EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBRI XV. GRAECÈ & LATINÈ,

Quibus, cùm ad omnem Mathematicæ scientiæ partem, tùm ad quamlibet Geometriæ tractationem, facilis comparatur aditus.

Ἐπίγραμμα παλαιόν.

Σχήματα πέντε Πλάτωνος, ἃ Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε.
Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε, Πλάτων δ' ἀρίδηλ' ἐδίδαξεν,
Εὐκλείδης ἐπὶ τοῖσι κλέος περικαλλὲς ἔτευξεν.

IN ME MORS, IN ME VITA.

PARISIIS,
Apud Viduam Guilielmi CAVELLAT, sub Pellicano, monte D. Hilarij.

1598.

Nota in Geometria

Æqualis =

Similis ∽

Majus ⊐ proxime Maius ⊐

Minus ⊏ prox: Minus ⊏

Non Maius ⊐ Æquale vel minus ⊏

Non Minus ⊏ Æquale vel maius ⊐

Proportio sive ratio equalis ::

Major ratio $\dot{\div}$

Minor ratio $\div$

Continua proportio $\ddot{\div}$

Multiplex × ×

A ——— F ——— B

Designatur linea vel binis litteris ut A B vel una litera in media posita ut F vel per compositionem ut A + E $\underset{\longleftarrow\!\longrightarrow}{A\ \ E}$ vel per subtractionem ut A−E $\underset{Æ}{\overset{A-E\ \ E}{\longleftrightarrow}}$

AD CANDIDVM LECTOREM ST. GRACILIS PRÆFATIO.

PERMAGNI *referre semper existimaui, Lector beneuole, quantum quisque studij & diligentiæ ad percipienda scientiarum elementa adhibeat, quibus non satis cognitis, aut perperam intellectis, si vel digitum progredi tentes, erroris caliginem animis offundas, nõ veritatis lucem rebus obscuris adferas. Sed principiorum quãta sint in disciplinis momenta, haud facilè credat, qui rerum naturam ipsa specie, nõ viribus metiatur. Vt enim corporum quæ oriuntur & intereunt, vilissima tenuissimáque videntur initia: ita rerum æternarum & admirabilium, quibus nobilissimæ artes continentur, elementa ad speciem sunt exilia, ad vires & facultatem quàm maxima. Quis non videt ex fici tantulo grano, vt ait Tullius, aut ex acino vinaceo, aut ex cæterarum frugum aut stir-*

pium minutissimis seminibus tantos truncos ramósque procreari? Nam Mathematicorũ initia illa quidem dictu auditúque perexigua, quãtam theorematum syluam nobis pepererunt? Ex quo intelligi potest, vt in ipsis seminibus, sic & in artium principiis inesse vim earum rerum, quæ ex his progignuntur. Præclarè igitur Aristoteles, vt alia permulta, μέγιστον ἴσως ἀρχὴ παντός, καὶ ὅσῳ κράτιστον τῇ δυνάμει, τοσούτῳ μικρότατον ὂν τῷ μεγέθει, χαλεπόν ἐστιν ὀφθῆναι. *Quocirca committendum non est, vt non bene prouisa & diligenter explorata scientiarum principia, quibus propositarum quarumque rerum veritas sit demonstranda, vel constituas, vel constituta approbes. Cauendum etiam, vt ne tantulum quidem fallaci & captiosa interpretatione turpiter deceptus, à vera principiorum ratione temerè deflectas. Nam qui initio fortè aberrauerit, is vt tandem in maximis versetur erroribus necesse est: cùm ex vno erroris capite densiores sensim tenebræ rebus clarissimis obducantur. Quid tam varias veterum physiologorum sententias, nõ modò cum rerum veritate pugnantes, sed vehemẽter etiam inter se dissentiẽtes nobis inuexit? Equidem haud scio fuerítne vlla potior tanti dissidij causa, quàm quòd ex principiis partim falsis partim nõ consentaneis du-*

ctas rationes probando adhiberent. Fit enim plerunque, vt qui non rectè de artium rerúmque elementis sentiunt, ad præfinitas quasdam opiniones suas omnia reuocare studeant. Pythagorei, vt meminit Aristoteles, cùm denarij numeri summam perfectionem cælo tribuerent, nec plures tamen quàm nouem sphæras cernerent, decimam affingere ausi sunt terræ aduersam, quam ἀντίχθονα appellarunt. Illi enim vniuersitatis rerúmque singularum naturam ex numeris ceu principiis æstimantes, ea protulerunt quæ φαινομένοις congruere nusquam sunt cognita. Nam ridicula Democriti, Anaximenis, Melissi, Anaxagoræ, Anaximandri, & reliquorum id genus physiologorum somnia, ex falsis illa quidem orta naturæ principiis, sed ad Mathematicum nihil aut parum spectantia, sciens prætereo. Nonnullos attingam, qui repetitis altiùs, vel aliter ac decuit positis rerum initiis, cùm in physicis multa turbarunt, tùm Mathematicos oppugnatione principiorum pessimè mulctarunt. Ex planis figuris corpora cõstituit Timæus: Geometrarum hîc quidem principia cuniculis oppugnantur. Nam & superficies seu extremitates crassitudinem habebunt, & lineæ latitudinem: denique puncta non erunt indiuidua, sed linearum partes. Prædicant

Democritus atque Leucippus illas atomos ſuas, & indiuidua corpuſcula. Concedit Xenocrates impartibiles quaſdam magnitudines. Hîc verò Geometriæ fundamenta apertè petuntur, & funditus euertuntur: quibus dirutis nihil equidem aliud video reſtare, quàm vt ampliſſima Mathematicorum theatra repentè concidant. Iacebunt ergo, ſi diis placet, tot præclara Geometrarum de aſymmetris & alogis magnitudinibus theoremata. Quid enim cauſæ dicas cur indiuidua linea hanc quidem metiatur, illam verò metiri non queat? Si quidem quod minimum in vnoquoque genere reperitur, id communis omnium menſura eſſe ſolet. Innumerabilia profectò ſunt illa, quæ ex falſis eiuſmodi decretis abſurda conſequuntur: & horum permulta quidem Mathematicus, ſed longè plura colligit Phyſicus. Quid varia ψευδογραφημάτων genera commemorem, quæ ex hoc vno fonte tam longè latéque diffuſa fluxiſſe videntur? Notiſſimus eſt Antiphontis tetragωniſmus, qui Geometrarum & ipſe principia non parum labefecit, cùm rectæ lineæ curuam poſuit æqualem. Longum eſſet mihi ſingula percenſere, præſertim ad alia properanti. Hoc ergo certum, fixum & in perpetuum ratum eſſe oportet, quod ſapienter monet Ariſtoteles, σπουδαστέον ὅπως ὀφείλουσι χαλῶς αἱ ἀρχαί. μεγάλην γὰρ ἔχουσι ῥοπὴν πρὸς ἑπόμενα. Nã principiis illa congruere debent, quæ sequuntur. Quòd si tantùm perspicitur in istis exilioribus Geometriæ initiis, quæ puncto, linea, superficie definiuntur, momentum, vt ne hæc quidem sine summo impendentis ruinæ periculo conuelli aut propugnari poßint: quanta quæso vis putanda est huius στοιχειώσεως, quam collatis tot præstantißimorum artificum inuentis, mira quadam ordinis solertia contexuit Euclides, vniuersæ Matheseωs elementa complexu suo coercentem? Vt igitur omnibus rebus instructior & paratior quisque ad hoc studium libentiùs accedat, & singula vel minutißima exactiùs secum reputet atque perdiscat, operæ precium censui in primo institutionis aditu vestibulóque præcipua quædam capita, quibus tota ferè Mathematicæ scientiæ ratio intelligatur, breuiter explicare: tum ea quæ sunt Geometriæ propria, diligenter persequi: Euclidis denique in extruenda hac στοιχειώσει consilium sedulò ac fideliter exponere. Quæ ferè omnia ex Aristotelis potißimum ducta fontibus, nemini inuisa fore confido, qui modò ingenuum animi candorem ad legendum attulerit. Ac de Mathematicæ diuisione primùm dicamus.

Mathematicæ in primis scientiæ studiosos *fuisse Pythagoreos, non modò historicorum, sed etiam philosophorum libri declarant. His ergo placuit, ut in partes quatuor vniuersum distribuatur Mathematicæ scientiæ genus, quarum duas περὶ τὸ ποσὸν, reliquas περὶ τὸ πηλίκον versari statuerunt. Nam & τὸ ποσὸν vel sine vlla comparatione ipsum per se cognosci, vel certa quadam ratione comparatum spectari: in illo Arithmeticam, in hoc versari Musicam: & τὸ πηλίκον partim quiescere, partim moueri quidem: illud Geometriæ propositum esse: quod verò sua sponte motu cietur, Astronomiæ. Sed ne quis falsò putet Mathematicam scientiam, quòd in vtroque quanti genere cernitur, idcirco inanem videri (si quidem non solùm magnitudinis diuisio, sed etiam multitudinis accretio infinitè progredi potest) meminisse decet, τὸ πηλίκον καὶ τὸ ποσὸν, quæ subiecto Mathematicæ generi imposita sunt à Pythagoreis nomina, non cuiuscunque modi quantitatem significare, sed eam demum, quæ tùm multitudine tùm magnitudine sit definita, & suis circunscripta terminis. Quis enim vllã infiniti scientiam defendat? Hoc scitum est, quod non semel docet Aristoteles, infinitum ne cogitatione quidem complecti quenquã posse. Itaque ex infinita multitudinis & magnitudinis δυνάμει, finitam hæc* *ſcientia decerpit & amplectitur naturam, quam tractet, & in qua verſetur. Nam de vulgari Geometrarum conſuetudine quid ſentiendum ſit, cum data interdum magnitudine infinita aut fabricantur aliquid, aut proprias generis ſubiecti affectiones exquirunt, diſertè monet Ariſtoteles,* οὐδὲ νῦν (*de Mathematicis loquens*) δέονται τοῦ ἀπείρου, οὐδὲ χρῶνται, ἀλλὰ μόνον εἶναι ὅσην ἂν βούλωνται, πεπερασμένην. *Quamobrem diſputatio ea qua infinitum refellitur, Mathematicorum decretis rationibúſque non aduerſatur, nec eorum apodixes labefacit. Etenim tali infinito opus illis nequaquam eſt, quod exitu nullo peragrari poſſit, nec talem ponunt infinitam magnitudinem; ſed quantamcunque velit aliquis effingere, ea vt ſuppetat, infinitam præcipiunt. Quinetiam non modò immenſa magnitudine opus non habent Mathematici, ſed ne maxima quidem: cùm inſtar maximæ minima queque in partes totidem pari ratione diuidi queat. Alteram Mathematicæ diuiſionem attulit Geminus, vir (quantum ex Proclo coniicere licet)* μαθημάτων *laude clariſsimus. Eam, quæ ſuperiore plenior & accuratior fortè viſa eſt, cùm doctiſsimè pertractarit ſua in decimum Euclidis præfatione P. Montaureus vir ſenatorius, & regiæ bibliothecæ præ-*

fectus, leuiter attingam. Nam ex duobus rerum velut summis generibus, τῶν νοητῶν καὶ τῶν αἰσθητῶν, quæ res sub intelligentiam cadunt, Arithmeticæ & Geometriæ attribuit Geminus: quæ verò in sensus incurrunt, Astrologiæ, Musicæ, Supputatrici, Opticæ, Geodæsiæ & Mechanicæ adiudicauit. Ad hanc certè diuisionem spectasse videtur Aristoteles, cùm Astrologiam, Opticam, Harmonicam, φυσικωτέρας τῶν μαθημάτων nominat, vt quæ naturalibus & Mathematicis interiectæ sint, ac velut ex vtrisq; mixtæ disciplinæ: Siquidem genera subiecta à Physicis mutuantur, causas verò in demonstrationibus ex superiore aliqua scientia repetunt. Id quod Aristoteles ipse apertißimè testatur, ἐνταῦθα γὰρ, φησὶ, τὸ μὲν ὅτι, τῶν αἰσθητικῶν εἰδέναι, τὸ δὲ διότι, τῶν μαθηματικῶν. Sequitur, vt quid Mathematicæ conueniat cũ Physica & prima Philosophia: quid ipsa ab vtraque differat, paucis ostendamus. Illud quidem omnium commune est, quòd in veri contemplatione sunt positæ, ob idque θεωρητικαὶ à Græcis dicuntur. Nam cùm διάνοια siue ratio & mens omnis sit vel πρακτικὴ, vel ποιητικὴ, vel θεωρητικὴ, totidem scientiarum sint genera necesse est. Quòd si Physica, Mathematica, & prima Philosophia, nec in agendo, nec in ef-

ficiendo ſunt occupatæ, hoc certè perſpicuum eſt, eas omnes in cognitione contemplationéque neceſſariò verſari. Cùm enim rerum non modò agendarum, ſed etiam efficiendaram principia in agente vel efficiente conſiſtant, illarum quidem προαίρεσις, *harum autem vel mens, vel ars, vel vis quædam & facultas: rerum profectò naturalium, Mathematicarum, atque diuinarum principia in rebus ipſis, non in philoſophis incluſa latent. Atque hæc vna in omnes valet ratio, quæ* θεωρητικὰς *eſſe colligat. Iam verò Mathematica ſeparatim cum Phyſica congruit, quòd vtraque verſatur in cognitione formarum corpori naturali inhærentium. Nam Mathematicus plana, ſolida, longitudines & puncta contemplatur, quæ omnia in corpore naturali à naturali quoque philoſopho tractantur. Mathematica item & prima philoſophia hoc inter ſe propriè conueniunt, quòd cognitionem vtraque perſequitur formarum, quoad immobiles, & à concretione materiæ ſunt liberæ. Nam tametſi Mathematicæ formæ re vera per ſe non cohærent, cogitatione tamen à materia & motu ſeparantur,* οὐδὲ γίνεται ψεῦδος χωριζόντων, *vt ait Ariſtoteles. De cognatione & ſocietate breuiter diximus. Iam quid interſit, videamus. Vnaquæque Mathematicarum* *certum quoddam rerum genus propositum habet, in quo versetur, vt Geometria quantitatem & continuationem aliorum in vnam partem, aliorum in duas, quorundam in tres: corúmque quatenus quanta sunt & continua, affectiones cognoscit. Prima autem Philosophia, cùm sit omnium communis, vniuersum Entis genus, quæque ei accidunt & conueniunt hoc ipso quòd est, considerat. Ad hæc, Mathematica eam modò naturam amplectitur, quæ quanquam non mouetur, separari tamen seiungíque nisi mente & cogitatione à materia non potest, ob eámque causam* ἐξ ἀφαιρέσεως *dici consueuit. Sed prima Philosophia in iis versatur, quæ & seiuncta, & æterna, & ab omni motu per se soluta sunt ac libera. Ceterùm Physica & Mathematica quanquam subiecto discrepare non videntur, modo tamen rationéque differunt cognitionis & contemplationis, vnde dissimilitudo quoque scientiarum sequitur. Etenim mathematicæ species nihil re vera sunt aliud, quàm corporis naturalis extremitates, quas cogitationes ab omni motu & materia separatas Mathematicus contemplatur: sed easdem consectatur physicorum ars, quatenus cum materia comprehensæ sunt, & corpora motui obnoxia circunscribunt. Ex quo fit, vt quæcun-*

que in Mathematicis incommoditates accidunt, eædem etiam in naturalibus rebus videantur accidere, non autem vicißim. Multa enim in naturalibus sequuntur incommoda, quæ nihil ad Mathematicum attinent, διὰ τὸ, *inquit Aristoteles,* τὰ μὲν ἐξ ἀφαιρέσεως λέγεται, τὰ μαθηματικὰ, τὰ δὲ φυσικὰ ἐκ προσθέσεως. *Siquidem res cum materia deuinctas contemplatur physicus: Mathematicus verò rem cognoscit circunscriptis iis omnibus quæ sensu percipiuntur, vt grauitate, leuitate, duritie, mollitie, & præterea calore, frigore, aliísque contrariorum paribus quæ sub sensum subiecta sunt: tantùm autem relinquit quantitatem & continuum. Itaque Mathematicorum ars in iis quæ immobilia sunt, cernitur* (τὰ γὰρ μαθηματικὰ τῶν ὄντων ἄνευ κινήσεώς ἐστιν, ἔξω τῶν περὶ τὴν ἀστρολογίαν) *quæ verò in naturæ obscuritate posita est, res quidem quæ nec separari nec motu vacare possunt contemplatur.*

Idquod in vtroque scientiæ genere perspicuum esse potest, siue res subiectas definias, siue proprietates earum demonstres. Etenim numerus, linea, figura, rectum, inflexum, æquale, rotundum, vniuersa denique Mathematicus quæ tractat & profitetur, absque motu explicari docerique possunt: χωριστὰ γὰρ τῇ νοήσει κινήσεώς ἐστι: *Physica*

autem ſine motione ſpecies nequaquam poſſunt intelligi. Quis enim, hominis, plantæ, ignis, oßium, carnis naturam & proprietates ſine motu qui materiam ſequitur, perſpiciat? Siquidem tantiſper ſubſtantia quæque naturalis conſtare dici ſolet, quoad opus & munus ſuum, agendo patiendóque tueri ac ſuſtinere valeat: qua certè amiſſa δυνάμει, *ne nomen quidem niſi* ὁμωνύμως *retinet. Sed Mathematico ad explicandas circuli aut trianguli proprietates, nullum adferre poteſt vſum materiæ, vt auri, ligni, ferri, in qua inſunt, conſideratio: quin eò veriùs eiuſmodi rerum, quarum ſpecies tanquam materia vacantes efformemus animo, naturam complectemur, quòd coniunctione materiæ quaſi adulterari deprauaríque videntur.*
Quocirca Mathematicæ ſpecies eodem modo quo κοῖλον, *ſiue concauitas, ſine motu & ſubiecto definitione explicari cognoſcíque poſſunt: naturales verò cùm eam vim habeant, quam, vt ita dicam, ſimitas, cum materia comprehenſæ ſunt, nec abſque ea ſeparatim poſſunt intelligi: quibus exemplis quid inter Phyſicas & Mathematicas ſpecies interſit, haud difficile eſt animaduertere. Illis certè non ſemel eſt vſus Ariſtoteles. Valeant ergo Protagoræ ſophiſmata, Geometras hoc nomine refellentis, quòd circulus normam pun-*

cto non attingat. Nam diuina Geometrarum theoremata qui sensu æstimabit, vix quicquam reperiet quod Geometræ concedendum videatur. Quid enim ex his quæ sensum mouent, ita rectum aut rotundum dici potest, vt à Geometra ponitur? Nec verò absurdum est aut vitiosum, quòd lineas in puluere descriptas pro rectis aut rotundis assumit, quæ nec rectæ sunt, nec rotundæ, ac ne latudinis quidem expertes. Siquidem non iis vtitur Geometra quasi inde vim habeat conclusio, sed eorum quæ discenti intelligenda relinquuntur, rudem ceu imaginem proponit. Nam qui primùm instituuntur, hi ductu quodam & velut χειραγωγίᾳ sensuum opus habent, vt ad illa quæ sola intelligentia percipiuntur, aditum sibi comparare queant. Sed tamen existimandum non est rebus Mathematicis omnino negari materiam, ac non eam tantùm quæ sensum afficit. Est enim materia alia quæ sub sensum cadit, alia quæ animo & ratione intelligitur. Illam αἰσθητὴν, hanc νοητὴν vocat Aristoteles. Sensu percipitur, vt æs, vt lignum, omnisque materia quæ moueri potest. Animo & ratione cernitur ea quæ in rebus sensilibus inest, sed non quatenus sensu percipiuntur, quales sunt res Mathematicorum. Vnde ab Aristotele scriptum legimus ἐπὶ τῶν ἐν ἀφαιρέσει *ὄντων rectum se habere vt simum: μετὰ συνεχοῦς γὰρ quasi velit ipsius recti, quod Mathematicorum est, suam esse materiam, non minùs quàm simi quod ad Physicos pertinet. Nam licèt res Mathematicæ sensili vacent materia, non sunt tamen indiuiduæ, sed propter continuationem partitioni semper obnoxiæ, cuius ratione dici possunt sua materia non omnino carere: quin aliud videtur τὸ εἶναι γραμμῇ, aliud quoad continuationi adiuncta intelligitur linea. Illud enim ceu forma in materia, proprietatum causa est, quas sine materia percipere non licet. Hæc est societatis & dissidij Mathematicæ cum Physica & prima Philosophia ratio. Nunc autem de nominis etymo & notatione pauca quædam afferamus. Nam si quæ iudicio & ratione imposita sunt rebus nomina, ea certè non temerè indita fuisse credendum est, quibus scientias appellari placuit. Sed neque otiosa semper haberi debet ista etymologiæ indagatio, cùm ad rei etiam dubiæ fidem sæpe non parum valeat recta nominis interpretatio. Sic enim Aristoteles ducto ex verborum ratione argumento, αὐτομάτου, μεταβολῆς, αἰθέρος, aliarúmque rerum naturam ex parte confirmauit. Quoniam igitur Pythagoras Mathematicam scientiam non modò studiosè coluit, sed etiam repetitis à capite principiis,*

principiis, geometricam contemplationem in liberalis disciplinæ formam composuit, & perspectis absque materia, solius intelligentiæ adminiculo theorematibus, tractationem περὶ τῶν ἀλόγων, & κοσμικῶν σχημάτων constitutionem excogitauit: credibile est, Pythagoram, aut certè Pythagoreos, qui & ipsi doctoris sui studia libenter amplexi sunt, huic scientiæ id nomen dedisse, quod cum suis placitis atque decretis cōgrueret, rerúmque propositarum naturam quoquo modo declararet. Ita cùm existimarent illi omnē disciplinā, quæ μάθησις dicitur, ἀνάμνησιν esse quandam, id est recordationem & repetitionem eius scientiæ, cuius antè quàm in corpus immigraret: compos fuerit anima, quemadmodum Plato quoque in Menone, Phædone, & aliis aliquot locis videtur astruxisse: animaduerterent autem eiusmodi recordationem, quæ non posset multis ex rebus perspici, ex his potissimùm scientiis demonstrari, si quis nimirum, ait Plato, ἐπὶ τὰ διαγράμματα ἄγῃ: probabile est equidē Mathematicas à Pythagoreis artes κατ' ἐξοχὴν fuisse nominatas, vt ex quibus, μάθησις, id est æternarum in anima rationum recordatio διαφερόντως & præcipuè intelligi posset. Cuius etiam rei fidem nobis diuinus fecit Plato, qui in Menone Socratem in-

duxit hoc argumenti genere persuadere cupien tem, discere nihil esse aliud quàm suarum ipsiu rationum animũ recordari. Etenim Socrates pu sionem quendam, vt Tullij verbis vtar, interro gat de geometrica dimensione quadrati: ad ea sic ille respondet vt puer, & tamen tam faciles interrogationes sunt, vt gradatim respondens, eôdem perueniat, quò si Geometrica didicisset. Aliam nominis huius rationem Anatolius exposuit, vt est apud Rhodiginum, quòd cùm cæteræ disciplinæ deprehendi vel non docente aliquo poßint omnes, Mathematica sub nullius cognitionem veniant, nisi præeunte aliquo, cuius solertia succidantur vepreta, vel exurantur, & superciliosa complanentur aspreta. Ita enim Cælius: quod quam vim habeat, non est huius loci curiosius perscrutari. Equidem M. Tullius Mathematicos in magna rerum obscuritate, recondita arte, multiplicíque ac subtili versari scribit. sed quis nescit idipsum cum aliis grauioribus scientiis esse cõmune? Est enim, vel eodem autore Tullio, omnis cognitio multis obstructa difficultatibus, maximaque est & in ipsis rebus obscuritas, & in iudiciis nostris infirmitas: nec vllus est, modo interiùs paulò Physica penetrarit, qui non facilè sit expertus, quàm multi vndique *emergant, rerum naturalium causas inquirentibus, & inexplicabiles labyrinthi. Sunt qui ex demonstrationum firmitate nominari Mathematicas opinantur: cuius etiam rationis momentum alio seorsim loco expendendum fuerit. Quocirca primam verbi notationem, quam sequutus est Proclus, nobis retinendam censeo. Hactenus de uniuerso Mathematicæ genere quanta potui & perspicuitate & breuitate dixi. Sequitur, vt de Geometria separatim atque ordine ea dissseram, quæ initio sum pollicitus. Est autem Geometria, vt definit Proclus, scientia, quæ versatur in cognitione magnitudinum, figurarum, & quibus hæ continentur, extremorum, item rationum & affectionũ, quæ in illis cernuntur ac inhærent: ipsa quidem progrediẽs à puncto indiuiduo per lineas & superficies, dum ad solida conscendat, variásque ipsorum differentias patefaciat. Quúmque omnis scientia demonstratiua, vt docet Aristoteles, tribus quasi momentis contineatur, genere subiecto, cuius proprietates ipsa sciẽtia exquirit & cõtemplatur: causis & principiis, ex quibus primis demonstrationes conficiuntur. & proprietatibus, quæ de genere subiecto per se enuntiantur: Geometriæ quidem subiectum in lineis, triangulis, quadrangulis, circu-*

lis, planis, ſolidis, atque omnino figuris & magnitudinibus, earúmque extremitatibus conſiſtit. His autem inhærent diuiſiones, rationes, tactus, æqualitates, παραβολαὶ, ὑπερβολαὶ, ἐλλείψεις, atque alia generis eiuſdem propè innumerabilia. Poſtulata verò & Axiomata ex quibus hæc ineſſe demonſtrantur, eiuſmodi ferè ſunt: Quouis centro & interuallo circulum deſcribere: Si ab æqualibus æqualia detrahas, quæ relinquũtur eſſe æqualia, cæteráq; id genus permulta, quæ licèt omnium ſint communia, ad demonſtrandum tamen tum ſunt accommodata, cùm ad certum quoddam genus traducuntur. Sed cùm præcipua videatur Arithmeticæ & Geometriæ inter Mathematicas dignatio, cur Arithmetica ſit ἀκριβεστέρα, & exactior quàm Geometria, paucis explicandum arbitror. Hîc verò & Ariſtotelem ſequemur ducem, qui ſcientiam cum ſcientia ita comparat, vt accuratiorem eſſe velit eam, quæ rei cauſam docet, quàm quæ rẽ eſſe tantùm declarat: deinde quæ in rebus ſub intelligentiam cadẽtibus verſatur, quàm quæ in rebus ſenſum mouẽtibus cernitur. Sic enim & Arithmetica quàm Muſica, & Geometria quàm Optica, & Stereometria quàm Mechanica exactior eſſe intelligitur. Poſtremò quæ ex ſimplicioribus initiis con-

ſtat, quàm quæ aliqua adiectione compoſitis vtitur. Atque hac quidem ratione Geometriæ præſtat Arithmetica, quòd illius initium ex additione dicatur, huius ſit ſimplicius. Eſt enim punctum, vt Pythagoreis placet, vnitas quæ ſitum obtinet: vnitas verò punctum eſt quod ſitu vacat. Ex quo percipitur, numerorũ quàm magnitudinum ſimplicius eſſe elementum, numeróſque magnitudinibus eſſe puriores, & à concretione materiæ magis diſiunctos. Hæc quanquam nemini ſunt dubia, habet & ipſa tamen Geometria quo ſe plurimum efferat, opibúſque ſuis ac rerum vbertate multiplici vel cum Arithmetica certet: id quod tute facilè deprehendas, cùm ad infinitam magnitudinis diuiſionem, quàm reſpuit multitudo, animum conuerteris. Nunc quæ ſit Arithmeticæ & Geometriæ ſocietas, videamus. Nam theωrematum quæ demonſtratione illuſtrãtur, quædam ſunt vtriuſque ſcientiæ communia, quædam verò ſingularum propria. Etenim quòd omnis proportio ſit ῥητὸς ſiue rationalis, Arithmeticæ ſoli conuenit, nequaquam Geometriæ, in qua ſunt etiam ἄῤῥητοι, ſeu irrationales proportiones: item, quadratorum gnωmonas minimo definitos eſſe, Aribmeticæ proprium (ſi quidem in Geometria nihil tale minimum eſſe poteſt) *ſed ad Geometriam propriè ſpectant ſitus, qui in numeris locum non habent: tactus, qui quidem à continuis admittuntur: ἄλογον, quoniam vbi diuiſio infinitè procedit, ibi etiam τὸ ἄλογον eſſe ſolet. Communia porro vtriuſque ſunt illa, quæ ex ſectionibus eueniunt, quas Euclides libro ſecũdo eſt perſequutus: niſi quòd ſectio per extremam & mediam rationem in numeris nuſquàm reperiri poteſt. Iam verò ex theωrematibus eiuſmodi communibus, alia quidem ex Geometria ad Arithmeticam traducuntur: alia contrà ex Arithmetica in Geometriam transferuntur: quædam verò perinde vtrique ſcientiæ conueniunt. vt quæ ex vniuerſa arte Mathematica in vtranque harum conueniant. Nam & alterna ratio, & rationum conuerſiones, compoſitiones, diuiſiones hoc modo communia ſunt vtriuſque. Quæ autem ſunt περὶ συμμέτρων, id eſt de commenſurabilibus, Arithmetica quidem primùm cognoſcit & cõtemplatur: ſecundo loco Geometria Arithmeticam imitata. Quare & cõmenſurabiles magnitudines illæ dicuntur, quæ rationem inter ſe habent quã numerus ad numerũ, perinde quaſi cõmenſuratio & συμμετρία in numeris primùm cõſiſtat. (Vbi enim numerus, ibi & σύμμετρον cernitur: & vbi σύμμετρον, illic etiam numerus) ſed quæ* triangulorum sunt & quadrangulorum, à Geometra primùm considerantur: tùm analogia quadam Arithmeticus eadem illa in numeris contemplatur. De Geometriæ diuisione hoc adiiciendum puto, quòd Geometriæ pars altera in planis figuris cernitur, quæ solam latitudinem longitudini coniunctam habent: altera verò solidas contemplatur, quæ ad duplex illud interuallum crassitudinem adsciscunt. Illam generali Geometriæ nomine veteres appellarunt: hanc propriè Stereometriam dixerunt. Ita Geometriam cum Optica, & Stereometriam cum Mechanica non rarò cõparat Aristoteles. Sed illius cognitio huius inuentionem multis sæculis antecessit, si modò Stereometriam ne Socratis quidem ætate vllam fuisse omnino verum est, quemadmodum à Platone scriptũm videtur. Ad Geometriæ vtilitatẽ accedo, quæ quanquam suapte vi & dignitate ipsa per se nititur, nullius vsus aut actionis ministerio mãcipata (vt de Mathematicis omnibus sciẽtiis concedit in Politico Socrates) si quid ex ea tamen vtilitatis externæ quæritur, Dij boni! quàm lætos, quàm vberes, quàm varios fructus fundit? Nec verò audiendus est vel Aristippus, vel Sophistarũ alius, qui Mathematicorum artes idcirco repudiet, quòd ex fine nihil docere videatur, eiúsque quod melius aut deterius nullam habeant *rationem. Vt enim nihil causæ dicas, cur sit melius, trianguli, verbi gratia, tres angulos duobus esse rectis æquales: minimè tamen fuerit consentaneum, Geometriæ cognitionem vt inutilem exagitare, criminari, explodere, quasi quæ finem & bonũ quò referatur, habeat nullum. Multas haud dubiè solius contemplationis beneficio citra materiæ cõtagionem adfert Geometria commoditates partim proprias, partim cum vniuerso genere communes. Cùm enim Geometria, vt scripsit Plato, eius quod semper est cognitionem profiteatur, ad veritatem excitabit illa quidem animum, & ad ritè philosophandum cuiusque mentẽ comparabit. Quinetiam ad disciplinas omnes faciliùs perdiscendas attigeris nécne Geometriam, quanti referre censes? Nam vbi cum materia coniungitur, nónne præstãtissimas procreat artes, Geodæsiam, Mechanicam, Opticam, quarum omnium vsu, mortalium vitam summis beneficiis complectitur? Etenim bellica instrumenta, vrbiúmque propugnacula, quibus munitæ vrbes, hostium vim propulsarent, his adiutricibus fabricata est: montiũ ambitus & altitudines, locorúmque situs nobis indicauit: dimetiendorum & mari & terra itinerum rationem præscripsit: trutinas & statéras, quibus exacta numerorum æqualitas in ciuitate retineatur, composuit; vniuersi ordinem si-*

mulachris expreßit: multáque quæ hominum fidem superarēt, omnibus persuasit. Vbique extant præclara in eam rem testimonia. Illud memorabile, quod Archimedi rex Hiero tribuit. Nā extructo vastæ molis nauigio, quod Hiero AEgyptiorum regi Ptolemæo mitteret, cùm vniuersa Syracusanorum multitudo collectis simul viribus nauem trahere non posset, effecißétque Archimedes vt solus Hiero illam subduceret, admiratus viri sciētiam rex, ἀπὸ ταύτης, ἔφη, τῆς ἡμέρας, περὶ παντὸς Ἀρχιμήδει λέγοντι πιστευτέον. Quid? quòd Archimedes idem, vt est apud Plutarchū, Hieroni scripsit datis viribus datum pondus moueri posse? fretúsque demonstrationis robore, illud sæpe iactaret, si terram haberet alteram vbi pedem figeret, ad eam, nostram hanc se transmouere posse? Quid varia αὐτομάτων machinarúmque genera, ad vsus necessarios comparata memorem? Innumerabilia profectò sunt illa, & admiratione dignißima, quibus prisci homines incredibili quodam ad philosophandum studio concitati, inopem mortalium vitam artis huius præsidio subleuarunt: tametsi memoriæ sit proditum, Platonem Eudoxo & Archytæ vitio vertisse, quòd Geometrica problemata ad sensilia & organica abducerent. Sic enim corrumpi ab illis & labefieri Geometriæ præstantiam, quæ ab intelligibilibus & incorporeis rebus ad sensibiles & corporeas prolaberetur. Quapropter ridicula idẽ scripsit Plato Geometrarũ esse vocabula, quæ quasi ad opus & actionem spectent, ita sonare videntur. Quid enim est quadrare, si non opus facere? Quid addere, producere, applicare? Multa quidem sunt eiusmodi nomina, quibus necessariò & tanquam coacti Geometræ vtuntur, quippe cùm alia desint in hoc genere cõmodiora. Sic ergo censuit Plato, sic Aristoteles, sic deniq; philosophi omnes, Geometriam ipsam cognitionis gratia exercendam, nec ex aliquo vsu extremo, sed ex rerũ νοητῶν intelligẽtia æstimandã esse. Exposita breuiùs quàm res tanta dici poßit, vtilitatis ratione, Geometriæ ortum, qui in hac rerum periodo ex historicorum monimentis nobis est cognitus, deinceps aperiamus. Geometria apud AEgyptios inuẽta, (ne ab Adamo, Setho, Noah, quos cognitione rerũ multiplici valuisse constat, eam repetamus). ex terrarum dimensione, vt verbi præ se fert ratio, ortum habuisse dicitur: cùm anniuersaria Nili inundatione & incrementis limo obducti agrorum termini confunderentur. Geometriam enim, sicut & reliquas disciplinas, in vsu quàm in arte priùs fuisse aiunt. Quòd sanè mirum videri non debet, vt & huius & aliarum scientiarum inuentio ab vsu cœperit ac neceßitate. Etenim tempus, *rerum vsus, ipsa necessitas ingenium excitat, & ignauiam acuit. Deinde quicquid ortum habuit (vt tradunt Physici) ab inchoato & imperfecto processit ad perfectū. Sic artium & scientiarum principia experientiæ beneficio collectæ sunt, experientia verò à memoria fluxit, quæ & ipsa à sensu primùm manauit. Nam quod scribit Aristoteles, Mathematicas artes, comparatis rebus omnibus ad vitam necessariis, in AEgypto fuisse constitutas, quòd ibi sacerdotes omnium concessu in otio degerent: non negat ille adductos necessitate homines ad excogitandum, verbi gratia, terræ dimetiendæ rationem, quæ theorematū deinde inuestigationi causam dederit: sed hoc confirmat, præclara eiusmodi theorematum inuenta, quibus extructa Geometria disciplina cōstat, ad vsus vitæ necessarios ab illis non esse expetita. Itaque vetus ipsum Geometriæ nomen ab illa terræ partiundæ finiúmque regundorum ratione postea recessit, & in certa quadam affectionum magnitudini per se inhærentiū scientia propriè remansit. Quemadmodum igitur in mercium & contractuū gratiam, supputandi ratio quam secuta est accurata numerorum cognitio, à Phœnicibus initium duxit: ita etiam apud AEgyptios, ex ea, quam commemoraui, causa ortum habuit Geometria. Hanc certè, vt id obiter dicam,* *Thales in Græciam ex Ægypto primùm trãstulit? cui non paucæ deinceps à Pythagora, Hippocrate Chio, Platone, Archyta Tarentino, aliísque compluribus, ad Euclidis tempora factæ sunt rerùm magnarum accessiones. Cæterùm de Euclidis ætate id solùm addam, quod à Proclo memoriæ mandatum accepimus. Is enim commemoratis aliquot Platonis tùm æqualibus, tùm discipulis, subiicit, non multò ætate posteriorẽ illis fuisse Euclidem eum, qui Elementa cõscripsit, & multa ab Eudoxo collecta, in ordinem luculentum cõposuit, multáque à Theæteto inchoata perfecit, quæque mollius ab aliis demonstrata fuerant, ad firmissimas & certissimas apodeixes reuocauit. Vixit autem, inquit ille, sub primo Ptolemæo. Etenim ferunt Euclidem à Ptolemæo quondã interrogatum, num qua esset via ad Geometriam magis compẽdiaria, quàm sit ista στοιχείωσις, respondisse, μὴ εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίαν. Deinde subiungit, Euclidẽ natu quidẽ esse minorem Platone, maiorẽ verò Eratosthene & Archimede (hi enim æquales erãt) cùm Archimedes Euclidis mentionem faciat. Quòd si quis egregiã Euclidis laudẽ, quam cùm ex aliis scriptionibus accuratissimis, tùm ex hac Geometrica στοιχειώσει consequutus est, in qua diuinus rerum ordo sapientissimis quibusque hominibus magnæ semper admira-*

tioni fuit, is Proclũ studiosè legat, quò rei veritatem illustriorẽ reddat grauissimi testis autoritas. Superest igitur vt finem videamus, quò Euclidis elemẽta referri, & cuius causa in id studium incumbere oporteat. Et quidem si res quæ tractãtur, consideres: in tota hac tractatione nihil aliud quæri dixeris, quàm vt κοσμικὰ *quæ vocantur,* σχήματα *(fuit enim Euclides professione & instituto Platonicus) Cubus, Icosaëdrũ, Octaëdrũ, Pyramis, & Dωdecaëdrum certa quadã suorum & inter se laterũ, & ad sphæræ diametrũ ratione eidẽ sphæræ inscripta cõprehẽdãtur. Huc enim pertinet Epigrãmation illud vetus, quod in Geometrica Michaëlis Pselli* συνόψει *scriptũ legitur.*

Σχήματα πέντε Πλάτωνος, ἃ Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε,
Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε, Πλάτων δ' ἀρίδηλ' ἐδίδαξεν,
Εὐκλείδης ἐπὶ τοῖσι κλέος περικαλλὲς ἔτευξεν.

Quòd si discentis institutionem spectes, illud certè fuerit propositum, vt huiusmodi elementorum cognitione informatus discentis animus, ad quamlibet non modò Geometriæ, sed & aliarum Mathematicæ partiũ tractationem idoneus paratúsque accedat. Nam tametsi institutionem hanc solus sibi Geometra vendicare videtur, & tanquam in possessionem suam venerit, alios ex-

cludere posse: inde tamen permulta suo quodãmodo iure decerpit Arithmeticus, pleraque Musicus, non pauca detrahit Astrologus, Opticus, Logisticus, Mechanicus, itémque cæteri: nec vllus est denique artifex præclarus, qui in huius se possessionis societatem cupidè non offerat, partémque sibi concedi postulet. Hinc στοιχείωσις *absolutum operi nomen, &* στοιχειωτὴς *dictus Euclides. Sed quid lõgiùs prouehor? Nam quod ad hanc rem attinet, tam copiosè & eruditè scripsit (vt alia complura) eo ipso, quem dixi loco P. Mõtaureus, vt nihil desiderio loci reliquerit. Quæ verò ad dicendum nobis erant proposita, hactenus pro ingenij nostri tenuitate omnia mihi perfecisse videor. Nam tametsi & hæc eadem & alia pleraque multò fortè præclariora ab hominibus doctissimis, qui cùm acumine ingenij, tùm admirabili quodam lepôre dicendi semper floruerũt, grauiùs, splendidiùs, vberiùs tractari posse scio: tamen experiri libuit, num quid etiã nobis diuino sit cõcessum munere, quod rudes in hac Philosophiæ parte discipulos adiuuare aut certè excitare queat. Huc accessit quòd ista recẽs elementorum editio, in qua nihil non parũ fuisset studij, aliquid à nobis efflagitare videbatur, quod eius cõmendationem adaugeret. Cũ enim vir doctissimus Io. Magnienus Mathematicarum artium in hac Parrhi-*

siorum Academia professor verè regius, nostrum hunc typographum in excudendis Mathematicorum libris diligentißimum, ad hāc Elementorum editionem sæpè & multum esset adhortatus, eiúsque impulsu permulta sibi iam comparasset typographus ad hāc rem necessaria, citò interuenit, malùm! Ioannis Magnieni mors insperata, quæ tam graue inflixit Academiæ vulnus, cui ne post multos quidē annorum circuitus cicatrix obduci vlla posse videatur. Quamobrem amisso instituti huius operis duce, typographus, qui nec sumptus antea factos sibi perire, nec studiosos, quibus id muneris erat pollicitus, sua spe cadere vellet, ad me venit, & impensè rogauit vt meam propositæ editioni operā & studium nauarem. quod cùm denegaret occupatio nostra, iuberet officij ratio: feci equidem rogatus, vt quæ subobscurè vel parum cōmodè in sermonē Latinum è Græco trāslata videbātur, clariore, aptiore, & fideliore interpretatione nostra (quod cuiusque pace dictū volo) lucem acciperent. Id quod in omnibus ferè libris posterioribus tute primo obtutu perspicias. Nam in sex prioribus non tantùm temporis quantum in cæteris ponere nobis licuit: decimi autem interpretatio, qua melior nulla potuit adferri, P. Montaureo solida debetur. Atque vt ad perspicuitatē facilitatémque nihil tibi deesse queraris, adscriptæ *ſunt propoſitionibus ſingulis vel lineares figuræ, vel punctorum tanquam vnitatum notulæ, quæ Theonis apodixin illuſtrēt: illæ quidem magnitudinum, hæ autem numerorum indices, ſubſcriptis etiam ciphrarum, vt vocāt, characteribus, qui propoſitum quemuis numerum exprimant: ob eámque cauſam eiuſmodi vnitatum notulæ, quæ pro numeri amplitudine maius paginæ ſpatium occuparent, pauciores ſæpius depictæ ſunt, aut in lineas etiam commutatæ. Nam literarū, vt a, b, c, characteres non modò numeri & numerorum partibus nominandis ſunt accommodati, ſed etiā generales eſſe numerorum vt magnitudinum affectiones teſtantur. Adiecta ſunt inſuper quibuſdam locis non pœnitenda Theonis ſcholia, ſiue mauis lemmata, quæ quidem lōgè plura acceſsiſſent, ſi plus otij & temporis vacui nobis fuiſſet relictum, quod huic ſtudio impartiremus. Hanc igitur operam boni conſule, & quæ obuia erunt impreſsionis vitia, candidus emenda. Vale. Lutetiæ 4. Idus April. 1557.*

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.
EVCLIDIS ELEMEN-TVM PRIMVM.

ὍΡΟΙ.

α

ΣΗΜΕΙΟΝ ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

DEFINITIONES.

1

Punctum est, cuius pars nulla est.

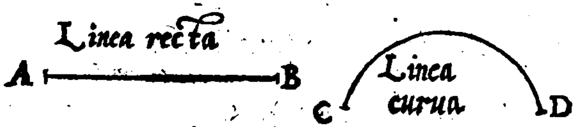
Punctum

β

Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.

2

Linea verò, longitudo latitudinis expers.



γ

Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.

3

Lineæ autem termini, ſunt puncta.

δ

Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥ τις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

4

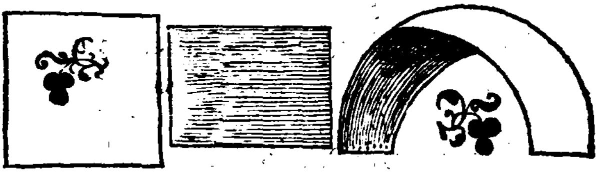
Recta linea eſt, quæ ex æquo ſua interiacet puncta.

ε

Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

5

Superficies eſt, quę longitudinem latitudinémque tantùm habet.



ϛ

Ἐπιφανείας δὲ πέρατα, γραμμαί.

6

Superficiei extrema, ſunt lineæ.

ζ

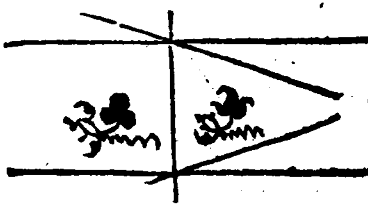
Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥ τις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

7

Planè ſuperficies eſt, quæ ex æquo ſuas interiacet lineas.

η

Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ, δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων, πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.



8

Planꝰ angulus eſt, duarũ linearũ in plano ſe mutuò tãgẽtium, & non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

θ

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ, εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

9

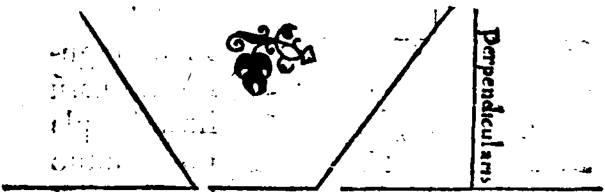
Cùm autem quę angulum continent lineę, rectæ fuerint, rectilineus ille angulus appellatur.

ι

Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10

Cùm verò recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, eos qui ſunt deinceps angulos æquales inter ſe fecerit: rectus eſt vterque æqualium angulorum: & quæ inſiſtit recta linea, perpẽdicularis vocatur eius cui inſiſtit.



ια

Ἀμβλεῖα γωνία ἐστίν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

11

Obtuſus angulus eſt, qui recto maior eſt.

ιβ

Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

12

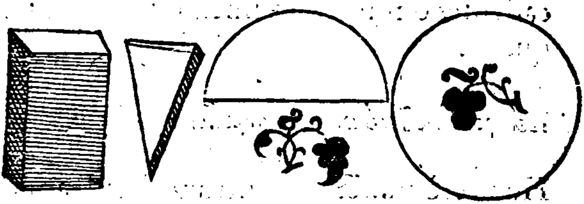
Acutus verò, qui minor eſt recto.

ιγ

Ὅρος ἐστίν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

13

Terminus est, quod alicuius extremum est.



ιδ

Σχῆμά ἐστι, τὸ ὑπό τινος, ἤ τινῶν ὅρων περιεχόμενον.

14

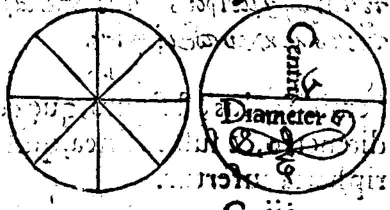
Figura est, quæ sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.

ιε

Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν, ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

15

Circulus, est figura plana sub vna linea cóprehensa, quæ pe-



ripheria appellatur: ad quam ab vno puncto eorum, quæ intra figuram sunt posita, cadentes omnes rectæ lineæ inter se sunt æquales.

ιϛ

Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16

Hoc verò punctum, centrum circuli appellatur.

ιζ

Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

17

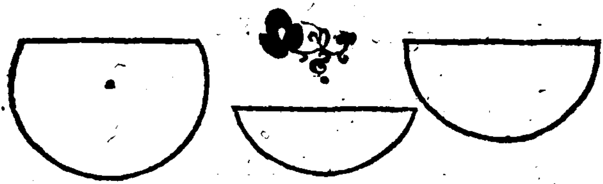
Diameter autem circuli est, recta quædam linea per centrum ducta, & ex vtraque parte in circuli peripheriam terminata, quæ circulum bifariàm secat.

ιη

Ἡμικύκλιον δὲ ἐστὶ, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἀπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

18

Semicirculus est figura, quę continetur sub diametro, & sub ea linea, quæ de circuli peripheria aufertur.



ιθ

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ, τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

19

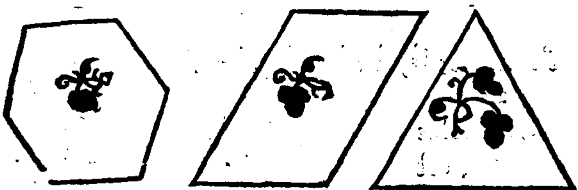
Segmētum circuli eſt, figura, quæ ſub recta linea, & circuli peripheria continetur.

κ

Εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

20

Recti lineæ figuræ ſunt, quæ ſub rectis lineis continentur.



κα

Τρίπλευρα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

21

Trilateræ quidem, quæ ſub tribus.

κβ

Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

22

Quadrilateræ, quæ sub quatuor.

κγ

Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

23

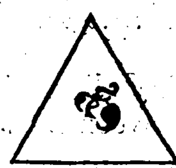
Multilateræ verò, quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur.

κδ

Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

24

Trilaterarum porrò figurarum, æquilaterũ est triangulum, quod tria latera habet æqualia.

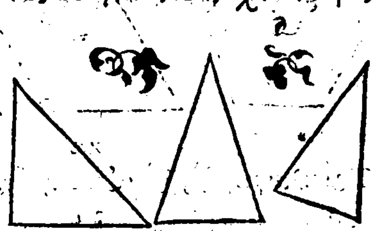


κε

Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

25

Isosceles autem, est quod duo tantùm æqualia habet latera.

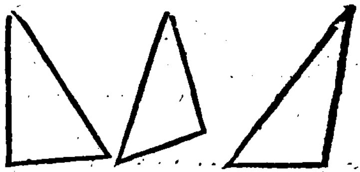


κϛ

Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσας ἔχον πλευράς.

26

Scalenū verò, est quod tria inæqualia habet latera.



ζκ

Ἔτι τε, τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

27

Ad hæc etiam, trilaterarum figurarum, rectangulum quidem triangulum est, quod rectum angulum habet.

κη

Ἀμβλυγώνιον δὲ, ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

28

Amblygonium autem, quod obtusum angulum habet.

κθ

Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29

Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

λ

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μὲν ἐστιν, ἰσόπλευρόν τε ἐστι, καὶ ὀρθογώνιον.

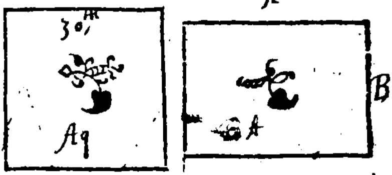
30

Quadrilaterarum autem figurarum, qua-

est quadratum. id est linea ducta in se potest, ideoque dicitur potentia linea

Estq; oblongum q[uod] fit ab vna linea ducta in alteram sibi multiplicata

dratum quidẽ est, quod & æquilaterũ & rectangulum est.



Altitudo Δ sive □ est ⊥ a summa in imum ducitur

λα

Ἑτερόμηκες δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

31

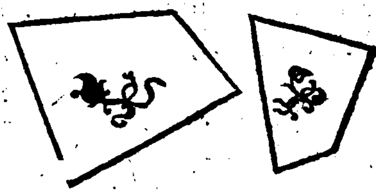
Altera parte longior figura est, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.

λβ

Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32

Rhombus autẽ, quæ æquilatera, sed rectangula non est.



λγ

Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

33

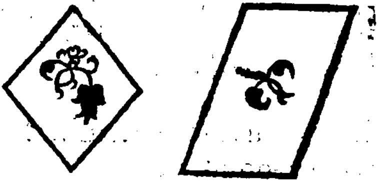
Rhomboides verò, quæ aduersa & latera & angulos habens inter se æqualia, equan æquilatera eſt, neque rectangula.

λδ

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα, τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34

Præter has autem, reliquæ quadrilateræ figuræ, trapezia appellentur.



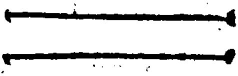
λε

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον, ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Adeoq; recta parallela sunt quasi una recta linea habent latitudinem

35

Parallelæ rectæ lineæ ſunt, quæ cùm in eodẽ ſint plano, & ex vtraque parte in infinitum producãtur, in neutram ſibi mutuò incidunt.



Αἰτήματα.

α

Η'τήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Postulata.

1

Postuletur, vt à quouis puncto in quoduis punctum, rectam lineam ducere concedatur.

β

Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

2

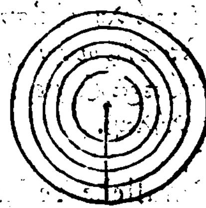
Et rectam lineam terminatam in cōtinuum rectà producere.

γ

Καὶ παντὶ κέντρῳ, καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

3

Item quouis centro, & interuallo circulum describere.



Κοιναὶ ἔννοιαι.

α

Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

Communes notiones.

1

Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia.

β

Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2

Et si æqualibus æqualia adiecta sint, tota sunt æqualia.

γ

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3

Et si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquuntur sunt æqualia.

δ

Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4

Et si inæqualibus æqualia adiecta sint, tota sunt inæqualia.

ε

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

5

Et si ab inæqualibus æqualia ablata sint, reliqua sunt inæqualia.

ϛ

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

6

Quæ eiusdem duplicia sunt, inter se sunt æqualia.

ζ

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

7

Et quę eiusdem sunt dimidia, inter se ęqualia sunt.

η

Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

8

Et quæ sibi mutuò congruunt, ea inter se sunt æqualia.

θ

Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι.

9

Totum est sua parte maius.

ι

Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

10

Item, omnes recti anguli sunt inter se æquales.

ια

Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

11

Et si in duas rectas lineas altera recta incidens, inter nos ad easdémque partes angulos duobus rectis minores faciat, duæ illæ rectæ lineę in infinitũ productæ ſibi mutuò incident ad eas partes, vbi ſunt anguli duobus rectis minores.

ιβ

Καὶ δύο εὐθεῖαι, χωρίον οὐ περιέχουσιν.

12

Duæ rectæ lineæ ſpatium non comprehendunt.

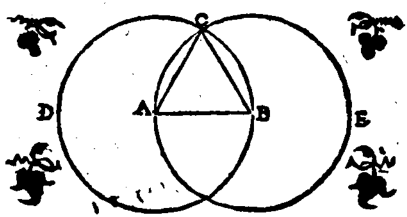
Προτάσεις.

α

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Problema 1. Propoſitio 1.

Super data recta linea terminata, triãgulum æquilaterũ cõſtituere.

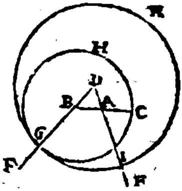


β

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Problema 2. Propoſitio 2.

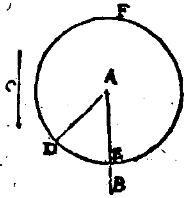
Ad datum punctum, datæ rectæ lineæ æqualem rectam lineam ponere.



γ

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Problema 3. Propositio 3.



Duabus datis rectis lineis inæqualibus, de maiore æqualem minori rectam lineam detrahere.

δ

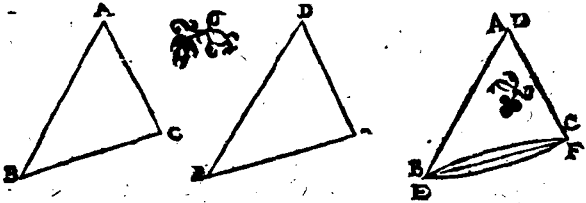
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην: καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσι.

Theorema primum, Propositio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, vtrunque vtrique, habeant verò & angulum angulo æqualem

parte aequalium spa[illegible], si BC non cadat in EF, sed [illegible] includant [illegible] contra not: 12

lem ſub æqualibus rectis lineis contentum: & baſin baſi æqualem habebunt, erítque triangulum triangulo ęquale, ac reliqui anguli reliquis angulis ęquales erunt, vterque vtrique, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.

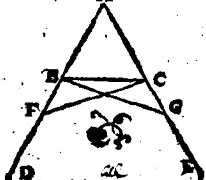


ε

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2. Propoſitio 5.

Iſoſcelium triangulorum qui ad baſin ſunt anguli, inter ſe ſunt æquales: & ſi vlteriùs productæ ſint æquales illæ rectæ lineæ, qui ſub baſi ſunt anguli, inter ſe ęquales erunt. 4 ε 1



$\triangle ABG = ACF$ & $\triangle BCG = \triangle CBF$

reste $\angle FBC = \angle GCB$.

$\angle ABG - \angle CBG = \angle ACF - \angle BCF$.

ϛ

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

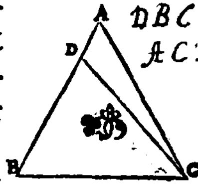
ft ὑπὸ BD = AC

Δ DBC = Δ ABC.

Theorema 3. Propositio 6.

∠ DCB = DBC = ACB

Si trianguli duo anguli æquales inter se fuerint: & sub æqualibus angulis subtensa latera æqualia inter se erunt.

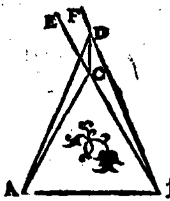


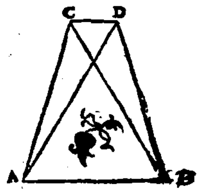
ζ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Theorema 4. Propositio 7.

Super eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales, vtraque vtrique, non cóstituétur, ad aliud atq; aliud púctú, ad easdé partes, eosdémque terminos cum duobus initio ductis rectis lineis habentes.





∠ ECD = FDC
⊏ ACD = ADC

Quia ponitur AC = AD & BC = BD, iuncta CD
Δa ACD, BCD

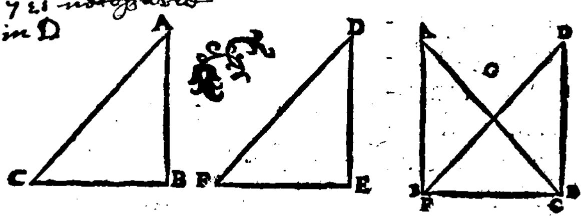
η

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ βάσιν τῇ βάσει ἴσην: καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5. Propositio 8.

Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus, vtrunque vtrique, æqualia, habuerint verò & basin basi æqualem: angulum quoque sub æqualibus rectis lineis contentum angulo æqualem habebunt.

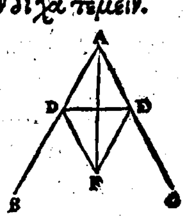
an ... 7 ε1 ~~necessario~~ stat A in D



θ

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Problema 4. Propositio 9.



Datum angulum rectilineũ bifariàm secare.

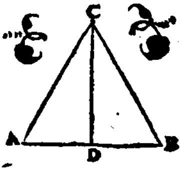
Nam ... 8 ε1 △ADF = △AEF

By secto Δ° C, fiet Δ CAD = Δ BCD ℥ 4 ε 1

ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, δίχα τεμεῖν.

Problema 5. Propositio 10.

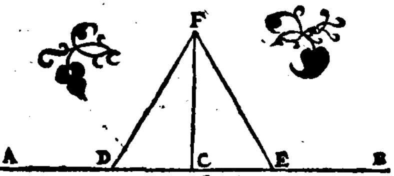


Datam rectam lineam finitam bifariam secare.

ια

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 6. Propositio 11.



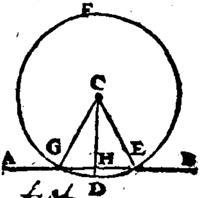
Data recta linea, à puncto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

CD = CE, & DF = EF ergo ℥ 8 ε 1 Δ CDF = Δ CEF & ℥ def. 10: &c.

ιβ

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 7. Propositio 12.



Super datam rectam lineam infinitam, à dato puncto

Bysecta linea segmento GE in H, fiet ℥ 8 ε 1 Δ HEC = Δ HGC: unde ℥ def. 10 &c.

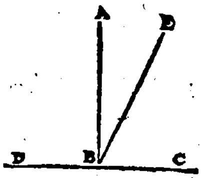
quod in ea non est, perpẽdicularem rectam deducere.

ιγ

Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει. Nam ∠ABE + ∠EBC æquatur recto/

Theorema 6. Propositio 13.

Cum recta linea super rectam consistẽs lineam, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

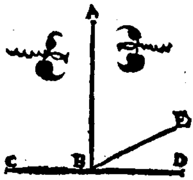


ιδ

Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. Alias ABE = ABD 𝔤 15 ε.1 quia utraque erit complementum

Theorema 7. Propositio 14 ∠ABC. ad duos rectos ⊥

Si ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum, duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos duobus rectis æquales fecerint, in directũ erunt inter se ipsæ rectæ lineæ.



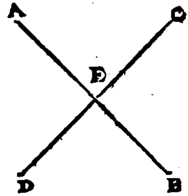
ιε

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κο-

Per 10: not: 30: 𝔤 15 ε.1
Nam ∠AEC + ∠AED = ∠AED + ∠DEB

ρυφὴν γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσι.

Theorema 8. Propositio 15.



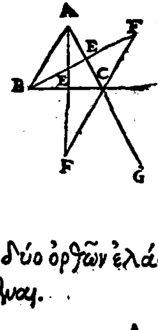
Si duæ rectæ lineæ se mutuò secuerint, angulos qui ad verticem sunt, ęquales inter se efficient.

ις

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, μείζων ἐστί.

Nam $\left\{\begin{array}{l}\Delta ABE = \Delta FCE \\ \Delta BAE = \Delta FCE\end{array}\right\}$ per 8. & 15. ε. 1

Theorema 9. Propositio 16.

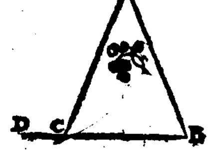


Cuiuscunque trianguli vno latere producto, externus angulus vtroq; interno & opposito maior est.

ιζ

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 10. Propositio 17.



Cuiuscunque trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariã sumpti.

~~Nam ... ∠BCB~~

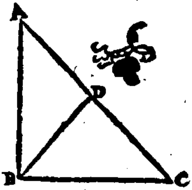
Nam ∠ACB + ∠CAB ⊏ ∠ACB + ∠ACD & per 16. ε. 1

ιη

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει. Nam $\angle ABD = \Delta ADB \sqsubset \angle DCB$

p. 5. ε. 1 p. 16. ε. 1

Theorema 11. Propositio 18.



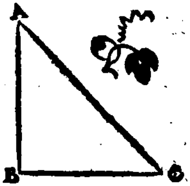
Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.

ιθ

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει. Non æquali p. 6 ε. 1

non minori p. 18. ε. 1

Theorema 12. Propositio 19.

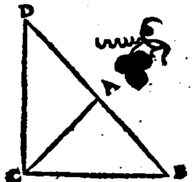


Omnis trianguli maior angulus maiori lateri subtenditur.

κ

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13. Propositio 20.



Omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta.

$\angle ADC = \angle ACD \sqsubset \Delta BCD$

p. 5. ε. 1 p. 10: not. 9.

ergo p. 19. ε. 1. $CB \sqsubset DB$

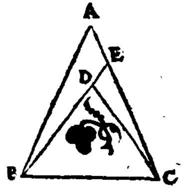
BA + AE + EC ⊏ BE + EC ⊏ BD + CD
ꝫ 20.1.1 ꝫ 20.1.1

geom ∠ BDC ⊏ DEC ⊏ A

κα

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συςαθῶσιν, αἱ συςαθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Theorema 14. Propositio 21.



Si super trianguli vno latere ab extremitatibus duæ rectæ lineæ interius constitutæ fuerint, hæ constitutæ reliquis tianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem verò angulum continebunt.

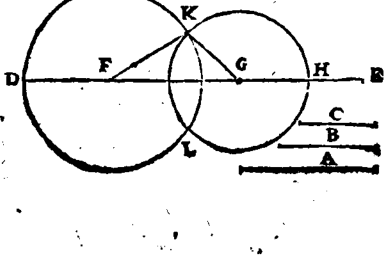
κβ

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συςήσασθαι. Δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευράς, τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας.

Problema 8. Propositio 22.

ꝫ 3.1. et def

Ex tribus rectis lineis, quæ sűt trib⁹ datis rectis lineis æquales,



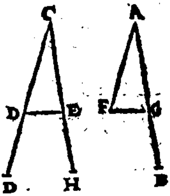
triangulum conſtituere. Oportet autem duas reliqua eſſe maiores, omnifariã ſumptas, : quoniam vniuſcuiuſque trianguli duo latera omnifariã ſumpta, reliquo ſunt maiora.

κλ

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι. g22 & 8. e. 1

Problema 9. Propoſitio 23.

Ad datam rectam lineam datúmque in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.



κδ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Theorema 15. Propoſitio 24.

Si duo triãgula duo latera duobus lateribus æqua-

Nam ∠EFG ⊏ ∠DFG = ∠DGF ⊏ ∠EGF
g 10: not: 9 g 5. e. 1 g 10: not: 9
10 g 19. e. 1 EG ⊏ EF vel etiam g. 21. b. 1

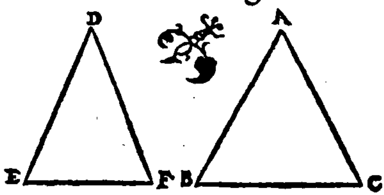
lia habuerint, vtrunque vtrique, angulum verò angulo maiorem sub æqualibus rectis lineis contentum: & basin basi maiorem hebebunt.

κε

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ· καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16. Propositio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrunque vtrique, basin verò basi maiorem: & angulum sub ęqualibus rectis lineis cótentum angulo maioré habebunt.



Non equalem p 4. e. 1
nec minorem p 24. e. 1.

κς

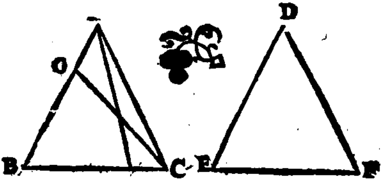
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας

Si BG = ED erit ex 4·ε·1· ∠GCB = ∠ACB
Si vero BG = EF erit contra 16·ε·1 ∠AGB = ∠ACB

ἴξῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17. Propoſitio 26.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, vtrunque vtrique, vnúmque latus vni lateri æquale, ſiue quòd æqualibus adiacet angulis, ſeu quòd vni æqualium angulorum ſubtenditur: & reliqua latera reliquis lateribꝰ æqualia, vtrunque vtrique, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

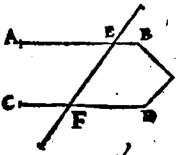


κζ

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 18. Propoſitio 27.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea alternatim angulos æquales inter ſe fecerit: parallelæ erunt inter ſe illæ rectæ lineæ.



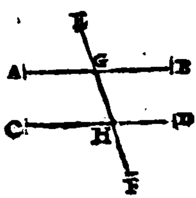
Si coeant in I erit et Δ° EIF Δ^{ub} exterior E equalis interiori opposito F° contra 16·ε·1·

κη

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. Sequitur ex 27. ε. 1.

Theorema 19. Propositio 28.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea, externum angulum interno, & opposito, & ad easdem partes æqualem fecerit, aut internos & ad easdem partes duobus rectis ęquales: parallelæ erant inter se ipsę rectę lineę.

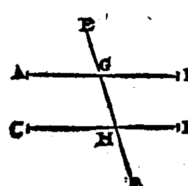


κθ

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας. Sequitur ab absurdo ex 27 & 28. ε. 1

Theorema 20. Propositio 29.

In parallelas rectas lineas recta incidens linea, & alternatim angulos inter se ęquales efficit, & externum interno, & oppo-



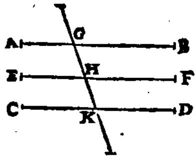
ſito,& ad eaſdem partes æqualem, & internos & ad eaſdem partes duobus rectis æquales facit.

λ

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι. ∠BGH=FHK=∠HKC

p 28.2.1. p 27.2.1

Theorema 21. Propoſitio 30.

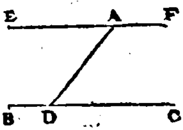


Quæ eidem rectę lineę parallelę, & inter ſe ſunt parallelę.

λα

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. Sequitur ex 27. 2. 1

Problema 10. Propoſitio 31.



A dato puncto, datę rectę lineę parallelam rectam lineam ducere.

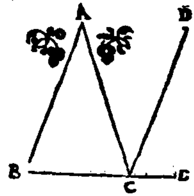
λβ

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίοις ἴση ἐστί. Καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ∠ACD=∠BAC & DCE=∠ABC

p 29.2.1 p 28.

Theorema 22. Propoſitio 32.

Cuiuſcunque trianguli vno latere vlterius producto: externus angulus duobus internis & oppositis est æqualis. Et trianguli tres interni anguli duobus sunt rectis æquales.

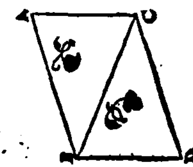


λγ

Αἱ τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι. Æqualos f 4 ε 1 Parallela g 27 ε 1

Theorema 23. Propositio 33.

Rectæ lineæ quæ æquales & parallelas lineas ad partes easdem coniungunt, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

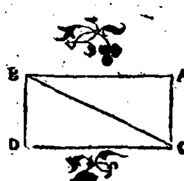


λδ

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει. p. 8 ε 1

Theorema 24. Propositio 34.

Parallelogrammorum spatiorum æqualia sunt inter se quæ ex aduerso & latera & anguli: atque illa bi-

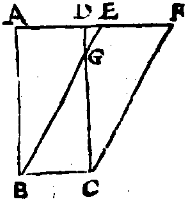


fariàm secat diameter.

λε

Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. ABDG = EGCR ∤ 8·ε·1· & co: not: 3 utrique apponatur Δ GBC

Theorema 25. Propositio 35.



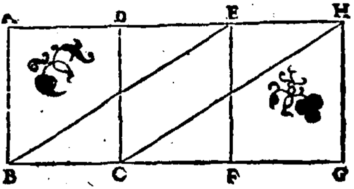
Parallelogramma super eadem basi & in eisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

λϛ

Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. ABCD = EBCH = HGFE
35·ε·1 ∤ co: not: 8

Theorema 26. Propositio 36.

Parallelogramma super æqualibus basib⁹, & in eisdē parallelis constituta, inter se sunt ęqualia.

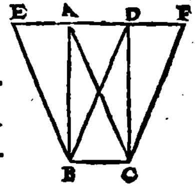


λζ

Τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

sequitur ex 34 & 35 ·ε·1·

Theorema 17. Propositio 37.



Triangula ſuper eadem baſi conſtituta, & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt ęqualia.

λη

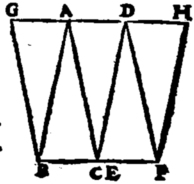
per 37·ε·1

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις εἰσί.

ΔBDE=ΔBAC= ΔEDF

per co:not·8

Theorema 28. Propositio 38.



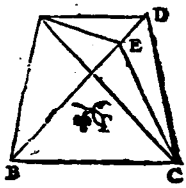
Triangula ſuper æqualibus baſibus conſtituta & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt ęqualia.

λθ

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστί. Alias ΔBCE = ΔBCD

per 37·ε1·

Theorema 29. Propositio 39.



Triangula ęqualia ſuper eadem baſi, & ad eaſdem partes conſtituta: & in eiſdem ſunt parallelis.

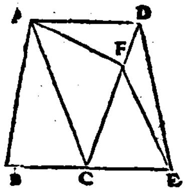
μ

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ

ἐπὶ

ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. ανιαρ 38·ε·1· ΔECF=ΔECD

Theor. 30. Propo. 40.

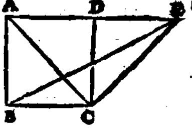


Triangula æqualia super ęqualibus basibus & ad easdem partes constituta, & in eisdem sunt parallelis.

μα

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Theor. 31. Propo. 41. ΔEBC=ΔABC qui 37·ε·1· Com... ▭ABCD 34·ε·1·

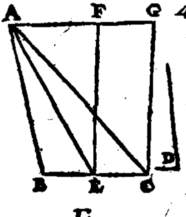


Si parallelogrammum cum triangulo eandem basin habuerit, in eisdémque fuerit parallelis, duplum erit parallelogrammum ipsius trianguli.

μβ

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ. sequitur ex 41·ε·1·

Problema 11. Propositio 42.



Dato triangulo ęquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

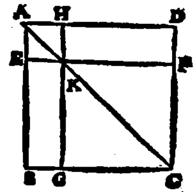
Nam Δ ABC−AEK−KGC = Δ ADC−AHK−KFC
38·1 & 34·1·1

μγ

Παντὸς παραλληλογράμμου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

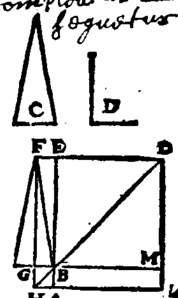
Theor. 32. Propo. 43.

In omni perallelogrãmo, complementa eorum quæ circa diametrum ſunt parallelogrammorum, inter ſe ſunt æqualia.



μδ Apponatur AB in directum lateri majori, vel minori prout videbitur melius et compleatur □. tum sequetur 45. 1.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.



Proble. 12. Propo. 44.

Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum applicare in dato angulo rectilineo.

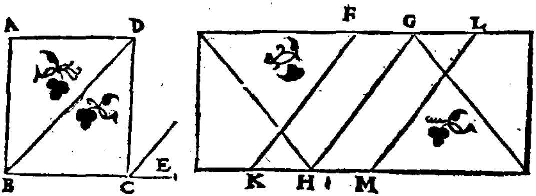
με

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Diviso in triangula rectilineo sequitur ex 42 & 44 e. 1.

Proble. 13. Propo. 45.

Dato rectilineo æquale parallelogrāmum constituere in dato angulo rectilineo.

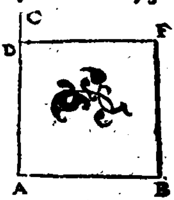


μϛ

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι. ex 2 & 3 e. 1.

Probl. 14. Propo. 46.

Ad data recta linea quadratum describere.

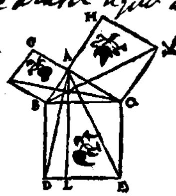


μζ

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις. I am till God me better mind sende at Dulcarnon right at my wittes end

Theor. 33. Propo. 47.

In rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente describitur, æquale est eis, quæ à lateribus



Nam $\frac{1}{2} BAq = \triangle FBC = \triangle ABD = \frac{1}{2} \square BL$
ex 37 · ex 4

Et $\frac{1}{2} CAq = \triangle KCB = \triangle ACE = \square CL$

rectum angulum continẽtibus deſcribuntur, quadratis.

μη

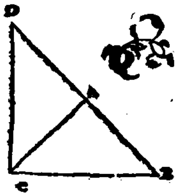
Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ὀρθή ἐστι.

DCq=BAq+CAq=Bq

3.47.2.1.

Theor. 34. Propo. 48.

Si quadratum quod ab vno laterum trianguli deſcribitur, æquale ſit eis, quæ à reliquis trianguli lateribus deſcribuntur, quadratis: angulus comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus eſt.



Finis Elementi primi.

ΕΥΚΛΕΙ-

ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

ὍΡΟΙ.

α.

ΠΑ͂Ν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

DEFINITIONES.

1

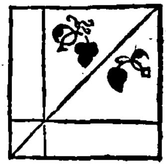
Omne parallelogrammũ rectangulum cõtineri dicitur sub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum. vide def. 50·51·ε·1

β

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

2

In omni parallelogrammo spatio, vnum quodlibet eorum quæ circa diametrum illius sunt parallelogrammorum, cũ duobus cõplemẽtis, Gnomo vocetur.

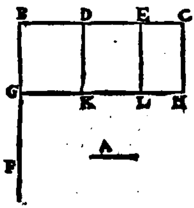


Πρότασις α.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὅσα δηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν, ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις. □BC in A = □ BD + DE + EC in BG
hoc est □ BD × BG + □ DE × BG + □ EC × BG

Theor. 1. Propo. 1.

Si fuerint duę rectę lineę, secetúrque ipsarum altera in quotcunque segmẽta: rectangulũ comprehẽsum sub illis duabus rectis lineis, æqualę est eis rectãgulis, quę sub insecta & quolibet segmentorum comprehenduntur.



β

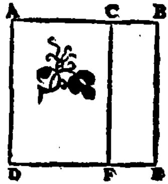
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς

ABq = □ AB in AD = □ AC + AD + □ CB + AD
ℨ 1. ε. 2.

ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθο-γώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Theor. 2. Propo. 2.

Si recta linea secta sit vtcunque, rectãgula quę sub tota & quolibet segmentorum comprehendũtur, æqualia sunt ei, quod à tota fit, quadrato.

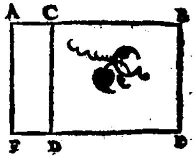


γ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ. □AB in CB = □AC + CB + CBq ℨ 56. ε. 1.

Theor. 3. Propo. 3.

Si recta linea secta sit vtcunque, rectangulum sub tota & vno segmẽtorum comprehensum, æquale est & illi, quod sub segmentis comprehenditur, rectangulo, & illi, quod à prædicto segmento describitur, quadrato.



δ

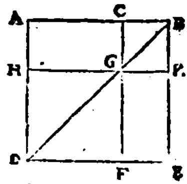
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἔσται τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμη-

AB q = Ac q + CB q + 2 AC + CB p 4 ȝ. 2. 1.

μάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theor. 4. Propo. 4.

Si recta linea secta sit vtcūque: quadratum, quod à tota describitur, æquale est & illis quæ à segmentis describuntur quadratis, & ei, quod bis sub segmentis comprehenditur, rectangulo.

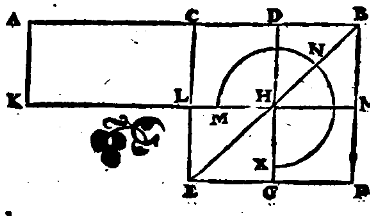


ε

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. Nam □CH = □FH p 4ȝ. 2. 1

Theor. 5. Propo. 5.

Si recta linea secetur in ęqualia & nō ęqualia: rectangulum sub inęqualibus segmentis totius comprehensum vnà cum quadrato, quid ab intermedia sectionum, æquale est ei quod à dimidia describitur, quadrato.

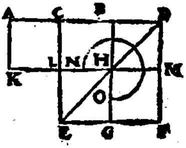


ϛ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. Nam □ AL = □ CH = □ FH

Theor. 6. Propo. 6. 36·ε·1 43·ε·1

Si recta linea bifariàm secetur, & illi recta quędam linea in rectum adiiciatur, rectangulum comprehensum sub tota cum adiecta & adiecta, simul cum quadrato à dimidia, æquale est quadrato à linea, quę tum ex dimidia, tum ex adiecta componitur, tanquam ab vna descripto.



ζ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Theor. 7. Propo. 7.

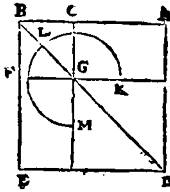
Si recta linea secetur vtcunque: quod à

$Zq + Aq = 2ZA + Eq$; $Zq + Eq = 2ZE + Aq$ } { $Zq = 2ZA - Aq + Eq$; $Zq = 2ZE - Eq + Aq$ }

$ABq + CBq = ACq + 2AC \times CB + CBq$

4·ε·2 quarto 3·ε·2 &c

tota, quódque ab vno segmétorum, vtraque simul quadrata, æqualia sunt & illi, quod bis sub tota & dicto segmento comprehéditur, rectangulo, & illi, quod à reliquo segmento fit, quadrato.

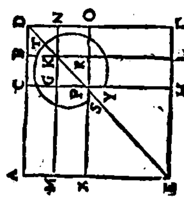


η

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. $ADq = ACq + 4AC + CB + CBq$ + hoc est

Theor. 8. Propo. 8. $4AB \times CB$ P 5. & 2

Si recta linea secetur vtcunque: rectangulum quater comprehésum sub tota & vno segmentorum, cum eo, quod à relicto segmento fit, quadrato, æquale est ei, quod à tota & dicto segmento, tanquam ab vna linea describitur, quadrato.



θ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ

$Q{:}\ Z + E = 4ZE + Aq.$

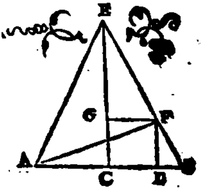
$Q{:}\ Z + A = 4ZA + Eq$

$q + Eq = \frac{2}{4} Zq + \frac{2}{4} \times q$

EGC = CDB. AFq = AEq + EFq 3.47.1.
nam ∠ EAC est semirectus p 5 et 32-1.

ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

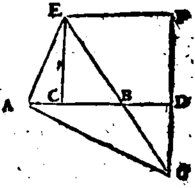
Theor. 9. Propo. 9.



Si recta linea secetur in ęqualia & non ęqualia: quadrata quę ab inęqualibus totius segmentis fiunt, duplicia sunt & eius quod à dimidia, & eius quod ab intermedia sectionum fit, quadratorum.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Theor. 10. Propo. 10.



Si recta linea secetur bifariã, adiiciatur autem ei in rectum quæpiam recta linea: quod à tota cũ adiuncta, & quod ab adiuncta, vtraque simul quadrata, duplicia sunt & e-

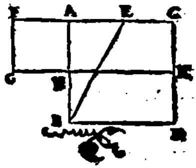
Aq + Eq = 2/4 λq + 2/4 Zq
AGq = AEq + EGq FDG = GBD
47.1 Nam 2CDq
∠ EAC est semirectus

ius quod à dimidia, & eius quod à composita ex dimidia & adiuncta, tanquam ab vna descriptum sit, quadratorum.

ια

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. $\sqrt{q\frac{5}{4}Zq} = A + \frac{1}{2}Z$: $\overline{\text{υθ}}$ $Aq = Zq - ZA$ $g^{x\delta}$ $Z \cdot A :: A \cdot Z - A$

Probl. 1. Propo. 11.



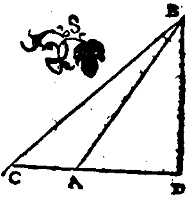
Datam rectam lineam secare, vt comprehensum sub tota & altero segmentorum rectangulum, æquale sit ei, quod à reliquo segmento fit, quadrato. $AC_q + AE_q = EF_q = CF + AH + AE_q$ $A6 \cdot 5 \cdot 2$
$g^{\text{υνδ}}$ $AC_q - AC \times AH \underset{\iota\beta}{=} CF + AH - AC + AH$

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν, τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπὸ τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

$$BC_q = \begin{cases} CD_q = AC_q + 2\begin{Bmatrix} AC \\ \times \\ AD \end{Bmatrix} + AD_q \\ + \\ BD_q = AB_q - AD_q \end{cases}$$

Theor. 11. Propo. 12.

In amblygoniis triãgulis, quadratum quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis quę fiũt à lateribus obtusum angulum comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehensi, & ab vno laterum quæ sunt circa obtusum angulum, in quod, cùm protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab assumpta exteriùs linea sub perpẽdiculari prope angulum obtusum.



ιγ

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 12. Propo. 13.

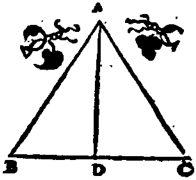
In oxygoniis triangulis, quadratum à latere angulum acutum subtendente, minus est quadratis quę fiunt à lateribus acutum an-

BCq + BDq = 2 BC + BD + CDq

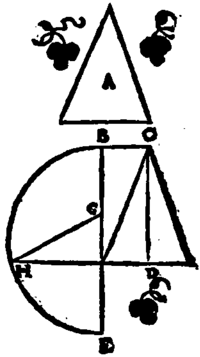
ABq − ADq   ACq − ADq

p 47·ε·1   p 47·ε·1

gulum comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehensi, & ab vno laterum, quæ sunt circa acutum angulũ, in quod perpẽdicularis cadit, & ab assumpta interiùs linea sub perpendiculari prope acutum angulum.



ιδ.



Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Probl. 2. Propo. 14.

Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

Elementi secundi finis.

$FH_q + FG_q = GB_q = BF_q + FE + FG_q$

p 47. ε. 1. p 5. ε. 2.

Demonstr prop. 13 vide ante $\left\} AC_q = \left\{ \begin{array}{l} DC_q = \left\{ \begin{array}{l} BC_q + BD_q \\ -2BC \times BD \end{array} \right\} \text{p } 7.\varepsilon.2 \\ AD_q = AB_q - BD_q \end{array} \right. \right.$

$12 \left\{ \begin{array}{l} AB_q - AD_q = BD_q = BC_q - AD_q - AC_q - 2AC \times AD \\ AB_q - BD_q = AD_q = AC_q - BC_q - BD_q + 2BC + B \end{array} \right.$

ΕΥΚΛΕΙ-ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM TERTIVM.

ΟΡΟΙ.

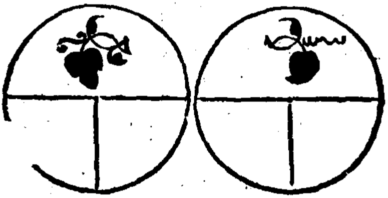
α

ΙΣΟΙ κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶν ἴσαι· ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

DEFINITIONES.

1

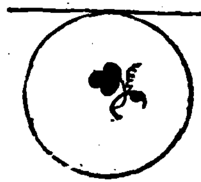
Æquales circuli ſunt, quorũ diametri ſunt æquales, vel quorum quæ ex cẽtris rectæ lineæ ſunt æquales.



β

Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ ἐκβαλλομένη, οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

2

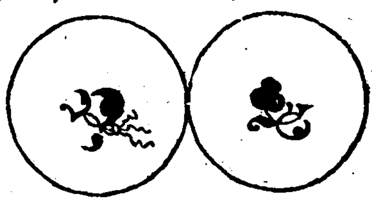


Recta linea circulum tangere dicitur, quæ cùm circulum tangat, ſi producatur, circulum non ſecat.

γ

Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

3



Circuli ſeſe mutuò tãgere dicuntur: qui ſeſe mutuò tangẽtes, ſeſe mutuò non ſecant.

δ

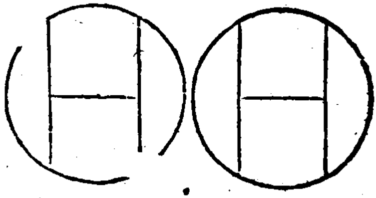
Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι: μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

4

In circulo æqualiter diſtare à centro rectę lineæ dicuntur, cùm perpendicula-

res

res, quæ à centro in ipsas ducũtur, sunt æquales. Lõgiùs autem abesse illa dicitur, in quam maior perpẽdicularis cadit.

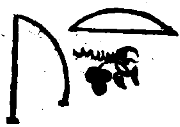


ε

Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

5

Segmentum circuli, est figura quæ sub recta linea & circuli peripheria comprehenditur.



ϛ

Τμήματος δὲ γωνία ἐστίν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

6

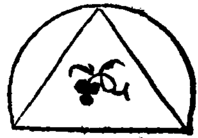
Segmenti autem angulus est, qui sub recta linea & circuli peripheria comprehenditur.

ζ

Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ἐπεζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

7

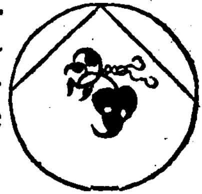
In ſegmento autem angulus eſt, cùm in ſegmenti peripheria ſumptum fuerit quodpiam punctum, & ab illo in terminos rectæ eius lineæ, quæ ſegmenti baſis eſt, adiunctæ fuerint rectæ lineæ: is, inquam, angulus ab adiunctis illis lineis cõprehenſus.



η

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

Cùm verò comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam aſſumunt peripheriam, illi angulus inſiſtere dicitur.

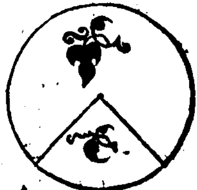


θ

Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

9

Sector autem circuli est, cùm ad ipsius circuli centrum constitutus fuerit angulus, comprehésa nimirum figura & à rectis lineis angulum continentibus, & à peripheria ab illis assumpta.

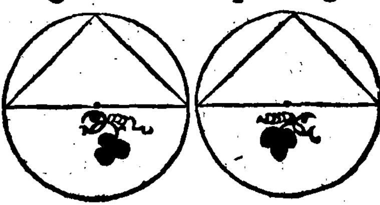


ι

Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστί, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας· ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

10

Similia circuli segmenta sunt, quæ angulos capiunt æquales: aut in quibus anguli inter se sunt æquales.



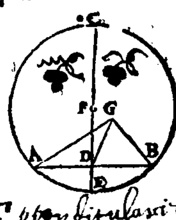
Προτάσεις.

α

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Probl. 1. Propo. 1.

Dati circuli centrum reperire.



Si F medium punctum recta CE perpendicularis per D medium punctum chorda AB non sit centrum esto G, quare per 8 et per 10. E. 1 L ADG = L ADC recto

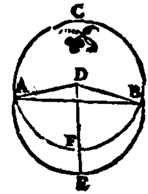
fiat ſ[illegible]lo AEB a[illegible]ta extra circulũ [illegible] [illegible]
[illegible] DE in Δ° AED. ∠ E ⊏ ∠ A [illegible] DA ⊏ DE

 [illegible] 19. ε. 1.

β

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Theor. 1. Propo 2.



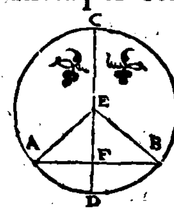
Si in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerint, recta linea quæ ad ipſa puncta adiungitur, intra circulum cadet.

γ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ. καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ. 1. [illegible] 8. ε. 1. 2. [illegible] 6. ε. 1.

Theor. 2. Propo. 3.

Si in circulo recta quædam linea per centrum extenſa, quandã non per centrum extenſam bifariàm ſecet: & ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et ſi ad angulos rectos eã ſecet, bifariã quoque eam ſecabit.



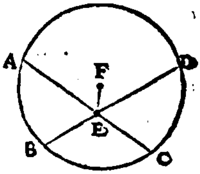
δ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ ibb of 3·ε·3· II FEA & FEB forent recti et aequales

διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theor. 3. Propo. 4.

Si in circulo duæ rectæ lineæ sese mutuò secent, nõ per centrum extensæ, sese mutuò bifariàm nõ secabunt.



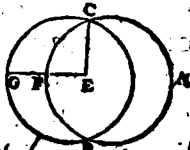
ε

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theor. 4. Propo. 5.

Si duo circuli sese mutuò secent, non erit illorum idem centrum. Abs p def: 15·ε·1· forent formidarent

$EF = EC = EG$



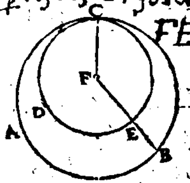
ϛ

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. Abs p def: 15·ε·1· forent formidarent

$FE = FC = FB$

Theor. 5. Propo. 6.

Si duo circuli sese mutuò interiùs tangant, eorum non erit idem centrum.



ζ

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπί-

I· $FEA = FE + EB \sqsubset FB$ p 20·ε·1

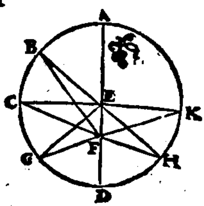
II· $EFD \sqsubset EF + FG$ p 20·ε·1 garo $FD \sqsubset FG$

III · Basis FB ⊏ FG ꝑ 24·ε·1
IIII · Basis FG = FH ꝑ 4·ε·1

πίπτωσιν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον: μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή: τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theor. 6. Propo. 7.

Si in diametro circuli quodpiam ſumatur punctum, quod circuli centrum non ſit, ab eóque puncto in circulum quædam rectæ lineę cadant: maxima quidem erit ea in qua centrum, minima verò reliqua: aliarum verò propinquior illi quæ per centrum ducitur, remotiore ſemper maior eſt. Duæ autem ſolùm rectæ lineę ęquales ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtraſque partes minimę.



η

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε: τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μεί-

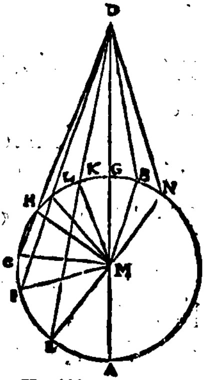
I AMD = EQM + MD ⊏ ED ꝑ 20·ε·1·
II Basis ED ⊏ ID basi ꝑ 24·ε·1
III DK + KM ⊏ DG + GM ꝑ 20·ε·1· ergo DK ⊏ DG ꝑ (to: not: 5·ε·

// Βασις DL = DK π 24·ε·1
/ Βασις BD=KD π 4·ε·1

ζων ἔσται. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theor. 7. Propo. 8.

Si extra circulum ſumatur punctum quodpiam, ab eóque puncto ad circulum deducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna quidem per centrum protendatur, reliquæ verò vt libet: in cauam peripheriam cadentium rectarum linearum maxima quidem eſt illa, quæ per centrum ducitur: aliarum autem propinquior ei, quæ per centrum tranſit, remotiore ſemper maior eſt. In conuexam verò peripheriam cadētium rectarum linearum, minima quidem eſt illa, quæ inter punctum & diametrum interponitur: aliarum autem, ea quæ propinquior eſt minimę, remotiore ſemper minor eſt. Duæ autē tantùm rectæ lineæ æquales ab eo



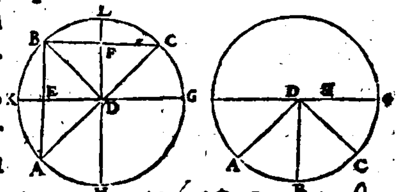
puncto in ipsum circulum cadũt, ad vtrasque partes minimæ.

θ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theor. 8. Propo. 9.

Si in circulo acceptum fuerit punctum aliquod, & ab eo puncto ad circulum cadant plures quàm duę rectæ lineæ ęquales, acceptũ pũctum centrũ ipsius est circuli.

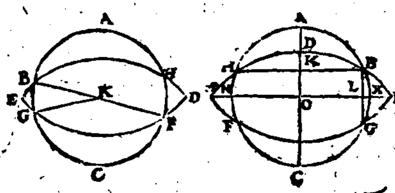


Datis rectis AB·BC· et ad ipsarum media puncta DE·DF: erunt ꝑ 8·ε·1 DE et DF perpendiculares· vocalitoz ꝑ 7·ε·3·

Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ δύο.

Theor. 9. Propo. 10.

Circulus circulum in pluribus quàm duobus pũctis non secat.



Alias secent se in pluribus punctis H, B, F, unde ꝑ 9·ε·3 centrum utriusque exit ⊙ contra 5·ε·3

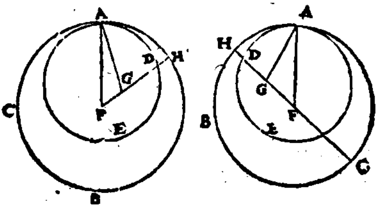
$GC = GA \sqsubset GF + FA$ (GD) 920 $GC \sqsubset GD$ p 20. ε. 1
vel altero in schemate

Porro
$FH = FA \sqsubset FG + GK$ p 20. ε. 1 ια

Εαὶ δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Theor. 10. Propo. 11.

Si duo circuli ſeſe intus contingant, atque accepta fuerint eorum cẽtra, ad eorum centra adiuncta recta linea & producta, in contactum circulorũ cadet.

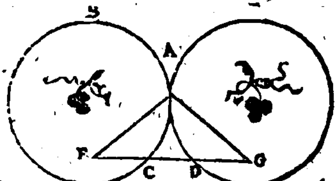


ιβ

Εαὶ δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Theor. 11. Propo. 12.

Si duo circuli ſeſe exteriùs cõtingant, linea recta quæ ad cẽtra eorum adiungitur, per contactũ illum tranſibit.



Aliter si non transit FG transeat recta FCDG erunt radii $AF + AG = FC + DG$: at p 20. ε. 1 $AF + AG \sqsubset FCDG$

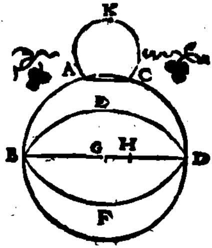
Non intus p 11·ε·3 } Non extra p 12 Nam aliam
iam aus semidiametor } ... ...
termini

HD=GD

ιγ

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Theor. 12, Propo. 13.

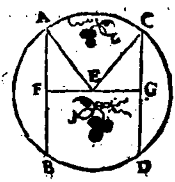


Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quàm vno, siue intus siue extra tangat.

ιδ

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. p 3 et ...: 4·ε·3· et 47·ε·1·

Theor. 13. Propo. 14.



In circulo æquales rectę lineę ęqualiter distant à centro. Et quę ęqualiter distant à centro, ęquales sunt inter se.

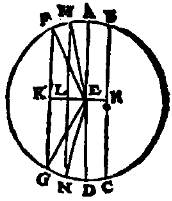
ιε

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

1 p 20·ε·1

11 p 24·ε·1

Theor. 14. Propo. 15.



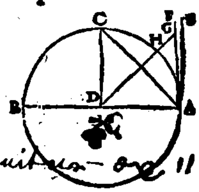
In circulo maxima quidē linea eſt diameter: aliarum autem propinquior cētro, remotiore ſemper maior.

ιϛ

Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται, καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστὶν, ἡ δὲ λοιπὴ, ἐλάττων. Non intra ut CA p 17·Σ·1 et·18
// Abducta DG pp[er]ondi[cula]r in AF [...]

Theor. 15. Propo. 16. DHG ⊏ DA p 19·Σ·1

Quæ ab extremitate diametri cuiuſque circuli ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadet, & in locum inter ipſam rectam lineam & peripheriā comprehenſum, altera recta linea nō cadet. Et ſemicirculi quidem angulus quouis angulo acuto rectilineo maior eſt, reliquus autem minor. /// ſequitur [...] //



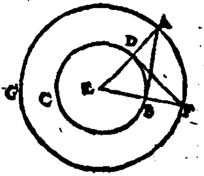
ιζ

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ducatur EDA, p[er]pendicularis DF tum EBF. ultimo AB.

Proble. 2. Propo. 17.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum tangat circulum.

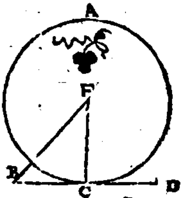


ιη

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἁπτομένην.

Theor. 16. Propo. 18.

Si circulũ tãgat recta quæpiam linea, à centro autem ad contractum adiungatur recta quædam linea : quæ adiuncta fuerit, ad ipsam contingentem perpendicularis erit. Aliàs esto ∠ BCF acutus & ∠ FBC rectus. erit p 19. ε. 1. BF [>] FC semidiametro



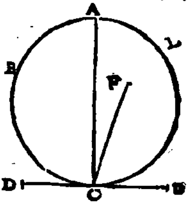
ιθ

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theor. 17. Propo. 19.

Si circulum tetigerit recta quæpiam linea, à

Aliàs p 18. ε. 3. ∠ DCF erit etiam rectus contactu autem recta linea ad angulos rectos ipsi tangenti excitetur, in excitata erit centrum circuli.



κ

Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theor. 18. Propo. 20.

In circulo angulus ad centrum duplex est anguli ad peripheriam, cùm fuerit eadem peripheria basis angulorum. Nam ∠ GEC = 2 EDC p 5. et 32. 1. et ∠ GEB = 2 EDB quare

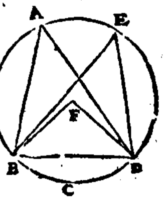
κα

Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Theor. 19. Propo. 21.

Nam simi dy sunt duplo p 20.

In circulo, qui in eodem segméto sunt anguli, sunt inter se æquales.



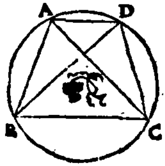
κβ

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Sequitur ex 32. e. 1. & 21. e. 3.

Theor. 20. Propo. 22.

Quadrilaterorum in circulis descriptorum anguli qui ex aduerso, duobus rectis sunt ęquales.

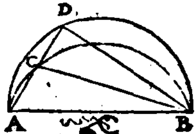


κγ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theor. 21. Propo. 23.

Super eadem recta linea, duo segmenta circulorum similia & inęqualia non constituentur ad easdem partes. Nam per 10 def. 3. $\angle ACB = ADB$ quod est contra 16. e. 1.

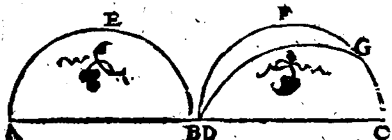


κδ

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις εἰσί.

Theor. 22. Propo. 24.

Super æqualibꝰ rectis lineis similia circulorum segmenta. Nam posito segmento AEB super segmentum CFD, si non congruunt segmenta similia, et inaequalia constituentur contra 23. e. 3.



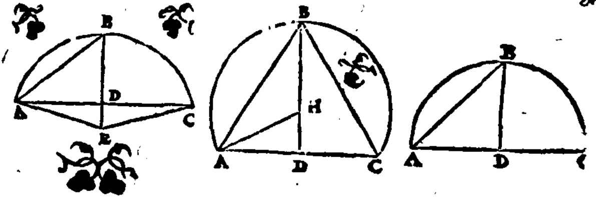
sunt inter se æqualia.

κε

Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗπέρ ἐστι τμῆμα. Subtensa AC bisecetur perpendiculari BD: Ducatur AB, et fiat

Probl. 3. Propo. 25. ∠BAE = ABE erit

Circuli segméto dato, describere circulum, cuius est segmentum. E centrum ex 9. 3. 3. et 6. 3. 1.

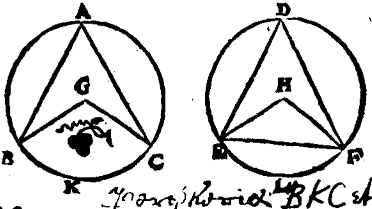


κϛ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theor. 23. Propo. 26.

In æqualibus circulis, æquales anguli equalibus peripheriis insistút, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant.



Cequales

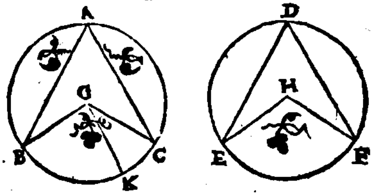
γωνιακοὶ ∠ BKC et ELF sunt

Nam per def: 10. 3. 3. Segmenta sunt similia, et per 4. 3. 1. subtensa BC = EF, quare per 24. 3. 3. arcus BKC = ELF κζ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ft ʒ contra 26·s·3· erit axios

Theor. 24. Propo. 27.

In ęqualibus circulis, anguli qui ęqualibus peripheriis inſiſtunt, ſunt inter ſe æquales ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant.

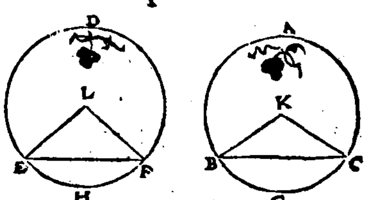


κη

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι, τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι. Ex 8·s·1 et 26·s·3

Theor. 25. Propo. 28.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidẽ, maiori, minorem autẽ, minori.

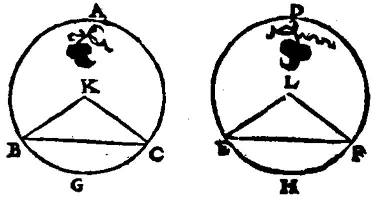


Ἐν

κθ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσι. p 4 · ε · 1 · et 27 · p · 3 ·

Theor. 26. Propo. 29.

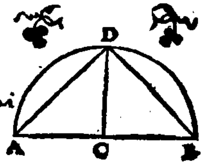


In æqualibus circulis, æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.

λ

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Proble. 4. Propo. 30.



Datam peripheriam bifariàm secare. fit perpendicularis CD e medio puncto ipsius AB p 4 · p · 1 ·

λα

Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς: καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνια, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Theor. 27. Propo. 31.

In circulo angulus qui in semicirculo re-

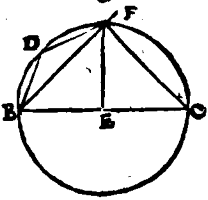
a ∠BAC = ∠ ABC + ACB = ∠FAC p 5 et G 2 3 · ε · 1

b ∠ ABC est acutus p 17 · ε · 1 ·

c ∠BDA est ⌐ p 22 · ε · 3 ·

4^a: ⊥BAC est par.. ∠CHA
5^a: ∠CGA est par.. ⊥FAC

ctus est qui autem in maiore segmento, minor recto: qui verò in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

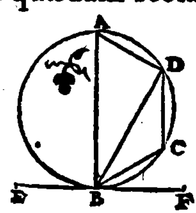


λβ

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον: ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις. ∠ABC + DBF = ABD + BAD p 32. 1. 1 et

Theor. 28. Propo. 32. p 21. 3. 3. et

Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem producatur quædam recta linea circulum secans: anguli quos ad contingentem facit, æquales sunt iis qui in alternis circuli segmentis consistunt, angulis.



λγ

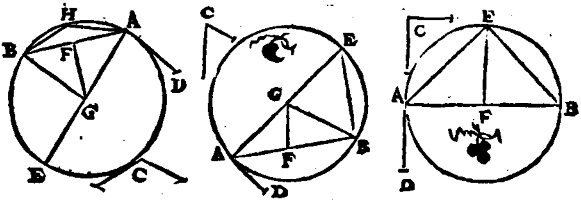
Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

fiat ∠DAB = C et ∠DAE rectus bisecta AB a
ppend FG exit G centrum et GA semidia...

p 32. 0. 3. /

Proble. 5. Propo. 33.

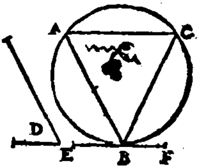
Super data recta linea describere segmentum circuli quod capiat angulum equalem dato angulo rectilineo.



λδ.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Probl. 6. Propo. 34.



A dato circulo segmentũ abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo. fiat ∠EBA =
D sit p 32 . e . 3 ∠BCA $\overset{}{\underset{\lambda\epsilon}{=}}$ EBA

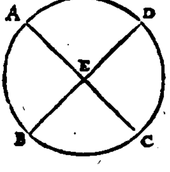
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

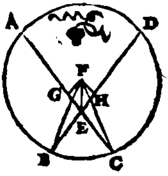
Theor. 29. Propo. 35.

Si in circulo duæ rectæ lineæ sese mutuò
tunc p 47 . ε . 1 et 5 . β . 2 Rq aequatur ij
tunc AE × EC + FEq tunc DE × EB + FEq

$EE \times EC + GEq + GEq = GCq + GFq = Rq$
$DE \times EB + HEq + HFq = HBq + HFq = Rq$

ſecuerint, rectangulum comprehẽſum ſub ſegmentis vnius, æquale eſt ei, quod ſub ſegmẽtis alterius comprehenditur, rectangulo.



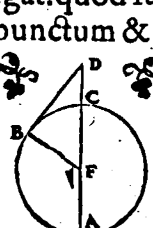


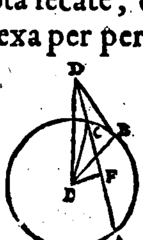
λϛ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται: ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ

Theor. 30. Propo. 36.

Si extra circulum ſumatur pũctũ aliquod, ab eóque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum ſecet, altera verò tangat: quod ſub tota ſecãte, & exteriùs inter punctum & cõuexa per peripheriã aſſumpta cõprehenditur rectãgulum, æ-





$DA \times DC + CFq + EFq = DFq + EFq = DEq$

$Rq + 47 \cdot 1$ $DBq + Rq$

Item p 47.1.1 et 6.2.2 DEq aequatur sum
Rq+DBq sum Rq+DA×DC

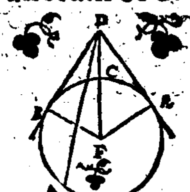
quale erit ei, quod à tangente describitur quadrato.

λζ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης: ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου. sequitur ex 36.3

Theor. 31. Propo. 37. et 47.1

Si extra circulum sumatur pũctũ aliquod, ab eóque puncto in circulum cadãt duæ rectæ lineæ, quarum altera circulum secet, altera in eum incidat, si autem quod sub tota secante & exteriùs inter punctum & cõuexam peripheriã assumpta, comprehenditur rectãgulum, æquale ei, quod ab incidente describitur quadrato: incidẽs ipsa circulum tanget.



Elementi tertij finis.

ΕΥΚΛΕΙ-ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

ὍΡΟΙ.

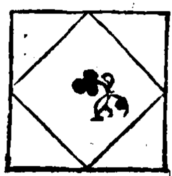
α

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

DEFINITIONES.

I

Figura rectilinea in figura rectilinea inscribi dicitur, cùm singuli eius figuræ quæ inscribitur, anguli singula latera eius, in qua



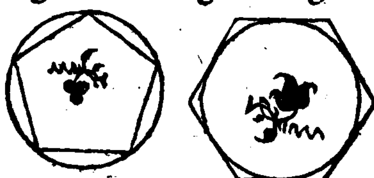
inſcribitur, tangunt.

β

Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

2

Similiter & figura circum figurã deſcribi dicitur, quum ſingula eius quæ circunſcribitur latera, ſingulos eius figuræ angulos tetigerint, circum quam illa deſcribitur.



γ

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

3

Figura rectilinea in circulo inſcribi dicitur quum ſinguli eius figuræ quæ inſcribitur, anguli tetigerint circuli peripheriam.

δ

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

4

Figura verò rectilinea circa circulũ deſcribi dicitur, quũ ſingula latera eius, quæ circumſcribitur, circuli peripheriã tangunt.

ε

Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

5

Similiter & circulus in figura rectilinea inſcribi dicitur, quum circuli peripheria ſingula latera tangit eius figuræ, cui inſcribitur.

ζ

Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

6

Circulus autẽ circum figuram deſcribi dicitur, quum circuli peripheria ſingulos tãgit eius figuræ, quam circunſcribit, angulos.

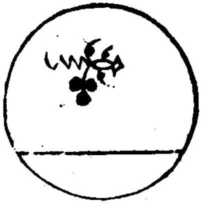
η

Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

7

Recta linea in circulo accommodari ſeu

coaptari dicitur, quũ eius extrema in circuli peripheria fuerint.



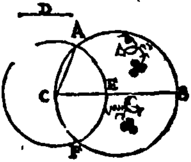
Προτάσεις.

α

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι. D = CF = CA p 3. o. 1

Probl. 1. Propo. 1.

In dato circulo, rectam lineam accómodare æqualem datæ rectæ lineæ, quæ circuli diametro non sit maior.

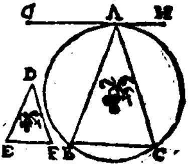


β

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Probl. 2. Propo. 2.

In dato circulo, triangulum describere dato triãgulo æquiangulum.



fiat GAH tangens circulum in A et ∠GAB=F, et HAC=E, Et iungatur BC p 32. o. 3

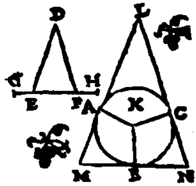
γ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

fiat ad centrum ∠AKB=DEG et ∠BKC=DFH et ducantur tangentes ∠AM. MBN, LCN

p 32, et 13. o 1

Probl. 3. Propo. 3.



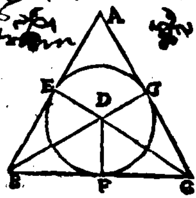
Circa datum circulum triangulum describere dato triangulo æquiangulum.

δ

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

Bisecentur duo anguli B et C lineis concurrentibus in D hoc erit centrum et perpend. DE semidiam. circuli inscribendi p 26.e.1. et 9.e.3

Probl. 4. Propo. 4.



In dato triangulo, circulum inscribere.

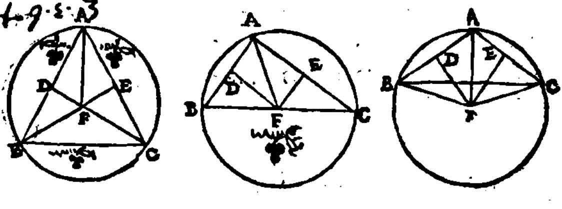
Bisecentur latera AB et AC et e mediis punctis D et E erectae perpendiculares DF et EF coeuntes in F hoc erit centrum

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Probl. 5. Propo. 5.

Circa datum triangulum, circulum describere.

p 4.e.1 et 9.e.3



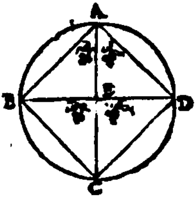
ς

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον ἐγγράψαι.

Ducantur diametri AEC. BED ad angulos rectos et p 26, 29 et 31.e 3 quatuor latera erunt aequalia et quatuor arcus quadrantes et recti anguli. sommetti p 4 et 5 e.1.//

Probl. 6. Propo. 6.

In dato cirulo, quadratum deſcribere.



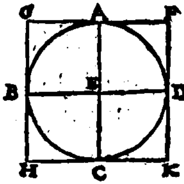
ζ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

p 28 et 33. o. 1.

Probl. 7. Propo. 7.

Circa datũ circulum, quadratum deſcribere.



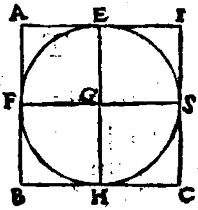
η

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

p 28 et 33. o. 1

Probl. 8. Propo. 8.

In dato quadrato, circulũ inſcribere.

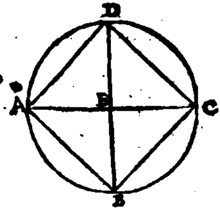


θ

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Otto anguli sunt semirecti p 5 et 32. o. 1.
quare p 6 vel 26. o. 1 E erit centrum et
EA, EB &c semidiametri

Probl. 9. Propo. 9.

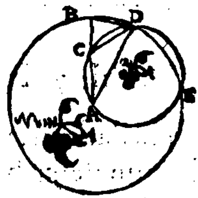


Circa datum quadratum, circulum deſcribere.

ι

Ισοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν, διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Probl. 10. Propo. 10.

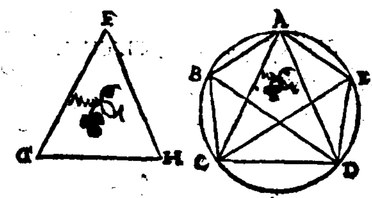


Iſoſceles triãgulum cõſtituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad baſin ſunt, angulorum, duplum reliqui.

ια

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Theor. 11. Propo. 11.



In dato circulo, pentag*ω*num æquilaterũ & æquiangulum inſcribere.

Secetur AB p 11 e 2 ut ACq = BA + BC et fiat BD = AC Ducatur etiam CD: et p 5 e 4 circulus circa ACD quem p 37 e 3 tangit BD in D eritque p 32 e 3 $\angle BDC = BAD = ADC$.

Fiat ∠ FGH qualis in 10 e 4 describitur cui simile ACD circulo inscribatur p 2 e 4 bisecentur ∠ C et D rectis CE et DB et ducantur latera AB, BC, AE, ED: p 26 e 3 quinque arcus erunt aequales et p 29 e 3 quinque latera

Ductis scilicet quinque rectis tangentibus circulum in angulis inscripti pentagoni ABCDE

Ductis scilicet perpendicularibus ex medijs laterum punctis, quae omnes coibunt in F centro circuli p. 4 et 26 e. 1.

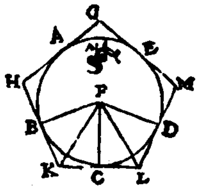
Divisis scilicet angulis bifariam rectis AF, BF, CF, DF, EF, coeuntibus in F centro circuli p. 4 et 26 e. 1.

ιβ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Probl. 12. Propo. 12.

Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

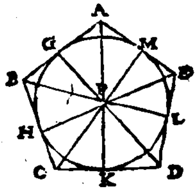


ιγ

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

Probl. 13. Propo. 13.

In data pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum inscribere.

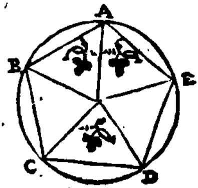


ιδ

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Probl. 14. Propo. 14.

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.



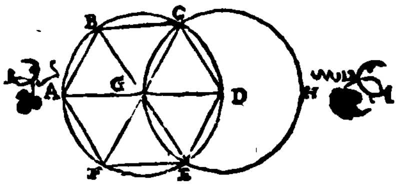
Radius subtendit sextantem circuli nam sex triangula a G B sunt æquilatera

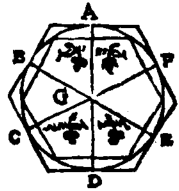
ιε

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Probl. 15. Propo. 15.

In dato circulo, hexagonum & æquilaterũ & æquiangulum inſcribere.



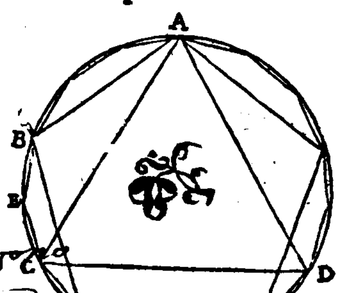


ιϛ

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Theor. 16. Propo. 16.

In dato circulo, quinti decagonũ & æquilaterum & æquiangulũ deſcribere.



Nam inscriptis pentagono et trigono ordinatis minimus inter ipsorum angulos arcus CF erit 1/15 pars totius circuli

Elementi quarti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

si 4 quatuor magnitudinum prima ad secundam maior est tertia, quam tertia ad quartam excedens multiplex maior erit tertiam sub modis et contra

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM QVINTVM.

ὍΡΟΙ.

$a \quad \frac{8}{7} \sqsubset \frac{7}{9} = \frac{28}{36}$ et $8 \times 36 \sqsubset 7 \times 36 = 9 \times 28$

Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

DEFINITIONES.

I

Pars eſt magnitudo magnitudinis minor maioris, quum minor metitur maiorem.

β

Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

2

Multiplex autem eſt maior minoris, cùm minor metitur maiorem.

γ

Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικό-

-tem autem heterogeneitatis ut numeri linea Nos etiam homogeneorum: si habitudo earum non consideretur secundum quantitatem τητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις A · α :: B · β ·

3

Ratio, est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundùm quantitem habitudo.

δ

Ἀναλογία δὲ ἐστιν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

4

Proportio verò, est rationum similitudo. vel æqualitas

ε

Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

5

Rationẽ habere inter se magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ sese mutuò superare.

Non autem finitum infinito Non punctum lineæ Non lineam superficie sed Non nihil tum ad minima

ϛ

Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμόν, ἑκάτερον ἑκατέρου ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

6

In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam,

$$\left\{ Si \begin{matrix} D \cdot A \\ E \cdot B \end{matrix} \right\} \begin{matrix} = \\ \& \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \delta \cdot \alpha \\ \varepsilon \cdot \beta \end{matrix} \right\} \text{est } \frac{A}{\alpha} = \frac{B}{\beta} \Big\} \begin{matrix} \text{sitque } D \sqsubseteq \delta \\ \text{et } E \sqsubseteq \varepsilon \end{matrix}$$

ionis et notofano quo modo tum multiplicantur

quartam: cùm primæ & tertiæ æquè multiplicia à secundæ & quartę æquè multiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, vtrunque ab vtroque, vel vnà deficiunt, vel vnà æqualia sunt, vel vnà excedunt, si ea sumantur quæ inter se respondent.

ζ

Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

7

Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

η Juxta vna aliqua saltem multiplicationem

Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων, τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἢ περ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον. Si D·A } E·B } et { δ·α } { ε·β }

8

Cùm verò æquè multiplicium, multiplex primę magnitudinis excesserit multiplicē secundæ, at multiplex tertiæ non excesserit multiplicem quartæ: tunc prima ad secundam, maiorē rationē habere dicetur, quàm tertia ad quartam. sitque D⌐d at E L ε

θ

Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

9

Proportio autem in tribus terminis pauciſſimis conſiſtit.

ι

Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

A·M::M·N::N·E

10

Cùm autem tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam, duplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad ſecundam. At cùm quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam, triplicatam rationem habere dicitur eius quam habet ad ſecundam: & ſemper deinceps vno amplius, quandiu proportio extiterit.

ια

Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

11

Homologæ, ſeu ſimiles ratione magnitudines dicuntur, antecedentes quidem antecedentibus, conſequentes verò conſequentibus.

ιβ

Ἐναλλὰξ λόγος, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

A·B : : α·β

12

Alterna ratio, eſt ſumptio antecedētis comparati ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.

ιγ

Ἀνάπαλιν λόγος, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

α·A :: β·B

13

Inuerſa ratio, eſt ſumptio conſequentis ceu antecedentis, ad antecedentē velut ad conſequentem.

Σύνθεσις λόγου, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

A+α·α :: B+β·β·

14

Compoſitio rationis, eſt ſumptio antecedentis cum cōſequente ceu vnius, ad ipſum conſequentem.

ιε

Διαίρεσις δὲ λόγου, ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

15

Diuiſio rationis, eſt ſumptio exceſſus, quo

A−α·α :: B−β·β

consequentem superat antecedés ad ipsum consequentem.

ιϛ

Ἀναστροφὴ λόγου, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

A·A−α :: B·B−β

16

Conuersio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequentem.

ιζ

A:B:C:D
E:F:G:H

A·E:D·H

Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον. ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

17

Ex equalitate ratio est, si plures duabus sint magnitudines, & his alię multitudine pares quę binæ sumantur, & in eadem ratione: quum vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic & in secundis magnitudinibus prima ad vltimã sese habuerit, vel aliter, sumptio extremorũ per subductionẽ mediorum.

ιη

Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον,

Ratio prima magnitudinis ad secundam
componitur ex ratione tertia ad
...am, et prima ad tertiam

B·C A|E 8|12
F·G B|F 2|3
C|G 6|9

ἡ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι.

18

Ordinata proportio eſt, cùm fuerit quemadmodum antecedens ad conſequẽtem, ita antecedens ad conſequentem: fuerit etiam vt conſequens ad aliud quidpiam, ita conſequens ad aliud quidpiam.

ιθ

Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνεται ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον. {A·B::E.F / B·C::D.E} A|D B|E C|F

19 perturbata

Perturbata autem proportio eſt, tribus poſitis magnitudinibus, & aliis quæ ſint his multitudine pares, cùm vt in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens ad conſequentem, ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem: vt autem in primis magnitudinibus conſequens ad aliud quidpiam, ſic in ſecundis magnitudinibus aliud quidpiã ad antecedentem.

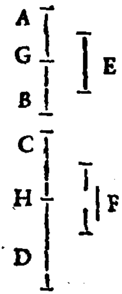
Ratio prima magnitudinis ad secundam [illegible] ex ratione tertia ad secunda et prima ad tertiam

4 est 12 } 5 est 15 } 3 > 9 est 27

Προτάσις. a Nam AG + GB = 2E } CH + HD = 2F } *

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Theor. 1. Propo. 1.

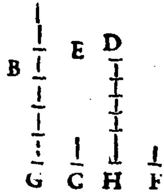


Si ſint quotcũque magnitudines quotcũque magnitudinũ æqualium numero, ſingulæ ſingularũ æquè multiplices, quàm multiplex eſt vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.

β

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου· καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theor. 2. Propo. 2.



Si prima ſecũdæ ęquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecũdæ æquè multiplex, atque ſexta quartæ: erit & compoſita prima

Nam esto AB = 4C, et DE = 4F
et BG = 2C, & EH = 2F.
erit AB + BG = 6C } #
et DE + EH = 6F

$12+8(4)$
$15+10(5)$

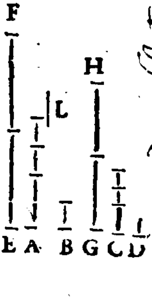
cum quinta, secũdę æquè multiplex, atque tertia cum sexta, quartę.

γ

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου: καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

Theor. 3. Propo. 3.

Si sit prima secundæ ęquè multiplex, atq; tertia quartæ, sumantur autem æquè multiplices primæ & tertię: erit & ex æquo sumptarum vtraque vtriusque æquè multiplex, altera quidem secundæ, altera autem quartæ.



δ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα. $4 \cdot 10 :: 6 \cdot 15$

$12 \cdot 20 :: 18 \cdot 30$

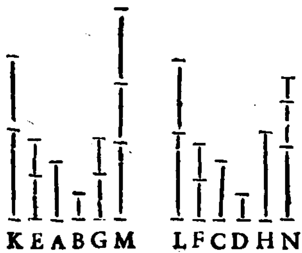
$K = X A$ et $M = Z B$
$L = X C$ $N = Z D$

quia est A B :: C D : 10 10 ...

Si X A E Z B ... X C E Z D ... 605

Theor. 4. Propo. 4. ... 605

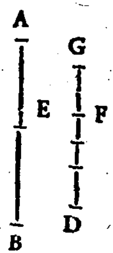
Si prima ad ſecundam, eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: etiam æquè multiplices primę & tertię, ad æquè multiplices ſecundæ & quartæ iuxta quamuis multiplicationem, eãdem habebũt rationem, ſi prout inter ſe reſpondent, ita ſumptę fuerint.



Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

Theor. 5. Propo. 5.

Si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, atque ablata ablatæ: etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, vt tota totius.



24 6 ...
16 4 ...
8 2

9) 27 (3
5) 15 (3
4) 12 (3

24 · 4 60·1 sequitur ex 2 e 5) Hypo 4ª
16 4 vide infra 6ª
8 2

ϛ

Ἐὰν δύο μεγέθη, δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια: καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστίν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια. si 5) 20 (4 / 25 (5 } et 3) 12 (4 / 15 (3

Theor. 6. Propo. 6.

4·2 :: 6·3
3 2 3 2
12·4 :: 18 6

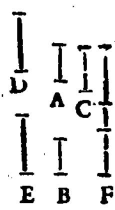
Si duæ magnitudines, duarum magnitudinum sint æquè multiplices, & detractæ quędam sint earundem æquè multiplices: & reliquæ eisdē aut æquales sunt, aut æquè ipsarum multiplices.

5-3) 20-12 (4 / 25-15 (5

ζ

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτό, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Theor. 7. Propo. 7.



Æquales ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad æquales.

η

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν, τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον. 6·A :: 3×2·A

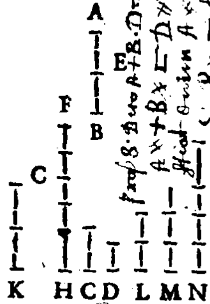
A·6 :: A· 3×2

Nam fiat D = χA : et E = λB et F = ZC) Hypo 7ª
erit utraq; D / E } = F ergo p. def. 6·5

AB = AE + EB

FH = GH + FG

Theor. 8. Propo. 8.

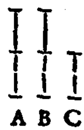


Inæqualium magnitudinum, maior ad eandem maiorem rationé habet, quàm minor: & eandem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

GH + D = GH + FG = FH

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor. 9. Propo. 9.

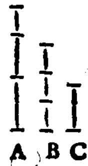


Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales sunt inter se: & ad quas eadem, eandem habet rationem, eæ quoque sunt inter se æquales.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι, πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Theor. 10. Propo. 10.

Ad eandem magnitudinem, rationẽ habentium, quæ maiorem rationem habet, illa maior est. ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.



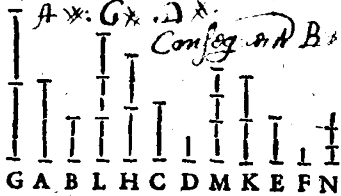
Si A.B :: E.F :: C.D erit A.B :: C.D

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοί, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theor. 11. Propo. 11.

p. 11 A.B :: C.D :: E.F dico A.B :: E.F

Quæ eidẽ sunt eædẽ rationes, & inter se sunt eædem.

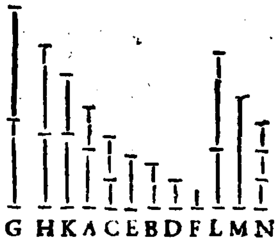


Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Nam sumptis aequemultiplicibus utriusque generis G, H, K, et L, M, N sequetur ex 1 def: 6.5

Theor. 12. Propo. 12.

Si sint magnitudines quotcunque proportionales, quemadmodũ se habuerit vna antecedentium ad vnã



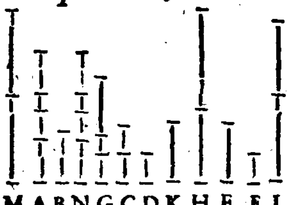
consequentium, ita se habebunt omnes antecedentes ad omnes consequentes.

ιγ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theor. 13. Propo. 13.

Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, tertia verò ad quartam, maiorem rationem habuerit, quã quinta ad sextam: prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit, quam quinta ad sextam.



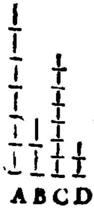
Nam sumptis aequemultiplicibus tam antecedentium tum consequentium Si M ⊏ N notio erit G ⊏ K: At si G ⊏ K non notio erit H ⊏ L. go 1 def 6.5 1 def: 8.5

ιδ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ· καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον. Si sit A ⊏ C, erit B ⊏ D

Theor. 14. Propo. 14. NC·D::A·B=C·B

Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, prima verò quàm tertia maior fuerit: erit & secunda maior quàm quarta. Quòd si prima fuerit æqualis tertię, erit & secunda æqualis quartę, si verò minor, & minor erit.



ιε

Τὰ μέρη, τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα καταλληλα.

Theor. 15. Propo. 15.

Partes, cùm pariter multiplicibus in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuò respondent, ita sumantur.

Nam si extos dividant suas multiplices quoti erunt æquales Et totidem fient proportiones quot sunt in quot unitates. Ergo p 12 d. 5.

ofto E=ZA F=ZB G=XC H=XD

ιε p. 16

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Theor. 16. Propo. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & vicissim proportionales erunt.

allerno

ZA·ZB::XC·XD p. 11 et 15 · 5
et si ZA ⊏ XC erit ZB ⊏ XD p. 14 · 5 Ergo p. def. 6 · 5 A·C::B·D

ιζ

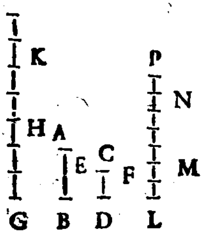
Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

fiant dividas GH, HK, LM, MN, KO (p. 2 · 5) NP

Si (A+α·α::B+β·β
erit A·α::B·β

Theor. 17. Propo. 17.

Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, hæ quoque diuisæ proportionales erunt. Erunt p. 1 · 5 compositarum GK, LN



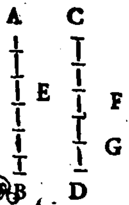
ιη

Ἐὰν διῃρημέναι μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Si GK ⊏ HO erit LN ⊏ MP p. def. 6 · 5
ideo GH ⊏ KO et LM ⊏ NP ergo p. def. 6 · 5
Si A−α·α::B−β·β Erit A·α::B·β
Coroll. A+α·B+β::A−α::B−β

Hic sit AB·BE :: CD·DG
Quare p 17 } CF·DF :: CG·DG
et 11·e·5 } contra 14·e·5

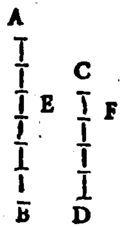
Theor. 18. Propo. 18.



Si diuisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoque compositæ proportionales erunt. Eadem linea non potest dividi in duas ... bus, quae sint in eadem ratione

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν: καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον. Nam p 16 & 17 e 5 erit
AE·BE :: CF·DF ergo p 18·e·5

Theor. 19 Propo. 19.



Si quemadmodum totum ad totum, ita ablatum se habuerit ad ablatum: & reliquum ad reliquum, vt totum ad totum se habebit.

x

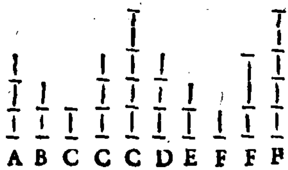
Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον: καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον: κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Sit A E C } AB :: C·B
erit } D·E :: F·E } p 8 et 10·e·5

Dico si A E C erit D E F

Theor. 20. Propo. 20.

Si ſint tres magnitudines, & aliç ipſis ęquales numero, quæ binę & in eadem ratione ſumantur, ex ęquo autē prima quàm tertia maior fuerit: erit & quarta, quàm ſexta maior. Quòd ſi prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta ęqualis ſextæ: ſin illa minor, hæc quoque minor erit ei.

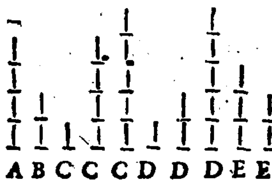


κα

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου, μεῖζον ᾖ: καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον: κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theor. 21. Propo. 21.

Si ſint tres magnitudines, & aliç ipſis æquales numero quæ binæ & in eadē ratione ſumātur, fuerítque per-



1 A ⊏ C, and A·B — C·B } 8 et 10 turbata
F·F — E·D } 6·5
Ideo si A ⊏ C, and D ⊏ F

turbata earum proportio, ex æquo autem prima quàm tertia maior fuerit, erit & quarta quàm sexta maior. quòd si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextę: sin illa minor, hæc quoque minor erit.

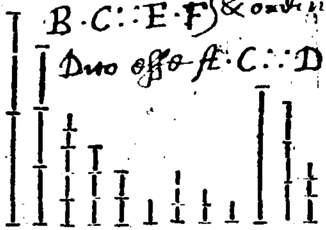
κβ

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Probl. 22. Propo. 22.

A·B::D·E } ex æqualitate
B·C::E·F } & ordinata
Dico esse A·C::D·F

Si sint quotcunque magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ in eadē ratione sumantur, & ex æqualitate in eadē ratione erunt.

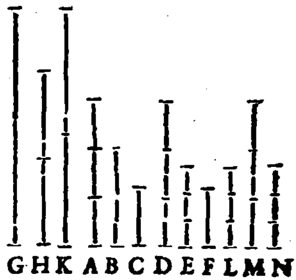


G·K::H·L } ex ergo p 20
K·M::L·N } et 6 def 05
Erunt etiam p 4 05 #
κγ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Erunt # G·H::M·N } p 4 vel 15 o 5
H·K::L·M
Si G ⊏ K erit L ⊏ N } ex ergo p def: 6 o 5
Dico esse A·C::D·F

Theor. 23. Propo. 23.



Si ſint tres magnitudines, aliæque ipſis æquales numero, quæ binæ in eadem ratione ſumantur, fuerit autem perturbata earum proportio: etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

κδ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον· καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Theor. 24. Propo. 24.

Si prima ad ſecundam, eãdem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, habuerit autem & quinta ad ſecundã eandem rationem, quam ſexta ad quartam: etiã compoſita prima cum quinta ad ſecundam

Si sit AB·C :: DE·F
BG·C :: EH·F
Erit AB+BG·C :: DE+EH·F
sequitur ex 22 et 18: 8-5

eãdem habebit rationem, quam tertia cum ſexta ad quartam.

κε

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.

Theor. 25. Propo. 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis duabus maiores erunt.

Elementi quinti finis.

Si ſit $A \cdot \alpha :: B \cdot \beta$

Erunt $A - \alpha + \alpha + \beta \sqsubset B - \beta + \beta + \alpha$

ffiat $BH = C$ et $EL = F$ est igitur

$BH + F = EL + C$

Ergo $AH + BH + F \sqsubset DL + EL + C$

$AB \cdot DE :: AH \cdot DL$

$\sqsubset$ £ 1985 $\sqsubset$

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ
ἝΚΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM SEXTVM.

ὍΡΟΙ.

α

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

DEFINITIONES.

I

Similes figuræ rectilineæ ſunt, quæ & angulos ſingulos ſingulis æquales habent, atque etiam latera, quę circum angulos ęquales, proportionalia.

β

Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2

Reciprocæ autem figuræ ſunt, cùm in vtraque figura antecedentes & conſequétes rationum termini fuerint.

γ

Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

3

Secundùm extremam & mediam rationem recta linea ſecta eſſe dicitur, cùm vt tota ad maius ſegmentum, ita maius ad minus ſe habuerit.

δ

Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4

Altitudo cuiuſque figurę, eſt linea perpendicularis à vertice ad baſin deducta.

ε

Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα λόγον.

vt in 23 θ 6 ratio ex hub [illegible]

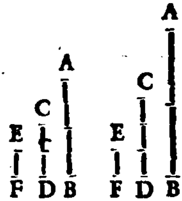
composita BC · CG :: KL

× DC · CE : L · M

[illegible]

5

Ratio ex rationibus componi dicitur, cùm rationũ quantitates inter se multiplicatę aliquam effecerint rationem.



Προτάσεις.

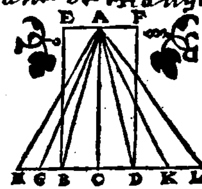
α

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

Sumatur utrinque basis multiplex, et ab singula puncta ducantur recta ab A fiant et triangula multiplicia basibus 1580 1 ergo per def 5 · 6

Theor. 1. Propo. 1.

Triãgula & parallelogrãma, quorum eadem fuerit altitudo, ita se habent inter se vt bases.



β

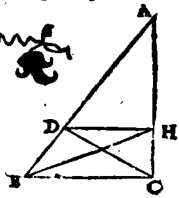
Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

Theor. 2. Propo. 2.

Si ad vnum trianguli latus parallela ducta

sequitur utraque pars ex 1 · 6
& 11 · 9 · 5

fuerit recta quædam linea: hæc proportionaliter secabit ipsius triãguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: quæ ad sectiones adiũcta fuerit recta linea, erit ad reliquũ ipsius trianguli latus parallela.

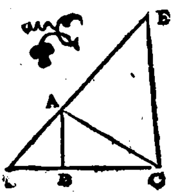


γ

Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Theor. 3. Propo. 3.

Si trianguli angulus bifariàm sectus sit, secans autem angulum recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera. Et si basis segmenta eandem habeant rationem quam reliqua ipsius trianguli latera, recta li-



Sequitur de 5. 32. 27. 28 ... 2 ... 6

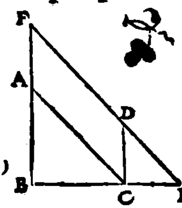
nea, quæ à vertice ad sectionem producitur, ea bifariàm secat trianguli ipsius angulum.

δ

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Theor. 4. Propo. 4.

Æquiangulorum triangulorũ proportionalia sunt latera, quæ circum æquales angulos, & homologa sunt latera, quæ æqualibus angulis subtenduntur. Sequitur ex 28, 33, d. 1 & 2. d. 6 et 17 d. 5

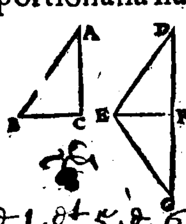


ε

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theor. 5. Propo. 5.

Si duo triangula latera proportionalia habeant, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, sub quibus & homologa latera subtenduntur.



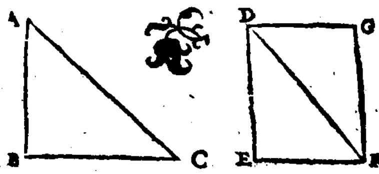
sequitur ex 9. d. 5. et 4 d. 1. et 5. d. 6

ϛ

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. Sequitur ex

Theor. 6. Propo. 6. 9 e. 5 & 4 e. 1 et 5 e. 6.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, & circum æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, æqualésque habebunt angulos, sub quibus homologa latera subtenduntur.



ζ

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

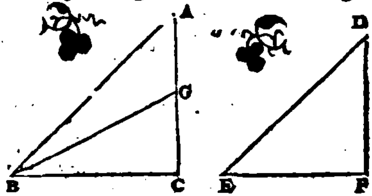
Theor. 7. Propo. 7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo equalem, circum autem alios angulos la-

Alias sit ∠ E = ABG. Erit ∠ F = AGB p 32 e 1 et p 4 e. 6. erit DE. EF :: AB. BG = BG p 7 e 5 et ∠ C = BGC p 5 e 1 quod est absurdum

Si vero C et F fuerint utrumque maiores vel minores recto

tera proportionalia habeant, reliquorum verò simul vtrunque aut minorem aut non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebũt eos angulos, circum quos proportionalia sunt latera.



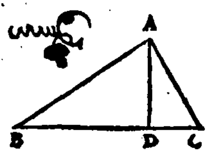
η

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις.

Sequitur ex 32 p 1 et 4 p 6

Theor. 8. Propo. 8.

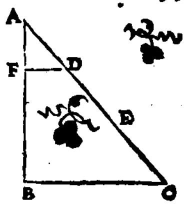
Si in triangulo rectangulo, ab angulo recto in basin perpendicularis ducta sit, quæ ad perpendicularem triangula, tum toti triãgulo, tum ipsa inter se similia sunt.



θ

Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν. Sequitur ex 2 p 6

Probl. 1. Propo. 9.

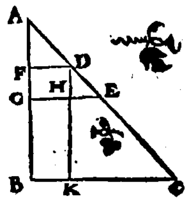


A data recta linea imperatam partem auferre.

ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν. Sequitur 8 p. 2 θ. 6

Probl. 2. Propo. 10.

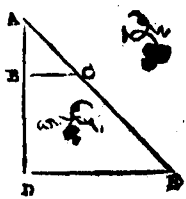


Datam rectam lineam insectam similiter secare, vt data altera recta secta fuerit.

ια

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν. p. 2. θ. 6

Probl. 3. Propo. 11.

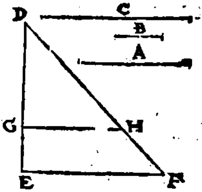


Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem adinuenire.

ιβ

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν. f 2. θ. 6

Probl. 4. Propo. 12.

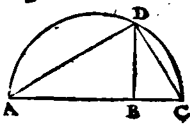


Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem adinuenire.

ιγ

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Probl. 5. Propo. 13.



Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem adinuenire. Per 13 θ 5 et 8.4.θ 6
AB. Vq AB+BC BC ÷

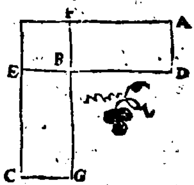
ιδ

Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραί, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραί, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Vtraq[ue] pars sequitur ex 1 θ 6
et 7.9.θ 5

Theor. 8. Propo. 14.

AEqualium, & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, illa ſunt æqualia.



ιε

Τῶν ἴσων, καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theor. 9. Propo. 15.

AEqualium, & vnum angulum vni æqualem habentium triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos: & quorum triangulorum vnum angulum vni æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, illa ſunt æqualia.

BA · AE :: DA · AC ·

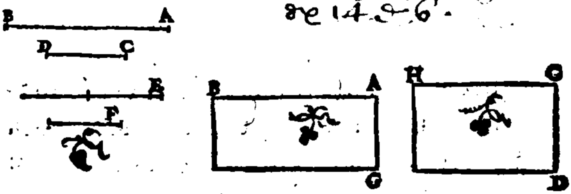
vtrgs pard sequitur ex 16 6 et 7.9.0.5

ιϛ

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 11. Propo. 16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehenditur rectangulum æquale est ei, quod sub mediis comprehenditur rectangulo Et si sub extremis comprehensum rectangulum æquale fuerit ei, quod sub mediis continetur rectangulo, illæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt. vtraq; pars sequitur ex 14. 6.



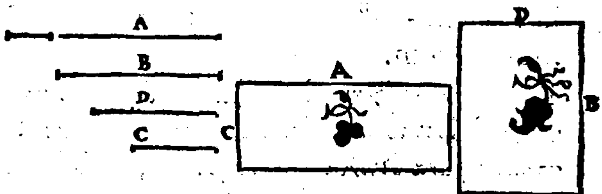
ιζ

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ: καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

vtraq; pars sequitur ex 16. 6

Theor. 12. Propo. 17.

Si tres rectę lineę sint proportionales, quod sub extremis comprehenditur rectangulum æquale est ei, quod à media describitur quadrato: & si sub extremis comprehensum rectangulum æquale sit ei quod à media describitur quadrato, illæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

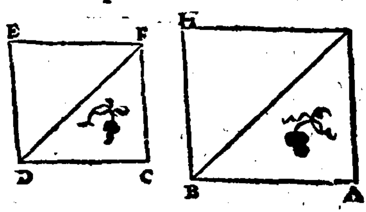


ιη

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Probl. 6. Propo. 18.

A data recta linea, dato rectilineo simile similitérque positum rectilineum describere.



Et demonstratum per similia triangula de 4 e 6.

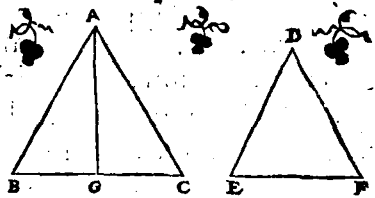
vt BC ad BG tertia proportionali basio; BC et EF
AB·DE::BC·EF::EF·BG at per 1506 trigon ABG=DEF

ιθ

Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor. 13. Propo. 19.

Similia triangula inter se sunt in duplicata ratione laterũ homologorum.

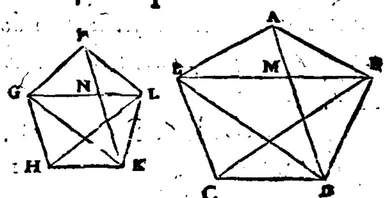


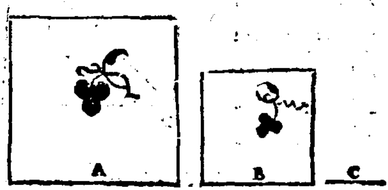
κ

Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις· καὶ τὸ πολύγωνα ~~διπλ~~ασίονον λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theor. 14. Propo. 20.

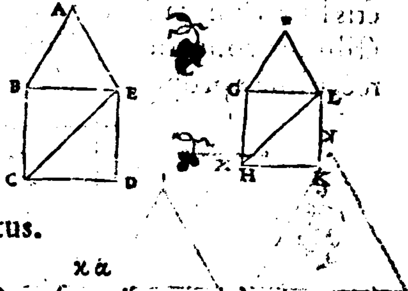
Similia polygωna in similia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & homologa totis. Et polygωna du-





sequitur per 19. 8. 6. et 14. 8. 5 plicatam

plicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologú ad homologum latus.

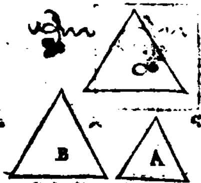


κα

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια. $\mathcal{Y}$ 11 σ 5

Theor. 15. Propo. 21.

Quæ eidẽ rectilineo sunt similia, & inter se sunt similia.



AB, CD, X ÷ EF, GH, O ÷ κβ

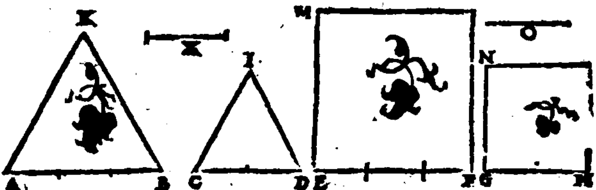
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 16. Propo. 22.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similitérque descripta proportionalia erunt. Et si à re-

Inventis tertijs proportionalibus Kuepo X ip. iis AB et CD, et O ipsis EF et GH sequetur ex 19 et 6 AB, CD, X ÷ EF, GH, O ÷

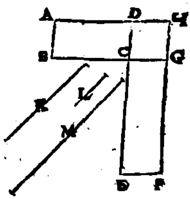
ctis lineis similia similitérque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsæ etiam rectæ lineæ proportionales erunt.



κγ

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theor. 17. Propo. 23.



Æquiangula parallelográmma inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur.

κδ

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theor. 18 Propo. 24.

In omni parallelogrammo, quæ circa dia-

23 per def. 5 e 6 vel etiam per 14 e 6 $\frac{h}{1}$ parallelogramma sunt rhomboides sic et Δ^{a} unum $\angle^{um}$ aequalem habentia

fiat $K.\Lambda :: BC.CG :: \square AC.DG$
et $\Lambda.\mu :: DC.CE :: \square DG.CF$ ergo

14 Nam $DP.GQ :: DC.CG$
$\times \quad \times \quad \times \quad \times$
$3C.CE \quad BC.CE$
sequitur ex 29 e 1 & 4 e 6

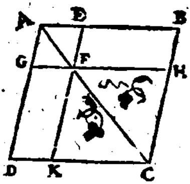
I° Inveniantur 2 parallelogrã BF EF equalia datis rectilineis equalia

II° Media proportionalis GH inter bases BC. CF

III° Rectilineum propositum GKH per 17. 2.0 et 6.

Nam AB, 1. AHC statuatur ramo et KG, BD, EG H: per 24 e 6
Ideoque per 2 e 5 AK = AE

metrum sunt parallelográ-ma, & toti & inter se sunt similia.

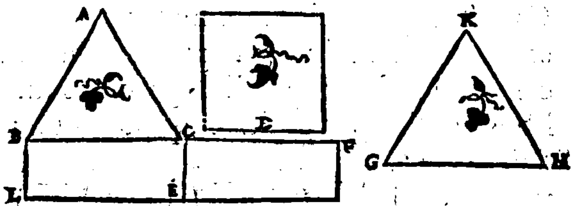


κε

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Probl. 7. Propo. 25.

Dato rectilineo simile, & alteri datò æquale idem constituere.

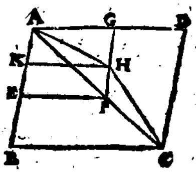


κϛ

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theor. 19. Propo. 26.

Si à parallelogrammo parallelogrammum ablatum sit & simile toti & similiter positum communem



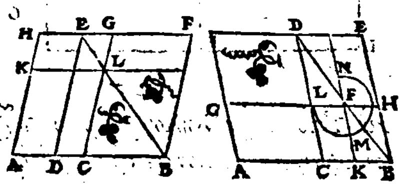
cum eo habens angulum, hoc circum eandẽ cum toto diametrum consistit.

κζ

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

Theor. 20. Propo. 27.

Omnium parallelogrammorum secũdùm eandem rectam lineam applicatorum deficiẽtiúmque figuris parallelogrammis similibus similitérque positis ei, quod à dimidia describitur, maximũ id est quod ad dimidiã applicatur parallelogrãmum, simile existens defectui.



κη

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ

hoc est AD dimidium totius, AE maius erit omni parall. logra[mmo] applicato ad dimm AB, et deficiente parallelogrammo simili ipsi dimidio quale scilicet AD + AE. Nam
27 gnomon EFC = AF + 13 e 1.
Ergo AF minor est g[nomo]ne AB vel BD

Quo in [illegible] : ☐AD ⊏ AF
et in [illegible] ; ☐AL ⊏ AE

Sup BE semissem data AB describatur
28 parall[elogramm]um EF simile dato D et compleatur totum Et 45 e 1 et 25 e 6 fiat ☐HK vel XO = ☐EF − C
Duo ☐AR − SR equale esse gnomoni
FPF = C 45 e 1

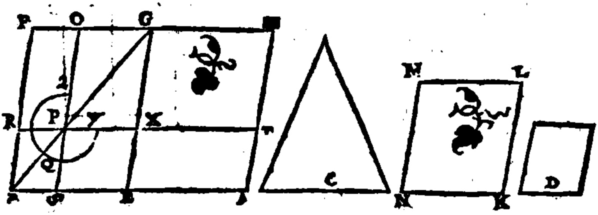
Sup BE horizon data AB describatur
□um EL simile dato Δ et q 44 o 1
29 et 25 o 6 fiat □ KS vel AM = □
EL + C dato □ AD + ΔB equale esse
y n... BN = C + 45 o 1.

Dol: ~~ex 28~~ et 29 o 6 □um eorundum
aliqua recta linea applicatum ~~[illegible]~~
deficere dicitur □o quando non tota occupat
lineam Excedere vero quando occupat
majorem lineam ita tamen ut □um
deficiens aut excedens eandem
habeat altitudinem cum □to applicato
con'stituatq; cum eo totum unum
parallelogrammum.

ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Probl. 8. Propo. 28.

Ad datam lineam rectam, dato rectilineo ęquale parallelogrammũ applicare deficiens figura parallelogramma, quæ similis sit alteri rectilineo dato. Oportet autem datum rectilineum, cui ęquale applicandũ est, non maius esse eo quod ad dimidiam applicatur, cùm similes sint defectus, & eius quod à dimidia describitur, & eius cui simile deesse debet.



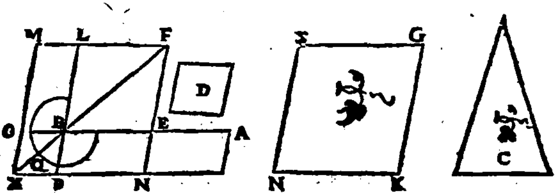
κθ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Probl. 9. Propo. 29.

Ad datam rectam lineam, dato rectilineo

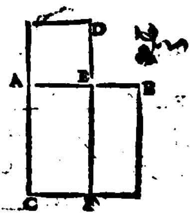
æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, quæ similis sit parallelogrammo alteri dato.



ad datum AB applicatur ▭ CD = AB q excedens quadrata AD [illegible] AE [illegible] quadratum ▭ BF = AE q [illegible]

Τὴν τεθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Probl. 10. Propo. 30.



Propositam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione secare.

λα.

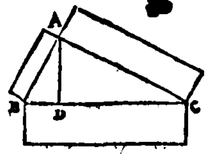
Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις, καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

p 19, 20 e 6 Theor. 21. Propo. 31.

In rectangulis triangulis, figura quæuis à latere rectum angulum subtēdente descri-

Nam BC. AC :: AC. DC
et BC. AB :: AB. DB } p 4 e 6

pta æqualis eſt figuris, quæ priori illi ſimiles, & ſimiliter poſitæ à lateribus rectū angulū continentibus deſcribuntur.

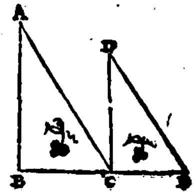


λβ

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται. 24, 28, 14 θ 1 & 6 θ 6

Theor. 22. Propo. 32.

Si duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, ſecundùm vnū angulum cōpoſita fuerint, ita vt homologa eorum latera ſint etiā parallela, tum reliqua illorū triangulorum latera in rectam lineam collocata reperientur.

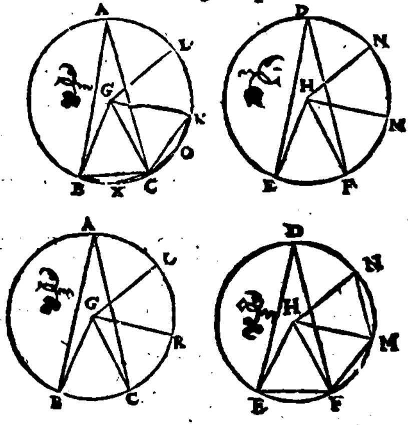


λγ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

Theor. 23. Propo. 33.

In æqualibus circulis anguli eandem habẽt rationem cũ ipsis peripheriis in quibus insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias cõstituti illis insistãt peripheriis. Insuper verò & sectores, quippe qui ad centra consistunt.



Elementi sexti finis.

Sumatur utraque arcuum BC EF multiplex & ad singula puncta ducantur rectae a centris Et fient anguli aeque multiplices arcubus
Ergo per def 5 . 6 . . .

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM SEPTIMVM.

ὍΡΟΙ.

α

Μονάς ἐστι, καθ᾽ ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται.

DEFINITIONES.

1

Vnitas est, secundùm quam entium quodque dicitur vnum.

β

Ἀριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

2

Numerus autem, ex vnitatibus composita multitudo.

γ

Μέρος ἐστὶν, ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

3

Pars est, numerus numeri minor maioris, cùm minor metitur maiorem.

δ

Μέρη δὲ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

4

Partes autem, cum non metitur.

ε

Πολλαπλάσιος δὲ, ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

5

Multiplex verò, maior minoris, cùm maiorem metitur minor.

ϛ

Ἄρτιος δὲ ἀριθμός ἐστιν, ὁ δίχα διαιρούμενος.

6

Par numerus est, qui bifariàm diuiditur.

ζ

Περισσὸς δὲ, ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα. ἢ, ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

7

Impar verò, qui bifariàm nõ diuiditur. vel, qui vnitate differt à pari.

η

Ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν.

8

Pariter par numerus eſt, quem par numerus metitur per numerum parem.

θ

Ἀρτιάκις δὲ περισσός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

9

Pariter autem impar eſt, quem par numerus metitur per numerum imparem.

ι

Περισσάκις δὲ περισσός ἐστιν ἀριθμὸς, ὁ ὑπὸ περισσοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

10

Impariter verò impar numerus eſt, quẽ impar numerus metitur per numerũ imparẽ.

ια

Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν, ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος.

11

Primus numerus eſt, quem vnitas ſola metitur.

ιβ

Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

12

Primi inter ſe numeri ſunt, quos ſola vnitas menſura communis metitur.

ιγ

Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενος.

13

Compoſitus numerus eſt, quem numerus quiſpiam metitur.

ιδ

Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

14

Compoſiti autē inter ſe numeri ſunt, quos numerus aliquis mēſura cōmunis metitur.

ιε

Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις.

1·B ∴ A·BA A·BA·A ∴ BA [illegible]

Numerus numerum multiplicare dicitur, cùm toties compoſitus fuerit is qui multiplicatur, quot ſunt in illo multiplicāte vnitates, & procreatus fuerit aliquis.

ιϛ

Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

16

Cūm autem duo numeri mutuò ſeſe multiplicantes quempiã faciunt, qui factus erit planus appellabitur, qui verò numeri mutuò sese multiplicarint, illius latera dicẽtur.

ιζ

Ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

17

Cùm verò tres numeri mutuò sese multiplicãtes quempiam faciunt, qui procreatus erit, solidus appellabitur, qui autẽ numeri mutuò sese multiplicarint, illius latera dicentur.

ιη

Τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἰσάκις ἴσος. ἢ, ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

18

Quadratus numerus est, qui æqualiter æqualis: vel, qui à duobus æqualibus numeris continetur.

ιθ

Κύβος δέ, ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις. ἢ, ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

19

Cubus verò, qui æqualiter æqualis æqualiter. vel, qui à tribus æqualibus numeris cõtinetur.

Ratio numerorum est habitudo [illegible] unius numeri ad alterum secundum quod illius est multiplex, vel pars aut partes vel totum illum continet semel aut aliquoties et aliquam insuper eius partem vel partes κ

Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιος, ἢ τὸ αὐτὸ μέρος, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν.

20

Numeri proportionales sunt, cùm primus secundi, & tertius quarti æquè multiplex est, vel eadem pars, vel eædem partes.

κα

Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

21

Similes plani & solidi numeri sũt, qui proportionalia habent latera.

κβ

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

22

Perfectus numerus est, qui suis ipsius partibus est æqualis.

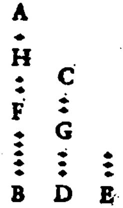
Προτάσεις.

α

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ ἕως οὗ ληφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor. 1. Propo. 1.

Duobus numeris inæqualibus propositis, si detrahatur semper minor de maiore, alterna quadã detractione, neque reliquus vnquam metiatur præcedentem quoad assumpta sit vnitas: qui principio propositi sunt numeri primi inter se erunt.

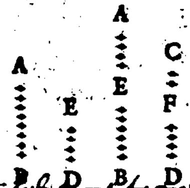


β

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

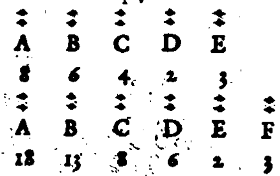
Probl. 1. Propo. 2.

Duobus numeris datis nõ primis inter se, maximam eorum communem mensuram reperire. Sit perpetua subtractione minoris e maiore. qui nihil relinquit est maxima communis mensura per axiom 2



Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Problema 2. Propo. 3.



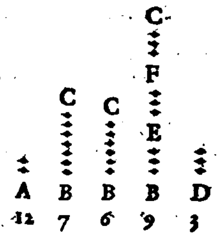
Tribus numeris datis non primis

inter ſe, maximam eorum communem mẽſuram reperire.

δ

Πᾶς ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἤτοι μέρος ἐστὶν, ἢ μέρη

Theor. 2. Propo. 4.

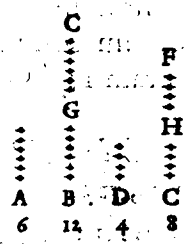


Omnis numerus cuiuſque numeri, minor maioris aut pars eſt, aut partes.

ε

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Theor. 3. Propo. 5.



Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & ſimul vterque vtriuſque ſimul eadẽ pars erit, quæ vnus eſt vnius.

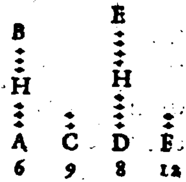
ϛ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Theor.

Theor. 4. Propo. 6.

Si numerus ſit numeri partes, & alter alterius eædem partes, & ſimul vterque vtriuſque ſimul eædem partes erunt, quæ ſunt vnus vnius.

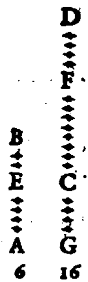


ζ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Theor. 5. Propo. 7.

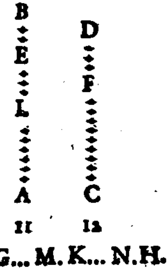
Si numerus numeri eadẽ ſit pars quæ detractus detracti, & reliquus reliqui eadẽ pars erit quæ totus eſt totius.



η

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Theor. 6. Propo. 8.

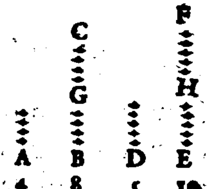


Si numerus numeri eædem ſint partes quæ detractus detracti, & reliquus reliqui eædem partes erunt, quæ ſunt totus totius.

θ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ ἐναλλὰξ, ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου.

Theor. 7. Propo. 9.

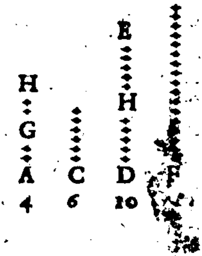


Si numerus numeri pars ſit, & alter alterius eadem pars, & viciſsim quæ pars eſt vel partes primus tertij, eadem pars erit vel eædem partes & ſecundus quarti.

ι

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐναλλὰξ ἃ μέρη ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου, ἢ μέρος.

Theor. 8. Propo. 10.



Si numerus numeri partes ſint, & alter alterius eædẽ partes, etiam viciſsim quæ ſunt partes aut pars primus tertij, eædem partes erunt vel pars & ſecundus quarti.

ια

Ἐὰν ᾖ ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλος πρὸς ὅλον.

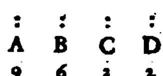
Theor. 9. Propo. 11.

Si quẽadmodum ſe habet totus ad totum, ita detractus ad detractũ, & reliquus ad reliquum ita habebit vt totus ad totum.

ιβ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους.

Theor. 10. Propo. 12.



Si ſint quotcũque numeri proportionales, quemadmodum ſe habet vnus antecedentium ad vnum ſequentium, ita ſe habebunt omnes antecedétes ad omnes conſequentes.

ιγ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσι, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 11. Propo. 13.

Si quatuor numeri ſint proportionales, & viciſsim proportionales erunt.

A	B	C	D
12	4	9	3

ιδ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Theor. 12. Propo. 14.

Si ſint quotcúque numeri & alij illis æquales multitudine, qui bini ſumantur & in eadem ratione: etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

A	B	C	D	E	F
12	6	3	8	2	2

ιε

Ἐὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἐναλλὰξ ἰσάκις ἡ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμὸν μετρήσει, καὶ ὁ δεύτερος τέταρτον.

Theor. 13. Propo. 15.

Si vnitas numerum quempiam metiatur, alter verò numerus alium quendam numerum æquè metiatur, & viciſsim vnitas tertium numerum æquè metietur atque ſecundus quartum.

	C		F
	H		L
	G		K
A	B	D	E
1	3	2	6

ιϛ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τινὰς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται.

Theor. 14. Propo. 16.

Si duo numeri mutuò ſeſe multiplicãtes faciant aliquos, qui ex illis geniti fuerint inter ſe æquales erunt.

E	A	B	C	D
1	2	4	8	8

ιζ

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἕξουσι τοῖς πολλαπλασιασθεῖσι.

Theor. 15. Propo. 17.

Si numerus duos numeros multiplicans

faciat aliquos, qui ex illis procreati erunt, eandem rationem habebunt quam multiplicati.

I	A	B	C	D	E
1	3	4	6	12	15

ιη

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιάσασι.

Theor. 16. Propo. 18.

Si duo numeri numerum quempiam multiplicantes faciant aliquos, geniti ex illis eandem habebũt rationem, quam qui illum multiplicarunt.

A	B	C	D	E
4	5	3	12	12

ιθ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς, ἴσος ἔσται τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου γενομένῳ ἀριθμῷ. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ᾖ τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 17. Propo. 19.

Si quatuor numeri ſint proportionales, qui ex primo & quarto fit, æqualis erit ei qui ex ſecundo & tertio: & ſi qui ex primo & quarto fit numerus, æqualis ſit ei qui ex ſecundo & tertio, illi quatuor numeri proportionales erunt.

A B C D E F G
6 4 3 2 12 12 18

κ

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 18. Propo. 20.

Si tres numeri ſint proportionales, qui ab extremis cōtinetur, æqualis eſt ei qui à medio efficitur. Et ſi qui ab extremis continetur, æqualis ſit ei qui à medio deſcribitur, illi tres numeri proportionales erunt.

A B C
9 6 4

D
6

κα

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις, ὅ, τε μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα.

Theor. 19. Propo. 21.

Minimi numeri omnium qui eandem cum eis rationem habent, æqualiter metiuntur numeros ean-

D L
G H
C E A B
4 3 8 6

dem rationem habentes, maior quidẽ maiorem, minor verò minorem.

κβ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Theor. 20. Propo. 22.

Si tres ſint numeri & alij multitudine illis æquales, qui bini ſumantur & in eadem ratione, ſit autem perturbata eorum proportio, etiam ex æqualitate in eadẽ ratione erunt.

A	B	C	D	E	F
6	4	3	12	8	6

κγ

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Theor. 21. Propo. 23.

Primi inter ſe numeri minimi ſunt omniũ eandem cum eis rationem habentium.

A	B	E	C	D
5	6	2	4	3

κδ

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Theor. 22. Propo. 24.

Minimi numeri omnium eãdem cũ eis rationem habentium, primi sunt inter se.

A	B	C	D	E
8	6	4	3	2

κε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμὸς πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Theor. 23. Propo. 25.

Si duo numeri sint primi inter se, qui alterutrum illorum metitur numerus, is ad reliquum primus erit.

A	B	C	D
6	7	3	4

κϛ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσι, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

Theor. 24. Propo. 26.

Si duo numeri ad quempiam numerũ primi sint, ad eũdem primus is quoque futurus est, qui ab illis productus fuerit.

3
B

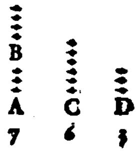
A	C	D	E	F
5	5	5	3	2

κζ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν, πρῶτος ἔσται.

Theor. 25. Propo. 27.

Si duo numeri primi sint inter se, qui ab vno eorum gignitur ad reliquum, primus erit.



κη

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ὦσι, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γενόμενοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor. 26. Propo. 28.

Si duo numeri ad duos numeros ambo ad vtrumque, primi sint, & qui ex eis gignentur, primi inter se erunt.

κθ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινά, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινὰς, κἀκεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Theor. 27. Propo. 29.

Si duo numeri primi ſint inter ſe, & multiplicans vterque ſeipſum procreet aliquem qui ex iis producti fuerint, primi inter ſe erunt. Quòd ſi numeri initio propoſiti multiplicantes eos qui producti ſunt, effecerint aliquos, hi quoque inter ſe primi erunt, & circa extremos idẽ hoc ſemper eueniet.

A	C	E	B	D	F
3	6	27	4	16	63

λ.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν πρῶτος ἔσται· καὶ ἐὰν συναμφότερος πρὸς ἕνα τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾖ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor. 28. Propo. 30.

Si duo numeri primi ſint inter ſe, etiam ſimul vterque ad vtrunque illorum primus erit. Et ſi ſimul vterque ad vnum aliquem eorum primus ſit, etiam qui initio poſiti ſunt numeri, primi inter ſe erunt.

	C	
A	B	D
7	5	4

λα.

Ἅπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθμὸν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

Theor. 29. Propo. 31.

Omnis primus numerus ad omnẽ numerum quem nõ metiur, primus est. λβ

A B C
7 10 5

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμὸς, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

Theor. 30. Propo. 32.

Si duo numeri sese mutuò multiplicãtes faciant aliquem, hũc autem ab illis productũ metiatur primus quidã numerus, is alterũ etiam metitur eorũ qui initio positi erant. λγ

A B C D E
2 6 12 3 4

Ἅπας σύνθετος ἀριθμὸς, ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Theor. 31. Propo. 33.

Omnẽ cõpositum numerũ aliquis primus metitur. λδ

A B C
27 9 3

Ἅπας ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν, ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Theor. 32. Propo. 34.

Omnis numerus aut primus est, aut eum aliquis primus metitur. λε

A A
3 6 3

Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν, εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Probl. 3. Propo. 35.

Numeris datis quotcunque, reperire minimos ominum qui eandem cum illis rationem habeant.

A	B	C	D	E	F	G	H	K	I	M
6	8	12	2	3	4	6	2	3	4	3

λϛ

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Probl. 4. Proposi. 36.

Duobus numeris datis, reperire quem illi minimum metiantur numerum.

B A	C	D	E	F
7	12	8	4	5

A B

F	E	C	D	G	H
6	9	12	9	2	3

λζ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα μετρῶσι, καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Theor. 33. Propo. 37.

Si duo numeri numerum quempiam metiantur, & minimus quẽ illi metiuntur eundem metietur.

A	B	E	F C
3	3	6	12

λη

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Probl. 5. Propo. 38.

Tribus numeris datis, reperire quem

A	B	C	D	E
3	4	6	12	8

minimum nume-
rum illi metiātur.

A	B	C	D	E	F
3	6	8	12	24	16

λθ.

Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι.

Theor. 34. Propo. 39.

Si numerus quispiam numerum metiatur, mensus partem habebit metienti cognominem.

A	B	C	D
12	4	3	1

μ

Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

Theor. 35. Propo. 40.

Si numerus partem habuerit quamlibet, illū metietur numerus parti cognominis.

A	B	C	D
8	4	2	1

μα

Ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν, ἕξει τὰ δοθέντα μέρη.

Probl. 6. Propo. 41.

Numerū reperire, qui minimus cùm sit, datas habeat partes.

A	B	C	G	H
2	3	4	12	10

Elementi septimi finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ
ΟΓΔΟΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM OCTAVVM.

α

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Theor. 1. Propo. 1.

Si sint quotcunque numeri deinceps proportionales, quorum extremi sint inter se primi, minimi sunt omnium eãdem cum eis rationem habentium.

A	B	C	D	E	F	G	H
6	12	18	27	4	8	12	18

β

Ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἐπιτάξῃ τις ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

Probl. 1. Propo. 2.

Numeros reperire deinceps proportionales minimos, quotcunque iusserit quispiã in data ratione.

A	B	C	D	E	F	G	H	K
3	4	9	12	16	27	36	49	64

γ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί.

Theor. 2. Propo. 3. Conuersa primæ.

Si sint quotcunque numeri deinceps proportionales minimi habentium eandẽ cum eis rationem, illorum extremi sunt inter se primi.

A	B	C	D	E	F	G	H	K	L	M	N	O
27	36	48	64	3	4	9	12	16	27	36	48	64

δ

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς, ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

Pro-

Probl. 2. Propo. 4.

Rationibus datis quotcunque in minimis numeris reperire numeros deinceps minimos datis rationibus.

A	B	C	D	E	F	H	G	K	L	N	X	M	O
3	4	2	3	4	5	6	8	12	15	4	6	10	12

ε

Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theor. 3. Propo. 5.

Plani numeri rationem inter se habent ex lateribus compositam.

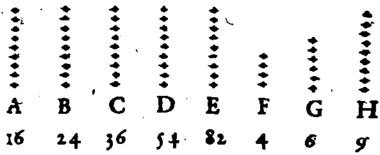
A	L	B	C	D	E	F	G	H	K
18	22	32	3	6	4	8	9	12	16

ϛ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογοι, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρῇ, οὐδεὶς ἄλλος οὐδένα μετρήσει.

Theor. 4. Propo. 6.

Si ſint quotlibet numeri deinceps proportionales, primus autem ſecundum non metiatur, neque alius quiſquam vllum metietur.

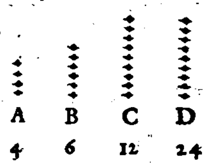


ζ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρεῖ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει.

Theor. 5. Propo. 7.

Si ſint quotcunque numeri deinceps proportionales, primus autem extremum metiatur, is etiam ſecundum metietur.



η

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theor. 6. Propo. 8.

Si inter duos numeros medij continua proportione incidant numeri, quot inter eos medij continua proportione incidunt numeri, tot & inter alios eandem cum illis habentes rationem medij cõtinua proportione incident.

A	C	D	B	G	H	K	L	C	M	N	F
4	9	27	81	1	3	9	27	2	6	18	54

θ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theor. 7. Propo. 9.

Si duo numeri ſint inter ſe primi, & inter eos medii continua proportione incidant numeri, quot inter illos medii cõtinua proportione incidunt numeri, totidem & inter vtrunque eorum ac vnitatem deinceps medii continua proportione incident.

A	M	H	E	F	N	C	K	X	G	D	L	O	B
27	27	9	36	3	36	1	12	48	4	48	16	64	64

ι

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theor. 8. Propo. 10.

Si inter duos numeros & vnitatem continuè proportionales incidant numeri, quot inter vtrunque ipsorũ & vnitatem deinceps medij continua proportione incidunt numeri, totidem & inter illos medij continua proportione incident.

A 27	E 9	K 36	H 12	L 48	G 16	B 64
		D 3	C 1	F 4		

ια

Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός. καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Theor. 9. Propo. 11.

Duorum quadratorum numerorum vnus medius proportionalis est numerus: & quadratus ad quadratum duplicatam habet lateris ad latus rationẽ.

A	C	E	D	B
9	3	12	4	16

ιβ

Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί· καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Theor. 10. Propo. 12.

Duorum cuborum numerorum duo medij proportionales sunt numeri: & cubus ad cubum triplicatam habet lateris ad latus rationem.

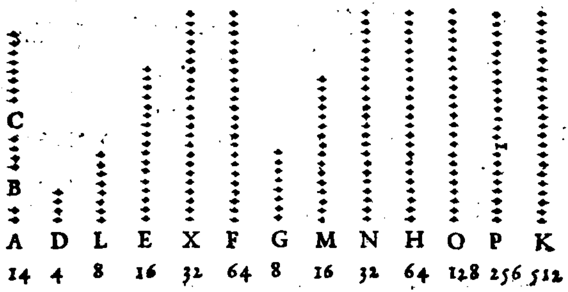
A	H	K	B	C	D	E	F	G
27	36	48	64	3	4	9	12	16

ιγ

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται. καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινάς, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Theor. 11. Propo. 13.

Si sint quotlibet numeri deinceps proportionales, & multiplicans quisque seipsum faciat aliquos, qui ab illis producti fuerint proportionales erunt: & si numeri primùm positi, ex suo in procreatos ductu faciant aliquos, ipsi quoque proportionales erunt.

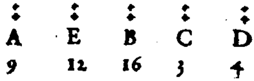


ιδ

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Theor. 12. Propo. 14.

Si quadratus numerus quadratum numerũ metiatur, & latus vnius metietur latus alterius. Et si vnius quadrati latus metiatur latus alterius, & quadratus quadratum metietur.



ιε

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Theor. 13. Propo. 15.

Si cubus numerus cubum numerum metiatur, & latus vnius metietur alterius latus. Et si latus vnius cubi latus alterius metiatur, tum cubus cubum metietur.

A	H	K	E	C	D	E	F	G
8	16	28	64	2	4	4	8	16

ις

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει, κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Theor. 14. Propo. 16.

Si quadratus numerus quadratum numerum non metiatur, neque latus vnius metietur alterius latus. Et si latus vnius quadrati non metiatur latus alterius, neque quadratus quadratum metietur.

A	B	C	D
9	16	3	4

ιζ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδ' ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδ' ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Theor. 15. Propo. 17.

Si cubus numerus cubum numerum non metiatur, neq; latus vnius latus alterius metietur. Et si latus cubi alicuius latus alterius non metiatur, neque cubus cubum metietur.

A	B	C	D
8	27	9	11

ιη

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός. καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theor. 16. Propo. 18.

Duorum similium planorum numerorum vnus medius proportionalis est numerus: & planus ad planum duplicatam habet lateris homologi ad latus homologum rationem.

A	G	B	C	D	E	F
12	18	27	2	6	3	9

4×2 et 6×3 numeri 8 et 18 sunt plani similes sunt ut quadratum 2 ad quadratum 3 Et inter eos unus medius proportionalis est 2×6 vel 3×4

10×4×2 et 15×6×3 numero 80 et 270 sunt solidi similes: suntque ut cubus 8 ad cubum 27. Et medii duo proportionales sunt ~~sunt~~ 10×4×3 et 15×6×2 vel 10×2×6 et 15×3×4 vel 4×2×15 et 6×3×10

ιθ

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν, δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theor. 17. Propo. 19.

Inter duos ſimiles numeros ſolidos, duo medij proportionales incidunt numeri, & ſolidus ad ſimilem ſolidum triplicatam rationem habet lateris homologi ad latus homologum.

A	N	X	B	C	D	E	F	G	H	K	M	L
8	12	18	27	2	2	2	3	3	3	4	6	9

κ

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμός, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται ἀριθμοί.

Theor. 18. Propo. 20.

Si inter duos numeros vnus medius proportionalis incidat numerus, ſimiles plani erũt illi numeri.

A	C	B	D	E	F	G
18	24	32	3	4	6	8

κα

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί.

Theor. 19. Propo. 21.

Si inter duos numeros duo mediĩ proportionales incidãt numeri, ſimiles ſolidi ſunt illi numeri.

A	C	D	B	E	F	G	H	K	L	M
27	36	44	64	9	12	16	3	3	3	4

κβ

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.

Theor. 20. Propo. 22.

Si tres numeri deinceps ſint proportionales, primus autem ſit quadratus, & tertius quadratus erit.

A	B	D
9	15	25

κγ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται.

Theor. 21. Propo. 23.

Si quatuor numeri deinceps ſint proportionales, primus autem ſit cubus, & quartus cubus erit.

A	B	C	D
8	12	18	27

κδ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Theor. 22. Propo. 24.

Si duo numeri rationem habeant inter se quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, primus autem sit quadratus, & secundus quadratus erit.

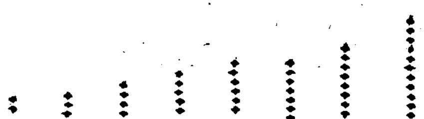
A		B	C		D
4	6	9	16	24	36

κε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται.

Theor. 23. Propo. 25.

Si numeri duo rationem inter se habeant quam cubus numerus ad cubum numerum, primus autem cubus sit, & secundus cubus erit.



A	E	F	B	C			D
8	12	18	27	64	95	140	216

κϛ

Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλοις λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

Theor. 24. Propo. 26.

Similes plani numeri rationem inter se habēt, quàm quadratus numerus ad quadratū numerum.

A	C	B	D	E	F
18	24	32	9	12	16

κζ

Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Theor. 25. Propo. 27.

Similes solidi numeri rationem habent inter se, quam cubus numerus ad cubum numerum.

A	C	D	B	E	F	G	H
16	24	36	54	8	12	18	27

Elementi octaui finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ
ἘΝΝΑΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM NONVM.

α.

Ἐὰν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

Theor. 1. Propo. 1.

Si duo ſimiles plani numeri mutuò ſeſe multiplicantes quẽdã procreent, productus quadratus erit.

A	E	B	D	F	C
4	6	9	16	24	36

β

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν.

Theor. 2. Propo. 2.

Si duo numeri mutuò ſeſe multiplicantes quadratum faciãt, illi ſimiles ſunt plani.

A		B	D		C
4	6	12	9	18	36

γ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Theor. 3. Propo. 3.

Si cubus numerus ſeipſum multiplicans procreet aliquem, productus cubus erit.

	D	D	A			B
Vnitas.	3	4	8	16	32	64

δ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Theor. 4. Propo. 4.

Si cubus numerus cubum numerũ multiplicãs quẽdam procreet, procreatus cubus erit.

A	B	D	C
8	27	64	216

ε

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσται.

Theor. 5. Propo. 5.

Si cubus numerus numerum quedam multiplicans cubum procreet, & multiplicatus cubus erit.

A	B	D	C
27	64	729	1728

ϛ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

Theor. 6. Propo. 6.

Si numerus seipsum multiplicans cubum procreet, & ipse cubus erit.

A	B	C
27	729	19683

ζ

Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσται.

Theor. 7 Propo. 7.

Si compositus numerus quendam numerũ multiplicans quempiam procreet, productus solidus erit.

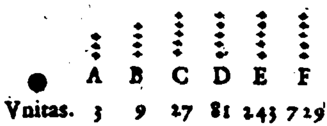
A	B	C	D	E
6	8	48	2	3

η

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνός ἐστιν, καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος κύβος, καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἕβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος, καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες.

Theor. 8. Propo. 8.

Si ab vnitate quotlibet numeri deinceps proportionales ſint, tertius ab vnitate quadratus eſt, & vnum intermittentes omnes: quartus autem cubus, & duobus intermiſsis omnes: ſeptimus verò cubus ſimul & quadratus, & quinque intermiſsis omnes.



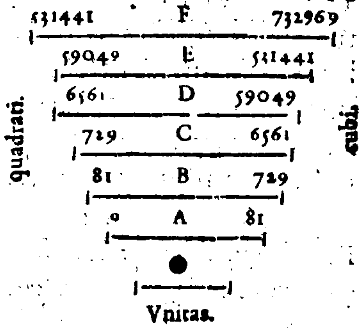
θ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται, καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

Theor. 9. Propo. 9.

Si ab vnitate ſint quotcunque numeri deinceps proportionales, ſit autem quadratus

dratus is qui vnitatem sequitur, & reliqui omnes quadrati erunt. Quòd si qui vnitatem sequitur cubus sit, & reliqui omnes cubi erunt.



Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ᾖ τετράγωνος, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται, χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων πάντων. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ᾖ, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται, χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

Theor. 10. Propo. 10.

Si ab vnitate numeri quotcunque proportionales sint, non sit autem quadratus is qui vnitatem sequitur, neque alius vllus quadra-

tus erit, demptis tertio ab vnitate ac omnibus vnum intermittentibus. Quòd si qui vnitatem sequitur cubus non sit, neque alius vllus cubus erit, demptis quarto ab vnitate ac omnibus duos intermittentibus.

ια

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ κατά τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Theor. 11. Propo. 11.

Si ab vnitate numeri quotlibet deinceps proportionales sint, minor maiorem metitur per quempiam eorum qui in proportionalibus sunt numeris.

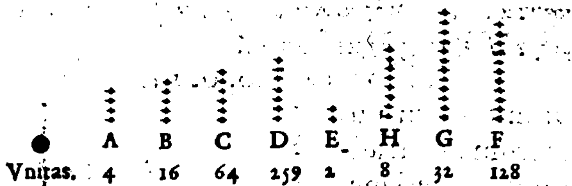
A	B	C	D	E
1	2	4	8	16

ιβ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὑφ᾽ ὅσων ἂν ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Theor. 12. Propo. 12.

Si ab vnitate quotlibet numeri sint proportionales, quot primorum numerorum vltimum metiuntur, totidem & eum qui vnitati proximus eſt, metientur.

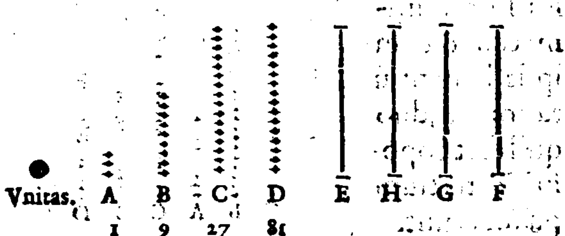


ιγ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶτος ᾖ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Theor. 13. Propo. 13.

Si ab vnitate ſint quotcunque numeri deinceps proportionales, primus autem ſit qui vnitatem ſequitur, maximum nullus alius metietur, iis exceptis qui in proportionalibus ſunt numeris.

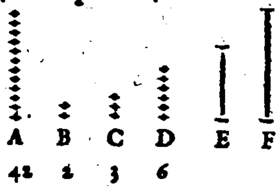


ιδ

Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούντων.

Theor. 14. Propo. 14.

Si minimum numerum primi aliquot numeri metiantur, nullus alius numerus primus illum metietur, iis exceptis qui primò metiuntur.

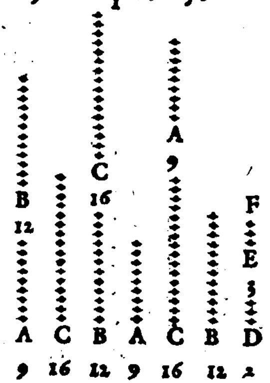


ιε

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν.

Theor. 15. Propo. 15.

Si tres numeri deinceps proportionales sint minimi eandẽ cum ipsis habentiũ rationem, duo quilibet cõpositi ad tertium primi erunt.

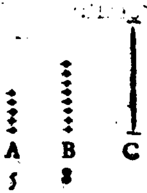


ιϛ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

Theor. 16. Propo. 16.

Si duo numeri ſint inter ſe primi, non ſe habebit quemadmodum primus ad ſecundum, ita ſecundus ad quempiam alium.

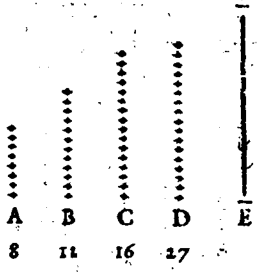


ιζ

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινά.

Theor, 17. Propo. 17.

Si ſint quotlibet numeri deninceps proportionales, quorum extremi ſint inter ſe primi, nõ erit quemadmodum primus ad ſecũdum, ita vltimus ad quempiam alium.

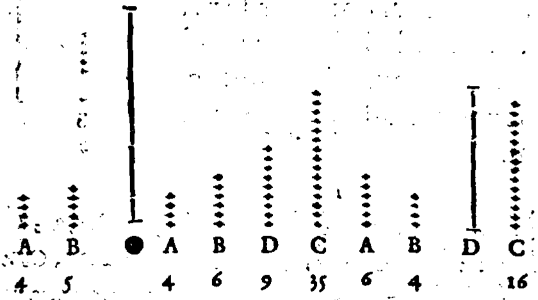


ιη

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Theor. 18. Propo. 18.

Duobus numeris datis, cõsiderare posſítne tertius illis inueniri proportionalis.

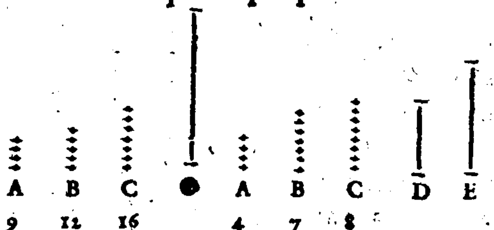


ιθ

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Theor. 19. Propo. 19.

Tribus numeris datis, conſiderare poſsítne quartus illis reperiri proportionalis.

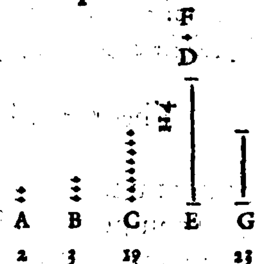


x

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

Theor. 20. Propo. 20.

Primi numeri plures sunt quacūque proposita multitudine primorū numerorum.

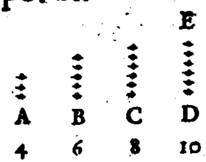


xα

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν.

Theor. 21. Propo. 21.

Si pares numeri quotlibet compositi sint, totus est par.



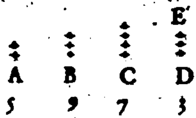
xβ

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ, ὅλος ἄρτιος ἔσται.

Theor. 22. Propo. 22.

Si impares numeri quotlibet compositi

ſint, ſit autem par illorum multitudo, totus par erit.

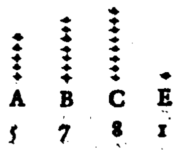


κγ

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ, καὶ ὅλος περισσὸς ἔσται.

Theor. 23. Propo. 23.

Si impares numeri quotcunque compoſiti ſint, ſit autem impar illorum multitudo, & totus impar erit.

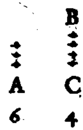


κδ

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Theor. 24. Propo. 24.

Si de pari numero par detractus ſit, & reliquus par erit.

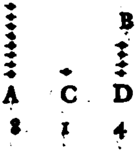


κε

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Theor. 25. Propo. 25.

Si de pari numero impar detractus sit, & reliquus impar erit.



κϛ.

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Theor. 26. Propo. 26.

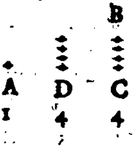
Si de impari numero impar detractus sit, & reliquus par erit.

κζ

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Theor. 27. Propo. 27.

Si ab impari numero par ablatus sit, reliquus impar erit.

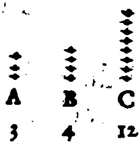


κη

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Theor. 28. Propo. 28.

Si impar numerus parem multiplicans procreet quempiam, procreatus par erit.

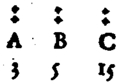


κθ

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

Theor. 29. Propo. 29.

Si impar numerus imparẽ numerũ multiplicãs quendã procreet, procreatus impar erit.

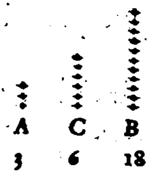


λ

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

Theor. 30. Propo. 30.

Si impar numerus parem numerum metiatur, & illius dimidium metietur.

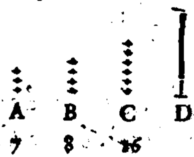


λα

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλάσιον αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

Theor. 31. Propo. 31.

Si impar numerus ad numerum quépiam primus ſit, & ad illius duplũ primus erit.

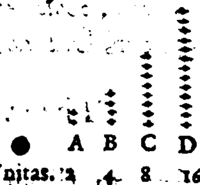


λβ

Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον.

Theor. 32. Propo. 32.

Numerorum, qui à binario dupli sunt, vnusquisque pariter par est tantùm.

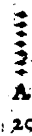


λγ

Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

Theor. 33. Propo. 33

Si numerus dimidium impar habeat, pariter impar est tantùm.



λδ

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ, μήτε τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις, τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Theor. 34. Propo. 34.

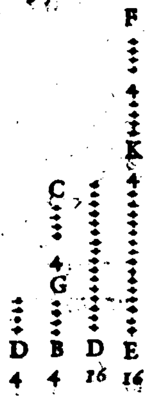
Si par numerus nec sit duplus à binario, nec dimidium impar habeat, pariter par est, & pariter impar.

λε

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπό τε τοῦ δευτέρου καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ ἅπαντας.

Theor. 35. Propo. 35.

Si ſint quotlibet numeri deinceps proportionales, detrahantur autem de ſecundo & vltimo æquales ipſi primo, erit quemadmodum ſecundi exceſſus ad primum, ita vltimi exceſſus ad omnes qui vltimum antecedunt.



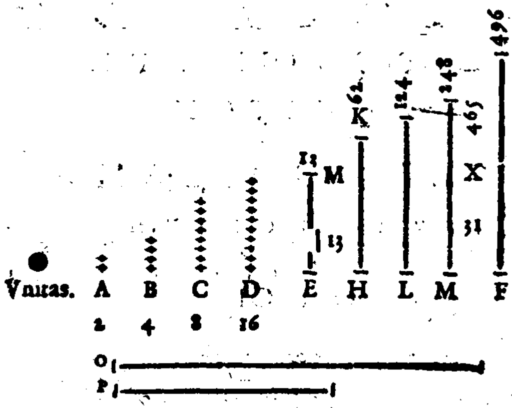
λϛ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται.

Theor. 36. Propo. 36.

Si ab vnitate numeri quotlibet deinceps

expositi sint in duplici proportione quoad totus compositus primus factus sit, ísque totus in vltimum multiplicatus quempiam procreet, procreatus perfectus erit.



Elementi noni finis.

ΕΥΚΛΕΙ-

si in linea quadrata
numeros tamen
potentiam reddunt [illegible]
quadrati numeros [illegible]

ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ

ΔΕ΄ΚΑΤΟΝ.

tamen numeros reddunt [illegible] exhibent [illegible]
[illegible] numeros
figuratos ut

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVM.

√q12 et √q75 [illegible] commensurabiles
√q3 redbuntur ad √q4 et √q25 rationem igitur
habent quam 2 ad 5

ὍΡΟΙ.

α

Σύμμετρα μεγέθη λέγεται, τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρούμενα.

DEFINITIONES.

= quas commensurabiles sunt quarum ratio in utrisque numeris est explicabilis: quales in genere quadratico sunt radices planorum similium p 10 9

Commensurabiles magnitudines dicuntur illæ, quas eadem mensura metitur. =

si quaeratur de 18 et 2 et 8 [illegible] quorum latera quadrata sunt commensurabilia esse planos similes
[illegible] Ἀσύμμετρα δὲ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον
ratio ipsorum
in numeris γενέσθαι.
numeris dari non potest Sit √q8 et √q18 [illegible]
√q2 sunt ut √q4 et √q9 hoc est ut 2 et 3 ideoque
commensurabilia At √q8 et √q12 non com

= $\sqrt{q12}$ et $\sqrt{q50}$ Itaque quamvis ad minores terminos potuerunt reduci per $\sqrt{q6}$ non tamen ... quia quoti $\sqrt{q2}$ et $\sqrt{q5}$ non sunt veri numeri

2

Incommensurabiles verò magnitudines dicuntur hæ, quarum nullam mensuram communem contingit reperiri. =

γ

Εὐθεῖαι δυνάμει σύμμετροί εἰσιν, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα τῷ αὐτῷ χωρίῳ μετρῆται.

3

Lineæ rectæ potentia cõmensurabiles sunt, quarum quadrata vna eadem superficies siue area metitur.

$\sqrt{q3} \cdot \sqrt{q2}$
$\sqrt{q6} \cdot 2$
$\sqrt{q3} \cdot \sqrt{q6} \cdot \sqrt{q}$

δ

Ἀσύμμετροι δὲ, ὅταν τοῖς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνοις μηδὲν ἐνδέχηται χωρίον κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

$\sqrt{q3} \cdot \sqrt{q6} \cdot \sqrt{q2}$ ÷ quadratum in eis est 11 quae ratio utriusque ... numerum

4

Incommensurabiles verò lineæ sunt, quarum quadrata, quæ metiatur area communis, reperiri nulla potest. ... utrique ...

ε

Τούτων ὑποκειμένων, δείκνυται ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ ὑπάρχουσιν εὐθεῖαι πλήθει ἄπειροι, σύμμετροί τε καὶ ἀσύμμετροι, αἱ μὲν μήκει καὶ δυνάμει, αἱ δὲ δυνάμει μόνον. Καλείσθω οὖν ἡ μὲν προτεθεῖσα εὐθεῖα ῥητή. Si linea proposita ... explicabiles, omnes ... sunt ipsi commensurabiles. Si vero linea proposita

Hæc cùm ita sint, ostendi potest quòd quãtacunque linea recta nobis proponatur, ... puta $\sqrt{q3}$ linea illi in quacunque ratione commensurabilis invenietur per 4 portionem. Ex ratio data 2 ad 5 Dat $\sqrt{q4} \cdot \sqrt{q25} :: \sqrt{q3} \cdot \sqrt{q\frac{75}{4}}$.

Dicuntur ῥηταὶ primo linea vero numero explicabiles ratione cuius alia linea ad ipsam comparata considerantur II vel Ʇ vel ...

existunt etiam aliæ lineæ innumerabiles eidem commensurabiles, aliæ item incommensurabiles, hæ quidem longitudine & potentia: illæ verò potentia tantùm. Vocetur igitur linea recta, quantacunque proponatur, ῥητὴ, id est rationalis.

ϛ

Καὶ αἱ ταύτῃ σύμμετροι εἴτε μήκει καὶ δυνάμει, εἴτε δυνάμει μόνον, ῥηταί.

6

Lineæ quoque illi ῥητῇ commensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tantùm, vocentur & ipsę ῥηταὶ, id est rationales.

ζ

Αἱ δὲ ταύτῃ ἀσύμμετροι, ἄλογοι καλείσθωσαν.

7

Quæ verò lineæ sunt incommensurabiles illi τῇ ῥητῇ, id est primo loco rationali, vocentur ἄλογοι, id est, irrationales.

η

Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον, ῥητόν.

8

Et quadratum quod à linea proposita describitur, quàm ῥητὴν vocari voluimus, vocetur, ῥητόν.

Καὶ τὰ

θ

Καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα, ῥητά.

9

Et quę ſunt huic commenſurabilia, vocentur ῥητά.

ι

Τὰ δὲ τούτῳ ἀσύμμετρα, ἄλογα καλείσθω.

10

Quæ verò ſint illi quadrato ῥητῷ ſcilicet incommenſurabilia, vocentur ἄλογα, id eſt ſurda. ſunt enim i incommensurabilia potentia

ια

Καὶ αἱ δυνάμεναι αὐτά, ἄλογοι. εἰ μὲν τετράγωνα εἴη, αὐταὶ αἱ πλευραί. εἰ δὲ ἕτερά τινα εὐθύγραμμα, αἱ ἴσα αὐτοῖς τετράγωνα ἀναγράφουσαι.

11

Et lineæ quæ illa incómenſurabilia deſcribunt, vocentur ἄλογοι. Et quidem ſi illa incomméſurabilia fuerint quadrata, ipſa eorum latera vocabuntur ἄλογοι lineę, quòd ſi quadrata quidem non fuerint, verùm aliæ quæpiam ſuperficies ſiue figuræ rectilineæ, tunc verò lineæ illæ quæ deſcribunt quadrata æqualia figuris rectilineis, vocentur ἄλογοι.

Προτάσεις. α.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρεθῇ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦ καταλειπομένου μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίγνηται, λειφθήσεταί τι μέγεθος, ὅ ἐστιν ἔλασσον ἐκκειμένου ἐλάσσονος μεγέθους.

Theor. 1. Propo. 1.

Duabus magnitudinibus inęqualibus propositis, si de maiore detrahatur plus dimidio, & rursus de residuo iterum detrahatur plus dimidio, ídque semper fiat: relinquetur quædam magnitudo minor altera minore ex duabus propositis.

β

Ἐὰν δύο μεγεθῶν ἐκκειμένων ἀνίσων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ καταλειπόμενον μηδέποτε καταμετρῇ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theor. 2. Propo. 2.

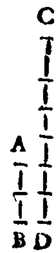
Duabus magnitudinibus propositis inæqualibus, si detrahatur semper minor de maiore, alterna quadam detractione, neque residuũ vnquam metiatur id quod

ante se metiebatur, incommēsurabiles sunt illæ magnitudines.

γ

Δύο μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Probl. 1. Propo. 3.

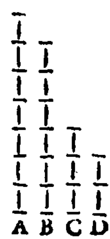


Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram reperire.

δ

Τριῶν μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Probl. 2. Propo. 4.



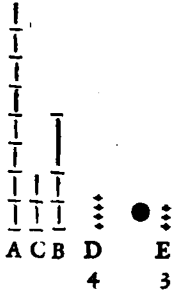
Tribus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communē mensuram reperire.

ε

Τὰ σύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Theor. 3. Propo. 5.

Commenſurabiles magnitudines inter ſe proportionem eam habent, quam habet numerus ad numerum.

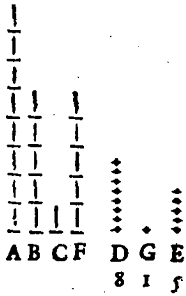


ϛ

Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, σύμμετρά ἐστι τὰ μεγέθη.

Theor. 4. Propo. 6.

Si duæ magnitudines proportioné eam habét inter ſe, quam numerus ad numerum, comméſurabiles ſunt illæ magnitudines.

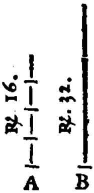


ζ

Τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Theor. 5. Propo. 7.

Incommenſurabiles magnitudines inter ſe proportioné non habent, quam numerus ad numerum.

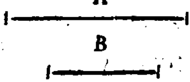


η

Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theor. 6. Propo. 8.

Si duæ magnitudines inter ſe proportionem non habẽt, quam numerus ad numerum, incommenſurabiles illæ ſunt magnitudines.

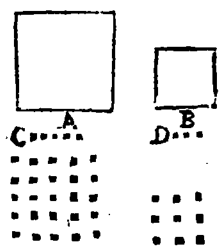


θ

Τὰ ἀπὸ τῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν, καὶ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν μήκει ἀσυμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει, ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχοντα, ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, οὐδὲ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους.

Theor. 7. Propo. 9.

Quadrata, quæ deſcribuntur à rectis lineis longitudine commenſurabilibus, inter ſe proportionem habẽt, quam numerus quadratus ad alium numerum quadratum. Et quadrata habentia proportionem inter ſe, quam quadratus numerus ad numerũ quadratum, habent quoque latera longitudine commenſurabilia. Quadrata verò quæ deſcribuntur à lineis longitudine incommenſurabilibus, proportionem non habẽt inter ſe, quam quadratus numerus ad numerum alium quadratum. Et quadrata non habentia proportionem inter ſe, quam numerus quadratus ad numerum quadratũ, neque latera habebunt longitudine commenſurabilia.

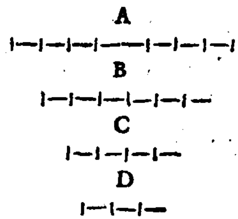


ι

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τῷ δευτέρῳ σύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ πρῶτον τῷ δευτέρῳ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ ἀσύμμετρον ἔσται.

Theor. 8. Propo. 10.

Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, prima verò secundæ fuerit commensurabilis, tertia quoq; quartæ commensurabilis erit. quòd si prima secundæ fuerit incommensurabilis, tertia quoque quartæ incommensurabilis erit.

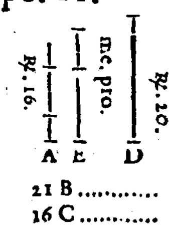


ια

Τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ προσευρεῖν δύο εὐθείας ἀσυμμέτρους, τὴν μὲν μήκει μόνον, τὴν δὲ καὶ δυνάμει.

Probl. 3. Propo. 11.

Propositæ lineæ rectæ (quàm ῥητὴν vocari diximus) reperire duas lineas rectas incommensurabiles, hanc quidem longitudine tantùm, il-



6 . 7 :: √q 5. √q 245/36

M ÷ √q 35/6 ⊔ √q 5

M ÷ √q 9 175/6 ⊔ √q 5

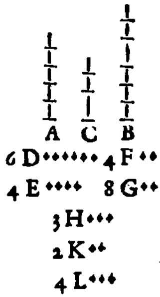
lam verò non longitudine tantùm, ſed etiã potentia incommenſurabilem.

ιβ

Τὰ τῷ αὐτῷ μεγέθει σύμμετρα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα.

Theor. 9. Propo. 12.

Magnitudines quæ eidem magnitudini ſunt commenſurabiles, inter ſe quoque ſunt commẽſurabiles.

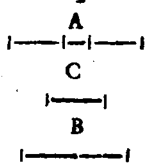


ιγ

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη, καὶ τὸ μὲν σύμμετρον ᾖ τῷ αὐτῷ, τὸ δὲ ἕτερον ἀσύμμετρον, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theor. 10. Propo. 13.

Si ex duabus magnitudinibus hæc quidem commenſurabilis ſit tertiæ magnitudini, illa verò eidẽ incommẽſurabilis, incommenſurabiles erunt illę duæ magnitudines.

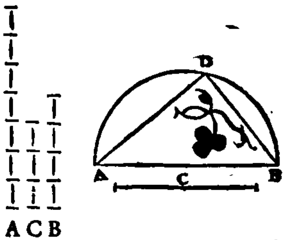


ιδ

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη σύμμετρα, τὸ δὲ ἕτερον αὐτῶν μεγέθει τινὶ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ λοιπὸν τῷ αὐτῷ ἀσύμμετρον ἔσται.

Theor. 11. Propo. 14.

Si duarum magnitudinum commẽsurabilium altera fuerit incõmensurabilis magnitudini alteri cuipiã tertiæ, reliqua quoque magnitudo eidem tertię incommensurabilis erit.

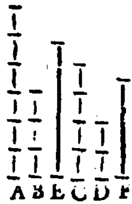


ιε

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, δύνηται δὲ ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. √q12·3::6·√q27

Theor. 12, Propo. 15.

Si quatuor rectæ proportionales fuerint, posit autem prima plusquàm secunda tanto quantum est quadratum lineę sibi commensurabilis longitudine : tertia quoque poterit plusquàm quarta tãto quantum est quadratum lineæ ſibi comměſurabilis longitudine. Quòd ſi prima poſsit pluſquàm ſecunda quadrato lineæ ſibi longitudine incommenſurabilis: tertia quoque poterit pluſquàm quarta quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis longitudine.

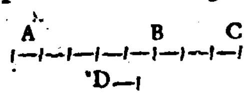


ιϛ

Ἐὰν δύο μεγέθη σύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν σύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη σύμμετρα ἔσται.

Theor. 13. Propo. 16.

Si duę magnitudines cómenſurabiles componantur, tota magnitudo compoſita ſingulis partibus commenſurabilis erit. quòd ſi tota magnitudo compoſita alterutri parti commenſurabilis fuerit, illæ duę quoque partes comměſurabiles erunt.

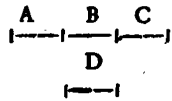


ιζ

Ἐὰν δύο μεγέθη ἀσύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν ἀσύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη ἀσύμμετρα ἔσται.

Theor. 14. Propo. 17.

Si duæ magnitudines incommenſurabiles componantur, ipſa quoque tota magnitudo ſingulis partibus componẽtibus incommenſurabilis erit. Quòd ſi tota alteri parti incommenſurabilis fuerit, illæ quoque primæ magnitudines inter ſe incommenſurabiles erunt.

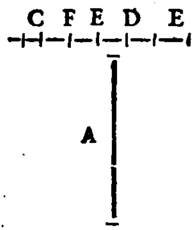


ιη

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει, μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Theor. 15. Propo. 18.

Si fuerint duæ rectæ lineæ inæquales, & quartæ parti quadrati quod deſcribitur à minore, ęquale parallelogrammum applicetur ſecundùm maiorem, ex qua maiore tātum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum eſt alterum latus ipſius parallelogrammi: ſi præterea parallelogrammū ſui applicatione diuidat lineā illam in partes inter ſe commenſurabiles longitudine, illa maior linea tanto plus poteſt quàm minor, quantum eſt quadratum lineæ ſibi commenſurabilis longitudine. Quòd ſi maior plus poſsit quàm minor, tāto quantum eſt quadratum lineæ ſibi commenſurabilis longitudine, & prętereà quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum applicetur ſecūdùm maiorem, ex qua maiore tantùm excurrat extra latus parallelogrammi, quantum eſt alterū latus ipſius parallelogrammi, parallelogrammum ſui applicatione diuidit maiorem in partes inter ſe longitudine commenſurabiles.



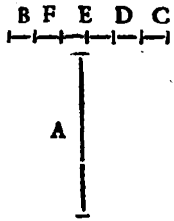
ιθ

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα πα-

παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, τῷ δὲ τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Theor. 16. Propo. 19.

Si fuerint duæ rectæ inæquales, quartæ autem parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum secundùm lineam maiorem applicetur, ex qua linea tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quãtum est alterum latus eiusdem parallelogrammi: si parallelogrammum preterea sui applicatione diuidat lineam in partes inter se longitudine incommensurabiles, maior illa linea tanto plus potest quàm minor, quantum est quadratum lineæ sibi maiori incommensurabilis longitudine. Quòd si maior linea tãto plus posit quàm minor, quantum est quadratum lineæ incommensurabilis sibi longitudine: & præterea quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum applicetur secundùm maiorem, ex qua tantùm excurrat extra latus parallelogrammi, quantum est alterum latus ipsius: parallelogrammum sui applicatione diuidit maiorem in partes inter se incommensurabiles longitudine.

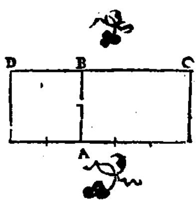


κ

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν μήκει συμμέτρων κατά τινα τῶν προειρημένων τρόπων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ῥητόν ἐστιν.

Theor. 17. Propo. 20.

Superficies rectãgula contenta ex lineis rectis rationalibus longitudine commensurabilibus secundùm vnum aliquem modum ex antedictis, rationalis est.

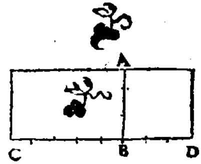


κα

Ἐὰν ῥητὸν παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ σύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Theor. 18. Propo. 21.

Si rationale secundùm lineam rationalem applicetur, habebit alterum latus lineam rationalem & commensurabilem longitudine lineæ cui rationale parallelogrammum applicatur.

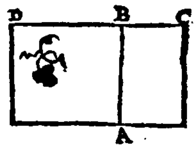


κβ

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον σύμμετρον εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἄλογόν ἐστι, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ, ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέση.

Theor. 19. Propo. 22.

Superficies rectangula contenta duabus lineis rectis rationalibus potentia tantū cōmensurabilibus, irrationalis est. Linea autem quæ illam superficiem potest, irrationalis & ipsa est: vocetur verò medialis.

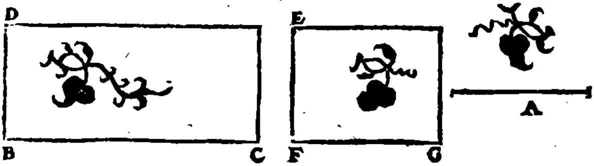


κγ

Τὸ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Theor. 20. Propo. 23.

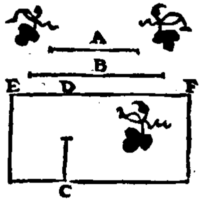
Quadrati lineæ medialis applicati ſecũdùm lineam rationalem, alterum latus eſt linea rationalis, & incommenſurabilis longitudine lineæ ſecundùm quam applicatur.



κδ

Ἡ τῇ μέσῃ σύμμετρος, μέση ἐστί.

Theor. 21. Propo. 24.

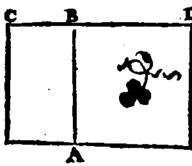


Linea recta mediali commenſurabilis, eſt ipſa quoque medialis.

κε

Τὸ ὑπὸ μέσων μήκει συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μέσον ἐστί.

Theor. 22. Propo. 25.



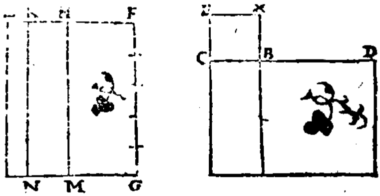
Parallelogrammũ rectangulum contentum ex lineis medialibus longitudine commenſurabilibus, mediale eſt.

κϛ

Τὸ ὑπὸ μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἤτοι ῥητὸν, ἢ μέσον ἐστί.

Theor. 23. Propo. 26.

Parallelogrammum rectãgulum comprehenſum duabus lineis medialibꝰ potentia tantùm commenſurabilibus, vel rationale eſt, vel mediale.

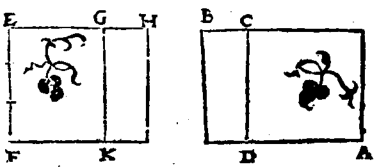


κζ

Μέσον μέσου οὐχ ὑπερέχει ῥητῷ.

Theor. 24. Propo. 27.

Mediale nõ eſt maius quàm mediale ſuperficie rationali.

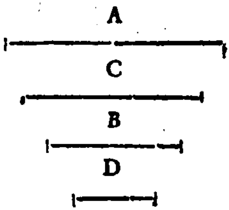


κη

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους, ῥητὸν περιεχούσας.

Probl. 5. Propo. 28.

Mediales lineas inuenire potentia tantùm commensurabiles rationale cõprehendentes.

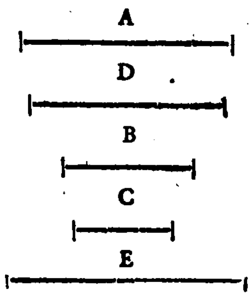


κθ

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας.

Probl. 5. Propo. 19.

Mediales lineas inuenire potentia tantùm comméſurabiles mediale comprehendentes.

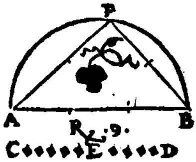


λ

Εὑρεῖν δύο ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέτρους, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Probl. 6. Propo. 30.

Reperire duas rationales potentia tantùm commensurabiles huiusmodi, vt maior ex illis possit plus quàm minor quadrato lineæ sibi commensurabilis longitudine.

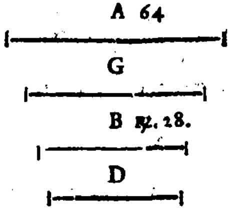


λα.

Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους ῥητὸν περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Probl. 7. Propo. 31.

Reperire duas lineas mediales potẽtiá tantùm commensurabiles rationalem superficiem continentes, tales, inquam, vt maior possit plus quàm minor quadrato lineæ sibi commensurabilis longitudine.



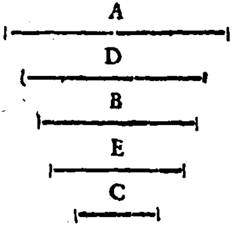
λβ.

Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ.

Probl. 8. Propo. 32.

Reperire duas lineas mediales potentia

tantum commensurabiles medialem superficiem continentes, huiusmodi vt maior plus posſit quã minor quadrato lineæ ſibi commensurabilis longitudine.

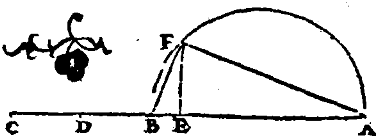


λγ

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον.

Probl. 9. Propo. 33.

Reperire duas rectas potentia incommensurabiles, quarũ quadrata ſimul addita faciant ſuperficiẽ rationalem, parallelogrãmũ verò ex ipſis cõtentum ſit mediale.

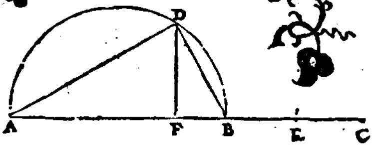


λδ

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν.

Probl. 10. Propo. 34.

Reperire lineas duas rectas potẽtia incommenſurabiles, conficientes compoſitum ex ipſarũ quadratis mediale, parallelogrãmum verò ex ipſis cõtentum rationale.

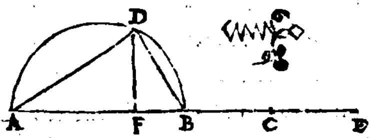


λε

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων.

Probl. 21. Propo. 35.

Reperire duas lineas rectas potẽtia incommenſurabiles, conficientes id quod ex ipſarum quadratis componitur mediale, ſimúlque parallelogrammum ex ipſis contẽtum, mediale, quod prçterea parallelogrãmum ſit incommenſurabile compoſito ex quadratis ipſarum.



ἈΡΧΗ͂ ΤΩ͂Ν ΚΑΤᾺ ΣΎΝ-θεσιν ἑξάδων.

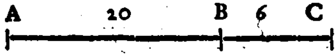
λϛ

Ἐὰν δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων.

PRINCIPIVM SENARIOrum per compoſitionem.

Theor. 25. Propo. 36.

Si duæ rationales potẽtia tantùm commenſurabiles componantur, tota linea erit irrationalis. Vocetur autem Binomium.

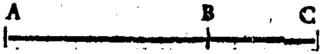


λζ

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι ῥητὸν περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Theor. 26. Propo. 37.

Si duæ mediales potẽtia tantùm commenſurabiles rationale continẽtes componantur, tota linea eſt irrationalis.

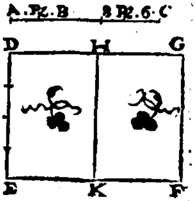


vocetur autem Bimediale prius.

λη

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι μέσον περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Theor. 27. Propo. 38.



Si duæ mediales potentia tantùm commenſurabiles mediale continentes componantur, tota linea eſt irrationalis. Vocetur autem Bimediale ſecundum.

λθ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μείζων.

Theor. 28. Propo. 39.

Si duæ rectæ potentia incommenſurabiles componantur, conficientes compoſitum ex quadratis ipſarum rationale, parallelogrammum verò ex ipſis contentum mediale, tota linea recta eſt irrationalis. Vocetur autem linea maior.

μ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι, ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor. 29. Propo. 40.

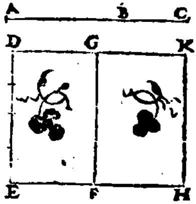
Si duæ rectæ potentia incommensurabiles componantur, conficiétes compositum ex ipsarum quadratis mediale, id verò quod fit ex ipsis, rationale, tota linea est irrationalis. Vocetur autem potens rationale & mediale.

μα

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ δύο μέσα δυναμένη.

Theor. 30. Propo. 41.

Si duæ rectæ potentia incommensurabiles componantur, conficientes compositum ex quadratis ipsarum mediale, & quod cótinetur ex ipsis, mediale, & præterea incommenſurabile compoſito ex quadratis ipſarum, tota linea eſt irrationalis. Vocetur autem potẽs duo medialia.



μβ

Ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 31. Propo. 42.

Binomium in vnico tantùm puncto diuiditur in ſua nomina, id eſt in lineas ex quibus componitur.

μγ

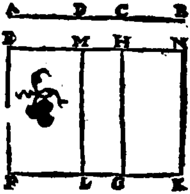
Ἡ ἐκ δύο μέσων πρώτη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 32. Propo. 43.

Bimediale prius in vnico tantùm pũcto diuiditur in ſua nomina.

μδ

Ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.



Theor. 33. Propo. 44.

Bimediale secundũ in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina.

με

Ἡ μείζων κατὰ τὸ αὐτὸ μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 34. Propo. 45.

Linea maior in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina.

μϛ

Ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

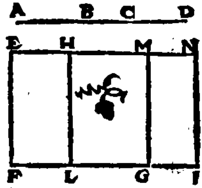
Theor. 35. Propo. 46.

Linea potens rationale & mediale in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina.

μζ

Ἡ δύο μέσα δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 36. Proposi. 47.



Linea potens duo medialia in vnico tantùm puncto diuiditur in ſua nomina.

ὍΡΟΙ ΔΕΎΤΕΡΟΙ.

Ὑποκειμένης ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων διῃρημένης εἰς τὰ ὀνόματα, ἧς τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάττονος μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

α

Ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ὅλη ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη.

β

Ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρα.

γ

Ἐὰν δὲ μηδέτερον τῶν ὀνομάτων σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτη.

δ

Πάλιν δὴ ἐὰν τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάττονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

δ

Ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτη.

ε

Ἐὰν δὲ τὸ ἔλαττον, πέμπτη.

ζ

Ἐὰν δὲ μηδέτερον, ἕκτη.

DEFINITIONES secundæ.

Proposita linea rationali, & binomio diuiso in sua nomina, cuius binomij maius nomen, id est maior portio possit plusquàm minus nomen quadrato lineæ sibi, maiori inquam nomini, commensurabilis longitudine.

I

Si quidem maius nomen fuerit commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, vocetur tota linea Binomium primum.

2

Si verò minus nomen, id est minor portio Binomij, fuerit commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, vocetur tota linea Binomium secundum.

3

Si verò neutrum nomen fuerit commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, vocetur Binomium tertium.

Rursus si maius nomen possit plusquàm minus nomen quadrato lineæ sibi incommensurabilis longitudine.

4

Si quidem maius nomen est commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, vocetur tota linea Binomium quartum.

5

Si verò minus nomen fuerit commensurabile longitudine lineæ rationali, vocetur Binomium quintum.

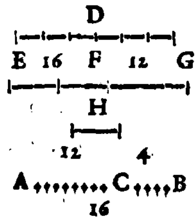
6

Si verò neutrum nomen fuerit longitudine commensurabile lineæ rationali, vocetur illa Binomium sextum.

μη

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Probl. 12. Proposi. 48.

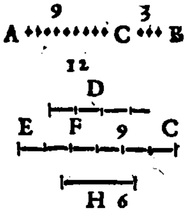


Reperire Binomium primum.

μθ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Probl. 13. Proposi. 49.

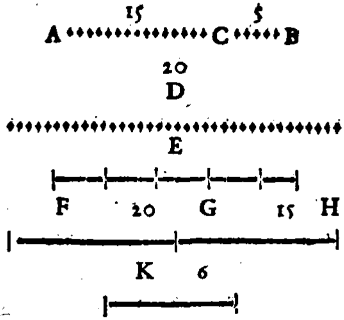


Reperire Binomium secundum.

ν

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Problem. 14. Propo. 50.

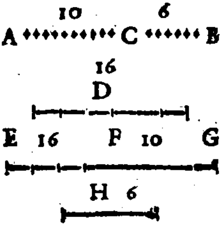


Reperire Binomium tertium.

να

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Problem. 15. Proposi. 51.



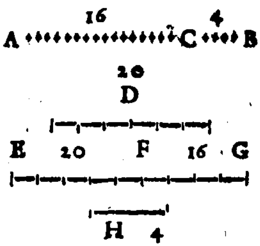
Reperire Binomium quartum.

νβ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Probl. 16. Proposi. 52.

Reperire Binomiũ quintum.

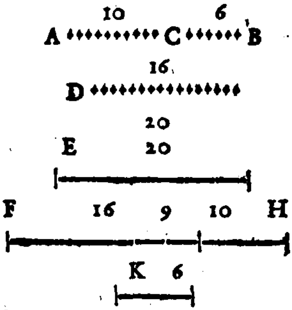


νγ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Probl. 17. Proposi. 53.

Reperire Binomiũ ſextum.

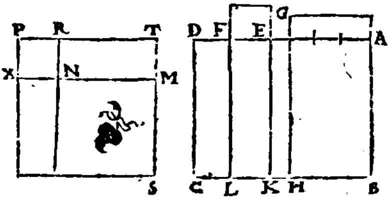


νδ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor. 37. Propo. 54.

Si ſuperficies contenta fuerit ex rationali & Binomio primo, linea quæ illã superficiẽ potest, est irrationalis, quæ Binomium vocatur.

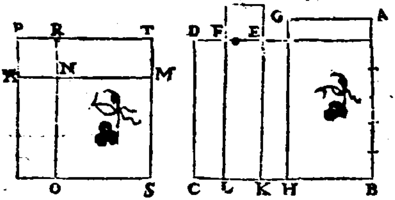


νε

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσον πρώτη.

Theor. 38. Propo. 55.

Si superficies cõtenta fuerit ex linea rationali & Binomio secũdo, linea potens illam superficiẽ est irrationalis, quæ Bimediale primũ vocatur.



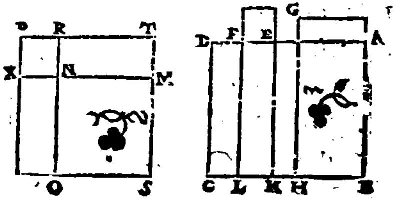
νϛ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Theor. 39. Propo. 56.

Si superficies contineatur ex rationali & Binomio

Binomio tertio, linea quę illã superficiem potest, est irrationalis, quæ dicitur Bimediale secundum.

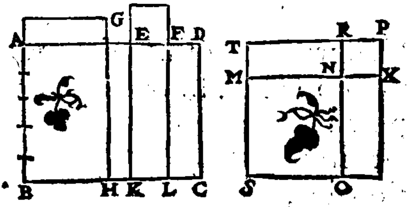


νζ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη μείζων.

Theor. 49. Propo. 57.

Si superficies contineatur ex rationali & Binomio quarto, linea potens supeficiem illam, est irrationalis, quæ dicitur maior.

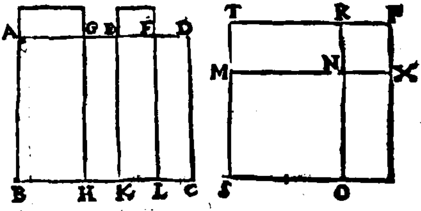


νη

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor. 41. Propo. 58.

Si superficies contineatur ex rationali & Binomio quinto, linea quæ illam superficiem potest, est irrationalis quæ dicitur potens rationale & mediale.

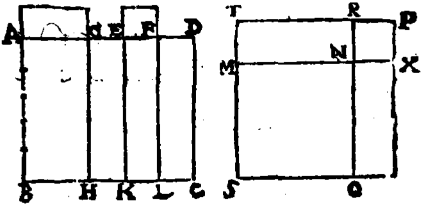


νθ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη δύο μέσα δυναμένη.

Theor. 42. Propo. 59.

Si superficies cótineatur ex rationali & Binomio sexto, linea quæ illam superficiem potest, est irrationalis, quę dicitur potens duo medialia.

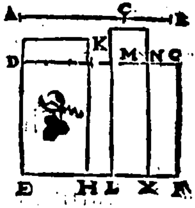


ξ

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Theor. 43. Propo. 60.

Quadratum Binomij secundùm lineam rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium primum.

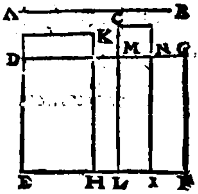


ξα

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Theor. 44. Propo. 61.

Quadratũ Bimedialis primi secundùm rationalem lineam applicatum, facit alterum latus Binomium secundum.

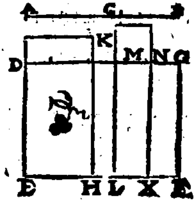


ξβ

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Theor. 45. Proposi. 62.

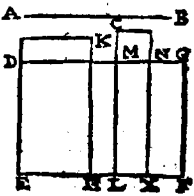
Quadratum Bimedialis secundi secundũ rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium tertium.



ξγ.

Τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Theor. 46. Propo. 63.

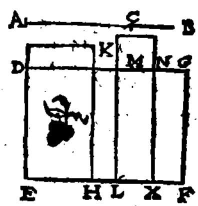


Quadratum lineæ maioris secundùm lineam rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quartum.

ξδ.

Τὸ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Theor. 47. Propo. 64.



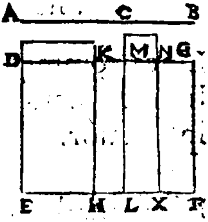
Quadratum lineæ potentis rationale & mediale secundùm rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quintum.

ξε.

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Theor. 48. Propo. 65.

Quadratum lineæ potentis duo medialia ſecundũ rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium ſextum.

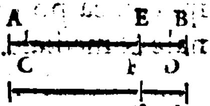


ξϛ

Ἡ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων μήκει σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστί, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor. 49. Propo. 66.

Linea longitudine commenſurabilis Binomio eſt, & ipſa Binomium eiuſdem ordinis.



ξζ

Ἡ τῇ ἐκ δύο μέσων μήκει σύμμετρος, ἐκ δύο μέσων ἐστί, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor. 50. Propo. 67.

Linea longitudine commẽſurabilis alteri bimedialium eſt, & ipſa bimediale etiam eiuſdem ordinis.

ξη

Ἡ τῇ μείζονι σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μείζων ἐστίν.

Theor. 51. Propo. 68.

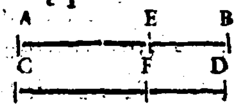
Linea commenſurabilis lineæ maiori, eſt & ipſa maior.

ξθ

Ἡ τῇ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστίν.

Theor. 52. Propo. 69.

Linea commẽſurabilis lineę potenti rationale & mediale, eſt & ipſa linea potẽs rationale & mediale.

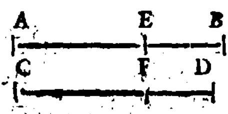


ο

Ἡ τῇ δύο μέσα δυναμένῃ σύμμετρος, δύο μέσα δυναμένη ἐστί.

Theor. 53. Propo. 70.

Linea commenſurabilis lineæ potenti duo medialia, eſt & ipſa linea potens duo medialia.

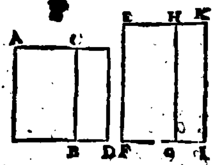


οα

Ῥητοῦ καὶ μέσου συντιθεμένου, τέσσαρες ἄλογοι γίνονται, ἢ ἐκ δύο ὀνομάτων, ἢ ἐκ δύο μέσων πρώτη, ἢ μείζων, ἢ ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor. 54. Propo. 71.

Si duæ ſuperficies rationalis & medialis ſimul componantur, linea quæ totam ſuperficiem compoſitã poteſt, eſt vna ex quatuor irrationalibus, vel ea quæ dicitur Binomium, vel bimediale primum, vel linea maior, vel linea potens rationale & mediale.

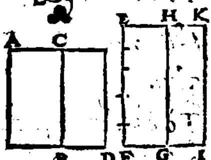


οβ

Δύο μέσων ἀσυμμέτρων ἀλλήλοις συντιθεμένων, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα, ἢ ἡ δύο μέσα δυναμένη.

Theor. 55. Propo. 72.

Si duæ ſuperficies mediales incommenſurabiles ſimul cõponantur, fiunt reliquæ duę lineæ irrationales, vel bimediale ſecundum, vel linea potens duo medialia.



ΣΧΌΛΙΟΝ.

Ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων καὶ αἱ μετ' αὐτὴν ἄλογοι, οὔτε τῇ μέσῃ, οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί.

Τὸ μὲν ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν, καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Ἐπεὶ οὖν τὰ εἰρημένα πλάτη διαφέρει τοῦ τε πρώτου καὶ ἀλλήλων, τοῦ μὲν πρώτου, ὅτι ῥητή ἐστιν, ἀλλήλων δὲ, ὅτι τῇ τάξει οὐκ εἰσὶν αἱ αὐταί, δῆλον ὡς καὶ αὐταὶ αἱ ἄλογοι διαφέρουσιν ἀλλήλων.

SCHOLIVM.

Binomium & cæteræ consequentes lineæ irrationales, neque sunt eædem cum linea mediali, neque ipsæ inter se.

Nam quadratum lineæ medialis applicatum secūdum lineam rationalem, facit alterum latus lineam rationalem, & longitudine incommensurabilem lineæ secundùm quam applicatur, hoc est, lineæ rationali, per 23.

Quadratum verò Binomij secundùm rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium primum, per 60.

Quadratum verò Bimedialis primi secundùm rationalem applicatū, facit alterum latus Binomium secundum, per 61.

Quadratum verò Bimedialis secundi secundùm rationalem applicatum, facit alterum latus Bi-

nomium tertium, per 62.

Quadratum verò lineæ maioris secundùm rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quartum, per 63.

Quadratum verò lineæ potentis rationale & mediale secundùm rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quintum, per 64.

Quadratum verò lineæ potentis duo medialia secundùm rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium sextum, per 65.

Cùm igitur dicta latera, quæ latitudines vocantur, differant & à prima latitudine, quoniam est rationalis, cùm inter se quoque differant, eo quia sunt Binomia diuersorum ordinum: manifestũ est ipsas lineas irrationales, differentes esse inter se.

ΔΕΥΤΕΡΑ ΤΑΞΙΣ ΕΤΕΡΩΝ
λόγων τῶν κατ᾽ ἀφαίρεσιν.

Ἀρχὴ τῶν κατ᾽ ἀφαίρεσιν ἑξάδων.

ογ

Ἐὰν ἀπὸ ῥητῆς ῥητὴ ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἀποτομή.

SECVNDVS ORDO ALTERIVS sermonis, qui est de detractione.

Principium senariorum per detractionem.

Theor. 56. Propo. 73.

Si de linea rationali detrahatur rationalis potentia tantùm commenſurabilis ipſi toti, reſidua eſt irrationalis, vocetur autem Reſiduum.

οδ

Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ πρώτη.

Theor. 57. Propo. 74.

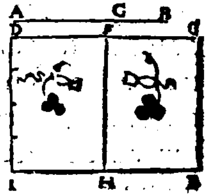
Si de linea mediali detrahatur medialis potentia tantùm commenſurabilis toti lineæ, quę verò detracta eſt cum tota cõtineat ſuperficiem rationalem, reſidua eſt irrationalis. Vocetur autem Reſiduũ mędiale primũ.

οε

Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ δευτέρα.

Theor. 58. Propo. 75.

Si de lineà mediali detrahatur medialis potentia tantùm commensurabilis toti, quæ verò detracta est, cum toto cõtineat superficiem medialem, reliqua est irrationalis. Vocetur autẽ residuũ mediale secundum.

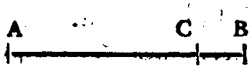


ος

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν ἀπ' αὐτῶν ἅμα ῥητὸν, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐλάσσων.

Theor. 57. Propo. 76.

Si de lineà rectà detrahatur recta potentia incommensurabilis toti, compositum autem ex quadratis totius lineæ, & lineæ detractæ sit rationale, parallelogrammum verò ex iisdem cõtentum sit mediale, reliqua linea erit irrationalis. Vocetur autem linea minor.



οζ

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ῥητὸν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 58. Propo. 77.

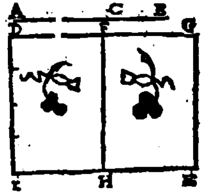
Si de linea recta detrahatur recta potentia incommensurabilis toti lineę, compositum autem ex quadratis totius & lineæ detractæ sit mediale, parallelogrammum verò bis ex eisdem contentum sit rationale, reliqua linea est irrationalis. Vocetur autem linea faciens cum superficie rationali totam superficiem medialem.

οη

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεία ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον, ἔτι δὲ τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἀσύμμετρα τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἡ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 59. Propo. 78.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommensurabilis toti lineę, compositum autem ex quadratis totius & lineæ detractæ sit mediale, parallelogrammum verò bis ex iiſdem ſit etiam mediale: præterea ſint quadrata ipſarum incommenſurabilia parallelogrammo bis ex iiſdem contento, reliqua linea eſt irrationalis. Vocetur autem linea faciens cum ſuperficie mediali totam ſuperficiem medialem.

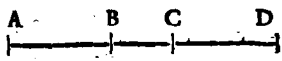


οθ

Τῇ ἀποτομῇ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα ῥητή, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ.

Theor. 60. Propo. 79.

Reſiduo vnica tantùm linea recta cõiungitur rationalis, potẽtia tantùm cõmẽſurabilis toti lineæ.

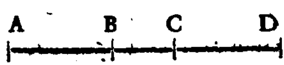


π

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ πρώτῃ μόνον μία προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχουσα.

Theor. 61. Propo. 80.

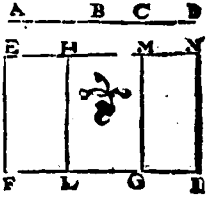
Reſiduo mediali primo vnica tãtùm linea coniungitur medialis, potentia tantùm cõmenſurabilis toti, ipſa cum tota continens rationale.



πα

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ δευτέρᾳ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχουσα.

Theor. 62. Ptopo. 81.



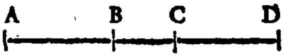
Reſiduo mediali ſecundo vnica tantùm coniungitur medialis, potentia tantùm commenſurabilis toti, ipſa cum tota continens mediale.

πβ

Τῇ ἐλάσσονι μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ποιοῦσα μετὰ τῆς ὅλης τὸ μὲν ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ῥητὸν, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον.

Theor. 63. Propo. 82.

Lineæ minori vnica tantùm recta coniungitur potentia incommenſurabilis toti, faciens cum tota compoſitum ex quadratis ipſarum rationale, id verò parallelogrammum, quod bis ex ipſis fit, mediale.



πγ

Τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ῥητόν.

Theor. 64. Propo. 83.

Lineæ facienti cum superficie rationali totam superficiem medialem, vnica tantùm coniungitur linea recta potentia incómensurabilis toti, faciens autem cum tota compositum ex quadratis ipsarum, mediale, id verò quod fit bis ex ipsis, rationale.

πδ.

Τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν.

Theorema. 65. Propositio 84.

Lineæ cum mediali superficie facienti totam superficiem medialem, vnica tantùm coniungitur linea potentia toti incómésurabilis, faciens cum tota compositum ex quadratis ipsarũ mediale, id verò quòd fit

bis

bis ex ipsis etiam mediale, & præterea facies compositum ex quadratis ipsarum incommensurabile ei quod fit bis ex ipsis.

ὍΡΟΙ ΤΡΊΤΟΙ.

Ὑποκειμένης ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς.

α

Ἐὰν μὲν ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ πρώτη.

β

Ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω ἀποτομὴ δευτέρα.

γ

Ἐὰν δὲ μηδετέρα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, ἡ δὲ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω ἀποτομὴ τρίτη.

Πάλιν ἐὰν ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

δ

Ἐὰν μὲν ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ τετάρτη.

ε

Ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα, πέμπτη.

ϛ

Ἐὰν δὲ μηδετέρα, ἕκτη.

DEFINITIONES tertiæ.

Proposita linea rationali & residuo.

I

Siquidem tota, nempe composita ex ipso residuo & linea illi cõiuncta, plus potest quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi commensurabilis lõgitudine, fueritque tota longitudine commensurabilis lineæ propositæ rationali, residuum ipsum vocetur Residuum primum.

2

Si verò coniuncta fuerit longitudine commensurabilis rationali, ipsa autem tota plus possit quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine commensurabilis, residuum vocetur Residuum secundum.

3

Si verò neutra linearum fuerit lõgitudine com-

mensurabilis rationali, possit autem ipsa tota plusquàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine commensurabilis vocetur Residuum tertium.

Rursus si tota possit plus quàm cõiuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis.

4

Et quidem si tota fuerit longitudine commensurabilis ipsi rationali, vocetur Residuum quartum.

5

Si verò coniuncta fuerit longitudine commensurabilis rationali, & tota plus possit quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis, vocetur Residuum quintum.

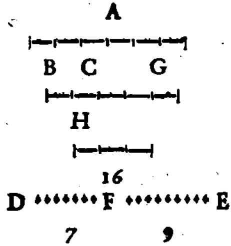
6

Si verò neutra linearum fuerit commensurabilis longitudine ipsi rationali, fueritque tota potentior quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis, vocetur Residuum sextum.

πε

Εὑρεῖν τὴν πρώτην ἀποτομήν.

Probl. 18. Proposi. 85.

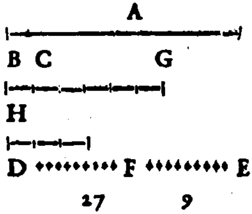


Reperire primum Residuum.

πϛ

Εὑρεῖν τὴν δευτέραν ἀποτομήν.

Probl. 19. Proposi. 86.

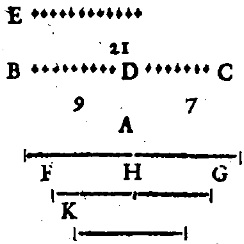


Reperire ſecundum Reſiduum.

πζ

Εὑρεῖν τὴν τρίτην ἀποτομήν.

Probl. 20. Proposi. 87.

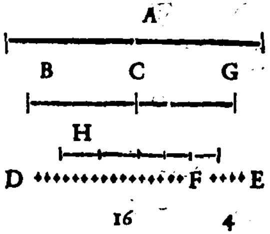


Reperire tertium Reſiduum.

πη

Εὑρεῖν τὴν τετάρτην ἀποτομήν.

Probl. 21. Proposi. 88.

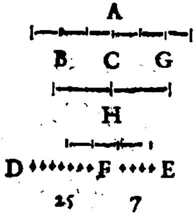


Reperire quartum Residuum.

πθ

Εὑρεῖν τὴν πέμπτην ἀποτομήν.

Problema. 22. Propositio. 89.

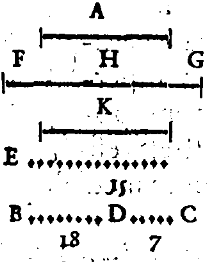


Reperire quintum Residuum.

ϟ

Εὑρεῖν τὴν ἕκτην ἀποτομήν.

Problema. 22. Propositio. 90.



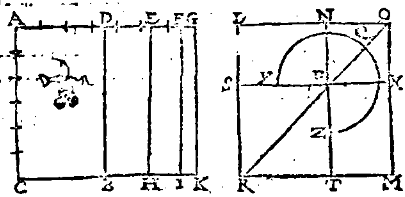
Reperire sextum Residuum.

ϟα

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἀποτομή ἐστιν.

Theor. 66. Propo. 91.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo primo, linea quæ illam superficiem potest, est residuum.

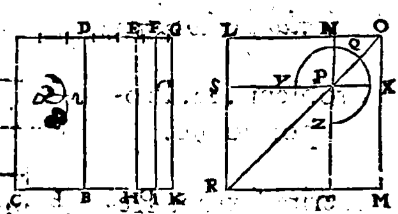


ϟβ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη.

Theor. 67. Propo. 92.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo secundo, linea quæ illam superficiem potest, est residuum mediale primum.

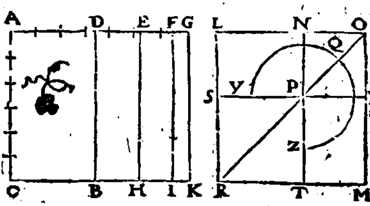


ϟγ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι δευτέρα.

Theor. 68. Propo. 93.

Si ſuperficies contineatur ex linea rationali & reſiduo tertio, linea quæ illam ſuperficiem poteſt, eſt reſiduum mediale ſecundum.

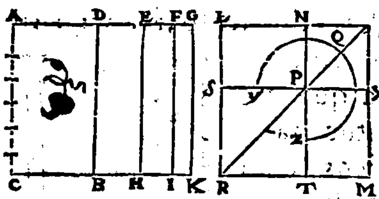


ϟδ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἐλάσσων ἐστίν.

Theor. 69. Propo. 94.

Si ſuperficies contineatur ex linea rationali & reſiduo quarto, linea quæ illam ſuperficiem poteſt, eſt linea minor.

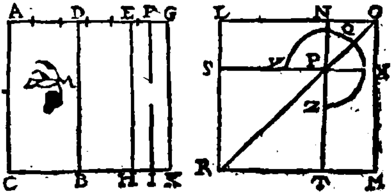


ϟε

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν.

Theor. 70. Propo. 95.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo quinto, linea quæ illam superficiem potest, est ea quæ dicitur cū rationali superficie faciens totam medialem.

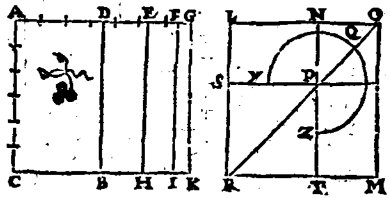


ϟϛ

Εὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστι.

Theor. 71. Propo. 96.

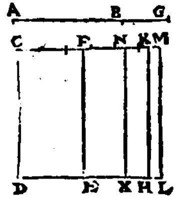
Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo sexto, linea quæ illam superficiē potest, est ea quæ dicitur faciens cum mediali superficie totam medialem.



ϟϛ

Τὸ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πρώτην.

Theor. 72. Propo. 97.

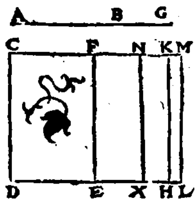


Quadratum reſidui ſecundùm lineam rationalẽ applicatum, facit alterum latus Reſiduum primum.

ϟη

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν δευτέραν.

Theor. 73. Propo. 98.

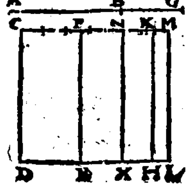


Quadratum reſidui medialis primi ſecundùm rationalem applicatum, facit alterum latus Reſiduũ ſecundum.

ϟθ

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τρίτην.

Theor. 74. Propo. 99.

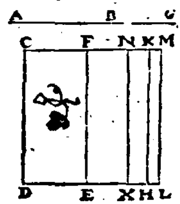


Quadratũ reſidui medialis ſecundi ſecundùm rationalem applicatum, facit alterũ latus Reſiduum tertium.

ρ

Τὸ ἀπὸ ἐλάσσονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τετάρτην.

Theor. 75. Propo. 100.

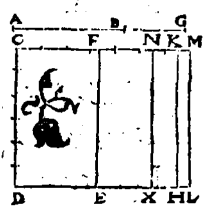


Quadratum lineæ minoris ſecundùm rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduum quartum.

ρα

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πέμπτην.

Theor. 76. Propo. 101.



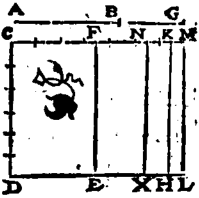
Quadratum lineæ cum rationali ſuperficie facientis totam medialem, ſecundũ rationalem applicatũ, facit alterum latus reſiduum quintum.

ρα

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν ἕκτην.

Theor. 77. Propo. 102.

Quadratum lineæ cũ mediali ſuperficie faciẽtis totam medialem, ſecundùm rationalem applicatũ, facit alterũ latus, reſiduum ſextum.

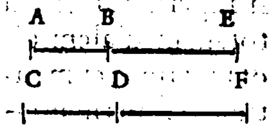


ργ

Ἡ τῇ ἀποτομῇ μήκει σύμμετρος, ἀποτομή ἐστι, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor. 78. Propo. 103.

Linea reſiduo commenſurabilis longitudine, eſt & ipſa reſiduum, & eiuſdem ordinis.

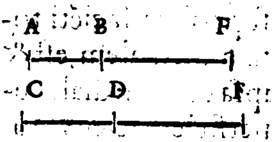


ρδ

Ἡ τῇ μέσῃ ἀποτομῇ σύμμετρος, μέσης ἀποτομή ἐστι, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor. 79. Propo. 104.

Linea commenſurabilis reſiduo mediali, eſt & ipſa reſiduũ mediale, & eiuſdem ordinis.

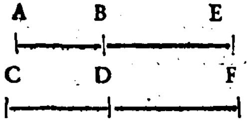


ρε

Ἡ τῇ ἐλάσσονι σύμμετρος, ἐλάσσων ἐστίν.

Theor. 80. Propo. 105.

Linea commenſurabilis lineæ minori, eſt & ipſa linea minor.

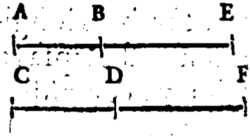


ρϛ

Ἡ τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν.

Theor. 81. Propo. 106.

Linea commenſurabilis lineę cum rationali ſuperficie facienti totam medialem, eſt & ipſa linea cum rationali ſuperficie faciens totam medialem.

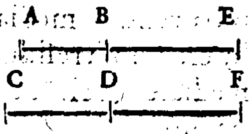


ρζ

Ἡ τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν.

Theor. 82. Propo. 107.

Linea commenſurabilis lineæ cum mediali ſuperficie faciẽti totam medialem, eſt & ipſa cum mediali ſuperficie faciens totam medialem.

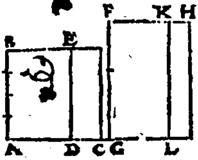


ρη

Ἀπὸ ῥητοῦ, μέσου ἀφαιρουμένου, ἡ τὸ λοιπὸν χωρίον δυναμένη, μία δύο ἀλόγων γίνεται, ἤτοι ἀποτομή, ἢ ἐλάττων

Theor. 83. Propo. 108.

Si de ſuperficie rationali detrahatur ſuperficies medialis, linea quæ reliquam ſuperficiem poteſt, eſt alterutra ex duabus irrationalibus, aut Reſiduum, aut linea minor.

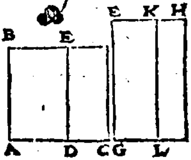


ρθ

Ἀπὸ μέσου, ῥητοῦ ἀφαιρουμένου, ἄλλαι δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ πρώτη, ἢ μετὰ ῥητοῦ τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 84. Propo. 109.

Si de ſuperficie mediali detrahatur ſuperficies rationalis, aliæ duæ irrationales fiunt, aut Reſiduum mediale primum, aut cum rationali ſuperficiem faciens totam medialem.

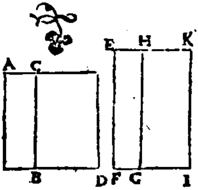


ρι

Ἀπὸ μέσου, μέσου ἀφαιρουμένου ἀσυμμέτρου τῷ ὅλῳ, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ δευτέρα, ἢ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 85. Propo. 110.

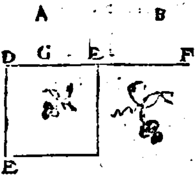
Si de ſuperficie mediali detrahatur ſuperficies medialis quæ ſit incōmenſurabilis toti, reliquæ duæ fiunt irrationales, aut reſiduum mediale ſecundum, aut cum mediali ſuperficie faciens totam medialem.



ρια

Ἡ ἀποτομὴ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor. 86. Propo. 111.



Linea quæ Reſiduum dicitur, non eſt eadem cum ea quę dicitur Binomium.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ἡ ἀποτομὴ καὶ αἱ μετ' αὐτὴν ἄλογοι, οὔτε τῇ μέσῃ, οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί.

Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ᾽ ἣν παράκειται, μήκει.

Τὸ δὲ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πρώτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν δευτέραν.

Τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τρίτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ ἐλάττονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τετάρτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πέμπτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν ἕκτην.

Ἐπεὶ οὖν τὰ εἰρημένα πλάτη διαφέρει τοῦ τε πρώτου καὶ ἀλλήλων (τοῦ μὲν πρώτου, ὅτι ῥητή ἐστιν, ἀλλήλων δὲ, ὅτι τάξει οὐκ εἰσὶν αἱ αὐταί) δῆλον ὡς καὶ αὗται αἱ ἄλογοι διαφέρουσιν ἀλλήλων καὶ ἐπεὶ δὲ δέδεικται ἡ ἀποτομὴ οὐκ οὖσα ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων, ποιοῦσι δὲ πλάτη παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμεναι μὲν αἱ μετὰ τὴν ἀποτομὴν, ἀποτομὰς ἀκολούθως τῇ τάξει καθ' αὐτὴν, αἱ δὲ μετὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, τὰς ἐκ δύο ὀνομάτων, καὶ αὗται τῇ τάξει ἀκολούθως, ἕτεραι ἄρα εἰσὶν αἱ μετὰ τὴν ἀποτομὴν, καὶ ἕτεραι αἱ μετὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ὡς εἶναι τῇ τάξει πάσας ἀλόγους ιγ.

α Μέσην.
β Ἐκ δύο ὀνομάτων.
γ Ἐκ δύο μέσων πρώτην.
δ Ἐκ δύο μέσων δευτέραν.
ε Μείζονα.
ϛ Ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένην.
ζ Δύο μέσα δυναμένην.
η Ἀποτομήν.
θ Μέσην ἀποτομὴν πρώτην.
ι Μέσην ἀποτομὴν δευτέραν.
ια Ἐλάττονα.
ιβ Μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν.
ιγ Μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν.

SCHO-

SCHOLIVM.

Linea quæ Residuum dicitur, & ceteræ quinque eam consequentes irrationales, neque lineæ mediali neque sibi ipsæ inter se sunt eædem. Nam quadratum lineæ medialis secundùm rationalem applicatum, facit alterum latus, rationalem lineam longitudine incommensurabilem ei, secundùm quam applicatur, per 23.

Quadratum verò residui secundùm rationalem applicatum, facit alterum latus residuum primum, per 97.

Quadratum verò residui medialis primi secundùm rationalem applicatum, facit alterum latus residuum secundum, per 98.

Quadratum verò residui medialis secundi, facit alterum latus residuum tertium, per 99.

Quadratum verò lineæ minoris facit alterum latus residuum quartum, per 100.

Quadratum verò lineæ cum rationali superficie facientis totam medialem, facit alterum latus residuum quintum, per 101.

Quadratum verò lineæ cum mediali superficie facientis totam medialem, secundùm rationalem applicatum, facit alterum latus residuum sextum, per 102.

Cùm igitur dicta latera, quæ sunt latitudines cuiusque parallelogrammi vnicuique quadrato æqualis & secundùm rationalem applicati, differant & à primo latere, & ipsa inter se (nam à primo differunt, quoniam est rationalis linea: inter se verò differunt, quoniam sunt residua non eiusdem ordinis) constat ipsas quoque lineas irrationales inter se differentes esse. Et quoniam demonstratum est residuum non esse idem quod Binomium, quadrata autem residui & quinque linearum irrationalium illud consequentium, secundùm rationalem applicata, faciunt altera latera ex residuis eiusdem ordinis, cuius sunt & residua, quorum quadrata applicantur rationali: similiter & quadrata Binomij & quinque linearum irrationalium illud consequentium, secundùm rationalem applicata, faciunt altera latera ex Binomiis eiusdem ordinis cuius sunt & Binomia, quorum quadrata applicantur rationali. Ergo lineæ irrationales quæ cõsequuntur Binomium, & quæ consequuntur residuum, sunt inter se differentes. Quare dictæ lineæ omnes irrationales sunt numero 13.

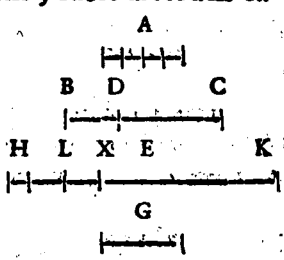
1 *Medialis.*
2 *Binomium.*
3 *Bimediale primum.*
4 *Bimediale secũdum.*
5 *Maior.*
6 *Potens rationale & mediale.*
7 *Potẽs duo medialia.*
8 *Residuum.*
9 *Residuum mediale primum.*
10 *Residuum mediale secundum.*
11 *Minor.*
12 *Faciens cum rationali superficie totam medialem.*
13 *Faciens cum mediali superficie totam medialem.*

ριβ

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομήν, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. καὶ ἔτι ἡ γινομένη ἀποτομὴ τὴν αὐτὴν ἕξει τάξιν τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor. 87. Propo. 112.

Quadratum lineæ rationalis secundùm Binomium applicatum, facit alterum latus residuum, cuius nomina sunt commensurabilia Binomij nominib⁹, & in eadem proportione: præterea id quod fit Residuum, eundem



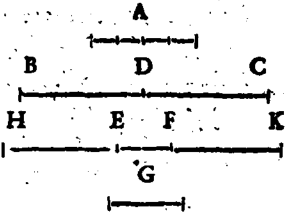
ordinem retinet quem Binomium.

ριγ

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ἀποτομὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ἔτι δὲ ἡ γινομένη ἐκ δύο ὀνομάτων, τὴν αὐτὴν τάξιν ἔχει τῇ ἀποτομῇ.

Theor. 88. Propo. 113.

Quadratum lineæ rationalis secundùm residuum applicatum, facit alterum latus Binomium, cuius nomina sunt commensurabilia nominibus residui & in eadé proportione: præterea id quod fit Binomiũ est eiusdem ordinis, cuius & Residuum.

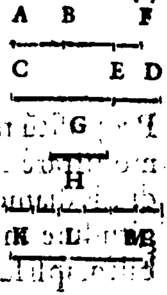


ριδ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ἀποτομῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ῥητή ἐστι.

Theor. 89. Propo. 114.

Si parallelogrammum contineatur ex residuo & Binomio, cuius nomina ſunt commenſurabilia nominibus reſidui & in eadem proportione, linea quæ illam ſuperficiem poteſt, eſt rationalis.

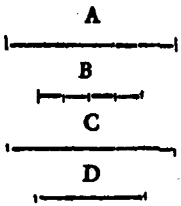


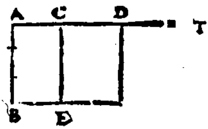
ριε

Ἀπὸ μέσης ἄπειροι ἄλογοι γίνονται, καὶ οὐδεμία οὐδεμιᾷ τῶν πρότερον ἡ αὐτή.

Theor. 90. Propo. 185.

Ex linea mediali naſcuntur lineę irrationales innumerabiles; quarum nulla vlli antè dictarum eadem ſit.



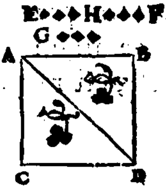


ρις

Προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι, ὅτι ἐπὶ τῶν τετραγώνων σχημάτων, ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ μήκει.

Propo. 116.

Propositũ nobis esto demonstrare in figuris quadratis diametrum esse lógitudine incommensurabilem ipsi lateri.



Elementi decimi finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΙΑ, ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΠΡΩΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM VNDECIMVM, ET SOLIDORVM primum.

ὍΡΟΙ.

α

Στερεόν ἐστι, τὸ μῆκος, καὶ πλάτος, καὶ βάθος ἔχον.

DEFINITIONES.

I

Solidum est, quod longitudinem, latitudinem, & crassitudinem habet.

β

Στερεοῦ δὲ πέρας, ἐπιφάνεια.

2

Solidi autem extremum eſt ſuperficies.

γ

Εὐθεῖα πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας, καὶ οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιῇ γωνίας.

3

Linea recta eſt ad planum recta, cùm ad rectas omnes lineas, à quibus illa tangitur, quæque in propoſito ſunt plano, rectos angulos efficit.

δ

Ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων, τῷ λοιπῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν.

4

Planum ad planum rectum eſt, cùm rectæ lineæ, quæ communi planorum ſectioni ad rectos angulos in vno planorum ducũtur, alteri plano ad rectos ſunt angulos.

ε

Εὐθείας πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστίν, ὅταν ἀπὸ τοῦ μετεώρου πέρατος τῆς εὐθείας ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου σημείου, καὶ ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ πέρατος τῆς εὐθείας εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῆς ἀχθείσης καὶ τῆς ἐφεστώσης.

5

Rectæ lineæ ad planum inclinatio, acutus est angulus ipsa insistente linea & adiuncta altera comprehensus, cùm à sublimi rectæ illius lineæ termino deducta fuerit perpendicularis; atque à puncto quod perpẽdicularis in ipso plano fecerit, ad propositæ illius lineæ extremum, quod in eodẽ est plano, altera recta linea fuerit adiuncta.

ς

Επιπέδου πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστίν, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῶν πρὸς ὀρθὰς τῇ κοινῇ τομῇ ἀγομένων πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων.

6

Plani ad planum inclinatio, acutus est angulus rectis lineis contentus, quæ in vtroque planorum ad idem communis sectionis punctum ductæ, rectos ipsi sectioni angulos efficiunt.

ζ

Επίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται, καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ εἰρημέναι τῶν κλίσεων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι.

7

Planum similiter inclinatum esse ad planum, atque alterũ ad alterum dicitur, cùm dicti inclinationum anguli inter se sunt æquales.

η

Παράλληλα ἐπίπεδά ἐστι, τὰ ἀσύμπτωτα.

8

Parallela plana, sunt quæ eodem non incidunt, nec concurrunt.

θ

Ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τὸ πλῆθος.

9

Similes figuræ solidæ, sunt quæ similibus planis, multitudine æqualibus continentur.

ι

Ἴσα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τῷ πλήθει καὶ τῷ μεγέθει.

10

Æquales & similes figuræ solidæ sunt, quæ similibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus continentur.

ια

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο γραμμένων ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιφανείᾳ οὐσῶν, πρὸς πάσαις ταῖς γραμμαῖς κλίσις.

11

Solidus angulus est, plurium quàm duarũ linearum, quæ se mutuò contingant, nec in eadem sint superficie, ad omnes lineas inclinatio.

Ἄλλως.

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο ἐπιπέδων γωνιῶν περιεχομένη, μὴ οὐσῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων.

Aliter.

Solidus angulus est, qui pluribus quàm duobus planis angulis in eodem non consistentibus plano, sed ad vnum punctum collectis, continetur.

ιβ

Πυραμίς ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ἀπὸ ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστώς.

12

Pyramis, est figura solida quæ planis continetur, ab vno plano ad vnum punctum collecta.

ιγ

Πρίσμα ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ὧν δύο τὰ ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ ὅμοιά ἐστι, καὶ παράλληλα, τὰ δὲ λοιπὰ παραλληλόγραμμα.

13

Priſma, figura eſt ſolida quæ planis continetur, quorum aduerſa duo ſunt & æqualia & ſimilia & parallela, alia verò parallelogramma.

ιδ

Σφαῖρά ἐστιν, ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

14

Sphæra eſt figura, quæ conuerſo circumquieſcentem diametrum ſemicirculo ſtatuetur, cùm in eundem rurſus locum reſtitutus fuerit, vnde moueri cœperat.

ιε

Ἄξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ ἡμικύκλιον στρέφεται.

15

Axis autem Sphæræ eſt, quieſcens illa linea circum quam ſemicirculus conuertitur.

ις

Κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶ τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου.

16

Centrum verò Sphæræ eſt idem, quod & ſemicirculi.

ιζ

Διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

17

Diameter autem Sphęræ est, recta quædam linea per cētrum ducta, & vtrinque à Sphęræ superficie terminata.

ιη

Κῶνός ἐστιν, ὅταν ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης πλευρᾶς τῆς περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα. κἂν μὲν ἡ μένουσα εὐθεῖα ἴση ᾖ τῇ λοιπῇ τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένῃ, ὀρθογώνιος ἔσται κῶνος. ἐὰν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος. ἐὰν δὲ μείζων, ὀξυγώνιος.

18

Cωnus est figura, quę conuerso circū quiescens alterum latus eorum quæ rectum angulum continent, orthogωnio triangulo continetur, cùm in eundem rursus locum illud triangulum restitutum fuerit, vnde moueri cœperat. Atque si quiescens recta linea æqualis sit alteri, quæ circum rectum angulum conuertitur, rectangulus erit Cωnus: sin minor, amblygωnius: si verò maior, oxygωnius.

ιθ

Ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἐστὶν ἡ μένουσα, περὶ ἣν τὸ τρίγωνον στρέφεται.

19

Axis autem Coni, est quiescẽs illa linea, circum quam triangulum vertitur.

κ

Βάσις δὲ, ὁ κύκλος, ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας γραφόμενος.

20

Basis vero Coni, circulus est, qui à circunducta linea recta describitur.

κα

Κύλινδρος δὲ, ὅταν ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, περιενεχθὲν τὸ παραλληλόγραμμον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

21

Cylindrus figura est, quæ conuerso circum quiescens alterum latus eorum quę rectum angulum continent, parallelogrammo orthogonio comprehẽditur; cùm in eundem rursus locum restitutum fuerit illud parallelogrammum, vnde moueri cœperat.

κβ

Ἄξων δὲ τοῦ κυλίνδρου, ἐστὶν ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ παραλληλόγραμμον στρέφεται.

22

Axis autem Cylindri, eſt quieſcens illa recta linea, circum quam parallelogrammum vertitur.

κγ

Βάσεις δὲ, οἱ κύκλοι οἱ ὑπὸ τῶν ἀπεναντίον περιαγομένων δύο πλευρῶν γραφόμενοι.

23

Baſes verò Cylindri, ſunt circuli à duobus aduerſis lateribus quæ circumaguntur, deſcripti.

κδ

Ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροί εἰσιν, ὧν οἵ τε ἄξονες καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων ἀνάλογόν εἰσιν.

24

Similes Coni & cylindri ſunt, quorum & axes & baſium diametri proportionales ſunt.

κε

Κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον

25

Cubus eſt figura ſolida, quæ ſex quadratis æqualibus continetur.

κϛ

Τετράεδρόν ἐστι σχῆμα ὑπὸ τεσσάρων τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

26

Tetraëdrum est figura, quę triangulis quatuor æqualibus & æquilateris continetur.

κζ

Ὀκτάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

27

Octaëdrum figura est solida, quæ octo triangulis æqualibus & æquilateris continetur.

κη

Δωδεκάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων, καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.

28

Dωdecaëdrum figura est solida, quæ duodecim pentagonis æqualibus, æquilateris, & æquiangulis continetur.

κθ

Εἰκοσάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

29

Eicosaëdrum figura est solida, quæ triangulis viginti ęqualibus, & æquilateris continetur.

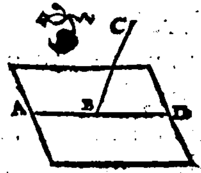
Προτάσεις.

Προτάσεις.

α

Εὐθείας γραμμῆς μέρος μέν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι ἐν τῷ μετεώρῳ.

Theor. 1. Propo. 1.

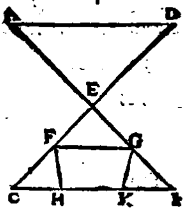


Quædam rectæ lineæ pars in ſubiecto quidem non eſt plano, quædam verò in ſublimi.

β

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ, καὶ πᾶν τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ.

Theor. 2. Propo. 2.

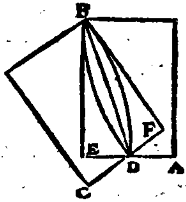


Si duæ rectæ lineæ ſe mutuò ſecent, in vno ſunt plano: atque triangulū omne in vno eſt plano.

γ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνῃ ἄλληλα, ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ εὐθεῖά ἐστι.

Theor. 3. Propoſitio. 3.



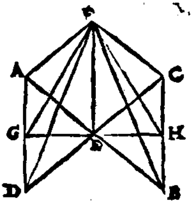
Si duo plana ſe mutuò ſecent, communis eorum ſectio eſt recta linea.

δ

Ἐὰν εὐθεῖα δυσὶν εὐθείαις τεμνούσαις ἀλλήλας, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, καὶ τῷ δι' αὐτῶν ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor. 4. Propo. 4.

Si recta linea rectis duabus lineis se mutuò secantibus, in communi sectione ad rectos angulos insistat, illa ducto etiam per ipsas plano ad angulos rectos erit.

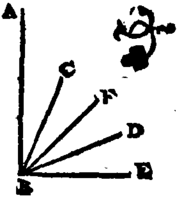


ε

Ἐὰν εὐθεῖα τρισὶν εὐθείαις ἁπτομέναις ἀλλήλων, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ.

Theor. 5. Propo. 5.

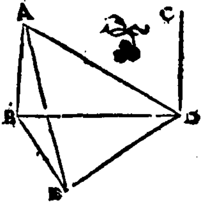
Si recta linea rectis tribus lineis se mutuò tangentibus, in communi sectione ad rectos angulos insistat, illæ tres rectæ in vno sunt plano.



ϛ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσι, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

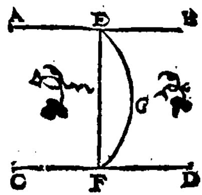
Theor. 6. Propo. 6.



Si duæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos sint angulos, parallelæ erunt illæ rectæ lineæ.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ληφθῇ δὲ ἐφ' ἑκατέρας αὐτῶν τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶ ταῖς παραλλήλοις.

Theor. 7. Propo. 7.

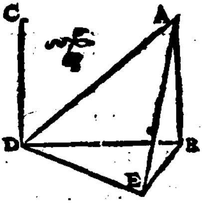


Si duæ sint parallelæ rectæ lineæ, in quarum vtraque sumpta sint quęlibet puncta, illa linea quæ ad hæc puncta adiungitur, in eodem est cum parallelis plano.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ἡ δὲ ἑτέρα αὐτῶν ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ λοιπὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor. 8. Propo. 8.

Si duæ sint parallelæ rectæ lineæ, quarum altera ad rectos cuidam plano sit angulos, & reliqua eidem plano ad rectos angulos erit.

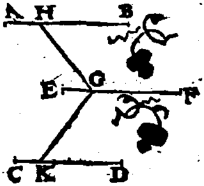


θ

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ μὴ οὖσαι αὐτῇ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theor. 9. Propo. 9.

Quæ eidem rectæ lineæ sunt parallelæ, sed non in eodem cum illa plano, hæ quoque sunt inter se parallelæ.

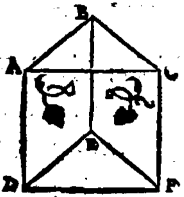


ι

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἴσας γωνίας περιέξουσιν.

Theor. 10. Propo. 10.

Si duæ rectæ lineæ se mutuò tangentes ad duas rectas se mutuò tangentes sint parallelæ, non autem in eodem plano, illæ angulos æquales comprehēdent.

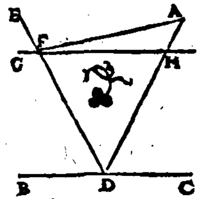


ια

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου μετεώρου, ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Probl. 1. Propo. 11.

A dato ſublimi puncto, in ſubiectum planum perpẽdicularem rectam lineam ducere.



ιβ

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναστῆσαι.

Probl. 2. Propoſitio. 12.

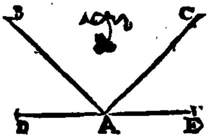
Dato plano, à puncto quod in illo datum eſt, ad rectos angulos rectã lineam excitare.

ιγ

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ σημείου, δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς οὐκ ἀναστήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theor. 11. propo. 13.

Dato plano, à pũcto quod in illo datum est, duæ rectæ lineæ ad rectos angulos non excitabuntur ad easdem partes.

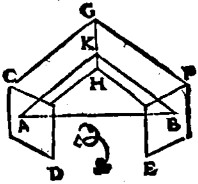


ιδ

Πρὸς ἃ ἐπίπεδα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστι, παράλληλά ἐστι τὰ ἐπίπεδα.

Theor. 12. Propo. 14.

Ad quæ plana, eadem recta linea recta est, illa sunt parallela.

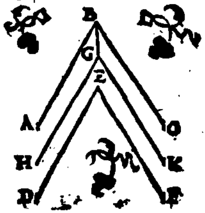


ιε

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων, παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, παράλληλά ἐστι τὰ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα.

Theor. 13. Propo. 15.

Si duæ rectæ lineæ se mutuò tangentes ad duas rectas se mutuò tangẽtes sint parallelæ, non in eodem consistentes plano, parallela sunt quæ per illas ducuntur plana.

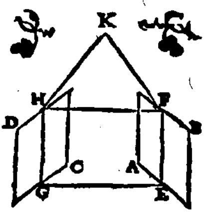


ις

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα παράλληλα ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνηται, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσιν.

Theor. 14. Propo. 16.

Si duo plana parallela plano quopiam ſecentur, cõmunes illorum ſectiones ſunt parallelæ.

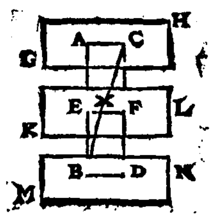


ιζ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων τέμνωνται, εἰς τοὺς αὐτοὺς λόγους τμηθήσονται.

Theor. 15. Propo. 17.

Si duæ rectæ lineæ parallelis planis ſecentur, in eaſdem rationes ſecabuntur.

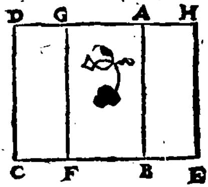


ιη

Ἐὰν εὐθεῖα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ πάντα τὰ δι᾽ αὐτῆς ἐπίπεδα, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor. 16. Propo. 18.

Si recta linea plano cuipiã ad rectos sit angulos, illa etiã omnia quæ per ipsam plana, ad rectos eidem plano angulos erunt.

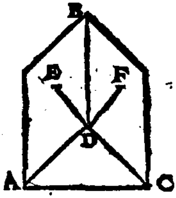


ιθ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνοντα ἄλληλα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor. 17. Propo. 19.

Si duo plana se mutuò secãtia plano cuidam ad rectos sint angulos, communis etiam illorum sectio ad rectos eidem plano angulos erit.

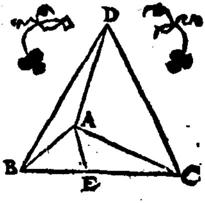


κ

Ἐὰν στερεὰ γωνία ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχηται, δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theor. 18. Propo. 20.

Si angulus solidus planis tribus angulis contineatur, ex his duo quilibet vtut assumpti tertio sunt maiores.



72 am ΔC = EC 24 81

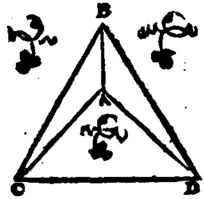
Planseqz L^e seq. ... ab vasteri exeuedunt breos rectos ... 2011 et 2301 At ... L^e tribus ad verticem equantur ... rectos

κα

Ἅπασα στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχεται.

Theor. 19. Propositio. 21.

Solidus omnis angulus minorib⁹ cõtinetur, quàm rectis quatuor angulis planis.



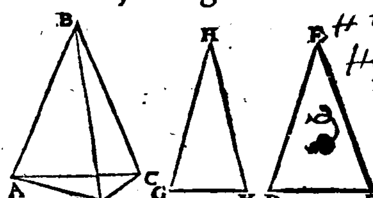
κβ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντη μεταλαμβανόμεναι, περιέχωσι δὲ αὐτὰς ἴσαι εὐθεῖαι, δυνατόν ἐστιν ἐκ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς ἴσας εὐθείας τρίγωνον συστήσασθαι.

Theor. 20. Propo. 22. Plan b...

Si plani tres anguli æqualibus rectis contineantur lineis, quorum duo vt libet assumpti tertio sint maiores, triangulum consti- tui potest ex lineis æquales illas rectas coniungẽtibus.

GK = CL p 24 ... gual ...
H = CBL p Hypothesin

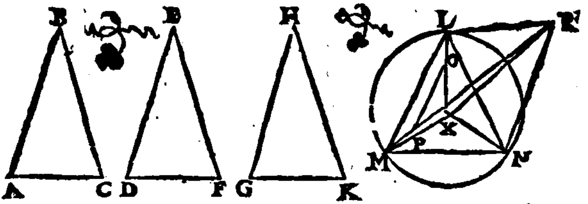


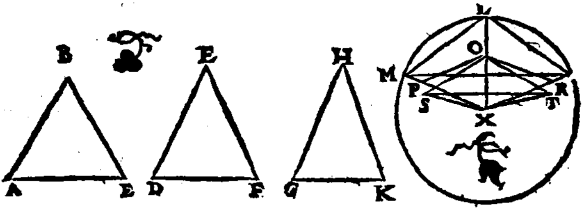
κγ

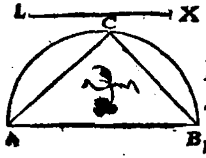
Ἐκ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντη μεταλαμβανόμεναι, στερεὰν γωνίαι συστήσασθαι. δεῖ δὴ τὰς τρεῖς τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονας εἶναι.

Probl. 3. Propo. 23.

Ex planis tribus angulis, quorum duo vt libet assumpti tertio sint maiores, solidũ angulum constituere. Decet autem illos tres angulos rectis quatuor esse minores.

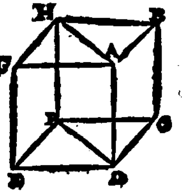






κδ

Ἐὰν στερεὸν ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων περιέχηται, τὰ ἀπεναντίον αὐτοῦ ἐπίπεδα, ἴσα τε καὶ παραλληλόγραμμά ἐστιν.

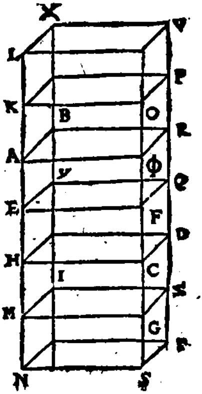


Theo. 21. Propo. 24.

Si solidum parallelis planis cõtineatur, aduersa illius plana & æqualia sunt & parallelogramma.

κε

Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ἡ βάσις πρὸς τὴν βάσιν, οὕτω τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεόν.



Theor. 22. Proposit. 25.

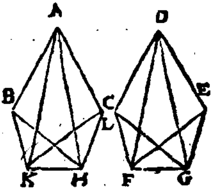
Si solidum parallelis planis contentum plano secetur aduersus planis parallelo, erit quemadmodum basis ad basim, ita solidum ad solidum.

κϛ

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ στερεᾷ γωνίᾳ ἴσην στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι.

Probl. 4. Propo. 27.

Ad datam rectam lineam eiúsque punctum, angulum solidum constituere solido angulo dato æqualem.

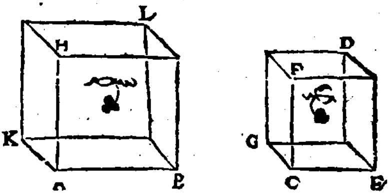


κζ

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἀναγράψαι.

Probl. 5. Propo. 27.

A data recta, dato solido parallelis planis comprehéso simile & similiter positum solidum parallelis planis contentum describere.

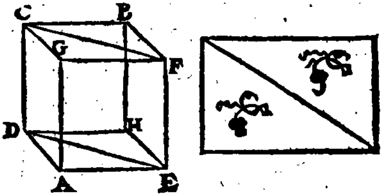


κη

Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ κατὰ τὰς διαγωνίους τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων, δίχα τμηθήσεται τὸ στερεὸν ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου.

Theor. 23. Propo. 28.

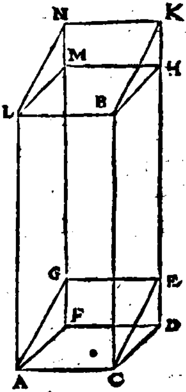
Si solidum parallelis planis comprehēsum, ducto per aduersorū planorum diagonios plano sectum fit, illud solidū ab hoc plano bifariam secabitur.



κθ

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι ἐπὶ τῶν αὐτῶν εἰσὶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor. 24. Propositio. 29.



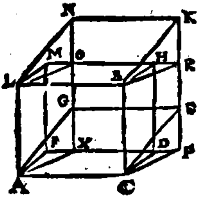
Solida parallelis planis comprehensa, quæ super eandem basim & in eadem sunt altitudine, quorum insistentes lineæ in iisdem collocantur rectis lineis, illa sunt inter se æqualia.

In ꝑp 29 et 30. de adfirmatur de parallelopipedis quod de parallelogramis in 35. d 1 λ

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor. 25. Propo. 30.

Solida parallelis planis circunſcripta, quæ ſuper eandem baſim & in eadẽ ſunt altitudine, quorũ inſiſtentes lineæ non in iiſdem reperiuntur rectis lineis, illa ſunt inter ſe ęqualia.

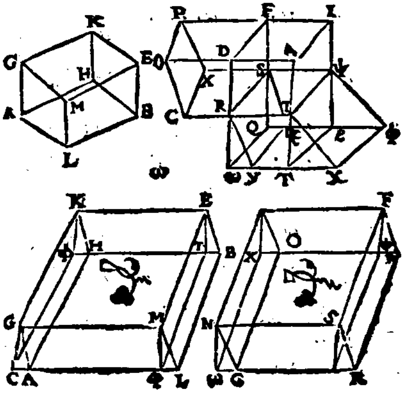


λα

Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor. 26. Propo. 31.

Solida parallelis planis circunſcripta, quæ in eadem ſunt altitudine, æqualia ſunt inter ſe.

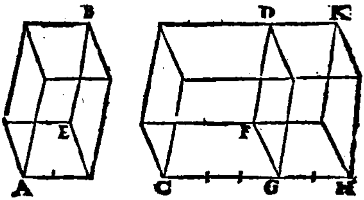


λβ

Τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς αἱ βάσεις.

Theor. 27. Propo. 32.

Solida parallelis planis circunſcripta quæ eiuſdem ſunt altitudinis, eam habent inter ſe rationem, quam baſes.

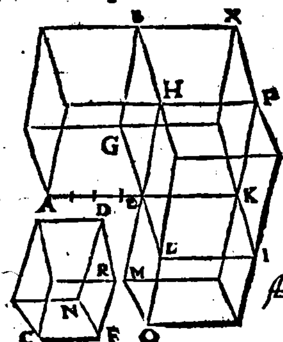


λγ

Τὰ ὅμοια στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλα ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor. 28. Propo. 33.

Similia ſolida parallelis planis circunſcripta, habent inter ſe rationem homologorũ laterum triplicatam.



A·B·G :: α·β·γ

+B G·A B μ α' β G ÷ Ergo p def: 10 & 5

B G A·β γ A   A·α :: B·β :: G·γ

G A B·γ α B   A β = B α·A γ = G α·B γ = G β

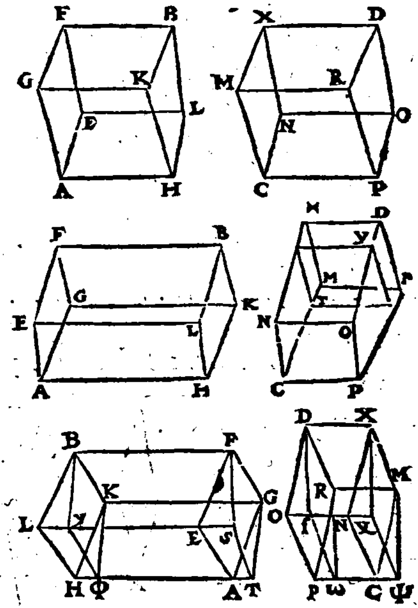
quare A β γ·B α γ :: G γ &c Ergo

λδ

Τῶν ἴσων στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theor. 29. Propo. 34.

Æqualium solidorum parallelis planis contentorum bases cum altitudinibus reciprocantur. Et solida parallelis planis contenta, quorum bases cum altitudinibus reciprocantur, illa sunt æqualia.



λε

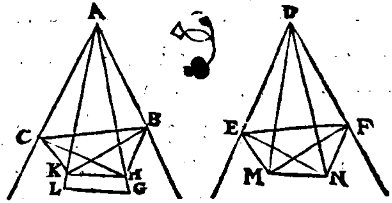
Ἐὰν ὦσι δύο γωνίαι ἐπίπεδοι ἴσαι, ἐπὶ δὲ τῶν κορυφῶν αὐτῶν μετέωροι εὐθεῖαι ἐπισταθῶσιν ἴσας

γωνίας

γωνίας περιέχουσαι μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἐπὶ δὲ τῶν μετεώρων ληφθῇ τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα, ἐν οἷς εἰσὶν αἱ ἐξ ἀρχῆς γωνίαι, κάθετοι ἀχθῶσιν, ἀπὸ δὲ τῶν γενομένων σημείων ὑπὸ τῶν καθέτων ἐπὶ τοῖς ἐπιπέδοις, ἐπὶ τὰς ἐξ ἀρχῆς γωνίας ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἴσας γωνίας περιέξουσι μετὰ τῶν μετεώρων.

Theor. 30. Propo. 35.

Si duo plani ſint anguli æquales, quorum verticibus ſublimes rectæ lineæ inſiſtant, quæ cum lineis primò poſitis angulos contineant æquales, vtrunque vtrique, in ſublimibus autem lineis quælibet ſumpta ſint puncta, & ad his ab plana, in quibus conſiſtunt anguli primùm poſiti, ductæ ſint perpendiculares, ab earum verò pũctis, quę in planis ſignata fuerint, ad angulos primùm poſitos adiunctæ ſint rectę lineę, hę cum ſublimibus ęquales angulos comprehendent.

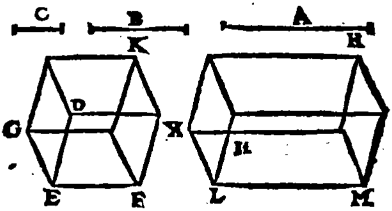


λϛ

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, ἰσοπλεύρῳ μὲν, ἰσογωνίῳ δὲ τῷ προειρημένῳ.

Theor. 31. Propo. 36.

Si rectę tres lineę ſint proportionales, quod ex his tribus fit ſolidū parallelis planis contentum, æquale eſt deſcripto à media linea ſolido parallelis planis compreheſo, quod æquilaterum quidem ſit, ſed antedicto æquiangulum.

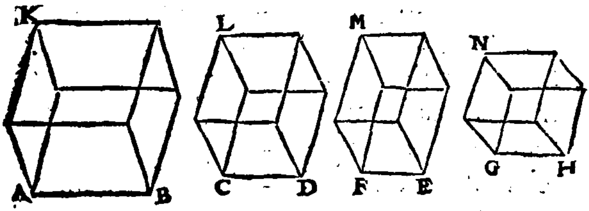


λζ

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα, ἀνάλογον ἔσται. καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 32. Propo. 37.

Si rectæ quatuor lineæ ſint proportionales, illa quoque ſolida parallelis planis contenta, quæ ab ipſis lineis & ſimilia & ſimiliter deſcribuntur, proportionalia erunt. Et ſi solida parallelis planis comprehensa, quæ & similia & similiter describũtur, sint proportionalia, illæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt.

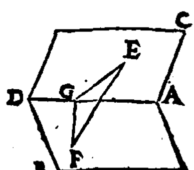


λη

Ἐὰν ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθὸν ᾖ, καὶ ἀπό τινος σημείου τῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἐπὶ τὸ ἕτερον ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς πεσεῖται τῶν ἐπιπέδων ἡ ἀγομένη κάθετος.

Theor. 33. Propo. 38.

Si planum ad planum rectum sit, & à quodam puncto eorum quę in vno sunt planorum perpẽdicularis ad alterum ducta sit, illa quæ ducitur perpendicularis, in communem cadet planorum sectionem.

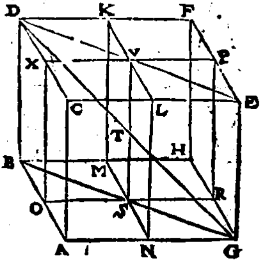


λθ

Ἐὰν στερεοῦ παραλληλεπιπέδου τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων αἱ πλευραὶ δίχα τμηθῶσι, διὰ δὲ τῶν τομῶν ἐπίπεδα ἐκβληθῇ, ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων καὶ ἡ τοῦ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου διάμετρος, δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

Theor. 24. Propo. 39.

Si in ſolido parallelis planis circunſcripto, aduerſorum planorum lateribus bifariàm ſectis, educta ſint per ſectiones plana, communis illa planorum ſectio, & ſolidi parallelis plani circunſcripti diameter, ſe mutuò bifariàm ſecant.

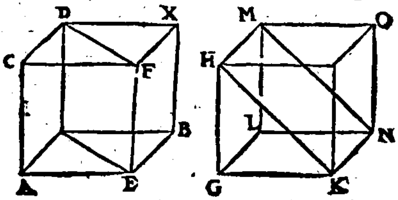


μ

Ἐὰν ᾖ δύο πρίσματα ἰσοϋψῆ, καὶ τὸ μὲν ἔχῃ βάσιν παραλληλόγραμμον, τὸ δὲ τρίγωνον, διπλάσιον δὲ ᾖ τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου, ἴσα ἔσται τὰ πρίσματα.

Theor. 35. Propo. 40.

Si duo ſint ęqualis altitudinis priſmata, quorum hoc quidẽ baſim habeat parallelogrãmum, illud verò triangulum, ſit autem parallelogrãmum triãguli duplũ, illa priſmata erunt æqualia.



Elementi vndecimi finis.

ΕΥΚΛΕΙ-

ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ΙΒ, ΚΑῚ ΣΤΕΡΕΩ͂Ν ΔΕΥ´ΤΕΡΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTUM DUODECIMUM, ET SOLIDORUM *ſecundum*.

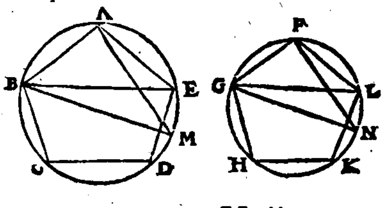
Προτάσεις.

α.

Τὰ ἐν τοῖς κύκλοις ὅμοια πολύγωνα πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Theor. 1. Propo. 1.

Similia quæ ſunt in circulis polygωna, rationem habent inter ſe quã deſcripta à diametris quadrata.



Illius esto Aq·Eq :: circul A · I ⊏ circul E, scili:
circul E = I + K Quia Δᵉ simul minora sunt semisse
omnium segmentorum in quibus consistunt:

subdividendo fiet ut reliqua segmenta omnia
extra polygonum simul sint ⊏ K: Et
polyg

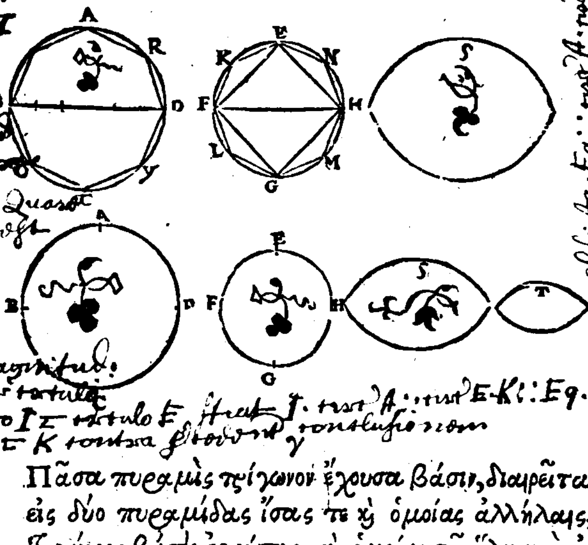
Οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

E ⊏ I Ex utrum polyg A·

Theor. 2. Propo. 2.

Circuli eam inter ſe rationem habẽt, quam deſcripta à diametris quadrata.

polyg E :: Aq·Eq :: circul A·I quare polyg E ⊏ I quod est contra hypoth. Quare non potest esse Diamq· Diaq :: circ· magnitud. minorem circulo



vel si Aq·Eq :: circul A· circul E· vel Eq·Aq :: circul E· circul A

circul A : circul E·K :: Eq·Aq
sive ergo I ⊏ circulo E sicut I. circul A
circul E ⊏ K contra est conclusionem

Πᾶσα πυραμὶς τρίγωνον ἔχουσα βάσιν, διαιρεῖται εἰς δύο πυραμίδας ἴσας τε καὶ ὁμοίας ἀλλήλαις, τριγώνους βάσεις ἐχούσας, καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τὰ δύο πρίσματα μείζονά ἐστιν, ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης πυραμίδος.

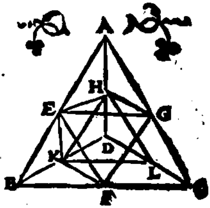
Theor. 3. Propo. 3.

Omnis pyramis trigωnam habens baſim, in duas diuiditur pyramidas nõ tantùm ęqua-

Pyramides { E F G D
{ I H C G

Prismata EFGAKI = 4 & 11
BKFHIG ... Harm
3HIK = 2AKI

les & similes inter se, sed toti etiam pyramidi similes, quarum trigonæ sunt bases, atque in duo prismata ęqualia, quę duo prismata dimidio pyramidis totius sunt maiora.

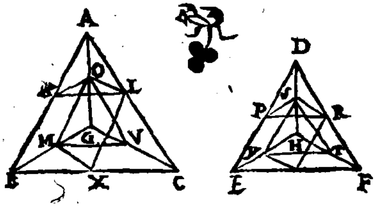


δ

Ἐὰν ὦσι δύο πυραμίδες ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, διαιρεθῇ δὲ ἑκατέρα αὐτῶν εἴς τε δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τῶν γενομένων πυραμίδων ἑκατέρα τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίνεται, ἔστιν ὡς ἡ τῆς μιᾶς πυραμίδος βάσις, πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας πυραμίδος βάσιν, οὕτως καὶ τὰ ἐν τῇ μιᾷ πυραμίδι πρίσματα πάντα, πρὸς τὰ ἐν τῇ ἑτέρᾳ πυραμίδι πρίσματα πάντα ἰσοπληθῆ.

Theor. 4. Propo. 4.

Si duæ eiusdem altitudinis pyramides trigonas habeant bases, sit autem illarum vtraque diuisa & in duas pyramidas iuter se æquales totique similes, & in duo prismata æqualia, ac eodem modo diuidatur vtraque pyramidũ quæ ex superiore diuisione natæ sunt, idque perpetuò fiat: quemadmodum se habet vnius pyramidis basis ad alterius pyramidis basim, ita & omnia quæ in vna pyramide prismata, ad omnia quæ in altera pyramide prismata, multitudine æqualia.

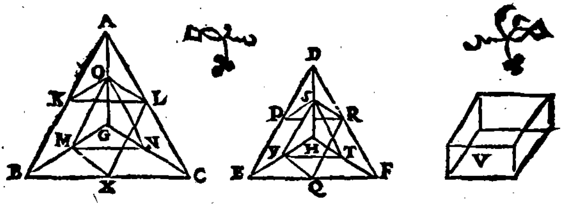


ε

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor. 5. Propo. 5.

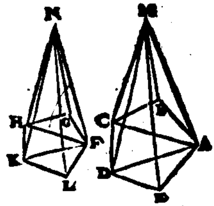
Pyramides eiusdẽ altitudinis, quarum trigonæ sunt bases, eam inter se rationem habent quam ipsæ bases.



ϛ

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, καὶ πολυγώνοις ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor. 6. Propo. 6.



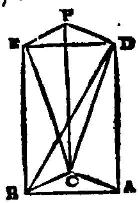
Pyramides eiuſdem altitudinis, quarum polygωnæ ſunt baſes, eam inter ſe rationem habent quam ipſæ baſes.

ζ

Πᾶν πρίσμα τρίγωνον ἔχον βάσιν, διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις, τριγώνους βάσεις ἐχούσας.

cofc = abcl
= abcd = ldec

Theor. 7. Propo. 7.



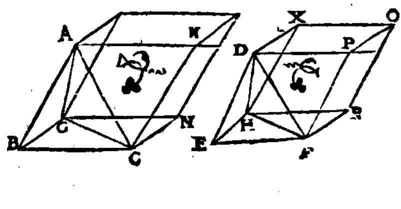
Omne priſma trigωnã habens baſim, diuiditur in tres pyramides inter ſe æquales, quarum trigωnæ ſunt baſes.

η

Αἱ ὅμοιαι πυραμίδες, καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor. 8. Propo. 8.

Similes pyramides, quæ trigωnas habẽt baſes, in triplicata ſunt homologorum laterum ratione.

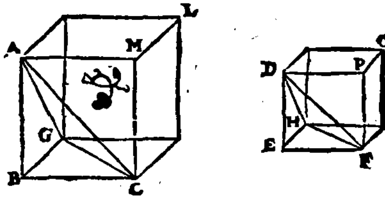


θ

Τῶν ἴσων πυραμίδων, καὶ τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν
ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν πυραμί-
δων τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βά-
σεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσαι εἰσὶν ἐκεῖναι.

Theor. 9. Propo. 9.

Æqualium pyramidũ & trigωnas baſes habentium reciprocantur baſes cum altitudinibus. Et quarum pyramidum trigωnas baſes habentium reciprocantur baſes cum altitudinibus, illæ ſunt æquales.

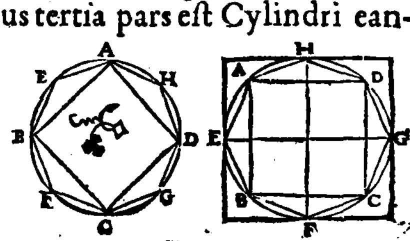


ι

Πᾶς κῶνος, κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐ-
τὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον.

Theor. 10. Propo. 10.

Omnis cωnus tertia pars eſt Cylindri eandem cum ipſo cωno baſim habentis, & altitudinē æqualem.

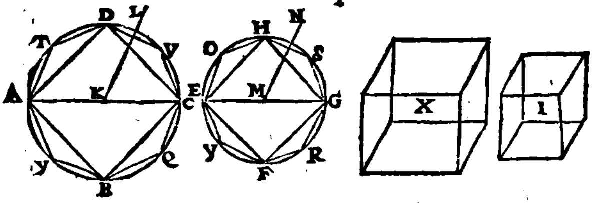


ια

Οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor. 11. Propo. 11.

Cωni & cylindri eiuſdem altitudinis, eam inter ſe rationem habent quam baſes.

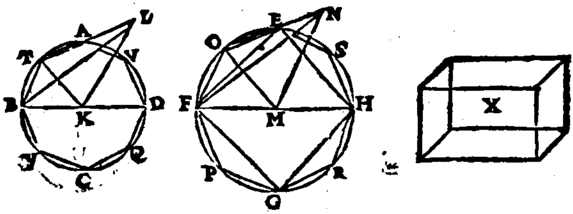


ιβ

Οἱ ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροι, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Theor. 12. Propo. 12.

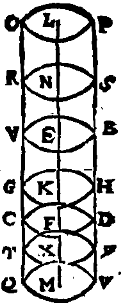
Similes cωni & cylindri, triplicatam habẽt inter ſe rationem diametrorum quę ſunt in baſibus.



ιγ

Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

Theorema 13. Propositio 13.



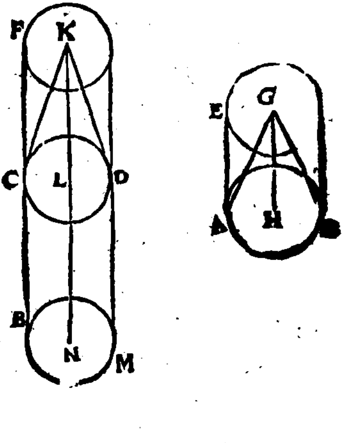
Si cylindrus plano sectus sit aduersis planis parallelo, erit quemadmodum cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.

ιδ

Οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

Theor. 14. Propo. 14.

Coni & cylindri qui in æqualib⁹ sunt basibus, eam habent inter se rationem, quam altitudines.

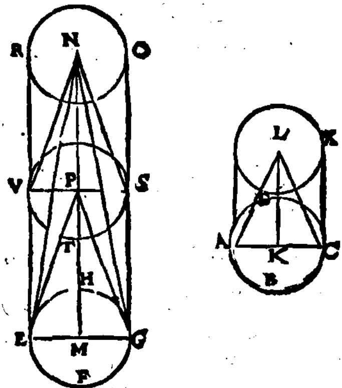


ιε

Τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.

Theor. 15. Propo. 15.

Æqualium cωnorum & cylindrorũ baſes cũ altitudinibus reciprocãtur. Et quorum cωnorum & cylindrorum baſes cum altitudinibus reciprocantur, illi ſunt æquales.



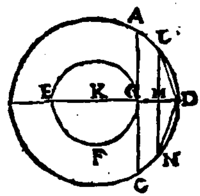
ιϛ

Δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων, εἰς τὸν μείζονα κύκλον, πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τοῦ ἐλάσσονος κύκλου.

Probl. 1. Propo. 16.

Duobus circulis circum idem centrum

consistentibus, in maiore circulo polygωnum ęqualium pariúmque laterum inscribere, quod minorem circulum non tangat.

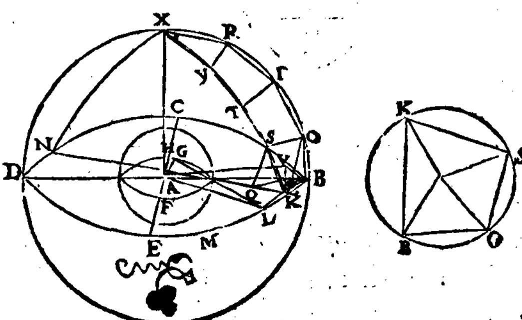


ιζ

Δύο σφαιρῶν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον οὐσῶν, εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν στερεὸν πολύεδρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν.

Probl. 2. Propo. 17.

Duabus sphæris circum idem centrum cõsistétibus, in maiore sphęra solidum polyedrum inscribere, quod minoris spæhræ superficiem non tangat.

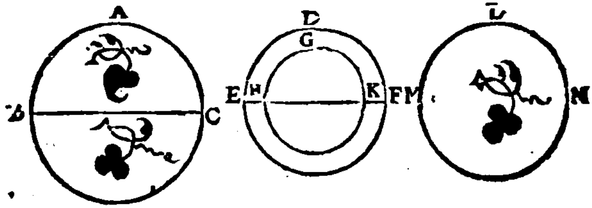


ιη

Αἱ σφαῖραι πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων διαμέτρων.

Theor. 16. Propo. 18.

Sphæræ inter ſe rationem habent ſuorum diametrorum triplicatam.



Elementi duodecimi finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ΙΓ, ΚΑῚ ΣΤΕΡΕΩ͂Ν ΤΡΙ΄ΤΟΝ.

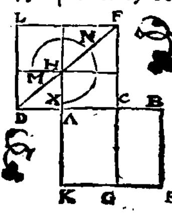
EVCLIDIS ELEMEN-
TVM DECIMVMTERTIVM, ET SOLIDORVM

$1\ Q: \sigma + \frac{1}{2}\varsigma := \frac{5}{4}\varsigma q$: hoc $\overset{\text{tertium}}{\sigma}(\sigma q)\ \varsigma\tau + \varsigma\sigma + \frac{1}{4}\varsigma q$

Προτάσεις. ςq

α

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ μεῖζον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τῆς ὅλης, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ὅλης.



Theor. 1. Propo. 1.

Si recta linea per extremam & mediam rationem secta sit, maius segmẽtum quod totius lineæ dimidium

$S.\ Q: A + \frac{1}{2} Z := \frac{5}{4} Zq$: sit $Z = \varsigma$ sit $A = \sigma$

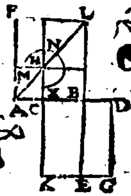
dium assumpserit, quintuplum potest eius quadrati, quod à totius dimidia describitur.

β

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμήματος ἑαυτῆς πενταπλάσιον δύνηται, τῆς διπλασίας τοῦ εἰρημένου τμήματος ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ λοιπὸν μέρος ἐστὶ τῆς ἐξ ἀρχῆς εὐθείας.

Theor. 2. Propo. 2.

Si recta linea sui ipsius segmenti quintuplũ posſit, & dupla segmenti huius linea per extremam & mediam rationem secetur, maius segmentum reliqua pars est lineæ primum positæ.

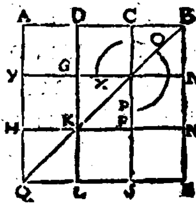


γ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἔλασσον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τοῦ μείζονος τμήματος, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τοῦ μείζονος τετραγώνου.

Theor. 3. Propo. 3.

Si recta linea per extremã & mediam rationem secta sit, minus segmentũ quod maioris segmenti dimidiũ assumpserit, quintuplum



ʒ: T + ½ σ: = 5 σq hat est Tq + 6T + ¼ σq

X

5 T = σ q

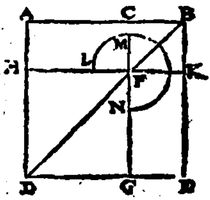
potest eius, quod à maioris segmenti dimidio describitur, quadrati.

δ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐλάττονος τμήματος, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος τετραγώνου.

Theor. 4. Propo. 4.

Si recta linea per extremam & mediam rationem secta sit, quod à tota, quódque à minore segméto simul vtraque quadrata, tripla sunt eius, quod à minore segmento describitur, quadrati.

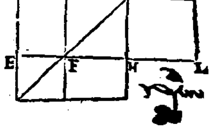


ε

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, καὶ προστεθῇ ἴση τῷ μείζονι τμήματι, ὅλη ἡ εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν, ἡ ἐξ ἀρχῆς εὐθεῖα.

Theor. 5. Propo. 5.

Si ad rectam lineam, quæ per extremam & mediam rationem secetur, adiuncta sit altera segméto maiori æqualis, tota hæc linea recta per extremam



& mediam rationem secta est, estque maius segmentum linea primùm posita.

ϛ

Ἐὰν εὐθεῖα ῥητὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, ἑκάτερον τῶν τμημάτων ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Theor. 6. Propo. 6.

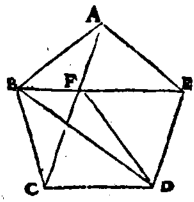
Si recta linea ῥητὴ siue rationalis, per extremam & mediam rationem secta sit, vtrunque segmentorum ἄλογος siue irrationalis est linea, quæ dicitur Residuum.

ζ

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου αἱ τρεῖς γωνίαι, ἤτοι αἱ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἢ αἱ μὴ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἴσαι ὦσιν, ἰσογώνιον ἔσται τὸ πεντάγωνον.

Theor. 7. Propo. 7.

Si pentagωni æquilateri tres sint æquales anguli, siue qui deinceps, siue qui non deinceps sequuntur, illud pentagωnum erit æquiangulum.

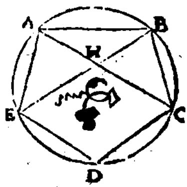


η

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τὰς κατὰ τὸ ἑξῆς δύο γωνίας ὑποτείνωσιν εὐθεῖαι, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνουσιν ἀλλήλας, καὶ τὰ μείζονα αὐτῶν τμήματα ἴσα ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ.

Theor. 8. Propo. 8.

Si pentagωni æquilateri & æquiãguli duos qui deinceps ſequuntur angulos rectę ſubtendant lineæ, illæ per extremam & mediam rationem ſe mutuò ſecant, earúmque maiora ſegméta, ipſius pẽtagωni lateri ſunt æqualia.

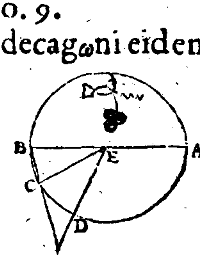


θ

Ἐὰν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου, εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων συντεθῶσιν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμα, ἐστὶν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρά.

Theor. 9. Propo. 9.

Si latus hexagωni & latus decagωni eidem circulo inſcriptorum cõpoſita ſint, tota recta linea per extremam & mediam rationem ſecta eſt, eiúſque ſegmétum maius, & hexagωni latus.

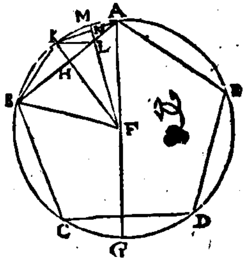


ι

Ἐὰν εἰς κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Theor. 10. Propo. 10.

Si circulo pentagωnum æquilaterum inſcriptum ſit, pentagωni latus poteſt & latus hexagωni & latus decagωni, eidem circulo inſcriptorum.

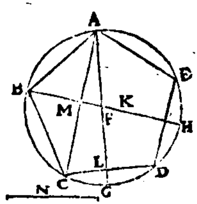


ια

Ἐὰν εἰς κύκλον ῥητὴν ἔχοντα τὴν διάμετρον, πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐλάσσων.

Theor. 11. Propo. 11.

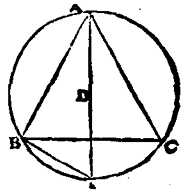
Si in circulo ῥητὴν habente diametrum, inſcriptum ſit pentagωnum æquilaterum, pentagωni latus irrationalis eſt linea, quæ vocatur Minor.



ιβ

Ἐὰν εἰς κύκλον τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ, δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

Theor. 12. Propo. 12.



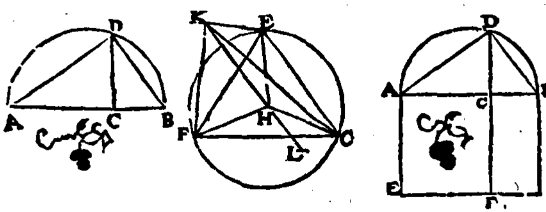
Si in circulo inſcriptũ ſit triangulum æquilaterum, huius trianguli latus potentia triplum eſt eius lineæ, quæ ex circuli centro ducitur.

ιγ

Πυραμίδα συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ δοθείσῃ, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος, δυνάμει ἡμιολία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος.

Probl. 1. Propo. 13.

Pyramidem cõſtituere, & data ſphęra complecti, atque docere illius ſphæræ diametrũ potẽtia ſeſquialteram eſſe lateris ipſius pyramidis.

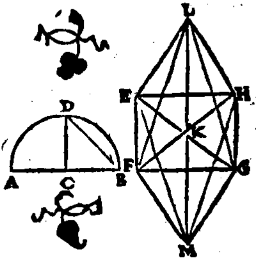


ιδ

Ὀκτάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὴν πυραμίδα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει διπλασία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταέδρου.

Probl. 2. Propo. 14.

Octaëdrum conſtituere, eáque ſphæra qua pyramidem cõplecti, atque probare illius ſphæræ diametrum potentia duplã eſſe lateris ipſius octaëdri.

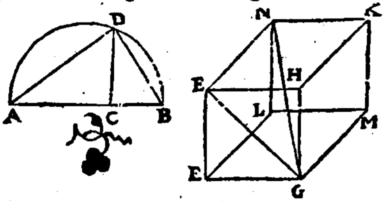


ιε

Κύβον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὰ πρότερα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει τριπλῆ ἐστὶ τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς.

Probl. 3. Propo. 15.

Cubum conſtituere, eáque ſphæra qua & ſuperiores figuras complecti, atque docere illius ſphęræ diametrum potentia triplam eſſe literis ipſius cubi.

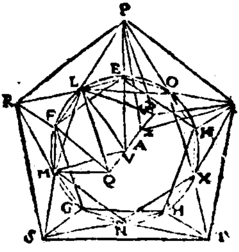


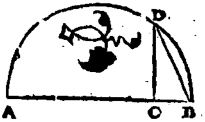
ιϛ

Εἰκοσάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐλάττων.

Probl. 4. Propo. 16.

Icosaëdrum constituere, eadémque sphæra qua & antedictas figuras complecti, atque probare icosoëdri latus irrationalem esse lineam, quæ vocatur Minor.



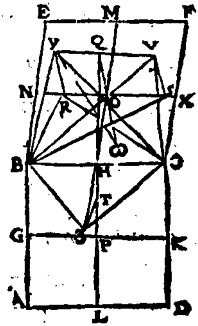


ιζ

Δωδεκάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Probl. 5. Propo. 17.

Dωdecaëdrum cóstituere, eadémque sphæra qua & antedictas figuras complecti, atque probare dωdecaëdri latus irrationalē esse lineam, quæ vocatur Residuum.

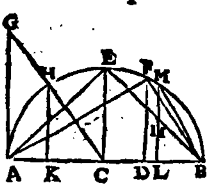


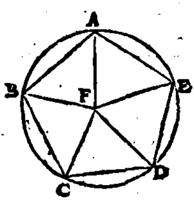
ιη

Τὰς πλευρὰς τῶν πέντε σχημάτων ἐκθέσθαι, καὶ συγκρῖναι πρὸς ἀλλήλας.

Probl. 6. Propo. 18.

Quinque figurarum latera proponere, & inter se cōparere.





ΣΧΌΛΙΟΝ.

Λέγω δὴ ὅτι παρὰ τὰ εἰρημένα ε̄ σχήματα οὐ συσταθήσεται ἕτερον σχῆμα, περιεχόμενον ὑπὸ ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων, ἴσων ἀλλήλοις. ὑπὸ μὲν γὰρ δύο τριγώνων, ἀλλ᾽ οὐδὲ ἄλλων δύο ἐπιπέδων στερεὰ γωνία οὐ συσταθήσεται.

Ὑπὸ δὲ τριῶν τριγώνων, ἡ τῆς πυραμίδος.

Ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἡ τοῦ ὀκταέδρου.

Ὑπὸ δὲ ε͂, ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου.

Ὑπὸ δὲ ἓξ τριγώνων ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων, οὐκ ἔσται στερεὰ γωνία. οὔσης γὰρ τῆς τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου γωνίας διμοίρου ὀρθῆς, ἔσονται αἱ ἓξ τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι, ὅπερ ἀδύνατον. ἅπασα γὰρ στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν περιέχεται, διὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὐδὲ ὑπὸ πλειόνων ἢ ἓξ γωνιῶν ἐπιπέδων στερεὰ γωνία συνίσταται.

Ὑπὸ δὲ τετραγώνων τριῶν, ἡ τοῦ κύβου γωνία περιέχεται.

Ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἀδύνατον. ἔσονται γὰρ πάλιν τέσσαρες ὀρθαί.

Ὑπὸ δὲ πενταγώνων ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων, ὑπὸ μὲν τριῶν, ἡ τοῦ δωδεκαέδρου.

Ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἀδύνατον. οὔσης γὰρ τοῦ ἰσοπλεύρου πενταγώνου γωνίας ὀρθῆς καὶ πέμπτου, ἔσονται αἱ τέσσαρες γωνίαι τεσσάρων ὀρθῶν μείζους, ὅπερ ἀδύνατον. οὐδὲ μὴν ὑπὸ πολυγώνων ἑτέρων σχημάτων περιεχθήσεται στερεὰ γωνία, διὰ τὸ ἄτοπον. οὐκ ἄρα παρὰ τὰ εἰρημένα ε΄ σχήματα ἕτερον σχῆμα στερεὸν συσταθήσεται, ὑπὸ ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

SCHOLIVM.

Aio verò, præter dictas quinque figuras non posse aliam constitui figuram solidam, quæ planis & æquilateris & æquiangulis continεatur, inter se æqualibus. Non enim ex duobis triangulis, sed neque ex aliis duabus figuris solidus constituetur angulus.

Sed ex tribus triangulis, constat Pyramidis angulus.

Ex quatuor autem, Octaëdri.

Ex quinque verò, Icosaëdri.

Nam ex triangulis sex & æquilateris & æquiangulis ad idem punctum coeuntibus, non fiet angulus solidus. Cùm enim trianguli æquilateri angulus, recti unius bessem contineat, erunt eiusmodi sex anguli rectis quatuor æquales. Quod fieri non potest. Nam solidus omnis angulus, minoribus quàm rectis quatuor angulis continetur, per 21. 11.

Ob easdem sanè causas, neque ex pluribus quàm planis sex eiusmodi angulus solidus constat.

Sed ex tribus quadratis, cubi angulus continetur.

Ex quinque, nullus potest. Rursus enim recti quatuor erunt.

Ex tribus autem pentagonis æquilateris & æquiangulis, Dodecaëdri angulus continetur. Sed ex quatuor, nullus potest. Cùm enim pentagoni æquilateri angulus rectus sit & quinta recti pars, erunt quatuor anguli rectis quatuor maiores. Quod fieri nequit. Nec sanè ex aliis polygonis figuris solidus angulus continebitur, quòd hinc quoque absurdum sequatur. Quamobrem perspicuum est, præter dictas quinque figuras aliam figuram solidam non posse constitui, quæ ex planis æquilateris & æquiangulis contineatur.

Elementi decimitertij finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ΙΔ, ΚΑῚ ΣΤΕΡΕΩ͂Ν ΤΕ΄ΤΑΡΤΟΝ,

ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δέ, ΥΨΙΚΛΕΟΥΣ Ἀλεξανδρέως, περὶ τῶν ε΄ σωμάτων, πρῶτον.

Βασιλείδης ὁ τύριος, ὦ Πρώταρχε, παραγενηθεὶς εἰς Ἀλεξάνδρειαν, καὶ συσταθεὶς τῷ πατρὶ ἡμῶν διὰ τὴν ἀπὸ τοῦ μαθήματος συγγένειαν, συνδιέτριψεν αὐτῷ τὸν πλεῖστον τῆς ἐπιδημίας χρόνον. καί ποτε διελοῦντες τὸ ὑπὸ Ἀπολλωνίου γραφὲν περὶ τῆς συγκρίσεως τοῦ δωδεκαέδρου καὶ τοῦ εἰκοσαέδρου, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, τίνα λόγον ἔχει ταῦτα πρὸς ἄλληλα, ἔδοξαν ταῦτα μὴ ὀρθῶς γεγραφέναι τὸν Ἀπολλώνιον. αὐτοὶ δὲ ταῦτα διακαθάραντες, ἔγραψαν, ὡς ἦν ἀκούειν τοῦ πατρός. ἐγὼ δὲ ὕστερον πε-

περιέπεσον ἑτέρῳ βιβλίῳ ὑπὸ Ἀπολλωνίου ἐκδεδομένῳ, καὶ περιέχοντι ἀπόδειξιν ὑγιῶς περὶ τοῦ ὑποκειμένου, καὶ μεγάλως ἐψυχαγωγήθην ἐπὶ τῇ τοῦ προβλήματος ζητήσει. τὸ μὲν ὑπὸ Ἀπολλωνίου ἐκδοθὲν ἔοικε κοινῇ σκοπεῖν. καὶ γὰρ περιφέρεται. τὸ δ' ὑφ' ἡμῶν δοκοῦν ὕστερον γεγραφέναι φιλοπόνως, ὅσα δοκεῖν, ὑπομνηματισάμενος ἔκρινα προσφωνῆσαί σοι διὰ τὴν ἐν ἅπασι μαθήμασι, μάλιστα δ' ἐν γεωμετρίᾳ προκοπὴν ἐμπείρως κρίνοντι τὰ ῥηθησόμενα, διὰ δὲ τὴν πρὸς τὸν πατέρα συνήθειαν, καὶ τὴν πρὸς ἡμᾶς εὔνοιαν, εὐμενῶς ἀκουσομένῳ τῆς πραγματείας. καιρὸς δ' ἂν εἴη προοιμίου μὲν πεπαῦσθαι, τῆς δὲ συντάξεως ἄρχεσθαι.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVMQVARTVM, VT QVIDAM ARbitrantur, vt alij verò, Hypsiclis Alexandrini, de quinque corporibus.

LIBER PRIMVS.

Basilides Tyrius, Protarche, Alexandriam profectus, patríque nostro ob disciplinæ societatem commendatus, longissimo peregrinationis tempore cum eo versatus est. Cúmque differerent aliquando de scripta ab Apollonio comparatione Dodecaedri & Icosaedri eidem sphæræ inscriptorum, quam hæc inter se habeant rationem, censuerunt ea non rectè tradidisse Apollonium: quæ à se emendata, vt de patre audire erat, literis prodiderunt. Ego autem postea incidi in alterum librum ab Apollonio editum, qui demonstrationem accuratè *complecteretur de re proposita, ex eiúsque problematis indagatione magnam equidem cepi voluptatē. Illud certè ab omnibus perspici potest, quod scripsit Apollonius, cùm sit in omnium manibus. Quod autem diligenti, quantum coniicere licet, studio nos pòstea scripsisse videmur, id monimentis consignatum tibi nuncupandum duximus, vt qui feliciter cùm in omnibus disciplinis tum vel maximè in Geometria versatus, scitè ac prudenter iudices ea quæ dicturi sumus: ob eam verò, quæ tibi cum patre fuit, vitæ cōsuetudinem, quáque nos cōplecteris, beneuolentiam, tractationem ipsam libēter audias. Sed iam tempus est, vt proœmio modum facientes, hanc syntaxim aggrediamur.*

Πρότασις.

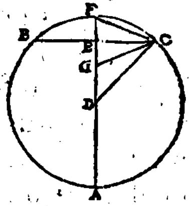
α

Ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου κύκλου τινὸς, ἐπὶ τὴν τοῦ πενταγώνου πλευρὰν, τοῦ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένου κάθετος ἀγομένη, ἡμίσειά ἐστι συναμφοτέρου, τῆς τε ἐκ τοῦ κέντρου καὶ τῆς τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Theor. 1. Propo. 1.

Perpendicularis linea, quæ ex circuli cuiuspiam

iuſpiam centro in latus pentagωni ipſi circulo inſcripti ducitur, dimidia eſt vtriuſque ſimul lineæ, & eius quæ ex centro, & lateris decagωni in eodem circulo inſcripti.

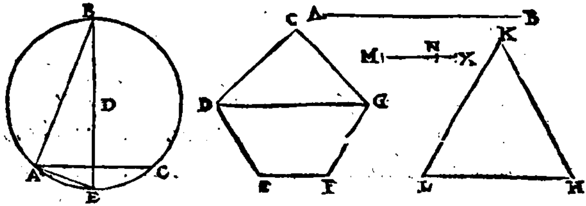


β

Ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό, τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων.

Theor 2. Propo. 2.

Idem circulus conprehendit & dωdecaëdri pẽtagωnum & icoſaëdri triangulum, eidem ſphæræ inſcriptorum.

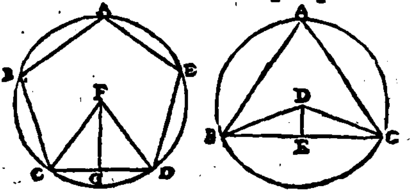


γ

Ἐὰν ᾖ πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, καὶ περὶ τοῦτο κύκλος, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν ἀχθῇ, τὸ τριακοντάκις ὑπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν καὶ τῆς καθέτου, ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ.

Theor. 3. Propo. 3.

Si pentagωno & æquilatero & æquiangulo circunſcriptus ſit circulus, ex cuius centro in vnum pentagωni latus ducta ſit perpendicularis: quod vno laterum & perpendiculari trigeſies continetur, illud æquale eſt dωdecaëdri ſuperficiei.

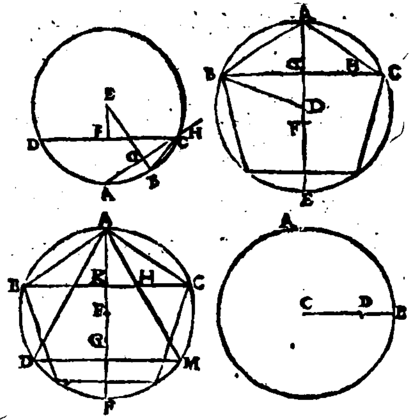


δ

Τούτου δήλου ὄντος, δεικτέον ὅτι ἔσται ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν.

Theor. 4. Propo. 4.

Hoc perſpicuum cùm ſit, probandum eſt, quemadmodū ſe habet dωdecaëdri ſuperficies ad icosaëdri superficiem, ita se habere cubi latus ad icosaëdri latus.



Cubi latus.

E

Dodecaëdri.

F

Icosaëdri.

G

ΣΧΌΛΙΟΝ.

Δῆλον δὴ νῦν, ὅτι ὡς ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. ἐπεὶ γὰρ ἴσοι κύκλοι περιλαμβάνουσι τό, τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, ἐν δὲ ταῖς σφαίραις οἱ ἴσοι κύκλοι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. αἱ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὰ τῶν κύκλων ἐπίπεδα κάθετοι ἀγόμεναι, ἴσαι τε εἰσὶν καὶ ἐπὶ τὰ κέντρα τῶν κύκλων πίπτουσιν. ὥστε αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τό, τε τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, καὶ τὸ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, ἴσαι εἰσί, τουτέστι αἱ κάθετοι. ἰσοϋψεῖς ἄρα εἰσὶν αἱ πυραμίδες, αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνα, καὶ αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνα. αἱ δὲ ἰσοϋψεῖς πυραμίδες πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις. ὡς ἄρα τὸ πεντάγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον, οὕτως ἡ πυραμὶς ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, πρὸς τὴν πυραμίδα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας· καὶ ὡς ἄρα δώδεκα πεντάγωνα πρὸς εἴκοσι τρίγωνα, οὕτω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι πρὸς εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βάσεις ἐχούσας. καὶ δώδεκα πεντάγωνα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνειά ἐστιν, εἴκοσι δὲ τρίγωνα ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειά ἐστιν. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν, οὕτω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι πρὸς εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βάσεις ἐχούσας. καὶ εἰσὶ δώδεκα μὲν πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι, τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου, εἴκοσι δὲ πυραμίδες τριγώνους βάσεις ἔχουσαι, τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἐδείχθη ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν. καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰν, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου.

SCHOLIVM.

Nunc autem probandum est, quemadmodum se habet cubi latus ad Icosaëdri latus, ita se habere solidũ dodecaëdri ad Icosaëdri solidum. Cùm enim æquales circuli comprehendant & dodecaëdri pẽtagonum & Icasoëdri triangulum, eidem, sphæræ inscriptorum: in sphæris autem æquales circuli æquali interuallo distent à centro (siquidem perpendiculares à sphæræ centro ad circulorum plana ductæ & æquales sunt, & ad circulorum centra cadunt) idcircò lineæ, hoc est perpendiculares quæ à sphæræ centro ducuntur ad centrum circuli comprehendentis & triangulum Icosaëdri & pentagonũ dodecaëdri, sunt æquales. Sunt igitur æqualis altitudinis Pyramides, quæ bases habent ipsa dodecaëdri pentagona, & quæ, Icosaëdri triangula. At æqualis altitudinis pyramides rationem inter se habent eam quam bases, ex 5. & 6. 11. Quemadmodum igitur pentagonum ad triangugulum, ita pyramis, cuius basis quidem est dode-

caëdri pentagωnum, vertex autẽ, ſphæræ centrum, ad pyramida cuius baſis quidem eſt Icoſaëdri triangulum, vertex autẽ, ſphæræ centrum. Quamobrem vt ſe habent duodecim pentagωna ad viginti triangula, ita duodecim pyramides, quorum pentagωnæ ſint baſes, ad viginti pyramidas, quæ trigωnas habeant baſes. Ad pentagωna duodecim ſunt dωdecaëdri ſuperficies, viginti autem triangula, Icoſaëdri. Eſt igitur vt dωdecaedri ſuperficies ad Icoſaedri ſuperficiem, ita duodecim pyramides, quæ pentagωnas habeant baſes, ad viginti pyramidas, quarum trigωnæ ſunt baſes. Sunt autem duodecim quidem pyramides, quæ pentagωnas habeant baſes, ſolidum dωdecaedri: viginti autem pyramides, quæ trigωnas habeant baſes, Icoſaedri ſolidum. Quare ex 11. 5. vt dωdecaedri ſuperficies ad Icoſaedri ſuperficiem, ita ſolidum dωdecaedri ad Icoſaedri ſolidum. Vt autem dωdecaedri ſuperficies ad Icoſaedri ſuperficiem, ita probatum eſt cubi latus ad Icoſaedri latus. Quemadmodum igitur cubi latus ad Icoſaedri latus, ita ſe habet ſolidum dωdecaedri ad Icoſaedri ſolidum.

Elementi decimiquarti finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙῶΝ ΙΕ, ΚΑῚ ΣΤΕΡΕῶΝ ΠΕΜΠΤΟΝ,

ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δὲ, ὙΨΙΚΛΕΟΥΣ Ἀλεξανδρέως, περὶ τῶν ε σωμάτων, δεύτερον.

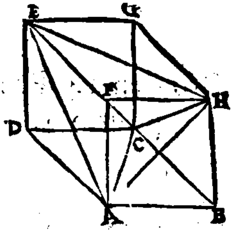
EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVMQVINTVM, ET SOLIDORVM QVINtum, vt nonnulli putant: vt autem alij, Hypsiclis Alexandrini, de quinque corporibus.

LIBER SECVNDVS.

Προτάσεις.

α

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πυραμίδα ἐγγράψαι.

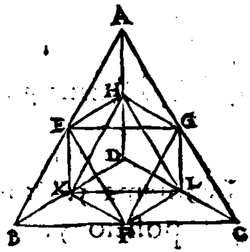


Problema 1. Propositio 1.

In dato circulo pyramidem inscribere.

β

Εἰς τὴν δοθεῖσαν πυραμίδα ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

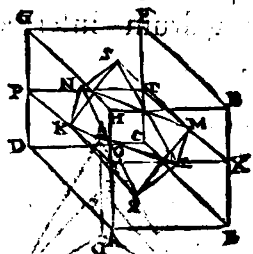


Problema 2. Propositio 2.

In data pyramide octaëdrum inscribere.

γ

Εἰς τὸν δοθέντα κύβον ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

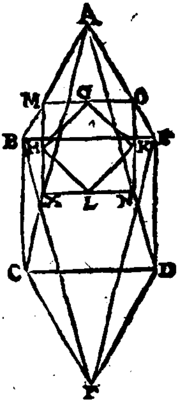


Problema 3. Propositio 3.

In dato cubo octaëdrū inscribere.

δ

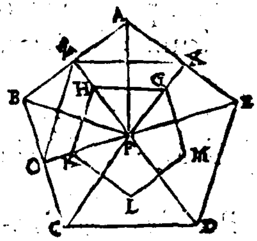
Εἰς τὸ δοθὲν ὀκτάεδρον κύβον ἐγγράψαι.



Problema 4. Propositio 4.

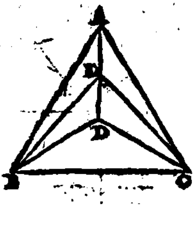
In dato octaëdro cubum inscribere.

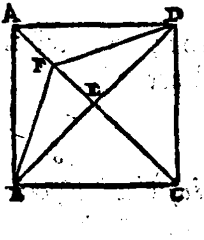
Εἰς τὸ δοθὲν εἰκοσάεδρον δωδεκάεδρον ἐγγράψαι.

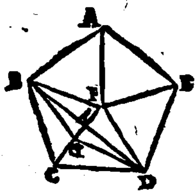


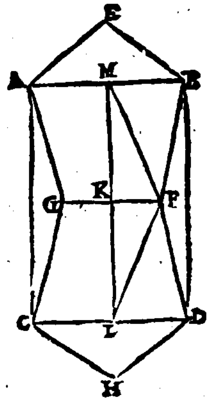
Problema 5. Propositio 5.

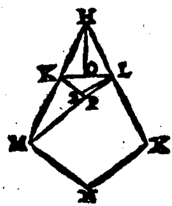
In dato Icosaëdro dodecaëdrum inscribere.






A
B
E
F
G
C
D


E
A
M
B
K
G
F
C
L
D
H



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Δεῖ εἰδέναι ἡμᾶς, ὅτι ἐάν τις ἐρεῖ ἡμῖν πάσας πλευρὰς ἔχει τὸ εἰκοσάεδρον, φήσομεν οὕτως. φανερὸν ὅτι ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων περιέχεται τὸ εἰκοσάεδρον, καὶ ὅτι ἕκαστον τρίγωνον ὑπὸ τριῶν εὐθειῶν περιέχεται. δεῖ οὖν ἡμᾶς πολλαπλασιάσαι τὰ εἴκοσι τρίγωνα ἐπὶ τὰς πλευρὰς τοῦ τριγώνου, γίνεται δὲ ἑξήκοντα, ὧν ἥμισυ γίνεται τριάκοντα. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ δωδεκαέδρου. πάλιν ἐπειδὴ δώδεκα πεντάγωνα περιέχουσι τὸ δωδεκάεδρον, πάλιν δὲ ἕκαστον πεντάγωνον ἔχει πέντε εὐθείας, ποιοῦμεν δωδεκάκις πέντε, γίνεται ἑξήκοντα. πάλιν τὸ ἥμισυ γίνεται τριάκοντα. διὰ τί δὲ τὸ ἥμισυ ποιοῦμεν, ἐπειδὴ ἑκάστη πλευρὰ, κἄντε ἢ τριγώνου, ἢ πενταγώνου, ἢ τετραγώνου, ὡς ἐπὶ κύβου, ἐκ δευτέρου λαμβάνεται. ὁμοίως δὲ τῇ αὐτῇ μεθόδῳ καὶ ἐπὶ κύβου, καὶ ἐπὶ τῆς πυραμίδος, καὶ τοῦ ὀκταέδρου τὰ αὐτὰ ποιήσας, εὑρήσεις τὰς πλευράς. εἰ δὲ βουληθείης πάλιν ἑκάστου τῶν πέντε σχημάτων εὑρεῖν τὰς γωνίας, πάλιν τὰ αὐτὰ ποιήσας, μέριζε παρὰ τὰ ἐπίπεδα τὰ περιέχοντα μίαν γωνίαν τοῦ στερεοῦ, οἷον ἐπειδὴ τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου γωνίαν περιέχουσιν ε̄ τρίγωνα, μέριζε παρὰ τὰ ε̄, γίνονται δώδεκα γωνίαι τοῦ εἰκοσαέδρου. ἐπὶ δὲ τοῦ δωδεκαέδρου, τρία πεντάγωνα περιέχουσι τὴν γωνίαν, μέρισον παρὰ τὰ τρία, καὶ ἕξεις κ̄ γωνίας οὔσας τοῦ δωδεκαέδρου. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν εὑρήσεις τὰς γωνίας.

Τέλος Εὐκλείδου στοιχείων.

SCHOLIVM.

Meminisse decet, si quis nos roget quot Icosaedrum habeat latera, ita respondendum esse. Patet Icosaedrum viginti contineri triangulis, quodlibet verò triangulum rectis tribus constare lineis. Quare multiplicanda sunt nobis viginti triangula in trianguli vnius latera, fiúntque sexaginta, quorum dimidium est triginta. Ad eundem modũ & in dωdecaedro. Cùm enim rursus duodecim pentagωna dωdecaedrum comprehendant, itémque pentagωnum quoduis rectis quinque cõstet lineis, quinque duodecies multiplicamus, fiũt sexaginta, quorum rursus dimidium est triginta. Sed cur dimi-

dium capimus? Quoniam vnumquodque latus siue sit trianguli, siue pentagoni, siue quadrati, vt in Cubo, iteratò sumitur. Similiter autem eadem via & in cubo & in pyramide & in octaedro latera inuenies. Quòd si item velis singularum quoque figurarum angulos reperire, facta eadem multiplicatione numerum procreatum partire in numerum planorum quæ vnum solidum angulum includunt: vt quoniam triangula quinque vnum Icosaedri angulum cõtinent, partire 60. in quinque, nascuntur duodecim anguli Icosaedri. In dodecaedro autem tria pentagona angulum comprehendunt, partire ergo 60. in tria, & habebis dodecaedri angulos viginti. Atque simili ratione in reliquis figuris angulos reperies.

Finis Elementorum Euclidis.

2