

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

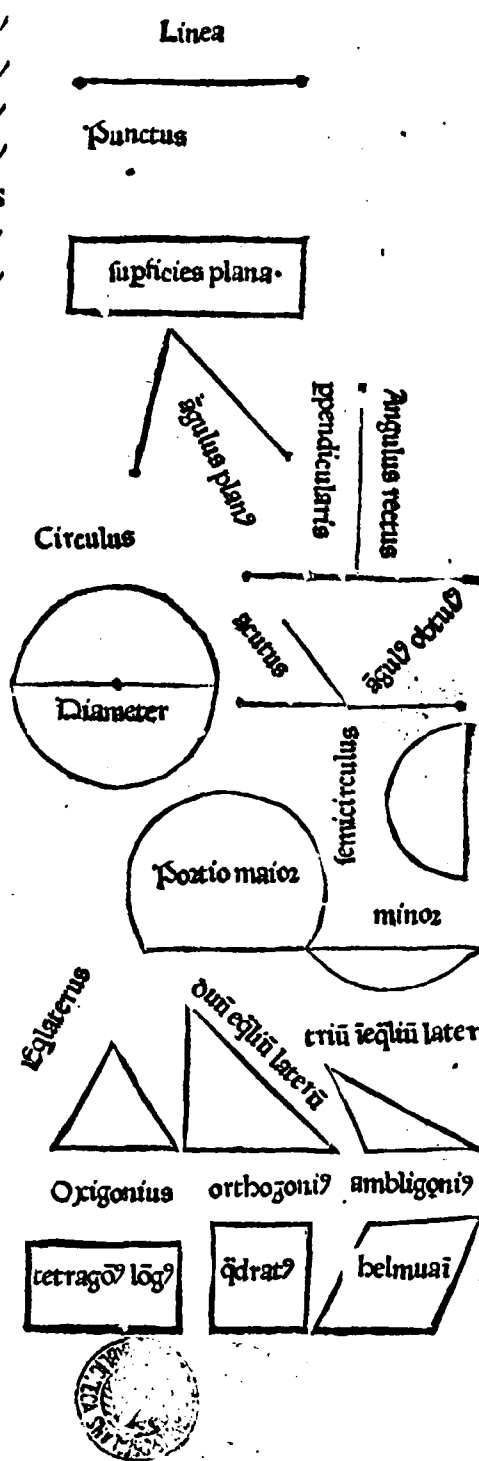
SOURCE DES IMAGES
Google Livres

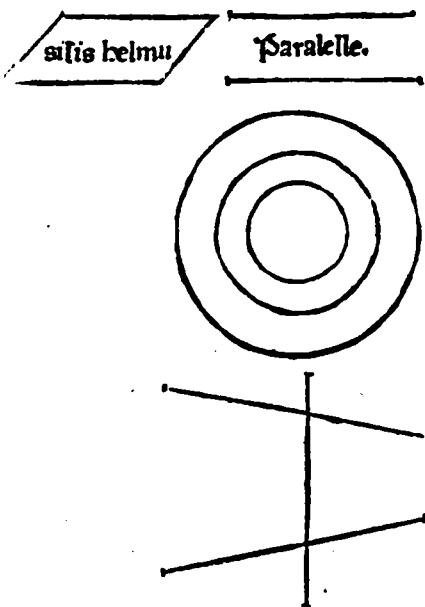
Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi: in artem Geometrie incipit quā felicitissime:



Vnctus est cui⁹ p̄s nō est. ¶ Linea est lōgītudo sine latitudine cui⁹ quidē ex-
tremities sūt duo pūcta. ¶ Linea re-
cta ē ab uno pūcto ad aliū breuissima
extēsiō ī extremities suas utrūq; eo-
rū recipiēs. ¶ Supficies ē que lōgītu-
dinē & latitudinē tantū h3: cuius ter-
mini quidē sūt linee. ¶ Supficies pla-
na ē ab una linea ad aliā extēsiō ī extremities suas recipiens
¶ Angulus planus ē duarū linearū alternus cōtactus: qua-
rum expāsiō ē sup supficiē applicatioq; nō directā. ¶ Quā-
do aut angulum continēt due linee recte rectilineus angul⁹
noīaf. ¶ Quādo recta linea sup rectā steterit duoq; anguli
utrobiquē fuerit eyles: eorū uterq; rect⁹ erit. ¶ Lineaq; linee su-
perstās ei cui supstat ppendicularis uocaf. ¶ Angulus uero
qui recto maiore obtusus dicif. ¶ Angulus uero minor re-
cto acut⁹ appellaf. ¶ Termin⁹ ē qd⁹ uniuscuiusq; finis est.
¶ Figura ē q̄ terminō uel terminis cōtinet. ¶ Circul⁹ est figura
plana una qdē linea cōtēta: q̄ circūferētia noīaf: ī cui⁹ medio
pūct⁹ est: a quo oēs linee recte ad circūferētiā exeūtes sibiui-
ces sūt equales. Et hic qdē pūct⁹ centrū circuli dicif. ¶ Dia-
meter circuli ē linea recta que sup ei⁹ centz trāsiēs extreni-
tatesq; suas circūferētie applicans circulū ī duo media diui-
dit. ¶ Semicirculus ē figura plana diametro circuli & medie
tate circūferētie cōtēta. ¶ Portio circuli ē figura plana rectz
linea & parte circūferētie cōtēta: semicirculo quidē aut ma-
ior aut minor. ¶ Rectilinee figure sūt q̄ rectis lineis cōtinent⁹
quaz quedā trilatera que trib⁹ rectis lineis: quedā quadrila-
tere que q̄tuor rectis lineis. quedā multilatera que pluribus
q̄ quatuor rectis lineis cōtinent. ¶ Figuraz trilateraz: alia ē
triāgul⁹ hūs tria latera equalia. Alia triāgulus duo habens
eqlia latera. Alia triāgulus triū inequaliū laterū. Harz itez
alia est orthogoniū: unū. s. rectū angulū habēs. Alia ē am-
bligoniū aliquē obtusum angulū habens. Alia ē oxigoni-
um: ī qua tres anguli sūt acuti. ¶ Figuraz aut q̄drilateraz
Alia ē q̄dratum quod est eqlaterū atq; rectangulū. Alia est
tetragon⁹ long⁹: que ē figura rectāgula: sed eqlatera nō est.
Alia est helmuaym: que ē eqlatera: sed rectāgula non est.

De principiis p se notis: & pmo
de diffinitionibus earundem.





¶ Alia est similis helmutaym que opposita latera habet equalia atq; oppositos angulos equales: tamen nec rectis angulis nec equis lateribus continetur: Preter has autem omnes quadri- latere figure helmutriphe nominantur. ¶ Equidistantes linee sunt que in eadem superficie collocata atq; in alterutram partem protrahere non conueniunt etiam si in infinitum protrahantur.

Petitiones sunt quinque: ¶ A quolibet puncto in quem libet punctum rectam lineam ducere atq; lineam definitam in continuū rectūq; quantūlibet protrahere.

¶ Super centrum quodlibet quātūlibet occupando spacium circulum designare. ¶ Omnes rectos angulos sibi inuicem esse equales: ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eadem partem protrahat pculdubio coniūctim ire. ¶ Duas lineas rectas superficiē nullā cōcludere.

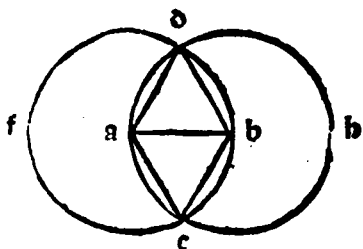
Communes animi cōceptiones sunt hee: ¶ Que uni & eidem sunt equalia & sibi inuicem sunt equalia: ¶ Et si equalibus equalia addantur tota quoq; fiet equalia. ¶ Et si ab equalib; eqlia auferant que reliquunt erūt eqlia. ¶ Et si ab ineqlibus eqlia demas q̄ relinquunt erūt ineqlia. ¶ Et si ineqlibus equalia addas ipsa quoq; fiet inequalia. ¶ Si fuerint due res uni equalia ipse sibi inuicem erūt equalia. ¶ Si fuerint due res quarū utraq; uni^{us} eiusdē fuerit dimidiū utraq; erit eqlis alteri. ¶ Si aliq̄ res alicui supponat applicetq; ei nec excedat altera alterā: ille sibi inuicē erūt eqlis. ¶ Omne totū ē mai^{or} sua parte.

Sciendum est autē q̄ preter has animi cōceptiones: siue cōs scias multas alias que numero sunt incōprehensibiles pretermisit Euclides: quarum hec est una. ¶ Si due quantitates equalia ad quālibet tertiam eiusdem generis comparentur simul erunt anbe illa tertia aut eque maiores: aut eque minores: aut simul equalia. ¶ Item alia Quanta est aliqua quantitas ad quālibet aliam eiusdē generis tantam esse quālibet tertiam ad aliquam quartam eiusdem generis in quantitatibus continuis: hoc hūiuerſaliter uerum est siue antecedentes maiores fuerint consequentibus siue minores: magnitudo enim decreſcit in infinitum. i. numeris aut non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicuius quarti: quoniam numerus crescit in infinitum: ſic- cur magnitudo in infinitum minuitur.

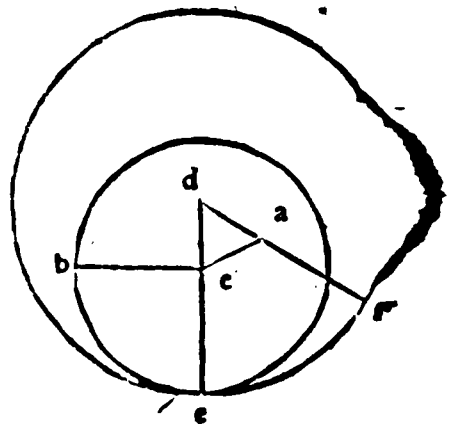
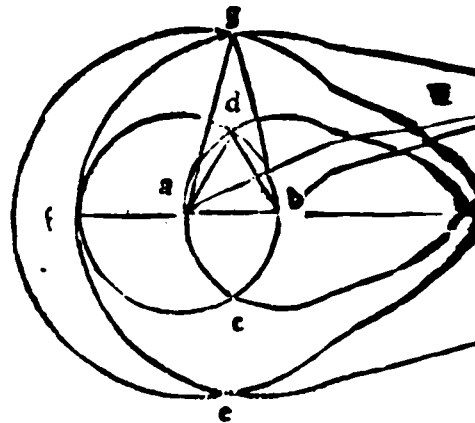
Propositio prima.

Triangulum equilaterum supra datam lineam rectam collocare.

¶ Esto data linea recta. a. b. uolo super ipsam triagulū eglaterū cōstituere sup alterā eius extremitatē. ſ. in puncto. a. poni pedē circini immobilem: & alterū pedem mobilem extēdā utq; ad. b. & describā ſm quantitatē ipsius lineae date p secundā petitionē circulū. c. b. d. f.



rursus alteram eius extremitatem. f. punctum. b. facias centrum & per eandem
 petitionem & per eandem quantitatem lineabo circulum. c. a. qui circuli
 intersecabunt se in duobus punctis: que sint. c. d. & alteram datam sectionū
 sicut sectionem. d. continuabo cum ambabus extremitatibus. e. lineę ptra-
 ctis lineis. d. a. d. b. per primā petitionem: quia ergo a puncto. c. qd' est cētrū
 circuli. c. b. d. protracte sunt lineę. a. d. & a. b. usq; ad eius circūferentiā ipse
 erunt equales per diffinitionem circuli. Similiter quoque a pūcto b. quod
 est centrum circuli. c. a. d. protracte sunt lineę. b. a. & b. d. usq; ad eius circū-
 ferentiā ipse erunt et equales: quia ergo utraq; lineę. a. d. b. d.
 equalis est lineę. a. b. ut probatum est: ipse erunt inter se per primam
 cōceptionem: ergo super datam lineam collocabitur triangulū equilaterū:
 quod est propositum. ¶ Si autem sup eandem lineam liceat collocare reliqs
 duas triangulorū spēs. scz. triangulum duū equalitū laterum & triangulū triū
 inequalium laterū. protraheā lineā. a. b. in utraq; ptem usq; quo occurrerit cir-
 cūferentię amborū circuloꝝ super duo puncta. f. & h. & posito cētro in pun-
 cto. a. lineę circulus. e. h. g. per quantitatem lineę. a. h. Itēq; posito cētro in
 puncto. b. lineę circulus. e. f. g. per quantitatem lineę. b. f. hi autē circuli inter-
 cabunt se in duobus pūctis que sūt. e. g. Coniungant igitur extremitates date
 lineę cum altera dictarum sectionū per duas lineas rectas que sūt. a. f. g. b.
 & quia he lineę. a. b. & a. f. exeunt a cētro circuli. c. d. f. ad eius circūferentiā
 ipse erunt equales. Similiter quoq; a. b. & b. h. quia exeunt a cētro circuli. c.
 a. d. h. usq; ad ipsius circūferentiā ipse erūt equales: Quia ergo utraq; dua-
 rum lineę. a. f. & b. h. equalis est lineę. a. b. ipse erunt inter se equales. ergo
 posito. a. b. cōi erit. b. f. equalis. a. h. scz. b. f. est equalis. b. g. quia ambo exeunt
 a cētro circuli. e. f. g. ad eius circūferentiā. Similiter quoq; a. h. est equalis.
 a. g. & utraq; earum est maior. a. b. eo qd' utraq; duarum lineę. b. f. & a. h. ma-
 ior est. a. b. quare super datam lineam collocavimus triangulū duorū equaliū
 laterū. ¶ Triangulum etiam trium inequaliū laterum sup eandē lineam collo-
 cabimus: si aliqd' punctū existēs in circūferentiā alterutrius duorū maiorū cir-
 culoꝝ qd' non sit in altera duarū sectionū: & cui nō obuiet. f. h. cum in utran-
 libet ptem ptracta fuerit in continuū & directum: conuenerimus p duas li-
 neas rectas cū ambabus extremitatib' date lineę. Sit. n. punctus. k. signatus in
 circūferentiā circuli. e. f. g. & non sit in altera sectionū nec occurrat ei. f. h. cū
 protraheret in continuū & directū usq; ad eius circūferentiā. ptraheā ergo li-
 neas. a. k. & b. k. & secabit lineā. a. k. circūferentiā circuli. e. h. g. secet ergo
 in puncto. l. eritq; b. k. equalis. a. l. quia. b. k. est equalis. b. g. & a. l. equalis. a.
 g. quare. a. k. est maior. b. k. sed & b. k. est maior. a. b. triangulus ergo. a. b. k.
 est trium inequalium laterū: Sic igitur super datam lineam omnes trianguloꝝ
 species collocavimus.



Propositio . 2 .



Dato puncto cuiuslibet lineę rectę propōsite equā rectas
 lineam ducere.

¶ Sit. a. pūctus datus & b. c. lineā data uolo a pūcto. a. ducere li-
 neā unā equalem lineę. b. c. in quācūq; ptem contingat: coniungā
 ergo pūctū. a. cū altera extremitate lineę. b. c. cū qua uoluerō. &
 coniungā ipsū. a. cū extremitate. c. p lineā. a. c. sup quā cōstituiā triangulū egle-
 terū per doctrinā pcedētis qui sit. a. c. d. & in illa extremitate lineę date cū qua
 cōiunxi pūctū datū. f. in extremitate. c. ponā pedē circini imobilē & describā u-
 per ipsum circulū per quantitatem ipsius date lineę q sit circulus. e. b. & lat' trianguli

LIBER.

equilateri quod proponitur puncto dato. f. latus. d. c. protraheam per centrū circuli descripti usque ad eius circūferentiā: & sit tota linea sic protracta. d. c. e. fm cuius quantitatē lineabo circulū posito centro in. d. qui sit circulus. e. f. & postea protrahā latus. d. a. usque ad circūferentiā huius ultimi circuli & occurrat circūferentie ipsius in puncto. f. dico igitur q. a. f. est equalis b. c. nam. b. c. & c. e. sunt equales: quia exeunt a centro circuli. e. b. ad eius circūferentiā. Similiter quoque. d. f. & d. e. sunt equales quia exeunt a centro circuli. e. f. ad circūferentiā. sed. d. a. & d. c. sunt equales & sunt latera trianguli equilateri ergo si. d. a. & d. c. dematur. d. e. & d. f. quæ sunt equales: erūt residua quæ sūt. a. f. & c. e. equalia quæ ergo utraq; duarū linearū. a. f. & c. b. ē equalis. c. e. ipse sūt equales inter se: quare a puncto. a. protraheam. a. f. equalem. b. c. quod ē propositum.

Propositio . 3 .



Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earū breuiori equalem abscindere.

Sint due linee. a. b. & c. d. & sit. a. b. minor uolo ex. c. d. abscidere unā quæ sit eq̄lis. a. b. duco primo al puncto. c. unā lineā equalē a. b. p̄ qd̄ docuit precedēs: quæ sit. c. e. posito ergo centro i puncto c. describam circulū fm quantitatē. c. e. q̄ secabit lineā. c. d. Sit ergo ut secet eam in puncto. f. eritq; linea c. f. equalis lineæ. c. e. quia ambo exeunt a centro eiusdem circuli ad circūferentiā: & quia utraq; duarū linearū. a. b. & f. c. ē equalis. c. e. ipse sūt inter se equales: quod est propositum.

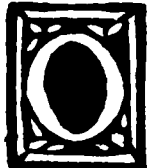
Propositio . 4 .



Omniū duorū triangulorū quorū duo latera uni⁹ duobus lateribus alteri⁹ equalia fuerint. duoq; anguli eorū illis eq̄lateribus contenti equales fuerint alter alteri⁹ latera quoq; illorū reliqua sese respiciētia equalia: reliquero anguli uni⁹ reliquis angulis alterius equales erunt: ac tot⁹ triangulus toti triangulo equalis.

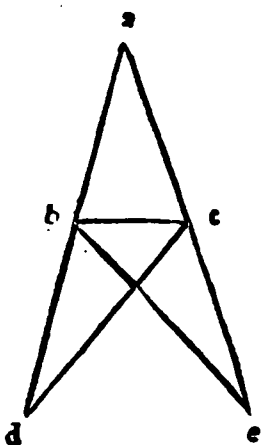
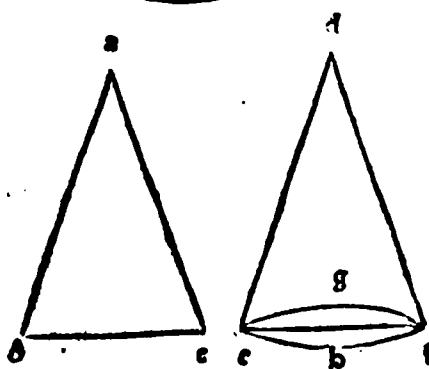
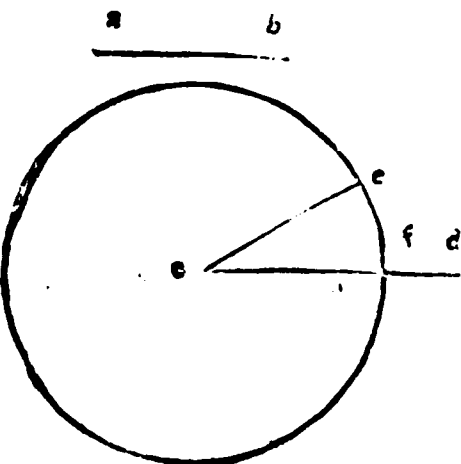
Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq; latus. a. b. equale lateri. d. e. & lat⁹. a. c. equale lateri. d. f. & angul⁹. a. eq̄lis angulo. d. tūc dico q. basis. b. c. ē equalis basi. e. f. & angulus. b. equalis angulo. e. Itē angulus. c. equalis angulo. f. qd̄ p̄batur: supponā triangulū. a. b. c. triangulo. d. e. f. ita q. angulus. a. cadat sup̄ angulū. d. & lat⁹. a. b. sup̄ latus. d. e. & latus. a. c. sup̄ latus. d. f. & p̄ per penultimam conceptionem q. nec anguli nec latera sese excedēt eo q. angulus. a. est equalis angulo. d. & altera supposita his quibus supponunt per hypothesym. puncta ergo. b. c. cadent super puncta. e. f. si ergo linea. b. c. cadit super lineam. e. f. p̄ propositū: quia cum linea. b. c. superposita lineæ. e. f. non excedat eam nec excedat ab ea est ei equalis p̄ conversionē penultime cōceptionis: eadem rōne erit angulus. b. equalis angulo. e. & angulus. c. equalis angulo. f. si autem linea. b. c. non cadit super lineam. e. f. sed cadit infra triangulum sicut linea. e. g. f. aut extra sicut linea. e. h. f. tunc due linee recte concludunt superficiem quod est contra ultimam petitionem.

Propositio . 5 .



Omniū trianguli duū eq̄liū laterū angulos q̄ supra basim sunt equales esse necesse est: qd̄ si eius duo equalia latera directe protrahant fient quoq; sub basi duo anguli inuicem equales.

Sint triangulus. a. b. c. cuius latus. a. b. sit equale lateri. a. c. dico q. angulus. a. b. c. est equalis angulo. a. c. b. q. si protrahant. a. b. & a. c. usque ad. d. & e.



fiet angulus. d. b. c. equalis angulo. e. c. b. quod sic probatur: protractis. a. b. & a. c. ponam per tertiam lineam. a. d. equalem lineae. a. e. & protraham lineas e. b. c. & intelligam duos triangulos. a. b. e. & a. c. d. quos probabo esse equales & equilateros & equiangulos. Sunt. n. duo latera. a. b. & a. e. trianguli. a. b. e. equalia duobus laterib' a. c. & a. d. trianguli. a. c. d. & angulus. a. e. cōis utriq' ergo per premisam basis. b. e. est equalis basi. c. d. & angulus. e. est equalis angulo. d. & angulus. a. b. c. equalis angulo. a. c. d. Item intelligo duos triangulos. d. b. c. & e. c. b. quos similiter probabo esse equilateros & equiangulos. nam duo latera. d. b. & d. c. trianguli. b. d. c. sunt equalia duobus lateribus. e. c. & e. b. trianguli. e. b. c. & angulus. d. est equalis angulo. e. ergo per premisam: basis. b. e. & reliqui anguli reliquis angulis. angulus. d. b. c. est equalis angulo. e. c. b. & hoc est secundum propositum. Anguli sub basi equales sunt: & angulus. b. c. d. est equalis angulo. e. b. c. sed totus. a. b. e. est equalis. a. c. d. ut probatum fuit supra. ergo angulus. a. b. c. residuus est equalis angulo. a. c. b. residuo quoque uterque est super basim: quod primū propositum.

Propositio . 6 .

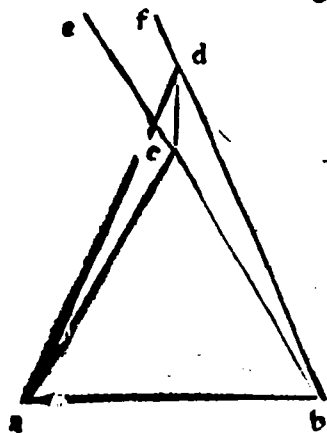
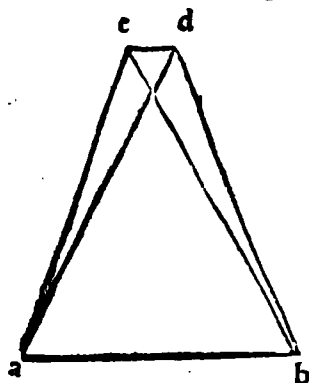
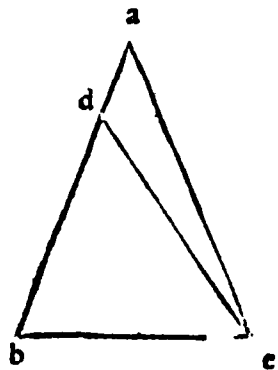
S I duo anguli alicuius trianguli equales fuerint duoque latera angulos illos respicientia equalia erunt.

Hec est conuersa premisse quantum ad prima eius partem. Sit primus triangulus. a. b. c. cuius duo anguli. b. & c. sunt equales dico quod latus. a. b. est equalis lateri. a. c. Si enim non sunt equales erit alterum altero maius. sit quod a. b. maius quod resecetur ad equalitatem. a. c. per tertiam propositionem ut superfluum sit a parte. a. & resecetur in puncto. d. sitque b. d. equalis. a. c. & ducatur linea. d. c. Intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. & d. b. c. quos probabo esse equilateros & equiangulos. sunt enim duo latera. d. b. & b. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. & b. c. trianguli. a. b. c. & angulus. b. equalis angulo. c. totali per hypothesim ergo basis. d. c. est equalis basi. b. a. & angulus. d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars uero tota quod est impossibile.

Propositio . 7 .

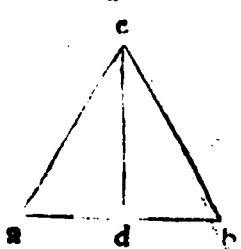
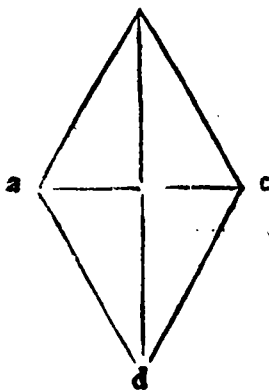
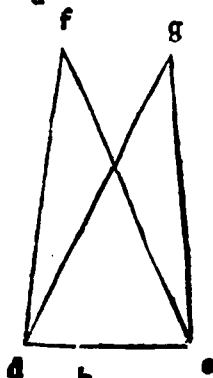
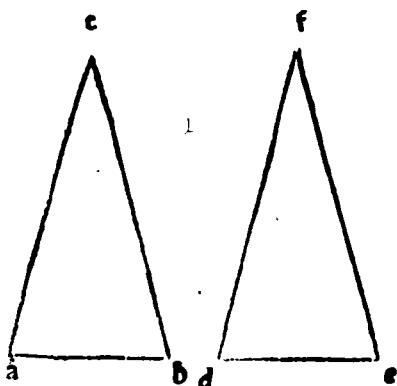
S I a duobus punctis aliquam lineam terminantibus due linee ad punctum unum concurrentes exierint ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales que ad alium concurrant in eandem partem duci est impossibile.

Si linea. a. b. a. cuius extremitatibus protrahamur due linee in partem unam que concurrant in eodem puncto ut sint. a. c. & b. c. que concurrant in puncto. c. dico quod in eandem partem non protraherentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum: ita quod illa que egredietur a puncto. a sit equalis lineae. a. c. & que egredietur a puncto. b. sit equalis lineae. b. c. Quod si fuerit possibile protraherentur alie due linee in eandem partem que concurrant in puncto. d. & sit linea. a. d. equalis lineae. a. c. & linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus. d. cadet intra triangulum aut extra: nam in altero laterum. a. c. & b. c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum. a. d. & b. d. secabit alteram linearum. a. c. & b. c. aut neutra neutram: & secet primo altera alteram & protraatur linea. c. d. quia ergo trianguli. a. c. d. duo latera. a. c. & a. d. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per . 5. Similiter quia in triangulo. b. c. d. duo latera. b. c. & b. d. sunt equalia erunt anguli. b. c. d. & b. d. c. Similiter equales per ean-



LIBER.

dem: & quia angulus .b.d.c. est maior angulo .a.d.c. sequitur angulum .b.c.d. esse maiorem angulo .a.c.d. partem .f. toto quod est impossibile: Si autem .d. cadit extra triangulum .a.b.c. ita q. linee nō se secant protraham lineam .d. e. & producam .b.d. & .b.d. & .b.c. sub basi usq. ad .f. & ad .e. & quia linee .a.d. & .a.c. sunt equales: erunt anguli .a.c.d. & .a.d.c. equales per . . . Similiter q. a .b.c. & .b.d. sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt .c.d.f. & .d.c.e. equales per secundam partem . . . quia ergo angulus .e.c.d. minor est angulo .a.c.d. sequitur angulum .f.d.c. esse maiorem angulo .a.d.c. quod est impossibile: & eodem modo . . . aduersarius ad inconueniens: si .d. punctus cadat intra triangulum . . .



Propositio . 8 .

Omnium duorum triangulorum quorum duolatera unius duobus lateribus alterius fuerint equalia: basi (q. uni? basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necesse est.

Sit duo trianguli .a.b.c. & .d.e.f. sitq. .a.c. equalis .d.f. & .b.c. equalis .e.f. & .a.b. equalis .d.e. dico q. angulus .c. est equalis angulo .f. & angulus .a. angulo .d. & angulus .b. angulo .e. superponam basim .a.b. basim .d.e. que cum sint equales neutra excedet alteram per penultimam conceptionem: aut ergo punctus .c. cadit super punctum .f. aut non. Si sic: tunc quia angulus .c. superpositus erit angulo .f. & neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conuersionem conceptionis predictae: Similiter argue reliquos angulos esse equales: Si autē punctus .c. non cadit super .f. sed super quemlibet alium qui sit punctus .g. q. a .e.g. est equalis .b.c. imo eadem: itemq. .d.g. equalis .a.c. erit .e.g. equalis .e.f. & .d.g. equalis .d.f. quod est impossibile per precedentem.

Propositio . 9 .

Datum angulum per equalia secare.
Sit datus angulus quem oportet diuidere: angulus .a.b.c. lineas ipsam continentes que sunt .a.b. & .b.c. ponam equales per tertiam & producam lineam .a.c. super quam constituam triangulum equilaterum .a.d.c. & protraham lineam .b.d. dico q. ipsa diuidit datum angulum per equalia: Intellego duos triangulos .a.b.d. & .c.b.d. & q. a duo latera .a.b. & .b.d. trianguli .a.b.d. sunt equalia duobus lateribus .c.b. & .b.d. trianguli .c.b.d. & basis .a.d. basi .c.d. ergo per precedentem angulus .a.b.d. est equalis angulo .c.b.d. quod est propositum facere.

Propositio . 10 .

Proposita recta linea eam per equalia diuidere.
Sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia. linea .a.b. super ipsam constituam triangulum equilaterum .a.b.c. & angulum .c. diuido per equalia secundum doctrinam precedentis per lineam .c.d. dico q. linea .c.d. diuidit datam lineam .a.b. per equalia: Intellego .n. duos triangulos .a.c.d. & .b.c.d. & arguo sic: duo latera .a.c. & .c.d. trianguli .a.c.d. sunt equalia duobus lateribus .b.c. & .c.d. trianguli .b.c.d. & angulus .c. unius angulo .c. alterius ergo per quartam basis .a.d. basi .d.b. quod est propositum.

Propositio . 11 .

D Acta linea recta a pūcto ī ea signato ppēdicularē extra
here duob' qdē āgulis eq̄lib' ac rectis utriq3 subnixā.
¶ Sit data linea. a. b. in qua sit datus pūctus. c. a. quo o3 ppēdicu
larem extrahere: ergo p tertiā lineā. b. c. eq̄le linee. a. c. & sup to
tam. a. b. cōstituo triāgulū eq̄laterū. a. b. d. & pbabo. lineā. c. d.
de qua dico q̄ ip̄a ē ppēdicularis sup lineā. a. b. intelligo duos triāgulos. a. c.
d. & b. c. d. & q̄a duo latera. a. c. & c. d. triāguli. a. c. d. sūt eq̄lia duob' lateri
bus. c. b. & c. d. triāguli. c. b. d. & basis. a. d. basi. b. d. erit p. 8. angul'. a. c. d. eq̄
lis angulo. b. c. d. q̄re uterq3 eorū erit rect' p diffinitionē anguli recti: & lineā.
c. b. ppēdicularis sup lineā. a. b. p diffinitionē linee ppēdicularis: qd' ē ppositū

Propositio .12.

A Pūcto extra signato ad datam lineam indefinite quā
titatis perpendicularē deducere.

¶ Sit. a. pūct' signat' extra lineā. b. c. a quo ad ip̄a3 o3 deduce
ppēdicularē: p̄trahā ergo lineā. b. c. i utrā q̄ p̄tē q̄rū libuerit &
sup pūctū. a. describā circulū. b. c. sic ut secet lineā datā i pun
ctis. b. c. & p̄trahā lineas. a. b. & a. c. & diuidā angulū. b. a. c. p eq̄lia p lineā
a. d. p. 9. dico q̄. a. d. ē ppēdicularis sup lineā. b. c. intelligo duos triāgulos
a. b. d. & a. c. d. & quia duo latera. a. b. & a. d. triāguli. a. b. d. sūt eq̄lia duo
bus laterib'. a. c. & a. d. triāguli. a. c. d. & angul'. a. uni' eq̄lis angulo. a. alte
rius erit p. 4. basis. b. d. equalis basi. d. c. & angul'. a. d. b. equalis angulo. a. d.
c. quare uterq3 eorū rect' & lineā. a. d. ppēdicularis sup lineā. b. c. per diffini
tionem anguli recti & linee perpendicularis: qd' est ppositum.

Propositio .13.

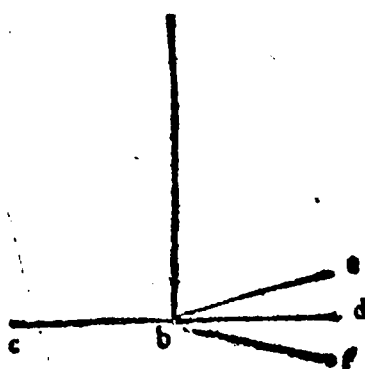
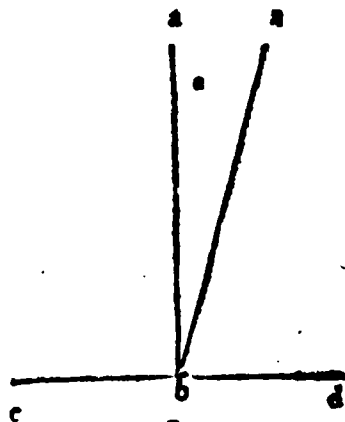
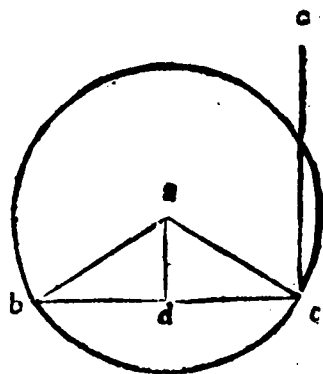
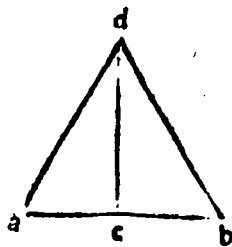
Q Mnis recte linee sup rectā lineā stantis duo utrobq3
anguli aut sunt recti aut duobus rectis equales.

¶ Sit ut lineā. a. b. sup̄stet linee. c. d. q̄ si fuerit sup eā ppēdicula
ris faciet duos angulos rectos p̄ uersionē diffinitionis. Si āt non
fuerit sup eā ppēdicularis a pūcto. b. duca't. b. e. ppēdicularis
sup. c. d. p undecimā: erūtq3 duo anguli. e. b. c. & e. b. d. recti p̄ uersionē dif
finitionis: q̄a ergo duo anguli. d. b. a. & a. b. e. adequant' angulo. d. b. e. ip̄e cu3
angulo. c. b. e. erūt eq̄ales duob' rectis: q̄re tres āguli q̄ sūt. d. b. a. a. b. e. & c.
b. e. sūt eq̄les duob' rectis: 3 āgul'. c. b. a. ē eq̄lis duob' angulis. c. b. e. & e.
b. a. ergo duo āguli. c. b. a. & a. b. d. sūt eq̄les duob' rectis: qd' ē ppositū: Ex
quo p3 q̄ totū spaciū qd' i q̄lib3 sup̄ficie plana pūctū quodlib3 circūstāt q̄
tuor rectis angulis esse equale.

Propositio .14.

S I due linee a pūcto uni' linee īdiuersas ptes exierūt du
osq3 circa āgulos rectos aut duob' rectis equales fese
rūt: ille due linee sibi directe coniūcte sūt & linea una.

¶ Sit ut a pūcto. b. linee. a. b. exeant due linee in oppositas ptes q̄
sūt. b. c. & b. d. & faciūt duos angulos q̄ sūt. c. b. a. & d. b. a. eq̄les duobus re
ctis: tūc dico q̄ due linee. c. b. & d. b. sūt sibi iūctē directe coniūcte & linea una:
& hec ē q̄si p̄uersa prioris: q̄ si nō fuerit lineā una tūc p̄trahā. c. b. i p̄tinuū &
directū q̄ q̄a nō ē lineā una. cū. d. b. trāsibit sup eā ut. b. e. aut īfra eā ut. b. f.
q̄a ergo sup lineā rectā que ē. c. b. e. cadit lineā. a. b. erūt anguli. c. b. a. & e.
b. a. equales duobus rectis per p̄cedentē: & quia omnes recti sūt adiūctē eq̄
les per. 3. petitionem anguli quoq3. c. b. a. & d. b. a. sūt equales duob' angu
lis rectis per ypothesim erunt duo anguli. c. b. a. & e. b. a. eq̄les duobus āgu
lis. c. b. a. & d. b. a. ergo de pto cōi āgulo. c. b. a. erit āgul'. c. b. a. eq̄lis āgulo



LIBER.

d.b.a.ps toti: quod ē ipossibile: similiter lineam.c.b. ptractam pbabis angulū d.b.a. esse equalem angulo.f.b.a. si forte diceret aduersarius lineas.c.b. protractam cadere infra.b.d.

Propositio .15.



Q Mniū duarū linearū se inuicem secantiū: oēs anguli cōtra se positi sunt equales: unde manifestū est qd cū due linee recte se inuicem secāt quatuor que fiunt angulos quatuor rectis esse equales.

¶ Sit due linee.a.b.&.c.d. se inuicē secantes i pūcto.e. dico qd angul⁹.d.e.b. ē eqlis angulo.a.e.c.& angul⁹.b.e.c. ē eqlis angulo.a.e.d. Erūt.n.p.13. duo anguli.a.e.c.&.c.e.b. eqls duob⁹ rectis: itēq; duo anguli.c.e.b.&.d.e.b. eqls duob⁹ rectis p eandē: qre duo primi sūt equales duob⁹ postremis eo qd oēs recti sūt adinuicē equales p.4. petitionē: dempto ergo cōi angulo que est c.e.b. erit angulus.a.e.c. eqlis angulo.d.e.b. Eodē mō pbabit angulū.c.e.b. esse eqlm angulo.a.e.d. qd ē ppositum.

Propositio .16.



S I quodlibet laterū trianguli directe ptrahaf faciet angulū extrinsecum utroq; angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

¶ Sit ut trianguli.a.b.c. latus.a.b. ptrahaf usq; ad.d. dico qd angulus.d.b.c. maior ē utroq; duorū angulorū intrinsecorū sibi oppositorū qd sūt b.a.c.&.b.c.a. diuidā.n.p.10. lineā.c.b. p eqlia in pūcto.e.& protrahā.a.e. usq; ad.f. ita ut.e.f. fiat equalis.a.e.& ptrahā lineā.f.b. intelligo duos triāgulos.c.e.a.&.b.e.f. & qd duo latera.a.e.&.e.c. trianguli.a.e.c. sūt eqlia duob⁹ lateribus.f.e.&.e.b. trianguli.f.e.b. & angulus.e. unius est equalis angulo.e. alterius p pmissam qd sūt anguli ptrapositi: erit p.4. angul⁹.e.c.a. eqlis angulo.e.b.f. & iō angulus.e.b.d. maior erit angulo.b.c.a. Similiter quoq; pbabitur qd est maior angulo.c.a.b. nā diuidam.a.b. p eqlia in pūcto.g. p.10. & ptraham lineā.g.h. equalē lineē.c.g. q.3. postea ptrahā.h.b.k. eruntq; duorū triangulorū que sūt.a.g.c.&.b.g.h. duo latera.a.g.&.g.c. primi equalia duobus laterib⁹.b.g.&.b.h. secūdi: & angul⁹.g. unius angulo.g. alteri⁹ p.15. ergo p.4. angul⁹.g.c.a. est eqlis angulo.g.b.h. qre p.15. & angulo.k.b.d. & qd angul⁹.c.b.d. ē maior angulo.k.b.d. erit et maior angulo.b.a.c. qd ē ppositū.

Propositio .17.



M ni triāguli duo qlibz āguli duob⁹ rectis sūt miores

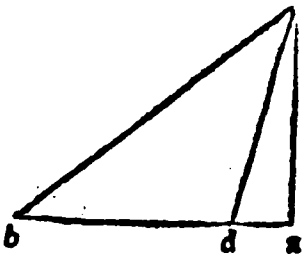
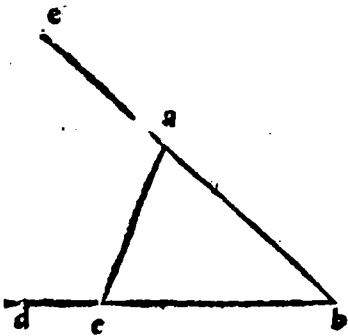
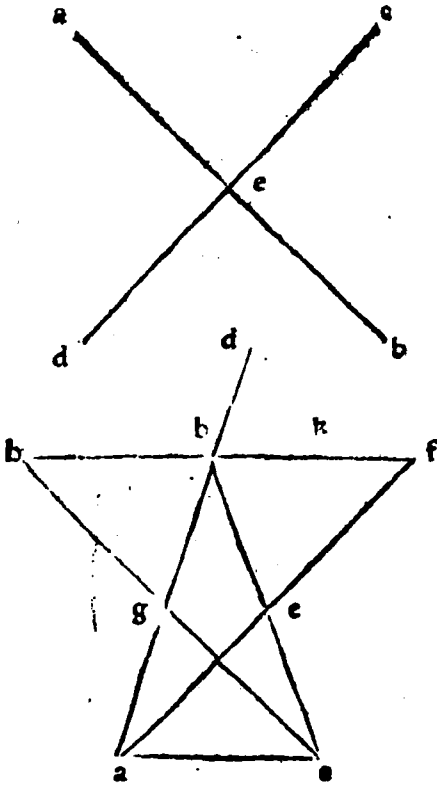
¶ Sit triāgul⁹.a.b.c. dico qd duo qlibet ei⁹ āguli duob⁹ rectis sūt miores: ptrahaf .n. unū latus ei⁹ ut.b.c. usq; ad.d. eritq; p pcedentē angul⁹.a. extrinsecus maior .a. & maior .b. (3. c. extrinsecus cū.c. intrinsecus ē eqlis duob⁹ rectis p.13. ergo anguli.b.&.c. intrinseci siue anguli.a.&.c. intrinseci sūt miores duob⁹ rectis: similiter si ptrahaf lat⁹.b.a. pbabit qd duo āguli.a.&.b. sūt miores duob⁹ rectis: qd ē ppositū.

Propositio .18.



M ni triāguli lōgius lat⁹ maiori angulo oppositū ē.

¶ Sit ut i triāgulo.a.b.c. āgul⁹.a. sit maior āgulo.c. dico qd lat⁹.c.b. maior erit latere.a.b. Si.n. sit egle erit p.3. angul⁹.a. equalis angulo.c. qd ē ptra ypothefym: si aut.a.b. sit mai⁹ resecet ad eglitātē.c.b. p.3. sitq; d.b. egle.c.b. erit ergo p.3. angul⁹.d.c.b. eqlis āgulo.b.d.c. (3. b.d.c. ē maior āgulo.b.a.c. p.16. ergo.b.c.d. ē maior .b.a.



¶ Quare multo fortius maior .a.c.b. p. toto: qd' e' ipossibile.

Propositio .19.



¶ Inis triaguli maiori agulo longi' latus oppositū ē.

¶ Sit ut in triagulo .a.b.c. lat' .b.c. sit mai' latere .a.b. dico .q' angul' .a. erit maior agulo .c. & e' uerba pcedētis: si .n. sit eqli' tūc p.6. lat' .a.b. ē eqli' lateri .b.c. qd' ē cōtra ypothesym: Si at .c. sit maior tūc p pcedētē lat' .a.b. est maius latere .b.c. qd' est contra ypothesym quare asstruit ppositū.

Propositio .20.



¶ Inis triaguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.

¶ Sit triagul' .a.b.c. dico q' duo latera .a.b. & .a.c. sūt longiora latere .b.c. p. trahat linea .b.a. usq; ad .d. ita ut .a.d. sit equalis .a.c. & p. trahat .c.d. p. s. erit angul' .a.c.d. equalis angulo .d. quare angul' .b.c.d. ē maior angulo .d. ergo p.18. latus .b.d. est mai' latere .b.c. & .b.d. est equale .a.b. & .a.c. quare .b.a. & .a.c. simili' iūcta sunt maiora .b.c.

Propositio .21.



¶ I de duob' pūctis terminalibus unius lateris triaguli due linee exeūtes intra triagulū ipsum ad pūctū unū cū ueniāt cedē duabus quidē reliquis triaguli lineis breuiores erunt & maiore angulum continebunt.

¶ Sit ut i triagulo .a.b.c. ab extremitatib' lateris .b.c. cōcurrāt due linee .b.d. & .c.d. ad pūctū .d. intra triagulū .a.b.c. dico q' ipe simul iūcte sūt breuiores duab' lineis .a.b. & .a.c. simili' iūctis & q' agulus .d. ē maior agulo .a. p. trahā enī .b.d. usq; quo secet lat' .a.c. i pūcto .e. erūtq; per.20. .b.a. & .a.e. si mul iūcte maiores .b.e. ergo .b.a. & .a.c. sunt maiores .b.e. & .e.c. At uero .d.e. & .e.c. simul iūcte p eandē sūt maiores .d.c. qre .b.e. & .e.c. sunt maiores .b.d. & .d.c. & qd' .a. & .a.c. sūt maiores .b.e. & .e.c. ut pbatū ē pri' erūt multo fortius maiores .b.d. & .d.c. qd' est primū ppositū: At quoniā angul' .b.d.c. est maior angulo .d.e.c. p.16. & angul' .d.e.c. ē maior agulo .e.a.b. p eandē erit angulus .b.d.c. multo fortius maior angulo .b.a.c. qd' est s'm ppositum.

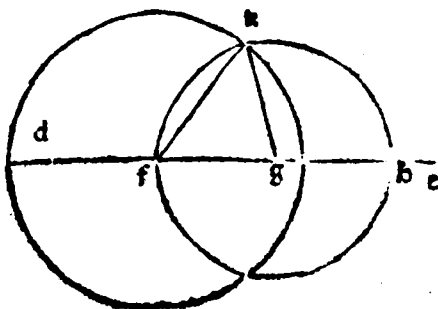
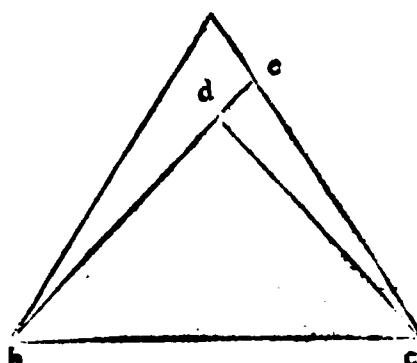
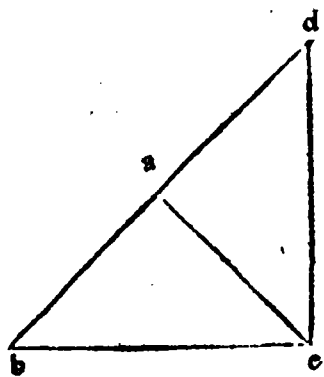
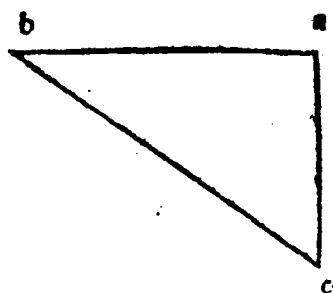
Propositio .22.



¶ Ropositis tribus lineis rectis quax due quelibet simul iuncte relique sint longiores de tribus aliis lineis sibi equalibus triangulum constituere.

¶ Sint tres linee recte pposite .a.b.c. & sint quelibet due simul iūcte lōgiores reliq. aliter .n. ex illis trib' eqli' triangulus nō posset constitui p.20. cū ergo ex illis trib' pdictis uolo pstituere triangulū: sūmo lineā rectā que sit .d.e. cui nō pono a pte .e. determinatū finē: de q' sūmo p.3. d.f. equalē .a. & .f.g. equalē .b. & .g.h. eqli' .c. scōq; puncto .f. cētro describo s'm q'itatē lineae .f.d. circulū .d.k. itēq; facto .g. cētro describo s'm q'itatē lineae .g.h. k.h. q' circuli intersecabūt se in duob' punctis quox unū sit .k. alioquin sequeret unam dictarū lineax esse equalē aliis duab' iūctis aut maiore eis: quod est p. trariū pōni: dūco ergo lineā .k.f. & .k.g. eritq; triagul' .k.f.g. cōstitutus ex tribus lineis eqli' lineis .a.b.c. datis: sūt enim .f.d. & .f.k. equales quoniā sūt a cētro ad circūferētiā quare .f.k. est equalis .a. Similiter q; .g.h. & .g.k. sūt equales: quia exeunt a cētro ad circūferētiā: quare .g.k. est equalis .c. & quia .g.f. sumpta fuit equalis .b. patet ppositum manifeste.

Propositio .23.





Ata recta linea super terminum eius cuiuslibet angulo
proposito equum angulum designare.

¶ Sit data linea. f.e. que ē in superiori figura: & sint linee. b.a. & p
nentes angulū datū cui subtrādā basim. c. sup pūctū. f. linee. e.f.
iuberē facere equalē angulū angulo dato ad lineā. e.f. adiūgo. f.
d. equalē linee. a. & ex. f. e. sūmo. f. g. equalē. b. & ex. g. e. sūmo. g. h. equalē. c.
& sup pūctā. f. & g. describo duos circulos. d. k. & k. h. p m quantitatē duarū li
nearū. f. d. & g. h. & intersecātes se in pūcto. k. sicut docuit pcedēs: ducti q; li
neis. k. f. & k. g. erunt equalia duo latera. k. f. & f. g. trianguli. k. f. g. duob; la
teribus. a. & b. trianguli. a. b. c. & basim. g. k. equalis basi. c. ergo p. 8. angulus
k. f. g. equalis erit angulo pento. ab. a. & a. b. qd ē propositum.

Propositio .24.



Mniū duorū triangulorū quorū duo latera uni^o duo
bus laterib; alteri^o fuerint eq̄lia: si fuerit angulorū sub
illis eq̄s lateribus cōtentorum alter altero maior basis
quorū eiūsdem basi alterius maior erit.

¶ Sint duo triāguli. a. b. c. & d. e. f. sintq; duo latera. a. b. & a. c. equalia duob;
laterib; d. e. & d. f. & unūquodq; suo correlatio dextrū. f. dextro: sinistrumq;
sinistro: sintq; angul^o. a. maior angulo. d. dato: dico q; basis. b. c. maior erit basi
e. f. faciam. n. iuxta doctrinā pcedētis. e. d. g. equalē angulo. a. angulus. e. d.
f. ps ei^o & ponā. d. g. equalē. a. c. & ptraham. e. g. que aut transibit supra. e. f.
ut secet lineam. d. f. aut sup. e. f. ut sit secū linea una: aut infra. Trāseat ergo pri
mo supra: & q̄a. a. b. & a. c. latera trianguli. a. b. c. sūt equalia. e. d. & d. g. late
rib; trianguli. e. d. g. & angul^o. a. angulo. d. totalis: erit p. 8. basis. b. c. equalis
basi. e. g. At uero q̄a. d. g. & d. f. sūt equales: nam utraq; ē equalis. a. c. erit p. 3
angulus. d. f. g. equalis angulo. d. g. f. quare. d. f. g. maior erit. f. g. e. ergo. e. f.
g. multo forti^o maior ē eodē. f. g. e. ergo p. 18. lat^o. e. g. mai^o ē latere. e. f. quare
& b. c. maior ē. e. f. qd ē ppositū. Si uero e. g. trāseat sup. e. f. & sit secū linea
una tūc. e. f. erit ps. e. g. p ultimā ergo pceptionē ppositū. Si uero. e. g. trāse
at infra. e. f. ptraham^o due linee. d. f. & d. g. que sūt equales ut pbatū ē usq;
ad. k. & ad. h. sūtq; p secūdā ptē. q̄ntē sub basi. f. g. anguli. k. f. g. & f. g. h. eq̄
les. quare angul^o. e. f. g. maior erit angulo. f. g. e. ergo p. 18. lat^o. e. g. maius est
latere. e. f. quare. b. c. maior ē. e. f. qd ē ppositū. Istud ultimū mēbrū possz ē
pbari p. 21. p. ipam. n. erunt i dispositione tertia due linee. d. g. & e. g. maiores
duabus lineis. d. f. & f. e. & q̄a. d. g. est equalis. d. f. ppter hoc q; ambe sūt eq̄
les: a. c. erit. g. e. maior. e. f. quare & b. c. maior: qd ē ppositū: melius tamē
est demonstrare priori mō ut in omni dispositione arguat per quintam.

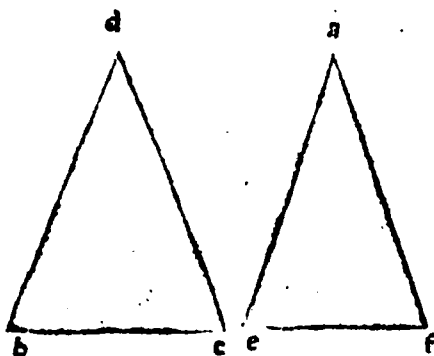
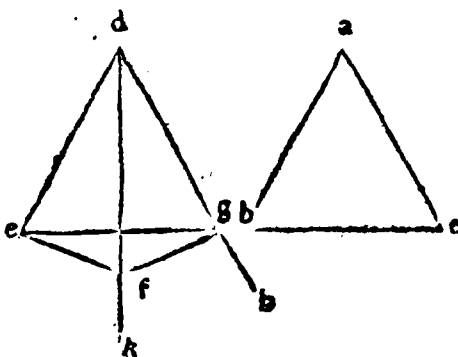
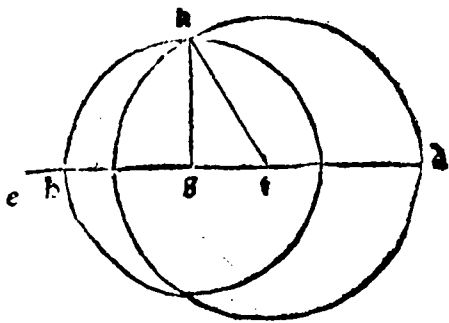
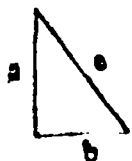
Propositio .25.



Mniū duorū triangulorū quorū duo latera uni^o duob;
laterib; alteri^o fuerint eq̄lia: basis uero uni^o basi alteri^o
fuerit maior: erit quoq; āgulus triāguli maioris illis
eq̄s laterib; cōtētus angulo alteri^o se respiciēte maior.

¶ Sint duo triāguli. a. b. c. d. e. f. sintq; duo latera. a. b. & a. c. primi eq̄lia duo
bus laterib; d. e. & d. f. secūdi unūquodq; suo correlatio: sintq; basim. b. c. ma
ior basi. e. f. dico q; āgul^o. a. maior erit angulo. d. hec ē pueria pcedētis: Eq̄lis
qdē nō erit: sic. n. esset p. 4. basis. b. c. eq̄lis basi. e. f. qd ē ptra hypothesim: sed
nec minor q̄a sic esset. d. maior: & ita p pcedētē basim. e. f. erit maior basi. b. c.
qd ē ppariū ppositiōi quare maior erit sicq; ppositū astruūf.

Propositio .26.



Quia duo triangulorum quorum duo anguli unus duobus angulis alteri & uterque se respicienti equeles fuerint latius quoque unius lateri alterius equeles fueritque latus illud inter duos angulos equeles aut uni eorum oppositum erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alteri trianguli lateribus unumquodque se respicienti equalia: angulusque reliquus unus angulo reliquo alterius equalis.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitque angulus. b. equalis angulo. e. & angulus c. equalis angulo. f. sitque latus. b. c. equale lateri. e. f. aut alterum duorum laterum a. b. & a. c. equale alteri duorum laterum. d. e. & d. f. ita quod a. b. sit equale. d. e. aut. a. c. d. f. dico quod reliqua duo latera unus erunt equalia reliquis duobus lateribus alteri & reliquus angulus reliquo angulo equalis: angulus uero a. angulo. d. ponam ergo primo ut latus. b. c. super quod iacent anguli. b. c. sit equeles lateri. e. f. super quod iacent anguli. e. f. qui positi sunt equeles angulis. b. c. tunc dico quod latus. a. b. est equale lateri. d. e. & latus. a. c. lateri. d. f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. a. b. non sit equale lateri. d. e. alterum erit maius: sit ergo maius d. e. quod refecabo ad equalitatem. a. b. sitque. g. e. equale. a. b. & producam lineam. g. f. eritque per. 4. angulus. g. f. e. equalis angulo. a. c. b. quare & angulo. d. f. e. per totum quod est impossibile: erit ergo. d. e. equale. a. b. ergo per. 4. d. f. equele. a. c. & angulus. d. equalis angulo. a. quod est primum membrum divisionis propositae: Sint rursus ut prius duo anguli. b. & c. equeles duobus angulis. e. & f. sitque latus. a. b. quod opponitur angulo. c. equale lateri. d. e. quod opponitur angulo. f. cui positus est equalis angulus. c. dico quod latus. b. c. erit equale lateri e. f. & latus. a. c. lateri. d. f. & angulus. a. angulo. d. Si enim latus. e. f. non fuerit equale lateri. b. c. erit alterum maius: sit ergo. e. f. maius: ponatur itaque. e. g. equale. b. c. & producam lineam. d. g. eritque per. 4. angulus. d. g. e. equalis angulo. a. c. b. quare & angulo. d. f. e. extrinsecus uidelicet intrinseco quod est impossibile: per. 16. erit ergo. e. f. equale. b. c. ergo per. 4. latus. d. f. equale lateri. a. c. & angulus. d. totalis angulo. a. quod est secundum membrum divisionis propositae: quare totum manifeste p. 5.

Propositio 27

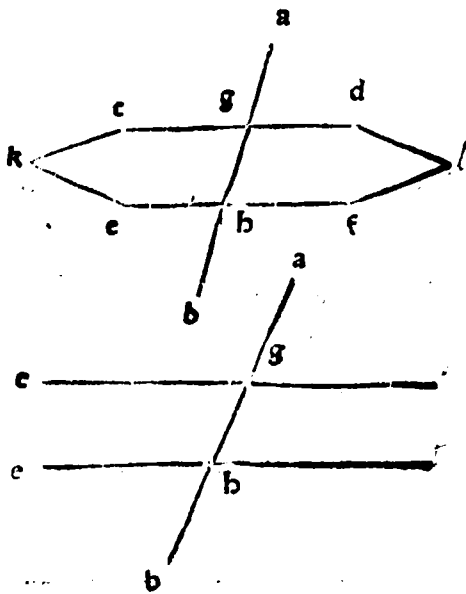
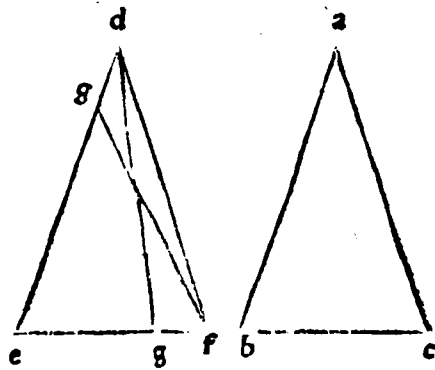
Si recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosque angulos coalternos sibi invicem equeles fecerit ille due lineae erunt equidistantes.

Si ut linea. a. b. cadat super duas lineas. c. d. & e. f. & secet lineam. c. d. in puncto. g. & lineam. e. f. in puncto. b. sitque angulus. d. g. h. equalis angulo. e. h. g. dico quod lineae. c. d. & e. f. sunt equidistantes. Si. n. non concurrant aut ad partem. c. e. super punctum. k. aut a. pte. d. f. super punctum. l. & qualitercumque fuerit acciderit impossibile p. 16. uidelicet angulum extrinsecum esse equalē intrinseco nam unus dictorum angulorum coalternorum qui positi sunt equeles erit extrinsecus & reliquus intrinsecus: quia igitur impossibile est eas concurrere in alterutra parte tractas ipse per definitionem erunt equidistantes: quod est propositum.

Propositio 28.

Si linea recta duabus lineis rectis superuenerit fueritque angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito equalis aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis equeles ille due lineae equidistantes erunt.

Si ut linea. a. b. secet duas lineas. c. d. & e. f. in puncto. g. & h. sitque angulus. g. extrinsecus equalis angulo. h. intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli. g. & h. intrinseci ex eadem parte sumpti sint equeles duobus angulis



LIBER.

rectis: dico q̄ due linee. c. d. & e. f. sunt equidistantes. Sit ergo primo angulus d. g. a. equalis angulo. f. h. g. eritq; per .15. angulus. c. g. h. equalis eidem angulo. f. h. g. q̄re p̄ premissam. d. & e. f. sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli d. g. h. & f. h. g. equales duobus rectis: & q̄a per .13. duo anguli. d. g. h. & c. g. h. sunt similiter eq̄les duobus rectis erit angulus. c. g. h. equalis angulo. f. h. g. quare per premissa. c. d. & e. f. erunt equidistantes: quod est propositum.

Propositio .29.

SI duab⁹ lineis equidistantib⁹ linea sup̄uenerit duo anguli coalterni equales erūt: angulusq; extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito eq̄lis. Itēq; duo anguli intrinseci ex alterutra pte cōstituti duob⁹ rectis angulis eq̄les.

¶ Sint due linee. a. b. & c. d. equidistantes super quas cadat linea. e. f. secans eas in punctis. g. & h. dico q̄ anguli. g. & h. coalterni sunt equales: & q̄ angulus. g. extrinsecus est equalis angulo. h. intrinseco sibi opposito ex eadem pte sumptō: & q̄ anguli. g. & h. intrinseci ex eadem pte sumpti sunt equales duobus rectis: & hec est conuersa duarum precedentium. Primum sic p̄: Si enim angulus. b. g. h. non est equalis angulo. c. h. g. alter eorum erit maior. sit ergo maior angulus. c. h. g. & quia duo anguli. c. h. g. & g. h. d. sunt equales duob⁹ rectis ergo per .13. erunt duo anguli. b. g. h. & d. h. g. minores duobus rectis ergo per quartam petitionem due linee. a. b. & c. d. si protrahantur concurrent in pte. b. & d. ad punctum aliquē ut ad k. non ergo sunt equidistantes per diffinitionem qd̄ est contra ypothesim: & q̄a hoc est impossibile. erunt igitur duo anguli coalterni. b. g. h. & c. h. g. eq̄les quod est primū propositum. Ex hoc p̄ secundum: est. n. per .15. angulus. b. g. h. equalis angulo. a. g. e. equalis ergo angulus. a. g. e. erit equalis angulo. c. h. g. extrinsecus u3 intrinseco: quod ē secundū propositum. Ex hoc rursus p̄ tertium: Sūt. n. p̄ .13. duo anguli. a. g. e. & a. g. h. equales duobus rectis. ergo duo anguli. a. g. h. & c. h. g. erunt etiā eq̄les duob⁹ rectis q̄ sunt duo intrinseci ex eadē pte sumpti: qd̄ ē tertiu propositū.

Propositio .30.

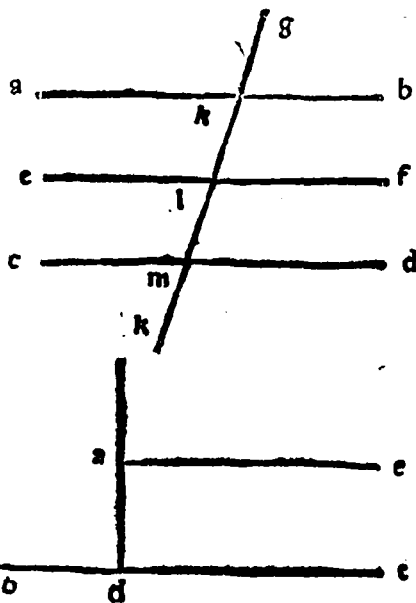
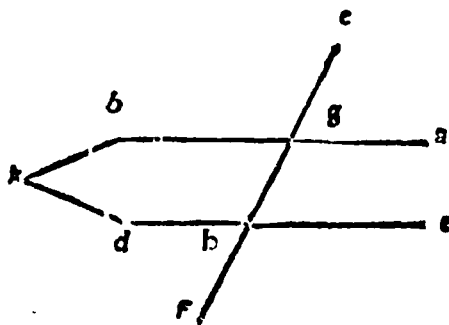
SI fuerint due linee uni equidistantes eadē sibi inuicem equidistantes erunt.

¶ Sint due linee .a. b. & c. d. quarum utraq; equidistet linee. e. f. dico illas duas uidelz. a. b. & c. d. esse equidistantes. hoc autem ē uniuersaliter neq; siue due linee. a. b. & c. d. sint in una superficie cum linea. e. f. siue non: hic tamē non intelligitur nisi s̄m q̄ omnes sunt in superficie una: secundū. n. q̄ sunt in diuersis superficieb⁹ probat in nona. libri. 1. q̄ sunt equidistantes. Sint ergo oēs i superficie una: protrahā autē lineā. g. h. secantē lineas. a. b. & c. d. in punctis. k. l. m. & q̄a. a. b. equidistat. e. f. erit angulus. b. k. l. equalis angulo. e. l. k. p̄ primā ptem pcedentis cū illi sint coalterni: atq; c. d. eq̄distat. e. f. erit angulus. k. l. e. extrinsec⁹ eq̄lis angulo. l. m. c. intrinseco per secundā partē pcedentis ergo angul⁹. b. k. l. ē q̄lis angulo. c. m. l. qui cū sint coalterni erunt per .27. linee. a. b. & c. d. eq̄distantes: qd̄ ē ppositū.

Propositio .31.

Puncto extra lineam dato linee propositae equidistantē ducere.

¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea utrinq; protrahatur per ipsū nō trāsit. Sit ergo punctus. a. datus extra lineā b. c. a. quo oportet protrahere lineā. equidistantem. b. c. protrahō lineam. a. d. qualitercūq; contingat & super punctū. a. qui est extremitas



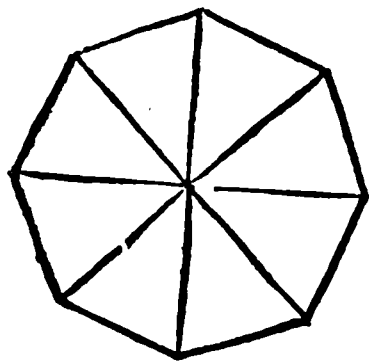
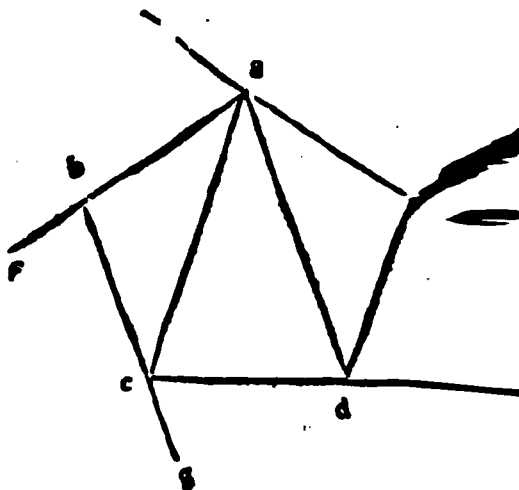
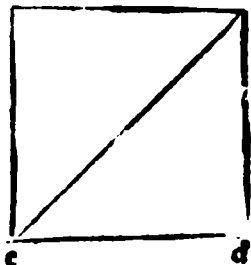
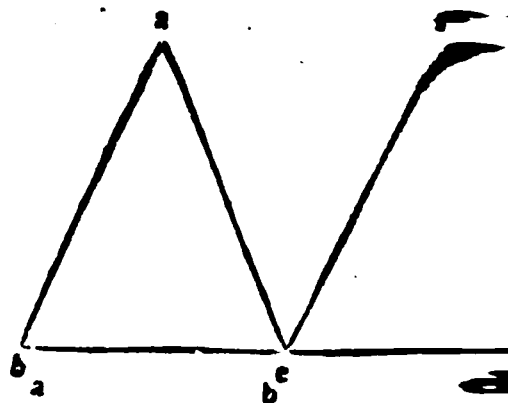
linee. a. d. constituto angulum. e. a. d. per doctrinam. 23. equalem angulo. b. d. a. sibi coalterno: eritq. a. e. equidistans. b. c. per. 27. quod est propositum.

Propositio 32.



Quoniam in triangulo angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autem tres angulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

Sic triangulus. a. b. c. cuius latus. b. c. protrahatur usque ad. d. dico quod angulus. c. extrinsecus est equalis duobus angulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis similis iunctis: & quod tres anguli trianguli. a. b. c. similis iuncti sunt equales duobus rectis. A puncto. p. traham. c. f. equidistantem. a. b. per doctrinam precedentis: eritque angulus. f. c. a. equalis angulo. a. quia sunt coalterni per primam partem. 29. & angulus. f. c. d. extrinsecus equalis angulo. b. intrinseco per secundam partem eiusdem: quare totus. a. c. d. extrinsecus est equalis duobus angulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis: quod est primum. & quia duo anguli. a. c. b. & a. c. d. sunt equales duobus rectis per. 13. erunt tres anguli. a. b. & c. intrinseci equales duobus rectis: quod est secundum propositum. **E**x hac autem patet quod omnis figure polygonie omnes anguli similis sumpti tot rectis angulis sunt equales quotus est numerus quo a prima defuerit duplicatus: uerbi gratia Polygoniarum figurarum est triangula prima: quia si esset duarum linearum: cum figura sit clausio linearum: tunc due linee recte includerent superficiem quod est impossibile per ultimam petitionem Quadrilatera secunda: pentagona. 3. similiter autem quilibet tota erit in ordine quotus erit numerus laterum aut angulorum eius inde dempto binario. Dico ergo quod triangule que est prima omnes anguli sunt equales duobus rectis. Quadrilatera que est secunda erunt equales quatuor rectis & pentagone que est tertia erunt equales sex rectis. Hoc autem inde manifestum est quoniam cum quilibet talis figura sit in tot triangulos resolvable quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulo eius ad omnes angulos oppositos: suntque omnes anguli omnis trianguli duobus rectis equales erunt omnes laterate figure omnes anguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a prima: quod est propositum. **S**ic. n. exempli gratia: Per pentagonum. a. b. c. d. e. a cuius angulo a. ducam lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos: eritque totus pentagonus resolutus in triangulos. a. b. c. a. c. d. & a. d. e. quorum cum cuiuslibet sunt anguli equales duobus rectis erunt pentagoni anguli equales sex rectis: quod est duplici eius numeri quo a prima distat siue duplici numeri angulorum aut laterum eius inde dempto binario. **P**ossimus quoque & sic idem proponere dicentes quod omnis figure polygonie omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis equales quotus est numerus quem duplicant anguli propositae figure: cum itaque sint omnes anguli triangulorum in quos ipsa resoluta est punctum medium circumstantes quatuor rectis equales per. 13. manifestum constat propositum. **S**imiliter quoque patet quod omnis figure polygonie anguli omnes extrinseci quatuor rectis angulis sunt equales: sunt enim intrinseci & bis tot rectis equales quot habuerint angulos demptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis equales: quod est propositum. Exempli gratia: propositi pentagoni latera protrahantur ut fiant anguli extrinseci. a. b. quidem protrahatur usque ad. f. b. c. usque ad. g. c. d. usque ad. h. d. e. usque ad. k. e. a. usque ad. l. eruntque per. 13. duo anguli. a. intrinsecus & a. extrinsecus equales duobus rectis: eadem autem ratione duo anguli. b. intrinsecus & b. extrinsecus: sic &



LIBER.

ceteri q̄re. a. b. c. d. e. anguli intrinseci & extrinseci dece rectis. demptis igit̃ in
trinsecis q̄ sūt eq̄les sex rectis erūt extrinseci. uid̃z. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. g. & a.
e. k. eq̄les q̄tuor rectis. ¶ Pater ē q̄ ois p̄tagoni cui⁹ unūquodq̄ lat⁹ duo se
cat ex reliqs h̄z. s. angulos duob⁹ rectis eq̄les. sūt q̄lis p̄ponit̃ p̄tagoni. a. b.
c. d. e. & secet latus. a. c. latus. b. e. i p̄cto. g. & lat⁹. a. d. idē latus. b. e. i p̄cto.
f. eritq̄ angul⁹. a. f. g. equalis duob⁹ angulis. b. & d. cum sit extrinsec⁹ ad ipsos
in triangulo. f. d. b. Itēq̄ angul⁹. f. g. a. erit equalis duob⁹ angulis. c. & e. cum
sit extrinsec⁹ ad ipsos in triangulo. g. c. e. sed duo anguli. a. f. g. & f. g. a. cū an
gulo a sunt equales duob⁹ rectis ergo quatuor anguli. b. d. & c. e. sunt cū an
gulo. a. equales duobus rectis: qd̃ est propositum.

Propositio .33.



S I in sūmitatib⁹ duarū linearū eq̄distātiū & equalis q̄nti
tatis alie due linee cōiūgāntur ip̄e quoq̄ equales & e
quidistantes erunt.

¶ Sit due linee. a. b. & c. d. equales & eq̄distātes quas extēsi
tates cōiūgā p̄ lineas. a. c. & b. d. quas dico esse eq̄les & eq̄distā
tes. p̄trahā. n. lineā. a. d. & q̄a linee. a. b. & c. d. sunt eq̄distātes erit angul⁹. b.
a. d. eq̄lis angulo. d. c. p̄ primā p̄tē. 29. ergo erunt duo latera. a. b. & a. d. triā
guli. d. c. a. & angulus. a. primi eq̄lis angulo. d. secūdi. ergo per. 4. basis. b. d.
primi est eq̄lis basi. a. c. secūdi. & angul⁹. a. d. b. primi equalis angulo. d. a. c.
secūdi. At quia ip̄i sūt coalterni erunt linee. b. d. & a. c. eq̄distātes p̄. 27.
& quia prius probatum est ip̄as esse eq̄les: p̄z p̄positum utrūq̄.

Propositio .34.



Q Mnis sup̄ficies equidistātib⁹ cōtēta lateribus lineas
atq̄ angulos ex aduerso collocatos habet eq̄les diame
tro & diuidente eam per medium.

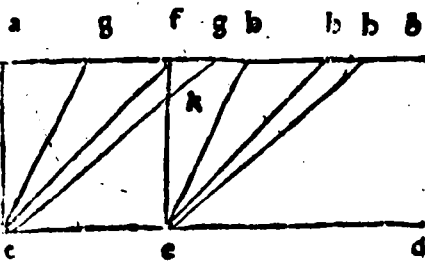
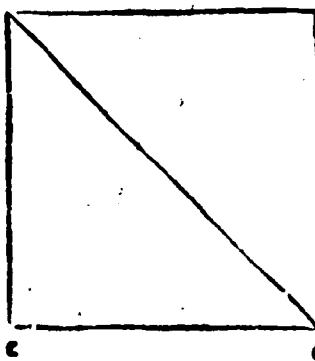
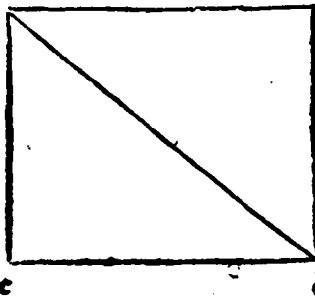
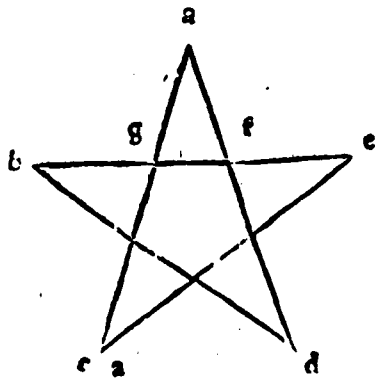
¶ Sit sup̄ficies. a. b. c. d. eq̄distātiū laterū: ita q̄ linea. a. b. eq̄distet
c. d. & a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. & c. d. itē duas lineas. a. c. &
b. d. esse. equales. Similiter & dico agulū. a. esse eq̄le angulo. d. & angulū. b.
angulo. c. p̄trahā diametrū. a. d. que etiam diuidet sup̄ficiē illā p̄ mediū. cū.
a. b. & c. d. sūt eq̄distātes: erunt anguli. b. a. d. & c. d. a. qui sūt coalterni eq̄les
per. 29. At q̄a etiam. a. c. & d. b. sūt eq̄distātes: erūt anguli. c. a. d. & b. d. a. q̄
sūt coalterni equales p̄ eandē. Itelligo. n. duos triangulos. a. d. b. & d. a. c. &
quia duo anguli. a. & d. trianguli. a. d. b. sūt equales duobus angulis. d. & a.
trianguli. d. a. c. & latus. a. d. super quod iacēt illi anguli i utroq̄ triāgulo est
cōe: erit p̄. 26. lat⁹. a. b. equale lateri. c. d. & latus. a. c. lateri. b. d. & angul⁹. b.
angulo. c. & q̄a angulū. a. totalē p̄z esse equalē angulo. d. totali p̄ secūdā con
ceptionē totū propositum cū correlario liquet.

Propositio .35.



Q Mnes sup̄ficies eq̄distātiū laterū sup̄ unā basim atq̄ i
eisdem alternis lineis cōstitute equales ēē probantur.

¶ Sit due linee. a. b. & c. d. eq̄distātes iter quas fiat. a. c. f. e. su
perficies eq̄distātiū laterū sup̄ basiz. c. e. & sup̄ eādē basiz & iter
easde lineas fiat alia sup̄ficies. g. c. h. e. similiter eq̄distātiū laterū di
co duas predictas superficies esse equales quod sic probatur aut enim linea.
c. g. secabit lineam. a. b. in aliquo puncto lineē. a. f. aut in puncto. f. aut in ali
quo puncto lineē. b. f. secet ergo primo in aliquo puncto lineē. a. f. ut in pri
mā figuratōne apparet. quia utraque duarum linearū. a. f. & g. h.
est equalis lineē. c. e. per precedentem una earum erit equalis alteri



dempta ergo linea. f. g. cōmuni remanebit. a. g. equalis. f. h. qā p pcedentē ite-
rū est. a. c. equalis. f. e. & angul⁹. h. f. e. angulo. g. a. c. p secūda pte. 29. uideli-
cet extrinsecus intrinseco erit p. 4. triāgulus. a. c. g. equalis triāgulo. f. e. h.
ergo irregulari figura quadrilatera que est. g. c. f. e. addita utriq⁹ erit superfi-
cies. a. c. f. e. equalis supficiē. g. c. h. e. quod ē propositum. Secet ergo modo
linea. c. g. lineā. a. b. in puncto. f. ut in secūda figuratiōe apparet. erūtq⁹ simi-
li argumētatione priori duo triāguli. a. c. f. & f. e. h. equales quare utrobq⁹
addito triāgulo. f. c. e. patet propositum. Secet tertio mō linea. c. g. lineā. a. b.
inter duo puncta. f. b. ut in tertia figuratiōe apparet: secabitq⁹ lineam. f. e. sic
ut in puncto. k. & quia simili argumētatione priori linea. a. f. ē equalis lineē.
g. h. tacta cōmuni lineā. g. f. erit. a. g. equalis. f. h. & triāgulus. a. g. c. equalis
triāgulo. f. e. h. addito ergo utriq⁹ triāgulo. c. k. e. & deducto ab utroq⁹ triā-
gulo. f. k. g. erit superficies. a. c. f. e. equalis supficiē. g. c. h. e. quod ē ppositum.

Propositio .36.



Mnia parallelograma in basibus equalibus atq³ in eisdē
lineis constituta equalia esse necesse est.

¶ Sint due
superficies. a. b. c. d. & e. f. g. h. equidistantiū laterū constitute inter
duas lineas equidistantes que sunt. a. f. & c. h. & sup equales ba-
ses que sunt. c. d. & g. h. dico eas ēē equales. nam protrahā duas lineas. c. e. &
d. f. eritq⁹ per. 33. superficies. c. d. e. f. equidistantiū laterum ppter hoc q⁹ e. f.
est equalis & equidistans. c. d. nam utraq⁹ earū est equalis. g. h. quia ergo per
pmissam utraq⁹ duarum superficierū. a. b. c. d. & e. f. g. h. est equalis supficiē
c. d. e. f. ipse erunt sibiinuicem equales: quod est propositum.

Propositio .37.



Quales sunt sibi cuncti triāguli qui sup eadē basim
atq³ inter duas lineas equidistantes sunt cōstituti.

¶ Sint duo triāguli. a. b. c. & d. b. c. constituti super basim. b. c.
inter duas lineas. a. e. & b. f. que sunt equidistantes: dico eas esse eq⁹
les ptraham enī. c. g. equidistantē. a. b. & c. h. equidistantē. d. b.
per. 31. erūtq⁹ due superficies. a. b. c. g. & d. b. c. h. equales per. 35. & quia di-
cti triāguli sunt earum dimidia p correlariū. 34. ipse erunt eq⁹les per cōem-
sciam que est quozq⁹ tota sunt equalia & dimidia: sicq⁹ p3 propositum.

Propositio .38.



I duo triāguli sup bases equales atq³ inter duas line-
as equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.

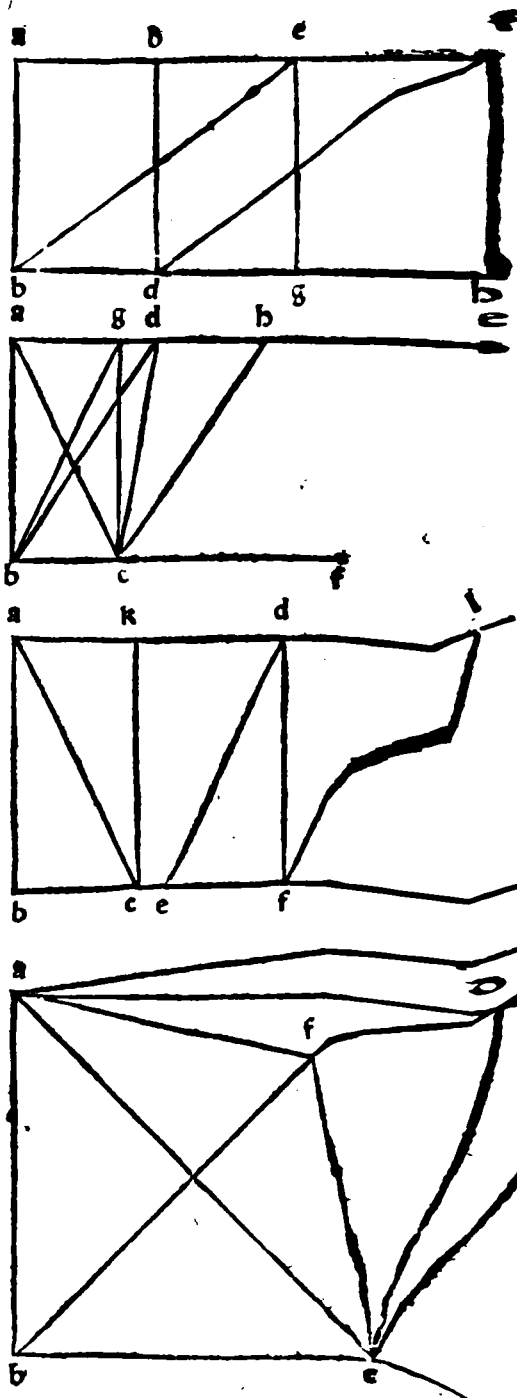
¶ Sint duo triāguli. a. b. c. & d. e. f. pstituti sup bases. b. c. & e. f.
equales & iter lineas. a. g. & b. h. eqdistātes: dico eos esse eq⁹les.
ptrahā enī. c. k. eqdistāntē. a. b. & f. l. eqdistāntē. e. d. erūtq⁹ due
superficies. a. b. c. k. & d. e. f. l. equales p. 36. & qā dicti triāguli sūt eaz⁹ dimi-
dia p correlariū. 34. ipi erunt equales p antedictā cōmunē sciētiā.

Propositio .39.



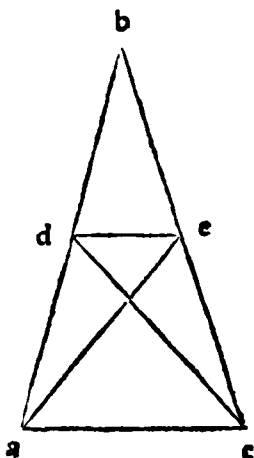
Mnes duo triāguli eq⁹les si in eandē basim & ex eadē
pte ceciderint: inter duas lineas equidistantes erunt.

¶ Sint duo triāguli. a. b. c. & d. b. c. pstituti sup bali. b. c. ex una
eadēq⁹ pte: sintq⁹ eq⁹les: dico eas ēē iter lineas equidistantes: & hoc
est conuersa. 37. a puncto. a. ptrahā lineam equidistantē lineē. b
c: que si pertransierit per punctū. d. liquet ppositum. Si autem pertrālierit su-
pra aut infra: transeat primo supra & sit. a. e. producāq⁹ b. d. uiquequo secet



linea a.e. in puncto.e. & pertrahat linea e.c. & quia triangulus.e.b.c. est equalis triangulo.a.b.c. p. 37. & triangulus.d.b.c. positus est equalis triangulo.a.b.c. erit triangulus.d.b.c. equalis triangulo.e.b.c. pars toti quod est impossibile. Non igitur pertransibit linea que a puncto a ducitur eque distans b.c. supra.d. trāseat. ergo infra. & sit.a.f. secans lineam.d.b. in puncto.f. protrahat ergo linea3.f.c. & quia per. 37. triangulus.f.b.c. est equalis triangulo.a.b.c. ipse etiam erit equalis triangulo.d.b.c. pars toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto.a equidistans b.c. non transit nisi per punctum.d. patet propositum. ¶ Ex hac autem & premissa nota quod si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per equa secet uel secuerit ipsa erit tertio equidistans quod sic probatur. Sit triangulus.a.b.c. cuius duo latera que sunt.a.b. & b.c. secet lineam.d.e. per equalia.a.b. quod in puncto.d. & b.c. in puncto.e. dico quod linea.d.e. est equidistans a.c. protraham enim in quadrilatero.a.c.e.d. diametros.a.e. & d.c. eritque per. 38. triangulus.a.e.d. equalis triangulo.d.e.b. propter id quod linea.a.d. posita est equalis lineae.d.b. Itaque per eandem triangulus.c.e.d. erit equalis eidem triangulo.d.e.b. propter id quod linea.c.e. posita est equalis lineae.e.b. quia triangulus.a.e.d. est equalis triangulo.c.e.d. quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basim uidelicet lineam.e.d. & ex eadem parte ipsi erunt per hanc. 39. iter lineas eque distantes ergo linea.d.e. est equidistans lineae.a.c. quod quidem propositum ad quintam quarti tibi ualebit.

Correlarium



Propositio .40.



Si duo trianguli equales super equales bases unius eiusdemque linee ex eadem parte fuerint constituti eos inter duas lineas eque distantes necesse est contineri.

¶ Sint duo trianguli .a.b.c.d.e.f. equales constituti super duas bases que sunt.b.c. & e.f. & ex eadem parte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. & hec est conuersa. 38. & probatur per ipsam sicut preceps per. 37. a puncto.a. ducatur linea equidistans lineae.b.f. que si transierit per punctum.d. patet propositum. sin autem pertransierit supra ut a.g. & producat e.d. usque ad ipsum que sit.e.g. & ducatur linea.g.f. eritque per. 38. triangulus.a.b.c. equalis triangulo.g.e.f. quare & triangulus.d.e.f. erit equalis triangulo.g.e.f. pars toti quod est impossibile. Non ergo transibit supra: trāseat ergo infra. & secet lineam.d.e. in puncto.h. & ducatur linea.f.h. eritque per. 38. triangulus.h.e.f. equalis triangulo.a.b.c. quare & triangulo.d.e.f. pars toti quod est impossibile. quia ergo non transibit nisi per punctum .d. patet propositum.

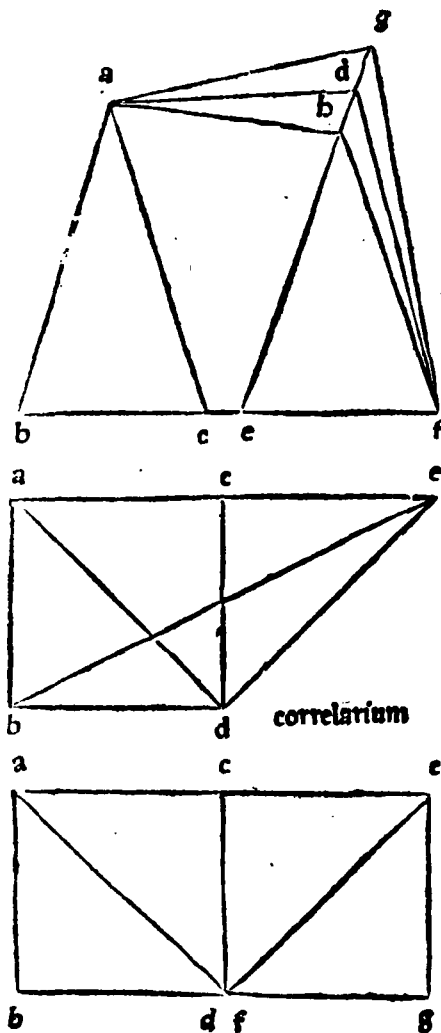
Propositio .41.



Si paralellogramum triangulusque in eadem basi atque in eisdem alternis lineis fuerint constituta paralellogramum triangulo duplum esse conueniet.

¶ Sit paralellogramum.a.b.c.d. & triangulus.e.b.d. super basim b.d. & inter lineas.a.e. & b.d. que sunt eque distantes: dico paralellogramum duplum esse triangulo protraham in paralellogramo diametrum.a.d. eritque triangulus.a.b.d. dimidium paralellogrami per correlarium. 34. & quia triangulus.e.b.d. est equalis triangulo.a.b.d. per. 37. p3 triangulum.e.b.d. esse dimidium paralellogrami.a.b.c.d. quod est propositum. Similiter quoque potest probari quod si paralellogramum triangulusque in equalibus basibus atque inter lineas eque distantes fuerint constituta paralellogramum duplum erit triangulo: quod ideo non posuit euclides: quia leuiter patet ex hac precedente correlarium & 38. diuisio paralellogramo per diametrum in duos triangulos. uel super basim paralellogrami inter easdem lineas eque distantes triangulo coti-

correlarium



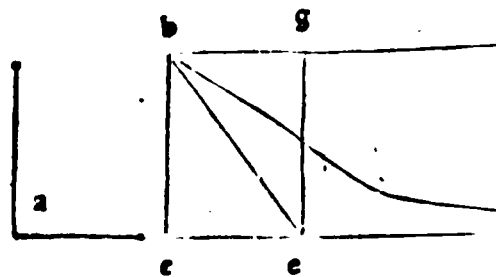
struto ad quem duplum erit parallelogramum per hanc precedentem & ipse equalis alteri triangulo per .38.

Propositio .42.



Quidistantium laterum superficiem designare cuius angulus sit angulo assignato equalis. ipsa uero superficies triangulo assignato equalis.

¶ Sit assignatus angulus .a. & assignatus triangulus .b.c.d. uolo describere superficiem equidistantium laterum equalem triangulo .b.c.d. cuius uterq; duorum angulorum contra se positorum sit equalis. a. diuido basim .c.d. per dimidium in puncto .e. & protrahe lineam .b.e. & a puncto .b. duco .b.f. equidistantem .c.d. eritq; per .38. triangulus .b.e.d. equalis triangulo .b.e.c. quare triangulus .b.e.d. est dimidium totalis trianguli .b.c.d. igitur super punctum .e. linee .d.c. constituo angulum .d.e.g. equalē angulo .a. & perficio parallelogramum .g.e.d.f. quod etiam quia per precedentem est duplū ad triangulum .b.e.d. erit etiam equale triangulo .b.c.d. per hanc cōem scienciam: quorum dimidia sunt equalia ipsa quoq; sunt equalia. est enim triangulus .b.e.d. utriusq; dimidium quare descripsimus parallelogramum .g.e.d.f. equale triangulo .b.c.d. cuius uterq; duorū angulorū .g.e.d. & .d.f.g. contra se positorum est eq̄lis angulo .a. quod fuit propositum.

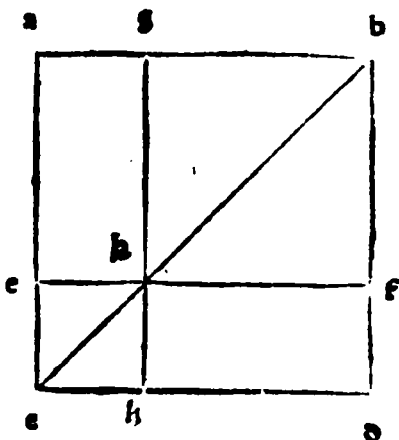


Propositio .43.



Mnis parallelogrami spaciū eorū que circa diametrū sunt palellogramorū supplementa equa sibi inuicem esse necesse est.

¶ Sit parallelogramum .a.b.c.d. in quo protrahe diametrum .b.d. & protrahe .e.f. equidistantem utroq; laterum .a.b. & .c.d. que secet diametrum in puncto .k. a quo ducā .k.g. equidistantē utroq; duorum laterum .a.c. & .b.d. & producam eam quousq; secet utrinq; lat^{us} .a. b. & .c.d. sitq; tota .g.k.h. eritq; totum palellogramum .a.b.c.d. diuisum in quatuor palellogramis quorū duo sc̄z .e.c.k.h. & .g.k.b.f. dicuntur conistere circa .c.b. q; diametrum transit per medium eorum & ideo sunt circa diametrū: reliqua duo scilicet .a.e.g.k. & .k.h.f.d. dicuntur supplementa hec duo supplementa dicuntur esse equalia. sunt enim duo trianguli .a.b.c. & .c.d.b. eq̄les per correl. 34. similiter quoq; duo trianguli .g.k.b. & .f.k.b. sunt equales per idem correl. 34. At duo triāguli .c.e.k. & .k.h.c. similiter equales per idē correlarium demptis igitur duobus triangulis .b.g.k. & .k.e.c. de totali triangulo .a.b.c. ac duobus triangulis reliquis .b.f.k. & .k.c.h. de totali triāgulo reliquo .c.d.b. erunt per cōem sciā residua: que sunt duo dicta supplementa equalia: quod est propositum.



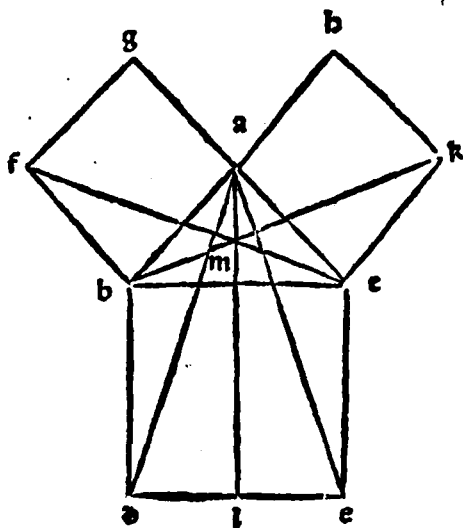
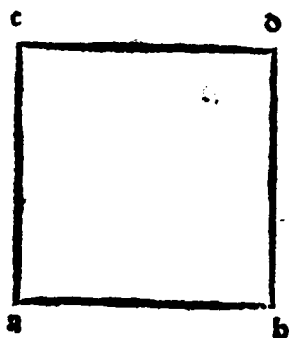
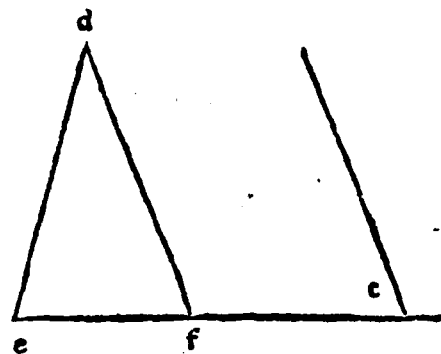
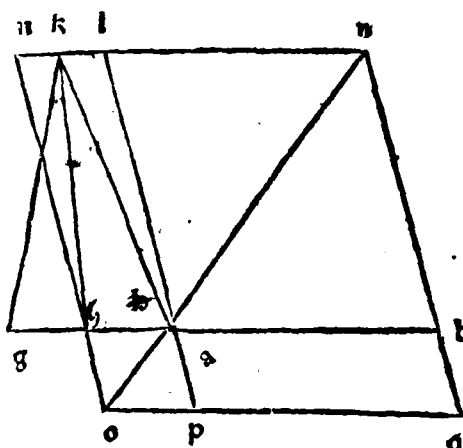
Propositio .44.



Proposita linea recta super eam superficiē eq̄distantiū laterum cui^{us} angulus sit angulo assignato eq̄lis ipsa uero superficies triangulo assignato equalis designare.

¶ Designare superficiē eq̄distantiū laterū super lineā aliquā ē lineā ipsam facere latus unū ipsius^{us} superficiē. Sit ergo data linea .a.b. & dat^{us} angul^{us} .c. & datus triangulus .d.e.f. super lineā .a.b. uolo designare superficiē unā eq̄distantiū laterū ita q; linea .a.b. sit unū ex laterib^{us} eius cuius uterq; angulorum contra se positorum sit equalis angulo .c. & ipsa totalis superficies sit eq̄lis triāgulo .d.e.f. differt aut^{em} hec a .42. q; hic dat^{us} latus unū^{us} superficiē describende sc̄z linea .a.b. ibi aut^{em} nullum. cū ergo uoluero facere adiūgo lineā .a.g.

LIBER.



linee .a. b. fm rectitudinem: quam pono equalem linee .c. f. basi trianguli dati super quaz constituo triangulum unum ei equalem & equilaterum. qd hoc modo facio. Constituo angulum .a. g. k. equalem angulo .e. & angulum .g. a. k. equalem angulo .f. per .25. & quia .g. a. posita fuerat equalis .e. f. erit per .26. tri angulus .g. a. k. equalis & equilateralus triangulo .e. f. d. diuidam ergo .g. a. per equalia in puncto .h. & protraham .k. h. & producam a puncto .k. lineam m. k. n. equidistantem linee .g. b. eritq; per .38. triangulus .a. h. k. equalis trian gulo .g. h. k. tunc super punctu .a. linee .g. a. faciam angulum .g. a. l. per .25. equalem angulo .c. dato: & complebo super basim .a. h. & inter lineas .g. b. & m. n. equidistantes superficiem equidistantium laterum .m. l. h. a. que per .41. dupla erit ad triangulum .k. h. a. quare equalis totali triangulo .k. g. a. quare & triangulo .d. e. f. proposito: protraham ergo .b. n. equidistantem .a. l. & produ cam diametrum .n. a. quam protraham quousq; concurrat cum .m. h. in pun cto .o. & coplebo superficiem equidistantium laterum .m. o. n. q. & protraha l. a. usq; ad .p. eritq; per precedentem supplementu .a. b. p. q. equale suppleme to .m. l. h. a. quare & triangulo .d. e. f. & quia per .15. angulus .l. a. h. est equalis angulo .b. a. p. & ideo angulus .b. a. p. est equalis angulo .c. p3 super datam li neam .a. b. descriptam esse superficiem equidistantius laterum .a. b. p. q. equa lem dato triangulo .d. e. f. cuius uterq; duorum angulorum contra se positoz qui sunt .a. & .q. est equalis dato angulo .c. quod fuit propositum.

Propositio .45.



EX data linea quadratum describere.
 ¶ Sit data linea .a. b. ex qua uolo quadratum describere: a pun ctis .a. & .b. linee .a. b. educo per .11. lineas .a. c. & .b. d. perpedicu lares ad lineam .a. b. que erunt equidistantes per ultimam partem 28 & pono utraq; earum eidem .a. b. per secundam equalem & protraho lineam .c. d. eritq; ipsa equalis & equidistans linee .a. b. per .33. & qa uterq; duorum angulorum .a. & .b. est rectus. erit uterq; duorum .c. & .d. re ctus per ultimam partem. 29. ergo per diffinitionem .a. b. c. d. est quadratum quod est propositum. Idem aliter sit .a. c. perpendicularis super lineam .a. b. p 11. & sit ei equalis ut prius & a puncto .c. per .31. ducatur .c. d. equidistans .a. b. & ponatur equalis ei & ducatur linea .d. b. que per .33. erit equalis & equidi stans .a. c. & omnes anguli recti per ultimam partem. 29. quare per diffinitio nem habemus propositum.

Propositio .46.

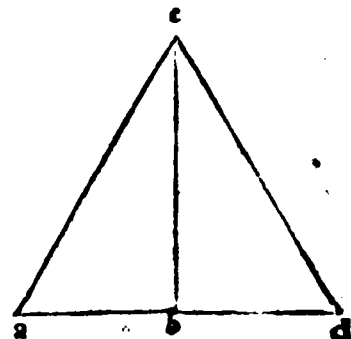


IN omni triangulo rectangulo quadratum qd a latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur equum est duobus quadratis que ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.
 ¶ Sit trianglus .a. b. c. cuius angulus .a. sit rectus dico qd quadratum lateris .b. c. equum est quadrato .a. b. & quadrato .a. c. similis sumptis. Quadrabo .g. hoc tria latera fm doctrinam precedentis: sitq; quadratum .b. c. superficies .b. c. d. e. & quadratum .b. a. superficies .b. f. g. a. & quadratum .a. c. superficies .a. c. h. k. ab angulo .a. recto ducam ad basim .d. e. basim maximi quadrati tres li neas .f. a. l. equidistantem utriq; lateri .b. d. & .c. e. que secet .b. c. in puncto .m. & ypothemas .a. d. & .a. e. iteq; a duob; reliquis angulis trianguli qd sit .b. & .c. ducā ad duos agulos duoz qdratoz minoz duas lineas se intersecantes itra ipm

triangulū que sunt. $b.k.$ & $c.f.$ & quia uterque duorum angulorum. $b.a.c.$ & $b.a.g.$ est rectus p. 14. erit. $g.c.$ linea una: eadē rōne erit. $b.h.$ linea una. quia uterque duorum angulorum. $c.a.b.$ & $c.a.h.$ est rectus: quia ergo super basim. $b.f.$ & inter duas lineas equidistantes que sūt. $c.g.$ & $b.f.$ constituta sunt palellogramū. $b.f.g.a.$ & triangulus. $b.f.c.$ erit p. 41. palellogramū. $b.f.g.a.$ duplū triangulo. $b.f.c.$ sed triangulus. $b.f.c.$ ē equalis triangulo. $b.a.d.$ p. 4. quia. $f.b.$ & $b.c.$ latera primi sunt equalia. $a.b.$ & $b.d.$ laterib⁹ postremi. & angulus. $b.$ primi est equalis angulo. $b.$ postremi. eo quod uterque constat ex angulo recto & angulo. $a.b.c.$ comuni. ergo palellogramū. $b.f.g.a.$ est duplū ad triangulū. $a.b.d.$ sed palellogramum. $b.d.l.m.$ est duplū ad eundem triangulū. p. 41. quia constituti sūt super eandem basim sc3. $b.d.$ & inter lineas equidistantes que sunt. $b.d.$ & $a.l.$ ergo p. cōmunem sciam quadratum. $a.b.f.g.$ & palellogramum. $b.d.l.m.$ sunt equalia. quia eorum dimidia uidelicet predicti trianguli sunt equalia. Eodē modo & p. easdem ppositiones mediātrib⁹ triangulis. $k.b.c.$ & $a.e.c.$ probabimus quadratum. $a.c.h.k.$ esse equale palellogramo. $c.e.l.m.$ quare p3 propositum.

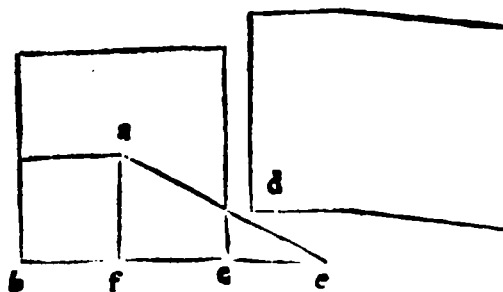
Propositio .47.

SI quid ab uno trianguli latere in seipsum ducto producitur equū fuerit duob⁹ quadratis quā duob⁹ reliquis laterib⁹ describuntur. rectus est angulus cui latus illud opponit. ¶ Lineam in se ipsam ducere est eius quadratū describere. ¶ Sit triangulus. $a.b.c.$ sitque quadratum lateris. $a.c.$ equale quadratis duorum laterū. $a.b.$ & $b.c.$ simul iunctis. dico angulum. $b.$ cui latus. $a.c.$ opponit esse rectū: & hec est conuersa prioris. ¶ A puncto. $b.$ extrahe lineā. $b.d.$ p. u. ppendicularem super lineam. $b.c.$ quā pono equalē. $a.b.$ & produco lineam. $d.c.$ eritque per precedentem quadratū. $d.c.$ equale duob⁹ quadratis duarum linearum. $d.b.$ & $b.c.$ & quia. $b.d.$ posita est equalis. $b.a.$ erunt. per cōmunē sciētiā que est linearū equalium equalia esse quadrata: quadrata duarum linearum. $a.b.$ & $b.d.$ equalia: quapropter erit quadratū. $d.c.$ equale quadrato. $a.c.$ ergo per aliam cōmunem sciētiā que est conuersa prioris sc3 lineas quarum quadrata sunt equalia esse equalēs: erit. $d.c.$ equalis. $a.c.$ quare p. 8. angulus. $b.$ trianguli. $a.b.c.$ est rectus quod est propositum.



Propositio .48.

PROPOSITIS quibuscunq3 quadratis alteri illorum gnomonem reliquo equalem describere. ¶ Proponantur ergo duo quadrata sc3. $a.b.$ & $c.d.$ & sit propositum producere gnomonē circa. $a.b.$ equalē. $c.d.$ quadrato: p. trahatur itaque unū latus quadrati. $a.b.$ ad equalitatē unius lateris quadrati. $c.d.$ in continuum & directum. & sit. $f.e.$ ita quod. $f.e.$ sit equalē uni laterum quadrati. $c.d.$ & ex. $e.$ ducam lineam rectā ad. $a.$ sit ergo triangulus orthogonius quia. $f.$ est angulus rectus arguas ergo sūm penultimā primi sic: quadratum. $e.a.$ ē tantū quātum quadratū. $e.f.$ & quadratū. $f.a.$ sed quadratū. $e.f.$ ē eqle quadrato. $c.d.$ & quadratum. $f.a.$ est equalē quadrato. $a.b.$ ergo quadratū. $a.e.$ ē eqle quadratis. $a.b.$ & $c.d.$ Itē. $e.f.a.$ est triangulus ergo. $e.f.$ & $f.a.$ latera sunt longiora. $a.e.$ latere. sc3. p. 20. primi. sed. $f.a.$ est equalē. $a.b.$ rōne quadrature: ergo. $e.f.$ & $f.b.$ sunt longiora. $a.e.$ ergo illa totalis linea sc3. $e.b.$ est maior. $a.e.$ resecet ergo. $b.e.$ ad equalitatē. $a.e.$ ad punctum. $c.$ ita quod. $b.c.$ sit equalē. $a.e.$ ergo quadratū. $b.c.$ est equalē quadrato. $a.e.$ sed quadratū. $a.e.$ ut prius pbatū fuit ē equalē quadratis. $a.b.$ & $c.d.$ ergo quadratū. $b.c.$ ē equalē eisdē sed quadratum. $b.c.$ addit super quadratum. $a.b.$ gnomonē illū quē uides. ergo gno-



mo ille est qdrato. c. d. equalis. quod erat pbandum. Explicit liber primus.
Incipit liber secundus.



Mne parallelogramū rectangulū sub duobus lineis āgulū rectū ambientibus dicitur contineri.

¶ Parallelogramū est superficies equidistantiū laterū.
¶ Parallelogramū rectangulū est habens omnes angulos rectos. & pducit ex uno duorū laterū eius ambiētiū unū ex suis angulis in reliquū. & ideo sub illis dicitur contineri.

¶ Omnis parallelogrami spaciū ea qdem que diameter secat p mediū palellograma circa eandē diametrx consistere dicuntur. Eorum uero parallelogramorū que circa eandem diametrx consistunt quodlibet unū cum supplementis duobus gnomō nominatur.

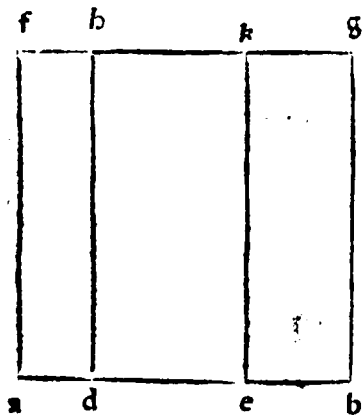
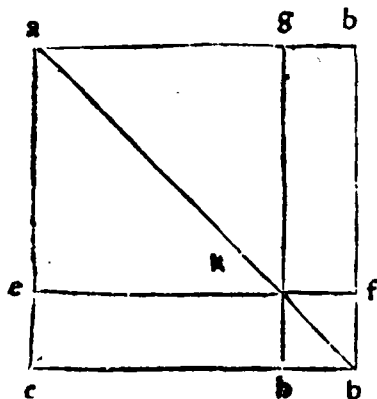
¶ Que parallelograma dicuntur consistere circa diametrum. & que sūt supplementa: exposuit supra in demonstratione. 43. primi. ¶ Sit enī parallelogramum. a. b. c. d. cuius diameter. a. d. diuidant due linee. e. f. g. h. ducte equidistanter: laterib⁹ oppositis dicti palellogrami. secantes se sup diametrum. a. d. in puncto .k. eritq; ipsum parallelogramū diuīum in. 4. parallelograma & unū quodq; duorum parallelogramorū que sūt. a. g. e. k. & k. f. h. d. que diameter secat per medium dicitur consistere circa diametrx. Reliqua duo que diameter non secat dicuntur supplementa que duo supplementa cum utroq; dictorum parallelogramorū consistentiū circa diametrum componunt figuram quandā que gnomō appellatur cui deest ad complementū parallelogrami palellogramum unum reliquum circa diametrx consistens: qd̄ adatur supra diametrx totalis compositi consistet. eritq; simile totali. Vnde palellogramum addito gnomone quauis crecat minime tamen alteratur. quemadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Propositio .ii.

SI fuerint due linee quaz una in quodlibet partes diuidatur. illud q; ex ductu alterius in alteram fiet. equū erit his que ex ductu linee indiuisē in unāquāq; partē linee particulatim diuise rectangula producentur.

¶ Lineam in aliam lineam ducere ē supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter aliū equales erigere. & superficiem equidistantium laterum rectangulum complere que sub illis duabus lineis per diffinitionē dicitur contineri. ¶ Sūt due linee. a. b. & c. quaz una scz. a. b. in quodlibet ptes diuidat que sūt. a. d. & d. e. & e. b. dico q; illud quod sit ex ductu. c. in totū. a. b. equum est illis parallelogramis rectangulis simul iunctis que fiunt. ex. c. in. a. d. & in. d. e. & in. e. b. ¶ Super puncta. a. b. erigam lineas. a. f. & b. g. perpendiculares super lineam. a. b. quaz utraq; sit equalis linee. c. & complebo rectangulam superficiem. a. f. b. g. ducta linea. f. g. que per diffinitionē producit ex. c. in. a. b. & sub illis dicitur contineri. protraham quoq; a punctis. d. & e. lineas. d. h. & e. k. equidistantes lateribus. a. f. & b. g. eritq; utraq; earum eq̄lis. c. per. 34. primi utraq; eaz est eq̄lis. a. f. per diffinitionem igitur rectangulum. a. d. f. h. pducit ex. c. in. a. d. & sub illis dicitur contineri & rectangulu. d. h. & e. k. c. in. d. e. & rectangulū. e. k. b. g. ex. c. i. e. b. & q̄a hec rectangula simul iuncta sūt equalia totali rectangulo. a. f. b. g. patet uerū esse ppositum.

gnomo

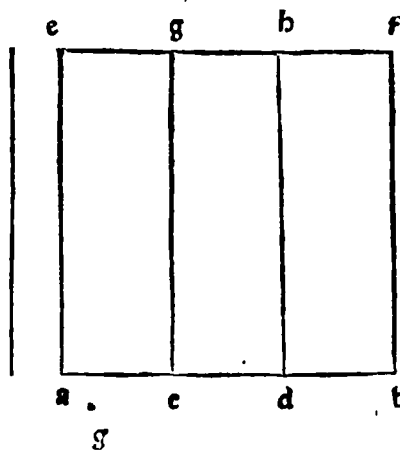


Propositio 2.



Si fuerit linea in ptes diuisa. illud qd ex ductu totius linee in seipsam fit: equum erit his que ex ductu eiusdem in omnes suas partes.

¶ Sit linea. a. b. diuisa i. a. c. & c. d. & d. b. dico qd illud qd fit ex ductu totius a. b. in se qd fit. a. e. b. f. equum est his que fiunt ex ipsa tota in unamquaqz dictarum partium qd palam patebit. ductis. c. g. & d. h. equidistantes. a. c. & b. f. ¶ Aliter sumatur. k. equalis. a. b. eritqz per premissam qd fit ex ductu. k. in totam. a. b. equum ei qd fit ex ductu. k. in omnes ptes. a. b. & quia ex. k. in. a. b. tantum fit quantum ex. a. b. in se. & ex. k. in omnes ptes. a. b. quantum ex. a. b. in oēs ptes eiusde. ppter id qd. k. & a. b. sunt equales patet uerū esse ppositū.

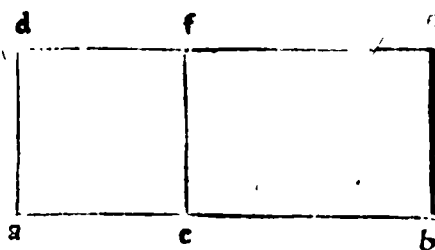


Propositio 3.



I fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd fiet ex ductu totius in alterutra partē equū erit his que ex ductu eiusdem partis in seipsam & alterius in alteram.

¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. & b. c. dico qd illud quod fit ex tota. a. b. in eius partem. a. c. equū est quadrato eiusde. a. c. partis. & ei quod fit ex eadem parte. a. c. in. b. c. fiat quadratū lineae. a. c. qd fit. a. c. d. f. & perficiatur superficies. a. b. d. e. patebitqz ppositū. ¶ Aliter sumat. g. eq̄lis. a. c. & qd. a. b. in. a. c. tantū est quantum. a. c. in. a. b. eōuerso. & a. c. in. a. b. & in. c. b. & in se ipsam quātū. g. i. eadē. At. g. in totā. a. b. quātū in. a. c. & in. c. b. p primā huius patet ppositū sc3 qd tantū erit. a. c. i. a. b. quātum in se & in. c. b. qre eōuerſo. a. b. in. a. c. quantum. a. c. in se. & in. c. b. qd uolumus demonstrare.

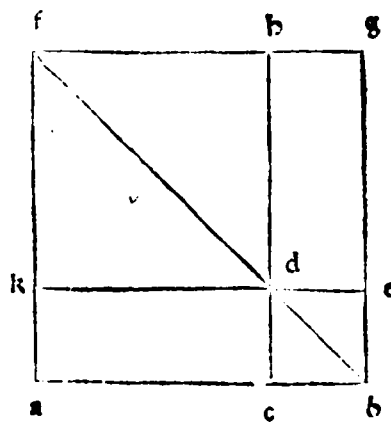


Propositio 4.



I fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd ex ductu totius i seipsam fit: equū est his que ex ductu utriusqz ptis in seipsam & alteri i alterā bis. Ex hoc manifestū est qd in oī quadrato due superficies quas diametr secat per medium sunt ambe quadrate.

¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. & b. c. dico qd quadratum totius. a. b. equū ē duobus quadratis duarū linearū. a. c. & b. c. duplo eius qd fit ex ductu unius earū in alteram: describam quadratū. alterius partialium sitqz. c. d. b. equadratum lineae. c. b. cui adiungā gnomonem secūdū ductū directiū lineae alteri sc3. a. c. qd faciam hoc mō in quadrato descripto protraham diametrū. b. d. & a pūcto. a. educā ppendicularem sup lineam. a. b. que sit. a. k. quā. a. k. & diametrū. b. d. pducam usqz quo cōcurrāt in pūcto. f. & a pūcto. f. producā. f. h. eq̄ distantē lineae. a. b. quā. f. h. & b. e. producā usqz quo concurrāt i pūcto. g. & pducam. c. d. usqz ad. h. & e. d. usqz ad. k. Et qd duo latera. d. e. & e. b. trianguli. d. e. b. sūt equalia: erūt p. 5. primi duo anguli. e. d. b. & e. b. d. eq̄les: & qd angul⁹. e. ē rect⁹ erit p. 32. primi uterqz eorū medietas recti. Eadez rōne uterqz duorū angulorū. c. d. b. & c. b. d. erit medietas recti. quā p secūdā ptē. 29. primi erit unusqzqz quatuor angulorū q sūt. h. f. d. & h. d. f. & k. f. d. & k. d. f. medietas recti ergo p. 6. primi. f. g. & g. b. sunt equales. similiter quoqz. f. a. & a. b. pari rōne. f. h. & h. d. iteqz. f. k. & k. d. qre utraqz duarū sup̄ficies. a. b. g. f. & k. d. h. f. ē quadrata & qd totale quadratū. a. b. f. g. ē quadratū lineae. a. b. cōstat ex duob⁹ quadratis que cōstāt circa diametrū que sūt quadrata duarū linearū. a. c. & c. b. & ex duob⁹ sup̄plemētis quorū unūquodqz pducit ex. a. c. i. b. c. patet ppositū nostrū. ¶ Aliter sit linea. a. b. ut prius diuisa in. a. c. & c. b.



eritq; per .2. huius quod fit ex tota .a. b. in se. equū ei qđ fit ex ipsa in .a. c. & .e. b. se ex ipsa in .a. c. tantum fit quantum ex .a. c. in se. & ex .a. c. in .b. c. p. 3. huius
Itēq; ex ipsa .a. b. tota in .b. c. tantū fit quantum ex .c. b. in se. & ex .c. b. in .a. c. p. eandem. ergo qđ fit ex tota .a. b. in se equū est ei qđ fit ex .a. c. in se & in .c. b. & ex .c. b. in se. & in .a. c. qđ est propositum. Sed hac uia non patet correlariū sicut uia precedenti patet. unde prima est auctori magis consona.

Propositio . 5 .



Si linea recta per duo eq̃lia duoq; īequalia secetur. qđ sub inequalibus totius sectionis rectangulū continet cum eo quadrato qđ ab ea que inter utraq; est sectio nes describitur equum est ei quadrato qđ a dimidio totius lineę in se ducto describitur.

¶ Sit linea .a. b. diuisa per equalia in puncto .c. & per inequalia in puncto .d. dico quadratum .c. b. esse equale ei qđ fit ex .a. d. in .d. b. & quadrato .c. d.

¶ De .cribam quadratum .c. b. qđ sit .c. b. f. e. in quo protraham diametrum .e. b. & ducam .d. g. equidistantem .b. f. que secet diametrum .e. b. in puncto .h. & a pū cto .h. educam eq̃distantes lineę .a. b. que sit .h. k. secans lineam .b. f. in pū cto .m. & lineam .c. e. in puncto .l. & protraham .a. k. equidistantē .c. e. eritq; p correlarium premisse utraq; duarum superficierum .l. g. & .d. m. quadrata. & p. 43. primi duo supplementa .c. h. & .h. f. equalia. ergo addito quadrato .d. m. utriq; erit palellogramum .e. m. equale palellogramo .d. f. & quia .a. l. est eq̃ le .c. m. per .36. primi. erit .a. h. equale gnomoni qui circūst̃ quadrato .l. g. ergo addito utriq; quadrato .l. g. erit .a. h. cum quadrato .l. g. equale quadrato .e. f. qđ est propositum.

Propositio . 6 .



Si recta linea in duo equalia diuidat̃. alia uero ei lineę in longum addatur. qđ ex ductu totius iam composi te in eam que iam adiecta est cum eo qđ ex ductu di midie in seipsam. equum est ei quadrato qđ ab ea que constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.

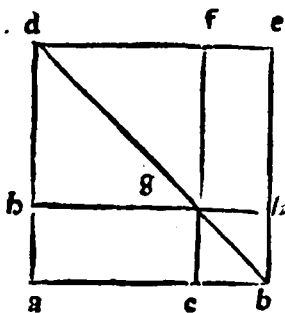
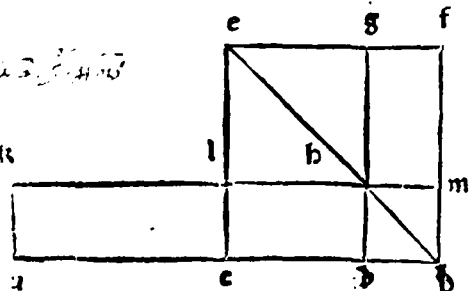
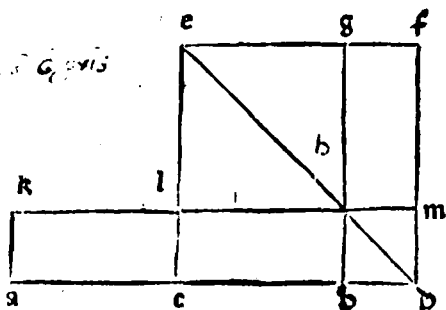
¶ Sit linea .a. b. diuisa per equalia in puncto .c. eiq; addatur linea .b. d. dico qđ quadratum .c. d. pđ sit .c. d. e. f. equale est ei qđ fit ex tota .a. d. in .b. d. & qđ drato .c. b. Producam in quadrato predicto diametrum .d. e. & ducam lineę .b. g. equidistantem .d. f. que secet diametrum .d. e. in puncto .h. a quo .h. produ cam .a. k. equidistantem .c. l. eritq; per .36. primi .a. l. equale .c. h. At .c. h. erit equale .h. f. per .43. primi. quā .a. l. est equale .h. f. ergo addito .c. m. utrobiquē erit .a. m. equalis toti gnomoni circūst̃anti .l. g. quare .l. g. addito utrobiquē erit .a. m. cum .l. g. equale toti quadrato .c. f. & quia utraq; duarū superficierū .l. g. & .b. m. est quadrata. per correlarium .4. huius p3 propositum.

Propositio . 7 .



Si linea in duas ptes diuidat̃. qđ fit ex ductu totius ī se ipsam cū eo qđ est ex ductu alterius partis ī seipsam. equū est que eis ex ductu totius lineę ī eandem partes bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

¶ Sit linea .a. b. diuisa in duas partes in puncto .c. dico qđ quadratum totius .a. b. cum quadrato .b. c. equum est ei qđ fit ex .a. b. in .b. c. bis cū quadrato .a. c. describatur quadratū totius qđ sit .a. b. d. e. & ducatur diametrum .b. d. &



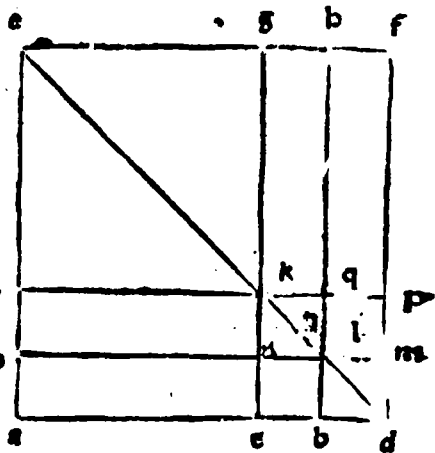
e. f. equidistant. b. e. secans diametrum in puncto. g. & ducatur. k. g. h. equidistant. a. b. &. quia quadratum. a. e. cum quadrato. c. h. tantum sunt quantum quadratum. k. f. cum duabus superficiebus. a. h. &. g. e. patet propositum.

Propositio .8.



Si linea in duas partes diuidatur: eiq; in longum equalis uni diuidentium adiungatur: qđ ex ductu totius iam compositae in seipsam fiet. equum erit his quae ex ductu prioris lineae in eam adiecta; quater. & ei qđ ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

¶ Sit. a. b. diuisa in puncto. c. qualitercūq; coningat: cui addatur. b. d. equalis c. b. dico qđ quadratum totius. a. d. qđ sit. a. d. e. f. est equale ei qđ sit ex. a. b. &. b. d. quater cum quadrato. a. c. hoc autem patebit ducta diametro. d. e. & lineis. c. g. &. b. h. equidistantibus lineae. d. f. & secantibus diametrum in puncto. k. l. per que puncta ducantur. p. q. k. r. &. m. n. l. o. equidistantes. a. d. erit enim per correlarium. 4. huius unaqueq; superficieum. r. g. n. q. &. b. m. q. drata: & quia. c. b. posita est equalis. b. d. erit utraq; superficieum. c. l. &. l. p. quadrata. Erunt q;. 4. quadrata diuidentia quadratum. c. p. equalia & quia totus gnomon circumstans quadrato. r. g. est qđruplus ei qđ ex. a. b. in. b. d. quia quadruplus ad superficiem. a. l. patet propositum.

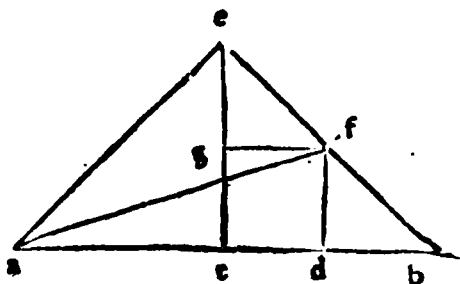


Propositio .9.



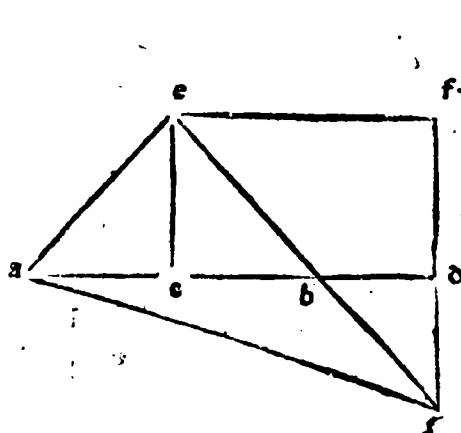
Si linea i duo equalia duob; unequalia diuiditur: quae fiunt ex ductu unequalium sectionum in seipsam pariter accepta: duplum sunt utriusq; pariter acceptis. quae quidem ex dimidia. eaq; quae utriq; sectioni interiacet quadratis describuntur.

¶ Sit. linea. a. b. diuisa per equalia. m. c. & per unequalia. in. d. Dico qđ quadratum. a. d. & quadratum. d. b. simul iuncta: dupla sunt quadrato. a. c. & quadrato. c. d. simul iunctis. ¶ Super lineam. a. b. erigo lineam. c. e. perpendicularē & equalem utriq; earum linearum. a. c. &. c. b. & produco. e. a. &. e. b. eritq; p. 32. primi uterq; angulorum. a. &. b. & uterq; angulorum partialium qui sunt ad. e. medietas recti. totusq; e. rectus. & produco. d. f. equidistantem. c. e. & perpendicularē super lineam. a. b. eritq; uterq; angulorum. d. rectus: & angulus. d. f. b. medietas recti per. 32. primi. siue per secundam partem. 29. primi: quare per. 6. primi. d. f. &. d. b. sunt equalia. a puncto. f. duco. f. g. equidistantem. a. b. eritq; per secundam partem. 29. primi: uterq; angulorum. g. rectus & angulus. e. f. g. medietas recti quare per sextam eiusdem latera. e. g. &. g. f. sunt equalia: & quia per penult. eiusdem quadratum. e. f. est equale quadrato. e. g. & quadrato. g. f. ipsum erit duplum ad quadratum. g. f. quare ad quadratum. c. d. ¶ Itemq; per eandem quadratum. e. a. est equale quadrato. a. c. & quadrato. c. e. ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. & quia quadratum. a. f. est equale quadrato. e. f. &. a. c. per eandem ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. & ad quadratum. c. d. sed quadratum. a. f. est iterum equale per eandem qđ drato. a. d. & quadrato. d. f. ergo quadratum. a. d. & quadratum. d. f. dupla sunt ad quadratum. a. c. & ad quadratum. c. d. & quia quadratum. d. f. est equale quadrato. d. b. erunt quadrata duarum linearum. a. d. &. d. b. dupla qua-



dratis duarum linearum que sunt .a.c.&.c.d.qd est propositum.

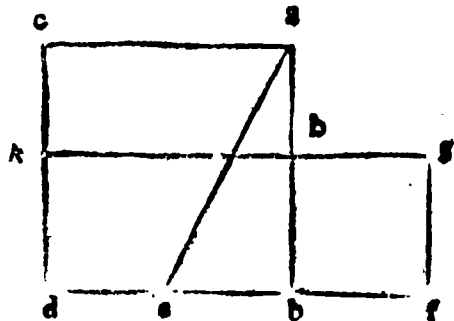
Propositio .10.



SI linea in duo equalia diuidatur eiꝫ in longum alia addatur:quadratum qd̄ describitur ⁊ tota cum addita & quadratum qd̄ ab ea que addita est. utraqꝫ quadrata pariter accepta.ei qdrato qd̄ a dimidia .eiꝫ qd̄ ab ea producitur que ex dimidia adiectaqꝫ consistit utrisqꝫ quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

¶ Si linea .a.b.diuisa per equalia i.c.& addita sibi linea .b.d. dico qꝫ duo quadrata duarum linearum .a.d. & .b.d. pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum .a.c.&.c.d.pariter acceptis . ¶ Erigo .c.e.perpendiculararem super lineam .a.b.& equalem utriqꝫ linearum .a.c.&.c.b. & perficio triangulum .a.e.b. ductis lineis .a.e.&.e.b. eritqꝫ ut in premissa uterqꝫ angulorum .a.&.b. & uterqꝫ eorum que sunt ad .e. medietas recti per .32. primi: totusqꝫ .e. est rectus a puncto .e. produco .e.f. equalem & equidistantem .c.d. & produco .f.d. & .e.b. quousqꝫ concurrunt in puncto .g. & produco lineam .a.g. eritqꝫ per ultimam partem .29. primi: angulus .c.e.f. rectus sed angulus .c.e.b. est medietas recti. ergo angulus .b.e.f. est similiter medietas recti: & qꝫ per .33. eiusdem .f.d. est equidistans .c.e. erit per .34. eiusdem angulus .f. rectus ergo per .32. eiusdem. erit angulus .e.g.f. medietas recti . Itemqꝫ per eandem angulus .d.b.g. similiter medietas recti: propter id quod angulus .b.d.g. est rectus ergo per .6. eiusdem duo latera .e.f. & .f.g. sunt equalia. Itemqꝫ duo latera .d.b. & .d.g. sunt equalia: ergo per penultimam eiusdem quadratum .e.g. duplum est ad quadratum .e.f. quare ad quadratum .c.d. ¶ Itemqꝫ per eandem quadratum .a.e. duplum est ad quadratum .a.c. & quia quadratum .a.g. est p eandem equale quadrato .a.e. & .e.g. similiter quoqꝫ & quadrato .a.d. & .d.g. At quia quadratum .d.g. est equale quadrato .b.d. erunt duo quadrata duarum linearum .a.d. & .b.d. pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum .a.c. & .c.d. pariter acceptis qd̄ est propositum: hec autem & omnes premissæ ueritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11.



Data linea sic secare. ut qd̄ sub tota & una portione rectangulum continetur: equum sit ei qd̄ sit ex reliqua sectione quadratum.

¶ Si linea data .a.b. q̄ uolumus sic diuidere: ut qd̄ ex tota & eius minore producit equum sit quadrato maiori. ¶ Describo quadratum ipsius qd̄ sit .a.b.c.d. & latus .b.d. diuido per equalia in .e. & produco .a.e. & .e.b. produco usqꝫ ad .f. ita quod .e.f. sit equalis .a.e. & ex .b.f. portione extrinseca: describo quadratum quod ex latere .a.b. refecat portionem equalem .b.f. que sit .b.h. & quadratum descriptum sit .b.f.h.g. Dico qꝫ a.b. sic est diuisa in puncto .h. qd̄ illud qd̄ sit ex tota .a.b. in eius portionem .h.a. est equale quadrato .h.b. produco .g.h. usqꝫ ad .k. que erit equidistans .a.c. qꝫ ergo linea .d.b. diuisa ē p equalia in .e. & est sibi addita linea .b.f. erit p .6. huius qd̄ sit ex .d.f. i. b.f. cū quadrato .e.b. eq̄le quadrato .e.f. quare & quadrato .e.a. Quare p penultimam

primi: quadratis duarum linearum .e.b.&.b.a. ergo dempto ab utrisq; quadrato lineæ.e.b. erit qd̄ sit ex. d.f.in. b.f. & ipsum est superficies.d.g. equale quadrato lineæ.a.b. ergo dempto ab utrisq; parallelogramo.h.d. erit quadratū.h.f. equale palellogramo.b.c.& quia quadratū.h.f. est quadratū lineæ h.b.& palellogramū.h.c. producit ex.c.a. que est equalis.a.b.in.a.h. p̄ factum esse propositū. ¶ Ad hoc autē faciendū in numeris non labores: quia impossibile est numerum sic diuidi: ut hic undecia pponit sicut scies sexti. 29. te docente.

Propositio .12.

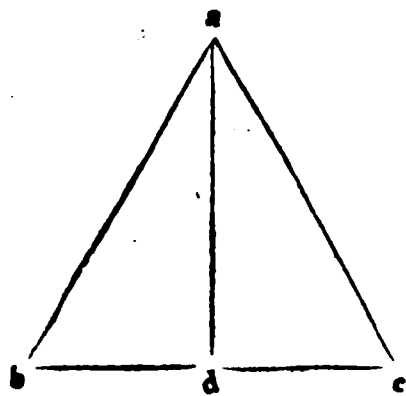
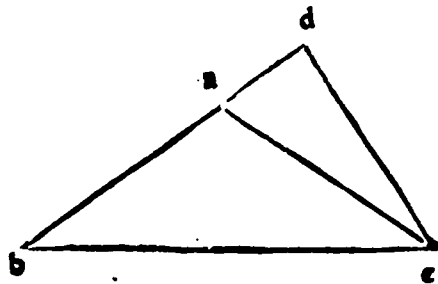
In his triangulis qui obtusū habent angulū: tanto ea que obtusum subtendit angulū: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulū amplius potest. quantū est qd̄ continet bis sub uno eorū: atq; ea que sibi directe iūcta ad obtusum angulū a perpendiculari extra deprehenditur.

¶ Sit triangulus.a.b.c. habens angulū.a.obtusum.a.puncto.c. ducat linea perpendicularis ad lineā.b.a. que necessario cadet extra triangulū.a.b.c. alioquin angulus obtusus esset rectus aut minor recto p.16. primi: sit ergo.c.d. perpendicularis super lineam.a.b. productā usq; ad.d. Dico q̄ quadratū lateris .b.c. qd̄ subtenditur angulo obtuso tanto maius est duabus quadratis duarum linearum.a.b.&.a.c. ambiens ipsum angulū obtusum. quantum est illud qd̄ sit ex.b.a.in.a.d. bis: potentia enim lineæ respectu qdrati sui est. unde r̄tum dicitur posse linea quelibet quātum in se ducta produci. Erit enim per 4. hui⁹ quadratū.b.d. equale duobus quadratis duarū linearū.b.a.&.a.d. & duplo eius qd̄ sit ex.b.a.in.a.d. & quia quadratū.b.c. per penultimā primi ē equale quadrato.b.d. quadrato.d.c. ipsum erit equale quadratis trium linearum.b.a.a.d.&.d.c. & duplo eius qd̄ sit ex.b.a.in.a.d. sed p̄ eandē quadratū.a.c. est equale quadratis.a.d.&.d.c. ergo quadratū.b.c. est equale quadratis duarum linearū.b.a.&.c.a. & duplo eius qd̄ sit ex.b.a.in.a.d. quare.b.c. tanto amplius potest duabus lineis.b.a.a.c. quantū est duplus. eius qd̄ sit ex.b.a.in.a.b. Iam enim diximus q̄ tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum.

Propositio .13.

In his oxigonii tanto ea que acutum respicit angulū: ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest. quantum est qd̄ bis cōtinetur sub uno eorum cui perpendicularis intra superstat: eaq; sui parte: que perpendiculari anguloq; acuto interiacet.

¶ Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxigonio ueritatē habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo siue fiat orthogonius siue ambigonius siue oxigonius. ¶ Sit ergo in triangulo.a.b.c. quicūq; triangulus fuerit. angulus.c. acutus qui si fuerit oxigonius ducatur perpendicularis ab utroq; angulorum. uel. b. ad utranq; basim b.c. uel. a.c. quia cum sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambigonius aut orthogonius ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum quam manifestum est cadere intra triangulum: & ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sūt duo acuti anguli necessario erit alter reliquorum angulorum. qui iunt.a.&.b. acutus.



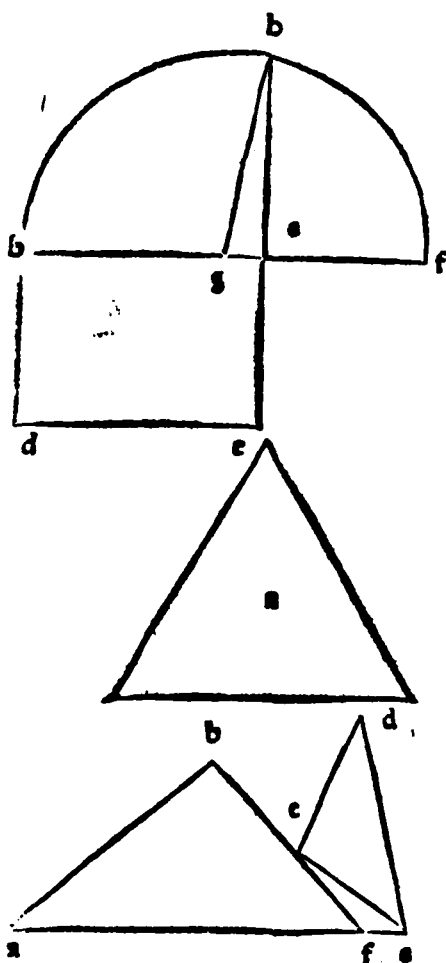
Ducam igitur perpendicu' arē ad lineam illam que duobus acutis interiacet.
 Sit ergo ut trianguli .a. b. c. angulus .b. etiam sit acutus duam : ergo ad .b. c.
 perpendicularem que sit ad .d. que ut dictum est cadet intra triangulum. di-
 co itaq; qd quadratum .a. b. qd' subtenditur angulo acuto .c. tanto minus est
 duobus quadratis duarum linearum .a. c. & .c. b. quantum duplū eius qd' sit ex .b.
 c. in .d. c. ¶ Vel dico qd quadratum .a. c. qd' etiam subtenditur angulo .b. quem
 posuimus acutum quicquid fuerit de angulo .a. tanto minus est duobus qua-
 dratis duarum linearum .a. b. & .b. c. quantum est duplū eius qd' sit ex .c. b. in .
 b. d. Erit enim per .7. huius quadratum .b. c. cum quadrato .d. c. equale ei qd'
 sit ex .b. c. in .d. c. bis & quadrato alterius ptis (c3. b. d. quare addito utriq; qd'
 drato a. d. erit quadratum .b. c. cū quadratis duarum linearum .a. d. & .d. c. egle
 quadratis duarum linearum .a. d. & .d. b. & duplo eius quod sit ex .c. b. in .c. d. Ac
 quia per penultimam primi quadratum .a. c. est equale quadratis duarum li-
 nearum .a. d. & .d. c. erit quadratum .b. c. cum quadrato .a. c. equale quadra-
 tis duarum linearum .a. d. & .b. d. & duplo eius quod sit ex .b. c. in .c. d. sed p
 eandem penultimam primi quadratum .a. b. equum est quadratis duarum li-
 nearum .a. d. & .b. d. ergo quadratum .b. c. cum quadrato .a. c. equum est qua-
 drato .a. b. & duplo eius qd' sit ex .b. c. in .c. d. quare tanto minus potest .a. b.
 duobus lateribus .b. c. & .a. c. quantum est duplum eius qd' sit ex .b. c. in .c. d.
 quod est propo. itum. Simili modo probabis latus .a. c. qd' subtenditur angu-
 lo .b. acuto posse tanto minus duobus lateribus .a. b. & .b. c. quantum est du-
 plum eius: quod sit ex .c. b. in .b. d. ¶ Notandum autem per hanc & precedē-
 tem & penultimam primi: qd cognitis lateribus omnis trianguli cognoscitur
 area ipsius & auxiliariis tabulis de corda & arcu cognoscitur omnis eius
 āgulus.

Propositio 14.

Atto trigono equum quadratum describere.



¶ Sit datus trigonus .a. cui nos uolumus equū quadratū descri-
 bere. Designabo superficiem equidistantiū laterum & rectorum
 angulorum equalē trigono dato fm quod docet. 42. primi: itq;
 superficies illa .b. c. d. e. cuius si latera fuerint equalia habemus
 qd' querimus. ipsa enim erit quadrata per definitionem. Si autem latera int
 inequalia tunc adiungam minus ipsoq; laterum maiori fm rectitudinem: itq;
 linea .e. f. equalis minori duorum lateq; qd' est .c. e. adiuncta maiori quod est
 .b. c. fm rectitudinem: Totam .b. f. diuidam per equalia in puncto .g. & tacto
 .g. centro super lineam .b. f. fm quantitatem lineę .g. b. de cribam emicirculū
 .b. h. f. & latus .e. c. producam usquequo secet circūterentiam in puncto .h. di-
 co qd quadratum lineę .c. h. est equale trigono dato. Producam lineam .g. h.
 & quia linea .b. f. diuisa est per equalia in .g. & per inequalia in .c. erit per .5.
 huius qd' sit ex ductu .b. c. in .c. f. cum quadrato .c. g. equale quadrato .g. f. q;
 re & quadrato .g. h. quare per penultimam primi & duobus quadratis dua-
 rum linearum .g. c. & .c. h. ergo dempto utriq; quadrato .c. g. erit qd' sit ex .b.
 c. in .c. f. qd' est equale superficiē .b. e. eo qd .e. f. est equalē .c. e. equale quadra-
 to lineę .c. h. quare quadratum lineę .c. h. est equale trigono .a. qd' est propo-
 situm. ¶ Et nota qd per hoc inuenitur latus tetragonici cuiuslibet altera par-
 te longioris & simpliciter omnis figure rectis lineis contextę quocūq; fuerit.
 quoniam omnem figuram talem in triangulos resoluemus & cuiuslibet illo-
 rum triangulorum inueniemus tetragonici latus secundum doctrinam istū
 us. & inueniemus per penultimam primi. lineam unam que possit in omnia
 latera tetragonica inueniri. uerbi gratia uolo nunc inuenire latus tetragonici
 rectilineę figure irregularis .a. b. c. d. e. f. resoluo eam in .3. triangulos qui tūc



a.b.f.c.d.e & c.f.e. Inuenio quoq; p'm doctrinam istius tria latera tetragonica istoz trium trianguloz qui sunt g.h.h.k. & k.l. & erigo h.k. perpendiculariter super g.h. & produco g.k. eritq; per penultimā quadratū primi g.k. equale quadratis duarum linearum g.h. & h.k. & tertiu latus k.l. erigo perpendiculariter super lineam g.k. & produco lineam g.l. eritq; per penultimā primi g.l. latus tetragonicum totius figure rectilinee propositae. **Explicit liber secundus. Incipit liber tertius.**



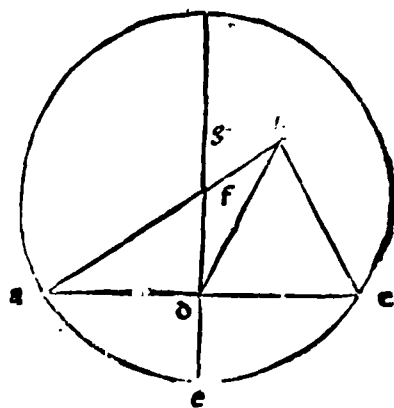
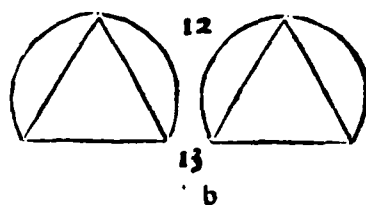
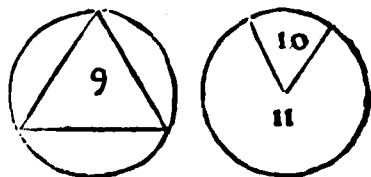
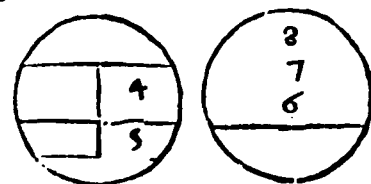
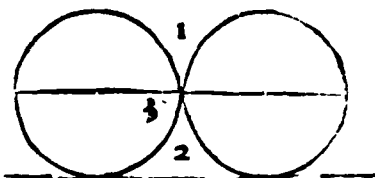
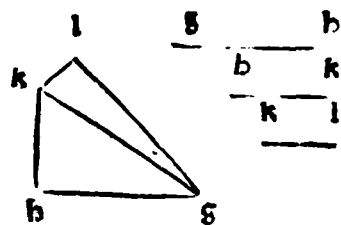
Vox diametri sūt eyles. ipsos circulos eyles esse. Maiores aut quoz maiores & minores quoz minores. ¶ Circulū linea cōtingere dicif: que cū circulū tāgat i utrāq; partē eiecta. circulū nō secat. ¶ Circuli sese cōtingere dicunt q tangentes se inuicem nō secant. ¶ Recte lineae i circulo eqli ter distare dicunt a centro. cū a centro ad ipsas ducte perpēdiculares fuerint equales. ¶ Plus uero distare a centro dicif. in quam ppendicularis longior cadit. ¶ Recta linea portionū circuli cōtinēs corda noiatur. ¶ Portio uero circūferētie arc' nūcupat. ¶ Angulus aut portio nis dicif q a corda & arcu cōtinetur. ¶ Supra arcū angul' cōsistere dicif. qui a quolibet pūcto arcus ad corde terminos duab' rectis lineis exeuntib' cōtinet. ¶ Sector circuli est figura q sub duabus a cētro ductis lineis & sub arcu qui ab eis cōprehenditur cōtinetur. ¶ Angulus aut qui ab eis lineis ambitur supra cētrū cōsistere dicitur. ¶ Similes circuloz portiones dicūtur i qb' q supra arcū cōsistunt anguli sibi inuicem sunt eyles. ¶ Arc' quoq; similes sunt qui equos angulos predicto modo suscipiunt.

Propositio . 1 .



Circuli propositi centrum inuenire. unde manifestum est q duabus rectis lineis in eodez circulo apud circūferentiā terminatis neutra illaz alterā per eqlia orthogonaliter secat nisi ipsa super centrum transierit.

¶ Sit circulus propositus. a.b.c. cuius uolumus centrū inuenire. duco in ipso circulo lineam a.c. qualitercūq; contingat quā diuido per equalia in pūcto. d a quo duco perpendicularē ad lineam a.c. quam applico circūferētie extraq; pte. sitq; e.d.b. quā rursus diuido p equalia in pūcto .f. quem dico ēē centrum circuli. Si enim non est: erit autem alibi aut in linea e.b. aut extra. In linea e.b. nō: si enim fuerit in ea ut in pūcto. g. erit linea e.f. maior linea e.g. ps uidelz toto qd' est impossibile. Quod si fuerit extra lineam e.b. ut in pūcto. h. ducantur lineae h.a. h.d. h.c. & quia latera h.d. & d.a. trianguli h.d.a. sūt eqlia lateribus h.d. & d.c. trianguli h.d.c. & bāsis h.a. bāsi h.c. erit per .8. primi angulus a.d.h. equalis angulo c.d.h. qre uterq; rect' & qa angul' a.d.b. fuit etiā rect' erit a.d.h. eqlis a.d.b. p. 5. petitiōe primi ps uidelicet toti qd' ē impossibile. nō ē ergo cētrū dati circuli alicubi q i pūcto. f. qd' ē ppositū

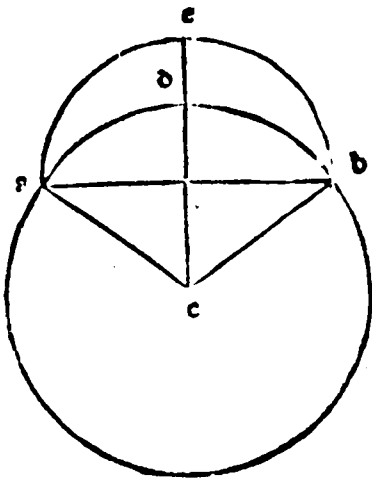


Propositio . 2 .



V per circuli circūferentiam duobus pūctis signatis. lineam rectam ductam ab altero ad alterum. circulus secare necesse est.

¶ Sit ut in circūferentia circuli. a. b. cuius centrum sit. c. signata sint duo puncta que sunt. a. & b. dico qd linea recta coniūgens unum cum cū altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulus: sitq; a. e. b. linea recta si possibile est: producam lineas. c. a. & c. b. eruntq; per. 5. primi: angulus. c. a. b. & c. b. a. equales: protraham item lineam. c. e. que secet circūferentiam in puncto. d. eritq; per. 16. primi: angulus. a. e. e. maior angulo. c. b. e. quare maior angulo. c. a. e. quare per. 18. eiūdem latus. a. c. maius latere. c. e. & quia. c. d. est equalis. c. a. erit. c. d. maior. c. e. pars toto quod est impossibile: quia ergo linea coniūgens duo puncta. a. b. non transibit extra circulū secabit ipm quod est propositum.

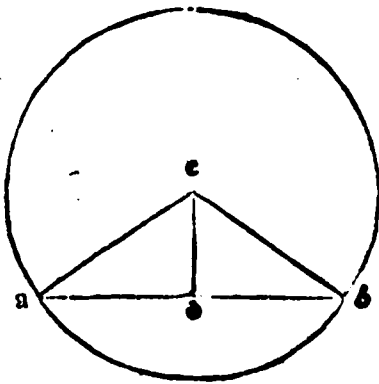


Propositio . 3 .



I lineam intra circulum preter centrum collocatam. alia a centro ueniens per eam secet. orthogonaliter super eam insistere. & si in eam orthogonaliter steterit. eam per equalia diuidere necesse est.

¶ Sit ut lineam. a. b. collocatam intra circulum. a. b. cuius centrum sit. c. linea c. d. ueniens a centro diuidat per equalia: dico qd diuidit eam orthogonaliter. & econuerso uidelicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia: producam lineas. c. a. & c. b. & ponam primo qd diuidat ea per equalia: erūt ergo duo latera. c. d. & d. a. trianguli. c. d. a. equalia duobus lateribus. c. d. & d. b. trianguli. c. d. b. & basi. c. a. basi. c. b. ergo per. 8. primi: angulus. d. un⁹ est equalis angulo. d. alterius quare uterq; rectus: quare. c. d. est perpendicularis super. a. b. qd est propositum. ¶ Ponam iterum qd. c. d. sit perpendicularis super. a. b. & ostendam qd ipsa diuidit. a. b. per equalia erit enim propter hanc positionem uterq; angulorum qui sunt ad. d. rectus quare unus equalis alteri. At quia per. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. b. d. & latus c. a. equalis lateri. c. b. per. 26. primi: eiūdem erit linea. a. d. equalis lineae. d. b. quod est propositum.

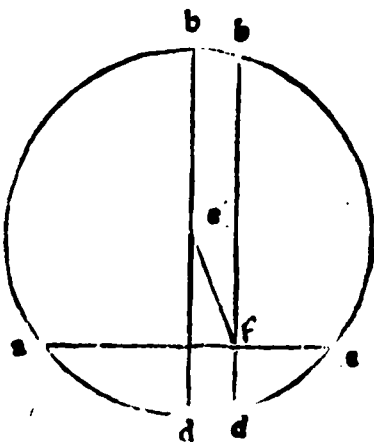


Propositio . 4 .



I intra circulum due linee se inticem secent. & sup eē trū non transeant. nō p equalia eas secari necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee. a. c. & b. d. secent se in puncto. f. & utraq; earum uel altera non transeat per centrum. dico qd ipse non diuidunt sese per equalia: ita qd utraq; per equalia diuidatur ab altera. ¶ Quod si fuerit hoc possibile: ponat & sic primo ut neutra transeat per centrum a centro. e. producam lineam. e. f. eritq; per primam premissam unusq; q. 4. angulorum: qui sunt. a. f. e. f. c. & e. f. d. rectus qd est impossibile: ic enim rectus esset mitto: recto. ¶ Sit igitur ut altera eorum transeat per centrum & altera non: sitq; b. d. tranſiens p centrum adhuc dico qd non diuidunt sese per equalia: qd si sic. tunc per primam partē premissam: cū. b. d. ducta a centro diuidat. a. c. p equalia diuidat eā orthogonaliter. quare etia. a. c. diuidet. b. d. orthogonaliter: & qd diuidit. a. c. ipsam. d. b. p equalia. ut ponit aduariarius: ipsa tranſibit p centrū p correlariū prime hui⁹: quare ambe tranſeunt per centrū quod est contra ypotheſim.



Propositio . 5 .



Circulorum se inuicem secantium centra diuersa esse.
 ¶ Sit duo circuli .a.c.b.a.d.b. secantes se super duo puncta .a. & .b. Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. ¶ Si enim haberent idē centrum ipsum erit per diffinitionem in portione utriq̄ circulo communi: sitq̄ illud .e. & ducantur linee .e.a. & .e.f.c. eruntq̄ per diffinitionem due linee .e.a. & .e.f. equales ¶ Itemq̄ per diffinitionē due linee .e.a. & .e.c. equales: quare .e.f. est equalis .e.c. cum utraq̄ earum sit equalis .e.a. pars uidelicet toti qd̄ est impossibile.

Propositio . 6 .

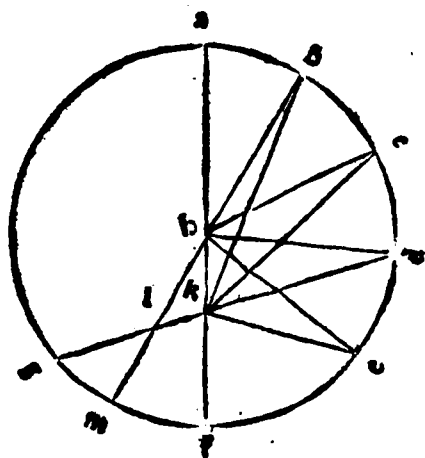
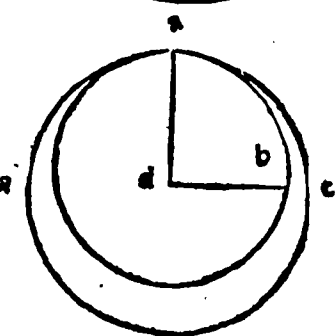
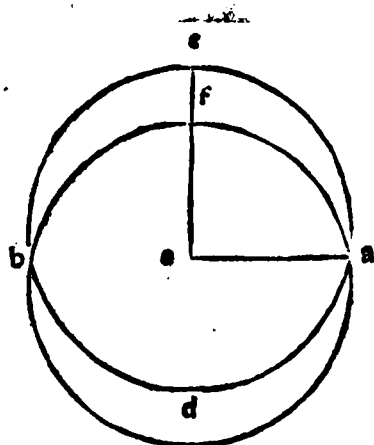


Circulorum se se contingentium non idem centrum ēē necesse est.
 ¶ Sit duo circuli .a.b. & .a.c. contingentes se in puncto .a. Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idem centrum erit per diffinitionem inter minorem eorum cum minor positus fuerit intra maiorem: sitq̄ ip̄um .d. & ducantur linee .d.a. & .d.b.c. eruntq̄ per diffinitionem utraq̄ duarum linearum .d.b. & .d.c. equalis .a.d. qd̄ est impossibile. ¶ De circulis autem se contingentibus extra quorum sc̄j un⁹ est extra alterum: manifestum est per diffinitionem centri qd̄ ipsi non habent idem centrum.

Propositio . 7 .

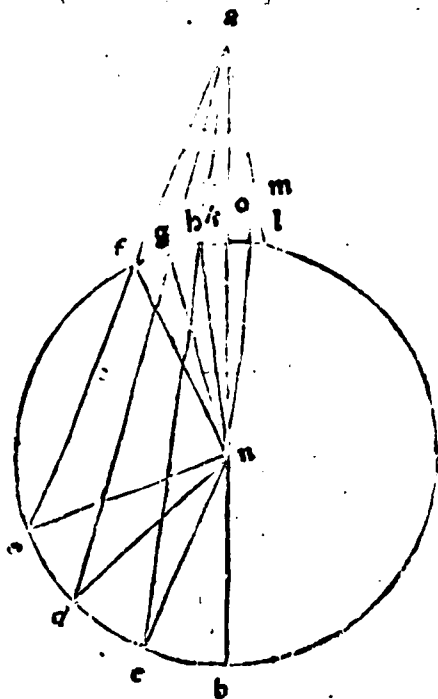


Si in diametro circuli punctus preter centrum signetur: & ab eo circumferentiam linee plurime ducantur que super centrum transierit omniū erit longissima. que uero diametrum perficiet omniū erit breuissima. que autem centro proxime ceteris longiores. ¶ Quanto uero a cētro remotiores tanto breuiores esse conueniet. Duas quoq̄ equi distantes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.
 ¶ Sit ut in diametro .a.f. circuli .a.b.c. cuius centrum sit .h. sit signatus pūct⁹ .k. preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt .k.a. .k.b. .k.c. .k.d. .k.e. .k.f. .k.g. ad circumferentiam: & transeat .a.k. per centrum .h. & .k.f. sit cōpletum diametri: sitq̄ ut .k.e. & .k.g. equidistant. a.k.f. hoc est dicere ut angulus .e.k.f. sit equalis angulo .f.k.g. dico q̄ .k.a. est omnium longissima. & .k.f. omnium breuissima: alie uero tanto longiores quanto centro propinquiores: ut .k.b. est longior .k.c. & .k.c. est longior .k.d. & .k.d. longior .k.e. & .k.e. & .k.g. sunt equales: quia enim in triangulo .b.k.h. duo latera .b.h. & .h.k. per .20. primi: sunt maiora latere .b.k. & ip̄a sunt equalia linee .a.k. erit a.k. maior .b.k. & eadem ratione maior omnib⁹ aliis & hoc est primū. ¶ Itēq̄ quia in triangulo .e.h.k. duo latera .h.k. & .k.e. per eandem sunt maiora latere .h.e. quod est equalis linee .h.f. ip̄a erunt maiora linea .h.f. ergo demp̄a communi linea que est .h.k. remanebit .k.e. maior .k.f. eadem ratione quelibet aliarum erit maior ip̄a & hoc est secundum. ¶ Itemq̄ quia duo latera .b.h. & .h.k. trianguli .b.h.k. sunt equalia duobus lateribus .c.h. & .h.k.



trianguli. c. h. k. & angulus. b. h. k. est maior angulo. c. h. k. erit per. 24. primi
 basis. b. k. maior basi. k. c. eadem ratione. k. c. maior erit. k. d. & k. d. maior. k.
 e. & hoc est tertium. ¶ Quod si due linee. k. g. & k. e. non sunt equales erit al-
 tera maior: sitq. k. g. de qua sumam. k. l. equalem k. e. & producam. h. l. quo-
 usq. secet circumferentiam in puncto. m & quia per ypothesim angulus. g. k. f.
 est equalis angulo. f. k. e. erit per. 13. primi: angulus. l. k. h. equalis angulo. e.
 k. h. & duo latera. l. k. & k. h. trianguli. l. k. h. sunt equalia duobus lateribus.
 e. k. & k. h. trianguli. e. k. h. ergo per. 4. primi basis. h. l. est equalis basi. h. e.
 & quia. h. m. est equalis. h. e. erit. h. m. equalis. h. l. qd est impossibile. sunt er-
 go due linee. k. g. & k. e. equales qd est nostrum propositum quartum.

Propositio . 8 .



SI extra circum puncto signato ab eo ad circumse-
 rentiam linee plurime ducantur circumsecando
 que super centrum transierit omnium erit longissima.
 ¶ Centro autem propinquiores ceteris remotioribus
 longiores. ¶ Linee uero partiales ad circumferentiam extrinsecus
 applicate: ea quidem que diametro in directum adiacet omniuz
 est minima. eiq. propinquiores remotioribus breuiores. ¶ Due
 uero que linee breuissime utrūq. eque propinquāt eqles sunt.
 ¶ Sit ut in puncto. a. assignato extra circum. b. c. d. cuius centrum sit. n. du-
 cantur plurime linee ad circumferentiam secando circum que sint. a. k. n. b. a.
 h. c. a. g. d. & a. f. e. Dico q. a. b. transiens per centrum omnium erit longissi-
 ma. & q. a. c. est maior. a. d. & a. d. maior. a. e. & q. a. k. est omnium breuissi-
 ma extrinsecarum: & q. a. h. est minor. a. g. & a. g. minor. a. f. & dico q. si du-
 cantur. a. l. ita q. ipsa & a. h. equaliter distent ab. a. k. hoc est q. angulus. k. a. h.
 sit equalis angulo. l. a. k. ipse erunt equales. ¶ Producam enim a centro. n. line-
 as. n. c. n. d. n. e. n. f. n. g. & n. h. eruntq. per. 20. primi duo latera. a. n. & n. c. tri-
 anguli. a. n. c. maiora. a. c. & quia ipsa sunt equalia linee. a. b. erit. a. b. maior.
 a. c. eadem ratione erit maior omnibus aliis qd est primum. & quia duo late-
 ra. a. n. & n. c. trianguli. a. n. c. sunt equalia duobus lateribus. a. n. & n. d. tria-
 nguli. a. n. d. & angulus. a. n. c. est maior angulo. a. n. d. erit per. 24. primi: basis
 a. c. maior basi. a. d. & eadem ratione erit. a. d. maior. a. e. qd est secundum.
 ¶ Itemq. quia in triangulo. a. n. h. duo latera. a. h. & n. h. sunt maiora. a. n. per
 20. primi. & h. n. est equalis. n. k. erit per cōmunem scientiam. a. h. maior. a. k.
 eadem ratione quolibet extrinsecus applicatarum maior erit. a. k. qd est ter-
 tium. ¶ Item quia per. 21. primi: due linee. a. h. & h. n. sunt minores duabus li-
 neis. a. g. & g. n. & h. n. est equalis. g. n. erit per communem scientiam. a. g. ma-
 ior. a. h. eadem ratione erit. a. f. maior. a. g. qd est quartum. ¶ Quod si. a. l. nō
 sit equalis. a. h. cum ipse sint equaliter distantes ab. a. k. erit altera maior: sitq.
 a. l. ponam ergo. a. m. equalem. a. h. & producam. n. o. m. quia ergo duo late-
 ra. m. a. & a. n. trianguli. m. a. n. sunt equalia duobus laterib. h. a. & a. n. tria-
 nguli. h. a. n. & angulus. m. a. n. est equalis angulo. h. a. n. erit per. 4. primi: ba-
 sis. m. n. equalis basi. n. h. & quia. m. o. est equalis. n. h. erit. n. o. equalis. n. m.
 pars uidelicet toti qd est impossibile & hoc est quintum.

Propositio . 9 .

S intra circulū pūcto signato. ab eo plures q̄ due linee ducte ad circūferentiā fuerint equales. pūctum illud centrum circuli esse necesse est.

¶ Sit ut a puncto. a. signato itra circulū. b. c. d. ducte sint. 5. linee a. b. a. c. a. d. ad circūferentiā quas pono ēē equales dico pūctū. a. esse centrum circuli. Producā enī duas lineas. c. b. & d. c. & diuidā utrāq; earū p̄ eq̄lia. c. b. quidem in puncto. e. & d. c. in puncto. f. & producā. e. a. & f. a. quas applico circūferētie ex utraq; parte. eritq; p. 8. primi uterq; angulorū qui sunt. a. d. e. & q̄lis alteri. igit̄ p. 13. uterq; erit rectus. Similiter quoq; p̄ eandē uterq; angulorū que sūt. a. d. f. rectus: ergo per correlariū prime huius. quia. a. e. diuidit. c. b. per equalia & orthogonaliter ipsa transit per centrū. similiter quoq; a. f. trāsit per centrū. quia diuidit. d. c. per equalia & orthogonaliter. quare. a. ē centrum qd̄ est propositum.

Propositio . 10 .

S I circulus circulum secet. in duobus tantum locis secare necesse est.

¶ Sint si possibile ē duo circuli secātes se in plurib⁹ q̄ i duobus locis sup. 3. puncta. a. b. c. producā lineas. a. b. & a. c. quas diuidam p̄ equalia i punctis. d. & e. & producā a pūcto. e. lineā. e. f. p̄ pendicularē super lineā. a. c. & a puncto. d. lineā. d. f. p̄ pendicularē super lineam. a. b. & secant se due linee. e. f. & d. f. i puncto. f. eritq; p̄ correlariū prime hui⁹ pūctus. f. centrū circuli utriusq; qd̄ ē impossibile. per. 5. huius.

Propositio . 11 .

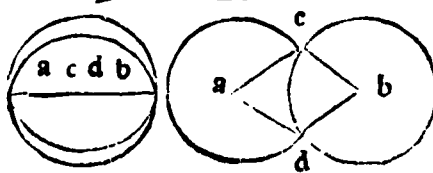
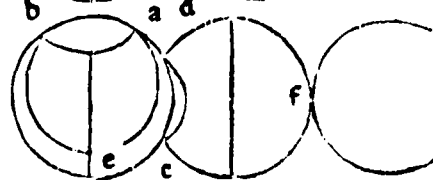
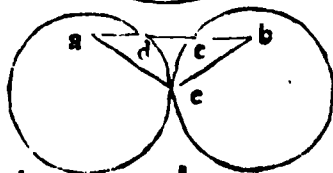
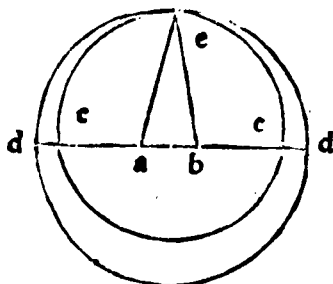
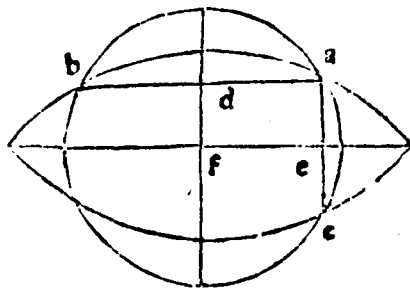
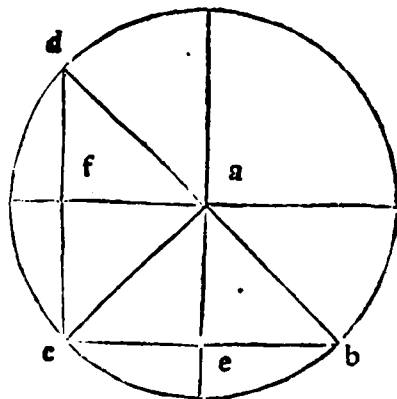
S I circulus circulū cōtingat. lineaq; p̄ centra eorū trāseat. ad pūctū contactus earū applicari necesse est.

¶ Si enim linea transiens per centra duorū circulorum. c. e. & d. e. sese contingentiū intra uel extra. nō uadit ad locum cōtactus secet circūferentiā utriusq; sitq; a. centrum circuli. e. d. & b. centrum circuli. e. c. & ducatur linea recta. a. b. c. d. secans circūferentiā utriusq; & ducantur linee a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e. a. e. b. eruntq; in contactu interiori. per. 20. primi due linee. e. b. & b. a. longiores. e. a. quare longiores. a. d. est enim. a. centrum circuli. e. d. & quoniam b. c. est equalis. e. b. quoniam. b. est centrum circuli. e. c. erit. c. a. longior. a. d. qd̄ est impossibile. ¶ In contactu uero exteriori erunt due linee. a. e. & e. b. longiores. a. b. quare. a. d. & c. b. maius erunt q̄ tota. a. b. qd̄ est falsum.

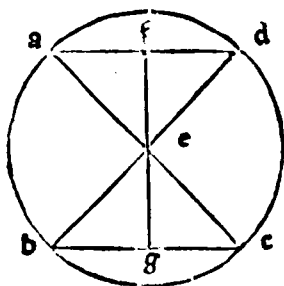
Propositio . 12 .

S I circulus circulum cōtingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in uno tantum loco contingere necesse est.

¶ Si enim fuerit possibile. ut circulus circulum contingat in duobus locis intra uel extra contingat circulum. a. b. c. d. circulus. a. b. c. interior in duobus punctis. a. b. uel exterior circulus. c. d. f. in duob⁹ pūctis. c. d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulum. a. b. c. interiorem accidet contrarium secunde huius. Quod si ipsa cadat intra ipsū: cum diuiserimus ipsam per equalia & eduxerimus a pūcto dionis p̄ pendicularē ad ipsam. fueritq; applicata circūferētie ex utraq; pte ipsa trāsit p̄ centrū amboꝝ circuloꝝ. quare accidet cōtrariū premisse. ¶ In circulo uero contingente exteriori in punctis. c. d. si ducamus lineam rectā a pūcto. c. ad pūctū. d. necesse est accidere cōtrariū sc̄ h⁹. q̄re utrūq; impossibile.

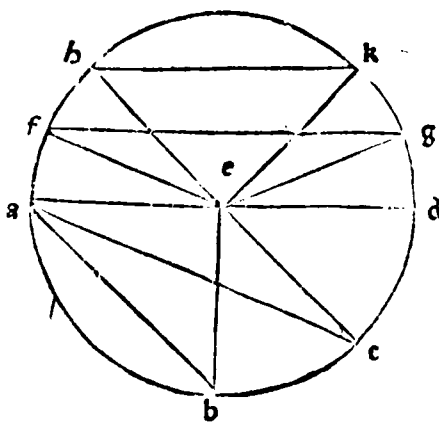


Propositio .15.



Recte linee in circulo si fuerint equales eas a centro equi distare. & si a centro equidistiterit equales esse necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee. a. b. & c. d. sint equales. dico qd ipse equidistant a centro & econuerso. Producantur enim a centro. e. linee. e. f. & e. g. perpendiculares ad. a. d. & b. c. eritq; per. 2. partem tertie huius. a. d. diuisa per equalia in. f. & b. c. in. g. quia ergo duo latera. e. d. & d. a. trianguli. e. d. a. sunt equalia duobus lateribus. e. c. & c. b. trianguli. e. c. b. & basis. e. a. basi. e. b. erit per. 8. primi angulus. d. equalis angulo. c. & quia duo latera. e. d. & d. f. trianguli. e. d. f. sunt equalia duobus lateribus. e. c. & c. g. trianguli. e. c. g. Nam. d. f. est equalis. c. g. eo qd tota. a. d. posita est equalis. b. c. & angulus. b. c. & angulus. d. est equalis angulo. c. erit per. 4. primi basis. e. f. equalis basi. e. g. & quia iste sunt perpendiculares uenientes ad eas a centro patet per diffinitionem: siue. 4. huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum enim. e. d. per penultimam 3. primi ualeat quadrata duarum linearum. e. f. & f. d. & quadratum. e. c. quadrata duarum linearum que sunt. e. g. & c. g. & quia quadratum. d. e. est equalis quadrato. e. c. & quadratum. d. f. quadrato. g. c. erit quadratum. e. f. equalis quadrato. e. g. quare. e. f. est equalis. e. g. sicq; patet idem. Sit ergo e. f. equalis. e. g. qd est eas equaliter distare a centro. dico tunc qd. a. d. est equalis. b. c. & e. quadratis enim duarum linearum. e. d. & e. c. equalibus demptis quadratis duarum linearum. e. f. & e. g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum. f. d. & g. c. que per comunem scientiam necesse est esse equalia: quare. f. d. est equalis. g. c. ergo duplum. f. d. qd est. a. d. est equalis duplo. g. c. quod est. b. c. & hec est secunda pars propositi.



Propositio .14.

Si intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. eiq; propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

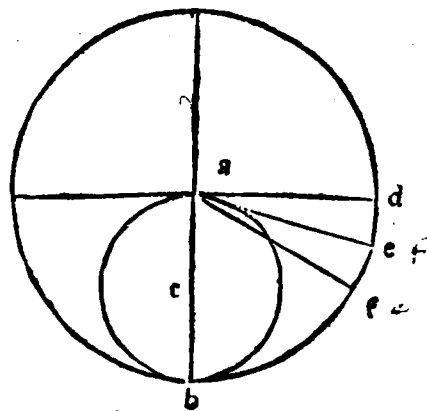
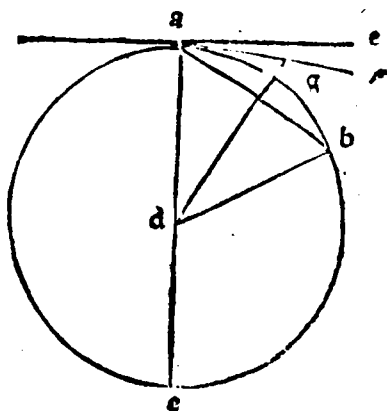
¶ Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centrum. e. cadant plurime linee que sint. a. b. a. c. a. d. f. g. h. k. sicq; a. e. d. diameter. dico ipsam esse longissimam & alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro. e. linee ad extremitates omnium que sint. e. b. e. c. e. f. e. h. & e. k. eruntq; per. 20. primi duo latera. e. f. & e. g. trianguli. e. f. g. longiora. f. g. & quia ipsa sunt equalia. a. d. erit. a. d. maior. f. g. eadem ratione maior erit q. a. c. quia. a. e. & e. c. sunt maiora. a. c. & equalia. a. d. ergo. a. d. maior est. a. c. sic quoq; est maior. h. k. & maior etiam q. a. b. Quod autem. f. g. sit maior. h. k. & a. c. a. b. patet. quia per. 24. primi cum duo latera. f. e. & e. g. trianguli. f. e. g. sint equalia duobus lateribus. h. e. & e. k. trianguli. h. e. k. & angulus. f. e. g. maior angulo. h. e. k. erit basis. f. g. maior basi. h. k. Similiter quoq; quia. a. e. & e. c. sunt equalia. a. e. & e. b. & angulus. a. e. c. maior angulo. a. e. b. erit basis. a. c. maior basi. a. b. & sic est propositum.

Propositio .13.



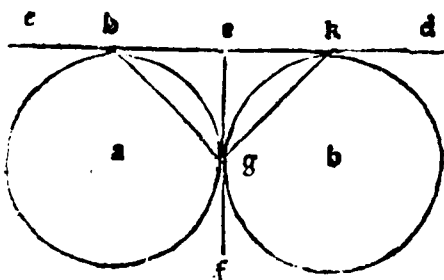
Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur: extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atq; iter illam & circulum aliam lineam rectam ea

pi impossibile est. ¶ Angulū autē ab illa & circūferentia cōtentū omnium acutorū angulorum esse angustissimum. ¶ Angulum uero intrinsecum a diametro & circūferentia contentū omnium angulorū acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Vnde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductā circulum ipsum contingere. ¶ Sit ut a termino a diametri. a. c. circuli. a. b. c. cui⁹ centrum. d. ducatur linea orthogonaliter: dico q̄ ipsa cadit extra circulum. & q̄ inter lineam illā & circūferentiam nulla alia recta linea intercipitur: & q̄ angulus quem ipsa & circūferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui uidelicet a duabus rectis lineis continetur. & q̄ angulus contentus a diametro & circūferentia ē maior omni angulo rectilineo acuto. ¶ Si enim linea ducta. ab. a orthogonaliter super. a. c. lineam: potest cadere infra circulum. sit illa linea. a. b. & ducatur linea. d. b. eritq; per. s. primi angulus. d. a. b. equalis angulo. d. b. a. & quia angulus. d. b. a. est rectus per ypothesim. habebit triangulus. a. b. d. duos angulos rectos quod est impossibile. p. 32. primi: ¶ Cadet ergo extra sitq; a. e. q̄ si inter ipsam & circūferentiam potest linea recta intercipi sit illa. a. f. ad quam ducatur perpendicularis. d. g. & quia angulus. d. g. a. est rectus. erit p. 18. primi linea. a. d. longior linea. d. g. quod est impossibile. quare inter ipsam & circūferentiam nulla linea recta intercipitur. ¶ Propter quod patet q̄ angulus contentus. ab. e. a. & circūferentia qui dicitur angulus contingentie est minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset. angulo contingentie equalis. aut eo minor cum omnis talis possit per equalia diuidi secundum doctrinam. 9. primi inter lineam. a. e. & circūferentiam posset linea recta intercipi q̄ monstrauius esse non posse. per quod patet angulum contentum a diametro & circūferentia omnium acutorum rectilinearum esse maiorem. quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem monstrauius esse minorem omni rectilineo. ¶ Correlarium patet per primam partem. Cum enim linea. a. e. in utranq; partem erecta nō secet circulum & tangat ipsum in puncto. a. ipsa est contingens per diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum q̄ non ualeat ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius. & per omnia media. ergo per equale. nec ista contingit reperire maius hoc & minus eodem ergo contingit reperire equale. hoc autem sic patet. Sit circulus. a. b. super centrum. c. cuius diameter. a. c. b. & ducatur ab eius termino. a. linea. a. d. orthogonaliter: eritq; contingens circulum per correlarium huius. Describatur iterum super punctum. a. secundum quantitatem diametri. a. b. circulus. b. e. d. & imaginetur linea. a. b. moueri super punctum. a. per circumferentiam arcus. b. e. d. ita q̄ punctum. b. numeret omnia puncta arcus. b. e. d. quousq; perueniat ad lineam. a. d. & cooperiet ipsam. & quia angulus. b. a. d. est rectus: erit ut non sit sumere aliquem angulum acutum cui equalē non fecerit linea. a. b. cum diametro. a. c. b. minoris circuli. q̄ transit ad angulum rectum dinumerans situm omnium angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contento & semicircumferentia. a. b. & diametro. a. c. b. & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico q̄ nullus in transitu ab acutis minorib⁹ ad recto maiore intermedius fuit ei equalis. Si. n. fuerit aliquis: sit ut illū fecerit linea. a. b. cum punctus. b. fuit in puncto. c. arcus. b. e. d. quia ergo angulus



LIBER:

e.a.b. est equalis angulo semicirculi predicto: angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per ultimam partem huius: erit angulus.e.a.b. amplissimus omnium acutorum: diuidatur ergo angulus.e.a.d. sicut proposuit. 9 primi per equalia ducta linea.a.f. eritque per conceptionem angulus.f.a.b. amplior angulo.e.a.b. quare erit aliquid amplius amplissimo quod est impossibile: ¶ Vel sic cum angulus.e.a.b. sit equalis angulo semicirculi sicut ponit. At angulus semicirculi cum angulo contingencie est equalis uni recto. Similiter quoque angulus.e.a.b. cum angulo.e.a.d. est equalis uni recto: erit angulus.e.a.d. equalis angulo contingencie: & quia angulus contingencie est angustissimus omnium acutorum per. 3. preterea huius: erit similiter angulus.e.a.d. sibi equalis angustissimus omnium acutorum. sed angulus.e.a.f. est eo angustior per conceptionem: erit ergo aliquid angustius angustissimo quod est impossibile: ¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi & quia trahitur a minori ad maius & non per equalia. Item quia est reperire minorem eo & maiorem: patet instantia contra utranque argumentationem predictam. Unde per interpretationem ad illud est respondendum.



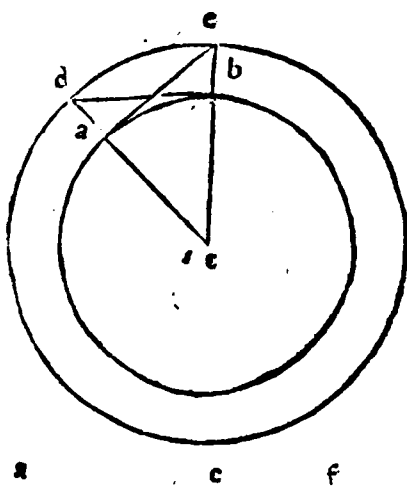
¶ Posset probari quod angulus contingencie est diuisibilis secundum lineam rectam ut constar perfigurationem hic a latere positam. Certum est quod angulus qui causatur ex contactu duorum circulorum uel spax est angulus contingencie & talis diuidatur per lineam.e.g. quia hic habet triangulus.h.g.k. cuius basis h.k. diuidatur per equalia in puncto.e. & protrahat uersus.g. contactum & arguitur per. 4. primi. deinde per. 26. huius & patet propositum.

Propositio 16.



Dato puncto ad datum circulum lineam contingente ducere.

¶ Sit circulus datus.a.b. cuius centrum.c. punctusque datur.d. uolo ergo a puncto.d. ducere lineam contingentem circulo a.b. p. duco lineam.d.c. secantem circumferentiam circuli.a.b. in puncto.a. super quam describo circulum.d.e. secundum quantitatem lineae.d.c. concentricum circulo.a.b. & a puncto.a. produco lineam.a.e. perpendiculari ad lineam.d.c. que secet circumferentiam circuli.d.e. in puncto.e. & produco lineam.e.c. secantem circumferentiam circuli.a.b. in puncto.b. deinde produco lineam.d.b. que erit contingens circulo a.b. quia enim duo latera.a.c. & c.e. trianguli.a.c.e. sunt equalia duobus lateribus.b.e. & c.d. trianguli.b.c.d. & angulus.c. est communis utrique erit per. 4. primi angulus.e.a.c. equalis angulo.d.b.c. angulus autem.e.a.c. est rectus quare angulus.d.b.c. est rectus per correlarium ergo precedentis erit linea.d.b. contingens circulo a.b. quod est propositum.

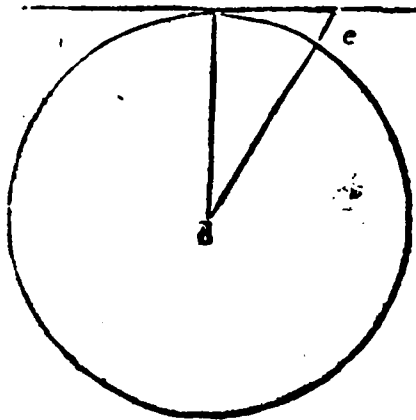


Propositio 17.



Si circulum linea recta contingat a contactu uero ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

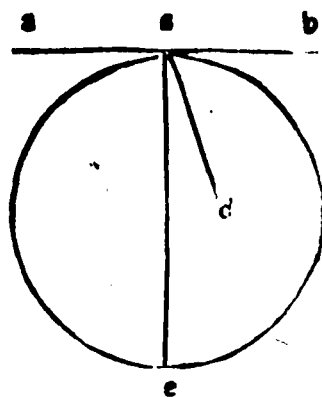
¶ Sit linea.a.b. contingens circulum.c.e. cuius centrum sit.d. in puncto.c. qui iungatur cum centro per lineam.c.d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam. sit ergo.d.f. perpendicularis ad eandem que secet circumferentiam circuli in puncto.e. eritque uterque angulorum qui sunt ad.f. rectus igitur per. 18. primi linea.c.d. est maior linea.d.f. quod est impossibile: Constat itaque.d.c. esse perpendicularem super.a.b. quod est propositum.



Propositio .18.



I circulū linea recta cōtingat : & a cōtactu in circulo
 lica qdā orthogōaliter ducat. i eadē cētrū eē necesse ē.
 ¶ Sit ut prius linea .a. b. contingens circulū .c. e. in puncto .c. &
 a. cōtactu ducatur intra circulū .c. e. linea perpendicularis ad
 lineam .a. b. dico qd centrum circuli est in linea .c. e. & est cōuer
 sa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea .c. e. sit alibi ubicunq; cōtingat
 sitq; .d. & producat lineam .d. c. eritq; .d. c. per premissam perpendicularis ad
 lineam .a. b. qd est impossibile cum .e. c. posita sit perpendicularis ad ipsam
 quare patet propositum.

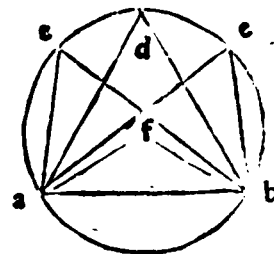
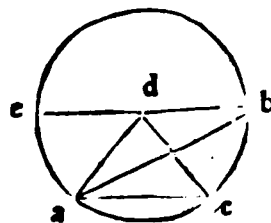
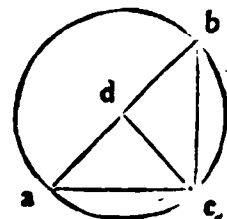
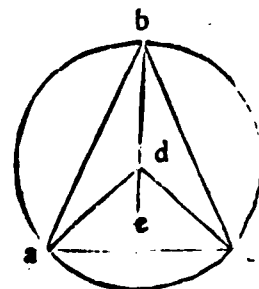


Propositio .19.



I intra circulum angulus supra centrū consistat: ali
 uero angulus supra circūferēt iā consistēs eadē basi
 habeat inferior superiori dupluserit.

¶ Sit ut in circulo .a. b. c. cuius centrū .d. fiat angulus .a. d. c. sup
 centrū & angulus .a. b. c. super circūferentiā. sitq; utriusq; anguli eadem
 basis que sit arcus .a. c. dico angulū .a. d. c. duplum esse ad angulum .a. b. c.
 ¶ Quod sic probatur. Aut enim due linee .a. b. & .b. c. includunt duas lineas
 .a. d. & .d. c. aut altera earū sit linea una cum altera reliquā. aut etiam altera
 primarum secat alteram postremā. ¶ Sit ergo primo ut includant eos ut in
 prima figuratōne apparet. & producat lineam .b. d. e. eritq; per .32. primi: an
 gulus .a. d. e. extrinsecus equalis duobus intrinsecis qui sunt .b. a. d. & .a. b. d.
 anguli & quia ipsi sunt equales per .5. eiusdem erit angulus .a. d. e. duplus ad
 angulum .a. b. d. similiter quoq; erit angulus .e. d. c. duplus ad angulum .d. b.
 c. quare totus angulus .a. d. c. duplus est ad totum angulum .a. b. c. qd est p
 positum. ¶ Quod si altera duarum linearū .a. b. & .b. c. fiat linea una cum alte
 ra duarū linearum que sunt .a. d. & .d. c. ut in secūda figuratōne apparet. per
 eadē per quas prius: & simili modo liquet propositū. ¶ Quod si altera dua
 rum primarū secet alteram duarum postremarū. ut in .3. figuratōne appa
 ret. ubi linea .a. b. secat lineam .d. c. producat lineam .b. d. e. eritq; per eadē
 quas prius assumpsimus & simili modo angulus .e. d. a. duplus ad angulum
 .d. b. a. & totus angulus .e. d. c. duplus ad totum angulum .d. b. c. quare angu
 lus .d. b. c. duplus est ad angulum .a. b. c. qd est propositum.



Propositio .20.



I in una circuli portione anguli sup arcū consistāt
 angulos quoslibet esse equales necesse est.

¶ Sit ut in portione .a. d. b. circuli .a. d. b. cuius centrū .f. consistāt
 quoslibet anguli super arcū .a. d. b. qui sunt .c. d. e. dico eos esse
 eqles. prahatur enī corda .a. b. & ab eius extremitatib; ducant
 in centrū lineae .a. f. & .b. f. eritq; per premissam angulus .f. consistēs sup centrū
 ad unūquēq; eorum. duplus: quare ipsi sunt equales: qd est propositum.

Propositio .21.



I intra circulum quadrilaterū describatur. quoslibet
 eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus re
 ctis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit quadrilaterū .a. b. c. d. inscriptū circulo .a. b. c. d. dico quos
 q; duos eius angulos ex aduerso collocatos eē eqles duob; rectis. prahant
 enim in qdri latero diametri .a. c. b. d. eritq; p premissam angulus .c. b. d. eqlis
 c

LIBER.

angulo.c.a.d.& angulus.a.b.d.angulo.a.c.d.quare totus.a.b.d.erit equalis duobus angulis qui sunt .a.c.d.&.c.a.d. & quia ipsi cum angulo.a.d.c. sunt equales duobus rectis.per.32.primi:erunt duo anguli.b.totalis.&.d.totalis equales duobus rectis quod est propo'itum. Similiter quoq; probabitur angulos.a.&.c.totales esse equales duobus rectis.

Propositio .22.



Das circuli similes portiones inequales. super unā rectam lineam assignatam. ex eadem parte cadere impossibile est.

¶ Sit linea recta assignata.a.b. super quam fiat portio circuli.a.c.b.dico q; super eandem lineam ex parte eadem non fiet alia portio que sit similis huic.& ea maior aut minor. ¶ Quod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio.a.d.b.maior ea que tamen sit similis ei.fiat ergo angulus.a.c.b.in portione minori.& angulus.a.d.b.in maiori.erit ergo ut linee.a.d.&.d.b. includantur linee.a.c.&.c.b.ut p3 infiguratione prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera postremarum.ut in secūda. aut ut altera secet alteram ut in tertia. ¶ Quod si fuerit primo modo erit per .21. primi: angulus.c.maior angulo.d.non ergo sunt portiones similes per diffinitionem. Quod si secūdo modo erit ad huc angulus.c.maior angulo.d.per.16.eiusdem. nec sic igitur erunt portiones similes. Si autem tertio modo sit ut linea.a.d.secet lineam.c.b.& secet circūferentiam portionis minoris in puncto.e.& ducatur linea.e.b.eritq; per eandem.16.primi:angulus.a.e.b.consistens in portione.a.c.b.maior angulo.d.(3.e. est equalis.c.per.20.huius quare.c.est maior.d.quare nullo modo similes. ¶ Simili quoq; modo probabis q; super lineam.a.b.non fiet portio similis portioni.a.c.b.minor.e.a.posito.c. in loco.d.&.d.in loco.c.infigurationibus predictis.erit enim per premisas sc3 per.21.&.16.primi:& premissio modo angulus.d.omniumfigurationum maior angulo.c.quare portiones non erunt similes. ¶ Et nota q; licet proponatur super lineam unam non posse fieri portiones similes inequales ex eadem parte.uerum est tamē q; nec ex diuersis qd; licet probare minori que est ex una parte superposita maiori que est ex alia.necesse enim.erit per cōmunem sciam ipsam a maiori excedi. non ergo sunt similes per hanc.22.

Propositio .23.



Si circulorum similes portiones super lineas equas fuerint. ipsas portiones equales esse necesse est.

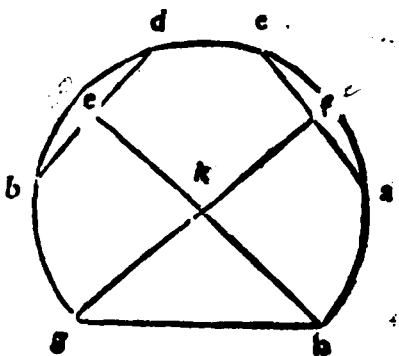
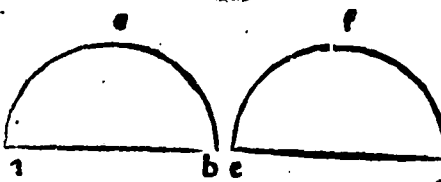
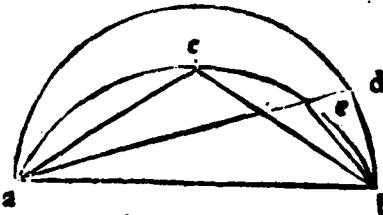
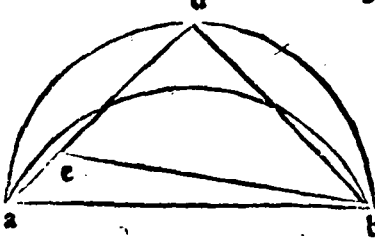
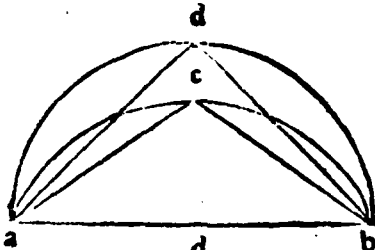
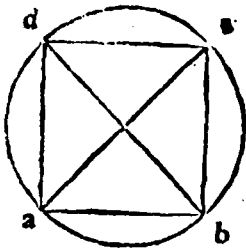
¶ Sint due linee.a.b.&.c.d.equales super quas sint due portiones circulorum .a.e.b.c.f.d. que sunt similes. dico q; ipse sunt equales. si enim non sunt equales altera earum superposita alteri excedet maior minorem. sed linea.a.b.non excedet lineam.c.d.nec excedetur ab ea: cum sint equales. quare accidit contrarium premisse qd; est impossibile. erunt enim.a.b.&.c.d.linea una.

Propositio .24.



Ati semicirculi. siue semicirculo maioris minori sue portionis circulum perficere.

¶ Inuentum per hanc conclusionē ē ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulū. Sit ergo.a.b.qlibet arcus

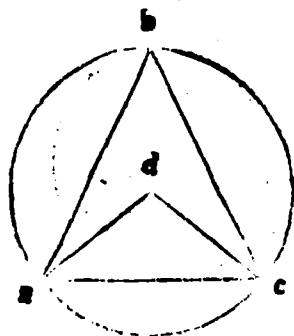
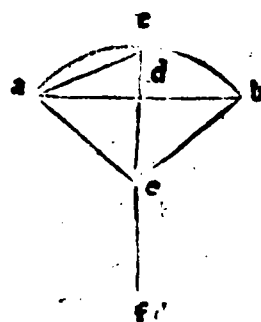
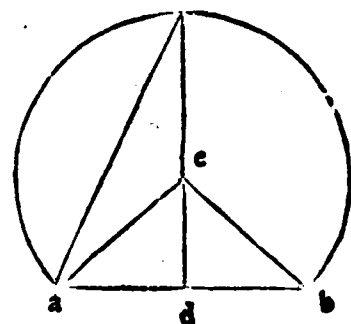
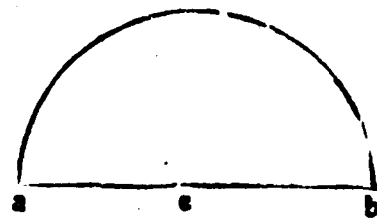
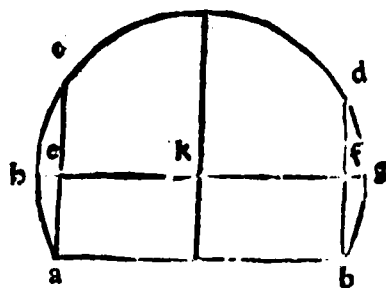


ex quo uolo perficere circulum protraham in eo duas lineas qualitercumq; cōtingat que sint. a. c. & b. d. quas diuidam per equalia. a. c. quidam in puncto. e. & b. d. in puncto. f. & protraham. e. g. perpendicularem ad a. c. & f. h. perpendicularem ad b. d. que secant se in puncto. k. eritq; per correl. prime huius centrum circuli in utraq; linearum. e. g. & f. h. quare centrum est punctum. k. Si autem. e. g. non secet. f. h. sed sint linea una. quē admodum erit si due linee a. c. & b. d. sint equidistantes tunc ipsa applicabitur circūferentie dati arcus. ex utraq; parte ipa igitur diuisa per medium in puncto. k. erit ibi centrum circuli per idem correl. Equidistantes autem non erunt. e. g. & f. h. quia cum in utraq; sit centrum circuli per dictum correl. essent eiūdem circuli duo centra. Sic potest de omni arcu siue de omni portione cōmuniter demonstrari qualiter inde circulus perficiatur. ¶ Quia tamen auctor uidetur hanc cōclusionem uariare sū diuersas species arcuum omnium portionum enumerando species: demonstrabimus diuisim per species qualiter ex omni portioe data circulus perficiatur. Sit ergo primum. a. b. portio data semicirculus. eritq; per diffinitionem semicirculi. linea. a. b. diametri. ea igitur diuisa per medium in puncto. c. erit. c. centrum circuli. ¶ Sit rursus portio. a. c. b. semicirculo maior cuius corda sit. a. b. quam diuido per equalia in puncto. d. a quo duco. d. c. perpendicularem ad ipsam que transibit per centrum per correl. prime huius: & protraho lineam. a. c. & quia linea. a. b. est minor diametro cum sit. a. c. b. portio maior semicirculo: erit. a. d. minor semidiametro. sed. d. c. est maior semidiametro. ergo. d. c. est maior q̄ a. d. ergo per. 19. primi: angulus. a. d. c. est maior angulo. a. c. d. fiat itaq; per. 23. primi: angulus. c. a. e. equalis angulo. a. c. d. producta linea. a. e. que secet lineam. c. d. in puncto. e. eritq; per sextam primi. linea. a. e. equalis lineę. e. c. producat igitur linea. e. b. eritq; per. 4. primi linea. e. b. equalis lineę. a. e. quare tres lineę. a. e. b. e. c. sunt equales ergo per. 9. huius. e. est centrum circuli. ¶ Sit iterum. a. c. b. portio minor semicirculo. cuius corda sit. a. b. quam diuido per equalia in puncto. d. a quo produco lineam. c. d. e. perpendicularem ad lineam. a. b. que secet circūferentiam in puncto. c. hanc manifestum est transire per centrum per correl. arium prime huius. produco iterum lineam. a. c. eritq; angulus a. c. d. maior angulo. c. a. d. si est equalis erit portio. a. c. b. semicirculus. & si minor erit maior semicirculo: positum est autem q̄ si minor. produco igitur lineam. a. e. que cum linea a. c. faciat angulum equalem angulo. c. & secet lineam. c. f. in puncto. e. & manifestum est q̄ punctum. e. cadat extra datam portionem. & produco lineam. e. b. & quia angulus. a. totalis est equalis angulo. c. erit per. 6. primi linea. e. a. equalis lineę. e. c. & quia per quartam primi linea. e. b. est equalis lineę. e. a. erit per. 9. huius punctum. e. centrum circuli quare patet propositus sū omnes species portionum circuli.

Propositio .25.

SI in equis circulis seu super centra. seu super circumferentias equales anguli consistant: super equos arcus eos cadere necesse est.

¶ Sit duo circuli eq̄les. a. b. c. cuius centrū. d. & e. f. g. cuius centrū. h. & fiat supra centra eorū duo anguli. a. d. c. & e. h. g. q̄ ponant eq̄les. dico duas arcus. a. b. c. & e. f. g. esse equales. protrahant due lineę. a. c. & e. g. & fiat duo anguli i circūferentiis ipsorū quāstentes supra predictos arcus q̄ sint angulus. a. b. c. & angulus. e. f. g. quia ergo circuli sūt equales. erūt



LIBER.

per diffinitionem equalium circularum semidiametri equales: & quia duo anguli d. & h. sunt equales erit per .4. primi: linea a.c. equalis lineae e.g. & per .19. huius erit angulus b. equalis angulo f. cum d. angulus sit equalis angulo h. ergo per diffinitionem similium portionum due portiones a.b.c. & e.f.g. sunt similes: & quia ipse sunt super lineas a.c. & e.g. equales ipse erunt equales per .25. huius: quare arcus a.b.c. & e.f.g. sunt equales. Quod si anguli b. & f. qui sunt in circūferentia ponantur equales erunt per diffinitionem portiones similes & anguli d. & h. equales per .19. huius: & quia circuli sunt equales per positionem erunt per .4. primi: due lineae a.c. & e.g. equales quare ut prius portiones equales per .25. huius cum sint similes & super equales lineas. igitur & arcus equales: quod est propositum.

Propositio .26.



SI in equis circulis equi sumantur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eorum seu supra circūferentias constituentur equos esse necesse est.

¶ Sint ut prius duo circuli a.b.c. cuius centrum d. & e.f.g. cuius centrum h. sintque duo arcus a.b.c. & e.f.g. equales fiantque super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint d. & h. ductis a.d.c.d.e.h.g.h. Itemque super eodem arcus fiant duo alii anguli in circūferentia qui sint b. & f. ductis lineis a.b.c.b.e.f. & g.f. dico duos angulos d. & h. adinuicem esse equales. Itemque duos b. & f. adinuicem esse equales & est hec conuersa prioris. si enim non sunt d. & h. anguli adinuicem equales: sit ergo h. maior a quo abscindatur angulus k.h.g. qui sit equalis angulo d. eritque per premissam arcus k.e.f.g. equalis arcui a.b.c. sed duo arcus a.b.c. & e.f.g. positi sunt equales: accidet ergo partem esse equalen totū: quod est impossibile: quare anguli d. & h. totales sunt equales. ¶ Simili quoque modo probabis angulos b. & f. esse equales. uel si maius probato quod anguli d. & h. sint equales. sequitur b. & f. esse equales per .19. huius & conuersio.

Propositio .27.



SI in circulis equalibus eque lineae arcus resecant. arcus quoque equos esse. si autem lineae inequales fuerint arcus quoque inequales. & a maiore linea maiorem arcum: a minore uero minorem abscindi necessarium est.

¶ Sint duo circuli equales a.b.c. cuius centrum d. & e.f.g. cuius centrum h. sintque corda a.c. equalis corde e.g. dico duos arcus a.b.c. & e.f.g. quos praedictae corde ex praedictis circulis resecant esse equales. Quod si corda e.g. ponatur maior corda a.c. dico arcum e.f.g. esse maiorem arcui a.b.c. Primus quidem sic probatur ducantur a'centris lineae ad extremitates cordarum quae sint d.a.d.c.h.e.h.g. & quia circuli positi sunt fore equales. erunt haec semidiametri equales. & quia linea a.c. posita est equalis lineae e.g. erit per .2. primi. angulus d. equalis angulo h. totali: quare per .25. huius erit arcus a.b.c. equalis arcui e.f.g. sicque patet primum. scdm sic sit e.g. maior a.c. eritque per .25. primi angulus h. maior angulo d. fiat ergo angulus f.h.g. equalis angulo d. eritque per .25. huius arcus f.g. equalis arcui a.b.c. quare arcus e.f.g. est maior arcui a.b.c. quod est secundum propositum.

Propositio .28.



In circulis equalibus equos arcus. equas cordas habere necesse est.

¶ Sit duo circuli equalis. a. b. c. cuius centrum d. & e. f. g. cuius centrum h. sitq; arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. dico q; corda. a. c. est equalis corde. e. g. & est hec conuersa prime partis premissæ. ¶ Ducatur linea. d. a. d. c. h. e. h. g. eruntq; per. 26. huius anguli. d. & h. equales: quare per quartam primi: erit. a. c. equalis. e. g. quod est propositum. Quæcunq; autem probate sunt passionis de diuersis circulis equalibus intellige multo fortius ueras esse de eodem.

Propositio .29.



Aut arcum per equalia diuidere.

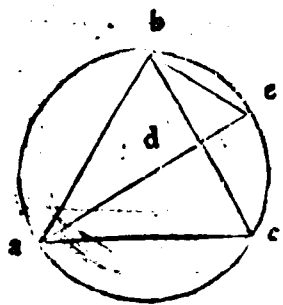
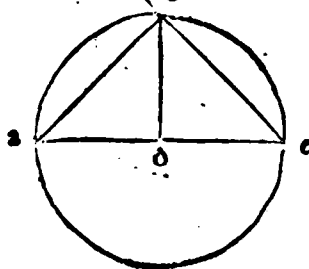
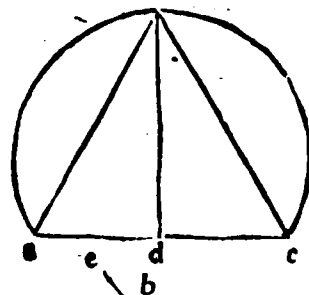
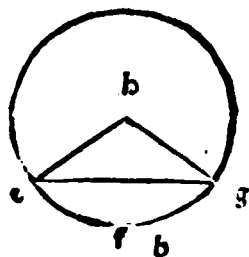
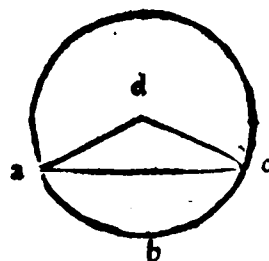
¶ Sit datus arcus. a. b. c. cui subtrahatur corda. a. c. que diuidatur per equalia in puncto. d. a. quo ducatur perpendicularis ad ipsam que sit. d. b. secans circumferentiam dati arcus in puncto. b. quem dico diuidere datum arcum per equalia. ducantur enim linee. b. a. b. c. que erunt equales per. 4. primi quare per primam partem. 27. huius arcus. a. b. erit equalis arcui. b. c. quod est propositum.

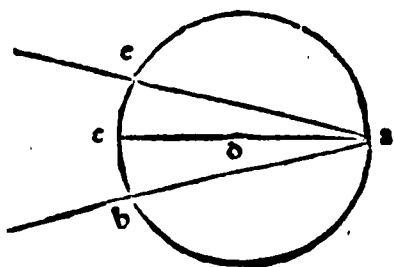
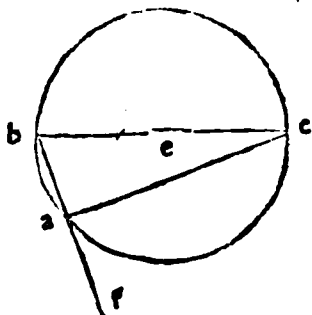
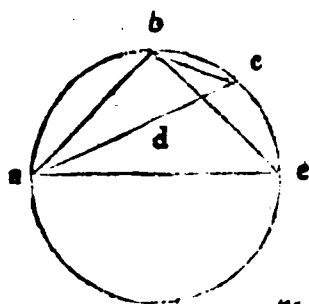
Propositio .30.



In rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat. rectus est. Si uero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶ Itemq; omnis portiones angulus semicirculo maioris recto maior. minoris uero recto minor de necessitate erit.

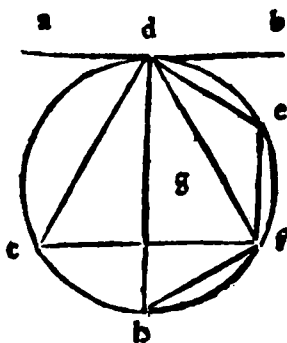
¶ Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. & diameter. a. d. c. semicirculus. a. b. c. in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus. a. b. c. ductis lineis. a. b. & b. c. dico illum angulum esse rectum. protrahatur ab ipso angulo in centrum linea. b. d. eritq; per quintam primi: angulus. a. b. d. equalis angulo. a. & angulus. d. b. c. equalis angulo. c. & quia angulus. c. d. b. est equalis duobus angulis. d. b. a. & a. per. 32. primi: ipse erit duplus ad angulum. d. b. a. eadem ratione angulus. a. d. b. duplus erit ad angulum. d. b. c. ergo duo anguli. c. d. b. & a. d. b. dupli sunt ad totalem angulum. a. b. c. sed ipsi sunt equales duobus rectis. per. 15. primi: erit igitur angulus. a. b. c. totalis medietas duorum rectorum: quare rectus quod est primum propositum. ¶ Idem aliter protrahatur b. c. usq; ad. e. eritq; per. 32. primi: angulus. a. b. e. equalis duobus angulis. a. & c. & quia angulus. a. est equalis angulo. a. b. d. & angulus. c. angulo. c. b. d. erit angulus. a. b. e. equalis totali angulo. a. b. c. ergo uterq; eorum est rectus per definitionem. ¶ Secundo sic patet: sit in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo: & fiat super eius circumferentia angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. & b. c. dico illum angulum esse minorem recto. ducantur enim diametri. a. d. e. & linea. e. b. eritq; per primam partem huius. b. totalis rectus. quare angulus. a. b. c. erit minor recto per communem scientiam cum sit pars eius: sicq; patet scdm. ¶ Tertiū sic. Sit rursus in circulo. a. b.





c. cuius centrum. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. que sit semicirculo minor:
& fiat super eius circumferentiam angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. & b. c. di-
co hunc angulum esse maiorem recto. producantur enim diametri. a. d. e. &
linea. b. e. eritq; per primam partem huius angulus. a. b. c. rectus. quare an-
gulus. a. b. c. erit maior recto quod est tertium propositum. ¶ Quartum &
quintum sic. Sint in circulo. a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius cor-
da. a. c. maior semicirculo & portio. a. d. c. cuius eadem corde. a. c. minor se-
micirculo dico angulum contentum ab arcu. b. a. & corda. a. c. esse maiorem
recto & angulum contentum ab arcu. d. a. & corda. a. c. esse minorem recto.
producantur diametri. c. e. b. & linea. b. a. usq; ad. f. eritq; per primam parte
huius angulus. b. a. c. rectus. quare per. 13. primi angulus. f. a. c. est similiter
rectus. Quia igitur angulus rectus est primi & secundus pars recti eiden-
ter patet utrūq; quare tota liquet hec perthamembris conclusio. ¶ Ex istis au-
tem duobus ultimis partibus nota etiam instantiam contra illas duas argu-
mentationes ad quas tulimus instantiam. in. 15. huius. transitur enim ab angu-
lo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per ultimam parte hui-
us ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penul-
timam partem huius. non tamen per equale. Cum enim omnis portio circuli
sit semicirculus aut maior semicirculo. aut minor: it autem tam angulus (semi-
circuli per primam parte. 15. quā angulus portionis minoris per ultimam pre-
huius minor recto. portionis uero maioris ut maior recto. & tamen non erit
alicuius portionis angulus. nec simpliciter aliquis contentus a circumferentia.
& linea recta nec rectus nec equalis recto. Quod ut clarius pateat sit in circulo.
a. b. c. cuius centrum. d. linea. a. b. cui non sit determinatus finis ex parte. b
secans ex ipso portionem semicirculo minorem. eritq; per ultimam partem
huius minor recto. huius circuli sit diameter. a. d. c. & imaginetur linea. a. b.
moueri ad partem. c. super punctum. a. que quadiu fuerit citra. c. uel in ipso.
6. cooperiens diametrum. a. d. c. faciet cum arcu angulum minorem recto.
In omni autem puncto ultra. c. uelut in. e. faciet per penultimam partem huius
angulum maiorem recto. transitur ergo a minori ad maius non per equale.
& licet in rectilineis angulis est reperire maiorem angulo semicirculi & mi-
norem. non tamen equalem ut monstratum est. in. 15. huius: sic in angulis por-
tionis est reperire maiorem recto & minorem nō tamen equalem: ut patet ex
ista demonstratione.

Propositio . 31 .



I circulum linea recta cōtingat & a contactu in circu-
lū quedā circulum secans recta linea preter centrum
ducatur quoscūq; duos angulos cū contingēte facit
duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus
constitunt portionibus: equales sunt.

¶ Sit recta linea. a. b. contingens circulū. c. d. e. f. cuius centrū. g. in pūcto. d.
a quo. d. ducantur in circulū preter centrū linea. d. f. secans ipsum. fiatq; angu-
lus. d. c. f. cōsistens super arcū portionis. d. e. f. ductis lineis. c. d. & c. f. & angu-
lus. d. e. f. cōsistens super arcū portionis. d. e. f. ductis lineis. e. d. & e. f. dico an-
gulum. c. esse equalē angulo. b. d. f. & angulū. e. angulo. a. d. f. ducantur enim
diametri. d. g. h. & linea. f. h. eritq; per. 17. huius. d. h. ppendicularis super. a. b.
& per primam parte premissæ angulū. d. f. h. rectū. quare duo anguli. a. d. h. &

d.f.h. sunt equales. poſito ergo cōmuni angulo. h.d.f. erit angulus. a.d.f. eſſe
lis duobus angulis qui ſunt. d.f.h. & h.d.f. ſed hi duo cum angulo. h. ſunt eſſe
les duobus rectis per. 32. primi: ergo angulus. a.d.f. cum angulo. h. equales
duobus rectis. ſed angulus. a.d.f. cum angulo. b.d.f. equialet duobus rectis
per. 13. primi: ergo angulus. b.d.f. eſt equalis angulo. h. ergo & angulo. c. p.
20. huius & hoc eſt primum. & quia duo anguli. c. & e. ſunt equales duobus
rectis per. 21. huius erit angulus. e. equalis angulo. a.d.f. quod eſt ſcđm. Vel
iſtud ſcđm ſit angulus. a.d.f. cum angulo. h. equialet duobus rectis. ut pre
monſtratum eſt. ſed angulus. e. cum angulo. h. equialet duobus rectis per.
21. huius. ergo angulus. e. eſt equalis angulo. a.d.f. quod eſt propoſitum.

Propoſitio 32.



V per datam lineam. circuli portioneſ describere capiē
tem angulum. dato angulum equalem. ſeu rectū. ſeu
maioſem ſeu minoſem recto.

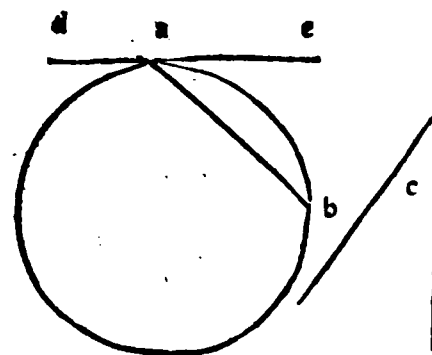
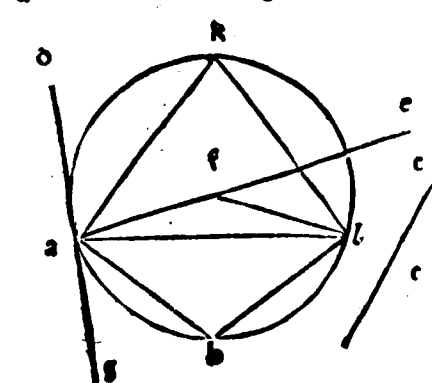
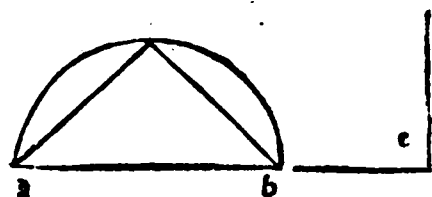
¶ Sit. a. b. linea data & c. datus angulus ſuper lineam. a. b. uolo
deſcribere unam circuli portioneſ recipienteſ in circūferentia rectilineum
angulum equalem angulo. c. Si igitur fuerit angulus. c. rectus diuiſa a. b. p
medium deſcribam ſuper eam ſemicirculum. factumq; erit propoſitum. per
primam partem. 30. huius. ¶ Si autem ſit obtuſus ductam lineam. d. a. cum li
nea. b. a. continenteſ equalem angulum angulo. c. & a puncto. a. ducam line
am. a. e. perpendicularem ſuper lineam. a. d. & ſuper punctum. b. faciam an
gulum. per. 23. primi equalem angulo. e. a. b. in quo obtuſus excedet rectus.
ducta linea. b. f. uſq; ad perpendicularem. a. e. eruntq; per. 6. primi: linee. f. a.
& f. b. equales: facto itaq; puncto. f. centro circuli deſcribam ſm quantitateſ
linee. f. a. circulum. a. h. b. eritq; per correl. 15. huius linea. a. d. contingens cir
culum. quare per premiſſam angulus qui ſit in portione. a. h. b. eſt equalis an
gulo. d. a. b. quare & angulo. c. quod eſt propoſitum. ¶ Si autem angulus. c.
ſit acutus. producam lineam. a. g. continenteſ cum linea. a. b. angulum equa
lem angulo. c. & a puncto. a. ducam. a. e. perpendicularem ad lineam. a. g. &
ſuper punctum. b. faciam angulum equalem angulo. e. a. b. in quo rectus ex
cedit acutum. ducta linea. b. f. uſq; ad perpendicularem. a. e. eruntq; per. 6.
primi linee. f. a. & f. b. equales: facto itaq; puncto. f. centro circuli. deſcribam
ſm quantitateſ linee. f. a. circulum. a. k. b. eritq; per correlarium. 15. huius li
nea. a. g. contingens circulum. quare per premiſſam angulus qui ſit in portio
ne. a. k. b. eſt equalis angulo. g. a. b. quare & angulo. c. quod eſt propoſitum.

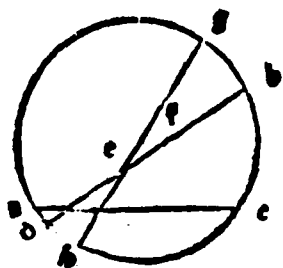
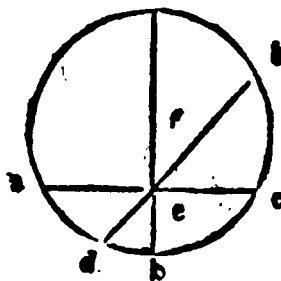
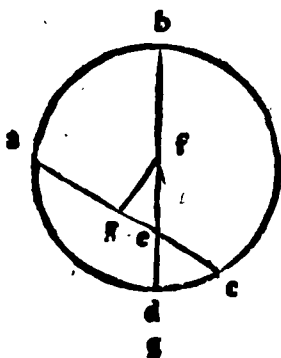
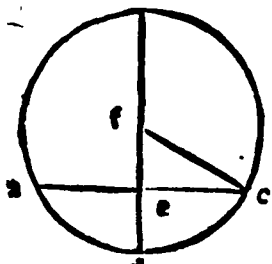
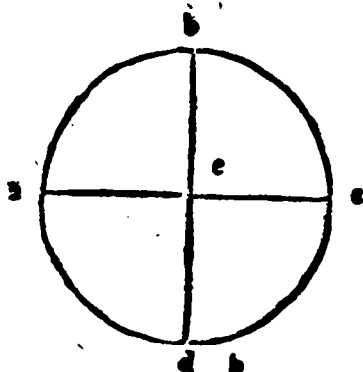
Propoſitio 33.



Dato circulo: dato angulo. equum angulum capiē
tem portioneſ abſcindere.

¶ Sit. a. b. datus circulus. & c. datus angulus. uolo ergo a' circu
lo. a. b. abſcindere portioneſ unam capiētem equalem angulū
angulo. c. produco lineam. d. a. e. contingenteſ datum circulum in puncto.
a. a quo ducto in circulum lineam. a. b. continenteſ cum linea. a. e. angulum
equalem angulo. c. eritq; per. 31. huius portio. a. b. exiſtens a parte linee. a. d.
recipienteſ angulum equalem angulo. c. quod eſt propoſitum.





S intra circulum due recte linee sese inuicem secant.
q̄ sub duabus partibus unius earum procedit. equū
est ei rectangulo qđ sub duabus alterius linee parti
bus continetur.

¶ Si autem due linee .a.c. & .b.d. secantes se in circulo .a.b.c.d. super punctum .e. dico qd illud rectangulum qd fit ex .a.e.in.e.c. equum est ei qd fit ex .b.e.in.e.d. aut enim ambe linee .a.c. & .b.d. transibunt per centrum circuli aut altera tantum aut neutra .q. si ambe transeant per centrum .erit .e. centrum circuli .omne .q. 4. linee equales quare liquet propositum . ¶ Quod si altera earum tantum transit per centrum sit illa .b.d. centrumq. circuli sit .f. aut ergo .b.d. secabit .a.c. per equalia aut per inequalia .secet ergo primo per equalia .eritq. per primam partem .3. huius secans eam orthogonaliter .ducatur itaq. linea .f.c. eritq. per .5. secundi qd fit ex .b.e.in.e.d. cum quadrato .e.f. equalis quadrato linee .f.d. quare & quadrato linee .f.c. ergo per penultimam primi & quadratis duarum linearum .f.e. & .e.c. dempto ei quo utriq. quadrato .e.f. erit quod fit ex .b.e.in.e.d. equalis quadrato linee .e.c. & quia .e.c. est equalis .a.c. patet propositum . ¶ Quod si .b.d. transiens per centrum secat .a.c. per inequalia .a. centro .f. ducatur .f.g. perpendicularis ad .a.c. eritq. per secundam partem tertii huius .a.g. equalis .g.c. & ducatur linea .f.c. eritq. per .5. secundi quod fit ex .b.e.in.e.d. cum quadrato .e.f. & ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum .f.g. & .g.c. propter id qd angulus .f.g.e. est rectus & est equalis quadrato linee .d.f. & ideo linee .f.c. propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearum .f.g. & .g.c. dempto ergo utriq. quadrato linee .f.g. erit quod fit ex .b.e.in.e.d. cum quadrato linee .g.c. equalis quadrato linee .g.c. sed per .5. secundi quod fit ex .a.e.in.e.c. cum quadrato lineae .g.e. est equum ei quod fit ex .a.e.in.e.c. cum quadrato eiusdem .g.e. dempto igitur utriq. quadrato linee .g.e. erit quod fit ex .b.e.in.e.d. equalis ei quod fit ex .a.e.in.e.c. quod est propositum . ¶ Quod si neutra earum transit per centrum siue altera diuidat alteram per equalia siue per inequalia .producam lineam .g.f.e.h. diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum . Et si altera diuidat alteram per equalia .ut .b.d. a.c. tunc .g.h. diuidit etiam .a.c. per equalia .ergo orthogonaliter per tertiam huius .ergo per secundum modum huius conclusionis quod fit ex .g.e.in.e.h. equum est ei quod fit ex .a.e.in.e.c. & per tertium modum huius quod fit ex .g.e.in.e.h. equum est ei quod fit ex .b.e.in.e.d. ergo quod fit ex .a.e.in.e.c. equum est ei quod fit ex .b.e.in.e.d. quod est propositum . ¶ At si neutra diuidit alteram per equalia erit per tertium modum huius conclusionis qd fit ex .g.e.in.e.h. equalis utriq. eorum que sunt ex .a.e.in.e.c. & .b.e.in.e.d. quare unum eorum erit equalis alteri quod est propositum .

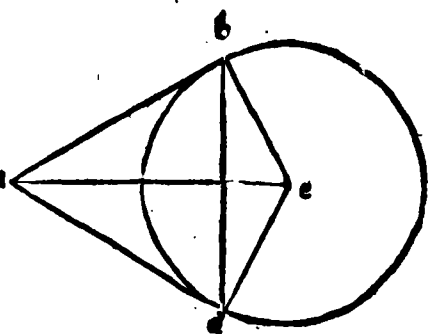
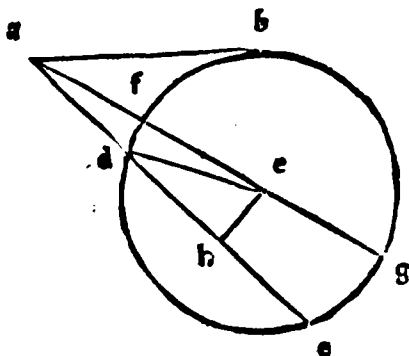
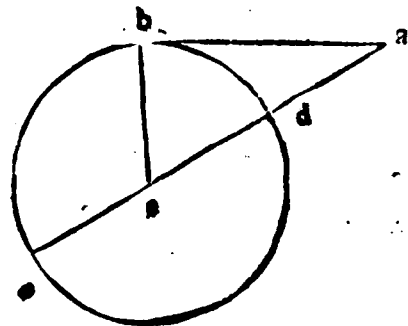
Propositio • 55 •



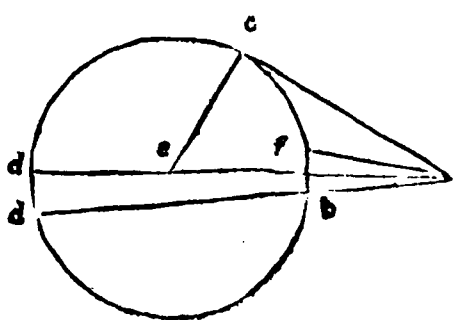
SI extra circulū pūctus signet . ab eo autē ad circulūq;
alia lineas secās . alia cōtingens due recte linee ducant
qđ sub tota secāte . atq; pte sui extriseca cōtinet equū
est ei quadrato qđ ex contingente linea describitur .

¶ Sit .a. punctus signatus extra circulum . b . c . d . cuius centrum . e . a quo

ducantur ad circulum due linee. a. b. contingens. & a. c. d. secans. dico qd illud quod fit ex. a. c. in. d. a. equum est quadrato linee. a. b. aut enim. a. d. c. tranſit per centrum aut non tranſeat: ergo primo per centrum quod eſt. e. & ducatur linea. e. b. que per. 17. huius perpendicularis erit ſuper lineam. a. b. & quia linea. d. c. diuiſa eſt per equalia in puncto. e. & eſt eiſ addita linea. d. a. erit per ſextam ſecundi quod fit ex. c. a. & a. d. cum quadrato linee. e. d. & ideo cum quadrato linee. e. b. equale quadrato linee. e. a. & ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linearum. e. b. & b. a. propter id quod angulus. b. eſt reſtus. dempto ergo utriq; quadrato. e. b. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. equale quadrato linee. a. b. quod eſt propoſitum. ¶ Quod ſi linea. a. d. c. non tranſit per centrum ſumatur. a. f. e. g. tranſiens per centrum & ducantur linee. e. d. & e. h. & ſit. e. h. perpendicularis ad. a. d. c. eritq; per. 3. huius. d. h. equalis. h. c. quia ergo linea d. c. diuiſa eſt per equalia in puncto. h. & addita ſibi linea. a. d. erit per. 6. ſecundi quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadrato. d. h. equale quadrato linee. a. h. ergo addito utriq; quadrato. h. e. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadratis duarum linearum. d. h. & h. e. & ideo per penultimam primi cum quadrato. d. e. propter id quod angulus. h. eſt reſtus. & ideo cuſ quadrato. e. f. propter id quod e. d. & e. f. ſunt equalia. equale quadratis duarum linearum. a. h. & h. e. & ideo per penultimam primi quadrato linee. a. e. ſed quia per ſextam ſecundi quod fit ex. g. a. in. a. f. cum quadrato. f. e. equale eſt quadrato linee. a. e. quia ergo utriq; eorum que ſunt ex. c. a. in. a. d. & ex. g. a. in. a. f. cum quadrato linee. f. e. eſt equale quadrato linee. a. e. ipſa erunt inter ſe equalia. De pro ergo utriq; quadrato linee. e. f. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. equale ei quod fit ex. g. a. in. a. f. ſed id quod fit ex. g. a. in. a. f. eſt equale quadrato linee. a. b. per premiſſum modum huius: ergo quod fit ex. c. a. in. a. d. eſt equale quadrato linee. a. b. quod eſt propoſitum. ¶ Et ex hac nota qd puncto extra circulum ſignato ſi ab ipſo ad circulum quolibet ſecantes linee ducantur reſt angula que continentur ſub totis. & earum portionibus extrinſecis adinuicem ſunt equalia. quoniam omnia ſunt equalia quadrato linee contingens. ¶ Nota etiam qd ſi a quolibet puncto extra circulum ſignato due linee contingentes ad circulum ipſum ducantur. ipſe erunt adinuicem equalia. erit enim quadratum utriuſq; earum equalis ei quod fit ex linea ſecante ab ipſo puncto ducta in circulum. in partem eiſ extrinſecam. Hoc autem euidentius patet per penultimam primi. ¶ Sit. a. punctus ſignatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. & ab ipſo ducantur due linee. a. b. & a. d. contingentes circulum in punctis. b. d. dico ipſas eſſe equalia. producam enim lineas. e. a. c. b. & e. d. eritq; per. 17. huius uterq; angulorum. b. & d. reſtus. quare per penultimam primi quadratum. a. e. erit equale duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. e. Similiter quoq; & duobus duarum. a. d. & d. e. quare quadrata duarum linearum. a. b. & b. e. ſunt equalia quadratis duarum. a. d. & d. e. & quia quadrata duarum que ſunt. b. e. & e. d. ſunt equalia: erunt quadrata duarum que ſunt. a. b. & a. d. equalia: ergo. a. b. eſt equalis. a. d. quod eſt propoſitum. ¶ Aliiter etiam ducatur linea. b. d. eritq; per quintam primi angulus. e. b. d. equalis angulo. e. d. b. propter id quod linea. e. b. eſt equalis linee. e. d. & quia uterq; duorum angulorum. b. & d. eſt reſtus. erit per comunem ſcientiam angulus. a. b. d. reſiduus equalis angulo. a. d. b. reſiduo. per ſextam. ergo primi eſt linea. a. b. equalis linee. a. d.

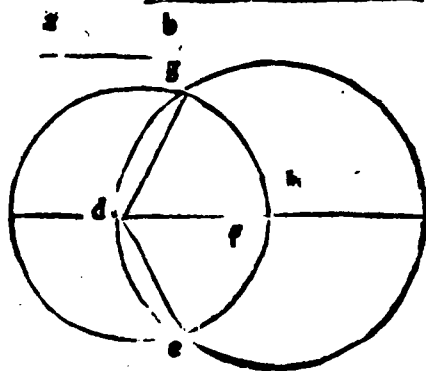
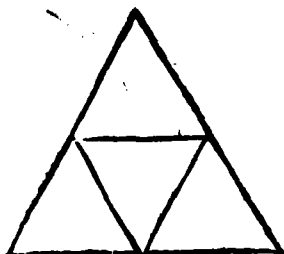


Propositio .36.



Si fuerit punctus extra circum signatus a quo due linee ad circumferentiam ducantur. altera secans. altera circumferentie applicata fueritq; qd' ex ductu totius secantis in partem sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsam fit: erit linea applicata ex necessitate circum contingens.

¶ Sit a punctus signatus extra circum. b. c. d. cuius centrum. e. a quo ducatur ad circum lineae. a. b. d. secans ipsum & linea. a. c. applicata circumferentie. & esto ut qd' fit ex. d. a. in. a. b. sit equale quadrato. a. c. dico lineam. a. c. esse contingentem & est hec conuersa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea. a. f. et itaq; per premissam quod fit ex. d. a. in. a. b. equale quadrato lineae. a. f. quare quadratus lineae. a. f. est equale quadrato lineae. a. c. ergo a. c. est equalis. a. f. quod est impossibile. per. 8. huius. ergo. a. c. contingens quod est propositum. ¶ Idem ostensue probabitur maneat prior dispositio & ypothesis. & si linea. a. b. d. transsit per centrum ducatur linea c. e. q; erit p. 6. secundi qd' fit ex. d. a. in. a. b. cum quadrato. e. b. & ideo cum quadrato. e. c. equale quadrato. a. e. sed qd' fit ex. d. a. in. a. b. positum est equale quadrato. a. c. ergo quadratum. a. c. cum quadrato. c. e. est equale quadrato. a. e. ergo p. ultimi primi angulus. c. est rectus. ergo per correl. 15. huius linea. a. c. est contingens circum quod est propositum. ¶ Si autem. a. b. d. non transsit per centrum ducatur a puncto. d. linea transiens per centrum. & quia qd' fit ex hac tota in eius partem extrinsecam est equale ei quod fit ex. d. a. in. a. b. per premissam ipsum erit equale quadrato lineae. a. c. quare ut prius. a. c. erit contingens circum. Explicit liber tertius. Incipit liber quartus.



Igura intra figuram dicitur inscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur. latera uno quoq; suorum angulorum ab interiore parte contingit. ¶ Circūscribi uero figura figure perhibetur quotiens ea quidem figura eius cui circūscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio .1.



Intra datum circum date lineae recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare. ¶ Sit linea data. a. b. circum q; datus. c. d. e. cuius diameter. c. d. qua non est maior linea. a. b. uolo intra datum circum coaptare lineam equalem. a. b. que si fuerit equalis diametro constat propositum. si autem minor ex diametro sumatur. d. f. sibi equalis & super punctum. d. in quantitate lineae. d. f. describatur circum. f. e. g. secans datum circum in punctis. g. & c. ad alterum quorum ducatur linea a puncto. d. ut. d. e. uel. d. g. eritq; utralibet earum equalis lineae. a. b. eo q; utraq; earum est equalis lineae. d. f. per definitionem circuli: quare habemus propositum.

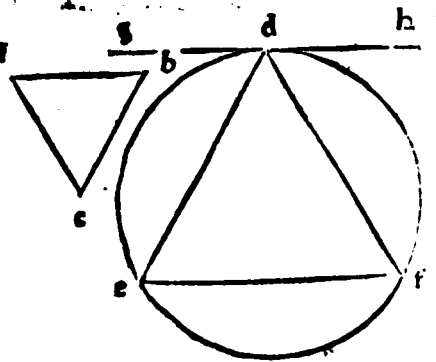
III

Propositio .2.



Intra assignatum circulum triangulū triangulo assignato equiangulum collocare.

¶ Sit assignatus triangulus .a. b. c. assignatusq; circulus .d. e. f. nolo intra hunc circulum collocare unum triangulum equiangulum triangulo .a. b. c. equilaterum enim non est necessarium esse sed est possibile. produco .g. d. h. contingentem circulum in puncto .d. super quem facio angulum .h. d. f. ducta linea .d. f. equalem angulo .c. & angulum .g. d. e. ducta linea .d. e. equalem angulo .b. & protrahe lineam .e. f. eritq; per .31. tertii angulus .e. equalis angulo .c. quia uterq; est equalis angulo .h. d. f. c. quidem per positionem .e. uero per .31. tertii eadem ratione erit angulus .f. equalis angulo .b. quare per .32. primi .d. tertius erit equalis .a. tertio. quare habem⁹ propositū.

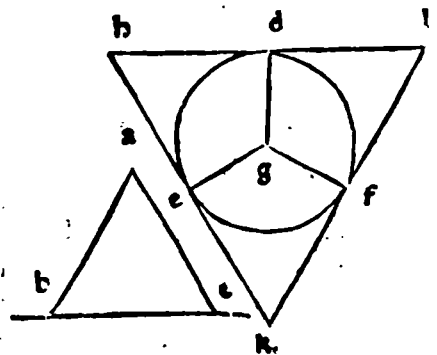


Propositio .3.



Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere.

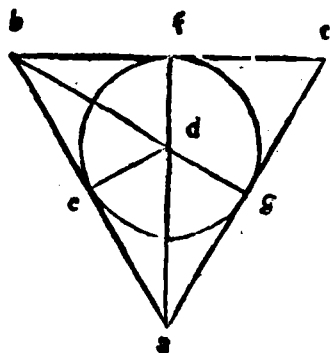
¶ Sit ut prius assignatus triangulus .a. b. c. assignatusq; circulus .d. e. f. cuius centrum .g. circa hunc circulum uolo describere unum triangulum equiangulum triangulo .a. b. c. equilaterum enim non est necessarium sed est possibile. producam basim .b. c. in utranq; partem . ut fiant duo anguli extrinseci . & a centro .g. producam lineam .g. d. ad circumferentia . & constituam angulum .d. g. e. ducta linea .g. e. equalem angulo .b. extrinseci & .d. g. f. ducta linea .g. f. equalem .c. extrinseci & a punctis .d. e. f. producam in utranq; partem lineas orthogonaliter que per correl. 15. tertii erunt contingentes circulum quas contingentes protraheam quousq; concurrant in punctis .h. k. l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim . uterq; angulorum q sunt ad .d. & uterq; eorum qui sunt ad .e. sit rectus si intelligatur protrahi linea .d. e. erunt duo anguli qui sunt ad partem .h. minores duobus rectis quare per penultimam petitionem in partem illam protracte concurrant linee .l. d. h. k. e. h. eadem ratione concurrant due linee .h. d. l. k. f. l. cum uterq; angulorum qui sunt .ad .f. sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero .h. d. e. g. duo anguli .d. & .e. sunt recti. erunt duo anguli .g. & .h. equales duobus rectis, cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis, ut monstratum est supra .32. primi: & quia duo anguli .b. intrinsecus & extrinsecus sunt similiter equales duobus rectis. per .13. primi: at uero .b. extrinsecus positus est equalis .d. g. e. erit intrinsecus .b. equalis .h. simili quoq; ratione erit .c. intrinsecus equalis .l. & quia duo anguli .b. & .c. intrinseci sunt minores duobus rectis. per .32. primi: erunt similiter duo anguli .h. & .l. minores duobus rectis quare per penultimam petitionem due linee .h. e. & .l. f. protracte concurrant in puncto .k. fietq; triangulus .h. k. l. & quia angulus .h. est equalis angulo .b. intrinseci & angulus .l. angulo .c. intrinseci. erit per .32. primi: angulus .k. equalis angulo .a. quare habemus propositum.



Propositio .4.

LIBER.

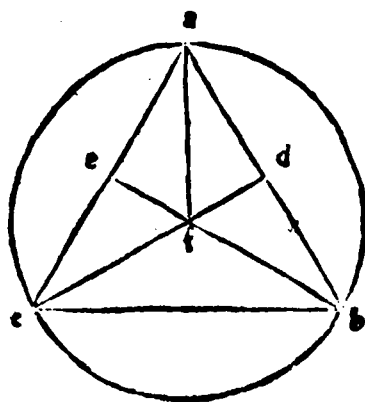
Intra datum triangulum circulum describere.



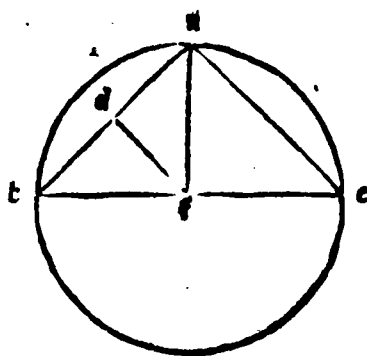
¶ Sit assignatus triangulus .a.b.c. uolo intra ipsum circulum describere hec est quasi conuersa scde. diuido enim duos eius angulos .a. & .b. per equalia .a. quendam ducta linea .a.d. b. uero ducta linea .b.d. que concurrant in puncto .d. a quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius .d.e. quide: ad .a.b. .d.f. ad .b.c. & .d.g. ad .a.c. & quia duorum triangulorum .e.a.d. & .g.a.d. angulus .a. unus est equalis angulo .a. alterius & uterq; angulorum .e. & .g. rectus & latus .a.d. comune. erit per .26. primi: linea .d.e. equalis linee .d.g. eadem ratione cum duorum trianguloru .e.b.d. & .f.b.d. angulus .b. unus sit equalis angulo .b. alterius & uterq; angulorum .e. & .f. rectus: latus quoq; .d.b. commune: erit per eandem lineam .e.d. equalis linee .d.f. quare tres linee .d.e. .d.f. .d.g. sunt equales. posito ergo centro in .d. & descripto circulo secundum quantitatem unius earum transibit per .9. tertii per reliquarum duarum extremitates: & quia per correl. 15. tertii utaqueq; linearum .a.b. .b.c. & .c.a. erit contingens circulum. patet perfectus esse propositum.

Propositio . 5 .

Intra trigonum assignatum siue illud sit orthogoniũ siue amblygoniũ. siue oxigoniũ circulũ describere.

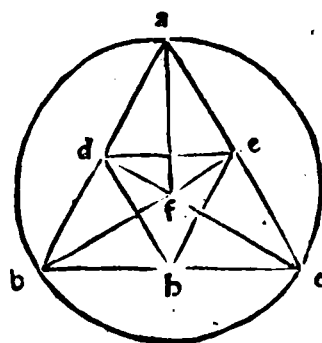
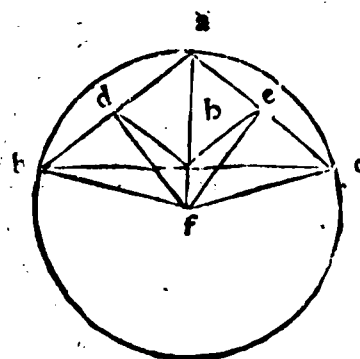


¶ Sit trigonum assignatum .a.b.c. uolo circa ipsum describere circulum hec est quasi conuersa tertie. diuido duo eius latera .a.b. & .a.c. per equalia .a.b. quidem in puncto .d. & .a.c. in puncto .e. a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas .a.b. & .a.c. quas protraho quousq; concurrant in puncto .f. suntq; .d.f. & .e.f. concurrent enim quoniam cum uterq; angulorum .d. & .e. sit rectus si intelligatur protrahi linea .d.e. fiet duo anguli ad partem in quam protrahuntur minores duobus rectis: quare concurrerit per penultimam petitionem igitur a puncto .f. qui est punctus concursus que dico esse centrum circuli quesiti. protraho lineas ad singulas angulos que sunt .f.a. .f.b. .f.c. & quia in triangulo .a.d.f. duo latera .a.d. & .d.f. sunt equalia duobus lateribus .b.d. & .d.f. trianguli .b.d.f. & angulus .d. unus angulo .d. alterius: quia uterq; rectus: erit per quartam primi .f.a. equalis .f.b. eadem ratione erit .f.a. equalis .f.c. comparatis lateribus & angulis duorum triangulorum .a.e.f. & .c.e.f. ergo per .9. tertii punctum .f. erit centrum circuli que. it. hec est uniuersalis demonstratio ad omnes spes trigoni. ¶ Quia tamen auctor uidet nolle medium uariare disiungendo inter orthogonium amblygonium & oxigonium. de quolibet eorum sigilatim est demonstrandum. ¶ Sit ergo trigonum propositus orthogonius sitq; angulus .a. rectus: latus .b.c. recipiens hunc angulum rectum diuido per equalia in .f. a quo puncto quem dico esse centrum circuli ad medium punctum utriusq; duorum reliquorum laterum qui sit .d. ducō lineam .f.d. & quia linea .f.d. diuidit duo latera .a.b. & .b.c. trianguli .a.b.c. per equalia: ipa erit equidistans tertio. uidelicet linee .a.c. hoc enim demonstratum est supra. 39. primi: & quia angulus .a. positus est rectus. erit per secundam partem & per tertiam. 29. primi: uterq; angulorum qui sunt ad d. rectus: ducatur igitur linea .f.a. eritq; per quartam primi: linea .a.f. equalis linee .b.f. comparatis adinucem lateribus & angulis triangulorum .a.d.f. .b. d. f. & quia linea .b.f. est equalis linee .c.f. erunt .3. linee .b. .t. .a. .f. .c. .f. adinucem equales. quare per .9. tertii erit .f. centrum circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonum .a.b.c. amblygonium . sitq; angulus .a.



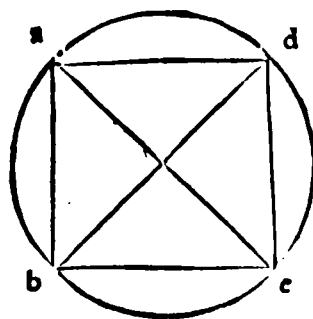
III

obtusus latus. b. c. respiciens hunc angulum obtusum diuidere per equalia in puncto. h. a. quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt d. & e. duco lineas. h. d. & h. e. eritq; d. h. equidistans. a. c. & e. h. equidistans. a. b. propter id quod demonstratum est supra. 39. primi: uidelicet q; linea sec is duo latera alicuius trianguli per equalia. tertio est equidistans: quare per secundam partem. 29. primi erit uterq; duorum anguloru. b. d. h. & c. e. h. equalis angulo. a. & ideo uterq; obtusus. ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. & e. f. ad lineam. a. c. quousq; pcurrat i puncto. f. que dico esse centrum circuli. Manifestu est eni eas concurrere propter causam prius dictam. secabit utraq; earum lineam. b. c. que respicit obtusum & concurrent extra triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f. qui est punctus concursus earum: produco lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi bis assumptam erunt equales comparatis primo lateribus & angulis duorum trianguloru. a. d. f. b. d. f. deinde aliorum duorum. a. e. f. c. e. f. quare per. 9. tertii. f. est centrum circuli que iti. ¶ Est iterum ut trigonus. a. b. c. sit oxigonius diuisis omnibus eius lateribus per equalia: uidelicet latus. a. b. in puncto. d. & latus a. c. in puncto. e. & b. c. in puncto. h. protrahe lineas. d. e. d. h. & e. h. eritq; d. h. equidistans. a. c. & e. h. a. b. propter id quod demonstratum est super. 39. primi: quare per secundam partem. 39. primi uterq; angulorum. b. d. h. c. e. h. erit equalis angulo. a. & ideo acutus: ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. & e. f. ad lineam. a. c. manifestum est eas concurrere intra triangulum. a. b. c. sitq; punctus concursus. f. quem dico esse centrum circuli: produco enim lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi bis assumptam ut prius erunt equales: quare per. 9. tertii erit. f. centrum circuli que iti. ¶ Per predicta patet q; si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circumscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambligonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.



Propositio .6.

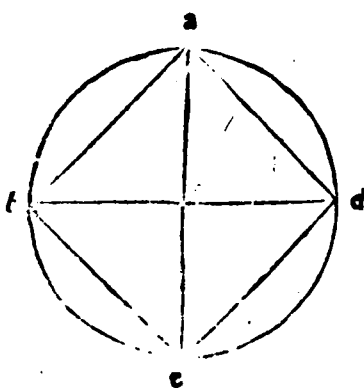
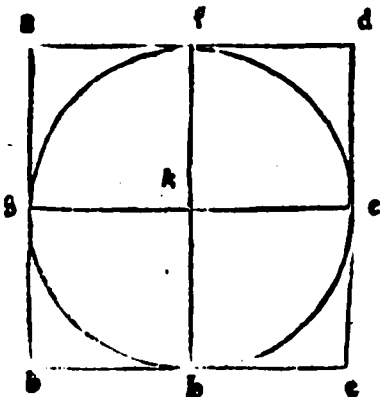
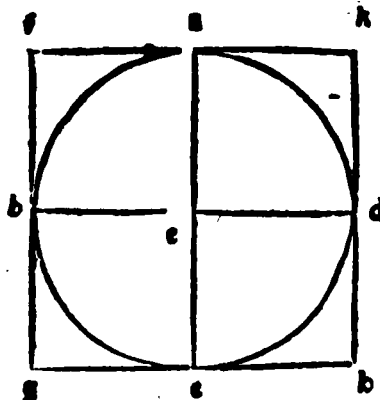
Intra datum circulum quadratum describere.
¶ Sit datus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. uolo intra ipsum describere quadratum. protrahe in ipso duas diametros. a. c. & b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum. e. quarum extremitates coniungo protractis lineis. a. b. b. c. c. d. & d. a. quas dico continere quadratum que itum: ipse enim erunt equales adinuicem. per quartam primi ter assumptam propter id qd quatuor lineae. e. a. e. b. e. c. & e. d. sunt equales. & quatuor anguli qui sunt. a. d. e. recti. si unusquisq; quatuor angulorum. a. b. c. & d. est rectus per primam partem. 30. tertii: propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur. a. b. c. d. quadratum per definitionem quod est propositum.



Propositio .7.

Intra propositum circulum quadratum describere.
¶ Sit propositus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. uolo circa ipsum describere quadratum: protrahe in ipso duas diametros. a. c. & b. d. secantes se ortho





gonaliter super centrum .e.a. quarum extremitatibus ducto in utranq; partē
lineas orthogonaliter quouq; quelibet earum concurrant cum duabus late-
ralibus (sintq; pūcta concursus earum.f.g.h.k.eritq; per correl.14.tertiū uter
q; angulorum qui sunt ad unūquēq; quatuor punctorum .a.b.c.d. rectus :
quia ergo in quadrilatero .a.f.b.e. tres anguli .a.b.&.c. sunt recti:erit quart⁹
angulus qui est .f.rectus:habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor . an-
gulos equales quatuor rectis: ut demonstratum est supra.32.primi : eadem
ratione quilibet angulorum .g.h.&.k.erit rectus:ergo per secundam partem.
28.primi:due linee .f.g.&.k.h. Itemq; due .f.k.&.g.h.sunt equidistantes.ergo
per.34.primi .f.k.est equalis .g.h.&.f.g.k.h.& quia per eandem .f.k.est eq-
lis .b.d.&.f.g.a.c.Ar uero .b.d.est equalis .a.c. erunt quatuor linee .f.k.g.h.
f.g.&.k.h.equales:sed & quatuor anguli .f.g.k.h.sunt recti:ut probatum est
prius ergo .f.g.k.h.est quadratum per diffinitionem quod est propositum.

Propositio . 8 .



Ntra quadratum assignatum circulum describere.

¶ Sit quadratum assignatum .a .b .c .d.uolo intra ipsum describe-
re circulum hec est quasi conuersa .6. diuido unūquodq; latus
eius per equalia .a .d. quidem in puncto .f .b .a. in puncto .g .c .b.
in puncto .h .& .d .c. in puncto .e .& produco lineas .e .g .& .f .h . se-
cantes se in puncto .k. quem dico esse centrum circuli .erit enim .f .h. equidi-
stans & equalis .a .b. per.33.primi: propter id quod .a .f .& .g .h. sunt equales
& equidistantes . Similiter per eandem & .d .c .a .b. & quia omnes medietates
quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinucem equales erunt per.34.primi
quatuor linee .k .e .k .f .k .g .& .k .h. equales .ergo per.9.tertiū .k .est centrus cir-
culi quesiti.

Propositio . 9 .



Irea assignatum quadratum circulum describere.

¶ Sit quadratum .a .b .c .d. uolo circa ipsum circulum describe-
re .hec est quasi conuersa .7. Protraho in ipso duas diametros .a
c .& .b .d. secantes se in puncto .e. quem dico esse centrum circuli.
Cum enim linee .a .d .& .a .b. sint equales erunt per.5.primi: an-
guli .a .d .b .& .a .b .d. equales .& quia angulus .a. totalis est rectus .erit per.32.
primi:uterq; eorum medietas recti . ¶ Simili quoq; modo probabitur quelibet
partialium angulorum a predictis diametris & lateribus quadrati ppo-
siti contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus .e .a .d. est equalis
angulo .e .d .a. erit per.9.primi: linea .e .a. equalis linee .e .d. eadem ratione erit
e .a. equalis .e .b .& .e .c. equalis .e .d. quare quia quatuor linee .e .a .e .b .e .c .c .d.
sunt equales .erit per.9.tertiū .e .centrum circuli quesiti .quod est propositum.

Propositio . 10 .



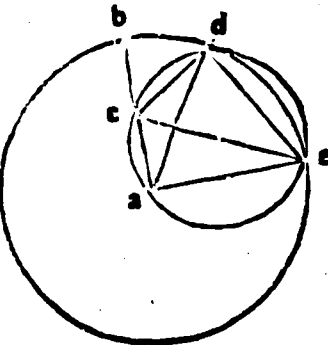
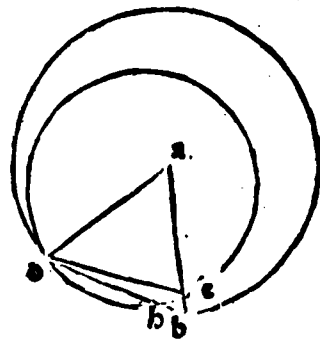
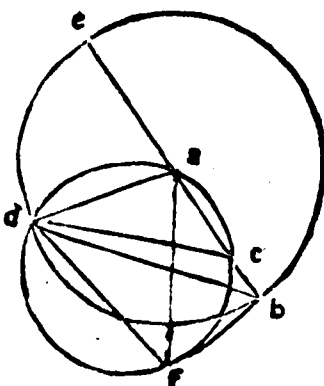
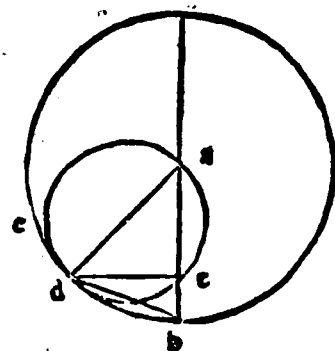
Vum equalium laterum triangulus designare . cui⁹
uterq; duorum angulorum quos basis optinet . reli-
quo duplus existat.

¶ Interio est describere unum triangulum duum equalium la-
terum & tertii inequalis cuius uterq; angulorum que super latus quod est
reliquis in equale existunt ad tertium duplus existat . Ad hoc autem facien-
dum sumatur . linea quelibet que sit .a .b. que diuidatur secundum q; docet.
ii. scdi in puncto .c. ita q; illd quod sit ex .a .b. in .b .c. sit equale quadrato .a .c.

factoq; puncto. a. centro fm ipsius quantitate describatur circulus. b. d. e. intra quem per primam huius coaptetur linea. b. d. equalis lineae. a. c. & producantur due lineae. d. a. d. c. dico triangulum. a. b. d. esse qualis proponitur: circūscribatur circulus qui sit. d. c. a. per. 5. huius triangulo. d. c. a. quia ergo linea. d. b. est equalis. linea. a. c. erit quod sit ex. a. b. in. b. c. equale quadrato lineae. b. d. quare per ultimam tertii. b. d. linea est contingens circulum. d. c. a. & per. 31. eiu dem angulus. c. d. b. est equalis angulo. c. a. d. posito ergo communi angulo. c. d. a. erit totus angulus. b. d. a. equalis duobus angulis. c. a. d. c. d. a. sed per. 32. primi angulus. b. c. d. est equalis eidem quia extrinsecus ad ipsos. ergo angulus. b. d. a. est equalis angulo. b. c. d. & quia angulus. a. d. b. est equalis angulo. a. b. d. per. 5. primi: eo q; latera. a. d. & a. b. sūt equalia. erit angulus. b. c. d. equalis angulo. c. b. d. ergo per. 6. primi. linea. c. d. est equalis lineae. b. d. quare & lineae. c. a. ergo per. 5. primi: angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. d. a. quia ergo uterq; angulorum. c. d. b. & c. d. a. est equalis angulo. c. a. d. erit totus angulus. b. d. a. dupl^{us} ad angulum. d. a. b. & ideo angulus. a. b. d. sibi equalis. duplus est etiam ad angulum. b. a. d. qd^{us} est propositum.

¶ Forſan dicit aduersarius circulum. d. c. a. circūscriptum trigono partiali secare circulum. b. d. e. in aliquo puncto arcus. b. d. ita q; simul secabit lineam. b. d. unde ipsa non erit circulo applicata. sicut in demonstratione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est ut ponit aduersarius & a puncto. b. ducatur ad ipsum circulum minorem contingens. b. f. & ducantur lineae. f. a. f. d. eritq; per penultimam tertii qd^{us} sit ex. a. b. in. b. c. equale quadrato. b. f. erit ergo. b. f. est equalis. b. d. quare per. 5. primi angulus. b. f. d. est equalis angulo. b. d. f. & quia per. 31. tertii angulus. b. f. a. est equalis angulo. a. d. f. erit angulus. b. d. f. maior angulo. a. d. f. quod est impossibile. cum ipse sit pars eius.

¶ Aliter possumus istud refellere & ostendere q; ille minor circulus nullo modo secabit lineam. b. d. forſan enim diceret q; secaret eam non secando arcum. d. b. maioris circuli. Si enim possibile est q; secet eam. sit hoc in puncto. h. eritq; qd^{us} sit ex. a. b. in. b. c. equale ei quod sit ex. d. b. in. b. h. Monstratum est enim supra penultimam tertii q; si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet lineae secantes ad circulum ducantur que sub totis & earum portionibus extrinsecis continentur. equalia sunt adinuicem: & quia quod sit ex a. b. in. b. c. est equale quadrato. b. d. erit qd^{us} sit ex. d. b. in. b. h. equale quadrato. d. b. quod est impossibile per scdm lēdi: quare constat propositum. ¶ Et nota q; minor circulus necessario secabit maiorem & abscindet ab eo arcum unum equalem arcui. b. d. & maior abscindet similiter ab eodem unum arcum equalem arcui. d. c. Quod sic probatur. si enim minor non secat maiorem contingit ergo ipsum in puncto. d. & quia per. 11. tertii circulorum se contingentium centra. & punctus contactus sunt in linea una. erit centrum minoris circuli in linea. a. d. propter hoc q; in ea est centrum maioris & punctus contactus. ergo per. 17. tertii angulus. a. d. b. est rectus quare similiter & angulus. a. b. d. sibi equalis est rectus qd^{us} est impossibile. per. 32. primi: Secet ergo ipsum in punctis. e. dico arcum. e. d. maiorē esse equalem arcui. d. b. & arcum. e. d. minoris esse equalem arcui. d. c. produco lineas. d. e. c. e. & e. a. eritq; per. 26. tertii unusquisq; quatuor angulorum qui sunt. d. e. c. c. e. a. d. a. c. & a. d. c. equalis alii ppter id q; duo arc^{us}. d. e. & e. a. sūt eqles. p. 27. eiu de qre totalis angul^{us}. a. e. d. dupl^{us} ē ad angulū. b. a. d. & iō eqlis utriq; angulorum. a. b. d. & a. d. b. & q; angul^{us}. a. e. d. ē eqlis angulo. a. d. e. p. 5. primi: propter id qd^{us}. a. e. & a. d. sūt eqles acētro ad circūferētiā. erūt duo anguli. e. & d. trianguli. a. e. d.



equales duobus angulis. d. & b. trianguli. a. d. b. ergo per. 52. primi: reliquus angulus. a. unius est equalis reliquo angulo. a. alterius: ergo per. 25. tertii arcus. e. d. maioris est equalis arcui. d. b. & per eandem arcus. e. d. minoris est equalis arcui. d. c. & hoc est quod proposuimus.

Propositio .11.



Intra datum circulū equilaterum. atq; equiangu-
lū pentagonum describere.

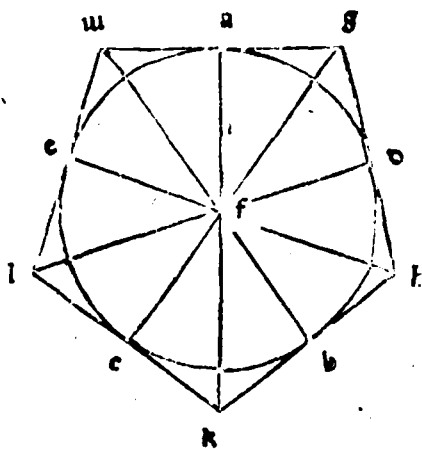
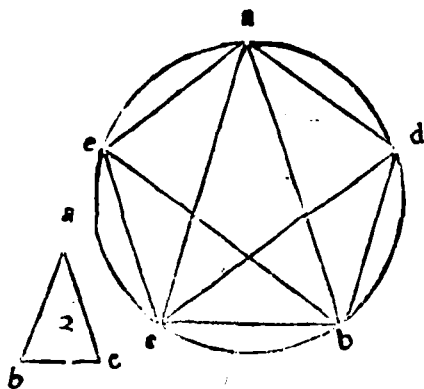
¶ Sit datus circulus. a. b. c. uolo intra ipsum describere pentagonum unum equilaterum atq; equiangu-
lum unum qualem premissa proponit. qui sit. 2. cui alium equiangu-
lum intra datum circulum describo. sicut docet secūda huius: qui sit. a. b. c. sitq; uterq;
angulorum. a. b. c. & a. c. b. duplus ad angulum. c. a. b. utrūq; eorum diuido
per equalia ductis lineis. b. e. & c. d. eruntq; per. 25. tertii. 5. arcus in quos. 5.
puncta. a. d. b. c. e. diuidunt circulum adinuicē equales. propter id qd' quin-
q; anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicem eq̄les. continuatis igitur si-
lis quin-
q; punctis per lineas rectas que sunt. a. d. d. b. b. c. c. e. & e. a. erit pen-
thagonus. a. d. b. c. e. inscriptus dato circulo qualis proponitur: est enim equi-
latus per. 28. tertii cum. 5. arcus: quorum eius quin-
q; latera sunt corde: sunt
adinuicem equales: & etiam equiangu-
lus per. 26. eiusdem eo qd' quin-
q; arcus
d. a. e. a. e. c. e. c. b. c. b. d. & b. d. a. i quos anguli ipsius pentagoni cadunt sunt
adinuicem equales: sicq; constat propositum.

Propositio .12.



Circa propositum circulum pentagonum equilaterū
atq; equiangu-
lum designare.

¶ Sit propositus circulus. a. b. c. cuius centrū. f. uolo circa ipsum
designare pentagonum equilaterum atq; equiangu-
lum. (supra
circumferentiam ipsius circuli quasi s'm doctrinam premissa sibi inscrip-
sis
pentagonum quin-
q; puncta angularia notabo. que sunt. a. d. b. c. e. ad que cē-
tra ducam lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. & ab eisdem punctis educam perpendicu-
lares ad istas lineas in utranq; partem quousq; concurrant in punctis. g. h. k.
l. m. eruntq; hee linee contingentes circulum per correlarium. 15. tertii: & ad
ista puncta concursus ducam a centro lineas. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. Et quia mō-
stratum est super penultimam tertii qd' si ab aliquo puncto extra circulum si-
gnato due linee contingentes ad ipsum circulum ducantur qd' ipse erunt equa-
les. erit linea. g. a. equalis linee. g. d. & h. d. h. b. & sic de ceteris. At quoniam
quin-
q; arcus in quos quin-
q; puncta. a. d. b. c. e. diuidunt circulum. sunt adin-
uicem equales. erunt per. 26. tertii quin-
q; anguli. a. f. d. d. f. b. b. f. c. c. f. e. e. f.
a. consistentes super hos arcus in centro. f. sibi inuicem equales. Sunt autem
duo latera. a. g. & f. a. trianguli. f. g. a. equalia duobus lateribus. d. g. & f. d.
trianguli. f. g. d. & latus. g. f. cōmune. ergo per. 8. primi: duo anguli eorum qd'
sunt. a. d. f. Itemq; duo anguli qui sunt. a. d. g. sunt adinuicem equales. eadem
ratione duo anguli qui sunt. a. d. f. in triangulis. d. f. h. & h. f. b. Itemq; duo
qui sunt. a. d. h. sunt adinuicem equales. Similiter quoq; singuli trium reliquo-
rum angulorum qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. & singuli trium. qui sunt. k. l. m.
diuidantur per equalia. primi quidem per lineam. f. k. secundi per lineam. f. l.
tertiū uero per lineam. f. m. & quia hii tres anguli qui sunt. b. f. e. c. f. e. f. a.
sunt sibi inuicem equales & aliis duobus que sunt. a. f. d. & d. f. b.
equales erunt eorum dimidia que sunt decem anguli facti in centro. f. ad

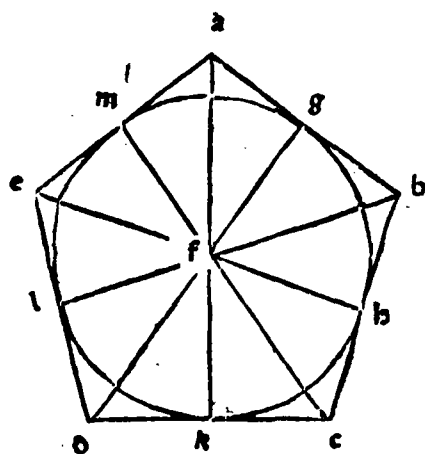


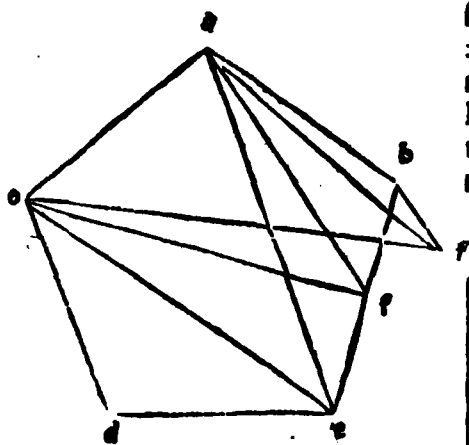
inuicem equales. Quia igitur duo anguli .a. & .f. trianguli .g. a. f. sunt equales duobus angulis .a. & .f. trianguli .m. a. f. & latus .a. f. comune erit per .26. primi angulus .g. unius equalis angulo .m. alterius & latus .g. a. equale lateri .a. m. eadem ratione erit angulus .g. in triangulo .g. f. d. equalis angulo .h. in triangulo .d. f. h. & latus .g. d. equale lateri .d. h. quare quia .g. a. est dimidium .g. m. & .g. d. dimidium .g. h. & .g. a. & .g. d. sunt equalia: erunt per communem scientiam .g. m. & .g. h. eorum dupla equalia. Similiter quoque probabimus .g. m. esse equale .m. l. & .m. l. k. & .l. k. h. quare pentagonus .g. h. h. l. m. est equilateralis. sed & equiangularis: cum enim duo anguli qui sunt ad .g. sunt adinuicem equales. & duo qui sunt ad .m. similiter adinuicem equales. & .g. partialis. sit equalis .m. ptiali. utrunque enim probatum est prius. erit per eandem cōem sci etiam .g. totalis equalis .m. totali. & eadem ratione probabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangularis. itaque constat propositum.

Propositio .15.

Intra equilaterum atque equiangularum pentagonum assignatum. circulum describere.

¶ Sit assignatus pentagonus equilateralis atque equiangularis: quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile. a. b. c. d. uolo subin scribere circulum. hec est quasi conuersa. i. i. duos eius propinquos angulos qui sunt .a. & .e. diuido per equalia ductis lineis .a. f. & .e. f. donec concurrant in puncto .f. intra ipsum pentagonum quem dico esse centrum circuli: concurrent enim propter id quod dimidium totalis anguli .a. & .e. similiter totalis anguli .e. minus est angulo recto. ¶ Si enim intra pentagonum non concurrerent. aut extra ipsum pentagonum aut in latere pentagoni. aut in eius angulo: qui utriusque angulorum diuersorum opponitur. Concurrant ergo primo extra in puncto .f. & ducatur linea .b. f. & quia duo latera .e. a. & .a. f. trianguli .e. a. f. sunt equalia duobus lateribus .b. a. & .a. f. trianguli .b. a. f. & angulus .a. unius angulo .a. alterius erit per .4. primi basis .e. f. equalis basi .f. b. & quia angulus .a. partialis est equalis angulo .e. ptiali. propter id quod .a. totalis .e. totali erit per .6. primi .f. a. equalis .f. e. quare .f. a. est equalis .f. b. ergo p. s. primi duo anguli .b. totalis. & .a. ptialis sunt equales. quare .a. ptialis est equalis uel maior .a. totali quod est impossibile. Concurrant ergo in puncto .f. super latus .b. c. eritque arguendo per premissas & premissis modo angulus .a. ptialis equalis angulo .a. totali quod est impossibile. Quod si forsitan concurrant in angulo .c. erit per eandem & eodem modo .c. b. equalis .c. a. & ideo ad huc ut prius angulus .a. partialis equalis angulo .a. totali: Quod quia hoc esse non potest sit ergo punctus concursus qui est .f. infra pentagonum a quo duco. s. perpendiculares ad eius. s. latera. que sint .f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. & ad duos eius angulos propinquos alterutroque angulis per equalia diuisis qui sunt .b. & .d. duco lineas .f. b. f. d. & quia duo anguli .a. & .m. trianguli .a. f. m. sunt equales duobus angulis .a. & .g. trianguli .a. f. g. & latus .a. f. comune erit per .26. primi .f. m. equalis .f. g. per eandem quoque probabis .f. l. equalem .f. m. sumptis duobus triangulis. & .f. m. & .e. f. l. quia iterum duo latera .a. f. & .a. b. trianguli .a. f. b. sunt equalia duobus lateribus .a. f. & .a. e. trianguli .a. f. e. & angulus .a. unius angulo .a. alterius erit per .4. primi angulus .b. partialis equalis angulo .e. ptiali. & quia .b. totalis equalis est .e. totali: & .e. totalis diuisus est per equalia erit etiam .b. totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo probabis .d. totalis diuisum per equalia propter equalitatem .d. ptialis & .a. ptialis sumptis triangulis .e. a. f. & .e. d. f. quia ergo duo anguli .g. & .h. trianguli .g. f. b.





sunt equales duobus angulis. h. & b. trianguli. h. f. b. & latus. f. b. esse erit per 26. primi. f. h. equalis. f. g. ¶ Eodem modo probabis. f. k. equalem. f. l. sumptis triangulis. l. f. d. k. f. d. quoniam igitur. 5. linee. f. g. f. h. f. k. f. l. & f. m. sunt equales. erit. f. centrum circuli. per. 9. tertii. quem describemus fm quantitates unitus earum. & tanget omnia latera pentagoni. propter equalitatem linearum. nullum eorum secabit per primam partem. 5. tertii. sicq; constat propositum.

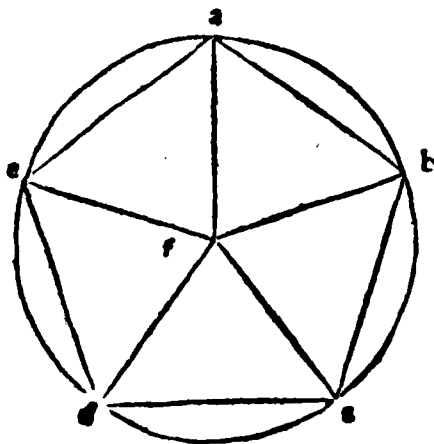
Propositio .14.



Ira datum pentagonum qd sit equilaterum. atq; equiangulum circulum describere.

¶ Sit ut prius datus pentagonus equilateralis atq; equiangulus quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile. a. b. c. d. e. uolo circa ipsum describere circulum. hoc est quasi conuersa. 12.

Duos eius propinquos angulos qui sunt. a. & e. diuido per equalia ductis lineis. a. f. & e. f. e. quousq; concurrant intra ipsum pentagonum in puncto. f. concurrunt enim & intra pentagonum ut probatum est in premissa. & a puncto concursus duco ad reliquos angulos lineas que sunt. f. b. f. c. f. d. & quia duo latera. a. f. & a. b. trianguli. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. & a. e. trianguli. a. f. e. & angulus. a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi. f. a. e. qualis. f. e. & angulus. b. partialis angulo. e. partiali. & quia. b. totalis est equalis. a. totali. & e. totalis diuisus est per equalia. erit similiter. b. totalis diuisus per equalia. hoc quoq; modo probabis utrumq; angulorum. c. & d. diuisum esse per equalia. & 5. lineas. f. a. f. b. f. c. f. d. f. e. esse equales. quare per. 9. tertii. f. erit centrum circuli. sicq; patet propositum.

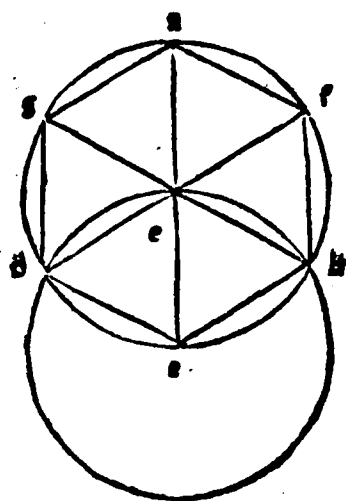


Propositio .15.



Ira propositum circulum. exagonum equilaterum atq; equiangulum describere. ¶ Ex hoc itaq; manifestum est qd latus exagoni equum est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

¶ Sit propositus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. uolo sibi inscribere exagonum equilaterum atq; equiangulum. produco diametrum. a. e. c. & fm quantitatem semidiametri. e. c. facto centro puncto. c. describo circulum. e. b. d. f. e. eandem priorem in duobus punctis. b. d. & a quibus produco duas diametros in circulo primo que sunt. b. e. g. d. e. f. trium ergo diametrorum extremitates coniungo. 6. lineas que sunt. a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. & g. a. (quas dico continere exagonum quesiitum. erit enim ut demonstrat prima primi uterq; triangulorum 3. b. e. c. c. e. d. equilateralis. quare & equiangulus per. 5. eiusdem ergo per. 32. primi duo anguli. b. e. c. & c. e. d. cu uno equali uni eorum sunt equales duobus rectis propter id qd quisq; eorum est tertia duorum rectorum. sed ipsi per. 15. eiusdem cum angulo. d. e. g. sunt equales duobus rectis. ergo angulus. d. e. g. e. equalis utriq; eorum. quare per. 15. eiusdem. 5. anguli. qui sunt ad e. sunt aduicem equales. ergo per. 25. tertii arcus in quos cadunt sunt equales. quare & eorum corde per. 23. eiusdem qui sunt latera ipsius exagoni. Equilateralis igitur est sed & equiangulus per. 26. tertii propter id qd sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidunt circulum bini & bini sumpti sunt aduicem equales. ut arcus. a. f. b. arcui. f. b. c. & ideo angulus. f. qui consistit in primo e equalis angulo. b. qui consistit in secundo. idem in ceteris. qre constat propositum. ¶ Correlariuz ex hoc patet qd dimidru diametri & latus exagoni sunt



latera eiusdem trianguli equilateri. ut. e. c. & c. b. & c. d. ¶ Et nota q non ponitur circa propositum circulum exagonum equilaterum atq equiangulum designare. Nec intra talem exagonum aut circa talem circulum describere. quoadmodum fecit de triangulo quadrato & pentagono. non quia non sit necessarium hoc esse possibile. sed quia hec tria per eadem precepta sunt in pentagono equilatero & equiangulo: & in omni figura equilatera. atq equiangulara quaecumq fuerit. Vnde quamcumq figuram equilateram & equiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo extra. & circulus sibi intra & extra: hisdem mediis per que hec in pentagono fecimus describemus.

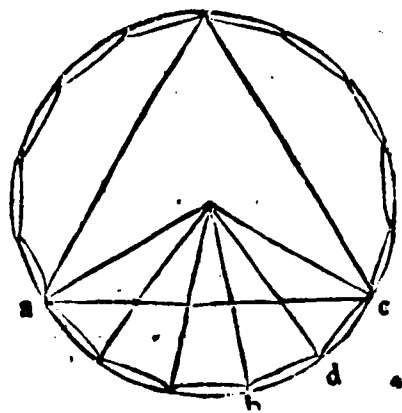
¶ Nota etiam q omnis figura equilatera circulo inscripta. aut circumscripta est etiam necessario equiangulara. de inscripta pater per. 27. & 26. tertii sumptis arcibus circuli. quibus latera inscripte figure corde sunt binis & binis. In hos enim arcus ipsius figure anguli cadunt. De circumscripta autem ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos. & ad loca contractus facile probabis. si plene intellectu demonstrationi. 13. huius diligens intellectus accesserit. erit enim ut omnes ipsius figure angulos linee a centro uenientes per equalia diuidant. sumptis itaq quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contractum. & cum duobus ad eorum extremitates a centro uenientibus duos triangulos ab eis contractos equiangulos adinuicem. per. 4. primi esse probabis. Sicq faciendo de omnibus patebit eos esse equiangulos per hanc communem scientiam quorum dimidia sunt equalia. tota quoq esse equalia.

Propositio 16.

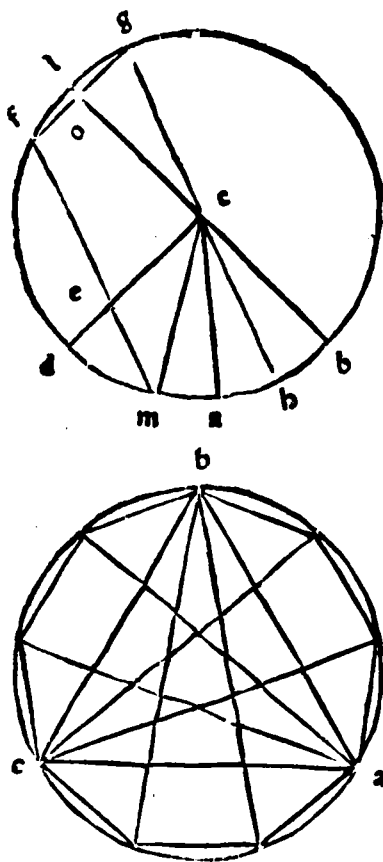
Intra datum circulum. quindecagonum equilaterum atq equiangularum designare. ¶ Deinde circa quolibet circulum assignatum quindecagonum equilaterum atq equiangularum atq intra datum quindecagonum circulum describere.

¶ Sit datus circulus. a. b. c. uolo sibi inscribere quindecagonum equilaterum & equiangularum. deinde etiam circumscribere atq intra talem quindecagonum propositum circulum describere. Non proponit autem circa talem quindecagonum circulum describere. quia hoc satis dat intelligere per alia que proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secunde huius. protrahe latus trianguli equilateri. q sit. a. c. & iuxta doctrinam secdi latus pentagoni equilateri atq equiangulari qd sit. a. b. Et quia arcus. a. c. est totius circulerentie tertia: cuius arcus. a. b. est quinta. erit superfluum inter eos qd est arcus. b. c. due tertie: arcus. a. b. uel due quinte arcus. a. c. siue due quindecime totius circulerentie. Nam in omni toto excedit tertia quintam. in duabus tertiis ipsius quinte. uel in duabus quintis ipsius tertie. siue in duabus quintis decimis totius. hoc enim pater in quinta & tertia primi numeri habetis quintam & tertiam qui e 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que est tria in duabus unitatibus que sunt due tertie ipsius ternarii qui est quinta. uel due quinte ipsius quinarum qui est tertia siue due quindecime ipsius. 15. qui est totum. diuiso igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet utrumq duorum arcuum. c. d. & d. b. ee tertiam arcus. a. b. uel quinta arcus. a. c. siue quindecima totius circulerentie. subtrahis igitur eis cordis. c. d. & d. b. coaptatisq continue intra datum circulum sibi equalibus per prima huius complebitur figura proposita. ¶ Cetera uero duo que pponit cu tertio q dat intelligere uidelicet quindecagonu circulo

d 2



circumſcribere ac circulum quindecagono inſcribere ac etiam circūſcribere
ex.12.13.& 14. huius plene intellectus facile perficie. ¶ Et nota q̃ quamcunq;
figuram equilateram circulo ſciamus inſcribere duplo plurium laterum cir-
culo ſciamus inſcribere & circūſcribere. & ipli circulum diuiſis enim arcub⁹
quibus latera eius que ſcitur iſer ibi ſubtenditur. per equalia & a punctis me-
diis ad extremitates laterum iplius figure ductis lineis fiet intra circulum
figura dnplo plurium laterum que erit equilatera per. 28. tertii. ergo & eq̃
angula. hoc enim demonſtratum eſt ſupra. 15. huius q̃ omnis figura equila-
tera circulo inſcripta eſt etiam equiangula. Et quia hanc circulo ſciamus iſcri-
bere ſciamus cetera tria per. 12. 13. & 14. huius. ¶ Quia igitur ſciamus iſcribere
triangulum equilaterum: ſciamus per hoc & exagonum & per exagonum
duodecagonum ac per duodecagonum figuram. 24. laterum. & ſic i infinitū
duplando. Et licet per triangulum poſſit ut dixim⁹ iſcribi exagonus. poſuit
tamen huius propriam demonſtrationem ex qua ſequitur poſſiſſima per uti-
le. Et ſimiliter quia ſciamus & iſcribere quadratum ſciamus per hoc iſcribere
omnem figuram cuius laterum numerus eſt pariter par. per pentagonum
quoq; ſciamus decagonum. & figuram. 20. laterū. licq; continue duplato. idē
quoq; itellige de quindecagono. per ipſum enim ſciens figure. 30. & 60. &
omnium continue duplatoꝝ laterum. ¶ Ceterarū autē figurarū de quibus
iſta non docet. uel que per has non habentur difficilis eſt ſcientia. & parum
utilis. ut ſunt eptagona nonagena undecagona. Quod ſi ſciremus triangulum
duum equaliū lateꝝ deſignare. cuius uterq; angulorum ad baſim triplus eſt
ad reliquum ſciremus eptagonū ut ſupra pentagonum cir. ulo inſcribere.
q̃ ſi uterq; quadruplus eſſet ad reliquum ſciremus nonagonū. & ſi quintupl⁹
undecagonum. Idemq; in ceteris figuris imparium laterum. poſito utroq; an-
guloꝝ ad baſim multiplici ad reliquū. per eum numerum qui eſt medietas.
maximi paris ſub impari numero laterum iplius figure contenti.



Datum angulū in tria equa diuidere. Sit angulus datus .c. uolo
ipm diuidere intres eşles angulos qđ sic facio. pono primo .c.
centrū: cu culi describendo circulū q̄lintercūq; p̄ngat. & p̄traho
latera continētia datū angulū usq; quo secet circūferētiaꝝ in
punctis. a. & b. tunc a puncto. c. qđ est centrū circuli dūco lineā
c. d. perpendiculariter ad lineam. c. b. & in lineā. c. d. assigno punctū. e. a quo
duco lineam ad equalitatem. c. b. usq; quo secet circūferētiaꝝ circuli in pun
cto. f. & produco. e. usq; a. dein se protraho lineam. g. h. equidistantē. f. a. que
sec. g. h. transeat per centrum. & dūco lineam. f. g. equidistantem lineē. e. c. &
protraho lineam. c. b. incontinuum & directum usq; ad. l. que secat lineam. f.
g. orthogonaliter in puncto. o. & per equalia. dico ergo qđ arcus. l. g. est equa
lis arcui. h. b. propter hoc. qđ angulus. l. g. est equalis angulo. h. c. b. cū sint
contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiam duplus
arcui. h. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui. a. b. cum sint inter duas lineas equi
distantes que sunt. f. a. & g. h. ergo arcus. h. a. est duplus arcui. h. b. ergo &
angulus. a. c. h. est duplus angulo. h. c. b. diuidam ergo angulū m. a. c. h. per
equalia per lineam. c. m. & patet propositum.

Intra datum circulum nonangulum equilaterum atq; equiangu-
lum designare. qd' sic fieri potest iuxta doctrinam secunde huius
in cribam circulo assignato triangulum equilaterum atq; equia-
gulum qui sit. a. b. c. & unūquēq; angulorum eius diuidam per
tria equalia & protraham lineas diuidentes angulos usq; ad cir-
cunferentiam & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt equales de ne-
cessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. protraham enim cordas

subtractas singulis arcibus & habebis intērum.
Incipit liber quintus.

Explicit liber quartus

Diffinitio .1.



Ars est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.

¶ Pars quandoq; sumitur proprie : & hec est que aliquotiens sumpta suum totum precise constituit : sine diminutione uel augmento : & dicitur suum totum numerare per illum numerum sū quem sumitur ad ipsius totius constitutionem talem autem partem quam multiplicatiuam dicimus hic diffinit. ¶ Quandoq; sumitur communiter & hec est quelibet quantitas minor que quotienscunq; sumpta suo toto minus aut maius constituit quā aggregatiuam dicimus : eo q; cum alia quantitate diuersa totum suum constituat : per se autem quotienscunq; sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.



Multiplex est maior minoris quando eā minor metit.

¶ Pars relatiue dicitur ad totum : & in istis duobus extremis consistit eorum adinuicem relatio : & ideo diffinitio minori extremo diffinit hic maius : uocat autem ipsum multiplex propter hoc q; minus ipsum aliquotiens sumptum constituat : erunt igitur relatiue dicta adinuicem : pars & multiplex. Nam omnis pars submultiplex : ut patet per eius diffinitionem.

Diffinitio .3.



Proportio est duarum quantecunq; sint eiusdem generis quantitatum certa alterius ad alterā habitudo.

¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo q; earum altera maior aut minor : est reliqua uel sibi equalis. Non enim solum in quantitatibus reperitur proportio. sed in ponderibus : potentiis & sonis. In ponderibus quidē & potentiis uult plato in thimeo esse proportionem : ubi elementorum numerum ostendit : in sonis autem esse proportionem liquet ex musica. Nam ut uult Boecius in quarto si quilibet neruus in duas inequales partes diuidatur. erit ipsarum partium suorumq; sonorum : eadem conuerso modo proportio. Sed in quibuscunq; proportio reperitur : ea participant naturam proprietateq; quantitatis : non enim reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q; earum una est reliqua maior. aut sibi equalis. ¶ Quantitatis autem proprium est sū ipsam equale uel inequale dici. ut uult Aristo. in predicamentis. unde liquet proportionem primo in quantitate reperiri. & per ipsam in omnibus aliis. Nec esse in aliquibus rebus proportionem cui similis non sit in aliquibus quantitatibus propter qd' bene dixit euclides proportionem simpliciter esse in quantitate cum eam diffinit per habitudinem duarum quantitatum eiusdem generis adinuicem. ¶ Cuius diffinitionis intellectus ē : q; proportio est habitudo duarū quantitātū adinuicem que attenditur in eo q; una earū est maior aut minor alia uel sibi equalis : p qd' patet q; oportet eas esse eiusdem generis : ut duos numeros. aut duas lineas. aut duas superficies : aut duo corpora : aut duo loca : aut duo tempora. Non enim potest

dici linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tempus loco. sed linea. ita
nea & superficies superficie. Sola enim uniuoca compabilia sunt. Quod autē
dicit certa habitudo non sic intelligas. quali nota uel scita. sed quali determina
ta: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum:
ita inquam determinata q̄ hec & non alia. Non enim est necessarium ut om
nis habitudo duarum quantitatum sit scita a nobis: nec etiam a natura. ¶ Na
proportio quedam est discretorum ut numerorum. quedam autem continuo
rum. In numeris autem minor est pars aut partes maiores ut demonstratur in
septimo: quare & in eis omnib⁹ est habitudo certa & nota. At uero in continuis
est proportio magis. larga: est enim in eis ubi minor quantitas est pars: aut
partes maioris: & talium omnium medianibus numeris est proportio nota:
que & rationalis dicitur. Dicuntur q̄ omnes tales quantitates communicātes.
quia eas una & eadē necessario metitur. unde & oēs numeri sūt cōmunicātes.
omnes enim ipsos metitur unitas. Est etiam ubi minor non est pars. aut partes
maioris & in talibus non est nota proportio. nec nobis nec nature. Dicitur q̄
hec proportio irrationalis: & hec quantitates incōmunicātes: unde sit: ut que
cunq; proportio reperitur in numeris reperiat in omni genere continuorū:
ut in lineis superficiebus corporibus & temporibus. non autem econuerso: in
finite enim sunt proportionēs in continuis reperte: quas numerorum natura
non sustinet. S3 quecunq; proportio reperitur in uno genere continuorum ea
dem reperitur in omnibus aliis. Nam qualitercunq; se habet aliqua linea ad
qualibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquam aliam. & quodli
bet corpus ad aliquod aliud: similiter & tempus. sed non sic quilibet numer⁹
ad aliquem alium: unde magis est larga proportio in continuis. q̄ in discretis.
Ex quo manifestum est proportionem geometricam esse maioris abstractionis:
q̄ proportionem arithmetica: omnis enim proportio circa quam arithmeti
ca uersat rationalis est: geometria uero rationales & irrationales eq̄liter cōsiderat.

Diffinitio 34.



Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Ut si dicamus q̄ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam. c. ad. d.
proportio que est inter. a. & b. similis est illi que est inter. c. & d.
hec autem similitudo que ex istis proportionibus resultat dici
tur proportionalitas.

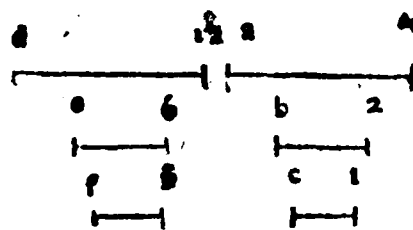
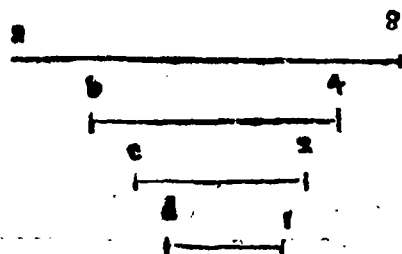
Diffinitio 35.



Quantitates que dicuntur continuam habere propor
tionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut eq̄
sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut mi
nuunt.

¶ Supposita diuisione proportionalitatis per continuam & discontinuam diffi
nit membra diuidentia. & primo continuam imo ut uerius dicam: supposita
diuisione proportionalium per continue proportionalia & incontinue: diffinit
non continuam proportionalitatem: nec incontinuum: sed continue proportio
nalia & in continue. diffinitio autem continue proportionalitatis & incontinue
satis patet per diffinitionem continue proportionalium & incontinue. ¶ Conti
nua autem proportionalitas est cum quolibet quantitatum eiusdem generis
in qua proportione prima antecedit scdm in eadem quelibet aliarum antece
dit proximo cōsequentem. ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita a. ad. c.
& c. ad. d. eritq; quelibet earum antecedens & cōsequens: excepta prima que
est solū antecedens: & ultima que est tantū cōsequens. Et in hac pportionalitate
necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis ppter continuationē ppor

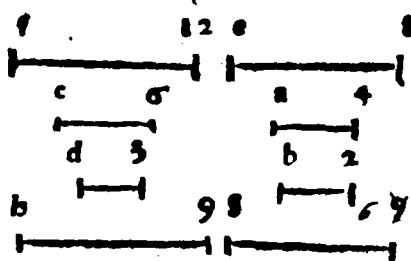
tionum eo q̄ non sit proportio inter quantitates generum diuersorum: & hec erit ad minus in tribus terminis constituta. ¶ In continua autem est cum quatuor quantitatū siue omnes fuerint eiusdem generis siue due prime unius & due postreme alterius: in qua proportionē prima antecedit sedam in eadem tertia antecedit quartam: ut cum dicimus sicut se habet .a. ad .b. ita .c. ad .d. eritq; earum quelibet aut tantum anteceden: aut tantū consequens: nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate cōtinua: eo q̄ consequens prime proportionis non continuatur antecedeni sedes: sed possibile est ut sint eiusdem generis: & possibile est ut sint diuersorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam aut triplam: ita superficiem ad superficiem: & corpus ad corpus: & tempus ad tempus: & numerus ad numerum. ¶ Vilo quid sit continua proportionalitas. & quid inconcinua explanemus diffinitionem continue proportionalium premissam. Quantitates inquit proportionales continue sunt quarum eque multiplicia aut sibi sūt equalia: aut eque sibi sine interruptione addunt: aut minuunt uerbi gratia. Sit tres quantitates eiusdem generis .a. .b. .c. ad quas sumantur .d. .e. .f. eque multiplicia: ut sicut .d. est multiplex ad .a. ita .e. sit multiplex ad .b. & .f. ad .c. eruntq; omnes in eodem genere. Multiplicia enim & submultiplicia in eodem sunt genere: sitq; ut .d. .e. .f. aut sint equalia adinuicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo ita q̄ sicut .d. addit super .c. aut minuit ab ipso: ita .e. addat super .f. aut minuat ab ipso. Cum hec inquam multiplicia sic se habuerint erūt tres quantitates .a. .b. .c. continue proportionales. Multiplicia autem non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem aliter enim diffinitio esset falsa. Nam quauolubet quantitatū eiusdem generis equis se differentiis excedentium eque multiplicia accepta equis etiam differentiis se excedunt: unde similiter se habeant in addendo & minuendo quantum ad quantitatem excessus. Nec tamē priores quantitates sunt continue proportionales: imo minorum est semper maior proportio. hoc autem ideo euenit quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt quantum ad proportionem. sed solum quantum ad quantitatem excessus: est enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. uerbi gratia: sumantur tres numeri equis differentiis se excedentes: immediate uidelicet arithmetice: ut .2. .3. .4. horum trium omnes eque multiplices equaliter se excedunt. dupli quidem binario tripli ternario. & sic de ceteris: non tamē sunt .3. .5. .4. continue proportionalia: imo minorum est maior proportio: est enim ipsorum proportio sesquialtera: & maior: sesquitercia: quia ergo inter eos non est similitudo proportionum. Non erit inter eos proportionalitas: & ideo neq; continua neq; inconcinua. patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis non intelligi quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem: erit itaq; sensus diffinitionis premissæ. Cōtinua proportionalia sūt quarum omnia multiplicia equalia sunt continue proportionalia: sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma quia tunc diffiniret idem per idem: aperte tamen rei est istud cum sua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates .a. .b. .c. oportet esse eiusdem generis ad hoc ut earum multiplicia sibi inuicem equalia sint: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si enim .a. & .b. essent diuersorum generum: essent etiam .d. & .e. ipsarum .a. & .b. multiplicia eorūdem diuersorum generum: propter hoc q̄ multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis: quare .d. non esset equalis .e. nec ea maior: aut minor. Nam quantitates diuersorum generum non sunt adinuicem comparabiles.





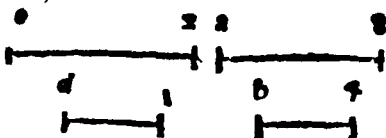
Quantitates que dicuntur esse secundum proportionem unam prima ad secundam & tertia ad quartam sunt quarum prime & tertie multiplices equales multiplicibus secundae & quarte equalibus fuerint similes uel additione

uel diminutione uel equalitate eodem ordine sumpte.



¶ Posita superius diffinitione quantitarum continue proportionalium. hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium: & est quod quolibet. 4. quantitarum quarum prime & tertie eque multiplica sumpta fuerint: itaque secunde & quarte eque multiplica: fuerintque multiplex prime sic se habens ad multiplex secunde quantum ad additionem aut diminutionem aut equalitatem: sicut multiplex tertie ad multiplex quarte: erit proportio prime earum ad secundam: sicut tertie ad quartam. uerbi gratia. Sint quatuor quantitates. a. b. c. d. sumanturque ad primam & ad tertiam que sunt. a. & c. eque multiplica utpote dupla: que sunt. e. & f. itaque ad secundam & quartam que sunt. b. & d. sumantur alia eque multiplica: utpote tripla. que sunt. g. & h. itaque ut hec. 4. multiplica sic sumpta copata adinuicem secundum ordinem primarum quatuor quantitarum: ita uidelicet quod e. copetur ad. g. & f. ad. h. non autem e. ad. f. aut. g. ad. h. sunt similia in additione diminutione & equalitate: uidelicet quod si e. addit supra. g. & similiter. f. addat supra. h. aut si e. minuit. a. g. & f. similiter minuat. ab. h. aut si e. est equalis. g. & similiter. f. sit equalis. h. tunc proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffinitione continue proportionalium: uidelicet non quantum ad quantitatem excessus. sed quantum ad proportionem. ¶ Quod autem dicit eodem ordine sumpte intelligatur sicut expositum est: uidelicet ut multiplica non referantur adinuicem secundum ordinem earum quantitarum: quibus eque multiplica assumuntur. ut multiplex prime non referat ad multiplex tertie: aut multiplex secunde ad multiplex quarte. sed referatur secundum primum ordinem ipsarum. 4. quantitarum: uidelicet multiplex prime ad multiplex secunde. & multiplex tertie ad multiplex quarte. ¶ Erat itaque sensus istius diffinitionis. Incontinue proportionales sunt quatuor quantitates & proportio prime ad secundam est sicut tertie ad quartam cum sumptis eque multiplicibus ad primam & tertiam. Itaque eque multiplicibus ad secundam & quartam erit proportio multiplicis prime ad multiplex secunde: sicut multiplicis tertie ad multiplex quarte: resed non diffiniuit sub hac forma. propter causam predictam. licet a parte rei idem sit. Non est autem necessarium ut quatuor quantitates. a. b. c. d. sunt eiusdem generis: eo quod. b. non continuatur in proportionem: cum. c. sed possunt esse due prime unius generis: & due sequentes alterius. per quod patet quod necesse est referri multiplex prime se ad multiplex secunde: & multiplex tertie ad multiplex quarte. non autem multiplex prime ad multiplex tertie: aut multiplex secunde ad multiplex quarte quia non semper sunt eiusdem generis. multiplex prime & tertie: nec multiplex secunde & quarte: fuit autem necesse sumere eque multiplices ad primam & tertiam: itemque eque multiplices ad secundam & quartam: & non eque multiplices ad primam & secundam: & item non eque ad tertiam & quartam quia nisi per multiplicium summationem continuat termini prime proportionis cum terminis secunde. non erit per quod sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

Diffinitio .7.



Quantitates quas proportio est una proportionales nominantur.

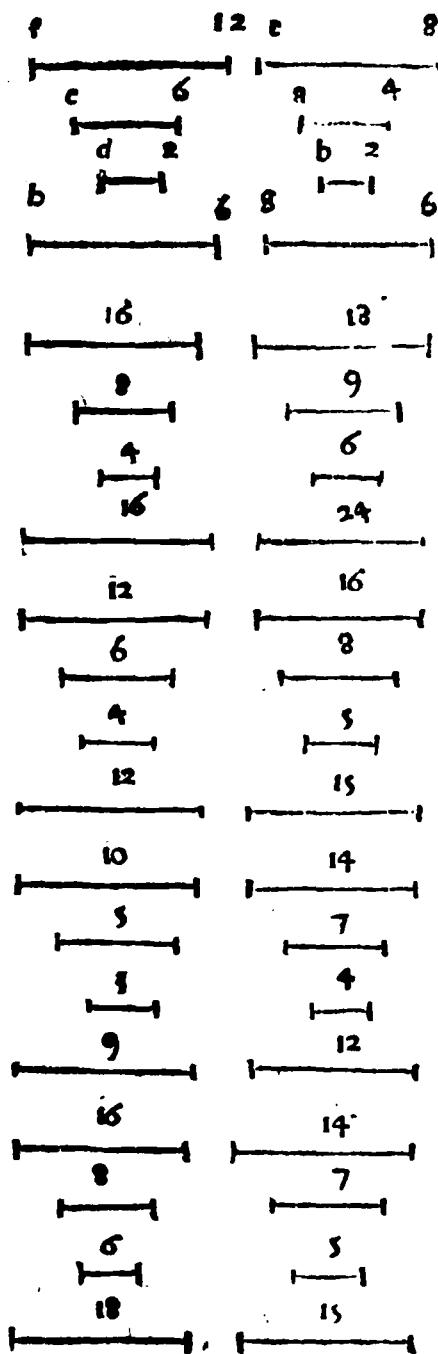
¶ Postquam diffiniuit quantitates continue proportionales & incontinue diffiniuit quantitates proportionales simpliciter: & per diffinitio.

Diffinitio .8.



Vm fuerint prime & tertie eque multiplices. Itemq3
secunde & quarte eque multiplices. addetq3 multi
plex prime super multiplicem secunde. Non addet au
tem multiplex tertie super multiplicem quarte. dice
tur prima maioris proportionis ad secundam q̄ tertie ad quartā.

¶ Diffinitis quantitatibus proportionalibus diffinit quantitates impropor
tionales. Sunt autem improporcionales inter quas est similitudo proportionum
qd' contingit dupliciter aut quia maior est pportio prime ad secundam q̄
tertie ad quartam: aut quia minor & ideo eius sunt due species. Prima quan
do maior est proportio primi ad scdm q̄ tertii ad quartum: & dicitur hoc
maior improporionalitas. ¶ Secunda uero quando minor est proportio pri
mi ad scdm q̄ tertii ad quartum: & dicitur minor improporionalitas. diffinit
ergo eas inter quas est maior proportio primi ad scdm q̄ tertie ad quartam
que est maior improporionalitas: diffinitionem autem earum inter quas est
minor proportio prime ad scdm q̄ tertie ad quartam non ponit quia ipsa pa
ter ex alia. ¶ Cum igitur fuerint 4. quantitates ad quarum primam & tertiam
sumpta sint eque multiplicia. & ad scdm & quartā eque multiplicia & mul
tiplicia prime & scdm relata adinuicem non se habebunt similiter multiplicib⁹
tertie & quarte relatis adinuicem in additione diminutione & equalitate: ille
4. quantitates erunt improporcionales. ¶ Quod si ita fuerit q̄ multiplex pri
me sit equale multiplici scdm. multiplex uero tertie sit minus multiplici quar
te. Aut q̄ multiplex prime sit maius multiplici scdm multiplex autem tertie sit
equale. aut minus multiplici quarte. Aut q̄ multiplex prime sit maius multi
plici secunde: & similiter multiplex tertie multiplici quarte: uerū tamen plus
excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus. mul
tiplex prime multiplex scdm q̄ multiplex tertie multiplex quarte. Aut q̄ mul
tiplex prime sit minus multiplici scdm. & similiter multiplex tertie multiplici
quarte. uerū tamen minus minuit quantum ad proportionem non quantum
ad quantitatem excessus: multiplex prime multiplici secunde: q̄ multiplex ter
tie a multiplici quarte: erit quolibet istorum. 4. modorum maior proportio
prime ad secundam q̄ tertie ad quartam. Quatuor autem modis istis oppo
sitis erit minor proportio prime ad secundam q̄ tertie ad quartam. Exempla
autem istorum omnium euidenter sumuntur ex numeris. Additio ergo illa multi
plices prime super multiplex secunde. Non autē multiplicis tertie super mul
tiplex quarte: de qua loquitur auctor in diffinitione: latitudinē habet ad istos
4. modos predictos & ipsos cōprehēdit. unde sensus istius diffinitionis est cū
sup̄is sint multiplicibus ut pponit fuerit maior proportio multiplicis pri
me ad multiplex secunde q̄ multiplicis tertie ad multiplex quarte: erit maior p
portio prime ad scdm q̄ tertie ad quartā: non diffinitur autē sub hac forma p
pter cōe3 cām prius dictā. Vel possumus dicere q̄ additio multiplicis prie
super multiplex secunde: & nō multiplicis tertie super multiplex quarte: de qua
loquit in pmissa diffinitione maioris in pportionalitatis pprie accipit prout
uerba diffinitionis sonant: & non se extendit nisi ad scdm quatuor predictos mo
dorum: 3 reuera quolibet illo3 quatuor modos sit maior pportio prime ad
secundā q̄ tertie ad quartam unde sensus illius diffinitionis est cū sumptis sit
multiplicibus ut pponit si multiplici prime extēte maiori multiplici secunde
non sit necessariū q̄ multiplex tertie sit maius multiplici quarte: tūc erit ma
ior proportio prime ad secundam q̄ tertie ad quartam. propter hoc autem
non ponit reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: quia iste
est illis omnibus magis planus: & ad dictam diffinitionem sufficiens. Nūc q̄



enim est maior proportio prime. 4. quantitarum ad secundam quam tertia ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam & tertiam reperiri. Que cum relata fuerit ad aliquam eque multiplicia secundam & quartam: iuueniet multiplex prae addere super multiplex secundam: non autem multiplex tertia super multiplex quartam. Nec usque attingit hoc reperire qui sit maior proportio prae ad secundam quam tertia ad quartam ut demonstrabitur infra supra decimam huius. ¶ Possunt autem esse hec quantitates improporcionales diuersorum generum sicut & quantitates incontinue proportionales si inter eas fuerit incontinua impropportionalitas: ut si dicatur maior est proportio. a. ad. b. q. c. ad. d. Si autem fuerit continua impropportionalitas erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. ut si dicatur maior est proportio. a. ad. b. q. b. ad. c.

Diffinitio .9.



Est autem proportionalitas ad minus inter tres terminos constituta.

¶ Postquam auctor diffiniuit proportionem proportionalitatem & quantitates proportionales & in proportionales: ostendit quales sit minimus numerus terminorum inter quos proportionalitas potest consistere maximum autem non ponit: quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quelibet continuari in terminis infinitis: siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. ¶ Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus due proportionales similes: eo quod proportionalitas sit similitudo proportionum. Quilibet autem proportio habet antecedens & consequens: ergo quelibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo consequentia: hoc est impossibile fieri in paucioribus quam tribus terminis: in quibus medius eorum fiet antecedens & consequens: & id eo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quam in. 4. eo quod in ipsa quilibet terminus est tantus antecedens: aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum impropportionalitatis. Si enim fuerit continua: erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua ad minus inter quatuor.

Diffinitio .10.



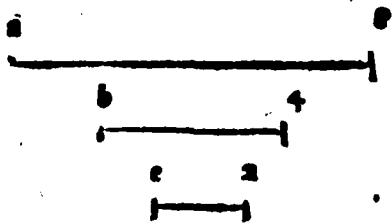
Si fuerint tres quantitates continue proportionales dicetur proportio prime ad tertiam. proportio prae ad secundam duplicata.

¶ Diffinitio proportionem que est inter extremos terminos continue proportionalitatis in tribus terminis constituta. & dicitur quod si fuerit proportio primi ad secundam sicut secundam ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundam duplicata: hoc est ex duabus talibus composita. siue quod idem est: erit proportio primi ad tertium. sicut primi ad secundam duplicata: hoc est in se multiplicata. uerbi gratia. in numeris. Sit. 3. numeri prae proportionales: sicut prae duplicata ut. 2. 4. 8. proportio primi ad tertium erit sicut proportio primi ad secundam in se multiplicata: proportio autem primi ad secundam est dupla: dupla uero in se multiplicata: producit quadrupla: unde proportio extremorum est quadrupla: ut duplex dupli: uel secundam priorem expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundam duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

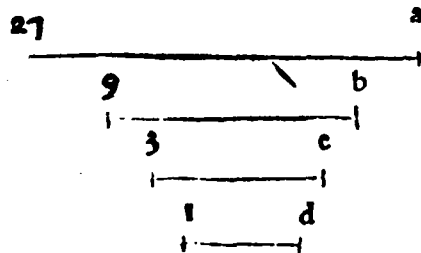
Diffinitio .11.

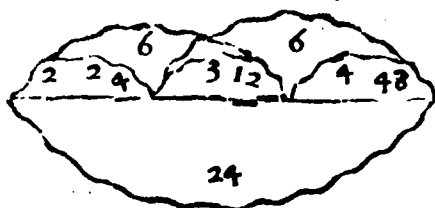
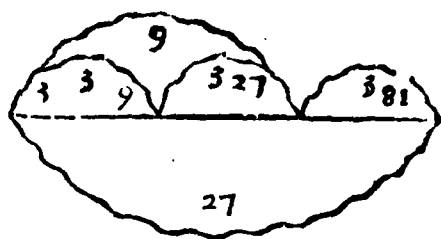


Si fuerint quatuor quantitates continue proportionales. proportio prime ad quartam dicetur proportio prime ad secundam triplicata.



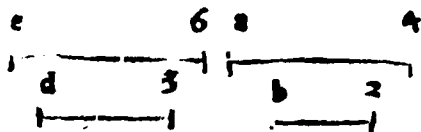
¶ Diffinitur proportio in que est inter extremos terminos continue proportiona-
 litatis in .4. terminis constituta: & dicitur qd si fuerit .4. quantitates continue pro-
 portionales erit proportio prime ad quartam sicut proportio prime ad secun-
 dam triplicata hoc est ex tribus talibus composita. quoniam tales inueniuntur
 ea: siue qd idem est: erit proportio prime ad quartam sicut prime ad secundam
 triplicata. hoc est in se. postea in productum multiplicata. Verbi gratia: in
 numeris. Sunt quatuor numeri continue proportionales: sint q; continue tripli-
 ci. ut sint .1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi
 ad secundum in se postea productum multiplicata: proportio autem primi
 ad secundum est tripla: tripla uero in se multiplicata producit novuplam &
 tripla in novuplam producit uigintuplam septuplam. erit itaq; proportio ex-
 tremorum uigintupla septupla. qd est triplum tripli. Vel p̄m priorem expo-
 sitionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundam triplicata
 quia uigintupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinitur autem propor-
 tionem extremorum continue proportionalitatis inter plures q̄ quatuor ter-
 minos constituta: propter id qd dimensiones in rebus naturalibus reperte non
 excedunt ternarium. ¶ Denominatio autem proportionis duarum quantitatū
 quibus nullum interponitur medium habet naturam linee. Earum uero qui-
 bus interponitur unum medium in continua proportionalitate habet natura
 superficiē eo qd sit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in
 se. Omne autem qd ex multiplicatione linee in lineam producit: naturam
 habet superficiē: si in se quidem quadrati: si uero in alteram parte altera lon-
 gioris. Sed proportionis earum quantitarum denominatio quibus in continua
 proportione duo media interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit
 ex multiplicatione denominationis duarum primarum primo in se. ex qua mul-
 tiplicatione producit superficies: deinde in productum ex qua multiplica-
 tione prouenit solidum siue corpus: omne & enim qd ex multiplicatione li-
 nee in superficiem producitur crescit in solidum. ¶ Est ergo ac si disceret pro-
 portio duarum quantitarum est simplex interuallum: & habens naturam sim-
 plicis dimensionis ut linee: proportionalitas autem trium est duplex interual-
 lum & habens naturam duplicis dimensionis ut superficiē: proportionalitas
 autem quatuor est triplex interuallum: & habens naturam trine dimensionis
 ut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt. ideo non diffiniuit pro-
 portionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinque terminis:
 aut pluribus constituta. uel non diffiniuit proportionem in his quia earum p-
 portio habetur ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis ppor-
 tio extremorum constat ex proportionē primorum duplicata: & in quatuor
 terminis constat ex eadem triplicata: in .5. terminis constat ex eadem quadru-
 plicata: & in sex ex eadem quicuplicata: unde quoadmodum in tribus terminis
 continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionem
 primorum bis. & in .4. terminis ter. sic in .5. terminis continebit quater. & in
 sex quinquies. & ita deinceps. ut semper proportio extremorum in termi-
 nis continue proportionalibus totiens contineat proportionem primorum
 quot sunt omnes termini minus uno. Similiter quoq; si proportio extremorum
 continue proportionalitatis in tribus terminis constituta est ea que producit
 ex proportionē primorum in se semel multiplicata: & in .4. in se bis multi-
 plicata: in quinque terminis ea que producit ex proportionē primorum in se
 ter multiplicata: & in .6. terminis quater: & sic semper ut termini fuerint duo
 bus plures multiplicationibus: siue ut multiplicationes sint equales mediis





extremis interpositis. Et nota q̄ etiam in proportionalitate continua extreme
rum proportio producit ex omnibus proportionibus intermediis. Ex pre
dictis apparet q̄ proportio extremorum continue proportionalitatis in trib⁹
terminis constitute denominatur a quadrato: in quatuor uero terminis consti
tute denominatur a cubo: quorum quidem quadrati & cubi latus est denomi
natio proportionis primi ad secundum: uerbi gratia: i numeri. Sint quatuor
numeri continue proportionales qui sint continue tripli. 3. 9. 27. 81. proportio
primi ad secundum denominatur a ternario. est enim tripla: primi uero ad ter
tium a nonario qui est quadratus ternarii. nam ipsa est nocupla. At uero pro
portio primi ad quartum denominatur .a. 27. qui est cubus denominationis
primi ad secundam uidelicet ternarii. ipsa enim est uigincupla septupla. ¶ Et
proportio extremorum in proportionalitatis continue in tribus terminis con
stitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denomi
nationes ipsarum proportionum. in quatuor uero terminis constitute denomi
natur a solido non cubo. cuius tria latera sunt denominationes trium propor
tionum: qd̄ etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continue impropor
tionales: qui sunt. 2. 4. 12. 48. in quibus proportio primi ad secundum est du
pla: secundi ad tertium tripla: & ideo primi ad tertium sexcupla: tertii uero
ad quartum quadrupla: & ideo primi ad quartum uigincuplum quadrupla.
Senarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium est superfi
cialis: cuius latera sunt duo & tria. qui sunt denominationes duarum primarū
proportionū. 24. uero qui est denominatio proportionis primi ad quartum est
solidus cuius latus sunt. 2. 3. & 4. qui sunt denominationes trium p̄portionū
inter illos quatuor terminos eorum.

Diffinitio .12.



Quantitates que sunt in proportionē una. antecedens
ad consequentem & antecedens ad consequentem. di
cet̄ur econtrario sicut consequens ad antecedentē. sic
consequens ad antecedentem. ¶ Itemq; permutatim
sicut antecedens ad antecedentem sic etiam consequens ad conse
quentem.

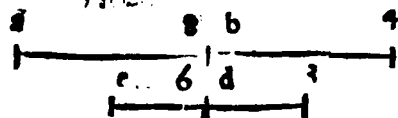
¶ Diffinit spēs proportionalitatis que sunt. 6. uidelicet cōuersa. permutata.
disiuncta: cōiuncta: euerſa & equa. ¶ Sunt autem hec species quasi quidā mo
di arguendi: diffinit ergo primo cōuersam proportionalitatem & permutatā
in quibus manent antecedentia & cōsequentia eadem s̄m substantiam: qd̄ nō
est in disiuncta: cōiuncta aut euerſa: & in quibus nihil extra sumitur ut in e
qua: uocat autem antecedens primum extremum proportionis: consequens
uero uocat secundum. ¶ Vult itaq; per hanc diffinitionem q̄ si fuerit p̄portio
a. ad. b. sicut. c. ad. d. & ex hoc ego concludam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ui
delicet ut faciam de antecedentibus p̄sequentia & de p̄sequentibus anteceden
tia: qd̄ iste modus arguendi uocetur p̄portionalitas econtrario siue cōuersa.
Si autem sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. uidelicet
ut ambo extrema prime p̄portionis: fiant antecedentia: & ambo extrema secu
de consequentia. uult q̄ iste modus arguendi uocetur p̄portionalitas permu
tata: & in isto modo arguendi sit antecedens secunde p̄portionis cōsequens: &
p̄sequens prime antecedens.

Propositio .13.



Coniuncta uero proportionalitas dicitur quotiens si cut antecedens cum consequente ad consequens . sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

¶ Diffinit coniunctam disiunctam & euerfam in quibus etia 3 ni hui extra sumitur sed termini non manent in ipsis. ides scdm substantiam & uult qd si ita fuerit. ut sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & ego ex hoc concludam. ergo toti. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. qd iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

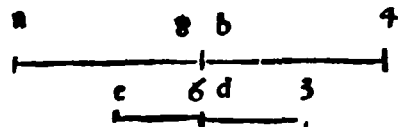


Propositio .14.



Disiuncta uero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentiu3 supra consequentia equa comparatio .

¶ Vult qd si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut toti. c. d. ad. d. & ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. qd iste modus arguendi uocetur disiuncta proportionalitas.

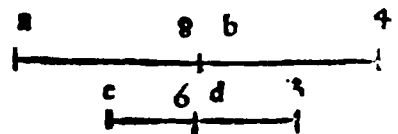


Propositio .15.



Versa proportionalitas dicitur quorūlibet antecedentium ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum.

¶ Vult qd si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. & ex hoc ego concludam. ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. qd iste modus arguendi dicatur euerfa proportionalitas.

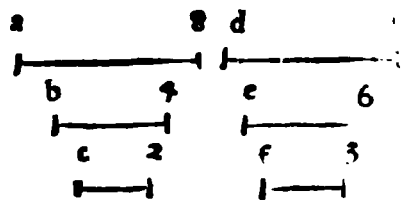


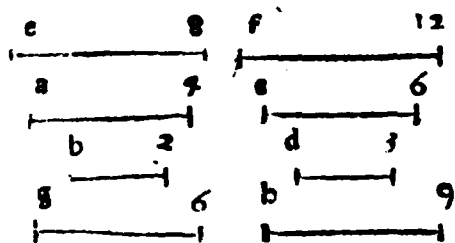
Propositio .16.



Qua proportionalitas dicitur quantitab3 plurimis propositis aliisq3 scdm eundem numerum in una pportione applicatis mediorum equali numero remoto utrorumq3 summorum similitudo proportionū:

¶ Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumitur. & uult qd si sumantur quotlibet quantitates. ut. a. b. c. itemq3 totidem alie siue sint eiudem generis cum primis. siue alterius. ut. d. e. f. fuerintq3 secunde in proportionem primarum siue eodem ordine . ut si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e. & b. ad. c. sicut. e. ad. f. siue ordine conuerso ut si dicatur. a. ad. b. sicut. e. ad. f. & b. ad. c. sicut. d. ad. e. & ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut. d. ad. f. qd iste modus arguendi uocetur equa proportionalitas. ¶ Horum autē 6. modorum arguendi qui dicuntur species proportionalitatis quatuor probat auctor in lra infra in isto. 5. Permutatam quidem proportionalitatem probat in. 16. huius. disiunctam uero in. 17. coniunctam in. 18. equam uero pportionalitatem demonstrat. in. 22. & 23. Sed in. 22. cum quantitates duorum ordinum eodem ordine sunt proportionales. in. 23. cum uero sunt proportionales ordine conuerso. Conuersam uero proportionalitatem: aut euerfam non demonstrant eo quod conuersa patet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium . Euerfa autem patet ex permutata adinuicem. 19. ut super eandem. 19. sumus dicturi. qualiter autē conuersa proportionalitas ex dione quantitatum incontinue pportionalium manifesta sit demonstremus nunc. ¶ Sit ergo pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. uolo ergo demonstrare qd erit. b. ad. a





sicut .d. ad .c. sumatur .e. ad .a. & .f. ad .c. eque multiplicia. similiter quoque .g. ad .b. & .h. ad .d. eque multiplicia. eritque per conuersionem definitionis quantitatū in continue proportionalium. ut .e. & .g. itemque .f. & .h. similiter se habeant in additione diminutione & equalitate. intelligo tunc .b. primum .a. secundum .d. tertium .c. quartum. sumptaque sunt ad primum & tertium .g. & .h. eque multiplicia. Itemque ad secundum quartum .e. & .f. eque multiplicia & quia multiplicia primi & secundi que sunt .g. & .e. similiter se habent multiplicibus tertii & quarti que sunt .h. & .f. adinuicem diminutione & equalitate. erit per dictas definitionem proportio .b. primi ad .a. secundum. sicut .c. tertii ad .d. quartum quod est propositum. Constat itaque modus arguendi qui dicitur conuersa proportionalitas. ¶ Huius autem quinti libri principia plurimis difficilissima esse videntur. & quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat. magis ab intellectu distantia. Nihil enim uidetur intellectui immediatius adherere. quam quod duarum quarūlibet quantitatū equalium sit ad tertium quālibet una proportio: quod tamen huius quinti septima demonstrat ex definitione incontinue proportionalitatis que ab intellectu primo uidetur quam plurimum esse remota. quod enim non facilius duarum quantitatū equalium ad aliquam tertiam eandem esse proportionem concedat. quam .4. quantitatū si multiplicia prime & tertie equaliter sumpta multiplicibus secunde. & quarte equaliter sumptis similiter se habuerint in additione diminutione & equalitate esse proportionem prime ad secundam. sicut tertie ad quartam. Verum si subtiliter inueniatur liquido constabit non posse uniri intellectui quod proportio duarum quantitatū equalium ad tertiam sit una. nisi per quid est esse proportionem unam. Si enim quis ignoret quid est esse proportionem unam eandem proportionem alteri. quomodo cognoscet duarum quantitatū equalium esse eandem proportionem ad tertiam. indiget igitur proculdubio intellectus antequam illam que uidebatur conceptibilis propositio apprehendat huius rei que per ipsius definitionem habebitur cognitione. postmodum utrum ea definitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis conueniat pertractatione. quod si definitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire concludetur propositum. Sin autem oppositum. Non est igitur immediata propositio quam superficialis apprehensio immediatam iudicauit. ¶ Similiter quoque immediatius indicat prima apprehensio adherere intellectui quod duarum quantitatū inequalium maior est proportio maioris earum ad aliam quam minoris ad eandem quam demonstrat .8. huius. quam quod .4. quantitatū sit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam. cum multiplicibus ad primam & tertiam equaliter sumptis. iteque aliis ad secundam & quartam & equaliter multiplex prime addit super multiplex secunde. & multiplex tertie non addit super multiplex quarte. ex quo que predicta est propositio demonstratur: sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse proportionem maiorem. ¶ igitur oportuit euclidem que quantitates dicuntur proportionales: & que impropportionales definire. Proportionales autem sunt quarum proportio una est. & impropportionales quarum proportionem diuerse. Itaque definiuit quantitates quarum proportio una. & eas in quibus connectuntur extrema non dissociatis mediis quas uocauit continue proportionales. & dixit hanc proportionalitatem in tribus terminis ad minus existere. propter hoc quod unum saltem bis sumendum est medium. & eas in quibus accidit interruptio mediis: & hec sunt continue proportionales & hec proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos propter alterius mediis summationem.

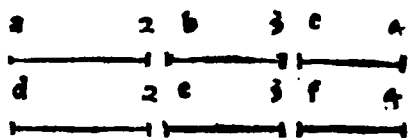
& diffinitur etiam quantitates que sunt in proportionales. quarum est maior una proportio quam sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis. tunc facile esset intellectui cognoscere que proportionales essent una & que diuerse. ¶ Que enim haberent unam denominationem essent una. que autem diuerfas diuerse. hec autem facilitas manifesta est ex arithmetica. quoniam omnium numerorum proportio scita & rationalis est. Vnde Iordanus in secundo arithmetice sue diffiniens que proportionales sunt eodem & que diuerse. dicit easdem esse que eandem denominationem recipiunt. Maiorem uero que maiorem & minorem que minorem. Sed infinite sunt proportionales irrationales. quarum denominatio scibilis non est. quare cum euclides consideret in hoc libro suo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales quoniam considerat portionem repletam in continuis que communis est ad istas. Non potuit diffinire idempratem proportionum per idempratem denominationum. sicut arithmeticus. eo quod multarum proportionum ut dictum est sunt denominationes simpliciter ignote. diffinitionem autem oportet fieri ex notis unde malicia proportionum irrationalium coegit euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit ut pater ex premissis diffinire proportionalitatem siue idempratem proportionum. per idempratem habitudinum. siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & in conuenientiam terminorum coactus est refugere ad terminorum multiplicia. ut ex illorum habitudinibus quantum ad excessum & equalitatem consideratis equis numerositatibus sumptorum per quod ad naturam irrationalitatis redducuntur propositam diffinitionem uenerunt. nihil enim in quocumque inequalitatis genere terminis magis idemque eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. quam multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio est duarum quantitarum eiusdem generis certa habitudo. considerata in eo quod sunt equales aut quod altera maior. ideo idempritas proportionum etiam interpretamur. 4. quantitarum ad secundam & tertiam ad quartam est similis equalitas prime ad secundam. & tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec autem similis equalitas. aut similis maioritas. aut similis minoritas. tunc est inter quatuor. quoslibet quantitates cum est inter omnes earum equaliter multiplices. ¶ Quod ergo dicit in quinta diffinitione. quantitates que dicuntur continuam proportionalitatem habere. & cetera ac si diceret. omnes illas quantitates uoco continue proportionales quod est eas similiter esse equales continue & similiter continue esse maiores. & similiter continue esse minores quarum omnes eque multiplices. aut sibiinuicem sunt. similiter continue equales. uel similiter continue maiores. uel similiter continue minores quod est etiam ipsas multiplices esse continue proportionales quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat eas dico non esse continue proportionales. ¶ Quod autem dicit in sexta diffinitione. Quantitates que dicuntur esse secundum proportionem unam prima ad secundam & tertia ad quartam. & cetera ac si diceret omnes. 4. quantitates uoco in continue proportionales. & se habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartam: quod est primam ad secundam & tertiam ad quartam similiter se habere in equando aut addendo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime & tertie ad omnes eque multiplices secunde & quarte. similiter se habent aut in equando aut addendo aut minuendo quod est etiam multiplices prime in eadem proportionem se habere ad multiplices secunde. in qua multiplices tertie se habent ad multiplices quarte. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem

prime ad secundam sicut tertie ad quartam qd' autem dicit in. 8. diffinitione ē ac si diceret maiorem portionem uoco. 4. quantitarum prime ad secundam quam tertie ad quartam quod est primam magis excedere secundam quam tertiam excedat quartam. quarum aliqua ex multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde: aliqua ex multiplicibus tertie sumpta secūdam numerationem multiplicis prime non addente super aliquam ex multiplicibus quarte: sumpta s'm numerationem multiplicis scde. qd' est esse maiorem portionem multiplicis prime ad multiplicem scde. q' multiplicis tertie ad multiplicem quarte. ¶ Diffinitiones autem istas nisi sunt aliqui demonstrare. quorum amicus filius Ioseph tentauit eas demonstrare in epis tola sua quā de proportionē & proportionalitate composuit. & accepit tria per modum positionis tanq' principia que dicit esse per se nota & probatione non indigere.

¶ Quorum primum est quod si fuerint. 4. quantitates. quarum sit proportio prime ad scdam sicut tertie ad quartam. erit econuerso proportio scde ad primam sicut quarte ad tertiam. & hic est modus arguendi quem uocauit superius euclides conuersam proportionalitatem. & erauit quoniam dixit propositionem esse per se notam. cuius antecedens & consequens sunt ignota. Ignotū est enim quid sit esse proportionem prime quantitaris ad secundam sicut tertie ad quartam. quare hoc ignoto posito impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur similiter quoq' quia consequens ē ignotū. impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. ¶ Scdm principium eius fuit: q' si fuerint. 4. quantitates quarum sit proportio prime ad scdam sicut tertie ad quartam. si prima sit maior scda: erit tertia maior quarta. & si minor minor. & si equalis equalis.

¶ Tertium fuit q' si fuerint. 4. quantitates quarum sit proportio prime ad secundam sicut tertie ad quartam: erit primo ad quodlibet multiplex secunde: sicut tertie ad eque multiplex ex multiplicibus quarte: & accidit tibi in istis duobus principiis idem peccatum qd' accidebat in primo. Accepit enim in omnibus ignota similiter tanq' nota. quare non demonstrauit. peccauit etiam in secunda demonstratione & in tertia & in quinta. in quarum qualibet arguit ex 8. uel ex. 10. huius que probantur ex diffinitione: in continue proportionalitatis: Arguit enim sic si proportio. a. b. ad. e. ē maior q. g. ad. d. sit ergo. v. b. partit. a. b. ad. e. sicut. g. ad. d. per qd' apparet ipsum supponere q' duarum quantitarum. a. b. & u. b. in equalium relatarum ad. e. maior maiorem & minor minorem ad ipsam optinet proportionem uel q' quantitas ad. e. habebit minorem proportionem q' habeat. a. b. erit minor. a. b. quorum primum demonstrat. 8. huius. & scdm. 10. Nam cum uultis sumere quantitatem que se habeat ad. e. in proportionē. g. ad. d. dabo tibi maiorem aut minorem aut equalē. a. b. indifferenter sicut uoluerō. quare autem non demonstrat aut accidit tibi circulus & principia esse ignotiora conclusionibus. Supponēda sunt igitur cum euclide principia tanq' nota. & non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ipsis demonstrandē sunt.

Propositio 1.



¶ Si fuerint quodlibet quantitates aliarum totidez eque multiplices. aut singule singulis equales necesse est quemadmodum una illarum ad sui comparem. totū quoq' ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

¶ Si quodlibet quantitates. que sint. a. b. c. aliarum totidem que sint. d. e. f. equales multiplices unaqueq' ad sui comparē. aut singule sint singulis eqles. ita uidelicet

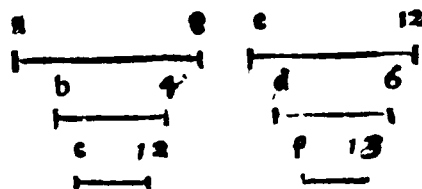
¶ sicut .a. est multiplex .d. ita .b. est multiplex .e. & .c. multiplex .f. uel si .a. est equalis .d. ¶ similiter .b. sit equalis .e. & .c. equalis .f. dico ¶ sicut se hab. 3a. ad .d. ita se habet aggregatū ex omnibus que sunt .a. .b. .c. ad aggregatū ex omnibus que sunt .d. .e. .f. ¶ Quod si singule singulis sint equales patet propositū p hanc cōmunez sciētiā: si equalibus equalia addantur tota quoq; erunt equalia . Si autē sint oēs suis cōparibus eque multiplices diuisis eis p m quantitatē suarū submultiplicium: erit aggregatū & prima pte. a & prima .b. & prima .c. eque aggregato ex .d. .e. .f. p predictā cōmunez sciētiā adiuuante hac: que eidez sunt equalia inter se sunt equalia. ¶ Similiter quoq; aggregatū ex secundis pti bus quantitatū .a. .b. .c. erit equalis aggregato ex .d. .e. .f. sicq; deceteris: & qā hoc poterit totiens fieri quotiens .d. continetur in .a. erit ut equalis aggregatū ex .d. .e. .f. totiens continetur i aggregato ex .a. .b. .c. quotiens .d. continetur in .a. quia ergo quotiens .d. numerat .a. totiens aggregatū ex .d. .e. .f. numerat aggregatū ex .a. .b. .c. patet ¶ sicut .a. est multiplex ad .d. ita aggregatū ex .a. .b. .c. aggrega ti ex .d. .e. .f. quod est ppositū.

Propositio .2.



Si fuerint sex quantitates . quarū prima ab scđam atq; tertia ad quartā eque multiplices . quinta uero ad secundā atq; sexta ad quartā eque multiplices : totum prime & quinte ad scđam . totūq; tertie & sexte ad qrtam eque multiplicia esse conueniet.

¶ Si sex quantitates .a. prima .b. secunda .c. tertia .d. quarta .e. quinta .f. sexta . Si q. a. & .c. eque multiplices ad .b. & .d. itē q. e. & .f. sint eque multiplices ad easdez dico ¶ sicut totū aggregatū ex .a. & .e. est multiplex ad quantitatē .b. ita totū aggregatū ex .c. & .f. est multiplex ad quantitatē .d. Na qia numerus p m quē .b. continetur i .a. est equalis numero .p m quē .d. continetur in .c. Similiter quoq; numerus p m quē .b. continetur i .e. est equalis numero secundū quē .d. continetur i .f. erit per cōmunē sciētiā que est: si equalibus equalia addantur & cetera . numerus p m quē .b. continetur i aggregato ex .a. & .e. equalis numero secundū quē .d. cōtinetur i aggregato ex .c. & .f. quare sicut aggregatū ex .a. & .e. est multiplex ad .b. ita aggregatū ex .c. & .f. est multiplex ad .d. quod est propositū

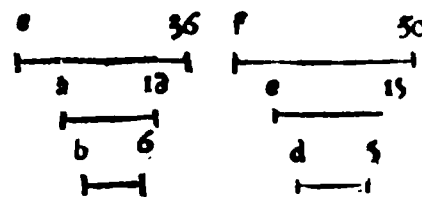


Propositio .3.



Si fuerint primum secundi & tertiū quarti eque multiplicia : ad primum uero & tertium multiplices sumantur equales erunt: multiplex primi ad secundum atq; multiplex tertiū ad quartum eque multiplicia.

¶ Si sex qntitates .a. priā .b. pā .c. tertia .d. qrtā .e. qntā .f. sexta . Si q. a. ad .b. & c. ad .d. itē q. e. ad .a. & .f. ad .c. eque multiplices . dico ¶ sicut .e. est multiplex ad .b. ita .f. ad .d. diuidatur enī .e. p m quantitatē .a. sui multiplicis . & .f. p m quantitatē .c. eritq; ppter equalitatē partiū .e. ad .a. & partiū .f. ad .c. ut quilibet partiū .e. sit ita multiplex ad .b. sicut qlibet partiū .f. ad .d. Quia ergo sicut priā ps. e. est multiplex ad .b. ita priā ps. f. est multiplex ad .d. Itēq; sicut scđa ps. e. est multiplex ad .b. ita scđa .f. ad .d. ergo erit p pmissaz aggregatū ex duabus primis pti b' . e. ita multiplex ad .b. sicut aggregatū ex duab' primis pti b' . f. ad .d. & qā rursus tertia ps. e. si sit aliq tertia ps ē ita multiplex ad .b. sicut tertia .f. ad .d. erit p eadē ut totū aggregatū ex trib' primis pti b' . e. sit ita multiplex ad .b. sicut totū aggregatū ex trib' primis pti b' . f. ad .d. ¶ Si q. si plurs fuerit par



LIBER.

tes.e.&.f.componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludens qd sicut.e.est multiplex ad.b ita.f.ad.d. per premissam totiens sumptam:quot fuerint partes in.e.aut in.f.minus una.sic qd patet propositum.

Propositio .4.



I fuerit proportio primi ad secundum sicut tertii ad quantum:ad primum autem & tertium eque multiplicia assignentur. Itemq; ad secundum & quartum multiplices equales erunt assignate multiplices eodem ordine proportionales.

k	48	l	64
e	24	f	32
a	12	c	16
b	3	d	4
g	18	b	24
m	54	n	72

¶ Sit proportio.a.primi ad.b.secundum.sicut.c.terti ad.d.quantum. Sumant q;e.ad.a.&.f.ad.c.eque multiplicia. Itemq;.g.ad.b.&.h.ad.d.eque multiplicia:dico qd proportio.e.ad.g.est sicut.f.ad.h. Sumam.k.ad.e.&.l.ad.f.eque multiplicia.itemq;.m.ad.g.&.n.ad.h.eque multiplicia:& quia.e.&.f.sunt eque multiplicia ad.a.&.c.itemq;.k.&.l.eque multiplicia ad.e.&.f.erunt per premissam.k.&.l.eque multiplicia ad.a.&.c. per eandem quoq;erunt.m.&.n.eque multiplicia ad.b.&.d.quare per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis.k.ad.m.&.l.ad.n.similiter se habebunt in addendo diminuendo & equando:quia ergo.k.&.l.sunt eque multiplicia ad.e.&.f.itemq;.m.&.n.eque multiplicia ad.g.&.h.erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.e.ad.g.sicut.f.ad.h.qd est propositum.

Propositio .5.



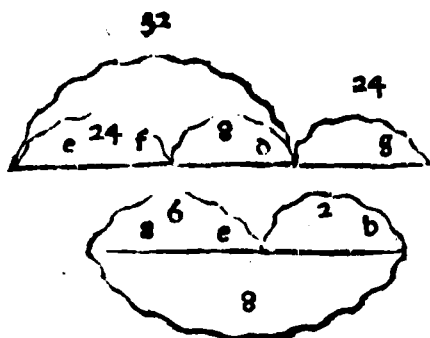
I fuerint due quantitates quarum una sit pars alteri⁹ minuaturq; ab utraq; ipsarum ipsa pars erit reliquu⁹ reliquo atq; totum toti eque multiplex.

¶ Vel sic si aliquota erit reliquum reliqui tota pars quota totum totius.Sit quantitas.a.b.tota pars quantitat. c.d.quota.e.b.ipsius.a.b.minuaturq;.a.b.ex quantitate.c.d.& sit residuum.f.c.eritq;.f.d.equalis.a.b.Similiter quoq;minuatur.e.b.ex quantitate.a.b.sitq; residuum.e.a.dico qd quota pars est quantitas .a.b.quantitat. c.d.tota est quantitas.a.e.quantitat. c.f.cum enim.f.d.sit equalis.a.b.erit.f.d.ita multiplex.e.b.sicut.c.d.e multiplex a.b.ponam itaq;.d.g.ita multiplicem.a.e.sicut.f.d.e multiplex.e.b.eritq; ex prima huius quantitas.f.g.ita multiplex.a.b.sicut.f.d.e multiplex.e.b. & qa sic fuit c.d. multiplex.a.b. sicut.f.d. fuit multiplex.e.b. erit utraq; duarum quantitat. c.d.f.g.eque multiplex quantitat. a.b.quare per communem scientiam.c.d.&.f.g.sunt equales adinuicem: dempta igitur ab utraq; earum quantitate.f.d.erit.c.f.equalis.d.g.& quia.d.g.fuit ita multiplex.a.e.sicut.f.d.e.b.& ideo sicut.a.b.e.b.quare & sicut.c.d.a.b.erit.c.f. ita multiplex.a.e. sicut tota.c.d.totius.a.b.qd est propositum.

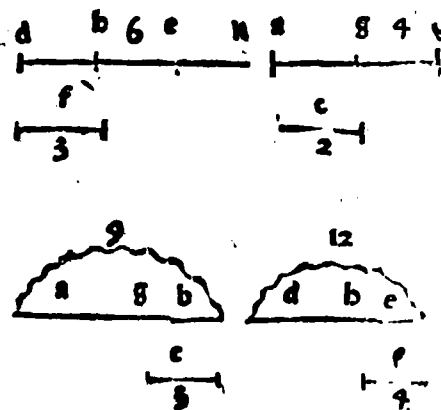
Propositio .6.



I fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplici⁹ ces.dueq; minores duab⁹ maiorib⁹ utraq; a sua multiplice subtrahantur.erunt duo reliqua earundē partium eque multiplicia.aut eis equalia.



¶ Si sint quantitates .a. b. ad .c. & .d. e. ad .f. eque multiplices : subtrahantur q̄ .c. ex .a. b. & .f. ex .d. e. & sint residua : ex .a. b. quidem .a. g. ex .d. e. .d. h. erit q̄ .g. b. equalis .c. & .h. e. equalis .f. dico q̄ duo residua .a. g. & .d. h. erunt equalia duabus quantitatibus .c. & .f. aut eis eque multiplicia . Si ergo primo .a. g. equalis .c. dico q̄ .d. h. est equalis .f. Sumam enim quantitatem .e. k. equalem .f. erit q̄ per premias hypothesas ut tociens .f. sit in .h. k. quotiens .c. in .a. b. quare sicut .a. b. est multiplex .c. ita .h. k. est multiplex .f. sed sic erat etiam .d. e. erat multiplex eiusdem .f. erit igitur per cōm sciētiā .h. k. equalis .d. e. dempta igitur cōmuni earum quantitate .h. e. erit .d. h. equalis .e. k. quare equalis .f. quod est propositum. ¶ Si autem .a. g. sit multiplex .c. ponaz ut .e. k. sit eque multiplex .erit q̄ ut prius ut tociens .f. sit in .h. k. quotiens .c. in .a. b. Sed tociens erat etiam in .d. e. erit igitur ut prius .d. e. equalis .h. k. & .d. h. e. k. quare sicut .a. g. ē multiplex .c. ita .d. h. est multiplex .f. q̄ est propositum. Aliter idem cum fm̄ eundem numerum contineat quantitas .a. b. quantitatem .c. fm̄ q̄ quantitas .d. e. quantitatem .f. dempta q̄ ab eo unitate remaneat unitas uel numerus secundū q̄ .a. g. continet .c. & fm̄ q̄ .d. h. continet .f. patet quantitates .a. g. & .d. h. esse ēq̄ les aut eque multiplices quantitatibus .c. & .f.

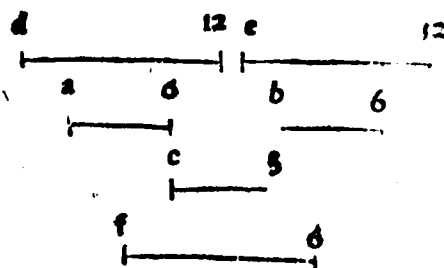


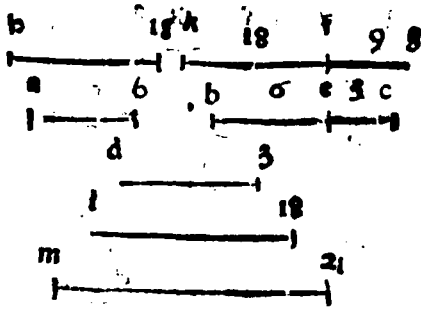
Propositio . 7.



I due quantitates equales ad quamlibet comparentur earum ad illam erit una proportio . itemq̄ ad illas p portio illius una est.

¶ Si sint due quantitates .a. b. equales . que comparentur ad quamlibet tertiam ut ad .c. dico q̄ eadem est proportio .a. ad .c. & .b. ad .c. itemq̄ eadem .c. ad .a. & .c. ad .b. Primum sic probatur : cum enim .c. sit consequens a .d. a. primam & ad .b. tertiam ipsa erit in ratione secunde & quarte . Sumam igitur d. ad .a. primam : & e. ad .b. tertiam eque multiplices : & sumam .f. quamlibet ex multiplicibus .c. que est secunda & quarta : & quia .a. & .b. quarum sunt eque multiplices .d. & .e. posite sunt equales erit : ut si .d. diuidatur fm̄ quantitatem .a. & .e. secundum quantitatem .b. q̄ partes utrobq̄ sint numero & quantitate equales : numero quidam per ipsothesim propter equalitatem multiplicatiōis utrobq̄ : quantitate autem per hanc cōm sciētiā quotiens oportuerit repetitam : que eidem sunt equalia sibi inuicem sunt equalia : quia igitur prima ex partibus .d. est equalis prime ex partibus .c. & secunda : secunde : & cetera ceteris . Suntq̄ tot partes in .d. quot sunt in .e. erit per primam huius .d. equalis .e. quare per cōmūnem sciētiā : si due quantitates equales comparentur ad aliam tertiam : aut ambe quantitates .d. & .e. sunt similiter maiores .f. aut similiter minores : aut sibi equales : igitur ex diffinitione incontinue proportionalitatis : que est proportio .a. prime ad .c. secundam : eadem est .b. tertie ad .c. quartam qd̄ est propositum. ¶ Secundum eodem modo probabis ordine conuerso : ut c. ponatur prima & tertia .a. uero secunda .b. quarta . Cum uero quantitas .f. que est eque multiplex prime & tertie sit aut similiter maior quantitatibus .d. & .e. que sunt eque multiplices secunde & quarte : aut similiter minor aut eis equalis : erit per eandem diffinitionem proportio .c. prime ad .a. secundam : sicut .c. tertie ad .b. quartam quod est propositum secundum.





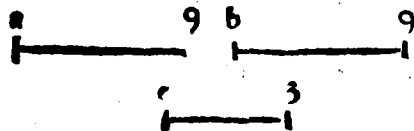
Si due quantitates inequales ad unam quantitatem proportionentur. maior quidem maiorem. minor uero minorem optinebit proportionem. illius uero ad illas ad minorem uero proportio maior ad maiorem uero minor erit.

Si sint due quantitates inequales. a & b . c . sitq; maior. b . c . & proportionentur ad eandem quantitatem que sit. d . dico q; maior est proportio. b . c . ad. d . q; a . ad. d . & q; e contrario maior est. d . ad. a . q; d . ad. b . c . Primum sic probatur: ponam. e . b . equalem. a . & multiplicabo totiens. e . c . q; proueniat quantitas maior. d . sitq; f . g . & sumam. k . f . ita multiplicem. b . c . & similiter. h . ita multiplicem. a . sicut. t . g . est multiplex. e . c . eritq; per primam huius. h . ita multiplex. a . sicut. k . g . est multiplex. b . c . erit etiam. h . equalis. k . f . propter hoc q; earum submultiplices que sunt. a . & b . c . posite sunt equales: ponam quoq; q; h . non sit minor. d . sed equalis: aut maior: totiens enim multiplicabo unaquemq; trium quantitarum. e . c . b . e . & a . equaliter: q; f . g . multiplex. e . c . proueniat maior. d . & q; h . Multiplex. a . non proueniat minor eadem: deinde totiens multiplicabo. d . quod proueniat quantitas maior. h . sitq; m . prima quantitas multiplicium. d . que sit maior. b . Sub qua summa maximam multiplicem. d . aut ubi equalem: si. m . est prima in ordine multiplicium. d . que sit. l . eritq; ut. l . uo sit maior. h . & constabit. m . ex. d . & l . propter id qd' omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici & simplo: ut triplu3 ex duplo: & simplo. excepto primo: multiplici quod constat ex bis simplo. Quia ergo. h . est equalis. k . f . non erit. k . f . minor. l . ita q; k . f . & d . non efficiat minus q; 3 . l . & d . quare non efficiat minus q; 3 . m . & quia. f . g . est maior. d . erit. k . g . maior q; 3 . m . **I**ntelligo igitur quantitatem. b . c . primam. d . secundam. a . tertiam. d . quartam: & q; ad primam & tertiam sumpta sunt eque multiplicia uellicet. k . g . & h . Similiter quoq; ad secundam & quartam eque multiplicia: immo idem in ratione duorum qd' est. m . & addit. k . g . multiplex prime super. m . multiplex secunde: non addit autem. h . multiplex tertie super. m . multiplex quarte: erit per definitionem maioris impropotionalitatis maior proportio. b . c . prime ad. d . secundam q; 3 . a . tertie ad. d . quartam qd' est primum. **S**ecundum probabis per eandem definitionem conuerso ordine: ut. d . sit prima & tertia. a . secunda. b . c . quarta: addit enim. m . multiplex prime super. h . multiplicem secunde. Non addit autem. m . multiplex tertie super. k . g . multiplicem quarte: quare maior e proportio. d . ad. a . q; d . ad. b . c . quod est secundum. **E**x huius autem demonstrationis modo patet sufficientia definitionis maioris impropotionalitatis: q; posuit auctor in principio huius quinti. Nusquam enim est maior proportio prime quatuor quantitarum ad secundam q; tertie ad quartam. quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam & tertiam reperiri: que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde & quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte. hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus infra supra. 12. huius.



I fuerit aliquarum quantitatū ad unam quantitatē proportio: una ipsas esse equales. Si uero unius ad eas proportio una ipsas equales esse necesse est.

Si duarum quantitarum. a. & b. proportio una ad c. dico eas esse equales. & si e conuerso fuerit eadem proportio. c. ad utranq; earum: adhuc dico eas esse equales. hec est conuersa. 7. Primum sic patet. si enim non sunt equales: sed altera earum maior: utpote. a. erit per primam partem. premisse maior proportio. a. ad. c. q̄. b. ad. c. quod est contra ypothe. Secundum quoq; patet: q̄a si. a. est maior. b. erit per secundam partem premisse maior proportio. c. ad b. q̄. ad. a. quod est etiam contra ypothesim.

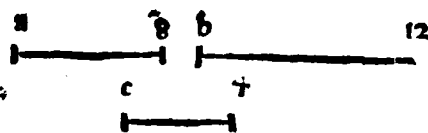


Propositio .10.



I fuerint unius ad quantitatem unam aliqua; proportio maior quantitatem maiorem esse. Si uero unius ad eandem proportio maior minorem esse necesse est.

Quod si fuerit maior proportio. a. ad. c. q̄. b. ad. c. dico. a. esse maiorem. b. & si fuerit maior. c. ad. b. q̄. c. ad. a. adhuc dico. a. esse maiorem. b. hec est conuersa. 2. Primum patet per primam partem. 7. & per primam. 8. nam per primam partem septime: non erit. a. equalis. b. nec etiam minor per primam octauae. Secundum uero patet ex secundis partibus earundem.



Propositio .11.



I fuerint quantitatū proportionēs alicui uni equales ipsas quoq; pportiones sibiinuicē eq̄les esse necesse ē.

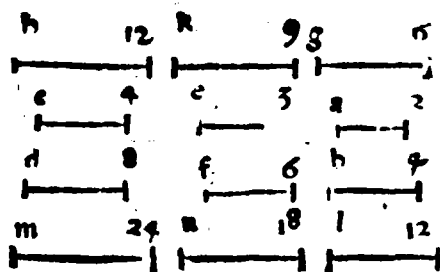
¶ Proportionem hanc quam euclides in principio primi annuerat inter cōmunes animi conceptiones: que eidem sunt equalia ubi quoq; sunt equalia: prout de q̄ntitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur. Sit ergo utraq; duarum proportionum que sunt. a. ad. b. & c. ad. d. equalis proportioni que est. e. ad. f. dico proportionēs que sunt. a. ad. b. & c. ad. d. sibiinuicem esse equales. Sumam enim. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. e. eque multiplices. Itemq; l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplices: & quia per ypothesim proportio. e. ad. f. est sicut. a. ad. b. & similiter sicut. c. ad. d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptas si. k. addit super. n. q̄. g. addit super. l. & h. super. m. & si. k. minuit ab. n. q̄. g. minuat ab. l. & h. ab. m. & si. k. est equalis. n. qd̄. g. sit equalis. l. & h. equalis. m quia igitur. g. ad. l. & h. ad. m. similiter se habent in addēdo diminuendo & equando. mediātib; k. & n. erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est propōitum.

Propositio .12.

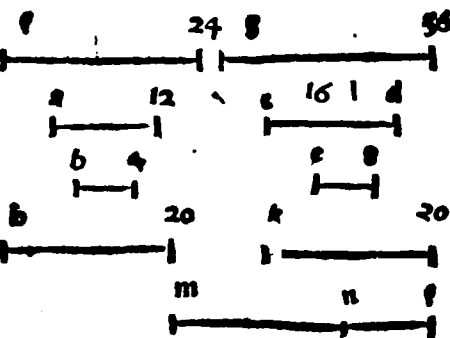
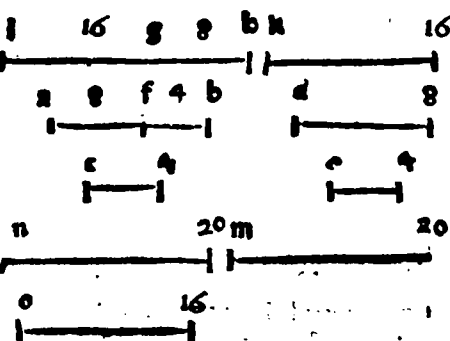
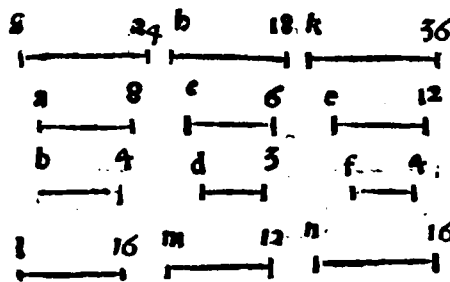
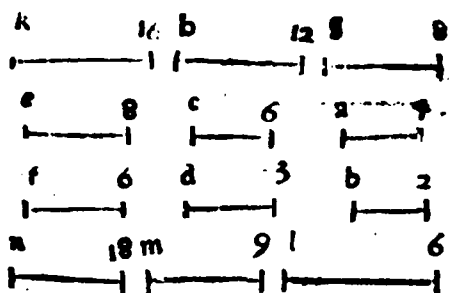


I fuerit proportio primi ad secundum sicut tertii ad quartum. tertii uero ad quartum maior q̄ quinti ad sextum erit proportio primi ad secundum maior q̄ quinti ad sextum.

¶ Sicut in precedenti q̄ hic demonstrat in proportionalibus conceptibile est in quantitatibus: uidelicet q̄ si due quantitates fuerint sibiinuicem equales



quacumq; fuerit una earum maior eadem maior erit & reliqua. ¶ In propor-
tionibus tamen hoc demonstratur : ut si sit proportio .a.ad.b. sicut .c.ad.d.c
uero ad.d. sit maior q̄.e.ad.f. erit quoq; .a.ad.b. q̄.e.ad.f. Sumam enim .g.ad.
.a.&.h.ad.c.&.k.ad.e. eque multiplices. Itemq; .l.ad.b.&.m.ad.d.&.n.ad.f. e-
que multiplices & quia per ypothesim proportio .c.ad.d. est sicut .a.ad.b. &
maior q̄.e.ad.f. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionali-
tatis si .h. addit super .m. & .g. addat super .l. & per conuersionem diffinitionis
maioris impropportionalitatis q̄ non sit necesse .k. addere super .n. quia igitur
mediantibus .h. & .m. si .g. addit super .l. non est necesse .k. addere super .n. erit
per diffinitionem maioris impropportionalitatis maior proportio .a.ad.b. q̄.e.
ad.f. quod est propositum. ¶ Simili quoq; modo probabis q̄ si sit .a.ad.b. si-
cut .c.ad.d. & .c.ad.d. minor q̄.e.ad.f. erit .a.ad.b. minor q̄.e.ad.f. cum enim
sit .c.ad.d. minor q̄.e.ad.f. erit .e.ad.f. maior q̄.c.ad.d. per conuersionem igit
diffinitionis maioris impropportionalitatis .si .k. addit super .n. nō est necesse q̄
h. addat super .m. sed si .h. non addit super .m. g. non addit super .l. ergo si .k. ad-
dit super .n. non est necesse ut .g. addat super .n. per diffinitionem igitur maio-
ris impropportionalitatis maior erit proportio .e.ad.f. q̄.a.ad.b. ergo econuer-
so: minor erit .a.ad.b. q̄.e.ad.f. quod est propositum. ¶ Ex modo autem demō-
strationis octauae huius & hac: licet manifestum q̄ si fuerit prime quatuor qua-
ritatum ad secundam maior proportio q̄ tertie ad quartam continget reperire
aliqua eque multiplicia prime & tertie . que cum probantur ad aliqua eque
multiplicia secunde & quarte inuenietur multiplex prime addere super mul-
tiplex secunde . non autem multiplex tertie super multiplex quarte : qđ sic patet.
Sit enim maior proportio .a.b.ad.c. q̄.d.ad.e. ponam ergo ut sit proportio .a.
f.ad.c. sicut .d.ad.e. eritq; per hanc .12. & per .10. a.f. minor .a.b. & sit minor in
quantitate .f.b. quam multiplicabo totiens q̄ proueniat quantitas maior .c. q̄
sit .g.h. hac conditione . ut .d. totiens multiplicata producat quantitatem nō mi-
nozem .e. que sit .k. tunc ponam ut .l.g. sit ita multiplex .a.f. sicut .g.h. est mul-
tiplex .f.b. aut .k.d. eritq; per primam huius .l.h. ita multiplex .a.b. sicut .k.d.
Deinde ponam q̄ .m. sit prima quantitas multiplex .e. que sit maior .k. & ponā
n. ita multiplicem .c. sicut .m. est multiplex .eritq; per premissas ypotheses &
conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis quantitas .n. prima
multiplicium .c. que erit maior .l.g. nec erit .l.g. minor .c. Sumam ergo sub .n.
maximam multiplicium .c. aut sibi equalem si forsitan .n. sit prima multiplici-
um eius que sit .o. constabitq; n. ex .o. & .c. quia ergo .l.g. non est minor .o. &
g.h. est maior .c. erit .l.h. maior .n. quare cum .k. sit minor .m. patet propo-
situm. ¶ Conuer sam quoq; huius demonstrare possumus . uidelicet q̄ si contin-
git reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie : quarum multiplex pri-
me addat super aliquod multiplex secunde : & multiplex tertie non addat su-
per multiplex quarte : maior erit proportio prime ad secundam q̄ tertie ad
quartam : qđ sic probatur . sint quatuor quantitates . a. prima . b. secunda . c.
d. tertia . e. quarta . sintq; . f. ad . a. & . g. ad . c. d. eque multiplicia . Similiter . h. ad .
b. & . k. ad . e. eque multiplicia . & addat . f. super . h. non addat autem . g. super . k.
dico q̄ maior est proportio . a. ad . b. q̄ . c. ad . d. e. Si enim equalis per conuer-
sionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet . g. super . k. qđ est cō-
tra ypothe . Si autem minor sit . c. l. ad . e. sicut . a. ad . b. eritq; per huius . 10. c. l.
minor . c. d. & sit minor in quantitate . l. d. Ponā igitur ut . m. n. sit ita multiplex
c. l. & . n. p. multiplex . l. d. sicut . f. est multiplex . a. eritq; per primam huius .



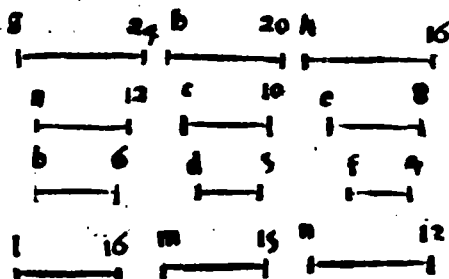
m.p. ita multiplex. c. d. sicut. f. est multiplex. a. utraq; igitur duarum quantitatuum. m. p. & g. est eque multiplex quantitatibus. c. d. ergo ipse sunt equales. Nam hec illatio demonstrata est in. 7. huius: & quia. g. non est maior. k. non erit. m. p. maior eadem. sed per conuersionem definitionis incontinue proportionalitatis. m. n. est maior. k. eo q. f. est maior. h. ergo. m. n. est maior. m. p. qd' est impossibile quare relinquitur propositum.

Propositio .13.



Si fuerint quotlibet quantitatuum ad totidem alias proportio una erit quoq; que proportio unius ad unam. eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

Quod primo proposuit de multiplicibus: hic proponit de omnibus proportionibus: unde hec est communior illa: eo q. omnis multiplicitas est proportio: non autem e conuerso. Sit igitur. a. ad. b. & c. ad. d. & e. ad. f. una proportio: dico que est proportio. a. ad. b. eadem est compositi ex. a. c. e. ad compositum ex. b. d. f. Sumam. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. e. eque multiplicia. Itemq; l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplicia: eritq; per primam huius compositum ex. g. h. k. ita multiplex compositi ex. a. c. e. sicut. g. est multiplex. a. Similiter per eandem compositum ex. l. m. n. erit ita multiplex compositi ex. b. d. f. sicut. l. est multiplex. b. & per conuersionem definitionis incontinue proportionalitatis. bis sumptam si. g. addit super. l. h. addit super. m. & k. super. n. & si minuit minuit: & si equat equat: ergo per communem scientiam si. g. addit super. l. compositum ex. g. h. k. addit super compositum ex. l. m. n. & si minuit minuit: & si equat equat: ergo per definitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. ad. b. est sicut compositi ex. a. c. e. ad. compositum ex. b. d. f. quod e' propositum.

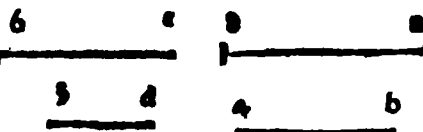


Propositio .14.



Si fuerint quatuor quantitates proportionales. fueritq; maior prima tertia. necesse est secundam. quarta esse maiorem. Quod si minor & minorem. Si uero equalis & equalem esse.

Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. si. a. est maior. c. b. erit maior. d. & si minor minor. & si equalis equalis. Si enim. a. sit maior. c. erit per primam partem. 8. huius maior proportio. a. ad. d. q. c. ad. d. quare maior erit. a. ad. d. q. ad. b. ergo per secundam partem. 10. huius. b. erit maior. d. qd' est propositum. Quod si. a. sit minor. c. erit per primam partem. 8. minor proportio. a. ad. d. q. c. ad. d. quare maior erit. a. ad. b. q. ad. d. per secundam ergo partem. 10. b. erit minor. d. Si autem. a. sit equalis. c. erit per primam partem. 7. a. ad. d. sicut. c. ad. d. quare. a. ad. d. sicut. ad. b. itaq; per secundam partem. 9. b. erit equalis d. sicut patet propositum.

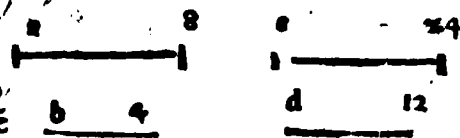


Propositio .15.



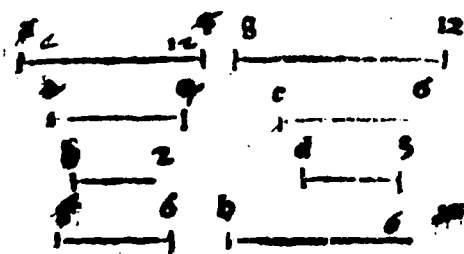
Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assignate. erit ipsarum multiplicium atq; sub multiplicium una proportio.

Sint. c. ad. a. & d. ad. b. eque multiplices. dico q. que est proportio. a. ad. b. eadez est. c. ad. d. diuidatur. c. in m. quantitate. a. & d. in n. quantitate. & sicut tot partes. c. quot. d. & quia quelibet pars. c. ad quilibet partem. d. habet sicut. a. ad. b. erit per. 13. huius. c. ad. d. sicut. a. ad. b. qd' est propositum.



LIBER:

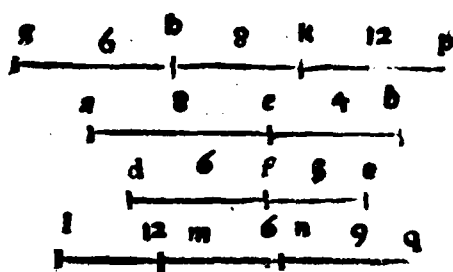
Propositio .16.



I fuerint quatuor quantitates proportionales. permu-
tatum quoq; proportionales erunt.

¶ Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico qd erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. & iste est modus arguendi qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Sumam. e. ad. a. & f. ad. b. eque multiplices itemq; g. ad. c. & h. ad. d. eque multiplices: eritq; per premis-
sam. e. ad. f. sicut. g. ad. h. quare per. 14. si. e. addit supra. g. & f. addit super. h. & si minuit minuit: & si equat equat: per diffinitionem igitur incontinue propor-
tionalitatis erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quod est propositum. Necesse est autem
ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem ge-
neris.

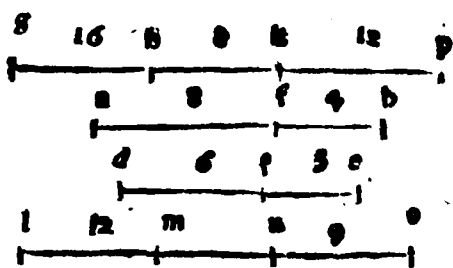
Propositio .17.



I fuerint quantitates coniunctim proportionales: eas-
dem disiunctim quoq; proportionales eē.

¶ Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas per-
mutata: demonstrat illuz qui dicitur proportionalitas disiuncta.
Sit itaq; proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. dico qd erit. a. c.
ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. Sumam enim. g. h. ad. a. c. & h. k. ad. c. b. itemq; l. m.
ad. d. f. & m. n. ad. f. e. eque multiplices: eritq; per primam huius. g. k. ita mul-
tiplex. a. b. sicut. g. h. est multiplex. a. c. & l. n. ita multiplex. d. e. sicut. l. m. est
multiplex. d. f. & ideo per premissas ypotheses. g. k. est ita multiplex. a. b. sicut
est. l. n. d. e. ponam iterum. k. p. ad. c. b. & n. q. ad. f. e. eque multiplices: eritq;
per secundam. h. p. ad. c. b. & m. q. ad. f. e. eque multiplices per conuersionem
igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si. g. k. addit super. h. p. l. n.
addit super. m. q. & si minuit minuit: & si equat equat. demptis itaq; cōmunib;
h. k. & m. n. erit per cōmunem scientiam: ut si. g. h. addit super. k. p. q. l. m. ad-
dit super. n. q. & si minuit minuit: & si equat equat. ergo per diffinitionem inconti-
nue proportionalitatis proportio. a. c. ad. c. b. est sicut. d. f. ad. f. e. quod est
propositum.

Propositio .18.



I fuerint quantitates disiunctim proportionales. con-
iunctim quoq; proportionales erunt.

¶ Demonstrat modum arguendi qui dicitur proportionalitas cō-
iuncta & est modus conuersus prioris. ad cuius demonstrationē
resumatur dispositio premissae. & maneant omnes eius ypotheses:
excepto qd ponatur esse proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. dico qd erit p-
portio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. sequitur enim ex hac ypothesi & aliis ypo-
thesibus premissae de multiplicibus equaliter sumptis p conuersionem diffini-
tionis incontinue proportionalitatis si. g. h. addit super. k. p. q. l. m. addat super. n.
q. & si minuit minuit: & si equat equat ergo ponitis cōmunibus. h. k. & m. n.
sequitur p cōm scientiam si. g. k. addit super. h. p. q. l. n. addat sup. m. q. & si
minuit minuit: & si equat equat: quare per diffinitionem incontinue propor-
tionalitatis erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. qd est ppositū. Aliter
idē indirecte sic. Cum sit pportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. nō est. a. b. ad. b.
c. sicut. d. e. ad. e. f. sit ergo pportio. d. e. ad. aliquam aliā quantitatē. sicut. a. b.
ad. b. c. que aut erit maior. e. f. aut minor. si enī esset ei eqlis pstaret ppositū.

Sit itaq; primo maior & sit.e.g.eritq; per premissam.a.c.ad.c.b.sicut.d.g.ad g. quare.d.g.ad.g.e.sicut.d.f.ad.f.e. Sequitur igitur per.14.q; cum.d.g. pri ma sit minor.d.f. tertia erit.g.e. scda minor.e.f. quarta: sed erat positu q; esset maior. Sit ergo proportio.d.e.ad minorem.e.f. que sit.e.h.sicut.a.b.ad.b.c. eritq; per premissam.a.c.ad.c.b.sicut.d.h.ad.h.e. quare per.11.d:h.ad.h.e. sicut.d.f.ad.f.e. & quia.d.h. prima est maior.d.f. tertia erit per.14.e.h.scda maior.e.f. tertia: q; quia est impossibile. sequitur propositum.

Propositio .19.



Ia duobus totis due portiones abscindantur. fueritq; totum ad totum quantum abscisum ad abscisum: erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum. ¶ Quod si quinta proponi de multiplicibus. hec proponit uni uersaliter de omnibus proportionibus. unde est illa tanto com muniore quanto multipliciter proportio. Sint igitur due quantitates.a.b.&c d.a. quibus abscindantur due que sint.b.e.&d.f. sitq; pportio totius.a.b. ad totam.c.d. sicut.b.e.abscise ad.d.f.abscisam. dico q; eadem erit.a.e.residui ad c.f.residuum que est totius.a.b.ad totam .c.d. cum enim sit.a.b.ad.c.d. sicut b.e.ad.d.f. erit permutatim.a.b.ad.b.e. sicut.c.d.ad.d.f. & disiunctim.a.e.ad e.b. sicut.c.f.ad.f.d. & iterum permutatis.a.b.e.ad.c.f. sicut e.b.ad.f.d. & q; sic erat.a.b.ad.c.d. patet propositum. ¶ Ex hac autem.19.& permutata ppor tionalitate demonstratur modus arguendi qui dicitur proportionalitas euer sa. ut si sit.a.b.ad.b.e. sicut.c.d.ad.d.f. dico q; erit.b.a.ad.a.e. sicut.c.d.ad.c.f. quia cum sit.a.b.ad.b.e. sicut.c.d.ad.d.f. erit permutatim.a.b.ad.c.d. sicut.b e.ad.d.f. quare per hanc.19.b.a.ad.d.c. sicut.a.e.ad.c.f. igitur permutatim.b a.ad.a.e. sicut.c.d.ad.c.f. qd' est propositum. ¶ Conuersa quoq; proportiona litas q; ex diffinitione incontinue proportionalitatis demonstrauimus in expo nendo principia huius quinti. potest hic quoq; demonstrari indirecte ex per mutata proportionalitate.&.9. huius ut si sit proportio.a.ad.b. sicut.c.ad.d. dico q; erit.b.ad.a. sicut.d.ad.c. sin autem sit.d.ad.e. sicut.b.ad.a. & quia a. ad.b. est sicut.c.ad.d. erit permutatim.a.ad.c. sicut.b.ad.d. & quia iterum.b. ad.a. sicut.d.ad.e. erit quoq; permutatim.b.ad.d. sicut.a.ad.e. quia erit a.ad e. sicut.d.ad.c. si igitur.e. non sit equale .c. acciderit impossibile & contrarium secunde partis.9. si autem equalis erit .b.ad.a. sicut.d.ad.c. quod est propo situm.

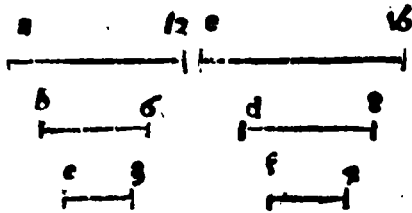
Propositio .20.



I fuerint quotlibet quantitates alieq; secundū earum numerum quarum queq; due priorum secundum p portionem duarum postremarum necesse est ipropor tionalitate quidā equalitatis ut si fuerit prima priorū ultima maior.& posteriorum primā ultima eē maiorem. Quod si minor & minorem. Si uero equalis equalem.

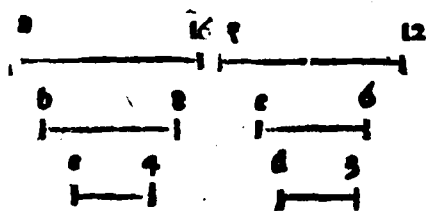
¶ Demonstratur euclides modum arguendi qui dicitur eque proportiona litas siue quantitates duorum ordinum directe siue peruersum proportionen tur: premitit duo antecedētia ad demonstrandum propositum necessaria: per quoz; primum demonstrat eā pportionalitas cū quantitates duoz; ordinum directe pportionant: p fm aut cō pportionant pueris pponit aut hec duo antecedētia de q;itatib; duoz; ordinū numero eālib; quoz; fuerit. Vniuer saliter.n. supis utrobiz; q;itatib; scdm quēcunq; numez; ueritatē habēt. nō ē

$$\begin{array}{ccccccc} & & 12 & & e & & 7 & & b \\ \hline & e & & 6 & & f & & 2 & & d \\ \hline \end{array}$$



autem necesse ut demonstremus ea nisi solum in tribus hoc enim oio sufficiens est ad propositum. de pluribus autem quibusq; patebit per equam pportio-
nalitatem cum ipsa demonstrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b. e. su-
manturq; tres alie que sint. c. d. f. & sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e.
sicut. d. ad. f. dico qd si a. est maior. e. c. erit maior. f. & si minor minor: & si eq-
lis equalis. Si enim est maior erit per primam partem. 8. maior pportio. a.
ad. b. q. e. ad. b. quare per. 12. maior erit. c. ad. d. q. e. ad. b. & qd per conuersas
pportionalitatem. e. ad. b. est sicut. f. ad. d. erit. c. ad. d. maior q. f. ad. d. itaq; p
primam partem. 10. c. est maior. f. qd est propositum. Quod si a. sit minor. e.
per eadem & eodem modo probabitur. c. esse minorem. f. erit enim minor p
portio. a. ad. b. q. e. ad. b. per primam partem. 8. & ideo per. 12. & p conuersa
pportionalitatem minor erit. c. ad. d. q. f. ad. d. & ideo p primam partem. 10.
erit. c. minor. f. qd est ppositum. Si autem. a. sit equalis. e. erit per prima 3 par-
tem. 7. pportio. a. ad. b. sicut. e. ad. b. & ideo per scdam. 11. & conuersam pro-
portionalitatem erit. c. ad. d. sicut. f. ad. d. quare per primam ptem. 9. c. est eq-
lis. i. quod est ppositum. Quidam autem hanc conclusionem demonstrauerunt
eam per pportionalitatem permutatim hoc modo. pportio. a. ad. b. est sicut.
c. ad. d. ergo permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. & quia rursus. b. ad. e. sicut. d.
ad. f. erit permutatim. b. ad. d. sicut. e. ad. f. sed erat. b. ad. d. sicut. a. ad. c. ergo
per. 11. erit. a. ad. c. sicut. e. ad. f. itaq; per. 14. si a. prima est maior. e. tertia. erit.
c. secunda. maior. f. quarta: & si minor minor: & si equalis equalis: quod est p-
positum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione: quia si esset intermedium
clidis sic demonstrare non oporteret ipsum premittere hanc conclusionem p
antecedente ad equam proportionalitatem: si enim rursus fiat una permutatio
proportionalitatis ad quam deuentum est que est esse. a. ad. c. sicut. e. ad. f. seq-
tur qd sit. a. ad. c. sicut. e. ad. f. & hoc est equa proportionalitas. Preterea eorum
conclusio non sequitur. nisi omnes quantitates amborum ordinum fuerit ge-
neris unius. Si enim. a. b. e. sint linee. & c. d. f. superficies: aut corpora: aut tem-
pora: non erit tunc permutare proportioes: peccat igitur uniuersaliter dictu
particulariter demonstrantes.

Propositio. 21.



SI fuerint quotlibet quantitates aliq; secundum earum
numerum quarum queq; due ex prioribus quibusq;
duabus ex posterioribus peruersim comparate secun-
dum proportionem earum fuerint. necesse quoq; e ut
si fuerint impropportionalitate equalitatis priorum prima ulti-
ma maior. & posteriorum prima ultima esse maiorem. si autem
minor & minorem. Si uero equalis & equalem.

¶ Secundum antecedens sint tres quantitates. a. b. e. sumanturq; alie tres que
sint. f. c. d. & sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico qd
si a. est maior. e. f. erit maior. d. & si minor minor: & si equalis equalis: hic au-
tem probatur per eadem & eodem modo quo precedens: si enim. a. sit maior
e. erit maior pportio. a. ad. b. q. e. ad. b. quare maior. c. ad. d. q. e. ad. b. & io
maior q. c. ad. f. maior igitur. f. q. d. per secundam partem. 10. quod est propo-
situm. qd si a. sit minor. e. erit tandem minor. c. ad. d. q. ad. f. quare per eandem
partem eiusdem. f. erit minor. d. Si autem. a. sit equalis. e. sequitur ut sit ppor-
tio. c. ad. d. sicut. c. ad. f. igitur per secundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod
est propositum.

Propositio .22.

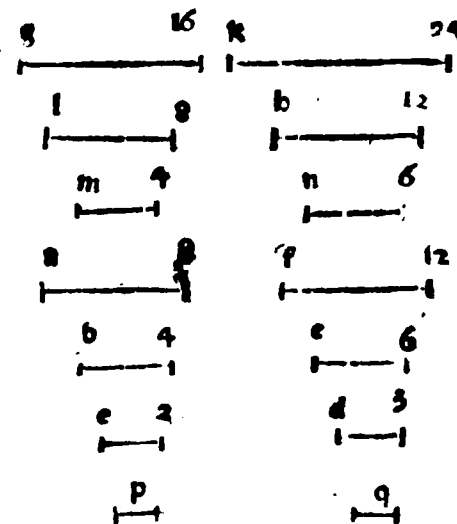
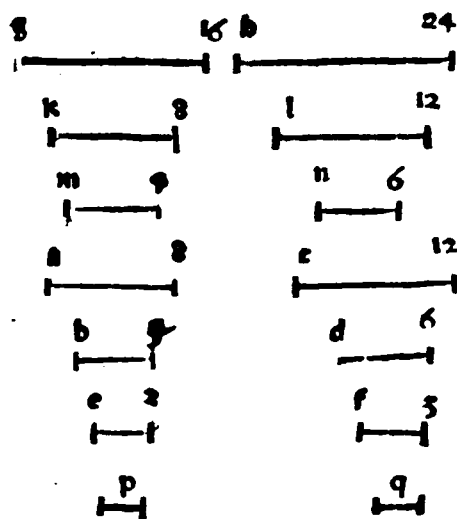
SI fuerint quotlibet quantitates alieq3 secundum earū numerum quarum queq3 due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

¶ Demonstratis antecedentibus ad equam proportionalitatem. hic demonstrat eam: & primo cum quantitates duorum ordinum sunt directe proportionales. Non est autem necesse ut demonstraretur nisi cum in utroq3 duorum ordinū sunt tantum tres quantitates. Per hoc enim evidenter sequitur cum in utroq3 ordine fuerint quatuor quantitates & deinceps: & ideo etiam non oportuit etiam demonstrari nisi solum cum in utroq3 ordine sunt etiam tres quantitates. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b. e. sumanturq3 tres alie que sunt c. d. f. & sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. ad. c. sicut. d. ad. f. dico qd erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. sumam enim. g. ad. a. & h. ad. c. eque multiplicia. Itemq3. k. ad. b. & l. ad. d. eque & rursus. m. ad. e. & n. ad. f. eque. eritq3 per. 4. g. ad. k. sicut. h. ad. l. & k. ad. m. sicut. l. ad. n. quare. per. 20. si. g. est maior. m. erit. h. maior. n. & si minor minor: & si equalis equalis. igitur per definitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. ad. e. est sicut. c. ad. f. qd est propositum. ¶ Potest quoq3 hoc demonstrari per. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. & h. l. n. ad. c. d. f. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. k. sicut. h. ad. l. & k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera pertracta ut prius. ¶ Quod si fuerint quantitates plures tribus in utroq3 ordine: utpote quatuor additis. p. & q. ita qd sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. d. ad. f. hoc enim demonstratum ē. sublati igitur. b. & d. erunt tres quantitates. a. e. p. & alie tres. c. f. q. ut proportionatur: quare. a. ad. p. sicut. c. ad. q. sicutq3 demonstratur de. 4. p. tres sublato uno medio. Eodem modo demonstrabilis. de. 5. per. 4. sublati duobus mediis: & de. 6. per. 5. sublati tribus: & sic de ceteris.

Propositio .23.

SI fuerint quotlibet quantitates alieq3 secundum earū numerum quarum queq3 due secundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportionales erunt.

¶ Demonstrat equam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirecte siue peruersim proportionatis. Nec est necesse qd demonstretur nisi cum in utroq3 duorum ordinū sunt tantum tres quantitates: per hoc enim evidenter sequitur quicquid ponant in utroq3 ordine sicut in premissa de directe proportionatis demonstratum est. Sint igitur. 3. quantitates. a. b. e. sumanturq3 alie. 3. q. sunt. f. c. d. & sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico qd erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. sumam enim. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. f. eque multiplicia. tēq3. l. ad. b. & m. ad. e. & n. ad. d. eque: eritq3 per quartam. g. ad. l. sicut. h. ad. n. & p. 15. l. ad. m. sicut. k. ad. h. quare per. 21. si. g. addit super. m. & k. addit super. n. & si minuit minuit: & si equat equat: ergo per definitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. ad. e. est sicut. f. ad. d. qd est propositum. ¶ Potest quoq3 & hoc demonstrari per. 15. huius sumptis. g. l. m. ad. a. b. e. & k. h. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. l. sicut. h. ad. n. & l. ad. m. sicut. k. ad. h. cetera pertracta ut prius. Conuenientius tamen demonstrantur hec & premissa secundum primum modum. ¶ Quod si plures tribus fuerint quantitates in utroq3 ordine. utpote quatuor additis. p. & q. ita qd sit. a. ad. b. sicut



d.ad.q.&b.ad.e.sicut.c.ad.d.&e.ad.p.sicut.f.ad.e.erit iterum.a.ad.p.sicut
f.ad.q.erit enim per predemonstrata.a.ad.e.sicut.c.ad.q. Sublatis igitur.b.
&d.erunt tres quantitates.a.e.p.& alie tres.f.c.q.ur proponitur:quare.a.ad.
p.sicut.f.ad.q.Sic igitur demonstratur de.4.per tres sublato uno medio.Eo
dem modo demonstrabis de.5.per quatuor sublatis duobus mediis.& de.6.
per.5.sublatis tribus:& sic in ceteris.

Propositio .24.

S

I fuerit proportio primi ad secundā tanq̄ tertii ad quar-
tū.proportio uero quinti ad secundū,tanq̄ sexti ad q̄r-
tū:erit proportio primi & quinti pariter acceptorū ad se-
cundū tanq̄ sexti & tertii pariter acceptorū ad quartū.

¶ Quod scda proposuit de multiplicibus hec proponit uniuersaliter de om-
nibus proportionibus.unde est illa tanto cōmunior quanto multiplicitate p-
portio & se habet ad illam:quēadmodum.13.ad primam. Sit igitur propor-
tio.a.b.ad.c.sicut.d.e.ad.f.& itē.b.g.ad.c.sicut.e.h.ad.f. dico q̄ proportio.
a.g.ad.c.est.sicut.d.h.ad.f.erit enim per conuersam proportionalitatem.c.
ad.b.g.sicut.f.ad.e.h.quare per.22.erit in equa proportionalitate.a.b.ad.b.
g.sicut.e.d.ad.e.h.ergo coniuncti per.18.a.g.ad.g.b.sicut.d.h.ad.h.e. itaq̄
per.22.erit in equa pportionalitate.a.g.ad.c.sicut.d.h.ad.f.quod ē ppositū.

Propositio. .25.

S

I fuerint quantitates proportionales: fueritq; prima
earum maxima.& ultima minima. primam & ultimā
pariter acceptas ceteris duabus maius esse necessario
comprobatur.

¶ Quod hic proponitur non habet locum nisi cum omnes quatuor quantitates
sint eiusdem generis. Sint igitur quatuor quantitatū eiusdem generis pro-
portio.a.b.ad.c.d.sicut.e.ad.f.sitq; a.b. maxima:neq; oportet ponere q̄.f.sit
minima:quia ipsum ex hoc sequitur q̄.a.b.posita est maxima. unde non po-
suit hoc auctor in conclusione tanq̄ positionem: sed potius tanq̄ precedentis
positionis conclusionem.dico q̄ cum ita fuerit maius erit aggregatum ex.a.b
&.f.q̄ ex.c.d.&.e.Cum enim.a.b.sit maior.e.abscindam ex.b.a.g.b.equalē.
e.¶ Similiter quoq; quia.c.d.est maior.f. abscindam ex.c.d.h.d. equalē.f.
eritq; propter ypothesim.a.b.ad.c.d.sicut.g.b.ad.h.d.quare per.19.a.g.resi-
duum ad.c.h.residuum sicut tota.a.b.ad totum.c.d.f.a.b.ad.c.d.Cum ergo
a.g.se habet ad.c.h.sicut.a.b.ad.c.d.sed.a.b.est maior.c.d.quare.a.g.maior
est.c.h.additis igitur utriq; duabus quantitatibus.g.b.&.h.d.erit per cōmu-
nem scienciam aggregatum ex.a.b.&.h.d.maius aggregato ex.c.d.&.g.b.&
quia.d.h.posita est equalis.f.&.g.b.e. maius erit aggregatū ex.a.b.&.f.quā
aggregatum ex.c.d.&.e.quod est ppositum.

Propositio. .26.

S

I fuerit quatuor quantitatū proportio prime ad se-
cundam maior quam tertie ad quartam e erit conuer-
sim econtrario proportio secde ad primam minor q̄
quarte ad tertiam.

¶ Si proportio .a.ad.b.maior q̄3.c.ad.d. dico q̄ erit econuerso modo con-
trario minor pportio.b.ad.a.q̄.d. ad.c. si enī ē eadē.b.ad.a. q̄ ē.d.ad.c.erit

$$\begin{array}{cccccccc} a & 9 & b & 6 & g & d & 6 & e & 7 & b \\ \hline & e & & 3 & & f & & 2 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} a & 8 & 8 & 4 & & b & e & & 7 \\ \hline c & 4 & b & 2 & d & & f & & 1 \end{array}$$

econuerſio. a. ad. b. ut. c. ad. d. ſed non eſt imo maior. At uero ſi eſt b. ad. a. maior q̄ 3. d. ad. c. ſit. e. ad. a. ut. d. ad. c. eritq̄ ex. 12. e. ad. a. minor q̄ 3. b. ad. a. quare ex prima parte. 10. e. eſt minor. b. ideo p̄ ex ſecda parte. 8. maior erit p̄por- tio. a. ad. e. q̄ 3. e. ad. b. & quia per conuerſam proportionalitatem. a. ad. e. ſicut c. ad. d. erit ex. 12. proportio. c. ad. d. maior q̄ 3. a. ad. b. ſed erit minor: relinqui- tur ergo propoſitum. ¶ Poſſumus quoq̄ ſi liber aſtruere propoſitum oſenſi- ue: manifeſtum enim eſt ex prima parte. 10. q̄ illa quantitas cuius ad. b. eſt ea- dem proportio que eſt. c. ad. d. eſt minor. a. eo q̄ ponitur maior proportio. a. ad. b. q̄ 3. c. ad. d. illa ergo quantitas ſit. e. cum ſit igitur proportio. e. ad. b. ut. c. ad. d. erit econuerſio. b. ad. e. ut. d. ad. c. Conſtat autem ex ſecunda parte. 8. q̄ proportio. b. ad. a. minor aſt q̄ 3. proportio. b. ad. e. itaq̄ per. 12. proportio. b. ad. a. eſt minor q̄ 3. d. ad. c. qd̄ uolumus.

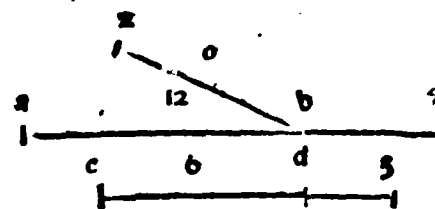
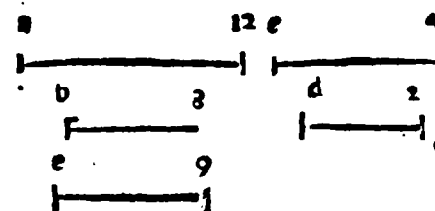
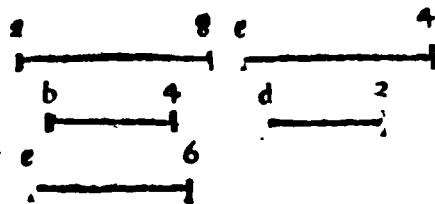
Propoſitio .27.

SI fuerit quatuor quātitatum maior p̄portio prime ad ſecundam. q̄ tertie ad quartam. erit p̄mutatim ma- ior proportio prime ad tertiam. quā ſecunde ad q̄rtaz. ¶ Sit hic quoq̄ proportio. a. ad. b. maior q̄ 3. c. ad. d. dico q̄ e. it permutatim maior proportio. a. ad. c. q̄ 3. b. ad. d. eadem enim non erit quia tunc quoq̄ eſſet permutatim. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. neq̄ minor. Nam ſi hoc po- natur: ſit itaq̄. e. ad. c. ut. b. ad. d. eritq̄ ex. 12. maior p̄portio. e. ad. c. q̄ 3. a. ad. c. quare ex prima parte. 10. e. eſt maior. a. itaq̄ per primam parte. 8. propor- tio. e. ad. b. eſt maior q̄ 3. a. ad. b. & quia poſitum eſt ut ſit. e. ad. c. ſicut. b. ad. d. erit permutatim. e. ad. b. ſicut. c. ad. d. ex. 12. igitur maior erit proportio. c. ad. d. q̄ 3. a. ad. b. ſed poſitum erat oppoſitum: uerum eſt ergo propoſitū. ¶ Oſte- ſiue quoq̄ idem quēadmodum in premiſſa: ſumpta enim eſt. e. ad. b. ut. c. ad. d. erit ex prima parte. 10. e. minor. a. quare ex prima parte. 8. maior erit. a. ad. c. q̄ 3. e. ad. c. ſed ex permutata proportionalitate eſt. e. ad. c. ut. b. ad. d. igitur ex. 12. a. ad. c. eſt maior q̄ 3. b. ad. d. quod eſt propoſitum.

Propoſitio .28.

SI fuerint quatuor quantitates quarum prime ad ſecū- dam ſit maior proportio q̄ tertie ad quartam. erit quo- q̄ 3. coniunctim maior proportio prime & ſecunde ad ſecundam q̄ tertie & quarte ad quartam.

¶ Sit maior proportio. a. ad. b. q̄ 3. c. ad. d. dico q̄ maior erit totius. a. b. ad. b. q̄ totius. c. d. ad. d. quia ipſa neq̄ erit equalis neq̄ minor. Si enim equalis: tunc erit diſiunctim. a. ad. b. ut. c. ad. d. Si autem eſt minor: ſit. e. b. ad. b. ut. c. d. ad. e. eritq̄ ex. 12. maior proportio. e. b. ad. b. q̄. a. b. ad. b. itaq̄ ex prima par- te. 10. e. b. eſt maior q̄. a. b. & per conceptionem e. maior q̄. a. quare ex prima parte. 8. maior eſt proportio. e. ad. b. q̄. a. ad. b. ſed. e. ad. b. eſt ut. c. ad. d. per diſiunctam proportionalitate: eo q̄ erat. e. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. ergo p̄. 12. c. ad. d. eſt maior q̄. a. ad. b. hoc autem eſt contra ipothe. ¶ Idem etiam oſenſi- ue: cum enim propoſitum ſit q̄ maior ſit proportio. a. ad. b. q̄ 3. c. ad. d. ſit proportio. e. ad. b. ut. c. ad. d. eritq̄ ex prima parte decime. e. minor. a.



Ideoq; ex cōmuni sciētia.e.b.erit minor. q̄.a.b.quare ex prima parte.8.ma-
ior erit proportio.a.b.ad.b.q̄.c.b.ad.b. At uero proportio.e.b.ad.b.est p
cociūctam proportionalitatem sicut.c.d.ad.d.positum enim est ut sit.e.ad.
b.tanquam .c.ad.d. igitur ex.12. maior est .a.b.ad.b.q̄.c.d.ad.d. quod est
propositum.

Propositio .29.



I fuerint quatuor quantitates quarum prime & secū
de ad secundam sit maior proportio q̄3 tertie & quarte
ad quartā.erit quoq; disiūctim proportio prime ad
secundam maior q̄3 tertie ad quartam.

¶ Sit proportio.a.b.ad.b.maior.q̄.c.d.ad.d.dico q̄ erit disiūctim propor-
tio.a.ad.b.maior q̄.c.ad.d.alioquin erit equalis uel minor:qd' si equalis erit
per coniūctam proportionalitatem.a.b.ad.b. ut.c.d.ad.d. si autem minor
erit maior.c.ad.d.q̄.a.ad.b.ergo per premissam maior erit.c.d.ad.d.q̄.a.b.
ad.b.quod est inconueniens:quia positum est q̄ minor.ueru3 est ergo qd' di-
citur. Quod etiam ostēsiue astruemus hoc modo ponemus enim ut propor-
tio.e.b.ad.b.sit tanq̄ proportio.c.d.ad.d.eritq; ex prima parte.10.e.b.minor
q̄.a.b.quare ex cōmuni sciētia.e.est minor q̄.a. minor igitur est ex prima
parte.8.proportio.e.ad.b.q̄ sit.a.ad.b. sed proportio.e.ad.b.est sicut.c.ad.d
ex disiūcta proportionalitate:itaq; ex.12. proportio.a.ad.b.est maior q̄ sit.
c.ad.d.quod est propositum.

Propositio .30.



I fuerit quatuor quantitates quarum prime & secū
de ad secundam sit maior proportio q̄3 tertie & quar-
te ad quartā:erit euerlim minor pportio prime & se-
cunde ad primā q̄3 tertie & quarte ad tertia.

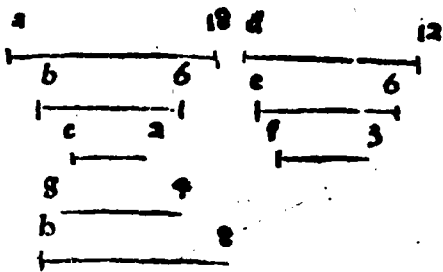
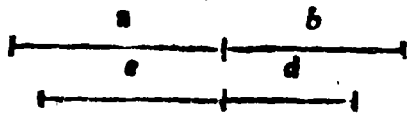
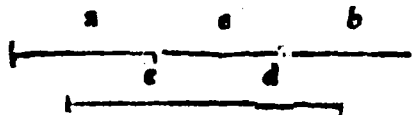
¶ Sit maior proportio.a.b.ad.b.q̄.c.d.ad.d.dico q̄ euerlim minor erit pro-
portio.a.b.ad.a.q̄.c.d.ad.d.erit enim disiūctim ex premissa maior propor-
tio.a.ad.b.q̄.c.ad.d. Itaq; per .26. erit econuerso minor.b.ad.a.q̄.d.ad.c.
quare per ante premissam coniūctim minor erit.b.a.ad.a.q̄.c.d.ad.c.qd' ē
propositum.

Propositio .31.



I fuerint tres quantitates in uno ordine.itemq; tres in
alio fueritq; prime priorū ad secundā maior propor-
tio quam prime posteriorū ad secundam.itemq; secū-
de priorum ad tertiam maior quā secunde posteriorū
ad tertiam . erit quoq; prime priorum ad tertiam maior propor-
tio q̄ prime posteriorum ad tertiam.

¶ Sit tres q̄itates.a.b.c.itēq; alie tres.d.e.f.sitq; maior pportio.a.ad.b.q̄3
d.ad.e.itēq; maior.b.ad.c.q̄.e.ad.f.dico q̄ maiō erit pportio.a.ad.c.q̄.d.ad
f.si terti.g.ad.c.ut.e.ad.f.eritq; ex pma pte.10.g.mior.b.q̄re ex scda pte.8.p
portio.a.ad.g.ē.maiō q̄.a.ad.b.mto maior ergo ē pportio.a.ad.g.q̄.d.ad.e
sit itaq; h.ad.g.ut.d.ad.e.eritq; ex pria pte.10.a.maior.h.q̄re ex pria pte.8.p

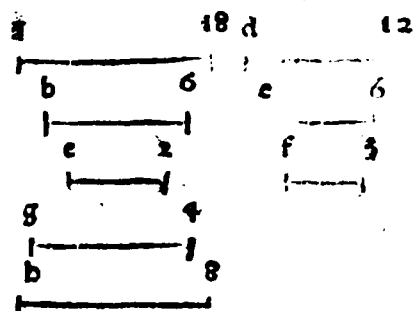


portio. a. ad. c. maior est q̄ proportio. h. ad. c. At uero proportio. h. ad. c. est p̄ equam proportionalitatem: sicut. d. ad. f. est eam. h. ad. g. ut. d. ad. e. & g. ad. c. ut. e. ad. f. igitur ex. 12. proportio. a. ad. c. est maior q̄. d. ad. f. quare constat p̄ positum.

Propositio 32.

SI fuerint tres quantitates in uno ordine. itemq; tres in alio fueritq; proportio secunde priorum ad tertiā maior quam prime posteriorum ad secundam Itemq; prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiā. erit maior proportio prime priorum ad tertiā quam prime posteriorum ad tertiā.

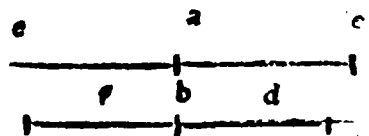
¶ Sint enim tres quantitates in uno ordine. a. b. c. Itemq; tres in alio. d. e. f. quē admodum in premissa: sitq; maior proportio. b. ad. c. q̄. d. ad. e. & maior. a. ad. b. q̄. e. ad. f. dico q̄ maior erit. a. ad. c. q̄. d. ad. f. sit enim. g. ad. c. ut. d. ad. e. erit q̄. g. minor. b. per primā partē. 10. q̄re maior erit proportio. a. ad. g. q̄. ad. b. per secundam partem. 8. igitur multo maior est. a. ad. g. q̄. e. ad. f. sit itaq; h. ad. g. ut. e. ad. f. eritq; a. maior. h. ex prima parte. 10. quare proportio. a. ad. c. maior est q̄. h. ad. c. ex prima parte. 8. At uero ex. 23. proportio h. ad. c. est tā quā. d. ad. f. eo qd̄ est. g. ad. c. ut. d. ad. e. & h. ad. g. ut. e. ad. f. igitur ex. 12. maior est proportio. a. ad. c. q̄. d. ad. f. quod est propositum.



Propositio 33.

SI fuerit proportio totius ad totum maior: q̄ abscisi ad abscisum erit residui ad residuum maior proportio q̄ totius ad totum.

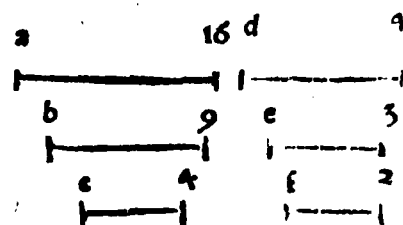
¶ Sint due quantitates. a. & b. a quibus abscindantur. c. & d. & residua sunt. e. & f. sitq; maior proportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. dico q̄ maior erit p̄portio. e. ad. f. q̄. a. ad. b. erit enim ex. 27. permutatim maior proportio. a. ad. c. q̄. b. ad. d. quare ex. 30. erit euerſim minor proportio. a. ad. e. q̄. b. ad. f. igitur rursus ex. 27. permutatim minor erit. a. ad. b. q̄. e. ad. f. quod est propositum.



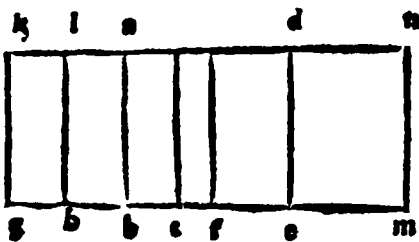
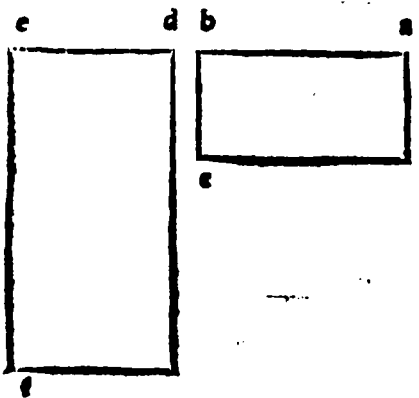
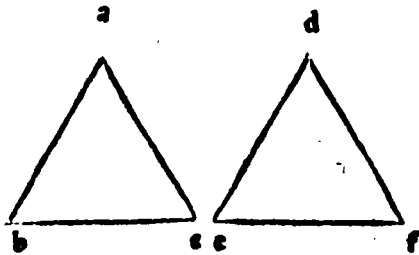
Propositio 34.

SI quotlibet quantitates ad totidem alias comparētur. fueritq; cuiuslibet precedentis ad suā relatiuā maior proportio q̄ alicuius subsequentis ad suā. erit omnium harum pariter acceptarū ad omnes illas pariter acceptas maior p̄portio q̄ alicuius subsequentiū ad suā cōparērem aut etiam q̄ omnium pariter acceptarū ad omnes pariter acceptas: minor autem q̄ prime ad primā.

¶ Sit. 3. q̄ntitates. a. b. c. relate ad totidē alias q̄ sit. d. e. f. sitq; maior p̄portio. a. ad. d. q̄. b. ad. e. & b. ad. e. sit maior q̄. c. ad. f. dico q̄ p̄portio. a. b. c. p̄ter acceptas ad. d. e. f. p̄ter acceptas. ē maior q̄. b. ad. e. uel maior q̄. c. ad. f. & ē maior. q̄. b.



& c. pariter acceptum ad e. & f. pariter acceptas: & q̄ ipsa est minor q̄ a ad d. cum sit enī a. ad d. maior q̄ b. ad e. erit permutatis a. ad b. maior q̄ d. ad e. & coniunctim a. b. ad b. maior q̄ d. e. ad e. & itē permutatim a. b. ad d. e. maior q̄ b. ad e. quare per premissam a. ad d. est maior q̄ a. b. ad d. e. eodēq̄ modo probatur maiore esse b. ad e. q̄ b. c. ad e. f. itaq̄ maior proportio est a. ad d. q̄ b. c. ad e. f. quare permutatis maior est a. ad b. c. q̄ d. ad e. f. & coniunctim maior a. b. c. ad b. c. q̄ d. e. f. ad e. f. & iterum permutatis maior a. b. c. ad d. e. f. q̄ c. b. ad e. f. quare per premissas maior est a. ad d. q̄ a. b. c. ad d. e. f. quod est propositum. Eeplicit liber quintus. Incipit liber Sextus.



Superficies similes dicuntur quorum anguli unius angulis alterius equales. latera quoque equos angulos continentia proportionalia.

¶ Ut si trigonus a. b. c. fuerit equiangularis trigono d. e. f. fueritque angulus a. equalis angulo d. & angulus b. equalis angulo e. & proportio a. b. ad d. e. sicut a. c. ad d. f. & b. c. ad e. f. ipsi erunt similes.



Superficies mutuoque laterum sunt inter quarum latera in continua proportionalitas retrahitur habetur.

¶ Ut si duorum quadrilaterum a. b. c. d. e. f. proportio a. b. lateris primi ad d. e. latus secundi fuerit sicut proportio e. f. lateris secundi ad b. c. latus primi illa duo quadrilatera dicuntur mutuoque laterum siue mutuekisia. ¶ Linea dicitur diuidi secundum proportionem habere medium & duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionem que est maioris ad maiorem.

Propositio .1.



Si duarum rectilinearum superficierum equidistantium laterum siue triangulorum fuerit altitudo una: tanta erit alterutra earum ad alteram, quanta sua basis ad basim alterius.

¶ Sint duo parallelograma a. b. c. d. e. f. equalis altitudinis. dico esse proportionem eorum sicut b. c. ad e. f. ponam illa duo parallelograma super lineam unam que sit g. m. eruntque propter hoc quod sunt equalis altitudinis inter lineas equidistantes quarum sit altera k. n. deinde ex linea g. m. sumam g. c. multiplicem per quemcumque numerum uoluerō a. d. b. c. & diuidam eam in partes equales b. c. in punctis h. & b. a quibus & puncto g. duam equidistantes lineas a. b. q̄ sunt g. k. & h. l. & complebo superficies equidistantium laterum k. h. & l. b. eritque unaqueque earum per .36. primi equalis a. c. quare sicut linea g. c. est multiplex lineae b. c. ita superficies c. k. superficie a. c. Similiter quoque ad lineam e. f. sumam ex linea g. m. lineam f. m. multiplicem per quemcumque numerum uoluerō e. f. & complebo superficiem equidistantium laterum ducta linea m. n. equidistantem lineae d. e. eritque superficies n. f. ita multiplex superficie d. f. sicut linea m. f. lineae c. f. & quia per .36. primi si linea g. c. est maior linea f. m. superficies k. c. est maior superficie n. f. & si minor minor & si equalis equalis erit per definitionem incommensurabilium.

proportionalitatis eadem proportio basis. $b.c.$ ad basim. $e.f.$ que est superficies. $a.c.$ ad superficiem. $d.f.$ quod est propositum. ¶ De triangulis equalis altitudinis idem probabis: & eodem modo per. 38. primi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices ad uertices triangulorum.

Propositio .2.



I linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistans: eam duo illa latera proportionaliter secare. Si uero proportionaliter secet eam reliquo latere equidistare necesse est.

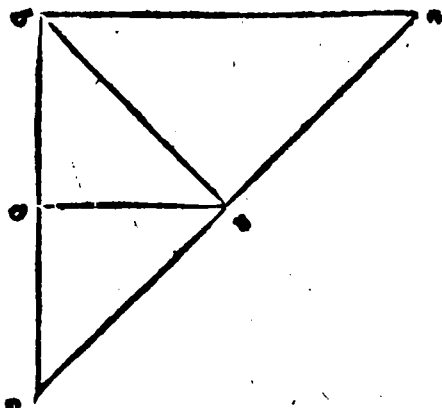
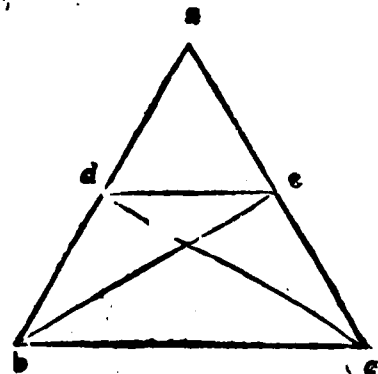
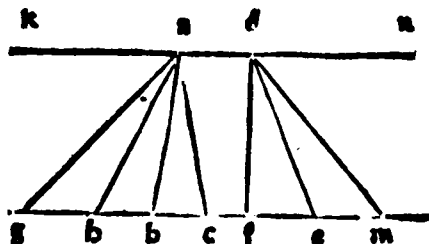
¶ Sit triangulus. $a.b.c.$ cuius duo latera. $a.b.$ & $a.c.$ secet linea. $d.e.$ equidistans tertio lateri. quod est. $b.c.$ dico quod erit proportio. $a.d.$ ad. $d.b.$ sicut. $a.e.$ ad. $e.c.$ & e converso si fuerit proportio. $a.d.$ ad. $d.b.$ sicut. $a.e.$ ad. $e.c.$ linea. $d.e.$ erit equidistans linee. $b.c.$ protrahe enim duas lineas. $e.b.$ & $d.c.$ eritque per. 37. primi triangulus. $e.d.b.$ equalis triangulo. $d.e.c.$ propter id quod ipsi sunt ambo super lineam. $d.e.$ inter lineas equidistantes. itaque per secundam partem. 7. quinti: proportio trianguli. $a.d.$ ad. utrumque illorum erit una: sed proportio eadem per premissam ad triangulum. $e.d.b.$ est sicut linee. $a.d.$ ad lineam. $d.b.$ & ad triangulum. $d.e.c.$ sicut linee. $a.e.$ ad lineam. $e.c.$ Nam ipse cum utroque illorum est equalis altitudinis: quare erit proportio. $a.d.$ ad. $d.b.$ sicut. $a.e.$ ad. $e.c.$ quod est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius. $a.d.e.$ utrumque illorum proportio una: quare per secundam partem. 9. quinti ipsi sunt adinvicem equalis: & quia ipsi sunt super eandem basim. uidelicet lineam. $d.e.$ & ex eadem parte erit per. 39. primi: linea. $d.e.$ equidistans linee. $b.c.$ quod est secundum.

Propositio .3.



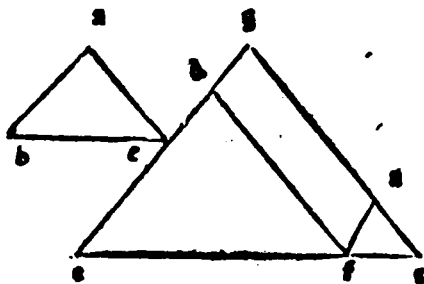
I ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si uero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint lineam illam angulum per equalia diuidere necessario comprobatur.

¶ Sit trigonus. $a.b.c.$ cuius angulum. $a.$ diuidat linea. $a.d.$ per equalia: dico quod proportio. $b.d.$ ad. $d.c.$ est sicut. $b.a.$ ad. $a.c.$ & e converso: protrahe enim. $b.e.$ equidistantem. $a.d.$ & producam. $c.a.$ quousque concurrat cum. $b.e.$ in puncto. $e.$ eritque per primam partem. 29. primi angulus. $e.b.a.$ equalis angulo. $b.a.d.$ & per secundam partem eiusdem angulus. $e.$ angulo. $d.a.c.$ quare angulus. $e.$ est equalis angulo. $e.b.a.$ ergo per. 6. primi. $e.a.$ est equalis. $a.b.$ & ideo per primam partem. 7. quinti proportio. $a.a.$ ad. $a.c.$ est sicut. $b.a.$ ad. $a.c.$ sed per premissam. $e.a.$ ad. $a.c.$ est sicut. $b.d.$ ad. $d.c.$ ergo. $b.a.$ ad. $a.c.$ sicut. $b.d.$ ad. $d.c.$ quod est primum. ¶ Secunda pars que est conuersa prime partis probabitur conuerso modo. Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio. $b.a.$ ad. $a.c.$ sicut. $b.d.$ ad. $d.c.$ quare per premissam. $e.a.$ ad. $a.c.$ est sicut. $b.d.$ ad. $d.c.$ erit eadem proportio. $e.a.$ ad. $a.c.$ que est. $b.a.$ ad. $a.c.$ ergo per primam partem. 9. quinti. $e.a.$ & $a.b.$ sunt equalis. quare per. 5. primi duo anguli. $e.$ & $e.b.a.$ sunt equalis. igitur per primam & secundam partem. 29. primi angulus. $b.a.d.$ est equalis angulo. $d.a.c.$ quod est secundum.



LIBER

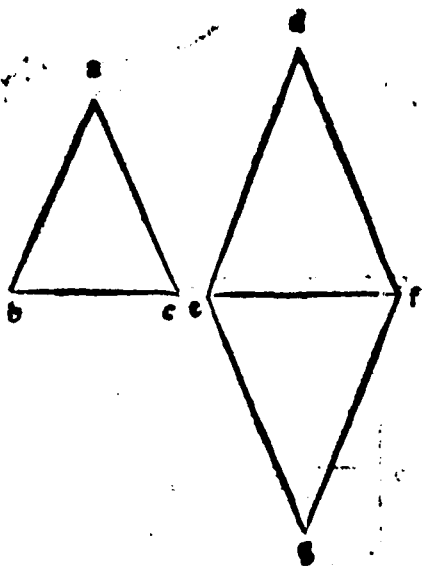
Propositio .4.



Quia duo triangulorum quorum unus angulus unus angulis alterius sunt equales: latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.

¶ Sunt duo trianguli. $a.b.c.d.e.f.$ equianguli. sitq; angulus. $a.$ eq; lis angulo. $d.$ & angulus. $b.$ angulo. $e.$ & angulus. $c.$ angulo. $f.$ dico q; proportio. $d.e.ad.a.b.$ & $d.f.ad.a.c.$ est sicut. $e.f.ad.b.c.$ ponam enim ambos triangulos super lineam unam que sit. $e.c.$ ita q; duo anguli uni⁹ qui erunt super hac lineam sint equales duobus lateribus qui erunt super eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo. sed medius unius extremo alterius. & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire. sitq; $a.f.c.$ ipse idē triangulus qui erat. $a.b.c.$ & quia angulus. $a.f.c.$ est equalis angulo. $e.$ & angulus. $d.f.e.$ angulo. $c.$ per ypothesim: erit per primam partem. 28. primi linea. $a.f.$ equidistans. $d.e.$ & $d.f.$ equidistans. $a.c.$ complebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit. $g.f.$ eritq; per. 34. primi. $g.a.$ equalis. $d.f.$ & $g.d.$ eq; lis. $a.f.$ quia. ergo per secundum huius. $g.a.ad.a.c.$ sicut. $e.f.ad.f.c.$ & per eandem. $e.f.ad.f.c.$ sicut. $e.d.ad.d.g.$ erit per. 7. quinti. $d.f.ad.a.c.$ & per eandem. $e.d.ad.f.a.$ sicut. $e.f.ad.f.c.$ quod est propositum.

Propositio .5.



Quia duo triangulorum quorum cunctorum laterum sese respicientium est proportio una anguli lateribus proportionalibus contenti equi sibi inuicem probantur.

¶ Hec est conuersa prioris nec fecit ex ea & premissa unam conclusionē sicut fecit in secunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem mediis demonstratur quibus precedens. Sint itaq; duo trianguli. $a.b.c.d.e.f.$ sitq; proportio. $a.b.ad.d.e.$ & $a.c.ad.d.f.$ sicut. $b.c.ad.e.f.$ dico q; angulus. $a.$ est equalis angulo. $d.$ & angulus. $b.$ angulo. $e.$ & angulus. $c.$ angulo. $f.$ constituam super lineam. $e.f.$ in opposita pte trianguli. $d.e.f.$ angulum. $f.e.g.$ equalem angulo. $b.$ & angulum. $e.f.g.$ equalem angulo. $c.$ eritq; per. 32. primi: angulus. $g.$ equalis angulo. $a.$ ergo per premissam proportio. $a.b.ad.e.g.$ & $a.c.ad.f.g.$ sicut. $b.c.ad.e.f.$ quare. $a.b.ad.d.e.$ sicut. $ad.e.g.$ & $a.c.ad.d.f.$ sicut. $ad.f.g.$ igitur per secundam partem nonē quinti. $d.e.$ est equalis. $e.g.$ & per eandem. $d.f.$ equalis. $f.g.$ quare per. 8. primi: duo trianguli. $d.e.f.$ & $g.e.f.$ sunt equianguli: quare ergo triangulus. $g.e.f.$ est etiam equiangulus triangulo. $a.b.c.$ constat propositum.

Propositio .6.



Quia duo trianguli quorum unus angulus unus angulo alterius equalis. lateraq; illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se inuicē equianguli.

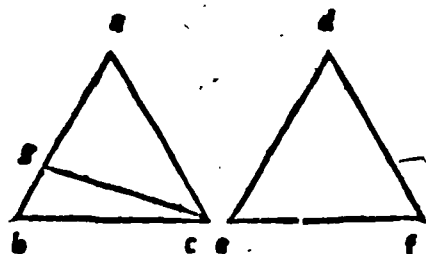
¶ Maneat prior dispositio. & sit solum angulus. $b.$ equalis angulo. $d.e.f.$ & proportio. $a.b.ad.d.e.$ sicut. $b.c.ad.e.f.$ dico adhuc duos triangulos. $a.b.c.d.e.f.$ esse equiangulos: cum enī sit p. 4. huius propter ypotheses pmissas cōcludi.

tionis. $a.b.ad.e.g.$ sicut. $b.c.ad.e.f.$ erit. $a.b.ad.d.e.$ sicut. $a.b.ad.e.g.$ quare per secundam partem nonae quinti. $d.e.$ est equalis. $e.g.$ quia ergo duo latera. $d.e.$ & $e.f.$ trigoni. $d.e.f.$ sunt equalia duobus lateribus. $e.g.$ & $e.f.$ trigoni. $g.e.f.$ & angulus. $e.$ unius angulo. $e.$ alterius: quia uterque est equalis angulo. $b.$ ipsi erunt per quartam primi equianguli & quia. $e.g.f.$ est etiam equiangulus. $a.b.c.$ patet propositum.

Propositio .7.

Si fuerint duo trianguli quorum unus angulus uni⁹ uni angulo alteri⁹ equalis: duoque suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti: duorum uero demum reliquorum uterque aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.

¶ Sint duo trianguli. $a.b.c.d.e.f.$ sitque angulus. $a.$ equalis angulo. $d.$ & proportio. $a.c.ad.d.f.$ sicut. $c.b.ad.f.e.$ & uterque duorum angulorum. $b.$ & $e.$ aut neuter sit minor recto: dico eos esse equiangulos. Si enim angulus. $c.$ unius est equalis angulo. $f.$ alterius: patet propositum per premissam. Sin autem sit. $c.$ maior fiatque angulus. $a.c.g.$ equalis eidem: eritque per. 32. primi triangulus. $a.g.c.$ equiangulus triangulo. $d.e.f.$ quare per quartam huius proportio. $a.c.ad.d.f.$ sicut $g.c.ad.e.f.$ sed sic fuit. $b.c.ad.e.f.$ ergo per. 9. quinti. $g.c.$ & $b.c.$ sunt equales. ergo per quintam primi angulus. $b.$ est equalis angulo. $b.g.c.$ si ergo neuter duorum angulorum. $b.$ & $e.$ fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis: quod esse non potest per. 32. primi. Quod si uterque fuerit minor recto: erit angulus. $a.g.c.$ maior recto per. 13. primi: quare & angulus. $e.$ sibi equalis est etiam recto maior quod est contra ypothesin. quare destructo opposito remanet propositum: oportet autem utrumque angulorum reliquorum aut neutrum esse minorem recto. possibile enim est in eodem triangulo ut in triangulo. $a.b.c.$ lineam. $g.c.$ esse equalem. $b.c.$ & ideo erit. $a.c.$ ad utrumque earum una proportio per. 7. quinti. Nec tamen erunt trianguli. $a.g.c.$ & $a.b.c.$ equianguli quauis unus angulus unius sit equalis uni angulo alteri⁹ immo idem ut angulus. $a.$ & proportio lineae. $a.c.$ puta est latus magni ad. $a.c.$ prout est latus perui sicut. $b.c.$ latus magni. ad. $g.c.$ latus parui. utraque enim equalis: & hoc est propter hoc quod angulus. $g.$ minoris est maior recto: & angulus. $b.$ maioris minor. Nam in omni triangulo duum equiangulorum laterum uterque angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

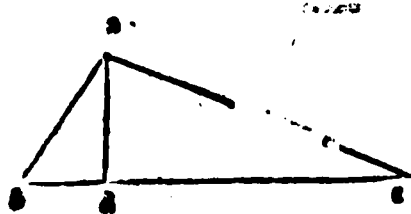


Propositio .8.

Si ab orthogonii angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. fient duo trianguli partiales toti triangulo & sibi inuicem similes. Vnde etiam manifestum est quia in omni triangulo rectangulo si ab ei⁹ angulo recto ad basim perpendicularis ducatur. erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemque utrumque latus inter totam basim atque sibi conterminalem basis portionem.

¶ Sit trigonus. $a.b.c.$ orthogonus cuiusque angulus. $a.$ rectus a quo ducatur. $a.d.$

LIBER.



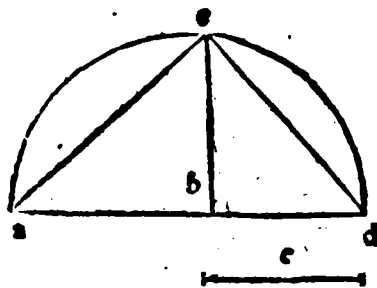
perpendicularis ad basim. dico qd uterq; duorum triangulorum partialiū q; sunt. a. b. d. a. d. c. similis est totali triangulo. a. b. c. & unus eorū alteri. est enī q; uterq; ipsorum equiangularis totali per. 52. primi. eo qd uterq; est orthogon⁹ & in uno angulo cōmunicat cum totali: quare & sibi inuicem sunt equiangularē ita qd angulus. b. est equalis angulo. d. a. c. & angulus. b. a. d. angulo. c. & duo anguli qui sunt ad. d. sibi inuicē & angulo. a. totali equales: quare per. 4. hui⁹ latera equos eorum angulos respicientia. sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sūt similes: qd est propositū: utrunq; correl. ex his euidenter apparet.

Propositio .9.



D Vabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

Sint due linee propositae. a. b. & c. inter quas uolo unam lineam impropotionalitate continua collocare. Adijungam unam earū alteri sitq; tota ex eis composita. a. d. ita qd b. d. sit equalis. c. & super totam describo semicirculum. a. e. d. & produco. e. b. usq; ad circūferentiā perpendicularē ad lineam. a. d. dico lineam. b. e. esse quē querimus: produco enim lineas. e. a. & e. d. eritq; per. 30. tertii angulus. e. totalis rectus: quare per primam partem correl. premisse proportio. a. b. ad. b. e. sicut. b. e. ad. b. d. qd est propositum.

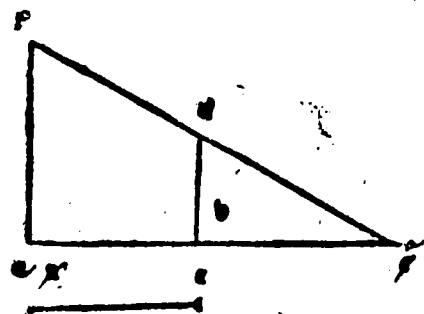


Propositio .10.



D Vabus lineis datis tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

Sint due linee propositae. a. b. & c. quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere: coniungo lineam. c. angulariter ut contingit cum linea. a. b. sitq; a. d. sibi equalis. & produco lineam. a. b. usq; ad. e. donec fiat. b. e. equalis. a. d. & protracta linea. b. d. a. pūcto. e. duco lineam sibi equidistantē & lineam. a. d. produco quousq; concurrant in puncto. f. dico igitur lineam. d. f. esse quē querimus. est enim per secundam huius proportio. a. b. ad. b. e. sicut. a. d. ad. d. f. sed. a. b. ad. b. e. est sicut. a. b. ad. a. d. per. 2. item. 7. quinti: quare. a. b. ad. a. d. sicut. a. d. ad. d. f. qd est propositum. Quod si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam. ad quam sit proportio tertie sicut prime ad secundam: ex prima & secunda fiat linea una & toti compositae tertiæ angulariter adiungatur & a cōmuni termino prime & secunde ducatur linea ad extremitatem tertie: & ab altero termino secunde ducatur huic linee equidistans: quousq; concurrat cū tertia in continuum rectumq; protracta: eritq; per secundā huius linea q̄ hec equidistans abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima. a. b. secunda. b. e. tertia. a. d. erit quarta. d. f.



Propositio .11.



A assignata linea quotamcūq; iubearis partem abscindere.

Sit. a. b. linea assignata ab ea uolo aliquotam partē utpote tertiam abscindere: coniungo ei angulariter ut cōtingit. lineam inde sumē quantitatē que sit. a. c. a qua resecō tres equas portiones.

que sint a.d.d.e & e.c.& produco lineas.c.b.&d.f.sibi equidistantes.dico.a.f. esse tertiam.a.b.est enim per secundam huius proportio.c.d.ad.d.a.sicut.b.f.ad.f.a.quare coniunctim.c.a.ad.d.a.sicut.b.a.ad.f.a.cum igitur.c.a. sit tripla ad.d.a.pater.a.f. esse tertiam.a.b.quod est propositum.

Propositio .12.



Vabus lineis propositis altera indiuisa altera p parte diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuideres
¶ Sunt duo linee quas angulariter ut continget coniungā.a.b.&a.c.sitq;.a.b.diuisa in tres uel qualescūq; portiones signatis in ea punctis.d.&e.uolo secundum easdē portiones diuidere lineam.a.c. cū igit ipas angulariter cōiunxero.protrahā lineam.b.c.&equidistantes.ei.d.f.&e.g.dico istas equidistantes diuidere lineā.a.c.in partes pportionales partib;.a.b.protraham eni.f.h.equidistantē.a.b.que secet.e.g.in pū cto.k.eritq; per secundā huius pportio.g.f.ad.f.a.sicut.e.d.ad.d.a.&c.g.ad.g.f.sicut.h.k.ad.k.f.quare & sicut.b.e.ad.e.d.per.34.primi.& scdāz partē.7.quinti qd' ē propositū.Oportet autē secundam hui' toties repetere quot erunt partes linee.a.b.minus una.at uero.34.primi.& septimi quinti minus duabus.

Propositio .13.

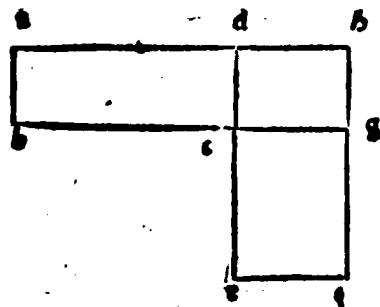
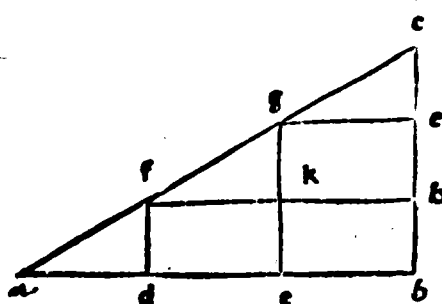
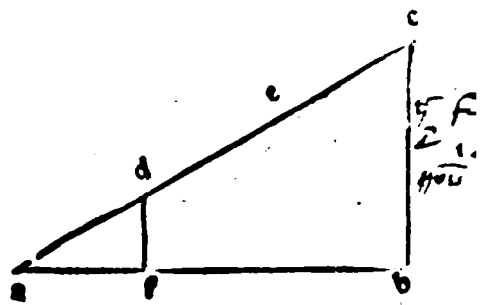


I due superficies equidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius equalis equalēs fuerint latera duos equos angulos continentia mutekesia esse.Si uero latera duos equos angulos continentia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.
¶ Sint due superficies.a.b.c.d.&c.e.f.g.equidistantium laterum & equales.sitq; angulus.c.unius equalis angulo.c.alterius.dico pportione.b.c.ad.c.g. esse sicut.e.c.ad.c.d.& si proportio.b.c.ad.c.g.fuerit sicut.e.c.ad.c.d.& predicti anguli fuerint adhuc equales.dico illas duas superficies equidistantium laterū esse equales.coniungam enim eas angulariter uidelicet angulū.c. unius angulo.c.alterius ita q; duo latera earum que sunt.b.c.&c.g.fiant linea una eruntq; similiter duo reliqua latera.d.c.&c.e.linea una.alioquin sequeretur per presentem ypothē.que est angulum.c.unius:esse equalem angulo.c.alterius.& per.15.primi:partem esse equalem toti.cōplebo itaq; superficiem equidistantium laterū productis lineis.a.d.&f.g. quousq; concurrant in.h.eritq; per primam partem.7.quinti utriusq; superficiē.a.c.&c.f.ad superficiem.c.h.proportio una:& quia per primā huius proportio superficiē.a.c.ad superficiem.c.h.sicut linee.b.c.ad lineam.c.g.& superficiē.c.f.ad eandē superficiē.c.h.sicut.e.c.ad.c.d.manifesta est primā pars propositae conclusionis.Scda pars sic p3.per primam enim huius est proportio.b.c.ad.c.g.sicut.a.c.ad.c.h.&c.c.ad.c.d.sicut.c.f.ad eandem c.h.& quia positum est q; proportio.b.c.est ad.c.g.sicut.e.c.ad.c.d.erit utriusq; duarum superficialium.a.c.&c.g.ad superficiem.c.h. una proportio.ergo per primam partem.9.quinti.a.c.est equalis.c.f.sicq; patet scda pars.

Propositio .14.

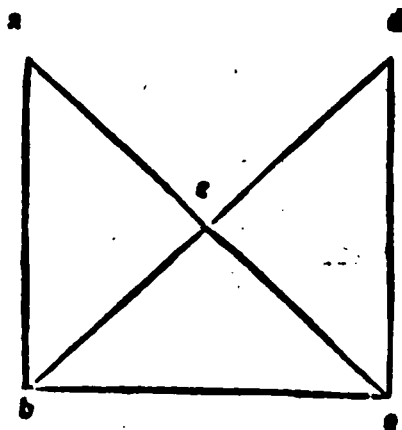


I duo trianguli quorū unus angul' uni' uni angulo alteri' equalēs fuerint: latera duos angulos equos continentia erūt mutekesia.Si uero latera duos equos angulos cōtinētia fuerit mutekesia duo triāguli equalēs



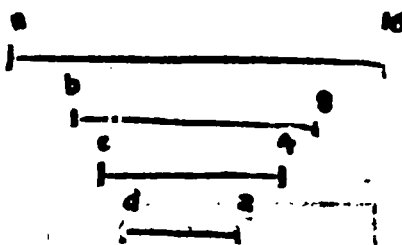
LIBER.

esse comprobantur.



¶ Sit duo trianguli .a.b.c. & .d.e. equales: sitq; angulus .c. unus equalis angulo .c. alterius: dico proportionem .a.c.ad.c.e. esse sicut .d.c.ad.c.b. & si fuerit proportio .a.c.ad.c.e. sicut .d.c.ad.c.b. & predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illos duos triangulos esse equales: coniungam enim eos angulariter ita q; latera .a.c. & .c.e. fiat linea una. eruntq; similiter .b.c. & .c.d. linea una. aliter sequeretur partem esse equalem toti. per .15. primi: & protraham lineas b.e. eritq; per primam partem. 7. quinti utriusq; dictorum angulorum ad triangulum .c.b.e. proportio una: & quia per primam huius primi eorū ad ipsū est sicut .a.c.ad.c.e. & secundi eorum ad eundem sicut .d.c.ad.c.b. manifesta est prima pars propositæ conclusionis. ¶ Secunde pars econtrario probatur. quia .a.c.ad.c.e. est sicut primi trianguli ad triangulum .b.c.e. & .d.c.ad.c.b. sicut secundi ad eundem per primam huius: & quia positū est ut sit .a.c.b.ad.c.e. sicut .d.c.ad.c.b. erit utriusq; dictorum triangulorum ad triangulum .b.c.e. una proportio: quare per primam partem. 9. quinti ipsi sunt equales. sicq; patet secunda pars.

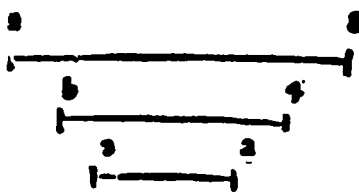
Propositio .15.



Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima & ultima rectangulum continetur: equum erit ei qd' sub duabus reliquis. Si uero qd' sub prima & ultima continetur equum fuerit ei qd' sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales esse conuenit.

¶ Sit quatuor linee .a. b. c. d. proportionales: Sitq; proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. dico q; superficies contenta sub .a. & .d. equalis est superfici ei contente sub .b. & .c. & si superficies contenta sub .a. & .d. est equalis superfici ei contente sub .b. & .c. dico q; proportio .a. ad .b. est sicut .c. ad .d. Fiat enim superficies contenta sub .a. & .d. & superficies contenta sub .b. & .c. Si ergo est proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. latera illarum superficierum erunt mixta. sed & anguli eis contenti equales: quia utraq; est rectorum angulorum: quare per secundam partem. 5. huius ipsi sunt equales quod est primum. ¶ Scdm patet per primam partem eiusdem. si enim ipse sunt equales. quia omnes anguli earū sunt recti: latera earum erunt mixta: quare proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. quod est secundum.

Propositio .16.



Si fuerint tres linee proportionales qd' sub prima & tertia rectangulum continetur: equum erit ei qd' a secunda quadrato describitur. Si uero qd' sub prima & tertia continetur equum est ei quadrato qd' a secunda producitur: ipse tres linee proportionales erunt.

¶ Sit proportio linee .a. ad lineam .b. sicut linee .b. ad lineam .c. dico q; superficies contenta sub .a. & .c. equalis est quadrato .b. & si superficies contenta sub .a. & .c. est equalis quadrato .b. dico q; proportio .a. ad .b. est sicut .b. ad .c. hoc autem est euidens per precedentem posita alia linea que sit equalis .b. ita q; .b. sit in ratione secunde & tertiae.

Propositio. 17.



Si fuerint duo triaguli similes proportio alteri⁹ ad alterū est tanq̃ proportio cuiuslibet sui lateris ad suū relatiuū lat⁹ alteri⁹ duplicata. Manifestū etiā ex hoc q̃a omniū triū linearū cōtinue pportionalius quāta ē prima ad tertiam tāta erit superficies cōstituta sup primam ad superficiē cōstitutā scd̃az. cū fuerit ei similis i lineatiōe & creatiōe.

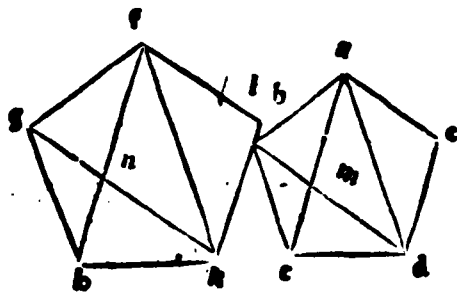
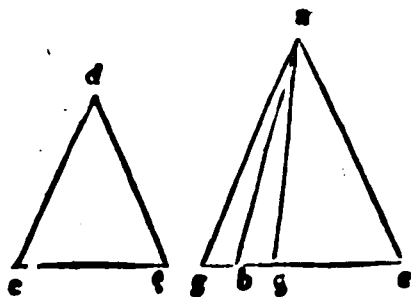
Sint duo triaguli. a. b. c. & d. f. similes eruntq; per diffinitionē equianguli & laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo. d. & angul⁹ b. angulo. e. & angulus. c. angulo. f. eritq; proportio. a. b. ad. d. e. & a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico q̃ proportio triaguli. a. b. c. ad triagulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata. Subiungatur enim s̃m doctrinam. 10. huius duabus lineis. b. c. & e. f. tertia in continua proportionalitate que sit. c. g. protracta aut resecata. c. b. si. c. g. fuerit ea maior aut minor & producat̃ur linea. g. a. eritq; per scd̃am partem. 14. huius triagulus. a. g. c. equalis triagulo. d. e. f. propter id qd̃ proportio. a. c. ad. d. f. est sicut. e. f. ad. c. g. & angulus. c. equalis angulo. f. quare per scd̃am partem. 7. quinti triaguli. a. b. c. ad utrūq; illorum erit una proportio: s̃ per priuam huius proportio triaguli. a. b. c. ad triagulum. a. g. c. est sicut. b. c. ad. g. c. At uero proportio. b. c. ad. c. g. sicut. b. c. ad. e. f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ergo proportio triaguli. a. b. c. ad triagulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. d. f. duplicata qd̃ est propositum. Si autem. c. g. sit equalis. b. c. erit per scd̃am partem. 14. huius triagulus. a. b. c. equalis triagulo. d. e. f. equalis autem proportio componitur ex equali duplicata uel triplicata uel quotienscūq; sumpta. Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eandem mediā demonstrare de superficiebus equidistantium laterū similibus sumpta solum. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autem eam. q̃a per sequentes demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correl. q̃ uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus nondum patet nisi de triagulis. 13 demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente quia est correl. huius. non autem sequentis. ex modo enim demonstrationis huius sua ueritas manifesta est. non ex modo illius.

Propositio. 18.



Mnes due superficies similes multiagule sūt diuisibiles in triagulos similes atq; numero eq̃les. Estq; proportio alterius earū ad alterā sicut cuiuslibet sui lateris ad suū relatiuū lat⁹ alterius proportio duplicata.

Sint gratia exempli duo pentagoni. a. c. d. f. h. k. similes. dico q̃ ipsi sunt diuisibiles in triagulos similes numero equales. & q̃ proportio alterius eorū ad alterum est sicut. a. b. ad. f. g. proportio duplicata. ducantur enim lineae due a. c. & a. d. itēq; f. h. & f. k. eritq; per presentem ypothe. & per. 4. huius triagulus. a. b. c. equiangulus triagulo. f. g. h. & triagulus. a. c. d. triagulo. f. i. k. Similiter quoq; per hanc cōmunem scientiam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa sunt: erit triagulus. a. c. d. equiangulus triagulo. f. h. k. Nam ipsi pentagoni positi sunt equianguli. & laterum proportionalius. & q̃a triaguli in quos diuiduntur sunt adinuicem equianguli. ut probatū ē. erunt etiā & similes p. 4. huius & diffinitionē similitudinis superficie: quare cū ipsi sint numero equales patet primū. Scd̃z sic. p̃trahant. b. d. que secet. a. c. i p̃cto



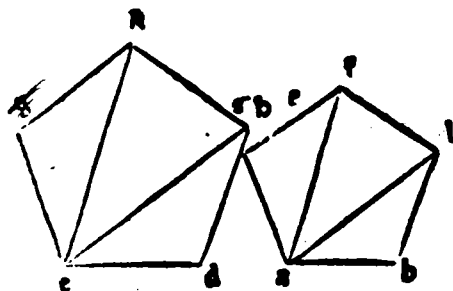
m. & g. k. que fecer. f. h. in puncto. n. eritq; triangulus. b. c. d. equiangularis tria-
gulo. g. h. k. per. 6. huius & presentem ypoth. quare & triangulus. a. b. m. tria-
gulo. f. g. n. & a. m. d. f. n. k. ergo per. 4. huius proportio. b. m. ad. g. n. est sicut.
a. m. ad. f. n. & a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. 11. quinti. b. m. ad. g.
n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo permutatim. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per
primam huius. a. b. m. ad. a. m. d. & b. c. m. ad. c. m. d. sicut. b. m. ad. m. d. & p
eandem. f. g. n. ad. f. n. k. & g. n. h. ad. h. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo per. 13. qui-
ti. a. b. c. ad. a. c. d. sicut. f. g. h. ad. f. h. k. quare permutatim. a. b. c. ad. f. g. h. si-
cut. a. c. d. ad. f. h. k. eadem ratione probabis qd' & sicut. a. e. d. ad. f. l. k. ergo p
15. primi quinti totius pentagoni ad totum pentagonum sicut. a. b. c. ad. f. g.
h. per premissam igitur est proportio pentagoni. a. c. d. ad pentagonum. f.
h. k. sicut proportio. a. b. ad. f. g. duplicata qd' est propositum: ex quo rursus
patet correl. precedentis. ¶ Aliter potest demonstrari scdm. cum enim trian-
guli in quos pentagoni diuiduntur sint adinuicem similes: erit per preceden-
tem proportio. a. b. c. ad. f. g. h. sicut. b. c. ad. g. h. duplicata & a. c. d. ad. f. h. k.
sicut. c. d. ad. h. k. duplicata & a. e. d. ad. f. l. k. sicut. d. c. ad. k. l. duplicata. quia
igitur omnes hee proportionibus duplicate sunt equales propter hoc qd' positum
est simplex esse equales: erit per. 15. quinti totius pentagoni ad totum pentha-
gonum sicut lateris unius ad suū relatiuū. latus alterius proportio duplicata.

Propositio .19.

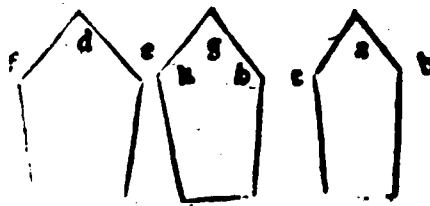


Vpra datam lineam date superficiei similem superfi-
ciem describere.

¶ Sit data linea. a. b. supra quam uolo constituere superficiem si-
mitem date superficiei que sit pentagonus: & sit. c. d. e. f. g. diuido
hunc pentagonum in triangulos ductis lineis. d. f. & d. g. & su-
per punctum. a. constituo angulum equalem angulo. c. ducta linea. a. h. & su-
per punctum. b. constituo alium angulum: qui sit. a. b. h. equalem angulo. c. d.
g. protracta linea. b. h. quousq; concurrat cu. a. h. in puncto. h. eritq; per. 32
primi angulus. a. h. b. equalis angulo. c. g. d. & ideo per. 4. huius latera duos
triangulorum. g. c. d. & h. a. b. proportionalia: facio quoq; angulum. h. b. k.
ducta linea. b. k. equalē angulo. g. d. f. & angulum. k. b. l. ducta linea. b. e. eq-
lem angulo. f. e. d. & angulum. b. h. k. ducta linea. h. k. equalem angulo. d. g. f.
& angulum. b. k. l. ducta linea. k. l. equalem angulo. d. f. e. eritq; perfectus pē-
thagonus qui constituendus erat super lineam. a. b. est enim equiangularis da-
to pentagono propter equalitatem angulorum triangulorum in quos ē uter-
q; diuisus sed & laterum proportionalium propter proportionalitatem late-
rum ipsorum triangulorū que ex. 4. huius euidenter apparet: quare per diffi-
nitionem similium superficierum pentagonus constitutus super lineam. a. b.
est similis pentagono dato qd' est propositum.



Propositio .20.



I fuerint uni superficiei similes quaslibet superficies
sibi inuicem similes esse necesse est.

¶ Sit uterq; pentagonorū. a. b. c. d. e. f. similis pentagono. g. h.
k. dico eos esse similes sibi inuicē. Est enim uterq; eorum equian-
gul' pēthagono. g. h. k. p' uersionē diffinitionis similium superficierum
quare sunt equianguli adinuicē. Similiter quoq; p' uersionē eiusdē diffinitionis

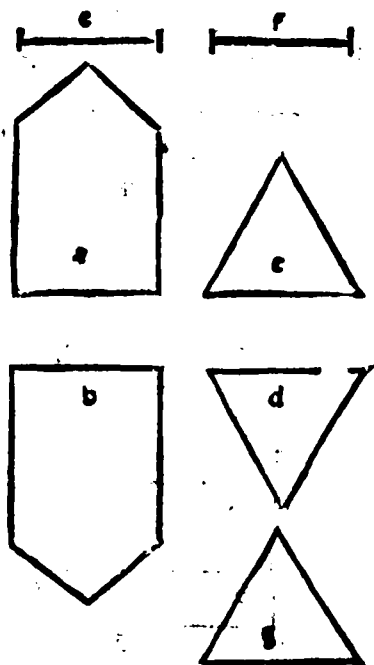
VI

proportio. a. b. ad. g. h. sicut. a. c. ad. g. k. & g. h. ad. d. e. sicut. g. k. ad. d. f. ergo per equam proportionalitatem. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. eodem modo p[ro]babis reliqua latera pentagonorum. a. b. c. & d. e. f. contineri equos angulos esse proportionalia. per definitionem itaq[ue] similium superficierum ipsi sunt similes adinuicem. quod est propositum.

Propositio 21.

Si fuerint quotlibet linee proportionales atq[ue] super binas & binas similes superficies designent: ipse quoq[ue] superficies erunt proportionales. Si uero super binas & binas similes superficies constitute fuerint proportionales: ipsas quoq[ue] lineas proportionales esse necesse est.

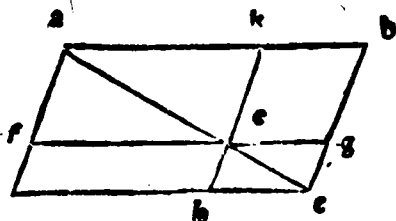
¶ Sint quatuor linee proportionales. a. b. c. d. sitq[ue] p[ro]portio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q[uo]d si superficies similes constituantur super. a. & b. utpote duo pentagoni similes & alie similes constituantur super. c. & d. utpote duo trianguli similes: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. Quod si fuerint pentagoni similes & similiter etiam trianguli similes: fueritq[ue] proportio pentagoni ad pentagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico q[uo]d erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Subiungatur enim lineis. a. & b. e. & lineis. c. & d. f. in continua proportionalitate: sicut docet. 10. huius. eritq[ue] per. 22. quinti & per equam proportionalitatem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. quia ergo per correl. 17. huius p[ro]portio pentagonorum: est sicut. a. ad. e. & triangulorum sicut. c. ad. f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: & hoc est primum. ¶ Scdm sic patet. Sint duo pentagoni similes & duo trianguli similes. sitq[ue] proportio pentagonorum sicut triangulorum. dico q[uo]d proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. Sit eni[us] c. ad. g. sicut. a. ad. b. hoc enim qualiter fiat. dictum est supra. 10. huius. & super g. fiat sicut docet. 19. huius. superficies similis illi que est constituta super lineam. c. eritq[ue] per premissam similis ei que constituta est super lineam. d. eritq[ue] etiam per primam partem huius. 21. que proportio pentagoni. a. ad. pentagonum. b. eadem trianguli. c. ad. triangulum. g. sed eadem erat etiam trianguli. c. ad. triangulum. d. ergo per secundam partem. 9. quinti triangulus. d. est equalis triangulo. g. Et quia sunt similes: erit linea. g. equalis linee. d. per primam partem. 17. huius cum super lineas. c. d. & g. sint trianguli: uel per secundam partem. 18. cum fuerint quelibet alie figure multiangule: equalitas enim non producitur ex aliqua proportionem duplicata uel triplicata uel quotienslibet sumpta nisi ex equali. erit itaq[ue] c. ad. d. sicut. a. ad. b. quod est propositum.



Propositio 22.

Vnter superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistunt toti parallelogramo atq[ue] sibi inuicem sunt similes.

¶ Sit ut in parallelogramo. b. d. cuius diameter. a. c. consistant super superficies. g. h. & f. k. equidistantium laterum. circa diametrum. dico eas esse similes toti parallelogramo & sibi inuicem. ē eni[us] p[ro]p[or]tio. h. b. g. ad. g. c. & d. h. ad. h. c. sicut. a. e. ad. e. c. ergo p[ro]p[or]tio. b. c. ad. c. g. & d. c. ad. c. h. sicut. a. c. ad. c. e. q[ue]re p[ro]p[or]tio. b. c. ad. c. g. sicut. d. c. ad. c. h. sicut. a. b. ad. e. g. cū. a. b. sit equalis. d. c. & g. h. c. eodem m[od]o erit. a. d. ad. e. h. sicut. a. b. ad. e. g. & d. c. ad. h. c. q[uia] ergo ista



LIBER.

parallelogramum fuit equiangula constat per diffinitionem similium superficierum. g. h. esse simile. b. d. Simili quoque modo probatur. f. k. esse simile eidem. propter hoc quod b. a. ad. a. k. & d. a. ad. a. f. est sicut. c. a. ad. a. e. per secundam huius & iuncta proportionalitate: quare p. 20. huius. f. k. & etiam simile. g. h. sicutque p. 3. totum.

Propositio .23.



Si in suo spacio parallelogramum partiale distinctum totum parallelogramo simile. atque secundum suum illius esse fuerit: circa eiusdem diametrum consistit.

¶ Sit ut in parallelogramo. b. d. sit distinctum parallelogramum. f. g. quod sit sibi simile. & secundum suum esse. i. participans cum eo in angulo. c. dico quod parallelogramum. f. g. consistit circa diametrum parallelogrami. b. d. & est hec conversio precedentis producatur enim a. e. c. que si fuerit diameter parallelogrami. b. d. constat propositum. Sin autem sit. a. h. c. diameter eius. & ducat. h. k. equidistans. f. c. eritque per premissas parallelogramum. f. k. simile parallelogramo. b. d. ergo per conversionem diffinitionis similium superficierum proportio. b. c. ad. k. c. est sicut. d. c. ad. f. c. sed per eadem conversionem dicte diffinitionis proportio. b. c. ad. g. c. est sicut. d. c. ad. f. c. propter id quod parallelogramum. f. g. positum est simile parallelogramo. b. d. ergo p. 11. quinti proportio. b. c. ad. g. c. est sicut. b. c. ad. k. c. utraque enim est sicut. d. c. ad. f. c. quare per secundam preteritorem quinti. g. c. est equalis. k. c. pars uidelicet totum quod est impossibile. Erat igitur. a. e. c. diameter parallelogrami. b. d. quod est propositum.

Propositio .24.



Quia duas superficies equidistantium laterum quatuor unum angulum uni uni angulo alteri equalis proportio alteri ad alteram est que producit ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium.

¶ Sit due superficies equidistantium laterum. a. c. & e. d. sitque angulus. b. unus equalis angulo. b. alterius. dico quod proportio unius ad alteram producta est ex proportionibus. a. b. ad. b. d. & c. b. ad. b. e. disponatur enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in. 13. huius. adiuncto ad utramque parallelogramo. c. d. & ponatur ut per portio linee. f. ad lineam. g. sit sicut. a. b. ad. b. d. & g. ad. h. sicut. c. b. ad. b. e. quod licet enim hoc fiat. dictum est supra. 10. huius: eritque per primam huius. & 11. quinti a. e. ad. e. d. sicut. f. ad. g. & c. d. ad. d. e. sicut. g. ad. h. quare p. 22. quinti erit in equa proportionalitate. a. e. ad. d. e. sicut. f. ad. h. & quia. f. ad. h. producit ex f. ad. g. & g. ad. h. ut dictum est in fine expositionis. 11. diffinitionis quinti. erit ut. a. e. ad. d. e. producat ex eisdem: quare constat propositum.

Propositio .25.



Ate superficiesi simile alique proposita equalis designare.

¶ Sit proposita due superficies rectilinee. A. pentagona. B. exagona uolo facere unam superficiem similem. a. & equalē. b. utraque proposita superficies resoluo in triangulos. A. quidem in triangulos. c. a. d. b. uero in triangulos. e. b. f. g. & super basim superficiem. a. que sit. h. k. constituo secundum doctrinam. 44. primi superficiem equidistantium laterum rectangulum equalē c. que sit. h. l. & l. m. equalē. a. & m. n. equalē. d. ut sit tota superficies equidistantium laterum. h. n. constituta super basim. h. k. equalis pentagono. a. Eodem modo super lineam. k. n. que est per latus huius superficiem constituo aliam superficiem rectangulam equalē exagono. b. quia facio. k. o. equalē. e. & o. p. equalē. b. & p. q. equalē. f. & q. r. equalē. g. ut sit tota rectangula superficies. n. r. equalis exagono.

b. & pono per. 9. huius lineam. f. t. proportionale inter lineam. h. k. & lineam. k. r. & super eam sedm doctrinā. 19. huius cōstituo superficiē. u. similis superficiē. a. dico ipsam esse quā querimus & equalē superficiē. b. cū enim tres lineę h. k. f. t. & k. r. sint cōtinuę proportionales. & super primā & secundā sint cōstitue superficies similes uidelicet. a. & u. erit p coroll. 17. huius. a. ad. u. sicut h. k. ad. k. r. quare per primā huius sicut. h. n. ad. n. r. & ideo per primā partē septime quinti sicut. a. ad. n. r. & propter hoc per secundā partē eiusdē sicut. a. ad. b. itaq; per secundā partē. 9. quinti. u. est equalis. b. qd ē ppositū. ¶ Quod etiā possumus ex pmutata pportionalitate facile pbare. quia cū sit. a. ad. u. sicut. h. n. ad. n. r. erit pmutatim. a. ad. h. n. sicut. u. ad. n. r. & quia. a. est eq̄lis. h. n. erit. u. equalis. n. r. quare. u. est etiā equalis. b. per hāc cōmunē sciētiā. q̄ cūq; uni & eidem sunt eq̄lia inter se sūt equalia. Nō est autē necessariū ut superficies. h. l. l. m. & m. n. equidistantiū laterū equales triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. & q. r. eq̄les triangulis. e. b. f. g. sint rectangule. sed ut angulus extrinsec⁹ superficiē. l. m. sit equalis angulo intrinseco superficiē. l. h. & extrinsecus. m. n. intrinseco. m. l. Similiter quoq; ut extrinsecus superficiē. k. o. sit equalis intrinseco superficiē. h. n. & extrinsecus. o. p. intrinseco. k. o. sicq; de ceteris. Cū enī sic fuerit erit unaquaq; linearū. k. n. & sibi opposita. h. m. itē q; h. r. & sibi opposita. n. q. linea una per ultimā partē. 29. primi. & p. 14. eiusdē quotiens oportuerit eq̄liter repetitas. ppter id qd omnes superficies. h. l. l. m. & m. n. itē q; k. o. o. p. p. q. & q. r. sunt equidistantiū laterū & angulus extrinsecus cuiusq; sequentis est equalis intrinseco eā precedentis. quare due superficies. h. n. & n. r. equidistantiū laterū & inter lineas equidistantes. & equalis altitudinis. Cetera ergo argue ut prius.

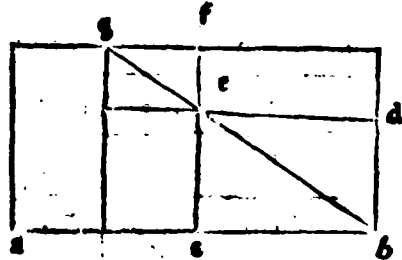
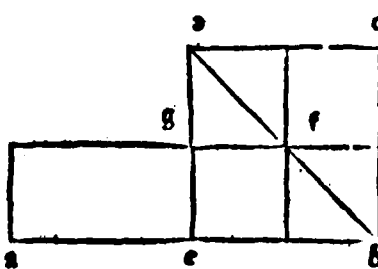
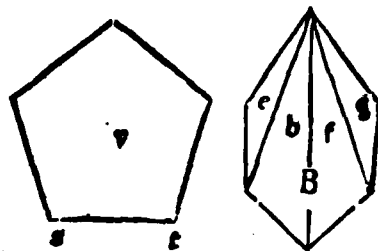
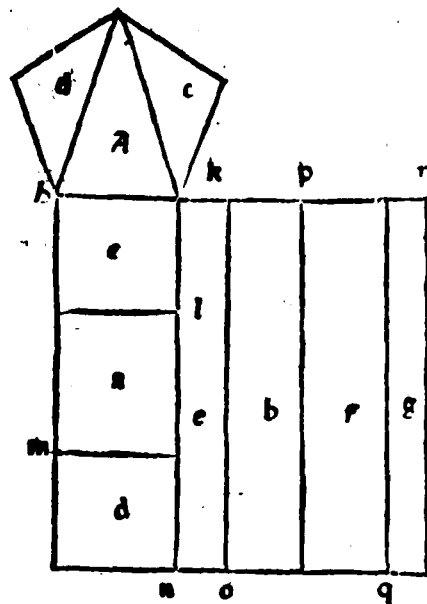
Propositio 26.

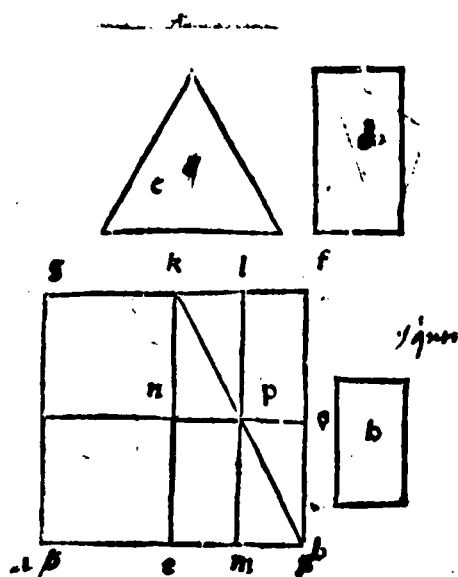
Super dimidiū date lineę palellogramum designatū maius est eo palellogramo cui date lineę applicato de est ad completionē lineę simile & super diametrum consistens super dimidium collocati.

¶ Sit data linea a. b. super cuius dimidiū. c. b. cōstituat palellogramum. c. d. cuius diameter. b. e. & ad lineam. a. b. applicet palellogramū. a. f. cuius unusq; latus secet. e. c. in puncto. g. ita q; ad complementū totius lineę. a. b. desit superficies. f. b. q; sit similis superficiē. c. d. & cōstet circa diametrum eius. dico tunc q; palellogramū. e. d. est maius palellogramo. a. f. Est enī p primā huius. a. g. equalē. g. b. & p. 43. primi. c. f. equalē. f. d. ergo p hāc cōmunē sciētiā. si eq̄libus equalia addas. zc. erit gnomō cōstans ex trib⁹ palellogramis q; sūt. c. d. f. b. & f. d. eq̄lis palellogramo. a. f. quare palellogramū. c. d. ē maius palellogramo. a. f. i palellogramo. e. f. qd est ppositū. Idē etiā esset si superficies. a. f. fieret altior superficiē. c. d. ut uidere potes in secunda figura in qua etiā per primā huius. a. g. est equalē. g. b. demptis itaq; utriq; duobus supplementis superficiē. f. b. excedet palellogramū. c. d. palellogramū. a. f. in palellogramo. f. e.

Propositio 27.

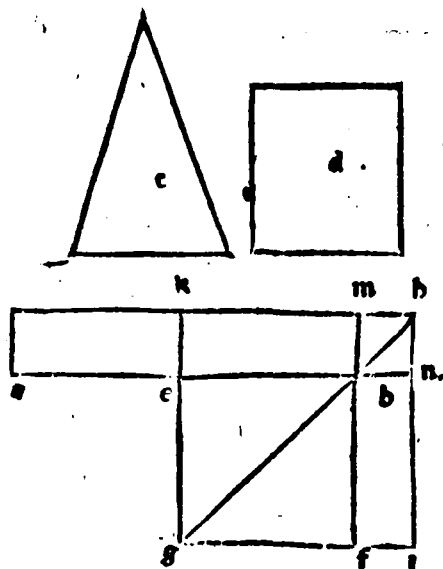
Relatera superficiē proposita equūq; ei super quēlibet assignatam lineā palellogramū designare cui desit ad cōplendā lineā alii superficiē pposite simile palellogramū qd sedm eiusdē suum esse palellogramo super dimidium date lineę collocato minime maius existat.





¶ Sit assignata linea .a.b. & propositus triangulus .c. propositūq; parallelogramum .d. uolo super lineam .a.b. designare palellogramum equale triangulo .c. ita q; desit ad complendam lineam .a.b. parallelogramum simile .d. & sit ita conditionatum. q; triangulus .c. non sit maior parallelogramo simili .d. collocato super dimidium lineae .a.b. alioquin ad impossibile laboraretur per premissam. Diuido igitur lineam .a.b. per equalia in puncto .e. & secundū doctrinam .19. huius. super eius medietatem .e.b. constituō parallelogramum .e.f. simile .d. & complebo super totam lineam .a.b. parallelogramum .b.g. quia igitur .c. non est maior parallelogramo .e.f. sed equalis ei aut minor sicut positū est. Si fuerit ei equalis. erit parallelogramū .e.g. quale intenditur per .36. primi coadiuvante prima parte. & per diffinitionem similiū superficierū & .20. huius. Si autem minor sit minor in superficie aliq; cui equalis & similis .d. fiat s'm doctrinam .25. huius que sit .h. eritq; .h. similis .e.f. per .20. huius. quare p conuersionem diffinitionis equiangulari sibi & proportionaliū laterum: protraham igitur in palellogramo .e.f. diametrum .b.k. & resecabo lineam .k.f. & .e.k. superficier .e.f. ad mensuram laterū superficier .h. protractis lineis .l.m. & .n.o. equidistantibus lateribus superficier .e.f. secantibus se in pūcto .p. ut superficies .k.p. sit equalis & similis superficier .h. eritq; per .23. huius punctū .p. in diametro .k.b. protracta itaq; .o.n. usq; ad .a.g. dico parallelogramū .a.p. esse quale proponitur. Deest enim sibi ad completum lineae .a.b. palellogramum .p.b.qd' per .22. & .20. huius est simile palellogramo .d. Sed ipsum etiā palellogramum .a.p. est equale triangulo .c. Est enim per primā huius .a.n. equale n.b. ergo per .43. primi. & hanc cōmunem sciēciam: si equalibus equalia addas. ē. parallelogramū .a.p. est equale gnomoni .n.b.l. & quia iste gnomon est equalis triangulo .c. propter id qd' parallelogramū .e.f. positum fuit esse maius triangulo .c. in palellogramo .h.qd' est equale palellogramo .k.p. patet propositum.

Propositio. 28.



V per datam lineam date superficier trilaterae equum parallelogramum constituere. qd' addat super cōpletionem date lineae superficiem equidistantium laterū date superficier equidistantium laterum similem.

¶ Sit ut prius data linea .a.b. & datus triangulus .c. datumq; parallelogramū .d. uolo super lineam .a.b. constituere palellogramū equale triangulo .c. qd' addat super totam lineam .a.b. parallelogramum simile .d. diuido lineam .a.b. per equalia in puncto .e. & super eius medietatem .e.b. facio .e.f. simile .d. s'm qd' docet .19. huius. & s'm doctrinam .25. huius. facio .k.l. cuius diametrum .g.h. similem .d. & equalem duabus superficieribus .e.f. & .c. eritq; per .20. huius .k.l. similis .e.f. superposita igitur superficier .k.l. superficier .e.f. ita q; ambe cōmunicent in angulo .g. erit per .23. huius superficies .e.f. consistens circa diametrum superficier .k.l. quare punctum .b. est in diametro .g.h. cōplebo igitur parallelogramum .a.h. qd' dico esse equale proponitur. qd' cōstat ptractis lineis .f.b. usq; ad .m. & linea .e.b. usq; ad .n. Est enim per primam partem huius .a.k. equale .k.b. & ideo per .43. primi est etiam equale .n.f. addito ergo utriq; ē .h. erit p cēm sciām .a.h. equale gnomoni .e.h.f. sed iste gnomon ē eq̄lis triangulo .c. qā palellogramū .k.l. positum fuit equale duabus superficieribus .c. & .e.f. ergo palellogramū .a.h. ē eq̄le .c. & addit ad cōpletū lineae .a.b. palellogramū .m.n. q; p .22. & .20. h' ē simile palellogramo .d. qre cōstat pfectū ēē qd'

uolumus. Possimus aut ad lineam datam adiungere parallelogrammum equale non solum trilaterae superficiei posite, sed & cuiuslibet rectilineae figure propositae quocumque ipsa fuerit cui desit ad complendam lineam datam superficiei similis superficiei equidistantium laterum propositae: sicut docet 3. praemissa observata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante praemissam, uel quod addat ad complendam lineam superficiei equidistantium laterum similem superficiei propositae: sicut proponit conclusio praesens. propositam enim superficiei cui equale parallelogrammum debet ad lineam datam adiungi, quod addat aut diminuat ad complectionem lineae parallelogrammum simile parallelogrammo dato: resoluemus in triangulos, & ipsis medianibus describemus superficiei equidistantium laterum totali superficiei propositae equalem. hoc autem qualiter fiat: & si scire uolueris, require. 25. huius, dehinc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum constituemus quod si. 44. primi diligenter inspexeris parallelogrammo prius designato inuenies esse equalem: quare & superficiei propositae: huic ergo triangulo si equale parallelogrammum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementum lineae aut minuat parallelogrammum simile parallelogrammo dato secundum quod docet hic & praemissa: quod probatum erat te per fecisse non dubites.

Propositio .29.

Vamlibet lineam propositam secundum proportionem habentem medium, duoque extrema secare.



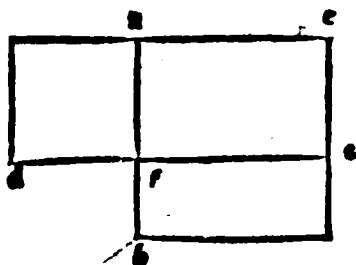
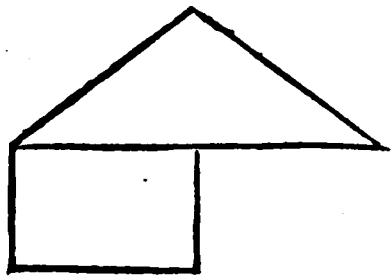
¶ Sit proposita linea. a. b. quae uolo diuidere secundum proportionem habentem medium & duo extrema ex ipsa describo quadratum .b. c. & ad eius latus. a. c. adiungo sim quod docet praemissa parallelogrammum. c. d. equale quadrato. b. c. quod addat ad complementum lineae. a. c. parallelogrammum. a. d. quod sit simile. b. c. sitque latus parallelogrammi. c. d. quod equidistant a. c. d. e. & secet lineam. a. b. in puncto. f. dico lineam. a. b. esse diuisam in puncto. f. sicut proponitur: est enim. a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. quod re. a. f. est equale. f. d. sed & f. e. est equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per. 34. primi: & quia. c. d. equale. b. c. dempto utriusque. c. f. erit. a. d. equale. e. b. & angulus. f. unius angulo. f. alterius. ergo per. 15. huius latera sunt mixtaeque, ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. quia. e. f. est equalis. a. b. & f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per definitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 1. secundi: diuidatur enim. a. b. in puncto. f. sim quod docet. 1. secundi: sitque. e. b. quod continetur sub tota. a. b. & eius parte. f. b. ita quod. f. e. sit equalis. a. b. & a. d. sit quadratum. a. f. est itaque per praedictam. 1. secundi. e. b. equale. a. d. quod restat arguere ut prius: per. 15. huius. uel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum quod docet. 1. secundi: quod sit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partem. 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secundam ad. f. b. tertiam per definitionem itaque diuisa est. a. b. ut proponitur.

Propositio .30.



¶ Si fuerint duo trianguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus aliis eorum lateribus equidistant. fuerintque illa quatuor latera secundum equidistantiam relata proportionalia, illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

¶ Sit duo trianguli. a. b. c. d. c. e. constituti super angulum. a. c. d. & quod a. c. equidistant



LIBER.

¶ e. & d. c. a. b. & sit proportio. a. c. ad d. e. sicut. a. b. ad d. c. dico q^d due bases eor^u. b. c. & c. e. sunt linea una. Est eni angulus. a. equalis angulo. d. q^a uterq^e eor^u est equalis angulo. a. c. d. per primā partem. 29. primi: igitur per presentem ypothe. & 6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. & angulus. b. est equalis angulo. d. c. e. & angulus. a. c. b. angulo. e. quare. p. 32. primi: tres anguli qⁱ sunt ad. c. sunt equales duobus rectis: ipsi eni equant^r trib^{us} angulis utriuslibet duorum triangulor^u: ergo p. 14. primi. b. e. ē linea una: quod est propositum.

Propositio. 31.

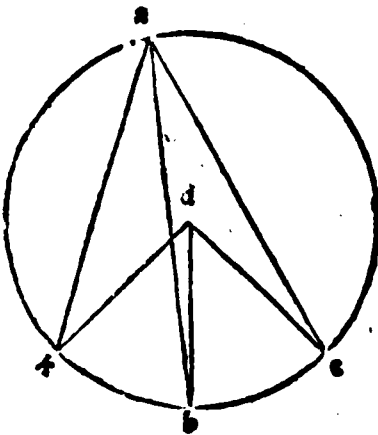
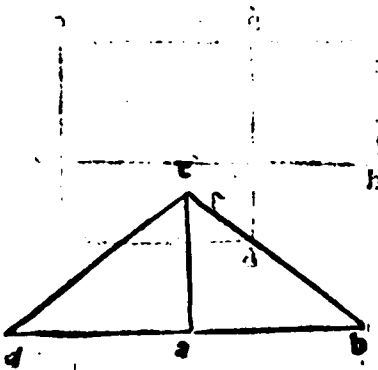
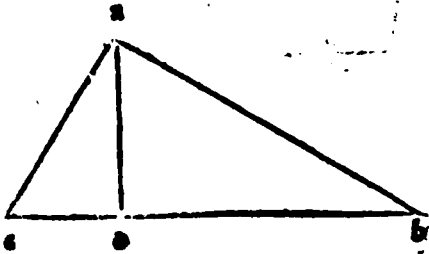
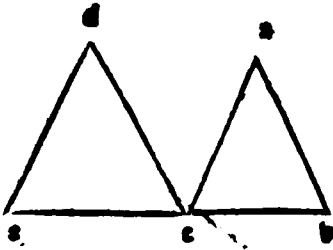
In omni triangulo rectangulo superficies lateris qⁱ sub tendit angulo recto equalis est superficie^{bus} duor^u later^u angulum rectum continentiu^m pariter acceptis. cū fue rint similes ei i lineatione & creatione.

¶ Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similib^{us}. unde hec est illa tanto uniuersalior quanto superficies laterata quadrato. ¶ Sit itaq^{ue} triangulus rectangul^{us} a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus. dico q^d superficies constituta super latus. b. c. est equalis duabus superficiebus constitutis super. a. b. & a. c. cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ: duca per perpendicularem. a. d. ad lineam. b. c. eritq^{ue} per secundā partem correl. 2. huius proportio. b. c. ad c. a. sicut. c. a. ad d. c. & c. b. ad b. a. sicut. b. a. ad d. b. Si itaq^{ue} super quolibet triū linearum. b. c. c. a. & a. b. fiat superficies similis aliis in figura & situ. erit per correl. 17. huius proportio superficiei constitute super. b. c. primā ad constitutam super. c. a. scdm sicut. b. c. prime ad d. c. tertiam & itē eiusdem superficiei constitute super. b. c. primā ad constitutā super. a. b. scdm sicut. b. c. prime ad d. b. tertiā per idem correl. quare per conuersam proportionalitatem superficiei. a. c. ad superficiei. c. b. sicut. c. d. ad c. b. & similiter superficiei. a. b. ad superficiei. b. c. sicut. b. d. ad superficiei. b. c. & ponatur. a. c. prima & c. b. secunda & quarta. & c. d. superficies tertia & a. b. superficies quinta. & b. d. superficies sexta. & arguatur p. 24. quinti qd^d proportio superficiei constitute super. b. c. ad duas superficies constitutas super. c. a. & a. b. simul. est sicut. b. c. ad c. d. & d. b. simul quia igitur. b. c. est equalis duabus lineis. c. d. & d. b. simul sumptis. erit superficies constituta super. b. c. equalis duabus superficiebus constitutis super. c. a. & a. b. simul sumptis: qd^d est propositum. ¶ Conuersam quoq^{ue} huius possumus facile demonstrare per modū demonstrationis ultime primi sit enim triangulus. a. b. c. sitq^{ue} superficies constituta sup. b. c. equalis duabus superficiebus constitutis super duas lineas. a. b. & a. c. sibi similibus. dico q^d angulus. a. est rectus: ponam enim angulum. c. a. d. rectum. & lineam. a. d. eq^{ua} lem. a. b. & claudo superficiei ducta linea. d. c. eritq^{ue} p^{er} hanc. 31. superficies constituta sup. c. d. equalis duab^{us} constitutis similiter duas lineas. c. a. & a. d. sibi similibus. quare etiam constitute super. b. c. sibi simili. hec enim posita est equalis duabus constitutis super. a. b. & a. c. sibi similibus: erit ergo linea. b. c. eq^{ua} lis. c. d. quare p. 8. primi angulus. a. est rectus qd^d est propositum.

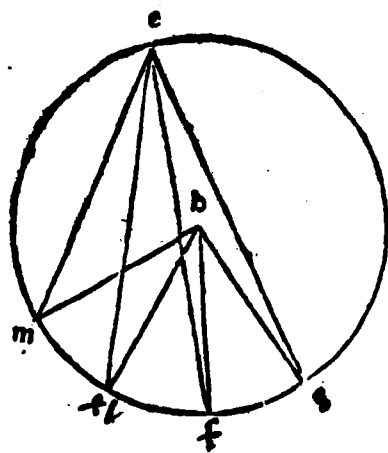
Propositio. 32.

In circulis equalibus supra centrū siue supra circū ferētiā anguli cōstant. erit angulor^u proportio tāq^{ue} proportio arcuū illos angulos suscipientium.

Sint circuli. a. b. c. cui^{us} centrū. d. & e. f. g. cui^{us} centrū. h. equales: sup quor^u cētra fiant duo anguli. b. d. c. & f. h. g. & sup eor^u circūferentias alii duo qⁱ sint. b. a. c. & f. e. g. dico q^d proportio angulor^u tā eor^u q^{ue} sint super cētra



q̄ eorū qui sup̄ circūferētiā: ē sicut arcus. b. c. ad arcū. f. g. cōtinuabo enī illis
duob⁹ arcub⁹ alios arcus eq̄les. siue scđm eundē num̄q̄: siue secundū diuer/
sos: sitq̄ arcus. k. b. eq̄lis. b. c. & uterq̄ duorū arcū. l. m. & f. l. eq̄lis. f. g. & p
ducam lineas. k. d. k. a. m. h. l. h. m. e. & l. e. eruntq̄ p. 26. tertii anguli q̄ sunt
ad. d. adinuicē eq̄les. Similiter quoq̄ & q̄ sunt ad. h. adinuicē eq̄les. Idē etiam
de his q̄ sunt ad. a. & de his q̄ sunt ad. e. sicut igitur arcus. k. c. est multiplex
arcus. b. c. ita angulus. k. d. c. anguli. b. d. c. & angulus. k. a. c. anguli. b. a. c. si/
militer sicut arcus. m. g. ē multiplex arcus. f. g. ita angul⁹. m. h. g. anguli. f. h.
g. & angulus. m. e. g. anguli. f. e. g. sed si arc⁹. k. c. ē eq̄lis arcui. m. g. angul⁹. k.
d. c. ē eq̄lis angulo. m. h. g. & angulus. k. a. c. angulo. m. e. g. & si maior maio/
res. & si minor minores. p. 26. tertii. p̄ diffinitionē itaq̄ icontinre p̄portionali/
tatis p̄portio arcus. b. c. ad arcū. f. g. ē sicut anguli. b. d. c. ad angulū. f. h. g. &
sicut anguli. b. a. c. ad angulū. f. e. g. qđ ē p̄positū. Idē itelligē in eodē circulo.
Explicit liber sextus. Incipit liber septimus.



Nitas ē qua una q̄q̄ res una dicif. ¶ Nu-

merus ē multitudo ex unitatib⁹ cōposita.

¶ Naturalis series numeroꝝ dicif i qua se/
cundū unitatis additionē sit ipsoꝝ cōpu/
tatio. ¶ Differētia numeroꝝ appellat nu/
mer⁹ quo maior habūdat a miore.

¶ Nu/
merus prim⁹ dicif q̄ sola unitate metitur.

¶ Numerus cōposit⁹ dicif quē ali⁹ nume/
rus metif. ¶ Numeri cōtra se primi dicū

tur. q̄ nullo numero excepta sola unitate numerant. ¶ Numeri

adiuicē cōpositi siue cōmunicātes dicūtur. quos alius nūerus q̄

unitas metif. nullusq̄ eorū ē ad aliū prim⁹. ¶ Numerus p̄ aliū

multiplicari dicif. q̄ totiēs sibi coaceruatur. quotiēs in multipli

cāte ē unitas. ¶ Product⁹ uero dicitur q̄ ex eorū multiplicatione

crescit. ¶ Numer⁹ aliū numerare dicitur q̄ secūdū aliquē multi

plicat⁹ illū pducit. ¶ Pars ē nūerus numeri mīor maioris cū mi

nor maiorē nūerat. Et q̄ numeratur nūerātis multiplex appella

tur. ¶ Denominās ē numer⁹ fm quē ps sumitur i suo toto. ¶ Si

similes dicūtur partes q̄ ab eodē numero denominātur. ¶ Prima

simples nūeri ps ē unitas. ¶ Quādo duo numeri ptē habuerit cō

mūnē tot partes maioris dicetur cē mīor. quotiēs eadē ps fuerit

in mīore. tote uero qutiēs ipsa fuerit i maiore. ¶ Numeri ad nu

merum dicitur p̄portio minoris quidē ad maiorem i eo quod ē

maioris ps uel partes. Maioris uero ad minorē secūdum q̄ eum

cōtinet & eius partē uel partes. ¶ Cum fuerit quotlibet numeri

cōtinne p̄portiōales dicetur p̄portio prii ad tertii sicut primi f3

duplicata ad qrtū uero triplicata. ¶ Cū cōtinuatz fuerit cedē uel

diuerse p̄portiōes dicet p̄portio primi ad ultimū ex oib⁹ cōposit

ta. ¶ Denomiatio dicitur p̄portiōis mīoris qđē nūeri ad maiorē

LIBER:

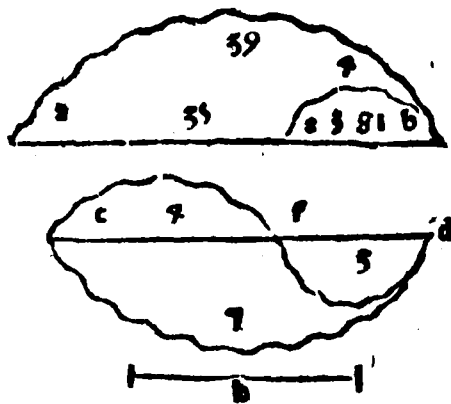
maiorē ps. uel partes ipsi' minoris. que i maiorē sūt. Maioris atē
tē ad minorē totū. uel totū & pars uel partes : prout maior sup/
fluit. ¶ Similes siue una alii eadem dicunt pportioēs que eandē
denominationē recipiunt. Maior uero que maiorē. Minor autē
que minor ē. ¶ Numeri uero quoz pportio una : pportionales
appellantur. ¶ Termini siue radices dicunt qb' i eadem propor/
tioē minores sumi ipossibile est. ¶ Petitiōes sūt qtuor. ¶ Cuili/
bet numero quolibet posse sumi equales prout libet. uel multi/
plices. ¶ Quolibet numero aliquē quātūlibet sumere posse ma/
iorē. ¶ Seriem numeroz in ifinitū posse procedere. ¶ Nullū nu/
merū i ifinitū posse diminui. ¶ Cōmunes animi cōceptiones
sūt decē. ¶ Omnis ps minor ē suo toto. ¶ Quicūq3 eiusdē siue e/
qliū fuerit eque multiplices. ipsi quoq3 erūt eqles. ¶ Quib' idē
numer' eq multiplex fuerit. siue quoz eq multiplices fuerit eq/
les: & ipsi ēt erūt eqles. ¶ Omnis nūeri ps ē unitas ab ipso deno/
miata. ¶ Omnis ps ē mior q maiorē hēt denominationē : maior
uero q miorē. ¶ Quilibz nūer' tot' ē ab unitate. quōta ps ipsi' ē
unitas. ¶ Quicūq3 nūer' i unitatē ducit. seipsū pducit. Unitas
quoq3 i quēcūq3 ducta producit eūdē. ¶ Quicūq3 numer' nu/
merat duos: nūerat quoq3 cōpositū ex illis. ¶ Quicūq3 numer'
numerat aliquē: numerat omnē numerat ū ab illo. ¶ Quicūq3
numerus numerat totum & detractum: numerat residuum.

Propositio. 1.



Ia maiore duorum numeroz minor detrahatur. do/
nec minus eo superfit. Ac deinde de minore ipsum re/
liquum donec minus eo relinquatur: Iteq3 a reliquo
primo reliquum secundum quousq3 min' eo super/
sit: atq3 in huiusmodi continua detractiōe nullus fuerit reli/
quus. qui autem relictum numeret usq3 ad unitatem : eos duos
numeros contra se primos esse necesse est.

¶ Sint duo numeri a. b. & c. d. c. d. minor detrahatur q. c. d. ex a. b. quotiens
potest: & sit residuum e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ipso adhuc
detrahi. c. d. detrahatur & ipse e. b. ex c. d. quotiens potest. sitq3 residuum. f. d
sed & f. d. detrahatur ex e. b. quotiens potest: & si residuum. g. b. q sit unitas.
dico tunc duos numeros. a. b. & c. d. esse contra se primos. Si enim sunt com/
positi numerabit eos cōmuniter per diffinitionē aliquis numerus preter uni/
tatem qui sit. h. & quia. h. numerat c. d. numerabit. a. e. per penultimā cōcep/
tionem: & quia idem numerat. a. b. numerabit etiā. e. b. per ultimā concep/
tionem. ergo & c. f. per penult. quare & f. d. per ultimā. ergo & g. e. per penult.
ergo & g. b. per ult. & quia g. b. est unitas. sequit' numerū esse partē unitatis
uel sibi equalem: quod est impossibile: erunt igitur. a. b. & c. d. contra se pri/
mi quod est propositum. ¶ Quod si duo numeri. a. b. & c. d. sint contra se pri/
mi. non erit in hac mutua detractiōe status anteq3 ad unitatem perueniatur.
Ex est istud conuersum eius q auctor proponit. Si autem in hac mutua



detractione fuerit status anteq̃ perueniat ad unitatē: sit ut. g. b. sit numerus que detrahatur ab. f. d. & nihil sit residuū. igit̃. g. b. numerat. f. d. ergo p̃ penult. concept. numerat & e. g. & quia etiā numerat se ipsū numerabit p̃ antepenul. concept. totū. e. b. ergo p̃ penul. numerat. c. f. sed ostēdūz ē prius q̃ numerat. f. d. ergo p̃ antepenul. numerat totū. c. d. quare p̃ penul. numerat. a. e. & q̃a ostēdū ē prius q̃ etiā numerat. e. b. sequit̃ p̃ antepenul. ut etiāz numeret. a. b. q̃a igit̃ numerus. g. b. numerat utrūq̃ duorūz numeros. a. b. & c. d. numeri. a. b. & c. d. sunt p̃positi: nō igitur p̃tra se primi qd̃ ē cōtra ypothe. ¶ Per hanc ergo uia3 p̃positis quibulq̃ duob⁹ numeris inuestigamus utrū ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractioe pueniat ad unitatē. ipsi sint p̃tra se primi. Si autē sit status anteq̃ perueniat ad unitatē ipsi sunt compositi.

Propositio .2.

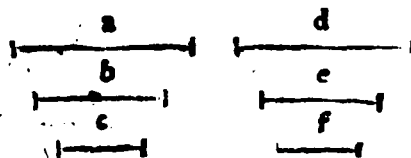
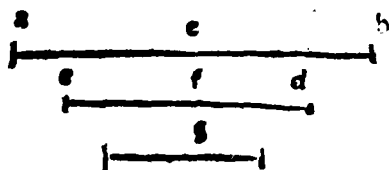
Propositis duob⁹ numeris adinuicē cōpositis is maximū numerū cōmunē eos numerante inuenire. Vñ manifestum est q̃a omnis numerus duos numeros numerās num erat numerum maximum ambos numerantem.

¶ Sint duo numeri compositi. a. b. & c. d. minor. c. d. q̃a ergo numerat eos cōmuniter aliquis numerus per diffinitionem. uolo inuenire maximum numerū eos cōmuniter numerantem. s̃m modum & similitudinem prioris: minuo minorem de minori quoad possum. uidelicet. c. d. de. a. b. & sit residuum. e. b. itē. q̃. e. b. de. c. d. quoad possum. & sit residuum. f. d. & quia huius diminutio nō potest fieri infinites per ultimam petitionem: nec potest etiam ad unitate3 peruenire in proposito per precedentem. quia tunc essent numeri p̃positi p̃tra se primi. qd̃ est contra ypoth. sit ut cum detraxero. f. d. ex. e. b. quoad potero q̃ nihil sit residuum. dico tunc. f. d. esse maximum numerum numerantem. a. b. & c. d. Quod enim numeret eos patet per penul. & antepenul. concept. alter nam quotiens oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse p̃cedētis. Numerat enim. f. d. e. b. quia cum ab ipso detrahatur quoad potest nihil sit residuum ergo & c. f. pars penul. concept. ergo. & c. d. per antepenul. quare & .a. e. per penul. igitur & a. b. per antepenul. Quod autem nullus maior. f. d. numeret. a. b. & c. d. sic patet. Si enim fieri potest: sit numerus. g. maior. f. d. numerans utrūq̃ duorum numerorum. a. b. & c. d. quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul. concept. a. e. & quia numerat. a. b. numerabit per ultimā e. b. ergo per penul. numerat. c. f. & quia etiā numerat. c. d. numerabit per ult. f. d. maior uidelicet minorem: quod est impossibile. Ex hoc scdo processu liquet correl.

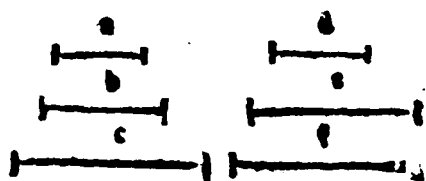
Propositio .3.

Propositis tribus numeris adinuicē3 compositis maximum numerorū eos cōiter numerantium inuenire.

¶ Priusq̃ hanc tertiam conclusionem demonstremus: demonstrā dum arbitramur ipsius antecedēs uidelicet p̃positis tribus numeris qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Sint itaq̃ tres numeri. a. b. c. de quibus uolo uidere utrū ipsi sint adinuicem compositi. per primam igitur inquit an duo primi qui sunt. a. & b. sint adinuicem primi: qd̃ si sic non erunt. a. b. c. adinuicem cōpositi. p̃ diffinitio nem. Si autem. a. & b. sunt adinuicē cōpositi: sit per precedentē. d. maxim⁹ numerus eos numerans: qui si numerat. c. erūt per diffinitionē. a. b. c. adinuicem cōpositi. Si autē non numerat ipsuz sed ipsi. c. & d. quidem sunt contra se primi. nō erunt. a. b. c. adinuicē3 cōpositi. Nā quicūq̃ numeraret eos: numeraret

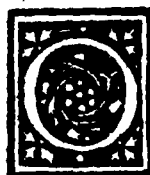
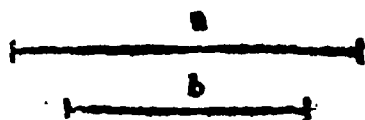


LIBER.



etiam. d. per correl. precedentis. sicq. essent. d. & c. cōpositi qđ est contra ypo-
the. Si autē. c. & d. sunt 2positi erunt etiam. a. b. c. adinuicē 2positi. Sit enī per
premissas. e. maximus numerans. c. & d. qui etiā per penult. concep. numera-
bit. a. & b. quare per diffinitionē. a. b. c. sunt adinuicē cōpositi. ¶ Simili quoq.
modo sciatur propositis quolibet pluribus q̄ tribus an omnes sint adinuicē
cōpositi. Propositis itaq. tribus qui sunt adinuicē 2positi. qui etiā sint. a. b. c.
uolo inuenire maximū numerū numerantē omnes. Sumo p̄m doctrinā pre-
missē. d. maximus numerantē. a. & b. qui si numerat. c. ipse est quē querimus
alioquin per correl. precedentis sequeretur maiore numerare minores. Si au-
te; non numerat. c. erunt tamē. c. & d. adinuicē 2positi per ypothe. & correl.
precedentis & diffinitionē. sit igitur maximus eos numerans. e. dico. e. esse ma-
ximū numerantē. a. b. c. Quod enim eos numeret patet per hāc ult. ypothe.
que est ipsū esse maximū numerantē. c. & d. & per penult. concep. Et q.
nullus eo maior numeret eos sic patet. sit enī si potest fieri. f. maior. e. qui nu-
meret. a. b. c. qui cū numeret. a. & b. numerabit per correl. premissē. d. & quia
etiā numerat. c. numerabit per idē correl. c. maior uidelicet minorem quod
est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior. e. numerans. a. b. c. qđ
propositus. ¶ Simili quoq. modo inuenietur maximus nūerus numerās quo-
libet plures tribus adinuicē cōpositos: unde non oportuit euclides de plu-
ribus tribus hoc docere: quia idē est modus & ars in tribus & pluribus. Ex
ultimo autē huius demonstrationis processu: possumus etiam istud correl.
hūic tertiē conclusioni adiacere. Vnde manifestū est q. omnis numerus nu-
merans quolibet adinuicē cōpositos: numerat maximum numerantē eos
omnes. & etiam maximos numerantes binos & binos eorū.

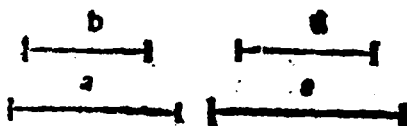
Propositio 4.



Minum duorum numerorū inaequalium minor ma-
ioris aut pars est: aut partes.

¶ Sit duo numeri. a. & b. b. minor. dico q. b. est pars uel ptes
a. Aut enī. b. numerat. a. aut non. si numerat pars eius est per di-
ffinitionē. Si non numerat ipsū. aut ergo sūt adinuicē primi au-
non: si non sūt adinuicē primi: habebūt per diffinitionē partem communē
que quotiens fuerit f. b. tot partes. a. dicetur esse. b. per diffinitionē. si autē
sūt adinuicē primi: quia tamen omnis numeri pars est unitas ab ipso deto-
mitata. patet idē per unitates.

Propositio 5.



Si fuerint quatuor numeri quorum primus tota pars
secundi quota tertius quarti: erunt primus & tertius
pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acce-
ptorum quota primus secundi.

¶ Volens euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere
sed per se ipsos stare: partem eius qđ proposuit per primam quini de quan-
titibus in genere: proponit per hanc quintam huius septimi de numeris.
Sit igitur. 4. numeri. a. b. c. d. sitq. b. tota pars. a. quota. d. c. dico q. b. & d.
pariter accepti sunt tota pars. a. & c. pariter acceptorum: quota. b. est. a. diti-
lis enim. a. & c. secundum quantitatem. b. & d. argumentare sicut in prima
quini. erit enim ut totidem sunt partes. a. quot. c. per positionē: & ut aggre-
gatum ex prima parte. a. & prima. c. sit equale aggregato ex. b. & d. similiter
quoq. & aggregatum ex secunda parte. a. & secunda. c. & quia hec aggregata

totiens potest fieri quotiens continetur. b. i. a. sequitur ut numerus equalis aggregato ex. b. & d. totiens contineatur in aggregato ex. a. & c. quotiens. b. continetur in. a. quare constat propositum.

Propositio .6.

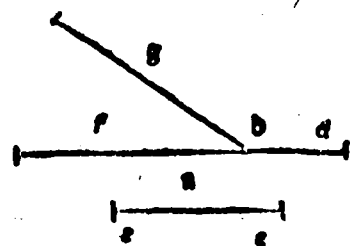
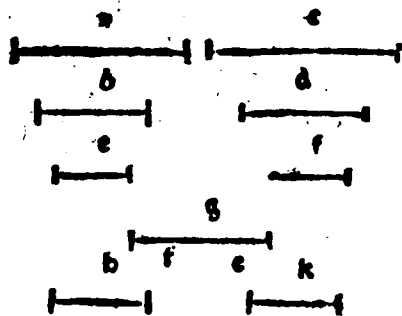
Si fuerint quatuor numeri quorum primus tote partes secundi quote tertius quarti: erunt primus & tertius pariter accepti tote partes secundi & quarti pariter acceptorum. quote primus secundi.

¶ Quod proposuit premissa de parte: proponit ista de partibus. Sint itaque ut prius quatuor numeri. a. b. c. d. sitque ut, b. sit tot & tote partes. a. quot & quote. d. est. c. dico quod b. & d. pariter accepti erunt tot & tote partes. a. & c. pariter acceptorum quot & quote. b. est. a. dico autem tot & totas: quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur: quorum alter numerator dicitur alter denominator ut cum dicimus tres quinq: ternarius numerat: quinarium denominat. Quia igitur b. est partes. a. sit ut sit partes eius numerate ab. h. & denominate. a. k. eritque similiter per positionem. d. partes. c. numerate ab. h. & denominate. a. k. Vna itaque partium b. sit. e. & una partium d. sit. f. eritque per hypothesin. e. pars. b. denominata. a. k. Similiter quoque & f. erit pars. d. secundum. h. & pars. c. secundum. k. Compositus igitur ex. e. & f. sit. g. eritque per premissam g. pars. b. & d. pariter acceptorum secundum. h. itemque per eandem erit pars. a. & c. pariter acceptorum secundum. k. quare per 16. definitionem erunt. b. & d. pariter accepti partes. a. & c. pariter acceptorum numerate ab. h. & denominate. a. k. eo quod eorum communis pars est. g. minoris fin. k. & quia sic erat. b. a. constat propositum. ¶ Potes autem & per hanc & premissas quod proponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare: quod si quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur fuerintque singule singulorum tota pars aut partes: quota uel quote primus secundi: erunt quoque omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum quota uel quote primus secundi. quod facile probatur per hanc & premissam: quotiens oportuerit repetitas. Et si crederemus esse intentionem euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eorum: que hic proponit ex. 13. quinti: facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere. Necesse habuimus propriis utri demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil sumentes: solis huius septimi contenti principiis: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones propositi proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.

Propositio .7.

Si fuerint duo numeri quorum unus alterius pars detrahaturque ab ambo ut ipsas partes: erit reliquus tota pars reliqui quota totus totius.

¶ Quod proponit hic euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti de quantitatibus in genere. Sit itaque ut quota pars est totus. a. totius. b. totus sit. c. detractus ab. a. d. detracti. a. b. dico quod tota erit. e. reliquus. a. f. residui. b. quota est totus. a. totius. b. & hec est quasi cetera quere. Sit enim per petitionem. e. tota pars. g. quota. c. est. d. eritque per 1. tota pars. a. composita ex. g. & d. quota est. c. d. quere & quota est. a. b. igitur per secundam conceptionem composita. ex. g. & d. est equalis. b. dempto itaque ab utroque numero. d. erit. g. equalis. f. quere erit.



nota pars. l. quota est. a. b. tota enim erat. e. g. quod est propositum.

Propositio. 9.

S

I a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahantur: erit reliquus reliqui eadem partes qui est totus totius.

¶ Hec quasi conuerſa ſente: ut ſi ſit quot & quote partes eſt totus a. totius. b. tot & tote. c. detractus ab. a. d. detracti. a. b. erit. e. reliquus. a. tot & tote partes. f. reliqui. b. quot & quote e. a. b. Sit enim. g. una partiu. a. & h. una partium. c. eritq; propter ypoth. g. tota ps. a. quota. h. c. & tota. b. quota. h. d. detrahatur igitur. h. de. g. & remaneat. k. eritq; k. p. premissam tota ps. e. quata. g. a. & tota. f. per eandem quora g. b. quia igitur. e. & f. habent partes communē que est. k. erit per. 16. diſtinctionem. e. ptes. f. tot quidem quora pars eſt. k. e. & tote quora eſt. k. f. & quia tot & tote erat. a. b. pars propositum.

Propositio 9.

S

I fuerint quatuor numeri quoru primus ſcdi tota ps quota tertius quartus erit permutati tota pars aut partes primus tertii quora pars aut partes ſecundus quiti.

¶ Sit. a. primus tota pars. b. l. di quora. c. tertius. d. quartus. ſuntq; a. & b. minores. c. & d. aliter enim eſſet econuerſio ei qd proponit. dico q; quota pars uel partes eſt. a. c. tota uel tote eſt. b. d. diuidantur enim. b. quantum p; quantitatem. a. d. uero ſm. c. eruntq; per preſentem ypoth. tot partes. b. quot. d. & quia una queq; partium. b. eſt equalis. a. & unaqueq; d. c. eſt autem. a. c. pars aut partes per preſentem ypoth. & per quantu erit unaqueq; partium. b. ſue comparis ex partibus. d. ut prima prime ſecunda ſecunde ſecq; de ceteris tota pars aut partes quora uel quote eſt. a. c. per. 5. igitur uel. 6. ſub diſtinctione quoties oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes. b. d. quora uel quore eſt. a. c. quod eſt propositum.

Propositio 10.

S

I fuerint quatuor numeri quoru primus tote partes ſcunde quote tertius quartus erit permutati primus tota pras aut ptes tertii quora uel quote ſecundus quiti.

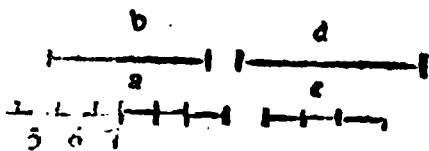
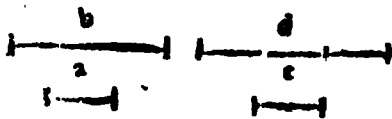
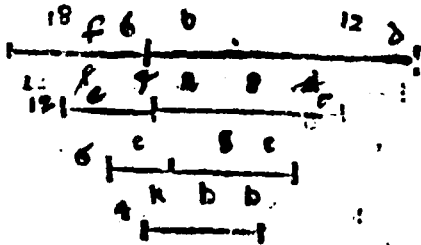
¶ Sit quatuor numeri ut prius quorum ſimiliter minores ſunt. a. & b. utq; a. tote ptes. b. quore. c. eſt. d. dico q; quora pars aut ptes eſt. a. c. tota uel tote eſt. b. d. diuidantur enim minores in partes illas qui ſunt. a. & c. eruntq; per preſentem ypoth. tot partes. a. quot. c. & quia unaqueq; ex partibus. a. eſt tota pars. b. quora quolibet ex partibus. c. eſt. d. hoc enim habemus ex nra ypothe. erit permutatum per premissam: ut quora pars aut ptes eſt. b. d. tota uel tote ſit unaq; ex partibus. a. ſue comparis ex partibus. c. per qui tam igitur uel. 6. ſub diſtinctione quotiens oportuerit repetitas. erit tota pars aut partes. b. d. quora uel quore eſt. a. c. quod eſt propositum.

Propositio 11.

S

I fuerint quatuor numeri proportionales quoru primus ſecundo & tertius quarto ſit maior: erit ſecundus tota pars. aut partes primi quora uel quote quartus tertii. Quod ſi ſecundus fuerit tota pars aut partes primi quora uel quote quartus tertii quatuor numeros proportionales eſſe conueniet.

¶ Sit pportio. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. ſuntq; a. & c. maiores: dico q; quora ps aut



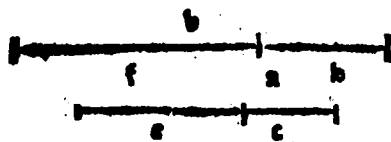
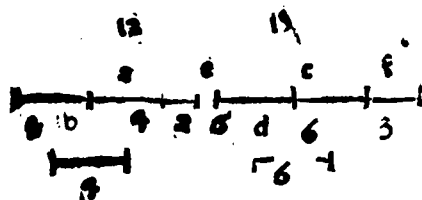
partes est. b. a. tota uel tote est. d. c. & e conuersio: erit enim per conuersionem diffinitionis similium proportionum ut quotiens. b. in. a. totiens sit. d. in. c. & si qua pars aut partes. b. superfluunt in. a. tota pars aut partes. d. superfluunt in. c. si itaq; conineatur. b. in. a. sine superfluitate partis: quia totiens sine superfluitate continetur. d. in. c. erit per diffinitionem similium partium: quota pars. b. a. tota. d. c. q; si quotienslibet continetur. b. in. a. cum superfluitate partis: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate similis partis distincto. a. fm. b. ut superfluat. e atq; c. fm. d. ut superfluat. f. erit tota pars. e. b. quota. f. d. At q; totiens continetur. b. in. d. fa. a. ad. e. quotiens. d. in. d. fa. c. ad. f. erit per cōm sci entiam totiens. e. in. a. quotiens. f. in. c. cum igitur. a. & b. habeant. e. partem cō munem: similiter. c. & d. f. sit itaq; e. in. b. quotiens. f. in. d. itē q; e. in. a. quoties f. in. c. erit per. 16. diffinitionem. b. tot & tote partes. a. quot & quote. d. c. Si au tem. b. quotienslibet continetur in. a. cum superfluitate quotlibet partium: q; totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate totidem & similium partium: di stincto. a. fm. b. ut superfluat. e. similiter. c. fm. d. ut superfluat. f. erit. e. tot & tote partes. b. quot & quote. f. d. sumpta itaq; una ex ipsis argumentandum ut prius: sicq; patet primum. ¶ Scdm sic. sit. b. a. tota pars aut partes quota uel quote. d. c. dico q; erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. si enim est tota pars cō stat propositus. Si autem tote partes diuisis eis fm partes illas patebit totiens esse. b. in. a. quotiens. d. in. c. & totam partem aut partes. b. superfluere in. a. quo tam aut quote. d. superfluunt in. c. per diffinitionem itaq; est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sicq; liquet totum.

Propositio 128



I a duobus numeris fm suas proportiōes duo nume ri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquū tanq; proportio totius ad totum.

¶ Quod proposuit euclides in. 19. quinti. de quantitibus in ge nere: proponit hic de numeris. ut si sit proportio totius. a. ad to tum. b. sicut. c. detracti. ab. a. ad. d. detractum. a. b. erit. e. residui. a. ad. f. residui um. b. sicut. a. ad. b. Si enim. a. sit minor. b. erit per presentem ypoth. & per cō uersionem diffinitionis. c. tota pars aut partes. d. quota uel quote est. a. b. per. 7. igitur uel. 8. erit. e. tota pars aut partes. f. quota uel quote est. a. b. per dif finitionem igitur erit proportio unaq; est propositum. Quod si. a. sit maior. b. erit per primam partem premisse quota pars aut partes. b. a. tota uel tote. d. c. quare per. 7. uel. 8. tota uel tote erit. f. e. itaq; per scdam partem premisse. e. ad. f. sicut. a. ad. b. quare constat propositum. Cedunt autem huic. 7. & 8. hec enim sola q; ambe ille continet. Volunt autem quidam scdam partem huius probare per. 19. quinti: sed si hoc intenderet euclides: cum ista proponat parti culariter qd illa uniuersaliter uane illa demonstrata in quinto proposuisset hanc hic in septimo: quia iterum non demonstrant eam simpliciter per. 19. q; ti. At uero nec modum demonstrationis illius possunt affirmare ad demōstra tionem huius cum illa demonstraretur in quantitibus in genere. per propor tionalitatem permutatam que infra demonstratur in numeris. Existimo autē rationaliter conuinci uidetur euclidem quem uultum demonstratoris arif metici: gratia decimi in quo sine numerorum aliqua precognitione transire nō poterat constar assumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quantitati bus in genere demonstrauit. hic repetere demonstranda de numeris: quoniam per alia principia ppria uidelicet numeros: que magis nota sūt intellectui q;



ea per que processit in quibus ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quantitarum incōcantium difficilia sunt: principia uero numerorum magis ultro se intellectui applicari: faciliusq; q̄ illa. Egerit enī illa intellectu magis disposito. **Propositio .13.**

Si fuerint quotlibet numeri proportionales quantus erit unus añs ad suum consequentem: tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

¶ Quod proponit euclides per .13. quinti de quantitatibus in genere proponit per hanc de numeris: ut si sint .a. b. & .c. d. & .e. f. proportionales dico q̄ que ē proportio .a. ad .b. ea est que .a. c. e. pariter accepto: ad .b. d. f. pariter acceptos. Si enim .a. c. e. sint minores .b. d. f. erit per conuersionem diffinitionis quota pars aut partes .a. b. tota uel tote .c. d. & .e. f. per .5. ergo uel per .6. quoties oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes .a. b. tota uel tote .a. c. e. pariter accepti .b. d. f. pariter acceptorum: quare per diffinitionē proportio una. Si autem .a. c. e. sint maiores .b. d. f. erit per primam partem .11. quota pars uel partes .b. a. tota uel tote .d. c. & .f. e. per .5. ergo uel .6. quoties oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes .b. a. tota uel tote .b. d. f. pariter accepti .a. c. e. pariter acceptorum. itaq; per scđam partem .11. proportio .a. ad .b. sicut .a. c. e. pariter acceptorum ad .b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.

Propositio .14.

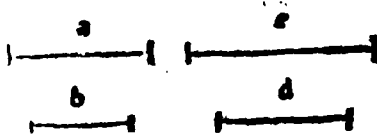
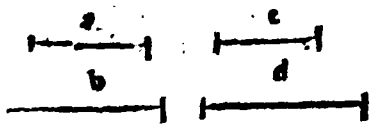
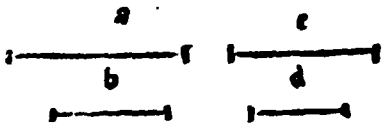
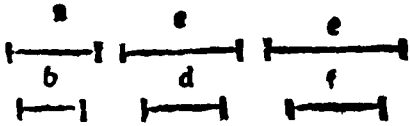
Si fuerint quatuor numeri proportionales: permutati quoq; proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata quā demonstrauit euclides per .16. quinti in quantitatibus in genere proponit hic demonstrandum in numeris: ut si sit proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit permutatim .a. ad .c. sicut .b. ad .d. erit enī .a. maior .b. aut minor: similiter quoq; & maior .c. aut minor. Sit itaq; primo minor utroq; erit ergo per preteritam hypothesin & conuersionem diffinitionis .a. tota pars aut partes .b. quota uel quote .c. d. per .9. itaq; uel .10. erit permutatim .a. tota pars aut partes .c. quota uel quote .b. d. quare per diffinitionem proportio una. Sit igitur .a. maior utroq; erit per primam partem .11. ut quota pars aut partes est .b. a. tota uel tote sit .d. c. q̄re per .9. uel .10. tota pars aut partes erit .b. d. quota uel quote .c. a. igitur per scđam partem .11. erit .a. ad .c. sicut .b. ad .d. Sit tertio .a. maior .b. & minor .c. eritq; per primam partem .11. tota pars aut partes .b. a. quota uel quote .d. c. quare per .9. uel .10. quota uel quote est .a. c. tota uel toto erit .b. d. per diffinitionem itaq; proportio una. Vltimo quoq; sit .a. minor .b. maiorq; .c. eritq; ut tota pars aut partes sit .c. d. quota uel quote est .a. b. per .9. itaq; uel .10. erit tota uel tote .d. b. quota uel quote .c. a. quare per secundam partem .11. b. ad .d. sicut .a. ad .c. sicq; constat propositum. huic autem cedūt .9. uel .10. quia hec sola qđ ambe ille proponit.

Propositio .15.

Si fuerint quotlibet numeri aliiq; scđm eorum numeros omnesq; duo ex prioribus scđm proportionem omnium duorum ex posterioribus in proportionem equalitatis proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur equalitas proportionalitas quam demonstrauit euclides p. 22. quinti de quantitatibus in genere proponit hic demonstrandum in numeris



directe proportionalitatis sequa aut proportionalitate qua demonstrant p. 23. qm de quantitatibus indirecte proportionalitatis non ponit demonstrandi in numeris: ea demonstrabim' infra sup. 19. hui'. Nec e' necessarium ut pdemonstrem' in numeris qd' demonstratu' e' p. 1. qm de quantitatibus in genere uidelicet si quolibet proportionibus in numeris fuerit uni equeles uel eade ipsas ee sibi equeles uel eade. hoc eni manifestu' e' p' diffinitione ut si a. ad. c. & e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. q. e. f. tota ps aut ptes. quota uel quote. b. d. aut toties p'inebit. a. c. & e. f. quoties. b. d. & tota ps aut ptes superfluu' c. i. a. & f. in. e. quota uel quote. d. in. b. quia ergo quota ps aut ptes e. a. c. tota uel tote est. e. f. aut quoties. a. coninet e. toties. e. f. & quota ps aut ptes. c. superfluu' in. a. tota uel tote. f. in. e. erit p' diffinitione. a. ad. c. sicut. e. ad. f. Sicut igitur ut proponitur numeri. a. b. c. & alii totide. c. d. f. sitq. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q' erit in equa proportionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. erit enim p' premissam. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed & b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. igit' per eandem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. idem erit sumptis plurib'. sicutq' constat p'positu'. ¶ Quoniam aut' euclides ceteras quatuor species proportionalitatis que sunt conueria: coniu'cta: diu'is: eueria: non proponit demonstrandas in numeris: conueniens arbitramur eas quas auctor tanq' facile demonstrabiles p'termittit demonstrare. Primum itaq' demonstrabimus conuersam: ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q' erit econuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si eni fuerit. a. minor. b. tunc quoq' erit. c. minor. d. & tota pars aut partes. a. b. quota uel quote. c. d. quare per scdm partem. 11. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si autem fuerit. a. maior. b. erit quoq' e. c. maior. d. & per primam partem. 11. b. tota pars aut partes. a. quota uel quote d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c.

¶ Disiunctam proportionalitatem ostendere.

¶ Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit enim permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. & per. 12. sicut. a. ad. c. quia ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem asferre.

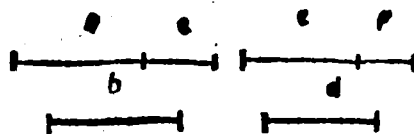
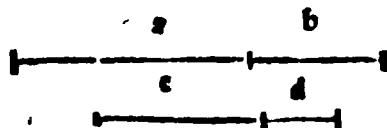
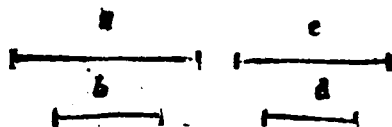
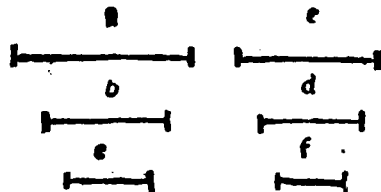
¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit enim permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare per. 13. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. permutati igitur erit. a. b. ad. b. sicut. c. ad. d.

¶ Euerfam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

¶ Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. erit enim permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. quare per. 12. sicut. a. ad. c. permutatim igitur erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. patet itaq' totum. Ex his quoq' leue est demonstrare in numeris q' euclides proponit per penult. quinti de quantitatibus in genere uidelicet q'.

¶ Si proportio primi ad scdm fuerit sicut tertii ad quartu' quinti quoq' ad secundu' sicut sexti ad quartu': erit proportio primi & quinti pariter acceptor' ad secundu' sicut tertii & sexti ad quartu'.

¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. itemq'. e. ad. b. sicut. f. ad. d. erunt. a. & e. pariter accepti ad. b. sicut. c. ad. f. pariter accepti ad. d. erit eni per conuersas p'portionalitate. b. ad. e. sicut. d. ad. f. quare per equam proportionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo coniunctim. a. & e. ad. e. sicut. c. & f. ad. f. itaq' per equa p'portionalitate. a. & e. ad. b. sicut. c. & f. ad. d. quod est propositu'. Eodemq' modo p'babis econuerso. si sit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. iteq'. b. ad. e. sicut. d. ad. f. erit. b. ad. a. & e. sicut. d. ad. c. & f. erit eni per conuersam proportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quare per equa. a. ad. e. sicut. c. ad. f. & conu'cti. a. & e. ad. e. sicut. c. & f.



ad.f.igif ecouerso.e.ad.a.&.e.sicut.f.ad.c.&.f.p.equa itaq pportionalitates
erit b.ad.a.&.e.sicut.d.ad.c.&.f.qd' erat ppositu. Ex hoc quoq manifestu
e q si fuerit pportio quolibet numeror ad primu sicut totide alios ad scdm.
erit aggregati ex omnib' antecedentib' ad primu:ad primu sicut aggregati ex
oibus antecedentib' ad scdm. iteq ecouerso si fuerit pportio primi ad quodi-
bet numeros sicut scdm ad totide alios:erit primi ad aggregatu ex oib' pntib'
ad ipsu:sicut scdm ad aggregatu ex oib' pntibus ad ipsum.

Propositio .16.



Si numeret unitas aliquē numerū quotiēs quilibet ter-
tius aliquē quartū:erit quoq pmutati ut quotiens
unitas numerat tertiu totiēs secundus numeret qrtu.

¶ Vt si sit unitas ad.a.sicut.b.ad.c.erit pmutati unitas ad.b.sicut
a.ad.c.Non supfluit aut hec demonstrata pmutata pportione.
non eni ex illa pot'concludi qd' hic proponitur. Na illa demonstrata est de.4.
numeris pportionalib' unitas uero no est numerus per diffinitionem:hoc er-
go mo pateat ppositu.diuidatur.a.p. unitates &.c.p.m.quantitate .b. erutq
p plene ypothe.tot partes.a.quot.c.& q unaqz partiū.a.est unita: & una-
queqz partiū.c.ē eqilis.b.erit ut quotiēs unitas in.b. totiens unaqz partiū.a. i sua
copari ex pntib'.c.p.modu itaq demonstrationis. s. sequet totiēs esse.a.in.c.
quotiēs unitas in.b.qd' est ppositu.

Propositio .17.



Si duorum numerorum uterqz ducatur in alterum: q
inde producentur erunt equales.

¶ Sicut si ex.a.in.b.pueniat.c.& ex.b.in.a.pueniat.d.erunt.c.&
d.eqles:cū eni.b.multiplicatus p.a.producat.c.erit p couersio-
ne diffinitionis.b.i.c.quotiēs unitas in.a.ergo p pmissam erit.a.in
c.quotiēs unitas in.b.& q totiēs est.a.etia in d. q ex.b.in.a.sit d. sequit ut
totiēs sit.a.i.c.quotiēs in.d.p.cept.igif.c.&.d.sunt similes.Positumus quoq
hanc cōclusionē alio modo pponere:si duorū numerorū uterqz ducat in alterū
idē numerus utrobqz pueniet.ut si ex .a.in.b. pueniat .c.idem etiā ex.b.in.
a.proueniet:qa eni ex.a.in.b.sit.c.erit ut prius p couersione diffinitionis.b.in
c.quotiēs unitas in.a.Et pmutati p pmissam.a.in.c.quotiēs unitas in.b
qa igif.a.totiēs sibi coaceruatur i.c.quotiēs in.b.ē unitas:sequit p diffinitio-
nem q ex.b.in.a.sit.c.

Propositio .18.



Si unus numerus in duos ducatur: tantus erit duorū
inde productorum alter ad alterum:quantus duorū
multiplicatorum alter ad alterum.

¶ Multiplicet.a.utruqz duorū nūerorū .b.&.c.& pueniat.d.&.e.
dieo q erit pportio.d.ad.e.sicut.b.ad.c.sequit etiā p couersione diffinitionis
eius qd' ē multiplicari ut.b.in.d.&.c.in.e.sit quotiēs unitas in.a.quare p diffi-
nitione pportio.d.ad.b.est sicut.e.ad.c.equaliter eni eos conueniet.qa quotiēs
a.unitatem.ergo permutati.d.ad.e.sicut.b.ad.c.quod est ppositum.

Propositio .19.



Si duo numeri unū multiplicent: erit proportio duo-
rum inde productorū tanq duorum multiplicantiū.

¶ Ex couersione antecedentis pmissa pcluditur hec eadē passio
que i pmissa:ut si uterqz duorū nūerorū .b.&.c.multiplicet.a.&

proveniat. d. & e. erit. d. ad. e. sicut. b. ad. c. erit enim p. ante premissam aut e. a. in. b. & c. fiat. d. & e. quare per premissam. d. ad. e. sicut. b. ad. c. qd' est propositum. ¶ Potes autem qd' proponit per hanc & premissa: de duobus numeris ad quodlibet numeros ampliare: q' si unus multiplicet quotlibet erit productorum & multiplicatorum una proportio. Similiter quoq' si quotlibet multiplicet unum erit productorum & multiplicantium una proportio qd' per hanc & premissam quotiens oportuerit repetitas facile probabis. Hic autem ut supra polliciti sumus demonstrare uolumus equam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum in directe proportionalitatis quam demonstrat euclides per. 23. quinti in quantitatibus in genere: decim' igitur quonia.

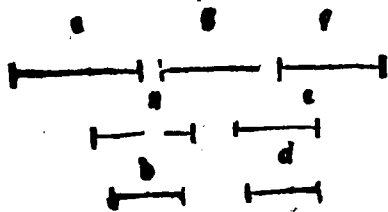
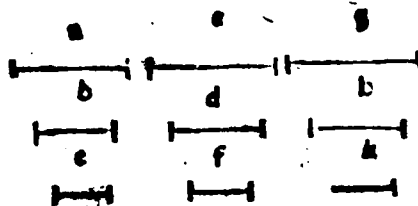
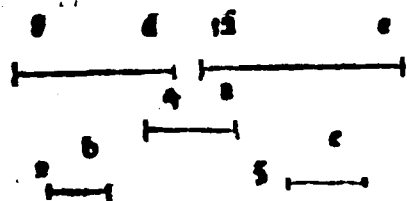
¶ Si quotlibet numeri totidem aliis fuerint indirecte proportionales extremi quoq' in eadem proportionem proportionales erunt. ¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. d. ad. f. & b. ad. e. sicut. c. ad. d. erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ducatur enim. c. in. d. & f. & proveniant. g. & h. eritq' per premissam. g. ad. h. sicut. d. ad. f. quare & sicut. a. ad. b. ducatur. item. f. in. d. & proveniat. k. eritq' per hanc. 19. g. ad. k. sicut. c. ad. f. & quia ex. f. in. d. fit. k. fiet idem econverso p. 10. ex. d. in. f. quia igitur ex. c. & d. in. f. fiunt. h. & k. erit per hanc. 19. h. ad. k. sicut. c. ad. d. quare sicut. b. ad. c. & quia iam ostensum est q' est. g. ad. h. sicut. a. ad. b. erit per. 15. a. ad. e. sicut. g. ad. k. sed sic erat etiam. c. ad. f. est igitur. a. ad. e. sicut. c. ad. f. quod est propositum. Idem probabis si fuerint in utroq' ordine numeri plures tribus quemadmodum probatur in. 23. quinti de quantitatibus pluribus tribus.

Propositio .20.



I fuerint quatuor numeri proportionales qd' ex ductu primi in ultimum producet equum erit ei qd' ex ductu secundi in tertium. Si uero qd' ex primo in ultimum producet equum est ei qd' ex secundo in tertium: illi quatuor numeri sunt proportionales.

¶ Quod proposuit euclides per. 15. sexti de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportionalibus. uerbi gratia. Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. fiatq' ex. a. in. d. e. & ex. b. in. c. f. dico q' e. & f. sunt equales econverso ducatur enim. a. in. b. & fiat. g. eritq' per. 18. g. ad. e. sicut. b. ad. d. & quia per. 17. ex. b. in. a. fit. g. & ex eodem. b. in. c. f. erit per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. sed per. 14. est. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. equales igitur sunt. f. & e. qd' est primum. Nec oportet predemonstrare si unus numeri ad duos sit una proportio q' ipsi sunt equales: aut si ipsi sunt equales q' unius ad ipsos sit una proportio. Si enim est una proportio. g. ad. e. & ad. f. aut ipse erit tota pars uel partes. e. quora uel quote idem est. f. & tunc per conceptionem patet. e. & f. esse equales: aut totiens. g. continebit. e. quotiens. f. & superfluent in eo tota pars uel partes. e. quora uel quote in eodem superfluet. f. & tunc etiam per conceptionem patet eos esse equales. Quod si ipsi fuerint equales patet per conceptionem q' aut. g. erit tota pars uel partes. e. quora uel quote. f. & tunc per definitionem erit ipse. g. ad utrunq' eorum proportio una. aut equaliter continebit utrunq' cum superfluitate similiu & tot numero partium: & tunc etiam per definitionem erit eius ad utrunq' proportio una. ¶ Secundi sic patet: sit. e. productus ex. a. i. d. equalis. f. producto ex. b. in. c. dico q' proportio. a. ad. b. e. sicut. c. ad. d. & e. hec conuersa prime partis. Sit eni ut pri



g. qui sit ex a. in b. & quia e. & f. sunt equales. erit g. ad utrumque eorum ppor-
tio una & quia ut prius per 18. g. ad f. sicut a. ad c. & ad e. sicut b. ad e. erit a.
c. sicut b. ad d. quare permutatim a. ad b. sicut c. ad d. Non proponit autem
euclides de tribus numeris continue proportionalibus qd ille q ex ductu pri-
mi in tertium produciatur sit equalis quadrato medii. Et si ille qui ex primo in
tertium produciatur fuerit equalis quadrato medii: qd ille tres numeri sunt con-
tinue proportionales sicut proponit in 16. sexti de tribus lineis. hoc enim faci-
le demonstratur per hanc. 20. medio illorum trium numerorum equali assu-
pto: quoadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumptos
quatuor equali medie.

Propositio .21.



Numeri secundum quālibet proportionem minimi
numerant quoslibet in eadem proportionem minor mi-
norem & maior maiorem equaliter.

¶ Sit a. & b. minimi numeri in sua proportionem. sitq. c. ad d. si-
cut a. ad b. dico qd a. numerat c. & b. d. equaliter. Cum sit enim
a. ad b. sicut c. ad d. erit permutatim a. ad c. sicut b. ad d. erit igitur a. c. tota
pars uel partes quota uel quote. b. d. si itaq. fuerit pars constat propositum:
At si partes sit. e. una partium. a. & f. una partium. b. & quia tota pars est e. c.
per ypoth. quota. f. d. erit per definitionem proportio. e. ad c. sicut f. ad d. qd
re permutatim e. ad f. sicut c. ad d. quare etiam sicut a. ad b. non sunt itaq. a.
& b. minimi sue proportionis: quod est contrarium positis. Similiter quoq.
Quotlibet numeri siue in eadem proportionem siue in diuersis mi-
nimi numerant omnes in eadem proportionem quisq. suum corre-
spondentem equaliter.

¶ Ut si sit a. b. c. minimi in eadem proportionem uel in diuersis: sitq. in eadem
uel eisdem. d. e. f. ita qd sit. d. ad e. ut a. ad b. & e. ad f. ut b. ad c. dico qd a. nu-
merat d. & b. e. & c. f. equaliter: quia enim est a. ad b. ut d. ad e. erit permuta-
tim a. ad d. ut b. ad e. & quia b. ad c. ut e. ad f. erit etiam permutatim b. ad e.
ut c. ad f. quare b. ad e. & c. ad f. sicut a. ad d. & quia a. b. c. sunt minores. d. e.
f. erit b. e. & c. f. tota pars aut partes. quota est a. d. Si itaq. pars constat pro-
positum. At si partes sit. g. una partium. a. & h. una partium. b. & k. una. c. erit
qd per presentem ypoth. tota pars. h. e. & k. f. quota. g. d. quare per definitio-
nem h. ad e. & k. ad f. sicut g. ad d. permutatim igitur erit g. ad h. ut d. ad e.
& h. ad k. ut e. ad f. quare g. ad h. ut a. ad b. & h. ad k. ut b. ad c. quia ergo
g. h. k. sunt minores. a. b. c. & in eadem proportionem sequitur contrariū positi.

Propositio .22.



Si fuerint duo numeri scdm suam proportionem mi-
nimi: ipsi erunt adinuicem primi.

¶ Sit duo numeri a. & b. scdm suam proportionem minimi. di-
co qd ipsi sunt contra se primi. Si enim non numeret eos. c. p. m. d.
& e. eritq. per 18. d. ad e. sicut a. ad b. & quia d. & e. sunt mino-
res. a. & b. sequitur a. & b. non esse sue proportionis minimos: qd est contra-
rium propositioni. Similiter quoq.

¶ Si fuerint quotlib. numeri in cōtinue suarū proportionem

siue eadē siue diuerse fuerint minimi. null^{us} numer^{us} numerabit oēs.
 ¶ Ut si sint. a. b. c. minimi i p̄uuatione suar^{um} proportionum : dico q^{uod} null^{us} nu-
 merabit oēs. Sin autē numeret eos. d. a. quidē fm. e. b. uero fm. f. & c. fm. g.
 eritq^{ue} p. 18. e. ad. f. sicut. a. ad. b. & f. ad. g. sicut. b. ad. c. q^{uia} ergo. e. f. g. sūt mino-
 res. a. b. c. & fm. proportionē eor^{um} nō erunt. a. b. c. q̄les positi sūt : quod ē incō-
 ueniens. ¶ Quāq^{ue} autē nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi : potest tamen
 esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus : ducto etenim quolibet numero i
 aliquē ad se primū ac utroq^{ue} eor^{um}. in aliquē tertiū ad utrūq^{ue} primū : proueniēt
 tres numeri quor^{um} quicq^{ue} duo erūt cōpositi. Null^{us} tamen numerabit oēs . Sint
 enī. a. b. c. tres numeri quor^{um} quicq^{ue} sit primus ad alios : ducaturq^{ue} a. in. b. & c.
 & pueniat. d. & c. itēq^{ue} b. in. c. & pueniat. f. dico quosq^{ue} duos ex. d. e. f. esse ad
 inuicē cōpositos tamē nullus numerabit oēs duos quosq^{ue} p^{ossunt} esse cōpositos. a.
 enī numerat. d. & e. b. uero. d. & f. & c. e. & f. Quod autē nullus numeret oēs
 patebit prius demonstrato q^{uod} a. ē maximus numerās. d. & e. b. quoq^{ue} maximus
 numerans. d. & f. & c. maximus numerās. e. & f. hoc autē sic cōstat : si enī. a.
 nō est maxim^{us} numerās. d. & e. sit itaq^{ue} g. numeretq^{ue} d. fm. h. & e. fm. k. erit
 q^{ue} p. scdm. partē. 20. a. ad. g. sicut. h. ad. b. itēq^{ue} p. eadē. a. ad. g. sicut. k. ad. c.
 quia ergo. a. est minor. g. erit. h. minor. b. & k. minor. c. & q^{uia} h. ad. k. sicut
 b. ad. c. utraq^{ue} enī ē sicut. d. ad. e. p. 18. bis assumptā. sūt autē. h. & k. minores.
 b. & c. erit p. imēdiate sequētē & p. hanc ypoth. q^{uod} b. & c. sint p̄tra se primi re-
 perire minimis minores : q^{uod} q^{uia} ē impossibile : erit. a. maxim^{us} numerās. d. & e.
 Eodēq^{ue} mō p̄babit q^{uod} b. sit maximus numerās. d. & f. & c. maxim^{us} numerās
 e. & f. siquis ergo numerat. d. e. f. p. correl. scde ter assūptū ipse numerabit. a.
 b. c. sed quicq^{ue} eor^{um} prim^{us} erat ad reliquos. Accidit igit^{ur} ipossibile. Silt^{er} quoq^{ue}.
 ¶ Quotlibet numeri quos unus non numerat scdm. continuatio-
 nem suarum proportionum sunt minimi.

¶ Ut si sint. a. b. c. quilibet numeri quos oēs nullus numerat. dico q^{uod} ipsi sūt in
 p̄uuatione suar^{um} p̄portionū minimi. Alioqn. sint minimi. d. e. f. q^{ue} per. 21. numera-
 bunt. a. b. c. q̄sq^{ue} suū relatiuū eqliter. sit ergo ut scdm. g. eritq^{ue} p. 17. ut uice-
 uersa. g. numeret. a. b. c. scdm. d. e. f. quare accidit contrarium positiōi.

Propositio .23.



Vilibz nūeri cōtra se primi sūt s̄z suā p̄portiōez mīmi
 ¶ Hec ē p̄uersa p̄misse ut si duo numeri sint. a. & b. p̄tra se primi
 ipsi erūt fm. suā p̄portionē mīmi. sint at̄ sint minimi i eadē p̄portiōe
 si possibile ē. c. & d. p̄stat itaq^{ue} p. 21. q^{uod} c. nūerat. a. & d. b. eqliter
 sit igit^{ur} ut fm. e. erit p. 17. ut uiceuersa. e. nūerat. a. & b. a. q̄dem
 secundū. c. & b. scdm. d. nō sunt igit^{ur} a. & b. p̄tra se primi q^{uod} ē p̄tra ypoth.

Propositio .24.



I fuerit duo numeri cōtra se primi. siq^{ue} unū eor^{um} nūc
 ret ad alterū esse primus necessario comprobatur.

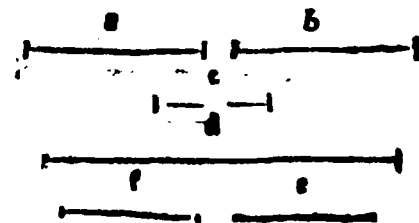
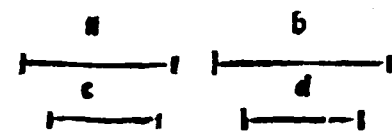
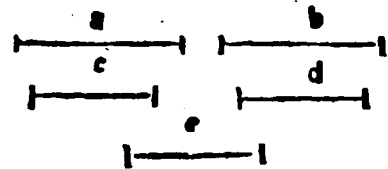
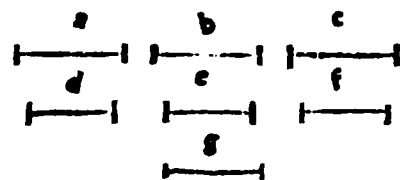
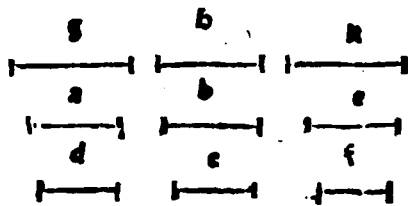
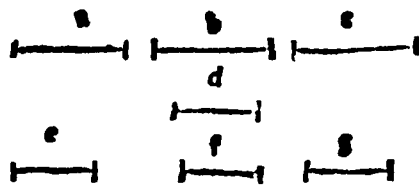
¶ Sint. a. & b. cōtra se primi. c. uero numeret. a. dico q^{uod} c. prim^{us}
 ē ad. b. alioqui nūcet eos. d. q^{ue} per penul. p̄cept. nūerabit etiā. a.
 non sunt ergo. a. & b. cōtra se primi. d. enī numerat ambos.

Propositio .25.



I fuerint duo numeri ad alium quēlibet primi qui ex
 ductu unī in alterū p̄duces. ad eundem erit prim^{us}.

¶ Sit uterq^{ue} duor^{um} numeror^{um}. a. & b. prim^{us} ad. c. & ex. a. i. b. sit. d
 dico q^{uod} d. ē primus ad. c. aliter enī numeraret eos. e. d. q̄dā fm. f.



eritq; per secundam partem. 20. a. ad. e. sicut. f. ad. b. & quia. a. & c. sunt primi & e. numerat. c. ipse erit per. 24. primus ad. a. quare per. 23. a. & e. sunt scdm suam proportionem minimi: sequitur ergo per. 21. ut. e. numeret. b. & quia positum est q; ipse numeret. c. non erunt. b. & c. ptra se primi: qd' e ptra hypothe.

Propositio .26.



Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex uno eorum in se ipsum producit ad reliquum est primus.

¶ Sicut contra se primi. a. & b. & ex. a. in se fiat. c. dico q; c. primus est ad. b. sit enim. d. equalis. a. eritq; d. primus ad. b. & ex. a. in. d. fiat. c. p premissam igit patet. c. primus esse ad. b. qd' pposuim?

Propositio .27.



Si duobus numeris ad alios duos copatis uterq; ad utrumq; fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producit erit primus.

¶ Sicut. a. & b. priores. c. & d. posteriores: sitq; uterq; duorum. a. & b. primus ad utrumq; duorum. c. & d. & ex. a. in. b. sit. e. & ex. c. in. d. f. dico q; e. primus est ad. f. hoc autem. 25. ter assumpta euidenter concludit: cum enim fiat. e. ex. a. in. b. quorum uterq; primus est ad. c. & ad. d. erit per ipsam. e. primus ad. c. & item per ipsam primus ad. d. quia item. f. sit ex. c. in. d. quorum uterq; primus est ad. d. erit rursus per ipsam. f. primus ad. e. qd' e propositum.

Propositio .28.



Si fuerint duo numeri contra se primi ducaturq; eorum uterq; in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in utrumq; productorum suum ducat principium: erunt quoq; producti contra se primi.

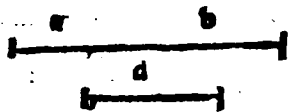
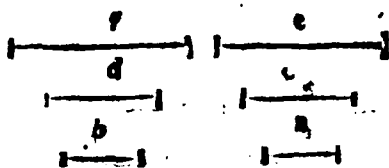
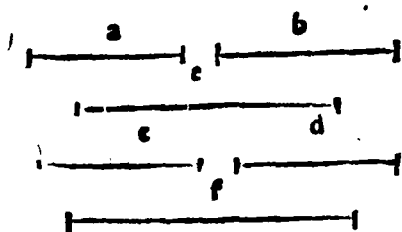
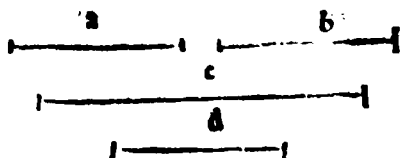
¶ Sicut. a. & b. contra se primi: ducaturq; uterq; in se: & proueniant ex. a. quide c. e x. b. uero. d. itemq; ducatur. a. in. c. & proueniat. e. & b. in. d. & proueniat. f. dico. c. & d. esse contra se primos: itemq; e. & f. contra se primos: est enim p 26. c. primus ad. b. per eandem igitur erit. d. primus ad. a. & ad. c. sicq; constat primum qd' est. c. & d. esse contra se primos. ¶ Reliquum sic: est eni uterq; duorum numerorum. a. & c. primus ad utrumq; duorum. b. & d. itaq; per. 27. erit. e. primus ad. f. qd' est reliquum. Non solum autem erit. e. primus ad. f. sed etiam per. 25. ad. b. & ad. d. itemq; per eandem. f. ad. a. & c. sicq; si infinites duceretur utrumq; productorum in suum principium essent omnes producti contra se primi: & non solum sed quilibet eductus ab. a. ad quemlibet eductum. a. b.

Propositio .29.



Si fuerint duo numeri contra se primi: qui ex ambobus coaceruatur ad utrumq; eorum erit primus. Si uero ex ambobus coaceruatus ad utrumq; eorum fuerit primus duo quoq; numeri adinuicem erunt primi.

¶ Sicut. a. & b. contra se primi: dico q; ex eis copositus. a. b. ad utrumq; eorum erit primus & e contrario. na si. d. numerat totum. a. b. & alterq; eorum numerabit p coes sciaz & reliquum. qre no erunt ptra se primi: s; hoc positum fuerat. patet ergo primum. Sed sic sit. a. b. ptm ad utrumq; suorum pceptonum q; sit. a. & b. dico q; a. & b.



sunt extra se primi: posito enī q. d. numeret utrūq. duorū numerorū. a. & b. sequitur per cōm sciām q. etiā numeret. a. b. ex eis cōpositū: quare ad neutrum duorū numerorū. a. & b. erit. a. b. primus: sed positiū erat q. esset ad utrūq. Accidit igit̃ impossibile. Eodē quoq. mō si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad alterum: primus quoq. erit ad reliquū. ideoq. & coaceruat iter se: sit enī cōpositus ex. a. & b. primus ad. a. dico q. erit etiā prim⁹ ad. b. alioquin numeret eos. d. qui per conceptionē numerabit & a. cū numeret totū & detractū: hoc autē inconueniens erat enim cōpositus ex. a. & b. primus ad. a.

Propositio. 30.



Mnis numerus cōposit⁹ ab aliquo primo numerat⁹.

¶ Sit. a. quilibet numer⁹ cōposit⁹: dico q. aliq. prim⁹ numerat ipsū: q. enī ē pposit⁹ numerabit ab aliquo numero qui sit. b. q. si fuerit prim⁹ uer⁹ erit qd̃ dicif. si aut̃ ppositus sit. c. q. numerat eū: qui etiā p cōm sciētā numerabit. a. si ergo uel ipse fuerit primus pstat qd̃ dicif. At si cōposit⁹ necessario numerabit eū. alius q. sit. d. qui etiā per cōm sciām numerabit. a. de quō rōcinare ut prius: q. ergo quodiens occurrit ppositus necesse ē minōrē assumere q. cōpositū occurrente numeret sequif ut tandē deueniatur ad aliquē primū: alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni numerum in infinitum decrefcere.

Propositio. 31.



Mnis numerus aut ē prim⁹ aut a primo numeratur.

¶ Sit. a. quilibet numerus: dico ipsū esse primū uel numerari a primo. quia si nō est primus erit cōpositus: quilibet autē talis ab aliquo primo numeratur per premiffam. a. igitur uel primus ē uel a primo numeratur. quod proponitur.

Propositio. 32.



Mnis numer⁹ prim⁹ ad omne quē nō nūerat ē prim⁹.

¶ Sit. a. numerus primus non numeras. b. dico q. a. & b. sunt cōtra se primi. si enim. c. numerat eos non est uerū q. a. sit prim⁹.

Propositio. 33.



Si numer⁹ ex duob⁹ pduct⁹ ab aliquo primo nūeretur necesse ē eundē primū alteri illorū duorū numerare. c.

¶ Sit. c. productus ex. a. in. b. & sit. d. numerus primus qui ponitur numerare. c. dico q. d. numerat. a. uel. b. numeret enī. c. s. m. e. si ergo non numerat. a. erit primus ad ipsū p premiffam: & ideo erit s. m. suam pportione mīni p. 23. & q. a. ad. d. sicut. e. ad. b. p scdā pte 20. sequif ut. d. numeret. b. p. 21. qd̃ est propositum.

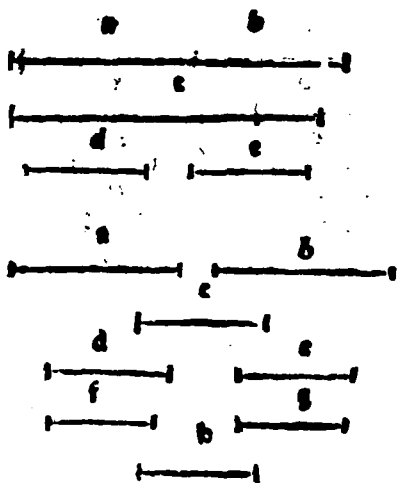
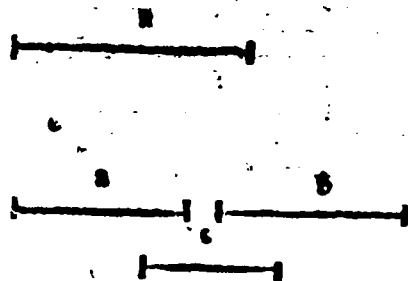
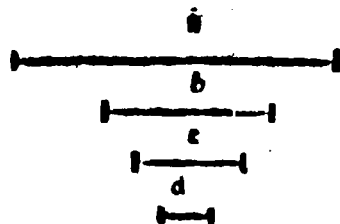
Vnde manifestum ē q. si aliquis numerus numerat pductus ex duobus uel si eidē fuerit cōmensurabilis cōmensurabilis quoq. erit alteri eorū.

Propositio. 34.



Numerus s. m. proportionem numerorū assignatorū minimos inuenire. ¶ Vnde manifestum est maximū numerum duos cōmuniter numerantes s. m. minimos illius proportionis eos numerare.

¶ Sit. a. & b. numeri propositi s. m. quorū proportionem uolumus inuenire minimos. si ergo fuerit extra se primi sunt quales inprim⁹ p. 23. si aut̃ ppositi sumatur: ut docet scdā maxim⁹ eos cōiter numeras q. sit. c. numeretq. eos s. m.



d. & e. eruntq; in eadem proportionē per .18. quos dico esse quales querimus. Sicut autem sint. f. & g. que per .21. numerabunt. a. & b. equaliter: sit igitur ut fm. h. eritq; per scđam partem. 20. c. ad. h. sicut. f. ad. d. uel sicut. g. ad. e. quare. c. est minor. h. itaq; cum. h. numeret. a. & b. non fuit. c. maximus eos numerans sed erat positum q; sic. ergo ꝛ. Similiter quoq; possumus.

¶ Numeros fm cōtinuitatē proportionū numeroꝝ assignatorū minimos repire. Vñ etiā manifestū ē maximū numeroꝝ quolibz cōmuniter numeratē fz minimos pportionū eoz; eos numerare.

¶ Vñ si sint. a. b. c. fm quoꝝ proportionē uolumus minimos inuenire siue fuerit in eadem proportionē siue in diuersis: siue nullus numerus numerat eos omnes. ipsi sunt quos querimus p. 23. hoc enim ibi demonstratū est. Si autem unus numerat omnes: sumat ut docet tertia: maximus eos cōiter numerans q; sit. d. numeretq; eos fm. e. f. g. qui erunt in eadē pportione per .18. dico eos ee quos querimus alioquin sint. h. k. l. qui per .21. numerabunt. a. b. c. equaliter: sit ut fm. m. eritq; p scđam ptem. 20. d. ad. m. ut. h. ad. e. uel. k. ad. f. uel. l. ad. g. Minor est igitur. d. q; m. quare cum. m. numeret. a. b. c. non fuit. d. maxim⁹ eos numerans: quare sequit̃ impossibile: fuit enī. d. maximus numerans. a. b. c.

Propositio .35.



¶ Vilibet duo numeri minimos numeros sue proportionis maior minorem & minor maiorem multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producant. Vnde manifestum est minimum quē duo numerant quē libet ab eis numeratum numerare.

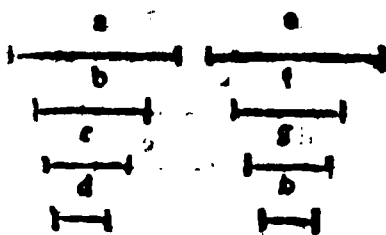
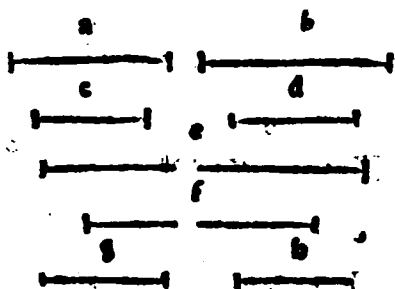
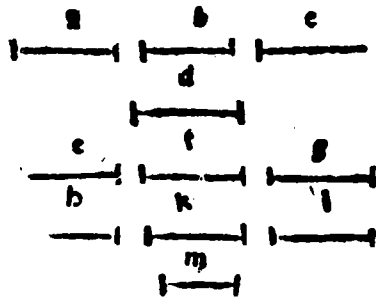
¶ Sicut duo numeri. a. & b. minimiq; in eoz; proportionē. c. & d. eritq; per primam partem. 20. ut ex. a. in. d. & b. in. c. fiat idē numerus. qui sit. e. quē dico esse minimū numeratum ab. a. & b. aliter enī sit. f. quē numeret. a. & b. fm. g. & h. eritq; per scđam partem. 20. h. ad. g. sicut. a. ad. b. & sicut. c. ad. d. & per .19. erit. c. ad. h. sicut. e. ad. f. cū itaq; per .21. c. numeret. h. e. numerabit. f. maior minorem: quia ergo hoc est impossibile constat uerum esse qd̃ dicitur.

Propositio .36.



¶ Propositis quolibz numeris minimū ab eis numeratū repire. Manifestū ēt ex hoc est minimū numerū quē quolibz numerat quēlibz ab eis numeratū numerare.

¶ Sicut ppositi numeri. a. b. c. d. uolo inuenire minū numeroꝝ numeratū ab eis. Inuenio itaq; primo minimū numeratū ab. a. & b. q; si. a. numerat. b. nō erit ali⁹ q; b. si autē nō numerat eū nec ecōuerſo: si ipsi sūt ꝑra se primi q; ex uno i alterꝝ puenit erit minim⁹ p. 23. & premissam. Quod si sūt cōcantes: sumant minimi i eoz; pportione: ut docet. 34. & maior i minore eoz; multipliato pueniat. e. q; erit minimus numeratus ab eis p premissam. Simili quoq; modo inueniat minimus numerat⁹ ab. e. & c. qui sit. f. eritq; f. minimus numerat⁹ ab. a. b. c. sed & minimus quē numerat. f. & d. sit. g. eritq; g. minimus quē numerat numeri ppositi: qd̃ enī omnes ipsiꝝ numeret: patet p cōceptionē sed si nō ē minimus ponat ergo. h. quē qa numerat. a. & b. numerabit etiā ipsum p correl. pmissē. c. p idē quoq; correl. numerabit ipsiꝝ. f. sed & g. maior itaq; nūerat minore qd̃ ē impossibile. Hec & pmissa pponunt i alio loco sub tribus cōclusionibus quaz; prima equiualeat pmissē: secūda componit ex correlariis abobus: tertia pponit de trib⁹ qd̃ hec de quolibet numeris. Est itaq; prima. ¶ Datis duob⁹ numeris minimum ab eis numeratum inuenire.



¶ Dat numerū līr. a. & b. quōdū minor si numerat maiorē est maior quē quērīmus. alioquin maior eorū numeraret minorē se. Si autē neuter neutrum numeret si ipsi sunt contra se primi. erit qui ex a. in b. puerit qui sit. c. minimus omnium quē numerat. a. & b. Nā si minorē eo numerauerit esto. d. quē numeret p. m. e. & f. eritq; per scdm partē. 20. a. ad b. sicut. f. ad e. & quia a. & b. sunt sue proportionis minimi per. 25. numerabit. a. f. per. 21. & quia per. 18. est. c. ad d. sicut. a. ad f. Nā ex. b. in a. & f. fiunt. c. & d. sequitur. c. numerare. d. sed erat d. minor. c. quare impossibile. Si autē a. & b. līr cōcantes negociare propositū ut in. 35. secunda trium conclusionū ex ambobus correl. est confecta.

¶ Si plures numeri numerū unum numerent: necesse est ut minimus quē numerant eundē numerum numeret.

¶ Ut si sit quilibet numerus quē numerat. a. & b. d. minimusq; ab eisdē numeratus. c. erit ut. c. numeret. d. cū enī sit. d. maior. c. si. c. nō numerat ipsū numerabit tamē a liquid eius: sitq; plurimū qd numerat. e. & residuus sit. f. eritq; f. unus. c. qā igitur. a. & b. numerat. c. numerabūt per cōm sciētiā & e. f. numerabunt. d. itaq; per aliā cōmūne sciām numerabūt. f. inconueniēs ergo sequitur q. c. non fuit minimus quē numerat. a. & b. ¶ Idē conuincēs & eodē modo de quolibet numerato a quolibet pluribus. f. q. minimus ab illis quolibz pluribus numeratus eundem numeret: ultima triū conclusionū est.

¶ Propositis tribus numeris: minimum numerorū ab eis numeratorum inuenire.

¶ Tres numeri propositi līr. a. b. c. minimusq; quē numerant. a. & b. līr. d. qui sumetur ut prima triū conclusionū docet. Si igitur. c. numerat. d. scito. d. esse quē querimus. Si enī a. b. c. minorē eo numerant: sit enī. e. quē per premissam conclusionē numerabit. d. qd est impossibile. Si autē. d. non numerat. c. sumat. e. minimus numeratus ab eis. q. autē. e. numeretur ab a. b. c. patet quia. c. numerat ipsū & d. similiter: ergo & a. b. qui numerant. d. quare. e. numerabitur ab a. b. c. eritq; e. minimus quē numerant. a. b. c. Sin autē sit. f. quē per premissam conclusionē numerabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerant eū: q. re. c. d. numerabunt eū: quare per premissas. e. numerabit eū & est maior eo sed & e. maior minorē qd non esse potest. Idē inueniēs & eodē modo quolibet propositis.

Propositio .57.

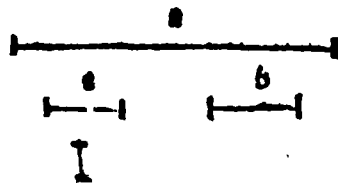
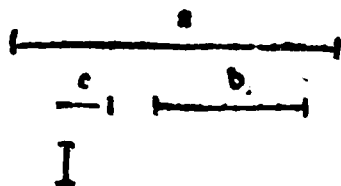
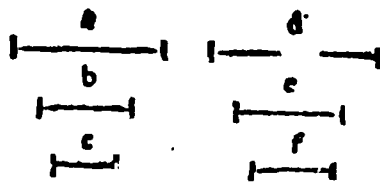
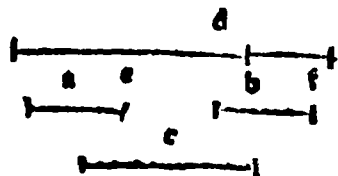
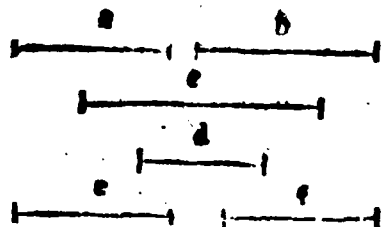
S Numerus aliquis alium numerum numeret: erit in numerato pars a numerante denominata.

¶ Huius sensus ē q. oīs numer⁹ numerat⁹ a ternario habet tertiam & numerat⁹ a quario hz quintā. sicq; de ceteris: ut si. b. numeret. a. erit i. a. ps denominata. a. b. numeret enī ipsū quotiēs unitas i. c. eritq; p. 6. ut. c. quoq; totiēs numeret. a. quotiēs unitas i. b. quare tota ps est. c. a. quota unitas. b. & quia unitas est ps omnis numeri ab iplo denominata p cōmūne sciām: erit. c. pars. a. denominata. a. b. quod est propositum.

Propositio .58.

S Numerus aliquis partem quotācūq; habeat numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

¶ Hec ē puerla pmissa cui⁹ ē intentio: q. oīs numer⁹ hū ternario numerat a ternario: & hū quā a quario: sicq; de ceteris ut si. b. sit ps. a. denotata. a. c. seq; ut. c. numerat. a. qā c. hē ps. a. denotata. a. c.

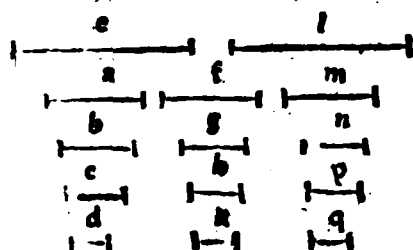


sed & unitas est pars. c. denominata ab ipso per concep. sequitur ut quotiens unitas numerat. c. totiens. b. numerat. a. itaq; per. 16. quotiens unitas. b. toties. c. numerat. a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem: cum sit. b. pars. a. si tota unitas. c. eritq; per hanc communem scientiam unitatem esse parte omnis numeri ab ipso denominatam. c. denominans. b. in. a. & quia est. b. in. a. quotiens unitas in. c. euidenter sequitur propositum per. 16.

Propositio .39.



Vmerum minimum propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestum est qd minimus numerus numeratus a quotlibet e minimus habens partes denominatas ab ipsis.



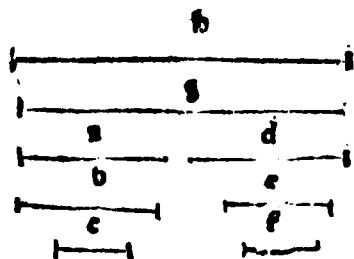
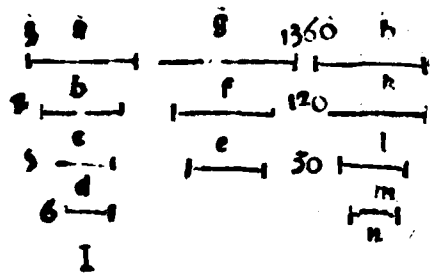
¶ Sint. a. b. c. d. denominantes partes propositas. & e. minimus numeratus ab eis sumptum fm. 36. ipsum. e. dico esse quem querimus. Sint enim fm quos numerant ipsum. f. g. h. k. eritq; per. 16. & hanc communem scientiam: unitas e pars omnis numeri ab ipso dicta: ut uiceuersa. f. g. h. k. numerent. e. fm. a. b. c. d. quare sunt partes eius ab illis dicte. est igitur. e. habens partes propositarum denominationum. Minimus etiam quonia si alter fuerit ut. l. sint ptes. l. dicte ab eis. m. n. p. q. eruntq; per. 16. & predictam coem scientiam. a. b. c. d. uiceuersa ptes. l. dicte ab. m. n. p. q. quare non erat. e. minimus quem numerant. a. b. c. d. qd est inconueniens. ¶ Habuo minimo: si cura est habere scdm. aut quotu cuq; libet: si scdm qd sume duplum minimi: si tertium triplum: & ad huc modum in aliis. Cum enim omnis multiplex. e. numeretur ab. a. b. c. d. per hanc coem scientiam: Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo necesse est per. 37. ut omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab. a. b. c. d. si itaq; duplus. e. non fuerit scdm habens partes propositarum denominationum: erit alius quem sicut sequitur esse maiorem. e. sic sequitur esse minorem duplo: & qa illum numerant. a. b. c. d. per. 38. sequitur per correl. 36. q. e. numeret eundem qd est impossibile. cum enim numeret se. numeraret per hanc coem scientiam omnis numerus numerans totum & deductum: numerat residuum: differentiam illius ad se. que cum sit minor se: maior numerus numeraret minorem qd esse non potest sequitur itaq; duplum. e. esse fm numerum habentem propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoq; argues triplum. e. esse tertius probato duplo esse scdm. alioquin quia esset triplo minor. & duplo maior. sequeretur. e. numerare aliq inter ipsius duplu & triplum. qd ut prius patet esse impossibile: probato autem triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplu esse quartus: & sic i ceteris. ¶ Minima numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

¶ Ut minimum numerum habentem tertiam que tertia habeat quartam: que etiam quarta habeat quinta: aut septima: aut qualitercuq; contingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. Multiplicari oportet denominatorem prime partis in denominatorem scdm: & ex eis productum in denominatorem tertie productum quoq; in denominatorem quarte. sicq; de ceteris usq; ad ultimam. a prima uel usq; ad primam ab ultima & qui prouenerit erit qui inquiritur ut in proposito. 60. uel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri partes propositas denominantes. a. b. c. d. uoluius inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab. a. itaq; illa ps habeat partem denominatam. a. b. & illa alia denominata. a. c. sed & hec alia dicta. a. d

ducatur itaq; d. in e. & proueniat. e. & e. in b. & proueniat. f. f. quoq; ducatur in a. & proueniat. g. quem dico esse quem inquirimus. cum enim ipse. g. proueniat etiam ex a. in f. per .17. erit. f. pars. g. dicta ab a. At quia. f. prouenit per eandem ex b. in e. erit. e. pars. f. dicta ab a. b. sed & propter hoc erit. d. pars. e. dicta a. c. & quia unitas est pars. d. dicta ab ipso. d. patet. g. habere partes ut pponitur. Si ergo non fuerit minimus sit. h. sitq; k. pars eius dicta ab a. & l. ps. k. dicta a. b. & m. ps. l. dicta a. c. n. quoq; pars. m. dicta a. d. eritq; p. 18. g. ad. f. ut. h. ad. k. & f. ad. e. ut. k. ad. l. & c. ad. d. ut. l. ad. m. sed & d. ad unitatem ut. m. ad. n. ergo. per. 15. erit in proportionem equalitatis. g. ad unitatem ut. h. ad. n. ergo permutatum erit. g. ad. h. ut unitas ad. n. quare cum. h. sit minor. g. erit. n. minor unitate. sequitur igitur impossibile partem numeri minorem esse unitate. erit itaq; g. minimus habens ptes ut proponitur. Quo inuenio si cura fuerit habere scdm aut quotūquelibet p minimi multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc autem. 39. proponitur in alio fm hunc modum.

¶ Propositis partibus quotiscūq; libet: minimum numerum eas continentium inuenire.

¶ Ut si partes proposite sint. a. b. c. sintq; eas denominantes. d. e. f. & sumat minimus quem numerant. d. e. f. qui sit. g. hunc dico esse que querimus: erunt enim in eo proposite partes per .37. qui si non fuerit minimus eas continens: sit ergo h. quem numerabunt. d. e. f. per .38. igitur non erit. g. minimus numeratus ab eis qd est inconueniens quia erat. Intellego uero partes. a. b. c. indeterminate poni & non sub quantitate certa: aliter enim non esset necessarium ut minimus numerus quem numerant. d. e. f. esset minimus continens partes propositas: plurimas enim contingit partes reperire quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet: uerbi gratia. Tres numeri que sunt. 120. 90. 72 sunt eiusdem numeri partes primus quidem tertia. secundus uero quarta. & tertius quinta. nec tamen minimus quem numerant denominatores eorum q est. 60. partes istas continet. Instandum igitur est si partes sub certa quantitate ponantur prime consequentibus huius demonstrationis: non enim sequitur ut arguit per .37. si ternarius hunc numerat ergo hic numerus positus est ei² tertia: sed ergo habet tertiā: qua propter idem est quod proponitur & 3 utrūq; modum: sed scdm primum conuenientius uidetur qd intenditur proponi. Attendere autem oportet q cum omnis pars habeat quantitatem in eo contingit ponere quotlibet & qualibet partes scdm quantitatem: & inquirere quis minimus eas continet & sub quibus pnominationibus. Minimum autem eas continentem constat esse minimum numeratum ab eis. fm quos uero numerant sunt qui illas in illo denominant. Contingit iterū ponere quotlibet & qlibet denominationes: & inquirere in quo minimo hee denominationes reperiūtur & fm quas quantitates. Minimum quoq; constat esse minimum numeratū ab illis: fm quos uero numerant sunt qui quantitates determinant: utrobique autem idcirco inquiritur minimus: quia infiniti sunt hinc quidem qui has partes continent. Inde uero in quibus hee denominationes reperiuntur. Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidem denominationes uel quotlibet denominationes & totidem partes. non autem qualibet cum quibūlibet: sed ceteras cum ceteris. Si enim ponam partes tres quattuor quinque & denominationes earum. 6. 7. 8. & inquiram quis numerus continet has partes sub istis denominationibus. similis ero inquisitori uano querenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationis certis & non ut contingit inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet: non autem quos minimus unicus enim est: nam siue proposita fuerit una pars & una denominatio siue plures & plures: non erit subtere plures numeros qd



propositum erit continentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta: non plures. Solus quoque cuius ternarius octava: & ternarius quarta: non plures. ideoque proportionem pres & denominationes ipsarum in toto non est querere quod minimus continet has partes sub istis denominationibus: sed quis unus continet: proportionem autem partes tantum. Contingit querere quis minimeas continet & a quibus in eo denominantur: solas quoque proportionem denominationes conuenit querere que partes ab illis dicte & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem uideretur partes denominationes inquirere: quod denominationes per partes diuersitate in quidem denominationum non partium comitatur proportionum diuersitas. Explicit septimus incipit liber Octauus.



Atera numerorum dicuntur quorum multiplicatione numeri producuntur. **L** Superficies appellatur numerus qui ex duobus lateribus continetur. **S**olidus uero qui sub tribus ex quorum continua multiplicatione habet procreari. **Q**uadratus est numerus superficialis equalibus lateribus consistens. **C**ubus est solidus equalibus consistens lateribus. **S**imiles dicuntur numeri superficiales siue solidi quorum latera sunt proportionalia.

Propositio .1.



Si numerorum quotlibet continue proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

Sint continue proportionales. a. b. c. duoque extremi qui sunt. a. c. sint contra se primi. dico quod in eadem proportionem non reperiuntur totidem minores. Si autem contingit sint. d. e. f. eruntque per 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. & quia. a. & c. sunt minimi in sua proportionem per. 23. eiusdem sequitur per. 21. ut. a. numeret. d. & c. f. minores scilicet maiores quod esse non potest.

Propositio .2.



Numeros quotlibet continue proportionalitatis habet proportionem datam minimos inuenire. unum manifestum erit: quod si fuerint tres numeri continue proportionalitatis habet eam minimi duo extremi erunt quadrati. quod si fuerint quatuor erunt extremi cubi.

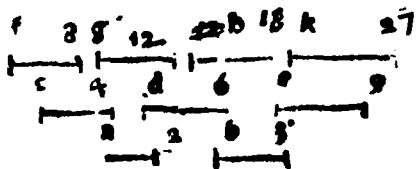
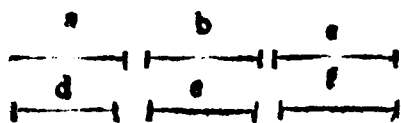
Sunt dare proportionis minimi. a. & b. ducatur quod a. in se & fiat. c. & in. b. & fiat. d. b. quoque in se. & pueniat. e. eruntque. c. d. e. continue proportionales in proportionem. a. ad. b. per. 18. & 19. septimi: & quia. c. & e. sunt contra se primi per. 28. eiusdem erunt. c. d. e. secundum datam proportionem minimi per premissam: ducatur itaque. a. in omnes illos. & pueniat. f. g. h. & b. in. e. & pueniat. k. & erunt etiam. f. g. h. k. continue proportionales in proportionem. a. ad. b. per. 18. & 19. septimi: minimi quoque per. 28. eiusdem & premissa hac uia & ratione inuenient. 5. uel. 6. uel. quotlibet.

Propositio .3.



Si numeri quotlibet continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi: duos eorum extremos contra se primos esse necessario comprobantur.

Hec tertia est querela prime. Sint enim. a. b. c. d. continue proportionales



& fm suam proportionem minimi dico q. a. & d. extremi erunt adinuicē primi: minimi enim in proportionē. a. ad. b. sicut. e. & f. erunt q. per. 22. septimi contra se primi. per hos ergo duos fm doctrinam premisse inueniantur totidem continue proportionales & minimi quot sunt numeri propositi: primo quidē tres qui sunt. g. b. k. deinde. quatuor qui sunt. l. m. n. p. & ad hunc modum continue per additionem unius quousq. fiant tot quot sunt numeri propositi ut sūt hic. l. m. n. p. sequitur ergo. l. m. n. p. equales esse. a. b. c. d. eo q. in eadem proportionē sunt utriq. numeri & quia. l. & p. sunt extra se primi per. 28. septimi: erunt quoq. a. & d. illis equales contra se primi: quod est propositum.

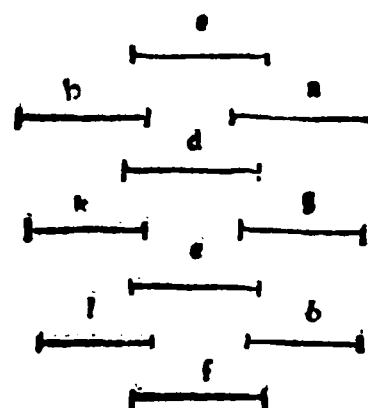
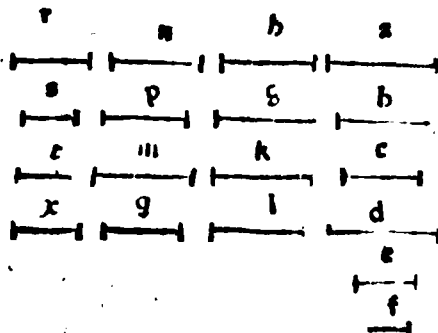
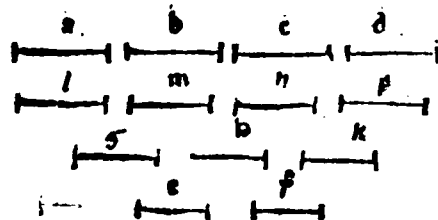
Propositio .4.

Similitudinē assignatarū pportionū i minimis nūeris fm ipsas pportiōes cōtinuatī proportionalibus inuenire:
 ¶ Assignate proportionē in minimis terminis inueniantur ut docet. 34. septimi. Sit q. prima inter. a. & b. scda inter. c. & d. tertia inter. e. & f. sit quoq. de pluribus si fuerint plures. uolo has proportionē in quattuor minimis numeris continuare. Sumo ergo. g. minimum quem numerant. b. & c. & quotiens. b. numerat ipsum. g. totiens. a. numerat. h. d. quoq. totiens numeret. k. quotiens. c. g. itaq. si. e. numerat. k. sit ut. f. totiens numeret. l. eruntq. h. g. k. l. quos querimus: constat enim per. 18. septimi q. sit h. ad. g. sicut. a. ad. b. & g. ad. k. sicut. c. ad. d. at. k. ad. l. sicut. e. ad. f. Minimi quoq. nam si alii sint minimi ut. m. n. p. q. oportebit per. 21. septimi bis assumptā ut uterq. duorum. b. & c. numeret. p. quare & g. numerabit eundem. & per correl. 39. sep. qd est inconueniens. Sunt igitur. h. g. k. l. minimi. at uero si. e. non numerat. k. sit. m. minimus numeratus ab eis scz. e. & k. quem. m. quoties numerat. k. totiens. h. numeret. n. & g. totiens. p. eruntq. per. 18. septimi. n. p. m. in proportionē. h. g. k. quare. n. ad. p. ut. a. ad. b. & p. ad. m. ut. e. ad. d. sed quotiens. e. numerat. m. totiens. f. numeret. q. & erit per eandem. m. ad. q. sicut. e. ad. f. Manifestum est igitur q. assignate proportionē continue sunt in quattuor numeris qui sunt. n. p. m. q. Qui si non fuerint minimi: sint si possibile est alii qui sint. r. s. t. x. quia itaq. per. 21. septimi bis assumptam uterq. duorum numerorum. b. & c. numerat. f. sequitur per correl. 39. sep. ut. g. numeret eundē quare etiam. k. numerabit. t. at quia per. 21. septimi. e. numerat eundem. t. non erit. m. minimus quem numerant. k. & e. hac ratione quartam illis & quotlibz alias sine omni offendiculo continuare poteris.

Propositio .5.

Minutū duorum numerorum cōpositorum pportio uni^o ad alterū est ex laterū suorum producta proportionibus.

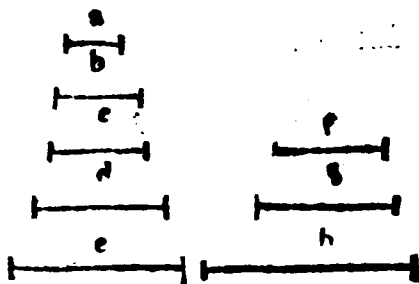
¶ Quod proponit. 24. sexti de superficiebus equidistantium laterum: proponit hic de numeris compositis. Sit duo numeri cōpositi. a. b. latera. sicut. c. & d. latera. b. sicut. e. & f. dico itaq. q. pportio. a. ad. b. constat ex ea que est. c. ad. e. & ea que est. d. ad. f. sit enim ut ex d. in. e. fiat. g. quia ergo ex. d. in. c. fiat. a. & ex. f. in. e. fiat. b. per conuersionē definitionis laterum erit per. 18. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. & per. 19. eiusdem. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare per definitionem pportio. a. ad. b. composita est ex ea que est. c. ad. e. & ea que est. d. ad. f. qd est propositum. Nec ē necessariū ut prinuemus pportiones laterū uidelicet eā que ē. c. ad. e. & eā que est. d. ad. f. in minimis numeris repts fm doctrinā pcedētis ut docet quidā: hoc enī ē pportio preter necessariū. Arguū. enī posito q. illi minimi sint. h. k. l. ita q. sit. h. ad. k. sicut. c. ad. e. & k. ad. l. sicut. d. ad. f. proportionem. h. ad. l. esse compositā ex ppositisq. laterū pportionibz sumptisq. g. fieri ex. d. i. c. arguit. a. ad. g.



LIBER

ut. h. ad. k. quia ut. c. & g. ad. b. ut. k. ad. l. quia ut. d. ad. f. ideoq. fm. equam
propor. & a. ad. b. ut. h. ad. l. concluduntur igitur a. ad. b. compo. ex quibus.
h. & l. uerum quidem sed non necessario assumpto.

Propositio .6.

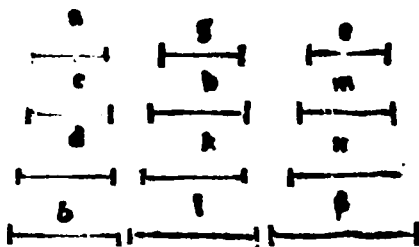


S I numerorū quolibz continue proportionaliū prim^o
scdm non numeret: nullus eorū numerabit ultimum.
¶ Sint. a. b. c. d. e. continue pportioales. dico q. si. a. nō numeret.
b. nullus eorū numerabit. e. Manifestū autē est q. si ipsū numeret
oēs numerabunt. e. & simpliciter quilibet pcedens quēlibet se-
quēte. Si autē non numerat ipsū patet q. d. nō numerabit. e. nec simpliciter
aliquis eorū proximo sequēte: quia sunt positi continue pportioales sed q. nul-
lus alius ut. c. numeret ipsū sic cōstat: sumant fm doctrinā icde huius toti-
dē minimi cōtinue proportionales in pportione eade quot sunt ipse. c. & oēs
sequētes qui sunt. f. g. h. eruntq. per. 3. huius & f. & h. cōtra se primi: & quia
per equā pportione. c. ad. e. ut. f. ad. h. cū. f. nō numeret. h. nec. c. numerabit.
c. eode modo nec aliquis aliorū: quare liquet quod ppositū. est.

Propositio .7.



S I numerorū continue proportionalium primus ulti-
mus numeret: idem ipse & secundus numerabit.
¶ Sint qui prius continue proportionales. dico si. a. numerat. e.
ipse numerabit. b. alioquin ex premissa non numeraret. e. qd est
contrarium & impossibile. Non solū autē numerabit. b. sed & oēs
& quicq. eorū quēlibet ipsū sequēte. Propositio .8.



S I inter duos numeros numeri quolibet in cōtinua p-
portionalitate ceciderint: tōdem inter omnes duos in
eadē pportione relatos cadere necesse est.
¶ Sint. a. & b. inter quos cadunt. c. & d. in continua pportione ha-
bentes se in pportione. e. ad. f. dico q. tōdem cadūt inter. e. & f. & in eadē pro-
portione quot inter. a. & b. Sint enī. g. h. k. l. totidē minimi quot sūt. a. & b. q
iter eos cadūt sumpti. quēadmodū docet secūda huius continue pportioales
i. eadē pportione: eruntq. per. 3. g. & l. cōtra se primi: & per equā ppor.
erit. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoq. & sicut. e. ad. f. & quia ipsi sūt in sua pportione
minimi p. 23. septimi. sequit. p. 21. eiusdē ut. g. numeret. e. & l. f. equaliter: toti-
ens igit. numeret. h. m. & k. n. positisq. m. & n. inter. e. & f. constat p. 18. septi-
mi. e. m. n. f. eē cōtinue pportioales: quēadmodū sūt. g. h. k. l. & ideo quēad-
modum. a. c. d. b. quare patet quod dictū est. Ex hac cōstat nullā supiculanē
posse per equalia diuidi: si enī hoc eēt oporteret iter duos numeros sola unita-
te distātes numerū cadere mediū quod eē nō pōt: ideoq. tonus i musica quē
sequioctā continet pportio: in duo uera semitonū diuidi nō potest: sed neces-
sario diuiditur in minus semitonū & maius.

Propositio .9.



S I iter duos nūeros cōtra se primos nūeri quolibz cōti-
nua pportionalitate ceciderit: iter utrūq. eorū & uni-
tatē tōdē continua pportionalitate cadere necesse ē.
¶ Sint. a. & b. ptra se primi. iter quos cadat icōtinua ppor. c. &
d. dico q. totidem erunt cōtinue proportionales iter. a. & unitatem: itemq. to-
tidem inter. b. & unitatē. Sint enī in illa pportioe minimi. e. & f. sumpti ut
docet. 31. septimi: ex quibus sumant. tres ptinue pportioales & minimi i eorū

proportione pur docet scda huius q sunt g.h.k.deinde quatuor q sunt l.m.n.p.
& hoc toties fiat usquequo sic sumpti fiat totidem quot sunt numeri ppositi: ut sunt
hic l.m.n.p. Constat itaq; cu sunt a.c.d.b. i sua pportione mini p prima huius
sunt q. l.m.n.p. totidem & mini i eadez. Non sit aut possibile ee aliqd min^{us} mini
mo q numeri l.m.n.p. equales erunt numeri a.c.d.b. qui esq; suo relatiuo e igit.
I. equalis. a. & p. b. Manifestu aut ex scda huius q ex f. i. se fit. k. & ex eode. m.
k. p. p diffinitione igit ei^{us} qd^{am} e multiplicari: erit. f. in. k. k. quoq; i. p. quoties
unitas est i. f. itaq; unitas. f. k. p. sunt pportiones. Similiter aut & uni-
tas. e. g. l. sunt ergo a. & b. loco l. & p. sibi equaliu erunt inter a. & unitates. g
& e. & inter b. & unitates. k. & f. continue proportionales: totidem quot sunt
inter a. & b. quod est propositum.

Propositio .10.

Si inter utruq; eor^{um} & unitate quotlibet numeri continua
ppportionalitate ceciderit abobus numeris totidem con-
tinua proportionalitate inter esse necesse est.

Si sunt duo numeri. a. & b. sunt q. c. & d. iter. a. & unitates. e. quo-
q; & f. inter. b. & unitates pportiones. dico totidem esse iter. a. & b. co-
tinua pportiones: hec est pueria prioris excepto q ad subiectu pmissa appo-
situm erat. a. & b. esse ptra se primos qd^{am} non apponit hic ad passiones. qua pro-
pter salior est passio huius subiecto illi^{us}. Quia igit quotiens unitas i. d. toties
est. d. in. c. & totiens. c. i. a. pstat qd^{am} ex. d. i se fit. c. & ex eodez. d. i. c. a. Similiter
quoq; ex. f. i se & i. e. fiunt. e. & b. ducat itaq; d. i. f. & productus sit. g. item q
idem. d. ducat. in. g. & e. & sunt producti. h. & k. Constat igit ex. 18. septimi q
c. ad. g. ut. d. ad. f. & ex. 19. q. g. ad. e. ut. d. ad. f. quare. c. g. e. sunt continue pro-
portionales i proportione. d. ad. f. item per. 18. itez sunt. a. ad. h. sicut. c. ad. g.
& h. ad. k. sicut. g. ad. e. & per. 19. k. ad. b. sicut. d. ad. f. igitur sunt. a. h. k. b. con-
tinua proportionales: quare constat propositum.

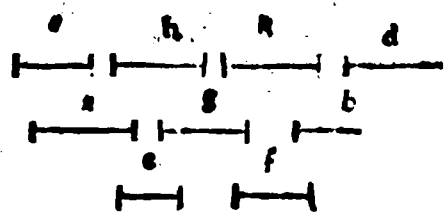
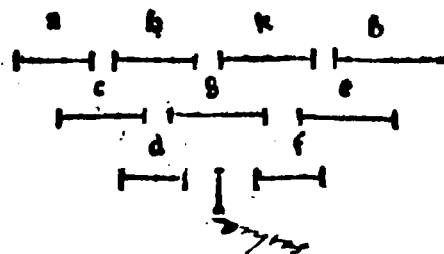
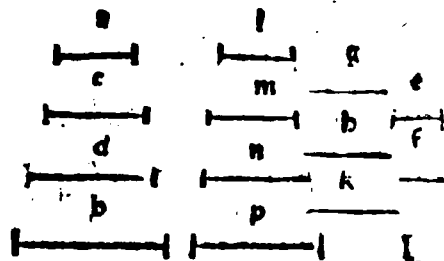
Propositio .11.

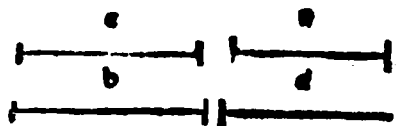
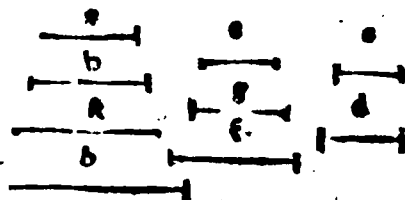
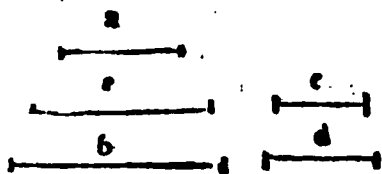
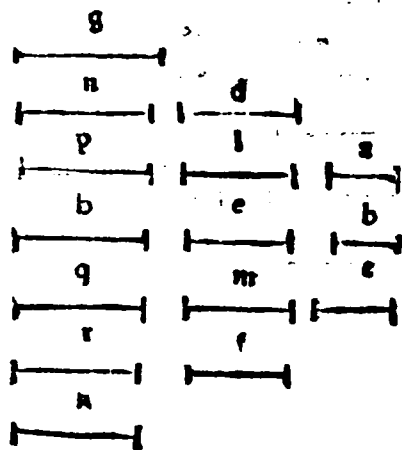
Si fuerint ambo qdrati erit pportio unius ad alteru taq;
sui lateris ad lat^{us} illius pportio duplicata. Si uero am-
bo fuerit cubi: erit pportio alteri^{us} ad alterum taqu^{am}
sui lateris ad latus alterius pportio triplicata.

Si sunt duo qdrati. a. & b. & duo cubi. c. & d. latera ta quadratoz q cubo-
rum sunt. e. qdez. a. & c. f. uero. b. & d. dico q pportio. a. ad. b. erit sicut. e. ad. f.
duplicata. c. uero ad. d. sicut eadez triplicata. Manifestu eni est q ex. e. i se fit. a
& ex ipso. e. i. a. c. sic quoq; ex. f. i se fit. b. & ex ipso in. b. d. ducat igit. e. in. f. &
puerit. g. & in. g. & b. & pueriant. h. & k. eritq; p. 18. septimi. a. ad. g. sicut. e.
ad. f. & p. 19. g. ad. b. sicut. e. ad. f. igitur ex diffinitione. a. ad. b. sicut. e. ad. f. du-
plicata qd^{am} est primu. Scdm eodez modo pstat. sunt eni p. 18. itez. c. ad. h. sicut
a. ad. g. & h. ad. k. sicut. g. ad. b. & per. 19. k. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. c. h. k. d.
sunt etiam continue proportionales in proportione. e. ad. f. per diffinitionem
igitur erit. c. ad. d. sicut. e. ad. f. triplicata: quod est secundum.

Propositio .12.

Si numeror^{um} continue pportionalitatis quisq; i seipsum
ducat: qui ide pducetur sub continua pportionalitate
ee. Quod si ite i ipsos productos picipia sua ducant:
ide quoq; pductos continue pportionalitatis ee necesse
est. ideq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus.





¶ Sint a. b. c. continue proportionales quoz quisq; in se ducat & proueniat ex a. quidem. d. ex. b. uero. e. & ex. c. f. dico q. d. e. f. sit continue pportionales. q. si item. a. ducat in. d. & proueniat. g. b. quoq; in. e. & proueniat. h. & c. in. i. & proueniat. k. dico etiā q. g. h. k. erunt continue proportionales. sit enim ex. a. i. b. l. & ex. c. in eundem. m. erunt q; per. 18. & 19. septimi. d. l. e. m. f. continue proportionales in proportiōe. a. b. c. itaq; per equā proportionalitatem argue. d. ad. e. sicut. e. ad. f. qd' est primū. Reliquū sic. ducatur. a. in. l. & e. & proueniat n. & p. c. quoq; ducat in. e. & m. & proueniat. q. & r. eruntq; per eadem. g. n. p. h. q. r. k. continue quoq; proportionales in proportiōe primoz; p equā igitur proportionalitatem concludē. g. ad. h. sicut. h. ad. k. qd' est reliquum. Eadem erit ratio quotienscunq; primi in productos ducantur.

Propositio. 13.



I quis quadratus numerus alium quadratum numeret latus quoq; suum latus illius numerare probatur Si uero latus suum latus illius numeret quadrat' numerat quadratum.

¶ Sint duo numeri. a. & b. quadrati lateraq; eorum. c. & d. dico q. si. a. numerat. b. c. quoq; numerabit. d. & e conuerso: constat enim q. ex. c. in se fit. a. ex. d. quoq; in se. b. fiat igitur. e. ex. c. in. d. eruntq; per. 18. & 19. septimi. a. e. b. continue proportionales in proportiōe. c. ad. d. si igitur. a. numerat. b. idem ipse p. 7. huius numerabit. e. quare. & c. d. qd' est primū. Conuersa sic patet. si. c. numerat. d. a. numerabit. e. propter id qd' proportio. a. ad. e. sicut. c. ad. d. & si numerat. e. ipse numerabit. b. propter hoc q. sunt continue proportionales.

Propositio. 14.



I cubus alium cubum numeret: latus quoq; suuz aliterius numerabit. Si uero latus suum latus alterius numeret: cubum numerabit cubum.

¶ Sint duo numeri. a. & b. cubi lateraq; eorum. c. & d. dico q. si. a. numerat. b. c. quoq; numerabit. d. & e conuerso: ducatur enim c. in se. & fiat. e. d. quoq; in se & fiat. f. constat igitur q. ex. c. in. e. fit. a. & ex. d. i. f. b. fiat itaq; g. ex. c. in. d. eruntq; per. 18. & 19. septimi. e. g. f. continue proportionales in proportiōe. c. ad. d. sed & h. & k. proueniant ex. c. in. g. & f. p eadem igitur erunt. a. h. k. b. continue quoq; proportionales in eadem proportiōe. itaq; si. a. numerat. b. idem per. 7. huius numerabit. h. quare & c. d. ē etiā c. ad. d. sicut. a. ad. h. constat igitur prima pars. Conuersa patet: sicut conuersa prioris. Nam si. c. numerat. d. a. quoq; numerabit. h. quem si numerat necesse est ut numeret. b.

Propositio. 15.



I nūerus qdrat' quendam aliū quadratū non nūeret nec lat' suū latus illi' trāerabit. Si nero lat' suū lat' illi' non nūeret: qdrat' is qdratū illū non nūerare ex necessitate conuincitur.

¶ Hec. 15. proponit negatione cōuerti: que affirmatiōib' quas. 13. huius conuerti pposuit opponitur: ut si sint duo numeri quadrati. a. & b. quoz latera c. & d. si. a. non numerat. b. c. quoq; nō numerabit. d. e conuerso etiam si. c. nō numerat. d. nec. a. b. sit enim primo ut. a. non numeret. b. si itaq; c. numerat. d per secundam partem. 13. huius & a. numerabit. b. qd' est contrarium positiōis qoz patet primū. scdū quoq; sic. sit ut. c. non numeret. d. itaq; si. a. nūeret. b.

per primam ptem. 13. necesse est ut. c. numeret. d. necesse est igitur ut numeret ipsum cum non numerat ipsum: qd' est impossibile. Quenadmodū autē necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas. 13. demonstrauit cōuerti: sic quoq; necesse est eas negationes que opponunt illis affirmationibus quas premissa conuerti demonstrauit conuertant. unde si cubus non numerat cubū nec latus eius numerabit latus illi? ecōuerso quoq; si latus unius nō numerat latus alteri? nec ipse cubus numerabit alteri cubū. demonstrat autē hoc p' pmissas a destructione psequētis: sicut qd' ppositū est per. 13. ideoq; hoc auctor non proposuit: sed per id qd' ppositū est ipsum dedit intelligi.

Propositio. 16.



Si duo numeri superficiales fuerint similes necesse ē tertiū nūm. s; pportionalitatē cōtinuā eis interesse: eritq; pportio uni⁹ numeri ad alterū sibi similē uelut uni⁹ lateris sui ad lat⁹ alteri⁹ se respiciēs proportio duplicata.

¶ Sint duo numeri. a. & b. superficiales & similes: dico q' inter ipsos cadet un⁹ numerus in continua proportionē. latera enim. a. sūt. c. & d. b. uero latera sūt e. & f. eruntq; ex conuersione diffinitionis numerorū similium. c. ad. e. sicut. d. ad. f. constat autem q' ex. c. in. d. fiat. a. & ex. e. in. f. fiat itaq; g. ex. e. in. d. erit q; per. 19. septimā a. ad. g. sicut. c. ad. e. & per. 18. eiuſdem. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare. a. ad. g. sicut. g. ad. b. est itaq; g. continua proportionalitate medius inter a. & b. qd' est ppositum. Correl. autem patet. cum sit. a. ad. b. per diffinitionem sicut. a. ad. g. duplicata que eadem est illi que est. c. ad. e.

Propositio. 17.



Si secūdu cōtinuā pportionalitatē terti⁹ numer⁹ duob⁹ nūeris inter sit: illi duo nūeri superficiales sūt & similes.

¶ Nec est conuersa premissa: ut si inter. a. & b. sit. c. sub continua proportionalitate constitutus. a. & b. erunt superficiales & similes. sūt enim. d. & e. minimi in proportionē qua continuantur. a. b. c. qui per. 21. septimū numerabunt. a. & c. equaliter: sitq; ut fm. f. & per eandem. c. & b. equaliter: & sit ut fm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. & b. superficiales: & erunt etiam per diffinitionem. d. & f. latera numeri. a. & c. quoq; & g. latera numeri. b. Quod autem ipsi sūt similes sic habeto: cum enim ex. d. in g. sit. c. & ex. e. in. f. sit idem. c. erit per scdm partem. 20. septimā. d. ad. e. sicut. f. ad. g. per diffinitionem igitur. a. & b. sūt similes qd' est ppositum: hoc autē ultimum qd' est. a. & b. esse similes potest etiam haberi per. 19. & 18. septimā & per has ypoth. q. a. c. b. sūt continue proportionales in proportionē. d. ad. e. minimorum numerantium. a. & c. fm. f. & c. & b. scdm. g.

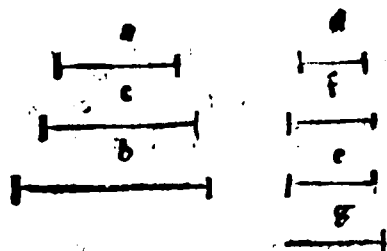
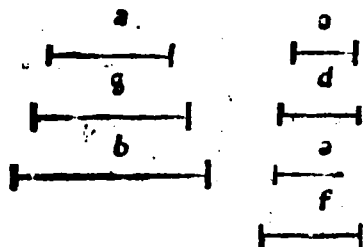
Propositio. 18.



Si fuerint duo numeri solidi similes: necesse est eis duos numeros fm continuam propoportionalitatem interesse. eritq; proportio unius solidi ad alterum sibi similem. uelut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se proportionaliter proportio triplicata.

¶ Sint duo numeri. a. & b. solidi similes: dico q' inter ipsos cadēt duo numeri in cōtinua pportioe. Sūt enī latera nūeri a. c. d. e. latera uero b. sūt. f. g. h. erūt q; ex cōuersione diffinitōis nūerorū similium. c. ad. f. & d. ad. g. sicut. c. ad. h. Sit igitur ex. c. i. d. k. & ex. f. i. g. l. erūtq; ex diffinitōe. k. & l. superficiales & similes.

b4



quare p.16. huius unus numerus cadet inter eos medius fm proportionem. c. ad. f. qui sit. m. Manifestum autem est qd ex. e. i. k. sit. a. & ex. h. in. l. b. si igitur ex. e. in. m. & l. fiat. n. & p. erunt per. 18. septimi. a. ad. n. sicut. k. ad. m. & n. ad. p. sicut. m. ad. l. quare. a. n. p. sunt continue proportionales in proportionem. c. ad. f. & quia per. 19. eiusdem. p. ad. b. sicut. e. ad. h. & ideo sicut. c. ad. f. sequitur ut quatuor nūeri. a. n. p. b. sunt continue proportionales fm proportionem. c. ad. f. sunt itaq; inter. a. & b. duo numeri. n. & p. medii incontinui. proportionalitate suorum laterum interpositi: qd est propositum. Correl. autē patet cum proportio. a. ad. b. sit per diffinitionem sicut. a. ad. n. triplicata que est eadem illi. que est. c. ad. l.

Propositio .19.



I eis scdm cōtinuā pportionalitatē duo numeri iter iacēt quilibet duo numeri solidi sunt atq; similes.

Hec est conuersa pmissa ut si iter. a. & b. sint duo numeri. c. & d. medii i pūua pportione: erūt. a. & b. solidi & similes. Sumantur eni tres minimi in eadē pportioe pūue pportionalis qui sūt e. f. g. erūtq; p. 17. e. & g. superficiales & similes. sint ergo. h. & k. latera. e. a. l. & m. latera. g. erūtq; p correl. 16. huius. e. ad. f. sicut. h. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū autē est ex tertia qd e. & g. sunt contra se primi: ideoq; per. 23. septimi in sua pportione minimi. & quia per equā pportionalitatem sūt. a. ad. d. & c. ad. b. sicut. e. ad. g. sequitur per. 21. septimi: ut ipsi numerēt. a. & d. equaliter qd sit fm. n. & item. c. & b. equaliter qd sit fm p. Quia igitur ex. h. in. k. sit. e. & ex. e. in. n. sit. a. sequit per diffinitionē. ut. a. sit solidus eiusq; latera. h. k. n. similiter qd ex. l. in. m. sit. g. & ex. g. in. p. b. sequit etiā ut. b. sit solidus & ei⁹ latera. l. m. p. ipsos autē esse similes sic constabit cū ex. g. in. n. fiat. d. ex eodez i. p. b. erit p. 18. septimi. n. ad. p. sicut. d. ad. b. & quia sic erat. h. ad. l. & k. ad. m. per diffinitionē manifestum est. a. & b. esse similes: qd est propositum.

Propositio .20.



I trium numerorū cōtinuē pportionalitū prim⁹ fuerit qdrat⁹ tertium quoq; quadratum eē.

Sint tres numeri continue pportionalis. a. b. c. sitq; a. quadratus dico qd c. est etiā quadrat⁹ sunt eni p. 17. a. & c. superficiales & similes cū igitur. a. sit quadratus p ypothe. erit. c. quadratus.

Propositio .21.



I quatuor numerorum continue proportionalitū primus fuit cubus: quartum cubum esse necesse est.

Sint quatuor numeri pūue pportionalis. a. b. c. d. sitq; a. cubus: dico qd d. est etiam cubus: cōstat eni per. 19. qd a. & d. sunt solidi similes: & quia. a. est cubus per ypothe. erit etiā. d. cub⁹.

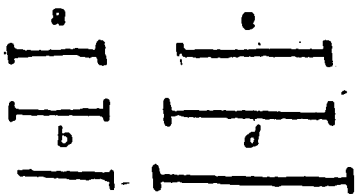
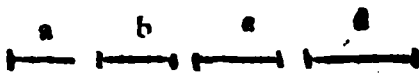
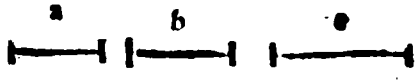
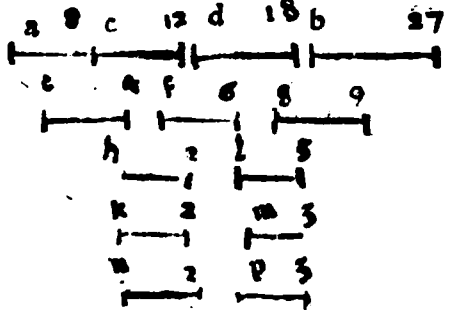
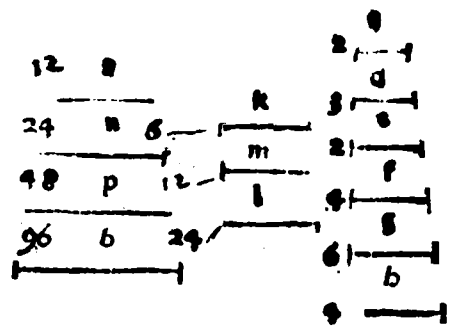
Propositio .22.



I duorum numerorū quorum proportio sicut quadrati ad quadratum fuerit unus quadratus: alterum quoq; quadratum esse.

Sint duo numeri. a. & b. in proportioe duorū quadratorū qui sūt c. & d. sitq; a. uel. b. quadratus: dico reliquum esse quadratum: cum enim. c. & d. sint quadrati: sequitur eos esse superficiales similes ideoq; per. 16. cadet unus medius inter eos in continua proportionem: quare per. 2. & inter. a. & b. per. 20. igitur constat propositum.

Propositio .23.





I duos numeros: quorum proportio ad alterum sit sicut cu-
bi ad cubum alteruter fuerit cubus ad alterum cubicum esse.

Sint duo numeri. a. & b. in proportione duorum cuborum q. s. c. & d. sit q. a. uel b. cubus: dico reliquum esse cubum. Inesse est enim q. c. & d. sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes & solidi: itaque p. 18. inter ipsos cadet duo medii in continua proportionem totidem igitur per. 2. cadant inter a. & b. itaque per. 21. manifestum est quod dicitur.

Propositio. 24.



Numerorum superficialium similitudo est proportio unius
ad alterum sicut proportio quadrati ad quadratum.

Sint a. & b. superficiales similes. dico q. unus ad alterum est pro-
portio sicut quadrati ad quadratum: erit enim per. 16. inter eos unus
numerus medius in continua proportionem qui sit. c. sumptis itaque
tribus minimis in proportionem eorum: qui sunt d. e. f. erunt per correl. 2. d. ad
f. quadrati: & quia per equam proportionalitatem est. a. ad b. sicut d. ad f. con-
stat uerum esse quod proponitur.

Propositio. 25.



Minimum duorum solidorum similitudo est proportio unius
ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

Sint a. & b. solidi similes: dico q. proportio unius eorum ad alterum
est sicut alicuius cubi ad aliquem cubum. Sunt quidem p. 18. inter
eos duo numeri medii in continua proportionem q. sit. c. & d. in eorum
proportionem sint minimi: quatuor. e. f. g. h. quorum e. & h. erunt cubi per correlariū
scilicet. quia igitur per equam proportionalitatem est. a. ad b. sicut e. ad h. liquet propo-
situm. Explicit liber Octauus Incipit liber Nonus.



Ar numerus est qui potest in duo equalia
diuidi. **I**mpar numerus est qui in duo equalia
diuidi non potest: additque supra parē uni-
tatem: Pariter par est quem cuncti pares eum nu-
merantes paribus uicibus numerant: Pariter
impar est quem cuncti pares eum numerantes im-
paribus uicibus numerant. **P**ariter par & im-
pariter est quem pares eum numerantes quidam
paribus quidam imparibus uicibus numerant.

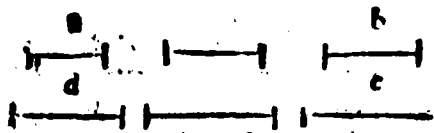
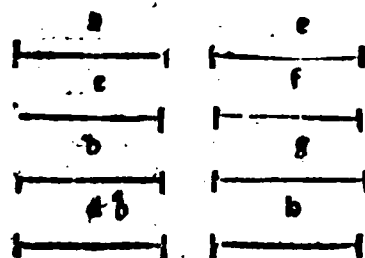
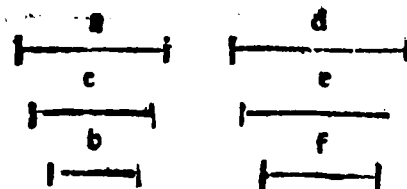
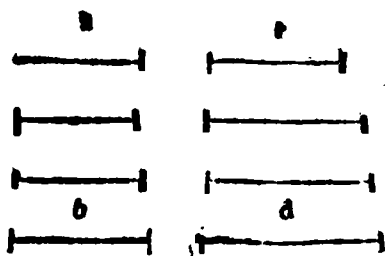
Impariter impar quem cuncti impares eum numerantes imparibus
uicibus numerant. **P**erfectus numerus appellatur qui omnibus
partibus suis quibus numeratur est equalis. **H**abundans dicitur
quod omnibus suis partibus minor est. **D**iminutus uero qui maior:

Propositio. 1.



Si fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu al-
teri in alterum producat numerus quadratus esse necesse est.

Sint a. & b. superficiales similes ex quorum multiplicatione pueniat.
c. dico c. esse quadratum. fiat enim d. ex a. in se. eritque p. 18. septimi. d.
ad c. sicut a. ad b. & quia inter a. & b. cadit unus medius secundum con-
tinuam proportionalitatem p. 17. octauum. sequitur p. 8. eiusdem ut unus quoque cadat inter. 2.
& c. itaque cum d. sit quadratus erit p. 20. eiusdem. c. quoque quadratus quod est propositum.



Propositio .2.

SI ex ductu alterius in alterum tetragonus producat. ducet quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaque patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producat tetragonum esse. Si uero ex ductu tetragonum in numerum aliquem tetragonum producat illum numerum aliquem esse tetragonum. Itemque si ex ductu tetragonum in numerum aliquem non tetragonum esse. Si uero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur qui inde producat non tetragonum esse necesse est.

Hec est conuersa prioris ut si ex a. in b. fiat. c. fueritque c. quadratus erunt a. & b. superficiales similes. sit enim d. ex a. in se. eritque per. 18. septimi. d. ad c. sicut a. ad b. per. 16. aut. 18. cum d. & c. sint superficiales similes: eo quod sunt ambo quadrati. erit inter eos unus numerus medius secundum continuam proportionem per. 8. itaque eiusdem erit etiam unus inter a. & b. igitur per. 17. eiusdem a. & b. sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima pars correl. patet per premissam: sunt enim omnes tetragoni superficiales similes sed patet ex hac correl. sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet ex prima ipsius correl. parte a destructione consequentis. quarta uero patet ex eiusdem parte sed a destructione etiam consequentis.

Propositio .3.

SI numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde producat erit cubus.

Sit a. cubus ex quo in se ducto fiat b. dico b. esse cubum. sit enim c. latus cubicum a. ex c. uero in se fiat d. patet itaque quod ex c. in d. fiat a. sunt igitur unitas c. d. a. continue proportionales: quod ex. 18. septimi & presentibus hypothesibus manifestum est & quia est a. ad b. sicut unitas ad a. eo quod quotiens unitas est in a. totiens a. in b. erunt inter a. & b. duo numeri medii secundum proportionalitatem continuam per. 8. octaui: cum igitur ex hypothesi sit a. cubus erit per. 21. eiusdem b. quoque cubus: quod oportebat demonstrare.

Propositio .4.

SI cubus in alium cubum ducatur. qui inde producat erit cubus.

Sint a. & b. cubi: fiatque c. ex a. in b. dico c. esse cubum. fiat enim d. ex a. in se. eritque per premissas d. cubus & quia per. 18. septimi est a. ad b. sicut d. ad c. patet ex. 23. octaui. c. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .5.

SI numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritque productus cubus in quem ductus est numerum cubum esse necesse est. unde manifestum est: quia ex ductu cubi in non cubum producat non cubum. Ductoque cubo in numerum aliquem si fuerit qui inde producat non cubus in quem ille ductus fuerit necesse est esse non cubum.

Sit enim ex a. cubo in b. numerum ductus c. cubus. dico b. esse cubum: fiat enim d. ex a. in se quod per premissas erit cubus: quia igitur est per. 18. septimi a. ad b. sicut d. ad c. estque a. cubus & d. & c. cubi erit per. 23. octaui b. cubus quod est propositum: prima pars correl. patet ex hac correl. a destructione consequentis. sed a premissis similiter a destructione consequentis.

Propositio .6.



I ex ductu cuiusdam numeri in se ipsum cubus pro-
ducatur eum esse cubum necessario comprobatur.

¶ Sit. ut ex. a. in se fiat. b. sitq. b. cubus: dico ergo. a. esse cubum: fiat enim. c. ex. a. in. b. eritq. ex diffinitione. c. cubus. & quoniam constat ex. 18. septimi q. sit. a. ad. b. sicut. b. ad. c. cū sit. b. ad. c. cū sit. b. & c. cubi: sequitur ex. 23. octavi. a. esse cubum: qd' est propositum.

Propositio .7.



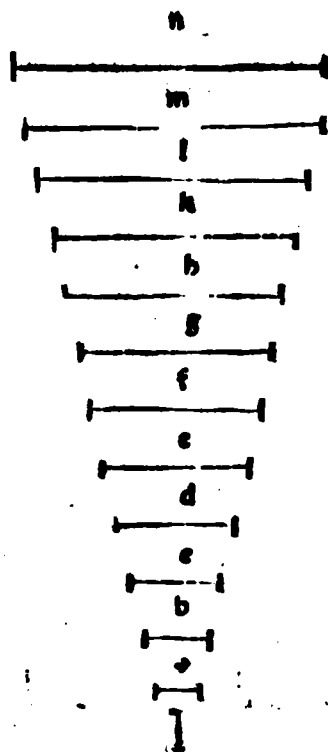
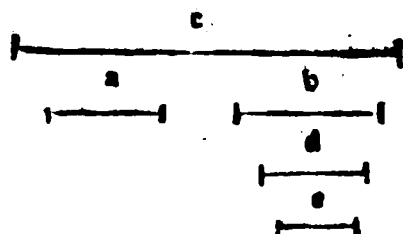
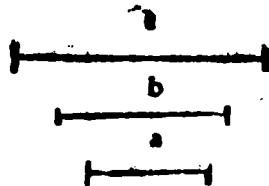
I numerus compositus in numerum quēlibet ducat:
qui inde producetur erit solidus.

¶ Sit. a. numerus compositus: qui ducatur in. b. & proueniat. c. dico. c. esse numerum solidum: cum enim. a. sit compositus nū-
ratur ab aliquo numero qui sit. d. numeretq. eum scdm. e. quia
igitur ex. e. in. d. sit. a. & ex. a. in. b. c. erit ex diffinitionem solidorum. c. solidus
eiusq. latera. e. d. b. qd' est propositum.

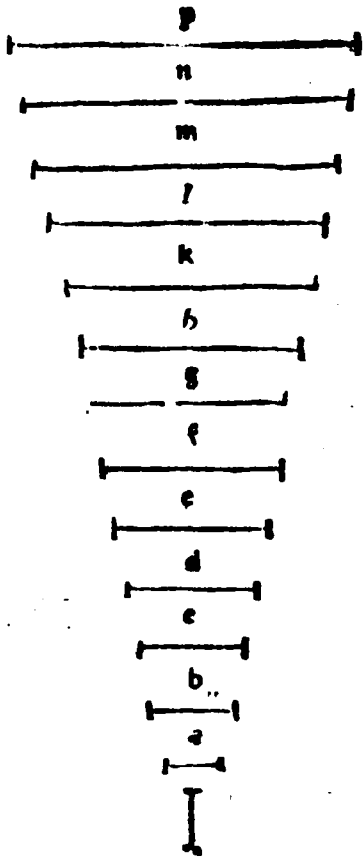


I fuerint numeri ab unitate cōtinue proportioales: ter-
tius ab unitate erit quadratus: ac deinceps uno semper
intermisso. Quartus uero ab unitate cubus: ac deinceps
duobus semper intermissis. Itēq. septimus ab unitate
est quadratus cubicus. ac deinceps: quinq. semper intermissis
quadratus cubicus continuo seqt.

¶ Sint continue proportionales unitas. a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico. b. esse q.
dratū. & d. obmisso. c. & sic alios uno semper obmisso. unde simpliciter om-
nes existētes in locis imparibus sunt quadrati: ut sūt tertius quintus & septim.
dico itē. c. esse cubū & f. duobus obmissis: & sic in ceteris. Omnisq. simplici-
ter est cubus cui⁹ ab unitate locus addit sup. ternariū: uel quēlibet multiplicē
ipsius ternariū unitatē: ut sunt quartus septimus decim.⁹ terciū. decim.⁹ & sextus
decimus. in his enī conueniunt oēs qui duos transmittunt. itēq. dico. f. ab uni-
tate septimū esse quadratum cubicū: & similiter. n. quinq. numeris intermissis:
idēq. in ceteris. Simpliciter autē dico cui⁹ locus ab unitate addit super senariū
uel quēlibet multiplicē ipsius unitatem: ut sunt septimus terciū. decimus de-
cimū. nonus & uicesimus quintus: illum esse quadratum cubicū: quadratum
quidem quoniam eius locus impar. cubū autem quoniam super multiplicē ternariū
addit unitatem quippe senarii multiplices cūctos ternarii necesse est eē mul-
tiplices. Que autem proposita sunt sic constant. Est enim ex hypothesi. a. in. b.
quotiens unitas in. a. itaq. b. ex diffinitione quadratus: quia igitur. b. c. d. sunt
continue proportionales cū. b. sit quadratus patet ex. 17. uel. 20. octavi. d. eē
quadratum. Eadē ratione & f. quia. d. e. f. sunt cōtinue proportionales: & d. est
quadratus: idem in ceteris uno intermisso. constat itaq. primū. Scdm. sic cum
sit. b. in. c. quotiēs. a. in. b. ex hypothe. sequitur a diffinitione ut ex. a. in. b. suū
quadratum fiat. c. igitur ex diffinitione cubi. c. est cubus. At quia. c. d. e. f. sunt
continue proportionales sed & f. g. h. k. est autē. c. cubus: necesse ē per. 19. uel
21. octavi uel. f. quocq. sit cubus. ideoq. & k. idemq. in ceteris duobus transmis-
sis: quare liquet scdm. Quoniam autem. m. f. septimo & in. n. terciodecimo: cete-
risq. quinq. medios obmittentibus. simpliciter uero & in omnibus quocq. loc.
semper quēlibet multiplicē senarii addit unitatē: terminantur quadratorū & cu-
borū computationes: in his quidem uni⁹ in illis autē duorū obmissione sequitur
ipsos eē quadratos: ex huius prima pte & cubicos ex scda: quare quadrati cu-
bici: constat ergo totum quod dicitur.



Propositio .9.



In numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitatem sequens quadratus fuerit ceteri quoq3 omnes erunt quadrati. Si uero qui unitatem seqt fuerit cubus ceteri quoq3 oēs erūt cubi.

¶ Si ut prius continue proportionales ab unitate. sit q. a. quadratus: dico omnes esse quadratos. aut si idem cubus: tunc quoq3 dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum per premissam: quia ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex. 22. octavi sequitur. e. esse quadratum. idem quoq3 ex eiusdem. 17. uel. 20. potes arguere: de sequentibus autē idem eodēq3 modo probabis quare patet primum. Scdm autē sic. cū. b. fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoq3 cubus. c. uero constat esse cubum per premissam. itaq3 per. 23. octavi d. omnesq3 sequentes cubicos esse probabis: est enī. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoq3 arguere potes ex. 19. uel. 21. eiusde sit enī. a. b. c. d. sed & b. c. d. e. singuliq3 quatuor continue sumpti continue proportionales.

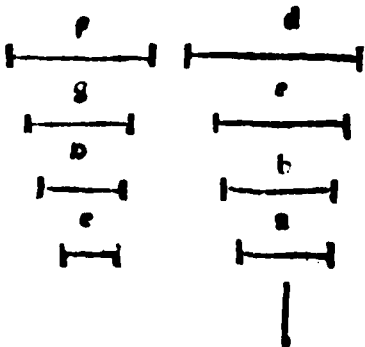
Propositio .10.



In numeris quotlibet ab unitate continua pportionalitate dispositis unitatem sequens non quadratus fuerit. nō erit aliorū quisq3 quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps uno semper intermisso reperiunt tetragoni. Si uero secundus ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorū erit cubus exceptis ab unitate quarto: & deinceps his qui duorum semper intermissione formantur cubicis.

¶ Hec ex opposito subiecti premisse inserti tem oppositi passionis. dico autē partem quonia ex. 8. constat omnes impares esse quadratos. omnesq3 quorū locus super ternarium uel quelibet ipsius multiplicem addit unitatem esse cubos. sint itaq3 qui prius ab unitate continue proportionales non sit autem. a. q3 dratus sed nec cubus. dico nullum ex omnibus esse quadratum: aut cubicum nisi quos octaua proponit. si enim quis alius ponatur quadratus sequitur per 22. octavi. a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per. 3. eiusdem. a. esse cubum quoq3 utrunq3 contrarium est ypothe. Constat ergo propositum.

Propositio .11.



In numeris quotlibet ab unitate continua pportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimū numeret: cū quoq3 qui unitatem sequitur numerare necesse est.

¶ Si ut usq3 ad. d. p. continue pportionales ab unitate: sit q. e. numerus primus de quo ponat ipsū numerare. d. dico q3 idē numerabit. a. Nā si non erit ad ipsū primus p. 13. sep. & q3 ex. a. i se fit. b. seqt ex. 26. eiusde ut ipse quoq3 sit primus ad. b. sed & ad. c. & ad. d. seqt ipm eē primū. p. 25. eiusde: eo q3 ex. a. i. b. fit. c. & ex eodē i. c. d. nō ergo numerat. d. cū sit primus ad ipm: qre accidit p. trariū ypoth. Idē aliter cū sit. e. primus si nō nūerat. a. primus erit ad ipm p. 13. sep. itaq3 p. 32. eiusde erūt minimi i sua proportione: q3 aut. e. ex ypoth. nūerat d. sit ut fm. f. p. stat uero q3 ex. a. i. c. fiat. d. ergo p. secunda pte. 20. sep. erit. a. ad e. sicut. f. ad. c. qre p. 21. eiusde. e. nūerabit. c. & sit ut fm. g. & q3 ex. a. i. b. fit. c. seqt quoq3 p. eadē & eodē mō ut e. nūer. b. esto ergo q3 fm. h. & quoniam rursus ex. a. i se fit. b. necesse ē iterū p. eadē ut. e. nūer. a. sed positū erat non nūerare ergo accidit impossibile.

Propositio .12.



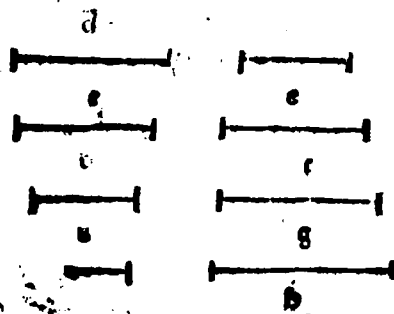
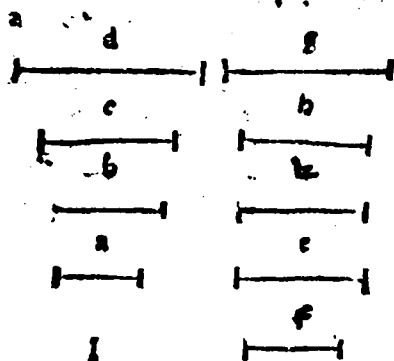
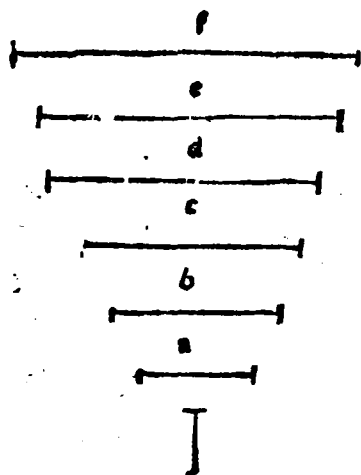
In numeris ab unitate continue pportionalib' mior miorē nūerat fm aliquē i illa pportionalitate dispositū. ¶ Sint ab unitate usq; ad .f. continue pportiones. dico nullū ipso rū numerare. f. nisi fm aliquē aliorū: constat enī q; e numerat ipū fm .a. est enī .e. ad .f. ut unitas ad .a. sed & .d. numerat eundē .f. le cūduz .b. est nāq; p equā pportionalitatē .d. ad .f. ut unitas ad .b. De .c. quoq; patet eodē mō q; secūdu se ipūz numeret eū. Econtrario quoq; .a. numerat eū fm .e. eo q; sic ut unitas ad .e. ita .a. ad .f. b. uero fm .d. est enī ut unitas ad .d. ita b. ad .f. uerū igit est q; proponitur. Quippe quorū quīq; qui proponit uli- mum numerare fuerit sub ultimo fm totū supra unitatē: numerare ipū cō- uincitur per equam proportionalitatem & diffinitionem.

Propositio .13.



Quolibet numeris ab unitate continue proportionali- bus si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus maximum eorum nisi de numeris in illa proportiona- litate dispositis nullus numerabit.

¶ Sint ut prius usq; ad .d. continue proportionales ab unitate. sitq; .a. numerus primus: dico q; nullus numerabit ultimum nec simpliciter aliquem eorum ni- si aliquis eorum qui antecedit ultimum uel eum qui ponitur numerari. Sit enim si possibile ē .e. diuersus ab eis qui numeret .d. qui si fuerit prim' per .11. nume- rabit .a. non igitur est .a. primus quod est contra ypoth. Si autē ipse fuerit cō- positus necesse est per .30. septimi: ut aliquis primus numeret eū . qui non erit nisi .a. Nam si est alius ab .a. ut .f. cum necesse sit ipsum numerare .d. arguetur etiam eundē numerare .a. p .11. sic quoq; .a. non erit primus. Est igit .a. primus numeras .e. quonā autem .e. numerat .d. sit ut fm .g. eritq; per scdm ptē .20. sep. a. ad .e. sicut .g. ad .c. sit enī .d. ex .a. in .c. quare cū .a. numeret .e. & .g. nume- rabit .c. sitq; ut fm .h. sequitur q; ut .a. numeret .g. sicut sequebat ut numeraret .e. alioquin si .g. quidē est primus cū numeret .c. sequitur per .11. ipsum nume- rare .a. Si autē compositus per eandem sequitur numerū primū numerantem .g. numerare .a. quod est inconueniens. itaq; .a. numerat eum . sequit' ergo per secundā partē .20. septimi ut .h. numeret quoq; .b. eo q; tā ex .a. in .b. q; ex .g. i. h. constat produci .c. numeret .h. itaq; ipūz fm .k. Constat aut ut prius de .g. q; .a. numeret .h. Nā si non non erit .a. primus itaq; per secundā ptē .20. sep. seq- tur ut .k. numeret .a. sit enī tā ex .a. in .e. q; ex .h. in .k. Manifestū est autē .k. nō esse .a. nullus enī numerorū .g. h. k. est aliquis ex a. b. c. d. si enī .g. esset aliquis ex eis cūz ipse numeret .d. secundū .e. esset per premissas .e. quōq; aliquis ex eis sed non erat: nec igit .g. similiter cūz .h. numeret .c. fm .g. non erit .h. aliquis ex a. b. c. Nā esset per premissas & .g. ostensum est autē q; non: nec igitur .h. eadē ratione nec .k. cūz enī ipse numeret .b. secundū .h. si ipse esset .a. conuinceret per premissas .h. quoq; esse .a. At non erat: nec igitur .k. erit .a. numerat autem ipsum. Non est itaq; .a. primus qd' est impossibile. ¶ Aliter idēz si .e. diuersus ab a. b. c. d. numerat .d. sit ut secundū .f. & quia .a. numerus primus numerat .d. productus ex .e. in .f. sequitur ex .33. sep. q; ipse numeret .e. uel .f. numeret er- go .e. quia igitur tā ex .a. in .c. q; ex .e. in .f. sit .d. erit per secundā partē .20. septi- mi .a. ad .e. sicut .f. ad .c. numerat itaq; .f. c. sit ut secundū .g. eritq; per .33. septi- mi ut .a. quoq; numeret .f. uel .g. sitq; ut .f. sequitur q; per secundā partē .30. eiusdem ut .g. numeret .b. sitq; ut secundū .h. ut prius igitur .a. numerabit .g. uel .h. & sit ut numeret .g. h. ergo per secundā partē .20. numerabit .a. si itaq; .h. non est equalis .a. non erit .a. prius: quod est contra ypoth. Si autē equalis erit unus quīq; numerorū .g. f. e. aliquis ex a. b. c. d. p premissas quoq;



tiens oportet assumptam. Non est igitur .e. diuersus ab eis: qđ est etiam cōtra hypothe. itaq; constat uerum esse qđ proponitur.

Propositio. .14.



Si propositus fuerit numerus minimusque; numerat primi assignati non numerabit eum aliquis numerus primus preter illos assignatos.

¶ Sit .a. minimus numerus numeratus a numeris primis qui sunt .b. c. d. dico qđ alius primus preter eos non numerabit .a. Sin autē sit .e. primus numerat eū fm. f. quia ergo quilibet eorum .b. c. d. numerat .a. productū ex .e. in .f. ē autē quilibet eorum primus sequitur ex .33. septimi: ut quilibet eorum numerat .f. cum itaq; sit .f. minor .a. utpote qui numerat eum fm. e. non erit .a. minimus numeratus ab illis qđ est inconueniens.

Propositio .15.



Si quotlibz numeri cōtinue pportionales fm suā pportionē fuerit minimi: qđcūq; aliquē illoꝝ numerat alteri terminoz illiꝝ pportiois erit cōmensurabilis.

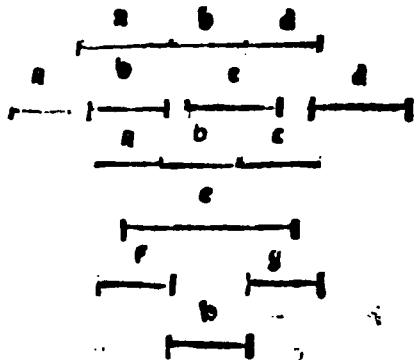
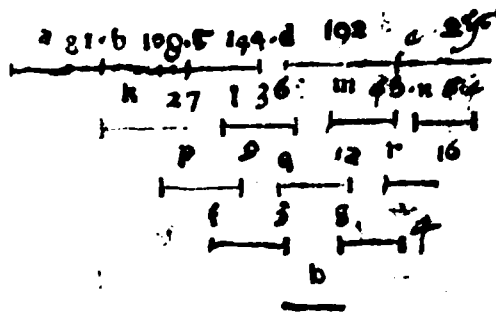
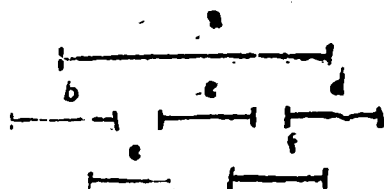
¶ Sint .a. b. c. d. e. continue pportionales & minimi fm pportione .f. ad .g. qui sint in sua pportione minimi: & ponat .h. numerare .c. dico qđ .h. est cōmensurabilis .f. uel .g. sumant enī in eadez pportione quatuor minimi qui sunt .k. l. m. n. constat autē ex secda octauī qđ ex .f. in .m. fit .c. alioquin cōtingeret esse minus minimo qđ esse non potest: itaq; p correl. 33. septimi erit .h. cōmensurabilis .f. uel .m. qđ si .f. constat ppositū: si autē .m. sumantur in eadē pportione tres minimi qui sunt .p. q. r. eritq; ex secda octauī ut .m. fiat ex .f. in .r. ne minus minimo aliqd esse cogamur concedere: qđ p pdictū correl. h. ē cōmensurabilis .f. uel .r. sed non erat .f. sic enī constabat ppositū: cōmensurabilis igit est .r. qui cū ex secda octauī fiat ex .g. in le seqđ ex dicto correl. ut .h. sit cōmensurabilis .g. qđ est ppositum.

Propositio .16.



Si fuerint numeri quotlibet cōtinue proportionales in sua pportione minimi quilibet eorum ad compositū ex reliquis primis esse necessario comprobatur.

¶ Sint .a. b. c. d. continue proportionales & minimi. dico compositum ex .a. b. c. primum ē ad d. Si enim non numerabit aliquis numerus qđ sit .e. compositum ex .a. b. c. & .d. per premissam igitur erit .e. communicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt .f. & .g. erit itaq; numerus aliquis numerans .e. & alterum duorum .f. g. qui sit .h. quia ergo .h. numerat .e. numerabit .d. & compositum ex .a. b. c. & quia numerat .f. uel .g. quorum uterq; numerat utrumq; mediorum & simpliciter omnes si plures duabus sint: ex secda octauī sequitur ut ipse numeret .b. & .c. ergo & .a. quia numerat totum .a. b. c. non sunt igitur .a. & .d. contra se primi qđ est inconueniens per .3. octauī: similiter quoq; constabit ppositum ex .a. b. d. primum ē ad .c. si enim ut prius .e. numerat am bos sequitur per premissam ut aliquis numeret qui etiā sit .h. numeret .e. & alterū duorum .f. g. itaq; .h. numerat .c. & totū .a. b. d. sed & .b. cū utraq; radicū numeret omnes medios: igitur & compositū ex .a. & .d. & ga necessario numerat alterū duoz .a. d. cū numeret alterz duoz .f. g. numerabit & reliquū. Non sūt igit .a. & .d. ptra se primi: & ita idē ut prius. ¶ Demōstrat aut idē aliter de tribz pportionalibz & minimis sine amiculo pmissę pbat enī ex qđlibz duobz ppositū pmutū ē ad reliquū. sint itaq; 3. pportiones minimi .a. b. c. quoz termin. d. & .e. dico tūc ppositū ex .a. & .b. primum



esse ad.c.& ppositū ex.b.&.c.ad.a.itēq ex.a.&.c.ad.b.manifestū enī est ex se
cūda octauī qd' ex.d.i.se fit.a.&.i.e.fit.b.&.ex.e.i.se.c.&.ex.22.septūī,qd'.d.
&.e.sūt ptra se primi:itaq ex prima pte.29.eiusdē erit tot'.d.e.prim' ad utrū
q; eoz qā igit' uterq; duoz nūerog.d.&.d.e.prim' ē ad.e.erit p.25.eiusdē q
ex.d.i.d.e.pducit' & ipse ē pposit' ex.a.&.b.p'm' ad.e.seq' ergo p.26.eiusdē
dē.ut etiā pposit' ex.a.&.b.sit prim' ad.c.fit enī.c.ex.e.i.se.¶ Simili quoq; de
mōstratiōe pbabis ppositū ex.b.&.c.primū eē ad.a. At uero ppositū ex.a.&.c.
primū eē ad.b.sic habeto:cū sit enī uterq; duoz.d.&.e.prim' ad totū.d.e.erit
p.25.septimi q ex.d.i.e.pducit' & ipse ē.b.prim' ad.d.e.itaq p.26.eiusdē q
ex.d.e.i.se.puenit:& ipse ē q pponit' ex.a.&.c.& duplo.b.prim' erit ad.b.se
quitur ergo ppositū ex.a.&.c.primū eē ad.b.necesse enī ē ut ex duob' pposit'
cū prim' fuerit ad unū eoz ex qb' pponit' sit prim' ad reliquū; demonstratū
aut' ē hoc supra.29.septimi. Opz ār stabilire ad robur istī' demonstratiōis cō
positū ex.a.&.b.pducit' ex.d.i.ppositū ex.d.&.e.supposito q ex.d.i.se fit.a.&
eode; i.e.b.itēq q ex.d.e.i.se pducit' ppositū ex.a.&.c.& duplo.b.suppo
sito eo quod pri' & q ex.e.i.se sit.c.hui' itaq grā pponim' hec demonstrāda.

¶ Quod fit ex ductu unius numeri ī quotlibet tantum est:quā
tum qd' ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

¶ Idem proponit scđi de lineis.Sit enim ut ex.a.i.b.& in.c.& i.d.pue
riat.e.&.f.&.g.dico q ex.a.in cōpositum ex.b.&.c.&.d.puenit cōpositum
ex.e.&.f.&.g.sequit' enī ex conuersione diffinitionis eius qd' multiplicatur ut
tota pars sit.b.e.& tota.c.f.sed &.d.tota.g.quota est unitas.a.per quinquā itaq
septimū: tota quoq; ps erit cōpositus ex.b.&.c.&.d.compositi ex.e.&.f.&.g.
quota est unitas.a.ergo per diffinitionem ex.a.in compositum ex.b.&.c.&.d.
fit compositus ex.e.&.f.&.g.qd' est propositum.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in unum equum ē
ei qd' fit ex composito eorum in eundem.

¶ Hoc est conuersum eius qd' modo demonstratum est:ut si ex.b.&.c.&.d.i.
a.fiant.c.&.f.&.g.fiet quoq; compositus ex composito in eundem:qd' ex.17.
septimi & predemonstrato facile concluditur.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios:
equum est ei qd' fit ex composito horum in compositum illoz.

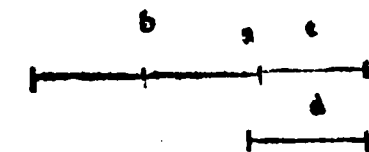
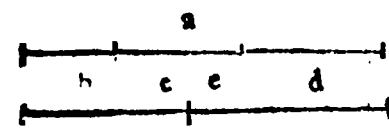
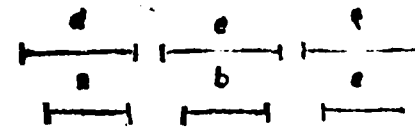
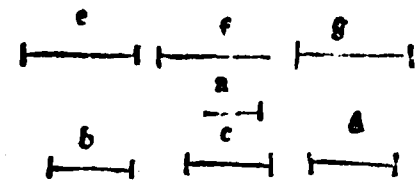
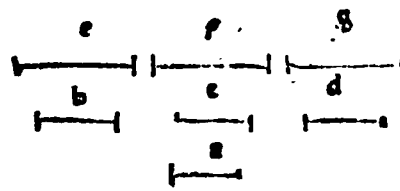
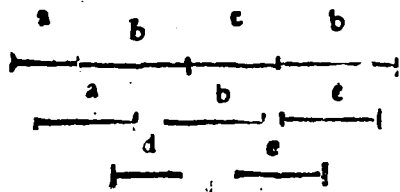
¶ Ut si.a.b.c.multiplicet.d.e.f.glibet quēlibet: iūgāt q; pducta.dico aggre
gatū ex pductis eē equale pducto ex cōposito ex.a.&.b.&.c.icōpositū ex.d
&.e.&.f.ē enī p premissas qd' fit ex cōposito ex.a.b.c.i.d. qū qd' ex singulis
in illū.d.sic.&.i.e.& in.f.ex cōposito aut' horū.a.b.c.in quēlibet illoz.d.e.f.p
ante pmissam sit qū ex cōposito in cōpositū.itaq constat propositum.

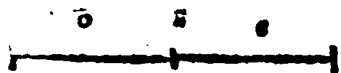
Numero in quotlibet partes diuiso: tantum est qd' fit ex toto eo
in se: quantum qd' ex eo in omnes suas partes.

¶ Idē pponit scđi secūdi de lineis.ut si.a.diuidat' i.b.&.c.&.d.dico qd' rātū
fit ex.a.i.se qū in oēs illos.b.c.d.pōito enī.e.eqli.a. pstat ex prima hāc inci
dētū rātū fieri ex.e.in.a.qū in oēs ptes.a.s; p cōcept.ex.e.i.a. fit qū ex.a.i
se.&.ex.e.in ptes.a. quatū ex.a.in easdez. Manifestū ergo ē ueg' esse qd' dicī.

¶ Numero in duo diuiso qd' fit ex toto in alterum diuidētum:
tantum est quantum qd' ex eodem in se & in alterum.

¶ Idem proponit tertia scđi de lineis.Sit enim.a.diuisus in.b.&.c.dico tantum
fieri ex.a.in.c.quantum ex.c.in se.& in.b.Nam qd' ex.a.in.c.est quantū qd' ex
c.in.a.p.17.septimi.sumpto itaq; d.equali.c.erit.a.in.c.quantū.d.in a. At p
primā harū d.in.a.ē quantū in.b.&.c.qā ergo.d.in.a.& in.b.& in.c.est quan
tum.c.in.a.& in.b.& in se propter equalitatē.c.&.d.constat propositum.





¶ Numero in duo diuiso qđ ex ductu toti⁹ in se: est quantũ qđ ex ductu utriusq; diuidentiũ in se & alterius eorum bis i alterũ.
¶ Idẽ pponit quarta scđi de lineis ut si .a. diuidat i .b. & .c. dico tantũ fieri ex .a. i se. quantũ ex .b. i se. & .c. i se & ex .b. bis in .c. est eni per quartã harum qđ ex .d. i se quantũ qđ ex eo i .b. & i .c. ex eo autẽ i .b. per pmissam est quantũ ex .b. i se & i .c. at ex .a. i .c. per eandẽ est quantum ex .c. i se. & i .b. & qđ ex .c. i .b. tantũ est quantũ ex .b. i .c. per .17. septimi. liquet uerũ esse quod pponitur.

¶ Numero per duo equalia duoq; inequalia diuiso quod fit ex maior inequalium in minorem cum quadrato intermedii equũ est quadrato medietatis totius.



¶ Idẽ proponit de lineis quinta scđi: ut si .a. b. diuidatur i duos numeros equales qui sint .a. c. & .c. b. itemq; i duos inequales quoq; sit maior .a. d. & minor .d. b. dico qđ illud qđ fit ex toto .a. d. i .d. b. cum quadrato .c. d. equale est qđ drato .c. b. per pmissam enĩ quadratũ .c. b. est equale quadrato .c. d. & quadrato .d. b. & ei qđ fit ex .b. i .c. d. bis: sed ex .b. d. i se & i .c. d. tantũ fit quantũ i .c. b. per primam harũ: & ideo quantũ i .a. c. itaq; ex .b. d. i se & in .c. d. bis quantũ ex ipso .b. d. i .a. d. per eandẽ igitur quadratũ .c. b. superat id qđ fit ex .b. d. i .a. d. in quadrato .c. d. constat ergo propositum.



¶ Cum fuerit numerus in duo eq̃lia diuisus ei q; ali⁹ numer⁹ adiũctus: qđ fit ex ductu totius cõpositi in adiunctũ cũ quadrato medietatis equũ est quadrato cõpositi ex dimidio & adiũcto.

¶ Idẽ proponit sexta scđi de lineis: Sit enim .a. b. diuisus i duos equales numeros qui sint .a. c. & .c. b. addaturq; ei numerus .b. d. dico illud qđ fit ex toto .a. d. i .d. b. cum quadrato .b. esse equale quadrato .c. d. est enim ex sexta harũ quadratũ .c. d. equale quadrato .d. b. & quadrato .b. c. & ei qđ fit ex .d. b. i .b. c. bis: s; per primam harum ex .b. d. i se & i .b. c. bis est quantũ ex .b. d. i .d. a. Sum enim .a. c. & .c. b. equales itaq; quadratum .c. d. superat id qđ fit ex .b. d. in .d. a. i quadrato .c. b. qđ est propositum.



¶ Cum numerus in duo diuiditur qđ fit ex toto in se cum eo qđ ex altero diuidentium in se: est equum ei qđ ex toto in eundẽ bis cum eo qđ ex altero in se.

¶ Idẽ proponit septima scđi de lineis. Sit enim numer⁹ .a. diuisus in .b. & .d. dico quadratum .a. cum quadrato .d. tantũ esse quantũ qđ fit ex .a. in .d. bis cum quadrato .b. constat quidẽ ex sexta harum qđ quadratũ .a. tantũ est quantum quadratum .d. & quadratũ .b. & qđ fit ex .d. in .b. bis: itaq; quadratũ .a. cũ quadrato .d. tantũ est quantum qđ ex .d. bis in se. & bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se & bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per primam harũ: ergo quod fit ex .d. bis in .a. cum quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum qđ drato .d. quare patet propositum.



¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus ei q; equalis uni diuidentiũ additus: quadratum totius cõpositi equum est quadruplo eius qđ fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

¶ Idẽ proponit octaua scđi de lineis. Sint numer⁹ .a. b. diuisus in .a. c. & .c. b. cui addatur .b. d. qui ponatur equalis .c. b. dico quadratum .a. d. tantũ esse qđ tum ẽ id quod fit ex .a. b. in .b. d. quare cũ quadrato .a. c. est nãq; per sextam harũ quadratũ .a. d. equum quadrato .a. b. & quadrato .b. d. & ei qđ fit ex .a. b. i .b. d. bis: & qđ quadratũ .b. d. est equale quadrato .c. b. erit quadratũ .a. d. eq̃ le quadrato .a. b. & qđ drato .c. b. & ei qđ fit ex .a. b. in .b. d. bis: p pmissas at est quadratũ .a. b. cum quadrato .c. b. quantum quadratũ .a. c. cũ eo quod fit

ex. a. b. in. b. c. bis: itaq; quadratum. a. d. tantum est quantum qd' ex. a. b. in. b. d. bis & ex. a. b. in. b. c. bis cum quadrato. a. c. & quia ex. a. b. in. b. c. tantū fit quantum in. b. d. constat uerum esse quod propositum est.

¶ Cū fuerit numer⁹ i duo equalia duoq; ineqlia diuifus: qdrata amboꝝ inequaliū pariter accepta duplū sūt qdrato medietatis & quadrato ei⁹ quo maior portio excedit miorē pariter acceptis.

¶ Idē pponit nota scđi de lineis. Sit enī. a. b. diuifus p duos equales q sint. a. c. & c. b. & p duos inequales q sint. a. d. & d. b. dico q quadrata duoz numerorū a. c. & c. d. pariter acceptis. Est enī p sextā harū quadratū. a. d. quantū quadratum. a. c. & quadratū. c. d. & duplū eius qd' fit ex. a. c. in. c. d. quia aut. a. c. est equalis. c. b. erit quadratū. a. d. quantū quadratū. b. c. & quadratū. c. d. & duplū eius qd' fit ex. b. c. i. c. d. itaq; quadratū. a. d. cū quadrato. b. d. sunt quatū quadratū. b. c. & quadratū. c. d. & duplū eius qd' fit ex. b. c. in. c. d. & quadratum. b. d. duplū autē eius qd' fit ex. b. c. i. c. d. cū quadrato. b. d. ē equale quadrato. b. c. & quadrato. c. d. p. 9. hāc ergo quadrata duorū numerorū. a. d. & d. b. sunt quantum quadrata duoz numerorū. b. c. & c. d. duplicata: & quia. b. c. & c. a. sunt equales: patet propositum.

¶ Cū fuerit nūerus i duo equa diuifus aliufq; adiūct⁹: quadratū toti⁹ cōpositi cū quadrato adiūcti duplū sunt ad quadratum medietatis ipsius cū quadrato cōpositi ex medietate & adiūctō.

¶ Idē pponit .10. scđi de lineis. Sit enī numerus. a. b. diuifus i duos eqles. a. c. & c. b. sitq; sibi adiūct⁹ numerus. b. d. cū sit enī nūerus. c. d. in duo diuifus sibi q; sit. a. c. eqlis uni diuidētiū addit⁹ erit p. 10. hāc quadratū. a. d. quantū qd' fit. ex. c. d. in. c. a. quater cū quadrato. b. d. qā uero. a. c. ē eqlis. c. b. erit qdratum. a. d. quantū qd' fit ex. d. c. i. c. b. qter cū qdrato. b. d. itaq; qdratū. a. d. cū quadrato. d. b. erit quantū qd' fit ex. d. c. in. c. b. quater cū duplo quadrati. b. d. hoc autē p. 19. hāc duplū ē ad qdratū. c. d. cū quadrato. c. b. cū igif sit qdratū. c. b. equale quadrato. a. c. stat ppositum.

Numerū aliquē ita diuidere ut qd' ex toto & una eius portione contineat equū sit quadrato alterius est impossibile.

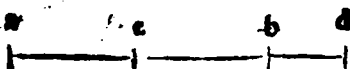
¶ Quod. 11. scđi pponit faciendū in lineis. demonstrat hoc ipossibile esse in numeris. Sit enī quilibet numer⁹. a. b. dico ipossibile esse ipsū sic diuidi ut pponitur: sic enī diuidere⁹ p pportionē habentē mediū & duo extrema: ut p5 ex diffinitione & .20. septimi. Si autē potest diuidaf i. c. sitq; a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. erit itaq; a. c. minor. c. b. detrahaf igitur ab eo equalis sibi qui sit. c. d. quia igitur est proportio totius. a. b. ad totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detractū ab. b. c. erit eadē. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuū. b. c. qre b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. b. erit igif. c. d. maior. d. b. detractō itaq; d. e. de. c. d. ut sit. d. c. equalis. d. b. erit etiam proportio. b. c. ad. c. d. sic. c. d. ad. d. e. qre sic. d. b. residui. c. b. ad. c. e. residuum. c. d. potest igitur. c. e. detrahi ab. e. d. non erit itaq; finis istius detractionis qd' est ipossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

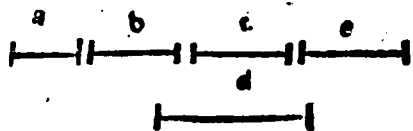
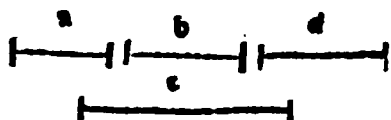
Propositio .17.



Si fuerint duo numeri contra se primi quantus est prim⁹ eorum ad scđm: tantum esse scđm ad tertiu; quē q impossibile est.

¶ Sit. a. & b. contra se primi: dico ipossibile esse aliquē eis in continua pportionalitate adiūgi. Si enī pōt sit. c. qā igif. a. ad. b. sicut





b. ad. c. sunt autem a. & b. in sua proportione minimi per. 23. septimi: sequitur per. 21. eiusdem ut a. numeret. b. qui cum etiam numeret se non erunt a. & b. contra se primi: quod est contrarium poni.

Propositio .18.



In quolibet numere continue proportionalium duo extrema fuerit contra se primi quantum est primum ad secundum tantum esse ultimum ad aliquem alium est impossibile.

¶ Si a. b. c. continue proportionales. sit q. a. & c. contra se primi dico q. in eadem proportione non potest eis adiungi alius. si enim potest sit. d. quia igitur est. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatum. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sunt autem a. & c. in sua proportione minimi per. 23. septimi itaq. per. 21. eiusdem a. numerat. b. quare etiam numerat. c. numerorum enim continue proportionalium: si primus numerat secundum ipse numerat omnes & simpliciter quilibet precedens quilibet sequens. em. at quia etiam numerat se non erunt a. & c. contra se primi: quod est inconueniens.

Propositio .19.



Propositis duobus numeris an sit eis tertius continue proportionalis perscrutari.

¶ Si a. & b. duo numeri propositi: uolo inquirere an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiungi. igitur si ipsi sunt contra se primi impossibile est per. 17. si uero propositi ducat. b. in se. & proueniat. c. quem si a. numerat erit. si uero non numerat non erit. Numeret enim eum finis. d. qui erit quem querimus per. 2. prem. 20. septimi. sit ergo ut non numeret eum est tamen ut a. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. quia ex. b. in se fit. c. sequitur per primam partem. 20. septimi. ut ex. a. in. d. sit. idem. igitur a. numerat. c. finis. d. sed erat positum q. non quare sequitur impossibile.

Propositio .20.



At tribus numeris continue proportionalibus an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.

¶ Si a. b. c. continue proportionales. uolo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi. igitur si a. & c. sunt contra se primi impossibile est per. 18. si autem compositus. sit. d. q. prouenit ex. b. in. c. quem si numerat. a. erit. si uero non numerat non erit. numeret enim eum finis. e. qui erit quem querimus: per secundam partem. 20. septimi: sit ergo ut non numeret eum. est tamen ut. a. ad. b. sicut. c. ad. e. itaq. quia ex. b. i. c. sit. d. sequitur per primam partem. 20. septimi. ut ex. a. in. e. sit idem. ergo a. numerat. d. finis. e. sed positum erat q. non. idem potes perscrutari quolibet continue proportionalibus propositis. si enim duo extrema sunt contra se primi finem habet introitus per. 18. si autem compositi: ducto secundo in ultimum si productum numeret primus: is secundum quem eum numerat est quem querimus per secundam partem. 20. sept. si autem primus productum non numerat nullus erit: quolibet enim posito per primam partem eiusdem finis ipsum positum. numerabit primus productum: quod positum erat non numerare.

Propositio .21.



Atis quolibet numeris primus aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.

¶ Nihil aliud intendit nisi q. numeri primi sunt infiniti demonstrare. Si enim a. b. c. numeri primi. dico esse aliquem primum diuersum ab eis sit quidem. d. f. minimus quem numerat cui addita unitate fiat. d. g. q.

est primus aut cōpositus. si primus p̄stat p̄positū. si p̄positus numerat eū al-
quis primus qui sit. h. quē non est possibile ēē aliquē ex primis p̄positis. si enī
esset aliquis eorū cū quilibet ipsorū numeret. d. f. ipse quoq; numeraret eundē:
at q̄a numerat. d. g. oporteret ipsū numerare. f. g. q̄ est unitas qd' ē impossibile
Idē seq̄. p̄posito. d. f. quolibet nūero quē numerat. a. b. c. q̄re p̄stat p̄positū.

Propositio .22.

S I coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoq;
ab eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quisq; numerorū. a. b. c. par: dico ex eis p̄positū ēē parē. ha-
bet enī ex cōuersione diffinitionis quisq; eorū medietatē. sūt ergo
eorū medietates. d. e. f. q̄a igit̄ sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. & c. ad. f.
erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaq; tot⁹. a. b. c. ad totū. d. e. f. itaq; d. e. f. ē me-
dieta. a. b. c. ergo p̄ diffinitionē. a. b. c. est par: quod est p̄positum.

Propositio .23.

S I numeri impares numero pares coaceruentur: totus
quoq; ex eis coaceruatus erit par.

¶ Sit q̄libet numerorū. a. b. c. d. impar: dico ex eis cōpositū esse pa-
rem: dēpra enī a quolibet unitate p̄stat reliquos esse pares: & q̄a
ille unitates dempte cōponūt parē. cū sūt numero pares: cōstat
p̄positum per p̄missam.

Propositio. .24.

S I numeri impares numero impares coaceruentur: to-
tum quoq; ex eis coaceruatum imparem esse.

¶ Sit quilibet numerorū. a. b. c. impar: dico totū ex eis cōpositū u3
esse imparem. erit enī p̄ p̄missam cōposit⁹ ex. a. & b. par: & q̄ a. c.
dempta unitate ē par erit per ante p̄missas totus. a. b. c. dempta
unitate par. per diffinitionem itaq; constat totum esse imparem.

Propositio .25.

S I a numero pari numer⁹ par detrahaf reliqu⁹ erit par.

¶ Sit tot⁹. a. par. a. quo detrahaf. b. q̄ quoq; sit par quoq; sit par:
& residu⁹ sit. c. dico. c. ēē parē. sit enī. d. medietas. a. c. quoq; sit me-
dieta. b. detractoque. c. de. d. sit reliqu⁹. f. erit p. 13. septimi. c. ad. f.
sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas. itaq; c. est par. qd' ē p̄positum.

Propositio .26.

S I a numero impari detrahaf impar reliquus erit par.

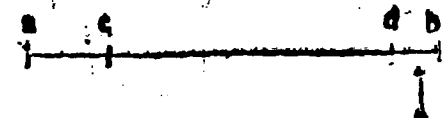
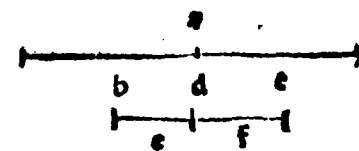
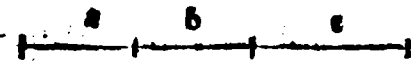
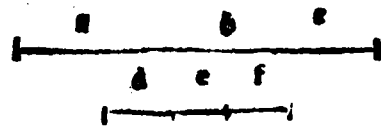
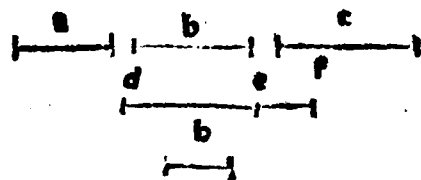
¶ Sit. a. b. numer⁹ impar a quo detrahaf. b. c. q̄ etiā sit impar: dico
reliquū qui est. a. c. esse parem: detrahatur enim ab utroq; duorū
numerosum. a. b. & b. c. unitas que sit. b. d. eritq; uterq; duorum
residuorum que sūt. a. d. & d. c. par. per p̄missam itaq; p̄stat.
a. c. esse parem: quod est p̄positum.

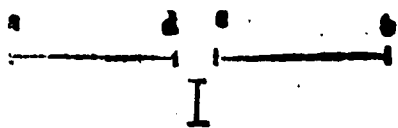
Propositio. .27.

S I a numero impari numerum parem subtrah as qui re-
linquitur impar est.

¶ Sit. a. b. impar a quo detrahaf. a. c. qui sit par. dico. c. b. residuus:
ēē iparē. sit enī. b. d. unitas: eritq; a. d. par & q̄a. a. c. ē par erit p. 25
c. d. par cū itaq; sit. d. b. unitas erit. c. b. impar: qd' ē p̄positum.

Propositio .28.





S I de numero pari iparē tollas qui relinquit ipar est.
¶ Sit. a. b. par a quo tollat. a. c. q. sit ipar: dico. c. b. residuū esse
iparem: subtrahat enī ab. a. c. unitas que sit. c. d. erit q. a. d. par ita
q. p. 25. d. b. quoq. erit par. q. a. igit. d. c. ē unitas sequit. c. b. esse
imparem: qd' ē ppositū. **Propositio. 29.**

I numerus impar in numerum parem ducatur qui inde p/
ducetur erit par.

¶ Ex. 25. manifestum est quod dicitur.

Propositio. 30.

I imparem ducatur impar qui producet erit impar.

¶ Hec quoq. ex. 24. manifesta est.

Propositio. 31.



I numerus impar numerum parem numeret: numero
pari eum numerabit.

¶ Si enī numero ipar eū nūeraret ex ipari i imparē fieret par: qd'
est incōueniēs p pmissa3. **Propositio. 32.**

I impar imparem numeret impariter eum numerat.

¶ Si enī pariter eū nūeraret ex numero ipari i numex parē fieret ipar
qd' est incōueniens p. 29. **Propositio. 33.**



I numerus impar numerum parem metiatur eiusde3
quoq. dimidium ipsum m. tiri necesse est.

¶ Sit. a. numer' par cui' dimidiū. b. sit q. c. numer' ipar q. nūeret
a. dico q. c. numerabit. b. numeret enī. a. p. 3. d. erit q. p. 3. d. nu-
mer' par. Esto igit. ei' dimidiū. e. ducat q. c. i. e. & pueniat. f. e
rit q. p. 18. sep. a. ad. f. sicur. d. ad. e. & q. a. enī est. a. ad. b. sicur. d. ad. e. sequit. b.
& f. esse eqles. cū itaq. c. nūeret. f. ide3 numerabit. b. quod est ppositum.

Propositio. 34.



I numerus impar ad aliquem fuerit primus. idem ad
eiusdem duplumerit primus.

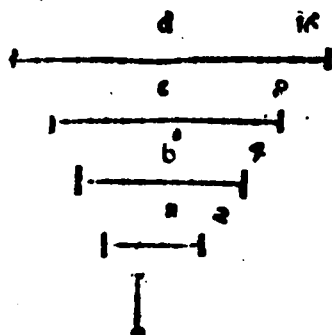
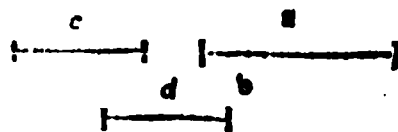
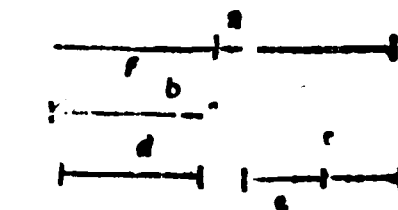
¶ Sit. a. numer' ipar prim' ad. b. cuius duplū sit. c. dico q. a. est
prim' ad. c. sin aut numeret eos. d. cūq. a. sit ipar seq. d. e. te im-
pare3: q. cūq. enī iparē numerat ipar est p pmissa3 itaq. d. nūe-
rabit. b. non sunt igitur. a. & b. contra se primi: qd' est contra ypothēsi.

Propositio. 35.



Vmeri a duobus dupli sunt pariter pares tantum.

¶ Sit. a. b. c. d. continue proportionales. sitq. a. binari':
dico omnes eos esse pariter pares eisq. secundum hanc propor-
tionem in infinitum auctis nullum alium esse pariter parem: de
his quide3 constat per diffinitionem. cuius per. 12. quilibet prece-
dens numeret quolibet sequentem per aliquem eorum. quos omnes oportet
esse pares: & nullus alius numeret aliquem eorum per. 13. eo q. a. qui est bina-
rius unitatem sequens est primus. Quod autem nullus alius ab his sit pariter
par constat: sic posito enim aliquo diuidatur i duas medietates: et q. 3. medie-
tes in duas: & hoc totiens fiat quouq. numerus aut unitas diuisionem impe-
diat qd' necesse est euenire per ultimam petitionem. si uero numerus hanc p.
habeat ipse erit ipar que cū numeret piter parem positus non erat piter par q.
positus est piter par. si autē unitas non erit. 15. alius a p. tinue duplis ab unitate.



Propositio .36.



Numerus cuius medietas est impar est pariter impar.
 ¶ Sit .a. numerus cuius medietas que sit .b. sit impar dico .a. esse pariter imparem. sit enim .c. binarius manifestum itaque quoniam ex .c. in .b. sit .a. sit aut .d. quilibet numerus par numerus .a. qui numeret eum secundum .e. eritque per secundam prem. 20. septimi .e. ad .b. sicut .c. ad .d. igitur .e. numerat .b. nam quia .c. numerat .d. erit itaque .e. numerus impar erat enim & .b. per definitionem igitur .a. est pariter impar.

Propositio .37.



Quoniam numerus a duobus non duplus cuius medietas est par est pariter par & impariter.

¶ Sit numerus .a. non duplus a duobus cuius medietas que sit .b. ponat par. dico ipsius esse pariter par & impariter. sit enim .c. binarius de quo manifestum est quod ipse numerat .a. secundum .b. quia uero .a. non est duplus a duobus: necesse est si eius medietas que est .b. in alias duas medietates diuidat: medietatisque medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediens diuisionem qui propter hoc quod diuisionem non recipit erit impar sitque is in quo sistit diuilio .d. in numero quippe necesse est stari quia si usque ad unitatem perueniret diuilio esset .a. de numeris duplis .a. binario de quibus non est: de .d. uero manifestum est quod ipse numerat .a. per hanc communem scienciam: omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo. Numeret ergo eum secundum .e. eritque .e. par. Alioquin .c. .d. sit maior impar sequere per 30. a. esse impar: quia igitur .b. numerus par numerat .a. secundum .c. qui quoque par est enim binarius. At uero .e. numerus par numerat eandem secundum .d. qui est impar. stat ex definitione numerum .a. esse pariter par & impariter quod est propositum.

Propositio .38.



Si de secundo atque ultimo numerorum continue proportionantium equalis primi dematur quantum est reliquum secundi ad primum tantum esse reliquum ultimi ad coaceruatum ex cunctis precedentibus necessario comprobatur.

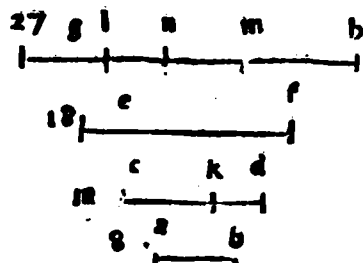
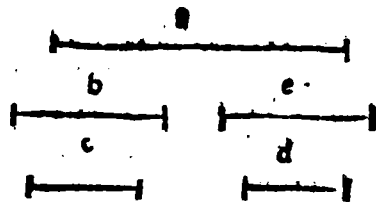
¶ Sit continue proportionales .a. .b. .c. .d. .e. .f. .g. .h. dematurque .de. .c. .d. equalis .a. .b. qui sit .c. .k. & .d. .g. .h. qui sit .g. .l. dico tunc quod proportio .k. .d. ad .a. .b. est sicut .l. .h. ad compositum ex .e. .f. .c. .d. & .a. .b. sumat ex .g. .h. equalis .e. .f. qui sit .g. .m. & qualis .c. .d. qui sit .g. .a. eritque .l. .n. equalis .k. .d. manifestum autem est per 12. sept. quod cum sit .g. .h. ad .g. .m. sicut .g. .m. ad .g. .n. erit .h. .m. residuum sit .g. .h. ad .g. .m. ideoque sit .c. .e. .f. ad .c. .d. simili quoque modo erit .m. .n. ad .l. .n. sicut .c. .d. ad .a. .b. permutatim igitur erit .h. .m. ad .e. .f. & .m. .n. ad .c. .d. sicut .n. .l. ad .a. .b. itaque coniuncti per 13. sept. erit .l. .h. compositus ex .h. .m. .m. .n. & .l. .n. ad compositum ex .e. .f. .c. .d. & .a. .b. sicut .l. .n. ad .a. .b. ideoque sicut .k. .d. ad .a. .b. quod est propositum.

Propositio .39.



Cum coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciunt numerum primo extremorum eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

¶ Sit ab unitate continue dupli .a. .b. .c. .d. ex eis autem & unitate coaceruat sit .e. .q. ponat esse numerum primum in quem .e. multiplicet .d. & prius fiat .f. .g. dico .f. .g. esse numerum perfectum. Sumat igitur .h. .k. .l. continue dupli ad .e. ut tot sit .e. .h. .k. .l. quot sit continue dupli ad unitatem superius eritque per equam proportionalem .l. ad .e. sicut .d. ad .a. quare per primam prem. 20. sept. ex .a. .f. .l. puenit .f. .g. Nam ipse .f. .g. puenit ex .d. .i. .e. & quia .a. est binarius est .f. .g. duplus ad .l. sit igitur .e. .h. .k. .l. & .f. .g.



estime proportionales demat igit ex. h. e. q. l. s. e. q. sit. m. h. & residuus. h. n. q. erit etia e. q. l. s. e. iteq ex. f. g. demat eidē equalis q. sit. f. n. eritq p pmissas. n. g. q. u. aggregatū ex. e. & h. & k. & l. f. & n. cū sit equalis. e. e. q. u. aggregatū ex. a. & b. & c. & d. & unitate iteq tot. f. g. ē quant' aggregat' ex oib' his scz. a. b. c. d. & unitate & illis. e. h. k. l. de qb' oib' manifestū ē q. numerat euz scz. f. g. c. quidē fm. h. & b. fm. k. qd' ex pma pte. 20. sep. pūincit adiuvate eq pportionalitate sicubi op' fuerit. Est enī ut. d. ad. c. sic. h. ad. e. & ut. d. ad. b. sic. k. ad. e. p equā pportionalitate: quare & ex. c. i. h. & ex. b. i. k. necesse ē puenire. f. g. quē duū pduxerat. d. i. e. si igit null' ali' ab his numerat. f. g. ipe p diffinitione numer' plect'. ¶ Quod aut nullu' ali' cū numeret sic p3 si enī hoc possibile ē sit. p. q. numeret eū fm. q. eritq p. 33. sep. ut. e. numeret alterū eoz ponat q. q. nūeret. p. & q. p scdam pte. 20. sep. ē. q. ad. d. sic. ut. e. ad. p. seqtur ut. q. nūeret. d. quare cū. a. q. seqt unitatē sit prim' ē enī bīnari' erit. q. p. 13. huius aut. a. aut. b. aut. c. q. cūq. aut hōz fuerit erit. p. aut. l. aut. k. aut. h. si enī. q. fuerit. a. pstat q. p. erit. l. qd' sit fuerit. b. p. erit. k. si aut. c. p. quoq. erit. h. nō ē igit. p. diuersus ab illis ut iuerat positū: relinqt ergo q. f. g. sit nuer' perfectus qd' erat demonstrandū. Explicit liber Notus incipit liber Decim'.



Vantitates quib' fuerit una qntitas cōis eas numerās: dicēf cōicāres. quib' uero nō fuerit una cōis qntitas eas numerās dicēf icōmēsurabiles. Linee i potētia cōicātes dicūtur quaz supficies qdratas una cōis supficies nūerat. Linee icōmēsurabiles i potētia dicūt quaz supficies qdratas non nūerat una cōis supficies: q. cū ita sint manifestū ē q. oī linee posite multe alie sūt icōmēsurabiles. quedā i longitudī: rātū. qdaz i longitudīne & potētia. Oīs autē linea cū q. ratiocinamur posita uocēf rationalis. Linee q3 ei communicantes dicūt rationales: eidē aut icommunicantes dicūt irracionales siue surde. Oīs uero qdrata supficies de q. per ypothesi ratiocinamur dicūt rationales. Supficies uero ei communicantes dicūt rationales. Eidē autē icōmēsurabiles superficies dicūtur irracionales siue surde. latera uero q. i illas quadratas possūt dicūtur rationalia. ¶ Quanlibet qntitatē totiēs posse multiplicari ut qlibz eiusdē generis qntitatē posita3 excedat.

Propositio. 1.



I a duabus quantitatib' inequalib' ppositis maius dimidio a maiori detrahaf. iteq3 de reliquo maius dimidio demat deiceps quoq3 eodē mō: necesse est ut tandem minore posita3 minor quantitas relinquatur.

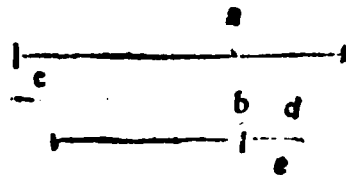
¶ Sint due qntitates inequales. a. & b. c. b. c. maior. dico q. totiēs pēt mai' dimidio detrahi. a. b. c. uel ei' residuo q. necesse erit reliq. quantitatē minorem. a. multiplicet enī. a. quotiēs excedat. b. c. si q. ei' multiplex. d. e. f. mai'. b. c. de trahaf itaq. a. b. c. mai' dimidio q. sit. b. g. iteq3 ex residuo qd' ē. g. e. maius dimidio qd' sit. g. h. hoc quoq3 totiēs fiat quouq3. b. c. diuisa iur i tot ptes quouq3 p3 pūnet. i. d. e. f. dico tūc q. ultimū residuū ut ē. h. c. h. c. f. mai' a. multiplicet

namq. h. c. quotiens est multiplicata. a. i. d. e. f. sitq. eius multiplex. k. l. m. ga igitur unaqueq. quantitatū. k. l. m. ē equalis. h. c. sequit̃ ut & k. sit minor. b. g. sed & l. minor. g. h. at ga. m. est equalis. h. c. erit p conceptionē. k. l. m. minor b. c. quare minor. d. e. f. cum sit ergo. d. e. f. ad. a. sicut. k. l. m. ad. h. c. sitq. d. e. f. maior. k. l. m. sequitur p. 14. quinti q. a. sit maior. h. e. qd̃ ē ppositū. Idēq. sequitur si de. a. maiori dimidiū dematur. itēq. de reliquo dimidiū : sitq. totiens quousq. maior diuidat̃ in tot partes quotiens continet̃ minor in quolibet suo multiplice: maiore positā quantūlibet excedente. ¶ Attendere aut̃ oportet q. huic uidet̃. 15. tertii tradicere pponēs angulū contingētie minore fore, quo libet angulo a duabus lineis rectis contento: posito enī angulo quolibet rectilineo: si ab ipso maius dimidiū demat̃. itēq. de residuo mai⁹ dimidiū: necesse uidet̃ hoc totiens posse fieri quousq. angulus rectilineus minor angulo contingētie relinquit̃: cuius oppositū. 15. tertii syllogizat̃: sed hi non sunt unus ce anguli: non enī eiusdē generis simpliciter curuū & rectū. At uero nec angulum contingētie totiens contingit̃ sumi ut qualēcūq. rectilineū excedat. qd̃ necessariū est ut ex prehabita demonstratione p. 5: ad hoc ut p. 15 ex antece dente sequat̃: planū ergo est etiam quēlibet angulum rectilineū infinitis angulis contingētie esse maiorem.

Propositio . 2.

Si fuerint due quantitates inaequales detrahaturq. maiori equale minori donec minus eo supersit: ac deinde minori ipsi⁹ reliqui equale demat̃ donec minus eo relinquat̃ denuo quoq. reliquo primo equale reliqui scd̃i donec minus eo supersit auferat̃: & i huiusmodi cōtinua detractio ne nullū reliquū qd̃ ante relictū numeret: eas duas quantitates. incommensurabiles esse necesse est.

¶ Simile huic pposituit prima septimi i numeris. Sitx due quantitates ineq̃les. a & b. maior. a quib⁹ si fiat reciproca quoad potest detractio: non occurrat etiā si infinities fiat aliqua q̃ntas detractio: neq. siue ante relictū numeras dico eas incōmensurabiles esse. Sin aut̃ sit cōis earū mēsurā. c. detrahaf̃ igit̃. b. ex. a. quoties potest. sitq. residuū. d. qd̃ residuū detrahaf̃ ex. b. quoties potest & sit residuū. e. Fiatq. toties ista detractio quousq. ex alterutra duarū quantitatū. a. & b. remaneat min⁹. c. hoc enī necesse ē esse possibile p. precedētē. Siq. hic. e. minus. c. cū igit̃. c. mēsuret. b. detractā ab. a. & etiā. a. mēsurabit p. pceptio nem. d. residuū. ideoq. cū mēsuret. d. detractū. a. b. & etiam ipsū. b. mēsurabit. e. residuū. sed erat. e. minus. c. maior: ergo quantitas mēsurat minore. qd̃ est impossibile



Propositio . 3.

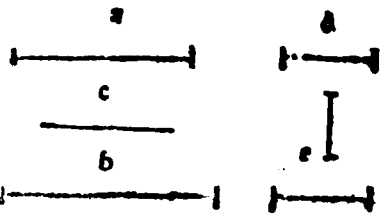
Propositis duab⁹ quantitatibus inaequalib⁹ cōicantibus maximā quantitātē cōiter eas numerantē inuenire. Ex hoc itaq. manifestum est: que duas metitur q̃ntitates maximam quoq. cōmuniter ambas metiētē metiri.

¶ Cuius demonstrationem si scdam septimi non ignoras non potes ignorare. pcessus enī utrobq. idē. Propositio . 4.

Propositis tribus quantitatibus communicantib⁹ maximam eas communiter numerantē inuenire.

¶ Nec ex tertia septimi sic patet sicut pmissa ex secūda septimi

Propositio . 5.



Minimum duarum quantitatum communicantium ē proportio tanq̃ numeri ad numerum.

¶ Sit due quantitates. a. & b. cōmunicantes. dico q̃ earum proportio ē sicut alicuius numeri ad aliū numerū. sit enim. c. maxima quātitas cōmuniter mēsurans. a. & b. repta ut docet scda huius. que mēsurat. a. s̃m. numerū. d. & b. s̃m. numerū. e. eritq̃. a. ad. c. ut. d. ad unitatē. eo q̃ sicut. a. est multiplex. c. ita. d. est multiplex unitatis. ac. c. ad. b. ut unitas ad. e. quoniam sicut. c. est submultiplex. b. ita unitas est sub multiplex. e. igitur per equam proportionalitatem. a. ad. b. ut. d. ad. e. quod est propositū.

Propositio. .6.



Si fuerint due quantitates quarum sit proportio uni⁹ ad alteram tanq̃ numeri ad numerum: eas duas communicantes esse necesse est.

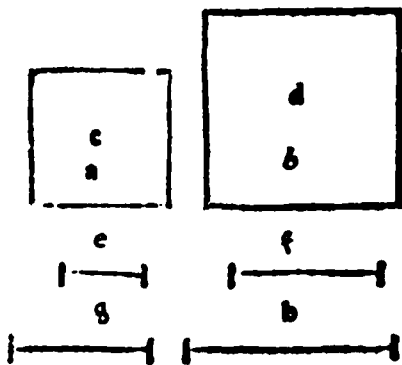
¶ Hec est cōuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad numerū. d. erūt due quātitates. a. & b. cōmunicantes. sit enī. e. toties mēsuras. b. quoties est unitas i. d. & toties mēsurans. f. quoties unitas in. c. Cū. sit igitur. f. ad. e. ut. c. ad unitatē. ac. e. ad. b. ut unitas ad. d. erit p equam pportionalitā ē. f. ad. b. ut. c. ad. d. quare etiā ut. a. ad. b. igit p primā prem. 9. quinti. f. est equalis. a. cū itaq̃. e. mēsuret. f. per pceptionē mēsurabit. a. igit a. & b. cōmunicantes. mēsurabat enī & b. quod est propositum.

Propositio .7.



Miniū duarum superficierū quadratarū quarū latera i longitudine cōmunicant ē proportio uni⁹ ad alteram tanq̃ numeri quadrati ad numerū quadratū. Si uero fuerit pportio supficiēi quadrate ad superficiē quadratā: tanq̃ pportio numeri quadrati ad numerū quadratū: erūt latera earū in longitudine communicantia. Quod si fuerit proportio superficiēi quadrate ad superficiem quadratā: non uelut numeri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt i longitudine incommensurabilia.

¶ Sit. a. & b. due linee quadrate quarum quadrata sint. c. & d. dico q̃ si. a. & b. communicant in longitudine erit proportio .c. ad. d. sicut numeri quadrati numerum quadratum & econuerso. si autem proportio .c. ad. d. nō sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. a. & b. erunt incommensurabiles in longitudine & econuerso. Verūamen istud argumentum quantum non proponit. Primum patet sic. si. a. & b. cōmunicant in longitudine ipse per. 5. erunt in proportione duorum numerorum qui sint. e. & f. quorum quadrati sint. g. & h. quia ergo est. c. ad. d. sicut. a. ad. b. duplicata per. 18. sexti. sequitur ut sit etiam. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicata. sed etiam est per. 11. octauī. g. ad. h. ut. e. ad. f. duplicata ergo. c. ad. d. sicut. g. ad. h. qd' est primum. Scdm sic. sit. c. ad. d. sicut. g. numerus quadratus ad. h. numerum quadratum dico q̃. a. & b. erunt in longitudine communicantes. Cum enim. sit. e. ad. d. ut. a. ad. b. duplicata per. 18. sexti. & g. ad. h. per. 11. octauī ut. c. ad. f. duplicata quare & simpla. a. ad. b. sicut simpla. e. ad. f. per. 6. igitur sint. a. & b. communicantes qd' est scdm. Tertiū uero p̃ ex primo a destructione p̃sequētis. Similiter quartū patet ex scdo a destructione p̃ritis. ¶ Ex tertia pte hui⁹ nota diametrū esse incommensurabile costē. Cū enī sit q̃dratū diametrū duplū. q̃drato costē. dupla uero pportio



non sit sicut numerorū quadratorū: sequit̃r diame-
 tris esse incōmensurabilē costē
 in longitudine. Alioquin cū quaternari⁹ sit numerus quadrat⁹ essent oēs pari-
 ter pares q̃drati & etiā alii infiniti qui nō sunt quadrati. Dūcitur autē Ag. ad
 istud inconueniens si diameter ponat̃r cōmensurabilis costē q̃ impar numer⁹
 erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter .a. b. cōmensurabilis lateri .a.
 c. eritq̃ per .5. a. b. ad .a. c. sicut aliquis numerus ad aliū. Sint ergo hii numeri
 e. & f. qui sint minimi in sua proportione: eritq̃ ob hoc alter eorū impar. Si eni
 uterq̃ par: non erunt minimi: quadrati quoq̃ eorū sint .g. & .h. si ergo .e. est i-
 par: erit quoq̃ ex .30. noni .g. impar sit itaq̃ .k. duplus ad .h. eritq̃ .k. ex diffi-
 nitione par. quia igitur .a. b. ad .a. c. ut .e. ad .f. erit per .8. sexti & .11. octauī qua-
 dratum .a. b. ad quadratū .a. c. ut .g. ad .h. est itaq̃ .g. duplus ad .h. sic enim est
 quadratū .a. b. ad quadratū .a. c. per penultimā primī: & quia etiā .k. est du-
 plus ad .h. sequitur p. 9. quinti ut .g. numerus ipar sit equalis .k. numero pari.
 Quod si .e. sit par & .f. impar. erit proportio .f. ad dimidiū .c. qd̃ sit .l. sicut
 .a. c. ad dimidiū .a. b. qd̃ sit .a. d. & ideo erit proportio quadrati .a. c. ad quadra-
 tum .a. d. sicut proportio numeri .h. qui est impar per .30. noni ad quadratum
 numeri .l. qui sit .m. cui .k. ponatur esse duplus: eritq̃ .k. per diffinitionem par.
 At quia quadratum .a. c. est duplum ad quadratum .a. d. per penultimā primī
 erit .h. duplus ad .m. cūq̃ .k. sit etiā duplus ad .m. erit per .9. quinti numer⁹
 impar .h. equalis .k. numero pari qd̃ est propositum.

Propositio .8.



I fuerint due quantitates uni quantitati cōmunican-
 tes: ipsas quoq̃ inuicem cōmensurabiles ēē necesse ē.

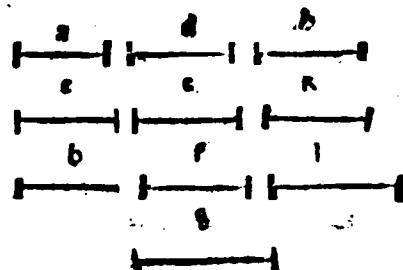
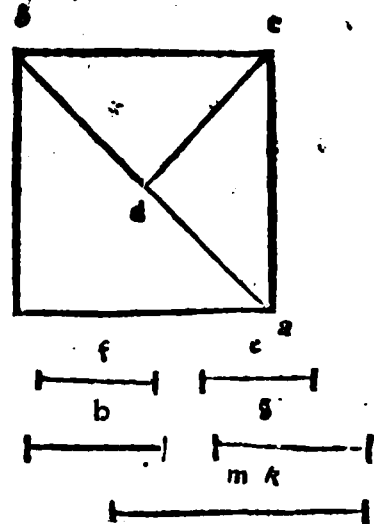
¶ Sit utraq̃ duarum quantitarum .a. & .b. communicans quanti-
 tati .c. dico .a. & .b. esse cōmensurabiles: est enim per .5. a. ad .c. si-
 cut numerus ad numerum: similiter quoq̃ per eandē .c. ad .b. si-
 cut numerus ad numerum. Sit itaq̃ numerus .d. ad numerū .e. sicut .a. ad .c.
 numerūq̃ .f. ad numerum .g. sicut .c. ad .b. At proportionē que sunt .d. ad .e.
 & .f. ad .g. continetur in tribus terminis qui sunt .h. k. l. ut docet .4. octauī:
 eritq̃ per equā proportionalitatem .a. ad .b. sicut .h. numerus ad .l. numerū:
 per .6. igitur sunt .a. & .b. cōcantes qd̃ est propositum. ¶ Ex hac quoq̃ sequi-
 tur q̃ si fuerint due quantitates sibi inuicem cōcantes: cuiūq̃ una earum cō-
 municat & reliqua: & cuiūq̃ una non cōmunicat nec reliqua. Sint enim due
 quantitates .a. & .b. cōmunicantes: ponaturq̃ quelibet quantitas que sit .c. cū
 qua cōmunicet .a. dico q̃ .b. cōmunicabit cum eadem: qd̃ ex hac octaua patet
 cum utraq̃ earum cōmunicet cū .a. ex ypothesi. Quod si iterū .a. & .b. sint cō-
 municantes ut prius: ponatur .c. quelibet quantitas cum qua non cōmunicet
 .a. dico q̃ .b. non cōmunicabit cum eadem. si enim .c. cōmunicaret cum .b. cū
 a quoq̃ per ypoth. comunicet cum eodem .b. essent per hanc octauam .a.
 & .c. cōmunicantes. sed positum erat q̃ non essent: quare constat qd̃ dixim⁹.

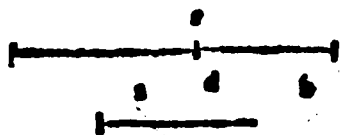
Propositio .9.



I fuerint due quantitates communicantes: totū quo-
 q̃ ex eis confectū utriq̃ earum: erit communicans.
 Si uero fuerit totum utriq̃ cōmensurabile erunt am-
 be cōmensurabiles.

¶ Sit due quantitates .a. & .b. cōmensurabiles: dico totum ex eis compo-
 situm quod sit .c. utriq̃ earum esse cōmensurabile & econuerso. Adhuc quo-
 q̃ si totum ex eis compositum uni earum comunicet. dico q̃ communi-
 cabit alteri: & ipse similiter inter se. Idem quoq̃ in contrariō. si enim .a. & .b.



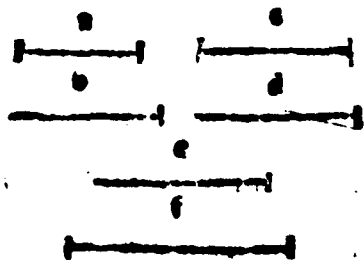


b. sit incōmensurabilis dico q. c. utriq. earum erit incōmunicans & econverso: ac si. c. alteri earum sit incōmunicans: erit quoq. incōmunicans & alteri: & ipse etiā inter se. Sit itaq. primum. a. & b. cōmunicantes: sitq. earum cōmunis mensura. d. qui cum utraq. earum numeret per conceptionem similem antependit tunc numerabit. & c. quare per diffinitionem. c. cōmunicabit utriq. earum sc. a. & b. Econverso quoq. si. c. cōmunicet utriq. earum. sit omni cōis mensura. d. constar itaq. per diffinitionem. a. & b. cōmunicantes esse sed cōmunicet. c. cum altera earum que sit. a. dico q. cōmunicabit cum. b. & a. etiam & b. cōmunicabunt adinuicem. sit enim. d. communiter mensurans. c. & a. quia igitur d. mensurat totum & deductum per conceptionem ipsa mensurabit residuum uidelicet. b. per diffinitionem ergo & c. cōmunicat cum. b. & a. cōmunicat quoq. cum b. Si autem. a. & b. sint incōmunicantes erit. c. incōmunicans utriq. earum: si enim cum utraq. seu etiam cum altera earum communicaret & ipse communicaret adinuicem: qd. est contra ypothesim. Similiter quoq. econverso si. c. est incōmunicans utriq. earum seu etiā alteri earum: erit quoq. incōmunicans relique: & ipse inter se: qd. palam est ex predemonstratis a destructione consequentis.

Propositio .10.



Quoniam quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima cōmunicans secunde: tertia quoq. erit cōmunicans quarte. Si uero prima incōmensurabilis fuerit secunde: tertia quoq. incōmensurabilis erit quarte.



¶ Sit quatuor quantitates proportionales. a. b. c. d. dico q. si. a. cōmunicat cum b. c. quoq. cōmunicabit cum. d. q. si. a. est incōmensurabilis. b. c. quoq. erit incōmensurabilis. d. & si. a. cōmunicat cum. b. in potentia tantum. c. quoq. cōmunicabit cum. d. in potentia tantum. Verūamen illud non proponit auctor quia facile patet ex demonstratione priorum. Si enim. a. cōmunicat cum. b. erit per. 5. a. ad. b. sicut numerus ad numerum. sit ergo sicut. e. ad. f. at quia est per ypothesim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. c. ad. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. per. 6. igitur est. c. cōmunicans cum. d. qd. est primum. Scdm. patet ex primo a destructione consequentis. si enim. a. est incōmensurabilis. b. oportet. c. esse incōmensurabile. d. nam si esset ei cōmensurabilis cum sit ut. c. ad. d. sic. a. ad. b. per ypothesim: esset per primam partem. a. cōmunicans cum. b. (3. non erat: quare constar totum qd. proponit auctor. Quod autem adiungim. uidelicet q. si. a. cōmunicat cum. b. in potentia tantum. c. cōmunicat cum. d. in potentia tantum sic patet. Cum enim. a. non cōmunicet cum. c. in longitudine: nec. c. quoq. ex parte secunda huius cōmunicabit cum. d. in longitudine. At uero cum quadratum. a. cōmunicet cum quadrato. b. ex ypothesi erit per. 5. quadratum linee. a. ad quadratum linee. b. sicut numerus ad numerum qui sit. e. & f. & quia quadratum. c. ad quadratum. d. sicut quadratum. a. ad quadratum. b. erit etiam quadratum. c. ad quadratum. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. per. 6. igitur. c. & d. cōmunicat in potentia: & quia non cōmunicat in longitudine: constar propositum.

Propositio .11.



Proposita qualibet recta linea duas ei incōmensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire.

¶ Sit linea .a. pposita: uolo duas lineas repere quas tria cōicet q. a. in potentia tantum: altera uero sit incōmensurabilis ei in longitudine in potentia

Sumo itaq; duos numeros nequaquam se habentes in pportione aliquoꝝ numeroꝝ quadratoꝝ. sicutq; hii. b. & c. quos facile est sumere cū quilibet quadrat⁹ numer⁹ ad quēlibet non quadratū eam habeat pportione quā nequaquam habet aliqui numeri quadrati pfirmante hec. 22. octavi. duob⁹ talib⁹ numeris sumptis iuenio linea. d. ad cui⁹ qdratū se habeat quadratū lineæ. a. sicut numerus. b. ad numeꝝ. c. Hanc autē lineā ita reperio diuido lineā. a. in tot ptes equales quot sūt unitates in numero. b. qd̄ facile facio adiunāte. 1. uel. 12. sexti: de hic sup̄ extremitatē lineæ. a. erigo lineā. e. ppendiculariter i qua toties p̄ineat una ex p̄tib⁹. a. quoties unitas est. in .c. Quia igit̄ ex prima sexti pportio quadrati lineæ. a. ad sup̄ficiē que fit ex. a. i. e. est sicut. a. ad. e. & iō sicut numeri. b. ad numeꝝ. c. si ponat̄. d. i medio loco pportionalis iter. a. & e. sicut docet. 9. sexti qā tūc per primā p̄tē. 16. eiusdē quadratū. d. erit equale superficiēi p̄ducte ex. a. in. e. & erit pportio quadrati lineæ. a. ad quadratū lineæ. d. sicut numeri. b. ad numeꝝ. c. quare. a. & d. sunt cōmensurabiles in potētia ex diffinitione & per ultimā p̄tē. 7. ipse sunt incōmensurabiles i longitudine. repta est itaq; d. prima lineā quā p̄positū erat inquirere. Alterā sic reperio iterpono ut docet. 8. sexti lineā. f. medio loco pportionalē inter. a. & d. eritq; per correl. 17. sexti quadratū. a. ad quadratū. f. sicut. a. ad. d. itaq; per scdā p̄tē. 10. quadratū. a. est incōmensurable quadrato. f. igit̄ lineā. f. ē incōmensurabilis lineæ. a. in potētia quare & in longitudine. ē itaq; f. scdā lineā quā p̄positū erat reperire. Et sic patet p̄positum.

Propositio .12.



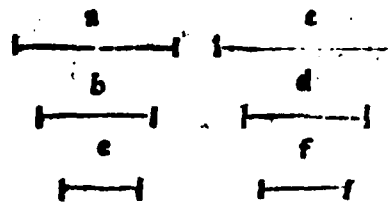
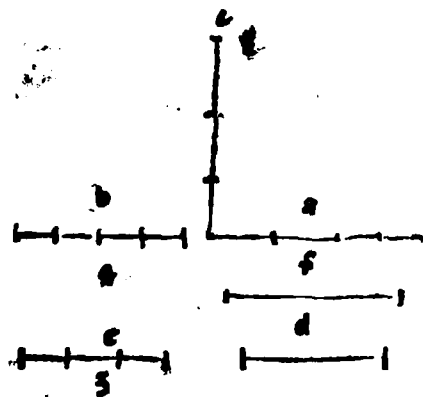
Mniū quatuor lineaz pportionalium si prima tanto amplius possit scdā quantū est quadratū alicuius lineæ cōicantis sibi i longitudine. necesse ē tertiā quoq; tanto amplius posse quarta quātū ē quadratū alicuius lineæ cōicantis sibi in longitudine: q̄ si fuerit prima potentior scdā quadrato alicuius lineæ incōmensurabilis sibi in longitudine erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ sibi in cōmensurabilis in longitudine.

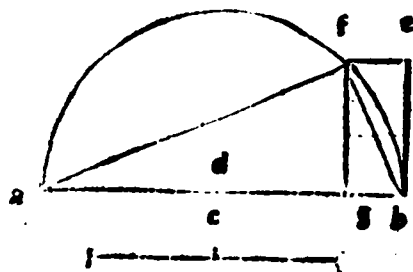
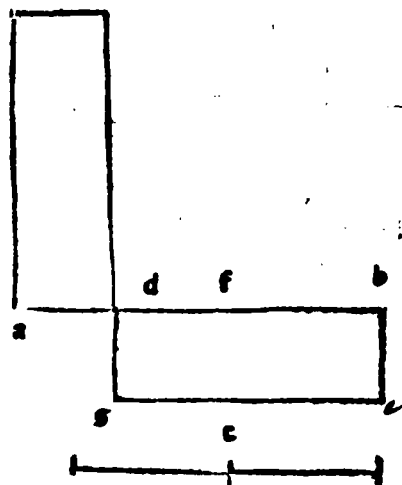
Sint q̄tuor lineæ pporticales. a. b. c. d. sitq; a. maior. b. & c. maior. d. sit quoq; a. potērior. b. qdrato lineæ. e. & c. potērior. d. qdrato lineæ. f. dico q̄ si a. cōicet. e. i lōgitudine. c. quoq; cōicabit. f. i lōgitudine q̄ si. a. nō cōicet. e. i lōgitudine nec. c. cōicabit. f. i lōgitudine. Quod & si. a. cōicet. e. i potētia tātū. c. quoq; cōicabit. f. i potētia tātū. Verū tamen illud ultimū nō p̄pōit auctor qā facile p̄ ex prioz̄ demōstratiōe cū sit enī pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit qdrati. a. ad. qdratū. b. sicut qdrati. c. ad. qdratū. d. & qā qdratū. a. est equale qdratis duaz̄ linearum. d. & f. b. & e. similiter quadratum. c. quadratis duarū linearū. d. & f. erit pportio quadratorum duarū linearum. b. & e. qdratū. e. sicut qdratorum. d. & f. ad quadratum. f. ergo disiunctim erit quadratū. b. ad quadratum. e. sicut quadratū. d. ad quadratū. f. ergo. b. ad. e. sicut. d. ad. f. itē per equam pportionalitatem erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo per primā partē decime constat prima pars huius: & per secundā scdā: & per tertiā ibi adiūctā tertiā hic adiūctā.

Propositio .13.



I fuerint due lineæ inequales quoꝝ longiorem i dup cōmunicantia diuidat sup̄ficiēs sibi adiūctā equalis quarte parti quadrati breuioris lineæ cui adiūctē sup̄ficiēs desit ad complendam totā lineā sup̄ficiēs





quadrata necesse est ipsam lineā longiorē lineā breuiori tāto amplius posse quātū est quadratū alicuius lineae cōicantis eidē longiori in longitudine. Si uero fuerit longior potētiōr breuiori augmento quadrati lineae communicātis sibi ī longitudine adiungaturq; ei superficies equalis q̄rte p̄ti quadrati breuioris lineae cui desit quadrata superficies superficiē sibi adiūctā eandē lineam longiorē in duas portiones commensurabiles diuidere necesse ē.

¶ Sint due lineae. $a.b.$ & $c.$ maior. $a.b.$ & adiungat ad lineā. $a.b.$ quarta pars q̄drati lineae. $c.$ ita q̄ desit ad complendā lineā. $a.b.$ superficies q̄drata. hoc enim est possibile per. 27. sexti qd̄ facile fiet hoc mō. diuidat. $a.b.$ in duas lineas. $a.d.$ & $d.b.$ ita q̄ inter eas cadat medietas lineae. $c.$ p̄tine p̄portionalis: hoc autē qualiter fiat in line demonstrationis hui⁹ docebit̄: eritq; ex. 16. sexti superficies. $a.d.$ in. $d.b.$ que sit. $d.e.$ equalis quadrato medietatis lineae. $c.$ q̄re ex. 4. scd̄i erit eadē sub quadrupla q̄drati lineae. $c.$ deest quoq; ad p̄plendā lineā. $a.b.$ superficies quadrata: cū & $a.d.$ sit equalis. $d.g.$ & $d.b.$ equalis. $g.e.$ dico itaq; q̄ si superficies. $d.e.$ diuidat lineam. $a.b.$ in duo cōicantia erit lineā. $a.b.$ potētiōr lineā. $c.$ in quadrato alicui⁹ lineae secū cōicantis in longitudine & econuerso. Cum autē sit lineā. $a.b.$ maior lineā. $c.$ non erit. $a.d.$ equalis. $d.b.$ sic enim ē t superficies. $d.e.$ quadrata & quia ipsa est eq̄lis quadrato medietatis lineae. $c.$ esset $a.d.$ equalis medietati. $c.$ & tota. $a.b.$ toti. $c.$ qd̄ est p̄tra ypoth. non ē igitur. $a.d.$ equalis. $d.b.$ itaq; de maiori eaq; que sit. $d.b.$ abscindat. $d.f.$ equalis. $a.d.$ eritq; per. 8. scd̄i q̄dratum totius. $a.b.$ equale his que sunt ex. $d.b.$ in. $d.a.$ q̄ter & quadrato. $f.b.$ q̄re lineā. $a.b.$ erit potētiōr lineā. $c.$ in quadrato lineae. $f.b.$ quam necesse est cōicari toti. $a.b.$ si lineā. $a.d.$ est cōicans lineae. $d.b.$ si enim hoc fuerit erit. $d.b.$ cōicans. $d.f.$ siue equali quare per. 9. $b.f.$ cōicat cum. $f.d.$ & ideo toti. $a.d.$ & p̄pter hoc cū tota. $a.b.$ sitq; p̄z primū. ¶ Conuersū huius. sic p̄z sit. $a.b.$ potētiōr. $c.$ lineā. $f.b.$ que cōicet secū in longitudine. dico tunc q̄ quarta ps quadrati lineae. $c.$ addito ad lineam. $a.b.$ ita q̄ desit superficies quadrata diuidet lineam. $a.b.$ ī duo cōicantia. diuidat̄ enī. $f.a.$ p̄ equalia in. $d.$ & fiat superficies. $d.e.$ ex. $d.b.$ in. $d.a.$ & deest ad p̄plendam lineā. $a.b.$ superficies quadrata eritq; per. 8. scd̄i: quadratū. $a.b.$ equale quadruplo superficiē. $d.e.$ est equale quadrato. $f.b.$ igit q̄druplū superficiē. $d.e.$ est equale quadrato. $c.$ quare superficies. $d.e.$ sit equalis quarte p̄ti quadrati. $c.$ dico igit q̄. $d.b.$ est cōicans cum. $a.d.$ cū sit. $f.b.$ cōicans cum. $a.b.$ si enim hoc fuerit ut q̄. $a.d.$ sit cōicans cum. $a.b.$ erit etiam communicans cum. $a.f.$ p̄. 9. quare & cū. $a.d.$ & cū. $d.f.$ itaq; & $d.b.$ est communicans cum. $a.d.$ qd̄ est scd̄m. ¶ Nunc autē monstrandū est qualiter lineā. $a.b.$ cū ip̄a posita fuerit maior lineā. $c.$ possit sic diuidi ut inter p̄tes eius cadat medietas lineae. $c.$ p̄tine p̄portionalis. ¶ Cum enim sic fuerit diuisa: superficies que fiet ex una in alteram erit equalis quadrato medietatis lineae. $c.$ & ipsa erit superficies equalis quarte p̄ti quadrati lineae. $c.$ adiuncta ad lineam. $a.b.$ ita q̄ desit superficies quadrata. hoc enim sic fiet diuisa. $a.b.$ per equalia in. $d.$ lineā super eam semicirculus. $a.f.b.$ & similiter. $b.e.$ p̄pendicularis ad. $a.b.$ que ponatur equalis medietati lineae. $c.$ & ducat̄. $e.f.$ equidistans ad. $a.b.$ usq; quo secet circūferentiā semicirculi in puncto. $f.$ necesse est enim ut secet eā: cum lineā. $a.b.$ sit maior li nea. $c.$ & ducat̄. $f.g.$ per p̄pendicularis ad. $a.b.$ q̄ cū p̄. 34. primi sit equalis lineae. $e.b.$ erit quoq; equalis medietati lineae. $c.$ ducant̄ itaq; lineae. $f.a.$ & $f.b.$ eritq; p̄ primam p̄te. 30. tertii angulus. $a.f.b.$ rect⁹: & ideo per primā partē correl. 8. sexti erit lineā. $f.g.$ medio loco p̄portionalis iter. $a.g.$ & $g.b.$ q̄re medietas lineae. $c.$ que ē sibi equalis erit etiā p̄portionalis iter eadē qd̄ est nostrū p̄positum.

Propositio 14.

Si fuerint due linee inequales quorū longiorē diuidat i
duas ptes incōmensurabiles sup̄ficies equalis quarte
parti quadrati breuioris sibi adiūcta ita q̄ defit ad ei⁹
cōplectionē: sup̄ficies q̄drata erit lōgior potētior bre
uiori augmēto q̄drati lineē incōmensurabilis ipsi lōgiori in longi
tudine. Si uero longior potētior fuerit breuiori quadrato lineē i
cōmensurabilis sibi longiori i longitudinē adiungatq; ei sup̄ficies
eq̄lis pri quarte q̄drati breuioris defueritq; lōgiori sup̄ficies qua
drata necesse ē ut ipsa sup̄ficies sibi adiūcta eundem longiorem
lineam in duas portiones incōmensurabiles diuidat.

¶ Hec. 14. ex p̄trario aūtis premisse infert p̄trariū p̄ntis premisse & nō differt
eius dispō a dispōne illius. sed & mod⁹ argumētandi utrobique idē. Si enī. a. d.
non cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi adequalis cōicabit cū eadē. d. b. itaq; p. 9. d. f.
non cōicabit cū. f. b. quare neq; a. f. sunt enī. a. f. & d. f. cōicantes tanq̄ numerās
& numeratū. iō neq; a. b. cōicabit cū lineā. f. b. Quod si hoc fuerit uidelicet si
a. b. non cōicet cū. f. b. non cōicabit cū. a. f. quare neq; cū. a. d. aut. d. f. neq; igitur
a. b. cū. d. a. Potest quoq; hec. 14. demonstrari p̄ premissa 3. p̄ma ps hui⁹
ex sc̄da illi⁹ & sc̄da ex prima a destructione p̄leuētis. si enī. a. d. & b. non cōi
cent nec etiā. a. b. & f. b. cōicabūt: nā si a. b. & b. f. cōicarēt oporteret p̄ sc̄dam
ptē p̄misse ut. a. d. cōicaret cū. d. b. sed positū ē q̄ non. Eodē modo de sc̄da ptē
si enī. b. a. & b. f. non cōicāt nec. a. d. & d. b. cōicabūt. nā si sic sequit̄ p̄ primā
partē p̄misse ut. a. b. & b. f. cōicent q̄ non cōicant: quare patet propositum.

Propositio .15.

Mnis superficies rectangula quā continent due linee
in longitudine rationales rationalis esse probatur.

¶ Sint due linee. a. b. & b. c. p̄tinentes superficiē rectangulā. a. c.
rationales i longitudine: dico sup̄ficiē. a. c. esse rationalē: descrip
to enī quadrato cui⁹ uis earū. ut. c. d. lineē. b. c. erit p̄ primā sexti
c. d. ad. a. c. sicut. b. d. ad. a. b. q̄a igit̄ b. d. cōicat in longitudinē cū. a. b. ex ypō
thesi eo q̄. b. c. sua equalis erit p̄ primā ptē. iō. c. d. comunicās. a. c. cū sit ita
q̄. c. d. rationalis p̄ diffinitionē erit & a. c. rationalis qd̄ est propositum.

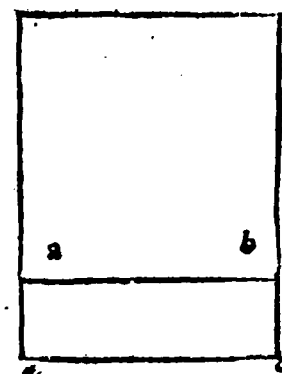
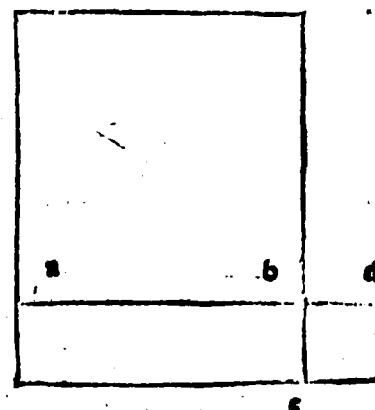
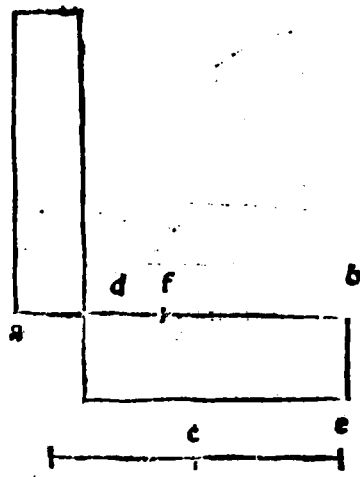
Propositio .16.

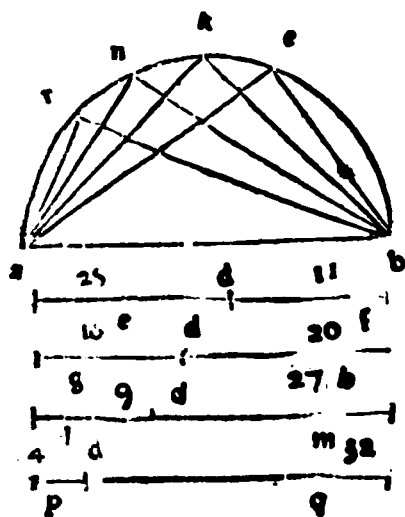
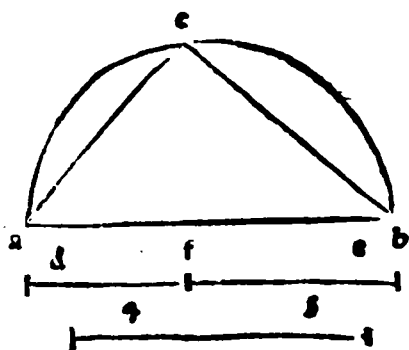
Vm adiūcta fuerit lineē i longitudinē uel cōicata rōna
li sup̄ficies rōnalis rectāgula lat⁹ ei⁹ sc̄dm erit i longi
tudinē rōnale lateriq; primo i lōgitudinē cōmensurable
Hec ē quasi p̄uersa prioris ut si sup̄ficies. a. c. adiūcta ad lineā. a.
b. rationalē i longitudine fuerit rationalis: dico q̄ latus eius sc̄dū

qd̄ ē. b. c. erit ēt rōnale i longitudinē & cōicās lateri p̄mo. sit enī. a. d. q̄dratū. a.
b. eritq; rōale ex diffinitionē & p̄ hoc erit cōicās cū sup̄ficie. a. c. rōnali: q̄a igitur
p̄ primā sexti sicut. a. d. ad. a. c. ita ē ēt. d. b. ad. b. c. cōicat aut. d. a. cū. a. c.
erit p̄ primā ptē. in. b. d. cōicās cū. b. c. ergo cū. b. a. sua eq̄li (3. b. a. rōnalis ē
q̄re p̄ diffinitionē & b. c. p̄stat itaq; p̄positū. **Propositio. .17.**

Svas lineas inuenire potentia tantū rationales commē
surabiles quarū longior plus possit breuiori quadra
to lineē sibi cōmensurabilis in longitudine.

¶ Propositū ē inuenire duas lineas rōnales potētia tantū cōicātes q̄
rum longior sit potētior breuiori q̄drato lineē sibi cōmunicatis in longitudine





Sono itaq; aliquam lineam rationalē que sit. a. b. super quā describo semicir-
culum. a. c. b. & sumpto aliquo numero ut. d. e. diuido ipsū in duos numeros
d. f. & f. e. ita q; sit pportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri quadrati ad numerum q;
dratum non sit aut pportio. d. e. ad. f. e. ut numeri quadrati ad numerū qua-
dratum: talis autem numerus ē quilibet quadrat⁹ diuisibilis i quadratū & nō
quadratū. ut. 9. qui diuidit in. 4. & 5. & oēs hōz eque multiplices: & inuenio
lineā ad cuius quadratū se habeat quadratū linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad
numerū. d. f. qualiter aut ipsa reperiā in demōstratione. & dictū ē: hanc lineā
inuentā que necessario est minor. a. b. coapto p primā quartī intra semicircu-
lum. a. c. b. sitq; a. c. & subtrahā lineā. a. b. dico duas lineas. a. b. & c. b. esse q; s
querimus. erit igit p primā ptem. 30. tertii angulus. c. rectus: & iō p penultī-
mam primi quadratū. a. b. equale est qdratis duaz lineaz. a. c. & c. b. & quia
pportio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. a. c. ē sicut. d. e. ad. d. f. p ipo-
the. erit per euerſam proportionalitatē pportio quadrati linee. a. b. ad quadra-
tum linee. c. b. sicut. d. e. ad. f. e. ergo quadratū. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. p
6. huius erit igit quadratū. c. b. rationale p diffinitionē cū cōicet rationali sup-
ficiē: & q. a. c. b. & a. b. sūt incommensurabiles p ultimā ptem. 7. constat duas
lineas. a. b. & c. b. esse rationales pot. tia tantū communicātes. At q. a. lineā. a. b.
est potentior lineā. c. b. i quadrato linee. a. c. que p scđam ptes. 7. communicat
secū in longitudine pstat habitū esse propositū. ¶ Si autem libeat plures dua-
bus potentia tantū rationales communicantes quaz una potentior longior sit
qualibet aliāz i quadrato alicui⁹ linee secū communicantis i longitudine rept-
re. sit ut pri⁹ lineā. a. b. rationalis in longitudine sup quā describat semicircu-
lus. a. c. b. sumaturq; numer⁹. d. quadratus q sit diuisibilis in multo; quadra-
tos & non quadratos quoz non quadratoz nime sit pportio sicut aliquorū
numeroz quadratoz: tales aut numeri ultro se offerūt ut. 36. qui ē diuisibilis
in. 25. & 4. itēq; i. 16. & 20. rurſusq; i. 9. & 27. ac itēq; i. 4. & 32. istoz uero non
quadratoz qui sūt. 11. 20. 27. 32. ad inuicē non ē pportio sicut alicui⁹ numeri
quadrati ad altū. Esto igitur ut numerus. d. quadratus diuidat i. e. qdratū &
f. non quadratū: sitq; quadratū linee. a. b. ad qdratū linee. a. c. sicut numer⁹. d. ad
numez. c. & ducat lineā. c. b. & pstat ppositū ut pri⁹ demonstratū est. a. b. &
b. c. esse duas tales lineas quas inquirim⁹. Similiter quoq; diuidā. d. i. g. qdra-
tum & h. non quadratū sitq; qdratū linee. a. b. ad qdratū linee. a. k. sicut. d. ad
g. & ducat lineā. k. b. eruntq; ut pri⁹ due linee. a. b. & b. k. quales inquirimus.
Eodē modo si rurſus diuidat. d. m. l. qdratū & in. m. non quadratū & ponatur p
portio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. a. n. sicut. d. ad. l. & producat. n.
b. erunt due linee. a. b. & b. n. quales inquirimus. Quod si rurſus diuidatur.
d. i. h. p. quadratum & in. q. non quadratum & fuerit pportio quadrati linee.
a. b. ad quadratum linee. a. r. sicut. d. ad. p. & protracta fuerit lineā. r. b. erunt
etiam due linee. a. b. & b. r. quales inquirimus. Sunt itaq; linee. a. b. b. c. b. k. b.
n. b. r. potentia tantum rationales & in ea communicantes quarum una uideli-
cet. a. b. est potentior qualibet aliarum in quadrato linee secum communican-
tis in longitudine. si igitur quatuor linearum. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla commu-
nicat aliī in longitudine constat propositum. Istud autem sic probatur pater
enim ex premisſis q; quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. a. b. est sicut
numerus. f. ad numerum. d. & quadratum linee. a. b. ad quadratum linee. b. k.
est sicut numerus. d. ad numerum. h. ergo per equam proportionalitatem q-
dratum. linee. b. c. ad quadratum linee. b. k. est sicut. f. ad numerum. h. sed
nullus quatuor numerorum. f. h. m. q. se habet ex ypothēsi ad alium
sicut numerus quadratus ad numerum quadratum. quare per. 3. partem.

7. due linee. b. c. b. k. sūt incōmensurabiles i lōgitudine. Eadē rōne quelibz due ex illis quatuor sūt incōmensurabiles i longitudine: liquet ergo qd' uolum'.

Propositio .18.



Vas líneas in potentia tantū rōnales cōicantes quorū longior plus possit breuiori quantum est quadratu3 linee sibi incōmensurabilis i longitudine inuenire.

¶ In hac quoq; remaneat eadē dispositio eedēq; ypotheses que in premissa hoc solū mutato q; proportio numeri. d. e. ad neutrum duorum numeroz. d. f. & f. e. sit sicut numeri quadrati ad numez quadratu3: hoc autem facile fiet: posito d. e. quotlibet numero quadrato diuiso i duos numeros non quadratos ut si. d. e. sit. 9. & d. f. 6. & f. e. 3. argumētando ut prius hoc durtaxat excepto q. a. b. & a. c. sūt incōmensurabiles in longitudine per ultimam partem. 7. ¶ Et sciendum q; due linee quales hec & premissa docent inuenire componūt binominum: & minori earum abscissa de maiori que reliq; est dicitur residuum. Nota etiā q; linee tantū potentia rōnales cōicantes possunt esse una rationalis & alia irrationalis sicut latera tetragonica duarū supsticerum quarum una sit. 25. pedū & alia. 24. sunt rationalia potentia tantū cōicantia: latus enī prime superficiē est. 5. latus uero scde non numeratur & possunt esse ambe irrationales in latera tetragonica duarū superficiērum quarum una sit. 24. pedum & alia. 25. neutrius enī numeratur latus. sūtq; in longitudine incommensurabilia ex ultima parte septime. Quod si libeat etiā inuenire plures líneas duabus potentia tantū rōnales communicantes quarum una sit potērior qualibet aliarū in quadrato linee secum non comunicātis i longitudine: sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi q; ipsius ad nullā suarum partium nec alicuius ad aliquā aliarum sit proportio ut numeri quadrati ad numerū quadratū ut. 25. potest diuidi in. 2. & 25. item in. 5. & 20. & rursus in. 7. & 18. Et sic processus idem qui fuit in premissa.

Propositio .19.



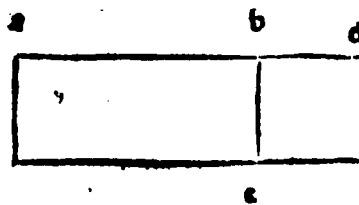
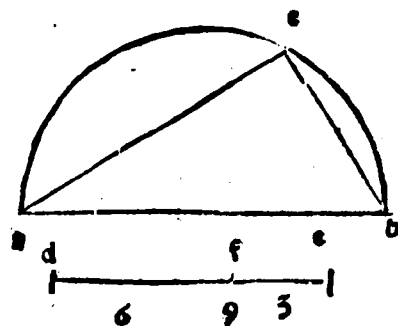
Mnis superficies quā continent due linee potentialiter tantū rōnales cōicantes ē irrōnalis diciturq; superficies medialis eiusq; latus tetragonicum scz qd' i eaz potest esse irrōnale diciturq; linea medialis.

¶ Sint due linee. a. b. b. c. p̄tinentes supsticiē. a. c. rōnales potētia tantū comunicātes: que qualiter reperiant ex premissa antepremissa. manifestū est: dico supsticiē a. c. esse irrōnale. Sit enī. c. d. quadratū. b. c. eritq; rationale p̄ ypothesim eo q; linea. b. c. ē rationalis i potētia: & q; ex prima sexti. a. c. ad. c. d. sicut. a. b. ad. b. d. non comunicat aut. a. b. cū. b. d. q; ex ypothesi non comunicat cū sua equali q; ē. b. c. sequit̄ p̄ scdām ptem. 10. ut etiā m. a. c. non comunicet cū. c. d. q; re per diffinitionē supsticiē. a. c. ē irrōnalis. ideoq; & suū lat' tetragonicu ē etiā irrōnale. dicit̄ aut̄ hec superficies medialis quoniā ipsa ē medio loco proportionalis iter duas superficies rōnales uidelicet inter quadrata duarū lineaz ipsaz p̄tinentiū & lineā potēs i ipsaz dicit̄ medialis. quoniā ipsa quoq; ē medio loco p̄portionalis iter duas líneas potētia tātum rōnales cōicātes & hec due linee sūt latera dicte supsticiē. Et hoc ē qd' uolum'.

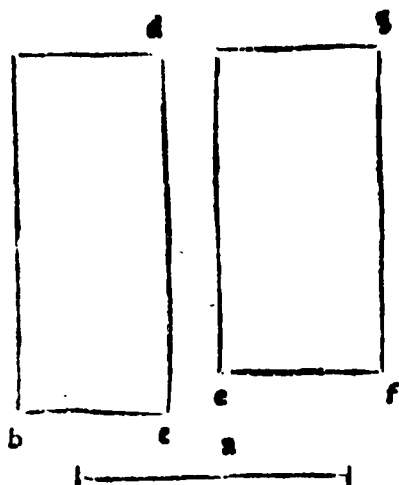
Propositio .20.



Vū adiūcta fuerit linee i lōgitudinē rōnali superficies e/qlis quadrato linee medialis lat' ei' scdām potētia liter tātū erit rōnale lateriq; p̄rio i lōgitudinē incōmensurabile. ¶ Hec est quasi conuersa premissa. Sit. a. linea medialis. sūtq;



longa a/ma
3. alia



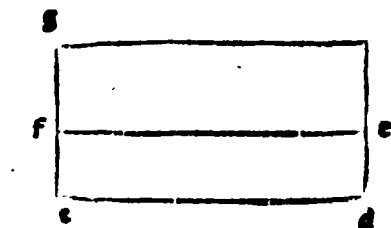
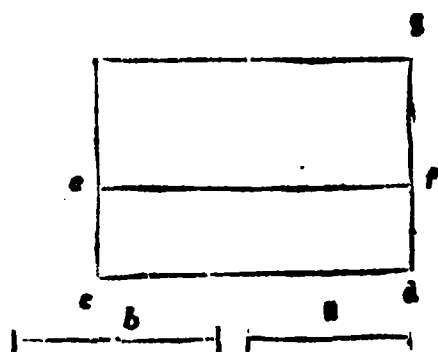
linea. b. c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. b. d. equalis q̄. drato linee. a. & hoc modo fiet: subiungatur duabus lineis. b. c. & a. linea. c. d. in continua proportionalitate: ut docet. 10. sexti: eritq; superficies ex. b. c. in. c. d. equalis quadrato linee. a. per. 16. eiusdem: dico latus eius fm̄ quod est. d. c. esse rationale in potentia tantū & incommensurable in longitudine lateri. b. c. Eritq; ex premissa per diffinitionem linee medialis ut linea .a. possit in aliquē superficiem contentam a duabus lineis potentia tantū rationalibus cōmunicā tibus que sūt superficies. e. g. cuius latera. e. f. & f. g. eruntq; due superficies. b. d. & e. g. per primam partem. 13. sexti: laterum mutuorum propter hoc q̄ ipi sūt eq̄les & rectangule: p̄portio ergo. b. c. ad. e. f. est sicut. f. g. ad. c. d. q̄re per 10. cum. b. c. cōicet in potentia cum. e. f. eo q̄ quadrata utriusq; earum sūt rationalia ex ypothēsi. f. g. cōicabit in potentia cum. c. d. cum igitur quadratum f. g. sit rationale per ypothēsim: erit quoq; quadratum. c. d. rationale per diffi nitionem: at quia superficies. b. d. est irrationalis sicut sua equalis. e. g. per pre missam sequitur ut quadratum linee. c. d. non cōicet cum superficie. b. d. & q̄a quadratum linee. c. d. ad superficiem. b. d. est per primam sexti: sicut. c. d. ad. c. b. erit per secundam partem. 10. ut. c. d. non cōicet cum. b. c. quare cum. b. c. sit rationalis in longitudine ex ypothēsi: erit. c. d. irrationalis in longitudine & potentia tantum rationalis: patet ergo proposita conclusio.

Propositio .21.



Qmnis linea communicans mediali est medialis.

¶ Sit linea. a. medialis cui ponatur linea. b. esse cōmunicans siue in longitudine siue in potentia tantū: dico q̄ etiam linea. b. est me dialis. Sit enim linea. c. d. rationalis in longitudine cui adiungat superficies. c. f. equalis quadrato linee. a. & item superficies. e. g. equalis quadrato linee. b. hoc autem qualiter fiat in premissa demonstratione dictum est. Eritq; per premissam linea. d. f. rationalis in potentia tantū & incō mensurabilis linee. c. d. & quia per primā sexti. e. g. ad. c. f. sicut. f. g. ad. d. f. cōi cat autem e. g. cum. c. f. eo q̄ quadratum .b. communicat cum quadrato. a. p ypothēsim: quibus quadratis dicte superficies posite sūt equales: sequitur p primam partem. 10. ut linea. f. g. communicet cum linea. d. f. quare. f. g. est ra tionalis in potentia tantum sicut est. d. f. & incōmensurabilis in longitudine li nee. e. f. cum linea. d. f. sibi communicans sit incōmensurabilis eidem. e. f. eo q̄ sue equali: hoc enim probatum est in. 8. qd̄ si fuerint due quantitates cōican tes cuiusq; una earum non cōicat nec reliqua itaq; per. 19. erit superficies. e. g. medialis & eius latus tetragonicum quod est. b. mediale quod est proposi tum. ¶ Similiter quoq; omnes superficies cōicans superficiei mediali medialis esse conuincitur. Sit enim superficies. a. medialis cui ponatur superficies. b. eē communicans dico superficiem. b. esse medialem quod sic constabit. sit linea. c. d. rationalis in longitudine: adiungaturq; ei superficies .c. e. que sit equalis superficiei. a. qd̄ hoc modo fiet. Inueniatur linea .c. f. ad quam sic se habeat unum ex lateribus superficiei. a. sicut linea. c. d. se habet ad reliquum. hec autē linea qualiter reperiatur in. 10. sexti dictum est. Eritq; ex. 15. eiusdem superfi ci es. d. f. equalis. a. itemq; eodem modo ad lineam. e. f. adiungatur superficies. e. g. que sit equalis. b. erit itaq; per. 20. linea. c. f. potentia tantum rationalis: erit quoq; linee. c. d. in longitudine incommensurabilis. Et quia. a. & b. erant com municantes ex ypothēsi: erunt quoq; .c. e. & e. g. eis equales communicantes: itaq; per primam partem sexti & per primam partē. 10. huius herūt due linee c. f. & f. g. cōicātes i lōgitudine. ¶ Est igit linea. f. g. rationalis i potētia tātum &



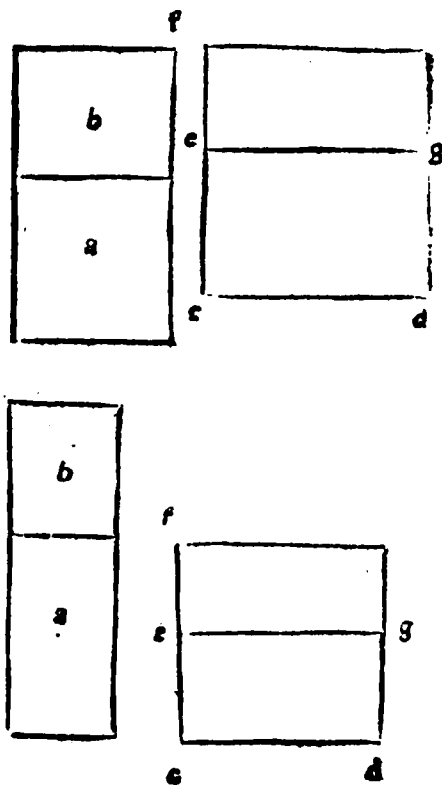
linee.e.f.incomensurabilis in longitudine:quare per.19.superficies.e.g.erit medialis:cum linea.e.f.sit rationalis in longitudine sicut.c.d.sibi equalis:cum sit ergo.b.equalis.e.g.erit quoq.b.medialis qd est propositu3. ¶ Et nota q omnes superficies mediales comunicantes componunt superficiem mediale. Vnde tota.d.g.est medialis:quia cum due linee.c.f.&.f.g.sint rationales in potentia tantum & non comunicantes in longitudine sequitur ut tota.c.g.sit rationalis in potentia tantu & non comunicans.c.d.in longitudine.itaq; per.19.d.g.e medialis Eodemoq; modo si sint plures.

Propositio .22.



Minis differentia qua habundat mediale a mediali:irrationalis esse probatur.

¶ Sit utraq; duaru superficieru.a.b.&.a. medialis: dico q superficies.b.que est earu differentia est irrationalis. Sit enim linea.c.d.rationalis in longitudine cui adiungatur superficies.d.e.equalis superficiei.a.& superficies.d.e.f.equalis totali superficiei.a.b.hoc autem qualiter fiat in premissa docuimus:quia ergo.d.f.est equalis.a.b.&.d.e.equalis.a.erit per conceptionem.g.f.equalis.b. Si itaq; superficies.b. non est irrationalis sed rationalis:erit &.f.g.sua equalis rationalis. At cum linea.e.g.sit rationalis in longitudine sicut sua equalis.c.d.erit per.16. linea.e.f.rationalis in longitudine & comunicans linee.e.g.per.20.autem est utraq; duarum linearum.c.e.&.c.f.potentialiter tantum rationalis & linee.c.d.incomensurabilis in longitudine:itaq;e.f.linea est incomensurabilis linee.c.e.in longitudine. Et quia per primam sexti quadratum linee.e.f.ad superficiem que sit ex.e.f.in.c.e.est sicut.e.f.ad.c.e.sequitur per secundam partem.10. ut quadratum linee.c.f.sit incomensurable superficiei facte ex.e.f.in.c.e. quare & ipsum quadratum erit incomensurable duplo superficiei ex.e.f.in.c.e. quadratum vero.c.e.cu3 sit rationale est cōicans quadrato.e.f.totum igitur ex ambobus compositum erit per.9.comunicans quadrato.e.f.& ideo commensurable duplo superficiei ex.e.f.in.c.e. Et quia per quartam scdi quadratum linee.c.f.est equale duobus quadratis duarum linearum.c.e.&.e.f.& duplo superficiei ex.c.e.in e.f.& duplum superficiei.c.e.in e.f.est incomensurable aggregato ex duobus quadratis duarum linearum.c.e.&.e.f.sequitur per ea que addita sunt in.9. ut quadratum.c.f.sit incomensurable aggregato ex duobus quadratis duarum linearum.c.e.&.e.f.at cum aggregatum ex his quadratis sit rationale:sequitur quadratum linee.c.f.non esse rationale:& ideo linea.c.f.nō est rationalis in potentia:& idcirco non erit superficies.d.f.medialis neq;.a.b.sibi equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positu:relinquitur igitur q superficies.b.est irrationalis:quod est propositum.

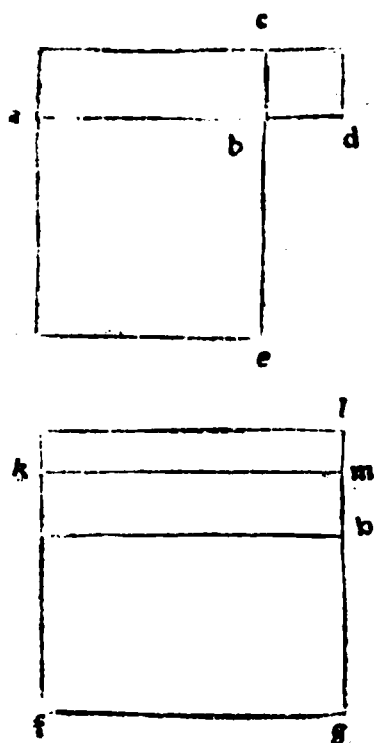


Propositio .23.



Minis superficies quā cōtinēt due linee mediales potētrialiter tantū cōicātes:aut rationalis eū aut medialis.

¶ Sitx due linee.a.b.& b.c.mediales potētia tātū cōmunicātes: dico q superficies.a.c.ab eis p̄tenta aut ē rationalis aut medialis Sitx enī.c.d.quadrātū linee.b.c.&.a.e. quadrātū linee.a.b.erūt q; ex ypothesi hec duo quadrata cōmunicantia & erit per primam sexti superficies.a.c.medialis medio loco p̄portionalis inter ipsa quadrata. Sumas igitur linea.f.g.que sit rationalis i longitudine:cui adiungatur superficies.f.h.equalis quadrato a.e.&.h.k.equalis superficiei.a.e.&.k.l.equalis quadrato.d.c.erūt q; hec tres superficies.f.h.h.k.&.k.l.cōtinue proportionales sicut sūt sup̄e qles



a.e.a.c.&d.c.quare per primam sexti erunt etiam tres linee:g.h.h.m.&m.l. que sunt bases earum continue proportionales:& cum superficies.f.h.&k.l. sint comunicantes sicut duo quadrata.a.e.&c.d.equalia:sequitur per primam sexti & 10. huius ut linea.g.h. sit comunicans cum.m.l. utraq; autem earum est rationalis in potentia per. 20. huius: igitur superficies unius earum in altera est rationalis:omnis enim superficies quam continent due linee rationales in potentia:communicantes in longitudine necessario est rationalis ut patet ex prima sexti & prima parte. 10. huius & ex diffinitione superficierum rationalius: & quia ex prima parte. 16. quadratum linee.h.m. est equale superficiei ex.g.h. in.m.l. erit quadratum linee.h.m. rationale. Si ergo linea.h.m. est rationalis in longitudine siue comunicans linee.k.m. que est equalis linee.f.g. erit per. 15. superficies.h.k. rationalis:ideoq; & sua equalis.a.c. si autem linea.h.m. sit irrationalis in longitudine siue incómensurabilis linee.k.m. que est equalis linee.f.g. cum ipsa sit rationalis saltem in potentia:eo q; suum quadratum est rationale:erit ex. 19. superficies.h.k. medialis. quare & sua equalis.a.c. constat ergo propositum. ¶ Et nota q; si due linee.a.b.&b.c. essent mediales in longitudine comunicantes:esset superficies.a.c. medialis tantum:esset enim superficies.a.c. comunicans utriq; duorum quadratorum.a.e.&c.d. per primam sexti & per presentem ypothesim & per. 10. huius:& ideo superficies.h.k. sibi equalis.a.c. esset comunicans utriq; superficiei.f.h.&k.l. igitur per primam sexti & 10. huius linea.h.m. esset comunicans utriq; duarum linearum.g.h.&l.m. & quia hee ambe sint rationales in potentia tantum:non comunicantes in longitudine linee.f.g. est quoq; h.m. rationalis in potentia tantum:non comunicantes in longitudine linee.f.g. & ideo nec comunicans linee.h.d. quare per. 19. erit superficies.h.k. medialis tantum.& ideo etiam.a.c. sibi equalis. Si autem due linee.a.b.&b.c. essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia comunicantes: superficies.a.c. non esset rationalis neq; medialis si enim sic esset scilicet q; due linee.a.b.&b.c. essent mediales neq; in longitudine in potentia comunicantes: essent duo quadrata.a.e.&c.d. incómuticantia. itaq; & due superficies.f.h.&k.l. eis equales quoq; essent incómuticantes: quare & due linee.g.h.&m.l. essent incómensurabiles per primam sexti & per secundam partem. 10. & quia utraq; earum est rationalis tantum in potentia per. 20. esset superficies unius earum ad alteram medialis per. 19. cum ergo quadratum linee.h.m. sit equale dicte superficiei que sit ex.g.h. in.m.l. per primam partem. 16. sexti esset p. 19. linea.h.m. linea medialis:per. 15. ergo non esset superficies.h.k. rationalis:nec etia; per. 20. medialis:quare nec sua equalis.a.c.

Propositio. 24.



Vas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes quarum longior sit potentior breuiore: augmēto quadrati linee comunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶ Cum omnes due linee mediales potentia tantum comunicantes contineant superficiem rationalem aut medialem ut ex premissa patet:docet inuenire eas duas que continent superficiem rationalem & eas que mediale. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes: quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi comunicantis in longitudine que contineant superficiem rationalem. ¶ Ad hoc secundum doctrinam. 17. Sumo duas lineas.a.&b. potentia tantum rationales comunicantes quarum longior que

fit. a. possit amplius breuiori que fit. b. in quadrato alicuius linee se cum com-
municantis in longitudine: & ponam lineam. c. scdm doctrinam. 9. sexti medio
loco proportionalem inter. a. & b. & ponam ut sit proportio .a. ad. b. sicut. c.
ad. d. q. qualiter fiat in. 10. sexti dictum est. Dico tunc duas lineas .c. & d. esse
quas querimus: patet enim ex. 19. q. superficies quam continent due linee. a. &
b. est medialis: & quia per primam partem. 16. sexti in quadratum linee. c. est di-
cte superficiei equale erit igitur per. 19. linea. c. medialis. Cum autem sit. a. ad. b.
sicut. c. ad. d. & b. comunicat cum. a. in potentia tantum ex ypothesi: quia tam
a. q. b. rationalis est in potentia sequitur per. 10. q. c. quoq. coicet cum. d. i po-
tentia tantum itaq. per. 21. cum. c. sit linea medialis: erit etiam. d. medialis: & p
primam partem. 12. erit linea. c. potentior linea. d. in quadrato linee sibi com-
municatis in longitudine. Si ergo due linee. c. & d. contineant superficiem ra-
tionalem ipse sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem
sic habeto: cum sit. a. ad. b. si ut. c. ad. d. erit permutatum. a. ad. c. sicut. b. ad. d.
sed erat. a. ad. c. sicut. c. ad. b. igitur est. c. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. per primam
partem. 16. sexti superficies quas continent due linee. c. & d. est equalis quadra-
to. b. est autem quadratū. b. rationale per ypothe. cum ipsa sit rationalis in po-
tentia: superficies ergo quam continent due linee. c. & d. est rationalis: quare
constat propositum.

Propositio .25.



Vas lineas mediales potentia tantum comunicantes si q
perficiemq. rationalem continentes: quaz. longior sit
potentior breuiori quadrato linee eidem longiori i lo-
gitudine in commensurabilis inuenire.

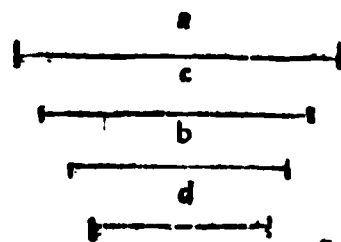
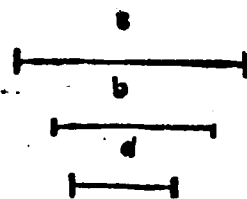
U. p. ostē. duabus lineis. a. & b. rationalibus potentia tantum communicantib.
quarum longior possit amplius breuiori quadrato linee secum non comuni-
cantis in longitudine: que quidem reperiuntur fm doctrinam. 18. ceterisq. po-
sitionibus manentibus sicut in premissa argumentando modo consimili: pate-
bit duas lineas. c. & d. esse quales querimus. Et nota q. due linee quas hec & p
missa docent inuenire componunt bimediale primum: & minori earum abscis-
sa de maiori que reliqua est: dicitur residuum mediale primum.

Propositio .26.

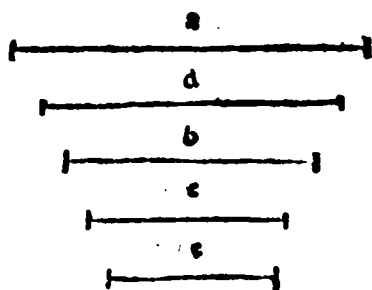


Vas lineas mediales potētia tātū comunicantes super-
ficiēq. mediale continentes quaz. longior breuiore tā-
to amplius possit quantū ē quadratū alicuius linee in
cōmensurabilis ipsi longiori i longitudine inuenire.

Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum communican-
tes superficiēq. rationalem continentes: quarum longior plus possit breuiori
in quadrato linee secum communicantis in longitudine & secum incommensu-
rabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tā-
tum communicantes superficiemq. medialem continentes quarum longior sit
potentior breuiori in quadrato linee non secum comunicantis in longitudine.
sed solum sibi incōmensurabilis i longitudine. Illud enim facile habet ex isto.
Sint itaq. tres lineę sumpte fm q. doctrinam. 18. a. b. c. potentia tātū rōnales &
in ea solū cōcantes. sitq. a. potentior. b. & c. quadrato linee sibi incōmensura-
bilis in longitudine: & ponatur. d. medio loco pportionalis iter. a. & b. ut do-
cet. 9. sexti: & sit. d. & e. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. & e. esse quales inquiri-
mus. cum sit enim quadratum linee. d. equale superficiei que cōcinetur sub. a.



bimediale



& b. per primam partem. 16. sexti. Sitq; superficies contenta sub a. & b. media-
lis. ex. 19. cum a. & b. sint potentia tantum rationales communicantes: erit ex
eadem linea d. medialis. quia a. ad c. sicut d. ad e. communicat autem a. cum
c. in potentia tantum ex ypothesi sequitur ex. 10. ut c. quoq; communicet cu.
d. in potentia tantum. Itaq; per. 21. erit e. linea medialis. & etiam quia a. est po-
tentior c. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine erit quoq; p
12. d. potentior e. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine. Si igitur
due linee d. & e. contineant superficiem medialem constat eas esse quales inquit
rimus. Eas autem continere superficiem medialem sic habetur: cu3 sit ex ypo-
thesi a. ad c. sicut d. ad e. erit permurati a. ad d. sicut c. ad e. sed a. ad d. est si-
cut d. ad b. per ypothesim: itaq; d. ad b. sicut c. ad e. igitur per primam par-
tem. 15. sexti: superficies quam continent d. & e. est equalis ei quam continent
c. & b. sed b. & c. continent superficiem medialem per. 19. cum ipsi sint ratio-
nales in potentia tantum communicantes ex ypothesi: itaq; d. & e. continent su-
perficiem medialem: qd' est propositum. ¶ Si autem cura esset iuenire duas
lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; medialem co-
tinentes: quarum longior esset potentior breuiori quadrato linee secum com-
municantis in longitudine. Summeremus tres lineas s'm doctrinam. 17. a. b. c.
potentia tantum rationales & in ea solum communicantes: & poneremus linea
a. esse potentior em linea c. quadrato alicuius linee sibi communicantis in lon-
gitudine: cetera uero manerent ut prius & argumentatione cõsimili conclude-
remus duas lineas d. & e. esse quales proponitur inquirere. Et nota q; due li-
nee quas hic. 26. docet iuenire: componunt bimediale scdm & minori earum
abscissa de maiori que reliqua est dicitur residuum mediale secundum.

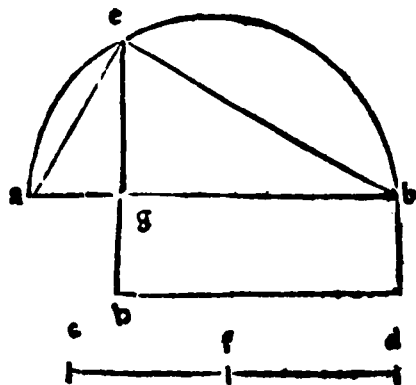
bimediale pty.

Propositio. 27.



Vas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽ
q3 medialẽ/a continentes quarum quadrata ambo pa-
riter accepta sint rationale inuenire.

¶ Propositum est iuenire duas lineas incommensurabiles tam in
potentia q̃ in longitudine que contineant superficiem medialem & quadrata
ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem: ad hec autẽ sumo
per. 18. duas lineas a. b. & c. d. potentia tantu3 rationales communicantes qua-
rum longior que sit a. b. sit potentior c. d. quadrato alicuius linee secum incommen-
surabilis in longitudine & super lineam a. b. describo semicirculum a. e. b.
& diuido lineam c. d. per equalia ad punctum f. & diuido lineam a. b. ad
punctum g. itaq; linea e. f. cadat in medio loco proportionalis inter a. g. & g.
b. & qualiter hoc fiat in. 13. dictum est. & pono q; superficies b. h. fiat ex a. g.
in g. b. eritq; ex prima parte. 16. sexti quadratum c. f. equale superficiẽ b. h.
& quia quadratum c. f. est equale quarte pti quadrati c. d. ex quarta scdi: &
quia superficiẽ b. h. deest ad complendum lineam a. b. superficies quadrata
cum a. g. sit equalis g. h. & quia linea a. b. potentior est linea c. d. quadrato li-
nee sibi incommensurabilis in longitudine ex ypothesi: erit ex scda parte. 14. It-
nea a. g. incommensurabilis linee g. b. educo igitur a puncto g. perpendicu-
larem super lineam a. b. usq; ad circũferentiam semicirculi que sit g. e. & pro-
traho lineas a. e. & e. b. quas dico esse quales querimus. erit enim e. g. equalis
c. f. eo q; utraq; cadit medio loco proportionalis inter a. g. & g. b. prima qui-
dem per primam partem coroll. 8. sexti. scda uero per ypothesim: propter qd'
quadratum utriusq; earum per primam partem. 16. sexti est equale superficiẽ
a. g. in g. b. que est b. h. ipsi igitur sunt equales. At quia per quartam sexti pro-



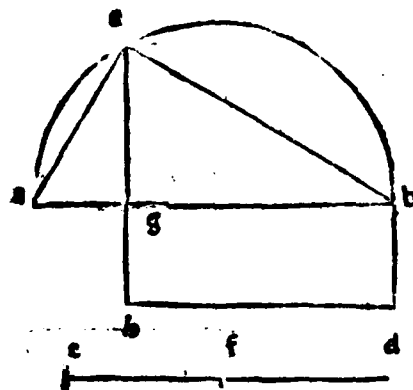
portio. a. e. ad. e. b. est sicut. a. g. ad. g. e. sunt autem. a. g. & g. e. & g. b. continuæ proportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata sicut. a. g. ad. g. b. quare per. 18. sexti erit quadratum linee. a. e. ad quadratum linee. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. cum sit igitur. a. g. incōicans. g. b. erit per scđam partem. 10. quadratū. a. e. incōicans quadrato. e. b. quare due linee. a. e. & e. b. sunt incōmensurabiles in potentia. Et quare per penultimam primi quadratum. a. b. est equale quadratis duarum linearū. a. e. & e. b. piter acceptis quadratū autem. a. b. est rationale: cum. a. b. sit ratio nalis in potentia per ypothe. erunt quoq; quadrata duarū linearū. a. e. & e. b. piter accepta rationale. Si uero hec due linee continent superficiem medialem habitum est propositum. erat autem. c. d. rationalis in potentia & in ea tantus cōicans linee. a. b. quare & c. f. & ideo etiam. g. e. sibi equalis erit potentia ratio nalis & tantū in eadem cōicans cū. a. b. itaq; per. 19. superficies. a. b. in. g. e. est medialis: quia igitur per quartam sexti & per primā partē. 15. eiusdem superfi. cies. a. e. & e. b. est sibi. s. superficiē. a. b. in. g. e. equalis constat duas lineas. a. e. & e. b. esse quales uolumus. Et nota q; due linee quas docet. hec. 27. inuenire componunt lineam maiorem & minori earum abscissa que reliqua est dicitur linea minor.

bona minor

Propositio. 33.

D V as lineas potentialiter incōmensurabiles superficiē,
q3 rationalem continentes quaz ambo quadrata pari-
ter accepta sint mediale inuenire.

Lit Sit hic prorsus eadē dispositio que prius in premissa. Sint autē due lineę. a. b. & c. d. quales proponit. 25. eruntq; simili argumē-
tatione premissę due lineę. a. e. & e. b. quales hec 28. proponit. Cum sit enim. a.
b. lineę medialis erit eius quadratum mediale per. 19. & ideo quadrata duarū
linęrum. a. e. & e. b. sunt mediale per penult. primi: & quia. a. b. i. c. d. continet
superficiem rationalem: sequitur etiam ut. a. b. in. c. f. & ideo in. g. e. sibi equa-
lem contineat superficiem rationalem: itaq; & a. e. in. e. b. patet ergo qđ queri-
tur. Vnde due lineę quas hec. 28. docet inuenire componunt lineam potentē
in rationale & mediale & minori earū abscissa de maiori que reliqua est dicitur
linea que iuncta cum rationale componit totum mediale



Propositio 29.

Duas lineas potentialiter incōmensurabiles superficē
 33 medialem continentes quarum quadrata ambo p^{er}
 riter accepta sint mediale duplo superficiē unius iⁿ al
 teram incōmensurable inuenire.

¶ Huius quoque dispositio a duarum premissarum dispositione non sit in quo-
quā diuersa. Sint autem linee due .a.b.&.c.d. quales. 26. proponit eruntq; pre-
missa argumentatione due linee .a.e.&.e.b. quas inquirimus. Cum enim .a.b.
sit linea medialis erunt quadrata duarum linearum .a.e.&.e.b. pariter accepta
mediale. at cum .a.b.&.c.d. contineat superficiem mediatē. sequitur ut .a.b. in
c.f.& ideo in .e.g. sibi equalem contineat quoque superficiē mediatē. omnis enī
superficies mediali cōmunicans medialis esse conuincitur: quēadmodū in. 21.
monstratum est: superficies igit. .a.e.i.e.b. medialis est cū ipsa sit equalis sup-
ficiē .a.b. in .g.e. Quia uero linea .a.b. est incōmensurabilis linee .c.d. e.rit etiā
incōmensurabilis linee .c.f. quare & linee .e.g. quare per primā sexti & scđam
ptē. 10. huius superficies .a.b.i.e.g. que est equalis superficiē .a.e.i.e.b. erit in
commensurabilis quadrato linee .a.b. itaq; & quadratis duarum linearum.
.a.e.&.e.b. pariter acceptis: quod cum ita sit sequitur quoque ut duplum
superficiē .a.e. in .e.b. sit incommensurable quadratis predictis duarū linearū

h.e. & e.b. pariter acceptis & hoc erat monstrandū. ¶ Dūe linee quas hec. 29. docet inuenire pponit linea potētē in duo medialia & minori eaz abscūa de maiori q̄ reliqua ē dicif linea que iuncta cū mediāli facit totū mediale.

Propositio .30.



SI due linee potentialiter tantū rationales cōmunicantes i longū directūq; coniungant: tota linea ex his cōposita erit irrationalis: diceturq; binomium.

¶ Sit due linee. a. b. & b. c. i p̄tinuū directūq; coniuncte rationales i potētia tātū cōicātes: q̄s p. 17. & 18. reperies: dico totā lineam. a. c. ex eis p̄positā esse irrationalē & ipsa uocat binomiū. Est enī p̄ quartam secūdi q̄dratū. a. c. equale q̄dratis duarū linearū. a. b. & b. c. & duplo sup̄ficiēi unius eaz in alterā: quadrata sūt ambaz faciūt sup̄ficiē rationalē ex ypothēsi: duplū uero sup̄ficiēi unius eaz i alterā facit sup̄ficiē mediale ex. 19. itaq; quadrata ambaz pariter acceptaz faciūt sup̄ficiēz incōmēsurabilem duplo sup̄ficiēi unius eaz in alterā. erit igit̄ ex. 9. quadratū. a. c. incōmēsurabile duobus quadratis duarū linearū. a. b. & b. c. p̄ter acceptis quare irrationalē p̄ diffinitionē cū duo illa q̄drata faciāt sup̄ficiēz rationalē. ideoq; suūz lat⁹ tetragonū quod ē. a. c. irrationalē quozq; p̄ diffinitionēz constat ergo p̄positum.

Propositio. .31.



SI due linee mediales potētia tātū cōicātes sup̄ficiēq; rationalē continentes directe coniungant: tota linea ex his cōposita erit irrationalis dicetq; bimediale primū.

¶ Sit due linee. a. b. & b. c. in cōtinuum directūq; coniuncte quales proponuntur quas p. 24. & 25. reperies: dico totā lineam a. c. esse irrationalē & ipsa uocatur bimediale primū. Est enī duplum sup̄ficiēi. a. b. in. b. c. rationalē p̄ ypothē. duozq; quadrata duarū linearū. a. b. & b. c. p̄ter accepta faciunt mediale. cūz utrūq; quadratū sit mediale per ypothēsim & unum eoz cōicāns aliū: duplum igitur sup̄ficiēi unius earum in alteram est incōicāns duobus quadratis p̄ter acceptis: totum ergo aggregatum ex duplo sup̄ficiēi & duobus quadratis & ipsum est quadratum totius. a. c. p̄ quartam scđi est incōmēsurabile duplo sup̄ficiēi unius earum i alteram p. 9. huius cum itaq; duplū sup̄ficiēi sit rationalē. erit quadratū. a. c. irrationalē. ideoq; & linea. a. c. qđ est p̄positum. ¶ Idem aliter: sit linea. d. e. rationalis in longitudine cui adiungatur sup̄ficiēs. d. f. equalis duobus quadratis duarū linearū. a. b. & b. c. eritq; sup̄ficiēs hec. d. f. medialis cum utrūq; quadratum sit mediale per ypothē. & unum eorum cōicāns aliū quare per. 20. linea. d. g. est rationalis in potētia tātum: non cōicāns in longitudine lineē. d. e. rursus ad lineam. f. g. que est equalis. d. e. adiungatur sup̄ficiēs. f. h. equalis duplo sup̄ficiēi. a. b. in. b. c. eritq; f. h. rationalis per ypothēsim: quare per. 16. linea g. h. erit rationalis i longitudine: dū itaq; lineē. d. g. & g. h. sunt potentialiter rationales & i ea tātum cōicāntes. ergo per. 30. tota linea ex eis cōposita que est. d. h. ē binomiū & irrationalis. quare p. 16. a destructione p̄tis sup̄ficiēs. e. h. ē irrationalis. At quia p̄ quartam scđi latus eius tetragonū est linea. a. c. ipsa erit irrationalis p̄ diffinitionē qđ oportuit demonstrari.

Propositio. .32.



SI due linee mediales potētia tātū cōmunicātes sup̄ficiēq; mediale continētes directe coniungant: tota linea erit irrationalis diceturq; bimediale secūdū

¶ Sit due linee. a. b. & b. c. i p̄tinuū directūq; p̄iuncte ut p̄ponit

quas per. 26. contingit reperiri: dico totam. a. c. ex eis compositam esse irrationalem & ipsa uocatur binomiale scdm. Esto enim linea. d. e. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. piter acceptis & quia ex ypothesi duo illa quadrata sunt cōcantia: & utrunq; mediale: erit superficies. d. f. medialis quare per. 20. linea. d. g. que est eius latus scdm est rationalis in potentia tantum: & linee. d. e. incōmensurabilis in longitudine. Rursum adiungatur ad lineam. g. f. que est equalis linee. d. e. superficies. f. h. equalis duplo superficiiei. a. b. in. b. c. eritq; etiam superficies. f. h. medialis: erat enim per ypothesim superficies. a. b. in. b. c. medialis. ergo duplus eius cui est equalis. t. h. erit mediale per. 20. igitur ē linea g. h. rationalis in potentia tantum & incōmensurabilis in longitudine linee. g. f. quia uero. a. b. & b. c. sunt potentialiter tantum cōcantes erit per primam sexti & per scdm prem. 10. huius superficies unius in alteram incōmensurabilis quadrato utriusq;. At quia quadrata earum cōcant per ypothesim: erit dicta superficies quare & duplum eius incōmunicans duobus quadratis earum pariter acceptis: due ergo superficies. d. f. & f. h. sunt incōcantes: per primā itaq; sexti & scdm prem. 10. huius erit linea. d. g. incōmensurabilis linee. g. h. que cum sint rationales in potentia: erit per. 30. tota linea. d. h. binomium & irrationalis: ergo per. 16. a destructione consequentis erit superficies. e. h. irrationalis Et quia latus eius tetragonum per quartam scdm est linea. a. c. sequitur per diffinitionem qd linea. a. c. sit irrationalis: qd' propositum erat ostendere.

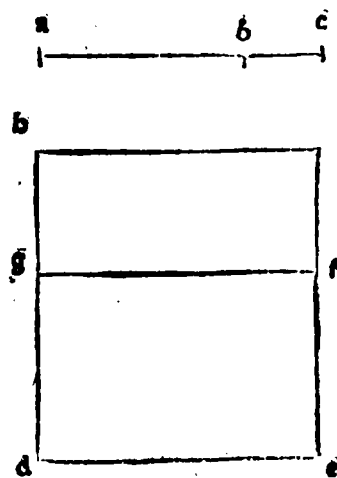
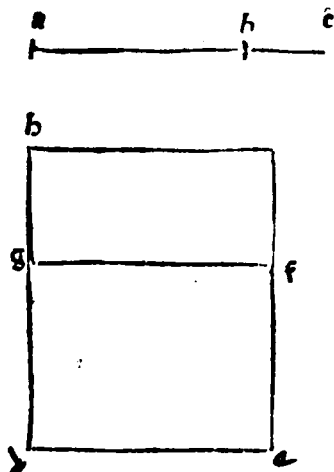
Propositio. 33.

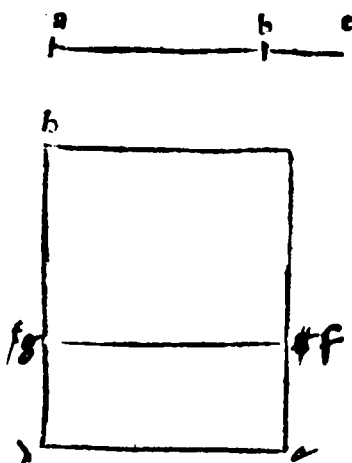


¶ Vm coniuncte fuerit due linee potentialiter incōmensurabiles superficiēq; medialem continentes quarum ambo quadrata piter accepta sunt rationale: tota linea erit irrationalis diceturq; linea maior.

¶ Si sint due linee. a. b. & b. c. sibi in continuum directumq; coniuncte sicut proponitur: quas contingit ex. 27. reperiri: dico. a. c. ex eis compositam esse lineā irrationalem & ipsa uocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata piter accepta sint rationale superficies uero alterius in alteram quare & eius duplum medialis per ypothesim: erit totum ex duobus quadratis piter acceptis incōcans duplo superficiiei unius in alteram. itaq; totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiiei & ipsum est equale quadrato. a. c. per quartam scdm: erit per. 9. huius incōmensurable duobus quadratis. a. b. & b. c. pariter acceptis: per diffinitionem ergo est quadratum linee. a. c. irrationale & linea. a. c. irrationalis qd' est. propositum. ¶ Idem aliter sicut in premissis ad lineam. d. e. que sit rationalis in longitudine adiungatur superficies. d. f. que sit equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis eritq; rationalis per ypothesim quare per. 16. latus eius scdm qd' est. d. g. erit etiam rationale in longitudine & cōcans linee. d. e. Rursum ad lineam. f. g. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superficiiei. a. b. in. b. c. eritq; medialis per ypothesim: quare per. 20. linea. g. h. que est eius latus scdm est rationalis in potentia tantum per. 30. igitur est linea. d. h. binomium & irrationalis: ideoq; per. 16. a destructione consequentis superficies. e. h. est irrationalis quare latus eius tetragonum quod per quartam secundi est. a. c. est irrationale per diffinitionem: qd' uolumus ostendere.

Propositio. 34.

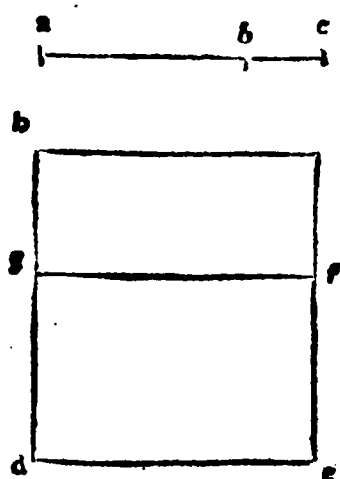




Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmēsurabiles superficiēq; rōnalē continentes quāz ambo q̄drata pariter accepta sint mediale: tota linea erit irrationalis diceturq; potens in rationale & mediale.

¶ Sit ut in premissis due linee. a. b. & b. c. i continuum directumq; coniuncte quales proponitur: & ipse sūx ex. 28. sumende: dico q; tota linea. a. c. ex eis composita erit irrationalis & illa uocetur linea potens i rationale & mediale. Cum sit enī superficies. a. b. i. b. c. rationalis per ypothesim. ideoq; & duplum eius ac ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: sequitur per quartam secundū & 9. huius quēadmodum in premissis q; quadratum totius. a. c. sit incōmunicans duplo superficiē. a. b. i. b. c. per diffinitionem igitur ipsum est irrationalis & linea. a. c. irrationalis qd' est propositum. ¶ Idem aliter: sit ut in premissis linea. d. e. rationalis i longitudine superficiēq; d. f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearū. a. b. & b. c. eritq; medialis per ypothesim: per. 20. igitur: erit linea. d. g. rationalis i potentia tantū nō cōicans i longitudine linee. d. e. Sitq; superficies. f. h. adiuncta ad lineam. g. f. eq̄lis duplo superficiē. a. b. i. b. c. eritq; rationalis per ipothe. & ideo per. 16. latus eius fm̄ quod est g. h. rationale i longitudine quare per. 30. linea. d. h. est binomium & irrationalis: & superficies. e. h. per. 16. a destructione consequentis est irrationalis. Cum itaq; linea. a. c. sit eius latus tetragonicum: per quartam 16. igitur ut. a. c. sit irrationalis per diffinitionē: cōstat ergo ppositū.

Propositio .35.



Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmēsurabiles superficiēq; medialem cōtinentes quarū quadrata ambo piter accepta sit mediale duplo superficiē unius in alteram incommensurabilem tota linea erit irrationalis diceturq; potens in duo medialia.

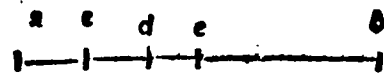
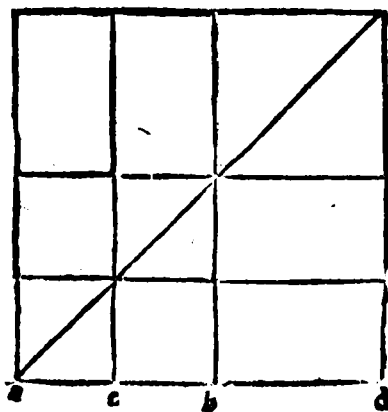
¶ Sit quoq; due linee hic. a. b. & b. c. i continuum directumq; coniuncte ut proponitur que ex. 29. sumende sunt: dico q; linea. a. c. ex eis composita est irrationalis & ipsa dicitur potens i duo medialia. Adiungatur enī ad lineam. d. e. que sit rationalis i longitudine superficiē. d. f. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis: eritq; medialis per ypothesim quare per. 20. linea d. g. erit rationalis i potentia tantum & incōmēsurabilis. d. e. linee rationali i longitudine. Rursus ad lineam. g. f. que est equalis. d. e. adiungatur superficies. f. h. que sit equalis duplo superficiē unius i alteram erit etiā ex ypothesi medialis quare per. 20. linea. g. h. erit rationalis i potentia tantū. at q; per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incōmēsurabile duplo superficiē unius i alteram sequitur ut. d. f. sit incōmēsurabilis. f. h. quare per primam sexti & secundam partem. 10. huius linea. d. g. est incōmēsurabilis. g. h. per. 30. igitur est linea. d. h. binomium & irrationalis. itaq; superficies. e. h. est irrationalis & eius latus tetragonicum qd' est. a. c. ut in premissis: quare constat propositum. Si autem duplum superficiē. a. b. & b. c. nō esset incōmēsurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset linea. a. c. medialis. esset enim. d. f. communicans. f. h. ideoq; linea. d. g. linee. g. h. tota igitur d. h. esset rationalis in potentia tantum & incōmēsurabilis i longitudine linee. d. e. per. 19. igitur esset superficies. e. h. medialis eiusq; latus tetragoniciū qd' est. a. c. linea medialis. Vt autem facilius fiat doctrina sequentium premō stranda arbitramur hoc loco duo quorū primum est.

¶ Sit aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambaz sectionum pariter accepta: tanto amplius sūt duplo superficiē unius earum in alteram quantum est quadratum eius linee quā maior excedit minorem.

¶ Sit enim linea .a.b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. sitq; maior portio .c.b. de qua sumatur .c.d. equalis .a.c. dico q; quadrata duarum linearum .a.c. & .c.b. sunt amplius duplo superficiē unius in alteram in quadrato linee .d.b. nam quod fit ex .a.c. in .c.b. bis cum quadratis duarum linearum .a.c. & .c.b. est equale ei quod fit ex .a.c. in .c.b. quater cum quadrato .d.b. eo q; utraq; hec equalia sunt quadrato linee .a.b. primum quidem per quartam secundi scdm uero per .8. eiusdem. Demptis itaq; utrunq; equalibus uidelicet eo qd' fit ex .a.c. in .c.b. bis erunt residua que sunt de primo quidem quadrata duarum linearum .a.c. & .c.b. de secundo uero quod fit ex .a.c. in .c.b. bis cum quadrato .d.b. equalia: quare constat propositum. Ex hoc ergo manifestum est q; si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiē unius earum in alteram. Ex hoc est propter qd' istud premisimus.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia. iteq; alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequaliū pariter accepta tātō sūt ampli⁹ quadratis minus inequaliū pariter acceptis quantū ē duplū quadrati illius linee que inter utraq; ē sectiones & quadruplum ei⁹ qd' fit ex eadē linea in eam que ē inter punctū sectionis min⁹ inequalium & punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

¶ Sit linea .b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. itemq; per alia minus inequalia in puncto .d. rursus per equalia in .e. dico q; quadrata duarum partium magis inequalium que sunt .a.c. & .c.b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt .a.d. & .d.b. quantum est duplum quadrati linee .c.d. & quadruplum eius quod fit ex .c.d. in .d.e. sunt enim per .9. secundi quadrata duarum linearum .a.c. & .c.b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum .b.e. & .e.c. pariter acceptis. at per eandem .9. secundi quadrata duarum linearum .a.d. & .d.b. pariter accepta dupla sunt quadratis duarum linearum .b.e. & .e.d. pariter acceptis: itaq; quadrata duarum linearum .a.c. & .c.b. pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum .a.d. & .d.b. pariter accepta in eo quo duplum quadrati linee .d.e. hoc autem per quartam secundi est duplum quadrati linee .c.d. & quadruplus eius quod fit ex .c.d. in .d.e. quare constat propositum. Ex hoc manifestū est q; quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earum quadrata pariter accepta maiora: & hoc est propter quod istud premisimus.

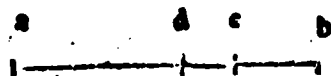


Propositio .36.



N alias duas lineas sub eaz termino ex quibus cōiunctum & nominatū est binomium diuidi impossibile ē.

¶ Sit linea .a.b. binomium eritq; ex .30. composita ex duabus lineis in potentia tantum rationalibus communicantibus que sunt .a.c. & .c.b. dico q; impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione uidelicet q; ipsi sunt potentia tantum rationales communicantes: si enim potest diuidatur in .a.d. & .d.b. que sunt potentia reales tantū cōiunctes. Esto quoq; linea .e.f. rationalis i longitudine cui adiungat superficies .e.g. que



lit equalis quadratis duarum linearum. a. c. & c. b. pariter acceptis & superficies f. h. que sit equalis quadrato linee. a. b. eritque superficies. e. g. rationalis eo quod utrumque quadratorum linearum. a. c. & c. b. pariter acceptis est rationale per ypothesim & superficies. g. h. medialis per. 19. quoniam ipsa est equalis duplo superficie. a. c. i. c. b. per quartam scd. Sit igitur rursus superficies. f. k. equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. b. pariter acceptis que cum sint diuerse a duabus lineis. a. c. & c. b. erit per scdam demonstratorum antecedentium superficies. f. k. diuersa a superficie. e. g. earum ergo differentia sit. k. g. eritque per quartam scd excessus superficie. f. h. super. f. k. qui sit. k. l. equalis duplo eius quod sit ex. a. d. i. d. b. & propter hoc erit etiam superficies. f. k. rationalis. & superficies. k. l. medialis: itaque superficies. k. g. cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium que sunt. e. g. & f. k. erit rationalis. Non enim differt rationale a rationali nisi in rationali. & hoc dico diffinitione & 9. huius hoc confirmatibus. Eadem quoque cum ipsa sit differentia duarum superficierum mediarum que sunt. g. h. & k. l. erit irrationalis per. 22. quod est impossibile.

Propositio 37.



In mediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diuiso: sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

¶ Sit quoque hic linea. a. b. bimediale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum coincidentes superficiemque rationales continentes. ex quibus. 31. asserit eam componi que sint. a. c. & c. b. dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit diuidam eam in puncto. d. assumptaque linea rationali. ¶ Eadiungatur ei. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. c. & c. b. & superficies. f. h. equalis quadrato. a. b. & superficies. f. k. equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. b. eritque per quartam scd. g. h. equalis duplo superficie. i. a. c. in. c. b. & per eadem erit. k. l. equalis duplo superficie. a. d. i. d. b. propter ypothesim quoque erit utraque duarum superficierum. e. g. & k. f. medialis & utraque duarum superficierum. g. h. & k. l. rationalis. hoc autem impossibile: esset enim per primum superficies. k. g. irrationalis ex. 22. per secundum autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. quod est inconueniens.

Propositio 38.



In mediale secundum nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

¶ Sit ut prius linea. a. b. bimediale secundum diuisa in duas lineas. a. c. & c. b. mediales: potentia tantum communicantes superficiemque medialem continentes: ex quibus. 32. proponit eam componi: dico quod impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione in alias duas. Sin autem diuidatur in d. sintque ut prius superficies. e. g. f. h. & f. k. adiuncte ad lineas rationales. f. eruntque per presentes ypotheses uterque superficies. e. g. & g. h. mediales quare per. 20. utraque duarum linearum. f. g. & g. l. erit rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee. e. f. At quia due lineae. a. c. & c. b. erunt incommensurabiles in longitudine: sequitur per primam sexti & per scdam pte. 10. huius quod utrumque quadratorum linearum. a. c. & c. b. sit incommensurable superficie unius in alteram: cumque dicta quadrata coincident: ex ypothesi sequitur ut ambo quadrata piter accepta sint incommensurable superficie unius in altera. ideoque & ei duplex: quare superficies. e. g. incommensurabilis est superficie. g. h. & linea. g. f. linee

g. l. p. primā sexti & scđam pte. 30. huius itaq p. 30. linea. f. l. est binomiū diuisa
 in suū terminū i puncto. g. ¶ Eodēq mō pbabit ipsa binomiū esse mediā
 tibus supficieb. e. m. & m. h. diuisa scđm suū terminū i puncto. m. qd ē ipossi-
 bile p. 36. Nō enī pōt dici q linea. f. l. diuisa sit ad pūcta. g. & m. i ptes p̄similes
 sic enī eēt linea. f. m. eq̄lis. g. l. sed ipa ē maior linea. l. m. ut patet ex pmo p̄mis-
 sōe antecedentiū h. & p̄ia sexti cū. e. m. supficies sit maior. h. m. supficies: huius
 aut demonstrationis modus potest esse cōis. 37. ceterisq eam sequentibus.

Propositio .39.



Inea maior nisi in duas lineas tantum ex quibus con-
 stat sub earum termino diuidi non potest.

¶ Sit quoq hec linea maior. a. b. diuisa ad punctū. c. in duas line-
 as potentialiter incē mensurabiles supficieq mediales continen-
 tes quaz ambo quadrata pariter accepta sint rationale: ex talib
 enī pponitur ut affirmar. 33. dico q impossibile est ad aliū punctū in alias duas
 lineas sub hac diffinitione ipsa diuidi q si potest. sit hic ad. d. maneāt sub his
 eadem figura eedēq ypotheses que prius & argue. quēadmodū in. 36. supficie
 g. k. esse rationalem & irrationalem: qd est impossibile. ppo. 40



Inea potens in rationale & mediale nisi in suas duas li-
 neas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶ Hec quoq. 40 manētib priorib figura & positionib excep-
 toq ipa linea. a. b. diuidat i punctū. c. in illas duas lineas ex qui-
 bus. 34. dicit ea pponi pbabit: quēadmodū. 37. Si aut aliter fue-
 rit q pponat erit supficies. k. g. rationalis & irrationalis: qd esse non potest.

Propositio .41.



Inea potens in duo mediale nequit diuidi i alias duas
 sub termino eaz ex quib coniuñcta est: sed i suas tā-
 tum duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶ Hec enī. 41. diuisa linea. a. b. ad pūctū. c. i eas ex qb. 3. asserit
 eam cōponi ceterisq ut supra tam figura q positionib manētib
 pbat sicut. 38 nā dato opposito ppositi. Sequit oppositū. 36. qd ē ipossibile.

¶ Si fuerit binomiū longior portio breuiore potētiore augmēto q
 drati linee cōicātis eidē longiori i longitudine fueritq eadē lon-
 gior linee posite rōnali cōicās ipsuz: uocabit binomiū primū. Si
 uero breuior posite rōnali cōmunicet dicet binomiū scđ3: Quod
 si neutra portionū ei posite rōnali cōicet appellabit binomiū ter-
 tiū. Itē si longior breuiore tāto ampli⁹ possit quantū ē quadra-
 tū alicui⁹ linee ipsi longiori icōmēsurabilis i longitudie fueritq
 longior portionū posite linee rōnali cōicās i longitudie ipsuz nū-
 cupabit binomiū binomiū quartū. Si uero breuior posite ratio-
 nali cōicet i longitudine quātū nōiabit. Si autē neutra portionū
 ei posite rationali cōicet i longitudine erit binomiū sextum.

Propositio .42.



Inemium primum inuenire.

¶ Sit. a. linea rationalis posita: sumaturq duo nūmeri quadrati
 b. & c. quorum. c. sit diuisibilis in quadratū qui sit. d. & i non qua-
 dratū q sit. e. ponat q pportio quadrati linee. a. ad qdratū linee
 f. g. sicut numeri. b. ad numerum. c. eritq ex scda parte. 7. intra

binomiū p⁷

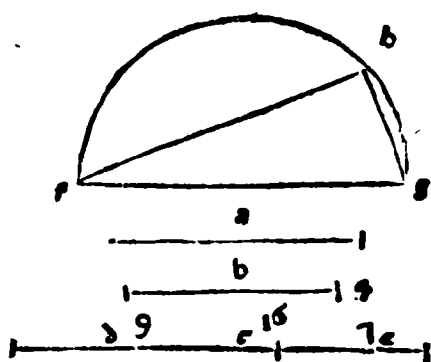
binom²

binom³

binom⁴

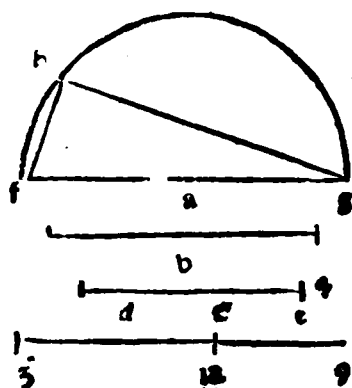
binom⁵

binom⁶



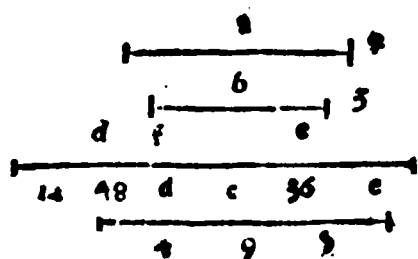
f.g. cōmunicatis linee. a. rōnali posite i longitudie: super eam igitur lineē. f.g. h. semicirculus: sitq; pportio quadrati lineē. f.g. ad quadratū lineē. f.h. sicut. c. ad. d. & ducatur linea. g.h. dī: o ergo duas lineas. f.g. & g.h. dī recte cōmūctas componere binomiū primū. Est enī linea. f.g. que est lōgior potēior. linea. g.h. que est breuior i quadrato lineē. f.h. p. 30. tertiū & penultimā primis cōicat autem linea f.h. lineē. f.g. i lōgitudine per scđam partē. 7. cum proportio quadratorū ipsarū. f.g. & f.h. sit sicut numerorū quadratorū qui sunt. c. & d. linea uero. g.h. cōiungitur esse rōnalis i potētia tātum: nō cōicans lineē. f.g. i longitudine. ideoq; neq; lineē. a. rōnali posite: cum sit enī quadratū lineē. f.g. ad quadratū lineē. f.h. sicut numerus. c. ad. numerū. d. erit per euerlam pportionalitatem quadratū lineē. f.g. ad quadratū lineē. g.h. sicut numer⁹. c. ad numerum. e. cum itaq; c. sit numerus quadratus. e. uero nō quadratus: sequitur p ult. ptem. 7. ut linea. g.h. sit icōmensurabilis lineē. f.g. i lōgitudine: reliquit igitur ipsam. g.h. eē rōnalē i potētia tātum & a dīone lineas. f.g. & g.h. pponere binomium primū: qđ erat iueniēdum.

Propositio .43.



Inomium secundum reperire.

D Sit ut prius. a. rationalis linea posita. b. uero numerus quadratus. c. uero sit numerus nō quadratus diuisibilis i. d. nō quadratum & e. quadratum. ita tamē q; proportio totius. c. q; est nō quadratus ad. d. q; est etiam nō quadratus sit sicut numerorū quadratorum: talis autē numerus ē. 12. & 48. diuisibilis enī ē. 12. i. 9. quadratum numerū & 3. nō quadratū: estq; pportio. 12. ad. 3. sicut. 16. ad. 4. quorūq; uterq; quadratus eodē modo. 48. diuisibilis ē i. 36. & 12. Tales autē numeros sic reperies. Sit. a. numerus quadratus. b. quoq; sit unitate minor: cui⁹ q; dratū sit. c. At uero. d. pueniat ex. b. i. a. eritq; ex prima icidētium notū. b. differētia. d. ad. c. ducatur idē. a. i. c. & proueniat. e. eritq; e. quadrat⁹ ex prima pte correl. scđi notū eo q; uterq; numerorū. a. & c. ē quadratus p hypothesim: fiat rursus. f. ex. a. i. d. eritq; f. qualē querimus ē enī ex ultima parte predicti correl. numerus. f. nō quadratus: eo q; d. numerus sit nō quadratus. Si enī. d. numerus eēt quadratus: esset quoq; b. quadratus ex. 2. pte eiusdem correl. 2. notū & ex. 22. octauī. & q; a. ē quadratus eēt p. 16. eiusdē. tertius continue proportionalis iter. a. & b. qđ est impossibile cum sint sola unitate distantes: non est igitur. d. quadratus quare nec. f. est enim. f. equalis. d. & e. quoniam cum. b. sit differētia. d. ad. c. ut patet ex premissis: erit per primam incidētium notū qđ sit ex. a. in. d. equis his que sunt ex. a. in. b. & in. c. & quia ex a in. b. sit. d. & in. c. sit. e. sequitur ut. d. sit differētia. f. ad. e. & quia per. 18. septimi est. f. ad. e. sicut. d. ad. c. erit permutatim. f. ad. d. sicut. e. ad. c. Cūq; uterq; duorum numerorū. e. & c. sit quadratus manifestum est numerum. f. esse q; lem uolumus. est enī nō quadratus diuisibilis in. d. nō quadratum & e. q; dratum: cuius proportio ad. d. est sicut quadrati ad quadratū uidelicet. e. ad c. cetera omnia sint ut prius. Dico q; lineē. f.g. & g.h. cōponunt binomium secundum. cum enim sit quadratum. a. ad quadratum. f.g. sicut. b. ad. c. rursusq; quadratum. f.g. ad quadratum. g.h. sicut. c. ad. e. erit per equam proportionalitatem quadratum. a. ad quadratum. g.h. sicut. b. ad. e. cum igitur uterq; duorum numerorū. b. & e. sit quadratus erit p scđam ptem & lineā. g. h. cōmunicans i longitudine lineē. a. rationali posite: de lineā uero. f.g. cōstat q; ipsa sit rationalis i potētia tātū nō cōmunicās lineē. a. rationali posite i longitudie p ultimā pte. 7. que cum sit potēior lineā. g. h. i lineā. f. h. p. 30. tertiū & penultimā primis: communicet autē lineā. f. h. lineē. f.g. i longitudine p scđam pte. 7. eo q;



eorū quadrata sunt in pportione numerorū .c. & .d. quorū est pportio sicut nū-
 merorū quadratorū per ypothēsim: pstat propositū. ¶ Aliter quoq; idē est linea .g.
 h. cōmunicans a rationali posita in longitudine quā facile ē inuenire sitq; .c. na-
 merus quadrat⁹ diuisibilis in quadratū .d. & non quadratū .e. sitq; pportio q̄-
 drati lineę .g. h. ad quadratū lineę .f. g. sicut numerus .e. ad numerū .c. eritq; .f.
 g. incōmēsurabilis lineę .g. h. in longitudine p ultimā ptem. 7. & potēior ea in
 quadrato lineę .f. h. cui cōicat in longitudine: primo p puerfam deinde p euer-
 sam proportionalitatē: & per scđam pte. 7. ex diffinitione igitur lineę .f. g. & .g.
 h. componunt binomiū scđm.

Propositio .44.



Inomium tertium inuestigare.

¶ Binomiū quoq; tertiu sic reperit: posita ut pri⁹ linea .a. rationali
 in lōgitudine sit .b. nūerus prim⁹ .c. uero quadrat⁹ diuisibilis in
 q̄dratū .d. & non q̄dratū .e. cetera oīa sūt ut pri⁹: dico q̄ due li-
 neę .f. g. & .g. h. cōponūt binomiū tertiu: neutra enī earū est incōm-
 mensurabilis in longitudine lineę .a. rationali posite sed utraq; incōmensurabilis
 f. g. quidē per ultimā pte. 7. h. g. uero per equā pportionalitatē & ultimā par-
 tem. 7. Est enī per equā pportionalitatē quadratū lineę .a. ad quadratū lineę
 .g. h. sicut numerus .b. ad numēg. e. medianib⁹: hinc quidē quadrato lineę .f. g.
 inde uero numero .c. numeri autē .b. & .e. nō sūt in pportione aliquorū quadra-
 torū: cū .b. sit numerus prim⁹. si enī essent in pportione aliquorū quadra-
 torū: necesse esset per .16. octauū & octauā eiusdē: tertiu eis in cōtinua pportionali-
 tate interesse. esset igitur per .17. eiusdē numerus .b. sup̄ficialis qd̄ ē impossibile
 cū sit primus p ypothē. incōmensurabilis est itaq; linea .g. h. linea .a. rationali
 posite ex ultima pte. 7. quia ergo linea .f. g. potēior ē linea .g. h. in quadrato li-
 neę .f. h. ex .30. tertii & p̄ult. primi que cōicat ei in longitudine ex scđa parte
 7. ex diffinitione binomii tertii: patet nostra intentio.

Propositio .45.



Inomium quartum scrutari.

¶ In inuentione binomii quarti eodē modo pcedendū ē sicut in
 inuentione primi. excepto q̄ q̄drat⁹ numer⁹ .c. diuidet̄ in duos nō
 q̄dratos q̄ sūt .d. & .e. cetera oīa negociāda sūt hic ex diffinitio-
 ne binomii quarti sicut ibi ex diffinitione binomii primi.

Propositio .46.



Inomium quintum querere.

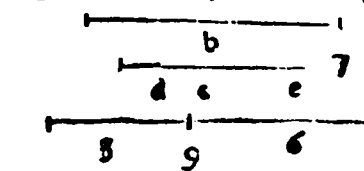
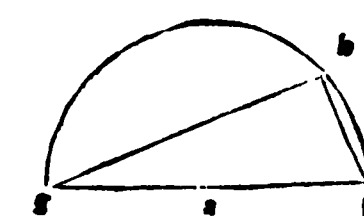
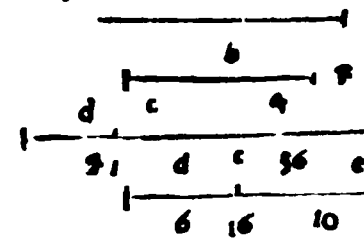
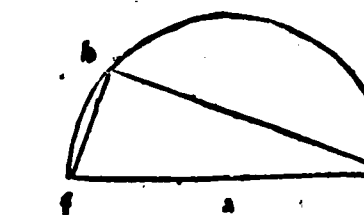
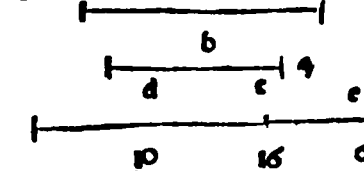
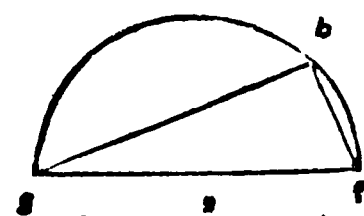
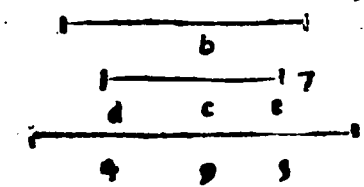
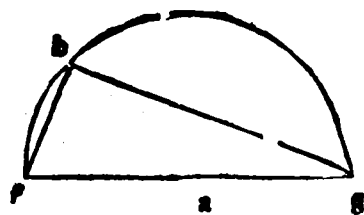
¶ Huius inuentio sic est sicut binomii scđi. excepto q̄ numer⁹ .c.
 non quadratus diuidet̄ in d. non quadratū & .e. quadratū. ita ta-
 men q̄ pportio .c. ad .d. nō sit sicut numeri quadrati ad nume-
 rum q̄dratū. Cetera oīa sūt hic pquirenda ex diffinitione bino-
 mii quinti sicut ibi quesita sūt ex diffinitione binomii scđi. uel pone q̄ linea .g.
 h. sit cōmunicans lineę .a. rationali posite in longitudine: & pone numēg. .c. qua-
 dratū diuisum in duos nō quadratos qui sūt .d. & .e. pone itaq; pportione qua-
 drati lineę .g. h. ad quadratū .f. g. sicut numeri .e. ad numerū .c. deinde astrue
 propositū ex ultima parte. 7. & presentibus ypothētib⁹ & conuersa & euerſa
 proportionibus & iterum ex ultima parte. ex diffinitione binomii quinti.

Propositio .47.



N binomio sexto demum oportet insistere.

¶ Binomium sextum sicut tertium scrutandum est & tamen erit
 hic numerus quadratus .c. diuisus in duos non quadratos .d. & .e.
 cetera ut ibi eritq; ex diffinitione binomii .6. linea q̄ componunt



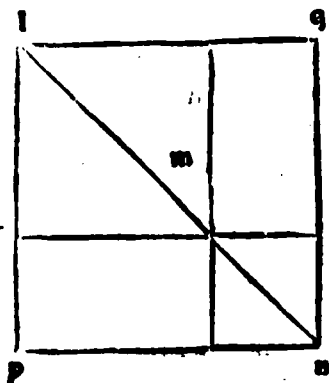
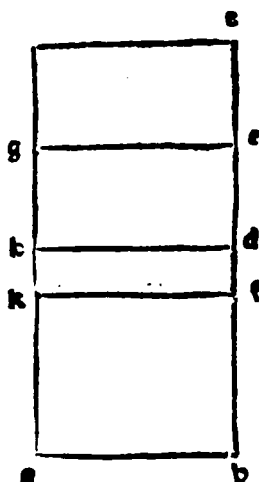
f.g.&g.h. sibi inuicem cōiuncte binomiū sextum: qđ est propositū inuenire.

Propositio. 48.



Si fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali contenta: lat^o qđ super eā potest binomiū esse necesse est.

¶ Sit superficies. a. c. contenta linea rationali. a. b. & binomio primo qđ sit. b. c. dico qđ latus tetragonum superficiei. a. c. est binomium. Sit enim punctus. d. communis terminus duarum portio-
rum binomii primi. b. c. cuius maior portio sit. b. d. eritq; rationalis i longitudine ex diffinitione: & commensurabilis linee. a. b. rationali posite. Diuidatur item minor portio que est. d. c. per equalia ad punctum. e. lineaq; d. b. diuidatur sub ea conditione ad punctum. f. qđ inter partes eius que sunt. b. f. & f. d. cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat in. 13. dictum est: ducantur autem linee. c. g. d. h. f. k. equidistantes linee. a. b. & quia ex diffinitione binomii primi linea. d. b. est potentior linea. d. c. in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine: sequitur ex scđa parte. 13. qđ due linee. b. f. & f. d. sint cōmunicantes. per. 9. igitur est utraq; earum communicans toti linee. b. d. quare per diffinitione: ambe sunt rationales in longitudine. ideoq; per. 11. utraq; duarum superficierum. a. f. & f. h. est rationalis. describatur itaq; quadratum. l. m. cuius latus. l. r. equale superficiei. a. f. cui circūponat gnomon protracta dyagonalis. l. m. n. ad eam quantitatem qđ ipsius gnomonis quadratum. qđ sit. m. n. sit equalis superficiei. f. h. duorū eius supplemēta sint. p. m. & m. q. que necesse est esse equalia duabus superficibus. d. g. & g. c. qđ sic collige. cu3 enī sit linea. d. g. medio loco proportionalis iter lineas. b. f. & f. d. erit superficies d. g. ex prima sexti medio loco proportionalis iter superficies. a. f. & f. h. quare & iter quadrata. l. m. & m. n. & quia supplementum. p. m. est etiam medio loco proportionale iter quadrata dicta ex prima sexti. sequitur ut. p. m. sit equalis. d. g. ideoq; m. q. g. c. igitur linea. l. p. est latus tetragonum superficiei a. c. hanc lineam dico esse binomium: cum sint enim ambo quadrata. l. m. & m. n. rationalia erunt ex diffinitione due linee. l. r. & r. p. potentialiter rationales. Est autem per primam sexti. a. f. ad. d. g. sicut. b. f. ad. d. e. sed. b. f. est incōmensurabilis. d. e. quia. b. f. est rationalis simpliciter ut probatum est. d. e. uero quia communicat in longitudine. d. e. rationale in potentia tantū eritq; ipsa rationalis in potentia tantum per. 18. qđ ex premissis ypothesibus manifestum est itaq; per secundam partem. 10. superficies. a. f. est incommensurabilis supsici. d. g. igitur & quadratum. l. m. supplemento. p. m. quare der primam sexti & secundam partem. 10. linea. l. r. est incommensurabilis linee. r. p. ex. 30. igit constet lineam. l. p. esse binomium qđ erat monstrandum.



Propositio. 49.



Si fuerit superficies linea rationali binomioq; secūdo cōtenta: latus eius tetragonum erit bimediale primū.

¶ Sit eadē figura eademq; ypotheses que i premissa: eritq; ex diffinitione binomii secūdi linea. d. c. rationalis i longitudine: quare per. 15. utraq; duarū superficierū. d. g. & g. c. ideoq; & duo supplemēta. p. m. m. q. erit rationalis: linea uero. b. d. erit rationalis i potentia tantum: & diuisa i duas lineas cōmunicantes. f. d. & b. f. ex diffinitione binomii secūdi & premissis ypothesibus & secūda parte. 13. per. 19. igit erit utraq; duarū superficierū. a. f. & f. h. ideoq; & utriq; qdrato. l. m. & m. n. mediale: itaq; abe

linee. l. r. & r. p. sunt mediales in potentia quoque communicantes: nam cum linea b. f. cōtinet lineam f. d. sequitur ut a. f. communicet. f. h. quare quadratum. l. m. quadrato. m. n. ideoque & linea. l. r. linee. r. p. in potentia. in longitudine autem non cōmunicant: quoniam una earum ad alteram est sicut. l. m. ad. m. p. Cuius igitur. l. m. non cōmunicet. m. p. eo quod altera medialis uidelicet. l. m. altera uero rationalis uidelicet. m. p. sequitur ut. l. r. non cōmunicet in longitudine. r. p. quia igitur ipse continet superficiem rationalem que est. m. p. constat lineam l. p. ex. 31. huius esse bimediale primum.

Propositio .50.



I binomio tertio ac linea rationali superficies contineatur linea in eam potens erit bimediale secundum.

¶ Dispositio & ypotheses maneant ut supra. Eritque ex his ypothesibus & diffinitione binomii tertii & 19. utraque quoque quatuor superficies in quas diuisa est superficies. a. c. medialis: quare utrumque duorum quadratorum. l. m. m. n. & utrumque duorum supplementorum. p. m. & m. q. erit etiam mediale utraque igitur duarum linearum. l. r. & r. p. erit medialis. & cum due superficies. a. f. & f. h. sunt cōmunicantes per secundam partem. 13. erunt due linee. l. r. & r. p. cōmunicantes in potentia in longitudine uero non: quia superficies. l. m. non communicat cum superficie. m. p. eo quod neque. a. f. communicat cum d. g. Nam linea. b. f. non communicat cum. d. e. cum igitur ipsi contineant superficiem medialem que est. p. m. constat ex. 32. lineam. l. p. esse mediale secundum: quod est propositum.

Propositio .51.



I linea rationali binomioque quarto superficies contineatur: que in eam superficiem potest esse linea maior.

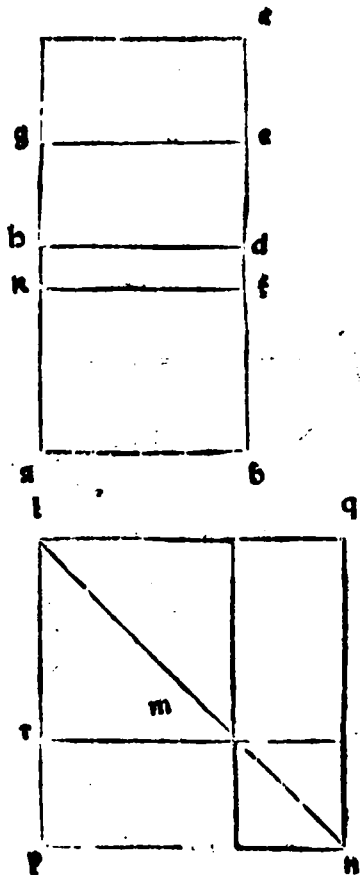
¶ Cunctis ut in premissis manentibus erit ex ypoth. & diffinitione binomii quarti & 19. utraque duarum superficiesum. d. g. & g. c. quare & utraque duarum. p. m. & m. q. medialis duoque quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta rationale eo quod superficies. a. d. est rationalis per diffinitionem binomii quarti & 15. Et quia. d. b. diuiditur in puncto. f. in duo incommensurabilia per secundam partem. 14. erit superficies. a. f. incommensurabilis superficiei. f. h. ideoque & quadratum. l. m. quadrato. m. n. due igitur linee. l. r. & r. p. sunt incommensurabiles in potentia que cum contineant superficiem medialem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale constat per. 33. lineam. l. p. esse lineam maiorem quod erat monstrandum.

Propositio .52.



I fuerit superficies linea rationali atque binomio quinto contenta quaecumque in eam linea potest potens in rationale & mediale esse ex necessitate conuincitur.

¶ Nec in hac quoque est aliquid ex priorum dispositione & positionibus mutandum: eis enim manentibus erit ex his que posita sunt in diffinitione binomii quinti & 15. utraque duarum superficiesum. d. g. & g. c. quarum utraque duarum. p. m. & m. q. rationalis totaque. a. d. quare & duo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta medialis ex. 19. cumque ex secunda parte. 14. sit linea. f. b. incommensurabilis linea. f. d. ideoque superficies. a. f. superficiei. f. h. & quadratum. l. m. quadrato. m. n. erit linea. l. r. incommensurabilis in potentia linea. r. p. atque ipse continet superficiem rationalem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt mediale concludere ex. 34. lineam. l. p. esse potorem in rationale & mediale: quod propositum est.

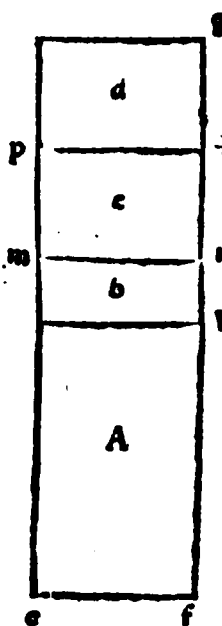
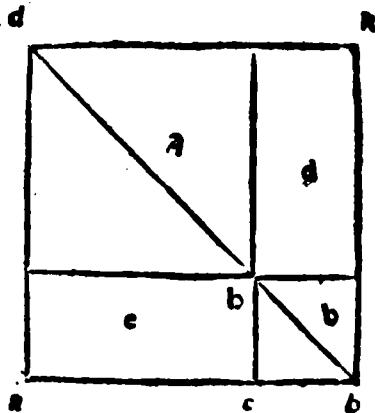


Propositio 33.



I binomio sexto lineaq; rationali superficies continetur linea que in eam potest: in duo in medialis potens esse probatur.

Ut lec. 33. adhuc te sustinet ociari a pingendo figuras: contenta enim est premissis dispositione & positionibus. Quibus stantibus necesse est ex ipsis politis & dispositione. i. diffinitione binomii postremi & 19. quolibet ex superficiebus. a. d. & d. g. & g. c. propter quod & ambo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta & p. m. & m. q. esse medialem. Cuius b. f. & f. d. propter qd. a. f. & f. h. ideoq; l. m. & m. n. sint incommensurabiles erunt due linee. b. c. & r. p. incommensurabiles in potentia. at quia ipse continetur superficies medialem. p. m. earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qd. est duplo superficiem unius in alteram incommensurabile: qd. ex eo probatur qd. superficies. b. h. est incommensurabilis superficiem. h. c. propter hoc qd. linea. d. b. est incommensurabilis linee. d. c. sequitur ex 33. lineam. l. p. esse que potest in duo medialis.



Propositio 34.



I linee rationali equū quadrato binomii rectū angulum adiungat: lat^{us} eius scdm binomium primū cōueniet.

Ut hec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinem huius autem est hec intentio. Sit linea. a. b. binomii diuisa ad punctum. c. in duas lineas. a. c. & c. b. s'm suam diffinitionem aut termini eiusq; a. b. quadratum sit. b. d. sitq; linea. e. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. e. g. equalis quadrato. b. d. dico qd. latus s'm: huius superficies quod est linea. f. g. est binomium primum. Diuidatur enim quadratum b. d. in duo quadrata. b. h. & h. d. que sint quadrata duarum portionum binomii: & in duo supplementa. a. h. & h. k. quorum utrumq; continetur sub duobus portionibus binomii: eritq; ex diffinitione binomii que habetur per 30. utrumq; istorum quadratorum rationale. & per 19. utrumq; supplementum mediale. Ex superficie igitur. e. g. abscondatur superficies. e. l. equalis quadrato. d. h. & l. m. equalis quadrato. h. b. & n. p. equalis uni duorum supplementorum a. h. uel. h. k. eritq; p. g. reliqua equalis reliquo supplemento: quare per primam sexti linea. n. q. est equalis linee. q. g. ex premissis autem manifestum est qd. utraq; duarum superficierum. e. l. & l. m. & ideo tota superficies. e. n. est rationalis. Et utraq; duarum equalium. n. p. & p. g. & ideo tota. n. g. medialis: quare per 16. utraq; duarum linearum. f. l. & l. n. & tota linea. f. n. rationalis in longitudine: & linee. e. f. rationali posite cōmensurabilis: & per 20. utraq; duarum. n. q. & q. g. & tota. n. g. rationalis in potentia tantum incommensurabilis linee. m. n. & ideo linee. e. f. tibi equali & per consequens & linee. f. n. in longitudine. Si igitur linea. f. n. que est maior linea. n. g. ut ex primo duorum antecedentium. 33. demonstrationi subiunctorū & prima sexti apparet: fuerit potentior linea. n. g. minori in quadrato linee secum communicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomii primi manifestum est lineam. f. g. esse binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d. h. & h. b. sit per primam sexti superficies. a. h. medio loco proportionalis: continetur ex prioribus ypothesibus superficiem. m. q. esse inter superficies. e. l. & l. m. medio loco proportionalis: quare per primam sexti linea. n. q. que est medietas linee. n. g. est in medio loco proportionalis inter duas lineas. f. l. & l. n. qd. igitur sit ex. l. l. i

l. l. n. est quartus qd ex n. q. in se per. 16. l. xxi. ideoq per. 4. scd quartu quat
ta ps quadrati linee. n. g. itaq per primā partē. 13. cū linea. f. n. diuidatur a sup
ficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee. n. g. ita q ad cō
plendam totam lineam. f. n. desit superficies quadrata in duo communicantia
ad punctum. l. erit. f. n. potentior. n. g. in quadrato linee sibi communicantis i
longitudine: constar ergo propositum.

Propositio .55.



I linee rationali eq superficies qdrato bimedialis primi
adiungat lat^o ei^o reliquū binomiū scdm eē oportebit.
¶ Sit linea. a. b. bimediale primū diuisa ad punctū. c. scdm suus
terminū. Cetera autē sūt ut prius: dico linea. f. g. esse binomiū se
cundū erit eni superficies. m. g. rōnalis eo q partes bimediales pri
mi p̄tinet sup̄ficie rōnalē & superficies tres. e. l. l. m. & tota. e. n. mediales cōi
cātes eo q portōes bimediales primi sūt linee mediales potētia tārū cōicātes
ex. 31. p. 16. igit erit linea. n. g. rationalis i longitudie p̄mensurabilis linee. e. f.
rationali posite. & p. 20. linea. f. n. rōnalis i potētia tārū que cū sit maior linea
n. g. ex primo duog antecedētiū demonstratiōni. 35. adiunctog & prima. 6. ea
que potērior quadrato linee cōmunicātis secū i longitudie ex prima pte. 13.
erit a diffinitione linea. f. g. binomiū scdm quod est propositum.

Propositio .56.

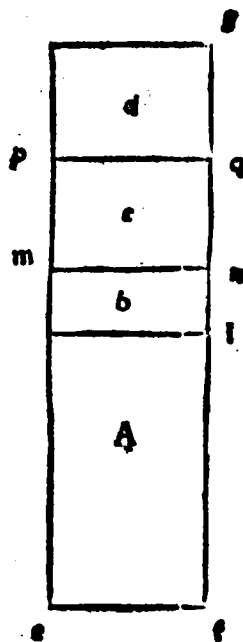
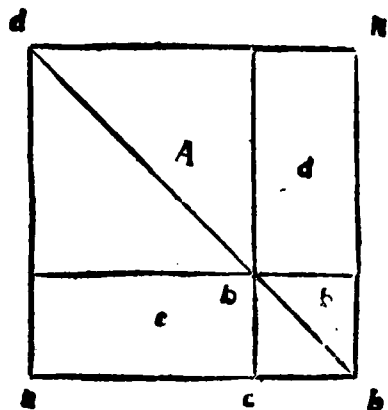


Vm adiuncta fuerit linee i longitudie rōnali sup̄fici
es rectangula equalis quadrato bimedialis scdī latus
cuius secundum binomium tertium esse necesse est.
¶ Si fuerit linea. a. b. bimediale scdm diuisa per terminum suū
ad punctum. c. reliqua uero oia fuerint ut prius: erit linea. f. g. bi
nomium tertium. Erat eni ex. 32. & nostris positiōibus utraq sup̄ficietum.
e. n. & m. g. mediales: quare per. 20 utraq duag linearū. f. m. & m. g. erit ratio
nalis in potētia tantum. at quia bimedialis scdī partes sūt cōicātes in poten
tia tantum erit superficies. e. l. cōicans sup̄ficiet. l. m. & ideo linea. f. l. linee. l
n. potērior: ergo est per primam prem. 13. f. n. q sit. n. g. in quadrato linee sibi
cōicātis in longitudie. Cūq sūt superficies. a. h. & quadratum. h. b. incōmē
surabilia eo q linee. a. c. & c. b. incōmēsurabiles: ideoq & ambo quadrata pa
riter accepta ambobus supplementis p̄ter acceptis. eo q quadrata sibi inuicē
cōicant ex ypothēsi supplementa quoq cum sibi inuicē sūt equalia: sequitur
ut superficies. e. n. sit incōmēsurabilis sup̄ficiet. m. g. & ideo linea. f. n. linee.
n. g. per diffinitionem igitur est linea. f. g. binomium tertium qd ē p̄positum.

Propositio .57.



I linee rōnali rectāgulū equū qdrato linee maioris ad
iungat altez se continentiū laterū erit binomiū qrtū.
¶ Si hec quoq fuerit linea. a. b. linea maior diuisa scdm terminū
suū ad punctum. c. cunctaq reliqua non fuerint aliter q prius
erit linea. f. g. binomium quartum. Cum enim sūt ambo quadra
ta portiorum linee maioris pariter accepta rōnale erit superficies. e. n. ratio
nalis: ideoq per. 16. linea. f. n. rationalis in longitudie cōicans linee. e. f. ratio
nali posite superficies. uero. m. g. erit medialis propter illud q portiones linee
maioris continet superficiem medialem. itaq per. 20. linea. n. g. est in potētia
rationalis tantū: & quia etiam portiones p̄fate linee. a. b. sūt potēntialiter in
commensurabiles superficies. e. l. incommensurabilis erit l. m. ideoq linea. f. l.
linee. l. n. igitur per primā partem. 14. linea. f. n. ē potērior linea. n. g. i qdrato



linee sibi incommensurabilis : ex diffinitione igitur est linea .f.g. binomium quinquatum : quod erat propositum.

Propositio .58.

I linee rationali quadrato linee potētis supra rationale erit mediale equalis : parte altera longior forma adiungat alterum latus eius binomium quintum esse necesse ē.

¶ Proposita linea .a.b. ea q̄ potest supra mediale & rationale diuisa s̄m eius diffinitionē ad punctū .c. nihil inuēit de reliq̄s. sequitur q̄ linea .f.g. esse binomium quintum. Cū enī ptes hui⁹ linee .a.b. p̄tineāt rationalem sup̄ficiē necesse ē ut superficies .g.m. ideoq̄ p.16. linea .n.g. sit rationalis. Cūq̄ ambo quadrata partiū huius linee p̄ter accepta sint mediale erit superficies .e.n. medialis & p.20. linea .f.n. rationalis i potētia tantū .at quia portiones predictę linee sūt incommensurabiles i potētia : erit superficies .e.l. incommensurabilis superficiē .m.l. ideoq̄ & linea .f.l. linee .l.n. potentior igit̄ ē per primā p̄tē .14. linea .f.n. linea .n.g. i quadrato linee sibi incommensurabilis . per diffinitionē itaq̄ binomii quiti conclude propositum.

Propositio .59.

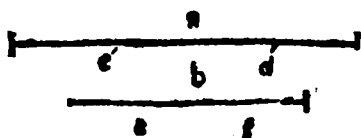
Quotiens adiūcta fuerit linee rationali sup̄ficies rectangula equalis q̄drato linee potentis i duo mediale eiusdē sup̄ficiē lat⁹ scđm binomium sextū esse conuincitur.

¶ In hac .59. sit linea .a.b. linea potens supra duo mediale : que autem preter hec sunt sicut supra maneat & erit tunc linea .f.g. binomium sextum qđ ignorare non poteris si premisso eiusq̄ qđ .35. p̄ponit inemor non fueris : & sic patet i hac nostra itentio.

Propositio .60.

Mnis linea cuiuslibet binomiorum communicās sub eadem specie binomium esse probatur.

¶ Sit linea .a.b. binomium cuius utis speciei : sitq̄ linea .b. sibi communicans in longitudine : dico lineam .b. esse binomium eiusdē speciei cui⁹ .a. sicut enī binomiales portiones .a.c. & .d. eruntq̄ ambe rationales in potētia tantū cōcantes per .30. linea uero .b. diuidat̄ p.12. sexti s̄m p̄portionē .c.ad.d. i.e. & .f. eritq̄ p̄ coniunctam & eueriam & permutatā p̄portionalitatē .c.ad.e. & .d.ad.f. sicut .a.ad.b. cum sint igitur .a. & .b. cōcantes : erunt etiam per primā partē .10. c. & .e. itemq̄ .d. & .f. cōcantes . si igitur fuerit .c. rationalis in potētia tantū erit & .e. si autem i longitudine & .e. Eodēq̄ modo si .d. est rationalis in potētia tantum uel etiam i longitudine tantū . erit quoq̄ & .f. similiter & ex .12. si potentior est .c.d. quadrato linee sibi commensurabilis in longitudine uel si forte incōmensurabilis erit & .e. potentior .f. in quadrato linee sibi cōmensurabilis uel etiā incōmensurabilis : necesse ē ex diffinitionib⁹ sex speciez binomioz ut eiusdē speciei binomii sint .a. & .b. Si autē linea .b. cōcēt binomio .a. i potētia tantū erit etiā & sic linea .b. binomium autē eiusdē speciei nō est necessariū imo impossibile est ut ambe simul cadant sub prima specie binomioz uel sub scda quarta uel quinta . s̄ necesse ē ut ambo cadāt sub primis trib⁹ aut ambo sub trib⁹ postremis : unū enī eorū esse i aliqua ex trib⁹ primis speciebus & aliud i aliqua ex trib⁹ postremis est impossibile . cum enī .a. cōcēt cū .b. i potētia tantū .c. quoq̄ cū .e. & .d. cū .f. cōcabit tantū i potētia ex .10. Si igit̄ alterutra duarū lineaz .c. & .d. fuerit rationalis i longitudine non erit sua p̄par ex lineis .e. & .f. rationalis i longitudine . Non ē itaq̄ possibile ut .a. & .b. cadāt simul sub aliqua ex illis speciebus binomioz in quibus altera duarū



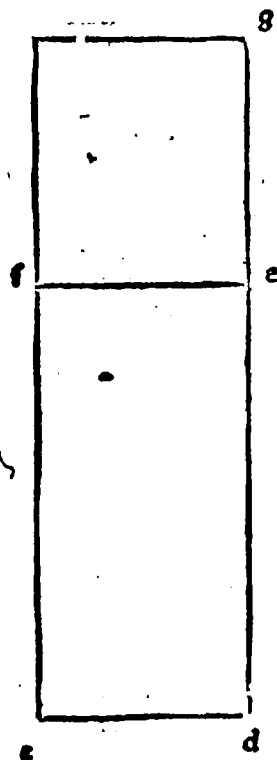
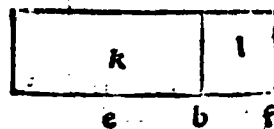
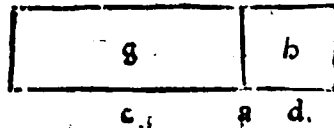
portionū binomii est rationalis i longitudine. hec aut species sūt prima & scda quarta & quinta. At uero qā p. 12. due linee. c. & e. simul potēiores sūt duab² lineis. d. & f. i quadratis duarū linearū sibi i longitudine cōmunicatiūz aut icōi cantū: necesse est ut ambo binomia. a. & b. simul cadāt sub primis tribus speciebus binomiorū: aut simul sub trib² postremis ex diffinitione ipsarū specierū. Lineā aut. b. qd dubitas esse binomiū cū sint. eni. c. & e. cōicātes i potētia tantū similiter quoq. d. & f. sint aut. c. & d. rōnalis i potētia: cōiūcīf. e. & f. esse rōnāles i potētia tantū: que qā nō cōicant i longitudine sicut nec eis propor. tiones. c. & d. ipse pponunt idubitanter binomiū per. 30. huius.

Propositio. 61.

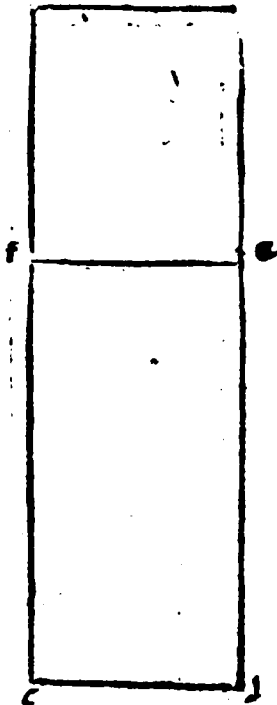
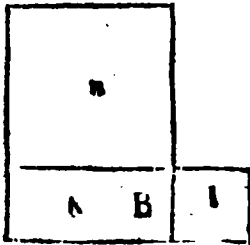
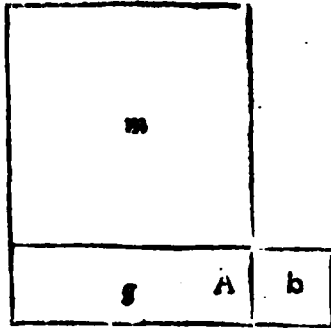


Quoniam linea alterutri bimedialiū cōmēsurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

¶ Veritatem habet quod dicitur siue in longitudine siue etiam in potētia tantū communicet aliqua linea alterutri bimedialiū. Sint enim due linee cōmunicantes. a. & b. quouis duorū modorū predictorū. sitq. a. bimediale primum uel scdm dico qd etiam. b. est bimediale primum uel scdm prout fuerit. a. Diuiso enim. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur per. 31. & 32. que sint. c. & d. b. quoq. diuisa in. e. & f. fm proportionem. c. ad. d. ut docet. 12. iexti positaq. g. superficie contenta sub. c. & d. & k. sub. e. & f. Et posito. h. quadrato. d. & l. f. erit per rōnū etiam & euerla & permixtam proportionalitatem quēadmodum in premissa c. ad. e. & d. ad. f. sicut. a. ad. b. sicut igitur ex positione. a. & b. sint cōmunicātes siue hoc sit in longitudine siue in potētia sic. c. & e. itemq. d. & f. similiter erunt cōmunicantes. At quia. c. & d. sunt mediales potētia tantū cōmunicātes: sequitur ex. 21. ut. e. & f. sint etiam mediales & ex. in potētia tantū cōicantes cum ipse per ypothesim sint proportionales. c. & d. cūq. sit per primā iexti g. ad. h. sicut. c. ad. d. & k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. h. sicut. k. ad. l. & permixtatim. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. h. est cōmunicans. l. eo qd duo eorūz latera que sunt. d. & f. cōmunicant i longitudine uel in potētia fm qd. a. & b. in alterutro eorū cōmunicant. sequitur ex. 30. ut. g. & k. quoq. sibi inuicē comunicent erit igitur. k. rationalis aut medialis prout fuerit. g. ex diffinitione superficies rationalis aut. 21. In hoc enim tantū differt bimediale primum a bimediale secundo qd portiones bimedialis primi in quas scdm suum terminūz diuiditur continent superficiem rationalem: bimedialis autem scdm mediatem. Si igitur. a. fuerit bimediale primum erit superficies. g. rationalis quare & k. & ideo. b. bimediale primum per. 31. Quod si. a. fuerit bimediale scdm erit superficies. g. medialis ob hoc etiam. & k. b. itaq. per. 32. erit bimediale scdm qd re constat propositum. Idem aliter ad lineam rationalem. c. d. posita. a. alterutro bimedialiū & b. sibi in longitudine uel potētia cōmunicant: adiungatur superficies. c. e. equalis quadrato. a. & f. g. equalis quadrato. b. eruntq. superficies. c. e. & f. g. cōmunicantes eo qd quadrata eis equalia que sunt quadrata linearum. a. & b. sunt cōmunicantia ex ypothesi: ex prima igitur iexti & 10. huius: necesse est duas lineas. d. e. & e. g. esse cōmunicantes: & quia si a. fuerit bimediale primum linea. d. e. erit binomium scdm per. 55. ideoq. e. g. etiam binomium scdm per premissam quare latus tetragoniciū superficiesi f. g. & ipsum est. b. bimediale primum per. 49. at uero si. a. fuerit bimediale secundum linea. d. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. est binomium tertium per premissam quare & latus tetragoniciū superficiesi. f. g. ipsum ē b. bimediale scdm per. 50. Manifestum est igitur uerum esse qd proponitur.



Propositio 62.



Mnis linea cōicans linee maiori: est linea maior.

¶ Et hec quoq; ueritatē habet . si utrolibet modo cōicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto enī .a. linea maior .b. uero quouis sibi cōicans modo: erit .b. linea maior. Diuisa nāq; .a. i eas portiones ex quib; constat p .33. que sunt .c. & .d. & .b. fm earū proportionē in .e. & .f. positoq; q; .g. sit superficies p̄tenta sub .c. & .d. & .k. sub .e. & .f. & .m. & .h. sit quadrata .c. & .d. at .n. & .l. e. & .f. erit .m. ad .h. sicut .n. ad .l. per scdm ptē .18. sexti & coniunctim .m. & .h. ad .h. sicut .n. ad .l. ad .l. & permutatim .m. & .h. ad .n. & .l. sicut .h. ad .l. quia ergo .h. cōicat cum .l. eo q; .d. cōicat cū .f. aut i longitudine atq; i potētia put .a. cōicat cū .b. sequit̄ ut ambo quadrata .m. & .h. pariter accepta cōmunicent cū ambob; quadratis .n. & .l. pariter acceptis .cū itaq; duo prima pariter accepta sunt rationale p .33. erunt quoq; & duo postrema rationale p diffinitionē. At quia sup̄ficiē .k. necesse ē esse mediale sicut .g. ex .21. lineāq; .e. & .f. ēē incommensurabiles in potentia sicut .c. & .d. ex .10. concludit̄ p .33. lineam .b. ēē lineā que dicitur maior qd' ē ppo itū. ¶ Idē aliter .cū sit .a. linea maior cui .b. cōicat siue hoc fuerit i longitudine siue i potētia: sumpta linea rationali que sit .c. d. adiungatur sup̄ficies ei .c. e. equalis quadrato linee .a. deinde .f. g. equalis quadrato linee .b. cū igit̄ quadrata duarū linearū .a. & .b. sunt cōicantia ex ypothesi: erit sup̄ficies .c. e. cōicans sup̄ficiē .f. g. idē q; p primā sexti & 10. hui; lineā .d. e. lineē .e. g. i longitudine .at q; ex .57. lineā .d. e. ē binomiū quartū erit quoq; p .60. lineā .e. g. binomiū quartū: igit̄ ex .51. lineā .b. potens i sup̄ficiē .f. g. est linea maior.

Propositio .63.



I qua linea linee potēti i rationale & mediale cōmunicet ipsa i rationale & mediale potēs esse comprobatur.

¶ Verum quoq; est q; qualitercūq; linea aliqua sit cōmunicans potēti i rationale & mediale siue i longitudine siue i potentia tantum ipsa etiam est potens i rationale & mediale: qd' sicut prius duplici modo probatur: necesse est autem quantum ad primum modum ut sicut due lineē .c. & .d. sunt i potentia incommensurabiles .ita sunt etiam .e. & .f. p .10. Et quēadmodum .g. est sup̄ficies rationalis: nam tale continet portiones lineē potēti i rationale & mediale .ita etiam per diffinitionem sit .k. rationalis & quēadmodum duo quadrata .m. & .h. pariter accepta sunt mediale: sicut etiam per .21. duo quadrata .n. & .l. pariter accepta erunt mediale: igitur ex .34. .b. est potens in rationale & mediale . quantum autem ad scdm modum necesse est ex .58. ut lineā .d. e. sit binomiū quintum .ideoq; & per .60. lineā .e. g. est binomiū quintum: quare per .52. latus tetragonum sup̄ficiē .f. g. qd' est .b. erit linea potens in rationale & mediale: qd' est p̄positum.

Propositio .64.



Mnis linea cōmunicans potēti in duo medalia: ipsa quoq; potens est in duo medalia.

¶ Hec quoq; manentibus eisdem dispositione & positionibus eo duplici modo quo premissa: probabitur uera esse siue in longitudine siue in potentia cōmunicet linea .b. cum linea .a. potēti in duo medalia . Quantum etiam ad primum argumentationis modum erit per .35. sup̄ficies .g. medialis . ideoq; & .k. per .21. cum cōmunicet ei: duo quoq; quadrata .m. & .h. pariter accepta erunt ex eadem .35. mediale: idē q; duo .n. & .l. pariter accepta per .21. at quia duo quadrata .m. & .h. pariter accepta ex predicta .35. sunt incommensurable duplo sup̄ficiē .g. sequitur per .50. & nostras positiōes ut duo quoq; .l. & .n. pariter accepta sunt incommensurable

duplo superficiei. k. cuiusq. line. e. & f. incommensurabiles i potetia quemadmodum
c. & d. erit ex. 35. linea. b. potes i duo medialia quatuor aut ad scdm solite argu
mentationis modum erit p. 59. d. e. binomium sextum. ideoq. etia per. 60. linea. g. g
erit binomium sextum quare per. 53. latus tetragonum superficiei. f. g. qd' est b.
erit potes i duo medialia quod est propositum.

Propositio .65.

Si due superficies quax altera rationalis altera uero me
dialis cōiungantur: linea potens in totam superficiem
inde compositam aliqua erit quatuor irrationalium
linearum uidelicet aut binomium aut bimediale pri
mū aut linea maior aut potens in rationale & mediale:

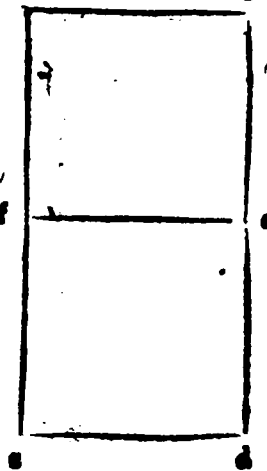
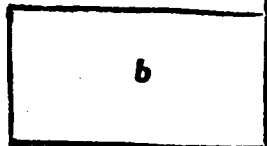
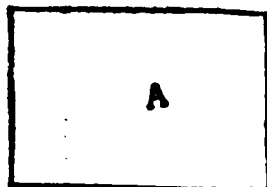
¶ Vt si a. sit rationalis superficies & b. medialis erit linea potens in tota a. b. ali
qua premissarū quatuor. Sit eni linea. c. d. rationalis cui adiungatur. c. e. equa
lis. a. & f. g. equalis. b. eritq. ex. 16. linea. d. e. rationalis i longitudine cōicans li
nee. c. d. rationali posite & ex. 20. linea. e. g. rationalis i potetia tantum & ex. 30
linea. d. g. binomium cuius cuq. altera binomialiū portionū que est. d. e. sit ratio
nalis i longitudine cōicans linee rationali posite que est. c. d. ipsum erit ex diffi
nitione specierū binomii aut binomii primū aut scdm aut quartū aut quintū:
tertium aut aut sextū non erit ex diffinitione. itaq. ex. 48. 49. 51. & 52. linea po
tens i tota. c. g. que ē equalis duabus simul. a. & b. erit aut binomium aut bime
diale primū: aut linea maior aut potens i rationale & mediale: qd' est propo
situm: bimediale uero secundum aut potens i duo medialia non erit: quoniam
si esset bimediale secundum: esset ex. 56. linea. d. g. binomium tertium qd' si esset
potens i duo medialia esset ex. 59. linea. d. g. binomium sextum. sed neutrum erat:
unde patet nostra intentio. Propositio .66.

Cum coniuncte fuerint due superficies mediales inco
mensurabiles linea potens i totam superficiem alteru
tra erit duarū irrationaliū linearū uidelicet aut bimedia
le secundum aut potens i duo medialia.

¶ Vt si a. & b. sint due superficies mediales incommensurabiles. si enim essent com
mensurabiles esset cōposita ex eis medialis ex. 9. & 21. quare & linea potens in
ea medialis ex. 19. dico q. linea potens in composita ex ambabus erit aut bime
diale scdm aut potes i duo medialia. Sit quidē linea. c. d. rationalis: superficies
uero sibi adiuncta. c. e. equalis. a. & superficies. f. g. equalis. b. eritq. ex. 20. li
nea. d. e. similiter quoq. linea. e. g. rationalis i potetia tantū: cūq. superficies. c.
e. & f. g. sint incommensurabiles sicut a. & b. eis equales. ideoq. linee. d. e. & e.
g. ex prima sexti & 10. huius: erit ex. 30. linea. d. g. binomium cui' cū utraq. bi
nomialium portionum que sunt. d. e. & e. g. sit incommensurabilis linee rationali
posite que est. c. d. ipsum erit ex diffinitione binomium tertium aut sextum: linea er
go potens i tota. c. g. equalem composita ex. a. & b. erit ex. 50. & 53. aut bime
diale secundum aut potens i duo medialia: quod est propositum.

Propositio .67.

Cum posita fuerit linea binomialis ceteraq. irrationales
sequētes eam: non erit earū aliqua sub termino alteri
¶ Vult q. si linea aliqua ut a. fuerit aliqua ex sex phabitis lineis ir
rationalib' que sūt binomium & ei' quinque comites ipsa nō erit ali
qua aliarū. Si eni quadrato ei' equalis superficies adiungatur ad li
neam rationalem. b. c. que sit. b. d. siquidē a. fuerit binomium: erit ex. 54. linea. c. d.



binomium primū: que si fuerit bimediale primū: erit .c.d. ex .55. binomium scđs si aut bimediale scđm: erit .c.d. ex .56. binomium tertū. Et si linea maior erit .c.d. ex .57. binomium quartū. Ac si potēs i rationale & mediale. aut si potēs i duo medalia: erit ex .58. c.d. binomium quintū: aut ex .59. binomium sextū: & quia impossibile est .c.d. esse simul sub diuersis speciebus binomiorū a diffinitione est i possibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex prehabitarū linearū irrationalium. De linea aut mediali cōstat q̄ ipsa quoq; non sit aliqua sex sequentiū uidelicet neq; binomiu neq; aliqua ex ipsius comitib⁹. cū enī superficies equalis q̄ drato linee medialis adiungitur ad lineam rationālē: latus eius scđm est rationale i potentia ex .20. cum autē superficies equalis quadrato binomii aut alius cuius suay comitū: latus eius scđm est binomiu aut primū aut scđm & sic de ceteris per .54. & .5. eā sequētes quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia. per .30. Cū igitur sit impossibile eandem lineam esse rationālē i potentia & irrationālē tā in longitudine q̄ i potentia: nimiu impossibile lineas mediales aut aliquam ex quinorū suis cominibus.

Propositio .68.

Si linea de linea abscindatur fuerintq; ambe potentialiter tantum rationales communicantes: reliqua linea erit irrationalis diceturq; residuum.

¶ Sit linea .b.c. abscisa ex .a.b. sintq; ambe rationales tantum potentia cōcantes quales docuit inuenire .17. & .18. & hec sunt que componunt binomium. dico q̄ .a.c. reliqua est irrationalis & ipsa uocatur residuū. constat enī ex .7. scđi q̄ quadrata duay linearū .a.b. & .b.c. piter accepta que componunt superficiem rationalem ex hypothesi & diffinitione rationalis superficies & .9. huius tantum sunt quantum duplū superficiē .a.b. & .b.c. ut cū quadrato .a.c. cūq; ex .19. superficies .a.b.i.b.c. sit medialis. ideq; & duplū est mediale per .21. & .15. irrationālē per .19. sequitur ut ambo quadrata duay linearū .a.b. & .b.c. piter accepta sint incōmensurable duplo superficiē unius earum in alteram: quare per .9. & quadrato lineē .a.c. ex diffinitione igitur quadratum lineē .a.c. est irrationale cum ipsum sit incōmensurable rationali uidelicet duobus quadratis duarum linearū .a.b. & .b.c. pariter acceptis: itaq; etiam ex diffinitione linea .a.c. est irrationalis quod est propositum. Exemplis iter in figura esto superficies .e.g. equalis duobus quadratis duarum linearū .a.b. & .b.c. piter acceptis: et itaq; rationalis. itemq; sit superficies .d.f. equalis duplo superficiē unius in alteram: et itaq; ex .19. medialis & erit ex .7. scđi superficies .f.g. equalis quadrato lineē .a.c. cūq; superficies .e.g. sit incōmensurabilis superficiē .d.f. eadem erit ex .9. incōmensurabilis .f.g. quare .f.g. irrationalis & eius tetragonum latus .a.c.

Propositio .69.

Si fuerit linea de linea abscisa fuerintq; ambe mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes reliqua linea erit irrationalis diceturq; residuum mediale primū.

¶ Sit linea .b.c. abscisa ex linea .a.b. sintq; ambe quales pponit q̄s ex .24. reperiēs & hec sūt que cōiungūt bimediale primū. dico q̄ reliqua linea .a.c. erit irrationalis & ipsa dicitur residuū mediale primū. Erunt enī ambo earū quadrata pariter accepta mediale: duplū uero sup̄ficiē unius i alterā rationale. itaq; ambo q̄drata piter accepta incōmensurable sunt duplo sup̄ficiē unius i alterā q̄a itaq; ambo quadrata piter accepta pponūt ex duplo sup̄ficiē unius i alterā & q̄drato lineē .a.c. legi p .9. ut quadratū lineē .a.c. sit incōmensurable

duplo superficiem unius in alteram quare tam ipsum quadratum q̄ latus eius
 $a.c.$ est irrationale per diffinitionē constat ergo ppositus. Quod quāmodū
 in premissa si libet potes declarare exēplariter i figura. ¶ Aliter idē sic: sit line
 $a.d.e.$ rationalis in longitudine: cui adiungat superficies $d.f.$ equalis duplo supfi
 ciei unius i alterā & superficies $g.e.$ equalis ambobus quadratis pariter acce
 ptis. eritq; per .7. scđi superficies $f.g.$ equalis quadrato lineę $a.c.$ cū itaq; p.ypo
 thesi sit superficies $e.g.$ medialis erit per .20. lineę $d.g.$ rationalis i potentia tan
 tum. cum uero sit superficies $e.h.$ rationalis per ypothesim erit ex .16. lineę
 $d.h.$ rationalis in longitudine: itaq; per .8. lineę $g.h.$ est residuum & irratio
 nalis ideoq; per .16. a destructione consequentis superficies $f.g.$ est irrationa
 lis & eius latus tetragonici quod est $a.c.$ est irrationale. Et sic p3 ppositū.

Propositio .70.



I linea de linea siue fuerintq; ambe mediales potētia
 liter tantū cōicantes cōtinētēsq; mediale: reliqua linea
 erit irrationalis diceturq; residuum mediale secūdū.
 ¶ Sit hic quoq; lineę $b.c.$ abscissa ex lineę $a.b.$ uterq; aut $a.b.$ &
 $b.c.$ sit ut proponitur & ipse per .26. reperiuntur & sunt que cō
 ponunt bimediale scđm: dico q; lineę reliqua que est $a.c.$ est irrationālis & ipā
 dicitur residuum mediale scđm. Sunt enim ex ypothesi & .21. ambo quadrata
 duarum linearum $a.b.$ & $b.c.$ pariter accepta mediale. similiter quoq; duplū
 superficiem unius in alteram est mediale. Cum itaq; ex .22. mediale non diffe
 rat a mediali nisi in irrationali: erit quadratum lineę $a.c.$ i quo per .7. scđi duo
 quadrata $a.b.$ & $b.c.$ pariter accepta excedunt duplum superficiem unius in al
 teram irrationale quare & lineę $a.c.$ irrationālis. Figurali quoq; exemplo pate
 fieri potest istud ut prius. Si enim sit $e.g.$ equalis ambobus quadratis $a.b.$ &
 $b.c.$ similis & $d.f.$ duplo superficiem unius in alteram erit $f.g.$ per .7. scđi equa
 lis quadrato $a.c.$ que cum sit differentia superficiem unius medialis $e.g.$ ad su
 perficiem medialem $d.f.$ ipsa est irrationalis per .22. & eius tetragonici la
 tus $a.c.$ irrationale. ¶ Idem aliter Sit lineę $d.e.$ rationalis cui adiungatur superfi
 cies $d.f.$ equalis duplo superficiem unius in alteram & $e.g.$ equalis ambobus q̄
 dratis pariter acceptis. eritq; per .7. scđi $f.g.$ equalis quadrato $a.c.$ quia uero
 $e.g.$ est medialis erit ex .20. lineę $d.g.$ in potentia tantum rationalis. Similiter
 quoq; cum $e.h.$ sit medialis erit ex eadem lineę $d.h.$ rationalis: similiter in po
 tentia tantum. Et quoniam $a.b.$ & $b.c.$ sunt incommensurabiles in longitudine
 ideoq; quadratum utriusq; earum superficiem unius i alteram: & propter hoc
 ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi communicent. sunt quo
 q; incommensurabiles duplo superficiem unius in alteram: sequitur ut $e.g.$ sit
 incommensurabilis $h.e.$ quia propter lineę $d.g.$ lineę $d.h.$ igitur ex .6. lineę g
 $h.$ est residuum & irrationalis. ideoq; per .16. a destructione p̄tis superficies
 $f.g.$ irrationalis & eius latus tetragonici $a.c.$ irrationale.

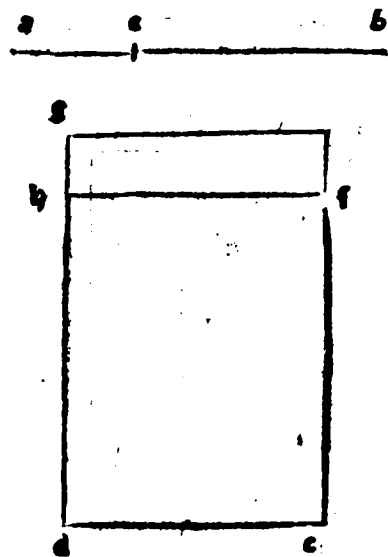
Propositio .71.



I linea de linea detrahatur fuerintq; ambe potentiali
 ter incōmensurabiles cōtinētēsq; mediale quadrataq;
 earum ambo piter accepta rationale: reliqua linea erit
 irrationalis uocabiturq; minor.

¶ Si sint $a.b.$ & $b.c.$ quales proponitur que per .2.7. reperiuntur & componūt
 lineam maiore erit lineę $a.c.$ irrationalis & ipsa ē que dicitur lineę minor: qđ
 qui premissa firmiter tenuerit p̄solutionēsq; diligenter attenderit duplici modo
 ut antecedentes facile probabit.

Propositio .72.





Si linea de linea demat fueritq; abe potēcialiter icōmē-
surabiles supficiēq; rōnalē cōtinētes q̄drataq; earum
ambo piter accepta mediale: linea reliqua erit irratio-
nalis dicetq; iūcta cū rationali cōponēs totū mediale.

¶ Et hoc quoq; nescire nō pōt q; priora nouerit nisi a memoria exciderit: quo-
niā positis lineis .a. b. & .b. c. de q̄libet pponit q; & p. 28. repiunt linea potētē
i rōnale & mediale pponit: sit .a. c. reliqua irrōnalis ipsa dicet que iūcta cū rō-
nali cōponit totū mediale. **Propositio .73.**



Si linea a linea detrahaf fueritq; abe potēcialiter icōmē-
surabiles supficiēq; mediale cōtinētes q̄drataq; earū
ambo piter accepta mediale duplo superficiē alteri
i alteram icōmēsurabile: reliqua linea erit irratiōna-

lis diceturq; iūcta cum mediāli faciens totum mediale.

¶ Sit etia hīc .a. b. & .b. c. quales pponit que p. 29. repiunt & ipi sunt que cō-
ponūt lineā potētē i duo mediaia eritq; .a. c. reliqua irrōnalis dicta que iū-
cta cū mediāli pponit totū mediale qd̄ ut facile premīssa duplici argumētatio-
ne cōcludas pcessu 70. moneo diligēter attendas: ē aut premittēdū hīc aīn
necessariū ad demonstrationes sequentiū qd̄ est propositum.

¶ Si fuerint quatuor quantitates differentia prime quarum ad
secūdam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia pri-
me ad tertiam sicut secunde ad quartam:

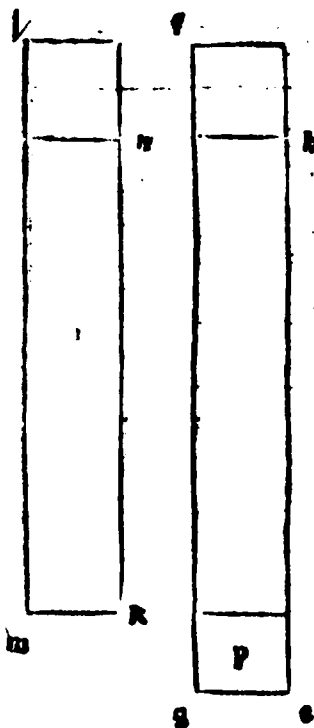
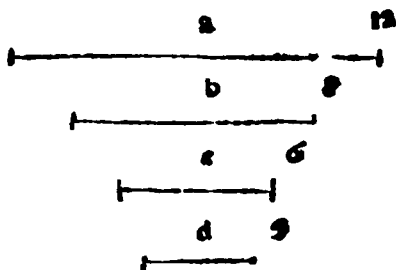
¶ Intelligendū est hoc: de q̄titatib; eodē modo relatis ut cū prima maior fue-
rit secūda sic quoq; tertia maior quarta cū uero minor & minor. Exēpli grā
sit dīa .a. ad .b. sicut .c. ad .d. dico q; erit .a. ad .c. sicut .b. ad .d. ē enī p hac coes-
ai pceptionē dīa extremorū pposita ex differentis ipsoz ad media dīa .a. ad .c.
pposita ē ex ea que ē .a. ad .b. & ea que ē .b. ad .c. at ea que ē .b. ad .d. p eandem
pceptionē pponit ex ea que ē .b. ad .c. & ea que ē .c. ad .d. & quia ex ypothēsi ē
dīa .a. ad .b. sicut .c. ad .d. ea uero que est .b. ad .c. est cōis sequit p cōem sciām
ut sit .a. ad .c. sicut .b. ad .d. qd̄ ē propositum.

Propositio .74.



Nulla linea nisi una tantū residuo cōiungi pōt ut sint
ambe sub termino eaz; que erunt ante separationem.

¶ Sit linea .a. c. residuū que fuerit reliq; abscīsa .b. c. ex .a. b. erunt
q; .a. b. & .b. c. rōnales tantū potētia cōicātes ex. 68. dico q; ipsa .a.
c. nulli alii lineē q; .b. c. poterit pponi sub hac diffinitionē neq; ma-
iori .b. c. neq; minori .b. c. Si aut pōt cōponat cū .c. d. indifferētiori aut mior-
ri q; .c. d. eruntq; ob hoc ambe lineē .a. d. & .d. c. rōnales i potētia tantū cōicātes:
qa ergo ex. 7. icdī q̄drata ambaz; lineaz; .a. b. & .b. c. piter accepta excedunt
duplū supficiēi unī eaz; i alterā i q̄drato .a. c. similiter quoq; q̄drata duarū li-
neaz; .a. d. & .d. c. piter accepta excedūt duplū supficiēi unī ipaz; i alterā in q̄-
drato eiusdē .a. c. sequit ex premissis antecedēte ut dīa duoz; q̄dratoz; duaz;
lineaz; .a. b. & .b. c. piter accepta ad duo q̄drata duaz; lineaz; .a. d. & .d. c. piter
accepta sit sicut dīa dupli supficiēi .a. b. i .b. c. ad duplū supficiēi .a. d. i .d. c. cū
aut sint duo q̄drata utriusq; sectionis pariter accepta rōnale ex ypothēsi: duplū
uero supficiēi unius i alterā portionū utriusq; sectionis mediale per ypothe-
si. 19. erit una & eadē dīa duaz; superficiez; rationaliū & duarum mediāliūz;
hoc autem est impossibile: rationales enim superficies non differant nisi in ratiō-
nali superficiei: ut p3 p diffinitionē ratiōalis superficiei & p. 9. mediālis autē



non differt à mediali nisi in rationali superficie per. 22. Hoc autem sit manifestius in figura sic. Sit enim superficies. e. f. adiuncta ad lineam. e. g. equalis ambobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. At. g. h. sit equalis duplo superficie unius in alteram eritq. f. h. equalis quadrato linee. a. c. ex. 7. scd. similiter quoq. sit. k. l. adiuncta ad lineam. k. m. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis & m. n. sit equalis duplo superficie unius in alteram. eritq. ex. 7. scd. n. l. equalis quadrato linee. a. c. Ideoq. etiam equalis. h. f. est itaq. differentia. e. f. ad. g. h. sicut. k. l. ad. m. n. quare per a. n. premissum erit permutatim differentia. e. f. ad. k. l. & ipsa sit. p. sicut. g. h. ad. m. n. & quia utraq. duarum linearum. e. f. & k. l. est rationalis utraq. uero duarum linearum. g. h. & m. n. medialis: sequitur impossibile uidelicet superficiem. p. esse rationalem & irrationalem.

Propositio .75.

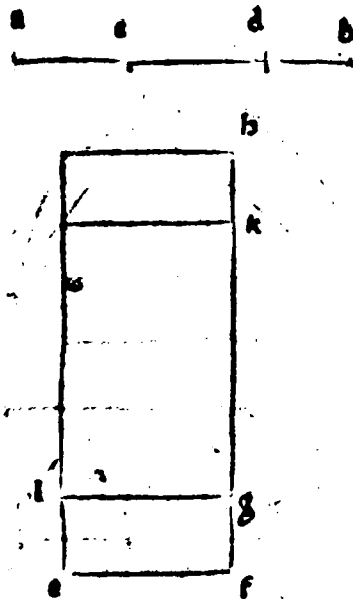


Vlla linea nisi una tantū residuo mediali priō cōiūgi pōt ut sint ābo sub termino earū q̄ erāt ante separationē
¶ Hec quoq. pbabitur simili modo. Sint enim i utraq. sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplū uero superficie unius in alteram rationale & quia ut prius eadem est differentia quadratorum unius sectionis ad quadrata alterius que ē dupli superficie unius ad duplum superficie alterius erit una & eadem superficies differentia duarū mediarum & duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio. .76.



Vlla linea residuo mediali secūdo cōiūgibilis ē ut sub termino earū fiāt nisi tantū que ab ea ante separata erat
¶ Sit enim. a. c. residuum mediale scd. que fuit residua abscissa. b. c. ex. a. b. eruntq. ex. 70. duæ linee. a. b. & b. c. mediales potentia tantum communicantes mediale continentes dico q. ipsa. a. c. nulli linee alii q. c. b. sub hac diffinitione coniungi potest. Sin autem coniungatur linee. c. d. sitq. linea. e. f. rationalis in longitudine ad quam coniungatur superficies. e. h. equalis quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis & e. k. equalis quadratis linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis a qua abscindatur. e. g. equalis quadrato linee. a. c. eritq. per. 7. scd. superficies. l. h. equalis duplo superficie. a. b. in. b. c. & l. k. per eandem sit equalis duplo superficie. a. d. in. d. c. quia ergo quadrata ambarum partium prime sectionis sunt mediale & duplum etiam superficie mediale incommensurabile duobus quadratis pariter acceptis: que nescire diligens geometra non poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies. e. h. medialis cum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acceptis & superficies. l. h. medialis cum ipsa sit equalis duplo superficie unius in alteram: per. 20. igitur est utraq. duarum linearum. f. h. & g. h. rationalis in potentia tantum. & quia una est incommensurabilis alii: eo q. superficies. e. h. est incommensurabilis superficie. h. l. sicut duo quadrata duplo superficie: erit ex. 68. linea. f. g. residuum quare linea. f. g. que est residuum componitur linee. g. h. ut sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Similiter quoq. probabis eandem. f. g. cum linea. g. k. componi eadem conditione medianibus superficiebus. e. k. & k. l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis: & secunda duplo superficie unius in alteram: quod est impossibile per. 74. & hic modus demonstrationis potest esse communis. 75. ceterisq. quatuor sequentibus eam.



Propositio -77-

Vlla linea minori coniungibilis ē ut sub termino suo
fiant nisi tantū que ante sibi abscisione coniungebat.

Entellige qd linea minor qd si obliq^s es p^rale. 21. & line obiecti
one cludes ppositū. Si quēadmodū i. 74. pcesseris: poteris qz si
libuerit quēadmodū i. 76. pcedere. Propositio . 78.



In ea que coniuncta eſt rationali facit totum mediale niſi uni tantū cōponi non pōt ut ſub ea terminatio fiat.

¶ Quid sit linea q̄ pponit̄ ex. 72. didicisti. cū ergo de ea uolue-
ris quod p̄ hāc. 78. dicīt demonstrare a p̄cessu. 75. i quoq̄ nō de-
uias. s3 sicut i. 76. si te delectauerit igit̄o duce poteris p̄cedere.

Leslie, John, 1891-1968. *See* *Leslie, John, 1891-1968. The life of John Leslie, 1891-1968.*

Inee que iuncta cum mediali facit totum mediale nisi una linea tantum iungi nequit ut sub earum termino fiant que erant ante separationem.

Huius linee que iuncta cum mediali componit totum media-
le m̄gra est. 73. de qua qd' hec. 79. enūciat sic cōcludere cogēris
sicut de residuo mediali scdo qd' per. 76. enunciatur est conclusisti.

¶ **Q**uod si fuerit una linea rationalis altera uero residua adiecta
quod ipsi residuo lineae aliqua secundum ci terminum si fuerit totum inde com-
positum potest linea adiecta in quadrato lineae ipsi toti coincidentis
in longitudine fueritque idem totum posite rationali lineae in longitudine com-
mensurabile quod positum erat dicet residuum primum. Si uero linea ad-
iecta posite rationali coincidet in longitudine dicet residuum secundum. Quod
si fuerit utraque rationalis posite in longitudine incommensurabilis uoca-
bis residuum tertium. Si fuerit tota linea potestior adiecta augmento
quadrati lineae ipsi toti incommensurabilis eademque tota posite rationali
coincidet in longitudine nuncupabis residuum quartum. Si uero linea
adiecta posite rationali coincidet in longitudine uocabis residuum quin-
tum. Quod si fuerit utraque posite rationali in longitudine incommensurabilis
appellabis residuum sextum. **Propositio .80.**



Esiduum primum inuestigare.

RAb inuentione omnium specierum reliqui facile nos absoluat inuente
p ordine omnium specierum binomii. Na in quolibet specie binomii
minor portio abscidat de maiori linea reliqua erit residuum similis
speciei ut patet ex definitionibus tam binomii quam residui propriis tamen in
uentionibus residui assistentes sic igitur primum. Sit linea .a. rationalis posita cui com-
mensurabilis est longitudo. Sumat .b. c. sitque .e. numerus quadratus diuisus in .f. non qua-
dratus. & in quadratum .g. sitque proportio quadrati linee .b. c. ad quadratum linee .c. d. sicut
e. ad .f. eritque per ultimam proportionem .c. d. rationalis et potentia tantum cum itaque sit .c. b. potentior
c. d. in quadrato linee sibi coicantis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomii
primi constat ex definitione linee .b. d. esse residuum primum. **Propositio .xi.**



Esfidum secundum patefacere.

¶ Ad habendum residuum scdm lit. a. linea rationalis posita: etq; communicans in longitudine. c. d. & sit quadratum. c. d. ad quatuor. b. c. sicut. f. ad. e. eritq; b. d. residuum scdm ex ditione: si dubitas aut positas no suas hypothesas aut biomu scdm repetitioe idiges.

Propositio .82.



Residuum tertium perscrutari.

¶ Residuum tertium sic habetur: posita ut prius. a. rationali numero. e. quadrato diuiso in. f. non quadratus. & g. quadratum assumptum. h. numero primo ad quadratum linee. a. ad quadratum linee. b. c. sicut. h. ad. e. sit quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritque ex diffinitione de quo si hesitas consule binomium tertium: linea. d. b. residuum tertium.

Propositio .83.



Residuum quartum inuenire.

¶ Hic sicut in inuentione residui primi sit linea. b. c. communicans linee. a. rationali posita: numerus autem. e. quadratus sit diuisus in. f. & g. quorum sit uterque non quadratus: sitque quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. & scies ex diffinitione si neam. d. b. esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomii quarti didiceras oblitus non fueris.

Propositio .84.



Residuum quintum demonstrare.

¶ Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c. d. cōcans linee. a. rationali posita i longitudine sicut erat i inquisitione secūdi: & erit quadratus numerus. e. diuisus in. f. & g. quorum neuter quadratus sicut i premissis: & erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. ex quibus a diffinitione concludere licet ihabita sufficiēti noticia binomii quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .85.



Residuum sextum demum presto sit reperire.

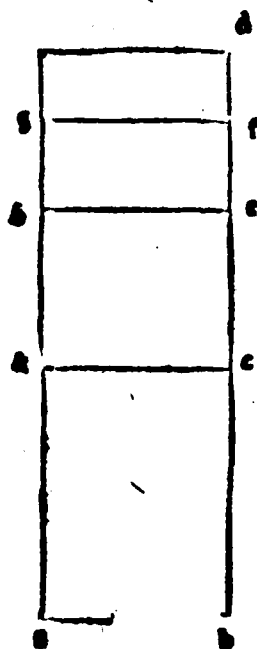
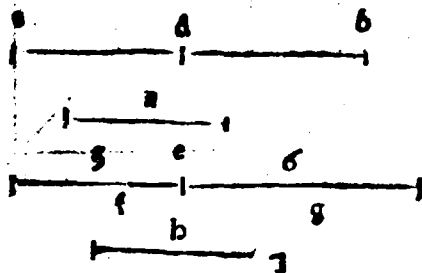
¶ Residuum sextum sic reperitur. erit ut prius linea. a. rationalis posita & e. numerus quadratus diuisus i. f. & g. non quadratos & erit. h. numerus primus & quadratum linee. a. ad quadratum linee. c. b. sicut. h. ad. e. At uero quadratum. b. c. ad: quadratum. c. d. ut. e. ad. f. eritque ex diffinitione linea. d. b. residuum sextum. cui si non plane animus tuus assensit exerce te conuenit i inuentione binomii sexti.

Propositio .86.

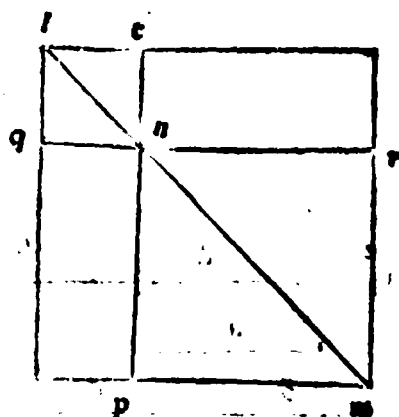


I fuerit superficies linea rationali atque residuo primo cōtenta latus eius tetragonice necesse est esse residuum.

¶ Sit superficies. a. c. cōtenta linea rationali. a. b. & residuo primo. b. c. dico latus tetragonice superficies. a. c. esse residuum: adiungatur enim ad lineam. b. c. linea. c. d. sitque illa cuius detractione. b. c. fuit residuum primum. Eritque ex diffinitione. b. d. rationalis ex longitudine & c. d. in potentia tantum. b. d. quoque erit potentior. d. c. in quadrato linee secum communicantis i longitudine. diuidatur igitur. d. c. per equalia. in e. & tota. b. d. diuidatur ea condicione i. f. g. inter. b. f. & f. d. sit. e. d. in medio loco proportionalis: eritque ex secunda parte. g. b. f. communicans in longitudine. f. d. per. 9. igitur utraque earum communicat cum tota linea. b. d. quare per diffinitiones ambe sunt rationales i longitudine: ducantur itaque linee. f. g. e. h. & c. & equidistantes. a. b. eritque per. 15. utraque duarum superficies. a. f. & g. d. rationalis sit quadratum ergo. l. m. equale superficies. a. f. eritque rationale & lat' ei' rationale i potentia. intra illud quadratum peracta diagonali linea. l. m. describas quadratum. l. n. equale superficies. g. d. eritque ipsum rationale & eius latus rationale i potentia



LIBER



protrahantur autes due linee. $m.p.$ q. $n.$ uel equidistanter lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum $p.r.$ esse equale superficiem $a.c.$ & eius lat^{us} quod est $n.p.$ est residuum. Cum uero linea $d.e.$ sit ex ypothesi medio loco pportionalis inter $b.f.$ & $f.d.$ erit ex prima sexti superficies $d.h.$ medio loco pportionalis inter duas superficies $a.f.$ & $g.d.$ ideoq; & iter duo quadrata $l.m.$ & $n.l.$ utiq; ex prima sexti sit superficies $l.p.$ medio loco pportionalis inter eade duo quadrata erit $l.p.$ equalis $d.h.$ & etiam $h.c.$ & quia quadratū $l.n.$ ē equale $g.d.$ erit $t.r.$ equale $g.c.$ totus itaq; gnomon circūscriptus quadrato $m.n.$ ē equalis $c.g.$ & quia $l.m.$ erat equale $a.f.$ relinquit $m.n.$ equale $a.c.$ q. aut $n.p.$ lat^{us} quadrati $m.n.$ sit residuum sic collige. Est eni utraq; duarū $p.r.$ & $t.n.$ rationalis i potentia eo q; utruq; quadratū $l.m.$ & $n.l.$ est rationale unaq; earum est i cōmensurabilis alii per primā sexti & 10. huius; eo q; quadratū $l.m.$ est i cōmensurabile $l.r.$ superficiem sicut superficies $a.f.$ superficiem $h.d.$ de quibus manifestū est q; ipse sunt i cōmensurabiles: est eni per primā sexti una earum ad alterū sicut linea $b..f.$ que ē rationalis i longitudie ad lineam $d.e.$ que est rationalis i potentia tantum ex 68. igitur linea $p.r.$ que potest i superficie $a.c.$ ē residuum: & hoc est quod intendimus.

Propositio. 87.

Si superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo contineatur: linea in eandem potens erit residuum mediale primum.

¶ In hac quoq; argue sicut i premissa ex diffinitione residui secundi & scda pte. 13. & nona & decimanona. & 15. & 69.

Propositio. 88.

Si linea rationali residuoq; tertio superficies cōtineatur erit linea super ea potēs residuum mediale secundum.

¶ Priori demonstrationi ille & facile concludes propositus ex diffinitione residui tertii & secunda pte. 13. & 9. & 19. & 70.

Propositio. 89.

Si fuerit superficies linea rationali residuoq; quanto contenta linea super eam potens erit linea minor.

¶ In hac quoq; nō aliter pcedas q; prius. facile eni erit ibi propositum pcludere. si premissam nō despicias ex ditione residui quarti & scda pte. 14. & 9. & 19. & 15. & 71. & sic patebit propositum.

Propositio. 90.

Si fuerit linea rationali residuoq; quinto superficies cōtenta latus eius tetragonicum erit cum rationali componens mediale.

¶ Nitere pmissa argumēratione ex diffinitione residui quinti & secunda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 72. quod propositum est concludere.

Propositio. 91.

Si linea rationali residuoq; sexto superficies contineat latus tetragonicum qd' super eam potest cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.

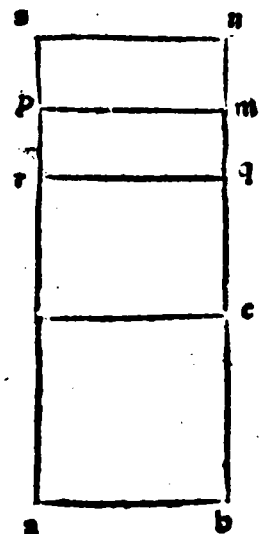
¶ Nūc quoq; ultimo quod p hanc dicitur premissa modo satage pcludere ex diffinitione residui sexti & scda pte. 14. & 9. & 19. & 73.

Propositio .92.

-92-



us scdm qd' est. b. c. necessario residuum primū. Adiciatur enim li



•93•



it residuū secundū quod nescire nō poteris si demonstrationē pre

— ۱۱۱ —

Propositio .94.



In superficies equalis quadrato residui medialis scđi applicata fuerit ad lineam rationalem: alterum latus eius residuum tertium esse conueniet:

¶ Sic etiam erit. d. e. residuum mediale scđm & sequetur ut sit. e. b. residuum tertium: qđ ut facile concludas prime demōstratiōni insistas & quales lineas conueniat esse. d. f. & f. e. ex. 70. collige.

Propositio .95.



Vm adiūcta fuerit linee rōnali supfcies equalis quadrato linee minoris lat° ei° scđm erit residuū quartū.

¶ Si fuerit. d. e. linea minor asserit hec. 95. q. b. c. erit residuū qrtū: ē aut sumēdū ex. 71. q̄les lineas ēē necesse sit. d. f. & f. e. xū. d. e. fuerit linea minor: & ē astruendū ppositū pmissio modo: excepto qđ i hac & duab⁹ sequētib⁹ necesse ē lineā. b. n. diuidi ad punctū. m. i duo incōmēsurabilia que i trib⁹ pmissis diuidebat necessario i duo cōmēsurabilia: nā i tribus pmissis fuerant due lineę. d. f. & f. e. cōicantes i potētia tātū & ideo eaz quadrata cōicātia: ppter qđ & supfcies. a. m. & p. n. quadratis earū equales cōicāres. Quapropter etiā & due lineę. b. m. & m. n. ideoq; fuit i trib⁹ pmissis lineā. b. n. potētiōr lineā. n. c. i quadrato lineę secū cōmunicāris i longitudine ex prima pte. 13. In hac aut & duab⁹ sequētib⁹ sunt due lineę. d. f. & f. e. incōmēsurabiles i potētia ut apparet ex. 71. & 72. & 73. & ideo eaz quadrata ppter qđ & supfcies. a. m. & p. n. incōmēsurabiles ppter qđ & due lineę. b. m. & m. n. incōmēsurabiles. ideoq; p primā pte. 14. tam i hac qđ i duabus sequētibus necesse ē lineā. b. n. esse potētiōrē lineā. n. c. i quadrato lineę sibi incōmēsurabilis i longitudine: cetera perquire ut prius.

Propositio .96.



I ad lineam rationalem quadrato lineę cum rationali constituentis mediale equale superficies adiungatur: latus eius secundum erit residuum quintum.

¶ Pone similiter hic lineam. d. e. esse illam que iuncta cum rationali componat totū mediale & attende ex. 72. quales lineas oportet esse. d. f. & f. e. & concludes sine offendiculo si prius habite demōstratiōni oportune insiteris lineam. b. c. esse residuum quintum.

Propositio .97.



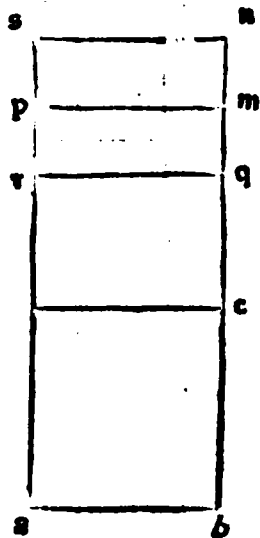
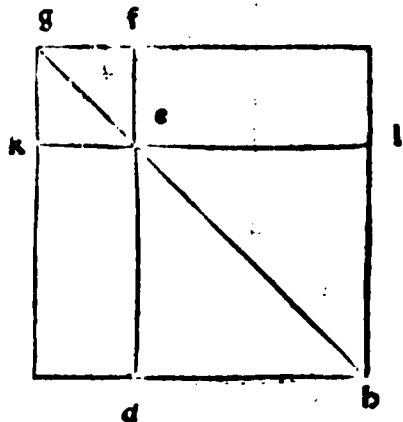
I ad lineam rationalem superficies equalis quadrato lineę cum mediali componentis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

¶ Nunc ultimo cōuenit lineā. d. e. esse illam que iuncta cū mediale cōponit totū mediale cui adiūcta lineā. e. f. que uidelicet sit illa p cui⁹ abscisiōne lineā. d. e. fuerat que pponit si q̄les lineā. d. f. & f. e. ē oportet ex. 73. didiceris priorē argumētationē firmā mēte tēueris sine oblice quoq; lineā. b. c. ēē residuū sextū pcludere poteris. si aut fortassis i aliquo rehelitare pingerit qcqd illud fuerit de qđrato. g. h. ad sibi equalē supfcie. a. n. pferēdū erit: & sic patebit ppositū nostrū. Propositio .98.



Minis linea residuo commensurabilis ipsa quoq; i termino & ordine est idem residuum.

¶ Quod. 60. & q̄tuor. eā sequētes de biomio eiusq; cōitib⁹ qnq; ppuerūt hec. 98. & q̄tuor. eā sequentes de residuo suisq; qnq;



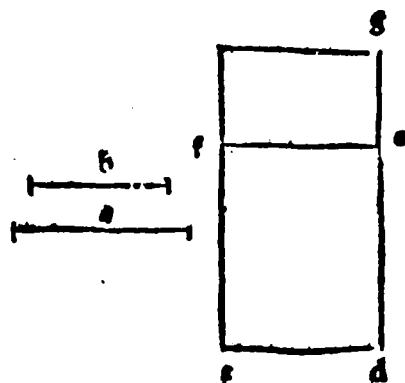
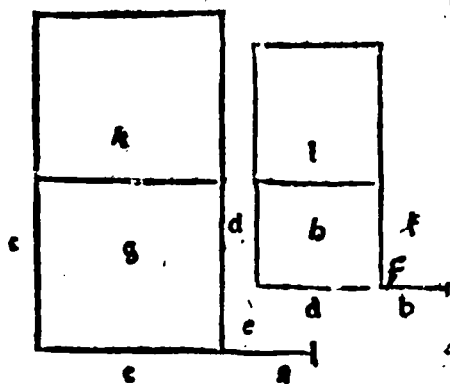
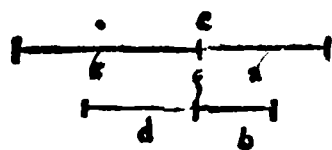
comitibus uerū esse pponuntur quibus qui usq; ad solitū habitū infiteri hās
ignorare non poterit. Quicquid autē i illis de cōicantia i longitudine & potē
tia tantū dictū est: i his quoq; idem oportet intelligi. nā omnis linea residuo cō
municās i longitudine siue i potētia tantū ipsa etiā residuum. sed si cōicat i
longitudine: non solum est ipsa residuū: sed etiā eiusdē spēi residuū. Verbi gra
tia: linea cōmunicās i longitudine residuo primo est residuū primū: & secūdo
cōicans est scdm: sic quoq; i ceteris. Quod autē linea cōicat residuo i potētia
tantum: ipsam quoq; necesse est esse residuum sed non eiusdē speciei: imo ipō
sibile est ut linea communicans i potētia tantum residuo primo aut scdo aut
tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse
est ut ambo cadāt simul sub tribus primis speciebus aut ambo simul sub tri
bus postremis. Sit itaq; exempli gratia. a. residuum cui cōmunicet. b. in longi
tudine: dico q. b. erit residuum eiusdē speciei cum. a. Adiungatur enim linea.
c. ad lineā. a. & cum illa sit per cuius abscissionē. a. fuit residuū. & ad. b. adiū
gatur alia que sit. d. ad quā sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq; composita ex. a. &
c. e composita uero ex. b. & d. sit. f. eritq; ex pmutata pportionalitate. a. ad. b.
sicut. c. ad. d. & p. 13. qm̄ erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. uel sicut. c. ad. d. cū itaq; a.
cōmunicet cum. b. erit p. 10. c. cōicās cum. d. & e. quoq; cōmunicans cum. f.
& quia etiam ē necessario ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut. f. ad. d.
sequitur p. 12. ut si fuerit. e. potētiō. c. i quadrato lineę sibi cōicantis i longitu
dine uel si forte icomēsurabilis: sit similiter. f. potētiō. d. at quoniā omnis
linea cōmunicās i longitudine lineę rationali est similiter illi rationalis. simili
ter dico quia ambe erunt rationales i longitudine uel ambe i potētia tantum:
sequitur ex diffinitionibus residuorū ut. b. sit residuū eiusdē speciei cum. a. Si
autē. b. communicat i potētia tantū cum. a. ipsa quoq; erit residuū non tamē
eiusdē speciei necessario. sed quēadmodum dictū est: cuius demonstratio ex
his que in. 60. de binomiis dicta sunt colligenda est.

Propositio .99.



Mmnis linea utrilib; residuo mediali cōmunicans: ē
sub ipsius termino & ordine residuum mediale.

Verum est qd̄ dicitur siue communicet linea cum utrolibet
residuo mediali in longitudine siue in potētia. Sit enim. a. utrūli
bet residuum mediale cui. b. communicet in longitudine uel po
tētia. dico q. b. est etiam residuum mediale quale fuerit. a. adiungatur enim
linea. c. ad lineam. a. & sit. c. per cuius abscissionē. a. fuit residuum mediale: &
ad. b. adiungatur alia que sit. d. sitq; b. ad. d. sicut. a. ad. c. totaq; composita ex.
a. & c. sit. e. & ex. b. d. sit. f. describantur igitur quadrata. c. & d. que sint. g. &
h. & superficies. e. in. c. sit. k. & f. in. d. & sit. l. Et quia est ut prius. e. ad. f. & c.
ad. d. sicut. a. ad. b. sunt autem. e. & c. mediales potētia tantum communican
tes ex. 69. & 70. sequitur ex. 21. ut. f. & d. eis communicantes. sint etiā media
les potētia tantum communicantes: constat autem ex prima sexti q. sit. k. ad.
g. sicut. e. ad. c. & l. ad. h. sicut. f. ad. d. & quia est. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequitur
ut sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et permutati. k. ad. l. sicut. g. ad. h. cum ergo. g. cōi
cet cum. h. sequitur ut. k. communicet cum. l. Si igitur. k. est rationale qd̄ est
in residuo mediali primo erit etiam per diffinitionem. l. rationalis quare per.
69. b. etiam est residuum mediale primum. si autem. k. sit medialis qd̄ est in
residuo mediali scdo: erit per. 21. etiam. l. medialis: ideoq; b. per. 70. residuus
mediale scdm quare constat propositum. Idez aliter Si linea. b. cōicat cū lineā
a. que est utrūlibet residuū mediale i longitudine uel i potētia sit superficies. c. c.
adiucta ad lineā ratiōalē. c. d. eq̄lis q̄drato. a. & f. g. eq̄lis q̄drato. b. erūt ob hoc



e.e. & f.g. cōcantes quēadmodū & quadrata linearum. a. & b. eis equalia. id ē per primam sexti & 10 huius. d.e. & e.g. sunt cōcantes i longitudine: & quasi. a est residuū mediale primū: est linea. d.e. est residuū scdm per. 93. & si. a. ē residuum mediale scdm: linea. d.e. est residuū tertium per. 94. at cū. d.e. est residuum scdm linea. e.g. est etiā residuū scdm & cum illa est tertiu: similiter & hic est tertium per. 98. sequitur itaq; ex. 87. & 88. ut. b. sit residuum mediale primum aut secundum prout fuerit. a. & sic patet quod intendimus.

Propositio. 100.



Si linea aliqua linea minori cōmunicet. ipsa quoq; erit linea minor.

¶ Facile est hanc probare duplici modo sicut pmissam: siue cōmunicet linea aliqua cum linea minori i longitudine siue in potentia hoc autem appositio quantum ad primū modum q; cum sit. f. ad. d. sicut. e. ad. c. erit ex scda pte. 18. sexti quadratum. f. ad quadratum. d. sicut quadratum. e. ad quadratum. c. & coniunctim quadrata duarum linearum. f. & d. ad quadratum. d. sicut quadrata duarum linearum. e. & c. ad quadratum. c. & permutatim quadrata duarum linearum. f. & d. ad quadrata duarum linearum. e. & c. sicut quadratum. d. ad quadratum. c. cōcāt autem quadratum. d. ad quadratum. c. ergo duo quadrata duarum linearum. f. & d. pariter accepta cōcāt cum duobus duarum linearum. e. & c. pariter acceptis: & quia ex 17. quadrata duarum linearum. e. & c. pariter accepta sunt rationale: erit autē per diffinitionem & duo duarum linearum. f. & d. pariter accepta rationale. Cūq; sit superficies. k. medialis erit etiam. l. sibi communicans medialis: igit ex. 71. b. est linea minor. Quantum autem ad secundum modum. erit per. 95. linea. d.e. residuum quartum: ideoq; per. 98. & linea. e.g. erit etiam residuum quartum. ideoq; etiam per. 89. linea. b. est linea minor.

Propositio. 101.



Quoniam linea cōmunicans linee cum rationali cōponēti mediale est cum rationali componens mediale:

¶ Et hanc quoq; duplici predicto modo nō est difficile pbare: siue de cōmunicantia i longitudine siue de cōcancia i potentia tantum intelligat: sed quantū ad primū modū erunt duo quadrata duarum linearum. f. & d. pariter accepta mediale per. 21. quēadmodū sunt duo quadrata duarum linearum. e. & c. pter accepta ex. 72. quibus ipsa cōcāt & superficies. l. erit rationalis. per diffinitionē quēadmodum est superficies. k. ex. 72. cum ipsa cōmunicat: igitur ex. 72. b. est cum rationali cōponens mediale: quantū ad scdm modū. erit. d.e. residuum quintum ex. 69. ideoq; & e.g. ex. 98. quare b. est cum rationali componens mediale. per. 90.

Propositio. 102.



Quoniam linea cōmensurabilis linee cum mediali cōstituēti mediale est cum mediali constitutens mediale.

¶ Hic quoq; pone lineam aliquam cōmunicare cum ea que cum mediali componit mediale idifferenter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris: & duplici modo pmissio line diffcultate concludet eā quoq; cum mediali componere mediale. erit etiam quantū ad primum modū superficies. l. medialis quēadmodū & k. & duo quoq; quadrata duarum linearum. f. & d. pter accepta mediale sicut & duo quadrata duarum linearum. e. & c. & quia duo quoq; duarum linearum. e. & c. ad k. sicut duo duarum linearum. f. & d. ad l. cū duo prima nō cōcāt cū duplo. k. ex. 73. neq; duo secūda

cōcabunt cū duplo. 7. ex. 10. igitur ex. 75. b. est cum mediāli cōponēs medie
le. quantum autē ad scdm modum erit. d. e. residuum sextū ex. 97. ideoq; & e
g. ex. 98. quare. b. est cum mediāli cōponēs mediale ex. 91.

Propositio .103.



I de superficie rationali superficies medialis abscindat
linea i reliquam superficiem potēs erit alterutra dua
rum irrationalium aut residuum aut linea minor.

¶ Sit enī tota superficies cōstans ex. a. & b. rōnalis a qua detrahaf
b. que sit medialis: dico q; linea potēs in. a. res. duū aut ē residuū
aut linea minor. Estō nāq; linea. c. d. rationalis superficiesq; c. e. sibi adiuncta
sit tāq; a. & f. g. tāq; b. & tota. c. g. sicut tota. a. b. eritq; c. g. rationalis. ideoq; p
16. linea. d. g. rōnalis i longitudine & f. g. erit medialis. ideoq; p. 20. g. rationa
lis i potētia tantū: ē igit ex diffinitione linea. d. e. residuū primū aut quartū:
ergo p. 26. & 89. linea potēs i superficiem. c. e. & ideo i superficiē. a. sibi equa
lem est residuū aut linea minor: qd est propositum.

Propositio .104.



I de superficie mediali superficies rōnalis detrahatur li
nea i reliquā superficiem potēs erit alterutra duarum
irrationaliū linearum aut residuum mediale primū:
aut cum rationali componens mediale.

¶ Nec quoq; sicut premissa pbat. Erit enī tota. a. b. medialis. b. autē rōnalis:
& tunc dico qd i. a. residuū pōt: aut est residuū mediale primū aut cum rōna
li pponens mediale. Cū enī. c. g. equalis sit. a. b. erit p. 20. linea. d. g. rationalis
in potētia tantū: & cū sit. f. g. equalis. b. erit p. 16. linea. e. g. rōnalis i longitudi
ne ergo a diffinitione erit linea. d. e. residuū scdm aut quintū quare per. 27. &
90. latus tetragonicum superficiē. c. e. & ideo superficiē. a. ē residuum mediale
primū aut cū rationali componēs mediale: quod est propositū nostrum.

Propositio .105.



I superficies medialis superficie mediali detrahaf fuerit
q; reliqua toti icōmensurabilis que i ipsam reliquam
pōt: alterutra erit duarū irrationaliū uidelicet aut resi
duū mediale scdm aut cū mediāli cōponēs mediale.

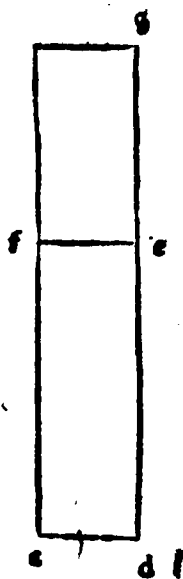
¶ Si a duarū pmissarū demōstratiōe nō deuias pcludes sine difficultate pposi
tū. Sit enī tota. a. b. & b. mediales & sit. a. reliq; icōmensurabilis totaliter etiā
eēt. a. medialis ex. 21. & ei² lat² tetragoniciū mediale ex. 19. tūc dico q; linea po
tēs i. a. ē residuū mediale scdm aut cū mediāli pponēs mediale. nā cū sit. c. g.
eq̄lis. a. b. erit p. 20. linea. d. g. rōnalis i potētia tantū p eādē quoq; cū sit. f. g. eq̄
lis. b. erit etiā. e. g. rōnalis i potētia tantū & cū sit. a. icōmensurabilis toti. a. b. erit
f. g. icōmensurabilis. c. g. ideoq; p primā sexti & 10. hui² erit etiā. e. g. icōmensu
rabilis. d. g. igit a diffinitione linea. d. e. erit residuū tertiu aut sextū: qre p. 88.
& 91. lat² tetragoniciū superficiē. c. e. & iō superficiē. a. ē residuum mediale scdm
aut cū mediāli componēs mediale.

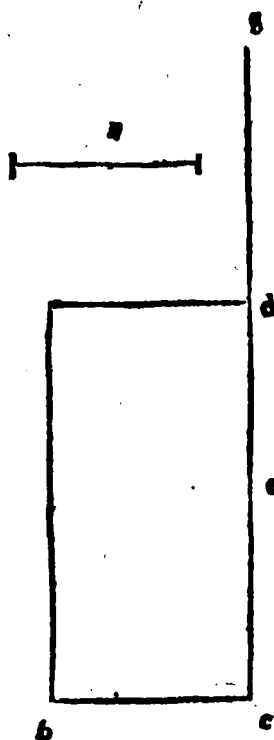
Propositio .106.



In earum irrationalium que sunt residuū & post ipsā
subsecute ullam alii termino & ordine subesse impos
sibile est residuo quoq; binomii terminū; uel ordinē
conuenire non est possibile.

¶ Vult autem per hanc .106. q; residuum & alie quinque linee irrationales eā





loquentes differunt specie diffinitione abinuicem & nulla linea una potest esse sub duab' neq' sub plurib' specieb' harum sex linearum irrationalium que sunt residuū & ei' quinque comites: & q' omnes species residui differunt ab omnib' specieb' binomiū nec est possibile lineam unam simul esse residuū & binomiū cuiuscūq' speciei residui uel binomiū. Pars prima sic constat: quoniam superficies equalis quadratis residui & suarum quinque comitū cum adiungat ad lineam rationalem habent scda latera necessario diuersa abinuicem ex. 92. & quinque eam sequentib' sunt autē scda latera residuum primum & secundū & deinceps usq' ad sextum. Scda pars constat hoc modo: si eadem linea pōt ēē simul residuum & binomiū. sit. a. cui' quadrato adiungat ad rationale lineas b. c. sitq' b. d. eritq' ex. 54. linea. c. d. binomiū primū & ex. 92. residuum primum. i. quantū ergo binomiū p'mū diuidat i suas binomiales portiones ad pūctum. e. sitq' maior portio. c. e. que erat rationalis in longitudine per diffinitionem: inquantū autē est residuū primū adiungatur ei. d. g. per cui' abscissionem sperat residuū primū: eritq' etiam ex dione. c. g. rationalis i longitudine. Cum itaq' sit utraq' duarū linearū. c. g. & c. e. rationalis in longitudine erit etiam p. 9. linea. e. g. rationalis i longitudine: at quia linea. d. e. est rationalis i potētia tantū cū ipsa sit per ypothe. minor portio binomiū primū: erit per. 68. linea. d. g. residuum & quia ipsa erat rationalis i potētia tantū cū per ei' abscissionē esset linea. c. d. residuū sequitur impossibile p. 68. Quod ut clari' pateat. esto superficies. b. d. adiuncta ad lineam rationale. b. c. equalis quadrato lineae. d. g. cum itaq' linea. d. g. sit rationalis i potētia erit per. 16. linea. c. d. rationalis i longitudine. at cū etiā linea. d. g. sit residuū erit ex. 92. linea. c. d. residuum primum quod esse nō potest cū linea que dicitur residuum sit irrationalis per. 68

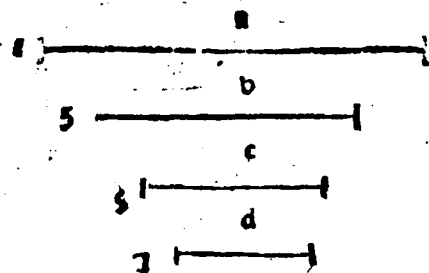
Propositio. 107.



In ea que residuū dicit' ulla ue irrationaliū que post eam sunt nequit esse sub termino binomiū aut sub termino & ordine ulli' ceterarū linearū irrationaliū que binomiū subsequūtur: cū autē possibile sit linearū irrationaliū seriē i infinitū produci non ē possibile ullam earū cū ea que precesserit in termino & ordine conuenire.

¶ Vult per hanc ultimam libri. 10. q. 13. irracionales linee de quib' in hoc dectmo demonstratum est & ipse sunt linea medialis binomiū & ei' quinque comites residuum & ei' quinque comites sunt abinuicem singule a singulis specie differentes: & q' nulla linea una potest esse simul sub duab' aut plurib' specieb' earum: & q' species linearum irrationalium pōt in infinitum produci quarū nulla cum alia conuenit in dione & ordine. Quod autem hec. 13. linee uidelicet medialis binomiū & ei' 5. comites residuum & ei' 5. comites sunt irracionales demonstratum esse superius memento: de mediali quidem ex. 19. de binomio autem & eius quinque comitibus ex. 30. & quinque eam sequentibus: at uero de residuo suisq' quinque comitibus ex. 68. & quinque eam sequentibus. Nullam autem harum. 13. linearū irrationaliū posse conuenire in specie cū aliqua aliarū linearū sic collige. Esto enim ut ad unā eandēq' lineā rationale in longitudine adiungant superficies equales quadratis predictarū. 13. linearum irrationaliū p'm q' ordine se inuicem sequuntur: eritq' ex. 20. secundū latus primae istarū. 13. superficierū & quinque eam sequentiū rationale in potētia tantū. scda autē latera scde istarū. 13. superficierū & quinque eam sequentiū erunt omnes spēs binomiorū p ordinē uidelicet binomiū primū scdm deinceps usq' ad sextū ex. 54. & quinque ea sequentibus demonstratū ēē meminere. scda uero latera octauae superficierū & quinque ea sequentiū sunt spēs residuū i ordine uidelicet residuū primū & residuū

secundum & deinceps usque ad sextum quod ex .92. & quinque eas sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conveniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum quoniam omne binomiorum per .30. & omne residuorum per .68. est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. Et cum nulla species residuorum conveniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimus decimi: sequitur ut omnia secunda latera harum .15. superficies sint ab invicem diverse: ideoque per primam sexti & ipse .15. superficies sunt diverse cum earum omnium altitudo sit una quare etiam hec .15. linee irrationales propositae sunt singule a singulis diverse. Possunt autem harum .15. linearum irrationalium species infinitum produci. infinite enim sunt species linearum medialium. infinite quoque binomiorum & sic de singulis. Quod hoc modo constat: esto linea .a. medialis. sumaturque unitas & quotlibet numeri primi ut .3. .5. & .7. & sint totidem linee .b. .c. .d. quot sunt sumpti numeri primi. sintque quadrata istarum linearum .b. .c. .d. ad quadratum .a. sicut hi numeri primi ad unitatem: eruntque linee .b. .c. .d. mediales ex .21. quoniam ipse concitat in potentia cum linea .a. mediali. omnes autem erunt diverse in longitudine ab .a. & a se invicem per ultimam partem .7. quoniam nullius istorum numerorum ad unitatem nec alicuius eorum ad alteram per .16. & .8. & correlativum secunde octavi & praeteris hypothese sit est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: erit ergo .a. & omnes sibi concitantes in longitudine sub prima specie linearum medialium .b. ut .10. & omnes sibi concitantes in longitudine sub secunda .c. autem & omnes eidem concitantes vel commensurabiles sub tertia .d. quoque & omnes sibi concitantes in longitudine sub quarta: & quia numeri primi sunt infiniti ut ex .21. non didicisti: necesse est species linearum medialium esse infinitas. Quod autem est dictum de linea mediali intellige de binomio suisque .5. comitibus: & residuo suisque .5. comitibus: nam sicut omnis linea concitans mediali est medialis siue concitet ei in longitudine siue in potentia ut probatum est in .21. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suarum quinque comitum vel etiam residuo aut alicui suarum quinque comitum in longitudine vel in potentia est secum sub eadem specie ut probatum est in .60. & quatuor eam sequentibus & .98. & quatuor eam sequentibus. Sunt igitur species harum .15. linearum irrationalium infinite quarum nulla conveniet cum precedenti in ordine vel ditione. Convenit quoque diverse aliter species linearum irrationalium esse infinitas nam omne latus tetragonum superficiei dictae a numero non quadrato est irrationale per ultimam partem .7. & per definitionem. cum itaque tales numeri sint infiniti: erunt etiam species harum linearum irrationalium infinite. Tertio modo contingit secundam partem huius ultime conclusionis libri decimi sic exponi: ut dicamus a b unaquaque linea rationali in potentia tantum infinitas linearum irrationalium species produci quarum nullam cum aliqua earum que ipsam precesserint: possibile est in definitione & ordine convenire. Verbi gratia Sumatur aliqua superficies rationalis dicta .a. numero non quadrato ut quinque: eritque latus eius tetragonum irrationale in longitudine: quoniam ipsum est incommensurabile lateris tetragonici superficiei rationalis dictae a numero quadrato ex ultima parte .7. dico ergo quod huius lateris latus. itemque secundi lateris latus & rursus huius tertii lateris latus & sic in infinitum: sunt linee irrationales tam in longitudine quam in potentia: & quod nulla earum convenit definitione vel specie cum aliqua que eam precesserit in ordine. estque latus tetragonum premisse superficiei quocumque dicta fuerit a numero non quadrato earum omnium sicut radix & principium & quilibet ipsarum est principium omnium ipsam sequentium: & quocumque ab aliquo tetragonico latere cuiusque talis superficies proficiunt diverse sunt in longitudine & potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis superficies generantur & hoc dico cum ipsae superficies

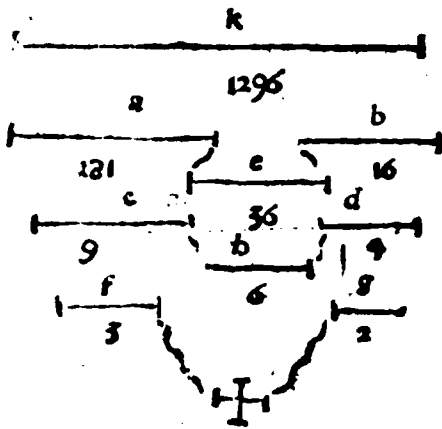


LIBER

non fuerit pportio sicut numerorū quadratorū. hec autē ut possumus firma de
monstratione colligere antecedens ad ipsa preminere oportet. sitq; istud.

¶ Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producat
quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces
totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

¶ Verbi gratia sit ut ex .a. i. b. sit .k. ad .c. & .d. sit latera tetragonica .a. & .b.
fiat autem .e. ex .c. i. d. sitq; iterum .f. & .g. latera tetragonica .c. & .d. & fiat .h.
ex .f. i. g. dico qd .h. est latus tetragonicum .e. & qd .e. rursus est latus tetragoni
cum .k. cum enī ex .f. i. le & i. g. fiat .c. & .h. erit .c. ad .h. sicut .f. ad .g. sed & sit
h. ad .d. sicut .f. ad .g. eo qd ex .g. in .f. & in le sunt .h. & .d. sit igitur .c. h. d. con
tinue proportionales itaq; ex .h. in le quantum ex .c. in .d. quare .h. est latus te
tragonicum .e. eadem quoq; ratione cum ex .c. in le sit .a. in .d. sit .e. & ex .d. in le
sit .b. erunt etiam .a. e. b. continue proportionales in proportione .c. ad .d. cum
igitur ex .a. in .b. sit .k. sequitur etiam ut ex .e. in le sit .k. quare .e. est latus tetra
gonicum .k. constat itaq; qd dicitur. restat itaq; demonstrare qd propositum
est. Si igitur superficies .a. rationalis dicta a numero non quadrato. ut .s. sitq;
linea .a. eius tetragonicum latus & sumatur quodlibet linee rationales in lon
gitudine que sit .b. c. d. e. Sitq; dicte a numeris quorum quisq; precedens sit
tetragonicum latus proximo sequentis: ut si .b. sit .2. c. 4. d. 16. e. uero .256. ad
has autem lineas rationales in longitudine adiungatur superficies equalis .a.
eruntq; scda latera singularum rationalia in longitudine per .16. ut scdm latus
b. 2. & dimidium: secundum .c. unum & quarta: secundum uero .d. una quarta
& una .16. at uero superficiē .e. secundum latus erit una .64. & una .256. sit er
go .f. tetragonicum latus .b. g. uero sit tetragonicum latus scdi lateris superfi
ciei .b. eritq; per premissam aīis ut ex .f. in .g. sit .a. rursus sit .h. tetragonicus la
tus secundi lateris .c. k. quoq; sit tetragonicum latus .h. eritq; per predictū aīis
ut .ex .b. in .h. sit .a. & ex .f. in .k. sit tetragonicum latus .a. qd sit .l. sit iterum .m.
tetragonicum latus secundi lateris superficiē .d. sed cum .n. sit tetragonicum
latus .m. & .p. tetragonicum .n. eritq; per predictum antecedens ut .ex .c. in .m.
fiat .a. & ex .b. in .n. l. & ex .f. in .p. tetragonicum latus .l. qd sit .q. Amplius autē
sit .r. tetragonicum latus lateris secundi superficiē .e. sit quoq; .i. tetragonicum
r. & .f. & .t. f. sit & .u. tetragonicum .t. sequitur que per dictum antecedens ut ex
d. in .r. fiat .a. & ex .c. in .f. l. & ex .b. in .t. sit .q. & etiam ex .f. in .u. tetragonica
latus .q. qd sit .x. & sic in infinitum: dico ergo has lineas .a. l. q. x. quarum .a. est
tanquam radicale principium esse irrationales. a. quidem in longitudine tantū
cetera uero in longitudine & in potentia & dico qd nulla earum conuenit cum
alia in diffinitione uel ordine. Cum enim ex .f. in .g. & .k. fiat .a. & .l. erit .a. ad .l.
sicut .g. ad .k. & quia ut patet ex dictis ypothesibus .g. & .k. sunt incommensu
rabiles in longitudine & in potentia. sequitur etiam ut .a. & .l. sit incommensu
rabiles in longitudine & in potentia: eadem ratione .a. & .q. est enim .a. ad .q. si
cut .g. ad .p. & propter eandem causam etiam .a. & .x. cum sit sicut .g. & .u. &
hac uia quoq; necesse est ut .l. & .q. sit simpliciter incommensurabiles tam i
longitudine quam in potentia. cum enim ex .f. in .k. & .p. fiat .l. & .q. erit .l. ad
q. ut .k. ad .p. at .k. ad .p. nec cōmensurabiles sit i longitudine nec in potentia.
Si enī sit erunt .h. & .n. cōmensurabiles. sed non sit: at uero .l. & .x. oportet eē
utroq; modo incōmensurabiles: est enim .l. ad .x. sicut .k. ad .u. eo qd ex .f. in .k.
& .u. sit .l. & .x. sunt autē .k. & .u. utroq; mō incōmensurabiles. Sin autē ac
det .d. & .h. esse cōmensurabiles quod ē incōueniens. q. uero & .x. qd sit quoq;
incōmensurabiles potentia & longitudine ex eo patet qd ē .q. ad .x. sicut .p. ad .u.

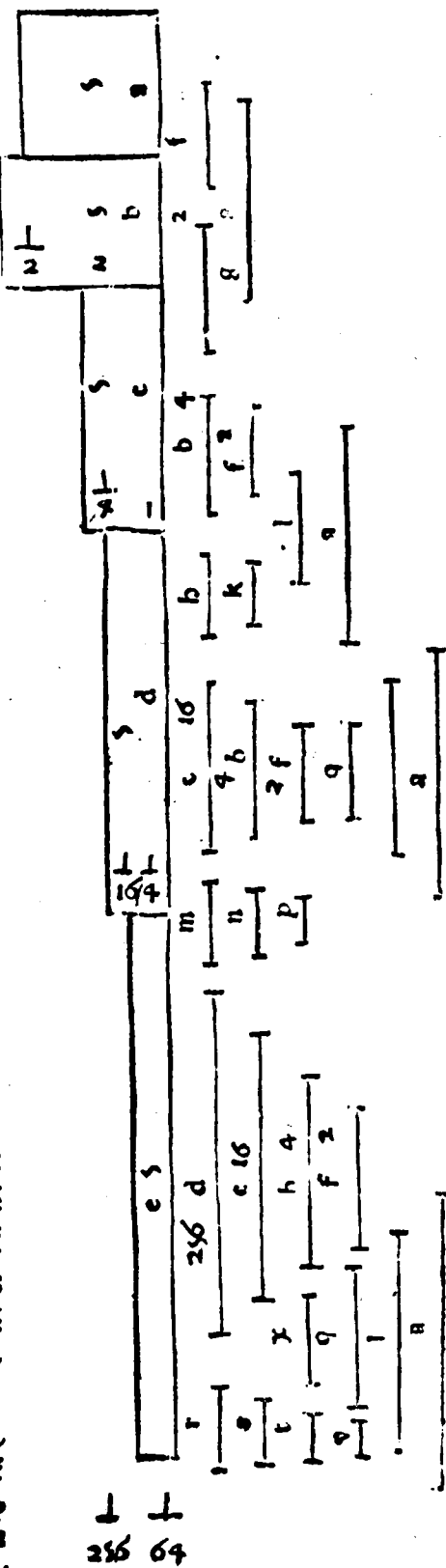


constat autem q. p. & u. sunt incommensurabiles. nam si non erunt. n. & c. commensurabiles. ideoq. m. & s. sed non sunt. ¶ Manifestū est itaq. infinitas lineas irracionales in longitudine & in potentia incommensurabiles & ideo diffinitio ne & specie differentes produci ex linea. a. rationali in potentia tantum. Restat autem nunc ostendere q. quęcūq. irracionales lineę ab aliqua linea rationali i potentia tantum hac uia generantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitu dine q. in potentia que a qualibet alia linea rationali in potentia tantū quadra tum cuius ad quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum hac eadem uia egrediuntur: hoc quoq. sic constat. Sint. a. & b. ra tionales in potentia tantū siue tetragonica latera duarum superficierum dicta rum a numeris non quadratis. sitq. ut illi numeri non sint in proportionē ali quorum numerorum quadratorum: lineę quoq. que procedunt hac uia ab. a. sint. c. d. e. & a. b. procedāt. f. g. h. dico q. nulla ex lineis. c. d. e. communicat in longitudine uel potentia cum aliqua ex lineis. f. g. h. cum enim sint. c. & f. tetra gonica latera. a. & b. at. d. & g. tetragonica latera. c. & f. & e. & h. tetragonica d. & g. non est possibile ut aliqua ex. c. d. e. communicet cum sua compari ex f. g. h. uel longitudine uel potentia. Si enim alterutro modo cōmunicet. e. quā h. sequitur ut. d. cōmunicet cum. g. & c. cum. f. quare & a. cum. b. etiam in lō gitudine quod est contra ypothesim. Vniuersaliter autem uerū est dicere quē libet harum esse utroq. modo incommensurabilem cuilibet istarum. Dato nā q. q. d. communicet cum. h. etiam in potentia tantum. sequitur ut. e. quoq. cō municet cum. g. & a. cum. f. quod non est possibile. Attendere autem oportet q. cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q. latus superficiei denominate a latere priori. unde tetragonicum latus lineę. a. uoco lineam illam que potest i superficiem dictam a linea. a. talis autem superficies est quam continet linea. a. & linea rationalis in longitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonū cum latus cuiuslibet lineę. sit linea. a. cuius tetragonicum latus uolo inuenire. b. uero sit linea rationalis in longitudine dicta ab unitate & ipsa est minima om nium linearum rationalium numeratarum ab integris medio loco proportio nalis inter eas. sit. c. est igitur per. 16. sexti. c. tetragonicum latus. a. idem enim sit ex. a. in. b. & ex. c. in. e. At uero ex. a. in. b. sit superficies dicta ab. a. Quicqd enim a quolibet in unum ducto pducitur ab eo qd unum multipl. cat deno minatur. & nota q. cum. c. fuerit latus tetragonicum lineę. a. indifferenter con tingit lineam. c. esse maiorem linea. a. & minorem prout. b. etiam fuerit maior aut minor. ¶ Explicit liber Decimus: incipit liber Undecimus.

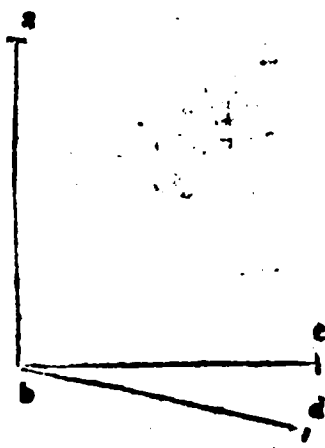


Orpus est qd longitudinem & latitudinē & altitudinem habet. cuius termini sunt superficies. Linea erecta supra superficiē est que cū singulis sibi conterminalibus li neis i ea superficie expāsis angulos rectos facit. linea autē hec supra eam superficiē perpēdicularis esse & ad eandem orthogo naliter insistere dicitur.

¶ Intelligatur enim linea. a. b. exurgere supra pla num: ita q. punctus. a. imaginetur in aere & b. in plano & a puncto. b. ducant plures lineę in eodem plano ut. b. c. b. d. & quolibet alie. Si igitur ita fuerit q. linea. a. b. cum linea. b. c. & cum linea. b. d. & cuq. qualibet alia linea protracta a puncto. b. in plano illo angulum rectum contineat ipsa dicitur esse perpen dicularis ad illam superficiem in qua protractę sunt hec lineę uidelicet. b. c. &



LIBER



b. d. & alie cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

¶ Superficies autem erecta super superficiem est quotiens puncto uno eodem linee que est communis terminus illarum superficiesum due perpendiculares conterminale superstant que rectum continentes angulum in eisdem superficiebus site sunt.

¶ Verbi grā imaginemur superficiē. a. b. c. d. exurgere superficiē uero. c. d. e. f. iacere: & intelligam⁹ lineā. c. d. eē cōez terminū ambaz i ea itaq; signet punct⁹. g a quo ad lineā. c. d. extrahant⁹ due linee ppēdiculares una uidz i superficie. c. d. e. f. que sit. g. k. & alia i superficie. a. b. c. d. que sit. g. h. si igit⁹ angul⁹ quē p̄inet hee due linee ppēdiculares uidelicz. g. h. & g. k. erit rectus superficies. a. b. c. d. dicitur orthogonaliter erecta super superficiem. c. d. e. f.

¶ Superficies equidistantes sunt que in utrālibet partem protrahēte non concurrent & si in infinitum producantur.

¶ Intellectū ē quod dicif. Scire tamē debes q̄ oēs plane superficies aut sūt equidistantes ab inuicē aut i omni pte p̄tracte cōcurrēt alicubi & sup rectā lineā se secabūt lineas aut rectas nō ē necessariū uel eē equidistantes uel i utrāq; pte p̄tractas cōcurrere. Quippe que i eadē superficie nō sūt nec equidistant ab inuicē nec tamē quācūlibet p̄tracte concurrent.

¶ Equa corpora sūt atq; similia quoz terminales superficies nūero ac q̄titate eq̄les uni⁹ creationis sint atq; similes similia corpora sunt que similib⁹ superficiebus numero equalib⁹ continentur.

¶ Si has duas diffinitiones de corporib⁹ equalib⁹ & similib⁹ non intelligis ad diffinitionē similitudinē superficiēz positam in principio sexti recurre.

¶ Corpus seratile dicitur qđ qu i 3 superficiebus quaz tres parallelograme sunt due uero triangule continentur.

¶ Domui quor pietes equidistantes habēti tectū unico fastigio supremis duaz parietū laterib⁹ eq̄li & equidistanti suppositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit.

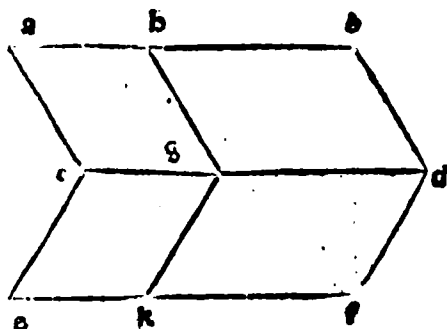
¶ Spera est transitus arcus circūferentie dimidii circuli quotiens sumpto uel supremo semicirculo lineaq; diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

¶ Super quālibet lineam semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circūducatur corpus quod describitur spera nominat⁹ cui⁹ centrum constat esse centrum semicirculi circūducti.

¶ Piramis laterata ē figura corporea q̄ cōtinēt superficies ab una quaz relique sūt ad unū oppositū p̄ctū sursum erecte.

¶ In omni laterata piramide cuncte superficies ipsaz ambiētes ab ipsius basi ad unū punctū subleuātur q̄ con⁹ pyramidis dicif sūtq; omnes hee laterales: superficies triāgulē basis uero frequenter non est triāgula.

¶ Piramis rotūda ē figura solida: eq̄z trāsit⁹ triāguli rectanguli alterutro suoz laterē rectū angulū continētū fixo & donec usq; ad locū unde moueri cepit redeat triangulo ipso circūducto. Si aut⁹ latus fixuz lateri circūducto fuerit eq̄le erit figura rectangula. Si uero longius acutiangula. Si uero breui⁹ obtusiangula erit. Axis autē ipsius figure ē latus fixum. Basisq; suā circulus. Dicitur autem figura hec piramis columne rotunde.

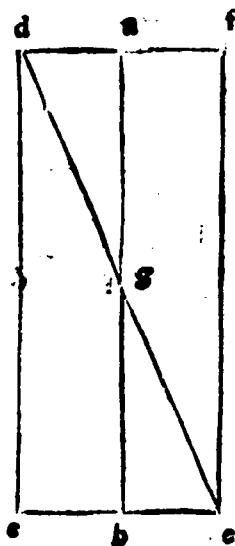
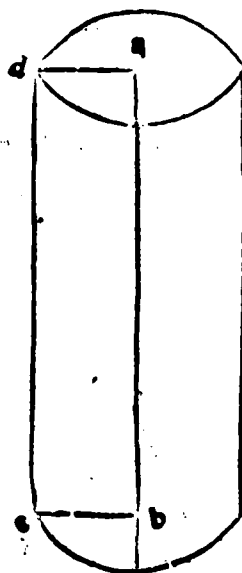
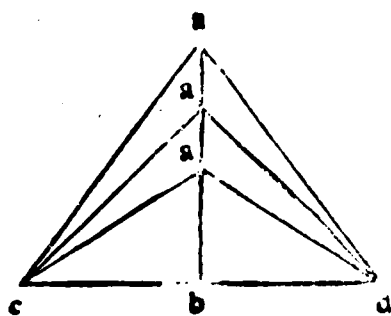


¶ Sit trigonus .a.b.c. rectū angulū habens qui sit .b. figuratq; alioq; duob; late-
rum ambiētiū rectū angulū .b. sitq; latus qd' figit .a.b. quo fixo circūducas
trigonus quousq; ad locū unde moueri cepit redeat: corporea ergo figura q
huius trigoni motu describit rotunda piramis appellatur: cuius tres sūt drie.
Alta enī est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula. Et prima quidē
ē quādo latus .a.b. lateri .b.c. fuerit equale. Esto enī ut linea .b.c. cū rotatu tri-
goni puenit ad sitū lineę .b.d. ita q punct' .c. cadat sup punctū .d. fiatq; linea
una. hoc est ut ipsa tūc ptingat sitū a quo moueri cepit sed rectitudine: erit
q; linea hic q̄si .b.c.d. & q̄a ex .32. primi & .5. eiusdē angulus .c.a.b. ē medietas
recti erit angul' .c.a.d. rectus. ideoq; piramis hec dicit' rectangula. Si autē la-
tus .a.b. sit longius latere .b.c. erit acutianguli: erit enī tunc ex .32. primi & .19.
eiusdē angulus .c.a.b. minor medietate recti. ideoq; totus angulus .c.a.d. est
mior recto & acutus: quare piramis acutiangula. Quod si lat' .a.b. fuerit bre-
uius latere .b.c. erit angulus .c.a.b. maior medietate recti ex .32. primi & .19.
eiusdē & tot' .c.a.d. qui ē dupl' ad ipsū .c.a.b. maior recto & obtusus. igit'
& piramis cōuenienter tūc dicit' obtusiangula. Axis autē hui' piramidis dicit'
linea .a.b. basis uero eius circulus quē describit linea .c.b. super centrū .b. dicit'
quoq; hec piramis columnę rotunde illi' uidelicet quā motu suo describeret
palellogramū pueniens ex .a.b. & .b.c. latere .a.b. manente fixo.

¶ Figura corporea rotunda cui' bases sunt circuli duo plani ex-
tremitatibus & crassitudine idēst altitudine equales ē transitus pa-
ralellogrami rectanguli latere rectū angulū continēte fixo ipsa
q; superficies donec ad locum suū redeat circūducta diciturq;
hec figura columna rotūda. Columnę itaq; rotūde atq; spere cir-
culiq; unū atq; idē est centrum.

¶ Sit palellogamū rectangulū .a.b.c.d. figuraturq; lat' .a.b. & eo fixo totum
palellogramū quousq; ad locū suū cadat uel redeat circūducas: corporea er-
go figura huius palellogrami motu descripta rotunda columna nominatur
cui' bases sunt duo circuli centrū ē punctus .b. alter uero ē quē motu suo de-
signat linea .d.a. & eius centrū ē punctus .a. Axis autē huius columnę dicitur
linea .a.b. quę manet fixa in motu palellogrami. Quod si imaginati fuerimus
palellogramū .a.b.c.d. cū peruenerit rotatu suo ad iuum .a.b.e.f. coniungi si-
tui a quo moueri cepit secundū continuitatē superficiē plane: ut scilicet totum
sit unū palellogramū .d.c.e.f. & peraximus in eo diametrū .d.e. erit quoq; dia-
meter .d.e. diameter colūne. Quod autē dicit' columnę & (parte & circuli idē ēē
centrū: intelligi d; cū hōz una est eadēq; diameter. Verbi grā diximus enī q .d
ē ē. diameter isti' colūne. Sperā igit' atq; circulū quoz diameter ē linea .d.e.
necesse ē idē centz habere cū cētro pposite colūne. Sit enī ut linea .d.e. secet li-
neā .a.b. in puncto .g. eritq; .g. cētrū columnę: diuidit enī axem colūne p equalia
& diametrū colūne p equalia qd' p 3 p. 25. primi nā anguli qui sunt .ad.g. sūt
equales ex .15. primi & anguli qui sūt ad .a. & .b. recti ex ypothēsi: linea quoq;
a.d. ē eq̄lis lineę .b.e. itaq; .d.g. est eq̄lis .e.g. & .a.g. equalis .g.b. cūq; anguli .c
& .f. sint recti si sup punctū .g. scdm ipaciū .d.g. ac sup lineā .d.e. circulus de-
scribat' transibit ex cōuerſa prime ptis .30. tertū p puncta .c. & .f. itaq; punctū
g. ē centrū circuli cui' diameter ē diameter colūne. ideoq; & spere: quare
manifestū ē omni palellogramo rectangulo circulū omniq; columnę rotūde
spere esse circūscriptibiles. Sicq; patet q uoluit istud theoreuma.

¶ Angulus corporeus siue solidus ē quē continēt anguli plani
plures q̄ duo qui i una superficie siti ad unum punctū angularē



LIBER

conueniunt.

¶ Duo anguli plani angulū solidū perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeunt supficie claudere. Angulos quoq; planos solidū angulū continētes i eadez supficie nō conueniunt esse sitos sed in diuersis quēadmodū duas rectas líneas planū perficientes angulū nō conueniunt sibi inuicem secūdum rectitudinis applicari.

¶ Similes sunt figure corporee rotūde siue sit colūne siue eaz pīramides quarū axes diametris suay basiū sunt proportionales.

¶ Propositis enī duabz pīramidibz rotundis aut duabz columnis rotundis si fuerit pportio axis unius eaz ad diametrū sue basis sicut axis alteri ad diametrū sue basis ille due columne aut pīramides similes adinuicē esse dicunt.

Propositio .1.



Inee recte ptē cē in plano & ptē in sublimi ē ipossibile.

¶ Sit linea. a. b. recta. dico qd nō est possibile ut ps ei que ē. a. c. sita i plano & ps ei que ē. c. b. in sublimi posita & ptrahaf directe. a. c. i plano in quo ipsa sita est usq; ad. d. eritq; ut uni eidez linee que est linea. a. c. due linee penit diuerse que sūt linee. c. b. & c. d. ex eadem parte directe adiciant qd est ipossibile. ex. 13. primi.

Propositio .2.



Mnes linee due quarum altera alteram secat in una superficie site sunt omnesq; triangulus in una superficie totus consistit.

¶ Siue due linee recte. a. b. & c. d. se inuicem secātes i puncto. c. dico eas esse in superficie una & omnem triangulū dico esse in superficie una totum. signef enim punctus. f. i linea. c. d. & punctū. g. i linea. a. b. & ducatur linea. f. g. Quia igitur ipossibile est ptem trianguli. e. f. g. esse in plano & ptem i sublimi quin etiam suarum terminaliū lineay unius aut plurium pars similiter in plano. & pars similiter in sublimi cum de lineis hoc sit ipossibile per premissam erit quoq; ipossibile de triangulo. itaq; totus triangulus. e. f. g. ē in superficie una. Ex hac igitur secūda parte & premissa constat prima ps huius secunde propositionis.

Propositio .3.



Mnium duarum superficierum se inuicem secantiūz communis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige & uerū erit qd dicitur. Si itaq; due superficies plane. a. b. & c. d. se inuicēz secantes dico qd earum cōmūnis sectio erit linea recta. Esto enim duo puncta. e. & f. termini cōmūnis sectiōis eaz que p̄tinent p lineā rectā que sit. e. f. si igitur linea. e. f. ē in utraq; duay superficiez. a. b. & c. d. p̄stat ppositiūz uero si i neutra aut si nō i altera cū ambo pūcta. e. & f. sint i utraq; superficiez. a. b. & c. d. i ea superficie i qua ipsa nō fuerit ptrahaf linea recta que sit. e. h. serūt igit due recte linee. e. f. & e. h. hātes duos terminos cōes qd ē ipossibile. sic enī due recte linee icluderēt superficie qd ē p̄tra petitiōē ultimā primi libri.

Propositio .4.



I fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantium se ipsa ad earundem superficiem perpendicularis erit.

¶ Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta sup incisionē duay lineay

c.d.&e.f. secantiū se i puncto.b. de quibus pstat p antepremissaz q ipse sūt si
re in una supficie dico q linea.a.b. ppendicularis ē ad ipsaz supficiē. Sint enī
c.b.&b.d. equales at uero.f.b.&b.e. eōles & ptrahanē linee.e.d.&c.f. que
erunt equales p.4. primi & equidistantes p.27. eiusdē. Signato itaq puncto ali
quo in linea.e.d. qui sit.g. ducaf linea.g.b.h. eritq ex.26. primi.e.g. equalis.
f.h. igit a puncto.a. uel quouis pūcto linee.a.b. demittant ypothemifaliter li
nee.a.c. ad.a.e.a.f.a.g.a.h. eritq ex.4. primi.a.c. equalis.a.d.&a.c. eōlis.a.f
Itē p.8. eiusdē equalis erit angul⁹.a.e.d. eōlis angulo.a.f.c. ergo p.4. ipsi⁹ erit
a.g. eōlis.a.h. & iōq p.8. eiusdē erit angul⁹.a.b.g. eōlis angulo.a.b.h. quare
ex diffinitione uterq est rect⁹ & linea.a.b. ppendicularis ad lineam.g.h. Simili
quoq mō pbabis eadē esse ppendicularē ad oēs lineas ptractas a puncto.b
in supficie duaz lineaz.c.d.&c.f. igit ex dione pstat linea.a.b. ēē ppendiculari
rē ad supficiē i qua sūt due linee.c.d.&c.f. seuuicē secātes qd ē ppositū.

Propositio .5.



Si super tres lineas conterminales cōi eaz termino ere
cta linea quedam orthogonaliter insi stat eedem tres li
nee in una superficie site erunt.

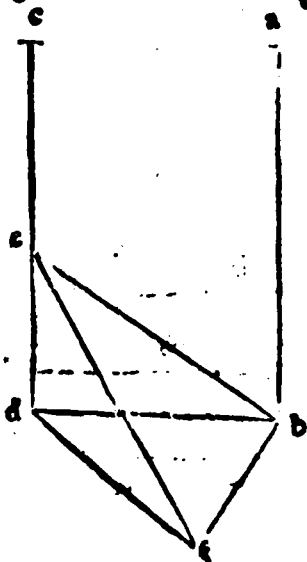
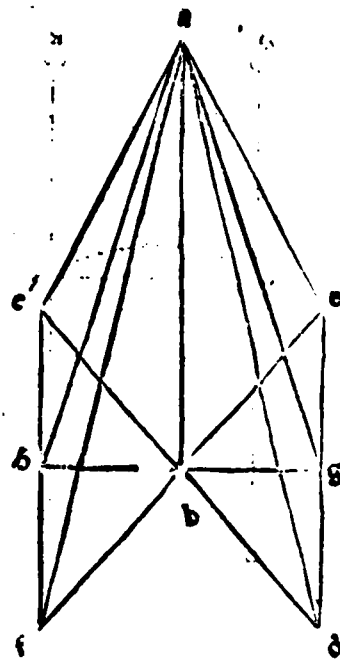
¶ Sit linea.a.b. orthogonaliter erecta super cōem terminū triū li
neaz.b.c.b.d.b.e. angulariter se cōtingentiū in puncto.b. quaz
nulla alii directe applicet qd idē ē ac seuuicē secet i puncto.b. protracte enī
se secabūt dico q tres linee.b.c.b.d.b.e. sūt i una superficie site. Cōstat autē de
quibulq eaz duab⁹ q ipse sūt in una superficie site p scdaz hui⁹ uel per primā
ptem.2. hui⁹. si igit linea.b.d. nō fuerit in superficie duaz lineaz.b.c.&b.e. q
ille duo i plano:hoc autē in sublimi: erit ut hec superficie i qua site sūt due li
nee.a.b.&b.d. si protrahat & p illud qd notū ē super quartā secet illā i qua
site sūt.b.c.&b.e. eritq per.3. huius cōis eaz sectio linea recta & ipsa sit.b.
f. quia igitur ex premissa linea.a.b. ē ppendicularis ad supficiem duaz lineaz
b.c.&b.e. sequitur ex diffinitione ut ipsa sit ppendicularis ad lineā.b.f. quare
angulus.a.b.f. est rectus cumq etiā angulus.a.b.d. sit rectus ex ypotheti. seq
tur impossibile uidelicet ptem suo toti esse equalem.

Propositio .6.



Si fuerint due linee super unam superficiem perpendi
culares eas equidistantes esse necesse est.

¶ Sint due linee.a.b.&c.d. ppendiculares ad unā superficiem di
co eas esse equidistantes: protrahatur enim linea .b.d. eruntq ex
diffinitione duo anguli.a.b.d.&c.d.b. recti. si igitur due linee.a
b.&c.d. sūt in superficie una ipse sūt equidistantes per scdam partem.28.
primi: ipsas autem esse in superficie una sic collige: a puncto.b. super lineam.
b.d. in plano cui perpendiculariter insi sūt.a.b.&c.d. protrahe orthogona
liter lineam.b.f. & ex linea.c.d. sume.d.e. equalem.b.f. & protrahe lineas.e.b.
&c.f. erunt igitur duo latera.e.d.&d.b. trianguli.c.d.b. equalia duobus la
teribus.f.b.&d.b. trianguli.f.d.b. & angulus.e.d.b. equalis agulo.f.d.b. cū
uterq sit rectus. itaq per quartam primi linea.b.e. est equalis lineae.d.f. itēq
cum duo latera.e.b. &b.f. trianguli.e.b.f. sūt equalia duobus lateribus .f.d.
&d.e. trianguli.f.d.e. & basis.e.f. communis erit per.8. primi angulus.e.b.f.
equalis angulo.f.d.e. cum uterq sit rectus: quia igitur angulus.f.d.e. ē rect⁹
a dione erit etiā angulus.e.b.f. rectus: itaq linea.f.b. ppendiculariter ē ere
cta sup cōem terminū triū lineaz.b.a.b.d.b.e. se ptingentiū angulariter i pun
cto.b. qre p pmissā ipse sūt i superficie una: cū igit ex pri a pte h⁹ scde linea.c.d.



LIBER

fit in eadem superficie cum utraq; linearum .a.b.&.b.d. sequitur .a.b.&.c.d. esse in superficie una. Constat ergo propositum.

Propositio. .7.



SI in duabus lineis equidistantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur: i qua superficie ille due linee site sunt eam quoq; in eandem sitam esse necessario comprobatur.

Ut sit due linee .a.b.&.c.d. equidistantes de quibus constat per definitionem qd ipse sunt in superficie una: in eis autem signentur duo puncta .e.&.f. & producaturs linea recta .e.f. dico itaq; lineam .e.f. esse sitam in superficie linearum .a.b.&.c.d. Sin autem sit .e.f. in alia superficie ut in sublimi dependens que superficies si protrahatur secabit necessario superficiem in qua site sunt due linee .a.b.&.c.d. eritq; per .3. huius communis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile . sic enim due recte linee concluderent in superficie.

Propositio. .8.



SI in idem planum due recte linee equidistanter erigantur altera uero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

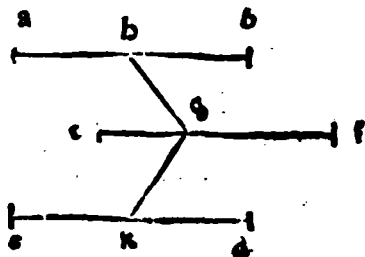
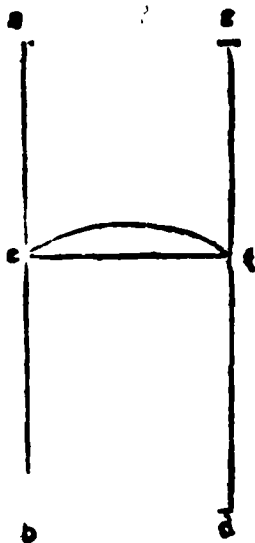
Hec est quasi conuersa sexte. Sit enim due linee .a.b.&.c.d. equidistantes & sit earum altera ut .c.d. erecta per perpendiculariter super superficiem quolibet: dico reliquam earum que est .a.b. esse perpendicularem ad eandem superficiem. Fiat enim prout eadem dispositio que in sexta: eritq; ut ibi uterq; duorum angulorum .f.d.b.&.f.b.e. rectus: primus quidem per positionem . secundus autem per .9. primi: quare per .4. huius linea .f.b. est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee .b.d.&.b.e. cumq; per premissam due linee .a.b.&.c.d. sunt in eadem superficie cum duabus lineis .b.d.&.b.e. sequitur lineam .f.b. esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea .b.a. a definitione igitur erit angulus .f.b.a. rectus & quia etiam angulus d.b.a. est rectus per ultimam partem .29. primi: sequitur per quartam huius lineam .a.b. esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee .b.d.&.b.f. quare constat propositum.

Propositio .9.



SI due linee uni non in una superficie equidistant eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.

Ut sit utraq; duarum linearum .a.b.&.c.d. equidistans linee .e.f. nec sint omnes in superficie una: dico qd eadem quoq; sibi inuicem sunt equidistantes: de his quidem que sunt omnes in superficie una probatum est per .30. primi: at uero de his que in una superficie non sunt ut est hic .e.f. que intelligatur sursum erecta in sublimi. restat hoc loco probandum. signetur itaq; in ea punctus .g. a quo educantur due perpendiculares ad duas lineas .a.b.&.c.d. que sunt .g.h.&.g.k. eritq; per .4. huius linea .e.f. perpendicularis ad superficiem uidelicet illam in qua sunt site due linee .g.h.&.g.k. itaq; per premissam bis assumptam utraq; illarum duarum linearum .a.b.&.c.d. perpendicularis est ad eandem superficiem uidelicet ad illam in qua sunt site due linee .g.h.&.g.k. per sextam huius igitur ipse sunt sibi inuicem equidistantes qd est propositum.



Propositio .10.



Si due linee se angulariter contingentes duabus aliis se contingētibus eis oppositis equidistantes fuerit: nō autē i superficie una qui ab eis sunt duo anguli eq sibi inuicem esse comprobantur.

¶ Sit due linee. a. b. & a. c. se angulariter contingentes in puncto. a. equidistantes aliis duabus que sunt. d. c. & d. f. se quoq angulariter contingētibus in puncto. d. nec sint cum eis in superficie una: dico angulū. a. esse equalem angulo. d. Esto enī linea. d. e. equalis linee. a. b. cui ipsa posita est esse equidistans. & d. f. equalis. a. c. cui etiam ipsa equidistare ponitur & ducantur linee. d. a. & e. b. & f. c. eritq ex. 33. primi bis assumpta utraq duarū linearū. b. e. & e. f. equalis & equidistans linee. a. d. per conceptionem igitur & premissam eadem sunt equales & equidistantes sibi inuicem. & itaq per. 33. primi denūo repetitam due linee. b. c. & e. f. sunt etiam equales equidistantes: igit p. 8. primi stat ppositū.

Propositio. .11.



Puncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere.

¶ Sit punctus .a. sursum in aere a quo uolumus ad superficiem subiacentem perpendicularem ducere: ducatur igitur in plano illo: linea. b. c. utriq; coningerit ad quam ab ipso puncto. a. ducatur per perpendicularis. a. d. scdm doctrinam. 12. primi rursusq a puncto. d. in plano illo ad qd ducenda est perpendicularis a puncto. a. extrahatur linea. d. e que sit perpendicularis ad lineam. b. c. ut docet. 11. primi. Ad hanc quoq lineam. d. e. ducatur alia linea perpendicularis a puncto. a. que sit. a. f. hanc dico esse eam quam intendimus. Sit etiam linea. f. g. equidistans linee. b. c. & quia uterq duorū angulorū. b. d. a. & b. d. f. est rectus: erit ex quarta huius linee. b. d. perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus. a. d. f. ideoq etiam p 8. huius erit linea. g. f. perpendicularis ad eandem superficiem: igitur a diffinitione erit angulus. g. f. a. rectus: cūq etiam angulus. d. f. a. sit rectus: sequitur ex quarta huius lineam. a. f. esse perpendicularem ad superficiem in qua sūt due linee. d. f. & f. g. qd est propositum.

Propositio .12.



Superficie pposita punctoq; in ea assignato ab eo puncto ad datā superficiē lineam orthogonaliter erigere.

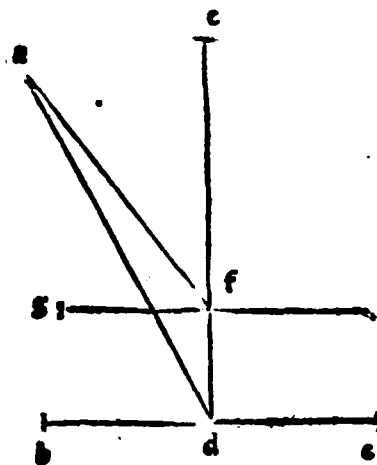
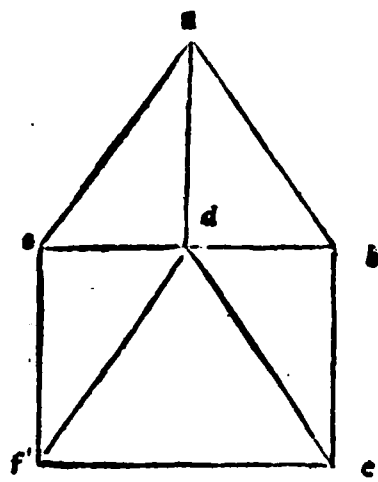
¶ Cum a puncto quolibet in superficie pposita assignato perpendicularē educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitū posito ad eandem superficiē perpendicularē quēadmodū premissa docuit demittere que si in assignatus punctum ceciderit ipsa est quā queris. Sin autem ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularē equidistantem ducito: eam q per. 2. huius probabis esse quam queris.

Propositio .13.



Duas lineas super punctū unum ad superficiem utraq orthogonaliter insistere est impossibile est.

¶ Sit enī possibile est ut due linee uni eidēq superficiē sup punctum unū ppendiculariter insistant superficies in q ipse ppendiculares sūt sūt intelligatur pducī quousq secet superficiē cui dicte linee ppendiculariter insistant eritq p. 3. huius cōmuni earū sectio linea recta: & quā ex diffinitione utraq illarū duarū ppendiculariū cū cōmuni sectione cōtinet angulū rectū sequit ut angul' rect' sit p angulū recti qd ē impossibile. Quēadmodū autē demonstratū ē impossibile esse ab uno eodem puncto extra superficiē



LIBER

duas lineas sup punctum unum ad eandē superficiē esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab uno eodemq; puncto extra superficiē signato ad eandem superficiē protractas ad ipsam esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex.6. huius qd est impossibile ex diffinitione linearū equidistantiū. Constat igitur ex hac q; si aliqua superficies plana aliā planā superficiem orthogonaliter secet & ab aliquo puncto secantis superficiē ad superficiē sectam perpendicularis ducatur: in cōmuni earum sectione eam cadere necesse est. Alioquin ab eodē puncto secantis superficiē ad cōmunē earū sectionem perpendicularis protrahatur ut decet. 12. primi a puncto in quo incidit cū cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandē cōmunem sectionē in superficie secta educat ut docet. 11. primi: eritq; ex diffinitione superficiē super aliā superficiem orthogonaliter erecte angulus quē cōtinent hee due linee perpendiculares rectus: quare per quartā huius prima harū duarum perpendiculariū etiā est perpendicularis etiā ad superficiē sectā ergo ab uno puncto protracte sunt due linee perpendiculares ad eandem superficiē: quod ē impossibile: relinquitur itaq; propositum nostrum.

Propositio . 14.



I linea una sup duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiā in infinitū i quācunq; partem protrahantur nunquam concurrent.

¶ Pōita enī linea una duab⁹ superficiēb⁹ orthogonaliter insistere si possibile ē superficies illas cōcurrere i earū cōi sectione q; p. 3. huius erit linea recta: pūctusq; quocūq; modo signet a quo due linee i illis duabus superficiēb⁹ ad lineā illā q; ipsīs perpendiculariter supstat ptrahat: eritq; cōstitut⁹ triāgulus ex his duab⁹ lineis & perpendiculari hui⁹ itaq; triāguli uterq; duorū angulorū q; suppendicularē cōsistunt ē rect⁹ ut p3 ex ditione lineē supra superficiē perpendiculariter stantis hoc aut ē impossibile per. 32. primi.

¶ **E**conuerso quoq; uidelicet si super duas superficies equidistantes linea recta exciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

¶ Pōitis enī duabus superficiēbus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earū perpendiculariter superstat: dico q; eadem linea relique superficiē perpendiculariter superstat. Si enī superficies una secans pōitas superficies equidistantes super lineā eas penetrantē eritq; cōis sectio hui⁹ superficiē secantis & alterius sectarū uidelicet illi⁹ cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere cōtinent⁹ angulū rectum est ipsa linea penetrante ex ditione lineē perpendicularis ad superficiē: si igit alia cōis sectio ipsius superficiē secantis & reliq; duarum sectarū cū eadē linea penetrante nō ptimeat angulū rectum erit ex ultima petitione primi ut ille due cōis sectiones in alterutram partem protracte necessario concurrent: quare & superficies que pōite sunt equidistantes necessario concurrent. & quia hoc est impossibile erit ille angulus rectus eodēq; modo erit de qualibet alia superficie eadē superficies equidistantes secante super eandem lineam: igitur ex quarta huius & ex ista. 14. cōstat uerum esse qd diximus.

Propositio. . 15.



I fuerint due linee se cōtingentes angulariter equidistantes aliis duabus se cōtingētibus non autem in superficie una ab eisdē lineis cōtente due superficies i nulla parte quantūcūq; producantur possunt cōcurrere.

¶ Siue due linee .a. b. & .a. c. se angulariter contingentes in puncto .a. equidistantes duabus lineis .d. e. & .d. f. se angulariter contingentibus in puncto .d. & nō sint in superficie una: dico earum superficies i quacūq; prem & quacūq; protrahantur nunq concurrere: protrahat & eni a puncto .d. prout docet .5. huius perpendicularis ad superficiē duarū linearū .a. b. & .a. c. sitq; .d. g. & a puncto .g. ducatur .g. h. equidistans .a. b. & .g. k. equidistans .a. c. eritq; ex diffinitione uterq; duorū angulorū .d. g. h. & .d. g. k. rectus & per .9. erit linea .d. f. equidistans lineis .g. k. & linea .d. e. equidistans lineis .g. h. quare per ultimā prem. 29. primi uterq; duorū angulorū .e. d. g. & .f. d. g. erit rectus: ideoq; per quartā huius linea .d. g. erit perpendicularis ad superficiē duarū linearū .d. e. & .d. f. cumq; ipsa eadē sit etiam ex ypothesi perpendicularis ad superficiē duarū linearū .a. b. & .a. c. igitur ex premissa liquet quod est propositum.

Propositio. .16.

SI duas superficies equidistantes una superficies secet communes earū sectiones equidistantes erunt:

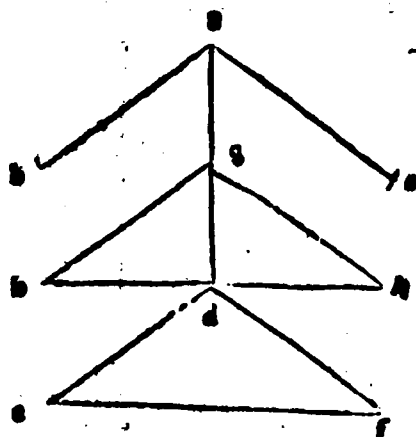
¶ Constat equidem ex tertia q; una superficie quacūq; duas superficies equidistantes secante communes earum sectiones erunt due linee recte: que cum sint ambe sitae in superficie secante. si ipse non fuerint equidistantes ponantur ad quolibet unum punctum concurrere: erit itaq; ut unus atq; idem punctus sit in utraq; illarum duarum sectionum communium cumq; una illarum communium sectionum sit i una duarum superficialium sectionū & reliqua i altera. sequitur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere: hoc autem impossibile est. Erunt igitur cōes earū sectiones equidistantes quod est propositum. ¶ Ex hac & premissa potes elicere conclusionem unā similem. 30. primi uidelicet istā. Si fuerint due superficies uni equidistantes ipse quoq; erunt adinuicem equidistantes. Pois enim tribus superficiebus quarum utraq; duarū extremarum equidistet medie dico q; necesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. secantur omnes illi tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus: eruntq; ex hac 16. communes sectiones duarum extremarum superficialium equidistantes sectionibus medie: quare ex .30. primi ipsi etiam sectiones duarum extremarum superficialium erunt equidistantes adinuicem. Et quia ipse contingunt se in cōmuni sectione duarum superficialium tres positas superficies secantū ex premissa euidenter constat quod diximus.

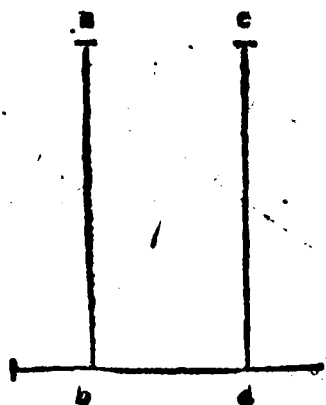
Propositio .17.

SI superficies tres uel plures equidistantes duas rectas lineas se inuicem contingentes uel equidistantes secet illarū linearū portiones proportionales esse probant.

¶ Intelligantur enim due recte linee penetrantes qualescūq; contigerit tres superficies equidistantes aut etiam plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quascūq; duas lineas superficies interceptas proportionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus superficiebus interceptis. Contingantur enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter eas linea una diagonaliter: eritq; hoc diagonalis cum utraq; illa: uti duarum linearum penetrantium superficies propositas i superficie una illas equidistantes superficies positas secante. si ergo harum superficialium cōmunes sectiones que per premissam erunt equidistantes cogitatione protraxeris ex prima parte secunde sexti constabit propositū.

Propositio. .18.





Sin superficie assignata orthogonaliter steterit: linea
ois superficies a linea illa quorsum libet ducta ad ean
dē assignatam superficie; erit orthogonaliter erecta.
¶ Sit enī linea. a. b. erecta ppendiculariter sup assignatā supficiē
& a linea. a. b. pducatur superficies quorsu; libuerit: quā dico sup p
positā supficiē esse per ppendiculariter erectā. cum enī ipsa secet superficiem assi
gnatam: erit eage cōmunis sectio linea recta ex. 3. huius. sitq; .b. d. i hac ergo cō
muni sectione signato puncto quolibet qui sit. d. extrahat ab eo. In superficie
que producta est a linea. a. b. linea quedā ppendicularis ad lineam .b. d. que
sit. d. c. eritq; ex scda pte. 28. primi linea. c. d. equidistans: linee. a. b. ideoq; ex.
8. huius linea. c. d. est etiā ppendicularis ad supficiē propositā: qā ergo hoc mo
do quolibet linea ptracta orthogonaliter a quolibet puncto linee. b. d. ad ipsā
lineā. b. d. i ipsa superficie que pducta est a linea. a. b. est ppendicularis ad p
positā superficiem ex diffinitione superficiesi supra superficie orthogonaliter
erecte: constat uerum esse qd' propositum est.

Propositio .19.

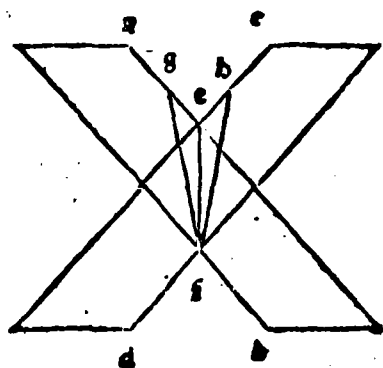


Si due superficies se inuicē secantes supra unā superfi
ciem erecte fuerint orthogonaliter cōmunis earum se
ctio ad eandē superficiē perpendicularis erit.
¶ Sint due superficies .a. b. & .c. d. se inuicē secantes erecte ortho
gonaliter super assignatā superficiem: sitq; cōmunis eage sectio li
nea recta. e. f. hanc dico esse perpendicularē ad assignatam superficiem. alio
quin a puncto. f. qui est cōmunis terminus sectionū duarū superficiesū secantiū:
& tertie superficiesi secte producat una linea recta que sit .f. g. in superficie.
.a. b. perpendicularis ad superficiem assignatam. itēq; ab eodem puncto duca
tur alia perpendicularis ad eandem superficiē que sita sit in superficie .c. d. &
ipsa sit. f. b. eruntq; due linee .f. g. & .f. b. orthogonaliter insistentes super pun
ctum unum ad superficiē assignatam: hoc autem impossibile per. 13. huius. Ta
les autē lineas posse protrahi a puncto. f. in utraq; duarū superficiesum. a. b.
& .c. d. cum. e. f. non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiē dubitare
non conuenit. intelligatur quidē linea. f. b. cōmunis sectio superficiesi. a. b. & su
perficiesi assignate & linea. f. d. superficiesi. c. d. & superficiesi assignate. Si igitur
linea. e. f. fuerit perpendicularis ad utraq; duarū lineas. f. b. & .f. d. ipsa etiam
erit perpendicularis ad superficiem assignatā ex quarta huius. si autē ad neu
transit. f. g. perpendicularis ad. f. d. deinde a puncto. f. protrahere in superficie
assignata lineam lineam perpendicularē ad lineam. f. b. que ex dione superfi
cisi superficiesi assignate orthogonaliter erecte cum linea. f. g. continebit
angulum rectum per quartam igitur huius erit linea. f. g. perpendicularis ad
superficiem assignatam. Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto. f.
in superficie assignata que sit perpendicularis ad lineam. f. d. sequetur ex dione
predicta & ex quarta huius lineam. f. b. esse perpendicularē ad superficiem
assignatam qd' est impossibile per. 13. huius. Quod si consistere lineam. e. f.
esse perpendicularē ad lineas. f. b. sed non ad lineas. f. d. sequetur modo cō
limili duas lineas. f. g. & .f. b. esse perpendiculares ad superficiem assignatam:
qd' nihil minus est impossibile.

Propositio .20.



Si tres anguli superficiales solidum angulū contineant
illorum trium angulorum quicq; duo pariter accepti
reliquo sunt maiores.
¶ Sint tres linee. a. b. a. c. a. d. pyramidaliter erecte supra spficiem
b. c. d. continētes tres superficiales angulos ex quibus solidus



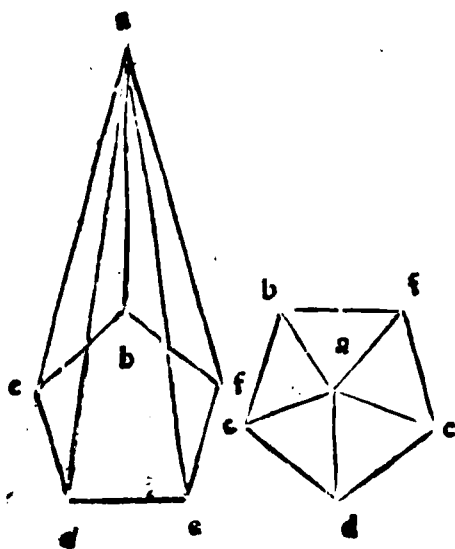
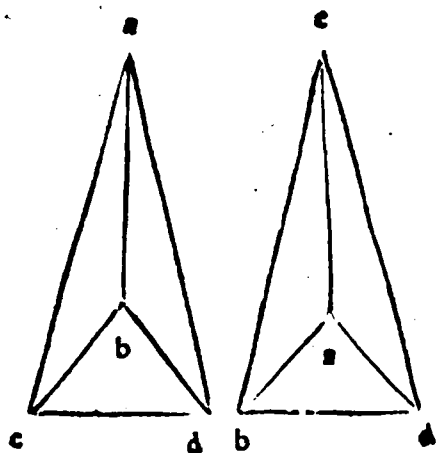
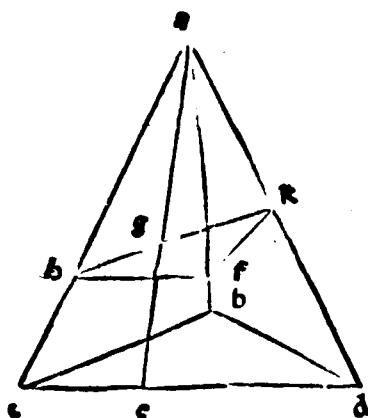
perficitur angulus in puncto .a. dico quolibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto .a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem equales: aut si duo tantum equales tertio exite minore utrolibet duorum equalium: constat per cōem scientiam uerum esse qd' dicitur. Quod si eorum unus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit siue illi duo ponantur equales siue nō equales: adhuc constat illum maiorem cum utrolibet duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorem. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur esse maiores: sic collige. esto enim trium propositorum angulorum superficialium angulis .c. a. d. maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum e. a. d. equales angulo .b. a. d. protracta linea .a. e. & sumam ex hac linea .a. e. lineam .a. b. linea s. a. f. quas ponam esse equales & protraham lineam a puncto .g. qualitercumq; contingat in superficie duarum linearum .a. c. & .a. d. quousq; secet .a. c. in puncto .h. & .a. d. in puncto .k. & ipsa sit .h. g. k. & producam lineas .f. h. & .f. k. cū sit igitur .a. f. equalis .a. g. posita .a. k. communi erit per quartam primi .f. k. e. q. l. s. k. g. & quia ex .20. primi due linee .h. f. & .f. k. sunt maiores linea .h. k. erit per conceptionem .h. f. maior .h. g. ideoq; per .25. primi cum sit linea .a. f. e. q. l. s. linee .a. g. erit angulus .f. a. h. maior angulo .h. a. g. per conceptionem igitur constat duos angulos .h. a. f. & .f. a. k. pariter acceptos esse maiores angulo .h. a. k. qd' erat demonstrandum.

Propositio .21.



Mnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

¶ Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur: hac ergo .21. p. proportionaliter proponitur quoq; quolibet superficiales angulos solidum quēlibet continentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. Sit enim triangula pyramis .a. b. c. d. cuius supremus angulus cum pos sit esse quilibet suorum angulorum hic tamen sit .a. de quo dico q; tres superficiales anguli ipsum .a. continentes sint minores quatuor rectis. Constat enim ex .31. primi .9. angulos trium triangulorum hanc pyramidem circūstantium & ipsi sunt .a. b. c. a. c. d. a. d. b. esse equales sex angulis rectis: de tribus autem angulis basis eius que est triangulus .b. c. d. constat quoq; per eandem q; ipsi sunt equales duobus rectis. cum igitur sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostram pyramidem de cuius supremo angulo disputamus circūstantium: qui inq; sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent: sint ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis: ex .nouē. igitur angulis trium triangulorum pyramidem circūstantium his sex angulis demptis erunt ex communi scientia reliqui tres & ipsi sunt qui constituunt solidum angulum .a. minores .4. rectis. Si autem angulus .a. supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quam tribus contineatur qd' erit secundum multitudinem angulorum sue basis: cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipsam pyramidem circūstantium pariter accepti sint ex .32. primi tot rectis angulis equales quantus est numerus angulorum sue basis duplicatus: eo q; tot necesse est esse triangulos pyramidem circūdan tes quot fuerint anguli sue basis. Cūq; omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis equales quantus est numerus angulorum suorum duplicatus: demptis inde .4. ut in .32. primi demonstratum est. Cūque igitur omnes an

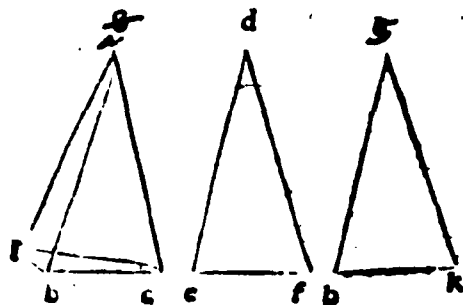


guli triangulorū priamidē circūdantiū q sup lateras' bas' ipsi' priamidis consti-
tunt piter accepti sint maiores oib' angulis bas' piter acceptis ut euidenter
constat ex pmissa toties quot angulos bas' habuerit repetita. adhuc necessa-
rio seq' ex cōscia superficialis angulos solidū angulū. a. ptenentes piter acce-
ptos esse minores quatuor rectis: eo inquam minores quos oēs anguli trigono-
rum priamidē circūdantiū qui sup latera bas' statuit priamidis pstant exce-
dunt omnes angulos bas' pariter acceptos.

Propositio .22.



I tres anguli superficiales quorū quinqz duo pariter ac-
cepti tertio sint maiores cūctis sibi inuicē equis lineis
contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsaz
lineaz aequalium terminis subtendentibus triangulūz
substitui uel constitui possibile est.

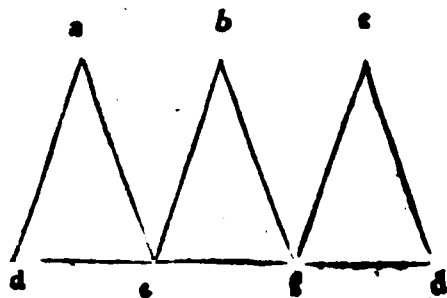


¶ Sint tres superficiales anguli. b. a. c. d. e. f. h. g. k. ut proponitur tales uideli-
cet ut quicqz duo eorum tertio sint maiores. sint qz sex latera eos continencia eq-
lia que sint. a. b. a. c. d. e. f. g. h. g. k. & subtendantur eis tres bases que sint. b.
c. e. f. h. k. Ex his ergo tribus basibus triangulum aio constitui posse. Esto enī
angulus. b. a. l. equalis angulo. d. & linea. a. l. lineae. d. e. & protrahantur. l. b. l.
c. eritqz ex. 4. primi linea. l. b. equalis lineae. e. f. ex ypothēsi uero constat totale
angulum. a. esse maiorem angulo. g. erat enim quicqz duo ex tribus angulis. b.
a. c. d. & g. tertio maiores igitur ex. 24. primi linea. l. c. linea. h. k. est maior. cū
qz sint ex. 20. primi due lineae. l. b. & b. c. maiores linea. h. k. quia igitur. l. b. est
equalis. e. f. erunt due lineae. b. c. & e. f. maiores linea. h. k. Costat itaqz hoc mo-
do quicqz duas lineas ex tribus lineis. b. c. e. f. h. k. esse longiores tertia: igitur
ex. 22. primi constat uerum esse qd' dicitur: hoc dūtaxat addito qz si duo angu-
li. b. a. c. & d. pariter accepti sint equales duobus rectis erunt due lineae. l. a. &
a. c. ex. 14. primi linea una: que cum sit equalis ex ypothēsi duabus lineis. g. h.
& g. k. que ex. 20. primi longiores sunt linea. h. k. cumqz ex eadem lineae due. l.
b. & b. c. sint longiores linea. l. c. sequitur ut prius. b. c. & e. f. pariter acceptas
esse longiores. h. k. At uero si duo predicti anguli sint maiores duob' rectis
erunt ex. 21. primi due lineae. a. l. & a. c. iōqz & due. g. h. & g. k. breviores dua-
bus quoz sint. l. b. & b. c. quare ut prius. b. c. & e. f. pariter accepte sint longio-
res linea. h. k.

Propositio .23.

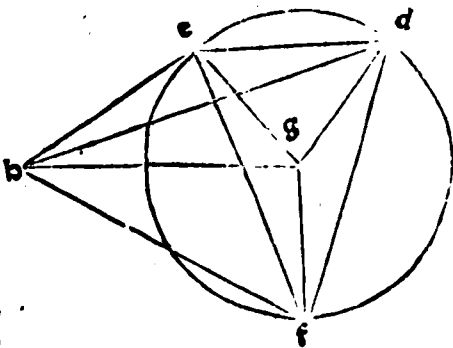


Ribus angulis superficialib' ppositis quorū quicqz duo
piter accepti tertio sūt maiores oēs aut tres simul qua-
tuor rectis angulis minores: ex trib' illis equalibus qz
lescunqz sint solidum angulum constituere.



¶ Sint ppositis tres anguli superficiales qui sint. a. b. c. de tribus illis equa-
libus uolumus unum solidum angulum constituere oportet: igitur ex. 20. hui-
us ut quicqz duo eorum pariter accepti tertio sint maiores & ex. 21. huius ut
omnes piter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaqz sint hec
posita: latera uero eos continencia cūcta adinuicem sint equalia eisqz subten-
dantur tres bases & ipse sint. d. e. e. f. & f. d. eritqz ex pmissa possibile de tri-
bus lineis his basibus equalibus triangulum constitui. Sit igitur ex eis con-
stitutus secundum doctrinam. 22. primi triangulus. d. e. f. constitutus: cui si
cur docuit quinta quarti circūscribatur circulus. d. e. f. supra centrum. g. &
ptrahant. g. d. g. e. g. f. que cū sint adinuicē equales ex dione circuli lateraqz

tres propositos angulos ambiētia equalia ex ypothesi necesse est ut eardē que libet quolibet illoq; laterum sit minor equalē aut aut maioreq; esse est ipossibile. Si enī linea exiens a centro .g. ad circūferentiā circuli .d.e.f. esset equalis alicui lateri .a.d.a.e.b.e.b.f.c.f.c.d. sequeretur propterea que posita sūt annuente .8. primi tres angulos .a.b.c. propositos esse equales tribus angulis .d.g.e.e.g.f.f.g.d. cūq; hi tres sūt equales quatuor rectis angulis ut facile patet ex .15. primi: protracta paulisp una lineaq; extētiū a centro ad circūferentiā in continuum & directū: essent etiā tres anguli .a.b.c. equales etiā quatuor rectis qd ē contra posita. Quod si esset maior superpositis tribus triangulis quorum sūt anguli .a.b.c. tribus triangulis diuidētib; triangulum .d.e.f. unoquoq; illi cum quo cōicat in basi ita q; bases superponantur basibus equalē uidelicet equalibus & anguli .a.b.c. cadant ad ptem puncti .g. sequeretur ex .21. primi tres angulos .a.b.c. esse maiores tribus q; sūt .d.g.e.e.g.f.f.g.d. essent itaq; maiores quatuor rectis qd ē ampli⁹ contrarium positis Relinq; itaq; unūquodq; ex sex laterib; tres propositos angulos ambiētib; maius ēē linea egrediēte a centro .g. ad circūferentiā .d.e.f. ideoq; etiā potenti⁹. Sit igit potenti⁹ i linea .g.h. que sit scdm .12. hui⁹ orthogonaliter erecta sup superficie anguli uel circuli .d.e.f. demittanturq; tres ypothēse .h.d.h.e.h.f. quas dico p̄tinere angulos tres sup̄ficiales eq̄les tribus propositis cōstituētes angulum solidū in puncto .h. cū enī quadratū lineę .h.d. sit equalē duob⁹ quadratis duarū lineaq; .d.g. & .g.h. ex ypothesi At quadratū lineę .d.h. sit equalē eisdē ex penultima primi necesse est lineā .a.d. esse equalē lineę .d.h. eodēq; modo & li neam .a.e. lineę .c.h. igit ex .8. primi cū bases etiā sūt equales erit angulus .a. equalis angulo .d.h. & similiter quoq; non erit angulus .b. equalis angulo .e.h. & angulus .c. equalis angulo .f.h.d. quare constat factum esse quod facere disposuimus.

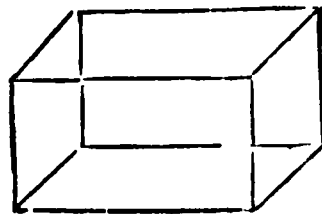


Propositio. 24.



In superficiebus equidistantibus solidum contineatur eius opposite superficies sibi inuicem equalē sunt & equidistantium laterum.

¶ Quicquid dicant alii solidum equidistantibus superficiebus cōtēntum superficiebus paribus necesse est contineri que sicut esse non possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari seriatim excedente. Constat enim columnā exagonā posse .8. superficiebus que bine & bine opposite sibi inuicem equidistant contineri: sic quoq; octogonā .3. .10. & decagonā .12. & ad istarū similitudinē in infinitū. sed horū omnium solidorum equidistantibus superficiebus contentorum que infinita est e p̄nuncio solum illud dicitur parallelogramū cuius omnes superficies ipsū ambiētes parallelograme sūt & istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambi: de tali itaq; qd sex tantum superficiebus ambi: dico debere intelligi q; hec .24. proponit: sic igitur tale solidum corpus .a.b. cuius omnino superficies fac ut solido habitu mente comprehendās: patebitq; tibi unāquāq; earū quatuor ex reliquis secare curi⁹ quatuor latera cū sūt cōmunes sectiones ipsius secantis & quatuor sectaq;. Sūt autē ille quatuor secte bine & bine p̄m q; adinuicē op̄ponunt equidistantes ex ypothesi: sequit ex .16. bis assumpta ut quatuor latera hui⁹ sup̄ficiai secātis & quatuor sectaq; sūt adinuicē bine & bine equidistantia. Cōstat itaq; scdm. At uero ex .34. primi manifestū ē oīa latera opposita istaq; sex superficie: ea eq̄lateralit̄ igit bine latera angulū planū p̄tinētia cuiusq; cap; eq̄lia binis laterib; angulū planū i superficie sibi opposita p̄tinētib;. anguli quoq; p̄b illis binis & binis laterib; p̄tēti eq̄les p̄ .10. h⁹: igit ex .2. querla penultie cōis



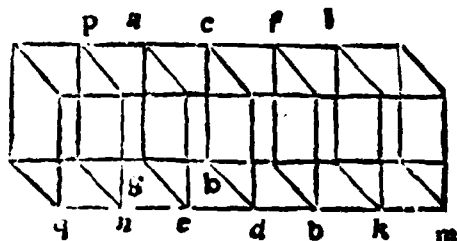
LIBER

scie in primo libro posite necesse est quasq; duas superficies in solido .a.b. op-
positas esse sibi inuicem equales qd' est propositum.

Propositio .25.



Si superficies quedā secet solidū pallelogramū eqdistā-
ter duab' ipsi' solidi superficieb' oppositis duo partia-
lia corpora que ad illā secantē superficiē uelut ad cō-
munē terminū copulant suis basib' sūt pportionalia



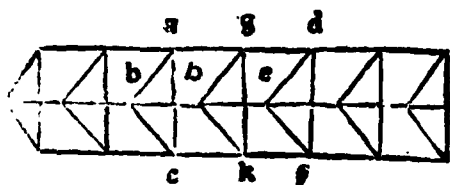
¶ Sit corpus .a.b. solidum pallelogramū & secet ipsum superficies .c.d. equi-
distanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt .a.e. & .f.b. & sit super-
ficies .g.b. basis ipsius solidi .a.b. de qua constar per premissas q' ipsa sit equi-
distantium laterum & sit cōis sectio duarū superficieꝝ .c.d. & .g.b. linea .h.d.
de qua constar per .3. huius q' ipsa sit linea recta & per .16. huius q' ipsa sit eq-
distans .g.e. ideoq; sunt due superficies .g.d. & .h.b. equidistantium lateruꝝ la-
teꝝ & ipse sunt bases duorū partialium corporū in que superficies .c.d. diuidit
solidum .a.b. dico itaq; q' proportio solidi .a.d. ad solidū .b.c. est sicut basis .g.
d. ad basē .h. b. protraheant enī utrinq; quantū libuerit. quatuor linee penetra-
tes superficiē .c.d. super eius angulos & ipse sunt .a.f. & .e.b. cum duabus reli-
quis sibi equidistantibus. Sumanturq; ex eis omnib' portiones ex parte pun-
cti .b. quot libuerit que ponantur singule eqles linee .b.d. & ex pte puncti .e.
alie similiter quot libuerit que ponant equales linee .e.d. super quas utriq; cō-
stituantur solida pallelograma scdm suarū longitudinē exigentiū. Sintq; ex pte
puncti .b. solida .f.k. & .l.m. & ex pte puncti .e. solida .a.n. & .q.a. eritq; diffini-
tione corporū equalium atq; similiū unūqd' q' solidorū .f.k. & .l.m. equale soli-
do .e.b. & unūqd' q' .a.n. & .p.q. est equale .a.d. hāc igit' argumētum quēadmo-
dum i prima sexti est enī solidū .c.m. ita multiplex solidi .b.c. sic basis .h.m. ba-
sis .h.b. & solidū .q.c. ita multiplex solidi .a.d. sic basis .q.h. basis .g.d. & si basis
h.m. ē equalis basi .q.h. solidum .e.m. est esse solidū .q.c. ex dione corporū eq-
litum atq; similiū & si basis ē minor basi & solidū ē minus solidū & si maior
mai' qd' p3 ex dione eadē resecata maiori basi ad eq'litatē minoris & descripto
sup eam solido pallelogramo. itaq; ex dione icontinue pportionalitatis ppor-
tio solidi .a.d. ad solidū .c.b. sicut basis .g.d. ad basim .h. b. qd' est propositū .3.
Quod si superficies aliqua secet corp' seratile equidistāter duab' ei' triangu-
laribus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illā secantē super-
ficiem uelut ad cōm terminū copulant suis basib' erūt pportionalia. ¶ Sit enī
a.f. corpus seratile cui' sint due trigone supficies .a.b.c.d.e.f. Cōstāt igit' ex
dione seratilis unāquāq; triū superficieꝝ que sūt .a.b.d.e. b.c.e.f. a.c.d.f. cē
pallelogramū: secet igit' supficies .g.h.k. istud seratile equidistāter duab' ei'
oppositis superficiebus que sunt .a.b.c.d.e.f. dico q' pportio seratilis .a.k. ad se-
ratile .g.f. ē sicut basis .a.k. ad basim .g.f. qd' sicut de solidis pallelogramis p-
bat' ptractis enī in utrāq; pte lineis .a.d.b.e.c.f. factisq; iter eas ex pte puncti
e. seratilib' equalib' seratili .g.f. & ex pte puncti .b. aliis equalibus seratile .a.
k. utrinq; quouis numero ex dione icontinue pportionalitatis. si cuncta uigi-
li mente plustres non erit tibi difficile cōcludere quod diximus.

Propositio .26.



Vper datum punctum date linee angulo solido pro-
posito equalem angulum solidum constituere.

¶ Solidus angulus propositus sit .a. qui contineatur tribus li-
neis .a.b. a.c. a.d. tres superficiales angulos ipsum solidū
perficientes continentibus cui super punctum .e. linee .e.f.
proposite que ad libitū propotentis iaceat: aut in sublimi cōsurgat tubemur



equalem angulum solidū constituere quālibet sit situs lineæ .e.f. a puncto .g. ubi cūq; uolueris signato: pducito lineā .g.e. eruntq; ex scda huius due lineæ .e.f. & .g.e. in superficie una. in hac itaq; superficie super punctū .e. datū in assignata lineā scdm p̄sulum. 23. primi constituere angulū equalē angulo .b.a.c. & ipse sit .f.e.g. dehinc ex lineā .a.d. abscinde lineam .a.h. sicut uolueris & a puncto .h. producito perpendicularē .h.k. ad superficiē in qua sunt due lineæ .a.b. & .a.c. qd' qualiter faciendū sit. i. huius docuit: nec sit igitur tibi cura de p̄cto .k. Nihil enī refert utrū ppendicularis .h.k. occurrat superficiē in qua sunt due lineæ .a.b. & .a.c. inter ipsas lineas aut extra aut i eas: altera ducito tamē lineam .a.k. positoq; puncto .l. in lineā .a.b. ubi cūq; uolueris p̄trahē lineas .k.l. & .l.h. & pone angulū .f.e.m. i superficie linearū .e.f. & .e.g. equalem angulo .b.a.k. & ex lineā .e.f. sume lineā .e.p. equalem lineæ .a.l. & a puncto .m. educ lineam .m.n. perpendicularē ad superficiē in qua sunt due lineæ .e.f. & .e.g. & pone eam equalē .h.k. & protrahe lineas .e.n. n.p. & .p.m. dico igit tres lineas .e.f. e.g. e.n. continere angulū solidū in puncto .e. equalem angulo .a. proposito: cum sit enī ex ypothēsi duo latera .a.k. & .k.h. trianguli .a.k.h. equalia duob' laterib' e.m. & .m.n. trianguli .e.m.n. & anguli qui sunt ad .k. & ad .m. recti ex diffinitione lineæ ppendiculariter erecte supra superficiē erunt ex quarta primi due lineæ .a.h. & .e.n. equales: per eandē quoq; erunt due lineæ .k.l. & .m.p. equales ideoq; etiā per eandē .h.l. & .n.p. equales: cū sint .h.k. & .k.l. equales .m.n. & .m.p. & anguli .h.k.l. & .m.n.p. recti p. 8. igit primi erit angulus .n.e.p. equalis angulo .h.a.l. Simili quoq; modo p̄babis angulū .g.e.n. esse equalē angulo .c.a.d. constat itaq; nos effecisse qd' uolum'. huic si studiosus istiteris quot cūq; lateribus .a. solidus angulus propositus continetur qd' a te petitur sine ostendiculo perficere poteris.

Propositio .27.



Vper assignatam lineam dato solido equidistantium superficialium simile solidum constituere.

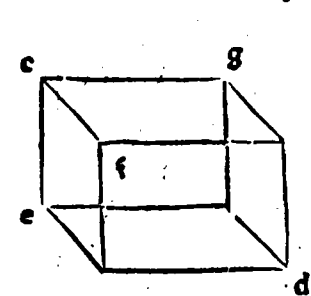
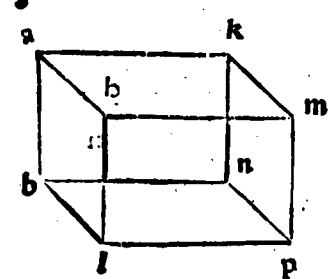
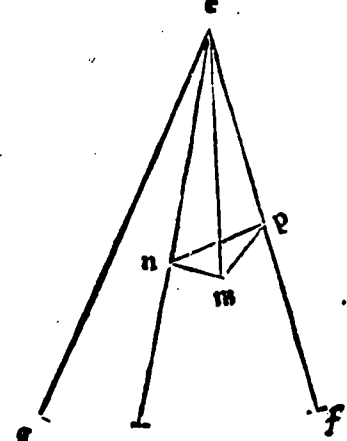
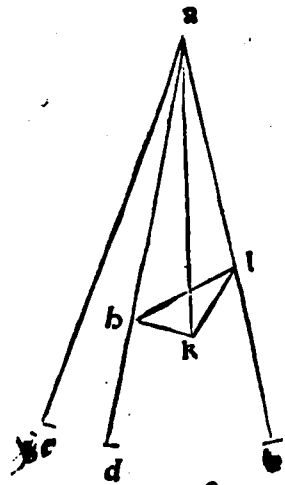
¶ Sit assignata lineā .a.b. de cuius situ utrum in plano iacet uel sursum exurgat nihil curet: sitq; assignatum parallelogramū solidum corpus .c.d. iubemur simile solidū fabricare. Sint igit tres lineæ continetes superficiales angulos ex quib' ponit solidus angulus .c. iscripte litteris .c.e.c.f.c.g. At scdm precepta premisse super punctū .a. lineæ .a.b. constituat angulus solidus equalis .c. quē contineat tres lineæ .a.b. a.h. a.k. & auxilio .10. sexti sit p̄portio .c.e. ad .a.b. & .e.f. ad .a.h. & .g.e. ad .a.k. p̄portio una: dehinc a trib' punctis .b. h. k. p̄trahatur sex lineæ .h.l. equidistant lineæ .a.b. & .h.m. equidistant lineæ .a.k. iteq; .b.l. equidistant lineæ .a.h. & .b.n. equidistant lineæ .a.k. rursus quoq; .k.n. equidistant .a.b. & .k.m. equidistant .a.h. ampl' aut protrahat .m.p. equidistant .h.l. & .p.l. equidistant .h.m. p̄trahatur quoq; & lineā .p.n. eritq; cōpletum solidū parallelogramū .a.p. quod dico ē simile solidū .c.d. hoc aut ex dione similitū superficiali & dione similitū corporū si eas memineras facile concludes.

Propositio .28.



I superficies aliqua solidum parallelogramum super duas quālibet oppositas superficies eius terminales & super earū duas diagonales secet eandē superficiē corpus illud per equalia secare necesse est.

¶ Sit corpus .a.b. solidum parallelogramum de quo sit positum q' superficies .a.b.c.d. secet ipsum super diagonales duarū superficialium oppositarū ipsum solidum terminantūz que sint .a.d. & .c.b. dico q' ipsa diuidit istud solidū



LIBER

propositum per equalia. constat enim q. ipsa dividit illud solidum in duo lateralia quorū superficies quadrilateras bias & binas adinvicē relatas scdm q. ipse sūt opposita latera solidi propositi manifestum est ex. 24. huius esse equalia cum solidum de quo loquimur positum sit esse parallelogramum: ex eadem quoq. & 41. primi constat trilateras superficies dictorū lateraliū esse equalia: igitur diffinitione solidorum equalium liquet quod propositum est.

Propositio. 29.



Vnta solida equidistantiū superficie eque alta atq. i eadē basi sup unā lineā cōstituta pbanē esse equalia:

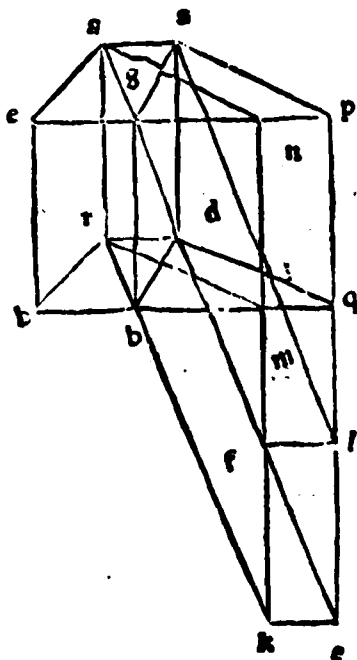
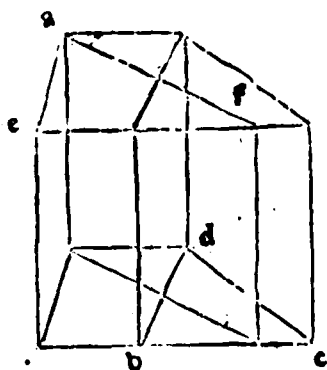
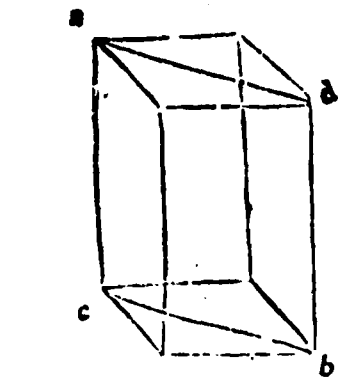
¶ Verum est q. solida equidistantiū lateorū eque alta siue inter superficies equidistantes super unā & eandē basim pstituta sūt adinvicem equalia sicut de superficiebus equidistantiū lateorū super unā basim & inter lineas equidistantes pstitutis ut in. 35. primi demonstratū est. sed talium solidorū quedā dicunt cōstitui sup lineā unā & sūt illa quorū suppremax superficies duo opposita latera sūt p m rectitudinē ptracta lineā una & de talibus hec. 29. proponit demonstrandū ipsa oia esse equalia adinvicē, sūt aut eorū alia que non dicunt pstituta super lineā unā & sūt illa quorū suppremax superficies duo latera opposita quocūq. sumant & s rectitudinē ptracta nō sūt lineā una & de talib⁹ sequēs demonstrandū pponet ipsa quorū oia esse adinvicē equalia. Sūt itaq. duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes. a. b. & a. c. cōstituta sup unā basim que sit. a. d. quorū suppremax superficies sūt. e. b. & f. c. Sūt q. hanc suppremax superficies duo latera opposita cū p m rectitudinē ptrahant lineā una & ipsa sūt. a. f. & b. c. dico itaq. q. solida a. b. & a. c. sūt equalia: hoc aut li figurā ei⁹ p m q. oportet actu vel cogitatione fabricaueris & quēadmodū in. 35. primi processeris idē faciēs hic de laterilib⁹ qd ibi de triangulis facile cōcludere poteris occurrēt tibi hic eadē diversitates in solidis que ibi in superficiebus occurrissē novisti.

Propositio. 30.



Vnta solida equidistantiū superficie eque alta que in eadem basi non autem super lineam unam fuerint constituta probantur esse equalia.

¶ Sūt nunc duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes sūt q. super unā & eandē basim sed non super lineam unam constituta: dico iteq. ea esse equalia. Esto enim duo solida parallelograma. a. b. & a. c. eque alta siue inter superficies equidistantes pstituta super unā basim que sit. a. d. sed non super unā lineā sūt q. eorū suppremax superficies. e. b. & f. c. quas opposita latera p m rectitudinē ptracta non erunt lineā una. cūq. ipsa ex ypothesi sūt in una superficie eo q. solida proposita sūt inter superficies equidistantes: necesse est ut duo latera unus earū ptracta scdm rectitudinē: protrahantur itaq. duo opposita latera superficiē. e. b. q. sūt. e. g. & h. b. & duo opposita superficiē. f. c. que sūt. k. f. & c. l. & secant se super quatuor puncta. m. n. p. q. eritq. superficies. m. n. p. q. equidistantiū lateorū equalis unicuiq. trium superficieum quarum una est basis propositis solidis communis & ipsa est. a. d. & due relique sūt suppremax superficies eundē solidorū & ipse sūt. e. b. & c. f. ductis itaq. lineis a quatuor punctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi scd directā habitudinē relatisq. sit. n. a. m. r. f. q. d. perfectū erit solidū parallelogramum. a. q. in eadē basi cū utroq. duorū priorū & eque altū & super lineā unā cū utroq. ipso: per premissa igit. utrū liber duorū solidorū ppositorū q. sūt. a. b. & a. c. ē eqlē solidū. a. q. p. ceptionē.

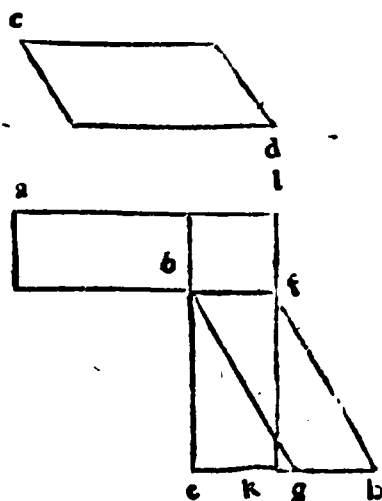


ergo est solidum. a. b. equale solido. a. c. quare constat propositum: ¶ Potes quoque conuersas huius & premissæ probare si libet ducendo ad impossibile: potes enim quelibet duo solida palellograma esse equalia & constituta super eandem basim equidistantia & demonstrabis ea esse eque alta. Eruntque hæc & premissa tue demonstrationis medium: impossibile autem ad quod duces erit: partem suo toti esse equalē: quod euidenter patebit si de illo solido quod altius esse mentis aduersariis cum tamē ambo posita sint equalia & super eandem basim constituta unum solidum palellogramum eque altum demissiori absideris: hoc apertè absidium equale esse demissiori cōuincet ex hac & premissa: ideoque & totum a quo ipsum absideris ex cōmuni scientia.

Propositio .31.

Solida equidistantiū superficiē in basibus equis constituta si fuerint eque alta lineęque ei⁹ angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

Et hoc quoque uerū est quod oia solida palellograma in equis basibus atque inter superficies equidistantes siue eque alta constituta sunt adinuicem equalia sicut de superficiebus equidistantiū laterū super equales bases & inter lineas equidistantes constitutis in. 36. primi probatum est. At talium solidorum alia sunt quorum angulares lineę super suas bases orthogonaliter eriguntur de quibus hæc. 31. proponit demonstrandum esse ea esse equalia. Alia uero sunt quorum angulares lineę super suas bases non sunt orthogonaliter erectę: de quibus sequens demonstrandum proponit ea esse equalia: intelligantur itaque super duas bases. a. b. & c. d. que sint equales & equidistantium laterū non tamen unius creationis. sed sit. a. b. tetragonus longus. & c. d. simile helmuaym duo solida equidistantiū laterū constituta eque alta sintque lineę erectę super angulos propositarū basium perpendicularēs ad ipsas. dico hæc duo solida adinuicem esse equalia protrahant itaque duo latera basium. a. b. & sint illa que continent angulum. b. usque ad. f. & e. & fiat angulus. f. b. g. equalis angulo. c. basis. c. d. & sumantur duę lineę. b. f. & b. g. equales duobus lateribus basium. c. d. que continent angulum. c. & perficiatur superficies equidistantium laterū. b. h. que erit equalis & similis basi. c. d. dehinc protrahat. h. e. equidistant. b. f. & f. k. equidistant. b. e. eritque quadrilatera superficies. b. k. equidistantiū laterū equalis. b. h. ex. 35. primi: cumque. b. h. sit equalis. c. d. erit per conceptionem. b. k. equalis. a. b. Cōpleatur itaque superficies equidistantium laterum. b. l. protracta lineā. k. f. quousque concurrat cum uno ex lateribus continētib⁹ angulū. a. in puncto. l. age ergo super tres superficies equidistantiū laterū que sunt. b. h. b. k. b. l. cōstituantur eque alta solida solido cōstituto super basim. a. b. sintque lineę omnium solidorum istorum erectę super bases perpendicularēs ad ipsas & appellentur bases & solida super eas constituta eisdem nominibus. manifestum est ergo ex diffinitione solidorum equalium atque similium quod duo solida. b. h. & c. d. equalia atque similia sunt: de solidis autem. b. h. & b. k. constat ex. 29. quod ipsa sunt equalia: sunt enim eque alta & constituta super unam & eandem basim & ipsa est superficies erecta super lineam. b. f. & super lineam. b. g. una est autem per. 25. proportio solidi. a. b. ad solidum. b. l. sicut basis. a. b. ad basim. b. l. & per eandem solidi. b. k. ad solidum. b. l. sicut basis. b. k. ad basim. b. l. cumque sit utriusque duarum basium. a. b. & b. k. ad basim. b. l. una proportio: ex prima parte. 7. quinti erit utriusque duorum solidorum. a. b. & b. k. ad solidum. b. l. proportio una igitur ex prima parte noni quinti erunt duo solida. a. b. & b. k. equalia: at quia solidum. b. k. est equale solido. b. h. solidūque. b. h. solido. c. d. sequitur ex cōmuni scientia solidum. a. b. esse equale solido. c. d. quod est propositum.



Propositio. 32.



SI solida equidistantiū superficiē in equis basib⁹ constituta eque alta fuerint linee aut angulares supra bases orthogonaliter nō steterūt: ipsa eē equalia necesse est. Et fabricatis duob⁹ corporibus ut proponitur uidelicet que sint equidistantiū terminorū & eque alta & sup bases equas perpēdiculariter nō aut super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autē a quatuor angulis suppremax⁹ superficiē ipsorū ad bases suas perpendiculariter ducantur que ex. 6. erūt singulares equidistantes & etiā ex ypothēsi singule singulis equales ipse enī solidorū ppositorū altitudinē diffiniūt: & si inter eas solida equidistantiū laterū piciant cōstabit ex premissa hec duo solida ultimo constituta esse adinuicē equalia. Cūq³ duorū priorū & duorū posteriorū sint eedem bases uidelicet eorū superficies suppreme: constat ex. 29. uel. 30. & hac cōmuni scientia: quēcūq³ equalib⁹ sūt equalia sibi inuicē sunt equalia neq³ esse qd³ propositū est. Ex his potes cōuerfas hui⁹ & premissē eisdē mediātib⁹ in directē demonstrare si liber eodem modo & ad idē icōueniens sicut in cōuerfis duarū istas antecedētū deducēdo: pones enī duo solida palellograma eē equalia & super eqles bases & cōuincēs ea esse eque alta uel pones ea eē eque alta & equalia & conuincēs ea esse super bases equales.

Propositio. 33.



Mnia solida equidistantium superficialium eque alta suis basibus sunt proportionalia.

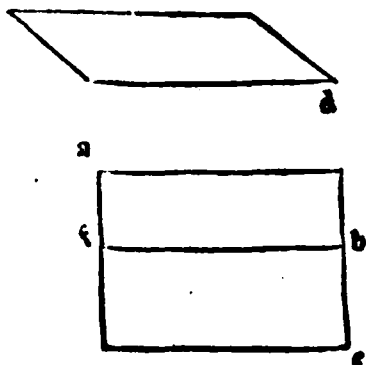
Et sint duo solida equidistantiū superficiē eque alta cōstituta sup duas bases. a. b. & c. d. dico q³ pportio illorū duorū solidorū unius ad alterā est sicut proportio suarū basium que sunt a. b. & c. d. unius ad alterā. Cōstat quidē ex. 24. utriq³ harū duarū basium esse equidistantium laterū: duo igitur latera oppositā & equidistantiū laterū que sit. f. e. equalis. c. d. dehinc supra superficiē. f. e. cōpleat solidū palellogramū eque altum ei qd³ constitutū est sup basib⁹ a. b. & q³ amboq³ eōs termin⁹ illa superficies que exurgit sup lineā. b. f. hec aut solida & sue bases eisdē nuncupant⁹ nominibus. quia igitur basis. f. e. est equalis basi. c. d. erit ex. 31. uel. 32. solidū. f. e. equale solidū. c. d. At quia totale solidū. a. e. fecit superficies exurgēs super lineā. b. f. equidistanter duobus laterib⁹ oppositis: erit ex. 25. pportio solidi. f. e. ad solidum a. b. sicut basis. f. e. ad basim. a. b. cūq³ sint. c. d. & f. e. tam bases q³ solida equalia: bases quidem ex ypothēsi solida aut ex. 31. uel. 32. Sequit⁹ ex. 7. quini bis assumpta semel pro basibus & semel pro solidis q³ solidorū. a. b. & c. d. basiumq³ a. b. & c. d. sit proportio una qd³ demonstrare uolumus. Huius quoq³ cōuersam eadem ipsa mediāte demonstrare quēadmodū puerla precedentū non est difficile. pones enī duo solida palellograma esse suis basibus proportionalia & cōuincēs ea esse eque alta absicisoq³ ab eo qd³ alti⁹ mentes aduersarius uno solido palellogramo eque alto demissiori erunt absicisus & demissius suis basibus proportionalia ex ypothēsi & ex hac. 33. cūq³ etiam essent totale alti⁹ a quo partiale absicidisti & ipsum demissius eisdem basibus proportionalia ex ypothēsi sequitur ex prima parte. 9. quini totale qd³ aduersarius dicit alti⁹ & ptiala qd³ ab eo absicidisti esse equalia.

Propositio. 34.



SI duo solida equidistantiū superficiē lineis altitudinū sup bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorū bases eorūde altitudinibus mutuas esse: Si uero fuerint

1/2 qd³ distantia in superficie ab. p⁹stant⁹ et itez ea fiat super f⁹no.



due bases suis altitudinibus mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse necesse est.

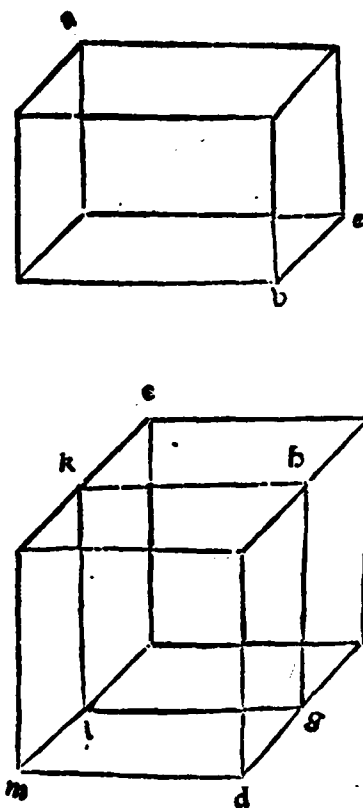
¶ Quocumq; sint duo solida equidistantiū superficiē equalia eorū bases & altitudines necesse est esse mutue alias & econuerso quēadmodum de superficiebus equidistantiū laterum equiangulis. 15. sexti proposuit. Antamen hac. 34. istud demonstrandū proponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis basibus palellogramis orthogonaliter insistant. ea uero que sequitur proponit idē de ceteris. Sint ergo nunc duo solida palellograma. a. b. & c. d. equalia quorū bases sint .a. e. & .c. f. lineęq; altitudinū ipsorū sint super has bases orthogonaliter erecte & sit altitudo solidi .a. b. linea .e. b. & solidi .c. d. linea .f. d. si igitur fuerint due linee .e. b. & .f. d. determinantes ipsorū solidorū altitudines equales adinuicē: cum ipsa quoq; solida sint ex ypothēsi equalia. erunt ex conuersa. 31. bases eorū que sunt .a. e. & .c. f. equales. ideoq; bases & altitudines erunt mutue: sicq; constabit propositū prima ps. & econuerso constabit scda ut si altitudines & bases sint mutue: ponantur altitudines equales erūt quoq; bases equales. ideoq; per. 31. & solida equalia & sic constat secunda pars. At uero si linee .e. b. & .f. d. nō fuerint equales sit .f. d. maior & ex ea resecetur. f. g. ad equalitatē .e. b. tribusq; ceteris lineis que sunt altitudinis solidi .c. d. ad eandē mensurā in punctis. h. k. l. resecatis perficiatur solidū palellogramum. c. g. eque altū solidi .a. b. eritq; ex premissa. a. b. ad .c. g. sicut .a. e. ad .c. f. cum itaq; c. d. sit eque .a. b. erit ex prima pte. 7. quinti. c. d. ad .c. g. sicut .a. c. ad .c. f. p. premissa 3 aut est pportio. c. d. ad .c. g. sicut .m. f. ad .f. l. qd patet si una ex laterib⁹ superficiebus solidi .c. d. & ipsa sit .f. m. intelligat basis ipsi. at per primā sexti. f. m. ad .f. l. sicut .d. f. ad .f. g. ideoq; per. 7. quinti. sicut .d. f. ad .b. e. igit .a. e. ad .c. f. sicut .d. f. ad .b. e. constat itaq; prima ps. Scda 3 pte cui 3 sit conuersa primē conuersio mō pbabis: sit enī eadē dispositione manente pportio. a. e. ad .c. f. sicut .d. f. ad .e. b. dico tunc solida .a. b. & .c. d. ēē equalia: erit enī ex. 7. quinti. d. f. ad .f. g. sicut .a. e. ad .c. f. sed ex premissa ē .a. b. ad .c. g. sicut .a. e. ad .c. f. igitur ē .a. b. ad .c. g. sicut .d. f. ad .f. g. ex prima aut sexti est. d. f. ad .f. g. sicut .m. f. ad .f. l. & ex premissa. c. d. ad .c. g. sicut .m. f. ad .f. l. itaq; c. d. ad .c. g. sicut .a. b. ad .c. g. igitur ex. 9. 5. a. b. & .c. d. sunt equalia: qd est propositum.

Propositio .35.

SI duo solida equidistantiū terminorū fuerint eq̄lia eorū bases eorūde altitudinib⁹ erūt mutue. Si uero bases sue altitudinib⁹ suis mutue fuerint q̄libet duo corpa equidistantiū superficieum probantur esse equalia.

¶ Quod premissa proposuit de solidis palellogramis quorum linee altitudinum super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. proponit indistincte de omnibus: demonstrare autem conuenit hanc ex premissa quēadmodum de monstrauius. 32. & 33. Fabricatis enim duobus solidis equidistantium laterum quibuscūq; si linee altitudinum suis basibus orthogonaliter insistant: constat uerum esse qd dicitur ex premissa. Sin autem a quatuor angularibus pūctis suppressarum superficie in utroq; solido quaterne linee demittantur perpendiculariter ad bases uel a punctis angularibus infimarum superficie q̄terne erigant: inter quas duo solida palellograma perficiant eque alta solidis prioribus. eruntq; ex. 29. & 30. hec duo solida duobus prioribus solidis eq̄lia. cum igitur horū & eorū sint eedem bases & eedem altitudines: sit autem ex premissa de posterioribus uerum est quod hec. 35. proponit utrū erit idē 3 etiam de prioribus.

Propositio .36.





I duo solida equidistantiū superficiē suā similia
pportio erit utriusq; ad alterū tanq̃ cuiuslibet sui la-
teris ad suū relatiuū latus alteri⁹ pportio triplicata.

¶ Sicut enī duo solida. a. b. & c. d. palellograma & similia : dico q̃

pportio unius eorū ad alterū est sicut unius lateris ei⁹ ad unū la-

tus alterius qđ sibi refertur pportio triplicata: quēadmodū duarū superficie-
rum similiarū pportio est sicut suorū relatiuorū laterū pportio duplicata ut ī
18. sexti demonstratū est. nā si solida. a. b. & c. d. fuerint equalia cū ipsa ponat^r
similia erunt ex diffinitionib⁹ similiū corporū & similiū superficiē: cuncta la-
tera un⁹ equalia suis relatiuis laterib⁹ alteri⁹ ideoq; cū duarū quantitarum eq̃-
lium pportio triplicata aut quotienslibet sumpta non efficiat nisi equalitatis

proportionē: constat in hoc casu uerū esse qđ proponitur. Si aut̃ in equalia: sit
a. b. maius cuius longitudo sit. b. e. latitudo. e. f. altitudo. f. a. basis. c. r. & sup-

prema superficies. a. n. Solidi uero. c. d. sit longitudo. d. g. latitudo. g. h. altitu-

do. h. c. constat itaq; ex diffinitione similiū corporū & ex diffinitione similiarū
superficiē & presenti ypothesi q̃ pportio. a. f. ad. c. h. & f. e. ad. h. g. & e. b.

ad. g. d. sit pportio una. sumatur igitur ex linea. a. f. quātū manifestū ē esse
maiorē. c. h. linea. f. k. equalis. h. c. ceteraq; tres determinantes altitudinē soli-

di. a. b. refecit ad equalitatem eius & inter eas cōpleat solidum palellogra-
mum. k. b. eque altum solido. c. d. & protrahantur due linee basis. e. b. usq; ad

l. & r. b. usq; ad. m. sitq; b. l. equalis. g. d. & b. m. equalis. h. g. & perficiatur
superficies equidistantium laterū. m. l. que erit equalis & similis. h. d. super eā

igitur erigatur solidū palellogramū. p. q. fm altitudinē prescīam ex altitu-
dine solidi. a. b. eritq; p. q. equalē & simile solido. c. d. rursumq; inter lineas. r.

b. & b. l. perficiatur superficies equidistantiū laterum. b. t. super quam quoq;
erigatur solidum palellogramū. x. l. eque altum utriq; duorū solidorum. k.

b. & p. q. replendo alterutrum duorū angulorum hyancium inter ea: cum aut̃
duo solida. a. b. p. q. sint similia eo q̃ ambo posita sint similia solido. c. d. corpa

uero unī & eidem corpori similia inter se sunt similia ut patet ex diffinitione si-
miliarū corporū & 20. sexti manifestū ē ex. 25. ter assumpta q̃ inter duo so-

lida. a. b. & p. q. fm continuam proportionalitatem cadunt duo solida. k. b. &
x. l. oportune ergo constituta uel constructa figura: ypothesib⁹ memorie

firmē cōmendatis ex prima sexti facile concludes ppositum. Excute torpo-
rem & diligenter attende sciesq; ex. 25. huius proportionem solidi. a. b. ad soli-

dum. k. b. esse sicut superficiē. a. r. ad superficiē. k. r. ideoq; ex prima sexti
sicut lineē. a. f. ad lineam. k. f. & proportionem solidi. k. b. ad solidum. x. l. sicut

superficiē. k. r. ad superficiē. x. t. ideoq; sicut lineē. f. r. ad lineam. r. t. & pro-
portionem solidi. x. l. ad solidum. p. q. sicut superficiē. r. l. ad superficiē. l. m.

ideoq; sicut lineē. r. b. ad lineam. b. m. Ex ypothesi uero liquet q̃ pportio li-
nē. f. r. ad lineam. r. t. & lineē. r. b. ad lineam. b. m. est sicut lineē. a. f. ad lineam

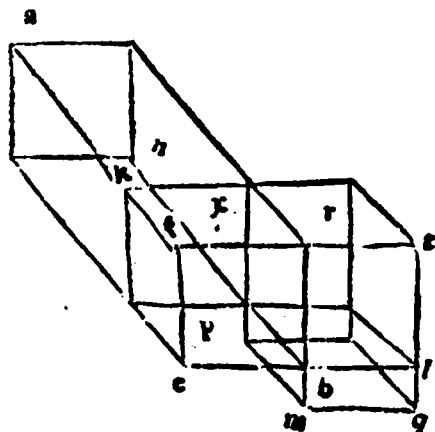
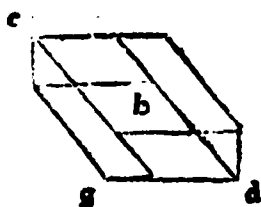
k. f. itaq; ex diffinitione pportiois triplicate posita in phemio qnti: constat q̃
pportio solidi. a. b. ad solidū. p. q. iōq; ē ad solidū. c. d. ē sicut lineē. a. f. ad li-

neā. k. f. triplicata & qā lineā. k. f. posita ē eq̃lis lineē. c. h. patet uerū esse quod
dicitur. ¶ Scire autem oportet q̃ quicquid per hanc. 36. & per. 7. eā continue

precedentes demonstratum est de solidis palellogramis. idē quoq; uerū ē
de seratilibus quorū bases cōiter sunt trigone aut cōmuniter tetragone. hoc aut̃

tem ex. 28. & hac. 36. & 7. eā continue precedentib⁹ constabit ingenio īpe-
ctori. Si enī fuerint seratilia quelibet eque alta sup eandem basim uel sup bases

equales cōiter tamē trigonas aut cōiter tetragonas cum ipsa sint dimidia soli-
dorū palellogramorū suarū altitudinū ex. 28. ipsa erunt eq̃lia ex. 29. & trib⁹

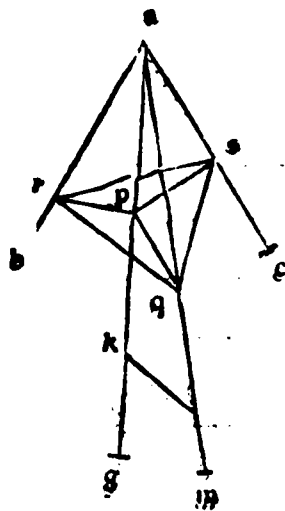


eam sequentibus: ex his eni constat solida parallelograma ipsis seratilibus dupla esse equalia. Similiter quoq; si fuerit duo seratilia sup bases cōmuniter trigonas aut cōiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus proportionalia quēadmodū de solidis parallelogramis ex. 33. habet ipsa eni sunt ex. 28. dimidia solidorū parallelogramorū sue altitudinis: solidorū autem parallelogramorum sue altitudinis eorūq; basium est una proportio ex. 33. cū itaq; sit solidorū parallelogramorū proportio sicut seratiliū quia sicut simplum ad simplum sic duplum ad duplū ex. 15. quinti atq; basium solidorū parallelogramorū ē proportio sicut basium seratiliū: aut eni eodem erunt bases seratiliū & solidorum parallelogramorū: & hoc quidē erit cū bases seratiliū fuerit tetragone tūc eni ex seratilibus super easdē bases erūt solida parallelograma cōplenda: aut bases seratiliū erunt subduple ad bases solidorum parallelogramorū: & hoc q; dem erit cum bases seratiliū fuerint cōmuniter trigone: tunc eni erunt ex seratilibus solida parallelograma complenda adiunctis ad bases seratiliū sup superficiebus trigonis ut fiant bases seratiliū cum trigonis adiunctis superficies superficies equidistantium laterū. sequitur ut sit proportio seratiliū sicut suarū basium. Eodēq; modo si seratilia fuerint equalia fuerintq; cōmuniter super bases trigonas uel cōmuniter super bases tetragonas: bases eorū altitudinibus ipsorum mutue erunt. Quod si bases eorū suis altitudinib; fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quēadmodum de solidis parallelogramis. 34. & 35. proponunt: hoc autem facile patet ex his que dicta sunt in. 33. si uero seratilia fuerint adinuicem similia: erit proportio unius ad alterum. sicut ppor- tio lateris unius ad suum reliquum latus alterius proportio triplicata: quēadmodum de solidis parallelogramis. 36. proponit qd' ex eadem. 36. facile tibi patebit. si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogramis completis, solida ipsa probaueris esse similia: qd' ex diffinitione similium corporū & similium superficiei: & ex hoc q; seratilia porūf adinuicē similia ex. 34. pmi leue ē negociari

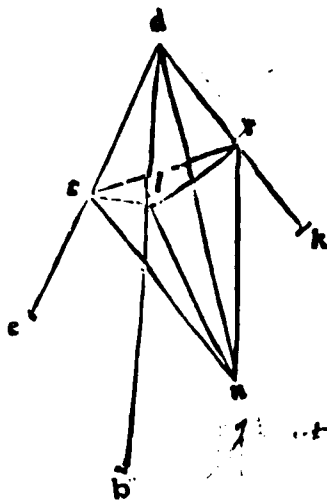
Propositio. 37.

SI fuerint duo anguli plani eq̄les super quos due ypothemise in aere statuānt cum laterib; angulorū subiacentiū singulos singulis equos āgulos cōtinētes atq; in illis ypothemis duos puncta signentur a quib; pūctis due perpendiculares ad superficies angulorū propositorū demittentur a punctis autē super que ppendiculares ceciderūt ad eosdem duos angulos planos due recte linee ducantur duo anguli q; ab illis duabus lineis atq; duabus ypothemis continentur equi sibi inuicem esse probantur.

¶ Sint duo anguli plani. a. & d. equales contenti lineis. a. b. & a. c. & d. e. & d. f. & super eos erigantur due linee ypothemisaliter. a. g. & d. h. sitq; angulus. g. a. c. equalis angulo. h. d. f. & angulus. g. a. b. equalis angulo. h. d. e. atq; in duabus ypothemis. a. g. & d. h. signent qmōlibet duo pūcta. k. & l. a. quib; fm p̄cepta. 11. hui; demittant ad superficies angulorum. a. & d. due ppendiculares que sint. k. m. & l. n. & protrahant due linee. a. m. & d. n. dico igit angulum. g. a. m. ē equalē angulo. h. d. n. si linea. a. k. ē equalis. d. l. bene quidē. Sin autem ex linea. a. g. sumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittat ppendicularis ad superficiē anguli. a. linea que sit. p. q. manifestū est igitur q; punctū. q. ē i linea. a. m. qd' ex. 6. hui; & diffinitione linearū equidistantiū q̄s necesse ē ēē i superficie una facile pstat studiose inuēti dehinc: a pūcto. q. ducat ppendicularis due una ad lineā. a. b. que sit. q. r. & alia ad lineā. a. c. q; sit. q. s. Similiter



LIBER

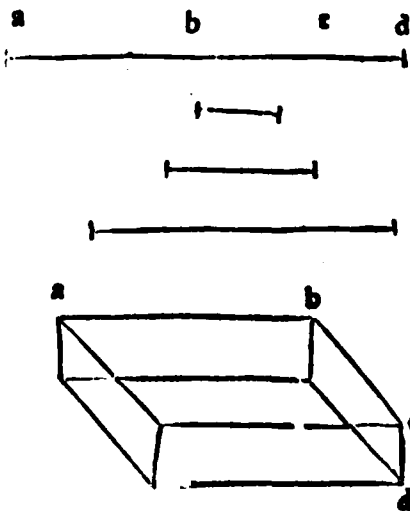


quoq; a puncto .n. ducantur due alie perpendiculares una ad lineam .d. e. que sit .n. t. & alia ad lineam .d. f. que sit .n. x. & protrahant .r. l. & .t. x. iterumq; a punctis p. & l. demittant hypothemile .p. q. p. r. p. s. & .l. n. l. t. l. x. his itaq; positis figuram prudenter disposita demonstratione ppositi sic collige: constat ex penultima primi q; quadratum linee .a. p. e. equale quadratis duarum linearum .a. q. & .p. q. ac ex eadem q; quadratum .a. q. e. equale quadratis duarum linearum .a. f. & .f. q. itaq; quadratum .a. p. est equale quadratis trium linearum .a. f. f. q. & .q. p. Sed ex eadem quadratum .a. p. e. equale quadratis duarum linearum .a. f. & .f. p. ideoq; ex ultima primi angulus .a. f. p. e. rectus: similisq; modo probabis unumquemq; trium angulorum .d. x. l. a. r. p. d. t. l. esse rectum. cum igitur ex hypothese sit angulus .f. p. equalis angulo .x. d. l. & linea .a. p. linee .d. l. erit ex .26. primi linea .d. x. equalis .a. f. & .x. l. equalis .f. p. eodem quoq; modo cum ex hypothese sit angulus .r. a. p. equalis angulo .t. d. l. erit ex eadem linea .a. r. equalis .d. t. & .r. p. equalis .t. l. quare per quartam primi linea .r. f. erit equalis linee .t. x. & angulus .a. r. f. equalis angulo .d. t. x. & angulus .a. f. r. angulus est enim ex hypothese angulus .a. equalis angulo .d. a conceptione igitur erit angulus .f. r. q. equalis angulo .x. t. n. & angulus .r. f. q. angulo .t. x. n. sunt enim residui duorum rectorum demptis equalibus necesse e. itaq; ex .26. primi ut linea .r. q. sit equalis .t. n. & .q. f. equalis .n. x. Cumq; ex penultima primi quadratum linee .r. p. sit equale quadratis duarum linearum .r. q. & .q. p. & quadratum linee .t. l. equale quadratis duarum linearum .t. n. & .l. n. sunt autem due linee .r. p. & .t. l. equales: due quoq; q; sunt .r. q. & .t. n. equales: sequitur ex communi scia duas que sunt .p. q. & .l. n. esse equales Eodem modo cum quadratum linee .a. p. sit equale quadratis duarum linearum que sunt .a. q. & .q. p. similiter quadratum linee .d. l. quadratis duarum linearum que sunt .d. n. & .n. l. si autem .a. p. equalis .d. l. & .p. q. equalis .l. n. sequitur ex communi scia .a. q. esse equalis .d. n. ex .8. igitur primi concludo ppositum videlicet angulum .p. a. m. esse equalis angulo .l. d. k.

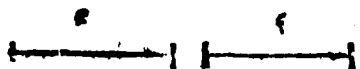
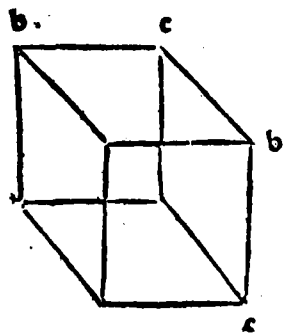
Propositio. 38.

Solidum tribus lineis proportionalibus contentum equum erit solido quod a medie linee equis lateribus continetur. si anguli sui amborum sibi inuicem equales fuerint.

De solidis parallelogramis intelligatur: de his enim qualiacumq; sunt dum tamen equiangula verum est q; contentum a tribus lineis proportionalibus equale est ei quod a media earum continetur quemadmodum de superficiebus rectangulis probatum est in .16. sexti & de non rectangulis elicitur eundem ex secunda parte .13. eiusdem. Sint igitur tres linee .a. b. b. c. & .c. d. continue proportionales fiatq; ex eis unus angulus solidus ad libitum & perficiatur solidum equidistantium laterum cuius linea .a. b. sit longitudo .b. c. uero altitudo .sed .c. d. latitudo & ipsum solidum dicatur .a. d. super quoq; alia linea qualibet equali .b. c. que etiam uocetur .b. c. super ipsius extremitatem que est .b. constitutur angulus solidus equalis angulo solido .a secundum quod docet .26. lineeque cetera solidum angulum .b. continentes referantur ad equalitatem linee .b. c. & perficiatur solidum equidistantium superficierum cuius longitudo latitudo & altitudo sit linea .b. c. & ipsum appellatur .b. c. dico itaque duo solida .a. d. & .b. c. esse equalia . manifestum est enim q; cuncte superficies unius sunt equiangule suis relativiis superficiebus alterius quod ex .34. primi patere potest . nam cum solidus angulus .b. ponatur equalis solido angulo .a. necesse est ut unus angulus uniuscuiusque superficierum solidi .a. d. sit equalis uni angulo sue relative superficierum in solido .b. c. itaq; per .34. primi eorum oppositi erunt equales. At quia uniuscuiusque superficierum



quadrilatero oēs angulū sunt equales quatuor rectis ex. 32. primi: necesse est duos reliquos unius esse equales duobus reliquis sive relative. cumq; ipsi duo reliqui inqualibet sunt etiam adinuicem equales cōiungitur necessario ut unū queq; ex superficiebus solidi. a. d. sit equiangula sive relative i solido. b. c. q̄re ex scda pte. 13. sexti bases duorū solidorū propositorū erunt equales. sunt enim equiangule & laterum mutuorū. Si itaq; linee altitudinū super bases ipsorum orthogonaliter insunt constat ex. 31. ipsa esse equalia. cuz enim hee linee sunt equales & ipse determinēt altitudinē solidorū erūt solida eque alta. At si linee altitudinū ipsorum nō insunt suis basibus orthogonaliter ab ipsarū sūmitta tibus ad bases perpendiculis demissis erunt ex pmissa hee ppēdicales adinuicem equales ipse enī erūt sicut erāt & in premissa demonstratiōis figura due linee. p. q. & i. n. quas demonstrauimus oportere eē equales. Quia igitur omnū solidorū altitudo ex ppendicularib⁹ a sūmittib⁹ ipsorū ad suas bases de scēdētib⁹ diffinit erūt ex. 32. duo solida. a. d. & c. b. equalia. Cōuersa quoq; huius possum⁹ si delectat quersio mō pbare ut si palellogramū corpus. a. d. sit egle & equiangulū corpori palellogramū. b. c. & corp⁹. b. c. cotineat a me dia triū lineaz p̄nētū corp⁹. a. d. erunt tres linee cōtinētes corp⁹. a. b. p̄tine p̄portiones. cū enī duo solida palellograma. a. d. & c. b. sunt equalia & eque alta ex ypothesi ipsa erūt sup bases equales per quersas. 31. 32. & q̄a ipse bases eorū sunt equiangule sequit ex prima pte. 13. sexti q̄ ipse sunt mutuorū laterū itaq; proportio. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. d. quare constat propositum.

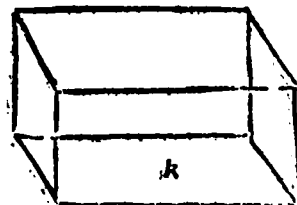
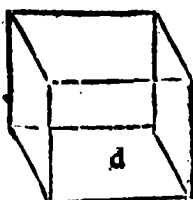
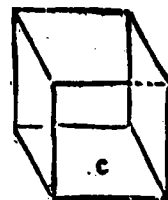
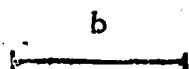
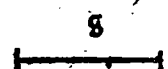
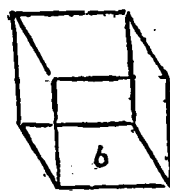
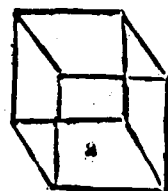


Propositio. 39.



Si fuerint quotlibet linee p̄portioales solida quoq; sua equidistantiū atq; similiū uniuscuiusq; creationis su pticies erūt p̄portionalia. si uero solida equidistantiū atq; similiū uniuscuiusq; creationis supfciey fuerit p̄portionalia linee quoq; a quib⁹ ipsa solida cōtinent erūt p̄por tionalia. Simile pponit uigesima prima sexti de supfciebus.

Sunt enim. 4. linee. a. b. & c. d. proportionales & super has fabricentur qua tuor solida parallelograma eisdem nominibus dicta que sunt expresse similia duobus enī ad libitum fabricatis super duas lineas. a. & c. cetera 23 precepta. 27. constituenda erūt. dico hec. 4. solida eē proportionalia & econuerso. sub tunganē enim duabus lineis. a. & b. in continua proportionē due que sunt. e. & f. quēadmodū docet. 10. sexti ex duabu⁹ lineis. c. & d. alie due que sunt. g. & h. constat igitur ex. 36. & ex diffinitione proportionis triplicate que posita est in principio quinti & ex hac ypothesi q̄ solida. a. & b. sibi inuicem & solida. c. & d. sibi adinuicem sunt expresse similia q̄ proportio solidi. a. ad solidum. b. est sicut proportio linee. a. ad lineam. f. solidi quoq; c. ad solidum. d. sicut linee c. ad lineam. h. & quia per. 22. quinti p̄portio linee. a. ad lineā. f. est sicut linee. c. ad lineā. h. erit ex. 11. quinti solidum. a. ad solidum. b. sicut solidum. c. ad solidum. d. constat igitur prima pars. Secunda sic sunt duo solida. a. & b. sibi adinuicem duoq; que sunt. c. & d. sibi adinuicē expresse similia. Suntq; cuncta parallelograma & ponantur proportionalia. dico q̄ linea. a. b. & c. d. super quas sunt constituta sunt proportionales. sit enim ex. 10. sexti sicut linea. a. ad lineam. b. ita linea. c. ad lineam. k. & sit 27. huius super lineam. k. solidus expresse simile solido. d. qd̄ etiam dicatur. k. eritq; ex diffinitionibus similium corporum & similiū superficierū & 20. sexti corpus. k. expresse simile corpi c. iōq; per primā pte huius. 39. iam probatam erit proportio solidi. a. ad soli dum. b. sicut solidi. c. ad solidum. k. & quia eadez erat solidi. c. ad solidum. d.



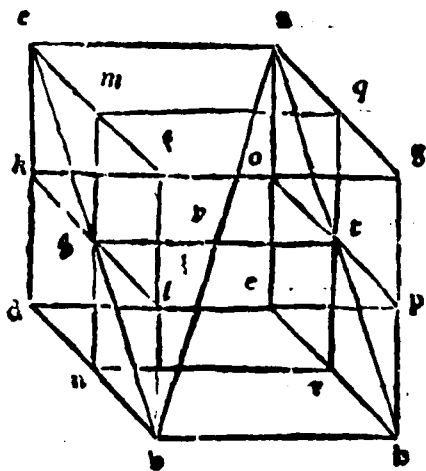
erit ex secunda parte noni quinti solidum. k. equale solidulo. d. cumq; esset sibi expresse simile sequitur lineam. k. esse equalem linee. d. Equalitas enim nō pducitur ex aliqua proportionē triplicata uel quociēlibet sumpta nisi ex eq̃lis igitur ex scda pte. 7. quinti constat etiam huiusmodi p̃s scda. decipis autem si arbitraris oportere unūq; q; quatuor solidorum. a. b. c. d. esse simile cuilib; aliorum: necesse est enim duo solida. a. & b. sibi adinuicem scēq; duo. c. & d. sibi adinuicē eē similia: solida autē. c. & d. solidis. a. & b. esse similia cōtingēs. est necesse autē nō. Idē ex hac. 39. de ser.ilibus facile poteris pcludere.

Propositio 40.



Si in se ipsa fuerint latera duarū oppositarū superficierum cubi unūquodq; in duo media: exierintq; a punctis sectionum due superficies se uicissim secantes & cubū cōm earū sectionē diametrū cubi per equalia secare & ab ipsa diametro uersa uice per equalia secare necesse est.

¶ Statue cubum qui sit. a. b. de quo constat per diffinitionem q; omnes linee ipsū continentes sūt equales & eius superficies rectangule: tale epim: corp^{us} cubum dicimus: huius igitur basis sit superficies. a. c. d. e. superficies uero ei^{us} suprema. b. f. g. h. dextra uero eius superficies sit. a. e. g. h. sinistra autem superficies sit. b. f. c. d. exterior quoq; sit. d. e. b. h. sed ulterior. a. c. g. f. cuiq; diameter sit. a. b. diuidantur itaq; omnia latera duarū quarūlibet superficierū oppositarū eius per equalia: & sūt nunc superficies quarū latera diuidantur dextra atq; sinistra: diuidantur inquam quatuor latera: dextre quidem super quatuor puncta que sūt. o. p. q. r. sinistrae uero super quatuor que sūt. k. l. m. n. & coniungantur puncta in his superficiebus opposita ductis lineis. o. p. q. r. & k. l. m. n. que secant se in puncto. s. itemq; k. l. & m. n. que secant se in puncto. s. & perficiantur due superficies secantes se inuicem & cubum: protractis item lineis. o. k. & p. l. q. m. & r. n. sitq; harū duarū superficierū cōmūnis sectio linea. f. t. dico igitur q; linea. f. t. diuidit diametrum. a. b. & diuidit ab eadem diametro per equalia: qd̃ patet utraq; enim earū transit per centrum cubi. ¶ Aliter uero conuenit qd̃ propositum est demonstrare producat^{ur} enim due linee. t. a. & t. h. & item due. l. c. f. b. eritq; ex. 4. primi. a. t. equalis. t. h. & f. c. equalis. f. b. constat autem ex prima parte. 29. primi: q; angulus. p. t. q. est equalis angulo. a. q. t. & ex. 4. primi angulus. h. t. p. est equalis angulo. t. a. q. itaq; ex. 52. primi totus angulus. h. t. q. cum angulo. q. t. a. ualeat duos rectos quare ex. 14. primi linea. a. h. erit linea una: similiter quoq; linea. a. b. erit linea una. At quia ex. 9. huius linea. a. c. est equidistans linee. b. h. utraq; enim est equidistans linee. d. e. cūq; ipse sūt equales quia latera cubi: sequitur ex. 33. primi duas lineas. a. h. & c. b. esse equales & equidistantes. ideoq; per cōceptionem earū medietates que sūt. a. t. & b. f. erunt equales: ex. 7. autem huius manifestum est q; linea. f. t. est in superficie duarū linearum. a. h. & b. c. & ex eadem linea. a. b. que est diameter cubi. est etiam diameter superficiēi parallelograme. a. c. b. h. itaq; linea. f. t. secat diametrum. a. b. secet ergo ipsam in puncto. u. dico ergo lineam. f. u. esse equalem linee. u. t. & lineā etiam. a. u. linee. u. b. intelligantur duo trianguli. a. t. u. b. f. u. quorum anguli qui sūt ad t. & f. sūt equales adinuicem: similiter anguli eorūde qui sūt ad. a. & b. eq̃les adinuicē ex prima parte. 29. primi: propter id q; linea. a. t. equidistat linee f. b. & quia etiam ipse sūt adinuicem equales: sequitur ex. 26. primi q; propositum est. ¶ Idem quoq; eodem modo concludatur & si solidum. a. b. non sit cubus sed solidum corpus parallelogramum siue equalibus lineis siue nō eq̃libus contentū fuerit siue quoq; sup̃ basim orthogonaliter erectum siue etiam



& super ipsas inclinatum. Vnde ampliatur in hac. 40. figurati cubo ad omnes figuras parallelogramas solidas.

Propositio. 41.

SI duo corpora seratilia quorum alterius basim triangularem alterum uero basim habeat equidistantium laterum ipsi basi triangule duplam eque alta fuerint illa duo corpora necesse est esse equalia.

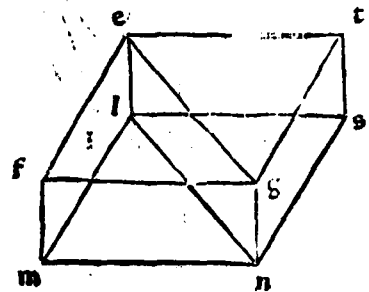
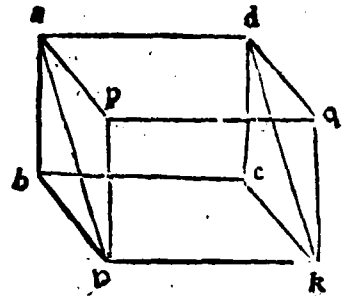
¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum dupla trilaterae superficiei. e. f. g. & super has duas superficies fiat duo corpora seratilia eque alta: sitq; seratile qd' est supra basim quadrangulam a. b. h. d. c. k. cuius basis est superficies equidistantium laterum ppositita a. b. c. d. alia eius superficies equidistantium laterum e. a. h. d. k. tertia uero e. b. h. c. k. due aut ei' triangulares superficies sunt altera quidem triangulus a. b. h. reliqua uero triangulus d. c. k. seratile aut qd' est super basim triangulam e. f. g. sit e. f. g. l. m. n. cuius altera duarum trilaterarum superficies est basis predicta: reliqua uero triangulus l. m. n. trium autem superficierum ei' equidistantium laterum prima quidem e. e. f. l. m. scda uero e. g. l. n. tertia uero f. g. m. n. dico itaq; hec duo seratilia pposita esse adinuicem equalia: perfectiorum enim duo solida parallelograma adiungendo utriusque duorum ppositorum seratiliu aliud seratile sibi equale: primo quidem seratili super eandem basim sitq; adiunctum seratile a. p. h. d. q. k. cuius due trilaterae superficies sunt a. p. h. d. q. k. tres autem quadrilaterae: prima quidem a. h. d. k. qui est terminus communis sibi & ei cui adiungitur: scda uero a. d. p. q. tertio quoque p. q. h. k. scdo autem seratili adiungatur aliud seratile sibi equale hoc modo: adiungatur primo triangulo e. f. g. alius triangulus equalis q sit e. g. r. itaq; tota superficies e. f. g. r. sit equidistantium laterum & super hunc triangulum fiat seratile e. g. l. r. l. n. f. qd' cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogramum huius seratilis adiuncti: due trilaterae superficies sunt e. g. r. l. n. f. tres autem parallelograme sunt: prima quidem e. l. r. f. scda e. l. g. n. & ipsa est communis terminus sibi & ei cui adiungitur: tertia uero g. r. n. f. manifestum igitur est diffinitione solidorum equalium atq; similium q duo seratilia parallelogramum componuntur solidum a. k. sibi inuicem. iteq; duo componuntur solidum parallelogramum e. n. sibi adinuicem sunt equalia. At uero ex. 31. uel ex. 32. huius duo solida a. k. & e. n. sunt sibi inuicem equalia: quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia proposita per communem sciam constat ea esse equalia: quocumque enim fuerint equalia eorum medietates necesse est esse equalia: liquet itaq; qd' ppositum est. Explicet liber Vndecimus Incipit liber Duodecimus.

Propositio. 42.



Minium duarum superficierum similiu multangularum iter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram tam proportio quadratorum que ex diametris circuloz eas circumscribentium proueniunt.

¶ Sint duo circuli a. b. c. d. e. f. quibus inscribantur due quelibet figure polygonice que ponantur adinuicem similes: sitq; nunc pentagone inscripte ut docet. i. quarti & ipse sit a. b. g. h. k. aliud pentagonum d. e. l. m. n. diametri quoque circuloz sit a. c. & d. f. dico itaq; q proportio pentagoni a. b. g. h. k. ad pentagonum d. e. l. m. n. est sicut quadratus diametri a. c. ad quadratum diametri d. f. protrahantur enim in utroque circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non conterminalis se inuicem cancellantes ista ipsarum



LIBER

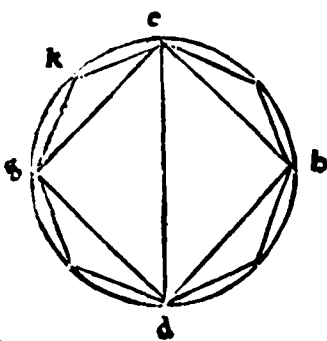
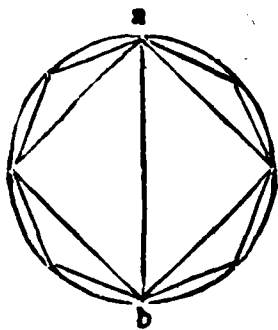
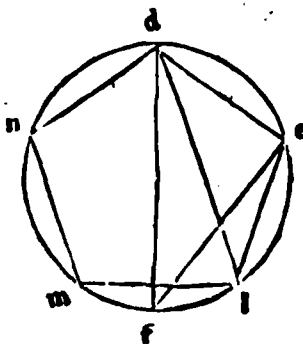
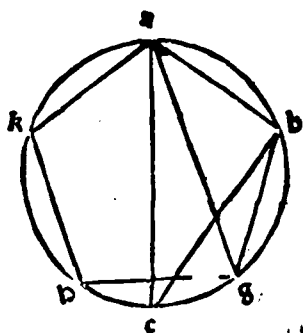
pentagonum i hoc quidē .a.g.&.c.b.i illo aut .d.l.&.f.e. eritq; ex .6. sexti tri-
gulus .a.b.g. equiangularis triangulo .d.e.l. nā cum pentagoni ponant adin-
uicem similes erunt ex diffinitione similiū superficiē angul^o .b. equalis angu-
lo .e. & latera ipsos continentia pportionalia uidelicet pportio .a.b. ad .d.e. si-
cut .b.g. ad .e.l. cū sit autē ex .20. tertii duo anguli .f.&.l. sibi inuicē equales.
Itēq; duo alii .c.&.g. sibi inuicem equales erūt duo qui sūt .c.&.f. adinuicē eq-
les ex hac cōscia: que equalibus sūt equalia sibi quoq; equa esse necesse est.
Et quia ex prima pte. 30. tertii uterq; duorū angulorū .a.b.c.d.e.f. ē rectus seq-
tur ex .32. primi duos triangulos .a.b.c.d.e.f. esse equiangulos quare p quar-
tam sexti pportio diametri .a.c. ad diametru .d.f. ē sicut lateris .a.b. ad latus .d.
e. pportio duplicata & p eandē cū itaq; ex scda parte. 18. sexti pportio duorū
pentagonorū ē sicut pportio lateris .a.b. ad lat^o .d.e. pportio duplicata & p
eandē pportio quadrati diametri .a.c. ad quadratū diametri .d.f. si sicut diame-
tri .a.c. ad diametru .d.f. duplicata per hanc cōem sciam: quorū dimidia sūt eq-
lia ipsa quoq; adinuicē esse equalia. manifestū ē qd' ppositum est.

Propositio. 22.



**Minutū duorum circulorum est proportio alterius
ad alterum tanq̃ proportio quadrati sue diametri ad
quadratum diametri alterius:**

Quod si duo circuli .a.b. & .c.d. quorum diametri quoq; dicantur
.a.b. & .c.d. dico itaq; qd' proportio circuli .a.b. ad circulum .c.d.
ē sicut quadrati diametri .a.b. ad quadratum diametri .c.d. manifestum enim
est ex hac cōmuni scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquā secundā
tantam necesse est esse quālibet tertiam ad aliquā quartā qd' proportio qua-
drati diametri .a.b. ad quadratum diametri .c.d. est sicut circuli .a.b. ad super-
ficiem aliquam que sit .e. cuiuscūq; figure aut forme ponatur: hanc autem im-
possibile est maiorem esse aut minorem circulo .c.d. Si enim ē possibile ipsa
esse minorem circulo .c.d. sit itaq; minor in superficie .f. itaq; circulus .c.d. sit
equalis duabus superficiebus .e. & .f. pariter acceptis constat igitur ex prima
10. qd' totiens possit ex circulo .c.d. suisq; residuis subtrahi maius dimidio quo-
usq; relinquatur quantitas aliqua minor .f. inscribatur ergo sibi ut docet .6. qd'
ti quadratum .c.d. g.h. de quo constat qd' ipsū sit maius medietate circuli: qua-
dratum enim quod est duplum ad ipsum est circulum circumscribens ut pa-
tet ex penultima primi & .7. quarti. Si igitur portiones circuli existētes super
latera quadrati pariter accepte fuerint minus superficie .f. sufficit. Si autē qua-
siuor arcus existētes super dicta latera per equalia diuidantur & puncta ipsos
arcus diuidētia cum extremitatibus laterum continentur per lineas rectas.
uerbi gratia arcus .c.g. diuidatur per equalia in puncto .k. & protrahantur li-
neę .k.c. k.g. sicq; de ceteris. Eritq; quilibet triangulorum descriptoru super
latera quadrati maior medietate portionis in qua existit eo qd' omnis triangu-
lus ysocheles est medietas parallelogrami sue basīs per .41. primi. Sit itaq;
portiones existētes super latera octogoni inscripti pariter accepte minus su-
perficie .f. si enim monum hoc esset: non cessarem diuidere arcus quorum
latera ultime descripte figure sunt corde per equalia: & inscribere figuram e-
quilateram duplo plurium laterum prime semper subtrahendo ab ipsis circu-
li portionibus maius dimidio quotūq; per primam .10. portiones super late-
ra alicuius talis figure circulo inscripte existens pariter accepte erunt minus
superficie .f. sunt ergo nūc que dicte sunt: eritq; ex conceptione octogonū .c.d.
maius superficie .a. i circulo igitur .a.b. eadem uia inscribatur simile octogonū:
quod dicatur .a.b. sitq; ex premissa proportio octogoni .a.b. ad octogonum



c.d. sicut quadrati diametri. a. b. ad quadratū diametri. c. d. ideoq; p. i. quini
 sicut pportio circuli. a. b. ad supficiē. e. itaq; pmutatim polygonū. a. b. ad cir-
 culū. a. b. sicut polygonū. c. d. ad supficiē. e. cūq; sit polygonū. c. d. mai^r super-
 ficie. e. erit polygonū. a. b. mai^r circulo. a. b. hoc autē impossibile nō ē ergo sup-
 ficie. e. minor circulo. c. d. Sed nec maior. Estō enī si possibile sit: cū igit sit
 pportio qdrati diametri. a. b. ad quadratū diametri. c. d. sicut circuli. a. b. ad
 supficiē. e. erit econuerso quadrati diametri. c. d. ad quadratū diametri. a. b. si-
 cut superficiei. e. ad circulū. a. b. & pstat ex cōi scia i pncipio h^r demonstra-
 tionis posita q; eadē est circuli. c. d. ad aliquā supficiem que sit. f. eritq; ex. 14.
 quāq; superficies. f. minor circulo. a. b. itaq; pportio quadrati diametri. c. d.
 ad quadratū diametri. a. b. est sicut circuli. c. d. ad supficiē. f. minorē circulo. a.
 b. sed ex hoc demonstrauim^r paulo ante sequi impossibile uidelicet polygonū in
 inscriptū circulo maius eē circulo: sicut ergo superficies. e. nō pōt esse minor
 circulo. c. d. ita nec maior: erit: ergo necessario equalis quare p scdam partem
 7. quini liquet qd^r ppositum est.

Propositio. 3.



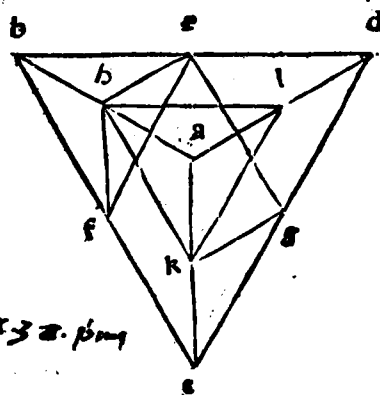
Qnīs piramis cuius basis triangula sciñdi pōt i duas
 equas piramides sibi inuicem toti q; piramidi similes
 unaq; i duo seratilia que ambo piter accepta dimidio
 totius piramidis necesse est esse maiorz.

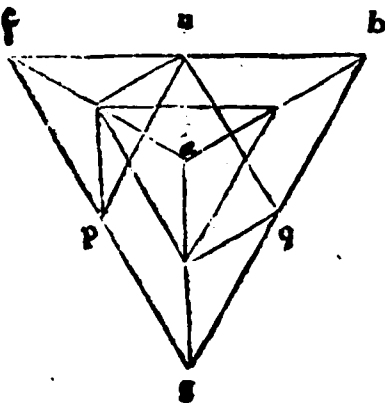
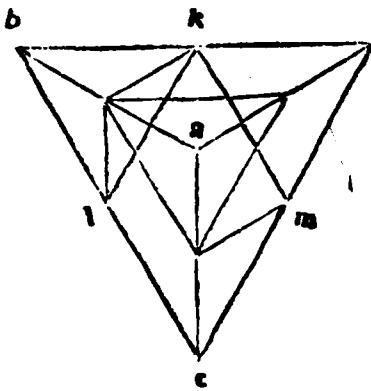
¶ Sit piramis. a. b. c. d. super basim triangulum. b. c. d. eiusq; uertex solidus an-
 gulus. a. a quo demittantur tres ypothemise. a. b. a. c. a. d. ad tres angulos ba-
 sis: & diuidantur omnia latera basis per equalia in tribus punctis. e. f. g. tres
 quoq; ypothemise per equalia in tribus punctis. h. k. l. & protrahantur in basi
 due linee. e. f. & e. g. eritq; basis eius diuisa in tres superficies quarū due sunt
 duo trianguli. b. e. f. & e. g. d. quos ex scda parte scde sexti & dione similium sup-
 ficieq; constat esse similes sibi inuicem & toti basi & equales ad inuicem ex. 8.
 primi tertia ē tetragona: palellogramā & ipsa est. e. f. g. c. quā constat esse du-
 plam ad triangulum. e. g. d. ex. 40. & 41. primi: demittant^r ergo rursus a pun-
 cto. h. due ypothemise. h. e. f. h. & a puncto. k. ypothemise. k. g. & protrahant^r
 linee. h. k. k. l. & l. h. diuisa est itaq; tota piramis. a. b. c. d. in duas piramides q;
 sunt. h. b. e. f. & a. h. k. l. & duo seratilia quorū unum est. e. h. f. g. k. c. & est sup
 basim quadrangulā. c. f. g. e. & aliud ē. e. g. d. h. k. l. & ē super basim triāgulā.
 e. g. d. de duab^r autē piramidibus. h. b. e. f. a. h. k. l. q; ipse sunt equales ad inu-
 cem sibi q; & toti piramidi. a. b. c. d. similes: constat ex dione corpore equalius
 & similiū & ex. 10. 11. libri & ex scda pte. 2. sexti: de duob^r autē seratilib^r q; ipsa
 sunt eqilia. pstat ex ultia. 11. libri. Quod uero ambo seratilia piter accepta sunt
 mai^r medietate toti^r piramidis: ex hoc manifestū ē q; utrūq; illoz diuisibile
 ē i duas piramides quaz altera triāgula eqilis uni duaz i q; & seratilia totalis
 piramidis diuidit^r. altera uero qdrangula q; dupla ē ad reliquā qre p3 ambo se-
 ratilia piter accepta tres qrtas eē totalis piramidis diuise: hac pportionē si sci-
 re desideras. sexta hui^r. 12. libri pfulē. sed sufficit tibi scire quāz ad pposituz
 illa duo seratilia pariter accepta duas partiales piramides in quas & seratilia
 totalis diuiditur pariter acceptas quālibet quantitate excedere.

Propositio. 4.



S i due piramides eque alte q; bases triāgule singule i
 binas piramides eqles sibi inuicē ac toti similes binaq;
 seratilia eqlia diuidant^r erit pportio basis uni^r ad basis
 alteri^r tanq; pportio duoz seratiliū suoz ad duo se-
 ratilia alteri^r. eritq; palā oīa seratilia q; fuerint in utralib; illarum





d pyramidum pariter accepta ad cuncta seratilia que in altera pyramide fuerit in eandem habere proportionem q̄ bases eius pyramidis ad basim alterius pyramidis:

¶ Sint due pyramides quarū bases triangule eque alte hec quidē .a.b.c.d. cuius conus punct⁹ .a. basis triangulus .b.c.d. ypothemise .a.b.a.c.a.d. illa uero .e.f.g.h. cui⁹ conus punct⁹ .e. basis triangul⁹ .f.g.h. ypothemise .e.f.e.g.e.h. hee autē due pyramides diuidant⁹ sicut in premissa. Sintq; bases earū diuise hec q; dem protractis lineis latera basū ipsi⁹ p equalia diuidentib⁹ que sint .k.l.&.k.m. illa uero protractis lineis que sint .n.p.n.q. dico ergo q; proportio basū .b.c.d. ad basim .f.g.h. ē sicut duorū seratiliū pyramidis .a. piter acceptorū ad duo seratilia pyramidis .e. pariter accepta. Manifestū est autē ex .18. sexti pte scda q; proportio trianguli .b.c.d. ad triagulū .k.m.d. ē sicut lineae .b.d. ad lineam .k.d. duplicata p eandē quoq; ē pportio trianguli .f.g.h. ad triagulū .n.q.h. sicut lineae .f.h. ad lineā .n.h. duplicata. Cūq; sit lineā .b.d. ad lineā .k.d. sicut lineā .t.h. ad lineā .n.h. utrobiquē enī ē dupla pportio erit triangul⁹ .b.c.d. ad triangulum .k.m.d. sicut triangulus .f.g.h. ad triagulū .n.q.h. & pmutari triangul⁹ .b.c.d. ad triagulū .f.g.h. sicut triangul⁹ .k.m.d. ad triagulū .n.q.h. triagul⁹ autē .k.m.d. ad triagulū .n.q.h. ē sicut seratile existēs super ipsū ad seratile exis super illū p .33. undecimi hui⁹ quoq; seratilis ad illud ē sicut amboq; seratiliū pyramidis .a. piter acceptorū ad ambo seratilia pyramidis .e. pariter accepta ex .15. quinti necesse est enī ut sit duplū ad duplū quēadmodū simplū ad simplū itaq; pclude ex .11. quinti qd⁹ ppositus ē. Dormitas autē si dubitas seratilia unū harū pyramidū eque alta esse seratilib⁹ pyramidis alteri⁹. cū enī sint pyramides eque alte: sit quoq; utraq; earū diuisa in duas pyramides eqles sibi totiq; similes & in duo seratilia eqlia & sint due ptiales pyramides eque alte eo q; similes & e quales qd⁹ facile patebit demissis a uerticib⁹ ptialiū pyramidū ppēdicularib⁹ ad bases ipsarū: de quib⁹ perpēdicularib⁹ ex .37. undecimi pstat esse eqles. Cū q; altitudines harū partialiū pyramidū pariter accepte cōponunt altitudinē totalis pyramidis diuise. Sintq; ambo seratilia eque alta unū partialiū pyramidum ei uidelicet que sup ptialium triangulū basū totalis pyramidis cōponit non ē phas ambigere seratilia unū earū pyramidū esse eque alta seratilib⁹ alteri⁹ earū. Correlariū uero ex eo manifestū ē q; similiter bases partialiū pyramidū sic se habeant ad inuicē sicut bina seratilia unius ad bina seratilia alteri⁹. & quia bases partialium sic se habent ad inuicem sicut bases totalium ex scda parte .18. sexti & permutata proportionē constat ex .15. quinti uerum esse quod correlarium proponit.

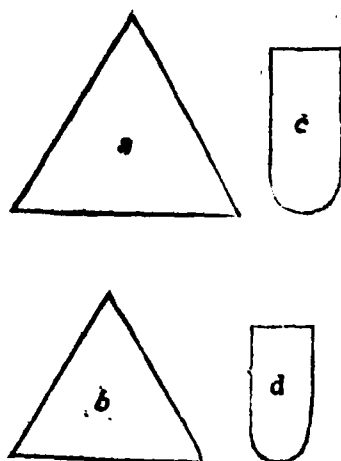
Propositio .35.



Mnes due pyramides eque alte quarum bases triangule suis basibus sint proportionales.

¶ Quod .33. undecimi proposuit de solidis parallelogramis & sine .36. undecimi uerum esse demonstraui⁹: de seratilibus. hec quinta .12. proponit de pyramidibus triangulis. Intellegantur enim due pyramides eque alte quarum bases sint duo trigoni .a. & .b. dico q; proportio pyramidis .a. ad pyramidem .b. est sicut basis .a. ad basim .b. qd⁹ eedē demonstrationis uel argumentationis genere demonstrandum est quod scdam huius demonstraui⁹. sit enim ut basū .a. ad basim .b. ita pyramis .a. ad corpus .c. de quo dico q; ipsum non erit minus neq; maius pyramide .b. nā si possibile est ut sit minus esto minus in solido .d. ut pyramis .b. sit equalis duobus corporibus .c. & .d. pariter acceptis diuisa itaq; pyramide .b. ut pponit .3.

detrahantur ab eo duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate piramidis ipsius: itemque ex utraque duarum partialium residuarum pyramidum duo earum predicto modo diversarum seratilia demantur: & fiat hoc totiens quousque ex piramide. b. cogatur aduersarius per primam. 10. confiteri relinqui minus solidum. d. eruntque ex communi scientia seratilia detracta maius. c. fiat igitur a piramide. a. similis seratilium detractio. & intelligamus tot seratilia detracta esse ex piramide. a. quot detraimus ex piramide. b. eritque ex correlario pmissum sicut basis. a. ad basim. b. ita seratilia detracta a piramide. a. ad seratilia detracta a piramide. b. sic: sed erat piramis. a. ad corpus. c. itaque seratilia pyramidis. a. ad seratilia pyramidis. b. sicut piramis. a. ad corpus. c. & permutatis seratilia pyramidis. a. ad pyramidem. a. sicut seratilia pyramidis. b. ad corpus. c. Cumque sint seratilia pyramidis. b. maius corpore. c. erunt seratilia pyramidis. a. maius pyramidem. a. Et quia hoc est impossibile non erit corpus. c. minus piramide. b. sed nec maius. hoc enim posito cum sit proportio basis. a. ad basim. b. sicut pyramidis. a. ad corpus. c. erit e converso basis. b. ad basim. a. sicut corporis. c. ad pyramidem. a. Eruntque eadem ex communi scientia pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. sequetur quod ex. 14. quinti quod corpus. d. sit minus piramide. a. eo quod piramis. b. ponitur minor corpore c. Erunt igitur basis. b. ad basim. a. sicut piramis. b. ad corpus minus piramide. a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile uidelicet seratilia detracta ab aliqua piramide maius esse ea piramide a qua detrahuntur: ideoque relinquatur corpus. c. esse equale pyramidem. b. cum nec minus ea possit esse nec maius & proportionem pyramidis. a. ad pyramidem. b. esse sicut basis. a. ad basim. b. hoc autem erat demonstrandum.



Propositio .6.

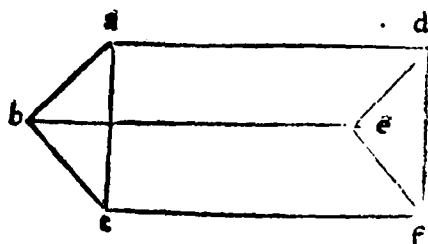


Quoniam corpus seratile in tres pyramidas equales basesque triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit seratile. a. b. c. d. e. f. ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas equales: protrahat enim in unaquaque suarum trium superficiesum parallelogramarum linea diagonals: ita quod una eorum diagonalium sit coterminalis reliquis duabus. ut si protrahas lineas. b. d. b. f. & f. a. quas propter confusionem protrahere coterminis: eritque totum seratile in tres triangulas pyramides diuisum quas ex premissa bis assumpta facile constat esse equales. Quoniam autem euclides nihil demonstrandum proponit de pyramidibus lateratis exceptis solidis his quarum sunt bases triangule: ut omnium cognitionem ex elementis qua potuit: sufficere eliceremus: quedam arbitramur non inutile demonstrationibus hic positum adiungere: solis enim elementis contentus euclides multa pretermisit que quauis ex eis consequantur. non tamen sine difficultate patent studentibus: horum primum est hec.

¶ Si duo solida quorum alterum seratile alterum uero piramis: cuius basis triangula super eandem basim: aut super equales trigonas: aut seratile super quadrangulam: piramis uero super trigonam que quadrangule basis seratilis sit dimidium constituta fuerint eque alta seratile piramide triplum esse conueniet.

¶ Si seratile propositum fuerit super basim trigonam: tunc ex piramide proposita super propriam basim perficiat seratile pyramidem propositam eque altam. Si uero seratile fuerit super basim quadrangulam: tunc basi pyramidis adiciat triangulus ex quo & basi pyramidis perficiat superficies eque altam laterum super quam ex ipsa



piramide completat seratile pyramidē eque altā: quia igitur istud seratile (sera-
tili priori est eque altum: & utrorūq; bases sunt equales ex ypotbesi. sequitur
ipsa esse equalia. hoc enim demonstratū est in. 36. undecimi. at quoniam ex. 6.
huius. 12. libri seratile (scdm triplum est ad pyramidem ppositam. nam ipsa est
una ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur. Erit quoq; per cō-
munē scientiā ppositū seratile triplum ad propositam pyramidem.

¶ Si quotlibet pyramides quarum bases triangule super unā ean-
demq; basi; siue sup equales cōstitute fuerint: eque alte eas esse
adinuicem inequales necesse est.

¶ Fabricato enim uno seratili eque alto pyramidibus ppositis super basim tri-
angulā equalem basibus ppositarū pyramidum: aut super basim quadrāgula; 3
duplam basibus erundē. erit ipsum seratile triplū ad pyramides singulas. hoc
enim constat ex premissa addita siue interpolata: igitur ex cōmuni scientia cum
ēte propositę pyramides sunt ut diximus adinuicem equales.

¶ Omnes pyramides quarum bases triangule eque alte suis basi-
bus sunt proportionales.

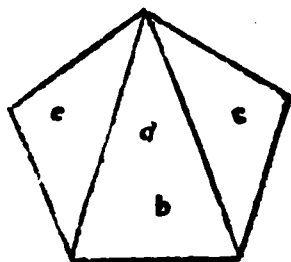
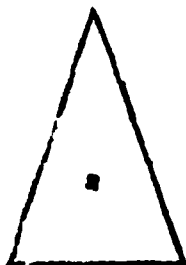
¶ Eiant super bases propositarū pyramidū aut sup alias trigonas equales: aut
super palellogramas duplas seratilia ipsis pyramidibus eque alta: eruntq; ob
hoc seratilia sibi adinuicem eque alta: & quia seratilia suis basib⁹ sunt ppor-
tionalia: ut probatū est in. 36. undecimi. 35. ipsius mediane. Cūq; ex prima ha-
rum additarū manifestū sit hec seratilia tripla esse ad ppositas pyramides unū-
quodq; uidelicet ad suam relatiuā: basesq; ipsorū equales aut duplas esse basi-
bus ipsarum. sic autē ex. 15. quinti: ut triplum ad triplū: ita simplū ad simplū
erunt quoq; propositę pyramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint due quelibet pyramides eque alte fueritq; alteri⁹ ba-
sis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: pyramides
ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

¶ Exempli gratia. Intellegantur due pyramides eque alte super duas bases. a.
& b. sitq; basis. a. triangula. b. uero pentagona. Et dicantur hec pyramides. a.
& b. itaq; dico proportionē pyramidū. a. & b. esse sicut basium. a. & b. distin-
guantur quidem pentagonus. b. in tres triangulos. c. d. e. eritq; tota piramis. b.
distincta in tres pyramides eque altas quare bases sunt trianguli. c. d. e. que etiā
dicantur nomīnib⁹ suarum basium. quia igitur ex premissa interpolata propor-
tio pyramidis. c. ad pyramidē. a. est sicut trigoni. c. ad trigonū. a. & pyramidis. d.
ad pyramidē. a. sicut trigoni. d. ad trigonū. a. itemq; pyramis. c. ad pyramides
a. sicut trigoni. e. ad trigonū. a. ex. 24. quinti bis assumpta sequitur qd sit ppor-
tio aggregati ex omnibus pyramidibus. c. d. e. & ipsum est piramis. b. ad pira-
midem. a. sicut aggregati ex omnibus trigonis. c. d. e. & ipsū est pēthagon⁹
b. ad trigonum. a. constat igitur quod uolumus.

¶ Omnes laterate pyramides eque alte suis basibus proportio-
nales esse probantur.

¶ Si altera earū fuerit super basī trigonam ex finissa interpolata constat quod
dicitur. Si autem basis utriusq; fuerit polygonia utralibet ipsarum basium re-
soluta in triangulos & ipsa piramide in pyramides triangulas. erit ex premissa
interposita proportio uniuscuiusq; harum triangulariū pyramidū inter quas
altera ppositarū diuidit ad reliquā sicut sue basis ad basim alterius. itaq; per
24. quinti quotiens oportet assumptam: constat uerum esse quod diximus.



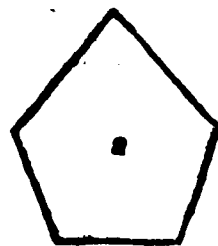
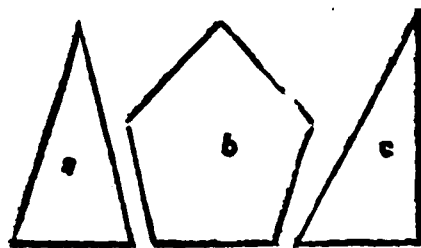
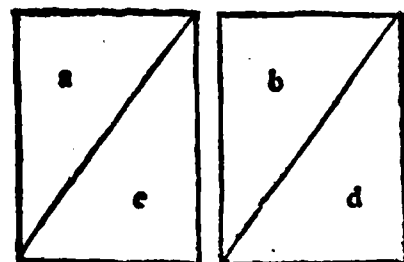


Si due piramides triangularum basiū fuerint equales earum bases earundē altitudinibus mutue erunt. Si uero bases et altitudines fuerint mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

¶ Quod trigesima quarta & trigesima quinta undecimi propositi fuerunt de solidis parallelogramis. & nos in. 36. eiusdē demonstrauimus de se ratilibus. hec septima. i2. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. intelligantur enim duo piramides equales super duos trigonos uel triangulos. a. & b. que dicantur. a. & b. dico itaq; qd proportio basis. a ad basim. b est sicut proportio altitudinis piramidis. b. ad altitudinē piramidis. a. & si hoc fuerit dico piramides. a. & b. esse equales. Adhibeant quidem duobus trigonis. a. & b. duo alii qui sint. c. & d. ut fiant ambe superficies. a. c. & b. d. equistantium laterū: & ex ipsius piramidibus super bases. a. c. & b. d. cōpleant solida parallelogrami piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur. a. c. & b. d. manifestū igitur est ex sexta huius. i2. qd piramis. a. est sexta pars solidi. a. c. & piramis. b. sexta solidi. b. d. itaq; ex. 35. undecimi argue propositū: primam quidem partem ex prima: secundam autem ex secunda.

¶ Quod si due quelibet piramides laterate fuerint equales earū bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si uero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equales esse oportet.

¶ Si bases utrarūq; fuerint triangule demonstratū est uerum esse quod diximus. Si altera tantu sit igitur. a. basiq; altariū piramidis sit. b. & sumatur trigonus. c. equalis poligono. b. fiatq; super. c. piramis eque alta piramidi que ē super. b. & sint. a. b. c. equiuoca nomina piramidum & basium. Quia igitur ex hypothesi duo piramides. a. & b. sunt equales & ex ulinu interpolatarum ad sextam huius dueq; piramides. b. & c. sunt equales: & erunt ex cōmuni scientia piramides. a. & c. equales. igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earū ex prima parte. 7. huius. Cūq; bases. b. & c. sunt equales: altitudines quoq; piramidum. b. & c. equales erunt ex prima parte & secunda. 7. quinti bases. a. & b. mutue altitudinibus piramidū. a. & b. Secunda pars conuerso modo probatur. nam si fuerit basis. a. ad basim. b. ut altitudo piramidis. b. ad altitudinē piramidis. a. erit ex. 2. parte & prima. 7. quinti basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinē piramidis. a. itaq; ex secunda parte huius. 7. duo piramides. a. & c. sunt equales quare per cōmunē scientiam due quoq; piramides. a. & b. sunt equales. Si uero neutra propositarū piramidū fuerit trigona sed utraq; poligona. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur. a. & b. sumatur similiter triangulus. c. equalis exagono. b. super quē fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntq; due piramides. b. & c. equales. ideo qd due que sunt. a. & c. etiam per conceptionē equales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudinē piramidis. a. hoc enim super demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. Conuersa conuerso modo patet si enim basis. a. ad basim. b. fuerit ut altitudo piramidis. b. ad altitudinē piramidis. a.



erit quoq; ex septima quinti basis .a. ad basim .e. ut altitudo pyramidis .c. ad altitudinem pyramidis .a. ideoq; ut patet ex prioribus erunt due pyramidis .a. & .c. equales: quare ex cōmuni scientia & due que sunt .a. & .b. erunt etiam equales. Et hoc est propositum.

Propositio .8.

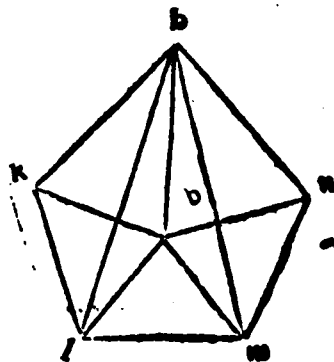
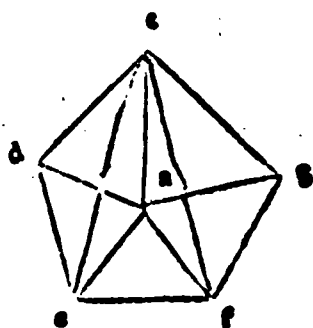
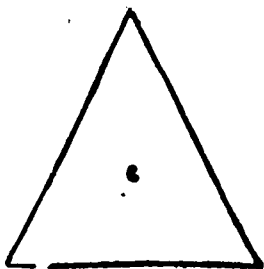
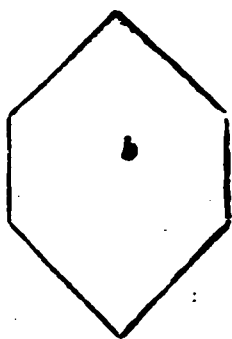


Quium duarum pyramidū similium quarum bases triangule est proportio alteri⁹ ad alteram tanq; lateris ad latus eius relatiuū proportio triplicata.

¶ Propositis duabus pyramidibus bases triangulas habentibus similibus ex ipsis perlice duo solida parallelograma quēadmodum dictum est in demonstratione premisse: cūq; hec duo solida anguli qui sunt cōmunes pyramidibus & solidis parallelogramis superficiebus angulis numero & quantitate equalibus cōtinentur: & latera quoq; illos angulos superficiales cōtinentia sunt proportionalia quare ex .34. primi tres superficies solidorum parallelogramorū cōmunes angulos solidos cōstituentes sunt equiangule & laterum proportionaliū. ideoq; similes ex diffinitione similium superficialium: quare ex .24. & .13. quinti cuncte sex superficies horum duorum solidorum parallelogramorū sunt similes ad inuicem: igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum proportio solidorum & pyramidum sit una ex .15. quinti nam solida sunt sex culpa pyramidibus ex sexta huius. cūq; sit proportio solidorum una sicut suorum relatiuorum laterum triplicata ex .36. undecimi libri. sunt autem latera solidorum eadem quoq; latera pyramidum. erit quoq; ex .11. quinti proportio propositarum pyramidum sicut suorum relatiuorum laterū proportio triplicata: quod est propositū.

¶ Quod si fuerit due quolibet pyramidis laterate similes erit proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuū latus alterius proportio triplicata.

¶ Sint due laterate pyramidis quarū coni .a. & .b. similes sintq; super bases pentagonas que sunt .c.d.e.f.g.h.k.l.m.n. dico q; proportio earum est sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficialium & corporum q; pentagoni qui sunt bases propositarum pyramidum sibi ad inuicem cunctiq; relatiui alias reliqui triaguli ipsas ambientes sibi inuicem sunt similes. diuidantur itaq; bases ambarum in triangulos similes & numero equales prout .18. sexti proponit esse possibile: peractis in hac quiddē lineis .c.e. & .c.f. in illa uero .h.l. & .h.m. dico igitur istas pyramidis esse diuisas in pyramidis triangulas similes & numero equales. Conterantur enim adiunctim due pyramidis .a.c.d.e.b.h.k.l. quarum coni sunt .a. & .b. constat adrem ex ypothesi triangulum .c.a.d. esse similem triangulo .b.h.k. & triangulum .d.a.e. triangulo .k.b.l. & quia etiam ex ypothesi angulus .d. est equalis angulo .k. & latera .c.d. & .d.e. continetia angulum .d. sunt proportionalia lateribus .h.k. & .k.l. continetibus angulum .k. erunt ex .6. sexti duo trianguli .c.d.e. & .h.k.l. ideoq; per .4. sexti erit proportio .c.d. ad .h.k. sicut .c.e. ad .h.l. cūq; ex ypothesi sit proportio .c.a. ad .h.b. & etiam .a.e. ad .b.l. sicut .c.d. ad .h.k. erit ex .11. quinti .c.a. ad .h.b. & .a.e. ad .b.l. sicut .c.e. ad .h.l. igitur ex .5. sexti diffinitione similium superficialium triangulus .c.a.e. erit similis triangulo .h.b.l. manifestum est itaq; ex diffinitione similium corporum q; pyramidis .a.c.d.e. est similis pyramidis .b.h.k.l. similiter quoq; eōstet pyramidem .a.c.e.f. esse similem pi-



ramidi. b. h. l. m. & piramidē. a. e. f. g. piramidē. b. h. m. n. quia ergo ex hac. 8. p
portio piramidis. a. c. d. c. ad piramidē. b. h. k. l. est sicut lateris. c. d. ad latus. h
k. triplicata & etiam piramidis. a. c. e. f. ad piramidē. b. h. l. m. sicut. e. f. ad. l.
m. triplicata. ac etiam piramidis. a. c. f. g. ad piramidē. b. h. m. n. sicut. c. g. ad. h
n. triplicata cum sit ex ypothēsi pportio. e. f. ad. l. m. & c. g. ad. h. n. sicut. c. d.
ad. h. k. sequit̃ ex. 13. quia ut proportio totaliū piramidū. a. & b. sit sicut uni
harum partialiū ad aliam unam. igitur ex hac. 8. & undecima quinti constat
uerum esse quod diximus.

¶ Omnes colūne laterate eque alte suis basib⁹ sūt pportinales.

colūna
laterata

¶ Verum est quod dicit̃ super qualescūq; bases polygonas sūt colūne. Colū
nas autē lateratas uocamus solida corpora laterata quorū bases & superficies
supreme sunt similes & equales. cuncte uero relique superficies ipsa solida circū
stantes sunt equidi stantiū laterū. Talium autē solidorū prima species est se
ratile cum super unam suarum trilatararū superficierū intelligitur esse statuum
Secunda uero species est colūna cuius basis sit quadrilatera quā ex duob⁹ se
ratilibus necesse est esse cōpositā: & tertia est cuius basis est pentagona: & ipsa
ex tribus seratilib⁹ perficit̃. Simpliciter autē dico q̃ omnis laterata colūna in
tot corpora seratilia potest distingui in quot triangulos sua basis. Intelligant̃
itaq; due colūne laterate. a. & b. constitutē super duas bases. a. & b. eque alte.
dico q̃ proportio colūnarū. a. & b. est sicut basium. a. & b. distinguant̃ naq;
hec bases triangulos. & hec colūne in seratilia: basis quidē. a. que ponatur esse
quadrangula in duos trigonos. f. c. & d. & colūna. in duo seratilia. c. & d. basis
uero que sit pentagona distinguat̃ in tres trigonos. e. f. g. & colūna. b. in tria se
ratilia que similiter uocent̃. e. f. g. Manifestum est igitur ex his que in. 36. un
decimi sunt q̃ pportio seratilis. c. ad seratile. e. est sicut basis. c. ad basim. e. &
iterum seratilis. d. ad seratile. e. sicut basis. d. ad basim. e. quare p. 27. quinti erit
colūne. a. ad seratile. e. sicut basis. a. ad basim. e. eadeꝯ ratione erit colūna. a. ad
seratile. f. sicut basis. a. ad basim. f. at rursus colūne. a. ad seratile. g. sicut basis. a
ad basim. g. igitur ex. 24. quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile cōclu
des propositum. constat itaq; ex hoc q̃.

¶ Omnes colūne laterate super eandem basim uel super equales
constitute si fuerint eque alte erunt equales.

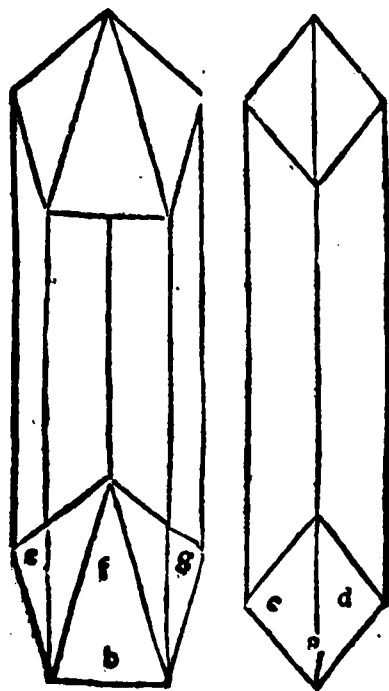
¶ Cum enim ut proximo probatum est eque alte colūne laterate sūt suis basi
bus pportionales. ponant̃ autem bases esse aut eandem aut equales necesse est
ex. 24. quinti ut etiam colūne sūt equales. constat quoq; q̃.

¶ Si fuerint quelibet solida parallelograma seratilia & laterate co
lūne eque alta ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse ne
cessario cōprobantur.

¶ Omnia enim hec bases sunt lateratarū columnarū de quibus paulante uni
uersaliter probatum est uerum esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidē.

¶ Distinguantur basis colūne in triangulos: & sū numerū triangulorū illorū
distinguantur colūna in seratilia & piramis columnne in piramides habentes ba
ses triangulas: que uidelicet sunt bases seratiliū. constat itaq; unumquodq;
seratile ad eam piramidē que super eandem basim cum ipso seratile cōstitit tri
plum esse. hoc enim demonstratū est in sexta huius duodecimi libri: igitur ex
13. quinti oīa seratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas ne
cesse est esse triplum: cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis colūna &



ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columnæ perficiantur constat ueram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quelibet columnæ lateratæ equales: earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si uero bases earum & altitudines mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim colūne sint equales earum piramides erunt equales: eo q̄ omnis laterata colūna est tripla ad suam piramidem. si autem piramides fuerint equales sue bases suis altitudinibus mutue erunt quæadmodū demonstratū est in septima huius: quia igitur columnarū suarumq̄ piramidū eadem sunt bases & altitudines sunt eadem. constat prima pars propositi. Sint igitur bases & altitudines proportionalium columnarū lateratarū mutue. dico q̄ columnæ erunt equales: cum enim eadem sint bases eademq̄ altitudines columnarū suarumq̄ piramidum: erunt bases & altitudines piramidū proportionalium columnarū mutue si hoc ut possumus est uerum fuerit de columnis. erūt itaq̄ piramides equales: prout in septimo huius demonstratū est: igitur & colūne equales cum ipse triplæ sint ad suas piramides: quare patet secunda pars eius quod propositū est.

¶ Omnium duarum columnarū lateratarū similium est proportio alterius ad alteram tanq̄ lateris ad suam relatiuū latus pportio triplicata:

¶ Si colūne fuerint similes erunt ex diffinitione similium corporum bases earū ceteraq̄ superficies eas ambiens similes. Diuidant itaq̄ bases earum in triangulos similes & numero equales quæadmodū. 18. sexti pponit esse possibile: & ipse columnæ diuidant in lateralia super hos triangulos existentia. stude igitur probare lateralia unius suis relatiuis lateralibus alterius esse similia: quod facile probabis ex hypothesi & sexta & quarta & quinta sexti: & diffinitione similium superficialium & diffinitione similium corporum: hoc aut probatū erit ex. 36. unde cimi proportio uniuscuiusq̄ lateralis unius ad suum relatiuū laterale alterius: sicut sui lateris ad latus illius pportio triplicata. Et quia omnium laterū est proportio una cum cuncta lateralia unius sint similia suis relatiuis lateralibus alterius. sequitur ex undecima quinti: ut cunctosq̄ lateraliū unius ad sua relatiua lateralia alterius sit proportio una: quare per. 15. quinti que est proportio unius lateralis ad suum laterale relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta: & quia utrobique omnia lateralia pariter accepta componunt colūnas & relatiua latera lateraliū sunt relatiua latera columnarū: necesse est ex undecima quinti ut proportio columnarū sit sicut suorumq̄ relatiuorumq̄ laterum proportio triplicata quod est propositum.

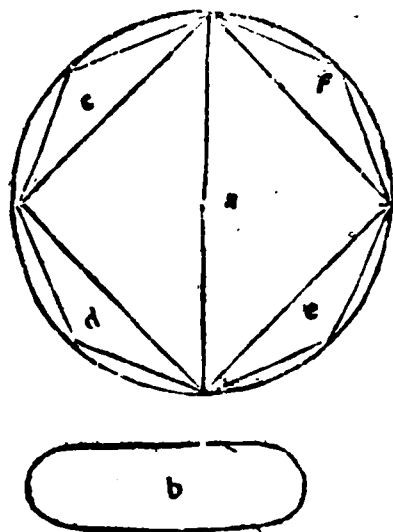
Propositio .9.



Minus columna rotunda piramidi sue triplex esse comprobatur.

¶ Supra circulum. a. intelligantur una colūna & una piramis secundum eandem suam altitudinem erecte: dicaturq̄ equiuoce ipsa piramis & colūna & circulus nomine uno scilicet. a. dico itaq̄ q̄ colūna. a. est tripla ad piramidē. a. cuius probatio est: quia neq̄ maior neq̄ minor potest esse q̄ tripla. Sit enim primum si possibile est maior q̄ tripla quantitate corporis. b. itaq̄ si .b. corpus dematur de colūna. a. erit residuum eius.

tripulum ad pyramidem. a. Inscribatur ergo quadratum circulo a. super quod erigantur duo seratilia eque alta columnæ. a. de quibus duobus seratilibus pariter acceptis constar qd ipsa sunt plus medietate columnæ. a. quemadmodum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli. a. Si enim ex ipsis seratilibus perticiantur solida parallelograma quorū ipsa sunt medietates: erit ipsa colūna pars ipsorū duorū solidorū pariter acceptorum: deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum equalium laterum in portionibus circuli: quarum portionū latera quadrati sunt chorde diuisis arcibus illarum portionum per equalia: & sunt illi trianguli. c. d. e. f. super quos etiam erige seratilia ad altitudinem columnæ. a. & manifestum est qd hec seratilia sunt maius medietate portionum columnæ super portiones circuli constitentium quemadmodū & ipsi trianguli sunt maius medietate portionū circuli. Fiat autem hoc totiens quousq; per primam. io. cogatur aduersarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas esse minus corpore. b. Erit igitur columna laterata octogona quā componunt omnia seratilia pariter accepta quarum bases sunt trianguli diuisentes polygonū inscriptum circulo. a. maius triplo pyramidis rotundæ. a. & quia ipsa laterata columna est tripla ad suam pyramidem sicut demonstratum est eis que premissa sunt. sequit ex secunda parte. io. quinti libri ut rotunda pyramis. a. sit minor laterata pyramide laterate columnæ cuius basis est inscriptum polygonum basi rotundæ pyramidis. a. quod est impossibile. Est enim pyramis laterata pars ipsius pyramidis. rotundæ: non est igitur pyramis. a. minus tertia parte columnæ. sed nec plus tertia. Si eni impossibile est sit pyramis. a. plus tertia parte columnæ. a. quantitate corporis. b. ita qd detractio corporis. b. de pyramide. a. sit residuum ipsius pyramidis tertia pars columnæ. a. igitur quemadmodū prius ex pyramide. a. intelligatur detracta pyramis laterata ubi eque alta: cuius basis quadratum circulo. a. inscriptus quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pyramidis rotundæ. Item de residuo pyramidis. a. rursus intelligantur detracti pyramides eque alte statuæ super triangulos. c. d. e. f. qui sunt in portionibus basis: & hoc totiens fiat ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide. a. minus corpore. b. erit itaq; pyramis laterata inscripto polygonio superstanti quam componunt laterate pyramides ex rotunda pyramide detracte maius tertia parte rotundæ columnæ. a. & quia ut probatum est in precedentibus hec pyramis laterata est tertia pars sue columnæ lateratæ. a. sequitur denuo ex secunda parte. io. quinti libri columnæ rotundæ. a. esse minorem columnæ lateratæ eiu. dem. altitudinis: cuius basis est polygonum basi rotundæ pyramidis inscriptum: hoc autem impossibile: nam hec columna rotundæ laterata pars est columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo sue pyramidis neq; maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare uolumus.



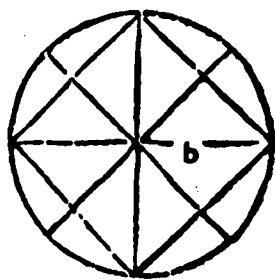
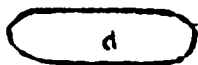
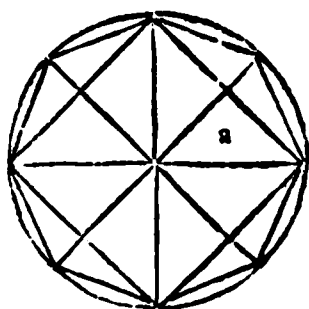
Propositio .io.



Minium duarum rotundarum pyramidum similium columnarūue rotundarum similiū est proportio alterius ad alterā tanq; diametri sue basis ad diametrum basis alterius proportio triplicata.

¶ Sint duo circuli. a. & b. sup quos constituentur due rotundæ pyramides similes duæq; colūne rotundæ similes: & dicantur circuli & pyramides &

LIBER

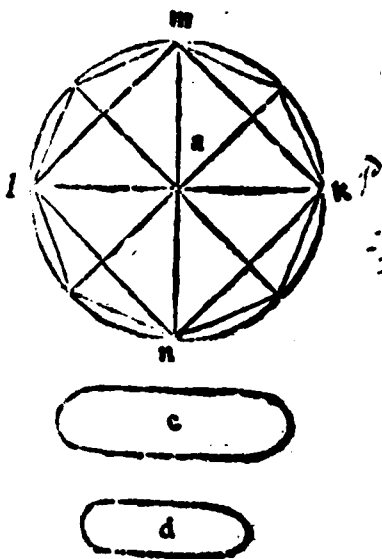
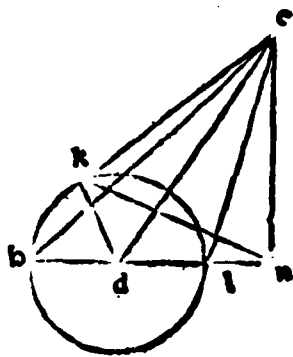
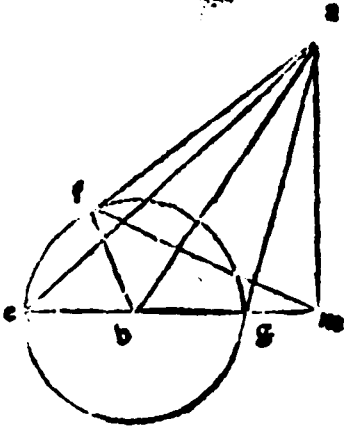


columnne & diametri circuloꝝ his omnibus .a. & .b. equiuoce? dico itaq; q
propo. tio duarum pyramidum .a. & .b. duarumq; columnarū .a. & .b. est sicut
duarum diametroꝝ .a. & .b. proportio triplicata: hoc autem si de pyramidi
bus constiterit: de columnis autem constabit. ex .15. quinti. cum omnis colum
na rotunda sit ex premissa tripla ad suam pyramidem: de pyramidib; autē con
stabit hoc demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per cōmune scien
tiam posita in principio secunde demonstratione huius .12. libri: que propor
tio diametri .a. ad diametrum .b. triplicata: eadem pyramidis .a. ad aliquod cor
pus: illud igitur corpus sit .c. de quo dic q; ipsum non potest esse minus neq;
maius pyramide .b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis .d.
ita duo corpora .c. & .d. pariter accepta sint quantum pyramis .b. itaq; quēad
modum in secunda parte premissę ex pyramide .b. detrahatur laterata pyramis
sibi eque alta: cuius basis f t quadratū inscriptum circulo .b. & ex residuo eius
detrahantur pyramides eiusdem altitudinis cōsistentes super trigonos portio
num circuli .b. fiat itaq; hoc totiens quotūq; cogente prima .10. sit residuum pi
ramidis .b. minus corpore .d. eritq; ex cōmuni sciētia laterata pyramis detra
cta quatn componuntur partiales pyramides detracte maius corpore .c. Inscriba
tur itaq; circulo .a. polygonum simile illi quod est basis laterate pyramidis de
tracte a pyramide .b. & ad angulos huius polygoni inscripti circulo .a. demitte
lineas a cono pyramidis .a. perficiens super illud polygonum lateratam pyra
midem eque altam rotunde pyramidi .a. hanc igitur studeas demonstrare esse
similem laterate pyramidi detracte a rotunda pyramide .b. quod hoc modo fa
ciēs in utraq; pyramide eriges axem ipsius que erit ex diffinitione linea conti
nuans uerticem pyramidis cum centro basis: & erit perpendicularis ad basim
de hinc a centris basiuꝝ protrahas in utroq; circulo semidiametros ad omnes
angulos utriusq; polygoni inscripti. cumq; ex diffinitione similium pyramiduꝝ
rotundaru sit proportio axis unius ad axem alterius: sicut diametri basis uniꝝ
ad diametrum basis alterius. ideoq; etiam ex .15. quinti & equa proportionali
tate sicut semidiametri ad semidiametrum. sint autem utrobique omnes anguli
quos axes cum semidiametris continent recti. necesse est ex sexta propositione
sexti libri & quarta eiusdem & diffinitione similium superficierum & similium
corporuꝝ diffinitione: ut laterata pyramis .a. sit similis laterate pyramidi .b. qua
re per additam ad .8. huius proportio laterate pyramidis ad lateratam .b. est
sicut lateris unius ad suum relatiuū latus alterius proportio triplicata. ideoq;
& sicut diametri .a. ad diametru .b. triplicata. igitur quoq; rotunde pyramidis .a.
ad corpus .c. ex .11. quinti quare permutatum proportio laterate pyramidis .a.
ad rotundam pyramidem .a. sicut laterate pyramidis .b. ad corpus .c. & quia la
terata pyramis .b. maior est corpore .c. erit laterata pyramis .a. maior rotunda
pyramide .a. quod est impossibile cum sit pars eius: non est ergo corpus .c. mi
nus rotunda pyramide .b. Restat itaq; probandum q; nec maius. si eni aduer
sarius dicat ipsum esse maius: tunc arguas ex cōuerſa proportionalitate pro
portionem diametri .b. ad diametrum .a. triplicatam esse sicut corporis .c. ad
rotundam pyramidem .a. sed ex conceptione eadem est rotunde pyramidis .b.
ad aliquod corpus aliud quod sit .d. & quia ex ypothesi corpꝝ .c. maius est ro
tunda pyramide .b. sequitur ex .14. quinti q; rotunda pyramis .a. sit maior corpo
re .d. itaq; proportio rotunde pyramidis .b. ad corpus quod est minus rotun
da pyramide .a. uidelicet ad .d. est sicut sive diametri .b. ad diametrum alterius

proportio triplicata hoc autem est impossibile. nam ex hoc demonstratur
 sequi qd pars sit maior suo toto. cum ergo corpus. c. nō possit minus esse neq;
 maius rotunda piramide. b. erit necessario sibi equale. ideoq; ex secunda par-
 te. 7. quinti constat propositū. Non latet autē nos huius demonstrationis pro-
 cessum ad eas duntaxat colūnas & piramides rotundas coartari: quarum axes
 cis basibus ppendiculariter insistant: tales enim diffinitē fuerunt in principio
 undecim: cum tamen passio hic demonstrata cōmuniter conueniat omnibus
 columnis rotundis similibus piramidibusq; rotundis similibus siue earū axes
 super bases suas fuerint orthogonaliter erecte: siue super eas fuerint inclinate:
 & appellentur differentie causa hęc rotunde columnę & piramides: quarū ba-
 sibus axes orthogonaliter superstant erecte: relique uero dicantur inclinate: &
 quia in principio. 11. non sunt diffinitę columnę aut piramides rotunde nisi ue-
 ro per motum trigoni rectāguli. ideo conueniens arbitramur diffinire colum-
 nas rotundas & piramides diffinitionib; cōmuniter & uniuoce conuenientib;
 erectis & inclinatis columnis & piramidibus rotundis. Cum igitur extra sup-
 ficiem alicuius circuli descripti signatur punctus qui cum circūferentia ipsi-
 circuli per lineam rectam continuat si linea ipsa signato puncto manente lux
 descripto circulo quousq; ad locum unde moueri inceperit circūducatur: cor-
 pus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea: & ab ipso cir-
 culo cui circūducitur cōtinetur uoco piramidem rotundam. & circūducit uel
 linea hec circūducit uoco basim ipsius piramidis. fixum autem punctum
 extra circulum superficiem signatum uoco conum piramidis: lineamq; re-
 ctam continuantem centrum basim cum cono piramidis appello axem seu sa-
 gittam piramidis. Cūq; hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico pi-
 ramidem esse erectam. cum uero inclinata: dico etiam piramidem inclinatam.
 cum autem fuerint duo circuli equales descripti superficiebus equidistantib;
 quos una plana superficies per eorū centra trāiens secuerit. fuerintq; cōtinua-
 te per lineam rectam due relative sectiones duarum circūferentiū ipsorū cir-
 culorum. Si linea hec in circūferentiis ipsorū circulorum equidistanter utat
 a quo moueri inceperit quousq; ad locum suum redeat circūducatur: corp;
 quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea: & duobus propo-
 sitis circulis continetur: uoco columnā rotundam. cui⁹ axis siue sagitta est li-
 nea recta centra duorum circulorū continuans. Et cum hec sagitta fuerit per-
 pendicularis ad superficiem utriusq; duorum circulorum: dico columnā esse
 erectā. Cum uero fuerit super basim inclinata: dico columnā esse inclinatā.
 Cūq; fuerint due rotunde piramides. a. & colūne. a. quarum axibus egrediantur
 due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintq; anguli
 quos axes & cōmunes sectiones harum superficierū & basium continent adin-
 uicem equales: & fuerit proportio axis unius ad axem alterius. sicut semidia-
 metri basis unius ad semidiametrum basis alterius: tunc illas duas pirami-
 des adinuicem aut illas duas columnas ad inuicem dico similes esse. His dif-
 finitionibus positis demonstrandū est qd omnium duarum rotundarum pi-
 ramidum similium columnarūue rotundarū similium siue erecte siue inclina-
 te fuerint est proportio unius ad alteram: sicut diametri basis unius ad diame-
 trum basis alterius proportio triplicata quod solis erectis demonstratū est. ad
 hoc autem premititur antecedens necessarium.

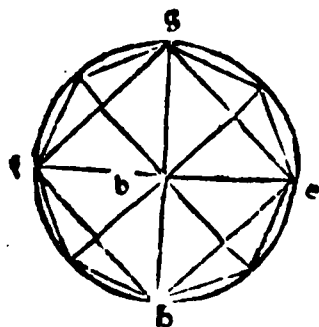
LIBER

¶ Si fuerint due rotunde piramides adinuicē similes utrūq; qruē due plane superficies super axem secēt. fueritq; harum duarum superficialium altera in utraq; piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies cōtēti similes: erūt anguli quos axes & due cōmunes sectiones basiu; & earum superficialium que super bases non ponuntur orthogonaliter erecte continent adinuicem equales.



¶ Sint due rotunde piramides. a. b. & c. d. quarū bases sūt circuli. e. f. & h. k. l. & axes due linee. a. b. & c. d. & diametri basium. e. g. & h. l. centra basium sūt duo puncta. b. & d. corū piramidū. a. & c. similes ad inuicem: & ab earum conis ad superficiem basium protrahant ut docet. 11. undecimi libri due perpendiculares que sūt. a. m. & c. n. & cōtinuentur puncta. m. & n. cum centris basiu; protrahis lineis. b. m. & d. n. eritq; ex. 18. undecimi superficies. a. b. m. que egreditur ab axe. a. b. erecta super basim piramidis. a. b. orthogonaliter. Eodē modo superficies. c. d. n. que egreditur. a. b. axe. c. d. erit erecta super basim piramidis. c. d. orthogonaliter. sūt itaq; duo arcus. f. g. & k. l. similes: & intelligantur due superficies. a. b. f. c. d. k. egredi ab axibus & secare piramides. a. & b. & c. d. similes: dico igitur duos angulos. a. b. f. c. d. k. esse adinuicē equales. protrahātur enim due linee. f. m. & k. n. quia igitur due piramides. a. b. & c. d. sūt similes: & due superficies. a. b. m. c. d. n. stantes orthogonaliter super bases egrediuntur ab earum axibus: erit ex diffinitione similium piramidū angulus. a. b. m. equalis angulo. c. d. n. & quia ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter erecte uterq; duorum angulorū. a. m. b. c. n. d. est rectus erunt ex. 32. primi. & 4. sexti duo primi trianguli. a. b. m. & c. d. n. la erūt proportionalium: ut proportio linee. a. b. ad lineam. c. d. sicut b. m. ad d. n. & sicut a. m. ad c. n. & quia ex diffinitione similium piramidū proportio axis. a. b. ad axem. c. d. est sicut semidiametri. b. f. ad semidiametrum. d. k. erit ex. 11. quinti. proportio. b. f. ad d. k. sicut. b. m. ad d. n. Cūq; sūt duo anguli. f. b. m. & k. d. n. equales eo qd duo arcus. f. g. & k. l. sūt similes ex ypothēsi: erit ex sexta & quarta sexti proportio. f. m. ad k. n. sicut. b. m. ad d. n. ideoq; sicut. a. m. ad c. n. & quia iterq; ex diffinitione linee super superficie; perpendiculariter erecte uterq; duorum angulorū. a. m. b. c. n. d. est rectus: erūt ex sexta & quarta sexti proportio. f. m. ad k. n. sicut. b. m. ad d. n. iōq; p. 11. quinti. sicut. a. b. ad c. d. & sicut. b. f. ad k. igitur ex quinta sexti duo anguli. a. b. f. & c. d. k. sūt adinuicem equales quod est propositum. ¶ Idem probabis leuiter de rotundis columnis similibus: hoc itaq; demonstrato dico omnium duarum rotundarum piramidum similium quocunq; fuerint siue erecte siue inclinate est proportio unius earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim ut prius due rotunde piramides. a. & b. quarū bases sūt circuli. a. & b. & horum circulorum diametri sūt etiam. a. & b. sūq; proportio piramidis. a. ad corpus. c. sicut diametri. a. ad diametrum. b. proportio triplicata non erit igitur corpus. c. minus neq; maius rotūda piramide. b. Sit rñi primo si possibile est nūn? quātiatē corpis. d. ita qd duo corpa. c. & d. pariter accepta sūt quātū rotūda piramis. b. ab axe igitur piramidis. b. pdeat superficies qd sit orthogonaliter erecta sup circuli. b. Sitq; cōis sectio huius superficies & circuli. b. linea. e. f. trāsiens p centrū. b. qd erit diameter circuli. b. & ptrahat inter

circulum. b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. g. h. Sicq; inscribatur circulo. b. quadratum. c. g. f. h. & a rotunda piramide. b. intelligatur detrahi laterata piramis: cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum: que ut probatum est supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo ei⁹ detrahantur piramides eiusdem altitudinis consistentes super triangulos portio-
num circuli. b. fiatq; hoc totiens quousq; residuum sit rotunde piramidis. b. mi-
nus corpore. d. ex prima decimi. Eritq; ex cōceptione laterata piramis detra-
cta quam componunt laterate partiales piramides detracte maius corpore. c.
tunc ergo prodeat ex arte piramidis. a. superficies alia que sit orthogonaliter
erecta super circulū. a. & sit cōmunis sectio huius superficies & circuli. a. linea
k. l. que ob hoc erit diameter circuli. a. protrahat autem in circulo. a. alia dia-
meter secans hanc orthogonaliter que sit. m. n. sicq; inscribatur in circulo. a. qua-
dratum. k. m. l. n. & diuidendo arcus portionū circuli. a. per equalia perficia-
tur in circulo. a. polygonum simile illi quod est inscriptum circulo. b. & ad sin-
gulos angulos huius polygoni demitte lineas rectas a cōno piramidis. a. perfu-
ciens super illud polygonum lateratam piramidem eque altam piramidi. a.
hanc autem lateratam piramidem probabis esse similem laterate piramidi de-
tracte a rotunda piramide. b. quod hoc modo facies produces axes cogitatio-
ne uel actu utriusq; in utriusq; piramidibus. a. & b. & a. centris basium protra-
has lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum polygoniorū. Eruntq; ex pre-
missis antecedente omnes anguli quos cōtinet axis piramidis. a. cum singulis li-
neis ductis a cōtro circuli. a. ad angulos polygoni sibi inscripti equales suis re-
latiuis angulis quos cōtinet axis piramidis. b. cum singulis lineis ductis a. cō-
tro circuli. b. ad angulos polygoni sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotun-
darum pyramidarū similium proportio axis piramidis. a. ad axem piramidis
b. est sicut semidiametri circuli. a. ad semidiametrum circuli. b. sequitur ex sexta
& quarta sexti & diffinitionib⁹ similitudinū superficiesū & similitudinū corporū q³ due
laterate piramides. a. & b. sit similes. Cetera argue sicut prius in decima con-
stat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus similibus q³ proportio earū sit
sicut diametrorū suarū basium triplicata. & quia omnis columna rotunda est
triplex ad suam piramidem. hoc enim sufficienter est demonstratum: siue colūne
& siue piramides fuerint erecte siue inclinate: sequitur ex. 15. quinti ut etiā qua-
rumlibet columnarum rotundarū similium sit proportio sicut suarū diame-
trorum triplicata.



Propositio 116



Mnes duas rotundas piramides siue columnas eque
altas suis basibus proportionales esse necesse est.

¶ Supra duos circulos. a. & b. statuatur ut prius due rotunde
piramides eque alte que dicantur similiter. a. & b. due rotunde
columnaeque alte eisdem literis ascripte. a. & b. dico itaq; q³ proportio duarū
pyramidum. a. & b. duarumq; colūnarū. a. & b. est sicut duorum circulorū
a. & b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de pyramidibus demō-
strabit. omnis enim rotunda columna triplex est ad suā piramidē: de pyrami-
dibus autem cōstabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enī ex cōi-
sciētia pportio rotunde piramidis. a. ad aliquod corpus: sicut circuli. a. ad circulū
b. illud corpus sit. c. dico itaq; q³ corp⁹. c. nō pōt esse maius neq; min⁹ rotunda
piramide. b. sit enī pmo min⁹ q³uitate corp⁹. d. igit⁹ circulo. b. inscribat⁹ q³dratū

LIBER

& detrahatur a rotunda piramide. b. piramis laterata cuius sit basis quadra-
rum circulo. inscriptum. & ex portionibus piramidibus detrahantur piramides
super trigonos portionē circuli consistētes: fiatq; hoc totiens quousq; sit ex pi-
ramide. b. residuum minus corpore. d. eritq; laterata piramis detracta quā cō-
ponuntur parciales piramides detracte maior corpore. c. inscribatur ergo circulo.
a. polygonū similit illi polygonio qd' est basis lateratis piramidis. b. & per-
ficiatur super ipsius piramis laterata ductis lineis uertice. piramidis laterate. a.
ad angulos polygoni inscripti. Eruntq; due laterate piramides. a. & b. eque al-
te. hoc enim est propositum de rotundis: quare proportio laterate piramidis
a. ad lateratam piramidem. b. & sicut basis eius ad basim illius uidelicet sicut
polygoni. a. ad polygonū. b. hoc enim demonstratū est in sexta huius. at uero
polygoni. a. ad polygonū. b. est sicut circuli. a. ad circulū. b. quod manife-
stum est ex prima. & secunda huius. itaq; laterate piramidis. a. ad lateratam
piramidem. b. sicut rotunde piramidis. a. ad corpus. c. quare permuta-
litate laterate piramidis. a. ad rotundam piramidem. a. sicut laterate piramidis. b.
ad corpus. c. cumq; sit laterata piramis. b. maior corpore. c. sequitur latera-
tam piramidem. a. esse maiorem rotunda piramide. a. hoc autem impossi-
bile est enim pars eius. non erit ergo corpus. c. minus rotunda piramide. b. Si
uero ponat aduersarius q; sit maius demonstrabim'. rursum idem impossibile
consequi. erit enim per conuersam proportionalitatem proportio corporis. c. ad
rotundam piramidem. a. sicut circuli. b. ad circulū. a. sit quoq; eadē rotunde pi-
ramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. cum igitur corpus. c. sit maius rotun-
da piramide. b. per ypothesin: erit ex. 14. quinti rotunda piramidis. a. maior cor-
pore. d. itaq; proportio circuli. b. ad circulū. a. erit sicut rotunde piramidis. b.
ad quoddam corpus minus rotunda piramide. a. sed hoc demonstratū est prius
esse impossibile. sic enim sequitur q; pars sit maior suo toto. non est igitur cor-
pus. c. neq; minus neq; maius rotunde piramide. b. sed tantū equale. itaq; ex se-
cunda parte septime quinti concludit propositum. Ut autē facile iucundiusq;
demonstraret quod sequitur ad ipsam est antecedens utile firmandū qd' est.

¶ Si superficies quedam rotundam columnā equidistanter basi
eius secuerit: erunt duo partialia corpora que ad illam secantem
superficiē terminantur portionibus axis colūne proportionalia.

¶ Simile est hoc ei quod proposuit. 25. undecimi libri de solidis parallelogra-
mis. nec solum uerum est hoc de columnis rotundis: imo simpliciter de om-
nibus columnis siue laterate siue rotunde. Quod qui argumentationē
primæ sexti uel. 25. undecimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit. hic
enim non aliter q; ibi ex diffinitione incontinue proportionalitatis que posita
est in problemo quinti libri arguendum est propositum. Attendere autē opor-
tet q; quęcunq; superficies secat columnā equidistanter basi ipsius: secat etiam
eam equidistanter superficiē basi eius oppositę. nam quęcunq; superficies una
superficiē sunt equidistates. ipse quoq; sunt equidistates ad inuicem: ut ex his
que dicta sunt ex decima sexta undecimi libri didicisti: quare manifestū est q;
omnes rotunde columnę quarum sunt bases equales altitudinib' suis sunt pro-
portionales: Idem quoq; de lateratis. idem quoq; de piramidibus rotundis:
& etiam de lateratis quod de piramidibus constabit si prius de columnis pro-
beur. Est enim omnis columna triplex ad suam piramidem rotunda quidē
et nota huius. laterata uero ex his que supra in octaua demonstrata sunt.

Propositio .12.



Si due piramides rotunde siue columne fuerint equales siue bases et altitudines erunt mutue. Si uero siue bases & altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue colūnas equales esse necesse est.

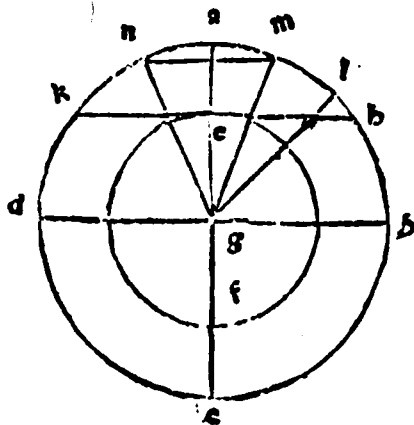
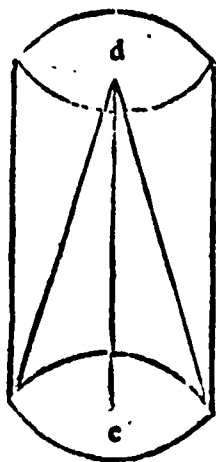
¶ Altitudinē pyramidū determinat lineæ a conis ad bases perpendiculariter descendentes: colūnarū autem a supremis earum superficiebus ad bases. Sint itaq; due rotunde piramides. a. b. & c. d. equales: dueq; rotunde colūne. a. b. & c. d. equales: sintq; cōmunes bases tam pyramidū q̄ colūnarum duo circuli. a. & c. cōmunes quoq; altitudines tam pyramidū q̄ colūnarum determinate per lineas. a. b. & c. d. dico q̄ proportio circuli. c. ad circulum est sicut altitudinis. a. b. ad altitudinē. c. d. & e. c. uerſo. hoc autē si de colūnis probatū fuerit de pyramidib⁹ certum erit: quoniam omnis colūna rotunda tripla est ad suā pyramidē. si itaq; due altitudines. a. b. & c. d. fuerint equales ex premissa constat propositū. Si autē inequales sūt. a. b. maior sumaturq; a. e. & q̄lis. c. d. & secet colūna. a. b. a. superficie. e. equidistāter basi eius. a. eritq; ex premissa antecedēte colūna. a. b. ad colūnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. idēq; ex prima parte. 7. quinti colūna. c. d. ad colūna. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. quare per secundā partē. 7. quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. c. d. ex premissa autē est colūna. c. d. ad colūnam. a. e. & sicut circulus. c. ad circulū. a. itaq; per. 1. quinti est altitudo. a. b. ad altitudinē. c. d. sicut basis. c. ad basim. a. constat igitur prima pars. Secunda cōuerso modo constabit eadē dispositione manente. sit enī ut basis. c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinē. c. d. dico q̄ due colūne. a. b. & c. d. sūt equales. erit enī ex secundā parte. 7. quinti altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. sicut basis. c. ad basim. a. & quia ex premissa colūna. c. d. ad colūna. a. e. est sicut basis. c. ad basim. a. & ex premissa antecedēte colūna. a. b. ad colūna. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. sepius ex. 1. quinti ut colūna. c. d. ad colūna. a. e. sit sicut colūna a. b. ad eandē. a. e. igitur ex prima parte. 9. quinti due colūne. a. b. & c. d. sūt equales: quare constat etiam secunda pars.

Propositio .13.

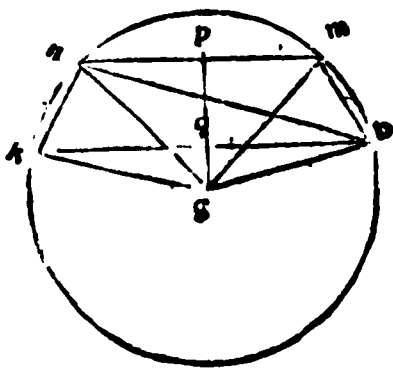


Vm ppositi fuerint duocirculi ab uno centro circū ducti superficie multiangulā cōliū lateꝝ circulū minore minime tāgentiū itra circulū maiore describere

¶ Si duo circuli. a. b. c. d. & e. f. ab uno cōmuni centro quod sit. g. circūducti. dico q̄ intra maiorem qui sit a. b. c. d. possibile est unum goli goniū quod sit equilaterū describi minore circulū qui est. e. f. nullo suorum laterū tangens. Quadrenſ enī hi duo circuli duabus diametris sup centrū ipsorū orthogonaliter se invicē secantib⁹ que sūt. a. c. & b. d. sitq; e. f. diameter minoris pars diametri. a. c. que est diametri maioris. sicq; igitur a pūcto. e. ducatur utriusq; usq; ad circūferentiā maioris lineæ orthogonaliter sup diametrū e. f. que occurrat circūferentiē maioris hic quidē in puncto. h. inde uero in pūcto. k. eritq; ex corollario. 15. actū linea. h. & k. contingens circulū minores: postea uero quadrantē. a. b. maioris circuli diuide p eq̄lia in puncto. l. scd̄ m doctrinā. 29. tertii: de hinc rursus arcum. a. l. p equalia ad punctū. m. cumq; hoc pluries feceris necessario tandē deuenies ad arcum qui minor erit arcu. a. h. sitq; hic. a. m. hoc autem idcirco necessariū est. quia cum fuerit due quantitates inequales si a maiori eꝝ demat̄ eius dimidiū. itemq; a residuo dimidiū possibile ē hoc toties fieri quousq; tandē minor minore earū reliq̄ quā addū p̄ma. 10. demonstratū ē. cū igit̄ sic diuidēdo ad arcū q̄ntulūq; minore. a. h. siue



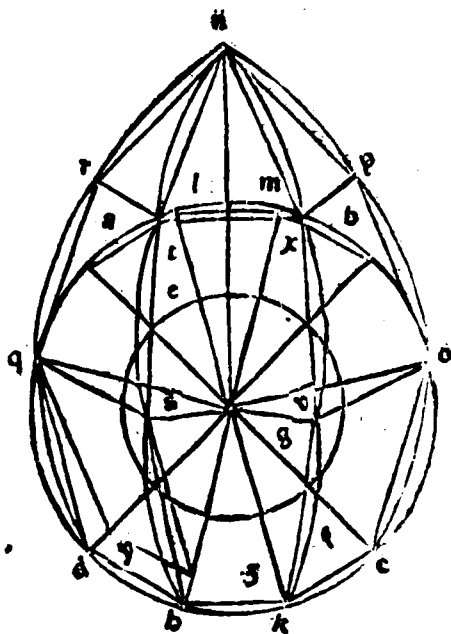
deuērum cuiusmodi est arcus hic. a. m. sumatur arcus. a. n. equalis arcui. a. m. ducantur due linee. a. m. & n. m. quia igitur arcus. a. k. est equalis arcui. a. h. quod ex secunda parte tertie tertii & quarta primi & 28. tertii manifestum est & quia arcus. a. n. est equalis arcui. a. m. erit ex cōmuni scientia arcus. n. k. equalis arcui. m. h. ergo due linee. m. n. & k. h. sunt equidistantes: ergo linea. m. n. non poterit tangere circulum. e. f. quare multo fortius neq; linea. a. m. potest ipsum tangere. ¶ Quoniam igitur constat circulum. a. b. c. d. diuisibilem esse per arcus equales arcui. a. m. ideoq; per. 28. tertii simul constat intra ipsum circulum posse chordulas equales chordule. a. m. continue coaptari circulum ipsum polygonie chordantes. manifestum est intra circulum maiores posse unū polygonum equilaterum cuius unum latus est linea. a. m. inscribi. & quia linea. a. m. non contingit circulum minorem patet ex prima parte. 13. tertii & definitione linearum a centro circuli equaliter equidistantiū q; inscriptum polygonum nullo laterum suorum tangit circulum minorem quod est propositū ¶ At quid dubitas duas lineas. m. n. & k. h. esse equidistantes cum sint duo arcus. n. k. & m. h. equales: hoc autem inconcussam ueritatem sortitū est q; due linee circulum unum non autem se inuicem secantes: si ex circūferentia equales arcus hincinde lineis ipsis intersint erunt equidistantes: due quidem a centro g. lineam. g. p. perpendicularē ad lineam. m. n. quā secet lineam. h. k. in puncto. q. & protrahe lineas. g. m. g. n. g. k. g. h. & duabus arcibus. n. k. & m. h. subende duas chordas que etiam dicantur. n. k. & m. h. erunt ex. 28. tertii hee chordę equales. n. k. & m. h. eo q; arcus equales & per secundam partem tertie eiusdem tertii erit linea. n. p. equalis lineę. m. p. cum igitur uterq; duorū angulorum qui sunt. a. d. p. sit rectus ex definitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus. n. p. g. equalis angulo. p. g. m. At uero per. 8. primi angulus k. g. n. est equalis angulo. h. g. m. itaq; per cōmunem scientiam que est si equalibus equalia addas tota erunt equalia. erit angulus. k. g. q. equalis angulo. q. g. h. ideoq; per quartam primi linea. k. q. erit equalis lineę. q. h. quare per primum partem tertie tertii linea. g. q. erit perpendicularis ad lineam. k. h. igitur ex prima parte. 28. primi due linee. n. m. & k. h. sunt equidistantes. & hoc est quod dubitare conquestus es. ¶ Hoc eniq; idem aliter demonstrare est possibile: ducatur enim linea. n. h. eritq; ex ultima sexti angulus. h. m. n. equalis angulo. n. h. k. eo q; arcus. h. m. est equalis arcui. n. k. ideo ex. 27. primi linea. m. n. erit equidistans lineę. h. k. Conuersam quoq; si libuerit conuerso modo probabis. si enim linea. m. n. est equidistans lineę. h. k. erit arcus. n. k. equalis arcui. m. h. erunt enim ex prima parte. 29. primi duo anguli. h. n. m. & n. h. k. equales. ideoq; ex ultima sexti duo arcus. n. k. & m. h. erunt etiam equales.

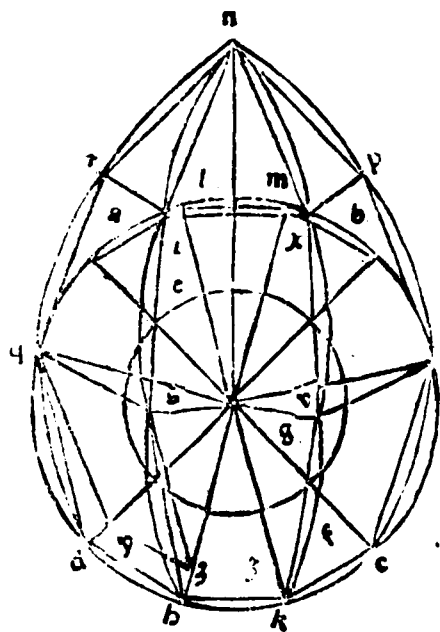


Propositio. 14.

Intra maiorem earum solidum multarū basium superficiem minoris spere minime tangentium figuraliter constituitur. Quo cōstituto si in minori spere siue in quolibet alia spere simile corpus intelligibiliter cōstituitur erit proportio corporis multarum basium intra maiorem speram constituti ad corpus multarum basium intra minorem speram uel aliaz constitutam sicut diametri maioris spere ad diametrum minoris uel alterius spere proportio triplicata.

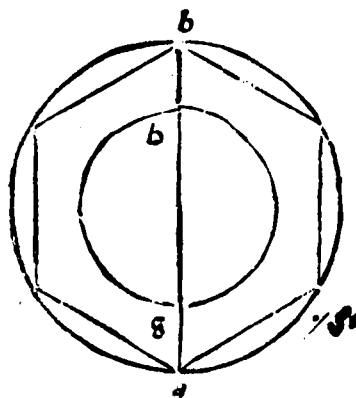
¶ Sit propositæ due sære. a. b. c. d. & e. f. unum atq; idem centrum quod sit. g. habentes: & sit maior earum sære. a. b. c. d. minor uero sære. e. f. uolum^{us} aut intra maiorem earum uiam corpus multarum basium constituere: de quib^{us} non intendimus q^{ui} ipse bases sint equales aut similes: sed q^{ui} nulla earum tangat superficiem minoris sære. Cum igitur hoc uoluerimus facere secabimus si simul utraq; ppositarum særarum una plana superficie per cõmune centrũ earum transeunt: eruntq; ex diffinitione sære & diffinitione circuli cõmunes sectiones hui^{us} secantis superficie & superficie sære ppositarũ linee continentes circulos. sint itaq; duo circuli. a. b. c. d. & e. f. quorum centrũ est centrum sære de quo propositum est q^{ui} ipsum sit. g. Quadrabimus igit^{ur} hos duos circulos duabus diametris se supra cõmune centrũ eorũ orthogonaliter secantibus que sint. a. c. & d. b. postea maiori circulo s^{ecundum} precepta premisse inscribemus unum poligomium equilaterum nullo suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa inscripsisse dodecagonum equilaterum: ita q^{ui} in quadrante ipsius maioris circuli qui est. c. d. sint tria latera hui^{us} dodecagoni que sint chorde d. h. h. k. & k. e. que ex^{tra} sint equales erũt quoq; ex prima parte. 27. tertii arcus earum equales: de hinc a duobus punctis. h. & k. que sunt extremitates medie chorde producemus duas diametros: que sunt h. m. & k. l. & super centrũ. g. erigemus lineam. g. n. perpendicularẽ ad superficiem circuli. a. b. c. d. quam producemus quousq; obuiet superfici sære maioris super punctum. n. deinde intelligam quattuor superficies secantes sære propositas: quarum unaqueq; secet eas super lineam. g. n. sed prima earum supra lineam. g. n. & diametrum. d. b. secunda super lineam. g. n. & diametrum. h. m. tertia uero super lineam. g. n. & diametrum. k. l. quarta autem super lineam. g. n. & diametrum. c. a. eruntq; ex diffinitionibus sære & circuli cõmunes sectiones harum superficieũ & superficie sære maioris linee continentes circulos: & erunt portiones inscripte: ut inter punctum. n. & quattuor puncta que sunt. d. h. k. c. quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt. d. n. h. n. & k. n. & c. n. hoc autem ideo euenit q^{ui} omnes anguli quos continet linea. g. n. cum unaquaq; diametrorum protractarum in superficie circuli. a. b. c. d. sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem: recti uero anguli in centro q^{ui}te circumferẽtie subduntur: quod ex ultima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione aut circulorum equalium manifestũ est q^{ui} unusquisq; horum quattuor circulorum est equalis circulo. a. b. c. d. Nam diameter omnium ipsorum est diameter sære maioris. igitur per. 15. quinti quadrantes eorum sunt equales: quare quinq; arcus qui sunt. d. n. h. n. k. n. c. n. & d. c. sunt equales: in unoquoq; ergo quattuor quadrantũ circulorum erectoũ coaptentur ypothemisales chorde quarum quilibet sit equalis chorde circuli pstrati que sunt latera polygoni sibi inscripti. & est una earũ chorde. d. h. sintq; in primo quidẽ. d. q^{ui} r. & r. n. in secundo uero. h. f. f. t. & t. n. in tertio autem. k. u. u. x & x. n. & in quarto sint. c. o. o. p. & p. n. & p^{er}trahantur corausta cõiungentes capita ypothemisaliũ chordarũ que sunt. q. f. f. u. o. & r. t. t. x. x. p^{er} huiusmodi igit^{ur} quarti parte superioris hemispherii maioris sære que quidẽ quarta pars est. d. a. c. inscriptum esse corpus. g. basium quarũ tres que coeunt in puncto. n. sũt triangule: ceteræ autem sunt quadrangule. suntq; harum quadrangulũ sup^{er}ficium ypothemisalia latera equalia: sed non equidistantia. Corausti autẽ inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicẽ: & chorde circuli pstrati: sed nõ sunt adinuicem equales. hoc autem scies si perpediculares a





coraustorum extremitatib⁹ ad superficiē circuli iacentis dimiseris. de quibus constat q^d ipse cadens super diametros circuloꝝ quos corausti cōtinuat quod ex demonstratis in. 13. 1. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q. l. demissæ due perpendiculares. q. y. & l. f. 3. cadentes in diametris. d. b. & h. m. & p^rahatur lineæ. q. g. & y. 3. crūq^{ue} ex quarta sexti duo tri anguli. q. y. d. & l. f. 3. h. similes quare p^roportio duarū perpendiculariū. q. y. & l. f. 3. erit sicut duarū cordarū. q. d. & l. f. h. cumq^{ue} sint corde equaliterum etiam & perpendiculares equales. At ipse sunt equidistantes ex sexta. 1. ergo ex. 33. primi coraustis. q. l. est equalis & equidistans lineæ. y. 3. & quia ex l. c. d. a parte secunde sexti lineæ. y. 3. est equidistans corde. d. h. & ideo minor. e. a. sequit^r ex. 9 undecimi: ut coraustus. q. l. sit etiam equidistans corde. d. h. & minor ea ex cōceptione. Cum itaq^{ue} corde que sunt latera polygoni inscripti in circulo iacenti: & ipse sunt omnes equales corde. d. h. non tangat sperā minorem: necesse est ut nullum latus harū basiū corporis inscripti siue quadrangule siue trigone tangat eandē minorem sperā cum omnia hec latera sint ipsi cordis equalia aut minora. Simpliciter autē dico q^d nulla etiā harū basiū de quibus omnib⁹ manifestum est ex secūda parte l. c. d. 1. q^d ipse sunt tote in superficie una potest aliquo sui puncto cōtingere minorem speram eo q^d omnis lineā recta ducta sup^r quolibet punctū cuiusq^{ue} earū equidistans corausto minor est. necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarū quartarū maioris speræ tam superioris hemispherii q^{uam} inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisq^{ue} superficibus subtexantur: eritq^{ue} maiori speræ corpus. 72. basiū superficie minoris speræ minime tangentū quēadmodū p^roposuit^r fuerit inscriptū. Dico insuper q^d si in alia qualibet spera simile corp⁹ statuatur erit p^roportio unius ad alterū sicut diametri unius speræ ad diametrū alterius: triplicata erit enī ex. 72. basibus uniusq^{ue} corporis bases totidē laterarū piramidū quarū omniū vertices erunt in centris ipsarū perarū. has autē piramides p^ricies. si a singulis angulis inscriptoꝝ corporū que sunt extremitates cordarū & coraustoz lineas ad cētra sperarū p^rduxeris. stude itaq^{ue} ex diffinitione similitū corporū probare cumctas piramides unius esse similes suis relatiuis piramidibus alterius. Quo probato erit ex. 8. huius p^roportio uniuscuiusq^{ue} earum unius ad suam relatiua alterius sicut p^roportio semidiametroꝝ sperarū ipsarū triplicata. sunt enī semidiametri sperarū latera cunctarū piramidū. At quia semidiametroꝝ & diametrorū est ex. 15. quinei una p^roportio ex. 15. eiusdē facile cōcludes p^roposuit^r.

Propositio. 13.



Minium duarū sperarū est p^roportio alterius ad alteram tanq^{ue} sue diametri ad diametrū alterius p^roportio duplicata.

¶ Sint due speræ. a. b. & c. d. quarū diametri sint. a. b. & c. d. dico q^d p^roportio earū est sicut suarū diametroꝝ p^roportio triplicata. Cuius demonstratio ē: quoniā neq^{ue} ad minorem sperā q^{uam} sit spera. c. d. neq^{ue} ad maiorem est p^roportio speræ. a. b. sicut diametri. a. b. ad diametrū. c. d. triplicata. Esto quidē qdē p^roportio. a. b. ad sperā. e. f. sicut diametri. a. b. speræ. a. b. ad diametrū. c. d. triplicata: demonstrabo itaq^{ue} q^d spera. e. f. nō pōt esse minor neq^{ue} maior q^{uam} spera. c. d. enī affirmer aduersari eam esse minorem imaginabor eam includi a spera. c. d. & circūduci ab eodē cētro. & scribā sperā. a. b. qd^{am} et noīe

c. d. iuxta p^roposita p^rincipia dicitur q^d inter basē nō ratiō
gentū sup^rficis p^ræcise e. f. minoris dicitur q^d inter basē
noīe p^ræcise cui inscribit^r. c. d. iuxta p^rincipia dicitur q^d inter
basē p^ræcise p^ræcise

sue ſpere dicat .a.b. conſtat itaq; ex ſcđ a parte premiſſe. & .ii. quinti q; propor-
tio ſpere.a.b. ad ſperam.e.f. eſt ſicut corporis multarum baſium quod eſt .a.
b. ad corpus multarum baſium: quod eſt .c.d. utraq; enim eſt ſicut diameter .a.
b. ad diametru .c.d. triplicata: hec autem ex ypotheſi. illa uero ex ſecunda par-
te premiſſe: quare permutatim proportio ſpere.a.b. ad corpus multarum ba-
ſium.a.b. eſt ſicut ſpera.e.f. ad corpus multarum baſium.c.d. cum igitur ſpe-
ra.a.b. ſit maior corpus multarum baſium.a.b. erit etiam ſpera.e.f. maior cor-
pore multarum baſium.c.d. hoc autem eſt impoſſibile. nam ipſa eſt pars ei?
non eſt ergo ſpera.e.f. minor ſpera.c.d. Si autem dicat aduerſari? eam eſſe
maiorem conſutabim? ipſum hoc modo erit enim per conuerſam proportio-
nalitatem ſpera.e.f. ad ſperam.a.b. ſicut diameter .c. d. ad diametrum.a.b. tri-
plicata. ſit itaq; eadem ſpere.c.d. ad ſperam.g.h. eritq; ex .14. quinti ſpera.g.h.
minor ſpera.a. b. eo q; ſpera.c.d. poſita eſt minor ſpera. e.f. quare proportio
ſpere.c.d. ad aliquā ſperam minorem ſpera.a.b. eſt ſicut diametri.c.d. ad dia-
metrum.a.b. triplicata. At hoc eſt impoſſibile: nam ex hoc ſequitur q; pars ſit
maior ſuo toto ut demonſtratū eſt prius. itaq; ſpera.e.f. nō eſt maior neq; mi-
nor q; ſpera.c.d. igitur .ex. 7. quinti concludere propoſitam cōcluſionē que in-
ponit ſinem libro duodecimo.

Explicet liber Duodecimus. Incipit liber Tertiuſdecim?.

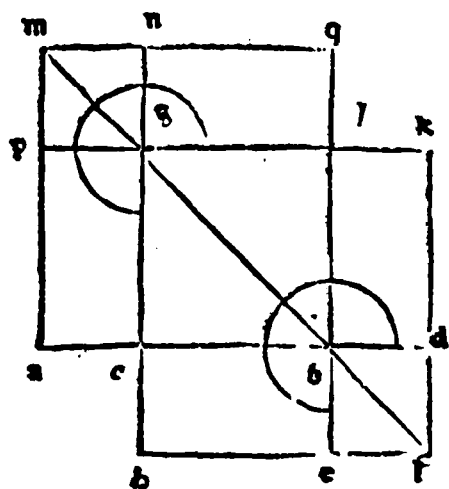
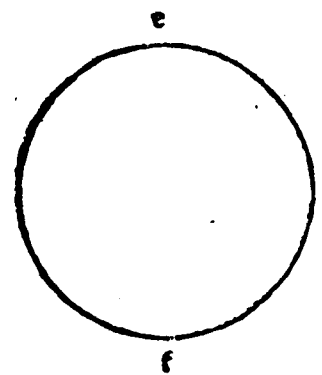
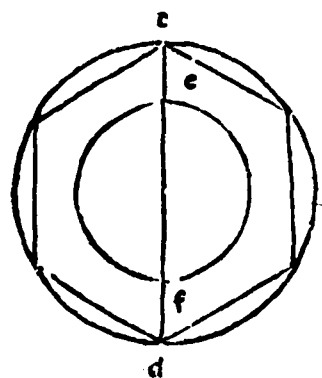
Propoſitio .ii.

Um diuiſa fuerit linea ſcđm proportionē
habentē medium duorq; extremi: ſi maiori
portioni linea in longum addat equalis di-
midio ipſius linee proportionaliter diuiſe
quadratum linee ex eis duabus compoſite
quadrati medietatis eiſdē linee diuiſe qu-
tuplum eſſe neceſſe eſt.



¶ Sit linea .a.b. diuiſa in puncto .c. prout docet. 29.
ſexti. & ſit maior portio ei? linea .b.c. cui .b.c. dire-
cte adiungat linea .b.d. que ſit equalis medietati to-
tius .a.b. dico q; quadratū linee .c. d. erit quintuplū ad quadratum linee .b. d.
Quadrabo enim lineam .b.d. & ſit eiſ quadratum .d.e. & circūponam huic
quadrato gnomonē ſcđm quantitātē linee .b.c. protracta diametro .f.b.g. ſitq;
circūpoſit? gnomonē .e.g.d. eritq; ex .22. ſexti ſuperficies inde compoſita que ſit
h.k. tanq; quadratū linee .c.d. dico igitur quadratum .h.k. quintuplū eſſe ad
quadratum .d.e. ſit igitur .e.l. quadratum circūpoſiti gnomonis ſibi que circū-
ponatur alius gnomonē ad quantitatem linee .a.c. protracta diametro .f.b. uſq; ad
m. ſitq; hic gnomonē .c.m.l. & protrahantur linee .c.n. & .p.l. equidistantes late-
ribus oppoſitis ſecantes ſe ſuper diametru .f.m. in puncto .g. Maniſeſtū eſt au-
tem ex .22. ſexti q; cōpoſitum ex hoc ſecundo gnomone & quadrato .c.l. & ip-
ſum quadratum .ſit .a.q. eſt quadratum linee .a.b. quod ex quarta ſecundi ne-
ceſſe eſt eſſe quadruplum ad quadratū .d.e. eo q; linea .b.d. eſt medietas .a.
b. cumq; ſit ex prima parte .16. ſexti ſuperficies .a.n. ideoq; per .45. primi ſuper-
ficies .m.l. equalis quadrato .c.l. prouenit enim .a.n. ideoq; & .m.l. ex .b.a. in .a.
e. & .c.l. puenit .ex. c.b. in ſe. & cum ex prima ſexti ſit .a.l. dupla ad .l.d. ideoq;
equalis .l.d. & .c.e. pariter acceptis .ex. 45. primi erit ex hac cōmuni ſcientia: ſi
equalib? equalia addas tota ſient equalia: quadratum .a.q. equalē gnomoni .e.
g.d. hic ergo gnomonē quadrupl? eſt ad qdratū .d.e. quē admodū erat quadra-
tū .a.q. itaq; totū qdratū .h. k. cum ipſum cōſtet ex ſimplo & qdruplo erit ex

P



LIBER

cōmuni scientia quintuplū ad idem quod est propositum. Idem aliter ex quarta secundi constat q̄ quadratū lineę. a. b. est quadruplū ad quadratū lineę. b. d. A per secundā eiudem quod fit ex. a. b. in. b. c. & in. a. c. est equale quadrato a. b. quod autem. ex. a. b. in. b. c. equum est ei quod ex. b. d. bis. in. b. c. quod ex prima secundi manifestū est. cum. a. b. sit dupla. ad. b. d. At uero quod ex. a. b. in. a. c. est ex prima parte. i. 6. sexti equale quadrato. b. c. itaq; per cōmūne scientiam quod fit ex. b. d. bis in. h. c. & quod ex. b. c. in se est equale quadrato. a. b. & ideo est quadruplū ad quadratū. b. d. quare supaddito quadrato. b. d. erit totum aggregatum quintuplū: uidelicet illud quod fit ex. b. d. bis in. b. c. cum quadrato. b. c. & quadrato. b. d. atq; ex quarta secundi hoc totum est equale quadrato: c. d. constat uerum esse quod diximus.

Propositio .2.



I cuilibet lineę bipartite cuius quadratū quadrati aliter utrius suarū portionū sit quintuplū in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex eade; duplex linea secundū proportionē habentem medium duoq; extrema diuisa erit maiorq; portio eius erit linea media.

Hec est cōuersa premisse duplici quoq; modo sicut illa demonstrabitur uia retrograda eadem prorsus manente dispositione. uerbi gratia. sit quadratum. h. k. quintuplū a quadratū. d. e. & linea. a. b. dupla ad lineam. b. d. dico q̄ linea. a. b. diuisa est in pūcto. c. s̄m proportionē habentē mediū & duo extrema & maior portio eius est linea media: ut est. c. b. constat autem ex. 4. secūdi q̄ quadratū. a. q. quadruplū est ad quadratū. d. e. itaq; gnomon. g. d. e. equalis est quadrato. a. q. quocirca duo supplemēta. l. d. & c. e. pariter accepta sunt quantum gnomon. c. m. l. atq; eadem supplemēta pariter accepta sunt ex prima sexti quantū. a. l. ideoq; quantū. c. q. sequit̄ q̄. c. q. sit equalis gnomoni. c. m. l. dempta igitur ab utroq; superficie. l. n. erit q̄dratū. c. l. equale superficie. a. n. cum igitur fiat superficies. a. n. ex. a. b. in. a. c. sit autē quadratū. c. l. quadratū lineę. c. b. erit ex secunda parte. i. 6. sexti proportio. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. a. ex diffinitione ergo hinc s̄m proportionē habentē mediū: & duo extrema diuise posita in principio sexti libri conclude propositū. Item aliter cum quadratū. c. d. sit ex ypothesi quintuplū ad quadratū. b. d. quadratū uero. a. b. sit ex quarta secūdi quadruplū ad idem. at quadratū. c. d. sit ex eadem equale quadrato. c. b. & quadrato. b. d. & ei quod fit ex. b. d. bis in. c. b. sequit̄: ut illud quod fit ex. b. d. bis in. c. b. cum quadrato. c. b. sit equale quadrato. a. b. sed ex. b. d. bis in. c. b. tantū est quantū quod ex. a. b. in. b. c. eo q̄. a. b. dupla est ad. b. ergo quod fit ex. a. b. in. b. c. cum q̄drato. b. c. est equale quadrato. a. b. & quia ex secunda secūdi quod fit ex. a. b. in. b. c. & in. a. c. est equale quadrato. a. b. sequit̄ ex cōmuni scientia ut quadratū lineę. b. c. sit equale ei quod fit ex. a. b. in. a. c. igitur ex secunda parte. i. 6. sexti & diffinitione constat propositum.

Propositio .3.



Vm diuisa fuerit linea scđm pportionem habentem mediū & duo extrema si minori portioni tauq; dimidiū maioris directe iungatur: erit ut quadratū lineę inde composite quintuplū sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.

Sit linea. a. b. diuisa in puncto. c. s̄m pportionē habentē mediū & duo extre

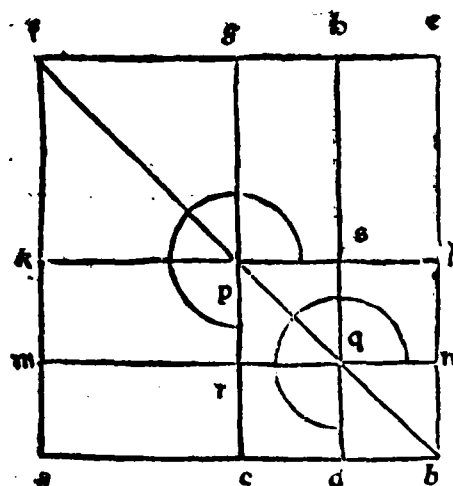
ma. sitq; eius maior portio linea. c. b. que diuidat per equalia. in. d. dico q; quadratum linee. a. d. est quintuplū ad quadratū linee. c. d. describat enī quadratū a. b. quod. sit. a. e. id quo protrahant diametru: b. f. & linee. g. c. & p. h. itē q; k. l. & m. n. equidistatē laterib' oppositis secantes se inuicem super diametru in duobus punctis. p. & q. & extra diametru in duobus alijs locis. r. & s. manifestum igitur est ex. 22. sexti uel ex corollario. quarte secūdi. q; omnes superficies existentes in quadrato. a. e. quas diameter diuidit per mediū sunt qdrate: quatuor autē supicies que sunt. a. r. m. p. p. h. & s. e. constat ex. 43. primi & prima sexti esse adinuicē equales. nam due postreme. p. h. & s. e. sunt adinuicē equales ex prima sexti. quoniam igit ex p̄m̄i ypothēsi & diffinitione linee f̄m̄ q; proponitur diuise. & prima parte. 16. sexti quadratū. c. l. est equale superficiē. a. g. ideoq; & gnomoni. r. f. f. ppter id quod superficies. a. r. est equalis supiciē. p. h. & quoniam ex q̄tra secūdi quadratū. c. l. est quadruplū ad qdratū. r. f. quod est tanq; quadratū linee. c. d. sequit ex cōmuni sciētia q; qdratū. m. h. sit quintuplū quadratū. r. f. cōstat enī ex gnomone qdruplo. & r. f. simplo. hoc autē est propoutū: Idem aliter eum sit linea. b. c. diuīa. per equalia in puncto. d. & addita est ei linea. a. c. erit ex. 6. secūdi quod sit ex. a. b. in. a. c. tuz quadrato. c. d. interiaccntis equale qdrato. a. d. at quia quod sit. ex. a. b. in. a. c. equale est quadrato. c. b. ex priuā parte. 16. sexti: hoc autē est quadruplū ad quadratū. c. d. manifeste patet ueritas eius quod dicit. Potes quoq; si libet enī duplici modo ex cōsequēte huius suum antecedēs cōcludere processu retrogradq; sit enī eadē dispositione manēte quadratū. m. h. quintuplū ad quadratū. r. f. erit q; gnomoni. r. f. f. equale qdrato. c. l. Vtrūq; enī est qdruplū ad quadratū. r. f. at quia superficies. a. g. est equalis gnomoni p̄dicto necesse ē ut superficies eadē sit equalis quadrato p̄dicto: quare ex scd'a parte. 16. sexti. & diffinitione linee. a. b. ē diuīa in puncto. c. f̄m̄ p̄portionē habentē mediū & duo extrema; & maior portio eius est linea. c. d. Idem aliter cum sit ex ypothēsi quadratū. m. h. quintuplū ad quadratū linee. c. d. & ex. 6. secūdi idem ipsū quadratū sit equalē ei quod sit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. sequit ut id quod sit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. sit quintuplū ad idē quadratū. c. d. ideoq; eo dempto erit residuū uidelicet quod sit ex. a. b. in. a. c. quadruplū ad ipsū: & quia etiā ex quarta secūdi quadratū linee. c. b. est quadruplū ad idē necesse est: ut qd sit ex. a. b. in. a. c. f̄t equale quadrato. c. b. quare iterū ex secūda parte. 16. sexti & diffinitione linee. a. b. est diuīa f̄m̄ p̄portionē habentē mediū duo extrema in puncto. c. & maior eius portio est linea. c. b.

Propositio 4.



I scd'm p̄portionē habentem mediū & duo extrema quelibet linea fuerit diuīsa ei q; in longū directe tāq; minor sectio adiiciatur: erit totā linea inde cōposita f̄m̄ p̄portionē habentem mediū: & duo extrema diuisam esse: & erit eius maior portio linea prima.

¶ Sit linea. a. b. diuīsa qua supponit p̄portionē in puncto. c. & sit eius maior portio. c. b. totiq; a. b. adiiciat directe linea. b. d. que sit equalis. c. b. dico q; rota. a. d. eadē p̄portionē diuīsa est in puncto. b. & maior eius portio est linea. a. b. que ē linea p̄ma. Est enī ex diffinitione. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. at quia ex septima ḡnti. a. b. ad. b. d. sicut ad. b. c. igitur undecima eiūsdē. a. b. ad. b. d. sicut. b. c. ad. c. a. quare per cōuersā p̄portionē. b. d. ad. b. a. sicut. a. b. ad. c. b. & coniuncim. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. c. Cūq; sit septima ḡnti. a. b. ad. b. c. sicut. ad. b. d. erit ex undecima eiūsdē. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. itaq; ex diffinitione linea. a. d. diuīsa est in p̄cto. b. scd'm p̄portionē habentem mediū





& duo extrema & maior portio eius est linea .a.b. quod est propositum. Eodem quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet lineae secundum predictam proportionem diuise tanquam minor portio detrahatur erit ipsa maior portio secundum eandem proportionem diuisa. eritque maior portio eius linea detracta. uerbi gratia. Sit linea .a.b. sic ut proponitur in puncto .c. diuisa sit maior portio .a.c. a qua detrahatur .c.d. equalis .c.b. dico quod .a.c. est diuisa secundum proportionem eandem in puncto .d. & quod maior portio eius est linea .d.c. cum enim sit ex diffinitione .b.a. ad .a.c. sicut .a.c. ad .c.b. At ex septima primi .a.c. ad .c.b. sicut .b. ad .c.d. erit ex undecima eiusdem .b.a. ad .a.c. sicut .a.c. ad .c.d. ideoque per .19. quinti: sicut .c.b. residuum ad .d.a. residuum .a.c. ad .c.d. ideoque per .19. quinti: sicut .c.b. residuum ad .d.a. residuum .a.c. ad .c.d. sed ex septima eiusdem .c.b. ad .d.a. sicut .c.d. ad .d.a. itaque .a.c. ad .c.d. sicut .c.d. ad .d.a. ex diffinitione ergo constat quod diximus: nec igitur ea qua auctor proponit additio: nec ea quam ex opposito proponimus detractio quatuorcumque utralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis lineae primitiue discordat.

Propositio .33.



I secundum proportionem habentem medium & duo extrema quelibet linea fuerit diuisa. quod ex tota linea quodque ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta triplum sunt eius quod ex maiore portione quadratum describitur.



Sit linea .a.b. diuisa per sepe dictam proportionem in puncto .c. sitque maior portio eius linea .c.b. dico quod quadrata duarum linearum .a.b. & .c.a. pariter accepta triplum sunt ad quadratum lineae .c.b. hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quatuor quadratum .c.b. & duplum eius quod fit ex .a.b. in .a.c. item quia quod fit ex .a.b. in .a.c. est equale quadrato .c.b. ex diffinitione & prima parte .16. sexti. manifestum est propositum.

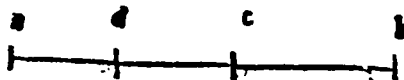
Propositio .6.



Minus rationalis lineae secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise utranque portionem residuum esse necesse est.



Sit linea .a.b. secundum solutam proportionem diuisam in puncto .c. rationalis. dico quod utraque portio eius residuum. Sit enim maior eius portio .a.c. cui directe adiciatur .a.d. equalis dimidio totius .a.b. eritque etiam .d.a. rationalis. ex .6. decimi libri & diffinitione. constat autem ex prima huius. quod quadratum lineae .d.c. quintuplum ad quadratum lineae .d.a. igitur linea .d.c. est communicans lineae .d.a. in potentia ex diffinitione. sed non in longitudine ex ultima parte .7. decimi quare per .68. decimi linea .a.c. est residuum cum due lineae .c.d. & .d.a. sint ambe rationales potentialiter tantum coequantur: & quia itaque si ad lineam rationalem .a.b. adiungatur superficies equalis quadrato lineae .a.c. que est residuum erit latus eius secundum lineam .c.b. ex prima parte .16. sexti necesse ex .92. decimi ut linea .c.b. sit residuum primum quare constat propositum. Amplius autem si linea sic diuise ut proponitur maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum: uerbi gratia. sit ut prius .a.b. diuisa in .c. secundum dictam proportionem: & maior portio eius que est .a.c. sit rationalis que diuidatur per equalia in .d. eritque ex tertia nouus quadratum .d.b. quintuplum ad quadratum .d.c. at quia .d.c. est rationalis cum ipsa sit dimidium .a.c. sequitur ut due lineae .d.b. & .d.c. sint rationales potentialiter tantum communicantes quare ut prius linea .c.b. est residuum: at uero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema



diuidatur adhuc necesse est ut utraq; portio eius sit residuū. sit enī. a. b. ratio-
nalis in potētia tantū diuisa sicut pponitur in puncto. c. & sumatur aliqua ra-
tionalis in longitudine que sit. d. e. que etiam diuidat in. f. sicut predicta ppor-
tionem. manifestū est igitur ex secūda. 14. libri que sine adminiculo alicuius
eorum que sequuntur incōcussa demonstratione roboratur q̄ proportio. a. b.
ad. d. e. est. sicut. a. c. ad. d. f. & sicut. c. b. ad. f. e. Cum ergo. a. b. cōmunicet cum
d. e. in potētia sequit ex prima. parte. 10. decimi q̄. a. c. cōmunicet. cum. d. f.
& c. b. cum. f. e. in potētia. Et quia utraq; portio linee. d. e. est residuum ut pa-
tet ex predictis. sequitur ex. 93. decimi ut utraq; portio linee. a. b. sit etiam re-
siduum: sed non eiusdē speciei ut ibidē demonstratū est. Quare constat q̄ om-
nis linee rōnalis in longitudine: uel in potētia tantū sicut proportionē habē-
tem mediū & duo extrema diuise utraq; portio est residuum. Et nota q̄ prima
pars p̄sentis demōstrationis qua demonstrat q̄ maior portio linee diuise sicut
proportionē habētem mediū & duo extrema ut residuū si tota linea sit ratio-
nalis procedit ex sufficientib⁹ siue tota linea ponatur rationalis in longitudine
siue in potētia tantū. Secunda uero pars qua demonstrat hoc de minori por-
tione q̄ ipsa quoq; sit residuum si tota est rōnalis non procedit ex sufficienti-
bus nisi tota sit rōnalis in longitudine. Tertia autē pars qua probatur q̄ minor
portio est residuum sufficienter procedit siue maior portio sit rōnalis in longi-
tudine siue in potētia tantū. Ad cōcludendū igitur de maiori portione linee
predicto modo diuise q̄ ipsa sit residuū sufficit ponere totam lineam diuisam
esse rōnale in potētia tantū. sed ad cōcludendum quoq; hoc de minori por-
tione mediante maiore sufficit ponere portionē maiorem. simpliciter rōnalem
in potētia tantū. sed ad cōcludendū hoc de minori portione mediante necesse
est ponere totam lineam esse rōnale in longitudine: aut utendum est secūda
14. libri quē admodum dictum est.

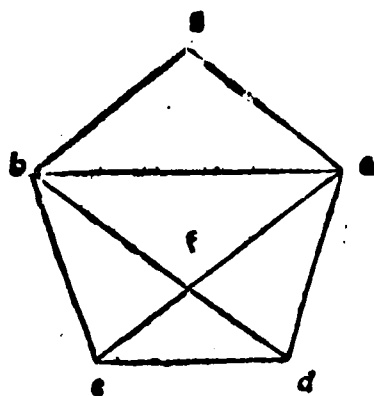
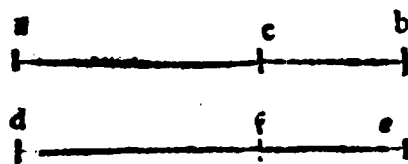
Propositio .7.



Si quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit
equilaterus equiangularis quoq; idē pentagonus esse
probat. ur.

¶ Si pentagonus. a. b. c. d. e. equilater⁹. sintq; quilibet tres eius
anguli siue cōtinue siue incontinue: sumantur adinuicē equales &
sint prius incōtinue sumpti. sintq; anguli. a. c. d. illi tres qui ponunt ad inuicē
equales: dico totū pentagonū esse equiangularū. His angulis subtendantur chor-
de. b. e. b. d. & e. c. & totus pentagonus diuidatur in trigonū & quadrilaterum
cuius due diagonales sint chorde duorum proximorū equaliū angulorū: secan-
tes se intra quadrilaterū ipsum in puncto. f. eritq; per quartā primī basis. b. e.
equalis. b. d. & angulus. a. e. b. equalis angulo. c. d. b. Cūq; per quintā pri-
mī angul⁹. b. e. d. sit equalis angulo. b. d. c. eo q̄ duo latera. b. e. & b. d. sint eq̄-
lia. erit ex cōmuni sciētia totalis angulus. e. equalis totali angulo. d. similiter
probabis totalē angulum. b. esse equalem angulo totali. c. est enim per quartā
primī basis. b. e. equalis basi. c. e. & angulus. a. b. e. equalis angulo. d. c. e. per
quintā autem eiusdem sc̄3 primī est angulus. e. b. c. equalis angulo. e. c. b. igit̄
ex cōmuni sciētia totalis angulus. b. est equalis totali angulo. c. Sint itaq; tres
anguli. b. c. d. cōtinue sumpti equales: & sic quoq; erit pentagonus equiangu-
lus: erit enī ex. 4. primī basis. b. d. eq̄lis basi. c. e. & angul⁹. c. d. b. angul⁹. o. d. e.
c. & angul⁹. b. d. c. angulo. e. c. d. q̄re p̄terā primī due linee. c. f. & f. d. erūt eq̄-
les cū duo anguli trianguli. f. c. d. qui sunt ad basim. c. d. sūt equales: igitur ex
hac cōmuni sciētia erit linea. f. b. equalis linee. f. e. erat enī tota. b. d. equalis to-
ti. c. e. ideoq; per quintā primī erit angulus. f. b. e. equalis angulo. f. e. b. p̄ eam

P 5



LIBER

deni autem est angulus. a. b. e. equalis angulo. a. e. b. itaq; per cōmunem sciē-
tiam angulus. b. totalis est equalis angulo. e. totali. tres enim partiales anguli
cōponentes unū sunt equales tribus partialib; cōponentibus aliū unusquisq;
suo relatiuo. Manifestū est igitur q; tres anguli. e. b. c. non continue sumpti in
proposito pentagono sunt equales. cum autem sic demonstratū est totū; pen-
tagonum esse equiangulū, utrolihet ergo modo constar propositum.

Propositio .8.



Quoniam trianguli equilateri quod a latere suo quadra-
tum describitur triplū; est quadrato dimidiū diame-
tri circuli a quo triangulus ipse circūscribitur.

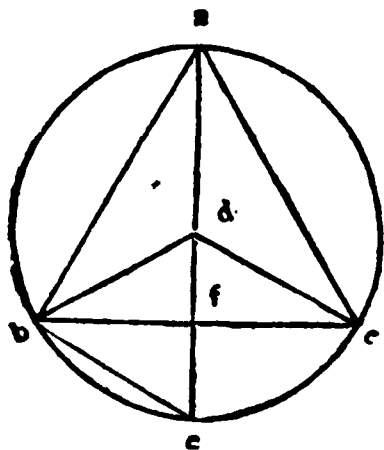
¶ Sit triangulus. a. b. c. equilater; cui circūscribat; circulus. a.
b. c. supra centrū. d. quēadmodū docet quā qrti libri. & ptra-
harur in eo diameter. a. d. e. dico ergo q; qdratū linee. a. b. triplū est ad qdra-
tum diametri. a. d. ducant; enī due linee. b. d. & d. c. & arcui. b. e. subtendatur
chorda. b. e. eritq; ex octaua primi angulus. b. a. d. equalis angulo. c. a. d. qua-
re per ultimā sexti arcus. b. e. est equalis arcui. e. c. Et quia ex. 27. tertiū tres ar-
cus. a. b. b. c. & c. a. sunt adinuicē equales eo q; eorū chorde que sunt latera tri-
goni sunt equales ex ypothesi: erit arcus. b. e. sexta ps circūferētie. ideoq; chor-
da. b. e. erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. qre p correlariū. 15.
quarti linea. b. e. est equalis semidiametro. a. d. Manifestū est aut ex prima par-
te. 30. tertiū q; angulus. a. b. e. est rectus. ideoq; quadratū linee. a. e. est equale
quadratis duarū linearū. a. b. & b. c. pariter acceptis ex penultima primi. At
uero qdratū. a. e. quadruplū ad qdratū. b. e. ex qrtā secūdi cum linea. a. e. sit
dupla: b. e. relinquit; ergo qdratū. a. b. triplū esse ad quadratū. b. e. & ideo ad
quadratū. a. d. quod est ppositū. Non lateat autē nos q; linea. b. e. que est lat;
trigoni diuidat semidiametrū. d. e. per equalia. Esto quidē punct; diuisionis. f.
constat igitur ex quarta primi. q; b. f. est eqlis. f. c. ideoq; p primā partē tertiē
tertiū oēs anguli qui sunt ad. f. sūt recti. quare ex penultima primi quadratū. b.
d. d. est equale qdratis duarū linearū. d. f. & f. b. qdratū uero. b. e. equale qua-
dratis duarū linearū. que sunt. b. f. & f. e. Et quia. b. d. est equalis. b. e. erūt ex cō-
muni sciētia duo qdrata duarū linearū. b. f. & f. d. pariter accepta equalia
duobus qdratis duarū linearū. b. f. & f. e. pariter acceptis: dempto igit; utrinq;
quadrato. b. f. erit ex cōmuni sciētia qdratū. f. d. residuū equale quadrato. f. e.
residuo. quare & linea. f. d. lineē. f. e. ex hac cōmuni sciētia: quarū qdrata sunt
equalia eas lineas esse equales. Ex hoc itaq; manifestum est q; perpendicularis
ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis est dimi-
dio lineē ducte a centro eiusdē circuli ad ipsius circūferētiā.

Propositio .9.

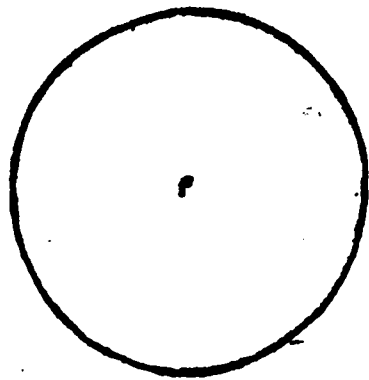
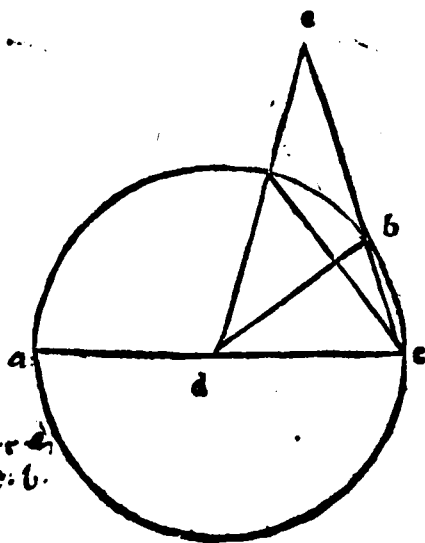


Si latus exagoni equilateri latusq; decagoni equilate-
ri quos ambos unus idēq; circulus circūscribit sibi
inuicē in longū directūq; cōiungantur tota linea ex
eis cōposita sūm pportionē habentē mediū & duo ex-
trema diuisa erit maiorq; eius portio latus exagoni.

¶ Sit circulus. a. b. c. cuius centrū. d. & diameter. a. d. c. sit arcus. c. b. qrtā ps
arcus semicirculi. a. b. c. cui subtendat; chorda. c. b. quā constat esse latus de-
cagoni eqlareri pposito circulo inscripti adiungaturq; lineē. c. b. incōtinuum
& directū linea. b. e. que ponat; esse equalis lateri exagoni eqlareri pdicto cir-
culo inscripti: totā lineā. c. e. diuisā esse in puncto. b. sūm pportionē



habentem medium & duo extrema: & maiorem eius portionem dico esse lineam ab e. que est latus exagoni: dicantur enim in centrum due linee. $e.d.$ & $b.d.$ eritq; angulus $e.$ equalis angulo $b.d.e.$ ex. 5. primi ppter hoc qd linea $e.b.$ est equalis linee $b.d.$ ex correlario. 15. quarti angulus quoq; $d.b.c.$ est equalis angulo $c.ex.$ 5. primi: quare. ex. 32. primi angulus $a.d.b.$ erit duplus ad angulum $d. b. c.$ & quia per eandem angulus $d.b.c.$ est duplus ad angulum $e.$ sequitur ut angulus $a.d.b.$ sit quadruplus ad angulum $e.$ Est enim ex comuni scientia quadruplum quicquid fuerit duplum dupli. cumq; sit etiam idem angulus $a.d. b.$ quadruplus ad angulum $b.d.c.$ ex ultima sexti eo qd arcus $a.b.$ est quadruplus ad arcum $b.c.$ necesse est ex comuni scientia ut angulus $e.$ sit equalis angulo $b. d. c.$ si igitur intelligantur duo trianguli $d.e.c.$ totalis. & $b.d. c.$ partialis. cum angulus $e.$ totalis sit equalis angulo $b.d.c.$ partialis. & angulus $c.$ sit communis utriusq; necesse est ex. 32. primi: ut ipsi sint equianguli: quare per quartam sexti proportio duorum laterum $e.c.$ & $d.c.$ continentiu angulum $c.$ in totali triangulo est sicut duorum laterum $d.c.$ & $c.b.$ continentiu eundem angulum in partiali triangulo: quia ergo proportio $e.c. ad c.d.$ est sicut $ad e.b.$ ex secunda parte 7. quinti. & $d.c. ad c.b.$ est sicut $e. b. ad eandem$ ex prima parte eiusdem. sequitur ex. 11. quinti ut sit proportio $c.e. ad e.b.$ sicut $e. b. ad b.c.$ igitur a diffinitione conclude proposuit lineam $e.c.$ esse diuisam fm proportionem habentem medium & duo extrema & maiorem portionem eius esse latus exagoni qd oportuit nos demonstrare. Conuersam quoq; demonstrare conuenit quod facile fiet uia retrogradam: eam eni assumit Ptolemeus capitulo. 9. prime dictionis almagesti ad demonstrandu quantitate chordarum arcuum circuli. Dico itaq; qd si linea quelibet fm proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni: eiusdem minor erit latus decagoni. At uero cuius minor erit latus decagoni eiusdem maior erit latus exagoni. Sit enim priori dispositione manente linea $e.c.$ diuisa in puncto $b.$ fm predictam proportionem. & maior eius portio sit $e.b.$ dico qd cuiuscumq; circuli linea $e.b.$ est latus exagoni eiusdem est linea $b.c.$ latus decagoni: & cuiuscumq; circuli linea $b.c.$ est latus decagoni eiusdem est linea $e. b.$ latus exagoni. Intellego autem hoc de exagonis & decagonis equaliteris. si enim sit $e.b.$ latus exagoni circuli $lo.$ $a.b.c.$ inscripti: erit per correlariu. 15. quarti $e.b.$ equalis $d.c.$ & quia pportio $c.e. ad e.b.$ est sicut $e. b. ad b.c.$ ex ypothesi erit. 7. quinti $c.e. ad d.c.$ sicut $d.c. ad c.b.$ igitur ex. 6. sexti duo trianguli $e. d. c.$ & $d. c. b.$ sunt equianguli: angulus ergo $e.$ est equalis angulo $b.d.c.$ ipso enim latera proportionalia respectiunt. cumq; sit angulus $a.d.b.$ quadruplus ad angulum $e.$ ex. 32. primi bis assumpta. & quinta eiusdem bis: sequitur ut etiam idem angulus $a.d.b.$ sit quadruplus ad angulum $b.d. c.$ ideoq; ex ultima sexti arcus $a.b.$ quadruplus est ad arcum $b.c.$ linea igitur $b.c.$ est latus decagoni $a.b.c.$ inscripti. Quod si linea $b.e.$ fuerit latus decagoni circuli $a.b.c.$ erit $e.b.$ latus exagoni eiusdem. sit enim $e.b.$ latus exagoni circuli $f.$ eritq; ex predictis $b.c.$ latus decagoni eiusdem. intelligant igitur inscripti esse decagoni equaliteri duobus circulis $a.b.c.$ & $f.$ quorum omnia latera erunt equalia linee $b.c.$ & quia omnis figura equaliteris circulo inscripta est equiangularis ut probatum est in. 15. quarti libri sequit utroq; decagonos esse equiangulos. Cumq; omnes anguli unius pariter accepti sint equalis omnibus angulis alterius pariter acceptis: sicut euidenter apparet ex demonstratis in. 32. primi: necesse est ex hac comuni scientia quorūlibet equalium decimas aut quotaslibet partes eiusdem denotationis esse equales: ut unus horum decagonum sit equiangularis alii. ideoq; similis ex diuisione similitudinum superficies: & quia si due figure similes duobus circulis inscribantur: erit proportio duorum laterum illarum figurarum sicut duarum diametrorum illorum circulorum: aut apparet



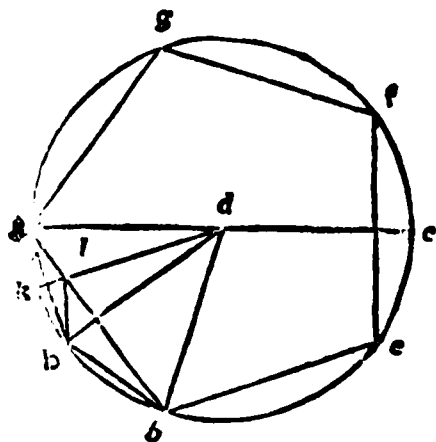
ex correlario. 18. sexti libri & prima. 12. cum latera decagoni & similia inscri-
ptorum duobus circulis. a. b. c. & f. sit equalia: sequitur ut diametri eorū sint
equales. ideoq; & semidiametri etiam equales. sunt autē semidiametri & latus
exagoni equalia ex correlario. decima. & quinta. erit ergo linea. e. b. latus
exagoni circuli. a. b. c. inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli. f. sibi equa-
lis. hoc autē est quod demonstrare uolumus. Ex hac autem nona huius. 15. 11.
bri noueris ex octaua esse decimā quarti libri que duum equaliū laterum pro-
ponit trigonū describendū: cuius uterq; duorum angulorū quos basis obtinet
ad tertiū duplus existat: talis enim est uterq; triangulorū 5. e. d. c. & d. c. b. &
simpliciter omnis cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee
diuise s'm proportionē habentē medium duorū extrema: & tertiū quod est ba-
sis est equale minori portioni linee eiusdē: uel cuius duo latera sunt equalia la-
teri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis uero est equalis lateri de-
cagoni equilateri eidem circulo inscripti quod est propositum.

Propositio 10.



Mne latus pentagoni equilateri tanto potētius est la-
tere exagoni equilateri quantū potest lat^{us} decagoni
equilateri si sint in eodem circulo ambo inscripti.

¶ Sit circulus. a. b. c. cuius centrū. d. & diameter. a. d. c. inscri-
baturq; ei pentagonus equilaterus qui sit. a. b. e. f. g. & a centro
d. protrahat perpendicularis ad latus. a. b. que producat usquequo obuiet cir-
cūferentiē in puncto. h. sitq; d. h. & protrahantur due chorde. a. h. & h. b. que
erunt equalēs ad inuicem ex secunda parte. 3. tertiū & quarta primi. ideoq; etiā
duo arcus. a. h. & h. b. equalēs ad inuicem ex 27. tertiū. Est igitur utraq; duarū
chordarū. a. h. & h. b. latus decagoni equilateri propositō circulo inscripti. di-
co itaq; q; quadratū linee. a. b. que est latus pentagoni est equale duobus qua-
dratis duarū linearū. b. d. & a. h. pariter acceptis: quarū prima est equalis
lateri exagoni ex correlario. 15. quarti: & secunda est latus decagoni: protraha-
tur enim a centro. d. perpendicularis ad lineā 3. a. h. que est latus decagoni: que
producat usq; ad circūferentiā. sitq; d. k. que secet lineam. a. b. que est latus
pentagoni in puncto. l. & protrahatur linea. h. l. constat autē ex secunda parte
tertiū & 4. primi & 27. tertiū q; linea. d. k. que est perpendicularis ad chor-
da m. a. h. simul diuidit per equalia chordā & arcū. ideoq; arcus. a. k. est equa-
lis arcui. k. h. quare ex ultima secunda angul^{us}. a. d. l. est eq̄lis angulo. l. d. h. ideoq;
ex quarta primi basis. a. l. basi. l. h. igitur ex quinta primi angulus. l. a. h. equa-
lis est angulo. l. h. a. cumq; etiam sit ex eadem angulus. h. a. b. equalis angulo
h. b. a. sequitur ut angulus. l. h. a. sit equalis angulo. h. b. a. ergo. ex. 32. pri-
mi duo trianguli. b. a. h. & a. h. l. sunt equianguli. est enim angulus. b. ma-
ioris equalis angulo. h. minoris: & angulus. a. communis utriq; itaq; per quar-
tam sexti proportio. b. a. ad. a. h. est sicut. a. h. ad. l. a. quare ex prima par-
te. 16. sexti quod prouenit ex. b. a. in. a. l. est equale quadrato linee. a. h. que
est latus decagoni. cum sit autem semicirculus. a. e. c. equalis semicirculo. a.
f. e. & arcus. a. e. arcui. a. f. erit arcus. e. c. residuus equalis arcui. f. c. residuo;
quare arcus. e. c. est medietas arc^{us}. e. f. ideoq; equalis arcui. a. b. & duplus ad
arcum. h. k. & quia arcus. e. b. est duplus ad arcum. b. h. erit ex. 3. quinti to-
tus arcus. c. e. b. duplus ad totum arcum. b. h. k. ideoq; ex ultima sexti angu-
lus. c. d. b. est duplus ad angulū. b. d. l. cumq; etiā 3 angulus. c. d. b. duplus sit
ad angulū. b. a. d. ex. 32. & quinta primi. sunt enī duo latera. d. a. & d. b. eq̄lia
erit angulus. b. d. l. equalis angulo. b. a. d. itaq; per. 32. primi triangulus. b.
d. l. equiangulus triangulo. b. a. d. Est enim angulus. d. minoris equalis angulo.



lo. a. maioris. & angulus. b. est communis utriusque. ergo per quartam sexti proportioni a. b. ad. b. d. est sicut. b. d. ad. l. b. p. uare per primam quartam. 16. sexti quod prouenit. ex. a. b. in. l. b. l. est equale quadrato. d. b. at uero probatum est prius quod illud quod prouenit ex. a. b. in. l. a. est equale quadrato. a. b. itaque quod prouenit. ex. a. b. in. a. l. & in. l. b. est equale duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. d. 17. quia ex secunda secundi quod prouenit. ex. a. b. in. l. a. & in. l. b. est equale quadrato linee. a. b. est autem linea. a. b. latus pentagoni equilateri proposito circulo inscripti: linea uero. a. b. est latus decagoni equilateri. & linea. b. d. est ex correlario 15. quarti equalis lateris exagoni equilateri proposito circulo inscripto: incōcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Propositio .ii.



In duobus propinquis angulis pentagoni equilateri intra circulum descripti a terminis suorum laterum due recte linee subtendantur utraque altera secundum proportionem habentem medium duorum extrema: secabit maiorem ipsius portio lateri ipsius pentagoni equalis erit.

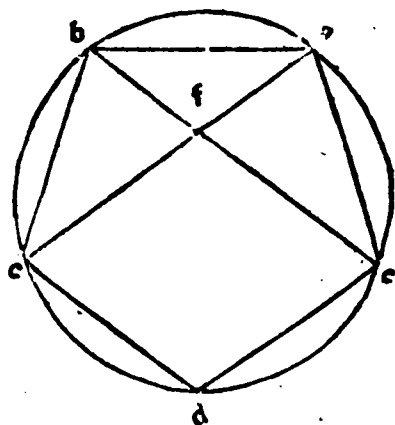
¶ Sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. inscriptus circulo eisdem litteris signato & duobus eius propinquis angulis qui sunt. a. & b. subtendantur due recte linee. a. c. & b. e. secantes se inuicem in puncto. f. dico itaque utramque harum esse diuisa in puncto. f. secundum proportionem habentem medium duorum extrema: & quod maior portio utriusque est equalis lateri pentagoni. Manifestum est enim ex. 27. tertii quod quinquaginta arcus circuli pentagoni propositi circumscribentis quoque latera ipsius pentagoni sunt chordae: sunt adinuicem equales. ideoque ex ultima sexti quatuor anguli. a. e. b. a. b. e. b. a. c. & b. c. a. sunt adinuicem equales. Nam arcus. a. b. a. e. & b. c. sunt adinuicem equales. cumque sit arcus. c. d. e. duplus ad arcum. b. c. erit quoque ex ultima sexti angulus. c. a. e. duplus ad angulum. c. a. b. at uero ex. 32. primi angulus. a. f. e. duplus est ad angulum. f. a. b. igitur angulus. a. f. e. est equalis angulo. f. a. e. quare per sextam primi linea. a. e. est equalis linee. f. e. sunt autem duo trianguli. a. b. e. & a. f. b. equianguli per ea que dicta sunt: & per. 32. primi: est enim angulus. e. maioris equalis angulo. a. minoris: & angulus. b. communis utriusque: igitur per quartam sexti proportio. e. b. ad. b. a. sicut. b. f. a. ad. f. b. cumque sit c. f. equalis. a. b. eo quod ipsa ut probatum est equalis. a. e. sequitur ex. 7. quinti: ut sit proportio. b. e. ad. e. f. sicut. e. f. ad. f. b. quare per definitionem linea. e. b. est diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema: & eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. si autem hoc est uerum de linea. e. b. erit quoque ex. 7. quinti & quinta eiusdem & definitione eidem uerum de linea. a. c. nam tota. b. e. est equalis toti. a. c. ex quarta primi. & portiones portionibus ex sexta primi & communis scientia: portiones enim. a. f. & b. f. sunt equales ex sexta primi. ideoque. f. e. & f. c. residue erunt adinuicem equales ex conceptione: uel potes si libet & facilius de linea a. c. demonstrare propositum negociando circa ipsum ut prius circa linea. c. b.

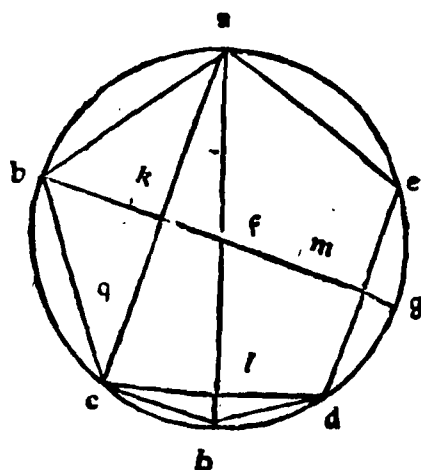
Propositio .12.



In circuli pentagoni equilateri circumscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.

¶ Sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. inscriptus circulo eisdem litteris ascripto: cuius centrum. f. & due diametri. b. g. & a. h. sitque utraque harum diametrorum linea rationalis in longitudine: dico tunc quod latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa uidelicet que dicitur minor: praeatur





etiam linea. a.c. que secet diametrum. b.g. in puncto.k. eritq; ex ultima sexti
& quarta primi linea.a.c. diuisa diametro.b.g. orthogonaliter & p equalia in
puncto.k. quia cu semicirculo. b.a.g. sit equalis semicirculo.b.e.g. & arcus. b.a.
b. arcui. b.c. sicut pstat. ex. 27. tertii erit arcus. a.g. residuus eqilis arcui. c.g. re
siduo: ideoq; ex ultima sexti angul^o. a.b.g. equalis etiā angulo. c.b.g. cu itaq;
duo latera. a.b. & b.k. trianguli. a.b.k. sint equalia duobus laterib^{us}. b.c. & b
k. trianguli. c.b.k. & angulus. b. unus angulo. b. alterius: erit ex quarta primi
basis. a.k. equalis basi. k.c. & oēs anguli qui sunt ad. k. sint recti ex prima par
te tertie tertii: diameter aut. a.h. secet latus pent

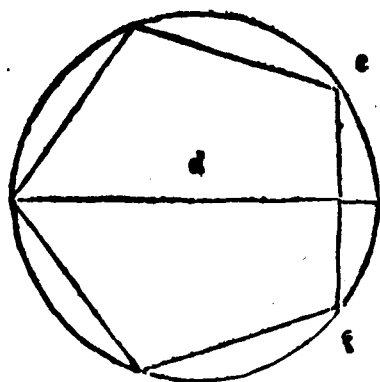
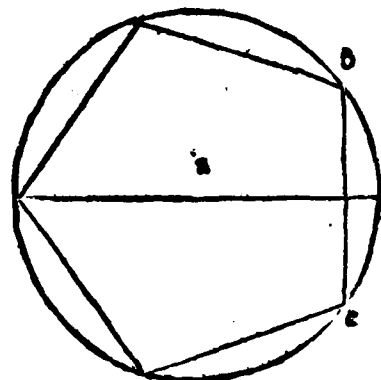
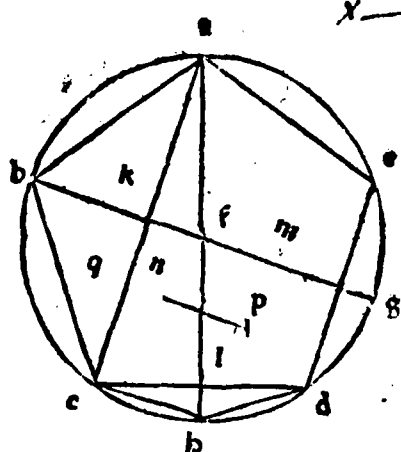
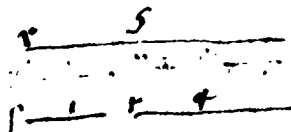
rationalis in potentia tantū. & quia linea. b. m. est potētiōr linea. m. k. in q̄drato
 to linee sibi incōmensurabilis in longitudine ut in p̄tinuo p̄batur erit linea. b.
 k. residuū quartū ex diffinitione residui quartū. Quod autē probandū assūm-
 ptum sic patet. sit numerus. r. q̄ntuplus ad numerū. s. sit q̄. r. & s. quartū. r.
 ac si esset. r. q̄ntup. s. unus. t. quatuor: & sit linea. b. m. potētiōr linea. m. k. in qua-
 drato linee. x. cum igitur sit quadratū linee. b. m. ad quadratū line. m. k. sicut
 numerus. r. ad numerum. s. erit per euerſam p̄portionalitatē quadratum linee
 b. m. ad q̄dratum linee. x. sicut numerus. r. ad numerum. t. quare per ultimā
 partē. 7. decimi linea. x. est incōmensurabilis linee. b. m. in longitudine. nō est
 ergo dubium quin. b. k. sit residuum q̄rtum. Manifestum uero est ex. 34. ter-
 tiū: q̄ illud quod sit ex. b. k. in. k. g. ē equale ei quod sit. a. k. in. k. c. ideoq̄ etiā
 ipsum idem est equale quadrato. k. c. eo q̄. a. k. est equalis. k. c. ergo quadra-
 to. b. k. addito utriq̄ erit ex penultima primi quod sit ex. b. k. in. c. & in. k. g.
 equale q̄drato. b. c. & quia ex prima secundi quod sit ex. b. k. in. c. & in. k. g. ē
 equale ei quod sit ex. b. k. in. g. b. erit linea. b. c. lat⁹ tetragonici sup̄ficiē p̄enti
 ti a duabus lineis. g. b. & k. b. & quia linea. g. b. est rōnalis: linea uero. b. k. est
 residuum quartū. & quia linea potens in sup̄ficiē linea rōnali residuoq̄ quar-
 to contenta est linea minor: ut constat ex. 89. decimi libri necesse est linea. b. c.
 que est latus pentagoni equilateri p̄posito circulo inſcripti esse lineā mino-
 rem quod erat ex principio demonstrandū. Hoc ergo modo sequitur q̄ latus
 pentagoni equilateri circulo inſcripti sit linea minor. si diameter circuli cui in-
 scribatur fuerit rationalis in longitudine. At uero si diameter circuli fuerit ra-
 tionalis in potentia tantū. adhuc necesse est ut latus p̄tagonī equilateri sibi in-
 scripti sit linea minor. esto enim linea. a. rationalis in potētia tantū supra quā
 describat⁹ circulus. ei q̄ descripto inſcribatur pentagon⁹ equilater⁹. cuius unū
 latus sit. b. c. dicantur q̄ pentagonus & circulus. a. dico q̄ linea. b. c. est linea
 minor. Sumatur enim aliqua linea rōnalis in longitudine que sit. d. & sup̄ ea
 lineetur circulus cui inſcribatur pentagonus equilaterus: & sit unū latus ipsi⁹
 linea. e. f. dicantur q̄ pentagon⁹ & circulus. d. constat igitur ex hac. 12. q̄. e. f.
 est linea minor cum diameter. d. sit rōnalis in longitudine. Quoniā uero pro-
 portio p̄tagonī. a. ad pentagonū. d. est sicut quadrati linee. b. c. ad quadratū
 linee. e. f. utraq̄ enim est ex secunda parte. 18. sexti: sicut linee. b. c. ad lineam. e.
 f. duplicata pentagoni autē. a. ad pentagonū. d. est sicut quadrati. b. c. ad q̄dra-
 tum linee. e. f. diametri. a. ad quadratū diametri. d. ex prima. 12. erit. ex. 11. q̄ntū
 quadratū linee. c. b. ad quadratū linee. e. f. sicut quadratū diametri. a. ad q̄dra-
 tum diametri. d. cumq̄ quadrata duarum diametrorū. a. & d. sint cōmunicatā:
 quia ambo sunt rōnalia ex y. othesi. erūt quoq̄ ex prima pte. 10. decimi q̄dra-
 ta duarū lineaz. b. c. & c. f. cōmunicatā: ergo linea. b. c. cōmunicat in potētia
 cum linea. e. f. & quia linea. e. f. est minor: sequit⁹ ex. 100. decimi: q̄ etiā. b. c. sit
 linea minor quod est p̄positū. siue ergo diameter alicui⁹ circuli sit rōnalis in
 longitudine siue in potētia tantū necesse est ut latus p̄tagonī equilateri sibi in-
 scripti sit linea minor.

Propositio .15.

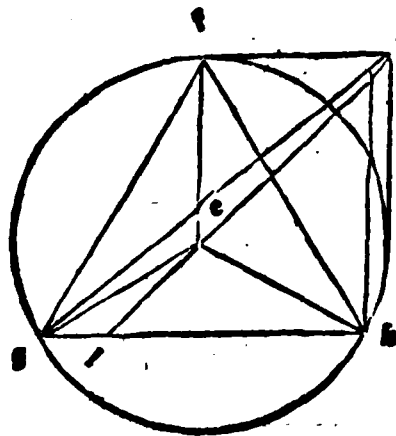
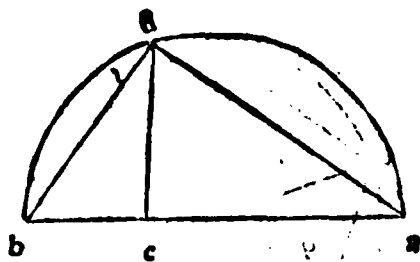


Piramidē q̄tuor basiū triangulariū & equilateraz ab
 assignata sp̄ra circūscriptibilē fabricate huius ergo
 sp̄re diametros ad latus ipsius pyramidis sexquilate-
 rum p̄portionē potētiāliter habere probatur.

¶ Sit linea. a. b. diameter assignate sp̄re: que diuidatur in pun-
 cto. c. ita q̄. a. c. sit dupla ad. b. c. & lineetur super eam semicirculus. a. d. b.
 & producat⁹ linea. c. d. orthogonaliter super lineam. a. b. & producat⁹ linea



LIBER



b. d. & d. a. posita sit circulus. f. g. h. super centrum. e. cuius semidiameter sit
 equalis linee. c. d. cui ex secunda quarti libri inscribatur triangulus equilateralis
 qui sit. f. g. h. ad cuius angulos protrahant a centro linee. a. f. e. g. e. h. deinde
 super centrum. e. erigatur sm q. docet. 12. decimi uel undecimi linea. e. k. que
 ponatur equalis. a. c. perpendicularis ad superficiem circuli. f. g. h. & demittant
 a puncto. k. ypothemise. k. f. k. g. k. h. eritq. completa piramis quatuor basiu tri
 angularium & equilateralu quam dno esse ab assignata spera circumscribibile.
 & dico quadratu diametri propolite spera sexquialate esse ad quadratu lateris
 fabricate piramidis. constat enim ex prima parte correlarii. 8. lxxi q. linea. c.
 d. est medio loco proportionalis inter. a. c. & c. b. quare ex correlario. i. 7. eius
 dem quadratum linee. a. c. ad quadratu linee. c. d. est sicut. a. c. ad. c. b. ergo co
 iunctim quadratum. a. c. & quadratu. c. d. ad quadratum. c. d. sicut. a. b. ad. b. c.
 c. ideoq. ex p. t. u. l. ma prima quadratu. a. d. ad quadratu. d. c. sicut. a. b. ad. b. c.
 cum ergo linea. a. b. sit tripla. ad. b. c. erat enim. a. c. dupla ad eam. erit quoq.
 quadratu. a. d. triplum ad quadratu. d. c. est aut. ex. 8. huius quadratu. f. g.
 triplum ad quadratum. e. f. quare cum ex ypothesi. d. c. sit equalis. e. f. erit ex
 comuni scientia. a. d. equalis. f. g. & quia ex diffinitione linee perpendicularis ad
 superficiem linea. e. k. continet cum singulis lineis. e. f. e. g. e. h. angulos rectos
 quarum quolibet est equalis linee. c. d. & quia ipsa eadem est equalis linee. a.
 c. & angulus. c. est rectus. erit per quarta primi unaqueq. trium linearum. k.
 f. k. g. k. h. equalis linee. a. d. Manifestu est igitur fabricata piramide esse qua
 tuor basium triangulatu equilateralu ipsam aut. esse circumscribibile ab as
 signata spera sic habetor. linee. e. k. intelligat. adici sm rectitudine linea. e. l. eq
 lis linee. c. b. ut tota. k. l. sit equalis. a. b. que est diameter assignate spera: hanc
 autem lineam in quam. e. l. imageris esse sub circulo. f. g. h. perpendicularis
 quoq. ad ipsius superficiem ex parte inferiori sicut est. c. k. ex pte superiori eritq.
 unaqueq. trium linearu. e. f. e. g. e. h. & simpliciter quolibet semidiamet. cir
 culi. f. g. h. medio loco pportionalis inter. k. e. & e. l. queadmodu est. d. c. inter
 a. c. & c. b. nam hee sunt equales illis unaqueq. sue relative. Si igitur super li
 neam. l. k. describatur semicirculu circuducat q. quousq. ad locum unde mo
 neri ceperat redeat erit ex diffinitione speraru equalium spera descripta motu
 huius semicirculi equalis spera assignate. sunt enim spera equales. quaru sunt
 equales diametri queadmodu de circulis in principio tertii dictum est: semi
 circulu hunc uero necesse est transire per tria puncta. f. g. h. que sunt anguli
 solide piramidis fabricate. similiter autem dico q. semicirculus hic qui super
 lineam. k. l. fuerit descriptus si circuducat quousq. ad locu redeat unde mo
 ueri cepat continger circulu. f. g. h. super omnia puncta circulerentie ipsius.
 Quod ex hac uerusta ueritate probatur: si linea recta sup lineam rectam per
 pendiculariter steterit que inter partes eius cui superstat uel circustat. medio
 loco pportionalis ponatur. fueritq. super eam lineam cui perpendicularis sup
 stat semicirculus descriptus circulerentia ipsius per extremitatem linee medio
 loco pportionalis posite perpendiculariter necessario transibit. cum igitur cum
 cte semidiametri circuli. f. g. h. sint suppendicularer ad lineam. k. l. & medio lo
 co proportionales inter partes ipsius que sunt. k. e. & e. l. sequitur ut semircu
 lus descriptus sup. k. l. si circuducatur transeat per omnia puncta circuleren
 tie. f. g. h. & per omnes solidos angulos piramidis fabricate. itaq. a diffinitio
 ne eius quod est figuram inscribi figure piramidis fabricata est inscriptibilis illi
 spera quam semicirculus super lineam. k. l. lineatus mutuo suo describit: & motu
 quia hec spera descripta est assignate spera equalis per diffinitione equaliu spe
 rarum sequit ex coi scientia: ut hec piramis fabricata sit ab assignata spera circu

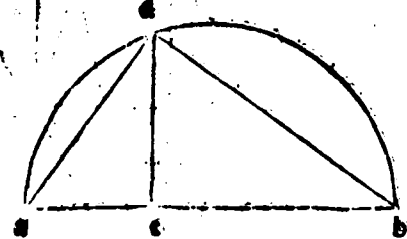
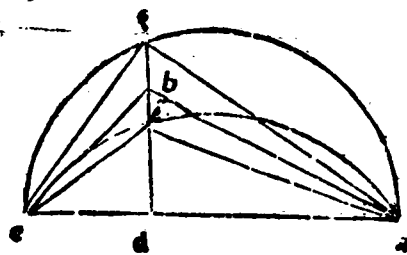
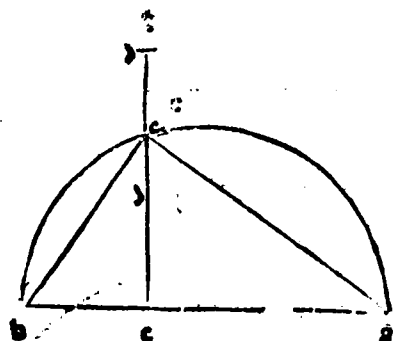
scriptibilibis quod est propositum. Correlarium autem patet sic. Cum enim a .
 b . sit tripla ad b . c . per euerfam proportionalitatem erit a . b . sexquialtera ad a .
 c . ideoque ex secunda parte correlarii. 8. sexti. & correlario. 17. eiusdem quadratus
linee a . b . erit etiam sexquialterum ad quadratum linee a . d . & quia linea a . d . est e
lis lateri fabricate pyramidis. at uero a . b . est. diameter spere: constat uerum esse
quod per correlarium dicitur. Ne autem quoniam de uetusta ueritate pposita he
litare contingat eam uolumus hoc modo demonstratione firmare. Sit igitur sup
lineam a . b . linea c . d . perpendicularis que ponatur medio loco proportionalis
inter partes linee a . b . que sunt a . c . & c . b . ita quod proportio a . c . ad c . d . sicut c .
 d . ad c . b . Et super lineam a . b . describatur semicirculus a . e . b . dico quod huius
semicirculi circūferentia transibit per punctum d . qui est extremitas perpendi
cularis. Sin autem aut secabit lineam c . d . aut suptransibit eam totam ipsam tran
siens & includens & non cōtingens. secet ergo primo eam in puncto e . & ducā
tur linee e . b . & e . a . scilicet ex prima parte. 30. tertii totalis angulus a . e . b . re
ctus. itaque ex prima parte correla. 8. sexti proportio est a . c . ad c . e . sicut c . e . ad
 c . b . at uero ex secunda parte. 8. quinti proportio a . c . ad c . e . est maior quam a . c . ad
 c . d . eo quod c . e . est minor quam c . d . cum igitur sit c . d . ad c . b . sicut a . c . ad c . e . & c .
 d . ad c . b . sicut a . c . ad c . d . erit per. 12. quinti c . e . ad c . b . maior quam c . d . ad b .
ideoque per primam partem. 10. quinti e . c . est maior quam d . c . pars uidelicet quod iuu
tum quod est impossibile. Non ergo secabit circūferentia semicirculi c . d .
¶ Supertransibit igitur & producat c . d . usque ad circūferentiam: sitque tota c . e . &
protrahantur linee e . b . & e . a . sequitur ut prius lineam c . d . esse maiorem quam sit linea
 c . e . quod est etiam impossibile: constat ergo propositum. Similiter autem dicimur
quod si fuerit aliquis angulus rectus cui basis subtendat sup quam semicirculus
lineetur: ipsius circūferentia per angulum rectum transire necesse est. conuer
sam uero huius proportionis prima pars. 30. tertii. quod autem dicimus sic constat
¶ Sit enim angulus a . b . c . rectus cui subtendat basis a . c . & sup eam lineetur se
micirculus. dico quod ipsius circūferentia transibit per punctum b . in quo coeunt
linee continentes angulum rectum: cuius demonstratio est quod neque transibit supra
neque infra. sin autem transeat: primo infra. sit a . e . c . & ab angulo b . producat
linea b . d . perpendicularis ad basim a . c . que secet circūferentiam semicirculi in
puncto e . & protrahantur linee e . a . & e . c . eritque angulus a . e . c . rectus ex prima
parte. 30. tertii. at ipse est maior angulo a . b . c . p. 21. primi. hoc autem est impossi
bile ex tertia petitione cum uterque sit rectus. hic quidem ex ypothesi: ille uero
ex prima parte. 30. tertii. Non ergo transibit circūferentia semicirculi infra an
gulum b . transeat itaque supra: & sit a . f . c . producat autem perpendicularis d . b .
quousque obuiet circūferentie semicirculi a . f . c . in puncto f . & producantur linee
 f . a . f . c . eritque ex prima parte. 30. tertii angulus a . f . c . rectus. cum per etiam esset ex
ypothesi angulus a . b . c . rectus sequitur impossibile. p. 21. primi sicut in principio
relinquitur ergo quod diximus. hoc autem necessarium est ad cognitionem eorum quod sequuntur.

Propositio .14.

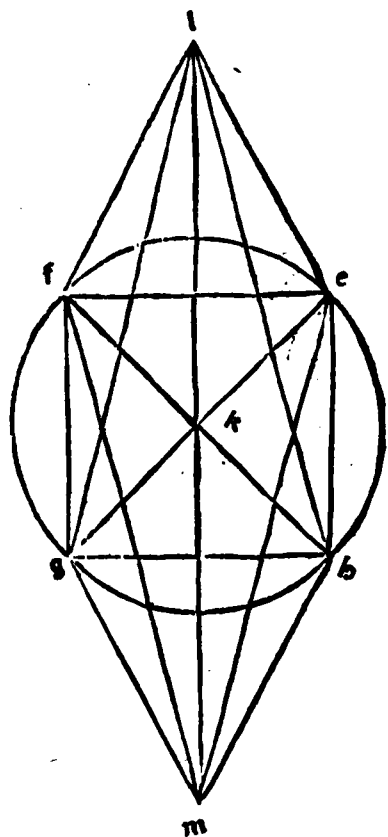
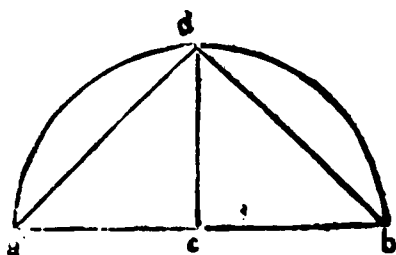
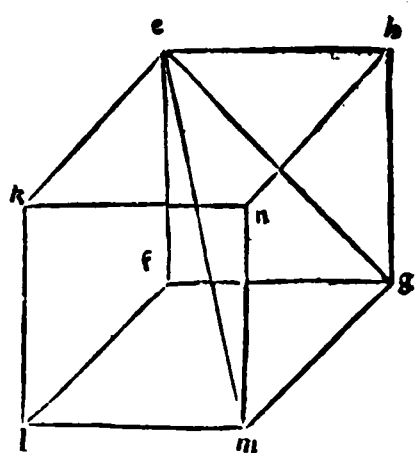


Assignata sphaera circūscriptibilem cubum constitue
re. eiusdem autem spere diametri lateri ipsius cubi
potentialiter triplicem esse manifestum erit.

¶ Assignate spere diametrum sit a . b . sup quā lineetur semicirculus
 a . d . b . diuidaturque diameter in puncto c . prorsus secundum conditio
nem premisse uidelicet ut linea a . c . sit dupla ad lineam c . b . & producat c . d .
perpendicularis ad a . b . & protrahantur d . b . & d . a . postea fiat unum quadratum
cuius omnia latera sunt equalia linee b . d . sitque e . f . g . h . sup cuius quatuor angulos erigantur



LIBER



ut docet. 12. undecimi quatuor linee perpendiculares ad superficie ipsius quadra-
ti: quarū quolibet ponat etia equalis linee. b. d. sicut q. e. k. f. l. g. m. h. n. erūtq;
hee quatuor perpendiculares singule singulis equidistantes ex sexta undecimi: &
anguli quos continet cum laterib⁹ quadrati recti ex diffinitione linee perpen-
dicularis ad superficiem: deinde cōiungant⁹ extremitates istarum perpendicu-
larum ptractis lineis. k. l. l. m. m. n. n. k. eritq; cōpletus cubus sex superficiebus
quadratis cōtenu⁹. constat eni ex. 34. primi. q; quatuor superficies ipsum ambi-
tes. & ipse sunt quaz; opposita latera sunt quatuor perpendiculares sunt oēs qua-
drate: de basi autē posit⁹ est. at uero de suprema eius superficie. que est. k. l. m.
n. q; ipsa quoq; sit quadrata. pstat. ex. 34. primi. & 10. undecimi. ideoq; ex qua-
ta undecimi manifestum est singula latera eiusdē cubi duab⁹ ipsius oppositis
superficiebus orthogonaliter insistere. Vt autē cubum hunc ab assignata spe-
ra circumscriptibile esse demonstrē⁹: in una suaz; superficie; prorrahā⁹ dia-
gonalis uerbi gratia in basi eius sitq; e. g. & a. b. huius diagonalis altera extre-
mitate ptrahat⁹ diameter cubi. e. m. eritq; ex penultima primi qdratū. e. g. du-
plū ad qdratū. f. g. 10q; ad qdratū. g. m. eo q; g. m. ē eq̄lis. f. g. sūt eni oīa late-
ra cubi adinvice eq̄lia. & quia & ex penultima primi qdratū. e. m. est eq̄le qua-
dratis duarum lineaz; e. g. & g. m. ppter hoc q; angulus. e. g. m. est rectus ex
diffinitione linee perpendicularis ad superficiē: erit quadratum. e. m. triplum ab-
quadratum. m. g. constat eni ex duplo & simplo. cunq; ex secunda parte cor-
relariū. 3. sexti & ex correlario. 17. eiusdē quadratū quoq; a. b. sit triplū ad
quadratū. b. d. eo q; lineā. b. tripla est ad lineā. b. c. sit autē. b. d. equalis g. m. ym
legitur ex cōmuni scientia ut. e. m. quā est diameter cui sit equalis. a. b. que est dia-
meter spere. itaq; si sup. e. m. lineā semicircul⁹ circūducā⁹ quouisq; ad locū
unde fuit initiū motus redeat spere descripta. erit ex diffinitione sperarū equa-
lium equalis spere assignate. at uero quia hic semicircul⁹ transitū faciet p pun-
ctum. g. e. eo q; angulus. e. g. m. est rectus eademq; rōne per ceteros singulos
rectos angulos cubi quod ex antecedēte ante hanc. 14. immediate premisso ma-
nifestū est. constat cōstitutū cubum ab assignata spere eo q; a sua equali circū-
scriptibile esse quod demonstrare oportebat. correlariū uero demonstratio in
istius demonstratoris processu preparatur.

Propositio .15.



Opus octo basiū triāgulariū equilateraz; aspera p-
posita circūscriptibile cōponere: eritq; palā eiusdē
spere diametrū lateri ipsius corporis duplicem esse po-
tentialiter.

C Diametr spere pposite sit. a. b. que diuidat⁹ p equalia in pun-
cto. c. & super lineā semicircul⁹. a. d. b. & pducā⁹. c. d. ppendicularis. ad. a.
b. & iungat⁹ pūctus. d. cū. a. & cū. b. describat unū quadratū: cuius singula la-
tera sit equalia linee. b. d. sicut quadratū hoc. e. f. g. h. in quo ptrahan⁹ diamē-
tri due. e. g. & f. h. secantes se inuicē in puncto. k. constat igitur ex. 4. primi q;
utraq; istarum diametrorū sit equalis linee. a. b. que est diameter spere cum an-
gulus. d. sit rect⁹ ex prima pte. 30. tertii & singuli quoq; anguli. e. f. g. h. recti
ex diffinitione qdrati: cōstat rursus q; eadē dne diametri. e. g. & f. h. diuidunt se
in uicē p equalia in pūcto. k. hoc autē ex. 5. primi & 32. & sexta eiusdē facile est
elicere. erigat⁹ itaq; sup punctū. k. lineā. l. ppendicularis ad superficiē quadra-
ti que ponat⁹ equalis medietatē diametri. e. g. l. f. h. & demittant⁹ ypothemise. l.
e. l. f. l. g. h. erūtq; ex his que posita sūt. & penul. pmi quotiēs oportuerit repeti-
ta singule harū ypothemisaz; equales sibi inuicē: & eq̄les laterib⁹ qdrati. Habes
ergo piramidē quatuor eq̄laterarū triāgulariūq; basiū sup qdratū cōstitutā.

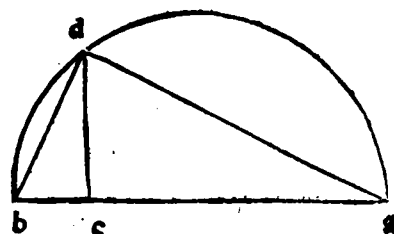
hinc itaq; sub ipso quadrato similē piramidē hoc modo appoue lineā. l. k. producas perforādo quadratū usq; ad. m. ita q; k. m. existens sub q̄dato sit equalis. l. k. existēti supra: & iunge punctū. m. cum singulis angulis quadrati pdu- cendo. 4. alias ypothemisas que sunt. m. e. m. f. m. g. m. h. de quibus quoq; manifestū est ex penultima primi: quēadmodū de aliis que sunt in superiori parte: q; ipse sunt equales ad inuicē & lateribus q̄drati. Cōpleuimus igit corpus. 4. basium triangulorū & equilaterarū. Hoc autē ab assignata spera circūscriptile esse sic habetō. constar enim q; lineā. l. m. est equalis diametro assignate spere: nam utraq; earū est equalis diametro q̄drati. igitur si sup. l. m. luceat semicirculus qui circūuoluat quousq; ad locum suum redeat: spera quā motu suo describet erit equalis assignate spere: ut ex diffinitione sperarū equaliū colligitur. hic uero semicirculus transibit per quatuor angulos q̄drati: & simpliciter per omnia puncta circūferētie circuli circūscribētis quadratū: eo q; semidiameter quadrati: ut lineā. f. k. & portiones lineā. l. m. que sunt. l. k. & k. m. sunt adinuicem eq̄les. quare ex diffinitione eius quod est figurā unam alii figure inscribi fabricatū corpus inscriptibile est spere motu huius semicirculi descripte. itaq; & spere assignate ex cōcept. cum ipse sunt adinuicē eq̄les ex diffinitione. Correlariū uero manifeste constar: sunt enim due lineę. d. b. & d. a. equales ex 4. primi: ideoq; q̄dratū. a. b. duplū est q̄dratum. b. d. ex penultima primi: latus autem fabricati corporis est eq̄le lineę. b. d. uerum est ergo correlarium.

Propositio .16.

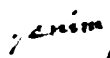


Orpus uiginti basium triangulariū atq; equilaterarū a data spera diametrū rōnalē habente circūscriptibile fabricare. eritq; palām latus eiusdem corporis esse lineam irrationalē eam sc; que dicitur minor.

¶ Sit hic quoq; diameter assignate spere. a. b. que potat esse rationalis siue in longitudine siue in potentia tantū: & diuidatur in puncto. c. ita q; a. c. sit quadrupla ad. c. b. & lineetur super eam semicirculus. a. d. b. & producat. c. d. perpendicularis. ad. d. a. b. & protrahat lineā. d. b. deinde p̄m quantitātē lineę. d. b. lineetur circulus. e. f. g. h. k. supra centrū. l. cui inscribat pentagonus equilaterus eisdē litteris annotat: ad cuius angulos a centro. l. duca lineę. l. e. l. f. l. g. l. h. l. k. rursus in eodē circulo inscribatur decagonus equilaterus: diuidant enī cuncti arcus quoq; chorde sunt latera pentagoni per equalia: & a punctis mediis ad extremitates cunctorū laterū inscripti p̄tagoni lineę recte dirigantur. itemq; sup singulos angulos pentagoni erigat cathec? p̄m q; docet. 12. undecimi quoq; quilibet sit etiā equalis lineę. b. d. & cōtinuent extremitates horū quinq; corauisti erūtq; ex. 6. undecimi quinq; catheci erecti ad inuicē equidistantes: cumq; ipi sunt equales erūt quoq; 33. primi quinq; corauisti eorū extremitates iungētes equales laterib? pentagoni. demitte igitur a summitatib? singulis singulorū cathecorū binas & binas ypothemisas ad duos circūstantes angulos inscripti decagoni. & harū decē ypothemisarū a quinq; extremitatibus cathecorū ad. s. puncta que sunt singuli anguli medii inscripti decagoni descendentiū extremitates continua alium pentagonū rursus ipi circulo inscribendo qui quoq; erit equilater? ex. 23. tertii: cum hoc itaq; feceris uidebis te perfecisse decem triangulos quorum latera sunt decem ypothemise & quinq; corauisti. & s. latera huius secūdi pentagoni inscripti. Hos ergo decem triangulos eqlateros esse sic collige. cū enī tā semidiameter descripti circuli q; quilibet erectorū cathecorū sit eq̄lis lineę. b. d. ex ypothēsi: erit ex correlario. 15. q̄rti quilibet cathecorū eq̄lis lateri exagoni eqlateri circulo cui? semidiameter



•



est equalis lineæ. b. d. inscripti. quia uero ex penultima primi unaqueq. 10. ypothemilarum tanto est potentior catheco quantum potest latus decagoni. at uero ex. 10. huius latus quoq. pentagoni est tanto potentius eodem quantum potest idem latus decagoni. erit ex cōmuni scientia unaqueq. harum ypothemilarum equalis lateri pentagoni. De corauis autē iam paruit q. ipsi sunt equales lateribus pentagoni. itaq. cuncta latera horum decem triangulorum. aut sunt latera pentagoni equilateri scd a uice circulo inscripti: aut illis equalia sunt: igit. equilateri trianguli. Amplius autem super centrū circuli quod est punctum. l. erit aliū cathecū equalē prioribus qui sit. l. m. eiusq. superiorē extremitatē que est punctus. m. iunge cum singulis extremitatibus priorum per quinque corauis. eritq. ex sexta undecimi hic centralis cathec. singulis cathecorum angularium equidistans: ideoq. ex. 35. primi hi quinque corauis erunt semidiametro circuli equales. & ex correlario. 15. quarti quilibet eorum tanq. latus exagoni. centrali ergo catheco ex utraq. parte adiiciatur linea una equalis lateri decagoni: supra quidem adiiciatur ei. m. n. deorsum autem sub circulo adicitur sibi a centro circuli. l. p. postea demittantur a puncto. n. 5. ypothemise ad. 5. superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circuitu. & a. puncto. p. alie. 5. ad alios quinque inferiores. eruntq. hee decem ypothemise equales adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi. & 10. huius quēadmodū de aliis decem prius demonstratū est. habes ergo corpus. 20. basium triangularium atq. equilaterū: cuius cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. eius uero diameter est linea. n. p. horum autē. 20. triangulorum decem consistunt in circuitu supra circumulum. quinque autem confluntur sursum ad punctū. n. concurrentes. at quinque reliqui deorsum emergunt super punctum. p. coeūtes. hoc autem yccedunt corpus a data spera circūscriptibile esse sic erit manifestum: cum linea. l. m. sit equalis lateri exagoni. & m. n. lateri decagoni equilaterorum: quos circulus. c. f. g. circūscribit tota. l. n. erit ex nona prefetis libri diuisa p. m. proportionē. h. m. & d. extra in puncto. m. & maior portio eius erit linea. l. In Diuidat. itaq. l. m. p. eq. lia in. q. eritq. ex cōi scia. p. q. equalis. q. n. nā. p. l. posita est eq. lis lateri decagoni quēadmodū. m. n. q. re. q. n. ē medietas. n. p. quēadmodū ē q. m. medietas. m. l. cū ergo q. dratū. n. q. sit. ex. 5. hui. q. n. triplū ad quadratū. q. m. erit quoq. ex. 15. quinti quadratū. p. n. quintuplū ad quadratū. l. m. est enim ex q. rta secundi quadratū. p. m. quadruplū ad q. dratū. q. n. quadratū quoq. l. m. quadruplum ad q. dratū. q. m. ex eadem quadruplum autē ad quadruplū est ut simplū ad simplū teste. 15. quinti. at uero quadratū. a. b. quintuplū est ad quadratū. b. d. ex secūda parte correla. 8. sexti: & ex correla. 17. eiusdem: est uero b. quintupla ad. b. c. eo q. a. c. fuit ad eandē quadrupla: quia ergo. l. m. est ex ypothesi equalis. b. d. erit ex cōmuni scientia. a. b. equalis. n. p. itaq. si super lineam. n. p. semicirculus describatur: qui tandiu q. locus primum repetat circūuoluetur spera ipsius motu descripta erit a diffinitione sperarum equaliū equalēs sperę propōsite. & quoniam linea. l. m. est medio loco proportionalis inter. l. n. & n. m. ideoq. inter. l. n. & p. l. erit quoq. quilibet semidiameter circuli medio loco proportionalis inter. l. n. & l. p. & cum. l. m. sit equalis semidiametro circuli. itaq. semicirculus super. p. n. descriptus trāsubit per omnia puncta circūferentie circuli. c. f. g. ideoq. & per singulos angulos solidi fabricati in illa circūferentia consistentes: & quia eadem ratione singuli corauis continuantes extremitates angularium cathecorum: cum extremitate centralis sunt medio loco proportionales inter. p. m. & m. n. eo q. quilibet eorum est equalis. l. m. sequitur ut idem semicirculus trāseat etiam per reliquos angulos figure yccedere statuta. est igitur corpus hoc inscribibile sperę

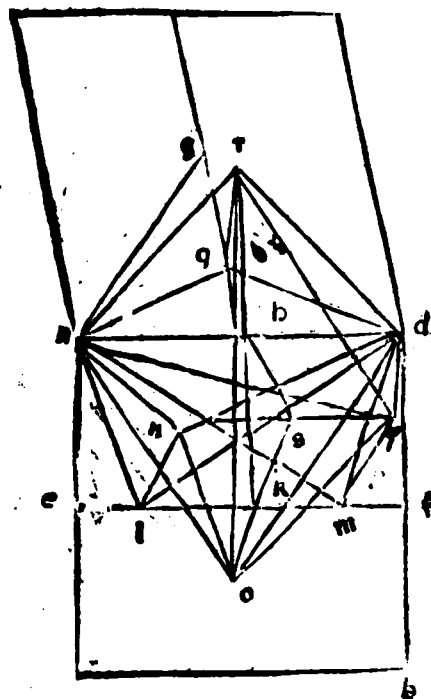
cuius diameter. p. n. Ideoq; & spere cuius diameter. a. b. Latus autē huius soli de figure dico esse lineā minorem. constat enim qd linea. b. d. est rationalis in potentia cū eius quadratū sit subquincuplū ad quadratū linee. a. b. que posita est rationalis: siue in longitudine siue in potentia tantū itaq; semidiameter atq; semidiameter circuli. e. f. g. est etiā rationalis in potentia. nam eius semidiameter est equalis. b. d. igitur ex. 12. huius latus pentagoni equilateri huic circulo inscripti est linea minor. at uero sicut in huius demonstracionis processu patuit lat^{us} huius figure est quantū latus pentagoni: ergo latus huius figure. 20. alchaidarum est linea minor quēadmodū proponitur.

Propositio .17.



Orpus duodecim basium pentagonorū equilaterarū atq; equiangulariū ab assignata sphaera circūscriptibile constituitur. eritq; palam latus eiusdē corporis irrationale esse id quod residuum dicitur.

¶ Fiat cubus sūm qd docet. 14. huius circūscriptibile ab assignata sphaera: sitq; huius cubi due suplicies. a. b. & a. c. imaginemur autem nunc qd a. b. sit suprema superficies cubi. & a. c. sit una ex lateribus. sitq; linea. a. d. cōmūnis istis duabus superficiebus. diuidant itaq; in suplicie. a. b. duo opposita latera per equalia uidelicet. d. b. & latus ei oppositū. & puncta diuisionis cōtinuentur per lineā m. e. f. latus quoq; a. d. & illud quod sibi opponitur in suplicie. a. c. diuidantur per equalia & puncta diuisionis cōtinuentur lineā rectā: cuius medietas sit. g. h. sitq; punctus. h. medius punctus linee. a. d. similiter lineā. e. f. diuidat per equalia in. k. & p. trahatur. h. k. quālibet igitur triū lineā. e. k. k. f. & g. h. diuide sūm proportionē. h. a. m. e. & du. ext. in tribus punctis. l. m. q. sitq; maiores portiones earum. l. k. k. m. & g. q. quas manifestum est esse equales cum tota lineā diuise sint equales. uidelicet quolibet earū medietati lateris cubi: deinde a duobus punctis. l. & m. erige ppendiculares: ut docet. 12. undecimi ad suplicie. a. b. quarū utraq; potas equalē lineā. k. l. sitq; l. n. & m. p. similiter a puncto. q. erige ppendiculariter. q. r. ad suplicie. a. c. quā ponas equalē. g. q. protrahe itaq; lineas. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d. l. d. n. a. r. a. q. d. r. d. q. Manifestū est igitur ex quinta huius qd due lineē. k. e. & e. l. potēcialiter sunt triplū ad lineā. k. l. ideoq; etiā ad lineā. l. n. cū. 3. k. l. & l. n. sint equales. At uero. k. e. est equalis. e. a. igitur due lineē. a. e. & e. l. sunt potentia triplū ad lineā. l. n. quare ex penultima primi. a. l. est potētia tripla ad l. n. ideoq; per eandē. a. n. est potētia quadrupla ad l. n. Cuiq; omnis linea sit potentia quadrupla ad medietatē suā sequitur ex cōmuni sciētia qd. a. n. sit dupla in longitudine. ad. l. n. & quia. l. m. dupla est ad. l. k. At. k. l. & l. n. sunt equales: erit. a. n. equalis. l. m. sunt enim earum dimidiā equalia. Et quia ex. 33. primi. l. m. est equalis. n. p. erit. a. n. equalis. n. p. eodem modo p. b. bis tres lineas. p. d. d. r. & r. a. esse equales sibi inuicem & duabus predictis. habemus itaq; ex his quinq; lineis pentagonū equilaterū qui est. a. n. p. d. r. sed fortasse dices. ipsum non esse pentagonū: quia non nec forsā est totus in superficie una. quod esset necessariū ad hoc ut esset pentagonus. Quod ergo sit totus in superficie una sic habeto: prodeat equidem a puncto. k. lineā. k. l. ppendicularis ad supliciem. a. b. que sit equalis. l. k. eritq; ob hoc equalis utriq; duarū. l. n. & m. p. cūq; ipsa sit equidistans utriq; earum ex sexta undecimi ideoq; cum ambabus in eadem superficie ex distātiā linearū equidistantiū necesse est ut punctus. f. sit in lineā. n. p. & qd diuidat eas p equalia: p. trahant igitur due lineē. r. h. & h. f. sit itaq; duo triāguli. k. f. h. & q. r. h. sup unū angulū uidelicet. k. h. q. eō.



LIBER

A complex geometric diagram, likely a stereographic projection or a crystal form diagram. It features a central point 'o' with numerous lines radiating from it to points on the perimeter and internal points. The perimeter is labeled with 'c' at the top, 'b' at the bottom, 'e' on the left, and 'f' on the right. Internal points are labeled with letters: 'r' at the top, 'q' and 'b' in the upper-middle, 'h' and 'g' in the middle, 'i' and 'm' on the left and right respectively, and 'p' and 'k' in the lower-middle. The diagram is enclosed in a rectangular frame with additional lines extending from the top and bottom edges.

angulos eius quare per diffinitionē ipsum est ab assignata (spera circūscriptib^l le dico itē q^d latus huius figure est linea irrōnalis ista uidelicet que residuū dicitur si diameter (spera ipsum circūscribētis fuerit rōnalis in longitudine uel in potentia. cum enim diameter (spera sit ex. 14. huius tripla in potētia ad latus cubi erit latus cubi rōnale in potentia si diameter (spera fuerit rōnalis in longitudine uel in potentia. Constat autem ex. 11. q^d linea. r. p. diuidit lineā. a. d. que est latus cubi s^um p^{ro}portionē habentē mediū duob^{us} extrema^{is}: & q^d portio eius maior equalis est lateri pentagoni. & quia maior portio eius est residuū ex se^{xta} huius manifestū est latus figure duodecedron esse residuū quod demon^{strare} uolumus. fabricata sunt igitur per. 13. & quatuor eam sequentes quinque corpora equilatera atq^{ue} equiangulara: quarū unūquodq^{ue} est circūscriptibile ab assignata (spera. Sunt autem hec solida: primū quidem quatuor basium triangularium: & dicit^{ur} tetracedron. Secundū est sex basium quadratarū: & dicitur cubus siue exacedron. Tertiū octo basium triangulariū: & dicit^{ur} octocedron. Quartum autem est solidum yccedron: & est uiginti basium triangularium. Quintum uero ex. 12. basibus pentagonis cōsistit: diciturq^{ue} duodecedron. hec autem q^uinq^{ue} solida regularia dicunt^{ur}: quoniam ipsa equiangulara sunt atq^{ue} equilatera & a (spera atq^{ue} abinuicem circūscriptibilia. plura uero his quinque equilatera que sunt & equiangulara esse est impossibile. Ad cōstitutionem cuiuslibet anguli solidi necesse est ad minus tres sup^{er}ficiales angulos cōcurrere. Ex duob^{us} enim solis sup^{er}ficialibus nequit solid^{us} angulus cōpleri: quia ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri & equiangulari sunt equales quatuor angulis rectis. At uero eptagoni & cuiuslibet plurium laterum figure equilatera atq^{ue} equiangulara tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis quēadmodū. ex. 32. primi eundem elicitur. omnis autem angulus solid^{us} quatuor rectis angulis minor est teste. 21. undecimi: impossibile ē tres angulos exagoni atq^{ue} eptagoni: & simpliciter omnis plurilatera figure: equilatera tamē atq^{ue} equiangulara solidū angulum cōstituere. ideo nulla solida figura equilatera atq^{ue} equiangulara pōt ex sup^{er}ficiebus exagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli exagoni equilateri atq^{ue} equiangulari quēq^{ue} solidum angulum excedunt quatuor: & plures multo fortius eundem excedunt: tres autem angulos pentagoni equilateri atq^{ue} equiangulari minores esse quatuor rectis angulis. manifestū est & quatuor esse maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq^{ue} equiangulari possibile est solidum angulum constitui. ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. ideoq^{ue} unum dūtaxat solidum ex pentagonis equilateralis atq^{ue} equiangularis cōstitutum ē illud uidelicet quod duodecedron dicitur in quo anguli pentagonorū tertii & tertii solidos angulos per ficiunt. Eadem quoq^{ue} est ratio in quadrilateris figuris equilateralis & equiangularis que in pentagonis. omnis enim quadrilatera figura si equilatera equiangularaq^{ue} fuerit ipsa erit quadrata a diffinitione. Nam omnes eius anguli erunt recti per. 32. primi. Ex tribus igit^{ur} angulis talis sup^{er}ficialis figure possibile est solidum angulum cōstitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propter quod ex talib^{us} figuris sup^{er}ficiebus que cum drilatera ipse sunt equilatera atq^{ue} equiangulara unicum solidum quod cubum dicimus: fabricatum est triangulorū autem equilaterorū sex anguli sunt equales quatuor rectis ex. 32. primi: pauiores ergo minores & plures maiores: igitur ex sex angulis talium trigonorū aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri: ex quinque & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq^{ue} tres anguli trigoni equilateri efficiunt angulum solidū: per ficitur ex triangulis equilateralis corp^{us} quatuor basium triangulariū atq^{ue} equilaterum. Cum uero quatuor conſurgunt corpus octo basium quod octoce-

LIBER

dron dicitur. At uero si quinq; triangulorū equilaterorū anguli solidū angulum contineat fiet corp⁹ yccedron uiginti basium triangulorū & equilaterorū. Quare ergo tot & talia sūt solida regularia. & q̄re plura his nō sūdictū est.

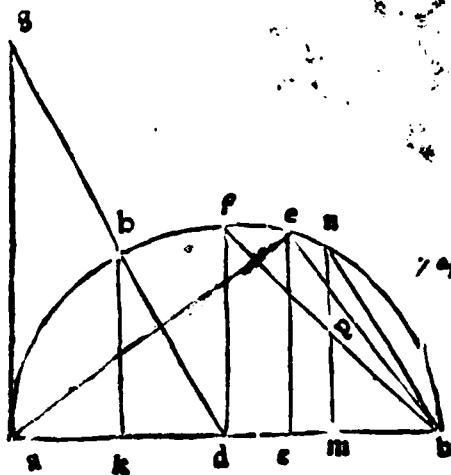
Propositio .18.



Batera quinq; corporū premissorū ab eadē sphaera circūscriptibiliū: cui⁹ sphaere sola diametros nobis proposita fuerit per ipsam propositam diametrū inuenire.

¶ Sit .a.b. diameter alicui⁹ sphaere nobis pposita. ex qua iubemur latera quinq; premissorū corporū elicere. Diuidam⁹ igitur hanc

diametrū .in .c. ita .q. a.c. sit dupla ad .c.b. & per equalia in .d. & lineemus sup eam semicirculū .a.f.b. ad cuius circūferentiā ptraham⁹ due linee perpēdiculares ad lineā .a.b. que sūt .c.e. & .d.f. & iungam⁹ .e.cum .a. & cum .b. & .f.cū .b. Manifestū ergo est ex demōstratione .13. q. a.e. est latus figure quatuor basium triangulorū & equilaterorū & ex demōstratione .14. q. e.b. est latus cubi: Et ex demōstratione .15. q. f.b. est latus figure octo basium triangulorū & equilaterorū: prodeat itaq; a puncto .a. lineā .a.g. perpēdicularis .ad .a. b. & equalis eidem .a.b. & iungatur .g.cum .d. sūtq; .h. punctus in quo .g.d. secat circūferentiā semicirculi & ducatur .h.k. perpēdicularis ad .a.b. & quia .g.a. est dupla ad .a.d. erit ex quarta sexti .h.k. dupla ad .k.d. Sunt enim duo trianguli .g.a.d. & .h.k.d. eq̄ anguli ex .32. primi eo q. angulus .a. maioris est equalis angulo .k. minoris: namq; uterq; rectus & angulus .d. est cōmunis utriq; igitur ex quarta secūdi .h.k. est potentia q̄drupla ad .k.d. ergo ex penultima primi .h.d. est potētia quincupla ad .k.d. cumq; .d.b. sit equalis .h.d. est enī .d. centēū semicirculi erit quoq; .d.b. potētia quincupla ad .k.d. At uero cū tota .a.b. sit dupla ad totā .b.d. quē admodū .a.c. detracta ex prima .a.b. est dupla ad .c.b. detractam ex secūda .b.d. eritq; ex .9. quinti .b.c. residua prime dupla ad .c.d. residuam secūde: ideoq; tota .b.d. est tripla ad .d.c. igitur quadratū .b.d. est noncuplum ad quadratū .d.c. & quia ipsum erat quincuplū tantū ad quadratū .k.d. erit ex secūda parte decime quinti quadratū .d.c. minus q̄drato .k.d. ideoq; d.c. minor .k.d. sūt .g.d. m. equalis .k.d. & prodeat .m.n. usq; ad circūferentiā que sit perpēdicularis ad .a.b. & iungatur .n.cum .b. Cum igitur .d.k. & .d.m. sūt equalēs erunt ex diffinitione eius quod est aliquas lineas a centro equidistare due linee .h.k. & .m.n. equaliter distantes a centro. ideoq; eq̄les adinuicē ex secūda parte .12. tertii. & ex secūda parte tertie eiusdem itaq; .m.n. est equalis .m.k. nam .h.k. erat equalis ei. At quia .a.b. dupla est ad .b.d. & .k.m. dupla est ad .d.k. & quadratū .b.d. quincuplū ad q̄dratū .d.k. erit ex .15. quinti q̄dratum .a.b. similiter quincuplū ad quadratū .k.m. est enim quadratum dupli ad quadratū dupli: sicut quadratū simpli ad quadratū simpli. Ex demōstratione enim .16. manifestū est q. diameter sphaere est potēcialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figure .20. basium ergo .k.m. est equalis lateri exagoni circuli figure .20. basium. nam diameter sphaere que est .a.b. ē. potēcialiter quincupla: tam ad latus exagoni circuli illius figure q̄ ad .k.m. Rursusq; ex demōstratione eiusdē manifestū est q. diameter sphaere cōstat ex latere exagoni & duplici lateri decagoni circuli figure .20. basium. cum ergo .k.m. sit tanq̄ lat⁹ exagoni. at uero .a.k. sit equalis .m.b. nam ipsa sūt residua equaliū demptis eq̄lib⁹ erit .m.b. tanq̄ latus decagoni: quia igitur .m.n. est tanq̄ latus exagoni. na ipsa ē eq̄lis .k.m. erit ex penultima primi & .10. hui⁹ .n.b. tanq̄ lat⁹ pētagoni figure circuli .20. basium. & q̄a ex demōstratione .16. appar⁹ q. lat⁹ pētagoni circuli figure .20. basium ē latus eiusdē figure .20. basium q̄stat lineā .n.b. esse lat⁹ istius figure.



Dividatur itaq; c. b. que est latus cubi ab assignata spera circūscriptibilis p̄m
 proportionē habentē mediū duorū extrema in pūcto. p. sitq; maior portio eſt
 p. b. constat igitur ex demōstratione p̄misse q; p. b. est latus figure. 12. baliū.
 Inuenta ergo sunt latera. 5. p̄missosq; corporū ex diametro spera nobis p̄posi-
 ta. est enī latus. a. e. pyramidis. 4. baliū 5. e. b. latus cubi. f. b. latus octocedri. at
 utro. n. b. latus yccedri: linea aut. p. b. latus duodecedri. Que aut. hōrū latera
 sunt maiora aliis sic habet. constat enī q; a. e. est maior. f. b. nam arcus. a. e. est
 maior arcu. f. b. itemq; f. b. est maior. e. b. & c. b. maior q̄. n. b. at uero. n. b. di-
 co etiā esse maiore q̄. p. b. cum enī sit. a. c. dupla ad. c. b. erit ex quarta secūdi
 quadratū. a. c. quadruplū ad quadratū. c. b. cōstat autē ex secūda pte correla-
 riū. 8. sexti: & ex correlario. 17. eiūde q; quadratū. a. b. triplū est quadratū. b.
 e. sed p. 21. sexti quadratū. a. b. ad q̄dratū. b. e. est sicut quadratū. b. e. ad qua-
 dratū. c. b. ex eo q; p̄portio. a. b. ad. b. e. est sicut. b. e. ad. b. c. ex secūda pte cor-
 relariū. 8. sexti. itaq; p. 11. quinti quadratū. b. e. triplum est ad quadratū. c. b. &
 quia quadratū. a. c. quadruplū est ad idem quadratum ut ostēsum est: erit ex
 prima pte. 10. quinti q̄dratum. a. c. minus q̄drato. b. e. ideoq; linea. a. c. maior
 est linea. b. e. ideoq; a. m. multo maior. b. e. manifestū uero ex. 9. huius q; si li-
 nea. a. m. diuisa fuerit p̄m p̄portionē habentē mediū duorū extrema erit ma-
 ior portio eius linea. k. m. que est equalis. m. n. At uero cum. b. e. diuidit. p̄m
 eandē p̄portionē uidelicet habentē mediū duorū extrema: maior eius portio
 est linea. p. b. cum itaq; tota. a. m. sit maior tota. b. erit. m. n. que est equalis ma-
 iori portioni. a. m. maior q̄. p. b. que est maior portio. b. c. hoc autē manifestū
 est ex secūda. 14. libri que sine auxilio alicuius earū que sequunt. firma demō-
 stratione solidatur: ergo. per. 19. primi a fortiori. n. b. maior est q̄. p. b. Quare
 patet latera horum. 5. corporū p̄missosq; fere eo ordine quo corpora seinuicem
 sequunt. se inuicē excedere. in cubo enī dūtaxet & octocedro habet hic instan-
 tias. nam latus octocedri excedit latus cubi quāuis cubus antecedit octocedrū
 Cubum autē p̄mittunt idcirco octocedro: quia eadem diuisione diametri assi-
 gnate spera latus pyramidis. 4. bases triangulas habētis & latus cubi inuenit.
 est igitur. a. e. latus pyramidis maius laterib⁹ ceterosq; corporū: post ipsū autē
 est. f. b. latus octocedri maius sequentiū corporū laterib⁹. Tercio ordine sequi-
 tur in magnitudine. e. b. latus cubi. Quarto uero loco est. n. b. lat⁹ icocedron
 Minimū autē est omniū. p. b. latus duodecedron uel duodecedri.

¶ Explicit liber Tertiusdecimus. Incipit liber Decimusquartus.

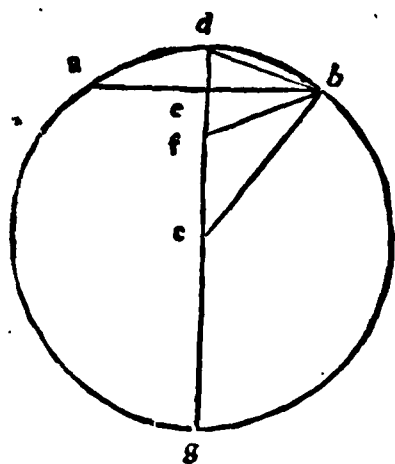
Propositio 11.



Mnis perpendicularis a centro circuli du-
 cta ad latus pentagoni intra circulū ipsū
 descripti dimidio lateris decagoni atq; di-
 midio lateris exagoni intra circulum eun-
 dē descriptorū ambob⁹ dimidiis in longū
 directūq; coniunctis equalis esse pbatur.
 patet igitur q; perpendicularis ducta a cen-
 tro circuli ad latus pentagoni est equalis
 perpendiculari ducte a cētro ad lat⁹ trian-
 guli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti
 directe coniunctis.

¶ Sit linea. a. b. latus pentagoni equilateri inscripti circulo: cuius centrum
 c. & ducatur a centro. c. perpendicularis ad lineam. a. b. que per secundam

LIBER



partem tertie terti diuidet ipsam per equalia. & arcum eius etiam per equalia ex quarta primi. & 2. 7. terti sitq; hec perpendicularis linea. c. d. secans. a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. d. est igitur ut diximus linea. a. e. equalis linee. c. b. & arcus. a. d. arcui. d. b. ptraaturq; linea. d. b. de qua constat q; ipsa est latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti cum ipsa subtrahatur medietati quinti totius circūferentie: dico itaq; q; linea. e. c. est equalis medietati linee. c. d. & medietati linee. d. b. in longum directumq; cōiunctis. Compleatur quidem diameter. d. c. sitq; d. c. g. & sit. e. f. equalis. e. d. & protrahant. b. f. eritq; ex. 4. primi. b. f. equalis. b. d. ideoq; per. 5. primi angulus. b. d. f. erit equalis angulo. b. f. d. constat autem ex ultima sexti q; angulus. g. c. b. quadruplus est ad angulū. b. c. d. eo q; arcus. g. b. quadruplus est arcu. b. d. at uero angulus. g. c. b. per. 32. primi duplus est angulū. b. d. c. nam ipse est extrinsecus duo bus qui sunt. b. d. c. & d. b. c. at ipsi sunt equales ex. 5. primi: igitur angulus. b. d. c. duplus est ad angulum. b. c. d. quare angulus quoq; b. f. d. duplus est ad angulum. b. c. f. sed angulus. b. f. d. est equalis duobus inrinsicis que sunt. b. c. f. & c. b. f. per. 32. primi. itaq; duo anguli. b. c. f. & c. b. f. sunt equales. ideoq; etiam. c. f. per. 6. primi. c. f. est equalis. b. f. ideoq; etiam. c. f. est equalis. b. d. nam b. d. & b. f. sunt equales adinueniem: quare dimidiū. c. d. cum dimidio. b. d. est quantū dimidiū. c. d. cum dimidio. c. f. at uero dimidiū. c. d. cum dimidio. c. f. est quantū dimidiū. c. f. bis cum dimidio. f. d. dimidium autē. c. f. bis est quantū. c. f. & dimidiū. f. d. est quantū. e. f. itaq; c. e. est quantū dimidiū. c. d. cum dimidio. q; b. & d. b. quod est propositū. Correlariū autē si constat: manifestū est enim ex. 8. tredecimi libri q; perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentiam. hoc quidē ibi demonstratū est & quali correlariū conclusum. cum igitur ex hac prima istius. 14. libri pateat q; perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentiā & dimidio lateris decagoni sequitur q; perpendicularis ducta a centro ad latus trianguli: dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti: & hoc est quod ex correlario pponitur. Nunc ergo explicandū est quod ait Aristeus in libro intitulo. Expōitō sciētie. 5. corporū: nec nō & Appollonius in dono secundo: in proportionalitate figure. 12. basium ad figuram. 20. basium dicens: q; proportio superficierū figure habentis. 12. bases ad superficies figure habentis 20. bases. est tanq; pportio corporis. 12. basium ad corpus. 20. basium: linea etenim ducta a centro circuli pentagoni figure. 12. basium duodecetri ad circūferentiam eius est quasi linea prodiens a centro circuli trianguli figure. 20. basium ycocedri ad circūferentiā eius. hec sunt ipsius magni appollonii uerba. Intelligenda autem sunt de figura. 12. & figura. 20. basium ab una eademq; spe ra circūscriptibiliū. Est enim proportio corporis duodecetri ad corpus ycocedri pariter acceptarū ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas quē. admodum Appollonius premissorū uerborū prima parte cōmemorat: quod & decima huius. 14. libri solida demonstratōne stabilitur. & est circulus circūscribens pentagonū duodecetri equalis circulo circūscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron & ycocedron eadem spe ra circūscribit quē admodum ipse appollonius secunda parte premissorū uerborum cōmemorat: quod etiā in quinta huius libri demonstratōne firmatur: premitenda sunt igitur antecessoria ad tantorum uiroꝝ eloquia inconcussa ueritate corroboranda.

ad basium pentagoni & per in
tra pentagonum sit equalis linea
perpendiculari ducte a centro

7 sicut omnes superficies
eius duodecetri

Propositio .2.



Quid accidit uni linee diuise secundū pportionē habentem medium & duo extrema omni lineæ si militer diuise probatur accidere &c.

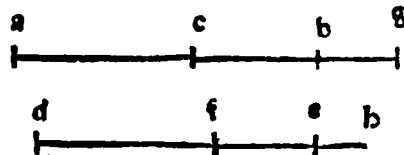
¶ Sit utraq; duarū lineæ .a.b. & .d.e. diuise s̄m pportionē habentem medium duoq; extrema. hec quideꝫ in .c. illa uero in .f. s̄ntq; maiores portiones: huius quideꝫ .a.c. illius autē .d.f. dico itaq; q̄ ambarū ad sui maiores portiones est una pportio. itēq; ambarū ad sui minores portiones est proportio una ad quoq; maiorū portionū ad minores una. & e contra-rio & pmutatim & coniunctis & euerſim. Nihil enī aliud est quicquid uni earū accidit. idem quoq; alii accidere. cōstat enī ex diffinitione lineæ s̄m ppor-tione habentē medium duoq; extrema diuise. & ex prima pte. 16. sexti: q̄ illud quod fit ex .a.b.in.b.c. est equale quadrato .a.c. Eodemq; modo quod fit ex .d.e.in.e.f. est equale quadrato .d.f. ideoq; pportio eius quod fit ex .a.b.in. b.c. ad quadratū .a.c. est sicut eius quod fit ex .d.e.in.e.f. ad quadratū .d.f. utraq; enī est pportio eq̄litas: igitur quadruplū eius quod fit ex .a.b.in.b.c. ad qua-dratum .a.c. sicut quadruplū eius quod fit ex .d.e.in.e.f. ad quadratū .d.f. qd̄ ex .15. quinti: & pmutata & equa pportionalitate manifestū est quare p̄unctis quadruplū eius quod fit ex .a.b.in.b.c. cum quadrato .a.c. ad quadratū .a.c. sicut quadruplū eius quod fit ex .d.e.in.e.f. cum q̄drato .d.f. ad quadratū .d.f. Adiungatur autē s̄m rectitudinē ad lineam .a.b. una linea que sit equalis .b.c. que dicatur .b.h. & ad .d.e. adiungat equalis .e.f. que dicat .e.h. Manifestū est igitur ex octaua secundi libri q̄ q̄druplū eius quod fit ex .a.b.in.b.g. cū qua-drato .a.c. est equale quadrato lineæ .a.g. at uero similiter quadruplū ei⁹ quod fit ex .d.e.in.e.h. cum quadrato .d.f. est equale q̄drato .d.h. At uero ex cōmuni sciencia quadruplū eius quod fit ex .a.b.in.b.c. equū est q̄druplo eius quod fit ex .a.b.in.b.g. eo q̄ .b.c. & .b.g. s̄nt equales. similiter quoq; q̄druplū eius quod fit ex .d.e.in.e.f. equū est quadruplo eius quod fit ex .d.e.in.e.h. eo q̄ .e.f. & .e.h. s̄nt etiā equales: igit̄ ex prima pte septime quinti: & undecima quinti eiusdeꝫ quadratū .a.g. ad quadratū .a.c. sicut q̄dratuū .d.h. ad quadratū .d.f. Quare ex secūda parte. 21. sexti pportio lineæ .a.g. ad lineā .a.c. est sicut lineæ .d.h. ad lineam .d.f. & cōiunctim .a.g. & .a.c. ad .a.c. sicut .d.h. & .d.f. ad .d.f. at uero .a.g. cum .a.c. s̄nt tanq̄ duplum .a.b. & .d.h. cum .d.f. tanq̄ duplū .d.e. quare dupla .a.b. ad .a.c. sicut duplū .d.e. ad .d.f. & pmutatim duplum .a.b. ad duplū .d.e. sicut .a.c. ad .d.f. sed duplum .a.b. ad duplum .d.e. sicut .a.b. ad .d. c. ex .15. quinti: igitur .a.b. ad .d.e. sicut .a.c. ad .d.f. itaq; pmutatim & euerſim & conuerſim & diſiunctim & cōiunctim: quod oportebat ostendere.

Propositio .3.

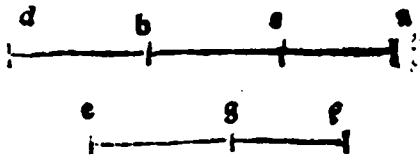


Diuiso latere exagoni s̄m pportionē habentē medium duoq; extrema. maior eius portio erit lat⁹ decagoni circūscripti circulo ipsum exagonū circūscribēte.

¶ Sit linea .a.b. latus exagoni alicuius circuli & diuisa secundū pportionē habentē mediū duoq; extrema in pūcto .c. s̄ntq; ma-ior portio eius .b.c. dico q̄ cuiuscūq; circuli .a.b. est lat⁹ exagoni eiusdeꝫ .b.c. erit latus decagoni. Adiungat enī ad lineā .a.b. linea .b.d. que sit lat⁹ decagoni illius circuli cuius .a.b. est latus exagoni: eritq; ex nota. 13. linea .a.d. diuisa se-cundū pportionē habentē mediū duoq; extrema. & maior portio eius erit linea .a.b. cum igitur utraq; duarum linearum .a.b. & .a.d. sit diuisa s̄m pro-portionem habentem medium duoq; extrema. igitur erit per prenissam am-



LIBER



habetur lat' decagoni

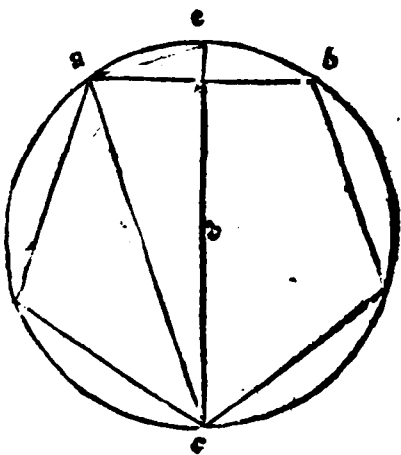
per

harum ipsarum ad sui maiores portiones una proportio. itaq; d. a. ad. a. b. que est eius maior portio. sicut. a. b. ad. b. c. que est etiam eius maior portio. sed. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. ex diffinitione linee diuise p^m p^oportionē habentem mediū duoq; extrema & maior portio eius: sicut ex undecima q^ui. a. b. ad. b. d. sicut. a. b. ad. b. c. quare per secundā partem. 9. quinti. b. d. & b. c. sunt equales. cum ergo. b. d. sit latus decagoni erit quoq; ex cōmuni sciētia. b. c. latus decagoni. Vel aliter ad lineam. a. b. adiungatur. b. d. equalis. b. c. eritq; ex 4. tredecimi tota. a. d. diuisa p^m p^oportionē habentem medium duoq; extrema: & maior portio eius linea. a. b. itaq; per conuersam. 9. tredecim quam cōtinue post ipsam demonstrauim^{us} cuius circuli linea. a. b. est latus exagoni eiusdem linea. b. d. ideoq; linea. b. c. sibi equalis est latus decagoni. Possumus iterum idem alia uia si libet demonstrare. Sit enim. e. f. equalis. a. b. que etiam diuidatur in. g. p^m p^oportionē habentem medium duoq; extrema: & sit maior portio eius linea. f. g. constat igitur ex premissa q^uod admo dū. a. b. est equalis. e. f. sicut. a. c. est equalis. e. g. & c. b. equalis. g. f. cumq; fuerit. b. d. adiuncta ad. a. b. latus decagoni illius circuli cuius. a. b. est lat^{us} exagoni erit sicut prius dictum est ex. 9. tredecimi tota. a. d. diuisa p^m p^oportionē habentem medium: duoq; extrema. & maior eius portio erit linea. a. b. itaq; per premissam. a. b. ad. b. d. sicut. f. g. ad. g. e. quare per primam partem. 15. sexti. quod sit ex. a. b. in g. e. equum est ei quod sit ex. b. d. in. f. g. cumq; a. b. sit equalis. e. f. & erit quod sit ex. e. f. in. g. e. equum est ei quod sit ex. b. d. in. f. g. Sed quod sit ex. e. f. in. g. e. equum est quadrato. f. g. ex diffinitione linee diuise p^m p^oportionē habentem medium: duoq; extrema. & ex prima parte. 16. igitur quod sit ex. b. d. in. f. g. est equale quadrato. f. g. ideoq; ex prima sexti linea. b. d. est equalis. f. g. & quia. f. g. est equalis. e. b. erit quoq; c. b. equalis. b. d. & lat^{us} decagoni quod oportebat ostendere.

Propositio .4.



Vadratum lateris pentagoni intra circulū descripti quadratū que linee que illius pētagoni angulo subtēditur: ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.



¶ Sit in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. inscriptus unus pentagonus equilateralis. cuius unum latus sit. a. b. & protrahatur diameter. c. d. e. diuidens lineam a. b. & eius arcus per equalia. Est igitur arcus. a. e. medietas quinte partis circūferentie illius circuli: quare arcus. a. c. est due quinte totius circūferentie: protrahatur itaq; due linee. a. e. & a. c. eritq; a. e. latus decagoni equilateri: eo q^uod eius arcus est medietas quinte partis circūferentie. linea uero. a. c. erit que subtenditur uni ex angulis pentagoni predicti: eo q^uod arcus. a. c. est due quinte partis circūferentie circuli: dico itaq; q^uod quadrata duarum linearum. a. b. & a. c. pariter accepta quincuplum sunt ad quadratū linee. d. e. est enim ex quarta secund quadratū linee. c. e. quadruplum ad quadratū linee. d. e. Cum autem angulus. c. a. e. sit rectus ex prima parte. 30. tertiū. eruntq; ex penultima primi quadrata duarum linearum. c. a. & a. e. quadruplum ad quadratū. d. e. igitur quadrata trium linearum. c. a. & a. e. & d. e. quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. & quia ex decima tredecimi libri quadratū. a. b. est equale quadratis duarum linearū. a. e. & d. e. sequitur ut quadrata duarum linearum. a. b. &

c. a. sint quincuplum ad quadratum d. e. quod est propositum.

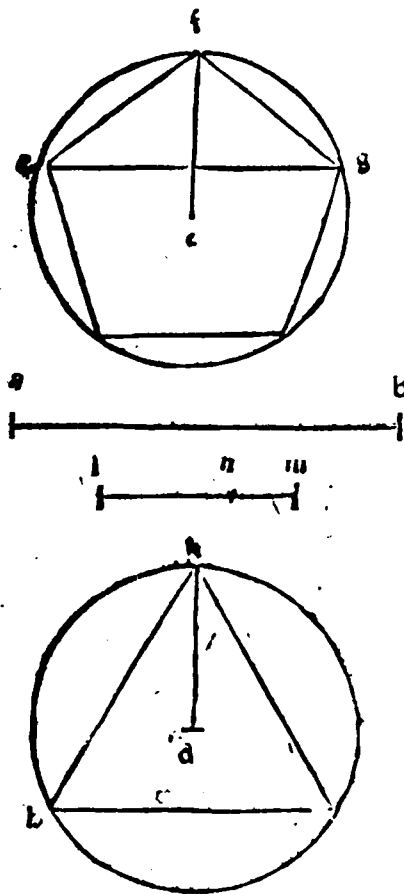
¶ Manifestum est ergo qd quadratū lateris cubi atq; quadratū lateris figure duodecim basium cum cubum & figuram duodecim basium eade; spera circūscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplū sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circūscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.

¶ Istud correlarium uere manifestum est: constat enim ex demōstratione. 17. tredecimi libri: qd latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubum & duodecedron una eademq; spera circūscribit: itaq; per hanc quātam linea obice constat correlarium &c.

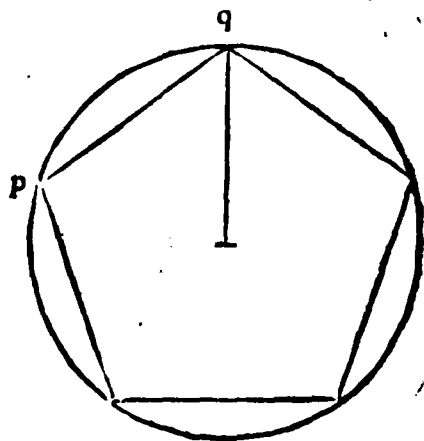
Propositio 5.

Pentagonus figure duodecim basium triangulusq; figure uiginti basium quos eadem spera circūscribit: uno eodemq; circulo circūscribuntur.

¶ Sit spera cuius diameter .a. b. circūscribens duas sol idos figuras uidelicet duodecedron: cuius unus ex duodecim pentagonus sit .c. ycedron: cuius unus ex .20. triangulus sit .d. pentagono autē 3. c. & trigono .d. super duo centra .d. & .c. circūscribantur duo circuli huic quidem .f. c. ex .14. quarti. illi uero .f. d. ex .5. eiusdem: dico itaq; qd hi duo circuli sperarum propositarū quorum alter circūscribit pentagonū .c. alter uero trigonū .d. sunt equales. Singrentur enim duo latera pentagoni .c. unum ex suis angulis: continencia litteris .e. f. & .f. g. & protrahantur linea .c. g. que subtendat angulū .f. & semidiameter circuli que sit .c. f. unūquo; qd ex lateribus trigoni .d. signef litteris .k. h. & protrahatur semidiameter sui circuli que sit .d. k. dehinc sumat linea .l. m. ad quam sit linea .a. b. que est diameter sperę assignate quincupla in potentia. que quidem .l. m. diuidatur in .n. & in proportionē habentem medium duorū extrema. sitq; maior portio eius linea .l. n. & in quantitatē totius .l. m. eritq; ex correlario. 15. quarti linea .l. m. tanq; latus exagoni equilateri circulo .p. q. inscripti. ideoq; per tertiam huius linea .l. n. erit tanq; latus decagoni equilateri eidem circulo inscripti: igitur ex .11. quarti inscribat pentagonus equilaterus circulo .p. q. cuius unum latus sit .p. q. eritq; ex .10. tredecimi libri quadratum .p. q. equale quadratis duarum linearum .l. m. & .l. n. pariter acceptis. constat autē ex demōstratione. 16. tredecimi qd .h. k. est equalis .p. q. ergo quadratum .h. k. est equale quadratis duarum linearum .l. m. & .l. n. pariter acceptis. At uero ex demōstratione. 17. tredecimi. manifestū est qd .e. g. est latus cubi ab eadem spera circūscriptibilis: quare p correlariū. 14. tredecimi. a. b. que est diameter sperę potēcialiter est tripla ad .e. g. que est latus cubi. si autem .e. g. diuidatur in proportionē habentē medium duorū extrema patet ex demōstratione. 17. tredecimi qd .e. f. est tanq; maior portio eius: igitur ex secunda huius .e. g. ad .l. m. sicut .e. f. ad .l. n. nam ut tota ad totam. sic maior portio ad maiorem. itaq; per .21. sexti quadratum .e. g. ad quadratum .l. m. sicut quadratum .c. f. ad quadratum .l. n. quare per .15. quinti quadrata duarum linearum .e. g. & .c. f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum .l. m. & .l. n. pariter accepta sicut quadratū .e. g. ad quadratum .l. m. ergo per .15. quinti: & permutata proportionalitatem & equam triplum duorum quadratorum duarum linearum .e. g. & .c. f. pariter acceptorū ad quadrata duarum linearum .l. m. & .l. n.



lineas azules .p. q. utaq;
 p. d. m. a. e. a. azules .p. q.
 sicut azules lineae .l. m.

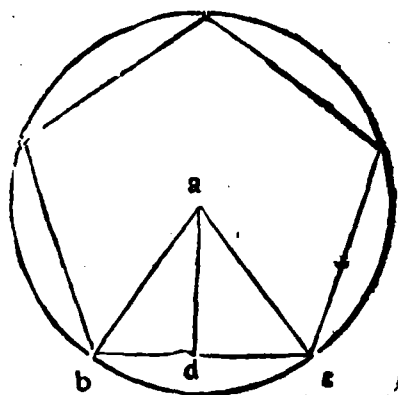


pariter accepta. sicut triplum quadrati. e.g. ad quadratū. l.m. triplum autē. e.g. quadrati est tanq̃ quadratum. a.b. ex correlatio. 14. tredecimi: at quadratū a.b. est per ypothecum quincuplū ad q̃dratum. l.m. ergo triplum quadrati. e.g. quincuplum quoq; est quadrati. l.m. quare etiam triplum quadratoꝝ duarū linearū. e.g. & e.f. pariter acceptoꝝ est quincuplū ad quadrata duarū linearū. l.m. & l.n. piter acceptis: & quia pbatū est q̃ quadratū. h. k. est equale quadratis duarū linearū. l.m. & l.n. piter acceptis. sequitur ex cōmuni sciētia ut triplū quadratoꝝ. e.g. & e.f. sit quincuplū ad quadratū. h. k. constat autē ex 8. tredecimi q̃ quincuplū quadrati. h. k. est quindecuplū ad q̃dratū. d. k. nam simplū est triplum. Ex quarta huius constat q̃ triplum quadratoꝝ. e.g. & e.f. est quincuplū quadrati. e.f. nam simplum est quincuplum. itaq; quindecuplum quadrati. c. f. est equale quindecuplo quadrati. d. k. ideoq; per. 15. quind quadratū. c. f. est equale quadrato. d. k. quare etiam linea. c. f. est equalis lineae d. k. ergo ex diffinitione circuloꝝ equalium circulus circūscribens pentagonū c. est equalis circulo circūscribenti trigonū. d. quod erat ex principio demonstrandum. nam semidiametri horum circuloꝝ sunt equales uidelicet. c. f. & d. k.

Propositio .6.



Vadratum quoq; quod est triangulū alias triginctuplum tetragoni qui sub per pēdiculari ducta a cētro circuli circūscribentis pentagonū figure duodecim basium ad latus pentagoni atq; sub latere ipsius pentagoni cōtinetur omnibus superficiēb⁹ corporis duo

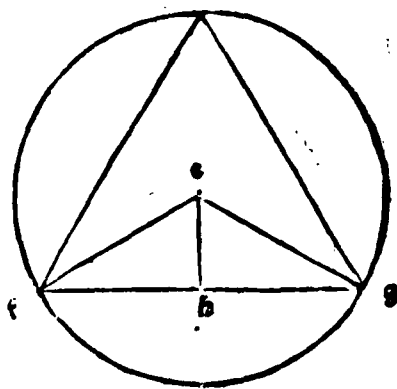


decim basiū pariter acceptis esse equale ex necessitate cōuincitur ¶ Sit pentagonus. a. una ex. 12. basibus figure duodecēdri. & unū ex eius lateribus sit. b. c. sibi q; ex. 14. quarti circūscribat circulus supra centrū. a. & protrahatur linea. a. b. & a. c. & a. d. ppendicularis. ad. b. c. dico ergo q̃ triginctuplum eius quod sit ex. a. d. in. b. c. est equale omnib⁹ (upficiēb⁹ duodecēdri pariter acceptis. constat enim pentagonū. a. esse diuisibilem in quinq; triangulos equales triangulo. a. b. c. ex. 8. primi. itaq; omnes. 12. pētagoni duodecēdri cū omnes sint equales & similes pentagono. a. diuisibiles sunt in. 60. triaguloꝝ quorum quisq; p. 8. primi est equalis triangulo. a. b. c. Quod autē sit ex. a. d. in. b. c. est duplum per. 41. primi: ad triangulū. a. b. c. ergo trigincuplū eius quod sit ex. a. d. in. b. c. est sexagincuplū ad triangulū. a. b. c. nam ut simplum ad simplum: sic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes duodecēdri supficies pariter acceptę sint etiā sexagincuplū ad triagulū. a. b. c. sequit^r trigincuplū ei⁹ qd sit ex. a. d. in. b. c. sit eq̃le oib⁹ supficiēb⁹ duodecēdri piter acceptis: qd est ppositū

Propositio .7.



Vadratū quoq; qd est triangulū alias trigincuplū tetragoni qui sub perpēdiculari ducta a cētro circuli ad latus sibi inscripti triaguli figure uiginti basiū atq; sub ipso latere triaguli cōtinetur equale est omnibus superficiēb⁹ figure uiginti basiū piter acceptis



¶ Estō enī hic trigon⁹. e. una ex. 20. basib⁹ figure yccedri. & unū ex eis lateribus sit. f. g. sibi q; ex. 3. quati circūscribatur circulus super centrū. e. & protrahantur linee. e. f. e. g. & e. h. perpendicularis ad. f. g. dico igitur q̃ trigincuplum eius quod sit ex. e. h. in. f. g. est equalis omnibus superficiēbus yccedri piter acceptis. ¶ Est enī trigonū. e. esse diuisibile in tres triganos: quoꝝ quilibz

per octauas primi est equalis trigono. e. f. g. itaq; omnes. 20. trigoni ycocedri pariter accepti: cum cuncti si in equales similes trigono. e. sunt tanq; sexagincuplum trigoni. e. f. g. & quia per. 14. primi quod sit ex. e. h. in. f. g. est duplus trigoni. e. f. g. ideoq; trigincuplū huius est equale sexagincuplo illius. sequitur ut trigincuplū. e. h. in. f. sit equale omnib; superficiēb; ycocedri pariter acceptis: quod erat demonstrandum.

Manifestum igitur est quia pportio superficieū figure duodecim basium in aliqua sphaera cōtente ad superficies figure uiginti basium in eadē sphaera cōcluse: est tanq; pportio tetragoni cōtenti sub latere pentagoni ipsius figure duodecim basium & sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsum latus pentagoni: ad tetragonum contentū sub latere trianguli ipsius figure uiginti basium & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum.

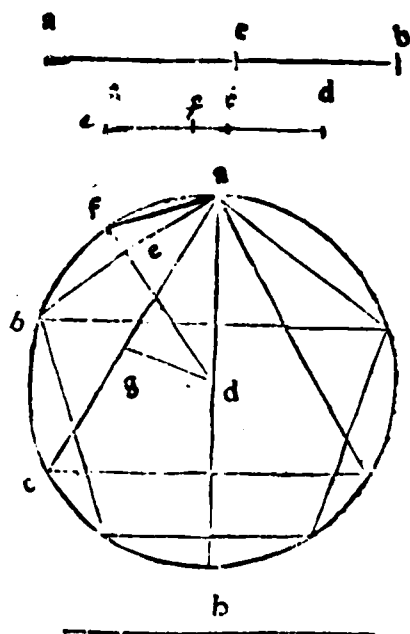
Quod p illud correlariū cōcludit uerū esse siue figura. 12. basium & figura 20. basium sint ab eadē sphaera circūscribēdiles ut ppositū: siue etiā fuerint circūscribēdiles a diuersis sphaeris: proponit autē prout hec figure sint circūscribēdiles ab eadē sphaera. quoniā hoc modo ualeat & sufficit ad ppositū. Eius ergo cōmunis ueritas sic patet. cōstat enī ex. 6. huius q; trigincuplū. a. d. in. b. c. equum est oibus superficiēbus duodecedri pariter acceptis: cuius pentagoni. a. est una ex. 12. superficiēb; & ex hac. 7. stat similiter q; trigincuplū. e. h. in. f. g. equū est oibus superficiēb; ycocedri piter acceptis: cuius trigoni. est una ex. 20. basib;: siue illud duodecedron & istud ycocedron eadē sphaera circūscribit siue diuerse. itaq; pportio trianguli. a. d. in. b. c. ad oēs superficies illius duodecedri piter acceptas est sicut trianguli. e. h. in. f. g. ad oēs superficies ycocedri pariter acceptas utrobique enī est pportio eqlitatis: qre pmutatis trigincuplū. a. d. in. b. c. ad trigincuplū. e. h. in. f. g. sit oēs superficies illius duodecedri ad oēs superficies huius ycocedri. & p. 15. qnti trigincupli ad trigincuplū est sicut simpli ad simplū. Constat igitur per. 11. quinti q; pportio omniū superficieū illius duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri est eius quod sit ex. a. d. in. b. c. ad id quod sit ex. e. h. in. f. g. & hoc est quod ex correlario proponitur.

Propositio .8.

Proportio cūctarū superficieū corporis duodecim basium piter acceptarū ad cūctas superficies corporis uiginti basium pariter acceptas que ab una sphaera ambo circūscribuntur est tanq; pportio lateris cubi quē circūscribit eadē sphaera ad lat^{us} trianguli ipsius corporis uiginti basium.

Ut ab huius. 8. demonstratiōis libri. 14. pcessu ambiguitas ois abscedat: istud scire oportet. Quod si aliq; linea sūm pportionē habentē mediū duoq; extrema fuerit diuisa: & ex medietate ei^{us} tanq; dimidiū siue maioris portionis detrahatur: ipsa quoq; medietas sūm pportionē habentē mediū: duoq; extrema diuisa erit. & eius maior portio ē tanq; dimidiū maioris siue duple. uerbi gratia sit a. b. diuisa sūm pportionē habentē mediū duoq; extrema in. c. & maior ei^{us} portio sit. a. c. & sit. d. e. tanq; dimidiū. a. b. & d. f. tanq; dimidium. a. c. dico ergo q; d. e. diuisa est in. f. sūm pportionē habentē mediū duoq; extrema: & maior portio eius est. d. f. cōstat enī ex. 15. qnti q; pportio. a. b. ad. a. c. est sicut. d. e. ad. d. f. uidelicet duplū ad duplū tanq; simplū ad simplū. qre pmutatis. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. igit p. 9. qnti. c. b. ad. f. e. sicut. a. b. ad. e. est. itaq; c. b. dupla ē. d.

LIBER



ad.f.e. sic eni est.a.b.ad.d.e.cum igitur tota.e.b. sit dupla ad tota.d.e.& singu
le ptes.a. b.ad singulas ptes.d.e. qre.ex.15. qnti &.u. eiusde & diffinitioe linee
diuise fm proportionē habentē mediū duosq; extrema erit linea. d.e.diuisa in
f. quēadmodū proponit. Nunc igit demōstrationi eius quod ppositū est infi
stamus. Ad cuius exemplū sit.a.b.c.circul⁹ cuius centrū.d.circūscribēs pen
tagonū duodecēdri & trigonū ycocedri:que ambo piter eadē spera circūscri
bit & concludit.nam ex.5. huius manifestū est q; idē circul⁹ hui⁹ pentagonū
& illi⁹ rigonū circūscribit.sit aut linea.a.b.latus pētagoni.& linea.a.c.trigonū
sit q; linea.h.tanq; latus cubi ab eadem spera circūscripti: dico itaq; q; pportio
omniū supficierū duodecēdri piter acceptarū ad oēs supficies ycocedri piter
acceptas est sicut linea.h.ad lineā. a.c.pducas qdē a centro.d.ppēdicularis.
ad.a.b.que trāseat usq; ad circūferētiā secās.a.b.in pūcto.e. & arcū ei⁹ in pū
cto.f.hanc autē perppēdicularē cōstat diuidere p equalia tam lineā.a.b.q; eius
arcum chordā quidē.a.b.p secundā ptē tertie tertii:arcū uero eius p quartā
primi.&.2.7.tertiū est igit arcus.f. a.decima ps circūferētie: subtenas itaq;
libi chorda.a.f.que erit latus decagoni equilateri eiusde circuli.erit igitur ex.
9.tredecimi linea constans ex.d.f.f.a. diuisa fm pportionē habentē mediū
duosq; extrema.& maior portio eius erit linea.d.f. At uero ex prima huius.d.
e. est equalis dimidio.d.f.dimidioq;f.a.in longū directūq; cōiunctis. Sit igit
tur.d.g.perppēdicularis ad.a.c.eritq; ex correlario. 8.tredecimi.g. d.tanq; di
midium.d.f.itaq; si a linea.d.e.que est tanq; dimidiū.d.f.a.cum.d.f.&.f. a.sit
linea una:detrahaturq; eq̄lis.d.g. que est tanq; dimidiū.d.f. eritq; p illud qd
ante hoc probatū est linea.d.e.diuisa fm pportionē habentē mediū duosq; ex
trema.& maior portio erit tanq; g.d.ex demōstratione autē.17.tredecimi con
stat q; si linea.h.que est latus cubi diuidat q; fm pportionē habentē mediū
duosq; extrema. maior portio eius erit tanq; a.b. que est latus pentagoni figu
re.12.balū.itaq; p secundā huius pportio.h.ad.a.b.est sicut.d.e.ad.g.d.qua
re p primā ptē.15.sex:quod puenit ex.h.in.g.d.equum est ei qd sit ex.a.b.in
d.e.Ex correlario aut pmissis manifestū est q; pportio omniū supficierū duo
decēdri:cuius latus.a.b. piter acceptas ad oēs supficies ycocedri:cuius lat⁹
a.c.piter acceptas est sicut eius quod sit ex.a.b.in.d.e.ad illud quod sit ex. a.
c.in.g.d.igitur ex prima pte.7. quinti.&.u.eiusde pportio eius quod puenit
ex.h.in.g.d.ad illud quod puenit ex.a.c.in.g.d.est sicut omniū supficierū illi⁹
duodecēdri ad oēs huius ycocedri. At uero eius quod puenit ex.h.in.g. d.ad
illud quod puenit ex.a.c.in.g. d.est p primā sexti.sicut.h..ad. a.c.itaq; p.11.
quinti pportio omniū supficierū illius duodecēdri ad oēs hui⁹ ycocedri est si
cut.h.ad.a.c.quod est ppositū.Hoc ipsū aliter probare poterim⁹. si ad ipm
huius antecedens necessariū premiserimus quod est.

Si circulo cuilibz pētagon⁹ eq̄later⁹ inscribas rectāgulū q; sub do
drāte diametri ipsi⁹ circuli & sub dextāte ipsi⁹ linee āgulū ipsi⁹ pē
tagoni subtēdetis cōtinef eidez pētagono equū eē ex neēitate o3.
¶ Maiores nostri unūquodq; integrū in.12.partes equalas intellectu & ratione
diuiserūt omnesq; eas simul.hoc est ipsuz totū assensuocauerūt undecim ue
ro earum dixerunt deuncē. decem autem dextantez. nouē dodrantē. octo ue
ro bisse.at septūcem septantē uel quincuncē.sex autem senis:qnoq; quinquincē
quor trientē.tres aut qdrantē.duas uero sextarē.una aut appellauerūt uncia
easq; ordinē talib⁹ designauere figuris que sepiissime iueniunt in antiqs libris.

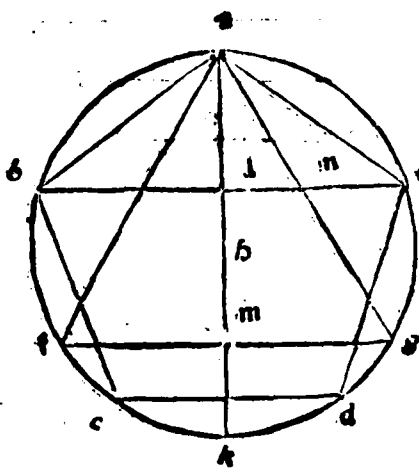
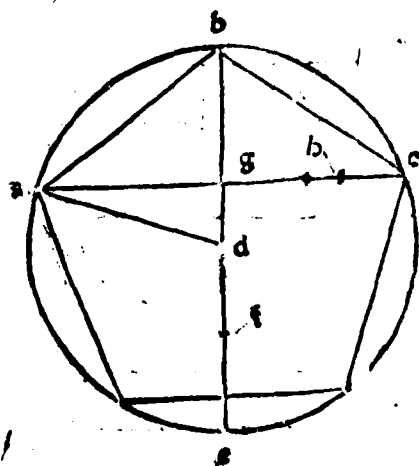
As	Deunx	Dextans	Dodrans	Bisse	Septunx
Senis	Quantunx	Triens	Quadrās	Sexans	Vncia

¶ Vnciā quoq; quā duodecimā pte assis fore dixim⁹ i alias rursus. 12. fractio-
nes. S; alia tria diuiserūt. nā medietatē unciē dixerūt semiunciā. tertiā uero du-
ellam. qrtā scilicū. sextā sexculā. octauā dragma. duodecimā semissiliā. deci-
mā octauā tremissem. uigesimalā quartā scrupulum. quadragesimā octauam
obulum. septuagesimā secundam bisuliquam. notagesimam. sextam ceracē.
Vltima uero que est cētesima qdragesima quarta ps ipsius unciē siliquā nomi-
nauerunt. His autē. 12. fractionib⁹ unciē posteriores adiungere calcū. Est autē
calculus cētesima notagesima secūda pars unciē: cuius additionis causa fuit ut
usq; ad minimū extremū diatesseron & diapente simphoniarū tonorū semito-
nouq; interuallis distinctarū harum fractionū denominatio cōscenderet uel
contenderet. & ipsas omnes p̄m ordinem talibus annotauere figuris.

ζ 2 ν 3 ρ 4 σ 5 τ 6 θ 7 ι 8 κ 9 λ 10
 Semiūciā Duella Sincili⁹ Sexcula Dragma Emissecla Tremissus

ff 24 ω 48 χ 72 ζ 96 η 144 θ 192
 Scrupulus Obulus Bisiliqua Cerates Siliqua Calculus

¶ Etus ergo qd̄ dicis sensus est: qd̄ si in aliquo circulo pētagon⁹ eqlater⁹ inscri-
bas illud qd̄ sit ex trib⁹ quatuor diametri in circulo quq; sextas linee subtendē-
tis unū ex angulis inscripti pētagoni equale est pētagono. uerbi gratia. Si cir-
culus. a. b. c. sup̄ centrū. d. ei⁹ ex. 11. qrti inscribas pētagon⁹ eqlaterus: cui⁹
duo latera unū ex suis angulis cōtinentia sint. a. b. & b. c. & angulo. b. subtrēda-
tur linea. a. c. & protrahat diameter. b. d. e. secās lineā. a. c. p̄ eq̄lia in pūcto. g.
sitq; d. f. medietas. d. e. & g. h. dupla ad. h. c. eritq; b. f. dodrās diametri: est enī
tres qrtē ipsi⁹ & a. h. erit dextrās uel sextās. a. c. ē enī. 5. sexte ei⁹. p̄trahat autē li-
nea. a. d. dico qd̄ illud quod puenit. ex. b. f. in. a. h. ē eq̄le pētagono inscripto cir-
culo cū enī. a. g. sit p̄pēdicularis ad. b. d. erit ex. 48. semi p̄mi. & illud qd̄ pro-
uenit ex. b. d. in. a. g. duplū est ad triangulū. a. b. d. ideoq; quod puenit ex. b.
f. in. a. g. triplū erit ad eundē triangulū. & quod puenit ex. b. f. in. h. g. duplū.
& ex. b. f. in. totā. a. h. quincuplū. cū itaq; totus pētagonus quincuplus sit ad
eundē triangulū. cōstat qd̄ istud quod sit ex. b. f. in. a. h. est equale pētagono. &
illud erat demonstrandū. Quod igit ex principio p̄pos. nū est nunc alia uia si-
cut p̄mūm⁹ demonstrē. sint itaq; circulo cuius centrū. h. inscripti pētago-
nus figure. 12. basiū. & trigon⁹ figure. 20. basiū q̄s eadē spera circūscribit. Cō-
stat enī ex. 5. hui⁹ qd̄ hui⁹ duodecedri pētagoni⁹ & illi⁹ ycocedri trigoni⁹ ab eodē
circulo circūducenē. sitq; pētagon⁹. a. b. c. d. e. & trigon⁹. a. f. g. & āgulo. a. pē-
tagoni subtrēdat lineā. b. c. que ex. demonstratiōe. 17. tredecimi erit latus cu-
bi quē eadem spera cōcludit: p̄trahat itaq; diameter. a. h. k. secans orthogona-
liter & p̄ eq̄lia utrāq; duarū linearū. b. c. & f. g. hanc quidē in pūcto. l. illā ue-
ro in pūcto. m. dico ergo qd̄ p̄portio omniū sup̄ficieꝝ duodecedri ad oēs yco-
cedri quorū pētagoni⁹ & trigoni⁹ p̄posito circulo sint inscripti est sicut lineā. b.
e. que est latus cubi ab eadē spera conclusū ad lineā. f. g. que est latus trigoni
ycocedri. cōstat enī ex correlā. octauī tredecimi qd̄ lineā. h. m. ē dimidiū lineā
a. h. ideoq; a. m. erit dodrans diametri. a. k. est enī eius tres quarte. sit ergo. l.
n. dupla ad. n. e. eritq; b. n. dextrās. b. e. est enī 5. quinti⁹ eius sexte. itaq; per p̄-
missum antecēdēs quod prouenit ex. a. m. in. b. n. erit equale pētagono. a. b. c.
d. e. quod autem prouenit ex. a. m. in. m. f. est equale triangulo. a. f. g. igitur ex
prima sexti p̄portio pētagoni ad trigonum est sicut. b. n. ad. m. f. quare duo-
decupli illius pētagoni ad uigincuplū isti⁹ trigoni sūt duodecupli lineā. b. n.
ad uigincuplum lineā. m. f. quod. ex. 15. quinti⁹ & equa proportionalitate ma-
nifestū est duodecuplum autem. b. n. est tanq̄ decuplum. b. e. nam. 12. dex-
trās eoequant. x. asses: hoc est. x. tota uigincuplum uero. m. f. est tanq̄ de-



LIBER

cuplum. f. g. nam. f. g. est dupla ad. m. f. igitur duo decupli istius pentagoni ad uigincuplum istius trigoni est sicut duplus. e. ad decuplum. f. g. & quia duo decuplum illius pentagoni est omnes superficies duodecedri: uigincuplum autem huius trigoni est omnes superficies ycocedri. & quia per. 15. quinti decupli. b. e. ad decuplum. f. g. sicut. b. e. simple ad. f. g. simplam erit per. 11. quinti ppor- tio omnium superficialium duodecedri pariter acceptarum ad oēs superficies ycoce- dri piter accepta. sicut. b. e. ad. f. g. Et hoc est quod oportuit nos demonstrare.

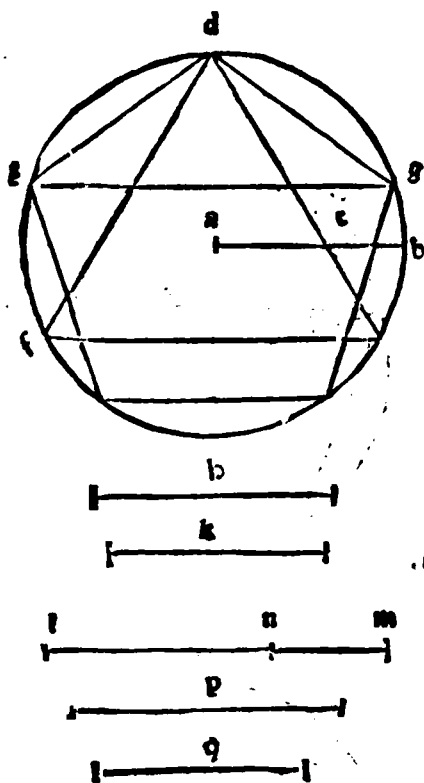
Propositio 9.



In ista quolibet linea secundum proportionem habentem medium duoque extrema erit pportio lineae potentis supra totam lineam eiusque maiorem portionem ad lineam potentem supra totam eiusdemque minorem portionem tanquam propor- tio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti ba-

sium una cum cubo ipso in eadem sphaera contenti.

¶ Sit linea. a. b. diuisa secundum proportionem habentem medium duoque extrema: & ma- ior portio eius sit linea. a. c. & super centrum. a. secundum quantitatem lineae. a. b. descri- batur circulus. d. b. e. cuius inscribitur ex. 11. quarti pentagonus cuius latus est. d. e. & ex secunda eiusdem trianguli equilaterus. cuius unus latus sit. d. f. & uni ex angulis pentagoni qui sit. d. subtrahat lineam. e. g. Constat igitur ex. 5. huius sphaera circumscribens duodecedron: cuius pentagoni latus est. d. e. circumscribit simul ycocedron. cuius triguli latus est. d. f. & ex demonstratio- ne. 17. tredecimi manifestum est quod eadem sphaera circumscribit cubum cuius latus est e. g. sumat ergo lineam. h. potens super totam. a. b. & eius maiorem portionem. a. c. & sumat. k. potens super totam. a. b. & minorem eius portionem. bc. dico itaque quod pro- portio. e. g. ad. d. f. hoc est lateris cubi ad latus trianguli ycocedri una cum ipsa cubo ab ipsa sphaera contenti: sicut. h. ad. k. constat quid est quod ex correlario. 15. quarti. quod. a. b. est tanquam latus exagoni equilateri circulo. b. d. e. inscripti: igitur ex tertia huius. a. c. est tanquam latus decagoni eiusdem circuli. itaque per. 10. 13. d. e. potens est super totam. a. b. & eius maiorem portionem. a. c. quare. d. e. est equalis. h. nam quadratum utriusque earum tantum est quantum quadrata duarum linearum. a. b. & a. c. piter accepta: patet autem ex octaua. 13. quod. d. f. est tripla potentialiter ad. a. b. At uero ex. 5. eiusdem patet quod. k. quoque tripla est potentialiter ad. a. c. ergo ex se- cunda pte. 21. sexti pportio. d. f. ad. a. b. est sicut. k. ad. a. c. quare pmutatim. d. f. ad. k. sicut. a. b. ad. a. c. & quia ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est quod si. e. g. diuidat secundum proportionem habentem medium duoque extrema: maior por- tio eius erit tanquam d. e. eritque per secundam huius pportio. e. g. ad. d. e. sicut. a. b. ad. a. c. quare per. 11. quinti erit quoque. e. g. ad. d. e. sicut. d. f. ad. k. & pmutatim e. g. ad. f. sicut. d. e. ad. k. Et quia per primam pte. 7. quinti. d. e. ad. k. sicut. h. ad. k. eo quod. d. e. & h. sunt equales: erit p. 11. quinti. e. g. ad. d. f. sicut. h. ad. k. quod est propositum. Non solum autem est pportio. e. g. lateris cubi ad. f. latus triangu- li ycocedri: sicut. h. ad. k. imo simpliciter sicut quolibet duarum linearum unius ad alteram. quarum altera potest super totam quolibet lineam diuisam secundum proportionem ha- bentem medium duoque extrema. & super eius maiorem portionem. altera uero super totam & eius maiorem portionem. nam singularum linearum talium est proportio una. uerbi gratia. maneat priores ypotheses circa lineas. a. b. h. & k. & sumat- ur quoque quilibet alia linea. que sit. l. m. diuisa secundum proportionem ha- bentem medium duoque extrema in. n. & portio maior sit. l. n. sitque linea. p. po- tens super totam. l. m. & eius maiorem portionem. l. n. & linea. q. sit potens



super totam. l. m. & eius minores portionem. m. n. dico ergo qd pportio. p. ad q. est sicut. h. ad. k. constat eni ex secunda huius. q. b. a. ad. a. c. est sicut. l. m. ad. l. n. ergo p. prima pars. 21. sexti quadrati. b. a. ad. quadratū. a. c. est sicut quadrati. m. l. ad. quadratū. n. l. qro cōiunctim qdrati. h. ad. qdratū. a. c. sicut quadrati. p. ad. quadratū. l. n. & pmutatim quadrati. h. ad. quadratū. p. sicut qdrati. a. c. ad. quadratū. l. n. Eodē argumētationis genere sequit qd pportio qdrati k. ad. quadratū. q. est sicut qdrati. c. b. ad. quadratū. n. m. & quia ex secunda huius ex prima parte. 21. sexti quadratū. a. c. ad. qdratū. l. n. sicut quadratum. c. b. ad. qdratū. m. n. erit ex. u. quinti qdratū. h. ad. qdratū. p. sicut qdratum. k. ad. quadratū. q. quare p. secundā partē. 21. sexti. h. ad. p. sicut. k. ad. q. Et pmutatis h. ad. k. sicut. p. ad. q. quod erat demonstrandū. & ne quisq. dubitationis loc. ea que demonstranda restant obfusceret: premitēda adhuc arbitramur quedā quibus sequentia firmiter demonstrationis robore inconcussa permaneant.

¶ Si aliqua plana superficies speram quālibet secet cōmūnis differētia plane superficiesi secantis & curue superficiesi spere erit circūferentia continens circulum.

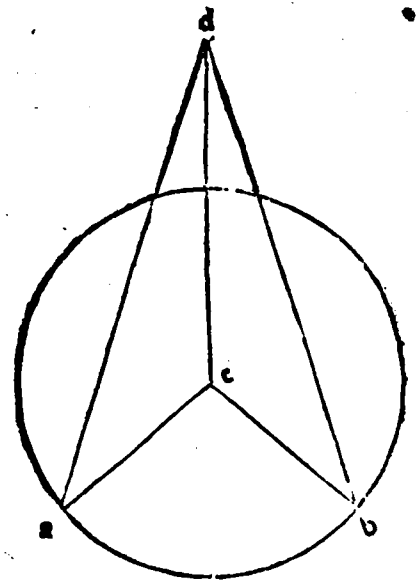
¶ Sit igit aliqua plana superficies secans speram. & sit linea. a. b. cōmūnis sectio superficiesi secantis & superficiesi spere. dico qd linea. a. b. est circūferentia circuli aut enim centrū spere est in plana superficie secante. aut extra Quod si fuerit in ea ponatur ubicunq. contigerit & sit. Quia ergo tota linea. a. b. est in superficie spere. & quia omnes linee ducte a centro spere ad ipsius circūferentia sunt equales quēadmodū constat ex diffinitione spere. sequitur ut omnes linee ducte a puncto. c. ad lineam. a. b. sint equales. est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. circulus. & eius centrū est. c. uidelicet idē qd centrū spere. si autē centrū spere fuerit extra superficiē secantē: ponat ergo ubilibet quod sit. d. a. quo sūm docti in. 11. undecimi ducatur linea. d. c. perpendicularis ad superficiē secantē. & ptraharit ab eodem centro. d. due linee recte quomodocūq. cōtingat ad lineam. a. b. que sint. d. a. &. d. b. & iungatur. c. cum. a. & cum. b. eruntq. due linee. d. a. &. d. b. equales: eo qd ipse iuxta a centro spere ad superficiē eius: ex diffinitione autē linee perpendicularis ad superficiē manifestum est anguli. d. c. a. &. d. c. b. sunt recti: ideoq. ex penultima primi & ista cōmūni sciētia: que equalibus sunt equalia inter se sunt eq̄lia: erunt quadrata duarū linearum. c. d. &. c. a. pariter acceptis: dempto itaq. utrinq. qdrato. d. c. erit quadratum. c. a. equale quadrato. c. b. quare & linea. c. a. lin. e. c. b. Eodem argumētationis genere necesse est omnes líneas ductas a puncto. c. ad lineam. a. b. esse equales. ergo ex diffinitione circuli superficies quā continet linea. a. b. est circulus: & eius centrum est. c. quod est propositum.

¶ Ex hoc itaq. manifestū est qd cum superficies secat sperā super centrum eius sector pueniens in superficie spere est linea continēs circulū cuius centrum est centrū spere. Cum autē superficies secat speram non super centrum eius sector quoq. proueniēs in superficie spere est linea cōtinens circulū cuius centrū est punctus ille quo incidit ppendicularis ducta a cetro spere ad superficiē secantē.

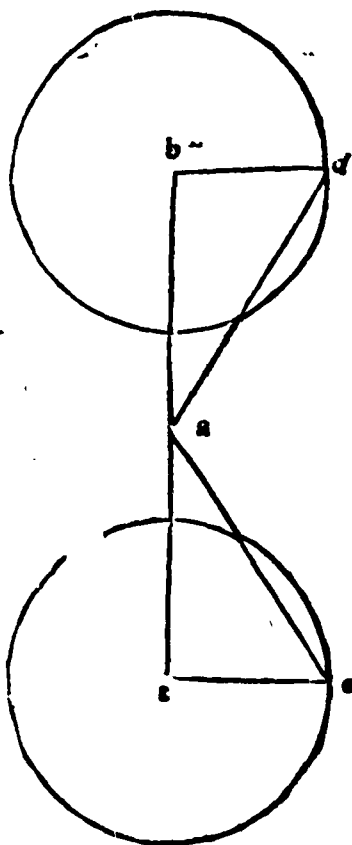
¶ Amplius autem dico qd.

¶ Si in spera aliqua fuerit circuli equales ppendiculares ducte a centro spere ad superficies illos: circuloz erunt adinuicē equales.

¶ Sint in spera cuius centrū. a. signati duo circuli. b. & c. equales ad quorum



adpropria equales qdratos
Ina p. lineaz. r. d. a. n. b.
partes



superficies protrahant a centro spere uidelicet a puncto .a. perpendiculares *pm* q̄ docet .a. undecima: ad hunc quidem .a. b. ad alium autē .a. c. dico q̄ dupl. nee .a. b. & .a. c. sunt equales: protrahantur enim a punctis .b. & .c. singule linee recte ad circūferētiās illorum circuloꝝ prout libuerit in hoc quidem .b. d. in illo autē .c. e. & iungat .a. cum .d. & cum .e. eritq̄ ex diffinitione linee supra superficie perpendiculaꝝ stantis utriq̄ duoru anguloꝝ .a. b. d. & .a. c. e. rectus. At uero ex secunda parte premissi correlarii. Manifestū est q̄ duo puncta .b. & .c. sunt centra circuloꝝ .b. c. ideoq̄ due linee .b. d. & .c. e. sunt semidiametri eorum: qui circuli cum ponant equales sequitur ex diffinitione equaliu circuloꝝ has semidiametros esse equales: & quia due linee .a. d. & .a. e. sunt equales. quia sunt ducte a centro spere ad eius superficiem: erunt ex penultima primi due perpendiculares .a. b. & .a. c. equales quod oportebat demonstrare. Nūc igitur ad propositum redeamus.

Propositio .10.



Proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri q̄ ambo una eademq̄ spere includit: est sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

Hoc est quod superius post demonstrationē prime huius auctoritate Aristei & appollonii cōmemorauim⁹: cuius demonstratio ex his que premissa sunt euidenter elicitur. Ex quibus quidē huius manifestū est q̄ circuli quoꝝ alter circūscribit pentagonū duodecedri: reliquus uero trigonū ycocedri. que ambo corpora spere una cohercet sunt aduicē equales: itaq̄ erūt perpendiculares a centro spere ad superficies omniū circuloꝝ circūscribētium pentagonos huius duodecedri & trigonos illius ycocedri in eoru cētra cadētes aduicem equales. sicut ex premissis manifestū est. nam omnes hi circuli teste. 5. huius sicut dictū est equales sunt sibi ad inuicē: piramides igitur quae sunt bases pentagoni duodecedri. conī autē earum sunt centri spere. atq̄ piramides quarū bases sunt trigoni ycocedri. & conī earū similiter centrum spere sunt eque alte cunctarū quidē pyramidū altitudinē mesurant uel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes: piramides autē eque altas suis basibus pportionales esse oportet quēadmodū in. 6. duodecimi pbatū est: itaq̄ proportio pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidē cuius basis trigonū ycocedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonū. ideoq̄ p. 24. quinti pportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidē cuius basis trigonus ycocedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonū. hec autē. 12. piramides quarū sunt bases. 12. pentagoni duodecedri sunt tanq̄ totum corpus ipsius duodecedri. At. 12. pentagoni tanq̄ omnes superficies eius: itaq̄ pportio corporis duodecedri ad piramidē cui⁹ basis est trigonus ycocedri est sicut pportio omniū superficierū. duodecedri ad trigonū ycocedri. quare rursus ex. 24. quinti pportio corpori duodecedri ad uigincuplū illius pyramidis cuius basis est trigonus ycocedri est sicut omniū superficierū duodecedri ad uigincuplū trigoni ycocedri. cum igit uigincuplū huius pyramidis sit tanq̄ totū corp⁹ ycocedri ad uigincuplū illi⁹ trigoni tanq̄ omnes superficies ipsius ycocedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo una eademq̄ spere concludit. sicut proportio omniū superficierū corporis duodecedri pariter acceptarū ad omnes superficies corporis icocedri pariter acceptas. Hoc autem est p̄dictorum philosophoꝝ de proportionē hoꝝ duoꝝ corpoꝝ sentētia fixa solidaq̄ demonstratione roborata

eui quoq; addicendum est hoc. nam cum proportio lateris cubi ad latus tri-
guli corporis ycedri una cum ipso cubo ab eadem sphaera conclusi sit sicut
proportio omniū superficię corporis duodecetri piter acceptę ad omnes
superficies ipsius ycedri in eadem sphaera cōclusi sicut ex. 8. huius demon-
stratum est. ex. 1. quinti proportio corporis duodecetri ad corpus ycedri
que ambo sphaera una circūuoluit tanq; proportio lateris cubi eidemq; sphaere in-
scriptibilis ad latus ipsius trigoni ycedri. Amplius autē quia diuisa quali-
bet linea sphaera proportionem habentē mediū duoq; extrema ē proportio lineę
potentis super totā & eius maiore portionem ad lineam potentē super totam
& eius minorem portionem sicut lateris cubi alicui sphaere inscripti ad latus tri-
goni corporis ycedri ab eadē sphaera circūducti sicut ex. 9. huius demon-
stratum est. erit etiā ex. 2. quinti ut diuisa qualibet linea sphaera proportionem
habentem medium duoq; extrema sit proportio lineę potentis super totam &
eius maiore portionem ad lineam potentē super totā & eius minore portionem
ueluti pportio corporis duodecetri ad corpus ycedri que ambo una atq;
eadem sphaera circūscribit. Ex dictis igitur manifestū est q; proportio lateris cu-
bi alicui sphaere inscripti ad latus trigoni ycedri ab eadem sphaera circūscripti.
itemq; pportio cunctarū superficię duodecetri ad cunctas superficies yce-
dri que ambo super eadē sphaera circūscribit. Et rursus pportio lineę potentis
super quālibet lineā diuisam sphaera proportionē habentē mediū duoq; extrema
& super eius maiore portionē ad lineam potentem super eandem & sup eius mi-
norem portionē atq; iteq; pportio corporis duodecetri ad corpus ycedri
que ambo una eadēq; sphaera choeret est proportio una. Mirabilis itaq; ē po-
tentia lineę sphaera proportionē habentem mediū duoq; extrema diuise: cui cum
plurima philosopharū admiratione digna cōueniant hoc principiū uel prin-
cipium ex superiorū principiū inuariabili procedit natura ut tā diuersa soli-
da tū magnitudine tum basū numero tum etiam figura irrationali quadā sim-
phonia rationaliter conciliat. Quippe demonstratū est q; proportio duode-
cetri corporis ad ycedroni corpus que ambo sphaera una coambit est quasi
proportio lineę potentis super quālibet lineam sphaera prefatam proportionem
diuisam & super eius maiore partē ad quālibet lineā potentē super eandem &
eius minorem partem. quoniam uero de tribus ceteris corporibus regularib;
noti habemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.

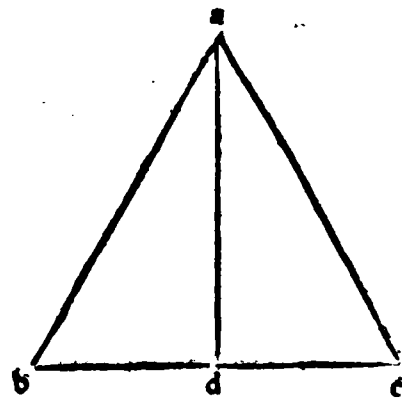
Propositio .11.

In omni triangulo equilatero si ab uno angulorū eius
perpendicularis ad basim ducatur latus eius de trianguli
ad ipsā perpendicularē potētiā sexq;tertū cōueniet.
¶ Sit enī triāgulus eqlaterus. a. b. c. ducaturq; ab angulo. a. lineā
a. d. perpendicularis ad basim: dico q; a. b. ē potētiā sexq;tertū ad. a. d. sunt
quidē ex. 5. primi duo anguli. b. & c. eq̄les & quia anguli ad. d. sunt recti erit
p. 26. primi lineā. b. c. diuisa p equalia in puncto. d. itaq; ex quarta scđi q̄dra-
tū. b. c. q̄druplū ad q̄dratū. b. d. itaq; etiā q̄dratū. a. b. q̄druplū ē ad q̄dratū. b.
d. Est enī triāgul⁹ eqlater⁹ q̄re p perul. primi q̄drata duarū linearū. a. d. & b.
d. piter accepta q̄druplū sūt ad q̄dratū. b. d. itaq; q̄dratū. a. d. triplū ē ad qua-
dratū. b. d. q̄stat ergo ppositū. Propositio .12.



In is trigonus equilaterus cuius est latus rationale
superficies medialis esse probatur.

¶ Sit ut prius triāgulus. a. b. c. equilaterus & sit latus eius. a. b.
rationale siue in longitudine siue in potentia tantum dico itaq; q;
ipse triāgulus est superficies medialis: ducatur enim perpendicu-



17. *laris. a. d. ab angulo. a. ad basim: eritq; ex premissa & ex. 6. decimi & dione su-*
perficiet rōnalis quadratū linee. a. d. rōnale & linea. a. d. rōnalis i potētia: ipsa
autem ex ultima parte decimi mediāte premissa erit incommensurabilis linee. a.
basideoq; & linea. b. d. que est tanq; eius dimidiū. sunt itaq; due linee. a. d. & b.
d. rōtionales potencialiter tantū cōcantes. igit ex. 19. decimi superficies utrius
eay; in alteram est medialis. cunq; superficies utrius eay; in alteram sit equalis
trigono. a. b. c. constat uerum esse quod diximus.

Propositio . 13 .



Vnde superficies utriuslibet duorū solidorū quorū late-
 rū est piramis quatuor basiū triangulariū & equilate-
 rarum reliquū uero ē corp⁹ octo basiū triangulariū
 & equilateray; pariter accepte: si diameter spere ea cir-
 cūscribentis rōnalis fuerit componunt superficiē medialem.

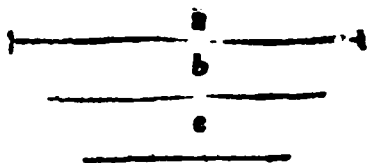
¶ Nam si diameter spere alterorū duorū propositorū corporū circūscribentis fue-
 rit rōnalis siue i longitudine siue i potētia tantū erit ex correlario. 13. tredecimi
 libri lat⁹ piramidis rōnale i potētia & ex correlario. 15. eiusde; lat⁹ quoq;
 corporis octo basiū rōnale i potētia. q̄re p premissa; trianguli q; sunt bases
 utriuslibet corporis erunt superficies mediales. & quia trianguli utriuslib; eorū (sibi
 adinuicem) sūt equales: erūt ex. 21. decimi oēs superficies utriuslib; eorū pariter
 accepte componentes superficiem medialem quēadmodū pponitur. 22.

Propositio . 14 .



I tetracedron o & octocedron una eadēq; spere circū-
 scribat erit una ex basibus tetracedri sexquitertia ad
 ad unam ex basibus octocedri: oēs autem bases octo-
 cedri piter acceptas ad omnes bases tetracedri pariter
 acceptas sexquialteram pportionem habere necesse est.

¶ Sit aliqua spere cuius diameter .a. circūscribens piramidem cuius latus. b.
 & octocedron cuius latus. c. dico itaq; q; triangulus equilaterus cuius latus.
 b. sexquitercius est ad triangulū equilaterū cuius latus. c. & q; superficies quā
 pponunt octo trianguli equilateri cuiusq; quorū est latus. c. sexquialtera est ad
 superficiem quā componunt quatuor trianguli equilateri cuiusq; quorū est la-
 tus. b. constat enim ex correl. 13. tredecimi q; quadratū. a. ad quadratū. b. si-
 cut. 6. ad. 4. igitur econuerso quadratū. b. ad quadratū. a. sicut. 4. ad. 6. Ex
 correlario uero. 15. eiusdem manifestū est q; quadratū. a. ad quadratū. c.
 sicut. 8. ad. 3. itaq; per equam proportionalitatem quadratū. b. ad. quadratū
 c. sicut. 4. ad. 3. quadratū autem. b. ad. quadratū. c. est sicut trigonū equila-
 terus cuius latus. b. ad trigonū equilaterum cuius latus. c. Vtrobique enim est
 sicut. b. ad. c. proportio duplicata ex secunda parte. 18. sextis igitur trigonū eq-
 laterus cuius latus. b. ad trigonum equilaterum cuius lat⁹. c. sicut. 4. ad. 3. q̄-
 re constat prima ps propositi. Ex quo euidenter elicitur scda: erit enī per con-
 uersam pportionalitatem: trigonū equilaterus cui⁹ latus. c. ad trigonum eq-
 laterum cuius latus. b. sicut tria ad quatuor. ideoq; octuplum trigoni equila-
 teri cuius latus. b. est. sicut octuplum ternariū ad quadruplū quaternariū. hoc
 autem sicut. 24. ad. 16. & quia octuplum trigoni equilateri cuius latus. c. est
 omnes bases octocedri cuius latus. c. & quadruplum trigoni equilateri cuius
 latus. b. est omnes bases piramidis cuius latus. b. & quia proportio. 24. ad.
 16. est sexquialtera sequitur ut superficies quam componunt omnes bases oc-
 tocedri cuius latus. c. ad superficiem quam componunt omnes bases pirami-
 dis cuius latus. b. sexquialtera sicut diximus in proportionē respiciat.



*7 c. ad quadratū p̄m + an
 gule cui⁹ latus*

18

Propositio. 15.

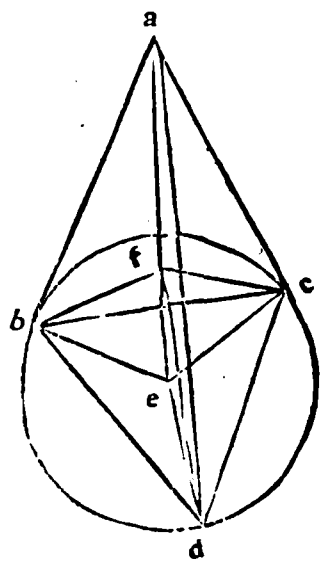
Piramide quatuor basium triangularium atque equilateralium intra sphaera quolibet collocata si a quolibet angulorum eius per centrum sphaere recta linea ad basim ducatur in centrum circuli basim circumscribetis eam cadere atque eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

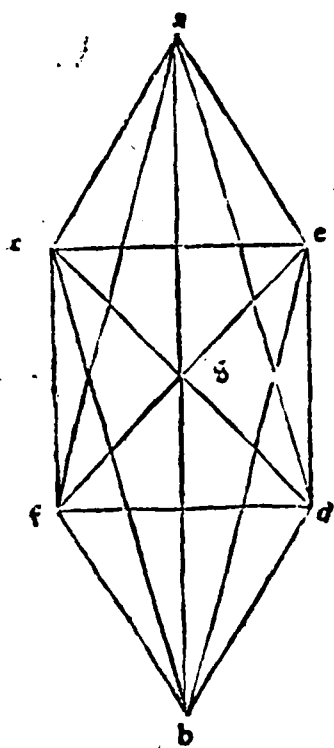
¶ Sit piramis. a. b. c. d. 4. basium triangularium atque equilaterum intra sphaeram aliquam cuius centrum sit .f. collocata & cum quolibet quatuor angulorum istius piramidis possit esse conus eius at quolibet quatuor triangulorum basium Imaginemur nunc eius solidum angulum .a. esse conum & triangulum .b. c. d. imaginemur esse basim atque huic basi intelligamus circumscriptum esse circulum .b. c. d. deinceps a puncto .a. quem imaginati sumus conum piramidis ducamus ad basim .b. c. d. lineam rectam transeuntem per punctum .f. qui est centrum sphaere circumscribentis piramidem de qua disputamus & occurrat hec linea superficiei .b. c. d. quam imaginati sumus basem piramidis super punctum .e. dico igitur quod punctum .e. est centrum circuli .b. c. d. & quod linea .a. f. est perpendicularis ad superficiem .b. c. d. producamus enim lineas .f. b. f. c. f. d. & quia quatuor puncta .a. b. c. d. sunt in superficie sphaere cuius centrum .f. propter hoc quod illam sphaeram posuimus esse circumscribere hanc piramidem erunt omnes quatuor lineae .f. a. f. b. f. c. f. d. adinuicem equales sunt enim ductae a centro sphaere ad eius superficiem: ergo quia duo latera .a. f. & f. b. trianguli .a. f. b. sunt equalia duobus lateribus .a. f. & f. c. trianguli .a. f. c. & basis .a. b. basi .a. e. nam piramis posita est equilatera: erit ex octaua primi angulus .a. f. b. equalis angulo .a. f. c. ideoque per .13. primi angulus quoque .b. f. e. erit equalis angulo .c. f. e. Eodem modo probabis angulum .d. f. e. esse equalem angulo .c. f. e. necesse est enim ex octaua primi ut angulus .a. f. e. sit equalis angulo .a. f. d. quare per .13. primi angulus quoque .c. f. e. erit equalis angulo .d. f. e. sunt igitur tres anguli .b. f. e. c. f. e. d. f. e. adinuicem equales. protractis igitur lineis .e. b. e. c. & e. d. sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem equales. deoque per .9. tertii punctus .e. est centrum circuli .b. c. d. & quia perpendicularis ducta a centro sphaere ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt uidelicet ex his que decimam huius immediate precedunt didicisti conuincitur lineam .a. f. e. esse perpendicularem ad superficiem circuli .a. b. c. quemadmodum proponitur. Sin autem erunt eiusdem circuli duo centra quod natura tanquam impossibile exhorruit.

Propositio 16.

Solidum octo basium triangularium atque equilateralium quod ab aliqua sphaera circumscribitur diuisibile est in duas piramides eque altas quarum altitudo equalis est semidiametro sphaere: basis autem utriusque quadratum quod est sub duplum quadrato diametri sphaere.

¶ Esto corpus octo basium triangularium atque equilaterum cuius sex anguli sint .a. b. c. d. e. f. circumscripta a sphaera cuius centrum .g. stat itaque quod sex puncta .a. b. c. d. e. f. sunt in superficie sphaere cuius centrum .g. si igitur centrum .g. iungatur cum quolibet horum sex punctorum erunt duae lineae iungentes ipsius eis adinuicem equales cum ipse sint .a. centrum sphaere ad superficiem: cum autem ex correl. 15. tredecimi sit diameter sphaere potentialiter duplum ad latum huius corporis erit ex quinta secundi latum huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum sphaere. quadratum ergo .e. f. duplum est ad quadratum .c. g. ideoque eorum duobus quadratis duae lineae .c. g. & g. f. itaque per penult. primi angulus .c. g. f. est





rectus. eadem ratione quisq; triangulorum. $f.g.d.d.g.e.$ & $e.g.c.$ est rectus q̄
re per. 14. primi & $c.g.d.$ & $f.g.c.$ est linea una: igitur ex scda. 11. quinque pun-
cta. $c.f.d.e.g.$ sunt in superficie una. Manifestum est autem ex quinta primi:
& 32. eiusdem q̄ quilibet quatuor angulor. $c.e.d.f.$ est rectus: igitur ex diffi-
nitione quadrati (superficies. $c.e.d.f.$ est quadrata. & quia latus eius est latus p-
positi corporis. constat ex correlario. 15. tredecimi istud quadratum esse sub-
duplum quadrato diametri (sper. consimili quoq; ratiocinatione p̄stat utranq;
duar. linear. $a.g.$ & $g.b.$ cum qualibet quatuor linear. $c.g.f.g.d.g.c.g.$ conti-
nere angulum rectum: ideoq; ex. 4. undecimi utranq; earum esse perpendicu-
larem ad superficiem $c.e.d.f.$ & ambas. sc3. $a.g.$ & $g.b.$ per. 14. primi compone-
re lineam unam: diuisum est igitur propositum corpus in piramidem $a.c.f.d.$
 $e.$ cuius basis quadratum. $c.e.d.f.$ quod est subduplum quadrato diametri spe-
re & etiam altitudo lineae. $a.g.$ que est semidiameter sper. & in piramidem $b.c.$
 $f.d.e.$ cuius basis est predictum quadratum & eius altitudo linea. $g.b.$ quod
est semidiameter sper.: & hoc est qd' oportebat ostendere.

Propositio. 17.



Piramidē quatuor basium triangulariū atq; equilate-
rarū spera aliqua circūscribente erit proportio tetra-
goni qui sub linea potēcialiter sub sexquitercia ad do-
drantez lateris ipsius pyramidis & sub linea super qui-
q; ptiente uicesimas septimas eiusdem dodrantis continetur ad q̄-
dratum diametri sper. sicut corporis ipsius pyramidis ad corpus
octo basium triangularium atq; equilaterarum que ambo eadē
spera circūducantur.

¶ Sit spera cuius diameter. $a.b.$ & centrum. $h.$ circūscribens piramidē quatuor
basium triangularium atq; equilaterarum. $a.c.d.$ & corpus octo basium trian-
gularium atq; equilaterarum qd' sit. $e.$ sitq; linea. $l.m.$ potencialiter sub sexqui-
tercia ad dodrantem lineae. $a.c.$ que est latus pyramidis & linea. $n.m.$ ptineat do-
drantem predictus & eius quinque uicesimas septimas sitq; $p.$ quadratū diametri.
 $a.b.$ dico itaq; q̄ proportio pyramidis. $a.c.d.$ ad octocedron. $e.$ est sicut (super-
ficii. $l.m.n.$ ad quadratum. $p.$ imaginemur enim solidum angulum. $a.c.$
conum pyramidis & basim pyramidis cuius unum latus est. $d.c.$ secare diame-
trum sper. in puncto. $f.$ eritq; quēadmodum ex ratiocinatione. 13. tredecimi
manifestum est. $a.f.$ dupla ad. $f.b.$ cumq; etiam. $a.b.$ sit dupla ad. $b.h.$ erit ex. 19
quinti. $b.f.$ dupla ad. $h.f.$ ideoq; $a.f.$ quadrupla ad. $f.h.$ imaginemur igitur su-
perficiem secantem piramidem. $a.c.d.$ super centrum sper. equidistantem basi
ipsius. sitq; linea. $g.k.$ communis sectio huius superficii & triaguli. $a.c.d.$ erit
q̄ ex. 17. undecimi proportio. $c.a.$ ad. $a.g.$ sicut. $f.a.$ ad. $h.f.$ igitur. $c.a.$ ad. $a.g.$ si-
cut. 4. ad. 3. sic enim est ex eversa proportionalitate. $f.a.$ ad. $a.h.$ constat etiam
ex scda parte. 29. primi & 16. undecimi & 10. eiusdem & prima parte scde sexti
& diffinitione similium superficialium & similium corporum q̄ piramis. $a.g.$
 $k.$ est similis pyramidi. $a.c.d.$ ideoq; ex. 8. duodecimi proportio pyramidis. $a.c.$
 $d.$ ad piramidem. $a.g.k.$ est sicut. $c.a.$ ad. $a.g.$ triplicata quare sicut. 4. ad. 3. tri-
plicata. constat autem ex secunda octauī q̄ proportio quatuor ad tres tripli-
cata est sicut. 64. ad. 27. itaq; proportio pyramidis. $a.c.d.$ ad piramidem. $a.g.$
 $k.$ ē sicut. 64. ad. 27. fiat ergo triagul' equilater'. $q.r.$ ex linea eq̄li. $a.g.$ quā cō-
stat ēē dodrantez lineae. $a.c.$ & pducatur linea. $q.t.$ ppendicularis ad. $r.$ eritq; ex. 11
hui' linea. $q.t.$ potēcialiter sub sexquitercia ad lineam. $q.r.$ ideoq; eq̄lis. $l.m.$ adiciat
quoq; lineae. $r.f.$ linea. $l.x.$ ita q̄ pportio. $r.x.$ ad. $r.s.$ sit sicut. 64. ad. 27. diuida-

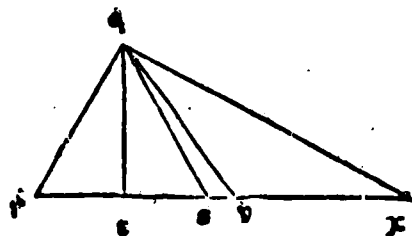
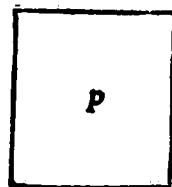
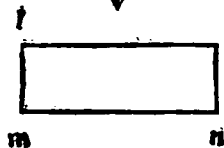
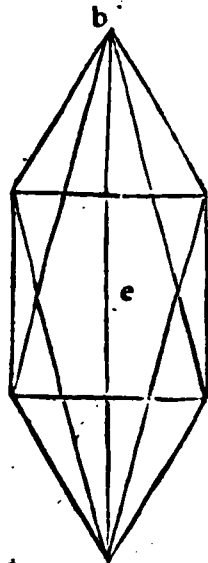
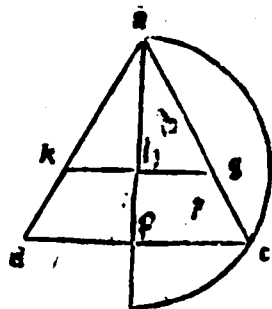
r.x. per equalia in.u. ut. fit. r.u. 32. de partibus illis de quibus. r.f. est. 27. aut
 r.x. 64. erit q. r. u. equalis. m.n. Er ducantur linee. q.u. & q.x. eritq. ex prima sex
 ti pportio trianguli. q.r.x. ad triangulū. q.r.f. sicut. 64. ad. 27. cumq. p eandē
 triangulus. q.r.x. sit duplus ad triangulū. q.r.u. at ex. 41. primi qd fit ex. q.c.
 in. r.u. duplū quoq. sit ad triangulū. q.r.u. erit qd fit ex. q.c. in. r.u. & ipsū ē
 equale supficii. l.n. egle triangulo. q.r.x. quare pportio supficii. l.n. ad tria-
 gulū. q.r.f. est sicut. 64. ad. 27. iōq. sicut pyramidis. a.c.d. ad pyramidē. a.g.k
 manifestū ē aut ex. 15. hui⁹ q. linea. a.f. ē ppendicularis ad basī pyramidis. a.c
 d. iōq. p. 19. undecimi linea. a.h. est etiā ppendicularis ad basī pyramidis. a.g
 h. igit altitudo. a.g.k. pyramidis ē semidiameter spere. diuidat itaq. octoce-
 dron. e. quēadmodū pponit premissa: erit itaq. utraq. duarū pyramidū in q̄s
 ipsū ē. diuidit eque alta pyramidē. a.g.k. nā singulā altitudo ē semidiameter
 spere. quia igit oēs laterate pyramides eque alte suis basib⁹ sunt pportionales
 ut i. 6. duodecimi demonstratū ē erit pportio pyramidis. a.g.k. ad utraq. earū
 in quas diuidit octocedron. & sicut basis eius ad bases earū q̄re p. 24. quinti
 pportio pyramidis. a.g.k. ad totū octocedron. e. est sicut sue basī quā cōstat
 esse equalē triangulo. q.r.f. ad bases ambay pyramidū in quas diuidit. e. pari-
 ter acceptas quas pstat esse equales quadrato diametri spere per premissas ut
 delict. p. quoniam ergo pportio pyramidis. a.c.d. ad pyramidē. a.g.k. ē sicut tri-
 gonū uel tetragonū. l.n. ad trigonū. q.r.f. uidelicet. 64. ad. 27. & pyramidis. a.g
 k. ad octocedron. e. sicut trigonū. q.r.f. ad quadratū. p. erit p equā proportio-
 nalitātē pportio pyramidis. a.c.d. ad octocedron. e. sicut tetragonū. l.n. ad qua-
 dratum. p. & hoc erat demonstrandum.

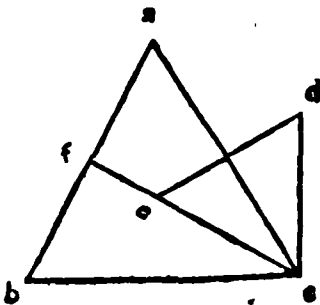
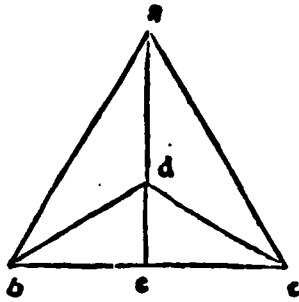
¶ Ex premissis igitur manifestum est q. ppendicularis ueniēs
 a centro spere piramidem quatuor basium triangularium atq.3
 equilateralum circumscribentis ad quālibet basī ipsius pirami-
 dis equalis est sexte parti diametri spere.

¶ Cum enim cuncti trianguli piramidem ambiētes sint similes & equales erūt
 quoq. circuli ipsos circumscribentes equales. ideoq. pperpendiculares a cen-
 tro spere ad eosdē circulos in eorum centra erunt etiam equales: ppendi-
 culares autem cadentes ad circulos sunt pperpendiculares ad bases pyramidis
 itaq. pperpendiculares ad bases sunt adinuicem equales. linea autem. h.f. est p-
 ppendicularis ad basim pyramidis. a.c.d. quam. h.f. quia constat ex predictis
 esse sextam partem diametri. a.b. relinquitur ergo esse uerum qd per correl.
 concluditur. Idem aliter demoastrare contingit si prius hoc antecedens fuerit
 stabili ratione firmatum.

¶ In omni triangulo equilatero linea descendens ab uno angulo
 rum eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicu-
 lam que a centro circuli trigonū ipsum circūscribentis ad quod-
 libet latus eius protrahitur.

¶ Sit enim triangulus. a.b.c. equilateralis sitq. d. centrum circuli ipsum circū-
 scribentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse
 equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta. a
 b.c. in circūferentia circuli ipsū trigonū circūscribentis. ptraahatur aut. a.
 d. in continuū & directū quousq. obuiet lateri. b.c. super punctū. e. cōstat igit
 rur ex octaua primi q. angul⁹. a.d.b. ē equalis angulo. a.d.c. iōq. ex. 15. primi
 angulus. b.d.e. est equalis angulo. c.d.e. quare per quartam primi. b.e. est eq̄
 lis. e.c. & anguli q. sunt ad. e. recti: itaq. d.e. ppendicularis est ad. b.c. ueniēs





a centro circuli circūscribentis trigonū $a.b.c.$ & $a.e.$ perpendicularis est etiā ad $b.c.$ ueniens ab uno angulorum predicti trigoni: dico ergo q̄ $a.e.$ tripla ē ad $e.d.$ constat enim q̄ tetragon⁹ qui sit ex $d.e.$ in $e.b.$ equalis est trigono $b.d.c.$ tetragon⁹ quoq̄ qui sit ex $a.e.$ in $e.b.$ equalis est trigono $a.b.c.$ at quia trigon⁹ $a.b.c.$ tripl⁹ est ad trigonum $d.b.c.$ eritq̄ tetragon⁹ qui sit ex $a.e.$ in $e.b.$ tripl⁹ ad eum qui sit ex $d.e.$ in $e.b.$ cum igitur ex prima sexti sit proportio tetragon⁹ in $e.b.$ ad tetragonum $d.e.$ in $e.b.$ sicut $a.e.$ ad $e.d.$ erit $a.e.$ tripla ad $e.d.$ quēadmodum proponitur.

¶ Necesse est ergo ut perpendicularis cadēs ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circūscribentis.

¶ Nunc itaq̄ qd̄ promissum⁹ absoluiam⁹ ad hoc autem imaginemur piramidē quatuor basium triangularium atq̄ equilaterā cui⁹ una ex quatuor basib⁹ eiu⁹ sit trigon⁹ $a.b.c.$ circūscriptam esse a sphaera cui⁹ centrum $d.$ & p̄trahatur linea $d.e.$ perpendicularis ad superficiem trianguli $a.b.c.$ quam constat cade re in centrum circuli dictum trigonum circūscribentis. dico igitur lineam $d.e.$ esse sextam partem diametri spere propositam piramidem circūscribentis producam enim lineam $d.c.$ & lineam $c.f.$ perpendicularē ad lineam $a.b.$ quam $c.f.$ ex proximo correlario constat transire per punctū $e.$ & ex premisso antecedente triplam esse ad $e.f.$ Constat autem ex quarta secundi q̄ scdm q̄ quadratum diametri spere cuius centrum $d.$ est. 36. est quadrat⁹ semidiametri $d.c.$ 9. ex correl. autem. 13. tredecim⁹ est quadrat⁹ $b.c.$ 24. & per. 11. hui⁹ quadrat⁹ $c.f.$ 18. & per premissum antecedens quadrat⁹ $c.e.$ 8. quia igitur ex penul. primi quadrat⁹ $d.c.$ est equale quadratis duarum linearum $d.e.$ & $e.c.$ est autem quadrat⁹ $d.c.$ 9. & quadrat⁹ $c.e.$ 8. prout quadrat⁹ diametri spere est. 36. relinquatur quadrat⁹ $d.e.$ unum prout quadrat⁹ diametri spere ē. 36. itaq̄ linea $d.e.$ est unum prout diameter spere ē. 6. qd̄ oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis q̄ semidiameter spere circūscribentis corpus. 8. basium triangularium atq̄ equilaterarum tripla est in potentia ad perpendicularē a centro spere circūscribentis ipsum ad quālibet earum basium descendētem: constat quidem quēadmodum dictum est prius q̄ cum omnes bases huius corporis sint equales & similes erunt circuli ipsas circūscribentes equales ideoq̄ perpendiculares a centro spere in ipsorum circulorum centra cadentes erunt adinuicem equales. cumq̄ perpendiculares ad circulos basium sint quoq̄ perpendiculares ad bases sequitur ut perpendiculares a centro spere ad singulas bases adinuicem sint equales. Si ergo qd̄ dicimus de perpendiculari ad unam suarum basium probetur: relinquatur uerum esse qd̄ proponitur. Sit itaq̄ ut prius triangul⁹ $a.b.c.$ una ex basibus octocedri circūscripti a sphaera cuius centrum $d.$ & cetera quoq̄ fiat ut prius cum igitur ex correl. 13. tredecimi⁹ diameter spere sit potencialiter dupla ad latus octocedri. sequitur ut latus octocedri sit potencialiter duplum ad semidiametrum spere. ideoq̄ cum quadrat⁹ lineę $b.c.$ est. 12. quadrat⁹ lineę $d.c.$ que est semidiameter spere. 6. ex. 11. autem huius cu⁹ quadrat⁹ $b.c.$ est. 12. quadrat⁹ $c.f.$ est. 9. Et ex premisso antecedente quadrat⁹ $c.e.$ est. 4. itaq̄ cum quadrat⁹ $d.c.$ que est semidiameter spere est. 6. quadrat⁹ $c.e.$ est. 4. & quia ex penultima primi quadrat⁹ $d.c.$ est equale quadratis duarum linearū $c.e.$ & $e.d.$ sequitur ut quadrat⁹ $e.d.$ sit duo prout quadrat⁹ $d.e.$ est. 6. constat ergo qd̄ diximus.

Propositio. 12.

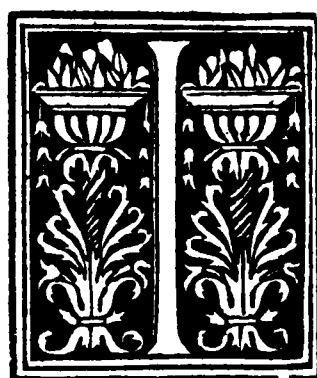
DVplūm quadrati quod ex diametro spere cubū circū scribentis describit equū ē omnib⁹ superficieb⁹ ipsius cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque que a cētro spere ad quālibet ex superficiebus cubi producit medietati lateris cubi eiusdē eq̄lis esse ex necessitate conuincitur.

¶ Manifestum est enī ex correlario. 14. tredecimi q^d diameter spere cubum includens tripla est in potentia ad latus cubi. cum igitur quadratū diametri spere triplū sit ad quadratum lateris cubi & ita triplum: duplū quadrati diametri spere equū sit sexcuplo quadrato lateris cubi. Sunt autē oēs superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur. itaq³ duplum quadrati diametri spere equū est omnibus superficiebus cubi. Cōstat igitur prima ps: scđam aut partem ex. 18. & 19. & 40. undecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo euenire necesse est ut ex medietate lateris cubi i bis se quadrati producti ex diametro spere ipsum cubum ambientis cubi soliditas producat^r:

¶ Explicit liber decimusquartus Incipit liber Decimusquintus.

Propositio .1.

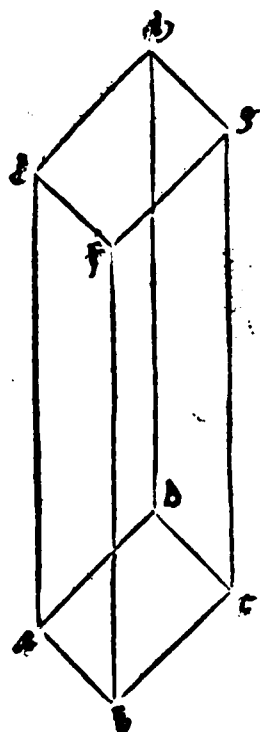


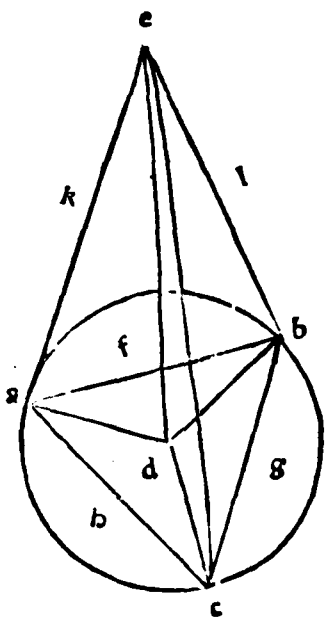
Ntra propositum cubum corpus hābens quatuor bases triangulas equalium laterum designare.

¶ Sit cubus cuius basis est quadratum .a.b.c.d. suprema uero eius superficies quadratum .e.f.g.h. Ipsum autem hac arte fabricare conueniet quadrato basis s^m quālibet lineas ex. 45. primi descripto super singulos angulos eius ex. 12. undecimi cathetus s^m mensuram lateris ipsius quadrati erigatur quos ex .6. undecimi constat esse equidistantes.

Quib⁹ ergo eorum bini & bini corausto eis imposito equidistanter lateri quadrati continentur. Constat igitur esse compositum cubum: nam quatuor eius laterales superficies sunt quadrate ex. 33. primi & ex. 34. eiusdem & diffinitione quadrati: de suprema autem superficie manifestum est quoq³ q^d ipsa ē quadrata ex. 10. imo. 24. undecimi & hac cōscia que equalib⁹ sunt equalia sibi quoq³ sunt equalia: & ex diffinitione quadrati. Si itaq³ huic cubo libeat corpus quatuor basium triangularium & equilaterarū inscribere: in basi & in ei⁹ superficie suprema protrahant^r due diametri quarum una cōtinuet duas extremitates infimas duarū cathetorū & alia p̄tinuet supremas aliorū duorū quas aio intelliges esse .a. c. & .h. f. dehinc a duob⁹ punctis .h. & .f. terminantib⁹ diametrū sup̄ficies sup̄reme demitte ypothet^rsaliter binas & binas diametros que quatuor laterales sup̄ficies diuidant quas imaginaberis esse ab. h. quidē. h. i. & .h. c. at uero ab. f. f. a. & .f. c. has autē diametros i hac plana figura protrahere cōtempli ne multitudo linearū cōfunderet intellectum. Si igit^r figuram hāc ut oportet actu uel aio cōpleueris uidebis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus piramidē quatuor basium triangulariū esse perfectam q̄ cubo proposito ex diffinitione cōstat esse inscriptam: huius autē piramidis bases equilateras esse constat eo q^d ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt adinuicem equales.

Propositio .2.





Intra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si intra pyramidem quatuor basium triangularium & equilaterarum octocedron libeat inscribere prius conuenit pyramidem ipsam fabricare que ratione certa hoc modo componitur. Statuatur scdm cuiuslibet linee quantitatem trigonus equilaterus qui sit .a.b.c. cui circumscribat circulus supra centrum .d. & exeat .d.e. perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex .12. undecimi: que ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circumscribentis trigonum .a.b.c. & a puncto .e. cadant tres ypothemise super tria puncta .a.b.c. Est itaq; completa piramis quatuor basium triangularium & equilaterarum perahantur enim .d.a.d.b.d.c. cum igitur anguli quos continet linea .e.d. cum singulis lineis .d.a.d.b.d.c. sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem. cumq; quadratum linee .e.d. sit ex ypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli .a.b.c. erit ex penultima primi quadratum uniuscuiusq; trium ypothemisarum linearum .e.a.e.b.e.c. triplum ad quadratum semidiametri circuli .a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoq; cuiusq; trium laterum trianguli .a.b.c. triplum est ad quadratum semidiametri eiusdem circuli igit omnia latera statute pyramidis sunt adinuicem equalia quare ipsa est equilaterarum basium. Cum itaq; sibi octocedron includere uoluerim diuidem^{us} unum qd^q sex laterum eius in duo media equalia & continuabimus mediu punctum cuiusq; lateris cum mediis punctis cunctosq; reliquosq; laterum cum quibus ipsum continet & angulum superficiale. uerbi gratia diuidam latera basis in punctis .f.g.h. & ypothemisas cadentes ab .e. in punctis .k.l.m. & pertrahabo punctum .f. cum puncto .g. & cum .h. & cum .k. & cum .l. punctumq; .m. cum eisdem .g.h.k.l. & .g. cum .h. & cum .l. & .k. cum eisdem .h. & .l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularium his duodecim lineis media puncta laterum fabricate pyramidis iungentibus contentum: has aut octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilatera esse manifestum est: ipsum quoq; corpus statute pyramidis ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

Propositio. .5.

Intra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter autem cubum componere oporteat in prima huius sufficienter dictum est. igitur fabricato cubo piramis quatuor basium triangularium & equalium laterum in eo ex prima huius designetur. atq; intra ipsam piramidem expressa octocedron distinguatur. quo facto simul etiam factum erit quod uoluimus. Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte pyramidis esse diagonos basium cubi & ex ratiocinatione premissa liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis: quare manifestum est omnia angularia puncta huius octocedri esse in basibus assignati cubi. igitur ex diffinitione habemus propositum. Aliter idem centris cunctarum basium cubi quemadmodum in nona quarti sit repertis a centro supreme superficiei eius ad centra quatuor laterum superficialium quatuor ypothemisas demitte & a centro istius & ad eandem laterum superficialium centra quatuor alias ypothemisas eleua centra quoq; quatuor laterum quatuor rectis lineis continua ita uidelicet qd centra earum tantum que seinuicem secant continuos Verbi gratia. iungas centrum anteriorum cum centro dextre & cum centro sinistre: centrum quoq; ultime

iunges cum eisdem. hoc ~~est~~ cum centro dextre & cum centro sinistre. habes itaq; corpus octo basium triangularium his. 12. lineis que centra superficiū cubi complexum continuant. Si igitur has bases equilateras esse probare uolueris: a ceteris basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendiculares protrahe quas necessarium est omnia latera ipsius cubi per equalia dividere ex scda parte tertie. tertii: quod planum est si unicuiq; basium cubi circulum circumscripseris atq; ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constar concurrere easq; ex scda parte. 13. tertii patet adinuicem esse equales & equidistantes lateribus cubi ex scda parte. 28. primi. ideoq; etiam singulas esse equales dimidio lateris cubi. igitur ex. 10. undecimi manifestum est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere: eo q; omnes superficies cubi sunt quadrate. Quare igitur ille. 12. linee centra superficiū cubi continuantes & anguli quos hee super media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continent subten duntur ipse erunt ex quarta primi uel etiam si maius ex penultima primi adinuicem equales: ergo est in proposito cubo designatum corp^o octo basium triangularium & equilaterarum. qd^o oportebat facere. ꝑ. ꝑ.

Propositio. 4.



Ntra datum corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum cubum figurare.

¶ Non dubites quin corp^o octo basium triangularium atq; equilaterarum certo dogmate fabricabis. hoc modo qualibet recta linea super aliqd^o planum sursum orthogonaliter erecta eas per equalia diuide & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe que componant lineam unam eruntq; hee due linee seinuicem secantes uidelicet prima que super positum planum est orthogonaliter erecta & alia que ipsam super eius medium punctum orthogonaliter secat in eadem superficie site sunt per primam partem scde undecimi. Ad superficiem igitur i qua ipse site sunt super cōm punctum sectionis earum quēadmodum. 12. docet undecimi perpendicularem erigere quam facias eandē superficiem i utrāq; partem penetrare. & pone cunctas sex portiones harum trium linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. sic enī quilibet quālibet per equalia & orthogonaliter diuidet. ita q; cum sint tres queq; due earum saluifere crucis uenerandum signum ad angulos rectos continebunt a supremo igitur erecte linee superpositum planum puncto quatuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium demitte: deinde ab infimo eiusdem erecte puncto: quatuor alias ypothemisas ad easdē duarum secantium linearum extremitates eleua: postremo quoq; harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. Erunt enim hec duodecim linee uidelicet quatuor ypothemise a supremo puncto erecte perpendiculares descendentes: quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum eleuate & relique quatuor linee harum ypothemisarum extremitates continuantes ex penult. primi sine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem equales: quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus triangularibus equilaterisq; contineri. Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora. easq; reperta. 12. lineis rectis hac lege continua ut centrum cuiusq; horum triangulorum cum centro cuiusq; trium ad ipsius latera terminatorū p rectā lineam copuletur. non est autē hui^o rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq; restat ut quod dicitur mente cōcipias ipsumq; si placet actu & opere cōpleas

uidebis enī .12. līnīs hōrē triangulorū centra posita lege p̄trahēs cubū con-
nere quē restat ut equilateralis rectāgulūq; superficiēb; demonstrēs esse cōclū-
sum. nō enī erit cub; nisi oēs eius sup̄ficies sint quadrate. ducito ergo a quoli-
bet angulo trigonorū sup̄ficies octocedri perpendicularē ad latus illi angulo
oppōsitū. has aut p̄p̄diculares ex .11. q̄rte decime p̄stat eē adinuicē eq̄les & dī-
uidere latera q̄bus p̄pendiculariter insūt p̄ equalia. ideoq; binas & binas su-
per idē punctū lateris cui sup̄stant cōuenire: eadēq; p̄stat ex his quē i. 17. q̄r-
te decimi demonstrata sunt trāfire p̄ centra triāguloz. ideoq; p̄ extremitates late-
rum inclusi corporis trāfire ac eaz; portioēs quē intra centra trigonorū & late-
ra ipsorū intercipiunt ex his etiā in eadē demonstrata sunt constare eē eq̄les angu-
los quoq; ab his p̄p̄dicularib; binis & binis coeūtib; p̄ctos ex .8. primi p̄
esse eq̄les. Ex q̄a hec p̄p̄diculares suēq; portioēs inter centra & latera inter-
p̄te eodē angulos ambiūt: erunt quoq; anguli quos linee a centris trigonorū
ad latera p̄pendiculariter cadētes bīne & bīne p̄tinent adinuicē equales. cumq;
latera illi; corporis de quo disputam; hos angulos subtēdunt. sequit ex quar-
ta primi frequēter sumpta corp; inclusus esse equilater; at quoq; rectāgulū
protrahantur enim diagoni in singulis superficiēb; hos diagonis ex quarta pri-
mi oēs adinuicem equales esse conuincēs mediātib; angulis a duab; perpē-
dicularib; per ipsarū diagonorū extremitates transeuntib; contentis si prius
hos angulos ex .8. primi equales sibi inuicē esse probaueris. cu; igitur diame-
ter tetragonarū basium corporis huius sint adinuicē equales: latera quoq;
earundem basium equalia esse necesse est ex .8. primi multoties repetita ipsas
tetragonas bases esse equiangulas. atq; ex .52. primi oēs anguli cuiusq; earum
sunt equales quatuor rectis. sequitur eas esse rectangulas: itaq; ex diffinitione
quadrati ipse sunt quadrate: igitur inscriptum corpus manifestum est esse cu-
bum sicut intendimus.

Propositio .15.



Piramidem quatuor basium triangularium atq; equi-
laterarum assignato corpori octo basium triangulariū
quoq; atq; equilaterarum inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribe s̄m precepta premi-
le cubum cuboq; inscripto inscribe. ut docet prima piramidem huius qualis
proponitur cum igitur huius piramidis anguli sint etiam anguli cubi quē ad
modum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi
sunt ex premissis in superficiēbus assignati octocedri: erunt quoq; cūcti angu-
li piramidis huius in superficiēbus corporis octo basium cum eam iubemur
inscribere: quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

Propositio .16.



Ntra datum corpus uiginti basium & equalium late-
rum corpus duodecim basium pentagonalium equa-
lium laterum atq; equalium angulorum figuraliter
componere.

¶ Corpus .20. basium non docemus hic fabricare quoniam ex .16. tredecimi
qua p̄uenit arte hoc fieri satis euident est eo igitur ut ibi docetur composito.
si sibi corpus .12. basium pentagonarum atq; equilaterarum includere dele-
ctat hac uia procedendum est. Manifestum enim est .20. triangulos .60. super-
ficiales angulos h̄re. & quia ad p̄stitutionem uniuscuiusq; solidi anguli cor-
poris p̄cedri quinq; superficiales conueniunt sicut ex dem̄stratione .16. trede-
cimi colligit. p̄stat illud corp; duodecim solidis angulis p̄pleri. iuenis igit ut

in ante premissa centris cunctorum triangulorum totum ycocedron terminan-
 tum ea. 30. rectis lineis continua ita q^d cuiusq^e centrum centris omnium circū
 iacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. cum ex
 go hoc feceris uidebis ex illis. 30. lineis duodecim pentagonis constitui. 12. an-
 gulis solidis dati ycocedri: oppositos hos itaq^e pentagonos quēadmodum in
 antepremissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. Necessē est enī
 ut quorūlibet triangulorum duorum idē latus habentium centra eodē spa-
 tio distant. restat ergo ut eos etiam equiangulos esse silogises. Manifestum est
 autem ex ratiocinatione. 16. tredecimi datum corpus uiginti basium ab eadem
 sphaera cuius diameter est tanquā diameter huius corporis uidelicet lineas que
 duos eius angulos oppositos continuat esse circūscriptibile. Si igitur hec dia-
 meter per medium secetur punctus sectionis erit centrum sphaere ipsam circū-
 scribens ab eo. itaq^e ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculara
 res ex. 11. undecimi ducto & a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerit
 ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigitō. deinde centrum sphaere cum
 singulis angulis ipsorum pentagonorum continuato. age ergo eos proba esse
 equi angulos hoc modo. Cum enim omnes circuli circūscribentes trigonos
 ycocedri sunt equales erunt omnes perpendiculares a centro sphaere ad ipsos ue-
 nientes & in eorum centra cadentes equales: omnes ergo linee a centro sphaere
 ad angulos cuiuslibet pentagoni uenientes sunt equales. nam anguli pentago-
 norum sunt centra circulorum trigonos ipsos ycocedri circūscribentiu³ ex
 ypothesi igitur ex penultima primi eodem argumentatiōis genere quo superi-
 us in. 14. silogisauimus sectorem prouenientem in superficie sphaere cum aliqua
 plana superficies sphaeram secat non super centrum eius esse circumferentiam
 continētem circulum: necesse est quinq^e lineas uenientes a concursu perpen-
 diculariter ducte a centro sphaere ad superficies omnium pentagonorum ad qu-
 q^e angulos cuiusq^e pentagoni esse adinuicem equales. itaq^e omnibus his duo-
 decim pentagonis est circulus circūscriptibilis. cum igitur ipsi sunt equilate-
 ri coniunguntur eos esse etiam equiangulos q^d oportebat ostendere.

Propositio. 7.



Ntra datū corpus duodecim basium pentagonarū eq-
 laterarum atq³ equiangularū corpus uiginti basium
 triangularium atq³ equilaterarum fabricare.

Qualiter corpus duodecim basium pentagonorum equilate-
 rarum atq³ equiangularum componere oporteat ex. 17. tredecimi
 require. Sed qualiter corpus uiginti basium triangularium & equilaterarū
 sibi conueniat inscribi hic addisce suorum pentagonorum centris ut in. 14. q^d r-
 ti sit repertis ea adinuicem. 30. lineis hac lege continua ut uniuscuiusq^e penta-
 goni centrum centro cuiusq^e pentagoni secum in latere communicantis iunga-
 tur ita uidelicet q^d uniuscuiusq^e pentagoni centrum centris quinq^e pentagono-
 rum terminantium uel circumiacentium continetur. cum igitur hoc feceris
 obuietur tibi uiginti trianguli ab his. 30. lineis centra pentagonorum continua-
 tibus contenti. eruntq^e hi uiginti trianguli uiginti solidis galangulis ipsi³ duo-
 decedri oppositi amplectentes corp³ uiginti basium triangulariū quas equila-
 teras esse demonstrabim³ & erūt. 12. solidi anguli hui³ corp³is. 20. basiu³ in cē-
 tris. 12. pentagonorum corp³ dati duodecedri terminantiu³: hos itaq^e. 20. triā-
 gulos equilateros eē sic proba. a centris pentagonorū ducto ppēdicularēs ad
 latera eruntq^e omnes ppēdiculares equales binas ergo & binas probabis ex

octaua primi equos angulos continere & quia linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis & binis perpendicularibus contentis subtenduntur: cum omnes perpendiculares sint equales: erunt ex quarta primi omnes linee continuantes centra pentagonorum equales: quod est propositum. Perpendiculares autem binas & binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic collige. Ex quinta primi & 26. eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super que cadunt per equalia: easque esse adinuicem equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine & bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo quod utraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris ueniunt commune per equalia: has igitur perpendiculares binas & binas usque ad angulos quibus commune latus in quo coeunt oppositum per centra pentagonorum productio & eisdem angulis duas lineas subtendit quas ex demonstratione 17. tredecimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem spera cum proposito duodecedro circumscriptibili. Ideoque patet eas esse equales eo quod omnia latera cubi sint equalia. eisdemque liquet ex nona undecimi esse equidistantes propter hoc quod ambe equidistant communi latere in quo bine & bine perpendiculares conueniunt. At uero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi. itaque per 33. primi cuncte linee continuantes puncta in quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanquam cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. Nam omnes sunt tanquam latus cubi. igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus sunt equales. quare per quartam eiusdem linee quoque continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales: inscriptum ergo est proposito duodecedro corpus uiginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio. 8.



Solido duodecim basium pentagonarum atque equilateralum proposito intra ipsum cubum distinguere. Cum duodecedron super cubi latera fabricetur ut constat ex 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum inscriptibile. nam cum duodecim sunt pentagoni si unius cuiusque eorum uni angulo prout cubi figuram uidebis exigere chordam unam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasque superficies cubi & corpus amplectentes perficies Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi: rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato ycoedro inscripti demonstrauius esse equiangulas: constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sperere esse inscriptibile: ergo a centro: illius sperae ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares: ut docet undecima undecimi protrahere & a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. Ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sperae iunge. eruntque hee linee centrū sperae cum angulis quadrilaterarū superficierum continuantes semidiametri sperae de quaque quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanet ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum cōcursus perpendiculariū cum angulis quadrilaterarū superficierum necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles

ideoque necesse est eas esse equiangulas cum sint equilaterae. Et quia ex .32. primi anguli cuiusque earum pariter accepti sunt aequales quatuor rectis angulis sequitur eas esse rectangulas nihil ergo deest scripto corpori de ratione cubi.

Propositio . 9 .



Dato duo decedro sibi demum octocedron includere.
 ¶ Composito duodecedro ut in .17. & tercio decimo decimi sex latera suarum superficierum ea uidelicet quae cathecos super sex lineas opposita latera superficierum cubi per equalia secantes et rectis tanquam coru3 corauisti iungunt per equalia diuideantur bina & bina adinuicem composita continua per tres lineas quib3 seinuicem super medium punctum diametri cubi ex .48. undecimi per equalia secabunt : eruntque ut quaeque due earum trium seinuicem quoque ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per .12. lineas rectis continuaueris perueniet tibi corpus octo basium triangularium & equilaterarum & quarta primi uel si maius ex penultima primi: quod oportebat ostendere.

Propositio . 10 .



Tra assignatum duodecedron pyramidem quatuor basium triangularium atque equilaterarum adhuc restat distinguere.
 ¶ Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboque pyramidem ex prima. cum igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi ut patet ex ratiocinatione prime & anguli cubi in angulis duodecedri ex ratiocinatione octaua erunt quoque anguli pyramidis in angulis duodecedri. itaque constat quod uolumus.

Propositio . 11 .



Proposito ycocedro in eo cubum figurare.
 ¶ Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta ac duodecedro cubi ex octaua: constat autem ex demonstratione sexte quod omnes anguli duodecedri cadunt super centrum basium ycocedri & anguli cubi sunt in angulis duodecedri: itaque anguli cubi sunt in ceteris basium ycocedri habemus ergo propositum.

Propositio . 12 .



Icocedron datum pyramidem quatuor basium triangularium atque equilaterarum sibi postulat inscribi.
 ¶ Si in dato ycocedro ex premissa cubus inscriberis cuboque ex prima pyramidem incluseris quin postulationi ycocedri satisfeceris hesitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptione in hoc 15. libro determinetur si unumquodque eorum quilibet ceterorum esset inscripibile. 20. eorundem inscriptiones acciderent. Quippe quilibet eorum quinque essent cetera quatuor inscripibilia ideoque quater quinque inscriptiones quae 20. necessario prouenirent. at uero pyramidi solus octocedron pueniens est inscribi Non enim sunt in pyramide bases aut anguli aut latera in quibus anguli cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsius pyramidis contingere

Cubum quoque solius pyramidis & octocedri ut octocedroni solius pyramidis & cubi receptioni sunt apta qualiter enim in eorum alterutro .12. angulos ycoce-
dri. Aut. 20. angulos duodecedri. ita ut singuli in eorum singulis cadant colloca-
bis: ycocecion autem cum cetera puenienti ambitione possit cōpleti soli yco-
cedri nequit esse receptaculum. nam octocedri sex anguli semidiametrali scin-
uicem bini & bini oppositione respiciunt lineaeque eos p̄tinuantes sese per equalia
orthogonaliter diuidunt. itaque illud gloriosum signū ad cuius intuitum p̄ster-
nantur demones sub rectis angulis triplicatū reddant. hos itaque triangulos ne-
que bases neque anguli neque latera ycocecion possunt sub suo situ recipere neque enim
in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogo-
naliq; oppōne se p̄tinentes: duodecedron autem nulli ceterorum sue ambitionis
denegauit hospiciū imo cunctorum receptator existit. unde non inconueniēter
duodecedri figuram antiqui platōis discipuli ascribere uel ascribere celo quā
admodum pyramidis formā igni eo quod sursum sub pyramidali figura euolet. ac
octocedri aeri. Quippe sicut aer ignem motus puitate sequitur sic octocedri
forma pyramidis. formam ad motum habilitate comittatur. Viginti uero ba-
sium figuram a p̄dictauerunt. nam cum ipsa basium pluralitate plus ceteris
circuletur in speram fluentis rei motui magis quā scandentis conuenire uisa est.
Cubon uere figuram quidam dedere terre. quid enim in figuris maiori ad mo-
tum uiolentia indiget quam thesiera. At in elementis quid fixius p̄stantiusque
reperitur terra. si igitur ex. 20. inscriptionib⁹ .3. quas pyramis non substat bi-
nasque a quibus naturam cubi & octocedri aliena est. Rursusque unam cui repu-
gnat ycocecion figura reieceris erunt relique tantum. 12. inscriptiones pyramidis
quidem sola cubi uero octocedri que bine: ycocecion autē tres duodecedri autē
quatuor de quibus omnibus ut arbitror sufficienter alias disputatum est.

Propositio. .13.



Abriato quouis quinq; regularium corporum sibi
speram inscribere.

¶ Ex tercio decimo libro itaque manifestum est unūquodque quinq; horum corporum esse sperem inscribibile. nūc itaque p̄stabit uicē uersa spe-
raz unicuique ipsorum esse inscribibile. a circūscribentis enim sperae cē-
tro ad bases uniuersas cuiuslibet eorum p̄pēdicularis exteat quas ita cētra circu-
lorū bases ipsas circūscribentū cadere necesse est. cūque omnes circuli eas cir-
cumscribentes sint equales eruntque hec perpendicularares equales. itaque si sūm quā
titatem unius earum circulum super centrum circūscribentis sperae descri-
pseris eiusque semicirculum quousque ad locum unde moueri ceperit redeat cir-
cumduxeris quia ipsum per extremitates cunctarum perpendiculariū neces-
se est transire conuincens ex correlario. 15. tertii speram istius semicirculi motu
descriptam uniuersas bases assignati corporis in concursibus p̄pēdiculariū
contingere. Non enim plus potest spera de basibus corporis contingere quā
circūductus semicirculus dū mouebatur contingit: quare assignato corpori
constat nos speram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

¶ Opus elementorum euclidis megarensis in geometriam artem In id quoque
Campari perspicacissimi Commēntationes finiunt. Impresus Vincētiæ per
Magistrum Leonardū de Basilea & Gulielmū de Papiā Socios. Anno salutis
M.cccclxxxvi. Vigesimo. Calen. Iulij. Lector. Vale.

