LES SIX PREMIERS LIVRES DES ELEMENS D'EVCLIDE: TRADVICTS & commentez

PAR

I. ERRARD de Bar-le-duc, Ingenieur du Tres-chrestien ROY de France & de Nauarre.

Dediez à sa MAIESTE'.

A PARIS,
Chez GVILLAVME AVVRAY, au haut de la ruë sainct Iean de Beauuais au Bellerophon couronné

M. D. XCVIII.

Auec Priuilege du Roy.

AV ROY.

SIRE,

Le fauorable accueil qu'il a pleu à vostre Maiesté faire à mes premieres œuures Mathematiques, m'oblige & asseure tout ensemble de luy presenter ce recent labeur, qui apportera peut estre quelque clarté à ces sciences, & quelque desir à vostre Noblesse d'aimer & honorer ce qu'elle void fauorisé & chery de son souuerain Prince. Et si au gouuernement du monde Dieu vse tousiours de quelque trait de Geometrie (comme disoit le diuin Platon:) C'est bien raison, que celuy auquel par vne certaine communication de sa puissance en terre, il a commis l'administration du plus beau Royaume qui y soit, se monstre amateur d'vne science dont l'vsage se remarque au Ciel, & que le Createur mesme de l'Vniuers n'a point desdaignee, puis que (comme dict le Sage) il a creé toutes choses par poids, nombre & mesure. Et certes s'il est plus difficile de mesurer, comme il appartient, les choses grandes, la science qui l'apprend est tres-necessaire à ceux que Dieu a esleuez au supreme degré de grandeur. Ie le prie,

SIRE, de vouloir de plus en plus agrandir & affermir vostre throne, & de vous combler de toutes ses benedictions.

A PARIS au mois d'Aoust 1598.

De vostre MAIESTE',

Tres-humble, tres-obeïssant, & tres-fidele seruiteur. I. ERRARD de Bar-le-duc.

ADVERTISSEMENT.

D'Autant que les Elemens se doiuent lire de suite, & que la demonstration d'vne proposition depend des choses precedentes, i'ay euité tant qu'il m'a esté possible les vaines redites d'icelles, craignant que le trop grand amas de telles repetitions n'empeschast la lumiere que ie tasche y apporter. Quand donc le Lecteur trouuera que ie dy quelque chose estre ainsi ou ainsi, sans autre preuue, qu'il sçache que cela aura esté demonstré & repeté plusieurs fois. Ie le prie donc de prendre ceste briefueté en bonne part, comme aussi certains mots (qui sont plus Latins que François) desquels i'ay esté contraint vser, n'en trouuant point de plus brefs ne plus significatifs.

FAVTES A CORRIGER.

FVeuillet 1. ligne 10 F G: lisez F C. ibidem, lig. 29. H C: lisez H B. lig. 30. B P: lis. P C. f. 5. b lig. 3. N B: lis. N B: le point N. f. 9. b, l. 22. dans lequel: lisez, dans lequel, ou dans son egal. f. 10. l. 16. egale: lis. egal. f. 13. b l. 23 B N: lis. C N. f. 18. b, l. 30. O N: lis. O L. f. 20. l. 4: lisez *ce qui ne se peut faire contre la 4 definition & contre la description*. f. 21. b, l. 15. possible: lis. impossible. ibid. l. 27 H I C: lis. F I C. f. 22. l. penultieme, & la lign. droite B C: lis. & les lignes droictes B C, B O. f. 24. b, l. 15. est la: lis. est en la. f. 25. l. 26. G I, I F. lis. G I, G F: l. 31. pieces lis. lignes. l. 32. inegalemēt ce sera en angles droits & icelle: lis. inegalemēt en angles droicts, icelle. f. 28. l. 11. 32 du 1. liure: lis. 22 *du 3 liure*. f. 36. l. 21. O G: lis. C G. ibid. l. 30. en: lis. à. f. 37. l. 27: O à P: lis. O à F. f. 39. l. 25. par la 11. 1: lis. *par la* 37. *du* 1. ibid. l. 29 lisez, par la precedente: il s'ensuyura donc par la 7. du 5. que H. f. 40 l. 35. D I: lisez F I. f. 41. b, l. 25. H G à F: lis. H G à G F. f. 42. b, l. 9. H B D: lisez G B H. f. 43. l. 29. C D L: lis. D C L.

Il y a autres fautes non importātes que le Lecteur pourra facillement recognoistre & suppleer, comme quelques lignes droites qui manquent és figures de la 41 du premier. de la 15 du 3. de la 10 & de la derniere du 4.

DEMONSTRATIONS
DES ELEMENS
d'Euclide

LIVRE I.

DEFINITION PREMIERE.

1. Le poinct eſt ce qui n'a aucunes parties.
2. La ligne eſt vne longueur ſ.u. ſans largeur, ~~ſeulement~~.
3. Les extremitez des lignes ſont poincts.
4. Ligne droicte eſt celle qui eſt egalement compriſe entre ſes poincts.
5. Superficie eſt qui a longueur & largeur tant ſeulement.
6. Les fins des ſuperficies ſont ligne ou lignes.
7. Superficie plane eſt qui demeure egalement entre ſes lignes.
8. Angle plan eſt le concours de deux lignes qui s'entretouchent en vn point, & leſquelles continuees ſe couppent au meſme poinct.
9. Angle rectiligne, eſt celluy qui eſt faict de deux lignes droictes.
10. Quand vne ligne droicte, tombant ſur vne ligne droicte, faict les angles d'vne par & d'autre

egaulx enſemble: l'vn & l'autre des angles egaulx ſe nomme droict : & la ligne droicte tombant ſe nomme perpēdiculaire, ſur la ligne ſur laquelle elle tombe.

11. Et l'angle plus grand qu'vn droict, ſe nomme Obtus.

12. Et l'angle plus petit qu'vn droict ſe nomme aigu.

13. Terme eſt la fin de quelque choſe.

14. Figure eſt, qui eſt cōtenuë de terme ou termes.

15. Cercle, eſt vne figure plaine contenuë d'vne ligne qui ſe nomme circonference : en icelle y a vn point, duquel toutes les lignes droictes menees à la circonference ſont egales entr'elles

16. Et ce poinct là, s'appelle centre du cercle.

17. Diametre du cercle, eſt la ligne droicte paſſant par le centre, finie d'vne part & d'aultre à la circonference, laquelle diuiſe le cercle en deux egalement.

18. Moictie de cercle eſt vne figure contenuë du diametre & de la circonference compriſe par icelluy diametre.

19. Section de cercle eſt vne figure contenuë d'vne ligne droicte & d'vne partie de la circonference.

20. Les figures plaines rectilignes ſont celles contenuës de lignes droictes.

21. Les figures de trois coſtez ſont celles contenuës de trois lignes droictes.

22. Les figures de quatre coſtez ſont celles compriſes de quatre lignes droictes.

23. Les figures de pluſieurs coſtez ſont celles compriſes de plus de quatre lignes droictes.

24. Des figures de trois coſtez, celle ſe nomme

triangle equilateral qui eſt contenuë de trois coſtez egaulx.

25. Iſoſcele, qui eſt contenüe de deux coſtez egaux ſeulement.

26. Scalene, qui eſt contenüe de trois coſtez inegaulx.

27. Encor des figures de trois coſtez, celle ſe nomme triangle rectangle, qui a vn angle droict.

28. Ambligone, qui a vn angle obtus,

29. Oxigone, qui a trois angles aigus.

30. Mais des figures de quatre coſtez, celle qui a les coſtez egaux & les angles droicts, ſe nomme quarré.

31 Celle qui a les angles droicts, mais les coſtez inegaux, ſe nomme quarré long.

32. Celle qui a les coſtez egaulx, mais non les angles droicts, ſe nomme Rhombe.

33. Mais celle qui a les coſtez oppoſez & les angles oppoſez egaulx, mais n'a pas les coſtez egaulx enſemble ny les angles droicts, ſe nomme Rhomboïde.

34. Excepté celles-cy, les figures de quatre coſtez ſe nomment tablettes ou trapeſes.

35. Lignes droictes paralleles ſont celles, leſquelles eſtans en vn meſme plan & menees de part & d'autre ne concourrent point enſemble.

36. Parallelogramme, eſt vne figure plane contenüe de quatre lignes droictes, deſquelles les oppoſees ſont paralleles entr'elles.

S'ENSVIVENT LES DEMANDES, ou poſitions ſimples.

Demande I.

D'Vn poinct à vn autre poinct mener vne ligne droicte.

2. Continuer vne ligne droicte finie tant qu'il en sera besoin.

3. Descrire vn cercle à lentour d'vn poinct, & d'vne telle distance qu'on voudra.

COMMVNES SENTENCES.

Premiere.

LEs choses egales à vne, sont egales entre elles.

2. Et si à choses egales s'adioustent choses egales, les toutes seront egales.

3. Et si de choses egales, se leuent choses egales, les restes seront egales.

4. Et si à choses inegales s'adioustent choses egales, les toutes seront inegales.

5. Et si de choses inegales, se leuent choses egales, les restes seront inegalles.

6. Les choses qui sont doubles à vn mesme, sont egales entr'elles.

7. Et les choses qui sont moictie d'vne mesme, sont egales entr'elles.

8. Et les choses qui conuiennent ensemble & entre elles, sont egales entr'elles.

9. Le tout est plusgrand que sa partie.

10. Tous angles droicts sont egaulx entr'eulx.

11. Si dessus deux lignes droictes tombe vne ligne droicte, faisant les angles dedans d'vne mesme part, plus petis que deux droicts, icelles estans prolongees infinimét se rencontreront de la part en laquelle les angles sont plus petis que deux droicts.

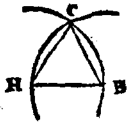
12. Deux lignes droictes ne comprennent pas vn espace.

LE PREMIER

LE PREMIER LIVRE DES ELEMENS D'EVCLIDE,

PROPOSITION PREMIERE.

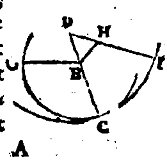
Dessus vne ligne droicte donnee & finie descrire vn triangle equilateral.



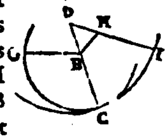
SOIT la ligne droicte finie & donnee H B, & du point H à la distance H B soit descrit vn cercle: *par la troisiéme demande* & de l'autre point B à la mesme distance soit descrit vn autre cercle, iceux cercles serõt egaux: & soient tirees les lignes H C & B C à la section des deux cercles C *par la premiere demande*: d'autant que H C est egale à H B & B C à la mesme H B par la definition du cercle: il s'ensuyura, *par la premiere commune sentence* que H C & C B seront egales & que le triangle sera equilateral, ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION II.

D'vn point donné mener vne ligne droite egale à vne ligne droicte donnee.



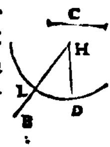
LA ligne proposee G B, le point donné H, soit tiree B H & sur icelle soit fait le triangle equilateral B H D, *par la premiere proposition.* Soit prolõgee D B vers C *par la seconde demande* & fait le cercle du centre B à la distance B G, *par la troisiéme demande*, icelles B G, & B C seront egalles. Apres soit prolongee D H vers I & faict le cercle du centre D à la distance D C, les deux lignes, D C & D I serõt egalles: desquelles faut oster D B, D H egales: resteront B C, H I egalles, *par la troisiéme commune sentence.* Or G B est aussi egalle à B C, icelles G B & H I seront donc egalles. *par la premiere commune sentence.*



PROPOSITION III.

De deux lignes droites inegalles donnees, oster de la plus grande vne ligne droicte egalle à la plus petite.

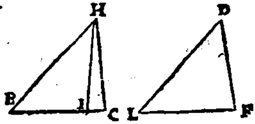
Soit la plus grande H B & la pluspetite C, soit *par la precedente* du point H tiree vne ligne egalle à C comme H D & fait le cercle du centre H à la distance H D: Il sera euident que H L estant egalle à H D sera aussi egale à C.



PROPOSITION IIII.

Si de deux triangles, les deux costez de l'vn sont egaulx aux deux costez de l'autre vn chacun au sien, & l'angle de l'vn contenu des deux costez egaulx, est egal à l'angle de l'autre: Ils auront la base egalle à la base, & le triangle sera egal au triangle & les autres angles aux autres angles, vn chacun au sien, ceux qui sont opposez aux costez egaux.

Soiet les deux costez H B, H C egaux aux deux costez D L, D F & les angles qu'ils comprennent egaux: si la base B C est plusgrande que la base LF, soit de BC couppee BI egalle à LF *par la troisiéme de ce liure:* & soit tiree HI. Maintenant si les deux costez H B & HI sont estimez egaux aux deux costez D L, D F & la base egalle à la base, Il est euident que l'angle BHI n'est point egal à l'angle LDF estant moindre que le posé BHC de la quãtité

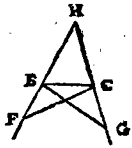


de l'angle I H C : ce qui eſt abſurde. Semblablement ſe demonſtrera L F n'eſtre point plus grande que B C. *Si donc de deux triangles, &c.*

PROPOSITION V.

En tout triangle Iſoſcele, les angles qui ſont en la baſe ſont egaux entr'eux : & ayant mené les lignes droictes egalles, les angles qui ſont ſoubs la baſe, ſeront egaux entr'eux.

DV triangle Iſoſcele ſoient les deux coſtez H B & H C prolongez en ſorte que H F, H G ſoient egaux, & tirees les lignes F G, B G. D'autant que F H, H C ſont egaux aux deux coſtez G H, H B, & que l'angle H eſt commnn, la baſe F C ſera egalle à la baſe G B *par la precedente* l'angle F à l'angle G: l'angle F C H à l'angle G B H, & l'angle F C B à l'angle G B C : ces deux oſtez de F C H & G B H reſteront H B C & H C B ſur la baſe egaux : & puis que B F, F C ſont deux coſtez egaux aux deux coſtez C G, G B & que l'angle F eſt egal à l'angle G, la baſe ſera egale à la baſe, & les autres angles aux autres angles. Dont ſ'enſuyura que les angles ſoubs la baſe F B C & G C B ſeront auſſi egaux.



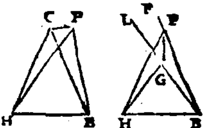
PROPOSITION VI.

Si deux angles d'vn triangle ſont egaux entr'eux, auſſi les coſtez oppoſez aux angles egaux ſont egaux entr'eux.

SI du triangle H B C les deux angles H B C & H C B ſont egaux, il faudra que H B & H C ſoient auſſi egaux. Autrement ſoit H B plus grand que H C & ſoit couppé B P egal à H C. d'autant que H C & C B ſont egaux à B P, B C, & que les angles qu'ils comprennent ſont egaux, la baſe H B ſera egalle
PC à la baſe ~~BP~~, & le triangle H B C au triangle P C B, & les autres angles aux autres angles, *par la quatriéme*, ce qui eſt faux, eſtant l'vn des triangles contenu en l'autre, & par conſequent plus petit, & l'angle P C B moindre que l'angle H C B. *Si donc deux angles d'vn triangle &c.*

PROPOSITION VII.

Si des extremitez de quelque ligne droicte deux autres lignes droictes concourrent en vn poinct: deux autres lignes droictes egalles à celles-cy l'vne à l'autre sçauoir celles possedans mesmes termes & d'vne mesme part ne se pourront tirer sur vn plan à vn autre poinct.

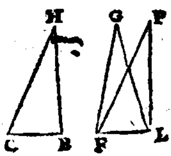


SOient des extremitez H B les deux lignes tirees au point C, H C, B C, & soient encor en vn autre point P tirees H P & B P egalles (s'il est possible) sçauoir H P à H C & B P à B C possedans mesmes termes: d'autant que *par la 5. proposition* les angles H C P & H P C sont egaux, cõmme aussi B P C & B C P, il s'ensuiura que la partie sera egalle à quelque chose plus grande que le tout, comme l'angle B C P (partie de H C P) seroit plus grande non seulement que C P H (comme il a esté posé) mais aussi que C P F: ce qui ne peut estre: tellement que *Si des extremitez &c.*

Que si le point tombe dans le triangle comme G & les deux lignes B G, B P sont estimees egalles, comme aussi H G, H P, il s'ensuyura que les angles soubs la base seront egaux *par la 5.* sçauoir F P G & L G P, ce qui est faux, car H G, H P sont aussi posees egales, & font les angles H G P & H P G egaux, tellement qu'il faudroit que l'angle H G P fust plus grãd que F P G, mais il est egal seulement à H P G: Il est donc manifeste que la proposition est veritable.

PROPOSITION VIII.

Si deux triangles ont deux costez egaux aux deux costez l'vn à l'autre, & la base egalle à la base, ils auront aussi l'angle egal à l'angle, sçauoir celuy contenu de lignes droictes egales.

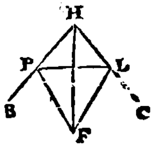


S'Il est autrement, soient des deux triangles H B C & P L F ayans les deux costez egaux aux deux costez & la base egale à la base, l'angle H inegal à l'angle P: & soit sur la base L F constitué vn autre triangle ayãt L G & G F egaux aux deux costez B H & H C &

l'angle G egal à l'angle H, il s'ensuyura que la ligne L G sera egale à L P & F G à F P *contre la precedente* & les autres angles egaux aux autres angles *par la quatriesme*, ce qui est faux, n'estant l'angle G L F que partie de P L F. Tellement que *Si deux triangles &c.*

PROPOSITION IX.

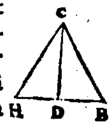
Coupper vn angle rectiligne en deux egallement.



SOit l'angle donné B H C, & soient H P & H L faictes egales & tiree P L, sur laquelle soit faicte le triangle equilateral P L F, & tiree H F. D'autant que les deux costez L H, H F: sont egaux aux deux costez P H, H F & la base L F egale à la base P F, il s'ensuyura *par la precedente* que l'ãgle L H F, sera egal à l'angle P H F par ainsi l'angle donné B H C sera couppé en deux egalement.

PROPOSITION X.

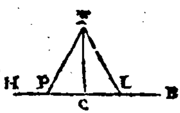
Coupper en deux egalement vne ligne droicte donnee terminee.



SOit la ligne droicte finie H B, sur laquelle soit fait le triangle equilateral H B C, & soit couppé l'angle H C B en deux egalement de la ligne C D *par a precedente.* D'autant que C H, C D sont egaux à C B, C D & les angles qu'ils comprennent egaux, la base H D sera egalle à la base D B: *par la quatriesme.* Tellement que H B est couppee en deux egalement.

PROPOSITION XI.

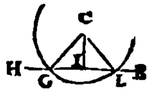
Sur vne ligne droicte, & d'vn point donné en icelle esleuer vne autre ligne droicte en angles droicts.



EN la ligne proposee H B soit le point donné C, & faictes C P, C L egales : & sur P L soit descrit le triãgle equilateral P F L, & menee la ligne F C. D'autant que les deux triangles sont compris de lignes egales ils seront equiangles tant *par la 4. que 8. propos.* L'angle F C L sera donc egal à l'angle F C P, & tous deux seront angles droicts, & la ligne F C perpendiculaire *par la definition.*

PROPOSITION XII.

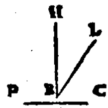
Sur vne ligne droicte infinie donnee & d'vn point donné qui n'est pas en icelle mener vne ligne droicte perpendiculaire.



SOit la ligne proposee H B & le point donné C, duquel soit tiré vn cercle en sorte qu'il couppe la proposee, comme en G, L: soient menees C G, C L egalles & couppé l'angle G C L en deux egallement par C I: d'autant que les deux triangles sont equiangles, l'angle C I L sera egal à C I G, & iceux seront droits, & C I perpendiculaire *par la definition.*

PROPOSITION XIII.

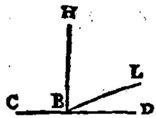
Si vne ligne droicte tombante sur vne autre ligne droicte, faict deux angles, iceux seront droicts, ou egaux à deux droicts.



SOit la ligne droicte L B tombante sur P C, elle fera deux angles droicts ou egaux à deux droicts. Que s'ils sont droicts nous auons ce que desirons : s'ils ne sont droicts, soit esleuee la perpendiculaire B H du point B. D'autant que les trois angles H B P, & H B L & L B C valent deux droicts, il s'ensuyura que le composé P B L & le simple L B C vaudront aussi deux droicts : car l'excés de l'vn est la diminution de l'autre.

PROPOSITION XIIII.

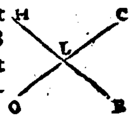
Si en vn point qui est en vne ligne droicte deux autres lignes droictes concourent de costé & d'autre en vn plan, & font deux angles droicts non d'vne mesme part, icelles deux lignes seront directement ensemble.



AV point donné B de la ligne droicte H B soient concurrentes deux lignes droictes C B & D B faisans les deux angles H B D & H B C egaux à deux droicts, il faudra qu'icelles deux lignes soient posees directement comme vne seule ligne. Si non, soit posee L B directement auec B C: il s'ensuyura, *par la precedente* que H B C, & H B L seront egaux à deux droicts: mais ilz sont plus petits de la quātité de l'angle LBD: la proposition demeurera donc veritable.

PROPOSITION XV.

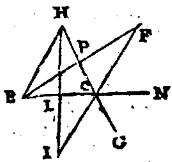
Si deux lignes droictes se couppēt l'vne l'autre, elles feront les angles opposeZ l'vn contre l'autre au sommet egaux.



D'Autant que les angles H L C & H L O sont egaux à deux droicts *par la* 13. H L O & O L B aussi egaux à deux droicts, le commun H L O estāt osté, resteront H L C & O L B egaux. Semblablement se demonstera H L O estre egal à C L B.

PROPOSITION XVI.

De tout triangle ayant prolongé l'vn des costeZ, l'angle exterieur sera plus grand que l'vn & l'autre des interieurs opposeZ.

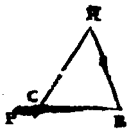


SOit le costé B C prolongé vers N, & couppé H C en deux egallemēt en P, & tiree B P vers F, en sorte que B P, P F soient egalles, soit aussi tiree C F, d'autant que F P, P C sont egaux aux deux costez B P, P H, & les angles qu'ilz comprennēt opposez au sōmet P egaux *par la precedente*, les deux triangles seront equiangles, tellement que P C F sera egal à l'angle P H B. A plus forte raison P C N sera plus grand que P H B. Semblablement se demonstrera l'autre angle H B L moindre que l'exterieur H C N.

PROPOSITION XVII.

De tout triangle les deux angles pris en quelque sorte que ce soit sont plus petits que deux droicts.

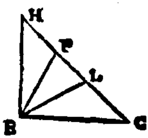
SOit prolongé BC vers P. d'autant que les angles HCP, & HCB sont egaux à deux droicts & que l'angle exterieur, C est plus grãd que l'angle H ou l'angle B: il s'ensuyura que l'angle HBC & l'angle H C B ensemble ne vaudront pas deux droicts, nonplus l'angle C H B, auec l'angle H C B.



PROPOSITION XVIII.

En tout triangle le plus grãd costé soustient le plusgrand angle.

SOit le plus grand costé H C. si l'angle H B C n'est le plus grand angle du triãgle, soit couppee HL egale à H B, les angles sur la base seront egaux, sçauoir H L B & H B L. Mais H L B est plusgrand que L C B interieur & opposé: a plus forte raison H B C qui est plusgrand que H L B sera aussi plus grand que LCB. Semblablemẽt se demonstrera l'autre angle. *De cecy on poura recuillir que le plus petit costé soustiendra le plus petit angle.*



PROPOSITION XIX.

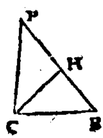
En tout triangle le plus grand angle est soustenu du plus grand costé.

SOit le plusgrand angle B, si le plusgrand costé n'est H C soit vn autre, comme H B, il s'ensuyura, *par la precedente*, que l'angle C sera le plus grand contre l'hypothese: Semblablement se demonstrera de l'autre costé B C. *De cecy resulte que le plus petit angle est soustenu du plus petit costé.*

PROPOSITION XX.

En tout triangle les deux costez pris en quelque sorte que ce soit, sont plus grands que l'autre.

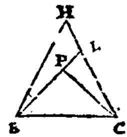
SOit le triangle H B C, & prolongé le costé B H vers P en sorte que H P soit egal à H C & ioints PC: les angle HPC & H C P seront egaux. Mais l'angle P C B est plus grand que l'angle P. Il s'ensuyura donc que la ligne B P egale à B H, H C sera plus



grande que CB, *comme on peut recuillir des precedentes*. Semblablemẽt se demonstrera le surplus de la proposition.

PROPOSITION XXI.

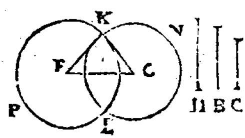
Si des extermitez de l'vn des costez d'vn triangle on mene deux lignes droites dedans iceluy : elles seront bien plus petites que les deux autres costez du triangle : mais elles contiendront vn plus grand angle.



SOient des extremitez B, C, tirees B P. CP dans le triangle H B C : & soit prolongee B P en L : d'autãt que B H, H L sont plus grandes que B L *par la precedente*, soit adioustée la commune L C. Il sera euident que B H, H L, L C seront plusgrandes que B L, L C. Semblablement L P, L C sont plus grandes que P C : soit adjousté la commune P B : lors C L, L P, P B seront plusgrandes que B P & P C. A plus forte raison donc B H, H C seront plusgrandes que B P, P C. Pour la seconde partie l'angle C P B est plus grand que P L C, & P L C plus grand que L H B. A plus forte raison C P B est plusgrand que L H B.

PROPOSITION XXII.

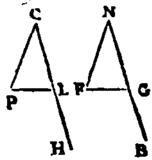
Descrire vn triangle de trois lignes droictes egales à trois lignes droictes donnees & desquelles les deux prises en quelque sorte que ce soit soient plus grandes que l'autre.



SOient les trois lignes C, B, H, & soit faicte F G egale à H. au point G soit tiree vne ligne egale à C, *par la deuxiéme*, & du point G soit d'escrit vn cercle à egale distance de C comme K N L : apres du point F soit menee vne ligne droicte egale à B, & du mesme point & à egalle distance de B soit d'escript vn autre cercle comme K P L, & soient menees à la section K, F K, G K, egalles à B & C, Il sera manifeste que le triangle sera fait des trois lignes proposees.

PROPOSITION XXIII.

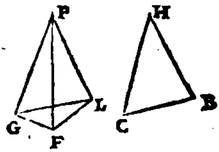
Mettre au costé d'vne ligne droite donnee a vn point donné en icelle, vn angle rectiligne egal a vn angle rectiligne donné.



Soit la ligne donnee NB & l'angle proposé PCH : soit faicte CL egalle à CP & iointe PL. apres soit NG faite egalle à CL, & sur NG comme sur la base soit constitué vn triangle par le moyen de deux lignes egalles à LP, PC *par la precedente*, & soit iceluy triangle GFN. Il s'ensuyura que les deux triangles seront egaux & equiangles *par les 4. & 8. propos.* & par consequent l'angle au point donné N, egal à l'angle C proposé.

PROPOSITION XXIIII.

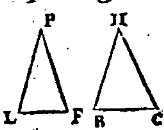
Si deux triangles ont les deux costez egaux aux deux costez, l'vn à l'autre, mais l'angle plus grād que l angle, sçauoir celuy compris de lignes droictes egalles : ils auront aussi la base plus grande que la base.



Les deux costez HC, HB soient egaux aux deux costez PF, & PL, & soit l'ãgle CHB plus grand que FPL, il faut que la base BC soit plus grande que LF. Autrement soit *par la precedente*, fait l'angle GPL egal à CHB, & le costé GP egal au costé FP & ioinctes LG, FG. les deux angles PGF & PFG seront egaux: l'angle dõc LFG sera plus grand que l'angle PGF & par consequent que la partie sçauoir LGF : dont s'ensuyura *par la 19*, que LG (c'est à dire CB) sera plus grande que LF subtendente l'angle LGF.

PROPOSITION XXV.

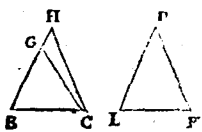
Si deux triangles ont les deux costez egaux aux deux costez l'vn à l'autre & la base plus grande que la base, ils auront aussi l'angle contenu d'iceux costez plus grand que l'angle.



Soient les deux costez HB, HC egaux aux deux costez PL, PF & la base BC plus grande que la base LF. Si l'angle BHC n'est plus grand que l'angle LPF, posons iceux estre egaux, Il s'ensuyura que la base sera egale à la base *par la* 4. contre la position. Si l'angle B H C est plus petit que LPF la base BC sera pluspetite que la base LF *par la precedente* (ce qui est aussi contre la position) d'ont s'ensuyt que l'angle BHC n'estant point egal à L P F n'y pluspetit, il sera par necessité plus grand.

PROPOSITION XXVI.

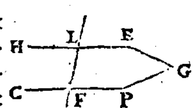
Si deux triangles ont deux angles egaux aux deux angles vn chacun au sien, & le costé egal au costé, ou bien celuy au long duquel sont les angles egaux, ou celuy qui soustient l'vn des angles egaux: Ils auront aussi les autres costez egaux aux autres costez vn chacun au sien, & l'autre angle egal à l'autre angle.



SOient les deux angles H B C & H C B egaux aux deux angles P L F & P F L l'vn à l'autre, & le costé B C egal au costé L F. Si premierement B H est plus grand que L P, soit d'iceluy couppee B G egalle à L P, & soit tiree G C. D'autant que G B, B C sont egalles à P L, L F & comprennent angles egaux, il s'ensuyura *par la quatriesme* que la base sera egale à la base, & les autres angles egaux aux autres angles, c'est à sçauoir B C G à LFP (c'est à dire B C H) & par consequent la partie egalle au tout, ce qui est absurde & faux. Semblablement se fera la demonstration des autres costez & angles.

PROPOSITION XXVII.

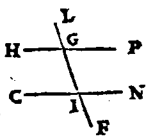
Si vne ligne droicte trauersant deux lignes droictes, faict les angles alternes egaux l'vn à l'autre, icelles lignes droictes seront paralleles entre elles.



SOit la ligne droite L F trauersãt les deux lignes H E, C P & faisant les angles alternes H L F, & L F P egaux: Si les deux lignes ne sont paralleles, elles se pourront ioindre, & posons que ce soit en G pour faire le triangle L F G. Mais l'angle exterieur H L F est plus grand que l'interieur opposé L F G *par la 16* contre la position : icelles deux lignes ne se r'encontreront point donc de ce costé. Semblablement se demonstrera ne se pouuoir r'encontrer de l'autre. Tellement qu'elles seront donc paralleles.

PROPOSITION XXVIII.

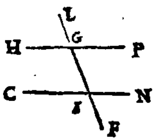
Si vne ligne droicte trauersant deux lignes droictes faict l'angle exterieur egal à l'angle interieur opposé d'vne mesme part : ou bien les angles interieurs d'vne mesme part egaux à deux droicts : icelles deux lignes droictes seront paralleles entre elles.



SOiét les angles L G P & G I N egaux. H G I sera egal à L G P *par la 15.* c'est a dire à GIN Tellement que *par la precedente* HP, & C N serõt paralleles. Pour le second soient PGI, & G I N egaux à deux droicts: la ligne F G tombante sur HP fait deux angles egaux à deux droits H GI, & PGI: si le commun PGI est osté, resteront HGI, GIN (alternes) egaux. Les lignes donc H P, C N seront paralleles *par la precedente.*

PROPOSITION XXIX.

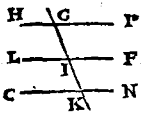
Si deux lignes droictes paralleles sont trauersees d'vne ligne droicte, icelle fera les angles alternes egaux entre eux, & l'exterieur à l'interieur opposé d'vne mesme part, & les interieurs d'vne mesme part egaux à deux droicts.



SI les angles alternes H G I, G I N ne sont egaux, soit G I N plus petit, la ligne F G sur H P fait deux angles egaux à deux droicts, tellement que P G I & G I N sont moindres que deux droicts : dont s'ensuyura *par la 11. commune sentence* que les deux H P, & C N se ioindront du mesme costé où les deux angles sont moindres que deux droicts : & ne seront paralleles (contre la supposition) ce qui est absurde: Par semblable demonstration se trouuera H G I n'estre plus petit que G I N, dont s'ensuyura qu'ils seront egaux. En apres d'autant que L G P est egal à H G I, il sera aussi egal à G I N *par la premiere commune sentence*. Finalement, d'autant que G I N a esté monstré egal à H G I & que H G I, & P G I sont egaux à deux droicts, il s'ensuyura (le commun H G I estant osté) que P G I, & G I N seront egaux à deux droicts.

PROPOSITION XXX.

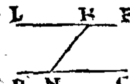
Les lignes qui sont paralleles à vne mesme sont paralleles entre elles, ou posees directement.



SOient H P, & C N paralleles à L F & non situees directement. D'autant que H G I, est egal à G I F & cestuy à I K N interieur opposé & d'vne mesme part *par la precedente*, il s'ensuyura que H G I, & I K N alternes seront egaux *par la I. C. S.* tellement que H P, C N seront paralleles. Pour le secōd, posons les deux lignes C K, K N paralleles à L F & non l'vne à l'autre, il faudra qu'icelles deux lignes se r'encontrent, comme pour exemple au point K. D'autant que les angles K I F, I K N vallent deux droicts *par la precedente*, comme aussi K I L, I K C, & que les angles alternes L I K, I K N sont egaux, il s'ensuyura que I K N & I K C vaudront aussi deux droicts, & que C K, K N seront posees directement *par la 14. proposition*.

PROPOSITION XXXI.

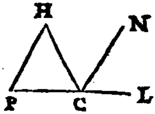
D'vn point donné mener vne ligne droicte parallele à vne ligne droicte donnee.



SOit la ligne donne P C & le point hors icelle H, duquel soit tiree vne ligne droite sur P C, comme H N, & soit aussi au point H & sur la mesme N H fait l'angle L H N egal à l'angle H N C *par la 23.* D'autant que les angles alternes L H N & H N C sont egaux, les lignes L H, P C seront paralleles *par la 27 proposition*.

PROPOSITION XXXII.

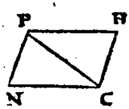
De tout triangle ayant prolongé l'vn des costez, l'angle de dehors est egal aux deux angles de dedans qui luy sont opposez. Et les trois angles interieurs du triangle sont egaux à deux droicts.



SOit prolongé P C en L, & au poinct C faite C N parallele à H P: D'autant que H C tombe sur deux paralleles, elle fera les angles alternes P H C, H C N egaux *par la* 29. comme aussi P C tombante sur les mesmes, fera l'exterieur N C L egal à l'interieur opposé H P C. Dont est euident que l'exterieur H C L est egal aux deux interieurs opposez du triangle H P C. Et pour ce que H C L, & H C P sont egaux à deux droicts *par la* 13. Il s'ensuyura que les trois angles du triangle seront egaux à deux droicts.

PROPOSITION XXXIII.

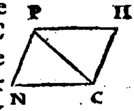
Les lignes droictes qui ioignent deux lignes droictes paralleles egalles, sont aussi egalles & paralleles.



SOient les deux paralleles egales H P, C N, conioinctes par les deux lignes, sçauoir H C de mesme part & P N de l'autre, & soit tiree P C, laquelle tombera sur les deux paralleles, & fera les angles alternes H P C, & P C N egaux *par la* 29. tellement que les deux triangles H P C & P C N auront deux costez egaux aux deux costez, & les angles compris d'iceux costez egaux, & par consequent la base C H à la base P N, & les autres angles aux autres angles sçauoir N P C à l'angle P C H alternement. Dont s'ensuyura aussi qu'icelles H C, P N seront paralleles.

PROPOSITION XXXIIII.

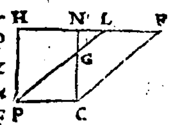
De tous espaces parallelogrammes les costez & les angles opposez sont egaux entr'eux, & le dimetient les couppe en deux egallement.



SOit au parallelogramme tiree la ligne droicte P C qui faict les angles alternes egaux, H P C à P C N, & C P N à P C H. il est euident que le tout H C N est egal au tout H P N. Apres, pour ce que les deux triangles ont deux angles egaux aux deux angles, & le costé P C commun, les autres angles seront egaux l'vn à l'autre, & les costez aux costez *par la 26.* Dont s'ensuyura que H P sera egal à C N, H C à P N, & l'angle P H C à l'angle P N C, & que les deux triãgles estans egaux *par la mesme* la diagonalle P C couppera le parallelogramme en deux egallement.

PROPOSITION XXXV.

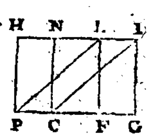
Les parallelogrammes estans sur vne mesme base & entre mesmes paralleles sont egaux entr'eux.



SVr la base P C soient les deux parallelogrammes H P C N, & L P C F. Puis que H P & N C sont egalles, comme aussi L P, F C & semblablement H N, P C & P C, L F, *par la precedente* les deux triangles H P L, & N C F seront equiangles & egaux, desquels soit osté le triangle commun N L G, resteront les trapeses egaux H N G P & F L G C. Ausquels si on adjouste le triangle commun P G C, il sera euident que le parallelogramme P F sera egal à l'autre H C, estans les deux constituez sur vne mesme base P C.

PROPOSITION XXXVI.

Les parallelogrammes estans sur bases egalles & entre mesmes paralleles sont egaux entre eux.

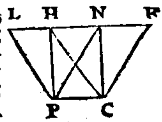


SOient deux paralleles H I, P G, & deux parallellogrammes H C, L G sur bases egalles, soient tirees P L, C I qui seront paralleles *par la 33.* & feront le parallelogramme I P egal à H C *par la precedente* & à l'autre I F: Dont est euident que le parallelogramme H C est egal au parallelogramme L G *par la premiere commune sentence.*

PROPOSITION XXXVII.

Les triangles estans sur vne mesme base & entre mesmes paralleles, sont egaux entre eux.

SVr la base P C soient deux triangles H P C, & N P C entre deux paralleles sçauoir P C & L F. Soit du point P tirée P L parallele à C H & C F parallele à P N. Il est euident *par la* 35 que le parallelogramme L C est egal au parallelogramme F P. mais le triangle H P C est la moitié de l'vn, comme N P C la moitié de l'autre. Il s'ensuyura donc que les deux triangles seront egaux *par la* 7. C. S.



PROPOSITION XXXVIII.

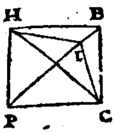
Les triangles estans sur bases egalles & entre mesmes paralleles, sont egaux entr'eux.

SOient les deux triangles G P C, I L F sur bases egales & entre mesmes paralleles sçauoir P F, G I, & soit faite C H parallele à P G, comme aussi L N à F I. D'autant que les parallelogrammes H P & N F sont egaux *par la* 36. les triangles qui sont moitiez seront egaux.

PROPOSITION XXXIX.

Les triangles egaux constituez sur vne mesme base & d'vne mesme part, sont entre mesmes paralleles.

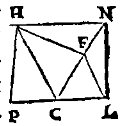
SI les deux triãgles sur la base P C (sçauoir H P C & B P C) sont egaux, & que H B ne soit parallele à P C, posons vne parallele H I, & soit tiree I C. Les deux triangles H P C, I P C seront egaux *par la* 37. & s'ensuyura que la partie sera egalle au tout (sçauoir I P C à B P C) ce qui ne peut estre, ayant B P C esté posé egal à H P C.



PROPO-

PROPOSITION XL.

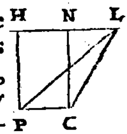
Les triangles egaux qui sont sur bases egales & d'vne mesme part, sont entre mesmes paralleles.



SOient deux triangles H P C & N C L egaux, constituez sur bases egales P C, C L. Si H N n'est parallele à P L, soit H F parallele à la mesme, & tiree la ligne L F. Lors les deux triangles H P C & F C L seront egaux *par la* 38. dont s'ensuyura que la partie F C L sera egale au tout N C L, ce qui ne peut estre, ayant N C L esté posé egal à H P C.

PROPOSITION XLI.

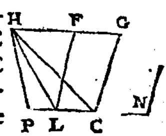
Si vn parallelogramme & vn triangle ont vne mesme base & sont entre mesmes paralleles, le parallelogramme sera double au triangle.



SOit le parallelogramme H P C N & le triangle L P C sur vne mesme base P C, & entre mesmes paralleles P C, H L, & soit tirée le dimetient H C, les deux triangles H P C & L P C seront egaux *par la* 37. mais le triangle H P C est la moitié du parallelogramme H P C N: le triangle L P C sera donc la moitie du parallelogramme.

PROPOSITION XLII.

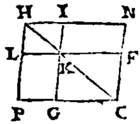
Faire vn parallelogramme egal à vn triangle donné, & ayant vn angle egal à vn angle rectiligne donné.



SOit le triangle dõné H P C, & l'angle donné N, auquel angle & au point donné C soit faict son egal P C G: & soit couppee P C en deux egalement au point L, duquel soit tiree L F parallele à C G, & du point H soit tiree H G parallele à P C. D'autant que les deux triangles H P L, H L C sont egaux *par la* 38. & que H L C est la moitie du parallelogramme G L *par la precedente*. Il s'ensuyura que ce mesme parallelogramme sera egal aux deux triangles, (c'est à dire) au tout proposé H P C.

PROPOSITION XLIII.

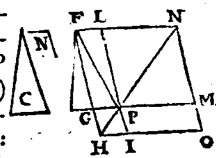
En tout parallelogramme les supplements des parallelogrammes qui sont sur le diametre sont egaux entr'eux.



SOit le parallelogramme H P C N, sa diagonale ou dimetient H C qui couppe le parallelogramme en deux egalement, à l'entour de laquelle diagonale soient les autres parallelogrammes L I, G F, & les supplements P K, K N. d'autant que le triangle H L K est egal au triangle H I K, comme aussi K G C à K F C, si d'vn costé on oste les deux triangles. H L K, K G C, restera le supplement L G. Et si de l'autre costé on oste H I K & K F C, restera le supplement I F qui sera egal à l'autre L G *par la 3. C. S.*

PROPOSITION XLIIII.

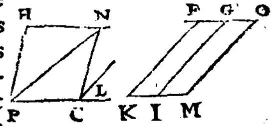
Sur vne ligne droicte donnee descrire vn parallelogramme egal à vne figure rectiligne donnee, ayant vn angle egal à vn angle rectiligne donné.



SOit le triangle donné C. L'angle proposé N, la ligne donnee I P. soit prolongee I P vers L, & sur icelle au point P soit fait vn angle egal à N (comme I P G) dans lequel *par la 42.* soit constitué vn parallelogramme egal à C comme L F G P: & soit acheué le parallelogrãme P G H I, & tiree la diagonale H P vers N, & soit prolongee F L pour se joindre en N: soit aussi menee H I O, & G P M, & N M O: icelles F L N, G P M & H I O seront paralleles *par la 30.* comme aussi H G F, I P L & O M N. Tellement que H F, N O sera vn parallelogramme, cõme aussi I G, & M L: les supplements donc O P, L G seront egaux *par la precedente.* Mais L G a esté fait egal à C. Il s'ensuyura donc que P O parallelogramme sur la ligne donnee I P sera egal au triangle C, & aura l'angle donné estant l'angle I P G egal à l'angle O M P *par la 29.* & cestuy egal à N par la construction.

PROPOSITION XLV.

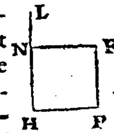
Descrire vn parallelogramme, egal à vne Figure rectiligne donnee, ayant vn angle egal à vn angle rectiligne donné.



SOit la figure rectiligne donnee H P C N reduicte en triangles H P N, N P C(comme toutes autres figures rectilignes de plusieurs costez peuuent estre reduites. Soit l'angle donné L,& la ligne proposee K F, sur laquelle & au point K soit faict vn angle egal à L, & sur la mesme soit appliqué *par la precedente* vn parallelogramme egal au triangle H PN comme K F G I, & semblablement soit sur I G (egale à K F) aplicqué vn autre parallelogramme egal au triangle P C N, comme I G O M. D'autant que K F est parallele & egale à I G, & celle-cy à M O, Il s'ensuyura que K M & F O serōt egales & paralleles: *par la* 33. & que la figure entiere F M sera vn parallelogramme ayant l'angle donné & la ligne dōnee egale à la figure rectiligne proposee H P C N.

PROPOSITION XLVI.

D'vne ligne droicte donnee descrire vn quarré.

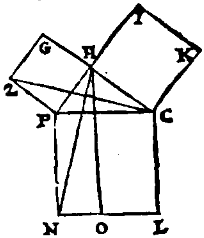


SVr la ligne donnee H P soit esleuee la perpendiculaire du point H comme H L, *par la* 11. & soit faicte HN egale à H P. Apres soit du point N tiree N F parallele à H P,& du point P soit tiree PF parallele à H N. Il est euident que la figure est equilaterale & parallelogramme, & que l'angle H est egal à l'opposé F. *par la* 34. Mais les deux angles H & P valent deux droicts *par la* 29. Il s'ensuyt donc que P est droict, comme aussi l'opposé N. tellement que H P F N est vn quarré.

PROPOSITION XLVII.

Aux triangles rectangles le quarré qui est faict du costé qui soustient l'angle droict, est egal aux quarrez qui sont faicts des costez qui comprennent l'angle droict.

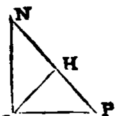
SOit le triangle rectangle H P C ayant l'angle H droit: soient aussi les trois quarrez d'escrits sur ses costez P C L N, HIKC, & HG Z P. Pour monstrer que le quarré C N (opposé à l'angle droict H) est egal aux deux autres, soit tiree sur N L la perpendi-



culaire H O (qui sera parallele à P N *par la* 28. Soit aussi tiree H N & C Z. d'autant que P O est vn parallelogramme, le triãgle H P N qui est sur mesme base P N & entre mesmes paralleles P N, H O sera la moitié d'iceluy. Maintenant le triangle Z P C a les deux costez Z P, P C egaux aux deux costez H P, P N (comme il ne se peut faire autrement par la construction) & l'angle Z P C est composé de l'angle droit Z P H & de l'angle H P C: comme en semblable l'angle N P H est composé de l'angle droict N P C & du mesme H P C, qui est commun. Il s'ensuit donc que l'angle Z P C est egal à l'angle N P H, & par consequent la base Z C egale à la base H N, & les autres angles aux autres angles : & le triangle egal au triangle *par la* 4. Mais le quarré H G Z P & le triãgle Z P C sont sur mesme base Z P & en mesmes paralleles Z P, G C. Il s'ensuit donc que le triangle Z P C est la moitié du quarré H G Z P *par la* 41. & que ce quarré est egal au parallelogramme P O *par la 6. commune sent*. Semblablemẽt se monstrera l'autre quarré K H estre egal au rectangle C O.

PROPOSITION XLVIII.

Si le quarré qui est d'escrit de l'vn des costez d'vn triangle est egal aux quarrez des autres cõstez du triangle: L'angle contenu des autres deux costez du triangle sera droict.



Soit le triangle H P C duquel le costé P C faict vn quarré egal aux quarrez de H C & H P. Soit en apres sur la ligne C H au point H esleuee vne perpendiculaire H N egale à H P, & soit tiree N C. D'autant que les quarrez de N H, H C, (c'est à dire de H P, H C) sont egaux au quarré de C N *par la precedente*. Il s'ensuyura que le quarré de C N sera egal au quarré de C P, & par consequent la ligne N C egale à la ligne C P, & le triangle N H C egal & equiangle au triangle C H P, & particulieremẽt l'angle C H P egal à l'angle N H C, c'est à dire droict: ce qu'il faloit demonstrer.

FIN DV PREMIER LIVRE.

A MONSEIGNEVR HENRY VICONTE DE ROHAN, Prince de Leon, Comte de Porroet, &c.

MONSEIGNEVR: Sçachāt qu'entre plusieurs loüables exercices dont vous cultiuez vostre bel esprit en ce printemps de vostre âge, vous ne mettez au dernier rang les sciences Mathematiques : i'ose vous offrir ce mien labeur pour essayer d'en faciliter le vostre que vous y employez, me persuadant puis que les armes commencent à faire place aux lettres, que tels Seigneurs comme vous n'apporteront moins d'affection à celles-cy, qu'ordinairement ils acquierent de perfection en celles-là; afin de paroistre auec mesme hōneur sur l'vn & l'autre Theatre, & de n'auoir moins d'honnestes recreations pour l'esprit en temps de paix, qu'ils ont de penibles occupations pour le corps durant la guerre. Receuez donc, Monseigneur, ce petit escrit, & s'il ne peut donner la lumiere qu'il promet aux susdictes sciences : permettez qu'il en reçoiue de vostre illustre Nom, puis que plusieurs choses ne sont estimees que pour auoir esté dediees aux temples & lieux illustres.

Vostre tres-humble & tres-obeissant seruiteur I. ERRARD.

LE SECOND LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

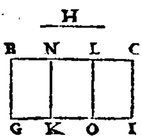
DEFINITION PREMIERE.

TOVT parallelogramme rectangle est dict estre contenu de deux lignes droictes qui comprennent l'angle droict.

2. En tout espace parallelogramme, vn chacun d'iceux parallelogrammes qui sont sur le diametre ayant vn angle commun, auec les deux supplements se nomme gnomon.

PROPOSITION I.

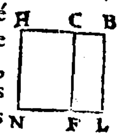
S'il y a deux lignes droictes, dont l'vne soit couppee en autant de parties qu'on voudra, le rectangle contenu des deux lignes droictes est egal aux rectangles contenus de la non-couppee, & d'vne chacune piece de la couppee.



SOient les deux lignes H & G I, desquelles G I soit couppee en K, O, soit au point G esleuee la perpendiculaire G B & faicte egale à H. Soit en apres tiree B C parallele à I G, & C I à B G, icelles seront egales aux opposees, & feront vn rectangle B I: soient aussi tirees K N & O L paralleles à B G, & par consequent egales: Il est euident que les trois parallelogrammes, B K, N O, L I seront rectangles *par la 29.* & compris de la ligne non couppee B G (c'est à dire H) & de chacune piece de la couppee G K, K O, O I: & pource qu'ils composent le tout B I, ils luy seront donc egaux.

PROPOSITION II.

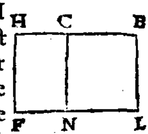
Si vne ligne droicte est couppee comme on voudra, les rectangles contenus de toute la ligne, & d'vne chacune piece, sont egaux au quarré de toute la ligne.



Soit la ligne N L couppee en F, & soit fait le quarré N H B L & tiree en angles droits F C pour estre egale & parallele à N H, & faire les deux rectangles, H F, C L, qui composent le tout H L, & sont compris de la toute N H ou F C & de chacune des parties comme N F, F L. Il est euident qu'iceux rectangles seront egaux à leur tout.

PROPOSITION III.

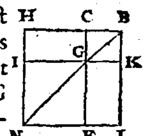
Si vne ligne droicte est couppee comme on voudra : le rectangle contenu de la toute & de l'vne des pieces, est egal au rectangle contenu des pieces, & au quarré de ladite piece.



Soit la ligne F L couppee en N, & soit F H perpendiculaire & egale à N L, & soit faict le rectangle H L, & esleuee la ligne N C pour estre parallele & egale à F H. Il est euident que C L sera quarré & H N rectangle long faict de la ligne H F. (C'est à dire N L l'vne des pieces) & de l'autre piece F N. Et pour ce que ces deux figures composent le tout H L, elles luy seront egales.

PROPOSITION IIII.

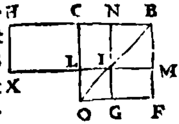
Si vne ligne droite est couppee comme on voudra, le quarré de la toute, est egal & aux quarrez des pieces, & au rectangle deux fois contenu des pieces.



Soit N L couppee en F, & soit sur icelle N L faict le quarré N H B L : & soit esleuee en angles droits F C pour estre parallele & egale à N H. Soit aussi tiree la diagonale B N, & par la section G soit menee I K parallele & egale à N L. Il est euident que le quarré sur la partie N F (c'est à sçauoir I F) & l'autre quarré sur la partie F L (c'est à sçauoir C K) auec le rectangle deux fois de N F, F L, (c'est à dire H G & G L) font tout le quarré H L, & par consequent luy seront egaux.

PROPOSITION V.

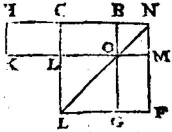
Si vne ligne droite est diuisee en deux pieces egales, & en deux inegales, le rectangle contenu des pieces inegales de la toute, auec le quarré de la section entre-moyenne, est egal au quarré de la moytie.



SOit la ligne droicte H B couppee egalement en C, & inegalement en N. soit faict le rectangle des pieces inegales H N, N B (c'est à dire le rectangle H I.) Soit aussi faict le quarré de la moytie C B (c'est à dire le quarré C F) & soyent tirees N I G, & L I M. D'autant que B M est egale à N I, & M F egale à C N (c'est à dire à L I ou I G) il s'ensuyura que L G sera vn quarré, lequel joint au rectangle H I, seront ensemble egaux au quarré C F, parce que le rectangle N F est egal au rectangle H L, estant compris de lignes egales par la construction.

PROPOSITION VI.

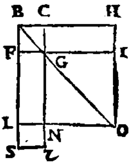
Si vne ligne droicte est couppee en deux pieces egales, & on luy adiouste directement quelque ligne droite: le rectangle contenu de la toute auec l'adioustee, & de l'adioustee, auec le quarré de la moitié est egal au quarré qui est faict de la moitié & de l'adioustee comme d'vne.



SOit la ligne H B couppee en deux egalement en C, à laquelle soit apposee directemēt B N. Soit fait le rectangle de la toute & de l'apposee, c'est à sçauoir H N & de l'apposee B N (c'est à dire N M.) Et soit ce rectangle H M: puis soit de C N faict le quarré C F, & soit tiree B G parallele & egale à N F. D'autant que *par la construction* C B est egale à M F (c'est à dire à O G ou L I) il s'ensuyura que L G sera vn quarré, lequel auec le rectangle H M sera egal au quarré C F, par ce que le rectangle G M est egal au rectangle CO (c'est à dire C K) *par la construction*.

PROPOSITION VII.

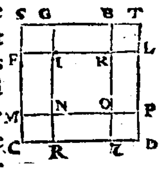
Si vne ligne droicte est couppee comme on voudra, le quarré de la toute, & le quarré de l'vne des pieces, iceux deux quarrez ensemble sont egaux, au rectangle contenu deux fois de la toute & de ladicte piece, & au quarré de l'autre piece.



SOit la ligne B H couppee comme on voudra en C: & sur B H soit faict le quarré B H O L: soit B F faicte egale à B C, & soit tiree C N parallele & egale à B L & F I à B H. Soit encor faict le quarré N S de la ligne B C ou L N. D'autant que les deux rectangles F H, & F Z qui sont compris de la toute B H (ou F S) & de la piece B C (ou B F, ou F G) ensemble le quarré I N faict de l'autre piece C H, composent & le quarré de la toute (c'est à sçauoir H L) & le quarré de ladicte piece B C (c'est à sçauoir N S) il est certain qu'ils seront egaux ausdicts quarrez H L & N S comme toutes les parties au tout.

PROPOSITION VIII.

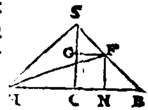
Si vne ligne droicte est couppee comme on voudra, le rectangle contenu quatre fois de la toute, & d'vne des pieces, auec le quarré de l'autre piece, est egal au quarré de la toute, & de ladicte piece.



SOit la ligne S B couppee en G, & soit apposee B T egale à S G. Soit sur la composee S T fait le quarré S T D C & tirees G R, B Z paralleles & egales à S C. Soient aussi T L, D P egales à B T (c'est à dire S G) & tirees L F, P M paralleles & egales à S T. Il est euident que les quatre rectangles S K, B P, D N, & R F sont faicts de la toute S B & de la piece S G, & que le quarré I K O N est fait de l'autre piece G B, & composent le quarré faict de la toute & de l'apposee B T, laquelle B T est egale à l'vne des pieces sçauoir S G. Il est donc euident que le quarré S D faict sur la composee S T sera egal à iceux quatre rectangles & au quarré I O faict de l'autre piece G B.

PROPOSITION IX.

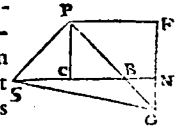
Si vne ligne droicte est couppee en deux pieces egales, & en deux pieces inegales: les quarrez des pieces inegales de la toute, seront doubles aux quarrez de la moitié & de la section entre-moyenne.



SOit la ligne droicte H B couppee en deux egalement au point C, & inegalement au point N. soit esleuee en angles droicts C S, & faite egale à C H, & soient menees H S & B S. D'autant que les deux triangles H C S & B C S sont Isosceles, ils auront les angles sur la base egaux. Or H C S est droict, comme aussi B C S, donc *par la 32. du 1.* l'angle C H S, vaudra vn demy droict, comme aussi H S C, S B C & B S C. Celuy-cy ioint à H S C fera vn angle droit H S B. Soit aussi esleuee en angles droicts N F, & du point F soit tiree F G parallele & egale à N C: Il est euident que N F est egale à N B (l'angle F N B estant droict & N B F demy droit, comme aussi N F B) *par la 6. du premier.* Semblablement F G sera egale à G S. Soit tiree H F. D'autant que *par la 47. du premier* les quarrez de H N & N B (ou N F) sont egaux au quarré H F, & que cestuy-cy est egal aux quarrez de F S & S H, & que le quarré de S H est double au quarré de H C, & le quarré de S F double au quarré de G F (ou CN) il s'ensuyura que les quarrez des deux pieces inegales H N & N B seront doubles aux quarrez de la moitie H C & de la ligne entre les deux sections C N.

PROPOSITION X.

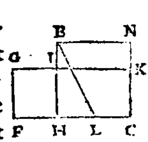
Si vne ligne droicte, est couppee en deux pieces egales, & on luy adiouste directement, quelque ligne droicte: le quarré de la toute auec l'adioustee & le quarré de l'adioustee, sont doubles aux quarrez de la moitie, & de celle qui est faicte de la moitié & de l'adioustee, comme d'vne.



SOit la ligne droicte S B couppee en deux egalement au point C, à laquelle soit directement apposee B N. Soit du point C esleuee en angles droicts C P qui soit egale à C S. Soit aussi faict le rectangle C P F N, soient menees S P, P B. il est euident que l'angle S P B sera droict (estant composé de deux demy droicts) comme en la precedente. Soit prolongee F N vers G, & P B vers G. Le triangle B N G sera rectangle & isoscele, d'autant que l'angle P B C est demy droict *par la construction*, & egal à l'angle du sommet N B G, comme par consequent N G B est aussi demy droict (l'angle B N G estant egal à B N F, & par consequent droict) *par la 13. du premier*. Dont appert que F G est egale à F P. Soit finalement menee S G. D'autant que *par la 47. du premier* le quarré de S G est egal aux quarrez de S N & N G, (ou N B) & que ce mesme quarré S G est egal aux quarrez de S P, & P G, & que le quarré de S P est double au quarré de la moitié S C, & le quarré de P G double au quarré de P F (c'est à dire C N qui est la moitié auec l'apposee) il s'ensuiura que le quarré de la toute & de l'apposee S N, auec le quarré de l'apposee B N (ou N G) sera double aux quarrez de la moitié S C, & de l'autre moitié auec l'apposee C N.

PROPOSITION XI.

Coupper vne ligne droicte donnee, tellement, que le rectangle contenu de la toute & de l'vne des pieces, soit egal au quarré faict de l'autre piece.

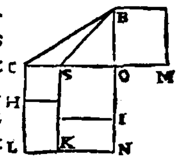


SOit la ligne droicte proposee H B, sur laquelle soit descrit vn quarré H B N C, soit couppé en deux egalement H C en L. soit menee L B, & prolongee C H vers F, en sorte que L F soit egale à L B. Sur la ligne H F soit descrit le quarré H F G I, & soit menez G I K. D'autant que le rectangle compris de la toute & de l'apposee comme d'vne ligne (c'est à sçauoir C F) & de l'apposee F H ou F G (c'est à dire le rectangle F K) auec le quarré de la moitié H L, est egal au quarré de L F *par la 6. de ce liure*, c'est à dire de L B son egale, & que le quarré de L B est egal aux quarrez de H B, H L: il s'ensuyura (le commun H L estant osté) que le quarré de H B sera egal au rectangle

FK, & desquels finalement si le rectãgle commun HK est osté, le rectangle IN demeurera egal au quarré FI. La ligne HB est donc couppee suyuant la proposition.

PROPOSITION XII.

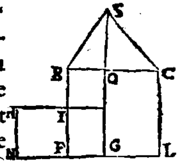
Aux triangles ambligones, le quarré qui est faict du costé qui soustient l'angle obtus, est plus grand que les quarrez qui sont faicts des costez qui contiennent l'angle obtus, de la quantité du rectangle contenu deux fois de l'vn des costez, qui sont à l'entour de l'angle obtus, dessus lequel estant mené, tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise dehors entre la perpendiculaire & l'angle obtus.



Soit le triangle ambligone BCS ayant l'angle S obtus. soit prolongé le costé CS vers O, & faicte la perpendiculaire BO. D'autant que le quarré de BC est egal aux quarrez BM & OL, & le quarré de BS egal aux quarrez BM & SI, *par la 47. du 1.* Il sera euident que le quarré de BC n'excedera le quarré de BS, (c'est à dire les quarrez BM & SI) ny le quarré de CS (qui est SH) que des deux rectangles IK, & KH. Or soit faict le quarré CONL, & tiree la perpendiculaire SK, & faicts les quarrez SH & SI. Il est manifeste que IN est egale à CS, & HL à SO. Tellemét que le rectangle IK est compris de lignes egales à CS, SO, comme aussi l'autre rectangle HK. Donc *aux triangles ambligones, &c.*

PROPOSITION XIII.

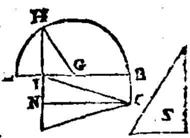
Aux triangles oxigones, le quarré du costé qui soustient l'angle pointu, est plus petit que les quarrez qui se font des costez qui contiennent l'angle pointu de la quantité du rectangle contenu deux fois de l'vn des costez, qui sont à l'entour de l'angle pointu, auquel tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise dedans entre la perpendiculaire & l'angle pointu.



SOit le triangle oxygone S B C, S B subtendent l'angle aigu C. Soit tiree la perpendiculaire S O sur le costé au long de l'angle aigu B C. Soit fait le quarré B C L F. Soit prolongee S O vers G, & fait le quarré O I. Il est euident *par la 47 du* 1. que le quarré de S B ne vaut que les quarrez de S O, & OB. Or le quarré de B C (c'est à dire B L) est plus grand que le quarré de B O (c'est OI) du gnomon C G I. Et le quarré de S C est plus grand que le quarré de S O, du quarré de O C (c'est à dire F N H I que nous posons estre descrit sur I F egale à O C.) Mais le rectangle O L est compris de C L (ou B C) & de C O qui est entre l'angle aigu C & la perpendiculaire. Et l'autre rectangle H G est de mesme, estant G F egale à B O & F N à F I. & F I à O C, *par la construction*. Tellement que G N est egale à B C, & H N à O C. Le quarré donc de S B est plus petit que les quarrez de B C & de S C des deux rectangles O L & G H.

PROPOSITION XIIII.

Faire vn quarré egal à vn rectiligne donné.



SOit la figure rectiligne donnee S, à laquelle soit fait dans vn angle droit donné vn parallelográme rectangle egal *par la 45. du premier*, & soit iceluy rectangle B I N C. Soit prolongee B I vers L, en sorte que I L soit egale à I N. soit couppée B L en deux egalement, comme en G, & fait du centre G le demi cercle B H L, & prolongee N I iusques à la circonference, comme en H, & menee G H. D'autant que B L est couppee en deux egalement en G, & inegalement en I, le rectangle compris soubs B I, I L auec le quarré de G I sera egal au quarré de G L (ou de G H son egale) *par la 5. de ce liure*, mais le quarré de G H est egal aux quarrez de G I & I H (l'angle G I H estant droit d'vn costé de la perpendiculaire H I (*par la construction*) il s'ensuyura donc que le rectangle de B I, I L (c'est à dire B N) auec le quarré de G I sera egal aux quarrez de H I, & I G. Mais le quarré commun de I G estant osté, le rectangle B N & le quarré de I H demeureront egaux.

A MONSEIGNEVR GVY COMTE DE LAVAL, HARcourt, Montfort & Quintin, Baron de Vitré, &c.

MONSEIGNEVR, ceste louable affection qui vous faict embrasser auec tant de soin les sciences Mathematiques, a seruy d'aiguillon à la mienne pour m'efforcer à soulager vostre peine : comme ie sçay qu'elle seruira d'exemple à la Noblesse Françoise pour imiter vostre vertu, qui n'estime pas qu'en choses si excellentes, la grandeur de la difficulté doiue esteindre ou refroidir l'amour de la beauté : Aussi n'est-ce pas sans raison qu'vn ancien accompare ceste science à l'amour : pource que tous deux donnent des tourmens au commencement: mais il n'en demeure ny en l'vn ny en l'autre, quand apres l'amertume des racines on vient à sauourer la douceur des fruicts. Si ceux que vous cueillez maintenant de vostre labeur employé en cest estude, sont desia si meurs & si bien formez, comme ie croy qu'ils n'ont de besoin de mon industrie pour venir en maturité ; au moins approuuerez vous, comme i'espere, la deuote volonté que par l'offre de cest escrit vous faict paroistre,

Vostre tres-humble & tres-obeissant seruiteur I. ERRARD.

LE TROISIESME LIVRE DES ELEMENS D'EVCLIDE.

DEFINITION PREMIERE.

1 LEs cercles egaux ſont ceux deſquels les diametres ſont egaux:ou deſquels les lignes menees du cẽtre ſont egales.

2 Vne ligne droicte eſt dicte toucher vn cercle, laquelle touchant le cercle, ſi elle eſt prolongee, ne couppe point le cercle.

3 Les cercles ſont dicts ſe toucher enſẽble,quãd ſe touchãs l'vn l'autre ne ſe couppent point enſemble.

4 Les lignes droictes en vn cercle ſont dictes eſtre egalement diſtantes du centre, quãd les perpendiculaires tirees du centre ſur icelles ſont egales.Mais celle ſe dict plus diſtante ſur laquelle tombe la plus grande perpendiculaire.

5 Section de cercle eſt vne figure compriſe d'vne ligne droicte & de la circonference du cercle.

6 Mais l'angle de la ſection eſt celuy qui eſt compris d'vne ligne droicte & de la circonference du cercle.

7 Mais vn angle ſe dict eſtre en la ſection, celuy compris de deux lignes droictes menees des extremitez de la ligne droicte couppante, & leſquelles concurrent en vn point qui eſt en la circonference.

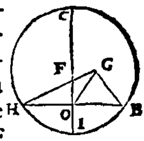
8 Mais quand les lignes droictes comprenant l'angle, prennent quelque circonference, en icelle eſt la grandeur de l'angle qui ſe dict eſtre appuyé ſur icelle.

9 Secteur de cercle est vne figure contenue de deux demi diametres faisans angle au centre,& d'vne partie de circonference prise par iceux.

10 Semblables sections de cercle sont celles qui reçoiuent les angles egaux , ou bien esquelles les angles sont egaux entr'eux.

PROPOSITION PREMIERE.

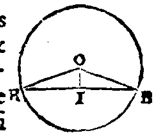
Trouuer le centre d'vn cercle donné.



SOit dans le cercle tiree vne ligne contingente H B laquelle soit diuisee en deux egalement en O, duquel point soit tiree la perpendiculaire de costé & d'autre iusques à la circonference comme C I,& icelle soit diuisee en deux egalement comme en F. Si le point F n'est le centre du cercle, soit supposé vn autre point G , & soient menees G H, G B, G O. Lors G B sera egale à G H,& l'angle H sera egal à l'angle B, & les deux triangles compris de lignes egales seront egaux & equiangles. L'angle donc G O B sera egal à l'angle G O H,& par consequent tous deux droits:il faudra donc que l'angle droit G O B soit moindre que l'angle droit FOB , & l'angle droit G O H plus grand que le droit F O H. *contre la* 10. *commune sentence* , ce qui est absurde. Parquoy le centre ne sera point hors la ligne C I. que si en icelle on suppose vn autre point, les lignes tirees d'iceluy à C & I seront inegales contre la 15. definition.

PROPOSITION II.

Si en la circonference d'vn cercle , l'on prent deux tels points qu'on voudra,la ligne droite menee de point à autre , tombera dedans le cercle.



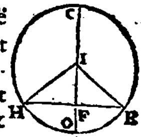
SOit en vne circõference de cercle deux points comme H B , & soit menee la ligne H B , & icelle couppee en deux egalement en I , & menee la perpendiculaire I O , & soit le point O le centre du cercle *par la precedente.* Soient aussi

menees

menees H O, O B qui seront egales. D'autant que l'angle O I B est droict, il s'ensuit qu'il est plus grand que O B I, ou I O B, & que par consequent la ligne O B est plus grãde que O I. Dont est manifeste que la ligne H B est dans le cercle: car si elle estoit hors iceluy, O I seroit plus grand que O B, & si elle estoit en la mesme circonference, la mesme O B seroit egale à O I *par la definition du cercle.*

PROPOSITION III.

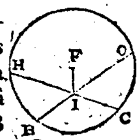
Si au cercle quelque ligne droicte passant par le centre, couppe quelque ligne droicte ne passant pas par le centre, en deux egalement: elle la couppera aussi à droicts angles; & si elle la couppe à droicts angles, elle la couppera aussi en deux egalement.



AV cercle C H O B soit la ligne CO estenduë par le centre I couppant en deux egalement H B, qui ne passe point par le centre, soient menees I H, I B. D'autant que les deux triangles sont equiangles, il s'ensuyura que les angles I F B, & I F H seront egaux, & par consequent droicts. Pour le second, soit H B couppee par C O en angles droicts. D'autant que les angles sur la base H & B sont egaux, & I F B, IF H aussi egaux *par l'hypothese*, & les costez HI, I B egaux, l'autre angle sera egal à l'autre angle, & les autres costez aux autres costez *par la 26. du premier.* Dont s'ensuit que H F est egal à F B.

PROPOSITION IIII.

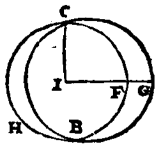
Si au cercle deux lignes droictes se couppent ensemble n'estans pas menees par le centre: elles ne se coupperont point ensemble en deux parties egales.



SOient deux lignes H C, B O au cercle, se couppant en I, & soit du centre F tiree F I. Si elles se couppent en deux egalement l'angle F I O sera droict *par la precedente*, & par consequent egal à F I B, & s'ensuyuroit aussi que l'angle droict F I B seroit egal à l'angle droict F I H. Ce qui ne peut estre n'estant F I H que partie de F I B. Et quand mesme vne de ces lignes seroit couppee en deux egalement, il se demonstrera par mesmes raisons l'autre estre couppee inegalement. Tellement donc. *Si au cercle, &c.*

PROPOSITION V.

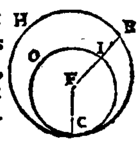
Si deux circonferences se couppent ensemble, elles n'auront pas vn mesme centre.



SOient deux circonferences se couppant en C & B. Si I est le centre des deux, soient menees I C, I F & I G, il s'ensuyura *par la definition du cercle* que les trois lignes I G, I F, I C seront egales (c'est à sçauoir la plus grande à la plus petite) ce qui ne peut estre contre la premiere commune sentence. *Si donc deux circonferences, &c.*

PROPOSITION VI.

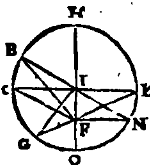
Si deux circonferences se touchent dedans, elles n'auront pas vn mesme centre.



SOiét deux circonferences se touchãs au point C, si F est le centre des deux, soient menees F C, F I, & F B. Il s'ensuiura q̃ les trois lignes F C, F I & F B seront egales, c'est à sçauoir la partie au tout, ce qui ne peut estre. Si donc *deux circonferences, &c.*

PROPOSITION VII.

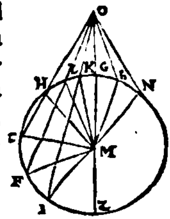
Si au diametre de cercle se prent quelque point qui ne soit pas le centre du cercle, & d'iceluy point tombent quelques lignes droictes en la circonference: la plus grande sera celle en laquelle est le centre, & la plus petite celle qui reste: Mais des autres tousiours la plus prochaine de celle qui est menee par le centre, est plus grande que la plus loin. Et deux lignes droictes egales tant seulement tombent d'iceluy point au cercle, des deux parts de la plus petite.



SOit le diametre H O, le centre I, & quelque point au diametre qui ne soit point le centre du cercle comme F. Duquel point F soient tirees plusieurs lignes à la circonference comme F B, F C, F G, F O. Soient en apres tirez les demydiametres, I B, I C, I G. d'autant que les deux costez B I & I F sont plus grands que F B *par la 20. du 1.* & que H F leur est egale, H F sera donc plus grãde que B F, & semblablement plus grande que C F, G F, & O F, & à toutes autres lignes qui pourront estre tirees de F, car elle sera tousiours egale aux deux costez du triangle. Et d'autant que B I, I F sont egaux à C I, I F, & que l'angle B I F est plus grand que l'angle C I F, la base B F sera plus grande que la base C F. Semblablement des autres. Et pource que le costé G I est moindre que les deux costez G F, F I, & que O I est egale à G I, icelle O I sera donc moindre que les deux G F, F I. La commune F I estant ostee, s'ensuyura F O estre plus petite que quelconque autre ligne tiree de F à la circonference,. La ligne donc qui passe par le centre est la plus grande, sçauoir F H & l'autre restee plus petite sçauoir FO. Des autres, celles qui sont plus proches du centre sont plus grandes que les plus esloignees. Pour le dernier soit sur la ligne F I faict vn angle en I egal à G I F, & soit F I N, soit menee F N qui sera egale à F G. Il est euident qu'on ne pourra tirer du point F vne autre ligne à la circonference de ceste mesme part qui ne s'approche du centre, & qui ne soit par consequẽt plus grande, ou qui ne s'en esloigne, & soit plus petite que F N *par la demõstration de la premiere & seconde partie de ceste proposition.*

PROPOSITION VIII.

Si dehors le cercle se prent quelque point, & d'iceluy point en la circonference se menent quelques lignes droictes, desquelles l'vne passe par le centre & les autres où l'on voudra: des lignes droictes menees en la circonference caue, la plus grande est celle qui passe par le centre: Et des autres tousiours la plus pres de celle qui passe par le centre, est plus grande que la plus loin. Mais des lignes droictes tombant en la circonference conuexe, celle est la plus petite qui est interposee entre le point & le diametre: & des autres celle qui est plus pres *de la plus petite, est tousiours plus petite que celle qui en est plus loin. Et deux lignes droictes egales tant seulement tombent du mesme point à iceluy cercle des deux pars de la plus petite.*



SOit le point donné hors du cercle O, duquel soit tiree vne ligne par le centre iusques à la circonference caue O G M Z, soient aussi plusieurs autres lignes tirees du mesme point à la mesme circonference caue, comme O I, O F, O C, & autres lignes tirees du mesme point à la circonference conuexe, comme O H, O L, O K, O G: Soient menees M I, M F, M C, M H. M L, M K. D'autant que O Z est egale aux deux O M, M I, elle sera donc plus grande que O I *par la* 20. *du* 1.

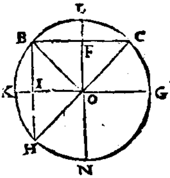
Dauantage pource que O M, M I sont egales à O M, M F, & & que l'angle O M I est plus grand que l'angle O M F, il s'ensuyura que la base O I sera plus grande que la base O F, ainsi des autres la plus proche du centre sera plus grande que la plus esloignee.

Au surplus, d'autant que O K, K M, sont plus grandes que O M, soient ostees les egales M K, M G, il s'ensuyura que la partie exterieure de la ligne qui passe par le centre (sçauoir G O) sera plus courte que O K.

Semblablement elle se demonstrera moindre que O L, O H. Et pource qu'au triangle O L M deux lignes droictes prouiennent des extremitez de l'vn des costez O M, & se joignent en vn point dans le triangle, icelles seront moindres que les autres *par la* 21. *du* 1. Or M K est egale à M L. La ligne donc O K sera moindre que O L, c'est à sçauoir tousiours la plus proche de O G sera plus courte que la plus esloignee. Pour le dernier soit sur O M & au point M faict vn angle egal à O M K, c'est à sçauoir O M B, soit jointe O B. Les deux costez O M, M B sont egaux aux deux costez O M, M K & l'angle egal à l'angle, la base donc O B sera egale à O K de chacun costé de Z O & ne se pourra donner aucune autre egale: car la plus esloignee sera plus grande, & la plus proche plus courte comme il a esté demôntré.

PROPOSITION IX.

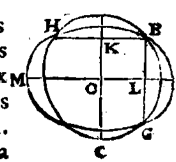
Si on prent quelque point au cercle, & d'iceluy point en la circonference tombent plus de deux lignes droites egales, le point pris est le centre d'iceluy cercle.



SOit pris vn point O dans le cercle duquel trois lignes O H, O B, O C, tirees à la circonference ſoient egales. Soit menee B C, & couppee en F en deux egalement, & ſoit auſſi menee F O N. D'autant que les deux triãgles O F B, & O F C ſont equiangles & rectangles, la ligne N F eſt en angles droicts ſur B C : en icelle N F ſera donc le centre du cercle *par la 3, de ce liure.* Semblablement B H couppee en deux egalement en I, & tiree I O G, ſe demontrera en celle-cy eſtre le centre du cercle, puis donc que la ſection O eſt commune à F N & I G, il s'enſuyura que O ſera le centre du cercle.

PROPOSITION X

Vne circonference ne couppe point vne autre circonference en plus de deux points.

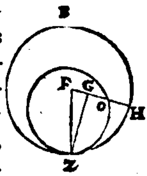


SI deux circonferences ſe couppent en trois points H, B, G, ſoient menees les lignes droictes H B, B G, & icelles couppees en deux egalement en K & L: ſoient de K & L menees en angles droicts deux lignes droites K C, L M. Il eſt euident que la commune ſection O ſera le centre des deux circonferences, *ce qui ne peut aſtre contre la 5. propoſition de ce liure. Si donc vne circonference, &c.*

PROPOSITION XI.

Si deux circonferences ſe touchent l'vne l'autre dedans, & l'on prent les centres d'icelles : ayant mené vne ligne droicte à iceux centres & produite, elle paſſera par l'atouchement des circonferences.

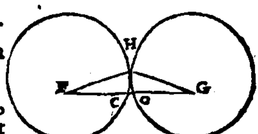
SOient deux circonferences se touchans interieurement au point Z, soit le centre de la plus grande F, & menee Z F. Si le centre de la plus petite est hors Z F, posons estre en G, & soit menee F G O H, lors G O, & G Z seront egales: Z G & G F seront donc egales à O G & G F. Mais Z G, G F sont plus grands que Z F, la ligne O F sera donc plus grande que F Z. ce qui est faux, n'estant F O que partie de F H, laquelle F H, est egale à F Z procedant d'vn mesme centre F & tombant sur vne mesme circonference Z H B, *par la construction*. *Si donc deux circonferences &c.*



PROPOSITION XII.

Si deux circonferences se touchent l'vne l'autre dehors, en menant vne ligne droicte depuis les centres d'iceux, elle passera par iceluy atouchement.

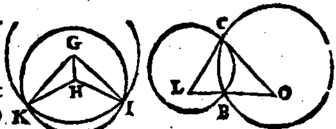
SOient deux circonferences se touchant exterieurement en H, si la ligne droicte qui conjoint leurs centres ne passe par H, soit icelle F C O G, & menees F H, & G H: ces deux sont plus grandes que F G. Mais F & G sont les centres, F H & F C seront donc egales, comme aussi G H, G O. Il s'ensuyura donc que F C & G O seront plus grandes que la toute F G. Ce qui est notoirement faux (icelles estant moindres du residu C O) Si donc *deux circonference s, &c.*



PROPOSITION XIII.

Vne circonference ne touche point vne circonference en plus de points qu'vn, soit qu'elle la touche dehors ou dedans.

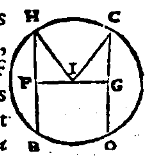
SOient deux circonferences se touchās au dehors en deux points C, B (s'il est possible) si leurs centres sont L, O, la ligne droicte L O passera par l'atouchement C,



elle passera aussi par B, *par la precedente*, tellement que L C O ne sera qu'vne ligne droicte egale à L O contre la 20 du 1. & pas ainsi de point à autre sur vn plan seroient menees deux ligner droictes (*ntre la 4. difinition & contre la des- ce qui ne se peut faire cocription de la ligne droite qui est la plus courte tiree de point à autre.*) Si les deux circonferences se touchent par dedãs en deux points K, I. Icelles n'auront point vn mesme centre *par la 5. de ce liure.* Soient donc les centres G, H, & menee G H, laquelle prolongee tõbera au point de l'atouchement K *par la 11. de ce liure.* Soit aussi tiree G I, laquelle sera egale à G K, & H I sera egale à H K procedant d'vn mesme centre. Or G H, H K sont egales à G H, H I. Il s'ensuyura donc que celles-cy seront egales à G I *contre la 20. proposition du premier.* Tellement donc que *vne circonference ne touche point vne circonference, &c.*

PROPOSITION XIIII.

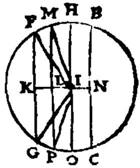
En vne circonference les lignes droictes egales, sont egalement distantes du centre, & celles qui sont egalement distantes du centre sont egales entre elles.



SOient en la circonference deux lignes egales H B, C O, & le centre de la circonference I, auquel soient tirees les perpendiculaires I G, I F sur chacune : icelles H B, C O seront couppees en deux egalement *comme il a esté monstré.* Soient aussi menees I H, I C qui seront egales. *Or par la 47. du premier* les quarrez de I C, I H sont egaux aux quarrez de H F, F I, & de C G, G I. Les deux egaux C G & H F estans ostez resteront les quarrez de I G, & I F egaux, & par consequent auront leurs costez I F, I G egaux. Il s'ensuit donc *par la 4. definition de ce liure* que H B, C O sont egalement distantes du centre.

PROPOSITION XV.

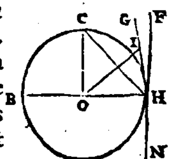
Au cercle la plus grande ligne est le diametre : mais des autres tousiours la plus pres du centre, est plus grande que la plus esloingnee.



SOit le diametre du cercle H O, & le centre I, duquel B C soit plus proche que F G. Soient tirees les perpendiculaires I N, I K. Et d'autant que I K est plus grande que I N *par la 4. definition de ce liure.* Soit de celle-là ostee vne ligne egale à celle cy comme I L, & au point L soit faicte la perpendiculaire M L P, soient conjointes I M, I F, I P, I G. D'autant que I N, I L sont egales, M P, & B C seront egales *par la precedente*. Et pource que les deux costez M I, I P sont plus grands que M P, il s'ensuyura que le diametre H O (egal aux deux costez) sera plus grand que quelconque autre ligne donnee dans le cercle Et veu que les triangles MIP & FIG ont deux costez M I, I P egaux aux deux costez F I, I G, & l'angle M I P plus grand que F I G, la base M P, sera plus grande que F G. Or M P a esté monstree egale à B C: Icelle donc B C plus proche du centre sera plus grande que la plus esloingnee F G.

PROPOSITION XVI.

La ligne droicte menee à droicts angles à l'extremité du diamemetre de quelque cercle, tombera dehors iceluy cercle, & au lieu contenu entre icelle ligne droicte, & la circonference ne tombera pas vn autre ligne droicte, & l'angle du demy cercercle est plus grand que tout angle rectiligne aigu, & celuy qui reste plus petit.

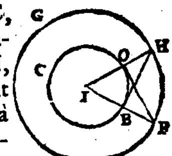


SOit le demy diametre du cercle O H, & du point H soit esleuee en angles droits N H F. Si la ligne F H tombe dans le cercle comme la ligne droicte C H. Soit du centre O menee O C, le triangle C O H sera isoscele & aura les angles sur la base egaux. Mais l'angle H est posé droict, il s'ensuiura donc que l'angle C sera droict *contre la 17. du premier*. F H ne tombera donc point dans le cercle. Pour le second si entre la ligne F H, & la circonference pouuoit tomber vne ligne droicte comme G H, soit sur icelle du centre O tiree vne perpendiculaire O I, l'angle O I H sera droit & par cõsequent la ligne O H plus grande que O I *par la 19. du 1.* Mais O I penetre la circonference, & O H la touche seulement

O I sera donc plus grande que O H. Or elle a esté dite plus grande (ce qui ne peut estre.) Il ne tombera donc aucune ligne droicte entre F H & la circonference. De là s'ensuyura que l'angle (si ainsi se doit appeller) compris par la circonference, & par la diametre sera plus grand ou plus ouuert que aucun angle rectiligne aigu: & que l'autre entre la circonference & la ligne de l'atouchement F H sera moindre. On peut de cecy recueillir que la ligne droicte F H N touche le cercle en vn seul point.

PROPOSITION XVII.

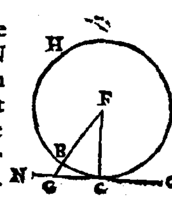
Du point donné mener vne ligne droicte, qui touche le cercle donné.



SOit le point donné H, le cercle donné B O C, du centre I soit tiree I H couppant la circonference en O. soit descrit vn cercle du centre I, & de l'interualle I H comme H G F: & du point O soit menee en angles droicts O F iusques à la circonference, & soit jointe I F, B H. D'autant que les deux costez H I, I B sont egaux aux deux costez F I, I O, & l'angle I commun, la base H B sera egale à la base F O *par la 4. du premier*, & les autres angles aux autres angles, sçauoir I O F à I B H. Mais I O F est droit & la ligne O F touche le cercle donné au point O *par ce qui resulte de la precedente*. Dont s'ensuit que l'angle H B I sera droict, & la ligne droicte H B touchera le cercle donné suyuant la proposition.

PROPOSITION XVIII.

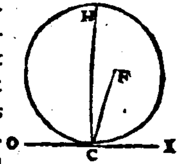
Vne ligne droicte touche vn cercle, & du centre à l'atouchement est menee vne ligne droicte, la menee sera perpendiculaire à l'atouchante.



SOit la ligne droicte N O touchant le cercle au point C du cêtre F soit tiree F C, si F C N n'est angle droict, soit tiree vne autre ligne en angles droicts sur N O comme F G. D'autant que F G C est droict, il s'ensuyura que la ligne F C subtendente sera plus grande que F G *par la 19. du premier*, mais elle est plus petite du reſi du B G (eſtant ſeulement egale à F B) il ne ſe pourra donc tirer du centre aucune autre ligne en angles droicts ſur N O que F C, ſur le point de l'atouchement C.

PROPOSITION XIX.

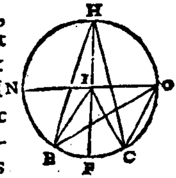
Si vne ligne droicte touche vn cercle, & on mene de l'atouchement vne ligne droicte à droicts angles ſur la touchante, le centre du cercle ſera en la menee.



SOit la ligne droicte O I, touchant le cercle en C, & du point C ſoit eſleuee en angles droicts C H. Si le centre du cercle n'eſt en la ligne C H, ſoit s'il eſt poſſible en F, & ſoit tiree F C, celle-cy ſera en angles droicts ſur O I *par la precedente*: F C I ſera donc droict. Mais il eſt moindre que l'angle H C I qui a eſté faict droict (ce qui eſt impoſſible) le centre du cercle ne ſera donc point hors la ligne H C.

PROPOSITION XX.

Au cercle l'angle du centre eſt double à l'angle qui eſt en la circonference, quant iceux angles ont pour baſe vne meſme circonference.



SOit ſur la baſe B C l'angle au centre B I C, & l'angle en la circonference B H C, & ſoit menee H F : le triangle H I B ſera iſoſcele, & l'angle exterieur B I F eſt egal aux angles H B I & B H I, *par la 32. du premier* : B I F ſera donc double à B H I. Semblablement ſe demonſtrera de F I C. Mais ſi le centre eſt hors des lignes, comme pour exemple de l'angle B O C, ſoit tiree O I N. L'angle exterieur N I C eſt egal aux interieurs I O C, & I C O, & par conſequent double à I O C. Comme auſſi N I B eſt egal à N O B & I B O, & par conſquent double à I O B. Si donc le double N I B eſt oſté du double N I C, & le ſimple I O B du ſimple I O C, le reſtant B I C ſera double au reſtant B O C.

De cecy reſulte que ſi la baſe ſubtendente les angles, excede la moitié de *la circonference, elle se pourra diuiser en plusieurs pieces pour faire plusieurs angles au centre qui se demonstreront doubles à ceux de la circonference.*

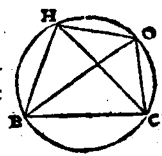
PROPOSITION XXI.

Au cercle les angles qui sont en vne mesme section, sont egaux entr'eux.

SOit la section du cercle B C O fermee de la ligne droicte B O, & les angles sur icelle B H O & B I O. Soit le centre du cercle F, & menee F B, F O. D'autant que *par la precedente* l'angle B H O est la moitié de l'angle B F O, comme aussi B I O est la moitié du mesme B F O, il s'ensuyura *par la 7. commune sentence* que iceux angles B H O & B I O seront egaux.

PROPOSITION XXII.

Les angles opposez des figures de quatre costez descrites aux cercles, sont egaux à deux droicts.

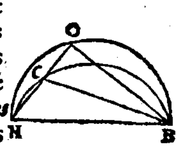


SOit au cercle le quadrilatere H B C O, & menees H C, O B les angles H B O & H C O sont egaux & O B C & O H C estans sur mesmes sections *par la precedente*: tout l'angle donc H B C sera egal aux deux C H O & O C H. Tellement que tout l'angle H O C, & l'angle H B C ensemble seront egaux à deux droicts *par la 32. du 1.* Semblablement se demontreront les angles B H O & B C O egaux à deux droicts.

PROPOSITION XXIII.

Dessus vne mesme ligne droicte, deux sections de cercles semblables & inegales ne se mettront pas d'vne mesme part.

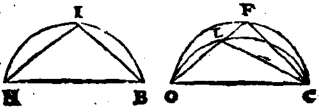
SOit la ligne droicte H B sur laquelle s'il est possible soient d'vne mesme part menees deux sectiõs de cercles semblables & inegales comme H C B & H O B. Soit tiree la ligne droicte H C iusques à O, & les lignes droictes B O. D'autant que les sections sont semblables



& inegales, l'angle H C B sera egal à l'angle H O B *par la 10. definition de ce liure* (c'est à dire l'exterieur à l'interieur *contre la 16. du 1.*) *sur vne mesme ligne donc, &c.*

PROPOSITION XXIIII.

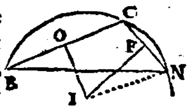
Les semblables sections de cercles dessus lignes droictes egales, sont egales entr'elles.



SOiét sur deux lignes droictes egales H B, O C deux sections de cercles egales, sçauoit H I B & O F C, les angles H I B & O F C seront egaux *par la 21. de ce liure.* Et soit, si faire se peut, vne autre section sur O C comme O L C semblable, mais inegale à B I H. Soit menee C L au point L où la circonference est couppee par la ligne droicte O F. D'autant que les sections sont semblables, l'angle O L C sera egal à l'angle H I B, & par consequent à O F C son egal, c'est à dire l'exterieur à l'interieur opposé *contre la 16. du 1. Les sections donc sur lignes egales, &c.*

PROPOSITION XXV.

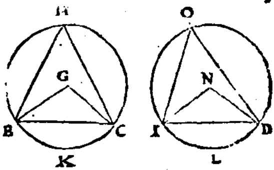
Ayant donné la section du cercle, descrire le cercle duquel elle est la section.



SOit la section donnee B C N, en laquelle soient menees comme on voudra deux lignes droictes non paralleles comme B C, C N, lesquelles soient couppees en deux egalement comme en O, F, & soient tirees les perpendiculaires O I, F I, il s'ensuyura (comme on peut recueillir de la premiere de ce liure) que le centre du cercle sera es deux perpendiculaires, c'est à sçauoir au point commun I. Tellement donc que du centre I, & de l'interuale I N on pourra parfaire le cercle duquel B C N est la section donnee.

PROPOSITION XXVI.

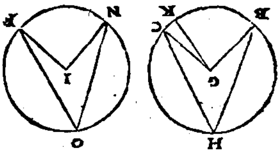
Aux cercles egaux, les angles egaux s'appuyent dessus les circonferences egalles, soit qu'ils s'appuyent estans constituez aux centres, ou aux circonferences.



SOiĉt deux cercles egaux HBC, O I D, & les angles du centre B GC,IND,egaux, cõme aussi ceux de la circonference BHC, IOD,les lignes B G, G C sont egales aux lignes IN,ND qui comprennẽt angles egaux:la ligne droite doncB C sera egale à la ligne droite I D, c'est a dire la base à labase *par la 4.du.1.* Or d'autant que les angles H & O sont egaux estans moities des angles du centre G, N, *par la 20. de ce liure.* les sections des cercles seront semblables *par la* 10. *diffinition de ce liure*, c'est asçauoir B H C,& DOI. Mais les sections B H C, & DOI, sur les lignes droictes egales BC, ID, seront egales *par la* 24. *de ce liure.* Les sections donc restees comme aussi les circonferences B K C,& DLI seront egales.

PROPOSITION XXVII.

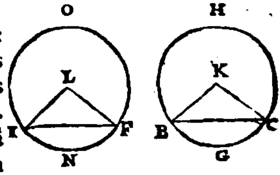
Aux cercles egaux, les angles qui s'appuyent dessus les circonferences egales, sont egaux entr'eux, soit qu'ils s'appuyent estans constituez aux centres, ou aux circonferences.



SOit aux deux cercles egaux HBC,FON & sur deux circonferences egales BC, NF les angles de la circonference H & O. Premierement si l'angle I n'est egal à BGC, qu'il soit estimé moindre, & sur la ligne B G & au point G soit descrit vn angle egal à I, comme B G K *par la* 23. *du* 1. La circonference donc B K sera egale à la circõference N F *par la precedente*. Mais par l'hypothese B C est aussi egale à N F. La plus courte donc B K sera egale à la plus grande B C : ce qui est absurde & faux. Les angles donc du centre B G C, N I F ne sont point inegaux. Et partant les angles H, & O qui sont moities des angles du centre seront aussi egaux *par la 7. C. S.*

PROPOSITION XXVIII.

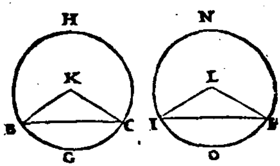
Aux cercles egaux, les lignes droictes egales, prennent les circonferences egales, la plus grande à la plus grande, & la plus petite à la plus petite.



SOient en cercles egaux deux lignes droictes egales I F, B C: soient les centres L, K & menees I L, L F, B K, K C: les deux triangles seront egaux & equiangles *par la 8. du 1.* L'angle L sera donc egal à l'angle K, & consisteront iceux en circonferences egales *par la 26. de ce liure*, c'est à sçauoir en I O F, & B H C plus grandes: par ainsi les restes, c'est à sçauoir I N F, & B G C plus petites seront egales *par la 3. C.S.* estás les deux cercles egaux par l'hypothese.

PROPOSITION XXIX.

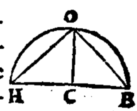
Aux cercles egaux, les circonferences egales sont prises de lignes droictes egales.



SOient en cercles egaux & en circonferences egales deux lignes droictes subtenduës, comme B C, I F. Soient les centres K & L, & menees B K, K C, I L, L F. D'autant que les circonferences B H C & F N I sont posees egales, les restes B G C, & F O I seront aussi egales: les angles K & L seront donc egaux *par la 27. de ce liure*. Et *par la 4. du 1* la base sera egale à la base (c'est à sçauoir la ligne droicte B C à la ligne droicte I F.

PROPOSITION XXX.

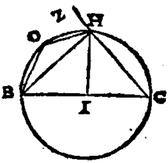
Coupper vne circonference en deux egalement.



SOit la circonference donnee H O B. & soit menee la subtendente H B, sur laquelle estant couppee en deux egalement au point C, & sur le mesme point C soit esleuee C O en angles droicts & jointes H O, O B. D'autant que les costez H C, C O sont egaux aux deux costez B C, C O, & comprennent angles egaux, la base H O sera egale à la base B O, lesquelles bases comprendront circonferences egales, c'est à sçauoir l'arc H O, & l'arc O B le plus petit au plus petit *par la 28. de ce liure*.

PROPOSITION XXXI.

Au cercle, l'angle qui est au demy cercle, est droict: & celuy qui est en la plus grande section, est plus petit qu'vn droict: mais celuy qui est en la plus petite section, est plus grand qu'vn droict. Et d'auantage l'angle de la plus grande section, est bien plus grand qu'vn droict: mais l'angle de la plus petite section, est plus petit qu'vn droict.

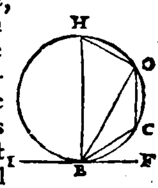


AV cercle H O B C duquel le centre I soit l'angle C H B dans le demy cercle. Soit mené le diametre B I C. & en la plus grande section soit l'angle H C B, & en la moindre soit l'angle H O B. L'angle mixte de la plus grande section soit compris de la ligne droicte B H & de l'arc H C, & l'angle mixte de la moindre soit compris de la mesme B H & de l'arc H O. Soit prolongee C H en Z & menee I H. D'autant que les angles I C H, I H C sont egaux, comme aussi I B H, B H I, tout l'angle B H C sera egal aux angles H B I, H C I: & à ces deux cy est egal l'angle exterieur Z H B *par la 32. du 1.* Il s'ensuyura donc que Z H B, & B H C seront egaux, & par consequent droicts *par la 10 definition du 1. & par la 13. proposition.* L'angle donc qui est au demy cercle est droict.

Pour le second l'angle de la plus grande section, sçauoir H C B a esté moindre qu'vn droict: mais aux figures quadrilateres descrites en vn cercle les angles opposez sont egaux à deux droicts *par la 22. de ce liure.* L'angle B O H sera donc plus grand qu'vn droict. Pour le dernier l'angle mixte B H C comprenant l'angle droict sera plus grand que le droict: & l'angle mixte de la plus petite section B H O moindre que Z H B qui a esté monstré droit.

PROPOSITION XXXII.

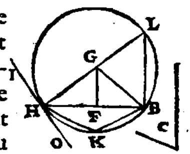
Si quelque ligne droicte touche le cercle, & de l'atouchement on meine quelque ligne droicte couppant le cercle: les angles qu'elle faict à la touchante, sont egaux à ceux qui consistent aux sections alternes du cercle.



SOit la ligne droicte I F touchant le cercle au point B, duquel point soit tiree la ligne droite B O couppant le cercle. Soit aussi esleuee en angles droicts B H & menee H O. D'autant que HOB est droict estant au demy cercle les angles O H B & O B H seront egaux à vn droict (c'est à dire à F B H:) soit osté le commun O B H, il s'ensuiura que OHB (qui est en la plus grande section) & OBF seront egaux. Maintenant soient menees O C, C B. D'autant qu'aux quadrilateres inscripts au cercle les angles opposez sont egaux à deux droicts *par la 22. de ce liure*, les angles O H B, & O C B opposez & qui consistent és sections alternes seront egaux aux angles O B I, & O B F qui valent deux droicts. Mais O B F a esté monstré egal à O H B. Il s'ensuyura donc que O C B qui est la plus petite section sera egal à O B I.

PROPOSITION XXXIII.

Dessus vne ligne droicte donnee descrire la section d'vn cercle, prenant vn angle egal à vn angle rectiligne donné.

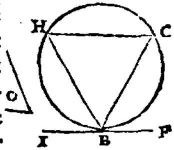


SOit la ligne droicte donnee B H, & l'angle donné C. Sur B H au point H soit descrit vn angle egal à C comme O H B. Soit prolongee O H vers I. Du point H soit menee en angles droicts sur O I la ligne H G L. Soit H B couppee en deux egalement en F. Du point F soit menee en angles droicts F G, & tiree G B. D'autant que les deux triãgles H F G, & B F G ont deux costez egaux aux deux costez & l'angle à l'angle, la base H G sera egale à la base G B. Soit maintenant sur le centre G à la distance G B descrit le cercle H B L & menee B L. Il sera euident que H L sera le diametre, lequel estant en angles droicts sur O I, la ligne O I touchera seulement le cercle au point H. Or par la precedente l'angle O H B est egal à l'angle H L B: la plus grande section donc H L B comprẽdra l'angle L egal à l'angle donné C. Que si l'angle estoit obtus comme B H I. Il seroit demontré egal à l'angle de l'autre section H K B. S'il estoit droict, faudroit seulement descrire vn demy cercle sur la ligne donnee H B. Lequel comprendroit l'angle droict comme il a esté monstré.

PROPO-

PROPOSITION XXXIIII.

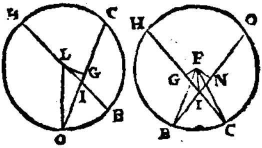
Coupper la section du cercle donné, prenant vn angle egal à vn angle rectiligne donné.



SOit le cercle donné H B C, & l'angle donné O, & la ligne touchant le cercle I F au point B *par la 17. de ce liure.* sur la ligne I B au point B soit descrit l'angle H B I egal à O: iceluy mesme sera egal à l'angle de la section plus grande H C B, c'est à sçauoir à l'angle rectiligne C *par la 32. de ce liure.* De mesme si l'angle donné est egal à C B I se demonstrera l'angle de la section C B luy estre egal.

PROPOSITION XXXV.

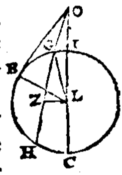
Si au cercle deux lignes droictes se couppent l'vne l'autre, le rectangle contenu des deux pieces de l'vne, est egal au rectangle contenu des deux pieces de l'autre.



SOient deux lignes droictes en vn cercle H C, O B se couppant en I. Soit du centre F tirees les perpendiculaires F G, F N, & menees les lignes F B, F C, F I. D'autant que F G, & F N couppent les lignes H C & O B egalement *par la 3. de ce liure* & F I les coupe inegalement, le rectangle compris de H I, I C auec le quarré de I G sera egal au quarré de G C. Or pource que *par la 47. du* 1. les quarrez de C G & G F sont egaux au quarré de F C, il s'ensuyura que le rectangle sous H I, I C ensemble les quarrez de G I G F (c'est à dire le quarré de F I) seront egaux au quarré de F C. Ainsi se demonstrera que le rectangle sous O I, I B auec le quarré de F I sera egal au quarré de F B. Si donc le commun F I est osté, il s'ensuyura le rectãgle des pieces de l'vne estre egal au rectangle des pieces de l'autre. Secondement si l'vne des ~~pieces~~ seulement ly est couppee inegalement, [redacted] en angles droicts, [redacted] icelle sera le diametre du cercle. *Et comme on peut recueillir par la derniere du second*, le rectangle compris des pieces inegales sera egal au quarré de la moitie de l'autre qui est couppee egalement. Et si le diametre & l'autre ligne se couppent inegalement comme HB, C O au point I, le rectangle de H I, I B auec le quarré de I L sera egal au quarré de L B ou L O. Et le rectangle de C I, I O auec le quarré de I G sera egal au quarré de G O. Mais les quarrez de L G, G I sont egaux au quarré de L I. Il s'ensuyura donc que le rectangle de C I, I O auec le quarré de L I sera egal aux quarrez de G O, G L, c'est à dire au quarré de L O egale à L B. Si donc le quarré commun de L I est osté, les deux rectangles de H I, I B, & de C I, I O demeureront egaux.

PROPOSITION XXXVI.

Si dehors le cercle l'on prent quelque point, & d'iceluy au cercle tombent deux lignes droictes, l'vne desquelles couppe le cercle, & l'autre le touche: Le rectangle contenu de toute la coupante & de sa partie dehors prise entre le point & la circonference conuexe, est egal au quarré qui est descrit de la touchante.



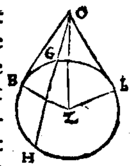
Soit pris hors le cercle vn point comme O duquel procedent deux lignes, l'vne qui touche le cercle O B, & lautre qui le coupe premieremét par le centre comme O L C. D'autant que *par la 6. du 2.* le rectangle compris de la toute auec l'apposee, sçauoir O C & de l'apposee O I, auec le quarré de la moitie L I (ou L B son egale) est egal au quarré de la moitie & de l'apposee comme d'vne, sçauoir L O, & que les quarrez de OB & de B L sont egaux au quarré de la mesme O L: il s'ensuyura le commun B L ou L I estant osté que le quarré de B O sera egal au rectangle de C O, O I.

Pour le second si la ligne ne coupe le cercle par le centre comme O G H, à laquelle soit du centre tiree vne perpendiculaire L Z. Il est euident que H G sera couppee egalement, & soit menee L G. D'autant que *par la 6. du 2* le rectangle sous H O, O G auec le quarré de G Z est egal au quarré de O Z, leur soit adiousté vn quarré commun Z L. Lors le contenu sous H O, O G auec les quarrez de G Z, Z L (c'est à dire le quarré de G L) sera egal aux quarrez de O Z & de Z L (c'est à dire au quarré de O L.) Mais les quarrez de O B & de B L sont egaux au mesme quarré de O L. Il s'ensuyura donc que les quarrez de O B, & de

B L feront egaux au rectangle de H O, O G & au quarré de G L ou B L. Le commun donc estant osté resterót le quarré de O B, & le rectangle de H O, O G egaux.

PROPOSITION XXXVII.

Si dehors le cercle l'on prent quelque point, & d'iceluy point tombent deux lignes droites au cercle, desquelles l'vne couppe le cercle, & l'autre se repose: & soit le rectangle contenu de toute la couppante, & de la piece prise entre le point & la circonference conuexe egal au quarré descrit de celle qui se repose, celle qui se repose touchera le cercle.



SOit le point hors du cercle O duquel procedent deux lignes droites, dont l'vne le coupe comme O G H, & l'autre tôbe seulement sus iceluy comme O B. Soit pris le centre Z, & menees Z B, Z O, & du point O soit menee la ligne droicte O L qui touche seulement le cercle *par la 17. de ce liure*, & soit menee Z L. Dautant que *par l'hypothese* le rectangle compris sous H O, O G est egal au quarré de O B, & que *par la precedente* le mesme rectangle est egal au quarré de O L icelles O B, O L feront egales. Et pour ce que les deux costez O B, B Z sont egaux aux deux costez O L, L Z & que la base est commune, l'angle O B Z sera egal à l'angle droict O L Z *par la 8. du 1. li.* & sera par cõsequent droit, & pourtant la ligne O B tombera en angles droicts sur l'extremité du diametre, & touchera seulement le cercle *comme on peut recueillir par la 16. de ce liure.*

FIN DV TROISIESME LIVRE.

A MONSEIGNEVR HENRY COMTE DE COLIGNY, BARON de Chastillon, Admiral de Guyenne, &c.

MONSEIGNEVR, puis que vous n'estes moins recognu pour heritier des belles vertus qui reluisoient en deffunct Mõseigneur vostre Pere, que pour successeur en son estat d'Amiral de Guyenne: Ie ne dois pas craindre, que reiettiez ce que ie sçay luy auoir tousiours esté agreable: C'est pourquoy i'ose vous dedier ceste partie de mes exercices Mathematiques, dont la cognoissance est aussi necessaire, & l'vtilité aussi euidente au faict de la nauigation, que l'affection dont vous les embrassez est louable. Honorez donc s'il vous plaist, Monseigneur, de vostre protection, & l'escrit & l'autheur: Que si l'vn est peu propre à vous aider aux susdites sciences, au moins croyez que l'autre est tres-desireux de vous tesmoigner, qu'il sera à iamais,

MONSEIGNEVR,

Vostre tres-humble, & affectionnné seruiteur. I. ERRARD.

LE QVATRIESME LIVRE DES ELEMENS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

1. VNe figure rectiligne ſe dict eſtre inſcripte en vne figure rectiligne, quand vn chacun des angles de la figure inſcripte touche vn chacun coſté de la figure en laquelle elle eſt inſcripte.

2. Semblablement auſſi la figure ſe dict eſtre circonſcripte à la figure, quand vn chacun coſté de la circonſcripte touche vn chacun angle de l'inſcripte.

3. La figure rectiligne ſe dict eſtre inſcripte au cercle, quand vn chacun angle de la figure inſcripte touche la circonference du cercle.

4. Mais la figure rectiligne ſe dict eſtre circõſcripte au cercle, quand vn chacun des coſtez de la figure circonſcripte touche la circonference du cercle.

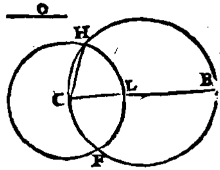
5. Semblablemét auſſi le cercle ſe dict eſtre inſcript en vne figure rectiligne, quand la circonference du cercle touche vn chacun coſté de la figure en laquelle il eſt inſcript.

6. Mais le cercle ſe dict eſtre circonſcript à vne figure, quand la circonference du cercle touche vn chacun des angles de la figure à l'entour de laquelle il eſt deſcript.

7. Vne ligne droicte ſe dict eſtre accommodee ou enfermee au cercle, quand les extremitez d'icelle ſont en la circonference du cercle.

PROPOSITION I.

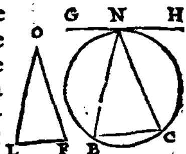
Au cercle donné, accommoder vne ligne droicte egale à vne ligne droicte donnee, qui ne soit pas plus grande que le diametre du cercle.



SOit la lign e droicte donnee O moindre que le diametre du cercle C B. de la ligne C B soit ostee vne ligne egale à O *par la* 3. *du* 1. *liure* & soit C L. du centre C à la d'istance C L soit d'escript vn cercle qui couppera le cercle donné, comme au point H : soit menee C H. d'autant que celle cy est egale à C L, & C L egale à la mesme O *par l'hypothese*, Il s'ensuiura que O sera egale à C H, laquelle C H est par ce moyen accommodee au cercle donné. que si la ligne donnee est egale au diametre du cercle donné, nous auons ce qui est requis.

PROPOSITION II.

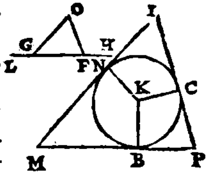
Dans vn cercle donné, descrire vn triangle equiangle au triangle donné.



SOit le cercle donné N B C & le triangle donné O L F. soit menee la ligne droite G N H, en sorte quelle touche seulement le cercle, comme au point N : duquel & sur la ligne G N soit descrit vn angle egal à L, cōme G N B. soit aussi fait l'angle H N C egal à l'angle F, & soit menee B C. d'autant que les trois angles d'vn triangle sont egaulx à deux droits, l'angle B N C sera egal à l'angle O. mais l'angle C en la plus grāde section, est egal à l'angle G N B *par la* 32 *du* 3. *liure* il s'ensuiura donc que l'angle B sera egal à H N C (c'est à dire à F son egal) ainsi donc le triangle N B C dans le cercle donné, est equiangle au triangle donné.

PROPOSITION III.

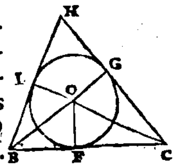
A l'entour d'vn cercle donné, descrire vn triangle equiangle au triangle donné.



SOit le triangle do nné O G F , pour en descrire vn equiangle a l'entour du cercle donné, duquel le centre soit K : auquel K, soit faict vn angle comme N K B, egal à l'angle exterieur L G O , & l'angle B K C egal à l'autre angle exterieur du triangle H F O . soient aux trois extremitez N , B , C , tirees trois lignes touchantes seulement le cercle M I , I P , P M. d'autant que le quadrilatere M N K B peut estre inscript en vn cercle aiant deux angles N & B , droits (*comme on peut recuillir de la 32. du 2. li.*) les angles oposez seront egaux à deux droits. mais N K B a esté fait egal à L G O : il s'ensuit donc que l'angle M est egal à l'angle F G O estant cestuy auec l'exterieur egal à deux droits, *par la 13 du. 1. liu.* Par semblable argument nous demonstrerons les autres angles egaux aux autres angles : tellement que le triangle I P M est equiangle à O G F , & est circonscrit au cercle donné.

PROPOSITION IIII.

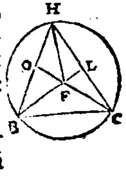
Dans vn triangle donné d'escrire vn cercle.



SOit le triangle H B C duquel les deux angles B & C sont couppez en deux egallement par deux lignes qui se r'encontreront cõme en O , duquel point O soint tirees les perpendiculaires sur chacun costé comme O F, O G, O L, icelles seront egales *par la 4 du 1. liure* estant les bases des quatres triangles egaux & equiangles. si donc du centre O à la distance O F on tire vn cercle, il touchera seulement les trois costez du triangle *comme on peut recueilir de la 16 du 3. liure.*

PROPOSITION V.

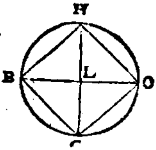
A l'entour d'vn triangle donné d'escrire vn cercle.



SOit premierement le triangle oxigone H B C, duquel les deux costez (qui ne comprennent point l'angle plus aigu) soient couppez en deux egalement cõme en O , L : & d'iceux points soient tirees les perpendiculaires O F , L F & menees F B , F C. il est euident que les deux triangles rectangles H L F, C L F sont egaux & equiangles *par la 4 du premier liure.* H F sera donc egale à F C, mais H F est aussi cõmune au triangle H O F, & ce triangle est egal & equiangle au triangle B O F. il sensuit donc que B F est egale à F H, & par consequent à F C. si donc du centre F, à la distance F H on descript vn cercle, la circonference passera par les points H B C à l'entour du triangle. Par semblables arguments se demonstreront les cercles pouuoir estre circunscrits à l'entour des triangles, soit rectangles, ambligones ou oxigones.

PROPOSITION VI.

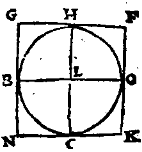
Dans vn cercle donné descrire vn quarré.



SOient tirez les deux diametres du cercle H C, B O se coupans en angles droits au centre L, & soient menees H B, B C, C O, O H. les quatre triangles sont rectangles Isosceles egaux & equiangles, & ont leurs bases egales *par la 4 du 1. li.* la figure donc H B, C O sera equilatere. mais chacun angle sur la base vault vn demy droit comme B C L *par la construction*, comme aussi O C L: il s'ensuiura donc que tout l'angle B C O sera droit. semblable demonstration se fera des autres angles: dont s'ensuiura que H B C O sera vn quarré inscrit au cercle donné.

PROPOSITION VII.

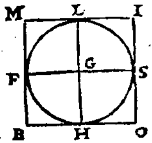
A l'entour d'vn cercle donné descrire vn quarré.



SOiēt les deux diametres H C, B D se coupans en angles droits au centre L, du point B soit menee en angles droits sur O B, la ligne G B N (c'est à dire parallele à C H) soit aussi du point O menee l'autre parallele F O K: & des points H & C les autres G H F & N C K paralleles à B O. d'autant que les angles qui sont en L sont droits, comme aussi ceux qui sont en H, B, C, O, il s'ensuiura que les quatre angles G, N, K, F seront aussi droicts *par la 34. du 1.* Or est la figure equilatere ayant vn chacun costé egal au diametre, elle sera donc quarrée descrite à l'entour du cercle.

PROPOSITION VIII.

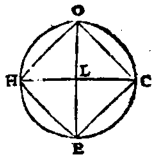
Dans vn quarré donné descrire vn cercle.



Si le quarré donné a les quatre costez couppez egalement, & menees les deux lignes L H, F S, elles se couperont en G en angles droits & egalement: car L H est parallele & egale à I O, ou M B, & F S parallele & egale à M I ou B O *par la* 34 *du* 1. *liu.* les angles rectilignes donc qui sont en L, F, H, S sont droits: tellement que si on descrit sur le centre G vn cercle à l'interualle G L, il touchera seulement les quatre costez du quarré ez points L, F, H. S *comme on peut entendre par la* 16 *du* 3. ainsi sera le cercle inscript au quarré donné.

PROPOSITION IX.

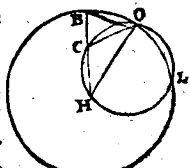
A l'entour d'vn quarré donné descrire vn cercle.



SOient tirez les deux diametres ou diagonales H C, O E, dautant que les deux triangles O H E, & O CE sont isosceles, egaux & equiangles *par la* 4 *du* 1. *liu.* chacun des angles rectilignes qui sont sur les bases vaudra vn demi droit & les angles du centre seront droits *par la* 32 *du* 1. & les lignes L O, L H, L E, L C egales. si donc du centre L à l'interualle L O on descript vn cercle il passera par les points O, H, E, C, & sera circonscript au quarré donné.

PROPOSITION X.

Faire vn triangle Isoscele, ayant vn chacun des angles qui sont en la base double à l'autre.

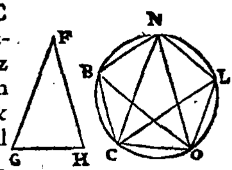


Soit proposee vne ligne droite B H laquelle *par la* 11 *du* 2. *li.* soit tellement coupee en C que le rectãgle fait de la toute H B & de l'vne des parties B C soit egal au quarré de l'autre piece H C. & du centre H, à l'interuale H B soit descript vn cercle B O L, auquel *par la* 1. *de ce li.* soit applicquee vne ligne droite egale à C H, comme B O & soit menees C O, H O. du triangle H C O soit descript le cercle H C O L *par la 5 de ce li.* puis que du point B hors le cercle, la ligne droite B H le coupe & B O tombe sur iceluy, & que le rectangle de H B, B C est egal au quarré de C H (ou B O son egale) il s'ensuiura que la ligne droite B O touchera seulemẽt le cercle H C O L *par la 37 du 3 li.* l'angle donc C O B sur la ligne touchante le cercle, sera egal à l'angle O H C qui est en la section alterne *par la 32. du 3. li.* soit maintenant adiousté le commun C O H: les deux B O C & C O H seront egaux aux deux C H O & C O H. mais l angle exterieur O C B est egal aux interieurs C H O & C O H *par la 32. du 1. li.* il sera donc aussi egal au tout B O H, & par consequẽt à l'angle H B O qui luy est egal, estant le triangle H B O isoscele, & les lignes C O, O B seront egales comme subtendentes angles egaux, mais B O a esté posee egale à C H: C O sera donc aussi egale à la mesme, & le triangle H C O sera isoscele, tellement que l'angle sur la base, sçauoir B O H sera double à l'angle B H O, comme aussi sera l'autre angle O B H.

PROPOSITION XI.

Dans vn cercle donné, descrire vn pentagone equilateral & equiangle.

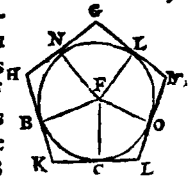
SOit inscript au cercle vn triangle N C O comme il a esté descrit en la precedẽte, & soiẽt les angles de la base coupez en deux egalement par lignes finissans en la circonference comme C L, O B, & menees N B, B, C, C O, O L, L N, il est euident que les angles O C L, L C N,



N O B, B O C, C N O estans egaux consisteront sur sections de circonferẽces egales, *cõme on peut recueillir tant de la 21. que 26. du 3. li.* Or ces cinq angles sont sur sections qui cõprennent toute la circonference, le pentagone donc N B C O L sera equilateral & equiangle.

PROPOSITION XII.

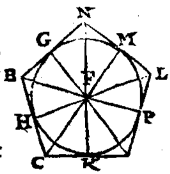
A l'entour d'vn cercle donné descrire vn pentagone equilateral & equiangle.



SOiét au cercle donné pris cinq points designans les angles du pentagone inscrit au cercle *par la precedéte*, & du cẽtre soiét tirez les demidiametres à chacun point cõme F N, F B, F C, F O, F L. soiét a chacun d'iceux points tirees en angles droits & touchans le cercle sur les demidiametres les lignes, comme H B K, K C I, I O M, M L G, G N H, & menees aussi F K, F I. d'autant que le costé F B est egal au costé F C, & que l'angle F B K est egal à F C K (*c'est à dire droit par la construction*) le quarré de F K est egal au quarré de F B & B K, cõme aussi aux quarrez de F C, C K: *par la 47 du 1. li.* Car l'angle B F C est egal à C F O (car il comprent circõference egale par la cõstruction) le quadrilatere donc B F C K sera equiangle & egal au quadrilatere C F O I, & la moitie à la moitie, & les lignes au lignes. s'ensuyura que K C sera egale à C I & C I a I O. & ainsi semblablement des autres, tellemẽt que le pentagone ainsi circonscrit sera equilateral & equiangle.

PROPOSITION XIII.

Dans vn pentagone equilateral & equiangle donné, descrire vn cercle.

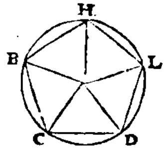


SOit le pentagone donné N B C O L descrit cõme en la precedente. & soiét diuisez les angles en deux egalement par lignes qui se rencõtreront au centre F, duquel soiét tirees les perpendiculaires sur chacun costé qui seront egales comme il a esté monstré. il sera euidẽt que le cercle descrit sur ce centre, à la distance de F G passera par les extremitez des perpendiculaires, & touchera seulement les costéz du pentagone donné *comme on peut recueillir de la 16. du 3. liure.*

PROPOSITION XIIII.

A l'entour d'vn pentagone equilateral & equiangle donné, descrire vn cercle.

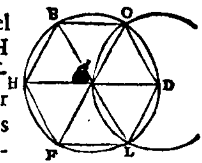
SOit donné le pentagone H B C D L equilatere & equiangle, du quel soit trouué le centre comme a esté dit en la precedente,



& d'iceluy tirees les lignes sur chacun angle qui serõt egales *comme il a esté monstré en la 12 de ce li.* (car tous pentagones equilateres & equiangles sont semblables & equiangles entr'eux) & soit du cẽtre à l'interualle de l'vne des lignes qui coupent les angles, tiré vn cercle: il est euident qu'il passera par des extremitez d'icelles lignes, & par consequent par l'extremité des angles du pentagone, & ainsi il sera circonscrit à iceluy pentagone.

PROPOSITION XV.

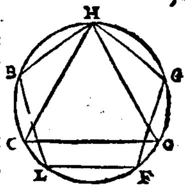
Dans vn cercle donné, descrire vn hexagone quilaterale & equiangle.



SOit le cercle donné B O D L H, duquel le centre soit G. soit mené le diametre H G D. du point D à l'interualle D G soit descrit vn cercle (qui sera egal à l'autre estant sur mesme interualle) soiẽt menees O G iusques à la circonference F, & L G iusques à la circõference B, & menees aussi H B, B O, O D, D L, L F, F H. Or *par la. 1. du premier liure* les deux triangles G O D, G D L sont egaux equiangles & equilateraux, & tous les six triangles sont isosceles, ayãs leurs costez egaux ensemble *par la definition du cercle* & les trois angles de chacun triangle sont egaux à deux droits. mais la ligne L G tombe sur la ligne F O & fait les angles L G O, F G L egaux à deux droits, & l'angle L G O vaut les deux angles du triangle L G D. il s'ensuyura donc que F G L sera egal au troisiesme. Et le triangle F G L ayant les deux costez egaux aux deux costez, & l'angle cõpris d'iceux egal à l'angle de l'autre, aura la base egale à la base *par la 4. du 1. li.* Semblablement se demonstreront les autres costez estre egaux ensemble.

PROPOSITION XVI.

Dans vn cercle donné descrire vn quindecagone equilateral & equiangle.



Soit au cercle donné inſcrit vn pentagone HBLFG *par la* 11. *de ce liure*. & vn triangle equilateral HCO *par la* 2. *du meſme*. Ayans tous deux leur angle en vn meſme point H. d'autant que la ligne droite HC ſubtend la troiſieſme partie de toute la circõference (c'eſt à dire les cinq quinzieſmes) & les deux coſtez HB, BL du pentagone en ſubtendẽt ſix quinzieſmes : il eſt euident que l'arc CL, entre l'angle du triangle & l'angle du pentagone, ſera vne des quinzieſmes parties de toute la circonference. Soit donc tiree la ligne droite CL, & adaptees *par la* 1. *de ce liure*, au cercle autres quatorze lignes droictes, dont chacune ſoit egale à CL : puis que les lignes droites egales ſubtendent circonferences egales *par la* 28. *du* 3. Il s'enſuyura que la figure du quinzangle equilatere & equiangle ſera inſcrite au cercle donné.

FIN DV QVATRIESME LIVRE.

A MESSIRE ODET DE LA NOÜE, GENTILHOMME ordinaire de la chambre du Roy, Capitaine de cinquante hommes d'armes de ses ordonnances, Gouuerneur de Montelimart, &c.

MONSIEVR, Si ie n'estoye asseuré que vous cognoissez l'vtilité, & aimez la beauté des sciences Mathematiques, ie m'efforceroye à vous representer l'vn, & à vous louër l'autre, mais voyant par la peine que vous y employez, qu'il n'est besoin de vous y encourager dauantage, i'aime mieux vous en procurer l'acquisition par mon seruice, que de vous en recommander la perfection par mon langage. Et c'est à quoy ie vise par l'offre que ie vous fay de cest escrit, ou à vous donner adresse en cest estude, ou à vous rendre tesmoignage de l'affection que i'ay a vous demeurer,

MONSIEVR,

Tres-humble, & affectionnné seruiteur.
I. ERRARD.

LIVRE CINQVIESME DES ELEMENS D'EVCLIDE.

DEFINITION PREMIERE.

1. Partie est vne grandeur moindre qui est prise de la plus grande.

2. Multiplice est vne grandeur plus grande que la moindre quand elle est mesuree de la plus petite.

3. Raison est vne habitude de deux grandeurs de mesme genre l'vne à l'autre selon la quantité.

4. Les grandeurs sont dites auoir raison l'vne à l'autre quand multipliees elles se peuuent exceder l'vne l'autre.

5. Les grandeurs sont dites estre en mesme raison quand la premiere à la seconde est comme la troisiesme à la quatriesme, & quand les equemultiplices de la premiere & troisiesme excedent, sont egaux, ou deffaillent aux equemultiplices de la seconde & quatriesme en quelque multiplication que ce soit prise l'vn apres l'autre.

6. Proportion est vne similitude de raisons.

7. Les grandeurs qui ont mesme raison sont proportionnelles.

8. Quand des equemultiplices, celui du premier excede celuy du second, & que le multiplice du troisiesme (quelque multiplication que puisse estre) n'excede le multiplice du quatriesme, lors le premier au second est dict auoir plus grande raison que le tiers au quart.

9. Proportion eſt conſtituee en trois quantitez pour le moins.
10. Quand trois grandeurs ſont proportionnelles, la premiere eſt dite auoir à la troiſieſme la raiſon doublee de celle de la secõde. Quand il y en a quatre, la premiere à la quatrieſme eſt dite auoir la raiſon triplee de celle de la ſeconde: Et touſiours d'vn meſme ordre vne plus iuſques à ce que le nombre des choſes proportionnees ſoit acheué.
11. Les grandeurs de ſemblable raiſon ſont dites quand les antecedens ſont aux antecedés comme les conſequents aux conſequents.
12. Raiſon changee eſt l'acception de l'antecedent à l'antecedent comme du conſequent au conſequent.
13. Raiſon conuertie eſt l'acception du conſequent comme de l'antecedent, à l'antecedent comme conſequent.
14. Raiſon compoſee eſt l'acception de l'antecedẽt auec le conſequent, comme vne meſme choſe au meſme conſequent.
15. Diuiſion de raiſon eſt l'acception de l'excez (duquel l'antecedent excede le conſequent) au meſme conſequent.
16. Cõuerſion de raiſõ eſt l'acceptiõ de l'antecedent, à l'excez duquel l'antecedent excede le conſequent.
17. Raiſon egale eſt, pluſieurs grandeurs eſtans d'vn coſté & autãt de l'autre en multitude, priſes de deux en deux en meſme raiſon, quant aux premieres grandeurs la premiere grandeur eſt à la derniere comme aux ſecondes grandeurs la premiere grandeur eſt à la derniere: ou autrement eſt l'acception des extremes par ſubſtraction des moyennes.

Proportion

18. Proportion ordonnee ou ſelon ordre, eſt quand l'antecedent eſt au conſequent d'vn coſté comme l'antecedent eſt au conſequent de l'autre, & que l'vn des conſequents eſt à quelque autre choſe comme l'autre conſequent à quelque autre choſe.

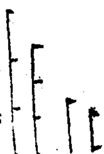
19. Proportion meſlee ou ſans ordre eſt quand trois grandeurs ſont d'vn coſté, & autant d'autres grandeurs en nombre, de l'autre, & que aux premieres l'antecedent eſt au conſequent, comme aux ſecondes l'antecedent eſt au conſequent: & que au premieres le conſequent eſt à quelque autre choſe, ainſi aux ſecōdes vne autre choſe ſoit de meſme à l'antecedent.

Dautant que les douze propoſitions ſuyuantes ſont aſſez cogneuës d'elles meſmes, & qu'elles ſont pluſtoſt principes & communes ſentences que theoremes, i'ay penſé ſuffire de les interpreter, & non demonſtrer, craignant que trop long diſcours n'y apportaſt de l'obſcurité pluſtoſt que de la facilité.

PROPOSITION I.

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra qui ſoient equemultiplice d'autant de grandeurs vne chacune à vne chacune, comme l'vne ſera multiplice de l'vne, ainſi les toutes ſeront multiplices des toutes.

SOient les grandeurs propoſees B, C, O & G, & que la premiere contienne en elle trois fois la troiſieſme, & la ſecōde contienne trois fois la quatrieſme. Les deux premieres jointes contiendront autāt de fois les troiſieſme & quatrieſme jointes, & ſeront comme trois à vne.


B C O G

PROPOSITION II.

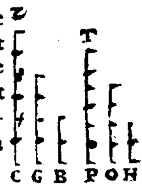
Si la premiere eſt equemultiplice de la ſeconde comme la troiſieſme de la quatrieſme, & que la cinquieſme ſoit de meſme *equemultiplice de la seconde comme la sixiesme de la quatriesme, la composee de la premiere & cinquiesme sera equemultiplice de la seconde, comme la troisiesme auec la sixiesme de la quatriesme.*

Soit la premiere B C contenant la seconde G autant de fois comme la troisiesme H K contient de fois la quatriesme Z. Et que la cinquiesme C O contienne autãt de fois la seconde G cõme la sixiesme K T cõtient de fois la quatriesme Z. La composee B O de la premiere & cinquiesme contiendra autant de fois la seconde G, comme la composee H T de la troisiesme & sixiesme contiendra de fois la quatriesme Z.

PROPOSITION III.

Si le premier est equemultiplice du second comme le troisieme du quatriesme, & soiẽt pris des equemultiplices du premier & du troisieme : de ceux là ainsi pris l'vn sera equemultiplice à l'autre, c'est à sçauoir l'vn au second & l'autre au quatriesme.

Si la premiere grandeur G contient autant de fois la seconde B, que la troisiesme O contient de fois la quatriesme H : & que C Z contienne autant de fois la premiere G comme P T contient de fois la troisiesme O, C Z contiendra aussi autant de fois la seconde B, comme P T contiendra de fois la quatriesme H.



PROPOSITION IIII.

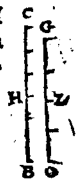
Si le premier à mesme raison au second que le troisiesme au quatriesme, les equemultiplices du premier & troisiesme aux equemultiplices du second & quatriesme (quelque multiplication que puisse estre) auront vne mesme raison l'vn à l'autre.

Si la premiere grandeur C est à la seconde B comme la 3 G à la 4 O, & que H contienne autant de fois C, comme T contient de fois G, & que P contienne autant de fois B côme Z contient de fois O : H sera à P comme T à Z.

PROPOSITION V.

Si vne grandeur est equemultiplice d'vne autre grandeur comme la retranchee de la retranchee, la restee sera equemultiplice à la restee comme la toute à la toute.

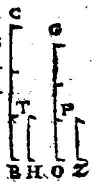
Si C B contient autant de fois G O, comme l'ostee C H contient de fois l'ostee G Z: La restee H B contiendra autant de fois l'autre restee Z O, comme la toute contenoit la toute.



PROPOSITION VI.

Si deux grandeurs sont equemultiplices de deux grandeurs, & quelques retranchees equemultiplices des mesmes : les restes aussi ou seront egales aux mesmes ou seront equemultiplices des mesmes.

Si C B contient autant de fois H comme G O contient de fois Z, & l'ostee C T contient autant de fois H, comme l'autre ostee G P contient de fois Z: Les restes T B & P O, ou seront egales à H & Z, ou les contiendront plusieurs fois egalement.



PROPOSITION VII.

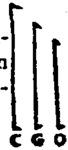
Les grandeurs egales ont vne mesme raison à vne, & vne a vne mesme raison à deux egales grandeurs.

Si O est egale à B, O aura mesme raison à C, comme B à la mesme C. Et aussi C aura mesme raison à O que à B.

PROPOSITION VIII

De deux grandeurs inegales, la plus grande a plus grande raison à vne mesme que la plus petite: & vne mesme a plus grande raison à la plus petite que la plus grande.

De deux grãdeurs inegales C & G, soit C la plus grande, & soit vne tierce comme O. C aura plus de raison à O que G à la mesme O. Cest à dire que C sera plus grande au regard de O que G au regard de la mesme O.



PROPOSITION IX.

Les grandeurs qui ont vne mesme raison à vne mesme grandeur, sont egales entre elles: & les grãdeurs ausquelles vne mesme a mesme raison, sont egales.

Si O est à C comme B à la mesme C, O & B seront egales. Et si Cest à O comme la mesme C est à B, icelles O & B seront egales.

PROPOSITION X.

Des grandeurs qui ont raison à vne mesme grandeur, celle qui a plus grande raison est la plus grande. Et la grandeur à laquelle la mesme aura plus grande raison sera la plus petite.

Si O est plus grande au regard de C que B au regard de la mesme C, O sera plus grande que B. Et si la mesme C est plus grande au regard de B que au regard de O, B sera plus petite que O

PROPOSITION XI.

Les raisons qui sont de mesme à vne, sont de mesme entre elles.

SI la raison de H à B est comme celle de C à Z & si celle de G à O est comme la mesme de C à Z: Les raisons de H à B, & de G à O seront de mesme.

PROPOSITION XII.

Si tant de grandeurs qu'on voudra ont proportion, comme l'vne des antecedentes sera à l'vne des consequentes, ainsi seront toutes les antecedentes à toutes les consequentes.

SI la raison de B à F est comme de C à G, & O à H; les trois antecedentes conjoinctement B C O seront aux consequentes conjoinctement comm B à F.

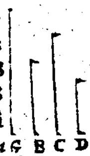
PROPOSITION XIII.

Si la premiere à la seconde a mesme raison que la troisiesme à la quatriesme, & la troisiesme à plus grande raison à la quatriesme, que la cinquiesme à la sixiesme: la premiere aussi aura plus grande raison à la seconde que la cinquiesme à la sixiesme.

SOit G premiere à la seconde B cõme la troisiesme C à la quatriesme D, & que la raison de C à D soit plus grande que celle de la cinquiesme H à la sixiesme F. Dautãt que les raisons de G B, & C D sont de mesme, & que la raison de C à D est plus grande que celle de H à F, il s'ensuiura que la raison de G à B sera aussi plus grande que la mesme de H à F *par la* 11. *de ce liure.*

PROPOSITION XIIII.

Si la premiere a mesme raison à la seconde que la troisiesme à la quatriesme, & que la premiere soit plus grande que la troisiesme, la seconde aussi sera plus grande que la quatriesme: & si egale, egale; & si plus petite, plus petite.



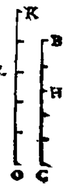
SOit G à B comme C à D. Si G est plus grande que C, B sera plus grande que D: Car puis que G est plus grande que C elle aura donc plus grande raison à B que la mesme C *par la* 8. *de ce liure.* Mais comme G à B ainsi C à D: C aura donc plus grande raison à D que à B. Dont s'ensuyura que B sera plus grande que D, *par la*

2 *partie de la* 10. *de ce liure* Et si la premiere est plus petite, la quatriesme sera aussi plus petite, & si egale, egale par les mesmes raisons.

PROPOSITION XV.

Les grandeurs qui sont mesmes parties des leurs equemultiplices, ont vne mesme raison prises comme elles se respondent mutuellement.

SOit K L partie de K O & B H partie de B C & que O K cõtienne autant de fois K L, comme C B contient de fois B H. Dautant qu'il se peut dire ainsi, comme K L l'vne des antecedentes est à B H l'vne des consequentes, ainsi sont toutes les antecedentes, sçauoir O K à toutes les consequentes C B, *par la* 12. *de cestuy*. Il s'ensuyura que comme O K à C B, ainsi L K à H B.



RPOPOSITION XVI.

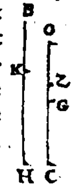
Si quatre grandeurs sont proportionnelles, elles le seront aussi entre elles l'vne apres l'autre.

SOit O à B comme G à C. Dautant que par la 12. de ce liure toutes les antecedentes sont à toutes les consequentes comme l'vne des antecedentes à l'vne des consequentes: soit changé l'ordre en ceste sorte: comme O premiere est à B 3. ainsi G 2. est à C 4. Lors O & G seront antecedentes & B C consequentes. Les antecedentes ensemble O G seront aux consequentes ensemble B C comme O est à B ou G à C. O sera donc à G comme B à C. Et par consequent seront (par raison changee) proportionnelles en ceste sorte, cõme O est à B, ainsi G à C, & comme O est à G ainsi B à C.

PROPOSITION XVII.

Si les grandeurs composees sont proportionnelles, icelles diuisees seront aussy proportionnelles.

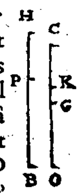
SOient les grandeurs composées sçauoir H B composée de H K, K B, & C O composee de C Z, Z O, & soit comme la toute H B à sa partie B K, ainsi la toute C O à sa partie O Z. Ie dy que HK est à K B comme C Z à Z O. Car si la ligne C O n'est coupee au point Z en mesme proportion que H B, soit en vn autre s'il est possible cõme en G: lors les deux antecedentes conjointement (c'est à dire H B) auront telle raison aux consequentes conjoinctement (C O) comme B K à O G. Mais la toute H B est posee à B K comme la toute C O à O Z: & par la precedente, comme H B à O C ainsi B K à O Z: dont s'ensuyura que O Z sera egale à O G (c'est à dire la partie au tout) ce qui est absurde. *Si donc les grandeurs composees, &c.*



PROPOSITION XVIII.

Si les grandeurs diuisees sont proportionnelles, icelles composees seront aussi proportionnelles.

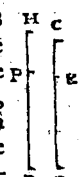
SOient quelques grandeurs diuisees & proportionnelles comme H B, & C O diuisees en P, K: & soit comme H P à P B, ainsi C K à K O. Ie dy que icelles composees sont comme H B à H P, ainsi C O à C K. S'il n'est ainsi, soit s'il est possible H B à H P comme C O à vne plus grande que C K, c'est à sçauoir C G. D'autant que les grandeurs cõposees H B à H P sont comme C O à C G: icelles *par la precedente* estant diuisees H B à H P seront comme C O à C G. Mais comme H B à H P ainsi a esté supposee C O à C K: il s'ensuyuroit donc que comme C O à C K ainsi C O à C G, & que la partie C K seroit egale au tout C G, ce qui est absurde. *Si donc, &c.*



PROPOSITION XIX.

Si le tout est au tout comme le retranché au retranché, le reste sera aussi au reste comme le tout au tout.

SOient deux grandeurs H B, C O. & comme H B est à C O, ainsi soit la retranchee H P à la retrãchee C K. Ie dy que la restee P B est à la restee K O comme H B à C O. Dautant que les quatre lignes H B, C O, H P, C K, sont proportionnelles, il sera comme H B à H P ainsi C O à C K *par la 16. de ce liure.* Par la 17. de ce mesme ces mesmes grandeurs ainsi composees & proportionnelles, seront de mesme estant diuisees. Comme le tout H B est au tout C O, ainsi donc sera l'ostee à l'ostee, & la restee à la restee.



PROPOSITION XX.

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, & autres grandeurs en mesme nombre, les deux prises en mesme raison : & que en raison egale aux premieres la premiere soit plus grande que la derniere: aux secondes grandeurs aussi la premiere sera plus grande que la derniere; & si egale, egale; & si moindre, moindre.

SOient trois grandeurs H B C, & autres trois grandeurs G O F ayans raison l'vne a l'autre de deux en deux, sçauoir comme H est à B, ainsi G à O, & comme B à C ainsi O à F. D'autant que par la 8. de ce liure H à plus grande raison à B que C à la mesme B (H estant supposee plus grande que C) & que par la raison conuertie comme C est à B, ainsi F à O, & comme B à H, ainsi O à G: il s'ensuyura que G sera plus grande que F. Et si H est egale à C, G sera egale à F, & si plus petite, plus petite.

PROPOSITION XXI.

S'il y a trois grandeurs, & autant d'autres prises de deux en deux en mesme raison, & que leur proportion soit sans ordre, & que en raison egale la premiere soit plus grande que la troisiesme, la quatriesme aussi sera plus grande que la sixiesme: & si egale, egale; si moindre, moindre.

SOient trois grandeurs H B G, & autres trois grandeurs C F Z, & soit comme H à B, ainsi F à Z, & comme B à G ainsi C à F prises de deux en deux, Si la premiere H est plus grande que la troisiesme G, la quatriesme C sera aussi plus grande que la sixiesme Z. Dautant que G est plus petite que H elle aura moindre raison à B que H à la mesme B. Or par la raison conuertie, comme G à B ainsi F à C, La raison donc de F à C sera moindre que de F à Z (estant celle-cy de mesme à la raison de H à B. Dont s'ensuyura que la 4. C sera plus grãde que la 6. Z. Par mesmes raisons on demonstrera si la 1. est egale ou plus petite, l'autre estre de mesme.

PROPOSITION XXII.

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra & autant d'autres, priſes de deux en deux en meſme raiſon, & que la proportion d'icelles ſoit ſelon ordre, icelles en raiſon egale ſeront proportionnelles.

SOient quelques grandeurs H B G, & autant d'autres grandeurs O F Z proportionnelles de deux en deux, comme H à B ainſi O à F, comme B à G ainſi F à Z. Si H n'eſt à G comme O à Z: ſoit aux antecedentes adjouſtee vne quatrieſme I, & ſoit comme H à B ainſi G à I: Lors les quatre ſeront proportionnelles, & meſme en raiſon changée *par la 16. de ce liure* H ſera donc à G comme B à I. Soit maintenant aux conſequentes adjouſtee L, & ſoit comme O à F, ainſi Z à L par la meſme 16 O ſera à Z cõme F à L: or les quatre antecedentes ſont en meſme ordre & proportion que les conſequentes par l'hypotheſe: H ſera donc à G comme O à Z.

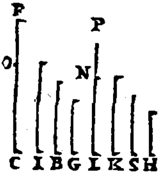
PROPOSITION XXIII.

S'il y a trois grandeurs & autant d'autres grandeurs priſes de deux en deux en meſme raiſon, & que la proportion d'icelles ſoit ſans ordre, icelles en raiſon egale ſeront proportionnelles.

SOient trois grandeurs O P F & trois autres grandeurs K H B, & ſoit leur proportion perturbee ou meſlee, ſçauoir, comme O à P ainſi H à B, & comme P à F, ainſi K à H. Si K n'eſt à B comme O à F ſoit poſee la grandeur C, & ſoit comme P à F ainſi B à C. K ſera donc à H comme B à C, & ces quatre ſerõt proportionnelles, & par conſequent comme K à B, ainſi H à C *par l. 16. de ce liure.* Or H eſt à C comme O à F *par la conſtruction.* K ſera donc à B comme O à F.

PROPOSITION XXIIII.

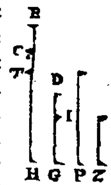
Si le premier au ſecond a meſme raiſon que le troiſieſme au quatrieſme, & que le cinquieſme ait meſme raiſon au ſecond, que le ſixieſme au quatrieſme, auſsi le premier & cinquieſme enſemble auront meſme raiſon au ſecond, que le troiſieſme & ſixieſme enſemble au quatrieſme.



SOit la premiere grandeur C O à la ſeconde B, comme la troiſieſme L N à la quatrieſme S, & la cinquieſme O F à la meſme B, comme la ſixieſme N P à la quatrieſme S: Ie dy que la compoſee de la 1. & 5. ſçauoir C F eſt à la 2. B comme la 3. & 6. ſçauoir L P à la 4. S. Ce qui ſe cognoiſtra en adjouſtant aux antecedentes la grandeur G egale à O F, & aux conſequentes H egale à N P. Car comme C O à B, ainſi L N à S, & comme B à G (par conuerſion de raiſon) ainſi S à H. Maintenant C O à G ſera comme L N à H *par la 22. de ce liure*. Mais *par la* 18. eſtans compoſees elles ſeront comme F C à C O, ainſi P L à L N. Soit derechef adjouſtee I (egale à C O) entre la premiere & ſeconde, & entre la 3. & 4. K egale à L N. Lors comme F C à I, ainſi P L à K, & comme I à B, ainſi K à S. Et par la 22. la compoſee F C ſera à B comme la compoſee P L à S.

PROPOSITION XXV.

Si quatre grandeurs ſont proportionnelles, la plus grande & la plus petite ſont plus grandes que les deux autres.



SOient quatre grandeurs proportionnelles comme H B à G D ainſi P à Z. Soit H B la plus grande, de laquelle ſoit oſtée H T egale à P, & de G D ſoit oſté G I egale à Z. Il ſera comme H B à H T, ainſi G D à G I: & par la 19. de ce liure la reſtée T B à I D ſera de meſme. T B ſera donc plus grande que I D. Soit de T B couppee T C egale à I D. Maintenant H C contient P & I D: les grandeurs donc H C & Z ſont egales à P & G D. Que ſi C B eſt adjouſtee, la grandeur H B & Z ſeront plus grandes que G D & P.

FIN DV CINQVIESME LIVRE.

A MESSIRE RENE' POTIER, CHEVALIER, Baron de Tresmes, &c.

MONSIEVR, ne me voyãt autre moyen en main pour accomplir la promesse dont ie vous suis obligé: i'aime mieux aduouër la debte par ce petit escrit que ie vous offre, que d'en differer la recognoissance tant que ie sois si heureux que de m'en pouuoir acquitter par vn meilleur seruice: Ie sçay aussi que les esprits genereux comme le vostre, estiment qu'il n'est moins seant de receuoir ioyeusement choses petites, que d'en donner liberalement de bien grandes. Receuez donc ce liuret, si ce n'est pour son merite, au moins pour le suiet qu'il traite, dont vous n'estes moins curieux que ie suis & seray toute ma vie desireux demeurer,

MONSIEVR,

Vostre humble & affectionné seruiteur
I. ERRARD.

LE SIXIESME LIVRE DES ELEMENS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

1. Les figures rectilignes semblables sõt celles qui ont les angles egaux aux angles vn chacun au sien, & les costez au long des angles egaux proportionnaux.

2. Les figures reciproques sont celles quand en l'vne & en l'autre les antecedents & consequents sont en certaine raison.

3. Vne ligne droicte est diuisee entre les deux extremes, c'est à dire par la moyenne & extreme raison, quand la toute est au plus grand segment, comme le plus grand segment au moindre.

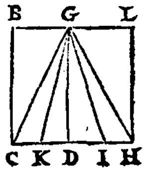
4. La hauteur d'vne chacune figure, est la perpendiculaire procedant du sommet de la figure sur la base.

5. La raison des raisons se dit estre, quand les quantitez des raisons multipliees entre elles produisent quelque raison.

6. Vn parallelogramme est dit deffaillir & manquer d'espece à vn parallelogramme semblable donné, quand il est appliqué à quelque ligne droicte qu'il ne la peut ocuper entierement, & s'y trouue de defaut vn parallelogramme semblable à vn parallelográme donné: Et exceder d'espece est quand il excede la ligne d'vn parallelogramme semblable à celuy donné.

PROPOSITION I.

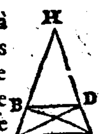
Les triangles & parallelogrammes qui sont sous vne mesme hauteur, sont l'vn à l'autre comme leurs bases.



SOient premierement les triangles C G D & D G H sur les bases C D, D H & en mesme hauteur D G. ie dy que l'vn des triangles H G D est à l'autre C G D cõme la base H D à la base C D: Car soient les deux bases coupées egalement en K, I & tirées G K, G I. cõme la base D I est à la base D H (sçauoir la moitie au tout) ainsi D K est à D C, *par la* 18. 5. Or cõme D I à I H & D K à K C, ainsi le triangle I G D à I G H & K G D à K G C *par la* 38. 1. & composez, cõme le triangle H G D au triangle I G D, ainsi le triangle C G D au triangle K G D *par la* 18. 5. qu'est la mesme raison de la base H D à la base D I, ou C D à D K. tellement donc que *par la* 12 *&* 16. 5. cõme le premier triangle ou grandeur H G D à l'autre triangle ou grandeur C G D, ainsi I G D à K G D, qu'est la mesme raison des bases H D à C D, cõme il à esté monstré. il sera de mesme des parallelo grãmes L G D H & B G D C doubles aux triangles. *Resulte que les triangles & parallelogrãmes sur bases egales sont l'vn à l'autre comme leur hauteur.*

PROPOSITION II.

Si en vn triangle on faict vne ligne droicte parallele à l'vn des costez, elle couppera les costez du triangle proportiõnellement. Et si les costez d'vn triangle sont coupez proportiõnellement, la ligne droicte menée par les sections sera parallele à l'autre costé du triangle.

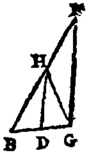


SOit au triangle H G F tirée la ligne B D parallele à G F, & soient iointes D G, B F: les deux triangles B D G & D B F seront egaux estans sur mesme base B D, & entre mesmes paralleles *par la* 37. 1. comme donc le triangle H D B au triangle D F B ainsi la base H D, à la base D F (car ils sont en mesme hauteur.) & comme le triangle H B D au triangle B G D ainsi H B à B G *par la precedente*. il s'ensuiura donc *par la* 7. 5. que H D sera à D F comme H B à B G.

Pour la seconde partie, soient supposez les costez H F, H G couppez en B & D proportionnellement. d'autant que le triãgle H B D a mesme raison au triangle B D G que au triangle D B F (laquelle est comme H B à B G, ou H D à D F) il s'ensuyura *par la* 9. 5. que les triangles B D G & D B F serõt egaux. & pource qu'ils sont sur vne mesme base, ils seront aussi entre mesmes paralleles *pra la* 39. 1. B D sera donc parellele à G F.

PROPOSITION III.

Si l'angle d'vn triangle est couppé en deux egalement par vne ligne droicte laquelle couppe aussi la base : les segments de la base auront raison l'vn à l'autre comme les deux autres costez du triangle : & si les pieces de la base ont telle raison l'vne à l'autre comme les costez, la ligne droicte qui tombe du sommet à la section de la base couppe l'angle en deux egalement.

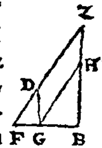


Soit le triangle H B G duquel l'angle H soit coupé en deux egalement *par la 9. du* 1. par la ligne droicte H D, laquelle coupe la base en D. Ie dy que B D a telle raison à D G que le costé B H au costé H G. Soit menée du point G la ligne G F parallele à D H & iointe H F. d'autant que la ligne droicte B F tombe sur deux paralleles, elle fera l'angle B H D egal à l'angle B F G. Comme aussi la ligne H G tombant sur les mesme fera les angles alternes H G F, & D H G egaux *par la* 29. 1. Les deux dōc H F G & F G H seront egaux aux deux B H D & D H G, & par consequent l'vn à l'autre (car B H D & D H G sont egaux par l'hypothese) le triangle H F G sera donc isoscele *par la* 6. 1. dont s'ensuyura par la precedente (d'autant qu'au triangle F B G la ligne H D est parallele à F G) comme sera la ligne B H à H F (ou H G son egale) ainsi sera la partie de la base B D à l'autre partie D G.

Pour la seconde partie de ceste proposition. Si B D est à D G comme B H à H G, soient disposées B F & F G comme il à esté dict. Dautant que comme B D à D G ainsi B H à H F *par la precedente* & B H à H G *par l'hypothese*. Il s'ensuyura que H F & H G seront egales *par la* 7. 5. & que les angles H F G & H G F seront egaux *par la* 5. 1. Mais par la 29. 1. les angles B H D & D H G sont egaux aux deux H F G, H G F vn chacun au sien, ceux-la donc seront egaux ensemble. & par ainsi l'angle H du triangle B H G sera coupé en deux egalement.

PROPOSITION IIII.

Des triangles equiangles les costez qui sont au long des angles egaux sont proportionnaux, & ceux qui sont subtendus aux angles egaux sont en mesme raison.



SOient les triangles equiangles H B G & D G F ayans les angles egaux sçauoir H B G à D G F, B H G à G D F, & H G B à D F G. Ie dy que leurs costez sont proportionnaux, sçauoir comme H B à D G ainsi B G à G F, & comme H G à D F qui sont subtendus aux angles egaux. Soit du triangle D F G (ou d'vn semblablement descrit) mis le costé F G directement au bout de la ligne B G. D'autant que les angles D G F, H B G sont egaux, les lignes D G, H B seront paralleles par la 28 1. comme aussi seront F D, G H (estans les angles D F G, H G B egaux) Soit parfaict le parallelogramme H G D Z, les lignes F D, D Z, seront ioinctes directement par la 30 1 comme seront aussi B H, H Z. Or d'autant qu'au triangle F Z B la ligne D G est parallele a Z B, il s'ensuyura *par la 2. de ce liure* que comme F D à D Z (ou à G H son egale) ainsi F G à G B. Semblablement pource que G H est parallele à F Z : B G sera à G F comme B H à H Z (ou D G son egale) & comme B G à G F ainsi Z D ou H G son egale) à D F.

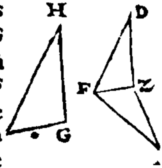
PROPOSITION V.

Si deux triangles ont les costez proportionaux ils seront equiangles, & auront les angles egaux sous lesquels les costez de mesme raison seront subtendus.

SOient deux triangles H B G, D F Z ayans les costez proportionnaux sçauoir comme H B à B G ainsi D F à F Z, & comme H G à G B ainsi D Z a Z F, & comme H B à H G ainsi D F à D Z. S'ils ne sont equiangles soit sur la ligne Z F au point F descrit vn angle egal à B, & au point Z descrit vn angle egal à G: il est euident que le troisiesme angle I sera egal à H *cõme on peut recueillir de la 32 du* 1. Les triangles dõc H B G & I F Z sont equiangles, *& par la precedente* les costez au long des angles egaux H & I seront proportionnaux H B à H G cõme I F à I Z, & H B à B G comme I F à F Z, & H G à G B comme I Z à Z F. Mais les costez du triangle D F Z sont posez de mesme: D F sera donc egale à F I *par la 9* 5. & D Z à Z I. Et s'ensuyura *par la 8. du premier* que les deux triangles D F Z & I F Z seront egaux & equiangles, & par consequent D F Z equiangle à H B G par la 1. C. S. *Si donc deux triangles, &c.* FI

PROPOSITION VI.

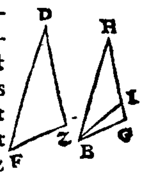
Si deux triangles ont vne angle egal à l'angle, & les costez au long des angles egaux proportionnaux, iceux triangles seront equiangles, & auront les angles egaux sous lesquels les costez de mesme raison sont subtendus.



SOient deux triangles H B G, D F Z ayans les angles H & D egaux, & les costez H B à H G comme D F à D Z. Ie dy que l'angle B est egal à F & G a Z. Car soit sur la ligne F Z au point F descrit vn angle egal à B, & au point Z vn angle egal à G, il est euident que l'autre angle I sera egal à H *cõme on peut recueillir de la 32 1.* & que le triangle F Z I sera equiangle au triangle H B G, & auront les costez proportionnaux *par la 4. de ce liure*, comme H B a B G ainsi I F à F Z, & comme H G à G B ainsi I Z à Z F. Mais le triangle D F Z a les deux costez posez de mesme, sçauoir comme D F à D Z ainsi H B à H G (ou F I à I Z) il s'ensuyura donc *par la 7. du 5.* que D F, D Z seront egales à I F & I Z: & la base F Z estant commune les triangles seront equiangles *par la 8. 1.*

PROPOSITION VII.

Si deux triangles ont vn angle egal à l'angle, & les costez au long des autres angles proportionnaux: & l'vn de ces autres angles moindre ou non moindre qu'vn droit: iceux triangles seront equiangles, & auront les angles egaux, au long desquels les costez seront proportionnaux.

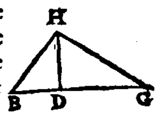


SOient deux triangles H B G & D F Z ayans l'angle H egal à l'angle D, & les costez proportionnaux qui sont au long des autres angles B & F, c'est à sçauoir H B à B G comme D F à F Z. Et des autres angles G & Z soit l'vn ou l'autre premierement moindre qu'vn droict. Si les deux triangles ne sont equiangles & n'ont les angles (au long des costez proportionnaux) egaux, soit faict au point B sur la ligne H B (au cas que B soit supposé plus grand que F) vn angle egal à F comme H B I. Dautant que l'angle H est egal à l'angle D & l'angle H B I à F, il s'ensuyura que le troisiesme H I B sera egal à Z *comme on peut recueillir de la 32 1.* comme donc D F à F Z, ainsi sera H B à B I *par*

B I *par la 4. de ce liure.* Mais comme D F à F Z, ainsi a esté H B à B G, & apres comme H B à B I ainsi a esté H B à B G. Les lignes donc B I, B G sont egales *par la 9 du 5* & auront les angles sur la base egaux *par la 5 du 1.* & moindres que deux droicts *par la 17 du 1.* & B I G estant moindre qu'vn droict, l'autre angle H I B sera plus grand qu'vn droict *par la 13 du 1* Mais il a esté monstré egal à Z posé moindre qu'vn droict, ce qui ne se peut faire: H B G ne sera donc ny plus grand ny plus petit que D F Z & seront par consequent egaux. Secondement soit posé l'vn ou l'autre de G & Z n'estre moindre qu'vn droit, si l'angle H B G n'est egal à F soit supposé B plus grand, & comme deuant soit H B I egal à F. L'autre angle B I H sera egal à Z. & finalement les angles B I G & B G I seront egaux: mais B G I n'est point moindre qu'vn droict par la supposition: Les deux angles dōc du triangle ne seront moindres que deux droicts, contre ce qui a esté monstré en la 17. I. ce qui est absurde. En quelque façon que ce soit donc les angles B & F (au long desquels sont les costez proportionnaux) sont egaux: & par consequent les triangles equiangles.

PROPOSITION VIII.

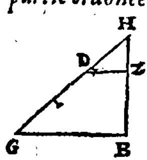
Si de l'angle droict d'vn triangle rectangle on tire vne perpendiculaire sur la base, les triangles au long de la perpendiculaire sont semblables au tout & entr'eux.



SOit le triangle rectangle H B G ayant l'angle H droict, duquel soit tiree la perpendiculaire H D sur la base B G. Dautant que du triangle H B D les deux angles H B D & H D B sont egaux aux deux angles B G & B H G du grand triangle proposé, il s'ensuyura que le troisiesme angle B H D sera agal au troisiesme angle G. & par ainsi le triangle B H D sera equiangle & semblable au tout B H G. Semblablement se demonstrera le mesme de l'autre triangle H D G. *si donc de l'angle, &c.*

PROPOSITION IX.

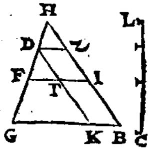
D'vne ligne droite proposee couper vne certaine partie ordōnee.



SOit la ligne droicte proposée, H B de laquelle il faut couper vne certaine partie cōme pour exēple vne troisiesme partie, soit iointe vne autre ligne droite au point H cō me H, G sur laquelle soiét marquées autāt de parties qu'on desire, sçauoir trois, l'vne desquelles parties soit H D: au point D soit menee D Z parallele à G B. icelle D Z couppera les costez propotionnellemét *par la 2 de ce li.* tellement que comme G D à D H ainsi B Z à Z H, & composees comme G H à H D ainsi B H a H Z *par la 18 5.* il s'ensuyura donc que H Z sera la troisiesme partie de la ligne H B.

PROPOSITION X.

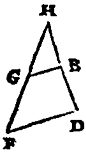
Coupper semblablement vne ligne droicte non couppee comme vne ligne droicte couppee proposee.



Soit la ligne non coupee H B, & la ligne coupee proposee L C. & soit H D egale à la premiere piece, D F à la seconde, F G à la troisiesme Soient tirees G B, & F I, D Z paralleles à G B. soit encor menee D K parallele à H B qui fermera les parallelogrammes D I T B. Or cóme G F à F D ainsi K T à T D *par la 2. de ce liure* (c'est à dire B I à I Z leurs egales *par la 34 du 1.*) Et puis que D Z est parallele à G B comme est G D à D H, ainsi B Z à Z H. par ainsi la ligne H B est couppee en mesme raison que H G ou L C proposee.

PROPOSITION XI.

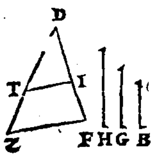
A deux lignes droites dõnees trouuer la troisiéme pportiõnelle.



Soient les deux lignes donnees H B, H G disposees en l'angle H. soit tiree G B, & prolongee H B en D en sorte, que B D soit egale à H G. au point D soit menee D F parallele à B G & faite la ligne H G F. Il est euident *par la 2 de ce liure* que comme H B à B D ainsi H G à F. Mais H G & B D sont egales : il sera donc comme H B à H G, ainsi H G à G F 3. ligne proportionnelle.

PROPOSITION XII.

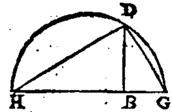
A trois lignes droictes donnees trouuer la quatriesme proportionnelle.



Soient les trois lignes donnees H G B Soiét. deux lignes droictes D F, & D Z faisans vn angle en D, & soit D T egale à H, T Z egale à B, & D I egale à G. soit tiree T I & menee la parallele Z F *par la 2. de ce liure* comme D T (c'est à dire H) à T Z (c'est à dire B) ainsi D I (ou G son egale) à I F, laquelle sera par ce moyen la quatriesme ligne proportionnelle.

PROPOSITION XIII.

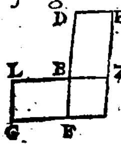
A deux lignes droites dõnees trouuer la moyẽne proportiõnelle.



SOient les deux lignes droictes proposees H B, B G mises directement, & sur la toute H G soit descrit vn demy cercle H D G, & au point B soit faicte la perpendiculaire B D, & ioinctes H D, D G: Le triangle H D G sera rectangle *par la 31. du 3.* Et puis que de l'angle droict D tombe sur la base la perpendiculaire D B, icelle faict deux triangles equiangles *par la 8 de ce liure.* Et par consequent proportionnaux *par la 4 du mesme.* Tellement donc que comme H B à B D ainsi la mesme B D (qui est cõmune aux deux triangles) à B G. dont s'ensuyura que D B sera moyenne proportionnelle entre H B & B G.

PROPOSITION XIIII.

Des parallelogrammes egaux qui ont vn angle egal à l'angle, Les costez au long des angles egaux sont reciproques. Et les parallelogrammes qui ont vn angle egal à l'angle, & les costez au long des angles egaux reciproques, sont aussi egaux.

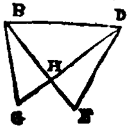


SOient les parallelogrammes egaux H B, B G ayants l'angle egal à l'angle sçauoir D B Z à I B F, ie dy que le costé D B au costé B F est reciproquement comme I B à B Z. Soit mis I B directement auec B Z: l'autre D B sera aussi directement auec B F (car les angles sont au sommet.) soit faict le parallelogramme Z F. comme le parallelogramme H B au parallelogramme Z F, ainsi l'autre B G au mesme Z F *par la 7 5.* Mais cõme H B à Z F ainsi la ligne droicte D B à B F *par la 1. du 6.* Et comme B G à Z F ainsi I B à B Z *par la mesme* car ils sont l'vn à l'autre comme leurs bases. Donc *par la 11. du 5* comme les costez D B à B F, ainsi reciproquemẽt I B à B Z: tellement que *suyuant la 2 definition du 6.* les parallelogrammes sont reciproques & leurs costez.

Semblablement se demonstrera la seconde partie, c'est à sçauoir si les costez D B à B F sont reciproquement comme I B à B Z, les parallelogrammes H B, B G seront egaux. Dautant que (par l'hypothese) c'est vne mesme raison D B à B F, que B I à B Z, elle sera de mesme des parallelogrammes H B à Z F, que B G au mesme Z F *par la 1 du 6.* Iceux donc H B & B G seront egaux *par la 9 du 5.*

PROPOSITION XV.

Des triangles egaux ayans vn angle egal à l'angle, les costez au long des angles egaux sont reciproques. Et les triangles *ayans vn angle egal à l'angle, & les costez au long des angles egaux reciproques, sont aussi egaux.*

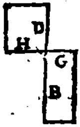


Soient deux triangles egaux H B G & H D F ayãs les angles B H G & D H F egaux au sommet H. Ie dy que leurs costez au long des angles egaux sont reciproques comme G H à H D, ainsi F H à H B. Puis que les angles sont disposez au sommet. B H, H F seront directement ensemble, comme aussi G H D: les triangles donc G B H, & D B H estans en vne mesme hauteur seront l'vn à l'autre comme leurs bases G H à H D. Semblablement les triangles F D H, & le mesme D B H estans en mesme hauteur seront l'vn à l'autre comme leurs bases F H à H B *par la 1. du 6.* Mais *par l'hypothese* H G B & H F D sont egaux & ont vne mesme raison à vn mesme B D H par la 7. 5. les lignes droictes donc G H à H D & F H à H B ayans vne mesme raison que les triãgles aurõt aussi la mesme entr' elles *par la* 11 5. Alternement donc les lignes seront proportionnelles G H à H D, comme F H à H B *par la 2 definition de ce liure.*

Pour la seconde partie soient les triangles predits ayans l'angle egal à l'angle, & les costez reciproques, ie dy iceux triangles estre egaux. Dautant que cest vne mesme raison G H à H D que F H à H B, & cõme G H à H D, ainsi le triangle H B G au triangle H B D, & comme F H à H B, ainsi semblablement le triangle H D F au mesme triangle H D B, ce sera vne mesme raison du triangle H B G au triangle H D B, que du mesme H D F au mesme H D B. Les triangles donc ainsi proposez seront egaux *par la 9. du 5.*

PROPOSITION XVI.

Si quatre lignes sont proportionnelles, le rectangle compris des deux extremes est egal à celuy compris des moyennes. Et si le rectangle compris des deux extremes est egal à celuy compris des moyennes, les quatre lignes seront proportionnelles.

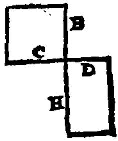


Soient quatre lignes proportionnelles H à G, cõme B à D. Ie dy que le rectangle compris sous les plus grãde & plus petite qui sõt les extremes B & G, est egal au rectangle compris des moyennes H & D. Soit faict de B & G vn rectangle, & de H & D vn autre rectãgle. Dautant que de ces deux parallelogrammes les costez sont reciproques H à G cõme B à D iceux sont egaux *par la 14. 6.*

Pour la seconde partie si les parallelogrammes sont egaux ils auront les costez reciproques, & seront comme H à G, ainsi B à D. *par la mesme 14 du 6.*

PROPOSITION XVII.

Si trois lignes sont proportionnelles, le rectangle compris des extremes est egal au quarré faict de la moyenne. Et si le rectangle compris des extremes est egal au quarré de la moyenne, icelles trois lignes seront proportionnelles.

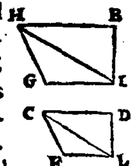


SOient trois lignes proportionnelles proposees H, B, D, sçauoir comme H à B, ainsi B à D: & de H & D soit faict vn rectangle, & de B vn quarré. Ie dy que le rectangle est egal au quarré. Car puis que C est egal à B, il sera comme H à B, ainsi C à D: les quatre seront donc proportionnelles H, B, C, D: mais le rectangle des extremes est egal au rectangle des moyennes, *par la precedente,* qui est le quarré de B moyenne.

Et si le rectangle H D est egal au quarré de la moyenne B: les lignes H, B, C, D seront proportionnelles *par la precedente.* Mais dautant que B & C sont egales, H sera à B comme B à D.

PROPOSITION XVIII.

Sur vne ligne droicte donnee descrire vne figure rectiligne semblable et semblablement posee à vne autre figure rectiligne donnee.



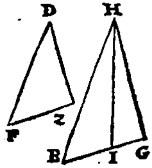
SOit la ligne droicte donnee H B, sur laquelle il faut semblablement descrire vne figure rectiligne semblablement posee à la figure donnee C D F L. Soient premierement subtendus tous les angles par quelques lignes droictes, sçauoir en resoluant la figure en triãgles, comme C D L, C L F. Au point H sur la ligne H B soit faict vn angle egal

DCL

à ~~C D L~~, cõme B H G *par la 23. du 1.* & au point B vn angle egal à D comme B. Le troisiesme H I B sera egal au troisiesme C L D comme on peut recueillir de la 32 du 1. Le triangle dõc H B I sera equiangle au triangle C D L & semblablemẽt descrit: & comme C D L à H I, ainsi C D à H B *par la 4 du 6.* Maintenant sur la ligne droicte H I soit semblablement descrit le triangle H G I equiangle à C F L: dautãt que les deux angles B H I, & I H G sont egaux aux deux angles D C L & L C F, le tout sera egal au tout B H G à D C F: semblablement B I G à D L F comme aussi G à F. C L sera donc à H I comme D L à B I: mais C L à H I est cõme D C à B H. D C à B H sera donc comme D L à B I au long des angles egaux. Semblablement se demonstreront les autres costez estre de mesme l'vn à l'autre Par ainsi toute la figure rectiligne H B I G sera semblable à C D L F, & semblablement descrite sur la ligne donnee.

PROPOSITION XIX.

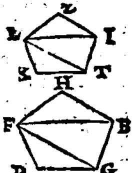
Les triangles semblables sont l'vn à l'autre en raison double de leurs costez de semblable raison.



SOient les deux triangles equiangles H B G plus grād & D F Z plus petit, ayans les costez proportionnaux *par la 4 6.* sçauoir cōme H B à D F, ainsi B G à F Z. soit aussi comme B G à F Z, ainsi F Z à B I *par la 11 6.* par ainsi ces trois lignes seront proportionnelles, & la premiere B G à la troisiéme B I aura la raisō double de F Z *par la 10. definition du 5.* La raison donc de H B à D F sera de mesme reciproquement *par la 2. definition du 6.* Parquoy les triangles H B I & D F Z seront egaux (*par la seconde partie de la 15 de ce liure:*) les angles F & B ayans esté posé egaux. Mais B G est à la base B I, comme le triangle H B G au triangle H B I *par la 1. 6.* La base donc B G sera à B I comme le triangle H B G au triangle D F Z (qui est egal à H B I) mais B G à B I a la raison doublee du costé B G au costé F Z. Il s'ensuyura donc que le triangle H B G aura au triangle D F Z la raison double du costé B G à B I, ou des autres costez de semblable raison. *Les triangles donc, &c.*

PROPOSITION XX.

Les polygones semblables, se peuuent diuiser en triangles semblables, egaux en nombre, & proportionnaux à leur tout. Mais le polygone a au polygone la raison double du costé de semblable raison au costé de semblable raison.

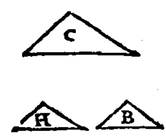


SOient les polygones semblables Z L K T I, & H F D G B: dautant que par l'hypothese l'angle B H F est egal à l'angle I Z L, & les costez au long des angles egaux proportionnaux, sçauoir comme B H à H F, ainsi I Z à Z L. Soiēt menees les lignes droictes B F, I L, les triangles H F B, & Z L I serōt equiangles *par la 6. de ce liure*, & l'angle H B F sera egal à l'angle Z I L. Mais par la construction tout l'angle H B G est egal à tout l'angle Z I T: ostant donc H B F & Z I L, l'autre angle restant F B G sera egal à l'autre L I T *par la*

19 du 5. Ioinctes maintenant F G & L T: F B sera à H B comme L I à Z I au long des angles egaux. Et comme H B à B G, ainsi Z I à I T en raison egale *par la 22. 5.* il sera comme F B à B G, ainsi L I à I T. Mais d'autant que l'angle F B G a esté monstré egal à L I T, les triangles F B G & L I T seront semblables & equiangles *par la . de ce liure.* Et pource que tout l'angle B G D est posé egal à l'angle I T K, par semblables argumés se demonstrera l'angle F G D estre egal à l'angle L T K, & les autres angles aux autres angles: & par ainsi *par la 6. de ce liure* le triangle F G D se trouuera equiangle au triangle L T K. Voila donc les polygones diuisez en triangles semblables, & egaux en nombre. Outre plus, dautant que chaque triangle est semblable à son triangle, & ont vne mesme raison l'vn à l'autre, & que les parties sont egales à leur tout, le polygone H B G D F au polygone Z I T K L sera en raison double de H B à Z I *par la precedente.*

PROPOSITION XXI.

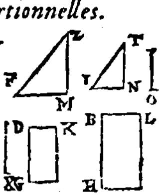
Les figures semblables à vne figure rectiligne, sont semblables entre elles.



SOient les figures rectilignes H & B semblables à C. Dautant qu'elles ont leurs angles egaux aux angles de C *par la 1. definition 6.* Ils auront aussi leurs angles egaux entr'eux *par la premiere commune sentence,* & auront les costez de mesme raison proportionnaux au long des angles egaux: dont s'ensuyura que H & B seront semblables & equiangles.

PROPOSITION XXII.

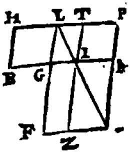
Si quatre lignes droictes sont proportionnelles, les figures rectilignes semblables, & semblablement descrites sur icelles seront proportionnelles. Et si les figures rectilignes semblables & semblablement descrites sur quatre lignes droictes sont proportionnelles, icelles lignes seront proportionnelles.



SOient quatre lignes droictes proportionnelles H B à G D comme F Z à I T. Soiét faites les figures H L, G K semblables & semblablement descrites: soient aussi les deux autres F Z M & I T N semblables & semblablement descrites. Soit aussi aux lignes H B & G D trouuee la troisiesme proportionnelle X *par* *la* 11. *du* 6. & aux lignes F Z & I T la troisiesme proportionnelle O. Comme la ligne H B est à X, ainsi est la figure H L à la figure G K (c'est à dire en raison double) & comme F Z à O, ainsi la figure F Z M à I T N *par la* 19 *du* 6. Mais comme H B à G D, ainsi F Z à I T, & cõme G D à X, ainsi I T à O. Donc *par la* 22. *du* 5. en raison egale, comme H B à X, ainsi F Z à O. par ainsi comme la figure H L est à la figure G K, ainsi F Z M a I T N, par la 11. 5. & sont proportionnelles. Pour la seconde partie: soiet les mesmes figures proportionnelles semblables & semblablement descrites. Ie dy que les quatre lignes sur lesquelles elles sont descrites sont proportionnelles: car *comme on peut recueillir de la* 19. *&* 20. *de ce liure* la raison de l'vne à l'autre sera cõme celle de leurs costez doublee. La raison donc de leurs costez sera vne mesme par la 7. C. S. sçauoir comme H B à D G, ainsi F Z à I T: iceux costez seront donc proportionnaux.

PROPOSITION XXIII.

Les parallelogrammes equiangles ont raison l'vn à l'autre composee de leurs costez.

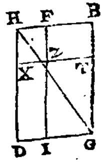


LAissant à part les diuerses opinions de plusieurs qui ont glosé sur ceste proposition, & aussi que la raison composee ne se peut ici entendre comme elle est diffinie en la 14. du 5. Ie diray seulement que la raison des rectangles equiãgles de l'vn à l'autre depéd de la raison des costez d'iceux : mais voicy ce qui se peut plus facillement demonstrer. Soient les rectangles equiangles H G, G Z disposez en sorte que B G I soient directement, comme aussi L G F *par la conuerse de la* 15. 1. Ainsi qu'est le parallelogramme H G à l'autre L I, ainsi la ligne B G à G I: & comme le rectangle L I à G Z, ainsi la ligne L G à G F *pat la premiere du* 6. Si donc la ligne L I est tiree vers C, & acheuez les parallelogrammes Z C N, N P T, les suplements I P & I F seront egaux *par la* 43. 1. Dont s'ensuyura que comme le parallelogramme H G à G Z, ainsi le mesme H G à T N, & ainsi la ligne B G à la ligne I N (puis qu'ils sont en mesme hauteur.) Et par consequent cõme L G à G F, ainsi G I à I N. Voila donc les raisons des costez dont depend la cognoissance de la raison d'vn parallelogramme à l'autre. Et cecy veut dire que comme le produict de B G par G L au produit de G F par G I, ainsi le prallelogramme H G au parallelogramme G Z.

PROPOSITION XXIIII.

De tout

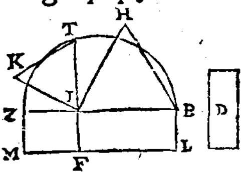
De tout parallelogramme les parallelogrammes qui sont au long du diametre ayans vn angle commun auec le mesme, sont semblables au tout & l'vn à l'autre.



SOit le parallelogramme H B G D & son diametre H G, au long duquel soient les parallelogrammes F X, T I ayãs chacun vn angle commun auec le tout sçauoir H & G. Dautant que X Z T est parallele à H B, & F Z I à H D, & que la ligne H G les trauerse au point commun Z, il s'ensuyura que les angles F H Z, H Z X, & T Z G, Z G I seront egaux, comme aussi X H Z, H Z F I Z G, Z G T seront egaux par la 29. 1. & que les quatre triangles seront equiangles, & par consequent auront leurs costez proportionnaux *par la* 4. 6. comme donc sera H F à F Z, ainsi Z T à T G, & comme H X à X Z, ainsi Z I à I G. Par ainsi les parallelogrammes proposez sont equiãgles, semblables & semblablement descrits entr'eux & au tout.

PROPOSITION XXV.

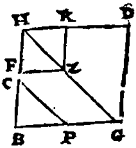
Descrire vne figure rectiligne semblable à vne figure rectiligne donnee & egale à vne autre rectiligne proposee.



SOit la figure rectiligne proposee H B I, à laquelle il conuienne faire vne semblable figure & egale à D. Sur la ligne droicte B I soit fait vn rectangle par la 45. 1. qui soit egal à H I B comme B F. soit prolongee B I vers Z, & sur la ligne I F à l'angle Z I F soit descrit vn rectangle Z F egal à D. Et soit *par la* 13. *de ce liure* trouuee la moyenne proportiõnelle entre B I & I Z laquelle soit I T. Sur icelle soit semblablement ~~descrite~~ vne figure semblable à H I B *par la* 18. 6. comme I T K. Maintenant comme B I à I T, ainsi I T à I Z, & comme la figure H I B à la figure I T K, ainsi la ligne B I à I Z en raison double *par la* 19 & 20. *de ce liure.* Mais comme la ligne B I à I Z, ainsi le rectangle B F (ou H I B son egal) au rectangle I M *par la premiere de ce liure, car ils sont en mesme hauteur*. Il s'ensuyura donc que la figure I T K sera egale au rectangle I M *par la* 14 *du* 5.

PROPOSITION XXVI.

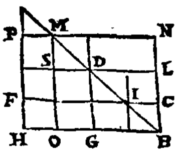
Si d'vn parallelogrãme on oste vn parallelogrãme semblable au tout & semblablement posé, ayãt vn angle commun auec le tout: le soubstraict sera auec le tout sur vn mesme diametre.



SOit d'vn parallelogrãme H D G B osté le parallelogramme H K Z F semblable au tout & semblablement posé, aiant l'angle commun H. Ie dy que le diametre H Z G de l'vn & de l'autre est vne mesme ligne droicte. Car soit diuisé le costé B G en deux egalement en P, comme aussi H B en C & tiree C P, ceste ligne sera parallele à H Z G (car le triangle C P B a les costez proportionnaux aux costez du triangle H G B, & par consequent est equiangle *par la 5. de cestuy*) Dont s'ensuiura q̃ l'angle CPB estãt egal à l'angle HGB & PCB à ZHF, la ligne H Z G ne sera qu'vne, parallele à C P *par la 28. & 30. 1.* dont est euident que le parallelogramme soustrait est sur vn mesme diametre auec le tout.

PROPOSITION XXVII.

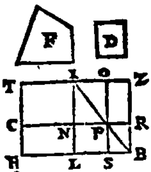
De tous parallelogrammes qu'on peut apliquer sur vne ligne droicte, deffaillans de la ligne droicte de la quantité des parallelogrammes semblables à celuy descrit sur la moitié & semblablement posez, le plus grand est celuy qui est apliqué sur la moitie de la ligne, & qui est semblable à celuy par lequel il est deffaillant.



SOit la ligne droite H B couppee au point G en deux egalement, & sur G B soit descrit vn parallelogramme G L duquel le dimetient soit D B: dautant que le parallelogramme de la quantité duquel vn autre parallelogramme apliqué doit manquer de la ligne, est semblable & semblablement posé à G L qui est faict de la moitie, le mesme parallelogramme sera sur le dimetient *par la precedente* & auront l'angle B commun. Parquoy afin que l'apliqué sur la ligne H B deffaille d'icelle par vn parallelogramme semblable à G L: il faudra qu'il soit descrit du point H iusques au dimetient. Soit donc apliqué H I deffaillant de la ligne, de la quantité de I B semblable à G L. Ie dy que de tous les parallelogrammes ainsi apliquez sur H B entre H & le dimetiẽt, le plus grand est celuy qui est apliqué sur la moitie de la ligne, c'est à sçauoir H D ou G L son egal. Premierement H I sera demonstré moindre. Dautãt que les supplements G I & I L sont egaux *par la 43. 1.* comme aussi F D & D C *par la 36. 1.* & que F D est plus grand que I L (ou I G son egal) de la quantité D I, le commun F G estant adjousté, H D (ou G L son egal) sera plus grãd que H I de la quantité du parallelogramme D I. Que si le parallelogramme est mis comme H M surpassant D, il sera deffaillant de la quantité O N semblable à G L. or les suplements D N, D O sont egaux, comme aussi P D & D N: & P S est moindre que D N de la quantité de M D: si donc on adjouste le cõmun H S, le tout H D (ou G L son egal) sera plus grand que H M de la quantité de M D. *De tous parallelogrammes donc, &c. Cecy veut dire qu'en vn triangle ne se peut inscrire aucun parallelogramme plus grand que celuy qui couppe les trois costez en deux egalement, & qui a l'angle commun auec le triangle.*

PROPOSITION XXVIII.

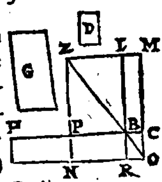
Sur vne ligne droicte donnee apliquer vn parallelogramme defaillãt en espece de la quantité du parallelogrãme semblable donné, & qu'iceluy apliqué soit egal à vne figure rectiligne dõnee nõ plus grãde que le parallelogrãme apliqué sur la moitie de la ligne sẽblable à celuy duquel il doit estre defaillant.



SOit la ligne droite donnee H B sur laquelle il faut apliquer vn parallelogramme egal à F & defaillãt d'vn parallelogrãme semblable à D. Soit donc sur la moitie L B descrit vn semblable à D *par la 18 de celi.* cõme L Z, & soit acheué T B & tiree la ligne I B. Si F est egale à H I (ou à L Z son egal) nous auons la chose desirée: si elle est moindre, posons que ce soit de certain espace que nous reduisons en semblable figure cõme D *par la 25 de cestuy.* Lequel espace soit O N, qui sera sur le dimetiẽt *par la 26. 6.* Dautãt qu'en la precedente il a esté mõstré que H P est moindre que H I du parallelogrãme N O, & que F est moindre que H I *par la position* du mesme NO: il s'ensuiura q̃ H P sera egal à F *par la 7 & 11. 6.* & sera defaillãt de la ligne H B, de l'espace S R sẽblable à L Z ou à D.

PROPOSITION XXIX.

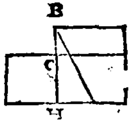
Sur vne ligne droicte donnee comparer vn parallelogrãme egal à vne figure rectiligne donnee & excedent en espece d'vn parallelogramme semblable à vn autre proposé.



SOit la ligne droite dõnee H B coupee en P en deux egalemẽt, la figure rectiligne à laq̃lle se fera la cõparaisõ soit G, & le parallelogrãme sẽblable à l'exces soit D. maîtenãt soit fait P L sẽblable à D, & dãs l'angle Z soit descrit vn parallelogrãme egal à P L & à G, & sẽblable à P L (ou à D) *par la* 25. 6. & soit N M. il est euident que le cōmun PL estant osté le gnomon L O P sera egal à G. Si donc le parallelogrãme N H est faict de l'autre moitie H P, le parallelogramme H O sera egal au gnomon L O P, & par consequent à G, & excedera la ligne H B du parallelogramme R C qui est semblable à P L ou à D. *Si donc sur vne ligne droicte, &c.*

PROPOSITION XXX.

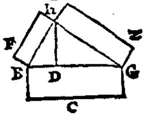
Couper vne ligne droite terminee dõnee, ẽtre les deux extremes.



SOit la ligne droicte H B couppee en C *par la* 11. 2. Le rectangle compris sous H B, B C sera egal au quarré de H C. Voicy donc trois lignes proportionnelles *par la* 17. 6. comme la toute H B à la plus grande partie H C, ainsi celle-cy à la plus petite C B. dont s'ensuyt que H B est coupee en C entre les deux extremes *par la* 3. *definition de ce liure.*

PROPOSITION XXXI.

Aux triangles rectangles la figure de quelconque espece que ce soit qui est descrite sur le costé qui soustient l'angle droict, est egale aux figures de mesme espece qui sont semblables & semblablemẽt descrites sur les costez qui cõprẽnent l'angle droit.

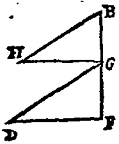


SOit le triangle rectãgle H B G duquel l'angle droict soit H, Ie dy que tous polygones semblables & semblablement descrits des costez qui comprennent l'angle droict comme F H B & Z H G sont egaux au polygone semblable & semblablement descrit sur B G, c'est à sçauoir B G C. Dautant que les polygones sont semblables & equiangles, ils auront l'vn à l'autre la raison double de leurs costez, comme aurõt aussi les quarrez descrits sur les mesmes costez *par la* 19. & 20. *de ce liure.* Il s'ensuyura dõc que comme les deux quarrez sont egaux au troisiéme par la 47. 1. ainsi les deux polygones serõt egaux au troisiesme puis qu'ils ont vne mesme raison entr'eux.

PROPOSITION XXXII.

Si entre deux triangles le costé de l'vn & le costé de l'autre composent vn angle, & que ces deux costez soient reciproques à deux autres, & paralleles, les autres deux costez d'iceux triangles seront en vne seule ligne droicte.

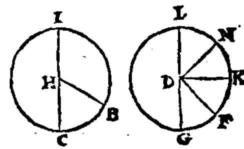
SOient les deux triangles ioints en sorte que les costez H G & D G facent vn angle entre les deux triãgles, c'est à sçauoir H G D. & soiẽt iceux paralleles & reciproques aux deux autres co-



stez,cõme H G à D F, & D G à H B. Dautant que H B& D G sont paralleles,& que H G tõbe sur icelles,l'angle B H G sera egal à l'angle H G D , & puisque H G & D F sont paralleles, & que D G tombe sur icelles,l'angle HGD sera egal à GDF *par la 19. 1.* Les angles dõc H & D seront egaux & les triangles equiangles *par la 6. de cestuy*,& l'angle H G F egal aux deux H & B *par la 32. 1.* Et par ainsi les deux angles H G F,& H G B egaux à deux droicts. Puis donc que à la ligne H G deux autres lignes concourent , sçauoir B G & F G, & qu'elles font deux angles egaux à deux droits,icelles sont posees directemẽt *par la 14. du 1.*

PROPOSITION XXXIII.

Aux cercles egaux les angles ont mesme raison que les circonferẽces sur lesquelles ils sont,soit que les angles soiẽt en la circõference,ou au centre: & les secteurs ont aussi mesme raison.

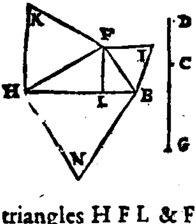


IL a esté monstré par la 27. 3. que aux cercles egaux les angles qui sont sur circonferences egales sont egaux: maintenant si en cercles egaux les angles inegaux n'ont vne mesme raison que leurs circõferences sur lesquelles ils sont descrits comme sur leurs bases: Soient proposez deux angles inegaux C H B plus grãd & G D F plus petit, & que l'angle G D F soit vn demy droict,& que l'arc C B ait plus de raison à l'arc G F que l'angle C H B à l'angle G D F. Par mesme raison ou supposition l'arc plus grand I B aura plus de raison à B C plus petit que l'angle I H B à B H C: & conjoinctement les deux arcs (c'est à dire la moitie de la circonference) auront plus de raison à l'arc G F que les deux angles I H B & B H C (c'est à dire deux droicts) à l'angle G D F. Maintenant soit faict l'angle K D F egal à G D F, & K D N & N D L de mesme:il est euident *par la 26, 3.* que les arcs F K, K N, & N L serõt egaux & les quatre angles vaudront deux droicts: dont s'ensuyura que la moitie de la circõference I B C aura plus de raison à la moitie de la circonference L N K F G que deux angles droicts à deux angles droicts, ce qui est faux & contre la position qui met les cercles egaux. Semblablement se monstrera l'arc C B n'auoir moindre raison à l'arc G F que l'angle C H B à l'angle G D F, Tellement donc que *aux cercles egaux,&c.* Pour le regard des angles en la circonference qui sont moitie de ceux qui sont au centre. puis que c'est vne mesme raison des moities aux moities que du tout au tout il n'y aura aucune difficulté.

Et quant aux secteurs s'ils sont egaux, ils auront les angles du centre egaux & leur base droite egale à la base droicte *par la* 4.1. Et. *par la* 28. 3 les lignes droictes egales leuent circonferences egales, les secteurs egaux auront donc mesme raison l'vn à l'autre que l'arc à l'arc. Que s'ils sont inegaux, posõs s'il est possible que le plus grand secteur C H B a moindre raison au plus petit G D F que l'arc C B à l'arc G F. Il s'ensuyura de ceste position que le secteur I H B aura moins de raison au plus petit secteur C H B du mesme cercle, que l'arc I B à l'arc C B, & par consequent que tous les deux secteurs (c'est à dire la moitie du cercle) auront moins de raison au secteur G D F que l'~~arc I B C~~ à l'arc G F. Or les quatre ~~angles qui sont en D~~ sont egaux & leurs arcs egaux par l'ypothese: les deux secteurs donc I H B & B H C (c'est le demy cercle) auront moins de raison aux quatre secteurs de l'autre cercle D (qu'est le demy cercle) que la moitie de la circonference à la moitie de la circonference des mesmes cercles, ce qui est faux estans les cercles posez egaux. Semblablemẽt se pourra demonstrer que le plus grand secteur n'aura pas plus de raison au plus petit que l'arc à l'arc, dont s'ensuyura qu'ils auront mesme raison l'vn à l'autre que l arc à l'arc.

PROPOSITION XXXIIII.

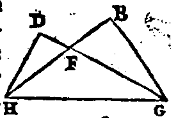
Descrire deux figures rectilignes qui aient l'vne à l'autre la raison donnee, & qui soient egales, semblables & semblablemẽt descrites à vne autre figure rectiligne donnee.



Soit la figure rectiligne donnee H B N & la raison donnee soit G C à C D. Soit H B couppee en mesme raison en L *par la* 10. 6. & faict vn demy cercle sur H B, & esleuee la perpendiculaire L F iusques à la circonference, & soient menees H F & F B qui comprẽdront vn angle droict *par la* 31. 3. La ligne L F sera moyenne proportiõnelle entre H L & L B par la 13. 6. & les deux triangles H F L & F B L sont equiangles & semblables l'vn à l'autre & au tout H F B *par la* 8. 6. Ainsi donc comme H F est à F B, ainsi H L à L F, & F L à L B. Or les figures semblablement descrites sur H F & F B sont l'vne à l'autre comme H L à L B, c'est à dire en raison double *par la* 20. 6. Il s'ensuyura donc, icelles figures estans semblablement descrites comme H B N, estre l'vne à l'autre selon la raison de H L à L B, c'est à dire G C à C D. Mais *par la 31. 6.* les deux figures H K F, F I B sont egales à H N B : il s'ensuit donc qu'elles sont suyuant la proposition, c'est à sçauoir egales & semblables à la proposee & ayans l'vn à l'autre la raison donnee.

PROPOSITION XXXV.

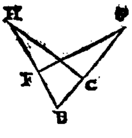
Si deux lignes droictes se couppent en angle obtus, & des extremitez d'icelles on tire sur vne chacune vne perpendiculaire, les lignes entre les extremitez & les perpendiculaires se coupent l'vne l'autre reciproquement.



SOient deux lignes H B, G D se coupans en angles obtus en F, & soient tirees les perpendiculaires H D, G B. dautāt que les angles D & B sont droicts, & D F H, B F G egaux *par la 15. 1.* il s'ensuyura que l'angle D H F sera egal à B G F *comme on peut recueillir de la 32. 1.* & par consequent les triangles H D F & G B F equiangles qui auront leurs costez proportionnaux *par la 4. 6.* la ligne H F sera donc à F D comme G F à F B, suyuant la proposition.

PROPOSITION XXXVI.

Si deux lignes droictes comprennent vn angle aigu, & des extremitez d'icelles on tire sur icelles mesmes des perpēdiculaires qui se coupent, icelles deux lignes seront reciproquement proportionnelles comme les segments qui sont au long de l'angle.

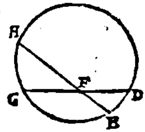


SOient deux lignes H B & G B faisans l'angle aigu B, & soient tirees les perpendiculaires H C, G F. dautant que l'angle H C B est droict, & egal à l'angle G F B & que l'angle B est commun, les deux angles H & G seront egaux *par la 32. 1.* Et les triangles H C B & G F B seront equiangles, & par consequent proportionnaux. H B sera donc à B C comme G B à B F, & de mesme suite comme H B à B G, ainsi F B à B C *par la 16 du 5.*

PROPOSITION XXXVII.

Si deux lignes droictes se coupent l'vne l'autre en vn cercle, les sections de l'vne aux sections de l'autre seront reciproquement proportionnelles.

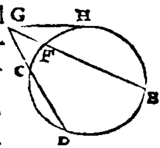
SOient deux lignes droictes au cercle se coupãs l'vne l'autre en F. Dautãt que *par la* 35 *du* 3. le rectangle cõpris de H F, F B est egal au rectãgle de G F, F D, & que les costez des parallelogrammes sont proportionnaux, sçauoir ceux au long des angles egaux par la 14. 6. Il s'ensuyura que cõme H F à F D, ainsi GF à F B reciproquemét, *par la 2 desinition* 6



PROPOSITION XXXVIII.

Si d'vn point donné hors le cercle deux lignes droictes tombent dans la circonference caue, icelles seront reciproquement proportionnelles à leurs parties qui sont hors le cercle: & entre la toute & le segment hors ~~du cercle~~ la moyenne proportionnelle est celle qui est menee du mesme point & touche seulement le cercle.

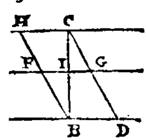
SOit le point donné hors le cercle G, duquel soient menees deux lignes droictes à la circonference caue G B, G D, & du mesme soit menee G H qui touche seulement le cercle en H. Dautant que le rectangle compris de G B, G F est egal au rectangle de G D, G C *comme on peut recueillir de la* 36. 3. Il s'ensuyura que les costez d'iceux rectãgles seront proportionnaux *par la* 14. 6. il sera donc G B à G D reciproquement comme leurs parties hors du cercle G C à G F. Dauantage dautant que *par la mesme* 36. le quarré de G H est egal au rectangle de G B, G F, ou de G D, G C, il s'ensuyura *par la seconde partie de la* 17. 6. que la ligne G H sera moyenne proportionnelle entre G B & G F, ou entre G D & G C.



PROPOSITION XXXIX.

Si deux lignes droictes sont coupees par deux paralleles droictes, elles sont coupees des mesmes en mesmes raisons.

SOient les deux lignes droites H B, C D coupees par deux paralleles H C, F G. soit menee C B coupãt en I la ligne F G *par la* 2. 6. comme H F à F B, ainsi C I à I B, & comme C I à I B, ainsi C G à G D. Voila donc comme H F est à F B, ainsi C G à G D *par la* 11. *du* 5.



FIN DV SIXIESME LIVRE