. Donc les quarrez de A D, B D, ſont egaux aux quarrez de A C, C D, deux fois; & partant, les quarrez de, A D, B D, ſont doubles des quarrez A C, C D. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

[i] 4. ſec.

[k] 7. ſec.

*Commandin demonſtre cecy autrement. D'autant que A C, eſt egale à C B, & C D, excede C B, de B D, la meſme C D, excedera pareillement A C, du meſme excés B D, partant comme il a eſté monſtré à la 7. pro. de ce liure, les quarrez de A C, C D, ſont egaux à deux fois*

*le rectangle contenu ſous A C, C D, & au quarré de B D; & pour ceſte cauſe les quarrez A C, C D, & deux fois le rectangle contenu ſous A C, C D, auec le quarré de B D, ſont doubles des quarrez de A C, C D:*

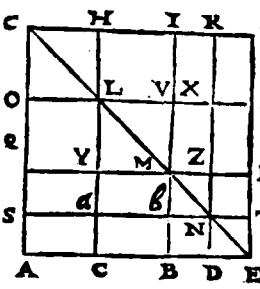
14. ſec. *mais le quarré de A D [1] eſt egal aux quarrez de A C, C D, & à deux fois le rectangle contenu ſous A C, C D. Donc les quarrez de A D & de B D, ſont doubles des quarrez, de A C, C D.*

*Le nombre 10. ſoit diuiſé en deux parties egales 5. & 5. auquel ſoit adiouſté quelconque nombre 3. de ſorte que tout le nombre compoſé ſoit 13. Donc les nombres quarrez 169. & 9. des nombres 13. & 3. ſont doubles des nombres quarrez 25. & 64. qui ſont produicts de ces nombres 5. & 8. comme il eſt manifeſte.*

*Cette 10. propoſition ſe peut auſſi facilement demonſtrer par la 9. precedente, comme la 6. a eſté demonſtrée cy-deuant par la 5. Car ſoit la ligne droicte A B, couppee en deux egalement par le poinct C, & à icelle ſoit adiouſtee quelconque ligne B D. Ie dis que les 2. quarrez de A D, B D, enſemble ſont doubles des deux quarrez A C, & C D, enſemble. Car adiouſtant à la droicte A D, de la part de A, la droicte ligne A E, egale à l'adiouſté B D; la toute E D, ſera couppee en deux egalement au poinct C, & inegalement au poinct B, d'autant que E A, A C, ſont egales à D B, B C. Pareillement E B, ſera egale à A D, d'autant*

m 9. 2. *que E A, eſt egale à D B, & A B, eſt commune à l'vne & à l'autre. [m] Donc les quarrez des lignes E B, B D, c'eſt à dire de A D, B D, ſont doubles des quarrez des lignes E C, C B, c'eſt à dire de C D, A C, ce qui eſt propoſé.*

*Si l'on veut demonſtrer cette 10. propoſition par la conſtruction comme la 9. precedente a eſté demonſtree, l'on le fera en cette maniere.*




Ayant prolongé A D, au poinct E, en ſorte que D E, ſoit egale à B D, adiouſtee, & ayant deſcrit le quarré A F, de la toute A E, & mené le diametre E G, ſoient menees par les poincts C, B, D, les lignes droictes C H, B I, D K, paralleles à A G, E F, couppantes le diametre E G, aux poincts L M N, par leſquels ſoient menees O P, Q R, S T, paralleles aux coſtez A E, G F, couppant les premieres aux poincts V, X, Y, Z, *a*, *b*.

D'autant que tous les rectangles qui ſont à l'entour du diametre [n] G E, ſont quarrez, [o] & S N, eſt egale à A D, & O L, à A C, & a N, à C D, le rectangle S K, ſera le quarré de A D, & D T, ſera le quarré de D E, ou de B D, & O H, *a* X, quarrez de A C, C D. Ie dis que les quarrez S K, D T, enſemble, ſont doubles des quarrez O H, a X, enſemble.

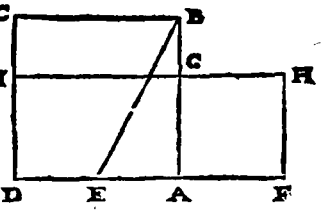
[n] *Coroll.* 1. 4. 2.
[o] 54. 1.

Car d'autant que les quarrez S K, D T, excedẽt les quarrez O H, *a* X, du quarré D T, & des rectangles, S L, L K: mais le quarré D T, & les rectangles S L, L K, ſont egaux aux quarrez, O H, *a* X, comme il ſera maintenant demonſtré; il appert manifeſtemẽt que les quarrez S K, D T, ſont doubles des quarrez O H, a X, puis que ceux-cy ſont

contenus deux fois en ceux-là. Or que ces trois rectangles D T, S L, L K, soient egaux aux quarrez O H, ⁂ X, il sera ainsi demonstré. Le re-
p 36. 1. ctangle Q L, p est egal au quarré O H, à cause
q 34. 1. que les lignes Q O, O G, sont egales q d'autant que Q O, est egale à Y L; & Y L, egale à O G, à cause des quarrez egaux Y V, O H, des coste z
r 34. 1. egaux O L, L V. Semblablement S Y, est r egal à ⁂ M, & L I, à Y V, & V K, à V Z, & D T, à *b* Z. Donc les cinq rectangles Q L, S Y, L I, V K, D T, c'est à dire les trois rectangles D T, S L, L K, sont egaux aux cinq rectangles O H, ⁂ M, Y V, V Z *b* Z, c'est à dire aux deux quarrez O H, ⁂ X. Ce, qui est proposé.

xj. ## PROBLEME 1. PROP. 11.

**Coupper vne ligne droicte donnee de telle sorte, que le rectangle contenu sous la toute & vn des segments, soit egal au quarré de l'autre segment.**




Soit la ligne droicte A B, qu'il faut coupper en sorte que le rectangle cõtenu sous la toute A B, & vn des segments, sçauoir le moindre, soit egal au quarré de l'autre segment, sçauoir le plus grand.

Soit descrit le quarré A C, de la ligne droicte A B, & ayant diuisé le costé D A, en deux egalement au poinct E, soit menee E B, & soit prolon-

gee D A, au poinct F, de sorte que E F, soit posee egale à E B, & de A B, soit retranchee A G, egale à A F, car A B, est plus grande que A F: [a] puis que E A, A B, sont plus grandes que E B, ou E F, son egale: ostant donc la partie commune E A, restera A B, plus grande que A F. Ie dis que A B, est couppee au poinct G, en sorte que le rectangle cõtenu sous A B, B G, est egal au quarré de A G, de sorte que B G, est le plus petit, & A G, le plus grãd. Car soit descrit A H, quarré de A G, & prolongé le costé H G, vers I, en sorte que H I, couppe D C, au poinct I, laquelle [b] sera parallele à F D, & B C, partant C G, & D H, seront parallelogrammes rectangles, & C G, sera contenu sous la toute A B, & le segment B G, car C B, est egale à A B, lequel rectangle est egal au quarré G F, de l'autre segment A G. D'autant que D A, estant couppee en deux egalement à E, à laquelle l'on a adiousté A F, [c] le rectangle contenu sous D F, F A; c'est à dire le rectangle D H, (car F H, est egale à F A,) auec le quarré de la moitié A E, est egal au quarré E F; c'est à dire au quarré de E B, qui est egale à E F: mais le quarré de E B, est egal [d] aux quarrez de E A, & A B. Parquoy le rectangle D H, auec le quarré de A E, sera aussi egal aux quarrez de A E, A B: ostant donc le commun quarré de A E, restera le rectangle D H, egal au quarré A B, qui est le quarré A C. Donc si l'on oste le commun rectangle D G, restera le rectangle G C, egal au quarré G F. Ce qui est proposé. Nous auons donc couppé &c. Ce qu'il falloit faire.

[a] 20. 1.
[b] 34. 1.
[c] 6. 2.
[d] 47. 1.

## SCHOLIE.

*Ce probléme ne peut en aucune maniere eſtre demonſtré par les nombres. Car aucun nombre ne peut eſtre diuiſé de telle ſorte en deux, que le nombre produit du tout multiplié par vne des parties, ſoit egal au nombre quarré de la partie reſtante, comme il ſera demonſtré à la 14. propoſition du 9. liure, où les 10. theorémes precedents de ce liure, ſeront demonſtrez par les nombres.*

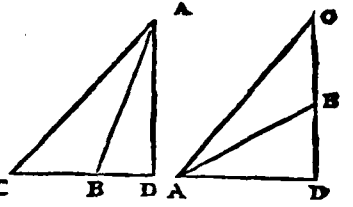
*La practique de cette propoſition n'eſt difficile, car par le poinct A, où ſe doit terminer le plus grand ſegment de la ligne donnee A B, ayant mené A D, à angles droicts egale à A B, & coupé icelle A D, en deux egalement; ſi à l'interualle E B, l'on coupe E A, prolongee en F; A F, ſera egale au plus grand ſegment A G, comme il a eſté demonſtré.*

xij. ## THEOREME 11. PROP. 12.

Aux triangles amblygones, le quarré du coſté qui ſouſtient l'angle obtus, eſt plus grand que les quarrez des coſtez qui contiennent l'angle obtus, de deux fois le rectangle contenu ſous l'vn des coſtez qui ſont à l'entour de l'angle obtus. ſçauoir celuy, ſur lequel eſtant prolongé. tombe la perpendiculaire, & la ligne priſe au dehors entre la perpendiculaire & l'angle obtus.

Soit le triangle A B C, ayant l'angle A B C, obtus & du poinct A, ſur le coſté CB, prolongé de la
a 12. 1. part de l'angle obtus, a ſoit menee la perpendiculaire A D. Ie dis que le quarré du coſté A C, oppoſé à l'angle obtus eſt plus grand que les quarrez

des coſtez A B, B C, qui contiennent l'angle obtus, de deux fois le rectangle contenu ſous C B, B D. C'eſt à dire, le quarré du coſté A C, eſt egal aux deux quarrez des coſtez A B, B C, & à deux fois le rectangle contenu ſous C B, B D.




Car puis que C D, eſt diuiſee comment que ce ſoit par B, [b] le quarré de C D, eſt egal aux 2. quarrez de C B, B D, & à deux fois le rectangle contenu ſous C B, B D; adiouſtãt dõcle cõmun quarré de A D, les 2. quarrez de C D, & D A, ſeront egaux aux trois quarrez des lignes C B, B D, D A, & à deux fois le rectangle contenu ſous C B, B D: mais le quarré de A C, [c] eſt egal aux deux quarrez de C D, D A. Iceluy quarré de A C, ſera donc auſſi egal aux trois quarrez, de C B, B D, D A, & à 2. fois le rectangle contenu ſous C B, B D. Donc puis que le quarré de B A, eſt [d] egal aux deux quarrez de B D, D A; le quarré de A C, ſera egal aux quarrez de C B, B A, & à deux fois le rectangle contenu ſous C B, B D. Ce qui eſt propoſé. Donc aux triangles amblygones &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

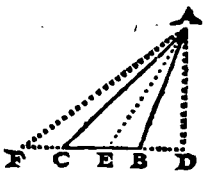
b 4. ſec.

c 47. 1.

d 47. 1.

## SCHOLIE.

*Euclide demonſtre en ce lieu, de combien le quarré du coſté oppoſé à l'angle obtus, au triangle amblygone, eſt plus grand que les quarrez des deux autres coſtez: en la ſuiuante 13. propoſition, il monſtrera de combien le quarré du coſté oppoſé à l'angle agu, eſt moindre que les quarrez des deux autres coſtez.*




*Or que la perpendiculaire menee du poinct A, tombe ſur le coſté B C, prolongé de la part de l'angle obtus, nous le demonſtrerons en brief. Soit au triangle A B C, l'angle obtus A B C, & le coſté C B, prolongé de la part de B. Je dis que la perpendiculaire menee du poinct A, tombe hors le triangle ſur le coſté C B, prolongé, comme A D.*

*Car ſi elle tomboit dans le triangle, comme eſt la droicte A E, les deux angles A B E, A E B, ſeroient plus grands que 2. droicts, puis que celuy là eſt obtus & celuy-cy droict, ce qui a eſt abſurde. Mais ſi elle tomboit hors le triangle ſur le coſté B C, prolongé de la part de C, telle qu'eſt la droicte ligne A F; de rechef au triangle A B F, les deux angles A B F, A F B, ſeroient plus grands que deux droicts, puis que celuy-là eſt obtus & ceſtuy-cy droict. Ce qui eſt abſurde.*

a 17. 1.

## SCHOLIE.

*Henrion a mis en ce theoréme*; de la quantité de deux fois le rectangle compris du coſté contenant l'angle obtus, &c. *Mais s'il entendoit le texte d'Euclide, il trouueroit ainſi*, ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, ᾧ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσα ἡ κάθετος πίπτει ἡ τὸ ἐπιλαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ. *C'eſt à dire aux triangles amblygones, le quarré du coſté qui ſouſtient l'angle obtus eſt plus grand que les quarrez des coſtez, qui contiennent l'angle obtus de la quantité de deux fois le rectangle cõtenu ſous l'vn des coſtez qui ſont à l'entour de l'angle obtus, ſçauoir celuy ſur lequel eſtant prolongé tombe la*

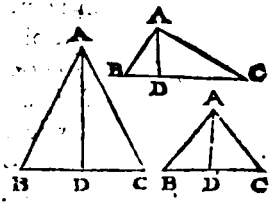
*tombe la perpendiculaire, & la ligne prise au dehors entre la perpẽdiculaire & l'angle obtus: il est dõc manifeste qu'il faut traduire* τὸν μεῖζον τῶν ἐφεξῆς τὰ ἀμβλεῖαν γωνίαν, *&c.* sous l'vn des costez qui sont autour de l'angle obtus, ou qui contiennẽt l'ãgle obtus, & *nõ* du costé contenãt l'angle obtus, *cõme il dict, attendu aussi qu'vn costé ne contient pas vn angle &c. En la 5. proposition de ce liure, où il y a*, le rectangle contenu sous les parties inegales de la toute, *il a laissé ce mot* τῆς ὅλης, de la toute, *ce qu'il ne deuoit faire, tant par ce qu'il est au texte d'Euclide, que d'autant (comme il est demonstré) que le rectangle sous A D, D B, parties inegales de la toute A B, auec le quarré de la partie du milieu, est egal au quarré de la moitié de la toute, & non pas le rectangle sous A C, C D, qui sont aussi parties inegales. Voyez la figure de la 5. proposition: neantmoins il est excusable puis qu'il a faict comme en sa coppie.*

## THEOREME 12. PROP. 13. xiij.

Aux triangles oxygones; le quarré du costé qui soustient l'angle agu, est moindre que les quarrez des costez qui contiennent l'angle agu, de deux fois le rectangle contenu sous l'vn des costez qui sont autour de l'angle agu, sçauoir celuy sur lequel tombe la perpendiculaire, & la ligne prise au dedans, entre la perpendiculaire & l'angle agu.

Soit le triangle oxygone A B C, & de l'angle agu A, soit menee la perpendiculaire, tombant sur le costé B C. Ie dis que le quarré du costé A B, op-

posé à l'angle agu A C B, est moindre que les quarrez des costez A C, C B, qui sont autour de l'angle agu C, de deux fois le rectangle contenu sous B C, C D, c'est à dire, le quarré du costé A B, auec deux fois le rectangle contenu sous B C, C D, est egal aux deux quarrez des costez A C, C B.




Car puis que la droicte ligne B C, est diuisée comment que ce soit au poinct D, les quarrez de
a 7. sec. a BC, & de CD, sont egaux à deux fois le rectãgle contenu sous B C, C D, & au quarré de B D. Adiouſtant donc le commun quarré de D A, les trois quarrez de B C, C D, D A, seront egaux à deux fois le rectangle contenu sous B C, C D, & aux 2.
b 47. 1. quarrez de B D, D A: b mais le quarré de C A, est egal aux deux quarrez de C D, D A. Donc les deux quarrez de B C, C A, sont egaux à deux fois le rectangle contenu sous B C, C D, & aux deux
c 47. 1. quarrez de B D, D A. Donc puis c que le quarré de A B, est egal aux deux quarrez de B D, D A; les deux quarrez de B C, C A, seront egaux à deux fois le rectangle contenu sous B C, C D, & au quarré de A B, ce qui est proposé. En la mesme maniere l'on demonstrera que les quarrez de A B, B C, sont egaux à deux fois le rectangle contenu sous, C B, B D, & au quarré de A C, c'est à dire que le quarré du costé A C, est plus petit que les quarrez des costez A B, B C, de deux fois le rectangle contenu sous C B, B D. Donc aux triangles oxygones &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*De trois propositions, ſçauoir la 47. du liure 1. & de la 12. & 13. de cetuy-cy, nous cognoiſſons quel eſt le quarré de quelconque coſté d'vn triangle, comparé auec les quarrez des deux autres coſtez, ſçauoir, s'il eſt egal à iceux, ou plus grand ou plus petit, & de combien il eſt plus grand ou plus petit, en tant que l'angle oppoſé à iceluy ſera droict, obtus ou agu.*

*Or combien que Euclide propoſe ce theoréme, ſeulement des triangles oxygones, ſçauoir, qui ont tous les angles agus; le meſme toutesfois eſt auſſi veritable des triangles rectangles, & amblygones, comme il appert par les deux derniers triangles, en la figure precedente. Car neceſſairement les deux autres angles de ces triágles ſont agus, comme il ſe peut colliger manifeſtement, de la 17. ou 32. du premier liure. Il faut*

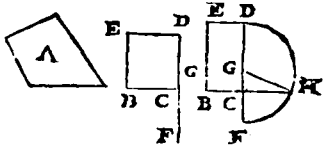



*ſeulement obſeruer cecy que aux triangles rectangles & amblygones, la perpendiculaire ſe doit mener de l'angle droict, ou obtus, mais aux oxygones, duquel que l'on veut, indifferemment. Partant, ce faiſant la perpendiculaire tombera touſiours dedans le triangle, comme Euclide l'a pris en la demonſtration: ce qui ſera facilement ainſi demonſtré. Au triangle A B C, ſoient les deux angles A B C, A C B, agus, & l'angle B A C, ſoit droict ou obtus, ou agu. Ie dis que la perpendiculaire menee du poinct A, tombera dans le triangle. Car ſi elle tomboit dehors ſur C B, prolongee de la part de B, comme eſt A E, au triangle A B E, l'angle d externe A B C, agu, ſeroit plus grand que l'interne & oppoſé A E B, qui eſt droict, ce qui eſt abſurde. Mais ſi elle* d 16.1

*tomboit dehors outre B C, prolongee de la part de C, comme eſt la droicte ligne A F, il s'en enſuiuroit la meſme abſurdité, comme il eſt manifeſte.*

## xiv. PROBLEME 2. PROP. 14.

**Conſtituer vn quarré, egal à vn rectiligne donné.**




Soit le rectiligne dõné, auquel il faut conſtituer vn quarré egal. Soit [a] conſtitué le parallelogramme rectangle B C D E, egal au rectiligne A, duquel vn des coſtez, comme D C, ſoit prolongé à F, & ſoit faicte C F, egale à C B. Et ſoit diuiſee D F, en deux egalement au poinct G, lequel ſera meſme que le poinct C, ou non; que s'il tombe ſur le poinct C, la droicte ligne B C, (puis qu'elle eſt faicte, egale à C F,) ſera egale à C D. Partant le rectangle B D, ſera quarré, puis [b] que les coſtez B E, E D, ſont egaux aux oppoſez B C, C D; l'on aura donc le requis. Mais ſi le poinct G, ne tombe ſur le poinct C, du poinct G, comme centre, & de l'interualle G F, ou G D, ſoit deſcrit le demi-cercle F H D, & ſoit prolongee B C, iuſques au poinct de la circonference H, ſoit auſſi menee G H. Ie dis maintenant que le quarré de la droicte ligne C H, eſt egal au rectiligne A.

[a] 45. 1.

[b] 34. 1.

Car d'autant que D F, eſt diuiſee en deux egalement à G, & inegalement à C, le rectangle contenu ſous D C, C F, ſçauoir le rectangle B D, [c] auec le quarré de G C, eſt egal au quarré de G F, ou de

[c] 5. ſec.

G H, ſon egale ; mais le quarré de G H. eſt a egal aux deux quarrez G C, C H, donc le rectangle B D, auec le quarré de G C, eſt auſſi egal aux deux quarrez de G C, C H. Donc ſi l'on oſte le commun quarré de G C, demeurera le rectangle B D, c'eſt à dire le rectiligne A, egal au quarré de C H. Donc nous auons conſtitué vn quarré egal à vn rectiligne donné. Ce qu'il falloit faire. a 34. 1.

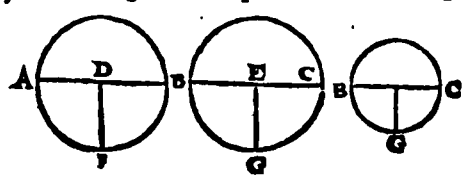
*Fin du ſecond liure.*

# LIVRE TROISIESME,
## DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

### *DEFINITIONS.*

1. Cercles egaux, ſont ceux deſquels les diametres ſont egaux; ou deſquels les lignes droictes menees des centres aux circonferences ſont egales.

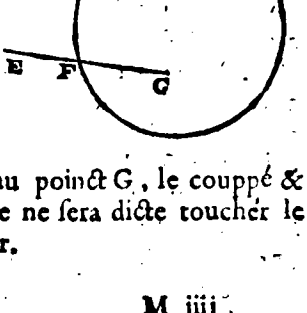
D'AVTANT qu'Euclide demonſtre en ce troiſiéme liure, diuerſes proprietez des cercles; il explique auparauãt quelques termes, dont l'vſage ſera frequẽt en iceluy. Il enſeigne donc premierement, que ces cercles-là ſont egaux, deſquels




les diametres ou demi-diametres ſont egaux. Car puis que le cercle eſt deſcrit de la reuolutiõ du demi-diametre, à l'ẽtour d'vne de ſes extremitez fixe & immobile, comme il eſt dict au premier liure, il eſt manifeſte que ces cercles-là ſont egaux deſ-

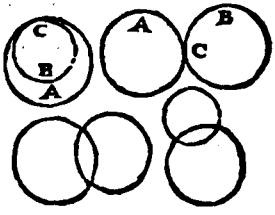
quels les demi-diametres ou les lignes droictes menees des centres aux circonferẽces ſont egales: ou deſquels les diametres entiers ſont egaux: comme ſi les diametres A B, B C, ſont egaux; ou les droictes lignes D F, E G, menees des centres D, & E, les cercles A F B, B G C, ſeront egaux: au contraire ſi les cercles ſont egaux, les diametres, ou lignes droictes menees des centres aux circonferences ſeront egales. Il appert de cecy que les cercles deſquels les diametres ou les lignes droictes menees des centres aux circonferences ſont inegales, ſont inegaux; & partant celuy duquel le diametre eſt plus grand, eſt auſſi plus grand: & au contraire des cercles inegaux, les diametres ſont inegaux.

2. Vne ligne droicte eſt dicte toucher le cercle, laquelle touchant le cercle, ſi elle eſt prolongee, ne le couppe poinct.



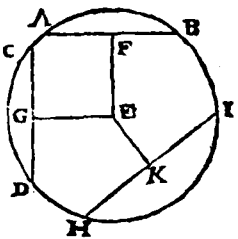

Comme A B, ſera dicte toucher le cercle, ſi elle le touche tellemẽt à B, qu'eſtant prolongee vers C, ne le couppe point. Mais d'autant que E F, atteint tellement le meſme cercle au poinct F, qu'eſtant prolongee au poinct G, le couppe & tombe au dedans, elle ne ſera dicte toucher le cercle, mais le coupper.

3. Les cercles ſont dicts ſe toucher l'vn l'autre, leſquels en ſe touchant l'vn l'autre, ne ſe couppent poinct.




Semblablement les deux cercles A C, B C, ſont dicts ſe toucher à C, s'ils ſe touchent tellement, qu'ils ne ſe couppent point, ſoit que l'vn ſoit dedans l'autre, ou dehors. Que ſi deux cercles s'attaignẽt autrement, ils ſeront dicts ſe coupper.

4. Au cercle, les lignes droictes ſont dictes eſtre egalement diſtantes du centre, quand les perpendiculaires, qui ſont menees du centre ſur icelles, ſont egales. Mais celle-là eſt dicte eſtre plus éloignee du centre, ſur laquelle tombe la plus grande perpendiculaire.

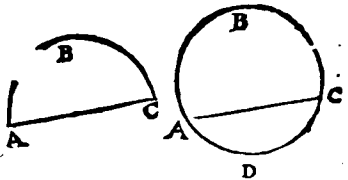



Comme les deux lignes droictes A B, C D, au cercle A B C D, ſeront dictes eſtre egalement diſtantes du centre ſi les perpendiculaires E F, E G, ſont egales: mais la ligne C D, ſera dicte eſtre plus éloignee du centre E, que la ligne H I, ſi la perpendiculaire E G, eſt plus grande que la perpendiculaire E K.

5. Segment ou section de cercle, est vne figure compriſe ; ſous vne ligne droicte, & la circonference du cercle.

Si au cercle A B C D, on mene vne droicte ligne A C, comment que ce ſoit, tant la figure A B C, contenuë ſous la droicte ligne A C, & la circonference A B C, que la figure A D C, contenuë ſous la meſme A C, & la circonferẽce A D C, ſera dicte ſegment ou ſection de cercle. D'où on peut colliger qu'il y a trois ſortes de ſegments, ſçauoir le demi-cercle, quand la ligne droicte qui auec la circonference, conſtituë le ſegment, paſſe par le centre ; le ſegment plus grand que le demi-cercle, quand le centre du cercle eſt au dedans d'iceluy, comme A B C ; & le plus petit ſegment, quand la figure dicte ſegment eſt moindre que le demi-cercle, comme A D C. La ligne droicte A C, s'appelle auſſi, chorde, & la circonference A B C, ou A D C, arc. *Voyez la figure cy-apres.*

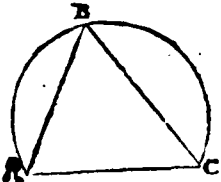
6. L'angle du ſegment ou de la ſection, eſt celuy qui eſt compris ſous vne ligne droicte & la circonference du cercle.




Euclide definit maintenant trois gẽres d'angles, qui ſont conſiderez aux cercles. En premier lieu l'angle du ſegment : comme eſt l'angle mixte B A C, ou B C A, contenu ſous la ligne droicte A C, & la

circonference A B C : que ſi le ſegment eſt vn demi-cercle, il ſera appellé angle du demi-cercle, ſi le ſegment eſt plus grand, il ſera appellé angle, du grand ſegment; ſi plus petit que le demi-cercle, l'angle ſera dict, angle du petit ſegment.

7. Mais vn angle eſt au ſegment ou en la ſection, lors que l'on prend quelque poinct en la circonference du ſegment, & d'iceluy ſont menees deux lignes droictes ſur les extremitez de la ligne droicte, laquelle eſt la baſe du ſegment, & c'eſt celuy-là diſie qui eſt contenu ſous icelles lignes droictes menees.

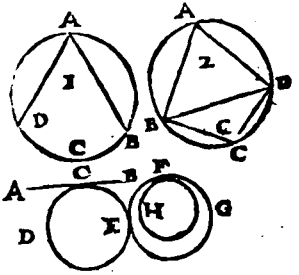



Soit vn ſegment de cercle A B C, la baſe duquel ſoit la droicte ligne A C, & d'vn poinct quelconque B, pris en la circonference, ſoient menees deux lignes droictes A B, A C, aux poincts A, & C, qui ſont les extremitez de la baſe A C, l'angle rectiligne A B C, cõtenu d'icelles, eſt dict eſtre au ſegment.

8. Mais quand les lignes droictes qui contiennent l'angle, prennent ou embraſſent quelque circonference, l'angle eſt dict s'appuyer ſur icelle.

Comme l'angle DAB, contenu des deux lignes droictes AB, A D, qui embraſſent la circonference B C D, ſera dict eſtre ou s'appuyer ſur icelle; & ne differe du precedent, que de voix ſeulement,

car si l'on mene vne ligne droicte de B, à D, pour base, il sera dict estre au segment, selon la precedente definition, & par celle cy, s'appuyer sur la circonference B C D : Toutesfois se rapportent à diuerses choses: car l'angle au segment se refere au segmẽt auquel il est; & l'angle appuyé sur la circõference, se rapporte à la circonference, qui est la base d'iceluy. Donc si l'on prend quelque segment de cercle B C D, au cercle A B C D, l'angle qui est en ce segmẽt ne sera le mesme, que celuy qui insiste ou est appuyé sur la circonference d'iceluy. Car l'angle qui est en iceluy sera B C D ; mais l'angle qui insiste ou est appuyé sur la circonference d'iceluy, sera l'angle B A D; qui luy est beaucoup different.

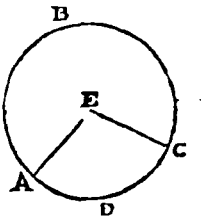



En quoy Clauius a repris Oronce & Pelletier, lesquels n'ont faict differẽce entre iceux angles; & a monstré au scholie de la derniere proposition du 6. liure que l'angle au segment, & l'angle appuyé sur vne circonference se referent à diuers arcs.

Outre ces trois sortes d'angles susdits, les Geometres considerent aussi vn angle de contingence, qui est contenu d'vne ligne droicte touchant le cercle & de la circonference du cercle, ou de deux circonferences se touchant l'vne l'autre au dehors ou au dedans. Comme par exemple si la droicte ligne A B, touche le cercle C E D, au poinct C, l'angle mixte A C D, ou B C E, sera dict, angle de contingence, ou d'attouchement. Semblablement l'angle curuiligne C E F, ou E F H, faict des

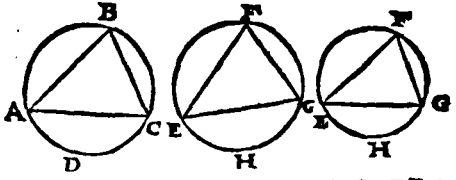
circonferences des cercles se touchans, sera dict angle de contingence, ou d'attouchement.

9. Secteur du cercle est vne figure, contenuë sous deux lignes droictes qui constituent vn angle au centre, & la circonference comprise entre icelles lignes.




Comme la figure A E C D, contenuë sous les lignes droictes A E, E C, qui font angle au centre E, & sous la circonference A D C, comprise entre A, & C, extremitez d'icelles lignes, est appellé secteur du cercle.

10. Semblables segments ou sections de cercles sont celles, qui reçoiuent angles egaux; ou esquelles les angles sont egaux entr'eux.




Cõme si aux cercles ABCD, EFGH, les angles rectilignes B, & F, aux sections ABC, EFG, sont egaux, icelles sections qui reçoiuent iceux angles egaux, ou esquelles sõt iceux angles egaux, seront dictes semblables sections, & les circonferences A B C, E F G, pareillement, seront semblables: c'est à dire que la section ABC, sera telle

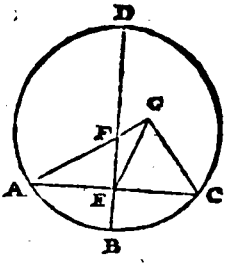
partie de tout le cercle A B C D, que la section E F G, est partie du cercle E F G H, & la circonference A B C, sera aussi mesme partie de toute la circonference A B C D, que la circonference E F G, l'est de toute la circonference E F G H.

Par mesme raison les arcs ou circonferences, ausquelles insistent ou sont appuyez angles egaux, sont aussi semblables, comme sont les arcs ou circonferences A D C, E H G, sur lesquelles sont appuyez les angles egaux B, & *F*.

De ces choses l'on peut colliger que semblables sections d'vn mesme cercle, ou de cercles egaux, sont aussi egales entr'elles, estant mesmes parties d'vne mesme chose ou de choses egales.

## PROBLEME 1. PROP. 1.

### Vn cercle estant donné, trouuer le cẽtre.




Soit le cercle donné A B C D, duquel il faut trouuer le centre. Soit menee vne ligne quelconque en iceluy, A C, a laquelle soit diuisee en deux egalemẽt au poinct E, & par E, soit menee B D, à angles droicts, se terminant de part & d'autre en la circonference aux poincts B, & D: & soit diuisee en deux egalement au poinct F. Ie dis que F, est le centre du cercle proposé. a 10. 1.

Car en icelle aucun autre poinct ne peut estre le centre; attendu que tout autre poinct la diuise inegalement. Donc si F, n'est le centre du cercle, soit

le poinct G, le centre, hors icelle BD. duquel soiēt menees les lignes droictes G A, G E, G C.

D'autant donc qu'au triangle A E G, les deux costez A E, E G, sont egaux aux deux C E, E G, du triangle CEG; & la base A G, egale à la base CG; (car elles sont dictes estre menees du centre) [b] les angles A E G, C E G, seront egaux; & partant droicts: mais l'angle A E F, est droict par la construction, donc les droicts A E F, A E G, sont egaux, la partie & le tout, ce qui est absurde. Donc G, n'est le centre du cercle; ny par mesme raison tout autre poinct hors la ligne D B, donc F, sera le centre. Partant nous auons trouué le centre du cercle donné. Ce qu'il falloit faire.

b 8. 1.

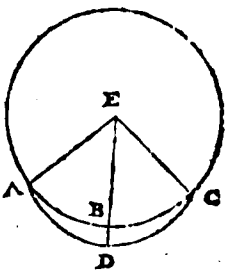
## COROLLAIRE.

De cette proposition il est euident, que si au cercle, vne ligne droicte est couppee en deux egalemēt & à angles droicts, par vne autre ligne droicte, le centre du cercle sera en icelle couppante, pourueu qu'elle se termine de part & d'autre en la circonference, ou à tout le moins qu'elle ne soit moindre que le demi-diametre du cercle, ou que la couppee passe par le centre: attendu qu'il est demonstré que le centre du cercle ABCD, ne peut estre ailleurs qu'au poinct F, de la ligne B D, laquelle couppe A C, en deux egalement & à angles droicts.

ij. THEOREME 1. PROP. 2.

Si en la circonference du cercle l'on prend deux poincts tels qu'on voudra; la ligne

droicte conioincte à iceux poincts tombera dedans le cercle.




Soit le cercle A B C, en la circonference duquel soient prins deux poincts tels que on voudra, A, & B. Ie dis que la ligne droicte menee de A, à B, tombe dans le cercle, en sorte qu'elle le coupera.

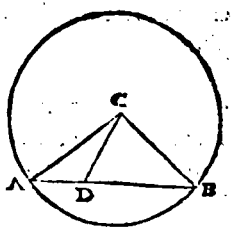
Car si elle ne tombe au dedans qu'elle tombe dehors, s'il est possible, telle qu'est la ligne droicte A D C, comme veut l'aduersaire, & ayant [a] trouué le centre E, d'iceluy, soiēt menees les droictes lignes E A, E C, & E D, à quelconque poinct D, de la ligne A D C, en sorte qu'elle couppe la circonference du cercle A B C, au poinct B. [a] 1. 3.

D'autant que les deux costez E A, E C, du triāgle E A C, duquel la ligne A D C, est posee pour base, sont egaux (estant menez du centre) [b] les angles E A D, E C D, seront egaux: mais l'angle externe [c] E D A, est plus grand que son interne & oppose E C D, puis que le costé C D, est prolongé au poinct A. Donc le mesme angle E D A, sera aussi plus grand que l'angle E A D, qui est egal à E C D. Partant E A, opposee au plus grand angle E D A, [d] sera plus grande que E D, opposee au plus petit E A D. Donc E B, egale à E A, seroit aussi plus grande que E D, la partie que le tout. Ce qui est absurde. Donc la ligne droicte menee de A, à B, ne tombera hors le cercle, mais au dedās. Semblablement nous monstrerons qu'elle ne sō- [b] 5. 1. [c] 16. 1. [d] 19. 1.

bera ſur la circonference. Donc ſi au cercle, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Ce theoréme ſe peut auſſi demonſtrer affirmatiuement en cette maniere. Que la droicte ligne AB, conioigne les poincts A, & B, en la circonference du cercle AB, duquel le centre eſt C. Ie dis que la droicte ligne AB, tombe dans le cercle.*




*Car ſoit prins quelque poinct en icelle ligne entre les poincts A, & B, comme D, & du centre ſoient menees les droictes lignes CA, CD, CB. D'autant que les deux coſtez CA, CB, du triangle CAB, ſont* a *egaux, les deux angles CAB, CBA, ſeront egaux: mais l'angle CDA, eſt* b *plus grand que l'angle CBD; l'externe que l'interne & oppoſé. Donc le meſme angle CDA, ſera plus grand, que l'angle CAD, & partant le coſté* c *CA, ſera plus grand que le coſté CD. Donc puis que CA, eſt menee du centre iuſques à la circonference, la ligne droicte CD, ne paruiendra pas iuſques à la circonference. Donc le poinct D, tombera dans le cercle. Le meſme ſera demonſtré de tout autre poinct prins en AB. Donc toute la ligne AB, tombe dans le cercle. Ce qui eſt propoſé.*

a 5. 1.

b 16. 1.

c 19. 1.

## COROLLAIRE

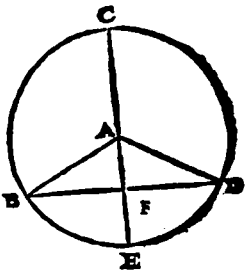
De la demonſtration de cette deuxieſme propoſition, il eſt manifeſte, que la ligne droicte qui touche le cercle en ſorte, qu'elle ne le couppe point, qu'elle le touche ſeulement à vn poinct. Car ſi elle le touchoit à deux poincts, la partie de la ligne d'en-

a en troi.

gne d'entre iceux poincts, tomberoit dans le cercle. Et partant le coupperoit : ce qui eſt contre l'hypotheſe.

## THEOREME 2. PROP. 3. iij.

Si dans le cercle quelque ligne droicte paſſant par le centre, couppe quelque autre ligne droicte, qui ne paſſe poinct par le centre, en deux egalement, elle la couppera auſſi à angles droicts. Et ſi elle la couppe à angles droicts, elle la couppera auſſi en deux egalement.




Soit le cercle, BCDE, & ſoit la ligne EC, paſſant par le cẽtre A, laquelle couppe la ligne droicte B D, qui ne paſſe poinct par le centre, en deux egalement, au poinct F. Ie dis que la ligne C E, eſt à angles droicts à la ligne B D.

Car ayant mené les deux lignes AB, AD, les deux coſtez A F, FB, du triangle A F B, ſont egaux aux deux coſtez A F, F D, du triangle A F D; & les baſes A B, AD, ſont egales. [a] Donc les angles A F B, A F D, ſeront egaux: [a] 8. 1.
[b] c'eſt à dire droicts, ce qui eſtoit premierement propoſé. [b] 10. def.

Soit maintenant C E, à angles droicts à B D. Ie dis que B D, eſt couppee en deux egalement au poinct F, par la ligne droicte C E. Car les deux lignes A B, A D, eſtant egales, [c] les deux angles [c] 5. 1.

A B D, A D B, ſeront egaux ſur la baſe B D, du triangle iſoſcele A B D. D'autãt donc que les deux angles A F B, A B F, du triangle A B F, ſont egaux aux deux A F D, A D F, du triangle A D F; & que les coſtez A B, A D, oppoſez aux angles droicts au poinct F, ſont ſemblablement egaux: [d] les coſtez F D, F B, ſeront egaux: ce qui eſtoit ſecondement propoſé. Donc ſi au cercle &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

d 26. 1.

Cette deuxieſme partie ſe pouuoit ainſi demonſtrer, ſoit A F, à angles droicts à B D, [e] le quarré de A B, ſera egal aux deux quarrez de A F, F B, ſemblablement le quarré de A D, ſera egal aux deux quarrez de A F, F D; mais les quarrez de A B, A D, ſont egaux, puis qu'icelles lignes ſont egales. Donc les quarrez de A F, F B, ſeront egaux aux quarrez de A F, F D, parquoy oſtant le quarré cõmun de A F, les quarrez de F B, & F D, demeureront egaux; & partant leurs coſtez F D, F B, ſeront egaux.

e 47. 1.

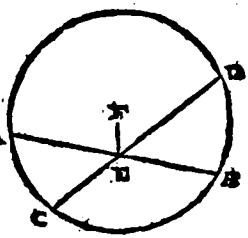
## COROLLAIRE.

D'icy il s'enſuit qu'en tout triangle iſoſcele ou equilateral, que la ligne qui couppera la baſe en deux egalement, ſera perpendiculaire à la baſe: pourueu qu'elle ſoit menee de l'angle oppoſé à la baſe, ſur la baſe; (ce que a oublié Clauius), autrement la concluſion ſeroit nulle, car vne ligne en couppera bien vn autre en deux egalement, & ne ſera toutesfois à angles droicts à icelle couppee: & au contraire la ligne perpendiculaire à la baſe, menee de l'angle oppoſé, la couppera en deux egalement. Car de ce que, au triangle B A D, A F, couppe B D, en deux egalement, il a eſté de-

monstré que les angles au poinct F, sont droicts. Et de ce que les angles au poinct F, sont droicts, il a esté monstré que AF, couppe BD, en deux egalement.

## THEOREME 3. PROP. 4. iv.

Si au cercle deux lignes droictes se couppent l'vne l'autre, n'estãt point menees par le centre, elles ne se coupperont point l'vne l'autre en deux egalement.




Au cercle ABCD, soiẽt menees les 2. lignes droictes AB, CD, ne passant point par le centre, & se couppant l'vne l'autre au poinct E. Ie dis qu'il ne se peut faire qu'elles se couppent l'vne l'autre en deux egalement. Car si l'vne d'icelles passe par le centre. Il est manifeste qu'elle ne sera pas couppee en 2. egalement: Car elle peut estre seulement diuisee au centre en 2. egalement, par lequel centre l'autre est posee ne passer: mais si l'vne ny l'autre ne passe point par le centre: encore que l'vne d'icelles puisse estre quelquesfois couppee en 2. egalement par l'autre; l'autre toutesfois ne sera couppee en 2. egalement.

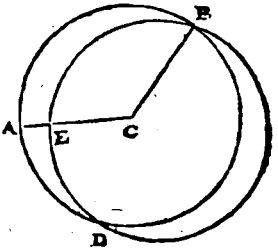
Car qu'elles se couppent, s'il est possible, en 2. egalement l'vne l'autre, en sorte que AE, soit egale à EB, & CE, à ED; & ayant trouué le cẽtre F, d'iceluy soit menee FE, au poinct E, où a 1. 3.

elles se couppent. D'autant que FE, passant par
d 3. du. 3 le centre, couppe AB, ne passant par le centre, en 2. egalement à E, elle la couppera à angles droicts: Donc l'angle FEB, sera droict: par mesme raiſõ elle couppera aussi CD, à angles droits: Donc l'angle FED, sera aussi droict: & partant egal à l'angle FEB, la partie au tout, ce qui est impossible: elles ne se coupperont donc l'vne l'autre en 2. egalement. Donc si au cercle, &c. Ce qu'il falloit demonstré.

## THEOREME 4. PROP. 5.

v

Si deux cercles se couppent l'vn l'autre, ils n'auront pas mesme centre.




Que les deux cercles ABD, EBD, se couppent l'vn l'autre aux poincts B, & D. Ie dis qu'ils n'auront pas mesme centre.

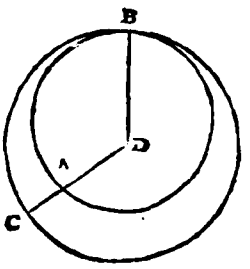
Autrement s'ils ont mesme centre, soit C, le centre de tous les 2. si faire se peut, & soit ioincte CB, au poinct de la section, & soit menee CEA, couppant les circonferences aux poincts E, & A.

D'autant que C, est le centre du cercle ABD, la ligne CA, sera egale à CB. Derechef d'autant que C, est le centre du cercle BED, la ligne CE, sera egale à CB, mais CA, a esté monstree egale
a 1. cõ. 1. à CB; a donc CA, & CE, seront egales, la partie & le tout, ce qui est impossible; partãt C, n'est pas le centre des deux cercles. Donc si deux cer-

cles se couppent &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 5. PROP. 6. vj.

Si deux cercles se touchent l'vn l'autre au dedans; ils n'auront pas mesme centre.




Soient les deux cercles A B, C B, se touchants l'vn l'autre au dedans, au poinct B. Ie dis qu'ils n'ont pas mesme centre.

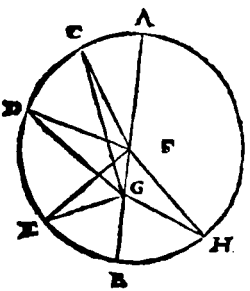
Car s'il est possible, soit D, le centre de tous les deux, & soit conioincte la ligne droicte D B, & soit menée comme l'on voudra la ligne D A C, coupant les circonferences, aux poincts A, & C, d'autant que D, est le centre du cercle B C, la ligne D C, sera egale à D B. Derechef, d'autant que D, est aussi le centre du cercle A B, la ligne D A, sera egale à D B, mais D C, est aussi demonstrée egale à D B, donc D A, [a] & D C, seront egales, la partie & le tout: ce qui est impossible. Donc le poinct D, n'est pas le centre de tous les deux cercles A B, & C B; partãt si deux cercles se touchent l'vn l'autre au dedans &c. Ce qu'il falloit demonstrer. [a] 1. 68. ſ.

### SCHOLIE.

*Euclide propose ce theoréme seulement des cercles qui se touchent au dedans; d'autant qu'il est tres-manifeste; que les cercles qui se touchent au dehors ne peuuent auoir mesme vn centre attendu que l'vn est au dehors de l'autre.*

vij. THEOREME 6. PROP. 7.

Si au diametre du cercle, l'on prend quelque poinct, lequel ne ſoit point le centre du cercle; & de ce poinct, à la circonference tombent quelques lignes droictes, la plus grande ſera celle-là en laquelle eſt le centre; mais la plus petite ſera celle qui reſte. Des autres touſiours la plus proche de celle qui paſſe par le centre, eſt plus grande que celle qui en eſt plus eſloignee: & de ce meſme poinct tomberont ſeulement deux lignes droictes egales, à la circonference, de part & d'autre de la plus petite.




Au diametre A B, du cercle A C D E B, duquel le centre eſt F, ſoit pris quelconque poinct outre le centre, lequel ſoit G, & d'iceluy tombent tant de lignes droictes que l'on voudra à la circonference du cercle, ſçauoir G C, G D, G E. Ie dis que G A, en laquelle eſt le centre, eſt la plus grande de toutes celles qui ſont menees d'iceluy poinct G, à la circonference, & que la plus petite eſt la reſtante G B, laquelle parfaict le diametre: en apres que G C, plus proche de G A, laquelle paſſe par le centre, eſt plus grande que G D, qui eſt plus eſloignee de la meſme G A, & par meſme raiſon que G D, eſt plus

grande que G E, & ainsi des autres: & finalement du poinct G, l'on peut mener seulement de part & d'autre de la plus petite, deux lignes droictes egales entr'elles à la circonference.

Car soient menees du centre F, aux poincts C, D, E, les droictes lignes F C, F D, FE. D'autant que les deux costez G F, F C, du triangle G F C, [a] sont plus grandes que l'autre GC, mais G F, FC, [a] 20. 1. sont egales à G F, F A, c'est à dire à la toute G A, icelle G A, sera aussi plus grande que GC, & par mesme raison plus grãde que G D, & ainsi des autres. Donc G A, sera la plus grande de toutes celles qui tombent du poinct G, à la circonference.

Secondement d'autant qu'au triangle E F G, le costé E F, [b] est plus petit que les deux EG, GF: [b] 20. 1. mais E F, est egale à F B: donc F B, sera moindre que les deux F G, G E. Donc la partie commune F G, estant ostee, demeurera encore G B, plus petite que G E. Et par mesme raison G B, sera mõstree plus petite que chacune des autres G D, & G C: partant G B, est la plus petite de toutes celles qui sont menees du poinct G, à la circonferẽce. Tiercement. D'autant que les deux costez G F, FC, du triangle G F C, sont egaux aux deux G F, F D, du triangle G F D, & l'angle G F C, est plus grand que l'angle G F D le tout que sa partie; [c] la base [c] 24. 1. G C, sera plus grande que la base G D: par mesme raison G C, sera plus grande que G E; semblablement G D, sera plus grande que G E. Donc la ligne plus proche de celle qui passe par le centre est plus grande que celle qui en est plus esloignee.

Finalement soit faict l'angle B F H, de l'autre part de la ligne F B, egal à l'angle B F E, & soit menee la droicte ligne G H. D'autant donc que les

deux coſtez E F, F G, du triãgle E F G, ſont egaux aux deux coſtez H F, F G, du triãgle H F G, chacun au ſien, & que les angles F G, H F G, contenus d'iceux coſtez, ſont egaux par la conſtruction, [d] les droictes lignes E G E, G H, de part & d'autre de la moindre ligne G B, ſeront egales entr'elles. Or que nulle autre puiſſe eſtre egale à chacune d'icelles; il eſt manifeſte. Car ſi du poinct G, l'on en mene vne autre de la part de H, elle tombera au deſſous de H, & partant plus petite que G H, eſtãt plus eſloignée de celle qui paſſe par le cẽtre, comme il a eſté demonſtré, & partant auſſi plus petite que G E, egale à G H. Si elle paſſe au deſſus de G H, elle ſera plus grande pour la meſme raiſon. Donc l'on peut mener deux lignes droictes egales entr'elles ſeulemẽt de part & d'autre de la plus petite. Partant ſi au diametre &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

d 4. 1.

## SCHOLIE.

*Henrion dict, tant à la fin de cette propoſition que de la ſuiuante.* Et deux lignes droictes, tant ſeulement venant d'iceluy poinct, de part & d'autre du diametre ſont egales. *Ce qui n'eſt pas vray, car l'on peut mener pluſieurs lignes droictes egales, d'iceluy poinct, de part & d'autre; mais il deuoit mettre, comme il y a dedans Euclide:* δύο δ' μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὴν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τὰ ἐλαχίστης: *Mais deux lignes droictes egales tant ſeulement, tombent ou peuuent eſtre menees de ce poinct, au cercle, de part & d'autre de la plus petite:* au cercle, *c'eſt à dire à la circonference; car Euclide prẽdicy,* κύκλος, *pour* περιφέρεια, *ce qui appert auſſi, tant par la 9. propoſition cy-apres que autres,* ἐὰν κύκλου λαφῇ τὶ σημεῖον ἐπὶς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον

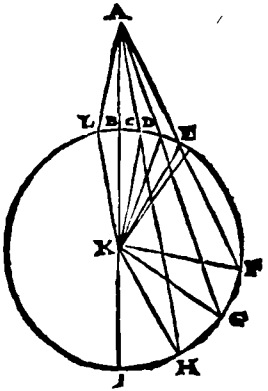
*πρὸς τὸν κύκλον πλείους ἢ δύο ἴσας ἀπολαμβάνωσι τὸ λαμβανόμενον σημεῖον κέντρον ἔστω τοῦ κύκλου. Si au cercle on prend quelque poinct, au dedans, & d'iceluy poinct tombent ou ſont menees plus de deux lignes droictes egales, au cercle, c'eſt à dire à la circonferẽce; le poinct pris eſt le cẽtre du cercle. Il deuoit dõc adiouſter,* au cercle; ou à la circonference, *& ne s'aſſeurer pas à la traduction françoiſe, deſia faicte, laquelle il a priſe.*

*Il reprend le ſieur Donnot en cette propoſition, par ce que ledict Donnot dict, qu'vne ligne couppe le centre, & commet la meſme faute en la 13. propoſition de ce liure à la fin de la demonſtration, diſant:* Il faudroit que la ligne droicte menee par les deux centres E, & K, couppaſt les deux poincts d'attouchement &c. *& croy qu'il ne l'auroit pas corrigé en ſa ſeconde edition, ſi on ne luy euſt monſtré.*

## THEOREME 7. PROP. 8. viij.

Si hors le cercle l'on prend quelque poinct, & d'iceluy poinct, l'on mene quelques lignes droictes au cercle, l'vne deſquelles paſſe par le centre, & les autres où l'on voudra: de toutes les lignes droictes qui tombent en la circonference concaue; la plus grande eſt celle qui paſſe par le centre; mais des autres, touſiours la plus proche de celle qui paſſe par le centre, ſera plus grande que celle qui en eſt plus eſloignee: mais de celles qui tombent à la circonference conuexe; la plus petite eſt celle qui eſt poſee entre le poinct & le diametre: Et

des autres, celle là laquelle eſt plus proche de la plus petite eſt touſiours moindre, que celle qui en eſt plus eſloignee : & de ce poinct, ſeront menees tant ſeulement deux lignes droictes egales entr'elles cercle, au de part & d'autre de la plus petite.




Du poinct A, pris hors le cercle B C D E, duquel le centre eſt K, ſoient menees des lignes droictes couppant le cercle, deſquelles A I, paſſe par le centre, mais les autres A H, A G, A F, comme l'on voudra. Ie dis que la plus grande de toutes eſt A I, qui paſſe par le centre : en apres que A H, qui eſt plus proche de A I, qui paſſe par le centre, eſt plus grande que A G, qui eſt plus eſloignee d'icelle A I : & par meſme raiſon A G, eſt plus grand que A F. Et au contraire que la droicte ligne A B, compriſe entre le diametre & le poinct A, eſt la plus petite de toutes celles qui ſont hors le cercle : & que A C, laquelle eſt plus proche de la plus petite A B, eſt moindre que A D, plus eſloignee d'icelle A B, & par meſme raiſon A D, eſt moindre que A E : Finalement du poinct A, de part & d'autre de la plus petite A B, l'on peut mener ſeulement deux lignes droictes egales entr'elles, au cercle.

Car du centre K, ſoient menees les lignes droictes K C, K D, K E, KF, KG, KH. D'autant que les deux coſtez A K, K H, du triãgle AKH, [a] ſont plus grands que A H; mais AK, KH, ſont egales à A K, K I, c'eſt à dire à la toute A K I; la droicte ligne A I, ſera auſſi plus grande que A H. Par meſme raiſon A I, ſera auſſi plus grande que chacune des autres A G, A F. Donc A I, eſt la plus grande de toutes celles qui ſont menees du poinct A, dans le cercle. [a] 20. 1.

Secondement, d'autant que les coſtez AK, KH, du triangle A K H, ſont egaux aux deux A K, K G, du triangle A K G, & que l'angle total A K H, eſt plus grand que l'angle A K G, ſa partie; [b] la baſe A H, ſera plus grande que la baſe A G. Par meſme raiſon A H, ſera plus grande que A F: ſemblablement A G, ſera plus grande que A F; partant la ligne plus proche de celle qui paſſe par le centre, eſt plus grande que la plus eſloignee. [b] 24. 1.

Tiercement, d'autant qu'au triangle A C K, la ligne droicte A K, [c] eſt plus petite que les deux autres A C, C K; ſi l'on retranche les egales B K, C K: demeurera encore A B, moindre que A C, par raiſon ſemblable A B, ſera moindre que A D, & moindre auſſi que A E. Parquoy A B, eſt la plus petite de toutes les lignes tirees du poinct A, hors le cercle à la circonference conuexe. [c] 20. 1.

4. D'autant que dans le triangle A D K, tombent les deux lignes droictes A C, C K, venant des extremitez du coſté A K, [d] icelles A C, C K, ſeront moindres que A D, D K. Donc ayant oſté les egales C K, D K, reſtera encore AC, moindre que A D, & pareillement A C, ſera moindre que A E; & A D, auſſi moindre que A E. Donc la li- [d] 21. 1.

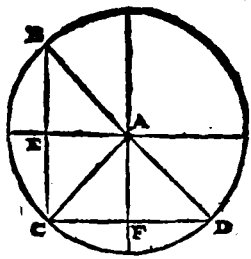
gne plus proche de la moindre ligne A B, eſt plus petite que la plus eſloignee.

En dernier lieu, ſoit faict l'angle A K L, egal à l'angle A K C, & ſoit menee A L. D'autant donc que les deux coſtez A K, K C, du triangle A K C, ſont egaux aux deux A K, K L, du triangle A K L; mais les angles A K C, A K L, contenus d'iceux
e 4. 1. coſtez, ſont egaux; e les lignes droictes A C, A L, de part & d'autre de la plus petite A B, ſeront egales entr'elles. Et aucune autre tiree du poinct A, à ladite circonferẽce, ne ſera egale à aucune d'icelles: car elle tomberoit au deſſous de A L, vers B, & partant plus petite que A L, c'eſt à dire que A C, egale à A L, ou de l'autre part de A L, & partant plus grande comme nous auons demonſtré. Donc l'on ne pourra mener que deux lignes droictes egales ſeulement à la circonference de part & d'autre de la moindre A B. Donc ſi l'on prend quelque poinct hors le cercle &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## ix. THEOREME 8. PROP. 9.

Si au dedans du cercle l'on prend quelque poinct; & d'iceluy poinct tombent plus de deux lignes droictes egales, à la circonference: le poinct prins eſt le centre du cercle.

Soit le cercle B C D, au dedans duquel ſoit prins le poinct A, & du poinct A, à la circonference B C D, tombent plus de deux lignes droictes egales entr'elles A B, A C, A D. Ie dis que le poinct A, eſt le centre du cercle.




Car soient conioinctes les lignes droictes BC, CD, lesquelles soiẽt couppees en deux egalement par les poincts E, & F, & par le poinct A, soiẽt menees les droictes lignes AE, AF, & prolõgees de part & d'autre en la circõference. D'autant donc que EB, est egale à EC, & EA, commune, les deux costez AE, EB, du triangle AEB, sont egaux aux 2. AE, EC, du trian. AEC, & la base AB, est egale à la base AC: par l'hypothese, [a] l'angle AEB, sera egal à l'angle AEC, [b] & partant l'vn & l'autre droict. Par mesme raison l'on mõstrera que les angles au point F, sont droicts. Partant puis que les droictes lignes AE, AF, diuisent les droictes BC, CD, en 2. egalement & à angles droicts en chacune d'icelles couppantes AE, AF, sera le cẽtre du [c] cercle, estant prolongees à la circonference. Donc le poinct A, par lequel elles s'entre couppent sera le centre du cercle, ne pouuant estre ailleurs qu'au poinct commun où elles s'entre couppẽt, estant en l'vne & en l'autre. Donc si dedans le cercle l'on prend, &c. Ce qu'il falloit demõstrer.

[a] 8. 1.
[b] 10. d.
[c] corol. 1. 3.

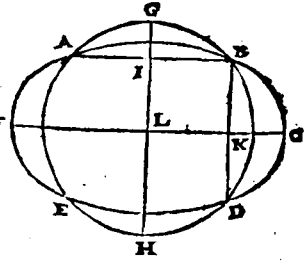
## THEOREME 9. PROP. 10.

### Vn cercle ne couppe pas vn cercle, à plus de deux poincts.

Que le cercle ABCDEF, couppe le cercle AGBDHE, en plus de deux points s'il est possible A, B, & D, & ayant conioint les lignes droi-

a 10. 1. ctes AB, BD, soient diuisees icelles en deux egalement aux poincts I, & K, & par iceux poincts

b 11. 1. soiēt b menees IL, KL, à angles droits aux lignes AB, BD, & soiēt prolōgees de part & d'autre à la circonference.




D'autant que les droictes lignes IL, & KL, couppēt les droictes lignes AB, BD, en deux egalement & à angles droicts, au cercle AGBDHE, l'vne & l'autre passera c par le centre d'iceluy, partant le poinct L, par lequel elles se couppent sera le cēt re dudit cercle. En la mesme maniere nous demonstrerōs que le poinct L, est le centre du cercle ABCDEF. Donc deux cercles se couppans l'vn l'autre auront mesme centre : d ce qui est impossible. Donc vn cercle, &c.

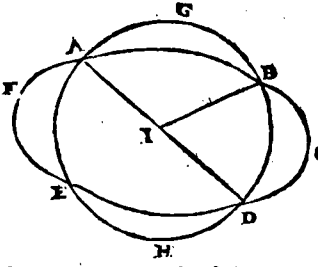
c coro. 1. 3.

d 5. troi

## AVTREMENT.

*Que les mesmes cercles se coupēt si faire se peut à plus de 2. poincts A, B, & D, & soit trouué I, centre du cercle AGBDHE, duquel soient menees IA, IB, ID :*

e 1. 3.

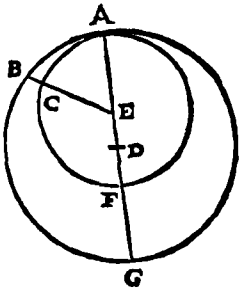



*lesquelles seront egales entr'elles par la def. du cercle. D'autant donc qu'au cercle ABCDEF, l'on a prins le poinct I, duquel tombent plus de deux lignes droictes*

*egales, à la circonference, iceluy poinct I, f sera le centre du cercle A B C D E F, mais le mesme poinct I, estoit aussi le centre de A G B D H E, donc deux cercles se couppans l'vn l'autre auront vn mesme centre. g Ce qui est absurde.* f 9. 3. g 5. 3.

## THEOREME 10. PROP. 11. (xi.

Si deux cercles se touchent l'vn l'autre au dedans, & que l'on prenne les centres d'iceux, la ligne droicte conioignant iceux centres, estant prolongee, tombera à l'attouchement des cercles.

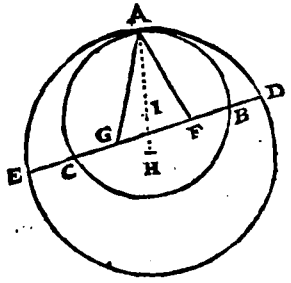



Que les deux cercles A B G, A C F, se touchent l'vn l'autre au dedans, au poinct A, & soit trouué a le centre du cercle A B G, lequel soit D. & le centre de A C F, lequel soit E. Ie dis que la ligne droicte menee de D, à E, & prolongee tombera au poinct de l'attouchement A. a 1. 3.

Autrement elle tombera de part ou d'autre du poinct de l'attouchement A: qu'elle tombe donc, s'il est possible ailleurs, comme à B, couppant les circonferences és poincts C, & B, & soit prolongee directement B E D, (qui est dicte estre ligne droicte) de l'autre part à la circonferẽce, au poinct G, par ainsi B E D G, sera le diametre du cercle A B G, & du poinct E, au poinct de l'attouchement A, soit menee E A. D'autant donc que au

diametre G E B, du cercle A B G, l'on a pris le poinct E, outre le centre D, la ligne E B, ſera la
b 7. 3. plus petite b de toutes celles qui ſont menees du poinct E, à la circonference du cercle A B G, & partant plus petite que E A, mais E C, eſt egale à E A, puis que E C, E A, ſont menees du centre E, du cercle A C F, à la circonference A C, donc E B, ſera auſſi plus petite que E C, le tout que ſa partie: Donc D E, prolongee ne pourra tomber ailleurs que au poinct d'attouchement A, comme eſt la ligne D E A. Partant ſi deux cercles &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

*Demonſtration de Clauius & autres interpretes.*




Que le cercle A B C, touche le cercle A D E, au dedans au poinct A, & ſoit F, le centre du cercle A B C, & G, centre de A D E, a lequel
a 6. 3. ſera different de l'autre. Ie dis que la ligne droicte qui paſſe par G, & F, prolongee tombera à l'attouchement A.

Car ſi elle n'y tombe, qu'elle couppe l'vn & l'autre cercle aux poincts D, B, C, E, & du poinct d'attouchement A, ſoient menees aux centres G, & F, les droictes lignes A F, A G. D'autant donc qu'au triangle A F G, les deux coſtez G F, F A,
b 20. ſont plus b grands que le coſté G A, mais G A, eſt egale à G D, (d'autant que G, eſt poſé le centre du cercle A E D;) G F, F A, ſeront plus grandes que G D,

que G D, ayant donc osté la commune GF; FA, demeurera plus grande que F D. Donc puis que F A, est egale à F B, (puis que F, est posé le centre du cercle A B C,) F B, sera aussi plus grande que F D, le tout que sa partie, ce qui est absurde.

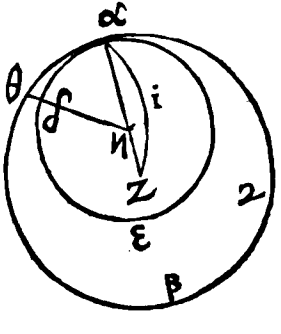
Que si quelqu'vn veut dire que F, est le centre du cercle A D E, & G, le centre du cercle A B C, l'on argumentera en cette maniere. Au triangle A F G, les deux costez F G, G A, sont plus grãds que le costé F A: mais F A, est egale à F E, (puis que F, est posé le centre du cercle A D E,) donc F G, G A, sont plus grandes que F E, ostãt donc la commune F G, demeurera G A, plus grande que G E: donc puis que G A, est egale à G C, (d'autant que G, est posé le centre du cercle A B C;) la ligne G C, sera pareillement plus grande que G E, la partie que le tout, ce qui est absurde. Donc, &c.

## SCHOLIE.

*Aucun des interpretes d'Euclide que i'aye veu, n'a encore entendu cette demonstration, n'entendant pas celle de Theon, comme l'on peut voir par leurs demonstrations, & mesme par celle que Clauius pretend faire apres les autres, en laquelle il cõclud vne absurdité, d'où il ne peut inferer, sinon, que les poincts qu'il a pris pour centres, ne sont point les vrais centres: car d'vne absurdité demonstree, on ne peut tirer, sinon que le fondement d'où elle a esté deduicte, est faux: & Clauius ayant supposé deux poincts pour centres ne l'estant point, & les vrays centres ne luy ayant pas esté niez; il conclud vne absurdité, que la partie est plus grande que le tout, d'où s'ensuit que les poincts qu'il a pris pour vrays centres ne le sont pas: mais il ne s'ensuit point que la ligne menee par les centres des deux cercles qui se touchent au dedans à vn poinct, estant prolongee*

*tombera au poinct de l'attouchement. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

*Mais voyons comme faict Theon, & faiſons vne figure qui reſponde à ſon diſcours, encore que perſonne n'en ait beſoin.*




Δύο γὰρ κύκλοι οἱ αβγ αδε ἁπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐντὸς, κατὰ τὸ α σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν αβγ κύκλου κέντρον τὸ ζ, τοῦ δὲ αδε, τὸ η: λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ η, ἐπὶ τὸ ζ ἐπιζευγνυμένη, διὰ θήσει, ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ α σημεῖον πεσεῖται. μὴ γὰρ ἀλλ' εἰ δυνατὸν πιπτέτω κατὰ τὰς ηζθ, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ αι, αη.

Ἐπεὶ οὖν αἱ αη, ηζ τῶν ιζ μείζονές εἰσιν, κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ηζ λοιπὴ ἄρα ἡ αη λοιπῆς τῆς ηθ μείζων ἐστίν ἴση δὲ ἡ αη τῇ ηδ. καὶ ἡ ηδ ἄρα τῆς ηθ μείζων ἐστίν, ἡ ἐλάττων τοῦ μείζονος ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ ζ ἐπὶ τὸ η ἐπιζευγνυμένη διὰ θήσεται ἐκπεσεῖται ἄρα κατὰ τὸ α σημεῖον πεσεῖται ἄρα· ἐὰν ἄρα; ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Que les deux cercles αβγ, αδε, ſe couppent l'vn l'autre au dedans au poinct α, & ſoit pris le centre du cercle αβγ, ſçauoir ζ, & η, celuy de αδε. Ie dis que la ligne droicte menee de η, à ζ, & prolongee tombera au poinct d'attouchement α, s'il n'eſt ainſi, qu'elle tombe s'il eſt poſſible, comme eſt ζηδθ. & ſoient conioinctes αι ζ, αη. D'autant donc que αη, ηζ, ſont plus grandes que αι ζ, c'eſt à dire que ζθ (car ζι, eſt egale à ζθ, car elles ſont toutes deux menees du centre,) ſi on oſte la commune ζη, la reſtante ηα, ſera plus grande que la reſtante ηθ, mais ηα, eſt egale à ηδ, donc ηδ,

ſera plus grande que ν θ, la plus petite que la plus grande, c'eſt à dire la partie que le tout, ce qui eſt impoſſible. Donc la ligne droicte menee de ζ, à ν, & prolongee ne paſſera pas par autre poinct que celuy d'attouchement, elle tombera donc à iceluy. Ce qu'il falloit demonſtrer.

*Pour vne plus grande facilité, ie mettray icy la conſtruction de cette propoſition, telle qu'elle doit eſtre entenduë.*

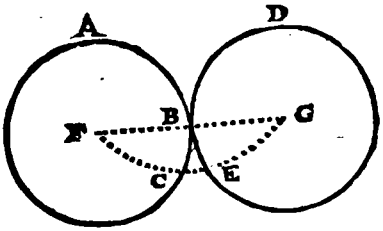
Soient les deux cercles α β γ, α δ ε, ſe touchants au dedans au poinct α, & ſoit pris a ζ, centre du cercle α β γ, & ν centre de α δ ε. Ie dis que la ligne menee de ζ, à ν, & prolongee tombera au poinct α, c'eſt à dire ſi du poinct ν, à α, on mene la droicte ligne ν α, les deux lignes ζ ν, ν α, feront vne ſeule ligne droicte, autrement elles feront angle au poinct ν, de part ou d'autre, ſoit de la part de ι, s'il eſt poſſible & ſoit la ligne α ι ζ, entenduë droicte comme en la ſeconde propoſition de ce liure; partant ζ ν, prolongee tombera de l'autre part de l'angle α ν ζ, comme eſt ζ ν δ θ, qu'il faut conceuoir comme vne ligne droicte. *Et c'eſt ainſi que l'entend Theon. Sa demonſtration eſt facile, entendant cecy.* a 1. 3.

## THEOREME 11. PROP. 12. xij.

Si deux cercles ſe touchent l'vn l'autre, au dehors, la ligne droicte menee d'vn centre à l'autre, paſſera par l'attouchement.

Soient deux cercles A B C, D B E, ſe touchans au dehors au poinct B, & le centre de A B C, ſoit F, & celuy de D B E, ſoit G. Ie dis que la ligne

droicte menee de F, à G, passe par le poinct d'attouchement B.




Car soit menée la droicte ligne F B, & la droicte G B, toutes deux au poinct d'attouchemẽt B, les deux font vne seule ligne droicte, partant la ligne droicte menee de F, à G, passe par B. Car, s'il n'est ainsi, elles feront angle de part ou d'autre au poinct B: qu'elles facent donc angle vers C E, s'il est possible, & soit menee de F, à G, vne droicte ligne F C E G, couppant les circonferences aux poincts C, & E. D'autant donc que les deux costez B F, B G, du triangle B F G, (car F B, G B, sont posez faire angle au poinct B, & F C E G, est vne ligne droicte, comme accorde l'aduersaire) sont [a] plus grands que l'autre costé F C E B, mais F C, est egale à F B, & G E, [b] egale à G B, estant menees des centres, donc F C, & G E, qui ne sont qu'vne partie de la toute F C E G, seront aussi plus grandes qu'icelle F C E G, la partie que le tout, (puis que F C E G, contient encore C E, outre F C, G E,) ce qui est impossible. Donc si deux cercles &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

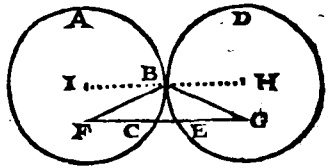
[a] 20. 1.

[b] 15. def. 1.

*Mais voyons la demonstration des autres, lesquels sont comme en la precedente, ce qui est dict de celle-là, se doit entendre de celle-cy.*

Soient les deux cercles A B C, D B E, se tou-

chans l'vn l'autre au dehors au poinct B. Et soit F, pris le centre du cercle A B C, & G, le centre du cercle D B E. Ie dis que la ligne droicte menee du poinct F, au poinct G, passera par l'attouchement B.




Car si elle n'y passe, qu'elle passe par les poincts C, & E, couppant les circonferences des cercles ; & soient menees des centres F, & G, au poinct d'attouchement B, les droictes lignes F B, G B.

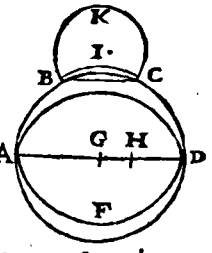
D'autant qu'au triangle F B G, les deux costez B G, B F, [a] sont plus grands que le costé F G: mais B F, est egale à F C, (puis que F, est posé le centre du cercle A B C) & G B, est egale à G E; (d'autant que G, est posé le centre du cercle D B E,) donc les droictes lignes E C, G E, seront aussi plus grandes que la droicte F G, la partie que le tout, (car la toute F G, contient encore la partie moyenne C E, outre les deux F C, G E) ce qui est absurde; partant si deux cercles &c. Ce qu'il falloit demonstrer. [a] 20. 1.

## THEOREME 12. PROP. 13. xiij.

Vn cercle ne touche poinct vn cercle à plus d'vn poinct : soit qu'il le touche au dedans ou au dehors.

Que les deux cercles A B C D, A E D F, se touchent au dedans s'il est possible à plus d'vn poinct sçauoir, au poinct A, & D, & soient prins les cen-

a 6. 3. tres d'iceux cercles, G, & H, [a] lesquels seront
b 11. 3. diuers, donc la ligne menee par les [b] centres G, & H, prolongee de part & d'autre tombera aux poinct de l'attouchement A, & D, comme A G H D. Et d'autant que G, est le centre du cercle A B C D, la ligne A G, sera egale à G D, donc A G, sera plus grande que H D, (estant egale à G D, plus grande) partant A H, sera encore bien plus grãde que H D. Derechef d'autant que H, est le centre du cercle A F D, la ligne A H, sera egale à H D, mais elle a esté demonstree beaucoup plus grande, ce qui est impossible. Donc vn cercle n'en touche pas vn autre à plus d'vn poinct, au dedans.

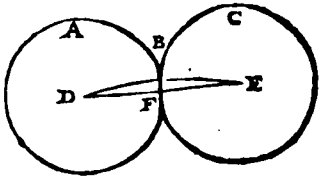



Ie dis aussi qu'il ne le touche au dehors. Car s'il est possible que le cercle B K C, touche le cercle A B C D, au dehors à plus d'vn poinct, sçauoir B, & C, & que l'on mene la droicte ligne B C,
c 2. 3. elle tombera [c] dans l'vn des cercles & partant hors l'autre, ce qui est contre la mesme 2. proposition de ce liure. Donc vn cercle n'en touche pas vn autre au dehors à plus d'vn poinct. Ce qu'il falloit demonstrer.

*Clauius demonstre ainsi cette derniere partie.*

Que les cercles A B, C B, se touchent à plus d'vn poinct au dehors proche le poinct F, & du centre D, au centre E, soit menee la droicte ligne
c 12. 3. D E, laquelle passera par [c] le poinct d'attouchement F. Donc s'ils se touchent aussi à vn autre

poinct que F, qu'ils se touchent à B. Donc ayant mené les droictes lignes D B, E B, icelles D B, E B, seront egales à D F, E F, c'est à dire à D E: f mais elles sont plus grandes, ce qui est absurde. Dõc les cercles ne se touchent pas au dehors à plus d'vn poinct.




f 20. 1.

## SCHOLIE.

*Clauius se trompe vn peu icy, disant que D B, E B, seront plus grandes que D E, par la 20. du 1. voulant dire que D B E, est vn triangle, ce qui ne peut estre,* g *car ayant posé que les cercles se touchent aux poincts B, & F, il faut accorder par necessité, que D B E, D F E, sont toutes deux lignes droictes. Donc s'il eust dict en sa conclusiõ, que si deux cercles se touchoient au dehors à plus d'vn poinct, il s'ensuiuroit que deux lignes droictes encloroient vn espace* h *ce qui est impossible, il eust bien conclu.*

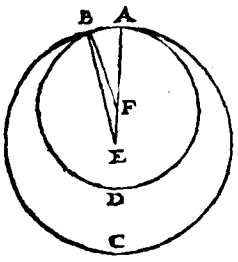
g 12.

h 12. 1. f.

## SCHOLIE DE CLAVIVS.

Si l'on considere bien la demonstration d'Euclide par laquelle il a prouué, qu'vn cercle ne touche pas vn cercle à plus d'vn poinct; icelle semble principalement conclure, qu'vn cercle ne touche vn cercle à deux ou plusieurs poincts, lesquels soient fort distants, & non pas qu'vn mesme attouchement ne puisse auoir plusieurs poincts. Encore que le mesme puisse estre facilement demonstré presque par le mes-

me discours. Or afin que cecy demeure totalement confirmé, sçauoir, qu'vn cercle ne peut toucher vn cercle à plus d'vn poinct; nous monstrerons brieuement qu'à vn mesme attouchement n'y peut auoir plus d'vn poinct.




Car, que le cercle A B C, touche le cercle A B D, proche le poinct A, & par les [a] 6. 1. centres E, & F, [a] lesquels seront diuers, soit menee la droicte ligne E F; laquelle [b] 11. 1. estant prolongee [b] tombera necessairement au poinct d'attouchement, comme au poinct A. Ie dis que ces cercles se touchent tant seulement au poinct A: car s'ils se touchent aussi à vn autre poinct, comme à B, ayant mené du poinct B, aux centres E, & F, les droictes li- [c] 20. 1. gnes B E, B F; Les lignes E F, [c] F B, seront plus grandes que E B; mais E B, est egale à E A; puis que l'vne & l'autre est menee du centre E; donc E F, F B, seront aussi plus grandes que E A: parquoy ayant osté la commune E F, demeurera F B, plus grande que F A, ce qui est absurde; attendu que F B, F A; sont menees de mesme centre F, à la circonference, & partant sont egales selon la definition du cercle: donc les cercles A B C, A B D, se toucheront l'vn l'autre seulement au poinct A, & non ailleurs.

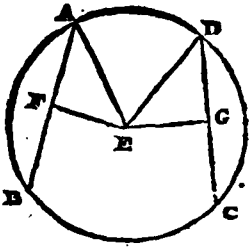
*Ainsi le demonstre Clauius; mais voyons s'il se trompe point, & en quoy.*

*Clauius dict, ſi les deux cercles ſe touchent auſſi au poinct B, qu'ayant mené du poinct B, aux centres F, & E, les droictes lignes B F, B E, les lignes B F, F E, ſeront plus grandes que B E, pretendant conſtituer vn triangle, ce qui eſt impoßible, car poſant que les cercles ſe touchent au poinct B, les lignes E F, F B, menees par les centres E, F, a ſeront vne ſeule ligne droicte, & partant toute autre ligne menee de E, à B, ſera courbe, Mais il deuoit dire pour ſa cõcluſion que les lignes droictes E F B, E F A, auroient vn cõmun ſegment, ce qui eſt impoßible: ou bien ayant acheué le diametre c'eſt à dire prolongé A E, iuſque à C, monſtrer qu'il s'enſuiuroit, que le demi-cercle ou la circonference B C, ſeroit egale à A B C, la partie au tout, ce qui eſt impoßible.*

a 11. 3.

## THEOREME 13. PROP. 14. xiv.

Au cercle les lignes droictes egales, ſont egalement diſtantes du centre: & celles qui ſont egalement diſtantes du centre, ſont egales entr'elles.




Au cercle A B C D, duquel le centre eſt E, ſoiẽt les deux lignes droictes egales A B, D C. Ie dis qu'elles ſont egalement diſtantes du centre E.

Car du centre E, ſoient menees E F, E G, perpendiculaires à A B, & C D, & ſoient conioinctes E A, E D: les lignes E F, E G, coupperont a A B, & C D, en deux egalement, leſquelles eſtant poſees egales, leurs moitiez A F, D G, ſeront auſſi egales.

a 3. *troiſ.*

D'autant donc que les quarrez des lignes egales
[b] 47.1. E A, E D, ſont egaux ; & [b] que le quarré de E A, eſt egal aux quarrez de A F, F E, ſemblablement le quarré de E D, egal aux quarrez de D G, & G E: les quarrez de A F, FE, ſeront pareillement egaux aux quarrez de D G, G E : donc ayant oſté les quarrez egaux des lignes droictes egales A F, D G, les quarrez de F E, G E, demeureront egaux; donc
[c] 4.de.3. E F, E G, ſeront egales. Partant [c] A B, C D, ſeront egalement diſtantes du centre E.

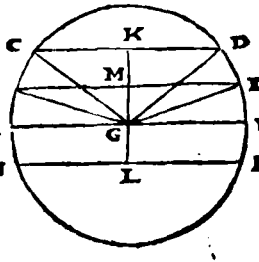
Derechef, ſoient A B, C D, egalement diſtantes du centre E. Ie dis qu'elles ſont egales entr'elles : car demeurant ainſi la conſtruction, nous
[d] 4. d.3. monſtrerons que E F, E G, [d] ſont egales, & qu'elles diuiſent [e] A B, C D, en deux egalement, & les
[e] 3. troi. quarrez des lignes droictes egales E A, E D, ſont
[f] 47.1. egaux entr'eux : mais le quarré de A E, [f] eſt egal aux deux quarrez de A F, FE, & celuy de E D, auſſi egal aux deux de D G, G E ; donc les quarrez de A F, F E, ſont egaux aux quarrez de D G, G E, ayant donc oſté les quarrez egaux des egales E F, EG, demeurerõt les quarrez de A F, D G, egaux & partant les lignes A F, D G, egales, donc leurs doubles A B, C D, auſſi egales: donc au cercle &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## XV. THEOREME 14. PROP. 15.

**Au cercle la plus grande ligne eſt le diametre ; mais, des autres, touſiours celle qui eſt plus proche du centre, eſt plus grande que celle qui en eſt plus eſloignee.**

Au cercle A B C D, duquel le centre eſt G, ſoit le diametre A F : & la ligne droicte plus proche

du centre H I, & la plus esloignee C D. Ie dis que la plus grande de toutes est le diametre A F, & H I, plus grande que C D.

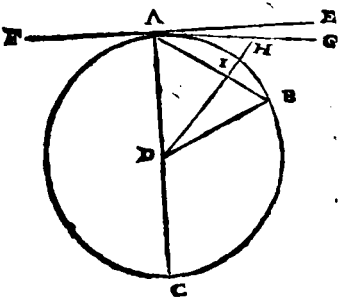



Car soient menees du centre G, les perpendiculaires, G K, G L, à C D, H I, & d'autant que C D, est plus esloignee du centre que H I, la perpendiculaire G K, sera plus grãde [a] que G L. Soit donc retranchee de G K, la ligne G M, egale à G L, & par M, soit menee B M E, perpendiculaire à G K; & soient conioinctes les droictes lignes G B, G C, G D, G E. D'autant donc que les perpendiculaires G M, G L, sont egales, B E, H I, seront egalement distantes du [b] centre & [c] partant egales entr'elles. Derechef d'autant que G B, G E, sont [d] plus grandes que B E, mais sont egales au diametre A F; le diametre A F, sera aussi plus grand que B E. Par mesme raison l'on monstrera que A F, est la plus grande de toutes les autres lignes. Finalement d'autant que les costez G B, G E, du triangle B G E, sont egaux aux costez G C, G D, du triangle C G D, & l'angle B G E, est plus grand que l'angle C G D, [e] la base B E, sera plus grande que la base C D. Et partant H I, qui a esté monstrée egale à B E, sera pareillement plus grande que C D. Donc au cercle, le diametre &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 4. def. 3.
b 4. def. 3.
c 14. pr.
d 20. 1.
e 24. 1.

## xvj. THEOREME 15. PROP. 16.

La ligne droicte menee de l'extremité du diametre du cercle, à angles droits à iceluy diametre ; tombera hors le cercle, & en l'espace comprins entre icelle ligne droicte & la circonference, ne tombera pas d'autre ligne droicte : & l'angle du demicercle est plus grand que tout angle rectiligne agu, mais le reste est plus petit.




Soit le cercle A B C, duquel le centre est D, & le diametre A B, de l'extremité duquel A, soit menee la droicte ligne A E, à angles droicts à iceluy. Ie dis qu'elle tombe hors le cercle: car s'il n'est ainsi, s'il est possible, qu'elle tombe au dedans cõme est A B, & soit menee D B : [a] les angles D A B, D B A, seront egaux, mais D A B est droict; dõc D B A, sera droict aussi, ce qui est absurde, [b] puis que les deux angles d'vn triangle sont moindres que deux droicts : semblablement nous monstrerons qu'elle ne tombera aussi sur la circonference. Donc au dehors. Ie dis maintenant qu'entre A E, & la circonference B A, ne peut pas tomber vne autre ligne droicte menee du poinct A. Que A G, y tombe, s'il est possible, sur laquel-

[a] 5. 1.

[b] 17. 1.

le ſoit menee D H, perpendiculaire à A G, coupant la circonference à I; D H, tombera de la part de l'angle agu D A G. [c] D'autant qu'au triangle D A H, [d] les deux angles D H A, D A H, ſont moindres que deux droicts, & D H A, eſt droict par la conſtruction, D A H, ſera moindre qu'vn droict, & partant D A, c'eſt à dire D I, egale à icelle; [e] ſera plus grande que D H, la partie que le tout, ce qui eſt impoſſible. Doncaucune ligne droicte ne tombera entre la circonference A B, & la droicte ligne perpendiculaire A E, mais coupera le cercle.

[c] *Coroll.* 17. 1.
[d] 17. 1.
[e] 19. 1.

Ie dis finalement que l'angle du demi-cercle contenu du diametre A C, & de la circonference B A, eſt plus grand que tout angle rectiligne agu, & le reſte qui eſt l'angle de contingence contenu de la droicte ligne A E, & de la circonference A B, eſt plus petit que tout angle rectiligne agu. Car puis qu'il eſt monſtré que toute ligne droicte tiree du poinct A, au deſſous de la perpendiculaire A E; tombe dans le cercle, elle fera neceſſairement auec la ligne A C, vn angle rectiligne agu moindre que l'angle du demi-cercle; mais auec A E, cõſtituera vn angle rectiligne agu plus grand que l'angle de contingence, attendu que celuy-là eſt vne partie de l'angle du demi cercle, mais ceſtuy-cy quelque tout, au reſpect de l'angle de continge; ce qui eſt manifeſte eſtant menee la droicte ligne A B, comment que ce ſoit au deſſous de A E. Car puis qu'icelle A B, tombe dans le cercle comme il eſt demonſtré, l'angle rectiligne agu C A B, eſt moindre que l'angle du demi-cercle, contenu ſous le diametre A C, & la circonference A B C, puis que celuy-là eſt partie de ceſtuy-cy.

Mais l'angle de contingence contenu sous la tangente A E, & la circonference A B C, est moindre que l'angle rectiligne B A E, puis qu'il est partie d'iceluy. Donc l'angle du demi-cercle est plus grand que tout angle rectiligne agu, & le reste, angle de contingence, moindre. Donc, la ligne menee de l'extremité &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## COROLLAIRE.

Il est d'icy manifeste que la ligne droicte tiree de l'extremité du diametre, à angles droicts touche le cercle: car il est demonstré qu'elle tombe dehors le cercle. Parquoy elle atteint le cercle à ce poinct extréme du diametre seulemẽt. Cõme si du poinct A, en la circonference du cercle ABC, il falloit mener vne ligne qui touchast le cercle au poinct A, nous menerons vne ligne droicte de A, au centre D, & à icelle nous menerons A E, à angles droicts: & icelle touchera le cercle au poinct A, comme il est demonstré.

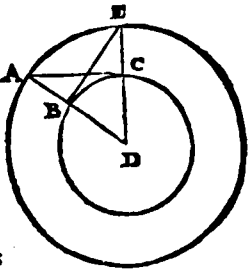
xvj. ## PROBLEME 2. PROP. 17.

D'vn poinct donné mener vne ligne droicte, qui touche vn cercle donné.

Soit le poinct donné A, & le cercle donné BC, il faut mener vne ligne droicte du poinct A, qui touche le cercle BC.

Soit trouué le centre D, & ioincte la ligne droicte A D, laquelle couppe le cercle au poinct B, & du centre D, & de l'interualle D A, soit descrit le cercle A E, & du poinct B, soit menee B E, à an-

gles droicts à A D, couppant le cercle A E, au poinct E, & finalement soit menee D E, couppant le cercle B C, au poinct C, & soit ioincte C A. Ie dis que A C, touche le cercle donné au poinct C.



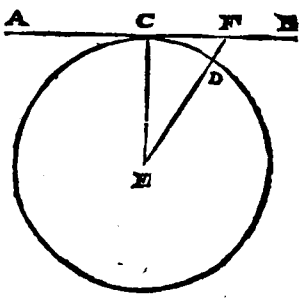

Car puis que les deux costez B D, D E, du triangle B D E, sont egaux aux deux C D, D A, du triangle C D A, chacun au sien comme il appert par la definition du cercle, & l'angle D, contenu d'iceux costez est commun : les [a] baſes B E, C A, & les angles D B E, D C A, seront egaux ; mais D B E, est droict par la construction: donc D C A, sera droict aussi. Dõc puis que C A, est menée de l'extremité C, du demi diametre D C, à angles droicts, elle [b] touchera le cercle. Donc du poinct donné A, l'on a mené A C, touchant le cercle B C, au poinct C, ce qu'il falloit faire. [a] 4. I. [b] Coroll. 16. 3.

## SCHOLIE.

*La practique de cette propoſition ſe peut colliger de la meſme demonſtration. Mais nous l'enſeignerons plus facilement à la 31. propoſition de ce liure.*

## THEOREME 16. PROP. 18. xviij.

Si quelque ligne droicte touche vn cercle & du centre à l'attouchement l'on cõioinct quelque ligne droicte, la ligne conioincte sera perpendiculaire à la touchante.




Que la droicte ligne A B, touche le cercle C D, au poinct C, duquel ſoit trouué le cẽtre E, & d'iceluy ſoit menee la droicte ligne E C, au poinct d'attouchement C. Ie dis que E C, eſt perpendiculaire à A B.

Car ſi elle ne l'eſt, ſoit menee E F, perpendiculaire à A B, couppant la circonference au poinct D. D'autant qu'au triangle C E F, [a] les deux angles E C F, E F C, ſont moindres que deux droicts, & E F C, eſt droict, par la conſtruction; E C F, ſera moindre qu'vn droict. Partant [b] E C, c'eſt à dire E D, ſon egale ſera moindre que E F, la partie que le tout, ce qui eſt impoſſible. Donc E C, eſt perpendiculaire à A B. Partant ſi vne ligne droicte &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[a] 17. 1.

[b] 19. 1.

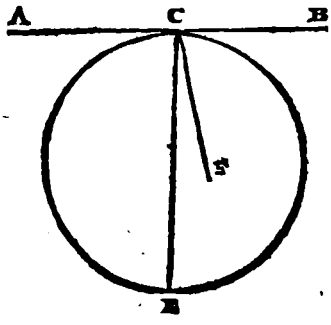
*Autrement. Si E C, n'eſt perpendiculaire à A B, l'vn des angles au poinct C, ſera obtus, & l'autre agu. Soit E C B, agu, lequel eſtant plus grand que l'angle du demi-cercle E C D, l'angle du demi-cercle ſera plus petit que quelque angle rectiligne agu:* [c] *ce qui eſt abſurde.*

[c] 16. 3.

xviij. THEOREME 17. PROP. 19.

Si quelque ligne droicte touche vn cercle & de l'attouchement l'on mene vne ligne droicte, à angles droicts à la touchante, en icelle menee ſera le centre du cercle.

Que la




Que la droicte ligne A B, touche le cercle C D E, au poinct C, & du poinct C, soit menee C E, à angles droicts à A B. Ie dis qu'en C E, est le centre du cercle.

Car s'il est hors icelle, qu'il soit au poinct F, s'il est possible duquel soit mence la droicte ligne F C, [a] laquelle sera perpendiculaire à A B. Partant l'angle droict F C B, sera egal à l'angle droict E C B, la partie au tout: ce qui est impossible. Donc le centre du cercle ne sera hors la ligne C E. Donc si vne ligne droicte &c. Ce qu'il falloit demonstrer. [a] 18. 1.

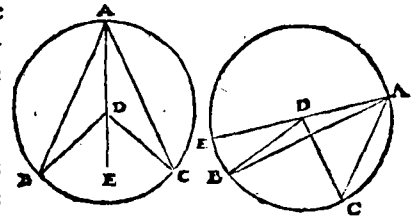
## THEOREME 18. PROP. 20. xx.

Au cercle, l'angle qui est au centre, est double de l'angle qui est à la circonference; quand ils ont pour leur base vne mesme circonference.

Soit le cercle A B C, au centre duquel D, soit constitué l'angle B D C, & l'angle A B C, à la circonference lesquels ayent vne mesme circonference B C, pour base; Ie dis que l'angle B D C, est double de l'angle B A C.

Car soit conioincte la droicte ligne A D, & prolongee à E; D'autant que les deux lignes D A, D B, sont egales, les deux angles D A B, D B A,

a 5. 1. a feront egaux : mais l'angle externe B D E, eſt
b 32. 1. egal b aux deux internes D A B, D B A, & partant
ſera double de l'vn d'iceux, cõme de D A B. Semblablement nous monſtrerons que l'angle




C D E, eſt double de l'angle D A C, parquoy le tout B D C, ſera double du tout B A C. Ce qui eſt propoſé.

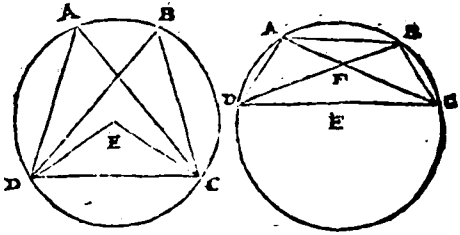
De rechef que l'angle C A B, n'encloe poinct l'angle C D B, & ſoit ioincte A D, & prolongee à E. D'autant que les deux coſtez D A, D C, ſont
c 5. 1. egaux c les deux angles D A C, D C A, ſeront
d 32. 1. egaux : mais l'angle externe C D E, eſt egal d à iceux, donc il ſera double de D A C, mais l'angle E D B, au centre eſt double de E A B, comme il eſt demonſtré, donc reſte B D C, ſera dou-
e 20 6. ble du reſte B A C. e Car quand le tout eſt double du tout & le retranche du retranche, le reſte ſera double du reſte. Donc au cercle l'angle du centre &c. Ce qu'il falloit demonſtrer &c.

## xxj. THEOREME 19. PROP. 21.

**Au cercle, les angles qui ſont en vn meſme ſegment, ſont egaux entr'eux.**

Soit le cercle A B C D, & au ſegment C B A, ſoient les deux angles D A C, C B D. Ie dis qu'ils ſont egaux entr'eux.

Car soit trouué le centre E, & d'iceluy soient ioinctes les lignes E D, E C. D'autant que l'angle



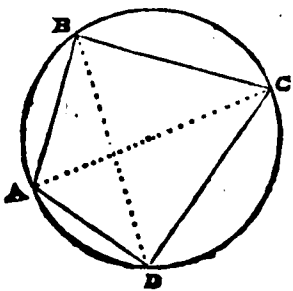

D E C, est constitué au centre [a] il sera double de l'angle D A C, qui est à la circonference, car ils ont mesme circonference D C, pour base: par mesme raison il sera double de l'angle C B D. Dõc chacun des deux angles A, & B, sera moitié de D E C, & partant egaux entr'eux. Donc, au cercle les angles qui sont &c. Ce qu'il falloit demonstrer. [a] 20. 3.

*Theon demonstre seulement que les angles qui sont en la plus grande section sont egaux entr'eux; mais l'on monstrera le mesme si les angles sont en la petite section, comme l'on void en la deuxiesme figure: car ayant mené la ligne droicte A B, soit prise la portion B C D A, qui est le plus grand segment, les angles A D B, B C A, en iceluy, seront egaux entr'eux, comme nous auons demonstré en la premiere figure, & les deux A F D, B F C, sont [a] aussi egaux entr'eux, donc [b] l'angle D A F, sera egal à l'angle C B F, lesquels sont au plus petit segment D A B C. Ce qui estoit proposé.* [a] 15. 1. [b] Coroll. 1. 32. 1.

## THEOREME 20. PROP. 22. xxij.

Les angles opposez des figures de qua-

tre costez inscrites au cercle, sont egaux à deux droicts.




Soit le cercle ABCD, auquel soit inscrite la figure quadrilatere AC. Ie dis que les deux angles opposez BAD, BCD, sont egaux à deux droicts.

Car soient conioincts les deux diametres AC, BD; D'autant que les deux angles ACD, ABD, sont en vn mesme segment ABCD, ils seront egaux entr'eux, par mesme raison les deux angles BCA, BDA, au segment BCDA, seront aussi egaux entr'eux, donc l'angle total BCD, sera egal aux deux angles ABD, ADB: Donc ayant adiousté l'angle commun BAD, les deux BCD, BAD, seront egaux aux trois angles, BDA, DBA, & BAD, du triangle, ABD: mais les trois angles du triangle ABD, [b] sont egaux à deux droicts; donc les deux angles opposez BAD, BCD, seront aussi egaux à deux droicts. Semblablement l'on monstrera que les deux angles opposez aux poincts D, & B, sont egaux à deux droicts. Donc les angles opposez des figures &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[a] 21. 3.

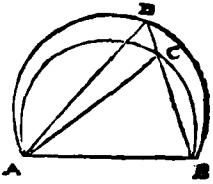
[b] 32. 1.

xxiij. THEOREME 21. PROP. 23.

Sur vne mesme ligne droicte, l'on ne pourra constituer deux segments de

cercles semblables & inegaux & de mesme part.

Car s'il est possible, soient constituez deux segments de cercles, semblables & inegaux: sur la ligne A B, & de mesme part A C B, A D B, iceux segments se coupperont seulement aux poincts A, & B,




a puis qu'vn cercle ne couppe vn autre cercle à plus de deux poincts. Donc la circonference d'vn des segmẽts sera hors la circonference de l'autre: Soit donc menee la ligne droicte B C D, couppãt les circonferẽces aux poincts C, & D, & soiẽt ioinctes A D, A C. D'autant que les segments A C B, A D C, sont posez semblables, par la 10. def. de ce liure, l'angle A C B, sera egal à l'angle A D B, ce qui est absurde: b car l'externe A C B, est plus grand que l'interne A D B. Ils ne sont donc pas segments semblables: donc sur vne mesme ligne &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 10. 3.

b 16. 1.

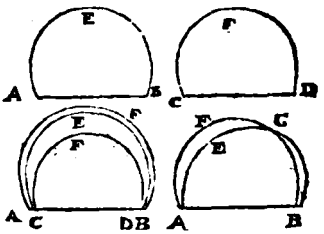
## THEOREME 22. PROP. 24. xxiv.

Semblables segments de cercles, constituez sur lignes droictes egales; sont egaux entr'eux.

Sur les lignes droictes egales A B, C D, soient constituees les sections de cercles semblables A E B, C F D. Ie dis qu'elles sont egales entr'elles.

Car les lignes A B, C D, estant egales conuiendront entr'elles, si on entend qu'elles soient po-

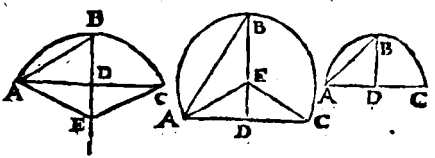
sees l'vne sur l'autre, sçauoir A B, sur C D, & le segment A E B, conuiendra sur le segment C F D: autremẽt le segment A E C, tombera au dehors du segment C F D, ou au dedans, ou partie dehors & partie dedans, & partant sur vne mesme ligne droicte seront constituez semblables segments de cercles & inegaux [a] ce qui est absurde: que s'il tomboit en partie au dehors & partie au dedans, ils se coupperoiẽt en plus de deux poincts comme à B, & G, ce qui est impossible, [b] car vn cercle ne coupe vn cercle en plus de deux poincts: Dõc ils conuiendront & partant seront egaux entr'eux. Donc sur lignes droictes &c. Ce qu'il falloit demonstrer.




¶ 24. 1.

XXV. PROBLEME 3. PROP. 25.

Le segment d'vn cercle estant donné, descrire le cercle, duquel il est le segment.




Soit le segmẽt de cercle A B C, duquel il faut descrire le cercle dont il est le segment, soit ioincte A C, & diuisee en deux egalement au poinct D, par lequel soit menee D B, à angles droicts à A C, & ioincte A B, l'angle D B A, sera plus grand que l'angle D A B, ou egal ou plus petit.

Premierement soit plus grand (ce qui aduiendra quād le segmēt sera moindre que le demi-cercle (car alors BD, prolongee passera [a] par le centre qui est hors le segmēt, puis qu'il est plus petit, [b] & DA, sera plus grāde que DB, car DB, est le reste du diametre, partant [c] DBA, sera plus grand que DAB) soit faict l'angle BAE, egal à DBA, & que la droicte ligne AE, couppe BD, prolongee à E. Ie dis que E, est le centre du cercle duquel ABC, est le segment.

[a] Coroll. 1. 3.
[b] 7. 3.
[c] 18. 1.

Car ayant mené EC, les deux costez AD, DE, du rriangle ADE, seront egaux aux deux CD, DE, du triangle CDE, & les angles contenus d'iceux sont droicts, [d] partant AE, EC, egales: mais EA, est aussi egale à ED, [e] puisque les angles EAB, EBA, sont egaux: Donc les trois EA, EB, EC, sont egales. [f] Donc E, sera le centre du cercle ABC, puisque d'iceluy poinct, tombēt plus de deux lignes droictes egales, à la circonference.

[d] 4. 1.
[e] 6. 1.
[f] 9. 3.

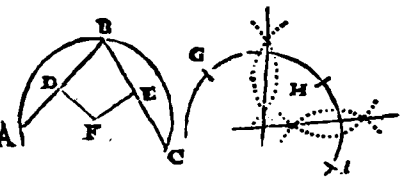
Secondement soient les angles DBA, DAB, egaux: [g] DA, sera egale à DB, mais DC, est aussi egale à DB, estant AC, diuisee en deux egalement au poinct D, toutes les trois DC, DB, DA, seront egales; [h] partant D, sera le centre du cercle & le segment proposé sera demi-cercle.

[g] 6. 1.
[h] 9. 3.

Finalement si l'angle DBA, est plus petit que DAB, soit faict l'angle BAE, egal à ABE, & soit ioincte EC. Ie dis que E, est le centre du cercle, car l'on monstrera par les mesmes raisons cy-dessus que les trois lignes EA, EB, EC, sōt egales, & partant aussi le segment proposé excedera le demi-cercle. Donc vn segment de cercle estant donné, nous auons descrit le cercle, du-

quel il eſt le ſegment. Ce qu'il falloit faire.

## SCHOLIE.

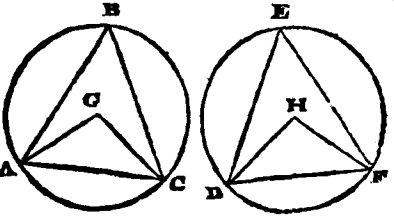



*Autrement ayant prins trois poincts à l'aduenture au ſegment donné A, B, C, ſoient menees deux lignes A B, B C, & diuiſees en* [a] *deux egalement à D, & E, puis menees les lignes D F, E F,* [b] *à angles droicts, leſquelles ſe rencontreront, comme à F, (car ſi on menoit vne ligne droicte de D, à E, DEF, EDF, ſeroient plus petits que deux droicts) donc* [c] *F, ſera le centre du cercle & c. en la meſme maniere l'on fera paſſer vne circonference par trois poincts donnez, non en droicte ligne.*

[a] 10. 1.
[b] 11. 1.
[c] Corell. 1. 3.

## XXV. THEOREME 23. PROP. 26.

**Aux cercles egaux, les angles egaux, ſont appuyez ſur circonferences egales, ſoit qu'ils y ſoient appuyez, eſtant conſtituez aux centres, ou aux circonferences.**




Soient les cercles egaux A B C, D E F, aux centres deſquels G, & H, ſoient conſtituez les angles A B E, D H F, egaux; item que les angles B, & E, ſoient conſtituez aux cir-

conferences auſſi egaux : Ie dis que les circonferences A C, D E, ſur leſquelles ils ſont appuyez ſont egales.

Car ſoient ioinctes les lignes droictes A C, D F: D'autant que les deux coſtez G A, G C, du triangle A G C, ſont egaux aux deux H D, H F, du triangle D H F, à cauſe de l'egalité des cercles, & les angles G, & H, egaux par l'hypotheſe, [a] les baſes A C, D F, ſeront egales ; mais les angles B, & E, conſtituez aux circonferẽces ſont auſſi egaux par l'hypotheſe & appuyez ſur les meſmes baſes, [b] donc les ſegments A B C, D E F, ſeront [b] ſemblables [c] & partant egaux : leſquels eſtant ſouſtraicts des cercles egaux, demeureront les ſegments A C, D F, egaux, & partant les circonferences A C, D F, egales. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[a] 4. 1.
[b] 10. d. 3.
[c] 24. 3.

## SCHOLIE.

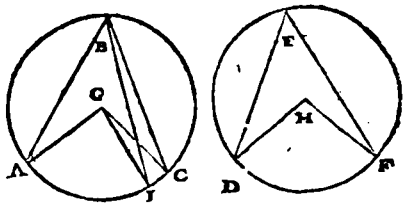
*En ceſte propoſition & aux trois ſuiuantes ce qui eſt dict des cercles egaux : doit auſſi eſtre entendu, d'vn meſme cercle ; car ce ſera la meſme demonſtration.*

## THEOREME 24. PROP. 27. xxvj.

Aux cercles egaux les angles appuyez ſur circonferences egales ſont egaux entr'eux ; ſoit qu'ils y ſoient appuyez eſtant conſtituez aux centres, ou bien eſtant conſtituez aux circonferences.

Aux cercles egaux A B C, D E F, deſquels les centres ſont G, & H, ſoient premierement conſtituez les angles A G C, D H F, aux centres, ayãt pour baſes les circonferences egales A C, D F. Ie dis qu'ils ſont egaux entr'eux.

Car s'ils ne sont egaux soit l'angle G le plus grand, & soit faict l'angle A G




[a] 26. 3. I, egal à l'angle G H F, [a] donc la circonference A I, sera egale à la circonference D F, mais la circonference A C, est egale à la circonference D F, par l'hypothese, partant A I, & A C, seront egales entr'elles, la partie au tout, ce qui est impossible. Donc les angles A G C, D H F, sont egaux.

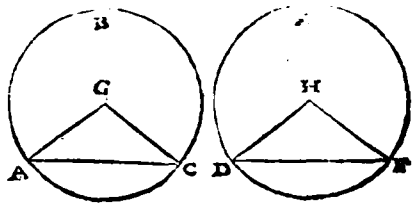
Secondement soient constituez les angles B, & E, aux circonferences, ayant circonferences egales A C, D F, pour bases : par les mesmes raisons on monstrera qu'ils sont egaux entr'eux. Ce qu'il falloit demonstrer.

xxvij. ## THEOREME 25. PROP. 28.

**Aux cercles egaux, les lignes droictes egales ostent circonferences egales, sçauoir la plus grande à la plus grande & la plus petite à la plus petite.**

Aux cercles egaux A B C, D E F, soient les lignes droictes egales A C, D F. Ie dis que la plus grande circonference A B C, est egale à la plus grande D E F, & la moindre A C, egale à la moindre D F.

Car soient prins les centres G, & H, & soient iointes les droictes lignes A G, G C, D H, H F,




Les deux costez G A, G C, du triangle A G C, sont egaux aux deux H D, H F, du triangle D H F, & les bases A C, D F, sont egales par l'hypothese, partant les [a] angles G, & H, sont egaux: [b] Donc les circonferences A C, D F, sur lesquelles ils sont appuyez seront egales, lesquelles estant ostees des cercles egaux, demeureront les circonferences A B C, D E F, aussi egales: Donc aux cercles &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[a] 8. 1.
[b] 26. 3.

## THEOREME 26. PROP. 29. xxviij

### Aux cercles egaux, les circonferences egales, soustendent lignes droictes egales

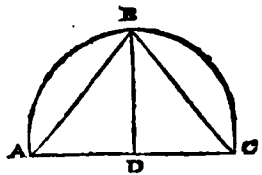
Soient les cercles egaux A B C, D E F, ausquels soient prises les circonferences A B C, D E F, egales, & soient iointes les droictes lignes A C, D F. Ie dis qu'icelles lignes droictes qui les soustendēt sont egales. *Voyez la figure precedente.*

Car soient pris les centres G, & H, & soient conioinctes les droictes lignes A G, G C, D H, H F. D'autant que les deux costez A G, G C, du triangle A G C, sont egaux aux deux D H, H F, du triangles D H F, [a] & les angles G, & H, egaux, puis qu'ils sont appuyez sur egales circōferences, [b] les bases qui sont les droictes lignes A C, D F, sont egales. Donc aux cercles egaux &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[a] 27. 3.
[b] 4. 1.

xxix. ## PROBLEME 4. PROP. 30.

Coupper en deux egalement vne circonference donnee.



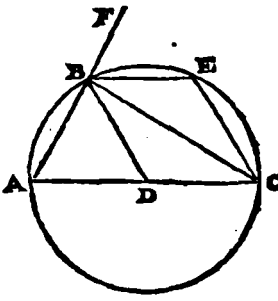

Soit la circonference donnee A B C, laquelle il faut coupper en deux parties egales: soit iointe la ligne droicte A C, laquelle soit diuisee en
a 10. 1. deux parties egales, a par le poinct D, par lequel
b 11. 1. soit menee la droicte D B, à b angles droicts à A C, & soient iointes les lignes droictes A B, C B, elle est couppee en deux egalemẽt par le poinct B.

Car puis que A D, C D, sont egales & D B, commune, les deux costez A D, D B, du triangle A D B, seront egaux aux deux C D, D B, du triangle C D B, & les angles au poinct D, sont egaux
c 4. 1. sçauoir droicts c les bases A B, C B, sont egales,
d 28. 3. & d partant les circonferences A B, C B, aussi egales: nous auons donc couppé vne circonference en deux egalement. Ce qu'il falloit faire.

xxx. ## THEOREME 27. PROP. 31.

Au cercle, l'angle qui est au demi cercle est droict: mais celuy qui est au plus grand segment est plus petit qu'vn droict; & celuy qui est au plus petit segment, est plus grand qu'vn droict. Et d'auantage, l'angle du plus grand segment, est plus grand qu'vn

droict; mais l'angle du pluspetit ſegment, eſt plus petit qu'vn droict.




Soit le cercle A B C, & le diametre d'iceluy A C, & le centre D, & ſoient ioinctes les droictes lignes A B, C B, itē B E, E C. Ie dis premierement que l'angle A B C, au demi-cercle eſt droict.

Car ſoit menee B D, au centre D, & prolongee A B, au poinct F. D'autant que D A, D B, ſont egales, les angles [a] D A B, D B A; ſeront egaux entr'eux, par meſme raiſon les deux angles D B C, D C B, ſeront auſſi egaux, car D B, D C, ſont auſſi egales entr'elles, partant les deux D B A, D B C, c'eſt à dire le total A B C, eſt egal aux deux B A C, B C A, mais l'angle externe C B F, [b] eſt egal aux deux meſmes angles internes & oppoſez B A C, B C A. Donc les deux angles A B C, C B F, ſeront egaux entr'eux, & partant droicts, donc l'angle A B C, au demi-cercle eſt droict; ce qui eſt premierement propoſé

[a] 5. 1.

[b] 32. 1.

Ie dis ſecondement que l'angle B A C, au plus grand ſegment B A C, eſt plus petit qu'vn droict. Car d'autant qu'au triangle A B C, les deux angles A B C, B A C, [c] ſont plus petits que deux droicts; & A B C, eſt demonſtré droict: l'angle B A C, ſera plus petit qu'vn droict. Cē qui eſt ſecondement propoſé.

[c] 17. 1.

Tiercement ie dis que l'angle B E C, au plus pe-

tit ſegment B E C, eſt plus grand qu'vn droict. Car d'autant qu'au quadrilatere A B E C, deſcrit
d 22.3. au cercle, les deux angles oppoſez d E, & A, ſont egaux à deux droicts & l'angle B A C, eſt monſtré plus petit qu'vn droict, l'autre B E C, ſera plus grand qu'vn droict. Ce qui eſtoit tiercement propoſé.

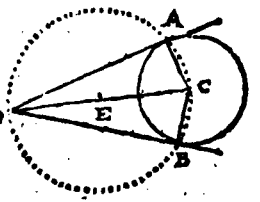
Quartement, ie dis que l'angle du plus grand ſegment B A C, qui eſt l'angle A B C, contenu de la circonference A B, & de la ligne droicte B C, eſt plus grand qu'vn droict. Car puis que l'angle droict A B C, eſt cõtenu des lignes droictes A B, B C, eſt vne partie d'iceluy, le tout A B C, contenu de la circonference A C, & de la ligne droicte B C, ſera plus grand qu'vn droict. Ce qui eſtoit quartement propoſé.

Finalement. Ie dis que l'angle du plus petit ſegment qui eſt l'angle C B E, contenu de la ligne droicte C B, & de la circonference E B C, eſt plus petit qu'vn droict; car iceluy eſt plus petit que l'angle droict, F B C, la partie que le tout, ce qui eſtoit finalement propoſé. Donc au cercle, l'angle qui eſt au demi cercle &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## COROLLAIRE

D'icy eſt manifeſte que l'angle d'vn triangle qui eſt egal aux deux autres, eſt droict: D'autant que l'angle contigu à iceluy (qui eſt faict hors le triangle, le coſté eſtant prolongé) eſt egal aux meſmes. Ce qui appert de la premiere demonſtration. Ou d'autant qu'il eſt la moitié des trois angles du triãgle, leſquels vallent deux droicts.

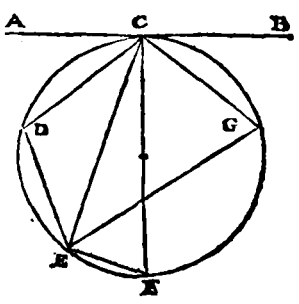
## SCHOLIE.




*De la premiere demonſtration de ceſte propoſition nous colligerons facilement comme̅t l'on pourra mener deux lignes d'vn poinct hors vn cercle donné qui touchеront iceluy cercle de part & d'autre. Soit donc le cercle donné A B, & hors iceluy le poinct D, duquel ie veux mener vne ligne qui touche le cercle, ou deux de part & d'autre. Soit trouué le centre C, & du poinct D, au centre C, ſoit menee la ligne droicte D C, & diuiſee en deux egalement au poinct E, & de E, comme centre, & à l'interualle E C, ſoit deſcrit le cercle A D B, couppant le cercle donné aux poincts A, & B, & ſoient ioinctes les droictes lignes D A, D B. Ie dis que l'vne & l'autre touchera le cercle aux poincts A, & B, car ayant mené les droictes lignes A C, & B C, l'vn & l'autre [a] angle A, & B, ſera droict au demi-cercle, donc [a] 31. 3. par le corollaire de la ſeiziesme propoſition de ce liure D A, & D B, toucheront le cercle aux poincts A, & B.*

## THEOREME 28. PROP. 32. xxxj.

Si quelque ligne droicte touche vn cercle, & de l'attouchement l'on mene quelque ligne droicte au cercle, le couppant, les angles qu'elle faict auec la touchante ſerõt egaux aux angles qui ſont aux ſegments alternes.




Que la ligne droicte A B, touche le cercle C D E, au poinct C, duquel soit menee la ligne droicte C E, couppant le cercle en deux segments A C D E, C G F E, ausquels soient constituez les angles D, & G. Ie dis que l'angle A C E, est egal à l'angle qui est au segment alterne C G F E; & l'angle D C E, est egal à l'angle qui est aussi au segment alterne C D E.

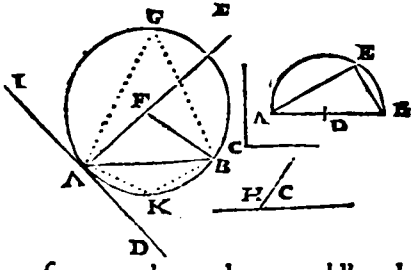
Car soit menee la ligne C E, par le centre & soit
a 18. 3. joincte E F, la ligne a C F, sera perpendiculaire à
b 31. 3. A B, b & l'angle C E F, sera droict, & partant les deux restans, E F C, E C F, seront egaux à vn droict, comme à l'angle droict A C F; donc si l'on oste le commun E C F, demeurera l'angle A C E, egal à l'angle E F C, lequel est egal à l'angle G,
c 21. 3. c d'autant qu'ils sont en vn mesme segment; Donc l'angle A C E, sera aussi egal à l'angle G. Et d'autant qu'au quadrilatere D E G C, descrit au cercle les deux angles opposez D, & G, sont
d 22. 3. egaux d à deux droicts & les deux A C E, e B C E,
e 13. 1. sont aussi egaux à deux droicts, si l'on oste les deux egaux A C E, C G E, demeurera l'angle B C E, egal à l'angle D, au segment alterne C D E. Donc si vne ligne droicte &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

Si la couppante passe par le centre A, f la propo-
f 18. & 31. 3. sition est manifeste.

PROBLEME

## PROBLEME 5. PROP. 33. xxxij.

**Sur vne ligne droicte donnee, descrire vn segment de cercle, lequel reçoiue vn angle egal à vn angle rectiligne donné.**




Soit la droicte ligne dõnee AB, & l'angle donné C, lequel soit premieremẽt droict : Il faut descrire vn segment de cercle, auquel l'angle constitué soit egal à l'angle donné C. Soit diuisee la droicte ligne AB, en deux egalement par le poinct D, & du poinct D, cõme centre & à l'interualle DA, soit descrit le demi-cercle, auquel soit faict l'angle AEB, [a] lequel est droict, & partant egal à l'angle droict donné C. [a] 31. 3.

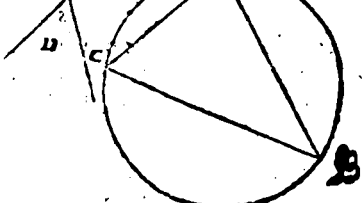
Soit secondement l'angle donné C, agu : au poinct A, de la ligne donnee AB, soit faict l'angle DAB, egal à l'angle agu, C ; & du poinct A, soit menee AE, à angles droicts à AD, laquelle tombera au dessus de AB : puis soit faict l'angle ABF, egal à l'angle FAB, & que BF, couppe la droicte ligne AE, au poinct F : [b] les lignes FA, FB, seront egales. Partant si du centre F, à l'interualle FA, l'on descrit le cercle AG, il passera par le poinct B. Ie dis donc que l'angle qui sera faict au segment AGB, descrit sur la ligne AB, sera egal à l'angle [b] 6. 1.

C. Soit donc faict l'angle A G B, audict segment: d'autant que A E, passe par le centre & de l'extremité A, est menee A D, à angles droicts à icelle, c *Coroll.* 16. 3. D A, c touchera le cercle au poinct A. C'est d 32. 3. à pourquoy l'angle D A B, c'est à dire l'angle dõné C, sera egal à l'angle G, au segment alterne A G B.

Tiercement soit l'angle donné H, obtus. Soit faict de rechef l'angle I A B, egal à l'angle H, & du poinct A, soit menee A E, à angles droicts à A I, laquelle tombera au dessus de A B; soit faict le reste, comme deuant, l'on aura descrit sur la ligne A B, le segment A K B, auquel l'angle K, est egal à l'angle obtus donné H. Car l'angle I A B, c'est à e 32. dire l'angle dõné H, e est egal à l'angle K, au segment alterne A K B, car c'est la mesme demonstration. Donc sur vne ligne droicte donnee &c. Ce qu'il falloit faire.

## xxxiij. PROBLEME 6. PROP. 34.

D'vn cercle donné, retrancher vn segment qui reçoiue vn angle egal à vn angle rectiligne donné.




Soit le cercle dõné A B C, duquel il faut retrancher vn segment, auquel l'angle cõstitué soit egal à vn angle dõné, D. 17. 3. Soit menee la droicte ligne E

F, touchant le cercle au poinct A. Puis soit faict l'angle F A B, egal à l'angle donné D, & soient menees les droictes lignes A C, B C. Ie dis que l'angle A C B, au segment osté A C B, est egal à l'angle donné D.

Car l'angle F A B, qui est faict egal à l'angle dõné D, est [b] egal à l'angle C, au segment alterne A C B, Donc iceluy angle C, sera pareillement egal à D. Nous auons donc osté du cercle donné le segment A C B, &c. Ce qu'il falloit faire. [b] 32. 3.

## THEOREME 29. PROP. 35. xxxiv.

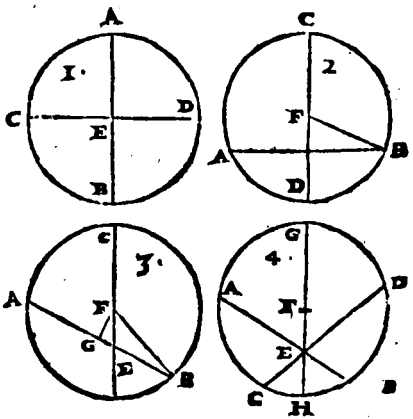
Si au cercle deux lignes droictes se couppent l'vne l'autre; le rectangle contenu sous les deux parties de l'vne, est egal au rectangle contenu sous les deux parties de l'autre.

Au cercle A B C, que les deux lignes A B, C D, se couppent au poinct E. Ie dis que le rectangle contenu sous A E, E B, est egal au rectangle contenu sous C E, E D.

Soit premierement le poinct de l'intersection E, le centre du cercle, comme en la premiere figure, les quatre segments seront egaux, chacun estant le demi-diametre du cercle: donc il est manifeste que le rectangle contenu sous les deux parties de l'vne est egal au rectangle contenu sous les deux parties de l'autre.

Secondement que C D, seulement passe par le centre F, couppant A B, en deux egalement au poinct E; [a] & partant à angles droicts, & soit cõioincte la droicte ligne B F. D'autant que C D, est [a] 3. trois.

diuisee en deux egalement au centre F, & inegalement au poinct E, le rectangle contenu sous les
b 5. 2. segments inegaux C E, E D, b auec le quarré de la moyẽne sectiõ F E, est egal au quarré de la moi-
c 47. 1. tié F D, c'est à dire de F B, mais le quarré de c F B, est egal aux deux quarrez de F E, E B; Dõc le rectãgle cõtenu sous C E, E D, auec le quarré de F E, sera aussi egal au deux quarrez de F E, E B; partant si l'on oste le commun quarré de F E, demeurera le rectangle contenu soꝰ C E, E D, egal au quarré de E B, c'est à dire au rectãgle, sous A E, E B, car puis qu'elles sont egales, le rectangle contenu sous les deux, est quarré, selon la premiere definition de ce liure. *Voyez la deuxiesme figure.*




Tiercement que C D, passant par le centre F, couppe A B, en deux inegalement au poinct E, & soit diuisee icelle A B, en deux egalemẽt au poinct G, & soient menees G F, & F B; F G, d sera per-
d 3. 3. pendiculaire à A B. D'autant donc que C D, est diuisee en deux egalement à F, & inegalement à
e 5. 2. E, le rectangle contenu sous C E, E D, e auec le quarré de la moyenne section F E, sera egal au

quarré de la moitie F D, c'eſt à dire au quarré de F B, ſon egale; mais le quarré de F B, f eſt egal au deux quarrez F G, G B; donc le rectangle contenu ſous C E, E D, auec le quarré de F E, eſt auſſi egal aux deux quarrez de F G, G B, & le quarré de F E, g eſt egal auſſi aux deux quarrez de F G, G E, partant le rectangle ſous C E, E D, auec les deux quarrez de F G, G E, eſt egal aux deux quarrez F G, G B; oſtant donc le quarré commun, F G, reſtera le rectangle contenu ſous C E, E D, auec le quarré de G E, egal au quarré de G B, mais le rectangle contenu ſous A E, E B, auec le quarré de G E, h eſt auſſi egal au quarré de G B, (puis que A B, eſt diuiſee en deux egalement au poinct G, & inegalement au poinct E.) Donc le rectangle contenu ſous C E, E D, auec le quarré de G E, eſt egal au rectangle ſous A E, E B, auec le meſme quarré de G E, oſtant donc le quarré commun de G E, demeurera le rectangle contenu ſous C E, E D, egal au rectangle contenu ſous A E, E B. Ce qui eſt propoſé. *Voyez la troiſieſme figure.*

f 47. 1.

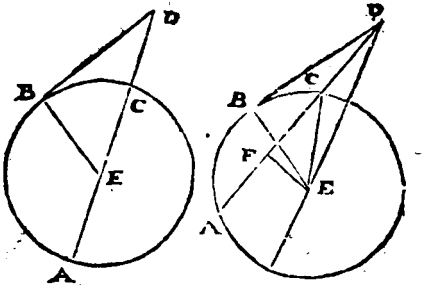
g 47. 1.

h 5. 2.

Quartement que A B, ny C D, ſe couppants au poinct, E, ne paſſent par le centre, & ſoit mené le diametre G H, par le poinct E, (comme en la quatrieſme figure) l'on monſtrera comme auparauant que le rectangle contenu ſous A E, E B, eſt egal au rectangle ſous G E, E H; & le rectangle ſous C E, E D, auſſi egal au rectangle ſous G E, E H, & partant egaux entr'eux, ſoit qu'vne d'icelles A B, C D, ſoit couppee en deux egalement ou non. Dõc ſi au cercle deux lignes &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

XXXV. THEOREME 30. PROP. 36.

Si l'on prend quelque poinct hors le cercle, & d'iceluy tombent deux lignes droictes au cercle, l'vne desquelles couppe le cercle & l'autre le touche ; Le rectangle contenu sous toute la couppante, & sa partie de dehors prise entre le poinct, & la circonference conuexe, est egal au quarré de la touchante.




Hors le cercle A B C, soit prins le poinct D, & d'iceluy soit menee D A, couppãt le cercle par le poinct C, & D B ; le [a] touchant au poinct B. Ie dis que le rectangle contenu sous la toute A D, & sa partie D C, est egal au quarré de D B.

a 17. 3.

Que D A, passe premierement par le centre E, & soit ioincte la droicte ligne E B, [b] laquelle sera perpendiculaire à D B. D'autant que C A, est diuisee en deux egalement à E ; & à icelle est adiousstee C D, le rectangle contenu sous A D, D C, [c] auec le quarré de E C, c'est à dire de E B, son egale, est egal au quarré de E D ; mais le quarré de E D, [d] est egal aux deux quarrez de D B, & B E, donc le rectan-

b 18. 3.

c 6. 2.

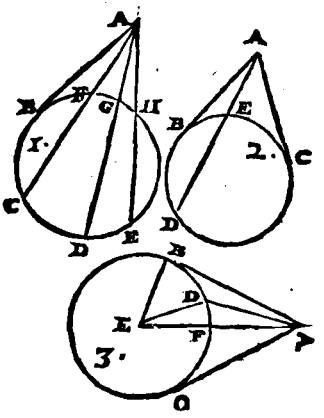
d 47. 1.

gle contenu ſous A D, D C, auec le quarré de B E, ſera auſſi egal aux deux quarrez de D B, B E, donc, oſtant le quarré commun de E B, reſtera le rectangle ſous A D, D B, egal au quarré de D B; touchante. Ce qui eſt propoſé.

Secondement que D A, couppante, ne paſſe par le centre E, & ſoit diuiſee A C, en deux egalemẽt au poinct F, & ſoient ioinctes les droictes lignes E B, E F, E C; la ligne E B, ſera [e] perpendiculaire à D B, & [f] E F, à A C. D'autant donc que A C, eſt diuiſee en deux egalement au poinct F, & à icelle eſt adiouſtee D C, [f] le rectangle cõtenu ſous A D, D C, auec le quarré de F E, eſt egal au quarré de F D. Donc adiouſtant le commun quarré de E F, le rectangle contenu ſous A D, D C, auec les deux quarrez de C F, F E, eſt egal aux deux quarrez de D F, F E; mais le quarré de E C, c'eſt à dire de E B, ſon egale [g] eſt egal aux deux quarrez de C F, F E, donc le rectangle ſous A D, D C, auec le quarré E B, eſt egal aux deux quarrez de D F, F E, & le quarré de D E, eſt [h] auſſi egal aux deux quarrez de D F, F E, partant le rectangle ſous A D, D C, auec le quarré de B E, ſera egal au quarré de D E, lequel eſt egal [i] aux deux quarrez de D B, B E, donc le rectangle ſous A D, D C, auec le quarré de B E, eſt egal aux deux quarrez de D B, B E, oſtant donc le commun quarré de B E, demeurera le rectangle ſous A D, D C, egal au quarré D B. Ce qu'il falloit demonſtrer.

e 18 1.
f 3. troi.
f 6. 2.
g 47. 1.
h 47. 1.
i 47. 1.

## COROLLAIRE 1.




De cette propoſition, il eſt manifeſte, que ſi de quelcõque poinct pris hors le cercle, l'on mene pluſieurs lignes droictes couppãt le cercle; les rectangles compris ſous chacune des toutes & ſa partie exterieure sõt egaux entr'eux. Car ſi du poinct A, (en la premiere figure) l'on mene A C, A D, A E, & A B, le touchant, le rectangle ſous A C, A F, ſera [a] egal au quarré de A B. Semblablement le rectangle ſous A D, A G, & le rectangle ſous A E, A H, & partant egaux entr'eux.

[a] 36. 3.

## COROLLAIRE. 2.

Il eſt auſſi manifeſte que deux lignes droictes menées d'vn meſme poinct, touchant le cercle ſont egales entr'elles. Comme ſoient les deux A B, A C, qui touchent le cercle aux poincts B, & C, (en la deuxieſme figure.) Ie dis qu'elles ſont egales entr'elles. Car ſoit menee A D, couppant le cercle au poinct E: tant le quarré de A B, que le quarré de A C, [b] ſera egal au rectangle contenu ſous A D, A E, & partant egaux entr'eux, & donc les lignes A B, A C, pareillement egales entr'elles.

[b] 36. 3.

## COROLLAIRE 3.

Semblablement il eſt manifeſte, que d'vn poinct pris hors le cercle l'on peut mener ſeulemẽt deux lignes droictes qui touchent le cercle: Car ſi outre les deux A B, A C, l'on en peut mener vne troiſieſme A D, touchant le meſme cercle: ayant mené les droictes lignes E B, E D, du centre E, [c] les angles A B E, A D E, ſeront droicts & partant egaux entr'eux, ce qui eſt abſurde, car ſi on mene la droicte ligne A E, [d] l'angle ſera plus grãd que l'angle A B E.

[c] 18. 3.

[d] 21. 1.

## COROLLAIRE 4.

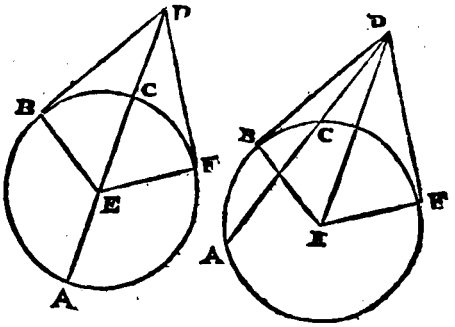
Il eſt finalement euident, que ſi deux lignes droictes ſont menees de quelconque poinct, hors le cercle à la circonference conuexe, & que l'vne d'icelles touche le cercle, l'autre le touchera pareillement &c.

## THEOREME 31. PROP. 37. xxxvj.

Si hors le cercle l'on prẽd quelque poinct, & d'iceluy poinct, tombent au cercle deux lignes droictes, vne deſquelles couppe le cercle & l'autre l'atteint. Et que le rectangle contenu ſous la toute couppante, & ſa partie de dehors, priſe entre le poinct & la circonference conuexe ſoit egal au quarré de l'atteignante, icelle atteignante touchera le cercle.

Hors le cercle A B C, ſoit pris le poinct D, du-

quel ſoit menee DA, couppãt le cercle au poinct C, & D B, l'atteignant au poinct B: & ſoit le rectangle cõtenu ſous A D, DC, egal au quarré de D B Ie dis que D B, touche le cercle au poinct B.




[c] 17.3. Car ſoit [a] menee A F, touchant le cercle & ſoit trouué le centre E, & ſoient ioinctes E B, EF: & ſi D A, ne paſſe par le centre E, ſoit ioincte auſſi D
[b] 18.3. E: l'angle [b] D F E, ſera droict: Et d'autant que
[c] 36.3. D F, touche le cercle, [c] le quarré d'icelle ſera egal au rectangle contenu ſous D A, D C, mais le quarré de D B, eſt egal au meſme rectangle ſous D A, D C, par l'hypotheſe. Donc les quarrez de D B, D F, ſeront egaux entr'eux & D B, & D F, auſſi e-
[d] 15.d.1. gales. [d] Mais E B, EF, ſont egale donc les deux coſtez D B, B E, du triangle D B E, ſont egaux aux 2. D F, F E, du triangle D F E, chacun au ſien & la baſe
[e] 8. D E, commune, [e] & les angles B, & F, ſeront
[f] 18. egaux, mais D F E, [f] eſt droict, donc D B E, ſera auſſi droict: Donc par le corollaire de la ſeiziesme propoſition de ce liure D B, touchera le cercle. Ce qui eſt propoſé. Donc ſi l'on prẽd quelque poinct &c. Ce qui falloit demonſtrer.

*Fin du troiſieſme liure.*

# LIVRE QVATRIESME, DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

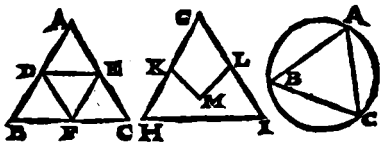
## DEFINITIONS.

1. Vne figure rectiligne eſt dicte eſtre inſcrite en vne figure rectiligne, quand chacun des angles de la figure inſcrite, touche chacun coſté de celle en laquelle elle eſt inſcrite.

EVCLIDE traictant en ce quatrieſme liure de diuerſes inſcriptions de figures aux cercles, & des deſcriptiõs des meſmes figures à l'entour du cercle: Item des inſcriptions du cercle aux meſmes figures, & des deſcriptions du cercle à l'entour d'icelles, il expoſe en peu de definitions, que c'eſt à dire vne figure eſtre inſcrite en vne figure, ou eſtre deſcrite à l'entour, commençant aux figures rectilignes. Cõme pour exemple, ſi chacun des angles D, E, F, du triangle interne D E F, touchent, chacun des coſtez du triangle A B C, externe, le triangle D E F, ſera dict eſtre inſcrit au triangle A B C. Mais d'autant que l'angle M, du triangle K

L M, ne touche le costé H I, du triangle G H I, le triangle K L M, ne sera dict estre inscrit en l'autre, encore qu'il soit tout au dedans, & que deux des angles de l'vn touchent deux costez de l'autre.

2. Semblablement vne figure est dicte estre descrite à l'entour d'vne figure; quand chacun costé de la circonscrite, touche chacun angle, de celle à l'entour de laquelle elle est descrite.



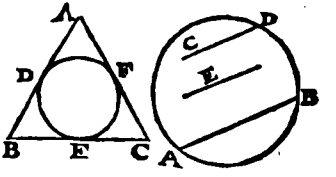

Au contraire le triãgle A B C, sera dict estre descrit à l'entour du triangle D E F, d'autant que chacun des costez de celuy-là touche chacun des angles de cetuy-cy; mais le triangle G H I, ne sera dict estre descrit à l'entour du triangle K L M, puis que le costé H I, ne touche l'angle M. Il faut entendre le mesme des inscriptions & circonscriptions des autres figures rectilignes; &c. Et les figures rectilignes sont proprement dictes estre inscrites ou circonscrites, quand le nombre des costez est egal & le nombre des angles egal, combien qu'il ne soit du tout necessaire, &c.

3. Vne figure rectiligne est dicte estre inscrite, en vn cercle, quand vn chacun angle de l'inscrite, touche la circonference du cercle.

Comme, si les angles A, B, C, du triangle A B C,

touchent la circonference du cercle A B C, ledict triangle, sera dict estre inscrit au cercle. Et si quelqu'vn des angles ne touchoit la circonference, le triangle ne seroit dict estre inscrit au cercle.

4. Mais vne figure rectiligne est dicte estre descrite à l'entour du cercle, lors que chacun costé de la circonscrite, touche la circonference du cercle.




Pour exemple; si les costez du triangle A B C, touchent la circonference du cercle D E F, le triangle, sera dict estre descrit à l'entour du cercle.

5. Semblablement le cercle est dict estre inscrit en vne figure, lors que la circonference du cercle, touche chacun costé de la figure en laquelle il est inscrit.

6. Mais vn cercle est dict estre descrit à l'entour d'vne figure, quand la circonference du cercle, touche chacun angle de la figure, à l'entour de laquelle il est descrit.

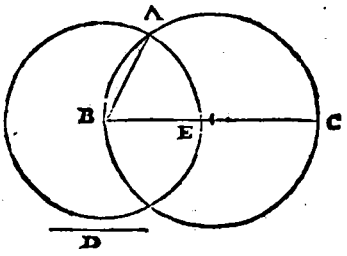
Pareillement le cercle D E F, (en la figure de la 4. def.) sera dict estre inscrit au triangle A B C, mais le cercle A B C, en la fig. de 2. d. sera dict estre descrit à l'entour du triangle A B C; & faut entendre ainsi des autres figures rectilignes qui sont dictes estre inscrites au cercle, ou descrites à l'en-

tour, ou auſquelles le cercle eſt dict eſtre inſcrit, ou deſcrit à l'entour.

7. Vne ligne droicte eſt dicte eſtre accommodee ou adaptee au cercle, quand les extremitez d'icelle, ſont en la circonference du cercle.

## j. PROBLEME 1. PROP. 1.

Au cercle donné, accommoder vne ligne droicte, egale à vne ligne droicte donnee, laquelle ne ſoit pas plus grande que le diametre du cercle.




Soit le cercle A BC, auquel il faut accommoder vne ligne droicte egale à la donnee D, laquelle n'excede le diametre du cercle donné. D'autant que [a] le diametre eſt la plus grãde de toute les lignes accommodees au cercle.

[a] 15. 3.

Soit mené le diametre BC; ſi D, eſt egale à BC, l'on aura accommodé la ligne droicte B C, au cercle egale à la donnee D. Mais ſi D, eſt moindre que le diametre B C, ſoit retranchee [b] B E, egale à D, & de B, comme centre à l'interualle BE, ſoit deſcrit le cercle A E, couppant A B, au poinct A, & ſoit menee B A, icelle ſera accommodee au cercle A B C, egale à D. Car BA, [c] eſt egale à BE,

[b] 3. 1.

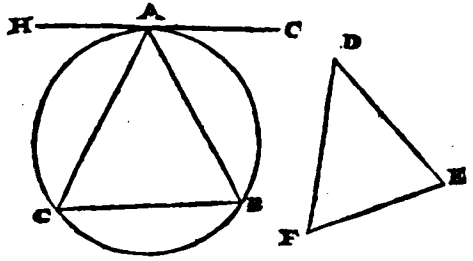
[c] 15. def.

& D, auſſi egale à B E, par la conſtruction, partant B A, & D, ſeront egales entr'elles, & les extremitez de B A, ſont en la circonference, eſtant menee de l'extremité du diametre au poinct de la ſection des deux cercles. Donc nous auõs accommodé au cercle, vne ligne droicte &c. Ce qu'il falloit faire.

## PROBLEME 2. PROP. 2. ij.

### Dedans vn cercle donné, inſcrire vn triangle equiangle à vn triangle donné.

Soit le cercle donné A B C, auquel il faut inſcrire vn triangle equiangle au triangle donné D F E.




Soit menee H G, touchant le cercle au poinct A, & ſoit faict l'angle G A B, egal à l'angle F, & l'angle H A C, egal à l'angle E, menãt les droictes lignes A B, A C, iuſques à la circonference aux poincts B, & C, & ſoit ioincte la ſtroicte ligne C B. Ie dis que le triangle A B C, inſcrit au cercle donné, eſt equiangle au triangle D E F. [a 17. 3.]

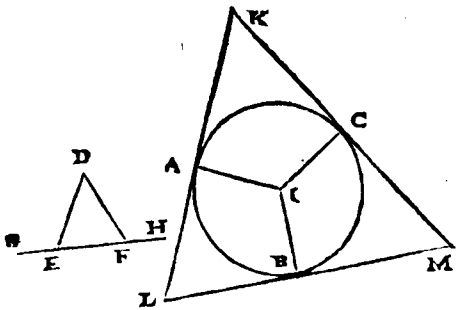
Car [a] puis que H G, touche le cercle & A B, le couppe, l'angle G A B, qui eſt faict egal à l'angle F, [a] ſera egal à l'ãgle C, au ſegmẽt alterne, doncles an- [a 32. 3.]

gle C,& F, ſeront egaux entr'eux. Semblablemẽt d'autant que l'angle H A C, qui eſt egal à l'angle
b 32. 3. E, par la conſtruction, b eſt egal à l'angle B, au ſegment alterne, les angles B, & E, ſeront egaux: donc puis les deux angles B, & C, du triangle A B C, ſont egaux aux deux E, & F, du triangle D E F,
c 32. 1. les deux autres c A, & D, ſeront pareillement egaux entr'eux. Donc le triangle A B C, eſt equiãgle au triangle D E F. Donc en vn cercle donné &c. Ce qu'il falloit faire.

iij. ## PROBLEME 3. PROP. 3.

A l'entour d'vn cercle donné, deſcrire vn triangle, equiangle à vn triangle dõné.

Soit le cercle donné A B C, à l'entour duquel il faut deſcrire vn triangle, equiãgle au triangle donné D E F. Ayant prolongé le coſté E F, de part




& d'autre aux poincts G, & H, ſoit prins le centre I, & ſoit menee I A, au poinct contingent A, & au poinct I, d'icelle ſoit faict l'angle A I B, egal à l'angle D E G, & B I C, egal à D F H, & les extremitez

mitez A, B, & C, ſoient menees à angles droicts les droictes lignes K L, L M, M K, leſquelles ſe rencontreront aux poincts, K, L, M, d'autant que ſi on ioinct la droicte A B, les deux angles L A B, L B A, ſeront moindres que deux droicts, n'eſtant que partie des deux droicts I A L, I B L, partant [a] A L, B L, ſe rencontreront au poinct L, & ainſi des autres; donc le triangle L K M, eſt deſcrit à l'entour du cercle A B C, & eſt equiangle au triãgle donné D E F: [b] Car tous les coſtez touchent le cercle aux poincts A, B, C. Et d'autant que tous les angles du quadrilatere A I B L, ſont egaux à quatre droicts comme il eſt monſtré à la 32. du 1. liu. & les deux aux poincts A, & B, ſont droicts, les deux A I B, A L B, demeureront egaux à deux droicts, & partant egaux aux deux D E G, D E F, qui [c] ſont auſſi egaux à deux droicts, dõc ſi on oſte les egaux A I B, D E G, demeurera A L B, egal à D E F; ainſi l'angle M, ſera monſtré à l'angle D F E. Donc le troiſieſme [d] angle K, ſera egal au troiſieſme D. Partant le triangle K L M, ſera equiangle au triangle D E F. Donc, à l'entour d'vn cercle &c. Ce qu'il falloit faire.

[a] 31. d. 1.
[b] Coroll. 16. 3.
[c] 13. 1.
[d] 32. 1.

## PROBLEME 4. PROP. 4. IV.

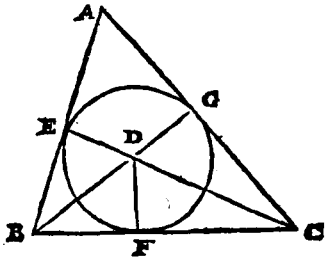
Dans vn triangle donné, deſcrire vn cercle.

Soit le triangle donné A B C, dans lequel il faut eſcrire vn cercle.

Soient [a] diuiſez les deux angles B, & C, chacun en deux egalement, par les droictes lignes B D, C D, ſe rencontrant au poinct D: [b] & d'icelluy

[a] 9. 1.
[b] 12. 1.

soient menees les perpendiculaires DG, DE, DF, sur les trois costez AB, BC, CA. D'autant que les deux angles DBF, DFB, du triangle DFB, sont egaux aux deux DBE, DEB, du triangle DEB, chacun au sien, & le costé DB, commun : [c] les deux costez DE, DF, seront pareillement egaux. Par mesme raison les costez DF, DG, seront egaux, aux triangles DCF, DCG. Donc les trois DG, DF, seront egales entr'elles, & le cercle descrit du poinct D, comme centre à l'interualle DE, passera par les autres poincts G, & F, & [d] touchera les costez du triangle aux poincts E, F, G, puis que les costez sont à angles droicts aux semi-diametres DE, DF, DG. Donc au triangle donné, nous auons descrit vn cercle. Ce qu'il falloit faire.




c 26. 1.

d Coroll. 16. 3.

V. PROBLEME 5. PROP. 5.

A l'entour d'vn triangle donné descrire vn cercle.

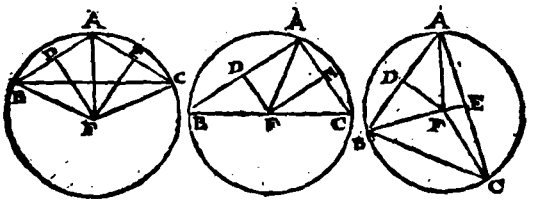
Soit le triangle donné ABC, à l'entour duquel il faut descrire vn cercle.

Soient [a] diuisez les deux costez AB, AC, en deux egalement aux poincts D, & E, desquels soiēt menees DF, EF, [b] à angles droicts à iceux costez, & se rencontrans au poinct F, (car si on menoit DE, les deux angles FDE, FED, seroient moin-

a 10. 1.

b 11. 1.

dres que deux droicts) & le poinct F, sera dans le triangle ou au costé; ou dehors. Soient ioinctes F A, FB, FC: d'autant que les deux, costez AD,




D F, du triangle A D F, sont egaux aux deux B D, D F, du triangle B D F, & les angles au poinct D, droicts; [c] les bases F A, F B, seront egales. Par meſme raison FA, FC, aussi egales, donc les trois F A, FB, F C, seront egales entr'elles, partant le cercle descrit du poinct F, comme centre, à l'interualle de F A, passera aussi par les deux autres poincts B, & C. Donc à l'entour du triangle donné nous auons descrit vn cercle. Ce qu'il falloit faire. [c] 4. 1.

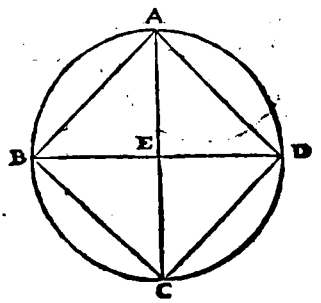
## COROLLAIRE

Il est manifeste de cette demonstration que si le centre tombe au dedans du triangle, [d] que tous les angles sont agus estans au plus grand segment du cercle: mais s'il tombe au costé, l'angle [e] opposé à iceluy costé sera droict, au demi-cercle: Finalement s'il tombe hors le triangle, l'angle opposé [f] sera obtus, estant au plus petit segment du cercle. [d] 31. 3. [e] 31. 3. [f] 31. 3.

Au contraire, si le triangle est oxygone, le centre tombera en iceluy; si rectangle, il tombera au costé qui soustient l'angle droict: Et si amblygone il tombera dehors.

vj. PROBLEME 6. PROP. 6.

Dans vn cercle donné, inscrire vn quarré.



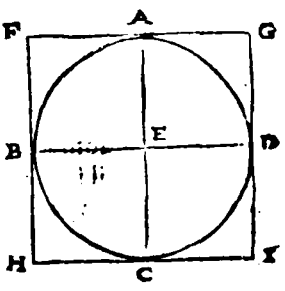

Soit le cercle donné A B C, duquel le centre est E, auquel il faut inscrire vn quatré. Soient menez deux diametres A C, B D, qui se coupent à angles droicts au centre E, & soient ioinctes les droictes lignes A B, B C, C D, D A. Ie dis que A B C D, est le quarré inscrit au cercle donné.

Car d'autant que les deux costez E A, E B, du triangle A E B, sont egaux aux deux E A, E D, du triangle E A D, estant tous menez du centre, & les
a 4. 1. angles contenus d'iceux estant droicts a les bases A B, A C, seront egales, & par mesme raison B C, C D, egales; & semblablement C D, D A, & D A, A B. Donc A B C D, sera vn quarré, ayant tous les costez egaux & tous les angles A, B, C, D,
b 31. 1. droicts, b chacun estant au demi-cercle. Donc en vn cercle, &c. Ce qu'il falloit faire.

*Autrement, d'autat que les quatre angles au poinct E, sont egaux estant droicts, les quatre arcs ausquels ils*
c 26. 3. *insistent c seront egaux; & partant les quatre droictes*
d 29. 3. *lignes d soustendantes seront egales, donc tous les costez du quadrilatere A B C D, sont egaux entr'eux, & tous*
e 31. 3. *les angles sont droicts chacun estant e au demi-cercle. Donc A B C D, sera vn quarré.*

## PROBLEME 7. PROP. 7. vij.

**A l'entour d'vn cercle donné, descrire vn quarré.**




Soit le cercle donné A B C, dont le centre est E, à l'entour duquel il faut descrire vn quarré.

Soient menez deux diametres se couppans à angles droicts au centre E, & par les poincts A, B, C, D, soient menees les lignes droictes, F G, F H, H I, I G, à angles droicts aux diametres, lesquelles se rencontreront aux poincts F, H, I, G, d'autant que si on mene B A, les deux angles F B A, F A B, seront moindres que deux droicts, & ainsi des autres. Ie dis que F G I H, est vn quarré descrit à l'entour du cercle donné. Car puis que les deux angles A E B, F B E, sont droicts, F H, & A C, [a] seront paralleles; semblablement G I, & A C; donc F H, [b] & G I, seront paralleles, & par les mesmes raisons F G, H I, aussi paralleles. Or d'autant que A C H F, est parallelogramme, [c] les costez opposez A C, F H, seront egaux, & les angles opposez C, & F, egaux, mais E C H, est droict, donc A F H, sera droict: par mesme raison les angles H, I, G, seront monstrez droicts, & les costez H I, I G, G F, egaux aux diametres A C, B D, & partant egaux entr'eux, donc F H I G, aura les

[a] 28 I.
[b] 30. I.
[c] 34. I.

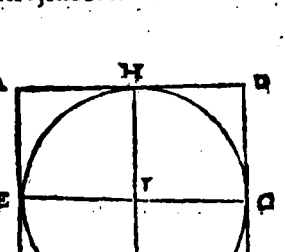
quatre costez egaux & les quatre angles droicts, partant sera quarré, duquel tous les [d] costez touchent le cercle. Donc à l'entour d'vn cercle donné nous auons descrit vn quarré. Ce qu'il falloit faire.

[d] Coroll. 16. 3.

viij.

## PROBLEME 8. PROP. 8.

### Dans vn quarré donné, inscrire vn cercle.

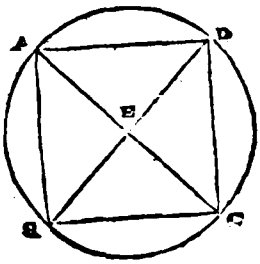



Soit le quarré donné ABCD, auquel il faut inscrire vn cercle. Ayãt diuisé les costez en deux egalement aux poincts E, F, C, H, soiẽt menees les droictes lignes EG, FH, se coupp[a]nt au poinct I. [a] 34. 1. Or d'autant que AD, BC, sont egales & paralleles, leurs moitiez AH, BF, [a] 33. 1. seront egales & paralleles; [a] & partant AB, sera egale & parallele à FH. Semblablement CD, sera egale & parallele à la mesme FH: Pareillement AD, BC, seront egales & paralleles à EG; Donc AI, IB, CI, ID, seront parallelogrammes, & partant les lignes IE, IF, IG, IH, seront egales à AH, EB, DH, AE, mais celles-cy sont egales entr'elles estant les moitiez des egales AD, AB, &c. Donc IE, IF, IG, IH, sont egales, partant le cercle descrit du poinct I, comme centre & à l'interualle de IE, passera aussi par les poincts F, G, H, [b] Coroll. 16. 3. & [b] touchera tous les costez, [c] puis que les an[c] 29. 1. gles aux poincts E, F, G, H, sont droicts, & sera

inſcrit au quarré A C. Donc en vn quarré donné, nous auons deſcrit vn cercle. Ce qu'il falloit faire.

## PROBLEME 9. PROP. 9. ix.

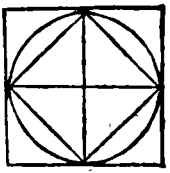
### A l'entour d'vn quarré donné, d'eſcrire vn cercle.




Soit le quarré donné A B C D, à l'entour duquel il faut deſcrire vn cercle: ſoient menez les deux diametres A C, B D, ſe coupans au poinct E. D'autant que les coſtez A B, A D, du triangle A B D, ſont egaux, [a] les angles A B D, A D B, ſeront egaux: mais l'angle B A D, eſt droict au quarré: [b] donc A B D, A D B, ſeront demi-droicts. Semblablement nous monſtrerons que tous les autres angles, qui ſont aux poincts A, B, C, D, ſont demi droicts, & partant egaux entr'eux. Donc puis que les angles E A D, E D A, ſont egaux entr'eux, [c] les lignes E A, E D, ſeront egales; & par meſme raiſon E A, E B, ſeront egales; & auſſi E B, E C, ſemblablement E C, E D. Partant le cercle deſcrit du centre E, à l'interualle E A, paſſera par les autres poincts B, C, D. Donc à l'entour d'vn quarré donné nous auons deſcrit vn cercle: Ce qu'il falloit faire.

[a] 5. 1.
[b] 32. 1.
[c] 6. 1.

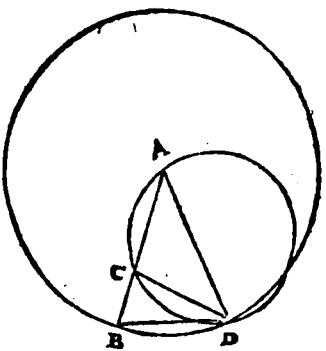
## SCHOLIE.



*Mais, si à vn cercle donné l'on circonscrit vn quarré, & au mesme cercle l'on inscrit vn autre quarré, le quarré circõscrit sera double du quarré inscrit. Car d'autant que le costé du quarré circonscrit est egal au diametre du cercle, comme il est euident par la septiesme propositiõ de ce liure, c'est à dire au diametre du quarré inscrit; mais le quarré du diametre est double du quarré duquel il est diametre, comme nous auons monstré à la quarante-septiesme proposition du premiere liure; Donc ce qui est proposé est veritable.*

## PROBLEME 10. PROP. 10.

Constituer vn triangle isoscele; qui ait vn chacun des angles qui sont à la base, double de l'autre.




Soit prise vne ligne quelconque, AB, laquelle soit diuisee au poinct C, en sorte que le rectangle contenu sous[a] AB, BC, soit egal au quarré de de AC. Puis du cẽtre A, & de l'interualle AB, soit descrit vn cercle [b] auquel soit accommodee la droicte ligne BD, egale à AC, & soit ioincte AD. Ie dis que le triã-

[a] II. 2.

[b] I. 4.

gle A B C, eſt iſoſcele, & à vn chacun des angles A B D, A D B, double de l'autre angle A.

Car ayant mené C D, ſoit [c] deſcrit à l'entour du triangle A C D, le cercle D C A. D'autant que le rectangle contenu ſous A B, B C, eſt egal au quarré de C A, c'eſt à dire de B D, ſon egale, & A B, couppe le cercle [d] A C D, la ligne B D, le touchera au poinct D. Partant l'angle B D C, ſera [e] egal à l'angle A, au ſegment alterne C A D, adiouſtant l'angle commun C D A, l'angle total A D B, ſera egal aux deux C A D, C D A, mais l'angle externe D C B, eſt [f] egal aux meſmes angles A, & A D C. Donc l'angle B C D, eſt egal A D B, c'eſt à dire à [g] A B D, qui luy eſt egal : partant [h] C D, D B, ſeront egales: mais B D, eſt egale à A C, par la conſtruction : Donc C D, ſera egale à C A ; & partant [i] les deux angles C A D, C D A, ſeront egaux ; donc l'angle A D B, qui eſt monſtré egal aux deux C A D, C D A, ſera double de l'angle A, & partant l'angle A B D, ſera auſſi double du meſme angle A. Nous auons donc conſtitué vn triangle &c. Ce qu'il falloit faire.

[c] 5. 4.
[d] 17. 3.
[e] 32. 3.
[f] 32. 1.
[g] 5. 1.
[h] 6. 1.
[i] 5. 1.

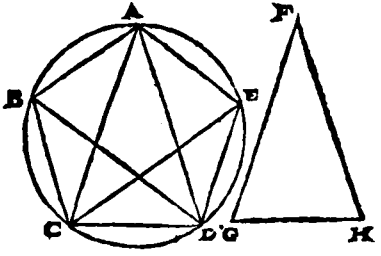
## COROLLAIRE.

Or d'autãt que les trois [k] angles du triangle A B D, ſont egaux à deux droicts, c'eſt, à dire à cinq cinquieſmes de deux droicts ; il eſt manifeſte que l'angle A, eſt la cinquiéme partie de deux droicts ; & chacun des deux D, & B, en eſt 2. cinquieſmes parties. Semblablement A, eſt les 2. cinquiéme d'vn droict ; & lequel que l'on voudra B, ou D, eſt les 4. cinquiémes ; [l] d'autãt que tous les trois ſont egaux à deux droicts, c'eſt à dire à 10. cinquiémes parties d'vn droict.

[k] 32. 1.
[l] 32. 1.

## 11. PROBLEME 11. PROP. 11.

En vn cercle donné, inſcrire vn pentagone, equilateral & equiangle.




Soit le cercle donné ABCD, auquel il faut inſcrire vn pentagone equilateral & equiangle.[a] Soit conſtruict le triangle iſoſcele FGH, qui ait chacun des angles G, & H, double de l'angle F,[b] & au cercle ABCD, ſoit inſcrit le triangle ACD, equiangle au triangle FGH, & l'vn & l'autre des angles ACD, ADC, ſoit[c] diuiſé en deux egalement par les lignes DB, CE; & ſoient ioinctes les lignes droictes, AB, BC, CD, DE, EA. Ie dis que le pentagone ABCDE, inſcrit au cercle eſt equilateral & equiangle.

a 10. 4. b 2. 4. c 9. 1.

Car d'autant qu'vn chacun des angles ACD, ADC, eſt double de l'angle CAD, eſtant diuiſez chacun en deux egalement, les cinq angles ADB, BDC, CAD, DCE, ECA, ſeront egaux: d 26. 3. partant les arcs AB, BC, CD, DE, EA; ſur leſquels iceux angles ſont ſouſtenus, ſont egaux, e 29. 3. Donc les droictes lignes AB, BC, CD, DE, EA, qui les ſouſtendent ſeront egales. Partant le pentagone ABCD, eſt equilateral. Derechef d'autant que les arcs AB, ED, ſont egaux, ſi l'on ad-

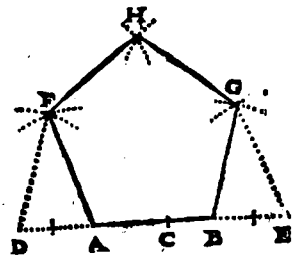
iouſte le commun BCD, le tout ABCD, ſera egal au tout EDCB; f Donc les angles AED, BAE, appuyez ſur iceux, ſeront egaux; en la meſme maniere vn chacun des autres angles ſeront egaux. Car ils ſont appuyez ſur arcs egaux, vn chacun deſquels eſt compoſé de trois arcs egaux. Donc le pentagone eſt equiangle, lequel eſtant monſtré auſſi equilatere, nous aurons inſcrit au cercle vn pentagone equiangle & equilatere. Ce qu'il falloit faire. f 27. 3.

## COROLLAIRE

D'icy il s'enſuit, que l'angle du pentagone equilateral & equiangle; eſt les 3. cinquieſmes de deux droicts; ou les 6 | 5 d'vn droict. g Car puis que les trois angles, BAC, CAD, DAE, ſont egaux, eſtant appuyez ſur les arcs egaux BC, CD, DE; mais CAD, eſt 1 | 3 partie de deux droicts ou 2 | 5 d'vn droict: le tout BAE, ſera les 3 | 5 de deux droicts, ou 6 | 5 d'vn droict. g 27. 3.

## SCHOLIE.

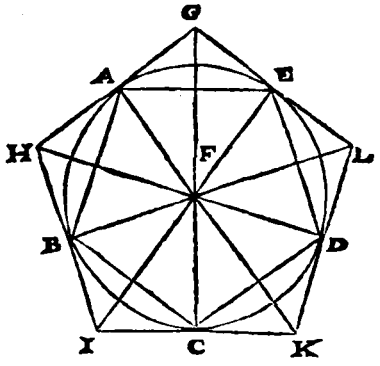
*Si l'on veut deſcrire vn pentagone equilateral & equiangle ſur vne ligne droicte propoſee, l'on le fera facilement en cette façon. Soit la ligne droicte propoſee AB, laquelle ſoit diuiſee en la moyenne & extreme raiſon au poinct C,* a II. 2. *& ſoit prolongee AB, de part & d'autre aux poincts D, & E, en ſorte que AD, BE, ſoient egaux au plus grand ſegment AC: & à l'interualle de AB, des deux poincts*



*A, & D, soient descrits deux arcs se couppans au poinct F: semblablement des poincts B, & E, & de mesme interualle soient descrits deux autres arcs se couppans au poinct G. Finalement des poincts F, & G, & au mesme interualle soient descrits deux autres arcs se diuisans au poinct H, & soient ioinctes les droictes lignes AF, FH, HG, GB. Ie dis que le pentagone AFHGB, descrit sur la ligne AB, est equilateral & equiangle, &c.*

xij. ## PROBLEME 12. PROP. 12.

A l'entour d'vn cercle donné, descrire vn pentagone, equilateral & equiangle.




Soit le cercle donné ABCD, à l'entour duquel il faut descrire vn pentagone equilateral & equiãgle. Soit [a] descrit en iceluy vn pẽtagone equilateral & equiangle ABCDE, & soit pris le centre E, & soiẽt menees les droictes lignes FA, FB, FC, FD, FE, par l'extremité desquelles soiẽt menees GH, HI, IK, KL, LG, à angles droicts à icelles, & se rencontrant aux poincts G, H, I, K, L. Car puis que les angles GAE, GEA, sont moindres que deux droicts, estant partie des deux [b] 15. 1. f. droicts FAG, FEG, [b] les lignes AG, EG, se rẽ-

[a] 11. 3.

contreront au poinct G, & les autres de mesme. Et d'autant qu'elles [c] touchent le cercle, le pentagone G H I K L, sera descrit à l'entour du cercle; lequel ie dis estre equilateral & equiangle. [c] Coroll. 16. 3.

Car ayant mené les droictes lignes, F G, F H, F I, F K, F L, les deux quarrez de F A, A H, [d] seront egaux au quarré de F H, & semblablement les quarrez de F B, B H, seront egaux au mesme quarré F H; partant les deux quarrez de F A, A H, seront egaux aux deux de F B, B H: ostant donc les quarrez egaux des egales F A, F B, les quarrez de A H, & B H, demeureront egaux, donc les lignes A H, B H, seront egales. D'autant donc que les 2. costez A F, F H, du triangle A F H, sont egaux à B F, F H, du triãgle B F H, chacun au sien & la base A H, egale à la base B H, comme il est monstré [d] l'angle A F H, sera egal à l'angle B F H, Donc les [e] angles A H F, B H F, aussi egaux. Donc l'ãngle A F B, est double de l'angle B F H, & l'angle A H B, double de l'angle B H F. Par le mesme discours, nous monstrerons que l'angle B F C, est double de l'angle B F I, & l'angle B I C, double de l'angle B I F. Puis donc [f] que les angles A F B, B F C, sont egaux, estant appuyez sur circonferences egales A B, B C, [g] estant soustendues des lignes droictes egales, A B, B C; leurs moitiez B F H, B F I, seront egales. Partant, puis que les deux angles B F H, H B F, du triangle B F H, sont egaux aux deux B F I, I B F, du triangle I F B, & le costé B F, adiacent à iceux, cõmun, [h] les costez B H, B I, seront egaux, & les angles B H F, B I F, egaux. Donc la ligne H I, est double de la ligne H B. Par la mesme raison nous monstrerons que G H, est double de H A. Mais H B, H A, sont

[d] 47. 1.
[e] 4. 1.
[f] 27. 3.
[g] 28. 3.
[h] 26. 1.

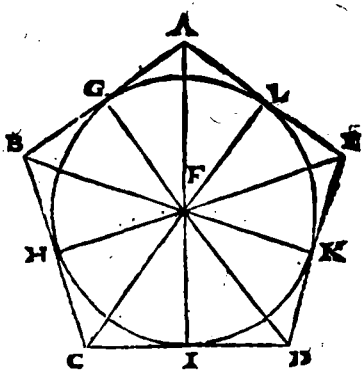
monſtrees egales. Donc les doubles d'icelles, ſçauoir HI, HG, ſeront egales. Semblablemẽt nous monſtrerons que les droictes lignes IK, KL, LG, ſont egales à chacune des lignes droictes HI, HG. Donc le pentagone G H I K L, eſt equilateral.

Derechef d'autant qu'il eſt monſtré que les angles B H F, B I F, ſont egaux, & qu'ils ſont moitiez des angles B H A, B I C; leurs doubles B H A, B I C, ſerõt egaux. Par la meſme raiſon les angles IKL, KLG, LGH, ſeront egaux à chacun des angles B H A, B I C. Donc le pentagone G H I K L, eſt equiangle: Partant eſtant monſtré equilateral, l'on aura deſcrit à l'entour du cercle vn pentagone equilateral & equiangle. Ce qu'il falloit faire.

## PROBLEME 13. PROP. 13.

xiij.

En vn pentagone donné, lequel eſt equilateral & equiangle, inſcrire vn cercle.




Soit le pentagone donné A BCDE, equilateral & equiangle, auquel il faut inſcrire vn cercle.

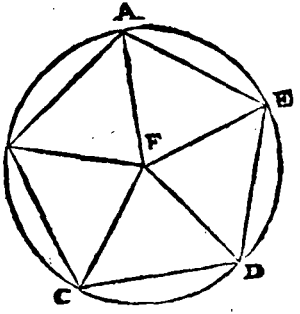
Soient diuiſez deux des angles
a 9.1. d'iceluy a BAE, A B C, en deux egalement par les droictes lignes A F, B F, leſquelles ſe rencon-

treront au poinct F. [b] Puis que les deux angles FA B, F B A, ſont moindres que deux droicts eſtant moitiez des deux A, & B, qui ſont moindres que quatre droicts, comme il eſt demonſtré à la 32. 1. Puis ſoient menees les droictes lignes F C, F D, F E. D'autant que les 2. coſtez A B, B F, du triangle ABF, ſont egaux à CB, BF, du triangle CBF, chacun au ſien & ABF, C B F, contenus d'iceux, egaux par la conſtructiõ; les [d] baſes AF, C F, & les angles B A F, BCF, ſont egaux. Et puis que les angles du pentagone A, & C, ſont poſez egaux, & BAF, eſt moitié de B A E, par la conſtruction, l'angle B C F, ſera moitié de B C D. Donc B C D, eſt diuiſé en deux egalement; par meſme raiſon nous monſtrerons que les deux autres D, & E, ſont diuiſez en deux egalement: maintenant du poinct F, [e] ſoient menees les perpendiculaires F G, F H, F I, F H, F L, ſur les coſtez du pentagone. D'autant que les deux angles F G A, FAG, du triangle FAG, ſont egaux aux deux F L A, FAL, du triangle F A L, & le coſté A F, oppoſé à vn des angles egaux commun, [f] F G, F L, ſeront egales. Semblablement l'on monſtrera que les autres perpendiculaires F H, F I, F K, ſont egales à chacune de celles-là, donc le cercle deſcrit du centre F, à l'interualle F G, paſſera pareillement par tous les poincts H, I, K, L; & d'autant que les coſtez du pentagone [g] touchent, iceluy puis qu'ils font angles droicts auec les ſemidiametres, F G, F H, &c. L'on aura [h] inſcrit vn cercle au pentagone donné. Ce qu'il falloit faire.

[b] 13. e. ſ.
[d] 4. 1.
[e] 12. 1.
[f] 26. 1.
[g] Coroll. 16. 1.

xiiij. ## PROBLEME 14. PROP. 14.

A l'entour d'vn pentagone donné, lequel est equilateral & equiangle descrire vn cercle.




Soit le pentagone donné A B C D E, equilateral & equiangle, à l'entour duquel il faut descrire vn cercle. Ayant diuisé les deux angles B A E, A B C, en deux egalement par les lignes droictes, lesquelles se rencontreront au poinct F, au dedans du pentagone, cõme il a esté demonstré en la precedente proposition, & ayant conioinct les droictes lignes F C, F D, F E, nous monstrerons, comme au precedent probléme, que les autre angles, C, D, & E, sont diuisez en deux egalement: Donc tous les demy-angles seront egaux entr'eux, puis que tous les angles totals sont posez egaux.

a 9. 1.

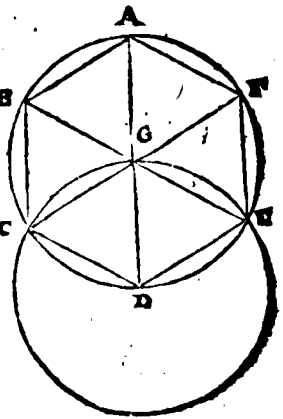
D'autant donc que au triangle A F B, les deux angles F A B, F B A, sont egaux; b les lignes F A, F B, seront egales. Par mesme raison les autres F C, F D, F E, seront egales à chacune d'icelles. Partant le cercle descrit du centre F, à l'interualle de F A, passera aussi par les poincts, B, C, D, E. Donc à l'entour d'vn pentagone &c. Ce qu'il falloit faire.

b 6. 1.

PROBLEME

## PROBLEME 15. PROP. 15. XV.

En vn cercle donné, inscrire vn hexagone equilateral & equiangle.




Soit le cercle donné A B C D E F, auquel il faut inscrire vn hexagone equilateral & equiāgle. Ayant prins le centre G, & mené le diametre A D, soit descrit le cercle C G E, du poinct D, comme centre & de l'interualle D G, lequel couppe le cercle dōné aux poincts C, & E, desquels soient menees les droictes lignes C F, E B, par le centre G, & soient conioinctes les lignes droictes A B, B C, C D, D E, E F, F A, l'on aura inscrit l'hexagone A B C D E F, au cercle donné, lequel ie dis estre equiangle & equilateral.

Car par la definition du cercle les trois lignes G C, C D, D G, seront egales entr'elles & le triangle C D G, sera equilateral, partant les trois [a] angles d'iceluy seront egaux entr'eux, lesquels [b] estant egaux à deux droicts, lequel qu'on voudra d'iceux cōme C G D, sera le tiers de deux droicts: par mesme raison l'angle D G E, sera la tierce partie de deux droicts: mais les angles C G D, D G E, E G F, [c] sont egaux à deux droicts, donc l'autre angle E G F, sera aussi la tierce partie de 2. droicts.

[a] 5. 1
[b] 32. 1
[c] 13. 1

Donc les trois angles C G D, D G E, E G F, sont egaux entr'eux, ausquels les angles C G B, B G A, & A G F, estant [d] egaux, au sommet, les six angles au centre G, seront egaux entr'eux. [e] Parquoy les circonferences sur lesquelles ils s'appuyent, sont egales, [f] & partant les droictes lignes A B, B C, C D, D F, F A, egales. Parquoy, l'hexagone A B C D E F, sera equilateral.

d 15. 1.
e 26. 3.
f 29. 3.

Derechef, d'autant que la circonference B C, est egale à A F, si l'on adiouste la commune C D E F, les circonferences B C D E F, & A F E D C, seront egales; [g] Donc les angles A B C, B A F, appuyez sur icelles seront egaux: nous monstrerons semblablement que les autres angles de l'exagone, C, D, E, F, sont egaux à chacun d'iceux A, & B, par ce que chacun d'iceux est appuyé sur vn arc composé de quatre circonferences egales. Donc l'hexagone est aussi equiangle. Donc en vn cercle donné, &c. Ce qu'il falloit faire.

g 27. 3.

## COROLLAIRE.

De cette proposition il est manifeste que le demi-diametre du cercle est egal au costé de l'hexagone inscrit en iceluy. Car D G, demi-diametre, est egal à D C, costé de l'hexagone par la definition du cercle.

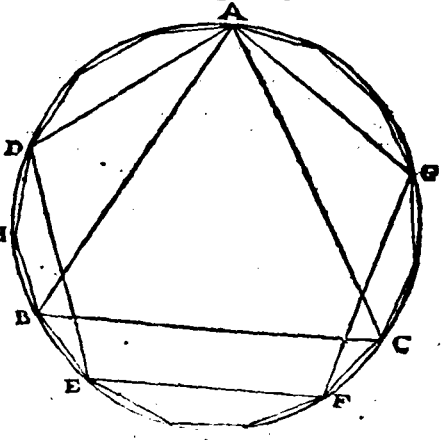
## xvj. PROBLEME 16. PROP. 16.

### En vn cercle donné, inscrire vn quindecagone equilateral & equiangle.

Soit le cercle A B C, auquel il faut inscrire vn quindecagone equilateral & equiangle. [a] Soit inf-

a 4.

crit en iceluy le triangle equilateral A B C, [b] les trois arcs A B, B C, C A, seront egaux, à cause des trois costez ou des trois angles egaux, A, B, C. b 26. ou 28. 3.




Derechef soit [c] inscrit au mesme cercle vn pentagone equilateral & equiangle, A D E F G, ayant vn des angles appliqué au poinct A, [d] les cinq arcs A D, D E, E F, F G, G A, seront egaux. Et puis que la circonference du cercle doit estre diuisee en quinze parties egales, l'arc A B, en contiendra cinq, & l'arc A D, trois, estant l'arc A B, la tierce partie de toute la circonference, & A D, la cinquiesme partie, partãt le reste D B, en cõtiendra deux parties. [e] Donc ayant diuisé l'arc D B, en deux egalement au poinct H, B H, sera la quinziesme partie de toute la circonference : Donc menant la droicte B H, elle soustiendra la quinziesme partie de toute la circonference ; [f] partant si l'on accommode au cercle quatorze autres lignes droictes egales à B H, l'on aura descrit au cercle vn quindecagone equilateral : [g] lequel est aussi equiangle, puis que chacun des angles sont appuyez sur arcs egaux, chacun desquels est compo- c 11. 4. d 28. 3. e 30. 3. f 1. 4. g 27. 3.

ſé de 13. arcs egaux, comme il eſt manifeſte. Donc en vn cercle donné, nous auons deſcrit vn quindecagone. Ce qu'il falloit faire.

*Semblablement, ſuiuant ce qui eſt dict cy-deuant du pentagone à la 12.13. & 14. propoſitions nous deſcrirons à l'entour du cercle donné vn quindecagone equilateral & equiangle. Pareillement au quindecagone equilateral & equiangle nous inſcrirons vn cercle; & finalement à l'entour du quindecagone, nous deſcrirons vn cercle.*

*Fin du quatrieſme liure.*

# LIVRE CINQVIESME, DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

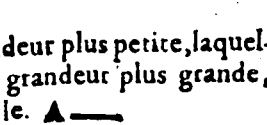
## *DEFINITIONS.*

1. Vne grandeur eſt partie d'vne autre grandeur; la plus petite de la plus grande, lors que la plus petite meſure la plus grande.

EVCLIDE a traicté aux quatre liures precedens, de la quantité continuë cõſideree abſolument; Mais aux deux ſuiuants, il diſpute de la meſme quantité, non abſolument, mais en tant que l'vne ſe refere à l'autre, c'eſt à dire, qu'en tant qu'elle eſt comparee auec vne autre, elle a quelque raiſon. En ce cinquiéme liure, il enſeigne les proportions des quantitez continuees en general, ne les referant à aucune eſpece de quantité, comme à vne ligne, ſuperficie, ou à quelque corps. Mais au ſixieme il monſtre ſpecialement, quelle raiſon ont les lignes entr'elles, les angles, les circonferences des cercles, les triangles, & autres figures planes. Et pour donc garder ſa methode, il definit premie-

rement les termes, dont il sera besoin aux demonstrations.

Il dict donc qu'vne grandeur plus petite, laquelle mesure quelque autre grandeur plus grande, est appellee partie d'icelle. Comme pour exemple, d'autant que la grandeur A, prise trois fois, mesure la grandeur B, A, sera dicte partie de B, & prise 4. fois mesure C; la grandeur A, sera dicte aussi partie de C. Mais d'autant que D, ne mesure E, ny F, car prise 2. fois elle excede E, & prise trois fois elle deffaut à F, & prise quatre fois, elle excede icelle; D, ne sera dicte partie des grandeurs E, & F.




Or entre les mathematiciens, il y a de deux sortes de partie: l'vne qui mesure son tout; de sorte qu'estant repetee quelque nombre de fois, elle constituë son tout: comme 4. conferé auec 12. 16. 20. & est dicte, partie aliquote. L'autre ne mesure son tout; car prise quelque nombre de fois elle l'excede, ou deffaut à iceluy; comme 4. conferé auec 6. 7. 9. 18. 30. & est dicte partie aliquante. Euclide definit donc icy seulement, la partie aliquote; tant à cause qu'elle mesure seulement son tout; (car la partie aliquante, n'est dicte mesurer son tout,) que d'autant, comme il appert au septiesme liure la partie aliquante, aux nombres, n'est pas appellee partie, par Euclide, mais parties. Car 4. n'est pas partie de 6. mais en est les deux tierces parties; &c.

2. Vne grandeur, eſt multiple d'vne autre plus petite, quand la plus grande eſt meſuree de la plus petite.

Comme en l'exemple precedent, tant la grandeur B, que C, eſt multiplice de la grandeur A, d'autant que la grandeur A, meſure tant l'vne que l'autre B, & C; mais ny la grandeur E, ny F, ne doit eſtre dicte multiplice de la grandeur D, d'autant que D, ne meſure ny l'vne ny l'autre. Donc, partie, ſe refere, à multiplice, & multiplice, à partie, de ſorte qu'vne moindre quantité, en meſurant vne plus grande, eſt dicte partie de la plus grande; Mais la plus grande, qui eſt meſuree de la plus petite, eſt dicte multiplice de la plus petite.

Il eſt donc aſſez manifeſte, que la partie, cy deuant definie, eſt celle qui meſure exactement ſon tout, ſans qu'il reſte rien.

Or quand deux moindres grandeurs, en meſurent deux autres plus grandes egalement, c'eſt à dire, que ſi vne des moindres eſt cõtenuë autant de fois exactement en vne des plus grandes, que l'autre moindre eſt cõtenuë de fois en l'autre plus grande; ces deux grandeurs plus grandes ſeront dictes equimultiplices, des deux moindres. Et en faut dire de meſme, ſi pluſieurs moindres grandeurs meſurent egalement, pluſieurs autres grandeurs, plus grandes.

3. Raiſon, eſt vne habitude de deux grandeurs de meſme genre, comparees l'vne à l'autre, ſelon la quantité.

Quand deux quantitez de mesme genre, comme deux nombres, deux lignes, deux superficies, deux solides, &c. sont comparez entr'eux, selon la quantité, c'est à dire selon que l'vne est plus grande que l'autre, ou moindre, ou egale; telle comparaison, ou mutuelle habitude, est appellee raison, ou (comme veulent d'autres) proportiõ. Parquoy si on compare vne ligne auec vne superficie; ou vn nombre auec vne ligne, cette comparaison ne sera appellee raison, d'autant que, ny la ligne & la superficie, ny le nombre & la ligne ne sont quantitez de mesme genre. Semblablement si on confere vne ligne auec vne autre ligne, ou vne superficie auec vne superficie, selon la qualité, c'est à dire selon que l'vne est blanche & l'autre noire, ou que l'vne est chaude & l'autre froide, &c. combien que toutes deux soient de mesme genre, telle comparaison toutefois, ne sera dicte, raison ou proportion, puis qu'elle n'est faicte selon la quantité.

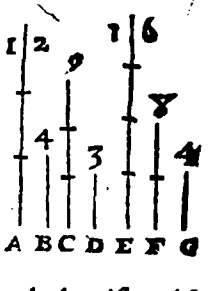
Or combien que la raison ou proportion, se trouue proprement entre les seules quantitez, toutesfois les choses, lesquelles reçoiuent en quelque maniere, la nature de la quantité, comme les temps, les sons, les voix, les lieux, les mouuements, les poids, & les puissances, sont pareillement dictes auoir raison, si l'on considere leur habitude selon la quantité. Comme quand nous disons qu'vn temps est plus grand, qu'vn autre, ou moindre, ou que deux temps sont egaux &c. cette habitude, sera appellee proportion ou raison; Car alors les temps sont considerez, selon la maniere de quelques quantitez.

Au reste, en toute proportion, la quantité qui

ſe refere à vne autre, eſt dicte par Euclide & autres Geometres, antecedent de la raiſon. Mais celles-là à laquelle vne autre ſe refere, eſt dicte, conſequent de la raiſon. Comme pour exemple en la raiſon d'vne ligne de ſix palmes, à vne ligne de trois palmes, la ligne de ſix, ſera dicte antecedent, de la raiſon, & la ligne de trois conſequent, & au contraire ſi on compare la ligne de trois à la ligne de ſix, la ligne de trois, ſera dicte antecedent & celle de ſix conſequent.

## 4. Proportion eſt vne ſimilitude de raiſons.

Ce que i'appelle en ce lieu, proportiõ, les Grecs, l'appellent ἀναλογία; analogie, & pluſieurs Latins proportionalité. Tout ainſi donc que l'habitude de deux quantitez entr'elles eſt dicte raiſon, ainſi la comparaiſon de deux, ou pluſieurs raiſons entr'elles, s'appelle proportion. Comme ſi la raiſon de la quantité A, à la quãtité B. eſt ſemblable à la raiſon de C, à D, l'habitude d'entre ſes raiſons, ſera appellee proportion. En la meſme maniere, ſi la raiſon de E, à F, eſt ſemblable à celle de F, à G cette ſimilitude, ſera appellee proportion. Or il y a pluſieurs ſortes de proportion, ou habitude de raiſons (& nous appellerons, la comparaiſon, de deux quantitez, raiſon, mais l'habitude des raiſons, proportion.) deſcrites par les Autheurs, principalement par Boeſius, & Iordanus, deſquelles celles-cy ont eſté plus en vſage entre les anciens, ſçauoir



la proportion, Arithmetique, Geometrique, Musique, ou Armonique. Mais Euclide traicte seulement de la proportion Geometrique en ce liure : Et y en a de deux sortes, l'vne continuë, en laquelle les quantitez entre-moyënes sont prises 2. fois, en sorte qu'il ne se faict aucune interruptiõ de raisons, mais chaque quantité entre-moyenne, est consequent, de la quantité precedente, & antecedent de la suiuante. Comme si on dict qu'il y a mesme raison de E, à F, que de F, à G, cette proportion, s'appellera continuë. Mais l'autre, sera dicte, discrete ou non continuë, en laquelle chacune des quantitez entre-moyennes, est prise vne fois, seulement, en sorte qu'il se faict interruption de raisons, & aucune quantité, n'est antecedent & consequent, mais antecedent, seulemẽt, ou consequent. Comme si on dict qu'il y a mesme raison de A, à B, que de C, à D, cette proportion, sera appellee discrete, ou non continuë.

## De la diuision de la raison.

*Euclide diuise la raison en rationelle & irrationelle. La rationelle est celle-là, laquelle peut estre exprimee par les nombres, comme la raison d'vne ligne de vingt pieds à vne ligne de dix pieds, car cette raison est monstree par ces deux nombres* 20. *&* 10. *L'irrationelle est celle-là, laquelle ne peut estre exprimee par les nombres, comme est la raison du diametre d'vn quarré au costé du mesme quarré : car cette raison ne peut estre trouuee aux nombres, comme demonstre* Euclide, *liure* 10.

*D'autres disent que la raison rationelle est celle qui est entre deux quelconques quantitez commensurables ; mais l'irrationelle est celle qui est entre deux quantitez incom-*

*mensurables. Or les quantitez sont dictes commensurables, lesquelles ont vne commune partie aliquote, ou sont mesurees par vne mesme commune mesure, comme vne ligne de vingt pieds, & vne ligne de 8. car vne ligne de quatre pieds, est partie aliquote de toutes les deux, semblablement vne ligne de deux pieds, est partie aliquote d'icelles, & partant, tant quatre que deux mesurera tant la ligne de 20. que la ligne de 8.*

*Mais les quantitez incommensurables sont celles qui n'ont aucune partie aliquote, ou aucune commune mesure qui les puisse mesurer. Comme est le diametre d'vn quarré & le costé d'iceluy quarré. Car combien que chacune de ces lignes ait infinies parties aliquotes, comme la moitié, le tiers, & autres parties; toutesfois aucune partie aliquote de l'vne, si petite qu'elle soit, ne peut pas mesurer l'autre, comme demonstre Euclide, liu. 10. prop. derniere: auquel liure sont monstrees plusieurs autres lignes incommens. outre ces deux. Partant la seule raison rationelle se trouue aux nombres: mais tant la rationelle que l'irrationelle se trouue en la quantité continuë.*

*La raison est aussi diuisee, en raison d'egalité, & d'inegalité. La raison d'egalité, est celle qui est entre deux quantitez egales comparees entre elles. Comme entre 20. & 20. entre 100. & 100. entre vne ligne de douze pieds & vne ligne de douze pieds: mais la raison d'inegalité est celle qui est entre deux quantitez inegales comparees entr'elles, comme entre 20. & 10. entre 8. & 40. entre vne ligne de six pieds & vne de deux, &c. Or ces deux genres de raison ont celà de commun, auec les premieres, que toute raison d'egalité est neceſſairement rationelle & non au contraire. Semblablement toute raison irrationelle est neceſſairement raison d'inegalité & non au contraire, &c.*

*Dereehef, la raison d'inegalité (car nous auons laiſſé*

*la raiſon d'egalité attendu qu'elle ne ſe peut ſubdiuiſer, puis que toutes quantitez egales, ſoient grandes ou petites, ont touſiours meſme raiſon d'egalité) eſt ſubdiuiſee en raiſon d'inegalité maieure, & d'inegalité mineure. La raiſon d'inegalité maieure eſt quand la plus grande quantité eſt comparee à la plus petite, comme la raiſon de 20. à 10. Item la ligne de huict pieds à la ligne de ſix pieds, &c. La raiſon d'inegalité mineure, eſt quand la moindre quantité eſt comparee à la plus grande, comme la raiſon de 10. à 20. Item de la ligne de ſix pieds à la ligne huict pieds, &c. Or cette raiſon n'eſt en vain & ſuperflue, comme pluſieurs doutent: car il n'y a pas meſme raiſon de 4. à 2. que de 2 à 4. mais diffe. ent beaucoup, entr'elles, leur vſage eſtant beaucoup diuers, comme il eſt manifeſte à ceux qui ſont aucunement verſez en la Geotrie, & en l'Algebre.*

*Ce ſont icy les generales diuiſions de la raiſon entant qu'elle contient toutes les raiſons nulle exceptee; Or maintenant nous ſubdiuiſerons tant la raiſon de maieure inegalité que de mineure inegalité, entant qu'elles comprennent ſeulement les raiſons rationelles; d'autant que nous deuons parler au 10. liure des quantitez qui ont raiſon irrationelle.*

*Donc la raiſon rationelle d'inegalité maieure, eſt diuiſee en cinq genres, ſçauoir en la raiſon multiplice, ſuperparticuliere, ſuperpartiente, multiplice ſuperparticuliere, & multiplice ſuperpartiente. Semblablement la raiſon de mineure inegalité eſt diuiſée ſelõ les meſmes genres, pourueu que à chacun terme de la raiſon l'on mette deuant, cette propoſition (Sub) c'eſt à dire ſous, comme en la raiſon ſubmultiplice, ou ſous multiplice ſous ſuperparticuliere, ſous ſuperpartiente, ſous multiplice ſuperparticuliere, ſous multiplice ſuperpartiente.*

*Or de ces cinq genres ou eſpeces, les trois premiers ſont*

*simples, mais les deux derniers sont composez de ces trois premieres, comme il est manifeste.*

## De la raison multiplice.

*Raison multiplice est vne habitude d'vne plus grande quantité à vne plus petite, quand la plus grande contient la plus petite, certain nombre de fois precisement, comme deux fois, trois fois, 10. fois, cent fois. De sorte que la plus petite mesure la plus grande : comme est la raison de ce nombre 20. au nombre 4. car 20. contient quatre cinq fois. Item la raison d'vne ligne de trente pieds à vne ligne de cinq pieds &c.*

*Or celle-cy contient sous soy infinis genres : Car si la plus grande quantité de la raison multiplice, contient la moindre deux fois seulement, elle sera appellee raison double : si trois fois, elle sera dicte, triple, si 10. fois, decuple, sacent fois, centuple &c.*

*De ces choses, nous definirons facilement toutes les especes de raison multiple Car la raison octuple ne sera rien autre chose, qu'vne habitude, d'vne plus grande quantité à vne moindre, quand la plus grande contient la moindre huict fois : En la mesme maniere on definira les autres raisons multiples : comme la raison quintuple, telle qu'est 40. à 8. de laquelle raison la plus grande quantité contient la moindre cinq fois : Item la raison d'vne ligne de 10. pieds à vne ligne de cinq pieds, est celle en laquelle la plus grande quantité contient la moindre deux fois, & ainsi des autres.*

## De la raison superparticuliere.

*La raison superparticuliere est vne habitude d'vne plus grande quantité à vne moindre, quand la plus grande*

*contient la plus petite vne fois seulement, & en outre vne partie aliquote d'icelle moindre, sçauoir la moytié, le tiers, ou le quart &c. Comme est la raison de 3. à 2. car 3. contient 2. vne fois & en outre l'vnité qui est moitié de 2. Ainsi pareillement vne ligne de douze pieds a raison superparticuliere à vne ligne de neuf pieds, car la premiere ligne douze contient la derniere 9. vne fois & en outre vne ligne de trois pieds, qui est la tierce partie de neuf pieds.*

*Cette raison se diuise pareillement en infinis genres, car si cette partie aliquote contenue en la plus grande quantité, est moitié de la moindre quantité, la raison constituee sera appellee sesquialtere; si c'est la tierce partie, elle sera appelle, sesquitierce; si la quatriesme, sesquiquarte; & si la milliesme, sesquimilliéme.*

*Donc par ce mesme terme les definitions de toutes les raisons superparticulieres seront faciles. Comme la raison sesquihuictieſme ou sesquioctaue, est quand la plus grande quantité contient la moindre vne fois, & en outre la huictiéme partie de la moindre comme est la raison de 9. à 8. Item de 45. à 40. & faut entendre de mesme des autres.*

## De la raison superpartiente.

*La raison superpartiente est l'habitude d'vne plus grãde quantité à vne plus petite, quand la plus grande contient la plus petite vne fois seulement, & en outre, quelques parties aliquotes d'icelle moindre, lesquelles prises ensemble, ne font pas vne partie aliquote. Comme est la proportion de 8. à 5. Car 8. contient 5. vne fois, & de plus, trois vnitez, chacune desquelles est partie aliquote, sçauoir la cinquiéme partie de ce nõbre 5. mais ce nõbre de 3. cõposé de ces trois vnitez n'est pas partie aliquote de 5.*

*I'ay dict que ces parties aliquotes, ne doivent constituer vne partie aliquote, à cause de plusieurs raisons, qui du commencement semblent estre superpartientes, lesquelles toutesfois sont superparticuliers, comme est la raison entre 10. & 8. Car combien que le nombre 10. contienne 8. vne fois & de plus deux vnitez, chacune desquelles est la 8. partie de 8. toutesfois d'autant que le nombre de deux composé de ces deux vnitez est la quatriesme partie de 8. ceste raison ne doit estre appellee superpartiente, mais superparticuliere, sçauoir sesquiquarte: partant afin que deux quantitez soient dictes auoir raison superpartiente, il est necessaire que la plus grande quantité contienne la moindre vne fois & plusieurs parties aliquotes d'icelle, moindre, lesquelles prises ensemble ne doiuent constituer vne partie aliquote; Ce qu'aucuns ne considerant, confondent beaucoup les genres des raisons entr'eux.*

## De la raison multiple superparticuliere.

*La raison multiple superparticuliere, est l'habitude d'vne plus grande quantité à vne plus petite, quand la plus grande contient la plus petite certain nombre de fois, comme deux, trois, quatre, &c. & en outre vne partie aliquote de la moindre, comme est la raison de 9. à 4. Car 9. contient 4. deux fois, & en outre: (en quoy elle conuient auec la multiplice, comme auec la double,) contient l'vnité, qui est la quatriesme partie, du moindre nombre (& en cela ceste raison est semblable à la superparticuliere, sçauoir à la sesquiquarte,) de sorte que ceste raison, sera dicte à bon droict, estre composee, de la multiplice & de la superparticuliere.*

*Or ceste raison, tout ainsi que la multiple, est diuisee en plusieurs genres, comme en double superparticuliere, triple*

*ſuperparticuliere, &c. entant que la plus grande quantité, contient la moindre deux fois, ou trois fois, & en outre, vne partie aliquote de la moindre quantité.*

*Derechef vn chacun de ces genres eſt ſubdiuiſé en pluſieurs, eu eſgard à la raiſon ſuperparticuliere; Car, pour exemple, la raiſon triple ſuperparticuliere, contient ſous ſoy, la triple ſeſquialtere, (ſçauoir quand la plus grande quantité contient trois fois la moindre, & outre, la moitié, d'icelle moindre,) la triple ſeſquitierce, la triple ſeſquiquarte & ainſi des autres.*

## De la raiſon multiple ſuperpartiente.

*Finalement, la raiſon multiple ſuperpartiente, eſt l'habitude d'vne plus grande quantité, à vne moindre, quād la plus grande contient la moindre, certain nombre de fois, & en outre quelques parties aliquotes de la moindre leſquelles priſes enſemble ne font pas vne partie aliquote; comme eſt la raiſon de 11. à 3. I'ay dict, ne faiſant pas vne partie aliquote, pour la raiſon allēguee, en la raiſon ſuperpartiente. Car ſi icelles parties aliquotes faiſoient vne partie aliquote, elle ne ſeroit pas raiſon multiple ſuperpartiente, mais multiple ſuperparticuliere.*

*Comme la raiſon de 20. à 6. ne doit eſtre dicte multiple ſuperbipartiente ſixieſmes, combien que 20. contienne 6. trois fois & deux ſixieſmes, d'autant que deux ſixieſmes font vne tierce partie. Parquoy elle ſera appellee raiſon triple ſeſquitierce.*

*Or cette raiſon eſt diuiſee, premierement en egard à la raiſon multiple. Comme, en multiple double ſuperpartiente, triple ſuperpartiente, &c.*

*En apres chacun d'icelles, eu egard au nombre des parties, contient ſous ſoy, infinis genres: comme ſous la triple ſuperpatiente, eſt contenue la triple ſuperbipatiente,*

*tiente, la triple ſupertripartiente, &c.*

*Finalement, chacune d'icelles en conſideration de la denomination des parties aliquotes, eſt encore diuiſee en infinis genres. Comme la triple ſupertripartiente eſt diuiſee en triple ſubpertripartiente quatriéſmes, en triple ſupertripartiente cinquiémes &c. De toutes leſquelles, les definitions, & les exemples ſeront faciles, par ce qui a eſté dict &c.*

## Des raiſons rationelles, de moindre inegalité.

*Toute ce qui a eſté dict iuſques icy, des cinq genres, des raiſons rationelles, de plus grande inegalité, doit pareillement eſtre entendu, des cinq genres correſpondants, de moindre inegalité, apoſant neantmoins touſiours, cette propoſition (ſub) c'eſt à dire, ſous, comme il a eſté dict. Car ſi aux exemples cy-deuant propoſez, on conferee les moindres quantitez auec les plus grandes, l'on aura les raiſons de moindre inegalité correſpondãtes. Car tout ainſi que la raiſon de 100. à 1. eſt centuple, ainſi la raiſon de 1. à 100. eſt ſubcentuple ou ſous-centuple: & comme la raiſon de 11. à 3. eſt triple ſuperbipartiente tierces, ainſi la raiſon de 3. à 11. eſt ſubtriple, ſuperbipartiente tierces, & ainſi des autres.*

## Des denominateurs, des raiſons rationnelles.

*D'autant que l'vſage des denominateurs des raiſons rationelles, cy-deſſus expoſees, n'eſt pas peu vtile, il ne ſera hors de propos, denſeigner icy, par quels nombres elles ſont denommees. Le denominateur de quelconque raiſon, eſt le nombre, qui exprime diſtinctement & apper-*

*rement, l'habitude d'vne quantité à l'autre: comme le denominateur de la raison octuple est 8. pour ce que ce nombre huict monstre, que la plus grande quantité de la raison octuple, contient la moindre huict fois. Semblablement le denominateur de la raison, sesquiquinte est est* $1\frac{1}{5}$, *d'autant que ce nombre signifie que la plus grande quantité de la raison sesquiquinte, contient la moindre vne fois, & la cinquiesme partie d'icelle moindre; & faut entendre de mesme, des denominateurs des autres raisons. C'est pourquoy (comme i'estime) Euclide, au 6. liure, & plusieurs autres Mathematiciens, appellent le denominateur de quelconque raison, la quantité d'icelle: Car le denominateur, (comme nous auons dict) monstre, combien grande est vne quantité, au respect d'vne autre, sçauoir de celle, auec laquelle elle est conferee, comme il appert par les exemples proposez.*

*Or de ces choses, que nous auons dictes, l'on peut facilement colliger le denominateur de quelconque raison. Car le denominateur de la raison multiple, quelconque elle soit, est vn nombre entier, qui contient autant d'vnitez, que la plus grande quantité de la raison contient de fois la moindre; comme pour exemple, le denominateur de la raison double, est deux, de la raison octuple, est huict, centuple est* 100. *&c. Mais les denominateurs des raisons submultiples, correspondantes aux multiples, sont parties aliquotes, denommees des denominateurs des raisons multiples ausquelles correspondent les denommees.*

*Comme le denominateur de la raison sousdouble est* $\frac{1}{2}$. *subquintuple est* $\frac{1}{5}$. *subcentuple est* $\frac{1}{100}$. *&c. & ainsi nous trouuerons les denominateurs des autres raisons submultiples. Partant le denominateur de quelconque rai-*

*son submultiple est vn nombre rompu, ou vne fraction, de laquelle le numerateur est touſiours l'vnité, mais le denominateur est vn nombre denommant la raiſon multiple correſpondante, comme il appert par ces exemples. Donc il ne ſera dificile de trouuer le denominateur, de quelconque raiſon multiple, ou ſubmultiple, entendant bien ce qui eſt dict: D'autant que la prolation meſme, demonſtre le denominateur de la raiſon, comme il eſt manifeſte, par les exemples propoſez.*

*Le denominateur de quelconque raiſon ſuperparticuliere, eſt l'vnité, auec telle partie aliquote, que la plus grande quantité, doit contenir outre la moindre. Comme le denominateur de la raiſon, ſeſquialtere, eſt $1\frac{1}{2}$. ſeſquihuictieſme eſt 1. $\frac{1}{8}$ ſeſquicentieſme eſt 1. $\frac{1}{100}$. &c. & ne ſera dificile de trouuer le denominateur de quelconque raiſon ſuperparticuliere, puis que la prolation meſme de la raiſon exprime le denominateur, par ſa partie aliquote, comme il eſt euident par les exemples propoſez. Mais les denominateurs des raiſons ſuperparticulieres, correſpondantes, ſont fractions, deſquelles les numerateurs, ſont plus petits que les denominateurs d'icelles, de l'vnité ſeulement chacun au ſien, comme le denominateur de la raiſon ſubſeſquialtere, eſt $\frac{2}{3}$. ſubſeſquihuictieſme eſt $\frac{8}{9}$. ſubſequicentiéme eſt $\frac{100}{101}$ &c. Or on trouuera le denominateur de quelconque raiſon ſubſuperparticuliere, ſi au lieu du numerateur de la fraction, on prend le denominateur de la partie aliquote exprimé en la raiſon, & pour le denominateur de la meſme fraction, l'on prend vn nombre plus petit de l'vnité, Comme le denominateur de de la raiſon ſubſequidixiéme eſt $\frac{10}{11}$, puis que le numerateur de cette fraction eſt le nombre denommant la partie dixiéme, ſçauoir 10. mais le denominateur de la meſme fraction, excede le numerateur de l'vnité, le denominateur de la raiſon ſubſequiſeptiéme eſt $\frac{7}{8}$. celuy de la raiſon*

*ſubſeſquiquinte, eſt* $\frac{5}{6}$ *&c. Pareillement nous trouuerons le denominateur de quelconque raiſon ſubſuperparticuliere, ſi nous reduiſons le denominateur de la raiſon ſuperparticuliere correſpondãte en vne fraction, de laquelle fraction le numerateur excedera touſiours le denominateur de l'vnité, lequel eſt auſſi denominateur de la partie aliquote, dont eſt faict mention, en la raiſon propoſee, puis nous tranſpoſons les termes de cette fraction: en ſorte que le numerateur ſoit faict denominateur, & le denominateur numerateur; nous aurons le denominateur de la raiſon ſuperparticuliere propoſee; comme ſi on propoſe la raiſon ſubſequiſeptiéme: d'autant que le denominateur de la raiſon ſeſquiſeptiéme qui luy eſt correſpondante, eſt* $1\frac{1}{7}$, *qui ſe reduit en cette fraction* $\frac{8}{7}$, *de laquelle le numerateur eſt plus grand que le denominateur de la partie aliquote, de l'vnité: parquoy ſi nous tranſpoſons cette fraction en cette maniere* $\frac{7}{8}$ *nous dirons que le denominateur de la raiſon ſubſequiſeptiéme eſt* $\frac{7}{8}$ *&c.*

*Le denominateur de quelconque raiſon ſuperpartiente, eſt l'vnité auec les parties aliquotes, (ne faiſant vne partie aliquote) leſquelles la plus grande quantité doit contenir outre la moindre. Comme le denominateur de la raiſon ſurpertripartiente ſeptiémes eſt* $1\frac{3}{7}$, *ſupertripartiente 20. eſt* $1\frac{3}{20}$ *&c. Et eſt facile à trouuer: d'autant que la prolation meſme de la raiſon monſtre le propre denominateur; comme il appert par les exemples cy deſſus. Mais le denominateur de quelconque raiſon ſubſuperpartiente, eſt vne fraction de laquelle le numerateur eſt moindre que le denominateur d'autãt d'vnitez, que la plus grande quantité de la raiſon propoſee, contient des parties aliquotes outre la moindre. Comme le denominateur de la raiſon ſubſupertripartiente ſeptiémes, eſt* $\frac{7}{10}$ *de la deſubſupertripartiente vingtiémes eſt* $\frac{20}{23}$ *&c. Or le denominateur de quelconque raiſon ſubſupertripartiente ſera trouué ſi pour*

*le numerateur de la fraction on prend le denominateur des parties aliquotes, contenuës en la raiſon propoſee, auquel ſi on adiouſte le nombre des meſmes parties, on aura le denominateur d'icelle fraction. Comme le denominateur de la raiſon ſubſuperquatripartiente vnziémes eſt $\frac{11}{15}$, d'autant que le denominateur de cette fraction, eſt le nombre denommant les parties vnziémes, ſçauoir 11. auquel eſt adiouſté 4. le nombre des quatre parties aliquotes, afin de faire 15. denominateur de la meſme fraction. Mais le denominateur de la raiſon ſubſupertripartiente cinquiémes eſt cette fraction $\frac{5}{8}$, car le numerateur d'icelle eſt le nombre denommant les parties cinquiémes, ſçauoir 5. mais le denominateur de la meſme fraction, 8. eſt faict du numerateur 5. & de 3. nombre des trois parties aliquotes: Et ainſi des autres denominateurs que l'on trouuera auſſi en cette maniere. Soit reduit le denominateur de la raiſon ſuperpartiente correſpondante en vne fraction, de laquelle le numerateur excedera le denominateur, qui denomme auſſi les parties aliquotes exprimees, d'autant d'vnitez qu'il y a de parties aliquotes. Car les nombres de cette fraction eſtant tranſpoſez, en ſorte que le numerateur ſoit faict denominateur, & le denominateur numerateur; l'on aura le denominateur de la raiſon propoſee ſubſuperpartiente. Comme le denominateur de la raiſon ſubſupertripartiente cinquiémes eſt $\frac{5}{8}$, pour ce que le denominateur de la raiſon ſupertripartiente cinquiémes eſt $1\frac{3}{5}$ qui eſt reduit en cette fraction $\frac{8}{5}$, laquelle faict $\frac{5}{8}$ en tranſpoſant les nombres, & faut faire de meſme pour trouuer les denominateurs des autres raiſons &c.*

*Le denominateur de quelconque raiſon multiple ſuperparticuliere, eſt vn nombre entier denommant la raiſon multiple propoſee, auec la partie aliquote, que la plus grande quantité doit contenir, outre la moindre; comme le denominateur de la raiſon triple ſeſquiſeptiéme eſt $3\frac{1}{7}$,*

*la quintuple ſeſquinefiéme, eſt* $5\frac{1}{9}$ *&c. & eſt tres facile d'exprimer le denominateur de quelconque raiſon multiple ſuperparticuliere; d'autant que la prolation de la raiſon monſtre diſtinctement, & le denominateur de la raiſon multiple, & la partie aliquote, comme l'on peut voir par les exemples propoſez. Or le denominateur de quelconque raiſon ſubmultiple ſuperparticuliere eſt vne fraction, de laquelle le numerateur eſt vn nombre denommant les parties aliquotes exprimees en la raiſon. Cõme le denominateur de la raiſon ſubtriple ſeſquiſeptiéme, eſt* $\frac{7}{22}$, *la ſubquintuple ſeſquineufiéme eſt* $\frac{9}{46}$ *&c. Or ce denominateur ſera trouué, ſi pour le numerateur de la fraction, on prend le denominateur de la partie aliquote, lequel eſtant multiplié par le denominateur de la raiſon multiple, ſi l'on adiouſte l'vnité au produit, l'on aura le denominateur de la meſme fraction. Comme pour exemple, le denominateur de la raiſon ſubquadruple ſeſquiſexte eſt* $\frac{6}{24}$, *d'autant que le numerateur 6. denomme les parties ſixiémes, & iceluy multiplié par 4. denominateur de la raiſon quadruple, & ayant adiouſté au produit 24. l'vnité, à fin que le denominateur de la meſme fraction ſoit faict 25. &c. Autrement l'on trouuera le meſme denominateur ſi l'on reduict en vne fraction, le denominateur de la raiſon multiple ſuperparticuliere correſpondante, comme nous auons dict cy deſſus. Comme ſi on propoſe la raiſon ſubquadruple ſeſquiſexte: d'autant que le denominateur de la raiſon quadruple ſeſquiſexte correſpondante eſt* $4\frac{1}{6}$ *laquelle ſera reduite à* $\frac{25}{6}$. *dont ſi on change l'ordre des termes d'icelle fraction on aura* $\frac{6}{25}$ *pour le denominateur de la raiſon ſubquadruple ſeſquiſixiéme: & ainſi des autres.*

*Le denominateur de quelconque raiſon multiple ſuperpartiente, eſt vn nombre entier denommant la raiſon multiple exprimee en icelle, auec les parties aliquotes, que doit contenir la plus grãde quãtité par deſſus la moindre,*

*lesquelles parties aliquotes ne constituent vne partie aliquote. Comme le denominateur de la raison triple superquinpartiente huictiémes, est, $3\frac{5}{8}$, de la quadruple superbipartiente cinquiémes est $4\frac{2}{5}$. Et pour trouuer les denominateurs n'y a aucune difficulté, puis qu'ils sont exprimez distinctemẽt & apertement en chaque raison proposee, multiple superpartiente, sçauoir tant le denominateur de la raison multiplice, contenuë en icelle, que les parties aliquotes, comme il est manifeste par les exemples proposez. Mais le denominateur de quelconque raison submultiple superpartiente, est vne fraction de laquelle le numerateur est vn nombre, denommant les parties aliquotes d'icelle raison.*

*Comme le denominateur de la raison subtriple superquintupartiente huictiémes, est $\frac{8}{29}$ subquadruple superbipartiente cinquiémes, est $\frac{5}{22}$. Or le denominateur de ces raisons submultiples superpartientes sera trouué, si pour le numerateur de la fraction on prend le denominateur des parties aliquotes, lequel estant multiplié par le denominateur de la raison multiple, & ayant adiousté au produit, le nombre des parties aliquotes, l'on obtiendra le denominateur de la mesme fraction. Comme le denominateur de la raison subdouble superoctupartiente treisiémes, est $\frac{13}{34}$ parce que le numerateur de cette fraction 13. denomme les parties treisiémes, lequel multiplié par 2. denominateur de la raison double, & au nõbre produit 26. on adiouste le nombre des 8. parties, on fera 34. denominateur de la mesme fraction &c. Autrement l'on trouuera le mesme denominateur, reduisant le denominateur de la raison correspondante, en vne fraction, & transposant les termes, comme nous auons desia dit cy deuant. Comme pour exemple, soit proposee la raison, subquintuple, supertripartiente dixiémes, pour trouuer le denominateur d'icelle; l'on reduira en vne fraction, le denominateur de la raison*

*correſpondante quintuple ſupertripartiente dixiémes, qui eſt* $5\frac{3}{10}$, *& l'on aura cette fraction* $\frac{53}{10}$ : *& en permutant les termes, c'eſt à dire poſant* 10. *au lieu de* 53. *& 53. au lieu de* 10. *l'on aura* $\frac{10}{53}$ *pour le denominateur de la raiſon ſubquintuple ſupertripartiente dixiémes : & ainſi des autres.*

*Finalement, le denominateur de la raiſon d'egalité eſt touſiours l'vnité : d'autant qu'en cette raiſon, les quantitez doiuent eſtre egales entr'elles ; & partant l'vne doit contenir l'autre vne fois, & non plus, qui eſt ce que ſignifie l'vnité.*

5. Les grandeurs ſont dictes auoir raiſon l'vne à l'autre, leſquelles eſtans multipliees, ſe peuuent exceder l'vne l'autre.

D'autant qu'Euclide en la troiſieſme definition a appellé l'habitude de deux grandeurs de meſme genre, raiſon, il enſeigne maintenant en ceſte cinquieſme definition quelle choſe eſt requiſe, afin que deux quantitez de meſme genre, ſoient dictes auoir raiſon entr'elles. Car toutes les lignes ny tous les angles plans ; encores bien qu'ils ſoient de meſme genre de quantité, n'ont pas raiſon entr'eux, comme nous dirons incontinent. Il dict donc que les grandeurs ſont dictes auoir raiſon entr'elles, deſquelles, laquelle que l'on voudra eſtant multipliee peut eſtre augmentee de telle ſorte qu'elle excede l'autre, de ſorte que ſi l'vne ou l'autre encore que multipliee n'excede iamais l'autre, elles ne ſeront dictes auoir raiſon ou proportion : comme le Diametre & le coſté d'vn meſme quarré, ſeront dicts auoir raiſon, combien qu'elle ſoit irrationelle, laquelle

ne se peut exprimer par aucun nombre, d'autant que le costé multiplié par 2. ou pris deux fois excede le diametre : Car puis que les deux costez du quarré auec le diametre constituent vn triangle Isoscele; [a] les 2. costez du quarré seront plus grands que le diametre dit celuy. Ainsi pareillement la circonference du cercle & le diametre d'iceluy auront proportion; (combien qu'elle ne soit encore cognuë) d'autant que le diametre multiplié par quatre ou pris quatre fois excede la circonference, puisque toute circonference de cercle, comme il est demonstré par Archimede, contient tant seulement trois fois le diametre du mesme cercle, & de plus vne particule, peu moindre que la septiesme partie du diametre. En la mesme maniere, plusieurs figures curuilignes auront raison auec des figures rectilignes, comme a monstré Proclus sur le premier d'Euclide. Or que toutes les lignes ny tous les angles plans n'ont pas raison entr'eux selon cette definition, il est manifeste : car vne ligne finie n'a aucune raison à vne ligne infinie, puis qu'en quelque maniere qu'elle soit multipliee, elle ne peut exceder la ligne infinie, ny vn angle rectiligne n'a raison à vn angle de contingence: Car [c] l'angle de contingence ne peut exceder vn angle rectiligne.

[a] 20. 1.

[c] 16. 3.

6. Les grandeurs sont dictes estre en mesme raison, la premiere à la seconde, & la troisiesme à la quatriesme, quand les equimultiples de la premiere & de la troisiesme, aux equimultiples de la seconde & de la

quatrieſme, par quelque multiplication que ce ſoit, ou defaillent enſemble, ou enſemble ſont egaux, ou excedent enſemble vn chacun à vn chacun, ſi l'on prend ceux-là qui s'entre-reſpondent.

Euclide monſtre en ce lieu, quelles conditions ſont requiſes aux magnitudes pour eſtre dites auoir meſme raiſon, ce que pour expoſer, il eſt contraint de ſe ſeruir des equimultiplices d'icelles, afin qu'il comprenne toutes les raiſons des grandeurs, tant rationelles que irrationelles. Soient donc quatre grandeurs A, premiere, B, ſeconde, C, troiſieſme, D, quatrieſme, & ſoient priſes les equimultiplices quelcõques de la premiere A & de la troiſieſme, C, ſçauoir E, equimultiplice de A & F, de C. Item ſoient priſes autres quelconques equimultiplices, de la ſeconde B, & de la quatrieſme D, ſçauoir G, equimultiplice de B & H, de D, ſoit que ces deux derniers ſoient autant multiplices de la ſeconde & de la quatrieſme que les 2. premieres le ſont de la premiere & de la troiſieſme ou non. Que ſi maintenant l'on confere entr'elles les grandeurs qui ont eſté priſes equimultiplices, ſçauoir celles qui s'entre-reſpondent comme la multiplice de la premiere & la multiplice de la ſeconde qui ſont E, & G; Item la multiplice de la tierce, & la multiplice de la quatrieſme entr'elles, ſçauoir F & H, & s'il ſe trouue touſiours qu'elles ont tel raport l'vne à l'autre, que ſi E, multiplice de la premiere grandeur, A, eſt moindre que G, multiplice de la ſeconde grandeur,

B, que F multiplice de la troiſieſme grandeur C, ſoit auſſi moindre que H, multiplice de la quatrieſme grandeur D: ou ſi E, eſt egale à G, auſſi F ſoit egale à H, ou finalement ſi E eſt plus grande que G, auſſi F ſoit plus grande que H, ce qui eſt defaillir enſemble l'vn & l'autre, de l'vn & de l'autre, ou eſtre egaux enſemble, ou exceder enſemble, de ſorte qu'en aucun genre de multiplices le contraire ne ſe puiſſe trouuer; c'eſt à dire que E, ne ſoit iamais moindre que G, que F, ne ſoit auſſi moindre que H, & que iamais E, ne ſoit egale à G, ſi F, n'eſt auſſi egal à H, & Finalement que E ne ſoit iamais plus grande que G, que F, ne ſoit auſſi plus grande que H. Si donc on trouue que les equimultiplices pris en quelque façon que ce ſoit, ſe raportent perpetuellement entre eux comme dict eſt, l'on dira qu'il y a meſme raiſon de la premiere grandeur, A, à la ſeconde B, que de la troiſieſme grandeur, C à la quatrieſme D: Que ſi on trouuoit quelques fois, meſme en vn ſeul genre des multiplices, que le multiple E, defaut du multiple de G, mais le multiplice F, ne defaut de H, ou que E, eſt egal à G, & F, n'eſt egal à H; ou finalement E, excede G, & F, n'excede H, combien qu'en infinis autres façons de multiplices, la ſuſdite condition ſe trouue; en aucune façon, les grandeurs propoſees ne ſeront dites auoir meſme raiſon entr'elles, mais diuerſes, comme il ſera manifeſte de la huictieſme definition. Au contraire s'il y a meſme raiſon



de la premiere à la ſeconde, comme de la troiſieſme à la quatrieſme, il s'enſuiura que les equimultiples de la premiere & de la troiſieſme, ſeront tous deux egales, aux equimultiples de la ſeconde & de la quatrieſme, ou toutes deux moindres ou toutes deux plus grandes en quelconque multiplication que ce ſoit: Et s'il n'y auoit meſme raiſon de la premiere à la ſeconde que de la troiſieſme à la quatrieſme, auſſi les equimultiples de la premiere & troiſieſme n'excederont enſemble les equimultiples de la ſeconde & quatrieſme, ou ne ſeront egales ou plus petites &c. Or il faut noter icy, que ceſte deffinition ſe doit auſſi entendre de trois grandeurs, pourueu que la ſeconde ſoit priſe deux fois, afin d'en auoir quatre &c.

**7. Les grandeurs qui ont meſme raiſon, ſoient appellees homologues, ou proportionnelles.**




Comme ſi des grandeurs A, B, C, D, il y a meſme raiſon de A à B, que de C à D, icelles grandeurs A, B, C, D, ſeront dites proportionnelles, ſemblablement s'il y a meſme raiſon de E à F, que de F à G, les grandeurs E, F, G, ſeront dites proportionnelles: Or il y a quelques magnitudes proportionnelles continuellement; entre leſquelles ſe trouue la proportion continuë, comme ſont les grandeurs E F G; mais quelques vnes ſont proportionelles non

contiuuellement, mais ſeparément, comme ſont les grandeurs A, B, C, D, car en ceux-cy, y a interruption de raiſons, mais en ceux-là non, comme il eſt dit en la quatrieſme definition.

8. Mais quand des equimultiples, le multiple de la premiere grandeur excedera celuy de la ſeconde, mais le multiple de la troiſieſme grandeur n'excedera pas celuy de la quatrieſme, alors la premiere grandeur ſera dicte auoir plus grande raiſon à la ſeconde, que la troiſieſme à la quatrieſme.

Euclide declare en ceſte definition, quelle condition doiuent auoir quatre grandeurs, afin que la premiere ſoit dite auoir plus grande raiſon à la ſeconde, que la troiſieſme à la quatrieſme, diſant que ſi on prend les equimultiplices de la premiere & de la troiſieſme, ſemblablemẽt autres equimultiplices de la 2. & de la 4. & qu'il ſe troue quelquesfois (bien que non pas touſiours) que le multiple de la 1. grandeur ſoit plus grand que le multiple de la 2. mais le multiple de la 3. n'eſt pas plus grand que le multiple de la quatrieſme, mais moindre ou egal, l'on dira qu'il y aura plus grande raiſon de la premiere grãdeur à la ſecõde, que de la troiſieſme à la quatrieſme, comme il eſt manifeſte en l'exemple propoſé, auquel l'on a pris les triples de la 1. grandeur A, & de la 3. C, ſçauoir



E,&F,mais de la secõde B,& de la quatrieſme D, l'on a pris les quadruples G & H,Et d'autant que E, multiple de la premiere eſt plus grand que G, multiple de la ſeconde, mais F, multiple de la troiſieſme n'eſt pas plus grand que H, multiple de la quatrieſme, mais moindre, l'on dira qu'il y aura plus grande raiſon de A, premiere grandeur à B, ſeconde, que de C, troiſieſme à D, quatrieſme.

Or il n'eſt pas neceſſaire, afin que de quatre grandeurs, la premiere ſoit dicte auoir plus grãde raiſon à la ſeconde que la troiſieſme à la quatrieſme, que les equimultiplices ſelon quelconque multiplication ayent telle habitude, que le multiplice de la premiere excede le multiplice de la ſeconde, mais que le multiplice de la tierce n'excede le multiplice de la quarte; mais c'eſt aſſez que ſelon quelque multiplication ils ayent telle habitude; car il ſe peut faire quelquesfois que tant le multiple de la premiere eſt plus grand que le multiple de la ſeconde, que le multiple de la troiſieſme de celuy de la quatrieſme, ſemblablement que comme le multiple de la premiere eſt moindre que le multiple de la ſeconde, que celuy de la troiſieſme, eſt auſſi moindre que celuy de la quatrieſme: toutesfois d'autant que cela n'aduient pas en toute multiplication, mais quelquesfois le multiple de la premiere excede celuy de la ſeconde, mais le multiple de la troiſieſme eſt moindre ou egal au multiple de la quatrieſme: pour ceſte cauſe la premiere grandeur ſera dite auoir plus grande raiſon à la ſeconde que la troiſieſme à la quatrieſme, & non meſme comme l'on void en l'exemple propoſé,

où 3. a plus grande raiſon à 2 que 4. à 3.

15. 9. 12. 3. 2. 10. 18. 14.

20. 12. 16. 4. 3. 15. 12. 21.

Donc afin que quatre grandeurs ſoient dictes proportionelles, il eſt neceſſaire que les equimultiplices d'icelles priſes ſelon quelconque multiplication, defaillent enſemble, ſoient egales enſemble, ou excedent enſemble, comme il a eſté expoſé en la 6. definition.

Mais afin que la premiere ſoit dicte auoir plus grande raiſon à la ſeconde que la troiſieſme à la quatrieſme. Il ſuffit que ſelon quelque multiplication, le multiple de la premiere excede le multiple de la ſeconde, mais celuy de la troiſieſme n'excede celuy de la quatrieſme, encore que ſelon infinies autres multiplications, les equimultiples de la premiere & de la tierce, excedent enſemble les equimultiples de la ſeconde & de la quatrieſme. &c.

Mais ſi au contraire le multiple de la premiere grandeur defaut du multiple de la ſeconde, le multiple de la troiſieſme ne defaut du multiple de la quatrieſme, la premiere grandeur ſera dicte auoir moindre raiſon à la ſeconde que la troiſieſme à la quatrieſme, combien que ſelon plusieurs autres multiplications, les equimultiplices de la premiere & de la troiſieſme defaillent enſemble des equimultiplices de la ſeconde & de la quatrieſme, comme l'on void aux meſmes nõbres de l'exemple propoſé, la raiſon de 2. à 3. ſera moindre que de 3. à 4. &c.

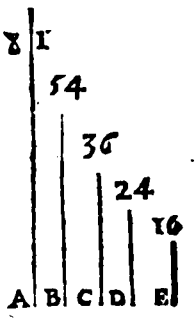
## 9. La proportion ne peut eſtre conſtituee en moins de trois termes.

D'autant que toute Analogie qui eſt dicte proportion, eſt vne ſimilitude de raiſons, & qu'en toute raiſon il y a le terme antecedent, & le terme conſequent, il eſt neceſſaire qu'en toute proportion, y ayt à tout le moins, deux termes antecedens & deux conſequens, Partant ſi la proportion n'eſt continuë, ſeront requis, à tout le moins quatre termes ou grandeurs; mais ſi la proportion eſt continuë, il y aura du moins trois termes, d'autant que celuy du milieu eſt pris deux fois, puis qu'il eſt conſequent d'vne raiſon, & antecedent de l'autre, & c'eſt icy le moindre nombre des termes de la proportion. Car en deux termes quelconques ſe trouue ſeulement raiſon, & non proportion.

10. Quand il y a trois grandeurs proportionelles, la premiere à la troiſieſme, eſt dicte auoir la raiſon doublee de la premiere à la ſeconde: mais quand quatre grandeurs ſont proportionelles, la premiere à la quatrieſme, eſt dicte auoir la raiſon triplee, de la premiere à la ſeconde, & touſiours de meſme ordre, vne de plus iuſques à ce que la proportion ſoit accomplie.

Comme ſi les grandeurs A, B, C, D, E, ſont continuellement proportionelles, de ſorte qu'il y ayt meſme raiſon de A à B, que de B à C, & de C à D, & D à E: La raiſon de la premiere grandeur A, à la troiſieſme grandeur, C, ſera dicte doublee de la raiſon que la premiere grandeur A, a à la ſeconde grãdeur, B, d'autant qu'entre

tre A, & C, y a deux raisons, lesquelles sont egales à la raison de A à B, à sçauoir la raison de A à B & de B, à C; De sorte que la raison de A, à C, prend la raison de A, à B, doublee, c'est à dire mise deux fois d'ordre: mais la raison de la premiere grandeur A à la quatrieſme D, est dicte triplee de la raison que la premiere grandeur, A, a à la seconde grandeur B, d'autant qu'entre A, & D, sont trois raisons, qui sont egales à la raison de A à B, à sçauoir la raison de A à B, de B, à C, & de C à D, tellement que la raison de A à D, enclost ou cõprend en quelque façon la raison de A à B, triplee, c'est à dire posee trois fois d'ordre: Ainsi pareillement la raison de A à E sera dicte quadruplee de la raison de A à B, d'autant que quatre raisons se trouuent entre A & E, qui sont egales à la raison de A à B. &c.

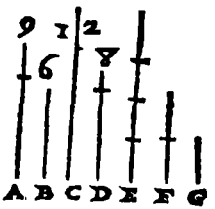



Que si au contraire, y a mesme raison de E à D, que de D à C, & de C à B, que de B à A; la raison de E à C sera dicte doublee de la raison de E à D: mais la raison de E à B, sera dicte triplee de la raison de E à D; ainsi pareillement la raison de E à A, sera dicte quadruplee de la raison de E à D. &c.

II. Les grandeurs sont dictes homologues, ou de semblable raison, les antecedentes aux antecedentes, & les consequentes aux consequentes.

Il a definy auparauant que la proportion eſt vne ſimilitude de raiſons, il enſeigne maintenant que non ſeulement en quelque proportion les raiſons ſont dictes ſemblables; mais auſſi les termes meſmes, ou quantitez ſont dictes ſemblables ou homologues, diſant que les grandeurs antecedentes ſont appellees homologues, ou ſemblables entr'elles en raiſon, & de meſmes les conſequentes entr'elles; afin d'entendre en pluſieurs demonſtrations, quels coſtez des figures comparez entr'eux, doiuent eſtre les antecedents des raiſons, & quels les conſequents comme il ſera declaré au 6. liure.

S'il y a donc meſme raiſon de A à B, que de C, à D, la quantité A, ſera dicte ſemblable à la quãtité de C, & B, ſemblable à D: Car à cauſe de la ſimilitude des raiſons, il eſt neceſſaire, que l'vne & l'autre grandeur antecedente ſoit egale à l'vne & l'autre conſequente, ou de meſme façon plus grande ou plus petite, autrement l'vne & l'autre antecedente n'auroit meſme raiſon à l'vne & l'autre conſequente. En voicy l'exemple. Aux magnitudes propoſees, auſquelles les antecedentes ſont en meſme façon plus grandes que les conſequentes, à ſçauoir la moitié plus grandes: en voicy vn autre exemple. Aux magnitudes continuellement proportionelles, E, F, G, ou tant E & F, ſont homologues que F, & G, comme il eſt manifeſte, & pour ceſte cauſe, Euclide en la ſixieſme & huictieſme definition commande de prẽdre les equimultiplices de la premiere & troiſieſme gran-



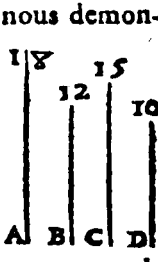
deur, c'eſt à dire des antecedentes: ſemblablemẽt de prendre autres equimultiplices de la ſeconde & quatrieſme grandeurs; à ſçauoir des conſequentes, car icelles ſont ſemblables aux magnitudes proportionelles, comme il eſt manifeſto par ceſte definition: mais aux grandeurs non proportionelles, ſont diſſemblables.

12. La raiſon alterne eſt prendre l'antecedent comparé à l'antecedent, & le conſequent au conſequent.

Il explique icy quelques façons d'argumenter aux proportions, dont l'vſage eſt fort frequent entre les Geometres; leſquelles façons d'argumenter ſont 6. en nombre, la premiere eſt dicte raiſon alterne, ou permutee: la ſeconde eſt dicte inuerſe, ou raiſon au cõtraire: la troiſieſme, compoſition de raiſon ou proportion conioincte, la quatrieſme, diuiſion de raiſon ou proportion deſioincte, ou ſeparee; la cinquieſme conuerſion de raiſon, ou proportion renuerſee: finalement la ſixieſme eſt appellee raiſon d'egalité, ou egale proportion.

Donc raiſon alterne ou permutee eſt, dit-il, quand quatre grandeurs proportionelles eſtant propoſees, l'on infere qu'il y a meſme raiſon de l'antecedent de la premiere raiſon, à l'antecedent de la derniere, que du conſequent de la premiere au conſequent de la derniere: comme ſi nous poſons qu'il y ayt meſme raiſon de A, à B, que de C, à D, & partant nous concluons, qu'il y a meſme raiſon de A à C, que de B, à D, nous ſommes dicts argumenter en raiſon permutee. Les Autheurs Grecs vſent en ceſte argumentation preſ-

que de ceſte façon de parler; comme A, eſt à B, ainſi C, eſt à D; donc en permutant, ou au contraire, A, ſera à C, comme B à D. Or nous demonſtrerõs la verité de ceſte illation à la 16. propoſition de ce liure. Et en ceſte façon d'argumenter, il eſt neceſſaire que toutes les quatre grandeurs ſoient de meſme genre; afin qu'il puiſſe y auoir raiſon entre icelles, priſes deux à deux cõme l'on voudra: car ce n'eſt pas bien argumenter de dire, comme la ligne A eſt à la ligne B, ainſi le nõbre C, au nombre D, donc en permutant, comme la ligne A au nombre C, ainſi la ligne B, au nombre D: attendu qu'il n'y a aucune proportion d'vne ligne à vn nombre, & au contraire, comme il eſt manifeſte de la cinquieſme definition. Mais aux autres façons d'argumenter, ſuiuantes, les premieres grandeurs peuuent eſtre d'vn genre de quantité, & les dernieres d'vn autre, comme il ſera manifeſte par les demonſtrations de ce cinquieſme liure.



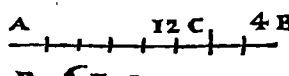

13. Raiſon inuerſe ou tranſpoſee eſt prendre le conſequent comme antecedent, pour le comparer à l'antecedent, comme ſi c'eſtoit le conſequent.

Comme ſi d'autant que A, eſt à B, comme C, eſt à D, nous inferons que B eſt à A, comme D, eſt à C, (voyez la figure precedente,) nous ſerons dits argumenter par raiſon inuerſe. En ceſte maniere d'argumenter les autheurs parlent quaſi en ceſte façon: comme A, eſt à B, ainſi C, eſt à D, donc

en changeant, ou au contraire B, ſera à A, cõme D, à C: laquelle maniere d'argumenter ſera demonſtree eſtre veritable au Corollaire de la quatrieſme propoſitiõ de ce liure. Finalemẽt les deux premieres grandeurs peuuent eſtre d'vn genre, & les derniere s d'vn autre: car l'on pourra fort bien inferer: comme la ligne A, eſt à la ligne B, ainſi le triangle ou le nombre C, eſt au triangle, ou au nombre D. Donc en changeant, comme la ligne B, eſt à la ligne A, ainſi le triangle ou le nombre D eſt au triangle, ou au nombre C, comme il ſera euident par le Corollaire de la quatrieſme propoſition.

14. Compoſition de raiſon eſt quand l'on prend l'antecedent auec le conſequent, comme vn, pour le comparer au meſme conſequent.

Comme s'il y a meſme raiſon de A C, à C B, que de D F, à F E; & de là on collige qu'il y a meſme raiſon de la toute, A B, à ſçauoir de l'antecedent auec le conſequent, à C B conſequent, que de la toute D E (ſçauoir l'antecedent auec le conſequent) à F E, conſequent. Ceſte façon d'argumẽter ſera appellee compoſition de raiſon, d'autant que de l'antecedent & du conſequent eſt compoſé vn autre nouueau antecedent.




Or les Autheurs Grecs vſent de ceſte façon de parler en ceſte argumentation: Comme A C, eſt à C B, ainſi D F, à F E, donc en compoſant com-

me A B, ſera à C B, ainſi D E, à F E, ceſte maniere d'argumenter, ſera demonſtree à la dix-huictieſme propoſition de ce liure.

L'on peut adiouſter deux autres moyens d'argumenter à celuy-cy. Le premier peut eſtre dict, compoſition de raiſon conuerſe; à ſçauoir lors qu'on prend l'antecedent & conſequent comme vn; pour le cõparer à l'antecedent: cõme ſi d'autant que A C, eſt à C B, ainſi D F, à F E, nous inferons, donc comme A B, compoſé de l'antecedent & du conſequent, eſt à l'antecedent A C, ainſi D E, compoſée de l'antecedent & du conſequent eſt à l'antecedent D F: lequel moyen d'argumenter nous monſtrerons eſtre vallable à la 18. propoſition de ce liure, en laquelle nous pourrons vſer de ceſte maniere de parler; donc par conpoſition de raiſon conuerſe.

L'autre maniere d'argumenter peut eſtre dicte compoſition de raiſon contraire, laquelle ſe faict lors que l'on compare vne meſme grandeur antecedente, à l'antecedente, & à la conſequente comme à vne ſeule; comme ſi A C, eſt à C B, ainſi D F, eſt à F E, & nous inferons par compoſition de raiſon contraire, donc comme A C, antecedente eſt à la toute A B, compoſee de l'antecedente & de la conſequente, ainſi D F, antecedent ſera à D E, compoſee de l'antecedente & de la conſequente: Et nous demonſtrerons ceſte maniere d'argumenter valable à la dix-huictieſme propoſition de ce liure.

15. Diuiſion de raiſon eſt lors qu'on prend l'excez par lequel l'antecedent ſurpaſſe le conſequent, pour le comparer au meſme conſequent.

Comme ſi l'on dict, qu'il y ayt meſme raiſon de la toute A B, à C B, que de la toute D E, à F E, voyez la precedente figure, donc il y aura meſme raiſon de A C, excez par lequel l'antecedent ſurpaſſe le conſequent, à C B, conſequent, que de D F, excez par lequel l'antecedent ſurpaſſe le conſequent, à F E. conſequent. Or en ceſte diuiſiõ de raiſon les autheurs parlent ainſi; donc en diuiſant &c. mais ceſte illation ſera demonſtree à la 17. propoſition de ce liure.

Or à ce moyen d'argumenter l'on y en peut adiouſter deux autres, le premier deſquels nous pouuons appeller diuiſion de raiſon conuerſe, à ſçauoir quand le conſequent eſt comparé à l'excez par lequel l'antecedent ſurpaſſe le cõſequent: Comme ſi A B, eſt à C B, ainſi D E, eſt à F E, & nous concluons par diuiſion de raiſon conuerſe, donc comme C B, conſequent ſera à A C, excez par lequel l'antecedent ſurpaſſe le conſequent, ainſi F E, conſequent ſera à D F, excez par lequel l'antecedent ſurpaſſe le conſequent: mais nous demonſtrerons la certitude de ceſte maniere d'argumenter à la 17. propoſition de ce liure.

*Or il eſt manifeſte, qu'afin que l'vne & l'autre de ces façons d'argumenter, ayt lieu, ſçauoir celle-cy & celle d'Euclide, que l'antecedent doit eſtre plus grand que le conſequent, autrement la diuiſion ne ſe pourroit faire.*

L'autre moyen d'argumenter, ſe peut appeller diuiſion de raiſon contraire; qui ſe faict quand

l'antecedent eſt comparé auec l'excez, par lequel le conſequent ſurpaſſe l'antecedent, comme quand nous diſons: comme AC, eſt à AB, ainſi DF, eſt à DE: donc par diuiſion de raiſon contraire, AC, antecedent ſera pareillement à CB, excez par lequel le conſequent ſurpaſſe l'antecedent, comme DF, antecedent eſt à FE, excez par lequel le conſequent ſurpaſſe l'antecedent: laquelle maniere d'argumẽter nous demonſtrerons auſſi en la 17 propoſition de ce liure.

*Finalement il eſt manifeſte, qu'en ceſte diuiſion de raiſon contraire, que le conſequent doit eſtre plus grand que l'antecedent, afin que l'on puiſſe prendre l'excez par lequel le conſequent ſurpaſſe l'antecedent.*

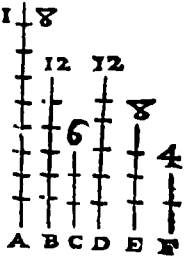
16. Conuerſion de raiſon eſt prendre l'antecedent pour le comparer à l'excez, par lequel l'antecedent ſurpaſſe le meſme conſequent.

Comme ſi nous diſons en ceſte maniere: comme toute la grandeur AB, eſt à CB, ainſi la toute DE, eſt à FE, donc auſſi, la meſme AB, ſera à AC, excez par lequel l'antecedent ſurpaſſe le cõſequent, comme DE, eſt à DF; nous ſerons dicts argumenter par conuerſion de raiſon: dont les Autheurs parlent preſque en ceſte maniere; Donc par cõuerſion de raiſon, &c. mais ce moyẽ d'argumenter ſera confirmé au Corollaire de la 19. propoſition de ce liure. Voyez la figure precedente.

*Il eſt auſſi euident, qu'en ce moyen d'argumenter par conuerſion de raiſon, que l'antecedent doit exceder le conſequent, afin que l'excez par lequel l'antecedent ſurpaſſe le conſequent puiſſe eſtre pris.*

17. Raiſon egale ou de l'egalité, eſt quand il y a pluſieurs grandeurs, & d'autres egales à icelles en multitude, qui ſoient priſes deux à deux, & en meſme raiſon : quand comme aux premieres grandeurs la premiere eſt à la derniere des meſmes, ainſi aux ſecondes grandeurs, la premiere eſt à la derniere des meſmes. Autrement, c'eſt prendre les extrémes par la ſouſtraction des moyennes.

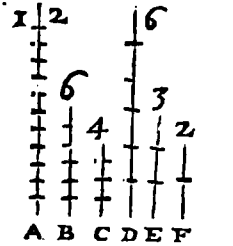
Soient pluſieurs grandeurs A, B, C, d'vne part & autant de l'autre, D, E, F, leſquelles ſoient de deux en deux, en meſme raiſon, c'eſt à dire comme A eſt à B, ainſi D eſt à E, & comme B, eſt à C, ainſi E eſt à F. Si donc pour ceſte cauſe l'on infere qu'il y a meſme raiſon de A, premiere des premieres grandeurs à C, derniere des meſmes, que de D, premiere des ſecondes grandeurs à F, derniere des meſmes, ceſte façon d'argumenter ſera appellee raiſon egale, ou raiſon d'egalité, à ſçauoir, en laquelle les grandeurs extremes ayant ſouſtraict les moyēnes, ſont dites auoir vne meſme raiſō entre elles, comme il eſt exprimé en l'autre definition. Mais d'autant qu'il eſt permis d'argumenter aux proportions, en deux manieres, par l'egalité: à ſçauoir en l'vne, quand nous prenons les grandeurs de deux en deux, en meſme raiſon, en procedant d'ordre, & en l'autre quand l'ordre eſt changé, Euclide



explique aux deux definitions ſuiuantes que c'eſt que proportion ordonnee & proportion perturbee ou troublee.

18. Proportion ordonnee eſt, lors que, comme l'antecedent eſt au conſequent, ainſi l'antecedent eſt au conſequent: & cõme le conſequent eſt à quelque autre, ainſi le conſequent eſt auſſi à quelque autre.

Comme ſi A eſt à B, ainſi comme D, eſt à E, & de rechef, cõme B, cõſequẽt eſt à quelque autre, ſçauoir à C, ainſi E, cõſequent eſt à quelque autre cõme à F: telle façõ d'argumenter ſera appellee ordõnee, d'autant qu'on garde vn meſme ordre, tant aux premieres grandeurs qu'aux ſecondes, puis que de part & d'autre, l'on compare premierement la premiere auec la ſeconde, &



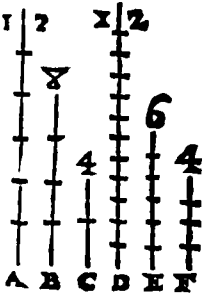

puis apres la ſeconde auec la tierce. Donc quand en la maniere d'argumenter par egalité, la proportion ordonnee eſt gardee, il eſt demonſtré en la propoſition 22. de ce liure, que ce moyen d'argumenter eſt bon.

19. Proportion perturbee eſt, lors que trois grandeurs ſont poſees d'vne part & d'autres egales en multitude à icelles, & comme aux premieres grandeurs, l'antecedent eſt au conſequent, ainſi aux ſecondes grandeurs, l'antecedent eſt au conſequent: mais comme aux premieres grandeurs, le conſequent eſt à quelque autre,

ainſi aux ſecondes grandeurs quelque autre eſt à l'antecedent.

*C'eſt à dire, quand trois grandeurs ſont poſees d'vne part, & autant d'vne autre, la premiere des premieres eſt à la ſeconde des meſmes, comme la ſeconde des ſecondes à la troiſieſme des meſmes, & comme la ſeconde des premieres eſt à la troiſieſme des meſmes, ainſi la premiere des ſecondes eſt à la ſeconde des meſmes.*

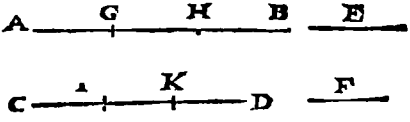
Comme s'il y a meſme raiſon de A à B, que de E à F, puis apres aux premieres grandeurs, comme B, conſequent eſt à quelque autre ſçauoir à C, ainſi aux ſecondes grandeurs quelque autre, à ſçauoir, D eſt à E, antecedent. Et ceſte façon d'argumenter ſera appellee, proportion perturbee, d'autant qu'on n'obſerue pas meſme ordre, aux proportions des magnitudes, d'autant que aux premieres grandeurs, la premiere eſt comparée auec la ſeconde, mais aux ſecondes grandeurs, la ſeconde eſt comparee auec la tierce: & de rechef aux premieres grandeurs, la ſeconde eſt comparée à la tierce, mais aux ſecondes, la premiere eſt comparee auec la ſeconde. Donc quand en la maniere d'argumenter par l'egalité, l'on obſerue la proportion troublee, il eſt demonſtré que ceſte argumentation eſt bonne, en la 23. propoſition de ce liure: Finalement tant la proportion troublee, que ordonnee, infere touſiours par egalité, qu'il y a meſme proportion des extremes, bien que l'on poſe plus de trois grandeurs, comme il ſera



manifeſte de la vingtdeuxieſme & vingt troiſieſme propoſition de ceſiure.

## THEOREME 1. PROP. 1.

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra egales en multitude à d'autres grandeurs, & equimultiples d'icelles, chacune de la ſienne; comme l'vne des grandeurs ſera multiple d'vne; ainſi les toutes ſeront multiples des toutes.




Soient tant de grandeurs que l'on voudra, A B, C D, equimultiplices d'autant d'autres grandeurs E, F, ie dis que les grandeurs A B, C D, enſemble ſont autant multiplices de E & F, enſemble, que A B, toute ſeule eſt multiple de E, toute ſeule, ou C D, de F.

Car puis que A B, C D, ſont equimultiples de E, F, ſi A B, eſt diuiſee ſelon les grandeurs A G, G H, H B, egales chacunes à E, & C D, pareillement ſelon G I, I K, K D, egales chacunes à F. Or chacune pourra eſtre diuiſee en parties totalement egales à E, & F, puis que A B, C D, ſont equimultiplices de E, F, & partant E, ſera contenue exactement autant de fois, en A B, que F, en C D, comme il apert par la ſeconde definition de ceſiure, les grandeurs A G, G H, H B, ſeront autant en nombre, que C I, I K, K D, mais d'au-

tant que A G, & E ſont egales entr'elles, ſi l'on leur adiouſte les egales C I, & F; [a] A G & C I, enſemble ſeront egales à E & F, enſemble: ſemblablement G H, & I K enſemble, ſeront egales à E, & F enſemble, & auſſi H B, & K D, aux meſmes E & F, donc autant de fois que E eſt contenue en A B, ou F, en C D, autant de fois E & F, enſemble ſeront contenues en A B, C D, enſemble: partant comme A B, eſt multiplice de E, ainſi A B, C D, enſemble ſeront multiplices de E, & F, enſemble, par la ſeconde definition de ce liure. Donc s'il y a tant de grandeurs & c. ce qu'il falloit demonſtrer.

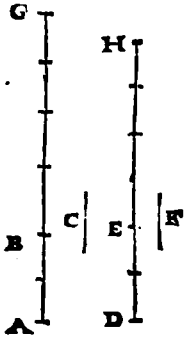
[a] 2. com. ſent.

## THEOREME 2. PROP. 2.

ij

Si la premiere eſt autant multiple de la ſeconde, que la troiſieſme l'eſt de la quatrieſme, & que la cinquieſme ſoit auſſi autant multiple de la ſeconde que la ſixieſme, l'eſt de la quatrieſme; la compoſee de la premiere & de la cinquieſme, ſera autant multiple de la ſeconde, que la compoſee de la troiſieſme & de la ſixieſme l'eſt de la quatrieſme.

Soit la premiere grandeur A B, autant multiple de la seconde C, que D E, troisiesme l'est de F, quatriesme: De rechef soit B G, cinquiesme autant multiple de C, seconde, que E H, 6. l'est de F, quatriesme. Ie dis que A G, composee de la premiere A B, & de la cinquiesme B G, est autant multiple de C, deuxiesme que D H, composee de la troisiesme D E, & de la sixiesme E H, est multiple de F, quatriesme.




Car puis que A B, & D E, sont equimultiples de C, & de F, il y aura en A B, autant de grandeurs egales à C, qu'il y a en D E, d'egales à F: semblablement il y aura en B G, autant de grandeurs egales à C, qu'il y en a en E H, d'egales à F, si donc l'on adiouste à egales multitudes A B, D E, egales multitudes B G, E H, toutes les multitudes A G. D H, seront egales en nombre, partant C, sera contenu autant de fois en A G, que F, est contenu en D H. Donc A G, (composé de la 1. & 5.) sera autant multiple de C, 2. que D H, (composée de la 5. & 6.) l'est de F, 4. Donc si la premiere est autant multiplice de la seconde &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

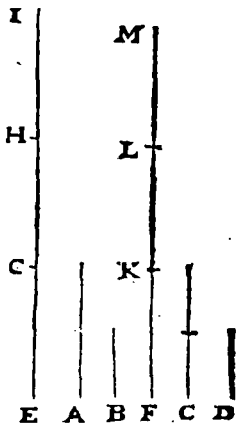
iij

## THEOREME 3. PROP. 3.

Si la premiere est autant multiple de la seconde, comme la troisiesme l'est de la quatriesme, & l'on prend les equimulti-

ples de la premiere & de la troiſieſme, en raiſon egale, la grandeur priſe multiple de la premiere, ſera auſſi autant multiple de la ſeconde, que la grandeur priſe multiple de la troiſieſme le ſera de la quatrieſme.

Soit la premiere grandeur A, autant multiple de B, ſecõde, que C, troiſieſme l'eſt de D quatrieſme, & que l'on prenne E & F, equimultiples de la premiere & de la troiſieſme A, & E, ie dis qu'en raiſon egale, E, ſera autant multiple de B, ſeconde que l'eſt F, de D, quatrieſme: Car puiſque E, & F, ſont equimultiples de A & C; ſi l'on diuiſe E en grandeurs egales à A, comme en E G, G H, H I, Item F, en grandeurs egales à C: comme en F K, K L, L M: il y aura en E, autant de parties egales à A, qu'il y en a en F, d'egales à C, D'autant donc que E G, eſt egale à A, & F K, egale à C, mais A & C, ſont equimultiplices de B & D, par l'hypotheſe; E G, & F K, ſeront auſſi equimultiplices des meſmes B & D, ſemblablement G H, K L, & H I, L M, ſeront equimultiplices des meſmes B & D; D'autant donc que E G, premiere grandeur eſt autant multiple de la ſeconde B, que F K, tierce eſt multiple de la quatrieſme D, Item G H, cinquieſme eſt autant mul-



a 2. cinq. tiple de B, 2. que K L 6. eſt multiple de la 4. D; E H, compoſee de la premiere & de la cinquieſme ſera autant multiple de la 2. B, que F L, cõpoſee de la troiſieſme & de ſixieſme eſt multiple de la quatrieſme D. De rechef d'autant que E H, premiere eſt autant multiplice de B, 2. que F L, 3. l'eſt de D, 4. comme nous venons de demonſtrer; mais H I, 5. eſt autant multiple de la 2. B, b 2. cinq. que L M, 6, l'eſt de D, 4. [b] E I, compoſee de la 1. & de la 5. ſera autãt multiple de la 2. B, que F M, compoſee de la 3. & de la 6. l'eſt de D, 4. & ainſi des autres s'il y a plus de parties en E, & F. Si donc la premiere eſt autant multiple de la ſeconde &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

iiij

## THEOREME 4. PROP. 4.

Si la premiere a meſme raiſon à la ſeconde, que la troiſieſme à la quatrieſme, auſſi les equimultiples de la premiere & de la troiſieſme auront meſme raiſon aux equimultiples de la ſeconde & de la quatrieſme, ſelõ quelque multiplication que ce ſoit, ſi elles ſont priſes ainſi qu'elles s'entre-reſpondent.

Soit

Soit la raiſon de A, premiere à B, ſeconde, meſme que celle de C, troiſieſme à D quatrieſme, & ſoient priſes E & F equimultiples de A, premier & C, troiſieſme, Item G & H, equimultiples de B, ſecond & D, quatrieſme ſelon quelque multiplication que ce ſoit, ſoit que E & F ſoient autant multiples de A, & C, que G, & H le ſont de B & D, ou non. Ie dis qu'il y a meſme raiſon de E multiple de A, premiere à G multiple de B ſeconde, comme de F, multiple de C, troiſieſme à H, multiple de D quatrieſme.




Car ſi on conſtituë de rechef, E, premiere grandeur, & G, ſeconde F, troiſieſme, & H, quatrieſme, & que l'on prenne I, & K quelconques equimultiples de E & F, premiere & troiſieſme., Item L & M quelconques equimultiples de G, ſeconde & H quatrieſme: D'autant que E, premiere eſt autant multiple de A ſeconde que F troiſieſme l'eſt de C quatrieſme, & que l'on a pris I & K equimultiples de E & F premiere & troiſieſme, en raiſon egale, I & K ſeront auſſi equimultiples de A & C, ſeconde & quatrieſme: Par meſme raiſon L & M ſont equimultiples de B & D, & d'autant que A eſt à B, comme C à D, & que l'on a pris I & K equimultiples de A & C premiere & 23.5.

troiſieſme, & L, & M, auſſi equimultiples de B, ſeconde & D, quatrieſme; [b] ſi I multiple de la premiere A, defaut de L, multiple de la ſeconde B, auſſi K, multiple de la troiſieſme C, defaudra de M, multiple de la quatrieſme D: ſi I eſt egale à L, auſſi K ſera egale à M, & finalement ſi I excede L, auſſi K excedera M, ſelon quelconques multiplications qu'elles ſoient priſees. Partant puis que I & K ſont equimultiples de E, F, & F.3. Item L & M equimultiplices de G ſeconde & H quatrieſme, & qu'il eſt demonſtré que ſi I, multiple de E, premiere eſt moindre que L multiplice de G, ſeconde; que K multiplice de F troiſieſme eſt moindre que M multiplice de H quatrieſme, & ſi I eſt egale à L, K eſt egale à M, & ſi I eſt plus grande que L, K eſt plus grande que M, & que cela aduient en quelconque multiplication que ce ſoit: Il y aura meſme raiſon de E premiere à G ſeconde que de F troiſieſme à H quatrieſme. Donc ſi la premiere a meſme raiſon à la ſeconde, que la troiſieſme à la quatrieſme, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[b] 6. def.

[a] 6. def.

## COROLLAIRE.

Par ceſte demõſtratiõ, eſt manifeſte la preuue de la raiſõ inuerſe expliquee par Euclide, [a] qui eſt, que ſi quatre grandeurs ſont proportionnelles, qu'elles le ſeront auſſi priſes à rebours ou au contraire: c'eſt à ſçauoir ſi A eſt à B, comme C à D, en raiſon inuerſe comme B ſera à A, ainſi C à D: Car puis que comme A, eſt à B, ainſi C, eſt à D; [f] E & F, equimultiplices de A & C, premiere & troiſieſme ſeront toutes deux plus grandes, egales, ou moindres que G & H, equimultiples

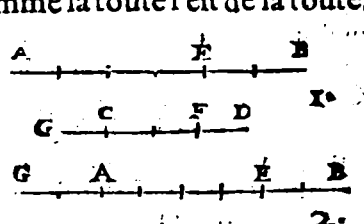
[a] 23. d.

[f] 6 def.

de B & D deuxieſme & quatrieſme en quelque multiplication que ce ſoit. Donc au contraire, G & H ſeront toutes deux plus petites, egales ou plus grandes que E, & F, ſ partant il y aura meſme raiſon de B à A, que de D, à C. ſ 6. def.

## THEOREME 5. PROP. 5.

Si vne grandeur eſt autant multiple d'vne grandeur, que la retranchee l'eſt de la retranchee: auſſi le reſte ſera autant multiple du reſte comme la toute l'eſt de la toute.




Soit la toute AB, autant multiple de la toute CD, comme la retranchee AE, l'eſt de la retranchee CF. Ie dis que la reſtante EB, eſt autant multiple de la reſtante FD, que la toute AB l'eſt de la toute CD: Car ſoit priſe CG, delaquelle EB, ſoit autant multiple que AE l'eſt de CF, ou la toute AB de la toute CD: D'autant donc que AE, EB, ſont equimultiples de CF, GC, a la toute AB, ſera autant multiple de la toute GF, comme AE, l'eſt de CF, c'eſt à dire les toutes des toutes comme vne ſeule d'vne ſeule: mais AB, eſt poſee autant multiple de CD, que AE de CF, donc AB, ſera autant multiple de GF, que de CD; b partant GF, CD, ſont egales: donc oſtant la commune CF, demeurera DF, egale à CG; donc EB, ſera autant multiple de FD, que de CG, mais EB eſt autant multiple de CG par l'hypotheſe, que AE, l'eſt de CF, c'eſt à dire que a 1. 5. b 6. com. ſent.

la toute A B, de la toute C D; Partant le reſte E B, ſera autant multiple du reſte F D, que la toute A B, de la toute C D; ce qui eſt propoſé.

Autrement ſoit la toute A B, autant multiple de la toute C D, que la retranchee A E, de la retranchee C F. Ie dis que le reſte E B, eſt autant multiple du reſte F D, que la toute A B, de la toute C D: Car ayant pris G A, autant multiplice de F D, comme A E, l'eſt de C F, ou la toute A B, de la toute C D: D'autant que A E, G A ſont equimultiples de C F, F D, [c] la toute G E ſera autant multiple de la toute C D, comme A E, de C F: mais A B, eſt pareillement auſſi autant multiple de C D, que A E, de C F, par l'ypotheſe. Donc G E, & A B, ſont equimultiplices de C D; [d] & partant egales entr'elles, oſtant dont la commune A E, reſteront G A, E B, egales: & partãt equimultiples de F D, puiſque G A eſt priſe autãt multiple de F D, que A E, de C F, ou la toute A B, de la toute C D: Dõc le reſte E B, ſera autant multiple du reſte F D, que la toute A B, de la toute C D; ce qui eſt propoſé. Donc ſi vne grandeur eſt autant multiplice, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

c 1. 5.

d 6. 18. com.

vj

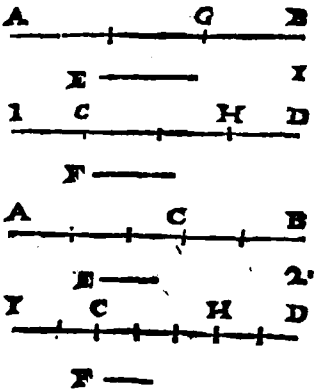
## THEOREME 6. PROP. 6.

**Si deux grandeurs ſont equimultiples de deux autres grandeurs, & d'icelles l'on retranche quelques equimultiples des meſmes grandeurs, ou les reſtes ſeront egaux aux meſmes, ou equimultiples d'icelles.**

Soient les grandeurs A B, C D, equimultiples de E, & F, & les retranchees A G, C H, equimultiples des meſmes E, & F. Ie dis que les reſtes G B, H D, ſont egales à E, & F, ou equimultiples d'icelles.

Car soit premierement G B, egale à E, ie dis que H D, sera egale à F; soit posee C I, egale à F: D'autant que A G, premiere est autant multiple de F secõde que C H, troisiesme l'est de F quatriesme, & que G B, cinquiesme est egale à E, & I C, sixiesme, egale à F quatriesme: [a] A B, composee de la premiere, & de la cinquiesme, sera autant multiple de E, deuxiesme que I H, & composee de la troisiesme & sixiesme l'est de F, quatriesme, mais C D est autant multiple de C F, par l'hypothese, que A B, l'est de E, donc H I, & C D, sont equimultiples de F; [b] & partant egales entr'elles: donc ostant la commune C H, demeureront C I, & H D, egales: Or puisque C I, est posee egale à F, H D sera pareillement egale à F: Ce qui est proposé. Semblablemẽt nous demonstrerons, que si G B, est multiple de E, que H D, sera autant multiple de F, en posant I C, autant multiple de F, que G B, l'est de E, &c.

[a] 2. 5.




[b] 6. ẽ. sent.

Autrement: D'autant que A B, C D, sont equimultiples de E, & F; Il y aura en A B, autant de grandeurs egales à E, qu'en C D, d'egales à F: De rechef, d'autant que A G, C H sont equimultiples des mesmes E, F, il y aura pareillement en A G, autant de grandeurs egales à E, qu'il y en a en C H, d'egales à F. Si donc d'egales multitudes

[a] 1. & 2. def.

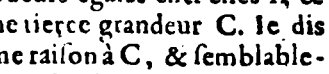
AB, CD, l'on oſte egales multitudes AG, CH, demeureront les multitudes GB, HD, egales; Donc GB, contiendra autant de fois E, que HD, contiendra F, ſi vne fois ſeulement GB, HD, ſeront egales à E, F, ſi plus d'vne fois equimultiples. Ce qui eſtoit propoſé.

vij

## THEOREME 7. PROP. 7.

Les grandeurs egales ont meſme raiſon à vne meſme grandeur, & vne meſme grandeur a meſme raiſon aux egales.

Soient deux grandeurs egales entr'elles A & B, & ſoit quelconque tierce grandeur C. Ie dis que A & B ont meſme raiſon à C, & ſemblablement que C, a meſme raiſon à A & B: Car ſoient priſes D, & E, equimultiples des egales A, B, [a] icelles D, E, ſerõt egales entr'elles. De rechef ſoit priſe F, multiple quelconque de C: D'autant dõc que D & E ſont egales; & equimultiples de A, B, 1. & 3. l'vne & lautre ſera plus petite que F, ou egale, ou plus grande, ſelon quelconque multiplication qu'elles ſoient priſes. Donc puis que D, & E equimultiples de la 1. A & de la 3. B, ſont toutes deux plus grandes que F, multiple de la 2. & de la 4. C, (car C, eſt poſee comme pour deux grandeurs) ou egales, ou moindres; [b] il y aura meſme raiſon de A 1. à C 2. que de B 1. à C 4.




[a] 6. cõſeq.

[b] 6. def. 5.

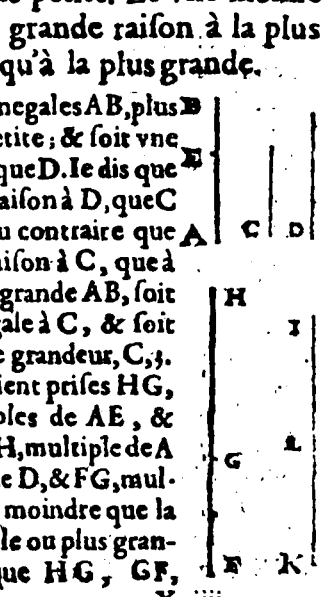
En la meſme maniere nous demonſtrerons que E, eſt moindre que chacune des grandeurs D, E,

ou egale ou plus grande: Donc puis que F, multiple de la 1. & de la 3. C, eſt plus petite que chacune D, & E, equimultiples de la 2. & 4. A & B, ou egale, ou plus grande, il y aura pareillement meſme raiſon de la 1. C, à la 2. A, que de la 3. C, à la 4. B, ce qui eſt propoſé.

*L'on pouuoit monſtrer ceſte 2. partie plus briefuement par la raiſon inuerſe: car ayãt deſia eſté demonſtré qu'il y a meſme raiſon de A à C, que de B, à C, en changeant, c'il y aura meſme raiſon de C, à A, que de C à B. Donc les grandeurs egales, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.* c coroll. 4. 5.

## THEOREME 8. PROP. 8. viij

Des grandeurs inegales, la plus grande a plus grande raiſon à vne meſme grandeur que la plus petite. Et vne meſme grandeur a plus grande raiſon à la plus petite grandeur qu'à la plus grande.




Soiẽt les grãdeurs inegales AB, plus grande & C, plus petite; & ſoit vne 3. grandeur quelcõque D. Ie dis que AB, a plus grande raiſon à D, que C à la meſme D: & au contraire que D, a plus grande raiſon à C, que à AB; Car de la plus grande AB, ſoit retranchee AE, egale à C, & ſoit poſee AB, premiere grandeur, C, 3. & D, 2. & 4. puis ſoient priſes HG, & GF, equimultiples de AE, & EB, en ſorte que GH, multiple de AE ſoit plus grãde que D, & FG, multiple de EB, ne ſoit moindre que la meſme D; mais egale ou plus grande. Or d'autant que HG, GF,

*2.5. sont equimultiples de AE, EB, a la toute HF, sera autant multiple de la toute AB, que GH, l'est de AE, c'est à dire de C, egale à AE : pareillement soit prise IK, multiple de D, prochainement plus grande que HG, à sçauoir double si estant prise double elle n'est plus grande que HG, soit prise triple ou quadruple, &c. Dõc estant retranchee LK, egale à D, IL, ne sera plus grande que HG, (autrement IK, ne seroit multiple de D, prochainement plus grãde que HG, mais IL, seroit aussi plus grande que GH. Que si IK, est double de D, il est manifeste que IL, n'est plus grãde que HG, puisque HG, n'est posee moindre que D, c'est à dire que IL) & partant HG, sera egale à IL, ou plus grande. Et d'autant que FG, est posee plus grãde que D, & LK, egale à D; FG, sera aussi plus grande que LK. Donc HG, n'estant moindre que IL, comme il est demonstré : mais egale ou plus grande, la toute FH, sera plus grande que IK. Partant puis que FH, HG, sont equimultiples de AB, 1. & C, 3. & IK, multiple de D, posee pour 2. & 4. mais FH. multiple de la 1. est plus grande que IK, multiple de la 2. & HG, multiple de la 3. n'est plus grande que IK, multiple de la 4. mais moindre par l'hypothese (car IK, multiple de D

b 8.def. est prise plus grande que HG,) b il y aura plus grande raison de AB, 1. à D, 2. que de C, 3. à D, 4.

Secondemẽt d'autant que IK, multiple de D, 1. (soit prise D, pour 1. & 3. & C, 2. & AB, 4.) est plus grande que HG, multiple de C, 2. mais IK, multiple de D, 3. n'est plus grande que FH, multiple de AB, 4. mais moindre FH, estant plus grande que IK, comme il est monstré; il y aura plus grã-

de raiſon de D,1. à C,2. que de D,3. à AB, 4. ce qui eſtoit propoſé. Donc des grandeurs inegales &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME 9. PROP. 9. ix

Les grandeurs qui ont meſme raiſon à vne meſme grandeur, ſont egales entr'elles; Et celles là auſquelles vne meſme grãdeur a meſme raiſon, ſont auſſi egales entr'elles.

Premierement que A & B, ayent meſme raiſon à C. Ie dis qu'elles ſont egales entr'elles.

Autrement elles ſeroient inegales, tellement que l'vne ſeroit plus grande. Soit donc A plus grande & B moindre, s'il eſt poſſible, donc [a] il y aura plus grande raiſon de A plus grande à C, que de B, plus petite à la meſme C, ce qui eſt contre l'hypotheſe; donc A & B, ne ſont inegales, mais egales. a 8. 5.

Secondement que C, ait meſme raiſon à A, que à B. Ie dis derechef que A, & B ſont egales entr'elles; car ſi l'vne eſtoit plus grãde, ſçauoir A, & B, moindre: C, [b] auroit plus grande raiſon à B, plus petite qu'à A, plus grande, ce qui eſt cõtre l'hypotheſe; donc A ne ſera plus grãde que B, ains egale. Donc les grandeurs qui ont, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

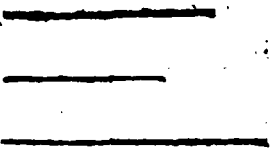


b 8. 5.

## THEOREME 10. PROP. 10. x

Des grandeurs qui ont raiſon à vne meſ-

me grandeur, celle-là qui a plus grande raiſon, eſt la plus grande: mais celle là, à laquelle vne meſme grandeur a plus grande raiſon eſt la plus petite.




Premierement que A, ayt plus grande raiſon à C que B, à la meſme C. Ie dis que A, eſt plus grãde que B: Car ſi A, a 7.5. eſtoit egale à B, icelles a A & B, auroient meſme b 8.5. raiſon à C. Et ſi A eſtoit plus petite que B, b la plus grande B, auroit plus grande raiſon à C, que la plus petite A, ce qui eſt contre l'hypotheſe. Donc A, n'eſt egale à B, ny plus petite, mais plus grande.

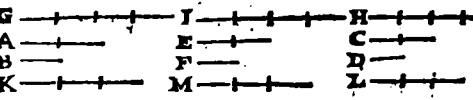
Secondement que C, ayt plus grande raiſon à B, qu'à A. Ie dis que B, eſt moindre que A: Car c 7.5. B, ne ſera egale à A; c autrement C, auroit meſme d 8.5. raiſon à A, & B; ce qui eſt contre l'hypotheſe: B ne ſera auſſi plus grande que A, d'autant que C auroit plus grande raiſon à la moindre A, que à B plus grande; ce qui eſt d'auantage contre l'hypotheſe; Donc B, eſt moindre que A, ce qui eſt propoſé. Partant des grandeurs qui ont raiſon, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## THOREME 11. PROP. 11.

Les raiſons qui ſont de meſme, à vne meſme raiſon, ſont auſſi de meſme entr'elles.

Soit la raiſon de A à B, cõme celle E à F, & comme E à F ainſi C à D. Ie dis que comme A eſt à B, ainſi C eſt à D.

Car ſoient priſes les equimultiples quelconques de toutes les antecedẽtes A, E, C, leſquelles ſoient G, H, I, ſemblablement ſoient priſes K, M,




L, equimultiples quelconques des conſequentes B, F, D: D'autant que A, 1. eſt à B, 2. comme E, 3. à F 4. [a] ſi G, multiple de A, 1. defaut de K, multiple de B 2. I, multiple de E 3. defaudra auſſi de M, multiple de F, 4. & ſi G eſt egale à K, I, ſera egale à M; & ſi G, eſt plus grande que K, I, ſera plus grãde que M: [b] Mais (cõme il ſera demonſtré en la meſme maniere) ſi I, eſt moindre que M, ou egale, ou plus grande, pareillement H ſera moindre que L, ou egale ou plus grande, d'autant que par l'hypotheſe il y a meſme raiſon de E 1. à F, 2. que de C, 3. à D 4. Parquoy ſi G, multiple de A 1. eſt plus petite que K, multiple de B, 2. H, multiple de C, 3. ſera plus petite que L, multiple de D, 4. & ſi G eſt egale ou plus grande que K, auſſi H ſera egale ou plus grande que L, & ſera demonſtré qu'il en aduiendra de meſme, en quelconques autres equimultiples, [c] partant il y aura meſme raiſon de A 1. à B 2. que de C 3. à D 4. Donc les raiſons qui ſont de meſme, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[a] 6. def. 5.
[b] 6. def. 5.
[c] 6. def. 5.

## SCHOLIE.

*En la meſme maniere, les raiſons qui ſont de meſme*

*à d'autres, ſont auſſi de meſmes entr'elles comme ſi A eſt à B, cõme C à D. & que E ſoit à F, cõme A eſt à B, & G à H cõme C à D, pareillement cõme E ſera à F, ainſi G à H.*

*Car d'autant que les raiſons de E à F, & C à D, ſont de meſme à la raiſon de A à B,* d *comme E ſera à F, ainſi C à D, de rechef d'autant que les proportions de E à F, & G à H, ſont de meſme à la proportion de C, à D,* e *pareillement comme E ſera à F, ainſi G à H.*

d 11. 5.

e 11 5

*A*, 3. *B*, 2. *C*, 6. *D*, 4.
*E*, 9. *F*, 6. *G*, 12. *H*, 8.

*De rechef ſi les raiſons de A à B, C, à D, & de E à F, ſont de meſme entr'elles: & que comme A eſt à B. ainſi G eſt à H, & comme C, à D, ainſi I à K, & comme E à F, ainſi L à M, les raiſons de G à H, I à K, & L à M, ſeront pareillement de meſme entr'elles: car comme nous venons de demonſtrer en ces dernieres raiſons, comme G eſt à H ainſi I eſt à K:*

*A*, 3. *B*, 2. *C*, 6. *D*, 4. *E*, 9. F 6.
*G*, 12. *H*, 8. *I*, 18. *K*, 12. *L*, 30. *M*, 20.

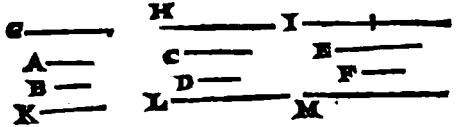
*D'autãt que ces proportiõs ſont ſẽblables aux proportiõs de A à B, & de C à D, en la meſme maniere cõme I, ſera à K, ainſi L, ſera à M, d'autãt que les proportions de I à K, & L, à M, ſont de meſme aux proportions de C à D, & E à F; leſquelles ſont egales, ſemblablement comme G à H, ainſi L à M, puis que ces proportions ſont de meſme aux proportiõs de A, à B & E à F, leſquelles ſont poſees egales: Et eſt la meſme raiſon de pluſieurs.*

xij

## THEOREME 12. PROP. 12.

Si tant de grandeurs que l'on voudra ſont proportionelles: comme l'vne des antecedentes ſera à l'vne des conſequẽtes: ainſi toutes les antecedentes ſeront à toutes les conſequentes.

*Ce qui a eſté demonſtré en la premiere propoſition, de la proportion multiple, il eſt icy demonſtré de tout genre de proportion & meſme de l'irrationelle.*




Soient donc tant de grandeurs que l'on voudra, A, B, C; D, E, F, proportionelles, c'eſt à dire, ſoit A à B, comme C, à D, & comme E à F. Ie dis que comme vne des antecedentes eſt à vne des conſequentes, ſçauoir comme A à B, ainſi toutes les antecedentes enſemble A, C, E, ſont à toutes les conſequentes enſemble B, D, F.

Car ſoient priſes G, H, I, equimultiples des antecedentes A, C, B, & K, L, M, equimultiples des conſequentes B, D, F, les toutes G, H, I, enſemble ſeront autãt multiples des toutes A, C, E, enſemble qu'vne ſeule l'eſt d'vne ſeule; ſçauoir comme G, de A, & les toutes K L M, enſemble ſeront autant multiples de toutes B, D, F, enſemble qu'vne ſeule l'eſt d'vne ſeule, ſçauoir comme K de B, mais d'autant que par l'hypotheſe, il y a meſme raiſon de A, 1. à B, 2, que de C, 3. à D, 4. & comme vn autre E, 3. à F, 4. [b] il aduiendra que ſi G multiple de A, 1. defaut de K, multiple de B, 2. pareillement H multiple de C, 3. defaudra de L, multiple de D, 4. & I, de M; Et ſi G eſt egale à K, ou plus grande, pareillement H ſera egale à L, & I à M, ou plus grande: & partant ſi G, eſt plus petite ou egale, ou plus grande que K, les toutes G, H, I, enſemble ſeront plus petites que les toutes K, L, M, enſemble ou egales, ou plus grandes; [c] Parquoy comme A, 1. eſt

a 2. 5.

b 6. def 5.

c 6. def 5.

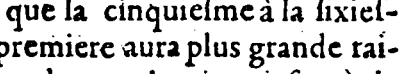
à B, 2. ainsi A,C,E, 3. sera à B, D,F 4. donc s'il y a tant de grãdeurs proportionelles que l'on voudra &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 13. PROP. 13.

xiij Si la premiere a mesme raison à la seconde que la troisiesme à la quatriesme; Mais la troisiesme a plus grande raison à la quatriesme que la cinquiesme à la sixiesme: aussi la premiere aura plus grande raison à la seconde, que la cinquiesme à la sixiesme.

Soit la raison de A, 1. à B, 2. comme C, 3. à D, 4. Mais soit la raison de C 3. à D, 4. plus grande que celle de E, 5. à F, 6. Ie dis que la raison de A 1. à B 2. est est plus grande que celle de E, 5. à F, 6.

Car soient prises G, H, I, equimultiples des antecedentes A, C, E; & K, L, M, equimultiples des conse- quentes B, D, F: D'autant qu'il y




a 6. def. 5. a mesme raison de A 1. à B, 2. que de C, 3. à D, 4. il aduiendra que si G multiple de A, 1 excede K, multiple de B, 2. que H, multiple de C, 3. excedera L, multiple de D, 4. &c. mais quand H, excede L, b il n'est necessaire que I, excede M, mais sera quelquesfois egale ou plus petite; d'autant qu'il y a plus grande raison de C 1. à D, 2. que de E, 5. à F, 4. Donc si G excede K necessairement I, n'excedera M, c: Il y aura donc plus grande raison de A 1. à B, 2. que de E, 5. à F, 6.

b 8. def. 5.

c 8. def. 5.

Partant ſi la premiere a meſme raiſon à la ſeconde, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Mais ſi la raiſon de C, 3. à D, 4. eſt moindre que celle de E, 5. à F, 6. Il y aura pareillement moindre raiſon de A, premiere à B, ſeconde, que de E, cinquieſme à F, ſixieſme, car ſi la raiſon de C à D, eſt moindre que celle de E à F, c'eſt à dire, la raiſon de E, 1. à F, 2. eſt plus grande que celle de C, 3. à D; [d] il aduiendra que ſi I, excede M, il ne ſera neceſſaire que H excede L, mais quelquesfois ſera plus petite ou egale: [e] mais ſi H defaut de L, ou luy eſt egale, auſſi G, defaudra de K, ou luy ſera egale: d'autant que la raiſon de C, 1. eſt poſee à D, 2. meſme que A, 3. à B 4. partant ſi I excede M, neceſſairement G, n'excedera K, [f] & par ainſi, il y aura plus grande raiſon de E, 1. à F, 2. que de A, 3. à B, 4. c'eſt à dire la raiſon de A à B, eſt moindre que celle de E à F, ce qui eſt propoſé.*

d 8 def. 5.
e 8. def. 5.
f 8. def. 5.

*En la meſme maniere ſi la premiere a plus grande raiſon à la ſeconde que la troiſiéme à la quatriéme; & que la troiſiéme ayt plus grande raiſon à la quatriéme, que la cinquiéme à la ſixiéme: pareillement la premiere aura beaucoup plus grande raiſon à la ſeconde que la cinquiéme à la ſixiéme.*

*Mais ſi la premiere a moindre raiſon à la ſeconde, que la troiſiéme à la quatriéme, mais que la troiſiéme ayt moindre raiſon à la quatriéme, que la cinquiéme à la ſixiéme, pareillement la premiere aura beaucoup moindre raiſon à la ſeconde que la cinquiéme à la ſixiéme.*

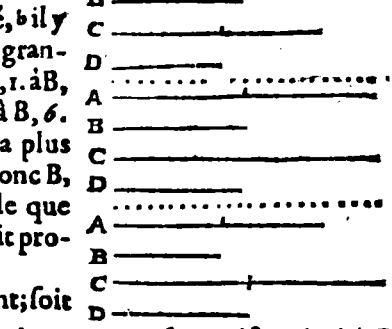
## THEOREME 14. PROP. 14. xiv

Si la premiere, a meſme raiſon à la ſe-

conde que la troiſieſme à la quatrieſme, & que la premiere ſoit plus grande que la troiſieſme, la ſeconde ſera auſſi plus grande que la quatrieſme : Et ſi la premiere eſt egale à la troiſieſme, auſſi la 2. ſera egale à la quatrieſme; & ſi plus petite, plus petite.

Soit A, premiere grandeur à B, ſeconde, comme C, troiſieſme, à D, quatrieſme. Ie dis que ſi A, 1. eſt plus grande que L, 3, que B, 2. ſera auſſi plus grande que D, 4. Et que ſi A, 1. eſt egale à C, 3. que B, 2. ſera egale à D, 4. finalement ſi A, 1. eſt plus petite que C, 3. que B, 2. ſera plus petite que D, 4.

Premierement ſoit A, 1. plus grande que C, 3.
a 8. 5. a il y aura plus grande raiſon de A plus grande à B, que de C, plus petite à la meſme B. Donc d'autant que C, premiere eſt à D, 2. comme A, 3. à B, 4. mais la raiſon de A, 3. à B, 4. eſt plus grande que la raiſon de C, 5. à B, 6. comme nous
b 13. 5. auons monſtré, b il y aura donc plus grande raiſon de C, 1. à B, 2. que de C, 5. à B, 6.
c 10. c partant D ſera plus petite que B, donc B, ſera plus grande que D: ce qui eſtoit propoſé.




Secondement; ſoit
7. 5. A egale à C, d il y aura meſme raiſon de A à B que de C, à B; d'autant donc que les raiſons de C à D, & de C à B, ſont de meſme à la raiſon de A à B,

à B, e les raisons de C, à D, & de C, à B, seront de mesme entr'elles; f partant B, & D, seront egales: Ce qui est proposé. e 11. 5. f 9. 5.

Finalement soit A, plus petite que C; g, il y aura plus grande raison de la plus grande C, à B, que de la plus petite A, à la mesme B: D'autant donc que C, 1. est à D, 2. comme A, 3. à B, 4. Mais la raison de A, 3. à B, 4 est plus petite que celle de C, 5. à B, 6. h Il y aura pareillement moindre raison de C, 1. à D, 2. que de C, 5. à B, 6. i partant B, sera plus petite que D. Ce qui est proposé. Donc si la premiere a mesme raison à la 2. &c. Ce qu'il falloit demonstrer. g 8. 5. h 13. 5. i 10. 5.

## SCHOLIE.

*Que si la 2. est plus grande egale, ou moindre que la 4. pareillement selon la mesme raison, la premiere sera plus grande, egale ou moindre que la 3. Car soit premierement B, plus grande que D, comme en la 1. figure. Ie dis que A, est plus grande que C: Car puis que B, est plus grande que D; k Il y aura plus grande raison de C, à D, que de C à B. Donc d'autant que A, 1. est à B seconde, comme C, 3. est à D, 4. Mais la raison de C, 3. à D 4. est monstree plus grande que celle de C, 5. à B, 6. l pareillement la raison de A, 1. à B, 2. sera plus grande que celle de C, 5. à B, 6. m Partant A, sera plus grande que C. Ce qui est proposé.* k 8. 5. l 13. 5. m 10. 5.

*Secondement soit B, egale à D, (comme en la 2. figure) Ie dis que A, est egale à C: Car puisque B, est egale à D; n C, sera à B, comme à D; Mais A, est pareillement à B, comme C, à D: o Donc comme A, sera à B, ainsi C, sera à B; & partant A, sera egale à C: Ce qui est proposé.* n 11. 5. o 9. 5.

*Tiercement; soit B, moindre que D, comme en la 3.*

figure. Ie dis que A, est moindre que C: Car puis que B, est moindre que D: p Il y aura moindre raison de C, à D, que C, à B: D'autant donc que comme A, 1. est à B, 2. ainsi C, 3. est à D, 4. Mais la raison de C, 3. à D, 4. est monstree moindre que celle de C, 5. à B, 6. q Pareillement la raison de A, 1. à B, 2. sera moindre que celle de C, 5. à B 6. r Donc C, sera plus grande que A, & partant A, plus petite que C. Ce qui est proposé.

p 8. 5.

q 13. 5.

r 10. 5.

Ceste demonstration se peut faire plus briefue; Si B, est plus grande que D, & A, soit dicte non plus grande que C, mais moindre ou egale, s B sera pareillement plus petite que D, ou egale, ce qui est contre l'hypothese, & est la mesme raison en tout autre cas.

s 14. 5.

Ou ainsi; Si A, est à B, comme C, à D, en changeant B, sera à A, comme D, à C. Donc si B est plus grande ou egale, ou moindre que D: Pareillement t A sera plus grande ou moindre, ou egale à C.

t 14. 5.

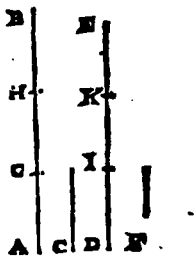
Or Euclide n'a pas demonstré, si la premiere est plus grande ou egale, ou moindre que la 2. que la 3. sera plus grande ou egale, ou moindre que la 4. (duquel moyen d'argumenter vsent toutesfois plusieurs Geometres tant des Anciens que des modernes:) D'autant que cela est manifeste à cause de la similitude des raisons. De là s'ensuit que si l'vne & l'autre est raison de plus grande inegalité, que l'vne & l'autre grandeur antecedente, c'est à dire la premiere & la tierce sera plus grande que l'vne & l'autre grandeur consequente, c'est à dire la 2. & la 4. Mais si l'vne & l'autre est raison de moindre inegalité, l'vne & l'autre grandeur antecedente sera plus petite que l'vne & l'autre consequente, & si d'egalité, sera egale.

Pour exemple; si comme A, est à B, ainsi C à D, l'vne & l'autre raison sera de plus grande inegalité ou d'egalité, ou de moindre inegalité. Partant si A, 1. est plus

*grande que B.2. C,3. sera plus grande que D. 4. & si egale, egale, & si moindre moindre. Ce qui est proposé.*

## THEOREME 15. PROP. 15. XV

**Les parties sont entr'elles, comme sont leurs equimultiples entr'elles; si elles sont prises comme elles s'entre-respondent.**




Soient A B, & D E equimultiples des grandeurs C, & F. Ie dis que comme C, est à F, ainsi A B, est à D E: Car puisque A B, est autant multiple de C que D E, l'est de F, la grandeur C, sera autant de fois cõtenuë en A B, que F, est contenuë de fois en D E; Soit donc diuisee AB, selon les parties AG, GH, HB, chacune egale à C, & DE, selon les parties DI, Ik, KE, chacune egale à F: Et d'autant que AG, & C, sont egales, & DI, & F, aussi egales, [a] AG, sera à DI, comme C, sera à F, par mesme raison GH, sera à IK, & HB, à KE, comme C, à F; [b] Et partant AG, GH, HB, auront mesme raison à DI, IK, KE: Parquoy comme AG, sera à DI, c'est à dire comme C, à F, [c] ainsi A B, sera à DE, à sçauoir toutes les antecedentes ensemble AG, GI, IB, à toutes les consequentes ensemble DI, IK, KE; Ce qui est proposé. Donc les parties entr'elles sont, &c. Ce qu'il faloit demonstrer.

[a] 7.5. [b] 11.5. [c] 12.5.

## SCHOLIE.

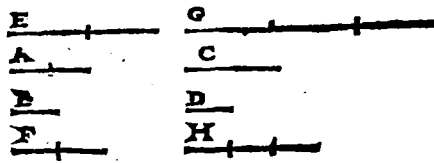
*Henrion, qui a copié le liure du Sieur Donnot, n'ayant*

*point trouué ces mots traduicts (ἀνφότερα καὶ πολλαπλάσια) c'eſt à dire, eſtant priſes comme elles s'entre-reſpondent, les a laiſſez, ſe contentant de mettre ce qu'il a trouué traduict; ce qu'il ne deuoit faire neantmoins, s'il l'euſt peut entendre, puis qu'Euclide ne les a obmis, comme il appert par ſon texte. Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἀνφότερα καὶ πολλαπλάσια. C'eſt à dire; les parties ou grandeurs, ont meſme raiſon que leurs equimultiples, ſi elles ſont priſes comme elles s'entre-reſpondent. Or cecy defaillant (eſtant priſes comme &c.) l'on pourroit inferer que, comme, AB, eſt à DE, ainſi F, ſeroit à G, ou comme C, à F, ainſi DE, à AB, ce qui eſt manifeſtement faux, &c.*

## THEOREME 16. PROP. 16.

xvj

Si quatre grandeurs ſont proportionelles; elles ſeront auſſi alternatiuement proportionelles.




Car ſoit A, à B, comme C, eſt à D. Ie dis que alternatiuement ou en permutant, A, ſera à C, comme B, à D.

Soient priſes E, & F, equimultiples de A, & B, premiere & ſeconde. Item G, & H, equimultiples de C, 3. & D, 4. E, ſera à F, comme A, eſt à
a 15. 5. B: a Puis que E, F, ſont equimultiples de A, B; Par la meſme raiſon G, ſera à H, comme C, à D:

Or puis que les raiſons de E à F, & C, à D, ſont de meſme à la raiſon de A à B; [b] elles ſeront de meſme entr'elles. De rechef d'autãt que les raiſons de E, à F, & G, à H, ſont de meſme à la raiſon de C, à D; [c] elles ſeront auſſi de meſme entre elles; c'eſt à dire comme E, premiere ſera à F, 2. ainſi G, 3. à H, 4. [d] Partant ſi E, premiere eſt plus grande que G, 3. F, 2. ſera plus grãde que H, 4. & ſi E, eſt egale ou plus petite que G, auſſi F, ſera egale ou plus petite que F. en quelconque multiplication que ſoient priſes E, F, & G, H: [e] Donc A, 1. ſera à C, 2. comme B, 3. à D 4. puis que E, F, equimultiples de la 1. & 3. A, & B, ſont toutes 2. plus grandes que G, & H, equimultiples de la 2. & 4. C, D, ou toutes deux egales, ou toutes deux plus petites &c. Ce qui eſt propoſé. Partant ſi quatre grandeurs, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[b] 11. 5.
[c] 11. 5.
[d] 14. 5.
[e] 6. def. 5

## SCHOLIE.

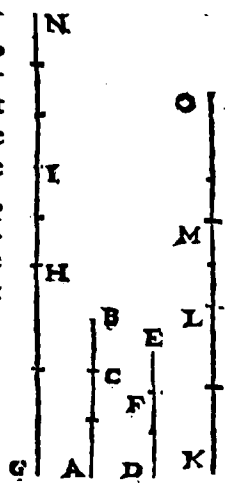
*Or ceſte demonſtration a lieu ſeulement quand les 4. grandeurs ſont de meſme genre: Car ſi A, B, eſtoient d'vn genre & les 2. autres C, D, d'vn autre; Pareillemẽt les multiples E, F, ſeroient d'vn genre ſçauoir de celuy d'A, B: & les multiples G, H, d'vn autre; ſçauoir de celuy de C, D; Partant E, ne pourroit eſtre dicte plus grande que G, ou egale, ou moindre: Parquoy l'on ne concluroit rien de la 6. definition de ce liure. Donc la raiſon permutee pourra ſeulement auoir lieu, quand les quatre grandeurs ſeront de meſme genre. Ce que n'entendant aucuns Philoſophes, tombent en de grandes erreurs, vſurpans icelle en choſes de divers genre.*

## THEOREME 17. PROP. 17.

Si les grandeurs composees sont proportionelles, aussi estant diuisees elles seront proportionelles.

Soient les grandeurs composees AB, CB, & DE, FE, proportionelles; c'est à dire soit AB, à CB, comme DE, à FE. Ie dis qu'icelles estant diuisees seront aussi proportionelles, c'est à dire comme AC, sera à CB, ainsi DF, à FE, selon le mesme sens que nous l'auons exposé à la sixiesme definition.

Car soient prises les equimultiples de AC, CB, DF, FE, de mesme ordre, à sçauoir GH, HI, KL, LM; [a] Et GI, sera autant multiple de AB, comme GH, l'est de AC, c'est à dire comme KL, est multiple de DF; [b] Ainsi KM, est pareillemẽt multiple de DE. Donc GI, KM, sont equimultiples de AB, DE. Derechef soient prises IN, MO, equimultiples de CB, FE; D'autant que HI, premiere est autant multiple de CB, 2. que LM, 3. de FE, 4. Item IN, 5. autant multiple de CB, 2. que MO, 6. l'est de FE, 4. [c] HN, composee de la 1. & 5. sera autant multiple de la 2. CB, que LO, composee de la 3. & 6. l'est de FE, 4 Partant puis




a 1. 5.
b 1. 5.
c 2. 5.

que AB,1. eſt à CB,2. cõme DE,3. FE, 4; & que l'on a pris les equimultiples de la premiere, & de la 3. AB, DE; ſçauoir GI, KM, ſemblablemẽt de la 2. & 4. CB, FE, les equimultiples HN, LO.[d] Il arriuera que ſi GI, multiple de la premiere AB, defaut de HN, multiple de la 2. CB, auſſi KM, multiple de la 3. DE, defaudra de LO, multiple de la 4. FE; & ſi egale, egale, & ſi plus grande, plus grande: Que ſi tant GI, defaut de HN, que KM, de LO, ayant oſté les communes HI, LM, pareillement GH, defaudra de IN, & KL, de MO, & ſi GI, eſt egale à HN, & KM, à LO, ayant oſté les communes HI, LM; GH, ſera egale à IN, & KL, à MO: Et ſi finalement GI, excede HN, & KM, LO, oſtant les communes HI, LM, GH, excedera pareillement IN, & KL, MO; Partant puis que GH, KL, ont eſté priſes equimultiples de AC, 1. & de DF, 3. ſemblablement IN, MO, equimultiples de CB, 2. & FE, 4. & il eſt monſtré en quelconque multiplication que les equimultiples ſoient priſes, que les equimultiples de la 1. & 3. defaillent enſemble des equimultiples de la 2. & 4. ou enſemble ſont egales, ou excedent; [e] Comme, AC, 1, à CB, 2. DF, 3. ſera à FE, 4. Ce qui eſt propoſé. Donc ſi les grandeurs compoſees &c, Ce qu'il falloit demonſtrer.

[d] 6. def. 5.

[e] 6. def. 5.

## SCHOLIE.

*De ces choſes nous demonſtrerons facilement ce moyen d'argumenter, lequel nous auons appellé diuiſion de raiſon conuerſe, à la 15, definition: C'eſt à dire ſi comme AB, eſt à CB, ainſi DE, à FE; que pareillement*

*comme CB, sera à AC, ainsi FE, sera à DF: ce qui est evident. Car d'autant que comme AB, est à CB, ainsi*
f 17. 5. *DE, est à FE f en diuisant comme AC, sera à CB, ainsi DF, sera à FE. Donc en changeant comme CB, sera AC, ainsi FE sera à DF. ce qui est proposé: voyez la figure precedente, en la page. 346.*

*L'on demonstrera aussi facilement, ce moyen d'argumenter, qu'à la 15. definition, nous auons appellé contraire diuision de raison; & auquel la grandeur antecedente est plus petite que la consequente, & non plus grande, cõme en la diuision de raison, qu'Euclide a defini, comme celle que nous auons prochainemẽt demõstré.*

*Car soit comme AC à AB, ainsi DF à DE, ie dis que par contraire diuision de raison, que AC sera pareillement à CB, comme DF, est à FE. Car d'autant que comme AC est à AB, ainsi DF, est à DE. Ie dis pareillement, que par diuision de raison contraire, comme AC est à CB, ainsi DF, est à FE. Car d'autant que comme AC est à AB, ainsi DF à DE, en changeant*
g 17. 5. *comme AB, sera à AC ainsi DE, sera à DF; g Donc en diuisant comme, comme CB, sera à AC, ainsi FE, sera à DF: & partant en changeant de rechef, comme AC, sera à CB, ainsi DF sera à FE, ce qui est proposé.*

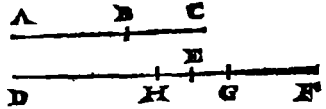
xviij. ## THEOREME 18. PROP. 18.

Si les grandeurs diuisees sont proportionelles: estant composees, elles seront aussi proportionelles.

Soient les grandeurs diuisees, A B, B C; D E, E F, proportionelles; c'est à dire, comme A B, est à B C, ainsi D E soit à E F. Ie dis, qu'estant composees elles sont proportionelles; c'est à di-

re que comme A C, est à B C, ainsi D F, est à E F.

Car si A C, n'est pas à B C, comme D F, est à E F; D F, aura mesme raison à quelque autre grandeur moindre que E F, ou plus grãde que la mesme E F; que A C à B C.




Premieremẽt, que D F, ait mesme raison, à G F, moindre que E F; que A C, à B C, s'il se peut faire. D'autant donc que comme, A C, à B C, ainsi de D F, à G F; [a] en diuisant comme A B, est à B C; ainsi D G, sera à G F; Mais comme A B, à B C, ainsi D E, à E F, par l'hypothese: [b] Donc comme D G, premiere à G F, 2. ainsi D E, 3. à E F, 4. Et puis que D G, premiere est plus grande que D E, 3. [c] pareillement G F, 2. sera plus grande que E F, 4. la partie que son tout; ce qui est impossible.

a 17.5.
b 11.5.
c 14.5.

Secondement; que D F, ait mesme raison à H F, plus grande que E F, s'il se peut faire, que A C, à B C. D'autant que A C, est à B C, comme D F, à H F, [d] en diuisant comme A B, sera à B C, ainsi D H, à H F. Mais comme A B, à B C, ainsi est D E, à E F, par l'hypothese. [e] Donc comme D H, 1. à H F, 2. ainsi D E, 3. à E F, 4. [f] Et puis que D H, 1. est plus petite que D E, 3. pareillement H F, 2. sera moindre que E F, 4. le tout que sa partie ce qui est absurde: Donc D F, n'aura pas mesme raison à G F, moindre que E F, ou à H F, plus grande; que A B, à B C. Donc D F, sera à E F, comme A C, à B C, ce qui est proposé, partant si les grãdeurs diuisees, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

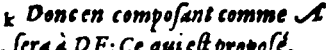
d 17.5.
e 11.5.
f 14.5.

## SCHOLIE.

*De ceste demonstration, nous confirmerons ces deux*

*moyens d'argumenter, que nous auons descrits à la 14. Defin. Nous auons appellé le premier, composition de raison conuerse: qui est tel, Soit comme A C, à C B, ainsi D F, à F E. Ie dis, par composition de raison conuerse, que comme A B, est à A C, ainsi D E, est à D F.*

*Car d'autãt que comme A C, est à C B, ainsi D F, à F E, en changeãt, comme B C, sera à C A, ainsi F E, sera à D F.* [k] *Donc en composant comme A B,* k 18 5. *sera à C A, ainsi D E, sera à D F; Ce qui est proposé.*




*Le moyen d'argumenter, que nous auons appellé composition de raison contraire, est tel. Soit derechef comme A C, à C B, ainsi D E, à E F. Ie dis par composition de raison contraire, que comme A C, est à A B, ainsi D F, à D E. Car d'autant que comme A C, est C B, ainsi D F, à F E, en changeant comme B C, à A C, ainsi E F, à D F,* l 18. 5. *Donc* [l] *en composant comme A B, à A C, ainsi D F, à D E: Et partant en changeant derechef comme A C, à A B, ainsi D F, à D E; Ce qui est proposé.*

xix

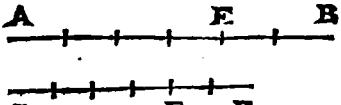
## THEOREME 19. PROP. 19.

Si comme le tout est au tout, ainsi le retranché, au retranché; aussi le reste sera au reste, comme le tout au tout.

Soit la toute A B, à la toute C D, comme la retranchee A E, à la retranchee E F. Ie dis que le reste E B, sera au reste F D, comme la toute A B, est à la toute C D.

Car puisque A B, est à C D, comme A E, à C F, [a] en changeant A B, sera

a 16. 5.



à AE, comme CD, à CF: [b] Donc en diuisant EB, sera à AE, comme FD, à CF: Partant en permutant derechef, EB, sera à FD, comme AE, à CF: c'est à dire comme la toute AB, à la toute CD: Puisque AB, est posee à CD, comme AE, à CF. Donc si comme le tout &c. Ce qu'il falloit demonstrer [b] 17.5.

## COROLLAIRE.

D'icy sera demonstré le moyen d'argumenter és proportions, qui est pris de la conuersion de raison selon la 16. definition.

Car soit comme AB, à CB, ainsi DE, à FE. Ie dis que par conuersion de raison, comme AB, est à AC, ainsi DE, à DF: Car puis que comme AB, est à CB, ainsi DE, est à FE, [d] en diuisant AC, sera à CB, comme DF, à FE. Donc en changeant, comme CB, à AC, ainsi FE, à DF; [e] Et partant, en composant, comme AB, sera à AC, ainsi DE, à DF; Ce qui est proposé. [d] 17.5 [e] 18.5.

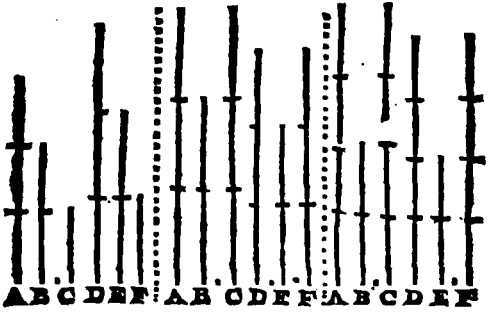
## THEOREME 20. PROP. 20. XX.

S'il y a trois grandeurs, & d'autres egalles à icelles en nombre, lesquelles soient prises de deux en deux, & en mesme raison: Et qu'en raison egale, la premiere soit plus grande que la troisiéme, aussi la quatriéme, sera plus grande que la sixiéme; Et si egale, egale; Et si plus petite, plus petite.

Soient trois grandeurs A, B, C, & autres trois D, E, F; Et soit A, à B, comme D, à E, Et B, à C,

comme E à F. Et premierement A, premiere, ſoit plus grande que C, 3. Ie dis que D, 4. ſera plus grande que F 6.

a 8.5. Car puis que A, eſt plus grande que C; [a] Il y aura plus grande raiſon de A, à B, que de C à B. Mais
b 13.5. comme A à B, ainſi D à E, [b] Il y aura donc plus grande raiſon de D, à E, que de C, à B. Mais comme C à B, ainſi F, à E, (car puis que comme B à C, ainſi E, à F, en changeant, comme C, ſera à B, ainſi F ſera à E.) Il y a pareillement donc plus grande raiſon de D, à E, que de F à E. [c] Partant D, ſera
c 10.5. plus grande que F; Ce qui eſt propoſé.




Secondement, ſoit A, egale à C. Ie dis que D,
d 7.5. ſera egale à F. Car puis que A eſt egale à C; [d] Comme A, ſera à B, ainſi C à B. Mais comme A eſt à B,
e 11.5. ainſi D, eſt à E, [e] Donc D, ſera à E, comme C à B, mais comme C, eſt à B, ainſi F, à E, (par raiſon inuerſe comme auparauant:) Partant D, ſera pareil-
f 9.5. lement à E, comme F à E: [f] Donc D, & F, ſeront egales. Ce qui eſt propoſé.

Tiercement, ſoit A moindre que C: Ie dis que D, eſt moindre que F. Car puis que A eſt moin-
g 8.5. dre que C, [g] Il y aura moindre raiſon de A, à B,

que de C à B ; Mais comme A, à B, ainſi D, à E, Il [h] y aura donc moindre raiſon, de D, à E, que de C à B. Mais par raiſon inuerſe, comme deuant, comme C, eſt à B, ainſi F, eſt à E. Donc il y a moindre raiſon de D à E, que de F, à E, [i] Partant D, ſera moindre que F; Ce qui eſt propoſé. Donc, ſ'il y a trois grandeurs, &c. h 13.5. i 10.5.

## THEOREME 21. PROP. 21. xxi.

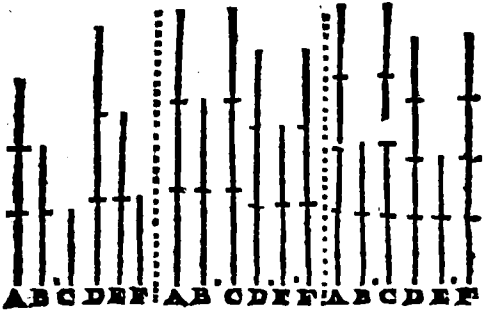
S'il y a trois grandeurs, & d'autres egales à icelles en nombre, leſquelles ſoient priſes deux à deux & en meſme raiſõ; & que leur proportion ſoit troublee, ou ſans ordre: Mais qu'en raiſon egale la premiere ſoit plus grande que la troiſieſme; la quatrieſme ſera auſſi plus grande que la ſixieſme, & ſi egale, egale, & ſi plus petite, plus petite.

Soient trois grandeurs A, B, C, & autres trois D, E, F, leſquelles ſoient priſes de deux en deux, & en meſme raiſon; & ſoit leur proportion troublee, ou ſans ordre, c'eſt à dire; Soit comme A, à B, ainſi E, à F, & comme B, à C, ainſi D à E: Mais ſoit premierement A, premiere plus grande que C, 3. Ie dis que D, 4. ſera auſſi plus grande que F, 6.

Car puis que A, eſt plus grande que C, il y aura plus grande raiſon de A, à B, que de C, à B; mais comme A, eſt à B, ainſi E, eſt à F: [b] Il y a pareillement donc plus grande raiſon de E, à F, que de C, à B, mais d'autant que comme B, eſt à C, ainſi D, eſt à E, par raiſon inuerſe, comme C, à B, ainſi E, à a 8.5. b 13.5.

D: Parquoy il y aura auſſi plus grande raiſon de E, à F, que de E, à D, & partant [c] D, ſera plus grande que F. Ce qui eſt propoſé.

c 10.5




Secondement ſoit A, egale à C. Ie dis que D, ſera egale à F: car puis que A, eſt egale à C, [d] comme A, ſera à B, ainſi C, ſera à B, mais comme A, eſt à B, ainſi E, eſt à F. Donc [e] comme C, eſt à B, ainſi E, ſera à F: Mais par raiſon inuerſe, comme C, eſt à B, ainſi E eſt D, comme auparauant. Donc comme E, ſera à F, ainſi E, ſera à D; [f] & partant D, ſera egale à F. Ce qui eſt propoſé.

d 7.5. e 11.5. f 9.5.

Finalement, ſoit A, moindre que C. Ie dis que D, ſera moindre que F: Car puis que A, eſt moindre que C, [g] il y aura moindre raiſon de A, à B, que de C, à B: mais comme A, eſt à B, ainſi E, eſt à F. [h] Il y a donc moindre raiſon de E, à F, que de C, à B; Mais d'autant que comme auparauant par raiſon inuerſe, comme C, eſt à B ainſi E, eſt à D, il y aura moindre raiſon de E, à F, que de E, à D; [i] Parquoy D, ſera moindre que F. Ce qui eſt propoſé Si donc trois grandeurs, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

g 8.5. h 10.5. i 10.5.

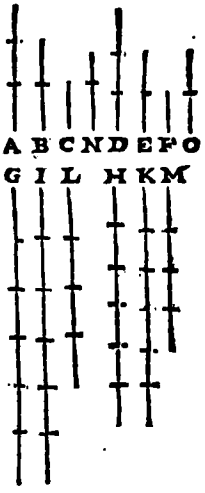
xxij

## THEOREME 22. PROP. 22.

S'il y a tant de grandeurs que l'on vou-

dra,& d'autres egales à icelles en nombre, leſquelles ſoient priſes de deux en deux, & en meſme raiſon: Icelles en raiſon egale ſeront proportionelles.

Soient premierement trois grandeurs A,B, C, & autres trois D, E, F,& ſoit A, à B, comme D, à E, & B,à C,comme E à F. Ie dis qu'en raiſon egale A,eſt à C,comme D,eſt à F.




Car ſoient priſes G, H, equimultiples de A, D,& I, K,equimultiples de B, E, & L, M, de C,F: Et puis que A, 1. eſt à B,2. cõme D, 3. à E,4.[a] Pareillemẽt G,multiple de A,1. ſera à I,multiple de B,2, comme H, multiple de D,3. à K, multiple de E, 4. Par meſme raiſon, puiſque B,1.eſt à C,2. comme E, 3. à F, 4.[b] I,multiple de B, 1. ſera à L, multiple de C, 2. comme K, multiple de E,3. ſera à M, multiple de F,4. D'autant donc qu'il y a trois grandeurs,G,I,L, & autres trois H,K,M,leſquelles ſont priſes de deux en deux, & en meſme raiſon;[c] Il aduiendra que ſi G,1.excede L,3.que H,4. excedera M,6.& ſi egale,egale,&ſi plus petite,plus petite: Parquoy,puis que G,H,equimultiples de la premiere A,& de D,3. ou defaillent enſemble de L,M,equimultiples de C,2. & de F,4. ou enſemble ſont egales, ou enſemble excedent en quelconque multiplication que ſoient priſes ces equimultiples:[d] A,1. ſera à C,2. comme D, 3. eſt à F, 4. Ce qui eſt propoſé.

a 4.5.

b 4.5.

c 20.5.

d 6. def. 5.

Derechef ſoient plus de trois grandeurs, en ſorte que C, ſoit auſſi à N, comme F, à O: Ie dis d'auantage que comme A, ſera à N, ainſi D, ſera à O; Car puis qu'il eſt deſia monſtré en trois grandeurs, que A, eſt à C, comme D, à F: mais C, eſt poſé à N, comme F, à O, il y aura trois grandeurs A, C, N, & autres trois D, F, O, leſquelles ſont priſes de deux en deux en meſme raiſon. Donc en raiſon egale demonſtree en trois grandeurs, derechef comme A, ſera à N, ainſi D, à O: Semblablement, l'on monſtrera le meſme en cinq grandeurs, par quatre, comme il a eſté demonſtré en quatre, par trois, & ainſi de pluſieurs. Partant, s'il y a tant de grandeurs, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Nous n'obmettons icy vn theoreme, lequel eſt fort vſité entre les Anciens Mathematiciens, qui eſt tel.*

Si la premiere, a meſme raiſon à la ſeconde, que la troiſieſme à la quatrieſme; les equimultiples de la premiere & de la troiſieſme auront auſſi meſme raiſon à la ſeconde & à la quatrieſme: Semblablement les equimultiples de la ſeconde & de la quatrieſme auront auſſi meſme raiſon à la premiere & à la troiſieſme: Et au contraire la ſeconde & la quatrieſme auront meſme raiſon aux equimultiples de la premiere & & de la troiſieſme, pareillement auſſi la premiere & la troiſieſme auront meſme

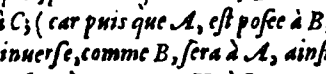
raiſon

raiſon aux equimultiples de la ſeconde & de la quatrieſme.

*Soit A, 1. à B, 2. comme C, 3. à D, 4. & ſoient priſes E, F, equimultiples de A, C: Et G, H, equimultiples de B, D. Ie dis que E, eſt à B, comme F, à D; Pareillement que G, eſt à A comme H, à C, & au contraire: que B, eſt à E, comme D, à F, ſemblablement que A, eſt à G, comme C, à H.*

*Car, d'autant que E, eſt à A, comme F, à C, par la conſtruction, puis que E, F, ſont equimultiples de A, C: & A, eſt à B, comme C, à D, par l'hypotheſe, e en raiſon egale, comme E, eſt à B, ainſi F, ſera à D: Derechef puis que G, eſt à B, comme H, à D: d'autant que de part & d'autre y a meſme proportion multiple, par la conſtruction; & comme B, eſt à A, ainſi D, à C; (car puis que A, eſt poſee à B, comme C, à D, en raiſon inuerſe, comme B, ſera à A, ainſi D, à C, f en raiſon egale G, ſera à A, comme H, à C.* e 22. 5. f 22. 5.

*Secondement, d'autant que comme B, eſt à A, ainſi B, à C, par raiſon inuerſe; & comme A, à E, ainſi C, à F; Puis que par la conſtruction y a meſme proportion ſous-multiple de part & d'autre, g en raiſon egale, comme B, ſera à E, ainſi D, à F.* g 22. 5.




*Derechef puiſque A, eſt poſé à B, comme C, à D; Et comme B, eſt à G, ainſi D, eſt à H: D'autant que par la conſtruction en l'vn & l'autre y a meſme raiſon ſous-multiple, h en raiſon egale, comme A, à G, ainſi C, à H. Ce qui eſt propoſe.* h 22. 5.

*D'où eſt manifeſte vn moyen d'argumenter, duquel ſe ſeruent le plus ſouuent les Geometres: ſpecialement, Archimedes, Apollonius Pergæus, Theon & autres à ſçauoir, cõme A, eſt à B, ainſi C, à D. Donc comme E, double, ou triple, ou quadruple, & c. de A, eſt à C: ainſi pa-*

*reillement F, double, triple, ou quadruple &c. de C, ſera à D. Semblablement, comme A, eſt à B, ainſi C, à D; Donc comme A, eſt au double, triple, ou quadruple &c. de B, ſçauoir à G, ainſi pareillement C, ſera au double, triple, ou quadruple, &c. de D, ſçauoir à H.*

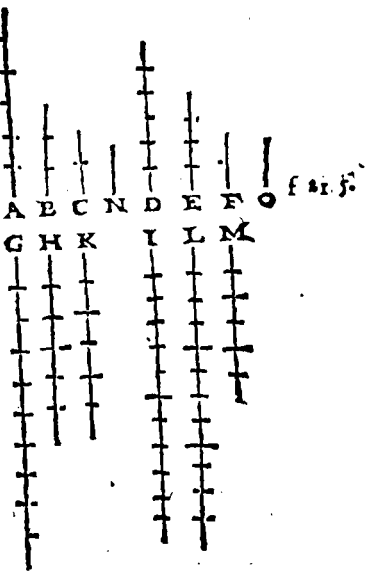
xxiij THEOREME 23. PROP 23.

S'il y a trois grandeurs, & d'autres egales à icelles, en nombre, priſes de deux, en deux, & en meſme raiſon: & que leur proportion ſoit troublee, en raiſon egale; elles ſeront auſſi en meſme raiſon.

Soient trois grandeurs A, B, C, & autres trois D, E, F, priſes de deux en deux, & en meſme raiſon; & que leur proportion ſoit troublee; c'eſt à dire, ſoit A, à B, comme E, à F, & B, à C, comme D, à E. Ie dis qu'en raiſon egale, comme A, ſera à C, ainſi D, ſera à F.

Car ſoient priſes G, H, I, equimultiples de A, B, D, ſemblablement K, L, M, equimultiples de C, E, F, comme [a] A, ſera à B, ainſi G, ſera à H, puis que G, H, ſont equimultiples de A, B: mais cõme A, à B, ainſi E, à F. [b] Donc comme G, à H, ainſi E, à F, [c] mais comme E, à F, ainſi L, à M, puis que L, M, ſont equimultiples de E, F; [d] Donc G, ſera pareillement à H, comme L, à M. Derechef d'autant que B, 1. eſt à C, 2. comme D, 3. à E, 4. [e] pareillement H, multiple de la premiere B, ſera à K, multiple de C, 2. comme I, multiple de D, 3. eſt à L, multiple de E, 4. Or d'autant qu'il y a trois grandeurs G, H, K, & autres trois I, L, M, leſquelles ſont priſes, deux à deux en meſme raiſon,

a 15. 5.
b 11. 5.
c 15. 5.
d 11. 5.
e 4. 5.




estant leur proportion troublee; Puis qu'il est monstré que G, est à H, comme L, est à M, & comme H, à K, ainsi I, à L: ſSi G, I. excede K, 3. I, 4. excedera pareillement M, 6. & si egale, egale, & si plus petite, plus petite; Partant puis G, I, equimultiples de la premiere A, & de D, 3. sont toutes 2. plus grandes ou egales, ou plus petites, que K, M, equimultiples de la 2. C, & de la 4. F; ſ Comme A, 1. sera à C, 2. ainsi D, 3. sera à F, 4. Ce qui' est proposé. Donc s'il y a trois grandeurs &c. Ce qu'il falloit demonstrer. ſ 21. 5.

## SCHOLIE.

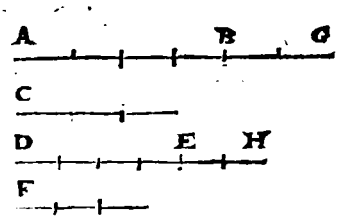
*Que s'il y a plus de trois grandeurs, & que leur proportion soit troublee, ſçauoir si A, est à B, comme F, est à O, & B, à C, comme E, à F, & C, à N, comme D, à E. Ie dis que A, sera à N, comme D, à O: Encore bien que la proportion d'egalité, ne soit en vſage entre les Geometres en plus de trois grandeurs, quand la proportion est troublee: Qui est la cauſe pourquoy Euclide a proposé le Theoreme precedent de tant de grandeurs que l'on voudra, & ce luy-cy de trois seulement. Encore qu'il soit auſsi veritable de pluſieurs; Ce qui sera ainsi demonstré. Puis qu'il*

*a esté dsia demonstré en trois grandeurs, que A, est à C, cõme F, à O, mais C, est à N, par l'hypothese comme D, à E, il y aura trois grandeurs A, C, N, & autres trois D, E, O, lesquelles prises deux à deux, sont en mesme raison, leur proportion estant troublee. Donc derechef en raison egale demonstree en trois grandeurs, comme A, sera à N, ainsi D sera à O; Semblablement le mesme sera demonstré en 5. grandeurs, par quatre, comme il a esté demonstré en 4. par trois, & ainsi de plusieurs. Ce qui est proposé.*

xxiiij

## THEOREME 24 PROP. 24.

Si la premiere a mesme raison à la seconde que la troisiesme à la quatriesme; Et que la cinquiesme ayt aussi mesme raison à la seconde, que la sixiesme à la quatriesme: Aussi la composee de la premiere & de la cinquiesme aura mesme raison à la seconde, que composee de la troisiesme & de la sixiesme à la quatriesme.




Soit A B, premiere à C, 2. cõme D E, 3. à F, 4. Pareillement soit B G, S à C, 2. comme E H, 6. à F, 4. Ie dis que A G, composee de la premiere & de la cinquiesme est à C, 2. comme D H, composee de la troisiesme & de la 6. est à F, 4.

Car puis que B G, est à C, comme E H, à F, en changeant comme C, sera à B G, ainsi F, sera à E

H: Donc d'autãt que AB, eſt à C, cõme D E, eſt à F, & que C, eſt à B G, cõme F, eſt à E H; [a] En raiſon egale à A B, ſera à B G, comme D E, eſt à E H: [b] Donc en compoſant la toute A B, ſera à B G, comme la toute D H, à E H: Partant puis que derechef A G, eſt à B G, comme D H, à E H, & B G, à C, comme E H, eſt à F: [c] En raiſon egale, A G, ſera à C, comme D H, eſt à F. Ce qui eſt propoſé: Donc ſi la premiere, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 22. 5.
b 18. 5.
c 22. 5.

## SCHOLIE.

*Ceſte propoſition eſt veritable, ſoit que les grandeurs A B, B G, & C, ſoient de meſme genre que les grandeurs D E, E H, & F, ou non: comme il eſt manifeſte de ceſte demonſtration.*

*Preſque en la meſme maniere cecy ſera demonſtré en tout genre de proportion. Ce qui a eſté demonſtré au 6. theoreme de ce liure, tant ſeulement aux grandeurs multiples, ſçauoir eſt.*

Si deux grandeurs ont meſme proportion à deux grandeurs, & que quelques vnes retranchees ayent meſme proportion à icelles; les reſtantes auront auſſi meſme proportion à icelles.

Que A G, D H, ayent meſme proportion à C, & F, c'eſt à dire ſoit A G, à C, comme D H, à F: Semblablement les retranchees, A B, D E, ayent meſme proportion à icelles C, F: De ſorte que A B, ſoit pareillemẽt à C, cõme D E, à F. Ie dis que les reſtantes B G, E H, ont meſme proportion à icelles C F, c'eſt à dire que B G, eſt à C, comme E H, eſt à F. Car puis que comme A B, eſt

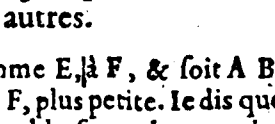
à C, ainſi D E, eſt à F, par raiſon inuerſe, comme C, à A B, ainſi F, à D E: D'autant donc que A G
d 11. 5. eſt à C, comme D H, eſt à F, & C, à A B, comme F eſt à D E,[d] en raiſon egale A G, ſera à A B, comme D H, eſt à D E; [e] Pareillement en diuiſant
e 17. 5. comme B G, ſera à A B, ainſi E H, à D E: Et partant, puis que de rechef B G, eſt à A B, comme E H, à D E, & A B, à C, comme D E, à F, [f] en
f 11. 5. raiſon egale B G, ſera à C, comme E H, à F. Ce qui eſt propoſé.

## THEOREME 25. PROP. 25.

XXV.

Si quatre grandeurs ſont proportionelles: la plus grande & la plus petite ſont plus grandes que les deux autres.

Soit A B, à C D, comme E, à F, & ſoit A B, plus grande de toutes, & F, plus petite. Ie dis que les deux A B, & F, enſemble ſont plus grandes que les deux C D, & E, enſemble.




Car de la grandeur A B, ſoit retranchee A G, egale à E, & de C D, ſoit auſſi retranchee C H, egale à F. Dõc A G, ſera à C H, comme E, à F, c'eſt à dire comme A B, à C D: Partant puis que la toute A B, eſt à la toute C D, comme la retranchee A G, eſt à la
g 19. 5. retranchee C H, [g] Pareillement comme la toute A B, à la toute C D, ainſi le reſte G B, au reſte H D: Mais A B (puis qu'elle eſt la plus grande de toutes) eſt plus grande que C D. Donc G B, ſe-

ra auſſi plus grande que H D : Mais d'autant que A G, & E, ſont egales, ſi l'on adiouſte à icelles, les egales F, & C H, à ſçauoir F, à A G, & C H, à E, A G, & F, enſemble ſeront egales à E, & C H, enſemble : Donc adiouſtant les inegales G B, & H D : A B, & F, enſemble ſeront plus grandes que E, & C D, enſemble ; Puis que G B, eſt plus grande que H D. Ce qui eſt propoſé : Si donc quatre grandeurs ſont proportionnelles, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Or il s'enſuit neceſſairement que ſi la grandeur antecedente, d'vne proportion eſt la plus grande de toutes, que la conſequente de l'autre proportion ſera la plus petite de toutes : cõme on peut voir en l'exẽple propoſé. Car puis que comme A B, eſt à C D, ainſi E, à F, & à B, premiere eſt plus grande que E, 3. C D, 2. ſera plus grande que F, 4. Semblablement d'autant que A B, eſt plus grande que C D, pareillement E, ſera plus grande que F, à cauſe de la meſme proportion de A B, à C D, & de E, à F, comme nous auons monſtré au ſcholie de la 14. propoſition. Que ſi au contraire l'antecedente d'vne proportion eſt la plus petite de toutes, la conſequente de l'autre ſera la plus grande, comme il appert, ſi l'on dit que F, eſt à E, comme C D, eſt à A B. Or les quatre grandeurs doiuent pareillement eſtre toutes de meſme genre, autrement vne grandeur ne pourroit eſtre compoſee de la plus grande & de la plus petite ; ny meſme des deux reſtantes.*

*En ce lieu Federic Commandin adiouſte vn autre theoreme, non beaucoup diſſemblable de ceſte vingtcinquieſme à ſcauoir.*

Si trois grandeurs ſont proportionelles: la plus grande & la plus petite ſeront plus grandes que le double de l'autre.

Soit comme A, à B, ainſi B, à D, & ſoit A, plus grande, & D, plus petite. Ie dis que A, & D, enſemble ſont plus grandes que le double de B. Car ayant pris C, egale à B, comme A, ſera à B, ainſi C, ſera à D. Donc A, & D, enſemble, ſeront plus grandes que B, & D, enſemble [b] comme nous venons de demonſtrer, c'eſt à dire que la double de B. Ce qui eſt propoſé.

b 25.5.




*Icy Euclide finit le cinquieſme liure: mais d'autant que Campanus & quelques autres adiouſtent quelques autres propoſitions, deſquelles les bons autheurs s'aydent fort ſouuent, & les citent comme ſi elles eſtoient d'Euclide, comme Archimede, Apollonius, Iean de Mont Royal & autres; nous les auons adiouſtees en ſuitte de ceux-d'Euclide, apres Commandin & Clauius.*

xxvj THEOREME 16. PROP. 16.

Si la premiere a plus grande raiſon à la ſeconde que la troiſieſme à la quatrieſme; par raiſon inuerſe, la ſeconde aura moindre raiſon à la premiere que la quatrieſme à la troiſieſme.

Que A, ayt plus grande raiſon à B, que C, à D. Ie dis que la raiſon de B, à A, eſt moindre que celle de D, à C,

Car ſoit entendu que E, eſt à B, comme C, eſt D, la raiſon de A, à B, ſera pareillement plus grande que celle de E, à B; a & partant A, ſera plus grande que E; b parquoy il y aura moindre raiſon de B, à A, plus grande, que de B, à E, plus petite: Mais comme B, eſt à E, ainſi par raiſon inuerſe, D, eſt à C. Donc la raiſon de B, à A, eſt pareillement moindre que D, à C, Ce qui eſt propoſé.




a 10. 5.
b 8. 5.

## SCHOLIE,

*En la maniere ſi A, a moindre raiſon à B, que C, à E, par conuerſion de raiſon B, aura la grande raiſon à A, que D, à C, &c.*

xxvij

## THEOREME 27. PROP. 27.

Si la premiere a plus grande raiſon à la ſeconde que la tierce à la quarte; auſſi en changeant la premiere aura plus grande raiſon à la tierce que la ſeconde à la quarte.

Que A, 1. ayt plus grande raiſon à B, 2. que C, 3. à D, 4. Ie dis qu'en permutant, A, 1. aura plus grande raiſon à C, 3. que B, 2. à D, 4. Car ſoit poſee E, à B, comme C, eſt à D; A, aura pareillement plus grande raiſon à B, que E, à B; a Parquoy A, ſera plus grande que E: b Et partant il y aura plus grande raiſon de A, à C, que de E, à C: c mais d'autant qu'en changeant, comme E, eſt à C, ainſi B, eſt à D, (E, eſtant poſee à B, comme C, à D,) Donc A, aura auſſi plus grande raiſon à C, que B, à D. Ce qui eſt propoſé. Voyez la ſuiuante fig.

a 10. 5.
b 8. 5.
c 6. 5.

SCHOLIE.

*Nous monſtrerons ſemblablement que ſi la premiere a moindre raiſon à la ſeconde, que la tierce à la quarte, en changeant la premiere aura moindre raiſon à la tierce, que la ſeconde à la quarte.*

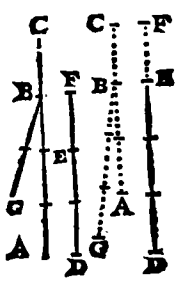
*Car ſoit la raiſon de A, à B, moindre que celle de C, à D. Ie dis qu'en changeant, A, aura moindre raiſon à C, que B, à D.*

a 27. 5. *Car d'autant qu'il y a moindre raiſon de A, à B, que de C, à D; Il y aura plus grãde raiſon de C, à D, que de A, à B;* a *Donc en changeant, il y aura plus grande raiſon de C, à A, que de D, à B,* b *& par conuerſion de raiſon, il y aura moindre raiſon de A, à C, que de B, à D. Ce qui eſt propoſé.*

xxviij. THEOREME 28. PROP. 28.

Si la premiere a plus grande raiſon à la ſeconde, que la tierce à la quarte: La compoſee de la premiere auec la ſeconde aura auſſi plus grãde raiſon à la ſecõde, que la cõpoſee de la tierce auec la quarte, à la quarte.

Car, que A B, ayt plus grande raiſon à B C, que D E, à E F. Ie dis qu'en compoſant A C, aura plus grande raiſon à B C, que D F, à E F. Car ſoit poſee, G B, à B C, comme D E, à E F, Il y aura auſſi plus grande raiſon de A B, à B C, que de G B, à B C; a partant A B ſera plus




a 10. 5.

grande que G B. Adiouſtant donc la commune B C; A C, ſera plus grande que G C, [b] Et partant A C, aura plus grande raiſon à B C, que G C, à B C: mais en compoſant [c] G C, eſt à B C, comme D F, à E F, (puiſque G B, eſt poſee à B C, comme D E, à E F.) Donc, A C, aura plus grande raiſon à B C, que D F, à E F. Ce qui eſt propoſé. [b] 8. 5. [c] 17. 5.

## SCHOLIE.

*Que ſi A B, a moindre raiſon à B C, que D E, à E F, auſſi en compoſant A C, aura moindre raiſon à B C, que D E, à E F: Car ſoit poſee G B, à B C, comme D E, à E F: Il y aura auſſi moindre raiſon de A B, à B C, que de G B, à B C; [a] Partant A B, ſera moindre que G B, adiouſtant B C; A C, ſera moindre que G C. [b] Donc il y aura moindre raiſon de A C, à B C, que de G C, à B C: Mais en compoſant comme G C, à B C, ainſi D F, à F E (G B, eſtant poſee à B C, comme D E, à E F. Il y aura donc auſſi moindre raiſon de A C, à B C, que D F, à F E. Ce qui eſt propoſé. Voyez la figure preced. de poincts.* [a] 10. 5. [b] 8. 5.

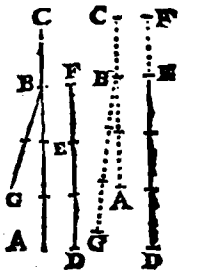
xxix

## THEOREME 29. PROP. 29.

Si la compoſee de la premiere auec la ſeconde, a plus grande raiſon à la ſeconde, que la compoſee de la tierce auec la quarte, à la quarte: En diuiſant la premiere aura auſſi plus grande raiſon à la ſeconde que la tierce à la quarte.

Que A C, ait plus grande raiſon à B C, que D F, à E F. Ie dis qu'en diuiſant A B, aura auſſi plus grande raiſon à B C, que D E, à E F. Car ſoit poſee G C, à B C, comme D F, eſt à E F, la raiſon de

a 10. 5. AC, à BC, sera aussi plus grande que de GC, à BC: a Parquoy AC, sera plus grande que GC:
8. 5. Donc ostant BC, cõmune restera AB, plus grande que GB, b partant il y aura
c 17. 5. aussi plus grande raison de AB, à BC, que de GB, à BC. c Mais en diuisant comme GB, est à BC, ainsi DE, à EF, (GC, estant posee à BC, comme DF, à EF,) il y aura donc aussi plus grande raison de AB, à BC, que de DE, à EF. Ce qui est proposé.




## SCHOLIE.

*Que si AC, a moindre raison à BC, que DF, à EF; aussi en diuisant AB, aura moindre raison à BC, que DE, à EF: Car soit posée GC, à BC, comme DF, à EF; Il*
a 10. 5. *y aura aussi moindre raison de AC, à BC, que de GC, à BC, a Parquoy AC, sera moindre que GC. Donc ostant*
b 8. 5. *BC, cõmune, restera AB, moindre que GB, b partant il y aura moindre raison de AB, à BC, que de GB, à*
c 17. 5. *BC: c Mais en diuisant comme GB, à BC, ainsi DE, à EF, (estant posee GC, à BC, comme DF, à EF.) Donc il y aura aussi moindre raison de AB, à BC, que de DE, à EF. Ce qui est proposé.*

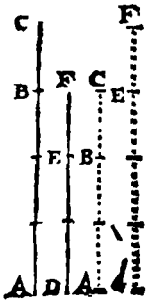
## XXX THEOREME 30. PROP. 30.

Si la composee de la premiere auec la seconde, a plus grande raison à la seconde, que la composee de la tierce auec la quarte, à la quarte. Par conuersion de raison, la premiere auec la seconde aura moindre rai-

son à la premiere, que la tierce auec la quarte à la tierce.

Que A C, ayt plus grande raiſon à B C, que D F, à E F. Ie dis par conuerſion de raiſon, que A C, a moindre raiſon à A B, que D F, à D E.

Car A C, ayant plus grande raiſon à B C, que D F, à E F, en diuiſant A B, aura plus grande raiſon à B C, que D E, à E F. Donc par conuerſion de raiſon, il y aura moindre raiſon de B C, à A B, que de E F, à D E, & en cõpoſãt il y aura moindre raiſon de la toute A C, à A B, que de la toute D F, à D E. Ce qui eſt propoſé.




a 10. 5.
b 8. 5.
c 17. 5.

## SCHOLIE.

*Semblablement, ſi A C, a moindre raiſon à C B, que D F, à E F. Par conuerſion de raiſon A C, aura plus grande raiſon à A B, que D F à D E: Car puis qu'il y a moindre raiſon de A C, à B C, que de D F, à E F; il y aura plus grande raiſon de D F, à E F, que de A C, à B C: Donc par conuerſion de raiſon. Il y aura moindre raiſon de D F, à D E, que de A C, à A B: c'eſt à dire qu'il y aura plus grande raiſon de A C, à A B, que de D F, à D E. Ce qui eſt propoſé.*

a 30. 5

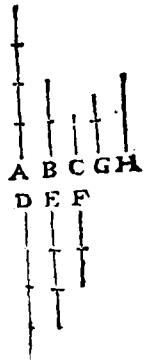
xxx

## THEOREME 31. PROP. 31.

S'il y a trois grandeurs & d'autres egales à icelles en nombre; & qu'il y ait plus

grande raiſon de la premiere des premieres à la ſeconde, que de la premiere des dernieres à la ſeconde. Semblablement qu'il ayt plus grande raiſon de la ſeconde des premieres à la tierce, que de la ſeconde des dernieres à la tierce: En raiſon egale, il y aura auſſi plus grande raiſon de la premiere des premieres à la tierce, que de la premiere des dernieres à la tierce.

Soient trois grandeurs A, B, C, & autres trois D, E, F, & qu'il y ait plus grande raiſon de A, à B, que de D, à E, & de B, à C, que de E, à F. Ie dis qu'en raiſon egale, il y aura plus grande raiſon de A, à C, que de D, à F.




Car ſoit poſee G, à C, comme E, à F: Donc il y aura auſſi plus grande raiſon de B, à C, que de G, à C:
a 10. 5. [a] Parquoy B, ſera plus grande que
b 8. 5. G; Partant [b] il y aura plus grande raiſon de A, à G, moindre que de A, à B, plus grande: Mais la raiſon de A, à B, eſt poſee plus grande que de D, à E: Donc il y aura encor, plus grande raiſon de A, à G, que de D, à E. Soit poſee de rechef, H, à G, comme D, à E: il y aura donc auſſi plus grande raiſon de A, à G, que de H à G;
c 1. 5. [c] Partant A, ſera plus grande que H.
d 8. 5. [d] Donc A, plus grande, aura plus grande raiſon à C, que H,
e 12. 5. [e] moindre, à la meſme C; mais comme H, eſt à C, ainſi D, eſt à F, en raiſon egale (puis que comme D, eſt à E, ainſi H, eſt à G, & comme E, à F,

ainſi G, à C) Donc il y aura auſſi plus grande raiſon de A, à C, que de D, à F. Ce qui eſt propoſé.

## SCHOLIE.

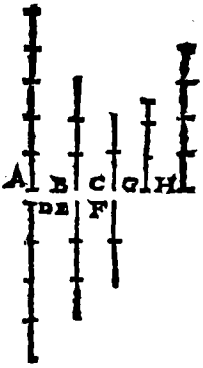
*Semblablement on demonſtrera, que ſi la premiere des premieres, a moindre raiſon à la ſeconde, que la premiere des dernieres à la ſeconde; mais la ſeconde des premieres a moindre raiſon à la tierce, que la ſeconde des dernieres à la tierce, auſſi en raiſon egale la premiere des premieres aura moindre raiſon à la tierce, que la premiere des ſecondes à la tierce.*

## THEOREME 32. PROP. 32.

xxxij

S'il y a trois grandeurs, & d'autres egales à icelles en nombre, & qu'il y ayt plus grande raiſon de la premiere des premieres à la ſeconde, que de la ſeconde des dernieres à la tierce; Pareillement qu'il y ayt plus grande raiſon de la ſeconde des premieres à la tierce, que de la premiere des dernieres à la ſeconde: En raiſon egale, il y aura auſſi plus grande raiſon de la premiere des premieres à la tierce, que de la premiere des dernieres à la tierce.

Soient trois grandeurs A, B, C, & autres trois D, E, F, & que A, ayt plus grande raiſon à B, que E, à F, & B, à C, que D, à E. Ie dis qu'en raiſon egale, A, aura plus grande raiſon à C, que D, à F.




Car ſoit poſee G, à C, cõme D, à E. Donc B, aura auſſi plus grande raiſon à C, que
a 10. 5. G, à C, a Partant B, ſera plus
b 8. 5. grande que G; b Parquoy il y aura plus grande raiſon de A, à G, moindre, que de la meſme A, à B, plus grande: Mais il y a plus grande raiſon de A, à B, que de E, à F. Donc il y aura encore plus grande raiſon de A, à G, que de E, à F. Soit poſee de rechef, H, à G, comme E, à F. Il y aura donc plus grande raiſon de A, à G, que de H, à G. c Donc A, ſera plus grande que H, par-
c 10. 5. quoy d A, aura plus grande raiſon à C, que H,
d 8. 5. moindre à la meſme C; e Mais comme H, à C,
e 23. 5. ainſi D, à F, en raiſon egale, (D, eſtant à E, comme G, à C, & comme E, à F, ainſi H, à G,) il y a donc auſſi plus grande raiſon de A, à C, que de D, à F. Ce qui eſt propoſé.

## SCHOLIE.

*Semblablement on monſtrera, que ſi les raiſons des premieres ſont moindres, auſſi la raiſon des extremes ſera moindre, &c.*

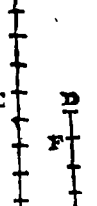
xxxiij

## THEOREME 33. PROP. 33

S'il y a plus grande raiſon du tout au tout, que du retranché au retranché; Il y aura auſſi plus grande raiſon du reſte au reſte que du tout au tout.

Que

Que la toute A B, ayt plus grande raiſon à la toute C D, que la retranchée A E, à la retranchée C F. Ie dis que le reſte E B, aura plus grande raiſon au reſte F D; que la toute A B, à la toute C D: Car puis qu'il y a plus grande raiſon de A B, à C D, que de A E, à C F, [a] en permutant il y aura auſſi plus grande raiſon de A B, à A E, que de C D, à C F; [b] Donc par conuerſion de raiſon, il y aura moindre raiſon de A B, à E B, que de C D, à F D, [c] Donc en changeant il y aura auſſi moindre raiſon de A B, à C D, que de E B, à F D, ſçauoir le reſte E B, aura plus grande raiſon au reſte F D, que la toute A B, à la toute C D. Ce qui eſt propoſé.




a 27. 5.
b 30. 5.
c 27. 5.

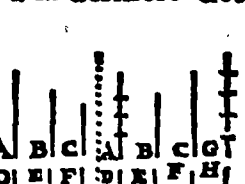
## SCHOLIE.

*Que ſi A B, a moindre raiſon à C D, que A E, à C F, le reſte E B, aura auſſi moindre raiſon au reſte F D, que A B, à C D. Comme il appert par la demonſtration.*

## THEOREME 34. PROP. 34. xxxiv

S'il y a tant de grandeurs que l'on voudra, & d'autres egales à icelles en nombre, & qu'il y ait plus grande raiſon de la premiere des premieres à la premiere des dernieres, que de la ſeconde à la ſeconde, & de la ſeconde à la ſeconde, que de la tierce à la tierce; & ainſi de ſuite; Toutes les premieres enſemble auront plus grande raiſon à toutes les dernieres enſemble, que

toutes les premieres, la premiere ostee, à toutes les dernieres, la premiere aussi ostee; Mais moindre raison que la premiere des premieres, à la premiere des dernieres: & finalement aussi plus grande raison que la derniere des premieres à la derniere des dernieres.




Soient premierement trois grandeurs A, B, C, & autres trois D, E, F, & soit la raison de A, à D, plus grande que de B, à E; & de B, à E, que de C, à F. Ie dis que A, B, C, ensemble ont plus grande raison à D, E, F, ensemble que B, C, ensemble à E, F, ensemble: mais moindre que A, à D: Et finalement plus grande que C, à F.

Car puis qu'il y a plus grande raison de A, à D, que de B, à E, [a] en permutant il y aura plus grande raison de A, à B, que de D, à E; [b] Donc en cõposant, il y aura plus grande raison de A, B, ensemble à B, que de D, E, ensemble à E, [c] & en permutant derechef, il y aura plus grande raison de A, B, ensemble à D E, ensemble que de B, à E: Partant la toute A, B, ayant plus grande raisõ à la toute D, E, que la retrãchee B, à la retrãchee E; [d] la restãte A, aura aussi plus grãde raison à la restãte D, que la toute A, B, à la toute D E: Semblablement, il y aura plus grande raison de B, à E, que de la toute B. C, à la toute E F, donc il y aura encore plus grande raison de A, à D, que de la toute B, C, à la toute E, F, [e] Donc en permutant il y aura plus grande raison de A, à B, C, que

a 27. 5.
b 28. 5.
c 27. 5.
d 33. 5.
e 27. 5.

de D, à E, F; [f] Donc en composant, il y a plus grande raison de la toute A, B, C, à B, C, que de la toute D, E, F, à E F; [g] Et en permutãt derechef il y a plus grande raison des toutes A, B, C, ensemble aux toutes D, E, F, ensemble que de B, C, à E F. Ce qui est premierement proposé. f 18. 5. g 17. 5.

Partant y ayant plus grande raison de la toute A, B, C, à la toute D, E, F, que de la retranchee B C, à la retranchee E F: [h] Il y aura aussi plus grande raison de la restante A, à la restante D, que de la toute A, B, C, à la toute D, E, F. Ce qui est secondement proposé. h 33. 5.

Mais d'autant qu'il y a plus grande raison de B, à E, que de C, à F; [i] En permutant il y aura aussi plus grande raison de B, à C, que de E, à F; [k] Et en composant, plus grande raison de la toute B C, à C, que de la toute E, F à F; [l] Et en permutãt derechef, plus grande raison de B, C, à E F, que de C, à F. Mais il y a plus grande raison de A, B, C, à D, E, F, cõme il est mõstré, que de B C, à E F; Dõc il y aura encore plus grande raison des toutes A, B, C, aux toutes D, E, F, que de la derniere C, à la derniere F. Ce qui est tiercement proposé. i 17. 5. k 18. 5. l 17. 5.

Soient puis apres quatre grandeurs de part & d'autre auec la mesme hypothese: c'est à dire, soit aussi plus grande raison de C, 3. à F, 3. que de G, 4. à H, 4. Ie dis qu'il s'ensuit la mesme chose: Car cõme il est desia monstré en trois grandeurs, il y a plus grande raison de B, à E, que de B, C, G, à E, F, H: Donc il y aura encore plus grande raison de A, à D, que de B, C, G, à E, F, H; [m] Donc en changeant il y aura plus grande raison de A, à B, C, G, que de D, à E, F, H: [n] Et en composant, plus grande raison de A, B, C, G, à B, C, G, que m 17. 5. n 18. 5.

o 27. 5. de D, E, F, H, à E, F, H; o Et en changeant plus grande raiſon de A, B, C, G, à D, E, F, H, que de B, C, G, à E, F, H. Ce qui eſt premierement propoſé.

Donc, y ayant plus grande raiſon de la toute A, B, C, G, à la toute D, E, F, H, que de la retranchee B, C, G, à la retranchee E, F, H, p la reſtãte A, aura plus grande raiſon à la reſtãte D, que de la toute A, B, C, G, à la toute D, E, F, H: Ce qui eſt ſecondement propoſé.

p 35. 5.

Mais comme il eſt demonſtré en 3. grandeurs, d'autant qu'il y a plus grande raiſon de B, C, G, à E, F, H, que de G, à H; & plus grande de A, B, C, G, à D, E, F, H, que de B, C, G, à E, F, H: comme il a eſté monſtré; il y aura beaucoup plus grande raiſon de A, B, C, G, à D, E, F, H, que de la derniere G, à la derniere H. Ce qui eſt tiercement propoſé.

En la meſme façon on conclura le meſme en 5. grandeurs, par 4. & en 6. par 5. &c. Comme il eſt monſtré en 4. par trois.

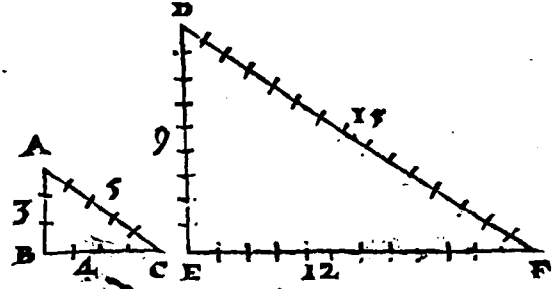
*Fin du cinquieſme liure.*

# LIVRE SIXIESME
## DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

### *DEFINITIONS.*

1. Semblables figures rectilignes, sont celles qui ont les angles egaux, vn chacun au sien, & les costez qui sont autour des angles egaux, proportionaux.

COMME les triangles A B C, D E F, seront dicts semblables, s'ils sont equiangles : c'est à dire que l'angle A, soit egal à l'angle D, & l'angle B, à




l'angle E, & l'angle C, à l'angle F : Et semblable-

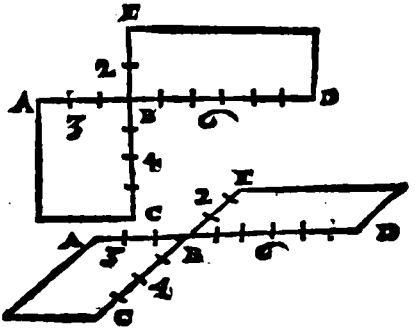
ment que les coſtez autour des angles egaux ſoient proportionaux: ſçauoir eſt comme A B, eſt à A C, ainſi D E, ſoit à D F, & comme A B, à B C, ainſi D E, à E F: & comme A C, à C B, ainſi D F, à F E.

Que ſi chacun des angles de l'vne des figures eſt egal à chacun des angles de l'autre: mais les coſtez à l'entour des angles egaux ne ſont proportionaux, ou au contraire: telles figures ne ſeront dictes ſemblables; comme ſont le quarré & le quarré long: Car icelles figures ont les angles egaux, ſçauoir eſt, droicts: mais les coſtez de l'vne ne ſont proportionaux aux coſtez de l'autre: Ceux du quarré ayant raiſon d'egalité, & ceux du quarré long, au tour de l'angle droict, raiſon d'inegalité: D'où il appert que toutes les figures rectilignes, equiangles & equilateres, ayant les coſtez & les angles egaux en nombre, ſont ſemblables combien qu'elles ſoient inegales.

2. Les figures ſont reciproques, quand les raiſons antecedentes & conſequentes ſont en l'vne & en l'autre figure.

*Ou ainſi*

*Les figures ſont reciproques, quand les termes antecedens & conſequents des raiſons, ſont en l'vne & en l'autre figure.*

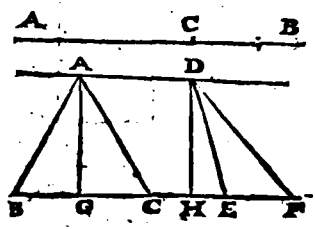



Car par les raisõs antecedentes & cõsequẽtes, faut entendre les termes antecedents & consequẽts de la proportiõ: Comme s'il y a 2. rectangles A C, E D, & que comme A B, est à B D, ainsi E B, est à B C, icelles figures seront dictes reciproques: D'autant qu'en l'vne est le terme antecedent de la premiere raison, sçauoir A B, & le consequent de la seconde raison, sçauoir B C; Et en l'autre est le terme consequent de la premiere raison B D, & l'antecedent de la seconde E B; Telles figures sont aussi dictes egales entr'elles; comme il sera apres demonstré.

3. Vne ligne droicte est dicte estre couppee selon la moyenne & extréme raison, lors que la toute est au plus grand segment, comme le plus grãd segment est au moindre.

Si quelconque ligne droicte comme A B, est diuisee de telle sorte au poinct C, inegalement: que la toute A B, soy au plus grand segment A C, cõme iceluy mesme plus segmẽt A C, est au plus petit C B; elle sera dite estre diuisee selõ la moyẽne & extreme raison: Laquelle diuision Euclide enseignera à la 30. proposition de ce liure.

4. La hauteur de quelconque figure, eſt la ligne perpẽdiculaire menee du ſommet ſur la baſe.




Si du ſommet A, de triangle A, B, C, l'on mene A G, perpẽdiculaire ſur la baſe B C, la quantité d'icelle perpendiculaire ſera la hauteur ou altitude du triangle A B C : De meſme auſſi la perpendiculaire D H, menee du ſommet D, du triangle D E F, ſur la baſe E F, prolongee de la part de E, ſera la hauteur d'iceluy triangle D E F : Partant ſi les perpendiculaires de deux figures menees des ſommets ſur leurs baſes, ( ſoit que les baſes ſoient prolongees ou non) ſont egales : telles figures ſeront dictes auoir meſme hauteur : Or telles perpẽdiculaires ſerõt egales quãd les baſes des figures & les ſommets ſeront conſtituez entre meſmes paralleles, comme ſont A G, D H.

Car puis que les angles A G H, D H G, internes, & de meſme part ſont egaux à deux droicts,
a 28. 1. ou pour mieux dire, droicts: [a] A G, D H, ſeront paralleles, mais A D, G H ſont auſſi paralleles: D'autant que les triangles ſont poſez eſtre conſtituez entre meſmes paralleles, donc A D, H G,
b 34. 1. ſera parallelogrãme, [b] & partant les coſtez A G, D H, ſeront egaux. Donc iceux triangles ſeront dicts auoir meſme hauteur. Que ſi aux meſmes triangles l'on poſe C, & F, pour les ſommets, & A B, D E, pour les baſes, iceux triangles ne ſeront pas dits auoir meſme hauteur : Car

pendiculaire menee de F, à la baſe D E, n'eſt pas egale à la perpendiculaire menee de C, ſur la baſe A B; ces triangles ne pouuant eſtre conſtituez entre meſme paralleles, comme il eſt manifeſte.

5. Vne raiſon eſt dicte eſtre compoſee de raiſons, quand les quantitez des raiſons multipliees entr'elles, font quelque raiſon.

D'autant que le denominateur de quelconque raiſon exprime la quantité de la grandeur antecedente, au reſpect de la conſequente; (comme le denominateur de la raiſon quadruple, à ſçauoir 4. monſtre qu'en toute raiſon quadruple la grandeur antecedente contient quatre fois la conſequente: mais le denominateur de la raiſon ſubquadruple à ſçauoir $\frac{1}{4}$, demonſtre que la grandeur antecedente eſt la quatrieſme partie de la conſequente, &c. (le denominateur a de couſtume d'eſtre appellé par les Geometres, la quantité de la raiſon: de ſorte que c'eſt meſme choſe que la quantité de quelque raiſon, & le denominateur d'icelle.) Donc ceſte definition nous enſeigne qu'vne raiſon eſt dicte eſtre compoſee de deux ou pluſieurs raiſons, quand les denominateurs ou quantités d'icelles multipliees entr'elles feront icelle raiſon: (ou comme traduict Zambert) feront la quantité ou denominateur d'icelle raiſon: Cõme la raiſon duodecuple eſt dicte eſtre compoſee de la double, & ſextuple: D'autant que le denominateur de la raiſon duodecuple, à ſçauoir 12. eſt produict de la multiplication du denominateur de la raiſon double, & ſçauoir de 2. par le denominateur de la ſextuple; c'eſt à dire par 6. Ainſi la

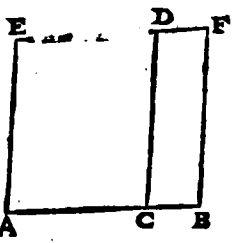
meſme raiſon duodecuple eſt dicte eſtre compoſee de la triple & la de quadruple: Car de la multiplication de 3. par 4. eſt produict le denominateur 12. de la raiſon duodecuple. Semblablement, la raiſon trigecuple eſt dicte eſtre compoſee de la double, triple & quintuple. Car les denominateurs d'icelles 2. 3. 5. multipliez entr'eux produiſent 30. denominateur d'icelle raiſon trigecuple: Ainſi la raiſon double eſt dicte eſtre cõpoſee de la ſeſquialtere & ſeſquitierce: D'autant que du denominateur de la ſeſquialtere qui eſt $1\frac{1}{2}$ multiplié par $1\frac{1}{3}$ denominateur de la ſeſquitierce eſt produict 2. denominateur de la double. Derechef la meſme raiſon double eſt compoſee de la ſeſquiſeptiéme & de la ſupertripartiente quatriémes: car les denominateurs de ces raiſons $1\frac{1}{7}$, $1\frac{3}{4}$ multipliez entr'eux produiſent 2. denominateur de la double: Semblablemẽt la meſme raiſon double ſera dicte eſtre compoſee de la ſubſequiquarte, & de la double ſeſquialtere: D'autant que les denominateurs d'icelles $\frac{4}{7}$ & $2\frac{1}{2}$ multipliez entr'eux produiſent pareillement le meſme denominateur de la raiſon double, ſçauoir 2. & c. Donc ſi on propoſe tant de grandeurs qu'on voudra de ordre A, B, C, D, ſçauoir A, à B, en raiſon double, B, à C, triple, & C, à D, quintuple, la raiſon des extremes A, & D, ſera trigecuple, laquelle ſera dicte eſtre compoſee des raiſons moyennes; Car ſi on multiplie le denominateur de A, à B, qui eſt 2. par celuy de B, à C, 3. l'on aura 6. denominateur de la raiſon, de A, à C, donc A, à C, a raiſon ſextuple: Derechef, multipliant 6. denominateur de la raiſon de A, à C, par celuy de C, à D, 5. l'on aura 30. denominateur de

la raiſon de A, à D. Parquoy A, ſera à D, en raiſon trigecuple &c. 60. 30. 10. 2.

A, B, C, D

Et cecy ſoit dict des 5. deffinitions d'Euclide ſur ce 6. liure, auſquelles ſera adiouſtee la ſuiuante, pour rendre plus intelligibles, tant les 27. 28. 29. & 30. prop. de ce 6. liure, que de pluſieurs autres du 10. qui eſt telle.

6. Vn parallelogramme eſtant appliqué ſelon quelque ligne droicte, eſt dict defaillir d'icelle, d'vn parallelogramme, quād il n'occupe pas toute ladicte ligne, mais eſt dict exceder, quand il occupe vne plus grande ligne, que celle, ſelon laquelle il eſt appliqué: En ſorte toutesfois que le parallelogramme excedant ou defaillant ayt meſme hauteur que le parallelogramme, duquel il defaut, ou excede, & cōſtituë auec iceluy vn ſeul parallelogramme.




Soit la ligne A B, ſur laquelle ſoit cōſtitué le parallelogrāme A D, n'occupāt toute la ligne A B, mais laiſſant C: ayant acheué le parallelogrāme A F, le parallelogrāme A D, appliqué ſelon la ligne A B, ſera dit defaillir d'icelle, du parallelogrāme, C F, de ſorte que C F, ſera appellé le defaut.

Derechef ſoit A C, ſur laquelle ſoit conſtitué le parallelogramme A F, ayant le coſté A B, plus grand que A C, auquel ſoit menee C D, parallele à B F, le parallelogramme A F, appliqué ſelon

A C, sera dict exceder A C, du parallelogramme C F, en sorte que C F, soit dict l'excez.

Or ce defaut ou excez aux rectangles, peut estre quarré ou quarre long : & aux parallelogrammes non rectangles, rhombe ou rhomboyde, comme il est manifeste.

## SCHOLIE.

*Clauius, qui a tiré ceste 6. definition tant de la 27. que autres suiuantes propositions de ce liure a manqué à la fin d'icelle, où il dit* : Ita tamen, vt parallelogrãmum deficiens, aut excedens eandem habeat altitudinem cum parallelogrammo applicato constituatque cum eo totũ vnum parallelogrammũ: *C'est à dire, En sorte toutesfois que le parallelogramme defaillãt ou excedãt ayt mesme hauteur que le parallelogrãme appliqué, & cõstituë auec iceluy vn seul parallelogrãme.* Au lieu qu'il doit dire, *en sorte toutesfois que le parallelogrãme defaillant, ou excedant ayt mesme hauteur que l'excez, ou defaut &c. Car le parallelogramme defaillant ou excedant, est celuy mesme qui est appliqué, donc il ne dois dire qu'il doit auoir mesme hauteur que luy-mesme & constituer auec luy mesme vn seul parallelogramme: attendu qu'il ne se peut faire autrement: mais bien qu'il doit estre de mesme hauteur que le defaut ou excez. Or que le parallelogramme defaillant ou excedant soit celuy mesme qui est appliqué, & l'autre qui constitue vn parallelogramme auec luy, soit le defaut ou excez, il appert assez tant par le texte d'Euclide. que le comment de Theon;* πάντων τῶν παραλληλογράμμων εἰλλειμμάτων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας διαχραφομένῳ. μέγιστον δέ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον. ὅμοιον δέ τῷ ἐλλείμματι. *c'est à dire: de tous les parallelogrammes*

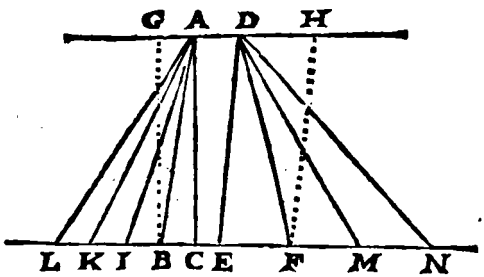
*appliquez selon vne mesme ligne droicte, & defaillants de figures parallelogrammes semblables, & semblablement posees au parallogramme qui est d'escrit sur la moitié, le plus grand est celuy qui est appliqué sur la moitié estant semblable au defaut: Et Theon* παραβολὴ δὲ, παρ' ἣν αβ, δοθέν τὸ α σ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ, *&c. Et soit appliqué selon la ligne droicte A B, le parallelogramme A D, defaillant d'vne figure parallelogramme, &c.*

*Henrion a faict la mesme faute, coppiant tousiours ce qu'il trouue soit qu'il entende le sens, ou non.*

## THEOREME 1. PROP. 1.

**Les triangles & les parallelogrammes qui ont mesme hauteur, sont entr'eux comme leurs bases.**

Soient deux triangles A B C, D E F, ayant mesme hauteur, desquels les bases sont D C, E F. Semblablement soient deux parallelogrammes, C G, E H, aussi de mesme hauteur, & sur les mesmes bases B C, E F. Ie dis que le triangle A B C, est au triangle D E F, & le parallelogramme C G, au parallelogramme E H, comme la base B C, est à la base E F: C'est à dire que si la base B C, est prise pour premiere grandeur, la base, E F, seconde; mais le triangle A B C, ou le parallelogramme C G, troisiesme, & le triangle D E F, ou le parallelogramme E H, 4. les equimultiples de la 1. & 3. grandeur seront toutes deux plus grandes ou toutes 2. egales, ou toutes 2. plus petites que les equimultiples de la 2. & 4. comme veut la *6.* definition du *5.*




Car ſoient conſtituez, tant les triangles que les parallelogrammes, entre meſmes paralleles
a 4. *def.* GH, L N: (Alors ils aurõt meſme hauteur, puiſque eſtant conſtituez entre meſmes paralleles, les perpẽdiculaires menees des ſõmets ſur les baſes ſeront egales, comme il eſt dit en la 4. definition,) & de B L, ſoient priſes B I, I K, K L, chacune egale à la baſe B C: Semblablement de F N, ſoient priſes F M, M N, chacune egale à E F; & des ſommets A, & D, ſoient menees les droictes lignes A I, A K, A L, D M, D N; a les triangles A B C, A I B, A K I, A L K, eſtant conſtituez ſur baſes egales & entre meſmes pa-
a 28. 1. ralleles ſeront egaux entr'eux: par meſme raiſon les triangles D E F, D F M, D M N, ſeront auſſi egaux entr'eux. Or d'autant que C L, contient autant de parties egales à B C, que le triangle A C L, contient de triangles egaux au triangle A B C, comme il eſt monſtré, C L, ſera autant multiple de C B, que le triangle A C L, l'eſt du triangle A B C,: Pareillement d'autant que E N, contient autant de parties egales à E F, que le triangle D E N, contiẽt de triangles egaux au triangle D E F, comme nous auons monſtré,

EN, ſera autant multiple de EF, que le le triangle DEN, l'eſt du triangle DEF: Mais d'autant que ſi la baſe CL, eſt egale à la baſe EN, [b] neceſſairement le triangle ACL, ſera egal au triangle AEN, eſtans entre meſmes paralleles, & partãt ſi CL, eſt plus grande que EN, le triangle ACL, ſera plus grand que le triangle DEN, & ſi moindre moindre; Donc la droicte ligne CL, & le triangle ACL, equimultiples de la premiere grandeur BC, & de la troiſieſme ABC, defaudront tous deux de la droicte ligne EN, & du triangle DEN, equimultiples de la 2. grandeur EF, & de la 4. DEF, ou ſeront tous deux egaux, ou tous deux plus grands, eſtant priſes les grãdeurs comme elles s'entrereſpondent: [c] Parquoy il y aura meſme raiſon, de la 1. BC, à la 2. EF, que de la 3. ABC, à la 4. DEF, ſçauoir du triangle au triangle: Donc comme la baſe à la baſe, ainſi le triangle au triangle. Ce qui eſt propoſé.

b 38. 1.

c 6. def. 5.

Pour la ſeconde partie: D'autant que [d] cõme le triangle ABC, eſt au triangle DEF, ainſi le parallelogramme CG, [e] (qui eſt double du triangle ABC) au parallelogramme EH, ([f] qui eſt double du triangle DEF,) il eſt manifeſte que le parallelogramme [g] ſera auſſi au parallelogramme, comme la baſe à baſe. Ce que l'on peut auſſi prouuer par le meſme diſcours, dont nous auons vſé en la demonſtration des triangles, ſi premierement des poincts I, K, L, l'on mene des paralleles à BG, & auſſi de MN, à FH. Donc les triangles & les parallelogrammes, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

d 15. 5.

e 34. 1.

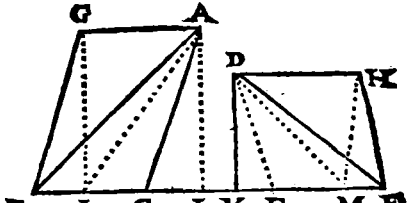
f 34. 1.

g 11. 5.

## SCHOLIE.

*Nous adiouſterons icy le theoreme ſuiuant, pris de Commandin.*

Les triangles & les parallelogrammes, conſtituez ſur baſes egales, ou ſur vne meſme baſe, ſont entr'eux comme leurs hauteurs.




*Soient 2. triangles A B C, D E F, & 2. parallelogrãmes, A B, D F, ayant les baſes egales B C, E F. Ie dis que le triangle A B C, eſt au triãgle D E F, & le parallelogrãme A B, au parallogrãme D F, comme la hauteur A I, à la hauteur D K.*

*Car poſant I L, K M, egales à B C, E F: Et menant* a 38. 1. *L A, M D;* a *Le triangle A L I, ſera egal à A B C, eſtant ſur baſes egales L I, B C, & entre meſmes paralleles A G, I B: En la meſme maniere le triangle D K M,* b 7. 5. *ſera egal à D E F;* b *Donc comme A B C, à D E F: ainſi* c 1. 6. *A L I, à D K M;* c *Mais comme A L I, à D K M, ainſi A I, à D K: (car poſant A I, D K, pour baſes les hauteurs L I, K M, ſeront egales) Donc A B C, ſera auſſi à* d 15. 5. *D E F, comme A I, à D K. Ce qui eſt propoſé.*

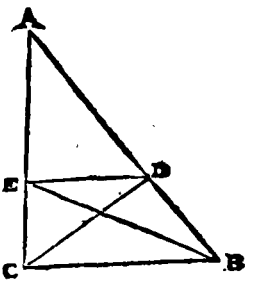
*Mais d'autant que,* d *cõme A B C, eſt à D E F, ainſi le parallelogrãme A B, double du triãgle A B C, eſt au parallelo-* e 34. 1. *logramme D F,* e *double de D E F;* f *le parallelogramme A B. ſera auſſi au parallelogramme D F, comme A I,* f 11. 5. *à D K. Ce que l'on peut auſſi monſtrer menant L G, M H;*

*M H; S'on conclura le mesme si les triangles & les parallelogrãme sont constituez sur vne mesme base, &c.*

## THEOREME 2. PROP. 2. ij

Si à l'vn des costez d'vn triangle, l'on mene quelque ligne droicte parallele, elle couppera les costez du triangle proportionellement : Et si les costez sont couppez proportionellement, la ligne droicte conioignant les poincts des sections, sera parallele à l'autre costé du triangle.

Au triangle A B C, soit premieremẽt la ligne droicte B E, parallele au costé B C. Ie dis que les costez A B, A C, sont couppez proportionnellement aux poincts D & E, c'est à dire que A D, est à D B, comme A E, à E C.




Car ayant mené les droictes lignes C D, B E, a les triangles D E B, D E Ç, constituez sur la base D C, & entre mesmes parralleles D E, B C, seront egaux entr'eux : partant comme le triangle A D E, est au triangle D E B, ainsi le mesme A D E, sera au triãgle DEC; b Mais comme A D E, est à D, E B, ainsi la base A D, est à la base D B. (Puis que ces triangles sont de mesme hauteur, comme il apert (si par le point E, on mene vne ligne parallele à A B:) Et par mesme raison, comme le triangle A D E, au triangle DEC, ainsi la base A E, à la base E C, c donc comme A D, est à D B, d

a 37. 1.

b 7. 5.

c 1. 6.

d 11. 5.

ainſi A E, eſt à E C, (puis que ces 2. raiſons ſont de meſme à la raiſon du triangle A D E, au triangle D E B, & du meſme triangle A D E, au triangle D E C. Ce qui eſt propoſé.

Secondement que la droicte ligne D E, couppe les coſtez A B, A C, proportionellement. Ie dis que D E, eſt parallele à l'autre coſté C B.

g 1.6. Car de rechef ayant mené B E, C D [g]; Comme la baſe A D, ſera à la baſe D B, ainſi le triangle A D E, au triangle D E B, puis qu'ils ſont de meſme hauteur: Mais comme A D, eſt à D B, ainſi A E, à E C, par l'hypotheſe [f] Donc comme le triangle A D E, ſera au triangle D E B, ainſi A E, ſera à E C: Mais derechef comme la baſe A E, eſt [g] à la baſe E C, ainſi le triangle A D E, au

h 1.5. triangle D E C, eſtant de meſme hauteur: [h] Donc comme le triangle A D E, eſt au triangle D E B,

i 9.5. ainſi le meſme triangle A D E, au triangle D E C; [i] Donc les trangles D E B, D E C, ſeront egaux:

k 39.2. Et partant puis qu'ils ſont conſtituez ſur meſme baſe: [k] ils ſeront auſſi entre meſme paralleles, Donc D E eſt parallele à B C. Ce qui eſt propoſé. Partant ſi à l'vn des coſtez, &c. Ce qui falloit demonſtrer.

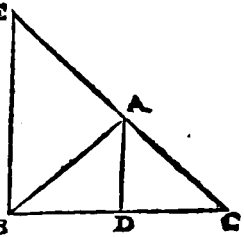
iij

## THEOREME 3. PROP. 3.

Si vn angle d'vn triangle eſt couppé en deux parties egales, & que la ligne droicte qui couppe l'angle couppé auſſi la baſe; les ſegmens de la baſe auront meſme raiſon entr'eux que les autres coſtez du triangle: Et ſi les ſegments de la baſe ont meſme raiſon entr'eux que les autres co-

ſtez du triangle, la ligne droicte menee du ſommet au poinct de la ſection, couppe l'angle du triangle en deux egalement.

Soit le triangle A B C, dont l'angle B A C, ſoit couppé en deux egalement par la ligne droicte A D, qui couppe auſſi la baſe au poinct D. Ie dis premierement que comme B A, eſt à A C, ainſi B D, eſt à D C.




Car ſoit menee B E, parallele à D A, rencontrant C A, prolongee vers E; Or elles ſe rencontreront puis que les angles C & C B E, ſont moindres que deux droicts, [a] car C, & C D A, ſont moindres que deux droicts [b] & C D A, eſt egal à C B E, l'externe à l'interne: C & C E B, ſeront pareillement moindres que deux droicts & l'angle E B A, [c] ſera egal à ſon alterne B A D, & l'angle E, egal à l'externe D A C. Donc puis que les deux angles B A D, D A C, ſont egaux par l'hypotheſe; les angles E B A, & E, ſeront egaux entr'eux, [d] partant les lignes A B, A E, egales entr'elles. [e] Donc comme E A, ſera à A C, ainſi B A, ſera à la meſme A C, [f] mais comme E A, eſt à A C, ainſi B D, eſt à D C, puis que au triangle B E C, la droicte ligne D A, eſt parallele au coſté B E: Donc comme B A, ſera à A C, ainſi [g] B D, ſera à D C. Ce qui eſt propoſé.

a 17. 1.
b 29. 1.
c 29. 1.
d 6. 1.
e 7. 5.
f 2. 6.
g 15 1.

Secondement ſoit comme B A, à A C, ainſi B D, à D C: Ie dis que la droicte ligne A D, couppe l'angle B A C, en deux egalement: Car

soit menee de rechef la droicte ligne B E, par le poinct B, parallele à D A, rencontrant C A, prolongee au poinct E: D'autant donc que comme B A, est à A C, ainsi B D, est à D C, par l'hypothese
h 2. 6. h mais comme B D, est à D C, ainsi E A, est à A C: (puis qu'au triangle B C E, la ligne A D, est
i 11 5. parallele au costé B E) i comme B A, sera à A C, ainsi E A, à la mesme A C. k Donc B A, & A E, se-
k 9. 5. ront egales entr'elles, l partant les angles A B E,
l 5. 1. & E, sont egaux, m donc puis que l'angle A B E,
m 29. 1. est egal à son alterne B A D, & l'angle E, egal à son externe D A C, les deux B A D, D A C, seront egaux entr'eux: Ce qui est proposé. Donc si l'angle d'vn triangle &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

iiij

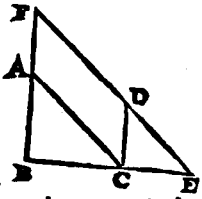
## THEOREME 4. PROP. 4.

Des triangles equiangles, les costez qui sont autour des angles egaux sont proportionaux: Et les costez qui soustiennent les angles egaux sont homologues, ou de mesme raison.

Soient les triangles equiangles A B C, D E C, c'est à dire que les angles A B C, D C E, soient egaux, & A, & D: semblablement A C B, & E. Ie dis que comme le costé A B, est à B C, ainsi D C, à C E, & comme B C, à C A, ainsi C E, à E D: Et finalement comme A B, à A C, ainsi D C, à D E; Car ainsi les costez à l'entour des angles egaux sont proportionaux; & les costez qui soustiẽnent les angles egaux sont homologues, ou de mesme raison, c'est à dire que tout les antecedents sont opposez à angles egaux, & les conse-

quents pareillement.

Soient constituez B C, C E, en ligne droicte, en sorte que l'angle externe D C E, soit egal à l'interne A B C; Pareillement l'externe A C B, egal à l'interne D E C; & d'autant que les deux angles A B C, A C B, sont moindres que deux droicts, mais D E C, est egal à A C B, les deux angles B, & E, seront moindres que deux




a 17. 1.

doicts [b] parquoy B A, E D, prolongees de la part de A, & D, se rencontreront. Soient donc icelles prolongees, & se rencontrent au poinct F. Mais d'autant que l'angle externe D C E, est egal à l'interne & oppose A B C; [c] C D, B F, seront paralleles, & par mesme raison C A, E F, aussi paralleles, l'angle externe A C B, estant egal à l'interne D E C: Donc A C D F, est parallelogramme, [d] partant A F, egale à C D, & C A, à D F; Donc d'autant qu'au triangle B E F, la ligne A C, est parallele à E F, [e] A B, sera à A F, c'est à dire à D C, son egale: Comme B C, à C E; [f] Donc en changeant comme A B, à B C, ainsi D C, à C E. Derechef puis qu'au mesme triangle B E F, la ligne C D, est parallele au costé B F, [g] comme B C, sera à C E, ainsi F D, c'est à dire C A, (qui est egale à F D) à E D. [h] Donc en changeant comme B C, à C A, ainsi C E, à E D; partant puis que comme A B, à B C, ainsi D C, à C E, & comme B C, à C A, ainsi C E, à E D: [i] en raison egale A B, sera à C A, comme D C, à E D: ce qui est proposé. Donc des triangles equiangles, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

b 13. com. s.

c 28.

d 34. 1.

e 2. 6.

f 16. 5.

g 2. 6.

h 16. 5.

i 22. 5.

## COROLLAIRE.

D'icy il s'enſuit, que ſi en vn triangle on mene vne ligne parallele à vn des coſtez, elle oſtera vn triangle ſemblable au tout: Cõme au triangle F B E, où la ligne C D, eſt menee parallele à B F. Ie dis que le triangle D C E, eſt ſemblable au triangle F B E; Car iceux ſont equiangles[k] puis que les angles E D C, E C D, ſont egaux aux externes F, & B, chacun au ſien, & l'angle E, commun: [l] partant comme il eſt demonſtré, ils ont les coſtez au tour des angles egaux proportionnaux: Donc ſelon la definition ils ſont ſemblables.

k 29. 1.

l 4. 6.

## SCHOLIE.

*Henrion a obmis ce corollaire, ce qu'il ne deuoit faire, attendu qu'il s'en ſert aux demonſtrations, & le cite, tant à la 4. propoſition du 15. liure qu'autres propoſitions, & ce faiſant il confirme ſes demonſtrations par des choſes qu'il n'a demonſtrees.*

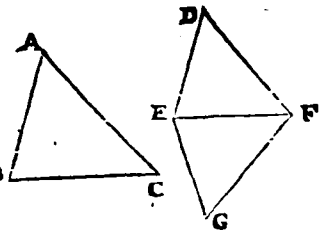
## THEOREME 5. PROP. 5.

V

Si deux triangles ont les coſtez proportionaux, iceux triangles ſeront equiangles, & auront les angles egaux, ſous leſquels les coſtez de meſme raiſon ſont ſouſtendus.

Soient deux triangles A B C, D E F, qui ayent les coſtez proportionaux: & ſoit A B, à B C, comme D E, à E F, & comme B C, à C A, ainſi E F, à F D, & finalement comme A B, à A C, ainſi D E, à D F. Ie dis que ces triangles ſont

equiangles ; à ſçauoir que l'angle A, eſt egal à l'angle D, & l'angle B, à l'angle E, & l'angle C, à l'angle F: ainſi les coſtez homologues ou de meſme raiſon ſont oppoſez aux angles egaux.



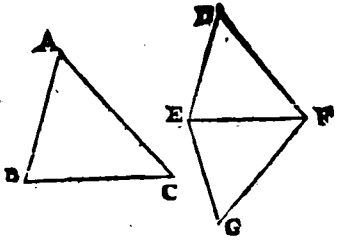

Car ſoit fait l'angle FEG, egal à l'angle B, & E F G, egal à C, les 2. lignes EG, FG, ſe rencõtrerõt au poinct G: Et l'autre angle G, ſera egal à l'autre angle A; Dõc les triãgles ABC, GEF. ſont equiãgles: [a] Partant comme A B, à B C, ainſi G E, à E F: mais comme A B, à B C, ainſi D E, à E F, par l'hipotheſe; [c] Donc comme G E, à E F, ainſi D E, à la meſme E F: [d] parquoy G E, D E, ſeront egales. Derechef puis que B C, eſt à C A, comme E F, à F G, [f] mais comme B C, à C A, ainſi E F, à F D, par l'hypotheſe; Comme E F, ſera à F G, ainſi la meſme E F. ſera à F D, [g] donc F G, & F D, ſeront egales; Partant puis que les coſtez G E, G F, ſont egaux aux coſtez D E, D F, chacun au ſien, & la baſe E F, [h] cõmune les angles G, & D, ſeront egaux; [i] Donc les autres angles G E F, G F E, ſeront egaux aux autres D E F, D F E, chacun au ſien. Parquoy puis que l'angle G, eſt egal à l'angle A, auſſi D, ſon egal ſera egal à A, par meſme raiſon D E F, egal à B, & D F E, egal à C. Ce qui eſt propoſé. Donc ſi deux triangles, & c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 32. 1.
b 4. 6.
c 11. 5.
d 9 5.
e 4. 6.
f 11. 5.
g 9. 5.
h 8. 1.
i 4. 1.

vj THEOREME 6. PROP. 6.

Si deux triangles ont vn angle egal à vn angle, & les costez autour d'iceux angles egaux proportionaux, iceux triangles seront equiangles, & auront les angles egaux, sous lesquels les costez de mesme raison sont soustendus.

Soit l'angle B, du triangle A B C, egal à l'angle E, du triangle D E F: & soient les costez A B, B C, proportionaux aux costez D E, E F, c'est à dire soit A B, à B C, comme D E, à E F. Ie dis que les autres angles sont egaux aux autres angles, sçauoir l'angle A, egal à l'angle D, & l'angle C, à l'angle F: ainsi les angles egaux sont opposez aux costez homologues ou de mesme raison.




Car soit fait l'angle F E G, egal à B, & E F G, egal à C, le triangle G E F, sera equiangle au triangle A B C, comme il est monstré en la precedente proposition: [a] Partant comme A B, à B C, ainsi G E, à E F; mais comme A B, à B C, ainsi D E, à E F, par l'hypothese: [b] Donc comme D E, à E F, ainsi G E, à la mesme E F; [c] Dõc D E, G E, seront egales, par quoy puis que les costez D E, E F, sont egaux aux costez G E, E F, & les angles contenus d'iceux aussi egaux (car l'angle B, au-

a 4. 6.
b 11. 5.
c 9. 5.

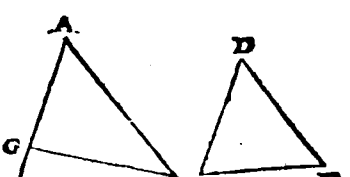
quel l'angle G E F, eſt faict egal, eſt egal à D E F, par l'hypotheſe, dõc les deux angles au poinct E, ſeront egaux) d les autres angles D, & E F D, ſeront egaux aux autres G, & E F G. Donc puis que l'angle G, eſt egal à l'angle A, & E F G, egal à C; les angles D, & E F D, ſeront auſſi egaux aux angles A, & C, & partant les triangles A B C, D E F, ſeront equiangles, ce qui eſt propoſé. Donc ſi deux triangles, & c. Ce qu'il falloit demonſtrer. d 4. 1.

## THEOREME 7. PROP. 7. vij

Si deux triangles ont vn angle egal à vn angle, & à l'entour d'vn autre angle les coſtez proportionnaux; Mais des autres enſemble l'vn & l'autre ſoit moindre, ou non moindre qu'vn droict: les triangles ſeront equiangles, & auront les angles egaux à l'entour deſquels les coſtez ſont proportionaux.

Soit l'angle A. du triangle A B C, egal à l'angle D, du triangle D E F, & les coſtez A C, C B, à l'entour de l'angle A C B, proportionaux à D F F E, à l'entour de l'angle F, c'eſt à dire, ſoit A C, à C B, comme D F, à F E, à telle condition toutesfois, que chacun des autres angles B, & E, ſoit moindre qu'vn droict ou non moindre. Ie dis qu'iceux triangles ſont equiangles, à ſçauoir que les angles A C B, & F, à l'entour deſquels les coſtez ſont proportionaux, & les angles B, & E, ſont egaux.

Car ſoit premierement tant B, que E, moindre qu'vn droit: cela eſtant, ſi les angles A C B, & F ne ſont egaux,




a 32. 1. ſoit A C B, plus grand que F, & ſoit faict A C G, egal à F: Donc puis que A, eſt poſé egal à D, [a] l'au-
b 4. 6. tre angle A G C, ſera egal à E: Partant les triangles A G C, D E F, ſeront equiangles. [b] Parquoy comme A C, ſera à C G, ainſi D F, à E F: mais
c 11. 5. comme D F, à F E, ainſi A C, à C B, par l'hypotheſe: [c] Donc comme A C, à C G, ainſi la meſ-
d 9. 5. e 1. 1. me A C, à C B: Et [d] partant C G, C B, ſeront
f 13. 1. egales, [e] & les angles C B G, C G B, ſeront egaux. Donc puis que l'angle B. eſt poſé moindre qu'vn droict, C G B, ſera auſſi moindre qu'vn droict, & partant A G C, ſera plus grand qu'vn droict; [f] Puis que A G C, C G B, ſont egaux à deux droicts: Or l'angle A G C, eſt monſtré egal à l'angle E. Donc l'angle E, ſera auſſi plus grand qu'vn droict: Mais il eſt moindre qu'vn droict par l'hypotheſe. Ce qui eſt impoſſible.

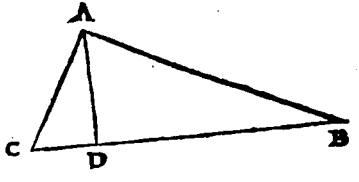
Secondement ſoit tant l'angle B, que E, non moindre qu'vn droict; Comme auparauant l'angle B, ſera egal à C G B, & partant C G B, ſera non moindre qu'vn droict; & par ainſi les angles C B G, C G B, au triangle B C G, ne ſeront pas moindre que deux droicts: mais plus grands ou egaux à deux droicts, ce qui eſt abſurde: [g] Car ils
g 17. 1. ſont moindres que deux droicts, donc les angles
h 32. 1. A C B, & F, ne ſont pas inegaux: mais egaux, & partant [h] les autres angles B, & E, ſont egaux: Ce

qui eſt propoſé: Donc ſi deux triangles, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME 8. PROP. 8. viij

Si au triangle rectangle, l'on meine vne ligne perpendiculaire de l'angle droict ſur la baſe, les triangles qui ſont de part & d'autre de la perpendiculaire ſont ſemblables au tout & entr'eux.

Au triangle A B C, l'angle B A C, ſoit droict, duquel ſoit menee la perpendiculaire A D, ſur la baſe C B. Ie dis que les triangles A D B, A D C, ſont ſemblables à tout le triangle A B C, & entr'eux.




Car puis qu'aux triangles A B C, D B A, les angles B A C & A D B, ſont droicts, & l'angle B, commun; [a] Les autres A C B, & D A B, ſeront egaux. Donc le triangle D B A, eſt equiangle au triangle A B C, [b] & partant ils auront les coſtez à l'entour des angles egaux proportionnaux & c. C'eſt à dire, que C B, ſera à B A, cõme B A, à B D; Et comme B A, à A C, ainſi B D, à D A: & comme B C, à C A, ainſi B A, à A D, car ainſi les coſtez de meſme raiſon ſont oppoſez aux angles egaux, comme veut la 4. prop. de ce liure. Parquoy le triangle A D B, eſt ſemblable à tout le triangle A B C. Par meſme raiſon on monſtrera que le triangle A D C, eſt ſemblable au

[a] 32. 1.
[b] 4. 6.

mesme triangle A B C: Car les angles B A C, & A D C, sont droicts, & l'angle C, commun;
c 32. 1. c Partant les autres angles A B C, & C A D, sont
d 4. 6. egaux, d parquoy comme B C, à C A, ainsi C A, à C D, & comme C A, à A B, ainsi C D, à D A, & comme C B, à B A, ainsi C A, à A D: Car ainsi les costez de mesme raison sont opposez aux angles egaux, par la 4. proposition 6. Tout de mesme l'on demonstrera que les triangles A D B, A D C, sont semblables entr'eux; Puis que les angles A D B, A D C, sont droicts, & A B D, C A D, sont monstrez egaux, & aussi les angles B A D, A C D,
e 4. 6. egaux: e Et partant comme B D, à D A, ainsi D A, à D C; & comme D A, à A B, ainsi D C, à C A, & comme A B, à B D, ainsi C A, à A D. Donc si au triangle rectangle l'on mene vne ligne perpendiculaire, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## COROLLAIRE.

De ceste proposition il est euident que la perpendiculaire menee de l'angle droict sur la base, au triangle rectangle, est moyenne proportionelle entre les deux segments de la base: Semblablement vn chacun des costez qui contiennent l'angle droit, est moyen proportionel entre toute la base, & le segment de la base qui est adiacent ou touche iceluy costé.

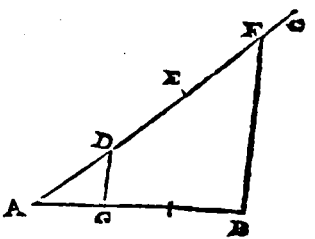
Car il est demonstré que comme B D, est à D A, ainsi D A, est à D C, & partant D A, est moyēne proportionelle entre B D, & C D: Semblablement comme C B, est à B A, ainsi B A, à B D; & par ainsi B A, est moyenne proportionelle entre C B, B D: Finalement il est monstré

que comme B C, est à C A, ainsi C A, est à C D; Et partant C A, est moyenne proportionelle entre B C, C D. Ce qui est proposé.

## PROBLEME 1. PROP. 9.

### D'vne ligne droicte donnee en oster vne partie demandee.

Soit la ligne droicte donnee A B, de laquelle il faut oster la tierce partie, ou autre telle que l'on voudra.



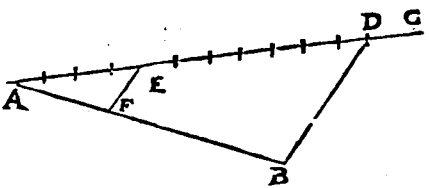

De A, soit menee A C, faisant angle quelconque auec A B, comme C A B; Et de A C, soient prises autant de parties egales, de telle grãdeur qu'on voudra, que la partie à soustraire denote, (car A C, doit estre aussi grande qu'il sera de besoin) comme en l'exemple proposé il faut prendre trois parties egales A D, D E, E F: puis soit conioincte F B, à laquelle par le poinct D, soit menee D G, parallele à F B; Ie dis que A G, est la troisiesme partie demandee de A B.

Car puis qu'au triangle A B F, D G, est parallele au costé F B: [a] comme F D, à D A, ainsi B G, à G A, [b] donc en composant comme F A, à D A, ainsi B A, à G A: mais F A, est triple de A D, par la construction: Donc B A, sera aussi triple de A G: & partant A G, sera la tierce partie demandee de A B. Donc d'vne ligne droicte donnee; &c. Ce qu'il falloit faire.

[a] 2. 6.
[b] 18. 5.

## SCHOLIE.

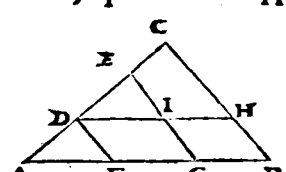
*Mais si de A B, on vouloit oſter vne partie nõ aliquote, mais vne partie qui en cõtiẽne pluſieurs leſquels ne ſont vne partie aliquote, comme $\frac{4}{11}$ de A B; Il faudra prendre 11. parties egales en A C, cõme iuſques à D, & ayant mené D B, faut mener E F, parallele à icelle, du poinct E, terme des 4. parties A E, la ligne A F, ſera la partie requiſe: Car derechef comme D A, à A E, ainſi B A, à A F; Et par conuerſion de raiſon comme A E, à A D, ainſi A F, à A B: mais A E, eſt $\frac{4}{11}$ de A D, par la conſtruction, donc A F, ſera meſme partie de A B. Ce qui eſt propoſé: Semblablement on oſtera quelconque autre partie, non aliquote, &c.*




## PROBLEME 2. PROP. 10.

**Coupper vne ligne droicte donnee non couppee: ſemblablement à vne ligne droicte donnee & couppee.**

Soit la ligne droicte A B, qu'il faut coupper, ſemblablemẽt cõme la ligne droicte A C, eſt couppee aux poincts D, & E, c'eſt à dire en partie proportionellesaux parties A D, DE, E F, ſoient conioinctes les deux



lignes donnees au poinct A, faisant angle quelconque B A C, & soit conioincte la ligne droicte B C, puis de D, & E, soient menees D F, E G, paralleles à B C. Ie dis que A B, est couppee semblablement à F, & G, comme A C, est couppee par D, E: [a] C'est à dire comme A D, à D E, ainsi A F, à F G. Donc les parties A F, F G, sont proportionelles à A D, D E. Que si on mene D H, parallele à F B, couppant E G, au poinct I: [b] Derechef comme D E, sera à E C, ainsi D I, à I H, c'est à dire ainsi F G, à G B; [c] D'autant que F G, est egale à D I, & G B, à I H, parquoy les parties F G, G B, seront aussi proportionelles à D E, E C, Et est la mesme raison s'il y auoit d'auantage de parties, &c. Partant nous auons couppé, &c. Ce qu'il falloit faire.

a 2. 6.
b 2. 6.
c 34. 1.

## SCHOLIE.

*Par ce probleme on diuisera vne ligne en tant de parties egales que l'on voudra: comme si on vouloit diuiser A B, en 11. parties egales, soit menee A C, faisant angle auec A B, & en A C, soient prises 11. parties egales, sçauoir A D, & menee D B, puis de tous les poincts de diuision, soient menees sur A B, des lignes paralleles à D B, comme est E F, l'on aura le requis, voyez la figure du scholie precedent.*

## PROBLEME 3. PROP. 11.

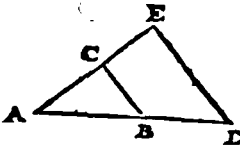
xj.

**A deux lignes droictes donnees, trouuer la troisiesme proportionelle.**

Soient deux lignes droictes A B, A C, disposees en sorte qu'elles facent angle quelconque A, auf-

quelles il faut trouuer la troisiéme proportionelle c'est à dire cõme AB, est à AC, ainsi AC, soit à vne 3.

Soit prolongee AB, posee antecedente, à D, & soit prise BD, egale à AC, consequente ou moyenne ; puis ayant mené BC, par D, soit menee DE, parallele à BC, rencontrant AC, prolongee à E. Ie dis que CE, est la troisiesme proportionelle, c'est à dire que comme AB, est à AC, ainsi AC, à CE.




Car puis qu'au triangle ADE, BC, est parallele à DE; [a] Comme AB, sera à BD, ainsi AC, sera à CE: [b] mais cõme AB, à BD: Ainsi la mesme AB, à AC, egale à BD; Donc comme AB, à AC, ainsi AC, à CE, ce qui est proposé. Donc à deux lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit faire.

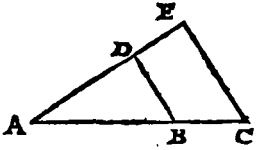
a 2. 6.
b 7. 5.

xij

## PROBLEME 4. PROP. 12.

A trois lignes droictes donnees, trouuer la quatriesme proportionelle.

Soient les trois lignes droictes donnees AB, BC, AD, ausquelles il faut trouuer la quatriesme proportionelle; sçauoir comme AB, à BC, ainsi AD, à la quatriesme. Soient disposees les deux premieres selon vne ligne droicte, laquelle soit AC: Mais la troisiesme AD, auec la premiere AB, face vn angle quelconque A, puis soit conioincte BD, à laquelle par C, soit menee CE, parallele rencontrant

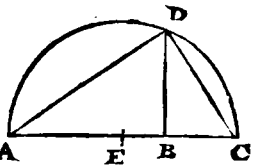


trant AD, prolongee AE. Ie dis que DE, eſt la quatrieſme proportionelle.

Car puis qu'au triangle ACE, BD, eſt menee parallele au coſté CE, comme AB, ſera à BC, ainſi AD, à DE: Partant DE, eſt la quatrieſme proportionelle; Parquoy à trois lignes droictes donnees, &c. Ce qu'il falloit faire. [a 2. 6]

## PROBLEME 5. PROP. 13. ix

A deux lignes droictes donnees, trouuer la moyenne proportionelle.




Soient deux lignes droictes AB, BC, auſquelles il faut trouuer la moyenne proportionelle. Eſtant diſpoſees ſelon la ligne droicte AC: ſoit diuiſee AC, en deux egalement au poinct E, & du poinct E, comme centre à l'interualle EA, ou EC, ſoit deſcrit le demy cercle ADC: puis du poinct B, à AC, ſoit menee la perpendiculaire BD, iuſques à la circonference à D. Ie dis que BD, eſt moyenne proportionelle entre AB, BC.

Car ayant mené AD, CD, l'angle ADC, ſera droict au demy cercle: & puis que de l'angle droict du triangle rectangle ADC, la perpendiculaire DB, eſt menee ſur la baſe AC, icelle BD, ſera moyenne proportionelle entre AB, BC. Donc à deux lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit faire. [a 31. 3] [b coroll. 8. 6.]

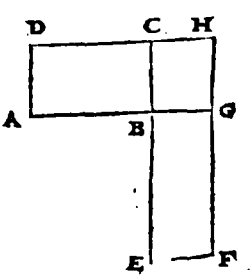
## SCHOLIE.

*Par ceſte demonſtration il eſt manifeſte que la ligne droicte menee de quelconque poinct du diametre du cercle à la circonference, perpendiculaire à iceluy diametre, eſt moyenne proportionelle entre les ſegments du diametre faicts par la perpendiculaire: Car il ſera ſemblablement demonſtré, ayant mené les lignes des extremitez du diametre au poinct de la circonference, d'où eſt menee la perpendiculaire.*

xiij

## THEOREME 9. PROP. 14.

Les coſtez qui ſont autour des angles egaux, des parallelogrammes egaux qui ont vn angle egal à vn angle, ſont reciproques: Et les parallelogrammes qui ont vn angle egal à vn angle, & les coſtez autour des angles egaux reciproques, ſont egaux.




Soient deux parallelogrammes egaux A C, B F, ayant les angles A B C, E B G, egaux. Ie dis que les coſtez d'alentour d'iceux angles ſont reciproques, c'eſt à dire, comme A B, à B G, ainſi E B, à B C; Car ſoient conioincts iceux parallelogrammes ſelon les angles egaux: de ſorte que A B, B G, facent vne ligne droicte; E B, B C, [a] feront auſſi vne ligne droicte comme il eſt euident: & Soiēt prolongees D C, F G, iuſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent à H; D'autant donc

a 2. e. ſ. 13. & 14. 1.

que les parallelogrammes DB, BF, ſont egaux; [a] 27. 5.
[a] Comme DB, ſera à BH, ainſi BF, au meſme BH: mais comme DB, à BH, [b] ainſi la baſe AB, à la baſe BG. D'autant que les parallelogrammes ſont de meſme hauteur; ſemblablement comme BF, à BH, ainſi la baſe EB, à la baſe BC. [c] Donc comme AB, à BG, ainſi EB, à BC. Ce qui eſt propoſé. [b] 1. 6. [c] 11. 5.

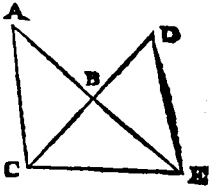
Au contraire ſoient les coſtez à l'entour des ſuſdicts angles egaux reciproques, ſçauoir comme AB, à BG, ainſi EB, à BC. Ie dis que les parallelogrammes DB, BF, ſont egaux.

Soit faict la meſme conſtruction. Puis que AB, eſt à BG, comme EB, à BC: [d] mais comme AB, à BG, ainſi DB, à BH, & comme EB, à BC, ainſi BF, au meſme BH, [e] pareillement DB, ſera à BH, comme BF, au meſme BH; [f] Et partant les parallelogrammes DB, BF, ſeront egaux. Donc les coſtez, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. [d] 1. 6. [e] 11. 5. [f] 9. 5.

## THEOREME 10. PROP. 15. XIV

Les coſtez qui ſont autour des angles egaux des triangles egaux & qui ont vn angle egal à vn angle, ſont reciproques: Et les triangles qui ont vn angle egal à vn angle, & les coſtez qui ſont autour des angles egaux reciproques, ſont egaux.

Soient deux triangles egaux ABC, DBE, ayant les angles au poinct B, egaux. Ie dis que les coſtez qui ſont à l'entour d'iceux angles ſont reciproques; C'eſt à dire, com-



me AB, à BE, ainsi DB, à BC.

Soient cõioincts iceux selon les angles egaux, de sorte que AB, BE, facent vne ligne droicte, cela estant DB, BE, feront aussi vne ligne droicte, comme il est dict à la precedente: & soit menee CE, ; D'autant que les triangles ABC, DBE, sont egaux, [a] comme ABC, sera à BCE, ainsi DBC au mesme BCE: mais comme le triangle ABC, au triangle BCE, [b] ainsi la base AB, à la base BE, estant iceux de mesme hauteur, & semblablement comme DBE, à BCE, ainsi est la base DB, à la base BC, : [c] Donc comme AB, à BE, ainsi DB, à BC. Ce qui est proposé.

a 7. 5.
b 1. 6.
c 11. 5.

Maintenant soient les costez autour des angles egaux au poinct B, reciproques, à sçauoir, comme AB, à BE: ainsi DB, à BC. Ie dis que les triangles ABC, DBE, sont egaux.

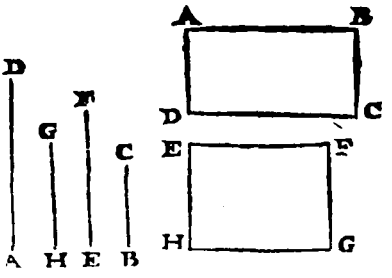
Soit faicte la mesme construction: D'autant que comme AB, est à BE, ainsi DB, à BC: mais comme AB, à BE, [d] ainsi le triangle ABC, au triangle BCE, & comme DB à BC, ainsi le triãgle DBE, au mesme triangle BCE, [e] Donc comme ABC, sera à BCE, ainsi DBE sera au mesme BCE, & partant les triangles ABC, DBE, seront egaux. Donc les costez qui sont autour des angles, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

1. 6.
d
e 11. 5.
f 9. 5.
f

## XV THEOREME 11. PROP. 16.

Si quatre lignes droictes sont proportionelles le rectangle contenu sous les extremes, est egal au rectangle contenu sous les moyennes: Et si le rectangle contenu

ſous les extrémes eſt egal au rectangle contenu ſous les moyennes; Iceiles quatre lignes droictes ſeront proportionelles.



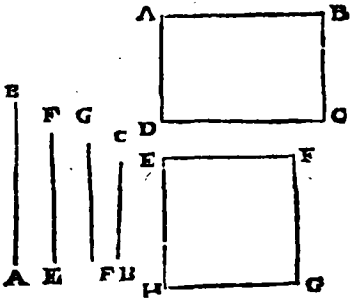

Soient les quatre lignes droictes AB, FG, EF, BC, proportionelles, à ſçauoir comme AB, à FG, ainſi EF, à BC: & ſoit le rectangle AC, contenu ſous les extrémes AB, BC, & le rectangle EG, contenu ſous les moyennes EF, FG. Ie dis qu'iceux rectangles AC, EG, ſont egaux: Car puis que les angles B, & F, ſont egaux eſtant droicts, & que AB, eſt à FG, comme EF, à BC, les coſtez qui ſont autour des angles egaux B, & F, ſeront reciproques: [a] Partant les parallelogrammes AC, EG, ſeront egaux. Ce qui eſt propoſé. a 14. 6.

Au cõtraire ſoiẽt les rectangles AC. EG, egaux. Ie dis que les quatre lignes AB, FG, EF, BC, ſont proportionelles, ſçauoir comme AB, à FG, ainſi EF, à BC.

Car puis que les rectangles AC, EG, ſont egaux, ayant les angles B, & F, egaux, ſçauoir droicts [b] les coſtez qui ſont autour d'iceux angles ſeront reciproques; à ſçauoir, comme AB, à FG, ainſi EF, à BC: partant ſi quatre lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. b 14. 6

xvj THEOREME 12. PROP. 17.

Si trois lignes droictes ſont proportionelles: le rectangle contenu ſous les extrémes eſt egal au quarré de la moyenne; Et ſi le rectangle contenu ſous les extrémes eſt egal au quarré de la moyenne; les trois lignes droictes ſeront proportionelles.




Soient trois lignes droictes proportionelles, AB, EF, BC: ſçauoir, comme AB à EF, ainſi EF, à BC: & ſoit le rectangle AC, contenu ſous les extrémes AB, BC, & le quarré de la moyenne EF, ſoit EFGH. Ie dis que le rectangle AC, & le quarré EG, ſont egaux.

Car ſoit priſe la ligne FG, egale à EF: les quatre lignes droictes AB, EF, FG, BC, ſeront proportionelles: à ſçauoir, comme AB, à EF, ainſi FG, à BC; Et le quarré EG, ſera contenu ſous les moyennes EF, FG, eſtant EF, FG, egales: Parquoy le rectangle AC, contenu ſous les extrémes AB, BC, eſt egal au quarré EG, c'eſt à dire au rectangle contenu ſous les moyennes EF, FG Ce qui eſt propoſé.

a 16. 6.

Mais ſoient egaux le rectangle AC, & le quarré EG. Ie dis que comme AB, eſt à EF, ainſi, EF,

est à BC : Car les rectangles AC, EG, estant egaux ; Comme AB, sera à EF, ainsi FG, à BC : b 16. 6.
c Mais comme FG, à BC, ainsi EF, egale à icelle FG, est à la mesme BC : Partant comme AB, à EF, ainsi EF, à BC. Donc si 3. lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. c 7. 5.

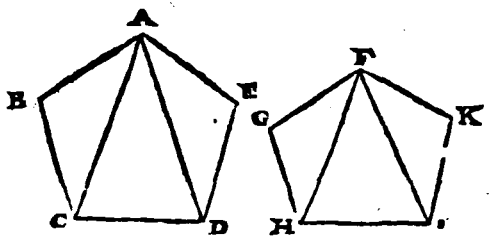
## COROLLAIRE.

De la derniere partie de ce theoreme, il s'ensuit que toute ligne droicte est moyēne proportionelle entre deux autres quelconques lignes droictes, qui contiennent vn rectangle egal au quarré d'icelles : car de ce que les droictes lignes AB, BC, contiennent vn rectangle egal au q. de la droicte ligne EF, il a esté monstré que comme AB, est à EF, ainsi EF, est à BC. Parquoy EF est moyenne proportionelle entre AB, BC.

## PROBLEME 6. PROP. 18. xix

### Sur vne ligne droicte dōnee, descrire vne figure rectiligne semblable, & sēblablemēt posee à vne figure rectiligne dōnee.

Soit la ligne droicte donnee CD, sur laquelle il faut descrire vne figure rectiligne semblable, & semblablement posee à la figure rectiligne HIKFG. De quelangle qu'on voudra comme de F, soient menees à chacun des angles opposez, les lignes droictes FH, FI, lesquelles diuisent le rectiligne en 3. triangles FGH, FHI, FIK. Puis soit faict l'angle DCA, egal à l'angle IHF : & l'angle CDA, egal à HIF : Or AC, AD, se ren-




contreront à A, estant les angles ACD, ADC, moindres que 2. droicts, estant faicts egaux à F
a 17. 1. HI, FIH, a (qui sont moindres que 2. droicts)
b 32. 1. b & l'autre CAD, sera egal à l'autre HFI, & le triangle, CAD, equiangle au triangle HFI. Derechef l'angle ADE, soit fait egal à FIK; & DAE, egal à IFK. c D'autant que les 2. angles KIF,
c 17. 1. KFI, sont moindres que 2. droicts, les 2. EAD, EDA, egaux à iceux seront pareillement moindres que 2. droicts. Et partant AE, DE, se rencontreront au poinct E, & le triangle AED, sera equiangle au triangle FKI, par la mesme raison. D'auantage soit faict le triangle ABC, equiangle au triangle, FGH. par mesme raison; & ainsi des autres, s'il y a d'auantage de triangles. Ie dis que le rectiligne ABCDE, est semblable & semblablement posé au rectiligne FGHIK: Car puis que l'angle ACD, est faict egal à FHI, & ACB, à FHG, le tout BCD, sera egal à GHI: Et par mesme raison CDE, est egal a HIK, & les autres egaux aux autres comme il appert par la construction, puis que chacune partie de l'vn est faite egale à chacune des parties de l'autre: partant le rectiligne ABCDE, sera equiangle à FGHIK:
d 4. 6. d Or d'autant que comme CD, est à DA, ainsi
f 22. 5. HI, à IF, & comme AD, à DE, ainsi IF, à IK, f en

raiſon egale CD, ſera à DE, cõme HI, à IK, partant les coſtez autour des angles egaux CDE, HIK, ſont proportionaux: g Tout de meſme, les coſtez autour des angles egaux E, & K, ſont proportionaux à cauſe des triangles AED, FKI, equiangles. h Derechef EA, eſt à AD, comme KF, à FI, & AD, à AC, comme FI, à FH, & AC, à AB, comme HF, à FG i Donc en raiſon egale EA, ſera à AB, comme KF, à FG; Parquoy les coſtez autour des angles egaux EAB, KFG, ſont proportionaux, & ainſi des autres: Partant puis que les rectilignes ſont equiangles, & les coſtez autour des angles egaux proportionaux, ils ſont ſemblables & ſemblablement deſcrits: Donc ſur vne ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit faire.

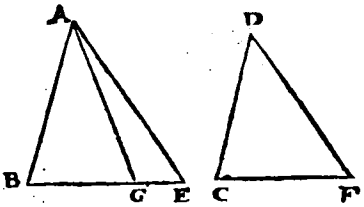
g 4.6.

h 4.6.

i 22. 5.

THEOREME 13. PROP. 19. xvij

**Les triangles ſemblables, ſont entr'eux en raiſon doublee de leurs coſtez de meſme raiſon.**




Soient les triangles ſemblables ABE, DCF, ayant les angles B, & C, egaux. Itẽ E, & F, & cõme AB, à BE, ainſi DC, à CF. Ie dis qu'ils ſont entr'eux en raiſon doublee de leurs coſtez de meſme raiſon BE, & CF, ou AB, DC, ou AE, DF, c'eſt à dire, ſi on trouue la troiſieſme proportionelle BG, le triangle ABE, ſera au triangle DCF, comme CF, eſt à BG. Puis que par la 10. definition du 5. la raiſon doublee eſt telle.

a 11. 6. Car a soit donc BG, troisiesme proportionelle & soit conioinct AG. D'autant que comme AB, est à BE, ainsi DC, à CF; en changeant cõme AB, sera à DC, ainsi BE, à CF: mais comme BE, à b 11. 5. CF, ainsi CF, à BG, par la construction; b Donc comme AB, à DE, ainsi CF, à BG: partant puis que les triangles ABG, DCF, ont les costez autour des angles egaux B, & C, reciproques: c ils c 15. 6. seront egaux entr'eux: Donc comme le triangle d 7. 5. ABE, sera au triangle DCF, d ainsi le mesme triãgle ABE, sera au triangle ABG: Mais comme le e 1. 6. triangle ABE, est au triangle ABG, e ainsi la base BE, à la base BG, estant de mesme hauteur. Donc comme le triangle ABE, est au triangle DCF, ainsi BE, est à BG. Or puis que les trois lignes BE, CF, BG, sont cõtinuellement proportionelles, la raison de la premiere BE, à la 3. BG, sera dite doublee de la raison de BE, premiere à CF, 2. Donc aussi le triangle ABE, sera au triangle DCF, en raison doublee du costé BE, au costé CF. Donc les triangles semblables, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## COROLLAIRE.

Il est manifeste de ceste demonstration, que s'il y a 3. droictes lignes proportionelles, comme la premiere sera à la troisiesme, ainsi le triangle descrit sur la premiere sera au triangle semblable, & semblablement descrit sur la seconde: Ayant esté demonstré que comme BE, est à BG, ainsi ABE, à DCF.

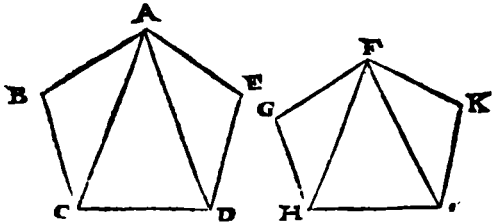
## THEOREME 14. PROP. 20.

xviij

Les polygones semblables se diuisent

en nombre egal de triangles semblables, & proportionaux à leurs touts: Et les poligones sont l'vn à l'autre en raison doublee de leurs costez de mesme raison.

Soient les polygones ABCDE. FGHIK, ayant les angles egaux BAE, GFH: Item les angles B, & G, & ainsi de suitte, & qu'ils ayent aussi les costez proportionaux à l'entour d'iceux angles, sçauoir est, comme AB, à BC, ainsi FG, à GH; & coõme BC, à CD, ainsi GH, à HI, &c. Ie dis premierement que ces polygones se peuuent diuiser en nombre egal de triangles semblables.




Car des angles A, & F, soient menees AC, AD FH, FI, aux angles opposez C, D, H, I, ils seront diuisez en nombre egal de triangles: Et d'autant que les angles B, & G, sont posez egaux, & les costez autour d'iceux proportionaux, [a] les triangles ABC, FGH, seront equiangles, ayant les angles BAC, GFH, & BCA, GHF, opposez aux costez homologues egaux: [b] Et partant auront les costez autour des angles egaux proportionaux, & par ainsi seront semblables par mesme raison, les triangles AED, FKI, seront sẽblables, ayant les angles EAD, KFI, & ADE, FIK, egaux: Et d'auantage, [c] puis que comme AC, à CB, ainsi

[a] 6. 6.

[b] 4. 6.

[c] 4. 6.

FH, à HG, à cauſe de la ſimilitude des triangles ABC, FGH; Mais comme BC, à CD, ainſi GH, à HI, par l'hypotheſe, pour la ſimilitude des polygones [d] en raiſon egale comme AC, à CD, ainſi FH, à HI: Et d'autant que l'angle BCD, eſt poſé egal à GHI: mais le retranché BCA, eſt monſtré egal au retranché GHF, le reſtant ACD, ſera egal au reſtant FHI, [e] partant puis que les triangles ACD, FHI, ont les angles ACD, FHI, egaux & les coſtez autour d'iceux proportionaux: Ils ſeront equiangles, & partant ſemblables, & ainſi des autres, s'il y en a d'auantage.

d 22. 5.
e 6. 6.

Secondement ie dis que ces triangles ſont proportionaux à leurs touts: c'eſt à dire que chacun des triangles en vn des polygones, à telle raiſon à ſon triangle correſpondant en l'autre polygone, que tout le polygone a tout le polygone: Car d'autant que les triangles ABC, FGH, ſont ſemblables, ils ſeront l'vn à l'autre en raiſon doublee de leurs coſtez, de meſme raiſon AC, FH: Et par meſme diſcours les triangles ACD, FHI, ſont en raiſon doublee des meſmes coſtez AC, FH; Parquoy cõme le triangle ABC, eſt au triangle FGH, ainſi le triãgle ACD, ſera au triangle FHI, puis q; la raiſõ de l'vn & l'autre eſt la raiſõ doublee du coſté AC, à FH: ſẽblablement on cõclura que le triangle ADE, eſt au triangle FIK, comme le triangle ACD, au triangle FHI: & ainſi de ſuitte s'il y auoit d'autres triangles. Donc les triangles de l'vn des polygones ſont proportionaux au triangles de l'autre: de ſorte que les triangles de l'vn ſont antecedents des proportions, & les triangles de l'autre conſequents. Or comme vn des antecedents eſt à vn des conſequents,

ainsi tous les antecedents sont à tous les conse- f 12. 5.
quents. Donc comme chacun des triangles d'vn des polygones est à son triangle correspondant de l'autre polygone, ainsi tout le polygone sera à tout le polygone; Partant les triangles seront proportionaux à leurs touts.

Finalement. Ie dis que les polygones sont entr'eux en raiſõ doublee de leurs costez de meſme raiſon; c'est à dire si aux costez homologues, pour exemple A B, F G, on trouue la troisiesme proportionelle, que le polygone A B C D E, sera au polygone F G H I K, comme la ligne A B, 1. est à la 3. proportionelle trouuee: Car puis que comme le triangle A B C, est au triangle F G H, ainsi le polygone A B C D E, au polygone F G H I K; Mais le triangle A B C, est au triangle F G H, en g 19. 6.
raiſon doublee g du costé A B, au costé F G, pareil- h 11. 5.
lement h les polygones seront l'vn à l'autre en raiſon doublee des meſmes costez A B, F G. Donc semblables polygones &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

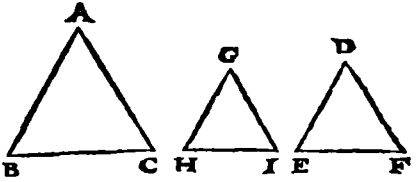
## COROLLAIRE.

De cecy il est manifeste, que s'il y a trois lignes propottionelles, comme la premiere sera à la 3. ainsi le polygone descrit sur la premiere, sera au polygone semblable, & semblablement descrit sur la seconde: Ou bien le poligone descrit sur la seconde, sera au polygone semblable, & semblablement descrit sur la troisiesme, comme la premiere est à la troisiesme. Ce qui est euident, ayãt esté demonstré que le polygone est au polygone comme la premiere A B, est à la troisiesme proportionelle.

## THEOREME 21. PROP. 21.

xx Les figures rectilignes, semblables à vne mesme figure rectiligne, sont aussi semblables entr'elles.

Soient les figures rectilignes ABC,& DEF, semblables à GHI.Ie dis qu'elles sont semblables entr'elles.




Car puis que les angles de ABC, sont egaux à ceux de[a] GHI,à cause de la similitude, & ceux de DEF, à ceux de GHI, pour la mesme cause; [b] les angles de ABC, seront egaux aux angles de DEF: Derechef à cause de la mesme similitude, les costez de ABC, sont proportionaux à ceux de GHI, sçauoir ceux qui sõt autour des angles egaux. Item les costez de DEF, sont proportionaux aux costez de GHI, pour la mesme cause. [c] Donc les costez de ABC, seront aussi proportionaux, aux costez de DEF, sçauoir ceux qui enuironnent angles egaux; partant selon la definition ABC,& DEF, seront semblables. Donc les figures rectilignes,&c. Ce qu'il falloit demonstrer.

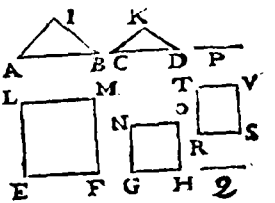
a 1. *def.* 6.
b 1. *e. f.*
c 11. 5.

xxj

## THEOREME 19. PROP. 22.

Si quatre lignes droictes sont proportionelles, les figures rectilignes sem-

blables & ſemblablement deſcrites ſur icelles ſeront proportionelles : Et ſi les figures rectilignes ſemblables & ſemblablemẽt deſcrites ſur telles lignes droictes, ſont proportionelles, icelles lignes droictes ſeront auſſi proportionelles.




Soient premierement quatre droictes lignes AB, CD, EF, GH, proportionelles, ſçauoir comme AB, à CD, ainſi EF, à GH, & ſoiẽt conſtituees 2. figures rectilignes quelconques ſur AB, CD, ſemblables & ſemblablement deſcrites ABI, CDK, pareillement ſur EF, GH, ſoient conſtituez deux autres rectilignes quelconques EM, GO. Ie dis que ces figures ſont proportionelles, à ſçauoir comme AIB, à CDK, ainſi EM, à GO.

Car[a] à AB, CD, ſoit trouuee la troiſieſme proportionelle P; & à EF, GH, la troiſieſme proportionelle Q. [b] En raiſon egale comme AB, ſera à P, ainſi EF, à Q: mais comme AB, eſt à P, ainſi [c] le rectiligne ABI, eſt au rectiligne CDK, ſemblable & ſemblablement deſcrit: par meſme raiſon comme EF, eſt à Q, ainſi le rectiligne EM, au rectiligne GO. Donc [d] comme ABI, à CDk, ainſi EM, à GO. Ce qui eſt propoſé.

a 11. 6.
b 12. 5.
c coroll. 20. 6.
d 11. 5.

Secondement ſoient les rectilignes ABI, CDK, EM, GO, proportionaux. Ie dis que les quatre lignes droictes AB, CD, EF, GH, ſont proportionelles, à ſçauoir comme AB, à CD, ainſi EF, à GH.

e 12. 6. Car aux trois lignes AB, CD, EF, e soit trouuee la quatrieſme proportionelle RS, ſur laquelle ſoit deſcrit le rectiligne RV, ſemblable & ſemblablement poſé au rectiligne EM, & partant f au rectiligne GO. D'autant donc que
f 22. 6. comme AB, à CD, ainſi EF, à RS; pareillement, comme il eſt deſia monſtré, comme ABI, ſera à CDK, ainſi EM, à RV, mais comme ABI, à CDK, ainſi EM, à GO. Donc comme EM, à
g 11. 5. gRV, ainſi EM, à GO, hpartant RV, GO, ſeront egaux: leſquels eſtant ſemblables & ſemblable-
h 9. 5. ment poſez, ils ſeront neceſſairement conſtituez ſur lignes droictes egales RS, GH, comme
h 7. 5. nous monſtrerons incontinent, hpartant comme EF, ſera à RS, ainſi EF, à GH. Mais comme EF, eſt à RS, comme AB, à CD, par l'hypotheſe.
i 11. 5. iDonc comme AB, à CD, ainſi EF, à GH. Partant ſi quatre lignes &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## LEMME.

*Or que les rectilignes egaux, ſemblables & ſemblablement deſcrits, comme ſont GO, RV, ſoient conſtituez ſur lignes droictes egales on le monſtrera ainſi. Car ſi GH, RS, ſont inegales ſoit GH, plus grande. Donc puis qu'à cauſe de la ſimilitude des rectilignes, comme GH, eſt à HO, ainſi RS, à SV, & que GH, eſt poſee plus grãde que RS, pareillement HO ſera plus grãde que SV, & partant le rectiligne GO, plus grand que le rectiligne RV, puis que RU, peut eſtre conſtitué au dedans d'icelluy; Ce qui eſt abſurde eſtant contre l'hypotheſe. Donc GH, RS, ne ſeront pas inegales. Ce qui eſt propoſé.*

SCHOLIE

## SCHOLIE.

*Semblablement s'il y a trois lignes droictes proportionelles: les rectilignes semblables & semblablement descrits sur icelles seront proportionaux, &c. Car si l'on prend la ligne du milieu & son rectiligne deux fois, l'on aura quatre lignes proportionelles. Donc par mesme moyen quatre rectilignes proportionaux, comme demonstre icy Euclide. Donc puis que ce qui est descrit sur la seconde est egal, voire mesme chose que ce qui est descrit sur la tierce; Ce qui est proposé, est manifeste.*

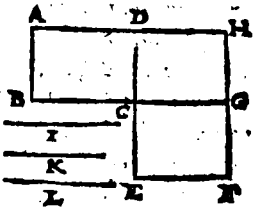
xxiiij

## THEOREME 17. PROP. 23.

Les parallelogrammes equiangles, sont l'vn à l'autre en raison composee de celles de leurs costez.

Soient les parallelogrammes equiangles AC, CF, ayant les angles BCD, ECG, egaux. Ie dis que la raison de AC, à CF, est cõposee de la raison de BC, à CG, & DC, à CE: C'est à dire, si on prend trois lignes droictes I, K, L, de sorte que I, soit à K, comme BC, à CG, & K, à L, comme DC, à CE; le parallelogramme AC, sera au parallelogramme CF, comme I, à L, qui est la raison composee de I, à K, & de K, à L, par la 5. definition de ce liure.

Car soient disposez les parallelogrammes selon les angles egaux au poinct C, de sorte que BC, CG, facent vne seule ligne droicte: ce qu'estant ainsi; Puis que les angles BCD, ECG, sont egaux, EC, C



D, feront auſſi vne ligne droicte, comme nous auons dit à la 14. & ſoient prolongees AD, FG, au poinct H, faiſant le parallelogramme CH: Et ſoit prinſe quelconque droicte ligne I, & à BC, CG, & I, ſoit [a] trouuee la 4. proportionelle K. Item aux trois DC, CE, & K, la 4. proportionelle L: [b] D'autant donc que comme BC, à CG, ainſi AC, à CH: mais comme BC, à CG, ainſi I à K, par l'hypotheſe: Pareillement [c] comme AC, à CH, ainſi I, à K. Par la meſme raiſon on monſtrera que comme HC eſt à CF, ainſi K, eſt à L: Car comme DC, à CE, [d] ainſi HC, à CF. Donc puis que K, eſt poſé à L, comme DC, à CE, pareillement HC, ſera à CF, comme K, à L; [e] Donc en raiſon egale AC, ſera à CF, comme I, à L, mais la raiſon de I, à L, eſt compoſee des raiſons de BC, à CG, & DC, à CE, par la 5. definition du 5. Donc la raiſon du parallelog. AC, au parallelog. CF, eſt compoſee de ces meſmes raiſons. Donc les parallelogrammes equiangles, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 12. 6.
b 1. 6.
c 11. 5.
d 1. 6.
e 22. 5

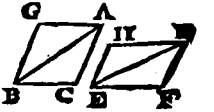
## SCHOLIE.

*Le meſme ſera demonſtré plus briefuement en ceſte maniere, eſtans conioincts les parallelogrammes comme auparauant: D'autant que comme* AC, *eſt à* CH, *ainſi* BC, *à* CG, *& comme* CH, *à* CF, *ainſi* DC, *à* CE: *Mais la raiſon de* AC, *à* CF, *eſt compoſee des raiſons entremoyennes* AC, *à* CH, *& de* CH, *à* CF, *par la definition, la meſme raiſon de* AC, *à* CF, *ſera auſſi compoſee des raiſons de* BC, *à* CG, *& de* DC, *à* CE, *leſquelles ſont egales à icelles moyennes. Ce que eſt propoſé.*

*Nous adiousterons icy quelques theoremes, assez vtiles pris de Commandin.*

1.

Les triangles qui ont vn angle egal, à vn angle, sont en raison composee des costez qui contiennent l'angle egal.

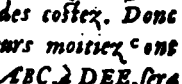



*Soient les triangles ABC, DEF, ayans l'angle C, egal à F. Ie dis que la raison de ABC, à DEF, est composee des costez, c'est à dire de la raison de BC, à EF, & de AC, à DF: ou de la raison de BC, à DF, & de AC, à EF. Car ayant accomply les parallelogrammes CG, FH: ils seront equiangles, a partant leur raison sera composee b des costez. Donc puis que les triangles ABC, DEF, leurs moitiez c ont mesme raison qu'iceux: La raison de ABC, à DEE, sera aussi composee des raisons des costez BC, AC, aux costez EF, DF.* a 23. 6. b 34. 1. c 15. 5.

2.

Composer vne raison de deux, ou de plusieurs raisons.

*Il sera facile à colliger de la demonstration de ceste 23. prop. Car soient les 3. raisons A, à B, C à D, & E, à F; proposées en lignes. Il faut composer vne raison d'icelles: d Comme A, à B, ainsi G, soit faict à H: & comme C, à D, ainsi H, à I, & comme E, à F, ainsi I, à K. Ie dis que la raison de G, à K, est composee des 3. raisons donnees: car icelle estant composee des raisons de G, à H, H, à I, & de I, à K, par la 5, definition de ce liure, elle sera aussi composee des raisons de A, à B, C, à D, & de E, à F: Puis que celles là, sont prises egales à celles-cy.*




d 12. 6.

3.

Oſter vne moindre raiſon d'vne plus grande.

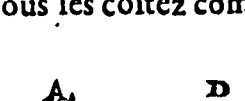
*Soit la raiſon de A, à B, moindre qu'il faut oſter de celle de C, à D, plus grande; Soit faict cõme A, à B, ainſi C, à E, & ſoit E, terme moyen entre C, & D. Ie dis que la raiſon de A, à B, eſt oſtee, de celle de C, à D, & que la reſtante eſt E, à D: Car puis que la raiſon de C, à D, eſt compoſee de celles de C, à E, & E, à D: ſi la raiſon de C, à E; c'eſt à dire de A, à B, eſt oſtee, reſtera la raiſon de E, à D, &c.*

A ——
B ——
C ——
E ——
D ——

a 11. 6.

4.

Les triangles qui ont vn angle egal à vn angle, ſont en meſme raiſon, que les rectangles contenus ſous les coſtez comprenants l'angle egal.




*Soient les triangles A B C, D E F, ayans l'angle A, egal à D. Ie dis que A B C, eſt à D E F, comme le rectangle ſous A B, B C, au rect. ſous E D, D F: Car ayant mené B G, E H, perpendiculaires à A C, D F, les triangles A B G. D E H: ſeront equiãgles. Donc comme G B à B A, auſſi H E, à E D: mais comme G B, à B A, ainſi le rectãgle ſous B G, A C, au rectãgle ſous A B, A C, (car G B, B A, eſtans poſees pour baſes la hauteur d'iceux ſera la meſme A C) ſemblablement cõme H E, à E D, ainſi le rectangle ſous E H, D F, au rectangle ſous D E, D F. Donc le rectangle ſous B G, A C, eſt au rectangle ſous A B, A C, comme le rectangle ſous E H, D F, au rectangle ſous D E, D F: Et en changeant le rectangle ſous B G, A C, eſt au rectangle ſous E H, D F,*

a .coroll. 1. 3. 1.
b 4. 6.
c 1. 6.
d 11. 5.

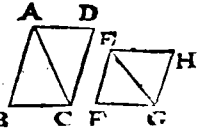
*comme le rectangle sous AB, AC, au rectangle sous DE, DF; Mais comme le rectangle sous BG, AC, est au rectangle sous EH, DF,* [c] *ainsi le triangle ABC, est* [c] 15. 5.
*à DEF,* [f] *les triangles estant moitiez des rectangles (car* [f] 41. 1.
*ils ont mesmes baſes auec iceux AC, DF, & mesmes hauteurs BG, EH, partant ſont entre meſmes paralleles) Donc ABC, ſera auſſi à DEF, comme le rectangle ſous AB, AC, au rectangle ſous DE, DF. Ce qui eſt propoſé.*

## COROLLAIRE.

D'où il s'enſuit que les parallelogrammes equiangles ſont auſſi en meſme raiſon, que les rectangles contenus ſous leurs coſtez eſtant doubles de tels triangles.

5.

**Les parallelogrammes equiangles entr'eux, ſont en meſme raiſon que les rectangles contenus ſous les coſtez d'iceux, contenants l'angle egal.**




*Soient les parallelogrammes BD, FH, equiangles entr'eux, dont les angles B, & F, ſont egaux. Ie dis que comme BD, eſt à FH, ainſi le rectangle ſous AB, BC, au rectangle ſous EF, FG: car ayant mené les diametres AC, EG, ſouſtendans les angles egaux, B, & F; les triangles ABC, EFG, auront l'angle B, egal à F: partant (comme nous auons demonſtré) comme le triangle ABC, ſera à EFG, ainſi le rectangle ſous AB, BC, au rectangle ſous EF, FG.* [a] *Donc puis que les parallelogrãmes BD, FH, ſõt en meſme raiſon que les triangles ABC, EFG,* [b] *ceux là eſtants doubles de ceux-cy,* [c] *comme*

[a] 15. 5.
[b] 34. 1.
[c] 11. 5.

*BD, ſera à FH; ainſi pareillement le rectangle ſous AB, BC, au rectangle ſous EF, FG. Ce qui eſt propoſé.*

6.

**Les triangles & les parallelogrammes ſont entr'eux, en raiſon compoſee, de la raiſon des baſes & de la raiſon des hauteurs.**



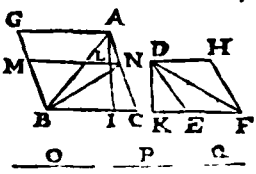

*Soient les triangles ABC, DEF, & les parallelogrammes CG, EH, dont les hauteurs ſont AI, DK. Ie dis que leur raiſon eſt compoſee de celle de la baſe BC, à EF, & de la hauteur AI, à DK: Car ſoient premierement les hauteurs egales, & les baſes auſſi egales, ou bien inegales: Et ſoit faict, comme BC, à EF, ainſi L, à M: mais comme AI, à DK, ainſi M, à N. Ce que eſtant, M, ſera egale à N, d'autant* [a] *que AI, eſt auſſi poſee egale à DK. Partant L, ſera à N,* [b] *comme L, à M, c'eſt à dire comme BC, à EF; Mais comme BC, à EF, ainſi le triangle ABC, à DEF, & le parallelogramme CG, à EH, parallelogramme.* [c] *Donc auſſi comme L, à N, ainſi ABC, à DEF, & CG, à EH: mais la raiſon de L, à N, eſt compoſee de la raiſon de L, à M, c'eſt à dire de la raiſon de la baſe BC, à la baſe EF, & la raiſon de M, à N, c'eſt à dire de la hauteur AI, à la hauteur DK. Donc la raiſon du triangle ABC, à DEF, & du parallelogramme CG, au parallelogramme, EH, eſt compoſee des meſmes raiſons. Ce qui eſt propoſé.*

[a] 7. 5.

[b] 1. 6.

[c] 11. 5.

*Soient maintenant AI, DK, inegales, & AI, plus grande, mais les baſes BC, EF, egales ou inegales. Soit faict comme AI, à DK, ainſi O, à P, & comme BC, à EF, ainſi P, à Q; & priſe IL, egale à DK; & par L, ſoit*




menee LM, parallele à BC, couppant AC, à N, & conioincte BN. D'autant que le triangle ABC, est à NBC, & le parallelogramme CG, à CM, comme la hauteur AI, à IL, ou à DK, egale à IL, c'est à dire comme O, à P. Comme il est monstré à la 1. proposi. de ce liure par Com. les triangles & les parallelogrammes ayans mesme base BC: & comme le triangle NBC, à DEF, & le parallelogramme CM, à EH, ainsi [d] la base BC, à EF: (ayant mesme hauteur) c'est à dire ainsi P, à Q: [e] En raison egale, ABC, sera à DEF, & CG, à EH, comme O, à Q; Partant la raison de O, à Q, estant composee de la raison de O, à P, c'est a dire de la raison de la hauteur AI, à la hauteur DK, & de la raison de P, à Q: c'est à dire de la raison de la base BC, à la base EF: De ces mesmes raisons sera composee la raison du triangle ABC, au triangle DEF, & du parallelogramme CG, au parallelogramme EH. Ce qui est proposé.

d 1. 6.

e 22. 6.

Semblablement on monstrera que la raison du triangle DEF, dont la hauteur est moindre, au triangle ABC, & du parall. EH, à CG, est composee de la raison de la base EF, à BC, & de la raison de la hauteur DK, à la hauteur AI, car si comme EF, est à BC, ainsi Q, est faict à P, & cõme DK, à AI, ainsi P, à O, & le reste soit faict cõme parauant: [f] le triangle DEF, sera à NBC, & le parall. EH, au parall. CM, comme EF, à BC, c'est à dire comme Q, à P. Item le triangle NBC, au triangle ABC, & le parall. CM, à CG, comme LI, ou DK, à AI, c'est à dire comme P, à O, comme il est demonstré à la 1. prop. de ce l. par Com. [g] Donc en raison egale comme DEF, sera à ABC, & EH, à CG, ainsi Q, à O: Partant puis que la raison de Q, à O, est composee de la raison de Q,

f 1. 6. 5.

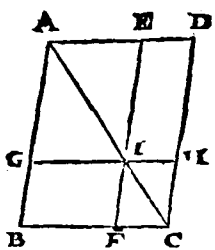
g 22. 5.

*à P, c'eſt à dire de la raiſon de la baſe E F, à la baſe C B: & de la raiſon de P, à O, c'eſt à dire de la raiſon de la hauteur D K, à la hauteur A I; la raiſon de D E F, à A B C, & de E H, à C G, ſera auſſi compoſee des meſmes raiſons. Ce qui eſt propoſé.*

xxij

## THEOREME 18. PROP. 24.

Les parallelogrammes qui ſont à l'entour du diametre, de tout parallelogramme, ſont ſemblables à leur tout & entr'eux.




Soit le parallegramme A B C, auquel ſoit mené le diametre A C, & par quelconque poinct d'iceluy, comme par I, ſoient menees E F, G H, paralleles aux coſtez A B, A D. Ie dis que les parallelogrammes E G, F H, à l'entour du diametre ſont ſemblables au tout B D, & entr'eux.

Car ils ſont equiangles au tout, d'autant que l'angle A, eſt commun au parall. G E, & au tout B D, [a] & l'externe A E I, egal à l'interne D, & l'ex-
a 29. 1. terne A G I, egal à l'interne B, & E I G, externe egal à l'interne I F B, c'eſt à dire à B C D, egal à iceluy I F B; parquoy le parallelogramme E G, eſt equiangle à B D: Par la meſme raiſon F H, eſt equiangle au meſme B D. Or que E G, F H, ayent
b 29. 1. auſſi les coſtez autour des angles egaux proporou cor. 4 tionaux au coſtez du tout B D: il ſera ainſi de-
6. monſtré. [b] Puis que le triangle A G I, eſt equian-

gle à ABC, & le triangle AEI, equiangle au triangle ADC, comme AB, sera à BC, ainsi AG, à GI, & par ainsi les costez autour des angles egaux B, & G, seront proportionaux. Derechef comme BC, à CA, ainsi GI, à IA: semblablement comme CA, à CD, ainsi IA, à IE. [d] Donc en raison egale comme BC, à CD, ainsi GI, à IE, & partant les costez autour des angles egaux BCD, GIE, sont proportionaux. L'on monstrera semblablement que les costez autour des autres angles egaux sont proportionaux. Donc par la 1. definition de ce liure, le parall. EG, sera semblable à tout le parallelogramme BD, & par mesme raison le parallelogramme FH, semblable au mesme BD; [e] Et partant semblables aussi entr'eux. Donc les parallelogrammes, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[c] 4. 6

[d] 22. 5.

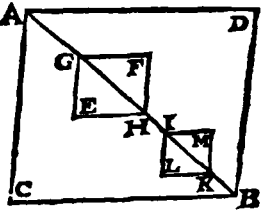
[e] 21. 6.

## SCHOLIE.

*Henrion a adiousté à ceste proposition, ces mots,* ayans vn angle commun au total. *Ce qu'il ne deuoit faire, n'estant au texte d'Euclide, comme il appert.* παντὸς παραλληλογράμμου τοῦ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμα, ὅμοιά ἐστι τό τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις, *C'est à dire: De tout parallelogramme, ou en tout parallelogrãme, les parallelogrammes qui sont à l'entour du diametre, sont semblables entr'eux, & au tout. Or ce qui l'a incité à corriger ainsi Euclide, a esté comme ie croy ce qui est en suitte de la demonstration de Clauius, qui dit*; Intelligenda autem sunt parallelogramma circa diametrum totius esse talia, quæ habeant vnum angulum cum toto parallelogrammo communem, vt manifestum est ex forma demonstrationis; *c'est à*

dire, M, il faut entendre que les parallelogrãmes à l'entour du diametre du total, soient tels qu'ils ayent vn angle commun auec le total, comme il eſt manifeſte par la forme de la demonſtration.

Ce qui ne doit toutesfois eſtre ainſi reſtraint, veu que l'on peut demonſtrer ſans ceſte reſtriction que les parallelogrammes à l'entour du diametre du total, n'ayans aucun angle commun auec le tout, & ayans les coſtez paralleles à ceux du total, ſont ſemblables entr'eux, & au total: Car ſoit le parallelogramme CD, & ſon diametre AB, autour duquel ſoient conſtituez EF, LM, parallelogrammes. Iceux ſont ſemblables entr'eux, & au total, car GE, AC, eſtant paralleles, & AB, tombant ſur icelles les angles [a] CAG, EGB, ſont egaux, l'externe à l'interne, & auſſi CBH, & EHG, eſtant CB, EH, auſſi paralleles; [b] Donc C, ſera auſſi egal à E, parquoy ACB, GEH, ſeront equiangles, & ſemblablement ADB, GFH; [c] & auront les coſtez, autour des angles egaux proportionaux, ſçauoir comme AC, à CB, ainſi GE, à FH, & comme CB, à BA, ainſi EH, à HG: & comme AB, à BD, ainſi GA, à HF, [d] donc en raiſon egale comme CB, à BD, ainſi EH, à HF, & ainſi des autres. Donc tous les angles de EF, ſeront egaux à ceux de CD, chacun au ſien, eſtãt les 2. au poinct A, egaux aux 2. au poinct G, & les 2. au poinct B, egaux aux 2. au poinct H, & les coſtez autour des angles egaux proportionaux: [e] Ainſi EF, ſera ſemblable à CD, par les meſmes raiſons LM, ſera ſemblable au meſme CD, & [f] partant ſemblables entr'eux, & au total.

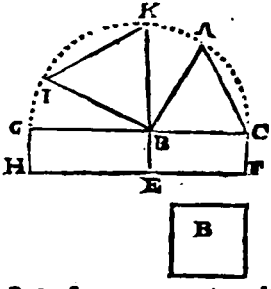



a 29. 1.
b 32. 1.
c 4. 6.
d 22. 5.
e 1. d. 6.
f 21. 6.

## PROBLEME 7. PROP. 25. XXV

Descrire vne figure rectiligne, semblable à vne figure rectiligne donnee, laquelle soit egale à vne autre proposee.

Soiēt 2. rectilignes ABC, & B, il faut constituer vn rectiligne semblable à ABC, & egal à l'autre B. Sur CB, costé du rectiligne ABC, auquel on en doit faire vn semblable,[a] soit constitué le parall. CE, en quelconque angle egal au rectiligne ABC: Et sur BE, soit faict le parallelogramme BH, egal à B, ayant l'angle EBG, egal à BCF, & les lignes CB, BG, feront vne seule ligne droicte comme il est monstré à la 45. prop. du 1. l.[b] Maintenant soit trouuee la moyēne proportiō BK, entre CB, BG,[d] sur laquelle soit constitué le rectiligne BIK, sēblable & sēblablement posé au rectiligne ABC. Ie dis que BIK, est egal à l'autre rectiligne B.




a 44. ou 45. 1.
b 13. 6.
d 18. 6.

Car puis que CB, BK, BG, sont proportionelles[d] comme CB, premiere est à BG, 3. ainsi le rectiligne sur la 1. CB, au rectiligne BIK, sur la 2. BK, semblable, & semblablement descrit:[d] Mais cōme CB, à BG, ainsi le parall. CE, au parall. BH. de mesme hauteur.[e] Doc cōme CE, à BH, ainsi ABC, à BIK,[f] mais cōme CE, à BH, ainsi ABC, à B;[g] d'autāt que ABC, & CE, sōt egaux, & BH, & B,[h] aussi egaux,[g] doc cōme ABC, à B, ainsi ABC, à BIK,

d coroll. 19. ou 20. 6.
d 1. 6.
e 11. 5.
f 7. 5.
g 11. 5.
h 9. 5.

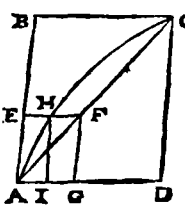
[b] Donc B, & IBK, seront egaux; mais KIB, est semblable & semblablement posé à ABC, par la construction. Donc nous auons descrit, &c. Ce qu'il falloit faire.

xxiij THEOREME 19. PROP. 26.

Si d'vn parallelogramme, l'on retranche vn parallelogramme semblable au tout, & semblablement posé, ayant vn angle commun auec le tout; Il consiste à l'entour d'vn mesme diametre auec le tout.

Du parallelogramme BD, soit retranché le parallelogramme EG, semblable & semblablement posé au tout BD, & ayant l'angle EAG, commun auec iceluy. Ie dis que EG, consiste à l'entour de AC, diametre du tout BD.

Car soiēt menees AF, CF, lesquelles si elles font vne ligne droicte: il est euident que EG, sera à l'entour d'vn mesme diametre auec BD. Que si elles ne font vne ligne droicte, soit menee AC, diametre de tout le parallelogrāme BD, couppāt le costé EF, au poinct H, par lequel soit menee HI, parall. à FG. Or d'autant que les parallelogrammes BD, EI, sont à l'entour d'vn mesme diame-




a 24. 6. tre AHC, [a] Ils seront semblables & semblablement posez.

b 1. d. 6. [b] Partant comme BA, à AD, ainsi EA, à AI; mais comme BA, à AD, ainsi EA, est à AG: d'autant que BD, EG, sont semblables par l'hypothese, & semblablement po-

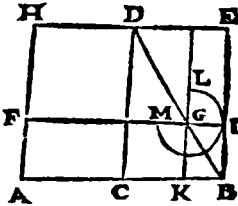
sez. [e] Donc comme EA, à AI, ainsi EA, à AG, [d] & partant AI, AG, seront egales, la partie à son tout, ce qui est absurde. Donc AF, FC, font vne seule ligne droicte, c'est à dire les parallelogrammes BD, EF, consistent à l'entour d'vn mesme diametre. Ce qu'il falloit demonstrer: Que si l'on dit que la droicte ligne AHC, couppe le costé FG, il aduiendra la mesme absurdité, &c.

[e] 11. 5.
[d] 9. 5

## THEOREME 20. PROP. 27. xxvj

De tous les parallelogrammes appliqués selon vne mesme ligne droicte, & defaillans de figures parallelogrammes semblables & semblablement posees à celuy qui est descrit sur la moitié; Le plus grand est celuy-là, lequel est appliqué sur l'autre moitié, & semblable au defaut.

Soit la ligne AB, diuisee en deux egalement à C, & sur la moitié CB, soit constitué vn parallelogramme quelconque CE, duquel le diametre soit BD. Donc si le parallelogramme ABEH, est acheué, le parallelogramme AD, constitué sur la moitié AC, sera appliqué selon AB, & defaillant du parallelogramme CE, & semblable au defaut CE. Ie dis que le parallelogramme AD, appliqué à la moitié AC, & defaillant du parallelogramme CE, est le plus grand de tous.




Ceux qui sont appliquez selon la ligne AB, & defaillent de parallelogrammes semblables &

ſemblablement poſez à CE.

Car ayant prins le poinct contingent G, au diametre BD, par lequel ayant mené les droictes lignes FGI, KG, paralleles à AB, BE, le parallelogramme FK, ſera appliqué ſelon AB, & [a] defaillant du parallelogramme KI; [a] qui eſt ſemblable à CE, & ſemblablement poſé eſtant autour d'vn meſme diametre auec CE: [b] Mais d'autãt que les cõplements CG, GE, ſont egaux, ſi on adiouſte le commun KI; CI, & KE, ſeront egaux; [c] mais CI, eſt egal à CF, eſtant ſur baſes egales AC, CB, donc CF, & KE, ſeront auſſi egaux; Et ayant adiouſté le commun CG, le parallelogramme AG, & le gnomon LM, ſeront egaux. Partant puis que CE, eſt plus grand que le gnomon LM, (car il contient le parallelogramme GD, plus que le gnomon) AD, [d] egal à CE, à cauſe des baſes egales AC, CB, ſera auſſi plus grand que AG, du meſme parallelogramme DG: ſemblablement on monſtrera que AD, eſt plus grand que tous autres parallelogrammes qui ſont appliquez ſelon AB, en ſorte que le poinct G, ſoit entre les poincts B, & D, c'eſt à dire qui occuppent vne ligne plus grande que la moitié AC, mais ont moindre altitude que AD, pourueu que les defauts ſoiẽt ſemblables à CE.

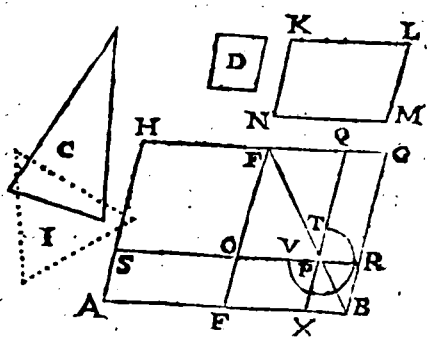
a 24. 6.
b 43. 7.
c 36. 1.
d 36. 1.

*Autrement l'on demonſtrera AD, eſtre plus grand que AG, en ceſte maniere: [e] les parallelogrammes FD, DI, ſont egaux, puis que les baſes HD, DE, ſont egalles: [f] mais DI, eſt plus grand que GE: c'eſt à dire que le complement CG (lequel eſt egal à GE) du parall. DG. Donc FD, ſera auſſi plus grand que CG, du meſme parall. DG, & partant adiouſtant le commun CF, AD, ſera plus grand que AG, du meſme parallelogramme DG.*

e 36. 1.
f 43. 1.

## THEOREME 8. PROP. 28. xxvij

A vne ligne droicte donnee appliquer vn parallelogramme, egal à vne figure rectiligne donnee ; defaillant d'vne figure parallelogramme laquelle ſoit ſemblable à vn autre parallelogramme donné. Mais il faut que la figure rectiligne donnee à laquelle il en faut appliquer vne egale, ne ſoit plus grãde que celle qui eſt appliquee à la moitié de la ligne donnee ; les defauts eſtans ſemblabes, à celuy qui eſt appliqué ſur la moitié, & à celuy qui doit defaillir d'vn ſemblable.




Soit la ligne donnee AB, à laquelle il faut appliquer vn parallelogrãme egal au rectiligne donné C, defaillant d'icelle ligne AB, d'vn parallelogramme ſemblable, à vn autre parallelogramme donné D.

La ligne AB, eſtant couppee en deux egalement au poinct E, ſur la moitié EB, [a] ſoit deſcrit le parallelogramme EG, ſemblable & ſembla- [a] 18. 6.

blement posé à D, & soit accomply le tout BH: Si donc AF, est egal à C; estant appliqué à AB, defaillant du parallelogramme EG, qui est faict sẽblable à D: l'on aura le requis. Mais si AF, est plus grand que C (car il ne doit estre moindre, puis que par la proposition precedente, c'est le plus grand de tous les appliquez, les defauts estant sẽblables, l'on n'en pourroit appliquer aucun à AB, egal à C, mais tous seroient moindres. Parquoy Euclide a adiousté: Mais il faut que le rectiligne donné, &c.) EG, egal à iceluy,
b 25. sera aussi plus grand que C, [b] soit donc plus grãd de I. comme il est monstré en suitte de la 45. du 1. & soit constitué KM, semblable & semblablement posé à D, ou à EG, mais egal à l'excez I; Desorte que EG, soit egal à C, & à KM ensẽble, & partãt plus grand que KM. Dõc puis que cõme EF, à FG, ainsi NK, à KL, à cause de la sẽblãce, les costez EF, FG, serõt aussi plus grãds que NK, KL, car s'ils estoient egaux à iceux ou moindres, EG seroit pareillement egal à NL, ou moindre, cõme il appert. Ayãt donc retranché FO, FQ, egales à KN, KL, & ayant faict le parallelogramme OQ, il sera egal à KM, & sẽblable & semblablement posé à iceluy, & partant à EG: [c] Et aussi
c 26.6. à l'entour d'vn mesme diametre que EG. lequel diametre soit BF; & ayant prolongé QP, OP, le parall. AP, sera appliqué à la ligne AB, defaillant de PB, [d] qui est semblable & semblable-
d 24.6. ment posé à EG, & partant aussi à D. Ie dis que
e 36.1. AP, est egal au rectiligne C. [e] Car puis que PG, est egal à PE, le cõplement au cõplement; Si on adiouste le commun PB, le parall. BQ, sera egal à ER, c'est à dire, à ES, [f] lequel est egal à ER; Les

bases

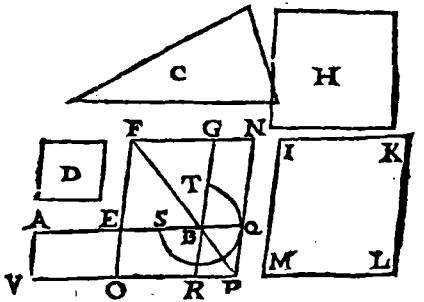
baſes AE, EB, eſtant egales. Parquoy ſi aux egaux AO, BQ, on adiouſte le commun EP, AP, ſera egal au gnomon TV, mais le gnomon TV, eſt egal au rectiligne C, (car puis que le parallelogramme EG, eſt egal à C, & IL, enſemble, ſi on oſte les egaux, QO, LI, le gnomon TV, demeurera egal à C:) Donc AP, ſera auſſi egal au meſme C. Donc à la ligne AB, &c. Ce qu'il falloit faire.

xxviij

## THEOREME 9. PROP. 29.

A vne ligne droicte donnee appliquer vn parallelogramme egal à vne figure rectiligne donnee, excedant icelle d'vn parallelogramme ſemblable à vn autre donné.

Soit la ligne droicte donnee AB, à laquelle il faut appliquer vn parallelogramme egal au rectiligne donné C; excedant AB, d'vn parallelogramme ſemblable à vn autre parallelogramme donné D.



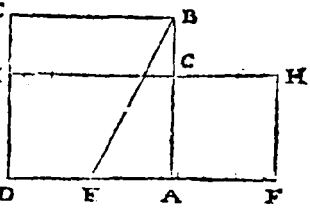

Soit diuiſee AB, en 2. egalement à E; Et ſur la moitié EB, ſoit deſcrit le parallelogramme E a 18. 6.

b 14. 2. G, semblable à D, & semblablement posé; b puis soit faict le quarré H, egal au rectiligne C, & au
c 25. 6. parallelogramme EG; c auquel soit faict le parallelogramme I L, egal, mais semblable à EG, & semblablement posé: parquoy IL, sera plus grand que EG, puis qu'il est egal au quarré H, qui est faict egal à C, & à EG, ensemble. Donc puis que à cause de la similitude de MK, EG, comme MI, à IK, ainsi EF, à FG, les costez MI, Ik, seront aussi plus grands que EF, FG. Car si IM, IK, estoient egales à EF, FG, ou moindres, Mk, seroit egal à EG, ou moindre, comme il est manifeste. Donc ayant prolongé FE, FG, en sorte que FO, FN, soient egales à IM, Ik,, & ayant accomply le parallelogramme ON; iceluy sera semblable & semblablement posé à EG, puis qu'il est egal à Mk, &
d 26. 6. semblable & semblablement posé. d Parquoy ON, EG, sont constituez à l'entour d'vn mesme diametre FP: ayant prolongé AB, GB, à Q, & R, & PO, iusques à ce qu'elle conuienne auec AV, parallele à FO, au poinct V: le parallelogramme AP, sera appliqué à la ligne AB, l'excedant du pa-
e 24. 6. rallelogramme QR, e lequel est semblable à EG,
f 36. 1. & partant à D. Ie dis donc que AP, est egal au
g 45. 1. rectiligne C, f Car puis que AO, ER, sont egaux: g & ER, est egal au complement BN, AO, sera aussi egal à BN. Donc adiouſtant le commun OQ, AP, sera egal au gnomon ST, mais ledict gnomon est egal au rectiligne C, (car puis que MK, c'est à dire ON, est egal à C, & EG, ensemble, si on oste le commun EG, demeurera le gnomon ST, egal à C.) Donc AP, sera aussi egal au rectiligne C: donc à vne ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit faire.

## PROBLEME 10. PROP. 30. xxix

Couppervne ligne droicte propoſee & terminee, ſelon la moyenne & extréme raiſon.

Soit la ligne droicte terminee A B, qu'il faut couper ſelon la moyenne & extréme raiſon: Ayant deſcrit ſur icelle le quarré AC, a au coſté DA, ſoit appliqué le rectangle DH, egal au quarré AC, excedant DA, du parallelogramme AH, ſemblable à iceluy quarré; en ſorte que AH, ſera pareillement quarré, attendu que le quarré ſeulement eſt ſemblable au quarré. Mais que IH, couppe AB, au poinct C. Ie dis que AB, eſt couppee ſelon la moyenne & extreme raiſon. a 29. 6.




Car puis que le rectiligne DH & le quarré AC, ſont egaux, ſi on oſte le cõmun AI; FG, & GC, demeureront egaux, leſquels ayant les angles egaux AGH, BGI, à ſçauoir droicts b les coſtez qui ſont autour d'iceux, ſeront reciproques, à ſçauoir IG, c'eſt à dire AB, ſon egale eſt à GH, c'eſt à dire à AG, egale à GH: comme AG, eſt à GB, Parquoy la toute AB, eſtant au plus grand ſegment AG, comme ledit ſegment AG, eſt au plus petit GB: AB, eſt coupee ſelon la moyenne & extréme raiſon par la definition. Donc nous auons couppé, &c. Ce qu'il falloit faire. b 14. 6.

Autrement nous demonſtrerons que AB, eſt

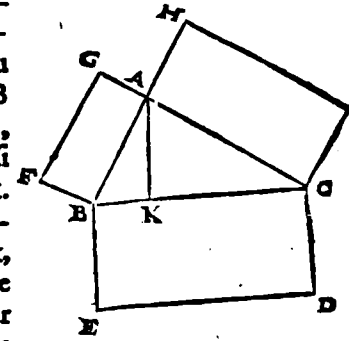
couppee au poinct G, selon la moyenne & extréme raison: puis qu'il y a trois lignes donnees AB, AG, GB, & que le rect. GC, contenu sous la premiere AB, & la 3. GB, est egal au quarré de la
c 17. 6. moyenne AG: c Icelles seront proportionelles, à sçauoir comme AB, 1. est à AG, 2. ainsi AG, 2. sera à GB, 3. Donc par la definition, AB, est couppee au poinct G, selon la moyenne & extréme raison.

d 11. 2. Autrement nous ferons tout le probleme, d soit diuisee AB, au poinct G, en sorte que le rectangle cõtenu sous la toute AB, & le segment GB, soit egal au quarré de l'autre segment AC. Ie dis que AB, est coupee à G, selon la moyenne & extré-
e 17. 6. me raison. e Car derechef comme auparauant, AB, AG, GB, seront proportionelles. Donc la proposition est manifeste.

## THEOREME 21. PROP. 31.

Aux triangles rectangles, la figure descrite sur le costé qui soustient l'angle droict; est egale aux deux figures des costez qui contiennent l'angle droict, semblables à icelle, & semblablement descrites.

Soit le triangle rectangle ABC, ayant l'angle A, droict; & soit descrit sur BC, quelconque figure rectiligne BD, à la quelle sur les costez B
a 18. 6. A, AC, soient constituees AF, AI, semblables & semblablement descrites. Ie dis que BD, est egale aux deux AF, AI.




Car ayant mené la perpendiculaire AK; du poinct A, sur BC: [b] comme BC, sera à CA, ainsi CA, sera à CK. Parquoy comme BC, 1. à CK, 3. ainsi la figure BD, descrite sur la premiere, sera à la figure CH, sur la 2. [c] semblable & semblablement descrite, & par conuersion de raison: comme CK, à BC, ainsi la figure CH, à la figure BD: semblablement on monstrera que comme BK, est à BC, ainsi la figure BG, est à la figure BD, puis que les 3. lignes BC, BA, BK, sont proportionelles. Donc d'autant que comme CK, 1. grandeur est à BC, 2. ainsi CH, 3. est à BD, 4. Item comme BK, 5. grandeur est à BC, 2. ainsi BG, 6. est à BD, 4. [d] Comme la 1. CK, auec la 5. BK, sera à la BC, 2. ainsi la 3. CH, auec la 6. BG, sera à BD, 4. mais CK, 1. & BK, 5. ensemble sont egales à la 2. BC: Donc la 3. CH, & la 6. BG, ensemble seront pareillement egales à la 4. BD. Ce qui est proposé.

b *coroll.* 8. 6.

c *coroll.* 19. *ou* 20. 6.

d 24. 5.

Autrement [c] puis que le triangle KAC, est semblable au triangle ABC, & que leurs costez BC, CA, sont de mesme raison; (car comme BC, à CA, au triangle ABC, ainsi AC, à CK, au triangle ACK,) [d] le triangle KAC, sera au triangle ABC, en raison doublee de CA, à BC: [e] Mais la figure CH, est à la figure BD, aussi en raison doublee

c 8. 6.

d 19. 6.

e 19. *ou* 20. 6.

f 11. 5. de CA, à BC, f Donc le triangle KAC, ſera au triangle ABC, comme la fig. CH, à la figure BD; par meſme raiſon on monſtrera que comme le triangle KAB, eſt au triangle ABC, ainſi la figure BG, à la fig. BD. Derechef d'autant donc que cõme KAC, premiere grandeur eſt à ABC, 2. ainſi CH, 3. eſt à BD, 4. Item comme KBA, 5. à ABC,

g 24. 5. 2. ainſi BG, 6. à BD, 4. g Comme KAC, premiere auec KBA, 5. ſera à la 2. ABC, ainſi CH, 3. & BG, 6. enſemble ſera à la 4. BD. Mais KAC, KBA, 1. & 5. enſemble ſont egales à la 2. ABC, donc CH, BG, 3. & 6. enſemble ſeront pareillement egales à BD, 4. Ce qui eſt propoſé.

Autrement: comme le quarré de AC, 1. grandeur eſt au quarré de BC, 2. grandeur, ainſi la figure CH, 3. grandeur à la figure BD, 4. grandeur;

h 19. ou 20. 6. h Puis qu'elles ſont toutes en raiſon doublee des coſtez AC, BC, ſemblablement comme le quarré de AB, 5. grandeur eſt au quarré de BC, 2. grandeur, ainſi la figure BG, 6. grandeur eſt à la

i 24. 5. figure BD, 4. grandeur, i partant comme la premiere grandeur auec la 5. à ſçauoir le quarré de AC, auec le quarré de AB, ſera à la 2. c'eſt à dire au quarré de BC: ainſi la 3. grandeur auec la 6. à ſçauoir la figure CH, auec la figure BG, eſt à la

k 47. 1. 4. à ſçauoir à la figure BD: K Mais les quarrez de AC, AB, enſemble ſont egaux au quarré de BC, donc les figures CH, BG, enſemble ſeront auſſi egales à la figure BD. Ce qui eſt propoſé: Donc aux triangles rectangles, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

XXX

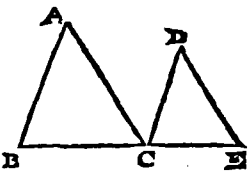
## THEOREME 22. PROP. 32.

Si deux triangles qui ont deux coſtez

proportionaux à deux costez sont disposez selon vn angle, en sorte que leurs costez de mesme raison soient aussi paralleles: les autres costez d'iceux triangles se rencontreront directement.

Soient les 2. triangles ABC, DEF, ayãt les costez AB, AC, proportionaux à DC, DE, sçauoir comme AB, à AC, ainsi DC, à DE, & soient disposez selon l'angle ACD, de sorte que les costez de mesme raison AB, DC; & AC, DE, soient paralleles entr'eux. Ie dis les autres costez BC, CE, feront vne ligne droicte.

Car puis que AB, DC, sont paralleles, [a] l'angle A, sera egal à ACD, alterne: & par mesme raison l'angle D, sera egal au mesme ACD; [a] 29. 1




Et partant A, & D, seront egaux entr'eux: d'autant donc que les triangles ABC, DCE, ont les costez à l'entour des angles egaux A, & D, proportionaux; [b] Ils seront equiangles, & auront les angles B, & DCE, egaux. Donc adioustant les egaux A, & ACD, les deux B, & A, seront egaux aux deux DCE, & ACD: C'est à dire à l'angle total ACE, Derechef adioustant le commun ACB, les trois angles du triangle ABC, seront egaux aux deux angles ACB, ACE: [c] Mais iceux trois angles sont egaux à deux droicts, donc les deux ACE, & ACB, seront egaux à deux droicts, [d] & partant BC, CE, feront vne ligne droicte: Donc si deux triangles qui ont deux costez, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[b] 6. 6.
[c] 32. 1.
[d] 14. 1.

## THEOREME 23. PROP. 33.

xxxij

Aux cercles egaux, les angles ont meſme raiſon entr'eux, que les circonferences ſur leſquelles ils ſont appuyez, ſoit qu'ils ſoient appuyez eſtant conſtituez aux centres ou aux circonferences: En outre les ſecteurs ſont auſſi de meſme entr'eux, d'autant qu'ils ſont conſtituez au centre.

Soient 2. cercles egaux ABC, EFG, dont les centres ſoient D,& H, & ſoient les angles BDC,FHG,au centre,ou BAC,FEG, à la circonference. Ie dis que comme l'arc BC, eſt à l'arc FG,ainſi l'angle BDC,eſt à l'angle FHG,& l'angle BAC,à l'angle FEG, & en outre le ſecteur BDC,au ſecteur FHG.




Car ayant mené les droictes lignes BC, FG,
a 1. 4. a ſoient appliquees aux cercles, CI,egale à BC, & GK, KL,chacune egale à FG, & ſoiẽt menees les droictes lignes ID, KH, LH. Donc d'au-
b 28. 3. tant que BC,CI,ſont egales, b les arcs BMC,

CNI, seront pareillement egaux: [c] & partant les angles BDC, CDI, seront egaux: par mesme raison les arcs FG, GK, KL, & les angles FHG, GHK, KHL, seront egaux. Donc l'angle BDI, sera autant multiple de l'angle BDC, que l'arc BCI, est multiple de l'arc BC. Par la mesme raison l'angle FHL, sera autant multiple de l'angle FHG, que l'arc FGL, l'est de l'arc FG: puis que les angles BDI, FHL, sont diuisez chacun en autant de parties egales que les arcs BI, FL, sur lesquels ils sont appuiez: partant si l'arc BCI, est egal à l'arc FGKL, [d] de necessité l'ãgle BDI, sera egal à l'angle FHL, & si l'arc est plus grand que l'arc, l'angle sera plus grand que l'angle, & si plus petit, plus petit. Parquoy l'arc BCI, & l'angle BDI, equimultiplices de la 1. 283. grãdeur, BC, BDC, seront ensẽble ou plus grãds, ou egaux, ou plus petits que l'arc FGKL, & l'ãgle FHL, equimultiplices de la 2. grandeur FG, & de la 4. FHG, s'ils sont prins comme ils s'entrerespondent. [e] Parquoy comme l'arc BC, 1. grandeur à l'arc FG, 2. ainsi l'angle BDC, 3. à l'angle FHG, 4. On monstrera le mesme des angles de la circonference.

c 27. 3.

d 27. 3.

e 6. def. 5.

Secondement, ie dis que comme la circonference, à la circonference, ainsi le secteur au secteur. Soient constituez aux segments BC, CI, les angles BMC, CNI, [f] lesquels seront egaux insistans aux arcs egaux BAC, CBAI, parquoy les segmens BMC, CNI, seront sẽblables: [g] & partant egaux entr'eux; estans constituez sur lignes droictes egales BC, CI, Donc adioustant les triangles BDC, CDI, [h] qui sont pareillement egaux, les secteurs BDC, CDI, seront faicts

f 27. 3.

g 24. 3.

h 4. 1.

egaux. Parquoy le secteur BDI, sera autant multiplice du secteur BDC, que l'arc BCI, l'est de l'arc BC. Semblablement le secteur FHL, sera monstré autant multiplice du secteur FHG, que l'arc FGKL, l'est de l'arc FG. Mais d'autant que si l'arc BCI. est egal à l'arc FGKL, aussi le secteur BDI, est egal au secteur FHL; (comme il a esté monstré aux secteurs BDC, CDI,) & si plus grand, plus grand, & si moindre moindre: partant l'arc BCI, & le secteur BDI, equimultiples de la premiere grandeur BC, & de la 3. BDC, defaudront ensemble, de l'arc FGKL, & du secteur FHL, equimultiplices de la 2. grandeur FG, & de la 4. FHG, ou ensemble seront egaux ou excederont; s'ils sont prins comme ils s'entrerespondent. i Partant comme l'arc BC, 1. grandeur est à l'arc FG, 2. ainsi le secteur BDC, 3. au secteur FHG, 4. Donc aux cercles egaux, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

i 6. def 5.

## COROLLAIRE I.

Il est manifeste de cecy, que le secteur est au secteur, comme l'angle est à l'angle: Car la raison de l'vn & de l'autre; sçauoir de l'angle BDC, à l'angle FHG, & du secteur BDC, au secteur FHG, est de mesme à la raison de l'arc BC, à l'arc FG. k Parquoy elles seront de mesmes entre elles.

k 11. 5.

## COROLLAIRE II.

Il est pareillement manifeste que comme l'angle au centre est à 4. droicts, ainsi l'arc qui sou-

ſtend iceluy angle eſt à toute la circonference. Et au contraire comme 4. angles droicts ſont à l'angle qui eſt au centre, ainſi toute la circonference eſt à l'arc qui ſouſtend ledit angle.

*Car comme l'angle au centre, eſt à l'angle droict au centre,* [l] *ainſi l'arc qui ſouſtend iceluy angle eſt au quart de la circonference du cercle ou au quadrãt, qui ſouſtend iceluy angle droict. Parquoy comme l'angle au centre ſera* [m]*, au quadruple de l'angle droict: c'eſt à dire à 4. droicts, ainſi l'arc ſouſtendu à iceluy angle ſera au quadruple de quadrant: c'eſt à dire à toute la circonfcrence, par ce que nous auons demonſtré à la 22. prop. du liure 5. Ce qui eſt premierement propoſé. D'autant donc que comme l'angle au centre eſt à 4. droicts, ainſi l'arc qui ſouſtend iceluy angle eſt à toute la circonference; Par cõuerſion de raiſon cõme 4. angles droicts, à l'angle au centre ainſi toute la circõference ſera à l'arc qui ſouſtend iceluy angle au centre. Ce qui eſt ſecondement propoſé.*

*Mais cecy peut auſſi eſtre ainſi demonſtré:* [m] *Puis que cõme l'angle droict au centre eſt à l'angle au cẽtre: Ainſi le quadrant ou quarte partie de la circonference qui ſouſtend iceluy angle droict eſt à l'arc qui ſouſtend iceluy angle au centre non droict; Pareillement comme le quadruple de l'angle droict, c'eſt à dire 4. droicts, ſera à l'angle au centre, par ce que nous auons monſtré à la 22. prop. du 5. liure, ainſi le quadruple du quadrant, c'eſt à dire toute la circonference ſera à l'arc qui ſouſtend iceluy angle. Ce qui eſt propoſé.*

l 33.6.

m 33.6.

m 33.

## SCHOLIE.

*En ſuitte de cette propoſition nous demonſtrerons icy les Theorémes ſuiuants.*

I.

Les angles qui ſont appuyez ſur ſemblables arcs de cercles, ſoit qu'ils ſoient aux centres ou aux circonferences ſont egaux entr'eux: Et au contraire les arcs auſquels inſiſtent angles egaux, ſoit aux centres ou aux circonferences ſont egaux.

*Aux cercles ABCD, EFGH, dont les centres ſont* I, *&* K, *ſoient les arcs* BCD, FGH, *ſemblables, ſur leſquels ſoient appuyez les angles* I, *&* K, *aux centres, &* A, E, *aux circonferences, ie dis que tant ceux-là que ceux cy ſont egaux entr'eux. Car ſoient conſtituez*
a 10.d.3. *en iceux arcs, les angles* C, *&* G, [a] *qui ſeront egaux:*
b 22. 3. [b] *mais tant les* 2. C *&* A, *que les* 2. G *&* E, *ſont egaux à deux droicts; oſtant donc les egaux* BCD, FGH, A
c 20.3. *&* E, *demeureront egaux,* [c] *deſquels* I, *&* K, *eſtant dou-*
d 6.e.ſ. *bles, ils* [d] *ſeront auſſi egaux. Ce qui eſt propoſé.*




*Soient derechef, tant les angles* I, *&* K, *que* A, *&* E, *inſiſtans aux arcs,* BCD, FGE, *egaux entr'eux. Ie dis qu'iceux arcs ſont ſemblables. Car* A *&* E, *eſtant egaux:*
e 22.3. *&* [e] *tant les* 2. A, C, *que* E, G, *eſtãt egaux à* 2. *droicts*
f 10 d. *les reſtes* C, G, *ſeront egaux,* [f] *partant les ſegments auſquels ils ſont* BCD, FGH, *ſont ſemblables. Mais*
g 7.c.ſ. *ſi* I, *&* K, *ſont egaux aux centres, leurs moitiez* [g] A *&*

*E, ſont auſſi egaux. Donc, comme auparauant, les arcs BCD, EGH, ſont ſemblables. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

2.

Aux cercles egaux, ſi on prend circonferences inegales, moindres que le demy-cercle, la plus grande circonference ſouſtiendra vne plus grande ligne. Mais aux ſegments plus grands que le demy cercle la plus petite ligne ſouſtiendra vne plus grande circonference que la plus grande.

*Aux cercles egaux ABC, DEF, dont les centres ſont G, H, ſoient les arcs moindres que le demy cercle, AC, DF, & ſoit AC, plus grand & DF, plus petit; & partant ABC, moindre & DEF, plus grand. Ie dis que la ligne droicte menee de A à C, eſt plus grande que la droicte ligne menee de D à F. Car apres auoir mené les lignes droictes GA, GC, AC, HD, HF; puis que l'arc AC, eſt poſé plus grand que l'arc DF, ſoit retranché CI, egal à DF, & ſoit menee la droicte ligne GI, Les angles IGC, & H ſeront egaux, [b] mais AGC, eſt plus grand que IGC, il ſera donc auſſi plus grand que H; Derechef les coſtez GA, GC, eſtant egaux aux coſtez HD, HF, chacun au ſien eſtant menez des centres de cercles egaux, & l'angle AGC, monſtré plus grand que DHF, la baſe AC, ſera plus grande [c] que la baſe DF, & c. Ce qu'il falloit demonſtrer. Soit veuë la 2. figure.*

[b] 27. 3.

[b] 8. c. ſ. [c] 24. 1.

Fin du ſixieſme Liure,

# LIVRE SEPTIESME DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

## *DEFINITIONS.*

1. L'vnité, eſt ſelon laquelle vne chacune choſe, de celles qui ſont, eſt dicte vne.

EVCLIDE a traicté iuſques icy de la premiere partie de la Geometrie, ſçauoir de celle là laquelle conſidere les plans : Il reſte l'autre partie laquelle traicte des ſolides. Mais auparauãt il luy a eſté neceſſaire de traicter des lig. commenſ. & incomenſ. d'autant que la cognoiſſance d'icelles eſt requiſe à l'explication & demonſtration des proprietez de pluſieurs corps ſolides, & principalemẽt de ceux que l'on nomme reguliers; de ſorte que ſans icelles le traicté des ſolides auroit eſté imparfaict, & d'auantage que ſans icelles lignes, pluſieurs coſtez tant des plans que des ſolides, ſi l'on veut reduire la Geometrie, en vſage & pratique, ne peuuent eſtre exprimez ny entendus, car pluſieurs des coſtez, ſont ces lignes que les Grecs appel-

lent ἄλογοι ; ceſt à dire irrationelles, ou ſi elles ne ſont irrationelles, elles ſont incommenſurables en longitude entr'elles, partant ne ſont meſurees par les nombres. Or d'autant que l'explication & intelligence de ces lignes eſt comme enuelopee & conioincte auec les nombres, en ſorte que ſans iceux ne peuuent eſtre cogneuës, il a eſté beſoin de traicter des nombres auparauant. C'eſt pourquoy en ce ſeptieſme Liure & aux deux ſuiuants, il explique les affections & proprietez des nombres en tant qu'ils peuuent ſeruir à la Geometrie, à fin qu'au dixieſme Liure, auec plus de facilité & plus amplemẽt il face les demonſtrations des lignes commenſurables & nicommenſurables.

Commençant donc ſelon ſa couſtume par les principes, il definit premierement l'vnité ; en ſeignant que c'eſt celle, ſelon laquelle, chaque choſe, de celles qui ſont, eſt dicte, vne; car ſelon l'vnité, nous auons de couſtume d'appeller vn corps, vn corps, vn animal vn animal, vne pierre, vne pierre, & ainſi des autres choſes. Au reſte l'vnité ne reçoit aucune diuiſion aux nombres, tout de meſme que le poinct aux grandeurs.

2. Nombre, eſt vne multitude compoſee d'vnitez.

C'eſt à dire que ſi on poſe tant d'vnitez que l'on voudra enſemble, la collection d'icelles, s'appelle, nombre, d'où il eſt manifeſte, qu'en tout nombre il y a autant de parties qu'il y a d'vnitez qui le conſtituent : de ſorte que l'vnité eſt partie de chacun nombre denommee par iceluy nombre, duquel elle eſt partie. Comme le

nombre 8. composé de huict vnitez, se diuise en autant de parties, sçauoir en huict vnitez, chacune desquelles est dicte partie huictiesme du nombre huict, &c. D'où il s'ensuit que tous les nombres sont commensurables entr'eux, puis qu'ils sont tous mesurez par vne mesme mesure sçauoir par l'vnité comme il est dict: Ce qui ne peut pas conuenir à toutes les grandeurs comme il sera monstré au dixiesme liure.

3. Vn nombre est partie d'vn autre nombre; le plus petit du plus grand, lors que le plus petit mesure le plus grand.

Cette definition est semblable à celle du cinquiesme liure par laquelle Euclide definit la partie de la quantité continue. Car comme là, icy il definit la partie aliquote, laquelle est dicte mesurer exactemẽt son tout. Comme 6. est dict partie de 18. d'autant qu'il le mesure exactement sans qu'il reste rien: semblablement chacun de ces nombres, 3. 4. 6. 8. est partie de 576. puis chacun le mesure exactement. Or toute partie prend son nom du nombre par lequel elle mesure vn autre, comme 6. est dicte septiesme partie de 42. d'autant que 6. mesure 42. par 7. c'est à dire est contenu en 42. sept fois exactement, & ainsi des autres.

4. Mais vn nombre, est dict parties d'vn autre, plus grand, quand le plus petit ne mesure le plus grand.

Comme 4. ne sera dict partie de 6. d'autãt que 4. plus petit ne mesure 6. precisement; mais sera dict les deux parties de 6. sçauoir $\frac{2}{3}$. & 5. sera dict

parties

parties de 18. ſçauoir $\frac{5}{18}$ d'autant que l'vnité qui eſt leur commune meſure eſt contenu cinq fois en 5. & dix-huict fois en 18.

5. Vn nombre eſt dit multiple d'vn autre plus petit, lors que le plus petit meſure le plus grand.

Tout ainſi qu'vn nombre qui en meſure preciſement vn plus grand, eſt dict partie du plus grand, auſſi le plus grand qui eſt meſuré par le plus petit, eſt dict multiple du plus petit; & tout ainſi auſſi qu'vn nombre qui n'en meſure exactement vn plus grand n'eſt dict partie du plus grand mais parties, auſſi le plus grand ne ſera dit multiple du plus petit, par lequel il n'eſt meſuré. Comme 4. eſt partie de 24. d'autant qu'il meſure 24. preciſement, & pareillement 24. eſt dict multiple de 4. puis qu'il eſt meſuré de 4. Et 30. multiple de 6. d'autant que 6. meſure 30. &c.

6. Nombre pair, eſt celuy qui peut eſtre diuiſé en deux egalement.

Comme tous les nombres ſuiuants 4. 10. 40. 100. 1000. ſont dicts nombres pairs, d'autant que chacun peut eſtre diuiſé en deux parties egales, dont les moitiez ſeront 2. 5. 20. 50. 500.

7. Mais nombre impair eſt celuy qui ne ſe peut diuiſer en deux egalement, ou qui difere du nombre pair, de l'vnité.

Comme tous ces nombres icy, 5. 11. 15. 37. 101. ſont appellez nõbres impairs, d'autant qu'ils ne peuuent eſtre diuiſez en 2. egalement; ou bien d'autant qu'ils ſont differents de l'vnité des

nombres pairs 4. 10. 14. 36. 190. &c.

8. Nõbre pairement pair, eſt celuy qu'vn nombre pair meſure par vn nombre pair.

Comme 32. ſera dict pairement pair, d'autant que 8. nombre pair le meſure par 4. qui eſt auſſi nombre pair. 24. ſera auſſi tout dict nombre pairement pair, puiſque 4. nombre pair, le meſure par 6. nombre pair, &c.

9. Et nombre pairement impair, eſt celuy qu'vn nombre pair meſure, par vn nombre impair.

C'eſt à dire que ſi vn nombre pair meſure vn nombre pair par vn nõbre impair, le meſuré ſera appellé pairement impair. Comme 30. que 2. nombre pair meſure par 15. nombre impair. Et 6. nombre pair meſure le meſme 30. par 5. nombre impair, &c.

10. Mais nombre impairement impair, eſt celuy lequel vn nombre impair meſure par vn nombre impair.

Comme 45. lequel eſt meſuré de 9. nombre impair par 5. nombre auſſi impair, eſt dict nombre impairemẽt impair: Et 15. auſſi qui eſt meſuré de 3. par 5. Et ceux cy 9. 21. 25. 27. 33. 35. &c. ſont dicts impairement impairs.

11. Nombre premier, eſt celuy lequel l'vnité ſeule meſure.

C'eſt à dire que ſi vn nombre ne peut eſtre meſuré par aucun autre. Mais par l'vnité ſeulement en ſorte qu'il ne puiſſe eſtre dit pairement pair, ou pairement impair, ou impairement impair, iceluy ſera appellé nombre premier, com-

me ſont ceux cy. 2.3.5.7.11.13.17.19.23.29.31.&c. Car la ſeule vnité les meſure.

12. Nombres premiers entr'eux, ſont ceux-là, leſquels ont la ſeule vnité pour commune meſure.

C'eſt à dire que ſi deux ou pluſieurs nombres ſont propoſez, & qu'il ne ſe puiſſe trouuer aucun nombre qui meſure chacun d'iceux preciſement outre la ſeule vnité, iceux ſeront dicts premiers entr'eux; comme, 15. & 8. ou 3. & 5. ſont premiers entr'eux, d'autant qu'il n'y a que l'vnité qui ſoit commune meſure d'iceux, &c.

13. Nombre compoſé, eſt celuy lequel, quelque nombre peut meſurer.

Les Geometres appellent nombre compoſé celuy, que quelque autre nombre meſure outre l'vnité. Comme 15. qui eſt meſuré par 5. & 3. Or il eſt manifeſte que tous les nombres pairs, outre le binaire ſont nombres compoſez, eſtant tous meſurez par 2. d'où il s'enſuit que tous les nombres premiers, outre le binaire ſont impairs, le binaire eſtant le premier des impairs.

14. Mais nombres compoſez entr'eux, ſont ceux-là leſquels ſont meſurez par quelque nombre cõme cõmune meſure.

Deux ou pluſieurs nombres, leſquels ſont meſurez par quelque nombre outre l'vnité, comme par leur commune meſure, ſont dicts compoſez entr'eux, iaçoit que chacun de ſoy ne ſoit compoſé. Cõme 15. & 24. ſont compoſez, entr'eux d'autant que 3. meſure l'vn & l'autre, comme commune meſure: auſſi 7. 21. & 35. ſont compo-

ſez entr'eux; car le premier d'iceux meſure ſoy meſme & les deux autres, encore qu'il ſoit premier de ſoy.

15. Vn nombre eſt dit en multiplier vn autre, quand il en eſt produict quelqu'vn, qui eſt compoſé autant de fois du multiplié, qu'il y a d'vnitez au multipliant.

Comme 6. ſera dit multiplier 8. quand 8. ſera compoſé autant de fois, qu'il y a d'vnitez au multipliant 6. ſçauoir ſix fois, & qu'il ſera procreé vn autre nombre ſçauoir 48. Auſſi en changeant 8. ſera dit multiplier 6. ſi on poſe 6. huict fois ſçauoir autant qu'il y a d'vnitez en 8. & que l'on ſera le meſme 48. Ainſi vn nombre ſera dit eſtre produit de deux nombres ſe multipliants l'vn l'autre; comme 63. de 7. & 9. &c.

16. Mais quand deux nombres ſe multipliant l'vn l'autre en produiſẽt quelqu'vn, celuy qui eſt produict, eſt appellé plan. Et les nombres qui ſe multiplient l'vn l'autre ſeront dicts coſtez d'iceluy.

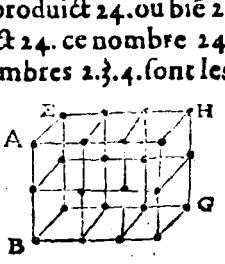
Tout nombre produict de la mutuelle multiplication de 2. nombres, eſt appellé plan, d'autant que ſes vnitez eſtant diſpoſees en long & en large repreſentent vn parallelogramme rectangle, les coſtez duquel ſont les deux nombres ſe multipliants, comme il a eſté dict au 2. liure. Comme 24. produict de 4. par 6. eſt dict nombre plan. Duquel les coſtez ſont 4. & 6. d'autant que ſes vnitez diſpoſees en long & large, repreſen-

4 . . . . . 6

tent vn parallelogramme rectangle, &c.

17. Quand trois nombres se multiplians l'vn l'autre en produisent quelqu'vn, celuy qui est procreé, sera appellé solide. Et les nombres qui se multiplient l'vn l'autre seront appellez costez d'iceluy.

Comme d'autant que ces trois nombres, 2.3.4. se multiplians l'vn l'autre produisent 24. car 2. par 3. produict 6. & 6. par 4. produict 24. ou biẽ 2. par 4. faict 8. & 8. par 3. faict 24. ce nombre 24. sera appellé solide; & les nombres 2.3.4. sont les costez. D'autant que les vnitez disposees en long, large & profondité, representent quelque figure solide, appellee parallelipede, cõme il sera exposé au liu. vnzieſme. dont les 3. dimensions sont exprimees par les trois nombres qui se multiplient. Car si on multiplie 2. par 4. on aura 8. pour le nombre de la base BG, du solide AC, lõgue de 4. vnitez & large de 2. & si cette base est multipliee par 3. on produira tout le nombre du solide, 24. haut de 3. vnitez, &c.




18. Nombre quarré est, celuy qui est egalement egal; ou qui est contenu sous deux nombres egaux.

*C'est à dire, produict de 2. nombres egaux multipliez l'vn par l'autre.*

Ce nombre plan qui est egalement egal, c'est à dire qui selon ses vnitez disposees en long & en large refere vn parallelogramme re-

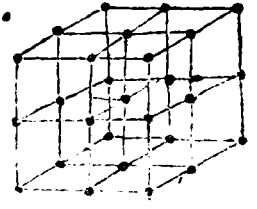
ctangle dont la longitude eſt egale . . . . .
à la latitude, de ſorte que tous ſes . . . . .
coſtez ſont egaux ou qui eſt pro- 5 . . . . .
duict de 2. nombres egaux, & par- . . . . .
tant eſt contenu ſous iceux eſt ap- . . . . .
pellé quarré cõme 25. cõtenu ſous 5
5. & 5. c'eſt à dire produict de la mutuelle multiplicatiõ des deux 5. l'vn par l'autre. Car ſes vnitez eſtant redigees en forme plane, il repreſente vn quarré parfaict, ayant 5. vnitez à chaque coſté, partant egalement egal.

Mais l'vn ou l'autre des coſtez de la multiplication deſquels il eſt produict, eſt appellé racine du quarré.

19. Nombre cube eſt, celuy qui eſt egalement egal egalement. Ou qui eſt contenu ſous trois nombres egaux.

*Ou produict de 3. nombres egaux l'vn par l'autre.*

Il appelle cube ce ſolide, qui eſt egalement egal egalement, c'eſt à dire duquel les vnitez diſpoſees en long, large & profond, repreſentent vn cube Geometrique en ſorte que toutes ſes dimenſions, ſçauoir longitude, latitude, hauteur ou profondité, ſoient egales. Ou qui eſt produict de 3. nombres egaux, comme 27. qui eſt contenu ſous ces trois nombres 3. 3. 3. car 3. fois 3. font 9. & 3. fois 9. font 27. Car toutes ſes vnitez redigees en forme de ſolide repreſentent vn cube Geometrique y ayant 3. ſelon



chacune dimension. Et chacun de ces 3. nombres, est appelé des Geometres costé du cube, & de plusieurs Arithmeticiens racine cubique.

20. Les nombres sont proportionaux. Quand le premier est autant multiple du second, ou mesme partie, ou mesmes parties que le troisiesme du quatriesme.

*Ou bien quand le premier contient autant de fois le second, & en outre vne mesme partie d'iceluy, ou mesmes parties, que le troisiesme le quatriesme.*

A fin de comprendre tous les nombres proportionaux en tout genre de proportion, d'inegalité, (comme sont tous les nombres inegaux.) Nous auons adiousté ces mots comme Clauius, (ou bien quand le premier contient autant de fois le second, & en outre vne mesme partie ou mesmes parties d'iceluy, que le troisiesme, le quatriesme.) Car la vulgaire definition d'Euclide (laquelle Clauius dit estre corrompuë) comprend seulement les nombres proportionaux en la proportiõ multiple, & submultiple & aux autres proport. de moindre inegalité. Car en la proportion multiple il y a 4. nombres proportionaux, quand le premier est autant multiple du second que le troisiesme du quatriesme, & en la submultiple, quand le premier est mesme partie du second, que le troisiesme du quatriesme, & aux autres proportions de moindre inegalité; Quand le premier est mesmes parties du second que le troisiesme du quatriesme, comme veut la definition d'Euclide: mais par icelle l'on ne peut comprendre quels sont les nombres proportionaux en la raison superparticuliere, su-

perpartiente, multiple ſuperparticuliere, & multiple ſuperpartiente; car en toutes ceux-cy le premier nombre n'eſt pas autant multiple du ſecond que le troiſieſme du quatrieſme ny meſme partie ny meſmes parties; Mais le premier contient le ſecõd, & le troiſieſme le quatrieſme egalement, ſçauoir vne fois ou plus & en outre vne meſme partie d'iceluy ou meſmes parties comme il eſt manifeſte par la def. 4. l. 5.

Parquoy ces nombres 12. 4. 9. 3. ſont proportionaux, eſtant le premier autant multiple du ſecond, que le troiſieſme du quatrieſme, ſçauoir triple. Item 4. 12. 3. 9. Car 4. eſt telle partie de 12. ſçauoir tierce, que 3. de 9. De rechef, 6. 8. 9. 12. ſont proportionaux d'autant que 6. eſt meſmes parties de 8. que 9. de 12. ſçauoir les $\frac{3}{4}$. finalement 7. 6. 14. 12. & 7. 4. 14. 8 & 11. 5. 22. 10. & 12. 5. 24. 10. ſont nombres proportionaux, car au premier exemple: le premier nombre contient vne fois le ſecond, & le troiſieſme 1. fois le quatrieſme, & en outre la $\frac{1}{6}$. partie. Au 2. exemple: le premier contient 1. fois le 2. & le troiſieſme le quatrieſme & en outre $\frac{3}{4}$. parties. Au troiſieſme exemple 2. fois & $\frac{1}{5}$. partie. Et au dernier, le premier contient 2. fois le 2. & le 3. le quatrieſme, & en outre $\frac{2}{5}$. parties: & autrement les nombres ne ſeront nullement proportionaux. Donc toutes & quantes fois que 4 nombres ſont poſez proportionaux, il faudra accorder, que ſi les plus grands ſont comparez aux moindres, le premier, & le troiſieſme ſeront equimultiples du 2. & du 4. ou bien le premier & le 3. contiendront egalement le 2. & le 4. & en outre meſme partie ou meſmes parties: Et au contraire ſi le premier & le troi-

ſieſme ſont accordez equimultiples : ou bien que le premier ſoit dit contenir autant de fois le 2. que le 3. le 4. & en outre meſme partie ou meſmes parties, on colligera que les nombres ſont proportionaux. Que ſi on compare les moindres aux plus grands, & qu'ils ſoient dicts auoir meſme proportion, il faudra confeſſer que le premier eſt meſme partie du 2. que le 3. du 4. ou meſmes parties ; & au contraire ſi le premier eſt poſé meſme partie du 2. que le 3. du 4. ou meſmes parties, on conclurra qu'iceux nombres ſont proportionaux.

Mais Euclide definit ſeulement, ces nombres proportionaux là, leſquels ont meſme proportion d'inegalité. Car s'il eſt queſtion de la proportion ou raiſon d'egalité, il eſt manifeſte, que le premier doit eſtre egal au ſecond & le 3. au 4. à fin qu'ils ſoient dicts proportionaux.

Or de cette definition on collige manifeſtement que les nombres egaux ont meſme raiſon à vn meſme, & au contraire vn meſme aux egaux. Item que les nombres qui ont meſme raiſon à vn meſme, ou auſquels vn meſme nombre à meſme raiſon, ſont egaux. Car puis que les nombres egaux ſont equimultiples, ou meſme partie ou meſmes parties d'vn meſme ; ou le contiennent egalement, & en outre meſme partie ou meſmes parties : Item puis qu'vn meſme nombre eſt equimultiple de nombres egaux, ou meſme partie ou meſmes parties ; ou contient iceux egalement, & en outre meſme partie ou meſmes parties d'iceux ; il eſt manifeſte que nombres egaux ont meſme raiſon à vn meſme, ou vn meſme à nombres egaux, ſelon cette defi-

nition. Derechef, d'autant que les nombres qui ont meſme raiſon à vn meſme, ſont equimultiples d'iceluy, ou meſme partie, ou meſmes parties, ou le contiennent egalement & en outre meſme partie ou meſmes parties. Et vn nombre qui a meſme raiſon à quelques vns, eſt equimultiple d'iceux ou meſme partie ou meſmes parties, ou les contient egalement, & en outre meſme partie ou meſmes parties d'iceux: ſelon cette definition, il eſt manifeſte que les nombres qui ont meſme raiſon à vn, ou auſquels vn meſme à meſme raiſon ſont egaux entr'eux.

Semblablement; l'on infere qu'il y a plus grande raiſon d'vn plus grand nombre à vn meſme, que d'vn plus petit. Et au contraire, vn meſme à plus grande raiſon à vn plus petit qu'à vn plus grand: Item que celuy des nombres qui a plus grande raiſon à vn meſme eſt le plus grand, & celuy auquel vn meſme à plus grande raiſon eſt le plus petit: toutes leſquelles choſes ſont faciles, entendant bien cette definition.

Cette definition conuient auſſi aux nombres rompus, ſoit que les nombres ſoient entiers enſéble ou non. Car ces 4. nõbres ſont proportionaux $\frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{2}{2}, \frac{2}{4}$. le premier eſtant autant multiple du 2. que le 3. du 4. ſçauoir double, ce qui appert ſi on reduit les 2. premiers en meſme denomination, ſçauoir à $\frac{6}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & les 2. autres à $\frac{2}{4}$. & $\frac{2}{4}$. Semblablemẽt, ces quatre ſont proportionaux; $2\frac{3}{8}$. $4\frac{2}{12}$. $1\frac{2}{4}$. $2\frac{5}{10}$. puis que le premier eſt telle partie du ſecond, que le troiſieſme du quatrieſme; ſçauoir la moitié, ce qui eſt manifeſte les reduiſant en meſme denomination, ſçauoir à $\frac{19}{8}$. $\frac{28}{8}$. & $\frac{7}{4}$. & $\frac{10}{4}$. &c.

21. Les nombres plans semblables & solides, sont ceux là qui ont les costez proportionaux.

A fin qu'vn nombre plan soit semblable à vn nombre plan, il n'est pas necessaire que deux costez de l'vn tels que l'on voudra soient proportionaux à 2. costez de l'autre tels que l'on voudra ; mais suffit que l'vn ait deux costez quels qu'ils soient proportionaux à 2. quelconques costez de l'autre.

Comme les nombres plans 24. & 6. sont semblables, d'autant que les costez de celuy là, 6. & 4. sont proportionaux, aux costez de cetuy-cy, 3. & 2. combien que les autres costez de ce premier 8. & 3. ou 12. & 2. ne soient proportionaux à ceux cy 3. & 2.

Semblablement, il n'est pas requis que à fin que 2. nombres solides soient semblables, que 3. des costez de l'vn tels qu'on voudra soient proportionaux à 3. de l'autre tels qu'on voudra, mais suffit que trois costez soient proportionaux à 3. costez, quels qu'ils soient, car ainsi s'ils sont reduicts en forme de solide selon leurs vnitez, leurs longitudes, latitudes & altitudes seront proportionelles. Comme les nombres solides 192. & 24. sont semblables, les costez de celuy-là, 8 6. 4. estant proportionaux aux costez de cetuy-cy, 4. 3. 2. combien que les autres costez de ce premier 12. 8. & 2. ou 16. 4. 3. ne soient proportionaux à ceux-cy, 4. 3. 2. &c.

22. Nombre parfaict est, celuy-là qui est egal à toutes ses parties aliquotes.

C'eſt à dire que ce nombre là, auquel toutes ſes parties priſes enſemble ſont egales (ſçauoir toutes ſes parties aliquotes) eſt appellé des Mathematiciens nombre parfaict. Cõme 6.28.496. Car le premier contient ces 3. parties aliquotes 1.2.3. leſquelles toutes enſemble font 6. Toutes celles du ſecond ſont 1.2.4.7.14. la ſomme deſquelles faict 28. Et celles du troiſieſme 1.2.4.8.16.31.62.124.148. toutes leſquelles aſſemblees font 496. &c.

Que ſi toutes les parties aliquotes d'vn nombre priſes enſemble ſont plus grandes qu'iceluy, il ſera dit abondant, ſi moindres, il ſera appellé diminué.

D'où il appert que ce mot, partie, eſt pris par Euclide pour partie aliquote ſeulement, car autrement tout nombre ſeroit nõbre parfaict, tout nombre eſtant egal à toutes ſes parties, ſi chaque nombre plus petit peut eſtre dit partie d'vn plus grand, ſoit qu'il le meſure ou nom.

*A ces definitions d'Euclide nous adiouſterons les ſuiuantes apres Clauius & autres.*

23. Vn nombre eſt dit meſurer vn nombre par celuy-là, lequel multipliant, ou eſtãt multiplié produict le meſme nõbre.

Comme 4. ſera dit meſurer 12. par 3. d'autant que 4. multiplié par 3. produict 12. Item 3. ſera dit meſurer le meſme 12. par 4. puis que 4. multipliant 3. produict 12. &c.

24. Proportion ou raiſon de nombres eſt vne habitude d'vn nombre à vn autre, ſelon ce que l'vn eſt multiple de l'autre, ou partie, ou parties, ou bien le contient vne

fois ou quelques fois,& en outre quelque partie ou parties d'iceluy.

Comme ſi on compare 20. auec 4. ſelon ce que 20.eſt multiple de 4. ſçauoir quintuple,cette comparaiſon ou habitude ſera dicte raiſon ou proportion.

25. Deux nombres ſont dicts termes ou racines de la proportion, auſquels l'on n'en peut trouuer deux plus petits en la meſme raiſon ou proportion.

26. Quand trois nombres ſont proportionaux, le premier eſt dit auoir au troiſieſme la raiſon doublee de celle du premier au ſecond: Et quand il y en a quatre, le premier eſt dit eſtre en raiſon triplee, du premier au ſecond: Et ainſi d'vn meſme ordre, vn de plus iuſques à ce que la proportion ſoit acheuee.

27. S'il y a tant de nõbres que l'on voudra d'ordre,la raisõ du premier au dernier,eſt dicte eſtre cõpoſee, des raisõs du premier au ſecond, & du ſecond au troiſieſ. & du troiſieſme au quatrieſ.& ainſi d'ordre iuſques à ce que la proportion ſoit acheuee.

## PETITIONS OV DEMANDES.

A tout nõbre donné,en pouuoir prẽdre tãt que l'on voudra d'egaux ou multiples.

2. A tout nombre donné en pouuoir prendre vn plus grand.

Combien que le nombre ne puisse estre diminué infiniment, mais paruient à l'vnité indiuisible, il peut neantmoins estre augmenté infiniment, par la continuë addition de l'vnité. Parquoy quelconque nombre estant proposé l'on en peut trouuer vn plus grand, sçauoir celuy qui est produict de l'addition de l'vnité, ou de plusieurs vnitez, au nombre donné.

## COMMVNES SENTENCES.

1. Les nombres equimultiples de nombres egaux, ou d'vn mesme nombre, sont egaux entr'eux.

2. Les nombres desquels vn mesme nombre est equimultiple, ou desquels, nombres egaux sont equimultiples, sont egaux entr'eux.

3. Les nombres qui sont mesme partie ou mesmes parties de nombres egaux ou d'vn mesme nombre sont egaux entr'eux.

4. Les nombres desquels vn mesme nombre ou nombres egaux sont mesme partie, ou mesmes parties, sont egaux entre eux.

5. L'vnité mesure tout nombre, par les vnitez qui sont en iceluy, c'est à dire, par le mesme nombre.

Car l'vnité estant prise autant de fois, qu'il y a d'vnitez au nombre proposé, constituë iceluy: c'est pourquoy elle le mesure par les vnitez qui

ſont en iceluy, c'eſt à dire par le meſme nombre conſtitué de ſes vnitez.

6. Tout nombre meſure ſoy-meſme par l'vnité.

Puis que chacun nombre pris vne fois eſt egal à luy meſme, il eſt manifeſte que tout nombre ſe meſure ſoy-meſme par l'vnité.

7. Si vn nombre multipliant vn nombre, en produict quelqu'vn, le multipliant meſurera le produict, par le multiplié: mais le multiplié meſurera le meſme par le multipliant.

Car que B, multipliant A, produiſe C. Ie dis que A, meſure C, par B, & B, meſure le meſme C, par A: Car [a] puis que B, eſtãt autãt de fois cõpoſé qu'il y a d'vnitez en A, conſtitue C, il eſt manifeſte que B, meſure C, par A; & par meſme raiſon A, meſure le meſme C par B; puis que B, multipliant le meſme A, produict le meſme C, comme il ſera demonſtré à 16. pr. de ce l.

A....4 B...3
C.....12

[a] 15. def.

8. Si vn nombre en meſure vn autre, celuy par lequel il le meſure, meſure le meſme par les vnitez qui ſont au meſurant; c'eſt à dire par le meſme nombre meſurant.

Comme d'autant que le nombre 6. meſure 18. par 3. iceluy 3. meſurera le meſme 18 par 6. c'eſt à dire par les vnitez qui ſont en 6. Car puis que 6. meſure 18. par 3. le nombre 18. ſera [b] produict de la multiplication de 6. par 3. ou de 3. par 6. Donc

[b] 23. def.

par le precedent axiome, 3. mesurera 18. par 6.

9. Si vn nombre mesurant vn nombre, multiplie celuy par lequel il le mesure, ou est multiplié par iceluy, il produira celuy-là lequel il mesure.

Car, que le nombre A, mesure C, par B. Ie dis que A, multipliant B, ou multiplié de B, produira C. a Car A, est dit mesurer C, par le nombre, lequel multipliant, ou estant multiplié produict C. Donc A, estant posé mesurer C, par B; il est manifeste que A, multipliant B, ou estant multiplié par iceluy produira C.

a 15. def.

A....4. B...3.
C.....12.

10. Le nombre qui mesure tant d'autres nombres que l'on voudra, mesure aussi le composé d'iceux.

Que le nombre A, mesure BC, & CD. Ie dis qu'il mesure aussi leur composé BD. Car puis

A....4 20
B....4 E....4 C....4 F....4 G....4 D

que A, mesure BC, CD; tant BC, que CD, sera multiple de A, diuisant donc BC, selon les parties BE, EC, egales à A, & CD, selon CF, FG, GD, egales à A; BD, composé de toutes les parties BE, EC, CF, FG, GD, egales à A, sera multiple de A. Donc A, mesure B. Ce qui est proposé.

11. Le nombre qui mesure quelconque autre nombre; mesure aussi tout nombre que celuy-là mesure.

Que le nombre A, mesure B, & B, mesure CD.

Ie

Ie dis que A, mesure aussi CD, que B, mesure. Car puis que B, mesure CD, iceluy CD, sera multiple de B. Diuisant donc CD, en CE, ED, egaux à B; A, mesurera CE, ED, puis que A, est posé mesurer B, nombre egal, tant à CE, que à ED. [a] Donc A, mesurera aussi CD, composé de CE, ED. Ce qui est proposé.

A...3
B.....9
C.....9 E.....9 D

[a] 10. 7.

12. Le nombre qui mesure le tout & le retranché, mesure aussi le reste.

Que A, mesure le tout BC, & le retranche BD. Ie dis qu'il mesurera aussi DC, reste. Car puis que A, mesure BC, & BD, tant BC, que BD, sera multiple de A, ou BD, sera egal à A; Donc ayant diuisé tant BC, que BD, en parties egales à A, le reste DC, sera vne seule partie de BC, egale à A, ou plusieurs, partant DC, sera egal à A, ou multiple d'iceluy. Dõc A, mesurera DC: Ce qui est proposé.

A...3
B.....9 D..3 C
B.....9 D....6 Q
B...3 D.....6

## THEOREME 1. PROP. 1.

Si de deux nombres inegaux proposez. on retranche tousiours alternatiuement le plus petit du plus grand, & que le restant ne mesure iamais son precedent iusques à ce que l'on ait prins l'vnité; les nõbres proposez au commencement, seront premiers entr'eux.

Soient deux nombres inegaux proposez AB, CD, le moindre desquels CD, soit retranché tant de fois que l'on pourra du plus grand AB: & reste EB, qui soit osté de CD, aussi autant de fois qu'il sera possible, & le reste FD, de EB: & qu'en cette alternatiue soustraction le nombre restant, ne mesure iamais le precedent duquel il a esté soustraict, iusques à ce que l'on paruienne à l'vnité GB, qui mesure le nombre precedent FD. Ie dis que les nombres AB, CD, sont premiers entr'eux, c'est à dire qu'ils ont la seule vnité pour commune mesure.

Car s'ils ne sont premiers entr'eux, ils seront mesurez par quelque nombre, lequel soit H, commune mesure d'iceux outre l'vnité. D'autant donc que H, mesure CD, & CD; AE, (CD, estant partie de AE, ou egal à iceluy puis qu'estant osté de AB, reste EB)

A.....,...10 E..2 G.1 B
C...3 F..2 D
H-----

a 11.cō.s. [a] H mesurera aussi AE. Mais H, mesure le tout
b 12 cō.s. AB. [b] Il mesurera donc aussi le reste EB. Mais EB,
c 11.cō.s. mesure CF. [c] Donc H, mesurera le mesme CF; &
d 12. cō.s. partāt puis qu'il mesure le tout CD, [d] il mesurera
e 11 cō.s. aussi le reste FD, & puisque FD, mesure EG; [e] H,
f 12.cō.s. mesurera aussi EG. Mais H, mesuroit le tout EB, [f] donc H, mesurera pareillement l'vnité restante GB, le tout sa partie, ce qui est absurde. Donc aucun nombre outre l'vnité ne mesurera AB, CD: & partant serōt premiers entr'eux. Parquoy si de deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*Commandin demonstre icy la proposition suiuante.*

Si de deux nombres proposez, & composez entr'eux, on soustraict tousiours le moindre du plus grand alternatiuement ; l'on ne paruiendra pas iusques à l'vnité.

*Car si on paruenoit à l'vnité, [a] les nombres proposez seroient premiers entr'eux : Ce qui est absurde estant posez, composez entr'eux.* [a] 1. 7.

*De ces choses nous cognoistrons, si deux nombres quelconques estant proposez, seront premiers entr'eux ou non. Car si ostant tousiours alternatiuement le plus petit du plus grand, le reste ne mesure son precedent iusques à ce que l'on ait pris l'vnité, ils seront [b] premiers entr'eux : autrement ils seront composez entr'eux, &c.* [b] 1. 7.

## PROBLEME 1. PROP. 2. ij.

### Trouuer la plus grãde cõmune mesure de 2. nombres dõnez non premiers entr'eux.

Soient proposez deux nombres AB, CD, non premiers entr'eux, desquels il faut trouuer la plus grande commune mesure. Soit retranché le plus petit CD, de AB, plus grand, autant de fois qu'il sera possible, & reste EB, lequel soustraict de CD, laisse FD, & ainsi de suitte tousiours le plus petit soit retranché du plus grand, par vne soustraction alterne ; par laquelle on paruiendra à vn nombre qui mesurera le precedent. Car si on paruenoit à l'vnité, [a] AB, CD, seroient premiers entr'eux : ce qui est contre l'hypothese. Que l'on paruienne donc à FD, lequel soustraict du precedent tant

A.....16 E.....6 B
G.....6 F..2 D
G------

[a] 1. 7.

que faire ce peut, ne reste rien. Ie dis que FD, est la plus grande commune mesure de AB, CD.

Car qu'il les mesure tous deux nous le monstrerons ainsi. D'autant que FD, mesure EB; & EB, mesure CF, [b] FD mesurera le mesme CF, & mesurant soy-mesme, [c] il mesurera aussi le tout CD, composé des deux CF, FD. Mais CD, mesure AE, [d] donc FD, mesurera aussi AE. Et puis que FD, mesure aussi EB, [e] il mesurera le tout AB, composé de AE, EB. Donc FD mesure les 2. nombres AB, & CD. Il est aussi la plus grande commune mesure, car s'il n'est ainsi en soit vne autre plus grande que FD, comme G, s'il se peut faire: D'autant donc que G, mesure AB, & CD, estant la commune mesure; & CD, mesure AE, iceluy G, [f] mesurera aussi AE, [g] & partant EB: mais EB, mesure CF. [h] Donc G, mesurera aussi CF. [i] il mesurera donc aussi le reste FD, le plus grand le plus petit. ce qui est impossible. Donc vn plus grand que FD, ne mesure AB, CD, & partant FD, est leur plus grande commune mesure.

b 11. cõ. f.
c 10. e f.
d 11. e f.
e 10.
f 11. cõ. f.
g 12. cõ. f.
h 1. e f.
i 11. e. f.

Mais si le moindre nombre CD, mesure le plus grand AB, en telle sorte, qu'estant soustraict d'iceluy tant de fois qu'il sera possible il ne reste rien, CD, sera la plus grande commune mesure des deux, attendu qu'il mesure soy-mesme, comme il appert par cette figure. Donc de 2. nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

A.....10 B
C.....5 D

## COROLLAIRE.

De cette demonstration il est manifeste que le nombre qui en mesure deux autres, mesure aussi

la plus grande commune mesure d'iceux.

Cecy est colligé de celle partie, par laquelle il est monstré que FD, est la plus grande commune mesure de AB, CD. Car il est là monstré que si G, mesure AB, CD, il mesure aussi FD, leur plus grande commune mesure.

## SCHOLIE.

*Par ce qui est dict cydeuant, nous trouuerons facilement auec Campanus, si tant de nombres proposez que l'on voudra sont premiers entr'eux ou non. Car soient 3. nombres proposez: Premieremẽt i'experimente, si A, & B, sont premiers entr'eux: que s'ils sõt premiers entr'eux, les 3. A, B, C, ne seront composez entr'eux, ne pouuants auoir aucune commune mesure, outre l'vnité, puis que A, & B, sont premiers entr'eux.* schol. 1.7.

*Mais si A, & B sont composez entr'eux, soit trouuee leur plus grande commune mesure D: que si D, mesure le nombre C, il est euident que les 3. A, B, C, seront composez entr'eux, ayants D, pour commune mesure.* a 2.7.

A.....10
B.....7
C.....5

*Que si D, plus grande commune mesure de A, & B, ne mesure C; C, & D seront premiers entr'eux ou non: si premiers, les 3. A, B, C, ne seront composez entr'eux, mais premiers.*

*Car s'ils sont dicts estre composez entr'eux, de sorte qu'ils ayent vn nombre pour commune mesure, icelle mesurera D,* [b] *plus grande commune mesure de A, & B, & mesurant aussi C: C, D, ne seront premiers entr'eux, ce qui est contre l'hypothese.* b coroll. 2.7.

A.....18.
B.....12.
C.....9
D...3.

*Mais si C, & D, ne sont premiers entr'eux, les 3. A, B,*
c 2. 7. *C, seront composez entr'eux.* c *Car ayant trouué E, plus*
d 11. c. *grande commune mesure de C, & D; Puis*
*que E, mesura D, & D, mesure A, & B,* A.....9
*c E, mesurera aussi les mesmes A, & B,* B.....6
*parquoy puis que E, mesure pareillement* C.....5
*C, le nombre E, mesurera les 3, A, B, C,* D...3
*& partant seront composez entr'eux. Ce*
*qui est proposé.*

*Semblablement nous examinerons si plus de 3. nombres sont premiers entr'eux ou composez. Car s'il y a quatre nombres* A.....16
*proposez, il faudra premierement* B.....12
*faire l'experience de trois, s'il y en a* C.....6
*cinq, faudra faire l'experience de 4.* D....4 E..2
*&c. Et faut faire au reste selon ce*
*que nous auons dict, de trois nombres proposez.*

## iij PROBLEME 2. PROP. 3.

### Trouuer la plus grande commune mesure de trois nombres donnez, non premiers entr'eux.

Soient proposez trois nombres non premiers entr'eux A, B, C, dont il faut trouuer la plus grande commune mesure.

a 2. 7. Soit a trouué D, la plus grande commune mesure de A, & B, si D, mesure aussi C, il

A.....16 D....4
B.....12 E..2
C.....6 F----

est manifeste que D, est la plus grande commune mesure des 3. A, B, C. Car si vn plus grand nombre que D, est dict mesurer les 3. A, B, C, le

mesme, [b] mesurera aussi D, plus grande commune mesure de A, & B, le plus grand, le plus petit, ce qui est impossible. Mais si D, ne mesure C, au moins D, & C, seront composez entr'eux. Car A, B, C, estant composez, quelconque commune mesure d'iceux, [c] mesurera aussi D, plus grande commune mesure de A, & B. Donc puis qu'icelle commune mesure, mesure aussi C; D, & C, seront composez entr'eux [c] & soit E, leur plus grande commune mesure. [d] Ie dis que E, est la plus grande cõmune mesure des 3. A, B, C. Car d'autant que E, mesure C, & D, mais D, mesure A, & B; [e] E, mesurera les mesmes A, & B, & partant il mesurera les trois A, B, C. Or que E, soit la plus grande commune mesure il est euident: car s'il se peut faire soit F, commune mesure d'iceux plus grande que E. D'autant que F, mesure A, & B, il [f] mesurera aussi D, leur plus grande commune mesure, mais il mesure aussi C, donc F, mesurant D, & C, mesurera pareillement E, leur commune mesure, le plus grand nombre le moindre. Ce qui est impossible, donc vn plus grand nombre que E, ne mesure A, B, C, & partant E, est leur plus grande commune mesure. Donc de trois nombres, &c. Ce qu'il falloit faire.

b coroll. 2. 7.

7e or. 2.

d 2. 7.

e 1 1. e.

f cor. 2. 7.

## COROLLAIRE.

Il est manifeste de cette demonstration, qu'vn nombre qui en mesure trois, mesure pareillement leur plus grande commune mesure.

*Cela est aussi colligé de la derniere partie de la demonstration, où il est monstré que puis que F, mesure A, B, C, qu'il mesurera E, leur plus grande commune mesure, &c.*

*Semblablement s'il y a plus de 3. nombres proposez non premiers entr'eux pour trouuer leur plus grande commune mesure ce probleme aura lieu. Car s'il y a 4. nombres, il faudra premierement trouuer la plus grande commune mesure de trois Et si 5. de 4. &c. Et faudra operer au reste comme il a esté dict de trois nombres.*

iiij THEOREME 2. PROP. 4.

## Tout nombre plus petit, est partie ou parties de tout nombre plus grand.

Soient deux nombres proposez, A, plus petit, & B, plus grand: ie dis que A, est partie, ou parties de B. Car soient premierement A, & B, premiers entr'eux. D'autant donc que chaque vnité de A, est partie de B, il est manifeste que A, est parties de B, sçauoir autant de parties qu'il y a d'vnitez en A.

A.....7
B.....10

Secondement soient A, & B, non premiers entr'eux, mais composez, & que A, mesure B, cela estant[a] il appert que A, est partie de B.

a 3 *def* 7

A.....5
B.....10

Mais si A, ne mesure B, [b] soit trouué C, leur plus grande commune mesure; & soit diuisé A, selon les parties AD, DE, EF, chacune egale à C.[c] D'autant donc que C, est partie de B, puis qu'il le mesure, AD, sera aussi partie de B: semblablement DE, & EF, & partant tout le nombre A, est parties de B, à sçauoir autant de parties que C, est contenu de fois en AF, donc tout nombre

b 2.7.

c 3. *def.*

A..2 D..2 E..2 F
B.....10
C..2

plus petit, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME 3. PROP. 5.

Si vn nombre eſt telle partie d'vn nombre, qu'vn autre l'eſt d'vn autre: l'vn & l'autre enſemble ſera telle partie de l'vn & l'autre enſemble, qu'vn ſeul l'eſt d'vn ſeul.

*C'eſt à dire: Si quatre nombres, le premier eſt telle partie du 2. que le 3. du 4. le premier & 3. enſemble ſeront telle partie du 2. & du 4. enſemble que le premier l'eſt du ſecond.*

Soient quatre nombres A, B C, D, EF, & ſoit A, 1. telle partie de BC, 2. que D 3. l'eſt de EF, 4. Ie dis que l'vn & l'autre, A, & D, 1 & 3. enſemble, eſt telle partie de l'vn & l'autre BC, 2. & EF, 4. enſemble, que A, ſeul eſt partie de BC, ſeul ou D, de EF.

Car ayãt diuiſé les nõbres BC, & EF, ſelon les parties BG, GC; EH, HF, egales à A, & à D, il y aura en BC, autãt de parties egales à A, qu'en EF, d'egales à D, puis que A, eſt telle partie de BC, que D, l'eſt EF. D'autant donc que A, & BG, ſont egaux; ſi l'on adiouſte à iceux les egaux D, & EH, A, & D, enſemble ſeront egaux à BG, & EH, enſemble: ſemblablement A, & D, enſemble ſeront egaux à GC, & HF enſemble. Et ainſi de ſuitte, s'il y auoit d'auantage de parties en BC, & EF; & partant l'vn & l'autre A, & D, enſemble ſeront meſme partie de l'vn & de l'autre

A.....6 D....4
B.....6 G.....6 C E....4 H....4 F

BC,& EF,enſemble,que A, l'eſt de BC,ou D,de EF. Donc ſi vn nombre eſt, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Commandin a demonſtré le Theoreſme ſuiuant.*

Si vn nombre eſt autant multiple d'vn nombre, qu'vn autre l'eſt d'vn autre, l'vn & l'autre enſemble ſera autant multiple de de l'vn & l'autre enſemble qu'vn ſeul l'eſt d'vn ſeul.

*Soit A, autant multiple de B, que C, de D. Ie dis que A, C, enſemble ſera autant multiple de B, D, enſemble que A de B. Car A, eſtant multiple de B, & C, autant multiple de D; B, ſera quelque partie de A, & D, meſme partie de C.* [a] *Donc B, D, enſemble ſera meſme partie de A; C, enſemble que A de B. Partant A, & C, enſemble autant multiple de BD, enſemble que A de B. Ce qu'il falloit demonſtrer. Ce que l'on doit auſſi entendre de pluſieurs, &c.*

A.....8
B....4
C.....6
D...3

a 5. 7.

vj THEOREME 4. PROP. 6.

Si vn nombre eſt telles parties d'vn nombre qu'vn autre l'eſt d'vn autre: l'vn & l'autre enſemble ſera telles parties de l'vn & l'autre enſemble, qu'vn ſeul l'eſt d'vn ſeul.

*C'eſt à dire, Si de 4. nombre le 1. eſt telles parties du 2. que le 3. du 4. le 1. & 3. enſemble, ſeront telles parties du 2. & 4. enſemble que le 1. du ſecond.*

Soit le nombre AB, 1. mesmes parties de C, 2. que DE, 3. l'est de F, 4. Ie dis que l'vn & l'autre AB, 1. & DE, 3. ensemble sont mesmes parties de C, 2. & F, 4. ensemble que AB, de C, ou DE, de F.

Car ayant diuisé AB, DE, selon les parties AG, GB, DH, HE, des nombres C, & F; AB contiendra autant de parties de C, que DE, de F, puis AB, est telles parties de C, que DE, l'est de F: Donc d'autant que AG, est telle partie de C, que DH, de F, a l'vn & l'autre AG, DH, ensemble sera telle partie de l'vn & l'autre C, & F, ensemble que AG, l'est de C, ou DH, de F: Par mesme raison GB, HE, ensemble sera mesme partie de C, & F, ensemble que GB, l'est de C, ou HE, de F: & ainsi de suitte, s'il y a d'auantage de parties en AB, DE: partant l'vn & l'autre AB, DE, ensemble sera mesmes parties de l'vn & l'autre C, & F, ensemble que AB, l'est de C, ou DE, de F. Donc si vn nombre est telles parties, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

A...3 G...3 B
C.....9.
D....4 H....4 E
F.....12

a 5. 7.

## THEOREME 5. PROP. 7. vij

**Si vn nombre est telle partie d'vn nombre que le retranché de retranché : le reste sera aussi telle partie du reste que le tout l'est du tout.**

Soit le nombre AB, mesme partie de CD, que le retranché AE, l'est du retranché CF. Ie dis que le reste EB, est mesme partie du reste FD, que le tout AB, du tout CD.

Car ſoit prins GC, duquel EB, ſoit telle partie que AE, l'eſt de CF, ou le tout AB du tout CD. D'autãt dõc que AE, eſt meſme partie de CF, que
*5.7. EB, de GC, a l'vn & l'autre AE, EB enſemble ſera telle partie de CF, GC, enſemble que AE, l'eſt de CF, c'eſt à dire que le tout AB, l'eſt du tout CD; & partant AB, eſtant telle partie tant de FG, que de CD, iceux FG, CD, ſeront egaux entr'eux: oſtant donc le commun CF; GC, FD, demeureront egaux: donc EB, ſera telle partie de FD, que de GC, c'eſt à dire que le tout AB, du tout CD. Donc ſi vn nombre eſt telle partie, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Nous demonſtrerons auſſi le Theoreſme ſuiuant prins de Commandin.*

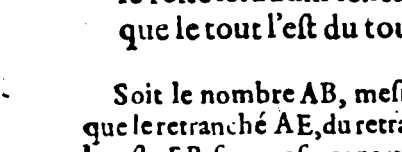
Si vn nombre eſt autant multiple d'vn nombre que le retranché du retranché; le reſte ſera auſſi autant multiple du reſte que le tout, du tout.

*Soit AB, autant multiple du tout CD, que le retranché AE, du retranché CF, Ie dis que le reſte EB, eſt autant multiple du reſte FD, que le tout AB, du tout CD. Car AB, AE, eſtant equimultiples, de CD, CF, au contraire le tout CD,* A.....6E....4B
*ſera meſme partie du tout AB, que* C...3F..2D
*a 7 ſept. CF, retranché de AE, retranché a parquoy le reſte* FD *ſera meſme partie du reſte EB. que le tout CD, du tout AB. Partant au contraire, EB ſera autant multiple de FD, que le tout AB, du tout CD. Ce qui eſtoit propoſé.*

## THEOREME 6. PROP. 8. viij

Si vn nombre eſt telles parties d'vn autre nombre, que le retranché du retranché: le reſte ſera auſſi telles parties du reſte, que le tout l'eſt du tout.

Soit le nombre AB, meſmes parties de CD, que le retranché AE, du retranché CF. Ie dis que le reſte EB, ſera meſmes parties du reſte FD, que le tout AB, l'eſt du tout CD.




Car ſoit pris GH, egal à AB; GH, ſera donc auſſi meſmes parties de CD, que AB, de CD, c'eſt à dire que AE, de CF. Ayant donc diuiſé GH, ſelon GI, IH, parties de CD, & AE, ſelon AK, KE, parties de EF, le nombre des parties GI, IH, ſera egal au nombre des parties AK, kE, & tant GI, que IH, ſera telle partie de CD, que AK, ou KE, l'eſt de CF. Et puis que CD, eſt plus grand que CF, tant GI, que IH, partie de CD, ſera plus grande que Ak ou KE, partie de CF. Ayant donc pris GL, IM, egaux à AK, KE; GL, ſera meſme partie de CF, que Ak, du meſme CF, ou que GI, de CD, & partant le tout GI, eſtant meſme partie du tout, CD que le retranché GL, du retranché CF, [a] le reſte LI, ſera telle partie du reſte FD, que le tout GI, du tout CD: Ainſi MH, ſera monſtré meſme partie de FD, que le tout GI, ou IH, du tout CD. Donc puis que tãt GI, que IH, eſt meſme partie de CD, que LI, & MH, de FD, l'vn & l'autre GI, IH, en- [a] 27.7.

ſemble ſeront telles parties de CD, que LI, & MH, enſemble de FD. Mais GH, eſt meſmes parties de CD, que AB, du meſme CD, (AB, GH, eſtant egaux.) Donc LI, MH, enſemble ſeront meſmes parties de FD, que AB, de CD. Mais d'autant que ſi des egaux AB, GH, l'on oſte les egaux AK, KE, & GL, IM, le reſte EB, ſera egal au reſte LI, & MH, enſemble: & partant le reſte EB, ſera meſmes parties du reſte FD, que le tout AB, du tout CD, à ſçauoir que LI, MH, enſemble du meſme FD. Donc ſi vn nombre, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

ix THEOREME 7. PROP. 9.

Si vn nombre eſt telle partie d'vn nombre qu'vn autre eſt partie d'vn autre; Auſſi en changeant le premier ſera telle ou telles parties du troiſieſme que le ſecõd du quatrieſme.

*C'eſt à dire; Si de 4. nombres le 1. eſt telle partie du 2. que le 3. du 4. auſſi en changeant le 1. ſera telle partie ou parties du 3. que le 2. du 4.*

Soit le nombre A, telle partie de BC, que D, de EF, eſtant A, & BC, moindres que D, & EF, chacun au ſien.

Ie dis qu'en changeant A, ſera telle ou telles parties de D, que BC, eſt partie ou parties de EF. Car ayant diuiſé BC, EF, ſelon les parties BG, GC, chacune egale à A, & EH, HF, chacune egale à D: le nombre des parties de BC, ſera egal au

A....4
B....4 G....4 C
D.....6
E.....6 H....4 F

nombre des parties de EF. Mais BG, GC, eſtant egaux entr'eux & moindres que EH, HF, auſſi egaux entr'eux, d'autãt que le tout BC, eſt moindre que le tout EF, par l'hypotheſe; BG, ſera meſme partie de EH, ou meſmes parties que GC, de HF, [a] & partant BG, GC, enſemble ſçauoir BC, 2. ſera meſme partie ou meſmes parties de EH, HF, enſemble c'eſt à dire EF, 4. que BG, de EH, c'eſt à dire que A, 1. [a] l'eſt de D, 3. Donc ſi vn nombre, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. [a] 25. ou 6. [7.]

## THEOREME 8. PROP. 10. x

Si vn nombre eſt telles parties d'vn nombre qu'vn autre eſt parties d'vn autre: Auſſi en chãgeant le premier ſera telles parties ou partie du troiſieſme, que le ſecond du quatrieſme.

*C'eſt à dire, Si de 4. nombres le 1. eſt telles parties du 2. que le 3. du 4. auſſi en permutant le 1. ſera telle ou telles parties du 3. que le 2. du 4.*

Soit le nombre AB, telles parties de C, que DE, l'eſt de F. Ie dis qu'en chãgeant AB, ſera telles parties ou partie de DE, que C, l'eſt de F, eſtãt AB, CD, moindres que DE, EF, chacun au ſien.

Car ayant diuiſé AB, DE, ſelon AG, GB, parties de C, & DH, HE, parties de F, il y aura autant de parties en AB, qu'en DE, & tant AG, que GB, ſera telle partie de C, que DH, ou HE, de F. [a] donc en changeant AG, ſera meſme [a] 9. 7.

| | |
|---|---|
| A..2 | G..2 B |
| C.....6 | |
| D.....5 | H.....5 E |
| F.....15 | |

partie ou parties de DH, & GB, de HE, que C, de F, & partant AG, sera, mesme partie ou parties de DH, & que GB, de HE. [b] Donc AG, GB, ensemble, c'est à dire AB, 1. sera mesme partie ou parties de DH, HE, ensemble, c'est à dire de DE, 3. que AG, de DH, c'est à dire que C, 1. de F, 4. Doc si vn nombre est telles parties, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

b 5. ou 6. 7.

## xj THEOREME 9. PROP. 11.

Si comme le tout est au tout, ainsi le retranché est au retranché: aussi le reste sera au reste comme le tout au tout.

Soit le tout AB, au tout CD, comme le retranché AE, au retranché CF. Ie dis que le reste EB, est au reste FD, comme le tout AB, est au tout CD.

Car puis que AB, est à CD, comme AE, est à CF, [a] parties AB, estant plus petit que CD, sera mesme partie ou mesmes parties de CD, que AE, de CF. Donc le reste EB, sera mesme partie ou parties du reste FD, que AB, de CD. [c] Partãt EB, sera à FD, comme AB, à CD. Ce qu'il falloit demonstrer.

A....4 E..2 B
C.....8 F....4 D

a 10. d. 7
b 7. ou 8. sept.
c 10. def. 7. conuer.

## SCHOLIE.

*Cette demonstration à lieu quand AB, est moindre que CD, mais si AB, est plus grand que CD, il sera neantmoins ainsi demõstré: Car CD, mesure AB, ou non, s'il le mesure: d'autant que AB, est à CD, ainsi AE, à CF,*

*AB,*

*AB*, [a] *sera autant multiple de CD, que AE, de CF.* [b] *Partant le reste EB, autant multiple du reste FD, que le tout AB, du tout CD;* [c] *Donc le reste EB, sera au reste FD, comme le tout AB, au tout CD.*

A.....8 E.....6 B
C....4 F...3 D

a 20. d. 7. b Schol. 7. 7. c 10. d. conuert.

*Mais que CD, ne mesure AB:* *Derechef, d'autant que comme AB, à CD, ainsi AE, à CF,* [d] *CD, sera mesmes parties de AB, que CF, de AE,* [e] *donc le reste FD, sera telles parties du reste EB, que le tout CD, du tout AB;* [f] *parquoy le reste EB, sera au reste FD, comme le tout AB, au tout CD. Ce qu'il falloit demonstrer.*

A.....6 E...3 B
C...4 F..2 D

d 20. d 7. e 8. 7. f 20. d. conuert.

## THEOREME 10. PROP. 12. xiij

S'il y a tant de nombres que l'on voudra proportionaux; comme vn des antecedens sera à vn des consequents; ainsi tous les antecedents seront à tous les consequents.

Soient tant de nombres que l'on voudra, A, B, C, D, E, F; proportionaux; à sçauoir comme A, à B, ainsi C, à D, & cõme C, à D, ainsi E, à F. Ie dis que tous les antecedents A, C, E, ensẽble sont à tous les consequents B, D, F, ensemble comme A, seul antecedent est à B, seul consequent.

A....4 C..2 E...3
B.....8 D....4 F.....6

D'autãt donc, que à cause de la mesme proport. A, est [a] telle partie ou telles parties (A, C, E, estans moindres) de B, que C, de D, & E, de F; [b] A, & C, ensẽble sera telle partie ou parties de B, & D, en-

a 20. d. b 5. ou 6, 7.

semble que A, de B, ou E, de F. Derechef, d'autant que A, & C, ensemble comme vn est mesme partie ou mesmes parties de B, & D, ensemble comme vn que E, de F, c les deux A, & C, ensemble comme vn, & F, ensemble seront mesme partie ou mesmes parties des deux B, & D, ensemble comme vn & F, ensemble, que A, de B. d Partant y aura mesme raison de A, C, E, ensemble à B, D, F, ensemble que de A, à B.

c 5. 7.

d 20. d. 7.

## SCHOLIE.

*Cette demonstration a aussi lieu seulement, quand les antecedens sont moindres que les consequents: Que s'ils sont plus grands, il sera aussi demonstré. Car B, mesurera A, ou non, s'il le mesure, nous dirons ainsi. D'autant que A, est à B, comme C, à D; A, a sera autant multiple de B, que C, de D.*

a 20. d. 7.

b Schol 5. 7.

*b Donc A, & C, ensemble sera autant multiple de B, D, ensemble que A de B. c Donc comme A, à B, ainsi A, C, ensemble à B, D, ensemble.*

c 20. d conuert. d 20. d. 7.

*Que si B, ne mesure A, nous argumenterons ainsi. D'autant que comme A, est à B, ainsi C, à D; B, sera d telles parties de A, que D de C, & B & D, ensemble sera telles parties de A, C, ensemble que B, de A, partant f comme A, à B, ainsi A, C, ensemble à B, D, ensemble.*

A.....9 C.....3
B...3 D..2

e 6. 7.

f 20. d 7. conuer.

A.....9 C...3
B.....6 D..2

*Nous demonstrerons le mesme encore qu'il y ait plusieurs nombres, ayant premierement demonstré le suiuant.*

Les raisons des nombres qui sont de mesme à vne mesme raison, sõt aussi de mesme entr'eiles.

*Soit comme A, à B, ainsi C, à D, mais comme C à D, ainsi E, à F. Ie dis que comme A, à B, ainsi E, à F. Car soit*

*A, plus grand que B: D'autant que comme A, à B, ainſi C, à D, B, ſera telle partie ou parties de A, que D, de C. Derechef C, eſtant à D, comme E, à F, telle ou telles parties que D, eſt de C, telle ou telles parties F, ſera de E.* g 20. d. 7.

A.....9 C..3 E.....6
B.....6 D..2 F....4

*Donc telle ou telles parties que B, eſt de A; F, ſera meſme partie ou parties de E, donc* h *comme A, à B, ainſi E, à F.* h 20. d. 7. cõuer.

*Mais ſoit A, eſt moindre que B, puis que comme A, eſt à B, ainſi C, à D, telle partie ou parties que A, ſera de B, telle partie ou parties C, ſera de D. Derechef C, eſtant à D, comme E, à F E, ſera telle partie ou parties de F, que C, de D, donc A, eſt telle partie ou parties de B, que E, eſt de F; donc comme* k *A, eſt à B, ainſi E, à F. Ce qu'il falloit demonſtrer.* i 20. d.

A.....6 C..2 E....4
B.....9 D...3 F.....6 k 20. d. conuert.

*Cecy eſtant demonſtré ſoient les nombres proportionaux A, B, C, D, E, F, ſçauoir comme A, à D, ainſi B, à E, & C, à F; Semblablement nous demonſtrerons, que cõme A, eſt à D, ainſi AB, à DE, & d'autãt que cõme A, à D, ainſi C, à F; par ce que nous venõs de demõſtrer, cõme AB, à DE, ainſi C, à F, ainſi nous demonſtrerons que comme AB, à DE, ainſi ABC, à DEF: donc comme A, à D, ainſi A, B, C, à D, E, F, & ainſi des autres nombres autant qu'il y en aura de proportionaux: Cecy reſpond à ce qui eſt demonſtré des grandeurs 12. 5.*

A.....8 B.....6 C....4
D....4 E...3 F..2

## THEOREME 11. PROP. 13. xiiij

Si quatre nombres ſont proportionaux; auſſi en chãgeant ils ſerõt proportionaux.

Soit A, à B, comme C, à D. Ie dis qu'en changeant A, ſera à C, comme B, à D.

a 10.d. b 9. ou 10.ſept.

Car, d'autant que A, eſt à B, comme C, à D, [a] A, eſt meſme partie ou parties de B, que C, de D. Donc [b] en changeant A, ſera meſme partie ou parties de C, que B, de D; & [c] partant comme A, ſera à C, ainſi B, ſera à D. Ce qu'il falloit demonſtrer.

c 10.d.

A..2
B....4
C.....6
D.....12

## SCHOLIE.

*Cette demonſtration a auſſi lieu, quand les antecedents ſont moindres que les conſequents, & que A, eſt moindre que C; mais s'ils ſont plus grands & A, ſoit plus grand que B, & moindre que C, nous dirons ainſi: D'autant que comme A, à B, ainſi C, à D; [a] B, ſera meſme partie ou parties de A, que D, de C. [b] Donc en permutãt B, ſera meſme partie ou parties de D, que A, de C. [c] Donc comme A, à C, ainſi B, à D. Que ſi A, eſt plus grand que B, & que C, on dira ainſi. D'autant que comme A, à B, ainſi C, à D; D, ſera meſme partie ou parties de C, que B, de A; Donc en permutant C, ſera meſme partie ou parties de A, que D, de B. [c] Donc comme A, à C, ainſi B, à D. Finalement ſi A, eſt moindre que B, & plus grand que C, on argumentera ainſi. D'autant que comme A, à B, ainſi C, à D, C, [f] eſt meſme partie ou parties de D, que A, de B; Donc en changeant D, ſera meſme partie ou parties de B, que C, de A: [g] Dõc cõme A, eſt à C, ainſi B, à D. Ce qu'il falloit demonſt.*

a 10.d. b 9 ou 10.ſept. c 20. d. 7 cõuer. d 9. ou 10.ſept. e 20 d. 7.cõuer. f 20. d. 7. g 20.d. conuer.

A....4
B...3
C.....8
D.....6

A.....9
B.....6
C....3
D..2

A....4
B.....8
C..2
D....4

## THEOREME 12. PROP. 14. XV

S'il y a tant de nombres que l'on voudra, d'vne part & autant d'vne autre ; lesquels soient prins de deux en deux, & en mesme raisõ ; aussi en raison egale ils seront en mesme raison.

Soient tant de nombres que l'on voudra A, B, C, & autant d'autres D, E, F, & soit comme A, à B, ainsi D, à E, & comme B, à C, ainsi E, à F. Ie dis qu'en raison egale comme A, est à C, ainsi D, est à F.

Car d'autant que cõme A, est à B, ainsi D, est à E, [a] en changeant comme A, sera à D, ainsi B, sera à E: semblablement puis que comme B, est à C, ainsi E, à F, en changeant comme B, sera à E, ainsi C, à F. Donc comme A, est à D, ainsi C, sera à F. (Car puis que l'vne & l'autre raison de A, à D, & de C, à F, est de mesme à la raison de B, à E, comme il a esté demonstré, [b] icelles seront aussi de mesme entr'elles,) [c] & partant en changeant comme A, sera à C, ainsi D, sera à F. Ce qu'il falloit demonstrer.

A.....12 B.....8 C....4 D.....9 E.....6 F...3

a 13. 7.

b *Schol.* 12. 7.

c 13. 7.

## THEOREME 13. PROP. 15. XVJ

Si l'vnité mesure quelque nombre, & qu'vn autre nombre en mesure autant de fois quelque autre ; aussi en chan-

geant l'vnité mesurera le troisiesme nombre autant de fois que le secõd mesurera le quatriesme.

Que l'vnité A, mesure BC, autant de fois que D, mesurera EF. Ie dis qu'en permutant BC, mesurera EF, autant de fois que A, mesure D.

Car ayant diuisé BC, selon les vnitez BG, GH, HC, & EF, selon les parties EI, IK, KF, chacune egale à D. Il y aura en EF, autãt de parties egales à D, qu'il y a d'vnitez en BC, donc BG, sera mesme partie de EI, que GH, de IK, & HC, de KF, [a] Donc comme BG, à EI, ainsi GH, à IK, & HC, à KF, [b] partant comme BG, à EI, ainsi BG, GH, GC, à EI, IK, KF, tous les antecedents à tous les cõsequents, c'est à dire BC, à EF, [c] donc BC, sera mesme partie de EF, que BG, de EI, c'est à dire que A, de D. Partant si l'vnité, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

A.1
B.1 G.1 H.1 C
D..2
E..2 I..2 K..2 F

a 10.d. 7.
b 12.7.
c 20.d. 6.

xvij THEOREME 14. PROP. 16.

Si deux nõbres se multipliants l'vn l'autre en produisent quelques vns, les produicts d'iceux seront egaux entr'eux.

Que les deux nombres A, & B, se multiplians l'vn l'autre facent C, & D, sçauoir que A, multipliant B face C, & B, multiplant A, face D. Ie dis que C, & D, sont egaux entr'eux.

Car d'autant que A, multiplant B, produict C, [a] B, sera autant en C, que l'vnité en A, & partant

a 15.d. 7

meſurera C, autant de fois que l'vnité meſure A. [b] Donc en permutant A, meſurera C, autant de fois que l'vnité meſurera B: derechef puis que B, multipliant A, produict D; [c] A, ſera autant de fois en D, que l'vnité en B, & partant meſurera D, autant de fois que l'vnité meſure B: mais A, meſuroit auſſi C, autant de fois que l'vnité meſure B, donc A, meſure C, & D, egalement, partant C & D. ſont egaux entr'eux: Donc ſi, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

b 15. 7.
c 15. d.

*Vnité.* 1
A...3 B....4
C.....12
D.....12

## THEOREME 15. PROP. 17. xviij

Si vn nombre en multipliant deux autres, en produict quelques vns, les produicts d'iceux auront meſme raiſon entr'eux que les multipliez.

Soit le nõbre A, lequel multipliant B, & C, face D & E. Ie dis que cõme B, eſt à C, ainſi D, eſt à E.

Car d'autant que A, multipliant B, faict D; [a] B, ſera autant de fois contenu en D, que l'vnité en A: ſemblablement C, ſera autant de fois en E, que l'vnité au meſme A, & partant B, meſurera autant de fois D, que C, meſure E. Donc B, ſera telle partie de D, que C, de E: [b] & partant comme B, ſera à D, ainſi C, ſera à E, [c] & en changeant comme B, à C, ainſi D à E. Donc ſi vn nombre multipliant, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 15. d.

*Vnité.* 1
A...3
B..2 C....4
D.....6 E.....12

b 10 d.
c 13. 7.

xix THEOREME 16. PROP. 18.

Si deux nombres multipliants quelque nombre en produiſent quelques vns: les produicts d'iceux auront meſme raiſon, que les multiplians.

Que les nombres A, & B, multiplians C, facent D, & E. Ie dis que comme A, eſt à B, ainſi D à E.

Car puis que D, eſt produict de C, multiplié par A, [a] le meſme D, ſera produict de A, multiplié par C, ſemblablement E, eſtāt produict de C, par B, le meſme E, ſera produict de B, par C. D'autant donc que le meſme nombre C, multipliant A, & B, faict D, & E, [b] comme A, ſera à B, ainſi D ſera à E. Donc ſi deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

A..2 B....4
C...3
D.....6 E.....12

a 16. 7.

b 17. 7.

## SCHOLIE.

*Encore qu'Euclide propoſe ce Theoreſme & le precedent de deux nombres ſeulement, il l'entend neantmoins de tant de nombres que l'on voudra: puis que la demonſtration de tant que l'on voudra, eſt la meſme demonſtration de deux repetee autant de fois qu'il eſt beſoin, prenant touſiours les nombres de deux en deux.*

*Qu'ainſi ne ſoit, que A, multipliant tant de nombres que l'on voudra B, C, D, ou B, C, D, multipliāt A, facēt E, F, G. Ie dis que les produicts E, F, G, ſont en meſme raiſon que les multipliez ou multiplians B, C, D, car E, F, eſtant produicts de A, en B, C, ou de B, C, en A, [a] il y aura meſme raiſon de E, à F, que de B, à C: ſemblablement F,*

a 17. ou 18. 7.

*G, eſtant produicts de A, en C, D, ou de C, D, en A, il y aura meſme raiſon de F à G, que de C, à D; & ainſi de ſuitte, s'il y a d'auantage de nõbres: partant E, F, G, ſont en meſme raiſon que B, C, D.*

A...
B..2 C...3 D....4
E.....6 F.....9 G.....12

*Donc ſi vn nombre en multiplie 2 ou tant que l'on voudra ou ſi 2. ou tant que l'on voudra en multiplient vn les produicts auront meſme raiſon, que les multiplians, ou multipliez.*

*Campanus & Clauius diſent en leur ſcholie, qu'ils ont accommodé ce Theoreſme & le precedent à tant de nombres que l'on voudra, mais s'ils auoient bien entendu Euclide, ils auroient trouué qu'Euclide meſme les y a accommodez premier qu'eux, puis que ce qu'il à propoſé de 2. eſt monſtré de tant que l'on voudra, eſtant repeté, & n'en pouuant faire de demonſtration que de 2. à la fois, qui eſt la raiſon pour laquelle Euclide ne l'a propoſé que de deux, &c.*

*Henrion qui chante touſiours comme les autres, quoy qu'ils diſent, faict de meſme.*

xx

## THEORESME 17. PROP. 19.

Si quatre nombres ſont proportionaux, le produict du premier & du quatrieſme ſera egal au produict du ſecond & du troiſieſme nombre: & ſi le nõbre produict du premier & du quatrieſme eſt egal au produict du ſecond & du troiſieſme; iceux quatre nombres ſeront proportionaux.

Soient quatre nombres proportionaux, A, B,

C, D, ſçauoir comme A, à B, ainſi C, à D; & que A, 1. multipliant D, 4. face E, & B, 2. multipliant C, 1. face F. Ie dis que E, & F, ſont egaux entr'eux.

Car derechef que A multipliant C, face G. D'autant que A, multipliant C, & D, faict G & E, [a] cõme C, ſera à D, c'eſt à dire comme A, à B, ainſi G, ſera à E. Derechef d'autant que A, & B, multipliant C, font G, & F, [b] comme A, ſera à B, ainſi G, ſera à F. Partant [c] comme G, ſera à E, ainſi le meſme G, ſera à F, donc E, & F, ſeront egaux, par ce qui eſt en ſuitte de la 20 def.

A...3 B..2
C.....6 D....4
E.....12
F.....12
G.....18

a 17. 7.
b 18. 7.
c *Schol.* 12. 7.

Maintenant ſoit E. produict de A, 1. par D, 4. egal à F, produict de B, 2. par C, 3. Ie dis que les 4. nombres A, B, C, D, ſont proportionaux, à ſçauoir comme A, à B, ainſi C, à D. Soit derechef produict G, de A, multiplié par C. D'autant que A, multipliant C, & D, faict G, & E, [c] comme C, ſera à D, ainſi G, à E, ou à F, egal à E. Car G, a meſme raiſon à E, & F, egaux, comme il eſt monſtré à la 20. def. Derechef d'autant que A, & B, multipliant C, font G, & F, comme A, à B, ainſi le meſme G, à F, partant les raiſons de A, à B, & C, à D, eſtant de meſme à la raiſon de G, à F, [e] elles ſeront de meſme entr'elles; & par ainſi comme A, ſera à B ainſi C, à D. Donc ſi 4. nombres, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

c 17. 7.
d 18. 7.
e *Schol.* 12. 7.

## THEOREME 18. PROP. 20.

Si trois nombres ſont proportionaux, le produict des extrémes eſt egal au pro-

duict de celuy du milieu. Et ſi le produit des extrémes eſt egal au produict de celuy du milieu ; iceux trois nombres ſeront proportionaux.

Soient trois nombres proportionaux, A, B, C, à ſçauoir A, à B, comme B, à C. Ie dis que le produict de A, 1. multiplié par C, 3. eſt egal au produict de B, moyen par ſoy meſme.

Car ſoit pris D, egal à B; comme A, ſera à B, ainſi D, ſera à C; [a] & partant le produict de A, par C, ſera egal au produict de B, par D, c'eſt à dire de B, par ſoy meſme. ●

A.....9
B.....6 D.....6
C....4

a 19.7.

Maintenant ſoit le produict de A, 1. par C, 3. egal au produict de B, moyen multiplié par ſoy meſme. Ie dis que A, B, C, ſont proportionaux.

Car derechef ſoit pris D, egal à B: Comme A, ſera à B, ainſi D, à C, [b] & le produict de A, par C, ſera egal au produict de B, par D, egal à B, c'eſt à dire de B par ſoy meſme. Partant les trois nombres A, B, C, ſont proportionaux. Donc ſi trois nombres, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

b 19.

## THEOREME 19. PROP. 21. xxj

Les nombres plus petits de tous ceux qui ont meſme raiſon auec iceux, meſurent egalement les nombres qui ont meſme raiſon auec iceux; à ſçauoir le plus grãd, le plus grãd, & le plus petit le plus petit.

Soient les nombres AB, & CD, les plus petits en la mesme raison que 2. autres E, & F, à sçauoir que AB, soit à CD, comme E, à F. Ie dis que AB, & CD, mesurent egalement E, & F, sçauoir AB, plus grand E, plus grand & CD, plus petit F, plus petit: c'est à dire AB, antecedent E, antecedent & CD, consequent F, consequēt.

A...3 G..2 B
C..2 H.1 D
E.....10
F.....6

Car puis que AB, est à CD, cōme E, à F; [a] en changeant comme AB, à E, ainsi CD, à F, & partant AB, CD, estant moindres que E, & F, [b] AB, sera telle ou telles parties de E, que CD, de F. Mais ils ne peuuent estre parties: car s'il se peut faire soient diuisez AB, CD, en AG, GB, & CH, HD, parties de E, & F, les parties AG, GB, seront egales en nombre à CH, HD, & partant AG, sera mesme partie de E, que CH, de F. [c] Donc comme AG, sera à E, ainsi CH, sera à F, [d] & en changeant comme AG, sera à CH, ainsi E, à F, ou AB, à CD, & partant AG, CH, moindres que AB, CD, auront mesme raison que AB, CD. Ce qui est impossible, puis que AB, CD, sont les plus petits en leur proportion par l'hypothese. Donc AB, & CD, ne seront mesmes parties de E, & F. Partant mesme partie. parquoy AB, CD, mesureront E, & F, egalement, Donc les plus petits nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 13. 7.
b 20. d.
c 20. d.
d 13. 7.

## THEOREME 20. PROP. 22.

S'il y a trois nombres d'vne part, & autant d'vne autre, lesquels soient pris de deux en deux, & en mesme raisō, et que

leur proportion ſoit troublee; auſſi en raiſon egale, ils ſeront en meſme raiſon.

Soient trois nombres A, B, C, & autant d'autres D, E, F, leſquels ſoient pris deux à deux, & en meſme raiſon, & ſoit leur proportion troublee, ſçauoir comme A, eſt à B, ainſi E, à F, & comme B, eſt à C, D, à E. Ie dis qu'en raiſon egale comme A, eſt à C, ainſi D, eſt à F.

Car puis que cõme A, eſt à B, ainſi E, eſt à F, [a] le produict de A, 1. par F, 4. ſera egal au produict de B, 2. par E, 3. Et puis que B, eſt à C, comme D, à E, [b] le produict de C, par D, ſera egal au meſme produit de B, par E. Et partant le produict de A, premier par F, 4. ſera egal au produict de C, 2. par D, 3. [c] Donc il y aura meſme raiſon de A, 1. à C, 2. que de D, 3. à F, 4. Partant s'il y a trois, &c. Ce qu'il falloit demonſtaer.

A....4 D.....12
B...3 E..... 8
C..2 F.....6

a 19. 7.

b 19. 7.

c 19. 7.

## SCHOLIE.

*D'autant que de ces ſix moyens d'argumenter és proportions, que Euclide a expliqués aux grandeurs & demõſtré au 5. l. il en demonſtre icy deux ſeulemẽt és nombres, ſçauoir celuy qui eſt pris de la raiſon permutee, prop. 13. & celuy de l'egalité prop. 14. & 22. de ce l. il ne ſera hors de propos, de demonſtrer icy les quatre autres moyens d'argumenter en nombres, comme ont faict Clauius & autres.*

I.

Si quatre nombres ſont proportionaux; En raiſon inuerſe, ou en changeant, ils

feront auſſi proportionaux.

*Soit comme A, à B, ainſi C, à D. Ie dis qu'en changeant ou en raiſon inuerſe, comme B, ſera à A, ainſi D, à C.*

A.....6 C...3
B....4 D..2

a 13. 7. *Car A, eſtant à B, comme C, à D,* [a] *en permutant A, ſera à C, comme B,*

b 13. 7. *à D. Derechef B, eſtant à D, comme A, à C,* [b] *en changeant B, ſera à A, comme D, à C. Ce qui eſt proposé.*

2.

Si les nõbres compoſez sõt proport, iceux eſtant diuiſez ſeront auſſi proportionaux.

*Soit comme AB, à CB, ainſi DE, à FE. Ie dis qu'en diuiſant comme AC, ſera à CB, ainſi DF, à FE.*

a 13. 7. Car AB, *eſtant à* CB, *comme DF, à FE,* a *en changeant comme le tout* AB, *au tout* DE, *ainſi le retranché*

b 11. 7. CB, *au retranché FE:* [b] *Et partãt cõme le tout* AB, *au tout* DE, *ainſi le reſte* AC, *au reſte* DF, *c'eſt à dire AC,*

A.....6C...3B
D....4 F..2 E

c 13. 7. *à DF, comme* CB, *à FE. Donc* [c] *en permut. cõme* AC, *à* CB, *ainſi* DF *à* FE. *Ce qui eſt proposé.*

*En cette maniere on demonſtrera la diuiſion de la raiſon conuerſe, & contraire, comme auſſi deuant. Car ſoit premierement, cõme* AB, *à* CB, *ainſi* DE, *à FE. Ie dis que par diuiſion de raiſon cõuerſe, que cõme* CB, *a AC, ainſi FE, à* DF. *Car* AB, *eſtant à* CB, *comme* DE, *à* FE *en diuiſant AC, ſera a* CB, *cõme DF, à FE, & en changeant comme* CB, *à* AC, *ainſi FE, à* DF. *Ce qui eſt proposé.*

*Soit finalement comme* AC, *à* AB, *ainſi* DF, *à* DE. *Ie dis que par diuiſion de raiſon contraire, que comme* AC, *eſt à* CB, *ainſi* DF, *à FE: Car d'autant que comme* AC, *à* AB, *ainſi* DF, *à* DE, *en raiſon conuerſe comme* AB, *à* AC, *ainſi* DE, *à* DF; *Donc en diuiſant comme* CB, *à* AC, *ainſi* FE, *à* DF, *& en raiſon conuerſe cõme*

AC, à CB, *ainsi* DF, à FE. *Ce que est proposé.*

3.

Si les nombres diuisez sont proportionaux; iceux estant composez seront aussi proportionaux.

*Soit comme AB, à BC, ainsi DE, à EF. Ie dis qu'en composant que comme AC, sera à BC, ainsi DF, à EF.*

*Car AB, estant à BC, comme DE, à EF.* [a] *En permutant comme AB, à DE, ainsi BC, à EF; & partant AB,* [b] *BC, ensemble sera à DE, EF, ensemble, comme BC, à EF;* [c] *& en changeant AB, BC, ensemble c'est à dire le tout AC, à BC, comme DE, EF, ensomble, c'est à dire le tout DF, à EF. Ce qui est proposé.*

a 13.7.
b 12.7.
c 13.7.

A.....6 B...3 C
D....4 E..2 F

*Semblablement la composition de raison conuerse, & contraire sera icy demõstrée comme au 5. l. Car soit premierement comme AB, à BC, ainsi DE, à EF. Ie dis que par composition de raison conuerse, que cõme AC, à AB, ainsi DF, à DE: car puis que comme AB, à BC, ainsi DE, à EF, par conuersion de raison comme BC, à AB, ainsi EF, à DE, & en composant comme AC, à AB, ainsi DF, à DE. Ce qui est proposé.*

*Secondement soit derechef comme AB, à BC, ainsi DE, à EF. Ie dis que par composition de raison contraire, comme AB, à AC, ainsi DE, à DF, Car AB, estant à BC, comme DE, à EF, en raison conuerse, comme BC, à AB, ainsi EF à DE. Donc en composant comme AC, à AB ainsi DF, à DE: & par conuersion de raison, comme AB, à AC, ainsi DE, à DF. Ce qui est proposé.*

4.

Si les nombres composez sont proportionaux; par conuersion de raison, iceux seront aussi proportionaux.

*Soit comme* AB, *à* CB, *ainsi* DE, *à* EF. *Ie dis que par conuersion de raison, comme* AB, *à* AC, *ainsi* DE, *à* DF.

*Car* AB, *estant à* CB, *comme* DE, *à* FE, [a] *en permutãt comme le tout* AB, *au tout* DE, *ainsi le retranché* CB, *au retranché* FE, [b] *& partant comme le tout* AB, *au tout* DE, *ainsi le reste* AC, *au reste* DF. [c] *Donc en permutant comme* AB, *à* AC, *ainsi* DE, *à* DF, *Ce qui est proposé.*

A.....6 C...3 B
D....4 F..2 E

a 13.7.
b 11.7.
c 13.7.

## xxj THEOREME 21. PROP. 23.

### Les nombres premiers entr'eux, sont les plus petits de tous ceux qui ont la mesme raison auec iceux.

Soient les nombres A, & B, premiers entr'eux: Ie dis qu'ils sont les plus petits de tous ceux qui ont mesme raison qu'iceux.

*Car s'il n'est ainsi soiẽt s'il est possible* C, *&* D, *plus petits en la mesme raison. D'autant que* C, *&* D, *sont plus petits en la mesme raison de* A, *&* B, [a] C, *mesurera* A, *&* D, *mesurera* B, *egalement, & partant selon vn mesme nombre, lequel soit* E, *de sorte que* C, *mesure autãt de fois* A, *&* D *auãt de fois* B, *que l'vnité est en* E: *Dõc puis que l'vnité mesure* E, *&* C *mesure* A, *egalement,* [b] *en cgangetnt l'vnité mesurera* C, *&* E, *mesurera* A, *egalement. Derechef puis que l'vnité mesure* E, *&* D *le nombre* B, *egalement:* [c] *aussi en changeant l'vnité mesurera* D, *&* E *mesurera* B, *egalement: partant puis que* E, *mesure* A, *&* B, *iceluy*

A.....7 B.....5
C---D---E--

a 11.7.
b 15.7.
c 15.7.

E, *tera*

E, ſera cõmune meſure d'iceux: parquoy ils ne ſeront premiers entr'eux, mais compoſez; ce qui eſt impoſſible, & contre l'hypotheſe. Donc A, & B, ſont les plus petits en la meſme raiſon. Donc les nombres premiers, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME 22. PROP. 24. xxij

### Les plus petits nombres de tous ceux qui ont la meſme raiſon auec iceux, ſont premiers entr'eux.

Soient les nombres A, & B, les plus petits de tous ceux qui ont meſme raiſon auec iceux. Ie dis qu'ils sõt premiers entr'eux, c'eſt à dire qu'ils n'auront aucun nombre pour commune meſure, outre l'vnité.

Car s'ils ne ſont premiers, ils auront vne commune meſure, laquelle ſoit C: donc que C, meſure A, autant de fois que l'vnité eſt en D: & B, autant de fois que l'vnité eſt en E. D'autant donc que C, eſt contenu autant de fois en A, que l'vnité eſt en D, (puis qu'il meſure A, ſelon D,) & que le meſme C, eſt contenu autant de fois en B, que l'vnité eſt en E: [a] D, & E, multiplians C, produiront A, & B. [b] Parquoy il y aura meſme raiſon de A, à B, que de D, à E: partant puis que D, & E, parties de A, & B, ſont plus petits qu'iceux A, & B: A, & B, ne ſeront les plus petits de tous ceux qui ont la meſme raiſon auec eux. Ce qui eſt abſurde. Donc A, & B, ſont premiers entr'eux. Et partant les plus

A.....8 B.....5
C --
D----E---

[a] 9. ẽ. 5.
[b] 18. 7

petits nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

xxiv THEOREME 23. PROP. 25.

S'il y a deux nombres premiers entr'eux; le nombre qui en mesure vn d'iceux, sera premier à l'autre.

Soient les deux nombres A, & B, premiers entr'eux, & que C, mesure A. Ie dis que C, est premier à l'autre, B.

Car si B, & C, ne sont premiers entr'eux, ils auront quelque nombre pour commune mesure, lequel soit D, s'il est possible. D'autant donc que D, mesure C, & C, mesure A, a D mesurera aussi A: mais il mesure aussi B. Donc A, & B, ne sont premiers entr'eux ayant D, pour cõmune mesure: Ce qui est impossible & contre l'hypothese. Donc C, sera premier à B. Partant s'il y a deux nombres premiers entr'eux, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

A.....6 B.....5
C...3 D---

a 11.def.

xxv THEOREME 24. PROP. 26.

Si deux nombres sont premiers à quelque autre nombre; le produict d'iceux sera aussi premier à cet autre.

Soit l'vn & l'autre nombre A, & B, premier à C, & soit D, produict de A, multiplié par B, ou de B, par A. Ie dis que D, sera aussi premier à C.

Car si C, & D, ne sont premiers entr'eux soit E, leur commune mesure, mesurant D, au-

tant de fois qu'il y a d'vnitez en F. D'autant donc que E, eſt autant de fois en D, qu'il y a d'vnitez en F; a F multipliãt E, produira D. b Et au contraire E, multipliant F, produira le meſme D: mais D, eſt produict de A, par B. Donc puis que le nombre produict de E, premier par F, 4. eſt meſme que celuy de A, 2. par B, 3. il y aura meſme raiſon de E, 1. à A, 2. que de B, 3. à F, 4. Mais d'autant que A, & C, ſont premiers entr'eux, & E, eſt poſé meſurer C, d E, ſera premier à A, & partant E, & A, eſtant premier entr'eux, e ſeront les plus petits en leur raiſon. f Donc ils meſureront egalement B, & F, qui ont la meſme raiſon, à ſçauoir E, meſurera B, & A, meſurera F. Partant puis que E, meſure l'vn & l'autre B, & C; B & C, ne ſeront premiers entr'eux. Ce qui eſt abſurde & cõtre l'hypotheſe. Donc D, ſera premier à C: Partant ſi deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 29 cõſ.
b 16. 7.

A.....7 B...3
C.....8
D.....21
E---- F---

c 19. 7.
d 25. 7.
e 23 7.
f 21 7.

## THEOREME 25. PROP. 27. xxvi

Si deux nombres ſont premiers entr'eux; le produict de l'vn d'iceux ſera premier à l'autre.

Soient A & B, premiers entr'eux, & C, produict de A, par ſoy-meſme. Ie dis que C, eſt premier au reſtant B.

Car ſoit prins D, egal à A, il ſera auſſi premier à B. Donc A, & D, eſtant premiers à B, a le produict de A, multiplié par D, c'eſt à dire de A, par

a 26. 7.

ſoy-meſme à ſçauoir C, A....4 B.....5
ſera premier au meſme C.....16
B. Ainſi le produict de B, D....4
par ſoy-meſme ſera mõſtré premier à A. Partant ſi deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

xxvij THEOREME 26. PROP. 28.

Si deux nombres ſont premiers à deux autres nombres, l'vn & l'autre à l'vn & à l'autre; Les produicts d'iceux ſerõt auſſi premiers entr'eux.

Soit l'vn & l'autre nombre A, & B, premier à l'vn & à l'autre C, & D, & ſoit produict E, de A, par B, & F, produict de C, par D. Ie dis que E, & F, ſont premiers entr'eux.

Car puis que tant A, que B, eſt A.....5 B...3
a 16.7. premier à C, [a] E, produict d'iceux E.....15
ſera premier au meſme C. De- C....4 D..2
rechef A, & B, eſtans premiers à F.....8
D; E produict d'iceux ſera auſſi premier au meſme D. D'autant donc que C, &
b 16.7. D, ſont premiers à E; [b] F, produict d'iceux ſera auſſi premier à E. Donc ſi deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

xxviij THEOREME 27. PROP. 29.

Si deux nombres ſont premiers entr'eux; & l'vn & l'autre ſe multipliant ſoy-meſme en faict quelqu'vn, les produicts d'iceux ſeront premiers entr'eux: Et ſi les

nombres proposez au commẽcement, multipliãs iceux produicts en font quelques vns, iceux seront aussi premiers entr'eux: Et cecy aduiendra tousiours enuiron les extrémes.

Soient A, & B, premiers entr'eux, & C, produict de A, par soy-mesme, & D, produict de B, aussi par soy-mesme. Ie dis que C, D, sont aussi premiers entr'eux, & si derechef E, est le produict de C, par A, & F, de D, par B, Ie dis que E, F, sont aussi premiers entr'eux.

Car puis que A, B, sont premiers entr'eux, [a] C, produict de A, par soymesme, sera premier à l'autre B: & semblablemẽt B, & C, estant premiers entr'eux, D, produict de B, par soy-mesme sera aussi premier à C, & partant les deux produicts C, D, premiers entr'eux. Derechef, d'autãt que A, & B, sont premiers entr'eux: [b] C, produict de A, par soy-mesme sera premier à B: & D, produict de B, par soy-mesme premier à A: mais C, est aussi monstré premier à D. Donc l'vn & l'autre A, C, sera premier à l'vn & à l'autre B, D, [c] & partant E, produict de A, par C, sera premier à F, produict de B, par D. Que si encore G, est le produict de A, par E, & H, de B, par F: Puis que A, & C, sont premiers à B; [d] E, produict d'iceux sera aussi premier à B: par mesme raison F, sera premier à A: D'autant donc que l'vn & l'autre A, E, est premier à l'vn & à l'autre B, F, [e] le nombre G, produict de A, en E, sera premier à H, produict de B, en F, & ainsi de suitte s'il y en a d'auãtage. Dõc

A...3 B..2
C.....9 D....4
E 27 F, 8.
G 81 H, 16.

a 27. 7.
b 27. 7.
c 28. 7.
d 26. 7.
e 28. 7.

ſi deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demõſtrer.

## xxix THEOREME 28. PROP. 30.

Si deux nombres ſont premiers entr'eux, l'vn & l'autre enſemble ſera premier à chacun d'iceux: Et ſi l'vn & l'autre enſemble eſt premier à quelqu'vn d'iceux, les nombres propoſez au commencement ſeront auſſi premiers entr'eux.

Soient AB, BC, premiers entr'eux. Ie dis que l'vn & l'autre enſemble AC, ſera premier à AB, & à BC.

Car ſi AC, AB, ne ſont premiers entr'eux, ils ſeront meſurez par quelque nõbre, outre l'vnité, lequel ſoit D, ſ. e. p. Donc puis
a 12.def 5 que D, meſure le tout AC, & le retranché AB,[a] il meſurera auſſi le reſte BC, donc AB, BC, ne ſeront premiers entr'eux, puis que D, les meſure. Ce qui eſt abſurde & contre l'hypotheſe. Donc AC, ſera premier à AB, & à BC.

A.....8 B.....5 C
D---.

Soit maintenant AB, BC, enſemble premier à quelqu'vn d'iceux ſçauoir à AB. Ie dis que AB, BC, sõt premiers entr'eux. Autremẽt ils ſeront me-
b 10.def 5 ſurez par quelque nõbre outre l'vnité, lequel ſoit D.[b] Dõc D, meſurãt AB, BC, meſurera auſſi le cõpoſé d'iceux AC, & partant AC, AB, ne ſont premiers entr'eux, ce qui eſt abſurde & contre l'hypotheſe. Donc AB, BC, ſont premiers entr'eux. Et ſemblablement, ſi AC, eſt premier à BC. Dõc ſi deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## COROLLAIRE.

Il s'enſuit de cecy que le nombre, lequel eſtãt compoſé de 2. autres, eſt premier à vn d'iceux, il ſera auſſi premier à l'autre. Car ſi AC, eſt premier à AB, iceux AB, BC, ſeront premiers entr'eux, par la 2. partie de cette propoſition. Donc AC, ſera auſſi premier à BC: par la premiere partie de la meſme prop. Ce qui eſtoit propoſé.

## THEOREME 29. PROP. 31. xxxij

Tout nombre premier, eſt premier à tout autre nõbre, lequel il ne meſure point.

Soit le nombre A, premier, lequel ne meſure B. Ie dis que A, eſt premier à B, c'eſt à dire que A, & B, ſont premiers entr'eux, encore que B, ſoit nombre compoſé.

Car autremẽt ils ſeront meſurez par quelque nombre, outre l'vnité, lequel ſoit C. ſ.e.p.

A.....5 B.....8
C----

Dõc C, ne ſera le meſme que A; A eſtant poſé ne meſurer B. Donc A, eſtãt meſuré par vn autre nõbre C; A ne ſera premier, ce qui eſt impoſſible, & contre l'hypotheſe. Donc tout nombre premier, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME 30. PROP. 32. xxxiij

Si deux nõbres ſe multiplians l'vn l'autre, en font quelque autre: & que quelque nõbre premier meſure leur produict, il me-

surera aussi vn des nombres proposez au commencement.

Soient A, & B, lesquels se multiplians l'vn l'autre facent C, lequel soit mesuré par D, nombre premier. Ie dis que D, mesurera à tout le moins l'vn d'iceux A B, s'il ne les mesure tous deux.

Car que D, ne mesure A, mais qu'il mesure C, autant de fois qu'il y a d'vnitez en E. De sorte que C, soit produict de D, par E, lequel C, est produict de A, par B. D'autant donc que C, produict de D, 1. par E, 4. est egal au produict de A, 2. par B, 3. [a] Il y aura mesme raison de D, premier à A, 2. que de B, 3. a E, 4. [b] Mais D, 1. estant premier à A, puis qu'il ne le mesure, [c] D, & A, seront les plus petits de leur raison: [d] partant mesurerõt egalement B, & E, à sçauoir D, plus petit mesurera B, plus petit & A, plus grãd, E, plus grand. Donc si D, ne mesure A, il mesurera B: semblablement on monstrera que si D, ne mesure B, au moins qu'il mesurera A. Donc si deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

A....4 B.....6
C.....24
D...3 E.....8

a 19. 7.
b 31. 7.
c 23. 7.
d 21. 7.

XXX

## THEOREME 31. PROP. 33.

### Tout nombre composé, est mesuré par quelque nombre premier.

Soit le nombre A, composé. Ie dis que quelque nombre premier le mesure.

Car estant composé, il [a] sera mesuré par quelque nombre, lequel soit B; que si B, est premier,

a 13. d.

la propoſition eſt manifeſte. Mais ſi B, eſt compoſé, il ſera auſsi meſuré par quelque nombre, lequel ſoit C, qui ſera premier ou compoſé : ſi premier, puis qu'il meſure B, &
B, meſure A, [b] iceluy C, premier meſurera auſsi A. Donc A ſera meſuré par vn nombre premier. Mais ſi C, eſt compoſé il ſera meſuré par vn autre nombre. Or d'autant qu'vn nombre ne ſe diminuë infiniment, on viendra en fin à quelque nombre qu'aucun autre ne meſurera, & partant à vn nombre premier, lequel meſurant tous les precedens [c] il meſurera auſsi le nombre compoſé A.

A.....18 B 11. cõ ſ.
B.....6 C...3
c 11. cõ ſ.

## THEOREME 32. PROP. 34. xxxj

**Tout nombre eſt premier ; ou biẽ meſuré par quelque nombre premier.**

Soit vn nombre tel qu'on voudra A. Ie dis qu'il eſt premier, ou bien qu'il eſt meſuré par quelque nombre premier.

Car puis que tout nombre eſt premier ou compoſé, ſi A, eſt premier, la propoſition eſt manifeſte : mais s'il eſt compoſé, [a] il ſera meſuré par quelque nombre premier. Partant tout nombre eſt premier ou eſt, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

A.....9
a 33. 7.

## PROBLEME 33. PROP. 35. xxxiv

**Tant de nombres que l'on voudra eſtant donnez, trouuer les plus petits nom-**

bres qui ont la meſme raiſon auec iceux.

Soient propoſez tant de nombres qu'on voudra A,B,C,en quelque proportion que ce ſoit, il faut trouuer les plus petits,qui ont la meſme raiſon.

Car ou A,B,C,ſõt premiers entr'eux ou non, ſi premiers, [a] ils ſeront les plus petits de tous ceux qui ont la meſme raiſon: Mais s'ils ſont compoſez: [b] ſoit trouué D, leur plus grande commune meſure, lequel meſure iceux A, B, C, par E, F, G. Ie dis que E, F, G, ſont les plus petits de tous ceux qui ont la meſme raiſon de A,B,C; Car d'autant que D,meſure A,B,C,par E,F,G, [c] D, multipliant E, F, G. produira A, B, C, [d] donc E,F,G, auront meſme raiſon que A,B,C.

A.....6B....4C.....8
D..2
E...3 F..2 G....4
H----I----K----
L----

a 23.7.
b 3.7.
c 9. & f. d Schol. 18. 7.

Ie dis auſſi que E,F G,ſont les plus petits,car s'il n'eſt ainſi, ſoient H,I, K, plus petits en la meſme raiſon, [d] leſquels meſureront A,B,C, egalement: Qu'ils les meſurent donc par L. cela eſtant ainſi, [e] L. multipliant H, I, K, produira A, B, C, [f] & en changeant L. meſurera A,B,C,par H,I,K. D'autant donc que E,1.multipliant D,4. & H,2. multipliãt L,3.produit le meſme A; [g] cõme E,1.à H,2. ainſi L,3. ſera à D,4. Mais E,eſt plus grãd que H, donc L,ſera plus grand que D,& partant puis que L,meſure A,B, C; D, ne ſera la plus grande commune meſure des nombres A, B, C. Ce qui eſt contre l'hypotheſe: donc E, F, G, ſont les plus petits en la raiſon de A,B, C. Partant s'il y a tant de nombres, &c. Ce qu'il falloit faire.

d 11.7.
e 9. & f. f 8. cõ. f.
g 19. 7.

## COROLLAIRE.

Il eſt manifeſte de cecy que la plus grande commune meſure de tant de nombres qu'on voudra, les meſure par les plus petits nombres de tous ceux qui ont la meſme raiſon auec iceux. Car il a eſté monſtré que E, F, G, par leſquels D, plus grãde commune meſure de A, B, C, meſure iceux A, B, C, ſont les plus petits en la raiſon de A, B, C, & ainſi de tous autres.

## SCHOLIE.

*Par ce que deſſus, nous pourrons trouuer les 2. plus petits nombres qui ſont en meſme raiſon que tant de nombres continuellement proportionaux que l'on voudra. Comme ſi on propoſe A, B, C, D, E, continuellement proportionaux, ſoit qu'ils ſoient les moindres en la continuation de la raiſon de A, à B, ou non; nous en trouuerons 2. les plus petits en la meſme raiſon, ſi par ce probleme nous prenons F, & G, les plus petits en la raiſon de A, à B, ſçauoir ceux par leſquels* I, *plus grande commune meſure d'iceux les meſure.*

*Au ſurplus il aduient quelques fois qu'vn d'iceux nombres E, F, G, trouuez par cette propoſition eſt l'vnité ſçauoir quand D, plus grande commune meſure eſt egal à vn d'iceux A, B, C, comme il appert par cet exemple.*

A 16. B 24. C 36. D 54. E 81.
I, 8.
F, 2. G, 3.

*Or il eſt manifeſte que les nombres E, F, G, à lors trouuez ſont plus petits en la cõtinuatiõ de leurs proportiõs, puis qu'il ne ſe peut*

A...3 B.....6 C.....9
D...3
E.1 F..2 G...3

xxxvj

## PROBLEME 4. PROP. 36.

### Deux nombres estant donnez, trouuer le plus petit nombre lequel ils mesurent.

Soient les deux nombres proposez A, & B, il faut trouuer le plus petit nombre qu'ils peuuent mesurer.

Soient premierement A, & B, premiers entre-eux, & se multiplians l'vn l'autre facent C. Ie dis que C, est le requis. Or qu'ils le mesurẽt il est manifeste. Car C, estant produict de A, par B, ou de B, par A; [a] A mesurera C, par B, & B, le mesme C, par A.

A.....4 B.....5
C.....20
D----------
E------ F---

a 7. e. s.

Donc A, & B, mesurent C. Et si C, n'est le plus petit; que A, & B, en mesurent vn autre plus petit, sçauoir D. s. e. p. Et que A, mesure D, par E, & B, le mesme D, par F, [b] ainsi D, sera produict tant de A, par E, que de B, par F, & au contraire. D'autant donc que le mesme D, est produit de A, 1. par E, 4. & de B, 2. par F, 3. [c] Comme A, 1. sera à B, 2. ainsi F, 3. à E, 4. Donc A, & B, (estant posez premiers entr'eux, [d] & partãt les plus petits en leur raison) ils mesureront E, & F, l'vn cõme l'autre, à sçauoir A, mesurera F, & B, mesurera E. Mais d'autant que A, multipliãt B, & E, faict C & D; C, sera à D, comme B à E: & partant puis que B, mesure E, cõme il est monstré; C, mesurera aussi D, le plus grand le plus petit. Ce qui est impossible. Partant C, est le plus petit de tous ceux que mesurent A, & B.

b 9. e. s.
c 19 7.
d 23. 7.
e 21. 7.
f 17 7.

Secondement soient A, & B, non premiers entr'eux, [g] & soient trouuez C, & D, les plus petits en la mesme raison, à fin qu'il y ait 4. nombres proportionaux sçauoir cõme A, à B, ainsi C, à D, par ainsi le produict de [h] A, 1. par D, 4. sera egal au produict de C, 2. par B, 3. lequel produict soit E; Ie dis que E, est le plus petit nõbre que mesurent A, & B; qu'ils le mesurent, il est manifeste, car E, estant produict tant de A, en D, que de B, en C, [i] tant A, que B, mesurera E. Et s'il n'est le plus petit, que A, & B, en mesurent vn autre plus petit que E, sçauoir F. Or que A, mesure F, par G, & B, le mesme F, par H, donc [k] F, sera le produict tant de A, par G, que de B, par H. D'autant donc que le mesme F, est faict de A, 1. en G, 4. & de B, 2. en H, 3. comme A, 1. à B, 2. ainsi H, 3. à G, 4. Partant C, & D, estants les plus petits en la raison de A, à B, ou de H, à G, [m] ils mesurent H, & G, egalement, sçauoir C, mesurera H, & D, mesurera G: mais d'autant que A, multipliant D, & G, faict E, & F, [n] E, sera à F, comme D, à G, & partant D, mesurant G, comme il est monstré, E, mesurera aussi F, le plus grand le plus petit, ce qui est impossible. Donc E, est le plus petit. Partant deux nombres, &c. Ce qu'il falloit faire.

A ... 4 B ..... 6
C .. 2 D ...
E ..... 12
F ----------
G --- H ---

g 35. 7.
h 19. 7.
i 7. c. f.
k 9. cõ. f.
l 19 7.
m 21. 7.
n 17. 7.

Si le plus petit nombre mesure le plus grand, le plus grand sera le requis, &c.

## COROLLAIRE.

D'icy il s'ensuit que si 2. nombres multipliẽt les plus petits ayants la mesme raison, le plus grand

le plus petit, & le plus petit le plus grand, le produict ſera le plus petit nombre qu'iceux meſurẽt. Car C, & D, eſtans propoſez les plus petits en la raiſon de A, à B, il a eſté demonſtré que E, produict de A, plus petit par D, plus grand, & de B, plus grand par C, plus petit, eſt le plus petit nombre meſuré par A, & B.

## XXXV THEOREME 33. PROP. 37.

Si deux nombres meſurent quelque autre nombre. Le plus petit qu'ils meſurẽt, meſurera auſſi le meſme nombre.

Que les deux nombres A, & B, en meſurent quelque autre CD, & ſoit E, le plus petit que A, & B, meſurent. Ie dis que E, meſurera CD.

Car ſi E, ne meſure CD, ayant oſté E, de CD, tant de fois que l'on pourra, il reſtera vn nombre moindre que E, qu'il reſte FD, plus petit que E, s'il eſt poſſible, de ſorte que E, meſure le retranché CF. D'autant donc

A..2 B...3
C------ F---D
E.....6

[a] 11. e ſ. que tãt A, que B, meſure E, & E, meſure CF: [a] tãt A, que B, meſurera auſſi CF Donc puis que A, & B, meſurent le tout CD, & le retranché CF, [b] ils

[b] 12. e ſ. meſureront auſſi le reſte FD, Or FD. eſt plus petit que E; donc E, n'eſt le plus petit nõbre que A, & B, meſurent. Ce qui eſt contre l'hypothete. Donc ſi 2. nombres, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## PROBLEME 5. PROP. 38.

XXXVj Trois nombres eſtant donnez, trouuer le plus petit nombre qu'ils meſurent.

Soient trois nombres proposez A,B,C, il faut trouuer le plus petit nombre qu'ils peuuẽt mesurer.

Soit [a] D, le plus petit que A & B, mesurent; C, le mesurera ou non, s'il le mesure: Ie dis que c'est le plus petit que les 3. A,B,C, mesurent: autrement soit E, plus petit que D, mesuré par A,B,C, donc A, & B, mesurãt E, moindre que D: D, ne sera le plus petit mesuré par A, & B, ce qui est contre l'hypotheſe.

A...3 B....4 C.....6 [a 36.7.]
D.....12
E--------

Si C, ne mesure D, soit [c] E, le plus petit mesuré par C, D. Ie dis qu'il sera le plus petit que A, B, C, mesurent. Car A,B, mesurãt D, & D, mesurãt E, [d] A,B, mesureront aussi E, mais C, mesure pareillemẽt E. Dõc les 3. A,B,C, mesurẽt E. Et si on dit que E, ne soit le plus petit, soit F, moindre que E, mesuré par A, B, C, s'il est possible: Donc puis que A, & B, mesurent F; D, plus petit mesuré par iceux [e] mesurera aussi F, & C; D, mesurant F; (car A,B,C, le mesurent) E, le plus petit nombre mesuré par C, D, [f] mesurera pareillement F, le plus grãd le plus petit; ce qui est absurde. Partant E est le plus petit que A, B, C, mesurent. Donc 3. nombres estant, &c. Ce qu'il falloit faire.

A...2 B...3 C....4 [c 36. 7.]
D.....6
E.....12
F---- [d 11. 7.]

[e 37. 7.]

[f 37.7.]

## COROLLAIRE.

D'icy il s'ensuit que si trois nombres mesurent quelque nombre, que le moindre nombre qu'ils mesurent mesure aussi ce mesme nombre. Car en

la derniere partie de cette demonſtration, de ce que A, B, C, eſtoient pris meſurer F, il a eſté demonſtré que E, qui eſt le moindre nombre meſuré par iceux, meſure auſſi F.

## SCHOLIE.

*En cette maniere, plus de 3. nombres eſtant donnez nous trouuerons le plus petit nombre qu'ils meſurent. Car ſi quatre nombres ſont donnez faut faire la queſtion de 3. ſi 5. faut trouuer le plus petit que 4. meſurent, & faire au reſte comme il eſt dit de 3. &c.*

## xxxvij THEOREME 34. PROP. 39.

Si vn nombre meſure vn autre nombre; celuy lequel il meſure, aura vne partie denommee du meſurant.

Que le nombre B, meſure le nombre A. Ie dis que A, aura vne partie denommee de B.

Car que B, meſure A, autant de fois qu'il y a d'vnitez en C. D'autant donc que l'vnité meſure C, & B meſure A, egalement; [a] en changeant l'vnité meſurera B & C, meſurera A, egalement, & partant l'vnité ſera meſme partie de B, que C, de A, [b] mais l'vnité eſt vne partie de B, denommee du meſme B, donc C, ſera vne partie de A, denommee par B. Partant ſi vn nombre, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

A.....12
B....4. C...3

a 15. 7.

b 2. d 7.

THEOREME 35.

## THEOREME 35. PROP. 40. xxxviij

Si vn nombre a vne partie quelconque, le nombre denommé de cette partie le mesurera.

Soit le nombre A, ayant la partie B, par laquelle le nombre C, est denommé. Ie dis que C, mesure A.

Car puis que B, partie de A, est denommée de C, mais l'vnité est vne partie de C, denommee du mesme C; l'vnité mesurera C; & B, mesurera A, egalement: [a] Donc en changeant l'vnité mesurera B, & C, mesurera A, egalement. Donc si vn nombre, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

A.....15
B...3 C.....5

[a] 15. 7.

## PROBLEME 6. PROP. 41. xxxix

Trouuer le plus petit nombre, qui ayt les parties donnees.

Soient les parties donnees A, B, C; il faut trouuer le plus petit nombre ayant les mesmes parties.

Soient D, E, F, denommez des parties A, B, C, & [a] soit G, le plus petit que D, E, F, mesurent. Ie dis que G, est le plus petit ayant les parties donnees A, B, C. Car puis que D, E, F, mesurent G; [b] G, aura les parties denommees par D, E, F, c'est à dire les parties

D..2 *A, seconde*
E...3 *B, tierce*
F....4 *C, quarte.*
G.....12
H-------

[a] 38. 7.

[b] 39. 7.

A,B,C, eſtant denommees de D,E,F. Ie dis que G, eſt auſſi le plus petit ayant telles parties. Car s'il n'eſt ainſi, que vn autre plus petit que G, ait les meſmes parties A,B, ce lequel ſoit H. D'autãt dõc
c 40.7. que H, a les parties A,B C, c les nombres D,E,F, denommez d'icelles parties A,B, C, meſureront H, donc H, eſtant moindre que G; G, ne ſera le plus petit nombre meſuré par D, E, F: ce qui eſt contre l'hypotheſe. Donc vn plus petit nombre que G, n'aura pas les parties donnees A, B, C, mais G, ſera le plus petit. Partant nous auõs, &c. Ce qu'il falloit faire.

*Fin du ſeptieſme liure des Elements.*

# LIVRE HVICTIESME
## DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

### THEOREME 1. PROP. 11

S'il y a tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux, & que les extrémes ſoient premiers entre-eux; ils ſont les plus petits de tous ceux qui ont meſme raiſon auec iceux.

SOIENT tant de nombres que l'on voudra, A, B, C, continuellement proportionaux; & ſoient les extrémes A, & C, premiers entr'eux. Ie dis que A, B, C, ſont les plus petits de tous ceux qui ont la meſme raiſon qu'iceux.

Car s'il n'eſt ainſi ſoient D, E, F, plus petits qu'iceux en la meſme raiſon, s'il eſt poſſible. D'autãt dõc qu'il y a tant de nombres que l'on veut d'vne part A, B, C, & autant d'autre D, E, F, leſquels

A.....8 D----
B.....12 E-----
C.....18 F-----

prins de 2. en deux ſont en meſme raiſon;[a] en raiſon egale, comme A, ſera à C, ainſi D, à F: [b] Mais A, & C, ſont les plus petits de leur raiſon, eſtant premiers entr'eux par l'hypotheſe. [c] Donc tant A, que C, meſurera D, & F, egalement, le plus grand le plus petit, ce qui eſt impoſſible. Donc A, B, C, ſont les plus petits de leur raiſon. Partant s'il y a tant, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[a] 14. 7.
[b] 23. 7.
[c] 21. 7.

## ij PROBLEME 1. PROP. 2.

### Trouuer tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux, les plus petits en vne raiſon donnee.

Soient A, & B, les plus petits de leur raiſon, il faut premierement trouuer trois nombres les plus petits en la raiſon donnee de A, à B.

Ie A, multipliant ſoy-meſme produiſe C, & multipliant B, produiſe D, & B, par ſoy-meſme face E. Ie dis que C, D, E, ſont les plus petits en la raiſon de A, à B, & ſont continuellement proportionaux.

A 2. B 3.
C 4. D 3. E 9.
F 8. G 12. H 18. I 27

Car d'autant que A, multipliant A, & B, faict C, & D; [a] comme A, eſt à B, ainſi C, à D. Derechef, puis que B, multipliant A, B, faict D, & E; [b] comme A, eſt à B, ainſi D, à E; donc C, D, E, ſont continuellement proportionaux en la raiſon de A, à B. Ils ſont auſſi les plus petits. Car d'autant que les extrémes C, & E, ſont produicts de A, & B, multipliez chacun par ſoy-meſme; [c] Mais A, & B, ſont premiers entr'eux eſtant les plus petits de leur raiſon, [d] les extrémes C, &

[a] 17. 7.
[b] 17. 7.
[c] 24. 7.
[d] 29. 7.

E, seront aussi premiers entr'eux.[c] Donc C, D, E, [c] 21.8.
sont les plus petits en la raison de A, à B.

Secondement que A, multipliant les 3. nombres C, D, E, produise F, G, H, & B, multipliant E, face 1. Ie dis que les 4. nombres F, G, H, I, sont les plus petits en la mesme raison donnee de A, à B, & continuellement proportionaux. Car puis que A, multipliant C, D, E, a produict F, G, H,[f] F, G, H, auront mesme raison que C, D, E, c'est à dire que A, B. Derechef, puis que A, & B, multipliant E, ont faict H, & I,[g] comme A, à B, ainsi H, à I. Donc F, G, H, I, sont continuellement proportionaux en la raison donnee de A, à B. Ils sont aussi les plus petits : Car A, & B estant les plus petits en leur raison,[h] ils seront premiers entr'eux : mais C, & E, sont produicts de A, & B, par eux mesmes, & F, & I, sont aussi produicts de A, & B, en C, E, sçauoir F, de A, en C, & I, de B, en E,[i] F, I, extrémes seront aussi premiers entr'eux.[k] Partant F, G, H, I, sont les plus petits de leur raison, qui est la raison de A, à B. Par mesme raison nous en trouuerons 5. ou 6. &c. Donc nous auõs trouué. Ce qu'il falloit faire.

[f] 5 schol. 18.7.
[g] 18.7.
[h] 24.7.
[i] 29.7.
[k] 1.8.

## AVTRE DEMONSTRATIÓN.

Soit la raison donnee de C, à D; s'ils ne sont les plus petits de leur raison,[a] soiẽt pris d'autres qui soient les plus petits en la mesme raison, A, & B.

[a] 35.7.

| | |
|---|---|
| A 2. B 3. | 2. 3. |
| C 4. D 6. E 9. | 4. 6. 9. |
| F 8. G 12. H 18. I 27. | 8. 12. 18. 27. |
| K 16. L 24. M 36. N 54. O 81. | 16. 24. 36. 54. 81. |
| P 32. Q 48. R 72. S 108. T 162. V 243. | 32. 48. 72. 108. 162 |

A, multipliant soy-mesme faict C, & multi-

pliant B, faict D; B, se multipliant faict E. Donc puis que A, multipliant A, & B, faict C, & D, les [a] produicts seront en la raison des multipliez
a 17 7. c'est à dire en la raison de A, à B. [b] Et B, multipliãt
b 17. 7. A, & B, à faict D, E, donc D, E, seront cõme A, à B. Derechef A, multipliant C, D, E, faict F, G, H, qui seront en la raison de C, D, E, multipliez, c'est à dire de A, à B. Et d'autant que A, B, multiplians E, font H, I, donc H, I, seront en la raison de A, à B, par la 18. du 7. l. Derechef A, multipliant F, G, H, I, à faict K, L, M, N, qui seront en la raison de F, G, H, I, c'est à dire de A, à B. Et puis que A, B, multipliant I, à faict N, O; NO, seront en la raison de H, à I, c'est à dire de A, à B, & ainsi des
18. 7. autres. Partant premieremẽt trois les plus petits sont contin. proport. puis quatre, en apres cinq & puis 6. & ainsi l'on en trouuera tant que l'on voudra. Or qu'ils soient les plus petits en la raison donnee on le monstrera ainsi. D'autãt que C, E, sont procreez de A, & B, par eux-mesmes: mais
e 24. 7. A, & B, [c] sont premiers entr'eux, estant les plus
d 29 7. petits de leur raison: [d] Donc C, E, seront pre-
c 1. 8. miers entr'eux, & partant [e] C, D, E, estant continuellement proportionaux seront les plus petits
f 29. 7. de leur raison: Ainsi F, I, [f] sont premiers entre-eux, & F, G, H, I, estant continuellement proport.
g 1. 8. ils [g] seront les plus petits de leur raison.

En apres il faut monstrer que A, C, F, K, P; B, D, G, L, Q; E, H, M, R, sont continuellemẽt proport. En cette sorte: Cõme A, à B, ainsi C, à D; & en chãgeant, comme A, à C, ainsi B, à D, & com-
13. 7. me C, à D, ainsi F, à G, & en permutant C, est à F, comme D, à G; & ainsi des autres K, P, L, Q. En apres comme D, à E, ainsi G, à H, & en changeant

comme D,à G,ainſi E,à H. Mais comme G,à H, ainſi L,à M,& en permutant comme G,à L, ainſi H,à M;Mais comme L,à M,ainſi Q à R, en permutant comme L,à Q,ainſi M,à R. Puis comme H,à I,ainſi M,à N,& en permutant comme H,à M,ainſi I,à N. Mais comme M,à N, ainſi R,à S, & en permutant, comme M,à R, ainſi N,à S. Donc A, C,F, k, P;B,D,G,L,Q;E,H,M,R,ſont continuellement proportionaux: ſemblablement on monſtrera que B, E, I, O, V; A, D, H, N, T;C,G,M,S;F, L,R, ſont continuellement proportionaux, &c.

Finalement il faut monſtrer que les moyens proportionaux,peuuent eſtre procreez de la multiplication des extrémes entr'eux: comme D,eſt faict de A en B; G eſt produict de A, en D, & de B,en C; d'autant que comme A, à B, ainſi C,à D, dõc le produit des extrémes A,D,eſt egal au pro- 19.7.
duit des moyens. Derechef,cõme A,à B,ainſi D, à E,donc le cõtenu ſous A, E, eſt egal au cõtenu ſous B, D, ſçauoir H, donc H, peut eſtre faict de A,en E,& qui plus eſt y a eſté faict par la conſtruction. En apres comme A,à B,ainſi F,à G;mais A, multipliant G, a faict L; donc B, multipliant F. Fera L. Derechef A, extréme multipliant I,autre extréme a faict N, par la conſtruction : Et combien que M,ſoit faict de A,en H,par la conſtruct. il ſe peut neantmoins faire de C, en E : D'autant que cõme A,à C,ainſi E,à H; Mais M,eſt faict de A, en H, donc M, ſera faict auſſi de C,en E. Finalement cõme A,à B,ainſi k,à L,mais A,multipliant L,par la conſtruct.à faict Q. Donc B,multipliant K,fera Q. Et comme A,à F,ainſi E, à M; mais A, multipliant M,à faict R, donc E, multi-

pliant F, fera R. Et comme A, est à C, ainsi I, à N; mais A, multipliant N, à faict S, donc C, multipliant I, fera S; & T, par la construct. à esté faict de A, en O, & ainsi de suitte on pourra prouuer que les moyens proportionaux sont faicts de la multiplication des extrémes.

## COROLLAIRE 1.

Il s'ensuit de ces propositions que si 3. nomb. sont continuellement proport. & les plus petits de leur raison, les extrémes seront quarrez: & si 4. sont continuellement proportionaux, les extrémes seront cubes. Car C, E, extrémes sont produicts de A, & B, chacun par soy-mesme; Et F, & I, extrémes des 4. sont produicts de A, & B, multipliez chacun par son quarré C, & D, &c.

## COROLLAIRE 2.

Il s'ensuit aussi que les extrémes des nombres continuellement proportionaux trouuez les plus petits en la raison donnee, par cette proposition, [a] 24. & [b] 7. sont premiers entr'eux, [b] ayant esté demonstré que CE, FI, sont premiers entr'eux.

## COROLLAIRE 3.

Il appert aussi que 2. nombres les plus petits en la raison donnee, mesurent tous les moyẽs quelcõques des plus petits en la mesme raison, estans produits de la multiplicatiõ d'iceux par quelques autres nombres, comme D, moyen qui est produict de A, par B, & G, H, moyens de A, par D, & E, ou de B, par C, D, &c.

## SCHOLIE.

*Il s'ẽsuit d'icy que tant A C F K que B E I O, sont cõt-* [a] 39. 7 *pr. depuis l'vnité. Car A, mesurant son produit C: a C, aura vne partie denõmee de A, mais l'vnité est part. de A, denom. de A. Dõc l'vnité sera mesme part. de A, que A, de C. Donc comme l'vnité à A, ainsi A, à C, ainsi des autr.*

## THEOREME 1. PROP. 3. iij

S'il y a tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux, les plus petits de tous ceux qui ont la meſme raiſon auec iceux; les extrémes ſeront premiers entr'eux.

Soient A, B, C, D, les plus petits de leur raiſon continuellement proportionaux. Ie dis que les extrémes A, & D, ſont premiers entr'eux.

Car ſoiēt [a] trouuez E, F, les plus petits en la raiſon de A, à B, ou B, à C, ou C, à D; [b] E, F, ſeront premiers entr'eux. Puis ſoiēt trouuez les 3. G, H, I, les plus petits en la raiſon de E, à F, & auſſi les 4. K, L, M, N, & ainſi de ſuitte, iuſques à ce que K, L, M, N; ſoient egaux en nōbre à A, B, C, D. [a] 35.7. [23.7.] [b] 2.8.

| | |
|---|---|
| D'autant que A, B, C, D, ſont les plus petits de leur raiſon; & K, L, M, N, egaux en nombre à iceux, eſtāt auſſi les plus petits en la meſme raiſon, | A,8. B,12. C,18. D,27. E,2. F,3. G,4. H,6. I,9. K,8. L,12. M,18. N,27. |

ils ſeront egaux à iceux chacun au ſien, ſçauoir A, à k, & D, à N. [d] Or K, & N, ſont premiers entr'eux. Donc A, & D, ſont auſſi premiers entr'eux. Donc s'il y a tant de nomb. &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. [d] 2. cor. 2.8.

## PROBLEME 2. PROP. 4. iiij

Eſtant donnees tant de raiſons que l'on voudra és plus petits nombres d'icelles, trouuer tant de nombres qu'on voudra

## continuellement proportionaux, les plus petits selon les raisons donnees.

Soient premieremẽt donnees les 2. raisons de A, à B, & de C, à D; aux plus petits nombres d'icelles: il faut trouuer 3. nombres continuellemẽt proport. & les plus petits selon icelles raisons.

Ayant [a] trouué E, le plus petit nombre mesuré par B, C, 2. & 3. soit trouué F, autant de fois mesuré par A, que E, par B; & G, autant de fois mesuré par D, que E, par C; F, E, G, seront continuellement proportionaux les plus petits selon les raisons donnees.

a 36. 7.

A,6. B,5. C,4. D,3.
H,4. F,24. E,20. G,15.
I----K----L----

Car d'autant que A, & B, mesurent egalement F, & E, c'est à dire par vn mesme nombre; qu'ils le mesurent par H. Cela estant [b] A, & B, multiplians H, produiront F, & E. [c] Parquoy comme A, à B, ainsi F, à E. Semblablement C, & D, mesurant egalement E, G; comme C, à D, ainsi E, sera G. Donc F, E, G, sont continuellement proportionaux, selon les raisons de A, à B, & de C, à D.

b 9. 7. f.
c 18. 7.

Ie dis qu'ils sont aussi les plus petits; car s'il n'est ainsi, soient I, K, L, plus petits en icelles raisons chacun au sien, s'il est possible. D'autant donc que A, & B, sont les plus petits en leur raison: [d] iceux mesureront egalement I, & K, estans en mesme raison, sçauoir B, consequent mesurera K, consequent: Par la mesme raison C, D, mesureront egalement K, & L, sçauoir C, antecedent, K antecedent. Donc B, & C, mesurans K; [e] E, plus petit mesuré par B, & C, mesurera aussi K, le plus grand le plus petit. Ce qui est absurde.

d 11. 7.
e 37. 7.

Donc F, E, G, ſont les plus petits.

Soient 3. raiſons donnees aux plus petits nombres de A, à B, C, à D, & de E, à F: Et il faut trouuer 4. nombres les plus petits continuellement proportionaux ſelon les raiſons donnees. [a] Ayant trouué derechef G, le plus petit que meſurẽt B, & C, 2. & 3. ſoit trouué, H, autant de fois meſuré par A, que G, par B; & I, autant de fois meſuré par D, que G, par C: cela eſtant E, meſurera I, ou non: Qu'il le meſure premierement; & autant de fois que I, eſt meſuré par E, ſoit K, autant de fois meſuré par F. Ie dis que H, G, I, K, ſont continuellement proportion & les plus petits ſelon les raiſons donnees comme a eſté monſtré. [a] 36. 7.

A, 6. B, 5. C, 4. D, 3. E, 5. F, 7.
H, 24. G, 20. I, 15. K, 21.
L--- D--- N--- O---

Maintenant que E, ne meſure I. [a] Et ayant trouué K, le plus petit que E, & I, meſurent, ſoit L, autant de fois meſuré par G, & M, par H, que K, par I; & ſoit auſſi N, autant de fois meſuré par F, que K, par E. Ie dis que M, L, K, N, ſont les plus petits ſelon les raiſons donnees. [a] 36. 7.

Car H, G, I, meſurans M, L, K, egalement, comme cy deuant M, ſera à L, comme H, à G, & L, à K, comme G, à I, mais par la meſme raiſon H, eſt à G, comme A, à B; & G, à I, comme C, à D, (A, B, meſurant H, G, & C, D, G, I, egalement.) Donc comme [b] A, à B, ainſi M, à L, & comme C, à D, ainſi L, à K. Mais comme E, à F; K, eſt auſſi à N; [b] Schol. 12. 7.

A, 9. B, 5. C, 4. D, 3. E, 2. F, 7.
H, 24. G, 20. I, 15.
M, 48. L, 40. K, 30. N, 105.
O---- P---- Q--- R----

(E, F, mesurans egalement k, N.) Donc M, L, K, N, sont continuellement proportionaux, selon les raisons donnees.

Ils sont aussi les plus petits, car s'il n'est ainsi, soient O, P, Q, R, plus petits selon les mesmes raisons s'il est possible. D'autant donc que A, B, sont les plus petits de leur raison, [c] ils mesureront egalement O, P, en la mesme raison, sçauoir B, consequent mesurera P, consequent. Et par mesme raison C, D, mesureront P, Q, egalement: sçauoir C, antecedent P, antecedent: Parquoy B, C, mesurans P; [d] G, plus petit nombre mesuré par B, C, mesurera le mesme P. Or estant monstré que comme G, à I, ainsi L, à K, c'est à dire ainsi P, à Q; en changeant comme G, à P, ainsi I, à Q: Et partant G, mesurant P; I, mesurera Q: mais E, mesure aussi Q: [e] puis que E, F, les plus petits de leur raison mesurent egalement Q, R, en la mesme raison, sçauoir E, antecedent Q, antecedent. Donc I, E, mesurans Q; [f] K, plus petit nombre mesuré par I, E, mesurera aussi Q; le plus grand le plus petit. Ce qui est absurde. Parquoy M, L, K, N, sont les plus petits: Et ainsi de suitte, s'il y a d'auantage de raisons donnees aux plus petits nombres, &c. Donc estant donnees, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

c 21. 7.

d 37. 7.

e 21. 7.

f 37.

## THEOREME 3. PROP. 5.

### Les nombres plans sont l'vn à l'autre en raison composee de leurs costez.

Soient deux nombres plans A, B, & les costez de A, soient C, D, & ceux de B, soient E, F. Ie dis

que la raiſon de A, à B, eſt cõpoſee des raiſons des coſtez, ſçauoir de la raiſon de C, à E, & de D, à F.

Car que D, multipliant E, produiſe G. D'autant que D, multipliant C, E, a produict A, & G; [a] A, ſera à G, comme C, à E; & puis que E, multipliãt D, F, a produict G, B; [b] G, ſera à B, comme D, à F,: Partant A, G, B, ſont cõtinuellement proportionaux, ſelon les raiſons de C, à E, & de D, à F, coſtez. Mais [c] la raiſon de A, à B, eſt compoſee des raiſons de A, à G, & de G, à B, dõc la meſme raiſon de A, à B, ſera compoſee des raiſons de C, à E, & de D, à F, coſtez. Donc les nombres plans, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

A, 24. B, 48.
G, 18.
C, 4. D, 6. E, 3. F, 16.

a 17. 7.
b 17. 7.
c 27. d. 7.

## SCHOLIE.

*Henrion reprend Donnot au ſcholie de la 14. prop. du ſeptieſme liure, à cauſe qu'il cite les propoſitions du 5. l. pour appuyer les demonſtrations du 7. 8. & 9. l. Et ledit Henrion cite le meſme 5. liure pour appuyer les demonſtratiõs tant de cette propoſition que de la 11. cy apres & autres. D'où il eſt facile à colliger qu'il ne ſçait ce qu'il veut dire, puis qu'il commet les meſmes fautes, dont il reprend les autres. Or que l'on doiue citer le 5. l. ou non, il ſera dit ailleurs.*

## THEOREME 4. PROP. 6.

vj

S'il y a tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux, & que le premier ne meſure le ſecond, auſſi pas vn autre ne meſurera pas vn autre.

Soient A,B,C,D,continuellement proportionaux,& que A,1. ne mesure B, second. Ie dis que pas vn autre n'en mesurera pas vn autre.

Car qu'aucun ne mere son prochain suiuãt, il est manifeste, d'autant que A,B,C,D,sont continuellement proportionaux,& que A,ne mesure B, [a] il ne sera partie d'iceluy, mais parties; [b] parquoy B, qui est les mesmes parties de C, ne mesurera aussi C; ny C, D. Ie dis aussi que pas vn autre n'en mesurera pas vn autre comme A, ne mesurera C: [c] Car ayãt trouué F,G,H,les plus petits en la raison de A,à B, ou de A, B, C, en raison egale comme A,à C,ainsi F, à H. Mais puis que comme A,est à B,ainsi F,à G,& que A, ne mesure B; F,ne mesurera aussi G:Parquoy,F, ne sera l'vnité, autrement F, mesureroit G, l'vnité mesurant tout nombre. Donc [d] F, & H, estãt premiers entr'eux,& F,n'estant l'vnité F,ne mesurera H; & partant A,ne mesurera aussi C. Car il est monstré que comme A, à C, ainsi F, est à H : semblablement on monstrera que B, ne mesurera D, prenant 4 nombres en la raison de A,à B, & les plus petits, & que pas vn autre n'en mesurera pas vn autre, &c. Donc s'il y a, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

A,16.B,24.C,36.D,54
F,4. G,6. H,9.

a 3. & 4. d. 7.
b 20. d. 7.
c 2.8.ou 35.7.
d 3. 8.

vij THEOREME 5. PROP. 7.

S'il y a tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux,&que le premier mesure le dernier,il mesurera aussi le second.

Soient tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux, A, B, C, D, E, & que A, 1. mesure E, dernier. Ie dis que A, premier mesurera aussi B, 2.

Car si A, n'est dit mesurer B, 2. [a] aussi pas vn autre n'en mesurera pas vn autre : partant A, 1. ne mesurera E, dernier. Ce qui est absurde, A, estant posé mesurer E. Donc s'il y a tant de nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

A, 3. B, 6. C, 12. D, 24. E, 48.

a 6. 8.

## THEOREME 6. PROP. 8. viij

Si entre deux nombres tombent des nombres moyens proportionaux, en proportion continuë : autant qu'il en tombera entre iceux, de moyens continuellement proportionaux, il en tombera autant de moyens continuellemẽt proportionaux entre d'eux autres qui auront la mesme raison.

Soient A, & B, & qu'entre iceux tombent les moyens C, D, continuellement proportionaux, & soit comme A, à B, ainsi E, à F. Ie dis qu'il tombera autant de nombres moyens continuellement proportionaux entre E, & F, qu'entre A, & B.

Car ayãt pris G, H, I, K, les plus petits en la raison de A, à C, & egaux en nombre à A, C, D, B : en raison egale comme A, sera à B, & partant comme E, à F, ainsi G, à K : [b] parquoy G, & K, estant premiers entr'eux, puis qu'ils sont les extrémes

a 2. 8.

b 3. 8.

c 13.7: des plus petits nombres,[c] & par ainsi les plus pe-
d 21. 7. tits de leur raison;[d] G, mesurera E, egalement &, K, mesurera F. Donc autant de fois que G, & K, mesurent E, F, soient

| | |
|---|---|
| 2. autres nombres L, | A, 24. C, 36. D, 54. B, 81. |
| M, autant de fois me- | G, 8. H, 12. I, 18. K, 27. |
| surez par H, I, de sorte | E, 32. L, 48. M, 72. F, 108 |

que G, H, I, K, mesu-
e 9. cõ. 7. rent E, L, M, F, egalement chacun le sien.[e] Parquoy G, H, I, k, multiplians le nombre par lequel
f Schol. ils mesurent E, L, M, F, ils produiront E, L, M, F,[f]
28. 7. donc E, L, M, F, seront en mesme raison que G, H, I, k, mais G, H, I, k, sont continuellement proportionaux, donc E, L, M, F, le seront aussi, & estãt egaux en nombre à A, B, C, D, il tombera autant de moyens proportionaux entre E, & F, qu'entre A, & B. Partant si entre, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*Il est manifeste de cette demonstration que non seulement, il tombe autant de moyens proportionaux entre E, & F, qu'entre A, & B, mais aussi que la proportion de E, L, M, F, est la mesme que de A, C, D, B, estant demonstré que la proportion de E, L, M, F, est la mesme que celle de G, H, I, K, qui sont en mesme raison que A, C, D, B, par la construction, donc E, L, M, F, sont aussi en mesme proportion que A, C, D, B.*

*Il appert aussi de ce Theoreme, qu'entre nombres, en raison double, ou superparticuliere, ou superbipartiente, qu'il ne peut tomber vn nombre moyen proportionel. Car la raison double, és moindres nombres, estant trouuee entre le binaire & l'vnité, & la superparticuliere entre nombres differents seulement de l'vnité; & la superbi-*

*partiente*

partiente entre nombres, dont la difference eſt le binaire. Si entre deux nombres en raiſon double, ſuperparticuliere, ou ſuperbipartiente tombe vn moyen proport. a Il en tombera auſsi entre le binaire & l'vnité, ou entre les nombres differents de l'vnité ſeulement, ou du binaire, ſçauoir entre 2. nombres plus petits, qui ont la meſme raiſon qu'iceux, ce qui ne ſe peut faire. Car il eſt manifeſte qu'entre l'vnité & le binaire, ny entre 2. nombres differents de l'vnité ſeulement, ne tombe aucun nombre, tant s'en faut qu'il y puiſſe tomber vn nombre moyen proportionel. a 8. 8.

Semblablement entre deux nombres differents du binaire, tombe ſeulement vn nombre qui difere de l'vn & de l'autre de l'vnité, lequel nous demonſtrerons ne pouuoir nullement eſtre moyen proportionel entre iceux, en cette maniere. Que $AB$, & $CD$, different entr'eux du binaire (ſoit que $CD$, ſoit vnité, & $AD$, ternaire ou non,) entre leſquels tombe $EF$, moindre que $AB$, de l'vnité, & plus grand que $CD$, de l'vnité. Ie dis que $EF$, n'eſt moyen proportionel entre $AB$, $CD$. Car ſi on dit que $AB$, eſt à $EF$, comme $EF$, à $CD$: oſtant $AG$, egal à $EF$, de $AB$,

| | | |
|---|---|---|
| à fin que le reſte ſoit l'vnité | A..2G.B | A.....6G.B |
| $GB$, & de $EF$; $EH$, egal à $CD$, | E. H. F | E.....5H.F |
| à fin qu'il reſte auſsi l'vnité | C. D | C.....5 D |

$HF$: Pareillement comme le tout $AB$, ſera au tout $EF$, ainſi le retranché $AG$, au retranché $EH$; $AG$, $EH$, eſtãt egaux à $EF$, $CD$, par la conſtruction. Donc le reſte $GB$, ſera auſsi au reſte $HF$, c'eſt à dire l'vnité à l'vnité, comme le tout $AB$, au tout $EF$, le plus grãd au plus petit. Ce qui eſt abſurde. Donc $EF$, n'eſt moyen proportionel entre $AB$, & $CD$.

Donc entre nombres de raiſon triple, ne peut tomber vn moyen proportionel: Autrement il en tomberoit auſsi b 8. 8.

*entre 3. & 1. qui ſont les plus petits de la raiſon triple, qui differents entr'eux du binaire, ce que venons de demonſtrer ne ſe pouuoir faire.*

c 8.8. *Semblablement entre les nombres de raiſon quintuple ne peut tomber vn moyen proportionel.* c *Car il en tomberoit auſſi vn moyen proporti. entre 5. & 1. plus petits nombres de la raiſon quintuple : Ce que nous monſtrerons ne ſe pouuoir faire. Car qu'il en tombe vn moyen propor. entre le quinaire AB, & l'vnité C, ſçauoir le binaire ou le ternaire D. En ſorte que AB, ſoit à D, comme D, à C : Et en changeant C, à D, comme D, à AB: & d'autant que l'vnité C, meſure D; D, meſurera auſſi AB. Mais le binaire, ou le ternaire D, meſure auſſi le ſenaire AE, donc D, meſure*

A.....5 B. E
D..2 D...3
C.

d 11.e.ſ. *auſſi le tout AE, & le retranché AB;* d *Et partant D, meſurera auſſi BE, vnité reſtante ce qui eſt abſurde.*

*De rechef, qu'il tombe s'il ſe peut faire, vn moyen proportionel entre le quinaire AB, & l'vnité C, ſçauoir D, quaternaire. Donc nous monſtrerons comme auparauant que D, meſure le quinaire AB,*

A....4 E. B
D....4
C.

e 11.eſ. *mais le quaternaire D, meſure auſſi le quaternaire AE, donc D, meſure le tout AB, & le retranché AE,* e *& partant le nombre D, meſurera auſſi l'vnité reſtante EB; Ce qui eſt abſurde. Donc entre 5. & l'vnité ne tombera aucun moyen proportionel, ny entre quelconques nombres en raiſon quintuple.*

ix

## PROBLEME 7. PROP. 9.

Si deux nombres ſont premiers entr'eux & entre iceux tombent des nombres moyens continuellement proportionaux: autant qu'il tombera de nombres

moyens continuellement proportionaux entr'eux, il en tombera autant entre vn chacun d'iceux & l'vnité.

Soient deux nombres A, & B, premiers entre-eux, entre leſquels tombent CD, continuellemẽt proportionaux. Ie dis qu'il en tombera autant entre A, & l'vnité de continuellement proportionaux, & autant entre B, & l'vnité qu'entre A, & B.

Car ayant poſé l'vnité,[a] ſoient trouuez E, F, les plus petits en la raiſon de A, à C;[b] & ſoient pris les 3 G, H, I, en la meſme raiſon, puis les 4. K, L, M, N; & ainſi de ſuitte iuſques à ce que les nombres pris ſoient autant que A, C, D, B. Or A, B, extrémes eſtãt premiers entr'eux,[c] A, C, D, B, ſerõt les plus petits en la raiſon de E, à F; mais K, L, M, N, qui ſont autant que A, C, D, B, ſont auſſi les plus petits en la meſme raiſon, par la conſtruction, donc K, L, M, N, ſont egaux à A, C, D, B, chacun au ſien, à ſçauoir K, à A, & N, à B, à fin qu'il n'y en aye de plus petits que les plus petits. Mais (cõme il eſt manifeſte par la demonſtration de la 2. propoſition 8.) E, multipliant ſoy-meſme a produict G, & multipliant G, a produict K; E,[d] meſurera G, par E, & G, meſurera K, auſſi par E;[e] mais l'vnité meſure E, par E, donc l'vnité meſure E, & E, meſure G, & G, meſure K, egalement, & partant l'vnité eſt meſme partie, de E, & E, de G, que G, de K.[f] Partant l'vnité & E, G, K, ſont continuellement proportionaux: ſemblablement l'vnité & F, I,

A, 8. C, 12. D, 18. B, 27. a 35. 7.
Vnité 1.
E, 2. F, 3. b 2. 8.
G, 4. H, 6. I, 9.
K, 8. L, 12. M, 18. N, 27.
c 1. 8.
d 7. cõ. ſ.
e 5. cõ. ſ
f 20. d.

N, ſont continuellement proportionaux. Donc tant E, G, x, que F, I, N, auec l'vnité eſtãt egaux en nombre à x, L, M, N, il tombera autant de nombres continuellement proportionaux entre l'vnité & x, ou A, ſon egal; & entre l'vnité & N, ou B, ſon egal, qu'entre A, & B. Donc ſi deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

x

## THEOREME 8. PROP. 10.

Si entre deux nombres & l'vnité tombent des nombres continuellement proportionaux; autant qu'il en tombe de continuellement proportionaux entre chacun d'iceux & l'vnité, il en tõbera autant de continuellement proportionaux entre iceux.

Soient deux nombres A, B, & l'vnité C, & qu'entre l'vnité C, & A, tombẽt quelques nombres continuellement proportionaux D, & E, & entre l'vnité C, & B, tombent F, G. Ie dis qu'il en tombera autant de continuellement proportionaux entre A, & B.

Car ſoit H, produict de D, en F, & I, produict de D, en H, & k, produict de F, en H. C, eſtant à D, comme D, à E, & D, à E, comme E, à A; [a] & C, meſurãt D, par les vnitez qui sõt en D; D, meſurera E, auſſi par les vnitez qui ſont en D, & E, meſurera A, auſſi par les vnitez qui ſont en D; [b] donc D, par ſoy produira E, & E, par D, produira A. Semblablement F, par ſoy produi-

A, 8. I12. k, 18. B, 27.
E, 4. H, 6. G, 9.
D, 2. F, 3.
C, 1.

a 5. c. ſ.

b 9. cõ. ſ.

ra G,& G,par F,produira B. D'autant donc que D,multipliant D,& F,produict E,& H,[b] comme D,à F, ainſi E,à H: par meſme raiſon puis que F, multipliant F, & D,a faict H, & G, comme D,à F,ainſi H,à G: Donc E,H, G, ſeront continuellement proportionaux. Derechef D,multipliant E, & H,a faict A,& I, donc comme E [c] ſera à H,ainſi A,à I:& puis que D,& F,multipliant H,font I, & k,[d] comme D,ſera à F,ainſi I,à k.[e] Semblablement k,ſera à B,comme H,à G. Donc A,I, k, B, ſont continuellement proport. partant entre A, & B,tombent 2. moyens continuellement proportionaux, ſçauoir autant qu'entre A,& l'vnité; ou B,& la meſme vnité. Donc ſi entre deux nombres,&c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

b 17. 7.
c 17.7.
d 18.7.
e 17.7.

## THEOREME 9. PROP. 11. xj

### Entre deux nombres quarrez il y a vn nombre moyen proportionel : & le quarré eſt au quarré en raiſon doublee du coſté au coſté.

Soient deux nombres quarrez A, B;& leurs coſtez C, D. Ie dis qu'entre A, & B, il y a vn nombre moyen proportionel: & que le quarré A, eſt au quarré B, en raiſon doublee du coſté C, au coſté D.

Car ſoit E,produict de C, en D,ou de D,en C; D'autãt que C, par ſoy-meſme a faict A,[a] nombre quarré & par D,a faict E,[b] comme C,eſt à D, ainſi A à E. Derechef puis que D, multipliant C,a faict E, & multipliant ſoy-meſ-

A, 9. E, 21. B, 49.
C, 3. D, 7.

a 18. d.
b 17. 7.

c 18. d. c 17. 7. me, a faict B, nombre quarré, [c] comme C, sera à D, ainsi E, à B. Donc A, E, B, seront continuellement proportionaux en la raison des costez C, & D. Donc entre A, & B, tombe vn nombre moyen proportionel E.

d 26. d. 7 ou 10. d. 5. Secondement puis que A, E, B, sont continuellement proportionaux [d] A, premier sera à B, 3. en raison doublee de A, premier à E, 2. qui est la mesme raison du costé C, au costé D. Donc entre 2. nombres quarrez, &c. Ce qu'il falloit demõstrer.

xj

## THEOREME 10. PROP. 12.

**Entre deux nombres cubes, il y a deux nombres moyens proportionaux: Et le cube est au cube en raison triplee du costé au costé.**

Soient 2. nombres cubes A, & B, & leurs costez C, D. Ie dis qu'entre A, & B, tombent deux moyens continuellement proportionaux; & que le cube A, est au cube B, en raison triplee du costé C, au coste D.

Car que C, se multipliant face E, & D, se multipliant face F; & C, D, se multiplians l'vn l'autre facent G, & multiplians G, facent H, I.

A, 27. H, 36. I, 48. B, 64.
E, 9. G, 12. F, 16.
C, 3. D, 4.

a 17. 7. b 17. 7. D'autant que C, multipliant C, & D, a faict E, G, [a] comme C, sera à D, ainsi E, à G. Semblablemẽt puis que D, multipliant D, C, a faict G, & F, [b] comme C, est à D, ainsi G, à F; Partant E, F, G, sont continuellement proportionaux en

c 19. d. la raison de C, à D. Derechef d'autant que [c] C,

multipliant E, a faict A, cube, & multipliant G, a faict H, par la construction [d] A, sera à H, cõme E, à G, c'est à dire cõme C, à D: semblablement puis que par la construction D, multipliant G, a faict I, & multipliant F, a faict [e] B, cube; I, sera [f] à B, comme G, à F, c'est à dire cõme C, à D: [g] Mais H, est aussi à I, comme C, à D, d'autant que C, D, multiplians G, ont faict H, & I, donc A, H, I, B, sont continuellement proportionaux en la raison de C, à D. Donc entre les cubes A, & B, tombent 2. moyens proportionaux H, & I.

d 17.7. e 19.d. f 17.7. g 18.7.

Secondement d'autant que A, H, I, B, sont continuellement proportionaux, A, 1. sera à B, 4. en raison triplee de A, 1. à H, 2. c'est à dire du costé C, au costé D; car C, est à D, comme A, à H. Donc entre deux cubes, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 11. PROP. 13. xij

S'il y a tant de nombres que l'on voudra continuellement proportio. & que chacun multipliant soymesme en face quelques vns, les produicts d'iceux seront proportio. Et si les nombres pris au commencement multiplians leurs produits en font quelques vns, iceux faicts seront aussi proportionaux, & tousiours cela aduiendra enuiron les extrémes.

Soient A, B, C, continuellement proportionaux, lesquels multipliez chacun par soy-mesme facent D, E, F, & que A, B, C, multiplians dere-

chef, D, E, F, facent G, H, I, & ainſi de ſuitte. Ie dis que D, E, F, & G, H, I, ſont continuellement proportionaux.

A, 2. B, 4. C, 8.
D, 4. N, 8. E, 16. O, 32. F, 64.
G, 8. P, 16. Q, 32. H, 64. R, 128. S, 256. I, 512.

Car que A, & B, ſe multiplians l'vn l'autre facent N, & B, C, facent O; puis A, multipliant N, E, face P, & Q, & B, multipliant O, F, face R, S. D'autant que A, multipliant A, & B, à faict D, N, [a] comme A, à B, ainſi D, à N, par la meſme raiſon puis que B, multipliant A, & B, a faict N, E, comme A, eſt à B, ainſi N, à E, donc D, N, E, ſont continuellement proportionaux en la raiſon de A, à B. Derechef puis que B, multipliant B, & C, a faict E, & O, [b] comme B, à C, ainſi E, à O, ſemblablement puis que C, multipliant B, & C, a faict O, & F, comme B, à C, ainſi O, à F. Partant E, O, F, ſont continuellement proportionaux en la raiſon de B, à C, ou de A, à B: Donc D, N, E, eſtãt continuellemẽt proportionaux en la meſme raiſon; en raiſon egale comme D, à E, ainſi E, à F: Donc D. E, F, ſont continuellement proportion. En apres puis que A, multipliant D, N, E, a faict G P Q; [c] G, P, Q, ſeront en meſme raiſon que D, N, E, c'eſt à dire que A, à B. Et puis que A, & B, multiplians E, ont faict Q, H, [d] comme A, à B, ainſi Q, à H. Donc G, P, Q, H, ſont proportionaux en la raiſon de A, à B: ſemblablement puis que B, multipliãt E, O, F, a faict H, R, S; [e] H, R, S, ſerõt proportionaux en la raiſon de E, O, F; c'eſt à dire de B, à C, ou de A, à B. Finalement puis que B, C,

a 17.7.
b 17.7
c Schol. 18.7.
d 18.7
e Schol. 18.7.

multiplians F, ont faict S, I, f S, sera à I, comme B, f 18. 7.
à C, ou A, à B. Partant H, R, S, I, sont proportionaux en la raison de A, à B, donc puis que G, P, Q, H, sont aussi en continuelle proportion en la raison de H, R, S, I, en raison egale comme G, sera à H, ainsi H, à I. Partãt G, H, I, sont continuellement proportionaux. Donc s'il y a tant de nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEORESME 12. PROP. 14. xiij

Si vn nombre quarré mesure vn nombre quarré, aussi le costé mesurera le costé: Et si le costé mesure le costé, aussi le quarré mesurera le quarré.

Soit A, nombre quarré dont le costé est C, mesurant B, nombre quarré dont le costé est D. Ie dis que C, costé de A, mesurera D, costé de B.

Car que C, D, se multiplians l'vn l'autre facent E. D'autant que C, multipliant C, D, a faict A, E, a comme C, sera à D, ainsi A, à E: semblablemẽt puis que D, multipliant C, D, a faict E, B, b E, sera à B, comme C, à D, c'est à dire comme A, à E: Donc A, E, B, sont continuellement proportionaux en la raison de C, à D. Mais A, premier mesure B, dernier, donc c A, 1. mesurera aussi E, second. Partant puis que C, est à D, comme A, à E, & A, mesure E, donc le costé C, mesurera le costé D.

A, 4. E, 12. B, 36.
C, 2. D, 6.
a 17. 7.
b 17. 7.
c 7. 8.

Secondement que le costé C, mesure le costé D. Ie dis que le quarré A, mesure le quarré B. d Car comme il a esté demonstré, A, E, B, sont con-

d 11. 8.

tinuellement proportionaux en la raiſon de C, à D: mais C, meſure D, donc A, meſurera E, & E, meſurera B; [e] Donc A, meſurera auſſi B. Partant ſi vn nombre quarré, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

e 11. 8. 8.

## xiiij THEOREME 13. PROP. 15.

**Si vn nombre cube meſure vn nombre cube; auſſi le coſté meſurera le coſté: Et ſi le coſté meſure le coſté, auſſi le cube meſurera le cube.**

Soit A, nombre cube, dont le coſté eſt C, meſurant B, nombre cube, dont le coſté eſt D. Ie dis que C, coſté de A, meſurera D, coſté de B.

Car que C, D, chacun multipliant ſoy-meſme face E, F, & ſe multiplians l'vn l'autre facẽt G; & finalement multiplians G, facent H, I. D'autant que comme il appert par la demonſtration de la 12. propoſition 8. tant E, G, F, que A, H, I, B, ſont continuellement proportionaux en la raiſon de C, à D; Mais A, 1. meſure B, dernier, [a] A, premier meſurera auſſi H, ſecond. Donc A, eſtant à H, comme C, à D; C, coſté meſurera auſſi D, coſté.

| | | |
|---|---|---|
| A, 8. | H, 24. | I, 72. B, 216. |
| E, 4. | G, 12. | F, 36. |
| C, 2. | D, 6. | |

a 7. 8.

Maintenant que le coſté C, meſure le coſté D, Ie dis que le cube A, meſurera le cube B. Car par les raiſons cy deſſus comme C, à D, ainſi A, à H; A, H, I, B, eſtant continuellement proportionaux en la raiſon de C, à D, comme il eſt monſtré 12. p. 8. Parquoy C, coſté meſurant le coſté D; auſſi A,

meſurera H: mais H, meſure I, & I, meſure le cube B, (eſtans continuellement proportionaux.) [b] Donc A, meſurera auſſi le cube B. Donc ſi vn nombre cube, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. b 11. e. ſ.

## THEOREME 14. PROP. 16. xiv

Si vn nombre quarré ne meſure vn nombre quarré, auſſi le coſté ne meſurera le coſté: Et ſi le coſté ne meſure le coſté, auſſi le quarré ne meſurera le quarré.

Soient les nombres quarrez A, & B, & leurs coſtez C, & D; & que A, quarré ne meſure le quarré B. Ie dis que le coſté C, ne meſurera auſſi le coſté D.

Car s'il eſt poſſible, que le coſté C, meſure le coſté D: [a] Donc le quarré A, meſurera le quarré B, ce qui eſt abſurde: car il eſt poſé ne le meſurer: Parquoy C, coſté ne meſurera le coſté D.

A, 16. B, 81. C, 4. D, 9. a 14. 8.

Maintenant. Ie dis que ſi le coſté C, ne meſure le coſté D, que auſſi le quarré A, ne meſurera le quarré B. Car ſi A, eſt dit meſurer B; [b] le coſté C, meſurera auſſi le coſté D: ce qui eſt abſurde, car il eſt poſé ne le meſurer. Partant le quarré A, ne meſurera le quarré B. Donc ſi vn nombre quarré, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer

b 14. 8.

## THEOREME 15. PROP. 17. xv

Si vn nombre cube ne meſure vn nombre cube, auſſi le coſté ne meſurera le coſté;

Et ſi le coſté ne meſure le coſté, auſſi le cube ne meſurera le cube.

Soient les nombres cubes A, & B, & leurs coſtez C, & D, & que A, ne meſure B. Ie dis que le coſté C, ne meſure le coſté D.

a 13.8. Car que le coſté C, meſure le coſté D, s'il eſt poſſible.[a] Donc le cube A, meſurera le cube B, ce qui eſt abſurde, car il eſt poſé ne le meſurer. Donc C, ne meſure D.

A. 8. B, 27. C, 2. D, 3.

Maintenant que le coſté C, ne meſure le coſté D. Ie dis que le cube A, ne meſurera le cube B.

b 15.8. Car ſi A, eſt dit meſurer B;[b] le coſté C, meſurera auſſi le coſté D, ce qui eſt abſurde: Car il eſt poſé ne le meſurer. Donc le cube A, ne meſure le cube B. Parquoy ſi vn nombre cube, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

xvj THEOREME 16. PROP. 18.

Entre deux nombres plans ſemblables, il y a vn nombre moyen proportionel: Et le plan eſt au plan en raiſon doublee des coſtez homologues, ou de ſemblable raiſon.

Soient les nombres A, B, plans ſemblables; & les coſtez de A, ſoient C, D, & les coſtez de B, ſoiét

a 21.d 7 E, F; (a leſquels coſtez ſont proport.) de ſorte que C, D, ſe multiplians font A; & E, F, font B, & comme C, eſt à D, ainſi E, eſt à F. Ie dis qu'entre A, & B, tombe vn moyen proportionel, & que le plan A, eſt plan B, en raiſon doublee des coſtez

homologues CE, DF.

Car que DE, ſe multipliãs l'vn l'autre facent G. D'autant que comme C, eſt à D, ainſi E, à F, en changeant C, ſera à E, comme D, à F; & puis que D, multipliant C, E, a faict A, & G, [b] A, ſera à G, comme C, à E, c'eſt à dire comme D, à F. Et puis que E, multipliant D, F, à faict G, & B, [c] G, ſera à B, comme D, à F. Donc A, G, B, ſont continuellemẽt proportionaux en la raiſon de C, à E, ou de D, à F, donc entre A, & B, y a vn moyen proportionel G.

A, G, B, 1, 2, 3.
C, 6. D, 2. E, 9. F, 3.
[b] 17. 7.
[c] 17. 7.

Mais d'autant que A, G, B, ſont continuellement proportionaux. A, [d] eſt à B, en raiſon doublee de A, à G, c'eſt à dire de C, à E, ou de D, à F. Donc le plan A, eſt au plan B, en raiſon doublee de C, à E, ou de D, à F, coſtez de meſme raiſon. Donc entre deux nombres plans, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[d] 26. d. 7.

## THEOREME 17. PROP. 19. xviij

**Entre deux nombres ſolides ſemblables il y a deux nombres moyens proportionaux; Et le ſolide eſt au ſolide en raiſon triplee du coſté homologue au coſté homologue, ou de ſemblable raiſon.**

Soient deux nombres ſolides ſemblables A, B les coſtez de A, ſoient C, D, E, & de B, ſoiẽt F, G, H; [a] C, D, E, ſont proportionaux à F, G, H, ſçauoir comme C, à D, ainſi F, à G, & comme D, à E, ainſi G, à H. Ie dis qu'entre A, & B, ſe trouuent deux moyens proportionaux, & A, eſt à B, en raiſon

[a] 22. d. 7.

triplee des costez homologues, C, F, ou D, G, ou E, H.

Car que CD, se multiplians l'vn l'autre facent I; Et F, G, facent K, & D, F, facent L: finalement E, H, multiplians L, facent M, N. D'autant donc que C, D, E, sont proportionaux à F, G, H, en chãgeant ils seront aussi proportionaux, sçauoir comme C, à F, ainsi D, à G, & E, à H. Et puis que D, multipliant C, F, a faict I, L; [b] comme C, à F, ainsi I, à L. Pareillement puis que F, multipliant D, G, a faict L, & K; [c] comme D, est à G, ainsi L, à K. Parquoy I, L, K, sont continuellement proportionaux en la raison de C, à F, ou de D, à G, ou de E, à H. Et d'autant que H, solide est produict de la mutuelle multiplication des costez C, D, E; & I, est faict de C, en D, ou de D, en C; E, multipliant I, fera A: semblablement B, solide estãt faict de la mutuelle multiplication de F, G, H, & K, de F, en G, ou de G, en F; H, multipliant K, fera B. Parquoy puis que E, multipliãt I, & L, a faict A, & M; [d] A, sera à M, comme I, à L, c'est à dire comme C, à F, ou D, à G, ou E, à H; Par mesme raison, puis que H, multipliant L, K, a faict N, & B; [e] N, sera à B, comme L, à K, c'est à dire comme C, à F, ou D, à G, ou E, à H. [f] Mais M, est à N, comme E, à H, puis que E, H, multiplians L, ont faict M, & N, donc A, M, N, B, sont continuellement proportionaux en la raison de C, à F, ou de D, à G, ou E, à H. Partant entre A, & B, solides semblables tombent deux nombres moyẽs continuellement proportionaux.

A, 30. M, 60. N, 120. B, 240.
I, 6. L, 12. K, 24.
C, 2. D, 3. E, 5. F, 4. G, 6. H, 10.

b 17.7.
c 17.7.
d 17.7.
e 17.7.
f 18.7.

Secondement puis que A, M, N, B, sont conti-

nuellement proportionaux, [g] A, eſt à B, en raiſon triplee de A, à M; mais A, eſt à M, cõme C, à F, ou D, à G, ou E, à H, dõc A, ſera à B, en raiſon triplee de C, à F, ou de D, à G, ou de E, à H, coſtez de ſemblable raiſon. Donc entre deux ſolides, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

g 10. d. 5. ou 26. d. 7.

## THEOREME 18. PROP. 20. xvij

Si entre deux nombres tombe vn nombre, moyen proportionel: iceux nombres ſeront plans ſemblables.

Soient deux nombres A, & B, entre leſquels tombe vn moyen proportionel C. Ie dis que A, & B, ſont plans ſemblables.

Car ayant pris D, E, les plus petits en la raiſon de A, C, B; [a] D, & E, meſureront egalement A, & C. Qu'ils les meſurent par F, ils meſureront auſſi egalement C, B, en la meſme raiſon: que ce ſoit par G. [b] Donc F, multipliant D, & E, produira A, & C; [c] & G, multipliãt D, E, produira C, B. D'autant donc que E, multipliant F, & G, à produict C, B; [d] comme C, ſera à B, ainſi F, à G: mais comme C, à B, ainſi eſtoit D, à E. Donc D, ſera à E, comme F, à G; & en permutant comme D, à F, ainſi E, à G: mais d'autant que F, multipliant D, a faict A; A, ſera nombre plan, & ſes coſtez ſeront D F. Semblablement puis que G, multipliãt E, a fait B; B, ſera auſſi plan, duquel les coſtez ſeront E, G. Et iceux coſtez eſtants monſtrez proportionaux, ſçauoir comme D, à F, ainſi E, à G; [e] A, & B, ſeront plans ſembla-

A, 18, C, 24. B, 32.
D, 3. E, 4. F, 6. G, 8.

a 21. 7.
b 9. c. f.
c 9. c. f.
d 17. 7.
e 21. d. 7.

bles. Donc ſi entre deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

xix

## THEOREME 19. PROP. 21.

### Si entre deux nombres tombent deux moyens proportionaux ; iceux ſeront ſolides ſemblables.

Soient A, & B, entre leſquels tombent deux moyens proportionaux C, & D. Ie dis que A, & B, ſont nombres ſolides ſemblables.,

a 22. 8. Car [a] ſoient pris E, F, G, les plus petits en la raiſon de A, C, D, B.

A, 8. C, 12. D, 18. B, 27.
E, 4. F, 6. G, 9.
H, 2. I, 2. M, 2. K, 3. L, 3. N, 3.

D'autant qu'entre E, & G, tõbe vn moyen

b 20. 8. proportionel F; [b] E, & G, ſeront plans ſemblables. Soiẽt HI, coſtez de E, & K, L de G. Et d'autãt que

c 21. 7. E, F, G, meſurẽt A, C, D, egalemẽt [c] eſtant les plus petits en la meſme raiſon, qu'ils les meſurent par

d 21. 7. M. [d] Et puis que E, F, G, meſurent auſſi C, D, B, par la meſme raiſon, que ce ſoit par N, de ſorte que M, multipliant E, F, G, face A, C, D: & N, multipliant auſſi E, F, G, face C, D, B. Or E, eſt produict de ſes coſtez H, I, multipliez l'vn par l'autre: & G, eſt produict des coſtez k, & L. Donc A, eſt produict de H, I, M, entr'eux, & B, de K, L,

f 21. d. 7. N: partant [f] A, eſt nombre ſolide, ayant les coſtez H, I, M, & B, auſſi ſolide ayant les coſtez K, L, N: Mais puis que M, & N, multiplians F, font C, &

g 18. 7. D, comme il eſt monſtré. [g] C, ſera à D, comme

h 17. 7. M, à N: mais [h] C, D, ſont en meſme raiſon que E, F, puis que N, multipliant E, F, a faict C, D, & auſſi E, F, ſont en meſme raiſon que H, K, ou I, L.

Donc

Donc H, sera à K, & I, à L, comme M, à N, & en changeant H, sera à I, comme k, à L, & I, à M, comme L, à N; donc les costez H, I, M, sont proportionaux aux costez K, L, M. Partant les nombres A, & B, sont solides semblables. Donc si entre deux nomb. &c. Ce qu'il falloit demonstrer. [1] 21. 8.

## THEOREME 20. PROP. 22. xx

Si trois nombres sont continuellement proportionaux; & que le premier soit quarré; Aussi le troisiesme sera quarré.

Soient trois nombres A, B, C, continuellemẽt proportionaux, & que A, premier soit quarré. Ie dis que C, troisiesme sera aussi quarré.

Car puis qu'entre A, & C, tombe vn moyen proportionel; [2] A, & C, seront plans semblables: partant A, estant quarré, C, semblable à iceluy, sera aussi quarré: Donc s'il y a trois nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. B, 9. B, 54 C, 324. [2] 20. 8.

## THEOREME 21. PROP. 23. xxj

Si quatre nombres sont continuellement proportionaux, & que le premier soit cube; aussi le quatriesme sera cube.

Soient quatre nombres A, B, C, D, continuellement proportionaux, & que A, premier soit cube. Ie dis que D, quatriesme sera aussi cube.

Car puis qu'entre A, & D, tombent deux moyens proportionaux, B & C; [2] A, & D, seront [2] 21. 8.

solides semblables
Partant A, estant A,27.B,45. C,75. D,125.
cube D, sẽblable à
icelny sera aussi cube. Donc si quatre nõbres sõt continuellement, &c. Ce qu'il falloit demõstrer.

## SCHOLIE.

*D'autant que comme nous auons dit à la 21. definition du 7. l. Deux nombres plans ou solides peuuent estre semblables pourueu que deux costez quels qu'ils soiẽt de l'vn soient proport. à deux de l'autre quels qu'ils puissẽt estre, encore que deux quelconques costez que l'on voudra de l'vn ne soiẽt proportionaux à deux quels que l'õ voudra de l'autre, l'on pourra nier à bon droict, que de 2. nomb. plans semblables, s'il l'vn est quarré que l'autre soit aussi quarré, & de deux nombres solides semblables, si l'vn est cube l'autre soit aussi cube: ce qui est neantmoins accordé en ces deux demonstrations precedentes. Car ces 2. nomb. 36. & 64. estans proposez semblables, il suffit que à deux costez du premier 3. & 12. on trouue deux costez du dernier proportionaux comme 4. & 16. d'où il s'ensuit qu'encore que le premier soit quarré ayant deux costez egaux 6. & 6. quelqu'vn pourroit douter mesme nier que l'autre eust aussi deux costez proportionaux aux 2. costez egaux du premier, c'est à dire aussi egaux entr'eux & partant estre quarré. Cõme il est aussi manifeste de ces deux costez du premier, 4. & 9. ou 2. ou 18. ausquels ne correspondent deux autres costez au dernier proportion. à iceux. Donc si à ces deux costez du premier l'on ne trouue deux costez au dernier proportionaux, encore bien que ces nombres soient semblables, l'on ne sera tenu d'accorder sans demonstration qu'il y puisse auoir deux costez au dernier proportionaux à ces deux 6. & 6. & aussi*

*eg inx entr'eux. Ce qu'il faut auſſi entendre des ſolides. C'eſt pourquoy nous auons icy mis ces deux demonſtrations de Clauius.*

*Soient trois nombres A, B, C, continuellement proportionaux, & que A, premier ſoit quarré. Ie dis que C, troiſieſme ſera quarré.*

*Car ayant pris trois nombres D, E, F, les plus petits en la raiſon de A, à B, & de B, à C, ſa D, meſurera A, & F, meſurera C, egalement: Et les extrémes D, F, b eſtant quarrez, & A, eſtant quarré par l'hypotheſe, c il tombera entre A, & D, quarrez vn moyen proportionel comme G. Mais d'autant que en raiſon egale comme A, à C, ainſi D, à F: & en permutant comme A, à D, ainſi C, à F. d Il tombera auſſi vn moyen proportionel entre C, & F, comme H. e Donc F, premier meſurant C, dernier, il meſurera auſſi H, ſecond. Mais ayant prins I, coſté du quarré F, que I, meſure le nõbre K, autãt defois que F, meſure H, en ſorte que H, à F, & K, à I, ayt meſme raiſon multiple: Et ſoit pareillemẽt L, quarré de K, ſ parlã puis que le quarré L, eſt au quarré F, en raiſon doublee du coſté K, au coſté I, c'eſt à dire de H, à F: mais C, à F, eſt auſſi en raiſon doublee de la meſme raiſon de H, à F, par la def. puis qu'en changeant C, H, F, ſont auſſi proport. L, ſera à F, comme C, à I: & partant I, & C, ſont egaux. Donc L, eſtant quarré par la conſtruction, C, ſera auſſi quarré.*

| | | |
|---|---|---|
| Car ayant pris trois nombres | A, 36. B, 48. C, 64. | |
| D, E, F, les plus petits en la raiſon de A, à B, & de B, à C, ſa D, | G, 18. H, 32. D, 9. E, 12. F, 16. | a 21. 7. |
| meſurera A, & F, meſurera C, egalement: Et les extrémes D, | L, 64. K, 8. I, 4. | |

b 1 cor. 2 8. c 11 8. d 8. 8. e 7. 8. f 11. 8.

*Soient quatre nombres A, B, C, D, continuellement proportionaux, & que A, premier ſoit cube. Ie dis que D, 4. ſera cube auſſi.*

*Car ayant trouué 4. nombres E, F, G, H, les plus petits en la raiſon de A, à B, de B, à C, & de C, à D: a E, meſurera A, & H, meſurera D, egalemẽt: & E, H, extrémes*

a 21. 7.

b 1 cor. 2. 8. c 11.8. *des quatre plus petits,* [b] *eſtants cubes, & A, eſtant auſſi cube par l'hypotheſe, entre* [c] *E, A, cubes tomberont deux moyens proportionaux, leſquels ſoient I, K : mais d'autant qu'en raiſon egale comme A, à C, ainſi E,*

A,64. B,160. C,400. D,1000.
K,32. M,500.
I,16. L,250.
E, 8. F,20. G,50. H,125.
P,1000. O,10. N,5.

d 8.8. *à H, & en changeant comme A, à E, ainſi D, à H;* [d] *il tombera auſſi entre H, D, deux moyens proportionaux,* c 8.8. *qui ſoient L, M. Donc* [e] *puis que H, premier meſure D, dernier, il meſurera auſſi L ſecond. Apres ayant prins N, coſté du cube H, que N, meſure autant de fois O, que H, meſure L, en ſorte que L, ſoit à H, & O, à N, en meſme raiſon multiple. Soit auſſi P, cube de O. Partant* [f] *puis* f 11.8. *que le cube P, eſt au cube H, en raiſon triplee du coſté O, au coſté N, c'eſt à dire de L, à H: & D, eſt auſſi à H, en raiſon triplee de L, à H, par la definit. puis qu'en changeant D, M, L, H, ſont auſſi proport. P, ſera à H, comme D, à H. Partant P, D, ſeront egaux. Donc P, eſtant cube par la conſtruction, D, ſera cube auſſi. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

xxij

## THEOREME 22. PROP. 24.

Si deux nombres ſont en meſme raiſon l'vn à l'autre que nõbre quarré à nombre quarré: & que le premier ſoit quarré, le ſecond ſera auſſi quarré.

Soient deux nombres A, & B, leſquels ayent meſme raiſon l'vn à l'autre que le nõbre quarré C, au nombre quarré D, & au A, premier ſoit quarré. Ie dis que B, ſecond, eſt auſſi quarré.

Car d'autant que C,& D,sont quarrez [a] il tombera entr'eux vn moyen proportionel,lequel soit E. [b] Il en tombera donc aussi vn entre A,& B,qui sõt en la mesme raison,lequel soit F. D'autant donc que les trois nombres A, F, B, sont continuellement proportionaux, & A, premier est quarré [c] B, troisiesme sera aussi quarré. Partant si deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 11.8.
b 8 8.
A,36.F,48.B,64.
C,9. E,12. D,16.
c 22.8.

## COROLLAIRE.

Il est manifeste de ce qui est demonstré cy-dessus, que la proportion de tout nombre quarré à quelconque nombre non quarré que ce soit, ne peut estre exhibee en deux nombres quarrez. Car si ainsi estoit, [d] les deux premiers nombres qui ont la mesme raison que les quarrez de la proportion exhibee seroient aussi quarrez, puis que le premier est posé quarré. Ce qui est absurde,car le second est posé non quarré. D'où s'ensuit que les nõbres qui sont en raison double,ne sont entr'eux comme nombre quarré à nombre quarré.Car tous ces nombres doubles icy. 4. 8. 16.32. 64.128. &c. seroient quarrez. Car le premier 4. estant quarré, [e] 8.seroit aussi quarré,& aussi 16. & 32.&c.ce qui est impossible. Car entre 4.& 8. entre 8. & 16. entre 16. & 32. &c. [f] tomberoit vn moyen proportionel s'ils estoient quarrez: veu que toutesfois il est monstré au Scholie de la 8. proposition de ce liure, qu'entre aucuns nombr. de proportion double, il ne peut tomber de moyen proportionel.

d 24 8.
e 24.8.
f 1.8.

Semblablement les nombres qui sont en raison quintuple n'auront mesme raison que nombre quarré à nõbre quarré: Car si ainsi estoit, il tomberoit entr'eux vn moyen proportionel. Donc il en tomberoit aussi vn moyen proportionel entre 5. & 1. qui sont les plus petits nombres en la raison quintuple, mais nous auons monstré le contraire.

g 11 8.
h 18. 8.
i Schol. 8 8.

xxiij THEOREME 23. PROP. 25.

Si deux nombres ont mesme raison l'vn à l'autre, qu'vn nombre cube à vn nombre cube, & que le premier soit cube aussi le second sera cube.

Soit A, à B, comme le cube C, au cube D, & que A premier soit cube. Ie dis que B, second sera aussi cube.

Car d'autant que A, 8. G, 12. H, 18. B, 27. A, est à B, cõme C, 8. C, 64. E, 96. F, 144. D, 216. à D: mais entre C, & D, cubes tombent deux moyens proportionaux, lesquels soient E, & F. Donc entre A, & B, tombent aussi deux moyens proportionaux, qui soient G, & H. Donc d'autant que les quatre nombres A, G, H, B, sont continuellement proportionaux, & A, premier est cube: B, quatriesme sera aussi cube: Partant si deux nombres ont, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 12. 8.
b 8 8.
c 23. 8.

COROLLAIRE.

Il est aussi manifeste par ce qui est monstré cy dessus, que la raison de quelconque nombre cube

que ce ſoit, à quelcõque nõbre non cube que ce ſoit ne ſe peut retrouuer en deux nombres cubes. Car ſi elle s'y retrouuoit [d] les 2. premiers nombres ayans la meſme raiſon que les cubes de la proportion trouuee, ſeroiẽt auſsi cubes, puis que le premier eſt poſé cube. Ce qui eſt abſurde, car le ſecond eſt poſé non cube. d 25 8.

xxiiij

## THEOREME 24. PROP. 26.

### Les nombres plans ſemblables, ont meſme raiſon entr'eux, que nombre quarré à nombre quarré.

Soient les nombres A, & B, plans ſemblables. Ie dis que A, eſt à B, comme vn nombre quarré à vn nombre quarré.

Car puis que A, & B, ſont plans ſemblables, [a] il tombera entr'eux vn moyen proportionel, lequel ſoit C. Donc ayant prins les trois nombres D, E, F, les plus petits en la raiſon de A, C, B, les extrémes D, & F, ſeront quarrez, partant puis qu'en raiſon egale A, eſt à B, comme D, à F, il eſt manifeſte que A, ſera à B, comme vn nombre quarré à vn nombre quarré, ſçauoir comme le nombre quarré D. au nombre quarré F. Donc les nombres plãs ſemblables, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

A, 20. C, 30. B, 45.
D, 4. E, 6. F, 9.

a 18 8.

b 1. cor. 2 8.

## SCHOLIE.

*Mais la conuerſe de cette propoſition eſt vraye auſsi laquelle nous demonſtrerons ainſi, priſe de Commandin.*

Les nombres plans qui ont meſme proportion

entr'eux, que nombre quarré à vn nombre quarré ſont plans ſemblables.

*Que les nombres plans A, B, ayent meſme raiſon entr'eux que les quarrez C, D. Ie dis que A, B, ſont plans ſemblables.*

*Car d'autant qu'entre les quarrez C D, tombe vn moyen* [b] *proportionel: & comme C, eſt à D, ainſi A, à B, il tombera auſſi vn moyen proportionel entre A, & B. Parquoy A, & B, ſont plans ſemblables.*

A,8. B,18. C,16. D,36.

b 11. 8.

c 8. 8.

d 20. 8.

*Il appert de cecy que les nombres plans, qui ne ſont ſemblables n'ont pas meſme raiſon entr'eux que nombre quarré à nombre quarré: car s'ils auoiẽt meſme raiſon, ils ſeroient plans ſemblables comme il eſt demonſtré, ce qui eſt abſurde, car ils ſont poſez non ſemblables.*

## XXV THEOREME 25. PROP. 27.

**Les nombres ſolides ſemblables ont meſme raiſon entr'eux, qu'vn nombre cube à vn nombre cube.**

Soient les nombres A, & B, ſolides ſemblables. Ie dis que A, eſt à B, comme vn nombre cube à vn nombre cube.

Car d'autant que A, & B, ſont ſolides ſemblables; a entre iceux il tombera deux moyens proportionaux, leſquels ſoient C, & D. Et ayant prins les quatre nombres E, F, G, H, les plus petits en la raiſon de A, C, D, B les extrémes E, & H, ſeront cubes. Partant puis qu'en raiſon egale A, eſt B, [b] comme E, à H, il appert que A, ſera à B, comme le nombre cube E, à

A,16. C,24. D,36. B,54. E,8. F,12. G,18. H,27.

a 19. 8.

b *cor.* 1. 2. 8.

vn autre nombre cube, à sçauoir à H. Donc les nombres solides semblables ont mesme raison entr'eux que, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*Nous demonstrerons apres Clauius icy la conuerse de cette proposition.*

Les nombres qui sont l'vn à l'autre comme nombre cube à nombre cube, sont solides semblables.

*Car que A, & B, ayent mesme raison entr'eux que les cubes C, & D. Ie dis que A, B, sont solides semblables. Car A, estant à B, comme C, à D; [a] & qu'entre C, D, cubes il tombe 2. moyens proportionaux, [b] il en tombera aussi 2. entre A, & B. [c] Donc A, B, sont solides semblables. De toutes ces choses il est manifeste, qu'aucuns nombres en raison double, ou superparticuliere, ou superbipartiente ne sont plans semblables, ou solides. Car s'ils estoient plans semblables, [d] il tomberoit vn moyen proportionel entr'iceux. [e] Ce qui est absurde. Ils ne seront aussi solides semblables, ne pouuant tõber entr'iceux 2. moyens proportionaux: car autrement [f] il en tomberoit aussi 2. & entre les plus petits de la mesme raison, ce qui ne se peut estant seulemẽt differẽts entr'eux de l'vnité ou du binaire, entre lesquels 2. moyens proport. ne peuuent tomber.*

A. 16. B. 54. C. 64. D. 216.

[a] 11. 8. [b] 8. 8. [c] 21. 8. [d] 18. 8. [e] Schol. 8. 8. [f] 8. 8. [g] Schol. 8. 8.

*Ainsi, deux quelconques nombres premiers ne sont plans semblables ou solides, ne pouuants auoir les costez proportionaux: Car quelconque nombre plan, qui est nombre premier, a seulement pour costez soy & l'vnité, bien qu'improprement. Comme ces nombres plans 19. & 23. ont pour costez 1. & 19. 1, & 23. estants produicts de la multiplication d'iceux costez, lesquels ne sont proper-*

*tionaux comme il appert. Mais quelconque nombre solide, eſtant auſsi nombre premier, a ſeulement 2. vnitez pour coſtez & ſoy-meſme. Comme ces ſolides 29. & 47. ont pour coſtez, 1. 1. 29. & 1. 1. 47. eſtants produicts de la multiplication d'iceux, or il eſt manifeſte qu'iceux ne peuuent eſtre auſsi proportionaux.*

*Derechef 2. quelconques nombres premiers entr'eux qui ne ſont quarrez ou cubes (combien qu'aucun d'iceux ne ſoit premier) ne peuuent eſtre plans ſemblables ou ſolides: Car ſi 2. tels nombres premiers entr'eux eſtoient dits*
h 18. & 19. 8. *plans ou ſolides ſemblables,* h *il tomberoit entr'eux vn ou deux moyens proportionaux: parquoy les 2. extrémes eſtants poſez premiers entr'eux, tous les trois ou quatre ſeroient premiers entr'eux, aucune commune meſure ne les pouuant meſurer, à cauſe des 2. extrémes premiers entr'eux.*
i 23. 7. *Partant ils ſeront les plus petits* i *continuellement*
k 6. 18. *proportionaux:* k *Donc les 2. extrémes ſeront quarrez ou cubes. Ce qui eſt abſurde, n'eſtants quarrez, ny cubes par l'hypotheſe.*

*Il s'enſuit de ces choſes que ſi 2. nombres ſont plans ou ſolides ſemblables, deſquels le moindre ſoit premier, le*
l 31. 7. *moindre meſurera le plus grand, autrement ils ſeroient premiers, & partant ne ſeroient plans ou ſolides ſemblables comme il eſt demonſtré, ce qui eſt contre l'hypotheſe.*

*D'ois il appert que 2. nombres premiers entr'eux dont le moindre eſt premier ne ſont plans ou ſolides ſemblables; car autrement le moindre meſureroit le plus grand, comme il a eſté dit; parquoy meſurant auſsi ſoy-meſme ils ne ſeroient premiers entr'eux, mais compoſez, ce qui eſt contre l'hypotheſe.*

*Dont il ſera facile de trouuer 2. nombres plans ou ſolides non ſemblables. Car prenant deux nombres en raiſon double, ou ſuperparticuliere ou ſuperbipartiente, ou deux nombres premiers, ou 2. premiers entr'eux, deſquels*

*l'vn ny l'autre ne soit quarré ou cube, par ce qui a esté dit, iceux seront plans ou solides non semblables.*

*Derechef quelcõques 2. nombres dont l'vn est quarré l'autre non, sont plans dissemblables comme 16. & 20. Car s'ils estoient plans semblables,* [m] *ils seroient entr'eux comme nombre quarré à nombre quarré.* [n] *Donc 16. estant quarré 20. seroit aussi quarré. Ce qui est absurde, estant posé non quarré.* m 26. 8. n 24. 8.

*Semblablement quelconques 2. nombres, dont l'vn est cube & l'autre non cube, sont solides non semblables, comme 27. & 40. Car s'ils estoient solides semblables ils seroient entr'eux comme nombre cube à nombre cube.* [p] *Donc 27 estant cube 40. seroit aussi cube, ce qui est absurde, car il est posé non cube.* o 27. 8. p 25. 8.

*Fin du huictiesme liure des Elements.*

# LIVRE NEVFIESME DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

## THEOREME 1. PROP. 1.

Si deux nombres plans ſemblables ſe multiplians l'vn l'autre en produiſent quelqu'vn; Le produict ſera quarré.

SOIENT deux nombres plans ſemblables A, B, & que A, multipliant B, ou B, multipliant A, face C. Ie dis que C, eſt nombre quarré.

Car ſoit D, produict de A, par ſoy meſme D, ſera nombre quarré. Donc d'autant que A, multipliãt A, & B, a produict D, & C, [a] comme A, ſera à B; D, ſera à C. Mais entre A, & B, plans ſemblables, [b] tombe vn moyen proportionel, [c] il en tombera donc auſſi vn entre D, & C, lequel ſoit E, à fin que D, C, E, ſoient continuellement proportionaux: mais D, premier eſt quarré par la conſtruction; [d] Donc C, 3. ſera auſſi quarré. Partant ſi 2. nõbres plans, &c. Ce qu'il falloit demõſtrer.

a 17.7. A, 6. B, 54. D, 36. E, 108. C, 324.

b 18.8.

c 8.9.

d 11.8.

## THEOREME 2. PROP. 2.

Si deux nombres se multiplians l'vn l'autre, font vn quarré; iceux sont plans semblables.

Que les deux nombres A, & B, se multiplians l'vn l'autre facent C, nombre quarré. Ie dis que A, B, sont plans semblables.

Car soit D produit de A, par soy meſme, D, sera quarré. D'autant donc que A, multipliant A, & B, a produict D, & C, [a] comme A, est à B, ainsi D, est à C. [b] Mais entre D, & C, nombres quarrez, il tombe vn moyen proportionel. [c] Donc entre A, & B, tombera aussi vn moyen proportionel; [d] partant A, & B, sont plans semblables: Donc si deux nõbres se multiplians, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

A 6. B 54.
D 36, C 324.

[a] 17. 7.
[b] 11. 8.
[c] 8. 8.
[d] 20. 8.

## THEOREME 3. PROP. 3.

Si vn nombre cube se multipliant soy meſme en produict quelqu'vn; Le produict sera cube.

Que le nombre cube A, se multipliãt soy-meſme face B. Ie dis que B, est nombre cube.

Car soit prins C, costé de A, cube, & soit D, le produict de C, par soy-meſme, & par ainsi le cube A, sera produict de C, par D. D'autant donc que C, multipliant soy-meſme a faict D: [a] iceluy C, meſurera D, par C; [b] mais l'vnité meſure aussi

[a] 7. 8. f.
[b] 5. c. f.

C, par C. Donc l'vnité ſera meſme partie de C,
c 20.d. denommee de C, que C, de D: & partant, [c] comme l'vnité à C, ainſi C, à D. Derechef d'autant que C, multipliant D, a faict
d 7.c.f. A; [d] D, meſurera A, par C.

| | | |
|---|---|---|
| | A, 8. | |
| Mais C, meſure D', par C. | E,16. | D,4. |
| Donc C, ſera meſme partie | F,32. | C,2. |
| de D, que D, eſt de A; [c] par- | B,64. | *Vnité.* |

c 20.d. tant comme C, à D, ainſi D, à A, mais comme C, eſt à D, ainſi l'vnité eſtoit à C. Donc cõme l'vnité eſt à C, ainſi C, à D, & D, à A. Donc entre l'vnité & A, tombent deux moyens
f 7 cõ ſ. proportionaux C, & D. [f] Mais d'autant que A, me-
g 5.cõ ſ. ſure B, par A, (car A, ſe multipliant faict B; [g] & l'vnité meſure A, par A; l'vnité ſera meſme partie
h 20.d. de A, que A, de B; [h] & partãt l'vnité ſera à A, comme A, à B. Donc puis qu'entre l'vnité & A, tom-
i 8.8. bent deux moyens proportionaux C, & D; [i] il en tombera autant entre A, & B, qui ſoient E, & F. Donc puis que les quatre nombres A, E, F, B, ſont continuellemẽt proportionaux & A, premier eſt
k 13.8. cube, [k] E, 4. ſera pareillement cube: Donc ſi vn nombre cube, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## iiij. THEOREME 4. PROP. 4.

### Si vn nombre cube multipliant vn nombre cube, en faict quelqu'vn : le produict ſera cube.

Que le nombre cube A, multipliant le nombre cube B, face C. Ie dis que C, eſt cube.
a 3.9. Car que A, ſe multipliant face D; [a] D, ſera cube. Et d'autant que A, multipliant A, & B, a faict

D, & C, [b] comme A, sera à B, ainsi D, sera à C. [c] Mais entre les cubes A, & B, tombent deux moyens proportionaux. [d] Donc entre D, & C, tombera aussi 2. moyens proportionaux, [e] partant D, estant cube, C, sera aussi cube. Donc si vn nombre cube, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

| | |
|---|---|
| | b 17. 7. |
| | c 12. 8. |
| A, 8. B, 27. | |
| D, 64. C, 216. | d 8. 8. |
| | e 23. 8. |

## THEOREME 5. PROP. 5.

Si vn nombre cube multipliant quelque autre nombre, produict vn cube : le multiplié sera aussi cube.

Que le nombre cube A, multipliant B, face C, nombre cube. Ie dis que B, est aussi nombre cube. Car soit D, produit de A, multiplié par soy-mesme ; [a] D sera cube. D'autãt donc que A, multipliant A, & B, a faict D, & C, [b] comme A, sera à B, ainsi D, à C ; [c] mais entre les cubes D, & C, tombe 2. moyẽs proportionaux. [d] Donc entre A, & B, tomberõt aussi deux moyẽs proportionaux. [e] Et partant A, estant cube B, sera aussi cube. Donc si vn nombre cube, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

| | |
|---|---|
| A, 8. B, 27. | a 3. 9. |
| D, 64. C, 216. | b 17. 7. |
| | c 12. 8. |
| | d 8. 8. |
| | e 22. 8. |

## THEOREME 6. PROP. 6.

Si vn nombre se multipliant soy-mesme, faict vn cube, iceluy sera aussi cube.

Soit le nombre A, lequel se multipliant soy

meſme face B, nombre cube. Ie dis que A, eſt auſſi cube.

Car ſoit C, produit de B, A, 8. B, 64. C, 512. par A; C, ſera nombre cube, [a] comme il eſt manifeſte. D'autant donc que B, cube multipliant vn autre nombre, ſçauoir A, a produict C, nombre cube, [b] A ſera auſſi cube. Donc ſi vn nombre cube, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer

a 19. d.

b 5. 9.

vij THEOREME 7. PROP. 7.

Si vn nombre compoſé multipliant quelque nombre, en faict quelque autre; le produict ſera ſolide.

[r] Soit le nombre compoſé A, lequel multipliant quelque nombre B, face C. Ie dis que C, ſera ſolide.

Car puis que A, eſt [a] compoſé, [a] quelque autre nombre outre l'vnité le meſurera: Dõc que D, meſure A, par E, cela eſtant, [b] D, multipliant E, produira A. Donc puis que B, multipliant le meſme A, a faict C; C, ſera produict de la mutuelle multiplication des trois nombres D, E, B; Et [c] partant C, ſera ſolide, duquel les coſtez ſont D, E, B. Donc ſi vn nombre compoſé, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

A 1, 6. B, 11. C, 66. D, 2. E, 3.

a 13. d.

b 9. e f.

c 17. d. 7.

viij THEOREME 8. PROP. 8.

Si depuis l'vnité tant de nombres que l'on voudra ſont continuellement proportionaux;

tionaux ; le 3. depuis l'vnité eſt quarré, & tous les autres qui en laiſſent vn: Mais le quatrieſme eſt cube, & tous les autres qui en laiſſent deux, & le ſeptieſme eſt cube & quarré enſemble; & tous les autres qui en laiſſent cinq.

Soient, tant de nombres que l'on voudra, depuis l'vnité continuellement proportionaux, ſçauoir A, B, C, D, E, F, G, H, I K, L, M. Ie dis que B, troiſieſme depuis l'vnité eſt quarré: Et tous les autres qui en intermettent, ou laiſſent vn, comme ſont D F, H, K, M, mais le quatrieſme eſt cube & tous les autres qui en laiſſent deux, comme F, I, M, & le ſeptieſme F, eſt cube & quarré enſeble, & tous ceux qui en laiſſent cinq ſçauoir M.

Vnité A, 3. B, 9. C, 27. D, 81. E, 243. F, 729. G, 2187. H, 6561. I, 19683. K, 59049. L, 177147. M, 531441.

Car d'autant que l'vnité eſt à A, comme A, à B, l'vnité meſurera A & A, meſurera B, egalément: [a] Mais l'vnité meſure A par A, donc A, meſurera auſſi B, par A; [b] Donc A, multipliant A, produira B: partant B, eſt quarré; Or d'autant [c] que B, C, D, ſont continuellement proportionaux & B, eſt quarré; D, ſera auſſi quarré; ſemblablement puis que D, E, F, ſont continuellement proportionaux, & que D, eſt quarré, [d], F, ſera auſſi quarré: & tous les autres qui en laiſſent vn.

a 5. c. f.
b 9. c. f.
c 22. 8.

De techef, d'autant que l'vnité eſt à A, comme

B, à C, l'vnité meſurera A, & B, meſurera C,
e 5.e.f. egalement: e Mais l'vnité meſure A, par A, donc
B, meſurera C, auſſi par A; f Et partant B, mul-
f 9.c.f. tipliant A, produira C: Donc puiſque A ſe multi-
g 17 d.7 pliant ſoy-meſme faict B, & multipliant B, fait
C, g C, ſera cube. Mais d'autant que C, D, E, F,
h 23. 8. ſont continuellement proportionaux, & que C,
premier eſt cube, F, 4. h ſera auſſi cube: Par meſ-
me raiſon puis que F, G, H, I, ſont continuelle-
ment proportionaux, & que F, eſt cube, I, ſera
auſſi cube; & tous les autres qui en laiſſent deux.

Finalement d'autant que F, ſeptieſme depuis l'vnité eſt monſtré quarré, & cube: Iceluy ſera cube & quarré enſemble, & en la meſme maniere M, 7. depuis F, laiſſant G, H, I, K, L, ſera cube & quarré enſemble, & auſſi tous les autres qui en laiſſent cinq. Donc ſi depuis l'vnité, il y a tant de nombres &. Ce qu'il falloit demonſtrer.

ix

## THEOREME 9. PROP. 9.

Si depuis l'vnité il y a tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux, & que celuy qui ſuit apres l'vnité ſoit quarré, auſſi tous les autres ſeront quarrez: Et ſi celuy qui eſt apres l'vnité eſt cube, auſſi tous les autres ſeront cubes.

Soient tant de nombres que l'on voudra depuis l'vnité continuellement proportionaux, A, B, C, D, E, F, & premierement que A, prochain de l'vnité ſoit quarré. Ie dis que tous les autres ſont quarrez.

Car puis que A, B, C, D, E, F, ſont continuelle-

ment proportionaux depuis l'vnité, [a] B, 3. depuis l'vnité est quarré, & tous les autres qui en laissent vn sçauoir D, & F. Et d'autant, que [a] 8. 9.

Vnité. A, 4. B, 16. C, 64. D, 256. E, 1024. F, 4096.

A, B, C, sont continuellement proportionaux, & que A, est quarré par l'hypothese; [b] C, troisiesme sera aussi quarré: semblablement prenant C, D, E, continuellement proportionaux, puis que C, premier est quarré, [c] E, 3. sera aussi quarré: Partant tous les nombres A, B, C, D, E, F, sont quarrez, & ainsi des autres &c. [b] 22. 8. [c] 22. 8.

Maintenant que A, proche de l'vnité soit cube. Ie dis que les autres sont cubes.

Vnité A 8. B 64. C 512. D 4096. E 32768. F 262144

Car d'autant que depuis l'vnité, A, B, C, D, E, F, sont continuellement proportionaux, [d] C, quatriesme depuis l'vnité est cube, & tous les autres qui en laissent deux, sçauoir F. Or que les autres B, D, E, soient aussi cubes, nous le monstrerons ainsi: D'autant que l'vnité est à A, comme A, à B, l'vnité mesurera A, & A, le nombre B, egalement: [e] Mais l'vnité mesure A, par le mesme A. Donc A, mesurera B, aussi par A; [f] Partant A, multipliant soy mesme produira B, [g] Mais A, est cube, donc B, sera aussi cube. Et d'autant que A B C D, sont continuellement proportionaux, & que A est cube, [h] aussi D, sera cube: d'auantage puis que B, C, D, E, sont continuellement proportionaux, & que B, est cube; [i] E, sera aussi cube, donc A, B, C, D, E, F, sont tous cubes: & ainsi de suite s'il y en auoit d'auantage. Donc si depuis lvnité &c. Ce qu'il falloit demonstrer. [d] 8. 9. [e] 5. 7. [f] 9. 7. [g] 3. 9. [h] 23. 8. [i] 23. 8.

x THEOREME 10. PROP. 10.

Si depuis l'vnité, il y a tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux, & que celuy qui eſt apres l'vnité ne ſoit quarré, auſſi pas vn autre ne ſera quarré, outre le troiſieſme depuis l'vnité, & tous les autres qui en laiſſent vn: Et ſi celuy qui eſt apres l'vnité n'eſt cube, auſſi aucun autre ne ſera cube, outre le quatrieſme depuis l'vnité, & tous les autres qui en laiſſent deux.

Soient depuis l'vnité tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux, A, B, C, D, E, F, G, H, I, & premierement que A, proche de l'vnité, ne ſoit quarré. Ie dis que aucun autre ne ſera quarré excepté B, le *3.* depuis l'vnité, & tous les autres qui en laiſſent vn, ſçauoir, D, F. H.

Vnité A, 2. B, 4. C, 8. D, 16. 32. F, 64. G, 128. H, 256. I, 512.

Car ſi outre ceux-cy, il y en a d'autre quarré, ſoit E, quarré: [a] D'autant donc que D, eſt quarré, & que comme D, eſt à E, ou E, à F, ainſi A, eſt à B, & en raiſon conuerſe, comme E, à D, ou F, à E, ainſi B à A; B, ſera à A, comme le nombre quarré E, au nombre quarré D, ou comme le quarré F, au quarré E: [b] mais B, troiſieſme depuis l'vnité eſt quarré. [c] Donc A, premier apres l'vnité ſera quarré. Ce qui eſt abſurde, car il n'eſt quarré par l'hypotheſe, donc E, ne ſera quarré. Par les meſmes raiſons nous monſtrerons qu'aucun autre n'eſt quarré outre les ſuſdicts.

a 8. 9.

b 8. 9.

c 24. 8.

Soit maintenant A, proche de l'vnité, non cube. Ie dis que aucun autre n'eſt cube, outre C, quatrieſme depuis l'vnité, & tous ceux qui en laiſſent deux, ſçauoir F, I. Car ſi quelque autre eſt cube, que ce ſoit D; [d] Dõc puis que F, eſt cube, & que en raiſon egale cõme D, eſt à F, ainſi A, à C, puis que DEF; Et ABC, ſont en meſme raiſon, & en raiſon conuerſe, comme F, à D, ainſi C, à A; C, ſera à A, cõme le nõbre cube, F, au nõbre cube D: [e] Mais C, quatrieſme depuis l'vnité eſt cube; [f] Donc A, premier apres l'vnité ſera auſſi cube Ce qui eſt contre l'hypotheſe, donc D, n'eſt pas cube, par les meſmes raiſons on monſtrera qu'aucun autre outre les ſuſdicts ne peut eſtre cube. Partant ſi depuis l'vnité &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. d 8. 9. e 8. 9. f. 25. 9.

## THEOREME II. PROP. II. xi

Si depuis l'vnité il y a tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux; le plus petit meſure le plus grand par quelcun de ceux qui ſont entre les nombres proportionaux.

Soient depuis l'vnité tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux, A, B, C, D, E, F, G. Ie dis que chacun moindre meſure, chaque plus grand, comme C, meſure G, par quelqu'vn des nombres, A, B, C, D, E, F.

Vnité A 3. B 9. C 27. D 81. E 243. F 729, G 2187.

Car d'autant qu'en raiſon egale, comme C, eſt à G, ainſi l'vnité eſt à D: (Car C, D, E, F, G,

sont en mesme raison continuë, que l'vnité
a 20. d. & A,B,C,D) a l'vnité mesurera D; & C, le nombre G, egalement: b Mais l'vnité mesure D, par
b 5. c. f. le mesme D. Donc C, mesurera aussi G, par D: Par mesme raison E, mesurera F, par A, puis que comme E, est à F, ainsi l'vnité est à A, &c. Ainsi A, mesurera G, par F, puis qu'en raison egale, comme A, est à G, ainsi l'vnité à F, &c. & ainsi de suitte: partant si depuis l'vnité &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*De ce qui est demonstré cy-dessus, Il appert que le plus grand nombre est autant esloigné du plus petit qui le mesure, que le nombre par lequel le plus petit mesure le plus grand l'est de l'vnité; attendu qu'il y doit auoir mesme raison du plus petit au plus grand que de l'vnité à celuy, par lequel le plus petit mesure le plus grand, comme il est manifeste par la demonstration.*

Vnité 1. A, 3. B, 9. C, 27. D, 81. E, 243. F, 729. G, 2187.

*Partant B, mesurera F, par D; & C, mesurera F, par C, à sçauoir par soy mesme, &c. D'autant qu'entre B, & F, y a trois nombres; & entre l'vnité, & D, trois aussi: Et tant entre C, & F, qu'entre l'vnité, & C, y a deux nombres interposez.*

*Derechef, il appert de cecy que chacun de ces nombres multiplié par soy-mesme, produira vn nombre, lequel entre les nombres proportionaux sera autant esloigné d'icelluy multiplié, que le mesme l'est de l'vnité: Mais si vn moindre en multiplie vn plus grand, le produict sera autant esloigné du plus grand que le moindre l'est de l'vnité. D'autant que si vn nõbre qui mesure vn nombre*

*multiplie celuy par lequel il le mesure, celuy-là lequel il mesure est produit. Donc C, multipliant soy-mesme produira F, puis que F, est autant esloigné de C, que C, l'est de l'vnité. Et partant C, mesurera F, par C, comme nous auons dit: semblablement B, multipliant D, fera le mesme F, d'autant que D, mesure F, par B, &c. & ainsi des autres.* c 9.e.s.

xj

## THEOREME 12. PROP. 12.

Si depuis l'vnité il y a tant de nombres continuellement proportionaux que l'on voudra, tous les nombres premiers qui mesurent le dernier, les mesmes mesureront aussi celuy qui est proche de l'vnité.

Soient tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux depuis l'vnité, A, B, C, D. Ie dis que tous les nombres premiers qui mesurent le dernier D, les mesmes mesureront aussi A, prochain de l'vnité.

Vnité A, 6 B, 36. C, 216. D, 1296.
E, 3.

Car soit E, nombre premier lequel mesure le dernier D. Ie dis que E, mesurera aussi A: Car s'il ne le mesure, a iceluy E, sera premier à A; D'autant donc que A & E, sont premiers entr'eux, & A, se multipliant soy-mesme faict B, b comme il appert; c B, sera premier à E. Donc puis que A, & B, sont premiers à E, d & C, est produict de A, en B, e C, sera premier à E. De rechef puis que A, & C, sont pareillement premiers à E, f Et que D, est produict de A, en C, g D, sera premier à E, Donc E, ne mesure D. Ce qui est contre l'hypothese. Donc E, mesure A. Par-

a 31. 7. b *schol.* 11. 9. c 27. 7. d *schol.* 11. 9. e 26. 7. f *schol.* 11. 9. g 26. 7.

tant si depuis l'vnité il y a tant de nombres continuellement proportionaux & c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## COROLLAIRE.

Partant aucun nombre premier plus grand que celuy qui est proche de l'vnité, ny aucun moindre, ne mesurant celuy qui est proche de l'vnité ne mesurera le dernier; car s'il le mesuroit, il mesureroit aussi celuy qui est proche de l'vnité, comme il est demonstré. Ce qui est contre l'hypothese.

## SCHOLIE.

*Henrion a coppié ainsi ceste proposition de la traduction Françoise.*

Si depuis l'vnité, il y a tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux, autant de nombres premiers mesureront le nombre d'apres l'vnité, qu'il y en aura qui mesureront le dernier.

*Ce qui n'est conforme à la demonstration ny au texte d'Euclide. Comme s'ensuit :* Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, οὗ ὅσον ἂν ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρῇ τινα, ἐκεῖνα καὶ τὸν ἀπὸ τῆς μονάδος μετρήσει. *C'est à dire; si depuis l'vnité tant de nombres que l'on voudra sont proportionaux, par quelconques nombres premiers qu'est mesuré le dernier, par les mesmes sera mesuré celuy qui est proche de l'vnité*, ou bien, *tous les nombres premiers qui mesurent le dernier, les mesmes mesureront celuy qui est proche de l'vnité*, & non autant &c. *cõme dit Henriõ: car il s'ensuiuroit selon son dire, que si quelques nombres premiers mesurent le der-*

*rier, qu'autant d'autres nombres premiers, (car autant peuuent n'eſtre pas les meſmes) quels qu'ils ſoient meſureront celuy qui eſt proche de l'vnité, ce qui eſt faux; Mais les meſmes ſeulement qui meſurent le dernier, meſureront celuy qui eſt proche de l'vnité, comme dit Euclide, & comme il eſt demonſtré.*

## THEOREME 13. PROP. 13. xiij

Si depuis l'vnité il y a tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux; & que celuy d'apres l'vnité ſoit premier: aucun autre ne meſurera le plus grand, outre ceux qui ſont entre les proportionaux.

Soient tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux depuis l'vnité, A B C D, dont A, proche de l'vnité ſoit premier. Ie dis qu'aucun autre nombre ne meſurera D plus grand, outre A, B, C.

Vnité A, 5. B, 25. C, 125. D, 625.
H--- G--- F--- E---

Car que quelque autre cõme E, meſure D, s'il eſt poſſible, E, ſera premier ou compoſé; ſi premier, & meſurant D extreme a il meſurera auſſi A, premier proche de l'vnité. Ce qui eſt abſurde, donc E, n'eſt premier: mais compoſé, b & partant meſuré par quelque nombre premier, qui ne peut eſtre autre que A, car E, meſurant D, tout nombre premier meſurant E; meſurera auſ-

a 12. 9.

b 33. 7.

d 12 9. si D: mais mesurant D, plus grand, [d] il mesurera aussi A, premier proche de l'vnité, ce qui est absurde. Donc autre nombre premier que A, e *schol.* 11.9. ne mesure E: donc que A, mesure E, par F. [e] Donc e 17. 7. A, multipliant F, faict E, D; [e] Et partant E, sera à D, comme F, à C. Parquoy E, mesurant D; F, mesurera C, & semblablement on monstrera que F, n'est premier: mais composé, lequel sera f *schol.* 11. 9. demonstré, comme auparauant estre seulement mesuré par A, premier. Que A, mesure donc F, par G. [f] Donc A, multipliant G, B, produict F C, f 17. 7. [f] parquoy F, sera à C, comme G, à B, mais F, mesure C, donc G, mesure aussi B. Derechef si G, est premier mesurant B: g Il mesurera aussi A, g 12.9. premier ce qui est absurde. Donc G, est composé, lequel sera seulement mesuré par A, comme h *schol.* 11. 9. il a esté demonstré de E. Que A, mesure donc G, par H, parquoy A, [h] multipliant A H, fera B, G: h 17. 7. [h] Donc comme G, à B, ainsi H, à A, mais G, mesure B, donc H, mesurera aussi A, premier: parquoy H, est egal au mesme A. Mais A, est moyen i 20. 7. proportionel entre H, & G, [i] puis que B, produict des extremes, G H, est egal au mesme B, quarré de A, moyen. Ce qui est impossible: [i] partant aucun nombre ne mesurera D, plus grand, outre k 11. 9. A B C, desquels [k] le moindre mesure tousiours le plus grand. Donc si depuis l'vnité &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

xiv

## THEOREME 14. PROP. 14.

Le plus petit nombre mesuré par certains nombres premiers, ne sera mesuré par aucun autre nombre premier, que par ceux qui le mesuroient au cõmencement.

Soit A, le plus petit nombre que peuuent mesurer les nombres premiers B, C, D. Ie dis qu'aucun autre nombre premier, outre B, C, D, ne mesure A, Car s'il est possible que E, nombre premier, different de B, C, D, mesure A, par F. D'autant que E, mesure A, par F, [a] E, multipliant F, fera A. [b] Parquoy chacun des nombres B, C, D, mesurerõt l'vn des deux E, F. Ils ne mesurerõt pas E, premier autre qu'iceux, donc F, qui est plus petit que A, ce qui est absurde; Car A, est posé le plus petit qui puisse estre mesuré par les nombres B, C, D, premiers. Donc le plus petit nombre. Ce qu'il falloit demonstrer.

A, 30. B, 2. C, 3. D, 5.
E---F---

[a] 9. e.f.
[b] 32. 7.

## SCHOLIE.

*Demonstration en nombres, des 10. premiers theoremes qu'Euclide a demonstrez en lignes au second liure, par Barlaam Moyne.*

### THEOREME. 1.

Si deux nombres sont proposez, l'vn desquels soit diuisé en tant de nombres que l'on voudra, le nombre plan faict des deux nombres proposez au commencement est egal aux nombres plans, faicts du nombre non diuisé & de chacune des parties du nombre diuisé

Soient 2. nombres AB, & C, desquels AD, soit diuisé en AD, DE, EB, & soit F, produict de C, en AB; & GH, de C, en AD,

A...3.D..2.E.B C..2.
F.....12.
G.....6H....4I..2K

& HI, de C, en D E, & I K, de C, en E B; Ie dis que F, eſt egal à G H, H I, I K, c'eſt à dire à tout G K, compoſé des trois.

Car puis que C, multipliant A B, a faict F, [a] A B, meſurera F, par C; c'eſt à dire A B, ſera partie de F, denommee de C; Semblablement A D, ſera partie de G H, & D E, de H I, & E B, de I K, denommee de C, ſçauoir meſme partie que A B, de F. Mais par ce qui eſt demonſtré à la 5. du 7. l. Le tout A B, eſtãt meſme partie du tout G K, que A D, de G H,; le tout A B, ſera auſſi meſme partie du tout G K, que A B, de F; Partant [b] F & G K, ſont egaux. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 7. c f.

b 4. c f.

## THEOREME 2.

Si vn nõbre eſt diuiſé en deux part. les deux nõbres plans qui ſont faicts du tout, & d'vne chacune partie, ſont egaux enſemble, au quarré faict du tout.

*Soit A B, diuiſé en A C, C B. Ie dis que les nombres produicts du tout A B, par A C, C B, parties d'iceluy ſont egaux enſemble au nombre quarré du tout A B: Car ſoit pris D, egal à A B, [a] le nombre faict de D, c'eſt à dire de A B, en A B, ſçauoir le quarré de A B, ſera egal aux nombres faicts de D, c'eſt à dire de A B, en A C, & en C B; Ce qui eſt propoſé.*

D.....6
A....4 C..2 B

a 1. the. ſe. 14. 9.

*Que ſi A B, eſt diuiſé en plus de 2. parties A C, C D, D B. Il ſera demonſtré en la meſme maniere. Car ſemblablement le nombre faict de E, c'eſt à dire de A B, en A B, ſçauoir le quarré de A B, eſt egal aux nombres faicts de E, c'eſt à dire de A B, en chacune partie A C, C D, D B.*

E.....6
A...3 C..2 D. B

## THEOREME 3.

Si vn nombre eſt diuiſé en deux parties : le nombre plan faict du tout, & d'vne des parties, eſt egal au plan qui eſt faict des parties & au quarré, faict de la partie premierement priſe.

*Soit AB, diuiſé en AC, CB. Ie dis que le nombre produit du tout AB, en la partie AC, eſt egal au contenu ſous les parties AC, CB, & au quarré de ladicte partie AC : Car ayant pris le nombre D, egal à la partie AC :* [b] *le nombre faict de D, c'eſt à dire de AC, en AB, (ou ce qui eſt le meſme) de AB, en AC, eſt egal aux nombres faicts de D : c'eſt à dire de AC, en CB, & de D, c'eſt à dire de AC, en AC, c'eſt à dire au quarré de AC. Ce qui eſt propoſé.*

D....4
A....4C.....6B

[b] 1. the. ſc. 14. 9.

## THEOREME 4.

Si vn nombre eſt diuiſé en deux nombres : le quarré faict du tout eſt egal aux quarrez faicts des parties, & à deux fois le nombre plan, contenu ſous icelles parties.

*Soit AB, diuiſé en AC, CB. Ie dis que le nombre quarré faict de AB, eſt egal aux quarrez des parties AC, CB, & à 2. fois le nombre faict de la partie AC, en la partie CB.* [c] *Car le nombre quarré de AB, eſt egal aux nombres faicts de AB, en AC, & en CB. Mais le nombre faict de AB, en AC,* [d] *eſt egal au nombre produit de AC, en CB, auec le quarré de AC. Semblablement le nombre faict de AB, en CB, eſt de meſme egal au nombre produit de AC, en CB, auec le quarré de CB. Donc le nombre quarré faict de AB, eſt egal aux nombres quarrez des parties AC, CB, auec 2. fois le nombre faict de AC, en CB. Ce qui eſtoit propoſé.*

6 4
A..... C.... B

[c] 2. the. ſc. 14. 9.

[d] 3. the. ſc. 14. 9.

## THEOREME 5.

Si vn nombre pair eſt diuiſé en deux parties egales, & en 2. inegales, le nombre plan contenu ſous les parties inegales, auec le nombre quarré, du nombre moyen entre les deux ſections, eſt egal au quarré qui eſt produict de la moitié du nombre.

*Soit AB, nombre pair diuiſé en deux parties egales AC, CD; & en 2. inegales AD, DB. Ie dis que le nombre contenu ſous les parties inegales du tout AD, DB, auec le quarré du nõbre moyen CD, (qui eſt l'excez entre la moitié AC, ou CB, & l'vne ou l'autre des parties inegales AD, DB) eſt egal au quarré, faict de la moitié CB.*

a 4. the. *Car le nombre quarré de CB,[a] eſtant egal au quarré des parties CD, DB, & a 2. fois le nombre plan contenu*

b 3. the. *ſous CD, DB, mais le nombre de CB, en DB,[b] eſtant fait egal au nombre contenu ſous CD, DB, vne fois & au quarré de DB: ſi on prend ce nombre de CB, en DB, pour le quarré de DB, & le nombre faict de CD, en DB, le nombre quarré de CB, eſtant auſſi* 8
*egal au quarré reſtant de CD,* A.....5 C...3 D..2 B
*& à l'autre nombre faict de CD, DB, vne fois & au nombre CB, c'eſt à dire au nombre*

c 1. the. preced. *produit de AC, en DB.[c] Mais le nombre faict du tout AD, en DB, eſt egal, aux nombres faicts de CD, en DB, & de AC, en DB. Donc le quarré de CB, ſera egal au quarré de CD, & au nombre faict de AD, en DB: c'eſt à dire le nombre faict de AD, en DB, auec le quarré de CD, ſera egal au quarré de CB. Ce qui eſt propoſé.*

## THEOREME 6.

Si vn nombre pair eſt diuiſé en deux parties egales & qu'on luy adiouſte quelque autre nombre: le nombre faict du tout auec l'adiouſté, en l'adiouſté, auec le quarré de la moitié du nom-

bre eſt egal au quarré du nombre compoſé de la moitié & de l'adiouſté.

*Car que AB, ſoit diuiſé egalement en AC, CB, & ſoit adiouſté à iceluy BD. Ie dis que le produict du tout AB, & de l'adiouſté BD, comme d'vn, c'eſt à dire de AD, en DB, adiouſté, auec le quarré de la moitié CB, eſt egal au quarré faict de CB, moitié & de l'adiouſté BD, comme d'vn, c'eſt à dire au quarré de CD.*

*Car le quarré de CD, eſtant egal aux 2. quarrez des parties CB, BD, & au nõbre cõtenu ſous CB, BD, 2. fois, à ſçauoir aux quarrez des parties CB, BD, & au nombre contenu ſous CB, BD, & AC, BD; Mais le nombre faict de AD, en BD, eſtant egal aux nombres contenus ſous CB, BD, & ſous AC, BD, & ſous BC, BD, c'eſt à dire au quarré de BD: ſi on prend ce nombre faict de AD, en BD, pour le quarré de la partie BD, auec les nombres faicts de CB, en BD, & de AC, en BD, le quarré de CD, ſera auſſi egal à l'autre quarré de CB, & au nombre faict de AD, en BD, c'eſt à dire le nombre faict de AD, en BD, auec auec le quarré de CB, eſt egal au quarré de CD. Ce qui eſt propoſé.*

a 4. the. ſchol. 9. 14. b 1. the. ſchol. 9. 14.

A....4C....4B..2D

## THEOREME 7.

Si vn nombre eſt diuiſé en deux parties, le quarré du tout, auec le quarré de l'vne des parties eſt egal à deux fois le nombre faict du tout en ladicte partie, & au quarré de l'autre partie.

*Soit AB, diuiſé en 2. AC, CB. Ie dis que le quarré du tout AB, auec le quarré de CB, eſt egal à 2. fois le nombre, faict du tout AB, en ladicte partie CB, & au quarré de l'autre partie AC.*

*Car le quarré du tout AB, eſtant egal aux quarrez des parties AC, CB, & à 2. fois le nombre faict de*

a 4. the. precad.

8

A....5.C...3B

AC, en CB, si le quarré de CB commun est adiousté, les quarrez de AB, CB, ensemble seront egaux aux
b 3.the. 3. quarrez de AC, CB, & CB, & à 2. fois le nõbre fait de
prec. AC, en CB: Mais le nombre faict de AB, en CB; est egal au b nombre faict de AC, en CB, & au quarré de CB: & partant à 2. fois le nombre fait de AB, en CB, est egal à 2. fois le nombre faict de AC, en CB, & à 2. fois le quarré de CB. Donc si au lieu du nombre qui est faict 2 fois de AC, en CB: auec 2. fois le quarré de CB, on prend le nombre faict de AB, en CB. 2. fois; les quarrez des nombres AB, CB, ensemble sont egaux à 2. fois le nombre faict de AB, en CB, & au quarré de l'autre partie AC. Ce qui est proposé.

## THEOREME 8.

Si vn nombre est diuisé en 2. parties: quatre fois le nombre plan faict du tout en vne partie, auec le quarré de l'autre partie, est egal au quarré du nombre composé du tout & de la partie premierement prise.

Soit AB, diuisé, en AC, CB. Ie dis que le nombre plan, faict quatre fois du tout AB, en la partie CB, auec le quarré de l'autre partie AC, est egal au quarré du nombre composé du tout AB, & de la partie premierement dicte C, B.

Car soit posé BD: egal à la- 7
a 4 the. dicte partie CB: le quarré du A....4C...3B...3D
prec. tout AD, composé de AB, &
BD, ou de ladicte partie CB, a estant egal aux quarrez des nombres AB, BD, & à 2. fois le nombre faict, de AB, en BD, c'est à dire aux quarrez de AB, CB, &
b 7. the. à 2 fois le nombre de AB, en CB, & les quarrez de AB,
prec. CB, ensemble b estant egaux à 2. fois le nombre contenu sous AB, CB, & au quarré de AC: Si au lieu des quarrez de AB, CB, on prend 2. fois le nombre faict de A

B, en

B, en CB, *auec le quarré de* AC: *le quarré faict de* AD *ſera egal au nombre faict de* AB, *en* CB, 4. *fois & au quarré de l'autre partie* AC. *Ce qui eſt propoſé.*

## THEOREME 9.

Si vn nombre pair eſt diuiſé en deux parties egales, & en deux inegales: les quarrez des parties inegales enſemble, ſont doubles des quarrez enſemble, faicts de la moitié du nombre & de la ſection du milieu.

*Soit diuiſé* AB, *en parties egales* AC, CB, *& en non egales* AD, DB. *Ie dis que les quarrez des parties inegales* AD, DB, *ſont doubles des quarrez de* AC, *moitié &* CD, *nombre moyen (qui eſt l'excez entre la moitié* AC, *ou* CB, *& l'vne ou l'autre des parties inegales* AD, DB.) *Car puis que le quarré du nombre* AD, *a eſt egal aux quarrez de* AC, CD, *& a deux fois le nombre de* AC, *en* CD: *ſi on adiouſte le commun quarré de la partie* DB, *les quarrez des parties* AD, DB, *ſeront egaux aux quarrez des parties* AC, CD, DB, *& a deux fois le nombre faict de* AC, *c'eſt à dire de* CB, *en* CD: *Mais les quarrez faicts de* CB, *c'eſt à dire de* AC, *&* CD, *b ſont egaux au quarré de* DB, *& a 2. fois le nombre faict de* CB, *en* CD. *Donc ſi au lieu du quarré de* DB, *auec le produict de* CB, *en* CD, 2. *fois, on prend les quarrez de* AC, CD: *les quarrez des parties* AD, DB, *ſeront egaux à 2. fois les quarrez des parties* AC, CD: *& partant les quarrez des parties* AD, DB, *ſeront doubles des quarrez faicts des parties* AC, CD. *Ce qui eſt propoſé.*

A.....5 C...3 D..B

a 4. the. prec.

b 7. the. prec.

## THEOREME 10.

Si vn nombre pair eſt diuiſé en deux parties egales, & qu'on luy en adiouſte quelque autre: le quarré du nombre, compoſé du tout & de

l'adiousté,& le quarré de l'adiousté ensemble sõt doubles, du quarré faict de la moitié & de celuy qui est faict du nombre composé de la moitié & de l'adiousté.

*Soit AB, nombre pair diuisé en deux parties egales AC, CB, & à iceluy AB, soit adiousté BD. Ie dis que le quarré de AD, composé de tout AB, & de l'adiousté BD, & le quarré du nõbre adiousté BD, les 2. ensemble sont doubles des quarrez de AC, moitié, & de CD, composé de CB, BD, moitié & adiousté.*

a 4. *the. prece.* *Car le quarré de AD, a estant egal aux quarrez des parties AC, CD, & a deux fois le nombre plan de AC, c'est à dire de CB, en CD, si on adiouste le commun quarré de BD; les quarrez de AD, BD, seront egaux aux quarrez des parties AC, CD, BD, & a 2. fois le nombre plan de CB, en CD. Mais les quarrez de CB, CD,*

b 7. *the. prece.* *b sont egaux au quarré de BD, & à 2. fois le nombre plan de CB, en CD; & le quarré de AC, est egal au quarré de CB. Donc si au lieu*

*du quarré de BD, & de deux* A....4C....4B..2D

*fois le nombre plan de CB, en CD, on prend les quarrez des nombres de CB, CD,: c'est à dire de AC, CD, les quarrez de AD, BD, seront egaux aux quarrez de AC, CD, 2. fois. Parquoy les quarrez de AD, BD. seront doubles des quarrez de AC, CD. Ce qui estoit proposé.*

## SCHOLIE.

*Or le theoreme qui respond à la* 11. *du* 2. *à sçauoir:* Diuiser vn nombre en telle sorte que le nombre plan faict du tout & de l'vne des parties, soit egal au nombre quarré de l'autre partie, *ne se peut faire par les nombres ce qui sera ainsi demonstré. Car s'il est possible soit diuisé AB, en AC, CB, en sorte que le nom-*

*bre plan faict du tout* AB, *en la partie* CB, *soit egal au quarré de l'autre partie* AC. *Donc* 4. *fois le nombre faict de* AB, *en* CB, *sera quadruple du quarré de* AC, *partant* 4. A-----C---B *fois le nombre plan de* AB, *en* CB, *auec le quarré de* AC, *sera quintuple du quarré de la partie* AC. *Mais* 4. *fois le nombre plan de* AB, *en* CB, *auec le quarré de* AC, *est quarré,* [a] *estant egal au quarré faict du nombre composé de* AB, *&* CB: *Donc* [a] *the.* 8. *les* 2. *nombres quarrez (sçauoir celuy qui est faict de* AB, *en* CB, 4. *fois auec le quarré de* AC; *Et le quarré de* AC,) *ont mesme raison que* 5. *à* 1. *ou* 25 *à* 5. [b] *Ce qui est absurde. Donc le nombre* AB, *ne peut estre diuisé en* 2. 4. [b] *corolla.* 8. *sorte que le nombre plan faict du tout en vne des parties soit égal, au quarré de l'autre partie. Ce qui estoit proposé.*

## THEOREME 15. PROP. 15. XV.

Si trois nombres sont continuellement proportionaux; & les plus petits de tous ceux qui ont la mesme raison, auec iceux. Le composé de deux tels qu'on voudra d'iceux sera premier au restant.

Soient trois nombres ABC, les plus petits de tous ceux qui ont la mesme raison auec iceux. Ie dis que le composé de deux quels qu'on voudra d'iceux comme de A & B, est premier à C, restant, & le composé de BC, premier à A, & de AC, premier à B.

Car ayãt [a] pris DE, les plus petits en la mesme raison, il appert par la demonstration de la 2. p. 8. 35. 7. [a] *schol.*

que A, eſt quarré de D, & C, quarré de E, & B, produit de D, en E. [b] Et le compoſé de DE, multiplié par D, produira vn nombre egal au compoſé de AB: [c] Mais DE, [c] eſtans premiers entr'eux, [d] le compoſé d'iceux ſera premier à E, : [e] & partant auſſi premier à C, quarré de E: & par la meſme raiſon D, ſera premier à C, [f] & le nombre produit du compoſé de DE, multiplié par D, ſera auſſi premier à C, lequel produict eſt monſtré egal au compoſé de AB, donc le compoſé de AB, eſt premier à C. [g]

De rechef le compoſé de DE, [g] eſtant premier tant à D, qu'à E, le produict d'iceluy compoſé, multiplié par E, ſera auſſi premier à D; [h] mais le meſme produict eſt egal à C, quarré de E, & à B, enſemble produict de D, en E: donc le compoſé de BC, ſera auſſi premier à D. [i] Et partant premier à A, quarré de D.

Finalement [k] puis que DE, ſont premiers entr'eux, [l] & premiers à leur compoſé; B, produit d'iceux, [m] ſera auſſi premier à leur compoſé. [n] Et le produit du compoſé de DE, multiplié par ſoy-meſme ſera premier à B: [o] Mais le meſme produit eſt egal à A, & C, & à 2. fois B, enſemble, donc le compoſé de A, & C, & de 2. fois B, eſt premier à B: oſtant donc 2. fois B, le reſte compoſé de AC, ſera premier à B. Car s'il n'eſtoit ainſi, ils ſeroient compoſez entr'eux, & leur commune meſure meſurant le compoſé de AC, [p] & B, meſureroit auſſi le compoſé de AC, & de 2. fois B. Parquoy le compoſé de AC, & de 2. fois B, ne ſeroit premier à B, ce qui eſt abſurde, eſtant demonſtrez premiers entr'eux. Partant le

b *the.* 3. *ſchol.* 14. 9.
c 24. 7.
d 30. 7.
e 27. 7.
f 26. 7.
g 26. 7.
h *the.* 3. *ſc.* 14. 9.
i 27. 7.
k 24. 7.
l 30. 7.
m 26. 7.
n 27. 7.
o *the.* 4 *ſc.* 14. 9.
p 10. *c. ſ.*

A, 9. B 12. C 16. D 3. E 4.

composé de AC, est premier à B. Donc si trois nombres sont &c, Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 16. PROP. 16. xvij

Si deux nombres sont premiers entr'eux: comme le premier est au second, ainsi le second ne sera pas à quelque autre.

Soient A & B, premiers entr'eux. Ie dis que comme A, est à B, ainsi B, n'est à vn autre: c'est à dire qu'à 2. nombres premiers, il n'y a point de 3. proportionel.

Car s'il est possible comme A, 5. B, 7. C--- A, est à B, qu'ainsi B, soit à vn autre, sçauoir à D.

D'autant que A & B, sont premiers entr'eux, [a] & les plus petits qui soient en la mesme raison: [b] Ils mesureront egalement B & C, en la mesme raison, sçauoir A, mesurera B, & B, mesurera C: mais A, se mesure aussi soy-mesme. Donc A, mesurera A & B, premiers entr'eux, ce qui est absurde: Donc comme A, est à B, ainsi B, n'est à C: [a] 23. 7. [b] 21. 7.

Semblablement comme B, est à A, ainsi A, ne sera à quelque autre. Donc si deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 17. PROP. 17. xviij

S'il y a tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux: & que les extremes soient premiers entr'eux, comme le premier sera au se-

cond ainſi le dernier ne ſera à quelque autre.

Soient continuellement proportionaux tant de nombres que l'on voudra ABCD, deſquels les extremes A D, ſont premiers entr'eux. Ie dis que comme A, eſt à B, ainſi D, ne ſera à quelque autre.

Car s'il n'eſt ainſi; comme A, eſt à B, qu'ainſi D, ſoit à quelque autre, à ſçauoir à E; A,8. B,12. C,18. D,27. E.

D'autant donc que comme A, eſt à B, ainſi D, à E, en permutant cõ- A, à D, ainſi B, à E: Mais A, D, eſtans premiers entr'eux, [a] ſont les plus petits de leur raiſon; [b] Donc ils meſureront B, & E, egalement, ſçauoir A, meſurera B, & D, meſurera E. Mais comme A, eſt à B, ainſi B, eſt à C, donc puis que A, meſure B, auſſi B, meſurera C: [c] & partant A, meſurera auſſi C: & d'autant que comme B, eſt à C, ainſi C, à D; mais B, meſure C, auſſi C, meſurera D: Parquoy A, meſurant C, [d] meſurera pareillement D, & A meſure auſſi ſoy-meſme: Donc A, meſure A, & D, premiers entr'eux, ce qui eſt impoſſible, donc comme A, eſt à B, ainſi D, n'eſt à quelque autre, ſçauoir à E. Semblablement comme D, eſt à C, ainſi A, n'eſt à vn autre: partant s'il y a &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[a] 23. 7.
[b] 21. 7.
[c] 11. 5. ſ.
[d] 11. 5. ſ.

## PROBLEME 1. PROP. 18.

xix

Deux nombres eſtans donnez; conſiderer s'il eſt poſſible de trouuer vn troiſieſme proportionel à iceux.

Soient les deux nombres A & B, donnez il faut considerer si l'on peut trouuer vn troisiesme nombre proportionel à iceux: Car ou les nombres A & B, sont premiers entr'eux, ou non; si premiers [a] il ne se peut trouuer de troisiesme proportionel.

[a] 16. 9.

S'ils ne sont premiers que B, multipliant soy-mesme face C, ou A, mesure C, ou non: s'il le mesure, soit par D. Ie dis qu'il se peut trouuer vn troisiesme proportionel qui est D. Car puis que A, mesure C, par D; [b] C, sera le produit de A, par D: mais le mesme C, est produit de B, par soy-mesme. Dõc C, cõtenu sous les extremes A & D, est egal au produit du milieu, B, multiplié par soy-mesme, [c] donc les 3. A, B, D, sont çontinuellement proportionaux, sçauoir comme A, à B, ainsi B, à D: Donc D, sera le 3. proportionel.

A, 4. B, 7.
A, 4. B, 6. D, 9. C, 36.

[b] 9. 8. f.

[c] 10. 7.

Mais si A, ne mesure C. Ie dis que l'on ne pourra trouuer vn troisiesme proportionel.

Car s'il n'est ainsi, soit D, troisiesme proportionel. D'autant que comme A, est à B, ainsi B, à D, le nombre produit de A, & D, extremes sera egal au produict, B, moyen multiplié par soy-mesme: c'est à dire à C. Donc puis que C, est fait de A, par D: [c] A, mesurera C, par D; ce qui est absurde, estant posé ne le mesurer. Donc on ne peut trouuer vn 3. prop, à A & B, puis que A premier ne mesure C, produict de B, 2. par soy-mesme, &c. Donc deux nombres estans donnez, &c. Ce qu'il falloit faire.

A, 6. B, 4. D, 00. C, 16,

[d] 10. 7.

[c] 7. 6. f.

## PROBLEME 2. PROP. 19.

### Trois nombres eſtant donnez, conſiderer s'il eſt poſſible d'en trouuer vn quatrieſme proportionel à iceux.

Soient les trois nombres donnez A, B, C, continuellement proportionaux ou non; ſçauoir ſi on peut trouuer vn quatrieſme proportionel, c'eſt à dire

comme A, eſt à A, 8. B, 12. C, 18. E, 27. D, 216.
B, ainſi C, eſt A, 4. B, 8. C, 9. E. 18. D, 72.
à vn autre.

Que B, multipliant C, face D; A, meſurera D, ou non: qu'il le meſure par E. Ie dis que E, eſt le quatrieſme proportionel. Car puis que A, meſure D, par E: [a] D, ſera le produit de A, par E, mais D, eſt auſſi produit de B, par C, par la conſtruction. Donc le produit des extrémes A & E, eſt egal au produit des moyens B, C. [b] Donc comme A, à B, ainſi C, à E:

a 9. c. ſ.

b 19. 7.

Mais ſi A, ne meſure D. Ie dis que lon ne pourra trouuer

vn quatrieſme A, 4. B, 6. C, 9. E.... D, 54.
proportionel; car A, 3. B, 14. C, 10. E,.... D, 40.
autremẽt ſoit E,

4. proportionel s'il eſt poſſible. D'autant donc que les quatre nombres A, B, C, E, ſont continuellement proportionaux, [c] le nombre contenu ſous les extrémes A, & E, ſera egal au nombre contenu ſous les moyens B C, ſçauoir à D. Donc puis que D, eſt faict de A, multiplié par E; [d] Iceluy A, meſurera D, par E, contre l'hypotheſe: ſem-

c 19. 7.

d 7. c. ſ.

blablement nous examinerons si comme A, est à B, ainsi C, est à vn autre: donc trois nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 18. PROP. 20. xxj

### Les nombres premiers sont en plus grãde multitude, que quelconque multitude de nombres premiers proposés.

C'est à dire que si on propose tant de nombres premiers que l'on voudra, il s'en trouuera encore d'autres.

Soient tant de nõbres premiers proposez que l'on voudra A, B, C. Ie dis qu'il y a encore d'autres nombres premiers: Car [a] ayant pris D, le plus petit que peuuent mesurer A, B, C, & qu'on luy adiouste l'vnité EF, le tout DF, est premier ou non; s'il est premier l'on a le requis, car A, B, CF, D, F, sont en plus grand nõbre que la multitude proposee, A, B, C. [a] 38. 7.

A, 2. B, 3. C, 5.
30 1
D----- E. F

Mais si DE, n'est premier, [b] il sera mesuré par quelque nombre premier, soit par G. Ie dis que G, n'est pas vn des nombres proposez A, B, C, car s'il estoit vn d'iceux, puis que A, B, C, mesurent DE; G, mesureroit aussi DE. Donc mesurant le tout DF, & le retranché DE, [c] il mesureroit aussi le restant EF, sçauoir vn nombre, l'vnité, ce qui est impossible. Donc G, premier n'est vn des proposez A, [b] 33. 7.

A, 3. B, 5. C, 7.
105 1
D---- E. F
35
G----- [c] 11. ax.

B, C, partant A, B, C, G, premiers ſont en plus grand nombre que les propoſez A, B, C, & ainſi à l'infiny l'on pourra trouuer d'autres nombres premiers. Donc les nombres premiers, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

xxij THEOREME 19. PROP. 21.

Si tant de nombres pairs que l'on voudra ſont adiouſtez; le tout ſera pair.

Soient adiouſtez tant de nombres pairs que l'on voudra AB, BC, CD. Ie dis que tout le cõpoſé AD, eſt pair.

a 6.7. Car d'autant [a] que tout nombre pair peut eſtre diuiſé en deux parties egales, & les moitiez de AB, BC, CD, feront la moitié du tout AD: mais toutes les moitiez enſemble ſont egales à toutes les autres moitiez enſemble, partant AD, eſt pair. &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

6 4 8
A.....B....C.....D

xxiij THEOREME 21. PROP. 22.

Si tant de nombres impairs que l'on voudra, ſont adiouſtez; & que la multitude d'iceux ſoit pair: le tout ſera pair.

Soient adiouſtez tant de nombres impairs que l'on voudra; deſquels la multitude AB, BC, CD, DE, ſoit pair. Ie dis que le tout eſt pair.

Car puis que AB, BC, CD, DE, ſont impairs vn chacun ſera different du nombre pair de l'v-

nité, ſelon la definition. Parquoy ſi d'vn chacun l'on retranche l'vnité, vn chacun des reſtans ſera pair:[a] partant le compoſé d'iceux ſera pair: Mais la multitude des vnitez retranchees eſt auſſi pair.[b] Donc le tout compoſé AE, ſera pareillement pair. Partant ſi tant de nombres impairs, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

3 5 7 9
A...B.....C.....D.....B
24

[a] 21. 9.
[b] 21. 9.

## THEOREME 21. PROP. 23.

xxiiij

**Si tant de nombres impairs que l'on voudra ſont adiouſtez, & que la multitude d'iceux ſoit impair: le tout ſera auſſi impair.**

Soient adiouſtez tant de nombres impairs que l'on voudra, deſquels la multitude comme AB, BC, CD, eſt impair. Ie dis que le tout compoſé AD, eſt impair.

Car puiſque le nombre impair differe du nombre pair de l'vnité par la definition; ayant retranché l'vnité ED, du nombre impair CD, le reſte CE, ſera pair.[a] Mais AC, compoſé des impairs AB, BC, pairs en multitude, eſt pair:[b] Donc auſſi AE, compoſé des pairs AC, CE, ſera pair. Partant ſi l'on adiouſte l'vnité ED, le tout AD, ſera impair, puis que l'impair differe du pair de l'vnité, par la definition. Donc ſi tant de nombres impairs, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

3 5 7
A...B.....C.....E.D
15

[a] 21.9
[b] 21.9

XXV

## THEOREME 22. PROP. 24.

**Si d'vn nombre pair l'on retranche vn nõbre pair, le reſte ſera auſſi pair.**

Du nombre pair AB, ſoit retranché le nombre pair CB. Ie dis que le reſtant AC, eſt auſſi pair.




Car ſi AC, n'eſt pair, ſoit retranchee l'vnité AD, le reſte DC, demeurera pair (puis que le nombre impair differe du nombre pair de l'vnité) [a] Partant le compoſé DB, ſera pair; Donc adiouſtant l'vnité AD, au compoſé DB, pair, le tout AB, ſera impair; Ce qui eſt impoſſible, car il eſt pair par l'hypotheſe. Donc AC, ne ſera impair.

[a] 21. 9.

XXVI

## THEOREME 23. PROP. 25.

**Si d'vn nombre pair l'on retranche vn nõbre impair: le reſte ſera auſſi impair.**

De AB, nombre pair ſoit retranché CB, impair. Ie dis que le reſte AC, ſera impair. Car de CB, ayant retranché l'vnité CD, le reſte DB, ſera pair. Donc d'autant que le tout AB, eſt poſé pair; le reſte AD, ſera pair. Ayant donc oſté l'vnité CD, le reſtant AC, ſera impair. Donc ſi d'vn nombre pair l'on oſte vn, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.




[a] 24. 9.

## THEOREME 24. PROP. 26. xxvij

**Si d'vn nombre impair, l'on retranche vn nombre impair : le reſte ſera pair.**

Du nombre impair AB, ſoit retranché le nombre impair CB. Ie dis que le reſte AC, eſt pair.

Car ayant retranché l'vnité des nombres impairs AB, CB; les reſtans AD, CD, ſeront pairs. D'autant donc que du nombre pair AD, le nombre pair CD, eſt retranché: [a] le reſte AC, ſera pair. Donc ſi d'vn nombre impair, on retranche vn nombre, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

4 6 1
A....C.....D.B

[a] 24. 7.

## THEOREME 25. PROP. 27. xxvij

**Si d'vn nombre impair l'on retranche vn nombre pair, le reſte ſera impair.**

Soit AB, nombre impair, duquel ſoit retranché le pair CB. Ie dis que le reſtant AC, eſt impair: Car de l'impair AB, ſoit retranché l'vnité AD; le reſte DB, ſera pair: duquel CB, pair eſtant retranché, [a] le reſte DC, ſera auſſi pair: Partant l'vnité AD, adiouſtee, AC, ſera impair. Donc ſi d'vn nombre impair l'on &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

1 4 6
A.D....C.....B

[a] 24. 7.

xxix THEOREME 26. PROP. 28.

Si vn nombre impair multipliant vn nõbre pair, en faict quelqu'vn; le produict ſera pair.

Soit le nombre A, impair, lequel multipliant B, nombre pair, face C. Ie dis que C, eſt pair: Car puis que C, eſt produit de A, par B; iceluy C, ſera compoſé d'autant de nombres egaux à B, qu'il y a d'vnitez en A. Mais B, eſt pair, donc C, ſera compoſé d'autant de nombres pairs egaux à B, qu'il y a d'vnitez en A, & partant [a] C, ſera pair. Donc ſi vn nombre impair multipliant &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

3 4
A...B....
12
C.....

[a] 21. 9.

SCHOLIE.

*Semblablement ſi vn nombre pair multiplie vn nombre pair le produict ſera pair. Car derechef C, ſera compoſé d'autant de nombre pairs egaux à B, qu'il y a d'vnitez en A, &c. figu. ſui.*

COROLLAIRE.

Il s'enſuit auſſi qu'vn nombre pair multiplié par ſoy-meſme produira vn nombre pair; comme il eſt manifeſte ſi on poſe les nombres pairs A & B, egaux.

A....4 B....4
G.....16

xxx THEOREME 27. PROP. 29.

Si vn nombre impair multipliant vn nombre impair en faict quelqu'vn, le produict ſera impair.

Soit faict le nombre C, de A, impair multipliant B, impair. Ie dis que C, eſt impair.

Car puis que C, eſt produict de A, en B, iceluy C, ſera compoſé d'autant de nombres egaux à B, qu'il y a d'vnitez en A. Partant puis que tant A que B, eſt nombre impair ; C, ſera compoſé d'autant de nombres impairs egaux à B, qu'il y a d'vnitez en A, nombre impair, parquoy la multitude d'iceux ſera impair. [a] Donc C, ſera nombre impair : Partant ſi vn nombre impair. Ce qu'il falloit demonſtrer.

3 5
A... B.....
15
C.....

a 23.9.

## COROLLAIRE.

Il s'enſuit de cecy qu'vn nombre impair multiplié par ſoy-meſme, produict vn nombre impair : comme il eſt manifeſte, ſi les nombres impairs A & B ſont poſez egaux.

3 3
A...B...
C...!...
9

## SCHOLIE.

*Campanus a auſſi demonſtré les deux theoremes ſuiuants.*

Vn nombre impair qui meſure vn nombre pair, il le meſure par vn nombre pair.

*Que le nombre A, impair meſure le nombre pair B, par C. Ie dis que C, eſt pair. Car ſi C, eſt impair, B, [b] produit de A, impair par C, pair ſera impair : ce qui eſt abſurde, car il eſt pair par l'hypotheſe : Donc C, eſt pair.*

3 4
A... C....
12
B... .....

b 29.9.

Vn nombre impair meſurant vn nombre impair ; Il le meſure par vn nombre impair.

*Que le nombre A, impair meſure le nombre impair B,*

par C. Ie dis que C, eſt impair. Car ſi C, eſt pair; [b] B, produit de A, impair par C, pair, ſera pair: Ce qui eſt abſurde, puis que B, eſt poſé impair. Donc C, eſt impair.
b 28. 9.

A, 3. C, 5. B, 20.

xxxiij

## THEOREME 28. PROP. 30.

Si vn nombre impair meſure vn nombre pair, il meſurera auſſi ſa moitié.

Soit le nombre A, impair lequel meſure B, nombre pair. Ie dis que A, meſurera auſſi la moitié de B.

Car que A, meſure B, par C, par la prop. antec. demonſt. de Camp. le nombre C, ſera pair. Et partant aura vne moitié. Parquoy puis que A, meſure B, par C; [a] C, meſurera auſſi B, par A; & par ainſi C, ſera vne partie de B, denommee de A, comme il eſt enſeigne à la 3. definition du 7. liure: Mais d'autant que comme C, eſt à ſa moitié, ainſi B, eſt auſſi à ſa moitié: & en changeant comme C, à B, ainſi la moitié de C, à la moitié de B. Mais C, eſt vne partie de B, denommée de A, comme il eſt monſtré; auſſi la moitié de C, ſera vne partie de la moitié de B, denommeé de A, [b] partant A, meſurera la moitié de B. Donc ſi vn nombre impair meſure vn nombre pair &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

| 3 | 4 |
|---|---|
| A.... | C.... |
| | 12 |
| B..... | |

a 8. c. ſ.

b 40. 7.

xxxiv

## THEOREME 29. PROP. 31.

Si vn nombre impair eſt premier à quelque nombre: Il ſera auſſi premier au double d'iceluy.

Soit

Soit le nombre impair A, premier au nombre B, duquel le double soit C. Ie dis que A, est aussi premier à C.

Car si A & C, ne sont premiers entr'eux; Ils seront mesurez par quelque nõbre, lequel soit D, lequel sera necessairement impair: Car s'il est pair, mesurant A, impair[a] A, produict de D, pair, multipliè par le nombre par lequel il le mesure, sera pair. Ce qui est absurde, car A, est posé impair: Partant D, impair mesurant C, pair., (car C, est pair puis qu'il a vne moitié B,) [b] mesurera aussi B, sa moitié: mais il mesure aussi A. Donc D, mesure iceux A, B, premiers entr'eux. Ce qui est absurde, donc A, est premier à C. Donc si vn nombre &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

| | |
|---|---|
| 5 | 8 |
| A..... | B..... |
| 16 | |
| C..... | D--- |

[a] 28. 9.

[b] 30. 9.

## THEOREME 30. PROP. 32. xxxv

### De tous les nombres qui suiuent le binaire, en progression double; vn chacun est pairement pair seulement.

Soient tant de nombres doubles que l'on voudra depuis le binaire A, sçauoir B, C, D, E. Ie dis que B, C, D, E, sont tant seulement pairement pairs. Qu'il soit ainsi, il est manifeste, car ayant posé l'vnité: puis que A, est binaire, & B, C, D, E, doubles depuis le binaire, iceux seront continuellement proportionaux, depuis l'vnité, sçauoir en proportion double. [a] Donc A, mesurera vn chacun d'iceux B, C, D, E, & chacun

[a] 11. 8.

moindre mesurera le plus grand suiuant par

Vnité A, 2. B, 4. C, 8. D, 16. E, 32.

quelqu'vn d'iceux A, B, C, D, E, lesquels estant tous pairs à sçauoir doubles depuis le binaire, vn nombre pair mesurera vn chacun d'iceux B, C, D, E, par vn nombre pair, partant chacun sera pairement pair selon la definition.

Or qu'ils soient pairement pairs tãt seulemẽt, il est manifeste: Car puis que A, B, C, D, sont continuellement proportionaux depuis l'vnité, & que A, prochain de l'vnité est nombre premier, à sçauoir binaire; [b] aucun autre ne mesurera vn chacun d'iceux, excepté iceux A, B, C, D, E, lesquels estant tous pairs, vn nombre pair mesurera chacun d'iceux par vn nombre pair tant seulement: & partant vn chacun est pairement pair seulement. Donc des nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

b 13. 9.

xxxvj THEOREME 31. PROP. 33.

## Si vn nombre a sa moitié impair, iceluy est pairement impair, tant seulement.

Soit le nombre A, duquel B, moitié est impair. Ie dis que A, est seulement pairement impair.

Car d'autant que B, impair est moitié de A, le nombre binaire C, mesurera A, nombre pair, par icelle moitié C, impair; [a] Donc A, est pairement impair. Ie dis aussi qu'il

10
A.....
5 2
B.....C..
D---E---

a 9. d.

l'eſt ſeulement; car ſoit B, moitié de A & C, binaire. Si A, n'eſt pairement impair ſeulement il ſera auſſi pairement pair. Donc quelque nombre pair le meſurera par vn nombre pair. Que D, pair le meſure par E, auſſi pair; [b] par ainſi A, ſera produict de D, par E: Mais le meſme A, eſt produict de C, binaire par B, moitié de A. Donc le nombre produict de C, premier par B, 4. eſt egal à celuy qui eſt produict de D, 2. par E, 3. [c] partant comme C, à D, ainſi E, à B. Mais C, binaire meſure D, nombre pair, donc E, nombre pair meſurera auſſi B, impair: ce qui eſt abſurde. Donc A, n'eſt pairement pair: Il eſt donc ſeulement pairement impair. Donc ſi vn nombre a vne moitié, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

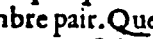
b 9. 7.

c 19 7.

## THEOREME 32. PROP. 34. xxxvij

Si vn nombre pair n'eſt de ceux qui ſont doubles depuis l'vnité, & n'a ſa moitié impair; Il eſt pairement pair & pairement impair.

Soit A, de ceux qui ne ſont doublez depuis l'vnité, & que ſa moitié ſoit pair. Ie dis que A, eſt pairement pair, & pairement impair. Qu'il ſoit pairement pair il eſt euident: Car puis que ſa moitié eſt pair, le binaire qui eſt pair le meſurera par icelle moitié: [a] partant ſera pairement pair.




a 5. 4.

Il eſt auſſi pairement impair: car iceluy A, eſtant diuiſé en deux egalement, & ſa moitié

derechef diuiſee en deux, & ainſi de ſuite, l'on paruiendra en fin à vn nombre impair (premier qu'au binaire puis qu'il n'eſt de ceux qui ſont doubles depuis l'vnité) lequel meſurera A, par vn nõb. pair: Car s'il le meſuroit par vn nombre
b 29. 9. impair, b puis qu'vn nombre impair multipliant vn nombre impair faict vn nombre impair, A, ſeroit impair. Ce qui eſt impoſſible, puis qu'il eſt poſé pair: Donc puis qu'vn nombre impair meſure A, par vn nombre pair, & qu'vn nõb. pair le meſure auſſi par vn nõbre pair, c A, ſera pairemẽt pair & pairement impair. Donc ſi vn nombre pair &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME 33. PROP. 35.

xxxviij

S'il y a tant de nombres que l'on voudra continuellemẽt proportionaux, & que l'on retranche tant du ſecond que du dernier, vn nombre egal au premier: comme l'excez du ſecond ſera au premier, ainſi l'excez du dernier ſera à tous les antecedents.

Soient tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux A, B C, D, E F; & que de B C, ſecõd & de E F, dernier, on retranche C G, & F H, egaux chacun au premier A. Ie dis que comme le reſte B G; ſera à A, ainſi E H, ſera à A, B C, & D enſemble.

Car soit retrãché FI, egal à BC, & FK, egal à D. D'autant que FI, est egal à BC, & le retranché FH, est egal au retranché CG, le reste IH, sera egal au reste BG. Mais d'autant que comme A, est à BC, ainsi BC, est à D, & D, à EF; & par conuersion de raison comme EF, à D, ainsi D, à BC, & BC, à A; mais KF, est egal à D, & IF, à BC, & HF, à A: Pareillement comme EF, sera à KF, ainsi KF, à IF; & IF, à HF: Donc en diuisant comme EK, à KF, ainsi KI, à IF, & IH, à HF; & partant aussi tous les nombres EK, KI, IH, seront à tous les nombres KF, IF, HF, c'est à dire le tout EH, à D, BC, & A, ensemble (auſquels KF, IF, HF, ont esté pris egaux) comme IH, à HF, c'est à dire comme BG, à A; car BG, & A, sont egaux à IH, & HF. Donc s'il y a tant &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

A.....8
4 8
B....G.....C
D... ... .. ... ... ...18
9 6 4 8
E.....K.....I....H.....F

a 12. 7.

## THEOREME 34. PROP. 36. xxxix

Si depuis l'vnité l'on prend tant de nombres que l'on voudra continuellement proportionaux, en proportion double, iusques à ce que le tout composé soit faict nombre premier: & qu'iceluy tout multiplié par le dernier en face quelqu'vn: Le produict sera nombre parfaict.

Soient A,B,C,D, continuellement proportionaux depuis l'vnité & en proportion double, le cõposé desquels & de l'vnité soit E, nombre premier, & que E, multiplié par D, dernier face F. Ie dis que F, est nombre parfaict.

Soiẽt prisE,G,H,I,en proportiõ double,depuis E,& egaux en multit. à A,B,C,D. D'autant donc que A, B, C, D, & E, G, H, I, sont egaux en multitude, & pris de 2. en 2. sont en mesme raison estans tous en proportion double,en raison egale, [a] comme A, sera à D, ainsi E, à I; [b] & partant le produict de A, 1. par I, 4. sera egal au produict de D, 2. par E, 3. Mais F, est le produict de D, en E; donc F, sera aussi le produict de A, en I. [c] Donc I, mesurera F, par A binaire; parquoy F, sera double de I, & partant E, G, H, I, F, sont continuellement proportionaux en raison double. Soient retranchez de G, 2. & F, dernier K, & L, egaux à E, premier, desquels les excez sont M, & N.

a 14. 7.
b 19. 7.
c 7. è. f. 7.

Vnité A..2B..4C-8D-16
E, 31 G---62H---124. I.248 F------496
K31. M. 31 L 31.
O----- P---- N 465

[d] Comme M, sera à E, ainsi N, sera à tous ses antecedents E, G, H, I, ensemble; Mais M, est egal à E, estant moitié de G, double de E. Donc N, sera egal à E, G, H, I, ensemble; mais L, est egal à l'vnité & à A, B, C, D, ensemble estant posé egal à E, ou K. Donc le tout L N, c'est à dire F; est egal à l'vnité & aux nombres, A, B, C, D, E, F, G H, I ensemble: [e] Parquoy puis que l'vnité, & chacun des nombres A, B, C, D, E, F, G, H, I, me-

d 35. 9.
e 7. c. f.

sure F, (car puis que F, est faict de E, en D; [c] D, mesurera F, [f] & partant l'vnité & A, B, C, qui mesurent D, mesureront aussi F: Et de rechef, puis que I, comme il est monstré mesuré F, E, G, H, qui mesurent I, [g] à cause de la proportion double mesureront aussi F) & aucun autre ne mesurera F, comme nous monstrerons incontinent: L'vnité & A, B, C, D, E, G, H, I, seront toutes les parties que F peut auoir; ausquelles toutes ensemble F, estant monstré egal, [h] iceluy F, sera nombre parfaict.

c 11. 6. f.
f 11. 6. f.
g 11. 6. f.
h 22. def. 7.

Et s'il est possible que quelque autre mesure F, outre les susdits, sçauoir O, par P, icela estant, F, sera le produict de O, par P: mais le mesme F, est aussi produict de E, par D; partant le nombre produit de E, premier par D, 4. est mesme que le produit de P, 2. par O, 3. [k] Donc comme E, à P, ainsi O, à D. [l] Mais puis que A, B, C, D, sont continuellement proportionaux depuis l'vnité, & que A, proche de l'vnité est premier, aucun autre ne mesurera D, dernier, outre ceux de la prop. A, B, C: Or O, est different de A, B, C, par l'hypotheſe, donc O, ne mesurera D. Mais comme O, à D, ainsi E, à P. Donc E, aussi ne mesurera P: [m] partant E, estant premier, E, & P, seront premiers entr'eux; [n] & par ainsi les plus petits de leur raison; [o] parquoy E, mesurera O, & P, mesurera D, egalement estant en la mesme raison. [p] Mais aucun nõb. ne mesure D, excepté A, B, C, donc P, sera mesme qu'vn d'iceux A, B, C. Qu'il soit mesme que B: Et soient pris E, G, H, doubles depuis E, en telle multitude que B C D, [q] en raison egale comme B, à D, ainsi E, à H: [r] Mais le produict de B, en H, est egal au produict de

i 9. 8. f.
k 19. 7.
l 13. 9.
m 31. 7.
n 23. 7.
o 21. 7.
p 13. 9.
q 14. 7.
r 19. 7.

D, en E, & le produit de D, en E, a eſté monſtré egal au produict de P, en O. Donc le nombre faict de P, par O, eſt le meſme que de
ſ 19. 7. B, par H: ſ Donc comme P, à B, ainſi H, à O: Mais P, eſtoit meſme que B; donc H, ſera meſme que O, ce qui eſt abſurde; Car O, a eſté poſé autre qu'aucun des nombres A, B, C, D, E, G, H, I. Donc A, B, C, D, E, G, H, I, ſeuls meſurent le nombre F, lequel ils compoſent. Donc ſi depuis l'vnité, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

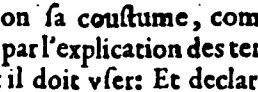
*Fin du neufieſme Liure.*

# LIVRE DIXIESME DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

## *DEFINITIONS.*

1. Commenſurables grandeurs ſont celles-là, leſquelles ſont meſurees par vne meſme commune meſure.

EVclide ſelon ſa couſtume, commence icy par l'explication des termes, dont il doit vſer: Et declare premierement quelles grandeurs ſont dictes commenſurables, & quelles, incommenſurables, definiſſant que celles-là ſont dictes commenſurables, leſquelles ſont meſurees par vne meſme commune meſure, ou grandeur. Comme les 2. grandeurs A & B, leſquelles vne meſme meſure, comme C, meſure (car C, repetee 6. fois meſure A, & repetee 3. fois meſure B) ſeront dictes commenſurables: En la meſme maniere vne ligne de 20. palmes & vne de 13. ſeront dictes commen-



ſurables, puis que tant la ligne d'vne palme que celle de demie palme &c. les meſure toutes deux. Semblablement les ſuperficies ſont dictes commenſurables, leſquelles ſont meſurees par vne meſme ſuperficie, & les corps ſolides ſont auſſi dicts commenſurables leſquels ſont meſurez par vn meſme corps ou ſolide.

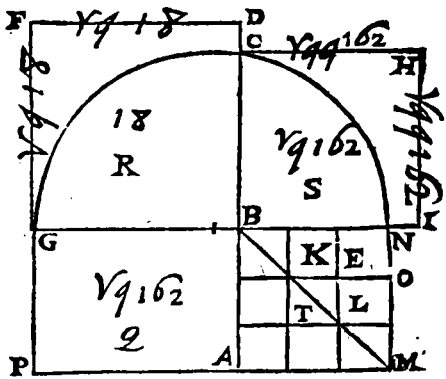
2 Mais les grandeurs incommuſurables, ſont celles-là leſquelles n'ont aucune commune meſure.

Telles grandeurs ſont le diametre de quelconque quarré, & le coſté du meſme quarré dont il eſt le diam. D'autant qu'il n'y a aucune commune grandeur qui les puiſſe meſurer l'vn & l'autre; comme il ſera demonſtré par Euclide à la derniere propoſition de ce liure. Il y a auſſi pluſieurs autres lignes incommenſurables, c'eſt à dire qui n'ont aucune commune meſure; pluſieurs deſquelles il explique en ce l. & enſeigne la maniere de les trouuer. Derechef les ſuperficies & les ſolides ſont dicts incommenſurables, leſquels n'admettent aucune commune meſure.

3. Les lignes droictes ſont commenſurables en puiſſance, quand les quarrez d'icelles ſont meſurez par vn meſme eſpace ou ſuperficie.

Des lignes droictes, les vnes ſont commenſurables en longitude, ſçauoir celles qui ſont meſurees par vne meſme ligne, & ſont dictes

ſimplement ou abſoluëment commenſurables, quelques autres ſont dictes incommenſurables; c'eſt à dire qui n'ont aucune commune meſure, comme il a eſté expoſé 1. & 2. d. Derechef des lignes qui ſont incommenſurables en longitude, les vnes le ſont de telle ſorte, que les quarrez d'icelles ſont commenſurables, comme vne ligne de 2. toiſe, & vne autre qui ſera $\sqrt{q}$ 8. (c'eſt à dire de laquelle le quarré contiendra 8. toiſes) ſont dictes commenſ. en puiſſ. leurs quarrez 4. & 8. eſtant meſurez par vne meſme ſuperficie. Ainſi vne ligne de 3. t. & vne de 6. ſeront auſſi commenſurables en puiſſance, puis que leurs quarrez 9. & 36. ſont meſurez par vne meſme ſuperficie, ſçauoir par 1. ou par 6. Item vne ligne qui ſera $\sqrt{qq}$ de 20. & vne qui ſera $\sqrt{qq}$ 125. ſont commenſ. en puiſ. car leurs quarrez $\sqrt{q}$ 20. & $\sqrt{q}$ 125. ſont comm. eſtant comme 5. à 2. & $\sqrt{q}$ 5. ſera en $\sqrt{q}$ 20. 2. fois & en $\sqrt{q}$ 125. 5. fois. Ce que




l'on entendra plus facilement par ceſte figure, où la ligne AB, eſt 3. & ſon quarré AN, 9. dont le

diametre eſt B M, auquel A B, eſt incommenſurable comme il a eſté dict à la 2. defi. & ayant mene B D, egale au diametre B M, & deſcrit le quarré B F, iceluy ſera 18.[a] eſtant double du quarré de B A, & ſon coſté ſera $\sqrt{q}$ 18. commenſ. en puiſſ. à B A, car E, meſure l'vn & l'autre quarré, ſçauoir A N, 9. fois & B F, 18. fois. E triplé meſure auſſi B F, 6. fois & A N, 3. fois.

[a] 17. 1.

Maintenant ſi on entend que le quarré E, face $\sqrt{q}$ 6. le quarré de la ligne A B, fera $\sqrt{q}$ 486. Et le quarré de B D, fera $\sqrt{q}$ 1944. & $\sqrt{q}$ 6. meſurera l'vn & l'autre, & $\sqrt{q}$ 54. triple de $\sqrt{q}$ 6. meſurera auſſi ces deux quantitez.

## 4. Mais les lignes droictes ſont incõmenſurables en puiſſance, quand les quarrez d'icelles ne peuuent eſtre meſurez par aucune commune meſure.

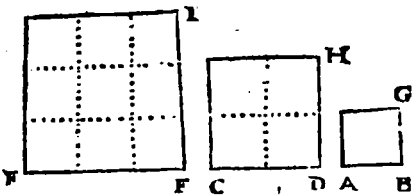
Les autres lignes incommenſurables, dont les quarrez ſont auſſi incõmenſurables, ſont dictes incommenſurables en puiſſance: comme vne ligne de 2. toiſes, & vne ligne qui ſera $\sqrt{\sqrt{}}$ 6. ſerõt incommenſurables en puiſſance, n'y ayant aucun commun eſpace qui puiſſe meſurer leurs quarrez 4. & $\sqrt{q}$ 6. ainſi $\sqrt{q}$ 8. & $\sqrt{qq}$ 12. ſont auſſi incommenſurables en puiſſance, d'autant que aucune ſuperficie ne meſure leurs quarrez 8. & $\sqrt{q}$ 12. De rechef comme en la figure de la 3. def. la ſuperficie rect. P B, ſoit $\sqrt{q}$ 162. à laquelle[a] ſoit faicte egale la ſuperficie quarree B H, la ligne G B, ou B D, ſon egale ſera incommenſ. en puiſſance à B C, ou B I, car[b] B C, eſt moyenne proportionelle entre G B, B A, ou B N, egale à B A. Donc

[a] 14. 2.

[b] 17. 6.

GB, BC, BN, estant continuellement proport. [c] GD, quarré de GB, est à BH, quarré de BC, comme GB, 1. à BN, 3. Mais GB, est incomm. à BN, comme il a esté dit 2. def. [d] Donc le quarré de GB, qui est GD, sera incommens. au quarré de BC, c'est à dire à BH: partant GB, BC, ou BI, son egale sont incõmens. en puissance. C'est à dire que leurs quarrez sont incommens. Et personne ne doit trouuer cecy estrange que ceste demonstration soit appuyee sur des propositions cy-apres, attendu qu'elle n'est necessaire pour la demonstration d'aucune d'icelles. c 10. 6. d 10. p. 10.

Or toutes les lignes droictes commensurables en longitude le sont aussi en puiss. puis que le quarré de leur commune mesure, mesure les




quarrez d'icelles comme appert par ceste figure. Car comme AB, mesure CD, EF, ainsi son quarré AG, mesure CH, EI, non pas que toutes les lignes droictes commens. en puiss. le soient aussi en longit. comme il appert par la fig. de la 3. d. ou les lignes AB, BD, sont monstrees incom. en longit. lesquelles sont monstrees commens. en puiss. & comme il sera aussi demonstré en ce liure.

5. Ces choses estãt ainsi, il est mõstré *c. à d.* manifeste qu'à toute ligne droicte pro-

posee, infinies lignes droictes en multitude, sont commensurables & infinies incommensurables: les vnes en longitude & puissance, les autres en puissance seulement. Or que ceste ligne droicte proposee soit appellee rationelle.

Si on propose quelque ligne droicte de grandeur cogneuë & determinee: de toutes les lignes comparees auec icelle, quelques vnes seront commensurables en longitude & puissance à icelle, quelques vnes en puiss. seulement. Item quelques vnes seront incõmens. en longit. seulement à icelle; & quelques vnes en longit. & puiss. comme il sera monstré en ce liu.

Mais ceste ligne proposee, à raison de laquelle les autres sont dictes commens. ou incommens. est dicte des Grecs ῥητὴ: c'est à dire rationelle; d'autant qu'elle est tousiours posee de grandeur cogneuë, & que selon icelle on ratiocine; mais les autres cõparees auec icelle ne sont pas tousiours cogneuës: combien que selon icelles prises separement elles soient cogneuës, chacune d'icelles pouuãt estre diuisee en telles parties egales que l'on voudra.

6. Et les lignes droictes commensurables à ceste ligne rationelle, soit en longitude & puissance, ou en puissance seulement: soient appellees aussi rationelles.

Il enseigne que les autres lignes commens. comment que ce soit à la ligne dicte rationelle,

ſont auſſi rationelles, non par ſupoſition, comme icelle; mais entant qu'eſtant comparees auec icelle, elles ſe trouuent commenſ. à icelle en longitude & puiſſance, ou en puiſſance ſeulement.

7. Et les lignes incommenſurables à ceſte ligne rationelle, ſoient appellees irrationelles.

Puis qu'en la precedente definition Euclide a appellé les lignes commenſ. en long. & puiſſ. ou en puiſſ. ſeulement à la rationelle propoſee, rationelles, il eſt manifeſte par ceſte def. que celles qui ſont incommenſ. à la rationelle propoſee en longit. & puiſſ. & non en longit. ſeulement ſont irrationelles.

8. Et le quarré deſcrit de la rationelle propoſee, ſoit appellé rationel.

Tout ainſi que la ligne qui eſt poſee pour cogneuë & determinee, eſt dicte rationelle: tout de meſme le quarré deſcrit d'icelle eſt appellé rationel d'autant qu'il eſt auſſi cogneu & certain, & en comparaiſon d'iceluy les autres ſuperficies ſont dictes commenſ. ou incommenſ.

9. Et les figures commenſ. à ce quarré rationel, ſoient appellees rationelles.

Toutes les ſuperficies planes commenſ. au quarré de la rationelle propoſee, ſont dictes rationelles, non toutesfois par poſition comme iceluy: mais entant qu'eſtant comparees audit quarré elles ſont trouuees commenſ. à iceluy, ou incommenſ. Tout ainſi auſſi que les li-

gnes comment que ce ſoit commenſ. à la ligne poſee rationelle, ſont appellees rationelles.

10. Mais les figures incommenſurables au quarré rationel ſoient appellees irrationelles, ou ſourdes.

Ainſi que les lignes incommenſ. à la ligne poſee rationelle, ſont dictes irrationelles: auſſi les ſuperficies planes incommenſ. au quarré de la ligne rationelle ſont appellees irrationelles.

11. Et les lignes droictes qui peuuent icelles figures irrationelles, ſoient dictes irrationelles & ſourdes; ſçauoir ſi elles ſõt quarrees leurs coſtez ſoient irrationaux, mais ſi ce ſont autres rectilignes quelconques, les lignes qui peuuent des quarrez egaux à icelles figures irrationelles ſoient irrationelles.

Il appelle les lignes qui peuuent des eſpaces incommenſurables au quarré de la ligne rationelle; irrationelles: de ſorte que ſi ces eſpaces irrationaux ſont quarrez leurs coſtez ſeront dicts irrationaux; s'ils ne ſont quarrez: mais ſont autres rectilignes, les lignes droictes qui deſcriuent des quarrez egaux à iceux eſpaces incommenſ. ſeront dictes irrationelles: car vne ligne droicte eſt dicte pouuoir vne figure quand le quarré deſcrit d'icelle lig. eſt egal à icelle figure.

*En ſuitte de ces definitions d'Euclide nous adiouſterõs icy (apres Commaudin) vne demande & trois communes ſentences, dont vſe Euclide en ce liure.*

DEMANDE

## DEMANDE.

Que l'on puisse multiplier quelconque grandeur tant de fois qu'elle puisse exceder quelconque grandeur proposee de mesme genre.

Car 2. grandeurs inegales de mesme genre estãt proposees, la plus grãde n'estant infinie, & la moindre pouuant estre augmentee infiniment; il est manifeste que la moindre peut estre multipliee tant de fois qu'elle excede la plus grande, ce qui appert aussi par la 5. definition du 5. liure.

## Communes sentences, ou notions.

1. Vne grandeur mesurant tant de grandeurs que l'on voudra, mesure aussi la grandeur composee d'icelles.

2. Vne grandeur qui mesure quelconque grandeur; mesure pareillement toute autre grandeur que celle-là mesure.

3. Vne grandeur mesurant toute vne grandeur, & la retranchee d'icelle, mesure aussi le reste.

*Ces communes sentences sont monstrees en nombres au 7. liure, aux 3. dernieres communes sentences qui est la mesme chose qu'aux grandeurs &c.*

*Faut entendre que les propositions sont notees en la marge par 2. nõb. & que le superieur denote l'ordre de Theon, & l'inferieur l'ordre de Campanus, que s'il n'y a qu'vn seul nombre; c'est à dire qu'ils ne different &c.*

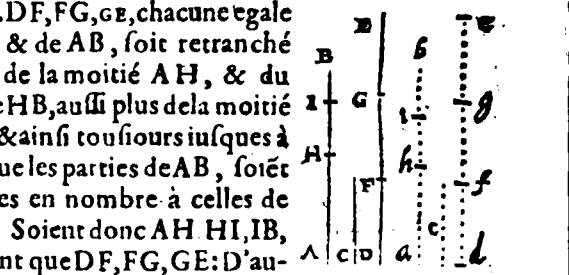
## THEOREME PREMIER. PROP. 1.

Deux grandeurs inegales estant proposees, si de le la plus grande l'on re-

trãche plus de la moitié, & du reſte encore plus de la moitié, & que cela ſe face touſiours ainſi en continuant, il demeurera en fin quelque grand. plus petite que la moindre grand. propoſee.

Soient 2. grandeurs inegales AB, & C, propoſees, dont AB, eſt la plus grande. Ie dis que ſi de AB, on retranche plus de la moitié, & du reſte encore plus de la moitié, & ainſi touſiours en continuant, il reſtera en fin quelque grandeur moindre que C, plus petite grandeur propoſee.

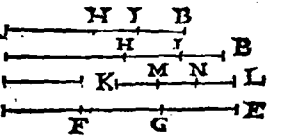
Car ſoit C, multipliee tant de fois que le produit excede AB, & ſoit DE, produict; de ſorte que DE, ſoit multiple de C, & prochainement plus grande que AB: Et ſoit diuiſee DE, ſelon les part. DF, FG, GE, chacune egale à C, & de AB, ſoit retranché plus de la moitié AH, & du reſte HB, auſſi plus de la moitié HI, & ainſi touſiours iuſques à ce que les parties de AB, ſoiẽt egales en nombre à celles de DE. Soient donc AH HI, IB, autant que DF, FG, GE: D'autant que DE, eſt plus grande que AB, & que de DE, on a oſté DF, moins que la moitié (ou la moitié, ſi DE, eſtoit ſeulement double de C) & de AB, plus de la moitié AH, le reſte FE, ſera plus grand que le reſte HB. Derechef FE, eſtant plus plus grande que HB; ſi de FE, on oſte la moitié FG (ou moins que la moitié, ſi FE, eſtoit plus grande que le double de C) mais de HB,



plus de la moitié HI, le reſte GE, ſera pareillement plus grand que le reſte IB: Mais GE, eſt egale à C, donc C, ſera auſſi plus grande que IB, derniere partie de AB. Partant de AB, il demeure vne grandeur plus petite que C. Donc 2. grandeurs inegales, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Il en aduiendra de meſme ſi on oſte la moitié AH, & du reſte HB, la moitié HI. Car ſemblablement IB, reſte ſera plus petite que GE, c'eſt à dire que C.

Autrement ayant faict la conſtruction comme auparauant ſoit prinſe KL, autant multiple de IB, que DE, de C. Donc KL, eſtant diuiſee en KM, MN, NL, parties egales chacune à IB, il y aura autant de parties en KL, qu'en DE: mais AH, eſtant plus grãde que HB (ou egale ſi on a oſté ſeulement la moitié de AB) & HB, plus grande que IB; AH, ſera auſſi plus grande que IB, c'eſt à dire que KM. Derechef d'autant que HI, eſt plus grande que IB, ou egale; mais IB, eſt egale à MN: HI, ſera auſſi plus grande que MN, ou egale à icelle; & partant la toute AI, ſera plus grande que KN, parquoy adiouſtant les egales IB, NL, la toute AB, ſera plus grande que la toute KL: Mais DE, eſt plus grande que AB. Donc DE, ſera encore bien plus grande que KL; Parquoy DE, eſtant à C, comme KL, eſt à IB. (Car KL, eſt prinſe autant multiple de IB, que DE, de C) pareillement C, ſera plus grande que IB; Et par ainſi IB, reſte plus petite que G: Ce qu'il falloit demonſtrer.



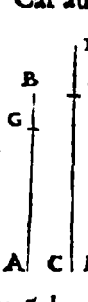

[a] 14. 5.

## THEOREME 2. PROP. 2.

ij

**Deux grandeurs inegales eſtant propoſees, ſi l'on retranche touſiours alternatiuement la plus petite de la plus grande, & que la grandeur reſtante ne meſure iamais ſa precedente: Icelles grandeurs ſeront incommenſurables.**

Soient 2. grandeurs inegales propoſees AB, CD, deſquelles la moindre AB ſoit retranchee de la plus grande CD, & le reſte de CD, ſoit retranché de AB, & ainſi touſiours alternatiuement la moindre ſoit oſtee de la plus grande, & que le reſte ne meſure iamais ſa grandeur precedente. Ie dis que AB, CD, ſont incommenſurables.




Car autrement elles ſeront meſurees par quelque commune meſure, laquelle ſoit E, s'il eſt poſſible. Donc E, ſera egale à AB, ou moindre. Et ayant oſté AB, de CD, tant de fois que l'on pourra, qu'il reſte FD, moindre que AB, de ſorte que AB, meſure CF. Derechef ayant oſté FD, de AB, qu'elle laiſſe GB, moindre qu'icelle FD, de ſorte que FD, meſure AG, & ſoit faict ce retrãchemẽt touſiours ainſi: [a] Il demeurera en fin de CD, ou AB, de quelque grand. moindre que E. Car d'autant que AB, oſtee de CD, laiſſe FD, moindre que ſoy, CF, retranchee ſera plus grande que la moitié de CD, car ſi CF, eſtoit la moi-

a 1. 10.

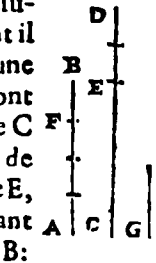
tié ou moindre que la moitié de CD; AB, pourroit encor estre retranchee de CD. Semblablement AG, retranchée de AB, sera plus grande que la moitié de AB; & aduiendra tousiours ainsi: Retrãchant donc tousiours plus de la moitié, il restera en fin quelque grandeur moindre que E:) Soit donc GB, reste moindre que E. D'autant que E, mesure AB, & AB, mesure CF; E, mesurera aussi CF. Mais E, mesure la toute CD; Donc E, mesurera aussi le reste FD, & FD, mesure AG, donc E, mesurera aussi AG. Mais E, mesure la toute AB: Donc E, mesurera aussi le reste GB, la plus grande la plus petite. Ce qui est absurde. Donc aucune grandeur ne mesurera AB, CD: Partant seront incommensurables. Donc si 2 grandeurs inegales, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

b 1. 10.
c 2. e. f.
d 3. e. f.
e 2. e. f.
f 3. e. f.

## PROBLEME 1. PROP. 3. iij

Deux grandeurs cõmens. estant donnees; trouuer la plus grande commune mesure d'icelles.

Soient 2. grandeurs commensurables proposees AB, CD, dont il faut trouuer la plus grande commune mesure. D'autant que AB, CD, sont commensurables de la plus grande CD, soit ostee AB, moindre, tant de fois que l'on pourra, & qu'il reste E, D, & de AB, soit ostee ED, aussi tant de fois que l'on pourra, & reste FB: Et faisãt tousiours ainsi alt. restera en fin quelque



a 2. 10. grandeur qui mesurera sa precedente: a Autrement AB, CD, seroient incommens. contre l'hypothese, Que FB, mesure donc ED. Ie dis que FB, est la plus grande commune mesure de AB, CD.

Car puis que FB, mesure ED, & ED, mesure
b 1. c. f. AF, b FB, mesurera AF: mais FB, mesure soy-
c 1. c. f. mesme; elle mesurera donc aussi la toute AB:
d 2. c. f. d Partant FB, mesurera aussi CE, qui est mesuree
e 1. c. f de AB. Donc puisque FB, mesure aussi ED, e la mesme FB, mesurera la toute CD: Elle mesure donc AB, & CD, partant est leur commune mesure Ie dis qu'elle est la plus grande.

Car s'il n'est ainsi soit G, la plus grande cō. mes. s'il est possible: D'autant donc que G, mesure
f 2. c. f. AB, & CD, & que AB, mesure CE, f G, mesu-
g 3. c. f. rera aussi CE; Mais G, mesure CD, g donc G, mesurera aussi ED reste, (puis que G, mesure la toute CD, & la retranchee CE) mais ED, mesure A
h 2. c. f. F. h Donc G, mesurera aussi AF, & mesurant la
i 3. c. f. toute AB, i elle mesurera aussi le reste FB, plus petite que soy: ce qui est absurde. Donc FB, est la plus grande commune mesure de AB, CD.

Or si la moindre AB, mesure la plus grande, de sorte qu'estant retranchee de CD, il ne reste rien: AB, sera la plus grande commune mesure des deux puisque AB, mesure soy-mesme, partant deux grandeurs &c. Ce qu'il falloit faire.

## COROLLAIRE.

De ceste demonstration il est manifeste, qu'vne grandeur laquelle mesure 2. grandeurs, mesure aussi leur plus grande commune mesure,

comme l'on peut colliger de ceste partie de la demõstration, par laquelle il est mõstré que FB, est la plus grãde cõmune mesure de AB, CD; car là il est monstré que si G, mesure AB, CD, qu'elle mesure aussi leur plus grande commune mesure FB.

## PROBLEME 2. PROP. 4.

iv

### Trois grandeurs commensurables estant donnees; trouuer la plus grande commune mesure d'icelles.

Soient 3. grandeurs commensurables proposees ABC, desquelles il faut trouuer la plus grãde commune mesure.

Soit premierement[a] trouuee D, plus grande commune mesure de A, B, si D, mesure aussi C, il appert que D, est la plus grande commune mesure des 3. ABC: Car si vne grandeur plus grande que D, mesure ABC, la mesme[b] mesurera aussi D, plus grande commune mesure de A, & B, la plus grande la plus petite, ce qui est absurde. Mais si D, ne mesure C, au moins C, & D, seront commensurables: Car puis que ABC, sont commens. quelconque commune mesure d'icelles mesurera[c] D, plus grande commune mesure de AB; Donc icelle commune mesure mesurant aussi C: D, & C, seront commens.[d] Soit donc E, plus grande commune mesure de C, & D. Ie dis que E, est la plus grande commune mesure de ABC; Car d'autant que E, mesure D, & C; Et D, mesure A & B, [e] E, me-




a 3. 10.

b *corol.* 3. 10.

c *corol.* 3. 10.

d 3. 10.

e 2. 6 *f.*

surera aussi A,B, Mais E,mesure aussi C, donc E, est la commune mesure de A B C. Ie dis que E, est aussi la plus grande commune mesure d'icelles; car autremẽt soit F; plus grande c. m. que E. D'autant donc que F, mesure A & B,[f] elle mesurera aussi D, leur plus grande cõmune mesure; Mais F, mesure aussi C, elle mesurera donc aussi E, plus grand commune mesure de C,& D; sçauoir la plus grande la plus petite: ce qui est absurde; Donc E, est la plus grande commune mesure de ABC. Partant trois grandeurs &c. Ce qu'il falloit faire.

f corol. 3. 10.
g corol. 3. 10.

## COROLLAIRE.

Il est aussi manifeste qu'vne grandeur qui mesure 3. grandeurs, mesure aussi la plus grande commune mesure d'icelles. Car il a esté demonstré que puis que F, mesure ABC, elle mesurera aussi leur plus grande commune mesure E.

Semblablement s'il y a plus de 3. grandeurs commenſ. donnees on trouuera leur plus grande commune mesure. Comme s'il y en a 4. l'on fera premierement la question de 3. si 5. on fera la question de 4. &c. & ce mesme corollaire aura lieu.

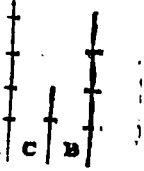
## THEOREME 3. PROP. 5.

Les grandeurs commenſurables, ont mesme raiſon l'vne à l'autre, que nombre à nombre.

Soient les grandeurs A & B, commenſurables. Ie dis qu'elles ſont entr'elles comme vn

nombre eſt à vn autre nombre.

Car [a] ſoit C, leur plus grand commune meſure, & autant de fois que C, meſure A, que l'vnité F meſure autant de fois vn nombre commune D, & autant de fois que C, meſure B, que l'vnité meſure auſſi le nõbre E. D'autãt dõc que la grandeur C, & l'vnité F, meſurent la grandeur A, & le nombre D, egalement, la grandeur A, contiendra C, autant de fois que le nombre D, contient l'vnité: Partant comme A, à C, ainſi le nombre D, à l'vnité. Mais comme C, eſt à B, ainſi l'vnité eſt à E; (puis que C, meſure B, & l'vnité meſure E, egalement) [b] Donc en raiſon egale A, ſera à B, comme le nombre D, au nombre E. Partant les grãdeurs cõmenſ. ſont entr'elles &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.




a 3. 10.

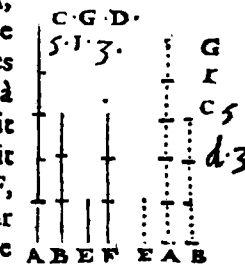
b 22. 5.

## THEOREME 4. PROP. 6.

Si deux grandeurs ont meſme raiſon entr'elles que nombre à nombre: Elles ſeront commenſurables.

Que les 2. grandeurs A, & B, ayent meſme raiſon entr'elles que les nombres CD. Ie dis qu'elles ſont commenſurables.

Car que la grandeur A, soit entenduë estre diuisee en autant de parties egales que C contient d'vnitez, à vne desquelles parties soit egale la grandeur E, & soit quelque autre grandeur F, mesuree autant de fois par E, que l'vnité mesure le nombre D: D'autant que E, est autant de fois en A, que l'vnité au nombre C, la grandeur A, & le nombre C, contiendront E, & l'vnité egalement, partant A, sera à E, comme C, à l'vnité; Mais E, est à F, comme l'vnité à D, (E, mesurant F, & l'vnité mesurant D, egalement) donc en [a] raison egale, A, sera à F, comme le nombre C, au nombre D: Mais A, est [b] aussi à B, comme le nombre C, au nombre D, par l'hypothese; [b] Donc comme A à B, ainsi A à F: [c] Partant B & F, sont egales, donc E, mesurant F, mesurera aussi B, egale à F: Mais E, mesuroit aussi A; partant E, mesure A, & B, [d] donc A B, sont commens. Partãt si 2. grandeurs &c. Ce qu'il falloit demonstrer.




Autrement soit entenduë la grandeur A, diuisee en autant de parties egales qu'il y a d'vnitez au nombre C, à vne desquelles parties soit egale la grandeur E. D'autant donc que comme E, à A, ainsi l'vnité au nõb. C, (E, mesurant A, & l'vnité le nombre C egalement) Mais A, est posee à B, comme le nombre C, au nombre D. Donc en raison egale, comme E, [e] à B, ainsi l'vnité à D, mais l'vnité mesure le nombre D; Donc E, mesurera B, & E, mesure aussi A, [f] donc A &

a 12. 5.
b 11. 5.
c 9. 5.
d 1. d.
e 12. 5.
f 1. d.

B, ayant E, pour commune mesure seront commens. Ce qui est proposé. Soit veuë la 2. partie de la fig.

## COROLLAIRE.

De la premiere demonstation de ce theoreme, il appert comment on pourra trouuer vne ligne droicte à laquelle quelconque autre ligne droicte proposee soit comme nombre à nombre: Car (voyez la 1 fig.) soit trouuee vne ligne à laquelle soit la ligne proposee A, comme nombre C, au nombre D; Faut diuiser A, en autant de parties egalles qu'il y a d'vnitez en C, & prendre F, cõtenant autãt des mesmes parties de A, qu'il y a d'vnitez en D; par ainsi A, sera à F, comme le nombre C, au nombre D. Comme il est demonstré.

Il appert aussi par quel moyen on trouuera vne ligne droicte au quarré de laquelle soit le quarré d'vne autre ligne droicte donnee comme nomb. à nombre: comme pour exemp. soit trouuee vne ligne au quarré de laquelle soit le quarré de la ligne A, comme le nombre C, au nombre D, soit premierement trouuee F, à laquelle soit A, comme C, à D, comme il est dit, [a] puis soit trouuee la moyẽne proportionelle entre A, & F: [b] A, la ligne trouuee, & F, estant continuell. proportionelles, le quarré de A, sera au quarré la moyenne: comme A, à F; Mais A, est à F, comme le nombre C, au nombre D. Donc le quarré de A, sera au quarré de la moyẽne prop. comme le nombre C, au nombre D.

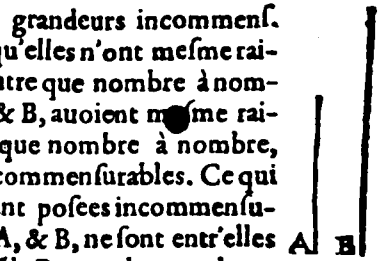
a 13. 6.
b cor. 20. 6.

vij THEOREME 5. PROP. 7.

o. Les grandeurs incommenſurables n'ont pas meſme raiſon entr'elles, que nombre à nombre.

Soient les grandeurs incommenſ. A & B. Ie dis qu'elles n'ont meſme raiſon l'vne à l'autre que nombre à nombre. a Car ſi A & B, auoient meſme raiſon entr'elles que nombre à nombre, elles ſeroient commenſurables. Ce qui eſt abſurde eſtant poſees incommenſurables. Donc A, & B, ne ſont entr'elles cõme nõb. à nõb. Partant les grandeurs incomenſ. &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 6. 10.

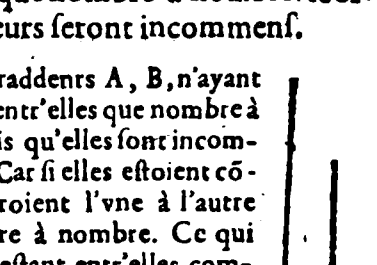



viij THEOREME 6. PROP. 8.

o. Si deux grandeurs n'ont meſme raiſon entr'elles que nombre à nombre: icelles grandeurs ſeront incommenſ.

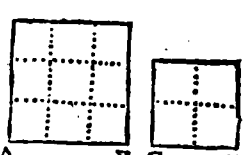
Soient les graddenrs A, B, n'ayant meſme raiſon entr'elles que nombre à nombre. Ie dis qu'elles ſont incommenſurables. Car ſi elles eſtoient cõmenſ. a elles ſeroient l'vne à l'autre comme nombre à nombre. Ce qui eſt abſurde. n'eſtant entr'elles comme nombre à nombre par l'hypotheſe. Donc A & B, ne ſont commenſurables. partant ſi deux grandeurs &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 5. 10.



## THEOREME 7. PROP. 9. ix

Les quarrez descrits de lignes droictes commensurables en longitude, ont mesme raison entr'eux, que nombre quarré à nombre quarré. Et les quarrez qui ont mesme raison entr'eux que nombre quarré à nombre quarré, auront aussi les costez commensurables en longitude. Mais les quarrez descrits de lignes droictes incommensurables en longitude, n'ont mesme raison entr'eux que nombre quarré à nombre quarré: Et les quarrez qui n'ont mesme raison entr'eux que nombre quarré à nombre quarré, n'auront les costez commensurables en longitude.



E.3. F.2.
G.9. H.4.

Soient premierement les lignes droictes AB, CD, commensurables en longitude. Ie dis que le quarré de AB, est au quarré de CD, comme nombre quarré à nombre quarré.

Car AB, CD, estant commensurables en longitude AB, sera à CD, comme nombre à nom- 25. 10.

bre, & ſoit comme le nombre E, au nombre F. Et les quarrez de E, & F, ſoient G, & H: Donc puis que AB, eſt à CD comme E, à F: [b] Mais le quarré de AB, eſt au quarré de CD, en raiſon [c] doublee du coſté AB, au coſté CD. Et [c] le nombre quarré G, eſt au nombre quarré H, auſſi en raiſõ doublee du coſté E, au coſté F; le quarré de AB, ſera au quarré de CD, comme le nombre quarré G, au nombre quarré H: D'autant que ces deux raiſons ſont doubles de raiſons egales. Ce qui eſt propoſé.

b 20. 6.

c 11. 8.

Secondement ſoit le quarré de AB, au quarré de CD, comme le nombre quarré G, au nombre quarré H. Ie dis que AB, CD, ſont commenſ. en longit. Car ſoient E, & F, coſtez de G, & H. D'autant donc que le quarré de AB, eſt au quarré de CD, comme le nombre quarré G, au nombre quarré H; [d] Mais le quarré de AB, eſt au quarré de CD, en raiſon double du coſté AB, au coſté CD: [e] Et le nombre quarré G, au nombre quarré H, auſſi en raiſon doublee du coſté E, au coſté F. Donc AB, ſera à CD, comme E, à F; leurs raiſons doublees eſtant egales: [f] Partant AB, CD, ſont commenſurables en longitude.

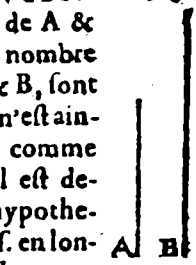
d 20. 6.

e 11. 8.

f 6 10.

Tiercement ſoient A, B, incommenſ. en longitude. Ie dis que leurs quarrez ne ſont entr'eux comme nombre quarré à nombre quarré. Car ſi le quarré de A, eſtoit au quarré de B, comme nombre quarré à nombre quarré, A, & B, ſeroiẽt commenſ. en longitude comme il a eſté monſtré; ce qui eſt contre l'hypotheſe: Donc le quarré de A, n'eſt au quarré B, comme *n. q. à n. q.* Ce qui eſt propoſé.

Finalement que les quarrez de A & B, ne ſoient entr'eux comme nombre q. à nomb. q. Ie dis que A, & B, ſont incommenſ. en longit. Car s'il n'eſt ainſi leurs quarrez ſont entr'eux comme nomb. q. à nomb. q. comme il eſt demonſtré: Ce qui eſt contre l'hypotheſe. Donc A B, ne ſont commenſ. en longit. ce qui eſt propoſé. Partant les quarrez &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.




## COROLLAIRE

De ces choſes ainſi demonſtrees, il eſt manifeſte que les lignes droictes commenſ. en longit. ſont auſſi commenſ. en puiſſance: Mais que celles qui ſont commenſ. en puiſſance ne le ſont pas toutes en longit. Et que celles qui ſont incommenſurables en long. ne le ſont pas toutes en puiſſ. Mais les incommenſurables en puiſſ. le ſont toutes en longitude.

Car les quarrez des [a] lignes commenſ. en longit. eſtant entr'eux comme nomb. quarré à nõb. q. c'eſt à dire commme nomb. à nomb. ſimplement; bi ceux ſeront commenſ. [c] & partant leurs coſtez commenſ. en puiſſ. Donc les lignes droictes commenſ. en long. le ſont auſſi toutes en puiſſance. [a] 9. 10. [b] 6. 10. [c] 3. d.

En apres, puis que les lignes dont les quarrez ne ſont entr'eux comme nomb. q. à nomb. q. Mais ſimplement comme nomb. à nomb. [d] ſont commenſurables en puiſſ. (leurs quarrez eſtant commenſ.) [f] mais non en longit. Il eſt manifeſte que les lignes commenſ. en puiſſance, ne le [d] 3. d. [e] 9. 10. [f] 9. 10.

ſont pas touſiours en lõgit. mais ſeulemẽt les lignes commenſ. en puiſſ. dont les quarrez ſont entr'eux comme nomb. *q.* à nomb quarré ſont auſſi commenſ. en longit. comme il appert par la 2. partie de ce theoreme.

Derechef d'autant que les lignes dont les quarrez ne ſont entr'eux comme nomb. *q.* à nomb. *q.* Mais ſeulement comme nomb. à nõb. ſont incommenſ. en longit. mais commenſ. en puiſſ. cõme il eſt dit: Il appert que les lignes incommenſ. en longit. ne le ſont toutes en puiſſ. mais ſeulement les lignes incommenſurables en longitude, dont les quarrez ne ſont entr'eux comme nombre à nomb. [g] ſont auſſi incommenſurables en puiſſ. leurs [h] quarrez eſtant incommenſurables.

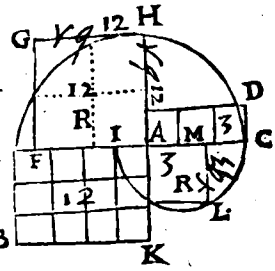
g 4. d.
h 8. 10.

Finalement il eſt manifeſte que les lignes incommenſurables en puiſſance le ſont auſſi en longitude: car ſi elles eſtoient commenſurables en longitude elles le ſeroient en puiſſ. comme il eſt euident de la 1. partie de ce corollaire. Ce qui eſt abſurde, eſtant poſees incommenſ. en puiſſ.

## SCHOLIE.

*Pour mieux entendre les 2. premieres parties de ce theoreme faut ſçauoir que les lignes droictes commenſurables en longitude dont les quarrez ſont entr'eux comme nombre q. à nomb. q. ne ſont pas ſeulement celles qui ſont explicables par nombre; Mais auſſi celles qui ne s'y peuuent expliquer; pour l'intelligence dequoy, nous mettrons icy ces deux ſuperficies rectangulaires AB, de 12. pieds ou autres meſures, & AD,*

& AD, de 1. pieds, lesquelles sont commens. la moindre mesurant la plus grande 4. fois precisement & ayant fait le quarré AG, egal au rect. AB. & AL, egal à AD; le quarré AG, sera




14. 2.

12. & AL, 3. & leurs costez seront Vq 12. & Vq, 3. lesquelles ne se peuuent expliquer par aucun nombre, estant la Rx ou costé de 12. plus de 3. & moins que 4. & la Rx de 3. plus de 1. & moins que 2. Et neantmoins AG, 12. estant quadruple de AL, 3. son costé AH, sera double du costé AM, comme nous auons monstré en suite de la 4. prop. du 2. l. Et partant commensurables.

## THEOREME 8. PROP. 10.

x|
x

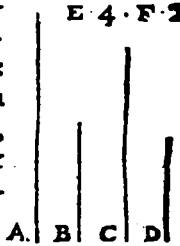
Si quatre grandeurs sont proportionelles, & que la premiere soit commensurable à la seconde; la troisiesme sera aussi commensurable à la quatriesme. Et si la premiere est incommensurable à la seconde, la troisiesme sera aussi incommensurable à la quatriesme.

Soient 4. grandeurs ABCD proportionelles, & soit A, 1. commensurable à B, 2. Ie dis que C; 3. sera commens. à D, 4.

Car d'autant que A & B sont commens.[a] elles seront entr'elles comme nombre à nombre:

[a] 5. 10.

Soit donc A à B, comme le nõbre E, au nombre F: mais comme A, eſt à B, ainſi C, eſt à D: par l'hypotheſe; Donc C, ſera auſſi à D, comme le nombre E, au nombre F. [b] Partant C, & D, ſont commenſurables entr'elles.




b 6. 10.

Soit maintenant A incommenſurable à B. Ie dis que C eſt auſſi incommenſurable à D. Car puis que A, & B, ſont incommenſurables: [c] A ne ſera à B, comme nombre à nombre: mais comme A eſt à B, ainſi C à D, par l'hypotheſe, donc C ne ſera à D, comme nombre à nombre. [d] Partant C & D, ſont incommenſ. entr'elles. Donc ſi 4. grandeurs ſont proport. &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

c 7. 10.

d 8. 10.

## LEMME.

Trouuer deux nombres plans, leſquels n'ayẽt meſme raiſon entr'eux que nombre quarré à nombre quarré.

a 26. 8

*Puis [a] que les nombres plans ſemblables ont meſme raiſon entr'eux que nombre quarré à nombre quarré, tous les nombres plans diſſemblables ſont tels que requiert ce lemme. Et tous les nombres premiers ſont tels, & les nomb. en raiſon double, ſuperparticuliere, ou ſuperpartiente. Et meſme tous les nombres pris 2. à 2. dont l'vn eſt quarré, & l'autre non, comme 16. & 30. car s'ils*

b 26. 8.

*eſtoient plans ſemblables: [b] ils ſeroient entr'eux comme nomb. quarré à nomb. quarré; Et l'vn eſtant quarré comme 16. [c] l'autre 30. le ſeroit auſſi ce qui eſt abſurde. Car il eſt poſé non quarré.*

c 16. 30.

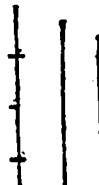
## PROBLEME 4. PROP. 11.

x
x j

Trouuer deux lignes droictes incommensurables à vne ligne droicte proposee: à sçauoir l'vne en longitude seulement, & l'autre en longitude & puissance.

*c. à d. à la lig. droicte appellee rationelle.*

Soit la ligne droicte proposee A, à laquelle il faut premierement trouuer vne ligne droicte incommensurable en longitude seulement.




Soient[a] trouuez 2. nombres BC, n'estans entr'eux comme nombre quarré à nomb. quarré; [b]puis soit trouuee la ligne D, au quarré de laquelle soit le quarré de A, comme le nombre B au nombre C. Ie dis que D est incommens. à A en longit. seulement: Car le quarré de A, estant au quarré de D, comme le nomb. B, au nomb. C: Mais B, & C ne sont nomb. quarrez, donc le quarré de A, ne sera au quarré de D: comme nomb. quarré à nomb. quarré: [c] donc A & D, seront incommens. en longit. Et puis que les quarrez de A & D sont entr'eux comme nomb. à nomb. ils seront commens. [d] Partant A & D, commens. en puiss. elles seront donc incommens. en longit. seulement.

a *lemme preced.*
b *corol.* 6. 10.
c 9. 10.
d 6. 10.

Maintenant pour trouuer vne ligne droicte

incommens. en longit. & puissance à la ligne
c 13.6. proposee A, soit trouuee E, moyenne proportionelle entre A & D. Ie dis que E, est la requise. Car AED, estant continuell. proport. le
f corol. 20. 6. f quarré de A sera au quarré de E, comme A à D, mais A est incommens. en longit. à D, comme
g 10.10. il est monstré: g Donc le quarré de A sera incõmens. au quarré de E; Partant AE, sont incom-
h corol. 9. 10. mens. en puiss. par la def. h & par consequent auſſi en longit. Parquoy nous auons trouué 2. lignes droictes. &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

Schol. Les nõb. prins estant 5. & 4. le moyen proportionel entr'eux sera $\sqrt{q}$ 20. qui exprime la longitude de D. Mais entre 5. & $\sqrt{q}$ 20. le moyen proport. est $\sqrt{qq}$ 500. quantité de E, si on confere maintenant 5. & $\sqrt{q}$ 20. il est manifesto qu'ils sont incommens. en longit. & non en puiss. leurs quarrez 25. & 20. estant commens. Mais 5. & $\sqrt{qq}$ 500. sont incommens. en longit. & puissance.

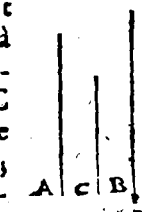
xij viij

## THEOREME 9. PROP. 12.

**Les grandeurs commensurables à vne mesme grandeur, sont auſſi commensurables entr'elles.**

Soit l'vne & l'autre grandeur A & B, commens. à C. Ie dis que A & B sont cõmens. entr'elles. Car puis que A & C, sont commensurables
a 5. 10. a A sera à C, comme nomb. à nombre, & soit comme le nombre D, au nomb. E. Et CB, estant auſſi commensurable C sera à B, comme nomb. à nomb. Soit donc comme le nombre E, au

nomb. G. Et[b] soient trouuez les 3. nomb. H I K, continuell. proport. & les plus petits en la raison de D à E, & de F, à G. Et H sera à I, comme D à E, c'est à dire comme A à C, & I à K, comme F à G, c'est à dire comme C à B. Donc A estant à C, comme H à I, & C à B, comme I à K, en raison egale A sera à B, comme H à K: Partant A & B seront commens.[c] estant entr'elles comme le nombre H, au nombre K. Donc les grandeurs &c. Ce qu'il falloit demonstrer.




b 4. 8.

c 6. 10.

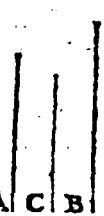
## THEOREME 10. PROP. 13.

xiij 0.

S'il y a deux grandeurs, & que l'vne soit commensurable à vne mesme grandeur, & l'autre incommensurable: Icelles grandeurs seront incommensurables entr'elles.

Soient 2. grandeurs A & B, desquelles A soit commensurable à C, & B incommensurable à la mesme C. Ie dis que A & B sont incommens. entr'elles.

Car si B; est dicte estre commens. à A; C estant posee commens. à la mesme A:[a] B & C seroient commensurables entr'elles: ce qui est absurde estant posees incommensurables entr'elles. Donc A n'est com-




a 12 10.

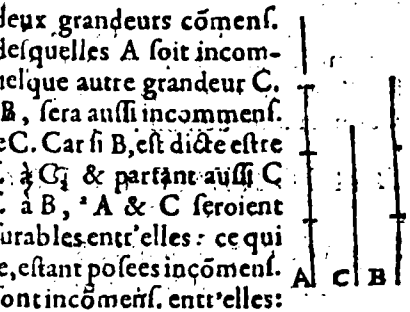
mensⁱ à B: Partant s'il y a 2. grandeurs &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

xiij viij

## THEOREME 11. PROP. 14.

S'il y a deux grandeurs commensurables & que l'vne d'icelles soit incommensurable à quelque grandeur; l'autre sera aussi incõmensⁱ à la mesme.

Soient deux grandeurs cõmensⁱ A & B, desquelles A soit incommensⁱ à quelque autre grandeur C. Ie dis que B, sera aussi incommensⁱ à la mesme C. Car si B, est dicte estre commensⁱ à C; & partant aussi C
a 12.10. commensⁱ à B, [a] A & C seroient commensurables entr'elles: ce qui est absurde, estant posees incõmensⁱ. Dõc BC sont incõmensⁱ entr'elles: Partant si 2. grandeurs &c. Ce qu'il falloit demonstrer.




## SCHOLIE.

*De ce theoreme les interpretes d'Enclide colligent le suiuant fort vtile à ce qui est demonstré cy-apres.*

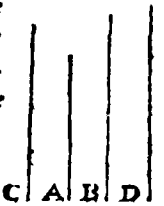
Les grandeurs commensurables à des grandeurs incommensurables entr'elles; seront aussi incommensurables entr'elles.

*Soient 2. grandeurs A & B, incommensurables, ausquelles C & D soient commensurables, sçauoir C à A, & D à B. Ie dis que C & D sont incommensurables entr'elles. Car d'autant que* A *&* C *sont com-*
a 14.10. *mensurables, & A est incommensurable à B,* [a] *la re-*

*stante C, sera aussi incommensurable à B. Derechef, d'autant que D & B, sont posees commensurables, & B est monstree incommensurable à C ; [b] la restante D, sera pareillement incommensurable à la mesme C. Ce qui est proposé : voyez ceste figure cy-dessous.* b 14. 10.

## SCHOLIE.

*Soient incõmensurables entr'elles Vq 8. & Vq 27. ausquelles soient commensurables, Vq 32. & Vq 147 à sçauoir la premiere à la premiere & la derniere à la derniere : Vq 32. & Vq. 147. seront aussi incommensurables entr'elles comme il apert.*

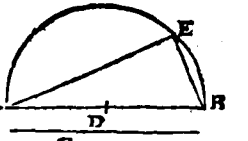



## LEMME.

Deux lignes droictes inegales estant donnees trouuer de combien la plus grande peut plus que la plus petite.

*Soient deux lignes droictes inegales proposees AB & C. dont AB, est la plus grande ; Il faut trouuer de combien AB, peut plus que C.*

*Soit diuisee AB en deux egalement au poinct D, & de D, comme centre, & à l'interualle DA, ou DB, soit descrit le demy cercle AEB : [c] auquel soit accommodee la droicte ligne AE, egale à C, & conioincte EB. Ie dis que AB, peut plus que C du quarré de EB, [d] car puis que l'angle E, est droict au demy cercle ; [e] le quarré de A*




c 1. 4.
d 31. 3
e 47.

*B, eſt egal aux quarrez de AE, EB; Partant AB, pourra plus que AE: c'eſt à dire que C, du quarré de la ligne BE. Ce qui eſt propoſé.*

## SEMBLABLEMENT.

Deux lignes droictes egales, ou inegales, eſtant propoſees; trouuer vne autre ligne droicte pouuant icelles.

*Soient les 2. lignes droictes AE, EB, leſquelles eſtant conſtituees à angle droict au poinct E, & ayant mené AB icelle AB; pourra les deux AE, EB, le quarré de AB, eſtant egal aux 2. quarrez de AE, EB.*

f 47. 1.

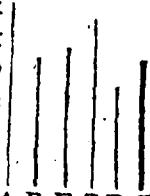
xiv xij

## THEOREME 12. PROP. 15.

Si quatre lignes droictes ſont proportionelles, & la premiere peut plus que la ſeconde, du quarré d'vne ligne qui ſoit cõmenſurable en longitude à icelle: La troiſieſme pourra plus auſſi que la 4. du quarré d'vne ligne qui luy ſera commenſurable en longitude: Et ſi la premiere peut plus que la ſeconde du quarré d'vne ligne incommenſurable en longitude à icelle; La troiſieſme pourra auſſi plus que la quatrieſme du quarré d'vne ligne incommenſurable en longitude à icelle.

Soient les quatre lignes droictes A, B, C, D, proportionelles, & que A, 1. puiſſe plus que B, 2. du quarré de la droicte ligne E, & C, 3. plus que D, 4. du quarré de la droicte ligne F. Ie dis

que si E, est commensurable en longitude à A, que F sera aussi cõmensurable en longitude à C. Et si E est incommens. en longit. à A; F sera incommens. en longit. à C. Car puis que A est à B, cõme C à D; aussi comme le quarré de A sera au qu. B, ainsi le quarré de C, au quarré de D: Mais le quarré de A est egal aux quarrez de BE, par l'hypothese, & le quarré de C, aux quarrez de D F; Donc comme les quarrez de B, E, ensemble seront au quarré de B, ainsi les quarrez de D F; au quarré de D; & en diuisant comme le quarré de E, au quarré de B, ainsi le quarré de F, au qaurré de D. Donc comme E, est à B, ainsi F, à D: & en changeant comme B, à E, ainsi D à F; Donc A estant à B, comme C à D, & B à E, comme D à F, en raison egale comme A, sera à E, ainsi C, sera à F. Partant si A, est commensurable en longit. à E, aussi C sera commens. à F, en longit. Et si incommens. incommensurable. Donc si quatre lignes &c. Ce qu'il falloit demonstrer.




a 22. 6.

b 22. 6.

c 10. 10.

## THEOREME 13. PROP. 16.

Si deux grandeurs commensurables sont composees; la toute sera aussi commensurable à chacune d'icelles: Et si la toûte est commensurable à vne d'icelles, les grandeurs proposees au commencement seront commensurables entr'elles.

Soient composees les 2. grandeurs commens. AB, BC. Ie dis que la toute AC, est aussi commens. à chacune d'icelles: Car[a] soit D, cõmune mesure de AD, BC. D'autant donc que D, mesure AB, BC, elle[b] mesurera aussi la toute AC; Donc puis que D, mesure AC, & AB; AC, & AB, seront commensurables. Semblablement puis que D, mesure AC, & BC; AC & BC, seront aussi commensurables. Donc AC, sera commensurable à chacune d'icelles AB, BC.




a 3. 10.
b 2. e. f.

Soit maintenant la toute AC, commensurable à vne d'icelles, AB, BC, desquelles elle est cõposee, sçauoir à AB. Ie dis que AB, BC, sont commensurables entr'elles. Car[c] soit D, commune mesure de AC, AB. Donc D, mesurant la toute AC, & la retranchee AB; elle[d] mesurera aussi le reste BC. Partant AB, BC, seront commensurables entr'elles, D, mesurant l'vne & l'autre, &c. Donc si deux grandeurs, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

c 3. 10.
d 3. e. f.

## COROLLAIRE

D'icy il s'ensuit, que si vne grandeur composee de deux, est commensurable à vne d'icelles, qu'elle sera aussi commens. à l'autre. Comme si AC, est commens. à AB, elle sera aussi cõmens. à BC, restante. Car comme il est monstré en la derniere partie de ce theoréme, D, commune mesure de la toute AC, & de AB, retranchee mesurera le reste BC. Partant AC, BC, sont commensurables.

e 3. e. f.

## SCHOLIE.

*Soient AB √q 8. & BC √q 18. commensurables: AC √q 50. composee d'icelles sera aussi comensurable à chacune des deux. Car √q 50. est à √q 8. comme 5. à 2. nombre à nombre, & √q 50. est à √q 18. comme 5. à 3.* [f] *Partant elles sont commensurables en longitude.* f 6 10.

## THEOREME 14. PROP. 17. xvi ix

Si deux grandeurs incommensurables sont composees, la toute sera aussi incommensurable à chacune d'icelles: Et si la toute est incommensurable à vne d'icelles, les grandeurs proposees au commencement, seront incommensurables.




Soient composees les deux grandeurs incommensurables AB, BC. Ie dis que la toute AC, est aussi incommensurable à chacune d'icelles AB, BC; car s'il n'est ainsi, elle seroit commensurable, à tout le moins à vne: Soit donc commensurable à AB, s'il est possible; [a] & soit D, leur commune mesure. Donc puis que D, mesure la toute AC, & la retranchee AB, [b] elle mesurera aussi le reste BC. Donc AB, BC, seront commensurables ayant D, pour commune mesure. Ce qui est absurde: car elles sont posees incommensurables. a 3. 10. b 3. 1.

Soit maintenant la toute AC, incommensurable à vne d'icelles, sçauoir à AB. Ie dis que

AB, BC, ſont incommenſurables. Car s'il n'eſt ainſi : [c] la toute AC, ſera commenſurable à chacune d'icelles AB, BC ; ce qui eſt abſurde & contre l'hypotheſe. Donc AB, BC, ſont incommenſurables. Ainſi on demonſtrera AC, AB, incommenſurables. Donc ſi 2. grandeurs, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

c 16. 10.

## COROLLAIRE.

Il s'enſuit de ces demonſtrations, que ſi vne grandeur compoſee de deux eſt incommenſurable à vne d'icelles, qu'elle l'eſt auſſi à l'autre. Comme ſi AC, eſt incommenſ. à AB, elle le ſera pareillement à BC. Car ſi AC, eſtoit commenſ. à BC ; [d] AC, ſeroit auſſi commenſurable au reſte AB. Ce qui eſt abſurde : car elles ſont poſees incommenſ. Donc AC, n'eſt commenſ. à BC. Ce qui eſt propoſé.

d *corol.* 16. 10.

## SCHOLIE.

*Il eſt manifeſte que ſi ces nombres incommenſ. 8. & Vq. 28. ſont compoſez : tout le compoſé 8 + Vq 28. ſera incommenſ. à chacun d'iceux. Semblablement Vq 10. & Vq 27. ſi chacun eſt conferé auec le compoſé Vq 27 + Vq 10. & ainſi des autres.*

## LEMME 1.

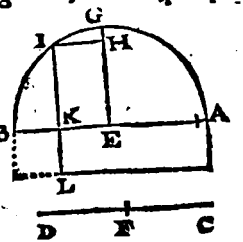
Si à vne ligne droicte l'on applique vn parallelogramme deffaillant d'vne figure quarree, le parallelogramme appliqué eſt egal au rectangle, lequel eſt contenu ſous les ſegmens de la ligne droicte, faicts par l'application.

*Ce Lemme eſt facile par la 28. prop. du 6. liure.*

## LEMME 2.

Deux lignes droictes inegales eſtant donnees, appliquer à la plus grande vn parallelogramme, egal au quart du quarré de la plus petite; deffaillant d'vne figure quarree.

*Cecy ſe peut faire par la 28. du 6. & en ceſte maniere. Soit la droicte ligne AB, plus grande, & CD, plus petite: Il faut faire le requis. Sur AB, ſoit deſcrit le demy cercle AGB, & ayant couppé CD, en 2. egalemẽt au poinct F, ſoit prinſe EH, egale à CF, ou à DF, & du poinct H, ſoit menee HI, parallele à BE, & du poinct I, ſoit menee IKL, parallele à GE, & ayant prins KL. egale à KB, ſoit acheué le rectangle AL, & le quarré LB. Ie dis que le rectangle LA, eſt egal au quart du quarré de CD; & eſt appliqué à la droicte ligne AB, deffaillant de la figure quarree LB.* [a] *Car d'autant que KI eſt moyenne proportionnelle entre AK, KB,* [b] *le rectangle AL, contenu ſous les extremes AK, KB, ſera egal au quarré de KI, c'eſt à dire au quarré de EH;* [c] *(car EH, eſt egale à KI.) c'eſt à dire au quarré de CF;* [d] *qui eſt la quarte partie du quarré de CD. Ce qui eſtoit propoſé.*




a *ſchol. 13. 6.*
b *17. 6.*
c *34. 1.*
d *corol. 4. 2.*

Le meſme ſe fera ainſi par les nombres.

*Soit AB 20. CD 18.* [a] *puis que IH, eſt moyenne proportionelle entre GH, & le reſte du diametre; IH, ſera √q 19. ou KE, ſon egale. Donc BK, ſera 10. √q 19. mais KA, 10. √q 19. Et ſoit multiplié AK,*

*par KB, le rectangle LA, sera 81. Mais le quarré de CD, est 324. Dont la quarte partie 81. est egale au rectangle LA. Or LB, est quarré, car le rectangle sous AB, KL, est 200. — Vq 7600. Mais le rectangle LA, estant osté d'icelury demeure l'espace LB, 119. — Vq 7600. lequel est quarré comme monstre l'analyse, dont le costé est 10 — Vq 19.*

## LEMME 3.

S'il y a deux lignes droictes inegales, & qu'à la plus grande l'on applique vn rectangle egal au quart du quarré de la plus petite, deffaillant d'vne figure quarree, les segmens faicts par ceste application seront inegaux.

*Soient les lignes droictes AB, CD, & le reste faict, ainsi qu'il est dit en la precedente figure. Ie dis que BK, n'est egal à AK. Car s'ils estoient egaux, puis que par le lemme premier, le parallelogramme appliqué à AB, deffaillant de la figure quarree descrite de KB, est egal au rectangle contenu sous les segmens AK, KB, & le rectangle contenu sous AK, KB, soit quarré, ledit parallelogramme sera vn quarré descrit de AK, moitié de AB; & [a] partant le quarré de AB, sera quadruple du mesme parallelogramme. Mais le quarré de CD, est aussi quadruple de mesme parallelogramme appliqué, c'est à dire de la quatriesme partie du quarré de CD, par l'hypothese. Donc les quarrez de AB, CD, sont egaux; & partant les lignes droictes AB, CD, egales. Ce qui est absurde, car elles sont posees egales.*

[a] schol. 4. 1.

xviij xiij

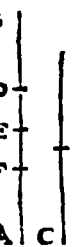
## THEOREME 15. PROP. 18.

S'il y a deux lignes droictes inegales, & à la

plus grande l'on applique vn parallelogramme egal à la quatrieſme partie du quarré de la plus petite defaillant d'vne figure quarree, & qu'il diuiſe icelle plus grande en parties commenſurables en longitude: la plus grande pourra plus que la moindre du quarré d'vne ligne qui luy ſera commenſurable en longitude. Et ſi la plus grãde peut plus que la plus petite, du quarré d'vne ligne qui luy ſoit commenſurable en longitude, & qu'on applique vn parallelogrãme ſur la plus grande egal au quart. du quarré de la plus petite defaillant d'vne figure quarree, il diuiſera icelle en parties commenſurables en longitude.

Soient deux lignes droictes inegales AB, & C, & à la plus grãde AB, ſoit appliqué vn parallelogramme egal à la quatrieſme partie du quarré de C, defaillant de AB, d'vne figure quarree, & ſoit contenu ſous AD, DB, & qu'il face les ſegmens AD, DB, commenſurables en longitude. Ie dis que AB peut plus que C, du quarré d'vne ligne qui luy eſt commenſurable en longitude. D'autant que[b], AD eſt plus grãde que DB: Soit diuiſee AB, en deux egalement au poinct E, & ſoit priſe EF egale à ED, cela eſtant puis que les toutes EA, EB ſont egales, & les retranchees EF, ED pareillement, les reſtes AF, BD, ſeront auſſi egales. Et d'autant que AB, eſt

diuisee egalement par E, & inegalement à D; le
c 5. 2. rectangle sous AD, DB, auec le quarré de ED, sera egal au quarré de EB: Et partant 4. fois le rectangle sous AD, DB, & 4. fois le quarré de ED sera egal à 4. fois le quarré de EB. Mais le quar. de C, est egal à 4. fois le rect. sous AD, DB: (le rect. sous AD, DB, estant posé egal au quar. du quarré de C) d & le quarré de FD, est egal à 4. fois le quarré de
d schol. 4. 8. ED, moitié de FD; d Et le quarré de AB, egal à 4. fois le quarré de EB, moitié de AB. Donc les quarrez de C, & FD, sont egaux au quarré de AB: Parquoy AB, peut plus que C, du quarré de FD.




Ie dis aussi que FD, est commens. en
e 16. 10 longit. à AB: Car AD, DB, estant posees commens. en longit. e la route AB, sera aussi commens. en longit. à sa partie DB: Mais la composee de DB, AF, est aussi commens. en longit. à DB, (la composee de AF, DB, egales estant double de BD.) Donc AB, & la composee de AF, DB estant commens. en longit. chacune à DB:
f 12. 10. f AB, & la composee de AF, DB, seront commens. en longit. entr'elles. Partant AB, composee de AF, DB, comme d'vne & de FD, estant commens. en longit. à la composee de AF, DB,
g coral. 16. 10. sa partie; la mesme AB, sera g commens en longit. à la restante FD. Donc AB peut plus que C du quarré de FD commens. en longitude à AB.

Maintenant, que AB, puisse plus que C, du quarré d'vne ligne commens. en longit. à icelle, & soit appliqué à icelle vn parallelogramme, comme dit est, faisans les segmens AD, DB.

Ie dis

Ie dis que AD, DB, ſont commenſ. en longit. entr'eux: Car demeurant la meſme conſtruction l'on demonſtrera pareillement que AB, peut plus que C du quarré de FD; Parquoy AB, eſtant poſee pouuoir plus que C, du quarré d'vne ligne droicte commenſ. en longit. à icelle; AB, ſera commenſ. en longit. à FD. Donc la toute AB, compoſee de FD, & AF, DB, comme d'vne eſtant commenſ. en longit. à FD, la meſme AB, [h] ſera auſſi commenſ. en longit. à la reſtante compoſee de AF, DB, mais la compoſ. de AF, DB, eſt auſſi commenſ. en longit. à DB, (eſtant double d'icelle) [i] donc AB, DB, eſtant commenſ. en longit. à la compoſee de AF, DB, ſeront commenſ. entr'elles: Partant la toute AB, compoſee de AD, DB, eſtant commenſ. en longit. à DB; [k] AD, DB, ſeront commenſ. en longit. entr'elles. Donc s'il y a &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

h *corol.* 16. 10.
i 12. 10.

## SCHOLIE.

*Soit* AB, 30. C, 24. *les ſegmẽts de* AB *ſont* 6. *&* 24. [a] *&* [b] *celle par laquelle la plus grande peut plus que la moindre eſt* 18. *commenſ. en longit. d* 30.

a l. 2.
b 47. 1
*lemme* 17. 10.

## THEOREME 16. PROP. 19.

xviij
xiiij

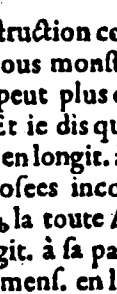
S'il y a deux lignes droictes inegales, & à la plus grande l'on applique vn rectangle egal à la quarte partie du quarré de la plus petite, deffaillant d'vne figure quarree; & qu'il diuiſe icelle en parties incommenſurables en longitude; la

plus grande pourra plus que la plus petite du quarré d'vne ligne qui ſera incommenſurable en longitude à icelle. Et ſi la plus grande peut plus que la plus petite du quarré d'vne ligne incommenſurable en longitude à icelle, & qu'on applique à la plus grande vn parallelogramme egal à la quarte partie du quarré de la moindre, defaillant d'vne figure quarree, il diuiſera icelle en parties incommenſurables en longitude.

a 2 *lem.* 17. 10. Soient 2. lignes droictes inegales AB & C, & à AB, plus grande ſoit appliqué vn parallelogramme egal à la quarte partie du quarré de la moindre C, defaillant d'vne figure quarree lequel face en AB, les parties AD, DB, incommenſurables en longit. Ie dis que AB, peut plus que C, du quarré d'vne ligne qui luy eſt incommenſurable en longitude.

Car ayant faict la conſtruction comme en la precedente, nous monſtrerons comme là, que AB peut plus que C, du quarré de FD. Et ie dis que FD, eſt incommenſurable en longit. à AB: car AD, DB, eſtant poſees incommenſurables en longit. b la toute AB, ſera incommenſ. en longit. à ſa partie DB: Mais DB, eſt commenſ. en longit. à la compoſee de AF, DB, (celle-cy eſtant double de celle-là) donc puis que de 2.

b 17. 10.



lignes commēſ. DB,& la compoſee de AF,DB, l'vne,ſçauoir DB,eſt incommenſ. en longit. à AB: [c] la reſtante compoſ. de AF,DB,ſera auſſi incommenſ. en longit. à AB: Partant AB, compoſee de AF,DB,comme d'vne & de FD,eſtant incommenſ. en longit. à la compoſee de AF,DB, la meſme AB, [d] ſera auſſi incommenſ. en longit. au reſte FD: donc AB,peut plus que C, du quarré de FD, qui luy eſt incommenſurable en longitude. [c] 14 10. [d] *corol.* 17. 10.

Maintenant, que AB puiſſe plus que C, du quarré d'vne ligne qui luy ſoit incommenſ. en longit. & qu'on applique à AB, vn parallelogramme egal au quart du quarré de C, defaillant d'vne figure quarree,& faiſant en AB, les parties AD,DB; Ie dis que AD, DB, ſont incommenſurables en longit. Car demeurant la meſme conſtruction nous monſtrerons comme auparauāt que AB,peut plus que C,du quarré de FD; parquoy puis que AB,eſt poſee pouuoir plus que C,du quarré d'vne ligne qui luy eſt incommenſ. en long. AB, ſera incommenſ. en long. à FD: Donc la toute AB, compoſee de FD,& de AF,DB, comme d'vne,eſtant incommenſ. en longit. à FD: La meſme AB, [e] ſera incommenſ. en longit. au reſte compoſ. de AF, DB: Mais la compoſee de AF, DB, eſt commenſurable en longitude à DB, (celle-là eſtant double de celle-cy) Donc puis que de 2. lignes commenſurables ſçauoir la compoſee de AF,DB,& DB; Icelle compoſ. de AF, DB,eſt incommenſ. en longitude à AB,[f] la reſtante DB, ſera incommenſ. en longit. à la meſme AB: partant la toute AB, compoſee de AD, [e] *corol.* 17. 10. [f] 14. 10.

g 17.10. DB, estant incommens. en longit. à DB, & icelles AD, DB, seront incommens. en longit. entr'elles. Parquoy s'il y a 2. lignes droictes inegales, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*Soit AB, 30. & C, 14. Donc les segments AD, DB, seront 15. + √q 176. & 15.— √q 176. incommensurables entr'eux, comme il appert: Et FD, par laquelle la plus grande peut plus que la moindre est √q 704. incommens. en longit. à 30. Il aduient de mesme de 12. √q 96. Car les segments du plus grand sont 6 + √q 12. & 6— √q 16. & ce dont le plus grand peut plus que le moindre est √q 48. incommens. en longit. à 12.*

a 2 lemme 17. 10.

*Iusques icy Euclide a traicté des grandeurs rationelles & irrationelles: Il traictera des rationelles & mediales cy apres.*

### LEMME. 1.

*Estant monstré que les lignes commens. en longit. le sont aussi en puissance: Mais que celles qui sont commens. en puiss. ne le sont pas tousiours en longit. Il est euident que s'il y a quelque ligne droicte commens. en longit. à la rationelle proposee, qu'elle doit estre appellee rationelle & commens. à icelle non en longit. seulement, mais aussi en puissance. Car les lignes commens. en longit. le sont tousiours en puiss. Mais s'il y a quelque ligne commens. en puiss. & longit à la rationelle proposee: elle sera aussi dicte rationelle & commens. à icelle en longit. & puiss. Et si derechef il y a quelque ligne commens. en puiss. à la rationelle proposee, laquelle luy soy incommens. en longit. elle sera dicte rationelle commens. en puiss. seulement à icelle.*

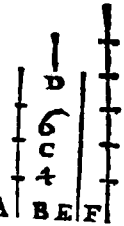
## Lemme 2. de Proclus.

*Il appelle rationelles, les lignes commenſ. en longit. & puiſſ. à l'expoſee rationelle, ou en puiſſ. ſeulement. Il y a auſſi d'autres lignes qui ſont incommenſ. en longit. à l'expoſee: mais commenſ. en puiſſ. ſeulement; Et partant ſont dictes derechef rationelles & commenſurables entr'elles, en tant que rationelles commenſ. diſ-je entr'elles en longit. & puiſſ. ou en puiſſ. ſeulement: Et ſi en longitude elles ſont dictes rationelles commenſ. en longit. entr'elles; afin que l'on les entende auſſi commenſ. en puiſſ. Mais ſi elles ſont commenſ. en puiſſ. ſeul. entr'elles; ſeront dictes rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement entr'elles.*

## SCHOLIE.

*De ces choſes l'on peut colliger qu'il y a 3. ſortes de lignes rationelles commenſ. en longit. entr'elles. Car de 2. lignes rationelles commenſ. en longit entr'elles, l'vne eſt egale à la rationelle propoſee: & partant toutes 2. commenſ. en longit. à la rationelle; ou l'vne ny l'autre ne luy eſt egale, & toutesfois toutes 2. commenſurables en longitude à icelle rationelle propoſee. Ou finalement l'vne & l'autre eſt commenſ. à l'expoſee rationelle en puiſſ. ſeulement. Or l'on trouuera ces 3. ſortes de lignes comme s'enſuit. Soit A rationelle propoſee diuiſee en 4. parties egales, ſçauoir en autant qu'il y a d'vnitez au nombre B. Et prenant quelque autre nombre C, ſoit D, egale à vne des parties de A, & autant de fois que D meſure A, qu'elle en meſure auſſi quelque autre E, autant de fois. Et autant de fois que l'vnité eſt en C, que D, en meſurera auſſi quelque au-*

tre F. D'autant donc que A, E, ſont compoſees de parties egales en multitude, & chacune deſquelles parties eſt egale à D. Icelles ſeront egales. Derechef D, meſurant les 3. AEF, elles ſeront commenſ. en longit. Parquoy EF, eſtant commenſ. en longit. à la rationelle propoſee A, ſont A rationelles. Mais elles ſont monſtrees commenſ. en longit. entr'elles eſtant D, leur commune meſure: Donc EF, ſont trouuees rationelles commenſ. en longit. entr'elles & à l'expoſee rationelle A. l'vne deſquelles ſçauoir E, eſt egale à icelle A.




Maintenãt que D, meſure 2. quelcõques lignes C, E par 2. nomb. FG, differens de B, en ſorte que l'vne ny l'autre CE, ne ſoit egale à A. les 3. ACE, ſeront commenſ. en longit. comme a eſté dit, ayant D, pour cõmune meſure. Donc CE, ſont rationelles commenſ. en longit. à la ration. propoſee A. Et le ſont auſſi entr'elles: Donc 2. lignes rationelles ſont trouuees ſçauoir CE, commenſ. en longit. entr'elles, & à la rationelle propoſee A. Dont l'vne ny l'autre n'eſt egale à A, expoſee rationelle.

a 11. 10. Finalement a ſoit trouuee B, incommenſurable en longit. ſeulement à la rationelle expoſee A; & ayant couppé B en tant de parties egalles que l'on voudra, ſoit priſe C, compoſee de tant de parties egales que l'on voudra, chacune deſquelles ſoit egale à vne des parties de B. Cel, eſtant BC, ſeront commenſ. en longit. & chacune ſera commenſurable en puiſſ. ſeulement à A. Car AB, eſtant commenſ. en puiſſ. le quarré de A, ſera commenſa au quarré de B: mais le quarré de C, eſt auſſi commenſ.



*au quarré de B, eſtant BC, commenſ. en longit. & part. en puiſſ.* [b] *Donc les quarrez de A & C, ſeront auſſi commenſ. entr'eux. Parquoy C, eſt commenſ. en puiſſ. à A; & puis que des 2. BC, commenſ. en longit. l'vne ſçauoir B, eſt incommenſ. en longit. à A;* [c] *l'autre C, ſera auſſi incommenſ. en longit. à la meſme A. Donc C, eſt ſeulement commenſ. en puiſſ. à A, & puis que BC, commenſ. en puiſſ. à la rationelle expoſee A, ſont rationelles: L'on aura trouué 2. lignes rationelles, BC, commenſ. en longit. entr'elles. Mais commenſ. en puiſſ. ſeulement à la rationelle expoſee A. Ce qui eſt propoſé,*

b 12. 10.

c 14. 10.

*Que ſi on deſire trouuer quelcõques lignes rationelles commenſ. en longit. entr'elles (voyez la 2 fig.) ſoit priſe quelconque meſure D, & ſoient compoſees tant de lignes que l'on voudra ACE: D'autant de parties egales à D, qu'il y a d'vnitez en autant de nombres inegaux BFG: Car ACE, ayans D, pour cõmune meſure ſeront commenſ. en longit.*

*Au reſte il eſt manifeſte que toutes les lignes rationelles ne ſont pas ſeulement commenſ. à vne expoſee rationelle: mais auſſi le ſont entr'elles.* [d] *Car d'autant que les rationelles ſont celles qui ſont commenſ. à la rationelle propoſee, en longit. & puiſſance ou en puiſſ. ſeulement:* [e] *Mais celles-là leſquelles ſont commenſ. à vne meſme ſont auſſi commenſurables entr'elles. Il appert que quelconques lignes rationelles ſont commenſurables entr'elles.*

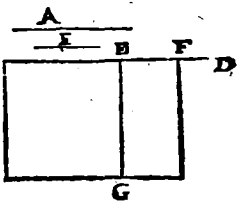
d 6. d.

e 12 10.

## LEMME 3.

S'il y a 2. lignes droictes propo. cõme la premiere ſera à la ſeconde; ainſi le quarré faict de

la premiere ſera au rectangle contenu ſous les 2. & comme la ſeconde à la premiere, ainſi le rectangle contenu ſous icelles au quarré de la premiere.

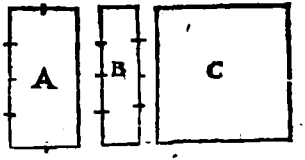



*Soient les 2. lignes AB. Ie dis que comme A, eſt à B, ainſi le quarré de A au rectangle ſous AB. De CD, ſi grande qu'il ſera de beſoin ſoit priſe CE, egale à A, & du reſte ED, ſoit auſſi priſe EF, egale à B, & ſoit deſcrit CG, quarré de CE; & accomply le rectangle GF, contenu ſous CE, EF:* [a] *D'autant donc que comme CE, à EF, c'eſt à dire A à B, ainſi le parallelogramme CG, c'eſt à dire le quarré de A, eſt au parallelog. GF, contenu ſous A & B: la propoſ. eſt manifeſte. Semblablement comme B, à A, ainſi le rectangle FG, au quarré GC. Ce qui eſt propoſé.*

a 1.6.

## LEMME 4.

L'eſpace ou ſuperf. commenſurable à vne eſpace rationel, eſt auſſi rationel.




*Soit l'eſpace rationel A, commenſ. à l'eſp. ratio. B. Ie dis que A, eſt rationel: car ſoit C, quarré de la rationelle propoſee:*

a 9. d. [a] *D'autant que B, eſt rationel, il ſera commenſ. au quarré rationel C: mais A, eſt auſſi commenſ. à B. Donc*

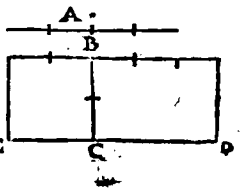
b 12.10. *A & C,* [b] *eſtant commenſurables à B, ſeront commenſ. entr'eux. Partant l'eſp. A, eſtant cõmenſ. à C q. de la*

c 6. d. *rationelle propoſee,* [c] *eſt ratio. Ce qu'il falloit demõſtrer.*

## THEOREME 17. PROP. 20. xix xv

Le rectangle contenu sous deux lignes rationelles commensurables en longitude, selon quelqu'vne des manieres deuant dictes ; est rationel.

Soit la rationelle exposee A, & le rectangle B D, contenu sous BC, CD, rationelles commens. en longit. selon quelqu'vne des manieres [a] cy deuant dictes. Ie dis qu'iceluy est rationel.




a *schol.* 19. 10.

Car de l'vne d'icelles comme de BC, soit descrit le quarré BE, D'autant donc que BC, est rationelle commens. à la rationelle proposee A, ou en longit. & puiss. ou en puiss. seulement : [b] son quarré BE, sera commens. au quarré de A; [c] Mais le quarré de A, est rationel, [c] donc BE, commens. à iceluy sera rationel : mais BC, c'est à dire EC, CD, estant commens. en longit. (car elles sont posees ration. commens. en longit. entr'elles.) Et comme [f] EC, est à CD. ainsi EB, à BD: [g] EB, BD, seront aussi commensurables ; [h] Parquoy B D, commensurable à l'espace rationel, BE, est aussi rationel. Donc le rectangle contenu sous deux lignes ration. commens. &c. Ce quil falloit demonstrer.

b 3. *d.* c 8 *d.* c 9. *d.* f 1. 6. g 10. 10. h 4. *lemme* 19. 10.

### SCHOLIE.

*Soit* BC, 3. & CD, 4. *le plan* BD, *sera* 12, *ou*

*bien soit la ligne BC, vq 3. & CD, vq 12. le rectangle BD, contenu sous BC, CD, sera vq 36. c'est à dire 6. Semblablement si on pose BC, vq 8. & CD, vq 18. le plan faict d'iceux est vq 144. C'est à dire 12. tous lesquels plans sont rationaux, ces nombres ayans mesme raison entr'eux que nombre q. à nombre q.*

xx

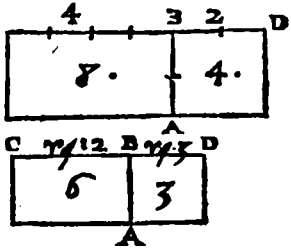
xvj

## THEOREME 18. PROP. 21.

Si vn rectangle rationel est appliqué à vne ligne rationelle: il faict la latitude rationelle commensurable en longitude à la ligne à laquelle il est appliqué.

*C'est à dire si vn rectangle rationel a vn costé rationel, il aura aussi l'autre costé rationel, & iceux costez seront entr'eux commens. en longitude.*

a 45. 1. Soit la rationelle AB, a à laquelle soit appliqué le rect. rationel AC, faisant la latitude BC. Ie dis que BC, est rationelle commensurable en longitude à AB.




Car sur AB, soit descrit le quarré A
b 8. d. D, b lequel sera rationel: mais comme le rectangle CA, est au quarré AD: c ainsi CB, est à BD, ou à BA, son
c 1. 6. egale: Or le rectangle AC, & le quarré AD, sont rationaux: & partant commensurables.
d 10. 10. Donc d CB, & BD, ou BA, seront commensura-

bles en longit. Mais AB, est rationelle, donc [c] BC, sera aussi rationelle. Partant si vn espace rationel &c. Ce qu'il falloit demonstrer. c 6. d.

## SCHOLIE.

*Soit l'espace* AC, 6. *& la ligne droicte* AB, $\sqrt{q}$ 3. CB, *sera* $\sqrt{q}$ 12. *laquelle est commensurable en longit. à* $\sqrt{q}$ 3. *estant double d'icelle. De rechef soit* AC, 12. *& la ligne droicte* AB, $\sqrt{q}$ 8 CB, *sera* $\sqrt{q}$ 18. *&* $\sqrt{q}$ 18. *est à* $\sqrt{q}$ 8. *comme 3. à 2. Car si* $\sqrt{q}$ 18. *est diuisee par* $\sqrt{q}$ 8. *le quotient sera* $\sqrt{q}$ 2. $\frac{1}{4}$ *c'est à dire* $\sqrt{q}$ $2\frac{1}{4}$ *qui est* $\frac{3}{2}$.

## LEMME 1.

Vne ligne droicte pouuant vn espace irrationel est irrationelle.

*Soit quelconque ligne droicte pouuant vn espace irrationel, c'est à dire que le quarré d'icelle soit egal à quelque superficie irrationelle. Je dis qu'icelle ligne est irrationelle: Car autrement le* [a] *quarré d'icelle sera rationel, ce qui est absurde, estant posé irrationel: Donc elle est irrationelle. Ce qui appert aussi par la 11. definition.* a 10. 10

## LEMME 2.

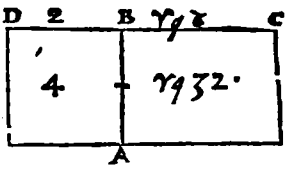
Trouuer 2. lignes droictes rationelles commensurables en puissance seulement.

*Soit trouuee* [a] *vne ligne droicte incommens. en longit. seulement à vne ligne droicte rationelle proposee, icelles seront les requises; Car estant commens. en puiss. seulement elles* [b] *seront aussi rationelles.* a 11. 10. b 6. d.

*Et si à la ligne trouuee on trouue encore vn autre ligne incommens. en puiss. seulement moindre ou plus grande que la rationelle proposee* [d] *les 3. seront commens. en puiss. seulement.* [c] *Et partant rationelles.* d 11. 10. c 12. e 6. d.

## THEOREME 19. PROP. 22.

xxj
xix Le rectangle contenu sous deux lignes droictes rationelles; commensurables en puissance seulement, est irrationel: & la ligne droicte pouuant iceluy est irrationelle. Soit icelle appellee mediale.




Soit le rectangle AC, contenu sous les 2. lignes rationelles AB, BC, cõmensurables en puissance seulement. Ie dis que AC, est irrationel, & la ligne qui peut iceluy est aussi irrationelle, & icelle soit appellee mediale: Car sur AB, rationelle soit descrit le quarré AD. [a] Donc AD, sera rationel; Et d'autant que AB, ou DB, son egale est incommensurable en longitude à BC, & que comme DB, est à BC, [b] ainsi DA, est à AC; [c] AD, sera aussi incommensurable à AC: mais le quarré AD, est rationel, donc [d] le rectangle AC, sera irrationel. [e] Partant la ligne droicte qui peut le rectangle AC: C'est à dire de laquelle le quarré est egal à AC, est irrationelle. Soit icelle appellee mediale, ou moyenne proportionelle entre AB, BC: D'autant que le quarré d'icelle [e] est egal au rectangle AC, contenu sous AB, BC. Donc le rectangle &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 8. def.
b 1. 6.
c 10. 10.
d 10. d. e lem. 1. 21. 10.
e 17. 6.

## SCHOLIE.

*Il faut icy entendre que toute ligne moyenne proportionelle, entre deux lignes rationelles commenſ. entr'elles, en puiſſance ſeulement, ſera appellee mediale. Car puis que le quarré d'icelle eſt egal au rectangle contenu ſous telles lignes rationelles, lequel nous auons monſtré irrationel, le coſté d'iceluy ſçauoir la moyenne proportionelle entre icelles rationelles, ſera irrationelle, laquelle ſera appellee mediale. D'où nous deſcrirons facilement la ligne mediale diſans que:* C'eſt vne ligne irrationelle moyenne proportionelle entre 2. lignes rationelles commenſ. entr'elles en puiſſance ſeulement. Qu bien celle-là qui peut vn rect. contenu ſous 2. lignes rationelles commenſ. entr'elles en puiſſance ſeulement. Car ceſte ſeule ligne ſera appellee en ce lieu mediale. *f* 17. 6.

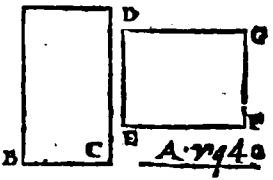
*Et le quarré d'icelle ou rectangle irrationel qu'elle peut eſt auſſi medial, d'autant qu'il eſt moyen proportionel entre les quarrez d'icelles lignes rationelles commenſ. entr'elles en puiſſ. ſeulement: tout de meſme qu'icelle eſt moyenne proportionelle entre icelles lignes rationelles. Or tout rectangle medial n'eſt pas touſiours contenu ſous 2. lignes rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement, comme eſt le medial AC; comme il ſera monſtré à la 25. & 26. de ce liure.*

*Soit la ligne droicte AB, 2. & BC, Vq 8. le rectangle AC, ſera Vq 32. lequel eſt irrationel, il ſera auſſi appellé medial. Or la ligne qui peut iceluy qui eſt Vqq 32. eſt appellee mediale.*

xxij xx

## THEOREME 20. PROP. 23.

**Le quarré d'vne ligne mediale appliqué à vne ligne rationelle, faict la latitude rationelle, & incommensurable en longitude à la ligne à laquelle il est appliqué.**




Soit la mediale A, & la rationelle BC, à laquelle soit a appliqué le rectangle BD, egal au quarré de la mediale A, faisant la latitude ou costé CD. (Ou pour l'appliquer plus briefuement que par la 45. du 1. aux 2. lignes BC, & b A, soit trouuee la troisiesme proportionelle CD, le rectangle BD, contenu sous BC. CD, c sera egal au quarré de A,) Ie dis que CD, est rationelle, incommensurable en longitude à BC.

a 45.

b 11. 6.

c 17. 6.

Car d'autant que A, est mediale, d elle peut vn rectangle contenu sous deux lignes rationelles commensurables en puissance seulement. lequel soit EG, sous EF, FG, rationelles; mais elle peut aussi BD, donc BD, & EG, sont egaux, e & estant equiangles, ils auront les costez reciproques autour des angles egaux sçauoir comme BC, à EF, ainsi FG, à CD; Partant comme f le quarré de BC, au quarré de EF, ainsi le quarré de FG, au quarré de CD. Mais le quarré de BC, est commensurable au quarré de EF; BC, EF, estant rationelles: g Donc le quar-

d 22 10.

e 14. 6.

f 22. 6.

g 10.10.

ré de FG, eſt auſſi commenſurable au quarré de CD, donc FG, CD, ſont au moins commenſurables en puiſſance; Mais FG, eſt poſee rationelle. Donc CD, ſera auſſi rationelle. Ie dis auſſi qu'elle eſt incommenſurable en longitude à BC: Car d'autant que EF, FG, ſont rationelles commenſurables en puiſſance ſeulemẽt, & comme EF, à FG, [h] ainſi le quarré de EF, au rectangle EG; le quarré de EF, ſera incommenſurable au rectangle EG: & partant auſſi au rectangle BD. Mais le quarré de EF, eſt commenſurable au quarré de CD, (EF, CD, eſtant monſtrees rationelles) Donc le [k] quarré de CD, & le rectãgle BD, ſont incommenſurables: mais le [l] quarré de CD, eſt au rectangle BD, comme CD, à BC. [m] Donc CD, BC, ſont incommenſurables en longitude: Donc CD, eſt rationelle commenſurable en puiſſance ſeulement à la rationelle BC, c'eſt à dire incommenſurable en longitude. Ce qu'il falloit demonſtrer.

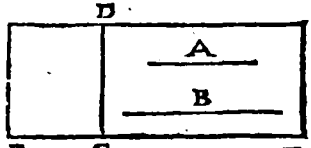
[h] 3. 11. 19. 10. [i] 10. 10.
[k] 13. 10. [l] 3. 11. 19. 10. [m] 10. 10.

## SCHOLIE.

*Suois le quarré de* A, *vq* 40. *&* BC, 2. *Donc ſi l'on applique à* BC, *vq* 40. *la latitude qu'elle fera: c'eſt à dire, l'autre coſté* CD *ſera vq* 10. *leſquels ſont entr'eux, comme* 5: *à* 2. *qui n'eſt comme nombre quarré à nombre quarré, & partant incommenſurables en longitude: mais commenſurables en puiſſance. Derechef ſois* CB, *vq* 5. *à laquelle vq* 40. *appliquee ſera vq* 8. *pour la latitude en coſté* CD, *qui ſont entr'eux comme* 5. *à* 8, *& partant commenſ. en puiſſ. ſeulemẽt comme il eſt dit.*

## THEOREME 21. PROP. 24.

### La ligne droicte commensurable à vne ligne mediale, est aussi mediale.




Soit A, mediale & à icelle A, soit B, commensurable. Ie dis que B, est mediale.

Car soit exposee CD, rationelle, à laquelle soit, appliqué le rectangle DE, egal au quarré de la mediale A, faisant la latitude EC; Donc EC, est rationelle incommensurable en longitude à CD. De rechef à CD, soit appliqué le rectangle DF, egal au quarré de B, faisant la latitude CF. Donc d'autant que A & B, sont posees commensurables, leurs quarrez: c'est à dire les rectangles DE, DF, egaux à iceux seront commensurables: mais comme ED à DF, ainsi la ligne EC, est à CF. Donc EC, CF, sont commens. en longitude: Mais EC, est demonstree rationelle & incommensurable en longitude à CD; donc CF, est aussi rationelle, & incommensurable en longitude à CD. Donc EC, CF, sont rationelles commensurables en puiss. seulement; & partant la ligne droicte B, pouuant le rect. DF, contenu sous icelles CD, CF, est mediale. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 45. 1.
b 23 10.
c 1. 6.
d 10. 10.
e 14. 1.
f 22. 10.

### COROLLAIRE.

De ceste demonstration, il est manifeste qu'vn espace

espace medial commensurable à vn espace medial est aussi medial : car apres qu'il a esté demõstré que DF, est commensurable au rect. medial DE; de là on a monstré que DF, est aussi medial contenu sous les rationelles CD, CF, commens. en puissance seulement.

## SCHOLIE.

*Soit* $\sqrt{qq}$ 48. & B $\sqrt{qq}$ 243. CD 3. *Donc* EC, *sera* $\sqrt{q}$ 5. $\frac{1}{3}$ *mais* DF, $\sqrt{q}$ 27. *lesquelles sont entr'elles comme* 4. *à* 9. *Mais si* A *estoit* $\sqrt{q}$ 12. & B $\sqrt{q}$ 27. & CD 3. EC, *seroit* $\sqrt{q}$ $1\frac{1}{3}$ & CF, $\sqrt{q}$ 3. *lesquelles sont comme* 2. *à* 3.

## LEMME 1.

*Ce qui a esté dit des lignes rationelles au 1ème de la 19. propo. sera icy dit des mediales: sçauoir que la ligne droicte commens. en longit. à vne mediale sera aussi mediale & commens. à icelle, non seulement en longit. mais aussi en puissance: Car vniuersellement les lignes commeusurables en longit. sont aussi commensurable en puiss. mais s'il y a quelque ligne droicte commensurable en longu. & puiss. à vne ligne mediale, elle sera dicte mediale commens. à icelle en longitude & puissance: Que si quelque ligne est commens. à vne mediale en puiss & incommens. à icelle en longit. elle sera aussi dicte mediale commensurable en puissance seulement à icelle.*

## LEMME 2.

Trouuer deux lignes droictes mediales commensurables en longitude: semblablement en trouuer deux commensurables en puissance seulement.

*Soit vne mediale A, à laquelle soient trouuees deux lignes droictes commens. B & C; celle-là en longitude, & celle-cy en puissance; l'vne & l'autre BC, commens. à la mediale A, sera mediale. Donc puis que A & B sont commensurables en longitude, & A, C, en puissance seulement: les lignes A, B, serant trouuees mediales commens. en longit. & A, C, aussi mediales commensurables en puiss. seulement. Ce qui est proposé.*

A ——————
B ——————
C ——————

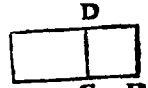
a 24. 10.

## SCHOLIE.

*Combien que toute ligne droicte commensurable à vne mediale, soit mediale; toutesfois toute ligne mediale n'est pas commensurable à quelconque ligne mediale que ce soit; D'autant que deux mediales se peuuent trouuer, lesquelles sont totalement incommensurables, scauoir est en longitude & puissance, comme il est manifeste par la 36. proposition de ce liure par laquelle est monstree la maniere de trouuer deux mediales incommens. en longitude & puissance.*

## THEOREME 22. PROP. 25.

Le rectangle contenu sous deux lignes droictes mediales, commensurables en longitude, est medial.




Soit le rectangle AD, contenu sous les mediales AC, CD, commens. en longitude. Ie dis que AD, est medial: Car sur la mediale CD, soit descrit le quarré BD, lequel sera

medial. [a] Et d'autant que comme AC, est à CB, ainsi AD, à DB: Mais AC, CB, c'est à dire AC, CD, sont commensurables en longitude, AD, DB, seront aussi commensurables: Partant l'espace AD, commensurable à l'espace medial DB: [b] est medial: Donc le rect. &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[a] 1. 6.

[b] corol. 24. 10.

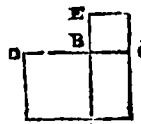
## SCHOLIE.

*Soient les mediales commens. en longit.* AC, *Vqq* 32. *&* CD, *Vqq* 2. *le rectangle* AD, *contenu sous icelles sera Vqq* 64. *c'est à dire Vq* 8. *Car Vqq* 32. *& Vqq* 2. *sont commens. en longit. sçauoir comme* 2. *à* 1. *car si on diuise Vqq* 32. *par Vqq* 2. *le quotient sera Vqq* 16. *c'est à dire* 2.

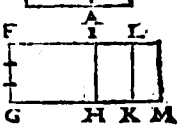
## THEOREME 23. PROP. 26.

XXV
XXIIJ

**Le rectangle contenu sous 2. lignes droictes mediales commensurables en puissance seulement; est rationel ou medial.**




Soit le rectangle AC, contenu sous les mediales AB, BC, commens. en puiss. seulement. Ie dis que AC, est rationel ou medial.




Car de AB, BC, mediales soient descrits les quarrez AD, CE, [a] lesquels seront mediaux. Et soit expose la rationelle FG, [b] à laquelle soient appliquez les rectangles FH, HL, LM, egaux à AD, AC, CE; [c] FM, sera vn seul rectangle. Et AD, CE, estant mediaux, leurs egaux rectangles FH, LM, seront aussi mediaux,

[a] schol. 22. 10.

[b] 45. 1.

lesquels appliquez à FG, KL, rationelles (car KE, est egale à FG) & faisant les latitudes GH, KM; les lignes GH, KM, seront rationelles incommens. en longit. à FG; ou KL. Et d'autant que AB, BC, sont commens. en puiss. entr'elles, leurs quarrez AD, CE, & partant leurs egaux rectangles FH, LM, seront commens. Mais comme FH, à LM, ainsi GH, à KM, donc GH, KM, seront commens. en longit. Donc puis qu'il est monstré que GH, KM, sont rationelles & commens. en longit. entr'elles, & commens en puiss. seulement à la rationelle proposee, estant monstrees incommẽsurables en longitude à icelle; le rectangle sous GH, KM, sera rationel. Et d'autant que comme DB, est à BC, ainsi AD, à AC: & comme AB, à BE, ainsi AC, à CE; (DB, BC, estant egales à AB, BE, chacune à la sienne) comme AD, sera à AC, ainsi AC, à CE: Partant AD, AC, CE, seront proportionaux; Parquoy FH, HL, LM, leurs egaux rectangles sont conti. proportionaux: mais GH. HK, KM, sont en mesme raison que les rect. FG, HL, LM, elles seront dõc proportionelles, & le rectangle contenu sous GH. KM, est egal au quarré de HK: mais le rect. sous GH, KM, est monstré rationel: Donc le quarré de HK, sera aussi rationel, donc HK, sera rationelle, & partant commensurable à FG, exposee rationelle ou à son egale HI, sçauoir en longitude & puissance ou en puiss. seulement: Et si HK, est commensurable en longit. à HI; c'est à dire à son egale FG, le rect. IK, ou son egal AC, sera rationel, & si en puiss. seulement, le rectangle IK, sera medial, ou son egal AC: Donc le rectangle AC, contenu

c 34. 1.
d 23. 10.
e 1. 6.
f 10. 10.
g 10. 10.
h 1. 6.
i 1. 6.
l 17. 6.
m 6. d.
n 20. 10.
o 22. 10.

sous AB, BC, mediales commens. en puissance seulement est rationel ou medial. Partant le rect. contenu &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

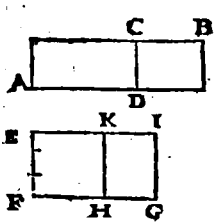
## SCHOLIE.

*Soient AB, BC, mediales comm. en puiss. seulemẽt & soit AB, √qq 54. & BC, √qq 24. le rect. sous icelles sera 1296. i. 6. qui est rationel. Derechef soit AB, √qq 128. BC √qq 72. le rect. d'icelles sera √qq 9216. i. √qq 6. medial. Or que √qq 54. & √qq 24. Item √qq 128. & √qq 72. soient commens. en puiss. seul. il appert: Car si on divise √qq 54. par √qq 24. le quotient sera √qq $\frac{9}{4}$ c'est à dire √q $\frac{3}{2}$. Donc √qq 54. sera à √qq 24. comme √q 3. à √q 2. Derechef si √qq 128. est divisee par √qq 72. proviendra √q $\frac{4}{3}$. Partant √qq 128. & √qq 72. seront entr'elles, comme √q 4. à √q 3. Ce qui sera aussi manifeste par la 28. & 29. propositions.*

## THEOREME 24. PROP. 27.

xxvj
xxij

Vne espace ou figure Mediale, n'excede pas vne figure mediale, d'vne figure Rationelle.




Soit A B, figure mediale, laquelle excede la mediale A C, de la figure DB. Ie dis que DB, n'est pas rationelle.

Car soit DB, rationelle, s'il est possible: & soit exposee la rationelle EF, sur laquelle soit[a] appliqué le [a] 45. 1.

rectangle EG, egal à la mediale AB, & le rectangle EH, egal à la mediale AC, par ainsi le reste HI, sera egal à la rationelle DB, Et EG, EH, seront mediaux estant egaux aux mediaux AB, AC, & HI, rationel, estãt egal à la fig. rationelle DB, & EG, EH, estant appliquez sur la rationelle EF, [b] ils auront les autres costez FG, FH, rationaux [1] incommens. en longit. à EF. De rechef puis que HI, rationel est appliqué à la rationelle EF, [c] c'est à dire à HK, son egale; la ligne [d] HG, sera rationelle cõmens. en longit. à la mesme EF, ou HK. Mais FH, est rationelle incommensurable en longitude à EF. [e] Donc FH, est incommensurable en longitude à HG: [f] mais comme FH, à HG, ainsi le quarré de FH, au rectangle contenu sous FH, HG, [g] donc le quarré de FH, est incommens. au rectangle contenu sous FH. HG. Mais les quarrez de FH, HG, sont commensurables entr'eux, (car l'vn & l'autre sont descrits sur les rationelles FH, HG) & [h] partant les deux quarrez FH, HG, ensemble sont commens. au quarré de FH; Et 2. fois le rectangle sous FH, HG, est commensurable au rectangle FH, HG, l'vn estant double de l'autre. Donc les deux quarrez de FH, & HG, ensemble [i] sont incommensurables à deux fois le rectangle sous FH, HG. Donc le composé des quarrez FH, HG, & du rectangle deux fois sous FH, HG, c'est à dire le quarré de FG, egal [k] à iceux quarrez & rectangles, [l] est incõmensurable au cõposé des quarrez FH, HG, [m] lequel est rationel estant commensurable au quarré rationel de FH. Donc puis que le quarré de FG, est incommẽsurable au composé des deux quar-

b 23.10.
c 34. 1
d 21.10.
e 14.10.
f *lem.* 3. 19. 10.
g 10 10.
h 16.10.
i *schol.* 14. 10.
k 4. 2.
l 17.10
m *lem.* 4 19 10

rez FH, HG, qui est rationel; n il sera irrationel, o & FG, irrationelle; Ce qui est absurde, car elle a esté monstrée rationelle cõmens. en longit. à EF. Donc HI, ou son egal DB, n'est pas rationel. Donc vne figure &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

n 10. d. o 11 d.

## SCHOLIE.

*Soit AD, CB, prinses pour vne seule ligne Vqq 19683. mais AD, Vqq 3888. & CD, Vqq 1875. Donc le rect. AB, sera V$\frac{1}{4}$ 6075. & AC, Vq 2700. estant cecelui-cy de celuy-là restera DB, Vq 675. L'on trouuera le mesme rect. estant AD, de AD, CB, comme d'vne, & multipliant la restante CB Vqq 243. par DC, le rect. DB, sera aussi Vq 675. Et si la rationelle EF, est 3. FH, sera Vq 300. & HG, Vq 75. Or que DB, soit medial il est manifeste par les nombres.*

## AVTRE SCHOLIE

*Vne figure rationelle excede vne figure rationelle d'vne figure rationelle. Car que EG, figure rationelle excede EH, rationelle de HI. Ie dis que HI, est rationelle; Car EG, EH, estant ration. a elles seront commens. au quarré de la rationelle EF, b & partant commens. entr'elles. Donc le tout EG, composé de EH, KG, estant commens. à EH, c il sera aussi commens. à l'autre partie KG. Mais EG, est rationel: d dont KG, sera aussi rationel. Ce qui est proposé.*

a 9 d. b 12. 10. c corol. 16. 10. d lem 4. 19. 10.

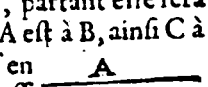
## PROBLEME 4. PROP. 28. xxvij o.

Trouuer deux lignes mediales, commensurables en puissance seulement; contenant vn rectangle Rationel.

a *lem.* 2. 21 10. b 13.16. c 12.6. Soient exposees [a] les deux rationelles AB, commens. en puissance seulement, [b] & soit trouué C, moyenne propor. entre A & B, & comme A, est à B, [c] ainsi C, soit à D. Ie dis que CD, sont mediales commensurables en puissance seulement, lesquelles contiennent vn rectangle rationel.

Car puis que AB, sont posees rationelles cõmens. en puissance seulement [d] le rectangle contenu sous AB, sera irrationel appellé medial; [e] Mais C, peut iceluy rectangle, partant elle sera mediale: Et puis que comme A est à B, ainsi C à D, & AB, sont commens. en puiss. seulement [f] CD seront aussi commens. en puiss. seulement: & [g] partant D, commensurable à la mediale C, sera aussi mediale.

d 12.10. e 17.6. f 10.10. g 14.10




Donc nous auons trouué CD, mediales commensurables en puissance seulement. Ie dis qu'elles contiennent vn rectangle rationel: Car puis que A est à B, comme C, à D, en changeant A sera à C comme B, à D: mais comme A à C, ainsi C à B; Donc C sera aussi à B, cõme B à D: partant B, moyenne proport. entre C & D, pourra [h] le rectangle cont. sous CD, mais le quarré de B, ligne rationelle est rationel; donc le rectangle sous CD, sera aussi rationel. Partãt nous auons trouué CD, mediales commensurables en puissance seulement, qui contiennent vn rectangle rationel. Ce qu'il falloit faire.

h 17.6.

## SCHOLIE.

*Soit A vq 20. B vq 12. partant C, moyenne pro-*

*port. ſera Vqq 240. Et A eſtant à B, comme C, à D; D, ſera Vqq 86. $\frac{2}{5}$ Mais Vqq 240. & Vqq 86. $\frac{2}{5}$ ſont commenſ. en puiſſ. ſçauoir comme 5. à 3. Et le rect. contenu ſous icelles eſt Vqq 20736. c'eſt à dire 12. egal au quarré de Vq 12. qui eſt auſſi 12. Semblablement ſi A, eſtoit Vq 20. & BVq 80. C ſeroit Vqq 32000. & D Vqq 1280. & le rect. ſous CD, eſt Vqq 40960000. c'eſt à dire 80 egal au quar. de Vq 80. qui eſt auſſi 80.*

## PROBLEME 5. PROP. 29. xxviij o.

Trouuer deux lignes mediales commenſurables en puiſſance ſeulement; leſquelles contiennent vn rectangle Medial.

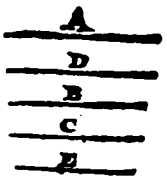
Soient[a] priſes les trois rationelles A, B, C, commenſurables en puiſſance ſeulement; [b] & entre A & B, ſoit trouuée la moyẽne proportionelle D, puis ſoit fai[c]t comme B à C, ainſi D à E. Ie dis que D & E, ſont mediales commenſurables en puiſſance ſeulement, & contiennent vn rectangle Medial. a *alem.* 2. b 21. 10. c 13. 6. c 2. 6.

Car puis que A & B ſont Rationelles commenſurables en puiſſ. ſeulement, le rectangle ſous A & B, & partant le quarré de D egal[d] à iceluy[e] ſera irrationel, lequel eſt dit Medial, & la ligne D, pouuant iceluy mediale. Et puis que B, eſt à C, comme D à E, & B, C, ſont rationelles cõmenſ. en puiſſance ſeulement[f] D & E, ſont auſſi commenſ. en puiſſance ſeul. Donc puis que D, eſt mediale, gE, commenſ. en puiſſ. ſeulement à D, ſera auſſi mediale. Ie dis que D & E, contiennent vn rectangle medial. Car d'au- d 17. 6. e 22 10. f 10. 10. g 24 10.

tant que B est à C, comme D, à E, en changeant comme B, sera à D: ainsi C à E; mais comme B, à D, ainsi D à A; donc comme D, sera à A, ainsi C, sera à E. h Donc le rectangle contenu sous D & E, est egal au rect. sous AC: mais le rect. contenu sous A, C, rationelles commens. en puissance seulement est irrationel & medial. i Donc le rectangle sous DE, est aussi medial, donc D, E, sont les mediales requises. Ce qu'il falloit faire.

h 16. 6.

i 21. 10.




## SCHOLIE 1.

*Soit A* 20. B *Vq* 200. C *Vq* 80. *Partant D, moyenne propert. sera Vqq* 80000. *Mais comme* B *à C, ainsi* D, *à E, laquelle sera Vqq* 12800. *Or Vqq* 80000. *& Vqq* 12800. *sont comme* 5. *à* 2. *& partant commens. en puiss. Et le rect. contenu sous icelles est Vqq* 1024000000. *c'est à dire Vq* 32000. *egal au rect. contenu sous* 20. *& Vq* 80.

## SCHOLIE. 2.

*Ce probleme est necessaire à ce qui est cy-apres.*

### Trouuer deux nombres plans semblables.

*Soient pris* 4. *nombres quelconques proportionaux, A, B, C, D, sçauoir que A, soit à C, comme B à D.*

*Or A multipliant* B, *face E, & C, multipliant* D, *face F; EF, seront nombres plans semblables, attendu qu'ils ont les costez proportionaux, comme il est manifeste par la construction.*

| | | |
|---|---|---|
| A, 6. | C, 12. | |
| B, 4. | D, 8. | |
| E, 24. | F, 96. | |

a 18. 29. prop.

Or a *puis qu'il a esté demonstré*

au 9. l. que ſi vn nombre impair, ou vn nombre pair, multiplie vn nombre pair, il ſera produit vn nombre pair: Mais ſi vn nombre impair multiplie vn nombre impair, il produira vn nombre impair; Il eſt manifeſte par quelle maniere l'on pourra trouuer 2. nombres plans ſemblables, leſquels ſoient tous deux nombres pairs, ou tous deux impairs; ou bien l'vn ſoit pair & l'autre impair. Car ſi les coſtez pris ſont nombres pairs, leurs plãs ſeront auſſi pairs; mais ſi les nombres ſont impairs, leurs plans ſeront auſſi impairs, mais ſi les coſtez d'vn des nombres ſont nombres impairs, & les coſtez de l'autre ſont pairs, le nombre plan de ceux-là ſera impair: mais de ceux-cy pair. Semblablement ce ſeront plans pairs, ſi vn chacun à vn coſté nombre pair, & l'autre impair &c.

## LEMME 1.

Trouuer deux nombres quarrez tels, que le compoſé des deux, ſoit auſſi nombre quarré.

*Soient* trouuez 2. nombres plans ſemblables AB, & C, tous deux pairs ou tous deux impairs. [c] Et d'autant que ſi on oſte vn nombre pair d'vn nombre pair, ou d'vn nombre impair vn nombre pair le reſte eſt pair; ayant oſté BD de AB, lequel DB, ſoit egal à C, le reſte AD, ſera pair, lequel diuiſé en deux egalement à E. le dis que le nombre faict de AE, en BD, [d] lequel eſt nombre quarré, compoſé auec le quarré du nombre ED, A...5..E..5..,D...8....:B18 faict vn nombre quarré. C.....8

Car d'autant que le nombre AD, eſt diuiſé en deux egalement par E; & à

b ſchol. preced. c 14. & 26 9. d 1. 9.

e 6. tho. 24. 9. ou 6 2. celuy est adiousté DB, le nombre produit de AB, en BD, auec le quarré du nombre DE, est egal au quarré du nombre EB. Donc les deux nombres quarrez, sçauoir celuy qui est faict de AB, en BD, & le quarré du nombre DE, composez, font vn nombre quarré sçauoir celuy qui est produit de BE. Ce qui est proposé.

## COROLLAIRE

De ce qui est dit cy-dessus il est manifeste que lors que AB, & C, sont semblables, en la mesme maniere l'on a trouué les deux quarrez des nombres BE, ED; l'excez desquels, sçauoir le nombre faict de AB, en BD, est aussi nombre quarré.

Mais si on prend les nombres AB, & C, non semblables & neantmoins tous deux pairs ou impairs; en la mesme maniere l'on aura trouué les deux quarrez des nombres BE, ED, l'excez desquels sçauoir le nombre qui est faict de AB, en BD; n'est pas nombre quarré. Car s'il estoit nombre quarré: f les nombres AB, BD, c'est à dire AB & C, seroient plans semblables. Ce qui est absurde: car ils sont posez non semblables.

f 2. 9.

## SCHOLIE.

*Partant s'il faut trouuer 2. nombres quarrez l'excez desquels soit aussi nombre quarré; nous prendrons comme auparauant 2. nombres plans semblables, tous 2. pairs ou impairs, comme AB & C, & ferons au reste comme il est dit au lemme prochain 1. Car les quarrez de BE, ED, sont les requis. Car le quarré de BE excede*

*le quarré de ED, du nombre produit de AB en BD, qui eſt auſſi quarré.*

A...5...E..5...D...8.....B
C.....8

*Mais s'il faut trouuer deux quarrez dont l'excez ne ſoit quarré : Il faudra prendre 2. nombres plans AB, & C, non ſemblables, tous deux pairs ou impairs, & faire au reſte comme il eſt dit : Car il ſera monſtré ſemblablement que le quarré de BE, eſt egal au quarré de DE, auec le nombre produit de AB, en BD; partant l'excez des quarrez de BE, & ED, eſt le nombre produit de AB, en BD, lequel n'eſtant quarré ; (car s'il eſtoit quarré, AB, BD ſeroient plans ſemblables: ce qui eſt contre l'hypotheſe) l'on a trouué le requis.*

A.3...E.3..D..7.....B
C...7.....

*Nous ferons ce dernier plus facilement, ſi nous diuiſons quelconque nombre quarré en deux nombres, l'vn deſquels ſoit quarré, & l'autre non. Comme ſi 36. eſt diuiſé en 16. nombre quarré, & 20. non quarré ; le nombre quarré 36. excedera le nombre quarré 16. du nombre 20. non quarré. Pareillement 36. eſtant diuiſé en 25. & 11. le quarré 36. excedera le quarré 25. du nombre non quarré 11. & ainſi des autres.*

## LEMME 2.

Trouuer deux nombres quarrez, tels que le compoſé d'iceux ſoit nombre non quarré.

*Soient trouuez deux nombres plans ſemblables AB, & C pairs ou impairs, & ſoit faicte la conſtruction en ſorte que le quarré faict de la multiplication des nombres ſemblables AB, DB, l'vn par l'autre, auec le quar-* 22. lem. preced.

*ré de DE, soit egal au quarré de* BE, *puis soit retranché de DE, l'vnité* EF. *Donc le quarré de* DF, *sera moindre que le quarré de* DE, *puis que le costé* DF, *est moindre que le costé* DE. *Ie dis que les nombres quarrez, l'vn desquels est faict de* AB, *en* BD, *& l'autre de* DF, *par soy-mesme; composez ne sont pas vn nombre quarré.*

Soit A.2.H..2I.1. E. F.1. G..3.D...8.....B C.....8

*le composé d'iceux est quarré, il sera plus grand que le quarré de* BF, *ou egal ou moindre, ce qui ne se peut. Car s'il est plus grand que le quarré de* BF, *le costé d'iceluy sera plus grand que le costé* BE; *partant egal au nombre* BE, *ou plus grand. (Car il ne sera moindre, puis qu'entre* BE, BF, *differents de l'vnité, il n'y a point de milieu, afin de ne diuiser l'vnité; mais ledit costé seroit milieu entr'eux, s'il estoit posé plus grand que* BF, *& moindre que* BE.) *S'il est dit egal, de sorte que le nombre quarré composé du quarré de* AB, *en* BD, *& du quarré de* BF; *soit egal au quarré de* BE, *puis que le nombre produit de* AB, *en* BD, *auec le quarré de* DE: b *est monstré egal au mesme quarré de* BE, *le nombre de* AB, *en* BD, *auec le quarré de* DF, *sera egal au nombre faict de* AB, *en* BD, *auec le quarré de* DE: *ostant donc le commun sçauoir celuy de* AB, *en* BD, *le restant quarré de* DF, *sera egal au restant quarré de* DE: *& partant le costé* DF, *egal au costé* DE, *la partie à son tout. Ce qui est impossible: Dont le costé du quarré composé des quarrez, dont l'vn est faict de* AB *en* BD, *& l'autre de* DF *par soy-mesme, n'est egal au nombre* BE. *Mais il n'est aussi plus grand: car s'il est possible soit egal à* BI, *qui soit plus grand que* BE, *de sorte que ce dit nombre quarré composé soit egal au quarré de* BI.

b *lem. prec.*

D'autant donc que le quarré de BI, plus grand coſté eſt plus grand que le quarré de BE, moindre coſté: Pareillement le compoſé des quarrez dont l'vn eſt produict de AB, en BD, & l'autre de DF, par ſoy-meſme (puis que ce compoſé eſt poſé egal au quarré de BI) ſera plus grand que le quarré de BE. Mais le quarré de BE [c] eſt monſtré egal au nombre faict de AB en BD, auec le quarré [c lem. prec.] de DE: oſtant donc le cõmun de AB, en BD, le reſtant quarré de DF, ſera plus grand que le reſtant quarré de DE, & partant le coſté DF, plus grand que le coſté DE; la partie que le tout. Ce qui eſt impoſſible: donc le coſté du quarré compoſé des quarrez de AB, en BD, & de DF, par ſoy-meſme, n'eſt pas plus grand que le coſté BE: mais il eſt auſſi monſtré qu'il n'eſt pas egal ny plus petit que BE. Donc ce dit quarré compoſé n'eſt pas plus grand que le quarré de BF.

Mais s'il eſt poſſible ſoit le nombre de AB, en BD, auec le quarré de DF, egal au quarré de BF; & ſoit mis le nombre AH, double de l'vnité EF. D'autant que le tout AD, eſt double du tout ED (car AD eſt diuiſé en deux egalement par E) & le retranché AH, double de l'vnité retranchee EF; [d] le reſte HD, ſera auſſi double du reſte FD, & partant HD eſt diuiſé en 2. egalement à F: [e] Parquoy le nombre faict de HB, en BD, auec le quarré de DF, eſt egal au quarré de BF. Mais le nombre faict de AB, en BD, auec le quarré de DF, eſt poſé egal au meſme quarré de BF. Donc le nombre faict de HB, en BD, auec le quarré de DF, eſt egal à celuy qui eſt faict de AB, en BD, auec le quarré de DF: & ayant oſté le commun quarré de DF, le nombre faict de HB, en BD, demeurera egal à celuy qui eſt faict de AB, en BD. Partant puis que HB, AB, multiplians vn meſme nõb. BD, produiſent nõbres egaux, [f] & que les multiplians ont meſme propor. que les produits, H [d 7. 7. e 6 the. 14. 9. f 18. 7.]

*B, ſera egal à AB, la partie au tout, ce qui eſt impoſſible. Donc le nombre de AB, en BD, auec le quarré de DF, n'eſt egal au quarré de BF.*

*Soit finalement s'il eſt poſſible, le nombre de* AB, *en* B *D, auec le quarré de DF, moindre que le quarré de BF, & partant le coſté d'iceluy moindre que le coſté de* BF, *lequel ſoit* B G, *deſorte que le nombre de AB, en* BD, *auec le quarré de* DF: *ſoit egal au quarré de* BG. *Or ſoit pris AI, double de EG. D'autant donc que le tout AD, eſt double du tout* ED, *& le retranché AI, du retrãché EG: Derechef le reſte* ID, *ſera double du reſte GD, & partãt* ID *ſera diuiſé en* G, *en deux egalement;* g *Donc le nombre produit de* IB, *en* BD, *auec le quarré de DG, eſt egal au quarré de* BG. *Mais le nombre faict de* AB *en* BD, *auec le quar. de* DF *eſt poſé egal au meſme quarré de* BG. *Donc le nombre faict de* IB, *en* BD, *auec le quarré de* DG, *eſt egal au nombre faict de* AB, *en* BD, *auec le quarré de* DF, *oſtant donc les quarrez de* DG, DF: *Dont le quarré de* DG, *eſt le moindre, demeurera celuy qui eſt faict de* IB, *en* BD, *plus grand que celuy de AB, en* BD, *la partie que le tout, ce qui eſt abſurde. Donc le nombre faict de AB, en* BD, *auec le quarré de* DF, *n'eſt moindre que le quarré de* B F: *Mais il eſt auſſi monſtré n'eſtre plus grand, ny egal. Donc le nombre faict de* AB *en* BD, *auec le quarré de* DF, *n'eſt pas nombre quarré. Ce qui eſt propoſé.*

g *the.* 6. 14. 9.

## SCHOLIE. 3.

*De ces choſes nous trouuerons facilement deux nombres, tels que le compoſé des deux n'ayt meſme proportion à l'vn ny à l'autre d'iceux, que nombre quarré à nombre quarré. Car ſi on trouue deux nombres quarrez ſelon le lemme precedent, tels que le compoſé d'iceux*

*ceux ne soit quarré. Iceluy n'aura mesme proportion à l'vn ny l'autre desdits quarrez, que nombre quarré à nombre quarré.*

*Nous obtiendrons la mesme chose si nous diuisons quelconque nombre quarré en deux nombres non quarrez: ainsi le quarré total n'aura mesme proportion à l'vn ny à l'autre de ceux ausquels il est diuisé, que nombre quarré à nombre quarré.*

## PROBLEME 6. PROP. 30. xxix xvij

Trouuer deux lignes rationelles commensurables en puissance seulemẽt, en sorte que la plus grãde puisse plus que la moindre du quarré d'vne ligne droicte cõmensurable en longitude à icelle.




Soit exposee la rationelle AB, [a] & soient trouuez deux nomb. qu. CD, CE, desquels l'excez ED ne soit quarré; [b] puis comme le nombre CD, est au nombre DE; ainsi le quarré de AB, soit au quarré de quelque l. AF: & soit accommodee AF, au demy cercle descrit sur AB, & conioincte FB. D'autant que l'angle F^e^ est droict au demy cercle, [d] le quar. de AB, sera egal aux [2] quarrez de AF, FB, c'est à dire que AB pourra plus que AF, du quarré de FB, & le q. de AB, estant au qu. de AF, comme CD, à DE, nombre à nombre: [e] Iceux quarrez de AB, AF, seront commensurables; Et puis que le quarré de AB, est rationel, estant descrit sur la rationelle AB, le quarré de AF, sera aussi rationel, & partant AF, rationelle, dont AB, AF, sont ra-

a *schol.* 2. 29. 10

b *corol.* 6. 10.

c 31. 3. d 47. 1.

e 6. 10.

tionelles, & commenſurables au moins en puiſſance ; & les quarrez de AB, AF, n'eſtant entr'eux comme nombre quarré à nombre quarré,
f 9. 10. icelles AB, AF, ſeront incommenſurables en longitude ; mais elles ſont monſtrees commenſurables en puiſſance, donc AB, AF, ſont rationelles commenſurables en puiſſance ſeulement.

Maintenant puis que comme CD, eſt à DE, ainſi le quarré de AB, eſt au quarré de AF, par conuerſion de raiſon, comme le nombre quarré CD ſera au nombre quarré CE, ainſi le quarré de AB, au quarré de BF: (car comme CD, excede ED, par CE, nombre quarré, ainſi le quarré AB, excede le quarré de AF du quarré de FB)
g 9. 10. Partant les lignes droictes AB, BF, ſont commenſurables en longitude ; Donc nous auons trouué AB, AF, rationelles commenſurables en puiſſance ſeulement, telles que AB, plus grande peut plus que AF, du quarré de BF, commenſurable en longitude à icelle. Ce qu'il falloit faire.

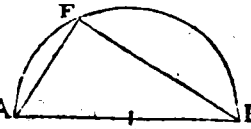
xxx xviij

## PROBLEME 7. PROP. 31.

Trouuer deux lignes rationelles, commenſurables en puiſſance ſeulement, en ſorte que la plus grande puiſſe plus que la plus petite, du quarré d'vne ligne incommenſurable en longitude à icelle.

a 1. *lem.* 29. 10. Soit expoſee la rationelle AB,[a] & trouuez les deux nombre quarrez CE, ED, tels que CD,

composé d'iceux ne soit nombre quarré; Ou soit diuisé C D, nombre quarré en 2. nombres non quarrez C E, E D, ainsi le tout ne sera à aucun d'iceux, comme nombre quarré à nombre quarré. [b] Puis soit trouuee A F, au quarré de laquelle soit le quarré de A B, comme C D, est à D E, & soit accommodee A F, au demy cercle descrit sur A B, & soit conioincte F B. [c] Donc A B, pourra plus que A F, du quarré de F B; Et A B, A F, seront rationelles commensurables en puissance seulement. Comme il appert par la demonstration precedente. Mais d'autant que par conuersion de raison (comme cy deuant) comme C D, à C E, ainsi le quarré de A B, est au quarré de B F: Mais C D, C E, ne sont entr'eux comme nombre quarré à nombre quarré; pareillement les quarrez de A B, B F, ne seront entr'eux comme nombre quarré à nombre quarré; [d] Partant les lignes A B, F B, sont incommensurables en longitude. Donc nous auons trouué 2. rationelles A B, F, commensurables en puissance seulement [illegible]es que A B, plus grande peut plus que A F, moindre du quarré de F B, incommensurable en longitude à icelle. Ce qu'il falloit faire.




b corol. 6. 10.

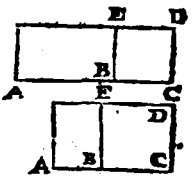
c 31 .

d 9. 10.

## LEMME.

S'il y a deux lignes droictes inegales, comme la plus grande sera à la plus petite, ainsi le rectangle contenu sous icelles, est au quarré de la plus petite.

*Soient deux lignes droictes inegales AB, BC, constituees directement, dont AB, est plus grande. Je dis que comme AB, est à BC, ainsi le rectangle sous AB, BC, est au quarré de BC: Car soit descript le quarré de BC, & soit acheué le rectangle AD, le rectangle AE, sera contenu sous AB, BC, puis que EB est egale à BC: Il est donc manifeste que comme AB est à BC, ainsi le rectangle AE, est au quarré EC.*




a 1. 6.

*Semblablement comme la moindre à la plus grande, ainsi le rectangle contenu sous icelles est au quarré de la plus grande, comme il est manifeste, par la 2. fig. en laquelle AB, est moindre que BC.*

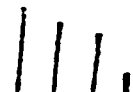
xxxj xiv xv

## PROBLEME 8. PROP. 32.

Trouuer deux Mediales commensurables en puissance seulement, lesquelles contiennent vn rectangle Rationel, en sorte que la plus grãde puisse plus que la plus petite, du quarré d'vne ligne commensurable en longitude à icelle.

a 30. 10.

Soient [a] trouuees A & B, rationelles commensurables en puiss. seulement, telles que A, plus grande puisse plus que B moindre, du quarré d'vne ligne commensurable en longitude à icelle, [b] & soit C, moyenne proportionelle entre A & B: [c] & comme A est à B, ainsi C soit à D.




b 13. 6.
c 12. 6.

D'autant que A, B, sont rationelles commensurables en puissance seulement; [b] le rectangle sous A, B, est irrationel, & la ligne C, pouuant iceluy mediale: Et A estant à B, comme C à D; & A, B, commensurables en puiss. seulement: [c] CD, seront aussi commens. en puiss. seulement; [d] parrant D, commens. à la mediale C est mediale. Donc on a trouué deux mediales C, D, commens. en puiss. seulement. Ie dis qu'elles comprennent vn rectangle rationel: car puis que A est à B, comme C, à D, aussi en changeant A sera à C, comme B à D; mais comme A est à C, ainsi C est à B: C sera pareillement à B, comme B à D. Partant le rectangle sous C, & D, sera egal au quarré de B; Parquoy le quarré de B, rationelle estant rationel, le rectangle sous C & D, son egal sera aussi rationel; Donc C, D, contiennent vn rectangle rationel. Mais d'autant que A est à B, comme C à D; & A peut plus que B, du quarré d'vne ligne commens. en longitude à icelle par la construction; [f] C pourra aussi plus que D, du quarré d'vne ligne qui luy est commens. en longit. Donc nous auons trouué deux mediales C D, commensurables en puissance seulement, qui contiennent vn rectangle rationel, & la plus grande C, peut plus que la moindre D, du quarré d'vne ligne commensurable en longit. à icelle. Ce qu'il falloit faire.

b 2.10. c 10.10. d 24.10. e 17. 6. f 15.10.

Mais si [g] A, B sont trouuees rationelles commens. en puiss. seulement, de sorte que A puisse plus que B, du quarré d'vne ligne incommens. en longit. à icelle, & que le reste soit faict comme auparauant, on monstrera semblablement que C, D, sont mediales commensurables en

g 31.10.

puiſſ. ſeulement qui contiennent vn rect. rationel : en ſorte que C, peut plus que B, du quarré d'vne ligne qui luy eſt incommenſurable en longitude.

## SCHOLIE.

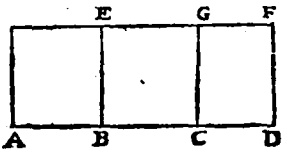
*Soit* A, 8. & B, √q 28. *le rect. ſous icelles ſera* √q 1792. *& la ligne droicte* C, *ſera* √qq 1792. *mediale. Et ſoit comme* 8. *à* √q 28. *ainſi* √qq 1792. *à vne autre, qui ſoit* D, *icelle ſera* √qq 343. *Donc* √qq 1792. *&* √qq 343. *ſont* 2. *mediales commenſ. en puiſſ. ſeulement qui contiennent vn rationel ſçauoir* 28. *& la plus grande peut plus que la moindre du q. d'vne lig. commenſ. en longit à icelle. Car ſi du quarré de la plus grande l'on oſte le quarré de la moindre : c'eſt à dire ſi de* √q 1792. *on oſte* √q 343. *reſtera* √q 567. *&* √qq 1792. *&* √qq 567. *ſont* 2 *mediales commenſ en longit. entr'elles eſtant comme* 4. *à* 3. *Car diuiſant l'vne par l'autre en prouient* √qq 3 $\frac{11}{21}$ *qui eſt* 1 $\frac{1}{3}$ *c'eſt à dire* $\frac{4}{3}$ *Derechef ſoit* A 8. B √q 20. *le rect. ſous icelles ſera* √q 1280. *& la ligne droicte* C √qq 1280. *& ſoit comme* 8. *à* √q 20. *ainſi* √qq 1280. *à vne autre, ſçauoir à* D, *icelle* D *ſera* √qq 125. *Donc* √qq 1280. *&* √qq 125. *ſont* 2. *mediales conten. vn rect. rationel ſçauoir* 20. *& la plus grande peut plus que la moindre du q. d'vne ligne incommenſ. en longit à icelle.*

*Mais ſoit* A 3. *&* B √q 6. *le rect. ſous icelles ſera* √q 54. *& la ligne droicte* C √qq 54. *Et comme* 3. *à* √q 6. *ainſi* √qq 54. *ſoit à vne autre, ceſt autre ſera* √qq 24. *Donc* √qq 54. *&* √qq 24. *ſont* 2. *mediales commenſ. en puiſſance ſeulement qui contiennent vn rect. rationel ſçauoir* 6. *& la plus grande peut plus que la moindre du quarré d'vne ligne qui luy eſt incommenſ. en longitude.*

## LEMME

*S'il y a trois lignes droictes proposees comme la premiere sera à la troisiesme ; ainsi le rectangle contenu sous la premiere & la seconde ; à celuy qui est contenu sous la seconde & la troisiesme.*

*Soient 3. lignes droictes constituees directement,* AB, BC, CD. *Ie dis que comme* AB, 1. *est à* CD, 3. *ainsi le rectangle contenu sous* AB, BC, *est au rectangle sous* BC. CD. *Car sur* BC, *soit*



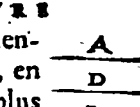

*descrit le quarré* BCDE, *& soit acheué le rectangle* AF; AE, *sera contenu sous* AB, BC: *&* CF, *sous* BC, CD, *puis que* BE, CG, *sont egales chacune à* BC; [a] *Or il est manifeste que* AE, *est à* CF: *comme* AB, *à* CD. [a] 1. 6.

## PROBLEME 9. PROP. 33. xxxij xxvj

Trouuer 2. li. Mediales commensurables en puissance seulement ; lesquelles contiennent vn rectangle Medial ; en sorte que la plus grande puisse plus que la plus petite du quarré d'vne ligne qui luy soit commensurable en longitude.

Soient trouuees [a] les trois rationelles A, B, C, commens. en puissance seulement, en sorte que A puisse plus que C, du quarré d'vne ligne qui luy soit commensurable en longitude ; [b] pre- [a] 10. 10. [b] *lem.* 2. 21. 10.

mierement AC, rationelles commensurables en puissance seulement, en sorte que la plus grande puisse plus que la moindre du quarré d'vne ligne qui luy soit commensurable en longitude; [b] & B, commensurable en puiss. seulement à l'vne & à l'autre; [c] puis soit prise D, moyenne proportionelle entre A, B; [d] & comme D, à B, ainsi C soit à E. D'autant que comme A, est à C, [e] ainsi le rectangle sous A, B, est au rectangle sous B, C; [f] mais le quarré de D, est egal au rectangle sous AB: Et le rectangle sous D, E, est egal au rectãgle sous B, C: [f] puis que DB, CE, sont proportionelles, pareillement comme A, à C, ainsi le quarré de D, sera au rectangle sous D, E. [g] Mais comme le quarré de D, est au rectangle de D, E, ainsi D est à E. Donc comme A, est à C, ainsi D à E: mais A, C, sont commensurables en puissance seulemẽt. [h] donc D, E, le seront aussi; [i] mais d'autant que D, pouuant le rectangle de A, B, rationelles commensurables en puiss. seulement est irrationelle, & mediale; [k] E, commensurable à D sera aussi mediale: Nous auons donc trouué deux mediales D, E commens. en puissance seul. Et d'autant que le rectangle sous D, E, est monstré egal au rectangle de B, C, [l] medial, (puis que B, C, sont rationelles commensurables en puissance seulement) le rectangle sous DE, sera aussi medial: Finalement puis que nous auons monstré que comme A, est à C, ainsi D à E; mais A peut plus que C, du quarré d'vne ligne qui luy est cõmensurable en longitude par la construction. [m] D pourra aussi plus que E. du quarré d'vne li-




c 13. 6.
d 12. 6.
e lem. proced.
f 17. 16.
f 16. 6.
g lem. 3. 19. 10.
h 10. 10.
i 22. 10.
k 24. 10.
l 22. 10.
m 15. 10

gne qui luy sera commensurable en longitude. Nous auons donc trouué deux Mediales DE, commens. en puissance seulement qui contiennent vn rectangle medial, & la plus grande D, peut plus que la plus petite E, du quarré d'vne ligne qui luy est commensurable en longitude. Ce qu'il [illegible] faire.

Mais si les rationelles susdictes auoient esté trouuees en sorte que A peust plus que C, du quarré d'vne ligne incommens. en longitude à icelle, la mediale D, pourroit plus que E, du quarré d'vne ligne incommens. en longit. à icelle: & ayant acheué la construct. comme auparauant, l'on demonstrera semblablement que DE, sont trouuees mediales commensurables en puiss. seulement contenant vn rect. medial, en sorte que la plus grande peut plus que la moindre du quarré d'vne ligne incommens. en longit. à icelle &c.

## SCHOLIE.

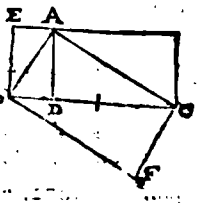
*Soit A, 8. B √q 48. C √q 28. le rect. sous AB, sera √q 3072. & la droicte ligne D √qq 3072. qui est mediale. Soit comme A à C, ainsi D à vne autre qui soit E: E sera √qq 588. Donc √qq 3072. & √qq 588. sont 2. mediales commens. en puiss. seul. contien. vn medial, & la plus grande peut plus que la moindre du quarré d'vne ligne commens. en longit. à icelle: Car ostant le moindre du plus grand, c'est à dire de √q 3072. √q 588. le reste sera 972. & √qq 3072. & √qq 972. sont 2. mediales commens. en longitude entr'elles sçauoir comme 4. à 3. Car diuisant √qq 3072. par √qq 972. le quotient sera √qq*

$3\frac{1}{81}$ *qui* $1\frac{1}{3}$ *c'est a dire* $\frac{4}{3}$. *Derechef soit* $A$ 8. $B$ $\sqrt{q}$ 48. $C$ $\sqrt{q}$ 20. $D$ *sera aussi* $\sqrt{qq}$ 3072. *soit cõme* $A$ *à* $C$, *ainsi* $D$ *à vne autre qui soit* $E$, $E$ *sera* $\sqrt{qq}$ 300. *Donc* $\sqrt{qq}$ 3072. *&* $\sqrt{qq}$ 300. *sont* 2. *mediales commens. en puiss. seul. contenant vn medial la plus grande ponnant plus que la moindre du q. d'vne ligne qui luy est incommens. en longit.* [illegible] *Mais soit* $A$ $\sqrt{q}$ 6. $B$ $\sqrt{q}$ 3. $C$ $\sqrt{q}$ 2. $D$ *sera* $\sqrt{qq}$ 18. *Et soit comme* $A$ *à* $C$, *ainsi* [illegible] 18. *à vne autre qui soit* $E$: $E$ *sera* $\sqrt{qq}$ 2. *Donc* [illegible] 18. *&* $\sqrt{qq}$ 2. *sont* 2. *mediales commens en puiss. seulement qui contiennent vn rect. medial dont la plus grande peut plus que la moindre du quarré d'vne ligne incommensurable en longueur à icelle.*

## LEMME. 1.

Soit le triangle $ABC$, ayant l'angle $BAC$, droict, duquel soit menee la perpendiculaire $AD$. Ie dis que le rectangle contenu sous $CB$, $BD$ est egal au quarré de $AB$: Et le rect. contenu sous $BC$, $CD$, est egal au quarré de $AC$: Et le rect. sous $BD$, $DC$, est egal au quarré de $AD$; Finalement le rectangle contenu sous $BC$, $AD$, est egal au rectangle contenu sous $AB$, $AC$.

[a] *corol.* 8. 6. [b] 17. 6. *D'autant que* $AB$, [a] *est moyenne proportionelle entre* $CB$, $BD$: *le rectangle contenu sous* $CB$, $BD$, [b] *sera egal au qu. de* $AB$, *par la mesme raison le rectangle sous* $BC$, $CD$, *sera egal au quarré de* $AC$, [b] *puis que* $AC$, *est moyenne proportionelle entre* $BC$, $CD$.



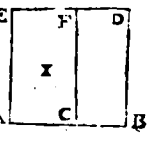
*De rechef d'autant que AD est moyenne proportionnelle entre BD, DC, semblablement le rectangle sous BD, DC, sera egal au quarré de AD.*

*Finalement d'autant que les triangles ABC, A* c 8. 6.
*BD, sont semblables, comme BC, sera à AC, ainsi AB. sera à AD. Donc le rect. contenu sous BC, AD,* d 16. 6.
*sera egal au rect. contenu sous AB, AC. Ce qui sera aussi monstré ainsi: Soit acheué le rect. CE, contenu sous BC, AD: Semblablement le rect. AF, contenu sous* e 41. 1.
*AB, AC.* e *D'autant donc que le rectangle CE, est double du triangle ABC, & que le rectangle AF, est double du mesme triangle, iceux rectangles CE, AF, seront egaux entr'eux. Ce qui est proposé.*

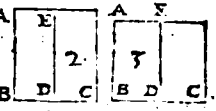
## LEMME 2.

Si vne ligne droicte est couppee en 2. parties inegales, comme la plus grande partie est à la plus petite, ainsi le rectangle sous la toute & la plus grande partie, est au rectangle sous la toute & la moindre partie.

*Soit couppee AB, en 2. parties inegales par C, & soit AC, la plus grande partie. Ie dis que comme AC, est à CB, ainsi le rectangle sous AB, AC, est au rectangle sous AB, CB.*




*Car sur AB, soit descrit le quarré AB DE, & soit menée CF, parallele à AE, le rectangle AF, sera contenu sous AB, AC; & CD, sera contenu sous AB, CB, sous quoy ayant AE, que CF, est egale à AB:* f 1. 6.
*f D'autant donc que comme AC, est à CB, ainsi AF, a*



CD, *la proposition est manifeste.*

*Semblablement, comme la moindre partie BC, à la plus grande CA, ainsi* BF, *contenu sous* AB, BC, *la toute & la moindre partie est à* CE, *contenu sous* AB, CA, *la toute & la plus grande partie.*

## LEMME 3.

S'il y a deux lignes droictes inegales, & que la plus petite soit couppee en deux parties egales: le rectangle contenu sous icelles lignes, sera double de celuy qui est contenu sous la plus grande ligne, & sous la moitié de la moindre.

*Soient deux lignes droictes inegales* AB, BC, *contenant l'angle droict* ABC, *& soit couppé* BC, *moindre en deux egalement au poinct* D. *Ie dis que le rectangle sous* AB, BC, *est double du rect. sous* AB, BD: *Car soit acheué le rectangle* AC, *contenu sous* AB, BC, *& soit menee* DE, *parallele à* AB; BE, *sera contenu sous* AB, *&* BD, *moitié de la moindre.* [g] *D'autant que* AC, *est double de* BE, *puis que la base* BC, *est double de la base* BC; *la proposition est euidente.* g 1. 6.

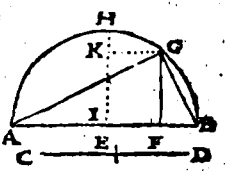
*Semblablement si* BC, (*laquelle soit plus grande*) *est couppee en deux egalement, le rect. contenu sous* AB, BC *est double de celuy qui est contenu sous* AB *moindre & de* BD, *moitié de la plus grande, comme il appert par la 2. figure. Voyez la figure 2. & 3. precedente.*

## PROBLEME 10. PROP. 34.

Trouuer deux lignes droictes incommensurables en puissance, lesquelles facent le composé de leurs quarrez Ra-

tionel; mais le rectangle contenu sous icelles Medial.

Soient atrouuees deux rationelles AB, CD, commensurables en puiſſ. ſeulement, telles que la plus grande AB, puiſſe plus que la plus petite CD, du quarré d'vne ligne qui luy ſoit incommenſurable, en longitude: Et ayant couppé CD, en deux également à E, [b] ſoit appliqué à AB, vn rectangle egal au quarré de CE, c'eſt à dire egal au quart du quarré de CD, defaillant d'vne figure quarree, & ſoit celuy qui eſt contenu ſous AF, FB: & ayant deſcrit le demy cercle AGB, ſoit menee FG à angles droicts, & conioinctes AG, GB. D'autant que AB, peut plus que CD, du quarré d'vne ligne qui luy eſt incõmenſ. en longit. & qu'on a appliqué à AB, vn rectangle contenu ſous AF, FB, egal au quart du quarré de CD, defaillant d'vne figure quarree, [c] AF ſera incommenſ. en longit. à FB. [d] Mais comme AF à FB, ainſi le rectangle ſous AB, AF, au rectangle ſous AB, FB; [e] mais le rectangle ſous AB, AF, eſt egal au quarré de AG, & le rectangle ſous AB, FB, egal au quarré de BG, puis que l'angle AGB, eſt droict [f] au demy cercle: Donc comme AF à FB, ainſi le quarré de AG au quarré de GB, & partant puis que AF, FB ſont incommenſ. en longit.; [g] les quarrez de AG, GB, ſeront incõmenſ. [h] Donc les lignes AG, GB, ſont incommenſ. en puiſſ. Et d'autant que le quarré de la rationelle AB, eſt rational, & egal aux quarrez




a 31. 10.
b lem. 17. 10.
c 19. 10.
d lem. 2. 33. 10.
e lem. 1. 33. 10.
f 31. 3.
g 10. 10.
h 4. d.
i 47. 1.

de AG GB, le cõposé des quarrez de A G, GB; est aussi rationel: Derechef d'autant que le rect: sous AF, FB, k qui faict egal au quarré de CE, l est egal au quarré de FG. (puis que l'angle A G B, est droict, & FG, perpendi. à A B) les quarrez de FG CE, seront egaux, & partant les lignes FG, CE, egales: parquoy CD, double de CE, sera aussi double de FG; m Donc le rectangle sous AB, CD, sera double du rectangle sous AB, FG, n mais le rectangle contenu sous les rationelles AB, CD, commensurables en puissance seulement, est medial; Donc le rectangle sous AB; FG, commensurable à iceluy, estant sa moitié, o est aussi medial. Mais le rectangle contenu sous AG, GB, p est egal au rectangle contenu sous AB, FG. Donc le rectangle contenu sous AG, GB, est aussi medial: mais le composé des quarrez de AG, GB, est monstré Rationel: Donc nous auons trouué deux lignes droictes AG, GB, incommens. en puissance, qui font le composé de leurs quartez rationel, & le rectangle contenu sous icelles medial. Ce qu'il falloit faire.

k *lem.* 1. 33. 10. l 17. 6.

m *lem.* 3. 33 10. n 22. 10.

o *corol.* 24. 10. p *lem.* 1. 33. 10.

## SCHOLIE.

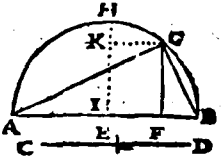
*Soit* AB, 12. & CD. $\sqrt{q}$ 96. *& soit* AB *diuisee en* AF, FB, *faisant* AC, 6. + $\sqrt{q}$ 12. *&* FB 6. — $\sqrt{q}$ 12. *partant* FG, *moyenne proportionelle entre* AF, FG, *sera* $\sqrt{q}$ 24, *Dont la double* CD, *est* $\sqrt{q}$ 96. *Donc* CD *faisant* $\sqrt{q}$ 96. FG, *sera* $\sqrt{q}$ 24. *&* AF. 6. + $\sqrt{q}$ 12. FB, *sera* 6. — $\sqrt{q}$ 12. *Partant* AG *sera* $\sqrt{q}$ 72. + $\sqrt{q}$ 1728. *&* GB $\sqrt{q}$ 72. — $\sqrt{q}$ 1728. *Partant* AG, GB *sont les requises. Car elles sont incommens. en puissance conten. vn rect. medial qui est* $\sqrt{q}$ 3456. *&* le

*composé de leurs quarrez 144. est rationel.*

## PROBLEME II. PROP. 35. xxxiv xxviij

Trouuer deux lignes droictes incommensurables en puissance, lesquelles facent le composé de leurs quarrez Medial; Et le rectangle contenu sous icelles Rationel.

Soient [a] trouuees 2. mediales AB, CD, commensurables en puissance seulement, contenant vn rectangle Rationel: en sorte que AB, plus grande puisse plus que CD, moindre du quarré d'vne ligne incommensurable à icelle en longit. Et soit faict au reste comme en la 34. p. l'on monstrera ainsi qu'en icelle 34. p. que AG, GB, sont incõm. en puiss. Et le quarré de la mediale AB, ([b] egal aux quarrez de AG, GB) estant medial, le composé d'iceux quarrez de AG, GB, sera aussi medial. Derechef comme en la 34. p. le rect. sous AB, CD, sera monstré double du rectangle sous AB, FG, & partant commensurables: Parquoy le rect. sous AB, CD, estant Rationel par la construction, le rect. sous AB, FG, commens. à iceluy sera aussi Rationel. [c] mais le rect. sous AG, GB, est egal au rectangle sous AB, FG, donc le rect. sous AG, GB, est aussi Rationel. Or le composé des quarrez de AG, GB, est monstré Medial. Donc AG, GB, sont trouuees incommens. en puiss. faisant le




[a] 31. 10

[b] 47. 1.

[c] 1. lem. 33. 10.

composé de leurs quarrez Medial, mais le rect. sous icelles Rationel. Ce qu'il falloit faire.

## SCHOLIE.

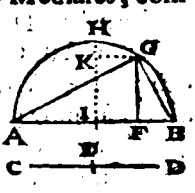
*Soit la ligne AB √qq864. CD √qq384. ED, ou FG, son egale sera √qq24. & AE, √qq54. + √qq6. FB √qq54. — √qq6. Donc AG, sera √q(√q126. + √q72.) Mais GB, √q(√q216. — √q72.) incommens. en puiss. faisant le composé de leurs quarrez, sçauoir √q864. Medial, & le rect. sous icelles Rationel.*

## PROBLEME 12. PROP. 36.

xxvv
xxix

Trouuer deux lignes droictes incommensurables en puissance, faisant le composé de leurs quarrez Medial, & le rectangle contenu sous icelles Medial, & incommensurable au composé de leurs quarrez.

a 33.10. Soient a trouuees AB, CD, Mediales, commensurables en puissance seulement, contenant vn rectangle Medial; en sorte que AB, plus grande puisse plus que CD, moindre, du quarré d'vne ligne incommensurable en longit. à icelle: & ayant faict au reste comme en la 34. p. Ie dis que AG, GB, sont les lignes requises.




Car comme en la 34. p. l'on monstrera que AG, GB, sont incommensurables en puissance.

Et

Et d'autant que le quarré de AB, mediale eſt Medial, (b eſtãt egal aux quat. de AG, GB) le compoſé des quarrez de AG, GB, ſera auſſi Medial: Derechef le rectangle ſous AB, CD, eſt double du rect. ſous AB, FG, (c comme il eſt monſtré) & partant commenſurables: Donc par la conſtruction le rect. ſous AB, CD, eſtant Medial, le rect. ſous AB, FG, (c'eſt à dire le rect. ſous AG, GB, d ſon egal) e eſt auſſi Medial: mais AB, eſtant poſee incommenſ. en longit. à CD, & CE, eſt commenſ. en longit. à la meſme CD; CD, eſtant double de CE, f AB, CE, ſeront incommenſ. en longit. Mais comme AB, à CE, g ainſi le quarré de AB, au rect. ſous AB, CE: C'eſt à dire au rect. ſous AB, FG, c'eſt à dire ſous AG, GB: h (car les rectangles ſous AB, FG, & ſous AG, GB, ſont egaux) donc i le quarré de AB, eſt incommenſ. au rect. ſous AG, GB. Partant AG, GB, ſont trouuees incommenſ. en puiſſance; faiſant le compoſé de leurs quarrez medial, & le rect. ſous icelles Medial, & incommenſurable au compoſé de leurs quarrez. Ce qu'il falloit faire.

b 47 1.
c 34. 10.
d 1. *lem.* 33 10.
e *corol.* 24. 10.
f 13. 10.
g 3 *lem.* 19. 10.
h *lem.* 1. 33. 10.
i 10. 10.

## SCHOLIE.

*Soit AB, √qq 720. CD √qq 320. Donc CE, ou ſon egale FG, ſera √qq 20. & AF √qq 45 + √qq 5. Mais FB √qq 45. — √qq 5. & AG √q (√q 180. + √q 60) & GB √q (√q 180. — √q 60.) leſquelles ſont incommenſurables en longitude faiſant le compoſé de leurs quarrez Medial, & le rect. Medial &c.*

*De ce probleme nous obtiendrons facilement le ſuiuant.*

Trouuer deux lignes mediales incommenſura-

bles en longitude & puiſſance.

*D'autant qu'il a eſté demonſtré que tant le compoſé des quarrez de AG, GB, que le rectangle ſous icelles eſt Medial, & iceluy rect. eſt incommenſ. au compoſé desdits quarrez: la ligne qui peut iceluy compoſé Medial, & la ligne qui peut le rectangle Medial ſeront auſſi Mediales incommenſ. tant en longitude qu'en puiſſ. Car ſi elles eſtoient commenſ. en puiſſ. leurs quarrez ſeroient auſſi commenſurables: c'eſt à dire le compoſé des quarrez de AG, GB, & le rect. ſous AG, GB; Ce qui eſt contre l'hypotheſe. Partant ſi on prend AB, qui peut le compoſé des quarrez de AG, GB, & vne autre ligne droicte pouuant le rect. ſous AG, GB, c'eſt à dire la moyenne proport. entre AG, GB, l'on aura trouué deux mediales incommenſ. en longit. & puiſſance. Ce qui eſt propoſé.*

*ICY COMMENCENT LES SIX. DES LIGNES Irrationelles par compoſition.*

xxxvj xxx

## THEOREME 25. PROP. 37.

Si deux lignes Rationelles commenſurables en puiſſance ſeulement ſont compoſees; la toute ſera irrationelle. Soit icelle appellee de deux noms.

Soient compoſees 2. rationelles trouuees: [a] A B, BC, commenſ. en puiſſance ſeulement. Ie dis que la toute AC, eſt irrationelle.

a *lem.* 2 21. 10.

Car AB, eſtant incommenſurables en longit. à BC: & [b] comme AB à BC, ainſi le rectangle ſous AB, BC au quarré de BC: [c] le rectangle ſous AB, BC, ſera incommenſurable au quarré




b *lem.* 31. 10.

c 10. 10.

de BC: Mais 2. fois le rect. sous AB, BC, est commens. à iceluy rect. sous AB, BC: & le quarré de AB, est commens. au quarré de BC (estant rationaux) [d] parquoy le composé des quarrez de AB, BC, est commens. au quarré de BC. [e] Partãt le composé de 2. fois le rect. sous AB, BC, & le composé des quarrez de AB, BC, sont incommensurables. Parquoy le quarré de AC composé des quarrez de AB, BC, & de 2. fois le rect. sous AB, BC ([f] car le quarré de AC, est egal à iceux 2. quarrez de AB, BC, & aux 2. rect. sous AB, BC) [g] est incommẽsurable au composé des quarrez de AB, BC: mais le composé des quarrez de AB, BC, est Rationel estant monstré commens. au quarré de la Rationelle BC. Donc le quarré de AC, incommens. au quarré de la Rationelle BC, est [h] irrationel; Partant AC sera irrationelle, Or soit icelle ligne appellee de deux homs, ou comme disent les autres, Binome, d'autãt qu'elle est composé de 2. noms, c'est à dire de 2. lignes rationelles AB, BC, commensurables en puiss. seulement. Donc si 2. lignes Ration. com. en puiss. seul. sont compos. la toute sera irrationelle. Ce qu'il falloit demonstrer.

d 16.10.
e *schol.* 14. 10.
f 4. 2.
g 17.10
h 10. *d.*

## SCHOLIE.

*Soit* AB 2. BC $\sqrt{q}$ 3. AC *sera* 2. + $\sqrt{q}$ 3. *& son quarré* 7. + $\sqrt{q}$ 48. *Car le quarré de* AB *est* 4. *& le quarré de* BC. 3. *mais le rect. sous* AB, BC, $\sqrt{q}$ 12. *dont le double est* $\sqrt{q}$ 48.

*Partant 2. lignes irrationelles sont procreees de 2. Rationelles commensurables en puissance seulement* a *Car la moyenne proportionelle entre icelles est Irrationelle,* a 22.10.

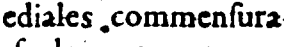
*laquelle eſt appellee Mediale :* b *& la compoſee d'icelles*
b 37.10. *eſt Irrationelle laquelle eſt appellee de deux noms ou Binome.*

xxxvij xxxj

## THEOREME 26. PROP. 38.

Si deux lignes Mediales commenſurables en puiſſance ſeulement contenant vn rectangle Rationel ſont compoſees : la toute ſera Irrationelle. Or ſoit icelle appellee premiere de deux Mediales.

a 28.10. Soient compoſees deux Mediales a trouuees, AB, CD, commenſ. en puiſſ. ſeulement contenant vn rectangle Rationel. Ie dis que la




b *lem.* 31. 10. toute AC eſt Irrationelle: b Car AB eſtant à BC, comme le rectangle ſous AB, BC, eſt au quarré de BC, c & AB, BC incommenſurables en longitude, c le rect. ſous AB, BC, ſera incommenſurable au quarré de BC. Mais 2. fois le rect. ſous AB, BC, eſt commenſurable au rect. ſous AB, BC, & le compoſé des quarrez de AB, BC, eſt commenſurable au quarré de BC. (car AB, BC, eſtant commenſurables en puiſſ. leurs quarrez ſeront commenſurables, & d partant le compoſé d'iceux ſera commenſurable au quarré de BC:) Donc 2. fois le rect. ſous AB, BC, & le compoſé des quarrez de AB, BC, e ſont incommenſurables : Donc le compoſé des quarrez de AB, BC, & de 2. fois le rect. ſous AB, BC, (qui f eſt le quarré de AC) g eſt incommenſurable au compoſé de 2. fois le rect. ſous AB, BC:

c 10.10. d 16.10. e *ſchol.* 14. 10. f 4. 2. g 17.10.

Mais le rect. sous AB, BC est commensurable à 2. fois le rect. sous AB, BC, estant moitié d'iceluy, h Donc le quarré de AC, est incommens. au rect. sous AB, BC, mais le rect. sous AB, BC, est posé Rationel. i Donc le quarré de AC, est Irrationel: k Et partant AC, sera Irrationelle. Mais soit icelle appellee premiere de 2. mediales, ou comme disent les autres, Bimediale premiere. Donc si deux Mediales commens. en puissance seulement sont compo. &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

h 13. 1.
i 10. d.
k 11. d.

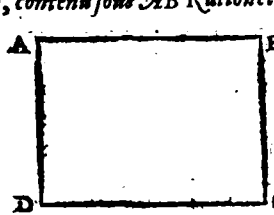
## SCHOLIE.

*Soit la ligne AB, √qq54. BC √qq24. la ligne totale AC, sera √qq54. + √qq24. Irrationelle appellee premiere de deux Mediales, ou Bimediale premiere.*

## LEMME

Le rectangle contenu sous vne ligne Rationelle, & vne Irrationelle est Irrationel.

*Soit le rect. ABCD, contenu sous AB Rationelle, & BC, Irrationelle. Ie dis qu'iceluy Rect. est Irrationel: car s'il est dit estre Rationel; a estant appliqué à la Rationelle AB, il feroit la latitude BC, Rationelle: Ce qui est absurde, car BC, est posee irrationelle. Donc le rect. AC, n'est Rationel: mais Irrationel. Ce qui est proposé.*



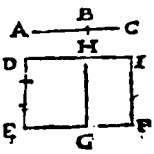

a 21. 10

xxxviij xxxij

## THEOREME 27. PROP. 39.

**Si deux lignes Mediales commensurables en puissance seulement contenant vn rectangle medial, sont composees: la toute sera Irrationelle: & soit icelle appellee seconde de deux Mediales.**

a 29.10. Soient composees 2. mediales [a] trouuees AB, BC, commensurables en puissance seulement contenant vn rect. Medial. Ie dis que la toute AC est irrationelle.




Car soit exposee la Rationelle DE, à laquelle [b] soit appliqué le rect. DF, egal au quarré de AC: & DG, egal au composé des quarrez de AB, BC, & le quarré de AC, (ou DF, son egal rectangle) [c] estant egal aux 2. quarrez de AB, BC, & à 2. fois le rect. sous AB, BC, le reste HF, sera egal au rect. sous AB, BC, 2. fois: mais le rect. sous AB, BC. estant posé medial, le double d'iceluy qui luy est commensurable, [d] sçauoir HF, sera aussi medial. Derechef puis que les quarrez de AB, BC, Mediales commens. en puiss. sont commensurables, [e] leur cõposé, sçauoir DG, sera commens. à chacun d'iceux; & estant mediaux, [f] DG, sera Medial. Donc puis que les Mediaux DG, HF, sont appliquez à la Rationelle DE, & [g] HF, son egale, [h] les latitudes EG, GF: seront Rationelles incommens. en longit. à DE. Derechef AB, BC, estant incommens. en longitude. Et comme A

b 45.1.
c 4.2.
d *corol.* 24.10.
e 16 10.
f *corol.* 24. 10.
g 34.1.
h 23.10.

B, à BC, ainsi le quarré de AB, au rectangle sous AB, BC, [k] le quarré de AB sera incommens. au rect. sous AB, BC: Mais le composé des quarrez de AB, BC, est monstré commens. au quarré de AB: & 2. fois le rect. sous AB, BC est commens. au rect. sous AB, BC, estant double d'iceluy. Donc le composé des quarrez de AB, BC, & 2. fois le rect. sous AB, BC, ou leurs egaux rectangles [l] DG, HF, sont incommensurables. [m] Parquoy DG, estant à HF, comme EG, à GF, [n] EG, GF seront incommens. en longit. Et estãt monstrees Rationelles; elles seront Rationelles commens. en puiss. seulement. [o] Partant la toute EF, sera Irrationelle, parquoy [p] le rect. DF, sous DE, Rationelle, & EF irrationelle, sera Irrationel, & le quarré de AC, egal à iceluy EF. est aussi Irrationel: Parquoy AC, est irrationelle. Soit appellee seconde de 2. Mediales, ou Bimediale seconde. Donc si 2. Mediales commens. &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

i 4. lem. 19. 10.
k 10. 10
l schol. 14. 10.
m 1. 6.
n 10. 10.
o 17. 10 lim.
p 18. 10.

## SCHOLIE.

*Soit la ligne AB, √qq 18. BC √qq 8. la ligne totale AC, sera √qq 18. + √qq 8. dont le quarré est √q 50. + √q. 48. laquelle ligne AC, est Irrationelle nommee seconde de 2. Mediales ou Bimediale seconde.*

## LEMME.

Si vne ligne droicte est couppee en deux inegalement, le composé des quarrez des parties sera plus grand, que deux fois le rectangle contenu sous icelles parties, du quarré de la ligne, dont la plus grande partie excede la moindre.

*Soit AB, coupee à D, non egalement & soit AD la plus grande partie en laquelle soit prise DC, egal à DB, de sorte que AC, soit l'excez par lequel AD excede DB, ou DC, egale à DB. Ie dis que les quarrez de AD, DB, ensemble sont plus grands que 2. fois le rectangle sous AD, DB, du quarré de AC. Car les quarrez de AD, DC,* a *est ãt egaux à 2. fois le rect. sous AD, DC, & au quarré de AC; & DC, est egale à DB, les quarrez de AD, DB seront aussi egaux à 2. fois le rect. sous AD, DB, & au quarré de AC: partant les quarrez de AD, DB, sont plus grands que 2. fois le rect. sous AD, DB, du quarré de AC. Ce qui est proposé.*




a 7. 2.

## COROLLAIRE.

De là s'ensuit que les quarrez des parties inegales simplement sont plus grands que 2. fois le rect. sous les parties inegales.

xxxix xxxiij

## THEOREME 28. PROP. 40.

Si deux lignes droictes incommensurables en puissance, faisant le composé de leurs quarrez Rationel, & le rectangle contenu sous icelles Medial, sont composees : la toute sera Irrationelle : Soit icelle appellee Maieure.

a 34 10. Soient composees deux lignes droictes a trouuees AB, BC, incommensurables en puissan-

ce, faisant le composé de leurs quarrez Rationel, mais le rect. sous icelles Medial. Ie dis que la toute AC est Irrationelle.

Car d'autant que le rectangle sous AB, BC, est posé medial, 2. fois le rect. sous AB, BC, commensurable à iceluy: [b] sera aussi medial, & partant Irrationel. Or le composé des quarrez de AB, BC, est posé Rationel: [c] Donc 2. fois le rect. sous AB, BC, sera incommensurable à iceluy; [d] Parrant le quarré de AC, composé des quarrez de AB, BC, & de 2. fois le rect. sous AB, BC, sera incommens. au composé des quarrez de AB, BC: & ce composé des quarrez de AB, BC, estant posé Rationel: [e] le quarré de AC, incõmens. à iceluy sera Irrationel: [f] & AC, irrationelle: soit icelle appellee Maieure. Partant si &c. Ce qu'il falloit faire.

[b] *corol.* 24. 10.
[c] 10. *d.*
[d] 17. 10
[e] 10. *d.*
[f] 11. *d.*

## SCHOLIE.

*Soit la ligne AB √q(32. + √q704.) & BC √q(32. — √q704.) Donc la toute AC sera √q(32. + √q704.) + √q(32. — √q704.) laquelle est irrationelle, appellee ligne Maieure.*

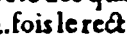
## THEOREME 29. PROP. 41. xl xxxiv

Si deux lignes droictes incommensurables en puissance sont composees; lesquelles facent le composé de leurs quarrez Medial: Mais le rectangle contenu sous icelles Rationel, la toute sera Irrationelle. Soit appellee pouuant vn Rationel & vn Medial.

Soient composees deux lignes droictes trouuees, AB. BC, incommensurables en puissance, faisant le composé de leurs quarrez medial, mais le rect. contenu sous icelles Rationel. Ie dis que la toute AC, est irrationelle.

a 35. 10.

Car le composé des quarrez de AB, BC, estant Medial: mais 2. fois le rect. sous AB, BC, Rationel, sa moitié sçauoit le rect. vne fois sous A B, B C, estant posé Rationel b le composé des quarrez de AB, BC, est incommensurable à 2. fois le rect. sous AB, BC. c Donc le composé des quarrez de AB, BC, & 2. fois le rect. sous AB, BC: c'est à dire le quarré de A C, est incommensurable à 2. fois le rect. sous AB, BC, lequel estant Rationel, comme a esté dit: d le quarré de AC, incommens. à iceluy est Irrationel, e & partant AC, Irrationelle: Soit dicte pouuant vn Rationel & vn medial. Donc si deux lignes droictes incommens. en puiss. &c. Ce qu'il falloit demonstrer.




b 10. d.
c 17. 10.
d 10. d.
e 11. d.

## SCHOLIE.

*Soit la ligne* AB $\sqrt{q}(\sqrt{q}13.\frac{1}{2} + \sqrt{q}4.\frac{1}{2})$ *&* BC $\sqrt{q}(\sqrt{q}13.\frac{1}{2} - \sqrt{q}4.\frac{1}{2})$ *afin que la toute* AC *soit* $\sqrt{q}(\sqrt{q}13.\frac{1}{2} + \sqrt{q}4.\frac{1}{2} + \sqrt{q}, \sqrt{q}13.\frac{1}{2} - \sqrt{q}4.\frac{1}{2}.)$

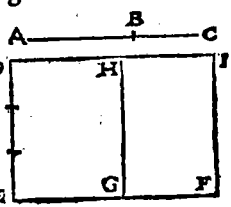
xlj xxxv

## THEOREME 30. PROP. 42.

Si deux lignes droictes incommensurables en puissance sont composees, lesquelles facent le composé de leurs quarrez Medial, & le rectangle con-

tenu sous icelles medial; & incommesurable au composé de leurs quarrez : la toute sera Irrationelle; Soit icelle appellee pouuant deux Mediaux.

Soient composees deux lignes droictes[a] trouuees AB, BC, incommesurables en puissance, faisant le composé de leurs quarrez Medial, & le rect. contenu sous icelles medial & incommensurable au composé de leurs quarrez. Ie dis que la toute AC, est irrationelle. [a] 36.10.




Car soit exposee DE Rationelle[b] à laquelle soit appliqué le rect. DF, egal au quarré de AC, & DG, egal au composé des quarrez de AB, BC. Et le quarré de AC, estant egal au composé des quarrez de AB BC, & à 2. fois le rect. sous AB, BC, le reste HF, sera egal à 2. fois le rect. sous AB, BC. Mais puis que tant le composé des quarrez de AB, BC, c'est à dire le rect. DG, que le rect. sous AB, BC, [d] & partant le composé de 2. fois le rect. sous AB, BC, c'est à dire HF, (luy estant commensurable) est posé medial, DG, HF, appliquez à la Rationelle DE, [e] feront les latitudes EG, GF, Rationelles incommens. en longit. à DE. Derechef le composé des quarrez de AB, BC: c'est à dire le rect. DG, estãt posé incommensurable au rect. sous AB, BC, & 2. fois le rect. sous AB, BC, sçauoir HF, estant commensurable au mesme rect. sous AB, BC (luy

[b] 45 1.
[c] 4 c 2.
[d] *coral.* 24. 10.
[e] 23.10.

estant double ) [f]DG, HF, seront incommens.
f 13.10. g 1. 6. h 10.10. [g]Parquoy EG, estant à GF, comme DG, à HF, [h]EG, GF seront incommens. en longitude, & estant monstrees Rationelles; Icelles EG, GF seront Rationelles commensurables en puissance seulement: [i] partant la toute EF, composee d'icelles est irrationelle: Donc le rect. DF, contenu sous DE, Rationelle, & EF Irrationelle, [k] est irrationel: Et partant le quarré de AC, egal à iceluy est aussi irrationel, [l] & la ligne AC pouuant iceluy est irrationelle. Soit dicte pouuant deux mediaux. Donc si deux lignes &c. Ce qu'il falloit demonstrer.
i 37. 10. k lem. 38. 10.

## SCHOLIE.

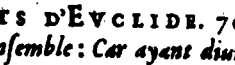
*Soient AB, BC incommens. en puiss. dont les quarrez adiouſtez font vn medial, & le rect. ſous icelles medial (ſçauoir, AB √q( √q 5. + √q 2.) & BC √q (√q 5. — √q 2.) AC totale ſera √q ( √q 5. + √q 2.) + √q (√q 5. — √q 2.) &c.*

## LEMME

Si vne ligne droicte est couppee en parties inegales, & derechef en autres parties inegales; les quarrez des parties plus inegales enſemble ſeront plus grands que les quarrez des parties moins inegales enſemble.

*Soit couppee AB, inegalement à C, & derechef inegalement à D, & ſoient les premieres parties AC, CB, plus inegales que les dernieres AD, DB. Ie dis que les quarrez de AC, CB, enſemble ſont plus grands que*

*les quarrez de AD, DB, ensemble: Car ayant diuisé AB, en 2. egalement à E, le poinct D, tombera entre E C, ou AE: Qu'il tombe premierement entre E C: D'autant donc que le rectangle sous AC, CB, auec le quarré de EC, a est egal au quarré de EB: Semblablement le rectangle sous AD, DB, auec le quarré de ED, est egal au mesme quarré de EB, le rectangle sous AC, CB, auec le quarré de EC. sera egal au rectangle sous AD, DB, auec le quarré de ED; ostant donc les quarrez inegaux, des lignes droictes inegales EC, ED, puis que le quarré de EC, est plus grand que le quarré de ED, le rectangle sous AC, CB, sera moindre que le rectangle sous AD, DB; Et partant 2. fois le rectangle sous AC, CB, sera moindre que 2. fois le rectangle sous AD, DB. b Mais d'autant que 2. fois le rectangle sous AC, CB, auec les quarrez de AC, CB, sont egaux au quarré de AB, & pareillement 2. fois le rectangle sous AD, DB, auec les quarrez de AD, DB, sont egaux au mesme quarré de AB, 2. fois le rectangle sous AC, CB, auec les quarrez de AC, CB, seront egaux à deux fois le rectangle sous AD, DB, auec les 2. quarrez de AD, DB; Parquoy puis que deux fois le rectangle contenu sous AC, CB, a esté monstré moindre que 2. fois le rectangle sous AD, DB, les quarrez restans de AC, CB, seront plus grands que les autres quarrez de AD, DB. Ce qui est proposé.*




a 5. 2.

b 4. 2.

c 5. 2.

*Maintenant que D, tombe entre AE, d'autant que les parties AC, CB, sont posées plus inegales que AD, DB: AD (qui est la plus petite des dernieres) sera plus grande que CB, (qui est la moindre des premieres) & partant puis que AE, EB, sont egales, la restante EC, sera plus grande que la restante DE: c partant le rect.*

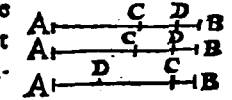
*sous* AC, CB, *auec le quarré de* EC, *estant egal au quarré de* EB. *Semblablement le rectangle sous* AD, DB, *auec le quarré de* DE, *estant egal au quarré de* AE, *c'est à dire au mesme quarré de* EB; *le rectangle sous* AC, CB, *auec le quarré de* EC, *sera egal au rectangle sous* AD, DB, *auec le quarré de* DE; *Donc nous demonstrerons comme de premier que les quarrez de* AC, CB, *sont plus grands que les quarrez de* AD, DB. *Ce qui est proposé.*

xlij xxxvj

## THEOREME 31. PROP. 43.

### La ligne de deux noms, peut estre diuisee en ses noms, à vn poinct seulement.

Soit AB, de deux noms ou binome, diuisee au poinct C, en ses noms, de sorte que AC, CB, soient Rationelles commensurables en puissance seulement selon la 37. p. 10. Ie dis que AB, ne peut estre diuisee en d'autres noms à vn autre poinct, c'est à dire en d'autres lignes que AC, CB, qui soient Rationelles commensurables en puiss. seulement.




Car s'il est possible, soit diuisee derechef en ses noms à D. Il est manifeste que AB, n'est diuisé à C, en deux egalement; car AC, CB, seroient commensurables en longitude contre l'hypothese: ny semblablement à D. Donc AC, est couppee tant à C, que à D, inegalement; Partant AC, CB, sont parties moins inegales que AD, DB, ou plus inégales.[a] Parquoy les quarrez de AC, CB, seront moindres que les

a *lem.* 42. 10.

quarrez de AD, DB, ou plus grands, (car les parties AD, ne seront egales aux parties de AC, CB, chacune à la sienne, sçauoir la plus grande à la plus grande, & la moindre à la moindre, de quelque part que tombe le poinct D, autrement AB, seroit diuisee à la seconde diuision au mesme poinct qu'à la premiere) Mais d'autant que si de choses egales on oste choses inegales, [b] l'excez des restantes est egal à l'excez des retranchees: Mais les quarrez de AC, CB, auec 2. fois le rectangle sous AC, CB, sont egaux aux quarrez de AD, DB, auec deux fois le rectangle sous AD, DB; [c] Puis que tant ceux-là que ceux-cy sont egaux au quarré de AB: il s'ensuit que l'excez du composé des quarrez de AC, CB, & du composé des quarrez de AD, DB, sera egal, ou le mesme que du composé de 2. fois le rectangle sous AC, CB, & de deux fois le rectangle sous AD, DB: Mais l'excez des composez des quarrez de AC, CB, & AD, DB, est Rationel (car AC, CB, estant Rationelles, & partant leurs quarrez Rationaux, & leur composé [d] estant commensurable à chacun d'iceux, [e] sera Rationel; par la mesme raison le composé des quarrez de AD, DB, sera rationel, [f] donc puis qu'vn Rationel excede vn Rationel, d'vn rationel. Il est manife. quel'excez des cõposez des quarrez de AC, CB, & de AD, DB, est rationel.) Donc l'excez de 2. fois le rect. sous AC, CB, & de deux fois le rect. sous AD, DB, est aussi Rationel. [g] Mais le rectangle sous AC, CB, estant Medial deux fois le rectangle sous AC, CB, commensurable à iceluy [h] est aussi Medial: Semblablement 2. fois le rectangle sous

b 16. ef. 2.
c 4. 2.
d 16. 10.
e 19. d.
f schol. 27. 10.
g 22. 10
h corol. 24. 10.

i 27.10. AD, DB, eſt auſſi Medial: i Parquoy vn medial n'excedant vn medial d'vn Rationel, l'excez de deux fois le rectãgle ſous AC, CB, & de deux fois le rectangle ſous AD, DB, ne ſera eſpaçe Rationel: Mais nous auons monſtré qu'il eſt Rationel, ce qui eſt abſurde. Donc AB, ne peut eſtre diuiſee en ſes noms à vn autre poinct qu'à C. Partant eſt diuiſee en ſes noms à vn poinct ſeulement. Ce qu'il falloit demonſtrer

## SCHOLIE.

*Henrion dit en la demonſtration de ceſte prop:* Si AD, & DB, ſont parties plus grandes que AC, CB, par le lemme qui ſuit la 42. prop. 10. le compoſé des quarrez de AC, & CB, ſera plus grand que le compoſé des quarrez de AD, & DB, & c. *Ce qui eſt abſurde;* Car *ſi* AD, & DB, (*comme il dit*) *ſont parties plus grandes que* AC, & CB, *au contraire le compoſé des quarrez de* AD, & DB, *ſera plus grand que le compoſé des quarrez de* AC, & CB, *chacun des premiers deſcrits ſur lignes plus grandes, eſtant plus grand que chacun des derniers deſcrits ſur lignes moindres, & ce qu'il dit ne conuient nullement audit lemme qu'il cite:* D'*auantage ſelon le lemme allegué les parties qu'il veut dire, ſçauoir* AD, & DB, *ne peuuent eſtre plus grandes que* AC, & CB, *car ſi cela eſtoit la toute* AB, *compoſee de* AD, & DB, *plus grandes, ſeroit plus grande que la meſme* AB, *compoſee de* AC, & CB, *moindres, ce qui eſt ridicule de dire qu'vne choſe ſoit plus grãde qu'elle meſme: Mais il deuoit dire que ſi* AD, & DB, *ſont parties moins inegales que* AC, & CB, *le compoſé des quarrez de* AC, & CB, *parties plus inegales eſt plus grand que le compoſé*

*posé des quarrez de AD, & DB, parties moins inegales, comme veut le lemme cité: &c. Quant à moy ie croy que s'il entendoit bien ce qu'il dit, ou plustost ce qu'il doit dire, qu'il auroit corrigé ses fautes à la seconde Edition de son liure.*

## THEOREME 32. PROP. 44. xliij xxxviii

La ligne de deux Mediales premiere, est diuisee en ses noms à vn poinct seulement.

Soit AB, bimediale premiere, ou de deux mediales premiere, diuisee en ses noms par le poinct C, en sorte que AC, CB, soient mediales commens. en puiss. seulement, contenant vn rectangle Rationel comme il est a dit. Ie dis que AB ne peut estre diuisee en ses noms à vn autre poinct. a 38. 10.

Car s'il est possible, soit icelle aussi diuisee à D, en sorte que AD, DB soient Mediales commēs. en puissance seulement, & contenant vn rect. Rationel: De quelque part que tombe le poinct D, l'on monstrera comme en la precedente, que l'excez de 2. fois le rect. sous AC, CB, & de 2. fois le rect. sous AD; DB, est le mesme que l'excez des composez des quarrez de AC, CB, & de AD, DB: Mais l'excez desdits rectangles est Rationel; (Car le rect. sous AC, CB, estant Rationel, 2. fois le rect. sous AC, CB, commens. à iceluy, est aussi Rationel & semblablement 2. fois le rect. sous AD, DB, sera Rationel; &

b *schol.* 27. 10. vne figure Rationelle : b excedant vne figure Rationelle, d'vne figure Rationelle ; l'excez de 2. fois le rect. sous AC, CB, & de 2. fois le rect. sous AD, DB, est rationel. ) Donc l'excez des composez des quarrez de AC, CB, & des quarrez de AD, DB, est rationel : mais AC, CB, estant Mediales commens. en puiss. leurs quarrez seront Mediaux & commensurables. c Parquoy leur composé sera commensurable à chacun d'iceux : d & partant Medial : par la mesme raison le composé des quarrez de AD, DB, est Medial, e & vn espace Medial n'excedant pas vn Medial d'vn Rationel, l'excez des composez des quarrez de AC, CB, & de AD, DB, ne sera Rationel : Mais nous l'auons monstré Rationel : Ce qui est absurde. Donc AB, premiere de deux Mediales ou Bimediale premiere, ne peut estre diuisee en ses noms à vn autre poinct que C. Partant est diuisee en ses noms à vn poinct seulement. Ce qu'il falloit demonstrer.

c 16. 10.

d *corol.* 24. 10.

e 17. 10.

xliv xxxviij

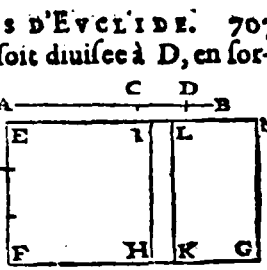
## THEOREME 33. PROP. 45.

La ligne de deux Mediales seconde, est diuisee en ses noms à vn poinct seulement.

Soit la ligne AB, de deux mediales seconde ou bimediale seconde, diuisee en ses noms au poinct C, de sorte que AC, CB, soient mediales commensurables en puissance seulement, & contenãt vn rectangle medial : comme il est dit. Ie dis que AB, ne peut estre diuisee en d'autres noms à vn autre poinct comme à D.

a 39. 10.

Car s'il se peut faire soit diuisee à D, en sorte que AD, DB, soient aussi mediales commens. en puiss. seulement, & contiennent vn rect. medial: Nous demonstrerons comme à la 43. que les quarrez de AC, CB, sont plus grands ou plus petits que les quarrez de AD, DB: Soit exposee EF, rationelle à laquelle soit [a] applique le rect. EG, egal au quarré de AB, & EH, egal aux quarrez de AC, CB, donc le reste IG, sera egal à deux fois le rect. sous AC, CB, [b] puisque le quarré de AB, est egal à iceux quarrez de AC, CB, & à 2. fois le rect. sous AC, CB. Semblablement si à EF, on applique EK, egal aux quarrez de AD, DB, le reste LG, sera egal à 2. fois le rect. sous AD, DB; Et puis que les quarrez de AC, CB, sont inegaux aux quarrez de AD, DB; les rectangles EH, EK qui leur sont egaux serõt aussi inegaux, & partant FH, FK, seront inegales. Derechef les quarrez de AC, CB, estant plus grands que [c] deux fois le rect. contenu sous AC, CB, EH, sera plus grand que IG, & partant EH plus grand que la moitié de EG, & la ligne FH, plus grande que la moitié de FG: par mesme raison FK, sera monstree plus grande que la moitié de FG, donc les parties FH, HG, sont inegales aux parties de FK, KG, chacune à la sienne: Mais d'autant que AC, CB, sont mediales commens. en puiss. leurs quarrez sont mediaux & commensurables: Donc le composé [d] d'iceux EH, sera commens. à vn chacun d'i-




[a] 45. 1.
[b] 4. 2.
[c] lem. 39. 10.
[d] 16. 10.

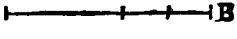
c *corol.* 24. 10. ceux,[c] & partant medial: par meſme raiſon EK, f 23. 10 ſera medial. Donc[f] EH, EK, appliquez à la rationnelle EF, font les latitudes FH, FK, rationelles incommenſurables en longitude à EF. Semblablement puis que le rectangle ſous AC, CB, eſt poſé medial, deux fois le rectangle ſous AC, C g *corol.* 24. 10. B, cõmenſurable à iceluy g. i, IG eſt auſſi medial; Donc eſtant appliqué à la rationnelle HI, HG h 23. 10. ſera rationnelle[h] incommenſ. en longit. à HI: Semblablemẽt nous monſtrerõs LG, eſtre medial, & KG, rationelle incõmenſurable en lon- *ilem.* 3. 19. 10. gitude à KL. Derechef puis que AC, à CB ſont incõm. en longit. & que cõme AC, à CB, ainſi le quarré de AC, au rectangle ſous AC, CB, le k 10. 10. [k] quarré de AC, ſera incommenſ. au rect. ſous AC, CB: Mais le compoſé des quarrez de AC, l 16. 10. CB, eſt commenſ. au quarré de AC, (car AC, CB, eſtant commenſ. en puiſſ. c'eſt à dire leurs quarrez eſtant commenſ.) le compoſé d'iceux. ſera commẽſ. à chacun d'iceux, ſçauoir au quarré de AC: Mais deux fois le rect. ſous AC, CB, eſt commenſ. au rect. ſous AC, CB. Donc le m *ſchol.* 14. 10. compoſé des quarrez de AC, CB; c'eſt à dire le rect. [m] EH, eſt incommenſ. à deux fois le rect. n 1. 6. ſous AC, CB, c'eſt à dire à IG. Partant puis que o 10. 10. EH, [n] eſt à IG, comme FH, à HG; [o] FH, HG, ſeront incommenſ. en longit. mais elles ſont p 37. 10. monſtrees rationelles, & partant rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement: [p] Donc la toute FG, eſt irrationelle, qui eſt appellee de deux noms, & diuiſee en ſes noms au poinct H. Semblablement nous demonſtrerons auſſi que FG, de deux noms, eſt diuiſee en autres noms à vn q 43. 10. autre poinct K: [q] Ce qui eſt impoſſible. Donc A

B, bimediale seconde, n'est diuisee en ses noms à vn autre poinct que C. Partant est diuisee en ses noms à vn poinct seulement. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 36. PROP. 46. xlv xxxix

**La ligne Maieure est diuisee en ses noms à vn poinct seulement.**

Soit la li. Maieure AB, diuisee en ses noms au poinct C, en sorte que AC, CB, soient incommens. en puiss.[a] faisant le composé de leurs quarrez rationel, & le rectangle sous icelles medial. Ie dis que AB, ne peut estre diuisee à vn autre poinct, en d'autres noms, sçauoir lesquels soient lignes incommēs. en puissance faisant le composé de leurs quarrez rationel, & le rect. sous icelles medial.




a 4. or.

Car s'il se peut faire, soit diuisee en d'autres noms par D: Comme[b] il a esté demonstré, l'excez du composé des quarrez AC, CB, & du cōposé des quarrez de AD, DB, est le mesme que celuy de 2. fois le rectangle sous AC, CB, & de 2. fois le rect. sous AD, DB; mais l'excez des composez desdits quarrez est rationel: (car puis que l'vn & l'autre composé est posé rationel, l'excez[c] d'iceux sera aussi Rationel) donc l'excez de 2. fois le rect. sous AC, CB, & de deux fois le rectangle sous AD, DB, est rationel. Mais d'autant que le rect. sous AC, CB, est posé medial, 2. fois le rect. [d] de AC, CB, est aussi medial, estant commens. semblablement le rect. sous

b 43.10

c *schol.* 27. 10.

d *corol.* 24.10.

c 27.10. AD, DB, 2. fois, eſt medial. c Donc puis qu'vn medial n'excede vn medial d'vn rationel, l'excez de 2. fois le rect. ſous AC, CB, & de 2. fois le rect. ſous AD, DB, ne ſera pas rationel. Mais nous auons monſtré qu'il eſt auſſi rationel: ce qui eſt abſurde. Donc AB, ne ſe peut pas diuiſer en ſes noms à vn autre poinct que C. Partant elle ſe diuiſe en ſes nõs à vn poinct ſeulement. Ce qu'il falloit demonſtrer.

xlvj xl

## THEOREME 35. PROP. 47.

### La ligne pouuant vn Rationel & vn Medial, eſt diuiſee en ſes noms, à vn poinct ſeulement.

Soit AB pouuant vn rationel & vn medial diuiſee en ſes noms, au poinct C, en ſorte que AC, CB, ſoient incommenſ. en puiſſ. faiſant le compoſé de leurs




d 41.30 quarrez medial, & le rectangle ſous icelles rationel. Ie dis que AB, ne peut eſtre diuiſee en d'autres noms à vn autre poinct, leſquels ſoient auſſi lignes incommenſ. en puiſſ. faiſant le compoſé de leurs quarrez medial; & le rectangle contenu ſous icelles rationel.

Car ſoit diuiſee en d'autres noms s'il eſt poſſible à D: de quelque part que tombe le poinct D, nous monſtrerons comme en la 43. p. que l'excez de 2 fois le rect. ſous AC, CB, & de 2. fois le rect. ſous AD, DB. eſt le meſme que l'excez du compoſé des quarrez de AC, CB. & du compoſé des quarrez de AD, DB: mais l'excez deſdits

rectangles est rationel [b] comme il est monstré: Donc l'excez du composé des quarrez de AC, CB, & de AD, DB, est aussi rationel; mais les cõposez d'iceux quar. sont posez mediaux: [c] Dõc l'excez d'iceux ne sera rationel, vn medial n'excedant vn Medial d'vn Rationel: Mais il est monstre Rationel, ce qui est absurde. Donc AB. n'est diuisee en ses noms à vn autre poinct que C. Partant à vn poinct seulement. Ce qu'il falloit demonstrer.

b 44 10

c 47 10

## THEOREME 36. PROP. 48. xlvij xlj

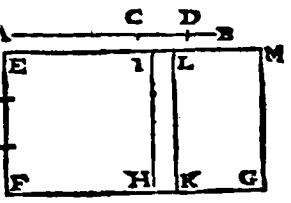
### La ligne pouuant deux Mediaux, est diuisee en ses noms à vn poinct seulement.

Soit AB, pouuant deux mediaux, diuisee en ses noms à C, en sorte que AC, CB, soient incommens. faisant le composé de leurs quarrez medial, & le rectangle sous icelles Medial, & incommens. [a] au composé de leurs quarrez. Ie dis que AB, ne peut estre diuisee à vn autre poinct en d'autres noms, qui soient aussi lignes incommens. en puiss. faisant ce qui est dit.

a 42. 10.

Car s'il est possible, soit diuisee en d'autres noms par D: faisant la mesme construction qu'en la 45. proposition, nous demonstrerons comme en icelle que les parties FH, HG, sont inegales aux parties FK, KG, chacune à la sienne. D'autant donc que le composé des quarrez de AC, CB, est posé medial, EH, son egal est aussi medial: & puis que le rect. sous AC, CB, est aussi posé medial, IG, egal au double d'i-

b *coro.* 24. 10. celuy b eſt medial, eſtant commenſurables. Doc EH, IG, mediaux appliquez à la rationelle EF,




c 1.10. c ſont FH, HG, rationelles incommenſ. en longit. à EF (car HI eſt egale à EF:) Ainſi nous prouuerons que FK, KG, ſont rationelles incõm. en longit. à EF; mais puis que le cõpoſé des quarrez de AC, CB, c'eſt à dire, EH, eſt incommẽſurable à 2. fois le rect. ſous AC, CB, par l'hypotheſe: C'eſt à dire à I G; d Et comme EH, à IG, ainſi FH, à HG; FH, HG. ſont c incommenſ. en longitude: mais elles ſont monſtrees rationelles. Donc FH, HG, ſont rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement: Donc la toute FG, eſt irrationelle, appellee de deux noms, & diuiſee en ſes noms à H; ainſi nous monſtrerons que FG, eſt auſſi diuiſee en d'autres noms à vn autre poinct K, ce qui eſt demonſtré impoſſible. f Donc AB, pouuant deux mediaux n'eſt diuiſee en ſes noms à vn autre poinct qu'à C. Donc à vn poinct ſeulement. Ce qu'il falloit demonſtrer.

d 1. 6.
e 10.10.
f 43.10.

## SECONDES DEFINITIONS.

*Vne ligne Rationelle eſtant expoſee, & vne ligne de 2. nõs, (laquelle ils appelleut binome) diuiſee en ſes noms, de laquelle le plus grãd nom puiſſe plus que le moindre, du quarré d'vne ligne droicte qui luy eſt commenſurable en longitude.*

1 Si le plus grand nom eſt commenſurabl

en longitude à la Rationelle expoſee : la toute ſoit appellee, premiere de deux noms, ou binome premier.

2. Mais ſi le moindre nom eſt commenſurable en longitude à la Rationelle expoſee; Soit appellee ſeconde, de deux noms, ou binome ſecond.

3. Que ſi l'vn ne l'autre d'iceux noms n'eſt commenſurable en longitude à la rationelle expoſee; Soit appellee troiſieſme de deux noms, ou binome troiſieſme.

*Derechef ſi le plus grand nom peut plus que le moindre, du quarré d'vne ligne droicte, qui luy ſoit incommenſurable en longitude.*

4. Si le plus grand nom eſt commenſurable en longitude à la Rationelle expoſee; Soit appellee, quatrieſme de deux noms ou binome quatrieſme.

5. Mais ſi le moindre nom eſt commenſurable en longitude à la rationelle expoſee; Soit appellee cinquieſme de deux noms.

6. Que ſi l'vn ny l'autre d'iceux noms n'eſt commenſurable en longitude à la Rationelle expoſee; Soit appellee ſixieſme.

*Theon appelle icy les definitions des* Binomes, *ſecondes definitions, à cauſe des premieres qui ſont au commencement de ce liure 10. d'Euclide, encore qu'elles ſoient peut eſtre de luy; de Theon, diſie, & non d'Euclide.*

xlviij xlij

## PROBLEME 13. PROP. 49.

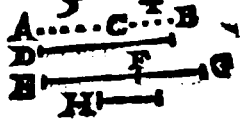
### Trouuer vne ligne premiere de deux noms : ou Binome premier.

Ayant [a] trouué 2. nombres quarrez AB, CB, dont l'excez AC, ne ſoit quarré, de ſorte que AB, CB, ſoient entr'eux comme nombre quarré à nomb. q. Mais AB, AC, ne ſoient entr'eux comme nomb. q. à nomb. quarré: & ſoit expoſee vne l. rationelle D, à laquelle ſoit priſe EF, commenſ. en longit. EF, commenſ. à D Rationelle ſera auſſi [b] Rationelle; Puis ſoit FG, au q. de laquelle ſoit le quarré de EF, comme le nombre AB, au nomb. AC. Ie dis que EG, totale eſt Binome premier.

a *ſchol.* 29. 10.

b *coroll.* 6. 10.

Car puis que les quarrez de EF, FG, eſtant entr'eux comme les nombres AB, AC, [c] ſont commenſurables; EF, FG, ſeront commenſ. au moins en puiſſance: mais EF, eſt monſtree Rationelle, donc FG, l'eſt auſſi; Et AB, n'eſtant à AC, comme nomb. q. à nombre quarré, les quarrez de EF, FG, ne ſeront entr'eux comme nomb. q. à nomb. quarré: [d] Donc EF, FG, ſont incommenſ. en longit. Et partant Rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement; [e] & la toute EG, eſt Irrationelle, appellee de 2. noms: Ie dis qu'elle eſt auſſi premiere. Car le quarré de EF, eſtant au quarré de FG, comme AB, à AC, nomb. à nomb. & AB, eſtant plus grand que AC, le quarré de EF, ſera plus grand que le quar-




c 6. 10.

d 9. 10.

e 37. 10.

ré de FG. Qu'il ſoit donc plus grand du quarté de H. D'autant que comme le nombre AB, eſt au nomb. AC, ainſi le quarré de EF, au quarré de FG: par conuerſion de raiſon, comme AB, ſera à CB. (ſçauoir à l'excez, dont AB, antecedent excede AC, conſequent:) ainſi le quarré de EF, eſt au quarré de H, ſçauoir à l'excez dont l'antecedẽt quarré de EF, excede le conſequent qu. de FG. Mais AB, CB, ſont nombres quarrez, donc les quarrez de EF, & H ſont entr'eux comme nomb. quarré à nomb. quarré: partant EF, & H ſont commenſ. en longit. Donc puis que le plus grand nom EF. peut plus que le moindre FG, du quarré de H, commenſurable en longit. à icelle: & le meſme EF, eſt auſſi commenſ. en longit. à D, Rationelle expoſee: EG, ſera premiere de deux noms, ou binome premier. ſelon la def. Donc nous auons trouué vn Binome premier. Ce qu'il falloit faire.

*f lem.* 14. 18.

*g 2.*

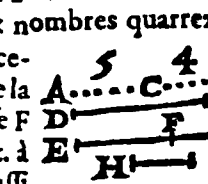
## SCHOLIE.

*Soit la ligne Rationelle propoſee D, 8. & EF, ſoit 6. & comme AB. 9. nombre quarré eſt à AC, 5. nombre non quarré, ainſi 36. quarré EF, 6. ſoit à vn autre; ſçauoir au quarré de FG, qui ſera trouué de 20. Donc FG ſera √q 20. & EG, toute ſera 6. + √q 20. Binome premier, comme il eſt manifeſte de ce qui eſt dit cy-deſſus.*

## PROBLEME 14. PROP. 50. xlix xliij

Trouuer vne ligne, ſeconde de deux noms: ou binome ſecond.

Ayant trouué deux nombres quarrez AB, CD, comme en la precedente, & eſtant expoſee la rationelle D; ſoit priſe F G, commenſ. en longit. à icelle; FG, ſera donc auſſi rationelle: Et comme le nombre AC eſt au nombre AB, [a] ſoit le quarré de FG, au quarré de EF. Ie dis que EG, eſt binome ſecond.




a *corol.* 6. 10.

Car les quarrez de FG, EF, eſtant entr'eux cõme les nombres AC, AB, [b] iceux ſeront commenſ. & les lignes FG, EF, commenſ. au moins en puiſſ. & FG eſt monſtrée rationelle: Donc EF, l'eſt auſſi: mais puis que AC, ny AB, ne ſont entr'eux comme nomb. quarré à nomb. quarré, les quarrez de FG; EF, ne le ſeront auſſi comme nomb. quarré à nomb. quarré. [c] Et partant EF, FG, incommenſ. en longit. & par ainſi rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement; [d] & la toute EG, irrationelle, qui eſt appellee binome. Ie dis que c'eſt la ſeconde; Car puis que le quarré de FG, eſt au quarré de EF, comme le nombre AC, au nombre AB, & par cõuerſiõ de raiſon le qu. de EF, au qu. de FG, cõme AB, à AC; & que AB eſt plus grand que AC: le quarré de EF, ſera plus grãd que le quarré de FG. [e] Qu'il ſoit donc plus grand, du quarré de H: nous mõſtrerons comme en la preced. que H, eſt commenſ. en longit. à EF. Or puis que le plus grand nom EF, peut plus que le moindre FG, du quarré de H, commenſ. à icelle en longit. Et le moindre nom FG eſt commenſ. en longit. à la rationelle expoſee D; EG, par la definit. ſera la ſeconde de deux noms. Donc nous auons trouué

b 6. 10.

c 9. 10.

d 37. 10.

e *lem.* 14. 10.

vn binome second. Ce qu'il falloit faire.

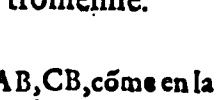
## SCHOLIE.

*Soit la ligne* FG, *prinse pour second nom* 5. *nombre Rationel, & soit faict comme* AC, 5. *au nombre quarré* AB 9. *ainsi* 25. *quarré du nombre prins, soit à vn autre: sçauoir à* 45. *quarré de* EF: *Dons* EF, *sera* $\sqrt{q}$ 45. *Partant la toute* EG, *sera* $\sqrt{q}$ 45. + 5. *binome second.*

## PROBLEME 15. PROP. 51.

### Trouuer vne troisiesme ligne de deux noms : ou binome troisiesme.

Ayant pris deux nombres AB, CB, cõme en la 49. prop. soit pris vn autre nombre I, qui ne soit à AB, ny à AC, comme nombre quarré à nombre quarré. Ce que l'on fera prenant I, nombre non quarré prochainemẽt plus grand que AC : cela estant, il ne sera à AB, comme nombre quarré à nombre quarré. Derechef n'estant quarré prochain. plus grand que AC, il sera different de 1. de AC, ou de 2. Donc entre I & AC il ne tombera vn moyen proportionel, partãt ne serõt plans semblables: & ne seront entr'eux comme nomb. quarré à nombre quarré. Maintenant soit proposee D, rationelle, & comme I à AB, ainsi le quarré de




*a schol. 8. 8.*

D, [b] soit au quarré de EF. [c] Donc les quarrez de D, & EF, seront commens. & D & EF commens. au moins en puiss. & D estant rationelle, EF le sera aussi. Et d'autant que I, n'est à AB, c'est à dire le q. de D, n'est au quar. de EF, cõme nõb. quarré à nomb. quarré; [d] D & EF seront incõmens. en longit. [e] Derechef soit FG, au quarré de laquelle soit le quarré de EF, comme AB, à AC. [f] Ceux quarrez seront commens. & EF, FG, au moins commensurables en puiss. Donc EF, estant monstree rationelle, FG, sera aussi rationelle, & d'autant que AB, n'est à AC: c'est à dire le quarré de EF n'est au quarré de FG, comme nomb. quarré à nomb. quarré, EF, , FG [g] seront incommens. en longitude. Donc EF, FG, sont rationelles commens. en puissance seulement; [h] partant la toute EG, irrationelle appellee de 2. noms. Ie dis que c'est la troisiesme.

b *corol.* 6. 10.
c 6 10.
d 9 10.
e *corol.*
f 6. 10.
g 9. 10.
h 37 10.

Car puis que comme I, est à AB, ainsi le quarré de D au quarré de EF, & comme AB, à AC, ainsi le quarré de EF, au quarré FG, en raison egale comme I à AC, ainsi le quarré de D, au quarré de FG; Mais I, & AC, ne sont entr'eux comme nomb. quarré à nomb. quarré: Donc les quarrez de D & FG, ne seront aussi comme nombre quarré à nomb. quarré; Donc [i] D & FG, sont incommens. en longitude: mais d'autant que comme AB, à AC, ainsi le quarré de EF, au qu. de FG, Mais AB est plus grand que AC, donc le quarré de EF sera plus grãd que le quarré de FG: [k] qu'il soit donc plus grãd du quarré de H, nous monstrerons comme en la 49. prop. que H est commens. en longit. à EF. D'autant donc que le plus grand nom EF, peut plus que le moindre

i 9. 10
K *lem.* 14. 10.

FG, du quarré de H, commenſ. en longit. à icelle, & que l'vne ny l'autre EF, FG, n'eſt commenſ. en longit. à la rationelle propoſé D, comme il eſt demonſtré; EG, par la def. ſera la troiſieſme de deux noms: Donc nous auons trouué vn binome troiſieſme. Ce qu'il falloit faire.

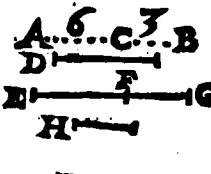
## SCHOLIE.

*Soit la ligne Rationelle propoſee* D, 12. *& comme* 1, 6. *eſt au nombre quarré* AB, 9. *ainſi* 144. *quarré de* D, *ſoit à vn autre; ſçauoir au qu. de* EF: *ſçauoir à* 216. *Donc* EF *ſera* √q 216. *pour le plus grãd nõ: Derechef cõme le nomb. quar.* AB, 9. *eſt au nomb.* AC, 5. *ainſi le quarré trouué* 216. *ſoit à vn autre: ſçauoir au quarré de* FG, *qui ſera trouué de* 120. *Donc* FG *ſera* √q 120. *moindre nom, partant la toute* EG *ſera* √q 216. + √q 120. *Binome troiſieſme &c.*

## PROBLEME 16. PROP. 51. lj xlv

### Trouuer vne ligne quatrieſme de deux noms; ou binome quatrieſme.

Ayant trouué 2. nombres AC, CB, tels que le compoſé AB; [a] ne ſoit à aucun d'iceux comme nomb. quarré à nomb. quarré. Soit propoſee D, rationelle, & priſe EF, commenſ. en longit. à icelle: Donc icelle EF, ſera auſſi rationelle. Et ayant faict le reſte comme en la 49. prop. nous monſtrerons comme là que la toute EG, eſt de




a *ſchol.* 3. 29. 10.

deux noms. Ie dis que c'eſt la quatrieſme. Car le quarré de EF, (comme en la 49.) ſera plus grand que le quarré de FG: Que ce ſoit donc du q. de H. Et par conuer. de raiſon cõme en la 49. cõme AB, eſt à CB, ainſi le quarré de EF, eſt au quarré de H; mais AB, n'eſtãt à CB, comme nõbre quarré à nombre quarré, le quarré de EF ne ſera au quarré de H, comme nombre quarré à nombre quarré. Donc[b] EF, & H, ſont incommenſ. en longitude: Et puis que le plus grand nom EF peut plus que le moindre FG, du quarré de H incommenſ. en longit. à icelle, & le plus grand nom EF, eſt commenſ. en longit. à la rationelle D; EG, par la def. ſera binome quatrieſme. Donc nous auons trouué le requis Ce qu'il falloit faire.

b 9. 10.

## SCHOLIE.

*Soit* D, *Rationelle expoſee* 8. *& la ligne* EF, *priſe pour le plus grand nom ſoit* 6. *& comme le nombre quarré* AB 9. *à* AC, 6. *nombre non quarré, ainſi* 36, *quarré de* EF, 6. *ſoit à vn autre, ſçauoir au quarré de* FG, *qui ſera trouué de* 24. *Partant* FG, *moindre nom ſera* √q 24. *Donc la toute* EG *ſera* 6. + √q 24. *Binome quatrieſme.*

lij xlvij

## PROBLEME 17. PROP 53.

Trouuer vne cinquieſme ligne de deux noms.

Ayant trouué deux nombres AC, CB, comme en la precedente, ſoit faict la conſtruction comme en 50. c'eſt à dire ſoit priſe FG, commenſ.

menſ. en longit. à l'expoſee rationelle D: Il ſera monſtré comme en la 50. prop. que EG, eſt binome. Ie dis auſſi que c'eſt le cinquieſme: car on demonſtrera comme en la meſme 50. que le quarré de EF, ſera plus grand que le quarré de FG. Qu'il ſoit donc plus grand du quarré de H: Mais d'autant que par conuerſion de raiſon (comme il eſt monſtré en la 49. comme AB, eſt à CB, ainſi le quarré de EF, eſt au quarré de H) il ſera monſtré comme en la precedente que EF, & H ſont incommenſ. en longit. Partant puis que le plus grand nom EF, peut plus que le moindre FG, du quarré de H, incommenſ. en longit. à icelle, & le moindre nom FG, eſt commenſ. en longit. à la rationelle expoſee D. par la def. EG, ſera binome cinquieſme. Donc nous auons trouué le requis. Ce qu'il falloit faire. *Voyez la fig. preced.*

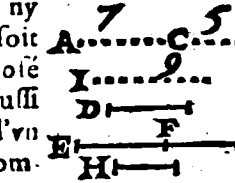
## SCHOLIE.

*Soit la ligne D, Rationelle expoſee, & ſoit FG, moindre nom 2. & comme le nombre AC, 6. eſt au nombre quarré AB, 9. ainſi 4. quarré de FG 2. ſoit à vn autre, ſçauoir au quarré de EF, qui ſera trouué de 6. Donc EF, ſera √q 6. pour le plus grand nom: Partant la toute AG, ſera √q 6. + 2. binome cinquieſme.*

## PROBLEME 18. PROP. 54. liij xlvij

Trouuer vne ligne ſixieſme de deux noms: ou Binome ſixieſme.

Ayant trouué deux nombres AC, CB, plans non semblables, l'vn ny l'autre desquels ne soit quarré, & le composé d'iceux AB, ne soit aussi quarré, & ne soit à l'vn ny l'autre comme nombre q. à nombre quar. (ce que l'on fera, diuisant quelque nombre non quarré en deux nombres premiers entr'eux.




a 30. 7. b *schol* 27. 8. Car ainsi le tout sera premier à chacun d'iceux, [b] & partant ne sera à aucun d'iceux cõme nõb. quarré à nõb. q.) Et soit pris quelconque autre nombre I qui ne soit à AB, ny à AC: comme nombre quarré à nombre quarré. Et soit vne Raxionelle proposee D: & comme I est à AB, ainsi soit faict le quarré de D: c au quarré de EF. Et le reste comme en la 51. Nous monstrerons comme en icelle que D & EF, sont incommens. en longit. & que la toute EG est Binome. Ie dis aussi que c'est la sixiesme: Car il sera demonstré comme en la 51. prop. que D & FG, sont incommens. en longit. & que le quarré de EF est plus grand que le quarré de FG. Soit donc plus grãd du q. de H, nous demonstrerons aussi comme en la 49. que par conuersion de raison, comme AB est à CB, ainsi le quarré de EF est au quarré de H. Donc puis que AB n'est à CB, & partant le quarré de EF au quarré de H, comme nombre quarré à nombre quarré; [d] E F & H seront incommens. en longit. Donc puis que le plus grand nom EF, peut plus que le moindre FG, du quarré de H, incommens.

c *coral.* 6. 10.

d 9. 10.

en longit. à icelle, & aucune d'icelles EF, FG, n'eſt commenſ. en longit à l'expoſee Rationelle D, ſelon la definit. EG, ſera Binome ſixieſme. Donc nous auons trouué vn Binome *6*. Ce qu'il falloit faire.

## SCHOLIE.

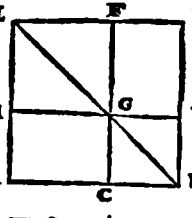
*Soit* D, *rationelle prop.* 9. *& comme* I, 9. *eſt à* AB, 12. *ainſi le quarré de* D, *qui eſt* 144. *ſoit à vn autre ſçauoir au quarré de* EF; *qui ſera trouué de* 192. *Donc* EF *ſera* √*q* 192. *plus grand nom. Derechef comme* AB 12. *à* AC, 7. *ainſi le quarré de* EF, 192. *ſoit à vn autre ſçauoir au quarré du moindre nom* FG, *on trouuera* 112. *Donc* FG, *ſera* √*q* 112. *& la tonte* EG, *ſera* √*q* 192. + √*q* 112. *Binome ſixieſme.*

## LEMME.

Si vne ligne droicte eſt couppee comme l'on voudra, le rectangle contenu ſous les parties, eſt milieu proportionel, entre les quarrez d'icelles parties: Item le rectangle contenu ſous la toute & vne partie eſt milieu proportionel entre le quarré de la toute, & le quarré de ladicte partie.

*Soit couppee* AB, *comment que ce ſoit à* C, *& ſur icelle ſoit deſcrit le quarré* AD, *& ſoit mené le diametre* BE, *& par* C, *ſoit auſſi menee* EF *parallele à* BD, *ou* AE, *couppant le diametre par* G, *& par* G, *ſoit menee* IH, *parallele à* AB; FH, CI, [a] *ſeront les quarrez des parties* AC, CB: *& l'vn & l'autre des rect.* DG, GA, *ſera contenu ſous leſdites parties: Mais les rect.* C [a] corol. 4. 2.

D, AI, *sont contenus sous la toute* AB *& la partie* CB: *Ie dis que* D G, *est milieu proportionel entre les quarrez* FH, CI: *mais* CD *est milieu proportionel entre les quarrez* AD, CI. *Car d'autant que comme* HG, *à* GI,




b 1. 6. c 43. 1. *ainsi tant le rect.* FH, *est à* DG, *que* AG, *à* CI; *comme* FH *sera à* DG, *ainsi* AG, *à* CI: *Mais* c AG, *est egal à* DG. *Donc comme* FH, *est à* DG, *ainsi* DG, *à* CI: *donc* DG, *est milieu proportionel, entre les quarrez* FH, CI.

d 1. 6. *Derechef d'autant* d *que comme* AB *est à* CB, *ainsi tant* AD *est à* CD, *que* AI *à* CI: *comme* AD *sera à* CD, *ainsi* AI, *à* CI, *mais* AI *est egal à* CD: *Donc comme* AD, *à* CD, *ainsi* CD *sera aussi à* CI; *donc* CD *est milieu proportionel entre les quarrez* AD, CI. *Semblablement* AF, *sera milieu proportionel entre les quarrez* AD, FH.

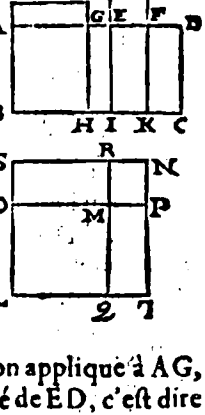
liv lviij

## THEOREME 37. PROP. 55.

**Si vn espace e contenous vne ligne Rationelle, & vne ligne premiere de deux noms; La ligne droicte pouuant iceluy espace est irrationelle: laquelle est appellee de deux noms.**

Soit l'espace ou rectangle AC, contenu sous la Racionelle AB, & sous AD, premiere de 2. noms, ou binome premier. Ie dis que la droicte ligne qui peut l'espace AC est Irrationelle, appellee Binome.

Car soit AE, le plus grand nom de AD. Dõc AE, ED, seront Rationelles commens. en puiss. seulement selon la definition; & AE, pourra plus que ED, du quarré d'vne ligne commẽs. en longit. à icelle, & AE, sera commensurable à la Rationelle exposee A B. Soit couppee E D, en 2. egalement à F: D'autant donc que AE peut plus que ED, du quarré d'vne ligne commens. en longit. à icelle: si on applique à AG, vn rect. egal au quart du quarré de ED, c'est dire au quarré de EF; contenu[a] sous AG, GE; Et defaillant d'vne figure quarree. [b] Il diuisera icelle en parties commens. en longit. donc AG, GE, sont commens. en longit. entr'elles: Maintenant soient menees GH, EI, FK, paralleles à AB, DC: [c] & soit le quarré LM, egal au parallelogramme AH. & le quarré MN, egal au parallelogramme GI, & soient conioincts iceux quarrez au poinct M, en sorte que MO, MP, facent vne ligne droicte OP: Donc MQ, MR, feront aussi vne ligne droicte QR, [d] comme il appert. Et ayant acheué le rectangle LN, OM, MP, estant egales à QM, MR, (à cause des quarrez LM, MN) & partant la toute OP, à la toute QR, & OP, [e] estant aussi egale tant à SN, qu'à LT, & QR, à LS, TN, le rect. LN, sera equialtere, & partant quarré.




Mais le rect. sous AG, GE, estant faict egal au quarré de EF, [f] comme AG, à EF, ainsi EF, à GE:

a *lem.* 2. 17. 10.
b 18. 10.
c 14. 2.
d 15. 1.
e 14. 1.
f 17. 6.

g 1. 6. & g partant comme AH, à EK, ainsi EK, à GI, donc EK, est moyen proportionel entre AH, GI, c'est à dire entre leurs egaux quarrez LM, MN: h Mais TM, est moyen proportionel entre LM, MN: Donc TM, est egal à EK: i Donc MS estant egal à TM, k & FC, egal à EK, MS, sera aussi egal à FC. Parquoy tout le quarré LN sera egal à tout le rectangle AC: partant la toute OP, peut l'espace AC, contenu sous AB, Rationelle & AD, Binome premier. Ie dis que OP, est Irrationelle, appellé Binome: Car puis que AG, GE, sont monstrees commens. en longit. la l 16. 10. toute AE sera commens. en longit. à chacune d'icelles: Mais AE (estant le plus grand nom de AD, Binome premier) est commens. en longit. à la Rationelle AB, donc AG, GE, sont commensurables en longitude à la mesme AB, m comme il m 12. 10. appert: partant AB estant Rationelle, AG, GE, seront Rationnel. donc n les rect. AH, GI, contenus n 20. 10. sous les Rationelles commens. en longit. sont Rationaux; & aussi leurs egaux quarrez LM, MN, & partant OM, MP, seront Rationelles.

Et AE, estant incommens. en longit. à ED, & AG monstree commens. en longit. à AE: & EF, o *schol.* 14. 10. commens. en longit. à ED, estant moitié d'icelle, o AG, EF seront incom. en lõgit entr'elles: p parquoy AH, EK estant en mesme raison que AG, p 1. 6. q 10 10 EF, qc'est à dire leurs egaux LM, MT, sont incommens. r Donc OM, MP, sont incommens. r 10. 10. en longit. (s ayant mesme raison que LM, MT: s 1. 6. Mais OM, MP, sont monstrees Rationelles, elles sont donc Rationelles commens. en puissance seulement, t Parquoy la toute OP, pouuant t 37. 10. l'espace AC, est irrationelle appellee Binome. Donc si vn espace est contenu &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*Soit la rationelle* AB 5. *&* AD, 4. + √q 12. EF, *ou* FD *sera* √q 3 *& si à* AE, *on applique vn parallelogramme egal au quarré de* EF *defaillant d'vne figure quarree,* AG, *sera* 3. *&* GE 1. *partant* AH, *sera* 15. GE 5. *&* EK, *ou* FC √q 75. *Parquoy le tout* AC, *sera* 20. + √q 300. *tels espaces sont par les receus, appellez Binomiaux, ou de deux noms.*

Trouuer le costé ou Racine quarrée de l'espace Binomial.

*Soit l'espace Binom.* 20. + √q 300. *dont il faut trouuer le costé soit diuisé le plus grand nom en 2. telles parties que le produict d'icelles soit egal au quart du quarré du moindre nom, sçauoir à* 75. *la plus grande partie sera* 15. *& la moindre* 5. *Ie dis que* √q 15. + √q 5. *sera le costé du quarré egal à* 20. + √q 300. *Car la ligne de 2. noms sçauoir* √q 15. + √q 5. *estant diuisee en 2. parties le quarré de la toute sera egal aux quarrez des parties, & à deux fois le rect. sous icelles parties. Donc le quarré de* √q 15. *est* 15. *& celuy de* √q 5. *est* 5. *& le rect. sous* √q 15. *&* √q 5. *est* 75. *Dont le double est* √q 300. *& le tout fait* 20. + √q 300. *egal au quarré de* √q 15. + √q 5. *Donc* √q 15. + √q 5. *sera le costé du quarré de l'espace Binomial* 20. + √q 300. *& ainsi des autres.*

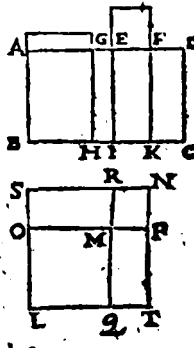
## THEOREME 38. PROP. 56. lix. xlix.

Si vn espace est contenu sous vne ligne Rationelle, & vne ligne seconde de

deux noms; la ligne droicte pouuant iceluy espace est Irrationelle, laquelle est appellee premiere de deux Mediales.

Soit l'espace AC, contenu sous la Rationelle AB, & AD, Binome second. Ie dis que la ligne droicte pouuant AC, est Irrationelle, appellee premiere de deux mediales, ou Bimediale premiere.

Car soit AE, plus grand nom de AD, donc AE, ED, sont Rationelles commens. en puiss. seulement selon la definit. Et AE, peut plus que ED, du quarré d'vne ligne commens. en longit. à icelle; & ED, sera commens. en longit. à la Rationelle exposee AB, Soit couppee ED, en 2. egalement à F, & ayant faict le reste comme en la precedente: l'on demonstrera comme en icelle que OP, peut l'espace contenu sous AB, Rationelle & AD Binome second. Ie dis que OP est Irrationelle appellee Bimediale premier.




Car AE estant incommens. en longit. à ED moindre nom de AD, Bimediale seconde, commens. en longitude à AB, Rationelle; [a] AE, AB sont incommens. en longit. Et AG, GE, estant [b] monstrees commens. en longit. [c] la toute AE, sera commens. en longit. à chacune d'icelles. Parquoy AE, plus grand nom de AD estant Rationelle, AG, GE, seront aussi Rationelles. Donc

a 13. 10.
b 55. 10.
c 16. 10

puis que tant AG que GE, eſt commenſ. en longit à AE; Mais AE, incommenſ. en longit. à AB, Rationelle, [d] l'vne & l'autre AG, GE, eſt incõmenſ. en longit. à la meſme AB: Donc tant AB, AG, que AB, GE ſont Rationelles commenſ. en puiſſance ſeulement: [e] partant les rect. AH, GI, ou leurs egaux quarrez LM, MN, ſont mediaux: Et partant OM, MP, mediales: Mais AG, GE eſtant commenſ. en longit. [f] AH, GI, eſtant en meſme raiſon, & partant leurs egaux quarrez LM, MN, ſeront cõmenſurables, donc OM, MP, ſont cõmenſ. au moins en puiſſance. Et puis que AE, ED ſont incommenſ. en longit. & AG eſt monſtree commenſ. en longit. à AE: Et EF, eſt commenſ. en longit. à ED, eſtant [g] moitié d'icelle, [g] AG, EF, ſeront incommenſ. en longit. Donc AH, EK, ayant meſme raiſon, [h] ou leurs egaux rect. LM, MT, ſont incommenſurables: [i] & partant OM, MP ſont incommenſ. en longitude, [k] ayant meſme raiſon. Donc OM, MP, eſtant monſtrees mediales & commẽſ. elles, ſeront Mediales commenſ. en puiſſ. ſeulement: Finalement ED, moindre nom eſtant cõmenſurable en longit. à AB, c'eſt à dire à EI: mais EF, eſt auſſi commenſ. en longit. à ED; [l] EI, EF, ſerõt cõmenſ. en longit. Parquoy EI eſtant Rationelle, EF, ſera auſſi Rationelle. Donc [m] EK, eſt rect. Rationel: mais MT, contenu ſous OM, MP, eſt egal à EK, donc MT, eſt Rationel: partant OM, MP, ſont Mediales commenſurab. en puiſſ. ſeulement contenant vn rect. Rationel; [n] & par ainſi OP, eſt irrationelle, appellee Bimediale premiere. Donc Si vn eſpace eſt contenu &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[d] 14. 10.
[e] 22. 10.
[f] 10. 10.
[g] *ſchol.* 14. 10.
[h] 10. 10.
[i] 10. 10
[k] 1. 6.
[l] 12. 10.
[m] 20. 10
[n] 38. 10.

## SCHOLIE.

*Soit AB,6. & AD, √q 12. + 3. EF, ou FD, 1½ & ſi à AE on applique vn parallelogramme egal au quarré de EF, defaillant d'vne figure quarree A G, ſera √q 6¾ GE, √q ¼ Donc le parallelogramme AH eſt √q 243. GK √q 27. & EL, 9. & le tout AC; √q 432. + 18. Or pour trouuer ſa racine faut diuiſer √q 432. en 2. parties telles que le produict d'icelles parties ſoit egal au quart du q. de 18. c'eſt à dire à 81. cõme il eſt dit, la plus grande partie ſera √q 108. + √q 27. leſquelles eſtant aſſeblees ſeront √q 243. mais la moindre partie ſera √q 108. — √q 27. & ayant oſté √q 27. de √q 108. demeure √q 27. Donc la plus grande partie eſt √q 243. & la moindre √q 27. Parquoy la racine de l'eſpace Binomial √q 432. + √q 18. ſera √qq 243. + √qq 27.*

lvj l

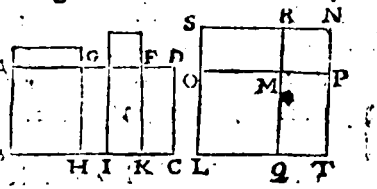
## THEOREME 39. PROP. 57.

Si vn eſpace eſt contenu ſous vne ligne Rationelle, & vne ligne troiſieſme de deux noms; la ligne droicte pouuant iceluy eſpace eſt Irrationelle; laquelle eſt appellee ſeconde de deux mediales.

Soit l'eſpace AC, contenu ſous A B Rationelle & A D, Binome troiſieſme. Ie dis que la droicte ligne pouuant A C, eſt Irrationelle, appellee Bimediale ſeconde.

Car ſoit A E, plus grand nom de AD. Donc AE, ED, ſeront rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement ſelon la def. Et AE, pourra plus que

ED, du quarré d'vne ligne commens. en longit. à icelle: & l'vne ny l'autre AE, ED, ne sera commens. en longit à la Rationelle exposee AB. Soit couppee ED, en 2. egalement à F, & soit faict au reste cõme en la 55. p. l'on demonstrera ainsi qu'en icelle 55. prop. que OP, peut l'espace AC. Et comme en la precedente 56. p. que OM, MP, sont mediales commens. en puissance seulement; puis que AE est posee incommensurable en longit. à AB, Rationelle, comme la mesme AE, estoit là incommens. en longit à AB. Mais ED, EF, estant commens. en longit. Et ED, incommens. en longit. à la Rationelle AB; c'est à dire EI; [a] EF sera aussi incommens. en longit. à EI: mais EF, EI, sont Rationelles, EF estant moitié de ED Rationelle; & EI, egale à la Ration. AB. Donc EF, EI, sont Rationelles commens. en puissance seulement. [b] Partant EK est Medial; Donc MT son egal est aussi Medial contenu sous OM, MP Mediales: partant OM, MP, estant mediales commens. en puissance seulement contenant vn espace medial: [c] OP sera irrationelle appellee Bimediale seconde. Donc si vn espace est contenu &c. Ce qu'il falloit demonstrer.




a 14. 10

b 22. 10

c 22. 10.

## SCHOLIE.

*Soit AB, 6, AD, √q 18. + √q 10. EF, sera √q 2½. Et sur AE on applique vn parallelogramme contenu sous AG, GE, egal au quarré de EF, defaillant*

*d'vne figure quarree, AG, sera Vq 12. $\frac{1}{2}$ — & GE $\frac{1}{2}$ — parant AH est Vq 450. Gk Vq 18. & EL Vq 90. Et tout le parallelogramme AC est 648. + Vq 360. Soit diuisee Vq 648. en 2. parties telles que leur contenu soit egal au quart du quarré de Vq 360. c'est à dire à 90. la plus grande partie sera Vq 450. & la moindre Vq 18. Donc la racine ou coſté du rect. Binom. AC, Vq. 648. + Vq 360. est V qq. 450. + V qq 18.*

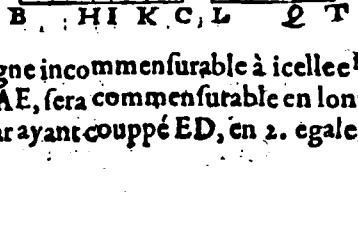
lvij lj

## THEOREME 40. PROP. 58.

Si vn eſpace eſt contenu ſous vne ligne Rationelle, & vne ligne quatrieſme de deux noms: la droicte ligne pouuant iceluy eſpace eſt Irrationelle; laquelle eſt appellee Maieure.

Soit l'eſpace au rect. AC, contenu ſous AB, Rationelle, & AD binome quatrieſme. Ie dis que la ligne pouuant AC eſt Irrationelle appellee Maieure.

Car ſoit AE le plus grand nom de AD: donc AE, ED ſeront rationelles cõmenſ. en puiſſ. ſeulement ſelon la definit. & AE, pourra plus que ED du quarté d'vne ligne incommenſurable à icellee en longitude, & AE, ſera commenſurable en longitude à AB. Car ayant couppé ED, en 2. egale-



ment à F, soit faict le reste comme en la 55. prop.
[a] Donc AG, GE, seront incommens. en longitude: Maintenant on demonstrera comme en la 55. prop. que OP, peut l'espace AC. Ie dis que OP est irrationelle appellee Maieure. Car AG, GE, estãt incommens. en longitude: [b] AH, GI, ayant mesme raison sont incõm. & partant leurs egaux quarrez LM, MN, incommens. Parquoy OM, MP. sont incommens. en puissance. Mais AE plus grand nom estant commens. en longit. à AB, Rationelle, sera aussi Rationelle; [c] Et le rect. AI sous icelles Rationel: lequel estant egal au composé des quarrez LM, MN; iceluy composé de LM, MN, est Rationel. Et d'autant que ED, moindre nom est incommens. en longit. à la Rationelle AB; EF sa moitié sera aussi incommens. en longit. à AB: Et EF est Rationelle, estant commens. à ED, Rationelle. Donc EF, AB, sont Rationelles commens. en puiss. seulement. [d] parquoy Ek contenu sous icelles, & partant MT son egal contenu sous OM, MP, est Medial, parquoy OM, MP, estant incommens. en puiss. & faisant le composé de leurs quarrez LM, MN, Rationel, & le rect. MT, sous icelles Medial: [e] la toute OP sera Irrationelle, laquelle est appellee Maieure. Donc si vn espace &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 19. 10.
b 10. 10.
c 20. 10.
d 22. 10.
e 40. 10.

## SCHOLIE.

*Soit AB, 6. & AD, 6. + √q 24. EF, sera √q 6. ayant appliqué à AE, vn parallelogramme contenu sous AG, GE, egal au quarré de EF, defaillant d'vne figure quarree AG, sera 3. + √q 3, & GE 3. — √q 3.*

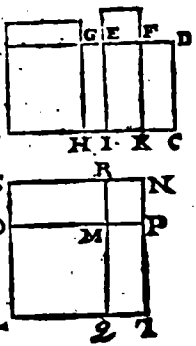
*Donc AH est 18. + √q 108. & GK 18. — √q 108. & EK. ou EC √q 216. Et le tout AC 36. + √q 864. Donc si on diuise 36. en 2. parties telles que leur produict soit egal à 216. la plus grande partie sera 18. + √q 108. & la moindre 18. — √q 108. partant la racine quarree de l'espace Binom. 36. + √q 864. est (18. + √q 108) + √q (18. — √q 108.)*

lviij
lij

## THEOREME 41. PROP. 59.

**Si vn espace est contenu sous vne ligne Rationelle & vne ligne cinquiesme de deux noms: la ligne droicte pouuant iceluy espace est Irrationelle; laquelle est appellee pouuant vn Rationel & vn Medial.**

Soit l'espace AC contenu sous AB Rationelle & AD, binome cinquiesme. Ie dis que la droicte ligne qui peut AC est Irrationelle, appellee pouuant vn Rationel & vn Medial.




Car soit AE plus grand nom de AD: Donc par la def. AE, ED, sont Rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement; Et AE peut plus que ED, du quarré d'vne ligne incommenſ. en longit. à icelle: & ED est commenſ. en longit. à AB, expoſee Rationelle. Soit couppee ED, en 2. egalement à F. & ſoit faict comme en la 55. prop.

[a] Donc AG, GE, seront incommensurables en longitude. Et comme en la 55. prop. on monstrera que OP, peut l'espace AC. Ie dis que OP est Irrationelle, appellee, pouuant vn Rationel, & vn Medial: Car comme en la precedente p. OM, MP, seront incommens. en puissance. Et AE, moindre nom estant Rationelle, & incommens. en longit. à la Rationelle [b] AE, AB, seront AB; Rationelles commens. en puiss. seulement Parquoy le rect. AI, sous icelles est Medial. Mais AI est egal au composé des quarrez LM, MN: donc iceluy composé sera Medial. Derechef ED estant posée Rationelle commens. en longit. à la Rationelle AB, estant le moindre nom de AD, Binome 5. EF, moitié de ED, sera aussi commens. en longit. à AB, & Rationelle. [c] Donc EK, contenu sous EI, EF, Rationelles commens. en longit. & partant son egal rect. MT, sous OM, MP, est Rationel. Partant OM, MP, estant incommens. en longit. & faisant le composé de leurs quarrez LM, MN, Medial; Mais le rect. MT, sous icelles Rationel: [d] la toute OP sera Irrationelle: Dicte pouuant vn Rationel, & vn Medial. Donc si vn espace est contenu &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 19.10.

b 22.10.

c 20.10.

d 41.10.

## SCHOLIE.

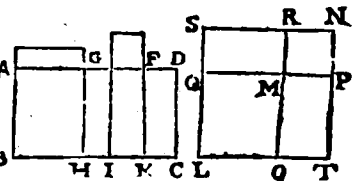
*Soit* AB, 6. AD, $\sqrt{q}$ 24. + 4. *EF, sera* 2. *& à* AE, *soit appliqué le parallelogramme sous* AG, GE, *egal au quarré de EF, defaillant d'vne figure quarree,* AG, *sera* $\sqrt{q}$ 6. + $\sqrt{q}$ 2. GE $\sqrt{q}$ 6. — $\sqrt{q}$ 2. *Et* AH, $\sqrt{q}$ 216. + $\sqrt{q}$ 72. GK $\sqrt{q}$ 216. — $\sqrt{q}$ 72. FK 12. *& le tout* AC $\sqrt{q}$ 864. + 24. *Donc si on diuise* $\sqrt{q}$ 864.

*en deux telles parties que leur produict soit egal à 144. la plus grande partie sera √q 216. + √q 72. & la moindre √q 216. — √q 72. la racine quarree de l'espace Binom.* A C, *√q 864. + 24. est √q (√q 216. + √q 72.) + √q (√q 216. — √q 72.*

lix liij

## THEOREME 42. PROP. 60.

Si vn espace est contenu sous vne ligne Rationelle, & vne ligne sixiesme de deux noms: la droicte ligne pouuant iceluy espace est Irrationelle, laquelle est nommee pouuant deux Mediaux.




Soit le rect. ou espace A C, contenu sous AB, Rationelle, & A D, Binome sixiesme. Ie dis que la droicte ligne pouuant AC, est Irrationelle, dicte pouuant deux mediaux.

Car soit A E le plus grand nom: donc AE, E D, sont Rationelles commens. en puiss. seulement, selon la definition; Et A E, pourra plus que E D, du quarré d'vne ligne qui luy est incommens. en longitude. Et l'vne ny l'autre AE, ED, ne sera commens. en longit. à AB Rationelle: Ayant faict comme és precedentes, [a] AG, G E, sont incommens. en longitude. Et on monstrera comme en la 58. prop. que OP peut l'espace AC, & comme en la 58. prop. que OM, M P, sont incommens. en puissance. Derechef

a 19.10.

comme

comme en la precedente, le composé des quarrez à L M, M N sera medial: mais cõme en la 58. p. M T, sous O M, M P sera aussi medial. Et d'autant que de A E, E F, celle-là est incommens. en longit. à E D, & coste-cy commens. à E D; b A E, E F seront incommens. en longitude. c Donc A I, E K, sont incommens. d ayant mesme raison que A E, E F. Parquoy le composé des quarrez L M, M N, egal à A I, & M T egal à E K, sont incommensurables. Donc O M, M P estant incommens. en puissance, & faisant le composé de leurs quarrez L M, M N medial & M T, rect. sous icelles medial, & incommensurable au composé de leurs quarrez: e La toute O P sera irrationelle, laquelle est dite pouuant deux mediaux. Donc si vn espace est contenu sous, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

b 13. 10. c 10. 10. d 1. 6. e 42. 10.

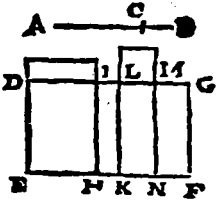
## SCHOLIE.

*Soit A B 5. A D √ q. 10. + √ q 8, E F sera √ q 2. si à A E, on applique le parall. sous A G, G E egal au quarré de E F, & defaillant d'vne figure quarree, A G, sera √ q. 2. ½ + √ q ½, G E √ q 2. ½ — √ q ½ & A H √ q 62 ½ + √ q 12 ½, G k √ q 62 ½ — √ q 12 ½ & E K √ q 50, & le tout A C √ q. 250 + √ q 200. soit diuisée √ q 250. en 2. telles parties que leur produit soit egal à 50; la plus grande partie sera √ q 62 ½ + √ q 12. ½ & la moindre √ q 62 ½ — √ q 12 ½ Donc la racine quarree d'iceluy espace binomial √ q 250 + √ q 200, est √ q. ( √ q 62 ½ + √ q 12 ½ + √ q (62 ½ — √ q 12 ½.)*

## THEOREME 43. PROP. 61.

Ix liiij

Le quarré d'vne ligne de deux noms, ou binome, appliqué sur vne ligne Rationelle, faict la latitude, binome premier.




Soit AB, binome, dont A C est le plus grand nom, [a] & sur D E rationelle proposee, soit appliqué le rect. D F, egal au quarré de A B, faisant D G, latitude. Ie dis que D G est binome premier.

a 45. 1.

Car à D E rationelle soit [a] appliqué D H, egal au quarré de A C; & à H I, soit appliqué I K egal au quarré de C B; donc le reste L F sera egal à 2. fois le rect. sous A C, C B: les [b] quarrez de A C, C B & 2. fois le rect. sous A C; C B, estant egaux au quarré de A B; tout ainsi que le rect. D F, est egal au mesme quarré de A B par la construction.

b 4 2.

Soit diuisee L G, en 2. egalement à M & menee M N parallelle à L K, G F: l'vn & l'autre rect. L N, M F, sera egal au rect. sous A C, C B. [c] Et A C, C B estant rationelles commens. en puiss. seulement, la toute A B estant Binome; les quarrez de A C, C B seront rationaux, & partant commensurables. [d] Et leur composé estant commens. à chacun d'iceux, iceluy composé sera aussi rationel, auquel D K estant egal par la construction, D K sera aussi rationelle: & puis

c 37. 10

d 16. 10.

qu'iceluy D K eſt appliqué à la rationelle D E, il fera la latitude D L, rationelle & commenſ. en longit. à D E.

Derechef puis que A C, C B ſont rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement, [c] le rect. ſous icelles ſera medial, & partant 2. fois le rect. ſous A C, C B, commenſ. à iceluy, c'eſt à dire L F ſera medial. Dõc L F appliqué à L K, Ratio. [f] fait la latitude L G, rationelle, incommenſ. en longit. à L K, c'eſt à dire à D E: mais D L eſt monſtree commenſ. en longit. à D E, [h] Donc D L, L G ſont incommenſ. en longitude. Donc icelles ſont rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement, [i] & partant D G, eſt binome, ou de deux noms. Ie dis qu'elle eſt premiere.

c 22. 10. f coroll. 24 10. g 23. 10. h 13. 10. i 37. 10.

Car, le rect. ſous A C, C B eſtant [k] milieu proportionel entre les quarrez de A C, C B; L N ſera auſſi milieu proportionel, entre D H, I K; [l] partant D I, L M, I L, ayant meſme raiſon que D H, L N, I K; L M, ſera auſſi moyenne proportionelle entre D I, I L. [m] Partant le rect. ſous D I, I L, ſera egal au quarré de L M. Et les quarrez de A C, C B, eſtant commenſ. puis que A C, CB ſont poſees commenſ. en puiſſance, D H, I K egaux à iceux ſeront commenſurables. [n] Donc D I, I L, ayant meſme raiſon ſeront commenſ. en longit. Mais puis que D K eſt plus grand que L F, [o] les quarrez de A C, CB eſtant plus grands que 2. fois le rect. ſous A C, C B; D L, ſera plus grande que L G, (p D L, L G ayant meſme raiſon que D K, L F.) Donc puis que D L eſt plus grande que L G, & à D L, eſt appliqué le rect. ſous D I, I L egal au quarré de L M, c'eſt à dire au quart du quarré de L G,

k lemme 54. 10. l L. 6. m 17. 6. n 10. 10. o lemme 39. 10. p 1. 6.

moindre & defaillant d'vne figure quarree, (car le rect. sous D I, I L, est monstré egal au quarré de L M) & D L, est diuisé à I, en D I, I L commens. en longitude, comme il est demonstré 118.10. Donc D L plus grande pourra plus que L G moindre du quarré d'vne ligne commens. en longit. à icelle: parquoy D G, estant monstrée de deux noms, & que D L plus grand nom peut plus que le moindre L G du quarré d'vne ligne qui luy est commens. en longit. & que le mesme D L plus grand, est commens. en longit. à la rationelle proposee D E; par la def. D G sera premiere de deux noms. Donc le quarré d'vne ligne de deux noms, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

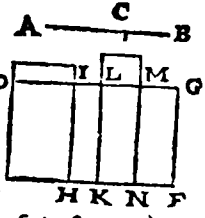
*Soit A B V q 15. + V q 5, & D E 5. D H sera 15 & I K 5. & L N V q 75 & M F, V q 75. Partant si à D E, on applique D H, il fera la latitude D I 3. & si on applique I K il fera I L, 1. Que si à la mesme on applique L N, sçauoir V q 75. il fera la latitude L M V q 3. & M G sera aussi V q 3. Donc la toute D G est 4 + V q 12. premiere de deux noms.*

lxj lv.

## THEOREME 44. PROP. 62.

**Le quarré d'vne ligne premiere de deux mediales appliqué sur vne ligne Rationelle; faict la latitude seconde de deux noms.**

*c'eſt à dire Binome ſecond.*




Soit A B, premiere de deux Mediales dont le plus grand nom eſt A C [a] Et à la rationelle D E ſoit appliqué le rect. D F egal au quarré de A B, faiſant la latitude ou coſté D G. Ie dis que D G eſt binome 2. Car ſoit fait comme en la precedente, de ſorte que D H, I K ſoient derechef egaux aux quarrez de A C, C B, & L N, M F egaux chacun au rect. ſous A C, C B. Dautant donc que A C, C B, compoſant A B bimediale premiere, [b] ſont mediales commenſ. en puiſſ. ſeulement, contenant vn rect. rationel; les quarrez de A C, C B, & partant leurs egaux rectangles D H, I K ſont commenſ. & mediaux [c] Et partant le tout D K eſtant commenſ. à chacun d'iceux D H, I K, [d] ſera auſſi medial; lequel eſtant appliqué à D E rationelle, [e] ſa latitude D L, ſera rationelle incomm. en longit. à D E. Derechef le rect. ſous A C, C B eſtāt rationel, le double d'iceluy ſçauoir L F ſera auſſi rationel, lequel eſtant appliqué à L K rationelle, [f] ſa latitude L G ſera rationelle commenſ. en longit. à L K, c'eſt à dire à D E. Donc puis que L G eſt commenſ. en longit. à D E, & D L, incommenſ. en longit. à D E, [g] D L, L G ſeront commenſ. en longit. & eſtant monſtrees rationelles, elles ſeront rationelles commenſ. en puiſſance ſeulement. [h] Et partant la toute D G eſt de deux noms: Et comme en la precedente on mō-

[a] 45.1.
[b] 38.10.
[c] 16.10.
[d] coroll. 24.10.
[e] 23.10.
[f] 21.10.
[g] 15.10
[h] 37.10.

ſtrera que D L eſt le plus grand nom, & peut plus que L G moindre, du quarré d'vne ligne qui luy eſt commenſ. en longit. & le moindre nom L G eſtant monſtré commenſ. en longit. à la rationelle expoſee D E, ſelon la def. D G ſera ſeconde de deux noms, ou binome ſecond. Donc le quarré d'vne ligne premiere de deux mediales, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

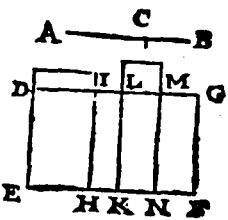
*Soit A B* $\sqrt{qq\,48 + \sqrt{qq\,27}}$; *& D E 4: D H, ſera* $\sqrt{q\,48}$ *&* I K $\sqrt{q\,27}$. *L N ou* F M 6. *Donc ſi à D E on applique D I I, la latitude D I ſera* $\sqrt{q}$ *de 3. & ſi à la meſme on applique* I K; I L *ſera* $\sqrt{q\,1\,\frac{1}{16}}$ *ainſi L N appliqué ſera L M* $1\frac{1}{2}$ *c'eſt à dire M G, egal à iceluy. Et D I, I L, c'eſt à dire* $\sqrt{q\,3}$, *&* $\sqrt{q\,1\,\frac{11}{16}}$ *eſtant commenſ. en longit. la toute D L ſera* $\sqrt{q\,9.\,\frac{3}{16}}$ *Donc la toute D G, ſera* $\sqrt{q\,9\,\frac{3}{16}} + 3$. *ſeconde de deux noms.*

lxij lvj. ## THEOREME 45. PROP. 63.

**Le quarré d'vne ligne ſeconde de deux mediales, appliqué à vne ligne Rationelle, fait la latitude, binome troiſieſme.**

Soit A B, ſeconde de deux mediales ou bimediale ſeconde, dont le plus grand nom eſt A C; [a] & à la rationelle D E ſoit appliqué le rect. D F egal au quarré de A C, faiſant la latitude

a 45. 1.



D G, Ie dis que D G eſt binome troiſieſme.

Car ayant fait la conſtruction comme en la 61. D'autant que AC, C B, faiſant la toute A B, bimediale ſeconde, [b] ſont mediales commenſ. en puiſſ. ſeulement, contenant vn medial; les quarrez de A C, C B; & partant leurs egaux rect. D H, I K, ſont commenſur. & mediaux: Parquoy le tout D K, [c] eſtant commenſ. à chacun d'iceux, [d] ſera auſſi medial: & eſtant appliqué à la rationelle DE [e] fera la latitude D L, Rationelle, incõmenſ. en longit. à D E. De rechef le rect. ſous A C, C B eſtant medial, le double d'iceluy, ſçauoir L F ſera auſſi medial, lequel eſtant appliqué à la rationelle L k, [f] l'autre coſté ou latitude L G ſera rationelle incommenſ. en longit. à L K, c'eſt à dire à D E. Et puis que A C eſt incommenſ. en longit. à C B: Et comme A C à C B, [g] ainſi le quarré de A C au rect. ſous A C, C B; [h] le quarré de A C, eſt auſſi incommenſ. au rect. ſous A C, C B. Mais le compoſé des quarrez de A C, C B [i] eſt commenſ. au quarré de A C, (eſtãt iceux quarrez commenſurables deſcrits de lignes poſees commenſ. en puiſſance) & 2. fois le rect. ſous A C, C B, eſt commenſ. au rect. ſous A C, C B, eſtant double d'iceluy. Donc le compoſé des quarrez de A C, C B, c'eſt à dire le rect. D K, [k] eſt incommenſ. à 2. fois le rect. ſous A C, C B, c'eſt à dire au rect. L F. Donc D L, L G, ayãt meſme raiſon que D K, L F, [l] ſont incommenſ. en longitude. Mais elles ſont monſtrees rationelles; donc D L, L G, ſont rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement, partant [m] la toute D G eſt Binome. Et comme en la 61. p. on monſtrera que D L, eſt le plus grand nom, &

b 39. 10.
c 16. 10.
d coroll. 24. 10.
e 23. 10.
f 23. 10.
g lemme 3 19. 10.
h 10. 10.
i 16. 10.
k ſchol. 14. 10.
l 10. 10.
m 37 10.

peut plus que L G, moindre, du quarré d'vne ligne qui luy est cõmens. en long. & l'vne ny l'autre D L, L G, estant monstree n'estre cõmens. en longit. à la rationelle, proposee par la def. D G, sera Binome troisiesme. Partant le quarré d'vne ligne seconde de deux mediales, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

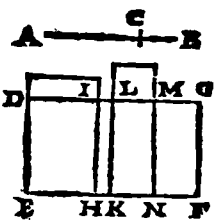
## SCHOLIE.

*Soit* A B $\sqrt{qq\,72} + \sqrt{qq\,8}$ *&* D E 4. *D H sera* $\sqrt{q\,72}$ *I K* $\sqrt{q\,8}$, *L N ou M F* $\sqrt{q\,4}$. *Donc si à D E on applique D H, la latit. D I sera* $\sqrt{q\,4\frac{1}{2}}$: *mais si on applique I K, la lat. I L, sera* $\sqrt{q\frac{1}{2}}$ *& si L N, ou M F est appliq. L M ou M G sera* $\sqrt{q\,1\frac{1}{2}}$. *Mais si D I, I L sont adiousts. c'est à dire* $\sqrt{q\,4\frac{1}{2}}$ *&* $\sqrt{q\,\frac{1}{2}}$ D L, *sera* $\sqrt{q\,8}$. *donc la toute D G est* $\sqrt{q\,8} + \sqrt{q\,6}$ *binome troisiesme.*

## THEOREME 46. PROP. 64.

lxiij lvij

Le quarré d'vne ligne Maieure, appliqué à vne ligne rationelle; fait la latitude Binome quatriesme.




Soit la maieure A B, dont le plus grand nom est A C;
145. 1. [a] Et à la rationelle D E soit appliqué le rect. D F egal au quarré de A B, faisant la latitude D G. Ie dis que D G est Binome quatriesme.

Car soit faite la construction comme en la 61.

p. Dautant que AC, CB, faisant la maieure, AB, [b] sont incommens. en puiss. & font le composé de leurs quarrez rationel & le rect. sous icelles medial : DK egal au composé d'iceux quarrez sera aussi rationel ; mais LF double du rect. sous AC, CB ; medial. Dautant donc que DK est appliqué à la rationelle DE, [c] DL, sera rationelle commens. en longit. à DE. Semblablement LF medial estant appliqué à la rationelle Lk, [d] LG sera rationelle incommens. en longit. à Lk, c'est à dire à DE, [e] Donc puis DL est commens. en longitude à DE, & LG, incommensurable ; DL, LG seront incommens. en longit. Mais elles sont monstrees rationelles ; donc DL, LG, sont rationelles commens. en puissance seulement, [f] partant DG est Binome. Maintenant comme il est monstré en la 62 p. le rect. sous DI, IL est egal au quarré de LM, mais dautant que les quarrez de AC, CB sont incommens. (estant AC, CB incommens. en puissance.) leurs egaux rect. DH, IK, seront aussi incommensurables, [g] & partant DI, IL, estant en mesme raison, sont incommens. en longit. Mais comme il est monstré en la 61. p. DL est plus grande que LG, & à DL, on a appliqué vn rect. contenu sous DI, IL, egal au quarré de LM, c'est à dire à la quarte partie du q. de LG, defaillãt d'vne figure quarree lequel diuise DL, à I en parties incommens. en longit. [h] DL, pourra plus que LG du quarré d'vne ligne qui luy est incommens. en longit. Parquoy DL (plus grand nom de DG Binome) estant monstree commensur. en longit. à DE rationelle proposee ; DG, par la def. sera binome quatriesme ; Donc le

b 45.10.
c 21.10.
d 23.10.
e 13.10.
f 37.10.
g 10.10
h 19.10.

quarré d'vne ligne Maieure appliqué à vne ligne rationelle, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*Soit* AB $\sqrt{q}(10+\sqrt{q}37\frac{1}{2})+\sqrt{q}10-\sqrt{q}37\frac{1}{2}$ *&* DE 5. DH *sera* $10+\sqrt{q}37.\frac{1}{2}-Ik10-\sqrt{q}37\frac{1}{2}$ LN *ou* MF $\sqrt{q}62\frac{1}{2}$. *Partant si à* DE *on applique* DH, *faisãt la latitude* DI; DI: *sera* $2+\sqrt{q}1\frac{1}{2}$. *Mais si on applique* IK *faisant la lat.* IL, *icelle sera* $2-\sqrt{q}1\frac{1}{2}$, *& si on applique* LN *ou* MF, LM *ou* MG *sera* $\sqrt{q}2\frac{1}{2}$. *que si on compose* DI, IL, *c'est à dire* $2+\sqrt{q}1\frac{1}{2}$ *&* $2-\sqrt{q}1\frac{1}{2}$ DL *sera* 4. *parquoy la toute* DG *est* $4+\sqrt{q}10$. *Binome quatriesme.*

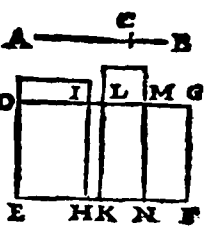
lxiiij.
lviij.

## THEOREME 47. PROP. 65.

**Le quarré d'vne ligne, pouuant vn Rationel & vn Medial, appliqué à vne ligne Rationelle, fait la latitude, Binome cinquiesme.**

Soit AB pouuant vn rationel & vn medial, dont le plus grand nom est AC & à DE rationelle soit appliqué le rect. D F egal au quarré de AB, faisant la latitude de DG. Ie dis que DG est 5. de 2. noms ou binome cinquiesme. Soit fait comme en la 62. prop.

* 45.1.



Dautant donc que AC, CB qui font AB, pouuant vn rationel & vn medial, [b] ſont incommenſ. en puiſſ. faiſant le compoſé de leurs quarrez medial, & le rect. ſous icelles rationel : DK, egal au compoſé des quarrez de AC, CB, ſera medial ; & LN egal au rect. ſous AC, CB, & partant le double d'iceluy, ſçauoir LF, ſera rationel. Donc DK medial appliqué à DE rationelle, [c] faict D L, latitude, rationelle, incommenſ. en longit. à DE rationelle : Mais L F, rationel appliqué à la rationelle L k, [d] faict la latitude L G, rationelle commenſ. en longit à L k, c'eſt à dire à D E. [e] Dautant donc que L G, eſt commenſ. en longit. à D E, rationelle, & D L, incommenſurable en longit. D L, L G, ſeront incommenſ. en longit. parquoy D L, L G ſont rationelles commenſ. en puiſſance ſeulement ; [f] & partant D G eſt binome. Maintenant on monſtrera comme en la 61. que le rect. ſous DI, IL, eſt egal au quarré de L M ; & comme en la precedente, que D L eſt le plus grand nom, & peut plus que L G, du quarré d'vne ligne qui luy eſt incommenſ. en longit. Parquoy le moindre nom L G, eſtant monſtré commenſ. en longit. à la rationelle expoſee D E ; par la def. D G ſera binome cinquieſme. Donc le quarré d'vne ligne pouuant vn rationel & vn medial ; &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[b] 41. 10.
[c] 23. 10.
[d] 21. 10.
[e] 13. 10.
[f] 37. 10.

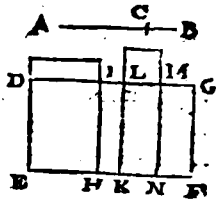
## SCHOLIE.

*Soit* A B $\sqrt{q}(\sqrt{q}125+5)+\sqrt{q}(\sqrt{q}125-5)$ *&* D E *ſoit* 5. D H *ſera* $\sqrt{q}125+5$, I K $\sqrt{q}125-5$. L N, *ou* M F 10. *Et ſi à* D E *on applique* D H *faiſant la lat.* D I ; D I *ſera* $\sqrt{q}5+1$. *Et ſi on applique* I K, *fai-*

*ſant IL; IL, ſera √ 95 — 1: Et ſi on applique LN en M F, LM, ou MG ſera 2. & DI, IL eſtant adiouſtees, ſçauoir √ 95 + 1 & √ 95 — 1, DL ſera √ 20. Donc la toute DG; eſt √ 20 + 4. Binome cinquieſme.*

lxv. lix. **THEOREME 48 PROP. 66.**

**Le quarré d'vne ligne pouuant deux Mediaux, appliqué à vne ligne Rationelle, faict la latitude, binome ſixieſme.**




Soit A B pouuant deux mediaux dont le plus grand nom eſt A C ; [a] & à DE rationelle ſoit appliqué le rect. DF égal au quarré de A B, faiſant la latitude D G. Ie dis que D G eſt binome ſixieſme. Car ayant fait la conſtruction comme en la 61. p. Dautant que AC, CB, faiſant AB pouuant deux mediaux [b] ſont incommenſ. en puiſſ. & font le compoſé de leurs quarrez medial, & le rect. ſous icelles medial & incommenſ. au compoſé de leurs quarrez; tant D K egal à iceluy compoſé, que L F egal à 2. fois le rectangle ſous AC, CB eſt medial: & DK, LF, mediaux eſtans appliquez à la rationelle DE; [c] leurs latitudes DL, LG, ſeront rationelles incommenſ. en longit. à DE rationelle. [d] Et d'autant que le compoſé des quarrez de AC, CB, eſt incommenſ. au rect. ſous AC, CB; & 2. fois le rect. ſous A C, CB, eſt commenſ. à iceluy rect. ſous A C, C B, eſtant

[a] 45. 1.
[b] 42. 10
[c] 23. 10.
[d] 42. 10.

double d'iceluy ; [e] le composé desdits quarrez, c'est à dire DK, est incommens. à 2. fois le rect. sous AC, CB, c'est à dire à LF. Parquoy DL, LG, ayant mesme raison que DK, LF, [f] sont incommens. en longit. Donc DL, LG, sont rationelles commens. en puiss. seulement, [g] partant DG est binome. Et on demonstrera comme en la precedente que DL, est le plus grand nom, & peut plus que LG, du quarré d'vne ligne qui luy est incommens. en longit. & estant monstré que DL, ny LG, n'est commens. en longit. à DE rationelle exposée; par la def. DG, sera binome sixiesme. Donc le quarré d'vne ligne pouuant deux mediaux, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

e 13. 10.

f 10. 10.

g 37. 10

## SCHOLIE.

*Soit AB √q(√q252 + √q72) + √q(√q 252 — √q72) & DE 6: DH sera √q 252 + √q 72: IK √q 252 — √q72. LN ou MF √q180. Et à DE soit appliqué DH, la lat. CI sera √q7 + √q2. De rechef soit appliqué IK, la lat. IL, sera √q7 - √q2. Finalement soit appliqué LN, ou MF, LM, ou MG, sera √q5. Donc la toute DG, est √q28 + √q20. binome sixiesme.*

## THEOREME 49. PROP. 67.

lxvj lx.

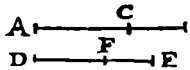
La ligne commensurable en longitude à la ligne de deux noms, ou binome, est aussi ligne de deux noms, & de mesme ordre.

Soit AB ligne de deux noms ou binome quelconque diuisee en ses noms, dont le plus grand est AC, & le moindre CB; & soit DE commens. en longit. à AB. Ie dis que DE est aussi binome, & de mesme ordre que AB.

a 12. 6. Car comme la toute AB est à la toute DE a ainsi la retranchee AC, soit à la retranchee DF:

b 19. 5. b Donc le reste CB, sera au reste FE, comme la toute AB à la toute DE. Et d'autant que DE est

c 10.10. posee commens. en longit. à AB, c DF sera aussi cõmens. en longit. à AC, & FE, à




d 37. 10. CB: d Mais AC, CB noms de AB, binome, sont rationelles, donc DF, FE, sont aussi rationelles. Derechef puis que comme AC, est à DF, ainsi CB à FE; & en permutant comme AC à CB, ainsi DF à FE: Mais AC, CB, sont com-

e 10.10. mens. en puiss. seulement. e Donc DF, FE, sont aussi commens. en puiss. seulement. Donc DF,

f 37. 10. FE sont rationelles commens. en puissance seulement: f Et partant DE est binome. Ie dis que DE est aussi de mesme ordre que AB. Car AC, peut plus que CB, du quarré d'vne ligne qui luy est commens. ou incommensurable. Que si AC peut plus que CB, du quarré d'vne ligne qui luy

g 15.10. soit commens. en longit. g DF pourra plus que FE du quarré d'vne ligne qui luy sera commens. en longitude. Que si AC est commens. en longit. à la rationelle exposee, de sorte que AB soit binome premier, h DF sera aussi commens.

h 12.10. en longit. à la mesme rationelle, l'vne & l'autre estant rationelle, & DF estant aussi commẽs. en longit. à AC. Parquoy DE selon la def. est binome premier, c'est à dire de mesme ordre.

Mais ſi CB eſt commenſ. en longit. à la rationelle expoſee. de ſorte que AB, ſoit binome ſecond ; ſemblablement FE ſera commenſ. en longit. à la rationelle expoſee. Parquoy DE, par la def. eſt binome ſecond. Finalement ſi l'vne ny l'autre AC, CB, n'eſt commenſ. en longit. à la rationelle expoſee ; de ſorte que AB, ſoit binome troiſieſme ; l'vne ny l'autre DF, FE n'eſt commenſ. en longit. à la rat. expoſ. Donc DE par la def. eſt binome troiſieſme. i 12. 10.

Mais ſi AC peut plus que CB du quarré d'vne ligne qui luy ſoit incommenſ. en longit. DF pourra plus que FE du quarré d'vne ligne qui luy ſera incommenſ. en longitude. Parquoy nous monſtrerons comme auparauant que DE eſt binome quatrieſme, ou cinquieſme ou ſixieſme ; ſelon que AB ſera binome quatrieſme ou cinquieſme ou ſixieſme. Donc la ligne cõmenſur. en longitude &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. k 15. 10.

## THEOREME 50. PROP. 68. lxvij. lxj.

**La ligne droicte commenſurable à vne ligne Bimediale ; icelle eſt auſſi Bimediale & de meſme ordre.**

Soit AB bimediale quelconque diuiſee en ſes noms, dont AC eſt le plus grand & CB, le moindre ; & ſoit DE commenſ. en longitude à icelle. Ie dis que DE eſt auſſi bimediale & de meſme ordre que AB.

Car a comme la toute AB est à la toute DE, ainsi la retranchee AC, soit à la retrãchee DF: b Donc le reste CB sera au reste FE comme la toute AB, à la toute DE. Parquoy DE estant posee commens. en longit. à AB, c DF sera commens. en long. à AC, & FE, à CB: Mais AC, CB sont mediales, d Donc DF, FE comm'és. à icelles sont aussi mediales: Derechef AC estãt à DF comme CB à FE, en permutant comme AC est à CB, DF sera à FE: e Mais AC, CB sont commens. en puiss. seulement: f Donc DF, FE seront aussi commens. en puiss. seul. Et estant monstrees mediales; icelles DF, FE seront mediales commens. en puiss. seulement: g parquoy DE sera bimediale. Je dis qu'elle est de mesme ordre que AB. Car puis que comme AC, à CB, ainsi DF, à FE: h mais comme AC, à CB, ainsi le quarré de AC au rect. sous AC, CB, & comme DF, à FE, ainsi le q. de DF au rect. sous DF, FE: comme le q. de AC, sera au rect. sous AC, CB, ainsi le q. de DF, sera au rect. sous DE, EF: & en permutant comme le q. de AC, au q. de DF, ainsi le rect. sous AC, CB, au rect. sous DE, EF: Mais le q. de AC est commens. au q. de DF; estant AC, DF, monstrees commens. en longit. i Donc le rect. sous AC, CB, sera commens. au rect. sous DF, k E. Parquoy si le rect. sous AC, CB est Rationnel, en sorte que AB, soit Bimediale premiere; le rectangle sous DF, FE commens. à iceluy sera aussi Rationel, l Et partant DE, sera bimediale premiere. Mais si le rectangle sous AC, CB, estoit medial en sorte que AB fust Bimediale seconde: le rect. sous DF, FE, commens.

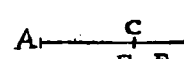
a 12. 6.
b 19. 5.
c 10. 10.
d 24. 10.
e 18. 10.
f 10. 10.
g 38. ou 39. 10.
h *lem.* 3. 19. 10.
i 10. 10.
k 18. 10.

commenſ. à iceluy, [l]ſeroit auſſi medial, partant [m] DE, ſeroit Bimediale ſeconde. Partant la ligne droicte commenſurable, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. [l] coroll. 24. 10. [m] 39. 10.

## THEOREME 51. PROP. 69. lxviij lxij

**La ligne droicte commenſurable à vne ligne Maieure, eſt auſſi ligne Maieure.**

Soit la ligne Maieure AB diuiſee en ſes noms à C, & ſoit DE commenſ. à icelle en longit. & puiſſ. ou en puiſſ. ſeulement. Ie dis que DE eſt auſſi Maieure.




Car ſoit faict comme cy deuant; en ſorte que AC, CB, ayent meſme raiſon à DF, FE, que la toute AB, à la toute DE: Dautant donc que AB, DE ſont commenſ. ou en longit. & puiſſ. ou en puiſſance ſeulement; [a] tant AC, DF, que CB, FE ſeront commenſ. de meſme façon. Derechef d'autant que comme AC, à DF, ainſi CB à FE. Et en permutant comme AC, à CB, ainſi DF, à FE; [b] comme le quarré de AC, ſera au quarré de CB; ainſi le q. de DF au q. de FE: Et en compoſant comme le compoſé des quarrez de AC, CB au q. de CB, ainſi le cõpoſé des qq. de DF, FE au quarré de FE. Et par conuerſion de raiſon, comme le q. de CB au cõpoſé des qq. de AC, CB, ainſi le q. de FE, au cõpoſé des qq. de DF, FB: Et en permutant comme le q. de CB, au q. de FE, ainſi le compoſé des qq. de AC, CB, au compoſé des quarrez de [a] 10. 10. [b] 22. 6.

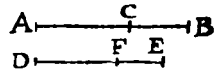
DF, FE. Mais le q. de CB est commens. au q. de FE; CB FE estant monstrees commens. soit en
c 10.10. longit. & puiss. ou en puiss. seulement. c Donc le composé des qq. de AC, CB est commens. au
d 40.10 composé des qq. de DF, FE: Mais le composé des qq. de d AC, CB est rationel, puis que AC,
e 9. d. CB composent la Maieure AB; e Donc le composé des quarrez de DF, FE est aussi Rationel.

Derechef puis que comme AC est à CB, ainsi
f lem. 3. DF à FE; f Mais comme AC à CB ainsi le q. de A
19. 10. C au rect. sous AC, CB; & comme DF à FE, ainsi le q. de DF au rect. sous DF, FE. Comme le q. de AC sera au rect sous AC, CB: ainsi le q. de DF, sera au rect. sous DF, FE: Et en changeant comme le q. de AC, au quarré de DF, ainsi le rect. sous AC, CB, au rect. sous DF, FE: Mais le q. de AC est commens. au q. de DF;
g 10.10. estant AC, DF monstrees commens. ou en longit. & puiss. ou en puiss. seulement. g Donc le rect.
h 40 10. sous AC, CB est aussi commens. au rect. sous D
i coroll. F, FE: h Mais le rect. sous AC, CB est medial: i
24.10. Donc le rect. sous DF, FE, commens. à iceluy, est aussi medial: mais AC estant à CB, comme
k 40.10. DF, à FE, k Et AC, CB sont incommens. en
10.10. puiss. (composant la Maieure AB.) l DF, FE seront aussi incommens. en puiss. Donc DF, FE estant incommens. en puiss. & faisant le composé de leurs quarrez Rationel, & le rect. sous
m 40.10. icelles medial, comme il est monstré: m la toute DE sera ligne Maieure. Donc la ligne commensurable, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 52. PROP. 70. lxii lxiij

La ligne commẽsurable à vne ligne pouuant vn Rationel & vn Medial est aussi ligne pouuant vn Rationel & vn Medial.

Soit AB, pouuant vn Rationel & vn Medial diuisee en ses noms à C, & soit DE commens. à icelle en longit. & puiss. ou en puiss. seulement. Ie dis que DE peut aussi vn Rat. & vn Medial.




Car ayant faict la mesme construction que cy deuãt, nous monstrerons comme en la precedente, que le composé des quarrez de AC, CB, [a] est commens. au composé des qq. de DF, FE; Mais le composé des quarrez de AC, CB est Medial; puis que AC, CB composent AB pouuant vn rationel & vn medial; [b] Donc le composé des qq. de DF, FE commens. à iceluy est aussi medial. Semblablement comme en la precedente p. le rect. sous AC, CB, [c] qui est Rationel sera commens. au rect. sous DF, FE, [d] & partant le rect. sous DF, FE, sera Rationel. Finalement comme en la mesme precedente p. DF, FE seront incommens. en puissance. Donc DF, FE estant incommens. en puissance, & faisant le composé de leurs qq. medial, & le rect. sous icelles Rationel, comme il est demonstré; [e] la toute DE, sera ligne pouuant vn Rationel & vn Medial. Partant la ligne commensurable, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

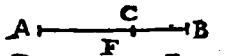
[a] à 41.10.
[b] b coroll. 24.10.
[c] c 41.10.
[d] d.9.def.
[e] e 41.10.

lxix. lxiij.

## THEOREME 43. PROP. 71.

La ligne commenſ. à vne ligne pouuant deux Mediaux, eſt auſſi ligne pouuant deux Mediaux.

Soit AB pouuant deux Mediaux diuiſee en ſes noms à C, & DE commenſ. à icelle en longit. & puiſſ. ou en puiſſ. ſeulement. Ie dis que DE peut auſſi deux Mediaux.




Car, la conſtruction faite comme auparauant, l'on monſtrera comme en la 69. propoſition, que le compoſé des quarrez de AC, CB eſt commenſ. au compoſé des qq. de DF, FE: Et le rect. ſous AC, CB, commenſ. au rect. ſous DF, FE. [a] Parquoy tant le compoſé des qq. de AC, CB, que le rect. ſous AC, CB eſtant medial; [b] Auſſi tant le compoſé des qq. de DF, FE, que le rect. ſous DF, FE ſera medial: Mais DF, FE ſont incommenſ. en puiſſ. comme auparauant. Finalement, [c] le compoſé des qq. de AC, CB, & le rect. ſous AC, CB, eſtant incommenſ. par l'ypotheſe, puis que AB peut deux Mediaux; Mais le compoſé des q q. de DF, FE, eſt monſtré commenſ. au compoſé des qq. de AC, CB, & le rect. ſous DF, FE, monſtré commenſ. au rect. ſous AC, CB, [d] le compoſé des qq. de DF, FE, & le rect. ſous DF, FE ſeront incommenſ. Partant DF, FE eſtant incommenſ. en puiſſance, & faiſant le compoſé de leurs qq. Medial, & le rect. ſous icelles Medial, & incommenſ. au compoſé de leurs quarrez; [e] DE ſera ligne pou-

a 42. 10.
b coroll. 24. 10.
c 42. 10.
d. ſchol. 14. 10.
e 42. 10.

uant deux Mediaux. Partant la ligne commenſ. à la ligne pouuant, &c: Ce qu'il falloit demonſtrer.

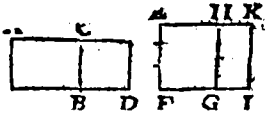
## THEOREME 54. PROP. 72.

lxxj lxv.

Si vne ſuperficie Rationelle & vne Mediale ſont compoſees, il ſe fait quatre Irrationelles, ſçauoir celle qui eſt dicte Binome, ou Bimediale premiere, ou ligne Maieure, ou ligne pouuant vn Rationel & vn Medial.

*C'eſt à dire, que la ligne pouuant tout le compoſé eſt vne de ces quatre Irrationelles, ſçauoir celle qui eſt dite Binome, ou Bimediale premiere, &c.*

Soit l'eſpace ou ſuperficie A B Rationelle cõpoſee auec la Mediale C D. Ie dis que la droicte ligne qui peut tout l'eſpace A D, eſt premiere de deux noms. i. Binome premier, ou Bimediale premiere ou ligne Maieure, ou ligne pouuant vn Rationel & vn Medial.




Car l'eſpace A B, ſera plus grand que C D. ou moindre ne pouuant eſtre egal. Car A B, eſtant Rationel ſi C D eſtoit egal à iceluy il ſeroit auſſi rationel contre l'ypotheſe. Soit premierement A B plus grand que C D: & à la Rationelle propoſee E F ſoit appliqué le rect. E G, egal à A B, & à H G, ſoit appliqué H I, egal à C D. De ſorte que le tout E I, ſoit egal au tout A D. a 45. 2

Et AB estant Rationel & CD Medial, EG sera
aussi Rationel & HI Medial; lesquels appliquez
b 21.10. à la Rationelle EF; b EH sera rationelle com-
c 23.10. mens. en longit. à EF; c Mais HK Rationelle in-
commens. en longit. à EF. Derechef EG, HI
estant incommens. comme il appert par les defi-
d.1. 6. nit. EG estant Rationel & HI, Irrationel, ça-
e 10.10. uoir Medial: EH, d HK ayant mesme raison e se-
f 37.10. ront incommens. en longit. Et partant sont Ra-
tionelles commens. en puiss. seulement: f Donc
EK est Binome. Et AB estant posé plus grand
que CD, c'est à dire EG, plus grand que HI; EH
sera aussi plus grande que HK. EH, HK ayãt
mesme raison que EG, HI. Maintenant EH
plus grand nom pourra plus que HK moindre
du quarré d'vne ligne commens. en longit. à
icelle ou incommens. Si EH peut plus que HK
du quarré d'vne ligne commens. en longitude à
icelle; EK sera Binome premier par la definit.
estant EH plus grand nom monstré commens.
en longit. à la Rationelle EF. Parquoy la ligne
pouuant l'espace EI, contenu sous la Rationel-
le EF & EK Binome premier; & partant
g 55.10. l'espace AB, composé du Rationel AB, &
du Medial CD; g est irrationelle appellee Bi-
nome.

Mais si EH peut plus que HK du quarré d'v-
ne ligne qui luy soit incommens. en longit. EK
sera Binome quatriesme, par la def. estant EH
plus grand nom monstree commens. en lon-
git. à la Rationelle EF. Donc la ligne droicte
pouuant l'espace EI, contenu sous EF Rationel-
le, & EK Binome quatriesme, & partant aussi
h 58.10. l'espace AD h est irrationelle appellee Maieure,

Soit maintenant AB plus grand irrationel & Medial, & CD plus petit Rationel: ayant fait la construction comme auparauant, EH sera incommens. en longit. à EF & HK commens. Et partant EH, HK Rationelles commens. en puissance seulement, & la toute Ek Binome. Donc EH plus grand nom, pourra plus que HK, du quarré d'vne ligne qui luy sera commens. en lõgit. ou incommens. si commens. & EH est monstrée incommens. en longit. à la Rationelle proposee, EK par la def. sera Binome second. Donc la ligne pouuant l'espace EI, (ou AD) contenu sous EF, Rationelle, & EK Binome second est irrationelle i appellee Bimediale premiere. Si incommens. EK sera Binome cinquiesme, Donc la droicte ligne pouuant l'espace EI, (qui est AB) contenu sous EF, Rationelle, & Ek Binome cinquiesme k est irrationelle dicte pouuant vn Rationel & vn Medial. Donc si vn espace Rationel & vn Medial sont composez, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

i 56 10.

k 59 10.

## SCHOLIE.

*Soit l'espace Rationel AB 7. & le Medial CD √q 48. La ligne pouuant iceux espaces adiouſtez ensemble sera 2 + √q 3 Binome premier: Si AB estoit 21 & CD √q 432 la ligne pouuant iceux sera √q 12 + 3. Binome second: si AB est 14. CD √q 192: la ligne pouuant iceux sera √q 8 + √q 6 Binome troisiesme. Et si AB est 6. & CD √q 32. Icelle sera 2 + √q 2 Binome quatriesme: Mais si AB est 3 & CD √q 8. elle sera √q 2 + 1, Binome cinquiesme: Et si AB est 5. & CD √q 24. la ligne pouuant leur composé sera √q*

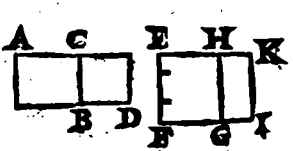
3 + √ q 2. Binome 6: Mais si AB est 4. & CD √ q 8 la ligne pouuant leur composé sera √ qq 8 + √ qq 2 Bimediale premiere : et si AB est 6. & CD √ q 12, icelle ligne sera √ q ( 6 + 12) ou √ q ( 3 + 7 q 6 ) + √ q 3 — √ q 6.) Finalement si AB est 2. & CD √ q 8 la ligne pouuant iceux espaces sera √ q ( √ q 8 + 2 ) ou √ q ( √ q 2 + 1 ) + √ q ( √ q 2 — 1.)

lxxij. lxvj.

## THEOREME 55. PROP. 73.

Si deux superficies Mediales, incommensurables entre elles sont composees, les deux autres lignes irrationelles sont faictes, sçauoir ou la Bimediale seconde ou la ligne pouuant deux Mediaux.

*C'est à dire, que la ligne qui peut tout le composé est, ou bimediale seconde, ou pouuant deux Mediaux.*




Soient composez 2. Mediaux incommens. AB, CD. Ie dis que la droicte ligne qui peut tout, l'espace AD, est Bimediale seconde, ou pouuant deux Mediaux.

Car derechef AB sera plus grand que CD ou moindre: & egal non, autrement AB, CD seroient commensurables, ce qui est contre l'ypotheſe. Soit premierement plus grand, & soit fait tout comme en la precedente. Et AB, CD, estant posez Mediaux & incommens. leurs egaux EG, HI, seront aussi Mediaux & incom-

menſ.[a] Partant EH, HK ayant meſme raiſon,[b] ſeront incommenſ. en longit. (Et EG, HI; Mediaux, eſtant appliquez, à la Rationelle EF,[c] l'vne & l'autre EH, HK eſt Rationelle incommenſ. en longit. à la Rationelle EF. Donc EH, HK ſont rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement:[d] partant la toute EK eſt Binome. Mais puis que AB, eſt poſé plus grand que CD, comme en la precedente prop. EH ſera le plus grand nom de EK. Partant pourra plus que HK, du quarré d'vne ligne qui luy eſt commenſ. en longit. ou incommenſurable. Si EH, peut plus que HK du quarré d'vne ligne qui luy ſoit commenſ. en longit. tant EH, que HK eſtant monſtree incommenſ. en longit. à EF Rationelle par la def. EK ſera Binome troiſieſme. Donc la droicte ligne pouuant l'eſpace EI, contenu ſous EF, Rationelle, & EK Binome troiſieſme, & partant l'eſpace AD,[e] eſt Irrationelle dicte Bimediale ſeconde.

a 1. 6.
b 10. 10
c 23. 10.
d 37. 10.
e 57. 10.

Si EH peut plus que HK du quarré d'vne ligne incommenſ. en longit. à icelle, tant EH, que HK eſtant incommenſ. en longit. à EF Rationelle; EK ſera Binome ſixieſme par la defin. Donc la ligne pouuant EI, ou AD;[f] eſt irrationelle: dicte pouuant deux Mediaux. Que ſi AB, eſtoit moindre que CD, on demonſtrera ſemblablement ce qui eſt propoſé. Partant ſi deux ſuperficies Mediales incommenſ. entr'elles, ſont compoſees, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

f 60. 10.

## SCHOLIE.

*Soit AB 7 q 50 & CD 1 q 48. la ligne pouuant*

*leur composé sera √ qq 18 + √ qq 8. Bimediale seconde: ou soit* A B √ q 12 & C D √ q 8. *la ligne pouuant iceux sera* √ q ( √ q 12 + √ q 8,) *ou* √ q ( √ q 3 + √ q 1 ) + √ q ( √ q 3 — √ q 1 ) *pouuant deux Mediaux.*

## COROLLAIRE.

De toutes ces choſes on collige facilement que la ligne de deux noms ou Binome, & les autres lignes irrationelles ſuiuantes icelle, ſont differentes entr'elles & de la ligne Mediale.

Car le quarré d'vne ligne Mediale appliqué à vne ligne rationelle, [a] fait la latitude Rationelle incommenſurable en longit. à icelle Rationelle à laquelle il eſt appliqué. a 23.10.

Mais le quarré de la ligne de deux noms, appliqué à vne ligne Rationelle, [b] fait la latitude premiere de deux noms ou Binome premier. b 61.10.

Et le quarré d'vne Bimediale premiere appliqué à vne ligne Rationelle, [c] faict la latitude Binome ſecond. c 62.10.

Et le quarré d'vne Bimediale ſeconde appliqué à vne ligne Rationelle: [d] fait la latitude Binome troiſieſme. d 63.10.

Mais le quarré d'vne ligne Maieure appliqué à vne Rationelle; [e] faict la latitude Binome quatrieſme. e 64.10.

Et le quarré d'vne ligne pouuant vn Rationel & vn Medial appliqué à vne ligne Rationelle, [f] fait la latitude Binome cinquieſme. f 65.10.

Finalement le quarré d'vne ligne pouuant deux Mediaux, appliqué à vne ligne Rationelle, [g] fait la latitude Binome ſixieſme. g 66.10.

Or puiſque toutes ces latitudes different de la latitude de la mediale & entr'elles ( ſçauoir de la latitude de la mediale, ceſte-cy eſtant Rationelle, & celles-là irrationelles:) Mais entr'elles d'autant qu'elles ne ſont Binomes de meſme ordre. Il eſt manifeſte que toutes les lignes irrationelles dont il a eſté parlé iuſques icy, ſont differentes entr'elles.

*ICY COMMENCENT LES SIXAINES des lignes Irrationelles par le retranchement.*

## THEOREME 56. PROP. 74. lxxiij lxviij

Si d'vne ligne Rationelle on retranche vne ligne Rationelle, commenſurable en puiſſance ſeulement à la toute: la reſtante eſt Irrationelle: Soit appellee Apotome, ou reſidu.

De la Rationelle AB, ſoit retranchee AC, Rationelle, commenſ. en puiſſ. ſeulemẽt à la toute AB. Ie dis que le reſte BC eſt Irrationelle.




Car, comme AB, à AC, ainſi le quarré de AB, au rect. ſous AB, AC: & AB, AC, eſtant incommenſ. en longit. Le quarré de AB ſera incommenſ. au rect. ſous AB, AC: Mais le compoſé des quarrez de AB, AC, eſt commenſ. au quarré de AB, (car AB, AC eſtant poſees commenſ. en puiſſ. les quarrez de AB, AC, ſeront commenſurables: Et partant leur com- [a] lem. 3. 19. 10. [b] 10. 10. [c] 16 10.

posé commenſ. au quarré de AB.) Mais 2. fois le rect. ſous AB, AC eſt commenſ. au rect. ſous AB, AC. [d] Donc le composé des quarrez de A B, AC, & 2. fois le rect. ſous A B, AC, ſont incommenſ. [e] Or le composé des quarrez de AB, AC eſt egal à 2. fois le rect. ſous AB, AC & au quarré de BC. [f] Donc le composé des quarrez de AB, AC eſt incommenſ. au reſtant quarré de B C: Parquoy le composé des qq. de AB, AC, eſtant rationel; (eſtant commenſ. au q. de la Rationelle AB.) le quarré de BC ſera irrationel: & partant B C irrationelle. Or ſoit icelle appellee Apotome, que les autres appellent Reſidu. Donc ſi d'vne ligne rationelle, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

d.ſcol. 14. 10.
c. 7. 2
f corol. 17. 10.

## SCHOLIE.

*Soit AB 2. AC √ q 3. B C reſtante ſera 2 — √ q 3.*

lxxiv lxix.

## THEOREME 57. PROP. 75.

Si d'vne ligne Mediale on retranche vne ligne Mediale, commenſurable en puiſſance ſeulement à la toute, laquelle contienne vn rectangle Rationel auec la toute, le reſte eſt irrationel: Soit appellé reſidu Medial premier.

De AB Mediale ſoit retranchee AC Mediale commenſ. en puiſſ. ſeulement à A B, & que le

ect. sous AB, AC soit Rationel. Ie dis que la estante CB est irrationelle.

Car AB, AC estant com- A C B
mens. en puiss. les quarrez de
AB, AC seront com. a Et par- a 16. 0.
tant le cõposé d'iceux sera com. au quar. de AC.
Mais le q. de AC Mediale est irrationel & Medial: b corol.
b donc le composé des quarrez de AB, AC cõ- 24. 10.
mens. à iceluy, est irrationel & Medial, & le rect.
sous AB, AC estant posé Rationel; 2. fois le
rect. sous AB, AC sera rationel: Parquoy le cõ-
posé des quarrez de AB, AC sera incommens. à c. 7. 2.
2. fois le rect. de AB, AC. c Donc puis que le
composé des quarrez de AB, AC est egal à 2.
fois le rect. sous AB, AC & au quarré de BC: 2.
fois le rect. sous AB, AC, auec le quarré de BC,
sera aussi incommens. à 2. fois le rect. sous AB,
AC. d Parquoy 2. fois le rect. sous AB, AC, & d 17. 10.
le quarré de BC, sont incommensurables: Et 2.
fois le rect. sous AB, AC estant Rationel, le
quarré de BC sera irrationel: Et partant BC ir-
rationelle. Or soit appellee Apotome ou resídu
Medial premier. Partant si d'vne ligne Mediale
on retranche vne ligne Mediale commens. en
puiss. seulement à la toute, &c. Ce qu'il falloit
demonstrer.

## SCHOLIE.

*Soit AB γ qq 54. & AC retranchee γ qq 24; la restante CB sera ℓ qq 54 — ℓ qq. 24.* lxx γ lxx.

## THEOREME 58. PROP. 76.

Si d'vne ligne Mediale on retranche vne

ligne Mediale, commensurable en puissance seulement, à la toute; laquelle contienne auec la toute, vn rectangle Medial; le reste est Irrationel: Soit appellé Apotome ou residu Medial second.




De la Mediale AB, soit retranchee la mediale AC, commens. en puiss. seulement, à AB; & soit le rectangle sous AB AC, medial. Ie dis que la restante BC est irrationelle.

Car dautant que les quarrez de AB, AC commens. en puiss. sont commensurables; [a] leur composé sera commens. à chacun d'iceux: mais chacun d'iceux quarrez est medial, (estant AB, AC, posees Mediales) [b] donc leur composé est medial, estant commensurable, à chacun d'iceux. Derechef, puis que le rect. sous AB, AC est posé medial, [c] le double d'iceluy, sçauoir 2. fois le rect. sous AB, AC, sera aussi medial; [d] Donc puis que le composé des quarrez de AB, AC, est egal à 2. fois le rectangle sous AB, AC, & au quarré de BC; le composé des quarrez de AB, AC, qui est medial, excedera 2. fois le rect. sous AB, AC, (qui est aussi Medial) du quarré de BC. [e] Mais vn Medial n'excede vn Medial d'vn rationel; Donc le quarré de BC, ne sera rationel: Donc irrationel, & BC irrationelle; Soit appellée apotome second, de la ligne Mediale. Partant si d'vne ligne, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 16. 10.
b corol. 24. 10.
c corol. 24. 10.
d 7. 2.
e 17. 10.

## SCHOLIE.

*Soit AB √qq 18 AC √qq 8 BC sera √qq 18 — √qq 8.*

## THEOREME 59. PROP. 77. lxxvj lxxj

Si d'vne ligne droicte, on retranche vne ligne droicte, incommenſurable en puiſſance à la toute, faiſant auec la toute le compoſé de leurs quarrez Rationel, & le rectangle contenu ſous icelles Medial. La reſtante eſt Irrationelle: Soit icelle appellee Mineure.

De la ligne droicte A B, ſoit A C B retranchee A C incommenſurable en puiſſance, à icelle A B;
Et ſoit le compoſé des quarrez de A B, A C rationel, mais le rectangle ſous A B, AC, medial. Ie dis que la reſtante BC, eſt irrationelle.

Car le compoſé des quarrez de AB, AC eſtant Rationel; Mais le rect. ſous AB, A C, & partãt le double d'iceluy, [a] qui luy eſt commenſ. c'eſt à dire 2. fois le rect. ſous A B, AC, Medial; c'eſt à dire irrationel: [b] le compoſé des quarrez de AB, AC ſera incommenſ. à 2. fois le rect. ſous AB, AC, [c] Mais le compoſé des quarrez de AB, AC, eſt egal à 2. fois le rect. ſous AB, AC, & au quarré de BC. Donc le compoſé des quarrez de AB, A C, [d] ſera incommenſ. au reſtant quarré de BC. Mais le compoſé des quarrez de AB, A C eſt poſé rationel. [e] Dõc le quarré de BC incommenſ. à iceluy eſt irrationel, & la ligne B C irrationelle. Soit appellee Mineure: Donc ſi d'vne ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a corol. 24. 10.
b 10 10.
c 7. 2.
d corol. 17. 10.
e 10. de f

## SCHOLIE.

*Soit AB $\sqrt{q}(32+\sqrt{q}704)$ AC $\sqrt{q}(32-\sqrt{q}704)$ BC *sera* $\sqrt{q}(32+\sqrt{q}704)-\sqrt{q}(32-\sqrt{q}704)$.*

lxxvij. lxxij.

## THEOREME 60. PROP. 78.

Si d'vne ligne droicte est retranchee vne ligne droicte, incommens. en puiss. à la toute; faisant auec la toute, le composé de leurs quarrez Medial: Mais le rectangle contenu sous icelles Rationel; la restante est Irrationelle. Soit appellee, ligne faisant auec vn espace Rationel vn tout Medial.

Soit la ligne AB, de laquelle A C B soit retranchee AC incommēs. en puiss. à AB: Et soit le composé de leurs quarrez Medial; & le rectangle sous icelles Rationel. Ie dis que la restante BC est Irrationelle.

Car le composé des quarrez de AB, AC estant Medial, c'est à dire irrationel; & le rect. sous AB, AC, & partant le double d'iceluy, sçauoir, 2. fois le rect. sous AB, AC, Rationel: [a] le composé des quarrez de AB, AC, sera incommens. à 2. fois le rect. sous AB, AC. [b] Mais le composé des quarrez de AB, AC est egal à deux fois le rect. sous AB, AC, & au quarré de BC.

a 10. def.

b 7. 2.

Donc

Donc 2. fois le rect. ſous AB, AC, auec le quarré de BC eſt incommenſ. à 2. fois le rect. ſous AB, AC. c Partant 2. fois le rect. ſous AB, AC & le quarré de BC ſont incommenſurables. c 17. 10.
Donc 2. fois le rect. ſous AB, AC, eſtant Rationel; d le quarré de BC ſera Irrationel; & la ligne BC Irrationelle. Soit appellee, ligne faiſant auec vn eſpace Rationel vn tout Medial. d 10. def
D'autant que le quarré d'icelle, adiouſté auec 2. fois le rect. ſous AB, AC, qui eſt Rationel, fait vn tout Medial: Donc ſi d'vne ligne droicte eſt retranchee vne ligne droicte incommenſurable en puiſſance, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Soit* $AB \sqrt{q}(\sqrt{q}13\frac{1}{2} + \sqrt{q}4\frac{1}{2}) AC \sqrt{q}(\sqrt{q}13\frac{1}{2} - \sqrt{q}4\frac{1}{2})$ *BC ſera* $\sqrt{q}(\sqrt{q}13\frac{1}{2} + \sqrt{q}4\frac{1}{2}) - \sqrt{q}(\sqrt{q}13\frac{1}{2} - \sqrt{q}4\frac{1}{2})$.

lxxviij
lxxiij

## THEOREME 61. PROP. 79.

Si d'vne ligne droicte, on retranche vne ligne droicte, incommenſurable en puiſſance à la toute; laquelle auec la toute face le compoſé de leurs quarrez Medial, & le rectangle contenu ſous icelles Medial, & incommenſurable au compoſé de leurs quarrez: la reſtante eſt Irrationelle: Soit appellee faiſant vn tout Medial auec vn rectangle Medial.

De la droicte AB, soit retrãchee AC, incommensurable A C B
en puissance à AB; & soit tant
le composé de leurs quarrez, que le rect. sous icelles Medial, & incommens. au composé des quarrez d'icelles. Ie dis que la restante BC, est Irrationelle.

Car d'autant que le composé des quarrez de
a 7. 2. AB, AC, est egal à 2. fois le rect. sous AB, a AC & au quarré de BC; le composé des quarrez de
b corol. AB, AC, posé Medial, excedera 2. fois le rect.
24. 10. sous AB, AC, b qui est Medial (estant commens. au Medial contenu sous AB, AC) du quarré de BC: c Mais vn Medial n'excede vn
c 27. 10. Medial d'vn Rationel; parquoy le quarré de BC n'est Rationel, donc Irrationel, & BC, Irrationelle: Soit appellee faisant vn tout Medial auec vn Medial; dautant que le quarré d'icelle auec le rect. sous AB, AC, qui est Medial, faict tout le composé des quarrez de AB, AC, qui est aussi Medial. Donc si d'vne ligne, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

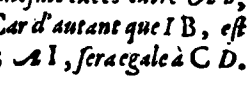
*Soit* $AB \sqrt[3]{q}(\sqrt{q}13\frac{1}{2}+3)$ $AC \sqrt[3]{q}(\sqrt[3]{q}13\frac{1}{2}-3)$ $BC$ *sera* $\sqrt{q}(\sqrt{q}13\frac{1}{2}+3)-\sqrt[3]{q}(\sqrt{q}13\frac{1}{2}-3)$.

## LEMME.

S'il y a mesme excez entre vne premiere grandeur & vne seconde; qu'entre vne troisiesme & vne quatriesme; aussi en permutant il

y aura vn mesme excez entre la premiere grandeur & la troisiesme, qu'entre la seconde & la quatriesme.

*Soient 4. grandeurs AB, CD, EF, GH, & soit IB, l'excés d'entre AB, & CD, egal à KF, excés d'entre EF, GH. Ie dis qu'il y a vn mesme excés entre AB, & EF, qu'entre CD, GH. Car d'autant que IB, est l'excés d'entre AB, & CD; AI, sera egale à CD. Semblablement EK sera egal à GH. Donc il y aura mesme excés entre AI, & EK, qu'entre CD & GH, puis que ces grãdeurs cy sont egales à celles-là chacune à la sienne. a Mais l'excez des toutes AB, EF, est le mesme excés d'entre AI, EK, puis que IB, KF, sont posees egales : Donc il y aura pareillement mesme excés entre AB, & EF, qu'entre CD, & GH. Ce qui est proposé.*




a. 16. 1.

## COROLLAIRE.

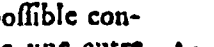
Il appert de ces choses, que quatre grandeurs ayans mesme proportion Arithmetique, qu'en permutant elles auront aussi mesme proportion Arithmetique. D'autant que telle proportion consiste au mesme excés qu'auons monstré estre mesme entre la 2. & 3. grandeurs, qu'entre la 2. & 4. s'il y a mesme excés entre la premiere & la 2. qu'entre la 3. & la 4. sçauoir si 4. grandeurs ont mesme proportion Arithmetique. lxxix

## THEOREME 62. PROP. 80. lxxiv

Au Residu ou Apotome conuient tant

seulement, vne seule ligne droicte Rationelle, commensurable en puissance seulement à la toute.

Soit AB, residu à laquelle conuienne BC Rationelle commens. en puiss. seulement à la toute AC. Ie dis qu'aucune autre Rationelle ne peut conuenir à AB, commens. en puiss. seul. à la toute.




Car s'il est possible conuienne à icelle vne autre Rationelle BD, commens. en puiss. seulem. à AD. Et BC estant Rationelle, AC commens. en puiss. seulem. à icelle, sera Rationelle. Donc AC, BC, sont Rationelles commens. en puiss. seulem. Semblablement, AD, BD, seront Rationelles commens. en puiss. seulement. Mais y ayant mesme excez entre le composé des quarrez de AC, BC & 2. fois le rect. sous AC, BC, qu'entre le composé des quarrez de AD, BD, & 2. fois le rect. sous AD, BD; (car l'excez entre le composé des quarrez de AC, BC, & 2. fois le rect. sous AC, BC, est le quarré de AB; [a] le composé des quarrez de AC, BC, estant egal à 2. fois le rect. sous AC, BC; & au quarré de AB; semblablement le quarré de AB, est l'excés entre le composé des quarrez de AD, BD, & 2. fois le rect. de AD, BD (le composé [b] des quarrez de AD, BD estant egal à 2. fois de AD, BD, & au quarré de AB,) [c] auſſi en changeant il y aura mesme excés entre le composé des quarrez de AC, BC, & le composé des quarrez de AD, BD, qu'entre 2. fois le

a 7. 2.

b 7. 2.

c schol. prec.

rect. de AC,BC,& 2. fois le rect. de A D, BD. Mais l'excez entre iceux composez est Rationnel, [d] iceux composez estans Rationaux: (car AC, CB estant Rationaux commens. en puiss. seulem. leurs quarrez seront Ration. & commens. [e] Donc leur composé sera commens. à chacun d'iceux, [f] & partant Rationel. Semblablement le composé des quarrez de A D, B D, sera monstré Rationel.) Donc l'excez entre 2. fois le rect. sous AC,BC, & 2. fois le rect. sous AD,BD,est vn espace Rationel: Et puis que [g] le rect. sous AC, B C, Rationelles commens. en puiss. seulement est Medial; [h] le double d'iceluy, sçauoir 2. fois le rect. sous AC, BC, sera Medial: Par mesme raison le rect. sous AD,BD est Medial. [i] & vn Medial n'excede vn Medial d'vn Rationel. Donc l'excez entre 2. fois le rect. sous AC, BC,& 2. fois le rect. sous AD,BD, n'est espace Rationel. Mais il est monstré Rationel. Ce qui est absurde. Donc aucune autre Rationelle ne conuient à AB, commens. en puiss. seul. à la toute, outre BC. Partant au residu Medial premier, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

d schol. 27 10.
e 16.10.
f 9 def.
g 22.10.
h coroll. 24.10.
i 27.10.

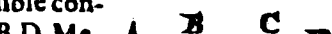
lxxx
lxxv

## THEOREME 63. PROP. 81.

Au residu Medial premier, ne conuient qu'vne seule ligne Mediale, commensurable en puissance seulement à la toute, contenant auec la toute vn rectangle Rationel.

Soit AB, residu Medial premier, & à icelle

conuienne BC Mediale commenſ. en puiſſance ſeulement à la toute AC, & le rect. ſous AC, BC ſoit Rationel. Ie dis qu'aucune autre Mediale ne conuient à AB, qui ſoit commenſ. en puiſſ. ſeul. à la toute; & qui contienne auec la toute vn rect. Rationel.




Car s'il eſt poſſible conuienne vn autre BD Mediale, commenſ. en puiſſ. ſeul. à la toute, & ſoit le rect. ſous AD, BD, Rationel. Et BC eſtant Mediale commenſ. en puiſſ. ſeul. à AC, a AC ſera Mediale, donc AC, BC ſont Mediales commenſ. en puiſſ. ſeul. Et puis qu'il y a meſme excés entre le compoſé des quarrez de AC, BC, & le compoſé des quarrez de AD, BD, qu'entre deux fois le rect. ſous AC, BC, & 2. fois le rectangle ſous AD, BD, comme il eſt monſtré en la precedente: Mais l'excés entre iceux rect. b eſt Rationel; l'vn & l'autre eſtant Rationel (car le rect. ſous AC, BC eſtant poſé Rationel; 2. fois le rect. ſous AC, BC, cõmenſ. à iceluy eſt Rationel; & par meſme raiſon 2. fois le rect. ſous AD, BD eſt Rationel.) Donc l'excez entre le compoſé des qq. de AC, BC & celuy des qq. de AD, BD eſt Ratio. Et AC, BC eſtant Mediales commenſ. en puiſſ. ſeul. leurs quarrez ſeront Mediaux & commenſ. c Donc leur compoſé eſt commenſ. à chacun d'iceux; d Et partant Medial: Par meſme raiſon le compoſé des qq. de AD, BD, ſera Medial. e Mais vn Medial n'excedant vn Medial d'vn Rationel, l'excez d'entre le compoſé des quarrez de AC, BC, & celuy des quarrez de AD, BD, n'eſt Rationel. Mais il

a 24. 10.
b ſchol. 27. 10.
c 16 10.
d corol. 24. 10.

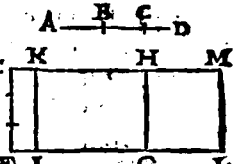
eſt monſtré Rationel. Ce qui eſt abſurde. Donc vne autre Mediale ne conuient à AB, outre BC, qui ſoit commenſ. en puiſſ. ſeul. à la toute, & contienne vn rect. Rationel auec la toute. Dõc au Reſidu Medial premier, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

lxxxj

## THEOREME 64. PROP. 82. lxxvj

**Au reſidu Medial ſecond, ne peut conuenir qu'vne ſeule ligne droicte Mediale, commenſurable en puiſſance ſeulement à la toute, & contenant vn rectangle Medial auec la toute.**

Soit AB reſidu Medial ſecond à laquelle conuienne BC Mediale commenſ. en puiſſ. ſeulement à la toute AC. Et ſoit le rect. ſous AB, AC Medial. Ie dis qu'aucune autre Mediale ne conuient à AB, commenſ. en puiſſ. ſeulement à la toute, & contenant auec icelle toute vn rect. Medial.




Cars'il eſt poſſible cõuienne BD Mediale cõmenſ. en puiſſ. ſeulem. à la toute AD, & ſoit le rect. ſous AD, BD Medial, & ſoit expoſee EF, Rationelle; a à laquelle ſoit appliqué EG rect. egal au compoſé des quarrez de AC, BC. Et à EF ſoit auſſi appliqué EI rect. egal au q. de AB: puis EL rect. egal compoſé des quarrez de AD, BD. b Dautant donc que le compoſé des qq.

a 45. 1.

b 7. 2.

de AC,BC,eſt egal à 2. fois le rect. ſous AC, BC & au q. de AB; KG, ſera egal à 2. fois le rect. ſous AC, BC. Ainſi KL ſera egal à 2. fois le rectangle ſous AD, BD. Et AC, BC eſtant Mediales commenſ. en puiſſ. ſeul. (Car BC eſtant poſee Mediale, [c] AC commenſ. en puiſſ. à icelle, ſera auſſi Mediale,) leurs quarrez ſeront Mediaux & commenſ. [d] Donc leur compoſé eſt commenſ. à chacun d'iceux; [e] & partant Medial: Donc EG, egal à iceluy compoſé eſt auſſi Medial, & EG eſtant appliqué à EF Rationelle, [f] EH ſera Rationelle incommenſ. en longir. à EF. Derechef le rect. ſous AC, BC eſtant Medial; [g] le double d'iceluy ſçauoir KG, ſera Medial. Et eſtant appliqué à KI Rationelle, [h] KH, ſera Rationelle incommenſ. en longit. à KI, c'eſt à dire à EF: & puis que AC, BC, ſont incommenſ. en longit. & comme AC, à BC, ainſi le q. de AC, au rect. ſous AC, BC; [k] le q. de AC, ſera incommenſ. au rect. ſous AC, BC: Mais le compoſé des qq. de AC, BC, c'eſt à dire le rect. EG, eſt commenſ. au q. de AC (car AC, BC eſtant poſees commenſ. en puiſſ. leurs qq. ſeront commenſ. [l] Donc leur compoſé commenſ. à chacun d'iceux, ſçauoir au q. de AC.) Et le double du rect. ſous AC, BC, ſçauoir KG eſt commenſ à iceluy rect. ſous AC, BC. [m] Donc EG eſt incommenſ. à KG, donc [n] EH, KH, ayant meſme raiſon que EG, KG, [o] ſont incommenſ. en longit. Et eſtant monſtrees Rationelles; elles ſeront Rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement. Parquoy de EH Rationelle eſtant retranchee la rationelle KH commenſ. en puiſſ. ſeulement à EH; [p] EH, ſera re-

d. 16. 10.
e corol.
d 16. 10.
e corol.
f 23. 10.
g corol. 24. 10.
h 23. 10.
i lem. 3. 12 10.
k 10. 10.
l 16. 10.
m ſchol. 24. 10.
n 1. 6.
o 10. 10.
p 74. 10.

sidu, & K H conuenable à icelle. Ainsi on mõstrera que E K est residu & K M, conuenable à icelle. Donc au residu ne conuient vne seule ligne Rationelle commens. en puiss. seulement à la toute. Ce qui est absurde, comme il est q demonstré. Donc au residu Medial, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. q 80. 10.

## THEOREME 65. PROP. 83. lxxxij lxxviij

A la ligne Mineure conuient vne seule ligne droicte incommensurable en puissance à la toute; & faisant auec la toute le composé de leurs quarrez Rationel: & le rectangle sous icelles Medial.

Soit A B Mineure & B C conuenable à icelle, incommensurable en puissance à la toute A C, faisant le composé des quarrez de A C, B C Rationel; Mais le rect. sous A C, B C Medial: Ie dis qu'aucune autre ligne ne cõuient à A C, faisant le mesme.

Car autrement qu'vne autre B D conuienne à A B, incommens. en puiss. à la toute A D, faisant le composé des qq. de A D, B D Rationel, & le rect. sous A D, B D Medial. D'autant donc que comme il est demonstré en la 80. prop. l'excez du composé des qq. de A C, B C, & du composé des qq. de A D, B D, est le mesme que celuy d'entre 2. fois le rect. sous A C, B C, & de deux fois le rect. sous A D, B D:



a Schol. 27. 10. Mais l'excez d'entre iceux composez [a] est Rationel l'vn & l'autre, estant posé rationel. Donc l'excez entre deux fois le rectangle sous AC, BC, & deux fois le rect. sous AD, BD, est espace rationel. Mais il est aussi non rationel, (car le rect. sous AC, BC, estant posé medial, 2. fois le
b coroll. 24. 10. rectãgle sous AC, BC, double d'iceluy [b] est aussi medial: semblablement, 2. fois le rectangle sous
c 27. 10 AD, DB, sera medial, [c] donc l'vn n'excedera l'autre d'vn rationel. Ce qui est absurde. Donc vne autre ligne ne conuient à AB, outre BC, incommensurable en puiss. à la toute, &c. Donc à ligne Mineure, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

lxxxiij lxxviij. **THEOREME 66. PROP. 84.**

**A la ligne faisant auec vn espace Rationel vn tout medial, conuient vne seule ligne droicte incommensurable en puissance à la toute, & faisant auec la toute le composé de leurs quarrez Medial. Mais le rectangle contenu sous icelles Rationel.**

Soit AB, faisant vn tout medial auec vne espace rationel, à laquelle conuienne BC, incommensurable en puissance à la toute AC, & faisant le composé des qq. de AC, BC, medial, & le rectangle sous AC, BC, rationel. Ie dis que à AB, n'en conuient vne autre faisant les mesmes choses.

Car s'il est possible en conuienne vne autre BD, incommensurable en puissance à la toute AD, & faisant le composé des qq. de AD, BD, me-

dial & le rectangle ſous AD, BD, rationel. D'autant que comme il eſt monſtré en la 80. prop. il y a meſme excez entre le compoſé des qq. de AC, BC, & le cõpoſé des qq. de AD, BD, qu'entre 2. fois le rect. ſous AC, BC, & 2. fois le rect. ſous AD, BD. Mais l'excez entre iceux rect. eſt eſpace rationel, cõme il eſt mõſtré en 81. p. donc l'excez d'entre iceux compoſez des qq. eſt auſſi eſpace rationel. Mais il n'eſt pas auſſi rationel, l'vn & l'aũtre eſtant medial; * vn medial n'excedant vn medial d'vn rationel. Ce qui eſt abſurde. Donc vne autre ligne que BC, ne conuient à AB, incommenſ. en puiſſance à la toute. Dõc à la ligne faiſant, &c. Ce qu'il falloit demonſt. *Voyez la figure precedente p.* * 27. 10

lxxxiv. lxxix.

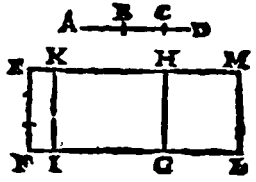
## THEOREME 67. PROP. 85.

A vne ligne faiſãt auec vn eſpace medial, vn tout medial, conuient vne ſeule ligne droicte incommenſurable en puiſſance à la toute, & faiſant auec la toute le compoſé de leurs quarrez Medial & le rectangle contenu ſous icelles Medial, & incommenſurable au compoſé de leurs quarrez.

Soit AB, faiſant auec vn eſpace medial, vn tout medial, à laquelle conuienne BC, incommenſ. en puiſſance à la toute AC, & faiſant le compoſé des quarrez de AC, BC, medial & le rectangle ſous icelles medial & incommẽſurable au compoſé d'iceux quarrez de AC, BC. Ie dis que aucune autre ligne ne peut conuenir à AB, fai-

sant les mesmes choses.

Car s'il est possible, que BD, luy conuienne incommensurable en puissance à la toute AD, faisant ce que dit est.




Et soit fait comme en la 82. D'autant que le composé des quarrez de AC, BC, est medial EG, son egal est aussi
a 23.10. medial. a Donc EH, est rationelle incommensurable en longitude à EF. Derechef d'autant que le rectangle sous AC, BC, est medial, le
b 23.10. double d'iceluy KG, est aussi medial, b donc KH, est rationelle incommensurable en longitude à EF. Et d'autant que KG, est commensurable au rectangle sous AC, BC, estant double d'iceluy
c 14.10. rect. Mais le rect. sous AC, BC, est posé incommens. au composé des quarrez de AC, BC, & KG,
d 10.10. sera aussi incommensurable à iceluy composé, c'est à dire à EG, & partant EH, KH, estant en mesme raison, que EG, KG, d sont incommens. en longitude. Mais elles sont monstrees rationelles, partant sont rationelles commensurables en puissance seulement. Ostant donc de la ra-
e 74 10. tionelle EH, la rationelle KH, commensurable en puissance seulement à EH; e EK, sera residu & à icelle conuenant kH: Semblablement nous monstrerons que EK, est residu, à laquelle con-
f 80. 10. uient KM. Donc vne seule ligne ne conuient à vn residu, &c. Ce qui est absurde. f Estant monstré le contraire, &c. Donc à vne ligne faisant, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## DEFINITIONS TROISIESMES.

*Vne ligne rationelle estant proposee & vn residu, quand la toute composee du residu & de la conuenable ou adiouſtee, peut plus que la conuenable, du quarré d'vne ligne qui luy eſt commenſurable en longitude.*

1. Si la toute eſt commenſurable en longitude à la rationelle propoſee; le reſidu ſoit appellé, Reſidu premier.
2. Mais ſi la conuenable ou adiouſtee, eſt commenſurable en longitude à la rationelle propoſee, ſoit appellé reſidu ſecond.
3. Et ſi ny la toute, ny la cõuenable, n'eſt commenſurable en longitude à la rationelle propoſee, ſoit appellé reſidu troiſieſme.

*Derechef ſi la toute peut plus que la conuenable, du quarré d'vne ligne droicte incommenſurable en longitude à icelle.*

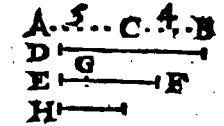
4. Si la toute eſt commenſurable en longitude, à la rationelle propoſee; ſoit appellee reſidu quatrieſme.
5. Mais ſi la conuenable eſt commenſurable en longitude à la rationelle propoſee, ſoit appellee reſidu cinquieſme.
6. Et ſi ny la toute, ny la cõuenable, n'eſt commenſurable en longitude à la rationelle propoſee, ſoit appellee reſidu ſixieſme.

lxxxv lxxx. PROBLEME 19. PROP. 86.

## Trouuer vn apotome, ou residu premier.

a schol 29.10. Ayant a trouué 2. nombres quarrez AB, CB, dont l'excez AC, ne soit quarré. Soit proposee D, rationelle, & soit EF, commensurable en lõgitude à icelle; EF sera aussi rationelle, & b comme le nombre AB, à AC, soit faict le quarré de EF, au quarré de GF. Ie dis que EG, est residu premier.

b cor. 6. 10.




c 6.10. Car d'autant que les c quarrez de EF, GF, estant entr'eux comme les nombres AB, AC, sõt cõmensurables: EF, GF, seront commensurables au moins en puissance. Donc puis que EF, est monstree rationelle, GF, le sera aussi. Et puis que AB, AC, ne sont entre-eux comme nombres quarrez, les quarrez, de EF, GF, ne seront l'vn à l'autre comme d 9. 10. nombre quarré à nombre quarré. d Partant EF, GF, sont incommensurables en longitude: elles sont donc rationelles commensurables en c 74.10. puissance seulement, c partant le reste EG, est residu. Ie dis qu'elle est residu premier. Car que EF plus grãde puisse plus que GF, du quarré de H. Et d'autant que comme le nombre AB, est au nõbre AC, ainsi le quarré de EF: au q. de GF par cõuersiõ de raison, cõme AB, à CB. ainsi le q. de EF, au q. de H. Mais AB, CB, sont nombres quarrez, donc le quarré de EF, sera au quarré de H f 9. 10. comme nomb. q. au nomb. q. donc EF, & H, sont

commensurables en longitude. D'autant donc que la toute EF, peut plus que GF, conuenable du quarré de H, commensurable en longitude à icelle, & la toute EF, est commensurable en longitude à la rationelle exposee D, par la definitiõ, EG, sera residu premier. Donc nous auons trouué vn residu premier. Ce qu'il falloit faire.

## SCHOLIE.

*Soit D rationelle proposee 9. & EF, 6. le nombre AB, 9. & CB, 4. & comme AB, 9. nombre q. est à AC, 5. ainsi 36. q. de EF, soit à vn autre sçauoir au q. de FG, qui sera trouué de 20. Donc FG, sera √q. 20. Donc EG, sera 6. — √q. 20. apotome ou residu premier.*

*Et faut entendre que apotome ou residu est le reste de 2. lignes ou de 2. nombres rationaux, le moindre estant soustraict du plus grand, & se trouue tout ainsi que le binome posant le signe — au lieu du signe +. Comme apres auoir trouué ce binome 6. + √q. 20. changeant + en — le residu sera 6. — √q. 20.*

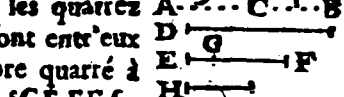
## PROBLEME 29. PROP. 87.

### Trouuer vn residu second.

Ayant trouué 2. nombres AB, CB, comme en la precedente, & proposé la rationelle D, soit prise GF, commensurable en longitude à icelle, a cor. 6. 10. GF, sera aussi rationelle. Et[a] comme le nombre AC, au nombre AB, ainsi le quarré de GF, soit faict au quarré de EF. Ie dis que EG, est apotome second. b 6. 10.

Car les quarrez, de GF, EF, estant entr'eux

comme les nombr. AC, AB. sont commensurables, & GF, EF, commensurables au moins en puissance. Et puis que GF, est monstree rationelle EF, sera aussi rationelle. Mais d'autant que les nombres AC, AB, & par mesme moyen les quarrez de GF, EF, ne sont entr'eux comme nombre quarré à nombre quarré, [c] GF, EF, seront incommensurables en longitude. Donc [d] GF, EF, sont rationelles commensurables en puissance seulement, & partant EG, restante, est residu. Ie dis aussi qu'elle est residu second. Car que EF, puisse plus que GF, du quarré de H. D'autant donc que comme AC, à AB, ainsi le quarré de GF, au quarré de EF, & en raison conuerse comme AB, à AC, ainsi le quarré de EF, au quarré de GF: maintenant nous monstrerons comme en la precedente que la ligne H, est commensurable en longitude à EF: parquoy la toute EF, pouuant plus que la conuenable GF, du quarré de H, commensurable en longitude à icelle, & que icelle conuenable GF, est commensurable en longitude à la rationelle exposee D, par la definition EG, sera apotome ou residu second. Donc nous auons trouué vn apotome second. Ce qu'il falloit demonstrer.




c 9. 10.

d 74 10.

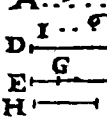
## SCHOLIE.

*Soit FG, 5. & comme AC, 5. au nombre q. AB, 9. ainsi 25. q. du nombre pris soit à vn autre sçauoir à 45. q. de EF, donc EF, sera √q. 45. Partant EG, sera √q. 45. — 5 residu second.*

## PROBLEME 21. PROP. 88. 87. 21.

Trouuer vn apotome ou residu troisiesme.

Ayant trouué 2. nombres AB, CB, comme en la 86. soit pris vn autre nombre 1. comme est enseigné en la 51. qui ne soit à l'vn ny l'autre comme nombre quarré à nombre quarré. Et ayant proposé D, rationelle, soit faict comme I, à AB, ainsi le quarré de D, au quarré de EF, [a] & iceux quarrez de D, & EF, seront entr'eux comme les nombres I, & AB, & partant commensurables, [b] & partant D, & EF, commens. au moins en puissance : Et D estant rationelle, EF, sera aussi rationelle. Et d'autant que les nombres I, & AB, & partant les quarrez de D, & EF, ne sont entr'eux, comme nombre quarré à nombre quarré [c] D, & EF, seront incommensurables en longitude. [d] Derechef comme AB, est à AC, ainsi le q. de EF, soit au quarré de GF. Ie dis que EG, est residu troisiesme. Car [e] puis les quarrez de EF, GF, estant entr'eux comme les nombres AB, AC, sont commensurables EF, GF, seront commensurables au moins en puissance; & EF, estant monstree rationelle, GF, sera aussi rationelle. Et d'autant que AB, AC, & par ainsi les quarrez de EF, GF, ne sont entr'eux cõme nombres quarrez, [f] EF, GF, seront incommensurables en longitude. Donc EF, GF, sont rationelles cõ-




[a] corol. 6. 10.
[b] 6. 10.
[c] 9. 10.
[d] corol. 6. 10.
[e] 6. 10.
[f] 9. 10.

mensurables en puissance seulement, & partant GF, estant retranchee de EF, commensurable à
g74 10. icelle en puissance seulement, g EG, sera residu. Ie dis qu'elle est residu troisiesme. Car d'autant que cõme I, à AB, ainsi le quarré de D, au quarré de EF, & comme AB, à AC, ainsi le quarré de EF, au quarré de GF; en raison egale, comme I, à AC, ainsi le quarré de D, au quarré de GF, or I, & AC, ne sont entr'eux cõme nõb. qq. Dõc les qq. de D, & GF, ne seront entr'eux comme nombre quarré à nombre quarré, h Donc D, & GF,
h 9. 10. sont incommens. en longitude. Donc l'vne ny l'autre EF, GF, n'est commensurable en longitude à la rationelle proposee D. Maintenant que EF, puisse plus que GF, du quarré de H, nous monstrerons comme en la 86. que H, est commensurable en longit. à EF. Parquoy puis que EF toute peut plus que la conuenable GF du quarré de H, commensurable en longitude à icelle, & que l'vne ny l'autre EF, GF n'est commensurable en longit. à la rationelle proposee D. par la def. EG, sera residu troisiesme. Donc nous auons trouué vn residu troisiesme. Ce qu'il falloit faire.

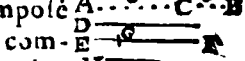
## SCHOLIE.

*Soit* D *Rationelle proposee* 12. *& comme* I, 6. *est au nomb. q:* AB 9. *ainsi* 144. *q. de* D, *soit à vn autre, sçauoir au quarré de* EF 216. *Donc* EF *sera* V *q* 216. *Derechef comme* AB 9 *est à* AC 5. *ainsi* 216. *soit à vn autre, sçauoir au q. de* FG, *qui sera trouué de* 120 *Donc* FG *sera* ℓ *q* 120 *partant* EG *sera* ℓ *q* 216 — V *q* 120 *residu troisiesme.*

## PROBLEME 22. PROP. 89.

### Trouuer vn residu quatrieſme. 88 85.

Ayant trouué 2. nõbres AC, CB, a tels que leur composé ne ſoit à l'vn ny à l'autre, comme nombre quarré à nombre quarré; ſoit expoſee D rationelle, à laquelle ſoit EF, commenſ. en longitude; EF, ſera auſſi Rationelle: Et ayant fait au reſte comme en la 86. prop. nous monſtrerons comme là que EG, eſt reſidu. Ie dis auſſi qu'elle eſt reſidu quatrieſme. Car que EF, puiſſe plus que GF, du quarré de H: Et d'autant que comme AB, à AC, ainſi le quarré de EF, au quarré de GF, en raiſon conuerſe comme AB, ſera à CB, ainſi le quarré de EF, au quarré de H; Donc puis que AB, CB, ne ſont entr'eux comme nombres quarrez; [b] EF, & H, ſeront incommenſ. en longitude. D'autant donc que la toute EF, peut plus que la conuenable GF, du quarré de H, incommenſurable en longitude à icelle; & la meſme toute EF, eſt commenſ. en longitude à la rationelle D; EG, par la def. ſera reſidu quatrieſme. Nous auons donc trouué le reſidu quatrieſme. Ce qu'il falloit faire.




a ſchol. 3. 29 10.

b 9. 10

## SCHOLIE.

*Soit D Rationelle 8. & EF 6. & comme AB nombre q. 9. eſt à AC 6. nombre nõ q. ainſi 36. q. de EF ſoit à vn autre, ſçauoir au q. de FG, qui ſera trouué de*

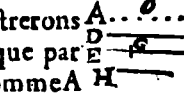
*24. partant FG sera V q 24. Donc EG sera 6 — V q 24. apotome ou residu quatrieſme.*

89.

84. PROBLEME 23. PROP. 90.

## Trouuer vn reſidu cinquieſme.

Ayant trouué 2. nombres A C, C B, comme en la precedente; ſoit conſtruit comme en la 87. prop. c'eſt à dire ſoit priſe GF, commenſ. en lõgit. à la rationelle D, &c. Donc comme en la 87. nous monſtrerons que EG, eſt reſidu; Ie dis auſſi qu'il eſt cinquieſme. Car que EF, puiſſe plus que GF, du quarré de H. Et d'autant que nous monſtrerons tout ainſi qu'en la 86. que par conuerſion de raiſon, comme A B à CB, ainſi le quarré de EF, au quarré de H; derechef comme en la precedente, EF, & H ſeront incommenſurables en long. & la conuenable GF, eſt commenſ. en longit. à la rationelle propoſee D; par la definition, EG, ſera reſidu cinquieſme. Donc nous auons trouué vn reſidu cinquieſme. Ce qu'il falloit faire.




### SCHOLIE.

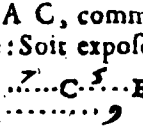
*Soit D Rationelle propoſee, & ſoit FG 2. & comme AC 6. à AB 9. ainſi 4. quarré de FG 2. ſoit à vn autre ſçauoir au q. de E F, Donc E F ſera V q. 6. Donc E G ſera V q 6. — 2. reſidu cinquieſme.*

xc.

lxxxv. PROBLEME 24. PROP. 91.

## Trouuer vn residu sixiesme.

Ayant trouué 3. nombres AC, CB, & I, comme en la 54. en sorte que AB, ne soit à AC, ny à CB, & I, ne soit à AB, ny à AC, comme nombre quarré à nombre quarré : Soit exposee la rationelle D. Et au reste soit fait comme en la 88. prop. Nous monstrerons dõc comme en icelle 88. que D, & EF, sont incommenſ. en longit. Et que EG est residu sixiesme. Car comme en la 88. D, & GF, seront aussi incommenſ. en longitude; & partant l'vne ny l'autre EF, GF, n'est commenſ. en longit. à la rationelle proposee D. Maintenant que EF, puisse plus que GF, du quarré de H, laquelle nous monstrerons incommenſurable en longitude à EF, comme en la 89. Donc puis que la toute EF, peut plus que la conuenable GF, du quarré de H, incommenſurable en longit. à icelle, & EF, ny GF, n'est commenſurable en longitude à la rationelle exposee D; par la def. EG, sera residu sixiesme. Donc nous auons trouué vn residu sixiesme. Ce qu'il falloit faire.




## SCHOLIE.

*Soit* D, *rat.* 9. *& comme* I 9. *à* AB 12. *ainsi* 144. *q. de* 12. *à vn autre, ſçauoir au q. de* EF, *qui ſera* 192. *Donc* EF *ſera √ q* 192. *Puis comme* 12. *à* 7. *ainſi le q. de de* EF 192. *à vn autre ſçauoir au q. de* F G *qui ſera*

112. *Donc FG ſera √q 112. Et partant EG √q 192 — √q 112. reſidu ſixieſme.*

*Mais l'on trouuera auſſi les ſuſdits reſidus comme Theon en ceſte maniere.*

*Comme pour exemple pour trouuer le reſidu premier:*

49.10. *Soit trouué AB binome premier: dont le plus grand nom eſt AC & le moindre CB; & de AC ayant oſté CD egale à CB. Ie dis que AD eſt reſidu premier.*

*Car puis que AC, BC ſont rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement* AC, DC *ſeront auſſi rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement.* b *Donc AD eſt reſidu: & AC pouuant plus que CB, c'eſt à dire que DC du quarré d'vne ligne qui luy eſt commenſurable en longitude, & AC, eſt commenſurable en longitude à la rationelle expoſee par la def. du Binome premier: par la def. du reſidu premier, AD ſera reſidu premier: & ſemblablement on trouuera les reſidus des autres Binomes, eſtant les moindres nombres des plus grands.*




b 74.10.

xc.

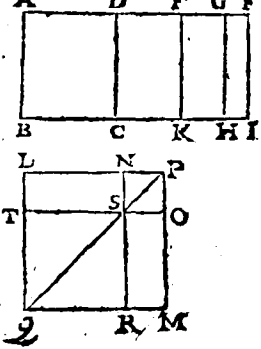
## lxxxvj THEOREME 68. PROP. 92.

Si vn eſpace eſt contenu ſous vne ligne Rationelle, & vn reſidu premier; la ligne droicte pouuant iceluy eſpace eſt reſidu.

Soit l'eſpace AC, contenu ſous la rationelle AB, & le reſidu premier AD. Ie dis que la ligne qui peut l'eſpace AC, eſt reſidu.

Car ſoit DE, conuenable à AD; Donc AE, DE. par la def. du reſidu premier ſeront Rationelles commenſ. en puiſſance ſeulement; & la tou-

te AE, commens. en longit. à la Rationelle AB; & la toute AE, pourra plus que la conuenable D E, du quarré d'vne ligne commensurable en longitude à icelle. Soit couppee DE en 2. egalement à F, & soit appliqué à A E, vn rect egal au quarré de E F, [a] c'est à dire egal au quart du quarré de DE, & defaillant d'vne figure quarree, sçauoir sous A G, GE. Et d'autant que AE peut plus que D E, du quarré d'vne ligne qui luy est commensurable en longit. AG, GE [b] seront commens. en longitude. Parquoy el'vne & l'autre sera commensurable en longit. à la toute AE: Mais la toute AE, est commensurable en longit. à la rationelle AB. Donc [d] tant A G, que GE; est commens. en longit. à A B, [e] Et partant rationelle. Donc ayant mené GH, EI, parallelles à AB, rencontrant B C prolongee à H & I, fl'vn & l'autre rect. A H, GI, & contenu sous deux Rationelles commensurables en longit. sera Rationel. Derechef, d'autant que l'vne & l'autre DF, FE, est commens. en longitude à DE; & DE incommens. en longitude à la Rationelle AB, (car si elle estoit commens. en longit. AE estant aussi commens. en longit. à AB; [g] AE, DE seroient aussi commens. en longitude, ce qui est absurde, car elles sont posees cõmensurables en puiss. seulement) [h] l'vne & l'autre d'icelles D E, FE, sera aussi incommens. en




a lem 2 17. 10.

b 18. 10.

c 16. 10.

d 11. 10.

e 6 def

f 20. 10.

g 12. 10.

h 14. 10.

longit. à la Rationelle AB. Et d'autant que l'vne & l'autre DF, FE, eſt commenſ. à la Rationelle DE, elles ſont Rationelles ; partant, tant AB, DF, que AB, FE, ſeront rationelles com-
i 22. 10 menſur. en puiſſance ſeulement ; Donc ayant mené FK parallelle à AB ; i l'vn & l'autre rect. DK, FI, contenu ſous les Rationelles commen-
k 14.10. ſurables en puiſſ. ſeulement, eſt Medial.

l 26. 6. Maintenant ſoit k fait le quarré LM, egal à AH ; & NO egal à GI, ayant vn angle commun auec LM, ſçauoir LPM, l Donc les qq. LM, NO ſeront à l'entour d'vn meſme Diametre, lequel ſoit PQ ; & ſoit parfaicte la fig. comme l'on void.
m 17.6. D'autant donc que le rect. ſous AG, GE, eſt egal au quarré de FE, par la conſtruction : m les trois
n 1. 6. lignes AG, FE, GE, ſeront proportionelles ; n & partant AH, FI, GI, ayant meſme raiſon ; FI, ſera moyen proportion entre AH, GI, c'eſt à dire entre les quarrez LM, NO, egaux à iceux
o lem. 14. 10. rect. o Mais LO, eſt auſſi moyen proportionel,
p 36.10. entre les meſmes LM, NO. Donc les rect. FI, LO, ſont egaux : p Mais DK eſt egal à FI, & MN à LO. Donc le tout DI, eſt egal à tout le gnomon RO, ON, NP auec le quarré NO. Mais le tout AI, eſt egal aux qq. LM, NO, par la cõſtruction, donc le reſte AC, ſera egal au reſte quarré TR. Donc TS peut l'eſpace AC. Ie dis que TS eſt reſidu.

Car d'autant que les eſpaces AH, GI, ſont monſtrez rationaux & à iceux ſont egaux LM, NO, iceux quarrez LM, NO, ſeront rationaux, & partant TO, SO, rationelles. Derechef, puis que FI, eſt monſtré Medial, LO, egal à iceluy ſera auſſi Medial. Donc LO, NO,

sont incommens. l'vn estant rationel & l'autre irrationel. q Donc les lignes TO, SO, ayant mesme raison que LO, NO, r sont incommens. en longit. s Partant le reste TS. est residu. Donc si vn espace, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. q 1. 6. r 10. 10. s 74. 10.

## SCHOLIE.

*Soit AB 6. AC 7 — V q 13, DE sera V q 13 & DF ou à FG V q 3 ¼ — & si à AE on applique vn rect. sous AG, GE egal au q. de FE comme il a esté monstré, defaillant d'vne fig. q. AG sera 6 ½, GE ½ — Donc AH est 39 & GI. 3. & le tout AI 42. Mais DI, est V q 468 & DK ou FI V q 117 — 3 & GI. 3. Donc AC est q 2 — V q 468. residu premier. pour trouuer son costé, soit diuisé 42. en 2. telles parties que leur produit soit egal au quart du q. de 468. c'est à dire à 117. la plus grande partie sera 39. la moindre 3. & partant V q 39 — V q 3 sera le costé de l'espace residu 42 — V q 468.*

### THEOREME 69. PROP. 93.

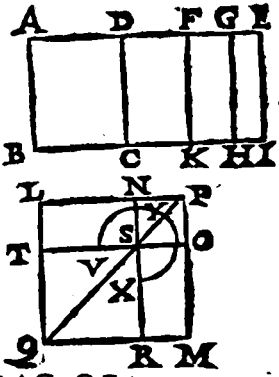
92. 87.

Si vn espace est contenu sous vne ligne Rationelle; & vn residu second : La ligne droicte pouuant iceluy espace est residu Medial premier.

Soit le rectangle ou espace AC, contenu sous AB Rationelle, & AD residu second. Ie dis que la ligne pouuant AC, est residu Medial premier.

Car soit DE conuenable à AD; Donc AE, DE par la def. du residu second seront Ratio-

nelles commensurables en puiss. seulement; & la conuenable D E cõmens. en longit. à la Rationelle A B. Et finalement A E, pourra plus que D E du q. d'vne ligne commens. en longit. à icelle. Soit couppee D E en 2. egalement à F & au reste, soit fait




a 18. 10. comme en la precedente: Comme en la 92. p. a A G, G E seront commens. en longit. b Et partant chacune sera cõmens. à la toute A E; Mais A E est incommens. en longit. à A B Rationelle: ( car si elle estoit

b 16. 10.

c 12. 10. commens. en longit. à A B, D E estant posee commens. en long. à la mesme A B; A E, D E, seroient commens. en longit. entr'elles: ce qui est absurde, estans posees commens. en puissance seulement. d Donc tant A G, que G E est incommens. en long. à A B. Mais A G, G E commens. à E Rationelle, sont Rationelles, Donc tant A B, A G, que A B, G E sont rationelles com-

d 14. 10.

e 22. 10. mens. en puiss. seulement: e Donc tant le rect. A H, que G I, contenu sous les Rationelles cõmens. en puiss. seulement est Medial. Derechef tant D F, que F E estant commens. en longit. à D E, posee commens. en longit. à A B Rationelle, D F, F E, seront commens. en longit. à A B

f 20. 10. Rationelle, comme il appert par la 12. prop. & partant Rationelles. f Donc tant le rectangle D K, que F I, contenu sous les Rationelles commens. en longit. est Rationel. Et on monstrera

comme en la 92. prop. que TS peut l'espace A C, Ie dis que TS est residu Medial premier.

Car AG, GE estant commens. en longit. [g] AH, GI ayant mesme raison qu'icelles seront cõmens, Et partant aussi leurs egaux quarrez LM, NO, commens. Donc les costez TO, SO, seront au moins comm. en puiss. Mais TO, SO sont Mediales, estant les qq. LM, NO, egaux à AH, GI (mõstrez Mediaux) Mediaux. Et d'autãt que FI. & partant son egal LO, est Rationel; & par ainsi incommens. au Medial NO; [h] TO, SO ayant mesme raison qu'iceux, seront incommens. en longit. Et estant monstrees Mediales & commens. icelles TO, SO, seront Mediales commens. en puiss. seulement: & contenant le rect. LO monstré Rationel; [i] TS sera residu Medial premier. Donc si vn espace est contenu, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[g] 10.10.

[h] 10.10.

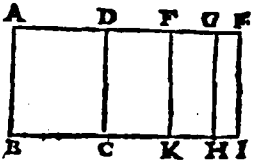
[i] 75.10.

## SCHOLIE.

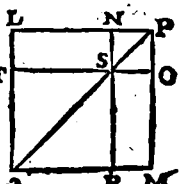
*Soit AB 4. AD √q 48 — 6, DE sera 6 & DF ou FE 3. Et si à AE on applique vn rect. sous AG, GE, egal au q. de FE, & defaillant d'vne fig. q. AG sera √q 27. GE √q 3. Et AH √q 432. GI √q 48 & AI, √q 768: Mais DI 24 DK ou FI 12 & FH 12 — √q 48. Donc AC est √q 768 — 24. residu second. Et pour trouuer le costé de son quarré soit diuisee √q 768. en 2. telles parties que leur produit soit egal au quart du quarré de 24. c. à dire à 144. la plus grande partie sera √q 432. la moindre √q 48. partant √q 432 — √q 48 est le costé de l'espace resian √q 768 — 24.*

93. 88. ## THEOREME 70. PROP. 94.

Si vn eſpace eſt contenu ſous vne ligne Rationelle & vn reſidu troiſieſme; la ligne droicte pouuant iceluy eſpace eſt reſidu Medial ſecond.




Soit l'eſpace ou rectangle A C contenu ſous AB Rationelle, & ſous A D reſidu troiſieſme. Ie dis que la ligne qui peut A C eſt reſidu Medial ſecond.




Car ſoit D E conuenable à AD: Donc AE DE ſelon la def. du reſidu troiſieſme ſerõt Rationelles, commenſ. en puiſſ. ſeulement, & AE, ny D E ne ſera commenſ. en longit. à la Rationelle AB. & AE pourra plus que D E du quarré d'vne ligne commenſ. en longit. à icelle. Soit couppee D E à F en 2. egalement, & ſoit acheué le reſte de la cõſtruction comme en la 92. Derechef comme en icelle 91. AG, GE ſeront commenſ. en longitude entr'elles; a Et partant tant AG, que G E cõmenſ. en longit. à la toute AE. Mais AE eſt poſee incommenſ. en long. à AB Rationelle. Dõc b tant AG, que GE ſera incommenſ. en longit. à AB. Donc tant A G que G E commenſ. à AB Rationelle eſtant Rationelle; tant AB, AG, que

a 16.10.

b 14.10.

AE, GE sont Rationelles commens. en puissance seulement : c Partant l'vn & l'autre rect. AH, GI sera Medial. Derechef DE estant posee incommens. en longit. à A B Rationelle ; D F & FE commens. en longit à DE ; d sera aussi incommens. en long. à AB. Donc D F & F E, estant commens. à DE Rationelle ; tant AB, DF, que AB, FE, seront Rationelles commens. en puissance seulement. e Et partant, tant le rect. D K que FI, sera Medial : Et comme en la 92. on monstrera que TS peut l'espace AC. Ie dis que TS est residu Medial second.

c 22. 10.

d 14. 10.

e 22. 10.

Car AH, GI estant monstrez Mediaux, leurs egaux quarrez LM, NO, seront aussi Mediaux, & partant TO, SO Mediales. f Et puis que AH, GI, (ayant mesme raison que AG, GE mõstrees commens.) sont commens. les qq. LM, NO seront aussi commens. Donc TO, SO sont commens. au moins en puiss. Mais d'autant que AE, DE sont commens. en puiss. seulement, c'est à dire incommens. en longit. & GE est mõstree commens. en longit. à AE & FE commẽs. en long. à DE ; g GE, FE, seront incommens. en longit. h Et partant GI, FI, ayant mesme raison que GE, FE, c'est à dire leurs egaux N O, L O, sont incommens. parquoy TO, SO ayans mesme raison que LO, NO, sont incommens. en longit. Et estant monstrees Mediales & commens. elles seront Mediales commens. en puiss. seulement : & contenant L O Medial : ( car puis que LO est egal à FI, comme il appert par la 92. lequel est monstré Medial ; LO sera aussi Medial ) i TS sera residu Medial second. Partant si vn espace est contenu sous vne ligne Rationelle, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

f 10. 10.

g 6 chel. 14. 10.

h 10. 10.

i 76. 10.

## SCHOLIE.

*Soit AB 6. AD √q 27 — √q 15 DE sera √q 15 & DF ou FE √q 3 $\frac{1}{4}$ — & si à AE on applique vn rect. sous AG, GE egal au q. de FE & defaillant d'vne fig. q. AG sera √q 18. $\frac{3}{4}$ GE √q $\frac{3}{4}$ & partant AB est √q 675. GI √q 27 & le tout AI √q 972 Mais DI √q 540 FI √q 135 & FH √q 135 — √q 27. Donc AC est √q 972 — √q 540 residu troisiesme. Soit donc diuisé √q 972 en 2. telles parties que leur produit soit egal à √q 135. la plus grande sera √q 672 & la moindre √q 27. Donc √q 675 — √q 27 est le costé du q. de l'espace residu √q 972 — √q 540.*

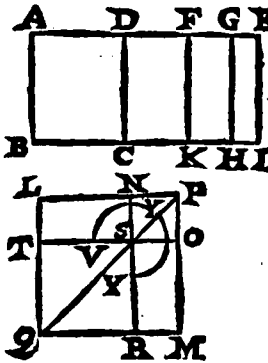
## THEOREME 71. PROP. 95.

94. 89. Si vn espace est contenu sous vne ligne Rationelle & vn residu quatriesme; la ligne droicte pouuant iceluy espace est ligne Mineure.

Soit l'espace ou rect. AC contenu sous AB Rationelle & AD residu quatriesme. Ie dis que la ligne droicte pouuant AC est Mineure.

Car soit DE conuenable à AD. Donc AE, DE seront Rationelles commens. en puiss. seulement par la def. du residu quatriesme; & AE commens. en longit. à AB Rationelle; & icelle AE pourra plus que DE du quarré d'vne ligne incommens. en longit. à icelle. Soit couppee DE en 2. egalement à F; & le reste faict comme au-

parauant: [a] Donc A G, G E ſerõt incommenſ. en longit. puis que A E peut plus que D E du q. d'vne ligne incommenſ. en longit. à icelle; & à A E eſt appliqué vn rect. ſous A G, G F; egal au quart du q. de D E, defaillant d'vne figure q. Et A E eſtant Rationelle & commenſ. en longit. à la Rationelle A B; [b] le rect. A I ſera Rationel. Derechef D E eſtant Rationelle & incommenſ. en longit. à A B Rationelle; [c] D I & partant ſa moitié F I ſera Medial. Et dauantage A G, G E eſtant incommenſ. en long. [d] A H, G I ayant meſme raiſon ſeront incommẽſ. Et comme en la 92. on demonſtrera que T S peut l'eſpace A C. Ie dis que T S eſt Mineure.




[a] 19. 10.
[b] 20. 10.
[c] 22. 10.
[d] 10. 10.
[e] 77. 10.

Car le cõpoſé des qq. L M, N O, deſcrits de T O, S O, eſt egal au rect. A I, par la conſtruction: Mais iceluy eſt monſtré Rationel, donc le compoſé des qq. de T O, S O, ſera Rationel. Semblablement F I eſtant monſtré Medial, L O, contenu ſous T O, S O, egal à iceluy ſera Medial. Finalement A H, G I eſtant monſtrez incommenſ. leurs egaux q. L M, N O, ſeront incommenſ. & partant T O. S O, incommenſ. en puiſſance, Donc T O, S O, eſtant incommenſ. en puiſſ. & le compoſé de leurs qq. eſtant Rationel; & le rect. ſous icelles Medial; [e] la reſtante T S ſera Mineure. Partant ſi vn eſpace eſt contenu ſous. &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Soit AB 6. AD 7 — √q 14 DE sera √q 14 & DE ou FE √q 3½ : Mais si à AE on applique vn rect. sous AG, GE egal au q. de FE, defaillant d'vne figure q. AG sera 3½ + √q 8¾ GE, 3½ — √q 8¼ & AH est √q 21 + √q 315 GI, 21 — √q 315 & le tout AI 42. Mais DI est √q 504 FI √q 126 — AC 42 — √q 504. residu quatrieſme. Donc ſi 42. eſt diuiſé en 2. telles parties que leur produit ſoit egal au quart de √q 504 c'eſt à dire à 126. la plus grande partie ſera 21 + √q 126 & la moindre 21 — √q 126. Donc √q (21 + √q 126) — √q (21 — √q 126) eſt le coſté du q. ou eſpace reſidu 42 — √q 504.*

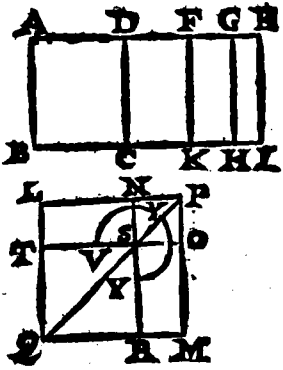
95.

90. THEOREME 72. PROP. 96.

Si vn eſpace eſt contenu ſous vne ligne Rationelle, & vn reſidu cinquieſme, la ligne droicte, qui peut iceluy eſpace, eſt ligne faiſant auec vn eſpace Rationel vn tout Medial.

Soit l'eſpace AC, contenu ſous la Rationelle AB, & le reſidu cinquieſme AD. Ie dis que la ligne qui peut l'eſpace AC, eſt celle qui auec vn rationel fait vn tout Medial. Que DE, conuienne à AD, par la def. du reſidu cinquieſme AE, DE, ſerõt Rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulemẽt, & DE, commenſ. en longit. à la Rationelle AB: Finalement AE, pourra plus que DE, du quarré d'vne ligne incommenſ. en longit. à icelle. Soit couppée

couppée DE en .a. egalement à F, & soit fait au reste comme cy deuant. Donc comme en la precedente. AG, GE, seront incommens. en longit. Et d'autant que AE est rationelle incommēs. en longit. à AB Rationelle, comme il est dit en la 93. le rect. AI, [a] sera medial.




a 22. 10

Item puis que DE, est rationelle commens. en long. à AB, rationelle, [b] le rect. DI, & partāt sa moitié FI est rationel. Derechef comme en la precedente, AH, GI, sont incommens. & comme il est monstré en la 92. TS, pourra l'espace AC. Ie dis que TS, est la ligne laquelle auec vn espace Rationel fait vn tout Medial.

b 20. 10

Car d'autant qu'il est monstré que AI, est Medial; le composé des quarrez LM, NO, des lignes TO, SO, egal à iceluy, est Medial. Et FI estant rationel, comme nous auons monstré, le rect. LO, contenu sous TO, SO, egal à iceluy, est aussi Rationel; & TO, SO, sont incommens. en puiss. comme il est monstré en la precedente. Donc, puis que le composé de leurs quarrez est Medial, & le rect. sous icelles rationel; [c] la restante TS, est la ligne qui auec vn rationel, fait vn tout Medial. Donc si vn espace &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

c 78. 10

## SCHOLIE.

*Soit AB 6. AD √q 56 — 4 DE ſera 4. & DF ou FE 2. Que ſi à AE on applique vn rect. ſous AG, GE egal au q. de FE, & defaillant d'vne figure q. AG ſera √q 14 + √q 10. GE √q 14 — √q 10: & AH eſt √q 504 + √q 360 GI √q 504 — √q 360; & le tout AI √q 2016. Mais DI eſt 24, FI 12 & AE √q 2016 — 24 reſidu 5. Soit diuiſee √q 2016 en deux telles parties que leur produit ſoit egal à 144, la plus grande ſera √q 504 + √q 360 & la moindre √q 504 — √q 360; parquoy √q (√q 504 + √q 360) — √q (√q 504 — √q 360.) eſt le coſté du q. dudit eſpace reſidu √q 2016 — 24.*

96. 91. ## THEOREME 73. PROP. 97.

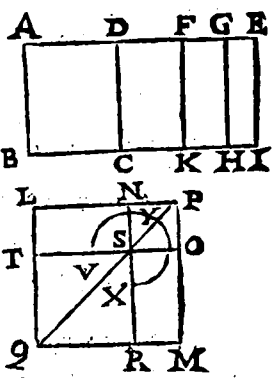
Si vn eſpace eſt contenu ſous vne ligne Rationelle & vn reſidu ſixieſme ; la ligne droicte pouuant iceluy eſpace eſt celle-là, laquelle auec vn rectangle Medial fait vn tout Medial.

L'eſpace AC, ſoit contenu ſous la Rationelle AB, & AD, reſidu ſixieſme. Ie dis que la ligne droicte qui peut l'eſpace AC, eſt celle, qui auec vn eſpace Medial, fait vn tout Medial.

Car à icelle AD, conuienne DE, Donc AE, DE, par la definition du reſidu ſixieſme ſont Rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement, & l'vn ny l'autre n'eſt commenſurable en longitude

à la Rationelle AB; Et finalement AE pourra plus que DE du quarré d'vne ligne incommenſ. en longit. à icelle. Soit couppee DE en 2. egalement à F, & ſoit fait le reſte de la conſtruction comme auparauant. Donc comme en la 95. AG, GE ſeront incommenſ. en longit. Et puis que tant AE, que DE, eſt Rationelle incommenſ. en longit. à la rationelle AB; a tant AI, que DI, & partant FI moitié de DI ſera Medial. Et AH, GI, comme en la 95. ſeront incommenſ. Et d'autant que AE, DE, ſont commenſ. en puiſſ. ſeulemét; b AI, DI, qui ſont en meſme raiſon, ſont incommenſ. & DI, FI, eſtant commenſ. c FI, ſera incommenſ. à AI; maintenant nous monſtrerons comme en la 92. que TS, peut AC; Et ie dis que TS, eſt celle qui auec vn Medial fait vn tout Medial.

a 22. 10.




b 10. 10.

c 14. 10.

Car d'autant que AI, eſt monſtré Medial, le compoſé des quarrez LM, NO, des droictes lignes TO, SO, egal à iceluy eſt Medial. Item FI eſtant monſtré Medial, SO, ſon egal contenu ſous TO, SO, eſt Medial. Derechef EI, eſtant incom. à AI, cõme eſt mõſtré; LO, cõtenu ſous TO SO, ſera incommenſ. au cõpoſé des qq. de TO SO, puis que LO, eſt egal à FI, & le cõpoſé des quarrez de TO, SO, egal à AI. Finalement TO, SO, ſont incommenſ. en puiſſ. comme il eſt monſtré en la 95. Donc puis que le compoſé de

leurs quarrez est Medial, & le rect. sous icelles medial, & incommens. au composé des quarrez d'icelles, [d] la restante TS. est celle qui auec vn Medial, fait vn tout Medial. Donc si vn espace est contenu, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

d 79. 10.

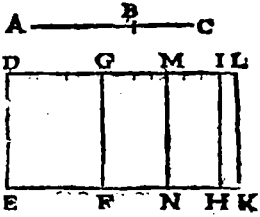
## SCHOLIE.

*Soit AB 6, AD √q 32 — √q 20, DE sera √q 10 & DF, ou FE √q 5. Mais si à AE on applique vn rect. sous AG, GE egal au q. de FE, & defaillant d'vne figure q. AG sera √q 8 + √q 3, GE √q 8 — √q 3: & partant AH sera √q 288 + √q 108, GI √q 288 — √q √q 108 & tout AI √q 1152. Mais DI, est √q 720 DK √q 18 & AC √q 1152 — √q 720 residu sixiesme; & son costé sera trouué estre √q (√q 288 + √q 108) — √q (√q 288 — √q 108.*

xcvij. xcij.

## PROBLEME 74. PROP. 98.

**Le quarré d'vn residu appliqué à vne ligne Rationelle, fait la latitude residu premier.**




Soit AB, residu, & BC, sa conuenable, en sorte que AC, BC, soient Rationelles commens. en puiss. seulement; [a] & à DE, rationelle soit appliqué le rect. DF, egal au quarré de AB, faisant la latitude DG. Ie dis que DG, est residu premier. Car à DE, soit ap-

a 45. 1.

pliqué le rect. DH, egal au quarré de AC, & à HI, soit appliqué IK, egal au quarré de BC; en sorte que le tout DK, soit egal au composé des quarrez de AC, CB.

Et b d'autant que le composé des quarrez de AC, BC, est egal à 2. fois le rect. sous AC, BC & au quarré de AB, si l'on oste le quarré de AB, & le rect. DF, le rect. GK, demeurera egal à deux fois le rectangle sous AC, BC. Donc GL estant diuisee en deux egalement à M, & menee MN, parallelle à DE; MK, sera egal au rect. sous AC, BC: Et d'autant que AC, BC, sont Rationelles, leurs quarrez seront rationaux, & partant commens. c Donc puis que le composé des quarrez de AC, BC, est commens. à chacun d'iceux, iceluy composé, c'est à dire son egal rect. DK, sera Rationel: Lequel estant appliqué à la Rationelle DE, d DL, sera Rationelle commens. en longit. à DE. Derechef, puis que AC, BC, sont Rationelles commens. en puiss. seul. le rect. sous icelles, & son double GK, est Medial. Lequel estant appliqué à la Rationelle GF, e GL, sera Rationelle, incommens. en longitude à GF, c'est à dire à DE. Et d'autant que DK Rationel, & GK, Medial, c'est à dire irrationel, sont incommens. DL, f GL; ayant mesme raison que DK, GK, seront incommens. en longit. Donc estant monstrees Rationelles, elles seront Rationelles commens. en puiss. seulem. g Et partant DG, restante, sera residu. Ie dis qu'elle est premiere.

b 7. 2.

c 16. 10.

d 21. 10.

e 23. 10.

f 10. 10.

g 74. 10

Car d'autant h que le rect. sous AC, BC, c'est à dire MK, est moyen proportionnel entre les quarrez de AC, BC, c'est à dire entre DH, IK;

h lem. 54. 10.

DH, MK, IK, ſont continuellement proportionaux, & les lignes DI, ML, IL, conti. proport, eſtant en meſme raiſon. i Parquoy le rect. ſous DI, IL, eſt egal au quarré de ML, c'eſt à dire au quart du quarré de GL. Et d'autant que les quarrez de AC, BC, ou leurs egaux DH, Ik, ſont commenſ. k DI, IL, eſtant en meſme raiſon, ſeront commenſ. en longit. Partant DL, GL, eſtāt inegales, & à la plus grande eſt appliqué vn rectangle ſous DI, IL, egal au quart du quarré de GL, moindre, defaillant d'vne figure quarree, & DI, eſtant monſtree commenſ. en longit. à IL; l DL, pourra plus que GL, du q. d'vne ligne qui luy eſt commenſ. en longit. Parquoy DG, eſtāt monſtree reſidu, & la toute DL, pouuoir plus que GL, ſa conuenable du quarré d'vne ligne qui luy eſt commenſ. en longitude; & que la meſme toute DL, eſt commenſ. en longit. à la Rationelle DE; par la def. DG, ſera reſidu premier. Donc le quarré d'vn reſidu appliqué à vne ligne Rationelle fait l'autre coſté, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

i 17. 6.

k 10. 10.

l 18. 10.

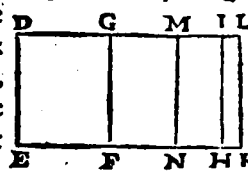
## SCHOLIE.

*Soit AB √q 33 — √q 3 BC √q 3, DE Rationelle & à DE ſoit appliqué DH egal au q. de AC qui eſt 33 faiſant la latitude DI: DI ſera 5 1/2 & ſi à icelle on applique IK egal au q. de CB qui eſt 3 faiſant la latit. IL; IL ſera 1/2 & la toute DL, 6. Derechef ſi à DE on applique GN qui eſt V q 99 faiſant la latit. GM; GM ſera √q 2 3/4 & par meſme raiſon ML, eſt V q 2 3/4 & la toute GL V q 11 Donc DG eſt 6 — √q 11 reſidu premier.*

## THEOREME 75. PROP. 99. 98. 95.

**Le quarré d'vn residu Medial premier appliqué à vne ligne Rationelle, faict la latitude residu second.**

Soit AB, residu Medial premier, & BC sa cõuenable, de sorte que AC, BC soient Mediales commens. en puiss. seulement, & contenant vn Rationel : a Et à DE, Rationelle, soit appliqué le rect. DF, egal au quarré de AB faisant la latitude DG. Ie dis que DG, est residu second. a 45. 1.




Car soit faict cõme en la precedente ; de sorte que DH, IK, soiẽt egaux aux quarrez de AC, BC, & GK, egal à 2. fois le rect. sous AC, BC, & partant MK egal à vne fois iceluy rect. Dautant donc que AC, BC, sont Mediales commens. en puiss. seulement & leurs quarrez, c'est à dire, leurs egaux DH, IK Mediaux & commens. b & partant le tout DK, sera commens. à chacun d'iceux. c Donc Medial. Et DK estant appliqué à la rationelle DE, d DL sera Rationelle incommens. en longit. à DE. Derechef d'autant que le rect. sous AC, BC, est posé rationel, le double d'iceluy GK, sera aussi rationel. Lequel estant appliqué à la Rationelle DE ; e GL, sera Rationelle commens. en longitude à DE, Mais d'autant que DK, Medial, c'est à dire irrationel, & GK, Rationel, sont incom-

b 16. 10.
c corol.
d 23. 10.
e 21. 10.

f10.10. mens. f DL, LG, estant en mesme raison seront incommens. en longitude. Et estant monstrees Rationelles DL, LG, seront rationelles com-
§74.10. mens. en puiss. seulement, & § partant la restante DG, est residu. Ie dis qu'elle est second. Car cõme en la precedente, on monstrera que la toute DL, peut plus que la conuenable GL, du quarré d'vne ligne commens. à icelle en longit. Partant GL, estant monstree commens. en longit. à la Rationelle DE, icelle DG, par la def. sera residu second. Donc le quarré d'vn residu Medial, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

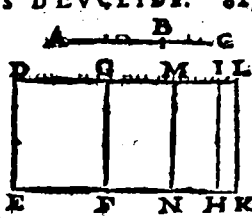
*Soit AB √qqq972 — √q108 B C √q 108: Et DE Rationelle soit 6. & sur DE on applique DH egal au q. de AC qui est √qq972. faisant la latit. DI; DI sera √q27. Et sur la mesme on applique IK egal au q. de CB √q108 faisant la lat. IL: IL, sera √q3. & la toute DL √q48. Derechef sur DE on applique GN egal au rect. sous AC, CB qui est 18. faisant la latitude GM: GM sera 3 & ML 3 & la toute GL 6. Donc DG est √q48 — 6. residu second.*

xcix. xciv.

## THEOREME 78. PROP. 100.

Le quarré d'vn residu Medial second, appliqué à vne ligne Rationelle, fait la latitude residu troisiesme.

Soit A B, residu Medial second; & B C, sa conuenable, en sorte que A C, B C, soient Me-




diales commenſ. en puiſſ. ſeulement, & contenant vn Medial: & à la Rationelle DE, ſoit appliqué DF, egal au quarré de AB, faiſant la latitude [a] DG. Ie dis que DG, eſt reſidu troiſieſme. Soit faict comme auparauant: L'on monſtrera comme en la precedente que DK, eſt Medial, & partant DL, rationelle incommenſ. en longitude à DE, & d'autãt que le rect. ſous AC, BC eſt Medial, & partant le double d'iceluy, ſçauoir GK; [c] GL ſera auſſi Rationelle incommenſ. en longitude à DE. a 45. 1.

Mais d'autant que AC, BC, ſont incommenſ. en longit. Et comme AC, à BC, [d] ainſi le quarré de AC, au rect. ſous AC, BC; [e] le quarré de AC, ſera incommenſ. au rect. ſous AC, BC: [f] Mais le compoſé des quarrez de AC, BC, eſt commenſ. au quarré de AC, eſtant iceux quarrez cõmenſ. deſcrits de lignes commenſ. en puiſſ. & 1. fois le rect. ſous AC, BC, eſt commenſ. audit rect. ſous AC, BC. [g] Donc le compoſé des quarrez de AC, BC, c'eſt à dire DK eſt incommenſ. à 2. fois le rect. ſous AC, BC, c'eſt à dire à GK. [h] Et partant DL, GL, eſtant en meſme raiſon que DK, GK ſont incommenſ. en longitude, & ſont monſtrées Rationelles. Donc DL, GL, ſont Rationelles commenſ. en puiſſance ſeulement; [i] & partant DG, reſtante, eſt reſidu. Ie dis qu'elle eſt troiſieſme. Car nous monſtrerons comme en la 98. que la toute DL, peut plus que GL, ſa conuenable du quarré d'vne ligne qui luy eſt commenſ. en longit. Donc puis b 23 10. c 23. 10. d 1. 6. 19. 10. e 10. 10. f 15. 10. g ſchol 14. 10. h 10. 10. i 74. 10.

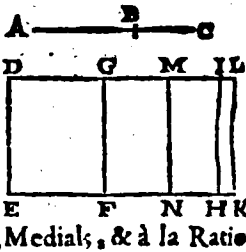
que DL, ny GL, n'eſt commenſ. en longitude à la Rationelle DE, comme il eſt monſtré. DG, ſera reſidu troiſieſme par la definition. Donc le quarré d'vn reſidu, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## SCHOLIE.

*Soit AB √qq882 — √qq18 BC √qq18 & DE Rationelle 6. Et ſi à DE on applique le rect. DH egal au q de AC faiſant la latitude DI; DI ſera √q24½ & appliquant IK egal au q. de CB faiſant la Latitude IL: IL, ſera √q½ & la toute DL √q32. Dauantage ſi à DE on applique GN egal au rect. ſous AC, BC qui eſt √q126 faiſant la lat. GM: GM ſera √q3½: & la toute GL √q14. Donc DG eſt √q32 — √q14. reſidu troiſieſme.*

100. 95. ## THEOREME 77. PROP. 101.

Le quarré d'vne ligne Mineure, appliqué à vne ligne Rationelle, fait la latitude reſidu quatrieſme.




Soit la ligne Mineure AB, & ſa conuenable BC, de ſorte que AC, BC, ſoient incommēſ. en puiſſ. faiſant le compoſé de leurs quarrez Rationel, & le rectangle ſous icelles AC, BC, a 45. 1. Medial; & à la Rationelle DE, ſoit appliqué l'eſpace DF, egal au q.

de AB, faisant la latitude DG. Ie dis que DG est residu quatriesme. Soit faict comme aux precedentes.

D'autant que le composé des quarrez de AC, BC, c'est à dire DK, leur egal est Rationel; DL, [b] sera Rationelle commens. en longit. à DE. Et puis que le rect. sous AC, BC, & partant le double d'icelluy GK est Medial; [c] GL, sera Rationelle incommens. en longit. à DE. Derechef, d'autant que DK Rationel, & GK, irrationel, sçauoir Medial, sont incommens. [d] DL, GL, estant en mesme raison sont incommens. en longit. Et estant monstrees Rationelles, DL, GL, sont Rationelles commens. en puiss. seulem. [e] partant DG, restante est residu. Ie dis qu'elle est residu quatriesme. Car AC, BC estant incommens. en puiss. leurs quarrez, ou leurs egaux rect. DH, IK, seront incommens. [f] Et partant DI, IL. incommens. en longit. Et puis que le rect. sous DI, IL, est egal au quarré de ML, c'est à dire au quart du quarré de GL; comme est demonstré en la 98. DL, [g] pourra plus que GL du quarré d'vne ligne incommens. en longit. à icelle; puis qu'à DL, plus grande est appliqué le rectangle sous DI, IL, egal au quart du quarré de GL, moindre & defaillant d'vne figure quarree, & diuisant DL en parties incommens. en longitude DI, IL. Donc puis que DL, totale, peut plus que sa conuenable GL, du quarré d'vne ligne incommens. en longit. à icelle, & la toute DL, est monstree commens. en longit. à la Rationelle DE; par la def. DG, sera residu quatriesme. Partant le quarré d'vne ligne Mineure, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[b] 21. 10.
[c] 23. 10.
[d] 10. 10.
[e] 74. 10.
[f] 10. 10.
[g] 19. 10.

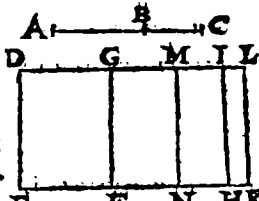
## SCHOLIE.

*Soit AB √q(γq21 + √q315) — γq(γq21 + γq315) BC √q(γq21 — √q315:) Mais la Rationelle DE soit 6. Et à DE appliquant DH, egal au q. de AC, faisant DI, latit. DI, sera 3 1/2 + √q8 3/4 — Et si on applique IK egal au q. de CB faisant IL lat. IL, sera 3 1/2 — γq8 3/4, & la toute DL 7. Et si à DE on applique GN egal au rect. sous AC, CB, sçauoir à γq126, faisant GM latit. GM sera √q3 1/2 — & la toute GL, √q14. Donc DG est 7 — γq14. residu quatrieſme.*

## THEOREME 78. PROP. 102.

cl. 96.

Le quarré d'vne ligne, laquelle auec vn espace Rationel, faict vn tout Medial, appliqué à vne ligne Rationelle, faict la latitude, residu cinquieſme.




Soit AB, faisant auec vne superficie Rationelle vn tout Medial & sa conuenable BC, en sorte que AC, BC, soiẽt incommenſ. en puiſſance faiſant le composé de leurs quarrez Medial, & le rect. sous icelles Rationel: [a] & à DE Rationelle soit appliqué DF, egal au quarré de AB, faisant DG, latitude. Ie dis que DG, est residu cinquieſme.

245. 1.

Car soit faite comme cy deuant. D'autant que

le composé des quarrez de AC, BC, ou son egal DK est Medial; [b] D L, sera Rationelle incommens. en longit. à DE. Et d'autant que le rect. sous AC, BC, ou le double d'iceluy, GK, est Rationel; [c] GL, sera Rationelle, commens. en longitude à DE. Et d'autant que DK, Medial, ou irrationel, & GK, rationel sont incommens. [d] D L, GL, ayant mesme raison seront incommens. en longit. Mais elles sont monstrees Rationelles, Donc DL, GL, sont Rationelles commens. en puiss. seulement: [e] Donc la restante DG, est residu. Ie dis qu'elle est cinquiesme. Car comme en la precedente, on monstrera que DL, toute peut plus que GL, conuenable du quarré d'vne ligne incommens. en longit. à icelle. Donc puis que la conuenable GL, est monstree commens. en longit. à la Rationelle DE, par la def. DG, sera residu cinquiesme. Donc le quarré, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

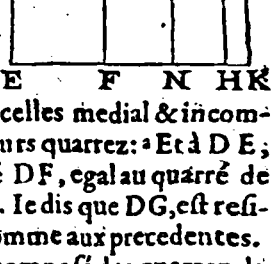
[b] 23.10.
[c] 21.10.
[d] 10.10.
[e] 74.10

## SCHOLIE.

*Soit AB* $\sqrt{q}(\sqrt{q}\,288 + \sqrt{q}\,207) - \sqrt{q}(\sqrt{q}\,288 - \sqrt{q}\,207)$ *BC* $\sqrt{q}(\sqrt{q}\,288 - \sqrt{q}\,207)$ *& DE Rationelle soit 6. si à DE on applique DH egal au q. de AC, faisant DI latis. DI sera* $\sqrt{q}\,98 + \sqrt{q}\,5\frac{1}{4}$ *& appliquant IK egal au q. de CB faisant IL latis. IL sera* $\sqrt{q}\,98 - \sqrt{q}\,5\frac{1}{4}$ *: & la toute DL,* $\sqrt{q}\,392$. *Derechef si, à DE on applique GN, egal au rect. sous AC, CB faisant GM latis. GM sera* $1\frac{1}{2}$ *& la toute GL* $3$. *Parquoy DG est* $\sqrt{b}\,392 - 3$ *residu cinquiesme.*

clj. 97. THEOREME 79. PROP. 103.

Le quarré d'vne ligne faisant auec vn espace Medial, vn tout Medial, appliqué à vne ligne Rationelle, faict la latitude Residu sixiesme.




Soit AB, faisãt auec vn Medial, vn tout Medial, & soit BC, sa conuenable, en sorte que AC, BC, soient incommens. en puiss. faisant le composé de leurs qq. Medial, & le rect. sous icelles medial & incommens. au composé de leurs quarrez: a Et à DE, Rationelle soit appliqué DF, egal au quarré de AB, faisant DG, latitude. Ie dis que DG, est residu sixiesme. Soit faict comme aux precedentes.

a 45. 1.

D'autant que tant le composé des quarrez de AC, BC, ou DK son egal, que le rectangle sous AC, BC, & partant le double d'iceluy GK, est Medial; b tant DL, que GL. sera Rationelle incommens. en longit. à DE. Et le rect. sous AC, BC, estant incommens. au composé des quarrez d'icelles AC, BC; & le rectangle sous AC, BC, & le double d'iceluy GK, commens. c GK, sera incommens. à iceluy composé, c'est à dire à DK. Et d partant DL, GL. ayant mesme raison que DK, GK seront incommens. en longit. Et elles sont mõstrees Rationelles. d Donc DL, GL sont Rationelles commens. en puiss. seulement;

b 23. 10.

c 14. 10.

d 10. 10

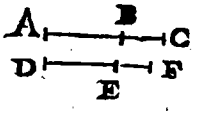
[c] Part ât DG, st Residu. Ie dis qu'elle est sixiesme. Car comme en la 101. nous monstrerons que la toute DL, peut plus que la conuenable GL, du quarré d'vne ligne incommens. en longitude à icelle. Donc puis que DL, ny GL, n'est commens. en longit. à la Rationelle DE; par la def. DG sera residu sixiesme, Donc le quarré, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. c 74. 10.

## SCHOLIE.

*Soit* AB $\sqrt{q}$ ($\sqrt{q}$ 396 + $\sqrt{q}$ 288) — $p\,q$ ($\sqrt{q}$ 396 — $\sqrt{q}$ 288;) BC $\ell\,q$ ($\ell\,q$ 396 — $\ell\,q$ 288.) *&* *la* Rationelle DE 6. *appliquant à* DE *le rect.* DH *egal au q. de* AB *faisant* DI *latit.* DI *sera* $\ell\,q$ 11 + $\sqrt{q}$ 8: *& appliquant* IK *egal au q. de* CB *faisant* IL *latit.* IL *sera* $\ell\,q$ 11 — $\sqrt{q}$ 8, *& la toute* DL *sera* $\sqrt{q}$ 44. *Derechef appliquant à* CD, *le rect.* GN *egal au rect. sous* AC, CB. *faisant* GM *latit.* GM *sera* $\ell\,q$ 3 *& la toute* GL $\ell\,q$ 12. *Donc* DG *est* $\sqrt{q}$ 44 — $\sqrt{q}$ 12, *residu sixiesme.*

THEOREME 80. PROP. 104. ciij. 98.

La ligne droicte commensurable en longitude à vn residu, est aussi residu & de mesme ordre.




Soit AB, residu & BC, sa conuenable, en sorte que AC, BC, soient Rationelles commens. en puissance seulement, & soit DE, commens. en longit. à AB. Ie dis que DE, est residu, & de mesme ordre que AB.

Car soit comme AB, à DE, [a] ainsi BC, à EF. a 12. 6.

b 12. 5. b Dõc la toute AC, sera à la toute DF, ainsi comme
c 10. 10. AB, à DE, ou BC, à EF. D'autant donc que AB, DE, sont posees commens. en longit. c AC, DF, & BC, EF, seront aussi commens. en longit. Et d'autant que AC, BC, sont Rationelles, leurs commens. DF, EF seront Rationelles. Derechef d'autant que comme AC, à DF, ainsi BC, à EF; & en permutant comme AC, à BC, ainsi DF, à EF; & AC, BC sont commens. en puissance seulement; d Donc DF, EF, seront aussi com-
d 10. 10. mens. en puiss. seulement: & estant monstrees rationelles, e la restante DE, est resídu. Ie dis
e 74. 10. qu'elle est de mesme ordre que AB. Car premierement que AC, puisse plus que BC, du q. d'vne ligne commens. en longit. à icelle. Cela estant f DF, pourra plus que EF, du quarré d'vne
f 15. 10. ligne commens. en longit. à icelle. Donc si AC, est commens. en longit. à la Rationelle exposee, afin que AB, soit resídu premier; DF g sera aussi commens. en longit. à la Rationelle expo-
g 12. 10. see, puis que tant la Rationelle exposee, que DF, est commens. en longitude à la mesme AC. Donc par la def. DE, sera resídu premier, sçauoir de mesme ordre que AB. Mais si BC, est commens. en longit. à la Rationelle; en la mesme façon EF sera commensurable en longitude à la Rationelle; Partant l'vne & l'autre AB, DE, par la definition sera resídu second. Finalement si l'vne ny l'autre AC, BC, n'est
h 14. 10. commens. en longit. à l'exposee Rationelle; h aussi l'vne ny l'autre DF, EF, ne sera commens. en longit. à la mesme Rationelle. Donc tant l'vne que l'autre AB, DE, sera resídu troisiesme par la definition.

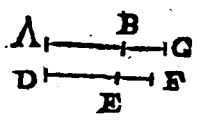
Mainte-

Maintenant que AC, puisse plus que BC, du quarré d'vne ligne incommens. en longitude à icelle. Cela estant i DF, pourra plus que EF, du quarré d'vne ligne qui luy sera incommens. en longit. Parquoy nous monstrerons comme auparauãt, que DE, est residu quatriesme, cinquiesme ou sixiesme. Donc la ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. i 15.10.

## THEOREME 81. PROP. 105. civ. 99.

La ligne droicte commensurable à vn residu Medial: est aussi residu Medial & de mesme ordre.

Soit AB, residu, & BC sa conuenable en sorte que AC, BC soient Mediales commens. en puiss. seulem.




& soit DE commens. à icelle. Ie dis que DE est aussi residu & de mesme ordre que AB.

Car comme AB est à DE, a ainsi BC soit à EF. b Donc la toute AC sera à la toute DF, cõme AB à DE; & BC à EF. D'autant donc que AB, DE sont posees commens. c BC, EF & AC DF seront aussi commens. Et AC, BC estant Mediales; DF, d EF, commens. à icelles seront aussi Mediales. Derechef AC estant à DF; comme BC à EF, & en changeant comme AC à BC, ainsi DF à EF; Mais AC, BC sont commens. en puiss. seulement; e Donc DF, EF seront cõmens. en puiss. seul. Parquoy DF, EF estant mõstrees Mediales, f la restante DE sera residu Me-

a 12.6. b 12.5. c 10.10. d 24.10. e 10.10. f 75 10. ou 76.

dial. Ie dis qu'elle eſt de meſme ordre que AB. Car puis que comme AC, à BC ainſi DF à EF: Et comme g AC à BC ainſi le q. de AC au rect. ſous AC, BC. Et comme DF à EF, ainſi le q. de DF au rect. ſous DF, EF: Donc comme le quarré de AC au rect. ſous AC, BC, ainſi le quarré de DF au rect. ſous DF, EF: Et en changeant comme le quarré de AC au q. de DF, ainſi le rectangle ſous AC, BC au rect. ſous DF, EF. Donc le quarré de AC eſtant commenſ. au q. de DF, AC, DF eſtant monſtrees commenſ. h le rectangle ſous AC, BC ſera commenſ. au rect. ſous DF, EF. Donc ſi le rect. ſous AC, BC eſt Rationel, de ſorte que AB, ſoit reſidu Medial premier; le rect. ſous DF, EF, commenſ. à iceluy ſera auſſi Rationel: i Et partant DE ſera reſidu Medial premier: Mais ſi le rect. ſous AC, BC eſt Medial, en ſorte que AB, ſoit reſidu Medial ſecond; le rect. ſous DF, EF, commenſ. à iceluy l ſera auſſi Medial, m partant DE ſera reſidu Medial ſecond. Donc la ligne droicte commenſ. au reſidu Medial, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

g lem 3. 19. 10.

h 10. 10.

i 75 10.

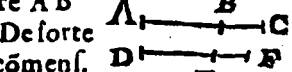
l 4. 10. n. 76.

m 10.

civ. 99.

## THEOREME 82. PROP. 106.

### La ligne droicte commenſ. à vne ligne Mineure, eſt auſſi ligne Mineure.




Soit la ligne Mineure AB & BC ſa conuenable: De ſorte que AC, BC ſoient incõmenſ. en puiſſ. faiſant le compoſé de leurs quarrez AC, BC, Rationel, & le rectan-

gle ſous AC,BC Medial: Et ſoit DE commenſ. à AB. Ie dis que DE eſt Mineure.

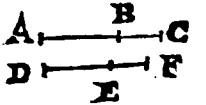
Car ſoit faict comme auparauant, en ſorte que AB,BC,ayent meſme raiſon à DE,EF que AC & à DF,comme en la precedente DF, EF ſeront commenſ. à AC, BC ſoit en longit. & puiſſ ou en puiſſ. ſeulement: Et puis que comme AC à DF ainſi BC à EF,& en changeant comme AC à BC,ainſi DE,à EF: a comme le q. de AC au q. de BC, ainſi le quarré de DF, au quarré de EF, & en compoſant comme le compoſé des quarrez de AC, BC au quarré de BC, ainſi le compoſé des quarrez de DF,EF,au quarré de EF: & en permutant comme le compoſé des qq. de AC,BC,au compoſé des qq. de DF, EF,ainſi le quarré de BC au quarré de EF: Mais le quarré de BC eſt commenſ. au q. de EF; BC, EF, eſtant monſtrees commenſ. b Donc le compoſé des quarrez de AC,BC eſt commenſ.au compoſé des quarrez de DF,EF. Mais le compoſé des quarrez de AC,BC,eſt poſé Rationel; c Donc le compoſé des quarrez de DF,EF eſt Rationel. Derechef comme il eſt monſtré en la precedente prop.le rect.ſous AC,BC,eſt commenſ.au rectangle ſous DF,EF: Mais le rect. ſous AC, BC eſt poſé Medial. d Donc le rect. ſous DF, EF,ſera auſſi Medial: Et puis que comme AC à BC, ainſi DF à EF,& AC, BC ſont incommenſ. en puiſſ. DF, e EF ſeront auſſi incommenſ. en puiſſ. Partant DF,EF eſtant incommenſ. en puiſſ. & faiſant le compoſé de leurs quarrez Rationel,& le rect.ſous icelles Medial; f DE ſera Mineure. Donc la ligne droicte commenſ. &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 22. 6.
b 10 10.
c 9. def.
d corol. 24. 10.
e 10.10.
f 77.10.

## THEOREME 83. PROP. 107.

cvij. cj. La ligne droicte commensurable à vne ligne laquelle auec vn espace Rationel, fait vn tout Medial : est aussi ligne faisant auec vn espace Rationel vn tout Medial.

Soit AB faisant auec vne superficie Rationelle vn tout Medial, & BC conuenable à icelle, de sorte que AC, BC, soient incommens. en puiss. & facent le composé de leurs quarrez Medial, & le rect. sous icelles Rationel. Et soit D E commensurable à AB, comment que ce soit. Ie dis que D E fait auec vn espace Rationel vn tout Medial.




Car ayant fait la construction comme auparauant, on monstrera comme en la precedente p. que le composé des quarrez de AC, BC, est commens. au composé des qq. de DF, EF. Donc celuy-là estant posé Medial, a celuy-cy sera aussi Medial. Derechef comme en la 105. prop. on monstrera que le rect. sous AC, BC est commens. au rect. sous DF, EF: Donc celuy-là estãt posé Rationel, b cestuy-cy sera aussi Rationel: Et finalement comme il est monstré en la precedẽte prop. DE, EF, sont incommens. en puiss. parquoy DF, EF estant incommens. en puiss. & faisant le composé de leurs quarrez Medial, & le rect. sous icelles Rationel; c DE fera auec vn espace Rationel, vn tout Medial. Ce qu'il falloit demonstrer.

a corol. 24. 10.
b 9. def.
c 78. 10.

## THEOREME 84. PROP. 108. cvij. cij.

La ligne droicte commenſurable à vne ligne, laquelle auec vn eſpace Medial, fait vn tout Medial; icelle eſt auſſi ligne faiſant auec vn eſpace Medial vn tout Medial.

*Voyez la figure precedente.*

Soit AB faiſant auec vne ſuperficie Mediale vn tout Medial; & BC conuenable à icelle, en ſorte que AC, BC ſoient incommenſ. en puiſſ. faiſant le compoſé de leurs quarrez Medial, & le rectãgle ſous icelles Medial, & incommenſ. au compoſé de leurs quarrez. Et ſoit DE commenſ. à AB, comment que ce ſoit. Ie dis que DE, auec vn eſpace Medial fait vn tout Medial.

Car ayant fait la conſtruction comme auparauant: on monſtrera comme en la prop. 106. que le compoſé des quarrez de AC, BC eſt commẽſ. au compoſé des quarrez de DF, EF. Donc le cõpoſé des quarrez de AC, BC eſtant poſé Medial; [a] celuy des quarrez de DF, EF, ſera auſſi Medial. Derechef comme en la 105. on monſtrera que le rect. ſous AC, BC, eſt commenſ. au rect. ſous DF, EF. Donc celuy-là eſtant Medial, ceſtuy-cy ſera auſſi Medial. [b] Et comme en la 106. DF, EF ſeront auſſi incommenſ. en puiſſ. Finalement, d'autant que le compoſé des quarrez de DF, EF eſt commenſ. au compoſé des quarrez de AC, BC, comme il eſt dit. Et le rect. ſous DF, EF eſt commenſ. au rect. ſous AC, BC. Mais

a corol. 24. 10.

le composé des quarrez de AC, BC, & & le rect. sous AC, BC sont posez incommens. b Donc le composé des quarrez de DF, EF, & le rect. sous DF, EF seront incommens. Parquoy DF, EF estant incommens. en puiss. & le composé de leurs quarrez Medial, & le rect. sous iceluy Medial & incommens. au composé de leurs quarrez; c DE fait auec vn espace Medial, vn tout Medial. Donc la ligne droicte commens. à vne ligne, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

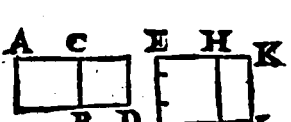
b 5. h. 14. 10.

c 78.

cviij. ciij.

## THEOREME 85. PROP. 109.

Si vn espace Medial est retranché d'vn Rationel : la ligne droicte qui peut le reste de l'espace, est vne de ces deux Irrationelles, sçauoir Residu ou Mineure.




De la superficie ou espace Rationel AD soit retranché le Medial CD. Ie dis que la ligne qui peut le reste AB, est residu ou Mineure.

a 45. 1 Car soit exposée EF, Rationelle a à laquelle soit appliqué le rect. EG egal à AB, & à GH, le rect. HI, egal à CD, de sorte que le tout EI, soit b 21. 10. egal au tout AD. D'autant donc que EI egal à AD Rationel, est Rationel; b EK sera Rationelle commens. en longit. à EF Rationelle. Derechef d'autant que HI, egal à CD Medial, est Medial; c HK sera Rationelle incommens. en

21. 10.

longit. à EF. Parquoy EK estant commens. en longitude à EF, Mais HK, incommensurable en longitude à la mesme EF; d EK, HK seront incommens. en longit. Et estant Rationelles: elles seront Rationelles commens. en puissance seulement: e Er partant le reste EH est Residu, & HK conuenable à icelle. Donc EK peut plus que HK du quarré d'vne ligne qui luy est commens. en longit. ou incommens. Si EK peut plus que HK du quarré d'vne ligne qui luy soit commens. en longit. La toute EK estant aussi monstree commens. en longit. à EF Rationelle; par la def. EH sera Residu. 1. Parquoy la ligne pouuãt l'espace EG contenu sous EF Rationelle, & le Residu premier EH, c'est à dire l'espace AB, egal à iceluy, f est Residu. Mais si EK peut plus que HK du quarré d'vne ligne qui luy soit incommens. en longit. La toute EK estant monstree commens. en longit. à EF Rationelle; selon la def. EH sera residu quatrieſme. Partant la ligne pouuant l'espace EG, contenu sous EF, Rationelle, & EH residu quatrieſme, c. à dire l'espace AB egal à iceluy, g est Mineure. Donc si vn espace Medial est osté d'vn rationel, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

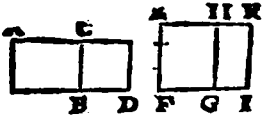
d 13. 10.
e 74. 10
f 92. 10
g 95. 10

## THEOREME 86. PROP. 110.

cix.
civ.

Si vne superficie Rationelle est retranchee d'vne Mediale, il se faict deux autres Irrationelles, sçauoir, ou vn Residu Medial premier, ou vne ligne faisant auec vn espace Rationel, vn tout Medial.

*C'eſt à dire que la ligne pouuant le reſte de l'eſpace eſt reſidu Medial premier, ou ligne faiſant auec vn Rationel, vn tout Medial.*




Du Medial A D ſoit retranché le Rationel CD. Ie dis que la ligne pouuant l'eſpace reſtant AB, peut eſtre ou reſidu Medial premier, ou ligne faiſant auec vn eſpace rationel vn tout Medial. Soit faite la meſme conſtruction qu'auparauant. D'autant que EI egal au Medial A D eſt Medial; a EK ſera rationelle incommenſ. en longit. à EF. Et d'autant que HI egal au rationel C D eſt rationel; b HK ſera rationelle commenſ. en longit. à EF. Donc HK eſtant commenſ. en longit. à EF; Mais EK incommenſ. en longit. à la meſme EF; c HK, EK ſeront incommenſ. en longit. & ſont rationelles. Elles ſont donc rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement: d Donc le reſte EH eſt reſidu, & HK cõuenable à icelle. Dõc EK peut plus que HK du q. d'vne ligne qui luy eſt commenſ. en longit. ou incommenſ. ſi commenſ. & la conuenable HK eſtant monſtree commenſ. en longit. à EF rationelle; par la def. EH ſera reſidu ſecond. Donc la ligne pouuant l'eſpace EG contenu ſous EF rationelle, & EH reſidu ſecond, c'eſt à dire AB egal à iceluy e eſt reſidu Medial premier: Mais ſi EK peut plus que HK du quarré d'vne ligne incommenſ. en longit. à icelle, la conuenable H k eſtant monſtree commenſ. en longit. à E F Rationelle; E H ſera reſidu cinquieſme par la def. Donc la ligne pouuant l'eſpace E G contenu ſous EF rationelle, & le reſidu cinquieſme EH, c'eſt à dire A B egal à

a 23.10.
b 21.10.
c 13.10.
d 74.10.
e 93.10.

iceluy ſeſt la ligne qui auec vn rationel fait vn tout Medial. Donc vn eſpace, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. f 96.10.

## THEOREME 87. PROP. III. CX. CV.

Si vne ſuperficie Mediale eſt retranchee d'vne ſuperficie Mediale, incommenſurable à la toute; il ſe faict deux autres Irrationelles, ſçauoir vn reſidu Medial ſecond, ou vne ligne faiſant auec vne ſuperficie Mediale vn tout Medial.

*C'eſt à dire, que la ligne pouuant le reſte de l'eſpace, eſt reſidu Medial ſecond; ou ligne faiſant auec vn eſpace Medial vn tout Medial.*

*Voyez la figure precedente.*

Soit le Medial CD, oſté du Medial AD, & incommenſurable au tout AD. Ie dis que la ligne pouuant l'eſpace reſtant AB, eſt reſidu Medial ſecond: ou ligne faiſant auec vne ſuperficie Mediale vn tout Medial.

Car ayant fait la meſme conſtruction qu'auparauant; d'autant que EI, HI egaux aux Mediaux AD, CD; ſont Mediaux [a] EK, HK ſeront Rationelles incommenſ. en longit. à EF: Et AD, CD, c'eſt à dire EI, HI, eſtans poſez incommenſurables; [b] EK; HK, ayant meſme raiſon ſeront incommenſ. en longit. & ſont Rationelles: Donc elles ſont Rationelles commenſ. en puiſſ. ſeulement; [c] partant EH reſtante eſt reſidu; & HK eſt conuenable à icelle. Donc EK

a 23.10. b 10.10. c 74.10.

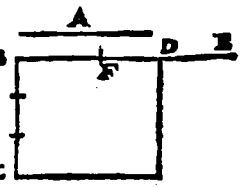
peut plus que HK du quarré d'vne ligne qui luy eſt commenſ. en longit. ou incommenſ. Si du q. d'vne ligne qui luy ſoit commenſ. en longitude, l'vne & l'autre EK, HK eſtant monſtree n'eſtre commenſ. en longit. à EF, Rationelle; ſelon la def. EH ſera reſidu troiſieſme. Parquoy la ligne pouuant l'eſpace EG, contenu ſous la Rationelle EF & le reſidu troiſieſme EH, c'eſt
d 94.10 à dire AB, egal à iceluy; d eſt reſidu Medial ſecond. Mais ſi EK peut plus que HK du quarré d'vne ligne incommenſ. en longit. à icelle, l'vne ny l'autre EK, HK n'eſtant commenſ. en longit. à EF Rationelle comme il eſt demonſtré par la def. EH, ſera reſidu ſixieſme. Donc la ligne pou-
e 97.10 uant EG contenu ſous EF Rationelle, & EH reſidu ſixieſme, c'eſt à dire AB egal iceluy, e eſt celle laquelle auec vn eſpace Medial fait vn tout Medial. Partant vne ſuperficie Mediale, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

cxi. cvj. **THEOREME 88. PROP. 112.**

**La ligne appellee Apotome ou Reſidu, n'eſt pas la meſme que la ligne de deux noms ou Binome.**

Soit A reſidu quelconque. Ie dis que A n'eſt pas la meſme que le Binome.

Car ſoit A Bino. s'il eſt
a 45. 1. poſſ. & ayãt expoſé la Rationelle BC; a ſoit appliqué à BC, le rect. CD egal au q. de A. D'autant donc que A eſt reſidu;



b la latitude B D sera residu premier. Soit dõc D E conuenable à icelle; Donc par la definition du residu premier, B E, D E seront Rationelles commens. en puiss. seulement, & B E pourra plus que D E du q. d'vne ligne qui luy sera commens. en longit. & B E sera commens. en longit. à B C Rationelle. Derechef A estant aussi posee estre Binome: c la mesme latitude B D sera Binome premier. Soit B F son plus grand nom. Donc par la def. du Binome premier B F, F D sont Rationelles commens. en puiss. seulement, & B F, pourra plus que F D du q. d'vne ligne commens. en longit. à icelle, & B F sera commens. en longit. à la Rationelle B C. Donc tant B E que B F estant commens. en longit. à B C; d B E, B F seront aussi commens. en longit. entr'elles. Parquoy la toute B E estant commens. en longit. sa partie B F, la mesme B E sera aussi cõm. en lõg. à l'autre partie F E: & partant B E estant Rationelle, F E sera aussi Rationelle. Et d'autant que des deux B E, F E commens. en longit. B E est incommens. en longit. à D E; (B E, D E estant Rationelles commens. en puiss. seulement) f la restante F E sera incommens. en longit. à la mesme D E. Mais tant F E, que D E est monstree Rationelle. Donc F E, D E sont Rationelles commens. en puiss. seulement; parquoy la restante F D, g est Residu, & partant Irrationelle; Mais elle est aussi monstree Rationelle. Ce qui est absurde. Donc A estant Residu n'est pas la mesme que Binome, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

b 98. 10

c 61. 10

d 12. 10.

e corol. 16. 10.

f 14. 10.

g 74 10.

## COROLLAIRE.

Des choses demonstrees l'on pourra colliger,

que le residu, & les autres Irrationelles suiuantes icelle residu, ne sont ny Mediales ny mesmes entr'elles.

Car le quarré d'vne Mediale appliqué à vne rationelle, [a] fait la latitude Rationelle, incommens. en longit. à la Rationelle proposee. a 23. 10.

Mais le quarré du residu, appliqué à vne ligne Rationelle, [b] fait la latitude residu premier. b 98.10.

Et le quarré du residu Medial premier, appliqué à vne ligne Rationelle, [c] fait la latitude residu second. c 99.10.

Mais le quarré du residu Medial second appliqué à vne ligne Rationelle, [d] fait la latitude, residu troisiesme. d 100 10

En apres le quarré de la Mineure, appliqué à vne ligne Rationelle, [e] fait la latitude, residu quatriesme. e 101. 10

Mais le quarré d'vne ligne, laquelle auec vn espace Rationel, fait vn tout Medial, appliqué à vne ligne Rationelle, [f] fait la latitude residu cinquiesme. f 102. 10.

Finalement, le quarré d'vne ligne, qui auec vn espace Medial, fait vn tout Medial, [g] appliqué à vne ligne Rationelle, fait la latitude, residu sixiesme. g 103. 10.

Partant ces latitudes estant differentes de la latitude de la Mediale & entr'elles; de la latitude Mediale (dis-je) puis que celle-cy est rationelle, & celles-là irrationelles: Mais entr'elles d'autant qu'elles ne sont pas residus de mesme ordre; il est manifeste, que le residu & les autres Irrationelles suiuantes, different entr'elles & de la Mediale.

Mais d'autant qu'il est monstré en ce Theore-

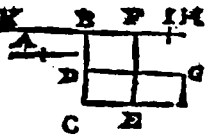
me, que le residu n'est la mesme que le Binome: Et que les quarrez du residu & des autres 5. irrationelles suiuãtes appliquees à vne ligne rationelle, sont les latitudes, residu premier, second, troisiesme, quatriesme, cinquiesme & sixiesme: Mais les quarrez du Binome, & des autres 5. Irrationelles suiuantes, appliquez à vne ligne rationelle, sont les latitudes Binome premier, 2. 3. 4. 5. & sixiesme. Il est manifeste, que les latitudes du residu & des autres 5. Irrationelles suiuantes, ne sont pas les mesmes que les latitudes, des Binomes, & des 5. autres Irrationelles suiuantes. d'autant qu'aucun residu, n'est la mesme que quelque Binome. Donc le residu & ses suiuantes different du Binome & de ses suiuantes. Parquoy tant celles-là que celles-cy different de la Mediale; de sorte que quelconque ligne rationelle estant proposee, il y aura treize lignes Irrationelles differentes entr'elles, desquelles nous auons discouru iusques icy; qui sont les suiuãtes.

1. La ligne Mediale.
2. La ligne Binome ou de deux noms.
3. La Bimediale premiere.
4. La Bimediale seconde.
5. La ligne Maieure.
6. La ligne pouuant vn rationel & vn Medial.
7. La ligne pouuant deux Mediaux.
8. Le residu ou Apotome.
9. Le residu Medial premier.
10. Le residu Medial second.
11. La ligne Mineure.
12. La ligne faisant auec vne superficie rationelle vn tout Medial.
13. La ligne faisant auec vne superficie Mediale vn tout Medial.

## THEOREME 89. PROP. 113.

cxij. F.

Le quarré d'vne ligne Rationelle eſtant appliqué à vne ligne Binome, faict la latitude reſidu, de laquelle les noms ſont commenſurables & proportionaux aux noms du Binome, & en outre le reſidu eſt de meſme ordre que le Binome.




Soit A Rationelle, & BC Binome dõt le plus grand nom
a 45. 2. eſt BD; [a] & à BC ſoit appliqué le rect. BE egal au quarré de A, faiſant BF latitude. Ie dis que BF eſt reſidu, de laquelle les noms, c'eſt à dire, la ligne totale & ſa conuenable ſont commenſ. aux noms BD, DC, de BC Binome, & en meſme raiſon; & dauantage BF reſidu eſt de meſme ordre que BC Binome.

Car [b] derechef à DC moindre nom, ſoit
b 45. 1. appliqué CG egal au q. de A, & partant à BE, faiſant DG latit. & ſoit BH, egale à DG. Et BE, C
16. ou 6. G eſtant egaux; [c] comme BC ſera à DC ainſi DG, ou ſon egale BH, à BF. Et en diuiſant comme BD à DC ainſi HF à FB: Mais BD eſt plus grande que DC, Donc HF ſera plus grande que FB. Soit poſee FI, egale à FB; [d] Et ſoit comme HI à
d 11. 10. IF ainſi FB à BK. Donc en compoſant HF, ſera à IF, ou à ſon egale FB comme FK à BK. Mais

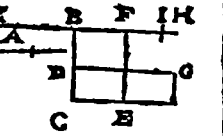
comme HF à BF, ainsi BD est monstree à DC. Donc aussi comme BD sera à DC, ainsi FK à BK. Mais BD, DC (noms du Binome BC) sont Rationelles commens. en puiss. seulement: [c] Donc FK, BK sont commensurables en puiss. seulement. [c] 10.1 6.

Derechef HF, estant à BF, comme FK à BK; [f] les antecedentes HF, FK ensemble, sçauoir HK toute, sera à FB, BK consequentes, c'est à dire à FK toute, comme FK à BK: partant Fk est moyenne proportionelle entre HK, BK. [g] Donc comme HK premiere à BK 3. ainsi le q. de Hk 1. au quarré de FK 2. Mais d'autant que CG, Rationel (estant egal au q. de A, Rationelle, appliqué à DC Rationelle, [h] fait la latit. DG Rationelle commens. en longit. à DC; HB egale à DG sera aussi Rationelle commens. en longit. à DC: Et estant monstré que comme BD à DC ainsi FK est à BK. Mais comme FK à BK, ainsi HK à FK; aussi comme BD sera à DC, ainsi HK à FK: [i] Donc comme le q. de BD au quarré de DC, ainsi le q. de HK au quarré de FK. Mais le q. de BD est commens. au q. de DC. (BD, DC, noms de BC Binome, estant Rationelles commens. en puiss.) [k] Donc le quarré de Hk sera aussi commens. au q. de FK. Mais comme le q. de HK au quarré de FK ainsi HK à BK; [l] Donc HK est commens. en longit. à BK; [m] Et partant au reste BH. Mais BH est monstree Rationelle, donc HK commens. à icelle est Ration. Et partant BK commens. à HK est Ratio. Donc FK estant mõstree commens. en puiss. seul. à BK; FK sera aussi rationelle. Donc FK, BK estant ratio. & monstrees commens. en puiss. seulem. [n] Le reste BF

[f] 12. 5. [g] corol. 20. 6. [h] 21. 10. [i] 22. 6. [k] 10. 10. [l] 10. 10 [m] corol 16. 10. [n] 74. 10

ſera reſidu, & BK ſera conuenable à icelle. Ce qui eſt premier. propoſé.

Mais d'autant que la toute HK eſt monſtree commenſ. en longit. à ſa partie BK; o BK, BH
o 16.10 ſeront cõmenſ. en longit. Donc BH eſtãt monſtree commenſ. en longit. à DC, p BK ſera auſſi commenſ. en longit. à DC, comme il appert par la 12. p. du 10. Et eſtant monſtré que comme BD à DC, ainſi FK à BK. & en permutant comme BD à FK, ainſi DC à BK, mais DC, BK ſont monſtrees commenſ. en longit. q Donc BD, FK ſeront auſſi commenſ. en longit. Donc FK eſtant
q 10.10. commenſ. en longit. à BD, & BK à DC; FK, BK noms du reſidu BF, ſeront commenſ. en longit. à BD, DC, noms de BC Binome. Ce qui eſt 2. propoſé.




Item eſtant demonſtré que comme BD eſt à DC ainſi FK à BK: FK BK noms du reſidu ſeront en meſme raiſon que BD, DC, noms de BC Binome. Ce que tiercement propoſé.

Finalement, BD peut plus que DC du quarré d'vne ligne commenſ. en longit. à icelle ou incommenſ. Si elle peut plus du quarré d'vne ligne com. en lõg. à icelle, BD eſtant à DC, cõme EK
r 15.10. à BK, r FK pourra auſſi plus que BK du quarré d'vne ligne qui luy ſera commenſ. en longit. Et ſi
s 15.10. BD peut plus que DC du q. d'vne ligne incommenſ. en longit. à icelle, s FK pourra plus que BK du quarré d'vne ligne incommenſurable en longitude à icelle. Et ſi BD eſt commenſurable en longit. à la Ration. expoſee, FK monſtree cõmenſ. en longit. à BD ſera auſſi comm en ſ. en longit. à la meſme rationelle, comme il appert par

la 12. p. 10. Mais si DC est commens. en longitude à la ration. BK par la mesme raison sera commens. en longit. à la mesme ration. Et finalemẽt si BD, ny DC n'est commens. en longit. à la ration. t FK; ny BK ne sera aussi commens. en longit. à la ration proposee, Donc B F residu est de mesme ordre que BC, Binome, comme il appert par les secondes & troisiesmes definitions. Ce qui est quartement proposé. Partant le quarré d'vne ligne rationelle appliqué, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. t 14. 10

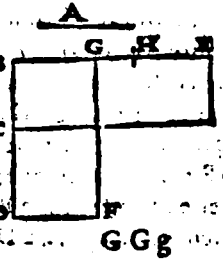
## SCHOLIE.

*L'on pourra aussi sans aucune difficulté appliquer cecy aux nombres, entendant ce qui a esté dit cy devant.*

## THEOREME 90. PROP. 114. cxiij. o.

Le quarré d'vne ligne Rationelle appliqué à vn residu, faict la latitude Binome, dont les noms sont commensurables aux noms du residu; & en mesme raison: Et en outre le Binome est de mesme ordre que le residu.

Soit A, Rationelle, & BC, residu, à laquelle cõuienne G D, a & à B C, soit appliqué le rect. CE, egal au quarré de A, faisant la latitude B E. Ie dis que B E est Binome, dont les noms sont commens.




a 45.

à B D, C D, noms du residu B C, & en mesme raison, & B E, Binome de mesme ordre que B C, residu.

Car soit aussi appliqué à B D, totale, le rect. B F egal au quarré de A, c'est à dire à C E, faisant B G, latitude. D'autant que B F, C E, sont egaux
b 14. ou 16. 6. b comme B E, sera à B G, ainsi B D, à B C; & par conuersion de raison, comme B E, à G E, ainsi B
c 10. 6 D, à C D. Soit aussi couppé, E G, c à H selon la raison de B E, à G E, afin que E H, soit à H G, cõme B E, à G E; Mais comme B E, toute à G E toute, ainsi E H, retranchee de B E, à H G, retranchee de G E; B H, reste de B E, sera aussi à H E, reste de G E, comme la toute B E, à la toute G E: mais comme B E, estoit à G E, ainsi E H, à H G; Donc aussi comme B H, sera à H E, ainsi E H, à G H; partant H E, est moyenne proportionelle en-
d corol. 20. 6. tre B H, G H: d parquoy comme B H, premiere à G H troisiesme, ainsi le quarré de B H, premiere, au quarré de H E, seconde: Mais comme B D, à C D, ainsi B E à G E, c'est à dire B H, à H E; Et B
e 10. 10. D, C D, noms du residu B C, estãt Rationelles commens. en puiss. seulement, e B H, H E, sont aussi commens. en puiss. & partant les qq. de B H, H E, commens. Donc B H, G H estant en mesme raison que les quarrez de B H, H E, comme il est demonstrée, sont commens. en longit. Et la toute B H, estant commens. en longit. à sa par-
f corol. 16. 10. tie G H, elle sera aussi commens. en longit. à l'autre partie B G; Mais B D, estant Rationelle, sçauoir plus grand nom du residu B C, & le rect. B F, Rationel estant egal au quarré de A Ratio-
g 21. 10. h 12. 10. nelle, g sa latitude B G sera Rationelle commens. en longit. à B D. Donc h B H, est commens.

en longit. à la mesme Rationelle B D. Et partãt est Rationelle, BH, BG, estant monstrees commens. en longit. Et puis que BH, HE, sont mõstrees commens. en puiss. seulement, & BE, Rationelle, HE commensurable à icelle est aussi Rationelle. Donc BH, HE, sont Rationelles commens. en puiss. seulement: i Donc BE, est Binome. Ce qui est premier. i 37. 10.

Mais estant monstré que BH, est à HE, cõme BD, à CD, & en changeant BH, à BD, comme HE, à CD, mais BH, estãt monstree commens. en longit. à B D; k HE sera aussi commens. en lõg. à D, parquoy B H, HE, noms de BE, binome, sont commens. en longit. à BD, CD, noms du residu B C. Ce qui est secondement proposé. k 10. 10

Ils sont aussi en mesme raison estant demonstré que BH, est à HE, comme BD à CD. Ce qui est tierc. proposé.

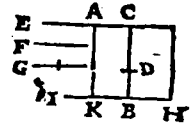
Finalement; ou BD, peut plus que CD, du q. d'vne ligne qui luy est commens. en longit. ou incommens. si commens. BH, pourra aussi plus que HE du quarré d'vne ligne qui luy sera cõmens. en longit. Et si incommensurable; elle pourra plus du quarré d'vne ligne qui luy sera incommens. en long. Et si BD, est commens. en longit. à la Rationelle exposee, m B H, le sera aussi, estant commens. en longit. à BD commẽs. en long. à la Rat. Mais si CD, est commens. en longit. à la Rationelle; HE par la mesme raison le sera aussi. Si l'vne ny l'autre B D, CD, n'est commens. en longit. à la Rationelle, aussi n BH ny HE, ne luy sera commens. en longit. Donc par les secondes & troisiesmes definitions, B E est Binome de mesme ordre que BC, residu. Ce 115. 10. m 12. 10. n 14. 10.

qui estoit 4. proposé. Donc le quarré d'vne ligne Rationelle, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

cxvj.

## 90. THEOREME 91. PROP. 115.

Si vn espace est contenu sous vn residu, & sous vne ligne appellee Binome, de laquelle les noms sont commensurables aux noms du residu, & en mesme raison; la ligne droicte pouuant iceluy espace est Rationelle.




Soit l'espace AB contenu sous AC, residu & sous CB Binome, dont les nõs CD, DB sont commens. aux noms CE, AE du residu AC, & en mesme raison, sçauoir CD, à DB, cõme CE à AE: & que F, puisse l'espace AB. Ie dis que F est Rationelle.

a 45. 1. b 113. 10. Car ayant exposé la Rationelle G, a soit appliqué à CB, Binome, le rect. CH egal au q. de G. b Donc la latit. BH sera residu. Dont les nõs HI, BI sont commens. en longit. aux noms CD, DB, & en mesme raison, sçauoir HI, à BI, comme CD, à DB; & partant comme CE à AE; & c 19. 5. en permutant comme la toute HI; à la toute CE, ainsi la retranchee BI à la retranchee AE; c d 12. 5. Donc la restante BH sera à la restante AC, cõme la toute HI à la toute CE. d Mais HI, est commens. en longit. à CE; tant HI, que CE e 10. 10. estant commens. en longit. à CD. e Donc BH est commens. en longit. à AC. Et partant HC

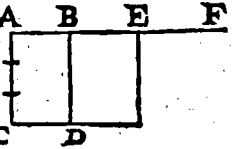
est commens. à BA; [f] HC estant à BA comme HB à AC. Mais HC estant egal au q. de la Rationelle G, est Rationel. Donc BA commens. à iceluy sera Rationel; Partant F pouuant iceluy sera Rationelle. Donc si vn espace est contenu sous vn residu, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. f 1. 6.

## COROLLAIRE.

De cecy est manifeste qu'vn espace Rationel peut estre contenu sous 2. lignes irrationelles: Car AB contenu sous AC, CE, residu & Binome qui sont irrationelles, est monstré Rationel.

## THEOREME 92. PROP. 116. cxv. cxvij.

De la ligne Mediale se font infinies Irrationelles, & aucune n'est la mesme que quelqu'vne des antecedentes.




Soit AB Mediale. Ie dis que d'icelles sont faictes infinies Irrationelles, aucune desquelles n'est la mesme que quelqu'vne des treize antecedentes, [a] dont est fait mention.

Car la Rationelle AC estant proposée, soit l'espace AD contenu sous AB mediale & AC, [b] Rationelle. [b] Donc AD contenu sous AC, Rationelle & AB Irrationelle est Irrationel. Soit BE pouuant iceluy espace AD; [c] BE sera Irrationelle. Ie dis que DE n'est aucune des 13. [d] de-

a corol 111. 10. b lem. 8 10 c 11. def d corol 111 10

uant dictes. Car puis que le quarré de la Mediale appliqué à AC rationelle [e] fait la latit. rationelle incommenſ. en longit. à AC, & les quarrez des autres 12. Irrat. appliquez à AC ration. font les latit. ou Binomes ou reſidus, comme il appert par les prop. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 98. 99. 101. 102. & 103. de ce liure. Mais le q. de ceſte Irrationelle BE appliqué à la meſme rationelle AC fait la latit. AB Mediale, il eſt manifeſte que BE Irrationelle differe de toutes ces 13. Puis que ſon q. appliqué à vne ligne ration. faict la latit. differente des latitudes faictes par les qq. de ces 13. lignes appliquez à la meſme rationelle. Que ſi on accomplit le rect. DE contenu ſous BD rationelle & BE irrationelle, [f] iceluy ſera irrationel. Soit donc EF pouuant iceluy, [g] qui ſera irrationelle. Ie dis derechef que EF n'eſt meſme qu'aucune des 13. ſuſdictes, ny meſme auſſi que BE. Ce qui eſt manifeſte. Puis que le q. de EF appliqué à la rationelle faict la latit. BE. Mais les quarrez d'icelles 13. & auſſi le q. de BE appliquez à la meſme rationelle ſont les lat. differentes à BE, comme il eſt demonſtré: Semblablement on trouuera infinies autres irrationelles differentes entre elles & des ſuſdictes. Partant de la Mediale ſe font infinies irrationelles, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

[e] 23. 10.

[f] 1em. 38 10.

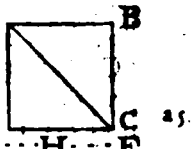
[g] 11. def

## SCHOLIE.

*Soit AC 2. & AB √ 99. 2. AD rect. ſera √ 9932. Donc BE pouuant iceluy ſera √ 999 32 parquoy le rectangle DE ſera √ 9997512. & EF √ 99997512 & ainſi de ſuyte infiniment.*

## THEOREME 93. PROP. 117. cxviij. viij.

Qu'il nous soit proposé demonstrer que aux figures quarrees, le diametre est incommensurable en longitude au costé.




Soit le quarré AB CD, dont le diametre est AC. Ie dis que AC diametre est incommens. en longit. au costé AB.

Car autrement il seroit cõmens. en longit. à AB; a Et partant AC, AB seroient entre eux cõme nomb. à nõb. Soit AC à AB comme le nombre EF au nomb. G, Et soient EF & G les plus petits de leur raison. Dõc AC estant à AB comme EF à G, le quarré de AC sera aussi au q. de AB comme le nomb. q. de EF au nomb. q. de G. (b car les quarrez estant en raison doublee de leurs costez: & les costez ayãt egales raisons, les raisons des quarrez seront aussi egales, estant doublees d'egales raisons) Mais le quarré de AC est c double du q. de AB (AB, BC estant egaux) Donc le q. du nomb. EF sera double du q. du nomb. G. Et partant le q. de EF, ayant vne moitié, & se pouuant donc diuiser en 2. egalement sera pair par la def. Donc EF qui le produit sera aussi pair. (car s'il estoit impair, & se multipliant soy-mesme il produit son quarré, iceluy quarré seroit aussi impair d puis qu'vn nombre impair multipliant vn nombre

a 5. 10.

b 20. 6. 11. 8.

c 47. 1.

d 29. 9.

impair produit vn nombre impair, ce qui eſt abſurde; car il eſt monſtré pair:) Mais E F & G eſtant les plus petits de leur Raiſon, e ſont premiers entr'eux; & E F eſtant monſtré pair, G ſera impair. (car s'il eſtoit auſſi pair, le binaire meſureroit E F & G, & partant ne ſeroient premiers entr'eux. Ce qui eſt abſurde.) Maintenãt ſoit diuiſé le nomb. pair E F en 2. egalement à H. D'autant donc que E F eſt double de E H, f & les quarrez ſont en raiſon doublée de leurs coſtez: le q. de E F ſera quadruple du q. de E H. (Car la proportion quadruple eſt doublee de la proportion double, comme il appert par ces nõbres 4. 2. 1.) partant le q. de E F eſtant double du q. de G & quadruple du q. de E H, le q. de E F eſt de quatre telles parties egales, que le q. de G en eſt 2. & le q. de E H 1. Donc le q. de G eſt double du q. de E H, eſtant cõme 2 à 1. Et partant comme il a eſté dit du nombre E F, le q de G, ayant vne moitié ſera pair, & iceluy G auſſi pair. Mais il eſt auſſi monſtré impair. Ce qui eſt abſurde. Donc le Diametre A C n'eſt commenſ. en longit. au coſté A B. Partant incommenſ. en longitude.

c 24. 7.

f 11. 8.

Autrement. S'il eſt poſſible, ſoit le Diametre A C, commenſ. en longit. au coſté A B; & que A C, A B ſoient entr'eux comme les nomb. E F & G. qui ſoient ſes plus petits de leur raiſon, & partant premiers entr'eux. Donc G ne ſera l'vnité ( car le q. de A C eſtant double du q. de A B. & comme le q. de A C au quarré de A B, ainſi le quarré du nomb. E F, au q. du nomb. G. comme il eſt dit en la premiere demonſtr. le quarré de E F ſera auſſi double du q. de G. Si donc G eſt

l'vnité, & partant ſon q. auſſi l'vnité, le q. de EF ſera binaire. Ce qui eſt abſurde) partant nombre. Et d'autant que comme il eſt deſia monſtré le q. de EF eſtant double du q. de G; le q. de G meſurera le q. de EF; a Et partant G, coſté meſurera EF coſté. Donc G meſurant auſſi ſoy meſme, EF & G ſeront compoſez entr'eux, ayãt G pour commune meſure. Mais ils ſont auſſi premiers entr'eux: Ce qui eſt abſurde. Donc le Diametre AC n'eſt commenſ. en longit. au coſté AB. Partant nous auõs monſtré qu'aux figures quarrees le Diametre eſt incommenſ. en lõgit. &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. a 14. 8.

## SCHOLIE.

*Ceſte propoſition ſe peut auſſi ainſi demonſtrer.*

*Le quarré de AC a eſtant double du q. de AB, & vne grandeur double d'vne autre, eſtant à ceſte autre comme 1. à 1. ou 4. à 2. &c. le quarré de AC ſera au q. de AB comme 2. à 1. ou 4. à 2. &c. b qui n'eſt comme nõb. q. à nomb. q. c parquoy le Diametre AC & le coſté AB ſont incommenſ. en longitude. Donc &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.* a 47 1. b corol. 24 8. c 9. 10.

*Soit AB 1. a AC ſera √ q. 2. Donc la raiſon du coſté du quarré au Diametre ſera comme 1. à 2. ſçauoir incommenſ. en longitude.* a 47 1.

Fin du dixieſme Liure.

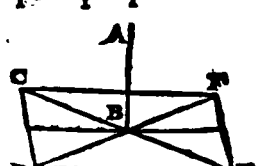
# LIVRE VNZIESME DES ELEMENS D'EVCLIDE. ET LE I. des solides.

## DEFINITIONS.

1. SOLIDE est ce qui a longueur, largeur, & profondeur.

2. Mais les termes du solide sont superficies.

3. Vne ligne droicte est esleuee à angles droicts sur vn plan; quand elle faict angles droicts auec toutes les lignes droictes qui la touchent, au mesme plan proposé.

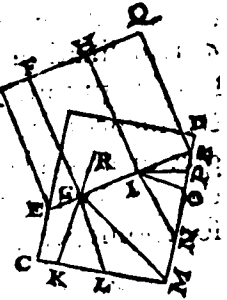



Soit la ligne droicte AB esleuee sur le plan CDEF & du poinct B soient menees tant de lignes que l'õ voudra au mesme plan; BC, BD, BE, BF, faisant les angles CBA, DBA, EBA, FBA, droicts : nous dirons que la ligne

droicte AB eſt perpendiculaire ou eſleuee à angles droicts au plan propoſé.

4. Vn plan eſt eſleué perpẽdiculairement ſur vn plan : quand toutes les lignes menees ſur l'vn d'iceux plans à angles droicts à la ligne de commune ſection, ſont à angles droicts à l'autre plan.

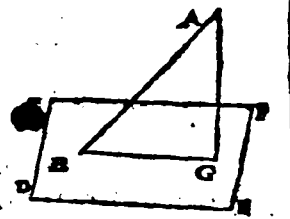
Soit le plan AB droict eſleué ſur le plan CD, en ſorte que la ligne AQ ſoit en l'air & ſoit BC leur cõmune ſection. Et en icelle pris les poincts G & I, & menees GF, IH, perpendiculaires à EB commune ſection; ſi FG, HI, ſont perpendiculaires à l'autre plan CD, c'eſt à dire ſi elles ſont angles droicts auec GK, GL, GM, IN, IO, IP, &c. le plan AB ſera à angles droicts au plan CD n'eſtant encliné de part ny d'autre. Car KG eſtant prolongee à R & l'angle FGK eſtant poſé droict. FGR ſera droict auſſi: & ainſi des autres, &c. Parquoy le plan AB ſera à angles droicts au plan CD. Et quand vn plan eſt à angles droicts à quelqu'autre, auſſi les lignes perpendiculaires menees en l'vn d'iceux à la commune ſection, ſeront auſsi perpendiculaires à l'autre plan.




5. L'inclination d'vne ligne droicte eſt l'angle contenu ſous icelle ligne & vne

5. L'inclination d'vne ligne droicte à vn plan, est l'angle agu contenu sous icelle, & vne autre ligne droicte menee au plan de l'inclinante par le poinct auquel tombe vne ligne droicte perpendiculaire menee du sommet de l'inclinante sur iceluy plan.

Soit la ligne droicte A B, inclinee au plan C D E F, & du poinct du sõmet A soit menee vne ligne perpendiculaire, sçauoir A G, & soit cõioincte B G, l'angle agu A B G, sera l'inclination de la ligne A B au plan C D E F.



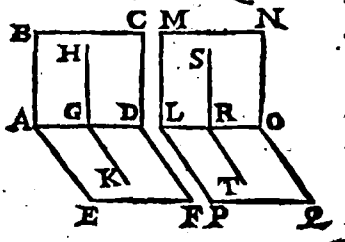

6. L'inclination d'vn plan à vn autre est l'angle agu contenu sous les lignes droictes menees sur l'vn & l'autre plan à angles droicts à la ligne de commune section, & à vn poinct d'icelle, lesquelles ne sont point perpendiculaires entr'elles.

*Voyez la figure suiuante.*

Soient 2. plans inclinez l'vn sur l'autre A B C D, E A D F: dont la commune section est A D, & en icelle ayant pris quelconque poinct G, & d'iceluy mené les droites lignes G H, G K en l'vn & l'autre plan à angles droicts, à A D; l'angle H G K sera l'inclinatiõ du plan A C, au plan A D E F.

7. Vn plan est dit estre semblablement incliné à vn plan, & vn autre à vn autre, quand les angles susdits des inclinations sont egaux entr'eux.

Soient 2. plans ABCD, EADF, inclinez entr'eux; & 2. autres LM NO, PLOQ, auſsi inclinez l'vn à l'autre; & que les angles d'inclination HGK, S R T ſoient egaux, l'inclination du plan AC, au plan AE ſera dite ſemblable à l'inclination du plan LN, au plan LQ.




## SCHOLIE.

*Henrion a mis ainſi ceſte definition*, vn plan eſt dit eſtre ſemblablement incliné à vn plan, lors que les ſuſdits angles d'inclination ſont egaux entr'eux, *laiſſant ces mots d'Euclide* κὼ ἐναλλὰξ ἐνεγγὺς, *&c. c'eſt à dire*, & vn autre à vn autre. *Ce qu'il ne deuoit faire, attendu que l'inclination de deux plans n'eſt pas dite ſemblable, qu'entant qu'elle eſt comparee à l'inclination de deux autres.*

8. Plans parallelles ſont ceux leſquels ne ſe rencontrent point, eſtans prolongez.

9. Semblables figures ſolides ſont celles-là leſquelles ſont contenuës ſous ſemblables plans, egaux en nombre.

10. Egales & ſemblables figures ſolides, ſõt celles qui ſõt cõtenuës de plãs ſemblables,

egaux en multitude & grandeur.

11. Angle ſolide eſt la rencontre de plus de deux lignes droictes ſe touchantes à vn poinct, & n'eſtant en vne meſme ſuperficie, ſe faiſant inclination à toutes les lignes.

*Autrement Angle ſolide eſt celuy qui eſt contenu ſous plus de deux angles plans ſe rencontrans à vn meſme poinct, & n'eſtans en vne meſme ſuperficie.*

12. Pyramide eſt vne figure ſolide contenuë de pluſieurs plans, ſe rencontrans ou terminans à vn meſme poinct, eſtans menez d'vn autre plan qui eſt pour la baſe de la Pyramide.

13. Priſme eſt vne figure ſolide contenuë de plans, deux deſquels, qui ſont oppoſez, ſont egaux ſemblables & parallels; mais les autres ſont parallelogrammes.

14. Sphere eſt vne figure contenuë, quãd vn demicercle eſt mené à l'entour d'vn diametre demeurant fixe, iuſques à ce qu'il ſoit poſé derechef où il a commencé de mouuoir.

*C'eſt à dire que la Sphere eſt vne figure ſolide, contenuë de la ſuperficie deſcrite par la reuolution d'vn demicercle mené à l'entour d'vn Diametre fixe ou immobile, iuſques à ce qu'il ſoit retourné au poinct où il a commencé ſon mouuement.*

## SCHOLIE.

*Henrion a mis ainſi ceſte definition qui eſtoit deſia traduitte de meſme,* Sphere eſt vne figure cõtenuë par le demicercle, lors que ſon Diametre, &c. *Ce qui eſt fort mal traduit, puis que le demicercle eſt vne figure plane qui ne contient aucun corps ſolide, comme eſt la Sphere, & ce qui ne correſpond auſſi au texte d'Euclide, qui eſt tel,* Σφαῖρά ἐστιν, ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα. C'eſt à dire, la Sphere eſt vne figure *ſolide* contenuë *de la ſuperficie deſcrite*, lors qu'vn demicercle eſt mené à l'entour d'vn Diametre demeurant immobile iuſques à ce qu'il ſoit reſtitué ou reuienne derechef où il a commencé de mouuoir. *Et quiconque entendra bien les definitions precedentes, & la ſuitte du diſcours d'Euclide, trouuera qu'il le faut ainſi traduire, & qu'Euclide meſme l'entend ainſi, &c.*

15. Laxe de la Sphere, eſt la ligne droicte fixe, à l'entour de laquelle ſe meut ou tourne le demicercle.

16. Mais le centre de la Sphere eſt le meſme que celuy du demicercle.

17. Le Diametre de la Sphere eſt vne ligne droicte menee par le centre, & ſe terminant de part & d'autre en la ſuperficie de la Sphere.

18. Cone eſt la figure qui eſt contenuë, quand l'vn des coſtez qui contiennent l'angle droict d'vn triangle rectangle demeurant fixe, le triangle eſt mené à l'entour, iuſques à ce qu'il retourne au lieu où il a commencé de mouuoir. Et ſi la ligne droicte immobile eſt egale à l'autre coſté, qui eſt meu à l'entour de l'angle droict; le cone ſera rectangle; ſi elle eſt moindre il ſera amblygone; & ſi elle eſt plus grande, il ſera oxygone.

*C'eſt à dire, le cone eſt vn ſolide contenu ſous la ſuperficie deſcrite par vn triangle rectangle, quand iceluy triangle eſt mené à l'entour de l'vn des coſtez qui contiennent l'angle droict, iceluy coſté demeurant fixe, iuſques à ce que ledit triangle ſoit reuenu où il a commencé ſon mouuement.*

19. Laxe du Cone eſt la ligne droicte immobile, à l'entour de laquelle tourne ou ſe meut le triangle.

20. Mais la baſe du Cone eſt le cercle deſcrit par l'autre coſté mené à l'entour.

*Sçauoir par l'autre des deux qui contiennent l'angle droict.*

21. Cylindre eſt la figure qui eſt contenuë, quand l'vn des coſtez d'vn parallelogramme rectangle, de ceux qui ſont autour d'vn angle droict, demeurant immobile,

le

le parallelogramme eſt mené à l'entour, iuſques à ce qu'il ſoit conſtitué derechef où il a commencé de mouuoir.

*C'eſt à dire, le cylindre eſt vn ſolide contenu ſous la ſuperficie deſcrite par la reuolution d'vn parallelogramme rectangle, mené à l'entour de l'vn des coſtez qui contiennent vn angle droict, iceluy coſté demeurant fixé, iuſques à ce qu'il ſoit reuenu où il a commencé ſon mouuement.*

22. L'axe du cylindre eſt la ligne droicte immobile, à l'entour de laquelle eſt mené le parallelogramme.

23. Mais les baſes du cylindre ſont les cercles deſcrits des deux coſtez oppoſez menez à l'entour.

24. Cones & cylindres ſemblables ſont ceux, deſquels les axes & les diametres des baſes ont meſme proportion entr'eux.

25. Le cube eſt vne figure ſolide contenuë ſous ſix quarrez egaux.

26. Le tetraedre eſt vne figure ſolide contenuë ſous quatre triangles egaux & equilateres.

27. L'octaedre eſt vne figure ſolide contenuë ſous huict triangles egaux & equilateres.

28. Le Dodecaedre eſt vne figure ſolide, contenuë ſous douze pentagones egaux, equilateres & equiangles.

29. L'Icoſaedre eſt vne figure ſolide, contenuë ſous vingt triangles egaux & equilateres.

30. Parallelipede eſt vne figure ſolide, cõtenuë ſous ſix figures quadrilateres, deſquelles les oppoſees ſont paralleles.

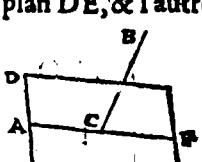
31. Vne figure ſolide eſt dite eſtre inſcrite en vne figure ſolide, quãd to⁹ les angles de la figure inſcrite ſont conſtituez, ou aux angles ou aux coſtez, ou finalement aux plans de la figure, en laquelle elle eſt inſcrite.

32. Reciproquement vne figure ſolide eſt dite eſtre circonſcrite à vne figure ſolide, quand les angles ou les coſtez, où finalement les plans de la figure circonſcrite, touchent tous les angles de la figure à l'entour de laquelle elle eſt deſcrite.

## THEOREME 1. PROP. 1.

Vne partie d'vne ligne droicte ne peut eſtre en vn plan propoſé, & vne partie en l'air.

Car soit la ligne droicte AB, vne partie de laquelle sçauoir AC, soit sur le plan DE, & l'autre partie CB, soit en l'air, s'il est possible, & soit menee CF. D'autant donc que AC, partie de AB, ligne droite est posee sur le plan DE, & l'autre partie CB demeure en l'air, la partie du plan DE sçauoir de C à F, sera plus base ou plus deprimee que l'autre partie, sçauoir de A à C: partant la superficie DE, ne sera pas contenuë egalement entre ses lignes. Ce qui est absurde, estant posé DE, superficie plane. Donc vne ligne droicte n'aura pas vne partie sur vn plan, & l'autre en l'air &c. Ce qu'il falloit demonstrer.




a 7.d.1.

Autrement; soit, s'il est possible, vne partie de la ligne droicte AB, sçauoir AC sur le plan proposé DE, & l'autre partie CB, en l'air: Donc au plan DE, il y aura quelque ligne droicte posee directement à AC, comme CF. Parquoy les 2. lignes droictes AB, AF ont vn commun segmẽt AC: a Ce qui est absurde. Donc vne partie d'vne ligne droicte n'est pas sur vn plan & l'autre en l'air. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 10.c.1.

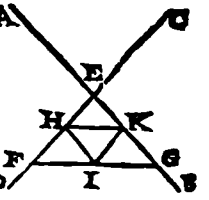
## SCHOLIE.

*C'est icy la commune demonstration de tous les interpretes, en laquelle AB estant posee ligne droicte, l'aduersaire pourra touſiours nier & à bon droict, que la partie AC puisse estre directement prolongee à autre poinct qu'à B. Parquoy l'on sera contraincт de se seruir de la definition du plan comme nous auons faict en nostre demonstration:*

*Henrion dit que AB, ne seroit pas ligne droicte; sans en donner aucune raison.*

## THEOREME 2. PROP. 2.

Si deux lignes droictes se couppent l'vne l'autre, elles sont en vn mesme plan. Et tout triangle est en vn mesme plan.




Que AB, CD se couppent l'vne l'autre à E. Et en EB, EA D, ayant pris les poincts F & G, comme l'on voudra, soit menee FG, pour faire le triangle EFG. Ie dis que le triangle EFG est en vn mesme plã. Item que AB, CD sont aussi en vn mesme plan.

Car si quelque partie du triangle EFG, sçauoir EH IG, est en vn plan & quelque partie, sçauoir la restante FHI est en l'air; ou au contraire. EH, GI, parties de EF, GF seront aussi en vn plan: Mais les autres parties HF, IF, seront en l'air; ou au contraire; a ce qui est demonstré impossible. Que si EFIK partie du mesme triangle est dite estre en vn mesme plan; Mais l'autre partie GIK en l'air; ou au contraire, par la mesme raison EK, FI, parties de EG, FG, seront en vn plan, mais les parties KG, IG, seront en l'air ou au contraire.

11. 11.

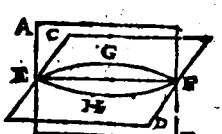
Finalement si FHKG, partie du mesme triangle est accordee estre en vn plã: & l'autre partie EHK en l'air, ou au contraire, FH, GK parties de

FE, GE, seront aussi en vn mesme plan, & les autres parties HE, KE, en l'air, ou au contraire, Ce qui est absurde, [b] comme il est demonstré. Partant le triangle EFG est en vn mesme plan; & ainsi de tout autre triangle. [b] 1. 11.

Mais d'autant que EF, EG, costez du triangle EFG sont au mesme plan qu'iceluy: [c] Mais CD AB totales sont au mesme plan que EF, EG. [c] 1. 11. Donc AB, CD seront en vn mesme plan, sçauoir en celuy auquel nous auons demonstré, estre le triangle EFG. Donc si deux lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 3. PROP. 3. iij.

**Si deux plans se couppent l'vn l'autre, la commune section d'iceux est vne ligne droicte.**

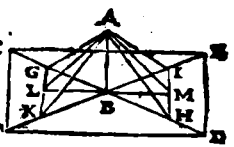



Que les plans AB, CD, se couppent l'vn l'autre, & soit EF, leur commune section. Ie dis que EF, est ligne droicte.

Car s'il n'est ainsi soit menee la droicte ligne EGF au plan AB; & au plan CD, la droicte li. EHF. Donc EGF, EHF lignes droictes ayant mesmes termes E & F encloent vne superficie: [a] Ce qui est absurde. Donc EF commune section sera ligne droicte. Partant si deux plans se couppēt l'vn l'autre, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. [a] 14. e. [f] 1.

iv. THEOREME 4. PROP. 4.

Si deux lignes droictes se couppent l'vne l'autre, & au poinct de leur commune section est menee vne autre ligne droicte, à angles droicts: elle sera aussi à angles droicts sur le plan d'icelles.




Soit AB à angles droicts sur CD, EF, menees du point de leur commune section I dis que AB est aussi à angles droicts au plan, où sont menees CD, EF.

a 2. 11. Car puis qu'elles se coupppent à B; a elles seront en vn mesme plan, qui soit CEDF. Soient prises BG, BH egales entr'elles, & aussi BI, BK, & menees GK, IH. & au mesme plan soit menee par le poinct B, LM couppant GK, IH, à L & M: & du poinct A en l'air soiēt menees au mesme plan les lignes droictes, AG, AL, AK, AH, AM, AI. D'autant donc que les costez BG GK, du triangle BGK, sont egaux par la construction à BH, BI, du triangle BHI; b & les angles GBK, HBI, contenus d'iceux sont egaux au c 4. 1. sommet B: c les bases GK, HI, seront egales entr'elles, & les angles BKG, BIH egaux aussi entr'eux. d Derechef KBL, IBM estant egaux au d 15. 1. sommet B, les 2. angles KBL, BKL, du triangle BKL, seront egaux aux 2. IBM, BIM, du triangle BIM; & les costez adiacens BK, BI sont e 26. 1. aussi egaux par la construction: e Donc les 2. au-

tres costez KL, LB, sont egaux aux 2. autres IM, MB chacun au sien.

Dauantage les costez AB, BG, du triangle AB G, estant egaux à AB, BH, du triangle ABH, par la construction; & les angles contenus d'iceux, ABG, ABH egaux, estant posez droicts; f les bases AG AH seront egales; & par mesme discours AI, AK, egales. f 4. 1.

En apres les costez AI, IH du triangle AIH, estant egaux à Aκ, kG, du triangle Aκ G, & les bases AH, AG, monstrees egales; g les angles AgAIH, AκG cõtenus d'iceux costez seront egaux. g 8. 1.
Partant les costez Aκ, κL, estant egaux à AI, IM & les angles Aκ L, AIM, contenus d'iceux, monstrez egaux; h les Bases AL, AM, seront egales. h 4. 1.

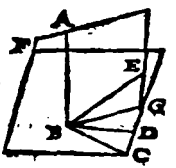
Finalement les costez AB, BL du triangle AB L estant egaux à AB, BM, du triangle ABM; & les bases AL, AM, monstrees egales; i les angles i 8. 1.
ABL, ABM, contenus d'iceux costez seront aussi egaux, & droicts k estant de suitte: Donc AB, k 10. def 1.
fait angles droicts auec LM, l laquelle touche l 3. d. 11.
icelle à B au plan proposé. Par mesme raison on monstrera que AB, faict angles droicts auec toutes les lignes droites qui la touchẽt au poinct B, au mesme plan. Et ainsi on pourra prendre sur ledit plan tant de lignes qu'on voudra, qui feront angles droicts auec icelle la rencontrant à B, par les raisons que dessus. Partant m AB, sera à angles droicts au plan CE DF, mené par C D, E F. Donc si deux lignes, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. m 3. d. 11.

V. THEOREME 5. PROP. 5.

Si à trois lignes droictes se touchantes l'vne l'autre, vne autre ligne droicte est cõstituee à angles droicts au poinct de la commune section; Icelles trois lignes droictes sont en vn mesme plan.

Soit la ligne droicte AB à angles droicts aux trois BC, BD, BE, se touchãtes à B, & menee du poinct B qui est leur commune section. Ie dis qu'icelles BC, BD, BE sont en vn mesme plan.

a 2. 11. Car a puis que deux, quelles que l'on voudra, sont en vn mesme plan, puis qu'estant prolongees de la part de B elles se couperont l'vne l'autre à B: soient BC, BD en vn mesme plan FC; & s'il est possible BE ne soit au mesme plan,




b 8. 11. mais esleuee en l'air; b Mais AB, BE estant en vn mesme plan; puis qu'elles se couppent à B: soiẽt toutes 2. au plã AE. Et d'autãt que les plans FC, AE, se rencontrent l'vn l'autre à B; estant pro-

c 3. 11. longez, ils se coupperont neccessairement. c Soit donc la ligne droicte BG, leur commune sectiõ.

d 4. 11. D'autant que AB est posee à angles droicts à B C, BD; d elle sera aussi à angles droicts au plan F

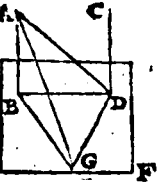
e 3. d. 11. C mené par icelles; e Et partant sera aussi à angles droicts à BG, qui touche icelle à B. Parquoy les angles droicts ABE, ABG estans au plan AG mené par AB, BE seront egaux entr'eux, la partie & le tout, ce qui est absurde. Donc les 2. li. BC,

BD estant en vn mesme plan FC ; BE, ne sera esleuee en l'air, mais en mesme plan qu'icelles. Partant si à trois lignes, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 6. PROP. 6.

vj.

Si deux lignes droictes sont à angles droicts sur vn mesme plan ; Icelles lignes droictes seront paralleles.




Soient les 2. lignes droictes AB, CD, à angles droicts au plan EF, menees de B ; & D. Ie dis qu'elles sont paralleles.

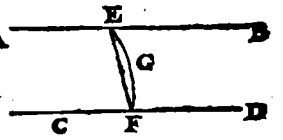
Car ayant mené BD au plã EF, [a] les angles ABD, CDB seront droicts: Et au mesme plan EF, soit menee DG perpendiculaire à BD ; & soient posees AB, DG egales & conioinctes BG, GA, AD. D'autant donc que les costez AB, BD, du triãgle BAD, sont egaux à GD, DB, du triangle GDB, par la construction: & les angles ABD, GDB, contenus d'iceux aussi egaux, estãt droicts, les bases AD, GB seront egales. Derechef, [b] les costez AB, BG, du triangle ABG, estant egaux à GD, DA, du triangle GDA, & la base AG commune; [c] les angles ABG, GDA seront egaux: [d] Mais ABG est droict; donc GDA sera droict. Et l'angle GDC estant droict, aussi GD sera à angles droicts aux trois BD, DA, DC. [e] Partant DB, DA, DC seront en vn mesme plã, c'est à dire, CD sera au plan mené par DB, DA,

a 3. d. 11.
b 4. 1.
c 8. 1.
d 3. d. 11.
e 5. 11.

a.11. f Mais AB est au mesme plan que DB, DA. Dõc CD sera en mesme plan que : Parquoy les angles internes ABD, ABCDB estãt droicts, g AB, CD seront paralleles: Donc si deux lignes droictes sont, &c. Ce qu'il falloit démonstrer.

vij. THEOREME 7. PROP. 7.

S'il y a deux lignes droictes paralleles, en l'vne & l'autre desquelles soient pris des poincts comme l'on voudra : La ligne droicte menee par iceux poincts, est en vn mesme plan que les paralleles.




Aux paralleles AB, CD, soient pris deux poincts comme l'on voudra E & F, & soit menee EF conioignant iceux. Ie dis que EF est au mesme plan que AB, CD, paralleles.

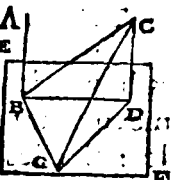
Car si EF, n'est au mesme plan, soit en vn autre & que cet autre couppe le plan des paralleles par E & F, & que la commune section d'iceux
a.3. 11. plans soit EGF; a qui sera ligne droicte. Dõc les 2. lignes droictes EF, EGF, ayant mesmes termes E & F, encloront vn espace. Ce qui est absurde. Donc la droicte ligne EF ne sera hors le plan de AB, CD paralleles. Partant, s'il y a deux lignes droictes paralleles, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*Ceste proposition est aussi veritable, encore que AB, CD, ne soient paralleles, pourueu qu'elles soient en vn mesme plan, comme il appert par la demonstration.*

## THEOREME 8. PROP. 8. viij.

**S'il y a deux lignes droites paralleles, l'vne desquels soit à angles droicts à quelque plan : l'autre sera aussi à angles droicts au mesme plan.**




Soient AB, CD paralleles, & CD à angles droicts au plan EF. Ie dis que AB est aussi à angles droicts au plan EF.

Car estant menee BD au plan EF; a l'angle CDB sera droict: b Mais les 2. CDB, ADB sont egaux à 2. droicts; donc ABD sera droict. Maintenant soit menee BG au plan EF perpendiculaire à BD: & soient posees egales BG, CD; & conioinctes DG, GC, CB. D'autant donc que les costez CD, DB du triangle CDB, sont egaux à GB, BD, du triangle GBD par la cõstruction, & les angles CDB, GBD, contenus d'iceux aussi egaux, estant droicts; c les bases CB GD seront egales. Derechef les costez CD, DG du triangle CDG estant egaux à GB, BC, du triangle GBC, & la base CG commune: d les angles CDG, GBC contenus desdits costez se-

a 3. d. 11.
b 29. 1.
c 4. 1.
d 8. 1.

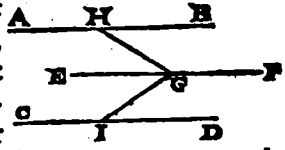
c 3. d. 11. ront egaux: Mais c CDG est droict ; donc GBC sera aussi droict. Parquoy G B sera perpendiculaire à B D, B C se couppant l'vne l'autre à B, estant prolongees (puis qu'elles font angle à B;) Partant f sera perpendiculaire au plan mené par BD, BC: Mais AB est aussi au mesme plã, g de B D f 4. 11. g 7. 11. BC estant au mesme plan que AB, CD, paralleles; les poincts B, C, D, estant aux paralleles A B, h 5. d. 11 CD; donc h GB, sera aussi perpendiculaire à BA, i 4. 11. Parquoy AB estant perpendiculaire à BG, BD, AB sera aussi perpendiculaire au plan mené par BG, BD, c'est à dire au plan EF; Donc s'il y a 2. lignes droictes paralleles, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 9. PROP. 9.

ix.

**Les lignes droictes paralleles à vne mesme, n'estant en vn mesme plan qu'icelle : Icelles sont aussi paralleles entr'elles.**

Soient AB, C D paralleles à E F : n'estant en mesme plan que E F. Ie dis que AB, CD sont aussi paralleles entr'elles.

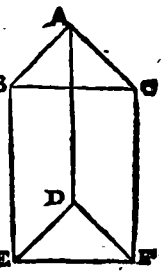



Car de quel poinct qu'on voudra de E F, comme de G, soient menees 2. perpendiculaires à EF, sçauoir GH au plan des paralleles AB, EF, & GI au plan des paralleles CD, EF. Donc E G estant perpendiculaire à GH, GI se touchantes l'vne l'autre à G; a elle sera aussi perpendiculaire au plan mené a 4. 11.

par GH GI. Parquoy AB, EF estant paralleles; & EF, perpendiculaire au plan mené par GH, GI; b AB sera aussi perpendiculaire au mesme plan. b 8. 11. Semblablement CD, EF estant paralleles, & EF perpendiculaire au plan mené par GH, GI; c CD c 8. 11. sera aussi perpendiculaire au mesme plan: Donc d AB, CD estant perpendiculaires au plan mené d 8. 11. par GH, GI, seront paralleles entr'elles. Partant les lignes droictes paralleles, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME 10. PROP. 10. X.

**Si deux lignes droictes se touchantes l'vne l'autre, sont paralleles à deux lignes droictes se touchantes l'vne l'autre, & n'estant en vn mesme plan: Icelles contiendront angles egaux.**




Soient AB, AC, s'entretouchant à A, paralleles à DE, DF, s'entretouchant à D; & AB, AC ne soient en mesme plan que DE, DF. Ie dis que les angles BAC, EDF contenus d'icelles sont egaux.

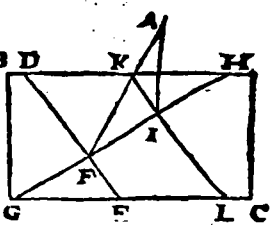
Car soient posees AB, DE, egales entr'elles, & aussi AC, DF entr'elles; & menees BC, EF, BE, AD, CF. Donc AB, DE estant egales & paralleles; a BE, AD seront aussi egales & paral- a 33. 1. leles: Par mesme raison CF, AD seront paralleles & egales. Parquoy BE, CF estant egales &

b 9. 11. paralleles à AD; b seront paralleles & egales entr'elles: c Et partant BC, EF paralleles & egales
c 33 1. entr'elles. Donc puis que les costez AB, AC, du triangle BAC, sont egaux à DE, DF, du triangle DEF par la construction chacun au sien, & la base BC monstree egale à la base EF. d les an-
d 8. 1. gles BAC, EDF seront egaux. Donc si deux lignes droictes, &c, Ce qu'il falloit demonstrer.

xi.

## PROBLEME 11. PROP. 11.

**D'vn poinct donné en l'air mener vne ligne droicte perpendiculaire sur le plan qui est au dessous.**



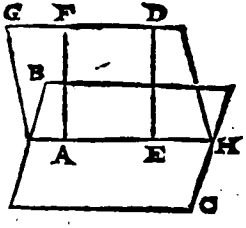

Soit le poinct A en l'air, duquel il faut mener vne ligne perpendiculaire sur le plã BC. Soit menee DE au dit plan BC comme
a 12. 1. l'on voudra à laquelle soit menee AF perpendiculaire. Et au plan par F, soit menee GH
b 11. 1. perpendiculaire à DE, b à laquelle de A, soit menee AI perpendiculaire. Ie dis que AI, est perpendiculaire au dit plan BC.

c 31. 1. Car c au plan BC soit menee KL parallele à DE par I; puis que DF est à angles droicts à FA, &
d 4. 11. à FH par la construction; & d partant perpendi-
e 8. 11. culaire au plan mené par FA, FH; e aussi KI sera
f a. 11. perpendiculaire au plan mené par FA, FH. f
g 3. d. 11. Mais AI, estant au mesme plan que FA, FH, & touchant KI à I; l'angle g KIA sera droict: Par-

tant AI sera à angles droicts à KI, IF. Donc AI sera perpendiculaire au plan BC. Donc nous auons mené vne ligne perpendiculaire du poinct A, en haut, au plan BC. Ce qu'il falloit faire. g 4. 11.

## PROBLEME 2. PROP. 12. xij.

A vn plan donné, & d'vn poinct donné en iceluy, mener vne ligne droicte à angles droicts.

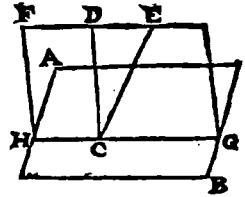



Soit le poinct dõné A au plan BC duquel il faut mener vne ligne perpendiculaire audit plan BC. De quelconque[a] poinct D, donné en haut soit menee D E perpendiculaire au plan BC. Que si elle tombe au poinct A, on a le requis: Mais si le poinct E tombe ailleurs: ayant mené vne ligne droicte par E & A, [b] soit menee AF, parallele à DE au plan GH, mené par DE, EA. Ie dis que AF est perpendiculaire au plan donné BC. Car DE, AF, estant paralleles, & DE perpendiculaire au plan BC par la construction: [c] AF sera aussi perpendiculaire au mesme plan BC. Partant à vn plan donné, & d'vn poinct donné en iceluy, &c. Ce qu'il falloit faire. a 11. 11. b 31. c 8. 11.

## THEOREME 11. PROP. 13. xiij.

A vn plan donné d'vn mesme poinct

donné en iceluy l'on ne pourra pas mener deux lignes droictes en l'air à angles droicts de meſme part.




Soit le plan donné AB. Ie dis que du poinct C donné en iceluy, l'on ne peut leuer deux perpendiculaires au plan AB, de meſme part.

a 2. 11. Car, s'il eſt poſſible, ſoient menees 2. perpendiculaires CD, CE, a au plã A B, & par C D, CE, qui ſont en vn meſme plã, ſoit mené le plan FG, coupant le plan AB par la ligne droicte GH. Donc EC, DC eſtant perpendiculaires au plan AB; b les angles ECG, DCG, ſeront droicts, & partãt egaux, la partie & le tout. Ce qui eſt abſurde. Donc à vn plan donné, d'vn poinct, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

b 3. d. 11.

xiv. THEOREME 12. PROP. 14.

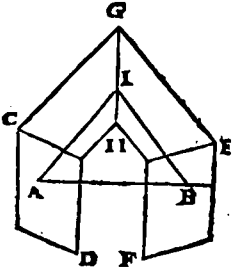
Les plans auſquels vne meſme ligne droicte eſt à angles droicts: I ceux ſont parallels.

Soit la droicte ligne AB, à angles droicts aux plans CD, EF. Ie dis que CD, EF, ſont plans parallels.

Car s'il n'eſt ainſi, eſtant prolongez ils ſe rencontreront l'vn l'autre. Que ce ſoit de la part de CE; & que GH, ſoit la ligne de leur commune ſection,

section, a en laquelle ayant pris le poinct I, comment que ce soit; soient menees les droictes lignes IA. IB, aux plans GCD, GEF. D'autant donc que AB, est posee à angles droicts aux plans GCD, GEF, b les deux angles IAB, IBA, seront droicts au triangle ABI. c Mais ils sont moindres que deux droicts. Ce qui est absurde. Donc les plans CD, EF prolongez ne se rencontrent iamais. Ils sont donc paralleles. Partant les plãs ausquels, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 3. 11.




b 3. def.

c 17. 1.

## THEOREME 13. PROP. 15. XV.

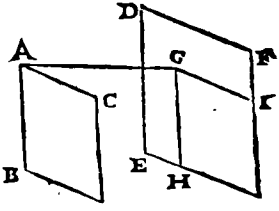
Si deux lignes droictes se touchantes l'vne l'autre, sont paralleles à deux autres lignes droictes se touchantes pareillement l'vne l'autre; n'estant pas toutesfois en vn mesme plan: Les plans, lesquels sont menez par icelles lignes sont parallels.

Soient 2. lignes droictes AB, AC, se touchantes à A, paralleles aux 2. DE, DF, se touchantes à D, n'estant en vn mesme plã que les premiers. Ie dis que les plans BC, EF, menez par icelles sont parallels.

Car du poinct A, a au plan EF, soit menee la

a 11. 11.

perpendiculaire AG, rencontrant le plan EF, au
b 3. 11. poinct G. Puis b du poinct G, soient menees G H, GI, au plan EF, paralleles à DE, DF. Donc AB, GH, estãt
c 9. 11. paralleles à DE; c elles seront paralleles
d 29. 1. entr'elles; d Et partant les angles BAG,



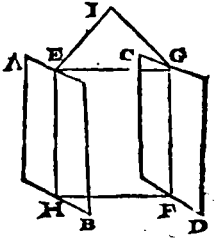

e 3. def. AGH, sont egaux à 2. droicts; e Mais AGH, est droict; donc BAG, sera droict aussi. Semblablement l'on conclura que l'angle CAG est droict. Partant GA, estant à angles droicts aux 2. AB,
f 4. 11. AC, elle f sera aussi à angles droicts au plan BC, mené par AB AC, Mais AG, est aussi à angles
g 14. 11. droicts au plan EF, par la construction. g Donc les plans BC, EF, sont parallels. Partant si deux lignes droictes se touchantes, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

xvj. ## THEOREME 14. PROP. 16.

Si deux plans parallels, sont couppez par quelque autre plan: les lignes de leurs communes sections seront paralleles.

Soient les plans parallels AB, CD, couppez par le plan EF. Ie dis que leurs communes sections EH, GF, sont lignes paralleles. Car si elles ne sont paralleles, estant prolongees, elles se rencontreront l'vne l'autre, estant au plan coupant, EF. Qu'elles se rencõtrent donc au poinct

I. D'autant a donc que toute la ligne droicte H EI, est en vn mesme plan, sçauoir en AB prolongé; semblablement, toute la ligne droicte FGI, est aussi en vn mesme plan, sçauoir en CD, prolongé, les plans AB, CD, se rencontreront aussi au poinct I, estant prolongez. a 1. II.

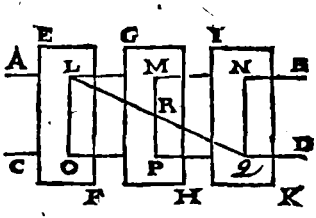



Ce qui est absurde, estans posez parallels. Donc EH, GF, sont paralleles. Partant, si deux plans parallels sont couppez, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. xvij.

## PROBLEME 15. PROP. 17.

Si deux lignes droictes sont couppees par des plans parallels: Icelles seront couppees proportionellement.

Soient les lignes droictes AB, CD, couppees par les plans paralleles, EF GH, IK, aux points L, M, N, O, P, Q. Ie dis que AB, CD, sont couppees proportionellement, c'est à dire que les segmens d'icelles, compris entre iceux plãs sont proportionaux; sçauoir comme LM, à MN, ainsi OP, à PQ.

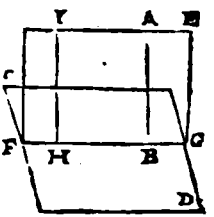


Car ſoient menees les droictes lignes LO, NQ, aux plans EF, IK, & ſoit conioincte LQ, rencontrant le plan GH, au poinct R, duquel aux poincts MP, ſoient menees RM, RP, au meſme plan GH: a Le triangle LNQ, ſera en vn meſme plan; ſemblablement LOQ auſſi en vn meſme plan. Mais d'autant que les plans paralleles GH, IK ſont couppez par le plan du triangle LNQ; b leurs communes ſections, ſçauoir les lignes MR, NQ ſeront paralleles; par meſme raiſon RP, LO, ſeront paralleles. c Partant comme LR, ſera à RQ ainſi LM, à MN; ſemblablement, comme LR, à RQ, ainſi OP, à PQ; d Dõc comme LM, à MN, ainſi OP, à PQ. Donc ſi deux lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 2. 11.
b 16. 11.
c 2. 6.
d 11. 5.

xviij. **THEOREME 16. PROP. 18.**

**Si vne ligne droicte, eſt à angles droicts à quelque plan: Tous les plans menez par icelle, ſeront auſſi à angles droicts au meſme plan.**



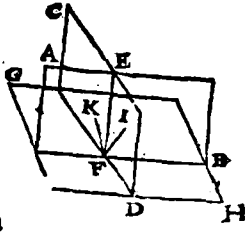

Soit la ligne AB, à angles droicts au plan. CD. Ie dis que tous les plans menez par AB, ſont à angles droicts au meſme plan CD.

Car par AB, ſoit mené le plan EF, couppant le plan CD, par la ligne droite FG. Et ayãt pris le poinct

H, comment que ce ſoit, en FG, a ſoit menee H I, au plan EF, parallele à AB. Donc AB, IH, a 31. 11. eſtant paralleles; & AB, poſee à angles droicts au plan CD; b IH, ſera auſſi à angles droicts au b 8 11. meſme plan CD: c partant perpendiculaire à la c 3 def. commune ſection FG: Par meſme raiſon toutes les lignes qui ſont menees paralleles à AB, au plan EF, ſeront à angles droicts au plan CD, & partant perpendiculaires à la commune ſection FG. d Donc le plan EF, ſera à angles droicts au d 4 def. plan CD. par les meſmes raiſons, on monſtrera que tous les autres plans menez par AB, ſont à angles droicts au plan CD. Donc ſi vne ligne droicte eſt à angles droicts à quelque plan, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME 17. PROP. 19. xix.

**Si deux plans s'entrecouppans, ſont à angles droicts à quelque plan; leur ligne de commune ſection ſera auſſi à angles droicts au meſme plan.**




Soient les deux plans AB, CD, ſe couppans l'vn l'autre, par la ligne droicte EF, à angles droicts au plan GH. Ie dis que EF, ligne de leur commune ſection eſt auſſi à angles droicts au meſme plan GH.

Car, ou EF, eſt à angles droicts à BF, DF, ce-

munes sections des plans AB, CD, auec le plan GH, ou non. Que si EF, est à angles droicts à B F, DF, a elle le sera aussi au plan GH, menè par icelles. Mais si EF, est dite estre à angles droicts à l'vne ou l'autre BF, DF, tant seulement, qu'elle le soit à BF. D'autant donc que le plan AB, b est posé à angles droicts au plan GH; b la ligne E F, (laquelle au plan AB, est menee perpendiculaire à BF, commune section d'iceluy auec le plan GH) sera à angles droicts au plan GH. L'ō c conclura le mesme si EF, est concedee à angles droicts à DF; Car lors EF sera perpendiculaire au plan GH, estant posee perpēdiculaire à DF, commune section du plan CD, auec le plan GH, & menee au plan CD, qui est à angles droicts au plan GH, Finalement si EF, n'est à angles droicts, à BF, ny à DF; soit menee du poinct F, au plan AB, la ligne FI, perpendiculaire à BF commune section auec le plan GH; semblablement au plan CD, soit menee FK, perpendiculaire à DF, commune section d'ice- d luy, auec le plan GH. D'autant donc que le plan AB, est posé à angles droicts au plan GH, d la ligne IF, (laquelle est menee au plan AB, perpendiculaire à BF, commune section d'iceluy auec le plan GH,) sera à angles droicts au plan GH. Par mesme raison KF, sera à angles droicts, au e mesme plan GH. Partant du poinct F, au plan GH, sont menees deux perpēdiculaires. e Ce qui est absurde. Parquoy EF, sera à angles droicts au plan GH. Donc si deux plans s'entrecouppans sont à angles droicts à quelque plan, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 4. 11.

b 4. def.

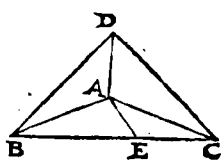
c 4. d.

d 4. def.

e 13. 11.

## THEOREME 18. PROP. 20. xx.

Si vn angle solide, est contenu de trois angles plãs: Deux d'iceux pris de quelque façon que ce soit, sont plus grands que le troisiesme.




Soit l'angle solide A, cõtenu de trois angles plans BAC, CAD, DAB. Ie dis que deux lesquels que l'on voudra, sont plus grands que l'autre.

Car soit s'il est possible, l'vn d'iceux comme BAC plus grand que les deux autres BAD, DAC, & au plan mené par AB, AC, [a] soit faict l'angle BAE, egal à l'angle BAD, & la droicte ligne AE, egale à AD. Puis du mesme plan mené par E, soit menee BC, couppant AB, AC, à B & C, & menees BD, DC. D'autant donc que les costez, AD, AB, du triangle BAD, sont egaux aux costez AE, AB, du triangle BAE, chacun au sien & les angles contenus d'iceux aussi egaux par la construction, [b] les bases BD, BE, seront egales. Mais d'autant que les costez DB, DC, sont plus grands que le costé BC, si l'on retranche les lignes droictes egales BD, BE, demeurera CD, plus grande que CE. Puis donc que les costez AD, AC, du triangle DAC, sont egaux aux costez AE, AC, du triangle, EAC, chacun au sien; & la base CD, plus grande que la base CE, [d] l'angle CAD, sera plus grand que l'angle CAE. Adiou-

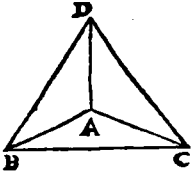
[a] 23. 1.
[b] 4. 1.
[c] 20. 1.
[d] 25. 1.

stant dõc les angles egaux, BAD, BAE, les deux angles CAD, BAD, seront plus grands que les deux CAE, BAE, c'est à dire que l'angle total BAC, qui estoit posé le plus grand de tous. Partant deux lesquels que l'on voudra sont beaucoup plus grands que l'autre. Donc si vn angle solide, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. *s'il est dit egal, il aduiendra la mesme absurdité.*

xxj. THEOREME 19. PROP. 21.

Tout angle solide est contenu sous des angles plans, lesquels sont plus petits que quatre angles plans droicts.

*C'est à dire que tous les angles plans, sous lesquels est contenu quelconque angle solide, sont moindres que quatre droicts.*




Soit l'angle solide A, contenu sous trois angles plans B AC, BAD, DAC. Ie dis que ces trois angles sont moindres que quatre droicts.

Car ayant mené les lignes droictes BC, CD, DB, l'on aura constitué trois angles solides, B, C, D, chacun desquels est cõtenu sous trois angles, plans, sçauoir B, sous CB A, ABD, DBC. Mais C, sous BCA, ACD, DCB: Et D, sous CDA, ADB, & BDC. a Mais les 2. angles CBA, ABD, estant plus grands que l'angle CBD. Et semblablement les 2. BCA, ACD plus grands que BCD. & les deux CDA, ADB, sont plus grands que CDB: les six angles, CBA, ABD, BCA, ACD, CDA, ADB, sont plus

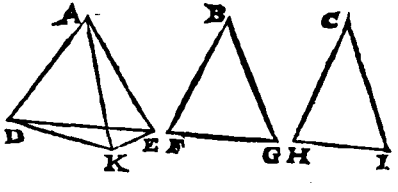
a 20. 11.

grands que les trois angles, CBD, BCD, CDB.

Mais ces trois sont egaux à deux droicts, donc ces six, sont plus grands que deux droicts. Donc puis que ces six-là, auec les trois au poinct A, sont egaux à six droicts, à cause des trois angles BAC, CAD, DAB, (c Car les 3. angles de tout triangle sont egaux à 2. droicts.) si l'on oste ces six-là, qui sont plus grands que deux droicts; les trois qui constituent l'angle solide A, demeureront moindres que quatre droicts. Dõc tout angle solide, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. [b 32. 1.] [c 32. 1.]

## THEOREME 20. PROP. 22. xij.

S'il y a trois angles plans, deux desquels, pris comme l'on voudra, sont plus grands que l'autre; mais qu'iceux soient contenus de lignes droictes egales; il se peut faire, que des lignes droictes conioignantes icelles lignes egales, l'on constituëra vn triangle.




Soient 3. angles plans A, B, C, cõtenus de lignes droictes egales, AD, AE, BF BG, CH, CI, deux desquels pris comme l'on voudra sont plus grands que le troisiesme. Ie dis que des trois lignes droictes, DE, FG, HI, qui conioignent icelles lignes egales, l'on peut cou-

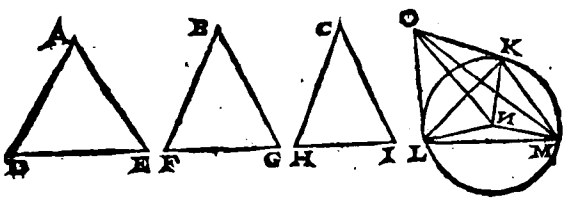
ſtituer vn triangle: c'eſt à dire que des 3. DF, FG HI, deux telles qu'on voudra, ſont plus grandes
a 22. 1. que l'autre; a car cela eſtant l'on conſtituera facilement vn triangle.

Si les trois angles A, B, C, ſont egaux, b les baſes
b 4. 1. DF, FG, HI, ſont egales; partant 2. telles qu'on voudra d'icelles plus grandes que la troiſieſme: Mais ſi 2. angles ſont ſeulement egaux, & le
c 4. 1. troiſieſme moindre, c 2. des baſes ſeront ſeule-
d 24. 1. mẽt egales, & d la baſe du 3. moindre que chacune des autres: partãt derechef les 2. qu'elles qu'õ voudra ſont plus grandes que l'autre. Que ſi l'vn d'iceux angles comme A, eſt plus grand, ſoit que les 2. autres B & C, ſoient egaux ou
e 24. 1. non; e la baſe DE, ſera auſſi plus grande de toutes. Parquoy DE, FG, ſeront plus grands que H I: & DE, HI, plus grandes que FG. Ie dis maintenant que FG, HI, ſont plus grandes que DE.
f 23. 1. f Car ſoit fait l'angle DAK, egal à l'angle B, & ſoit poſee AK, egale à AD. Donc le poinct K, tombera au deſſous de DE; d'autant que la circonference du cercle deſcrit à l'interualle AD, du centre A, paſſe par les poincts D, K, E, à cauſe de l'egalité des lignes, AD, AK, AE; puis ſoiẽt conioinctes DK, & KE. D'autant donc que les 2. angles B, & C, ſont poſez plus grands que l'angle DAE, & B, eſt egal à l'angle DAK, par la conſtruction, l'angle C, ſera plus grand que l'autre angle KAE; & d'autant que les coſtez AD, AK, du triangle ADK, ſont egaux aux coſtez BF
g 4. 1. BG, du triangle BFG; & les angles contenus d'iceux, DAK, & B, ſont egaux; g la baſe DK, ſera egale à la baſe FG. Derechef, puis que les coſtez CH, CI, du triangle CHI, ſont egaux aux

costez AK, AE, du triangle AKE; & l'angle C, monstré plus grand que l'angle KAE; [h] la base H I, sera plus grande que la base KE. Partant puis que Dκ est monstree egale à FG; FG, HI, seront plus grandes que Dκ, κE; mais Dκ, κE, sont plus grandes que DE; donc FG, HI, seront encore plus grandes que DE. Ce qui est proposé. h 24. 1. i 20. 1.

## THEOREME 3. PROP. 23. xxiij.

Constituer vn angle solide de trois angles plans, deux desquels prins comme l'on voudra sont plus grands que l'autre: Mais il faut que ces trois angles soient plus petits que quatre droicts.




Soient les trois angles plans A, B, C, plus petits que quatre droicts, desquels 2. pris comme on voudra soient plus grands que l'autre: Il faut faire vn angle solide de 3. angles plans egaux aux 3. A, B, C.

Soient les 6. lignes AD, AE, BF, BG, CH, CI, posees egales; contenant lesdits angles A, B, C, soustenus des bases DE, FG, HI, Et a pouuāt faire vn triangle de DE, FG, HI, soit faict le a 22. 11.

triangle LMK b ayant les trois costez egaux à
b 22. 11. DE, FG, HI, à l'entour duquel c soit descrit le
c 5. 4. cercle KML & du centre N, soient menees N
d 12. 11. M, NL, NK : d Et ayant mené en l'air NO per-
e 11. em. pendiculaire, e & retranchee telle que son q. a-
14 10. uec le quarré de NL soient egaux au quarré d'vn des costez desdits angles plans, & soient menees LO, KO, MO. Ie dis que LMOK est angle solide contenu de trois angles plans egaux à A, B, C.

Car NL, NM, NK estant egales, & NO perpendiculaire à icelles; LO, MO, KO, seront
f 47. 1. egales, f pouuant autant l'vne que l'autre. Et d'autant qu'elles peuuent autant que l'vn des costez des angles plans donnez, elles seront egales aux costez d'iceux angles plans; les bases, LM MK, KL, estant egales aux bases des angles donnez
g 8. 1. g les trois angles au poinct O, seront egaux aux 3. donnez A, B, C.

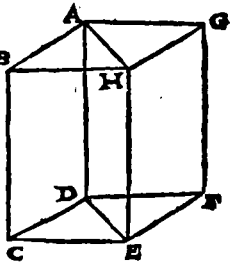
## SCHOLIE.

*Si on obiecte que NO, perpendiculaire ne peut tousiours estre retranchee, en sorte que son quarré auec le quarré de NL soient egaux au quarré de l'vn des costez des triangles donnez: cõme si celuy costé estoit egal ou plus petit que NL: Ie respõs que cela n'arriue point non pas seulement qu'il soit egal à NL: Car si LN, & NM*
h 8. 1. *estoient egaux à AD, AE, & la base ML, egale à la base DE (& ainsi des autres triangles) h les 3. angles au poinct N seroient egaux aux 3. A, B, C: Ce qui est manifestement faux; les 3. angles A, B, C, estant posez*
c corol. 11. 1. *plus petits que quatre droicts, i & les 3. au poinct N estant egaux à quatre droicts.*

## THEOREME 21. PROP. 24. xxiv.

**Si vn solide est contenu sous des plans parallels: les plans opposez d'iceluy, sont parallelogrammes semblables & egaux.**

Soit le solide parallelipede ABCD, contenu (selõ la 30. def de 6. figures quadrilateres) AC, CF, FH, HA, AF. BE, dont les oppoſees sont paralleles. Ie dis que tous ces plans oppoſez deux à 2. sont parallelogrammes semblables & egaux.




Car puis que les plans parallels BG, CF, sont couppez par le plan AC, [a] leurs communes sectiõs AB, CD seront paralleles. Semblablement les plans parallels AF, BE, estant couppez par le plan AC, leurs communes sections AD, BC, seront aussi paralleles, Donc la figure quadrilatere ABCD, est parallelogramme. Ainsi l'on monstrera que les autres figures quadrilateres sont parallelogrammes. Ie dis maintenant que les parallelogrammes oppoſez, sont semblables & egaux. Car puis que AB, BH, sont paralleles à DC, CE, & non en vn meſme plan, mais en plans oppoſez, [b] les angles ABH, DCE, serõt egaux: Par meſme raiſon les autres angles du parallelogramme BG, seront egaux aux autres du parallelogramme CF. [c] Mais d'autant

a 16. 11.

b 10. 11.

c 34. 1.

que AB, est egale à DC, au parallelogramme AC, & BH, egale à CE au parallelogramme BE, cóme AB sera à BH, ainsi DC, à CE, &c. Et partãt comme BH, à HG, ainsi CE, à EF, & pour la mesme raison: les costez des parallelogrammes BG, CF, à l'entour des angles egaux seront proportionaux, parquoy iceux parallelogrammes
d 34. 1. seront semblables: maintenant ayant mené les diametres AH, DE, d puis que les costez AB, BH du triangle ABH, sont egaux à DC, CE, du triã-
e 10. 11. gle DCE, e & l'angle ABH, egal à DCE, comme
f 4. 1. il est monstré f les triangles ABH, DCE, sont
g 34. 1. egaux entr'eux. g Donc les triangles ABH, DCE, estant moitiez des parallelogrammes BG, CF, ils seront egaux entr'eux. Sẽblablement nous demonstrerons que les parallelogrammes opposez, AC, GE, & AF, BE, sont semblables & egaux entr'eux. Donc si vn solide est contenu sous des plans parallels, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

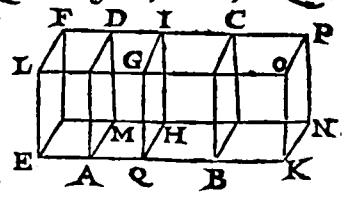
## XXV. THEOREME 22. PROP. 25.

**Si vn solide parallelipede est couppé par vn plan parallel aux plans opposez, comme la base sera à la base, ainsi le solide sera au solide.**

Soit ABCD, solide parallelipede couppé par le plan IQ parallel. à AD, BC, plans opposez. Ie dis que le solide AI, sera au solide IB comme la base AH à la base HB.

Car AB estant prolongee vers E & K, soit posee AE egale à AQ & BK à BQ, & acheuez les

parallelogrammes, EM, BN, & les solides AF, PB. Donc AE, AQ estant egales, [a] EM, MQ parallelogrãmes seront egaux, [b] & LD, DG, plans opposez egaux & semblables. Et ainsi AL, AG, semblables & egaux à MF, MI, qui sont plans opposez, & ainsi des autres. [c] Et le solide AF, est egal au solide AI: & le solide BI, au solide BP. Par quoy le solide EI, est autant multiple du solide AI, que la base EH, de la base AH: & QP, solide autant multiple de CQ solide que la base QN, de la base BH. Donc de mesme façon que EH sera plus grande egale ou moindre que AH, ainsi EI solide sera plus grand egal ou moindre que le solide AI. Item de mesme façon la base QN, sera plus grãdr egale ou moindre que HB, ainsi le solide QP sera plus grand egal ou moindre que le solide QC. Soient donc quatre grandeurs AH, HB, bases, & AI, QC solides (dont de la premiere & 3. à sçauoir de AH base & AI, solide) on a prins les equimultiples EH base & IE solide: Et aussi de la 2. & 4, (sçauoir de BH base, & BQ solide) les equimultiples QN, PQ, base & solide; lesquels sont monstrez plus grands egaux ou moindres en quelconque multiplication qu'on les prenne; [d] Donc comme la base AH, à la base HB, ainsi le solide AI, au solide CQ. Partant si vn solide parallelipede, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.




a 11. 6.

b 24. 11.

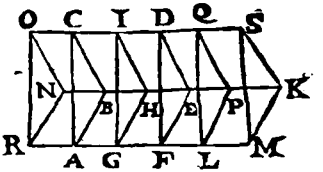
c 9. d. 11.

d 6. d. 5.

## SCHOLIE.

*Ceste proposition conuient à tous prismes. Car quelconque prisme estant couppé par vn plan parallel aux oppoſez, comme la baſe ſera à la baſe, ainſi le ſolide au ſolide. Soit le prisme ABCDEF, dont les plus oppoſez ſont les triangles* ABC, DEF, *couppé par* GHI *plan parallel aux oppoſez. Ie dis que comme la baſe* AI, *à* IF *baſe, ainſi le ſolide* AGHICB *au ſolide* GFEDIA. *Car ſoit prolongé le prisme* ABCDEF *de coſté & d'autre tant qu'il ſera beſoing, & de* AF *prolongee, priſe* AR *egale à* GI; *&* FL, LM, *egales à* FG; *& par* R, L, M, *ſoient entendus les plans* RNO, LPQ, MKS *parallels à* ABC, GHI, FED.

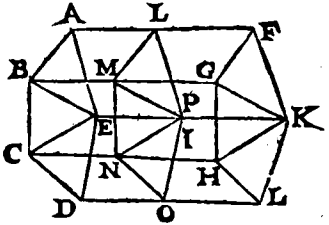
Donc les plans ABC, GHI *eſtant couppez par* AI; [a] AC, GI, *communes ſection d'iceux ſeront parallels Et* AD *eſtant parallelogramme* AG, CI, *ſont auſſi parallels; Parquoy* AI *eſt parallelogramme. Et ſemblablemẽt* AH, CH, *parallelogrammes. Et* AC, AB, *coſtez du triangle* ABC *eſtant egaux à* GI, GH *du triangle* GIH, [b] AC *eſtant egal à* GI, & AB, *à* GH.) [c] *les angles* B A G, HGI, *ont egaux (*AB, AC, *eſtant parallel. à* GH, IG *non en meſme plan*) [d] *les triangles* ABC, GHI, *ſont equiangles & egaux entr'eux:* [e] *Et auront les coſtez autour des angles egaux proportionaux, partant ſeront ſemblables: Parquoy* AGHICB *ſolide contenu des plans oppoſez,* ABC, GHI, *ſemblables & egaux, & des parallelogrammes* AI, GB, BI, *eſt priſme. Et ainſi* ARNOCB, FEDIHG, FEDQPL, LMKSQP. *ſont priſmes, &*




a 16 11.
b 34. 1.
c 10. 11.
d 4. 1.
e 4. 6.

& les parallelogram. AI, CR estant semblables & egaux, & AH, BR, & HC, BO; tous les plans du prisme AGHICB sont semblables & egaux à tous ceux de ARNOCB, f donc iceux prismes sont egaux: semblablement GFEDIH, & les autres sont egaux. Donc RGHION, est autant multiple de AGHICB, que la base RI, de la base AI: Et GMRSIH, autant multiple de GFEDIH que la base GS, de la base DG. Et puis que si la base IR, multiple de AI, 1. gr. est egale à la base GS (multiple de la base DG, 2. gran.) le prisme RGHION (multiple du prisme AGHICB 3.) sera egal au prisme GMKSIH) multiple du prisme GFEDIH, 4. grand.) Et si IR est plus grande, que GS, le prisme sera aussi plus grand que le prisme; & si moindre, moindre les prenant en quelque multiplication que ce soit. f 10. def. 11.

g Comme la base AI, premiere grandeur, est à la base GD, deuxiesme grandeur, ainsi le prisme AGHIB, 3. est au prisme GFEDIH, 4. grand. Et ainsi on monstrera que le prisme est au prisme comme la base AH, à la base EG, &c. Ce qui estoit proposé. g 6. d




Soit derechef AB CDEFGHLK prisme, dont les plans opposez soient polygones, sçauoir est pentagones, & soit trauppé par le plan LMNOP. Ie dis que comme la base CM, est à la base NG, ainsi le solide ABCDELMNOP, au solide LMNOPFGHIK. Car les plans parallels opposez estans resous en triangles, le prisme sera reduit en autant de prismes qu'il y a de triangles aux plans opposez. Donc comme la base EP à la base MK, ainsi le prisme ABEPML, au prisme

*MPKGF, par ce qui eſt demonſtré. Et par meſme raiſon comme la baſe CP à la baſe NK, ainſi le priſme BCEP*

h 12. 6. *MN, au priſme MNPKGH, & le priſme CDEPNO, au priſme NOPKHI. Mais* h *comme BP à MK, & CP à NK, ainſi la ligne EP, à la ligne PK, c'eſt à dire comme CN, à NH: Et comme CN, à NH, ainſi CM à NG. Donc les priſmes ABEPML, BCEPMN, CDEPNO,*

i 12. 5. *ont meſme raiſon aux priſmes LMPKGF, MNPKGH, NOPKHI, que CM à NG, & partant meſme raiſon entr'eux.* i *Mais comme vn eſt à vn, ainſi tous enſemble à tous enſemble. Donc comme le priſme BCEPMN au priſme MNPKGH, c'eſt à dire comme la baſe CM, à la baſe NG, ainſi le priſme ABCDELMNOP, compoſé de trois, ſera au priſme LMNOPEGHIK compoſé de 3. Ce qui eſt propoſé. Et ainſi de quelconque autre priſme.*

## COROLLAIRE.

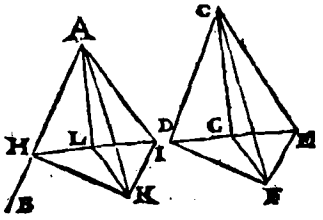
De ces choſes s'enſuit, que ſi quelconque priſme eſt couppé par vn plan equidiſtant aux plans oppoſez, que la ſection eſt vne figure egale & ſemblable aux plans oppoſez. Ayant eſté demonſtré au premier priſme, que le triangle GHI, eſt egal & ſemblable au triangle ABC, & partant au triangle DEF. Et y a meſme demonſtration en tous. Et faut dire le ſemblable des parallelipedes.

xxvj.

## PROBLEME 4. PROP. 26.

A vne ligne droicte dõnee, & à vn poinct en icelle, conſtituer vn angle ſolide, egal à vn angle ſolide donné.

Soit le poinct A en AB, auquel il faut constituer vn angle solide egal à l'ãgle solide donné C, contenu sous trois angles plans D C E, D C F, F C E, n'estans en vnmesme plan.




Soit a menee de F, au plan passant par C D, C E, la perpendiculaire F G, & conioinctes D F, D G, E F, E G, C G. Puis soit retrãchee A H, egale à C D, b & soit fait l'angle H A I, egal à D C E, & A I, egale à C E. Derechef au plan mené par A H, A I, soit constitué l'angle H A L, egal à D C G, qui est au plan mené par C D, C E, & A L, egale à C G. Et c de L, au plan où sont A H, A L, A I, soit menee L K; perpendiculaire, & posee egale à F G, & conioincte K A. Ie dis que l'angle solide A, contenu sous les trois angles plans, H A I, H A K, & K A I, est egal à C, angle solide donné.

a 11. 11.
b 23. 1.
c 12. 11.

Car ayant conioinct H K, H L, I K, I L; d'autant que les costez A H, A L, du triangle A H L, sont egaux aux costez C D, C G, du triangle C D G, chacun au sien, & les angles H A L, D C G, egaux par la construction, d les bases H L, D G, seront egales. Derechef ayant osté les angles egaux H A L, D C G, des egaux H A I, D C E, les restans L A I, G C E, sont egaux; Donc puis que les costez A L, A I, du triangle A L I, sont egaux à C G, C E, du triangle C G E, chacun au sien, par la construction; e L I, G E seront egales. D'autant donc que les costez L H, L K, sont egaux aux costez G D,

d 4. 1.
e 4. 1.

f 3. def. g 4. 1. GF, & les angles HLk, DGF, f droicts, g les baſes HK, DF, ſont egales. Partant les coſtez AH, AK, du triangle AHK eſtant egaux à CD, CF, du triangle CDF, par la conſtruction (car puiſque AL, LK, ſont egaux à CG, GF, par la conſtruction, & contiennent angles egaux ſçauoir h droicts, les baſes AK, CF ſont egales) k les angles HAK, DCF ſeront egaux. Finalement LI, LK eſtant egaux à GE, GF, & les angles ILK, EGF, droicts m les baſes IK, EF, ſeront egales: Donc puis que les coſtez AI, AK, du triangle AIK, ſont egaux à CE, CF, du triangle CEF, par la conſtruction; n les angles IAK, ECF, ſeront egaux. Donc les 3. angles plans HAI, HAK, KAI, compoſans l'angle ſolide A, ſont egaux aux 3. angles plans, DCE, DCF, FCE, compoſans l'angle ſolide C; partant l'angle ſolide A, eſt egal à l'angle ſolide C. Donc, à vne ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit faire.

h 3. def. i 4. 1. k 8. 1. l 3. def. m 4. 1. n 4. 1.

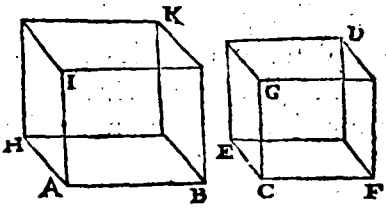
xxvij. PROBLEME 5. PROP. 27.

D'vne ligne droicte donnee, deſcrire vn ſolide parallelipede, ſemblable & ſemblablement poſé à vn ſolide parallelipede donné.

De la droicte ligne donnee AB, qu'il faille deſcrire vn ſolide parallelipede, ſemblable, & ſemblablement poſé au parallelipede CD donné.

a 26. 11. A a la ligne AB, & au poinct A, en icelle ſoit fait vn angle ſolide egal à l'angle ſol. donné C, en

ſorte que les trois angles plans HAI, IAB, BAH ſoient egaux aux 3. ECG, GCF, FCE. [b] Et comme CF à CG, ſoit faicte AB, à AI, & cõme CG, à CE, ainſi AI, à AH, & en raiſon egale, comme CF, ſera à CE, ainſi AB, à AH; & ſoit parfaict le parallelipede AK, ſçauoir eſtant accomplis les parallelogrammes BH, HI, IB, & par les poincts I, B, H, ayant mené les plãs IK, BK, HK, qui ſont paralleles aux parallelogrammes BH, HI, IB. Ie dis que le parallelipede AK, eſt ſemblable & ſemblablement poſé au paral. CD. Car puis que les angles BAH, FCE, ſont egaux, & les coſtez autour d'iceux proportionaux, ſçauoir comme BA, à AH, ainſi FC, à CE, par la conſtruction, les parallelogrammes HB, EF, ſont ſemblables, & ſemblablement poſez. Semblablement HI, EG & IB, GF. Donc les 3. plans BH, HI, IB, du ſolide AK, ſont ſemblables & ſemblablement poſez, aux trois FE, EG, GF, du ſolide CD. [c] Mais trois leſquels que l'on voudra d'iceux ſont egaux & ſemblables aux 3. autres oppoſez. Parquoy les ſix plans du ſolide AK ſont ſemblables & ſemblablement poſez aux ſix plans du ſolide CD; [d] Partant les ſolides AK, CD, ſont ſemblables & ſemblablement poſez. Donc d'vne ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit faire.




b 12. 6.

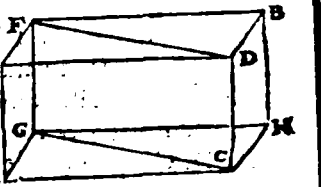
c 24. 11.

d 9. def.

xxviij. THEOREME .25 PROP. 28.

Si vn solide parallelipede, est couppé par vn plan mené par les lignes diagonales des plans oppoſez: Le solide sera couppé par ce plan, en deux egalement.

Soit AB parallelipede & aux plans oppoſez AH, EB, les diametres CG, DF. Et tant CD que GF estant parallele & egale[a] AE, estãt CE, GE, parallelogramme, [b] CD, GF seront egales & paralleles entr'elles, [c] & partant CG, DF, qui les conioignent aussi egales & parall. & en vn meſme plan. Ie dis que le plan qui passe par CG, DF, couppe le parallelipede AB, en 2. egalement.




a 34. 1.
b 9. 11.
c 33. 1.

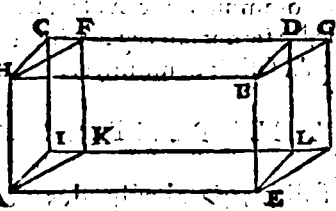
Car [d] puis que les plans AH, EB sont parallelogrammes egaux & semblables, leurs moitiez, ſçauoir les triangles AGC, GCH, EFD, FDB, seront egaux entr'eux: mais les costez autour des angles egaux GAC, CHG, FED, DBF, sont proportionaux, [e] donc lesdicts triangles seront aussi semblables. [f] Et le parallelogramme AF, estant egal & semblable au parall. CB; & AD, à GB, & CF, commun, les 2. triangles AGC, EFD & les parallelogrammes AF, AD, CF, du prisme ACGFED, sont egaux & semblables aux 2. triã-

d 24. 11.
e 6. 6.
f 24. 11.

gles HCG, BDF, & aux parallelogrammes CB BG, CF, du prisme, HGCDBF; g partant iceux prismes seront egaux, lesquels composans le parallelipede AB, il sera couppé en 2. egalement: Donc si vn solide parallelipede, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. g 10. def

## THEOREME 24. PROP. 29. XXIX.

Les solides parallelipedes constituez sur vne mesme base, & de mesme hauteur, & desquels les lignes insistentes sont colloquees en mesmes lignes droictes, sont egaux entr'eux.




Sur la base AB, & de mesme hauteur, c'est à dire entre mesmes plans paralleles, soiēt constituez 2. parallelipedes ACDE, AFGE, desquels les lignes insistentes menées des quatre angles de la base, sont colloquees en mesmes lignes droictes, sçauoir, AI, AK, EL, EM en la ligne droicte IM; & HC, HF, BD, BG, en la droicte ligne CG. Ie dis que les parallelipedes ACDE, AFGE, sont egaux entr'eux.

Car a puis que les parallelogrammes AL, AM constituez sur mesme base AE, & entre mesmes paralleles sont egaux entr'eux; ostant le cōmun trapeze AL, les triangles AIK, ELM, de- a 35. 1.

meureront egaux. [b] Mais d'autant que tous les coſtez du triangle AIK ſont egaux à tous les coſtez du triangle HCF, chacun au ſien, [c] iceux ſeront equiangles & egaux: [d] Et auront les coſtez autour des angles egaux proportionaux: & partant ſeront ſemblables entr'eux: Et par meſme raiſon le triangle ELM, ſera ſemblable & egal au triangle BDG, [e] Derechef le parallelogramme AC eſt egal & ſemblable au parallel. ED; & ſemblablement le parall. AF, au parallel. EG: [f] Mais IF, eſt egal à LG, les baſes IK, LM, eſtant egales (car IL, kM, eſtant egales chacune à AE, ſont egales entr'elles, & oſtant KL, commune, demeurent IK, LM, egales) [g] Donc tous les plans du priſme AIKFCH, ſont egaux & ſemblables à tous les plans du priſme ELMGDB, [h] Donc iceux priſmes ſeront egaux; partant ſi on adiouſte le commun ſolide AHFKLDBE, les parallelipedes ſeront faits egaux, ſur meſme baſe, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

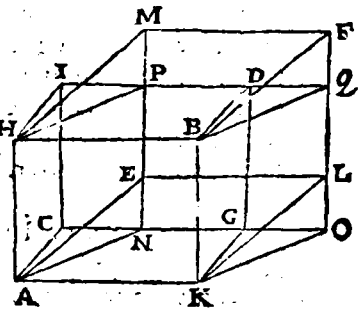
b 34. 1.
c corol. 8 1.
d 4. 6.
e 24. 11.
f 36. 1.
g 34. 1.
h 10. def

## XXX. THEOREME 25. PROP. 30.

Les ſolides parallelipedes, conſtituez ſur vne meſme baſe, & de meſme hauteur, & deſquels les lignes inſiſtentes ne ſont pas colloquees en meſmes lignes droictes: ſont egaux entr'eux.

Sur la baſe AB, & en meſme hauteur, c'eſt à dire entre meſmes plans paralleles, ſoient conſtituez les parallelipedes AIDK, AMFK deſquels les lignes inſiſtentes menees des quatre angles

de la base, AC, AE, KG, KL; HI, HM, BD, BF, ne sont pas en mesmes lignes droictes, c'est à dire, CI, GD estant prolongees ne passent pas par les poincts, ME, F, L, ny CG, ID, prolongees, &c. Ie dis que les parallelipedes AIDK, AMFk sont egaux entr'eux.




Car puis que les plans CD, EF, opposez à la base AB, sont en vn mesme plan, à cause de la mesme hauteur des parallelipedes; soient prolongees au mesme plan les lignes CG, ID, desquelles CG, couppe EM, LF, prolongees aux poincts, N, O; & ID, les mesmes aux poincts P, Q. Et soient cõiointes les droictes lignes AN, KO, HP, BQ.

a 34. 1. D'autant[a] donc que PQ, MF, sont egales, estant opposees au parallelogramme FP; & MF, est egale à HB; PQ & HB seront egales: mais elles sont paralleles, HDB estant parallelogramme. b Donc HB, PQ, sont egales & paralleles, & partant HPQB, est parallelogramme; par mesme raison, HPNA, ANOK, KOQB, seront parallelogrammes, & NOQP, est aussi parallelogrãme. c Donc APQR, est parallelipede. c parquoy le parallelipede AIDK, est egal au parallelipede APQK, ayant mesme base AB, & les lignes insistantes sont colloquees en mesmes lignes droi-

b 33. 1.

c 29. 1.

des CO, IQ. Semblablement le parallelipede AMFK, sera egal au mesme APQK ayant mesme base AB, & les lignes insistantes estant aux mesmes droictes lignes NM, OF. Parquoy les parallelipedes AIDK, AMFK, sont egaux entr'eux. Donc les solides parallelipedes, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

Tant ceste prop. que la precedente se peut ainsi conuertir.

Les solides parallelipedes egaux sur mesme base, soit que les lignes insistentes soient colloquees en mesmes lignes droictes ou non, sont de mesme hauteur.

*Car si l'vn est dit plus haut, & d'iceluy estant coupé vn parallelipede de mesme hauteur que l'autre,* a *le coupé & l'autre seront egaux : & cet autre estant posé egal au tout, le coupé sera aussi egal au tout : ce qui est absurde.*

a 29. ou 30. 11.

xxxj. xxxij.

## THEOREME 26. PROP. 31.

Les solides parallelipedes constituez sur bases egales & de mesme hauteur : sont egaux entr'eux.

Soient les parallelipedes AEFG, CHIK, constituez sur bases egales, AB, CD, & de mesme hauteur. Ie dis qu'iceux sont egaux entr'eux.

Car soient premierement les lignes insistantes AM, GN, LE, BF, perpendiculaires à la base AB & les insistantes CP, KQ, OH, DI, perpendicu-

laires à la base CD. Cela estant ainsi, toutes lesdites perpendiculaires seront egales entr'elles, estant les parallelipedes de mesme hauteur; soit prolongee directement CK, & posee KR, egale à LB, & l'angle RKS, au plã prolongé OK, faict egal à l'angle BLA, & KS, posee egale à LA, & accomply le parallel. KT, sur lequel soit constitué le parallel. QSTV, selon la hauteur de lã perpendic. RQ. D'autant que les costez KR, KS, sont egaux à LB, LA, & les angles RKS, BLA, egaux, les parallelogrammes KT, LG, sont egaux & semblables; derechef d'autant que les costez KQ, KS sont egaux à LE, LA, [a] & les angles QKS, ELA, droicts, KQ, LE, estant posees à angles droicts aux plans KT, LG, les parallel. QS, EA, sont egaux & semblables. Semblablement les costez KR, CQ, estant egaux à LB, LE, & les angles QKR, ELB, droicts les parallel. KV, LF, sont aussi egaux & semblables. Parquoy; [b] puis que les 3. plans KT, QS, KV, du parallelipede QSTV, sont egaux & semblables aux trois plans LG, EA, LF, du parallelipede AEFG; c'est ceux là que ceux cy estant egaux aux 3. autres opposez, c les parallelipedes QSTV, EAGF, [c] sont egaux entr'eux.

[a] 3. def. 11.

[b] 24. 11.

[c] 24. 11. & 10. def.

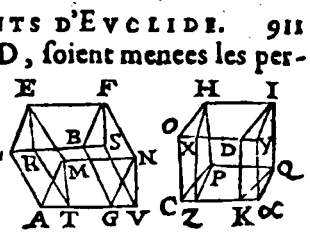
Que DK, TS prolongees, se rencontrent à ſ, & IQ, XY, à ϛ, & soit accomply le parallelipede Qſϛ V, & HI, ϐV, prolongees se rencontrent à

α & OD, γ R, à Z, & soit accomply le parallelipede I κ R γ. D'autant que les parallelipedes QST V, Q ſ γ V, ont mesme base K V, & mesme hauteur, sçauoir entre mesme plans paralleles κ V ſ X, les lignes d'iceux insistantes K S, κ ſ R T, R γ, Q Y, Q ε, V X, V β, sont collo-
d 9. 11. quées en mesmes lignes droictes ſ T, ε X, d'iceux seront egaux entr'eux. Mais le parallelipede QSTV, est egal au parallelipede EAGF, Donc Q ſ γ V, sera egal au mesme EAGF.

e 35. 1. Mais e d'autant que k T, κ γ parall. sont egaux entr'eux, & k T egal à L G; κ γ, sera aussi egal à L G; c'est à dire à C D, les
f 7. 5. bases L G, C D, estant posees egales f partant
g 25. 11. comme CD, à Dk, ainsi κ γ à DR, g Mais comme la base CD, à la base DR, ainsi le solide CHI K, au solide κ I α R, le parallelipede CH α R estãt couppé par le plan I κ, parallel. aux plans opposez CH, α R. Semblablement comme k γ, à D R, ainsi le solide Q ſ γ V, au solide IKR α; puis
h 9. 5. que les parallelipede I ſ γ α, est couppé par le plan κ V, parallel. aux plans opposez D α ſ β. Donc les parallelipedes CHIK, Q ſ γ V, ayant mesme raison au mesme solide I K R α, sçauoir que les bases egales CD, K γ, à la base DR. Dõc puis que le parallelipede Q ſ γ V, est monstré egal au parallelipede AEFG, les parallelipedes AEFG, CHIK, seront aussi egaux. Ce qui est proposé.

Maintenant que AM, GN, LE, BF, & CP, KQ, OH, DI, ne soient perpendiculaires aux ba-
i 11. 11. ses AB, CD: Et des poincts E, F, M, N, soient menees perpendiculaires ER, FS, MT, NV, au plan de la base AB; & des poincts H, I, P, Q, au

plan où eſt la baſe CD, ſoient menees les perpendic. HX, IY, PZ, Q∝ lcelles ſeront egales, les altitudes deſdits parallelip. eſtant egales: Soient menees RS, SV, VT, TR, & XY, Z∝, ∝I, ZX, pour faire les parallelip. ETVF, HZ∝I, leſquels eſtant de meſme hauteur, & les lignes inſiſtantes perpendiculaires, ils ſeront egaux entr'eux, comme il eſt monſtré.




Mais [k] ETVF eſt egal à AEFG, ayant meſme baſe & meſme hauteur. Et le parallelip. HZ∝I, eſt egal par meſme raiſon à CHIK. Donc AEFG, CHIK, ſont egaux entr'eux: L'on fera ſemblable demonſtration, ſi les lignes inſiſtentes d'vn parallelip. ſont perpend. à la baſe & de l'autre non. Partant les ſolides parallelip. &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. [k] 29. ou 30. 11.

## SCHOLIE.

Ceſte 31. prop. ſe peut auſſi cõuertir ainſi.

Les ſolides parallelipedes egaux, conſtituez ſur baſes egales, ſont de meſme hauteur. Et les parallelipedes egaux qui ſont en meſme hauteur ſont ſur baſes egales, s'ils n'ont point vne meſme baſe.

*Car ſi l'vn eſt dit eſtre plus haut que l'autre, eſtant retranché d'iceluy vn parallelipede de meſme hauteur que l'autre; [a] le retranché ſera egal: Parquoy le tout eſtant poſé egal à cet autre, le retranché ſera egal au tout: ce qui eſt abſurde. Mais s'ils ſont de meſme hau-* [a] 31. 11.

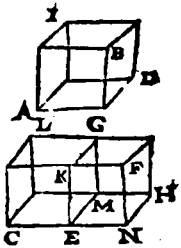
*teur, & que l'on croye que la base de l'vn soit plus grãde que la base de l'autre; estant retranchee d'icelle vne base egale à l'autre, & entendant sur la retranchee vn parallelipede de mesme hauteur, on demonstrera semblablement que la partie est egale au tout. Ce qui est absurde.*

## THEOREME 27. PROP. 32.

xxxiij.

**Les solides parallelipedes de mesme hauteur, sont entr'eux comme leurs baſes.**

Soient les 2. parallelipedes ABCD, EFGH, de mesme hauteur constituez sur les baſes AB, EF. Ie dis que le solide est au solide, comme la baſe à la baſe.




a 45. 1. Car a soit faict sur EK, le parallelogramme IK egal au parallelogramme AB, ayant l'angle IEK, egal à l'angle ENF. Or les parallelogrammes EF, IK, constitueront le total parallelogramme FI, comme il est demonstré en la 45. du li. 1. Donc si les autres plans du parallelip. EFGH, sont prolongez de la part de EG, & que l'on accomplisse vn total parallelip. IFLH; b les parallelip. ABCD, IKLM, seront egaux, estant constituez sur baſes egales AB, IK, par la construction, & de meſme hauteur par l'hypoteſe. c Partant comme le solide IkLM, au solide EFGH, ainsi le solide ABCD au meſme EFGH: d Mais IkLM,

b 31. 11.

c 7. 5.

d 25. 11.

est à EFGH, comme la base IK, ou la base AB, son egale à la base EF. Donc le solide ABCD, sera aussi solide EFGH, comme la base AB, à la base EF. Donc les solides parallelip. de mesme hauteur, sont entr'eux comme leurs bases, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

On conuertira ainsi ceste prop.

Si les solides parallelipedes sont entr'eux cõme leurs bases; ils seront de mesme hauteur.

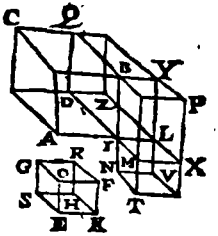
*Car si on dit qu'ils ne soient de mesme hauteur*: *De la plus grande hauteur, ayant retranché vne egale à la moindre, & mené vn plan parallel à la base*, a *comme la base sera à la base, ainsi le parallelipede sera au parallelipede retranché*: *Mais il estoit aussi de mesme au parallelipede total*. b *Donc le retranché est egal au tout*. b *Ce qui est absurde*. a 32. 11. b 9. 5.

## THEOREMÊ 28. PROP. 33. xxxiv.

Les solides semblables parallelipedes, sont l'vn à l'autre en raison triplee de leurs costez homologues, ou de mesme raison.

Soient les semblables parallelipedes ABCD, EFGH, sur bases semblables AB, EF, esquelles les costez de mesme raison sont AI, EK. Ie dis que le parallelipede ABCD, est au parallelipede EF, GH, en raison triplee des costez homologues AI, EK.

Car ſoit prolongee AI, à L, & ſoit IL, egale à EK ou GR; Et DI, à M, & ſoit IM, egale à HK, ou GO, & BI, à N, & ſoit IN, egale à KF, ou GS. Puis ayãt accomply les parallelogr. LM, NL, IT, ſoit acheué le parallelipede TXIV. D'autant que les coſtez IL, IM, ſont egaux aux coſtez GR, GO; a & les angles contenus d'iceux egaux, l'angle LIM, eſtant egal à AID, qui à cauſe des parallelip. ſemblabl. eſt egal à EKH, ou RGO; les parallelogrammes IX, GF, ſeront ſemblables & egaux, & ſemblablement LN, RS, & IT, GE. Donc les 3. plans IX, LN, IT, du parallelipede TXIV, ſont ſemblables & egaux aux 3. plans, GF, RS, GE, du parallelipede EFGH; b Mais 3. plans de chacun ſont ſemblables & egaux aux trois autres oppoſez. c Donc les parallelipedes TXIV, EFGH, ſont ſemblables & egaux. Derechef ayant accomply les parallelogrammes MB, BL, LM, ſoit acheué le parallelip. MPBL; & les parallelogrammes IY, DL; IQ accomplis ſoit auſſi parfaict le parallelip. IYQZ.




a 15. 1.

3

b 24. 11.

c 10. def

D'autant donc, qu'à cauſe des ſemblables parallelipedes ABCD, EFGH, comme AI, à EK, c'eſt à dire à IL, ainſi DI, à HK, c'eſt à dire à IM. & BI, à FK, c'eſt à dire à IN. d Mais comme AI à IL, ainſi le parallelogramme AD, à DL, & comme DI, à IM, ainſi le parallelogramme DL, à LM; & comme BI, à IN, ainſi le parallelogramme BL, à LN. Donc comme AD, à DL, ainſi DL, à LM; & BL, à LN.

d 1. 6.

Mais

e Mais comme la baſe AD, à la baſe DL, ainſi le parallelip. ADCB, au parallelip. DLYQ: Et comme la baſe DL, à la baſe LM, ainſi le parallelip. DLYQ, au parallelip. LMBP; & comme la baſe BL, à la baſe LN, ainſi le parallelipede LMBP, au parallelip. LNTX. Partant comme à ADCB, à DLYQ ainſi DLYQ à LMBP, & LMBP, à LNTX. Parquoy les quatre grandeurs ADCB, DLYQ, LMBP, LNTX, ſont continuellement proportionelles; f partant la premiere ADCB, eſt à la 4. LNTX, c'eſt à dire à EFGH, en raiſon triplee de ADCB, premiere à DLYQ, 2. g Mais comme ADCB, à DLYQ, ainſi la baſe AD, à la baſe DL; h Et comme AD, à DL, ainſi la ligne AI, à IL, c'eſt à dire à Ek. Donc le parallelipede ADBC, eſt au parallelipede EFGH, en raiſon triplee des coſtez homologues, ſçauoir de AI, à Ek. Partant les ſolides ſemblables parallelipedes, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

e 32. 11.
f 10. def 5.
g 32. 11.
h 1. 6.

## COROLLAIRE.

De cecy eſt manifeſte, que ſi 4. lignes droictes ſont cõtinuellement proportionelles comme la 1. eſt à la 4. ainſi le parallelipede deſcrit ſur la 1. ſera au parallelipede ſemblable, & ſemblablement deſcrit ſur la 2. i D'autant que comme il eſt demonſtré, tant parallelip. eſt au parall. deli. que la 1. ligne à la 4. en raiſon triplee de la 1. ligne à la deuxieſme, ſçauoir des coſtez homologues.

i 10. def 5.

## THEOREME 29. PROP. 34.

xxxiv. xxxv.

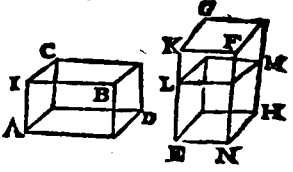
Les baſes & les hauteurs des ſolides pa-

rallelipedes egaux, ſont reciproques: Et les ſolides parallelipedes deſquels les baſes & les hauteurs ſont reciproques, ſont egaux.

Soient les parallelipedes egaux ADCB, EHGF, ſur les baſes AD, EH. Ie dis que leurs baſes & leurs hauteurs ſont reciproques; c'eſt à dire cõme la baſe AD eſt à la baſe EH, ainſi la hauteur EK à la hauteur AI.

Car ſi les hauteurs ſont egales eſtant les parallelipedes poſez egaux [a] les baſes ſeront egales: Donc comme la baſe AD, à la baſe EH, ainſi la hauteur EK à la hauteur AI, partant les baſes & les hauteurs ſont reciproques.

a ſchol. 31. 11.




Que ſi les hauteurs AI, EK ſont inegales; ſoit EK plus grande de laquelle ſoit retrãchee EL egale à AI, & ſoit entendu le plan LM parallele à la baſe EH couppant le parallelip. D'autant donc que les ſolides ADCB, EHGF ſont egaux; [b] comme ADCB, à EHML, ainſi EHGF à EHML: [c] Mais comme le ſolide ADCB, au ſolide EHML, ainſi la baſe AD, à la baſe EH, les hauteurs AI, EL eſtant poſees egales. Et comme le ſolide EHGF au ſolide EHML, ainſi par la meſme raiſon la baſe KN à la baſe LN, puis que par ceſte raiſon, EHGF, EHML, ſolides ont meſme hauteur, KN, LN eſtant poſees pour baſes; car ils ſeront entre meſmes plans paralleles KN, GH. Donc comme la baſe AD à la baſe

b 7. 5.
c 32. 11.

EH, ainsi la base K N à la base LN : [d] Mais comme KN à LN, ainsi la ligne E K à la ligne E L, c'est à dire à AI, egale à EL. Donc cõme la base A D à la base EH, ainsi la hauteur EK à la hauteur AI: Donc les hauteurs & les bases sont reciproques. d 1. 6.

Soient maintenant les bases & les hauteurs reciproques. Ie dis que les parallelipedes sont egaux. Car si les hauteurs EK, AI, sont egales ; la base A D estant posee à la base E H comme la hauteur EK à la hauteur AI; les bases A D, E H seront egales : [e] Parquoy les parallelipedes AD CB, EHG F seront egaux entr'eux, ayant bases egales & mesme hauteur. e 31 11.

Mais si la hauteur EK est plus grande, soit retranchee EL, egale à AI, & soit entendu le plan LM, parallele à EH. D'autant donc que cõme la base AD est à la base EH, ainsi la hauteur Eκ à la hauteur AI, par l'hypotese, c'est à dire à EL, egale à AI; [f] Mais comme la base AD, à la base E H, ainsi le solide ADCB, au solide EHML, les hauteurs AI, EL estant posees egales : [g] Et comme EK à EL, ainsi κN à LN: [h] Mais comme la base κN, à la base LN, ainsi le solide EHGF, au solide EHML; les solides EHGF, EHML ayant mesme hauteur ; si on pose κN, LN, pour bases; Car ainsi ils seront entre plans paralleles k N, GH, comme le solide ADCB sera au solide EHML, ainsi le solide EHGF au mesme solide E H M L, [i] partant les solides A D C B, EHGF, seront egaux, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. f 32 11. g 1. 6. h 32. 11. i 9. 5.

## SCHOLIE.

*Or l'on doit noter que les hauteurs des solides doivent*

*eſtre perpendiculaires : parquoy ne l'eſtant, faudroit faire comme à la fin de la 31. de ce liure. Toutes les choſes demonſtrees aux 6. dernieres prop. ſçauoir 29. 30. 31. 32. 33. & 34. conuiennent auſſi aux priſmes qui ont 2. plans oppoſez triangulaires, les hypotheſes ſuſdites eſtant obſeruees : Car à 2. tels priſmes de meſme hauteur, conſtituez ſur meſme baſe ou baſes egales eſtant appoſés 2. autres priſmes egaux & ſemblables à iceux, on fera 2. parallelipedes de meſme hauteur cõ-*

a 29.30. ou 31.11. *ſtituez ſur vne meſme baſe ou ſur egales.* a *Donc tels parallelipedes ſeront egaux : Et partant auſſi les priſmes donnez, ſçauoir leurs moitiez.*

*Derechef aux 2. ſuſdicts priſmes de meſme hauteur conſtituez ſur diuerſes baſes, eſtant adiouſtez 2. autres priſmes egaux & ſemblables à iceux, on fera auſſi*

b 32. 11. *2. parallelipedes de meſme hauteur.* b *Parquoy le parallelipede ſera au parallelipede comme la baſe à la baſe;* c *Et partant le priſme au priſme, ſçauoir la moitié*

c 15.5. *d'vn des parallelipedes à la moitié de l'autre, comme la meſme baſe à la baſe; ſi les baſes des priſmes ſont parallelogrammes, ou comme le triangle au triangle, ſçauoir comme la moitié d'vne des baſes à la moitié de l'autre, ſi les baſes des priſmes ſont triangles.*

*Dauantage ſi aux 2. priſmes ſemblables ſuſdits, ſont adiouſtez 2. autres priſmes ſemblables & egaux à iceux, 2. parallelipedes ſemblables ſeront conſtituez:*

d 33. 11. *d qui ſeront entr'eux en raiſon triplee de la raiſon de*

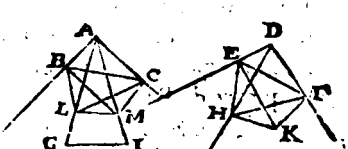
c 15.5. *leurs coſtez homologues. Donc leurs priſmes, ſçauoir eſt leurs moitiez, c ayant meſme raiſon que les parallelipedes, ſeront en raiſon triplee, de la raiſon de leurs coſtez homologues, qui ſont auſſi coſtez homologues des priſmes.*

*Finalement ſi auſdits 2. priſmes egaux, ſont adiouſtez 2. autres priſmes egaux & ſemblables à iceux,*

*deux parallelipes egaux, de meſme hauteur que les priſmes ſeront compoſez.* f *Parquoy les baſes & les hauteurs des parallelipedes eſtant reciproques, & les baſes des priſmes eſtant les meſmes, ou les triangles qui ſont moitiez d'icelles;* g *ayant meſme raiſon: les baſes des priſmes & leurs hauteurs ſeront reciproques.* f 34. 11. g 15. 5.

## THEOREME 30. PROP. 35. xxxvij.

S'il y a deux angles plans egaux, au ſommet deſquels ſoient eſleuees deux lignes droictes en l'air, contenant angles egaux auec les lignes premierement poſees, chacun au ſien: Et aux lignes eſleuees en l'air, l'on prend quelconques poincts, & d'iceux on mene des lignes perpendiculaires, aux plans où ſont les angles premierement poſez; Mais des poincts qui ſont faits aux plans par les perpendiculaires, ſont conioinctes des lignes droictes: icelles contiendront angles egaux auec les lignes menees en l'air.




Soient 2. angles egaux BAC, EDF, & des ſommets A, & D, ſoient menees en l'air AG, DH, en ſorte que l'angle BAG, ſoit egal à EDH, & CAG, à FDH: Et des poincts G

& H, pris en AG, DH, soient menees GI, HK perpendiculaires aux plans des angles BAC, EDF, & conioinctes IA, KD. Ie dis que les angles GAI, HDK. sont egaux entr'eux.

Car si AG, DH, sont inegales de la plus grande AG, soit prise AL, egale à DH, & de L, soit menee LM, parallele à GI, au plan du triangle AGI: d'autant que GI, LM, sont paralleles, & GI
a 8. 11. est à angles droicts au plan de l'angle BAC; a LM sera aussi à angles droicts au meisme plan: des poincts M, K, soient menees les perpendiculaires MB, MC, KE, KF, à AB, AC, DE, DF; & conioinctes BC, BL, LC, EF, EH, HF. Et d'autãt
b 3 def. que LM, est angles droicts au plan BAC, b elle
c 47. 1. sera angle droict auec AM, menee au meisme plan. c Parquoy le quarré de AL, sera egal aux
d 47. 1. quarrez de AM, ML; d Mais le quarré de AM, est egal aux quarrez de AC, CM, l'angle ACM, estant droict par la construction. Donc le quarré de AL, est egal aux quarrez, de AC, CM, ML:
e 47. 1. e Mais le quarré de CL, est egal aux quarrez de C
f 3. def. M, ML, f l'angle CML, estant droict. Donc le quarré de AL. est egal aux quarrez de AC, CL;
g 48. 1. g partant l'angle ACL, sera droict. h Derechef,
h 47. 1. puis que le quarré de AL, i est egal aux quarrez
i 47. 1. de AM, ML, k Mais le quarré de AM, est egal
k 47. 1. aux quarrez de AB, BM, l'angle ABM, estant droict par la construction; le quarré de AL, est egal aux quarrez de AB, BM, ML: Mais
l 3. def. le quarré de BL est egal aux quarrez de BM, ML
m 48. 1. m l'angle BML estant droict. Donc le quarré de AL, est egal aux quarrez de AB, BL; n partant l'angle ABL, sera droict: Par meisme raison DFH, DEH, seront monstrez droicts. D'autant donc

que les angles ABL, LAB, du triangle LAB, sont egaux à DEH, HDE du triangle DEH; Et AL, DH, sont egaux; o les autres costez AB, BL seront egaux aux autres DE, EH. Semblablemẽt AC, CL, seront egales à DF, FH. Parquoy les costez AB, AC, du triangle ABC, sont egaux à DE, DF, du triangle DEF; & les angles contenus d'iceux BAC, EDF, egaux par l'hypothese; p les baſes BC, EF, seront egales, & ABC, ACB, egaux à DEF, DFE, chacun au sien. Mais les touts ABM, ACM, sont egaux aux touts DEK, DFK; estans tous droicts, donc les restans MBC, MCB, seront egaux aux restants kEF, kFE. Partant BC, EF, estant monstrez egaux; les costez q BM, CM, seront egaux aux costez EK, FK. D'autant donc que AC, CM, du triangle ACM, sont monstrez egaux à DF, FK, du triangle DFK, & ACM, DFK, droicts; les r baſes AM, DK, seront egales entr'elles; & BL, EH estant monstrees egales, leurs quarrez seront egaux. ſ Mais d'autant que le quarré de BL, est egal aux quarrez de BM ML, & le qu. de EH, egal aux quarrez de EK, KH; t BML, EKH, estans droicts, les quarrez de BM, ML, seront egaux aux quarrez de EK, KH. Ayant donc osté les quarrez egaux de BM, EK, monstrees egales, les quarrez restans de LM, HK, seront egaux. & partant LM, HK, egales. Parquoy puis que les costez AL, AM, du triangle ALM, sont egaux à DH, DK, du triangle DHK, & la baſe LM, egale à la baſe HK; u les angles LAM, HDK seront egaux. Donc si deux angles plãs &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

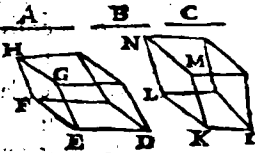
o 26. 1.
p 4. 1.
q 26. 1.
r 4. 1.
ſ 47. 1. t 3. def.
u 8. 1.

## COROLLAIRE.

Partant s'il y a deux angles plans egaux, de sommets desquels l'on ait mené en l'air des lignes droictes egales, contenant angles egaux auec les lignes premierement posees, chacun au sien. Les perpendiculaires menees des extremitez d'icelles lignes esleuees en l'air sur les plans des angles premierement posez, seront egales entr'elles. Car les angles plans BAC, EDF, estant posez egaux, & AL, DH, esleuees en haut constituant angles egaux LAB, HDE, & LAC, HDF, il a esté demonstré que LM, HK, perpendiculaires sont egales entr'elles.

xxxviij THEOREME 31. PROP. 36.

S'il y a trois lignes droictes proportionelles: Le solide parallelipede constitué d'icelles, est egal au solide parallelipede, descrit de la moyenne, pourueu qu'il soit equilateral, mais equiangle au susdit.




Soient A, B, C, continuellement proportionelles, & soit constitué l'angle solide E, de 3. angles plãs quelconques DEF, DEG, FEG, en sorte que DE, soit egale à A, & EF, à B, & EG, à C. Et ayant accomply les parallelogrammes, DF, FG, GD,

soit acheué le parallelipede DH, qui est dit estre contenu des trois lignes A, B, C, ou faict d'icelles. [a] Puis à la droicte IK, & à vn poinct d'icelle K, soit fait l'angle solide K, egal à l'angle solide E, des trois angles plans IKL, IKM, LKM, qui soient egaux aux 3. DEF, DEG, FEG, en sorte que IK, KL, KM, soient egales chacune à la moyenne B. Et ayant accomply les parallelogrammes IL, LM, MI, soit acheué le parallelipede IN, qui est dit estre cõtenu sous la ligne B, ou descrit d'icelle. Ie dis que le solide DH est egal au solide IN. Car puis que comme DE, à IK, ainsi KM, à EG, (DE estant prise egale à A, & IK, KM, à B; & EG, à C.) & les angles DEG, IKM; egaux à B: [b] les parallelogrammes DG, IM, seront egaux, ayant les costez autour des angles egaux reciproques: Mais d'autant que les angles plans DEG, IKM sont egaux, du sommet desquels sont menees les lignes EF, KL, en l'air, contenant angles egaux auec les lignes premierement posees par la construction, chacun au sien; les perpendiculaires menees de F, L, au plan des bases DG, IM, sçauoir les hauteurs des parallelipedes DH, IN, si les bases sont DG, IM, egales entr'elles: [d] Partant les parallelipedes DH, IN, ayant les bases DG, IM, egales, & les hauteurs aussi egales, seront egaux entr'eux. Donc si trois lignes droictes sont proportionelles, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

a 26. 11.

b 14. 6.

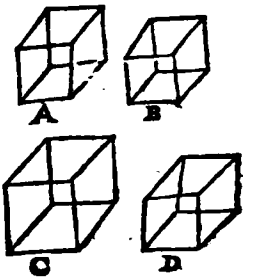
c corol. 35. 11.

d 31. 11.

## THEOREME 32. PROP. 37. xxxix.

Si quatre lignes droictes sont proportio-

nelles: les ſolides parallelipedes ſemblables & ſemblablement deſcrits d'icelles, ſeront auſſi proportionaux: Et ſi les ſolides parallelipedes, leſquels ſont auſſi ſemblables & ſemblablement deſcrits, ſont proportionaux: Icelles lignes droictes ſeront auſſi proportionelles.




Soient quatre lignes proportionelles A, B, C, D, ſçauoir comme A à B, ainſi C, à D. Et ſoient conſtituez ſur A & B, deux parallelipedes A, & B, ſemblables & ſemblablement deſcrits; item ſur C & D, deux autres C & D, ſemblables & ſemblablement poſez, ſoit que ceux-cy ſoient ſemblables à ceux-là, ou non. Ie dis que comme le ſolide A, eſt au ſolide B, ainſi le ſolide C, au ſolide D.

a 33. 11. Car a puis que le ſolide A, eſt au ſolide B, en raiſon triplee de la droicte ligne A, à la droicte B; Item le ſolide C, au ſolide D, en raiſon triplee, de la ligne droicte C, à la droicte D: les raiſons des ſolides A, à B, & C à D, ſeront egales; d'autant qu'elles ſont triplees des raiſons egales, ſçauoir de la raiſon de la ligne droicte A, à la droicte B, & de la ligne droicte C, à la droicte D. Ce qui eſt premierement propoſé.

Secondement soit comme le solide A, au solide B, ainsi le solide C, au solide D. Ie dis que cõme la ligne droicte A, est à la ligne droicte B, ainsi la droicte ligne C, est à la droicte D. b Car puis que le solide A, est au solide B, en raison triplee, de la raison de la ligne A, à la ligne B; Item le solide C, est au solide D, en raison triplee de celle de la ligne C, à la ligne D: les raisons des lignes A, à B, & de C, à D, seront egales; D'autãt que les raisons d'icelles triplees, sçauoir du solide A, au solide B, & du solide C, au solide D; sont posees egales. Ce qu'il falloit secondement demonstrer. b 33. 12.

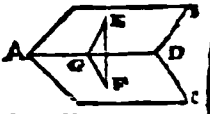
## SCHOLIE.

*Semblablement si trois lignes droictes sont proportionelles, les parallelipedes semblables & semblablement descrits d'icelles seront proportionaux, &c. Car la moyenne estant posee 2. fois auec son solide, les 4. solides seront proportionaux, comme il est demonstré. Car le solide de la 2. ligne estans egal au solide de la 3. & la 12. egale à la 3. la prop. est manifeste.*

## THEOREME 33. PROP. 38. xi.

Si vn plan est perpendiculaire à vn plan; & de quelque poinct de ceux qui sont en l'vn des plans, l'on mene vne ligne perpendieulaire à l'autre plan: La perpendiculaire menee tombera sur la cõmune section des plans.

Soit le plan AB, perpendiculaire au plan AC: leur commune section soit AD ; & du poinct du plan AB soit menee vne perpendiculaire au plan AC. Ie dis qu'icelle tõbera sur la commune section AD.



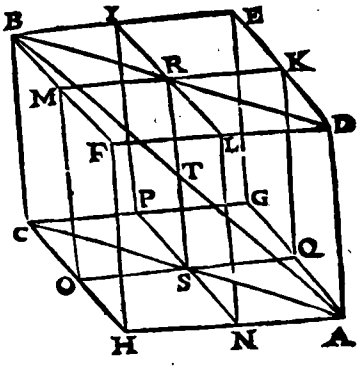

Car autrement qu'elle tombe ailleurs, s'il e
a 12. 1. possible, comme à F, a & de F, au plan AC, so menee FG, perpendiculaire à AD ; & soit co ioincte EG, au plan AB. D'autant donc que FG
b 4. def. est perpendiculaire à la commune section AD,
c 3 def. elle sera aussi perpendiculaire au plan AB, c E partant perpendic. aussi à GE. c Mais EF, e aussi perpend. à FG. Donc au triangle EFG, le deux angles, EFG, EGF, sont droicts, ce qui e
d 17. 1. absurde, d estãs moindres que deux droicts. Dõc la perpendiculaire menee de E, au plan AC, n tombera hors la commune section, dõc sur icel le. Partant si vn plan est perpendiculaire à v vn plan, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## xxx. THEOREME 34. PROP. 39.

Si les costez des plans opposez d'vn soli de parallelipede, sont couppez en deux egalement : & que par les sections, l'on mene des plans, la commune section des plans, & le diametre du solide parallelipede, se coupperont egalement l'vn l'autre.

Soient les plans opposez AC, BD, du plan pa-

rallelipede AB, deſquels tous les coſtez ſoient couppez en deux egalement aux poincts, I, K, L, M, N, O, P, Q, par leſquels ſoient menez deux plans IN, KO, dont la commune ſection ſoit RS; ſoit auſſi mené le diametre AB. Ie dis que la droicte ligne RS, & le diametre AB, ſe couppent en deux egalement.




Car ayant conioinct RB, RD, SA, SC; ſoient conſiderez deux triangles, AQS, COS. D'autant donc que les coſtez AQ, QS, du triangle AQS, ſont egaux aux coſtez CO, OS, du triangle COS; (car AQ, CO, ſont moitiez des egales AG, CH, [a] Et QS, OS, ſont egales aux 2. egales AN, HN, eſtant AS, HS, parallelogrammes) [b] Et l'angle AQS, egal à l'alterne COS: les [c] baſes AS, CS, ſeront egales, & les angles ASQ, CSO, egaux. [d] Mais les angles ASQ, ASO, ſont egaux à deux droicts; Donc CSO, ASO, ſont auſſi egaux à deux droicts: [e] Partant AS, CS, feront vne ſeule ligne droicte: Semblablement BR, DR, ſeront monſtrees egales, & faire vne ſeule ligne droicte. Derechef, d'autant que tant AD, que BC. eſt parallele & egale à FH, à cauſe des parallelogrammes AF, FC, [f] elles ſeront auſſi paral-

[a] 34. 1.
[b] 29. 1.
[c] 4. 1.
[d] 13 1.
[e] 14. 1.
[f] 9. 11.

leles entr'elles & egales. g Parquoy AC, BD, qui les conioignent aux extremitez, ſont auſſi egales & paralleles; Donc leurs moitiez AS, BR; ſont egales. Mais d'autant que AC, BD, ſont paralleles, h AB, RS, ſeront en vn meſme plan auec icelles, partant ſe coupperont l'vne l'autre, ſçauoir au poinct T. Mais i puis que les 2. angles AST, ATS, du triangle AST, ſont egaux aux 2. BRT, BTR, du triangle BRT, & le coſté AS, au coſté BR: k les autres coſtez TA, TS, ſerõt egaux aux autres TB, TR: Partant AB, RS, ſe coupent l'vne l'autre en deux egalement au poinct T. Parquoy ſi les coſtez oppoſez, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

g 33. 1.
h 7. 11.
i 29 & 15. 1.
k 26. 1.

## COROLLAIRE.

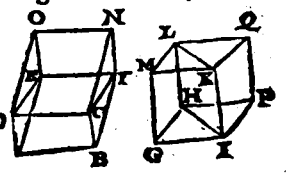
Il s'enſuit de ceſte demonſtration qu'en tout parallelipede, tous les diametres ſe couppent l'vn l'autre en 2. egalement à vn poinct; ſçauoir au poinct T, où ils diuiſent en deux parties egales (comme il eſt monſtré icy) la ligne RS. Et tout plan couppant le parallelipede en 2. egalement, paſſe par le centre d'iceluy comme par le poinct T.

## THEOREME 35. PROP. 40.

xxxj.

Si deux priſmes ſont de meſme hauteur, deſquels l'vn ait vn parallelogramme pour baſe, & l'autre vn triangle: Et que le parallelogramme ſoit double du triangle, iceux priſmes ſeront egaux.

Soient deux prismes d'egale hauteur, ABCDEF, GHIKLM, dont celuy-là ait pour base le parallelogrãme ABCD, & cestuy-cy le triãgle GHI, & soit le parallelogramme AC double du triangle GHI. Ie dis qu'iceux prismes sont egaux.




Car soient accomplis les parallelipedes AN, GQ, prolongeant les plans des triangles, pour faire les parallelogrammes BN, AO, GP, MQ; Car ayant mené NO, PQ, on aura constitué 2. parallelip. AN, GQ de mesme hauteur que les prismes; & desquels les plans opposez sont parallels, comme il est facile à colliger de la 15. p. de ce li. [a] D'autant donc que le parallelogramme GP est double du triangle GHI. & le parallelogr. AC, est posé double du mesme triangle GHI, les paral. AC, GP serõt egaux. [b] Partãt AN GQ, de mesme hauteur, & sur bases egales à C, GP, sõt egaux entr'eux. Dõc leurs moitiez, sçauoir les prismes ABCDEF, GHIkLM, ([c] Car les parallelip. AN, GQ sont couppez chacun en 2. prismes egaux, par les diametres des plans opposez CF, DE, HI, LK) sont aussi egaux entr'eux. Donc si deux prismes, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[a] 34. 1.
[b] 31. 11.
[c] 32. 11.

Fin de l'vnzieſme liure.

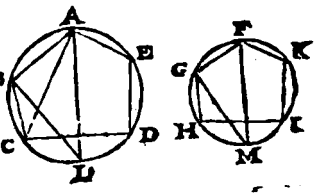
# LIVRE DOVZIESME DES ELEMENS D'EVCLIDE, ET LE second des solides.

## THEOREME 1. PROP. 1.

**Les Polygones semblables, inscrits aux cercles, sont l'vn à l'autre, comme les quarrez descrits des diametres des cercles.**

SOIENT deux polygones semblables ABCDE, FGHIk, descrits aux cercles, desquels les diametres sont AL, FM. Ie dis que le polygone ABCDE, est au polygone FGHIK, comme le quarré du diametre AL, au quarré du diametre FM.

Car soient menees AC, FH, soustendantes les angles egaux ABC, FGH, & soient conioinctes BL



(*Soit tiree vne li. de F à H, qui eſt laiſſee en la figure.*)
GM. Dõc à cauſe de la ſẽblance des polygones A B eſtãt à BC cõme FG à GH, a les triãgles ABC, FGH, ſeront equiangles, ayant les coſtez autour des angles egaux ABC, FGH, proportionaux: b mais l'angle ALB, eſt égal à l'angle ACB; & l'angle FMG, égal à FHG: donc ALB, FMG ſeront egaux: Parquoy ABL, FGM eſtant auſſi egaux, c ſçauoir droicts aux demicercles; d les reſtans BAL, GFM ſeront egaux. e Donc comme AL à AB, ainſi FM à FG; & en changeant, f comme AL, à FM, ainſi AB à FG. f Partant comme le quarré de AL, au quarré de FM, ainſi le polygone ABCDE, deſcrit ſur la droicte ligne AB, au polygone FGHK deſcrit ſur FG; puis que tant les quarrez que les polygones ſont figures ſemblables & ſemblablement deſcrites. Donc, les polygones ſemblables, &c. ce qu'il failloit demonſtrer.

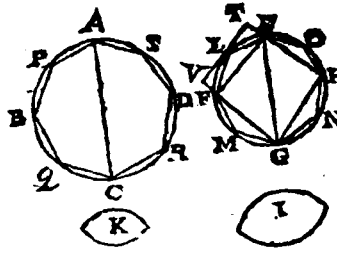
a. ſix 6.
b 22. 3.
c 32. 3.
d 32. 1.
e 4. 6.
f 22. 6.

## THEOREME 2. PROP. 2. ij.

### Les cercles ſont l'vn à l'autre comme les quarrez de leurs diametres.

Soient les 2. cercles ABCD, EFGH, dont les dametres ſont AC, EG. Ie dis que comme le quarré de AC eſt au quarré de EG, ainſi le cercle ABCD, eſt au cercle EFGH: c'eſt à dire que ſi on entend que comme le quarré de AC eſt au q. de EG ainſi le cercle ABC ſoit à quelque autre figure 4. proportionelle, comme à I, que I eſt egale au cercle EFGH.

Car s'il n'eſt ainſi, I ſera moindre ou plus grande: Que I ſoit donc premierement plus petite, ſi




faire ce petit, & le cercle E F G H, ſoit plus grand que I, de la figure K. a Mais pourtant retranchez plus de la moitié du cercle E F G H, & du reſte plus de la moitié, tant de fois qu'il demeure à la fin vne grandeur, moindre que K: ſoit b inſcrit en iceluy cercle le q. E F G H; c qui ſera plus grãd que la moitié du cercle. Si les 4. ſegments du cercle ſont moindres que K, l'on a le requis: Sinon ſoient couppees les arcs E F, F G, G H, H E, en 2. egalement par L, M, N, O, & ſoit inſcrit l'octogone au cercle, menant E L, L F, F M, M G, G N, N H, H O, O E. Il appert qu'il y aura 4. triãgles egaux dans les 4. ſegments egaux, & que chacun comme F L E, excedera la moitié de ſa ſection, le triangle Iſoſcele E L F, d eſtant moitié du rectangle de meſme hauteur, deſcrit ſur la baſe E F, comme E V, qui eſt plus grand que la ſection F L E. Maintenant ſoient les 8. figures reſtantes F M, M G, &c. plus petites que K: Car ſi ainſi n'eſtoit faudroit diuiſer les arcs derniers, & touſiours inſcrire des polygones, dont le dernier auroit les coſtez doubles en multitude à ceux de ſon precedent, & oſter touſiours plus de la moitié de chaque ſegment, à ſçauoir ſon triangle Iſoſcele: Il eſt euident que les dernieres ſections ſeront en fin moindres que K. Finalement ſoient donc leſdites 8. ſections reſtantes moindres que K. Il eſt manifeſte que le dit octo-

a 10.10.
b 6.4.
c Schol. 9.4.
d 41.1.

gone sera plus grand que I; I & K ensemble estant egales au cercle EF, GH. Soit aussi descrit vn octogone semblable dans le cercle ABCD; couppans en deux egalement chacun des demicercles ABC, ADC, par B & D, & chaque partie de rechef en 2. egalement par P, Q, R, S. & ayant conioint des lignes droictes à tous lesdits poincts. Il est manifeste que la figure octogone inscrite sera semblable à l'octogone inscrit au cercle E F G H. e Et ledit octogone du cercle A B C D, sera à l'octogone du cercl. E F G H comme le quarré du diametre AC au q. du diam. EG: mais comme le q. de AC au q. de EG, ainsi le cercle A B C D est à I; f donc comme le polygone AQS, au polygone EMO, ainsi le cercle A B C sera à I. Mais le polygone AQS est moindre que le cercle ABC, g dõc le polygone EMO sera moindre aussi que I. ce qui est absurde, estant monstré plus grand. Donc la figure I ne peut estre moindre que le cercle EFGH. e 1. 12. f 11. 5. g 14. 5.

Elle ne peut aussi estre plus grande; car le cercle ABC estant à I. comme le q. de AC au q. de EG; en changeant I sera au cercle ABC, comme le q. de EG au q. de AC: mais soit entendu que cõme I est au cercle ABC, ainsi le cercle EFG à quelque autre comme à K: donc h comme I est plus grande que le cercle EFG, ainsi le cercle ABC sera plus grand que K. i & le cercle A B C sera à K comme le q. de ABC, au q. de EFG: Ce qui est contre la premiere partie de ceste proposition, où est monstré qu'vn des cercles estant à vne figure en la raison des q. des diametres: que telle figure ne peut estre moindre que l'autre cercle: donc I ne peut estre plus grande que le h 14. 5. i 11. 5.

cercle EFG, ny moindre comme en la 1. partie: partant egale. Donc les cercles, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

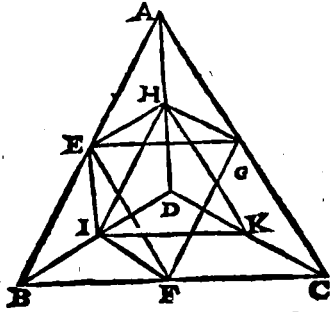
## COROLLAIRE.

De là s'enſuit que comme le cercle eſt au cercle, ainſi le polygone deſcrit en celuy là eſt au polygone ſemblable deſcrit en cetuy cy; Puis que tant le cercle eſt au cercle, que le polygone au polygone, comme le quarré du diametre au q. du diametre: comme il eſt demonſtré.

## THEOREME 3. PROP. 3.

iij. Toute Pyramide ayant la baſe triangulaire, ſe peut diuiſer en deux pyramides egales, & ſemblables entr'elles, ayants les baſes triangulaires, & ſemblables à la toute; Et en deux priſmes egaux, leſquels deux priſmes ſont plus grands que la moitié de toute la pyramide.

Soit la pyramide dont la baſe eſt le triangle ABC, & le ſommet D. Soient couppez tous ſes coſtez en 2. egalement par E, F, G, H, I, K, & & conioinctes EF, FG, GE, HI, IK, KH, HE, EI, IF. Ainſi elle eſt diuiſee en 2. pyramides AEGH, HIKD, dont les baſes ſont les triangles AEG, HIK, & les ſommets HD; & en deux ſolides EBFGHI, CFGHIK, dõt la baſe de celuy là eſt le parallelogrãme EBFG; & les triangles EHG, BIF, mais la baſe de celuy-cy eſt le triãgle CFG,




auquel eſt oppoſé le triãgle KIH, leſquels priſmes ont pour terme commun le parallelogramme FGHI; compoſans auec les 2. pyramides, la pyramide totale: Ie dis que ces 2. pyramides ſont egales & ſemblables entr'elles & ſemblables à la toute; & que ces 2. priſmes ſont egaux entr'eux & plus grands que la moitié de toute la pyramide.

Car AD, DB, coſtez du triangle ADB, eſtant couppez en 2. egalement & partant proportionnellement a HI, AB ſeront paralleles; & auſſi Ik, BC, & Hk, AC, & EG, BC, & EF, AC; & FG, AB; & EH, BD; EI, AD; & IF, DC & HG, DC, paralleles par meſme raiſon. b Mais FG, HI, eſtant paralleles à AB, ſont paralleles entr'elles; & ainſi GH, FI, eſtant paralleles à DC, le ſont auſſi entr'elles; donc AEIH, HEBI, IDHE; EBFG, GHKC, CKIF, FGHI, ſont parallelogrammes. Mais HE, HG eſtant paralleles à DB, DC; les c angles EHG, BDC, ſont egaux; par meſme raiſon HEG, DBC, & HGE, DCB, ſeront egaux. d Partant les coſtez du triãgle HEG ſont proportionaux aux coſtez du triãgle DBC, à l'entour des angles egaux: parquoy le triangle HEG, eſt ſemblable au triangle DBC. e Mais les triangles HAE, HAG, AEG, ſont auſſi ſemblables aux ttiangles DAB, DAC, ABC. f Donc la pyramide AEGH, eſt ſemblable à la pyramide

a 2 6.
b 9.11.
c 10.11.
d 4 6.
e corol. 4.6.
f 9.d.11.

ABCD. De rechef HI, HK, estant paralleles: AB, AC; g les angles IHk, BAC, seront egaux & semblablement HIK, ABC, & HKI, ACB egaux. h Parquoy les costez du triangle HIk, sont proportionaux aux costez du triangle ABC autour des angles egaux, & le triangle HIk est semblable au triangle ABC: mais les triangles DHI, DIK, DKH, sont i semblables aux triangles DAB, DCB, DCA, donc la pyr. k HIKD est aussi semblable à la pyram. ABCD: Mais les triangles AHE, HDI, estant semblables au triangle à ADB, comme l il est monstré m seront aussi semblables entr'eux, & estāt constituez sur AH, HD egales, n ils seront egaux: par mesme raison AHG, HDK, seront egaux & semblables estant monstrez semblables au triangle ADC, & constituez sur lignes egales AH, HD: & ainsi les triangles AEG, HIK seront egaux & semblables, estant monstrez semblables au triangle ABC, & posez sur AE, HI, egales, o estant costez opposez du parallelo. AEHI. Item EHG, IDK serōt egaux & semblables, estant monstrez semblables au triangle BDC, & ayant HE, DI egales, p au parallelog. HEID. Donc les pyramides AEGH, HIKD q sont egales & semblables, tous les triangles de l'vne estant monstrez egaux & semblables à tous les triangles de l'autre.

g 10. 11.
h 4. 6.
i corol. 4. 6.
k 9. d. 11
l corol. 4. 6.
m 21. 6.
n Lemme 12. 6.
o 34. 1.
p 34. 1.
q 10. d. 14.

a 34. 1. De rechef a EH, HG, GE estant egales & paralleles à BI, IF, FB, aux parallelogr. EHIB, FGHI, BFGE; les triangles EHG, BFI. b seront equiangles & egaux entr'eux, & pattant semblables; c mais ils sont aussi paralleles EH, HG, par lesquelles le plan EHG est mené estant paralleles à BI, IF, par lesquelles est mené le plan BIF.

a 34. 1.
b corol. 2. 1.
c 15. 11.

Donc le solide BIFGHE, contenu des 2. triangles EHG, BIF, egaux, semblables & paralleles opposez, & des 3. parallelogrammes EGFB, BEHI, IFGH est prisme par la definition. Ainsi le solide CFGHIK sera monstré prisme d car FC, CG, GF estant egales & paralleles à IK, KH, HI, aux parallelogr. CFIK, CGHK, FGHI, les triangles CFG, HIK seront egaux & equiangles entr'eux & partant semblables: e Mais ils sont paralleles, C F, C G, par lesquelles est mené le plan C F G, estant paralleles à K I, K H, par lesquelles passe le plan KIH. Donc le solide CFG HIK contenu des deux triangles opposez CFG, HIK, egaux semblables & paralleles, & des trois parallelogrammes, C F I K, K H G C, I F G H, est prisme: Et iceux prismes EBFGHI, CFGH IK sont de mesme hauteur, sçauoir entre les plans paralleles B C G E, HIK, & la base quadrangulaire estant double de la triangulaire. f Ils seront egaux entr'eux.

d 34. 1.
e 15 11.
f 40. 11.

Finalement le prisme E B F G H I, estant plus grand que la pyramide EBFI le tout que sa partie; mais EBFI, pyram. est egale & semblable à la pyram. A E G H, & aussi à la pyram. H I K D, comme il est manifeste par l'egalité & similitude des triangles: Les prismes EB F G H I, CFG HIK, seront plus grands que les pyram. AEGH, HIK D: Partant iceux prismes excedent la moitié de la pyram. totale A B C D; mais icelles pyram. defaillent de la moitié de la mesme totale. Car vn tout estant diuisé en 2. parties inegales, la plus grande partie excede la moitié d'iceluy, & la moindre defaut d'icelle moitié. Donc toute pyramide ayant la base triangulaire, &c. Ce qu'il

falloit demonſtrer.

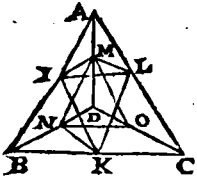
## IV. THEOREME 4. PROP. 4.

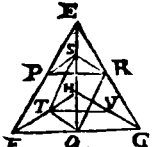
S'il y a deux Pyramides de meſme hauteur ayant les baſes triangulaires; & que chacune d'icelles ſoit diuiſee en deux pyramides egales entr'elles, & ſemblables à la toute; & en deux priſmes egaux; Et que ſemblablement l'vne & l'autre des pyramides prouenuës de ceſte premiere diuiſion ſoit diuiſee; & que celà ſe face touſiours de meſme façon: Comme la baſe de l'vne des pyramides ſera à la baſe de l'autre; ainſi auſſi tous les priſmes qui ſont en l'vne des pyramides ſeront à tous les priſmes de l'autre, egaux en multitude.

Soient ſur les baſes triangulaires ABC, EFG, 2. pyramides ABCD, EFGH de meſme hauteur, dont les coſtez ſoient diuiſez en 2. egalement, & conionctes des lignes droictes des diuiſions comme en la precedente, en ſorte que chacune ſoit diuiſee en deux pyramides egales entr'elles & ſemblables à la toute, ſçauoir en AILM, MNOD, EPRS, STVH; & en deux priſmes egaux IBKLMN, CKLMNO, PFQRST, GQRSTV; comme veut la precedente: Et que les pyramides faictes AILM, MNOD, EPRS, STVH ſoient entẽduës eſtre diuiſees de meſme, & ainſi de ſuite. Ie dis que tous les priſ-

mes faicts en la pyramide ABCD, ſont à tous les priſmes faicts en la pyramide, EFGH, egaux aux premiers en multitude, comme la baſe ABC, à la baſe EFG.

Car puis que comme BC à CK, ainſi FG à GQ, l'vne & l'autre ligne eſtant diuiſee en deux egalement; & les triangles ABC, LKC, eſtant ſemblables & ſembla-




blement poſez[a] Itẽ les EFG, RQG: [b] auſſi comme le triangle ABC ſera au triang. LKC, ainſi le triangle EFG au triang. RQG. & en changeant, comme ABC à EFG, ainſi LKC, à RQG, mais cõme LKC à RQG ainſi le priſme CKLMNO au priſme GQRSTV, comme ſera monſtré incontinent, & partant ainſi le priſme IBKLMN, au priſme PFQRST, ceux-cy eſtant egaux à ceux-là: Et comme vn priſme ſeul, ſçauoir IBKLMN à vn ſeul priſ. PFQRST: [c] ainſi les 2. priſmes IBKLMN, CKLMNO, enſemble, ſont aux 2. PFQRST, GQRSTV enſemble. Donc auſſi comme la baſe ABC, à la baſe EFG, ainſi les 2. priſmes en la pyram. ABCD, au 2. en la pyramide EFGH: ſemblablement on monſtrera que les 2. priſmes qui ſont aux pyramides AILM, MNOD, faictes en la pyram. ABCD, ſont aux 2. priſmes qui ſont aux pyram. EPRS. STVH, faictes en la pyram. EFGH, comme les baſes AIL, MNO, de ces pyram. là ſont aux baſes EPR, STV, de celles-cy: & ainſi de ſuitte faiſant touſiours la meſme diuiſion. Mais com-

[a] corol. 4.6.
[b] 22.6.
[c] 12.5.

me ces baſes là celles-cy, ainſi LKC, baſe qui eſt egale à celles là & ſemblable, eſt à la baſe RQG, qui eſt egale & ſemblable à celles cy, comme il eſt demõſtré en la precedente, c'eſt à dire, ainſi la baſe ABC, à la baſe EFG. Donc auſſi comme la baſe A B C à la baſe E F G, ainſi les priſmes de chaque pyram. faicte en la pyramide de ABCD, ſeront aux priſmes de chaque pyram. faicte en la pyram. EFGH; Partant auſſi comme les priſmes de la pyram. A B C D aux priſmes de la pyr. EEGH, ainſi les priſmes tant de la pyra. AILM, ſont aux priſmes de la pyram. E P R S, que ceux de la pyram. MNOD, à ceux de STVH, & ainſi de ſuitte. Parquoy puis que comme 2. priſmes de la pyram. ABCD, ſont à 2. priſmes de la pyr. EFGH, d ainſi tous les priſmes qui ſont aux pyramides ABCD, AILM, MNOD, &c. enſemble, ſont à tous les priſmes enſemble, qui ſont aux pyramides, E F G H, E P R S, STVH, &c. Si ceux-cy ſont egaux en multitude à ceux là. Pareillement cõme la baſe ABC à la baſe EFG. ainſi tous les priſmes de la pyramide A B C D à tous les priſmes de la pyramide EFGH. Partant ſi deux pyramides de meſme hauteur ayant les baſes triangulaires, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

d 12. 5.

## LEMME.

*Or que comme* LKC *eſt à* RQG, *ainſi le priſme* CkL MNO *au priſme* GQRSTV, *on le monſtrera ainſi: ſoient entendues des perpendiculaires menees des ſommets D, H ſur les baſes ABC, EFG, leſquelles ſeront les hauteurs egales des pyramides ABCD, EFFH. D'autant donc que les plans paralleles ABC, MNO,*

*a couppent 2. lignes droictes, ſçauoir DC, & la perpendiculaire menee de D, proportionellement, mais DC eſt couppee en 2. egalement à O; la perpendiculaire menee de D. ſera auſſi couppee en 2. egalement au poinct, où elle rencontre le plan MNO: par meſme raiſon la perpend. menee de H ſera couppee en 2. egalement par le plan STV; parquoy les perpend. totales eſtant poſees egales, leurs moitiez, ſçauoir la hauteur des priſmes ſeront egales; donc les priſmes CKLMNO, GQRSTV ayant hauteurs egales, b ſeront entr'eux comme les baſes IKC, RQG.* a 17. 11. b 34. 11.

## SCHOLIE.

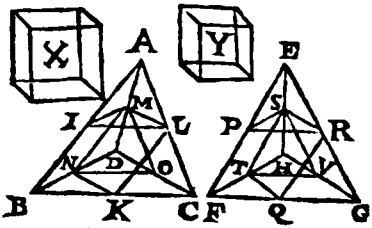
*Henrion a pris la demonſtration de ceſte propoſition de Clauius, mot pour mot, où eſt cité le coroll. de la 4. prop. du 6. liur. lequel Coroll. il n'a pas mis en ſon liure, encore qu'il le cite auſſi à d'autres propoſ. cy apres comme à la 4. du 15. l. &c. tellement que ceux qui auront ſont liure auroient auſſi beſoin d'auoir celuy de Clauius.*

## THEOREME 5. PROP. 5.

V.

Les Pyramides qui ſont de meſme hauteur, & ayant les baſes triangulaires, ſont l'vne à l'autre comme leurs baſes.

Soient ABCD, EFGH, pyramides de meſme hauteur, dont les baſes ſont les triangles ABC, EFG. Ie dis que la pyramide eſt à la pyramide comme la baſe à la baſe. Car s'il n'eſt ainſi, ſoit poſé comme la baſe ABC, à la baſe EFG, ainſi la pyramide ABCD, au ſolide X qui ſera moindre ou plus grand que la pyramide EFGH. Soit




premierement de X. Et soit diuisee la pyram. EFGH en 2. pyr. egales & en 2. prismes egaux, selon la 3. p. 12. De rechef les 2. pyram. faictes en EFGH, soient pareillement diuisees en 2. pyramides egales & en deux prismes egaux, & ainsi de suite. D'autant donc que si de la pyramide E F G H, on oste plus de la moitié, sçauoir les 2. prismes, P F Q R S T, G Q R S T V; a 3 12. plus a grãds que la moitié de la pyram. EFGH. Item des pyram. restantes EPRS, STVH, plus de la moitié, sçauoir leurs prismes & ainsi de suitte; b 1. 10. Il restera en fin vne moindre grãdeur que Y, excez de EFGK, sur le solide X. Soit donc maintenant la grandeur restãte moindre: Mais la pyr. EFGH estant posee egale aux solides X, Y, les prismes restans en la pyram. EFGH, seront plus grands que X. Soit diuisee la pyram. ABCD en 2. pyram. egales & en 2. prismes egaux: & aussi semblablement, les pyram. faictes, A I L M, M N O D, en 2. pyram. egales & en 2. prismes egaux; & cela soit faict autant de fois qu'en la c 4. 12. pyram. E F G H. c D'autant donc que tous les prismes en la pyram. A B C D, sont à tous ceux de la pyram. EFGH, egaux en nombre, comme la base A B C à la base E F G, c'est à dire comme la pyram. A B C D à X. Mais tous les prismes en la pyram. A B C D, estant moindres que la toute d 14. 5. A B C D; d Aussi tous les prismes en la pyram.

EFGH, seront moindres que le sol. X. Mais ils sont aussi monstrez plus grands. Ce qui est absurde. Donc X n'est moindre que EFGH.

Soit en apres le solide X plus grand que la pyram. EFGH. Donc la pyram. ABCD estant posee à X comme la base ABC à la base EFG: par conuersion de raison X sera à ABCD, comme la base EFG à la base ABC. Comme X est à ABCD pyram. ainsi la pyram. EFGH, soit posee au solide Y. Et X estant posé plus grand que EFGH, e la pyram. ABCD, sera plus grande que Y. Donc comme la base EFG, est à la base ABC, ainsi la pyram. EFGH, à Y. qui est moindre que la pyramide ABCD. Ce qui est absurde. Estant desia monstré que comme la base est à la base, ainsi la pyramide ne peut estre à vn solide moindre que la pyramide. Donc le solide X n'est plus grand que la pyramide EFGH, & aussi est monstré n'estre moindre, partant egal. Parquoy puis que comme la base ABC est à la base EFG, ainsi la pyramide ABCD, est posee à X. f Mais ABCD pyram. est à X, comme à la pyram. EFGH egale à X solide. Aussi comme la base ABC à la base EFH, ainsi la pyr. ABCD, à la pyramide EFGH. Donc les pyramides de mesme hauteur, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

e 14. 5.

f 9. 5.

## SCHOLIE.

*En conuertissant. Si les pyramides triangulaires sont l'vne à l'autre comme leurs bases, elles seront de mesme hauteur. Car si on croit l'vne plus haute que l'autre; de la plus haute en soit couppé vne egale à la moindre. Et menees des lignes droictes à tous les angles de la ba-*

*se, du poinct de la section: Comme la base à la base, ainsi la pyramide à la pyramide lors cõstituees; mais elle estoit aussi ainsi à toute la pyr.: g Parquoy la pyramide constituee sera egale à la toute: la partie à son tout. Ce qui est impossible.*

g 9.5.

## COROLLAIRE.

D'icy il aduient que les pyramides de mesme hauteur constituees sur mesme base, ou bases egales triangulaires sont egales entr'elles; ayants mesme raison que leurs bases qui sont posees egales, ou vne mesme.

Il s'ensuit au contraire que les pyramides triangulaires egales, constituees sur vne mesme base ou bases egales, sont de mesme hauteur. Et que les pyramides triangulaires egales ayant mesme hauteur, ont bases egales ou vne mesme, lesquelles 2. choses on monstrera par la premiere partie de ce corollaire, par mesme discours dont on a vsé en la demonstration de la conuerse de la p. 30. & 31. li. 11. Si vne autre pyramide est constituee, tant en la hauteur que sur la base retranchee.

VI. THEOREME 6. PROP. 6.

Les pyramides qui sont de mesme hauteur, & ayans les bases polygones, sont l'vne à l'autre comme leurs bases.

Soient les pyramides A B C D E F, G H I K L M. Dont les bases A B C D E, G H I K L ont les costez egaux en multitude. Ie dis que la pyramide est à la pyramide comme la base à la base.




Car ayant reduit les baſes en triangles egaux en nombre, chacune pyramide ſera diuiſee en autant de pyramides triangulaires. a Mais puis que comme la baſe A B C eſt à la baſe A C D, ainſi la pyramide ABCF, à la pyram. ACDF, en compoſant comme la baſe A B C D, à la baſe A C D, ainſi la pyram. ABCDF, à la pyram. A C D F: b Mais de rechef, comme la baſe A C D, à la baſe A D E, ainſi la pyramide A C D F, à la pyram. A D E F: Donc en raiſon egale comme la baſe A B C D, à la baſe A D E, ainſi la pyramide A B C D F, à la pyram. A D E F: Donc en compoſant comme la baſe A B C D E, à la baſe A D E, ainſi la pyram. A B C D E F ſera à la pyram. A D E F. Par meſme raiſon, comme la baſe G H I K L, ſera à la baſe G K L, ainſi la pyram. G H I K L M à la pyra. G K L M: & par raiſon, conuerſe comme la baſe G K L à la baſe G H I K L, ainſi la pyram. G K L M, à la pyram. G H I K L M. c De rechef, d'autant que comme la baſe A D E eſt à la baſe G K L, ainſi la pyramide A D E F, à la pyram. G K L M; Il y aura 4. baſes A B C D E, A D E, G K L, G H I K L en meſme raiſon que les 4. pyramides A B C D E F, A D E F, G K L M, G H I K L M Donc en raiſon egale comme la baſe A B C D E, à la baſe G H I K L, ainſi la pyramide A B C D E F à la pyramide G H I K L M. Et partant les pyramides qui ont, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

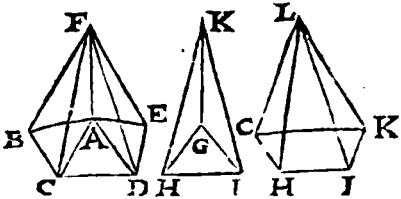
a 5. 12.

b 5. 12.

c 5. 12.

## SCHOLIE.

*Combien qu'il ſoit parlé en la demonſtration de cette p. des pyram. de meſme hauteur ſeulement, ſelon les interp. dont les baſes polygones ont les coſtez egaux en multitude. Neantmoins le meſme eſt demonſtré des*




*pyramides de meſme hauteur dõt la baſe de l'vne a plus de coſtés que celle de l'autre. Car en premier lieu ſoient 2. pyram. de meſme hauteur, ABCDEF, GHIK, & la baſe de la premiere ſoit polygone, ſçauoir pentagone, & celle de la ſeconde triangulaire. Ie dis que la pyram. eſt à la pyra[illegible] comme la baſe à la baſe: car ayant reduit le pentage[illegible] triangles*

a 5. 12. *la pyram. ſera diuiſee en autant de pyra[illegible]. a Et puis que comme la baſe ABC premiere grandeur à la baſe GHI 2. grand. ainſi la pyram. ABCF 3. à la pyram. GHIk 4. & ſemblablement comme la baſe ACD 5. à gr. à la baſe GHI, 2. ainſi la pyram. ACDF, 6. à*

b 24. 5. *la pyram. GHIK 4. gr. b Comme la baſe ABCD premiere & 5. enſemble ſera à la baſe GHI 2. ainſi la pyram. ABCDF 3. & 6. ſera à la pyram. GHIK 4. gr. De rechef d'autant que comme la baſe ABCD, eſt à la baſe GHI, ainſi la pyram. ABCDF eſt à la pyram.*

c 5. 12. *GHIk, comme il eſt demonſtré; c & que comme la baſe ADE 5. grand. eſt à la baſe GHI 2. ainſi la pyram.*

d 24. 5. *ADEF 6. à la pyram. GHIK 4. d La baſe ABCDE ſera à la baſe GHI, comme la pyram. ABCDEF eſt à la pyram. GHIK. Ce qui eſt propoſé. Et faut faire ainſi touſiours a*

*touſiours s'il y a d'auantage de triangle en la baſe polygone, &c.*

*Or la pyramide ABCDEF eſtant à la pyram. GHIK (comme eſt demonſtré,) comme la baſe polygone ABCDE, eſt à la baſe triangl. GHI: auſſi en changeant comme GHI ſera à ABCDE, ainſi GHIK ſera à ABCDEF pyram. Partant 2. quelconques pyram. dont l'vne à la baſe polygone, & l'autre triangulaire ſont touſiours comme leurs baſes, de quelque façon que l'on commence. Car ſoit que la demonſtration commence au polygone & à ſa pyram. comme appert par la demonſtr. toutesfois en changeant on peut commencer au triangle & à ſa pyramide comme dit eſt.*

*Secondement ſoient 2. pyermides de meſme hauteur ABCDEF, GHIKL, dont les baſes ſont polygones, & y a plus de coſtez en vne baſe qu'en l'autre. Ie dis que la pyramide eſt à la pyramide, comme la baſe à la baſe. Car ayant reduit le polygone ABCDE en triangles ABC, ACD, ADE; la pyramide ſera diuiſee en autant de pyramides. Et puis que comme la baſe triang. ABC, 1. gr. eſt à la baſe polygone GHIK 2. gr. ainſi la pyramide ABCF, 3. eſt à la pyramide GHIKL, 4. Et comme la baſe ACD, 5 eſt à la baſe GHIK, 2. grandeur, ainſi la pyramide ACDF, 6. eſt à la pyramide GHIKL, 4. e Auſſi comme la baſe ABCD* e 24. 5.
*1. grandeur auec la 5. ſera à la baſe GHIK, 2. ainſi la pyramide ABCDEF, 3. & 6. grandeur, ſera à la pyramide GHIKL, 4. grandeur. Derechef d'autant que comme la baſe ABCD, 1. grandeur à la baſe GHIK, 2. ainſi la pyramide ABCDEF, 3. à la pyramide GHIKL, 4. comme nous venons de demonſtrer: Et auſſi comme la baſe ADE, 5. grandeur à la baſe GHIK, 2. ainſi la pyramide ADEF, 6. à la pyramide GHIKL, 4. comme il eſt monſtré auparauant f auſſi comme* f 24. 5.

*la baſe ABCDE premiere grandeur auec la 5. à la baſe GHIK 2. ainſi la pyramide ABCDEF 3. gr. auec la 6. à la pyramide GHIKL, 4. grandeur. Ce qui eſt propoſé. On procedera de meſme s'il y a pluſieurs triangles en la baſe ABCDE. Or ceſte 6. propoſition, & ce qui eſt demonſtré en ce ſcholie ſe conuertit ainſi.*

Les pyramides de quelconques baſes qui ſont entr'elles comme leurs baſes : ſont de meſme hauteur.

*Ce qui ſera demonſtré tout de meſme que les choſes qui ont eſté dites au ſchol. de la 5. p. de ce liure ont eſté demonſtrees.*

## COROLLAIRE.

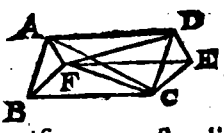
Il eſt auſſi manifeſte de là, que les pyramides de meſme hauteur conſtituees ſur baſes egales multilateres ou ſur vne meſme, ſont egales entr'elles ayant meſme proportion que leurs baſes qui ſont poſees egales ou vne meſme.

Derechef il s'enſuit au contraire que les pyramides multilateres egales, & conſtituees ſur baſes egales ou vne meſme, ont meſme hauteur. Et que les pyramides multilateres egales ayant meſme hauteur, ont les baſes egales, ſi elles ne ſont ſur vne meſme. Ces 2. choſes ſeront demonſtrees comme nous auons dit au corol. de la 5. p. de ce liure.

## THEOREME 7. PROP. 7.

Tout priſme ayant la baſe triangulaire, peut eſtre diuiſé en trois pyramides

egales entr'elles, ayant les baſes triangulaires.




Soit le priſme ABCD EF, dont les deux triangles oppoſez ſont egaux & ſemblables. A BF, DCE. Ie dis qu'iceluy priſme peut eſtre diuiſé en trois pyramides triangulaires egales entr'elles.

Car aux trois parallelogrammes ſoient menez trois diametres ſçauoir AC au parall. ABCD: CF au parall. BCEF, & FD au parall. ADEF: a D'autant que les triangles ABC, ADC, ſont egaux; b & que comme la baſe ABC, eſt à la baſe ADC, ainſi la pyramide ABCF, à la pyramide ADCF; ces pyramides ayans meſme hauteur, ſçauoir la perpendiculaire menee du ſommet F, au plan ABCD; les pyramides ABCF, ADCF, ſeront egales entr'elles: ſemblablement les pyramides ADFC, EFDC, conſtituees ſur les baſes egales ADF, EFD, & en meſme hauteur, ſçauoir de la perpendiculaire menee du ſõmet C ſur le plan ADEF, ſeront egales: mais la pyr. ADCF, eſt la meſme que la pyramide ADFC, celle-là eſtant contenue de quatre plans, ſçauoir de la baſe ADC, & des triangles ADF, ACF, DCF, & celle cy des meſmes 4. plans. Donc les 3. pyramides ABCF, ADCF, EFDC, ou CDEF (qui eſt la meſme que E F CD) compoſans tout le priſme, ſont egales entr'elles. Partant tout priſme ayant la baſe triangulaire, &c, Ce qu'il falloit demonſtrer.

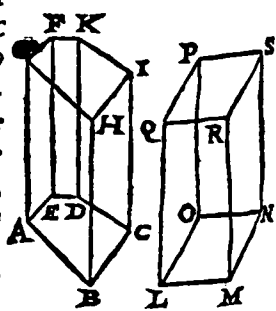
a 34 1
b 5. 12

## COROLLAIRE.

Il s'enſuit de cecy que toute pyramide eſt la tierce partie du priſme, qui a meſme hauteur, & meſme baſe qu'icelle, ou egales, ou bien tout priſme eſt triple de la pyramide qui a meſme hauteur qu'iceluy & meſme baſe, ou egales.

## SCHOLIE.

Les priſmes qui ſont ſous meſme hauteur, quelconques ſoient les baſes, ſont entr'eux comme leurs baſes.




*Soient 2. priſmes de meſme hauteur ABC DEFGHIK, LMNO PQRS, dont les baſes ſont multilateres. Ie dis que comme la baſe AC eſt à la baſe LN, ainſi le priſme eſt au priſme. Car ſi de tous les angles de l'vne & l'autre on mene des lignes à vn poinct du plan ſuperieur oppoſé à la baſe, ſe fera 2. pyramides de meſme hauteur que les priſmes ayant meſmes baſes, donc par le coroll. de ceſte p. chacune de ces pyram. ſera la tierce partie de ſon priſme.*

a 15. 5. *Partant comme la pyramide à la pyramide, ainſi le priſme ſera au priſme: mais la pyram. eſt à la pyram.*

b 6. 12. *comme la baſe à la baſe,* b *comme il eſt demonſtré. Donc comme la baſe à la baſe, ainſi le priſme au priſme, ce qui eſt propoſé.*

## COROLLAIRE. 2.

D'où il s'ensuit que les prismes de mesme hauteur sur vne mesme base, ou bases egales quelconques, sont egaux entr'eux: puis qu'ils ont mesme raison que leurs bases qui sont posees egales ou vne mesme: Au contraire les prismes egaux sur bases egales, ou vne mesme sont de mesme hauteur; & les prismes egaux de mesme hauteur ont les bases egales ou vne mesme. Ce qui sera demonstré comme à la conuerse de la 31. p. 11.

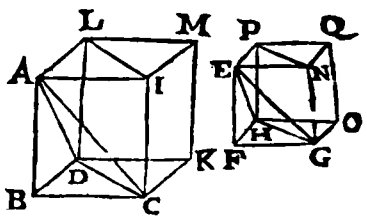
Henrion (*selon sa coustume*) *a coppié ceste prop. tout de mesme qu'elle estoit desia traduitte, sans considerer si elle est conforme ny au texte d'Euclide ny à la demõstration, ainsi.* Tout prisme est diuisé en trois pyramides egales, ayant les bases triangulaires. *Ce qui n'est pas vray, comme il est manifeste, par ce qui a esté dit cy dessus, & mesme par le corollaire qu'il a pris de Clauius, où il dit*; Il s'ensuit de cecy que toute pyramide est la tierce partie de tout prisme qui a mesme hauteur & mesme base qu'icelle, &c. *Dont si vne pyramide a pour exemple la base quadrilatere, elle sera la tierce partie d'vn prisme qui aura aussi la base quadrilatere & mesme hauteur qu'icelle; & iceluy pourra estre diuisé en 3. telles pyramides qui auront les bases quadrilateres & non triangulaires*: Et *aussi Euclide ne la pas ainsi proposé*: *mais cõme s'ensuit*: πᾶν πρίσμα τριγωνον ἔχον βάσιν, διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις, τριγώνους βάσεις ἐχούσας C'est à dire, Tout prisme ayant la base triangulaire, se diuise en trois pyramides egales entr'elles, ayant les bases triangulaires: *Or tout*

*prisme qui a la base quadrilatere est diuisé en 2. prismes ayant les bases triangulaires, chacun desquels est diuisé en 3. pyram. egales ayant les bases triangulaires. comme il est monstré, & 2. d'icelles prises ensemble font vne seule pyramide ayant la base quadrilatere, laquelle est la tierce partie de tout le prisme. Donc tout prisme n'est pas diuisé en 3. pyramides egales entr'elles ayant les bases triangulaires : mais bien tout prisme ayant la base triangulaire, comme dit Euclide, &c.*

## THEOREME 8. PROP. 8.

**Les pyramides semblables, & qui ont les bases triangulaires, sont en raison triplee de leurs costez homologues.**

Soient ABCD, EFGH, pyramides semblables ayant les bases triangulaires ABC, EFG. Ie dis qu'elles sont en raison triplee des costez de mesme raison BC, FG.




Car soient acheuez les parallippedes BM, FQ, les pyramides estant semblables les angles plans A BC, EFG sont egaux, & comme AB, à BC, ainsi EF, à FG, les parallelogram. BI, FN, seront semblables : Semblablement les angles ABD, EFH estant egaux, & comme AB, à BD, ainsi EF, à FH : Item les angles DBC, HFG egaux, & comme DB, à BC, ainsi HF, à FG : les

parallelogram. AL, Bk, seront semblables aux parallelogr. FP, FO. [a] Mais tant les 3. BI, Bκ, BL, du parallelip. BM, sont egaux & semblables aux 3. opposez DM, AM, CM, que les 3. FN, FO, FP, du parallelip. FQ, le sont aux 3. opposez HQ, EQ, GQ. Donc les 6. plans contenant le solide BM, sont egaux aux 6. du solide FQ. [b] Parquoy les parallelip. BM, FQ, sont semblables: mais d'autant que les lignes LI, PN, estant menees les [c] prismes DBCILA, HFGNPE ont mesme raison que les parallelip. BM, FQ, leurs doubles, & les pyramides ABCD, EFGH, mesme raison que lesdits prismes triples d'icelles; [d] les pyramides auront aussi mesme raison que les parallelip. Mais [e] les parallelip. BM, FQ, estant en raison triplee de leurs costez homologues BC, FG; les pyramides ABCD, EFGH, seront aussi en raison triplee de BC, à FG. Donc les pyramides, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

[a] 24. 11.
[b] 9. d. 11.
[c] 15. 5.
[d] 11. 5.
[e] 33. 11.

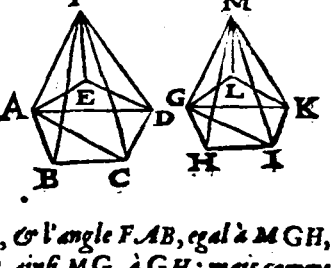
## COROLLAIRE.

Il est aussi manifeste, que les pyramides semblables dont les bases ont plus de trois costez, sont en raison triplee de leurs costez homologues.

*Car soient ABCDEF, GHIKLM, pyr. semblables ayant rectilignes semblables de plusieurs costez pour bases. Ie dis que ces pyramides sont en raison triplee des costez homologues AB, GH. Car de A & G, ayant mené les lignes AC, AD, GI, GK, aux angles opposez; [a] les bases semb. seront diuisees en nombre*

[a] 20. 6.

egal de triãgles semblables, ſçauoir ABC, ACD, ADE, ſeront ſemblables à GHI, GIK, GKL. Donc les pyram. eſtant ſemblables les triangles AFB, GMH ſont ſemblables, & l'angle FAB, egal à MGH, & comme FA, à AB, ainſi MG, à GH: mais comme AB, à AC, ainſi GH, à GI, les triangles ABC, GHI, eſtant ſembl. Partant en raiſon egale, comme FA, à AC, ainſi MG, à GI. Derechef d'autant que comme AC, à CB, ainſi GI, à IH; ABC, GIH, eſtant ſemblables: & comme GB à CF, ainſi IH, à IM; BCF, HIM, triang. eſtant, ſembla. à cauſe des pyramides ſemblables; & en raiſon egale, comme AC à CF, ainſi GI à IM; donc eſtant comme FA à AC, ainſi MG à GI, & comme AC à CF, ainſi GI à IM: auſſi en raiſon egale comme FA à FC, ainſi MG à MI:




b 5. 6. b Donc AFC, GMI, ſeront equiangles, partant ſemblables. Mais AFB, BFC, ABC, ſont auſſi ſembla.

c 8. d. 11 aux triang. GMH, HMI, GHI. Donc c les pyram. ABCF, GHMF, ſont ſemblab. & ſemblablement

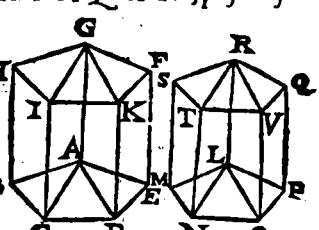
d 8. 12. auſſi ACDF, GHIKM: & ADEF, GKLM. d Donc les py. ABCF, ACDF, ACDEF, ſeront à GHIM, GIKM, GKLM, chacune à la ſienne en raiſon triplee des coſtez homologues AB, CD, DE, à GH, IK, KL, chacun au ſien: y ayant donc vne meſme raiſon de AB, CD, DE, à GH, IK. KL; les pyram. ABCF, ACDF, ADEF, auront vne meſme raiſon, ſçauoir

e 5 triplee à GHIM. GIKM, GKLM. Donc e comme vne ſeule ABCF, à vne ſeule GHIM, ainſi toutes enſemble, ſçauoir la toute ABCDEF, à toutes, ſçauoir

*à la toute* GHIKLM. f *Donc la pyram.* ABEF, *eſtant à la pyr.* GHIM, *en raiſon triplee des coſtez homologues* AB, GH, *la pyr.* ABCDEF, *ſera auſſi à la pyr.* GHIKLM, *en raiſon triplee de* AB *à* GH. *Ce qui eſtoit propoſé.* f 8. 12.

## SCHOLIE.

*Par meſme raiſon les priſmes ſemblables ſeront en raiſon triplee de leurs coſtez homologues. Car ſoient* ABCDEFGHIK, LMNOPQRSTV, *priſmes ſemblables. Ie dis qu'ils ſont en raiſon triplee de leurs coſtez homologues. Car ſi de* A *&* L, *on mene* AC, AD, LN, LO, a *les triangles* ABC, CAD, DEA, *ſeront ſemblables aux trian.* LMO, LNO, OPL: *& ſi de* G *&* K, *on mene auſſi* GI, GK, RT, RV, *les trian.* GHI, GIK, GKF, *ſeront ſemblables à* RST, RTV, RVQ, *& aux deuant dits, tous les plans oppoſez des priſmes eſtant ſemblables par la definition du priſme. Et les parallelog.* CH, NS, *eſtant ſemblables par la ſimilitude des priſmes, comme* CI, *à* CB, *ainſi* TN, *à* NM: *mais comme* BC *à* CA, *ainſi* NM *à* NL, *les triangles eſtans ſemblables. Donc en raiſon egale comme* CI *à* CA, *ainſi* TN *à* NL. *Derechef l'angle ſolide* N, *eſtant egal à l'angle ſolide* C, *par la ſimilitude des priſmes, l'vn eſtant poſé ſur l'autre, l'angle* MNO, *conuiendra ſur l'angle* BCD, *&* TNM, *ſur* ICB, *&* TNO, *ſur* ICD: *mais la ligne* NL, *conuient auſſi ſur* CA, *les angles* LMN, BCA *eſtant egaux:*




a 10. 6.

*Donc* I.AC, TNL *sont egaux, & les costez autour d'iceux estant monstrez proportionaux, les parallelo.* CG, NR, *seront semblables: mais les parallelog.* CH, HA, *sont sembl. à* NS, SL, *& les triangles* ABC, GHI, *à* LMN, RST. b *Partant les prismes* ABCI GH, LMNTRS *sont semblables. Ainsi les prismes* CDAGIK, NOLRTV *seront monstrez semblables, & aussi* AEDKGF, LPOVRQ. *Donc les prismes* ABCIGH, CDAGIK, AEDKGF *sont à* LMNT RS, NGLRTV, LPOVRQ *chacun au sien, en raison triplee des costez homologues* BC, CD, DE, *à* MN, NO, OP *chacun au sien:* c *comme il appert. Parquoy on demonstrera en la mesme maniere que les prismes* AB CDEFGHIK, LMNOPQRSTV *sont en raison triplee des costez homologues* BC, MN, *tout ainsi qu'il a esté demonstré cy devant aux pyramides de plusieurs angles.*

1 8.d.11

c 34.11

*D'où l'on cõllige que les pyramides multangles semblables, se diuisent en pyramides triangulaires semblables, & egales en nombre & homologues à leurs touts. Ce qui est manifeste de la demonstration du precedent corollaire.*

*Il s'ensuit aussi que les prismes multangles semblables, se diuisent en prismes semblables ayant les bases triangulaires, & egaux en nombre & homologues à leurs touts, comme il appert de la demonstration de ce scholie.*

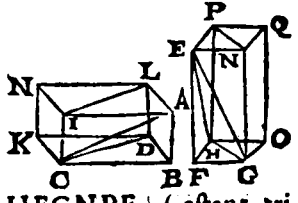
vij

## THEOREME 9. PROP. 9.

Les bases & les hauteurs des pyramides egales, ayant les bases triangulaires sont reciproques: Et les pyramides

ayant les baſes triangulaires, deſquelles les baſes & les hauteurs ſont reciproques ſont egales.

Soient les pyramides ABCD, EFGH, egales ayant les baſes triangulaires. Ie dis que les baſes ABC, EFG, & les hauteurs ſont reciproques : c'eſt à dire comme ABC, à EFG, ainſi la hauteur de la pyr. EFGH, à la hauteur de la pyramide ABCD.




Car ayant acheué les parallelipedes BM, FQ, de meſme hauteur que les pyramides, & ayant mené LI, PN, les priſmes DBCILA, HFGNPE, (eſtant triplees des pyramides poſees egales) ſeront egaux entr'eux, & partant les parallelip. BM, FQ auſſi egaux, eſtant doubles des priſmes ; [a] & partant leurs baſes & leurs hauteurs ſeront reciproques, c'eſt à dire, comme la baſe BI, à la baſe FN, ainſi la hauteur du ſolide FQ, à la hauteur du ſolide BM ; [b] Mais comme la baſe BI, à la baſe FN, ainſi le triangle ABC, au triangle EFG. Donc auſſi comme la baſe ABC à la baſe EFG, ainſi la hauteur de la pyram. EFGH, à la hauteur de la pyram. ABCD, puis que les hauteurs des pyramides ſont meſmes que celles des parallelipedes. Donc les baſes & les hauteurs des pyramides egales ſont reciproques.

[a] 34. 11.

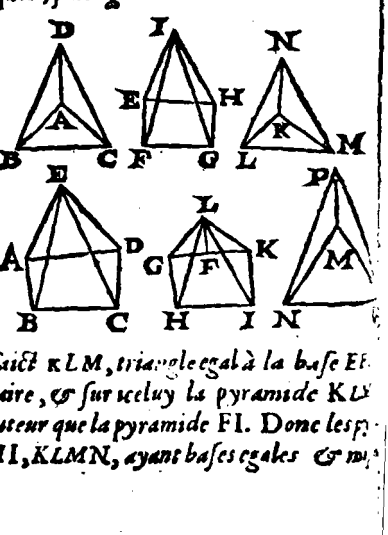
[b] 15. 5.

Soient maintenant les baſes & les hauteurs reciproques. Ie dis que les pyramides ſont egales. Car ayant faict la conſtruction, comme au-

parauant. c D'autant que comme ABC e
c 15. 5. EFG, ainsi le parall. BI, au parallelog. FN,
les hauteurs des parallelip. & des pyramid
estant mesmes; les bases des parallelip. & les
d 34 11. hauteurs seront aussi reciproques. d Partant
parallelip. BM, FQ seront egaux: Donc
prismes DBCILA, HFGNPE, leurs moitie
sont aussi egaux: & partant aussi les pyramid
tierces parties des prismes aussi egales. Do
les bases & les hauteurs des pyramides, &c.
qu'il falloit demonstrer.

## SCHOLIE.

*Semblablement les bases & les hauteurs des p*
*ramides egales ( dont les bases ne sont trian*
*laires ) sont reciproques: & les pyramides ( dont*
*bases ne sont triangulaires ) ayant les bases & les h*
*teurs reciproques, sont egales.*




*Car soient premierement 2. pyramides egales, l'une desquelles sçauoir ABCD, ait la base triangulaire, & EFGH, non: Et soit faict KLM, triangle egal à la base EF non triangulaire, & sur iceluy la pyramide KL de mesme hauteur que la pyramide FI. Donc les py mides EFGHI, KLMN, ayant bases egales & m*

hautemr; e ſeront egales. Mais EFGHI, pyr. a eſté poſee egale à ABCD, pyr. Donc ABCD, KLMN, ſeront auſſi egales: & ayant les baſes triangulaires, f comme la baſe ABC, à la baſe KLM, ou à EFGH ſon egale, ainſi la hauteur de la pyr. KLMN, c'eſt à dire, la hauteur de EFGH, ſera à la hauteur de ABCD. Donc les pyram. egales ABCD, EFGHI, ont les baſes & les hauteurs reciproques. e ſchol. 6. 12. f 9. 12.

Soient maintenant leurs baſes & leurs hauteurs reciproques. Ie dis que ces pyram. ſont egales: Car (demeurant la meſme conſtruction) la baſe ABC, eſtant poſee à la baſe EFGH, comme la hauteur de la pyram. EFGHI, à la hauteur de la pyram. ABCD, auſſi la baſe ABC, ſera à la baſe KLM, comme la hauteur de la pyr. KLMN, ſera à la hauteur de la pyr. ABCD: g Donc les les pyr. ABCD, KLMN, ſont egales. Mais comme il eſt demonſtré, h la pyram. KLMN, eſt egale à la pyr. EFGHI, donc ABCD, ſera auſſi egale à EFGHI, ce qui eſt propoſé. g 9. 12. h ſcho. 6. 12.

Soient en apres les pyramides egales ABCDE, FGHIKL, dont les baſes ayent pluſieurs angles: & derechef ſoit faict le triangle MNO, egal à la baſe ABCD, & MNOP, pyr. ſoit faicte de meſme hauteur que ABCDE; donc, i comme il eſt demonſtré MNOP, ſera egale à ABCDE, laquelle a eſté poſee egale à FGHIKL, pyr. Donc la pyr. MNOP, ſera auſſi egale à FGHIKL, donc, comme il eſt demonſtré cy deuant, comme la baſe MNO, c'eſt à dire, la baſe ABCD, ſera à la baſe FGHIK, ainſi la hauteur de FGHIKL, pyr. ſera à la hauteur de MNOP: c'eſt à dire, à la hauteur de ABCDE (car ces hauteurs ſont poſees egales.) Partant les pyr. ABCDE, FGHIKL, ont les baſes & les hauteurs reciproques. i ſchol. 6. 12.

Mais ſoient les baſes & les hauteurs d'icelles pyr.

*reciproques. Ie dis qu'elles ſont egales: Ce que l'on demonſtrera comme auparauant.*

*Or on demonſtrera que toutes ces choſes conuiennent auſſi à tout priſme. Car ſi les priſmes ſont egaux, les pyramides de meſme hauteur qu'iceux ayant meſme baſe ſeront egales entr'elles, [k] eſtans les tierces parties des priſmes; [l] ou les deux tierces parties ſi les baſes ſont parallelogrammes: Donc comme nous venons de demonſtrer les baſes & hauteurs d'icelles pyr. ſeront reciproques: & ces baſes & hauteurs eſtant les meſmes que des priſmes, les baſes & les hauteurs des priſmes ſeront reciproques.*

k corol. 7. 12.

l ſchol. 7. 12.

*Derechef, ſi les baſes & les hauteurs des priſmes ſõt reciproques, les baſes & hauteurs des pyramides ayant meſmes baſes & hauteurs que les priſmes ſeront auſſi reciproques: Donc comme a eſté demonſtré les pyramides ſont egales: & partant auſſi les priſmes eſtant triples ou ſeſquialteres d'icelles pyr. Ce qui eſt propoſé.*

viij

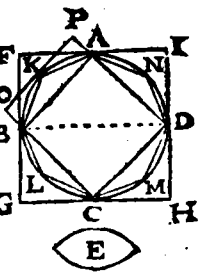
## THEOREME 10. PROP. 10.

Tout cone eſt la tierce partie du cylindre qui a meſme baſe qu'iceluy, & la hauteur egale.

Soit vn cone & vn cylindre ayant meſme baſe, ſçauoir le cercle ABCD, & de meſme hauteur. Ie dis que le cone eſt le tiers du cylindre.

Car autrement le cylindre ſera plus grand ou moindre que le triple du cone. Soit premierement plus grand s'il eſt poſſible, comme de la grandeur du ſolide E. C'eſt à dire, que du cylindre (dont le cercle ABCD eſt la baſe) eſtant retranché E, le reſte ſera triple du cone, dont le

meſme cercle AC, eſt la baſe. En iceluy cercle ſoit inſcrit le quarré ABCD, & diuiſé en 2. triangles par B D, diametre, ſur leſquels tri. ſoient entendus eſtre conſtituez 2. priſmes de meſme hauteur que le cylindre: Et le quarré eſtant plus grand que la moitié du cercle,




a comme il appert, il eſt euident que ces 2. priſ- a ſcho. 9. 4.
mes excederont la moitié du cylindre: mais ſi (les deux priſmes oſtez) les reſtez du cylindre ſont plus grands encore que E; ſur les baſes deſdits reſtes ou ſegments, ſoiēt faicts les 4. tri. Iſoſceles AKB, BLC, CMD, DNA, ſur leſquels ſoient imaginez 4. priſmes de meſme hauteur que le cone ou cylindre duquel le cercle ABCD eſt la baſe. Il eſt manifeſte que ces triangles Iſoſceles ſont plus de la moitié des baſes des ſegments reſtans du cylindre, eſtant moitiez des rect. de meſme hauteur, comme BP. Parquoy ces 4. priſmes ſeront plus de la moitié des quatre ſegments: Mais ſi les 8. petits ſegments reſtans du cylindre ne ſont plus petits que E, ſoit touſiours ainſi ſouſtrait plus de la moitié, de ce qui reſte, b & en fin il reſtera vne b 1. 10.
grandeur moindre que E; & pour abreger ſoient ces huict ſegments plus petits que E. Il eſt donc euident que la colonne compoſee de ces 6. priſmes ayant pour baſe le polygone inſcrit au cercle AC, & de meſme hauteur que le cylindre dōné, ſera plus que triple de ce cone, ſelon ce qui eſt dit cy deſſus. Mais chacun priſme

estant triple de sa pyramide de mesme hauteur, & qui a base egale, c pouuant estre diuisé en 3.
c 7. 12. telles pyramides egales: Il s'ensuit que tous ces prismes faisant la colonne qui a pour base le polygone inscrit au cercle AC, c'est à dire, ceste colonne de masme hauteur que le cylindre est triple de ces 6. pyra. qui font la pyramide seule, ayant le mesme polygone pour base, & de mesme hauteur qu'icelle colonne. Donc ladite pyramide sera plus grande que le cone de mesme hauteur ayant le cercle AC pour base. Ce qui est absurde, la pyramide n'estant que partie du cone. Partant le cylindre n'est plus grand que le triple du cone.

Soit donc plus petit s'il est possible de la quantité de E; c'est à dire que ostant E du cone que le reste soit le tiers du cylindre. Maintenant du cone dont le cercle AC, est la base, soit osté plus de la moitié, sçauoir la pyramide de mesme hauteur, dont la base est le quarré *ABCD*, & du reste, sçauoir des 4. segments K, L, M, N, soit osté plus de la moitié, sçauoir la pyramide de chacun segment de mesme hauteur qu'iceluy segment, & ayant pour base le triangle Isoscele en iceluy segment: & soit continué ce retranchement iusques à ce que les segments restans
d 1. 10. soient plus petits que E; d ce qui aduiendra: Et pour abreger soient ces 8. petits segments plus petits que E. Il est donc manifeste que la pyramide de mesme hauteur que le cone, ayant cet octogone pour base, est plus grande que le tiers du cylindre donné, estant plus grande que le cone, ayant retranché d'iceluy E. Mais ce cone ainsi retranché est le tiers du cylindre donné, &

la

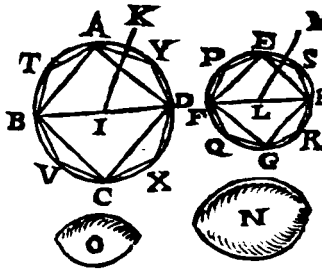
la pyramide auſſi le tiers de la colonne de meſme hauteur ayant pour baſe le meſme octogone, comme il a eſté dit cy deſſus. Donc icelle colonne ſeroit plus grande que le cylindre donné, dont elle eſt partie. Ce qui eſt abſurde. Partant le cylindre donné n'eſt plus petit ny plus grand que le triple du cone, donc egal. Partant tout cone eſt la tierce partie du cylindre, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME 11. PROP. 11. ix

Les cones & les cylindres qui ſont de meſme hauteur, ſont l'vn à l'autre comme leurs baſes.

Soient les conet & les cylindres de meſme hauteur, dont les baſes ſont ABC, EFG, & les hauteurs ou axes IK, LM. Ie dis que comme la baſe eſt à la baſe, ainſi le cone eſt au cone, & le cylindre au cylindre: c'eſt à dire, que ſi on entend que comme le cercle ou baſe ABC, eſt au cercle EFG, ainſi le cone BIK, eſt à quelque autre ſolide, comme N, que N ſera egal à FLM. Car s'il n'eſt ainſi il ſera plus grand ou moindre, ſoit premierement plus petit, & de la quantité de O, s'il eſt poſſible, partant N, & O, ſeront egaux au cone FLM, & du cone FLM, comme en la 10. p. ſoit oſté plus de la moitié, à ſçauoir vne pyramide de meſme hauteur que le cone, dont la baſe ſoit le quarré EFGH, & du reſte auſſi plus de la moité, à ſçauoir 4. pyramides de meſme hauteur, ayant pour baſes les 4. trian. iſoſceles EPF, FQG, GRH, HSE, & ainſi de

a 1.10. suitte; a il restera en fin à vne grandeur moindre que O; laquelle pour abreger soit les 8. petits segmens: Il s'ensuit que la pyram. FM, de mesme hauteur




que le cone FM, dont la base est l'octogone EPFQGRHS, sera plus grande que N. Dedans le cercle ABCD, soit inscrit vn polygone semblable au polygone inscrit en la base circulaire EFGH, & sur iceluy soit entendu estre vne pyramide de mesme hauteur que le cone BIK:

b corol. 2. 12. b Mais comme le cercle ABC, est au cercle EFG, ainsi le polygone TVXY, est au polygone PQRS; mais comme le cercle ABC, au cercle

c 6. 12. EFG, ainsi le cone BK à N: c & comme le polygone au polygone, ainsi la pyramide à la pyr.

d 11. 5. de mesme hauteur que les cones: d Donc la pyramide ATBVCXDYK, sera à la pyramide EPFQGKHSM, comme le cone BIK, au solide N: mais ATBVCXDYG, estant moindre

e 14. 5. que le cone BIK, la partie que le tout; e aussi la pyram. EPFQGRHSM, sera moindre que N: mais elle a esté monstree plus grande, ce qui est absurde. Donc N, n'est moindre que le cone EFGHM.

Secondement que N, soit plus grand que EFGHM. Donc estant posé comme le cercle ABC, au cercle EFG, ainsi le cone BK à N, par conuersion de raison, comme le cercle EFG, au cercle ABC, ainsi N, au cone BK: & comme N, à

BK, ainsi le cone EFGHM, soit posé à O. Et N estant posé plus grand que le cone FM; f le cone BK, sera aussi plus grand que O. Partant puis que comme le cercle EFG, est au cercle ABC, ainsi N, au cone BK; g Comme le cercle EFGH, au cercle ABC, ainsi le cone FM, à O; plus petit que le cone BK. Ce qui est absurde: estant desia monstré que le cone ne peut estre à vne autre grandeur moindre que l'autre cone, comme la base de celuy là, à la base de celuy cy. Donc N, n'est plus grand ny plus petit que le cone FM, partant egal. Donc estant posé comme la base ABCD, à la base EFGH, ainsi le cone BK à N; h Mais cõme le cone BK, est à N, ainsi le mesme cone BK, au cone FM; aussi comme la base ABCD, à la base EFGH, ainsi le cone ABCDK, au cone EFGHM,

f 14. 5.
g 11. 5.
h 7. 5.

Mais i d'autant que comme le cone ABCDK, au cone EFGHM, ainsi le cylindre ABCDK (qui est triple du cone ABCDK) au cylindre EFGHM (qui est triple du cone EFGHM) aussi comme la base ABCD, sera à la base EFGH, ainsi le cylindre ABCDK, sera au cylindre EFGHM. Ce qui se peut aussi demonstrer ainsi que des cones, si au lieu des cones & des pyramides on entend des cylindres & des prismes. Donc les cones & les cylindres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

i 15. 5.

## COROLLAIRE.

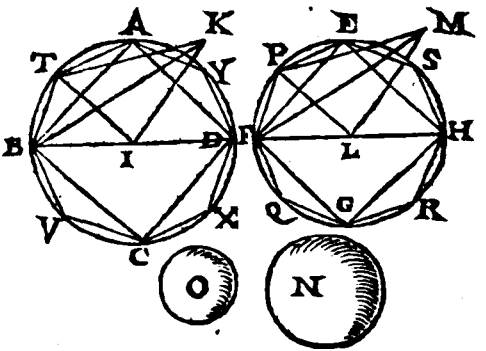
D'où il s'ensuit que les cones & cylindres constituez sur mesme base, ou bases egales, &

de meſme hauteur ſont egaux : & au contraire les cones & cylindres egaux conſtituez ſur meſme baſe, ou ſur egales, ſont de meſme hauteur, & les cones & cylindres egaux de meſme hauteur, ſont auſſi ſur baſes egales, ou vne meſme, ce qui ſera demonſtré comme en la conuerſe de la 31. p. 11.

## THEOREME 12. PROP. 12.

**Les cones & les cylindres ſemblables, ſont l'vn à l'autre en raiſon triplee des diametres de leurs baſes.**

Soient des cones & cylindres ſemblables, dont les baſes ſont les cercles ABC, EFG, & les axes IK, LM, & les diametres des baſes BD, FH. Ie dis que le cone eſt au cone, & le cylindre au cylindre, en raiſon triplee du diametre au diametre.



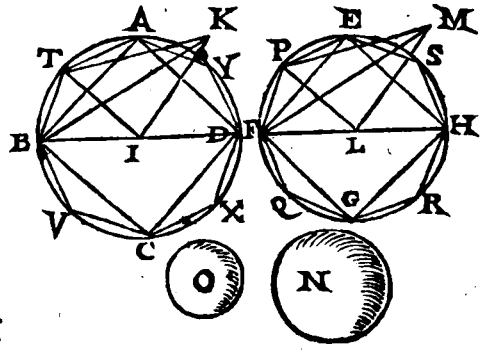

S'il n'eſt ainſi; ſoit le cone ABC Dk, à quelque autre grandeur N, plus grande ou moindre que le cone EFGHM, en raiſon triplee du diametre BD, au

diametre FH. Et soit premierement N, moindre que le cone EFGHM, de O; & soit faicte la mesme construction qu'en la precedente proposition de sorte que la pyramide EPFQGRHM, soit derechef monstree plus grande que N, & menees les droictes lignes KB, kT, MF, MP, pour auoir 2. triangles, BKT, EMP, des pyramides ATBVCXDYK, EPFQGRHSM; & soient conioinctes TI, PL. D'autant donc que les cones ABCDK, EFGHM, sont posez semblables; a l'axe Ik, sera à l'axe LM, comme le diametre BD, au diametre FH: Partant comme le semidiametre BI, au semidiametre FL, ainsi l'axe Ik, à l'axe LM; & en changeant, comme BI, à IK, ainsi FL, à LM. Donc puis que les angles BIK, FLM; c sont droicts, les cones estans posez droicts, partant les axes perpendic. à leurs bases. d les triangles BIK, FLM, seront equiangles; e donc comme κB, à BI, ainsi MF, à FL. Mais comme BI, à BT, ainsi FL, à FP, à cause de la semblance des triãgles BIT, à FLP, (Car puis que BIT, FLP, appuyez sur arcs semblables f sont egaux; & que comme BI, est à IT, ainsi FL, à LP, tant par l'egalité des lignes, BI, IT, que FL, LP, g les triangles BIT, FLP, sont semblables) & en raison egale comme KB, à BT, ainsi MF, à FP. Derechef d'autant que les costez κI, IB, du triãgle κIB, sont egaux à KI, IT, du triangle KIT, & les angles contenus d'iceux h droicts, l'axe Ik, estant posé perpendicul. au cercle ABC, i les bases KB, κT, seront egales. Et semblablement MF, MP, egales: partant KB, KT,

a 24. d. 11.
b 15. 5.
c 3. d 11.
d 8. fix. e 4. 6.
f 5. 6. f schol.
g 6. fix.
h 3. d. 11
i 4. 1.

proportionnelles à MF, MP, y ayant proportion d'egalité de part & d'autre. [k] Mais d'autant que comme KB, à BT, ainsi KT à la mesme BT; Item comme MF, à FP, ainsi MP, à la mesme FP: mais comme kB, estoit à BT, ainsi MF à FP; pareillement comme KT, sera à BT, ainsi MP, à FP, & par conuersion, comme BT, à TK, ainsi FP, à PM; partant puis que comme Tk, est à kB, ainsi PN, à MF, & comme kB, à BT, ainsi MF, à FP, & comme BT, à Tk, ainsi FP à PM, comme il est monstré. Les triangles BKT, FMP, auront les costez proportionnaux, [l] partant equiangles; & [m] semblables. Et semblablement les autres triangles, à l'entour des pyramides ATBVCXDYK, EPFQGRHSM, seront semblables entr'eux: lesquels estant egaux en multitude icelles [n] pyramides seront semblables: [o] & seront en raison triplee de leurs costez homologues BT, FP: Mais comme BT, à FP, ainsi BI, à FL, par la similitude des triangles BIT, FLP, [p] & comme BI, à FL, ainsi BD, à FH. Donc la pyram. sera à la pyramide en raison triplee des diametres BD, FH; mais la cone ABCDK, estoit posé à N, en raison triplee des mesmes diametres. Donc comme la pyramide ATBVCXDYK, à la pyramide EPFQGRHSM, ainsi le cone ABCDk. à N. Parquoy puis que la pyramide ATBVCXDYk, est moindre que le cone ABCDk, la partie que le tout; [q] la pyramide EPFQGRHSM, sera moindre que N. Mais elle est monstree plus grande. Ce qui est absurde. Donc N, n'est plus grande que le cone EFGHM.

l 6. six
m 11. d. 6
d 9. d. 11
o coro. 8. 12.
p 11. 5.
q 14. 5.




Secondement soit N, plus grande que le cone EFGHM. Donc le cone ABCDK, estant posé à N, en raison triplee du diametre BD, à FH, & la pyramide ATBVCXDYK, estant à la pyramide EPFQGRHSM, en raison triplee des mesmes diametres, comme il est monstré: comme le cone ABCDK, sera à N, ainsi la pyr. ATBVCXDYK, à la pyr. EPFQGRHSM; & en changeant comme N, au cone ABCDK, ainsi la pyr, EPFQGRHSM, à la pyram. ATBVCXDYK. r Partant la pyr. EPFQGRHSM, estant à la pyr. ATBVCXDYK, en raison triplee des costez homologues PF, à TB, c'est à dire, du diametre FH, au diametre BD; N sera aussi au cone ABCDK, en raison triplee du diametre FH, au diametre BD. Comme N, est au cone ABCDK, ainsi le cone EFGHM, soit posé à O; Donc le cone EFGHM, sera aussi à O, en raison triplee du diametre FH, au diametre BD, & N, estant posee plus grande que le cone EFGHK, ſ le cone ABCDK, sera aussi plus grand que O. Partant le cone EFGHM, sera à O, moindre que le cone ABCDK, en rai-

r corol. 8. 12.

ſ 14. 5.

ſon triplee du diametre FH, au diametre BD: ce qui eſt abſurde; car il eſt monſtré que le cone ne peut eſtre en raiſon triplee des diametres des baſes, à vne autre grandeur moindre que l'autre cone. Donc N, n'eſt plus grande que le cone EFGHM, & eſt monſtree n'eſtre moindre, partant egale. Parquoy t le cone ABCDK, a meſme raiſon au cone EFGHM, que à N. Donc puis que le cone ABCDK, eſt à N, en raiſon triplee des diametres BD, FH, le cone ABCDK, ſera auſſi au cone EFGHM, en raiſon triplee des meſmes diametres.

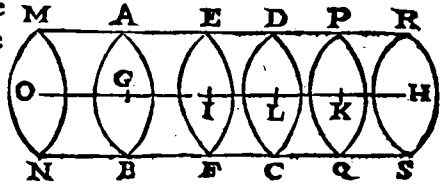
t 7. 5.

v 15. 5. Mais v d'autant que les cylindres ſont en meſme raiſon que les cones dont ils ſont triples, le cylindre ſera au cylindre en meſme raiſon triplee des diametres des baſes. Ce qui ſera demonſtré comme aux cones, ſi au lieu des cones & des pyramides on prend des cylindres & des priſmes, Donc les cones & les cylindres ſemblables ſont en raiſon triplee, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## xj THEOREME 13. PROP. 13.

Si vn cylindre eſt couppé par vn plan parallele aux plans oppoſez: Comme le cylindre ſera au cylindre, ainſi l'axe ſera à l'axe.

Soit le cylindre ABCD, couppé par le plan EF, qui ſoit parallele aux plans oppoſez AB, CD, & couppant l'axe à I. Ie dis que comme le cylindre AE, eſt au cylindre EC, ainſi l'axe GI, à l'axe IL.




Que ainsi ne soit, ayant prolongé l'axe GL, de part & d'autre, soit posee G O, egale à GI; & LK, KH, chacune egale à IL: & soit entendu le cylindre estre prolongé de part & d'autre à O, & H, cela estant, il est manifeste que les cylindres AN, AF, EC, CP, QR, sont tous sur baſes egales; Et[a] partant AN, AF, ayant meſme hauteur, c'est à dire les axes egaux IG, GO, sont egaux entr'eux: Semblablement FD, DQ, QR, estant de meſme hauteur sont aussi egaux entr'eux: Parquoy l'axe IO est autant multiple de l'axe GI, que le cylindre EN, du cylindre AF, & l'axe IH, autant multiple de l'axe IL, que le cylindre FR, du cylindre FD, comme il est manifeste. Donc si l'axe OI, multiple de GI, premeire grandeur, est egal, plus grand ou moindre que IH multiple de IL, 2. grandeur, aussi le cylindre EN, multiple du cylindre EB, 3. grandeur, sera plus grand, egal ou moindre que le cylindre FR, multiple du cylindre FD, 4. gr. en quelconque multiplication que ce soit: [b] Parquoy comme l'axe à l'axe, ainsi le cylindre sera au cylindre. Donc si un cylindre, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

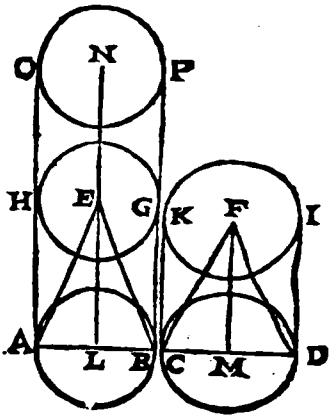
[a] corol. 11. 12.

[b] 6. d. 5.

## THEOREME 14. PROP. 14. xj

Les cones & les cylindres constituez

sur baſes egales; ſont ent'eux comme leurs hauteurs.




Soient ſur les baſes egales AB, CD, deux cones ABE, CDF, & 2. cylindres ABGH, CD IK, dont les axes ou hauteurs (car aux cones & cylindres, les axes qui sõt à angles droits, sõt leurs hauteurs) ſont LE, MF. Ie dis que le cone ABE, eſt au cone CFD, & le cylindre AG, au cylindre CI, comme la hauteur LE, à la hauteur MF.

Car ſoit prolongé le cylindre AG, de la part de GH, auec ſon axe LE, & le rectangle AG, & ſoit priſe l'axe EN, egal à l'axe MF, & à l'entour du centre N, ſoit entendu le cercle OP, egal & parallel à GH, afin que le cylindre GO, ſoit faict de meſme hauteur que le cylindre CI. D'autant donc que les cylindres HP, CI, ayant baſes & hauteurs egales [a] ſont egaux; [b] le cylindre AG, aura meſme raiſon à iceux: [c] mais le cylindre AG, eſt au cylindre HP, comme l'axe ou hauteur LE, à l'axe ou hauteur EN, c'eſt a dire, à la hauteur MF, ſon egale. Donc le cylindre AG, ſera auſſi au cylindre CI, comme la hauteur LE, à la hauteur MF.

a coro'. 11. 12.
b 7. 5.
c 13. 12.

Mais d d'autant que les cones ABE, CDF, d 10. 12.
ſont les tierces parties des cylindres AG, CI;
e Ils ſeront en meſme raiſon que les cylindres;
partant le cone ABE, ſera au cone CDF, com- e 15. 5.
me la hauteur LE, à la hauteur MF. Donc les
cones & les cylindres, &c. Ce qu'il falloit de-
monſtrer.

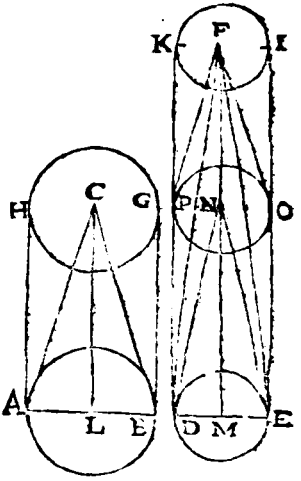
## THEOREME 15. PROP. 15. xij

Les baſes & les hauteurs des cones & des cylindres egaux ſont reciproques: Et les cones & les cylindres deſquels les baſes & les hauteurs ſont reciproques, ſont egaux.

Soient les cones ABC, DEF egaux, & les cylindres AG, DI auſſi egaux, dont les baſes ſont AB, DE, & les axes ou hauteurs LC, MF. Ie dis que les baſes & les hauteurs ſont reciproques, c'eſt à dire, comme AB, eſt à DE, ainſi MF, à LC.

Car ſi les hauteurs LC, MF, ſont egales, les a coro. 11. 12.
cylindres eſtans poſez egaux, a les baſes ſe-
ront egales: Donc comme AB à DE, ainſi
MF, à LC. Donc les baſes & les hauteurs ſont
reciproques. Que ſi l'vne eſt plus grande com-
me FM, ſoit retranchee MN, egale à LC; &
ſoit entendu le plan PO, par N, & parallele à
DE, couppant le cylindre DI, en 2. Donc les
cylind. AG, DI, eſtant poſez egaux, b com- b 7. 5.
me AG, ſera à DO, ainſi DI, à DO; c mais c 11. 12.
comme le cylindre AG, au cylind. DO, ainſi
la baſe AB, à la baſe DE, les hauteurs CL, MN,

d 14. 12 estãs egales. d Itẽ comme DI, à DO, ainsi la hauteur MF à MN, les bases estant egales, sçauoir vne mesme DE: Donc aussi comme la base AB, à la base DE, ainsi la hauteur MF, à la hauteur MN, c'est à dire, à son egale LC. Donc les bases & les hauteurs sont reciproques. Et si les cones ABC, DEF, sont




c 10. 12. egaux, les cyl. AG, DI seront egaux. c Ies cones estant les tiers des cylindres, donc de l'egalité des cylindres, il s'ensuit que les bases & les hauteurs sont reciproques, comme il est monstré: & partant de l'egalité des cones il s'ensuiura aussi que les bases & les hauteurs sont reciproques. Ce qui se peut aussi demonstrer par le discours dont on s'est seruy aux cylindres, construisant 2. cones, comme appert en la figure.

Maintenant soient les bases & les haueurs reciproques. Ie dis que les cones & les cylindres sont egaux: Si les hauteurs sont egales estant entr'elles cõme les bases, icelles bases serõt aussi

f corol. 11. 12. egales: f Partant les cylindres seront egaux. Si inegales: soit faicte la construction comme auparauant. Donc la hauteur MF, estant posee à la

hauteur LC, c'eſt à dire, à MN ſon egale, cõme la baſe AB, à la baſe DE: g mais comme AB, à DE, ainſi le cylindre. AG, au cyl. DO, de meſme hauteur. h Item comme la hauteur M F, à la hauteur, MN, ainſi le cyl. DI, au cylin. DO, les baſes eſtant egales: comme le cylind. AG, au cyl. DO, ainſi DI, au meſme cylindre DO: i partant le cylindre AG, ſera egal au cylindre DI. g 11.12. h 14.12. i 9.5.

Et ſi les baſes & les hauteurs des cones ABC, DEF, ſont reciproques, les baſes & les hauteurs des cyl. AG, DI, eſtant les meſmes baſes & hauteurs des cones ſerõt reciproques: Donc cõme il a eſté monſtré, les cyl. & partant les cones tierces parties d'iceux ſeront egaux. L'on peut toutesfois faire la meſme demonſtration aux cones qui a eſté faicte au cyl. Donc les baſes & les hauteurs, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

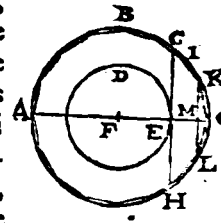
## PROBLEME 1. PROP. 16. xiij

Deux cercles eſtant à l'entour d'vn meſme centre, inſcrire au plus grand cercle vn polygone equilateral, & pair en nombre de coſtez, lequel ne touche point le moindre cercle.

Soient 2. cercles ABC, DE, à l'entour d'vn meſme centre F, & il faut inſcrire au plus grãd vn polygone equilateral ne touchant le moindre DE, & duquel les coſtez ſoient en nombre pair.

Soit menee AC, par le centre F, cõuppant le cercle DE, en E: & par E, ſoit menee GH,

perpendiculaire à AC,
a corol. 16.3. [a] qui touchera le cercle E ; D'autant donc que l'arc AGC, est plus grand que l'arc GC, si de AGC, on oste la moitié AB, & du reste BC, la moitié BI, & du reste




b 1.10. IC, la moitié IK, & ainsi de suitte, [b] Il restera en fin vn arc moindre que CG. Soit maintenant l'arc Ck, moindre que CG, & soit CK, soustendante. Ie dis que CK, est vn costé du *polygone* qui doit estre inscrit : Car si l'arc BI, est diuisé en parties egales en nombre & grandeur, aux parties de l'arc CI; & le quart de cercle AB, soit diuisé en autant de parties egales, qu'il y a de parties egales en l'arc BC, & aussi le demi cercle AHC, en autant de parties qu'en contient le demi-cercle ABC : puis soient menees les li-
c 29. 3. gnes droictes soustendantes tous les arcs, [c] lesquelles seront egales à la droicte ligne Ck, d'autant qu'elles soustendent arcs egaux à l'arc CK : & on aura descrit vn polygone au cercle ABC, equilatetal, & en nombre pair de costez, lequel ne touchera le moindre cercle DE : Car de K, à AC, soit menee vne perpendiculaire KL, couppant AC, à M. D'autant que les angles GEM, KME. sont droicts, [d] HG, KL, seront
d 29. 1. paralleles. Partant GH, touchant le cercle DE, au poinct E, la droicte ligne KL, sera toute hors ledit cercle, & ne l'ateindra iamais, ne rencontrant iamais GH : donc la droicte ligne CK, qui est plus esloignee du cercle DE, touchera encore moins le cercle DE, que KL : & partant

ny les autres costez du polygone inscrit, estant egaux au costé CK, & partant seront autant esloignez du centre F, que CK, ne toucheront le cercle DE. e Donc deux cercles estans. Ce qu'il falloit demonstrer. e 14. 3.

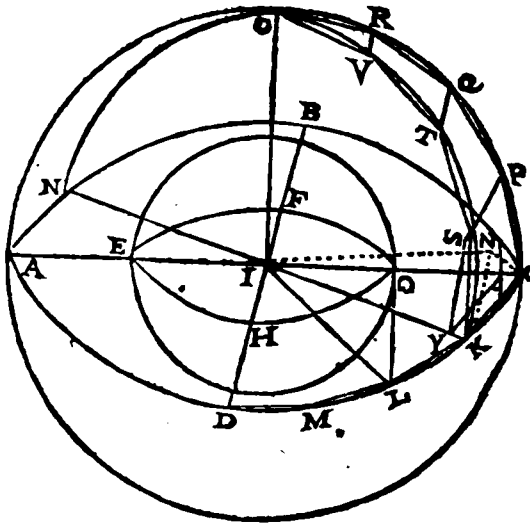
## COROLLAIRE.

Il est d'icy manifeste que si de l'extremité du costé du polygone inscrit, lequel rencontre le diametre, est menee vne ligne perpendiculaire au diametre; icelle ne pourra aucunement toucher le moindre cercle, mais tombera toute hors iceluy. Car telle est la ligne KL, laquelle menee de l'extremité K, du costé CK, rencontrant le diametre AC, perpendiculaire au diametre AC, est monstree ne toucher le cercle DE.

## PROBLEME 2. PROP. 17. vix

Deux spheres estant à l'entour d'vn mesme centre, inscrire en la plus grande sphere vn solide polyedre, lequel ne touche point la superficie de la plus petite sphere.

Soient 2. spheres ABCD, EFGH, à l'entour d'vn mesme centre I, & en la plus grande ABCD, il faut inscrire vn solide polyedre, c'est à dire, de plusieurs costez, lequel ne touche point la superficie de la moindre sphere EFGH.




Soient couppees les 2. ſpheres par quelque plã mené par le centre I, & ſoient les communes ſections faictes és deux ſpheres les plãs ABCD, EFGH, leſquelles ſeront cercles par la defi. de la ſphere ayant meſme centre I, que les ſpheres: car les demi-cercles par la reuolution deſquels ſont deſcrites les ſpheres, conuiendront auec les ſections ABCD, EFGH: parquoy leſdites ſections ſeront cercles, ou d'autant que toutes les lignes droictes menees du centre I, aux circonferences des ſections ſont egales: Et en iceux ſoient menez les diametres AC, BD, ſe couppans au centre I, à angles droicts: a Puis au plus grand cercle ABCD, ſoit inſcrit vn polygone ne touchant point le moindre EFGH, & ſoient CK, KL, LM, MD, coſtez du quart CD, & ſoit menee KN, par le centre I, & b de I, ſoit menee IO,

a 16.12.

11.

IO, perpend. au plan des cercles ABCD, EFGH, rencontrant à O, la superficie de la plus grande sphere. Et par AC, IO, & Nk, IO, soiēt menez les plans AOC, NOK; ils seront demi-cercles, les plus grands entre ceux de la sphere, ayans mesme centre, comme dit est, & IO, ligne de commune section des plans des demi-cercles NOK, AOC, estant perpendiculaire au plan du cercle ABCD. c Iceux demicercles seront aussi perpendic. au plan du cercle ABCD: & les 3. demi-cercles ADC, AOC, NOK estant egaux, estant leurs diametres egaux, leurs moitiez, sçauoir les quartes OC, OK, DC, seront egales: parquoy OC, OK, contiendront chacune autant de costez du poligone que DC. Soient iceux costez CP, PQ, QR, RO, RS, ST, TV, VO, & menees SP, TQ, VR, & de P, S, les perpendiculaires PX, SY, d elles tomberont sur IC, Ik, comunes sections des quartes IOC, IOK, & le plan ICD, esleuees perpendiculairement sur iceluy plan, e icelles seront aussi paralleles: & soit aussi menee XY: Maintenant les arcs PC, SK, estant egaux, f & les lignes droictes soustendantes PC, SK aussi egales, les angles PXC, SYk droicts; g & les angles PCX, SkY egaux, estant appuyez sur circonferences egales AOP, NOS: les 2. angles PCX, PXC, du triangle PXC, sont egaux aux 2. angles SkY, SYk, & les costez PC, SK, egaux, h les autres costez PX, XC, seront egaux aux deux autres costez SY, YK, chacun au sien. Donc les diametres AC, Nk estant egaux, & les segmēts CX, KY aussi egaux, AX, NY, seront aussi egaux: & IX, IY egales. Parquoy comme IX,

c 18. 11.

d 38. 11.

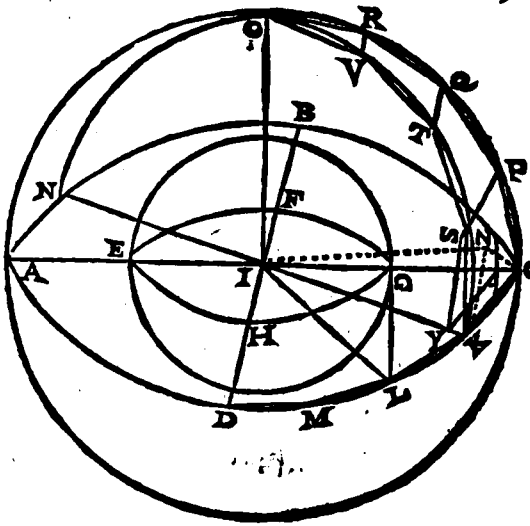
e 6. 11.

f 29. 3.

g 27. 3.

h 26. 1.

i 2.6. à XC, ainsi IY, à YK. i Donc XY, est parallele
k 33.1. à KC, & PX, SY, estant monstrees egales &
l 9.11. paralleles SP, YX k seront aussi egales & para-
m 7.11. lleles. Et l SP, KC, serõt para. m & SK, PC, en vn
meſme plã auec icelles; Dõc toute la figure qua-
drilatere SKCP, est en vn meſme plan: ainsi on
monstrera que chacun des quadrilateres TP,
VQ, à toutes ſes parties en vn meſme plan, & le
triangle ORV ſemblablement: & ſi des points
P, Q, R, S, T, V, on mene des lignes au cen-
tre I: on ſe pourra imaginer vne figure ſolide
compoſee de 4 pyramides entre OC, & Oκ,
deſquelles le ſommet est au centre I, & leurs
baſes ſont les quadrilateres CS, PT, QV, & le
triangle OVR: & faiſant ſur les autres coſtez
κL, LM, MD, ainsi que ſur C κ, & auſſi ſur
les 3. autres quartes CB, BA, AD, l'on aura in-
ſcrit vn polyedre en la ſphere propoſee: Ie dis
qu'il ne touche la moindre ſphere EFGH. Car
ayant mené la ligne IZ, du centre I, perpendi-
culaire au plan CS, elle ſera plus grande que
IG, demi-diametre de la moindre ſphere. Car
pour inſcrire le polygone eſtant menee GL,
perpend. à AC, du poinct G, laquelle eſtant plus
grande que Cκ, coſté dudit polygone inſcrit,
n 2.11. comme il eſt manifeſte, ſoit menee IL, & auſſi
CZ, kZ. n Les angles IZC, IZK eſtant droicts:
o 47.1. o le quarré de IC, ſera egal aux 2. quarrez de
IZ, CZ, & le quarré de IK, egal aux qq. de
IZ, ZK; parquoy les qq. des diametres eſtant
egaux, les qq. de IZ, Zk, ſeront egaux aux qq.
de IZ, CZ, donc ſi on oſte le commun q. de IZ,
les qq. de CZ, KZ, demeureront egaux: & &
partant κZ, CZ egales: Et ayant mené des li-




gnes de Z, à S, & P, on monſtrera par les meſmes raiſons qu'elles ſeront egales tant entr'elles qu'à CZ, Zk, partant ſi de Z, pris pour centre l'on deſcrit vn cercle à l'interuale de l'vne d'icelles, il paſſera par tous les poincts CkS P, & partant ſera deſcrit à l'entour dudit quadrilatere, dont les 3. coſtez CP, Ck, kS, ſont egaux p ſouſtendant arcs egaux de cercles e- p 29. 3.
gaux, & le 4. SP, plus petit : Car puis que les triangles ICk, IXY, ſont ſemblables & le coſté IC, plus grand que le coſté IX, q Ck, ſera q 14. 5.
auſſi plus grand que YX, c'eſt à dire que SP, monſtré egal à YX, l'angle CZk, ſera plus grand qu'vn droict (car les 4. lignes menees du poinct Z, aux poincts k, C, P, S, eſtant monſtrees egales, les 4. triangles qui ſe font dont les ſommets ſont au poinct Z, r auront les 4. angles à

Z, egaux à 4. droicts : & les baſes des 3. triangles SZk, KZC, CZP, eſtant monſtrees egales, ſ les 3. angles oppoſez à icelles ſeront e-
I 4 I. gaux, parquoy chaque 2. oppoſez au ſommet Z, ſeront egaux à 2. droicts, & la baſe Cx, eſtãt monſtree plus grande que SP, t l'angle CZK, ſera plus grand que SZP : partant plus grand
t 25. I. qu'vn droict) & par ainſi le plus grand du trian. CZK, donc le coſté CK, ſera plus grand que
v 19. I. CZ, & GL eſtant plus grande que CK, ſera auſſi plus grande que CZ, parquoy le quarré de GL, ſera plus grand que le q. de CZ : x & les qq. de
x 47. I. IG, GL, eſtant egaux aux qq. de IZ, CZ (tant ces 2. là que ces 2. cy eſtant egaux au q. du demi-diametre, puis que les triangles IGL, ICZ ſont rectangles) & le q. de GL, eſtant plus grand que le q. de CZ, le q. de IZ ſera auſſi plus grand que le q. de IG, & partant IZ, plus grande que IG. Donc le plan CKSP, ne touchera la moindre ſphere EFGH : & ainſi on monſtrera que tous les autres plans du polyedre inſcrit en la plus grande ſphere ne toucheront la ſuperficie de la moindre ſphere EFGH : Partant deux ſpheres eſtant à l'entour d'vn meſme centre, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## COROLLAIRE.

De ceſte demonſtration s'enſuit que ſi en vne autre ſphere eſt deſcrit vn ſolide polyedre ſemblable au ſuſdict, qu'iceux ſerõt en raiſon triplee des diametres des ſpheres, dãs leſquelles ils ſont inſcrits : car eſtans ſemblables par la definition des ſolides ſemblables, ils contiendront en

leur conuexité autant de plans semblables l'vn que l'autre: parquoy se pourront diuiser en autant de pyramides semblables l'vn que l'autre, ayant toutes le demi-diametre de leurs spheres pour vn de leurs costez: donc estant prises vne à vne serõt en raisõ triplee de leurs a costez homol. qui sont les demidiametres des spheres, b & les toutes aux toutes aussi en raison triplee des demi-diametres: c Et partant aussi en raison triplee des diametres entiers.

a corol. 8. 12.
b 12. 5.
c 15. 5.

## LEMME.

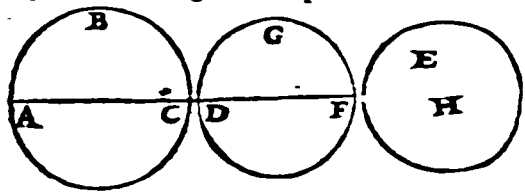
*Or que la perpendiculaire menee du centre I, au plan CPSK, tombe sur le milieu d'iceluy comme au poinct Z, il est manifeste. car l'angle ICP estant agu, comme il appert par la 16. du 3. la perp. menee du centre I, tombera de la part de l'angle agu ICP; & si on entend vne ligne menee de I, à P, elle fera aussi angle agu auec la ligne droicte IC, qui seroit IPC, de la part duquel tomberoit la mesme perpendiculaire, & partant entre C & P: Ce que l'on peut demonstrer de toute autre menant des lignes & circonf. entre PS, & KC: pourquoy la perpendiculaire IZ, tombera sur ledit plan. Ce qu'il falloit demonstrer.*

## THEOREME 16. PROP. 18. XV

Les spheres sont l'vne à l'autre en raison triplee de leurs diametres.

Soient les spheres ABC, DGF, dont les diametres sont AC, DF. Ie dis que ABC, est à DGF, en raison triplee du diametre AC, au diametre

DF: C'eſt à dire, que ſi on entend que comme la raiſon triplee de AC, à DF, ainſi la ſphere ABC, eſt à quelque autre ſphere, comme à E, qu'iceſſe ſera egale à la ſphere DGF.




Car s'il n'eſt ainſi elle ſera plus grande ou plus petite: Soit E, premierement moindre que DEF, s'il ſe peut faire. Donc E. pourra eſtre encloſe dans DGF, les mettant toutes à. à l'étour d'vn meſme centre. a Parquoy en DGF, pourra eſtre inſcrit vn ſolide polyedre qui ne touchera la moindre E. Et par meſme raiſon on pourra auſſi deſcrire vn ſolide polyedre en l'autre, qui b ſera à celuy qui eſt deſcrit en DGF, en raiſon triplee du diametre AC, au diametre DF: mais la ſphere ABC, eſt poſee en telle raiſon à la ſphere E; c donc cõme la ſphere ABC, à la ſphere E, ainſi le polyedre de ABC, ſera à celuy de DGF: mais ABC, eſt plus grande que ſon polyedre, le tout que ſa partie: d donc E, ſera plus grande que le polyedre de DGF, la partie que le tout; ce qui eſt abſurde; parquoy ABC, n'eſt pas à vne autre ſphere moindre que DGF, en raiſon triplee du diametre AC au diametre DF.

a 17. 12.
b coro. 17. 12.
c 11. 5.
d 14. 5.

Maintenant ſoit E. plus grande que DGF, s'il eſt poſſible: & eſtant poſé que comme la ſphere ABC, eſt à la ſphere E, ainſi la raiſon triplee du diametre AC, au diametre DF: en changeant E ſera à ABC, en raiſon triplee de DF, à AC. Pa-

reillement l'on peut entendre que comme E, eſt à ABC, ainſi DGF, eſt à vne quatrieſme proportionnelle, e qui ſera moindre que ABC; E, eſtant poſee plus grande que DGF : parquoy ceſte 4. pourra eſtre inſcrite en ABC : f Et DGF, ſera à icelle 4. inſcrite en ABC, en raiſon triplee de DF, à AC : Ce qui eſt monſtré abſurde. Donc E n'eſt plus grande ny moindre que DGF, partant egale : Partant les ſpheres, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. e 14. 5. f 11. 5.

## COROLLAIRE.

Il eſt manifeſte de ceſte demonſtration que vne ſphere eſt à vne autre ſphere, comme le polyedre deſcrit en celle là au polyedre ſemblable, & ſemblablement deſcrit en cette cy : eſtant demonſtré que tant les ſpheres que les polyedres inſcrits en icelles ſont en raiſon triplee de leurs diametres.

*Fin du douzieſme Liure.*

# LIVRE TREZIESME DES ELEMENS D'EVCLIDE.

& le 3. des Solides.

## THEOREME 1. PROP. 1.

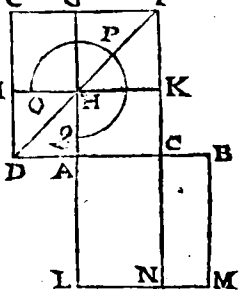
Si vne ligne droicte eſt couppee en la moyenne & extréme raiſon; le plus grand ſegment comprins auec la moitié de la toute, peut le quintuple du quarré de la moitié de la toute.

*C'eſt à dire, que le quarré du plus grand ſegment & de la moitié de la toute, comme d'vne ſeule ligne eſt quintuple du quarré de la moitié de la toute.*



SOIT la ligne droicte AB, couppee à C, en la moyenne & extreme raiſon, dont AC, eſt le plus grand ſegmẽt, & ſoit prolongee BA, à D, & poſee AD egale à la moitié de la toute AB. Ie dis que le quarré de CD, eſt quintuple du quarré de AD.

Car ſur CD, ſoit deſcrit le q. DF, & ayant mené le diametre DF, ſoient menees AG, IK, couppant iceluy par H paralleles à DC, CF, & prolongeant GA, ſoit accomply le quarré AM: &




prolongee FC, à N: a AI, KG, seront les quarrez de AD, AC, b & d'autant que comme AB, à AC, ainsi AC, à CB, c le rectangle CM, contenu sous AB, CB, sera egal à KG, quarré de AC: & AB estant posee double de AD, & AL, egale à AB, & AH, à AD: AL, sera aussi doublee de AH: d mais comme AL, à AH, ainsi le rectang. AN, au rect. AK; donc AN, est double de AK: e mais d'autant que Ak, est egal à IG; AN sera egal aux deux AK, IG. Adiouſtant donc les egaux CM, KG, le quarré AM, sera egal au gnomon OPQ; f partant le quarré AM, estant quadruple du qu. AI, puis que DA, est posée moitié de AB, le gnomon OPQ, sera quadruple du meſme AI; parquoy si à OPQ, on adiouſte AI, le quarré FD, sera faict quintuple du quarré AI. Dõc si vne ligne, &c. Ce qu'il falloit demõſtrer.

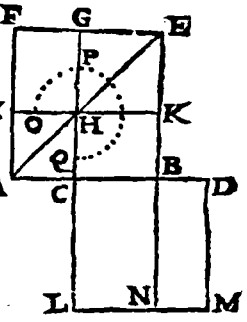
a coro. 4. 2.
b 3. d. 6.
c 17. 6.
d 1. 6.
e 43. 6.
f schol. 4. 2.

## THEOREME 2. PROP. 2. ij

Si vne ligne droicte peut le quintuple de son segment, la ligne double dudit segment, estant couppee selon la moyenne & extreme raison, l'autre partie est le plus grand segment de la ligne premierement couppee.

*C'eſt à dire, ſi le quarré d'vne ligne droicte eſt quintuple du quarré d'vne partie d'icelle: le double de ceſte partie eſtant couppé en la moyenne & extréme raiſon le plus grand ſegment eſt l'autre partie de ladite ligne.*

f 9.12.




Soit la ligne droicte AB, diuiſee par C, & qu'elle puiſſe le quintuple de AC, & ſoit priſe CD, double de AC. Ie dis que CD, eſtant couppee ſelon la moyenne & extreme raiſon CB, ſera le plus grand ſegment de la toute CD, partie reſtante de la premiere AB. [a Car ayant acheué la conſtruction comme en la precedente CI, KG, ſeront les quarrez de AC, CB, & d'autant que le quarré BF, eſt poſé quintuple du quarré CI; ſi on oſte le quarré CI, demeurera le gnomon OPQ, quadruple du meſme quarré CI: [b Mais le quarré CM, eſt quadruple du quarré CI, puis que CD eſt double de AC, donc le gnomon OPQ, ſera egal à CM; Derechef, d'autant que CD eſt poſée double de AC, & LC, eſt egale à CD, & CH, à AC; LC, ſera double de CH. Donc puis que comme LC, eſt CH, ainſi le rectangle LB, au rectangle CK; celuy-là ſera auſſi double de cettuy-cy: [d mais CK, eſt egal à HF. Donc LB, eſt egal à CK, HF; & partant le quarré reſtant KG, au rectang. reſtant BM. D'autant donc que le rect. BM, contenu ſous CD, BD, eſt egal à KG, quarré de CB. [e Comme CD, ſera à CB,

a coro. 4.2.

b ſchol. 4.2. 1.

c 1.6.

d 43.1.

e.

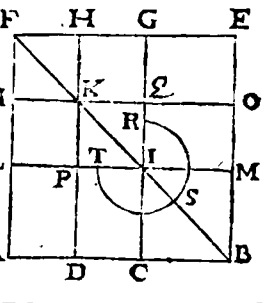
ainſi CB, à BD. Partant CD eſt couppee à B, en la moyenne & extreme raiſon, & CB, eſt le plus grand ſegment. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME 3. PROP. 3. iij

Si vne ligne droicte eſt couppee, ſelon la moyenne & extréme raiſon ; la ligne faicte du moindre ſegment & de la moitié du plus grand, peut le quintuple du quarré deſcrit de la moitié du plus grand ſegment.

*C'eſt à dire, le quarré du moindre ſegment auec la moitié du plus grand, comme d'vne ſeule ligne eſt quintuple du quarré de la moitié du plus grand.*

Soit la droicte ligne AB, diuiſee par C, ſelon la moyenne & extréme raiſon, dont AC, eſt le plus grand ſegment : lequel ſoit diuiſé à D, en 2. egalement. Ie dis que le quarré de BD eſt quintuple du quarré de CD.




Car ſur AB, ſoit deſcrit le quarré AE, dont le diametre ſoit BF ; puis par C, & D, ſoient menees CG, DH, paralleles à AF, BE, & couppant BF, par I, & k, par leſquels ſoient menees LM, NO, paralleles à AB, EF, couppantes CG, DH, à P, & Q, [a] LG, PQ, NH, DO, ſont les

[a] corol. 4. 2.

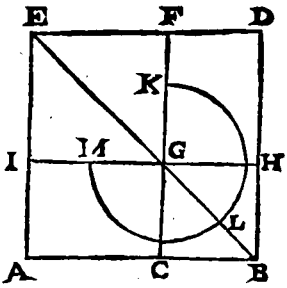
quarrez de AC, CD, BD. D'autant donc que
b scho. 4. 2. AC, est double de CD, b le quarré LG, sera quadruple du quarré PQ. Mais le rectangle CE, est egal au quarré LG (car puis que comme AB,
c 17. 6. à AC, ainsi AC à CB, c le rectangle sous AB, CB, sçauoir CE, est egal au quarré de AC, sçauoir à LG) donc CE, sera aussi quadruple de PQ. Mais d'autant que les quarrez NH, PQ sont egaux, AD, CD, estant egales, leurs costez
d 34. 1. HK, IQ, seront egaux; d & partant EO, OM,
e 36. 1. opposez à iceux: e donc les rectangles IO, QE,
f 43. 1. seront egaux: f mais IO, est egal à ID; donc QE, sera egal au mesme ID; adioustant donc le commun rectangle CO; tout le gnomon RST, sera egal au rect. CE. Et CE estant monstré quadruple du quarré PQ; le gnomon RST, sera aussi quadruple du mesme quarré PQ: adioustant le commun q. PQ, le q. DO, descrit de BD, sera quintuple du q. PQ, descrit de CD. Donc si vne ligne, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## V THEOREME 4. PROP. 4.

Si vne ligne droicte, est couppee selon la moyenne & extreme raison; l'vn & l'autre q. sçauoir celuy de la toute, & celuy du moindre segmẽt, ensemble sont triples du quarré descrit du plus grand segment.

Soit la droicte ligne AB, couppee à C, en la moyenne & extreme raison, & soit AC, le plus grand segment CB, moindre. Ie dis que les

quarrez de AB, & de BC enſemble, ſont triples, du quarré de AC. Car ſur AB, ſoit deſcrit le quarré AD, & ayant mené BE diametre, & par C, ſoit menee CF, parallele à BD, & HI, à AB, couppãtes le diametre à G. a CH, IF, ſeront les quarrez de BC, AC. Et d'autant que comme AB, à AC, ainſi AC à CB, b le rectangle AH, contenu ſous AB, BC, eſt egal à IF, quarré de AC. Donc AH, eſtant egal à CD, le gnomon KLM, auec le q. CH, ſera double du q. IF. Parquoy adiouſtant IF; AD, q. de AB, auec CH, q. de BC, ſera triple de IF, quarré de AC. Donc ſi vne ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.



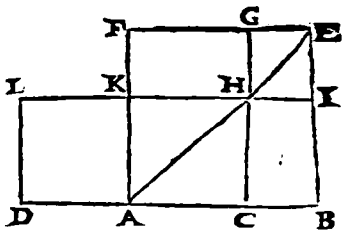

a corol. 4. 2.
b 17. 6.

## THEOREME 5. PROP. 5. iv

Si vne ligne droicte eſt couppee ſelon la moyenne & extréme raiſon, & que l'on adiouſte à icelle vne ligne egale au plus grand ſegment: la ligne droicte totale eſt couppee, en la moyenne & extreme raiſon; & le plus grand ſegment eſt la ligne droicte, qui eſtoit au commencement.

Soit AB, couppee à C, en la moyenne & extreme raiſon, & ſoit AC plus grand ſegment, & à iceluy ſoit adiouſté directement AD, egale

au plus grand segmẽt AC. Le disque BD, est couppee à A, en la moyenne & extreme raison, & que le plus grand segment est AB.




Car sur AB soit descrit le quarré BF, & mené AE diametre, & CG, parallele à BE, couppant AE, au poinct H, par lequel soit menee IK, parallele à BD, & par D, DL, parallele à AF, rencontrant IK, prolongee à L. [a] Et CK, IG, seront les quarrez de AC, BC. D'autant donc que comme AB, est à AC, ainsi AC, à CB, [b] le rectang. IF, contenu sous AB, BC, sera egal à CK, quarré de AC; [c] mais CK, est egal à AL, donc IF est aussi egal à AL, adiouſtant dõc le commun BK, le rectangle BL, contenu sous BD, DA, sera egal à BF, quarré de AB; [d] parrant comme BD, sera à AB, ainsi AB, à AD; Parquoy BD est couppé à A, en la moyenne & extreme raison, & AB, est le plus grand segment. Ce qu'il falloit demonstrer.

a corol. 4. 2.
b 17. 6.
c 36. 1.
d 17. 6.

## vj THEOREME 6. PROP. 6.

Si vne ligne droicte rationelle, est couppee selon la moyenne & extréme raison; l'vn & l'autre des segments est ligne Irrationnelle, laquelle est appellee apotome ou residu.

Soit la ligne droicte rationelle AB, couppee à

C, en la moyenne & extréme raiſon. Ie dis que tãt l'vnque l'autre des ſegments A C, CB, eſt ligne irrationelle, appellee reſidu.



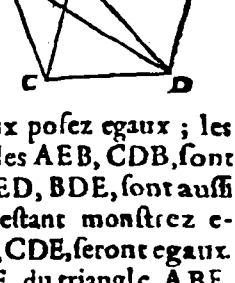

Car ſoit adiouſté au plus grand ſegment AC, la ligne droicte AD, egale à la moitié de la toute AB, a D'autant donc que le quarré de CD, eſt quintuple du quarré de AD, le quarré de CD, ſera au quarré de AD, comme nombre à nombre. b Parquoy les quarrez de CD, AD, ſeront commenſurables; & partant les lignes CD, AD, commenſurables au moins en puiſſance: Mais AD, eſt rationelle eſtant moitié de AB rationelle. Donc CD, ſera auſſi rationelle. c Mais d'autant que les quarrez de CD, AD, ne ſont l'vn à l'autre comme nombre quarré à nombre quarré (eſtant comme 5. à 1. ou 25. à 5.) d CD, AD, ſeront incommenſurables en longitude, & partant rationelles commenſur. en puiſſance ſeulement. Parquoy ſi de CD Rationelle on oſte AD, rationelle commenſ. en puiſſance ſeulement; e la reſtante AC, ſera irrationelle, qui eſt appellee reſidu. Derechef le rect. AE, eſtant appliqué à AB, contenu ſous AB, CB; puis que comme AB, à AC, ainſi AC, à CB, ſle rect. AE ſera egal au q. de AC; parquoy le quarré du reſidu AC, c'eſt à dire, le rectan. AE, appliqué ſelon la rationelle AB, g faict l'autre coſté BE. c'eſt à dire, CB, egale à icelle, reſidu premier. Donc ſi vne ligne droicte Rationelle, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a 1. 13.
b 6. 10.
c coro. 24. 8.
d 9. 10.
e 74. 10.
f 17. 6.
g 98. 10.

vij THEOREME 7. PROP. 7.

Si trois angles d'vn pentagone equilateral, soit qu'ils soient d'ordre ou non d'ordre, sont egaux : iceluy pentagone sera equiangle.

Au pentagone ABCDE, equilateral soient trois angles egaux, premierement d'ordre A, B, C. Ie dis qu'il est equiangle.




Car à iceux angles egaux soient soustendantes BE, AC, BD, & de F, où s'entrecouppent BE, AC, soit menee ED. D'autant que les costez AB, AE, du triangle ABE, sont egaux à CB, CD, du triangle CBD, & les angles contenus d'iceux posez egaux ; les à bases BE, BD, & les angles AEB, CDB, sont
a 4. 1. b 5. 1. egaux.[b] Mais les angles BED, BDE, sont aussi egaux, les costez BE, BD, estant monstrez egaux. Donc les touts AED, CDE, seront egaux. Derechef les costez AB, AE, du triangle ABE, estant egaux à BA, BC, du triangle BAC, & les angles contenus d'iceux egaux, par l'hypothese,
c 4. 1. e la base BE, sera egale à AC, & les angles ABE, AEB egaux, à BAC, BCA, chacun au sien. Dõc puis que les angles ABE, BAC, du triangle ABF, sont egaux ; d les costez BF, AF, seront aussi e-
d 6. 1. gaux ; donc s'ils sont ostez des egales BE, AC, les restes FE, FC, seront egales. Partant les costez FE, ED, du triangle FED, estant egaux à

FC,

FC, CD, du triangle FCD, & FD, commune; e FED, FCD, contenus d'iceux costez seront egaux: mais AEB, BCA, sont monstrez egaux; donc les touts AED, BCD, sont egaux, partant CDE, estant monstré egal à AED, & les angles ABC, BAE, & BCD, estant posez egaux; iceluy pentagone sera equiangle. e 8. 1.

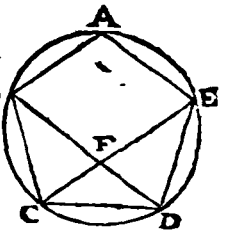
Soient secondement les 3. angles A, C, D, non d'ordre egaux: D'autant donc que les costez AB, AE, du triangle ABE, sont egaux aux costez CB, CD, du triangle CBD, & les angles contenus d'iceux posez egaux: f les bases BE, BD, & les angles AEB, CDB seront egaux: g mais les angles BED, BDE sõt aussi egaux, les costes BE, BD, estant mstrez egaux: Donc les touts AED, CDE sont egaux, donc BAE, CDE, estans posez egaux, les trois angles de suitte A, E, D, seront egaux. Donc comme il est desia monstré le pentagone sera equiangle. Donc si trois angles d'vn pentagone, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. f 4. 1. g 5. 1.

## THEOREME 8. PROP. 8. viij

Si deux lignes droictes soustendent deux angles d'vn pentagone equiangle & equilateral, lesquels sont d'ordre; icelles se couppent l'vne l'autre en la moyenne & extréme raison, & les plus grands segments d'icelles sont egaux au costé du pentagone.

Soient 2. lignes droictes DB, CE, soustendantes les 2. angles C & D, au pentagone equiangle & equilateral ABCDE, & se couppantes

l'vne l'autre au poinct F.



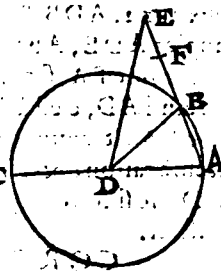

Ie dis qu'elles se couppent en la moyenne & extreme raison; & que leurs plus grands segments FB, FE, sont egaux à chacun costé du pentagone

a 14.4. Car a ayant descrit vn cercle à l'entour du
b 28.3. pentagone, b les cinq arcs AB, BC, CD, DE, EA, seront egaux: Et d'autant que les costez CD, CB, du triangle CDB, sont egaux aux costez DC, DE, du triangle DCE; & les angles contenus d'iceux posez egaux; les bases DB,
c 4.1. CE, & les angles CDB, DCE seront egaux; parquoy au triangle CDF, les 2. angles FCD;
d 32.1. FDC, estant egaux; d Et BFC, externe egal à
e 32. 6. iceux; BFC, sera double de DCE: e mais l'angle BCE, est aussi double du mesme DCE; d'autant que l'arc BAE, est double de l'arc DE.
f 6.1. Donc les angles BFC, BCF sont egaux; f & par-
g 27.3. tant BF, egale au costé du pentagone BC. g Mais d'autant que les angles BBC, ECD, appuyez sur arcs egaux, sont egaux; les deux angles DBC, CDB, du triangle BCD, sont egaux aux 2. DC
h 32.1. F, FDC, du triangle CFD; h partant les trian-
i 4.6. gles BCD, CFD, sont equiangles; i partant comme BD. à DC; c'est à dire, à BF, egale à DC, ainsi CD, c'est à dire, BF, son egale; est à FD; Donc BD est couppee à F, en la moyenne & extreme raison, & le plus grand segment BF; est monstré egal au costé du pentagone. Semblablement on monstrera que CE, est couppee à F, selon la moyenne & extreme raison, &

que son plus grand segment ER, est egal au co-
sté du pentagone. Donc si, &c. Ce qu'il falloit
demonstrer.

## THEOREME 9. PROP. 9.

Si le costé de l'hexagone, & le costé du decagone, inscrits en vn mesme cercle sont composez: La ligne droicte totale est couppee en la moyenne & extreme raison, & le plus grand segment d'icelle est le costé de l'hexagone.




Au cercle ABC, soit la droicte ligne AB, costé du decagone: à laquelle soit adiousté BE, directement, egale au demi diametre du cercle, & partant au costé de l'exagone descrit au mesme cercle. Ie dis que EA est couppee à B, en la moyenne & extreme raison, & que le plus grand segment est EB, est le costé de l'hexagone.

Car de A, soit mené le diametre AC, & du centre D, soient conioinctes DB, DE. D'autant que l'arc AB, est la dixiesme partie de toute la circonference du cercle: l'arc du demi cercle contiendra l'arc AB cinq fois. Partant l'arc BC, sera quadruple de l'arc AB; a parquoy l'angle BDC, sera aussi quadruple de l'angle ADB. De rechef d'autant que les costez BD, BE sont

a 33. 6

egaux, ſçauoir coſtez de l'hexagone, (b car BE,
b corol. 15. 4. coſté de l'hexagone eſt egal au demi-diam. BD.)
c 5. 1. c Les angles BDE, BED, ſerõt egaux: d auſquels
d 32. 1. l'externe ABD, eſtant egal: ABD, ſera double de
e 5. 1. BED: e mais BAD, eſt egal à ABD, les coſtez DA, DB, eſtant egaux: Donc BAD, ſera auſſi double de BED; partant les 2. DAB, DB
f 32. 1. A, enſemble, ſeront quadruples de BED. f Dõc puis que l'angle externe BDC, eſt egal aux deux DAB, DBA, l'angle externe BDC, ſera quadruple du meſme BED; mais le meſme angle BDC, a eſté monſtré quadruple de ADB. Dõc les angles AED, ADB ſont egaux; partant les 2. angles AED, DAE, du triangle ABE, eſtant
g 32. 1. h 4. 6. egaux aux 2. ADB, BAD du triangle ABD, g les triangles ADE, ABD, ſeront equiangles. Partant comme EA, ſera à AD, ou à EB, egale à AD, ainſi AD, c'eſt à dire, EB, ſon egale à BA; Donc EA eſt couppee à B, en la moyenne & extreme raiſon, & EB eſt le coſté de l'exagone. Donc ſi le coſté, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## COROLLAIRE.

De ceſte demonſtration il eſt manifeſte que ſi le coſté de l'hexagone eſt couppé en la moyéne & extreme raiſon, ſon plus grand ſegment ſera le coſté du decagone deſcrit au meſme cercle. Car du coſté de l'exagone BE, eſtant priſe BF, partie egale à AB: comme la toute AE, ſera à la toute BE, ainſi la retranchee BE, à la retranchee BF: a donc le reſte AB, c'eſt à dire, BF, ſera au reſte FE, comme la toute AE, à la toute BE, ou BE, retranché de AE, à BF, retranchee
a 19. 5.

de BE ; [b] partant BE, sera couppee comme AE, en la moyenne & extreme raison à F, & BF, plus grand segment est egal à AB, costé du decagone. [b] 3. d. 6.

## THEOREME 10. PROP. 10. x

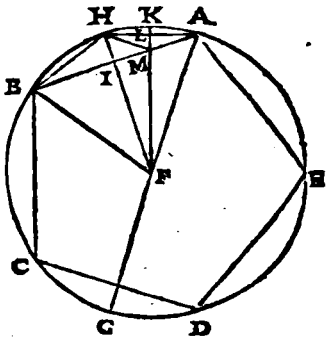
**Si vn pentagone equilateral est inscrit au cercle ; le costé du pentagone, peut le costé de l'hexagone, & le costé du decagone inscrits au mesme cercle.**

*C'est à dire, que le q. du costé du pentagone equilateral inscrit au cercle, est egal aux 2. quarrez ensemble, du costé de l'hexagone, & du decagone inscrits au mesme cercle.*

Au cercle ABCD, dont le centre est F, soit inscrit le pentagone equilateral ABCDE. Ie dis que le quarré de AB costé du pentagone est egal au quarré du costé de l'hexagone, & au quarré, du costé du decagone, du mesme cercle.

Car soit mené le diametre AFG, & coniointe FB, puis ayant diuisé l'arc AB, en 2. egalement à H, soient coniointes les lignes droictes AH, BH, & FH, couppant la droicte ligne AB, à I ; la ligne droicte AH, sera le costé du decagone, & BF, costé de l'hexagone. Derechef ayant diuisé l'arc AH, en 2. egalement à K, soit conioincte FK, couppant la droicte ligne AH, au poinct L, & la droicte AB, par le poinct M, auquel soit menee HM. D'autant donc que les arcs AH, BH, sont egaux, [a] les angles AFH, BFH, appuyez sur iceux, seront egaux. Parquoy les co- [a] 27. 3.

stez AF, FI, du triangle AFI, estant egaux à BF, FI, du triangle BFI, & les angles contenus d'iceux aussi egaux, [b] les bases AI, BI, seront egales, & les angles AIF, BIF egaux, & partant droicts: Par mesme raison, les droictes lignes AL, HL seront egales, & les angles ALF, HLF droicts.




b 4.1.

Puis si des demicercles egaux ABCG, AEDG, on oste les arcs egaux ABC, AED, demeureront les arcs CG, DG, egaux entr'eux, partant l'arc CG, sera moitié de l'arc CD. Mais l'arc AH, est moitié de l'ac AB. Donc les arcs AB, CD estant egaux; leurs moitiez qui sont les arcs CG, AH seront egaux; donc puis que l'arc AH, est double de l'arc Hk, l'arc CG sera aussi double de l'arc Hx. Semblablemẽt d'autant que les arcs AB, BC, sont egaux, & l'arc AB, est double de l'arc BH, l'arc BC, sera aussi double du mesme BH. Parquoy les arcs CG, BC, sont equimultiples, sçauoir doubles des arcs Hx, BH. [c] Et partant tout l'arc BG, sera aussi double de tout l'arc BK; [d] & partant l'angle BFG, double de l'angle BFK; [e] mais d'autant que le mesme angle BFG, au centre, est aussi double de l'angle FAB; les angles BFM, & FAB, seront egaux; [f] & partant les triangles, ABF, FBM, ayans les angles FAB, MFB egaux, & l'an-

c 1.5.
d 33.6.
e 20.3.
f 32.1.

gle ABF commun, seront equiangles ; g partant comme AB, à BF, ainsi BF, à BM : h donc le rectangle contenu sous AB, BM, sera egal au quarré de la droicte ligne BF. g 4. 6. h 17. 6.

Derechef d'autant que les costez AL, LM, du triangle ALM, sont egaux à HL, LM, du triangle HLM, & les angles contenus d'iceux egaux, sçauoir droicts ; i les bases AM, HM, & les angles LAM, LHM, seront egaux : k mais l'ange LAM, est egal à l'angle HBA, d'autant que les costez HA, HB, sont egaux. Donc l'angle LHM, sera aussi egal au mesme HBA ; l partant les triangles ABH, AHM, ayant les angles ABH, AHM, egaux, & HAM commun, seront equiangles. m Parquoy comme AB, à AH, ainsi AH, à AM. n Donc le rect. sous AB, AM, sera egal au quarré de AH : mais le rect. sous AB, BM, est monstré egal au quarré de BF ; donc les rectangles sous AB, BM, & sous AB, AM ensemble, sont egaux aux quarrez de BF. AH. o Mais les rectangles sous AB, BM, & sous AB, AM, sont egaux au quarré de AB ; donc le q. de AB, sçauoir du costé du pentagone, est egal aux quarrez de BF, AH, costé de l'hexagone & costé dudecagone. Donc si au cercle, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. i 4. 1. k 5. 1. l 32. 1. m 4. 6. n 17. 6. o 2. second.

## COROLLAIRE.

Il est manifeste de ceste demonstration que la ligne droicte menee du centre qui diuise vn arc en 2. egalement, diuise aussi la ligne droicte soustendante iceluy, à angles droicts & en 2. egalement : estant monstré que FH diuisant l'arc

AB en 2. egalement diuisé, aussi la ligne droicte AB, en 2. egalement & angles droicts à I, & est la mesme demonstration de tous les autres.

Il est aussi manifeste que le diametre du cercle mené de l'angle du pentagone diuise aussi l'arc soustendent le costé oppose à iceluy angle en 2. egalement, & aussi ledit costé en 2. egalement & à angles droicts : estant demonstré que le diametre AG, diuise en 2. egalement l'arc CD, soustendu du costé CD. Donc par ce qui est demonstré, il couppe aussi en 2. egalement & à angles droicts ledit costé CD : on fera la mesme demonstration de tout polygone equilateral inscrit au cercle : le nombre des costez estant impair.

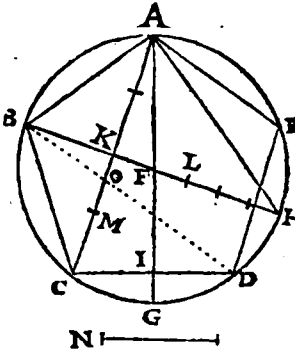
## xij THEOREME 11. PROP. 11.

Si au cercle duquel le diametre est Rationel, est inscrit vn pentagone equilateral, le costé du pentagone est ligne Irrationelle; appellee mineure.

Au cercle ABCD, ayant le diametre Rationel, soit inscrit vn pentagone equilateral ABCDE. Ie dis que le costé AB, est ligne Irrationelle, appellee mineure.

Car soient menez les diametres AG, BH, se couppans au centre F, & que AG, couppe CD, à I, & soient conioinctes AC, AH, dont AC, couppe BH, à K ; & soit prise FL, quarte partie de FH, & CM, quarte partie de AC, D'autant que BH, est posee Ratio-

nelle FL, BF, parties aliquotes d'icelluy seront Rationelles luy estant commensurables ; & partant la toute BL, composee d'icelles, [a] estant cõmens. à chacune d'icelles FL, BF, sera rationelle.




a 16.10.

Derechef FB, menee du centre, couppant l'arc ABC, en 2. egalement à B, [b] elle couppera la droicte ligne AC, aussi en 2. egalement à K, & à angles droicts: [c] mais AG, couppe CD, à I, en 2. egalement, & à angles droicts. Donc les triangles ACI, AFK, ayans les angles CIA, AKF, droicts, & CAI commun, [d] seront equiangles. [e] Donc comme CI, à CA, ainsi FK, à FA; & en changeant comme CI, à FK, ainsi CA à FA, ou à FH, egale à FA: [f] mais comme CA, à FH, ainsi CM, quarte partie de CA, à FL, quarte partie de FH. Donc comme CI, à FK, ainsi CM, à FL, & en changeant comme CI, à CM, c'est à dire, comme CD, double de CI, à CK, double de CM, ainsi FK, à FL, & en composant comme CD, CK, ensemble à CK, ainsi FK, FL ensemble, sçauoir kL, à FL, & [g] partant comme le quarré de la composee de CD, CK, au quarré de CK, ainsi le quarré de KL, au quarré de FL. Mais d'autant que si AC, est couppee en la moyenne & extreme raison (estant menee BD) [h] son plus grand segment

b coro. 10.13
c coro. 10.13
d 32.1.
e 3.6.
f 15.5.
g 22.6.
h 8.13.

OA ſera egal au coſté du pentagone, ſçauoir
à CD ; i le quarré de la compoſee de CD, ou
i 11. 13. OA, plus grand ſegment, & de CK, moitié de
la toute ; ſera quintuple du quarré de CK, moi-
tié de la toute. Parquoy le quarré de KL, ſera
k 6. 10. auſſi quintuple du quarré de FL, k donc le q.
de KL, ſera commenſ. au quarré de FL ; & par-
tant KL, FL, auſſi commenſ. au moins en puiſ-
ſance. Mais FL, eſt monſtree Rationelle, donc
KL, ſera auſſi Rationelle. En apres d'autant que
BF, eſt quatre telles parties que FL, 1. & telles 5.
parties que eſt BL ; FL en eſt 1. le quarré de
BL, ſera 25. telles parties que le quarré de FL,
l 20. 6. 1. (comme appert par ces nombres 1. 5. 25. car
les quarrez ſont en raiſon doublee de leurs co-
ſtez.) Mais le quarré de KL, eſt monſtré eſtre 5.
telles parties que le quarré de FL, eſt 1. Donc le
quarré de BL, ſera 25. telles parties que le quar-
ré de KL, en eſt 5. Donc le quarré de BL, ſera
m coro. quintuple du quarré de KL. m D'autant donc que
24. 8. les quarrez de BL, KL, ne ſont entr'eux comme
nombre quarré à nombre quarré (eſtant com-
n 9. 10. me 25. à 5. ou 5. à 1.) n BL, KL, ſeront incommen-
ſ. en longit. & eſtant monſtrees Rationel-
les, elles ſeront Rationelles commenſ. en puiſ-
ſance ſeulement. Donc ſi de la Rationelle BL,
on oſte la Rationelle KL, commenſ. en puiſſ.
o 74 10 ſeulement, o la reſtante BK, ſera Irrationelle,
dicte reſidu & ſa conuenable ſera KL.

Mais maintenant que BL, puiſſe plus que
KL du quarré de N. D'autant que le quarré de
BL, eſt egal aux quarrez de KL, & N. Mais le
quarré de BL, eſtoit 5. telles parties que le quar-
ré de KL, 1. le reſte quarré de N, ſera 4. telles

parties, que le quarré de BL, en eſt 5. Donc les quarrez de BL, & N, ſeront entr'eux comme nombre à nombre. p Partant commenſur. & BL, & N, commenſ. au moins en puiſſ. Mais BL eſt monſtree Rationelle. Donc N, le ſera auſſi: r Et les quarrez de BL, & N, n'eſtant entr'eux comme nombre quarré à nombre quarré (eſtant comme 5. à 4.) BL, s & N, ſeront incommenſurab. en longit. partant Rationelles commenſurables en puiſſance ſeulement. Parquoy la toute BL, eſtant Rationelle comme. en longit. à la rationelle BH (car BL, eſt 5. telles parties que BH, 8.) & pouuant plus que ſa conuenable KL, du quarré de N, monſtree incommenſ. en longit. à icelle: BK ſera reſidu 4. par la definition.

p 6. 10.
r coro. 24. 8.
s 9. 10.

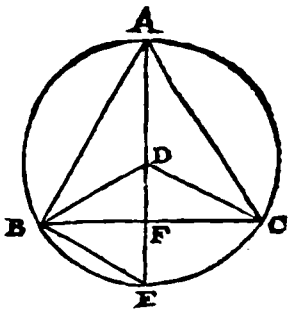
Finalement, a d'autant que AB, eſt moyenne proportionelle entre BH, BK (le triangle ABH ayant l'angle BAH droict, dont eſt mené AK, pendic. à la baſe) b le q. de AB, ſera egal au rect. ſous BH, BK. Partant AB, pouuant la ſuperficie contenuë ſous la Rationelle BH, & le reſidu quatrieſme BK; d AB, ſera ligne mineure. Donc ſi au cercle, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a coro. 8. 6.
b 31. 3.
c 17. 6.
d 95. 10.

## THEOREME 12. PROP. 12. viij

Si vn triangle equilateral eſt inſcrit au cercle; le coſté du triangle eſt triple en puiſſ. à la ligne menee du centre du cercle à la circonference.

*C'eſt à dire, que le quarré du coſté du triangle equilateral, inſcrit au cercle eſt triple du quarré de ſon demi diametre.*




Au cercle ABC, dont le centre eſt D, ſoit inſcrit le triangle equilateral ABC. Ie dis que le quarré du coſté AB, eſt triple du quarré du demi-diametre.

Car ayant mené le diametre AE, coupant l'arc BC, en 2. egalement à E: a & la droicte ligne BC, auſſi en 2. egalement, & à angles droicts à F. L'arc BC, eſtant la 3. partie de la circonference; l'arc BE, ſera la ſixieſme; & BE, ligne droicte eſtant menee ſera le coſté de l'exagone; b & egale au demi diametre. c D'autant donc que le quarré de AE, eſt egal aux quarrez de AB, BE, d eſtant l'angle ABE droict, au demi cercle. e Mais le quarré de AE, eſt quadruple du quarré de BE: puis que AE, eſt double de EB; les quarrez de AB, BE, enſemble, ſeront pareillement quadruples du meſme quarré de BE, & partant telles 4. parties que ſont les quarrez de AB, BE, le q. de BE, ſera 1. & par ainſi le q. de AB, ſera 3. telles parties. Donc le quarré de AB, eſt triple du quarré de BE, laquelle eſt egale au demi diametre. Donc ſi vn triangle, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

a coro. 10. 13.
b c. 10. 15. 4.
c 47. 1.
d 31. 3.
e ſchol. 4. 2.

## COROLLAIRE.

De ces choſes il s'enſuit que le diametre du cercle eſt ſeſquilatere en puiſſance au coſté du triangle equilateral deſcrit au meſme cercle. C'eſt à dire, que le q. du diametre eſt en raiſon ſeſquialtere ou comme 4. à 3. au q. du coſté du triangle equilateral inſcrit au meſme cercle. Car le q. de AB, eſtant monſtré triple du q. du demi diametre AD, le q. de AB, eſtant poſé de 3. le q. de AD, ſera 1. & partant le q. de AE, a quadruple du q. de AD ſera 4. Parquoy le q. de AE eſt ſeſquilatere du q. de AB; c'eſt à dire, comme 4. à 3. b Et d'autant que comme AE à AB, ainſi AB à AF, perpendiculaire menee d'vn angle ſur le coſté. Le q. de AB, ſera auſſi comme 4. à 3. au q. de AF.

a ſchol. 4. 2.

b coro. 8. 6.

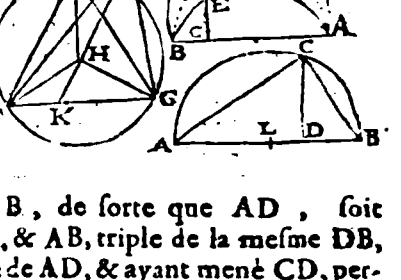
Secondement l'on peut colliger que DE, demi diametre eſt couppé en 2. egalement à F, par le coſté BC, du triangle ABC. Car le q. de AB, eſtant triple du q. de BE: ſi on poſe ledit q. de AB, de 12. le quarré de BE, ſera 4. c Mais le q. de BE, eſt egal aux quarrez de BF, FE, donc les qq. de BF, FE, ſeront 4. mais le q. de BF, eſt 3. (le d q. de AB, eſtant quadruple du q. de BF: car AB, eſt double de BF) donc le q. de FE, ſera 1. Partant le 4. de BE quadruple du q de FE. Donc DE, ſera double de FE: Parquoy DE, eſt couppee en 2. egalement à F.

c 47. 2.

d ſchol. 4. 2.

## PROBLEME 1. PROP. 13.

Cõstituer vne pyramide, & l'enuironner d'vne sphere dõnee: & monstrer quele diametre de la sphere, est sesquialtere en puissance au costé de la pyramide.




Soit AB, diametre de la sphere donnee, à l'entour duquel soit descrit ACB demi cercle: & soit prise BD, tierce partie de AB, de sorte que AD, soit double de DB, & AB, triple de la mesme DB, & sesquialtere de AD, & ayant mené CD, perpendiculaire à AB, soient iointes AC, CB. Et soit descrit le cercle FEG, de l'interuale HE, posee egale à DC, du centre H, auquel soit inscrit le triangle equilateral EFG, & conioinctes HF, HG, chacune desquelles sera egale à DC, estant egales à HE, & de H, soit leuee HI, à angles droicts au plan du cercle, & posee egale à AD, & de I, menees IE, IF, IG. Ie dis que le solide, contenu des 4. triangles FEG, IEF, IFG, IEG, est pyramide ou tetraedre.

Car d'autant que les costez DA, DC; du

triangle ADC, sont egaux, à HI, HE, du triangle IHE, [a] & les angles contenus d'iceux posez droicts. [b] La base AC, sera egale à la base IE. Semblablement AC, sera monstree egale à IF, IG. Derechef d'autant que les 3. lignes AD, DC, DB, sont proportionelles: comme AD, à DB, ainsi le quarré de AD, au quarré de DC; & en composant, comme le AB, à DB, ainsi les quarrez de AD, DC ensemble, au quarré de DC: mais [c] les quarrez de AD, DC, sont egaux au quarré de AC. Donc aussi comme AB, à DB, ainsi le quarré de AC, au q. de DC; partant AB estant triple de DB, aussi le q de AC, sera triple du q. HE, estant HE, egale à DC: [f] Or le q. de EF, est aussi triple du mesme q. de HE. Donc le q. de AC, sera egal au q. de EF, & partant AC, egale à EF. Parquoy AC, estant monstree aussi egale, à IE, IF, IG, les 4. triangles EFG, EFI, FGI, GEI, seront equilateraux & equiangles entr'eux. L'on a donc constitué vne pyramide ou tetraedre; dont la base est EFG, & le sommet I. Ie dis qu'icelle pyramide est comprinse en la sphere donnee, dont le diametre est AB, & le diametre de la sphere AB, est sesquialtere en puissance au costé FF, ou AC.

a 3 d. 11.
b 4. 1.
c coro. 8. 6.
d coro. 20. 6.
e 47. 1.
f 12. 13.

Soit prolongee IH perpendiculaire, à K, de sorte que Hk, soit egale à DB, & la toute IK, à la toute AB; D'autant donc que les 3. AD, DC, DB, sont proportionelles, ausquelles IH, HE, HK sont egales, IH, HE, HK seront aussi proportionelles. Parquoy HE, estant perpendiculaire à Ik, & moyenne proportionelle entre IH; Hk, le demi-cercle descrit à l'entour de IK, au plan

de IK, HF, passera par E, comme il sera monstré incontinent. Semblablement tant le demicercle descrit à l'entour de IK, au plan de Iκ HF, passera par F, que le demi cercle descrit à l'entour de IK, au plan de Iκ, HG, par G. Donc chacun d'iceux demi cercles mené à l'ẽtour le diametre demeurant fixe, descrira vne sphere, laquelle cõprendra le tetraedre cõstitué, puis quelle passe par tous les angles d'iceluy E, F, G, I: & icelle estant egale à la donnee, le diametre Iκ, estant posé egal au diametre AB; la sphere donnee cõprendra le mesme tetraedre.

Mais d'autant f que AB, AC, AD, sont proportionelles: comme AB, à AD, g ainsi le q. de AB sera au q. de AC: mais AB, est posee sesquialtere de AD. Donc le quarré de AB, sera sesquialtere du quarré de AC; & partant puis que AB, est le diametre de la sphere, & AC, egale à EF, costé de la pyramide. Il est manifeste que le diametre de la sphere est sesquialtere en puissance, au costé du tetraedre ou pyramide. Donc nous auons constitué, &c. Ce qu'il falloit faire.

f coro. 8. 6.

g coro. 20. 6.

## LEMME.

*Or que le demi cercle descrit à l'entour de Ik, au plan de Iκ, HB, passe par E, il sera demonstré par ce theoreme.*

Si à vne ligne droicte on mene vne perpendieulaire, qui soit moyenne proportionelle entre les segments de la ligne, le demi cercle descrit à l'entour d'icelle ligne passera par l'extremité de la perpendiculaire.

Car

*Car soit CD, perpend. à AB, & moyenne proportionelle entre AC, CB. Ie dis que le demi cercle descrit à l'entour de AB, passera par D : car s'il passoit au dessus ou au dessous, sçauoir par E;* a CE *sera aussi moyenne proport. entre AC, & CB :* b *Donc tant le q. de CD, que le q. de CE, sera egal au rect. sous AC, CB; Partant les qq. de CD, CE, sont egaux entre eux : & CD, CE, la partie & le tout, ce qui est absurde. Donc le demi cercle passera par* D. *D'où il s'ensuit que le demi cercle descrit à l'entour de* IK, *au plan de IK, HE passera par* E; *HE estant perpend. à* IK, *& moyenne proport. entre IH, HK.*

a coro. 13. 6.
b 17. 9.

## COROLLAIRE.

De cecy on peut colliger que le diametre de la sphere est quadruple sesquialtere en puissance au demi-diametre du cercle descrit au tour de la base de la pyramide. Car le diametre de la sphere AB, estant monstré sesquialtere en puissance au costé de la pyramide EF : le q. de EF, sera de 6. telles parties que le q. de AB, en est 9. Mais le q. de HE, est deux telles parties que le q. de EF, en est 6. c Iceluy q. de EF, estant triple du q. de HE : Donc le q. de HE, sera de 2. telles parties que le q. de AB en est 9. Partant le diametre de la spere AB, est quadruple sesquialtere en puiss. au demi-diametre HE, les qq. estant comme 9. à 2.

c 12. 13

Dercchef. la perp. menee du centre de la sphere au plan de la base de la pyramide sera la 6. partie du diametre de la sphere & la tierce partie du demidiametre : Car soit L, le centre du demi cercle ABC, il sera aussi le centre de la

ſphere. Ie dis que LD (laquelle eſt menee du centre de la ſphere à la baſe EFG, perpend. AD, eſtant egale à IH, & partant le poinct D, meſme que le poinct H, tout ainſi que L, eſt le meſme que le centre de la ſphere) eſt la 6. partie du diametre de la ſphere, ſçauoir de AB, & la tierce partie du demidiametre AL. Car AD eſtant double de DB; DB ſera 2. telles parties que AD en eſt 4. & partant la toute AB 6. telles parties, & le ſemidiametre 3. telles parties. Donc ſi AD, eſt 4. & AL 3. LD ſera 1. Parquoy LD, ſera la 6. partie de AB, qui eſtoit de 6. telles parties, & la tierce partie de AL, qui eſtoit de trois telles parties.

Semblablement la hauteur de la pyramide HI, ſera deux tierces parties du meſme diametre: car HI, eſt la meſme que AD, contenant $\frac{4}{6}$ du diametre par la conſtruction.

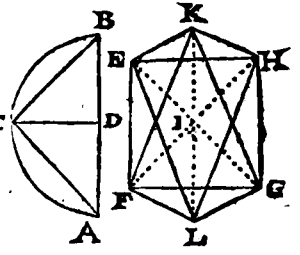
Derechef le quarré de la hauteur de la pyramide ſera de 4. telles parties, que le quarré du diametre eſt poſé en eſtre 9. Car la raiſon de 9. à 4. eſt doublee de la raiſon de 3. à 2. comme il appert icy 9.6.4.

## PROBLEME 2. PROP. 14.

Conſtituer vn octaedre, & l'enuironner d'vne meſme ſphere que la pyramide & mõſtrer que le diametre de la ſphere eſt double en puiſſance, du coſté d'iceluy octaedre.

Soit AB, le diametre de la ſphere, compre nant la pyramide conſtituee, à l'entour duque

soit descrit le demi cercle ACB, & du centre D, soit menee DC, perpend. à AB, & conioinctes AC, BC, a qui seront egales entre elles. Et prenant EF, egale à AC, ou BC, soit descrit sur icelle le quarré EFGH, auquel soient menez les diametres EG, FH, se couppans à I: Et IE, IF, IG, IH, seront egales, b estans demi diametres du cercle descrit à l'entour du quarré. Puis de I, soit menee KL, de part & d'autre perpen. au plan du quarré; Et IK, IL, posees egales à IE: & de K, & L, soient menees KE, KF, KG, KH, LF, LE, LH, LG.




a 4.1.

b 9. 4.

Ie dis que le solide contenu des 8. triangles, KEF, KFG, KGH, KEH; LFE, LEH, LHG, LFG, est l'octaedre demandé. Car d'autant que les costez EI, IK, du triangle EIK, sont egaux à EI, IH, du triangle EIH; & les angles contenus d'iceux droicts, (sçauoir EIK, c droict, & EIG, d estant egal à GIH de suitte, pour l'egalité des costez EI, IH, & GI, IH, & des bases EH, GH) e la base EK, sera egale à la base EH.

c 3.d.11.

d 8.1.

e 4. 1.

Semblablement KH, sera egale à EH; partant KEH, sera triangle equilateral: Et ainsi nous conclurons que les autres triangles seront equilateraux; & par ainsi egaux au triangle KEH, estans leurs costez egaux aux costez du q. EFGH, chacun à chacun. Donc l'octaedre est constitué de 8. triangles equilateres & egaux. Lequel ie dis estre contenu de la sphere, dont le

diametre eſt AB, & de laquelle la pyramide conſtruicte eſt contenue, & le diametre de la ſphere AB, eſt double en puiſſance au coſté EF, ou AC.

f 3 d.11 Car d'autant f que IE, eſt perpend. à kL, & moyenne proportionelle entre les ſegments kI, IL: (eſtant kI, IE, IL egales, & partant en meſme proportion) le demi cercle deſcrit à l'entour de KL, au plan de kL, IE, g paſſera par E. Semblablement le demi cercle deſcrit à l'entour de kL, au plan de KL, IF, paſſera par F. Et de meſme des poincts G, & H. Dont chacun de ces demi cercles mené à l'entour du diametre fixe kL, deſcrira vne ſphere, laquelle cõprend l'octaedre conſtitué; puis qu'elle paſſe par tous les angles d'iceluy. Donc ceſte ſphere eſtant egale à la donnee dont le diametre eſt AB (car AC, EF, eſtant egales, & partant leurs qq. egaux, & tant le q. de AC, double du quarré de AD, que le quarré de FE, du quarré de EI: AD, EI, c'eſt à dire, kI demidiametres ſeront egaux, donc les toutes AB, kL diametres, ſeront egales; & partant leurs ſpheres egales) le meſme octaedre ſera contenu de la ſphere donnee.

g 1éme preced.

h 47. 1. Mais d'autant que le q. de AB, h eſt egal aux quarrez egaux de AC, BC; le quarré de AB, ſera double du q. de AC. Parquoy AB, eſtant le diametre de la ſphere, & AC egale au coſté de l'octaedre EF, il eſt manifeſte que le diametre de la ſphere eſt double en puiſſ. du coſté de l'octaedre. Partant nous auons conſtitué, &c. Ce qu'il falloit faire.

## COROLLAIRE.

D'icy il eſt manifeſte qu'en l'octaedre les 3. diametres ſe couppent à angles droicts au centre de la ſphere, comme KL, EG, FG à I. tous les angles à I, eſtant monſtrez droicts : donc kI, eſtant perpend. à EG, FH, a le ſera auſſi au plã par EG, FH ; b partant les plans k FLH, ELG k, menez par kI, ſeront à angles droicts à EFG H. Et par meſme raiſon ſe coupperont à angles droicts ; leſquels ſont auſſi quarrez, ayant pour coſtez ceux de l'octaedre, qui ſont egaux, & les angles droicts. D'autant (le q. du diam. de la ſphere eſtãt double du q. du coſté de l'octoaedre, comme il eſt monſtré) que le q. du diam. metre H F eſt egal aux quarrez des coſtez de l'octaedre FK, KH, c l'angle FKH, ſera droict ; & ainſi des autres.

a 4. 11.
b 8. 11.
c 48. 1.

Il eſt auſſi euident que l'octaedre peut eſtre diuiſé en 2. pyramides ſemblables & egales, ayant pour baſe commune le q. EFGH, & 4. triangles egaux & ſemblables tant de part que d'autre, &c.

Il s'enſuit auſſi que ſi le tetraedre & l'octaedre ſont deſcrits en vne meſme ſphere ; le coſté du tetraedre ſera ſeſquialtere en puiſſance au coſté de l'octaedre. Car poſant que le quarré du diametre de la ſphere ſoit diuiſé en 6. parties. d Dõc le diametre de la ſphere eſtant ſeſquialtere en en puiſſ. au coſté du tetraedre, le quarré du coſté du tetraedre ſera quatre telles parties que le quarré du diametre de la ſphere en eſt ſix.

d 13. 13.

Derechef, e le diametre de la ſphere eſtant

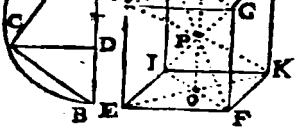
e 14. 13.

double en puiſſ. au coſté de l'octaedre, le q. du coſté de l'octaedre ſera de 3. telles parties, que le q. du diametre de la ſphere en eſt 6. Donc le q. du coſté du tetraedre eſtant 4. telles parties, que le q. du coſté de l'octaedre en eſt 3. Il eſt manifeſte que le q. du coſté du tetraedre eſt ſeſquialtere au quarré du coſté de l'octaedre.

Finalement, puis au q. EFGH, EH, eſt parallele
f 15. 11. à FG, & au q. ELGK, EK eſt parallele à GL: f le plan EHK, mené par EH, EK, ſera parallele au plan FGL, mené par FG, GL, & y ayant meſme raiſon des autres baſes de l'octaedre, il s'enſuit que les baſes oppoſees de l'octaedre ſont paralleles entr'elles.

xliij. PROBLEME 3. PROP. 15.

Conſtituer vn cube: & l'enuironner d'vne meſme ſphere que les precedentes figures; & demonſtrer que le diametre de la ſphere eſt triple en puiſſance du coſté d'iceluy cube.

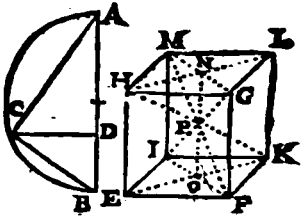



Soit AB, diametre de la ſphere qui contient les precedentes figures, à l'entour duquel ſoit deſcrit ACB demi cercle: & de AB ſoit priſe DB, tierce partie, puis ayant mené DC, perpendicul. à AB, ſoient conioinctes AC, BC. Et ſoit deſcrit EFGH, quarré de CF, qui ſoit priſe egale à BC; ſur lequel ſoiēt

menees à angles droicts EI, FK, GL, HM, aussi egales à BC, aux extremitez desquelles soient conioinctes IK, KL, LM, MI. D'autant donc que EI, FK, sont à angles droicts au plan EFGH; a EI, FK seront paralleles: mais elles sont egales, chacune estant posee egale à BC, c'est à dire, à EF. b Donc EF, IK, sont paralleles & egales; partant EFKI, parallelogramme, auquel EI, IK, KF, estant chacune egales à EF, toutes les 4. sont egales. c Mais tous les 4. angles sont droicts, estant EIK, FKI, egaux aux droicts opposez KFE, IEF. Donc EFKI, est q. par mesme raison FKLG, GLMH, HMIE, seront quarrez: par ainsi IKLM, sera quarré, d estant semblable & egal au quaré opposé EFGH: car EL e est solide parallelippede, ayans les plans opposez paralleles, sçauoir est, menez per des lignes paralleles se touchant l'vne l'autre. Parquoy EL sera cube, lequel ie dis estre comprins de la sphere dont AB est le diametre: Car soient EK, FI, GM, HL, diametres des plans opposez EFKI, GHML, par lesquels soient menez les plans EKLH, FIMG. f D'autant que tant le plan EKLH, que FIMG, couppe le cube en 2. egalemẽt: l'vn & l'autre passera par le centre du cube, sçauoir par P. Auquel g se diuisent aussi tous les diametres du cube entr'eux en 2. egalement; partant la commune section des plans, sçauoir NO, passera par le mesme poinct P. Mais d'autant que les plans EKLH, FIMG, sont rectangles (car HE, estant perpendiculaire à EI, EF, à cause des quarrez EM, EK; i elle sera aussi perpendiculaire au plan EK, & partant à la ligne EK, donc l'angle HEK, est droict, par

a 6. 11.
b 33. 1.
c 34. 1.
d 24. 11
e 15. 11.
f 28. 11
g corol 39. 11.
i 4. 11.
k 3. d 11

mesme raison les autres angles au plan EKLH, seront droicts, & au plan FIMG aussi. Donc les plans EKLH, FIMG, sont rectangles) & egaux, les costez de l'vn estant egaux aux costez de l'autre; & leurs diametres EL, HK, FM, GI, sont egaux; comme il est manifeste de la 34. du 1. Partant PE, PL, PH, Pk: PF, PM, PG, PI, seront egaux. Parquoy le demi cercle à l'entour de EL, descrit du centre P, & mené à l'entour, le diametre EL, demeurant fixe, descrira vne sphere passant par tous les angles du cube qui sera demonstree egale, à la sphere dont le diametre est AB.




Car puis que le quarré de Ek, est egal l aux quarrez egaux de EF, Fk, & partant double du quarré EF: c'est à dire, du quarré de KL: les quarrez de Ek KL, seront triples du quarré de KL. m Mais le quarré de EL, est egal aux quarrez de Ek, kL, l'angle EKL, estant droict, au rectangle EKLH, donc le quarré de EL, sera triple du quarré de KL, c'est à dire, du quarré de BC: mais le quarré de AB, est triple du mesme quarré de BC, n (car AB, BC, BD, sont proportionelles, o partant comme AB, à BD, ainsi le quarré de AB, au quarré de BC. Donc puis que AB, est triple de BD, le quarré de AB, sera aussi triple du quarré de BC) Donc les quarrez de EL, AB, sont egaux: parquoy EL, AB diametres des spheres seront egaux, & partant icelles spheres aussi egales. Mais d'au-

l 47. 1.
m 47. 1.
n coro. 8. 6.
o coro. 20. 6.

tant que le quarré du diametre EL, eſt monſtré triple du quarré du coſté du cube KL: il eſt manifeſte, que le diametre de la ſphere eſt triple en puiſſance au coſté du cube. Partant nous auons, &c. Ce qu'il falloit faire.

## COROLLAIRE. 1.

De cecy eſt manifeſte, que tous les diametres du cube ſont egaux entr'eux, & ſe couppent en 2. egalement au centre de la ſphere: & par meſme raiſon, que les lignes droictes conioignantes les centres des quarrez oppoſez, ſe diuiſent en 2. egalement au meſme centre. Car il eſt demonſtré que les diametres du cube, EL, HK, FM, GI, ſont egaux, & ſe couppent en 2. egalement au centre P. Que NO, conioignant les centres N, & O, des quarrez oppoſez, ſoit auſſi couppee egalement en 2. au meſme centre, nous le monſtrerons: les 2. angles OFP, OPF, du triangle OPF, ſont egaux à NMP, NPM, du triangle NMP (car p OFP, eſt egal à NMP, alterne, entre FI, GM, q paralleles, eſtant communes ſections des plans paralleles EK, GM, r & OPF, egal à NPM, oppoſé au ſommet.) Mais les coſtez adiacens PF, PM, ſont egaux eſtant demi diametres: Donc PO, PN, ſeront auſſi egaux: partant NO, ſera couppee en deux egalement à P. Et ainſi des autres lignes conioignant les centres des quarrez oppoſez.

p 29. 1.
q 16. 11.
r 15. 1.

## COROLLAIRE 2.

Derechef, la puiſſance du diametre de la ſphere, ou du cube, eſt egale aux puiſſances des coſtez du tetraedre & du cube enſemble: s Car le quarré du diametre eſt 9. telles parties que le quarré du coſté du tetraedre en eſt 6. t Mais iceluy quarré du diametre eſt de 9. telles partie que le quarré du coſté du cube en eſt trois; Donc le quarré du coſté du tetraedre, & le quarré du coſté du cube enſemble, ſont de 9. parties tout ainſi que le quarré du diametre. Partant le quarré du diametre eſt egal aux quarrez deſdits coſtez. Cela eſt auſſi manifeſte du demi cercle deſcrit à l'entour du diametre de la ſphere, où le coſté du tetraedre eſt AC, & du cube eſt BC; v Mais il appert que le diametre de la ſphere AB, peut la ligne AC, & BC, puis ACB, eſt angle droict.

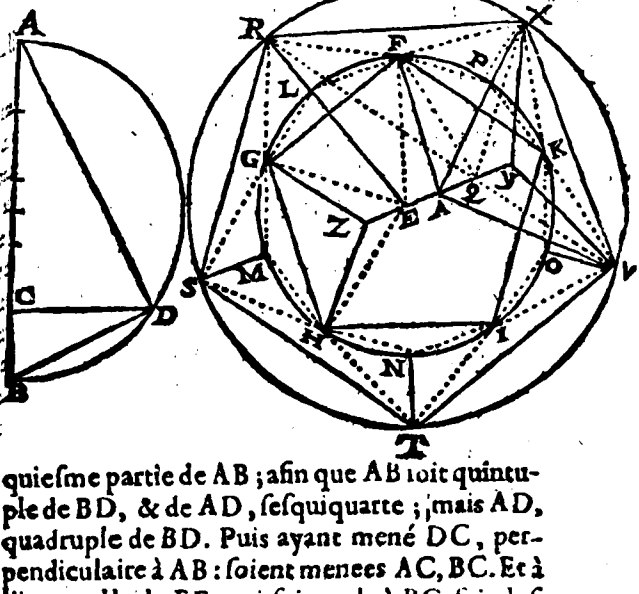
s 13. trezi. & t 15. 13.

v 47. 1.

## xvj PROBLEME 4. PROP. 16.

Conſtituer vn Icoſaedre, & l'enuironner d'vne meſme ſphere que les figures deuant dictes; & monſtrer que le coſté de l'Icoſaedre, eſt ligne Irrationelle, laquelle eſt appellee mineure.

Soit AB, diametre de la ſphere contenant les precedentes figures, à l'entour duquel ſoit deſcrit le demi cercle ACB; & ſoit priſe BD, cin-

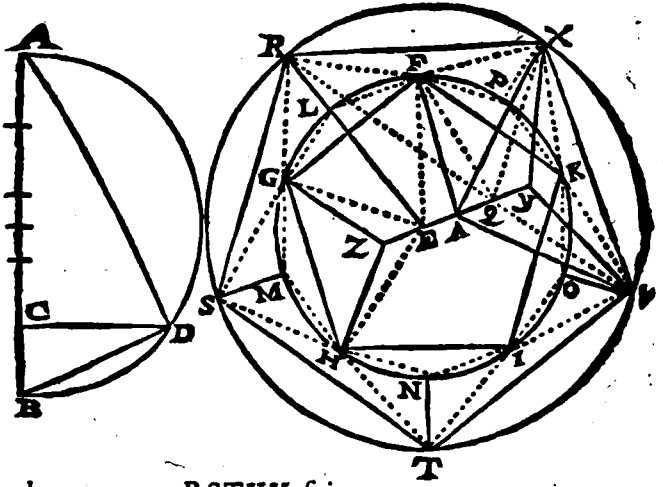



quieſme partie de AB ; afin que AB ſoit quintuple de BD, & de AD, ſeſquiquarte ; mais AD, quadruple de BD. Puis ayant mené DC, perpendiculaire à AB : ſoient menees AC, BC. Et à l'interualle de EF, qui ſoit egale à BC, ſoit deſcrit vn cercle du centre E, [a] auquel ſoit deſcrit vn pentagone equilatere FGHIK. En apres ayant diuiſé les arcs FG, GH, HI, IK, KF, en 2. egalement par L, M, N, O, P, ſoient conioinctes les droictes lignes FL, LG, GM, MH, &c. à ſçauoir les coſtez du decagone. Puis du centre E, & des poincts LMNOP, ſoient erigees des perpendiculaires au plan du cercle FGHIK : ſçauoir EQ, LR, MS, NT, OV, PX, leſquelles ſoient poſees egales au demi diametre EF, ou à BC, & elles ſeront toutes egales entr'elles : [b] mais elles ſont paralleles. Donc les lignes droictes qui les conioignent, ſçauoir EL, QR, EM, QS, EN, QT : EO, QV, EP, QX, (leſ-

[a] 11.4.

[b] 6.11.

quelles toutesfois nous n'auons toutes menees
e c 3. pour euiter confusion) c seront egales entr'elles deux à deux : & partant EL, EM, estant egales au demi diametre EF, QR, QS, QT, QV, QX, seront aussi egales, & entr'elles, & au de-
d 15. 2. mi diametre EF, ou à BC : d mais d'autant que le plan mené par QR, QS, est parallele au plan FGHIK, mené par EL, EM, par mesme raison le plan mené par QS, QT, est parallele au mesme plan FGHIK, mené par EM, EN : mais le plan mené par QR, QS, conuient auec le plan par QS, QT, à la ligne droicte QS, donc ces 2. plans seront ensemble vn seul plan, comme il sera incontinent demonstré. Semblablement le plan par QT, QV, & cettuy cy ser$\bar{o}$t vn seul plan, & aussi le plan par QV, QX, & le plan aussi par QX, QR. Il y a d$\bar{o}$c 5. lignes egales en vn mesme plan QR, QS, QT, QV, QX. Partant si de Q, à l'interualle QR, on descrit vn cercle en iceluy plan, il passera par les autres points R, S, T, V, X, & sera egal au cercle FGHIK : Soient conioinctes par R, S, T, V, X, les lignes RS, ST, TV, V
f 6. 11. X, XR. f D'autant que LR, PX, sont egales
g 33. 1. & paralleles, si on entend vne ligne droicte menee de L, à P, g LP, RX, seront aussi egales &
h 28. 3. paralleles : partant en cercles egaux, elles osteront arcs egaux : mais LP, prend la 5. partie du cercle FGHIK, sçauoir les $\frac{2}{10}$ FL, FP. Donc RX, prendra aussi la 5. partie du cercle RSTV X. Tout de mesme nous conclurons que les autres lignes droictes RS, ST, TV, VX, prennent les cinquiesmes parties. Parquoy RSTVX, est pentagone equilatere, ayant tous les costez egaux, au pentagone FGHIK. Car des angles




du pentagone RSTVX, ſoient menees aux angles du pentagone FGHIK, les lignes droictes RF, RG, SG, SH, TH, TI, VI, VK, XK, XF. D'autant donc que LK, perpen. eſt poſee egale au demi diametre EF, c'eſt à dire, au coſté de l'hexagone du cercle FGHIK, & LF, eſtãt coſté du decagone, i le quarré du coſté du pentagone du meſme cercle, ſera egal aux quarrez de LR, LF: k mais le quarré de FR, eſt egal aux meſmes quarrez: l l'angle FLR, eſtant droict: Donc le quarré de FR, eſt egal au quarré du coſté du pentagone, donc FR, ſera egale au coſté du pentagone LP, ou FG, c'eſt à dire, à KX. Et par meſme raiſon les autres lignes RG, SG, SH, &c. ſeront egales aux autres coſtez de l'vn & l'autre pentagone: & partant les dix triangles RFX, RFG, RGS, SGH, SHT, THI, TIV, VIK, VKX, XKF, ſeront equilateres entr'eux & egaux, leurs coſtez eſtant egaux à ceux du pentagone equilateral: puis apres ſoit prolon-

i 10.13.

k 47.1.

l 3.d.13

gee la perpendiculaire EQ, de part & d'autre, en sorte que QY, EZ, soient egales chacune au costé du decagone du cercle FGHIK, ou RST VX, & soient conioinctes VQ, VY, XQ, XY, GE, GZ, HE, HZ. D'autant que QX, est demi diametre du cercle RSTVX; c'est à dire, costé l'hexagone, & QY, est costé du decagone du
m 10.13 mesme cercle, m le quarré du costé du penta-
n 47. 1. gone XV, est egal aux quarrez de QX, QY;
o 3.d.11 n mais le quarré de XY, est egal aux mesmes quarrez, l'angle XQY, o estant droict (Car les plans des cercles FGHIK, RSTVX, estant
p 14.11 monstrez paralleles, & EQ, estant perpendic. au plan de celuy là par la construction, p EQ, sera aussi perpendic. au plan de cettuy cy comme il appert; & partant perpend. à QX, au mesme plan) Donc le quarré de XY, est egal au q. de XV, donc XY: sera egale à XV: ainsi XV, sera monstree egale à VY: partant le triangle VYX, est equilateral. Ainsi on demonstrera, si on mene les lignes droictes RY, SY, TY (lesquelles toutesfois n'ont esté menees pour euiter confusion) que les 4. triangles RYX, RYS, SYT, TYV, sont equilateres & egaux au triangle VYX, c'est à dire, aux 10. premiers, tous leurs costés estant egaux aux costez du pentagone. Semblablement GZH, sera equilatere, (puis que EG, est le costé de l'hexagone, sçauoir le demi diamtere, & EZ costé du decagone, & l'angle GEZ q droict) & aussi les quatre
q 3.d.11 triangles HZI, IZK, KZF, FZG (desquels nous n'auons mené les lignes pour euiter confusion) tous lesquels seront egaux aux 15. premiers chacun au sien pour la mesme cause. Donc ces 20. triangles estant equilateres & egaux, & chacun soit conioinct à chacun par des lignes droictes,

ſçauoir leurs coſtez ; l'on aura conſtitué d'iceux vn Icoſaedre: lequel ie dis eſtre compris de la ſphere dont AB eſt le diametre.

Car ſoit diuiſee EQ, en 2. egalement par α, & menees α F, α X, α V. D'autant que les coſtez α Q, QV, du triangle α QV, ſont egaux à α Q, QX, du triangle α QX, puis que QV, QX, ſont demi diametres du cercle RSTVX : mais les angles α QV, α QX, ſont r egaux, ſçauoir droicts : s les baſes α V, α X, ſeront egales. r 3.d.11. s 4.1.

Semblablement ſi on mene des lignes droictes de α, Q, à R, S, T, les droictes lignes α R, α S, α T, ſeront monſtrees egales & entr'elles & à α V, α X. Derechef d'autant que les coſtez α Q, QX, du triangle α QX, ſont egaux à α E, EF du triangle α EF, puis que QX, EF, ſont demi diametres de cercles egaux; & que EQ, eſt diuiſee en 2. egalement par α. Mais les angles α QX, α EF, ſont egaux, t ſçauoir droicts, les baſes α X, α F ſont egales: Semblablement ſi de α, E, on mene des lignes droictes à G, H, I, κ, on monſtrera α G, α H, α I, α K, egales à α X : & partant les 10. lignes menees aux 10. angles F, G, H, I, κ ; R, S, T, V, X, ſont egales. Mais d'autant que QE, eſt demi diametre, c'eſt à dire, coſté de l'hexagone du cercle FGHIK, & EZ, coſté du decagone du meſme cercle, x QZ, ſera diuiſee en E, en la moyenne & extreme raiſon, & le plus grand ſegment ſera QE. Parquoy le moindre ſegment ZE, prenant E α, moitié du plus grand, c'eſt à dire, α Z, y peut le quintuple du quarré deſcrit de E α : Mais α F, peut auſſi le quintuple du meſme quarré de E α (car le quarré de EF, z eſtant quadruple t 3. d.11 v 4.1. x 9. 13. y 3. 13. z ſchol. 4.2.

du quarré de α E, eſtant EF, double de E α; les quarrez de EF, E α enſemble ſeront quintuples du quarré de E α. a Et le quarré de AF, eſtant
a 47. 1. egal aux quarrez de EF, E α: le quarré de α F, ſera auſſi quintuple, du quarré de E α) Donc les quarrez de α Z, α F ſeront egaux, & partant α Z, α F egales, donc puis que ZY, eſt couppee en 2. egalement à α (d'autant que ſi on adiouſte aux egales α E, α Q, les egales EZ, QY, les toutes Z α, Y α, ſont faictes egales) toutes les lignes droictes menees de α, à tous les angles de l'Icoſaedre ſeront egales. Parquoy la ſphere deſcrite à l'entour du diametre ZY, du centre α, paſſera par tous les angles de l'Icoſaedre conſtitué. Ie dis qu'elle eſt egale à la ſphere du diametre AB.

Car b puis que comme α Z, à α E, ainſi YZ,
b 15. 5 c, 22. 6. double de α Z, à QE, double de α E: c par ainſi comme le q. de α Z, au q. de α E, ainſi le q. de YZ, au q. de QE, & le q. de α Z, eſtant monſtré quintuple du quarré de α E, auſſi le q. de YZ, ſera quintuple du quarré de QE, c'eſt à dire, du q. de BC; QE, eſtant poſee egale au demi diametre EF; c'eſt à dire, à BC: mais le q.
d coro. 8. 6 e coro. 20. 6. de AB, eſt auſſi quintuple du meſme q. de BC (car AB, eſtant à BC, comme BC, à BD, e comme AB, ſera à BD, ainſi le q. de AB, au q. de BC, & partant eſtant AB, quintuple de BD, le quarré de AB, ſera auſſi quintuple du q. de BC) Donc les quarrez de YZ, AB, ſont egaux, parquoy YZ, AB, auſſi egales, & partant les ſpheres deſcrites à l'entour d'icelles ſeront egales.

Finalement d'autant que le diametre de la ſphere AB, eſt poſé Rationel (car en compa-

raiſon

raiſon d'iceluy il faut monſtrer que le coſté de l'Icoſaedre eſt ligne Irrationelle appellee ligne mineure) & peut le quintuple du quarré de BC, ou de EF, ſon egale; EF demidiametre du cercle FGHIK, ſera auſſi rationelle (car les quarrez de AB, EF, eſtant entr'eux comme nombre à nõbre, ſçauoir cõme 5. à 1. ou 10. à 2. ſeront commenſ. Partant AB, EF, commenſ. au moins en puiſſ. Donc puis que AB, eſt rationelle, EF le ſera auſſi.) Parquoy tout le diametre du cercle FGHIK, ſera rationel. Parquoy FG, coſté du pentagone, c'eſt à dire de l'Icoſaedre, ſera ligne Irrationelle, appellee mineure. Donc nous auons conſtitué, &c. Ce qu'il falloit faire. f 6. 10. g 11. 13.

## COROLLAIRE.

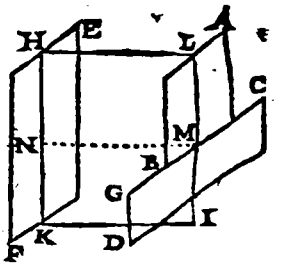
De cecy l'on peut conclurre, que le diametre de la ſphere eſt quintuple en puiſſance au demidiametre du cercle, qui enuironne les cinq coſtez de l'Icoſaedre, ſçauoir de celuy duquel l'Icoſaedre eſt conſtitué, & qui paſſe par les 5. angles de l'Icoſaedre. Car il eſt monſtré que le quarré du diametre AB, eſt quintuple du q. de BC; c'eſt à dire, du demi diametre EF.

2. Pareillement il eſt manifeſte que le diametre de la ſphere, eſt compoſé du coſté de l'hexagone, c'eſt à dire du demi diametre, & de 2. coſtez du decagone d'vn meſme cercle: car YZ, diametre de la ſphere eſt compoſé de EQ, coſté de l'hexagone, & de QY, EZ, coſtez du decagone FGHIK.

3. Il appert finalement que les coſtez de l'Icoſaedre oppoſez, comme RX, HI, ſont paral-

leles : car RX, eſt monſtree parallele à la droicte ligne qui ſeroit menee de L, à P. Donc HI, eſtãt auſſi parallele à la meſme LP (les angles alternes HIL & ILP, faicts de la droicte menee de L
g 27.1. à P, g eſtans egaux ſouſtendans arcs egaux, ſçauoir chacun $\frac{1}{10}$ de la circonference.) Il eſt manifeſte que RX, HI ſont paralleles, & ainſi des autres coſtez oppoſez.

## LEMME.




*Or que 2. plans paralleles à vn autre leſquels conuiennent à vne meſme ligne, facent vn ſeul plan, il ſera ainſi demonſtré. Soient les plans AB, CD, paralleles au plan EF, & ſe rencontrans ſelon la ligne CG. Ie dis que AB, CD, ſont vn ſeul plan : Car que le plan HI, coupe les trois plans AB, CD, EF, par Hk, LM, MI. D'autant que AB, EK, ſont paralle-*
a 16.11. *les, a leurs communes ſections LM, HK ſeront paralleles, & par meſme raiſon IM, HK, auſſi paralleles. Parquoy LM, IM, eſtant paralleles à HK, & en vn meſme plan HI, & ſe rencontrans à M, elles ſe rencontreront directement (car les 2. angles LMN, IMN,*
b 29.1. *b ſeront egaux aux 2. au poinct N, chacun à ſon alterne:*
c 14.1. *partant à 2. droicts, c donc LMI ſera ligne droicte)*
d 1. 11. *partant les plans AB, CD, en ſont vn ſeul, d d'autant que la ligne LI, eſt toute en vn ſeul plan. Ce qui eſt propoſé.*

## SCHOLIE.

*Henrion ayant pris la demonſtration de ceſte propoſition de Clauius mot pour mot, dit en icelle ſçauoir au commencement de la page 802.*

Mais que le plan tiré par les lignes QR, QS, conuient auec le plan mené par les lignes QS, QT, en la ligne droicte QS; il eſt euident par les choſes demonſtrees à la 16. prop. de 11. l. que ces 2. plans en font en ſeul, &c.

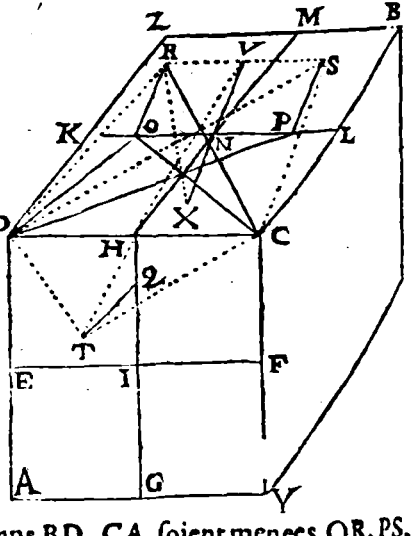
*Mais il ne conſidere pas que Clauius a demonſtré en ſuitte de la 16. prop. de 11. l. que 2. plans paralleles à vn autre ſe rencontrans à vne meſme ligne font vn ſeul plan: mais luy (Henrion diſie) ne l'ayãt pas demonſtré en ſon l. à la meſme 16. il ſe meſprend fort, & monſtre manifeſtement qu'il coppie les propoſitions de Clauius ſans les entendre. D'auantage ce bon Docteur à la 5. prop. du 14. l. coppiant ces meſmes mots de Donnot, prenant la demonſtration dudit Donnot:* (Ce que nous auons monſtré eſtre poſſible par la 2. p. 14. qu'vn meſme cercle comprend, & le triangle de l'Icoſaedre, & le pentagone du dodecaedre) *n'a pas eu l'eſprit de voir que l'ordre des propoſitions de Donnot, & des ſiennes eſt changé: car il a pris la 4. de Donnot, & la miſe pour 2. en ſon liure, donc au lieu de la 2. de Donnot qu'il penſe citer, il cite la 4. où ce qu'il veut dire n'eſt pas demonſtré: en quoy il eſt manifeſte qu'il coppie ſeulement ce qu'il trouue eſcrit, ſans auoir eſgard à autre choſe.*

## PROBLEME 5. PROP. 17.

xvij

Constituer vn dodecaedre & l'enuiróner d'vne meſme ſphere que les figures deuant dites : & monſtrer que le coſté du dodecaedre eſt ligne Irrationelle, laquelle eſt appelleeReſidu.

Soient poſez 2. plans du cube deuant dit à angles droicts l'vn à l'autre AC, BD, dont les coſtez ſoient couppez chacun en 2. egalement par E, G, F, H, K, L, M, & menees les lignes EF, GH, KL, HM, s'entrecouppantes aux
a 30. 6. poincts I & N; puis IH, KN, NL, ſoient a coupees en la moyenne & extreme raiſon par O, P, Q, dót les plus grands ſegmẽs ſont IQ, PN, NO. b Et aux parties exterieures des plans BD, CA, ſoient menees OR, PS, QT, perpendiculaires egales à PN, NO, IQ, &




b 12. 11.

conioinctes DT, DR, SR, CT, CS. Ie dis que DRSCT, est pentagone equilatere & equiangle, & est sur vn mesme plan.

Qu'il ne soit ainsi, soient conioinctes DP, DO, DS au plan DB, & DS; Puis que NK, est couppee en la moyenne & extreme raison à O, & NO est le plus grand segment, [c] les quarrez de NK, & de KO, seront triples du quarré de NO. Et NK, KD, estant egales, & ON, OR, aussi egales par la construction, les qq. de DK, kO, seront aussi triples du q. de NO, c'est à dire, du q. de OR: mais le q. de DO, est egal aux 2. qq. de DK, KO, ([d] l'angle OKD, estant droict) donc le q. de DO, est aussi triple du q. de OR: Parquoy adiouſtant ledit quarré de OR, les 2. qq. de DO, OR, seront quadruples du q. de OR: mais le q de DR, est egal aux 2. qq. de DO, OR ([e] l'angle DOR estant droict) il sera dõc aussi quadruple du quarré de OR. Et RS, estant double de RO, [f] son q. sera aussi quadruple du q. de RO: parquoy DR, RS seront egales. Par la mesme raison les 3. autres costez DT, TC, CS, seront monstrez egaux entr'eux & à DR. RS: partant le pentagone est equilateral.

c 4. 13.
d 47. 1.
e 47. 1.
f schol. 4. 2.

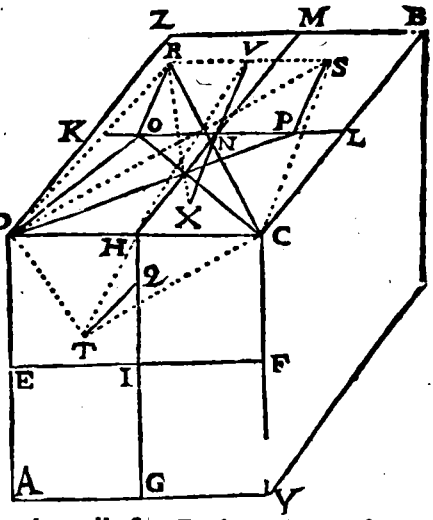
Il est aussi en vn mesme plan: car soit menee NV, parallele à OR; & soient aussi menees VH, TH, icelles se rencontreront directement & VHT, sera vne seule ligne droicte. Car HI, estant couppee selon la moyenne & extreme raison à Q, [g] IH sera à IQ, comme IQ, à QH: Et IH, HN, sont egales, & NV, IQ, & QT, QI, aussi egales: parquoy comme HN, à NV, ainsi QT, à QH: Donc les triangles VNH, HQT, ayant 2. costez proportionaux à 2.

g 3 d 6.

costez, & estant conioincts à l'angle H. en sorte que les costez de mesme raison NH, QT, & N
h 6.11. V, QH, h sont paralleles estant perpendiculai-
i 32. 6. res aux plans AC, DB ; i la ligne VHT, sera
k 1. 11. vne seule ligne droicte ; k laquelle estant en vn mesme plan ; Il s'ensuit que tout le pentagone DTCSVR, mené par icelle est en vn mesme plan.

Il est aussi equiangle. Car KN, estant couppee en la moyenne & extreme raison, & ON plus grand segment, si on adiouste KN, à NP, egale au plus grand segment NO, la toute KP, se-
l 5. 13. ra couppee en la moyenne & extreme raison à
m 4. 13. N, & KN, sera le plus grand segment ; m donc les qq. de KP, & NP, ou de PS, egale à NP, sont triples du q. de KN, ou du q. de KD, egale à KN. Et adioustant le q. de KD, auec les 2. qq. de KP, & PS ; ces 3. qq. seront quadruples
n 47. 1. du q. de KD : mais le q. de PD, n est egal aux 2. qq. de PK, KD, donc les 2. qq. de DP, PS, se-
o 47. 1. ront quadruples du q. de KD : o mais le q. de DS, est egal aux 2. qq. de DP, PS, donc le q. de DS, sera aussi quadruple du q. de KD. Et le q.
p Scho. de DC, p est aussi quadruple du q. de DK (DC
4. 2. estant double de DK : parquoy DC, DS, seront egales. Et tous les costez du pentagone estant egaux, les 2. triangles DRS, DTC, auront les costez DR, RS egaux à DT, TC, chacun au sien,
q 8. 1. & les bases DS, DC, egales ; q donc l'angle DR S, sera egal à DTC, ainsi sera monstré que l'angle RSC, est egal à l'angle DTC : parquoy
r 7. 13. 3. angles du pentagone estant egaux, r il sera equiangle ; & estant equilatere, sur DC, l'vn des 12. costez egaux du cube. Et si sur chacun

costé des 11. restans, est construict vn pentagone l'on aura vne figure solide contenue de 12. pentagone equilateres & equiangles, laquelle sera Dodecaedre par la definition.




Il peut aussi estre inscrit en la sphere proposee: car VN, estant perpendicul. au plan BD, menee de N, centre d'iceluy plan, estant prolongee, s elle couppera la diagonale du cube en 2. egalement à X, t qui sera le centre de la sphere enuironnant le cube, & XN est egale à la moitié du costé du cube. Soit menee XR: les qq. de KP, NP, estant v monstrez triples du q. de KN; & VX, estãt egale à KP, & RV, à NP. (NX estant egale à KN, & VN, à NP) Parquoy les qq. de RV, VX, sont triples du q. de KN: mais le q. de RX x est egal aux 2. qq. de RV, VX, parquoy le q. de RX, sera aussi triple du q. de KN. y Mais le q. du diametre de la sphere descrite à l'entour du cube, est triple du q. du

s 39 11.
t corol. 15. 13.
v 4. 13.
x 47 1.
y 15. 13.

costé du mesme cube : & les parties estant en
z 15.5. mesme raison que leurs equimultiples, z le q. du demi diametre sera triple au q. du demi costé: mais KN, est moitié du costé du cube. Donc RX, sera demi diametre de la sphere descrite autour du cube AB, dont le centre est X : Semblablement on monstrera que toutes les lignes droictes menees de X aux autres angles du dodecaedre sont egales aux demi diametres de la sphere descrite autour du cube : Donc vne mesme sphere peut estre circonscrite au cube & au dodecaedre.

Finallement le costé du dodecaedre est ligne Irrationelle appellee residu. Car les 2. demi costez du cube KN, NL, estant couppez en la
a 15. 5. moyenne & extreme raison ; a la toute KL, sera aux 2. plus grands segments ensemble, sçauoir à OP, comme OP, qui sont les 2. mesmes plus grands segments, aux 2. moindres sçauoir à la ligne composee de PL, KO : Donc si KL, costé du cube est couppée en la moyenne & extreme raison, OP sera le plus grand segment: mais KL, couppee de ceste maniere est Rationelle (son q. estant commensurable au q. du
b 15.13. diametre de la sphere, posé Rationel : b estant le tiers d'iceluy) parquoy OP, plus grand
c 6. 13. segment ou RS, costé du dodecaedre son egale sera ligne Irrationelle appellee residu. Partant nous auons faict le requis. Ce qu'il falloit faire.

## COROLLAIRE.

Il s'ensuit de ceste demonstration que le costé

du cube estant couppé en la moyenne & extreme raison, que le plus grand segment est le costé du dodecaedre inscrit en la mesme sphere.

Et le costé du cube est egal à la droicte ligne sousstendante l'angle du pentagone du dodecaedre. Mais d'autant qu'icelle estant couppee en la moyenne & extreme raison, c le plus grand segment est costé du pentagone : d la ligne droicte composee de ladite sousstendante l'angle du pentagone, c'est à dire, du costé du cube & du plus grand segment, sçauoir du costé du dodecaedre est semblablement diuisee, & le moindre segment est costé du dodecaedre, & le plus grand segment est le costé du cube : Il s'ensuit qu'vne ligne droicte estant couppee en la moyenne & extreme raison, le moindre segment sera le costé du dodecaedre, & le plus grand sera le costé du cube inscrit en la mesme sphere.

c 8. 13.
d 5. 13.

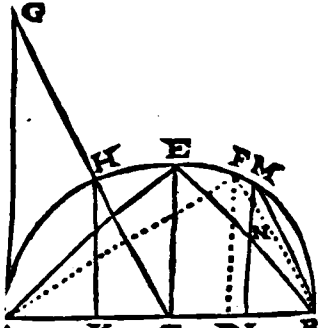
## PROBLEME 6. PROP. 18. xviij

### Exposer les costez des cinq figures precedentes, & les comparer entr'eux.

*C'est à dire, trouuer les costez des cinq figures inscrites en vne sphere, & leur raison, le diametre estant donné.*

Soit exposé le diametre de la sphere AB ; & soit couppé à C, en 2. egalement, & à D, en sorte que AD, soit double de DB : & descrit le demicercle AEB, & menees CE, DF, à angles droicts à AB, de C & D, & conioinctes AF, FB,

EB. Partant d'autant que AD, eſt double de DB, AB, ſera triple de BD : & par conuerſion de raiſon BA, ſeſquialtere de AD; mais cõme BA, à AD, ainſi le quarré de BA, au quarré de AF: a car le triãgle AFB, eſt equiangle au triangle AFD. Donc le quarré de BA, eſt ſeſquialtere du quarré de AF: mais le diametre de la ſphere eſt auſſi ſeſquialtere en puiſſance au coſté de la pyramide; & AB, eſt le diametre de la ſphere, donc AF, eſt egal au coſté de la pyramide. Derechef, d'autant que AD, eſt double de DB; AB, ſera triple de BD : mais comme AB, à BD : ainſi le quarré de AB, au quarré de FB; donc le quarré de AB, eſt triple du quarré de BF. c Mais le diametre de la ſphere eſt triple en puiſſance au coſté du cube, & AB eſt le diametre de la ſphere : donc BF, eſt le coſté du cube: Et AC, eſtant egale à CB, AB ſera double de BC: mais comme AB, à BC, ainſi le quarré de AB, au quarré de BE; Donc le quarré de AB eſt double du quarré de BE, d & le diametre de la ſphere eſt double en puiſſ. du coſté de l'octaedre: & AB eſt le diametre de la ſphere donnee ; parquoy BE, eſt coſté de l'octaedre. De A, ſoit menee AG, à angles droicts à AB, & poſee egale à icelle AB. Et ayant conioint GC, couppant la circonfe-




a 8. 6.

b 13. trezi.

c 15. 13.

d 14. 13.

rence à H, de H, soit menee HK, perpendicul. à AB; d'autant que AG, est double de AC (car GA, est egale à AB) e mais comme GA, à AC, ainsi HK, à KC; HK, sera double de KC; f donc le quarré de HK, est quadruple du quarré de KC, donc les quarrez de HK, KC, c'est à dire le quarré de HC, est quintuple du quarré de KC: mais HC, est egale à CB, donc le q. de BC, est quintuple du quarré de Ck. Et d'autant que AB, est double de BC, desquelles AD est double de DB, la restante BD sera double de CD: parquoy BC est triple de CD. h Donc le quarré de BC, est noncuple du q. de CD: mais le quarré de BC, est quintuple du quarré de CK, donc le quarré de CK, est plus grand que le quarré de CD, & KC plus grand que CD. Soit posee CL, egale à KC, & de L, menee LM, à angles droicts à AB, & iointe MB; Et d'autant que le quarré de BC, est quintuple du quarré de KC; & BA, double de CB, & KL, double de CK: k le quarré de AB, sera quintuple du q. de KL: l mais le diametre de la sphere est quintuple en puissance, du demi diametre du cercle duquel l'Icosaedre est descrit, & AB est le diametre de la sphere; donc KL, est costé de l'hexagone dudit cercle. D'auantage d'autant que le diametre de la sphere, est composé du costé de l'hexagone, & des 2. costez du decagone descrits au mesme cercle, & AB, est le diametre de la sphere, KL, costé de l'hexagone, & AK, egal à LB: l'vne & l'autre AK, LB, sera costé du decagone descrit au mesme cercle, duquel est descrit l'Icosaedre: & d'autant que le costé du decagone est LB, & celuy de l'exagone ML: car il

e 4. 6. f schol. 4. 2. g 19. 5. h 20. 6. k 15. 5. l coroll. 16. 13. m coro 16. 13.

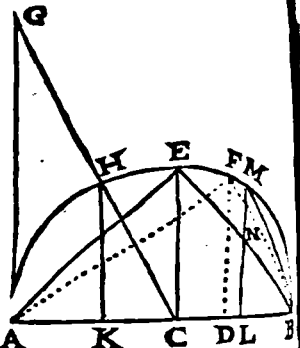
est egal à KL, l'estant aussi à HK : car elles sont egalemẽt distãtes du centre: & l'vne & l'autre HK, KL, est double de HC : MB, sera le costé du pentagone : car ce qui est du pentagone, est le mesme que de l'Icosaedre. Donc MB, est costé de l'Icosaedre. Et d'autant que FB, est costé du cube. Soit couppee en la moyenne & extreme raison, N, & BN, sont le plus grand segment; NB, sera le costé du dodecaedre, & le diametre de la sphere estant monstré sesquialtere en puissance au costé de la pyramide AF, & double en puiss. à BE, costé de l'octaedre, & triple en puissance à FB, costé du cube; desquelles parties le diametre de la sphere est six en puiss. des mesmes parties, le costé de la pyramide sera 4. de l'octaedre 3. & du cube 2. Donc le costé de la pyramide est sesquitiers en puissance du costé de l'octaedre, & du costé du cube double en puiss. Et le costé de l'octaedre est sesquialtere en puiss. au costé du cube: donc les costez susdits des figures, sçauoir de la pyramide, de l'octaedre, & du cube sont entr'eux en proportion Rationelle: mais les 2. autres sçauoir de l'Icosaedre, & du dodecaedre, ne sont en proportions rationelles ny entr'eux, ny aux susdits, sçauoir la Mineur & Residu.

14.13.

10.13.

16.13.

cor. 17. 13.



Mais nous demonſtrerons ainſi, que le coſté M, de l'Icoſaedre, eſt plus que le coſte BN du Dodecaedre.

Car d'autant que le triangle FDB, eſt equiangle à FAB, comme DB, ſera à BF, ainſi FB, à BA; & y ayant 3. lignes proportionelles, comme la premiere ſera à la troiſieſme, ainſi le q. de la premiere au q. de la ſeconde. Donc comme DB, à BA, ainſi le q. de DB, au q. de BF, & par conuerſion de raiſon, comme AB, à BD, ainſi le q. de FB, au q. de BD. Mais AB, eſt triple de BD; donc le q. de FB, eſt triple du q. de BD. Mais le q. de AD eſt quadruple du q. de DB: car AD eſt double de DB; donc le q. de AD, eſt plus grand que le q. de FB; d'autant que AD, eſt plus grande que FB; partant AL, bien plus grande que FB. Et AL, eſtant couppee en la moyenne & extreme raiſon, la plus grande portion eſt LK, d'autant que κL, eſt coſté de l'hexagone, & κA du decagone, & FB eſtant couppee en la moyenne & extreme raiſon, la plus grande portion eſt BN, donc KL, eſt plus grande que BN, mais KL, eſt egale à LM; donc LM, eſt plus grande que BN. Mais BM, eſt plus grande que ML; donc MB, coſté de l'Icoſaedre ſera plus grande que BN, coſté du Dodecaedre.

a 8.6. b Coro. 20.6. 20.6. 9. 13. 19. 1.

Autrement, d'autant que AD, eſt double de DB; AB, ſera triple de BD, mais comme AB, à BD, ainſi le quarré de AB, au quarré de BF, d'autant que le triangle FAB, eſt equiangle au triangle FBD: donc le q. de AB, eſt triple du q. de BF: mais le q. de AB, eſt monſtré quintuple du q. de KL; donc 5. q. de κL, ſont egaux

cor. 20. 6. 8.6.

à trois de B.F : mais 3. de B F, ſont plus grands que 6. de ceux qui ſont faicts de BN; donc auſſi 5. de K L, ſont plus grands que 6. de BN. Donc vn de KL eſt plus grand qu'vn de BN, partant KL, eſt plus grande que BN : mais KL, eſt egale à LM. Donc LM, eſt plus grande que BN; parquoy MB, eſt encore bien plus grande que BN, Ce qu'il falloit demonſtrer.

Mais nous demonſtrerons ainſi, que trois de FB, ſont plus grands que 6. de ceux de BN.

D'autant que BN, eſt plus grande que NF, le rectangle, ſous FB, BN, ſera plus grand que le rectangle ſous BF, FN, donc celuy qui eſt contenu de FB, BN, auec celuy de BF, FN, eſt plus grand que le double de celuy qui eſt contenu ſous BF, FN, mais celuy qui eſt contenu de FB, BN, auec le contenu ſous BF, FN, eſt le quarré de FB. Mais celuy qui eſt contenu ſous BF, FN, eſt egal au q. de BN. Car FB, eſt couppee en la moyenne & extreme raiſon à N, & le rect. contenu ſous les extremes eſt egal au q. de la moyéne. Donc le quarré de FB, eſt plus grand que le double du qu q. de BN : parquoy vn quarré de FB, eſt plus grand que deux de BN, & partant trois de FB, ſont plus grands que 6. de ceux qui ſont faicts de BN. Ce qu'il falloit demonſtrer.

2. ſecõd

17. 6.

## SCHOLIE.

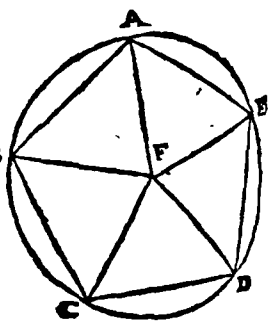
*Ie dis qu'outre les cinq figures deſia dictes, que l'on ne peut conſtituer d'autre figure, laquelle ſoit contenue de figures equilateres & equiangles egales entr'elles.*

*Car de 2. triangles ou de deux autres plans l'on ne*

*constituera pas vn angle solide : mais de 3. triangles on constituë l'angle de la pyramide: de 4. celuy de l'octaedre: de 5. celuy de l'Icosaedre: mais de 6. triangles equilateres & equiangles constituez à vn poinct, vn angle solide n'est faict. Car l'angle d'vn triangle equilatere estant les $\frac{2}{3}$ d'vn droict, 6. seront egaux à 4. droicts : ce qui ne se peut faire. Car tout angle solide est contenu de 4. angles moindres que 4. droicts, par mesme raison l'angle solide, n'est constitué de plus de six angles plans. Partant l'angle du cube est contenu de 3. quarrez, & ne se peut faire qu'il soit contenu de 4. car il y auroit derechef 4. angles droicts. L'angle du dodecaedre est contenu de 3. pentagones equiangles & equilateres : mais il ne peut estre contenu de 4. Car l'angle du pentagone equilatere estant faict d'vn droict, & de la cinquiesme partie d'vn droict, ce seront 4. angles plus grands que 4. droicts : ce qui ne se peut faire ; & des autres figures polygones ne peut estre constitué vn angle solide, pour les absurditez qui s'en ensuiuent. Donc outre les figures desia dictes, n'est constituee d'autre figure solide, contenue de figures equilateres & equiangles. Ce qu'il falloit demonstrer.* 21. 11.

*Or nous demonstrerons en ceste maniere que l'angle du pentagone equilatere & equiangle, est faict d'vn droict, & de la cinquiesme partie d'vn.*

*Soit le pentagone equilateral & equiangle ABCDE, à l'entour duquel soit descrit le cercle ABCDE, & soit pris le centre d'icelluy, lequel soit F, & soient conioinctes FA, FB, FC, FD, FE, qui coupperont les angles du pentagone ABCDE, en 2. egalement. Et d'autant que les cinq angles au poinct F, sont egaux à 4. droicts, & sont egaux entr'eux,*




*vn d'iceux, comme AFB, sera contenu d'vn droict, moins la cinquiesme partie : donc les 2. autres FAB, ABF, valent vn droict, & la cinquiesme partie : mais l'angle FBA, est egal à l'angle FBC, donc le tout ABC, angle du pentagone est contenu d'vn droict & de la cinquiesme partie d'vn droict. Ce qu'il falloit demonstrer.*

*Fin du trezieſme Liure.*

LIVRE

# LIVRE QVATORZIEME DES ELEMENS D'EVCLIDE.

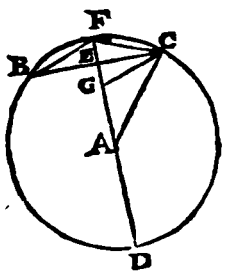
& le 4. des Solides.

## THEOREME 1. PROP. 1.

La ligne droicte perpendiculaire menee du centre, au coſté du pentagone inſcrit au cercle, eſt la moitié de l'vn & l'autre coſté, ſçauoir de celuy de l'hexagone, & du decagone enſemble inſcrits au meſme cercle.

SOIT le cercle ABC, dont le centre eſt A, d'où ſoit menee AE, perpendiculaire à BC, coſté du pentagone inſcrit au meſme cercle. Ie dis que AE, eſt moitié du coſté de l'hexagone, & du decagone enſemble inſcrits au meſme cercle.

Car ayant mené AE, de part & d'autre, pour parfaire le diametre DF, & pris EG, egale à EF; ſoient conioinctes AC, CG, CF, BF. [a] D'autant que AE, couppe BC, en 2. egalement: les 2. coſtez BE, EF, du triangle BEF, ſeront egaux [a] 3. troi.




à CE, EF, du triangle CEF; & les angles contenus d'iceux eſtant egaux, ſçauoir droicts; [b] les baſes CF, BF, ſeront egales, [c] & les arcs BF, CF, egaux: Donc BFC, eſtant la cinquieſme partie de toute la circonference, CF ſera la dixieſme: partant CF, ligne droicte eſt coſté du decagone. Derechef les coſtez CE, EF, du triangle CEF, eſtant egaux à CE, EG, du triangle CEG, & les angles contenus d'iceux droicts, [d] les baſes CF, CG, ſeront egales, & les angles CFG, CGF, egaux, & l'arc CF, eſtant la 5. partie de la demie circonference DCF, eſtant la dixieſme partie de la toute; l'arc DC, ſera quadruple de CF. [e] Parquoy l'angle DAC, le ſera auſſi de CAF: [f] mais l'angle CFD, à la circonf. eſt moitié DAC, au centre. Donc CFD, & partant CGF, monſtré egal à iceluy ſera double de CAF. [g] Or CGF externe, eſt egal aux 2. internes GAC, GCA, au tria. GAC, & GAC, eſtant mõſtré moitié de CGF; GCA, ſera moitié dumeſme CGF: & partant GAC, GCA egaux; [h] & GA, GC egales: mais CG eſt monſtree egale à CF, donc AG, ſera auſſi egale à CF. Donc adiouſtant les egales GE, EF; AE, ſera egale à CF, FE enſemble: donc les trois enſemble AE, EF, FC, c'eſt à dire, les 2. enſemble AF, FC, ſeront doubles de AE; & au contraire AE, perpendic. au coſté du pentagone, ſera moitié des 2. enſemble AF, FC, ſçauoir du coſté de l'heragone & du decagone. Donc la ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

b 4.1.
c 28.3.
d 4.1.
e 33.6.
f 20.3.
g 32.1.
h 6.1.

## COROLLAIRE.

D'où il s'ensuit que la perpendiculaire menee du centre à la droicte ligne accommodee au cercle, couppe l'arc soustend. icelle ligne en 2. egalement, estant demonsté que AE, menee du cẽtre A, perp. à CB, divise l'arc BC, en 2, egal. à F. 2. Que la perpend. du centre au costé dudit pentag. est egale à la perpend. du mesme centre menee sur le costé du triangle equilateral, & à la moitié du costé du decagone inscrit au mesme cercle. Car comme il est icy demonstré, la perp. menee du centre au costé du pentagone, est egale à la moitié du costé de l'hexagone & du decagone ensemble: mais la perpend. menee du centre sur le costé du triangle equilateral, * est egale à la moitié du demi diametre, ou costé de l'hexagone: Donc il est manifeste que la mesme perpend. menee du centre au costé du pentagone, est egale à la perp. menee au costé du triang. equilateral, & à la moitié du costé du decagone ensemble. * 12. 13.

iv
ij

## THEOREME 2. PROP. 2.

Si deux lignes droictes sont couppees en la moyenne & extreme raison: elles seront semblablement couppees, sçauoir en mesmes proportions.

Soient AB, CD, couppees en la moyenne & extreme raison à E & F. Ie dis qu'elles sont semblablement couppees, c'est à dire, comme AB, à CD, ainsi AE, à CF, & EB, à FD. Item com-

me AE, à EB, ainsi CF, à FD, &c.




Car puis que cõme AB, est à AE, [a] 17. 6. ainsi AE, à EB, & comme CD, à CF, ainsi CF à FD, a le rect. sous AB, EB, sera egal au q. de AE, & le rect. sous CD, FD, egal au q. de CF. Donc comme le rectangle sous AB, EB, sera au q. de AE, ainsi le rect. sous CD, FD au q. de CF (y ayant proport. d'egalité de part & d'autre) [b] Parquoy comme le quadruple du rect. [b] 5. ho. sous AB, EB, au q. de AE, ainsi le quadr. du rect. [22. 5.] sous CD, FD, au q. de CF: & en composant comme le quadruple du rect. sous AB, EB, & le q. de AE, à iceluy q. de AE; ainsi le quadruple du rect. sous CD, FD, & le q. de CF, au q. [c 8. 2.] de CF: [c] mais 4. fois le rect. sous AB, EB, auec le q. de AE, est egal au q. de AG, composee de AB, EB. Et 4. fois le rect. sous CD, FD, auec le q. de CF, est egal au q. de CH, composee de CD, FD. Donc cõme le q. de AG composee de A [d 22. 6.] B, EB, au q. de AE, ainsi le q. de CH, comp. de CD, FD, au q. de CF; [d] Partant comme AG, à AE: ainsi CH, à CF: Et en composant cõme AG, & AE, c'est à dire la double de AB, est à AE: ainsi CH, & CF, c'est à dire, la double de [e 15. 5.] CD, est à CF: & en permutant comme la double de AB, à la double de CD, ainsi AE à CF. [e] Mais comme la double de AB, à la double de CD, ainsi AB, à CD: Donc comme AB, sera à [f 19. 5.] CD, ainsi AE, à CF: partant puis que comme la toute AB, est à la toute CD, ainsi la retranchee AE, à la retranchee CF; [f] aussi la restante EB, sera à la restante FD, comme la toute à la

toute: g donc comme AE, à CF, ainsi EB, à FD, & en changeant comme AE à EB, ainsi CF, à FD: & ainsi selon toute autre maniere d'argumenter és proportions, on monstrera que les lignes totales & leurs parties sont proportionelles entr'elles. Donc si deux lignes droictes, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. g 11. 5.

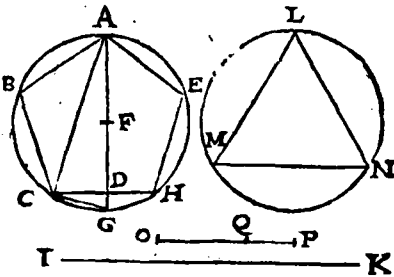
ij

v

## THEOREME 5. PROP. 5.

**Vn mesme cercle contient le pentagone du Dodecaedre, & le triangle de l'Icosaedre inscrits en vne mesme sphere.**

Premier que demonstrer ceste proposition, il faut monstrer que le quarré du costé du pentagone auec le q. de la ligne soustendante vn angle d'iceluy, est quintuple du q. du demi diametre du cercle, où est inscrit ledit pentagone.




Soit CH, costé du pentagone inscrit en vn cercle, CA, la ligne qui soustend vn des angles du pentagone, & FG, demi diametre, a coupant CH, & l'arc CGH, en 2. egalement. Ie dis que les qq. de CA, & CH ensemble, sont quintuples du q. de FG. a corol. 10. 13.

Car la ligne droicte CG, estant menee sera le costé du decagone; b & le q. de AG, sera qua- b scho. 4. 2.

druple du q. de FG demi diametre: parquoy les
e 47. 1. 2. qq. de AC, CG, e egaux audit q. de AG, ſeront auſſi quadruples du q. de FG. Donc les 3. qq. de AC, CG, GF enſemble ſeront quintuples du q. de GF: mais les qq. de CG, & de G
d 10. 13. F, enſemble coſtez de l'hexagone & du decagone, d ſont egaux au q. de CH coſté du pentagone: donc les qq. de AC, & de CH, ſont quintuples du q. de GF. Ce qui eſt propoſé. *Maintenant.*

Soit IK, le diametre de la ſphere contenant le dodecaedre & l'Icoſaedre, & ſoit ABCHE, vn pentagone d'iceluy dodecaedre, & LMN, triangle de l'Icoſaedre. Ie dis qu'vn meſme cercle contient le pentagone ABCHE, & le triangle LMN, c'eſt à dire, que les cercles qui les circonſcriuent ABCHE, LMN ſont egaux, & que ce n'eſt qu'vn meſme. Car ayant mené
a coroll. 17. 13. AC, ſouſtendant l'angle B du pentagone, a AC ſera le coſté du cube inſcrit en la meſme ſphere.

Soit priſe OP, telle que le q. de IK, diametre de la ſphere ſoit quintuple du q. de OP, & OP,
b coro. 16. 13. ſera egale au demi diametre du cercle où eſt inſcrit l'Icoſaedre. Et OP, ſoit couppee en la moyenne & extreme raiſon à Q; OQ plus grand ſegment ſera coſté du decagone inſcrit au
c coroll. 9. 13. meſme cercle duquel OP, c eſt le demi diametre ou coſté de l'hexagone: mais d CA eſtant diuiſee en la moyenne & extreme raiſon, ſon plus
d 7. 13. grand ſegment eſt AB, coſté du pentagone.
e 2. 14. e Donc comme AC toute, à OP, toute, ainſi le plus grand ſegment AB, au plus grand ſegment OQ.
f 22. 6. f Donc comme le quarré de AC, au q. de OP,
g. 4. 5. ainſi le q. de AB, au q. de OQ. g Et comme le triple du q. de AC, au quintuple du q. de OP,

ainſi le triple du q. de AB, au quintuple du q. de OQ: mais le triple du q. de AC, eſt egal au quintuple du q. de OP (h le q. de Ik, diametre de la ſphere eſtant poſé egal tant au triple du q. de AC coſté du cube, qu'au quintuple du q. de OP.) Parquoy le triple du q. de AB, ſera auſſi egal au quintuple du q. de OQ. i Mais ML, coſté du triangle de l'Iſoſaedre eſt egal au coſté du pentagone inſcrit au cercle duquel OP eſt demi diametre. Donc le q. dudit coſté k eſtãt egal aux qq. de OP, OQ coſtez du decagone & de l'hexagone, 5. fois le q. de ML, ſera egal à 5. fois le q. de OP, & à 5. fois celuy de OQ: ou à à 3. fois le q. de BA, & à 3. fois le q. de AC: Dõc les qq. de BA, AC, eſtant quintuples du q. du demi diametre FA (comme il eſt demonſtré) 3. fois le q. de AB, & 3. fois le q. de AC, ſeront egaux à 15. fois le q. de FA, demi diametre. Mais 5. fois le q. de ML, coſté du triangle equilateral eſt egal à 15. fois le q. du demi diametre du cercle LMN (chacun l q. de ML, eſtant triple du q. du demi diametre) parquoy les 3. q. de BA, AC eſtant egaux aux 5. de ML, les 15. de FA demi diametre ſeront egaux aux 15. du demi diame. du cercle LMN. Parquoy chacun q. d'iceux ſera egal à chacun q. & le demidiametre au demi dia. Donc les cercles ſeront egaux ABC, LMN. Partant vn meſme cercle &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

h 15.

i cor. 4. 16. 13.

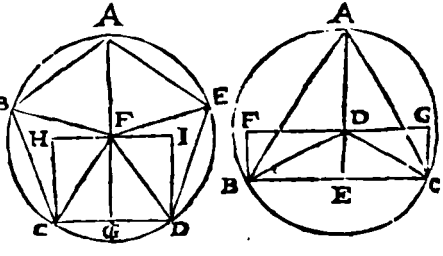
k 10. 13.

l 5. 13.

## THEOREME 4. PROP. 4.

Si du centre du cercle circonscriuant le pentagone du dodecaedre, est menee vne ligne droicte perpendiculaire à vn costé d'iceluy pentagone : trente fois le rectangle contenu sous ledit costé & la perpendiculaire, sera egal à la superficie du dodecaedre.

Du centre F, du cercle circonscriuant le pentagone du dodecaedre ABCDE, soit menee F G, perpend. sur le costé CD. Ie dis que trente fois le rect. contenu sous FG, CD, est egal à toute la superficie du dodecaedre.




Car du centre F, ayant mené les lignes droictes à tous les angles du pentagone, FA, FB, FC, FD, FE, le pentagone sera diuisé en 5. triangles egaux, a comme il appert, tous costez estant egaux, & toutes les bases : Soit constitué le rect. CI, contenu sous CD, FG. b D'autant que le rect. CI, est double du triangle FCD, & par consequent double de chacun des 4. triangles restans egaux à FCD, le rect. CI, pris 5. fois se-

a corol. 8. 1.

b 41. 1.

a egal à 10. tels triangles, c'eſt à dire à 2. pentagones du dodecaedre (5. triangles eſtans egaux à vn pentagone) partant le ſextuple du rect. CI. (c'eſt à dire, 6. rect. tels que CI) pris 5. fois, ſçauoir trente fois le rect. CI, ſera auſſi egal au ſextuple de 2. pentagones, (c'eſt à dire, à 12. pentagones) ſçauoir à toute la ſuperficie du dodecaedre. Donc ſi du centre, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Semblablement on demonſtrera que ſi du centre du cercle circonſcriuant le triangle de l'Icoſaedre ABC, on mene vne perpendiculaire DE, ſur vn coſté ſçauoir ſur BC, le rectangle BG, contenu ſous BC, DE, pris 30. fois ſera egal à la ſuperficie de l'Icoſaedre.

Car le rect. BG, eſtant double du triangle DBC, c'eſt à dire, egal audit triang. pris 2. fois; le rect. BG, pris 30. fois ſera egal au triangle DBC, pris 60. fois: mais 60. tels triangles que DBC, font 20. triangles de l'Icoſaedre, puis que 3. en font vn, comme il appert au triangle ABC, où les coſtez DA, DB, DC ſont egaux, & les 3. baſes AB, BC, CA egales par l'hypotheſe. Donc BG, pris 30. fois ſera egal à toute la ſuperficie de l'Icoſaedre. 41. 1.



## COROLLAIRE.

D'où il s'enſuit que le rect. CI, eſt au rect. BG, ainſi toute la ſuperficie du dodecaedre à la ſuperficie de l'Icoſaedre. 15. 5.

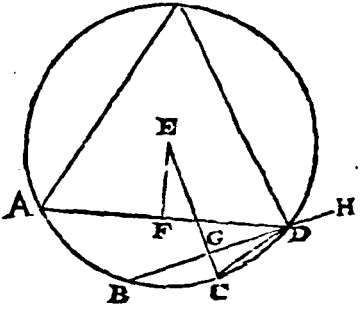
iv

## THEOREME 5. PROP. 5.

**Comme la ſuperficie du dodecaedre eſt à la ſuperficie de l'Icoſaedre, ainſi le coſté du cube eſt au coſté de l'Icoſaedre inſcrits en vne meſme ſphere.**

a 3. 14. Au cercle ABCD, [a] enuironnnant le pentagone du dodecaedre, & le triangle de l'Icoſaedre, ſoit BD, coſté du pentagone, & AD, coſté du triangle; & du centre E, ſoient menees EF, FG, perpendiculaires à AD, BD, & ſoit FG, prolongee à la circonference au poinct C, & menee CD; EC couppera l'arc BCD, en 2. egalement, & CD ſera coſté du decagone [b] cõme auons monſtré.

b 1. 14.




Et ſoit prolongé BD, à H en ſorte que BH, ſoit egale au coſté du cube inſcrit en la meſme ſphere. Ie dis maintenant que la ſuperficie du dodecaedre, eſt à la ſuperficie de l'Icoſaedre, comme BH, coſté du cube eſt à AD, coſté de l'Icoſaedre.

Car EC, eſtant coſté de l'hexagone, & CD, coſté du pẽtagone inſcrits en vn meſme cercle, EC, CD, priſe comme vne ſeule, [c] ſera couppee en la moyenne & extreme raiſon, & EC le

c 9. 13.

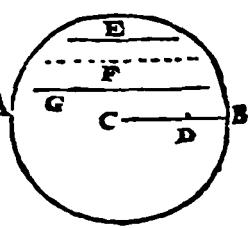
plus grand segment, [d] & EG est moitié de la toute composee de EC, CD, & EF, est moitié du plus grand segment EC (le demi-diametre estant couppé en 2. egalement par AD.) Et EG estant couppee en la moyenne & extreme raison, la moitié EF, sera le plus grand segment, comme il est manifeste: car la moitié du plus grand segment, & la moitié du moindre, faict la moitié de la toute: [f] les toutes estant entr'elles comme leurs parties: mais B H, costé du cube estant couppee en la moyenne & extréme raison, g BD costé du dodecaedre sera son plus grand segment; partant comme la toute BH, a BD son plus grand segment, ainsi la toute EG, sera à EF son plus grand segment: [i] Donc le rect. sous BH, EF extremes, sera egal au rect. sous BD, EG moyennes: & le rect. sous BH, EF, [k] estant au rectangle sous A D, EF, comme BH est à AD; comme BH sera à AD, ainsi le rect. sous BD, EG (monstré egal au rect. sous BH, EF) sera au rectangle sous A D, EF. Partant le rect. sous [l] BD, EG, estant au rect. sous AD, EF, comme la superficie du dodecaedre à celle de l'Icosaedre: aussi comme BH, costé du cube sera à AD, costé de l'Icosaedre, ainsi la superficie du dodecaedre, sera à la superficie de l'Icosaedre. Ce qu'il falloit demonstrer.

d 1. 14. e coro. 12. 13. f 15. 5. g coro. 17. 13. h 2. 14. i 16. 6. k 1. 6. l coro. 1. 14.

## THEOREME 6. PROP. 6.

Si vne ligne droicte est couppee en la moyenne & extreme raison; comme

le quarré de la toute, & le quarré du plus grand ſegment, ſont aux quarrez de la toute, & du plus petit ſegment: Ainſi le quarré du coſté du cube, eſt au quarré du coſté de l'Icoſaedre, inſcrit en vne meſme ſphere que le cube.




Soit le cercle AB, contenant le triangle de l'Icoſaedre, & le pentagone du dodecaedre, dont le demi diametre CB, ſoit couppé en la moyenne & extreme raiſon à D, & ſon plus grand ſegment ſoit CD, [a] qui ſera le coſté du decagone inſcrit au meſme cercle. Et ſoit poſee E, coſté du dodecaedre, F, coſté de l'Icoſaedre, & G, coſté du cube. Ie dis que le q. de G, eſt au q. de F, comme les 2. qq. de CB, CD, ſont aux 2. qq. de CB, DB.

a cor. 9. 13.

Car E, eſtant coſté du pentagone, & F, coſté du triangle inſcrit au cercle propoſé: Si G, coſté du cube eſt couppé en la moyenne & extreme raiſon, [b] E, ſera ſon plus grand ſegment: parquoy F, eſtant coſté du triangle inſcrit au cercle donné, [c] ſon q. ſera triple du q. du demidiametre CB, [d] & les qq. de CB, DB, ſont triples du q. de CD. Donc le q. de F, eſt au q. de CB, comme les 2. qq. de CB, DB, ſont au q. de CD: Et en permutant le q. de F, ſera aux 2. qq. de CB, DB, comme le q. de CB, au q. de CD.

b corol. 17. 13.

c 12. 13.

d 4. 13.

Or comme le quarré de CB, eſt au quarré de CD, ainſi le q. de G, au q. de E (puis que * comme CB, toute eſt à ſon plus grand ſegment CD, ainſi G, toute eſt à E, ſon plus grand ſegment. f Donc comme le q. de CB, ſera au q. de CD, ainſi le quarré de G, au q. de E:) g Partant comme le q. de F, eſt aux qq. de CB, DB, ainſi le q. de G, au q. de E: & en changeant comme le q. de F, au q. de G, ainſi les qq. de CB, DB. ſont au q. de E, qui eſt le coſté du pentagone, h egal aux qq. de CB, CD, coſtez de l'hexagone & du decagone qui ſont inſcrits en vn meſme cercle: partant le q. de G, coſté du cube eſt au q. de F, coſté de l'Icoſaedre, comme les qq. de CB. CD, ſont aux qq. de CB, DB. Parquoy ſi vne ligne droicte, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

* ca. 14.
f 22. 6.
g 11. 5.
h 10. 13

## THOREME 7. PROP. 7.

### Comme le coſté du cube eſt au coſté de l'Icoſaedre: Ainſi le ſolide du Dodecaedre eſt au ſolide de l'Icoſaedre inſcrits en vne meſme ſphere.

D'autant que le pentagone du dodecaedre, & le tria. de l'Icoſ. inſcrits en vne meſme ſphere, a ſõt deſcrits en vn meſme cercle ou cercles egaux. Et qu'en b la ſphere les cercles egaux ſont egalement diſtans du centre: car les perpend. menees du centre de la ſphere au plan des cercles, c ſont egales & tombent aux centres d'iceux cercles: Donc les perpendiculaires menees du centre de la ſphere au centre du cercle contenant

a 3. 14
b 6 ſph. theod.
c coro. 1. th.

le pentagone du dodecaedre, & le triangle de l'Icosaedre sont egales: Parquoy les pyramides ayant pour bases les pentagones du dodecaedre, & les triangles de l'Icosaedre sont de mesme hauteur: [d] mais les pyramides de mesme hauteur sont entr'elles cõme leurs bases: Donc comme le pentagone au triangle, ainsi la pyramide qui a pour base le pentagone du dodecaedre, & le centre de la sphere pour sommet est à la pyramide dont la base est le triangle de l'Icosaedre, & le centre de la sphere est le sommet. Donc aussi comme 12. pentagones sont à 20. triangles, ainsi 12. pyramides ayant les bases pentagonales sont à 20. pyramides ayant les bases triangulaires: mais 12. pentagones sont la superficie du dodecaedre, & 20. triangles sont la superficie de l'Icosaedre: Donc comme la superficie du dodecaedre à la superficie de l'Icosaedre, ainsi 12. pyramides ayant les bases pentagonales à 20. pyramides qui ont les bases triangulaires: Et 12. pyramides ayant les bases pentagonales, sont le solide du dodecaedre; & 20. pyr. ayant les bases triangulaires sont le solide de l'Icosaedre: Donc comme la superficie du dodecaedre à la superficie de l'Icosaedre, ainsi le solide du dodecaedre, au solide de l'Icosaed. mais comme la superficie du dodecaedre à la superficie de l'Icosaedre ainsi est monsté le costé du cube au costé de l'Icosaedre. Donc comme le costé du cube au costé de l'Icosaedre, ainsi le solide du dodecaedre au solide de l'Icosaedre. Ce qu'il falloit demonstrer.

d 5. & 6. 12.

e 5. 14.

f 11. 5.

*Fin du quatorzieſme Liure.*

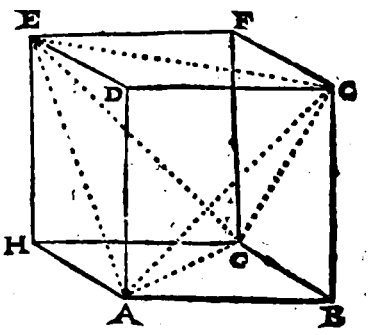
# LIVRE QVINZIESME DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

& le 5. des Solides.

## PROBLEME 1. PROP. 1.

En vn cube donné inſcrire vne pyramide.

SOIT le cube donné ABCDE FGH. Il faut deſcrire en iceluy vne pyramide, ou tetraedre; D'vn angle d'iceluy E, ſoient menees aux baſes conſtituant iceluy, trois diametres EA, EG, EC, de l'extremité deſquelles A, G, C, ſoient auſſi menez les diametres AG, GC, CA, aux autres 3. baſes qui conioignent les extremitez des 3. premiers diametres: D'autant que les diametres des quarrez egaux ſont egaux entr'eux, eſtant dou-

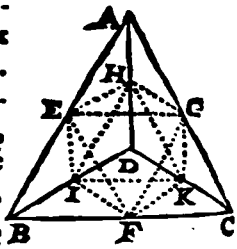


bles en puiſſ. des [a] coſtez de quarrez egaux. Il
a 47. 1. eſt manifeſte que les 4. triangles ACE, GAC, GAE, GCE, compoſez deſdits diametres, ſont equilateres & egaux entr'eux, partant conſtituent vne pyramide; & tous les angles de la pyramide eſtans colloquez aux angles du cube, [b] il
b 31. d. 11. eſt manifeſte, qu'elle eſt inſcrite dans le cube. Donc en vn cube donné nous auons deſcrit vne pyramide. Ce qu'il falloit faire.

## PROBLEME 2. PROP. 2.

ij

### En vne pyramide donnee deſcrire vn octaedre.




Soit la pyramide donnee ABCD, où il faut deſcrire vn octaedre. Ayant diuiſé tous les coſtez en 2. egalement à E, F, G, H, I, K, & mené EF, FG, GE, HI, IK, KH, EI, IF, FK, KG, GH, HE, on aura conſtitué 8. triangles, 4. deſquels EHI, IHK, KHG, HGE, ſont ſur le plan EIKG; mais les 4. autres IFE, EFG, GFK, KFI, au deſſous du meſme plan. Mais d'autant que les coſtez AE, AH, du triangle AEH, ſont egaux à AG, AH, du triangle AGH, eſtant moitiés des egales AB, AD, AC, & les angles contenus d'icelles EAH, GAH egaux, eſtant angles de triangles equila-
a 4. 1. teres ABD, ACD. [a] Les baſes EH, GH, ſeront egales: & par meſme raiſon EH, HI, &

les

les autres pareillement, parquoy iceux 8. triangles ſont equilateres & egaux entr'eux: & partant compoſent l'octaedre EIGHF, [b] lequel eſt deſcrit en la pyramide, puis que tous les angles touchent tous les coſtez de la pyramide, par la cõſtruction. Donc en vne pyramide nous auons deſcrit vn octaedre. Ce qu'il falloit faire. b 32. d. 11.

## COROLLAIRE.

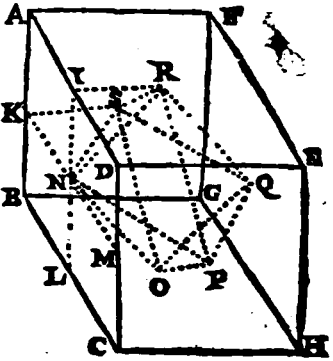
Or d'autant que les 3. plans EIKG, GHIF, FKHE, [a] ſont quarrez egaux, ſe couppans à angles droicts: chacun deſquels couppe la pyramide ABCD, en 2. egalement. (car le quarré EK, la diuiſe en la pyramide HIKD, & au priſme HIKGAE: & auſſi en la pyramide EBFI, & au priſme EFCGKI: mais il appert que la pyramide eſt egale à la pyramide, & le priſme au priſme: ſemblablement les autres quarrez GI, & FH, diuiſent en 2. egalement la meſme pyramide ABCD) Il eſt manifeſte que ſi au tetraedre, on inſcrit vn octaedre, que le tetraedre ſera couppé en 2. egalement par 3. quarrez egaux, leſquels ſe couppent entr'eux à angles droicts, & le tetraedre en 2. egalement. a coroll. 1. 14. 3 b 8. 12.

## PROBLEME 3. PROP. 3. iij

### En vn cube donné inſcrire vn octaedre.

Soit le cube donné AH, auquel il faut inſcrire vn octaedre. Soient diuiſez les coſtez de la baſe ABCD, en 2 egalement par I, K, L, M, leſquels ſoient conioincts par IL, KM, ſe couppantes

l'vne l'autre par M, qui eſt le centre du q. BD, comme il appert de la demonſtration de la 8. du 4. Et ainſi on trouuera les centres des autres baſes O, P, Q, R, S, donc toutes les droictes lignes menees deſdits centres au milieu des baſes, comme ſont NI, RI, NK, SK, &c. ſont egales aux moitiez des coſtez du cube, ou des quarrez, comme appert par la demon. 8. 4. Finalement ſi leſdits centres ſont conioincts par NO, OP, PQ, QR, RS, SN, NP, PR, RN, SO, OQ, QS, on aura conſtitué 8. triangles; 4. deſquels NSR, RSQ, QSO, OSN, ſont ſur le plan NOQR, & les autres 4. OPQ, QPR, RPN, NPO, au deſſous du meſme plan. Mais d'autant que les coſtez IN, NR, du triangle INR, ſont egaux à KN, RS, du triangle KNS, eſtans tous moitiez des coſtez egaux du cube, comme il eſt dict: Item les angles contenus d'iceux ſont egaux: car NI, IR, eſtant paralleles à BA, AF; a l'angle NIR, eſt egal au droict KAF, au qu. AG, par meſme raiſon NRS egal au droict IAF, au quarré AE; b les baſes NR, NS, ſeront egales. Ainſi nous demonſtrerons toutes les autres lignes egales, & entr'elles & à ces deux. Si des centres on mene des lignes droictes au milieu des coſtez, en ſorte que chaque deux ſoient menees




a 10. 11.

b 4. 1.

au milieu du costé commun à deux quarrez du cube, desquels ces 2. poincts d'où viennent les lignes droictes sont les centres: ainsi que NI, & RI, qui sont menees à I, moitié du costé AD, commun aux quarrez AC, AE, dont les cẽtres sont N, & R: Pareillement NK, SK, sont menees à K, milieu de AB, commun aux quarrez AC, AG, dont les centres sont N, & S, &c. Partant on a constitué 8. triangles equilateres & equiangles entr'eux, qui constituent l'octaedre NOQRSP; [c] Qui est descrit au cube, puis que tous ses six angles touchẽt toutes les 6. bases du cube, à leurs centres. Dõc au cube dõné nous auons inscrit vn octaedre. Ce qu'il falloit faire. [c] d. 31. 11.

Autrement. [d] Au cube soit descrit vne pyramide: [e] & en icelle pyramide soit descrit vn octaedre, & on aura faict, ce qui est proposé. Car puis que selõ la demonstration de la 2. prop. de ce l. les angles de l'octaedre, touchent les costez de la pyramide; mais les costez de la pyramide, par la demonstration de la 1. prop. de ce l. sont aux plans des bases du cube, estant les diametres d'icelles bases: Il est manifeste, que les angles de l'octaedre, touchent pareillement les bases du cube: & partant que l'octaedre est inscrit au cube. [d] 1. 15. [e] 2. 15.

## COROLLAIRE.

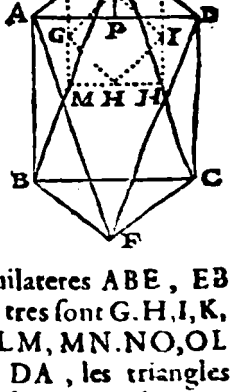
Or d'autant que les diametres de l'octaedre inscrits au cube, NQ, RO (s'ils estoient menez) [f] se couppent l'vne l'autre à angles droits, & conioignent les centres des bases du cube opposees; Il est manifeste, que les li- [f] coro. 1. 14 13.

gnes droictes qui conioignent les centres des baſes oppoſees du cube, ſe diuiſent non ſeulement en 2. egalement, g comme il eſt monſtré: mais auſſi à angles droicts, comme nous monſtrons icy.

g coro. 1. 15. 13.

## iv PROBLEME 4. PROP. 4.

### En vn octaedre donné inſcrire vn cube.




Soit ABCDEF, l'octaedre donné, où il faut inſcrire vn cube. D'autant que 6. pyramides quadriangles sõt contenues en l'octaedre, dont les ſommets ſont les 6. angles de l'octaedre, & chaque 2. conſtituent vn octaedre: Soit vne d'icelles, ſçauoir la pyramide ABCD E, dont la baſe eſt le quarré ABCD; & les triangles equilateres ABE, EBC, CED, DEA, dont les centres ſont G. H, I, K, par leſquels ſoient menees LM, MN. NO, OL paralleles à AB, BC, CD, DA, les triangles LME, EMN, NEO, OEL, ſeront equilateres, a eſtant ſemblables aux triangles equilateres ſuſdicts. Et partant egaux entr'eux, ayant les coſtez communs, & les baſes LM. MN, NO, par conſequent egales. Et ſi de E, par le centre K, eſt menee EP, elle diuiſera l'angle à E, en 2. egalement, donc LK, ſera egale à KO, c'eſt à dire, que LO, eſt diuiſee en 2. egalement par K, centre; Et ſemblablement LM, MN, NO, ſeront

a coro. 4. 6.

couppees chacune en 2. egalement par les centres G, H, I. Partant les quatre triangles GLk, KOI, GMH, HNI, sont Isosceles (b les angles GLK, KOI, INH, HMG, estant egaux aux angles droicts du q. GKIH,) Donc les bases Gk, kI, IH, HG, seront egales & contiendront angles droicts: parquoy GHIK, est quarré. Que si en la mesme maniere aux autres cinq pyramides de l'octaedre, les centres des triangles sont conioincts par des lignes droictes, on descrira semblablement 5. quarrez, lesquels seront egaux entr'eux ayant les costez communs. Parquoy 6. tels quarrez composeront vn cube c lequel sera descrit en l'octaedre, puis que les huict angles d'iceluy touchent les 8. bases de l'octaedre à leurs centres. Partant en l'octaedre donné nous auons descrit vn cube. Ce qu'il falloit faire.

b 10. 11.

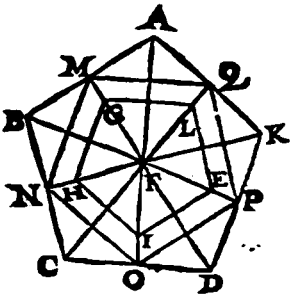
c 31. d. 11.

## PROBLEME 5. PROP. 5.

## Dedans vn Icosaedre donné inscrire vn Dodecaedre.

Soit vne des 12. pyramides de l'Icosaedre, dont les bases sont pentagones ABCDEF, & la base le pentagone ABCDE, & les triangles equilateres ABF, BCF, CDF, DEF, EAF, & leurs centres G, H, I, K, L, conioincts par GH, HI, IK, kL, LG. Derechef du sommet F, par les centres des triangles soient menees FM, FN, FO, FP, FQ; couppans a AB, BC, CD, DE, EA, à M, N, O, P, Q, en sorte que MA, MB, NB, NC, OC, OD, PD, PE, QE, QA,

a coro. 10. 13.




soient egales, & comprenant angles egaux, sçauoir du
b 4. 1. pentagone, [b] MN, NO, OP, PQ, QM, conioignant les poincts M, N, O, P, Q, sont aussi egales;
c 8. 1. [c] partant les angles MFN, NFQ, OFP, PFQ, QFM sont egaux, les costez FM, FN, FO, FP, FQ estant egaux, sçauoir perpendiculaires des angles des triangles equilateres menees aux bases opposees.

Car FB, BM, du triangle FBM, estant egaux à FB, BN, du triangle FBN, & contenant an-
d 4. 1. gles egaux, sçauoir de triangles equilateres; [d] les bases, FN, FM seront egales, & ainsi des autres. Mais d'autant que FG, FH, FI, FK, FL, demi diametres des cercles egaux, circonscriuans les triangles equilateres, sont egales, & contiennent angles egaux, comme il est demonstré;
e 4. 1. [e] GH, HI, IK, KL, LG, seront egales. [f] Et
f 13. 1. puis que tant AMQ, QMN, MNB, que BNM, NMO, ONC, sont egaux à 2. droicts.
g 4. 1. [g] Mais AMQ, NMB, sont egaux à BNM, ONC, les restans QMN, MNO seront egaux. Par mesme raison les autres angles NOP, OPQ, PQM, seront egaux entr'eux & à ceux cy: parquoy le pentagone MNOPQ, sera equilatere & equiangle, au plan du pentagone ABCDE. Finalement FM, FN, FO, FP, FQ egales estant couppees proportionellement à G, H, I, K, L, d'autant aussi que FG, FH, FI, Fk, FL, sont

egales menees du centre. h GH, HI, Iκ, KL, LG, feront paralleles à MN, NO, OP, PQ, QM, & partant les angles LGH, GHI, HIK, IKL, κLG, egaux aux egaux QMN, MNO, NOP, OPQ, PQM, donc auſſi egaux entr'eux. k Et les plans menez par GH, HI, & HI, Iκ, eſtant paralleles au plan du pentagone MNOPQ, mené par MN, NO, OP, & ſe rencontrans à HI, feront a vn ſeul plan. Semblablement on monſtrera que les plans par IK, κL, & KL, LG, & LG, GE, feront vn meſme plan auec le plan mené par GH, HI, Iκ; Parquoy GHIKL, eſt pentagone equilatere & equiangle, ayant les angles & les coſtez egaux. Que ſi en la meſme maniere, aux autres 11. pyramides de l'Icoſaedre, on conioinct des lignes droictes aux centres des triangles, on deſcrira ſemblablement des triangles equilateres & equiangles : leſquels ayant les coſtez cõmuns ſeront egaux entr'eux. Parquoy 12. tels pentagones conſtitueront vn dodecaedre, lequel l ſera inſcrit en l'Icoſaedre, les 20. angles du dodecaedre eſtans conſtituez aux centres des 20. baſes de l'Icoſaedre. Donc en l'Icoſaedre donné nous auons inſcrit vn Dodecaedre. Ce qu'il falloit faire.

h 2. 6
i 10. 11.
k 15. 11.
a 1em. 16. 13.
l 31. d. 11

*Fin du quinzieſme & dernier liure des Elements d'Euclide.*

FIN.

*Fautes commiſes en l'impreſſion qu'il faut corriger, où p. ſignifie la page, le nombre deuant le p. demonſtre quantieſme page c'eſt & le nombre d'apres denote quantieſme ligne, l. ſignifie lis, a. ſignifie adiouſte, o ſignifie oſte, m. ſignifie marge.*

Premierement en la 50.p.16. pour A, lis B, & pour B, lis A. 51. p. 1. pour CE, lis CB. 59. p. 6. pour BC, l. AC. 60. p. 17. AB, l. AC. 20. BC, l. BD. 64. p. 17. AE chac. l. AF chac. 72. p. 7. & 8. angles droicts, angles. 74. p. 11. l. AEC, CEB. 79. p. 14 l'angle eſt, l. l'angle C, eſt. 80. p. 22. l'angle C, l. l'angle B. 88. p.6. DF, l. EF. 89. p. 2. EF, l. DF. 4. petite l. petit. 90.p. 12.o. poſt. 101. p. 12. AC, l. BC. 118. p 19. DG, GB, l. D1, 1B, & 119. p. 3. auſſi D1, 1B. 124. p. 2°. m. l. 14. 1111. p. 24. CD, l. BC. 136. p. probl. l. theor. 146.p.29.double l. quadruple. 178.p. 17. coup. l. rencontrant. 181. p. m. l. 47. l. 224.p. 18. moindre l. plus grande. 274. p. 9. 2. ED, & 13. FE, l. FC. 247. p. 13. lignes l. lignes egales. 258.p.14.l. DG, DF, DE. 300. p. 18. homolog. l. analog. 325. p. 14. CF, l. F. 417.p.12. rectangles l. equiangles. 451.p.22. impair l. pair. 461.p.15. eſtre en l. eſtre au 4e en. 480. p. 19. o. paraues. Cette figure ſe met à la 7. prop. du 7. li.

